Das russische

RECHEN - BRETT,

als

Anschauungs- und Versinnlichungs - Mittel beim Rechen - Unterricht, für Schule und Haus,

dargestellt

von

M. ASMUSS.

Mit einer Abbildung und 258 Rechnungs - Aufgaben.

Leipzig,
bei Paul Gotthelf Kummer.
1831.

Der Druck wird unter der Bedingung gestattet, daſs nach Vollendung desselben fünf Exemplare an die Censur-Comität abgeliefert werden.

Dorpat, den 31. Julius 1831.

Staatsrath, Dr. Friedr. Erdmann, Censor.

Den Herrn Schul-Inspectoren
und Lehrern:

Bahder, Camerer, Cedergreen, Erbe, Heinrichsen, Jänichen, Jürgensohn, Kahn, Kamienski, Kühn, Masing, Mickwitz, Moltrecht, Müller, Pacht, Persehke, Prüssing, Schaak, Schidun, Schwan, Schwech, Seezen, Siebert, Sturtz, Tanner, Tweritinow, Vofs, Wiedemann, Winkler,

seinen verehrten Freunden,

von

dem Verfasser.

Arensburg.

13 Exemplare.

Hr.	Bacancourt. Joh., Consul	1 Ex.
„	Brossc v., Zollverwalter, Tit.-Rath u. Ritter .	1 —
„	Eckesparre. A. v.	1 —
„	Haken, Pastor, Diac. u. wiss. Lehrer . . .	1 —
„	Kempmann, Ober-Pastor und Ass. Consist. .	1 —
„	Liccop, Kreis-Commissariats-Notair, Collegien-Registrator.	1 —
„	Rodde. D.	1 —
„	Sehrwald, Kreis-Commissair, Tit.-Rath . .	1 —
„	Staecker, Schul-Inspector, Tit.-Rath . . .	2 —
„	Thun	1 —
„	Voſs, wissensch. Lehrer, Tit.-Rath	1 —
„	Wagner, Tamoschna-Secrt., Tit.-Rath . . .	1 —

Dorpat.

77 Ex.

Hr.	Aderkas. C. v., Collegienrath	1 Ex.
„	Adolphi. Alexis, Gymnasiast	1 —
„	Ahlschwerd. Joh., Stadt-Wäger	1 —
„	Asmuſs. Herm., Stud. philos.	1 —

Hr. Bader. A. L., Colleg.-Secretair . . . . 1 Ex.
„ Bardels. A., Gymnasiast . . . . 1 —
„ Bartels. D. Mart., Professor, Staatsrath . . . 2 —
„ Behaghel. M. v., Inspect. d. phys. Kabinets . 1 —
„ Bergstamm. Jacob, Stud. med. . . . . 1 —
„ Bienemann. Gust., Ober-Pastor . . . . . . 1 —
„ Blum. D. Karl Ludw., Prof., Hofrath . . . 1 —
„ Boubrig. Joh. Ludw., Gymnas. Lehrer, Tit-Rath 1 —
„ Brachmann. Joh., Handlungs-Commis . . . 1 —
„ Bröcker. D. G. v., Hofrath und Professor . . 2 —
„ Bröcker. H. v., Rendant, Gouv.-Secrt. . . 1 —
„ Bunge. D, G. F. v., Prof. extra ord., Coll.-Ass. 1 —
„ Busch. D. Fr., Hofrath und Professor . . . 1 —
„ Cambecq. D. Louis, Syndicus . . . . 1 —
„ Deeters. G. D. phil. . . . . 1 —
„ Deutsch. D. C. Fr., Prof., Staatsrath u. Ritter 1 —
„ Dittler. Bernh., Erzieher und Lehrer . . . . 1 —
„ Engelhardt, D. Mor. v., Professor, Collegienrath und Ritter . . . . 2 —
„ Erdmann. D. Joh. Fr., Prof., Staatsr. u. Ritter 2 —
„ Forestier. G. v., Secretair der Univ. Rentkammer 2 —
„ Forestier. C. v., Secretair des Univ. Conseils . 1 —
„ Frahm. P. M., Rathsherr . . . . 1 —
„ Fricke. R., Gymnasiast . . . . 1 —
„ Friedländer. D. E. D, Hofrath u. Professor . 2 —
„ Gerkan. J., Seminarist . . . . 1 —
„ Göbel. D. Friedm., Hofrath und Professor . 1 —
„ Groskurt. J. A. G., Canzlist, Colleg.-Secrt. . 1 —
Demois. Hartmann. Christine, Lehrerin . . . . . 1 —
Hr. Hueck. D. A. F., Professor extra ord. . . . 1 —
„ Jäsche D. G. B., Professor, Staatsrath u. Ritter 1 —

Hr. Jürgenson. D. H. Seminar-Inspector . . . . 1 Ex.
„ Käding. W. J. Kaufmann . . . . 1 —
„ Kapp, Tit.-Rath, Elementar-Lehrer . . . 1 —
„ Kellner junr. Fr. . . . . 1 —
„ Köhler. D. Herm. v., Hofrath, Privat-Docent . 1 —
„ Kurnatowsky, Stud. philos. . . . . 1 —
„ Kutorga. Steph., Doctorand . . . . 1 —
„ Linde. Gust., Kaufmann . . . . 1 —
„ Liphart. C. F. v. . . . . 2 —
Frau Lorenz. Anna, Lehrerin . . . . 1 —
Hr. Luhde. C. F. Apotheker . . . . 1 —
„ Mervil. C. Gymnasiast . . . . 1 —
„ Michelson, Seminarist . . . . 1 —
„ Moier. D. J. C., Prof., Staatsrath u. Ritter . 1 —
„ Mühlbergh. N. D. H., Gymnasiast . . . . . 1 —
„ Parrot D. Fried., Prof., Collegienrath und Ritter, d. Z. Rector magnif. . . . . 1 —
„ Reincke. T. Stud. med. . . . . 1 —
„ Rücker. Th., Stud. theol. . . . . 1 —
„ Reidemeister. August . . . . 1 —
„ Sartorius. D. E., Hofrath und Professor . . . 2 —
„ Schmalz. D. F., Hofrath und Professor . . . 1 —
„ Schmidt, Otto, Buchhändler . . . . 3 —
„ Schmidt. F. A., Candidat . . . . 1 —
„ Schultz. Dr. . . . . 1 —
„ Schütz. Fr., Pastor in Nüggen . . . . 1 —
„ Schönrock. Fr., Bäcker-Meister . . . . . . 1 —
„ Sellheim. Fr., Pastor in Sagnitz . . . . . . 1 —
„ Sokolowsky. P. Ober-Lehrer d. Gymn. . . . 1 —
„ Struve. D. W., Prof., Collegienrath u. Ritter 1 —
„ Töpfer. Eduard, Buchbinder-Meister . . . . 1 —

Hr. Thun. P. M., Kaufmann und Vorsitzer der Stadt-Cassen-Verwaltung . . . . 1 Ex.
„ Weifs. G., Provisor . . . . 1 —
„ Witte. Carl v., Secretair der Schulcommission, Hofrath und Ritter . . . . 1 —

Fellin.

12 Ex.

Hr. Blagoweschtschensky, Lehrer, Tit.-Rath . . . 1 Ex.
„ Bohm. C. J. . . . . 1 —
„ Boström. G. A. . . . . 1 —
„ Boström. A. W. . . . . 1 —
„ Ehrenberg. H . . . . 1 —
Frau Glaser. Hofräthin v. . . . . 1 —
Hr. Koljo. J. F. . . . . 1 —
„ Kriese. Th. E., Schul-Inspector . . . . . 1 —
„ Magnus. B. v., Postmeister . . . . 1 —
„ Müller. H. J. . . . . 1 —
„ Obermüller, Elementar-Lehrer, Coll.-Registr. . 1 —
„ Prüssing. L. v., wiss. Lehrer, Tit.-Rath . . . 1 —

Goldingen.

6 Ex.

Hr. Kamiensky, wiss. Lehrer, Tit.-Rath . . . . 1 Ex.
„ Lessew, Elementar-Schullehrer . . . . 1 —
„ Salzmann, Lieutenant . . . . 1 —
„ Sege v. Laurenberg, Obrist-Lieutenant . . . 1 —
„ Sieber, Schul-Inspector, Tit.-Rath . . . . . 1 —
„ Stael v. Holstein, Major . . . . 1 —

Hapsal.

9 Ex.

Hr. Berg. A., Rathsherr . . . . 1 Ex.
„ Bock. H. v., Zoll-Verwalter . . . . 1 —
„ Jänichen. G. A., wiss. Lehrer, Tit.-Rath . . 1 —
„ Knorring. G. v., Hofrath . . . . 1 —
„ Martinsen. Adam, Tit.-Rath . . . . 1 —
Frau Moskwin. Dorothea . . . . 1 —
Hr. Neus. A., Schul-Inspector, Tit.-Rath . . . 1 —
Fräulein Sulhanof. Olga v. . . . . 1 —
Hr. Ungern Sternberg. F. Baron, Hofrath . . . 1 —

Hasenpoth.

11 Ex.

Hr. Amenda, Aktuar . . . . 1 Ex.
„ Cramer, Ober-Hofgerichts-Adv. . . . . . . 2 —
„ Heyking. P. v., Assessor . . . . 1 —
„ Persehke, Schul-Inspector, Tit.-Rath . . . 1 —
Fräulein Rahden, Antonie v. . . . . 1 —
Hr. Rühl. E., Elementar-Lehrer . . . . 1 —
„ Seraphim, Instanz-Sekretair . . . . 1 —
„ Wernich. Const. Maur., Apotheker . . . . 2 —
„ Zimmermann. L. Stadt-Sekr. . . . . 1 —

Jacobstadt.

4 Ex.

Hr. Blosfeld, Elementar-Lehrer . . . . 1 Ex.
„ Borck, Schul-Inspector, Coll.-Secrt. . . . . 1 —

Hr. Claus. Joh.	1	Ex.
„ Gruner. W., Rentei-Buchhalter	1	—

Lemsal.

22 Ex.

Hr. Andresohn. Woldemar	1	Ex.
„ Gehlhaar. L.	1	—
„ Hesse, Baumeister	1	—
„ Hübbenet. J. A. v.	2	—
„ Jungmeister. W.	1	—
„ Marnitz, Schul-Inspector. Tit.-Rath	1	—
„ Müller. Alex. Jacob	1	—
„ Porisch. W., Arrendator	3	—
„ Reutern. H. v.	2	—
„ Reutern. v., Kreis-Gerichts-Assessor	1	—
„ Seezen. Heinr., Kreis-Lehrer, Colleg.-Secret.	1	—
„ Schottky. Wilhelm	1	—
„ Schultz. J. R.	1	—
„ Tantzscher. G. Aug.	1	—
„ Vogel. Moritz	1	—
„ Weiſs. J. H.	1	—
„ Wittkowsky. Bernhd. B.	1	—
„ Wittkowsky. T. B.	1	—

Liebau.

19 Ex.

Hr. Attelmayer, Schul-Inspector, Coll.-Secrt.	6	Ex.
„ Grevé	1	—
„ Günther C.	1	—

Hr. Kranz. A. . . . . 1 Ex.
„ Losawitzky, Tit-Rath . . . . 1 —
„ Luba, Tit.-Rath . . . . 1 —
„ Neuberg . . . . 1 —
„ Oppelt. E. . . . . 1 —
„ Tanner, C. F., wiss. Lehrer, Tit.-Rath . . 2 —
„ Wallenrath. C. W. J. . . . . 1 —
„ Wendt. F., Cantor und Lehrer . . . . . . 3 —

Mitau.

21 Ex.

Hr. Drückschew, Tit.-Rath . . . . 1 Ex.
„ Fedorow, Tit.-Rath . . . . 1 —
„ Frübufs, Schul-Inspector, Tit.-Rath . . . 3 —
„ Grünberg, Collegien-Assessor . . . . 1 —
„ Grünberg, Cameralhofs-Buchhalter von der 14ten Classe . . . . 1 —
„ Grünberg. N. . . . . 1 —
„ Hentsch, Tit.-Rath . . . . 1 —
„ Jung, Kurl. Gouv.-Postmeister, Collegienrath . 3 —
„ Kahn, wiss. Lehrer, Tit.-Rath . . . . . . 1 —
„ Kühlewein, Collegien-Registrator . . . . . . 1 —
„ Lemcke, Controlleur von der 9ten Classe . . 1 —
„ Michailowsky, Canzlei-Beamter . . . . . . 1 —
„ Rosenbach, Archivar . . . . 1 —
„ Ruzynsky. Tit.-Rath . . . . 1 —
„ Schabert, Collegien-Secretair . . . . 1 —
„ Slevogt, Consistorial-Secretair, Tit.-Rath . . 1 —
„ Taube, Gouv.-Secretair . . . . 1 —

Pernau.

32 Ex.

Hr. Adolphi. J. W.	1 Ex.
Demois. Arends. A.	1 —
Hr. Bergfeld. C. L. Provisor	1 —
Demois. Borgeest. Ant.	1 —
Hr. Bruyn. A. de, Rathsherr	1 —
„ Erbe. G. S., Schul-Inspector und Rath	1 —
„ Finck, Renterei-Journalist	1 —
„ Frey. C., Kaufmann	1 —
„ Harder. H. v., Bürgermeister, Hofrath u. Ritter	1 —
„ Hesse, Pastor, wiss. Lehrer	1 —
Mad. Heydorn	1 —
Hr. Hofland. v., Rath	1 —
„ Iroschnikoff. B. Kaufmann	1 —
„ Klüver. Fr., Rath	1 —
„ Klüver. H. H., Rath	1 —
„ Krellenberg, wiss. Lehrer, Rath	1 —
„ Lemmerhirt. J.	1 —
„ Lorenzson, Elementar-Lehrer	1 —
„ Martinsohn. C. M., Kaufmann	1 —
„ Metzler, Pastor	1 —
„ Prahm. J. P., Lootsen-Commandeur	1 —
„ Rodde. A. H., Kaufmann	1 —
„ Schmidt. H. C., Consul	1 —
„ Schmidt. C., Kaufmann	1 —
„ Siewersen. J., Kaufmann	1 —
„ Sommer, wiss. Lehrer, Rath	1 —
„ Stehn. A. J., Kaufmann	1 —
„ Stender, Lehrer der Töchterschule, Rath	1 —

„ Warncke, Kreis-Rentmeister, Rath . . . . 1 —
„ Weisman, Postmeister, Rath und Ritter . . 1 —
„ Wissel. D. Secretair . . . . 1 —
„ Zanck. J. . . . . 1 —

Riga.

72 Ex.

Hr. Baerens, Doct. med. . . . . 1 Ex.
„ Berg, Schul-Director-Gehülfe . . . . 1 —
„ Bergengrün, Rathsherr und Ritter . . . . . 1 —
Bibliothek die, der Domschule . . . . . . 1 —
„ Brauser, Aeltester . . . . 2 —
„ Bockslaff. W. . . . . 1 —
„ Bornhaupt. D. C. . . . . 1 —
„ Dänemark. E, Candidat . . . . 1 —
„ Dölle. A. . . . . 1 —
„ Eckardt. T. . . . . 1 —
„ Freymann. v., Obrist . . . . 1 —
„ Gerstenmeyer. A. v. . . . . 1 —
„ Gimmerthal. A. . . . . 1 —
„ Gläsz. C., Rath und Ritter . . . . 1 —
„ Gratschew. P. . . . . 1 —
„ Grave. D., Ober-Pastor und Ritter . . . . 1 —
„ Gutzeit. P. . . . . 1 —
„ Haberland. E. . . . . 1 —
„ Hach. August . . . . 1 —
„ Hammer. J. . . . . 1 —
„ Hay. C. W., Kaufmann . . . . 1 —
„ Häcker. W. . . . . 1 —
„ Hernmarck, Kaufmann . . . . 1 —

Hr. Heyer. A. . . . . 1 Ex.
„ Hüttel, Dr. . . . . 1 —
„ Icker. Friedr. . . . . 1 —
„ Jürgenson. v., Gouv.-Controlleur und Ritter . 1 —
„ Kleberg. D., Kaufmann . . . . 1 —
„ Kleberg. B., Kaufmann . . . . 1 —
„ Knieriem. C., Kaufmann . . . . 1 —
„ Koslowsky . . . . 1 —
„ Kosnick. E. . . . . 1 —
„ Krüdner. C. P. v. . . . . 1 —
„ Krüger. H. A., Kaufmann . . . . 1 —
„ Kühn, Lehrer d. Gymnas. . . . . 1 —
„ Kümmel. C. . . . . 1 —
„ Lifs. A. . . . . 1 —
„ Lodders. B. . . . . 1 —
„ Mältzer . . . . 1 —
„ Meyenblatt . . . . 1 —
„ Michelsohn. J. . . . . 1 —
„ Napiersky. C. E., Gouv.-Schul-Director . . 1 —
„ Pehsch. H. . . . . 1 —
„ Pflugradt. K., Kaufmann . . . . 1 —
„ Pfob. J. . . . . 1 —
„ Pickardt. C. F., Notaire . . . . 1 —
„ Poorten. E., Kaufmann . . . . 1 —
„ Pruschewsky. G. . . . . 1 —
„ Ratzky. O. F., Candidat . . . . 1 —
„ Reim. C. . . . . 1 —
„ Salnikow. W. . . . . 1 —
„ Schidun, Dom-Schul-Lehrer und Tit.-Rath . 1 —
„ Schmidt, Rentmeister . . . . 1 —
„ Schukajew. A. . . . . 1 —

Hr. Schwech. E. J., Kreis-Schul-Lehrer . . . 1 Ex.
„ Schwech. C. J. . . . . 1 —
„ Stephany. E., Kaufmann . . . . 1 —
„ Stilliger. J. B. . . . . 1 —
„ Stövern. E. v., Secretair . . . . 1 —
„ Stresow. C. F., Kaufmann . . . . 1 —
„ Taube. B. v., Gouv.-Rentmeister . . . . . . 1 —
„ Ulmann. J. P. G., Kaufmann . . . . 1 —
„ Vajen. B. . . . . 1 —
„ Vegesack. O. v., Hofrath . . . . 1 —
„ Voigt, Schul-Inspector, Tit.-Rath . . . . . 1 —
„ Voigt, Hofrath . . . . 1 —
„ Wahwul. M. . . . . 1 —
„ Weiſs. G. . . . . 1 —
„ Wilde . . . . 1 —
„ Zimmermann. A. W., Kaufmann . . . . . . 1 —
„ Zimmermann. G., Kaufmann . . . . 1 —

Reval.

12 Ex.

Der Kaiserl. Cameralhof . . . . 2 Ex.
Hr. Cedergreen, Lehrer des Gymnasiums, Tit.-Rath 1 —
„ Engel. v., Premier-Lieutenant . . . . 1 —
„ Hagen. A., Lehr. d. Gymn., Tit.-Rath . . 1 —
„ Hertwig, Lehrer der russ. Sprache, Tit.-Rath 1 —
„ Jordan v., Capitaine . . . . 1 —
„ Kupfer, Dr., Oberlehrer, Hofrath . . . . . 1 —
„ Seidlitz. v., Ing.-Obrist-Lieutenant und Ritter . 1 —
„ Siebert, Lehrer der Kreisschule, Tit.-Rath . 1 —

Hr.	Stubendorf, v., Capitaine	1 Ex.
„	Weiſs, G., Lehrer der Ritter- und Domschule .	1 —

Tuckum.

2 Ex.

Hr.	Jentsch, Elementar-Lehrer	1 Ex.
„	Sturtz, Schul-Jnspector	1 —

Walk.

6 Ex.

Hr.	Abel, Elementar-Lehrer, Gouv.-Secrt. . . .	1 Ex.
„	Budberg, G., Baron v., Präsident und Ritter .	1 —
„	Gerlach	1 —
„	Langhammer v., Tit.-Rath und Ritter . . .	1 —
„	Müller, Hugo, Schul-Inspector	1 —
„	Willmann	1 —

Wenden.

10 Fx.

Hr.	Basler, Renterei-Buchhalter	1 Ex.
„	Gewecke, Kaufmann	1 —
„	Kreutzmann	1 —
„	Lohrberg, Registrator	1 —
„	Laursonn, Th.	1 —
„	Laursonn, Wold.	1 —
„	Murchgraff, Carl	1 —
„	Murchgraff, Jul.	1 —

Hr. Schatz, Cand. der Theologie	1	Ex.
„ Wilcke, Apotheker	1	—

Werro.

4 Ex.

Hr. Franck, F., Kaufmann	1	Ex.
„ Heinrichsen, J. Fr., Schul-Inspector, Coll.-Sekrt.	1	—
„ Stein, Gustav, Rathsherr	1	—
„ Treuer, J., Elementar-Lehrer	1	—

Wesenberg.

32 Ex.

Hr. Abel, H., Apotheker	1	Ex.
„ Brandt, F. B., Vogtey-Gerichts-Beisitzer . . .	1	—
„ Brockoff, Ferd., Voigtey-Gerichts-Beisitzer . .	2	—
Frau Dännemark, Elis., geb. Spranger, Pr. Lehrerin	1	—
Hr. Elertz, David, gew. Gerichtsvogt	1	—
„ Fählmann, Alex., Primaner	1	—
„ Geschwend, S., Kupferschmied-Meister	1	—
„ Gottgetreu, S., Schlosser-Meister	1	—
„ Gööck, C., Elem.-Lehrer u. Küster, Gouv.-Secrt.	2	—
„ Gööck, Ferd., Notair d. Steuer-Commission .	1	—
„ Gööck, Th., stellv. Secret. d. Vogtey-Gerichts	1	—
„ Jürgens, J. J., Post-Commissair in Chudleigh .	1	—
„ Klemtz, Ferd., Arrendator d. Gutes Borckholm	1	—
„ Krudop, Georg, gew. Gerichtsvogt	1	—
„ Marfeld, Jac., Kreis-Revisor	1	—
„ Mattly, Leonh., Canditor	1	—

Hr. Mechmershausen, J., Verwalter der Graf Nesselrodeschen Güter in Ingermannland, auf Itowa . 1 Ex.
„ Nocks, Jac. Joh., wiss. Lehrer, Coll.-Secrt. . 1 —
„ Paykull, C. v., Assessor . . . . 1 —
„ Pezold, D. Ernst, Kreis-Arzt . . . . 1 —
„ Pilatzky, J., Apotheker . . . . 2 —
„ Pondinsky, Jw., Kaufmann 3ter Gilde . . . 1 —
„ Rosenthal, Chr. D., Apotheker . . . . 1 —
„ Scheffler, Carl, Kreis-Rentmeister, Tit.-Rath . . 1 —
„ Sickler, Dr. med. et chirurg. . . . . 1 —
„ Siebert, E. C., Fleischer-Meister . . . . . . 1 —
„ Stude, Bäcker-Meister . . . . 1 —
„ Winkler, Hr. Joh., Schul-Inspector, Tit.-Rath 2 —

Windau.

19 Ex.

Hr. Bahder, Schul-Inspector, Tit.-Rath . . . 1 Ex
„ Büchtger, Herrmann . . . . 1 —
„ Braun, Carl . . . . 1 —
„ Drachenfels, W. v. . . . . 1 —
„ Eggink, Wilh. . . . . 1 —
„ Ehrhardt, Andreas . . . . 1 —
„ Faber, wiss. Lehrer . . . . 1 —
„ Gewecke, George, Privat-Lehrer . . . . . . 1 —
„ Harff, August . . . . 1 —
„ Hagenfeld, Christoph . . . . 1 —
„ Klevesahl, Theod. Coll.-Secrt. . . . . . . 1 —
„ Kupfer, Theodor . . . . 1 —
„ Lindblohm, Wilhelm . . . . 1 —
„ Porep, Bernhard . . . . 1 —

Hr. Pauffler, Propst	1	Ex.
„ Reinecke, Wilhelm	1	—
„ Sprenger, A. Rentmeister	1	—
„ Stock, Eduard	1	—
„ Zeumann., Lehrer d. russ. Spr., Tit.-Rath.	1	—

Wolmar.

7 Ex.

Hr. Ackermann, Fr., Candidat	1	Ex.
„ Bandau, D. C.	1	—
„ Campenhausen, Baron, v., Landrath und Ritter, auf Orellen	1	—
„ Erdmann, E., Pastor prim.	1	—
„ Franz, Conrad	1	—
„ Galkin, Fedor	1	—
„ Gersdorf von, Kreis-Deputirter auf Schloſs Hochrosen	1	—
„ Girgensohn, W., Candidat, in Alt-Wrangelshof	1	—
„ Grube, Rathsherr	1	—
„ Hollander, A. in Birkenruh	1	—
„ Kirschbaum, Disponent in Hochrosen	1	—
„ Otto, H., Rathsherr	1	—
„ Pacht, A., Schul-Inspector, Tit.-Rath	1	—
„ Sokolowsky, Pastor in Roop	1	—
„ Voullaire, J. in Neu-Welke	2	—
„ Wolff, Baron v. auf Schloſs Mojahn	1	—

Einleitung.

Der Werth einer genauen Bekanntschaft mit der Kunst des Rechnens ist entschieden. Nicht nur, weil sie als nothwendig, in ihrer practischen Anwendung für die Verhältnisse des gesellschaftlichen Vereins der Menschen, hervortritt; sondern auch, weil sie unbezweifelt, nächst der Muttersprache, dem Menschen die trefflichste Veranlassung zur Ausbildung des Verstandes darbietet. Die Bemühungen Pestalozzi's, Pöhlmann's, Tillich's u. A. sind bekannt. Diese Männer haben mit Anstrengung und Scharfsinn den Anfangspunct für diesen Gegenstand des Unterrichts festzustellen gesucht, und einen eigenthümlichen Lehrgang dargeboten, um das mechanische Rechnen aus den Schulen zu verdrängen, und Raum für ihre bildende, belebende und ins Leben greifende Methode zu gewinnen. Es sind ihre Bemühungen nicht ohne Erfolg geblieben; sie haben hie und da wackere Männer gefunden, die den von ihnen angebahnten Weg mit Muth und Kraft betreten haben und mit Ausdauer fortgeschritten sind. Alle diese Männer fanden Mittel der äufsern Anschauung bei ihrem Unterrichtsgange nothwendig; dies beweisen: Pestalozzi's Einheits- und Bruch-Tabellen; Pöhlmann's Bohnen und Stäbe; Krancke's Quadrat, Kreis und Dreieck; Denzel's Leiter von zehn Sprossen; Tillich's Rechen-Maschine, die aus Würfeln und Stäben besteht; und noch manche andere, welche als Anschauungs- und Versinnlichungs-Mittel gegeben wurden, und nicht mit den Neperschen Stäben und andern Rechen-Maschinen vermischt werden müssen, weil diese letztern nur rein mechanische Hülfs-Mittel sind. Tillich hat sich über den Zweck und die nothwendigen Eigenschaften eines solchen Anschauungs- und Versinnlichungs-Mittels am klarsten und deutlichsten ausgesprochen; es wird daher zweckfördernd seyn, seine Ansicht mitzutheilen. Ich nehme nur dasjenige heraus, was ich hier als nothwendig erachte; nachzulesen ist darüber Tillich's Lehrbuch der Arithmetik. Leipzig 1806. bei Heinr. Gräff. S. 284. und weiter. „Die Versinnlichungs-Mittel sollten höchst einförmig, sollten sich durchaus gleich seyn. Die Zahl ist völlig eigenschaftlos; ihr Versinnlichungsmittel mufs daher eben so beschaffen seyn. Weil aber kein Gegenstand weder gedacht noch gemacht werden kann, der ohne Eigenschaften wäre, so mufs er wenigstens so beschaffen seyn, dafs die Aufmerksamkeit nicht durch die Eigenschaft geleitet werde; also, so wenig Eigenschaften als möglich habe. Weiter ist die Zahl der Veränderung unterworfen, insofern sie als sich vermehrend oder vermindernd erscheint. Die innere Veränderlichkeit derselben mufs äufserlich dargestellt werden, die Zahlenordnung, die Vergröfserung, kurz alles, was wir im Innern mit ihr thun können, das mufs auch äufserlich mit ihr vorgenommen werden.

Die innerliche Veränderlichkeit, oder die Verwandlung der Zeit, äufserlich dargestellt, erscheint aber als Beweglichkeit im Raume. Denn die Veränderung im Raume kann nur durch Veränderung des Locales dargestellt werden, und die Veränderung des Ortes ist Bewegung. Es werden alle einfache Zahlen so vielfach zusammengesetzt werden müssen, als nur möglich ist; und alle Verhältnisse, die der innere Sinn sich construirt, müssen dem äufsern erst vorgelegt werden. Die Beweglichkeit wird ein nothwendiges Erfordernifs des Versinnlichungs-Mittels der arithmetischen Anschauung seyn. Denn aufser ihr ist es nicht möglich die Veränderungen der Zahl nachzuweisen, aufser ihr kann nicht die Construction der Zahl versinnlicht werden. Endlich ist die concrete Zahl nur das Bild der abstracten, und wir müssen an der erstern nur die Regeln des Verfahrens lernen, um zur Abstraction überzugehen. Es können keine Verhältnisse der Zahlen vorkommen, die nicht in den einfachen Zusammensetzungen derselben gegründet sind. Das Versinnlichungs-Mittel kann daher, strenge genommen, nur für die concrete Zahl statt finden. Die abstracte läfst sich nicht verkörpern als abstract. Da aber in der concreten der sinnliche Hintergrund aller Verhältnisse liegt; da Halbe und Viertel sich nicht anders verhalten können, als 2 und 4, und Drittel und Fünftel in eben so nothwendigem Verhältnifs stehen, als 3 und 5; dafs alle noch so verwickelte Verhältnisse blos in einfachen Constructionen der concreten Zahlen ihren ersten Grund haben. Es mufs daher das Versinnlichungs-Mittel diese Verhältnisse der concreten Zahl vorlegen. Man mufs an demselben die reinen abstracten Verhältnisse gleichsam sehen; z. B. alle mögliche Verhältnisse, welche zwischen 5 und 7 vorkommen können, müssen hingestellt werden. Dadurch werden wir aber mit allen möglichen Verhältnissen bekannt, in welchen die Siebentel und Fünftel stehen können. Das letzte und wichtigste Erfordernifs eines Versinnlichungs-Mittels ist demnach, dafs alle Zahlen so dargestellt werden, dafs man in denselben die Verhältnisse versinnlicht finde, welche die abstracten Zahlen haben, so dafs man durch eine vollständige Ansicht der concreten Zahl eine eben so vollständige Anschauung der abstracten vorbereitet finde."

„Ich fordere demnach von dem Versinnlichungs-Mittel eine mögliche Entfernung aller Qualitäten, eine Symmetrie, Beweglichkeit und Combinations-Fähigkeit." Diese Darstellung des Versinnlichungs-Mittels zeugt für die Klarheit, in welcher ihm dasselbe vor der innern Anschauung gestanden haben mag; und dennoch entsprechen die Würfel und Stäbe des D. Tillich, nicht dem trefflichen Bilde, das sich derselbe davon gemacht hat. Mir scheint, das von vorher genannten Männern gesuchte, und bisher noch nicht in rechter Form dargebotene Anschauungs- und Versinnlichungs-Mittel, sey das Rechen-Brett, dessen Einrichtung und Anwendung ich in dieser Schrift darzulegen beabsichtige. Es ist dieses keine neue Erfindung, sondern ein bisher nur zu wenig beachteter Gegenstand, den ich hiemit der Beachtung und Prüfung aller derjenigen Pädagogen angelegentlichst empfehle, welche sich gern nach den Anfangspuncten des menschlichen Wissens umsehen, wohl wissend, dafs aller Anfang schwer ist. Es sey mir vergönnt hier kurz zu sagen, wie ich zur Kenntnifs dieses so unverdient vergessenen Anschauungs-Mittels gekommen bin. Es war zu Anfange des Jahres 1829, als ein Herr General-Major Swobodsky verschiedentlich Gelegenheit nahm, bei seinem Aufenthalt in St. Petersburg, eine grofse Fertigkeit im Rechnen auf dem Brett zu zeigen, indem er ohne scheinbare Anstrengung, auf demselben arithmetische Aufgaben mit einer Schnelligkeit und Sicherheit lösete, die Bewunderung erregte. Die Regeln, nach denen er verfuhr, hielt er indefs noch geheim; versicherte aber, dafs das, was er zeige und leiste, die Frucht zehnjähriger Anstrengung und Übung sey. Die Academie der Wissenschaften, die solches in Erfahrung gebracht hatte, beschlofs, die Rechen-Methode des General-Major Swobodsky zu prüfen, und ernannte zu solchem Zwecke aus ihrer Mitte den aufserordentlichen Academiker Tarchanow und den

Adjuncten Bunjakowsky, deren Bericht, nach angestellter Prüfung, dahin ausfiel: dafs die Art der Ausrechnung, hinsichtlich der Theorie, zwar nichts Neues enthalte, der General-Major Swobodsky selbige aber dem Rechenbrette sehr zweckmäfsig angepafst habe; so, dafs man sich durch fortgesetzte Übung eine grofse Fertigkeit und Leichtigkeit im Rechnen auf demselben erwerben könne, und dies Alles jedem Rechnungsführer oder Buchhalter von nicht geringem Nutzen seyn würde. Dies Gutachten der Academie kam zur Kenntnifs Sr. Kaiserlichen Majestät, und Dieselbe geruhte Allerhöchst zu befehlen, diesen Gegenstand in die Reihe der Unterrichts-Gegenstände der Schulen des Russischen Reichs aufzunehmen. Zu solchem Zwecke wurde alsdann aus jedem Lehrbezirk ein Beamter des Lehrstandes nach St. Petersburg gesandt, und dort von dem aufserordentlichen Academiker Tarchanow in dieser Kunst unterrichtet, um selbige den Lehrern für die Arithmetik, welche sich zu solchem Zweck, aus allen Städten des Lehrbezirks in der Universitäts-Stadt versammelten, mitzutheilen.

Für den Lehrbezirk der Universität zu Dorpat wurde ich von der Hochverordneten Schul-Commission beauftragt die Einführung in's Werk zu setzen. Dies ist bereits geschehen; die Lehrer-Versammlung fand in der zweiten Hälfte des Mai-Monats dieses Jahres statt, und es läfst sich von dem Eifer sämmtlicher Lehrer, welche hier versammelt waren, mit Grund erwarten, dafs, in Jahr und Tag, die Nützlichkeit dieses Elementar-Mittels sich durch einen erwünschten Erfolg unbezweifelt darthun werde.

So möge denn dies Büchlein, viele Elementar-Lehrer, besonders viele Mütter, als die eigentlichen Elementar-Lehrer, anregen, sich dieses Mittels zu bedienen, um die Denk- und Fassungskraft der Kinder zu beleben und zu stärken. Ist doch am Ende alles Lernen von Andern, nur ein Lernen, wie man selbst lernen soll, durch sich selbst.

Einrichtung des Brettes.

Man sieht sich fast vergebens nach einer genauen Beschreibung dieses Rechenbrettes um. Die Reisenden haben es gewöhnlich als eine Curiosität betrachtet. Eigenthümlich erwähnt der Domherr Dr. Meyer desselben in seinen „Darstellungen aus Rufslands Kaiserstadt.“ Hamburg 1829. Seite 36. „Volksthümlich, sagt er, indem er das Leben und Treiben in dem grofsen Kauf-Hofe beschreibt, wie viele Formen in diesen Räumen des Kleinhandels (Gostinoi Dwor:) ist die Art sich mit den Verkäufern zu berechnen. Sie gränzt noch an die Kindheit der Volks-Bildung, und ist so, aus Peters I. Schöpfungs-Geiste stammend, antik, ja klassisch zu nennen. Statt Schreibzahlen oder Kopf-Rechnen der vier Species zu gebrauchen, womit sich der Krämer nicht befafst, langt er, nach chinesischer Weise, sein Rechenbrett hervor, auf welchem die Einer, Zehner u. s. w. durch auf sechs oder mehr Schnüren oder dünnen Eisenstäbchen laufende kleine Kugeln bezeichnet werden und durch Hin- und Herschieben derselben, die Kaufrechnung, mit behändiger Taschenspieler-Gewandheit, gemacht und berichtigt wird. Komisch genug, sind oft bei dieser Schnellrechnung, die des Geklappers Unkundige verwirrt und fast betäubt, die Auftritte der Kontestazionen des Verkäufers, mit dem schwergläubigen ausländischen Käufer, ehe diesem das richtige Facit klar wird.“ Pädagogisch betrachtet selbiges hingegen der Dr. Pet. v. Haven in seiner „Reise in Rufsland.“ Copenhagen 1744, worin er dasselbe in einem besondern Anhange auf 58 Seiten ausführlich beschreibt und erklärt. Er zählt zu den besondern Vorzügen dieses Rechenbretts: dafs sich damit einfach, leicht und geschwind rechnen lasse, und daher Kinder, nach seiner eignen Erfahrung, darauf viel geschwinder und fertiger rechnen lernen, als auf dem Papier mit Ziffern, weil man alle Operationen auf dem Brette augenscheinlich beweisen kann, indem solche geschehen. Wer diese Abhandlung zur Hand hat, wird selbige, wenn er sich für die Sache interessirt, nicht ohne Nutzen und Vergnügen lesen.

Das Brett, dessen wir uns bedienen, hat die Form eines Rechtecks, dessen Seiten sich zu einander verhalten wie 1 zu 2. Die langen Seiten enthalten jede einen in das Holz eingelegten Schieferstreif, der von solcher Breite ist, dafs er durch eingefeilte Linien soviel Quadrate bildet als Dräthe, von Eisen oder Messing, welche mit den kurzen Seiten, in gleicher Entfernung von einander, parallel laufen, sich auf dem Brette befinden. Die Rillen der Linien sind mit einem hochrothen Lack angefüllt, um in die Augen zu fallen. Die Dräthe sind an den Enden, mit denen sie in die langen Seiten eingelassen werden, ein wenig platt geschlagen, damit sie eine feste Stellung behalten. Jeder Drath ist so gestellt, dafs er sich in gleicher Entfernung von den beiden rothen Linien auf dem Schieferstreif, befindet, und eine Länge übertrifft ein wenig die Breite des Bretts, damit er aufwärts als ein kleiner Bogen eines grofsen Kreises erscheine. Auf jedem Drathe sind neun Perlen oder abgeplattete Kugeln, von gleicher Gröfse, deren mittelste oder fünfte, gewöhnlich von schwarzer Farbe ist, um das Abzählen zu erleichtern; die übrigen sind gelb oder weifs, je nachdem sie von Buchsbaum oder Knochen gedrechselt wurden. Die Durchmesser dieser abgeplatteten Kugeln verhalten sich gewöhnlich, wie 1 zu 2. Doch ist dies gleichgültig; sie können auch die vollkommene Kugelform haben. Dieser so geformte Rahmen hat eine Hinterwand, mit der er ein so tiefes Kästchen bildet, als der gröfste Durchmesser der Kugeln es nöthig macht. In den längern Seiten befinden sich zwischen jedem Paare der Dräthe und in gleicher Entfernung von jedem, nicht tiefe, aber keilförmige Einschnitte, in welche man Lineale einschieben kann, wenn es die Nothwendigkeit erheischt. Der Dräthe oder Perlen-Reihen giebt es auf dem von mir beschriebenen Brette achtzehn; diese Anzahl möchte zum Schulgebrauch die passendste seyn; wenn sich Mütter ihrer beim Unterricht der Kinder bedienen wollen, so möchten wohl acht bis zehn Reihen hinreichen.

Noch mufs ich hier bemerken: dafs die Dräthe so lang seyn müssen, dafs die neun Perlen, welche sich darauf befinden, einen Raum leer lassen, worauf noch etwa drei bis vier solcher Perlen Platz finden würden. Überdem wird oben in den Rahmen ein Ring hineingeschraubt, um ihn an die grofse Schultafel aufzuhängen. Zum Privat-Gebrauch ist für den Lehrer noch ein kleines Gestell hinzuzufügen, wie man sich dessen in den Zeichenstunden zu bedienen pflegt, um die Vorzeichnung daran zu stellen. Da es, besonders bei grofsen Brettern zum Schulgebrauch, nicht bequem ist, die Perlen mit den Fingern hin- und herzuschieben, so bedient man sich dazu eines Stäbchens, dessen gekrümmtes Ende, keilförmig geschärft, leicht zwischen die Perlen eindringt und daher die Sonderung auf eine bequeme, schnelle und sichere Weise bewerkstelligen läfst; am untern Ende desselben ist ein Crayon, zum Schul-Gebrauch mit einem Stück Kreide darin; zum Privat-Gebrauch setzt man einen Griffel hinein. Drei bis vier kleine Lineale zum Einschieben sind hinlänglich. Zur Verdeutlichung dieser unvollkommenen Beschreibung ist diesem Büchlein eine leichte Zeichnung eines solchen Brettes beigefügt worden.

Anwendung des Brettes.

Numeration.

Der Werth der Einheiten jeder Ziffer steigt bekanntlich beim Vorrücken, von der rechten zur linken Hand, mit jeder Stelle auf das Zehnfache der vorhergehenden. Auf dem Brette ist diese Steigerung von unten nach oben fortschreitend angenommen worden. Übrigens ist das Brett als eine freie, unbeschriebene Tafel anzusehen, so lange die Perlen noch alle zur rechten Hand stehen, und man die Einer-Stelle noch nicht besimmt hat; und es steht bis dahin dem Rechner noch frei, die Einer-Stelle zu setzen wohin es ihm bequem und zweckmäfsig scheint, indem er unmittelbar unter dieselbe, eins der dazu bestimmten Lineale einschiebt. Hat er aber einmal die Stelle der Einer bestimmt, so sind auch natürlich die

Stellen aller nachfolgenden Ordnungen festgestellt, so, daſs also auf dem Brett alles dasjenige, was wir auf dem Papier von der rechten zur linken Hand zu beobachten haben, auf dem Brette von unten nach oben bewerkstelligt wird. Jede Null wird durch einen Drath bezeichnet, dessen Raum zur Linken leer geblieben ist; daher ist es um so nothwendiger ein Lineal unter die Einer-Stelle zu schieben, im Fall man einen andern Drath als den untersten, dazu bestimmt; damit man in gewissen Fällen, nicht etwa 480 oder 48000 für 48 lese.

So wie der Werth der Einheiten, von der Linken zur Rechten, von Stelle zu Stelle um das Zehnfache steigt; eben so wird auch derselbe umgekehrt von der Rechten zur Linken mit jeder Stelle ordentlich immerfort in einer zehnfachen Verkleinerung abnehmen. Setze ich die Ziffern nun von der Linken zur Rechten, unter die Einer-Stelle hinaus, so bekomme ich die sogenannten Decimal-Theile, welche eine sehr bequeme Berechnung mit gebrochnen Zahlen zulassen, weil sie in gleicher

Ordnung mit den ganzen Zahlen immer in zehnfacher Vergröfserung oder Verkleinerung, hin oder her, fortgehen. Auch hier dient das Lineal um die Stelle zu bezeichnen wo die Ganzen aufhören und die Decimal-Theile anfangen. Es vertritt die Stelle des Komma auf dem Papier. Aus diesem geht nun deutlich hervor, dafs man, um eine Zahl auf das Rechenbrett zu setzen, nur so viel Stellen von der Einer-Stelle aus, also von unten nach oben abzählt, als die zu schreibende Zahl, nach ihren Classen und Ordnungen Stellen verlangt, und alsdann die verlangte Zahl von oben nach unten auf das Brett setzt, so wie man es auf dem Papier von der Rechten zur Linken zu thun pflegt. Dieses nothwendige Abzählen der Stellen von der Einer-Stelle aus nach oben, wird in den Schulen gute Frucht tragen, und die Schüler bald dahin bringen, dafs sie mit gleicher Sicherheit die Zahlen schreiben, als sie selbige zu lesen im Stande sind. Noch mufs ich hier, vielleicht an rechter Stelle, bemerken, dafs man in Rufsland allgemein auf jedem Drath zehn Perlen findet, und ich dieselben auf neun zurückgesetzt habe. Ich bemerke absichtlich zurückgesetzt; denn, man beliebe nur Pet. v. Haven's Reise in Rufsland, Seite 530. u. a. a. O., nachzulesen, so wird man finden, dafs das Rechenbrett, welches derselbe im Jahre 1736 vorfand, neun Perlen auf jedem Drath hatte. Der Grund für die Richtigkeit der neun Perlen ist eben so einfach als er alt ist, und er ist gewifs älter als das Rechenbrett. Wir haben nur neun Ziffern oder Zahlzeichen; denn zehn ist schon eine angewachsene Einheit, die wieder nur bis zu neunzig fortgeht u. s. w. Ich wünsche, dafs diese Gründe in ihrer Einfachheit, die Überzeugung geben mögen, dafs ich nur die alte, richtige, also nothwendige Einrichtung wieder herzustellen bemüht war. Wer, wann und warum die zehn Perlen in den Gebrauch gebracht, ist unbekannt; scheint mir aber auch insofern gleichgültig, als es durchaus unrichtig ist.

Vorbereitungs-Regel.

Sobald wir eine Zahl auf das Brett setzen, oder, was gleich ist, schreiben wollen, die gröfser als 9 ist, so werden wir allemal so viel Perlen auf die linke Seite rücken, als die Zahl, welche wir schreiben sollen, über 1×9 oder einige Mal 9 ist. Es sey z. B. 13 zu schreiben, so setze ich 3 auf die Einer-Reihe und 1 auf die Zehner-Reihe, zusammen also 4; nun aber ist $13 = 9 + 4$: also habe ich grade soviel Perlen auf das Brett gesetzt, als die Zahl, welche ich schreiben sollte, Einheiten mehr hat als 9. Grund und Beweis sind bekannt; hier mufste nur im Allgemeinen, der zu gebenden Vorbereitungs-Regel wegen, daran erinnert werden. Wir können nie mehr Perlen auf die linke Seite schieben, als sich überhaupt noch auf der rechten befinden; daher tritt der Fall oft ein, dafs sich auf der rechten Seite des Drathes weniger Perlen befinden, als wir zuzählen sollen: in solchem Falle nun, verfahren wir wie folget. Es steht z. B. auf dem Brett bereits 27, dies sieht alsdann so aus:

00 0000000

0000000 00

Nun sollen 38 zugelegt werden. Wir nehmen also, weil der 8 noch 2 zu 10 fehlen, diese 2 von der linken Seite der Einer-Reihe auf die rechte; dadurch sind wir nun berechtigt 40 zuzulegen, und dieses geschieht, wenn wir 4 Perlen auf der Zehner-Reihe von der rechten Seite zur linken schieben. Allgemein möchte die Regel für dieses Verfahren etwa so auszusprechen seyn: Soll eine gröfsere Zahl hinzugefügt werden, als sich eben noch auf der rechten Seite des Brettes befindet, so nehme man von der linken Seite soviel auf die rechte, als der zu setzenden Zahl noch mangelt zu einer angewachsenen Einheit, und setze alsdann diese angewachsene Einheit, so ist die Sache gemacht, z. B. Es steht 189. und sollen zugelegt werden 98, so nehme man 2 Einer zurück, und setze 1 Hunderter hinzu. Oder: Es stehen 9488 und es sollen noch zugezählt werden 975; so nehme man 25 zurück und setze 1000 hinzu. Oder: Es stehen 19995. und diese Zahl soll um 489 vermehrt werden; so nehme man 511 zurück und setze 1000 hinzu.

Ebenso verfährt man auch, wenn man mehr weg nehmen soll, als sich auf der linken Seite irgend eines Drathes, bei dem dies geschehen mufs, befindet. Es steht auf dem Brette z. B. 41.

0000 00000

0 00000000

Nun sollen 18 weggenommen werden. Wir nehmen daher, weil der 8 noch 2 zu 10 fehlen, oder, was einerlei ist, der 18 noch 2 zu 20, diese 2 von der rechten Seite der Einer-Reihe, und schieben selbige auf die linke; alsdann nehmen wir 2 von der linken Seite, und schieben solche auf die rechte der Zehner-Reihe, und die Subtraction ist geschehen. Die allgemeine Regel dafür würde etwa so zu geben seyn: Soll eine gröfsere Zahl weggenommen werden, als sich auf der linken Seite des Draths befindet, so schiebe man von der rechten Seite so viel Perlen auf die linke, als der wegzunehmenden Zahl noch an der Gröfse der nächst angewachsenen Einheit mangelt, und alsdann die angewachsene Einheit von der linken Seite auf die rechte, so ist das

Verlangte geschehen. Z. B. Es stehen links 224, und ich soll 95 davon nehmen, so schiebe ich 5 von der rechten Seite zur linken auf der Einer-Reihe, und 1 von der linken Seite nach der rechten auf der Reihe der Hunderter. Ferner: Es stehen auf der linken Seite 10000, und ich soll davon 93 wegnehmen; so schiebe ich, von der rechten nach der linken Seite, auf der Einer-Reihe, 7; auf der Zehner-Reihe 0, und auf der Hunderter- und Tausender-Reihe 9, dann den Zehn-Tausender von der linken Seite zur rechten, und die Aufgabe ist gelöset. Diese Operationen erscheinen, wie überhaupt das Rechnen auf dem Brette, sehr einfach, und sie sind es auch; sie sind aber auch gleichsam der Schlüssel zum Gebrauch des Rechenbrettes bei allen Rechnungen. Nicht zu gedenken, dafs sie dem Schüler eine klare Anschauung geben von dem Wesen des sogenannten Borgens, stärken sie vielmehr die arithmetische Kraft desselben; so wie überhaupt das Rechnen auf dem Brette ganz vorzügliche Kopf-Rechner bilden wird, die sich des Bretts in spätern Jahren mit dankbarer Freude erinnern werden; obgleich sie seiner alsdann nicht mehr bedürfen.

Die Addition.

Die einfache Verfahrungs-Art bei der Addition ist in ihrem Wesen durch die Vorbereitungs-Regel bereits begründet worden, es wird also hier am zweckmäfsigsten seyn, sogleich mit einer Aufgabe und deren Lösung den Anfang zu machen.

Z. B. 4312
1243
2431

Man setzt zunächst 4312 auf das Brett, d. h. man schiebt diese Zahlen von der rechten Seite auf die linke, indem man immer von der höchsten angewachsenen Einheit, auch auf dem Brette oben, anfängt. (Um mich kürzer auszudrücken, will ich von nun an, statt des Ausdrucks „nach der linken Seite" mich des Ausdrucks „hinschieben", und statt „nach der rechten Seite" mich des Ausdrucks „herschieben" bedienen.) Alsdann schiebt man, in derselben Ordnung 1243 hin, und dann 2431, und man hat die Summe 7986. Man sieht, dafs hier mit dem Hinsetzen der einzelnen Summanden allein, die Addition schon abgethan ist. Bei dieser Aufgabe war von keiner angewachsenen Einheit die Rede, daher wurde hier nur das Hin-, aber nicht das Herschieben angewendet. Das Hin und Her kömmt nur bei Anwendung der Vorbereitungs-Regel vor. Nun gebe ich noch eine solche Aufgabe, bei welcher diese in Anwendung gebracht wird.

Z. B.

4567080
9876547
1395756
4967849

Zuerst setze ich 4567080 auf das Brett; die 4 auf den siebenten Drath, von unten nach oben gezählt, die 5 auf den sechsten u. s. w. Alsdann soll 9876547 hinzugefügt werden; zu solchem Zweck schiebe ich, nach der Vorbereitungs-Regel, auf dem siebenten Drath 1 her, und auf dem achten Drath 1 hin; auf dem sechsten Drath 2 her, und auf dem siebenten Drath 1 hin; auf dem fünften Drath 3 her, und auf dem sechsten Drath 1 hin; auf dem vierten Drath 4 her, und auf dem fünften Drath 1 hin; auf dem dritten Drath 5 hin; auf dem zweiten Drath 6 her, und auf dem dritten Drath 1 hin; und dann noch auf dem ersten Drath 7 hin. Nun ist der zweite Summand hingesetzt. Es erscheint, geschrieben, weitläuftig, ist aber, in der wirklichen Ausübung, die Sache eines Augenblicks. Man sieht leicht ein, dafs der Fertige die Sache noch kürzer angreifen wird; er setzt nämlich auf dem achten Drath 1 hin, und schiebt alsdann vom sechsten Drath 1; vom fünften Drath 2; vom vierten Drath 4 her; vom dritten Drath 6 hin; vom zweiten Drath 6 her, und vom ersten Drath 7 hin. Die Summe dieser beiden Summanden steht alsdann auf dem Brett so:

0 00000000

0000 00000

0000 00000

0000 00000

000 000000

000000 000

00 0000000

0000000 00

oder 14,443627. Nun ist 1,395756 hinzu zu setzen. Da man die Grund- oder Vorbereitungs-Regel nach dem Wachsthum der Kraft anzuwenden vermag, so will ich diesen Summanden, auf andre Weise, der Summe hinzufügen. Ich nehme sogleich 2 Ziffern auf einmal; nämlich: 13 hin auf dem siebenten und sechsten Drath; 95 sollen nun auf den fünften und vierten Drath gesetzt werden, daher 1 hin auf dem sechsten Drath; 1 her auf dem fünften Drath; und 5 hin auf dem vierten Drath; jetzt sind 75 auf dem dritten und zweiten Drath hinzubringen: also 1 hin auf dem vierten Drath, 3 her auf dem dritten Drath und 5 hin auf dem zweiten Drath; nun sind noch 6 auf den ersten Drath zu stellen, daher 1 **hin** auf dem zweiten Drath, und 4 **her** auf dem ersten Drath, und die Perlen des Bretts stehen nun:

0 00000000
00000 0000
00000000 0
000 000000
000000000
000 000000
00000000 0
000 000000

oder 15,839383. Der letzte Summand 4967849 wäre nun etwa auf folgende Weise zuzuzählen. Zunächst 496; also: 1 **hin** auf dem achten Drath; dann 5 **her** auf dem siebenten Drath, 1 **her** auf dem sechsten Drath und 6 **hin** auf dem fünften Drath. Dann die folgenden 3 Ziffern 784; also: 1 **hin** auf dem sechsten Drath, und 9 **her** auf dem fünften, 2 auf dem vierten, 1 auf dem dritten und 6 auf dem zweiten Drath. Nun sind noch 9 auf den ersten Drath zu setzen, also: 1 **hin** auf dem zweiten Drath, und 1 **her** auf dem ersten Drath und die ganze Summe steht auf dem Brette:

00 0000000
000000000
00000000 0
000000000
0000000 00
00 0000000
000 000000
00 0000000
oder 20807,232.

So läfst sich die Addition auf die mannigfaltigste Weise treiben, wie aus diesen geringen Proben von dem nachdenkenden Lehrer leicht abzunehmen ist. Dieses Brett ist, durch seine Willigkeit, sich überall der Kraft des Schülers so ganz hinzugeben und sich von demselben, nach Mafsgabe dieser Kraft, vollkommen beherrschen zu lassen, und zugleich seine Kraft zu reizen und zu stärken, ein so vortreffliches Bildungsmittel, dafs es durch sich selbst seine Nothwendigkeit für den Schüler zernichtet; indem es denselben auf die eignen Beine stellt. Also ein rechter Wohlthäter.

Die Subtraction.

Auch hier verweise ich auf die Grund- oder Vorbereitungs-Regel, und fange sogleich mit einem Beispiel an. Die Aufgabe sey: 89764 — 76543. Da hier jede Ziffer des Subtrahendus kleiner ist, als jede derselben des Minuendus, so fange ich von der höchsten angewachsenen Einheit an, nachdem ich den Minuendus auf die linke Seite gebracht, den Subtrahendus auf die rechte Seite zu werfen, und die Differenz = 13221 erscheint sogleich links. Ist hingegen die Anzahl der vorhandenen Perlen auf dem einzelnen Drathe kleiner als die daselbst wegzunehmende, so lege ich die Differenz zwischen dem Subtrahendus und 10 auf die linke Seite und 1 von der nächsten angewachsenen Einheit auf die rechte, und das Verlangte ist geschehen. Z. B. 21 — 8 = 13. Hier schiebe ich 2, als Differenz auf dem zweiten Drath hin, und 1 auf dem ersten Drath her und der Rest ist da. Die Perlen auf dem Brett standen erst: 00 0000000 dann: 0 00000000

0 00000000 000 000000

Der Addition und Subtraction wäre jetzt etwa noch Folgendes hinzuzufügen. Wenn die Ergänzung, je nachdem addirt oder subtrahirt werden soll, abgenommen oder zugelegt worden ist, und man nun noch, nach Gelegenheit, eine angewachsene Einheit zulegen oder abnehmen mufs, und findet aber diejenige Seite des Draths, von der man hin- oder herschieben soll, leer, so sind natürlich alle 9 auf der entgegengesetzten Seite; in diesem Falle bringe man die 9, so oft sich dies auch wiederholen mag, auf die andre Seite und alsdann zuletzt die angewachsene Einheit zurück, so ist Alles ausgeglichen. Ein Beispiel mag dies verdeutlichen. Es sey zu 89995 noch 8 zu addiren, so setze ich zunächst den ersten Summand auf die linke Seite:

00000000 0

000000000

000000000

000000000

00000 0000

alsdann schiebe ich auf der Einer-Reihe die Ergänzung 2 her und die 9 so oft als sie sich auf den Reihen der angewachsenen Einheiten der linken Seite finden läfst, auch her, und dann die angewachsene Einheit hin, und die Summe steht auf der linken Seite des Brettes wie folgt:

000000000
 000000000
 000000000
 000000000
000 000000

Eben dasselbe bietet, im ähnlichen Falle, die Subtraction dar. Es sey 7 von 4000 wegzunehmen; ich schiebe die Ergänzung 3 auf der Einer-Reihe hin, und ebenso die 9 der angewachsenen Einheiten, so oft sie sich vorfindet; alsdann die unmittelbar darauf folgende angewachsene Einheit her und der Rest steht da, wie folgt:

erst:	0000 00000	dann:	000 000000
	000000000		000000000
	000000000		000000000
	000000000		000 000000

Dafs sich die bei der Addition angezeigten verschiedenen Weisen, auch bei der Subtraction in Ausübung bringen lassen, versteht sich von selbst. Noch mufs ich hier bemerken, dafs es sehr zweckmäfsig seyn möchte den Schüler fleifsig zu üben, und zu einer gewissen Zahl immer noch 1, 2, 3, 4 etc. zulegen zu lassen, etwa bis 100; und eben so von 100 auch 1 oder 2 oder 3 etc. wieder wegnehmen zu lassen so oft als es sich thun läfst; dadurch mufs nothwendig eine grofse Fertigkeit mit Einsicht verbunden, erreicht werden. Besonders das wiederholte Zulegen einer und derselben Zahl, wird ihm zum Besitz des Einmaleins helfen, dessen Auswendiglernen vielen Schülern noch eine gröfsere Plage seyn mag, als den Lehrern das erfolglose Abfragen und sogenannte Überhören desselben.

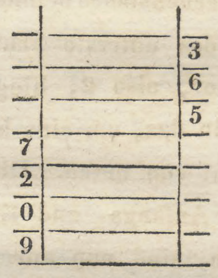
Die Multiplication.

Eine Zahl kann nur zweierlei Veränderungen erleiden; sie wird entweder vermehrt oder vermindert. Dies geschieht nun auf kunstlose, ganz natürliche Weise durch Addition oder

Subtraction, wie bereits dargethan worden ist. Sobald aber der Fall eintritt, dafs eine und dieselbe Zahl eine gewisse Anzahl Mal genommen werden soll, entweder um auf solche Weise, eine Summe, oder Theile entstehen zu lassen, so nimmt man zu künstlichen Mitteln seine Zuflucht, und diese bieten nur die Multiplication und die Division dar. Da nun das Rechenbrett unstreitig in seiner ursprünglichen Gestalt ein einfaches, kunstloses Anschauungs- und Hülfs-Mittel ist; so mufste es sogleich in einer zusammengesetztern Gestalt erscheinen, wenn es auch diesen künstlichern Operationen dienen sollte.

Daher legte Hr. v. Swobodski an jede Seite des Rechenbretts noch ein Brett, so, dafs er drei Bretter neben einander hatte. Diese drei Bretter waren ihm nothwendig, zu den Elementen des Rechnens, welche der Gegenstand dieser Abhandlung sind; kamen verwickeltere Aufgaben vor, so bedienten, sowohl er als seine Nachfolger, sich 6 — 12 Bretter. Indefs mufs man wohl ihre Absicht, die Brauchbarkeit des Rechenbrettes darzuthun, in der

Vermannigfaltigung der Anwendung desselben im bürgerl. Leben suchen; sie wollten zeigen: es sey practisch brauchbar. Hingegen gründe ich meine Anpreisung des Rechenbretts auf seine Brauchbarkeit als Anschauungs- und Versinnlichungsmittel; will also zeigen: es mache practisch brauchbar. Da es ein Schul-Apparat sein soll, so mufste es von seiner ursprünglichen Einfachheit so wenig als möglich einbüfsen, auch wenn es sich den künstlichern Operationen als Diener willig zeigen sollte. Die Seitenbretter wurden daher von mir weggelassen, und dafür die bereits erwähnten Schieferstreifen hinzugefügt, die alles leisten, was nothwendig ist, wenn das Brett als Anschauungs-Mittel benutzt werden soll. Der Zweck dieser Schieferstreifen, ist nach meiner hier dargelegten Ansicht, einzig der: bei der Multiplication die Factoren, und bei der Division den Divisor und den Quotienten darauf zu bezeichnen, und diesem einfachen Zwecke genügen sie vollkommen. Auch hier, bei Darlegung der Multiplication, mufs ich mit einer Aufgabe anfangen. Es sey die Frage: wie heifst das Product von 2 $\times$ 4? So schreibe ich, um die Frage beantworten zu können, die Ziffer des Multiplicandus, also 4, auf der linken Seite des Bretts, vermittelst des am untern Ende des Rechenstabes befindlichen Schreibmaterials, in das unterste Schiefer-Quadrat; den Multiplicator, also 2, hingegen auf der rechten Seite, in das, um eins höher liegende, also 2te Quadrat von unten. Die beiden Dräthe, an deren Anfangs- und Endpuncten die Factoren stehen, sind nun anzusehen als Bezeichnungsstellen für die Zehner und Einer der jedesmaligen Producte. 2 $\times$ 4 = 8. Hier besteht das Product nur aus Einern, und wird daher nicht auf dem Drath, welcher dem Multiplicator gegenüber steht, bezeichnet, sondern auf dem zunächst darunter liegenden Drath, welcher, in jedem Fall, den Einern zur Bezeichnung dient. Ich sage: in jedem Fall, denn die Ziffer des Multiplicators, mit welcher ich eben operire, mag so hoch über dem untersten Quadrat stehen als sie will, so kommen die Zehner des Products, welches aus ihr und der höchsten Ziffer des Multiplicandus entsteht, immer auf den Drath, welcher ihr gegenüber liegt; die Einer aber um einen Drath tiefer. Die Aufgabe sei: 365 × 7209, so steht der Ansatz auf dem Brette so:



Denn, es gilt als allgemeine Regel: Zuerst schreibe den Multiplicandus auf die Quadrate der linken Seite; alsdann auf die rechte Seite den Multiplicator, aber jedesmal so, daſs sein Einer um eine Stelle höher steht, als die höchste Ziffer des Multiplicandus auf der linken Seite. Ist dies geschehen, so fängt man mit der höchsten Einheit des Multiplicators die Multiplication an, und zwar von der höchsten Einheit des Multiplicandus an, bis zu der wirklichen Einheit desselben. In obigem Beispiel nämlich: 3 × 7; 3 × 2; 3 × 0 und 3 × 9; dann 6 × 7; 6 × 2; 6 × 0 und 6 × 9;

und zuletzt: 5×7; 5×2; 5×0 und 5×9. Auf dem Brette steht es,

Das erste Mal:	Das zweite Mal:	Das dritte Mal:
00 0000000 3	00 0000000 3	00 0000000 3
0 00000000 6	00000 0000 6	000000 000 6
000000 000 5	000000000 5	000 000000 5
7 00 0000000	7 00000 0000	7 0 00000000
2 0000000 00	2 00 0000000	2 00 0000000
0 000000000	0 0000 00000	0 00000000 0
9 000000000	9 000000000	9 00000 0000

Nun ist die Aufgabe gelöset: $365 \times 7209 = 2631285$. Man sieht leicht, dafs die Addition der Theil-Producte auf dem Brette erspart wird; das Hinsetzen derselben ist, wie bei der Addition, genügend, um das Haupt-Product zu erlangen. Man hat besonders darauf acht zu geben, dafs die einzelnen Producte ihre ihnen zukommende Stelle erhalten, und dies wird geschehen, sobald man folgende Regel beobachtet. Die Stellung der einzelnen Ziffern des Multiplicators entscheidet. Wenn man mit einer derselben die Multiplication beginnt, und das Product besteht aus Zehnern und Einern, z. B. $3 \times 7 = 21$, so stellt man die 2 auf den

Drath hin, welcher der 3 gegenüber steht, und die 1 um einen Drath niedriger; nun folgt $3 \times 2 = 6$. Hier hat das Product keinen Zehner; hätte es einen, so müſste der auf den Drath hingestellt werden, wo vorhin die Einer ihren Platz fanden; jetzt kömmt die 6, aber um einen Drath niedriger, also auf den dritten von oben; jetzt heiſst es $3 \times 0 = 0$. Nun muſs ich, da hier weder Zehner noch Einer sind, von dem dritten Drath auf den vierten hinuntersteigen; dieser vierte Drath ist nun die Zehner-Stelle des kommenden Products von 3×9; daher stelle ich die 2 auf diesen vierten Drath und die 7 — als Einer — auf den fünften, und die Multiplication mit der höchsten Einheit des Multiplicators ist gemacht, und steht auf dem Brett links, wie oben bereits dargestellt worden. Dieses Verfahren ist einfach und giebt dem Lehrer Gelegenheit, dem Schüler Schritt vor Schritt klar und deutlich zu zeigen, welche Theil-Producte er jedesmal auf das Brett hingestellt hat. Z. B. das erste Product von $3 \times 7 = 21$ ist eigentlich $300 \times 7000 = 2100000$; daher steht die 2 auch auf dem siebenten und die 1 auf dem sechsten Drath, von unten gezählt.

Die Stellung der Factoren auf den Schiefer-Quadraten hat ihren einfachen Grund darin, dafs das Product zweier Factoren höchstens so viel Ziffern haben kann, als beide Factoren zusammen, und wenigstens so viel als diese, weniger eine. Auf dem Brette ist diese Sache, wie alles darauf Darzustellende, so augenscheinlich, dafs es dem Schüler nicht dunkel bleiben kann. Um zu beurtheilen, ob man beim Hinsetzen der einzelnen Producte das richtige Verfahren beobachtet hat, darf man, bei Beendigung der Multiplication mit einer Ziffer des Multiplicators, nur nachzählen, wie viel Stellen unten auf dem Brette noch ungebraucht sind, und wenn ihre Anzahl mit der Anzahl der noch in Wirksamkeit zu setzenden Ziffern des Multiplicators übereinstimmt, so wird man, hinsichtlich der Stellung, nicht gefehlt haben. Was die Nullen des Multiplicandus anbetrifft, so ist es nöthig, und besonders für den Anfänger nicht zu übersehen, bei jeder Null um einen Drath hinunter zu rücken, um die rechte Stelle für die Zehner des nächsten Products zu haben; die Nullen des Multiplicators werden nur übersprungen und nicht weiter berücksichtigt; man geht sogleich zur nächsten Ziffer über, und beobachtet die oben angegebene Regel. Es ist früher eines Stäbchens Erwähnung geschehen, dessen man sich bei dem Brett-Rechnen bedient, um das Hin- und Herschieben der Perlen auf eine bequeme, sichere und schnelle Weise bewerkstelligen zu können; dieses Stäbchen ist schon bei der Multiplication von nicht geringem Nutzen für den Anfänger. Der Rechner thut nämlich wohl, wenn er das gekrümmte, keilförmig zugespitzte Ende immer auf dem Drathe ruhen läfst, worauf er die Zehner des nächsten Products hinzustellen hat; er ist dadurch ziemlich sicher vor Verwirrung bewahrt. Dafs es übrigens gleichgültig ist, ob er mit der höchsten Einheit des Multiplicators die Rechnung beginnt, oder mit den eigentlichen Einern desselben, oder gar mit einer Ziffer der dazwischen liegenden Ordnungen, ist gewifs; wenn er nur die angegebenen Regeln beobachtet, so wird das Resultat auf dem Brette immer das richtige seyn. Aber pädagogischer, d. h. lehrrichtiger, wird es immer seyn, wenn er die Multiplication mit der höchsten Ziffer beginnt; um nur einen Grund anzugeben, verweise ich auf das methodische Verfahren bei der Multiplication im Kopfe. Noch will ich hier schliefslich bemerken, dafs es vielleicht eine bildende, und daher zu empfehlende Uebung seyn würde, dem Schüler die Anleitung zu geben und viel darin zu üben, eine, auf das Brett hingestellte Zahl zu verdoppeln. Anfangs würde man die Aufgaben so einrichten, dafs keine Zahl gröfser als 4 wäre; alsdann aber schon eine 5, 6, 7, 8, 9 mit einzumischen, bis man denn endlich jede Ziffer nehmen könnte. Vielleicht würde auch das die Kraft und Einsicht stärken, wenn man nicht allein das Doppelte, sondern auch das Dreifache, etc. zusetzen lassen würde.

b) Die Division.

Da Multipliciren heifst: den Multiplicandus so oft nehmen und zusammen zählen, als der Multiplicator Eins enthält; Dividiren aber: so oft den Divisor von dem Dividendus wegnehmen, als es sich thun läfst, so, dafs entweder nichts übrig bleibt, oder doch nur ein Rest, der weniger ist, als der Divisor; so sieht man gleich, dafs die Operation des Dividirens auf dem Brett, die entgegengesetzte des Multiplicirens seyn wird. Und so ist es auch; die Regeln, welche man zu beobachten hat, sind dieselben, nur entgegengesetzt; denn was bei der Multiplication gegeben war, ist hier das Resultat, und was hier gegeben wird, war dort das Resultat. Das Alles ist auf dem Brett so anschaulich und einleuchtend, als es für Kinder auf dem Papier durchaus nicht anschaulich und einleuchtend dargestellt werden könnte. Aus dem Gesagten geht sattsam hervor, dafs der Dividendus auf das Brett hingestellt werden mufs, wie beim Multipliciren das Product; der Divisor hingegen auf die links liegenden Schiefer-Quadrate, vom untersten hinauf, wie früher der Multiplicandus; alsdann wird verfahren, wie auf dem Papier, um den Quotienten zu finden. Der Quotient mufs dann nothwendigerweise die Stellung einnehmen, welche früher der Multiplicator ein hatte; so dafs, wenn die Division beendigt ist, Divisor und Quotient diejenigen Stellen besetzt halten, welche bei der Multiplication von den Factoren besetzt waren. Ein Beispiel mag dies erläutern, und zwar soll es dieselbe Aufgabe seyn, welche bei der Multiplication zur Erläuterung diente. Also 2,631,285 soll dividirt werden durch 365; dies steht auf dem Brette so;

00 0000000
000000 000
000 000000
0 00000000
3 00 0000000
6 00000000 0
5 00000 0000

dann heifst es: 3 in 26 oder 360 ist in 2600000 7mal enthalten; weil diese 7 mit der 3 multiplicirt, Einer und Zehner giebt, so wird die 7 der höchsten Einheit des Dividendus rechts gegenüber gesetzt, der Divisor damit multiplicirt und das Product von dem Dividendus weggenommen, oder äuf die rechte Seite hergeschoben; auf dem Brette steht es alsdann so:

```
          000000000 7
          000000000
      0000000      00
      000000      000
    3 00      0000000
    6 00000000      0
    5 00000      0000
```

Nun steht dem unter der 7 frei stehenden Quadrat im Quotienten keine Ziffer gegenüber; daher wird die, um einen Drath niedriger stehende 0000000 als Einer betrachtet, und man sagt: 3 ist in 7 enthalten 2mal, und es steht alsdann, wenn das Product von 200 $\times$ 365 von dem Dividendus 76285 abgezogen ist, auf dem Brette so:

```
          000000000 7
          000000000 2
          000000000
      000     000000
    3 00     0000000
    6 00000000     0
    5 00000     0000
```

Da nun, wie vorhin, dem leeren Quadrat wieder ein links leerer Drath gegenüber steht, so mufs man die Ziffer, welche um einen Drath niedriger steht, mit dem Divisor vergleichen, aber diese ist auch für 1mal zu klein, ich lasse daher das Quadrat leer, oder schreibe eine Null darauf; alsdann steht die 000 im Dividendus dem leeren Quadrat gegenüber und bedeutet nun Zehner. Jetzt Divisor 365 mit Dividendus 3285 verglichen, verlangt den Quotienten 9. Das Product von 9 X 365 nun noch von dem Dividendus weggenommen, und das Brett ist links leer; die Division ist aufgegangen, es ist kein Rest geblieben, und die Aufgabe ist gelöset. Auf dem Brett steht nun Alles so, wie bei der Multiplication, als man sich dazu angeschickt hatte, diese zu beginnen. Denn der Quotient reicht mit seiner niedrigsten Ziffer bis dahin rechts, wo der Divisor links mit seiner höchsten Ziffer beginnt. Sollte er einmal nicht bis dahin reichen, so müfste die Rechnung entweder unrichtig seyn, oder die übrigen Quadrate müfsten nothwendigerweise mit Nullen besetzt werden. Auch hier kann man die Schüler üben, wie bei der Multiplication, nur mit Aufgaben von entgegengesetzter Art. Man lasse Zahlen halbiren; anfangs nehme man lauter gerade, z. B. 2468; alsdann setze man eine ungerade mit hinein, vielleicht anfangs in die niedrigste Ordnung, und dann erst in die höheren; dann kann man auch $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ etc. wegnehmen lassen; diese Uebungen werden das geistige Auge schärfen und die Denk- und Fassungskraft des Schülers in nicht geringem Mafse erhöhen.

Hier sind nun die vier Haupt-Rechnungs-Arten beendigt, und Jeder wird bemerken, dafs die Vorbereitungsregel, welche in der Anweisung, wie man schnell und sicher Zahlen zu- und abzählen kann, besteht, wohl mit Recht ihren Namen verdient; die besondern Regeln für die einzelnen Rechnungs-Arten betreffen mehr Aeufseres, als das Wesen; obgleich sie allerdings dadurch ihren Werth behaupten werden, dafs sie aus dem Wesen hervorgegangen sind. Obgleich die Einfachheit des Brettes sich der Einfachheit des Rechnens überhaupt, genau anschliefst, so dafs es scheinen möchte, die Sache liefse sich mündlich, vor dem Brette, mit ein paar Worten abmachen; so ist doch, wenn dieses auch wahr seyn sollte, die schriftliche Darstellung eines solchen augenscheinlichen Gegenstandes etwas Anderes, und ich wünsche, dafs man mich nicht der Weitschweifigkeit beschuldigen möge, da ich überzeugt seyn darf, dafs ich nur habe deutlich seyn wollen, und, nicht ohne Kenntnifs der Gränzen dieser einander nahe liegenden Regionen des Styl's, mich wohl sorgfältig gehütet habe, selbige zu überschreiten. Ich erwartete also, schon rücksichtlich des festen, reinen Wollens, freundliche Nachsicht.

7) Von den Brüchen.

Was die gemeinen Brüche anbelangt, so möchten sich diese nicht ohne grofse Schwierigkeit auf dem Brette behandeln lassen. Die Sache ist indefs noch neu, und es läfst sich erwarten, dafs wenn sie nur erst bei sachkundigen Pädagogen Eingang gefunden hat, wir auch darüber bald etwas Tüchtiges empfangen werden. Halbe, Drittel, Viertel, Sechstel, Achtel etc. als die im gemeinen Leben am häufigsten vorkommenden Brüche, würden sich wohl darauf behandeln lassen, sobald man sie nur als verschieden-benannte Gröfsen ansieht, was sie doch auch eigentlich sind, und was bei Addition, Subtraction und Division besonders Jedem einleuchtend seyn mufs. Ihre Namen sind wohl nur, der Bequemlichkeit wegen, durch Zahlen angedeutet, und die Form $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ etc. macht dem Knaben vielleicht die Lehre von den Brüchen schwerer zugänglich, als sie es für ihn seyn würde, wenn man 3 Viertel, 5 Achtel etc. schriebe. Die Multiplication der Brüche, welche durch scheinbare Einfachheit der mechanischen Regel, von dem Schüler mit besonderer Freudigkeit aufgefafst und geübt wird, mag, nach genauer Prüfung, wohl nur bei wenigen zum deutlichen Bewufstseyn kommen, da beide Factoren, ob verschiedene oder gleiche Namen habend, bei der Operation durch diese auf einander einwirken, was doch sonst bei der Multiplication nicht der Fall ist. Da indefs jeder Bruch als eine angedeutete Division angesehen werden kann, so würde ich vorschlagen, sie von diesem Gesichtspuncte aus, auf dem Brette zu behandeln. Ich theile zuvörderst das Brett durch die Lineale in 2, 3 oder mehrere Abtheilungen, je nachdem ich ihrer bedarf, schiebe alsdann die Zähler auf die linke Seite, und schreibe die Nenner auf das Schiefer-Quadrat neben dem Zähler. Alsdann bilde ich aus diesen Nennern den General-Nenner, den ich mir links auf dem höchsten Quadrat notire. Nun dividire ich im Kopf durch den Nenner den General-Nenner, und verdopple, verdreifache etc., je nachdem es der gefundene Quotient verlangt, den Zähler; ist dies bei allen Brüchen geschehen, so addire ich die Producte, dividire selbige durch den General-Nenner; so werden die Ganzen der Summe auf dem Quadrate rechts stehen, und von dem Bruch, welcher noch zur Summe gehört, der Zähler auf dem Brett und der Nenner auf dem Quadrat links. Ebenso wäre auch die Subtraction zu betreiben. Die Multiplication würde vielleicht am einfachsten gelehrt werden, wenn man zunächst nur den Namen bei einem Factor berücksichtigt. Es sei z. B. die Aufgabe: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$; so stelle ich es dar, als $3 \times \frac{2}{3} = \frac{6}{3}$; ich soll aber nicht 3mal $\frac{2}{3}$, sondern 3mal den 4ten Theil von $\frac{2}{3}$ nehmen; ich mufs daher das Product $= \frac{6}{3}$ oder 2, noch durch 4 dividiren; $2 : 4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Das Dividiren mufs nun wie das Addiren und Subtrahiren betrachtet werden; Divisor und Dividend müssen von einer und derselben Art seyn, alsdann erst kann die Untersuchung angestellt werden, wie oft der Divisor in dem Dividendus enthalten ist; der Quotient hat aber keinen Namen. Z. B. $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{12} : \frac{8}{12} = 1\frac{1}{8}$. Dies ist Alles, und nur hingestellt, um zu veranlassen, dafs ein geschickter, eifriger Pädagoge die Lehre von den Brüchen ganz besonders für das Brett vollständig bearbeite. Was die Behandlung der Decimal-Brüche auf dem Brette betrifft, so ist selbige sehr einfach, und im Grunde, wie die Behandlung der ganzen Zahl. Ich würde ganz und gar darauf verweisen können, wenn nicht, hinsichtlich der richtigen Stellung des Comma, hier noch Einiges zu bemerken und fest zu stellen seyn möchte. Um das Comma, welches zwischen dem Ganzen und dem Bruche steht, auf dem Brette zu bezeichnen, bedient man sich der bereits erwähnten Lineale, von denen man eins unter den Drath einschiebt, welcher für die Einer bestimmt ist. Alsdann werden die Zahlen auf das Brett gesetzt, wie früher bei den Ganzen bereits angegeben. Die Einer der Ganzen stehen über dem Lineal auf dem nächsten Drath; die Zehntel aber unter dem Lineal auf dem nächsten Drath etc. Die Vorbereitungsregel wird auch hier fleifsig geübt, und möchte, da oft viele Nullen vorkommen, hier zu gröfserer Fertigkeit Gelegenheit finden. Die Addition und Subtraction sind eben so zu verrichten, wie bei den ganzen Zahlen; beim Zuzählen, wie beim Abnehmen, hat man nur die Stellen zu berücksichtigen, keinesweges aber das Lineal. Bei der Multiplication stellt man den Multiplicandus so auf die links liegenden Schiefer-Quadrate, dafs die Einer der Ganzen auf das zunächst über dem Lineal liegende Quadrat zu stehen kommen, die Brüche aber, in gehöriger Ordnung, unter demselben. Der Multiplicator steht auf den Schiefer-Quadraten rechts mit seinen Einern um eine Stelle höher, als die Ziffer der höchsten Ordnung der Ganzen des Multiplicandus, die Decimal-Zahlen stehen unter demselben. Es werden also jedesmal, von den Decimal-Zahlen des Multiplicators, eben so viele über dem Lineale stehen, als der Multiplicandus Stellen der Ganzen besetzt hält.

Hat weder Multiplicator noch Multiplicandus Ganze, so sind ihre Stellen doch durch Nullen angedeutet; diese müssen auch so gestellt werden, dafs die Null der Einer-Stelle des Multiplicators immer um eine Stelle höher steht, als die des Multiplicandus. Eben so geschieht es auch, wenn nur einer der Factoren Ganze hat, und diese bei dem andern durch eiue Null bezeichnet sind. Diese Regel ist also ganz allgemein. Auch hier möchte ein Beispiel nicht überflüssig seyn, und folgt daher in der Aufgabe: $0{,}012 \times 0{,}008 = 0{,}000096$, sammt der Darstellung der Auflösung auf dem Brett:

		000000000	0
Lineal	0	000000000	0
	0	000000000	0
	1	000000000	8
	2	000000000	
		000000000	
		000000000	
		000000 000	

Die Division bedarf auch hier nur eines kleinen Nachtrages einiger Beispiele; denn es ist schon Alles bei der Division mit ganzen Zahlen vollständig gelehrt worden. Nur um der Deutlichkeit zu Hülfe zu kommen, mögen nachfolgende Aufgaben, sammt ihrer Lösung, hier noch ihren Platz finden.

I.) 5,875 soll dividirt werden durch 1,25.

a. Stellung des Ansatzes.

b. Stellung, nachdem das Product von 4 $\times$ 125 von dem Dividendus genommen.

c. Stellung, nachdem mit 7 $\times$ 125 dasselbe gethan worden.

Der Quotient ist also: 4,7; denn die Ganzen desselben hören allemal da auf, wo die Ganzen des Divisors anfangen.

	a.		b.			c.	
	000000000		000000000	4		000000000	4
1	00000 0000	1	000000000		1	000000000	7
2	00000000 0	2	00000000 0		2	000000000	
5	0000000 00	5	0000000 00		5	000000000	
	00000 0000		00000 0000			000000000	

II.) 0,0396 soll dividirt werden durch 1,2.

	a.		b.			c.	
1	000000000	1	000000000		1	000000000	
2	000000000	2	000000000	3	2	000000000	3
	000 000000		000000000			000000000	3
	000000000		000 000000			000000000	
	000000 000		000000 000			000000000	

a, b, c gelten wie oben, und der Quotient ist 0,033; aus dem oben angeführten Grunde.

III.) 0,011 soll dividirt werden durch 0,25

	a.		b.			c.	
0	000000000	0	000000000		0	000000000	
2	000000000	2	000000000	4	2	000000000	4
5	0 00000000	7	000000000		5	000000000	4
	0 00000000		0 00000000			000000000	

a, b, c gelten auch hier wie oben, und der Quotient ist 0,044; es wurden hier dem Dividendus noch 2 Decimal-Stellen zugegeben, damit die Division ohne Rest beendigt werden konnte.

Man sieht, so wie bei der Multiplication der Multiplicator die Stelle des Products bestimmt; ebenso hängt die Stelle des Quotienten wieder von der Stelle des Dividendus ab. Dafs man bei der Multiplication mit Decimal-Brüchen, die Nullen des Multiplicators zwar unberücksichtigt läfst; die Nullen des Multiplicandus aber stets berücksichtigen mufs, ist bereits bei den ganzen Zahlen erinnert worden. Bei der Division mit Decimal-Brüchen darf man eben so wenig die Nullen des Divisors aufser Acht lassen, sonst könnte man dem Quotienten nur zu leicht eine falsche Stelle einräumen. Auch ist es bei der Multiplication uothwendig, dafs man den Multiplicandus so hoch auf die Quadrate links stelle, dafs noch eben so viele derselben unten leer bleiben, als der Multiplicator Decimalstellen hat. Beobachtet man dieses nicht, sondern setzt den Multiplicator so, dafs seine niedrigste Stelle auf dem untersten Quadrat steht, so wird man das Product einer a b g e k ü r z t e n M u l t i p l i c a t i o n erhalten. Bei der Division setzt man den Divisor so hoch an, als es der Dividendus erlaubt; damit man dieselbe noch ohne Hindernifs fortzusetzen vermag. Will man, als Erleichterung, eine abgekürzte Division machen, so stelle man den Dividendus so niedrig, als es die Stellung des Divisors nur eben zuläfst, und ziehe die Theil-Producte so weit ab, als es angeht; so wird die abgekürzte Division, ohne Schwierigkeit, von Statten gehen.

Für das Brett möchte es nicht unwichtig seyn, auch noch der Verwandlung des gewöhnlichen Bruches in einen Decimalbruch zu gedenken. Die Operation ist an sich schon einfach, aber auf dem Brett besonders bequem. Es sei die Aufgabe $\frac{23}{32}$ in einen Decimalbruch zu verwandeln, so setzt man 23 auf die beiden ersten Dräthe über dem Lineal als Dividendus, die 32 aber, als Divisor, auf die daneben liegenden Schiefer-Quadrate. Die erste Zahl des Quotienten 7 wird rechts auf das Quadrat gesetzt werden, welches der 2 des Dividendus gegenüber ist, weil diese 2 als Zehner angesehen werden mufs. Daraus geht denn schon hervor, dafs der ganze Quotient 71875 = 0,71875 ist; da die Zahlen des Quotienten ihre

Einer-Stelle um ein Quadrat höher haben, als der Divisor seine höchste Ordnung. Hätte man $\frac{1}{64}$ zum Decimalbruch machen wollen, so würde der Quotient 15625 = 0,015625 gewesen seyn; denn die höchste Zahl des Quotienten steht alsdann den Einern des Divisors gegenüber, also mufs die Einer-Stelle des Quotienten noch um zwei Stellen höher seyn, weil der Quotient seine Einer um eine Stelle höher hat, als der Divisor seine Ziffer höchster Ordnung. Sollte die Division nicht aufgehen, so bietet das Brett, wenn man recht hoch angefangen hat, Raum genug dar, die Division ziemlich weit fortzusetzen.

Von den vier Rechnungsarten mit ungleich benannten Zahlen.

Die Behandlung der ungleich benannten Zahlen bietet im Ganzen wohl nicht viel Neues dar; ist aber doch in pädagogischer Hinsicht nicht ohne Interesse, da manche Uebungen der Art sind, dafs sie die Kraft besonders beleben, indem sie die Einsicht schärfen, und dem Schüler Gelegenheit geben, zu fühlen und zu finden, wie sich das Brett so ganz willig seiner gröfsern oder geringern Kraft fügt und hingiebt. Auch hier beginne ich mit einer Vorübung, die wohl einfach, aber wegen der Freiheit, mit der sie sich behandeln läfst, gewifs in arithmetischer Hinsicht, sehr bildend, seyn mufs. Ich meine hier die Uebungen, welche die Rechnung: eine Zahl irgend einer Benennung oder Sorte in eine gleichartige höhere oder niedere Sorte zu verwandeln, veranlafst. Dies geschieht im ersteren Fall bekanntlich dadurch, dafs man mit der Reductions- oder Verhältnifs-Zahl die gegebene Zahl dividirt, im andern Fall aber multiplicirt. Es sei die Aufgabe: 2162 gr., wie viel Thlr? Hier soll also mit der Reductions-Zahl 24 dividirt werden. Dies könnte nun freilich geschehen, wie bereits angegeben, dafs man 2162 auf dem Brette hinschiebt als Dividend, die 24 links auf die Quadrate stellt und alsdann dividirt, wie angezeigt worden; allein hier mag es auf folgende Weise geschehen. Der Schüler schiebe die 2162 hin, setze über diese Zahl ein Lineal, um eine besondere Tafel für das Hinsetzen der höhern Sorte zu haben; alsdann sage er: 1 $\times$ 24 ist 1 rth., nehme die 24 von den 2162, und setze dafür 1 auf die Einer-Stelle der darüber liegenden Tafel, als 1 rth., und fahre in der Art fort, daſs er die Anzahl der Reductions-Zahl, welche er wegzunehmen hat, steigere, so viel es seine Kraft erlaubt, etwa so: 2162 gr. sind 1 rth. und 2138 Ggr.; 2138 gr. sind 2 rth. und 2090 gr.; 2090 gr. sind 3 rth. und 2018 gr.; 2018 gr. sind 4 rth. und 1922 gr.; 1922 gr. sind 5 rth. und 1802 gr.; 1802 gr. sind 6 rth. und 1658 gr.; 1658 gr. sind 7 rth. und 1490 gr.; 1490 gr. sind 8 rth. und 1298 gr.; 1298 gr. sind 9 rth. und 1082 gr.; 1082 gr. sind 10 rth. und 842 gr.; 842 gr. sind 11 rth. und 578 gr.; 578 gr. sind 12 rth. und 290 gr.; 290 gr. sind 12 rth. und 2 gr.; also sind 2162 gr. = 90 rth. 2 gr.; oder auch so: 2162 gr. sind 90 rth. 2 gr., weil 216 gr. = 9 rth. sind etc.; je nachdem die Kraft des Kindes es zuläſst. Man muſs bei dieser Uebung, soll sie anders bildend seyn, das Kind frei schalten und walten lassen; und man wird über den Muth, welche das Gefühl der wachsenden Kraft dem Kinde giebt, sich mit ihm freuen. Hat man es mit der nächst höhern Sorte vielfach und mit mannigfaltigen Reductions-Zahlen versucht, wozu die ausländischen Münz- Mafs- und Gewicht-Verhältnisse mehr Gelegenheit darbieten, als die viel einfachern unseres Landes, so nehme man eine niedrigere Sorte, nachdem man vorher das Brett durch 2 oder 3 Lineale in 3 oder 4 Abtheilungen gebracht hat, setze alsdann die gegebene Zahl in die unterste Abtheilung und reducire dieselbe auf die nächst höhere Sorte und von dieser auf die höchste. Man kann, um der Anschauung etwas zu Hülfe zu kommen, die Reductions-Zahl auf ein Quadrat der linken Seite, und das Zeichen für die Sorte, als rth., ℔, fl. etc., auf ein Quadrat der rechten Seite schreiben. Dann, wenn dieses zur Fertigkeit erhoben, mag man die Reduction auf gewöhnlichem Divisions-Wege auch ausüben lassen, was weiter keine Schwierigkeit machen wird.

Ist das Reduciren der niedern Sorte auf die höhere auf beiden Wegen vielfach geübt worden, dann gehe man zur Reduction der höchsten und höhern Sorte auf die niedrigere und niedrigste über. Zuerst etwa: 125 rth., wie viel gr? Ist die vorige Uebung tüchtig getrieben, so wird die Kraft merklich zugenommen haben, und diese Aufgabe wird vielleicht schon etwa so gelöfst werden: 100 rth. sind 2400 gr.; 25 rth. sind 600 gr.; also sind 125 rth. = 3000 gr. Nun gleich gefragt: Wie viel sind dies Pf.? Die Antwort wird fast noch schneller gegeben werden, als die Hand die Perlen auf dem Brett in die gehörige Ordnung stellt. Und das ist es eben, was ich von der richtigen Anwendung dieses Anschauungs-Mittels erwarte: es wird, wie das Brett des Tanzmeisters, vergessen, und seiner nicht mehr gedacht werden, wenn man dieser Krücke, dieses Gängelbandes, dieses Führers nicht mehr bedarf. Doch, der Rechnungs-Beamte wird bei mancher Veranlassung diesen Bekannten der Jugend wieder aufsuchen, und sich durch denselben sein Geschäft angenehmer und leichter machen.

Die Addition ist, nach solchen Vorübungen, ein Spiel. Das Brett ist in so viele Abtheilungen durch die Lineale gebracht, als Sorten vorkommen; dann wird jede Sorte, gehörigen Ortes, auf das Brett gebracht und zuletzt die Reduction vorgenommen, und die Aufgabe ist gelöſst. Nach Beendigung dieser Uebung kömmt die Addition noch auf folgende Art, die auch bildend und fördernd ist, vor. Hier mag ein Beispiel es erläutern. Die Aufgabe sei kurz folgende:

33 rth. 18 gr. 9 pf.
19 — 20 — 5 —
9 — 15 — 11 —

Hier gebe ich jeder der untern Abtheilungen, durch die Lineale, nur zwei Dräthe, denn es dürfen nur Einer und Zehner vorkommen, und wenn auch der Summanden noch so viele wären; weil die Reduction der niedern auf die höhern Sorten, sogleich bei der Addition jedes einzelnen Summanden bewerkstelligt werden muſs. Es geht nämlich so: Zuerst auf das Brett hingesetzt: 33 rth. 18 gr. 9 pf.; sodann 19 rth.; statt der 20 gr. setze ich aber 1 rth. hin, und 4 gr. her; ebenso statt der 5 pf.: 1 gr. hin und 7 pf. her. Nun steht auf dem Brett 53 rth. 15 gr. 2 pf. Auf gleiche Art setze ich alle noch übrigen Summanden zu. Da das Brett mir völlige Freiheit läfst, so mag auch die Addition so geübt werden, dafs erst am Ende derselben die Reduction vorgenommen wird. Bei der gegebenen Aufgabe käme dann zunächst die Summe = 61 rth. 53 gr. 25 pf. Soll beurtheilt werden, welche Art der andern vorzuziehen sei, so mag man sich nicht nach Gründen für die pract. Brauchbarkeit, sondern nur nach denen, der zu befördernden Bildung umsehen. Die Subtraction ergiebt sich aus dem bereits Angedeuteten von selbst. Man läfst vielleicht anfangs die sogenannte geborgte Einheit wirklich der niedern Sorte reducirt zulegen; dann erst verlangt man, dafs die Subtraction nach der Vorbereitungs-Regel gemacht werde.

Z. B. erst so:

15 rth.	6 gr.	4 pf.
	24 —	12 —
	29 gr.	16 pf.
3 —	18 —	9 —
11 rth.	11 gr.	7 pf.

dann aber

15 rth. 6 gr. 4 pf.
3 — 18 — 9 —

---

1 gr. **her**, 3 pf. **hin**; 1 rth. **her**, 6 gr. **hin**; 3 rth. **her**. Oder, bei noch mehr geförderter Einsicht: 4 rth. **her**; und 6 gr. 3 pf. **hin**.

Würde der Minuend keine der niedern Sorten haben, der Subtrahend aber alle; so wäre die Operation gar einfach. Es sei die Aufgabe:

253 St℔
98 — 18 Lt℔ 11 ℔ 4 Loth

---

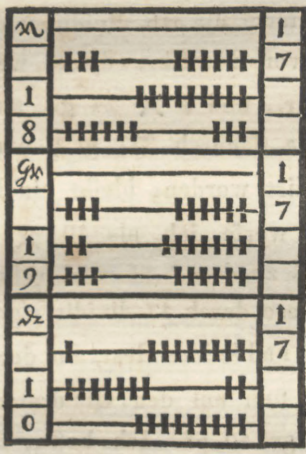
so werfe ich 1 St℔ **her**; 19 Lt℔ **hin**; 19 ℔ **hin** und 32 Loth **hin**; alsdann; 4 Loth **her**; 11 ℔ **her**; 18 Lt℔ **her** und 100 St℔ **her**, und 2 St℔ **hin**; dann steht der Rest = 154 St℔ 1 Lt℔ 8 ℔ 28 Loth links.

Die Multiplication wird auf gewöhnliche Weise gemacht, und bietet nur ganz bekannte Operationen dar. Weil aber die Abtheilung des Brettes hier nothwendig ist, so wird eine anschauliche Auflösung einer Aufgabe vollständig folgen.

Die Aufgabe sei: 17 $\times$ 18 rth. 19 gr. 10 pf. Auf dem Brette steht die Aufgabe, nachdem die Multiplication bereits geschehen, wie folgt:

Linea

Linea



Das Product ist also = 306 rth. 323 gr. 170 pf. Nun folgt die Reduction auf einem der beiden angezeigten Wege und das Product = 320 rth. 1 gr. 2 pf. Eben so einfach ist auch das Verfahren bei der Division. Um die Figur zu sparen, nehme ich die Aufgabe umgekehrt; also: 320 rth. 1 gr. 2 pf. soll dividirt werden durch 17. Der Dividend steht auf dem Brett, wo dieselbe Zahl bei der vorigen Aufgabe als Product stand; den Divisor 17 aber setze ich dahin, wo vorhin 18 rth. 19 gr. 10 pf. stand; denn diese Gröfse wird nun die Stellen des Quotienten, also rechts, einnehmen. Nachdem die rth. dividirt worden, bleibt ein Rest von 14 rth.; diese werfe ich als 10 $\times$ 24 gr., und 4 $\times$ 24 gr. zu dem 1 gr. und erhalte dadurch 337 gr.; nachdem auch diese dividirt worden, bleibt ein Rest von 14 gr.; diese werfe ich als 10 $\times$ 12 pf. und 4 $\times$ 12 pf. zu den 2 pf. und erhalte dadurch 170 pf.; diese durch 17 dividirt, geben 10 zum Quotienten und keinen Rest, und der ganze Quotient steht nun auf den Quadraten rechts als 18 rth. 19 gr. 10 pf. Ich hoffe, dies Wenige soll hinreichend seyn, sich eine richtige Vorstellung davon zu machen. Mit unsern Rubeln und Kopeken geht es bekanntlich ganz wie bei den Decimal-Brüchen; und da diese vorangegangen und bereits gelernt worden, so darf man den Schüler nur darauf zurückweisen.

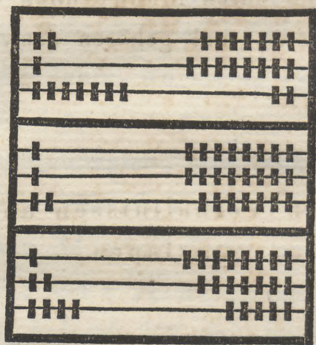
Bekanntlich sind viele der in den Rechenbüchern angeführten, sogenannten Regel de Tri-Exempel alle durch Multiplication oder Division zu lösen, und gehören deswegen auch hierher.

Von den Verhältnissen und Proportionen.

Die Lehre von denselben kann hier nicht gegeben werden, denu dies Büchlein soll kein Lehrbuch der Rechenkunst seyn, sondern nur die Behandlung der Zahl auf dem Brett darlegen; daher soll hier nur kurz gezeigt werden, dafs es auch zur sinnlichen Anschauung dieses Theils der Rechenkunst gebraucht werden kann; doch wird nur von dem geometrischen Verhältnifs die Rede seyn. Wäre die Aufgabe: 217 ℔ kosten 124 Rubel, wie viel kosten 112 ℔? zu lösen, so theilt man das Brett durch 3 Lineale in 4 Tafeln, und setzt die Glieder, der Ordnung gemäfs, in der Folge von oben nach unten; alsdann wird die unterste Tafel für das zu suchende vierte Glied vorläufig leer bleiben. Die Aufgabe stände alsdann so:

Lineal

Lineal



Wenn ich nun einen gemeinschaftlichen Theiler für das erste und zweite, oder erste und dritte Glied gefunden habe, so dividire ich beide damit und die Quotienten treten an ihre Stelle. Hier, weiſs ich, ist $217 = 7 \times 31$ und $112 = 7 \times 16$; ich werfe also eben so viel her, daſs statt 217 und 112, 31 und 16 da stehen; dann sehe ich leicht, daſs 31 und 124 mit 1 und 4 vertauscht werden kann, ich thue es und die Proportion steht: $1 : 16 = 4 : x$, dann multiplicire ich 4 mit 16, und finde, daſs 64 Rbl. der Preis, in diesem Fall, für 112 ℔ ist.

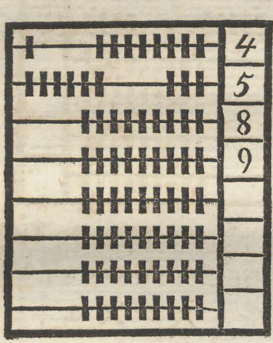
Auch die Aufgaben der umgekehrten Regel de Tri lassen sich auf dem Brett auf gleiche Weise lösen; ebenso auch die Zins- und Zins-Zins-Rechnungen. Ich kann es nicht genug wiederholen, daſs ich auf alle diese Rechnungsarten und ihre Behandlung auf dem Brett, nur hinweise, und ihnen nur insofern einen Werth beilege, als selbige fördernd für die Kraft der Anschauung und Auffassung des Wesens erscheinen. Es liegt an der Fertigkeit in der Ausübung auf dem Brett so wenig, daſs ich selbige für ganz unnöthig erklären würde, wenn sie nicht so ganz natürlich mit und bei wäre. Doch bin ich überzeugt, daſs solche Köpfe, die bisher, ohne die geringste Einsicht in die Elemente des Rechnens erlangt zu haben, die Schule verlieſsen; nach Einführung des Brettes, sich im spätern Alter, mit demselben und durch dasselbe aus den nothwendigsten Rechnungen heraus helfen werden.

Von den Potenzen und Wurzeln.

Wenn man eine Zahl durch sich selbst multipliciren, oder, was eins ist, sie in die zweite Potenz erheben will, so kann man dieses allerdings vermittelst der gewöhnlichen Multiplication verrichten; allein, man mufs es auf einem solchen Wege versuchen, wodurch man in das Wesen des Quadrats eindringt, und die Theile, woraus dasselbe zusammengesetzt ist, genau kennen lernt, um mit Leichtigkeit die Wurzel alsdann wieder extrahiren zu können. Diese Untersuchung ist aber erst nothwendig, sobald die Zahl, welche in's Quadrat erhoben werden soll, aus mehr als einer Ziffer besteht; denn ist diese Zahl einziffrig, so bedient man sich der bekannten Wurzeltafel:

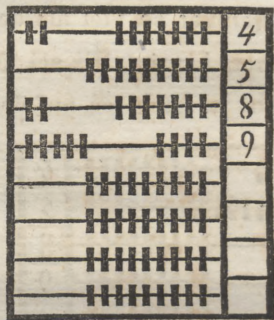
Wurzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrate	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729
Biquadrate	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561

Ist aber die Zahl, welche ins Quadrat erhoben werden soll, mehrziffrig, so setzt man selbige auf die Quadrate der rechten Seite des Brettes, und zwar die Ziffer der höchsten Ordnung, auf das sovielte Quadrat, von unten gezählt, als die zu erhebende Zahl Ziffern hat $\times$ 2; nach dem Satz: Jede Potenz einer beliebigen Zahl hat höchstens so viel Ziffern als das Product aus der Menge der Ziffern in den Exponenten beträgt, und wenigstens so viel Ziffern als das genannte Product beträgt, weniger so viel als der um 1 verminderte Exponent beträgt. Es sei 4589 ins Quadrat zu erheben, so steht es auf dem Brett so:

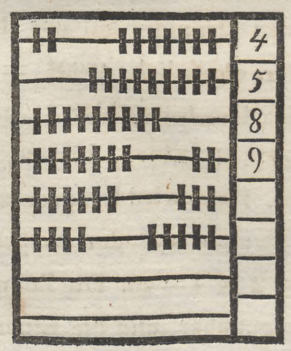


ich setze hier zunächst das Quadrat der Ziffer der höchsten Ordnung auf das Brett, also $4^2 = 16$, oder eigentlich $4000^2 = 16000000$. Die Zehner des Quadrats, hier 1, kommen der Zahl gegenüber, die Einer, hier 6, um einen Drath niedriger. Dann wird hingesetzt: das Product aus der zweiten und der doppelten ersten Zahl; also $5 \times 2 \times 4 = 40$. Die Zehner auf dem Drath der 5 gegenüber, und die Einer um einen

Drath niedriger; dann das Quadrat der 5 oder 25; die Zehner auf dem Drath der vorigen Einer, und die Einer, also 5, auf dem darunter liegenden Drath, und auf dem Brett steht es so:

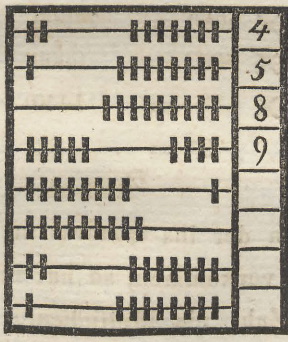


Jetzt wird mit der nächsten Ziffer 8 auf dieselbe Weise fortgefahren und es kömmt hinzu: $8 \times 2 \times 4 + 8 \times 2 \times 5 + 8 \times 8$; alsdann steht das Resultat auf dem Brette so:



Die Ordnung des Hinstellens ist beobachtet wie bisher; die Zehner des ersten Products sind der Zahl, mit welcher ich eben operire, also hier der 8, gegenüber hingestellt; die Einer um einen Drath niedriger; diese Einer-Stelle wird nun die Zehner-Stelle des folgenden Prodncts u. s. w. Nun multiplicire ich noch mit der 9. Es werden hier also noch zugelegt: $9 \times 2 \times 4 + 9 \times 2 \times 5 + 9 \times 2 \times 8 + 9 \times 9$; und $4589^2 = 21058921$.

Die Stellung der Perlen auf dem Brett ist nun so:



Die ganze Operation, zu der man kaum die so lange, schriftliche Darlegung zu verkürzen weiſs, ohne der Verständlichkeit Abbruch zu thun, ist, bei geringer Uebung, die Sache von einigen Minuten. Man wird übrigens wohl thun, wenn man von dem Schüler jedesmal die einzelnen Producte an die grofse Schultafel schreiben läfst, damit es ihm zum Bewufstseyn komme, was er eigentlich gethan hat. Dies könnte etwa so geschehen:

$$\begin{array}{rcr}
4000^2 & = & 16000000 \\
500 \times 2 \times 4000 & = & 4000000 \\
500^2 & = & 250000 \\
80 \times 2 \times 4000 & = & 640000 \\
80 \times 2 \times 500 & = & 80000 \\
80^2 & = & 6400 \\
9 \times 2 \times 4000 & = & 72000 \\
9 \times 2 \times 500 & = & 9000 \\
9 \times 2 \times 80 & = & 1440 \\
9^2 & = & 81 \\
\hline
 & & 21058921
\end{array}$$

Wenn in der ins Quadrat zu erhebenden Zahl Nullen vorkommen, so hat man sich, insofern die Zahl als Multiplicator angesehen wird, nicht darum zu kümmern; da sie aber auch zugleich der Multiplicandus ist, so darf man die Nullen, in dieser Rücksicht, nicht übersehen, sondern mufs ihretwegen verfahren, wie bereits bei der Multiplication angezeigt worden ist; denn sonst würden die einzelnen Producte nicht ihre rechte Stelle empfangen, und das Haupt-Product müfste nothwendigerweise falsch seyn. Dies gilt auch ganz besonders von Decimal-Brüchen, wenn diese zu potenziren sind. Übrigens ist bei der Potenzirung der Zahlen, welche aus Ganzen und Decimal-Brüchen bestehen, nichts Besonderes zu bemerken, als dafs man dem Quadrat doppelt soviel Stellen, durch Einsetzung eines Lineals giebt, als die zu potenzirende Zahl Decimal-Stellen hat.

Z. B. $45^2 = 2025$. $4{,}5^2 = 20{,}25$. $0{,}45^2 = 0{,}2025$. $0{,}045^2 = 0{,}002025$. &c.

Bei diesem letzten Beispiel mufs man, weil 3 Decimal-Stellen sind, die Zehner-Null doppelt so hoch stellen, also auf das sechste Quadrat, von unten gezählt; die Einer-Null, aber auf das siebente Quadrat.

Soll man eine Zahl in die dritte Potenz erheben, so findet man den Cubus, sobald die Zahl einziffrig ist, auf der Wurzeltafel; ist sie hingegen mehrziffrig, so übersteigt die Gröfse der

Operation leicht die Gränze des Kopfrechnens, und kann daher für diejenigen, welche das Brett als Anschauungs- und Bildungs-Mittel betrachten, als Übung auf dem Brett, nur von geringem Werthe seyn. Da man indefs das Brett überall als willigen Diener findet, so versagt es auch hier seine Hülfe nicht, und wäre es vielleicht anzurathen, sich etwa mit zwei- oder dreiziffrigen Zahlen in dieser Hinsicht zu beschäftigen, um dem Schüler die Einsicht zu verschaffen, von der Art der Entstehung und den Theilen des Cubus; daher soll auch hier ein Beispiel folgen. Es sey die Aufgabe: 58 in die dritte Potenz zu erheben. Man setze die 58 auf das sechste und fünfte Quadrat rechts und verfahre wie folgt:

—1 ——	5
—2;6 ——	8
—5;0;9——	
—0;0;6;5 —	
—0;0;0;1 —	
—0;0;0;2 —	

Hier ist zunächst aufgesetzt $5^3 = 125$ oder $50^8 = 125000$; dann $3 \times 5^2 \times 8 = 3 \times 25 \times 8 = 600$; oder $3 \times 2500 \times 8 = 60000$; dann $3 \times 5 \times 8^2 = 15 \times 64 = 960$; oder $3 \times 50 \times 8^2 = 150 \times 64 = 9600$; dann $8^3 = 512$; und $58^3 = 195112$. Ich habe die jedesmaligen Producte mit Zahlen hingestellt, um kürzer abzukommen, umsomehr, da ich hier wohl manche Weisung, als durch Früheres beseitigt, ganz unterlassen konnte. Noch ein Beispiel: 243 in die dritte Potenz zu erheben.

	2
	4
—8;4; ——	3
—— 8;9;3; — 1;	
—— 6;6;6;1; 4;	
———4;5;4;1;4;	
——— 4;4;0;—	
———— 8;2;	
————7;	

Hier ist zunächst hingesetzt worden: 2^3

$= 8$; dann $3. 2^2. 4 = 48$; dann $3. 2. 4^2 = 96$; dann $4^3 = 64$; dann $3. 2^2. 3 = 36$; dann $3. 2. 3^2 = 54$; dann $3. 4^2. 3 = 144$; dann $3. 4. 3^2 = 108$; $3^3 = 27$; und endlich $3. 2. 2. 4. 3 = 144$. und $243^3 = 14348907$.

Auch hier wird es nöthig seyn, den Schüler zur schriftlichen Darstellung auf der grofsen Schultafel anzuhalten, damit ihm das Verfahren so klar und deutlich als möglich, werde. Die Behandlung der Cubiczahl scheint, wie schon gesagt, nicht bildend genug, und daher mufs sie wohl nicht lange getrieben werden, sondern nur so lange, als nöthig ist, dafs die Fähigsten sich dieselbe zum Eigenthum machen können.

In die vierte Potenz kann man eine Zahl erheben, indem man sie in die zweite, und die potenzirte wiederum in die zweite Potenz erhebt. Diese Übung kann, gleichsam als andre Form, dazu dienen, den Schüler zur gröfsern Fertigkeit in der Quadratur der Zahlen zu bringen. Indem ich es hier besonders empfehle, dem Schüler dann und wann Gelegenheit, durch Aufgaben, zu geben, sich über die Gründe des Arithmetischen Verfahrens schriftlich auszusprechen, muſs ich zugleich bemerken, daſs man dem Schüler bei den nur zu früh und fast zu sehr betriebenen Stylübungen, sehr selten, ja fast gar nicht, Aufgaben aus dem Gebiete der Arithmetik und Geometrie macht. Daſs dieser Mangel allgemein ist, ergiebt sich auch aus den Sammlungen solcher Aufgaben; deren keine, so viel ich weiſs, etwa Schaller ausgenommen, in diese Fächer einschlagende Aufgaben enthält. Und doch möchten sie sehr zu empfehlen seyn, indem sie den Schüler in den Stand setzen, einen ihm bekannten Gegenstand von allen Seiten zu betrachten, und noch besonders dazu dienen seine Verstandes- und Sprach-Kraft zur klaren schriftlichen Darstellung dieser seiner Betrachtung anzuregen.

Wenn dieses Potenziren der Zahlen bis zur Einsicht und Fertigkeit mit den Schülern getrieben worden ist, dann wird sich wenig Schwierigkeit finden, die Wurzel aus einer gegebenen Zahl zu ziehen. Hier folgt die Anleitung dazu.

Es sey die Wurzel von 18671041 zu suchen. Man setzt die Zahl auf das Brett hin, und, besteht sie aus einer geraden Anzahl Ziffern, so sucht man zu dem Paar der höchsten Ordnung, hier 18, die Wurzel; diese ist 4. Man setzt die 4 rechts auf das Quadrat der 1 gegenüber, und nimmt das Product von 4×4 von den 18; alsdann bleibt auf dem Brette noch 2671041. Nun denkt man sich die 4 verdoppelt, also 8; diese Zahl ist in 26, als nunmehrigem ersten Ziffer-Paar, drei Mal; man schreibt daher die 3 unter die 4, und nimmt das Product aus $2 \times 4 \times 3$ von der 26, so bleiben auf dem Brette stehen: 271041. Nun nimmt man noch das Quadrat von 3, also 9 von 27, und es bleiben auf dem Brette 181041. Jetzt vergleicht man die verdoppelte 4, oder die 8, mit dem ersten Ziffer-Paar 18, und findet, daſs sie zwei Mal darin enthalten ist; die gefundene 2 setzt man auf das Quadrat unter die 3, und zieht das Product $2 \times 2 \times 4$ oder 16 von 18 ab, so bleiben auf dem Brette 21041; davon nimmt man

$2 \times 2 \times 3$, und auf dem Brette bleiben 9041; davon 2^2 oder 4, und es bleiben 8641. Nun vergleicht man die verdoppelte 4 oder die 8, nur mit der 8 auf dem Brett, weil sie nicht dem ersten, sondern dem zweiten leeren Quadrat gegenüber steht, folglich nur aus Einern besteht, und nimmt ein Mal; nun wird noch $1 \times 2 \times 4$, dann $1 \times 2 \times 3$, dann $1 \times 2 \times 2$ und zuletzt 1^2 vom Brett genommen; das Brett ist leer und $\sqrt{18671041} = 4321$. Diese ganze Operation, für Manche gewiſs schon mit zuviel Worten gegeben, ist in der Ausübung für den Kundigen die Lust einiger Minuten. Auch hier ist eine schriftliche Darstellung auf der Wandtafel dem Schüler nicht zu erlassen. Z. B.

$$
\begin{array}{lcr}
 & & 18671041 \\
-\ 4000^2 & = & \underline{16000000} \\
 & & 2671041 \\
-\ 2 \times 4000 \times 300 & = & \underline{2400000} \\
 & & 271041 \\
-\ 300^2 & = & \underline{90000} \\
 & & 181041
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcr}
-\,2 \times 4000 \times 20 & = & 160000 \\
\cline{3-3}
 & & 21041 \\
-\,2 \times 300 \times 20 & = & 12000 \\
\cline{3-3}
 & & 9041 \\
-\,20 \times 20 & = & 400 \\
\cline{3-3}
 & & 8641 \\
-\,2 \times 4000 \times 1 & = & 8000 \\
\cline{3-3}
 & & 641 \\
-\,2 \times 300 \times 1 & = & 600 \\
\cline{3-3}
 & & 41 \\
-\,2 \times 20 \times 1 & = & 40 \\
\cline{3-3}
 & & 1 \\
-\,1 \times 1 & = & 1 \\
\cline{3-3}
\end{array}
$$

Das Ausziehen der Quadrat-Wurzel aus einer ganzen Zahl und einem Decimal-Bruch geht eben so einfach, man darf nur die bekannte Regel: die Abtheilung zu Paaren, mufs vom Trennungs-Comma aus, rechts und links, oder auf dem Brett, nach oben und unten, gemacht werden, nicht vergessen. Die Wurzel hat jedesmal so viel Decimalstellen, als das Quadrat Abtheilungen derselben hat. Z. B. $\sqrt{1{,}050625} = 1{,}025$. Wer das Vorhergehende verstanden hat, der wird auch hierin keiner besondern Anweisung mehr bedürfen. Obgleich ich die Cubic-Zahl, ihrer zu schwierigen Behandlung wegen, eben nicht als Lust erweckend und Kraft erregend betrachte; so kann sie doch den Fähigsten dienen, ihre Kraft daran zu üben, aber nicht sollen sie sich zu solchem Behuf mit allerlei Tabellen umstellen, um sich dieser als steter Krücken und Brücken zu bedienen; übersteigt die Aufgabe der uns inwohnenden Arithmetischen Kraft, so kann das Brett nicht mehr dienen, denn es dient nur da, wo wir es vollkommen beherrschen. Es sey die Aufgabe, die Cubic-Wurzel zu ziehen aus 941192. Zunächst wird sie auf das Brett gestellt, wie gewöhnlich; alsdann werden die drei ersten Ziffern 941 betrachtet, weil diese Cubic-Zahl aus 2 $\times$ 3 Ziffern besteht. Nun suche ich auf der Wurzeltafel, oder besser im Kopf, die Wurzel zu den 941; diese ist 9, der Cubus davon 729; und wenn ich diese weggenommen habe, so stehen noch auf dem Brett überhaupt 212192. Jetzt quadrire ich die 9 und nehme das gefundene Quadrat dreifach, so habe ich 243; diese vergleiche ich mit 2121 und kann acht Mal nehmen; 8×243 ist 1944; von der auf dem Brett stehenden Zahl, letztere abgezogen, bleibt nun noch stehen 17792; davon weggenommen $3 \times 9 \times 8^2$ oder $3 \times 9 \times 64$ oder 27×64 oder 25×64 und 2×64 oder 1600 und 128 oder 1728: bleibt 512; von dieser noch weg 8^3; und es bleibt nichts. Die $\sqrt[3]{941193} = 98$. Die Cubic-Zahlen, welche dreiziffrige und mehrziffrige Wurzeln geben, werden nach derselben Weise behandelt, daher will ich nichts weiter darüber sagen. Dafs auch hier die schriftliche Auseinandersetzung auf der Schul-Tafel von Seiten des Schülers nicht fehlen darf, versteht sich von selbst.

Das Nöthigste über die äufsere Behandlung der Grund-Rechnungs-Arten, hoffe ich deutlich mitgetheilt zu haben, so, dafs Jeder, den wirkliche Lust treibt, sich mit diesem vortrefflichen Anschauungs-Mittel bekannt zu machen, es vermittelst dieses Büchleins und eines Brettes, vollkommen zu thun im Stande seyn wird. Daher schliefse ich diese Darstellung mit der freudigen Hoffnung, der pädagogischen Welt ein wirksames Anschauungs- und Bildungs-Mittel zugeführt zu haben.

Schlufs.

Indem ich bis hieher gekommen, fühle ich, dafs die Haupt-Frage noch unberücksicht geblieben ist; wenn auch, hin und her, nach Gelegenheit, einzelne Winke zu ihrer Beantwortung von mir bereits gegeben worden seyn sollten. Es ist nämlich die Frage: Welchen Gang hat der Lehrer bei der Anwendung dieses Anschauungs-Mittels in den Elementar-Classen zu nehmen? Von der Gründlichkeit und Richtigkeit der Beantwortung dieser Frage hängt der Werth des Rechenbrettes ab, das nur in sofern einen Werth, in pädagogischer Hinsicht, haben kann, als es sich dem Zwecke fügt, für welchen es bestimmt ist; nämlich: durch die äufsere Anschauung, der es dient, den Grund alles Rechnens dem Schüler zum klaren und deutlichen Bewufstseyn zu bringen. Thut es dieses nicht, so hat es für mich keinen Werth; wenn es auch, in anderer Hinsicht, fort und fort seinen Werth behaupten mag. Ist nun der Zweck festgestellt, so ist der Weg zu bestimmen, auf welchem man zu demselben gelangen kann. Dieser Weg ist aber eben kein anderer, als der Gang des methodischen Elementar-Rechnens. Um diesen Gang zu finden, thut der Lehrer wohl, wenn er sich anfangs von dem Schüler leiten läfst, mit stetem Rückblick auf das, was in dem Schüler vorgehen mag; indem er zugleich den sich vorgesetzten Zweck keinen Augenblick aus dem Auge läfst. Die Folge der Zahlen ist das Erste, was man zu lehren hat. Es ist dies aber noch etwas Anderes als Zahlen zu lesen und zu schreiben; es ist die Begründung dieses Lesens und Schreibens selbst. Dafs viele Schüler, wohl Zahlen lesen, aber nicht schreiben können; liegt wohl hauptsächlich daran, dafs sie die Folge der Zahlen nicht gründlich gelernt haben; denn davon hängt doch eigentlich die, bei der schriftlichen Darstellung zu beobachtende Zahlen-Ordnung ganz besonders ab. Man mag dasjenige, was ich hier als die

Folge der Zahlen bezeichne, nicht mit dem gewöhnlichen Zählen verwechseln; dies Zählen, mechanisch für sich betrieben, hat keinen Hintergrund; aber dadurch, daſs man sich vorsetzt die Folge, die Ordnung der Zahlen zuerst zu lehren, erhält dieses Zählen erst einen Hintergrung, indem es sich, naturgemäſs, an diese erste Übung von selbst anschlieſst, ja mit derselben auf das innigste verbunden ist. Bei dieser ersten Übung hat noch keine Stelle auf dem Brett eine besondre Werth-Bezeichnung, sondern, auf jedem Drath sind nur Einer, und man agirt nur mit solchen; es kömmt also hier noch gar nicht zu einer angewachsenen Einheit nach unserm Decimal-System. Übungen der Art, wie ich sie meine, und die ich hier, weil ich kein Buch darüber schreiben will, nicht zu geben vermag, wird man in: „Scholz, Faſsliche Anweisung zum gründlichen Kopf- und Ziffer-Rechnen," finden, oder mindestens Stoff, um sich dieselben, nach eigner Ansicht ordnen, und dem Bedürfniſs seiner Classe gemäſs, benutzen zu können. Auch Tillich's Allgemeines

Lehrbuch der Arithmethik ist in dieser Hinsicht sehr zu empfehlen. Weniger möchten es diejenigen Anweisungen zum Elementar-Kopf-Rechnen seyn, die, um Alles sogleich practisch brauchbar zu geben, aber eben darum nicht unterrichten, sondern nur abrichten, den Schüler auf den Markt und zu den Krämern führen. Der Lehrer, welcher mit dem Anfang des Unterrichts-Gegenstandes beginnt, soll die im Menschenkinde ruhenden Kräfte erregen, damit der Besitzer sich dieser herrlichen Gottes-Gaben bewufst werde. Der Lehrer soll ausbilden, nicht einbilden; kein Schöpfer seyn wollen, sondern nur ein Pfleger, ein Helfer, ein Führer, ein Freund, ein Vater. Ein Vater und Führer soll er seyn, dessen hülfreicher Hand sich der Schüler in Liebe und Vertrauen hingiebt, sie suchend und findend, sich ihr stets hinneigend bei jedem Hindernifs. Ein Führer soll er seyn, der durch Liebe bewogen, die eignen, gewandten Schritte hemmt, und mit dem Schüler zaudert, um denselben wahrhaftige Fortschritte machen zu lassen. Ein Mann soll der Lehrer seyn, der sich selbst verleugnet, um durch Geduld allein, die freilich nur da wächst, wo sie der heilige Geist gesäet hat, allen jugendlichen Übermuth zu bändigen und die feurigen Pfeile desselben unschädlich zu machen. Das sind harte Worte! Wer mag die hören? Aber sie sind wahrhaftig, und helfen gewifs. Nach dieser nothwendigen Feststellung des Kleinodes, wornach der Lehrer zu ringen hat, damit es sein Eigenthum werde, und wofür ich keinen Vorwurf erwarte, gehe ich in meinen Andeutungen zu dem nothwendigen Gange des Elementar-Rechnens weiter. Nachdem man also auf dem vorhin angedeuteten Wege gezeigt hat, dafs die neun eine Reihe schliefst, gehe man nun weiter, auf dieselbe Weise, mit den Zehnern, den Hundertern, Tausendern &c. Wie weit man mit dem Ordnen und den Ordnungen gehen will, bleibt dem eignen Ermessen überlassen. Millionen sind für den Gebrauch schon eine übergrofse Zahl. Jetzt schreitet man dazu, die Verhältnisse aufzufassen. Führte das Ordnen zu dem $1 + 1$ und $1 - 1$; so wird die Auffassung der Verhältnisse zu dem 1 $\times$ 1 und 1 : 1 führen. In dem Bilden, Zerlegen und Vergleichen der Zahlen besteht alles Rechnen; und es liegen in diesen Constructionen die Mittel, das Denken und Urtheilen innerlich vorzubereiten und zu begründen, indem sich ja in der Proportion Urtheil und Schlufs ausprägen. Bei allen diesen Übungen, welche sich in grofser Mannigfaltigkeit anstellen lassen, mufs die schriftliche Darstellung auf der Tafel durchaus nicht vernachlässigt werden; vielmehr ununterbrochen, mit den Anschauungs-Übungen gleichen Schritt halten, um ihnen beständig zur Seite zu bleiben. Soweit könnte man wohl der Anweisung von Scholz bis Seite 190 folgen. *) Alle Aufgaben kön-

---

*) Den Müttern empfehle ich ganz besonders die Anschaffung eines kleinen einfachen Brettes von 6 — 8 Zeilen Perlen darauf. Sie können, wie kein Lehrer in der Welt, ihre Kinder die Behandlung der Zahl bis zu den Tausendern, diese nämlich mit einge-

nen auf dem Brett, auf der Tafel und im Kopf gelöset werden, viele von ihnen auf allen drei Wegen. Es wird nun nicht an Gelegenheit gefehlt haben, die von mir aufgestellte Vorbereitungs-Regel, die Numeration und die Grundrechnungsarten mit den Schülern zu

---

schlossen, darauf mit Leichtigkeit lehren, und werden es um so lieber, da das Brett durch seine Einfachheit, sie selbst und ihre Schüler immer mitten in der Lust dabei erhalten wird. Ich verlange von ihnen auch nur einen einfachen Gang, den sie nebst vielen Aufgaben verzeichnet finden möchten in einem wohlfeilen Büchlein, unter dem Titel: „Rechnenfibel oder Leitfaden und Exempelbuch für den Elementar-Unterricht im Rechnen etc. von Friedrich Krancke. Hannover 1829. Die Lehrer bitte ich, von ihrer Seite dazu beizutragen, dafs das Brett den Müttern bekannt wird, und in recht viele Häuser kömmt; sie werden, aufser dem allgemeinen Nutzen, auch noch damit ihren eignen besorgen.

einer grofsen Fertigkeit gebracht zu haben; die sich, gegründet auf völlig deutliche Einsicht, ohne durch Mechanisches getrübt zu seyn, vielmehr durch Gewandheit und Sicherheit ausgezeichnet, auf eine erfreuliche Art darthun wird. Sollte hin und her ein Knabe mit seiner Rechenkunst auf diesem Punct stehen bleiben, so wird er dennoch gerüsteter fürs Leben seyn, als viele, die auf dem so viel betretenen Wege, fast Alles, wie sie sich auszudrücken pflegen „schon gehabt haben."

Hat man bis dahin gehörig zu zaudern gewufst, den Schüler durch viele und mannigfaltige Formen oft wieder dasselbe vorzuführen verstanden, so wird die von mir bezeichnete Fertigkeit nicht fehlen; nun können die Reductionen, welche auf die von mir angegebene eine Art auch schon früher eintreten konnten, die Grund-Rechnungsart mit ungleich benannten Zahlen, nebst einer Menge von Aufgaben, wie sie das Leben giebt, und die nur eine einfache Multiplication oder Division verlangen, eintreten. Alsdann läfst man die Decimalbrüche, die Potenzen und Wurzeln folgen, und bedient sich des Brettes weniger. Die Aufgaben werden nun zusammengesetzter, das Brett reicht mit seiner Einfachheit nicht mehr aus. Aber es hat seine Pflicht gethan; es wird noch immer von dem Schüler, als ein freundlicher Führer, dankbaren Blickes betrachtet werden. Wenn der Lehrer sich selbst in solchen Anforderungen Genüge gethan hat, verwickelte Aufgaben, mit Hülfe des Brettes, nicht eigentlich auf dem Brette, gelöset zu haben, so mag er von Zeit zu Zeit auch die Schüler zu solchen Arbeiten auffordern; und ich hoffe, hat er sie früher nur tüchtig und wacker geleitet, er wird wackere Kämpen aus seinen Reihen hervortreten sehen, die ihre Kraft erkennend, das leisten, was sie sollen. Dafs die Classe nur eines Brettes zum allgemeinen Gebrauch, bedarf, nicht aber jeder Schüler mit einem besondern, zum eignen Gebrauch, sich zu versehen hat, dessen geschieht hier Erwähnung, um noch einmal darauf aufmerksam zu machen, dafs dies Rechenbrett als ein Anschauungs-Mittel, keineswegs aber als eine

Rechen-Maschine angesehen werden darf. Wer es nur als eine solche ansehen wollte, würde nothwendigerweise den Werth desselben sehr herabsetzen. Dies kann mein Wunsch nicht seyn; ich will vielmehr, in voller Ueberzeugung von seiner nützlichen Wirksamkeit, die weiteste Verbreitung und Anwendung desselben. So ist denn nun hier kurz angedeutet, welcher Gang in den Classen damit zu durchwandern wäre, aber es ist dies nur eine Andeutung, und soll und kann auch nicht mehr seyn. Die Sache ist zu neu, als dafs hier hätte ausführlich ein Cursus angegeben werden können; sie ist neu insofern man dieses Rechenbrett bisher nicht mit pädagogischem Blicke betrachtet hat. Zwar hat dies Peter v. Haven, wie bereits von mir oben gesagt worden, vor hundert Jahren gethan, aber er ist überhört worden; das lag in seiner Zeit. Unsere Zeit, die in pädagogischer Hinsicht, wie in vieler andern, nichts unversucht läfst, belebt meine Hoffnung, dafs dieser gute, nutzenbringende Gegenstand, Männer finden werde, die denselben ihrer Aufmerksamkeit würdigen, ihn prüfen und mit Fleifs, Eifer und Einsicht bearbeiten werden; ich werde in dieser Hinsicht auch nicht rasten. Mag dann mein Büchlein vergessen seyn; es hat seinen Zweck erfüllt, es hat auf einen uns so nahe liegenden, bisher unbeachteten Gegenstand aufmerksam gemacht; auf einen Gegenstand, der, wenn er erst erkannt ist, und in Wirksamkeit gesetzt worden, alle meine Erwartungen vollkommen in Erfüllung setzen wird. So gehe denn dies Büchlein frisch und fröhlich dahin, in Hoffnung freundlicher Aufnahme; zwar wird mancher sich Wichtigeres versprechen, als er nach Durchlesung desselben gefunden zu haben wähnt. Mag ein solcher dann immerhin denken, was schon Peter von Haven fürchtete: Parturiunt montes, nascetur ridiculus mus.

Zugabe.

Die hier folgenden Aufgaben sind gegeben, in der Hoffnung, dafs sie manchem Käufer dieses Büchleins insofern angenehm seyn möchten, als sie ihm Gelegenheit darbieten werden, sich, nach seiner Lust, daran zu üben in der Kunst des Rechnens auf dem Brett, ohne selbige erst mühsam aus allerlei Aufgaben-Sammlungen zusammen zu suchen; und die Tabellen werden hoffentlich dem, der sie nicht besitzt, auch willkommen seyn; ihr einfacher nützlicher Gebrauch ist bekannt.

Aufgaben.

I. Unbenannte Zahlen.

a) Für die Addition.

1.		2.		3.		4.	
	2345		1021		2421		4656
	1021		1201		3022		1758
	4512		4444		1234		9539
	1010		3032		3322		4675
	8888		9698		9999		20628

5. 14735	6. 17639	7. 46675	8. 46394
67539	17858	38478	75967
85968	38795	85835	50709
57078	94688	94638	46888
94637	85346	85785	73146
319957	254326	351411	293104

9. 388746	10. 794663	11. 1466788	12. 1756
217583	468675	1755579	3946
467327	579786	9368346	814675
482687	678796	7737686	75
946820	687883	9463128	96756
367566	328978	3468346	39670
2870729	3538781	33259873	956876

13. 45006	14. 459865	15. 987654	16. 124680
80994	89796	98765	23579
32657	47658	9876	6802
96403	80012	987	579
57844	9657	98	88
92789	867	7	9
405693	687855	1097387	155737

b) Für die Subtraction.

1. 879731	2. 462201	3. 375613	4. 17362
625601	351700	186734	3471
254130	110501	188879	13891
5. 19736	6. 56730	7. 86394	8. 375876
7845	1898	68798	143999
11891	54832	17596	231877
9. 730001	10. 1000100	11. 900000	12. 100000
73466	946763	687368	9995
656535	53337	212632	90005

c) Für die Multiplication.

1. $7003 \times 2574 = 18\ 025\ 722$.
2. $3480 \times 2576 = 8\ 964\ 480$.
3. $2006 \times 4932 = 9\ 893\ 592$.
4. $5008 \times 7600 = 38\ 060\ 800$.
5. $56732 \times 45728 = 2\ 594\ 240\ 896$.
6. $2758 \times 356 = 981\ 848$.
7. $364986 \times 34567 = 12\ 616\ 471\ 062$.
8. $968756 \times 7348 = 7\ 118\ 419\ 088$.
9. $91400 \times 70060 = 6\ 403\ 484\ 000$.
10. $306400 \times 6070 = 1\ 859\ 848\ 000$.

11. 70008 × 31468 = 2 203 011 744.
12. 368700 × 8100 = 2 986 470 000.

d) Für die Division.

1. 683177 : 11 = 62107.
2. 9897660 : 18 = 549870.
3. 7529040 : 36 = 209140.
4. 3811680 : 48 = 79410.
5. 384624 : 72 = 5342.
6. 6799396 : 94 = 72334.
7. 3674112 : 69 = 53248.
8. 6723678 : 78 = 86201.
9. 2043517696 : 88 = 23221792.
10. 12800972 : 244 = 52463.
11. 6000267 : 403 = 14889.
12. 1219508 : 4879 = 249. (4637).
13. 8792329 : 4823 = 1823.
14. 481536 : 20064 = 24.
15. 1791360 : 30 = 59712.
16. 5624280 : 680 = 27600.
17. 1293120 : 480 = 2694.
18. 1660050 : 369 = 4498. (288).
19. 2001052 : 604 = 3313.
20. 14256000 : 216000 = 66.

II. Decimal-Brüche.

a) Für die Addition.

1. $4,567 + 0,0245 + 25,47 + 123,40506 = 153,46656.$
2. $0,5 + 0,25 + 0,75 + 0,125 + 0,625 = 2,25.$
3. $0,35 + 0,45 + 0,375 + 0,85 + 0,875 = 2,9.$
4. $3,5 + 18,75 + 0,625 + 23,125 + 36,5 = 82,5.$
5. $7,8 + 13,375 + 10,6 + 48,325 = 80,1.$
6. $345,128 + 85,375 + 61,79 + 107,85 + 60,05 + 107,307 = 767,5.$
7. $132,375 + 83,075 + 97,385 + 105,283 + 64,482 = 482,6.$
8. $21,75 + 13,6875 + 9,3125 + 24,1875 + 12,8125 = 81,75.$
9. $36,875 + 149,048 + 75,377 + 27,836 + 235,464 = 524,6.$
10. $23,437 + 4,8027 + 583,29 + 0,00248 = 611,53218.$

b) Für die Subtraction.

1. $57,8042 - 13,263 = 44,5412.$
2. $84,56 - 17,0582 = 67,5018.$

3. 24,956 — 3,694 = 21,262.

4. 249,4067 — 18,567891 = 230,836809.

5. 0,678945 — 0,59871 = 0,080235.

6. 8,75 — 4,9583 = 3,7916.

7. 1000 — 374,2916 = 625,7084.

8. 123,5 — 68,875 = 54,625.

9. 2013,0666 — 1678,6833 = 334,3833.

10. 37,125 — (4,5 + 7,75 + 3,4545 + 5,5909 + 1,875) = 13,9545.

c) Für die Multiplication.

1. 4,567 × 0,24 = 1,09608.

2. 4,076 × 23 = 93,748.

3. 0,00456 × 0,0004 = 0,000001824.

4. 0,012 × 0,008 = 0,000096.

5. 532,625 × 4,8 = 2556,6.

6. 43,35 × 1,6 = 67,76.

7. 756400 × 0,072 = 54460,8.

8. 243,25 × 6,65 = 1617,6125.

9. 46,64 × 300 = 13992.

10. 1236000 × 0,65 = 803400.

d) Für die Division.

1. 22,47642 : 6,42 = 3,501.

2. 0,4944 : 2,4 = 0,206.

3. 4,53 : 0,0678 = 66,814....

4. 97,44 : 12 = 8,12.

5. 1104,1296 : 42 = 26,2888.

6. 2646 : 4,2 = 630.

7. 175,01875 : 0,025 = 7000,75.

8. 5,0625 : 13,5 = 0,375.

9. 9480 : 2,37 = 4000.

10. 40,1625 : 7,65 = 5,25.

e) Für die Verwandlung der Brüche.

1. $\frac{3}{4}$ = 0,75. 2. $\frac{5}{8}$ = 0,625. 3. $\frac{11}{16}$ = 0,6875. 4. $\frac{24}{25}$ = 0,96. 5. $\frac{1}{3}$ = 0,3333.... 6. $\frac{1}{24}$ = 0,041666... 7. $\frac{121}{125}$ = 0,968. 8. $\frac{6}{7}$ = 0,857142857142.....

III. Ungleichbenannte Zahlen.

a) Namen-Verkleinerung.

1. 428 rth. 16 gr. = 123455 pf.
2. 2271 rth. 22 gr. 9 pf. = 654321 pf.
3. 126 ℔ 13 Lth. 2 Qt. = 16182 Qt.
4. 45 Ballen Schreib-Papier = 216000 Bogen.
5. 18 Tage 21 Stunden 32 Minuten 12 Se-

kunden = 1632732 Sek.

6. 106 Jahr = 928560 Std.

7. 14 Tage = 1209600 Std.

8. 19 Jahr 12 Wochen = 1000 Wochen.

9. 4 Oxh. 5 Ank. 27 Stf. = 897 Stf.

10. 3 Last 27 Lof 4 Klmt. 7 Stf. Roggen = 8800 Stf.

11. 21 Brkw. 7 Pd. 38 ℔ 71 Solt. = 836999 Solt.

12. 78 fl. 18 stv. 13 pf. holl. = 25261 pf.

b) Namen-Vergröſserung.

1. 2711 Stf. = 15 Oxh. — Ank. 15 Stf.

2. 34200 gr. = 1425 rth.

3. 719058 pf. = 2496 rth. 17 gr. 6 pf.

4. 10000 pf. = 41 fl. 4 krz. rheinl.

5. 2837651 Qut. = 55 S℔. 8 L℔. 9 ℔ 4 Loth 3 Qt.

6. 4432 pf. + 3796 pf. + 4673 pf. + 5283 = 63 rth. 3 gr. 4 pf.

7. 66720 Bogen Schrb.-Pp. = 2780 Buch.

8. 16960 Stück = 282 Schock 40 Stück.

9. 3840 pf. = 42 rth. 17 gr. 5 pf.

10. 100000 Solot. = 26 Pd. 1 ℔ 64 Solt.

11. 100000 Stf. = 555 Oxh. 3 Ank. 10 Stf.

12. 100000 Garnitz = 1562 Tscht. 4 Tschk. — Grz.

c) Für die Addition.

1.

22 gr.	3 pf.	
10 —	7 —	
16 —	8 —	
17 —	9 —	
21 —	11 —	
3 —	5 —	
3 rth. 20 —	7 —	

2.

46 rth.	14 gr.	10 pf.
224 —	6 —	4 —
236 —	19 —	11 —
148 —	7 —	8 —
219 —	23 —	10 —
304 —	5 —	6 —
1180 —	6 —	1 —

3.

56 rth.	7 gr.	9 pf.
147 —	19 —	— —
98 —	— —	5 —
— —	23 —	10 —
216 —	5 —	— —
520 —	— —	11 —
1039 —	8 —	11 —

4.

7 fl.	9 Stv.	12 pf.
11 —	13 —	6 —
8 —	— —	8 —
13 —	14 —	15 —
21 —	14 —	9 —
2 —	19 —	— —
65 —	14 —	2 —

5.

37 rth.	22 gr.	— pf.
48 —	21 —	6 —
59 —	15 —	8 —
78 —	19 —	8 —
12 —	12 —	11 —
237 —	19 —	3 —

6.

44 Schk.	2 Mdl.	11 Stck.
53 —	3 —	12 —
68 —	3 —	13 —
96 —	1 —	14 —
88 —	1 —	11 —
352 —	2 —	1 —

7. 14 ℔ 16 Loth + 54 ℔ 18 Loth + 62 ℔ 25 Loth + 17 ℔ 26 Loth = 149 ℔ 21 Loth.

8.	3 Ltb.	8 tb	6 Lth.	- Qt.
	2 Stb. —	— 13 —	— —	2 —
	1 —	17 —	— — 16 —	- —
	4 —	— — 13 —	12 —	1 —
	6 —	1 — 19 —	30 —	3 —
	14 —	3 — 15 —	1 —	2 —

9. 17 gr. + 8 gr. + 23 gr. + 14 gr. + 16 gr. + 4 gr. + 7 gr. + 21 gr. + 15 gr. + 13 gr. + 20 gr. + 8 gr. + 21 gr. + 12 gr. + 13 gr. + 17 gr. + 9 gr. + 14 gr. + 7 gr. + 5 gr. + = 11 rth.

10. 3 Riefs 11 Buch 18 Bg. + 4 R. 16 Bch. 19 Bg. + 5 R. 2 Bch. 20 Bg. + 3 R. 19 Bch. 22 Bg. + 4 R. 9 Bch. 19 Bg. + 7 R. 14 Bch. 14 Bg. + 6 R. 16 Bg. + 5 R. 19 Bch. + 3 R. 18 Bch. 23 Bg. + 6 R. 6 Bch. 6 Bg. + 5 R. 15 Bg. + 4 R. 17 Bch. = 61 Rfs. 18 Bch. 4 Bogen.

11. 5 Jahr 348 Tage 16 Std. + 11 Jahr 215 Tg. 19 Sd. + 18 Jahr 317 Tage 21 Sd. + 23 Jahr 108 Tage 12 Sd. = 59 Jahr 260 Tage 20 Stunden.

12. 5 Pud 35 ℔ 72 Solot. + 3 Pd. 19 ℔ 80 S. + 2 Pd. — ℔ 46 S. + 9 Pd. 12 ℔ 48 S. + 2 Pd. 39 ℔ 92 S. = 23 Pd 28 ℔ 50 S.

d) Für die Subtraction.

1.	25 S℔	8 L℔	9 ℔	14 Loth	2 Qt.
	— 17	— 19	— 14	— 29	— 3 —
	7 S℔	8 L℔	14 ℔	16 Loth	3 Qt.

2. 3 S℔ 4 L℔ 18 Loth — 1 S℔ 18 L℔ 13 ℔ 27 Loth 1 Qut. = 1 S℔ 5 L℔ 6 ℔ 22 Loth 3 Qt.

3. 3 Last 18 Lf. 2 Klmt. 3 Stof Roggen — 1 Last 33 Lf. 4 Klmt. 6 Sf. = 1 Lst. 29 3 Klmt. 6 Stf.

4. 2 Oxh. 3 Ank. 14 Stof — 1 Oxh. 3 Ank. 26 Stf. = 5 Ank. 18 Stf.

5. 219 rth. 7 pf. — 136 rth. 18 gr. 4 pf. = 82 rth. 6 gr. 3 pf.

6. 600 rth. — 386 rth. 18 gr. 6 pf. = 213 rth. 5 gr. 6 pf.

7. 13 rth. 3 gr. — 23 gr., 15 gr., 21 gr., 17 gr., 22 gr., 2 gr., 19 gr., 16 gr, 4 gr., 22 gr., 11 gr., 23 gr., 17 gr., 15 gr., 12 gr., 9 gr., 14 gr., 20 gr., 14 gr. = 19 gr.

8. D. Martin Luther wurde zu Eisleben den 10. Novbr. 1483 geboren und starb d. 18. Febr. 1546. Wurde also 62 Jahr 3 Mt. 8 Tage alt.

9. Die Kaiserinn Catharina II. wurde d. 2. Mai 1729 geboren, und starb d. 16. Novbr. 1796. Wurde also 67 Jahr 6 Mt. 14 Tage alt.

10. Jemand wurde geboren 1712 d. 24 Febr., Abends 8 Uhr, und starb 1796 d. 10. Aug., Vormittags 9 Uhr. Wie alt war er geworden?
84 Jahr 5 Mon. 16 Tage 13 Stunden.

11. 26 Bll. 3 Rfs. 7 Bch. 10 Bg. — 12 Bll. 6 Rfs. 15 Bch. 16 Bg. = 13 Bll. 6 Rfs. 11 Bch. 18 Bg.

12. 32 rth. 14 gr. — (20 gr. 6 pf. + 1 rth. 21 gr. 9 pf. + 2 rth. 22 gr. 10 pf. + 2 rth. 23 gr. + 16 gr. 11 pf. + 1 rth. 7 pf. + 3 rth. 19 gr. 10 pf.) = 18 rth. 8 gr. 7 pf.

e) Für die Multiplication.

1. 16 Rubel 58 Kop., 14 Mal = 232 Rbl. 12 Kop.
2. 36 × 6 ℔ 14 Loth 2 Qt. = 11 L℔ 12 ℔ 10 Loth.
3. 15 × 3 L℔ 17 ℔ 18 Loth 2 Qt. = 2 S℔ 18 L℔ 3 ℔ 21 Loth 3 Qt.
4. 13 Pud 25 ℔ 78 Sol. × 32 = 436 Pud 26 ℔.
5. 91 × 5 Ank. 14 Stf. = 82 Oxh. 5 Ank. 14 Stf.
6. 4 Ellen zu 18 gr. = 3 rth.
7. 8 ℔ zu 22 gr. = 7 rth. 8 gr.
8. 64 Ellen zu 16 gr. = 42 rth. 16 gr.
9. 68 ℔ zu 2 rth. 21 gr. = 195 rth. 12 gr.
10. 42 × 13 rth. 20 gr. 5 pf. = 581 rth. 17 gr. 6 pf.
11. 162 × 42 rth. 13 gr. 4 pf. = 7056 rth.
12. Täglich 1 rth. 15 gr. 4 pf. Arbeitslohn; wieviel in 9 Wochen 4 Tage? = 95 rth. 1 gr. 4 pf.
13. 85 Ellen zu 9 gr. 6 pf. = 33 rth. 15 gr. 6 pf.

14. Für 1 gr. erhält man 3 Loth; wieviel ℔ für 15 rth? = 33 ℔ 24 Loth.

15. 82 Arme, täglich jeder 1 ℔ 28 Loth Brot; wieviel in 51 Wochen? = 54888 ℔ 24 Loth.

f) Für die Division.

1. 207 Tscht. 9 Tschk. 4 Gr. : 168 = 1 Tscht. 1 Tschk. 3 Gr.
2. 16874 Rbl. 55 Kp. : 231 = 73 Rbl. 5 Kp.
3. 48 rth. 20 gr. : 4 = 12 rth. 5 gr.
4. 12 rth. 4 gr. 8 pf. : 4 = 3 rth. 1 gr. 2 pf.
5. 26 rth. 2 pf. : 7 = 3 rth. 17 gr. 2 pf.
6. 36 ℔ 24 Loth : 12 = 3 ℔ 2 Loth.
7. 15 rth. 12 gr. : 12 = 1 rth. 7 gr.
8. 2 rth. : 3 = 16 gr.
9. 8 rth. : 32 = 6 gr.
10. 1 rth. 15 gr. 5 pf. : 43 = 11 pf.
11. 19 ℔ 3 Loth : 26 = 23 Loth 2 Qt.
12. 1087 rth. 21 gr. 7 pf. : 5 = 217 rth. 13 gr. 11 pf.
13. 101 rth. 20 gr. 9 pf. : 21 = 4 rth. 20 gr. 5 pf.

14. 1 ℔ kostet 17 rth. 8 gr.; was kostet 1 Loth? 13 gr.

15. Für 9 Rbl. bekomme ich 33 ℔ 24 Loth; wieviel für 1 Rbl.? 3 ℔ 24 Loth.

IV. Proportionen.

1.	$4 : 6 = 8 : 12.$	2.	$12 : 6 = 4 : 2.$
3.	$16 : 64 = 42 : 168.$	4.	$21 : 35 = 18 : 30.$
5.	$105 : 315 = 37 : 111.$	6.	$108 : 60 = 81 : 45.$
7.	$100 : 105 = 1000 : 1050.$		
8.	$100 : 5 = 8760 : 438.$		
9.	$65 : 13 = 100 : 20.$		
10.	$217 : 310 = 21 : 30.$		
11.	$12 : 144 = 19 : 228.$		
12.	$49 : 84 = 77 : 132.$		
13.	$192 : 288 = 34 : 51.$	14.	$19 : 76 = 51 : 204.$
15.	$\frac{3}{4} : \frac{3}{8} = 2 : 1.$	16.	$\frac{5}{11} : \frac{3}{4} = 20 : 33.$
17.	$2\frac{1}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3}{4} : \frac{1}{24}.$	18.	$\frac{7}{8} : 2 = \frac{7}{11} : 1\frac{5}{11}.$
19.	$17 : 19 = 187 : 209.$		
20.	$13 : \frac{3}{4} = 10\frac{2}{5} : \frac{3}{5}.$		

Diese Aufgaben lassen sich leicht einkleiden, sobald man für den Schüler Gebrauch davon machen will.

V. Potenzen und Wurzeln.

a) Quadrat.

1.	$36^2 = 1296$.	2.	$48^2 = 2304$.
3.	$64^2 = 4096$.	4.	$39^2 = 1521$.
5.	$58^2 = 3364$.	6.	$72^2 = 5184$.
7.	$78^2 = 6084$.	8.	$84^2 = 7056$.
9.	$79^2 = 6241$.	10.	$89^2 = 7921$.
11.	$47^2 = 2209$.	12.	$68^2 = 4624$.
13.	$236^2 = 55696$.	14.	$428^2 = 183184$.
15.	$624^2 = 389376$.	16.	$872^2 = 760384$.
17.	$3245^2 = 10530025$.	18.	$4836^2 = 23386896$.
19.	$8446^2 = 71334916$.	20.	$2345^2 = 5499025$.

21. $12345^2 = 152399025$.

22. $54321^2 = 2950771041$.

23. $23446^2 = 549714916$.

24. $800008^2 = 640012800064$.

25. $23,57^2 = 555,5449$.

26. $10,625^2 = 112,890625$.

27. $0,0324^2 = 0,00104976$.

28. $0,00324 = 0,0000104976$.

b) Cubus.

1. $3^3 = 46656$.
2. $48^3 = 110592$.
3. $72^3 = 373248$.
4. $42^3 = 74088$.
5. $24^3 = 13824$.
6. $38^3 = 54872$.
7. $56^3 = 175616$.
8. $68^3 = 314432$.
9. $96^3 = 884736$.
10. $84^3 = 592704$.
11. $232^3 = 12486168$.
12. $322^3 = 33386248$.
13. $345^3 = 41063625$.
14. $986^3 = 961504803$.
15. $0{,}012^3 = 0{,}000001728$.
16. $0{,}07^3 = 0{,}000343$.
17. $0{,}009^3 = 0{,}000000729$.
18. $0{,}0006^3 = 0{,}000000000216$.
19. $0{,}314^3 = 0{,}311665752$.

c) Biquadrat.

1. $44^4 = 3748096$.
2. $88^4 = 59969536$.
3. $45^4 = 4100625$.
4. $64^4 = 16777216$.
5. $324^4 = 11019960576$.

Diese Aufgaben wird man sowohl zur Uebung des Potenzirens als auch des Extrahirens anwenden.

Tabelle I.

Künftiger Werth eines Kapitals 1000000 nach Zins-Zins.

Jahr	Zu 3 pCt.	Zu 4 pCt.	Zu 5 pCt.	Zu 6 pCt.
1.	1030000	1040000	1050000	1060000
2.	1060900	1081600	1102500	1123600
3.	1092727	1124864	1157625	1191016
4.	1125509	1169858	1215506	1262477
5.	1159274	1216653	1276281	1338225
6.	1194052	1265319	1340096	1418519
7.	1229874	1315932	1407100	1503630
8.	1266770	1368569	1477455	1593848
9.	1304773	1423312	1551328	1689479
10.	1343916	1480244	1628895	1790848
11.	1384234	1539454	1710339	1898298
12.	1425761	1602032	1795856	2012196
13.	1468534	1665073	1885649	2132928
14.	1512590	1731676	1979932	2260904
15.	1557967	1800943	2078928	2396558
16.	1604706	1872981	2182875	2540352
17.	1652848	1947900	2292018	2692773
18.	1702433	2025816	2406619	2854339
19.	1753506	2106849	2526950	3025599
20.	1806111	2191123	2653298	3207135

Tabelle II.

Von dem künftigen Werth 1000000 ist der baare Werth nach Zins - Zins.

Jahr.	Zu 3. pCt.	Zu 4 pCt.	Zu 5 pCt.	Zu 6 pCt.
1.	970874	961538	952381	943396
2.	942596	924556	907029	889996
3.	915142	888996	863838	839619
4.	888487	854804	822702	792094
5.	862609	821927	783526	747258
6.	837484	790314	746215	709461
7.	813173	759917	710681	665057
8.	789408	730690	676839	627412
9.	766417	702586	644609	591898
10.	744094	675564	613913	558395
11.	722421	649581	584679	526788
12.	701379	624597	556837	496969
13.	680951	600574	530321	468839
14.	661118	577475	505068	442301
15.	641862	555264	481017	417265
16.	623167	533908	458112	393646
17.	605016	513373	436297	371364
18.	587395	493628	415521	350344
19.	570286	474642	395734	330513
20.	553676	456387	376889	311805

Tabelle III.

Bequeme Theile aus Zahlen höherer Ordnung.

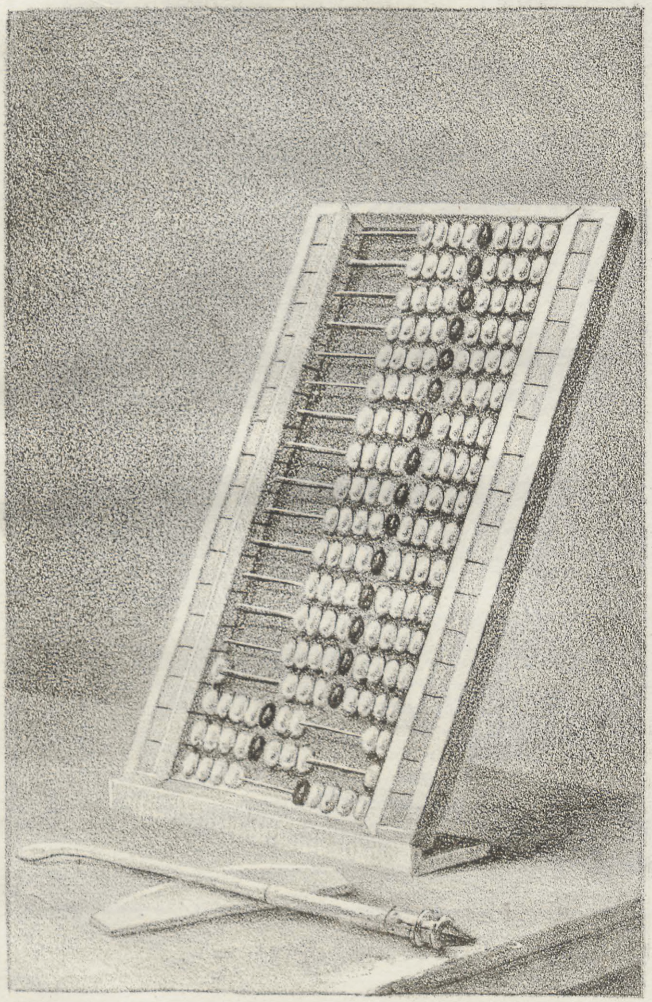
Von	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$
10	5	$3\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{2}$	2	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{9}$	$\frac{5}{6}$
100	50	$33\frac{1}{3}$	25	20	$16\frac{2}{3}$	$12\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{9}$	$8\frac{1}{3}$
200	100	$66\frac{2}{3}$	50	40	$33\frac{1}{3}$	25	$22\frac{2}{9}$	$16\frac{2}{3}$
300	150	100	75	60	50	$37\frac{1}{2}$	$33\frac{1}{3}$	25
400	200	$133\frac{1}{3}$	100	80	$66\frac{2}{3}$	50	$44\frac{4}{9}$	$33\frac{1}{3}$
500	250	$166\frac{2}{3}$	125	100	$83\frac{1}{3}$	$62\frac{1}{2}$	$55\frac{5}{9}$	$41\frac{2}{3}$
600	300	200	150	120	100	75	$66\frac{2}{3}$	50
700	350	$233\frac{1}{3}$	175	140	$116\frac{2}{3}$	$87\frac{1}{2}$	$77\frac{7}{9}$	$58\frac{1}{3}$
800	400	$266\frac{2}{3}$	200	160	$133\frac{1}{3}$	100	$88\frac{8}{9}$	$66\frac{2}{3}$
900	450	300	225	180	150	$112\frac{1}{2}$	100	75
1000	500	$333\frac{1}{3}$	250	200	$166\frac{2}{3}$	125	$111\frac{1}{9}$	$83\frac{1}{3}$
2000	1000	$666\frac{2}{3}$	500	400	$333\frac{1}{3}$	250	$222\frac{2}{9}$	$166\frac{2}{3}$
3000	1500	1000	750	600	500	375	$333\frac{1}{3}$	250
4000	2000	$1333\frac{1}{3}$	1000	800	$666\frac{2}{3}$	500	$444\frac{4}{9}$	$333\frac{1}{3}$
5000	2500	$1666\frac{2}{3}$	1250	1000	$833\frac{1}{3}$	625	$555\frac{5}{9}$	$416\frac{2}{3}$
6000	3000	2000	1500	1200	1000	750	$666\frac{2}{3}$	500
7000	3500	$2333\frac{1}{3}$	1750	1400	$1166\frac{2}{3}$	875	$777\frac{7}{9}$	$583\frac{1}{3}$
8000	4000	$2666\frac{2}{3}$	2000	1600	$1333\frac{1}{3}$	1000	$888\frac{8}{9}$	$666\frac{2}{3}$
9000	4500	3000	2250	1800	1500	1125	1000	750
10000	5000	$3333\frac{1}{3}$	2500	2000	$1666\frac{2}{3}$	1250	$1111\frac{1}{9}$	$833\frac{1}{3}$
11000	5500	$3666\frac{2}{3}$	2750	2200	$1833\frac{1}{3}$	1375	$1222\frac{2}{9}$	$916\frac{2}{3}$

Schlufs-Bemerkung.

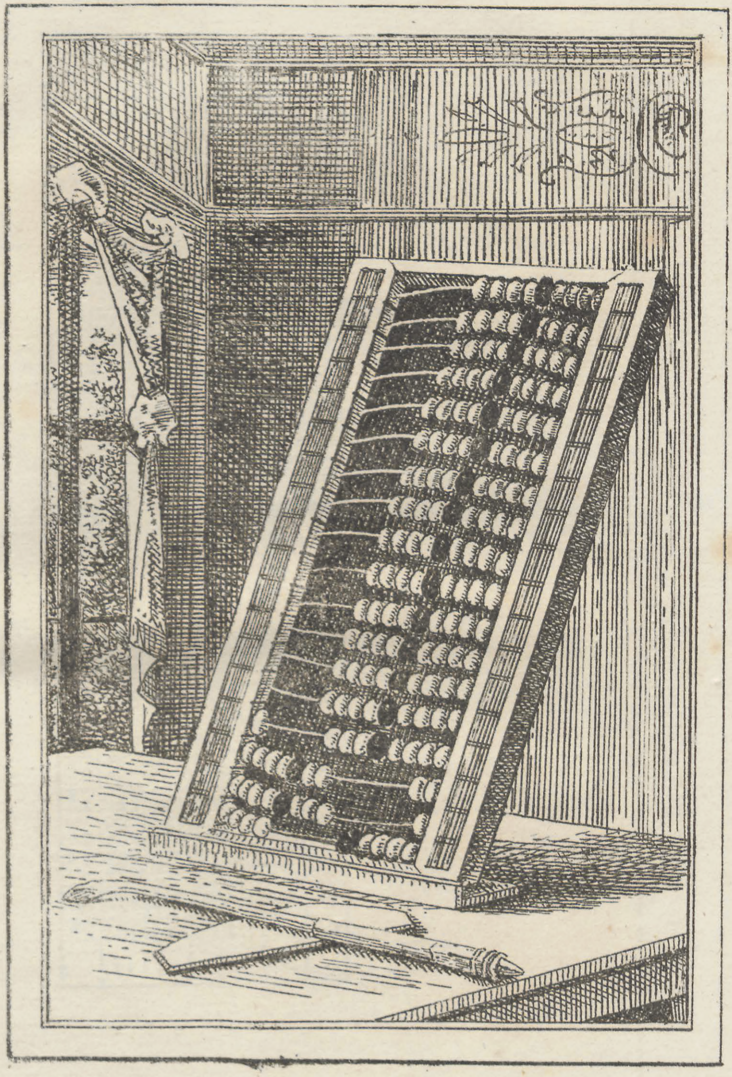
Nachdem der Druck fast beendigt ist, finde ich mich veranlafst, hier noch auf die Anwendung des Brettes beim Unterrichten der Blinden aufmerksam zu machen. In Rechenkammern, wo es viel zu Addiren giebt, und wo jeder Rechner seinen Gegen-Rechner hat, würden so unterrichtete Blinde ein wünschenswerthes Unterkommen finden. Daher bitte ich, diese Bemerkung nicht zu übersehen, und nach angestellten Versuchen das Resultat zur Oeffentlichkeit zu bringen.

Dorpat, 1831.

Gedruckt bei J. C. Schünmann.



Lith. von F. Schlater



Lith von F. Schläter

Multiplications - Tabelle.

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
11	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220	231	242	253	264	275	286	297	308	319	330	11
12	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240	252	264	276	288	300	312	324	336	348	360	12
13	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260	273	286	299	312	325	338	351	364	377	390	13
14	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280	294	308	322	336	350	364	378	392	406	420	14
15	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360	375	390	405	420	435	450	15
16	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320	336	352	368	384	400	416	432	448	464	480	16
17	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340	357	374	391	408	425	442	459	476	493	510	17
18	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360	378	396	414	432	450	468	486	504	522	540	18
19	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380	399	418	437	456	475	494	513	532	551	570	19
20	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480	500	520	540	560	580	600	20
21	231	252	273	294	315	336	357	378	399	420	441	462	483	504	525	546	567	588	609	630	21
22	242	264	286	308	330	352	374	396	418	440	462	484	506	528	550	572	594	616	638	660	22.
23	253	276	299	322	345	368	391	414	437	460	483	506	529	552	575	598	621	644	667	690	23
24	264	288	312	336	360	384	408	432	456	480	504	528	552	576	600	624	648	672	696	720	24
25	275	300	325	350	375	400	425	450	475	500	525	550	575	600	625	650	675	700	725	750	25
26	286	312	338	364	390	416	442	468	494	520	546	572	598	624	650	676	702	728	754	780	26
27	297	324	351	378	405	432	459	486	513	540	567	594	621	648	675	702	729	756	783	810	27
28	308	336	364	392	420	448	476	504	532	560	588	616	644	672	700	728	756	784	812	840	28
29	319	348	377	406	435	464	493	522	551	580	609	638	667	696	725	754	783	812	841	870	29
30	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600	630	660	690	720	750	780	810	840	870	900	30
31	341	372	403	434	465	496	527	558	589	620	651	682	713	744	775	806	837	868	899	930	31
32	352	384	416	448	480	512	544	576	608	640	672	704	736	768	800	832	864	896	928	960	32
33	363	396	429	462	495	528	561	594	627	660	693	726	759	792	825	858	891	924	957	990	33
34	374	408	442	476	510	544	578	612	646	680	714	748	782	816	850	884	918	952	986	1020	34
35	385	420	455	490	525	560	595	630	665	700	735	770	805	840	875	910	945	980	1015	1050	35
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	