

Tartu Ülikool  
Semiootika osakond

Elis Saar

INTERDISTSIPLINAARNE TÕLGE MATEMAATIKAST KUNSTI:  
GÜMNAASIUMI MATEMAATIKAÕPIKU ANALÜÜS

Bakalaureusetöö

Juhendaja: Katre Pärn

Tartu  
2013

Olen bakalaureusetöö kirjutanud iseseisvalt. Kõigile töös kasutatud teiste autorite töödele, põhimõtteliste seisukohtadele ning muudest allikaist pärinevatele andmetele on viidatud.

Autor: Elis Saar .....

(allkiri)

.....

(kuupäev)

## SISUKORD

SISSEJUHATUS .....	5
1. INTERDISTSIPLINAARSUS .....	9
1.1. Distsipliin ja distsiplinaarsed piirid.....	10
1.2. Interdistsiplinaarsuse omadused.....	12
1.3. Mõistekooslus .....	14
1.3.1. Multidistsiplinaarsus .....	15
1.3.2. Transdistsiplinaarsus .....	16
1.4. Interdistsiplinaarsuse kolm vormi .....	17
1.5. Interdistsiplinaarne tõlge.....	20
2. INTERDISTSIPLINAARSUS KUNSTI JA MATEMAATIKA VAHEL .....	23
2.1. Kunsti ja teaduse suhestumise viisid .....	24
2.2. Kunstiline ja teaduslik mõtlemine.....	26
2.3. Kujutav kunst ja matemaatika.....	29
2.3.1. Kujutav kunst matemaatika õpetamises .....	30
2.4. Interdistsiplinaarse tõlke aspekt .....	33

3. INTERDISTSIPLINAARNE TÕLGE „MATEMAATIKA ÕHTUÕPIKUS“ .....	36
3.1 „Matemaatika õhtuõpik“ .....	37
3.2. Interdistsiplinaarsed tõlked „Matemaatika õhtuõpikus“ .....	39
3.3. Interdistsiplinaarse tõlke takistused ja eelised .....	42
3.3.1. Kompetentsus mõlemas distsipliinis .....	42
3.3.2. Distsipliinide piirid.....	43
3.3.3. Kunsti mitmetitõlgendatavus .....	44
3.3.4. Kunst täiendab ja abistab .....	46
3.3.5. Järeldused .....	47
KOKKUVÕTE .....	49
SUMMARY .....	52
KASUTATUD KIRJANDUS .....	54
LISAD.....	57
Lisa 1. Tõlgete jaotumise tabel .....	57
Lisa 2. Tõlked .....	58
Lisa 3. „Matemaatika õhtuõpiku“ kaas .....	85

## SISSEJUHATUS

Käesolevas uurimustöös saavad semiootilise vaatepunkti läbi kokku kaks distsipliini: kunst ja matemaatika – seda interdistsiplinaarse tõlke kontekstis. Juba Juri Lotman pidas vajalikuks mainida, et kultuuriprogressi toimumine eeldab teaduse ja kunsti orgaanilist ühtepõimumist: „Kultuuri ajaloolise progressi eri järkudes on kord ühel, kord teisel domineeriv roll. Kuid kultuuri kui terviku arenguks on tingimata vaja nende pidevat dialoogi.“ (Lotman 1999: 178). Antud uurimus loodab anda sellesse dialoogi just matemaatika ja kunsti seisukohast oma väikese, kuid sellegipoolest kohalikus kontekstis olulise panuse. Teemale lisavad aktuaalsust viimase aja diskussioonid meedias reaalainete õpetamise ja populariseerimise üle ning matemaatika gümnaasiumiastme riigieksami kõigile lõpetajatele kohustuslikuks muutmine 2014 kevadest.

Tõlke uurimine nende esmapilgul üsna erinevate distsipliinide vahel toimub käesolevas bakalaureusetöös vastvalmiva raamatu „Matemaatika õhtuõpik“ näitel, mis ühendab endas gümnaasiumiastme matemaatika kirjeldamise nii sõnas kui pildis. Olles ise antud lisaõpiku illustraator, puutun aktiivselt kokku matemaatiliste ideede ja süsteemide tõlkimisega kunsti keelde – kogedes omal nahal selle eeliseid, väljakutseid ja ka probleeme. Teemavalik sai inspireeritud nii soovist edasi anda kunsti ja matemaatika interdistsiplinaarse suhtega kaasnevaid küsimusi kui ka huvist antud distsipliinide vahelise suhte ajaloo ja tagamaade kohta. Leian, et kunsti ja matemaatika vahelise interdistsiplinaarsuse uurimine pakub lisaväärtust paralleelselt loodavatele illustratsioonidele, muudab nende loomisprotsessi läbimõeldumaks ning vastupidi – praktiline töö pakub kogemusi ja genereerib omapoolseid ideid, mis haakuvad teoreetilise osaga.

Käsitledes alguses suhet teaduse ja kunsti vahel üldisemalt, piiritlen küllaltki laiahaardelisena tunduva uurimisteema just gümnaasiumimatemaatika ja kujutava kunstiga ning loodan oma uurimuses välja selgitada interdistsiplinaarsuse kasutusvõimalusi

matemaatika ja kunsti vahel, pöörates sealjuures suuremat tähelepanu ka didaktilisele aspektile. Lähtumine interdistsiplinaarse tõlke probleemist pakub kahe distsipliini, mille dialoogi tulemusena „Matemaatika õhtuõpiku“ illustratsioonid valmivad, vaatlemiseks metakeele, mille kaudu muutuvad oluliseks mõisted nagu tõlgitavus, tõlkimatus, metafoorid ning vaadeldavate distsipliinide piirid.

Konkreetselt illustratsioonide loomist läbi interdistsiplinaarse tõlke mõiste ei ole senimaani autorile teadaolevalt uuritud – ilmselt seetõttu, et interdistsiplinaarse tõlke mõiste on küllaltki hiljuti esile kerkinud. Küll aga on selle mõiste abil omavahel seotud teisi „pehmeid“ ja „kõvasid“ distsipliine, näiteks meditsiini ja teatrit (Rossiter 2008: „From Page to Stage: Dramaturgy and the Art of Interdisciplinary Translation“). Palju on uuritud interdistsiplinaarsust kunsti ja teaduse ning täpsemalt kunsti ja matemaatika vahel – oma töös lähtun nii Sheldon Richmondi, James Elkinsi kui ka Juri Lotmani nägemustest kunstilise ja teadusliku tegevuse ja mõtlemise vahekordade kohta.

Bakalaureusetöö on jaotatud kolmeks peatükiks. Alustan uurimustööd interdistsiplinaarsuse mõistest, andes põgusa ülevaate nii selle tagamaadest kui ka eri autorite arusaamadest (Giles Gunn, Arabella Lyon, Joe Moran, Thierry Ramadier jt) ning suhestan interdistsiplinaarsuse mõiste ülejäänud mõistekooslusega (trans- ja multidistsiplinaarsus). Paigutan käesoleva töö probleemi – matemaatika ja kunsti vahelise interdistsiplinaarsuse tulemusel tõlgete loomise – Andrew Barry (2008) kirjeldatud interdistsiplinaarsuse eri vormide ja metodoloogiliste suundade konteksti. Viimane alapeatükk tutvustab interdistsiplinaarse tõlke mõistet, selle senist kasutust ja kasulikkust käesoleva bakalaureusetöö kontekstis.

Teine peatükk toob alustuseks küllaltki üldisel tasandil interdistsiplinaarsuse arutellu sisse kaks valdkonda, millel uurimisteema põhineb – teaduse ja kunsti. Ülevaatlikult puudutan nii teaduse-kunsti vahekorra käsitlemise viise kui ka ideid teadusliku ja kunstilise mõtlemise erinevustest ja sarnasustest. Peatüki teine pool liigub täpsemalt kujutava kunsti ja matemaatika vahekorra juurde, arutledes nende kahe distsipliini ühiste joonte ja sünergiaid tekitavate aspektide üle, tuues näiteid nii matemaatikast kui kunstist ning puudutades matemaatika õpetamist läbi kunsti. Peatüki lõpetan jõudes matemaatika kunsti

keelde tõlkimise vajaduse ja kasulikkuseni ning paigutan seni välja toodud aspektid interdistsiplinaarse tõlke mõiste konteksti.

Viimane peatükk arutleb läbitud teoreetilise materjali põhjal konkreetse uurimisobjekti – „Matemaatika õhtuõpiku“ – visuaalse poole loomise kui interdistsiplinaarse tõlke üle. Üritan välja selgitada, kas toimunud tõlget annab mingil moel mudeldada või süstematiseerida ning toon välja põhilised kasutegurid ja takistused sellist tüüpi interdistsiplinaarsete tõlgete loomisel. Kõige selle näitlikustamiseks kasutan õpikus kasutusel olevate tõlgete analüüsi, kaasates nii enda loodud illustratsioonid kui ka graafikud ja skeemid.

Selle saavutamiseks võtan lisaks kunsti ja matemaatika suhte uurimisele teooriapatükkides hilisemas analüüsis osas uurimismeetodina kasutusele autoetnograafilise lähenemise. Autoetnograafia on kvalitatiivne uurimismeetod, mis eristub just autorikesksuse ja kontekstiteadlikkuse poolest (Paloveer 2012: 33), olulisel kohal on eneserefleksiivsus ning enda töö vaatlemine ja kirjeldamine (Maréchal 2010: 43). Käesolevas töös pakub autoetnograafiline meetod võimaluse tuua välja enda kui interdistsiplinaarse tõlkija kogemus ning siduda see üldiste matemaatikadidaktikat ja loovust puudutavate teemadega. Toetan „Matemaatika õhtuõpikus“ toimunud interdistsiplinaarse tõlke erinevaid aspekte peatükis „Lisad“ üksiklaual välja toodud konkreetsete tõlgete ja originaalide tagamaade seletamisega.

Uurimisobjekt, „Matemaatika õhtuõpik“, valmib koostöös matemaatikute Juhan Aru ja Kristjan Korjusega ning koosneb kokku kümnest peatükist, mis tutvustavad matemaatika gümnaasiumiastme õppekava tähtsamaid teemasid. Raamatu sihtgrupiks on eelkõige gümnaasiumiõpilased, kuid ka õpetajad ja muud huvilised ning põhieesmärgiks on pakkuda võimalust tutvuda matemaatika loomingulise ja põnevust pakkuva poolega, kirjeldades erinevate teemade ajalugu, pakkudes intuiitseid seletusi ja põnevaid fakte. Kõike seda peaks toetama elav värvilahendus, graafikud, joonised ja lõbusad fantaasiarohked illustratsioonid, mis pakuvad nii silmale puhkust kui tekstiosale tuge ja seletust.

Töö eesmärgiks on lahti mõtestada interdistsiplinaarse tõlkega matemaatikast kujutavasse kunsti kaasnevad eelised ja raskused ning välja selgitada, millisel määral on see suhe mõjutanud „Matemaatika õhtuõpiku“ visuaalse poole loomist.

## 1. INTERDISTIPLINAARSUS

Intuitiivselt võib eeldada, et interdistsiplinaarse uurimuse näol on tegemist uurimusega, mis tegutseb distsipliinide vahel; toob kokku ja kasutab juba väljakujunenud akadeemilisi valdkondi selleks, et luua midagi uut. Tegu on väga mitmekülgse mõistega, mistõttu on eri autorite arusaamade põhjal raske ühest definitsiooni välja tuua – moodustub terve lai mõisteväli, mille sisse erinevad arusaamad paigutuvad. Olenevalt kontekstist võib interdistsiplinaarsust võtta nii laia kui kitsa mõistena, näha selles nii innovatsiooni, paratamatust kui ka paradoksi. Interdistsiplinaarsuse ning interdistsiplinaarse tõlke mõistetesse süvenemine on oluline andmaks baas hilisemale kunsti ja matemaatika interdistsiplinaarse suhte vaatlemisele.

Oma olemuselt koosneb interdistsiplinaarsus eesliitest „inter-“ ja sõnast „distsipliin“. Prefiks „inter-“ tähendab millegi vahel, keskel või hulgas olevat ning distsipliin akadeemilist uurimisvaldkonda (Repko 2008: 5), kuid samuti ka mõtlemisviisi koos eelistatud objektide ja meetoditega. Põhilisi vaatepunkte kokku sidudes pakub Allen F. Repko välja järgneva definitsiooni:

Interdistsiplinaarsed uuringud (*Interdisciplinary studies*) on uurimisküsimusele vastamise või probleemi lahendamise protsess, mis puudutab liiga laiahaardelisi või keerukaid teemasid, et neid adekvaatselt ainult ühe distsipliini raames uurida; põhinedes distsiplinaarsetel perspektiividel integreerides nende põhimõtteid selleks, et luua laialdasem mõistmine või kognitiivne edasimineku. (Repko 2008:12)

Distsipliini defineeritakse tihti kui akadeemilist valdkonda, kuid leian, et interdistsiplinaarsuse kontekstis selline määratlus alati ei kehti – eriti käsitledes matemaatika ja kunsti suhet. Interdistsiplinaarsuse sügavam mõistmine eeldab seega ka distsipliini mõiste tähenduse uurimist. Lisaks sellele puudutan järgnevas peatükis mitmeid nägemusi interdistsiplinaarsuse kohta, püüdes selles teemas uurimistöö selguse nimel veidi

korda luua ning määratleda, milliste vaatepunktide järgi käesolevas bakalaureusetöös interdistsiplinaarsuse mõistet kasutatakse. Lisaks interdistsiplinaarsuse mõiste tagamaadele, mis saavad alguse juba distsipliini mõiste olemuse määratlemisest, on oluline välja tuua ka mõistekooslus, millesse interdistsiplinaarsus paigutub – selleks, et saada aimdust millegi olemusest peame mõistma, mida ta pole. Viimasena toon sisse interdistsiplinaarse tõlke mõiste, arutledes senise kasutuse ja olulisemate aspektide üle.

### **1.1. Distsipliin ja distsiplinaarsed piirid**

Akadeemilises mõttes on distsipliiniks ühiseid meetodeid, teooriaid ja uurimisobjekte jagav teadusharu. Lisaks on sõnal „distsipliin“ juures ka võimule ja hierarhiale vihjavad tundmused – distsipliin kui kindel kord ja kontroll alluvate rühmade hulgas. *Inter*-liide on aga erinevalt distsipliini karmist ja rangest konnotatsioonist üsna sõbralik ja dünaamiline (Moran 2010: 2). Üks levinud viise distsipliini mõiste seletamiseks on antropoloogiliste terminite kaudu – distsipliinid on justkui hõimud, millest igal ühel on oma traditsioonid, keel ja mõttemallid, mis pakuvad selle ala liikmetele ühiseid teooriaid, meetodeid, tehnikaid ja probleeme. Sellisel hõimul on teistest eristatav akadeemiline, sotsiaalne ja kultuuriline identiteet (Brew 2008: 424, Moran 2010: 13). Taoliste metafooride kasutamine on mõneti distsipliinide kirjeldamist ja olemuse mõistmist lihtsustanud, kuid antud juhul võib omada hoopis vastupidist efekti.

Interdistsiplinaarsuse kontekstis teadlaste distsiplinaarset enesemääratlust vaadeldes on järeldatud, et hõimu termin vihjab palju staatilisemale ja paigalseisvamale nähtusele kui distsipliinid reaalses elus olema kipuvad (Brew 2008: 425). Sama leiab ka Arabella Lyon oma artiklis „Interdisciplinarity: Giving Up Territory“: „Territooriumi või piiri metafoor, mis on küll tihedas kasutuses, kuna kirjeldab hästi institutsionaalset struktuuri, on piiratud ja takistab meie nägemust interdistsiplinaarsusest“ (Lyon 1992: 682). Seega algab interdistsiplinaarsuse probleem juba distsipliini mõistest endast – paljud distsiplinaarsuse arutelud ei luba erilisi kattuvusi ja defineerivad üsna selgelt end kahedimensioonilises ruumis, millel on kindlad piirid.

Lyon pakub üheks võimalikuks lahenduseks asendada territooriumi-metafoor jõe omaga: „Tajudes distsipliine kui jõgesid, tunnustame akadeemiliste grupeeringute kitsaid pärinemise allikaid, ümbritseva geoloogia mõju ja voolu konteksti ennast...“ (Lyon 1992: 682). Sellise mõtlemisviisiga, et paindlikumad metafoorid võivad viia uut moodi arusaamiseni, nõustub ka Brew, kuid jääb siiski jõe-metafoori osas kahtlevaks. Võrdlus jõega sisaldab tema sõnul samu takistusi, mis vana territooriumi-metafoor, kuna ka jõel on oma kindlad piirid. Selle asemel pakub ta välja mõiste „konfluents“ (ingl.k. *confluence* – ühtesulandumine), mis on tema sõnul parem kui lihtsalt vool (ingl.k. *flow*). Distsipliinid on rohkem vee kui maa moodi – kuigi neid saab üksteisest eristada, sulanduvad nad siiski kokku, on kombineeritavad, ühildatavad ning ümberjaotatavad peaaegu lõpmatu arv kordi (Brew 2008: 434).

Metafoorilised eelistused jäägu igaühe enda otsustada – olenemata sellest, kas loome võrdlused maa-alade, vee, jõe või kasvõi toolidega (Frodeman 2002: 102) tuleb distsipliinidest rääkides lihtsalt meeles pidada, et hoides kinni ranguse ja korrale allutamise konnotatsioonidest ning võttes neid pelgalt staatiliste ja piiritletud nähtustena, on raske interdistsiplinaarsuse võimalikkust ja olemust hoomata. Samas ei saa ega tohi interdistsiplinaarsus distsipliini mõistest vabaneda ega lahti öelda, vaid jääb alati distsipliinide vahele võimalusena neid transformeerida, nende vahelist kommunikatsiooni julgustada või uusi intellektuaalseid liite luua. Interdistsiplinaarsus on viis, mille abil olemasolevatesse distsipliinidesse kriitilisemalt ja teadlikumalt suhtuda (Moran 2010: 187), seega on distsiplinaarsus interdistsiplinaarsuse saavutamise eelduseks. Samuti oleks viga distsipliinide homogeensust ja suletust interdistsiplinaarsuse heterogeensusele ja avatusele täielikult vastandada – ka interdistsiplinaarsus võib sisaldada teatud suletust ja piiranguid ning distsipliinid võivad olla vägagi heterogeensed ja paljude alajaotustega (Barry 2008: 26).

Distsiplinaarne lähtekoht pakub tundmuse või raamistiku, mille kaudu käesolevas bakalaureusetöös teemaks olevad valdkonnad – kunst ja matemaatika – omavahel siduda. Antud juhul saab selleks siduvaks tundmuseks interdistsiplinaarsuse, täpsemalt interdistsiplinaarse tõlke mõiste. Kui matemaatika nägemine distsipliinina ilmselt seletust

ei vaja, siis kunstiga (selle sõna laiemas tähenduses) on teised lood – kunsti olemust võib näha kui õpetust, loomeprotsessi, selle protsessi tulemust või suhestumist publikuga. Tegu on siiski olulise ja erisuguse inimõtte valdkonnaga, millel on distsipliinile omased tunnused, kuid puudub akadeemilisuse (teaduslikkuse) mõõde. See aga ei tähenda, et ta nii distsiplinaarsuse kui ka interdistsiplinaarsuse haardest välja jääma peaks (või selle varasemas traditsioonis välja jäänud oleks). Käesoleva töö kontekstis ei lähtuta kitsamast akadeemilise distsipliini probleemist, vaid nähakse distsipliini kui laiemat inimtegevuse valdkonda, mis pakub mõtlemismalle, maailma tunnetamise viise ja väljendusvahendeid. Distsipliini mõiste selline määratlemine, mis kasvab suuresti välja haridusest, muudab võimalikuks nii kunsti kui matemaatika käsitlemise võrdsete teadmise valdkondadena ning hiljem asetada nad interdistsiplinaarsuse konteksti.

## **1.2. *Interdistsiplinaarsuse omadused***

Interdistsiplinaarsust on kirjeldatud nii positiivselt kui ka negatiivselt ja nähtud selles nii potentsiaale, ohte kui ka paradoksaalsust. Sealjuures tuleb mees pidada, et ei saa järjestada vankumatut nimekirja interdistsiplinaarsusele omaseid tunnuseid, vaid iga välja pakutud joon sõltub suuresti eri käsitlustes välja toodud interdistsiplinaarsuse definitsioonist – kas peetakse silmas tervet spektrit nähtusi, lähtutakse väga laiaast või kitsast tähendusest jne. Järgnev valik omadusi koosneb seisukohtadest, mis antud uurimuse vaatepunktist olulised on.

Giles Gunn toob välja lootuse, et olulised inimkogemuse ja mõistmise dimensioonid asuvad eri distsipliinide vahelistel läbi uurimata aladel ning just interdistsiplinaarsus pakub vahendi nende avastamiseks (Gunn 1992: 239). Mitmed autorid on interdistsiplinaarsuse positiivsetest omadustest rääkides väljendanud eri sõnastuses küllaltki sarnast lootust: interdistsiplinaarsus esitab traditsioonilistele vananenud süsteemidele väljakutse ja loob uusi innovatiivseid teooriaid ning metodoloogiaid, mis avavad olemasolevad distsipliinid uutele perspektiividele (Moran 2010: 182); distsipliinide vaheliste piiride ignoreerimine julgustab mõttemaailma avardumist, mis on oluliseks lisaväärtuse pakkujaks hariduses

(Fish 1991: 102); interdistsiplinaarsuses peitub uut sorti teadmiste loomise potentsiaal, mis on kättesaadavam laiemale publikule (Rossiter 2008: 278). Ühe konkreetsema kasutegurina on välja toodud ka interdistsiplinaarsus kui miski, mis murrab maha barjääri teaduse ja ühiskonna vahel – toob teaduse tavakodanikule lähemale ja integreerib seda ühiskondlikku ellu (Barry 2008: 30), idee, mille juurde tulen hiljem teaduse ja kunsti suhtest täpsemalt rääkides tagasi. Interdistsiplinaarsuse suuremate ja selgemate eelistena nähaksegi potentsiaali olla uue informatsiooni ja uut sorti mõtteviiside pakkuja.

Samas oleks ekslik arvata, et interdistsiplinaarsus on nii vägev, et annab meile kõik vastused, ületades kergusega traditsioonilistele distsipliinidele osaks saanud raskused (Moran 2010: 182). Mitmed autorid on välja toonud probleeme interdistsiplinaarsuse saavutamisel – üheks olulisemaks on ilmselt distsiplinaarse kompetentsuse saavutamine (Torop 2000: 444), mis on näiteks Stanley Fishi artikli kohaselt väga raske, kui mitte võimatu just seetõttu, et üks isik saab täielikult hoomata ainult ühte distsiplinaarset ala korraga (Fish 1991: 99-112 – viidatud Lyon 1992: 682 kaudu). Samuti mainib Rossiter, et oluline on pädevus mõlemas valdkonnas, mõlema distsipliini nõuete ja tehnikate mõistmine – mõlema distsipliini „keele“ oskus (Rossiter 2008: 285). Kuigi ma nõustun, et kaasatud distsipliinide mõistmine on kõige olulisem eeldus selleks, et midagi interdistsiplinaarset üldse toimuda saaks, ei pea ma seda Fish'i kombel võimatuks. Nõustuksin pigem Moran'iga, kes leiab, et just distsiplinaarsus on interdistsiplinaarsuse eelduseks – on oluline olla kõigepealt distsiplinaarne, pädev ühes valdkonnas, ning seejärel laiendada oma haaret ning tunda mitme distsipliini ajalugu ja diskursuseid enne kui neid üksteisega kokku sobitama hakata (Moran 2010: 183). Mõneti ongi just see idee antud töö üheks motivaatoriks – uurida, mil määral matemaatika ja kunst üldse kokku sobituvad ja millised on olnud nende distsipliinide suhted.

Stefan Herbrechter näeb interdistsiplinaarsuse olemuses aga paradoksi – ühelt poolt vihjab interdistsiplinaarsus rohkemale kui ühele distsipliinile – olla rohkem, teha rohkem kui üksikud distsipliinid suudavad; samas teisalt on 'interdistsipliin' vähem igast distsipliinist, mille vahel ta liigub (Herbrechter 2002: 4). See haakub Thierry Ramadier'i mõttega, et interdistsiplinaarsus tegeleb lihtsustamisega – ignoreerides tihtipeale erinevusi ja leides

ühisosa sarnasustele toetudes (Ramadier 2004: 425). Interdistsiplinaarsetele uurimustele on muuhulgas ette heidetud kalduvust olla kaootilisemad, korrapäratumad ja ebatäielikud (Moran 2010: 184). Arvan, et see on asjakohane etteheide, kuid samas nendib Moran, et just see kogus segadust, mis interdistsiplinaarsusega kaasas käib, teeb selle uurimisväärseks alaks. Interdistsiplinaarsus võib segi paisata distsipliinide kohati petlikku ühtsust ning panna kahtluse alla nende staatuse teadusliku objektiivsuse ja neutraalsuse kandjatena. Interdistsiplinaarsus on viimastel kümnenditel loonud huvitavaid intellektuaalseid arenguid, suuresti just tänu sellele, et ta puudused ja probleemid pole peidetud struktureerituse ja kindlaks määratud konventsioonide taha (Moran 2010: 184).

### **1.3. Mõistekooslus**

Distsipliinidevahelisi suhteid kirjeldades on kasutatud arvukalt erinevaid mõisteid, ühendades sõna 'distsipliin' mitmete eesliidetega. Kui levinumateks ja akadeemilisel maastikul aktsepteeritumateks mõisteteks on kujunenud inter-, trans-, ja multidistsiplinaarsus, siis palju väiksemal määral on muuhulgas mainimist leidnud ka näiteks infra-, intra-, pluri-, kaas-, supra- ja ristedistsiplinaarsus (Balsiger 1999: 99) või anti- ja postdistsiplinaarsus (Moran 2010: 14). Enamik neist mõistetest on leidnud kasutust vaid väga väheste autorite poolt ning jätavad kogu mõistevälja üsna killustatuks, kirjeldades kattuvaid, üksteist hierarhiliselt hõlmavaid või samaväärseid nähtusi, mistõttu ei pea ma vajalikuks neil kõikidel pikemalt peatuda. Küll aga on olulisem vahet teha sagedamini kasutatavatel multi-, inter- ja transdistsiplinaarsusel, mis moodustavad distsipliinide vaheliste suhete kirjeldamiseks kasutatava mõistekoosluse tuumiku.

Joe Moran kirjutab Roland Barthes'ile toetudes, et interdistsiplinaarsuses on potentsiaali olla rohkemat kui lihtsalt eri distsipliinide kokkutooja – interdistsiplinaarsus on transformatiivne ja toodab diskreetseid distsipliine suhestades uusi teadmise vorme või saab muutuda koguni osaks üldisest akadeemilise spetsialiseerumise kriitikast (Moran 2010: 16). Oluline on siinjuures see, et interdistsiplinaarsus pakub distsipliinidele täiendust. Ramadier on oma muuhulgas multi-, inter- ja transdistsiplinaarsuse erinevuste

üle arutlevas artiklis välja toonud, et interdistsiplinaarsus konstrueerib kaasatud distsipliinidele ühise mudeli, mis baseerub vastavate distsipliinide vahelisel dialoogiprotsessil (Ramadier 2004: 433). Seega on interdistsiplinaarsus katse integreerida või sünteesida vaateid mitmest distsipliinist (Barry 2008: 27). Tulles hiljem täpsemalt interdistsiplinaarsuse jaotuste juurde tagasi, tooksin hetkel välja just põhilised võrdlusaspektid teiste mõistekoosluse nähtustega.

### **1.3.1. Multidistsiplinaarsus**

Multidistsiplinaarsus viitab enamasti suhtele, kus kaks või enam distsipliini teevad koostööd, kuid jäävad sealjuures ise muutumatuks ning tegutsevad endiselt standardsete distsiplinaarsete meetodite raames (Barry 2008: 27). Ramadier on välja toonud üsnagi sarnase lähenemise – multidistsiplinaarsuse puhul on enamasti põhieesmärgiks eri distsipliinidesse kuuluvate teoreetiliste mudelite kõrvutamise, mitte uue mudeli loomine nagu interdistsiplinaarsuse puhul. Antud juhul vaadeldakse distsipline nähtuste tõlgendamise protsessis komplementaarsetena – arvesse ei võeta mitte terveid mudeleid, vaid ainult seda osa igast mudelist, mis saab olla kahepoolse konsensusobjektiks, et säilitada sidusus. Sellise lähenemise eeliseks on uuritava objekti eri dimensioonide esile toomine ja vaatepunktide paljus (Ramadier 2004: 433). Distsipliinide vahekorra multidistsiplinaarsuses on päris kujundlikult ja lihtsalt välja toonud Allen F. Repko kasutades puuviljasalati metafoori, kus kõik puuviljatükid (distsipliinid) lähestikku koos eksisteerivad, kuid ei segune – erinevalt interdistsiplinaarsusest mis on nagu smuuti, kus viljad mikserdatakse kokku üheks massiks, mille algsed võivad muutuda eristamatuks (Repko 2008: 13).

Võrreldes interdistsiplinaarsusega võib seega välja tuua, et multidistsiplinaarsus ei ole integratiivne, tegu on lihtsalt lähedussuhtega (Moran 2010: 16). Üheks multidistsiplinaarsuse näiteks on Moran'i sõnul kahe eri distsipliini õppejõu koostööl valmiv loengusari, vastupidiselt talle on aga Martha Boles ja Rochelle Newman oma artiklis, mis räägib kunstist, matemaatikast ja loodusest interdistsiplinaarses klassiruumis

(Boles 1988), esitanud sarnast koostööd aga vägagi interdistsiplinaarsena. Kas mõisteväli on lihtsalt aja jooksul nihkunud (artiklid on ilmunud 20-aastase vahega) või saab antud mõistekooslusesse kuuluvaid mõisteid defineerida iga konkreetse uurimisteema vajadustest ja omadustest tulenevalt? Ilmselt mõlemat. Üldine arusaam oleks siiski, et multidistsiplinaarne lähenemine ühendab mitme eri distsipliini panuseid ühe uurimisobjekti vaatlemiseks eri vaatenurkade alt.

### **1.3.2. Transdistsiplinaarsus**

Ramadieri sõnul on just need kolm teaduslikku lähenemisviisi: distsiiplinaarne, multidistsiplinaarne ja interdistsiplinaarne, aidanud kaasa transdistsiplinaarsuse esilekerkimisele (Ramadier 2004: 434). Transdistsiplinaarsus eristub ülejäänud mõistekooslusest, jättes mulje millestki suuremast ja uudsemast kui eelnenud mõisted – termin võeti kasutusele vajaduse tõttu, mis eriti just haridusmaastikul esile kerkis: eristada distsiiplinaarsetest piiridest üleastumist, mis ületas kaugelt multi- ja interdistsiplinaarsuse (Nicolescu 2002: 1). Üks viis, kuidas transdistsiplinaarsus varasematest mõttemallidest edasi liigub, on neid üheaegselt kombineerides – võttes multidistsiplinaarsusest teadlikkuse erinevate vaatepunktide olemasolust ja interdistsiplinaarsusest püüdluse teadmisi ümber interpreteerida erinevaid reaalsuse astmeid ümber korraldades (Ramadier 2004: 434).

Üks mitmetes käsitlustes esilekerkinud probleem interdistsiplinaarsuse juures on just see, mida transdistsiplinaarsus vältida püüab. Nimelt on interdistsiplinaarsusele ette heidetud, et kuigi ta on piisav eri distsipliinide raames loodud teadmiste vahel sidususe loomiseks, tegeleb ta sealjuures tihtipeale ka selle teadmise lihtsustamisega, ignoreerides erinevusi ja toetudes eelkõige sarnasustele. Transdistsiplinaarsus otsib seevastu teadmistevahelist ühtsust, mis ei ole piiratud ainult distsipliinide kattuvate osadega – tuleb arvestada ja omavahel siduda ka mittekatuvad aspektid eri distsiiplinaarsetes mudelites (Ramadier 2001: 425). Enamiku transdistsiplinaarsuse definitsioonide ühisosaks on „terviku“ mõiste, teatud ühtsuse otsimine – pidades meeles, et tervik on rohkem kui osade summa (Ramadier

2004: 432). Enam ei piisa ainult eri distsipliinide kokku toomisest, vaid olulisemaks saab holistliku lähenemiseni jõudmine.

Arvatavasti saaks käesoleva töö uurimisobjekti, „Matemaatika õhtuõpikut“, käsitleda nii multidistsiplinaarsest kui transdistsiplinaarsest vaatepunktist (näiteks uurides õpikut, kui multidistsiplinaarset nähtust, kus kohtuvad matemaatika, pedagoogika ja kunst). Interdistsiplinaarsus pakub aga võimaluse mitte ainult erinevaid distsipline kõrvutada, vaid seostada nende valdkondade kognitiivsed tasandid. Kuigi transdistsiplinaarsust peetakse uueks interdistsiplinaarsuseks, võib neid eristavaks kriteeriumiks pidada transdistsiplinaarsuse holismi-ambitsiooni. Kuna uuritaval õpikul see puudub, siis lähtutakse käesolevas bakalaureusetöös just interdistsiplinaarsusest. Samuti on interdistsiplinaarsus võrreldes uuema transdistsiplinaarsusega küllaltki hästi välja kujunenud mõiste, pakkudes võimaluse asetada käesolevas töös uuritav kunsti ja matemaatika suhe varasemate uurimuste konteksti ning interdistsiplinaarsuse eri vormidesse.

#### **1.4. Interdistsiplinaarsuse kolm vormi**

Viis, millega Andrew Barry oma artiklis „Logics of Interdisciplinarity“ interdistsiplinaarsuse mõiste kokku võtab, aitab ka käesolevat tööd interdistsiplinaarsel maastikul positioneerida. Tema sõnul viitavad mitmed definitsioonid tervele spektrile: kõige nõrgem interdistsiplinaarsus viitab kõigest veidi rohkemale, kui koostöö; samas oma tugevaimas versioonis rajab ta aluse distsipliinide endi transformeerimisele. Seetõttu tuleb interdistsiplinaarsuse mõiste all näha kogu seda võimalikku spektrit (Barry 2008: 28). Selle skaala sisse mahub Barry eristuses kolm vormi, mis kirjeldavad interdistsiplinaarsuse nii-öelda „tugevuse“ astmeid ning kahte metodoloogilist suunda, millest järgnevalt ka lühikesed kokkuvõtted toon.

Kirjeldatud skaalal eristab Andrew Barry kolme interdistsiplinaarsuse vormi: integreeriv-sünteesiv (*integrative-synthesis*), alluv-teeniv (*subordination-service*) ja vastuoluline-

vastandlik (*agonistic-antagonistic*) (Barry 2008: 28). Kui esimene, integreeriv-sünteesiv kujutab endast kahe distsipliini võrdsel koostööl toimuvat interdistsiplinaarsust siis teine, alluv-teeniv, viitab teatud sorti hierarhiale – üks distsipliin aitab või täiendab mingis aspektis teist. Vastuoluline-vastandlik suund ei tegele aga mitte sünteesi ega ka distsiplinaarse tööjaotusega, vaid seda juhivad vastandlikud või vastuolulised suhted olemasolevatesse distsipliinidesse, mis väljendub tihtipeale eksisteerivate distsipliinide kriitikas ja vastuseisus nende kehtestatud piirangutele ja reeglitele (Barry 2008: 29).

Mainitud kolm interdistsiplinaarsuse vormi kasutavad sealjuures Barry järgi kahte erinevat metodoloogilist suunda. Esimeseks on probleemikeskne lahenduse otsimine, mis on objektile orienteeritud. Sellele annab tõuke uudse probleemi või uurimisobjekti esile kerkimine, mis asetseb väljaspool eksisteerivate distsipliinide raame või uurijate endi rahulolematuse olemasolevate võimalustega, mis viivad uute lahenduste otsimiseni väljaspool enda distsipliini (Barry 2008: 29). Teine on seevastu praktikale orienteeritud ning näeb interdistsiplinaarset koostööd kui väärtust iseeneses – tihtipeale just distsiplinaarse tööjaotuse juures idealiseeritakse distsipliinidevahelist koostööd väärtusena, mis kaalub üle kindla projekti (Barry 2008: 30). Eristatud suunad ja meetodid pakuvad võimaluse enda tegevust kuidagi positsioneerida, kuid ei ole siiski absoluutsed – kindlasti võib üks uurimisobjekt paigutada mitmesse vormi korraga või jääda sellest süsteemist hoopis välja.

Keskmise, alluv-teeniva vormi juures on näiteks toodud teaduse ja kunsti suhe, kus esimene kasutab teist teenuse pakujana, aidates muuta teadust populaarsemaks, arusaadavamaks ja kättesaadavamaks või parandades teaduslike kujutiste esteetilisi aspekte (Barry 2008: 29). Ka antud töö raames toimuva tõlgete loomise võib paigutada just selle vormi alla kuuluvaks, kuna initsiatiiv ja soov „Matemaatika õhtuõpik“ luua tuli siiski matemaatikutelt ja loodavad illustratsioonid kannavad eelkõige matemaatikat seletavat ja toetavat eesmärki. Sellest hoolimata saab käesolevat koostööd samuti võtta kui integreeriv-sünteesivat ning leida matemaatika ja kunsti koostöös püüdlust uudsuse ja erinevate kujutamiskiiside sünteesi poole. Tegemist on (näiliselt) vastandlike mõttemallide kokkutoomisega: matemaatika täpsus ja formaalsus kohtub kunsti paindlikkuse ja

„ebatäpsusega“, mille tulemusel saab kunsti kaudu matemaatika enese loomingulisust esile tuua. Selle idee juurde naasen järgnevates peatükkides uurides tõlget matemaatika ja kunsti vahel.

Metodoloogiliste suundade eristamine Barry pakutud süsteemis tundub hetkel veel ebaselgem, kuid ilmselt pretendeerib „Matemaatika õhtuõpiku“ loomine nii objekti-kesksusele kui ka praktikale. Olles motiveeritud uudse probleemi esile kerkimisest (kuidas luua õpik, mis muudaks õpilaste suhtumist matemaatikasse ning inspireeriks õpilasi sellega tegelema?) võib seda eelmainitud integreeriv-sünteesivast vormist tuleneva uudsuse tõttu näha ka väärtusena iseeneses, matemaatika ja kunsti interdistsiplinaarsuse väikese sõlmpunktina.

Mõnes mõttes on nii laialivalguva mõiste juures, nagu seda interdistsiplinaarsus kohati on, vahelduseks kosutav kohata teatud struktureeritust ja korda – kuid samas on ilmikas ka see, et paljud autorid taolise mõistevälja korrastamisega ei tegele, väites et see on interdistsiplinaarsuse „distsiplineerimine“. Luues interdistsiplinaarsusele reeglid ja süsteemid, mille raamidesse ta mahtuma peab, taltsutame ta nagu iga teise distsipliini. Interdistsiplinaarsuse võlu aga peitubki suuresti tema avatuses.

Eelnenud peatükkidest on oluline meeles pidada, et käesoleva bakalaureusetöö kontekstis ei tohi distsipliini mõistet võtta liiga jäigalt. Interdistsiplinaarsuse omadustest tahaksin rõhutada selle võimet pakkuda nii uut infot kui ka mõtteviise, pidades samal ajal silmas takistusi, mis seda saata võivad: raskust kompetentsuse saavutamisel eri distsipliinides ja kalduvust olla korrapäratu. Interdistsiplinaarsuse vormide kontekstis võib uurimisobjektis, „Matemaatika õhtuõpikus“, esinevaid tõlkeid näha matemaatika suhtes kui alluv-teenivaid, samas toimunud interdistsiplinaarset koostööd ennast võib pigem kujutada integreeriv-sünteesivalt. Olles selgitanud interdistsiplinaarsuse algeid, konteksti ja olemust, liigun edasi interdistsiplinaarse tõlke juurde.

### **1.5. Interdistsiplinaarne tõlge**

Kuigi interdistsiplinaarse tõlke probleem eksisteeris ilmselt juba varem, on see sõnapaar mõistena üsna harvaesinev ja suhteliselt hiljuti esile kerkinud. Interdistsiplinaarse tõlke kontekstis on oma uurimusi teostanud näiteks Bertrand Malsch (2011) ja Kate Rossiter (2008). Eelmainitud artiklid on kasutanud interdistsiplinaarse tõlke mõistet just sobivusest ja vajadusest lähtuvalt, pööramata suuremat tähelepanu selle defineerimisele. Olenemata vähesest kasutusest pean interdistsiplinaarsuse vaatlemist läbi tõlke antud bakalaureusetöö jaoks siiski heaks lahenduseks – tegeledes kohati hajusaks jääva interdistsiplinaarsusega annab tõlke mõiste siia juurde konkreetsema kontseptsiooni, mille raames mõelda matemaatika ja kunsti vahelisele teadmiste ülekandele.

Antud mõistepaari on omavahel sidunud ka Brian McCormack artiklis „Making Interdisciplinary Work Through Translation and Analogical Thinking“, tuues välja, et interdistsiplinaarsuse uurijad tegelevadki tihtipeale just tõlkega (McCormack 2005: 56). Tõsi, paljud interdistsiplinaarsust uurivad artiklid sisaldavad implitsiitselt tõlke mõistet ning mitmed interdistsiplinaarse tõlke defineerimise katsed ei erine paljuski interdistsiplinaarsuse enda defineerimisest – näiteks Malsch'i artikli kontekstis nimetatakse interdistsiplinaarse tõlke toimumiseks seda, kui algselt teises distsipliinis välja kujunenud idee võetakse omaks ja kohandatakse vastavalt enda distsipliini epistemoloogilistele ja metodoloogilistele praktikatele (Malsch 2011: 196). Käesoleva töö autor näeb interdistsiplinaarset tõlget eelkõige keskendumisena distsipliinidevahelisele tõlkimissuhtele – uurides, mis on sellise tõlke eeldusteks, kui palju sõltub tõlkimisprotsess nendest mõtlemise mudelitest, millel distsipliinid põhinevad ning kuidas tekib teadmiste ülekanne.

Kate Rossiter rõhutab oma tervishoidu ja teatrit ühendavas interdistsiplinaarses uurimuses, et sellises rollis olev tõlkija peab vähem tegelema otsese teksti tõlkimisega ning suurem osatähtsus on nii akadeemiliste kui ka kunstiliste mudelite tõlkimisel (Rossiter 2008: 279) – lisaks interdistsiplinaarsusele tuleb mängu ka intersemiootilise tõlke aspekt, olgu siis tegu kas teatri ja tervishoiu või kunsti ja matemaatikaga. Kui tegeleme interdistsiplinaarse

tõlkega matemaatika ja kunsti vahel, on lisaks distsipliinidele omastele mõtteviisidele omavahelises suhtes ka mitme distsipliini märgisüsteemid: nii matemaatiline kirjelduskeel, pildikeel kui loomulik keel. Selline kooslus on oma naturilt eelkõige just intersemiootilist lähenemist eeldav ning kindlasti saab ja võib „Matemaatika õhtuõpikut“ ka sellisest väljendusvahendite muutumise aspektist vaadelda. Omades intersemiootilise tõlkega nähtavalt ka ühisosa, on interdistsiplinaarse tõlke kesksed ideed siiski veidi teises kohas. Interdistsiplinaarne tõlge pakub erineva rõhuasetuse: mis juhtub teadmistega just kahe distsipliini kokkupuutes? See kergitab omakorda küsimuse, mil määral on tegu tõlkega eri mõtlemise viiside vahel?

Interdistsiplinaarse tõlke kontseptsioon on antud töö kontekstis oluline ka seetõttu, et selline tõlkimine puudutab tihti situatsioone, kus otsene tõlkimine on võimatu. Kuna puudub üks-ühele vastavus, siis viitab tõlge kahe distsipliini kontekstis teatud vahe või lõnga (*gap*) loomisele originaalse idee ja tema adaptatsiooni vahel importivas valdkonnas (Malsch 2011: 196). Sealjuures varieeruvad need tõlkelüngad oma tähtsusest – kui mõned osutuvad üsna triviaalseks, siis osad vihjavad juba originaalse idee märkimisväärsele transformeerimisele (Samas). Malsch toobki sisse transformatsiooni mõiste, kui selliste tõlkelünkade loomise, mis omakorda vihjab interdistsiplinaarse tõlke käigus tekkivale „uudsusele“. Sellise nägemuse kohaselt on interdistsiplinaarse tõlke eesmärk tuua maailma kahe distsipliini integreerimise abil uudsust (McCormack 2005: 56), anda lisaväärtus, mis läheks kaugemale intersemiootilisest tõlkest.

Millegi uudse loomise akt leiab aset uudsete assotsiatsioonide tekitamise kaudu, just nagu kollaaži kokku panek (Brown 2002: 6). See ühtib ka „Matemaatika õhtuõpiku“ tegemisel eesmärgiks seatud ideega, et tegu peaks olema raamatuga, mis tutvustab õpilastele matemaatika loomingulisemaid külgi ning aitab läbimõeldud näidete ja visuaalsete lahenduste abil uusi seoseid tekitada. Ideede ühest valdkonnast üle kandmise ja kombineerimise juures on oluline loovus: interdistsiplinaarsed uurimused ei tohi olla rangelt piiratud metodoloogiliste ja tõlkeliste reeglitega kuna liigne rangus takistab akadeemikutel ideid adapteerimast. Vastasel juhul surutakse alla kujutlusvõime kui

innovatsiooni kandja roll (Malsch 2011: 216). Selle idee juurde naasen hiljem, kirjutades interdistsiplinaarsest tõlkest matemaatikast kunsti.

Tegu ei ole tõlkega selle traditsioonilises tähenduses – olles oma olemuselt intersemiootiline tõlge ning paigutudes lisaks veel eri distsipliinide vahelisse tõlkesse. Peeter Torop on oma raamatus „Tõlge ja Kultuur“ kirjutanud: „...iga tõlke mõistet kasutav distsipliin kirjeldab tõlget sõltuvalt oma uurimisobjekti eripärast ja (et) iga kirjelduskeel loob tõlkest eripärase käsitluse.“ (Torop 2011, 10) – ilmselt teeb sama ka interdistsiplinaarne uurimus. Olles süvenenud interdistsiplinaarsuse olemusse, usun, et tõlke mõiste lisamine on hea lahendus. Kui interdistsiplinaarsus pakub konteksti, millesse bakalaureusetöö käigus uuritavad distsipliinid asetada ning võimalusi selle suhte iseloomustamiseks ja positsioneerimiseks, siis tõlke mõiste toob siia juurde tundmuse konkreetsest tegevusest ja pakub metakeele loodava matemaatikaõpiku illustratsioonide hilisemaks analüüsimiseks. Oluline on teha eristus, et interdistsiplinaarse tõlke puhul ei toimu mitte ainult väljendusvahendite muutumine, vaid probleemiks on teadmiste ülekanne ühest valdkonnast teise, mille käigus tekivad loomingulise väärtusega nihked.

## 2. INTERDISTSIPLINAARSUS KUNSTI JA MATEMAATIKA VAHEL

Interdistsiplinaarsust ei saa mõista, uurimata vastavaid distsipliine – tegu on alati konkreetsete distsipliinide suhtega ning nendele distsipliinidele omaste mudelite suhestumisega (Moran 2010: 2). Järgnevas peatükis vaatlen interdistsiplinaarsuse kontekstis kahte valdkonda – kujutavat kunsti ja matemaatikat. Saamaks antud suhtest parema ülevaate, alustan kunstist ja teadusest üldisemalt, kirjeldades erinevaid käsitlusi nende suhestumisest ning tuues välja ideid teadusliku ja kunstilise mõtlemise erinevustest ja sarnasustest. Kirjeldades mõningaid aspekte, mil moel teadus ja kunst üksteist toetavad ning seletavad, loodan jõuda järelduseni, et see interdistsiplinaarne suhe on suundumas huvitava integreerituse poole – viimasel ajal luuakse üha enam nähtusi, mis on nii kunstilised kui teaduslikud. Peatüki teises pooles liigun täpsemalt kunsti ja matemaatika interdistsiplinaarse suhteni ning paigutades kogutud info omakorda interdistsiplinaarse tõlke konteksti, toetab see hilisemat „Matemaatika õhtuõpiku“ analüüsi.

Olen teadlik taolise laiahaardelise teemakäsitluse ohtudest – nii, nagu kunsti ja teaduse vahelised suhted ise, on ka nende uurimine pika traditsiooniga ning sellest pole võimalik bakalaureusetöö raames täielikku ülevaadet anda. On võimatu hoomata kõiki ideid ja arusaamu kunsti ja teaduse omavahelisest suhestumisest, seetõttu toon välja eelkõige antud uurimuse jaoks olulised aspektid, mis lähtuvad käesoleva töö teemast – matemaatika ja kunsti vahelise suhte vaatlemine tõlkena matemaatika õpiku loomisel. Siinkohal muutub oluliseks nii õppimise, õpetamise kui ka hariduse kontekst üldisemalt

Kalduvust kunstilisema või teaduslikuma tegevuse suunas on tihtipeale kujutatud kui absoluutseid vastandeid – lapsed jagatakse juba varajases koolipõlvest humanitaarideks ja reaalseks, kunstiklassidesse ja matemaatika kallakuga klassidesse. Nii harjumegi mõttega,

et need kaks valdkonda on kuidagi üksteist välistavad ja mittemõistvad. Minnes rohkem süvitsi on aga ilmne, et üks omadustest, mida kunstnikud ja teadlased jagavad, on vastupandamatu soov kirjeldada ja interpreteerida kõiksuguseid kogemusi, mis eksisteerivad tihtipeale ainult vaimusilmas ja on loovuse ning kujutlusvõime tulemus (Gurnon 2013: 1). Kunstnik muudab oma loovad rännakud kunstiteoseks, teadlane aga sõnadeks ja valemiteks (Samas). Samuti on kunst ja teadus kui reaalsuse tõlgendused – kunst paneb reaalsuse kunsti keelde, matemaatika matemaatilisse keelde – mõlemad üritavad mõtestada ümbritsevat maailma ning luua sellest mudeleid. Kunsti ja teaduse vahelise dialoogi tulemusel on läbi aegade tekkinud palju huvitavaid arenguid ning tundub, et interdistsiplinaarse koostöö populaarsuse suurenedes läheb see kahekõne järjest intensiivsemaks.

### **2.1. *Kunsti ja teaduse suhestumise viisid***

Aja jooksul on teaduse ja kunsti suhet mõtestatud mitut moodi – rõhutatud nende valdkondade erinevustele, vastandades neid üksteisele või püütud neid kahte omavahel kokku sobitada, otsides sarnasusi (Jones 1998: 2). Mõne vaatepunkti kohaselt on sarnasused kunsti ja teaduse vahel vaid juhuslikud, teisalt aga võivad need puutepunktid olla hoopis ühe ja sama baastundmuse erinevad väljundid või hoopis mitme distsipliini vahelise kommunikatsiooni tulemus (Richmond 1984: 81). Kunstiajaloolane ja kriitik James Elkins eristab teaduse ja kunsti suhte interpreteerimisel näiteks nelja erinevat vormi: (1) teaduslik distsipliin seletab mitteteaduslikku, (2) mitteteaduslik seletab teaduslikku, (3) mõlemad on seletatud läbi kolmanda distsipliini ning (4) kunsti ja teadust vaadeldakse üheaegselt (Elkins 2008: 9). Mitmesuguseid seisukohti on palju ning „ühete ja õiget“ otsida on pea võimatu ja ilmselt ka ebavajalik – erinevate arvamuste rohkus iseloomustab omamoodi kunsti ja teaduse vahelist dünaamikat.

Esimene paljudest James Elkinsi suhtekonfiguratsioonidest teaduse ja kunsti vahel – teadus kunsti seletajana – esineb interdistsiplinaarsetes uurimustes, milles teaduse pool keskendub teaduslikele allikatele, seletamaks mõnda liikumist või meetodit lääne kunstis (Elkins

2008: 9). Siia alla käib Elkinsi sõnul Seurat' „Pühapäeva pärastlõuna Grande-Jatte'i saarel“ vaatlemine Chevreul'i värviteooria kontekstis (Samas) või ka näiteks Leonardo Da Vinci kadunud teose „Anghiari lahing“ otsingud, mille olemasolu tuvastamiseks kasutatakse nii ultraheli kui ka spetsiaalselt välja töötatud keemilisi värvi tuvastamise tehnikaid ja instrumente kunstiteost varjava maali eemaldamiseks (Israely 2007). Nii on teadus mitte ainult kunstivoolude seletajaks, vaid omab potentsiaali isegi kunstiajalugu ümber kirjutada.

Mõned kunstiajaloolased on aga pühendunud vastupidisele suunale – uurides, kuidas kunst teaduse seletamiseks abikäe ulatab. Heaks näiteks on anatoomiliste illustratsioonide ajalugu (Elkins 2008: 10) ja teaduse illustreerimine üldse. Kolmanda variandina on nähtud kunsti ja ajaloo suhte seletamist läbi kolmanda distsipliini, mis juhib mõlema interpreteerimist – tihtipeale on selleks näiteks erinevad filosoofilised nägemused. Siia alla liigitub ilmselt ka kunsti ja matemaatika arengute uurimine semiootilise analüüsina. Paljud autorid on välja toonud, kuidas ajaloo käigus võib täheldada nii kunsti kui teadusrevolutsioonide esile tõusmist sarnastel aegadel (Richmond 1984: 81). Richmondi sõnul ei ole paralleelsed arengud tekkinud mitte juhuslikkuse ega suurema ühise raamistiku tõttu, vaid just suhtlusest kunsti ja teaduse vahel.

Elkinsi neljas vorm, kunsti ja teaduse vaatlemine üheaegselt ja sümbioosis, iseloomustab aga paljusid interdistsiplinaarseid nähtusi. Hiljutised arengud tunduvad liikuvat üksteist toetavalt või seletavalt suhtelt järjest suurema integratsiooni ja piiride hägustumiseni – luuakse mitmeid projekte, mis ühendavad nii kunstnikke, disainereid ja erinevate alade teadlasi ning mille paigutamine rangelt kas teaduse või kunsti alla kuuluvaks tunduks vägivaldne. Huvitavalt illustreerib seda „City of Arts and Sciences“ ehitamine Hispaanias 90ndate lõpul, mis koosnes mitmete eri muuseumihoonete ühendamisest ühtseks hoonetekompleksiks ning ArtScience muuseumi avamine Singapuris aastal 2011, kus kunst ja teadus juba sama katuse all kokku said. Kunsti- ja teadussaavutuste kokku toomine muuseumipinnal illustreerib ilmekalt liikumist sellise sünteesi ja integreerimise suurema väärtustamise poole.

## **2.2. Kunstiline ja teaduslik mõtlemine**

Kujutava kunsti ja matemaatika suhete tõlgendamise aluseks on tihtipeale eri arusaamad sellest, millel kunstiline ja teaduslik mõtlemine põhineb. Oma olemuselt on nii kunsti kui teadust vaja maailma ja inimõtte kirjeldamiseks, kuid olenevalt sellest, kas tegu on teadusliku või kunstilise distsipliiniga, luuakse neid kirjeldusi erinevalt. Siinkohal on oluline märkida, et see erinevus ei puuduta üksnes kirjeldamise vahendeid, vaid ennekõike erinevaid mõtlemisviise. Kui kirjelduskeelte suhet saaks käsitleda intersemiootilise tõlke raames, siis käesolevas interdistsiplinaarses uurimuses keskendun just kognitiivsele aspektile.

Kunst ja teadus moodustavad mõne vaate kohaselt omamoodi opositsioone, mille poolusi tuleb kokku sobitada, kuid samas lahus hoida, et tugevdada nende polaarseid asetusi. Pehme versus kõva, intuiitiivne versus analüütiline, induktiivne versus deduktiivne, visuaalne versus loogiline, juhuslik versus süstemaatiline, ning nagu paljud binaarsused, jõuab ka see lõpuks välja naiselikkuse ja mehelikkuse vastandamiseni (Jones 1998: 2). Teadmiste loomise tasandit kirjeldab Jones järgnevalt: kunst leiutab, teadus avastab (Samas). Taoline jaotamine tundub siiski kohati meelevaldne – ka teadlane võib leiutada ja kunstnik midagi uutset avastada, ka teadlane peab mõtlema loovalt ning ka kunstis on oma loogika. Nõustun Richmondiga, et ratsionaalsus (kognitiivsus) ja irratsionaalsus (kujutlusvõime) ei ole tingimata üksteist välistavad vastandid (Richmond 1984: 81).

Juri Lotman näeb ühe kunsti omadusena olukorra tinglikku lahendamist – kunst asendab reaalsuse keerulised reeglid märkimisväärselt lihtsama süsteemiga, esitades antud modelleerimissüsteemis kehtivate reeglite järgimise kui elusituatsiooni lahendi (Lotman 2006: 23), mis on kindlasti matemaatika visuaalsesse keelde tõlkimise koha pealt oluline. Siin tuleb välja nende kahe erineva distsipliini sarnasus – oma põhiolemuselt teeb tegelikult sama ka matemaatika, asetades reaalsuse keerulised nähtused matemaatika reeglistikku, olles reaalse elu omamoodi peegelpildiks või lihtsustavaks maakaardiks, nagu vihjas Sokrates (Rényi 2012: 402). Lotmani kirja pandud kunsti omadusele „Ma tean, et see pole see, mida ta kujutab, kuid ma näen selgelt, et see on nimelt see, mida ta kujutab“

(Lotman 2006:9) saab samuti tuua paralleele teadusest – iga teooria on lihtsustus päris maailmast (ning sealjuures me mõistame, et see pole päris, kuid samas kujutab ta maailma hästi ja kasulikult).

„Nii teaduse kui kunsti eesmärgiks on edasi anda tõde või väljendada teadmisi“ (Richmond 1984: 82). Richmondi sõnul väljendab kunst tõdesid viisil, mis erineb teadusest, kuid see erinevus on sekundaarne, võrreldes tunnustega, mida need valdkonnad jagavad (Samas). Olenemata erinevatest algallikatest –, kunst kui kujutlusvõime ja teadus kui ratsionaalsuse kants, pakub nende omavaheline dialoog vastastikku värskendust: kunstilise mõtlemise kohalolu on teaduses tuntav läbi loova kujutlusvõime; teadus pakub kunstnikele aga ratsionaalsust. Richmondi sõnul on kujutlusvõimel teaduses loov roll, ratsionaalsusel aga destruktivne. Kunstil on kujutlusvõime ja ratsionaalsusega teistsugune suhe – ratsionaalsus tahab seletada just seda, kui irratsionaalne kunstiteos on (mida irratsionaalsem on teos, seda rohkem kannab ta endas kunsti funktsiooni – siin kannab ratsionaalsus kujutlusvõime lahjendaja rolli). (Samas: 83) Mõnes mõttes räägib see distsipliinide piiride olulisusest – kunst ja teadus suhtlevad läbi nende eraldiseisvuse. Kunst pakub teadusele suurel hulgal artikuleerimata probleeme ja ideid. Teadus kasutab neid inspiratsioonina, artikuleerides konkreetseid probleeme ja ideid kriitiliseks vaatlemiseks (Samas: 84).

Juri Lotman toob kunstist ja teadusest rääkides välja, et teaduslikus tekstis on näide ühetähenduslik, üldise seaduse interpretatsioon. Kunstilises tekstis on aga iga detail ja kogu tekst lülitatud erinevatesse suhete süsteemidesse, mistõttu tekst saab üheaegselt mitu tähendust (Lotman 2006: 20). Siit järeldeb teadusliku ja kunstilise mudeli peamine erinevus – esimene on ühetähenduslik, teine aga mitmetähenduslik. Võluv on aga see, et kumbki variant pole halb ega hea, vaid mõlemal on omaette väärtus. Ühetähenduslikkus teaduses aitab luua abstraktsest ideest konkreetse mudeli, mis on kasulik teaduslike väärtuste juures, nagu katse tõestamine ja kordamine; mitmetähenduslikkus muudab aga kunstilise mudeli avatuks uute teadmiste genereerimisele (Lotman 2006: 24).

Mõte kunstilisest ja teaduslikust mudelist ning Richmondi mainitud kunsti artikuleerimatusest ja teaduse artikuleeritusest, haakub omakorda Lotmani ideega

kontinuaalsetest ja diskreetsetest kodeerimissüsteemidest (Ventsel 2011), millest esimene sobib kunsti ja teine matemaatika olemusega. Diskreetsetes süsteemides on tekst märgi suhtes sekundaarne. Tekst jaguneb selgelt eraldiseisvateks märkideks ning märki, kui algset elementaarset ühikut eristada pole raske – matemaatika oma selgete reeglite, sümbolitega ja valemitega on siinkohal ideaalne näide. Kontinuaalsetes on aga oluline tekst, mis ei jagune märkideks, vaid on ise märk (Lotman 2006: 187) – näiteks terviklik kunstiteos või illustratsioon. Sellist sorti teksti jagame märkideks alles sellega tutvudes (Samas). Diskreetsuse ja kontinuaalsuse eristus on selgelt nähtav nende distsipliinide erinevates kirjelduskeeltes, kuid töötab ka mõtteviiside tasandil. Nende kahe kodeerimissüsteemi vaheline tõlkimine on Lotmani sõnul äärmiselt keeruline, kui mitte võimatu.

Siiski on ta välja pakkunud ühe lahenduse: selleks, et nende kahe esmapilgul üsna tõlkimatu nähtuse vahel saaks tekkida tähendus, on Lotmani sõnul vajalik kolmas osa – metaforogeenne seadeldis, ehk tinglike ekvivalentsüste plokk (Lotman 1999: 43). See võimaldab Lotmani sõnul tõlkimise tõlkimatuse tingimustes (Samas). Ühe teaduse ja kunsti vahelist tõlget hõlbustava strateegiana võib seega näha metafoori. Tegu on küllaltki loomuliku lahendusega – kuna tõlkimise toimumise eelduseks on ekvivalendi olemasolu teises süsteemis, siis metafoore kasutades saab tekitatud sarnasuse alusel luua selle tõlkimiseks vajaliku ühisosa, mis varem puudus – metafoor töötab siin, kui tõlkimatusest tingitud ülekandemehhanism.

Sellise ülekandemehhanismi vajadus näitlikustab ilmekalt interdistsiplinaarse tõlke peatükis mainitud tõlkelünga tekkimist. Teadmiste ülekandmine diskreetsest süsteemist kontinuaalsesse, mis tekitab ühe tähenduse asemele mitu ning on võimeline endas sisalduvat infot suurendama, viib nihetega tõlgeteni. Kui üritada „tõlkimatute“ valdkondade vahel (näiteks metafoori abil) teadmisi üle kanda, tekib selles tõlkelüngas paratamatult midagi uut. Usun, et selline osalt tõlkimatuse tulemusel tekkiv uudsus ongi loomingulisuse allikaks nii tõlgete endi loomisel (illustraatorina pean tegema valikuid ja mõtlema välja viise, kuidas erinevaid ideid visuaalselt edasi anda) kui originaali ja tõlke

vahelise ülekande mõistmisel (lugeja suhestab selle nii matemaatikaga kui muude konnotatsioonidega, mis just temal tekivad).

### **2.3. Kujutav kunst ja matemaatika**

Kunsti ja teaduse vaheliste suhete puhul väljatoodu omandab sellel tasandil konkreetsema kuju – nende distsipliinide vahel leidub samuti nii sarnasusi kui erinevusi ning saab täheldada vastastikmõju ja suhtlust. Tegu on lihtsalt kultuurilise edasimineku parema ja vasaku käega: üks on metafoori ja teine loogika kants (Boles 1988: 182). Üks suisa poeetilisena tunduv omadus, mille olulisust on välja toodud nii kunstis kui matemaatikas, on esteetilisus. Nii nagu peetakse kunsti ilu poole püüdlevaks valdkonnaks, on paljud matemaatikud väljendanud tundmust, et ka matemaatika peab olema ilus (Emmer 1994: 238). Nagu ütles inglise matemaatik G.H. Hardy: „Matemaatiku mustrid, nagu maalija või luuletaja omad, peavad olema ilusad; ideed, nagu värvid või sõnad, peavad harmooniliselt kokku sobima. Ilu on esimene proovilepanek: maailmas ei ole püsivat kohta koledale matemaatikale“ (Emmer 1994: 238).

Üks matemaatika, kunsti ja esteetilisuse kõige tuntumaid kokkupuuteid on juba antiigist tuttav kuldlõige – proportsioonide jagunemine, milles tervik jaotatakse kaheks nii, et kogupikkus suhtub pikemasse osasse nagu pikem osa suhtub lühemasse. Kuldlõige (ja sellega vahetus seoses olev Fibonacci jada) on lisaks kunstnikele ja matemaatikutele huvi pakkunud arhitektidele, füüsikutele, muusikutele, loodusuurijatele ja filosoofidele (Dunlap 1997: 5). Seda proportsioonide vahekorda peetakse nii loomulikuks ja täiuslikuks, et paljude kunstiteoste puhul ei teata, kas kunstnik lähtus välja mõõdetud kuldlõikest või lihtsalt enda ilumeelest, mis alateadlikult just sellist kujutamiseviisi eelistab.

Kena näide sünergiast kunsti ja matemaatika vahel, mis tõi samuti kaasa ilu mõlemas valdkonnas, on millegi võimatu otsingud. Olles saanud inspiratsiooni Maurits Cornelis Escher'i teosest „Relatiivsus“ (1953), konstrueeris Inglise matemaatik Roger Penrose, kannustatuna soovist luua midagi sarnaselt ebareaalset, Penrose'i kolmnurga. Tegeledes

edasi uute võimatute objektidega, inspireerisid tema artiklid ja matemaatilised ideed hiljem omakorda Escherit ennast (Jacques 2012: 224). Proovides ühendada kunsti ja matemaatikat, uuris ta mitmete matemaatikute ideid ning tegeles lisaks võimatusele ja silmapettele ka geomeetriliste mosaiikide konstrueerimise ja lõpmatuse kujutamise tasapinnalisel plaanil (Samas 2012: 221).

Matemaatika on andnud tõuke lausa uut sorti kunstiliigi tekkeks: fraktaalkunst (*fractal art*). Suuresti fraktaalgeomeetria loojaks peetav Benoit Mandelbrot on ka ise öelnud, et fraktaalgeomeetria on loonud uue kunstikategooria – tavapärase „kunst kunsti nimel“ hoopis „kunst teaduse nimel“ (Emmer 1994: 239). Fraktaal kunsti loomise vahendiks on arvuti ja valemid, kuid tulemus sõltub kunstniku enda valikutest ja otsustest – mõneti on selline kunsti loomine sarnane fotograafiale ja fotomanipulatsioonile, kuid pilti ei tehta mitte eksisteerivatest objektidest, vaid arvuti abil genereeritud lõpmatult korduvatest kujunditest.

Kindlasti on selliseid näiteid olemas veel palju ning tundub, et mitmed neist tegelevad fundamentaalsete probleemide ilmnemisega – võimatus, lõpmatus, kaos ja kord. Kui üks distsipliin üritab neid kujutada läbi kontinuaalsete kunstikeelte, siis teine kasutab selleks diskreetset matemaatilist keelt. Siinjuures ei olegi oluline, kas me peame teaduse ja kunsti vahetada hierarhiliseks, vaatame seda läbi kolmanda distsipliini või nõustume väidetega, et arengud mõlemas valdkonnas peegeldavad ühiskonna üldisemat olukorda ja suundumusi. Oluline on mõista, et tegu on valdkondadega, mis on tihedas seoses – kunst aitab teadust mõtestada ja teadus aitab kunsti seletada, olenevalt olukorrast võib küll ühel või teisel olla domineeriv roll, kuid kommunikatsiooni toimumine on põhiline.

### **2.3.1. Kujutav kunst matemaatika õpetamises**

Kuigi Eesti gümnaasiumi riiklikus õppekavas on matemaatika õpetamises tähtsa osana ära märgitud matemaatikapädevus ja suunatus just üldise mõistmise omandamisele, siis tihtipeale jääb nende saavutamine siiski reaalses koolitunnis kaugeks (Lepik 2012).

Õpetatavad teemad on killustatult jaotatud üksikteemadeks ning ei teki terviklikku süsteemi; õppimisprotsess koosneb valmistõdede äraõppimisest, mille käigus omandatakse reeglid, mille kinnistamiseks lahendatakse arvukalt ülesandeid; matemaatika võib õpilase jaoks jääda kui hulgaks elukaugeteks ja sisututeks valemiteks, mis on vaja ära õppida (Samas). Sellise olukorra leevendamiseks võib ühe lahendusena pakkuda teiste ainevaldkondadega integreerimist – näiteks kunstiga.

Kunsti ja matemaatika interdistsiplinaarse suhte suurt kasutegurit nähaksegi tihtipeale just hariduses. Kunst õpetab nägema, vaatlema, analüüsima – oskusi, mis on olulised ka teistes õppeainetes. Visuaalsete ja ruumiliste probleemidega tegelev osa matemaatikast on küllaltki lai: lisaks eelnevalt mainitud abstraktsetele probleemidele nagu võimatus ja lõpmatus, on olulised ka igapäevasemad teemad nagu näiteks geomeetria, statistika, skeemide ja diagrammide loomine ning mõistmine. Objektide visualiseerimine ja numbrilise informatsiooni graafiline representeerimine on tähtsad matemaatilised tööriistad, mis aitavad õpilastel probleeme lahendada ja statistilisi kontseptsioone mõista. (Edens 2007: 285) On tõestatud, et jooniste loomine aitab paremini matemaatilisi probleeme modelleerida ning mida parem on õpilase enda ruumi representeerimise oskus, seda edukamalt suudab ta ka nendele probleemidele lahendusi otsida (Samas: 287). Pärast matemaatika ja kunsti ühendavat kursust leiti, et kunstitudengid mõistsid paremini matemaatika kasulikkust tööriistana, mis aitab ideid kujutada; samas matemaatika üliõpilased avastasid, et kunst ei nõua mitte ainult palju tööd, vaid annab ka käegakatsutavat rahulolu (Boles 1988: 186).

Nähes matemaatika kui diskreetset ja kunsti kui kontinuaalset süsteemi, mille vahel toimub „tõlkimine tõlkimatuse tingimustes“, saab välja tuua Lotmani poolt pakutud lahenduse: metafoori (Lotman 1999: 43). Metafoori saab võtta, kui matemaatika ja kunsti vahelist tõlget hõlbustavat strateegiat, mis aitab luua lihtsamini ülekantavat ühisosa. Selle mõiste otsene seletus oleks, et üks termin on üle kantud oma tavalisest kasutusest uude konteksti (Shibles 1974: 25), tegemist on tähendusülekandega sarnasuse alusel. Siin on oluline meeles pidada, et metafooriesse ei tohi kunagi suhtuda liiga rangelt. Kui metafoore võtta sõna otseses mõttes, kahandame need absurdsuseni (Samas: 26), mis

mõneti tuletab meelde esimeses peatükis välja toodud distsipliini defineerimise diskussiooni.

Metafoorilisi süsteeme on nähtud ka matemaatikas endas – me kohandame nii numbreid, jooni, kui ka näiteks kolmnurki metafoorselt (reaalse maailma) objektidele, mida vaatleme (Shibles 1974: 25) ning metafoori esinemisviisiks võib olla nii mudel, pilt, diagramm, kaart, valem, kirjeldus jms (Samas: 27). Käesoleva töö selguse nimel defineerin metafoori siiski kitsamalt, tehes eristuse mudeli ja metafoori vahel. Valemid ja diagrammid pole mitte reaalse maailma metafoorid, vaid lihtsustatud mudelid, mida saame nende paremaks mõistmiseks ja kirjeldamiseks kasutada metafoorselt. Mudel on siinkohal lihtsustatud versioon objektist, mis töötab samuti sarnasuse alusel, kuid metafoor väljendab seda sarnasust läbi transformatsiooni.

Metafooride kasutamist matemaatika õpetamisel on mõistetud kaheti: neid saab näha kui ebavajalikke lisandeid tõsise matemaatika õppimisel või hädavajalikke õpetlikke juhendeid, mis toetavad matemaatilist mõtlemist ja aru saamist (Moreno 1999: 216) – ilmselgelt pooldatakse käesolevas töös viimast varianti. Metafooride kasutamine on tihti klassikalises matemaatikahariduses tahaplaanile jäänud ning sõltub sellest, kuidas mõistetakse õppimisprotsessi olemust (eriti just arvuliste protseduuride õppimist). Õppimist võib käsitleda kui reeglite konstrueerimist (*rule building*) või mudelite konstrueerimist (*model building*); esimesel juhul õpivad lapsed üldiseid reegleid eri probleemide peal rakendama, teisel juhul konstrueerivad õpilased probleemisituatsioonidest mentaalseid mudeleid. (Moreno 1999: 217) Mentaalsete mudelite konstrueerimisel põhinev lähenemine eemaldub traditsioonilisest arusaamast, et arutluskäik peab olema abstraktne (*disembodied*) ning liigub kujutlusvõime ja kujunduslikkuse (*embodied*) tunnustamise poole. Metafooride kasutamine, eriti loomuliku keele ja visuaalse metafoori koostöö, toetab õpilaste mentaalsete mudelite loomist, mis on matemaatiliste arutluskäikude jaoks fundamentaalsed (Samas).

Matemaatika õpetamine, mis panustab just mentaalsete mudelite tekitamisele, seostub kunstilise ja teadusliku mudeli eristusega – nii teadus kui kunst õpetavad maailma mudeldama. Seejuures teevad mõlemad seda abstraktselt ja oma reeglite järgi, kuid

kunstiline mudel on teaduslikuga võrreldes pigem metafoorne. Kui matemaatilise mudeli diskreetne olemus justkui eeldab, et seda peaks õpetama selgete reeglite põhiselt, siis tuues matemaatikale lähemale kunsti, saame rõhutada mudelite loomise olulisust ka matemaatikas.

#### **2.4. Interdistsiplinaarse tõlke aspekt**

Teaduse ja kunsti mitmetahulist suhet on seletatud paljudel eri viisidel, kuid vaieldamatu on see, et nende alade vahel toimub pidev dialoog. Selle interdistsiplinaarse dialoogi kirjeldamiseks ja paremaks mõistmiseks on ühe võimalusena esile kerkinud tõlketeadus, mis võimaldab mitmeid uurimisprobleeme uues valguses vaadelda (Malina 2012: 180). Malina sõnul muutub selline üksteise mõistmine ja tõlkimine, mis tegeleb ühes distsipliinis tekkinud teadmiste ümbermõtestamisega teise distsipliini keelde, järjest lihtsamaks, kuna digitaalajastul üles kasvanud noored valdavad üha enam ühist „keelt“ mis kehtib mõlemal „jõe kaldal“ (Malina 2012: 182). Just tehnoloogia areng ja globalism (Hogard 2010) loovad kunsti ja teaduse vahel sünergia, mida saab mõtestada läbi tõlketehnikate. Olles töö esimeses osas tutvunud juba interdistsiplinaarse tõlke mõistega, liigun täpsemalt matemaatika ja kunsti vahelise tõlke juurde.

Sellist interdistsiplinaarset tõlget on kirjeldatud, kui millegi ühelt jõe kaldalt teisele kandmist (mis on ka saksa keelse sõna „tõlkima“ – „*übersetzen*“ lihtsustatud tähendus) (Schulte 2009 – viidatud Malina 2012: 180 kaudu). See metafoor illustreerib interdistsiplinaarse tõlke olemust ja probleeme: kui võtta kaldaid kui distsipliine ja tõlkimist millegi üle jõe kandmise protsessina, siis peab arvestama, et jõe kaldad võivad olla erinevad ning objektid võivad ülekandmise käigus transformeeruda, uues kontekstis kasvada või kahaneda. Mõnda objekti saab kanda paadiga, mõni on jälle üleviidamatu; teekond teisele kaldale ei ole sama, mis teekond tagasi; oma mõju on sellel, kes objekti üle kannab – valides mida ja kuidas kaasa võtta. Sellise ülekande eesmärk pole mitte kaks kallast omavahel ühendada ja jõgi kaotada, vaid julgustada kaubavahetust (Malina 2012: 180). Kasutades kirjeldatud jõe metafoori kunsti ja teaduse kontekstis on tõlkija ülesandeks

meeles pidada, et kui suur osa originaalist jääb paratamatult tõlkimatuks, on oluline üles leida ja üle kanda see vähenegi tõlgitav osa (Samas: 181). Märkimisväärne mõte kunsti ja teaduse interdistsiplinaarse suhte juures on, et see ei pretendeerigi otsetõlkele või ülimalle täpsusele, vaid pigem ühel jõe kaldal tekkinud ideede ümber mõtestamisele uues kontekstis (Samas: 182).

Nagu ka varem mainitud, iseloomustab ühel jõe kaldal olevat matemaatika keelt diskreetsus – kindlal tähisel on kindel vaste ning isegi kui samu valemeid saab rakendada eri kontekstides, on need alati üheselt defineeritud. Matemaatika keelde kuuluvateks elementideks võib pidada näiteks numbreid, mõõte, sümboleid (mis on nii matemaatikale spetsiifilised kui ka teistest süsteemidest laenatud), valemeid, funktsioone kui ka kirjalikke definitsioone, terminoloogiat jne. Teisel jõe kaldal asetsevale kontinuaalsele kunstikeelele on omane aga mitmeti tõlgendatavus – tähendusvarjundeid võib lisada nii kasutatud stiil, värvilahendused, kompositsioon, kujutatud objektid või tegelased ning nende suhted jms. Kuna üks on ühe- ja teine mitmetähenduslik, ei eksisteeri üks ühest vastavust, sest ühe teksti diskreetsele ühikule vastab teises keeles hajuvate piiridega tähenduslaik. Seda tõlkelünka, justkui kahe distsipliini vahelist jõge, ületades tuleb seega esile kunsti omadus suurendada informatsiooni hulka, mille tulemusel võib ülekantav idee transformeeruda. Kui mõned matemaatilised ideed ja kontseptsioonid on üsna otsese mudelina visuaalsesse keelde tõlgitavad, siis osade puhul tulevad appi metafoorid.

„Matemaatika õhtuõpiku“ kontekstis on tõlke algtekstiks ja originaaliks kirjalikult lahti seletatud matemaatiline teoreem, idee või valem ning selle tõlkeks visuaalne representatsioon: kas graafik, illustratsioon või skeem. Üheks tõlke vaatlemise meetodiks olekski kahe tõlkeprotsessis osaleva sõnumi – originaali ja tõlke võrdlemine ning suhestamine. Siinkohal ilmneb üks autoetnograafilise lähenemise plusse – võimalus minna pelgalt originaali ja tõlke võrdlemisest sügavamale, arutledes, mis konkreetse tõlke loomise juures probleemset, huvitavat või meeldivat oli ning miks mingisugused valikud tehti, mis toimus „üle jõe minnes“. Ühtlasi, olles ise õpiku visuaalse poole autor, saan mitmesajast tõlkemomendist just oma kogemuse põhjal eristada ja välja tuua need

markantsemad ja ilmekamad näited, mis tõlkimise raskusi või eeliseid ning õpiku enda interdistsiplinaarset olemust esile toovad.

Originaal ja tõlge on ühtlasi nii protsessi algus ja lõpp kui ka põhjus ja tulemus (Torop 2011: 98), kuid tegu ei ole mitte eraldiseisvate nähtustega, vaid komplementaarsete üksustega, loomaks sünkreetne sõnum – raamatus olevad visuaalsed tõlked esinevad koos teksti osaga üksteist seletades ja toetades. Roman Jakobson käsitleb tõlkimist kui kaht samaaegselt kulgevat protsessi, rekodeerimist ja transponeerimist – esimene on väljendusplaani muutmine ja teine sisuplaani säilitamine (Torop 2011: 131), mis on mõlemad tõlke uurimise seisukohalt olulised aspektid ning mida pean silmas tõlgete analüüsimisel.

Nagu varem mainitud, matemaatilisi probleeme visualiseerides ei saa sageli üheseid illustratsioone pakkuda, vaid peab leidma metafoorseid lahendusi, mis võimaldavad tähelepanu mänguliselt osutada ning tuua uudsete seoste abil esile mingi tunnus või joon. „Matemaatika õhtuõpikus“ esinevad metafoorid juhul, kui otsest visuaalset mudelit luua pole võimalik – nii toimivad metafoorina näiteks mitmed õpikutekstis asuvad kõnekujundid, mis on visuaalsesse keelde tõlgitud. Samuti võivad metafoorid olla ainult visuaalsed – aidates abstraktne probleem tekstis ettekujutatavaks teha. Metafooride kasutamine toetab olukorra tinglikku lahendamist ja seeläbi mentaalsete mudelite loomist. See, et metafoor ei ole üks ühele kunsti keelde (ja tagasi) tõlgitav ning seda mitte ainult eri väljendusvahendite, vaid ka kunstilise ja teadusliku mõtlemise erisuse tõttu, teebki temast „tingliku samaväärsuse vahendi“.

Oluline aspekt interdistsiplinaarse tõlke juures (mida ka varasemalt välja tõin) on selle „tõlkimise tõlkimatuse tingimustes“ puhul tekkiv uudsus (Malsch 2011; McCormack 2005). Tõlkides matemaatikast kunstisse, diskreetsest mudelist kontinuaalsesse, on tähtis loovus – kui osade tõlgete puhul saab kirjeldada kindlaid mõttekäike ja strateegiaid, siis paljud otsused mingisuguse visuaalse kujutlusviisi kasuks on suuresti intuiitiivsel tasandil tehtud. Loodud kunstilises keeles tõlked (mis kasutavad mingis osas ka metafoore) tekitavad uut informatsiooni – omakorda tõlgendusi ja konnotatsioone, olles omamoodi lünga või lõtkuga tõlgeteks ning loodetavasti innustades loovust ka lugejas.

### **3. INTERDISTSIPLINAARNE TÕLGE „MATEMAATIKA ÕHTUÕPIKUS“**

Käesolevas bakalaureusetöös vaadeldav interdistsiplinaarne tõlge kahe distsipliini – matemaatika ja kunsti vahel – on eelkõige objektipõhine, käsitledes „Matemaatika õhtuõpiku“ visuaalse poole loomist ning üritades välja selgitada mõningad raskused ja eelised, mis sellise tõlkimisega kaasneda võivad. Interdistsiplinaarset uurimust võib võtta, kui eelkõige objekti sisulistest tunnustest lähtuvat, mille saavutamise üheks võimaluseks on interdistsiplinaarse metakeele või vahenduskeele loomine terve uuritava objekti jaoks (Torop 2000: 442). Valides õpikus oleva kunstilise ja matemaatilise osa suhestamise metakeeleks tõlke kontseptsiooni, muutub oluliseks nii tõlke originaali olemus, mis osaliselt tingib loomisprotsessi käigu, kui selle lõpptulemus – tõlge visuaalses keeles. Ühtlasi loodan võimaluse korral märgata üldiseid olulisi aspekte, mis sellise tõlke juures rolli mängivad ning mida võib-olla tulevikus sarnaste projektide juures meeles pidada annaks.

Järgneva peatüki esimeses pooles toon välja „Matemaatika õhtuõpiku“ loomise motiivid ning teen mõned tähelepanekud koostöö alustamise ja interdistsiplinaarse olemuse kohta. Selgitan autoetnograafilise meetodi kasutamise valiku tagamaid ja põhimõtteid ning tutvustan täpsemalt analüüsi kulgu. Sellele järgneb analüüs, mille käigus loon uurimisobjektist detailsema kirjelduse õpikus leiduvate tõlgete jaotuse näol. Olles eristanud tõlgete liigid raamatus, toon välja nii positiivsed kui negatiivsed aspektid, mis seda tõlkimisprotsessi mõjutasid, koos konkreetsete näidetega õpikust.

Üksikud tõlkemomendid, mis analüüsiosa ilmestamiseks kasutusele võetakse, esitan töö lõpus paiknevates Lisades. Tõlked on välja toodud tabelina ja esitatud raamatus esinemise

järjekorras (Lisa 2). Iga tõlkemomendi väljatoomine järgib sama struktuuri: esimeses lahtris on tõlke originaal (tekst, valem ja/või matemaatiline seletus), teises mu enda ideed ja mõtted seoses tõlke loomisega (millised raskused tekkisid, mida sai või ei saanud tõlkida, miks mingisuguseid valikuid tegin, kas loomisprotsess oli rohkem intuiitiivne või originaalteksti poolt ette määratud jne) ja kõige viimasena esitan tõlke lõpptulemuse – pildilise osa (graafiku, skeemi või illustratsiooni). Kasutades autoetnograafia võimalusi seletan originaali ja tõlke vahel oma mõttekäike küllaltki vabas stiilis, toon välja tõlkimiseks rakendatud strateegiaid, nii töö käigus kui ka hiljem tekkinud ideid ning kasutan saadud mõtteid analüüsisiosas tehtud väidete toetamiseks ja näitlikustamiseks.

### **3.1 „Matemaatika õhtuõpik“**

„Matemaatika õhtuõpiku“ loomise idee ja initsiatiiv tuli matemaatikultelt Juhan Arult ja Kristjan Korjuselt, kellel oli minuga kontakteerumise ajaks juba suur osa esialgseid tekste valmis. Siiski rõhutati, et võiksin täita omamoodi kolmanda autori rolli, kuna visuaalne osa ei tule luua mitte lihtsalt illustreerides, vaid peab sündima koostöö ja uute elementide loomise käigus. Lisaks visuaalsete lahenduste loomisele kolmanda autorina oli mul õigus ka teksti osas kaasa rääkida ja enda ideid välja pakkuda, mis tagantjärele tundub sobiva algusena interdistsiplinaarsele koostööle. Kuigi on igati loogiline, et matemaatikaõpiku visuaalne külg peab teenima matemaatikat seda seletades ja toetades ning matemaatika-kunsti suhe on siin enamuses alluv-teeniv (Barry 2008: 29), siis eri distsipliinide esindajad on oma töös siiski võrdsed ja esindatud on ka integreeriv-sünteesiv vorm. Eesmärgiks oli luua pildikeel, mis läheks tavaliste seletavate illustratsioonide abil matemaatika õpetamisest kaugemale – arendaks loomingulist mõtlemist ja osutaks loomingulisusele matemaatikas endas.

„Matemaatika õhtuõpiku“ näol ei ole tegu tavalise lõputult ülesandeid ja harjutusi sisaldava raamatuga – see on mõeldud eelkõige lisaõpikuna toetamiseks koolitunde; seletamiseks lahti ideid ja toomaks näiteid, mille jaoks õpetajatel tihti tunnis lihtsalt ajapuuduse ja tiheda õppekava tõttu aega ei jää. Kuna eesmärk on vähendada hirmu

matemaatika ja ka peatselt kohustuslikuks muutuva lõpueksami ees, on õpik küllaltki jutustavas laadis kirjutatud, ning mõtet, et matemaatika pole midagi ületamatult keerulist olen üritanud ka üldise visuaalse stiili loomisel edasi anda. Illustratsioonid on heledates toonides ning malbed tegelased ja värvid võivad kohati isegi lapsiku mulje jätta – kuid kindlasti mitte hirmutava.

Illustratsioonide loomisel mulle suuri ettekirjutusi ei tehtud – pigem julgustati looma midagi omanäolist, tavalisest õpiku-traditsioonist erinevat ja silmatorkavat ning võtma seda kui omamoodi kunstiprojekti. Mulle antud vabadust ja selle piire kompasin esimesi illustratsioone luues, tehes ühest joonistusest nii traditsioonilisem kui ka loomingulisem variant (Lisa 2.11). Kui valituks osutus loomingulisem, jätkasin tööd pelgamata kujutlusvõime korralikult käiku lasta. Graafikute ja skeemide loomine oli aga enesestmõistetavalt rangem ning ühesem ja nõudis tihedamat koostööd.

Seda koostööd iseloomustab, et Juhan ja Kristjan üritasid mulle jooniste põhimõtteid seletada pigem sõnaliselt, kuna visandi ette skitseerimine võib hakata kujutamiski viisi liialt dikteerima. Paljude näidete puhul oli aga raske kindlat kontseptsiooni mõista, kui selleks oli olemas ainult tekst, mistõttu matemaatikud aegajalt ka jooniste mustandeid luua aitasid. Siin tuleb eriti selgelt esile, kui palju kogu visuaalne pool õpikule juurde annab – ideedest aru saamine puhtalt teksti põhjal, jooniseid mitte vaadates, oleks ilmselt päris keeruline. Seega toimisid osade tõlgete puhul vajalikuks osutunud matemaatikute poolt tehtud mustandid kaheti. Ühelt poolt võis see minu kujutlusvõimet tõlkimisel piirata, teisalt aga pakkuda vajaliku alguspunkti, millest edasi liikuda.

Kena žest koostöö alustamiseks oli mulle inspiratsiooniks kingitud ajakirja *Akadeemia* number, kus oli Juhani tõlgitud Alfréd Rényi „Sokraatiline vestlus matemaatikast“. Artikkel tekitas paljusid paralleele ja äratundmisi matemaatika ja kunsti olemuse vahel ning inspireeris osalt ka õpiku kaanepilti. Nimelt selgub vestlusest Sokratesega, et matemaatika on omamoodi reaalse elu kujutis, nagu peegelpilt vee pinnal (Rényi 2012: 402) või maakaart, kuhu on märgitud vaid see, mida meil orienteerumiseks vaja on (Samas: 403). Raamatu kaanel ilmub „võlukannust“ välja terve pilv matemaatilisi kujutisi, kuid ühtlasi on sinna sisse peidetud ka väike detail Eesti kaardist (Lisa 3).

Interdistsiplinaarset tõlget matemaatikast kunsti antud õpikus saaks analüüsida mitmeti: nii vastuvõtja (lugeja) seisukohti arvestavalt, originaali ja tõlke võrdlusena jne. Käesolevas bakalaureusetöös toetun autoetnograafilisele meetodile, mille eeliseks on kontekstiteadlikkus. Autoetnograafias sulanduvad subjekt ja uurimisobjekt mõneti ühtseks mõtete ja tunnete tervikuks, mis eksisteerib autoetnograafi konkreetses ajas ja ruumis (Gannon 2006: 475), samas on piiri hägustumine uurija ja uuritava vahel kahtluse alla pannud meetodi sobilikkuse teadustöök (Paloveer 2012: 6). Kuna olen ülesandeks võtnud uurida interdistsiplinaarse tõlke eeliseid ja takistusi õpikus, mille visuaalse poole autoriks olen ma ise, siis arvan, et kõige paremini aitabki seda välja tuua nende loomisprotsessi autoetnograafiline analüüsimine – minu, kui autori kogemuse kirjeldus.

Üks ebatraditsiooniline moment käesoleva analüüsi juures on see, et õpik, millel analüüs põhineb, ei ole veel päris valmis ja trükis ilmunud – olemas on umbkaudselt 90% tekste ja illustratsioone, seega siiski valdav enamus. Selline ebatäieliku uurimisobjekti kasutamine võib tunduda tavatu ja kummaline, kuid omab ka eeliseid. Kuna kasutan meetodina autoetnograafiat, mis on sisuliselt autori kogemuse analüüs, siis uurimisobjekti loomine ja vahetu uurimine tagab võimaluse mitte ainult seni loodud „tõlked“ kriitiliselt ja analüütiliselt üle vaadata, vaid ka uute tõlgete loomisel teadlikum olla ning vajadusel ka hiljem parandusi sisse viia. Käesolev uurimus pakub mitte ainult võimaluse uurida mingit probleemistikku ja analüüsida kindlat objekti, vaid ka autori seisukohast võimaluse teadlikumalt „tõlkida“.

### **3.2. *Interdistsiplinaarsed tõlked „Matemaatika õhtuõpikus“***

Nagu mainitud, on üks strateegia, mida rakendada õpiku olemuse edasi andmiseks, luua raamatule ühtne matemaatika selgust ja elulisust edasi andev visuaalne pool. See aitab ka tõlgete loomisel – ühtlane visuaalne „maailm“, tegelased ja metafoorid, mis korduvad ja stiililiselt ühtne pildikeel aitavad loodetavasti nii tõlkeid paremini mõista kui ka kiirendavad tõlkimise protsessi ennast – kindel valik tegelasi ja kindel kujutamise laad vähendab tõlkija valikuvõimalusi ning ei killusta visuaalset poolt liigselt. Ühtlasi on see

vahendiks, mille abil saab kohati liiga reeglite, ülesannete ja valemite põhiselt õpetatavat matemaatikat näidata kui sidusat terviksüsteemi.

Ühe võimalusena originaalideed visuaalsesse keelde tõlkimise kaudu edasi anda, on juba mitmel korral mainitud metafoori kasutamine. Ka „Matemaatika õhtuõpikus“, mis otsib tihtipeale just elulisi näiteid, kasutatakse erinevate olukordade kohta metafoore küllaltki palju – mis tegi minu töö „tõlkijana“ kindlasti märkimisväärselt lihtsamaks. Samuti võib ka õpiku tekstilist osa võtta, kui matemaatika enda tõlkimist loomulikku keelde ning arusaadavaks tegemist läbi metafooride – ka matemaatikud Juhan ja Kristjan tegelesid õpikutekste luues omamoodi tõlkega. Siin lisandubki käesoleva tõlke kolmas aspekt – loomulik keel, ilma milleta ei saaks visuaalseid metafoore võib-olla nii ladusalt edasi anda. „Matemaatika õhtuõpikus“ ei toimu mitte ainult matemaatika tõlkimine kunstiks vaid matemaatilise, tekstilise ja kunstilise osa koosmõju.

Kuna osa tõlgetest kasutab metafoore, osa on väga otsesed ja matemaatilised ning on ka küllaltki abstraktsetel ideedel põhinevaid tõlkeid, tuleks töö selguse nimel raamatus esinevad tõlkemomendid kuidagi klassifitseerida. Eristan erinevad visuaalse representeerimise viisid raamatus järgnevate aspektide põhjal: (1) mis on tõlke originaaliks ja lähtekohaks; (2) kui palju lisab tõlge varem mainitud kunsti funktsioonist tulenevat vabadust ja lisa tõlgendamisvõimalusi lugejale – kui üheselt mõistetav on tõlge; (3) ning kui palju on kunstilisust kohandatud matemaatikale (kui suur on tõlkija vabadus). Nende kriteeriumite põhjal jagan õpikus eksisteerivad tõlked kolmeks: graafikud, skeemid ja illustratsioonid (Lisa 1).

Graafikute originaaliks on enamasti mingit sorti valem või tehe koos seda toetava kirjaliku tekstiga, samuti võib originaaliks olla ka matemaatiline mõiste, kindla termini seletus jne. See esindab kõige rangemat laadi „tõlget“ – tegu on lihtsalt seletava diagrammi või kvantitatiivseid suhteid väljendava joonisega, kindla andmestiku väljendamisega, mis jääb kindlasti pigem matemaatika, kui kunsti valdkonda. Kuigi tegu on osaga matemaatika enda keelest, otsustasin mõningad seda laadi visuaalsed tõlked siiski välja tuua, kuna sellist sorti graafiku või skemaatilise kujutise loomine oleks antud raamatu vaatlemisel tõlke kontekstis justkui otsetõlge. Konkreetsest valemist saab kindel graafik (Lisa 2.26),

konkreetses tekstilisest näitest kindel kujund (Lisad 2.22 ja 2.28) ning nende tõlgendamisvõimalused on üsna ühesed. Sellisel juhul on visuaal täiesti matemaatikale kohandatud ja illustreerija valib ainult värvilahendused, joone stiili, skaalade suurusvahekorrad või mõnel juhul ka selle, kuidas mingeid tõlkeid esitada – kas ühel või mitmel graafikul (Lisa 2.36). Näiteks matemaatiliste mõistete (kongruentsed kolmnurgad, Lisa 2.8) või valemite (Lisa 2.9) visuaalsesse keelde tõlkimise puhul dikteerib tõlke originaal täpselt lõpptulemuse sisu ja küllaltki täpselt ka vormi, lõpptulemuseks on range ja üheselt tõlgendatav geomeetiline joonis.

Skeemid on loodud tekstis asetsevate, tihti eluliste näidete põhjal ning kujutavad endast nii graafiku kui illustratsiooni sümbioosi, omades elemente mõlemast. Skeem töötab kõige paremini koos konkreetse näitega tekstis, kuna tõlgendusvõimalusi tekib rohkem – ilma tõlke originaalita on võimalik jõuda näite mõtteni, kuid mitte kindlalt (Lisa 2.20). Ka tõlkija vabadus on siin vahepealne – tuleb rangelt järgida matemaatilist osa, kuid sinna juurde saab illustratsiooni luua vabamalt (Lisad 2.2 ja 2.5). Samas tuleb meeles pidada, et kunstiline osa peab olema siiski võimalikult lihtsustatud, et ta ei hakkaks ülekantavat mõtet liialt segama (Lisa 2.23). Skeemide puhul tulebki kohati määrata, kumb domineerib – kas illustreeriv pool või graafik. See oleneb suuresti tõlke originaali dominandist – kas antakse edasi mingisugust emotsiooni (Lisa 2.31) või on olulisem matemaatiline pool (Lisa 2.34).

Paljud illustratsioonidest on tehtud ideede põhjal – tõlkides abstraktsed näited ja metafoorid tekstis pildi keelde, on tulemuseks illustratsioon, millel puuduvad graafilised või konkreetset arvulist informatsiooni edasi andvad tunnused. Illustratsioon toimib ainult koos tõlke originaaliga, vastasel juhul läheks mõte kaduma, kuna tõlgendusvõimalusi on palju. Selliste tõlgete originaaliks on tihti sissejuhatavad tekstid, kus tuuakse välja õpiku omadusi või kirjeldatakse matemaatikat üldisemalt (Lisad 2.1, 2.3 ja 2.4). Originaaltekst annab ideid illustratsiooni sisu jaoks, kuid ei dikteeri tingimata selle vormi. Peatükke sisse juhatavate suurte illustratsioonide puhul võib tõlke originaaliks lugeda kogu peatükki, millest ideid on ammutatud (Lisad 2.18 ja 2.37). Sellistes tõlgetes ei kohandata kunsti matemaatikale ning eristatud kolmest tõlkemomendist sisaldab just see enim vabadust ja pakub lugejale puhkust. Võrreldes graafikute ja skeemidega on illustratsioonide loomine

oma olemuselt kõige rohkem intuiitiivne ning mõningatel juhtudel on loomisprotsessi ja sellega kaasnenud mõttekäike üsna keeruline meelde tuletada.

Paari näite puhul sai aga kasutusele võetud kõik kolm vormi. Kõigepealt tutvustades ülesande püstitust detailirohkema illustratsiooniga, seejärel lihtsustades illustratsiooni ja lisades matemaatilise skeemi osa ning viimasena tuues välja puhas matemaatiline graafik (Lisad 2.29 ja 2.30). Sellised tõlgete vahekorrad moodustavad kõige näitlikumalt matemaatika ja reaalse elu seoseid, liikudes elulisemalt ja kunstilisemalt kujutamisel üle konkreetse probleemi matemaatilise kujutamiseni. Siin ilmneb ka kunstiliste illustratsioonide kontinuaalsus ja matemaatilise kujutamise diskreetsus – selleks, et liikuda esimeselt teise variandini peame illustratsiooni lihtsustama ja skemaatilisemaks muutma. Autoetnograafilistes kirjeldustes on põhirõhk eelkõige viimase kahe pilditüübi välja toomisel (skeem ja illustratsioon), kuna graafikud, nagu mainitud, on küll samuti visuaalsesse keelde tõlgitud, kuid kuuluvad matemaatika alla. Siiski on oluline välja tuua näiteid iga raamatus esineva tüübi kohta. Samuti tuleb mainida, et see jaotus pole absoluutne – esineb skeeme, mis kalduvad rohkem graafikule omase kujutamise poole, samas on ka illustratioone, mis on üsna skemaatilised (Lisa 2.17).

### **3.3. *Interdistsiplinaarse tõlke takistused ja eelised***

Õpikus leiduvaid tõlkeid analüüsid selgus, et interdistsiplinaarset tõlget matemaatikast kunsti ei saa jagada rangelt takistusteks ja eelisteks. On momente, mis võivad endaga kaasa tuua nii kasu kui kahju – kunstiline pool võib olenevalt olukorrast matemaatilist mõistmist raskemaks muuta või seda hoopis toetada ja abistada.

#### **3.3.1. *Kompetentsus mõlemas distsipliinis***

Üheks interdistsiplinaarse tõlke kõige silmnähtavamaks takistuseks nii matemaatika ja kunsti interdistsiplinaarse suhte puhul üldisemalt kui ka antud õpiku loomisel on

kompetentsuse saavutamine mõlemas distsipliinis. Selleks, et tõlkimine matemaatilistest teoreemist või funktsioonist visuaalseks kujutiseks üldse toimuda saaks, peab originaali hästi mõistma. Aru peab saama nii konkreetsest probleemist (Lisa 2.5) kui ka tundma lähtekohaks oleva distsipliini nõudeid – milline on graafikute väljanägemise tunnustatud norm, milliseid sümboleid kasutatakse jne (Lisad 2.25 ja 2.26). Käesoleval juhul oli tõlke toimumise eelduseks matemaatika keele tundmine.

Õnneks ei tundunud see algusest peale ületamatu takistusena – kuna tegu on gümnaasiumimatemaatikaga, siis osad kontseptsioonid olid juba kooliajast tuttavad. Muidugi oli palju ka sellist materjali, mida pidin juurde õppima ning palju selliseid hetki, kus matemaatikud pidid mu kujutamiski korrigerima, et see matemaatiliselt korrektsem oleks. Mõningane puudujääk distsiiplinaarses kompetentsuses on õnneks koostöö käigus leevendatav – kuigi paljud tõlked on loodud õpikutekstide põhjal, oli abi ka matemaikutest, kes vajadusel jooniseid skitseerisid ning skeeme kommenteerisid ja suunasid või aitasid mul matemaatilistest lähtekohtadest aru saada. Töö käigus said nii matemaatikud oma visuaalset kujutamist harjutada kui mina oma matemaikatundmist. Mõnel juhul oli see, kui hästi ma õpikutekstist aru sain ja selle põhjal tõlget luua suutsin, ka testiks tekstide arusaadavusele.

### **3.3.2. Distsipliinide piirid**

Üheks takistuseks on distsipliinide piirid – kõike ei saa „üle jõe kanda“. Lisaks erinevate märgisüsteemide kasutamisest tulenevatele takistustele, mis lähevad intersemiootilise tõlke valda, tekkisid probleemid ka sisulisemates küsimustes. Näiteks, kuigi Kochi lumehelbes on ilus fraktaal, mille visuaalne kujutis on üsnagi tuntud, siis kuidas väljendada tema lõpmatut kordumist (Lisa 2.41)? Lahenduseks sai loodud rida eri täpsusastmega Kochi lumehelbeid, millest viimase juures on kolm punkti tähistamiseks sama süsteemi jätkumist, lisaks on seletatud selle olemus lahti kirjalikult ning lisatud veel teinegi toetav illustratsioon (Lisa 2.42). Samuti tekkis raskusi piirprotsesside olemuse kirjeldamisega (Lisa 2.38) ja isegi sellise pealtnäha lihtsa kontseptsiooniga nagu võrdsus (Lisa 2.7).

Selliste tõlgete puhul muutub eriti oluliseks originaali ja tõlke koosmõju – tekstiline ja pildiline osa pole mitte ainult originaal ja tõlge, vaid moodustavad koos sünkreetse sõnumi.

Üheks tõlgitamatuks momendiks kujunes kolmemõõtmelise tasandi paigutamine koordinaatteljele – eelkõige juba seetõttu, et kolmemõõtmeliste objektide täpset matemaatilist paigutust kahemõõtmelisel pinnal kujutada on päris keeruline (eriti, kui nende kujutamine jääb traditsioonilisest geomeetriast välja). See aga ei tähenda, et olukorra tõlkimine oleks võimatu – edasi võib anda ka tekkinud tõlkimatust (Lisa 2.27), ärgitades sealjuures lugejat probleemiga ise edasi tegelema ja oma kujutlusvõimet rakendama.

Distsipliinide erinevusest tulenev tõlkimatus ja vajadus selle kontekstis siiski neid piire ületada, viib Bertrand Malsch'i mainitud tõlkelünga tekkimiseni (Malsch 2011: 196), mis omakorda tekitab uudset infot ja loovust (McCormack 2005), mis mõningate autorite sõnul interdistsiplinaarse tõlkega kaasneb. Illustratsioon, mis annab edasi tekstis välja toodud matemaatilist ideed, kuid selleks otseselt tagasi tõlgitav ei ole (nagu piirprotsesse kirjeldav illustratsioon Lisas 2.38), tekitab kunsti ja matemaatika vahele tuntava lõtku, kus saavad tekkida uued ideed. See on tingitud Lotmani mainitud teadusliku ja kunstilise mudeli erinevusest – teadusliku üheti mõistetavusest ja kunsti mitmetitõlgendatavusest.

### **3.3.3. Kunsti mitmetitõlgendatavus**

Kunsti avatus mitmesugustele tõlgendustele võib interdistsiplinaarse tõlke kontekstis olla nii negatiivseks kui positiivseks nähtuseks, eriti just raamatus esinevate kõige vabamate tõlgete – illustratsioonide – puhul. Kunst lisab tõlgendamisvõimalusi, mis võivad segadust tekitada või põhieesmärgilt kõrvale juhtida (Lisa 2.7). Paratamatult ei saa kõiki pildilisi tõlkeid taandada täpselt tagasi selleks üheks ja ainukeseks ideeks – siinkohal muutub oluliseks kontekst, millele visuaal loodi ning mis aitab lugeja vajadusel tagasi õigele teele (Lisa 2.16). See kontekst ei pea alati olema tekstiline, vaid võib esineda ka täpsemate seletavate graafikute näol. Näiteks olen pidevaid ja mitte-pidevaid funktsioone kujutanud raamatus nii illustratsiooni kui graafikuna (Lisa 2.39), mille puhul tuleb eriti selgelt välja matemaatilise graafiku ühesus ja kunstilise illustratsiooni mitmetimõistetavus. Ainult

illustratsioonist ei ole aru saada, et tegu on pidevate ja mitte-pidevate funktsioonide eristamisega ning võivad tekkida hoopis kõrvalised küsimused tegelaste ilmete, oleku, tegevuse jms kohta. Need küsimused likvideerib aga kirjalik seletus tekstis ja järgnev konkreetne graafik.

Lotmani sõnul annavad kunstiteosed kasutajale just nimelt selle informatsiooni, mida ta vajab ja mille omandamiseks ta on ette valmistatud (Lotman 2006: 27), seega illustratsioonide mitmeti tõlgendatavuse positiivseks ära kasutamiseks ongi vajalik täpsustava konteksti pakkumine, mis valmistab ette mõistmaks illustratsiooni eelkõige nii, nagu antud juhul on ette nähtud. Raamatus esinevate teiste tõlke liikide puhul on olukord veidi lihtsam – skeemide juures on kunsti mitmeti tõlgendatavus väiksem, kuna edasi antava mõtte omandamiseks vajalikust infost mingid tükid on skeemi enda osa (Lisad 2.13 ja 2.19) ning graafikud on matemaatilise keele osana üheselt mõistetavad (neid kunsti mitmetitõlgendatavus ei puuduta) (Lisa 2.32).

Kunstiteoste võime suurendada neis sisalduva informatsiooni hulka ning olla seeläbi uute teadmiste loomise vahendiks on kindlasti ka üheks interdistsiplinaarse tõlke eeliseks. Suurt vabadust lisavad puhtalt illustratsioonina esinevad tõlked – näiteks peatükke sisse juhatavad illustratsioonid annavad palju vihjeid selle kohta, mis lugejat järgnevas peatükis ees ootab, kuid võivad tekitada ka palju muid konnotatsioone (Lisad 2.1, 2.18 ja 2.37). Illustratsioon Fibonacci arvude kohta (Lisa 2.21) on tehtud originaali põhjal, mis tutvustab mõnda nende arvude kasutamise võimalust matemaatikas ja mainib üldiselt, et Fibonacci arve on nähtud ka mujal. Illustratsioon ise on aga kollaaž paljudest detailidest, mida annab Fibonacci jadaga siduda – pakkudes lugejale võimaluse need seosed ise teha ja võib-olla ka enda jaoks midagi uut avastada. Kui enamus detaile on Fibonacci arvudega üsna lihtsalt suhestatavad, siis mida teevad pildil jäneseid? Kui illustratsioonil õnnestub lugejat (kellel seos Fibonacci ja jäneste vahel puudub) piisavalt intrigeerida, otsib ta võib-olla selle seose üles ning leiab eest nende arvude sünniloo.

Kunstilise mudeli mitmetitõlgendatavus lisab vabadust ja avatud mõtlemist ning juhhib lugeja kujutlusvõimet kasutama enda loovust ning loodetavasti ka ise analoogseid situatsioone konstrueerima. Siin omavad suurt kaalu ka need matemaatilised näited, mis

alguses esinevad mingisugust kindlat olukorda kujutava illustratsioonina (mis matemaatikat ei sisalda), seejärel skeemina (kuhu on lisatud matemaatiline pool) ning lõpuks graafikuna (näidates, kuidas see kõik puhta matemaatikana funktsioneerib) (Lisad 2.29 ja 2.30). Nii loome õpilase jaoks võimaliku pinnase ka teiste igapäevaste situatsioonide matemaatiliseks nägemiseks – kui vaateratta liikumises saab näha siinusfunktsiooni, siis võib-olla töötab sarnane mõtteviis ka teistsugustel juhtudel, kus esineb ringikujulise objekti liikumine?

Mitmel korral interdistsiplinaarse tõlke puhul välja tulnud loovuse moment on leitav mitmetes „Matemaatika õhtuõpikus“ esinevates tõlgetes. Käesolevas töös tuleb see esile eelkõige tõlkija seisukohalt – olles silmitsi diskreetse matemaatilise süsteemiga, pean selle viima kunsti keelde ning sellise üleviimise protsessi käigus tekivadki tõlgetesse uued elemendid, valitakse värvilahendused ja stiilid mille mõju lugejale on kohati üsna ettearvamatu. Seega jääb loomingulisuse tekkimine lugejas hetkel oletuse tasemele, kuna see, milliseid uusi seoseid ja mõtteid või loovaid ideid tõlked reaalset inspireerivad, eeldaks teistsugust uurimustööd. Kui tõlkija autoetnograafiline uurimus töötab tõlgete loomise tasandil, siis selle uudsuse momendi olemasolu tabamist vastuvõtjas saaks uurida näiteks õpilaste muljete, õpiku vastuvõtu ja intervjuude kaudu.

### **3.3.4. Kunst täiendab ja abistab**

Juba mitmel korral mainitud kunsti, matemaatika ja neid ühendava tekstilise osa koosmõju viitab täiendussuhtele – samade näidete või metafooride esitamine kõrvuti eri distsipliinide keeltes toetab üksteist. Loomulik keel on oluline vahefilter – matemaatilise probleemi kirjalik lahtiseletamine, reaalse eluga seostamine või selle põhjal metafoori loomine hõlbustab sama idee kunsti keelde tõlkimist. Siin tulevad esile distsipliinide sarnased alged – mõlemad, nii kunst kui matemaatika, on võimelised reaalsel elu kirjeldama; matemaatikast on enamikul inimestel lihtsalt arusaam, kui sisutust ja elukaugest teadusest, kunst on see vastu ilmsemalt reaalse elu kujutamise seostuv. Toetades matemaatikal põhinevat kirjeldust pildilise poolega toome kunstiliste mudelite abil matemaatika reaalsele elule lähemale.

Paljud tõlked toetuvad tekstis asuvatele metafooridele, mis annavad edasi ideid matemaatika olemusest ning aitavad meil seda paremini mõista – matemaatika on justkui keel (Lisa 2.3); matemaatika on kui ilus mäng (Lisa 2.4); mõttemustritele teeb head lihtne ja ilus matemaatika, sama moodi kui kitarriakordid teevad lõkke ääres kõrvale head (Lisa 2.6). Metafoore on „Matemaatika õhtuõpikus“ kasutatud mitut moodi: tõlke saab luua olemasolevat metafoori visuaalses keeles korrates (Lisa 2.6), samuti saab tekstis välja toodud metafoori toetada, väljendades sarnast ideed teistsuguse metafoori loomise kaudu (Lisad 2.10 ja 2.24) või teksti abstraktset ideed iseloomustada luues metafoor alles tõlkes endas (2.7) – mille puhul võib küll selle tõlgendamine segasemaks muutuda.

Visuaalsesse keelde tõlkimine aitab kindlasti ka edasi antud kontseptsioone paremini meelde jätta, heaks näiteks on geomeetriselt esitatud valem (Lisa 2.9). Ka siin on oma osa metafooridel – näiteks matemaatiliste tähiste meelde jätmisel võib abi olla integraali märgi kujutamisesst väljavenitatud „S“ tähena (Lisa 2.40), või sigma kujutamisesst liblikana (Lisa 2.12). Mõnel juhul võib tekstile lisatud illustratsioon aidata näidet piiritleda ja konkreetsemaks muuta (Lisa 2.33) või siis tekstis välja toodud mõtet veel enam rõhutada (Lisa 2.15) ja toetada (Lisa 2.35). Lisaks mainitud interdistsiplinaarse tõlke raskustele: kompetentsus, distsipliinide piirid ja kunsti mitmetimõistetavus, ning eelistele: samuti kunsti mitmetitõlgendatavus ning täienduse ja seletuse pakkumine, on kunst ka puhkuse pakkujaks – paljud tõlked on ka mõttepausiks erinevate ideede ja näidete vahel.

### **3.3.5. Järelmõtted**

Väljatoodud materjalist saab järeldada ka tulevase tõlkimise seisukohast olulisi aspekte. Tõlkimine ühest süsteemist teise, mis läheb kaugemale intersemiootilisest tõlkest ja tegeleb lisaks sellele ka distsipliinide vahelise tõlkimisega, on kindlasti metafooridele toetudes lihtsamini läbi viidav. Isegi väikesed ootamatud võrdlusmomendid või omadussõnad matemaatiliste teooriate juures annavad baasi, mille põhjal hakata visuaalset kujutist üles ehitama. Samas oli visuaalse poole loomisel abi kogu õpiku kontseptsioonist endast, mis üritab võimalikult lihtsalt ja eluliselt probleeme edasi anda. Inimese jaoks, kes siiski matemaatikas ennast päris koduselt ei tunne, teeb see tõlkimise palju sujuvamaks.

Töö käigus tekkis ideid nii mõnigi asi teisiti teha või ümber sättida – tõlkeid hoolikamalt analüüsid avastasin mõningaid ebakõlasid ja mitmetitõlgendatavusi, mis matemaatilise idee edasi andmist takistama võivad hakata. Üheks näiteks oleks Kochi lumehelbe illustratsioon (Lisa 2.41), kus iga etapi juures lumehelbed suuremaks muutuvad. Kompositsiooniliselt kena võte, mis jätab mulje hõljuvatest lumehelvestest, võib matemaatiliselt jätta mulje pindala suurenemisest – mida Kochi lumehelbe puhul kindlasti ei juhtu (tegu on paradoksaalse objektiga, millel on lõplik pindala ja lõputu ümbermõõt). Selliseid juhtumeid, kus kunstiline pool võib eksitavalt mõjuda, saab kindlasti korrigeerida (kas tõlget muutes või tekstilises osas täpsustades). Siin tuleb esile lõpetamata objekti analüüsimise olulisus, mis annab rohkemat, kui tagantärele tõlkevigade nentimine – kunstilise ja matemaatilise mõtlemise valguses uuesti üle vaadatud tõlkemomente saab tänu analüüsile ka reaalselt paremaks muuta.

Töös tuleb esile tihe seos mingi distsipliini väljenduslaadi ja sellega kaasneva mõtteviisi vahel. Diskreetses keeles diskreetselt mudeldatavat matemaatikat õpetatakse tihtilugu rangelt ja reeglitepõhiselt, kunsti keele elementide mitmetitõlgendatavus vihjab aga kunstilisele mõtlemisele, kui vabamale ja hajusamale protsessile. Mõeldes interdistsiplinaarse tõlke kontekstis oskan arvestada tõlke originaali ja lõpptulemuse juures senisest suurema tähelepanuga nii matemaatika kui kunsti omaduste ja mõjudega. Käesoleva bakalaureusetöö tulemuseks on lisaks interdistsiplinaarse tõlke raskuste ja eeliste analüüsimisele ka potentsiaal seni tehtud töö kriitiliselt üle vaada ning muuta kogu protsess teadlikumaks.

## KOKKUVÕTE

Käesolev bakalaureusetöö uurib interdistsiplinaarset tõlget matemaatikast kunsti gümnaasiumi lisaõpiku „Matemaatika õhtuõpik“ näitel. Töö põhiliseks eesmärgiks on välja selgitada sellise tõlke takistused ja eelised õpiku visuaalse poole loomisel.

Teoorias osas käsitlesin interdistsiplinaarsuse mõistet, selle tagamaid ja mõistekooslust – oluliseks muutus nii distsipliini mõiste lai määratlemine, mis pakub tundmuse või raamistikku, mille kaudu kunst ja matemaatika omavahel siduda, kui ka interdistsiplinaarsuse omaduste välja selgitamine. Interdistsiplinaarsuse mõistesse süübitamine on tähtis kogu bakalaureusetöö tervikkuse jaoks – lisaks kunsti ja matemaatika suhestamisele pakub see vajaliku konteksti kogu tööd läbivale interdistsiplinaarse tõlke mõistele ning "Matemaatika õhtuõpiku" loomisel toimunud koostöö üle arutlemisele. Interdistsiplinaarse tõlke mõiste kasutamine tõi lisaks metakeele pakkumisele esile tõlkelünga tekkimise, mille ületamisel tekib uudset informatsiooni.

Tutvustades erinevaid ideid kunstilisest ja teaduslikust mõtlemisest pakkusin konteksti kujutava kunsti ja matemaatika suhestamisele ning matemaatika õpetamise probleemile. Mõeldes selliste kohati vastanduvate, kuid kohati teineteist täiendavate distsipliinide kontekstis, muutuvad interdistsiplinaarsuse uurimises oluliseks mitte pelgalt erinevad valdkonnad, vaid täpsemalt nende valdkondadega seostatavad kognitiivsed tasandid. Antud kontekstis mõjub sobivalt ütlus, et „Interdistsiplinaarsuse mõju, kui mitte eesmärk, on ei midagi vähemat kui muuta viisi, kuidas me mõtlemisest mõtleme“ (Gunn 1992: 240) – käesoleval juhul, kuidas me mõtleme matemaatikast, selle õppimisest ja olemusest. Käsitledes matemaatikat ja kunsti kui diskreetseid ja kontinuaalseid süsteeme, ilmnes interdistsiplinaarsusele omane tõlkimise vajadus tõlkimatuse tingimustes – üheks keskseks

ülekandemehhanismiks muutub sellisel juhul metafoor. Tekitatud sarnasuse alusel saab luua selle tõlkimiseks vajaliku ühisosa, mis varem puudus – ületada interdistsiplinaarse tõlke käigus tekkiva tõkelünga.

Käesoleva bakalaureusetöö üheks suuremaks raskuseks pean interdistsiplinaarsuse laia olemusest ja interdistsiplinaarse tõlke mõiste vähesest kasutusest tulenevat ebakindlust nii analüüsimeetodi kui töö rõhuasetuste valimisel. Interdistsiplinaarse tõlke kontseptsioon ei paku kindlat „valemit“, mida oma teema uurimiseks rakendada, vaid see tuleb suuresti ise luua – seetõttu on paraku mahuliselt suurem rõhk ka töö teooriaosal. Siiski arvan, et analüüsides "Matemaatika õhtuõpikut" interdistsiplinaarse tõlke kaudu, sain välja tuua aspekte, milleni jõudmine muul viisil oleks olnud keerukam.

Tõlkeid luues on oluline leida tasakaal matemaatika ranguse ja kunsti vabaduste vahel, pidades lugu mõlema distsipliini omadustest: matemaatilised graafikud tuleb esitada matemaatika reegleid järgides, kunstilistes illustratsioonides saab aga tõlke originaalist juhindudes teha küllaltki intuitiivseid visuaalseid rännakuid. Skeemide puhul tuleb aga enim tunnetada tõlke originaali rõhuasetusi ja eesmärki, et kunst matemaatika üle või matemaatika kunsti üle sobimatul kombel domineerima ei hakkaks.

Töös kirjeldatud analüüsist selgub, et antud tõlgete loomisel on esimeseks eelduseks distsiiplinaarne kompetentsus – selleks, et üldse matemaatikast kunsti infot kanda, on vaja tundma õppida matemaatikale omaseid reegleid ja nõudeid. Määrava tähtsusega on distsipliinide piirid, mis tulenevad nende valdkondade erinevast olemusest, mis omakorda tingibki mainitud tõkelünga tekke. „Matemaatika õhtuõpikus“ ilmusid distsipliinide piirid esile nii distsipliinide keeltest tulenevas erinevuses kui ka raskesti kujutatavate kontseptsioonide puhul (näiteks lõpmatus ja piirprotsesside olemus). Mitmel juhul aitas neid piire ületada tingliku sarnasuse tekitamine metafoori näol.

Kunsti mitmetitõlgendatavuse ja matemaatika üheselt mõistetavuse kontekstis muutus oluliseks kunstiteose võime suurendada temas sisaldavat infot – seda sai näha nii matemaatika ja kunsti vahelise tõlke positiivse kui ka negatiivse aspektina. Mitmetitõlgendatavus võib tekitada ebavajalikke seoseid mis juhivad lugeja teemalt

kõrvale, samas on just see sama mitmetitõlgendatavus ka uudsuse ja loomingulisuse aluseks.

Tuginedes koostatud teoreetilisele osale, teostasin empiirilises osas „Matemaatika õhtuõpiku“ visuaalse poole analüüsi kasutades autoetnograafilist meetodit, et jõuda tõlgete loomisel kerkinud mõtete ja ideedeni. Autoetnograafilise meetodi kasutamine aitas välja tuua interdistsiplinaarse tõlke plussid ja miinused eelkõige tõlkija seisukohast – seetõttu jäävad ideed, et interdistsiplinaarse tõlke käigus tekib uudsuse ja loovuse efekt ka lugejas, siiski teoreetilise materjali põhjal tekkinud järeldusteks. Et selle kohta kinnitust saada, peaks läbi viima hoopis teistsuguse, lugeja seisukohti uuriva analüüsi.

Matemaatiliste nähtuste tõlkimine kujutava kunsti keelde võib toetada muidu keeruka või kuivana tunduvaid ülesandeid ning pakkuda vahendeid nii valemite ja sümbolite kui ka keerulisemate süsteemide õppimiseks ja mõistmiseks. Lisaks sellele on aga „Matemaatika õhtuõpikus“ loodud tõlgete ülesandeks seostada matemaatikat reaalse eluga ja arendada kujutlusvõimet. Matemaatika ühesuse ja kunsti mitmetitõlgendatavuse sünergias tekib uus informatsioon ning kujutlus matemaatikast kui terviksüsteemist.

## **SUMMARY**

### **Interdisciplinary Translation from Mathematics to Art: Analysis of a Gymnasium Mathematics Textbook.**

The topic of the present BA thesis is interdisciplinary translation from mathematics to art in a gymnasium mathematics textbook called „Matemaatika õhtuõpik“ („Evening Textbook of Mathematics“). The aim was to find the difficulties and advantages that occur with translating from one discipline to another.

The thesis is divided into three parts. In the first part I explored the concept of interdisciplinarity, its properties and different forms. I defined art and mathematics as disciplines in the broader cognitive sense, as areas of knowledge rather than strict academic disciplines. When introducing the concept of interdisciplinary translation, one of the most important characteristics was the „translation gap“ and newness that occurs when crossing it – which brings about creativity.

The second part entitled „Interdisciplinarity between art and mathematics“ starts with discussing some approaches to the relationship between art and science in general. From there I move on to defining the main principles in scientific and artistic thinking, one of them being: art is continual, while science is discrete. After discussing some aspects where art and mathematics interact and how art can help in teaching mathematics, I propose (in the example of Juri Lotman) that one way to cross the translation gap between the two disciplines, is to use metaphor as a conveyer of meaning from one discipline to the other. An important thought is that mathematics should be taught based on model-building, not on rule-building as it often happens. Including art and metaphors in teaching help in bringing forth the embodied thinking in mathematics

To analyze the translation that occurs in „Matemaatika õhtuõpik“, in the third part of the thesis, I used the autoethnographic method. Its main benefit is in giving the translators perspective on how some translations were made, and why. Some difficulties and advantages of translation between art and mathematics turned out to be: disciplinary competence, borders of the disciplines, the ability of art to increase meaning and helping with explaining mathematical concepts.

The main goal of the textbook is to give students a broader understanding of mathematics, than just learning rules. The book explains the beauty and usefulness of mathematics (often using metaphors), the history behind some mathematical concepts and explains them in a simple way with examples from real life. The visual language of the book is made to support all that, as well to emphasize the creative dimension of mathematics and inspire the reader. Analyzing the graphs, diagrams and illustrations in the book through the concept of interdisciplinary translation helps to create more deliberate translations and bring about their usefulness.

## KASUTATUD KIRJANDUS

Balsiger, Philipp. Kötter, Rudolf 1999. Interdisciplinarity and Transdisciplinarity: A Constant Challenge To The Sciences. *Issues in Integrative Studies*. 17: 87 – 120

Brew, A 2008. Disciplinary and interdisciplinary affiliations of experienced researchers. *Higher Education*, 56 (4): 423-438.

Brown, Steven D. 2002, Michel Serres: science, translation and the logic of the parasite, *Theory, Culture and Society*, 19 (3): 1-27.

Dunlap, Richard A. 1997. The golden ratio and Fibonacci numbers. World Scientific Publishing Co.

Edens, Kellah; Potter, Ellen 2007. The Relationship of Drawing and Mathematical Problem Solving: "Draw for Math" Tasks. *Studies in Art Education* 48 (3): 282 – 298

Elkins, James 2008. Six Stories from the End of Representation: Images in Painting, Photography, Astronomy, Microscopy, Particle Physics, and Quantum Mechanics, 1980-2000. (Writing Science) Stanford, California: Stanford University Press

Emmer, Michele 1994. Art and Visual Mathematics. *Leonardo* 27 (3): 237 – 240

Fish, Stanley 1991. Being Interdisciplinary Is So Very Hard to Do. *Issues in Integrative Studies* 9: 99-112

Gannon, Susanne 2006. The (Im)Possibilities of Writing the Self-Writing: French Poststructural Theory and Autoethnography. *Cultural Studies <=> Critical Methodologies* 6: 474 – 495

- Gunn, Giles 1992. *Interdisciplinary Studies. Introduction to Scholarship in Modern Languages and Literatures*, 2nd edition. Ed. Joseph Gibaldi. New York: Modern Languages Association of America: 239-261
- Gurnon, Daniel; Voss-Andrae, Julian; Stanley, Jacob 2013. Integrating Art and Science in Undergraduate Education. *PLoS Biology* 11 (2): 1-4
- Hogard, Lynn; Kratz, Dennis; Schulte, Rainer 2010. Translation studies as a transforming model for the humanities. Kättesaadav aadressil:  
<http://www.utdallas.edu/research/cts/docs/FIT.html> (22 aprill 2013)
- Israely, Jeff, Time 2007. Cracking a Real-Life Da Vinci Code. *Academic Search Complete* 169 (7)
- Jacques, Claudia 2012. Art+science: An emerging paradigm for conceptualizing changes in consciousness. *Technoetic Arts: A Journal of Speculative Research*. 10 (2+3): 221-227
- Jones, Caroline A. Galison, Peter 1998. *Picturing Science, Producing Art*. Routledge
- Lotman, Juri 1999. *Semiosfäärist*. Tallinn: Vagabund
- Lotman, Juri 2006. *Kultuurisemiootika. Kunst modelleerivate süsteemide reas*. Tallinn: Olion
- Lyon, Arabella 1992. Interdisciplinarity: Giving Up Territory. *College English* 54 (6)
- Malina, Roger F. 2012. Third culture? From the arts to the sciences and back again. *Technoetic Arts: A Journal of Speculative Research*. 10 (2+3): 179-183
- Malsch, Bertrand; Gendron, Yves; Grazzini, Frederique 2011. Investigating interdisciplinary translations: The influence of Pierre Bourdieu on accounting literature. *Accounting, Auditing & Accountability Journal*, 24 (2): 194-228
- Maréchal, Garance. 2010. Autoethnography. Albert J. Mills, Gabrielle Durepos & Elden Wiebe (Eds.), *Encyclopedia of case study research*. 2: 43-45

- McCormack, Brian 2005. Making Interdisciplinarity work through translation and analogical thinking. *Issues in Integrative Studies* 23: 56-70
- Moran, Joe 2002. *Interdisciplinarity*. London: Routledge
- Moreno, Roxana; Mayer, Richard E. 1999. Multimedia-Supported Metaphors for Meaning Making in Mathematics. *Cognition and Instruction*, 17 (3): 215-248
- Paloveer, Marko 2012. Ajakirjaniku eetiliste dilemmade määratlemine kultuuritööstuse kontekstis. Magistritöö. Tartu Ülikool, Ajakirjanduse ja kommunikatsiooni instituut
- Ramadier, Thierry 2004. Transdisciplinarity and its challenges: the case of urban studies. *Futures* 36: 423-439.
- Rényi, Alfréd 2012. Sokraatiline vestlus matemaatikast. Tõlkinud Juhan Aru. *Akadeemia* 24(3).
- Repko, Allen F 2008. *Interdisciplinary Research: Process and Theory*. SAGE Publications
- Richmond, Sheldon 1984. The Interaction of Art and Science, *Leonardo* 17 (2): 81-86
- Rossiter, Kate; Gray, Julia; Kontos, Pia 2008. From Page to Stage: Dramaturgy and the Art of Interdisciplinary Translation. *Journal of Health Psychology* 13: 277
- Shibles, Warren 1974. The Metaphorical Method. *Journal of Aesthetic Education*, 8 (2): 25-36
- Torop, Peeter 2000. Semiootika ja Interdistsiplinaarsus. *Keel ja Kirjandus* 6: 440-444
- Torop, Peeter 2011. Tõlge ja kultuur. Humanitaarteaduslike monograafiate sari „Heuremata“. Tartu Ülikooli kirjastus
- Frodeman, R., Klein, J.T., Mitcham, C. 2010. *Oxford Handbook of Interdisciplinarity*. Oxford University Press
- Ventsel, Andreas 2011. Tulevikumuusikast on saanud oleviku reaalsus. *Sirp* 12

## LISAD

### Lisa 1

Tõlgete jaotumise tabel:

## MATEMAATILINE

Graafikud	<ul style="list-style-type: none"><li>•originaal: valem + tekst</li><li>•tõlge: graafik või diagramm</li><li>•"Kunst" on matemaatikale kohandatud - tõlgendamisevõimalusi üks</li></ul>
Skeemid	<ul style="list-style-type: none"><li>•originaal: elulised näited tekstis + valem</li><li>•tõlge: Illustratsioon + graafik</li><li>•Kunst ja matemaatika koos - tekib rohkem tõlgendamisevõimalusi</li></ul>
Illustratsioonid	<ul style="list-style-type: none"><li>•originaal: ideed</li><li>•tõlge: illustratsioon</li><li>•Ei kohanda kunsti matemaatikale - joonistus ei omaks ilma tekstita sama tähendust, avatud mitmetele tõlgendustele</li></ul>

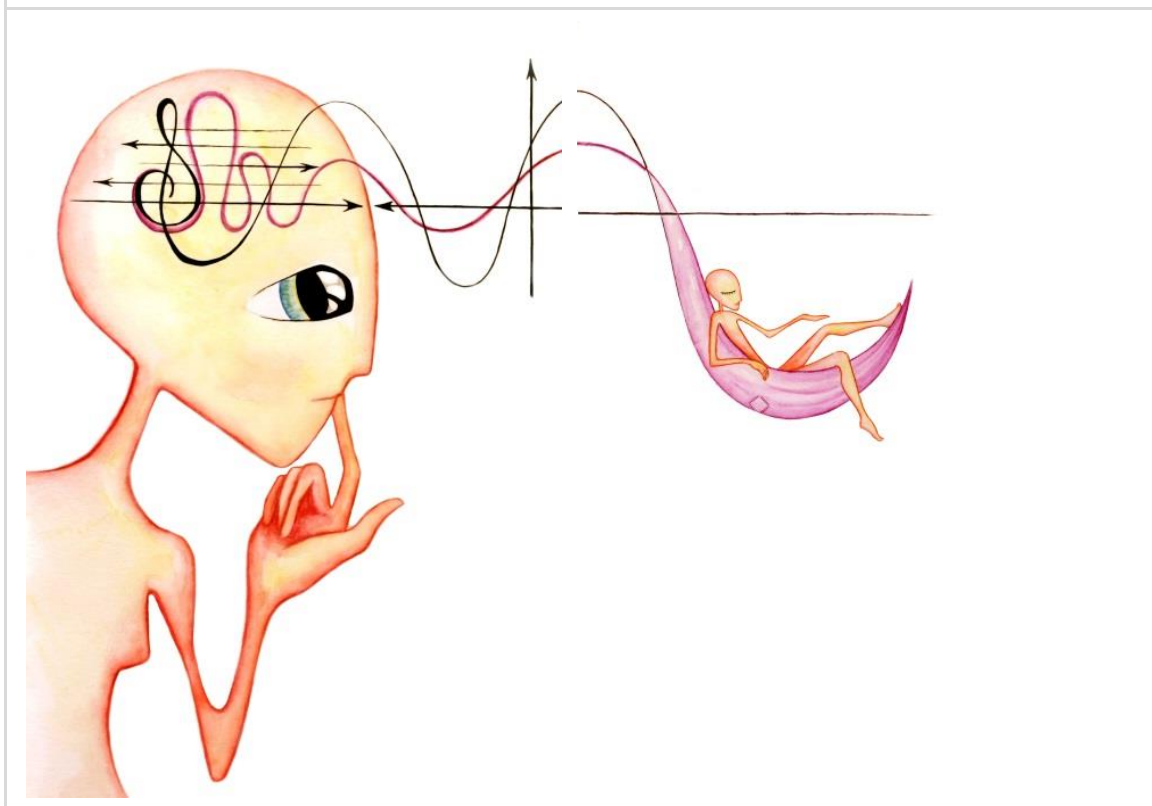
## KUNSTILINE

## Lisa 2

Originaalid ja tõlked koos autoetnograafilise kirjeldusega (originaaltekst esitatud **bold**'is)

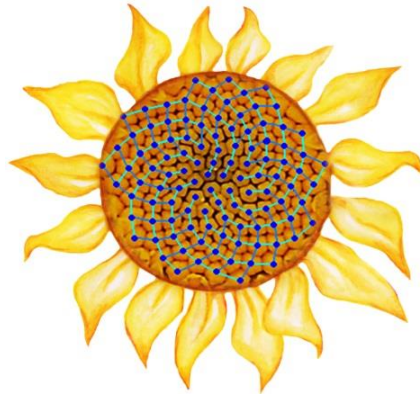
### 2.1. Osa 0: Sissejuhatus

Sissejuhatav suur illustratsioon on tõlge ideele, et matemaatika on eluline (viide muusikale), mõtlemist nõudev (suure figuuri poos) kuid samas nauditav (kiigel lesiv figuur). Kuna tegu on esimese peatükiga üritan heledate toonide ja malbete ning uudishimulike olekutega anda õhustiku ja meeolu kogu järgnevaks lugemiseks. Tõlke originaaliks ongi samad sissejuhatavates lõikudes väljendatud ideed, mis on matemaatikat ja konkreetset õpikut iseloomustavad – mistõttu ei esinenud siin mingisuguseid distsipliinide erinevustest tulenevaid piiranguid ja loomisprotsess oli küllaltki intuitiivne.



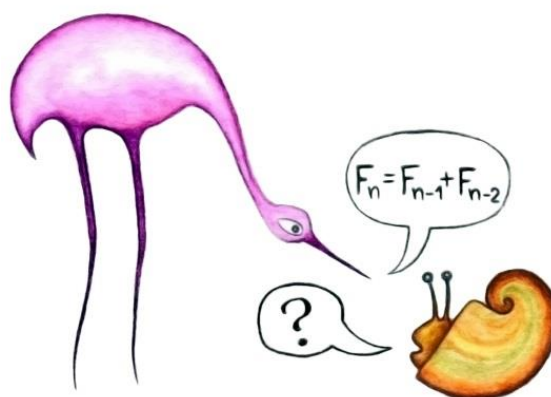
**2.2. Päevalille (*Cota tinctoria*) õie paigutuses on 21 sinist ja 13 ookeanisinist spiraali. 21 ja 13 on Fibonacci arvud [lk 99], mis esinevad looduses tihti.**

Tegu on üsna otsese näite tõlkega mille loomisel erilisi dilemmasid ei esinenud – ette antud matemaatiline idee on otse üle kantud pildikeelde ning need toetavad üksteist.



**2.3. Mõni ütlebki hoopis, et matemaatika ise on keel. Ja tõepoolest, matemaatika aitab ju kirjeldada maailma nagu iga teine keel (vahest pisut keerulisemalt!) ning lubab seeläbi omavahel suhelda ja informatsiooni vahetada.**

Selle lõigu tõlkeks kasutan kahte läbi kogu õpiku esinevat tegelast omamoodi tutvumise stseenis, andes edasi matemaatika keelelisust läbi võrdluse loomuliku keelega (koomiksi-stiilis jutumullid). Matemaatika maailma kirjeldamise võimet olen aga edasi andnud selle kaudu, et lind kirjeldab tigu läbi Fibonacci jada kirjeldava valemi, teades, et ta koda kujutab Fibonacci-spiraali. See haakub ühtlasi eelmise alapeatüki lõpus mainitud Fibonacci arvude tiheda esinemisega looduses, andes lugejale vihje selle kohta, mis valemiga tegu on. Tõlke originaal on matemaatika olemust iseloomustav metafoor.



**2.4. Meie jaoks on matemaatika seda raamatut kirjutades ilus mäng ja distsipliin, mille üheks eesmärgiks on kaunite seoste leidmine, loomine ja selgitamine**

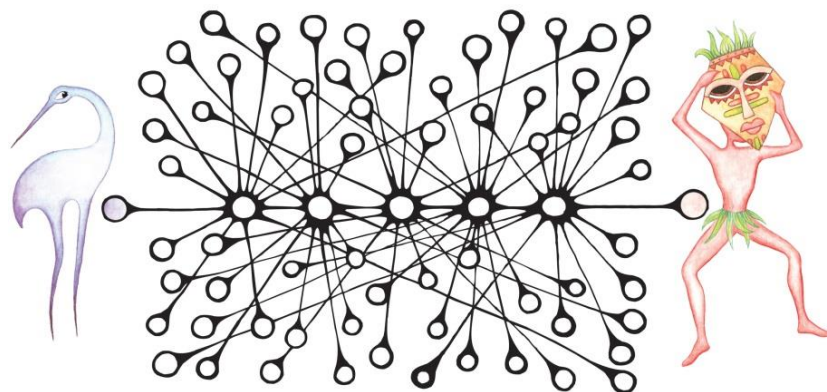
**ning mille mängimise käigus mõistame järjest paremini ümbritsevat maailma ja oma enda mõtlemist.**

Illustratsiooni originaaliks on taas matemaatika ja õpiku enda olemuse tutvustus, mis ei dikteeri oluliselt loodava tõlke väljendusplaani kujutatavat. Väljendan mõtet, et erinevad õpikus leiduvad näited on kui ühendused reaalse elu ja matemaatika vahel, mis saavad kokku seotud ühes raamatus.



**2.5. Matemaatika kirjeldab keerulisi sotsiaalseid võrgustikke. Näiteks tuleb välja, et inimtutvuste võrgustik on väga spetsiifilise struktuuriga – iga inimene siin maailmas on igast teisest maksimaalselt 6 sõprussuhte kaugusel. Mis on Sinu seos Tonga kuningaga?**

Põhiline mõte, mida skeemil väljendan on see, et tegelase vahele jääb täpselt kuus „sõprussuhte“ sümboliseerivat kriipsu. Peale mõningast uurimist, kuidas seda täpsemalt kujutada, leidsin „väikese maailma teooria“ mudeli (*the small world theory model*), mis käesolevat ideed iseloomustab – ka kõikide ülejäänud täppide vahele jääb maksimaalselt kuus kriipsu. Selle tõlke sisuplaani täielik edasiandmine nõudis veidi eeltööd ja süvenemist sellesse, kuidas antud ideed matemaatikud edasi andnud on. Samas illustratsiooni osa on valitud üsna intuitiivselt, asetades võrgustiku eri otsesse kaks raamatutegelast (kellest üks sümboliseerib Tonga kuningat).



**2.6. Igal juhul ei pea matemaatika nautimiseks kindlasti saama kohe matemaatikuks. Nii nagu juba lihtsad aga tunnetatud kitarriakordid teevad lõkke ääres kõrvale head, võiks mõttemustritele head teha ka natuke lihtsalt aga ilusat matemaatikat.**

Siin annan edasi matemaatika nauditavust – mis on küllaltki üldine idee ja tõlke sisu või vormi rangelt ei dikteeri. Olen otsustanud lähtuda etteantud lõkke ääres musitseerimise metafoorist, kujutades mõttemustreid leekidena, kust paistavad erinevad matemaatilised ja muusikalised sümbolid.



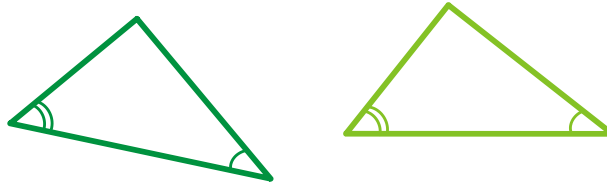
**2.7. Natuke järele mõeldes tundub, et pea igas kontekstis käsitleme teatud omadusi või objekte võrdsetena, kui neid võiks omavahel ära vahetada nii, et keegi vahetusele jälile ei saaks.**

Tõlke loomine oli keerulisem, kuna antud idee on küllaltki abstraktne ning visuaalseid tõlgendamisvõimalusi on seega ohtralt. Kuna peatüki alguses mainitakse võrdsust kui igapäevast mõistet siis tõin paralleeli loodusest: kagu on teiste munade sekka salaja enda muna poetanud ning linnuema neil vahet ei tee (ja toimunule jälile ei saa). Samas kaasneb sellise tõlkega oht, et kasutatav metafoor jääb kaugeks kui õpilane pole tuttav káo väljanägemise või käitumisviisiga. Samas võib esmapilgul arusaamatuks jääv tõlge sundida lugejat välja uurima, mida see tähendab.



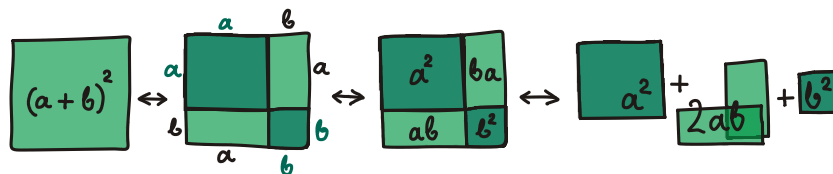
**2.8. Paljude teiste objektide jaoks on nende võrdsus samuti saanud eraldi nime – näiteks kahte kolmnurka, mida võime teineteise peale asetada, ja mis seega on iga geomeetrilise teisenduse suhtes võrdsed, nimetatakse kongruentseteks kolmnurkadeks.**

Otsene tõlge matemaatilisele mõistele – kaks täpselt võrdsete külgede ja nurkadega kolmnurka, mis järgivad peatüki üldist värvilahendust. Tõlke originaal dikteerib täpselt lõpptulemuse sisu ja vormi.



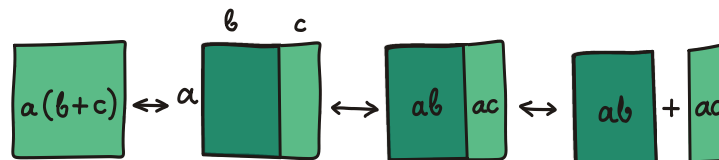
**2.9. Kuulus teisendamisnipp  $(a + b)^2 = a^2 + 2 \times ab + b^2$  näitab, et ükskõik millise kahe arvu summa ruudu võime leida, kui liidame kokku nende arvude ruudud ja lisame sellele veel arvude kahekordse korrutise. Kas valem pole mitte lühem kui eelmine lause? Või on toredaim viis hoopis järgmine geomeetiline kirjeldus?**

Otsene tõlge, mis on üks mu lemmikuid. See näitab selgelt, kuidas matemaatilist ja abstraktsena tunduvat valemit on võimalik visuaalselt ette kujutada ning toetab hästi eelmist seda kirjeldavat lauset. Usun, et seda sorti joonis on just eriti kasulik neile, kelle jaoks seletus segaseks jäi ja kes vajavad moodust valemi meelde jätmiseks või iseseisvaks tuletamiseks. Kuna antud joonis tundus nii mulle kui ka matemaatikutele väga põnev, sai lisatud ka teine sarnane näide, mida alguses plaanis ei olnud.



**Kuna eelmine joonis on väga tore, siis tõestame graafiliselt ka korrutamise jaotumise ehk distributiivsuse  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ :**

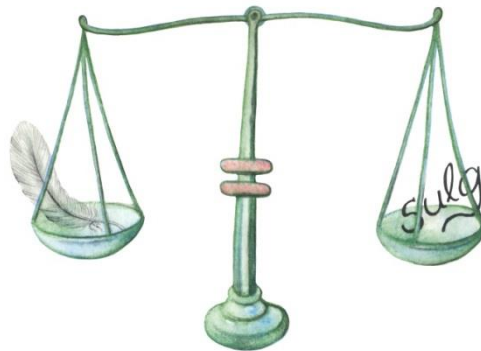
See näide on veelgi lihtsam ja toetab eelnevat – kui lugeja eelmist joonist jälgida ei suutnud, siis sellest on veelgi lihtsam aru saada.



**2.10. Seega nagu kirjandustunnis tahetakse, et otsiksite ühele sõnale sünonüüme, et end ilusamalt väljendada, tasub alati otsida ka matemaatilisele objektile**

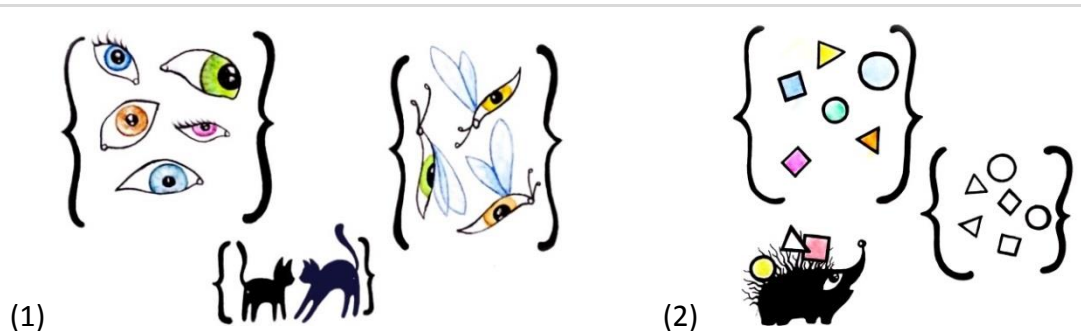
**võrdseid objekte ja samaväärseid kirjeldusi. See teeb tihti matemaatika tegemise lihtsamaks: näiteks vahel soovime sama arvu näha kujus 823543, vahel aga kujus  $7^7$  – kumb meeldib Sulle rohkem?**

Kuigi üks lihtne tõlkestrateegia oleks tekstis toodud näide otse üle kanda – võrdsustada mõni sõna selle sünonüümidega või lisada illustreeritult „ $7^7 = 823543$ “, siis üks strateegia oleks ka sellise variandi välja toomine, mida tekstis otseselt ei ole. Antud juhul on uueks visuaalseks võrdsuse metafooriks ühekõrgustel kaalukaussidel asetsev objekt ja tema vaste loomulikus keeles – sulg.



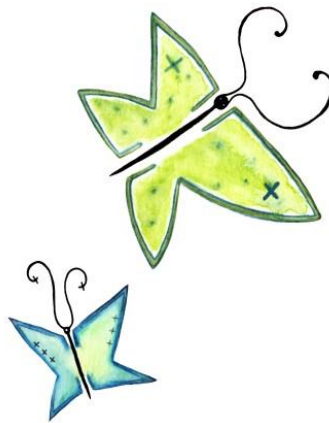
**2.11. Nagu igapäevakeeles tähendab ka matemaatikute jaoks hulk mingite objektide kogumit. Näiteks moodustavad hulga kõik kartulid kastrulis, kõik õpilased klassis või kõik kassid vanaema keldris. Hulgale kehtib ainult üks tingimus – ükski kaks hulga elementi ei tohi olla võrdsed.**

Tegu oli ühega esimestest loodud illustratsioonidest, millega omamoodi kompasin mulle õpiku visuaalse stiili loomiseks antud vabaduse piire – pakkusin välja kaks illustratsiooni, esimese veidi kummalisema ja teise küllaltki traditsioonilises õpikustiilis (eri värvi kolmnurgad ja ringid). Kui valituks osutus esimene sain kindlust selle kohta, et see, kui ma ei seo ennast tüüpilise õpikule omase kuiva kirjelduskeelega, tuleb ainult kasuks. Samas tuli teha väikeseid, aga olulisi korrekture – alguses olin „kasside hulka“ teinud kaks musta kassi, kuid lähtudes tingimusest, et ükski kaks hulga elementi ei tohi olla võrdsed, tuli seda korrigeerida. Nii on lõpptulemuses üks kass tumesinine.



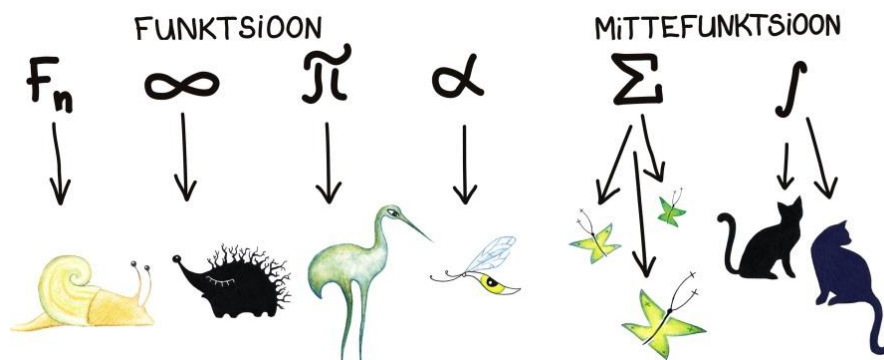
**2.12. Seda hirmsat kõverikku ei maksa sugugi karta. Tegemist on suure kreeka sigma ehk meie S-ga, mis näeb välja nagu ohutu liblikas. Meie jaoks on ta aga lihtsalt kokkuleppeline tähistus summeerimise jaoks.**

Selle näite puhul toimus tõlkimine hoopis vastupidiselt – kuna mulle meenutas sigma putukat ja ma ta sellisena joonistasin, lisati allajoonitud lausejupp juurde hiljem. See ei toeta otseselt sigma kasutamiseviisi kirjeldust, kuid võib-olla aitab lugejal vajaduse korral seda sümbolit paremini meelde jätta.



**2.13. Täpselt sarnast lugu kirjeldab ka funktsioon: funktsioon seab igale teatud tüüpi objektile – näiteks ühe kindla hulga elemendile - vastavusse mingi muu objekti. Kehtib ka üks kindel reegel: igale objektile tuleb vastavusse seada täpselt üks objekt.**

Tõlke originaalist lähtudes on oluline edasi anda selle sisu – funktsiooni ja mittefunktsiooni olemus, vorm on seejuures vabalt valitav. Valisin mõistete edasi andmiseks õpikus esinevad tegelased, andes ühtlasi ka väikese juhendi õpikus leiduvate tegelaste nägemiseks (tigu kui Fibonacci spiraal, siil oma ebatavaliselt hargnevate okastega kui lõpmatus, lind kelle kehakuju meenutab pi'd jne).



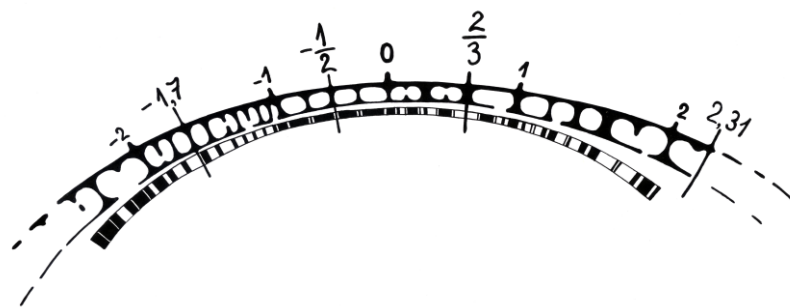
**2.14. Ometigi ei paku ka täisarvud veel täit rahulolu! Tõepoolest, lihtne on võrdselt jagada kuus õuna kolme sõbra vahel – annad kõigile kaks. Ent kuidas võrdselt jagada üht suurt arbuusi kolme sõbra vahel?**

Otsene tõlge elulise näite kohta, näite ja tõlke sisuplaan on sama (arbuus jagatud kuueks), kuid tõlge on lihtsustav (kolme sõbra asemel on üks tegelane)



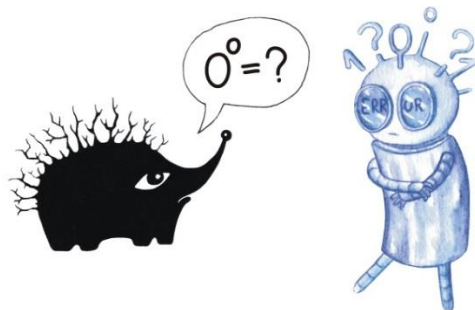
**2.15. Hakates arvjoonele usinalt ratsionaalarve kirja panema, märkame, et neid on väga palju ja nad asuvad arvteljel ütlemlata tihedalt. Tegelikult asub iga kahe ratsionaalarvu vahel alati veel üks ratsionaalarv: näiteks arvude -2 ja -1 vahel asub arv -1.7, arvude 2 ja 2.4 vahel 2.31. Üldisemalt, iga kahe suvalise ratsionaalarvu  $a$  ja  $b$  vahel asub ju arv  $\frac{a+b}{2}$**

Siin oleks saanud kujutada ka tavalist arvtelge, kuid lahendades see veidi kunstilisemalt saab ühtlasi rõhutada ka ideed, et ratsionaalarve on teljel väga tihedalt – arvude vahesid saab omakorda väiksemateks osadeks jagada, ning neid veel omakorda väiksemaks jaotada.



**2.16. Selgub, et ajalooliselt ongi  $0^0$  matemaatikutele suurt peavalu valmistanud, ühel nõul pole olnud ka päris suured matemaatikud. Ka täna leidub veel kaks vastasleeri: ühed ütlevad, et  $0^0$  ei olegi defineeritud ja teised on veendunud, et see peab olema võrdne ühega. Milles probleem?**

Siin lahendasin probleemi ja lahenduse otsimise dialoogi vormis – kus robot annab pärimisele, „mis on  $0^0$ “? vastuse, mille annaks iga teine arvuti: ERROR



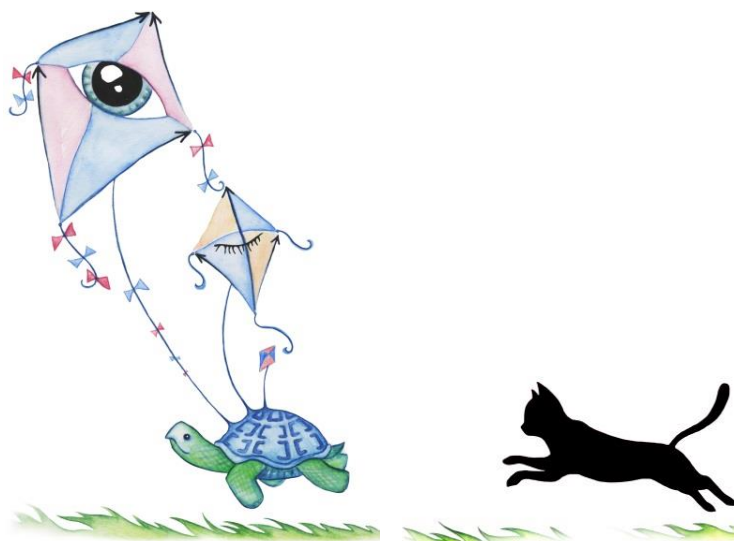
**2.17. Joonistame arvtelje, lööme sinna naelaga keskele nulli, võtame nõõrijupi ning tähistame kaks arvu. Need arvud on nullpunktist samal kaugusel. Nii võime rääkida ühe arvu kaugusest teisest arvust. Neid kauguseid aitab väljendada arvu absoluutväärtus.**

Taaskord aitab kunstiline pool elulise näite n-õ „puust ja punaseks“ ette teha - illustratsioon kordab oma sisult originaalteksti ja toetab seda.



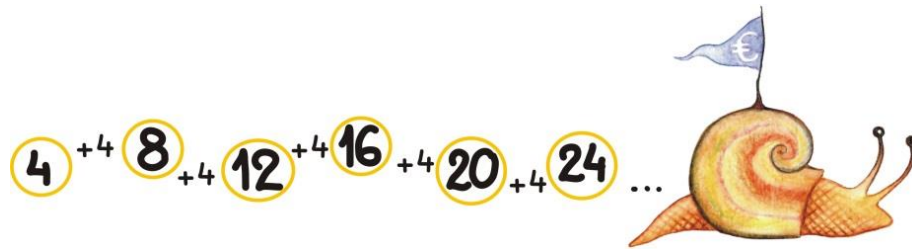
### 2.18. Osa 3: Arvude sõbrad ja sugulased

Tegemist on peatükki sisse juhatava suure illustratsiooniga, mille originaaliks valisin paar peatükis mainitavat teemat – Zeno paradoksi (aeglane kilpkonn ja kiire kass), vektorid (rombi kujulised tuulelohed) ning maatriksid (kilpkonna kilbil).



2.19. Aritmeetilise jadaga teevad inuskoid algust algkoolis – pannes iga nädal kõrvale kõik antud taskuraha. Nii moodustuvad nende iganädalased rahakogused aritmeetilise jada ja koolis õpivad nad ennustama, millal võiksid miljonäriks saada. Peab kahjuks tunnistama, et aritmeetiline jada kasvab sellise eesmärgi tarvis pisut liiga aeglaselt – tal on lineaarne kasv.

Skeem toob välja ühe aritmeetilise jada kasvamise koos vihjega selle aeglusele, mille tuntud metafooriks on tigu.



2.20. Legendi kohaselt tutvustas male leiutaja oma uut mängu kohalikele valitsejale. Valitseja oli uue mänguga väga rahul ning ta lubas leiutajal endale valida ka väärilise tasu. Mees, kellel tarkust puudu ei tulnud, sõnas kuningale: "Auväärt kuningas, ma paluksin endale niipalju riisiterasid, kui on kokku malelaua asetades esimesele maleruudule ühe, teisele kaks, kolmandale neli ning igale järgnevale veel kaks korda enam riisiteri." Valitseja, kes polnud matemaatika ega matemaatiliste veidrustega sinapeal, nõustus kiirelt ettepanekuga, pidades seda vahest isegi solvavalt vähenõudlikuks. Niisiis käskiski ta varahoidjal riisiterade hulga välja arvutada ning leiutajale üle anda. Varahoidjal läks aga terve nädal lubatud riisikoguse leidmiseks. Kui valitseja päris viivituse põhjust, siis varahoidja näitas talle arvutuse lõpptulemust ning selgitas, et sellist tasu ei suudaks kuningas ka oma elu jooksul välja käia. Nüüd oli valitsejale selge, mis leiutajaga pihta hakata: ta lasi nutikal mehe nutika pea maha lüüa, et seeläbi igasuguste ülekaalvajatele koht kätte näidata.

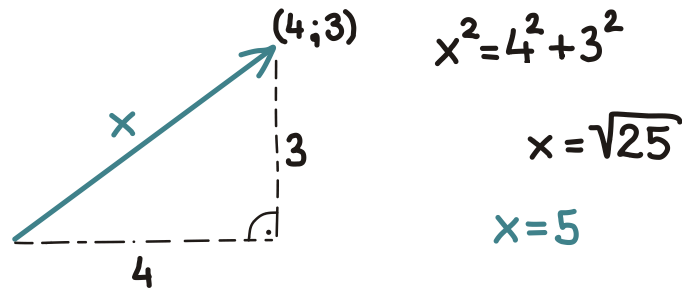
Terade arv malelaua ruutudel on järgnev:  $1, 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, \dots$   
Mis on selle jada 64s liige? Mis on jada 64 esimese liikme summa?

Aritmeetilise jada kiiret kasvamist annab edasi kõrge kuhi riisi, kus esimesed ruudud on veel loendatavad kuid edasi lähevad arvud järjest suuremaks. Oluline on edasi anda nii tekkiv jada, kui ilmestada selle järsku kasvamist.



2.22. Vektori pikkust arvutame täpselt nagu punkti kaugust nullpunktist. Seega kahemõõtmelise vektori pikkuse võime välja arvutada nii nagu ikka täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi.

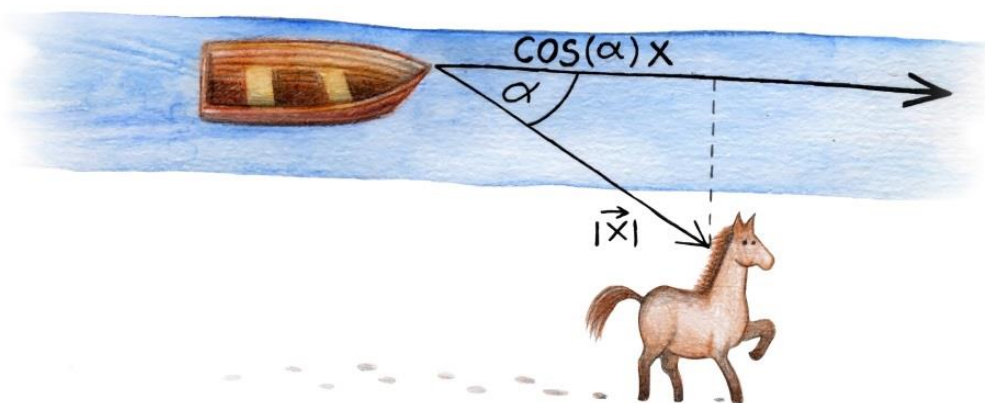
Graafikul on esitatud vektori (4;3) pikkuse arvutamine täisnurkse kolmnurga eeskujul.



2.23. Skalaarkorrutis tuleb mängu füüsikaliste suuruste kombineerimisel. Näiteks kui vanasti kasutati hobuseid, et paati mööda jõge edasi kanda, siis oli kõige targem hobust paralleelselt mööda jõeäärt talutada.

Miks see nii on? Paadi liikumine pikki jõge annab meile liikumisvektori. Hobune avaldab talle tõmbamise abil jõudu – saame jõuvektori. Nende jõudude omavaheline skalaarkorrutis näitab nüüd, mil määral on hobuse rakendatud jõud kasulik – mida rohkem samasuunaline on jõud liikumissuunaga, seda kasulikum ta on. Kui hobune tõmbaks paati risti jõega oleksid jõuvektor ja liikumisvektor risti – skalaarkorrutis oleks null ja tõepoolest, selle abil paat edasi ei liiguks.

Skeemil on konkreetne näide otse edasi antud, kusjuures illustratsiooni osa on võimalikult lihtsustatud, et ta ei hakkaks idee mõistmist liialt segama. Sisuliselt on üle kantud minimaalne elementide hulk (jõgi, paat ja hobune ilma tausta või jõekallaste kujutamisetä), et nendevahelised suhted selgelt välja tuleksid.



**2.24. Näiteks kui meil on otsitavaks muutujaks inimeste arv, oleks tore, kui tegemist oleks naturaalarvuga. Samuti oleks meid üllatanud, kui kaaslase vanus oleks osutunud irratsionaalarvuliseks. Samas kui otsitavaks on sõbra sõidukiirus, võiks see vabalt olla mistahes positiivne reaalarv.**

Annan sama ideed edasi teistsuguse näite kaudu – sama moodi üllataks meid, kui kaal näitaks negatiivseid numbreid. Kuigi alati on võimalus ka tekstis toodud metafoore järgida, võib lubada ka alternatiivsete näidete toomist (kui tegu on piisavalt lihtsate näidetega ning need üksteist segama ei hakka, vaid täiendavad).



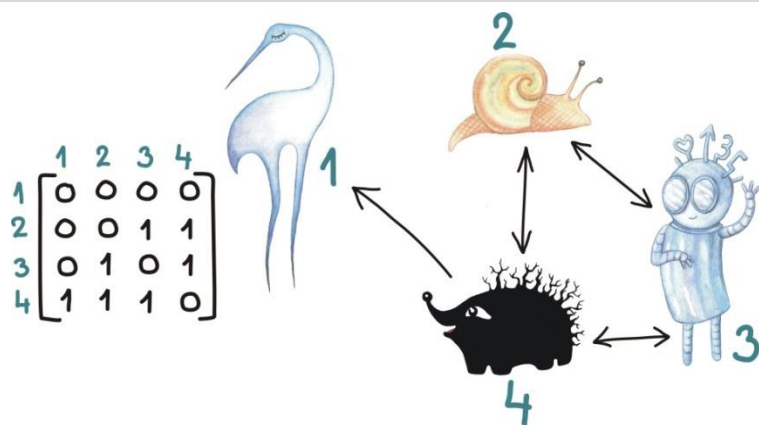
**2.25. Maatriksite abil annab väga mõnusalt esitada toredaid andmeid ja seoseid. Näiteks võib tabelis kirjeldada 4-se seltskonna sõprusvõrgustikku järgmiselt:**

- Nummerdame inimesed arvudega 1, ..., 4
- Seame lahtritesse  $(i, j)$  arvu 1, kui isikule  $i$  meeldib  $j$ , 0 kui ei meeldi

Tuleb välja, et inimesele 1 ei meeldi mitte ükski teine tüüp.

Esitus maatriksina võimaldab uurida ka palju suuremaid ja keerulisemaid võrgustikke kui sõpruskonnad. Näiteks võime maatrikskujul esitada närvirakkude võrgustikke või rakus toimuvate protsesside vaheliste seoste võrgustikke. Närvivõrgustikud võivad olla kuni 10 miljardi neuroniga ja nii on neid päris raske geomeetriliselt ette kujutada või kirja panna, maatrikskirjeldus aitab neid siiski arvutite abil uurida.

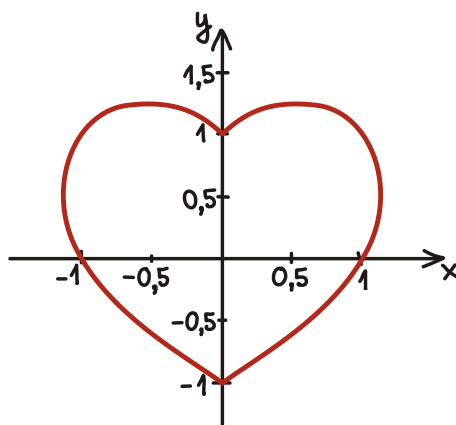
Skeemil on esitatud nooltega tegelaste sõprussuhted (kahepoolne nool tähendab vastastikust sõprust, ühepoolne ainult ühesuunalist), ning nende kõrval samal süsteemil põhinev maatriks.



2.26. Mõni muutujarägastikuga võrrand võib alguses üsna eemaletõukav tunduda. Kuid ühte ilusti tõmmatud kõverat, mis väljendab seda sama võrrandit, on alati kaunis vaadata.

Matemaatiline graafik ette antud võrrandi põhjal – võrrand dikteerib täpselt graafiku kuju, tõlkija saab valida ainult kujunduse ja koordinaatteljestiku täpsuse.

$$(x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2 y^3 = 0$$



2.27. Nii nagu iga kahe muutujaga lineaarne võrrand on täpselt vastavuses mõne tasandi sirgega, on iga kolme muutujaga lineaarne võrrand ilusas vastavuses mõne tasandiga kolmemõõtmelises ruumis.

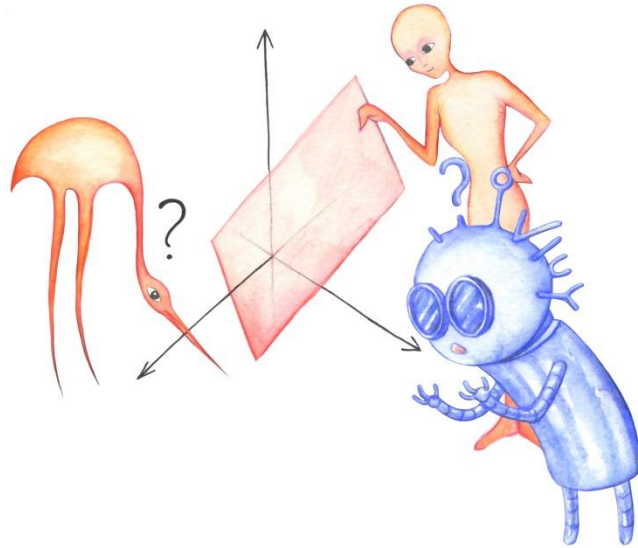
Ka siin võime geomeetrilisi omadusi kirjeldada võrrandite keeles ja vastupidi.

Näiteks  $ax + by + cz = 0$  vörrandid kujus

$ax + by + cz = 0$  läbivad kõik jällegi koordinaatteljestiku nullpunkti. Kõike seda on muidugi juba palju keerulisem joonistada. Meil see näiteks välja ei tulnud:

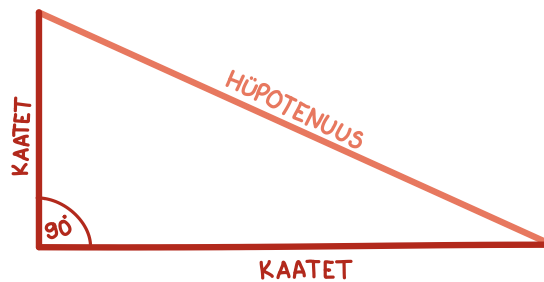
Kahetasandilisel paberilehel on keeruline kolmemõõtmelist tasandit täpselt paigutada – siin komistamegi tõlgitamata otsa, mida samas omakorda tõlkida saab.

Illustratsioonil tegelevad tasandi paigutamise osad raamatu tegelased, kes samuti üsna segaduses on.



**2.28. Tuletame meelde, et täisnurkseks kolmnurgaks nimetatakse kolmnurka, mille üks nurk on 90 kraadi. Täisnurkse kolmnurga külgedel on erilised nimetused: 90 kraadilise nurga lähiskülgi nimetatakse kaatetiteks ning vastaskülge hüpotenuusiks.**

Üheselt mõistetav otsetõlge tekstis antud kirjeldusele. Eri toonidega saab eristada kaatetid ja hüpotenuusi ning valida kolmnurga kuju, kuid ülejäänud – nimetused, täisnurk jms on kindlalt ette määratud.

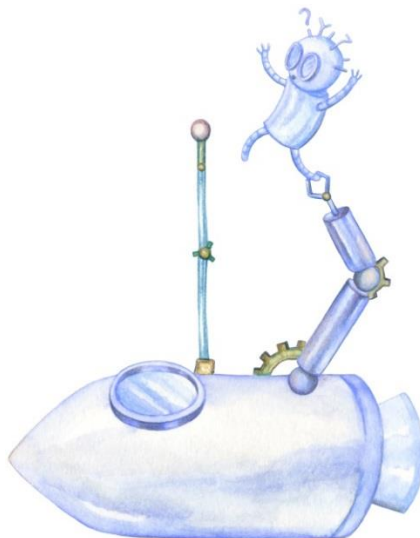


**2.29. Alustame aga väikese lookesega, mis peidab endas ühte päris modernset ja tõsist trigonomeetria rakendust. Oletame, et pärast keskkooli pääsed tööle kosmosejaama. Milline rõõm, kosmosejaam!**

Kosmosejaam on aga katki ja vajab paikamist. Seega tuleb välja saata astronaut ja ta õigesse kohta toimetada. Kuidas kosmonauti avakosmoses liigutada?

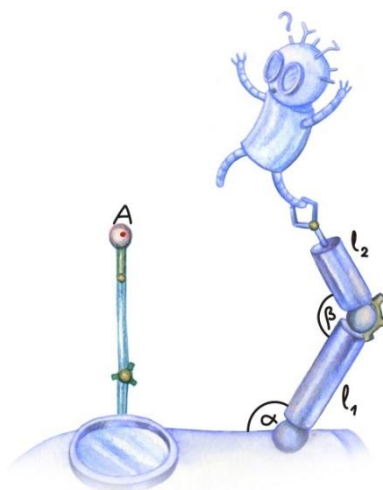
Tänases kosmosejaamas on astronautide liigutamine lahendatud mitmeosalise robotkäe abil, mille moodustavad pööratavad liigesed ja sirged jupid – just nagu inimkäelgi:

Näite esimese etapi tõlkeks on illustratsioon. Oluline on edasi kanda mingi osa, mida parandada (antud juhul antenn), tegelane kes parandama asub ja robotkäsi; ülejäänud aspektid on lahendatud küllaltki vabalt.



**Meile on teada robotkäe kahe hoova pikkused  $l_1$  ja  $l_2$  ning oletame, et võime mootorite abil kontrollida liigete pöördenurkasid  $\alpha$  ja  $\beta$ . Nimetame neist alumist õla- ja teist küünarliigeseks.**

Järgmises etapis saab eelnevast illustratsioonist skeem – illustratsiooniosa on lihtsustatud ja alles jäetud olulisemad objektid ning juurde on märgitud matemaatilised tähised (pikkused ja nurgad). Sellise skeemi loomisel palju vabadust ei ole – illustratsiooniosa dikteerib eelnenud tõlge, mille edasiarenduseks skeem on; matemaatilised tähised on samuti ühesed ja peavad asuma kindlates kohtades (alfa kui õlaliigese ja beeta kui küünarliigese nurk jne).

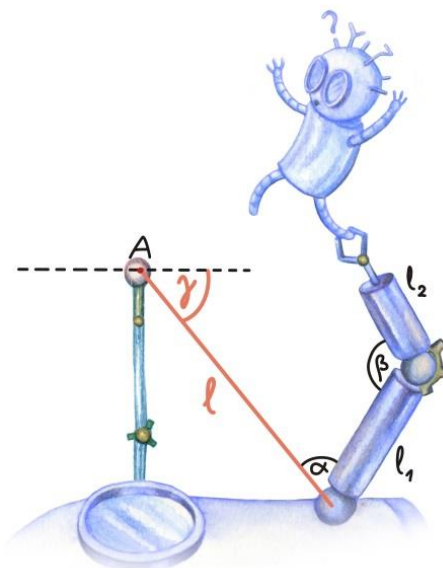


Ülesande püstitus on seega järgmine:

Meile on antud tasandil (oluline!) punkt A, ja eesmärgiks on endiselt viia robotkäe ots (ja astronaut) sinna etteantud punkti, kusjuures valida võime nurkade  $\alpha$  ja  $\beta$  väärtuseid.

Ülesande mõistlikuks sõnastuseks on muidugi vaja ka veel täpsustada, mida me punkti A kohta juba teame. Tundub üsna mõistlik eeldada, et teame esiteks punkti A kohta tema kaugust õlaliigesest – näiteks laserite peegeldust uurides. Teisalt võime eeldada, et teame nurka, mille jätab kiir õlaliigesest punkti A horisontaalse tasandiga. Tähistame saadud kaugust näiteks  $l$ -ga ning nurka ennast  $\gamma - ga$ . Nii on meil lõplik joonis järgmine:

Siin olen skeemi veelgi tõlke originaalst tulenevalt täiendanud; lisatud tähised on tekstis üheselt defineeritud ning nende asukoht skeemil üheselt määratud.

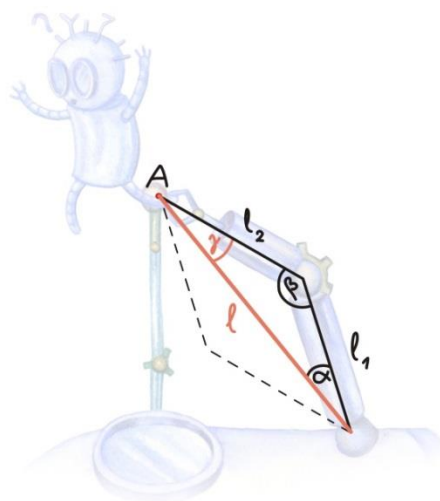


Meie eesmärk on seega leida pikkuste  $l, l_1$  ja  $l_2$  ning nurga  $\gamma$  abil nurgad  $\alpha$  ja  $\beta$ . Tuletame nüüd meelde, et kolmnurga kolm küljepikkust määravad üheselt kolmnurga enda.

Seega on kolmnurk, mille külgedeks  $l, l_1$  ja  $l_2$  ning tippudeks õlaliiges, küünarliiges ja punkt A üheselt määratud. Ehk teisisõnu on pea-aegu üheselt määratud, millise kujuga robotkäsi peab olema ja kuidas asuma. Peaaegu tähendab, et tegelikult on meil kaks võimalust, olenevalt kummalt poolt läheneme:

Järgneval skeemil on põhirõhk juba graafiku osal – säilitamiseks suhe kõige esimese originaaliga on selle tõlge (sama illustratsioon muudetud kujul) siiski heledalt taustal. Nüüd on aga robotkäsi liikunud nii, et puudutab punkti A otsa ja

kosmonaudi kohale viib. Eraldi graafik pole enam isegi vajalik – tekkinud skeemi põhjal saab välja arvutada kuidas täpselt robotkätt liigutama peaks.



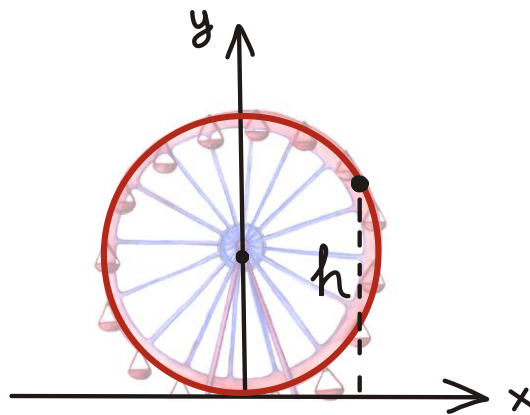
**2.30. Lähed sõitma 100 meetrilise diameetriga vaaterattaga. Kas oled mõelnud, kuidas muutub vaaterattaga sõidu ajal sinu kõrgus maapinnast? Võibolla Su kaaslane kardab kõrgust. Oskad talle öelda, kui palju aega veedate äärmustes – hästi kõrgel või hästi madalal – ning kui palju ülesminekul ja allatulekul?**

Näite seletamine algab küllaltki üldiselt elulise sündmuse kirjeldamisega – sõit vaaterattal. Tekstiosa dikteerib sisu ja vormi osas ette ainult vaateratta olemasolu, ülejäänud saab lahendada vabalt. Rõhutamaks näite elulisust lisasin vaaterattale paar tegelast ning maapinna koos üksikute puudega, andmaks tundmuse kõrgusest.



Neile küsimustele saab matemaatiliselt kenasti vastata. Matemaatiliseks lähenemiseks peame kõigepealt nii mõnedki detailid ära unustama: näiteks selle, kui ilus on vaade, kui kaunis kaaslane või kui logu on vaateratas ise. Järgi jääb pöörlev ringjoon koos punktikesega, millele võime mõõtmiseks taustale lüüa ka kordinaattasandi nii, et  $x$ -teljeks on maapind.

Lisandub matemaatiline aspekt – vaateratta näol on tegu liikuva ringjoonega, mille saab asetada koordinaatteljestikule. Olen eemaldanud paljud eelmises illustratsioonis olnud üleliigsed detailid ning taustale jätnud uduselt ainult kõige olulisema kujutise – vaateratta. Lisaks on nüüd juba skeemile märgitud sõitja kõrgus maapinnast ja sõitja ise taandatud punktikeseks ringjoonel.

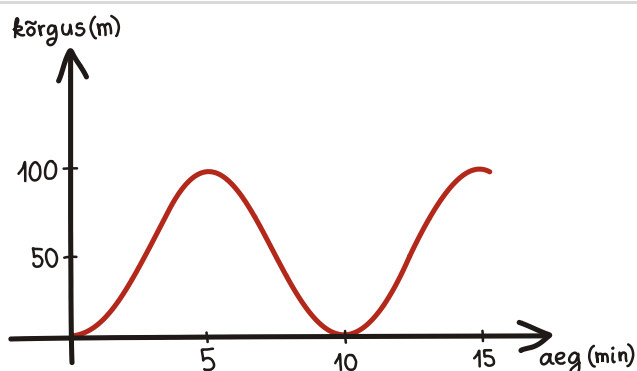


On üsna mõistlik oletada, et vaateratas liigub ühtlase kiirusega – muidu saaks ju mõnes kabiinis istujad ägedamat sõitu kui teised.

Kõrgus on nüüd vastavuses teljestiku  $y$ -koordinaadiga. Kui oletame lisaks, et täispöörde läbime 10 minuti jooksul, võime joonistada ka oma kõrguse profiili. Peale ronid vaaterattale muidugi päris alt.

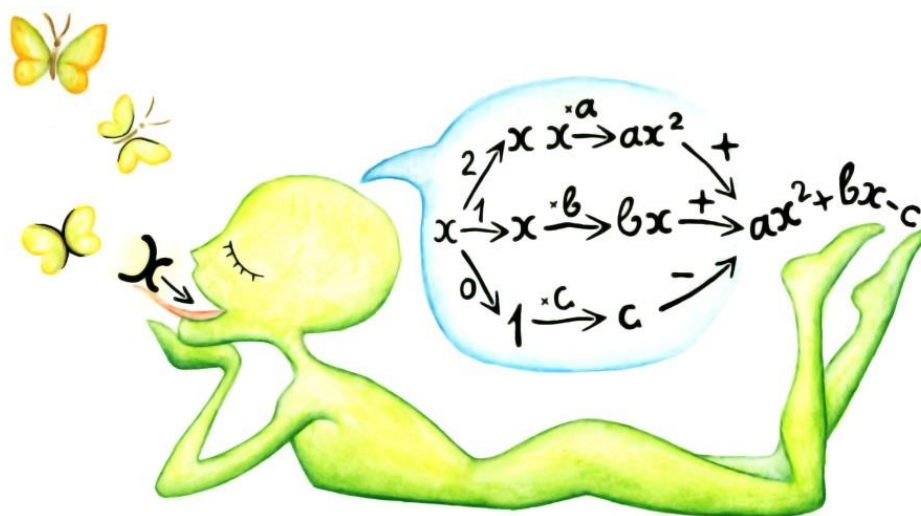
See näeb ju aga välja täpselt nagu siinusfunktsioon, ainult pisut ülespoole nihutatult ning pisut suurendatult. Ja tõepoolest, tuletades meelde, kuidas me eelmises peatükis siinusfunktsiooni defineerisime, ei tohiks see üllatada.

Järgmises etapis näeme, kuidas liikuv ringjoon-vaateratas moodustab kindla aja ja kõrguse suhtes siinusfunktsiooni. Tegemine on graafikuga, mille tõlgendamisvõimalused on ühesed – kindlale ajahetkele vastab kindel kõrgus, mille põhjal on juba edasi võimalik välja arvutada, kui palju aega kõrgemas otsas veedetakse, mis näite algne küsimus oli (see näide jätkub veel paari graafikuga, mis neid arvutusi seletavad). Selles ja edasistes joonistes on illustratsiooni osa juba täielikult kadunud, andes teed ainult matemaatilisele kujutamise laadile – graafikutele.



**2.31. Üks polünoom oskab sisendarvudega teha ainult väga tavalisi tehteid: ta võib neid võtta erinevatesse naturaalarvulistesse astmetesse, neid mingi arvuga (kordajaga) läbi korrutada ning siis saadud tulemusi liita ja lahutada. Seega vägagi sõbralik sell.**

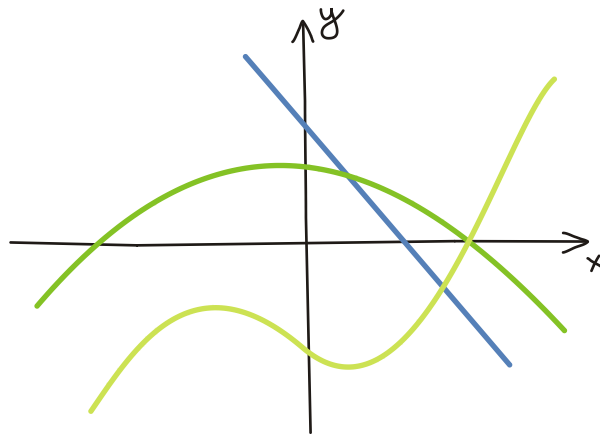
Domineeriva illustratsiooniosaga skeemi originaaliks on taas subjektiivne tundmus – „polünoom, kui sõbralik sell“ – mistõttu on suurem rõhuasetus just heledates toonides lesival tegelasel. Ühtlasi näitab skeem aga ka seda, mida polünoom sisendarvudega teha oskab. Mäletan, et selle tõlke loomine tuli küllaltki lihtsalt, mis tagantjärele paneb mõtlema selle üle, kui võrd väikesed metafoorid matemaatilise mõiste juures võivad mõjutada tõlkimise kulgu, andes illustreerijale kohe „sööda“, mille külge hakata.



**2.32. Polünoomi aste on oluline, sest ta määrab, kui palju jõnkse võib maksimaalselt olla polünoomi graafikul - lineaarfunktsioonil neid polegi, ruutfunktsioonil on üks, kuupfunktsioonil kuni kaks ja nii edasi**

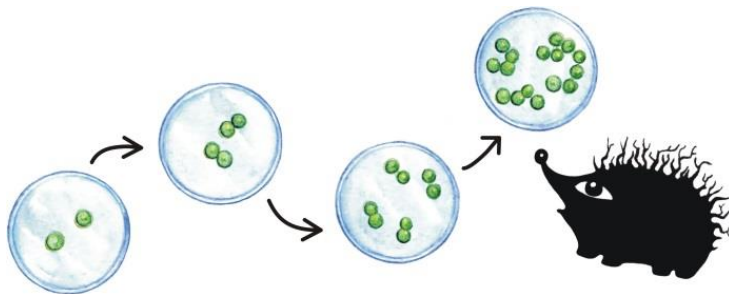
Sisuplaani tõlkimises (nagu graafikutele omane) erilisi valikuid pole – graafikul on ära toodud lineaarfunktsioon, ruutfunktsioon ja kuupfunktsioon. Kuna tegu pole konkreetselt määratud graafikutega on väljendusplaan ainukeseks vabaduseks nende

paigutamine koordinaatteljel, mis on üsna intuitiivne.



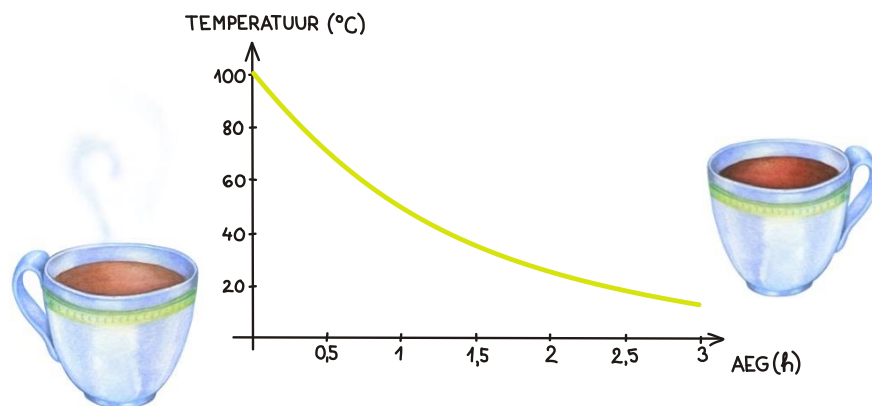
**2.33.** Kui mõni pahaloomuline bakter organismi on jõudnud, ei pruugi sellest algul kohe aimugi saada, sest iga bakteripere ei hakka kohe kohest tramburaid korraldama, vaid ootab vahel veel päris mitmeid tunde. Miks nii? Nimelt ei ole ühel või kahel, või isegi tuhandel bakteril mõtet hakata vallatusi tegema ja mürkaineid eritama, sest immuunsüsteem saadaks selle peale kohe välja oma ustava armee ja teeks neile tuule alla. Seega paljunevad bakterid vaikselt, kuni neid on piisavalt palju, ja hakkavad alles seejärel kurja tegema. Sel juhul on immuunsüsteem juba raskustes. Bakteritel ei lähe paljunemiseks eriti palju aega, sest iga bakter pooldub umbes iga poole tunni järel:

Skeem kirjeldab bakterite eksponentsiaalset paljunemist, mille tulemusel inimene haigestub. Siiski ei ole ma joonistanud bakterite paljunemist inimorganismis, vaid hoopis kontrollitud keskkonnas Petri-tassil – inimorganismis mõjutavad bakterite kasvu ka muud faktorid, selline matemaatiline lähenemine eeldab aga segajateta keskkonda. Siin saab skeem/illustratsioon olla lisaks näite seletajale ka selle täiendajaks ja täpsustajaks ning ühtlasi ilmestada, et tihti saab matemaatilisi arvutusi rakendada ideaaljuhtudele, mille puhul reaalse maailma segavad faktorid on eemaldatud.



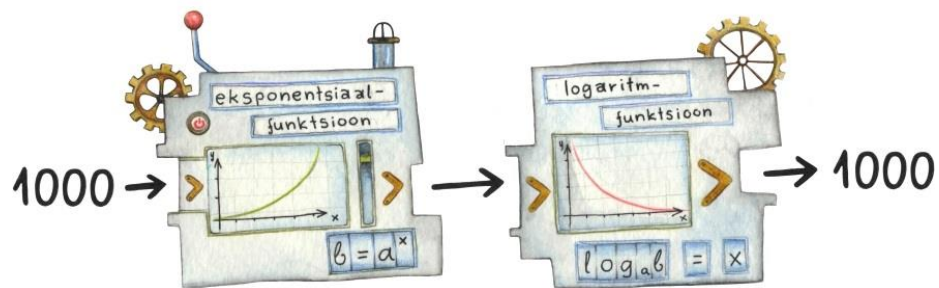
**2.34.** Oled äsja valanud välja tassi kohvi ja kohe jooma hakates põletaksid kindlasti oma keelt ja huuli. Õnneks pole sellest hullu. Selgub, et kohvi jahtumine toimub eksponentsiaalse kiirusega ehk nagu juba nägime – väga kiiresti. Nimelt, märkas juba Newton oma vaatlustest, et kui asetada üks väiksem objekt suurde väliskeskkonda, siis sõltub selle väiksema objekti temperatuuri muutumise kiirus proportsionaalselt temperatuuride erinevusest väliskeskkonna ja objekti vahel. Nagu juba teame, tähendab see aga täpselt, et temperatuuri ühtlustumine on sel juhul antud eksponentsiaalse funktsiooniga. Seega, kui väiksem objekt on alguses väliskeskkonnast soojem, kirjeldab temperatuuride vahe vähenemist eksponentsiaalselt kahanev protsess kujus  $\Delta T = \Delta T_0 \times e^{-at}$ , kus  $t$  tähistab aega ning  $\Delta T_0$  on lihtsalt algne vahe temperatuurides. Edaspidi on – vähemalt sama kohvi ning sama tassi korral – igal hommikul vaja ainult mõõta kohvi ning toa temperatuurid. Seejärel saad täpselt ennustada kaua aega läheb, kuni kohv joodavaks muutub.

Selle küllaltki pika seletuse tõlkeks on skeem, mis koosneb temperatuuri ja aja suhet (jahtumist) kirjeldavast graafikust ja illustratsioonist osast – kahest kohvitassist, millest üks kujutab tuliselt auravat ja teine jahtunud kohvi. Kui eksponentsiaalfunktsiooni graafik oli juba ette antud, siis lisasin sinna pildiosa, et seda veelgi rohkem elulise näitega siduda.



**2.35.** Logaritm on eksponentsiaalfunktsiooni pöördfunktsioon [lk 99] ehk teisisõnu, kui järjest rakendada arvule 1000 kõigepealt eksponentsiaalfunktsiooni näiteks alusel 2 ning siis logaritmfunktsiooni samal alusel, saame jälle tulemuseks sama arvu: 1000.

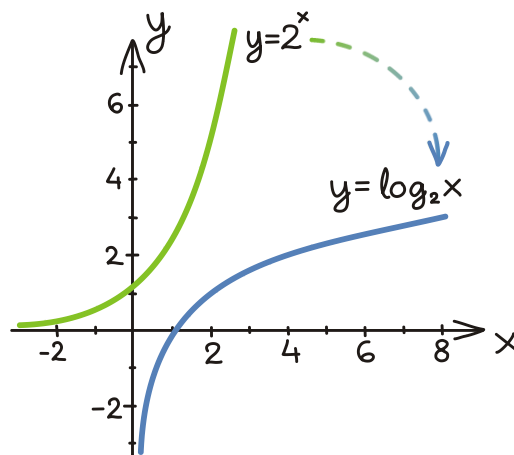
Illustratsioon järgib sama stiili, mis on esinenud ka varasemates peatükkides, luues omamoodi lustakad „funktsioonimasinad“. Sisuliselt seletab tõlge seda, et logaritm- ja eksponentsiaalfunktsioonid on pöördfunktsioonid, üks jõuab tagasi sinna, kust teine alustas. Illustratsioon toetab hiljem sama teema kohta tehtud graafikut.



**2.36.** Ilusam on võibolla mõelda geomeetriliselt. Nimelt, kuna logaritmifunktsioon on eksponentsiaalfunktsiooni pöördfunktsioon, võib teda kirjeldada eksponentsiaalfunktsiooni enda graafiku abil.

Kui joonistame koordinaatasandile eksponentsiaalfunktsiooni  $y = a^x$  graafiku, siis saame logaritmifunktsiooni alusel  $a$  lihtsalt siis, kui  $x$  ja  $y$  teljed ära vahetame.

Tekstiosa tõlkeks on üheselt mõistetav graafik. Selle kokku panemisel kerkis küsimus, kuidas kõige paremini telgede vahetamist edasi anda – kas tehes kaks eri graafikut või näidates protsessi ühel graafikul noole abil. Arvan, et ühe pealt on kogu toimuv kohe jälgitav ning seda toetab noole värvi muutumine.



### 2.37. Osa 7: Funktsioonidega mängimine

Osa 7 sissejuhatav suur illustratsioon on eelkõige inspireeritud peatüki nimest – „Funktsioonidega mängimine“. Omavahel on mängulisse suhtesse pandud erinevad mõisted ja sümbolid, mis kujutavad valikut peatüki jooksul mainimisele tulemaid teemasid ja mõisteid (piirprotsesside abil pii defineerimine, lõpmatus, siinusfunktsioon jne). Tõlke „originaaliks“ on seega kogu peatükk, mille kohta tõlge vihjeid teeb.



**2.38. Kokkuvõtvalt võib öelda, et piirprotsessid aitavad meil aru saada ja kindlaks määrata, mis juhtub seal, kuhu meil pole lubatud vaadata või kuhu me ei ulatu vaatama.**

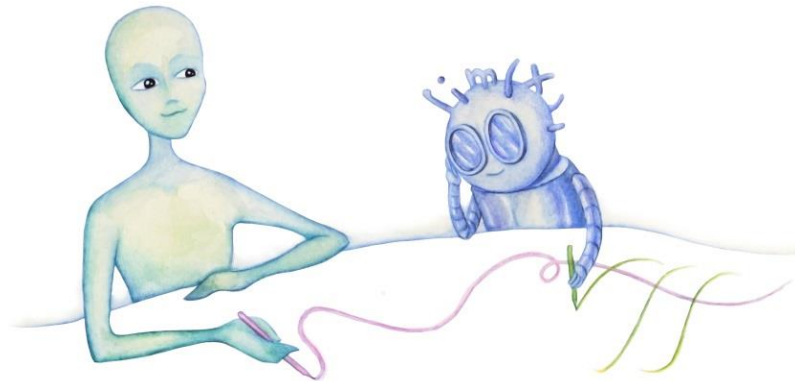
Illustratsiooni originaaliks on üsna abstraktne tundmus piirprotsesside olemusest, mistõttu ei tulnud selle tõlkimine just väga lihtsalt. Ilmselt küllaltki intuitiivselt valisin edasi antavateks võtmesõnadeks „mitte ulatumise“ ja „vaatamise“. Selleks, et vaadata kuhugi, kuhu me tavaliselt ei ulatu, on vaja abi – kiisule pakub seda abi üks raamatu tegelastest, kilpkonn; meile aga piirprotsessid. Piir, milleni kass ulatuma peab on aga üsna abstraktne – oleksin võinud sinna ette joonistada seina, aia või midagi muud taolist, aga otsustasin jätta täiesti määratlemata „piiri“, millest üle vaadatakse ning mille taga avaneb põnev matemaatiline maailm. Ilma tekstilise kirjelduseta oleks illustratsioon arvatavasti hoopis teistmoodi tõlgendatav.



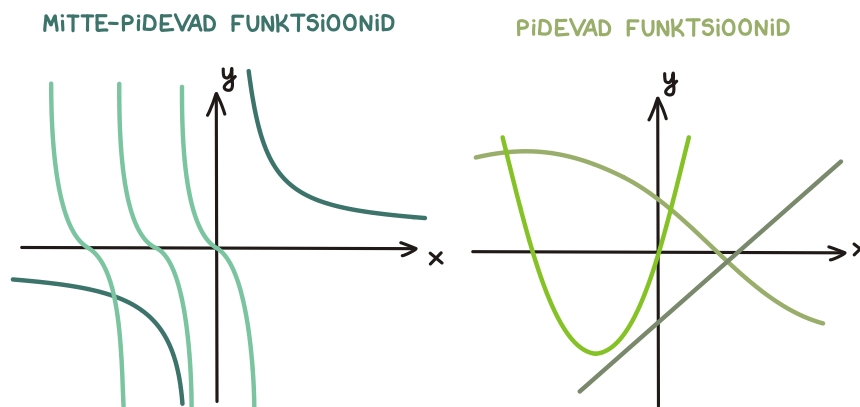
**2.39. Intuiitiivselt on funktsioon pidev siis, kui võime tema graafiku joonistada paberilt pliatsit tõstmata. Aga kas saaksime ka kuidagi graafikut joonistamata teada, kas funktsioon on pidev?**

Funktsiooni pidevust iseloomustavad tõlked tegelevad esialgu probleemiga, mida üldse pidevus ja mitte-pidevus matemaatikas tähendavad. Nende mõistete kirjeldamiseks olen loonud kaks tõlget – esimesena esitatakse eelmise alapeatüki lõpus illustratsioon, mis juhatab lugeja funktsiooni pidevuse probleemistiku sisse ning alapeatükis endas on graafik, mis jagab lugejale juba tuttavad funktsioonid nende pidevuse alusel kaheks. Väljendades sama ideed nii illustratsiooni kui graafikuna tuleb eriti selgelt esile graafiku omadus olla üheselt tõlgendatav (kindlad funktsioonid mis jagunevad kas pidevateks või mitte-pidevateks) ja suurema kunstilise vabadusega illustratsiooni omadus olla mitmeti tõlgendatav (tekivad kõrvalised küsimused, nagu: Miks need tegelased joonistavad? Mida nad joonistavad? jne).

(1)



(2)

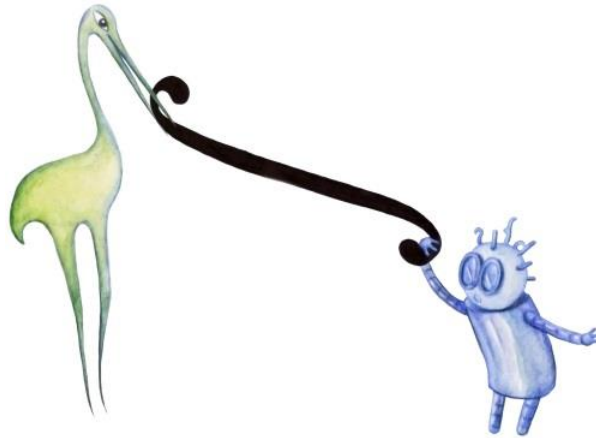


**2.40. Matemaatilisemaks kirjelduseks on kunstilembelised matemaatikud**

integraalile andnud ka tähise, mis on lihtsalt üks välja venitud s.

$\int$

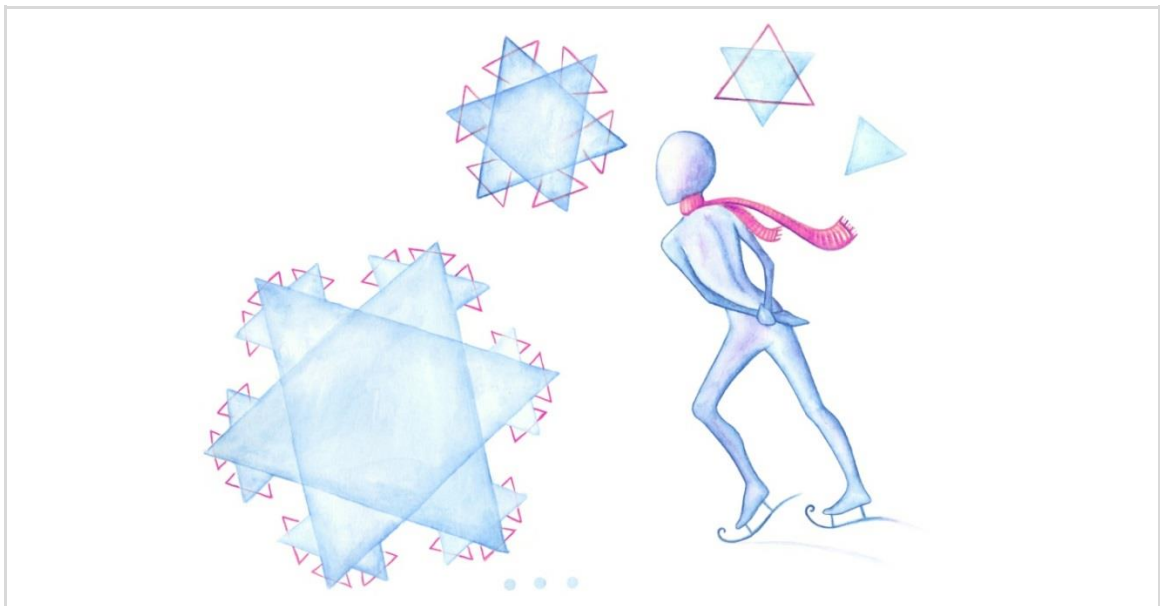
Selle lause tõlkeks on illustratsioon, mis toetab otseselt tekstis toodud näidet. Raamatu tegelased venitavad S-tähest integraali sümboli – tõlge kirjeldab matemaatilist tähist ning aitab seda meelde jätta. Kuna originaaliks on vaid üks lause ja tegu on üpriski lihtsa kontseptsiooniga toimib illustratsioon ka tekstisisese puhkepausina.



**2.41. Kochi lumehelbe saamiseks peame läbima järgmise protsessi:**

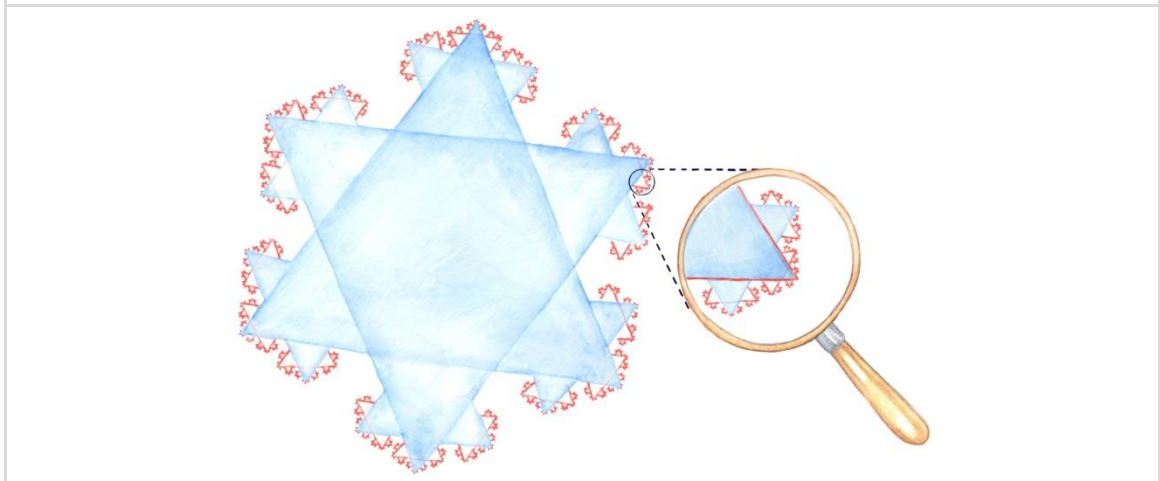
- alustame võrdkülgsest kolmnurgast
  - esimesel sammul jaotame iga külje kolmeks võrdseks osaks ja ehitame iga külje keskmisele kolmandikule väljaspoole võrdkülgse kolmnurga
  - nagu jooniselt näha, võib nüüd eristada kuut väiksemat kolmnurka, millest igal on kaks väljaspoole avatud külge
  - edasi konstrueerime analoogselt eelnevale iga väljaspoole avatud külje keskele uue kolmnurga
- aina jätkame ja jätkame protsessi uute, väiksemate külgedega...**

Tõlke originaaliks on kirjeldus sellest, kuidas konstrueerida Kochi lumehelvest - skeem järgib kirjalikku juhust, iga uus etapp on märgitud punase joonega ning muutub järgmist etappi kujutades siniseks – nii on näha järjest sama põhimõtte järgi korduvat kasvamist. Pildi lugemise suunda aitab silmal tabada uisutaja suund väiksemast suurema lumehelbe poole. Üks tõlget tehes ilmunud raskusi oli küsimus, kuidas kujutada midagi lõpmatult korduvat? Lisaks seletusele tekstis sai pildilisse osasse vihjeks lisatud kolm punkti, sümboliseerimaks sama süsteemi jätkumist.



**2.42. Nagu jooniselt näeme tekib nii miskit lumehelbe sarast. Kui protsessi kangekaelselt jätkata näeb tekkiva kujundi piirjoon iga suurusega luubi all välja umbes ühesugune (alati paistab, et on üks külg, mille keskele on konstrueeritud kolmnurk ja siis veel mingit väikest müra)**

See illustratsioon toetab varem kirjeldatud lõpmatut kordumist ning iseloomustab ka fraktaalide omadusi üldisemalt (väike detail on välimuselt sarnane suuremale osale). Selle idee tõlkimisel raskusi ei esinenud, kuna fraktaalid on matemaatikas tuntud just oma visuaalsete kujutusviiside poolest.



**Lisa 3.**

„Matemaatika õhtuõpiku“ kaanepilt



## **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina, Elis Saar

(sünnikuupäev: 24.09.1989)

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose „Interdistsiplinaarne tõlge matemaatikast kunsti: gümnaasiumi matemaatikaõpiku analüüs“, mille juhendaja on Katre Pärn,
  - 1.1.reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
  - 1.2.üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace´i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, 31.05.13