MATEMAATIKA ÕPETAMISE KOMISJON

MATEMAATIKA

HARJUTUSTIK

HUMANITAARGÜMNAASIUMILE

II KLASSI KURSUS

MATEMAATIKA ÕPETAMISE KOMISJONI
MATEMAATIKA ÕPPERAAMATUD

K. RATASSEPP — G. RÄGO

MATEMAATIKA

HARJUTUSTIK

HUMANITAARGÜMNAASIUMILE

II KLASSI KURSUS

858

25605

KIRJASTUS OSAÜHING „LOODUS“
TARTU 1938 TALLINN

Matemaatika õpetamise Komisjon:

Gerhard Rägo
esimees

Elmar Etverk
Julius Grüntal
Karl Maasik
Robert Meresmaa
Kalev Ratassepp
Leonti Ruumet
Arnold Vihman

A-11426 II

2

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
56663

Keeleline korrektor: Helmut Pürkop

K. Mattieseni trükikoda o.-ü., Tartu, 1938.

Sisukord.

Peatükk I.

Punkt.

§ 1. Sirgjoone punkti abstsiss.

1. Olgu kujutamisühikuks valitud 1 cm. Joonesta mingi sirge, vali algus ja märgi sirgel punktid, mille abstsissid on

$$+3, \quad +6\tfrac{1}{2}, \quad +5, \quad -2{,}8, \quad -0{,}2, \quad -3{,}9, \quad +4\tfrac{2}{3}.$$

2. Sirgel on võetud punktid P_1 ja P_2. Määra punkti P_1 kaugus punktist P_2, kui punkti P_1 abstsiss on

$$+3 \quad -7 \quad +4 \quad -6 \quad +8 \quad -10$$

ja punkti P_2 abstsiss on vastavalt

$$+8 \quad +2 \quad -3 \quad -6 \quad -5 \quad -14.$$

(Kaugust P_1P_2 mõistame suunata suurusena.)

3. Sirgel on võetud punktid P_1 ja P_2. Vaadeldes lõiku P_1P_2 suunatud suurusena, avalda ta arvuliselt, kui punkti P_1 abstsiss on

$$+4 \quad -6 \quad +5 \quad -7 \quad +9 \quad -11$$

ja punkti P_2 abstsiss on vastavalt

$$+9 \quad +1 \quad -4 \quad -8 \quad +9 \quad -15.$$

4. Sirgel on võetud punkt A, mille abstsiss on 6. Leia punkti B abstsiss, kui lõik AB on $+2$, $+7$, $+10$, -4, -6, -8, -11.

5. Sirgel on võetud punktid P_1 ja P_2. Leia lõigu P_1P_2 keskpunkti abstsiss, kui punkti P_1 abstsiss on

$$0 \qquad +2 \qquad +3 \qquad +5 \qquad -3 \qquad -1$$

ja punkti P_2 abstsiss on vastavalt

$$+8 \qquad +12 \qquad -1 \qquad -7 \qquad +6 \qquad -9.$$

6. Sirgel on võetud kaks lõiku P_1P_2 ja Q_1Q_2. Nende lõikude keskpunktid on vastavalt P ja Q. Määra lõigu PQ pikkus, teades, et

$$P_1 \equiv (-6) \qquad P_2 \equiv (+10) \qquad Q_1 \equiv (+8) \qquad Q_2 \equiv (-14).$$

7. Olgu antud punkt $P \equiv (+9{,}6)$. Lõigul OP asetsev punkt A jaotab lõigu OP nii, et $OA : AP = 2 : 1$. Missugune on punkti A abstsiss?

8. Lõigul AB asetsev punkt C jaotab lõigu AB kahte ossa nii, et $AC : CB = 2 : 3$. Missugune on punkti C abstsiss, kui $A \equiv (-2)$ ja $B \equiv (+3)$?

9. Lõigul AB asetsev punkt C jaotab lõigu AB kahte ossa nii, et $AC : CB = 3 : 4$. Missugune on punkti C abstsiss, kui $A \equiv (-18)$ ja $B \equiv (-4)$?

10. Olgu antud punkt $P_1 \equiv (+7{,}5)$. Punkt P_2 on sümmeetriline punktiga P_1 alguse suhtes. Missugune on punkti P_2 abstsiss?

11. Olgu antud punkt $Q_1 \equiv (-23)$. Punkt Q_2 on sümmeetriline punktiga Q_1 alguse suhtes. Missugune on punkti Q_2 abstsiss? Kui pikk on lõik Q_1Q_2?

12. Olgu antud punkt $P \equiv (-7)$. Missugune on sama punkti abstsiss, kui abstsisside algus paigutada punkti (-4)?

13. Missugune on Fahrenheit'i skaala nullpunkti abstsiss Celsius'e skaala nullpunkti suhtes?

14. Kui teljel võtta alguseks punkt O, siis on punkti P abstsissiks (—3); kui aga alguseks võtta punkt O_1, siis on punkti P abstsissiks (+5). Missugune on punkti O_1 abstsiss alguse O suhtes?

§ 2. Tasapinna punkti koordinaadid.

15. Joonesta koordinaatide teljestik ja kujuta selles järgmised punktid:

$P \equiv (+2 \mid +3)$ $\quad Q \equiv (+4 \mid -5)$ $\quad R \equiv (-4 \mid +3)$

$S \equiv (-5 \mid -2)$ $\quad T \equiv (0 \mid -7)$ $\quad U \equiv (-3 \mid 0)$

16. Ristkülik, mille küljed on 12 ja 8 pikkusühikut, asetseb teljestiku I veerandis nii, et üks tema tippudest on koordinaatide alguses ja pikem külg asetseb x-teljel. Määra ristküliku tippude koordinaadid.

17. Ruut, mille külg on a pikkusühikut, asetseb teljestiku IV veerandis nii, et üks tema tippudest on koordinaatide alguses ja üks külg asetseb y-teljel. Määra ruudu tippude koordinaadid.

18. Joonesta teljestiku I veerandis korrapärane kolmnurk küljega 4 pikkusühikut nii, et üks tema tippudest on koordinaatide alguses ja üks külg asetseb x-teljel. Leia joonisest kolmnurga tippude koordinaadid.

19. Romb, mille külg on a ja teravnurk 30^0, asetseb I veerandis nii, et üks tema tippudest on koordinaatide alguses ja üks tema külg asetseb x-teljel. Arvuta rombi tippude koordinaadid.

20. Punkt M_2 on x-telje suhtes sümmeetriline punktiga $M_1 \equiv (4 \mid -3)$. Missugused on punkti M_2 koordinaadid?

21. Punkt P_2 on x-telje suhtes sümmeetriline punktiga $P_1 \equiv (-5 \mid 3)$. Missugused on punkti P_2 koordinaadid? Kui pikk on lõik P_1P_2? Kui suur on kolmnurga OP_1P_2 pindala?

22. Punkt A_2 on y-telje suhtes sümmeetriline punktiga $A_1 \equiv (-5 \mid 2)$. Missugused on punkti A_2 koordinaadid?

23. Punkt B_2 on y-telje suhtes sümmeetriline punktiga $B_1 \equiv (3 \mid -4)$. Missugused on punkti B_2 koordinaadid? Kui pikk on lõik B_1B_2? Kui suur on kolmnurga OB_1B_2 pindala?

24. Punkt S_2 on koordinaatide alguse suhtes sümmeetriline punktiga $S_1 \equiv (-1 \mid -7)$. Missugused on punkti S_2 koordinaadid?

25. Punkt T_2 on koordinaatide alguse suhtes sümmeetriline punktiga $T_1 \equiv (-2 \mid 5)$. Missugused on punkti T_2 koordinaadid?

26. Koordinaatide algus asetseb ristküliku diagonaalide lõikepunktis ja x-telg on rööbiti ristküliku pikema küljega. Ristküliku ühe tipu koordinaadid on 3 ja —7. Määra teiste tippude koordinaadid.

27. Punkti P koordinaadid on a ja b. Määra punktide Q, R ja S koordinaadid, teades, et Q, R ja S on sümmeetrilised punktiga P vastavalt x-telje, y-telje ja koordinaatide alguse suhtes.

§ 3. Sirglõigu keskpunkt. Sirglõigu pikkus.

28. On antud punktid $P_1 \equiv (-14 \mid 0)$ ja $P_2 \equiv (8 \mid 0)$. Leia lõigu P_1P_2 keskpunkti koordinaadid.

29. On antud punktid $S_1 \equiv (0 \mid -8)$ ja $S_2 \equiv (0 \mid -20)$. Leia lõigu S_1S_2 keskpunkti koordinaadid.

30. Lõik MN jaotub koordinaatide alguses pooleks. Punkti M koordinaadid on 3 ja —4. Missugused on punkti N koordinaadid?

31. Lõigu otsadeks on punktid $A \equiv (-2 \mid 3)$ ja $B \equiv (4 \mid -7)$. Määra lõigu AB keskpunkti koordinaadid.

32. Lõigu otspunktid on $P_1 \equiv (a \mid 0)$ ja $P_2 \equiv (0 \mid b)$. Anna lõigu keskpunkti koordinaadid.

33. Lõigu üks otspunkt on $(4 \mid 2)$; lõigu keskpunkt on $(3 \mid -1)$. Määra lõigu teine otspunkt.

34. Lõigu üks otspunkt on $(-2 \mid -5)$; lõigu keskpunkt on $(-1 \mid 2)$. Määra lõigu teine otspunkt.

35. Kolmnurga tipud on $A \equiv (6 \mid 5)$, $B \equiv (-2 \mid 7)$ ja $C \equiv (4 \mid -3)$. Leia kolmnurga külgede keskpunktid.

36. Rööpküliku kaks vastastippu on $A \equiv (1 \mid 3)$ ja $C \equiv (0 \mid 7)$ ning kolmas tipp on $B \equiv (3 \mid 5)$. Leia rööpküliku diagonaalide lõikepunkt ja neljas tipp D.

37. Arvuta punkti $(4 \mid 3)$ kaugus koordinaatide algusest.

38. Arvuta järgmiste punktide kaugused koordinaatide algusest:

$(3 \mid 4)$ $(12 \mid 5)$ $(-7 \mid 24)$ $(8 \mid -6)$

$(-2 \mid 3\frac{1}{2})$ $(4{,}2 \mid -1{,}1)$ $(0 \mid -1\frac{1}{2})$ $(2{,}1 \mid 0)$

39. Arvuta punktide $(1 \mid 2)$ ja $(7 \mid 10)$ kaugus teineteisest.

40. Kui pikk on punktide $(-2 \mid 0)$ ja $(22 \mid 10)$ vaheline sirglõik?

41. Arvuta punktide vaheline kaugus iga järgneva punktidepaari puhul:

1. $(1 \mid 3)$	2. $(1 \mid 2)$	3. $(-4 \mid -2)$	4. $(m \mid n)$
$(2 \mid 7)$	$(-3 \mid -1)$	$(-2 \mid -4)$	$(0 \mid 0)$

42. Kolmnurga tipud on

$A \equiv (4 \mid 1)$, $B \equiv (-2 \mid 4)$ ja $C \equiv (1 \mid -2)$.

Arvuta kolmnurga külgede pikkused.

43. Kolmnurga tipud on $P \equiv (2 \mid 3)$, $Q \equiv (5 \mid 7)$ ja $R \equiv (4 \mid 10)$. Arvuta kolmnurga külgede pikkused.

44. Nelinurga tippudeks on punktid $A \equiv (-6 \mid 10)$, $B \equiv (-7 \mid -4)$, $C \equiv (3 \mid -9)$ ja $D \equiv (10 \mid 4)$. Arvuta nelinurga külgede ja diagonaalide pikkused.

45. Kolmnurga tipud on $M \equiv (3 \mid 4)$, $N \equiv (-1 \mid 1)$ ja $P \equiv (0 \mid -3)$. Arvuta kolmnurga mediaanide pikkused.

46. Kolmnurga tipud on $A \equiv (4 \mid 2)$, $B \equiv (-2 \mid 0)$ ja $C \equiv (2 \mid -2)$. Arvuta kolmnurga mediaanide pikkused.

47. Kolmnurga tipud on $A \equiv (-6 \mid -4)$, $B \equiv (2 \mid 8)$ ja $C \equiv (-10 \mid 0)$. Näita, et kolmnurk on võrdhaarne.

48. Kolmnurga tipud on $A \equiv (1 \mid 2)$, $B \equiv (3 \mid 4)$ ja $C \equiv (-1 \mid 4)$. Näita, et kolmnurk on täisnurkne.

49. Kolmnurga tipud on $(3{,}5 \mid 0)$, $(5{,}7 \mid 0)$ ja $(4 \mid 2{,}5)$. Arvuta kolmnurga pindala.

50. Kolmnurga kaks tippu on $(10 \mid 0)$ ja $(13{,}6 \mid 0)$. Kolmanda tipu ordinaat on 7,2. Arvuta kolmnurga pindala.

51. On antud kaks punkti, $(5 \mid 17)$ ja $(13 \mid 1)$. Arvuta pindala, mis on piiratud nende punktide vahelisest lõigust, nende punktide ordinaatlõikudest ja abstsissteljest.

52. Nelinurgakujulise maatüki $ABCD$ pindala määramiseks valis maamõõtja tipu A koordinaatide alguseks ja külje AD abstsissteljeks ning mõõtis tippude koordinaadid; ta sai allolevas tabelis antud andmed. Valmista nende andmete järgi maatüki plaan mõõdus 1:10 000. Arvuta maatüki piirjoone pikkus ja maatüki pindala.

Tipp	x meetrites	y meetrites
A	$x_0 = 0$	$y_0 = 0$
B	$x_1 = 98$	$y_1 = 720$
C	$x_2 = 482$	$y_2 = 1350$
D	$x_3 = 594$	$y_3 = 0$

53. Olgu antud nelinurkne tükk maad $ABCD$. Võtame külje AD abstsissteljeks ja punkti A koordinaatide alguseks. Olgu sel puhul $A \equiv (x_0 \mid 0)$, $B \equiv (x_1 \mid y_1)$, $C \equiv (x_2 \mid y_2)$ ja $D \equiv (x_3 \mid 0)$. Näita, et maatüki pindala saab arvutada maamõõtjate poolt kasutatava valemi

$$S = \frac{y_1(x_2 - x_0) + y_2(x_3 - x_1)}{2}$$

järgi.

Peatükk II.

Sirgjoon.

§ 4. Tõusu ja ühe punktiga määratud sirgjoone võrrand.

54. Kus asetsevad tasapinna punktid, millel on üks ja sama abstsiss 2?

55. Kus asetsevad tasapinna punktid, millel on üks ja sama ordinaat —5?

56. Joonesta sirged, mille võrrandid on:

1. $x = 4$	3. $y = 7$	5. $x = 0$
2. $x = -1$	4. $y = -2{,}5$	6. $y = 0$.

57. Joonesta sirge, mis on paralleelne x-teljega ja läbib punkti $(5 \mid 1\frac{1}{2})$. Kirjuta selle sirge võrrand.

58. Joonesta sirge, mis, olles paralleelne y-teljega, läbib punkti $(-3 \mid -2)$. Kirjuta selle sirge võrrand.

59. Kus asetsevad tasapinna punktid, mille abstsiss on võrdne ordinaadiga?

60. Kus asetsevad tasapinna punktid, mille abstsissi ja ordinaadi summa on 0?

61. Kus asetsevad tasapinna punktid, mille ordinaat moodustab 10% abstsissist? Kus asetsevad tasapinna punktid, mille abstsiss moodustab 20% ordinaadist?

62. Joonesta sirged, mille punktide koordinaadid rahuldavad tingimusi:

1. $y = x$	4. $y = \frac{1}{2}x$	7. $y = x + 4$
2. $y = 2x$	5. $y = -x$	8. $y = x - 1$
3. $y = 3x$	6. $y = -\frac{1}{4}x$	9. $y = -x + 2$

63. Joonesta sirged, mille võrrandid on:

1. $y = 2x + 3$	4. $y = -x + 6$
2. $y = 3x + 1$	5. $y = -2x + 3$
3. $y = 5x - 4$	6. $y = -x - 5$

64. Joonist tegemata otsusta, kas punkt $(2 \mid 5)$ asetseb sirgel $y = 4x - 3$ või mitte.

65. Joonist tegemata otsusta, kas punkt $(1 \mid -10)$ asetseb sirgel $y = 2x + 7$ või mitte.

66. Otsusta, kas sirge $y = 4x - 5$ läbib punkti $(2 \mid 3)$ või mitte.

67. Otsusta, kas sirge $y = 2x - 7$ läbib punkti $(1 \mid -5)$ või mitte.

68. Kirjuta sirgete võrrandid järgmisil andmeil:
1. sirge algordinaat on 2 ja tõus 3;
2. sirge algordinaat on —3 ja tõus 1;
3. sirge algordinaat on 4 ja tõus —2,3;
4. sirge algordinaat on —5 ja tõus —1.

Joonesta need sirged.

69. Kirjuta sirgete võrrandid järgmisil andmeil:
1. sirge algordinaat on +3 ja tõusunurk on 30^0;
2. sirge algordinaat on —5 ja tõusunurk on 45^0;
3. sirge algordinaat on 1 ja tõusunurk on 120^0;
4. sirge algordinaat on —0,9 ja tõusunurk on $148^0 30'$.

70. Joonesta koordinaatide teljestikus vabalt mingi sirge ning leia joonisest sirge tõus ja algordinaat. Koosta selle sirge võrrand.

71. Määra järgmiste sirgete võrrandeist iga sirge jaoks algordinaat, tõus ja tõusunurk:

1. $3x - 4y + 10 = 0$	6. $x - \sqrt{3}\,y - 6 = 0$
2. $x + 2y + 5 = 0$	7. $\sqrt{2}\,x + y = 1$
3. $3y - 1 = 0$	8. $0{,}1x - 0{,}2y = 0{,}3$
4. $7x + 5y = 0$	9. $2x + \sqrt{5}\,y = 0$
5. $4x - 3 = 0$	10. $7x - 10 = 0$

72. Määra sirge tõus, kui sirge tõusunurk on

$16^0\,42'$ $21^0\,48'$ $36^0\,30'$ $56^0\,54'$
$93^0\,06'$ $105^0\,18'$ $130^0\,24'$ 158^0.

Missugused neist sirgeist on positiivse ja missugused negatiivse tõusuga?

Missugused neist sirgeist tõusevad paremale ja missugused vasemale poole?

73. Määra sirge tõusunurk, kui sirge tõus on

$+1$ $+2$ $+3$ $+4$ 0 -1 -2 -3.

Sama ülesanne tõusude puhul

$-0{,}8$ $-0{,}3$ $+0{,}2$ $+0{,}7$ $+1{,}4$.

74. Sirgel, mille võrrand on $y = -\frac{1}{2}x + 5$, on võetud punkt, mille abstsiss on 4. Kui suur on selle punkti ordinaat?

75. Sirgel, mille võrrand on $y = 2x + 9$, on võetud punkt, mille ordinaat on 13. Kui suur on selle punkti abstsiss?

76. Allpool on antud rida sirgete võrrandeid. Missugused neist sirgeist läbivad koordinaatide alguse, missugused mitte?

1. $y = 5x$	2. $x + y = 7$
$3x + 4y = 0$	$2x + 3y - 5 = 0$
$x - \frac{1}{2} y - 1 = 0$	$y - 4x + 10 = 0$

77. Leia, missuguses punktis sirge lõikab x-telge, kui sirge võrrand on:

1. $y = 3x - 6$	2. $2x + 7y = 10$
$y = 8x + 12$	$x + y = 36$
$y = -\frac{1}{2} x - 3$	$y + 4x = 100$

78. Leia, missuguses punktis sirge lõikab y-telge, kui sirge võrrand on:

1. $y = 4x + 12$	2. $3x + 5y = 15$
$y = 5x - 8$	$6x + 15y = 105$
$y = -2x + 7$	$x - 3y = 18$

79. Sirgjoone võrrand on $y = -0{,}6x + 3{,}8$. Missugused punktidest $A \equiv (3 \mid 2)$, $B \equiv (2 \mid 3)$ ja $C \equiv (-2 \mid 5)$ asetsevad sellel sirgel, missugused mitte?

80. Joonesta sirge, mis läbib punkti $(1 \mid -3)$ ja mille tõus on 2. Koosta selle sirge võrrand.

81. Joonesta sirge, mis läbib punkti $(-1 \mid \frac{1}{2})$ ja mille tõus on -2. Koosta selle sirge võrrand.

82. Joonesta sirge, mis läbib punkti $(-4 \mid -3)$ ja mille tõus on $-\frac{3}{4}$. Koosta selle sirge võrrand.

83. Anna sirge võrrand, teades, et ta läbib punkti $(-4 \mid 3)$ ja tema tõusunurk on $163^0\,18'$.

84. Anna sirge võrrand, teades, et ta läbib punkti $(6 \mid -8)$ ja tema tõus on $1\frac{1}{2}$.

85. Missugune peab olema vabaliikme b väärtus, et sirge $y = -2x + b$ läbiks punkti $(5 \mid -4)$?

86. Missugune peab olema vabaliikme b väärtus, et punkt $(2 \mid 7)$ asetseks sirgel $y = 4x + b$?

87. Missugune peab olema kordaja m väärtus, et punkt $(-3 \mid 5)$ asetseks sirgel $y = mx - 7$?

88. Missugune peab olema kordaja m väärtus, et sirge $y = mx + 3$ läbiks punkti $(6 \mid 0)$?

§ 5. Kahe punktiga määratud sirgjoone võrrand.

89. Joonesta sirge, mis läbib punktid $P_1 \equiv (-4 \mid 6)$ ja $P_2 \equiv (8 \mid 0)$. Koosta selle sirge võrrand.

90. Missugused peavad olema kordaja m ja vabaliige b, et sirge $y = mx + b$ läbiks punktid $(6 \mid 2)$ ja $(5 \mid 1)$?

91. Sirge $y = mx + b$ läbib punktid $(-4 \mid -2)$ ja $(3 \mid 0)$. Määra kordaja m ja vabaliige b.

92. Koosta järgmiste punktipaaridega määratud sirgete võrrandid:

1. $A \equiv (1 \mid 1)$ ja $B \equiv (3 \mid 4)$
2. $C \equiv (2 \mid -5)$ ja $D \equiv (-4 \mid -1)$
3. $E \equiv (0 \mid 0)$ ja $F \equiv (-6 \mid -4)$
4. $G \equiv (0 \mid -5)$ ja $H \equiv (7 \mid 0)$
5. $I \equiv (-1 \mid -3)$ ja $K \equiv (-5 \mid -4)$.

93. Kolmnurga tipud on

$$A \equiv (2 \mid 1), \quad B \equiv (-3 \mid -2) \quad \text{ja} \quad C \equiv (3 \mid -2).$$

Koosta kolmnurga külgsirgete võrrandid.

94. Kirjuta kolmnurga külgsirgete võrrandid, kui kolmnurga tipud on $M \equiv (-4 \mid 4)$, $N \equiv (5 \mid -5)$ ja $P \equiv (-3 \mid 3)$.

95. Kirjuta nelinurga külgsirgete võrrandid, kui nelinurga tipud on $P \equiv (3 \mid 7)$, $Q \equiv (-1 \mid 3)$, $R \equiv (1 \mid -5)$ ja $S \equiv (5 \mid -1)$.

96. Koosta sirge võrrand, teades, et sirge läbib punktid $(p \mid q)$ ja $(q \mid p)$.

97. Otsusta, kas punkti $A \equiv (0 \mid -2)$ ja punkti $B \equiv (-2 \mid 0)$ läbiv sirge läbib ka punkti $C \equiv (-6 \mid 4)$.

98. Otsusta, kas punktid $M \equiv (2 \mid 3)$, $N \equiv (3 \mid 1)$ ja $P \equiv (-2 \mid 4)$ asetsevad ühel ja samal sirgel.

99. Kas punktid $A \equiv (5 \mid 4)$, $B \equiv (2 \mid 3)$ ja $C \equiv (-4 \mid 1)$ asetsevad ühel ja samal sirgel?

100. Näita, et kolm punkti

$$(a \mid b), \quad (b \mid a) \quad \text{ja} \quad (-a \mid 2a + b)$$

asetsevad ühel ja samal sirgel.

101. Missugune peab olema n väärtus, et sirge $2x + 3y - n = 0$ läbiks punkti $(-1 \mid 4)$?

102. Leia, missuguses punktis sirge $y = 3x - 12$ lõikab x-telge ja missuguses y-telge? Joonesta see sirge nende punktide järgi.

103. Kirjuta sirgete võrrandid, kui:

1. sirge algabstsiss on $-4\frac{1}{2}$ ja algordinaat on 6;
2. sirge algabstsiss on -3 ja algordinaat on -1;
3. sirge lõikab x-telge punktis $(2 \mid 0)$ ja y-telge punktis $(0 \mid 3)$;
4. sirge lõikab x-telge punktis $(4 \mid 0)$ ja y-telge punktis $(0 \mid -1)$.

104. Missugused lõigud moodustab sirge $y = 2x + 3$ koordinaatide telgedel?

105. Missugused lõigud moodustab sirge $4x + 3y = 6$ koordinaatide telgedel?

106. Joonesta sirge, mille algordinaat on -2 ja algabstsiss 3. Koosta selle sirge võrrand.

107. Joonesta vabalt mõni sirge. Loe joonisest selle algabstsiss ja algordinaat ning koosta selle sirge võrrand.

108. On antud sirged oma võrranditega:

1. $3x + 2y - 6 = 0$ 3. $4x + 3y + 6 = 0$
2. $2x - 5y + 10 = 0$ 4. $x - 2y - 8 = 0$

Joonesta need sirged nende telglõikude abil.

109. Kui suur on sirge tõus, kui:

1. algabstsiss on 5 ja algordinaat on 10;
2. algabstsiss on -4 ja algordinaat on 6;
3. algabstsiss on 1,5 ja algordinaat on $-4{,}5$;
4. algabstsiss on -3 ja algordinaat on $-\frac{1}{2}$.

Kirjuta nende sirgete võrrandid tõusu ja algordinaadi kaudu.

110. Sirge moodustab telgedel lõigud a ja b. Kirjuta sirge võrrand algordinaadi ja tõusu kaudu.

111. Kolmnurga külgsirgete võrrandid on:

$$y = 2x - 6, \quad 2x - 3y + 6 = 0 \quad \text{ja} \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = -1.$$

Joonesta see kolmnurk ja määra joonisest kolmnurga tippude koordinaadid.

112. Missugune peab olema kordaja A sirge võrrandis $Ax + 3y + 1 = 0$, et see sirge läbiks punkti $(2 \mid 2)$?

113. Missugune peab olema kordaja A sirge võrrandis $Ax + 3y + 1 = 0$, et selle sirge tõus oleks 0,8?

114. Missugune peab olema kordaja B sirge võrrandis $2x + By + 1 = 0$, et see sirge lõikaks x-teljel lõigu 2?

115. Sirge $Ax + By + C = 0$ läbib punkti $(4 \mid -5)$ ja lõikab telgedel võrdsed lõigud. Missuguseid tingimusi rahuldavad kordajad A, B ja C?

116. Sirge $Ax + By + C = 0$ omab algabstsissi 2 ja läbib punkti $(-2 \mid 8)$. Missuguseid tingimusi rahuldavad kordajad A, B ja C?

§ 6. Kahe sirge rööp- ja ristseisu tunnused.

117. Antud on sirged:

$$3x + 2y - 3 = 0, \quad x + 6y = 1 \quad \text{ja} \quad 4y = 9 - 6x.$$

Missugused nende sirgete hulgas on rööpsirged?

118. Anna sirge võrrand, teades, et sirge läbib punkti $(-4 \mid 3)$ ja on rööbiti sirgega $y = -\frac{3}{5}x + 2$.

119. Anna sirge võrrand, teades, et sirge on rööbiti sirgega $y = 0{,}8x - 5$ ja läbib koordinaatide alguse.

120. Anna sirge võrrand, teades, et

1. sirge läbib punkti $(0 \mid 0)$ ja on rööbiti sirgega
$$3x - 4y + 1 = 0;$$
2. sirge läbib punkti $(2 \mid 5)$ ja on rööbiti sirgega
$$2x - 3y - 2 = 0;$$
3. sirge läbib punkti $(7 \mid 0)$ ja on rööbiti sirgega
$$5x + 2y = 0.$$

121. Koosta sirge võrrand, teades, et sirge läbib punkti $(-1 \mid 2)$ ja on rööbiti lõiguga, mille otspunktid on $A \equiv (2 \mid -1)$ ja $B \equiv (3 \mid 4)$.

122. Rööpküliku kahe külgsirge võrrandid on $x + y + 1 = 0$ ja $x - 4y - 4 = 0$. Koosta ülejäänud kahe külgsirge võrrandid, kui nad läbivad punkti $(1 \mid 3)$. Joonesta see rööpkülik.

123. Sirgele $y = 0{,}6x + 1{,}6$ on koordinaatide algusest joonestatud ristsirge. Leia ristsirge võrrand.

124. Punktist $(2 \mid -2)$ on sirgele $y = 2{,}5x - 9$ joonestatud ristsirge. Leia ristsirge võrrand.

125. Punktist $(0 \mid 5)$ on punkte $(2 \mid 1)$ ja $(4 \mid 0)$ ühendavale lõigule joonestatud ristsirge. Leia ristsirge võrrand.

126. Kolmnurga tipud on $(4 \mid 2)$, $(-3 \mid 5)$ ja $(0 \mid 0)$. Leia kolmnurga kõrgussirgete võrrandid.

127. Kolmnurga tipud on $(5 \mid 0)$, $(-2 \mid 3)$ ja $(0 \mid -2)$. Leia kolmnurga kõrgussirgete võrrandid.

128. On antud punkt $A_1 \equiv (3 \mid -1)$ ja punkt $A_2 \equiv (-2 \mid 1)$. Leia nende punktide sümmeetriatelje võrrand.

§ 7. Kahe sirge lõikepunkt.

129. Joonesta sirged $y = x + 3$ ja $y = 3x - 9$ ning leia joonisest nende lõikepunkti koordinaadid.

130. Joonesta sirged $y = 2x - 5$ ja $y = -x + 4$ ning leia joonisest nende lõikepunkti koordinaadid.

131. Arvuta sirgete $y = x$ ja $y = 3x + 6$ lõikepunkti koordinaadid.

132. Joonesta sirged

$$x + 2y - 6 = 0 \quad \text{ja} \quad x - 2y + 2 = 0$$

ning määra joonisest nende sirgete lõikepunkti koordinaadid. Kontrolli tulemust arvutamise teel.

133. Leia sirgete $y = 5$ ja $y = 2x - 7$ lõikepunkt.

134. Leia sirgete $y = x - 1$ ja $2x + 3y + 18 = 0$ lõikepunkt.

135. Leia järgmiste sirgetepaaride lõikepunktid:

1. $y = 2x - 2$ ja $y = \frac{3}{4}x + 1$
2. $y = -3x + 10$ ja $y = \frac{1}{2}x + 3$
3. $y = 2x - 5$ ja $x - 2y = 2$
4. $7x + 2y = 20$ ja $4x - 5y = -7$
5. $5x - 4y - 1 = 0$ ja $2x + 3y + 18 = 0.$

136. Kolmnurga külgedeks on sirged $y=0$, $5x+2y=10$ ja $5x-3y=15$. Leia kolmnurga tipud.

137. Kolmnurga külgsirgete võrrandid on

$x-2y+6=0$, $8x+y+14=0$ ja $10x-3y-8=0$.

Leia kolmnurga tipud.

138. Lahenda graafiliselt võrrandsüsteem:

$$\begin{cases} 2x+y=2 \\ 4x-y=16. \end{cases}$$

139. Lahenda graafiliselt järgmised võrrandsüsteemid ja kontrolli tulemused, asetades nad tundmatute asemele:

1. $\begin{cases} x+y=4 \\ x-2y=1 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 2x+3y+4=0 \\ 5x-2y-9=0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4x+7y-5=0 \\ 2x-5y+6=0 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=5 \\ \frac{x}{8}+\frac{y}{3}=7 \end{cases}$

140. Lahenda järgmised võrrandsüsteemid arvutamise teel ja kontrolli tulemused graafiliselt:

1. $\begin{cases} 10x+3y=25 \\ 5x+9y=-25 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 5x-4y=20 \\ 10x-8y=40 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 9x+6y=18 \\ 3x+2y=12 \end{cases}$ 5. $\begin{cases} 2x+3y=-9 \\ 5x+7y=-25 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x+3y=26 \\ 3x-2y=11 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 7x-y=7 \\ 21x-3y=14 \end{cases}$

141. Määra sirgete $y=2$ ja $y=3x+4$ vaheline nurk.

142. Määra sirgete $x = 5$ ja $y = \frac{1}{2}x - 2$ vaheline nurk.

143. Leia, kui suure nurga moodustavad teineteisega sirged $y = 1{,}4x$ ja $y = 0{,}8x - 3$.

144. Leia, kui suure nurga moodustavad teineteisega iga kaks järgmist sirget:

1. $y = x - 1$ ja $2x - y - 3 = 0$
2. $3x - 4y - 6 = 0$ ja $y = 0{,}5x + 1$
3. $x + 3y = 6$ ja $x - 2y - 5 = 0$.

145. Kolmnurga külgsirged on $y = 2x + 3$, $y = x + 5$ ja $y = 3x - 20$. Leia selle kolmnurga nurgad.

146. Kolmnurga külgsirged on $x - 2y + 6 = 0$, $8x + y + 14 = 0$ ja $10x - 3y - 8 = 0$. Leia kolmnurga nurgad.

147. Kolmnurga tipud on $A \equiv (3 \mid 3)$, $B \equiv (4 \mid 0)$ ja $C \equiv (4 \mid 4)$. Leia kolmnurga nurgad.

148. Kolmnurga tipud on $P \equiv (2 \mid 3)$, $Q \equiv (-1 \mid 2)$ ja $R \equiv (3 \mid -1)$. Leia kolmnurga nurgad.

149. Kui kaugel on sirgete $3x + 2y + 7 = 0$ ja $x - 5y - 8 = 0$ lõikepunkt koordinaatide algusest?

150. On antud sirged

$$3x + 2y + 7 = 0 \quad \text{ja} \quad x - 5y - 8 = 0.$$

Koosta nende lõikepunkti ja koordinaatide algust ühendava sirge võrrand.

151. Arvuta sirgete $3x + 7y = 18$ ja $7x - 5y = 10$ lõikepunkti kaugus punktist $(5 \mid 3)$.

152. On antud sirged

$$3x + 7y = 18 \quad \text{ja} \quad 7x - 5y = 10.$$

Nende lõikepunkt ja punkt $(5 \mid 3)$ määravad kolmanda sirge. Anna selle sirge võrrand.

153. Koosta selle sirge võrrand, mis läbib sirgete

$$3x - 4y + 1 = 0 \quad \text{ja} \quad 5x + y - 1 = 0$$

lõikepunkti ja lõikab koordinaatide telgedelt võrdsed positiivselt suunatud lõigud.

154. Kas sirged

$$2x + 3y = 11, \quad 2x - y = 2 \quad \text{ja} \quad 6x + 17y = 51$$

lõikuvad ühes punktis või moodustavad kolmnurga?

155. Kas sirged $x - 2y = -3$, $4x + y = 6$ ja $5x - y = 12$ lõikuvad ühes punktis või moodustavad kolmnurga?

156. Näita, et sirged

$$ax + by = 1, \quad bx + ay = 1 \quad \text{ja} \quad x - y = 0$$

lõikuvad ühes punktis.

157. Kolmnurga tipud on:

$$A \equiv (6 \mid -4), \quad B \equiv (-4 \mid 5) \quad \text{ja} \quad C \equiv (-3 \mid -3).$$

Anna punktidest A ja B tõmmatud mediaansirgete võrrandid. Määra nende kahe mediaani lõikepunkt. Näita, et seda punkti läbib ka kolmas, tipust C tõmmatud mediaan.

158. Kolmnurga tipud on:

$$A \equiv (6 \mid 8), \quad B \equiv (-4 \mid 2) \quad \text{ja} \quad C \equiv (2 \mid -4).$$

Anna kolmnurga külgede keskristsirgete võrrandid. Näita, et 3 keskristsirget lõikuvad ühes punktis. Kui suur on kolmnurga ümber joonestatud ringjoone raadius?

159. Sirgete $2x+5y-4=0$ ja $4x-2y+2=0$ lõikepunktist on tõmmatud sirge risti sirgega $2x-4y=7$. Anna ristsirge võrrand.

160. Sirgete $3x-4y-9=0$ ja $2x+3y-6=0$ lõikepunktist on tõmmatud sirge risti sirgega

$$5x+y-100=0.$$

Anna ristsirge võrrand.

161. Punktist $P\equiv(4\,|\,3)$ on sirgele $x+2y-5=0$ tõmmatud ristsirge. Anna selle ristsirge võrrand. Määra punkti P ja antud sirge vaheline kaugus.

162. Olgu antud sirge $y=5+\sqrt{3}\,x$. Kui kaugel on sirge koordinaatide algusest?

163. Arvuta kaugus koordinaatide alguse ja sirge $3x+4y=12$ vahel.

164. Kui kaugel koordinaatide algusest on punktidega $(3\,|\,-1)$ ja $(1\,|\,5)$ määratud sirge?

165. Kui kaugel on punkt $(2\,|\,1)$ sirgest

$$y=-\frac{1}{2}x?$$

166. Määra kaugus kahe paralleelse sirge vahel, mille võrrandid on

1. $3x+4y-4=0$ ja $3x+4y+8=0$
2. $y=2x+9$ ja $y=2x-4$.

167. Ristküliku ühe külje otspunktid asetsevad sirge $2x-y-6=0$ lõikepunktides koordinaatide telgedega. Leia teiste külgsirgete võrrandid ja tippude koordinaadid, kui on teada, et kolmanda tipu abstsiss on 0.

Peatükk III.

Ringjoon.

§ 8. Ringjoone võrrand.

168. Koosta ringjoone võrrand, teades, et

1. ringi keskpunkt on koordinaatide alguses ja ringi raadius on 5;

2. ringi keskpunkt on koordinaatide alguses ja ringjoon läbib punkti $(-2 \mid 6)$;

3. ringi keskpunkt on $(-3 \mid 1)$ ja ringi raadius on 4;

4. ringi keskpunkt on $(-4 \mid -3)$ ja ring puudutab x-telge;

5. ringi keskpunkt on $(3 \mid 2)$ ja ringjoon läbib koordinaatide alguse;

6. ringi keskpunkt on $(5 \mid 2)$ ja ringjoon läbib punkti $(6 \mid -1)$.

169. Koosta ringjoone võrrand, teades, et

1. ringi keskpunkti abstsiss on 3 ja ring puudutab y-telge koordinaatide alguses;

2. ringi raadius on 5 ja ring puudutab kumbagi telge, asetsedes teljestiku I veerandis.

170. Joonesta järgmised ringjooned, määrates enne nende keskpunkti ja raadiuse:

1. $x^2 + y^2 = 16$
2. $x^2 + y^2 = 4x$
3. $x^2 + y^2 - 10y = 0$
4. $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$
5. $x^2 + y^2 - 2x - 3y + \frac{1}{4} = 0$

171. Määra järgmiste ringjoonte keskpunkt ja raadius:

1. $4x^2 + 4y^2 + 12x - 4y + 5 = 0$
2. $3x^2 + 3y^2 - 14x - 48y = 0$
3. $5x^2 + 5y^2 - 6x + 8y = 12$
4. $49x^2 + 49y^2 - 14x + 28y + 5 = 0$
5. $2x^2 + 2y^2 - x + y = 6$

172. Missugust tingimust peavad rahuldama arvud a, b ja r ringjoone võrrandis $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, et

1. ringi keskpunkt asetseks x-teljel;
2. ring puudutaks y-telge;
3. ring puudutaks x-telge koordinaatide alguses;
4. ring puudutaks kumbagi telge;
5. ringjoon läbiks koordinaatide alguse?

173. Leia ringjoonel $x^2 + y^2 = 81$ asetseva punkti ordinaat, kui punkti abstsiss on 5, 6, —1, —3.

174. Leia ringjoone $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ punkti abstsiss, kui punkti ordinaat on 0, 3, —1.

175. Kas ringjoonel $x^2 + y^2 = 30{,}25$ on punkte, mille abstsiss on 6?

176. Ringjoone keskpunkt asetseb x-teljel ja ringjoon läbib punkte $A \equiv (3 \mid 3)$ ja $B \equiv (5 \mid -1)$. Anna ringjoone võrrand.

177. Missugune punkt x-teljel asetseb võrdseil kaugusil punktidest $(1 \mid 4)$ ja $(6 \mid 6)$?

178. Missugune punkt x-teljel asetseb võrdseil kaugusil punktidest $(-2 \mid 5)$ ja $(4 \mid 7)$?

179. Missugune punkt y-teljel asetseb võrdseil kaugusil punktidest $(4 \mid -9)$ ja $(-6 \mid -1)$?

180. Kolmnurga tipud on:

$A \equiv (-1 \mid 5)$, $B \equiv (-2 \mid -2)$ ja $C \equiv (3{,}4 \mid -3{,}8)$.

Määra selle kolmnurga ümber joonestatud ringjoone keskpunkt ja raadius.

181. Kolmnurga tipud on:

$O \equiv (0 \mid 0)$, $A \equiv (a \mid 0)$ ja $B \equiv (0 \mid b)$.

Määra selle kolmnurga ümber joonestatud ringjoone keskpunkt ja raadius.

182. On antud punktid $A \equiv (3 \mid 4)$ ja $B \equiv (-1 \mid 2)$. Leia selle ringjoone võrrand, mille diameeter on AB.

§ 9. Ringjoone ja sirge lõikepunktid.

183. Leia, missugustes punktides ringjoon

$$x^2 + y^2 = 100$$

lõikub sirgega $x = 8$.

184. Leia ringjoone $x^2 + y^2 = 169$ lõikepunktid järgmiste sirgetega:

$x = 5$, $y = 12$ ja $y = x$.

185. Leia punktid, milles ringjoon $x^2+y^2=225$ lõikub sirgetega

$$x=-7, \quad y=-3 \quad \text{ja} \quad 2x+y=0.$$

186. Missugustes punktides sirge $2x+y=10$ lõikab ringjoont $x^2+y^2=25$?

187. Leia punktid, milles ringjoon

$$(x+3)^2+(y-5)^2=25$$

lõikab ordinaattelge.

188. Leia punktid, milles ringjoon

$$(x-2)^2+(y-12)^2=169$$

lõikab abstsisstelge.

189. Missugustes punktides ringjoon

$$x^2+y^2-6x+4y=3$$

lõikab koordinaatide telgi?

190. Leia ringjoone $x^2+y^2+4x-2y-8=0$ ja sirge $5x-y-2=0$ lõikepunktid.

191. Leia ringjoone $(x+2)^2+(y-1)^2=13$ ja sirge $2x-3y=6$ lõikepunktid.

192. Leia sirge $4x-y-6=0$ ja ringjoone

$$x^2+y^2+4x-2y=8$$

lõikepunktid.

193. Määra ringjoone $x^2+y^2=37$ ja sirge $x+3y=3$ lõikumisel tekkiva kõõlu keskpunkt.

194. Kui pikk kõõl tekib ringjoone

$$x^2+y^2+3x-2y-4=0$$

ja x-telje lõikumisel?

195. Joonesta ringjoon $x^2 + y^2 = 16$ ja sirged $y = x + 4$, $y = x + 7$ ja $y = x + 5{,}7$. Otsusta joonise abil, missugune neist sirgeist lõikub ringjoonega, missugune neist puudutab ringjoont ja missugusel puuduvad ühised punktid ringjoonega.

196. Leia arvutamise teel, missugune sirgetest $y = x + 3$, $y = x + 4$ ja $y = x + 5$ puudutab ringjoont $x^2 + y^2 = 8$. Missugune neist sirgeist lõikab ringjoont? Missugusel neist sirgeist puuduvad ühised punktid ringjoonega?

197. Leia, missugused järgmistest sirgetest puudutavad ringjoont $x^2 + y^2 = 36$, ja määra puutepunktid.

1. $x = 6$	2. $y = 7$
$y = x + 8$	$y = x - 11$
$y = \frac{4}{3}x + 10$	$y - x = 6\sqrt{2}$

198. Leia punkt, milles sirge $y = -\frac{4}{3}x + 8\frac{1}{3}$ puudutab ringjoont $x^2 + y^2 = 25$.

199. Näita, et sirge $3x + 4y = -32$ puudutab ringjoont $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 23 = 0$, ja leia puutepunkti koordinaadid.

200. Leia ringjoonte

$$x^2 + y^2 - x + 2y = 0$$

ja

$$x^2 + y^2 + 2x - y = 9$$

lõikepunktid.

Peatükk IV.

Ellips.

§ 10. Ellipsi võrrand ja omadused.

201. Joonesta ellips, mille poolteljed on 4 ja 2.

202. Joonesta ellips, mille poolteljed on 6 ja 1,5.

203. Joonesta ellips $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

204. Joonesta ellips $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$.

205. Vana-Rooma amfiteatrid ehitati enamasti ellipsikujulise põhiplaaniga. Nii on Kolosseumi põhiplaaniks ellips telgedega 188 m ja 156 m; selle keskel asetseb, omades esimesega ühiseid telgsirgeid, ellipsikujuline areen telgedega 86 m ja 54 m. Joonesta Kolosseumi põhiplaan mõõdus 1:2000.

206. Kirjuta ellipsi võrrand, kui ellipsi poolteljed on 10 ja 8.

207. Kirjuta ellipsi võrrand, kui ellipsi teljed on 6 ja 4.

208. Kui pikad on järgmiste ellipsite poolteljed:

1. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$	4. $x^2+4y^2=1$
2. $8x^2+25y^2=200$	5. $16x^2+25y^2=1$
3. $x^2+4y^2=9$	6. $6x^2+10y^2=1$

209. Leia sirge $x=2$ ja ellipsi $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ lõikepunktid.

210. Kus lõikub ellips $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ sirgega $y=1$?

211. Leia ellipsil $4x^2+6y^2=24$ punktid, mille abstsiss on 2. Näita, et need punktid on sümmeetrilised x-telje suhtes.

212. Leia ellipsil $3x^2+4y^2=12$ punktid, mille ordinaat on —1. Näita, et need punktid on sümmeetrilised y-telje suhtes.

213. Leia ellipsi $2x^2+3y^2=6$ ja sirge $y=4x$ lõikepunktid.

214. Joonesta ellipsi $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ telgede otspunktid ja leia konstruktsiooni teel ellipsi fookused.

215. Ellipsi poolteljed on 5 ja 4. Kus asetsevad ellipsi fookused?

216. Ellipsi poolteljed on 13 ja 5. Kirjuta ellipsi võrrand ja määra fookuste koordinaadid.

217. Ellipsi fookused asetsevad vastavalt punktides $F_1 \equiv (1 \mid 0)$ ja $F_2 \equiv (-1 \mid 0)$; ellipsi suur telg on 3. Kirjuta selle ellipsi võrrand.

218. Leia ellipsi võrrand, teades, et suur pooltelg on 25 ja fookuste vaheline kaugus on 24.

219. Leia ellipsi võrrand, teades, et raadiusvektorite summa on 10 ja fookuste vaheline kaugus on 8.

220. Kui pikk on ellipsi $9x^2+16y^2=144$ kõõl, mis läbib fookuse ja on risti ellipsi suure teljega?

221. Ellipsil $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ on võetud punkt, mille kaugus ühest fookusest on 3. Kui suur on selle punkti kaugus teisest fookusest?

222. Ellipsil $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ on võetud punkt, mille abstsiss on 2. Arvuta selle punkti kaugused fookustest.

223. Ellipsil $\frac{x^2}{5}+y^2=1$ on võetud punkt, mille ordinaat on $\frac{1}{2}$. Arvuta sellesse punkti viivate raadiusvektorite pikkused.

224. Kui pikad on raadiusvektorid, mis viivad ellipsi $x^2+3y^2=12$ ja sirge $x+3y=6$ lõikepunktidesse?

225. Ellipsi poolteljed on 5 cm ja 3 cm. Arvuta fookuste kaugus ja ekstsentrisus.

226. Ellipsi poolteljed on 2 ja 1. Arvuta ellipsi ekstsentrisus.

227. Ellipsi väike pooltelg on 5 ja fookuste kaugus on 24. Arvuta ellipsi ekstsentrisus.

228. Ellipsi suur telg on 2 korda pikem väikesest teljest. Kui suur on ellipsi ekstsentrisus?

229. Ellipsi ekstsentrisus on $\frac{3}{5}$ ja väike pooltelg on 4 cm. Kui pikk on suur pooltelg?

230. Ellipsi suurtelg on $2a$, ekstsentrisus e. Kui suur on lühima ja pikima raadiusvektorite suhe?

231. Maa liigub Päikese ümber ellipsis, mille ühes fookuses on Päike. Maa ja Päikese vaheline väikesim ja suurim kaugus suhtuvad ligikaudu nagu 29:30. Määra Maa orbiidi ekstsentrisus.

§ 11. Ringjoone paralleelprojektsioon.

232. Olgu antud ringjoon $x^2 + y^2 = r^2$. Missuguse joone täidavad ringjoone punktide ordinaatlõikude poolitamispunktid?

233. Missuguse joone täidavad punktid, millel on niisama suur ordinaat, kuid kolm korda suurem abstsiss kui ringjoone $x^2 + y^2 = 9$ vastavatel punktidel?

234. Ringjoon $x^2 + y^2 = 16$ projektitakse tasapinnale, mis lõikub ringjoone tasapinnaga piki x-telge ja moodustab ringjoone tasapinnaga 60^0-se nurga. Kirjuta ringjoone projektsiooni võrrand.

235. Kirjuta niisuguse ellipsi võrrand, mis tekib ringjoone $x^2 + y^2 = 64$ projektimisel tasapinnale, mille kaldenurga koosinus ringjoone tasapinna suhtes on $\frac{1}{3}$. Kui suured on ellipsi pooltelj ed?

236. Maja lõunapoolsel küljel on seinast välja ehitatud poolringikujulise alusega rõdu. Keskpäeval näeme maja seinal rõdu poolellipsikujulist varju. Leia päikese kõrgusnurk üle horisondi, teades, et ellipsi püst- ja rõhtpooltelj ed suhtuvad nagu $2:3$.

237. Silindri raadius on 10 cm. Silinder on lõigatud tasapinnaga, mis moodustab silindri põhjaga nurga 45^0. Võttes lõikejoone kõrgeimat ja madalaimat punkti läbiva sirge x-teljeks ja sellega ristuva ning silindri telge lõikava sirge lõiketasapinnal y-teljeks, kirjuta lõikejoone võrrand.

238. Kerast, mille läbimõõt on 30 cm, heidavad päikesekiired põrandale varju. Anna varju äärjoone võrrand, teades, et päikesekiired moodustavad põrandaga 30^0-se nurga.

Peatükk V.

Suuruste olenevus.

§ 12. Jäävad ja muutuvad suurused. Kahe suuruse olenevus.

239. Nimeta iga allpool-märgitud nähtuse puhul mõned sellega seotud suurused, mis muutuvad, ja mõned teised, mis jäävad muutumatuks:

1. auto ühtlane liikumine;
2. kivi vaba langemine;
3. õhu kokkusurumine õhkpistolis;
4. mündi paisumine soojenemisel;
5. kolmnurga tipu liikumine selle tipu vastasküljega paralleelset sirget mööda;
6. kõõlule toetuva piirdenurga tipu liikumine mööda ringjoont;
7. koonuse põhjaga paralleelse lõiketasapinna nihkumine;
8. punkti liikumine mööda ellipsit $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

240. Nimeta mõned suurused, millest oleneb:

1. kuubi täispindala;
2. tetraeedri ruumala;
3. silindri tasapinnalise lõike suur telg;
4. kauba saatekulu raudteel;
5. fotoplaadi ilmutamise aeg.

241. Nimeta mõned suurused, millest oleneb:

1. pesu kuivamise aeg;
2. vasara löögi tugevus;
3. jääva raadiusega silindri täispindala;
4. jääva kõrgusega koonuse ruumala;
5. antud rahasumma eest saadava kauba hulk;
6. jääva rõhu all oleva gaasi ruumala;
7. ühtlaselt liikuva keha kiirus;
8. ellipsil asetseva punkti ordinaat;
9. kahe antud küljega kolmnurga pindala;
10. antud alusega ristküliku diagonaali pikkus.

242. Nimeta mõned argumendid, mille funktsioon on:

1. ringjoone sektori ümbermõõt;
2. kera ruumala;
3. muutumatu kõrgusega ristküliku pindala;
4. aritmeetilise rea liige;
5. lõppkapital antud algkapitali ja intressimäära puhul;
6. ringi sektori pindala;
7. kinnises klassis õpilasele osanev hapniku hulk;
8. kahe antud nurgaga kolmnurga pindala;
9. voolutugevus juhtmes antud takistuse puhul;
10. veerõhk mere sügavusse laskumisel.

243. Väljenda valemiga ringi kaheksandiku ümbermõõdu olenevus ringi raadiusest.

Väljenda see olenevus tabeliga, muutes argumendi väärtust järjest 1 pikkusühiku võrra.

Väljenda see olenevus graafikuga ristkoordinaadistikus, kujutades argumenti abstsissina ja funktsiooni ordinaadina.

244. Väljenda valemiga ühe kaateti olenevus teisest, kui hüpotenuus jääb muutumatuks.

Väljenda see olenevus tabeliga, kui hüpotenuus on 5 cm.

Kujuta sama olenevus graafiliselt.

245. Järgmine tabel annab korrapärase hulknurga külje pikkuse a olenevuses külgede arvust n, kui pikkusühikuks on hulknurga ümber joonestatud ringi raadius:

n	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
a	1,73	1,41	1,18	1,00	0,87	0,77	0,68	0,62	0,52	0,42

Kujuta graafiliselt funktsiooni $a(n)$ muutumine. Anna funktsiooni $a(n)$ avaldis.

246. Järgmine tabel näitab inimese peaaju keskmise kaalu kasvamist vanusega:

Vanus aastates	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Peaaju kaal g-des	330	800	945	1050	1095	1148	1170	1180	1205	1220

Vanus aastates	10	11	12	13	14	15	16	17	18	20
Peaaju kaal g-des	1235	1248	1253	1260	1275	1282	1295	1303	1312	1325

Kujuta graafiliselt inimese peaaju kaalu kasvamine vanusega, tarbe korral andmeid tasandades. Missugused selle kasvamise iseärasused paistavad silma?

Kui suur on peaaju kaal vanuste puhul 8 kuud, 1 aasta 4 kuud, 4 aastat 6 kuud?

247. Lapse kaal muutub esimese eluaasta jooksul, nagu tabel näitab:

Vanus nädalates	0	1	2	3	4	6	8	10	12	15
Lapse kaal kg-des	3,8	3,4	3,6	3,6	3,7	3,9	4,2	4,4	4,6	5,0
Vanus nädalates	18	23	28	32	36	40	44	48	52	
Lapse kaal kg-des	5,5	6,3	7,1	7,6	8,3	8,8	9,2	9,6	10,2	

Kujuta graafiliselt lapse kaalu muutumine tema esimese eluaasta vältel. Tarbe korral tasanda andmed.

Määra saadud jooniselt lapse kaal 13-da, 30-da ja 50-da elunädala lõpul.

Mitmenädalase lapse keskmine kaal on 8 kg?

Kirjelda lapse kaalu muutumist tema esimese eluaasta vältel. Missugused selle muutumise iseärasused paistavad silma?

248. Järgmine tabel annab poeg- ja tütarlapse keskmise kasvu mitmesugustel vanustel.

Vanus aastates	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Poeglapse kasv cm-tes	75	85	93	99	104	109	115	120	125	130	135	140	145	151	157
Tütarlapse kasv cm-tes	74	84	92	98	103	107	113	118	123	128	133	139	146	153	158

Kujuta ühel ja samal joonisel poeg- ja tütarlapse kasvu muutumine vanusega. Missugused nende muutumiste iseärasused paistavad silma?

249. Järgmine tabel näitab küllastatud auru rõhu muutumist temperatuuri kasvades. Temperatuurid on mõõdetud Celsiuse kraadides, rõhud kilogrammides ruutsentimeetrile.

Temperatuur	Rõhk	Temperatuur	Rõhk
0	0,006	90	0,715
10	0,013	100	1,033
20	0,024	110	1,461
30	0,043	120	2,024
40	0,075	130	2,754
50	0,126	140	3,684
60	0,203	150	4,852
70	0,318	160	6,299
80	0,483		

Arvuta küllastatud auru rõhk temperatuuridel

35^0 $\quad 82^0$ $\quad 116^0$ $\quad 158^0$.

Arvuta temperatuurid, mille puhul küllastatud auru rõhk on

0,400 $\quad$ 0,800 $\quad$ 2,000 $\quad$ 5,000.

Kujuta graafiliselt küllastatud auru rõhumise olenevus temperatuurist ja kontrolli arvutamise tulemusi jooniselt võetud andmete abil.

250. Olgu $y = \frac{x}{|x|}$. Kujuta graafiliselt suuruse y muutumine x-i muutudes.

251. Olgu $y = x + |x|$. Kujuta graafiliselt suuruse y muutumine x-i muutudes.

252. Olgu $y = \frac{1}{2}|x| \cdot x$. Kujuta graafiliselt suuruse y muutumine x-i muutudes.

253. Kujuta graafiliselt alljärgneva suuruse muutumine tema avaldises esineva tähe kasvades etteantud vahemikus. Avaldise väärtused arvuta küllalt tihedalt, näiteks võttes argumendi väärtused 0,5, tarbe korral isegi 0,2 või 0,1 tagant. Arvutused toimeta sobivalt valitud arvutusskeemis nii peenelt, kui seda nõuab graafiline töö.

1. $y = \frac{x+20}{x+2}$ $\quad 0 \leqslant x \leqslant 20$
2. $v = \frac{1}{1+u^2}$ $\quad 0 \leqslant u \leqslant 5$
3. $z = \frac{5x}{1+2x^2}$ $\quad 0 \leqslant x \leqslant 10$
4. $s = 6t - t^2$ $\quad 0 \leqslant t \leqslant 6$
5. $q = 25 - 10p + p^2$ $\quad 0 \leqslant p \leqslant 10$
6. $x = \frac{z+5}{z^2+2}$ $\quad 0 \leqslant z \leqslant 8.$

254. Sõnasta eeskiri, mille järgi leitakse x-i väärtusele vastav funktsiooni väärtus $f(x)$, kui

1. $f(x) = (x-3)(x-4)$
2. $f(x) = x^2 - 5x + 6$
3. $f(x) = \sqrt{1-4x^2}$
4. $f(x) = \frac{2x+5}{7x+3}$
5. $f(x) = 3^{\frac{2}{x-2}}$
6. $f(x) = \log \sqrt[3]{1+x^2}$

255. On antud: Leia:

1. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ $\quad f(-1)\,;\ f(1)\,;\ f(5).$
2. $g(x) = \frac{x+1}{2x-3}$ $\quad g(0)\,;\ g(-1)\,;\ g(9).$
3. $j(x) = \sqrt{x^2-3}$ $\quad j(2)\,;\ j(-3\frac{1}{2})\,;\ j(\sqrt{3}).$
4. $h(x) = 5^{x-1}$ $\quad h(0)\,;\ h(2)\,;\ h(1).$
5. $l(x) = \log \sqrt[3]{x}$ $\quad l(10)\,;\ l(\sqrt{5})\,;\ l(0{,}001).$

256. On antud: Leia:

1. $F(x) = 2x + 3$ $\quad F(1+h)$; $F(\frac{h}{2})$.
2. $G(x) = x^2 - 5x + 6$ $\quad G(2-h)$; $G(3+h)$.
3. $K(x) = x^3 - 2x + 1$ $\quad K(h)$; $K(1+h)$.
4. $L(x) = \log x$ $\quad L(10^h) + 1$; $L(2^h)$.

257. Olgu: Avalda:

1. $E(x) = x + 1$ $\quad \frac{E(x) - 1}{E(x) + 1}$
2. $F(x) = 1 - \frac{x}{2}$ $\quad [F(x)]^3$
3. $G(x) = \frac{1+x}{1-x}$ $\quad G(x) - 1$
4. $H(x) = \sqrt[3]{x^2}$ $\quad \log H(x)$
5. $I(x) = \log(x^2 + 1)$ $\quad 10^{I(x)}$

258. Punkt P liigub tasapinnas nõnda, et tema kaugus y-teljest on 3 korda suurem tema kaugusest x-teljest. Avalda seos punkti P koordinaatide vahel. Missuguse joone joonestab punkt P?

259. Missuguse funktsionaalse seose puhul koordinaatide x ja y vahel punkt $(x \mid y)$ asetseb võrdseil kaugusil punktidest $(-4 \mid 0)$ ja $(0 \mid 6)$?

260. On antud punktid $P_1 \equiv (3 \mid -2)$ ja $P_2 \equiv (-1 \mid 6)$. Punkti P kaugused neist punktidest on PP_1 ja PP_2. Punkt P liigub tasapinnas nõnda, et ikka kauguste PP_1 ja PP_2 ruutude vahe on 8. Väljenda võrrandiga punkti P ordinaadi olenevus abstsissist. Missuguse joone joonestab punkt P?

261. Punkt P liigub tasapinnas nõnda, et punkti kaugus sirgest $y = -1$ jääb võrdseks tema kaugusega punktist $(0 \mid 1)$. Väljenda võrrandiga punkti ordinaadi olenevus tema abstsissist.

§ 13. Võrdeline olenevus ja selle graafik.

262. Olgu antud ring ja temas võetud piirdenurk $\widehat{ABC} = \beta$ ning kaarele AC toetuv kesknurk ω. Kuidas olenevad teineteisest nurgad β ja ω?

263. Kuidas olenevad teineteisest ruudu ümbermõõt u ja ruudu külg k?

Anna arvude k ja u vaheline seos valemi kujul.

264. Avalda võrdkülgse kolmnurga kõrgus h selle kolmnurga külje a kaudu. Näita, et h on võrdeline a-ga. Kui suur on võrdetegur?

265. Punkt $(2 \mid 3{,}24)$ asetseb sirgel $y = ax$. Kui suur on sirge selle punkti ordinaat, mille abstsiss on 6? Kui suur on sirge selle punkti abstsiss, mille ordinaat on 27?

266. Suurendagu mikroskoop 1500 korda. Bakter paistab mikroskoobi all P mm pikana. Missugune on tema tõeline pikkus p?

Kuidas olenevad teineteisest arvud p ja P?

267. Olgu maatüki plaan joonestatud mõõdus 1:1000. Olgu kahe piirikivi vaheline kaugus plaanil k cm. Missugune kaugus K vastab sellele maapinnal?

Kuidas olenevad teineteisest arvud K ja k?

268. Kolmnurga küljed on 48 cm, 32 cm ja 64 cm. Kui suur on selle kolmnurgaga sarnase kolmnurga ümbermõõt, kui ta väikesim külg on 48 cm?

269. Hulknurga ümbermõõt on 148 cm ja hulknurga suurim diagonaal on 15 cm. Kui suur on esimese hulknurgaga sarnase hulknurga ümbermõõt, kui ta suurim diagonaal on 120 cm?

270. Püramiidi kõrgus on 21 cm ja põhja ümbermõõt on 71,4 cm. Püramiid on lõigatud põhjaga paralleelse tasapinnaga 15,4 cm kaugusel tipust. Kui suur on püramiidi lõikena tekkiva hulknurga ümbermõõt?

271. Paralleelsed sirged s ja t asetsevad teineteisest 6 cm kaugusel. Punkt O asetseb nende sirgete vahel 2 cm kaugusel sirgest s. Punkti O läbib sirge u, mis lõikab sirgeid s ja t vastavalt punktides P ja Q. Kuidas oleneb lõigu OQ pikkus lõigu OP pikkusest, kui sirge u pöörleb ümber punkti O?

272. Nurga A haarad on lõigatud sirgega punktides B ja C. Lõikaja BC liigub, jäädes rööbikuks kindla sihiga. Missugused järgnevaist olenevusist on sel puhul v õ r d e l i s e d olenevused?

1. Lõigu AB pikkuse olenevus lõigu AC pikkusest.
2. Kolmnurga ABC ümbermõõdu olenevus lõigu BC pikkusest.
3. Kolmnurga ABC pindala olenevus lõigu BC pikkusest.

273. Nurga A haarad on lõigatud sirgega punktides B ja C. Lõikaja BC pöörleb ümber punkti B. Kas järgmisist olenevusist on sel puhul mõni v õ r d e l i n e olenevus?

1. Lõigu AB pikkuse olenevus lõigu AC pikkusest.
2. Kolmnurga ABC ümbermõõdu olenevus lõigu BC pikkusest.
3. Kolmnurga ABC pindala olenevus lõigu BC pikkusest.

274. Allpool on antud rida teineteisest olenevate suuruste paare. Otsusta, missuguste paaride puhul on tegemist võrdelise olenevusega, missuguste paaride puhul mittevõrdelise olenevusega.

1. Poolringi ümbermõõt ja ringi läbimõõt.
2. Kullakangi kaal ja selle kangi väärtus.
3. Ruudu pindala ja ruudu ümbermõõt.
4. Kapital ja sellelt saadav aastaintress antud intressimäära puhul.
5. Raudteel sõitja vanus ja tema pileti hind Tartust Tallinna.
6. Kolmnurga pindala ja kolmnurga kõrgus antud aluse puhul.
7. Silindri ruumala ja silindri raadius antud kõrguse puhul.
8. Koonuse ruumala ja koonuse kõrgus antud põhja ümbermõõdu puhul.
9. Ühtlaselt liikuva keha kulgetud tee pikkus ja liikumise kestus.
10. Vabalt langeva keha kulgetud tee pikkus ja langemise kestus.

275. Olgu y ja x teineteisest võrdeliselt olenevad suurused ja vastaku suuruse x väärtusele 2,4 suuruse y väärtus 12. Missugune y väärtus vastab x-i väärtusele 3,4?

276. Olgu suurus y võrdeline suurusega x ja olgu $y = 4$, kui $x = 5$. Anna valem, mis avaldab suuruste x ja y vahelise seose. Kui suur on võrdetegur? Kui suur on y, kui $x = 2$? kui $x = \frac{1}{4}$? Kui suur on x, kui $y = 36$? kui $y = 1{,}25$?

277. Olgu $y = mx$ ja $y = 8$, kui $x = 0{,}5$. Määra jääv kordaja m. Kui suur on y, kui $x = 7$? kui $x = 8{,}6$? Kui suur on x, kui $y = 3{,}2$? kui $y = 9{,}6$?

278. Otsusta, kas alljärgneva tabeli andmeil võib oletada, et suurus y on võrdeline suurusega x. Jaataval korral arvuta x ja y väärtused, millega tuleks täita selle tabeli lüngad.

x	2	3	8	10		24	48	4,8		
y	5	$7\frac{1}{2}$	20		30				6,0	0,6

279. Olgu teada, et $v = mu$, kus m on jääv arv. Määra arv m, arvestades teises veerus seisvaid andmeid. Täida lüngad tabelis.

u	3	6	1,5	3,9	5,1					
v	14,4					1,2	6,0	8,0	9,6	28,8

280. Olgu teada, et suurused x ja y on võrdelised teineteisega; omagu y väärtust 0,6, kui $x = 2{,}4$. Kujuta x-y-olenevus graafiliselt. Kasutades saadud graafikut täida alljärgneva tabeli lüngad:

x	1,2	2,0	3,8	5,6	8,0					
y						−1,8	−0,6	0,0	1,2	3,0

281. Anna valem, mis lubab ümber arvutada
1. pikkust j jalgades pikkuseks m meetrites;
2. „ t tollides „ c sentimeetrites.

Valemite koostamisel võta

$$1 \text{ jalg} \approx 0{,}3 \text{ m} \quad \text{ja} \quad 1 \text{ toll} \approx 2{,}5 \text{ cm}.$$

Kuidas olenevad teineteisest arvud j ja m ning t ja c? Valmista graafik, mille abil oleks hõlpus arvutamiseta väljendada pikkust jalgades pikkusena meetrites.

Leia graafikust, mitu meetrit on 8 jalga, $16\frac{1}{2}$ jalga, 23 jalga.

Leia samal viisil, mitu sentimeetrit on 14 tolli, $1\frac{3}{4}$ tolli, 24 tolli.

282. Matkaja liigub kiirusega 5 km tunnis. Kujuta graafiliselt matkaja käidud tee pikkuse olenevus ajast. Kujuta samal joonisel käidud tee pikkuse olenevus ajast, kui matkaja liigub kiirusega 4 km tunnis; 3 km tunnis; 6 km tunnis.

§ 14. Lineaarne olenevus ja selle graafik.

283. Päevapildistaja võtab 2,50 kr. ülesvõtte eest ja 0,30 kr. iga äratõmbe eest. Missugune kogusumma s tuleb maksta ülesvõtte ja n äratõmbe eest?

Kujuta graafiliselt arvu s muutumine arvu n muutudes.

284. Elektrimõõtja üüri makstakse järgmise tariifi alusel: „5 krooni kautsjoniks ning ülesseadmiskuludeks ja 0,4 krooni iga kuu üüri.“

Kui kõrgele tõuseb n-da kuu lõpuks maksude kogusumma s, arvates aega mõõtja ülesseadmisest?

Kujuta graafiliselt arvu s muutumine arvu n muutudes.

285. Poja sündimisajal oli isa 27 aastat, ema 23 aastat vana. Avalda

1. seos poja vanuse p ja isa vanuse i vahel;
2. seos poja vanuse p ja ema vanuse e vahel;
3. seos isa vanuse i ja ema vanuse e vahel.

Kujuta kolmel joonisel kolm antud seost.

286. Avalda püramiidi tippude koguarv t servade koguarvu s kaudu. Missugusesse liiki kuulub arvude s ja t vaheline seos?

287. Avalda prisma servade koguarv s tahkude koguarvu T kaudu. Missugusesse liiki kuulub arvude T ja s vaheline seos?

288. Missugune olenevus valitseb täisnurkse kolmnurga teravnurkade vahel?

289. Allpool on antud rida teineteisest olenevate suuruste paare. Otsusta, missuguste paaride puhul on tegemist lineaarse olenevusega, missuguste paaride puhul mittelineaarse olenevusega:

1. Aritmeetilise rea liige ja liikme kohanumber.
2. Geomeetrilise rea liige ja liikme kohanumber.
3. Kuubi serv ja kuubi pindala.
4. Kauba brutokaal ja kauba netokaal muutumatu taarakaalu puhul.
5. Kera ümbermõõt ja kera ruumala.
6. Varda pikkus ja varda temperatuur.
7. Jääva raadiusega silindri täispindala ja kõrgus.
8. Esimese n täisarvu summa ja arv n.
9. Lõppkapital ja kapitali kasvamise kestus antud intressimäära puhul.
10. Ringjoone kaar ja kaarele toetuv kesknurk.

290. Lauale asetatud keti üks osa ripub üle laua serva alla. Kuidas oleneb laual asetseva keti osa pikkus allarippuva osa pikkusest, kui kett libiseb üle laua serva alla?

291. Olgu $y = mx + b$, kus m ja b on jäävad arvud, ning olgu $y = 6$, kui $x = 0$, ja $y = 10$, kui $x = 8$. Määra kordajad m ja b. Kui suur on y, kui $x = 3$? kui $x = 100$? Kui suur on x, kui $y = 11$? kui $y = 32{,}6$?

292. Olgu teada, et arv y on arvu x lineaarfunktsioon; olgu $y = 7$, kui $x = 2$, ja $y = 11$, kui $x = 4$. Anna y avaldis. Kui suur on y, kui $x = 10$? kui $x = 0{,}25$? Kui suur on x, kui $y = 17$? kui $y = 4{,}5$?

293. Kas võib oletada lineaarset olenevust suuruste x ja y vahel, kui nende suuruste vastavate väärtuste paarid on 5 ja 12, 6 ja 15 ning 8 ja 22?

294. Kas võib oletada lineaarset olenevust suuruste x ja y vahel, kui nende vastavate väärtuste paarid on antud järgmise tabeliga:

x	2	4	6	8	10
y	6	7	8	9	10

295. Kas võib oletada suuruse y lineaarset olenevust suurusest x, kui nende vastavate väärtuste paarid on antud järgmise tabeliga:

x	1	2	4	10	12	15
y	17	16	14	8	6	3

296. Kooli võimlemisriistade muretsemiseks on riigilt saadud 100 krooni. Et sellest ei jätku, siis kohustub kooli vilistlaskogu omalt poolt annetama iga kuu 10 krooni. Missugune summa s koguneb n-da kuu lõpuks peale kohustuse jõustumist?

Kujuta graafiliselt summa s kasvamine kuude arvu n muutudes.

297. Küünal põleb kiirusega 4 cm tunnis. Avalda küünla pikkuse kahanemine ajaga, teades, et küünla algpikkus on 30 cm. Missugusele seadusele allub küünla pikkuse kahanemine ajaga?

Kujuta graafiliselt kõnesoleva nähtuse käik.

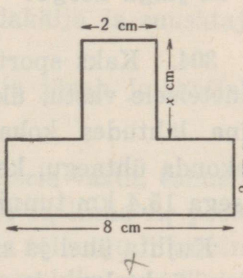
Millena kujuneb joonisel küünla põlemise kiirus?

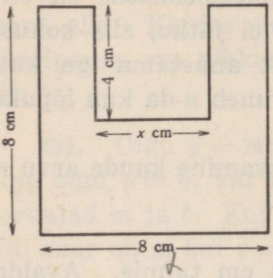
298. Kell 15 näitas kraadiklaas 3,5 kraadi sooja. Sest ajast langes temperatuur ühtlaselt iga tunniga 0,8 kraadi. Anna valem temperatuuri t arvutamiseks n-da tunni lõpuks $(15 \leqslant n \leqslant 24)$.

Kujuta graafiliselt temperatuuri muutumine ajaga.

Missuguse valemi ja graafiku me saaksime, kui temperatuur poleks langenud, vaid oleks tõusnud ühtlaselt iga tunniga 0,8 kraadi?

299. Arvuta joonisel näidatud kujundi pindala S. Koosta mõnede x-S-väärtuspaaride tabel ja kujuta graafiliselt pindala S muutumine pikkuse x muutudes. Kuidas oleneb pindala S pikkusest x? Kui suur on S, kui $x = 3{,}6$? Missuguse x-i väärtuse puhul $S = 50$? Leia pindala S väikesim väärtus.





300. Arvuta joonisel näidatud kujundi pindala S. Koosta mõnede x-S-väärtuspaaride tabel ja kujuta graafiliselt pindala S muutumine pikkuse x muutudes. Milline on pindala S olenevus pikkusest x? Kui suur on S, kui $x = 6{,}4$? Kui suure x-i väärtuse puhul on $S = 42$? Leia pindala S suurim ja väikesim väärtus.

301. Olenegu suurus v lineaarselt suurusest u ning olgu $v = 3$, kui $u = 1$ ja $v = 5{,}4$, kui $u = 7$. Määra graafiliselt, kui suur on v, kui $u = 3$ ja kui $u = 6$. Kui suur on u, kui $v = 7{,}6$ ja kui $v = 8$?

302. Olenegu suurus s lineaarselt suurusest t ning olgu $s = 6{,}6$, kui $t = 2$, ja $s = 37{,}8$, kui $t = 10$. Määra graafiliselt, kui suur on s, kui $t = 4$ ja kui $t = 7{,}5$. Kui suure t puhul on $s = 22{,}2$ ja on $s = 30$?

303. Lahenda graafiliselt ja numbriliselt ülesanne: Tigu ronib päeval puud mööda viis jalga üles ja öösi kolm jalga alla. Mitmendal päeval ta jõuab puu latva, kui puu on 12 jalga kõrge?

304. Kaks sportlast sõidavad teevahel $MN = 25$ km teineteisele vastu, üks lähtudes kohast M koha N poole, teine lähtudes kohast N koha M poole, alustades oma teekonda ühtaegu, kell 5 hommikul. Esimene sõidab kiirusega 15,4 km tunnis, teine kiirusega 14,6 km tunnis.

Kujuta ühel ja samal joonisel mõlema sportlase graafiline sõiduplaan ja määra selle põhjal:

1. aeg, millal nad kohtuvad;
2. kaugus, millel toimub kohtumine (arvates kaugust kohast M);
3. kui kaugel asuvad sportlased teineteisest iga 10 minuti järel.

Kujuta erijoonisel sportlaste-vahelise kauguse muutumine aja kasvades.

305. Kaks õpilast tulevad sügisel linna kooli. Esimesel neist on kaasas 75 krooni; ta kulutab päevas söögi, korteri ja muude tarvete peale 1,50 kr. Teisel on kaasas 20 kr.; joonestamistööga teenib ta endale niipalju, et tal peale tarvilikkude kulude katmise päevas 0,50 kr. üle jääb. Kujuta ühel ja samal joonisel mõlema õpilase vara muutumine ajaga ja määra päev, millal mõlema õpilase varad saavad võrdseiks.

Kontrolli saadust arvutamise teel.

306. Jalakäija sammub kiirusega 6 km tunnis Tartust Võru poole, puhkab 1 tunni järel 15 minutit, sammub edasi 2 tundi endise kiirusega, puhkab 30 minutit, sammub edasi 3 tundi sama kiirusega, puhkab 45 minutit jne. Kolmanda tunni lõpul alustab oma teekonda samas suunas ja samast lähtekohast suusataja, liikudes 9 km tunnis.

Kujuta ühel ja samal joonisel jalakäija ja suusataja graafilised liikumisplaanid.

Määra aeg ja koht, kus suusataja jõuab jalakäijale järele.

307. Kaks autot sõidavad teineteisele vastu, esimene linnast L_1 linna L_2 poole, teine linnast L_2 linna L_1 poole. Olgu linnade-vaheline kaugus 120 km ja toimugu liikumine järgmiselt: esimene auto sõidab kogu aeg kiirusega 20 km tunnis; teine aga 2 esimese tunni kestel kiirusega 30 km tunnis, parandab tekkinud riket 1 tund 45 minutit ja sõidab hiljemini kiirusega 40 km tunnis kuni linna L_2 jõudmiseni. Sõit algab mõlemal autol ühtaegu, kell 3 hommikul.

Kujuta ühel ja samal joonisel mõlema auto graafilised sõiduplaanid ja määra selle põhjal nende kohtumise aeg ja koht, kus nad teineteisest mööda sõidavad.

§ 15. Pöördvõrdeline olenevus. Hüperbool.

308. Kooli jõulupuuks otsustatakse kulutada maiustiste ostmiseks 17,50 krooni. Mitu kg maiustisi saaks osta hinnaga $0{,}50 \frac{\text{kr.}}{\text{kg}}$? hinnaga $1 \frac{\text{kr.}}{\text{kg}}$? hinnaga $1{,}50 \frac{\text{kr.}}{\text{kg}}$? hinnaga $2 \frac{\text{kr.}}{\text{kg}}$? Kuidas oleneb ostetud maiustiste hulk maiustiste kilogrammi hinnast?

309. Kahe linna vaheline tee on s kilomeetrit pikk. Kasutatav mootorratas lubab muuta sõidukiirust v piirides $20 \frac{\text{km}}{\text{t.}}$ kuni $80 \frac{\text{km}}{\text{t.}}$. Missugustes piirides muutub selle juures sõidukestus t?

Avalda sõidukestus t suuruste s ja v kaudu.

Kuidas oleneb sõidukestus t sõidukiirusest v muutumatuks jääva s puhul?

Kuidas oleneb sõidukestus t sõidetud tee pikkusest s muutumatuks jääva v puhul?

310. Kruvikeerme tõus on h mm. Avalda p cm pikkuse kruvi keermete arv n.

Kuidas olenevad teineteisest arvud h ja n?

311. Olgu mingi keha ruumala v, tema kaal k. Avalda keha aine erikaal e.

Kuidas muutub erikaal e keha ruumala suurenemisel 2-, 3-, 5-,... n-kordseks?

Kuidas oleneb keha aine erikaal keha ruumalast?

312. Ühisettevõtte osanikul on ettevõttesse paigutatud kapital s krooni. Möödunud tegevusaastal ettevõte andis $p\%$ kasu, millest osanikule langes d krooni. Kui suur oli ettevõttesse paigutatud summa s?

Kuidas oleneb suurus s suurusest p jääva d puhul?
Kuidas oleneb suurus s suurusest d jääva p puhul?

313. Elektrivoolu tugevus on pöördvõrdeline juhtme pikkusega. Kui tugeva voolu tekitab vooluallikas 50 m pikkuses juhtmes, kui sama vooluallikas tekitab 5 m pikkuses samast ainest ja sama jämedusega juhtmes 5-amprilise voolu?

314. Teatava töö kordasaatmiseks kulub N inimesetööpäeva. Sooritagu selle töö i inimest p päeva jooksul. Avalda arv p arvu i kaudu ja arv i arvu p kaudu. Kuidas oleneb arv p arvust i? arv i arvust p?

315. Leia, missugustes järgmistest suuruste paaridest esinevad teineteisega **pöördvõrdelised** suurused:

1. Jääva pindalaga rööpküliku alus ja kõrgus.
2. Jääva kõrgusega kolmnurga pindala ja kõrgus.
3. Vankriratta ümbermõõt ja ratta tiirude arv antud pikkusega tee kulgemisel.
4. Gaasi ruumala ja gaasi rõhk jääva temperatuuri puhul.
5. Pliiatsi hind ja pliiatsite hulk, mille saab osta 1 krooni eest.

6. Nurk ja selle kõrvunurk.
7. Nurk ja selle nurga koosinus.
8. Ühe ja sama nurga siinus ja koosinus.
9. Ühe ja sama nurga tangens ja kootangens.
10. Juhtme takistus ja voolu tugevus jääva pinge puhul.

316. Kui suur y väärtus vastab x-i väärtusele 1, kui y on pöördvõrdeline x-ga ja x-i väärtusele 6 vastab y väärtus 0,4?

317. Teineteisega pöördvõrdeliste suuruste x ja y üks paar vastavaid väärtusi on $x_1 = 4$ ja $y_1 = 2{,}8$. Arvuta x-i väärtusele $x_2 = 10$ vastav y väärtus y_2.

318. Olgu suurus y pöördvõrdeline suurusega x ja vastaku väärtusele $x = 6$ väärtus $y = 0{,}4$. Kui suured y väärtused vastavad x-i väärtustele

1, 2, 3, 4, 5, 6?

319. Täida allseisva tabeli lüngad, teades, et suurus y on pöördvõrdeline suurusega x.

x	3	6	12	18	24				
y		2				0,2	0,4	0,8	1,2

320. Joonesta koordinaadistiku esimeses veerandis rida 2 ruutsentimeetrise pindalaga ristkülikuid nii, et ristkülikute kaks külge asetsevad vastavalt x- ja y-teljel. Missugusel kõveral asetsevad need ristkülikute tipud, mille vastastipuks on koordinaatide algus? Anna selle kõvera võrrand.

321. Joonesta hüperbool $y=\frac{12}{x}$.

322. Joonesta hüperbool $y=-\frac{12}{x}$.

323. Hüperbool $y=\frac{a}{x}$ läbib punkti $(2 \mid 8)$. Määra kordaja a.

324. Leia, missugused punktidest $(5 \mid 4{,}8)$, $(0{,}5 \mid 36)$ ja $(0{,}4 \mid 60)$ asetsevad hüperboolil $y=\frac{24}{x}$.

325. Leia hüperbooli $xy=32$ punkti ordinaat, kui punkti abstsiss on 2, 4, 8, 10.

326. Leia, kus lõikuvad jooned $xy=25$ ja $x-y=3$.

327. Leia joonte $xy=3$ ja $2x-y+1=0$ lõikepunktide vaheline kaugus.

328. Ringis raadiusega 5 cm on võetud punkt P kaugusel 3 cm keskpunktist. Seda punkti läbib kõõl MN. Avalda kõõlu lõigu $MP=y$ olenevus lõigust $NP=x$, kui kõõl pöörleb ümber punkti P. Kujuta see olenevus graafiliselt.

329. Kujuta graafiliselt voolu tugevuse olenevus juhtme takistusest, kui vooluallika pinge on 4,5 V.

Leia saadud graafikust, kui suur on voolu tugevus, kui juhtme takistus on 2,8 Ω. Kui suure takistuse puhul on voolu tugevus 6,4 A?

330. Kui suure abstsissiga punktist alates saab ja jääb hüperbooli $y=\frac{20}{x}$ ordinaat väiksemaks kui 0,01? — väiksemaks kui 0,001?

331. Kui kaugel lähemast asümptoodist asetsevad hüperbooli $y = \frac{3}{x}$ punktid abstsissidega $x = 150$, $x = 1500$ ja $x = 15000$?

332. Kui kaugel lähemast asümptoodist asetsevad hüperbooli $y = \frac{5}{x}$ punktid ordinaatidega $y = 100$, $y = 1000$ ja $y = 100000$?

§ 16. Ruutolenevus. Ruutparabool.

333. Võrk koosneb n rõhtsihis ja n püstsihis niidist. Avalda sõlmede arv s.

Kujuta arvu s muutumine arvu n muutudes vahemikus $n = 2$ kuni $n = 10$.

334. Klassis on n õpilast. Nad lepivad kokku omavahel oma päevapilte vahetada, nii et igaühel oleks enese ja kõigi oma klassikaaslaste pildid. Mitu pildi-äratõmmet peab päevapiltnik valmistama?

Kujuta äratõmmete hulga p muutumine õpilaste arvu n muutudes 19-st 38-ni.

335. Avalda kuubi pindala S kuubi diagonaali d funktsioonina. Kuidas oleneb arv S arvust d?

336. Koosta ringi pindalade tabel vahemikus $r = 0$ kuni $r = 10$, võttes r väärtused iga 0,5 tagant. Kujuta graafiliselt ringi pindala muutumine raadiuse muutudes.

337. Anna valem, mille järgi saab ümber arvutada:

1. pindala S ruutsüldades pindalaks J ruutjalgades;
2. „ J ruutjalgades „ T ruuttollides;
3. „ T ruuttollides „ C ruutsentimeetrites;
4. „ M ruutmeetrites „ S ruutsüldades.

338. Olgu mingi kujundi pindala S ruutühikut. Kuidas avaldub sama pindala, kui pindalaühikuks võetakse endise asemel ruut, mille külg on endise ruudu omast n korda väiksem?

339. Avalda ruudukujulise plaadi mass tema paksuse h, serva s ja aine tiheduse t kaudu.

Mis toimub plaadi massiga tiheduse t kasvamisel 2, 3, 4, ... kordseks? paksuse h kasvamisel 2, 3, 4, ... kordseks? serva s kasvamisel 2, 3, 4, ... kordseks?

340. Teemandi väärtust võib lugeda ligikaudu võrdeliseks tema kaalu ruuduga. Avalda seos teemandi kaalu k, tema väärtuse v ja tema kaaluühiku hinna h vahel.

Selgita valemi mõtet arvuliste näidetega.

341. Auto mootori hobusejõudude arvu H määratakse valemi põhjal

$$H = 0{,}4nd^2,$$

kus n on mootori silindrite arv ja d on nende seesmine läbimõõt tollides.

Kuidas muutub arv H silindrite hulga n kasvamisel 2, 3, 4, ... kordseks? — kuidas läbimõõdu d kasvamisel 2, 3, 4, ... kordseks?

342. Perenaisel on kaks silindrikujulist biskviidivormi. Teise vormi läbimõõt on $1\frac{1}{2}$ korda väiksem esimese läbimõõdust, selle eest on teise vormi sügavus 2 korda suurem esimese sügavusest. Kuidas suhtuvad esimese ja teise vormi ruumalad?

343. Vedelik, mis täidab pudeli 10 cm kõrguseni, valatakse purki, mille läbimõõt on 2 korda suurem pudeli läbimõõdust. Missuguse kõrguseni täidab vedelik purgi?

344. Kas võib arvata, et suurus v on võrdeline suuruse u ruuduga, kui nende suuruste vastavate väärtuste paarid on $u = 3$ ja $v = 46{,}8$ ning $u = 4$ ja $v = 10{,}76$?

345. Olgu suurus y võrdeline suuruse x ruuduga ja vastaku väärtusele $x = 6$ väärtus $y = 9$. Kui suured y väärtused vastavad x-i väärtustele:

$$2 \qquad 8 \qquad 10 \qquad 0{,}6 \qquad \tfrac{4}{5}?$$

346. Olgu suurus y võrdeline suuruse x ruuduga ja olgu x-i väärtusele 4 vastav y väärtus 56. Kui suured y väärtused vastavad x-i väärtustele 0,2, 0,4, 1,2?

347. Püramiidi kõrgus on 34 cm ja põhja pindala on 404,6 cm^2. Püramiid on lõigatud põhjaga paralleelse tasapinnaga 20,4 cm kaugusel tipust. Kui suur on püramiidi lõikamisel tekkinud hulknurga pindala?

348. Täisnurkse kolmnurga ABC hüpotenuus AB ja kaatet BC on lõigatud vastavalt punktides A' ja C' sirgega, mis on rööbiti kaatetiga AC. Kujuta graafiliselt kolmnurkade $A'C'C$ ja $AA'C'$ pindalade muutumine lõigu BC' pikkuse muutumisel ning leia, missuguse BC' pikkuse puhul on need kolmnurgad pindvõrdsed.

349. Valides kujutamisühikuks 1 cm, joonesta papile parabool $y = x^2$ ja selle telg ning lõika saadud joont mööda šabloon ruutparaboolide joonestamiseks.

350. Valides kujutamisühikuks 1 cm ja kasutades parabooli $y = x^2$ šablooni, joonesta paraboolid:

1. $y = x^2$	2. $y = -x^2$
$y = x^2 + 3$	$y = -x^2 + 1$
$y = x^2 - 2$	$y = -x^2 - 4$

351. Valides kujutamisühikuks 1 cm ja kasutades parabooli $y = x^2$ šablooni, joonesta paraboolid:

1. $y = (x - 2)^2$
   $y = (x + 1)^2$
   $y = -(x - 3)^2$
2. $y = (x + 2)^2 + 2$
   $y = (x - 1)^2 - 3$
   $y = -(x + 2)^2 - 5$

352. Leia joonist tegemata järgmiste paraboolide lagipunktid ja sümmeetriateljed:

1. $y = x^2 - 1$
   $y = -x^2 + 7$
   $y = (x + 5)^2$
   $y = -(x + 3)^2 + 4$
2. $y = (x + 1)^2 - 2$
   $y = x^2 - 2x + 6$
   $y = x^2 - 6x + 3$
   $y = -x^2 - 4x - 1$

353. Määra punktid, milles järgmised paraboolid lõikavad x-telge:

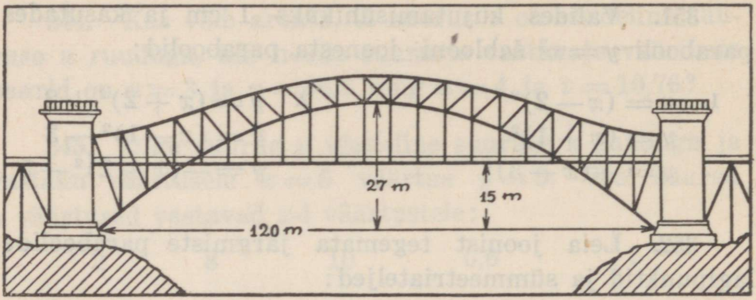
1. $y = x^2 - 4$
   $y = x^2 - 8$
   $y = -x^2 + 9$
   $y = -x^2 - 12$
2. $y = (x - 2)^2$
   $y = (x + 3)^2 - 25$
   $y = (x - 2)^2 - 6$
   $y = -x^2 - 8x - 7$

354. Joonesta parabool $y = x^2$ ja sirge $y = 2x - 5$. Leia joonisest nende joonte lõikepunktide abstsissid.

355. Joonesta parabool $y = x^2$ ja sirge $y = 5x + 4$. Leia joonisest nende joonte lõikepunktide koordinaadid.

356. Lahenda järgmised võrrandid, kasutades parabooli $y = x^2$ graafikut:

1. $x^2 - 3x - 10 = 0$
   $x^2 - 2x - 3 = 0$
   $x^2 + 2x - 8 = 0$
2. $x^2 + x - 9 = 0$
   $x^2 + 5x + 3 = 0$
   $x^2 + 3{,}5x = 0$



α

357. Ülalseisev joonis kujutab kahte jõekallast ühendavat raudsilda. Silda kannab paraboolne kaar. Kaare tugipunktide kaugus teineteisest on 120 m, kaare lagipunkt on 27 m kõrgemal tugipunktidest. Sõidutee asetseb 15 m kõrgemal tugipunktidest. Koosta parabooli võrrand, võttes koordinaatide alguseks parabooli lagipunkti ja ordinaatteljeks parabooli telje. Leia, kui pikk on kaarevaheline osa sõiduteest.

358. Määra kordaja a parabooli võrrandis $y = ax^2$, kui parabool läbib punkti $(2 \mid 12)$.

359. Määra kordaja a parabooli võrrandis $y = ax^2$, kui parabool läbib punkti $(10 \mid 2{,}5)$.

360. Määra kordajad a ja b parabooli võrrandis $y = ax^2 + bx + 4$, kui parabool läbib punktid $(1 \mid 2)$ ja $(3 \mid 16)$.

361. Määra kordajad a, b ja c parabooli võrrandis $y = ax^2 + bx + c$, kui parabool läbib punktid $(0 \mid 0)$, $(4 \mid 24)$ ja $(-6 \mid -24)$.

362. Leia, kus lõikuvad jooned $y = 0{,}25x^2$ ja $y = 2x + 21$.

363. Leia, kus lõikuvad jooned $y = 0{,}2x^2$ ja $y = \frac{1}{2}x - 5$.

364. Kus lõikuvad parabool $y = 3x^2$ ja sirge $3x + 5y = 1{,}2$?

365. Vabalt langev keha kulgeb t sekundiga $s = 4{,}9t^2$ meetrit. Jättes õhutakistuse arvestamata leia,

1. kui kõrge on kalju, millelt langetatud kivi jõuab maapinnale 6,5 sekundiga;
2. kui kaua langeb kivi torni tipust maapinnani, kui torni kõrgus on 125 m (Oleviste kiriku torni kõrgus).

366. Algkiirusega $v \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$ ülesvisatud keha kulgeb t sekundiga $s = vt - 4{,}9t^2$ meetrit. Kujuta graafiliselt keha kulgetud tee pikkuse olenevus ajast, kui $v = 30$. Mitme sekundi pärast on keha jõudnud kõige kõrgemasse seisu?

367. Keha, mis visatakse rõhtsihis kiirusega v, liigub saadud tõuke ja raskustungi mõjul mööda parabooli $y = -\frac{4{,}9}{v^2}x^2$, kui x-telg on suunatud algkiiruse suunas ja y-telg alt üles ning pikkus- ja ajaühikuiks on meeter ja sekund. Olgu keha algkiirus $40 \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$. Joonesta keha liikumise tee vähendatud mõõdus. Kui palju on keha langenud, kui ta rõhtsihis on liikunud 20 m? Kui kaugele on keha jõudnud rõhtsihis, kui ta on langenud 5 m?

368. Kui kaugele 10 m kõrguse torni jalast langeb torni tipust rõhtsihis visatud keha, kui keha algkiirus on $50 \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$? Kui kaua kestab keha langemine?

369. Punkt P liigub mööda lõiku AB, mille pikkus on a. Avalda suurus $y = AP^2 + PB^2$ suuruse $x = AP$ funktsioonina ja loe selle funktsiooni graafikust, missuguse x-i väärtuse puhul omab suurus y väikesimat väärtust.

370. Lõik AC koosneb osadest $AB = a$ ja $BC = 3a$. Punkt P liigub mööda lõiku AC punktist A punkti B ja sealt punkti C. Missugusele lõigu AP pikkusele vastab suuruse $AP^2 + BP^2 + CP^2$ väikesim väärtus?

§ 17. Kuupolenevus. Kuup-parabool.

371. Telliskivi-virnas, milles kivid laotud vahedeta, loeti N kivi pikkuse sihis, niisama palju laiuse sihis ja niisama palju kõrguse sihis. Avalda telliskivide koguarv A virnas. Kuidas oleneb arv A arvust N?

372. Kuubi serv on t cm pikk, kus t on täisarv. Kuubi tahud on kaetud ruutsentimeetrise võrguga nii, et võrgu jooned on rööbiti kuubi servadega. Iga kahe vastastahu võrgu sõlmed on ühendatud tahkudel risti seisvate niitidega. Mitu sõlmpunkti on tekkinud ruumilises võres?

Kuidas oleneb leitud arv arvust t?

373. Anna valem, mille järgi saab ümber arvutada:

1. ruumala S kuupsüldades ruumalaks J kuupjalgades;
2. ruumala J kuupjalgades ruumalaks T kuuptollides;
3. ruumala T kuuptollides ruumalaks C kuupsentimeetrites;
4. ruumala $\dot{S}$ kuupsüldades ruumalaks M kuupmeetrites.

374. Kuubikujulise keedusoola-kristalli serv kasvab pikkusest 0 cm pikkuseni 1,4 cm. Teades, et keedusoola erikaal on 2,17, kujuta graafiliselt kristalli kaalu käik kristalli kasvades.

375. Kerakujuline rahetera kasvab langedes auru veeldumisel ja jäätumisel läbimõõdult 0 millimeetrist 20 millimeetrini. Teades, et jää erikaal on 0,92, kujuta rahetera kaalu kasvamise käik.

376. Seebimulli läbimõõt kasvab 0 sentimeetrist 8 sentimeetrini. Kujuta mulli ruumala kasvamine samas vahemikus, võttes andmed 0,5 cm tagant.

Leia joonisest seebimulli ruumala läbimõõtudel

2,7 3,9 4,8 5,3 6,6 sentimeetrit.

377. Kera, mille raadius on 6 cm, kaalub 7,2 kg. Kui palju kaalub samast ainest kera, mille raadius on 8 cm?

378. Köögis tarvitataval veetrumlil on tüvikoonuse kuju. Kui tähistada tema sügavust h ja põhja ja kaane raadiusi vastavalt R ja r, siis võib tema ruumala määrata valemi järgi

$$V = \frac{1}{3}\pi(R^2 + Rr + r^2)h.$$

Näita, et trumli mõõtmete kahanemisel k-kordselt kahaneb trumli ruumala k^3-kordselt.

379. Kahe silindrikujulise keedisepurgi läbimõõdud on d ja D ja sügavused vastavalt h ja H. Kuidas suhtuvad nende purkide ruumalad?

Vasta küsimusele ruumalasid arvutamata.

380. Luhal seisab kaks sarnast heinakuhja. Nende ümbermõõdud on laiemal kohal vastavalt C m ja c m. Äravedamisel selgus, et esimeses kuhjas on H tsentnerit heinu. Arvuta teise kuhja heinte hulk.

381. Laual seisab kaks teineteisega sarnast kohvikannu. Nende põhjade läbimõõdud suhtuvad nagu 1 : 1,442. Mitu korda on teine kann ruumalalt suurem kui esimene?

382. Lahtisel tulel seisab kaks poolkerakujulist pesukatelt, läbimõõtudega d ja D. Kuidas suhtuvad nende küttepinnad? Kuidas suhtuvad nendes olevad veehulgad, kui mõlemad on ääreni täis? Kuidas suhtuvad ajad, mis tarvilikud, et vesi neis keema läheks?

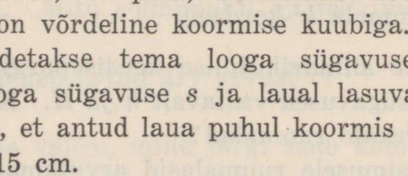
383. Mitme protsendi võrra suureneb kuubi ruumala, kui kuubi serv suureneb 3% võrra?

384. Mitme protsendi võrra peab kuubi serva suurendama, et ta ruumala suureneks 10% võrra?

385. Mitme protsendi võrra suureneb kera raadius, kui ta ruumala suureneb 30% võrra?

386. Mitme protsendi võrra suureneb risttahuka ruumala, kui kõik risttahuka mõõtmed suurenevad 8% võrra?

387. Allseisev joonis kujutab harilikku kiiklauda. Katsed näitavad, et pika, keskkohas koormatud laua paindumine on võrdeline koormise kuubiga. Laua paindumist mõõdetakse tema looga sügavusega. Avalda seos laua looga sügavuse s ja laual lasuva koormise k vahel, teades, et antud laua puhul koormis 80 kg tekitab paindumise 15 cm.



388. Õhupalli kandejõud on võrdeline tema ruumalaga. Avalda vesinikuga täidetud kerakujulise õhupalli kandejõud tema läbimõõdu funktsioonina, teades, et 2,8-meetrise läbimõõduga palli kandejõud on 138 kg.

389. Koonuse telglõike tipunurk on 90^0. Kuidas oleneb koonuse ruumala koonuse kõrgusest? Kujuta see olenevus graafiliselt ja leia graafikust, kui suure kõrguse puhul on koonuse ruumala 30 ruumiühikut.

390. Joonesta kuup-parabool $y = \frac{1}{4}x^3$ vahemikus $-5 \leqslant x \leqslant 5$.

391. Arvuta parabooli $y = x^3$ ja sirge $y = 125$ lõikepunkti koordinaadid.

392. Arvuta parabooli $y = 4x^3$ ja sirge $y = \frac{x}{2}$ lõikepunkti koordinaadid.

393. Leia joonestamise teel parabooli $y = x^3$ ja sirge $y = 5x - 4$ ühised punktid. Kontrolli tulemust, asetades leitud koordinaatide väärtused kõverate võrranditesse.

394. Leia joonestamise teel parabooli $y = x^3$ ja sirge $y = 3x + 2$ ühised punktid. Kontrolli tulemust, asetades leitud koordinaatide väärtused kõverate võrranditesse.

395. Argumendi x väärtustele 1 ja 2 vastavad lineaarse funktsiooni $f(x)$ väärtused 1 ja 3 ning kuupfunktsiooni $F(x)$ väärtused 0,1 ja 0,8. Leia joonestamise teel, missugusele x-i väärtusele vastavad võrdsed funktsioonide $f(x)$ ja $F(x)$ väärtused.

§ 18. Ruutvõrrand-süsteemide graafiline lahendamine.

396. Lahenda järgmised võrrand-süsteemid graafiliselt ja kontrolli tulemused:

1. $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ x+y=1 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x^2+y^2=16 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x^2+y^2=36 \\ x-y=2 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ 3x+4y=25 \end{cases}$

397. Lahenda järgmised võrrand-süsteemid graafiliselt ja kontrolli tulemused:

1. $\begin{cases} x^2+4y^2=100 \\ 7x+2y=-50 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x^2+4y^2=100 \\ 2y-x=2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 16x^2+25y^2=400 \\ 15y-4x=20 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 9x^2+4y^2=36 \\ x-3y+3=0 \end{cases}$

398. Lahenda järgmised võrrand-süsteemid graafiliselt ja kontrolli tulemused, määrates süsteemide lahendid arvutamise teel:

1. $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ y=x^2 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x^2+4y^2=25 \\ xy=6 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x^2+y^2=45 \\ xy=18 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x^2+y^2=100 \\ y=\frac{1}{6}x^2 \end{cases}$

399. Lahenda graafiliselt järgmised võrrand-süsteemid:

1. $\begin{cases} 25x^2+36y^2=576 \\ y=x^2-10 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} xy=12 \\ y=(x-5)^2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x^2+4y^2=16 \\ xy=1\frac{1}{2} \end{cases}$ 4. $\begin{cases} xy=4 \\ y=x^2-6x+9 \end{cases}$

Peatükk VI.

Funktsiooni muutumise uurimine.

§ 19. Lõpmatult kasvavad ja kahanevad suurused. Lõpmatult kahanev geomeetriline rida.

400. Missugusest n-i väärtusest alates saab ja jääb avaldise $7n^3$ väärtus suuremaks kui 7 000?

401. Missugusest n-i väärtusest alates saab ja jääb

1.	avaldise	$n + 50$	väärtus	suuremaks	kui	1000
2.	„	$2n + 17$	„	„	„	10 000
3.	„	$n^2 - 8$	„	„	„	4200
4.	„	$3n^2 + 25$	„	„	„	17 500
5.	„	2^n	„	„	„	1 000 000
6.	„	$5 \cdot 3^n$	„	„	„	9 000 000

402. Geomeetrilise rea 1. liige on 32 ja tegur on $\frac{1}{2}$. Kui suur on selle rea 10. liige? Kui suur on selle rea 20. liige? Mitmendast liikmest alates selle rea liige saab ja jääb väiksemaks kui 10^{-6}?

403. Geomeetrilise rea 1. liige on 81 ja tegur on $\frac{1}{3}$. Mitmendast liikmest alates selle rea liige saab ja jääb väiksemaks kui 0,00002?

404. Mitmendast liikmest alates saab ja jääb geomeetrilise rea liige väiksemaks arvust 0,0001, kui

1. $a_1 = 1$ ja $q = \frac{5}{6}$ 3. $a_1 = 5$ ja $q = 0{,}04$
2. $a_1 = 2$ ja $q = \frac{3}{7}$ 4. $a_1 = 0{,}9$ ja $q = 0{,}8$

405. Missugusest n-i väärtusest alates saab ja jääb avaldise $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ väärtus väiksemaks arvust 0,0002?

406. Missugusest n-i väärtusest alates saab ja jääb avaldise $\frac{3}{4^n}$ väärtus väiksemaks kui 0,0005?

407. Missugusest n-i väärtusest alates korrapärase n-nurga välisnurk saab ja jääb väiksemaks kui $1''$?

408. Geomeetrilise rea 1. liige on 3 ja tegur 1,5. Mitmendast liikmest alates selle rea liige saab ja jääb suuremaks kui 10^6?

409. Missuguste n-i väärtuste puhul on avaldise $\frac{1}{n}$ väärtus suurem kui 10 000?

410. Mis toimub avaldise N^2 väärtusega argumendi N piiramatul kasvamisel?

411. Mis toimub avaldise $N^3 - 10N^2$ väärtusega argumendi N piiramatul kasvamisel?

412. Mis toimub avaldise x^3 väärtusega argumendi x absoluutväärtuse piiramatul vähenemisel?

413. Mis toimub avaldise $1 - 3u + 4u^2$ väärtusega argumendi u absoluutväärtuse piiramatul vähenemisel?

414. Mis toimub järgmiste avaldiste väärtustega, kui $n \to \infty$?

1. $2n-8$	2. $\frac{1}{2n}$	3. $(4-n)^2$
n^2+5	$\frac{3}{n+2}$	$\frac{n}{10000}$
$(n-7)^2$	$20-n^2$	$\frac{1}{n-1000}$

415. Mis toimub järgmiste avaldiste väärtustega, kui $n \to 0$?

1. $2n-8$	2. $\frac{1}{2n}$	3. $\frac{n}{n+1}$
n^2+5	$\frac{2}{n+5}$	$\frac{3n}{n-2}$
$(n-7)^2$	$\frac{3}{4n-1}$	$\frac{5n-3}{6n+7}$

416. Arvuta geomeetrilise rea $2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$ kolme, nelja ja viie liikme summa. Avalda rea n liikme summa ja leia, millele läheneb selle rea summa liikmete arvu n piiramatul kasvamisel.

417. Arvuta geomeetrilise rea $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \ldots n$ liikme summa piirväärtus rea liikmete arvu piiramatul kasvamisel.

418. Leia lõpmatult kahaneva geomeetrilise rea $4, 2, 1, \ldots$ summa.

419. Leia lõpmatult kahaneva geomeetrilise rea $12, 6, 3, \ldots$ summa.

420. Määra summa $1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\ldots$

421. Määra summa $3+\frac{1}{2}+\frac{1}{12}+\ldots$

422. Määra summa $1+\sin\alpha+\sin^2\alpha+\ldots$

423. Määra järgmised summad:

1. $2+\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\ldots$
2. $3+\frac{3}{4}+\frac{3}{16}+\ldots$
3. $5+\frac{5}{7}+\frac{5}{49}+\ldots$
4. $a+\frac{a}{x}+\frac{a}{x^2}+\ldots$
5. $x+\frac{x}{1+x}+\frac{x}{(1+x)^2}+\ldots$
6. $u-\frac{u}{1-u}+\frac{u}{(1-u)^2}-\ldots$

424. Määra summa $\sqrt{2}+1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\ldots$

425. Määra summa $\sqrt{5}+\sqrt{2,5}+\sqrt{1,25}+\ldots$

426. Missugusel tingimusel koondub lõpmatu geomeetriline rida $x, \frac{4}{x}, \ldots$?

Kui suur on sel puhul selle rea summa?

427. Missuguste nurga α väärtuste puhul koondub lõpmatu geomeetriline rida $1+\tan\alpha+\tan^2\alpha+\ldots$? Määra selle rea summa.

428. On antud ruut, mille diagonaal on d. Ehitatakse ruut, mille diagonaaliks on antud ruudu külg; ehitatakse kolmas ruut, mille diagonaaliks on teise ruudu külg jne. Arvuta kõikide eespool-nimetatud ruutude pindalade summa.

429. Võrdkülgse kolmnurga külg on a. Sellesse kolmnurka kujutatakse ring; kolmnurga ühte nurka kujutatakse ring, mis puudutab esimest ringi ja nurga haarasid; samasse nurka kujutatakse ring, mis puudutab teist ringi ja nurga haarasid, jne. Arvuta, missuguse osa kolmnurga pindalast moodustab nende ringide pindalade summa.

430. Arenda murd $\frac{16}{33}$ kümnendmurruks. Kui suur on geomeetrilise rea esimene liige ja tegur, kui seda kümnendmurdu vaadelda geomeetrilise rea summana?

431. Arenda murd $\frac{1}{37}$ kümnendmurruks. Kui suur on tekkinud geomeetrilise rea esimene liige ja tegur?

432. Kirjuta järgmised lõpmatud kümnendmurrud harilikkude murdudena:

1. 0,444...	2. 0,121212...	3. 0,2111...
0,666...	0,252525...	0,4232323...
0,999...	0,030303...	0,25161616...

433. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise rea summa on 20 ja rea tegur on $\frac{3}{4}$. Leia rea esimene liige.

434. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise rea summa on $2\frac{1}{2}$ ja rea tegur on 0,2. Leia rea esimene liige.

435. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise rea summa on 6 ja esimene liige on 4. Kui suur on rea tegur?

436. Leia lõpmatult kahaneva geomeetrilise rea tegur, kui rea esimene liige on 1 ja rea summa on 5.

437. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise rea summa on $\frac{4}{9}$ ja rea tegur on 0,1. Avalda rea üldliige tema kohanumbri kaudu. Kirjuta rea summa lõpmatu kümnendmurruna.

438. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise rea summa on $\frac{16}{99}$ ja rea tegur on 0,01. Avalda rea üldliige tema kohanumbri kaudu. Kirjuta rea summa lõpmatu kümnendmurruna.

439. Kujuta arv 4 lõpmatu geomeetrilise rea summana, võttes rea teguriks $\frac{1}{2}$.

440. Kujuta arv 6 lõpmatu geomeetrilise rea summana, võttes rea teguriks $\frac{1}{3}$.

441. Arenda avaldis $\frac{1}{1-a}$ geomeetriliseks reaks, mille tegur on a. Missuguste arvu a väärtuste puhul on antud avaldis selle rea summa piirväärtuseks?

§ 20. Funktsiooni piirväärtus. Funktsiooni pidevuse tunnus.

442. Leia, missugustes piirkondades on määratud allpool-antud funktsioonid. Kujuta iga leitud piirkond eri teljel.

1. $y = 4x - 7$
2. $y = (x+1)(x-3)$
3. $y = \sqrt{3(x-2)}$
4. $y = \sqrt{16 - x^2}$
5. $y = \sqrt{x^2 - 9}$
6. $y = \sqrt{(x-3)(x+5)}$
7. $y = \sqrt[3]{2x-5}$
8. $y = \log(3-x)$
9. $y = \log(1-x)^3$
10. $y = \log \cos x^0$

443. Määra järgmiste funktsioonide piirväärtused, kui $x \to 0$:

1. $3x + 5$ x^2 $4 - x$ $x(1-x)$
2. $\frac{2}{x+3}$ $\frac{x}{x-1}$ $\frac{3x}{4x+5}$ $\frac{10}{x-2}$
3. $\frac{1-x}{1+x}$ $\frac{2x+1}{x+3}$ $\frac{3x-1}{2x-1}$ $\frac{5x+1}{2-x}$

444. Määra järgmiste funktsioonide piirväärtused, kui $x \to \infty$:

1. $x+4$ 2. $5-2x$ 3. $2+\frac{1}{x}$

$3x$ x^2-3x+1 $\frac{3x+2}{x}$

x^2 x^3-2x^2 $x+\frac{1}{x}$

445. Määra järgmiste funktsioonide piirväärtused:

1. $\frac{2x}{3x}$, kui $x \to 0$ 4. $\frac{x+3}{12+4x}$, kui $x \to -3$
2. $\frac{x^2}{4x}$, kui $x \to 0$ 5. $\frac{x^2-x}{x-1}$, kui $x \to 1$
3. $\frac{2x-2}{x-1}$, kui $x \to 1$ 6. $\frac{x^3+5x^2}{x^2+5x}$, kui $x \to -5$

446. Määra järgmiste funktsioonide piirväärtused:

1. $\frac{x^2-4}{x+2}$, kui $x \to -2$ 3. $\frac{x^2-x-12}{x^2-2x-15}$, kui $x \to -3$
2. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-6x+8}$, kui $x \to 2$ 4. $\frac{x^2+3x-4}{x^2+4x-5}$, kui $x \to 1$.

447. Määra järgmiste funktsioonide piirväärtused, kui $x \to \infty$:

1. $\frac{3x}{2x}$ 4. $\frac{4x+3}{x+1}$ 7. $\frac{1+x}{1+x^2}$
2. $\frac{5x+5}{x+1}$ 5. $\frac{8x-8}{4x-3}$ 8. $\frac{x^2}{3+x^2}$
3. $\frac{x-2}{3x-6}$ 6. $\frac{x-1}{6x+7}$ 9. $\frac{x^3+1}{4x^3-10}$

448. Määra funktsiooni $\frac{2x+3}{x+3}$ piirväärtused, kui $x \to 0$ ja kui $x \to \infty$.

449. Määra funktsiooni $\frac{7x^2-4}{5x^2-2}$ piirväärtused, kui $x \to 0$ ja kui $x \to \infty$.

450. Millele läheneb funktsiooni $\frac{1-\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$ väärtus argumendi α piiramatul kahanemisel?

451. Leia järgmiste funktsioonide piirväärtused:

1. $\frac{\sin\varphi}{\tan\varphi}$, kui $\varphi \to 0^0$
2. $\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}$, kui $\varphi \to 0^0$
3. $\frac{1+\tan\varphi}{1-\tan\varphi}$, kui $\varphi \to 90^0$
4. $\frac{\tan\varphi-\sin\varphi}{\tan\varphi+\sin\varphi}$, kui $\varphi \to 0^0$.

452. Kui suure kasvu saab funktsioon $y=3x+8$, kui argument x kasvab väärtuselt -3 väärtuseni 0? väärtuselt $1-\varepsilon$ väärtuseni $1+\varepsilon$? väärtuselt 5 väärtuseni $5+\varepsilon$?

453. Kui suure kasvu saab funktsioon $y=x^3$, kui argument x kasvab väärtuselt 2 väärtuseni 3? väärtuselt 7 väärtuseni 10? väärtuselt $5-a$ väärtuseni 5? väärtuselt 8 väärtuseni $8+a$?

454. Mille võrra muutub funktsiooni $y=x^2-3x+7$ väärtus, kui argument x kasvab väärtuselt a väärtuseni $a+\Delta a$?

455. Mille võrra muutub funktsiooni $y=\frac{1}{x}$ väärtus, kui argument x kasvab väärtuselt 3 väärtuseni 5? väärtuselt $4-h$ väärtuseni 4? väärtuselt 7 väärtuseni $7+h$?

456. Näita, et funktsioon $y=x^2$ on pidev arvu x igal väärtusel.

457. Näita, et järgmised funktsioonid on pidevad arvu x igal väärtusel:

1.	2.
$x + 5$	x^3
$ax + b$	$x^3 + 3x$
$x^2 - x$	$2x^3 - 4x^2$
$ax^2 + bx + c$	$ax^3 + bx^2 + cx + d$

458. Raudteel sõidavad lapsed vanusega alla 5 aastat maksuta; lapsed 5- kuni 10-aastases eas maksavad poole sõiduhinda; üle 10 aasta vanad lapsed maksavad täie sõiduhinna. III klassi sõidupilet Tallinnast Valka maksab 5,15 krooni. Kujuta Tallinna ja Valga vahelise tee sõiduhinna muutumine olenevuses sõitja east.

459. Et kindlustada oma lapsele 20-aastaseks saamisel 1000-kroonine summa, tuleb maksta kindlustusseltsile preemia p krooni aastas, kui lapse iga on kindlustamise ajal i aastat. Alljärgnev tabel annab rea vastavaid i ja p väärtusi.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	35,20	37,90	40,90	44,30	48,15	52,55	57,56	63,35	70,15	78,20	87,90

Kujuta preemia p muutumine olenevuses lapse east i, mil ta võetakse kindlustatute nimekirja.

460. Tähendagu sümbol $t(x)$ arvu x täisarvulist osa. Näita, et funktsioon $t(x)$ on ainult ositi pidev. Missugustel x-i väärtustel toimub funktsiooni pidevuse katkemine? Mille võrra muutub nendes kohtades funktsiooni väärtus?

461. Tähendagu $t(x)$ arvu x täisarvulist osa. Näita, et järgmised funktsioonid on ainult ositi pidevad. Leia, missugustel argumendi väärtustel toimub nende pidevuse katkemine. Joonesta nende funktsioonide graafikud.

1. $x + t(x)$
2. $t\left(\frac{x}{3}\right)$
3. $t(x^2)$
4. $t\left(\frac{12}{x}\right)$
5. $t(\sqrt{x})$
6. $t(x)\cdot x$

462. Leia, missugustel argumendi väärtustel katkeb järgmiste funktsioonide pidevus:

1. $\frac{1}{x}$
2. $\frac{4}{x-5}$
3. $\frac{x}{x^2-9}$
4. $\frac{10}{x^2-5x+6}$
5. $\frac{x-2}{x-3}$
6. $\frac{x^2-4}{x^3-8}$
7. $\frac{1}{\cos x}$
8. $\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$
9. $\frac{x^2-3x+2}{x^2-2x+1}$
10. $\frac{x^2+x-6}{x^2+7x+12}$
11. $\frac{1-\cos^2 x}{1-\sin^2 x}$
12. $\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$

§ 21. Funktsiooni tuletis.

463. Määra järgmiste funktsioonide tuletised, kasutades tuletise leidmise eeskirja:

1. $3x$
2. $x + 5$
3. $2x - 1$
4. $3 - u$
5. $1 - \frac{1}{2}u$
6. $5s^2$
7. $s^2 - 3s$
8. $s^2 - 5s + 6$
9. $2t^3 - 1$
10. $t^3 + 5t - 7$
11. $\frac{1}{2}p^2 + p + 1$
12. $(p + 1)^2$
13. $(1 - q)^2$
14. $5(p + 2)$
15. $7(q^2 - q)$

464. Leia järgmiste funktsioonide tuletised, kasutades tuletise leidmise eeskirja:

1. $9x$	5. $x^2 + 4x$	9. $mx + n$
2. $2x + 1$	6. $x^2 - 3x + 4$	10. $x^2 - a$
3. $3 - x$	7. $\frac{3}{t}$	11. $cx^2 + 1$
4. $x^2 + 5$	8. $\frac{1}{t+2}$	12. $hx + kx^2$

465. Määra järgmiste funktsioonide tuletised, kasutades tuletise leidmise eeskirja:

1. $x^2 + 2x + 1$	5. $(x-1)^2$	9. $(x+a)^2$
2. $2x - 3x^2$	6. $t(2-3t)$	10. $x^2 - a^2$
3. $\frac{3x+4}{x}$	7. $3 + \frac{4}{u}$	11. $x(x-a)$
4. $\frac{v^2+10}{v}$	8. $v^2 + \frac{10}{v}$	12. $x^3 - a^3$

466. Funktsiooni $y = x^2$ graafikul on võetud kaks punkti ja joonestatud neid punkte ühendav kõõl. Arvuta kõõlu tõus, kui nende punktide abstsissid on 1 ja 2, 3 ja 5, 10 ja 20.

467. Funktsiooni $y = x^2$ graafikul on võetud punkt abstsissiga 3 ja naaberpunkt abstsissiga $3 + \Delta x$. Määra neid punkte ühendava kõõlu tõus. Millele läheneb see tõus abstsissikasvu Δx piiramatul lähenemisel nullile?

468. Funktsiooni $y = x^3 - 4x + 1$ graafikul on võetud punkt abstsissiga 1 ja naaberpunkt abstsissiga $1 + \Delta x$. Arvuta neid punkte ühendava kõõlu tõus. Millele läheneb see tõus abstsissikasvu Δx piiramatul lähenemisel nullile? Kas leitud piirväärtus oleneb kasvu Δx märgist?

§ 22. Tuletamise valemite rakendamine.

469. Kirjuta järgmiste polünoomide tuletised, tuginedes polünoomi tuletise valemile:

1. $3x - 4$
   $c - \frac{p}{q}x$
   $x^2 - 7x + 8$
   $ax^2 + 2bx + c$

2. $1 - x - 3x^2$
   $\frac{1}{2}x^2 + x - 1$
   $x^3 - 5x^2 + x$
   $4x^3 + x^2 - 3x + 2$

470. Leia järgmiste polünoomide tuletised:

1. $2x - 7$
   $mx + n$
   $b - \frac{b}{a}x$
   $x^2 - 6x + 1$

2. $1 + 4x - x^2$
   $ax^2 - bx + c$
   $x^3 - 4x + 3$
   $3 - 5x^2 - 7x^3$

471. Kirjuta järgmiste funktsioonide tuletised:

$a + \frac{b}{x}$ $\qquad mx + \frac{n}{x}$

472. Leia järgmiste funktsioonide tuletised:

1. $x(x - 5)$
2. $(x - 2)(x - 1)$
3. $(x + 3)(x - 3)$
4. $x^2(x^2 + a^2)$
5. $(x - 1) \cdot x$
6. $x(3 - \frac{2}{x})$

473. Olgu $y(x) = x^3 - 6x^2 + 2$. Arvuta $y(0)$, $y(2)$, $y(4)$ ja $y'(0)$, $y'(2)$, $y'(4)$.

474. Olgu antud funktsioon $y = x^2 - 2x - 8$. Kui suur on selle funktsiooni tuletis argumendi eriväärtustel 0, 1, 2, 3, 4?

475. Kui suur on kõvera $y = x^2 - 5x + 8$ tõus punktides, milles $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$?

476. Kui suur on kõvera $y = x^3 - 4x$ tõus punktides, milles $x = -2$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$?

477. Määra järgmiste kõverate tõusud antud punktides:

1.	kõvera	$y = x^2 - 4$	punktis, kus	$x = 2$
2.	„	$y = 6 - x^2$	„ „	$x = 1$
3.	„	$y = \frac{2}{x}$	„ „	$x = -2$
4.	„	$y = -\frac{2}{3x}$	„ „	$x = -1$
5.	„	$y = \frac{a}{bx}$	„ „	$x = b$
6.	„	$y = x - x^2$	„ „	$x = 0$
7.	„	$y = x^2 - \frac{3}{x}$	„ „	$x = 3$
8.	„	$y = \frac{3x^3 - 4x}{x^2}$	„ „	$x = -1$

478. Missuguses punktis on kõvera $y = x^2 + 3x - 2$ tõus 1, —1, 3, —4, 10?

479. Olgu antud kõver $y = x^2 + 4x - 5$. Missugustes tema punktides tõus on —2, 0, 6?

480. Kõveral $y = x^2 - 6x$ leidub rõhtsihiline puutuja. Missugused on puutepunkti koordinaadid?

481. On antud kõver $y = 2x^3 - 3x^2 - 90x - 18$. Missuguses punktis on selle kõvera tõus 0? on kõvera tõus 1? on kõvera tõus —2?

482. On antud kõver $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 10x + 5$. Missuguses punktis on selle kõvera tõus 0?

483. Leia kõvera $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$ punktid, milles puutuja on rõhtsihiline.

484. Leia kõvera $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ punktid, milles puutuja on rõhtsihiline.

485. Kõverale $y = x^2 - 4x + 2$ on joonestatud puutuja punktis abstsissiga 1. Anna selle puutuja võrrand.

486. On antud kõver $y = 2x^2 + 3x + 7$. Leia selle kõvera puutuja võrrand, teades, et puutepunkti abstsiss on —1.

487. Leia järgmiste kõverate puutujate võrrandid, kui puutepunkti abstsiss on x_0:

1. $y = 0{,}3x^2 - 4$ $\quad x_0 = 2$
2. $y = 0{,}1x^3$ $\quad x_0 = -3$
3. $y = x^2 - 2x + 3$ $\quad x_0 = 1$
4. $y = 2x^3 - 6x + 5$ $\quad x_0 = 0$

488. Joonesta parabooli $y = 0{,}4x^2$ puutujad punktides, mis asetsevad vahemikus $-6 \leqslant x \leqslant +6$ ja millel on täisarvulised abstsissid. Töö korralda kindla skeemi järgi.

Täienda joonist parabooliga.

Kas kergendab kõverjoone puutujate tundmine kõvera joonestamist?

489. Anna järgmiste funktsioonide kasvamise kiirused ja kiirendused:

1. $y = ax + b$
2. $y = x^2 + px + q$
3. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

490. Keha liigub seaduse järgi $s = 2t^2 - 2$, kus s on kulgetud tee pikkus meetrites ja t on liikumise kestus sekundites. Määra selle keha keskmine kiirus ajavahemikkudes:

$$t = 2 \text{ kuni } t = 3{,}5 \quad \text{ja} \quad t = 0 \text{ kuni } t = 2.$$

Kui suur on selle keha liikumise kiirus iga ülalantud ajavahemiku alguses ja lõpus?

491. Allpool on antud rida kiiruse avaldisi aja funktsioonina. Määra kiirendus.

1. $v = 8{,}3$
2. $v = 10 - 1{,}2t$
3. $v = 0{,}4t^2$
4. $v = -3 + 0{,}7t - t^2$

492. Mees, kelle kõrgus on 1,75 m, sammub sirges joones piki kõnniteed. Kõnnitee kohal, 6 m kõrgusel, ripub elektrilamp; selle kiired heidavad kõnniteele mehe varju. Anna varju harja liikumise seadus, teades, et mees liigub seaduse järgi $s = s(t)$. Siin tähendab t aega ja s selle ajani käidud tee pikkust lähtekohast arvates.

Näited. 1. $s = 6t - 0{,}01t^2$
2. $s = 28 - 5t$

Määra varju harja liikumise kiirus ja kiirendus.

§ 23. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine.

493. Olgu antud funktsioon $y = 3x^2$ ja tema argumendi väärtus $x = 5$. Leia, kas funktsioon sellel argumendi väärtusel kasvab või kahaneb.

494. Leia, kas funktsioon $y = (x - 3)^2$ kasvab või kahaneb argumendi väärtusel $x = 2$.

495. Leia, kas funktsioon $y = x^3 - 5x^2$ kasvab või kahaneb argumendi väärtustel $x = 3$ ja $x = 4$.

496. On antud argumendi 3 väärtust: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$ ja $x_3 = 5$. Missugusel neist väärtustest funktsioon $y = 2x^2 - 4x - 5$ kasvab, missugusel kahaneb?

497. Anna vahemikud, milles funktsioon

$$y = 3 + 8x - 5x^2$$

kasvab ja milles ta kahaneb.

498. Anna iga järgmise funktsiooni jaoks argumendi vahemik, milles funktsioon kasvab ja milles ta kahaneb. Kujuta need vahemikud eri telgedel.

1. $y = 2x - 3$	5. $y = 1 + 2x - x^2$
2. $y = 1{,}7x + 3{,}5$	6. $y = x(x + 5)$
3. $y = x^2$	7. $y = x^3$
4. $y = 6x - x^2$	8. $y = x(x^2 - 12)$

499. Anna iga järgmise funktsiooni puhul argumendi vahemik, milles funktsioon kasvab ja milles ta kahaneb. Kujuta need vahemikud iga funktsiooni puhul eri teljel.

1. $y = -0{,}7x + 3$	5. $y = 13 - \frac{1}{4}x^2$
2. $y = \frac{x}{3} + 2$	6. $y = x(x - 5)$
3. $y = 10 - 11x$	7. $y = x^2 - 2x - 3$
4. $y = x^2 - 4$	8. $y = 12 + x - x^2$

500. Ristküliku ümbermõõt on 20 cm. Avalda ristküliku pindala tema kõrguse funktsioonina ja uuri, missugustel kõrguse väärtustel ristküliku pindala kasvab kõrguse kasvades ja missugustel ta kahaneb.

501. Ruudukujulise põhjaga risttahuka ruumala on 8 cm^3. Avalda risttahuka täispindala tema põhja serva funktsioonina ja uuri, missugustel selle serva väärtustel risttahuka ruumala kasvab ja missugustel ta kahaneb.

502. Kolmnurga alus on 12 cm ja kõrgus on 10 cm. Kolmnurgasse on joonestatud ristkülik nii, et ristküliku üks külg asetseb kolmnurga alusel ja selle külje vastas olevad tipud asetsevad kolmnurga teistel külgedel. Avalda ristküliku pindala tema kõrguse funktsioonina ja uuri, missugustel kõrguse väärtustel ristküliku pindala kasvab ja missugustel ta kahaneb.

§ 24. Funktsiooni ekstreemid.

503. Kui suure x-väärtuse puhul omab funktsioon $y = x^2 + 2$ miinimum-väärtust? Kui suur on see funktsiooni miinimum-väärtus?

504. Kui suure x-väärtuse puhul omab funktsioon $y = 5 - x^2$ maksimum-väärtust? Kui suur on see funktsiooni maksimum-väärtus?

505. Kui suured on järgmiste funktsioonide maksimum- ja miinimum-väärtused?

1. $y = x^2 - 2x - 5$
2. $y = (x - 1)(x + 3)$
3. $y = 2x - \frac{2x^2}{3}$
4. $y = x^3 - 3x^2 + 4$
5. $y = -x^4 + 8x^2 + 1$
6. $y = t(t - 3)^2$
7. $y = 2 - 3t - t^2$
8. $y = (9 - 2t)^2 - (1 - 3t)^2$
9. $y = t^3 - 3t^2 + 3t$
10. $y = (t^2 + 1)(t - 4)$

506. Leia funktsiooni $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 20$ maksimum- ja miinimum-väärtused.

507. Määra, missugustel argumentide väärtustel omavad järgmised funktsioonid ekstreemväärtusi ja kui suured on need ekstreemväärtused:

1. $x^2 + 2x - 3$	5. $x^3 - 3x + 1$
2. $x^2 - 7x + 12$	6. $2x^3 - 12x^2 + 7$
3. $5 + 12x - x^2$	7. $x^3 - 12x^2 + 36x - 15$
4. $3x^2 - 24x + 5$	8. $x^3 - 9x^2 + 15x + 1$

508. Uuri, kas on järgmistel funktsioonidel ekstreemväärtusi:

1. $y = x^3 + 3x - 11$	3. $y = x^3 + x^2 + x + 1$
2. $y = x^3 + 2x^2 - 6$	4. $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 13$

509. Õhutühjas ruumis kiirusega v meetrit sekundis ülespaisatud keha kulgeb t sekundiga $s = vt - 4{,}9t^2$ meetrit. Leia, mitme sekundi pärast keha jõuab kõrgeimasse seisu ja kui suur on selle kõrgus, kui $v = 196$.

510. Leia arv, mis ületab oma ruudu suurima arvu võrra.

511. Lõik, mille pikkus on 12 cm, on jaotatud kahte ossa. Üks osa võetakse ristküliku aluseks ja teine kõrguseks. Avalda ristküliku pindala tema aluse funktsioonina ja leia, missuguse aluse puhul ristküliku pindalal on maksimaalne väärtus.

512. Missugune ristkülikuist, millel on üks ja sama ümbermõõt u, omab maksimaalset pindala?

513. Avalda muutumatu pindalaga ristküliku ümbermõõt tema aluse funktsioonina ja leia, missugusele aluse väärtusele vastab ümbermõõdu maksimaalne väärtus. Missugune peab olema ristküliku kuju, et ristkülikul antud pindala puhul oleks maksimaalne ümbermõõt?

514. Olgu ristküliku ümbermõõt 20 cm. Ehita ristkülik nõnda, et tema diagonaali pikkus oleks minimaalne.

515. Lõik, mille pikkus on l cm, on jaotatud kahte ossa. Kummalegi osale on ehitatud ruut. Vali lõigul l jaotuspunkt nii, et nimetatud ruutude pindalade summa oleks minimaalne.

516. Täisnurkse kolmnurga kaatetite summa on 10. Kuidas tuleb valida kaatetid, et kolmnurga hüpotenuus saaks minimaalne?

517. Kanakasvatajal on p jooksvat meetrit traatvõrku. Ta tahab valmistada ristkülikukujulise põhiplaaniga kanaaia, mis jaguneks n võrdseks, ühes reas seisvaks ristkülikuks. Kuidas tuleb valida aia mõõtmed, et aia pindala oleks maksimaalne?

518. Inglismaale saadetavate postipakkide mõõtmed on piiratud Inglise postimäärusega, mille järgi paki pikkuse ja vöö pikkuse summa ei tohi ületada 6 jalga. Missugused mõõtmed on ruudukujulise läbilõikega suurimal karbil, mida veel saab saata Inglismaale, eelmist määrust silmas pidades?

519. Missugused mõõtmed peavad olema silindrikujulisel liitermõõdul, kui tahame, et tema valmistamiseks kuluks minimaalne hulk plekki?

520. Soovitakse ehitada ülevalt lahtist silindrikujulist õlitanki mahutusega V liitrit. Kuidas tuleb valida selle anuma mõõtmed, et tema ehitamiseks kuluks minimaalne hulk materjali?

521. Missugune antud täispindalaga silindritest omab maksimaalset ruumala?

522. Missugune antud ruumalaga silindritest omab minimaalset täispindala?

523. Soovitakse ehitada silindrikujulist boilerit mahutusega 1000 liitrit. Külje materjal maksab 1 kroon dm^2, otste materjal 2 krooni dm^2. Missuguste mõõtmete puhul boileri materjalikulud on minimaalsed?

524. Võrdhaarse kolmnurga aluse ja kõrguse summa on konstant s. Kolmnurk pöörleb ümber oma kõrguse. Missuguse seose puhul aluse ja kõrguse vahel on tekkinud pöördkeha ruumala maksimaalne?

525. Koonuse kõrgus on 12 cm ja põhja raadius on 6 cm. Missugused on suurima ruumalaga silindri mõõtmed, mida saab kujundada koonusesse nii, et silindri põhi asetseks koonuse põhjal?

526. Koonuse kõrgus on 21 cm ja põhja raadius on 7 cm. Missugused on koonusesse kujundatud suurima täispindalaga silindri mõõtmed?

527. Kui suure osa kera ruumalast täidab kerasse kujundatud suurima ruumalaga silinder?

528. Kui suure osa kera ruumalast täidab kerasse kujundatud suurima ruumalaga koonus?

529. Kui suur peab olema kordaja a avaldises $x^2 + ax$, et avaldise suurim väärtus oleks 48? Kui suur peab olema kordaja a, et x-i väärtusel 7 avaldis omaks suurimat väärtust?

530. Võrdhaarse kolmnurga alus on 18 cm, kõrgus 15 cm. Kujuta kolmnurgasse ristkülik maksimaalse pindalaga nii, et üks ristküliku külgedest asetseks kolmnurga alusel.

Peatükk VII.

Ainet kordamiseks.

§ 25. Ülesandeid peatükkide I—IV kordamiseks.

531. Olgu antud punktid $P_1 \equiv (-12)$ ja $P_2 \equiv (+6)$. Jaotagu punkt P lõigu P_1P_2 osadeks P_1P ja PP_2, mis suhtuvad nagu 2:1. Missugune on punkti P abstsiss?

532. x-teljel on antud punktid $P_1 \equiv (-14)$ ja $P_2 \equiv (+11)$; punkt P jaotab kauguse P_1P_2 kaheks osaks, mis suhtuvad nagu 3:2. Määra lõigud PP_1 ja PP_2 pikkuselt ja suunalt.

533. Olgu antud punkt $P \equiv (a \mid b)$. Kuidas avalduvad punkti P koordinaadid, kui kujutamisühikut vähendada k korda?

534. Anna nende kahe sirge võrrandid, mis läbivad punkti $(-4 \mid 2)$ ja on rööbiti vastavalt x-teljega ja y-teljega.

535. Punkt $A \equiv (4 \mid 6)$ on ühendatud koordinaatide algusega O. Leia sirge OA tõusunurga siinus ja koosinus.

536. Punkti P kaugus koordinaatide algusest on 10 cm. Sirge, mis ühendab punkti P koordinaatide algusega, moodustab x-teljega nurga $37{,}8^0$. Arvuta punkti P koordinaadid.

537. Leia punkte $A \equiv (1 \mid 3)$ ja $B \equiv (5 \mid 6)$ läbiva sirge tõusunurga siinus ja koosinus.

538. Lõikude AB ja MN otspunktid on: $A \equiv (2 \mid 1)$, $B \equiv (4 \mid 3)$, $M \equiv (-1 \mid 1)$ ja $N \equiv (-3 \mid 2\sqrt{3} + 1)$. Määra kummagi lõigu tõus ja tõusunurk.

539. Lõigu üks otspunkt on $A \equiv (-1 \mid -1)$, teine $B \equiv (3 \mid 2)$. Lõiku pikendatakse punkti B suunas 2 ühiku võrra punktini C. Määra punkti C koordinaadid.

540. Missugune punkt y-teljel asetseb võrdseil kaugusil punktidest $(8 \mid -2)$ ja $(-4 \mid -5)$?

541. Missugune x-telje punkt asetseb võrdseil kaugusil punktidest $(0 \mid 5)$ ja $(4 \mid 2)$?

542. Missugune punkt sirgel $y = 2x$ on võrdseil kaugusil punktidest $(1 \mid 3)$ ja $(3 \mid 1)$?

543. Kolmnurga üks tipp on $A \equiv (1 \mid 1)$, teine tipp $B \equiv (4 \mid -2)$. Kolmas tipp C liigub mööda sirget $3x + 5y = 25$. Missugusesse punkti peab tipp C jõudma, et kolmnurga küljed AC ja BC saaksid võrdseteks?

544. Leia, missugune punkt asetseb võrdseil kaugusil punktidest $(0 \mid 0)$, $(1 \mid 0)$ ja $(0 \mid 2)$.

545. Kolmnurga tipud on

$$A \equiv (-4 \mid -2), \quad B \equiv (8 \mid 7) \quad \text{ja} \quad C \equiv (8 \mid -7).$$

Arvuta kolmnurga ümber joonestatud ringjoone raadius.

546. Näita, et punktid

$$A \equiv (1 \mid 4), \quad B \equiv (2 \mid 1) \quad \text{ja} \quad C \equiv (4 \mid -5)$$

asetsevad ühel sirgel.

547. Rööpküliku $ABCD$ 3 tippu on:

$A \equiv (-2 \mid 4)$, $B \equiv (5 \mid 2)$ ja $C \equiv (6 \mid -1)$.

Arvuta neljanda tipu D koordinaadid.

548. On antud punktid

$A \equiv (2 \mid 2)$, $B \equiv (3 \mid 6)$, $C \equiv (5 \mid -1)$ ja $D \equiv (4 \mid -5)$.

Näita, et kujund $ABCD$ on rööpkülik.

549. Avalda sirge algabstsiss sirge algordinaadi b ja tõusunurga μ abil.

550. Korrapärase kuusnurga keskpunkt on koordinaatide alguses; kuusnurga suurim diagonaal asetseb x-teljel ja kuusnurga külg on a. Anna kuusnurga külgede võrrandid.

551. Sirge lõikab telgedel positiivselt suunatud lõigud, läbib punkti $(4 \mid 2)$ ja koos telgedega moodustab kolmnurga, mille pindala on 16. Leia selle sirge võrrand.

552. Läbi punkti $(1 \mid 2)$ on tõmmatud sirge, mis tekitab telgedel lõigud ξ ja η. Avalda teine telglõik esimese funktsioonina.

553. Arvuta sirgete $y = 3x + 8$ ja $y = 2x + 12$ lõikepunkti koordinaadid.

554. Koosta sirge võrrand, teades, et sirge läbib punkti $\left(0 \mid \frac{3}{2}\right)$ ja on rööbiti sirgega $4x - 5y - 6 = 0$.

555. Arvuta sirgete $y = 5x - 7$ ja $y = 3x + 5$ lõikepunkti koordinaadid.

556. Punkt $M \equiv (-1 \mid 2)$ on ringjoone $x^2 + y^2 = 10$ kõõlu keskpunkt. Anna kõõlsirge võrrand.

557. On antud sirge $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$. Leia selle sirge telgede vahelise lõigu keskristsirge võrrand.

558. Sirge ja temale koordinaatide algusest tõmmatud ristsirge lõikuvad punktis $N\equiv(a\mid b)$. Leia sirge võrrand.

559. Kui kaugel asetseb punkt $(-2\mid -1)$ sirgest $5x-8y+20=0$?

560. Ringjoone keskpunkt on $C\equiv(-3\mid -4)$; ringjoon läbib koordinaatide alguse. Otsusta arvutamise teel, kas see ringjoon läbib ka punkti $(1\mid 1)$?

561. On antud kolm punkti:

$$A\equiv(-4\mid 1),\quad B\equiv(0\mid 5)\quad \text{ja}\quad C\equiv(-2\mid -1).$$

Näita, et punkt A asetseb ringjoonel, mis on kujutatud lõigul BC kui diameetril.

562. On antud punktid $O\equiv(0\mid 0)$ ja $D\equiv(a\mid b)$. Punkt P liigub tasapinnas nõnda, et suurus OP^2+DP^2 jääb võrdseks summaga a^2+b^2. Anna punkti P joonestatud kõvera võrrand. Otsusta saadud võrrandi järgi, mis joone joonestab punkt P.

563. On antud ringjoon

$$x^2+y^2+2x-4=0.$$

Kui pikad on koordinaatide telgede ja ringjoone lõikumisel tekkivad kõõlud?

564. Ringi keskpunkt on $C\equiv(2\mid 1)$. Ringjoonel on võetud punktid $A\equiv(4\mid 4)$ ja $B\equiv(5\mid -1)$. Arvuta punkti C ja kõõlu AB vaheline kaugus.

565. Punkti $C \equiv (2 \mid 6)$ ümber on kujutatud ringjoon raadiusega 5. Missugune punkt sel ringjoonel on sirgele $3x + 4y = 101$ lähim?

566. Anna ringjoone võrrand, teades, et tema keskpunkt on punktis $(-3 \mid 4)$ ja ta puudutab sirget

$$3x + 8y - 6 = 0.$$

567. Kolmnurga ABC tipud A ja B asetsevad punktides $(-2 \mid 0)$ ja $(2 \mid 0)$. Tipp C liigub tasapinnal nii, et kolmnurga pindala on jäävalt 20 pindalaühikut. Missuguse joone joonestab tipp C?

568. Kolmnurga ABC tipud A ja B asetsevad punktides $(-1 \mid 0)$ ja $(1 \mid 0)$. Tipp C liigub tasapinnal nii, et kolmnurga ümbermõõt on jäävalt 8 pikkusühikut. Missuguse joone joonestab tipp C?

569. Maa telglõige on ellips, mille suur pooltelg (ekvaatori raadius) on 6 378 000 m ja väike pooltelg (polaar-raadius) on 6 357 000 m. Leia Maa telglõike ekstsentrisus ja fookuste vahe.

Joonesta Maa telglõige, kujutades 100 kilomeetrit 1 millimeetrina. Saadud ellipsi suurel teljel kui diameetril joonesta ringjoon. Kas Maa lamedus on nii suur, et ta joonisel on silmaga näha?

570. Punkt P, tema projektsioon abstsissteljele Q ja koordinaatide algus O moodustavad kolmnurga, mille pindala on 15 pindalaühikut. Punkt P liigub tasapinnal nii, et kolmnurga POQ pindala jääb muutumatuks. Missuguse joone joonestab punkt P?

571. Maa orbiidi ekstsentrisus on $\approx 0{,}02$. Näita, et soojusehulgad, mis Maa Päikeselt saab kohtades, kus Maa on Päikesest kõige kaugemal ja Päikesele kõige lähemal, suhtuvad ligikaudu nagu 12:13.

572. Kahe kolmnurga alused a ja b asetsevad vastavalt x- ja y-teljel. Kolmnurkadel on ühine tipp P. Punkt P liigub tasapinnas nõnda, et kolmnurkade pindalade summa s jääb muutumatuks. Anna selle joone võrrand, mille joonestab punkt P.

573. On antud jooned oma võrranditega

$$x^2 + y^2 - 2x = 0 \quad \text{ja} \quad 2y - x = 0.$$

Arvuta nende joonte lõikepunktide koordinaadid.

574. Leia joonte $x^2 + y^2 = 169$ ja $y = x + 7$ lõikepunktid.

575. Leia joonte $y = 3x^2$ ja $y = 5x + 2$ lõikepunktide vaheline kaugus.

576. Leia joonte $x^2 + 25y^2 = 25$ ja $x - y = 3{,}4$ lõikepunktide vaheline kaugus.

577. Leia, kus lõikuvad jooned $xy = 2$ ja $3x + y = 4$.

578. Leia joonte $xy = 21$ ja $2x - y = 1$ lõikepunktide vaheline kaugus.

579. On antud kaks punkti $P_1 \equiv (0 \mid -2)$ ja $P_2 \equiv (-3 \mid 1)$. Punkt P liigub tasapinnas nõnda, et ikka jääb $PP_1 = PP_2$. Anna selle joone võrrand, mille joonestab punkt P.

580. Silindrilise veeklaasi seesmine läbimõõt on 6 cm ja seesmine kõrgus 9 cm. Klaas on kallutatud nii, et klaasis oleva vee pind puudutab põhja ringjoont ja klaasi ülemist serva. Missugune kuju on veepinna piirjoonel? Joonesta see joon tõelises suuruses.

581. Määra parabooli $3y^2=16x$ ja sirge $8x+9y=24$ lõikepunktid.

582. Punkt P liigub tasapinnas nõnda, et tema kaugused x-teljest ja y-teljest suhtuvad nagu $3:4$. Anna joone võrrand, mille joonestab punkt P.

583. Leia parabooli võrrand, teades, et parabooli teljeks on y-telg ja parabool läbib punkte $(2|3)$ ja $(-1|-2)$.

584. Lahenda graafiliselt järgmised võrrand-süsteemid:

1. $\begin{cases} x^2+y^2=100 \\ xy=-48 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x^2+y=29 \\ 0{,}4x+y=2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x-y=4 \\ xy=80 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x^2+y^2=36 \\ 4x^2+49y^2=196 \end{cases}$

585. Lahenda graafiliselt järgmised võrrand-süsteemid:

1. $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x^2+y^2-4x=0 \\ 4y-x^2=0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x^2+y^2=80 \\ x+y=12 \end{cases}$ 5. $\begin{cases} xy=12 \\ y=x^2-10 \end{cases}$

3. $\begin{cases} xy=16 \\ x^2=y-2 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} x^2+y^2-2y=0 \\ 2xy-1=0 \end{cases}$

586. Kuusnurgakujulise maatüki $ABCDEF$ diagonaal AD valiti abstsissteljeks ja mõõtmisest saadi tippude koordinaatidele allolevas tabelis antud väärtused. Valmista maatüki plaan mõõdus 1 : 20 000. Arvuta maatüki pindala ning piirikivide B ja C vaheline kaugus.

Tipp	x	y
A	0 m	0 m
B	224 m	2530 m
C	456 m	1850 m
D	794 m	0 m
E	396 m	1610 m
F	184 m	865 m

587. Missuguse joone täidavad punktid, mille abstsiss on kaks korda suurem ja ordinaat on kolm korda suurem kui joone $4x^2 + 9y^2 = 36$ punktil $(x \mid y)$?

588. Silindri läbimõõt on 24 cm. Kui suure nurga moodustab silindri põhjaga tasapind, mille lõikumisel silindriga tekib ellips, mille suur telg on 48 cm?

589. Kujutagu võrrandid

$$y = mx + n \quad \text{ja} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

üht ja sedasama sirget. Avalda m ja n arvude a ja b kaudu.

590. Kolmnurga raskuspunkt asetseb mediaanide ühispunktis. Olgu kolmnurga tipud

$$A \equiv (-3 \mid -5), \quad B \equiv (-1 \mid +5) \quad \text{ja} \quad C \equiv (+5 \mid -1).$$

Arvuta kolmnurga ABC raskuspunkti koordinaadid.

591. Määra sirgete

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \quad \text{ja} \quad \frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1$$

lõikepunkt.

592. Koosta ringi võrrand teades, et ta läbib punkte $(5 \mid 3)$ ja $(-2 \mid 1)$ ja tema keskpunkt asetseb x-teljel.

593. Ellipsi suur telg on 5 ja ellips läbib punkti $(2 \mid 3)$. Koordinaatide telgedeks on ellipsi telgsirged. Koosta ellipsi võrrand.

594. Silinder, mille läbimõõt on 10 cm, lõigatakse kolme tasapinnaga, mis silindri põhjaga moodustavad nurgad 15°, 45° ja 70°. Kuidas suhtuvad lõike-ellipsite suured teljed?

595. On antud paraboolid $x^2=8y$ ja $x^2=4-6y$. Määra nende paraboolide lõikepunktid ja neis punktes paraboolidele joonestatud puutujate võrrandid. Kui suur on nende puutujate vaheline nurk kummaski lõikepunktis?

596. Ring $x^2+y^2=16$ ja parabool $x^2=9y$ lõikuvad. Kui pikad on ringi kaared lõikepunktide vahel?

597. Sirged

$$y=2x+1, \quad y=2x+3 \quad \text{ja} \quad y=2x-1$$

lõikuvad parabooliga $y=4x^2$. Näita, et kolme tekkiva kõõlu keskpunktid asetsevad ühel ja samal sirgel.

598. Missugust tingimust peavad täitma kordajad m, n ja p, et sirge $y=mx+n$ puudutaks parabooli $x^2=2py$?

599. Olgu $P_1 \equiv (x_1 \mid y_1)$ ja $P_2 \equiv (x_2 \mid y_2)$. Missugust tingimust peavad rahuldama need kaks paari koordinaate, et lõik P_1P_2 paistaks koordinaatide algusest nurgas 90^0?

600. Missugustes punktides joon lõikab x-telge, kui joone võrrand on:

1. $2x + 7y = 14$	4. $y = x^2 - 5x + 6$
2. $x^2 + y^2 = 36$	5. $xy - y^2 - 64 = 0$
3. $4x^2 + y^2 = 100$	6. $y^2 - \log x + 1 = 0$

601. Missugustes punktides joon lõikab y-telge, kui joone võrrand on:

1. $y = 5x + 20$	4. $y - x^2 - 7x - 12 = 0$
2. $x^2 + y^2 = 16$	5. $y = (x + 1) : (2x - 7)$
3. $6x^2 + 5y^2 = 80$	6. $y = 10^x$

602. Kolmnurga külgsirgete tõusud on 2, —2 ja 0,5. Esimese külgsirge algordinaat on 1, teine külgsirge läbib punkti $(1 \mid 1)$, ja kolmanda külgsirge algabstsiss on 4. Joonesta see kolmnurk ja määra tippude koordinaadid.

603. Allpool on antud rida jooni oma võrrandite kaudu. Missugused neist joontest läbivad koordinaatide alguse, missugused mitte?

1. $x^2 + 3y^2 - 2x = 0$	4. $y = 2x : (1 + x^2)$
2. $y^3 - 4x + 10 = 0$	5. $5y + 2^x - 1 = 0$
3. $x(y + 2) = 5$	6. $y - 3\sqrt{x} + 4 = 0$

604. Leia ringjoonte

$$x^2 + y^2 + 5x - 6 = 0$$

ja

$$x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$$

lõikepunktid.

§ 26. Ülesandeid peatükkide V—VI kordamiseks.

605. Olgu a antud arv. Kuidas oleneb avaldis ax arvust x? Kuidas oleneb avaldis $\frac{x}{a}$ arvust x? Kuidas oleneb avaldis $\frac{a}{x}$ arvust x? Kuidas oleneb avaldis $a+x$ arvust x?

606. Olgu teada, et suurused x ja y on võrdelised teineteisega. Täida lüngad järgmises tabelis:

x	5	6	10	2,5	1,2	$\frac{1}{3}$					
y	6						22	0,6	4,2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$

607. Anna valemid, mis lubavad ümber arvutada

1.	rahasumma	l Läti lattides	summaks k kroonides
2.	„	n Inglise naelsterlingites	„ „ „
3.	„	d Ameerika Ühendriikide dollarites	„ „ „
4.	„	m Saksa markades	„ s sentides
5.	„	f Prantsuse frankides	„ „ „

Arvutamisel võta ümmarguselt:

1 latt $\approx$ 0,72 kr.		1 mark $\approx$ 1,45 kr.
1 £ $\approx$ 18,20 „		1 frank $\approx$ 0,15 „
1 \$ $\approx$ 3,72 „		

Kuidas olenevad teineteisest arvud l ja k, n ja k, d ja k, m ja s, f ja s?

608. Olgu suurus y võrdeline suurusega x ja olgu $y=5$, kui $x=2$. Kui suur on y, kui $x=4$? Kui suur on x, kui $y=0{,}25$?

609. Võrdeliste suuruste x ja y üks paar vastavaid väärtusi on $x_1=4$ ja $y_1=2{,}8$. Arvuta väärtusele $x_2=10$ vastav y_2.

610. Ristküliku $ABCD$ külg AB on 9 cm ja külg BC on 5 cm. Küljel BC on punkt O võetud 3 cm kaugusel tipust C. Punkti O läbib sirge, mis lõikab külge AB punktis P ja külge CD punktis Q. Kuidas oleneb lõigu DQ pikkus lõigu AP pikkusest, kui sirge PQ pöörleb ümber punkti O? Joonesta selle olenevuse graafik.

611. Olgu trapetsi alused a cm ja x cm ning trapetsi kõrgus h cm, kus a ja h on jäävad arvud, x aga muutuv arv. Avalda trapetsi pindala andmeis. Kuidas pindala s oleneb alusest x?

612. Olgu antud kaks paari teineteisest lineaarselt olenevate suuruste x ja y vastavaid väärtusi x_1, y_1, ja x_2, y_2, ning veel üks x-i väärtus x_3. Arvuta neil andmeil x_3-le vastav y väärtus y_3.

613. Veevarustuse magistraaltorus tehtud mõõtmised näitasid 372 m kaugusel rõhupaagist rõhku 2,4 atmosfääri ja 1476 m kaugusel rõhku 1,8 atmosfääri. Oletades, et rõhk muutub kaugusega ühtlaselt, anna rõhu muutumist valitsev seadus.

614. Uss ronib mööda puud, maapinnast alates, öösiti 4 küünart üles, päeval 2 küünart alla. Kümnenda päeva hommikul jõuab uss puu latva. Kui kõrge on puu?

615. Lahenda graafiliselt ja numbriliselt ülesanne: Tigu ronib päeval mööda puud seitsme jala võrra üles ja öösi viie jala võrra alla. Ühtaegu esimesega alustab oma liikumist teine tigu puu ladvast, ronides päevas kuue jala võrra alla ja öösi nelja jala võrra üles. Millal jõuab esimene neist latva ja teine maapinnani, kui puu kõrgus on 21 jalga? Mitu korda kohtuvad teod?

616. Inglismaal ja Ameerikas on tarvitusel Fahrenheit'i termomeeter, millel jää sulamispunkt on märgitud 32^0-ga, vee keemispunkt 212^0-ga. Näidaku see termomeeter F^0, Celsiuse oma samal ajal ja kohal C^0. Avalda arvude C ja F vaheline seos.

Koosta F-C tabel, võttes F väärtused 5^0 tagant.

Kujuta arvude F ja C vaheline seos graafiliselt.

Kuidas saab leitud graafikut kasutada C- ja F-temperatuuride ümberarvutamiseks?

617. Üle bloki O on pandud nöör, mille pikkus on l cm. Nööri otstel ripuvad koormised B ja C. Ühe koormise tõustes langeb teine. Olgu $OC = x$ cm, ja koormiste B ja C kõrgusvahe y cm. Avalda arv y arvu x funktsioonina. Missugusse liiki kuulub x-y-olenevus?

618. Anumasse lastakse 15 minuti jooksul voolata vett kraani kaudu, mis annab 2 liitrit vett minutis. 5 minutit peale sisselaskekraani avamist avatakse väljalaskekraan, mis laseb läbi $1\frac{1}{2}$ liitrit vett minutis. Peale sisselaskekraani sulgemist jääb väljalaskekraan avatuks, kuni anum on tühjenenud. Kujuta graafiliselt anumas oleva veehulga muutumine ajaga. Leia graafikust, mitme minuti pärast peale sisselaskekraani sulgemist tühjeneb anum.

619. Ringi läbimõõdule AB toetuva piirdenurga tipp C liigub mööda ringjoont. Kuidas oleneb kõõlule AC ehitatud ruudu pindala selle kõõlu projektsioonist läbimõõdule AB?

620. Kuidas oleneb hulknurga sisenurkade summa hulknurga külgede arvust? Kujuta see olenevus graafiliselt.

621. Kuidas oleneb korrapärase hulknurga küljele vastav kesknurk hulknurga külgede arvust? Kujuta see olenevus graafiliselt.

622. Kolmnurga ABC küljed on: $AB = 6$ cm, $BC = 5$ cm ja $CA = 3$ cm. Küljel BC on võetud punkt P. Seda punkti läbib sirge, mis on rööbiti küljega AC ja lõikab külge AB punktis B', ning sirge, mis on rööbiti küljega AB ja lõikab külge AC punktis C'. Kujuta graafiliselt rööpküliku $AB'PC'$ ümbermõõdu olenevus lõigu BP pikkusest, kui punkt P liigub punktist B punkti C.

Kujuta see olenevus, kui punkt P liigub samas suunas edasi väljaspool lõiku BC.

623. Kuidas oleneb kapitali kasvamistegur $q = 1 + \frac{p}{100}$ protsendimäärast p?

Kuidas oleneb murd $\frac{1+p}{100}$ arvust p?

Kujuta mõlemad olenevused graafiliselt ja leia, kas on olemas niisugust p väärtust, mille puhul need murrud on võrdsed.

624. Joonesta sirge $y = 2x$. Võta sirgel mingi punkt P ja joonesta selle punkti ordinaat PQ. Avalda kolmnurga OPQ pindala punkti P abstsissi funktsioonina. Joonesta samal joonisel selle olenevuse graafik.

625. Joonesta sirge $y = 4x + 1$. Tähista selle sirge ja y-telje lõikepunkt tähega R. Võta sellelsamal sirgel mingi punkt P ja joonesta selle punkti ordinaat PQ. Avalda trapetsi $ORPQ$ pindala punkti P abstsissi funktsioonina. Kujuta samal joonisel saadud funktsiooni muutumine.

626. Kui suur v väärtus vastab u väärtusele 4, kui v on pöördvõrdeline u-ga ja u väärtusele $\frac{2}{9}$ vastab v väärtus $1\frac{1}{2}$?

627. Täida allseisva tabeli lüngad, teades, et suurused u ja v on teineteisega pöördvõrdelised.

u	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	5	15				
v				$\frac{1}{3}$	1	3	7	9

628. Kuidas oleneb ristküliku alusest ristküliku

1. pindala, kui kõrgus on jääv;
2. ümbermõõt, kui kõrgus on jääv;
3. kõrgus, kui pindala on jääv;
4. kõrgus, kui ümbermõõt on jääv?

629. Avalda kera ruumala V kera pindala S funktsioonina.

Kasutades saadud seost, määra kera ruumala, kui kera pindala on $1\ m^2$.

630. Avalda kuubi pindala S kuubi ruumala V funktsioonina.

Kasutades saadud seost, määra kuubi pindala, kui kuubi ruumala on $600\ cm^3$ ja kui kuubi ruumala on 50 l.

631. Püramiidi piirab neli võrdkülgset kolmnurka, mille külje pikkus on a. Avalda funktsionaalne seos püramiidi ruumala V ja püramiidi täispindala S vahel.

632. Koonusekujuline anum seisab püsti tipuga allapoole. 0,2 l vett täidab selle anuma 5 cm kõrguselt. Kui suur veehulk täidab anuma 15 cm kõrguselt?

633. Tabel sisaldab m veergu ja niisama palju ridu. Iga rea ja veeru ristumiskohal seisab üks anne. Avalda andmete hulk a tabelis.

Kujuta arvu a käik arvu m muutudes vahemikus $m = 2$ kuni $m = 6$.

634. Kaevu sügavuse määramiseks lasti kivi kukkuda kaevu põhja; pandi tähele, et sekundi pärast kostis kivi põrge vastu veepinda. Kujuta graafiliselt kivi kulgetud tee pikkus olenevuses langemise kestusest. Samal joonisel kujuta hääle levimise käik, teades, et hääl levib kiirusega $330 \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$. Leia joonisest, kui sügaval on kaevus veepind.

635. Kuidas oleneb suurus z suurusest x, kui z on võrdeline suurusega y ja y on võrdeline suurusega x?

636. Kuidas oleneb suurus z suurusest x, kui z on pöördvõrdeline suurusega y ja y on pöördvõrdeline suurusega x?

637. Kuidas oleneb suurus z suurusest x, kui z on pöördvõrdeline suurusega y ja y on võrdeline suurusega x?

638. Kuidas oleneb suurus z suurusest x, kui z oleneb lineaarselt suurusest y ja y on võrdeline x-ga?

639. Kuidas oleneb suurus z suurusest x, kui z on võrdeline suurusega y ja y oleneb suurusest x lineaarselt?

640. Kuubi pindala on 42 cm^2 ja ruumala 18,5 cm^3. Kui suured on 3 korda pikema servaga kuubi pindala ja ruumala?

641. Kuidas suhtuvad ühe ja sama täispindalaga kuubi, suurima ruumalaga silindri ja kera ruumalad?

642. Kera, mille raadius on 3 cm, kaalub 800 g. Kui palju kaalub samast ainest õõnes kera, mille välimine raadius on 6 cm ja sisemine raadius 5 cm?

643. Elusolendite lineaarmõõtmete k-kordsel kasvamisel suureneb nende ruumala ja ühes sellega ka nende kaal k^3 korda. Samal ajal suurenevad aga nende lihaste ristilõigete pinnad ja ühes sellega lihaste jõuavaldised k^2 korda. Mis järgneb siit looma hüppe suuruse kohta (kirp, konn, koer, elevant)?

644. Tähistame terasköie läbimõõdu sentimeetrites tähega d, sama köie kandevõime tonnides tähega k. Katsed näitavad, et siis

$$k = 1{,}2\,d^2.$$

Mitmekordselt kasvab köie kandevõime köie läbimõõdu kasvades 2-, 3-, 4-, 5-, 6- ja 7-kordseks?

645. Piki sadamasilda liiguvad lained mere poolt kalda poole. Teataval hetkel loeme silla merepoolse otsa ja kalda vahel n lainet. Olgu silla pikkus s ja laine pikkus (harjast harjani) l. Kuidas on seotud kolm arvu, l, n ja s? Mis toimub laine pikkusega arvu n kasvamisel 2-, 3-, 4-, 5-kordseks?

646. Kolmnurga ABC külgede pikkused on
$AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm ja $BC = 4$ cm.
Kolmnurga küljed AB ja AC on lõigatud vastavalt punktides B' ja C' sirgega, mis on rööbiti küljega BC. Teades ette, et kolmnurga $AB'C'$ ja trapetsi $B'C'CB$ ümbermõõdud olenevad lineaarselt lõigu AB' pikkusest, joonesta ühele ja samale joonisele kummagi ümbermõõdu muutumise graafik kahe kergelt leitava argumendi ja vastava funktsiooni väärtuspaari abil. Leia joonisest, missuguse AB' pikkuse puhul on need ümbermõõdud võrdsed.

647. Elektrijaama ja turbalao vahel käib edasi-tagasi muutumatu kiirusega turbaveo-vagonett, mis laos liikumissuuna pööramise ajal automaatselt täidetakse ja jaamas samuti tühjendatakse. Jaama ja lao vaheline kaugus on 300 meetrit; vagoneti kiirus $3{,}6 \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$.

Kujuta vagoneti graafiline sõiduplaan.

1. Mitu korda vaatleja kohtab vagonetti, liikudes jaamast lao poole kiirusega $1{,}2 \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$ ja alustades seda liikumist ühtaegu vagonetiga?
2. Millal vaatleja kohtab vagonetti?
3. Kus vaatleja kohtab vagonetti?

648. Lõigu $AB = 5$ cm otstest on püstitatud lõigul AB ristiseisvad lõigud $AC = 3$ cm ja $BD = 2$ cm. Punkt P liigub punktist A punkti B poole. Kujuta graafiliselt kolmnurkade ACP ja PBD pindalade olenevus lõigu AP pikkusest ja määra graafiku abil, missuguse AP pikkuse puhul on need kolmnurgad pindvõrdsed.

649. Olgu trapetsi kõrgus 4 cm ja üks alus 10 cm; teine alus, x cm, olgu muutuv. Avalda trapetsi pindala S andmeis. Koosta mõnede x-S-väärtuspaaride tabel ja kujuta graafiliselt pindala S muutumine aluse x muutudes. Missugusse liiki kuulub x-S-olenevus?

650. Meie sõjakoolis hinnatakse õpilaste teadmisi kaheteistkümne-järguliselt: 1, 2, 3, ... 12, kusjuures 1 tähendab madalaimat hinnet. Saksamaal seevastu hinnatakse teadmisi viiejärguliselt: 5, 4, 3, 2, 1, kusjuures 5 tähendab madalaimat hinnet.

Valmista graafiline hinnete ümberarvutamiste tabel. Tuleta sellest kaks numbrilist tabelit: esimese viisi hinnete avaldamiseks teises süsteemis ja teise süsteemi hinnete avaldamiseks esimeses süsteemis. Arvud ümmarda asjakohaselt.

651. Kuubi serv kasvab 2-, 3-, 4-, ... n-kordseks. Kuidas muutub sel puhul kuubi servade kogupikkus? kuubi täispindala? kuubi ruumala?

652. Kera läbimõõt kasvab 2-, 3-, 4-, ... n-kordseks. Kuidas muutub sel puhul kera ümbermõõt? kera pindala? kera ruumala?

653. Silindri läbimõõt ja kõrgus kasvavad 2-, 3-, 4-,... n-kordseks. Kuidas muutub sel puhul silindri ümbermõõt? silindri külgpindala? silindri täispindala? silindri ruumala?

654. Kuubikujuline karp, mille serv seestpoolt mõõtes on 10 cm, on täidetud kuulidega, mille läbimõõt 2 cm, igas kihis ühepalju kuule.

Mitu kuuli mahub karpi?

Missuguse ruumala võtavad kuulid endi alla?

Kui suur on kuulidest vaba olev karbi osa? Mitu protsenti ta moodustab kogu karbi ruumalast?

Kuidas muutuks see protsendimäär kuulide läbimõõdu 2-, 3-, 4-, ... n-kordsel vähenemisel?

655. Lõpmata kahaneva geomeetrilise rea esimese kolme liikme summa on 28, järgmise kolme liikme summa on $3\frac{1}{2}$. Leia rea summa.

656. Lõpmata kahaneva geomeetrilise rea esimesed kaks liiget on võrrandi $x^2 + 8 = 6x$ lahendeiks. Kui suur on rea summa?

657. Leia summa:

$$\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \ldots$$

658. Leia summa:

$$\tan^2 x + \sin^2 x + \sin^2 x \cdot \cos^2 x + \ldots$$

659. Lahenda võrrand:

$$\log x + \log \sqrt{x} + \log \sqrt[4]{x} + \log \sqrt[8]{x} + \ldots = 2.$$

660. Olgu teada, et lõpmata kahaneva geomeetrilise rea liikmed on positiivsed, ja edasi, et esimene liige on 1 ja kümnes liige on $\frac{1}{10}$. Arvuta selle rea summa.

661. On joonestatud võrdkülgne kolmnurk, mille külg on a. Kolmnurga kõrgusel kui küljel on ehitatud uus võrdkülgne kolmnurk, viimase kõrgusel kui küljel jälle võrdkülgne kolmnurk, jne. Arvuta kõigi nende kolmnurkade pindalade summa.

662. Leia niisugune lõpmata kahanev geomeetriline rida, milles iga liige on 10 korda suurem, kui kõigi sellele järgnevate liikmete summa.

663. Anna funktsioonile

$$y = 10^{2 \log x} - 10^{\frac{1}{2} \log x}$$

võimalikult lihtne kuju.

664. Olgu $y = \frac{x+1}{2x-3}$. Avalda x muutuja y funktsioonina.

665. Järgmine tabel näitab pikima päeva väldet v (tundides ja minutites) olenevuses geograafilisest laiusest l (kraadides):

l	0	10	20	30	40	50	60	66	80	90
v	12.00	12.35	13.13	13.56	14.51	16.09	18.30	24.00	24.00	24.00

Kujuta graafiliselt välte v muutumine geograafilise laiuse muutudes.

Määra jooniselt pikima päeva välde Tartus, kus $l = 58^0$.

666. Missugustel argumendi väärtustel katkeb funktsioon

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 10}?$$

667. Missugune on funktsiooni $y = x^2 + 6x + 10$ minimaalne väärtus?

668. Teisenda järgmised perioodilised kümnendmurrud harilikkudeks murdudeks:

1. 0,777 ...	2. 0,363363363 ...	3. 0,4363636 ...
0,242424 ...	0,006006006 ...	0,8121212 ...
0,037037037 ...	0,2555 ...	0,9474747 ...

669. Missugusel argumendi väärtusel järgmised funktsioonid pole määratud:

$$k(x) = \frac{x+6}{\log(x-7)} \qquad h(x) = \frac{\sin 2x}{\cos(x+2\alpha)}.$$

670. Millele läheneb avaldis

$$x - \sqrt{x^2 - 1}$$

argumendi lõpmatul kasvamisel?

Näpunäide: Kirjuta antud avaldis murruna ja vabasta lugeja juurest.

671. Jaota arv N nii kahte ossa, et nende osade kuupide summa oleks minimaalne.

672. Olgu $f(n) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n$. Arvuta funktsiooni $f(n)$ väärtused vahemikus $1 \leqslant n \leqslant 10$.

673. Määra kõvera $y = 5 - 6x - x^2$ kõrgeim punkt.

674. Täida lüngad tabelis:

Kera läbimõõt	Kera pindala	Kera ruumala
1,7	9,10	2,57
$2 \cdot 1{,}7$		
$3 \cdot 1{,}7$		
$5 \cdot 1{,}7$		

675. Missuguse nurga moodustavad x-teljega kõvera $y = \frac{1}{10}(9x - x^3)$ puutujad, mis tõmmatud selle kõvera ja x-telje lõikepunktides?

676. On antud kaks lõiku: üks otspunktidega $A \equiv (0 \mid 0)$ ja $B \equiv (6 \mid 0)$ ning teine otspunktidega $C \equiv (0 \mid 2)$ ja $D \equiv (0 \mid 4)$. Punkt P liigub x-y-tasapinnas nii, et kolmnurkade APB ja CPD pindalad on võrdsed. Avalda punkti P ordinaat abstsissi funktsioonina.

677. Olgu $P_1 \equiv (2 \mid 5)$ ja $P_2 \equiv (3 \mid 5)$. Leia sirgel $y = 3x + 5$ niisugune punkt P, et summa $\overline{PP_1}^2 + \overline{PP_2}^2$ oleks miinimum.

678. Olgu antud polünoom

$$p(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 8.$$

Arvuta selle väärtused täisarvuliste argumendi väärtuste jaoks vahemikus $-6 \leqslant x \leqslant +3$. Kujuta graafiliselt $p(x)$ muutumine. Määra jooniselt võrrandi

$$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0$$

lahendid.

679. Millele läheneb murd

$$\frac{\sqrt{n^2 + n}}{n + 1}$$

argumendi n lõpmatul kasvamisel?

680. Ristküliku-kujulise plaadi mõõtmed on x ja $2x$. Mille võrra kasvab plaadi pindala, kui x kasvab väärtuselt a väärtuseni $a + h$?

681. Mille võrra muutub funktsiooni $y = x(ax - x^2)$ miinimum-väärtus, kui kordaja a kasvab Δa võrra?

682. Missugune on funktsiooni $y = 3x - x^3$ suurim väärtus positiivsete x-väärtuste puhul?

683. Tähendagu $t(x)$ arvu x täisarvulist osa. Kujuta graafiliselt funktsiooni $\log t(x)$ muutumine vahemikus $0 \leqslant x \leqslant 10$.

684. Jaota arv 10 nii kahte ossa, et 1. osa kahekordse ja 2. osa ruudu summa oleks minimaalne.

685. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega a ja b. Kolmnurgasse kujutatakse ristkülik, mille üks tipp asetseb täisnurga tipus, vastastipp aga hüpotenuusil. Missugusel kohal peab selle tipu hüpotenuusil valima, et ristküliku pindala saaks maksimaalne?

686. Millele läheneb avaldis

$$\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$$

argumendi nullile lähenemisel?

N ä p u n ä i d e: Vabasta lugeja juurest.

687. Kui suure nurga moodustavad kaks puutujat, mis on tõmmatud kõverale $y=x^3-3x$ selle kõvera ja sirge $y=x$ neis lõikepunktides, mille abstsiss on nullist erinev?

688. Olgu $l(x)$ arvu x lähim täisarv ja $y=l(x)\cdot x$. Kujuta funktsiooni y muutumine graafiliselt. Missugustel argumendi väärtustel funktsioon y pole määratud?

689. Millele läheneb avaldise

$$\frac{n^2-1}{3n^2+n-2}$$

väärtus arvu n lõpmatul kasvamisel?

690. Missugusel argumendi väärtusel funktsioon

$$y=3x^2-12x+28$$

kasvab 3 korda aeglasemalt kui argument?

691. On antud parabool $x^2=a^2-4ay$. Leia see tema puutuja, mis ühiselt koordinaatide telgedega moodustab minimaalse pindalaga kolmnurga.

692. Lõpmata kahaneva geomeetrilise rea kohta on teada, et tema esimene liige, esimese ja teise liikme summa ja rea summa moodustavad aritmeetilise rea. Kui suur on rea tegur?

693. Täispööre punkti O ümber on kiirtega k_1, k_2, $k_3, \ldots$ jaotatud n võrdseks osaks. Kiirel k_1 on võetud punkt A_1 10 cm kaugusel punktist O. Punktist A_1 on joonestatud kiirele k_2 ristilõik A_1A_2. Punktist A_2 kiirel k_2 on joonestatud kiirele k_3 ristilõik A_2A_3. jne. Leia lõikude A_1A_2, A_2A_3, $A_3A_4, \ldots$ summa piir s lõikude arvu piiramatul kasvamisel.

Arvuta piirväärtus s, kui $n=5$, kui $n=10$, ja kui $n=20$. Millele läheneb s-i väärtus, kui n piiramatult kasvab?

694. Kui suur on pindalalt maksimaalne ristkülik, mida saab piirata 64 tuletikuga?

695. Punkt P liigub sirgel punktist A punkti B ja sealt punkti C. Millal omab summa $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ väikesimat väärtust, kui $\overline{AB} = a$ ja $\overline{BC} = 3a$?

696. Aken koosneb ristkülikust ja sellele asetatud poolringist, mille läbimõõt on võrdne akna laiusega; akna ümbermõõt on p. Kuidas tuleb valida akna laius ja kõrgus, et aknast läbilastav valgusehulk oleks maksimaalne?

697. Leia suurima pindalaga ristkülik, mille üks külg asetseb sirgel $y=18$ ja selle külje vastas olevad tipud asetsevad paraboolil $y=x^2$.

698. Kolmnurga tipud on $(1 \mid 0)$, $(2 \mid h)$ ja $(10 \mid 0)$. Leia y-teljega paralleelne sirge, mis jaotab kolmnurga kaheks pindvõrdseks osaks.

699. Silindri telglõike ümbermõõt on u. Kuidas tuleb valida silindri mõõtmed, et silindri ruumala saaks maksimaalne?

700. Määra pindalalt suurim ristkülik, mille kolme külje summa on 40 m.

701. Kuidas peab jaotama arvu a kaheks liidetavaks x ja y, et korrutis $F = x^2 y$ saaks minimaalse väärtuse?

702. Koonuse põhja raadius on R, kõrgus H. Missugused on maksimaalse ruumalaga silindri mõõtmed, mida saab kujundada koonusesse nii, et silindri põhi asetseks koonuse põhjal?

703. Antud ruutu, mille külg on a, on joonestatud teine ruut nii, et selle tipud asetsevad esimese ruudu külgedel. Vali teise ruudu tippude asend nii, et selle ruudu pindala oleks minimaalne.

704. Mündi kulumine tarvitamisel on seda väiksem, mida väiksem on mündi täispindala. Missuguses seoses peaksid olema teineteisega mündi läbimõõt D ja paksus H, et mündi kulumine tema tarvitamisel oleks minimaalne?

705. Määra parabooli $y = x^2 - 6x + 11$ lagipunkt.

A-11426
i ''

HIND 1 KR. 50 S.