JUTA SIKK

MAJANDUSMATEMAATIKA ÜLESANNETE KOGU

Graafiline lahendamine

Simpleksmeetod

Transpordiülesanne

Mänguteooria

Võrkplaneerimine

Järjekorrateooria

Mittelineaarne planeerimine

TARTU ÜLIKOOL

Majandusteaduskond

Rahvamajanduse instituut

JUTA SIKK

MAJANDUSMATEMAATIKA

ülesannete kogu

Retsenseerinud matemaatikakandidaat Otto Karma

Keeletoimetaja Leonhard Uuspõld

Kaane kujundanud Lemmi Koni

Käesolev väljaanne on kirjastatud Avatud Eesti Fondi toetusel

ISBN 9985-60-267-6

SAATEKS

Käesolev ülesannete kogu on mõeldud kasutamiseks majandusteaduskonna üliõpilastele õppeaines "Majandusmatemaatika". Kogus esitatud ülesannete lahendamiseks vajalike lahendusmeetodite esitused on toodud prof. Tiiu Paasi õpikus "Kvantitatiivsed meetodid majanduses (majandusmatemaatika)".

Võimalike rakendust leidvate meetodite kinnistamiseks ja lahenduskäigu omandamiseks on piirdutud suhteliselt lihtsate majandusliku sisuga probleemide esitusega, mille puhul lahendaja jaoks olulisteks aspektideks on majandusprobleemide formuleerimine ja lahendustulemuste tõlgendamine ning analüüs.

SISUKORD

1. LINEAARSED PLANEERIMISÜLESANDED (GRAAFILINE LAHENDAMINE)

Ülesanne 1.1.

Kasutades graafilist lahendusmeetodit, leida tundmatute x_1 ja x_2 sellised mittenegatiivsed väärtused, mis rahuldaksid järgmisi tingimusi

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 16 \\ -4x_1 + 2x_2 \le 8 \\ x_1 + 3x_2 \ge 9 \end{cases}$$

ja annaksid seejuures funktsioonile $z = x_1 + x_2$ võimalikult suure väärtuse.

Ülesanne 1.2.

Lahendada graafiliselt:

a) $z = 3x_1 + x_2 + 3 \to \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 12 \\ 3x_1 + x_2 \le 18 \\ 3x_1 - x_2 \le 6 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

b) $P = -3x_1 + x_2 \to \min$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \le 6 \\ 3x_1 - x_2 \le 12 \\ -x_1 + x_2 \le 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

c) $F = 2x_1 + 7x_2 \to \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6 \\ x_1 - 3x_2 \le 3 \\ 2x_1 - 5x_2 \le 10 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$

Ülesanne 1.3.

Tehases toodetakse kahte liiki väetist V_1 ja V_2. Ühe tonni väetise V_1 valmistamiseks vajatakse nelja tsehhi tööd vastavalt 2, 1, 3 ja 2 inimtundi; ühe tonni väetise V_2 valmistamiseks kulub samade tsehhide tööd vastavalt 3, 2, 0 ja 1 inimtundi. Tsehhidel on nimetatud väetiste tootmiseks võimalik eraldada vastavalt 48, 28, 36 ja 42 inimtundi päevas.

Kui palju tuleks tehasel päevas toota kumbagi väetist, et tehase kogutoodang (tonnides) oleks suurim, kui on püstitatud nõue, et väetist V_1 toodetaks vähemalt 10 tonni ja väetist V_2 vähemalt 8 tonni.

Kas kõikide tsehhide poolt väetiste V_1 ja V_2 tootmiseks eraldatud tööjõud leiab rakendust? Miks?

Ülesanne 1.4.

Olgu antud võrratustesüsteem:

$$\begin{cases} -1 \le -x_1 + x_2 \le 1 \\ x_1 + x_2 \ge -1 \\ -x_1 + 2x_2 \le 2 \\ 2x_1 - x_2 \le 2 \end{cases}$$

$0 \le x_1 \le 3, \quad x_2 \ge 0$

Leida:

1) lahend, mille korral $F = x_2 \rightarrow \max$
2) lahend, mille korral $P = x_1 - x_2 \rightarrow \min$
3) täisarvuline lahend, mille korral $R = 8x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$

Ülesanne 1.5.

Raudteejaamas koostatakse reisironge ja kiirronge, kusjuures rongid erinevad teineteisest erinevat tüüpi vagunite arvu poolest. Vagunite arv raudteejaamas on piiratud. Andmed on esitatud järgnevas tabelis.

Vagunite tüüp	Pagasi-vagun	Posti-vagun	Plats-kaart	Kupee	Üld-vagun
Vagunite arv					
ühes reisirongis	1	1	6	3	6
ühes kiirrongis	1	–	4	6	4
Reisijakohtade arv ühes vagunis	–	–	40	32	58
Vagunite arv raud-teejaamas	12	8	72	60	60

Määrata reisi- ja kiirrongide arv, mis on vagunite üldarvu arvestades võimalik koostada nii, et raudteejaamast saaks teele saata maksimaalse arvu reisijaid.

Milliseid vaguneid on piisavalt?

Millist tüüpi vaguneid ja kui palju peaks raudteejaamas rohkem olema, et lahkuvate reisijate arvu saaks suurendada?

Ülesanne 1.6.

Õpilane peab kooliaasta alguses ostma vihikuid ja kaustikuid. Tal on 56 krooni. Vihik maksab 4 krooni ja kaustik 7 krooni. Vihikuid vajab õpilane vähemalt seitse, aga ta ei pea vajalikuks osta neid üle kümne. Kaustikuid sooviks ta osta vähemalt kolm.

Näidata graafilist lahendusmeetodit rakendades kõik võimalikud ostmisvariandid. Millist neist eelistaksite Teie?

Kuidas hindate antud ülesande püstitust? Milliseid võimalusi selle probleemipüstituse täiendamiseks, korrigeerimiseks, täpsustamiseks Te näete?

Ülesanne 1.7.

Vabrikus valmistatakse kahte piiramata nõudlusega mööblieset: diivanvoodeid ja tugitoolvoodeid. Nende valmistamisel kasutatavatest materjalidest kahte on piiratud koguses: gobelääni on hangitud 2100 m^2 ja porolooni 2400 kg. Andmed materjalide kulu, aga samuti toodete hinna kohta on toodud järgmises tabelis.

	Materjalide kulu ühele tootele	
	Diivanvoodi	Tugitoolvoodi
Poroloon (kg)	3	7
Gobelään (m^2)	7	5
Kulutused ühe toote valmistamiseks (kr.)	2400	1200
Ühe toote müügihind (kr.)	2700	1400

Leida selline tootmisplaan, mis kirjeldatud tingimustes kindlustaks vabrikule võimalikult suure kasumi (kasum = müügihind – valmistamiskulud).

Lahendada graafiliselt ka antud majandusprobleemile vastava lineaarse planeerimisülesandega duaalne ülesanne. Mida väljendavad duaalse ülesande tundmatute ja sihifunktsiooni optimaalsed väärtused?

Ülesanne 1.8.

Leida võrratustesüsteemi

$$\begin{cases} 2x_1 + 10x_2 \leq 25 \\ 6x_1 - \ 2x_2 \leq 27 \end{cases}$$

mittenegatiivsete täisarvuliste lahendite hulgast selline lahend, mis muudab maksimaalseks funktsiooni $F = x_1 + 3x_2$ väärtuse.

Ülesanne 1.9.

Leida tingimusi

$$\begin{cases} 0{,}5x_1 - 0{,}9x_2 \geq -2{,}25 \\ \quad x_1 \quad 0{,}9x_2 \leq 9 \end{cases}$$

rahuldavate mittenegatiivsete täisarvuliste lahendite hulgast see, mis muudab funktsiooni

$$Z = 1{,}5 + 2x_1 + 2x_2$$

väärtuse maksimaalseks.

2. LINEAARSED PLANEERIMISÜLESANDED (SIMPLEKSMEETOD)

Ülesanne 2.1.

Leida funktsioonile

$$z = 3x_1 - 2x_2 - x_3$$

suurim väärtus järgmistel tingimustel:

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 - 4x_3 \leq 10 \\ 4x_1 - 2x_3 \leq 12 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 7 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

Ülesanne 2.2.

Töökojas valmistatavaid kahte liiki toodet A ja B on tarvis töödelda kolmel tööpingil. Leida töökojale selline tootmisplaan, mis maksimeeriks toodetelt saadava kasumi.

Andmed tooteühiku töötlemiseks kuluva aja, tööpinkide ajafondi ja tooteühikult saadava kasumi kohta on toodud alljärgnevas tabelis.

Tööpink	Toode A	Toode B	Tööpingi ajafond (t.)
I	2	2	120
II	1	2	100
III	4	–	160
Kasum (kr.)	20	30	

1. Koostada lineaarne planeerimisülesanne.
2. Lahendada saadud ülesanne:
   a) simpleksmeetodil;
   b) graafiliselt.
3. Tõlgendada ja analüüsida saadud lahendit.

Ülesanne 2.3.

Lahendada simpleksmeetodil ja graafiliselt:

a) $F = x_1 - x_2 \to \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 5 \\ x_1 - x_2 \ge -2 \\ x_1 + x_2 \le 5 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

b) $z = x_1 + 2x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ -3x_1 + 2x_2 \le 6 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

c) $Z = 2x_1 + x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \le 16 \\ 2x_1 - x_2 \le 6 \\ x_1 + x_2 \le 12 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

d) $F = 3x_1 + x_2 + 2x_3 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - \ \ x_3 \le 5 \\ \ \ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \le 4 \\ \qquad\qquad\quad 3x_1 \le 6 \\ 2x_1 + \ \ x_2 - 2x_3 \le 7 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \quad x_3 \ge 0$$

e) $z = x_1 - x_2 \to \max$

$$\begin{cases} -x_1 + \ \ x_2 \le 1 \\ \ \ x_1 + \ \ x_2 \le 5 \\ \ \ x_1 - 2x_2 \le 2 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

Ülesanne 2.4.

Lahendada järgnevad lineaarsed planeerimisülesanded:

a) $z = -3x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 2x_4 \to \min$

$$\begin{cases} \ \ x_1 - 4x_2 \ + x_3 - \quad x_4 \le 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + \qquad\quad x_4 \le 16 \\ \ \ x_1 + 6x_2 - 5x_3 + \ 2x_4 \le 23 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \ \ldots, \ x_4 \ge 0$$

*b) $F = -2x_1 - 3x_2 + 2x_4 + 3x_5 \to \max$

$$\begin{cases} \qquad\qquad 2x_1 \ - x_2 \ \ + x_3 \le 12 \\ \qquad\qquad\qquad\quad x_1 \ + x_4 \le 5 \\ x_1 \ - x_2 \ - 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 \le 10 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 + x_5 \ \le 24 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \ldots, x_5 \ge 0$$

c) $z = -2x_1 + x_2 + 3x_3 \to \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 8 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 \le 6 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \quad x_3 \ge 0$

Ülesanne 2.5.

Ettevõtja kavandab kolme toote tootmist, mille valmistamiseks tuleb kasutada kolme materjali M_1, M_2 ja M_3 ning neid on tal varutud vastavalt 150, 200 ja 120 kg. Materjali M_1 kulub esimese toote valmistamiseks 1 kg, teisele tootele 1 kg ja kolmandale tootele 5 kg. Materjali M_2 kulub vastavalt 2, 1 ja 5 kg, materjali M_3 – 1, 2 ja 1 kg.

Esimese toote ühikult saadavaks kasumiks on ettevõtja plaaninud 10 krooni, teise toote ühikult 20 krooni ning kolmanda toote ühikult 30 krooni.

Milliseid tooteid ja kui palju peaks valmistama, et saadav kasum oleks suurim?

Millisel määral kasutatakse optimaalse plaani korral materjale? Kas üksikute materjalide täiendav hankimine suurendaks kogukasumit, millis(t)e materjali(de) korral, millisel määral?

Kas ettevõtjale leitud optimaalne tootmisplaan sobib ka siis, kui ettevõtja on seadnud eesmärgiks valmistatavate toodete koguarvu maksimeerimise?

Ülesanne 2.6.

Firma toodab nelja erinevat liiki toodet, kusjuures tuleb lähtuda kolme materjali (A, B ja C) olemasolevatest varudest. Teada olevad andmed on koondatud järgnevasse tabelisse.

Materjal	Materjali kogus (kg)	Materjali kulu ühe toote kohta (kg)			
		I	II	III	IV
A	7350	2	–	3	1
B	6300	2	1	3	3
C	8400	2	5	1	–
Kasum tooteühikult (kr.)		13	10	18	9

Leida firmale optimaalne tootmisplaan teada olevate andmete alusel suurima kasumi taotlemise tingimusel.

Anda hinnang materjalide A, B, C kasutamise ning nende täiendava hankimise otstarbekuse kohta.

Millistes piirides võib muutuda

a) kasum II toote ühikult,
b) kasum I toote ühikult,

et esialgsetel tingimustel leitud optimaalne plaan jääks edasi optimaalseks?

Ülesanne 2.7.

Firma valmistab nelja erinevat liiki toodet. Tabelis on antud ressursid, nende kulu tooteühikule ja kasum tooteühikult.

	Toode				Ressursi maht
	I	II	III	IV	
Tooraine (kg)	3	2	1	3	650
Tööaeg (t.)	4	2	1	3	560
Tööpingid (t.)	2	–	½	1	240
Kasum (kr.)	6	5	2	4	

Kasutades toodud andmeid, leida selline tootmisplaan, mis kindlustaks firmale suurima kasumi.

Leida duaalse ülesande lahend ning anda selle tundmatute optimaalsetele väärtustele majanduslik tõlgendus.

Uurida leitud optimaalse lahendi stabiilsust, kui:

a) muutub teise toote kasum;
b) muutub esimese toote kasum.

Ülesanne 2.8.

Leida nelja liiki toodete optimaalne tootmisplaan, kui toodete valmistamiseks kasutatakse kolme materjali ja eesmärgiks on toodangu maksimum (rahalises väljenduses). Algandmed on tabelis.

Materjal	Materjali kogus (kg)	Materjali kulu ühele tootele (kg)			
		I	II	III	IV
A	240	2	0	2	1
B	160	2	1	2	0
C	300	2	2	3	2
Toote hind (kr.)		10	6	8	6

Neljandat tooteliiki ei tohiks valmistada rohkem kui 4 tükki. Leida ka duaalse ülesande lahend. Esitada mõlemate optimaalsete lahendite sisuline tõlgendus.

Ülesanne 2.9.

Toodete S, P ja T valmistamiseks kasutatakse materjale A, B ja C. Toote S valmistamiseks kulub 9 kg materjali A, 4 kg materjali B ja 5 kg materjali C. Toote P valmistamiseks kulub materjale vastavalt 15, 4 ja 3 kg, toote T valmistamiseks aga vastavalt 12, 8 ja 3 kg.

Toodete S, P, T valmistamiseks on nädalaks eraldatud materjali A 360 kg, materjali B 192 kg ja materjali C 180 kg.

Valmistatud toodet S realiseeritakse hinnaga 9 kr., toodet P hinnaga 10 kr. ja toodet T hinnaga 16 kr.

Koostada ettevõttele nädalaks tootmisplaan nii, et selle aja jooksul valmistatud toodangu maksumus oleks suurim.

Kõrvutada leitud parimat tootmisplaani selle tootmisplaaniga, mille korral eesmärgiks on võetud suurima kasumi saamine, kui iga toode annab kasumit 4 krooni.

Leida mõlemal juhul ka vastavate duaalsete ülesannete lahendid koos tõlgendusega.

Ülesanne 2.10.

Tootmisjaoskonnas toodetakse nelja liiki toodet, kusjuures neid valmistatakse kolme liiki materjalist (A, B, C). Valmistooteid müüakse järgmiste hindadega:

toode I – 22 kr/tk.,

toode II – 23 kr/tk.,

toode III – 23 kr/tk.,

toode IV – 15 kr/tk.

Andmed materjalide olemasolu ja kasutamise kohta on toodud järgnevas tabelis.

	Materjali kulu ühele tootele (kg)				Materjali kogus (kg)	1 kg mat. hind (kr.)
	I	II	III	IV		
A	2	3	1	1	90	1
B	3	1	2	3	125	2
C	1	3	4	2	135	3
Muud tootmiskulud 1 toote kohta (kr.)	2	3	1	1		

Muudeks tootmiskuludeks on lubatud kasutada kuni 105 kr.

Toodet I on kavandatud valmistada mitte rohkem kui 30 tk.

Leida, kui palju tuleks neid tooteid valmistada, et ettevõte saaks võimalikult suurt kasumit. Mil määral leiavad parima lahendusvariandi korral kasutamist materjalid A, B, C?

Ülesanne 2.11.

Kahele maatükile suurusega 10 ha ja 12 ha on plaanitud külvata otra ja nisu. Nisu oletatav hektarisaak on esimesel maatükil 18 ts/ha, teisel maatükil 20 ts/ha, odral vastavalt 30 ja 25 ts/ha. Ühe ts nisu müügist saadakse 32 krooni ja ühe ts odra müügist 20 krooni tulu. Varem sõlmitud lepingutest kinnipidamiseks on vaja vähemalt 200 ts nisu ja 260 ts otra.

Kui palju tuleb külvata nisu ja otra kummalegi maatükile, et saadav tulu oleks suurim?

Ülesanne 2.12.

Tsehh valmistab viit liiki toodet K_1, K_2, K_3, K_4, ja K_5, kusjuures nende valmistamiseks vajatakse kolme erinevat materjali A, B ja C, mille piiratud kogused on vastavalt 180, 120 ja 100 kg. Järgnevas tabelis on esitatud andmed materjalide kulu ja kasumi kohta tooteühikult.

Materjal	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
A	2	1	–	1	1
B	–	1	1	1	1
C	1	1	1	1	–
Kasum (kr.)	2	5	–1	3	3

Leida selline tootmisplaan, et saadav kasum oleks võimalikult suur.

Kas tsehhil on ka teisi parima tootmisplaani variante?

Välja kirjutada duaalne ülesanne ja anda selle tundmatute optimaalsete väärtuste majanduslik interpretatsioon.

Analüüsida lahendi stabiilsust, kui:

a) muutuks toote K_3 kasum;

b) muutuks toote K_2 kasum.

Ülesanne 2.13.

Paberirullid laiusega 19 dm on tarvis tükeldada 9, 7 ja 4 dm laiusteks paberirullideks nii, et tekkivad ülejäägid oleksid vähimad, kusjuures 9 dm laiuseid paberirulle peab olema vähemalt 150 tk., 7 dm laiuseid vähemalt 120 tk., 4 dm laiuseid vähemalt 100 tk.

Märkus: tükeldatavate paberirullide arv ei ole piiratud.

Ülesanne 2.14.

80 cm pikkustest varrastest tuleb valmistada 25 cm, 30 cm ja 35 cm pikkusi polte mitte vähem kui vastavalt 1000, 1600 ja 740 tükki.

Kuidas tuleb vardaid tükeldada, et jääkide koguhulk oleks vähim?

Ülesanne 2.15.

Kiletehas on tootnud majapidamiskilet 150 cm laiuste rullidena ning seda on tehase laos suurtes kogustes (igas rullis 90 m). Saabunud tellimuse täitmiseks on need rullid vaja tükeldada nii, et saadaks 60 cm laiuseid kilerulle vähemalt 120 tk., 80 cm laiuseid vähemalt 150 tk., 1 m laiuseid vähemalt 150 tk. ning 40 cm laiuseid rulle vähemalt 100 tk.

Kuidas tükeldada kilerullid kõige otstarbekamalt? Mis sellega kaasneb?

Leida püstitatud probleemile parim lahend, kui selgub, et 60 cm laiuseid rulle on tarvis täpselt 120 tk. (ei rohkem ega vähem). Võrrelda saadud tulemust eelnevalt leitud lahendiga. Kas ja millised muutused ilmnevad?

Tõlgendada duaalse ülesande lahendit.

Ülesanne 2.16.

Leivatehase üks jaoskond valmistab kamajahu ja kahte liiki viljakohvi (K_1 ja K_2). Jaoskonnale saab nimetatud toodete valmistamiseks kvartalis eraldada kuni 6 tonni rukist, kuni 1,2 tonni otra ning piisavalt muid lisandeid (naturaalkohvi, sigureid jne.). Kavandatud on toota nii kamajahu kui ka kohvi (mõlemat kohviliiki K_1 ja K_2 kokku) kumbagi vähemalt 14 400 krooni eest kvartalis, kusjuures kamajahu, kohvi K_1 ja kohvi K_2 ühe tonni hind on vastavalt 3200, 4500 ja 4250 krooni. Kamajahu peab sisaldama 25% rukist ja 15% otra, kohv K_1 – 40% rukist ja 10% otra ning kohv K_2 – 65% rukist.

Leida leivatehase jaoskonnale selline kvartali tootmisplaan, mille puhul toodangu maht kroonides oleks suurim. Kas selle plaani korral on kogu odra– ja rukkikogus ära kasutatud? Kumma viljaliigi koguse suurendamisest sõltub toodangu maht rohkem?

Ülesanne 2.17.

Inimesel on vaja iga päev tarbida järgmisi toitaineid: valke, rasvu, süsivesikuid, mineraalaineid. Toitainete sisaldus erinevates toiduainetes, samuti iga toiduaine maksumus on toodud järgnevas tabelis.

Toitained	Minimaalne ööpäevane vajadus (g)	Toitainete sisaldus erinevates toiduainetes (100 grammis)				
		liha	kala	piim	või	juust
Valgud	118	18	19	3	1	26
Rasvad	56	2	0,3	4	86,5	31
Süsivesikud	500	–	–	5	0,6	2
Mineraalained	8	0,9	1	0,7	1,2	6
100 g toiduaine maksumus (kr.)		2,7	1,3	0,6	4,2	4,6

Koostada selline päevane toiduratsioon, mis sisaldaks vähemalt minimaalselt inimesele vajalikke toitaineid ning oleks seejuures võimalikult odav.

Ülesanne 2.18.

Ettevõtte kolme liiki tööpinkidel A_1, A_2 ja A_3 valmistatakse kolme liiki tooteid B_1, B_2 ja B_3, kusjuures võimalikud on erinevad valmistamisvariandid – igale tootele kaks varianti. Vajalikud lähteandmed on toodud järgnevas tabelis.

Tööpingid	Tooted ja nende valmistamise variandid						Tööpinkide tööaeg (tööpinktund)
	B_1		B_2		B_3		
	I	II	I	II	I	II	
A_1	4	8	4	2	4	–	2000
A_2	4	–	6	2	2	20	4000
A_3	4	6	8	16	6	4	6000
Tootmiskulud (kr.)	14	13	22	32	26	23	
Ühe toote hind (kr.)	20		30		26		
Toodete minimaalne vajadus (tk.)	200		400		150		
Maksimaalne väljalase (tk.)	300		–		–		

Koostada ja lahendada ülesanne, mis määrab kindlaks, milliseid tooteid, millisel hulgal ja milliste variantide järgi valmistada, et kõiki tingimusi arvestades saavutataks kasumi (hind miinus tootmiskulud) maksimaalne väärtus.

Ülesanne 2.19.

Koostada järgnevate ülesannete lubatavad algbaasitabelid:

a) $z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 18 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 10 \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 \geq 7 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

b) $p = x_1 - x_2 + 2x_3 \to \max$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

c) $M = 4x_1 + 2x_2 \to \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 15x_2 - 5x_3 \geq 180 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 \leq 40 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 48 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

Ülesanne 2.20.

Firma valmistab nelja liiki tooteid. Tabelis on antud piiratud ressursside kogused, nende kulu tooteühikule ja tooteühikult saadav kasum.

	Tooted				Ressursi suurus
	I	II	III	IV	
Tooraine (kg)	3,5	5	2	5	600
Tööjõud (t.)	2	4	8	4	800
Tööpingid (t.)	5	7	4	4	700
Kasum (kr.)	30	25	56	48	
Hind (kr.)	54	40	68	55	

1. Leida firma tootmisplaan, millega kaasnev summaarne kasum oleks suurim.
2. Anda hinnang ressursside kasutamisele.
3. Uurida lahendi stabiilsust, kui
   a) I toote kasum oleks 36 krooni;
   b) III toote kasum oleks 40 krooni;
   c) II toote kasum oleks 27 krooni ja IV toote kasum 52 kr.
4. Leida tootmisplaan, kui eesmärgiks on toodete koguhulga maksimeerimine. Kuidas käsitleda stabiilsuse uurimisel saadavaid tulemusi?
5. Summaarse kogutoodangu (rahalises väljenduses) saamise eesmärgist lähtudes leida vastav parim lahend, kui toorainet on võimalik kasutada 160 kg võrra rohkem.
6. Võrrelda ja analüüsida erinevate optimaalsuskriteeriumide korral saadud lahendeid.
7. Ettevõtjale meenus, et ühele teisele firmale on lubatud II toodet valmistada ja müüa vähemalt 110 tk. Millise olukorrani viib selle asjaolu arvestamine?

Ülesanne 2.21.

Tööstusettevõte toodab viit liiki tooteid T_1 ... T_5. Tooteid töödeldakse seadmetel A, B, C, mida saab kasutada vastavalt 1000, 800 ja 800 tundi. Andmed seadmete vajaduse kohta iga toote valmistamiseks (tundides ühele tootele), tooteühiku müügihind ning saadav tulu (kroonides) on toodud järgnevas tabelis.

Seade	Toode				
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
A	1	2	1	–	1
B	–	1	1	1	1
C	1	–	1	1	–
Tulu (kr.)	2	1	3	–1	2
Hind (kr.)	86	71	63	80	77

1. Leida tootmisplaan, et saadav kogutulu oleks võimalikult suur.
2. Duaalse ülesande tundmatute optimaalsete väärtuste kaudu anda hinnang ressurssidele.
3. Kas leitud optimaalne lahend oleks parim ka siis, kui
   a) toote T_3 kasum oleks 4,70 kr.,
   b) toote T_4 ja T_2 kasum oleks vastavalt 0,71 ja 3,95 kr.,
   c) toote T_1 kasum hälbiks 16%?
4. Lahendada ülesanne kaubatoodangu maksimeerimise tingimustel. Tulemust võrrelda p. 1 saadud lahendiga, samuti duaalse ülesande lahendit võrrelda p. 2 tõlgendusega.
5. Lahendada kasumi maksimeerimise ülesanne juhtudel, kui esialgsetele nõuetele lisandub üks järgnevatest:
   a) igat toodet tuleb valmistada vähemalt 10 tk.,
   b) toodet T_3 tuleb valmistada 6 korda rohkem kui toodet T_4,
   c) toodet T_2 valmistada mitte rohkem kui 60 tk.,
   d) toodangut tuleb valmistada vähemalt 3,2 tuh. kr. eest ning ressursi kogust võib vajadusel suurendada 10–15% võrra.

6. Lahendada ülesanne p. 5 kõigi alapunktide nõuete koosarvestamisel.

Ülesanne 2.22.

Mööblivabrik laseb välja kahte liiki mööblikomplekte, mille valmistamiseks on vaja laudu järgmiselt: esimese mööbliliigi jaoks vajatakse 1,5 m pikkuseid laudu 2 tk., 2,0 m pikkuseid 4 tk., 0,5 m pikkuseid 3 tk.; teise mööbliliigi jaoks läheb tarvis 2 lauda pikkusega 2,0 m ja 5 lauda pikkusega 1,0 m. Mööblivabrikul on olemas 1200 lauda pikkusega 4,0 m ja 3000 lauda pikkusega 3,0 m.

Koostada lahtilõikamisplaan, et olemasolevast materjalist saaks valmistada maksimaalse arvu mööblikomplekte, kusjuures esimest liiki mööblikomplekte tuleb toota 2 korda rohkem kui teist liiki mööblikomplekte.

3. TRANSPORDIÜLESANDED

Ülesanne 3.1.

Kolm hankijat kaubakogustega vastavalt 40, 50 ja 60 ühikut varustavad nelja tarbijat vajadustega vastavalt 20, 25, 35 ja 40 ühikut. Eesmärgiks on summaarsete veokulude minimeerimine. Kaubaühiku veokulud on antud järgnevas tabelis.

	20	25	35	40
40	5	10	16	20
50	8	2	13	17
60	11	15	17	22

Kas transpordimudel on lahtine või kinnine? Miks?

Leida lubatav lahend loodenurga reegli, vähima elemendi reegli ja Vogeli meetodi abil. Võrrelda saadud lahendeid.

Kontrollida vähima elemendi reegliga leitud lahendi optimaalsust, parandada lahendit ja leida optimaalne lahend. Tõlgendada parimat veoplaani.

Kas ülesandel on ka alternatiivseid lahendeid? Miks on, ei ole? Olemasolu korral leida ja analüüsida alternatiivset(seid) lahendit(eid).

Uurida leitud optimaalse lahendi stabiilsust, kui muutuks:

a) veokulu c_{22},

b) veokulu c_{31}.

Ülesanne 3.2.

Lahendada järgmised transpordiülesanded:

a)

	30	125	215	40
133	7	1	4	2
95	3	15	4	5
154	7	10	5	8
28	4	4	11	10

b)

	150	350	110	200
110	3	7	9	4
170	10	6	8	11
330	3	7	4	5
290	6	9	10	7

c)

	220	350	100	250	200
400	5	9	6	7	4
400	6	8	4	3	5
520	3	4	2	2	5
500	6	9	5	6	6

d)

	100	200	150	180	100
80	5	4	10	8	6
300	7	12	4	6	7
120	3	1	4	7	9
230	12	3	5	9	8

e)

	245	120	80
160	5	8	11
140	10	12	15
120	16	13	15
130	20	17	22

f)

	130	270	100	130
210	3	5	6	7
190	7	4	8	4
170	4	9	2	3
130	5	3	5	9

g)

	105	24	36	100
127	4	11	3	1
40	5	6	7	4
45	8	7	6	2
133	14	10	10	21

h)

	300	340	360	100	410
170	6	5	8	12	10
260	4	1	4	2	8
470	2	3	6	6	4
600	5	6	6	11	7

Ülesanne 3.3.

Kaubandusettevõtted K_1, K_2, K_3 ja K_4 saavad kaupa neljast laost L_1, L_2, L_3 ja L_4. Ladude varud, kaupluste vajadused ja veokaugused on toodud juuresolevas tabelis.

Laod \ Kauplused		K_1 81	K_2 113	K_3 197	K_4 338
L_1	171	1	2	3	1
L_2	239	4	3	5	3
L_3	148	2	1	3	2
L_4	171	4	2	3	5

Leida veoplaan, mille korral summaarne veokaugus on vähim. Arvutada summaarne veokaugus.

Ülesanne 3.4.

Kolm ladu varustavad nelja kauplust. Andmed ladude varude ja kaupluste tellimuste ning kaubaühiku veokulude kohta on järgnevas tabelis.

d)

	100	200	150	180	100
80	5	4	10	8	6
300	7	12	4	6	7
120	3	1	4	7	9
230	12	3	5	9	8

e)

	245	120	80
160	5	8	11
140	10	12	15
120	16	13	15
130	20	17	22

f)

	130	270	100	130
210	3	5	6	7
190	7	4	8	4
170	4	9	2	3
130	5	3	5	9

g)

	105	24	36	100
127	4	11	3	1
40	5	6	7	4
45	8	7	6	2
133	14	10	10	21

h)

	300	340	360	100	410
170	6	5	8	12	10
260	4	1	4	2	8
470	2	3	6	6	4
600	5	6	6	11	7

Ülesanne 3.3.

Kaubandusettevõtted K_1, K_2, K_3 ja K_4 saavad kaupa neljast laost L_1, L_2, L_3 ja L_4. Ladude varud, kaupluste vajadused ja veokaugused on toodud juuresolevas tabelis.

Laod \ Kauplused		K_1 81	K_2 113	K_3 197	K_4 338
L_1	171	1	2	3	1
L_2	239	4	3	5	3
L_3	148	2	1	3	2
L_4	171	4	2	3	5

Leida veoplaan, mille korral summaarne veokaugus on vähim. Arvutada summaarne veokaugus.

Ülesanne 3.4.

Kolm ladu varustavad nelja kauplust. Andmed ladude varude ja kaupluste tellimuste ning kaubaühiku veokulude kohta on järgnevas tabelis.

	200	150	110	140
170	10	16	9	12
300	4	15	7	9
100	6	14	11	8

Kui ladudes on kaupa vähem kaupluste kogutellimusest, siis vähendada kaupluste tellimusi võrdses koguses, kuid teise kaupluse tellimus tuleks tingimata täielikult täita.

Leida lubatav lahend vähima elemendi reegliga.

Ülesanne 3.5.

Olgu antud transporditabel

	300	340	360	100	410	60
170	6	$\boxed{5}$ 170	8	12	10	7
260	4	$\boxed{1}$ 170	4	$\boxed{2}$ 90	8	3
470	$\boxed{2}$ 300	3	6	6	$\boxed{4}$ 170	5
600	5	6	$\boxed{6}$ 360	11	$\boxed{7}$ 180	$\boxed{5}$ 60
70	0	0	0	$\boxed{0}$ 10	$\boxed{0}$ 60	0

Leida kõik optimaalsed lahendid.

Ülesanne 3.6.

Seoses tootmise laiendamisega võetakse mööblivabrikusse tööle kolme eriala oskustöölisi vastavalt 30, 35 ja 40 inimest. On olemas viit liiki tööd (ametit), kuhu on vaja vastavalt 25, 25, 20, 15 ja 20 inimest. Kui oskustöölise eriala vastab täielikult töökohale, siis märgitakse “veokuluks või kauguseks” 0, vastavalt täiendamise või ümberõppe vajadusele 1 – 5 (5 – kui eriala ei vasta üldse töökohale).

	25	25	20	15	20
30	5	1	0	5	1
35	0	5	5	0	1
40	5	1	1	5	0

Jaotada oskustöölised töökohtadele nii, et oskustööliste eriala vastavus oleks võimalikult hea. Analüüsida tulemust.

Ülesanne 3.7.

Põllumajandusühistus kavandatakse kevadisi külvitöid: kolme teraviljakultuuri saab külvata kolmele erineva mullaviljakusega põllule. Põldude suurused on vastavalt: P_1 = 60 ha, P_2 = 35 ha, P_3 = 45 ha. Kultuuride külvipinnad on ette nähtud järgmised: K_1 = 40 ha, K_2 = 60 ha, K_3 = 40 ha. Kultuuride oodatavad saagikused (ts/ha) erinevatel põldudel on toodud tabelis. Leida kultuuride paigutamise plaan, mille korral kogusaak oleks suurim.

	P_1	P_2	P_3
K_1	15	30	10
K_2	20	20	35
K_3	40	35	37

Märkus: ülesande lahendamisel transpordiülesandena tuleb maksimeerimise ülesandelt üle minna minimeerimise ülesandele.

Ülesanne 3.8.

Transpordiülesande lähteandmed on tabelis.

	400	200	300	200
300	2	5	9	3
600	8	3	5	10
200	7	3	1	4
100	1	9	7	2

Leida lubatav lahend vähima elemendi reegli abil ja loodenurga reegli abil. Võrrelda saadud lahendeid.

Kas lahendid on kõdunud?

Leida optimaalne lahend.

Millisel määral vähenevad summaarsed veokulud optimeerimisprotsessi kestel?

Kas ülesandel on alternatiivset(eid) lahendit(eid)?

Ülesanne 3.9.

Jaotada maitsetaimede külvipinnad erineva mullastikuga põldude vahel nii, et maitsetaimede oodatav kogusaak osutuks maksimaalseks. Vajalikud andmed on toodud alljärgnevas tabelis.

Maitsetaimed	Saagikus erinevatel põldudel (ts/ha)				Külvipinna suurus (m^2)
	I	II	III	IV	
Seller	5,0	4,0	2,0	1,5	1000
Salvei	2,0	1,2	1,1	1,7	6000
Köömen	3,2	2,5	2,0	1,9	1900
Piparmünt	2,8	2,0	1,6	1,4	1800
Põldude suurus (m^2)	2000	3000	3500	1500	

Juhis: transpordiülesande saamiseks tuleb maksimaalse kogusaagi z saavutamise asemel nõuda, et suurus z' = –z omandaks minimaalse väärtuse.

Ülesanne 3.10.

Ühistus plaanitakse neljal erineva mullastikuga põllul P_1, P_2, P_3 ja P_4 kasvatada otra, rukist ja nisu suhtes 3 : 2 : 2. Põldude pindalad on vastavalt 25, 35, 15 ja 9 ha. Kultuuride oodatavad saagikused erinevatel põldudel on toodud juuresolevas tabelis.

	P_1	P_2	P_3	P_4
Oder	23	25	27	31
Rukis	21	24	26	23
Nisu	25	28	32	27

Leida kultuuride parim paigutus erinevate muldadega põldudele ning vastav kogusaak.

Ülesanne 3.11.

Kolm hankijat varustavad viit tarbijat. Andmed kauba pakutavate koguste, soovitud mahtude ja kaubaühiku veokulude kohta on toodud järgnevas tabelis, kusjuures kauba vedu ei ole võimalik esimeselt hankijalt kolmandale tarbijale ning teiselt hankijalt esimesele tarbijale.

	300	260	90	100	50
200	2	3		11	13
360		6	9	3	15
240	5	4	12	7	12

Milliselt hankijalt millisele tarbijale kui palju kaupa vedada, et:

a) kõik tingimused oleks täidetud,

b) rahuldada tarbijate vajadused minimaalsete veokuludega?

Ülesanne 3. 12.

Antud järgmised andmed kaupluste tellimuste täitmise määramiseks.

Kauplused / Laod	200	100	250	10
40	9	9	9	6
190	7			4
70	6	7	9	5
300	4	9	16	3

Summaarsed veokulud peaksid tulema minimaalsed tingimusel, et varude ülejäägi korral kõigil ladudel jääks üle võrdne kogus kaupa ja varude puudujäägi korral kõigil tarbijatel jääks saamata võrdne kogus kaupa. Lubatav lahend leida vähima elemendi reegliga.

Ülesanne 3.13.

Kolm hankijat varustavad viit tarbijat. Kõik vajalikud näitajad (hankijate ressursid, tarbijate vajadused ning veokulud kaubaühiku kohta) on toodud järgnevas tabelis.

	150	150	200	200	300
300	21	14	9	19	7
300	19	13	20	13	21
300	10	16	17	14	16

Millised võimalused on selle ülesande muutmiseks kinniseks?

Leida veoplaan, millega kaasnevad vähimad summaarsed kulutused.

Ülesanne 3.14.

Liivakarjäärist A_1 on vaja vedada liiva ehitusmaterjalide tehasesse B_1 30 koormat, ehitusele B_2 32 koormat ja sadamasse B_3 32 koormat; raudteejaamast A_2 katlamajja B_4 100 koormat kivisütt; sadamast A_3 70 koormat killustikku teedevalitsusele B_5; utiililattu B_6 tehasest A_4 38 koormat vanarauda.

Kaugused (kilomeetrites) objektide vahel on toodud tabelis.

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	10	5	5	9	10	4
A_2	2	6	8	5	1	7
A_3	10	4	0	4	7	9
A_4	5	5	6	2	2	10

Koostada marsruudid nii, et tühisõidud oleksid minimaalsed.

Ülesanne 3.15.

Neli hankijat kaubakogustega vastavalt 70, 80, 90 ja 60 ühikut varustavad viit tarbijat vajadustega vastavalt 20, 60, 70, 50, ja 60 ühikut. Eesmärgiks on leida selline veoplaan, millega kaasnevad vähimad ajakulud transpordile. Veoaegade maatriks on järgmine:

$$T = \{t_{ij}\} = \begin{pmatrix} 70 & 20 & 40 & 90 & 30 \\ 60 & 40 & 120 & 70 & 80 \\ 20 & 50 & 40 & 30 & 70 \\ 90 & 80 & 50 & 60 & 40 \end{pmatrix}$$

Märkus: veoaeg ei sõltu veetavast kogusest (kogu kaup on võimalik välja saata korraga).

4. MITTELINEAARNE PLANEERIMINE

Ülesanne 4.1.

Kaupluse käibe maht on 3500 ühikut, kusjuures kaubaühiku säilitamiskulud on 2,5 kr. ning transpordikulud moodustavad 35 kr. partii kohta.

Leida kaubapartii optimaalne suurus ja sellele vastavad keskmine varu, kaubapartiide arv, nende saabumise sagedus poolaasta (183 päeva) vältel ning kulutuste suurus. Millistes piirides võib kaubapartii optimaalne suurus muutuda, kui kulutused võivad suureneda 22%? Lahendada ülesanne, kui täiendavalt on teada, et laopinda on 400 m^2 ning kaubaühiku säilitamiseks läheb vaja 2 m^2. Kui suur võib olla kulutuste piirmäär täiendava laopinna hankimiseks?

Ülesanne 4.2.

Kaupluse käibe maht on 4500 ühikut, kaubapartii transpordikulud 45 krooni ning kaubaühiku säilitamiskulud 2,25 krooni, käsitletav periood 150 päeva.

Leida kaubapartii optimaalne suurus ja sellele vastavad kaubapartiide arv, nende saabumise sagedus ning kulutuste summa. Kas ja kui palju võib kaubapartii optimaalne suurus muutuda, kui kulutuste suurendamise piirmäär on 20%? Kas kaubapartii optimaalse suuruse muutus ±12% toob kaasa juhtimiskulude muutuse ja kui palju?

Ülesanne 4.3.

Kaupluse käibe maht on 110 000 ühikut, kaubapartii transpordikulud 550 krooni ning kaubaühiku hoiukulud moodustavad 4 krooni. Kaupluse laopind on 360 m^2, kaubaühiku säilitamiseks vajatakse 0,1 m^2.

Määrata kaubapartii suurus ja sellele vastavad keskmine varu, kaubapartiide arv, nende saabumise sagedus aasta kestel ning sellega kaasnevad kulutused. Kui suur võib olla kulutuste piirmäär täiendava laopinna saamiseks?

Milline oleks kaubapartii optimaalne suurus ja kogukulude maht, kui kauplusel oleks laopinda piisavalt?

Ülesanne 4.4.

Kaupluse käibe maht on 8000 ühikut. Kaubavarude säilituskulud on 2 krooni kaubaühiku kohta. Kaubapartii sisseveokulud on 20 krooni. Laopinda on kauplusel 280 m^2, kaubaühiku säilitamiseks vajatakse 0,14 m^2.

Leida kaubapartii optimaalne suurus ja sellele vastavad keskmise varu suurus, kaubapartiide arv ja nende saabumise sagedus 3 kuu (90 päeva) jooksul. Kui suured on vastavad kulud? Analüüsida kulutuste piirmäära täiendava laopinna muretsemiseks.

Ülesanne 4.5.

Ettevõtja on kavandanud tootmiskulude suuruseks 800 krooni nädalas ning arvestab tööjõuühiku hinnaks 6 krooni ja materjaliühiku hinnaks 10 krooni. Oma tootmistegevuse kavandamisel kasutab ettevõtja sama tegevusala firmade eelmise kvartali andmetel koostatud tootmisfunktsiooni:

$$Q = 120L + 200M - 1{,}5L^2 - 2M^2$$

Määrata maksimaalne võimalik tootmise maht, selle kindlustamiseks vajalike ressursside hulk ning piirtoodang tootmisressursside suhtes.

Millega seletate selliseid tulemusi?

Ülesanne 4.6.

Statistiliste andmete alusel on leitud tootmisfunktsioon, millega on määratud seos toodangu mahu (Q) ning tööjõu (L) ja materjali (M) vahel:

$$Q = 120L + 200M - 2L^2 - 2M^2$$

Tootmiskulude mahuks on planeeritud 1200 krooni. Tööjõuühiku hind on 24 krooni ja materjaliühiku hind 32 krooni.

Koostada tootmiskulude planeeritud mahu ning kehtivate tööjõu ja materjali hindade korral tootmisplaan, mille puhul toodangu maht on suurim. Leida piirtoodang tootmiskulude mahu suhtes ning selgitada selle majanduslikku sisu.

Ülesanne 4.7.

Lahendada ülesanne 4.6 tingimusel, et materjaliühiku hind on 16 krooni. Analüüsida saadud tulemusi ja kõrvutada ülesande 4.6. lahendustulemustega.

Ülesanne 4.8.

Firma kasutab oma tootmistegevuse kavandamisel tootmisfunktsiooni:

$$Q = 90L + 110M - L^2 - M^2,$$

kus

Q – tootmise maht,

L – kasutatav tööjõud,

M – kasutatava materjali kogus.

Eelmisel tootmisperioodil olid firma tootmiskulud 1000 krooni. Materjali ostis firma sisse hinnaga 22,2 kr/kg ning töötaja töötund maksis 20 krooni. Plaaniperioodil tuleb tunnipalka tõsta 20%. Materjali on võimalik sisse osta 11% odavamalt. Seoses firma tegevuse laiendamisega võib summaarseid tootmiskulusid (koosnevad tööjõu- ja materjalikuludest) plaaniperioodil suurendada 33%.

Määrata:

a) firma maksimaalne võimalik tootmise maht plaaniperioodil;
b) tasakaalustatud ressursside vajadus;
c) piirtoodang mõlema tootmisressursi suhtes.

Võrrelda plaaniperioodi optimaalset tootmisplaani eelmise perioodi optimaalse tootmisplaani vastavate suurustega.

5. MÄNGUTEOORIA

Ülesanne 5.1.

Mängijad A ja B mängivad äraarvamismängu: kummas käes on pähkel. Kui arvaja ütleb õigesti, saab ta pähkli endale, vastasel juhul jääb see käeshoidjale. Mängija A on pähkli(te) hoidjaks ja mängija B äraarvajaks. Mängija A kasutada on kaks strateegiat: A_1 – võtta pähkel vasakusse kätte, A_2 – võtta pähkel paremasse kätte. Mängija B strateegiad on: B_1 – öelda, et pähkel on vasakus käes, B_2 – öelda, et pähkel on paremas käes. Suurus 1 mängu maatriksis väljendab hinnangut pähkli saamisele ja –1 sellest ilmajäämisele.

Koostada mängu maatriks.

Kas mängul on sadulpunkt?

Lahendada vastav mäng graafiliselt ning analüüsida tulemust.

Ülesanne 5.2.

Olgu antud järgmised andmed kahe mängija (A – kütuse varuja, B – talv) nullsummalise mängu kirjeldamiseks.

Talveks on tarvis varuda kütust. Kütusekulu ja selle maksumus on sõltuvuses talve karmusest järgmisel viisil:

	Pehme talv	Normaalne talv	Külm talv
Kütuse kulu (t)	5	10	18
Kütuse hind ($/t)	10	16	20

Enne kütteperioodi algust saab kütust osta hinnaga 10 $/t, kevadel tuleb kõik ülejäägid realiseerida hinnaga 5 $/t.

Koostada mängu maatriks võttes selle elementideks kulutuste suurused.

Määrata mängu alumine ja ülemine hind.

Leida parim variant kütuse varumiseks.

Ülesanne 5.3.

Olgu antud kahe mängijaga nullsummalise mängu maatriks:

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	0,8	0,5	0,7	0,2	0,3
A_2	0,3	0,7	0,3	0,6	0,9
A_3	0	0,7	0,5	0,8	0,8
A_4	0,4	0,2	0,3	0,1	0,1
A_5	0	0,4	0,2	0,8	1,0

Lihtsustada mängu, kui järgneva mängu maatriksis esineb domineerivaid strateegiaid.

Kas mängul on sadulpunkt?

Vajadusel koostada mängu lahendamiseks lineaarne planeerimisülesanne.

Määrata mängu tulemus.

Milliseid strateegiaid ja millisel määral on otstarbekas kasutada mängijal A, mängijal B?

Ülesanne 5.4.

Sõjalise konflikti korral on sõdival poolel B kasutada nelja tüüpi ründerakette (B_1, B_2, B_3, B_4). Teisel, ennast kaitsval poolel A on võimalik kasutada kolme tüüpi õhutõrjerakette (A_1, A_2, A_3). Mõlemal konfliktis osalejal on teada, et õhutõrjerakett A_1 tabab rakette B_1, B_2, B_3 ja B_4 tõenäosustega vastavalt 80%, 90%, 60%, 70%, rakett A_2 vastavalt 60%, 70%, 90%, 80%, rakett A_3 – 70%, 90%, 50%, 80%. Osapoole A eesmärgiks on ründeraketi allatulistamine võimalikult suurema tõenäosusega.

Koostada mängu maatriks, võttes mängijate A ja B strateegiateks nende raketitüübi valikud.

Määrata, milli(st)seid strateegia(t)id on otstarbekas kasutada konflikti osapooltel.

Ülesanne 5.5.

Kaks mängijat mängivad kolme kaardiga ("lill", "liblikas", "lohe"). Mängijad asetavad samaaegselt lauale ühe kaardi. Võidud määratakse järgnevalt: "liblikas" võidab "lille", "lohe" "liblika", "lill" "lohe". Kui lauale asetatud kaardid on samanimelised, on tulemuseks 0, võidu suuruseks on 1, kaotuse korral –1.

1. Koostada mängu maatriks.
2. Kontrollida sadulpunkti olemasolu.
3. Leida mängu parim tulemus ning milliseid strateegiaid mängijad peavad selleks rakendama.

Ülesanne 5.6.

Lahendada graafiliselt kahe isiku nullsummaline mäng, mille korral mängija A võitude maatriks on:

$$\{a_{ij}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}8 \\ 1 & 0{,}5 \end{pmatrix}.$$

Ülesanne 5.7.

Olgu antud järgmine kahe isiku nullsummalise mängu maatriks:

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	3	6	3	6
A_2	0	8	5	1
A_3	5	2	4	7
A_4	0	4	3	2
A_5	7	5	7	6

Mängija B lugeda mängu tulemuse suhtes passiivseks. Leida riski maatriks ja valida selle alusel mängijale A sobivaim strateegia. Valida mängijale A strateegia Hurwiczi kriteeriumiga ($\gamma = 0{,}6$), Waldi kriteeriumiga. Mida eelneva alusel soovitada mängijale A?

Ülesanne 5.8.

Antud on järgmine kahe mängijaga nullsummalise mängu maatriks:

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0,8	0,5	0,7	0,2
A_2	0	0,7	0,5	0,7
A_3	0,4	0,2	0,3	0,1
A_4	0	0,4	0,3	0,8

Selgitada, kas mängu maatriksis esineb domineerivaid strateegiaid ning lihtsustada mängu maatriksit.

Koostada lineaarne planeerimisülesanne mängu maatriksi alusel optimaalselt segastrateegiate leidmiseks ja lahendada saadud ülesanne.

Ülesanne 5.9.

Ülesandes 5.8. lugeda mängija B mängu tulemuse suhtes passivseks.

Leida vastavast mängu maatriksist lähtudes riski maatriks ja valida selle alusel mängijale A sobivaim strateegia mängus passiivse mängija B vastu.

Valida strateegia mängijale A Waldi kriteeriumi abil, Hurwiczi kriteeriumi ($\gamma = 0{,}23$) abil.

Esitada saadud tulemuste põhjal soovitused mängijale A käitumisvariandi valikuks.

Ülesanne 5.10.

Firma valmistab kolme tüüpi toodangut, saades seejuures kasumit, mis sõltub nõudluse tasemest. Olgu neli võimalikku nõudlustaset. Juuresoleva maatriksi element (a_{ij}) väljendab i-nda toote kasumit j-nda nõudlustaseme korral. Mängumaatriks on:

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	3	6	2
A_2	4	5	6	5
A_3	1	7	4	7

1. Selgitada, kas selle maatriksiga esitatavas mängus esineb domineerivaid strateegiaid ja kas mängul on sadulpunkt.
2. Koostada lineaarsed planeerimisülesanded probleemi lahendamiseks (mängijate optimaalsete strateegiate leidmiseks).
3. Määrata mängijate A ja B optimaalsed segastrateegiad ning nende alusel selgitada:
   - milliseid tooteid ja millises vahekorras peaks firma tootma;
   - milliseks kujuneb kasum;
   - millised nõudlustasemed esinevad ja millises vahekorras.

Ülesanne 5.11.

Aiandis kasvatatakse nelja liiki lilli, mille müügist saadav kasum sõltub ilmastikust. Kui suvi on külm, annavad I liiki lilled 1000, II liiki 3000, III liiki 5000 ja IV liiki lilled 4000 krooni kasumit. Kui suvi on normaalne, siis kasumid on vastavalt 4000, 5000, 7000 ja 2000 krooni. Kui suvi on soe, siis on kasumid 3000, 6000, 2000 ja 1000 krooni.

Eeldusel, et tegemist on kahe isiku nullsummalise mänguga, koostada aiandi ja "ilmataadi" vahelise mängu maatriks.

Lahendada see mäng, selgitades välja sadulpunkti olemasolu ja kasutades simpleksmeetodit vastava lineaarse planeerimisülesande lahendamiseks.

Ülesanne 5.12.

Lugedes ülesandes 5.11. ilmastiku mängu tulemuse suhtes passiivseks ja kasutades võimalikke erinevaid kriteeriume, langetada otsus, milli(st)seid liik(i)e lilli tuleks aiandis kasvatada.

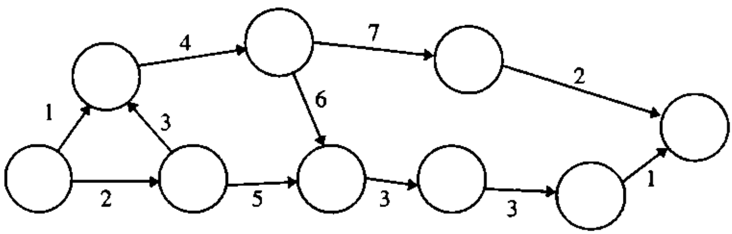
6. VÕRKPLANEERIMINE

Ülesanne 6.1.

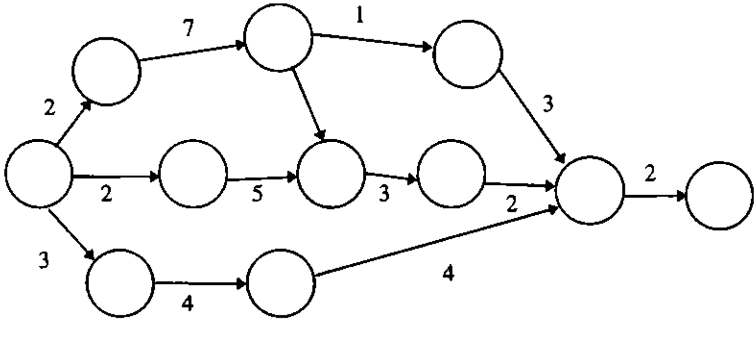
Alljärgnevatel võrkgraafikutel a) - g):

1. Nummerdada sündmused nende loomuliku toimumise järjekorras.
2. Leida kriitiline tee, tööde lõpetamise ja alustamise varaseimad ning hiliseimad tähtajad. Analüüsida ajareserve.
3. Anda graafikutel toodud töödele ja sündmustele majanduslik sisu.

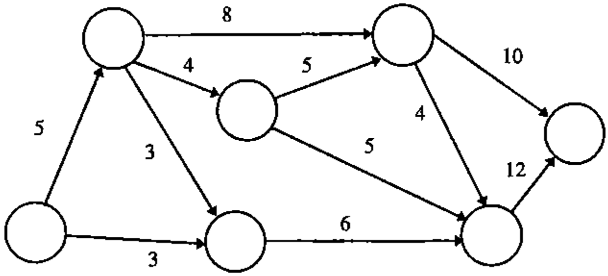
a)



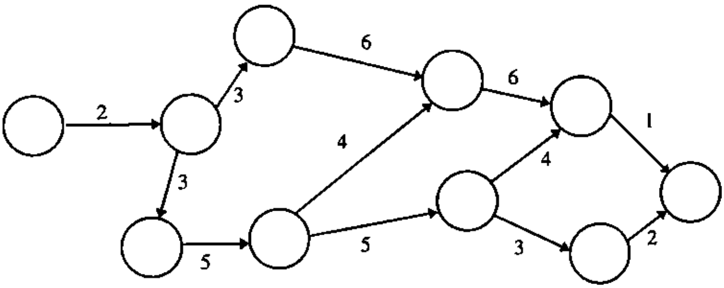
b)



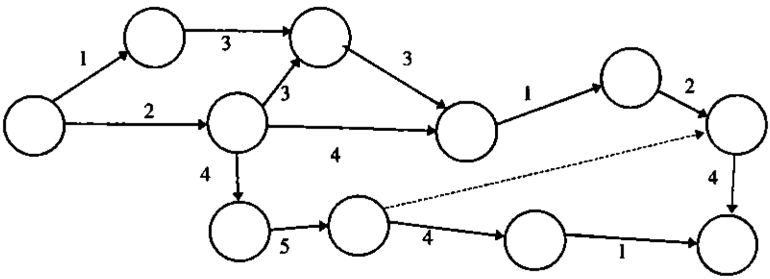
c)



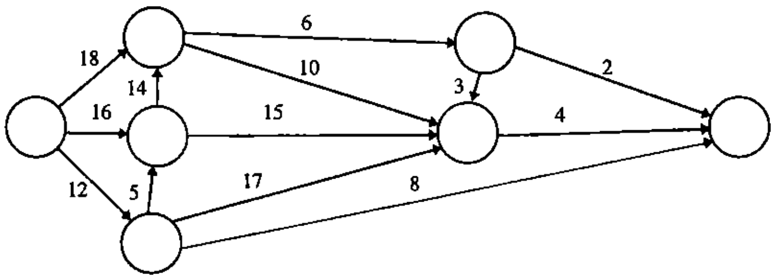
d)



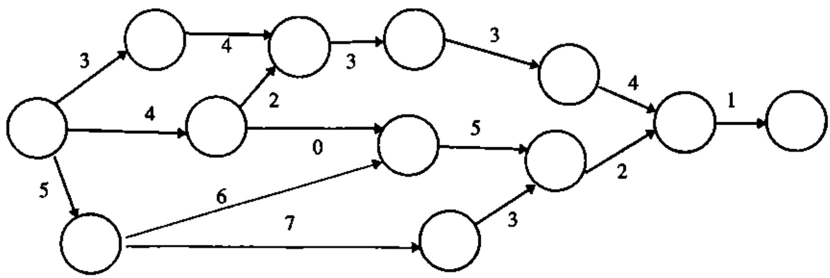
e)



f)



g)



Ülesanne 6.2.

Koostada võrkgraafikud järgmiste lõppsündmuste toimumiseks. Analüüsida neid, leida tööde alustamise ning lõpetamise varaseimad ja hiliseimad tähtajad, sündmuste toimumisajad, kriitiline tee, ajareservid, hinnata neid.

- Jaanilaada korraldamine. Määrata organiseerimistööde alguskuupäev.
- Juurviljalaada korraldamine. Organiseerimistöödeks võib kulutada kuni 18 päeva.
- Uue kaupluse avamine. Ehitamiseks ja kaupluse sisustamiseks ei tohi kuluda aega üle 1,5 aasta.
- Firma aastaaruande koostamine. Aruanne peab olema esitatud 30. aprilliks.

- Koolisöökla remont. Söökla saab remondiks sulgeda 10. juunil, avada tuleb 2. septembril.
- Kaupluse remont ja reorganiseerimine, üleminek selvemüügile. Kauplus võib olla remondiks suletud maksimaalselt 2 kuud.
- Mööblikaupluse remont ja reorganiseerimine. Tähtaeg mitte üle 4 kuu.
- Pakkeliini monteerimine ning projektvõimsusel töölerakendamine jahuveskis. Tööde teostamiseks võib kulutada kuni 3 kuud.
- Suvekohviku avamine. Kohvik peab olema avatud hiljemalt 5. maiks. Leida tööde alustamise tähtaeg.

7. JÄRJEKORRATEOORIA

Ülesanne 7.1.

Ühe töötajaga kauplusse tuleb keskmiselt 0,8 inimest minutis. Ühe ostja teenindamiseks kulub keskmiselt 52 sekundit.

Leida kaupluse kui ühekanalilise teenindussüsteemi tööd iseloomustavad näitajad ja analüüsida neid.

Ülesanne 7.2.

Kauplusse siseneb keskmiselt 2 ostjat minutis. Ostja teenindamine kassa juures kestab keskmiselt 24 sekundit.

Kasutades teenindussüsteemi tööd iseloomustavaid näitajaid, anda hinnang kaupluse töökorraldusele ostjate seisukohalt ühe ja kahe müüja olemasolul.

Ülesanne 7.3.

Kaupluses töötab 2 kassat. Kassas kulutab ostja keskmiselt 50 sekundit. Kauplusse tuleb tööpäevadel keskmiselt 1,3 ostjat minutis, puhkepäevadel 1,9. Leida töö- ja puhkepäeva kohta:

a) järjekorra puudumise ja moodustumise tõenäosused;

b) ostjate keskmine arv järjekorras;

c) keskmine ooteaeg järjekorras;

d) keskmine kaupluses oleku aeg;

e) kassapidaja koormatus.

Analüüsida juhtumit, kui puhkepäevadel rakendatakse tööle kolm kassat. Kas kauplus võiks töötada ka ühe kassaga? Milline on sel juhul ostjate teenindamise olukord kaupluses.

Ülesanne 7.4.

Kaupluses töötab kolm kassat. Kassa juures kulutab ostja keskmiselt 50 sekundit. Kauplusse tuleb ennelõunal keskmiselt 1,4 ostjat minutis, pärastlõunal keskmiselt 2,3. Leida kummagi perioodi kohta:

a) järjekorra puudumise ja tekkimise tõenäosused;

b) järjekorra keskmine pikkus;

c) keskmine järjekorras oleku aeg;

d) keskmine kaupluses oleku aeg;

e) kassapidajate koormatus.

Analüüsida juhtumit, kui ennelõunal rakendataks tööle 2 kassat, 1 kassa.

Milliseks kujuneb olukord, kui ajakulud kassa juures väheneksid keskmiselt 10%?

Ülesanne 7.5.

Kaupluses töötab kolm kassat. Kassas kulutab ostja keskmiselt 45 sekundit. Kauplusse tuleb ennelõunal keskmiselt 1,5 inimest minutis, pärastlõunal 2,1, puhkepäeval 2,6. Leida kõik kaupluse tööd iseloomustavad näitajad kolmel erineval perioodil.

Analüüsida juhtumit, kui ennelõunal rakendatakse tööle kaks kassat või üks kassa. Kas on mõistlik, et kauplusse paigutataks juurde veel neljas kassa.

Ülesanne 7.6.

Ühe kassaga kaupluses on hommikupoolikul teeninduskanali koormatus 0,5, õhtupoolikul 0,9. Määrata mõlema tööperioodi kohta:

a) järjekorra puudumise tõenäosus;

b) kassapidaja mittehõivatus tööga;

c) tõenäosus, et järjekorras on 3 inimest, 4 inimest, 5 inimest;

d) keskmine ooteaeg järjekorras, kui on teada, et hommikupoolikul tuleb kauplusse keskmiselt 0,8 inimest minutis, õhtupoolikul – 1,5 inimest minutis;

e) ostjate keskmine ooteaeg järjekorras ning keskmine kaupluses oleku aeg.

Kas on otstarbekas õhtupoolikul tööle rakendada kaks kassapidajat? Milliseks kujuneks sel juhul järjekorra pikkus?

Ülesanne 7.7.

Ajalehetoimetuses võetakse kuulutuste tekste vastu ühel telefonil. Keskmiselt kulub ühe tellimuse vastuvõtuks 2,2 minutit. Hommikupoolikul on soovijaid rohkem: keskmiselt 1,5 klienti, pärastlõunal vaid 0,5 klienti minutis.

Leida tellimuste vastuvõttu iseloomustavad näitajad ja analüüsida olukorda mõlemal perioodil. Mida tooks kaasa tellimuse vastuvõtule kuluva aja vähenemine 2 minutile ja mida täiendava töötaja (teise telefoni) rakendamine?

Ülesanne 7.8.

Kauplusse tuleb keskmiselt 2 ostjat minutis. Ühe ostja teenindamiseks kulutatakse keskmiselt 30 sekundit. Töötab üks kassa. Järjekord on piiratud ostukorvide arvuga ja neid on 7.

Leida kaupluse tööd iseloomustavad näitajad. Mil määral paranevad need näitajad, kui tööle rakendataks kaks kassat? Kui suur osa ostjaid jääb ostukorvide vähesuse tõttu teenindamata?

ÜLESANNETE VASTUSEID

Ülesanne 1.1.

$z_{max} = 7$, kui $x_1 = 6$, $x_2 = 1$.

Ülesanne 1.2.

a) $z_{max} = 21$, kui $x_1 = 4$ ja $x_2 = 6$ või $x_1 = 3$ ja $x_2 = 9$
b) $z_{min} = -12$, kui $x_1 = 6$ ja $x_2 = 6$ või $x_1 = 6{,}5$ ja $x_2 = 7{,}5$

c) sihifunktsiooni z väärtus on tõkestamata.

Ülesanne 1.3.

Väetisi V_1 ja V_2 tootvas tehases tuleks päevas valmistada 12 tonni väetist V_1 ja 8 tonni väetist V_2, väetiste kogutoodang on 20 tonni.

Ülesanne 1.4.

$F_{max} = 2$, kui $x_1 = 2$ ja $x_2 = 2$

$P_{min} = -1$, kui $x_1 = 0$ ja $x_2 = 1$

$R_{max} = 3$, kui $x_1 = 0$ ja $x_2 = 1$

Ülesanne 1.5.

Maksimaalselt on võimalik teele saata 7608 reisijat, kui raudteejaamas koostataks 6 reisirongi ja 6 kiirrongi.

Ülesanne 1.8.

$F_{max} = 8$, kui $x_1 = 2$ ja $x_2 = 2$

Ülesanne 1.9.

max $Z = 19{,}5$, kui $x_1 = 9, x_2 = 0$;

$x_1 = 8, x_2 = 1$;

$x_1 = 7, x_2 = 2$;

$x_1 = 6, x_2 = 3$;

$x_1 = 5, x_2 = 4$

Ülesanne 2.1.

max $z = 11$, kui $x_1 = 5, x_2 = 0, x_3 = 4$

Ülesanne 2.2.

Töökoda peaks valmistama toodet A 20 tk., toodet B 40 tk. ning see annaks kasumit 1600 krooni.

Ülesanne 2.3.

a) min $F = -2$, kui $x_1 = 0, x_2 = 2$ või $x_{11} = 1{,}5$, $x_2 = 3{,}5$

b) sihifunktsiooni väärtus tõkestamata

c) max $z = 18$, kui $x_1 = 6, x_2 = 6$

d) max $F = 8$, kui $x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = 1$

e) max $z = 3$, kui $x_1 = 4, x_2 = 1$

Ülesanne 2.4.

a) min $z = -14$, kui $\begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$ või $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 8 \\ x_3 = 35 \\ x_4 = 0 \end{cases}$

b) max $z = 184$, kui $x_1 = x_2 = 0$, $x_3 = 12$, $x_4 = 5$, $x_5 = 58$

c) sihifunktsiooni väärtus tõkestamata

Ülesanne 2.5.

Suurim kasum 1600 krooni, kui kolmest eri liiki tootest valmistatakse teist toodet 50 tk. ja kolmandat toodet 20 tk.

Ülesanne 2.6.

Firma kasum on suurim (43200 krooni), kui II toodet valmistada 1350 tk. ja III toodet 1650 tk., I ja IV toodet ei ole otstarbekas valmistada.

Ülesanne 2.7.

Firma suurim kasum on 1400 krooni, kui valmistada vaid II toodet 280 tk. Sel juhul jääb toorainet kasutamata 90 kg ning tööpinkide tööaega üle 240 tundi.

Duaalse ülesande tundmatute optimaalsed väärtused: $y_1 = 0$, $y_2 = 2{,}5$ ning $y_3 = 0$

Ülesanne 2.8.

Toodangut (rahalises väljenduses) saaks maksimaalselt valmistada 956 kr. väärtuses, kui valmistada esimest liiki toodet 14 tk., teist liiki toodet 132 tk. ning neljandat liiki toodet 4 tk., kolmandat liiki toodet pole otstarbekas valmistada. Sel juhul materjali A jääb kasutamata 208 kg, materjalid B ja C on täielikult kasutatud, ülejääki pole. Kui materjali B kogust suurendada ühe kg võrra, siis kasum suureneks 4 krooni võrra. Materjali C koguse suurenemisel ühe kg võrra suureneks kasum 1 krooni võrra.

Ülesanne 2.11.

Esimesele maatükile suurusega 10 ha tuleks külvata oder ja teisele maatükile suurusega 12 ha tuleks külvata nisu, siis saadav tulu on 13680 krooni.

Ülesanne 2.13.

19 dm laiused paberirullid tuleks tükeldada kasutades kahte järgnevat tükeldusviisi: 75 korda lõigata rullist kaks 9 dm laiust paberirulli (jääk 1 dm) ning 120 korda lõigata rullist üks 7 dm ja kolm 4 dm laiust paberirulli.

Ülesanne 2.14.

Vähim jääkide koguhulk (3700 cm) saavutatakse, kui 370 korda lõigatakse pikast vardast kaks 35 cm polti (jääk 10 cm) ning 1600 korda lõigatakse vardast kaks 25 cm polti ja üks 30 cm polt.

Ülesanne 3.1.

min $z = 1465$, kui $x_{11} = 20$, $x_{13} = 5$, $x_{14} = 15$, $x_{22} = 25$, $x_{24} = 25$, $x_{33} = 30$, $x_{35} = 30$. On ka alternatiivne lahend.

Ülesanne 3.2.

a) min $z = 1405$, kui $x_{12} = 97$, $x_{14} = 36$, $x_{21} = 30$, $x_{23} = 61$, $x_{24} = 4$, $x_{33} = 154$, $x_{42} = 28$. On ka alternatiivne lahend.

b) min $z = 4460$, kui $x_{14} = 110$, $x_{22} = 170$, $x_{31} = 150$, $x_{32} = 70$, $x_{33} = 110$, $x_{42} = 110$, $x_{44} = 90$, $x_{45} = 90$ (fiktiivsele tarbijale). On ka alternatiivne lahend

c) min $z = 4050$, kui $x_{11} = 150$, $x_{15} = 200$, $x_{16} = 700$ (fiktiivsele), $x_{24} = 250$, $x_{26} = 150$ (fiktiivsele), $x_{31} = 70$, $x_{32} = 350$, $x_{33} = 100$, $x_{46} = 500$ (fiktiivsele); alternatiivne lahend: $x_{11} = 50$, $x_{15} = 200$, $x_{16} = 150$ (fiktiivsele), $x_{23} = 150$, $x_{24} = 250$, $x_{26} = 50$ (fiktiivsele), $x_{31} = 170$, $x_{32} = 350$, $x_{46} = 500$ (fiktiivsele)

d) min $z = 3210$, kui $x_{15} = 80$, $x_{23} = 120$, $x_{24} = 180$, $x_{31} = 100$, $x_{32} = 20$, $x_{42} = 180$, $x_{43} = 30$, $x_{45} = 20$. On ka alternatiivne lahend

e) min $z = 4455$, kui $x_{11} = 160$, $x_{21} = 85$, $x_{22} = 55$, $x_{32} = 40$, $x_{33} = 80$, $x_{42} = 25$, $x_{44} = 105$ (fiktiivsele).On ka alternatiivne lahend

f) min $z = 2000$, kui $x_{11} = 130$, $x_{12} = 10$, $x_{15} = 70$ (fiktiivsele), $x_{22} = 130$, $x_{24} = 60$, $x_{33} = 100$, $x_{34} = 70$, $x_{42} = 130$. On ka alternatiivne lahend

g) min $z = 1970$, kui $x_{11} = 57$, $x_{14} = 70$, $x_{21} = 40$, $x_{34} = 45$, $x_{41} = 13$, $x_{42} = 24$, $x_{43} = 96$

h) min $z = 6320$, kui $x_{12} = 170$, $x_{22} = 160$, $x_{24} = 100$, $x_{31} = 300$, $x_{32} = 10$, $x_{35} = 160$, $x_{43} = 360$, $x_{45} = 240$, $x_{55} = 10$ (fiktiivselt). On ka alternatiivne lahend

Ülesanne 3.3.

min $z = 1610$, kui $x_{11} = 81$, $x_{14} = 90$, $x_{24} = 239$, $x_{32} = 113$, $x_{33} = 26$, $x_{34} = 9$, $x_{43} = 171$. On ka alternatiivne lahend.

Ülesanne 3.4.

$z = 4990$, kui $x_{12} = 150$, $x_{14} = 20$, $x_{21} = 190$, $x_{23} = 100$, $x_{24} = 10$, $x_{34} = 30$

Ülesanne 3.5.

min $z = 6200$, kui $x_{12} = 170$, $x_{22} = 170$, $x_{24} = 90$, $x_{31} = 300$, $x_{35} = 170$, $x_{43} = 360$, $x_{45} = 180$, $x_{46} = 60$, $x_{54} = 10$, $x_{55} = 60$

Leidub veel kolm (alternatiivset) lahendit.

Ülesanne 3.7.

Suurim kogusaak (315 tonni) saadakse, kui kultuuri K_1 külvata põllule P_1 5 ha ja põllule P_2 35 ha, kultuuri K_2 külvata põllule P_1 15 ha ja põllule P_3 45 ha ning kultuur K_3 külvata põllule P_1 45 ha.

Ülesanne 3.8.

min $z = 3600$, kui $x_{11} = 300$, $x_{22} = 200$, $x_{23} = 300$, $x_{25} = 100$ (fiktiivsele), $x_{41} = 100$, $x_{34} = 200$. On ka alternatiivseid lahendeid.

Ülesanne 3.9.

Loodetav kogusaak maitsetaimede kasvatamisest oleks suurim, kui sellerit külvata I põllule (1000 m^2); salvei külvata II põllule (1000 m^2), III põllule (3500 m^2) ja IV põllule (1500 m^2); köömen külvata II põllule (1200 m^2); piparmünt I põllule (1000 m^2) ja II põllule (800 m^2). Et põldude suurus on 700 m^2 võrra väiksem plaanitud maitsetaimede külvipindadest, siis tuleb reaalselt köömne külvipinda 700 m^2 võrra vähem. On ka alternatiivne variant.

Ülesanne 3.11.

Lubatav veoplaan: $x_{11} = 200$, $x_{22} = 120$, $x_{23} = 90$, $x_{24} = 100$, $x_{25} = 50$, $x_{31} = 100$, $x_{32} = 140$, $z = 4120$.

Optimaalne lahend: $x_{11} = 200$, $x_{22} = 170$, $x_{23} = 90$, $x_{24} = 100$, $x_{31} = 100$, $x_{32} = 90$, $x_{35} = 50$, $z = 4070$.

Ülesanne 3.12.

min $z = 5620$, kui $x_{13} = 30$, $x_{21} = 170$, $x_{24} = 10$, $x_{33} = 60$, $x_{41} = 30$, $x_{42} = 100$, $x_{43} = 160$

Ülesanne 3.14.

min z (tühisõit) = 886 km, kui marsruudil A_1 B_1 A_2 B_4 A_4 B_6 A_1 viia 30 koormat, marsruudil A_1 B_2 A_1 viia 32 koormat, marsruudil A_1 B_3 A_1 viia 24 koormat, marsruudil A_1 B_3 A_3 B_5 A_2 B_4 A_4 B_6 A_1 viia 8 koormat ning marsruudil A_2 B_4 A_5 B_5 A_2 viia 62 koormat.

Ülesanne 4.1.

Kaubapartii optimaalne suurus 313, sellega kaasnev kulutuste suurus 782,6 kr. Kui kulutused suurenevad 22%, siis võib kaubapartii suurus väheneda 48% või suureneda 92% optimaalse suurusega võrreldes ning kogukulutused moodustavad 954,8 kr. Kulutuste piirmäär täiendava laopinna hankimiseks on 0,91.

Ülesanne 4.3.

Kui kauplusel oleks laopinda piisavalt, siis kaubapartii optimaalne suurus oleks 5500 ühikut (sellega kaasneksid kogukulutused 22000 krooni), kuid kauplusel on laopinda vaid 3600 ühiku kauba säilitamiseks, seega kauba keskmine varu on 1800 ühikut, aasta kestel peaks saabuma 30,6 kaubapartiid iga 12 päeva järel. Kulutuste piirmäär täiendava laopinna hankimiseks on 26,68 krooni, kogukulutused moodustavad 24004,80 krooni.

Ülesanne 4.4.

Arvestades olemasoleva laopinna suurusega (280 m^2), on kaubapartii suurus 2000, keskmine varu 1000, kaubapartiide arv 4 nende saabumisel kolme kuu jooksul 22,5 päevaste intervallidega ning kulutused 6080 krooni. Kaubapartii optimaalne suurus oleks aga 400, kulutuste piirmäär täiendava laopinna hankimiseks -6,85 (kauplusel on laopinda piisavalt).

Ülesanne 4.6.

$L = 13,2 \quad M = 27,6 \quad Q = 5232 \quad \lambda = 2,8$

Ülesanne 4.7.

$L = 54 \quad M = 66 \quad Q = 12408 \quad \lambda = -4$

Ülesanne 4.8.

$L_{eelm} = 19,9 \quad M_{eelm} = 27,1 \quad Q_{eelm} = 3642,5 \quad \lambda_{eelm} = 2,5$

$L_{pl} = 45 \quad M_{pl} = 55 \quad Q_{pl} = 5050 \quad \lambda_{pl} = 0$

Ülesanne 5.1.

Mängijad peavad võrdse sagedusega kasutama mõlemat strateegiat. Sel juhul on mängu mitmel kordamisel tulemuseks viik.

Ülesanne 5.2.

Kütuse ostmine läheb kõige rohkem maksma 180 dollarit, kui osta sügisel kütust vastavalt karmi talve vajadustele.

Ülesanne 5.3.

Optimaalne segastrateegia mängijale A: $p_1 = 0.375$, $p_2 = 0.55$, $p_3 = 0.075$, $p_4 = p_5 = 0$ ning optimaalne segastrateegia mängijale B: $q_1 = 0.4$, $q_2 = 0$, $q_3 = 0.05$, $q_4 = 0.55$, $q_5 = 0$; võidu suurus 2.15

Ülesanne 5.5.

Mõlemad mängijad peaksid kasutama võrdse sagedusega kõiki oma strateegiaid ning mängu mitmel kordamisel on tulemuseks viik.

Ülesanne 5.7.

H = max (4,2; 3,2; 4,0; 1,6; 5,8) = 5,8

W = max (3; 0; 2; 0; 6) = 6

Ülesanne 5.8.

Mängija A optimaalne segastrateegia on (0,34; 0,16; 0; 0,5) ja mängija B optimaalne segastrateegia on (0,58; 0; 0,42; 0)

Ülesanne 5.10.

Mängija A optimaalne segastrateegia: $p_1 = 0,14$; $p_2 = 0,86$; $p_3 = 0$ ning optimaalne segastrateegia mängijale B: $q_1 = 0,43$; $q_2 = 0$; $q_3 = 0$; $q_4 = 0,57$

Ülesanne 5.11.

Aiandi optimaalne segastrateegia: p = (1/3; 2/3; 0)

Ilmastiku optimaalne segastrateegia: q = (1/3; 0; 0; 2/3)

Ülesanne 7.2.

Kauplus on ühe müüja olemasolul ostjate seisukohalt mugav teenindussüsteem: järjekord pikkusega 3 inimest moodustub tõenäosusega 0,1 ning ooteaeg järjekorras pole enam kui 2 min., kaupluse seisukohalt: müüja tööseisakud moodustavad 20 % tööajast.

KASUTATUD KIRJANDUS

Abiks majandusmatemaatika õppijale. TPI (Tallinna Tehnikaülikool. Metoodiliste materjalide sari. VII. Matemaatiline planeerimine. – Tln., 1987

Bartels. Übungen zur quantitativen Betriebswirtschaftslehre. – Verlag Vahlen, München, 1984

Dinkelbach W. Übungsbuch zur Betriebswirtschaftslehre. Entscheidungsmodelle und lineare Programmierung. 2. Auflage, 1990

Kaasik, Ü., Kivistik, L. Operatsioonianalüüs. – Tln.: Valgus, 1982

Karma, O., Paas, T. Lineaarne planeerimine I, II, III – Tartu, 1978

Lee S. M. Introduction to Management Science. Study Guide. The Dryden Press, 1988

Lucey T. Quantitative Techniques. – DP Publications, 1992

Penny W., McWilliams D. Management Science. An Introduction to Quantitative Analysis for Management. Harper & Row, Publishers, New York, 1987

Zimmermann. Operations Research. Quantitative Methoden zur Entscheidungsvorbereitung. – Oldenburg Verlag München Vien, 1989