

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

MATEMAATIKA - LOODUSTEADUSKOND

Füüsika osakond

Diplomitöö

TÄIELIK SISEPEEGELDUMINE JA TEMAGA SEOTUD EFEKTID

Nikolai Kristoffel

V kursuse üliõpilane

Juhendaja: Dots. P.Kard

Teoreetilise füüsika ka-
teeder

Tartu, 1955.

S i s u k o r d .

Peatükk I	Sissejuhatus	Lhk. 2.
Peatükk II	A.A.Eichenvaldi teooria	" 5.
Peatükk III	Väli optiliselt hõredamas keskkonnas	" 11.
Peatükk IV	Energia voolujooned optiliselt hõredamas keskkonnas	" 18.
Peatükk V	Väli optiliselt tihedamas keskkonnas	" 30.
Peatükk VI	Energia voolujooned optiliselt tihedamas keskkonnas	" 36.
Peatükk VII	Katselised kinnitused energia tungimise kohta teise keskkonda täieliku sisepeegeldumise korral	" 41.
Peatükk VIII	L.M. Brehovskih'i teooria	" 50.
Peatükk IX	L.M. Brehovskih'i teooria rakendamise võimalustest elliptilise polarisatsiooniga korral	" 57.
Peatükk X	Nihete arvutamine P.G.Kardi meetodil	" 61.
Peatükk XI	Difraktsiooni arvestamine P.G.Kardi teoorias	" 71.
Peatükk XII	γ -nihke eksperimentaalse avastamise võimalikkusest	" 80.
	Venekeelne resümee	" 86.
	Tsiteeritud kirjandus	" 89.

PEATÜKK I

S i s s e j u h a t u s

Suurt huvi pakub energia liikumise küsimus optiliselt hõredamas keskkonnas täieliku sisepeegeldumise korral. Kuigi tões keskkonnas puudub kindla suunaga murdunud kiir, elektromagnetiline väli on seal siiski olemas ja seega ka elektromagnetiline energia. Lisaks sellele esinevad siin veel mitmed huvitavad efektid.

Esimesena püüdis täieliku sisepeegeldumise korral optika valemeis esinevate komplekssete suuruste tähendust tõlgendada Fresnel. Edaspidi probleemi uuriti peamiselt eksperimentaalselt, kuni 1909.a. Moskva Ülikooli professor A.A. Eichenvald töötas selle küsimuse teoreetiliselt läbi lineaarselt polariseeritud valguse (langemistasapinnas ja sellega risti) jaoks. A. Wiegrefe uuris sama probleemi veidi üldisema juhu jaoks - meelevaldses suunas lineaar - polariseeritud valguse korral [3].

Viimasel ajal on ilmunud mitmed huvitavad tööd sellelt alalt, näiteks [12] ja autori juhendaja P.G. Kard'i töö kiirte nihete alalt [13].

Vaatamata mitmetele uurimustele ei saa veel täieliku sise-

peegeldumise teooriat lugeda täiuslikuks, kuna mõned, eriti kiirte nihetega seotud küsimused, on lõplikult lahendamata.

Käesoleva töö ülesandeks on esitada kokkuvõtlikult põhilised teoreetilised ja eksperimentaalsed teadmised täielikust sisepeegeldumisest, kusjuures teooriat arendame elliptiliselt polariseeritud langeva valguse jaoks, milline juht kirjanduses veel vähe käsitletust on leidnud. Seega võiks töö olla kasulik kõigile, kes tahavad edaspidi tegeleda täieliku sisepeegeldumise uurimisega.

Täielik sisepeegeldumine leiab aset valguse üleminekul optiliselt tihedamast keskkonnast optiliselt hõredamasse keskkonda, langemisnurkade puhul, mis on suuremad täieliku sisepeegeldumise piirnurgast. Viimane määratakse seosest

$$\sin \theta_{\text{pür}} = n, \quad (I,1)$$

kus n on teise keskkonna murdumisnäitaja esimese suhtes.

Olgu meil tegemist kahe homogeense dielektrilise keskkonnaga. Keskkondade murdumisnäitajad vastavalt olgu n_1 ja n_2 .

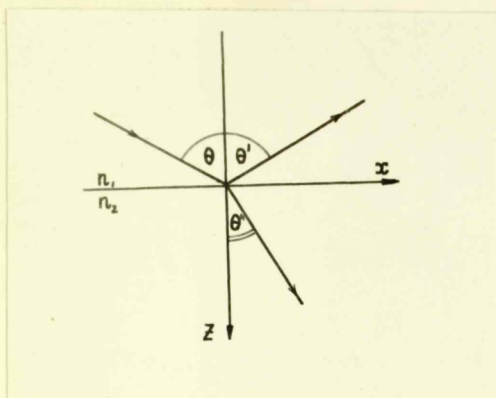
$n_1 > n_2$, kuna teine keskkond on optiliselt hõredam.

Seega

$$\frac{n_2}{n_1} = n < 1.$$

Tähistame langemisnurga θ , murdumisnurga θ'' (peegeldu-

misnurk $\theta' = \theta$). x -telje suunale mööda lahutustasapinda



paremale, z -telje alla, siis y -telg on positiivse suunaga meie poole risti joonise tasapinnaga (vt. joonis nr. 1).

Murdumisreeduse kohaselt

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \text{kust leiame}$$

Joonis nr.1

$$\sin \theta'' = \frac{\sin \theta}{n}. \quad (I,2)$$

Vaatame kuidas avaldub murdumisnurga koosinus

$$\cos \theta'' = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n^2}}.$$

Kuna täielikus sisepeegeldumise korral $\frac{\sin \theta}{n} > 1$, siis ka $\frac{\sin^2 \theta}{n^2} > 1$ ja ruutjuure all on negatiivne suurus. See tähendab, et meil on tegemist kompleksse murdumisnurgaga.

$$\cos \theta'' = \pm \frac{i}{n} \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}.$$

Siin valemis tuleb võtta ainult märk miinus, kuna vastasel korral me saaksime, et võnkumiste amplituudid teises keskkonnas kasvavad piiramatult kauganemisega lahutuspinnast, mis aga ei vasta tegelikkusele. Seega

$$\cos \theta'' = -\frac{i}{n} \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}. \quad (I,3)$$

Edasi asume välja uurimisele teises keskkonnas, elliptiliselt polariseeritud langeva valguse korral, kuid enne tutvume veel Eichenvaldi teooriaga, mis käsitleb lihtsamat juhtuminaarselt polariseeritud valgust.

PEATÜKK II

A. A. Eichenvaldi teooria

Esimesena andis täieliku sisepeegeldumise teooria Moskva Ülikooli professor A.A. Eichenvald. Tema töö [1] omab suurt printsipiaalset tähtsust veel tänapäevalgi, kuna Eichenvaldi põhilised tulemused on kinnitust leidnud ka edaspidi ja on kogu täieliku sisepeegeldumise probleemi uurimise aluseks.

Eichenvald uurib sisepeegeldumist tasapinnalise, lineaarselt polariseeritud langeva laine korral, kusjuures ta vaatleb ainult polarisatsiooni langemistasapinnas ja risti sellega.

Ta lähtub oma töös Maxwelli võrrandeist. Et Eichenvaldi tulemused leidsid ka katselist kinnitust, siis oli ta töö veel üheks tõestuseks Maxwelli valguse elektromagnetilisele teooriale (Eichenvaldi töö ilmus 1909.a. ja valguse olemuse probleem oli siis veel küllaltki aktuaalne).

Kasutades lisaks Maxwelli võrrandele ääretingimusi elektr- ja magnetvektori jaoks Eichenvald leiab, et energia tungib teise keskkonda, kuid valguse intensiivsus kahaneb väga kiiresti kaugenemisega lahutuspinnast.

Eichenvald näitab, et ei ole võimalik leida murdunud kiire jaoks kindlat suunda, mis rahuldaks ääretingimusi, kuid sellest hoolimata murdunud kiir on olemas ja ta suund muutub ajas järg-

mise seaduse alusel:

$$\tan \varphi = -\frac{a}{K} \tan \frac{4\pi}{T}(t - ax),$$

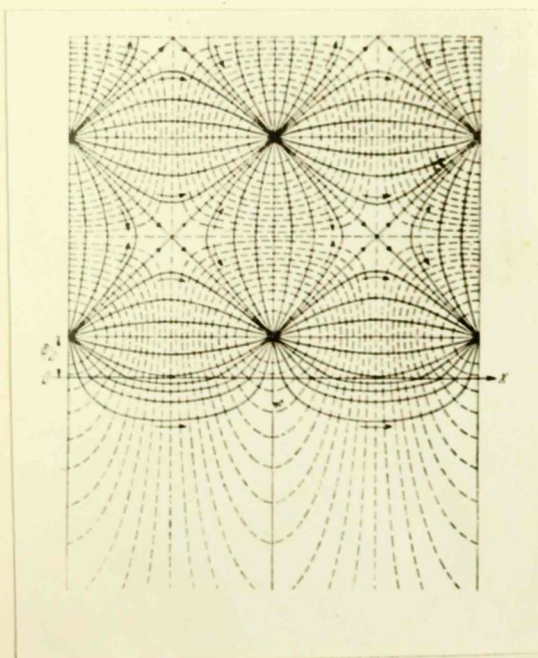
kus

$$K = \frac{1}{v_1} \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}.$$

Siin φ on langemisnurk; φ -murdumisnurk; $1/a$ -faasikiirus x -telje suunas; v_1 -valguse levimise kiirus esimeses keskkonnas. Olgu märgitud, et siin peatükis me kasutame Eichenvaldi tähistusi, mis erinevad meie tähistustest mujal töös.

Eichenvald leiab välja teises keskkonnas ja sellest lähtudes ka Poynting-Umovi vektori (definitsiooni vt.pt.IV) komponendid, millised ta langemistasapinnas polariseeritud valguse jaoks saab kujus

$$\begin{cases} f_x = A^2 \frac{\epsilon a}{8\pi K^2} e^{-\frac{4\pi K}{T} z} \cdot \left[1 - \cos \frac{4\pi}{T}(t - ax) \right] \\ f_z = -A^2 \frac{\epsilon}{8\pi K} e^{-\frac{4\pi K}{T} z} \cdot \sin \frac{4\pi}{T}(t - ax) \end{cases} \quad (\text{II}, 1)$$



Nende komponentide abil leiab Eichenvald ka energia voolujoonte võrrandid. Voolujoonte kuju on näidatud joonisel nr.2 pidevate kõveratega. Katkendlikud kõverad tähendavad magnetvälja tungjooni.

Joonis nr.2.

Valemist (II,1) Eichenvald leiab, et energia sisenemine ja väljumine teisest keskkonnast toimub erinevates kohtades samal ajamomendil. Nende kohtade vaheline kaugus on

$$x = \frac{\tilde{r}}{4a} = \frac{\lambda}{4}.$$

Seal, kus $f_z < 0$, energia väljub teisest keskkonnast, kus $f_z > 0$, seal energia tungib teise keskkonda.

Eichenvald resümeerib selle järgnevalt:

"Langeva kiire energia nagu sukelduks teise keskkonda, selleks, et uuesti väljuda tervikuna esimesse keskkonda peegeldunud kiires. Kuid energia sisenemine ja väljumine toimub erinevates kohtades erinevatel ajamomentidel, aga antud ajahetke jaoks kohtades, millede vaheline kaugus võrdub poole vahemaa-ga samade faaside vahel x -telge mööda".

Eichenvald näitab Voigt'i vaate ekslikkust, kes arvas, et kuna f_x omab alati positiivset väärtust, siis mööda lahutus-pinda levib iseseisev kiir, mis kujutab endast valguse pikilainetust.

Voigt väidab küll, et valgus on ristlainetus ainult konstantse amplituudi korral, kuid ka see ebaselgus kaob, kui panna tähele, et x -telje suunas energia levimise teed (kiirt) ei saa vaadelda iseseisvana. Ta on vaid energia liikumistee projektsioon x -teljele. Eichenvald uuris muide ka välja

esimeses keskkonnas ja näitas, et seal peaks siis ka ilmuma Voigt'i pikilainetustega kiir, kuid esimeses keskkonnas valguse amplituudide konstantsuse kohta kahtlust olla ei saa. Seda küsimust puudutame veelkord hiljem.

Eichenvald teeb ka ühe olulise vea. Ta väidab, et energia- voo intensiivsus teises keskkonnas ei olene langeva valguse polarisatsioonist. Eichenvaldi väite ekslikkus nähtub neljandas peatükis saadud avaldistest Poynting - Umovi vektori komponentide jaoks (vt. valemid (IV,2)) ja ka Eichenvaldi tõe- standist.

Väljavektorite komponendid saab Eichenvald järgmisel kujul:

$$\begin{aligned} E_x &= A e^{-\frac{2\pi K}{T} z} \cos \frac{2\pi}{T}(t-ax) \\ E_y &= B e^{-\frac{2\pi K}{T} z} \sin \frac{2\pi}{T}(t-ax) \\ E_z &= A \frac{a}{K} e^{-\frac{2\pi K}{T} z} \sin \frac{2\pi}{T}(t-ax) \\ M_x &= B \frac{cK}{\mu} e^{-\frac{2\pi K}{T} z} \cos \frac{2\pi}{T}(t-ax) \\ M_y &= -A \frac{\epsilon}{cK} e^{-\frac{2\pi K}{T} z} \sin \frac{2\pi}{T}(t-ax) \\ M_z &= B \frac{c}{\mu} a e^{-\frac{2\pi K}{T} z} \sin \frac{2\pi}{T}(t-ax) \end{aligned} \quad (II,2)$$

Siin E tähendab elektrivälja - ja M magnetvälja tuge- vust. A ja B on vastavad amplituudid.

Poynting-Umovi vektori komponendid langemistasapinnas po- lariseeritud valguse jaoks on:

$$\begin{cases} f_x = -\frac{c}{4\pi} E_z M_y \\ f_z = \frac{c}{4\pi} E_x M_y \end{cases}$$

Neist valemeist, kasutades (II,2), saame valemid (II,1).

Nüüd tulevad meil aga arvutada Poynting - Umovi vektori komponendid valguse jaoks, mis on polariseeritud risti lange-
mistasendiga, kuna Eichenvald neid oma töös ei too. Sel korral

$$\begin{cases} f_x = \frac{c}{4\pi} E_y M_z \\ f_z = -\frac{c}{4\pi} E_y M_x. \end{cases}$$

Kasutades (II,2) ja arvutades leiame:

$$\begin{cases} f_x = B^2 \frac{\epsilon a}{8\pi k^2} (\sin^2 \varphi - n^2) e^{-\frac{4\pi k}{J} z} [1 - \cos \frac{4\pi}{J} (t - ax)] \\ f_z = -B^2 \frac{\epsilon}{8\pi k} (\sin^2 \varphi - n^2) e^{-\frac{4\pi k}{J} z} \cdot \sin \frac{4\pi}{J} (t - ax) \end{cases} \quad (II,3)$$

Nagu näha erinevad need avaldised (II,1)-st esiteks teguri

$\sin^2 \varphi - n^2$ poolest, ja teiseks on (II,3)-s amplituudiks B .

Eichenvald väidabki, et kui $A = B$, siis valemid (II,1) ja (II,3) on identsed. See aga pole nii, mis on Eichenvaldi vea üks kül. Eichenvaldi vea teine kül seisneb selles, et $A = B$ ei tähenda sugugi seda, et langevas laines oleksid amplituudid võrdsed ja et tegemist oleks ainult erinevusega polarisatsiooni suurus, nagu nähtavasti arveb Eichenvald.

Seega energiavoo intensiivsus oleneb oluliselt langeva valguse polarisatsioonist.

Lähtudes oma teoreetilisest tööst Eichenvald võtab täieliku sisepeegeldumise pildi kokku järgmiselt:

1) Langemisenurga φ juures, mis on väiksem täieliku sisepeegeldumise piirnurgast, $\sin \varphi < n$, on olemas murdunud kiir

kindla suunaga α , energia osaliselt tungib teise keskkonda.

2) Piirnurga korral $\sin \varphi = n$, $\alpha = 90^\circ$, kuid murdunud kiire intensiivsus on null ja energia üldse ei tungi teise keskkonda.

3) Langemisnurga φ edasisel suurendamisel, kuigi murdunud kiir ei oma konstantset suunda, energia siiski tungib teise keskkonda teatud ajaks ja teatud sügavusele. Seejuures faasivahe langeva, peegeldunud ja murdunud kiirte vahel kasvavad pidevalt, vahe $\delta - \delta'$ (faasivahe peegeldunud kiirte vahel, mis on polariseeritud langemistasapinnas ja risti langemistasapinnaga) omab maksimumi ja seejärel langeb uuesti nullile $\varphi = 90^\circ$ juures.

$$\tan \frac{\delta - \delta'}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\cos \varphi \tan^2 \varphi}.$$

4) Kui $\varphi = 90^\circ$, kiir libiseb lahutuspinda mööda ja teise keskkonda ei tungi.

Eichenvaldi uurimus annab ulatusliku ning põhjaliku (kuigi mitte päris täieliku) teoreetilise kirjelduse katseliselt tuntud faktille, et valgus tungib täieliku sisepeegeldumise korral optiliselt hõredamasse keskkonda. Väga tähtis on ka, et Eichenvald selgitab arusaamatuse Voigt'i pikilainetustega kiire suhtes.

Eichenvaldi töö demonstreerib veelkord vene teadlaste laia tegevuspõldu ning nende suurt panust maailmateaduse varasalve.

Järgmises peatükis vaatleme analoogset probleemi elliptiliselt polariseeritud langeva valguse korral.

PEATÜKK III

Väli optiliselt hõredamas keskkonnas .

Olgu meil tegemist tasapinnalise, elliptiliselt polariseeritud langeva lainega. Siis elektrivälja tugevuse komponendid langevas kiires avalduvad järgmiselt:

$$\begin{cases} E_x = A_x e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ E_y = A_y e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \\ E_z = A_z e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \end{cases} \quad (\text{III},1)$$

A_x, A_y, A_z on vastavad amplituudid. Kuna meil on tegemist elliptilise polarisatsiooniga, siis peab olema faasivahe E_y ja E_x, E_z vahel. See tähendab, et A_y peab olema imaginaarne.

$$A_y = |A_y| e^{i\delta}, \quad (\text{III},2)$$

kus δ on tuntud faasivahe.

Analoogselt peegeldunud kiire jaoks saame:

$$\begin{cases} E'_x = A'_x e^{i(\omega t - \vec{k}' \cdot \vec{r})} \\ E'_y = A'_y e^{i(\omega t - \vec{k}' \cdot \vec{r})} \\ E'_z = A'_z e^{i(\omega t - \vec{k}' \cdot \vec{r})} \end{cases} \quad (\text{III},3)$$

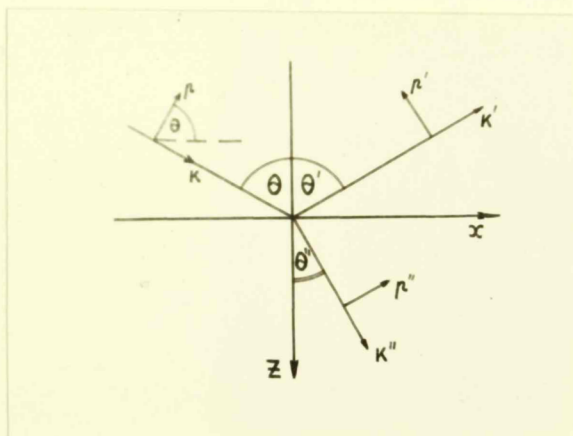
Murdunud kiire jaoks:

$$\begin{cases} E_x'' = A_x'' e^{i(\omega t - \vec{k}'' \cdot \vec{r})} \\ E_y'' = A_y'' e^{i(\omega t - \vec{k}'' \cdot \vec{r})} \\ E_z'' = A_z'' e^{i(\omega t - \vec{k}'' \cdot \vec{r})} \end{cases} \quad (\text{III,4})$$

Nendes valemities $\vec{r}$ on mingi ruumipunkti kohavektor; $\vec{k}$, $\vec{k}'$ ja $\vec{k}''$ on vastavad lainevektorid.

$$\begin{cases} \vec{k} = k'(\sin\theta \vec{e}_1 + \cos\theta \vec{e}_2) \\ \vec{k}' = k'(\sin\theta \vec{e}_1 - \cos\theta \vec{e}_2) \\ \vec{k}'' = k''(\sin\theta'' \vec{e}_1 + \cos\theta'' \vec{e}_2) \end{cases} \quad (\text{III,5})$$

nagu on kerge näha jooniselt nr.3. $\vec{e}_1$ ja $\vec{e}_2$ on vastavalt x ja z -telje suunalised ühikvektorid.



$$\begin{cases} k' = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{\omega n_1}{c} \\ k'' = \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{\omega n_2}{c} \end{cases} \quad (\text{III,6})$$

Joonis nr.3

vaakuumis; ω - ringsagedus.

$\vec{E}$, $\vec{E}'$ ja $\vec{E}''$ lahutame nüüd kaheks komponendiks nii, et üks oleks langemistasapinnas, teine sellega risti (antud juhul y -komponent).

Lepime kokku, et $\vec{r}$, $\vec{z}$ ja $\vec{k}$ moodustavad paremakäelise

süsteemi. Indeks ρ tähendab langemistasapinnas olevat komponenti, τ -langemistasapinnaga risti olevat komponenti, κ -kui on tegemist laine levimise suunaga.

Seosed uute ja vanade komponentide vahel on järgmised:

$$\begin{aligned} A_y &= A_\tau & A_x &= A_\rho \cos \theta & A'_z &= -A'_\rho \sin \theta \\ A'_y &= A'_\tau & A_z &= -A_\rho \sin \theta & A''_x &= A''_\rho \cos \theta'' \\ A''_y &= A''_\tau & A'_x &= -A'_\rho \cos \theta & A''_z &= -A''_\rho \sin \theta'' \end{aligned} \quad (\text{III}, 7)$$

Neist valemeist kasutades ääritingimusi elektri- ja magnetvektori jaoks lahutuspinnal, tuletatakse nn. Fresnel'i valemid amplituudide jaoks. Ääritingimusteks on:

$$\begin{cases} \text{Div } \vec{D} = 0 \\ \text{Div } \vec{B} = 0 \\ \text{Rot } \vec{E} = 0 \\ \text{Rot } \vec{H} = 0, \end{cases} \quad (\text{III}, 8)$$

kuna eeldame, et puuduvad vabad laengus ja pinnalised voolud lahutuspinnal. Fresnel'i valemid saame järgmisel kujul:

$$\begin{aligned} A'_\rho &= A_\rho \frac{\tan(\theta - \theta'')}{\tan(\theta + \theta'')} & A''_\rho &= A_\rho \frac{2 \cos \theta \sin \theta''}{\sin(\theta + \theta'') \cos(\theta - \theta'')} \\ A'_\tau &= A_\tau \frac{\sin(\theta'' - \theta)}{\sin(\theta + \theta'')} & A''_\tau &= A_\tau \frac{2 \cos \theta \sin \theta''}{\sin(\theta + \theta'')} \end{aligned} \quad (\text{III}, 9)$$

Selles peatükis meid peegeldunud kiir ei huvita ja me jätame ta esialgu vaatlusest välja.

Amplituudid murdunud kiires avaldame ainult esimese keskonna suuruste kaudu.

Asetades (III,9)-sse vastavalt (III,7) ja kasutades seoseid (I,2) ja (1,3), saame amplituudide jaoks teises keskkonnas järgmised avaldised:

$$\begin{cases} A''_x = 2A_x \sqrt{\frac{\sin^2 \theta - n^2}{(1-n^2)(\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta)}} e^{i(\gamma - \frac{\pi}{2})} \\ A''_y = \frac{2 \cos \theta |A_y|}{\sqrt{1-n^2}} e^{i(\delta + \varphi)} \\ A''_z = \frac{2A_z \cos \theta}{\sqrt{(1-n^2)(\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta)}} e^{i\psi} \end{cases} \quad (\text{III},10)$$

φ ja ψ on täiendavad faasivahed, nad on defineeritud järgmiselt:

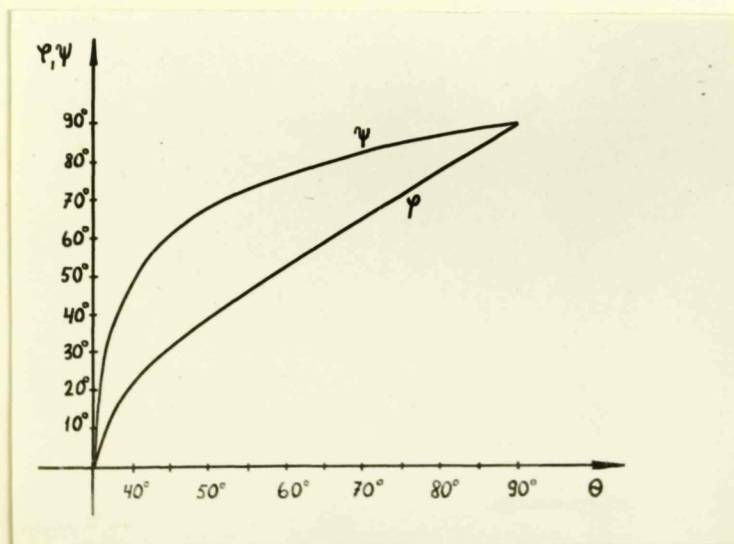
$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\cos \theta} \quad (\text{III},11)$$

$$\tan \psi = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{n^2 \cos \theta} \quad (\text{III},12)$$

Kerge on näha, et φ ja ψ vahel kehtib järgmine seos:

$$\tan \psi = \frac{\tan \varphi}{n^2}$$

φ ja ψ olenevus langemisnurgast θ on esitatud joonisel nr.4.



Joonis nr.4.

Nagu näha, langemisnurga suurendamisega φ ja γ kasvavad. Kui $\sin\theta = n$, st. piirnurga korral $\varphi = \gamma = 0$, ja $\theta = 90^\circ$ juures on $\varphi = \gamma = \frac{\pi}{2}$. Kõverad joonisel nr.4 on arvutatud juhaks $n = \frac{1}{\sqrt{3}}$ millele vastab $\theta_{\text{piir}} = 35^\circ 18'$.

Selleks, et saada elektrivälja tugevuse komponente teises keskkonnas tuleb neid amplituude korrutada veel eksponentsiaal-
teguriga $e^{i(\omega t - \vec{k}'' \cdot \vec{r})}$ ja saadud tulemusest võtta reaal-
osa.

$$e^{i(\omega t - k''(\sin\theta''x + \cos\theta''z))} = e^{-k'\sqrt{\sin^2\theta - n^2}z} e^{i(\omega t - k'\sin\theta x)}$$

Saame:

$$\left\{ \begin{aligned} E_x'' &= 2A_x \sqrt{\frac{\sin^2\theta - n^2}{(1-n^2)(\sin^2\theta - n^2\cos^2\theta)}} e^{-k'\sqrt{\sin^2\theta - n^2}z} \cdot \sin[\omega t - k'\sin\theta x + \gamma] \\ E_y'' &= \frac{2\cos\theta |A_y|}{\sqrt{1-n^2}} e^{-k'\sqrt{\sin^2\theta - n^2}z} \cdot \cos[\omega t - k'\sin\theta x + \delta + \varphi] \\ E_z'' &= \frac{2\cos\theta A_z}{\sqrt{(1-n^2)(\sin^2\theta - n^2\cos^2\theta)}} e^{-k'\sqrt{\sin^2\theta - n^2}z} \cdot \cos[\omega t - k'\sin\theta x + \gamma] \end{aligned} \right. \quad (\text{III}, 13)$$

Leiame nüüd magnetvälja tugevuse vektori komponendid teises keskkonnas. $\vec{H}''$ arvutamiseks kasutame Maxwelli teist võrrandit, mis seob elektrivälja tugevust ja magnetilist induktsiooni.

$$\text{rot } \vec{E}'' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}''}{\partial t}$$

$\vec{B}'' = \mu_2 \vec{H}''$, kuna aga enamikul ainetest on magnetilised permeaablused 1-le väga lähedal, siis loeme $\mu_2 \approx 1$ ning $\vec{B}'' = \vec{H}''$.

Siis saame:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}''}{\partial t} = -\text{rot } \vec{E}'' \quad (\text{III}, 14)$$

$\vec{E}''$ on meil juba leitud, arvutame rootori temast.

$$\text{rot } \vec{E}'' = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x'' & E_y'' & E_z'' \end{vmatrix}.$$

Võrrand (III,14) laguneb nüüd kolmeks võrrandiks magnetvektori

komponentide jaoks. Arvestame veel, et $\frac{\partial E_x''}{\partial y} = \frac{\partial E_z''}{\partial y} = 0$, siis

meie süsteem saab järgmise kuju:

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}_x''}{\partial t} = \frac{\partial E_y''}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}_y''}{\partial t} = \frac{\partial E_z''}{\partial x} - \frac{\partial E_x''}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}_z''}{\partial t} = - \frac{\partial E_y''}{\partial x} \end{cases} \quad (\text{III},15)$$

Arvutame nüüd $\vec{E}''$ komponentide vajalikud osatuletused koordinaatide järgi ning integreerime saadud võrrandid. Seejuures koordinaatidest sõltuvad integreerimiskonstandid tulevad nulliks võtta, kuna muidu me saaksime, et meie süsteem asub ajaliselt konstantses magnetväljas.

$\vec{\mathcal{H}}''$ komponentide jaoks saame järgmised avaldised.

$$\begin{cases} \mathcal{H}_x'' = -\frac{2n_1}{\sqrt{1-n^2}} |A_y| \cos\theta \sqrt{\sin^2\theta - n^2} e^{-K'\sqrt{\sin^2\theta - n^2}z} \cdot \sin(\omega t - K'\sin\theta x + \delta + \varphi) \\ \mathcal{H}_y'' = -\frac{2n_1 [A_z \sin\theta \cos\theta + A_x(\sin^2\theta - n^2)]}{\sqrt{(1-n^2)(\sin^2\theta - n^2 \cos^2\theta)}} e^{-K'\sqrt{\sin^2\theta - n^2}z} \cdot \cos(\omega t - K'\sin\theta x + \varphi) \\ \mathcal{H}_z'' = \frac{2n_1}{\sqrt{1-n^2}} \sin\theta \cos\theta |A_y| e^{-K'\sqrt{\sin^2\theta - n^2}z} \cdot \cos(\omega t - K'\sin\theta x + \delta + \varphi) \end{cases} \quad (\text{III},16)$$

Kuna A_x ja A_z pole sõltumatud, siis toome sisse sõltumatu amplituudi A_p . Kirjutamise hõlbustamiseks kasutame veel φ ja ψ definitsioonivalemeid (III,11) ning (III,12), kust saame:

$$\cos \varphi = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1-n^2}}$$

$$\sin \varphi = \sqrt{\frac{\sin^2 \theta - n^2}{1-n^2}}$$

ning

$$\cos \psi = \frac{n^2 \cos \theta}{\sqrt{(1-n^2)(\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta)}}$$

$$\sin \psi = \sqrt{\frac{\sin^2 \theta - n^2}{(1-n^2)(\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta)}}$$

Teeme veel järgmised tähistused:

$$\mathcal{K} = K' \sqrt{\sin^2 \theta - n^2} \quad (\text{III,17})$$

Ja

$$\tau = \omega t - \kappa' \sin \theta x. \quad (\text{III,18})$$

Väljavektorite komponendid teises keskkonnas avalduvad järgmiselt:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x'' = 2 \cos \theta \sin \varphi A_p e^{-\mathcal{K}z} \sin(\tau + \varphi) \\ E_y'' = 2 \cos \varphi A_y e^{-\mathcal{K}z} \cos(\tau + \delta + \varphi) \\ E_z'' = -\frac{2}{n^2} \sin \theta \cos \varphi A_p \cos(\tau + \varphi) e^{-\mathcal{K}z} \\ \mathcal{H}_x'' = -2n_1 \cos \theta \sin \varphi A_y e^{-\mathcal{K}z} \sin(\tau + \delta + \varphi) \\ \mathcal{H}_y'' = 2n_1 \cos \varphi A_p e^{-\mathcal{K}z} \cos(\tau + \varphi) \\ \mathcal{H}_z'' = 2n_1 \sin \theta \cos \varphi e^{-\mathcal{K}z} \cos(\tau + \delta + \varphi) \end{array} \right. \quad (\text{III,19})$$

$|A_y|$ asemele on siin lihtsalt kirjutatud A_y .

Nendest avaldistest näeme, et väli teises keskkonnas on töö-
 poolest olemas. Peale väljavektorite sinusoidaalse muutumise
 optiliselt hõredamas keskkonnas väli kahaneb kaugenemisega lahu-
 tuspinnast eksponentsiaalselt. See kahanemine on väga kiire. Eks-
 ponentsiaaltegurit võib kirjutada kujus $e^{-\frac{2\pi}{\lambda_1} \sqrt{\sin^2 \theta - n^2} z}$ ja

kuna $\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}$ on üldiselt suurusjärguga 1 (olles 1-st
 väiksem), siis märgatav välja nõrgenemine teises keskkonnas toi-
 mub juba lainepikkuse suurusjärgus. Vaid langemisnurkade korral,
 mis on lähedased täieliku sisepeegeldumise piirnurgale, toimub
 suhteliselt sügav energia tungimine teise keskkonda.

Seega täieliku sisepeegeldumise korral elektromagnetilise
 välja optiliselt hõredamasse keskkonda tungimise sügavus on väike.

PEATÜKK IV

Energia voolujooned optiliselt hõredamas keskkonnas.

Energia liikumise uurimiseks teises keskkonnas kasutame
 Poynting - Umovi vektori mõistet.

See on vektor, mille suund näitab energia liikumise suunda,
 ta absoluutväärtus annab ajaühikus läbi energia liikumise suuna-
 ga ristioleva pinnaühiku mineva energiahulga.

$$\vec{S}'' = \frac{c}{4\pi} (\vec{E}'' \times \vec{H}'') \quad (\text{IV}, 1)$$

Ehk

$$\begin{cases} \frac{4\pi}{c} S_x'' = E_y'' \mathcal{H}_z'' - E_z'' \mathcal{H}_y'' \\ \frac{4\pi}{c} S_y'' = E_z'' \mathcal{H}_x'' - E_x'' \mathcal{H}_z'' \\ \frac{4\pi}{c} S_z'' = E_x'' \mathcal{H}_y'' - E_y'' \mathcal{H}_x'' \end{cases}$$

Sellest süsteemist leiame Poynting - Umovi vektori komponendid.

$$\begin{cases} S_x'' = \frac{cn_1 \sin\theta \cos^2\theta}{\pi(1-n^2)} e^{-2\delta z} \left[A_y^2 \cos^2(\tau + \delta + \varphi) + \frac{n^2 A_r^2}{\sin^2\theta - n^2 \cos^2\theta} \cos^2(\tau + \gamma) \right] \\ S_y'' = \frac{cn_1 A_r A_y}{\pi \sqrt{1-n^2}} \sin\theta \cos^2\theta \sin\gamma \sin(\delta + \varphi - \gamma) e^{-2\delta z} \\ S_z'' = \frac{cn_1 \cos^2\theta \sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{2\pi(1-n^2)} e^{-2\delta z} \left[A_y^2 \sin^2(\tau + \delta + \varphi) + \frac{n^2 A_r^2}{\sin^2\theta - n^2 \cos^2\theta} \sin^2(\tau + \gamma) \right] \end{cases} \quad (\text{IV}, 2)$$

Märgime ära, et Poynting - Umovi vektori y -komponent ei sõltu ajast. See tähendab, et energia levimine langemistasapinnaga ristuvast sihis omab statsionaarset iseloomu. Seevastu M. Born oma "Optikas" [47] arvab, et Poynting - Umovi vektori y -komponent "loomulikult kaob", mis on muidugi viga.

Kerge on näha, et Poynting - Umovi vektori z -komponendi ajaline keskväärtsus on null.

$$\overline{S_z''} = 0. \quad (\text{IV}, 3)$$

See tähendab, et samapalju energiat kui läbi xy -tasandi teise keskkonda voolab, sealt ka väljub. See täielik sisepeegeldumine on tõepoolest "täielik" - kogu energia, mis tungis teise keskkonda, tuleb jälle esimesse keskkonda tagasi.

Määrame nüüd differententsiaalvõrrandid energia voolujoonte

jaaks teises keskkonnas. Energia voolujoonteks on kõverad, millele Poynting - Umovi vektor on igal ajamomendil puutujaks. Voolujoonte määramiseks saame järgmise seose:

$$\frac{dx}{S_x''} = \frac{dy}{S_y''} = \frac{dz}{S_z''}$$

Kuna Poynting - Umovi vektori ja voolujoone differenttsiaali komponendid peavad olema võrdelised.

Siit xz -tasapinnas olevate voolujoonte jaoks saame:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{S_z''}{S_x''} \quad (IV,4)$$

Analoogselt xy -tasapinnas olevate voolujoonte jaoks:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_y''}{S_x''} \quad (IV,5)$$

Kasutades leitud Poynting - Umovi vektori komponentide avaldisi (IV,2) ja teostades taandamised saame:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{A_r A_y \sqrt{1-n^2} \sin \gamma \sin(\delta + \varphi - \gamma)}{A_y^2 \cos^2(\tau + \delta + \varphi) + \frac{n^2 A_r^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta} \cos^2(\tau + \gamma)} \quad (IV,6)$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{2 \sin \theta} \cdot \frac{A_y^2 \sin 2(\tau + \delta + \varphi) + \frac{n^2 A_r^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta} \sin 2(\tau + \gamma)}{A_y^2 \cos^2(\tau + \delta + \varphi) + \frac{n^2 A_r^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta} \cos^2(\tau + \gamma)} \quad (IV,7)$$

Integreerimise hõlbustamiseks teisendame eelkõige nende vörrandite nimetajat, kasutades järgmisi tähistusi:

$$\begin{cases} a = A_y^2 \\ b = \frac{n^2 A_r^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta} \end{cases} \quad (IV,8)$$

$$\begin{cases} C = \frac{1}{2} [a + b] \\ D = \frac{1}{2} [a \cos 2(\delta + \varphi) + b \cos 2\gamma] \\ E = -\frac{1}{2} [b \sin 2\gamma + a \sin 2(\delta + \varphi)] \end{cases} \quad (\text{IV}, 9)$$

Saame

$$a \cos^2(\tau + \delta + \varphi) + b \cos^2(\tau + \gamma) = C + D \cos 2\tau + E \sin 2\tau$$

Tähistame veel

$$M = \sqrt{1 - n^2} A_p A_y \sin \gamma \sin(\delta + \varphi - \gamma) \quad (\text{IV}, 10)$$

Tuletame nüüd meelde, et $\tau = \omega t - k' \sin \theta x$ ja integreerime differenttsiaalvõrrandi (IV, 6).

$$y = M \int \frac{dx}{C + D \cos 2(\omega t - k' \sin \theta x) + E \sin 2(\omega t - k' \sin \theta x)}$$

Kui kasutame veel kunstlikku võtet - jagame lugejat ja nimetajat $\sqrt{D^2 + E^2}$ -ga, siis integraal avaldub:

$$y = M' \int \frac{dx}{C' + \sin 2(\omega t - k' \sin \theta x + \frac{\alpha}{2})},$$

kus

$$M' = \frac{M}{\sqrt{D^2 + E^2}}$$

$$C' = \frac{C}{\sqrt{D^2 + E^2}}$$

$$\tan d = \frac{D}{E}, \quad (\text{IV}, 11)$$

ning

$$\sin d = \frac{D}{\sqrt{D^2 + E^2}}$$

$$\cos d = \frac{E}{\sqrt{D^2 + E^2}}$$

Integreerides saame voolujoonte kuju jaoks xy -tasandil

$$y = A \arctan \left[\sqrt{\frac{C'-1}{C'+1}} \tan \left(\omega t - k' \sin \theta x + \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \right] + \text{const.}, \quad (\text{IV}, 12)$$

kus

$$A = - \frac{M'}{K' \sin \theta \sqrt{C'^2 - 1}} \quad (IV,13)$$

Selleks, et integreerida (IV,7), tuleb seal teisendada lugejat eelpool toodud viisil, kasutades samu tähistusi

$$a \sin 2(\tau + \delta + \varphi) + b \sin 2(\tau + \gamma) = -2\sqrt{D^2 + E^2} \cos 2(\tau + \frac{\alpha}{2}).$$

Integreerides leiame:

$$Z = B \ln [C' + \cos 2(\omega t - K' \sin \theta x + \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4})] + \text{const}, \quad (IV,14)$$

kus

$$B = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{2K' \sin^2 \theta} \quad (IV,15)$$

Avaldame veel valemities (IV,12) ja (IV,14) esineva konstandi C' algsuuruste kaudu.

$$C' = \frac{2(A_y^2 + \frac{n^2 A_p^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta})}{\sqrt{A_y^4 + \frac{n^4 A_p^4}{(\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta)^2} - \frac{2A_p^2 A_y^2 n^2 \cos 2(\delta + \varphi - \gamma + \frac{\pi}{2})}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}}} \quad (IV,16)$$

Samuti

$$\tan \alpha = - \frac{a \cos 2(\delta + \varphi) + b \cos 2\gamma}{a \sin 2(\delta + \varphi) + b \sin 2\gamma}.$$

Siit arvestades (IV,8) on kerge näha, kuidas $\tan \alpha$ sõltub algsuurustest.

Esiialgu huvitab meid voolujoonte kuju teises keskkonnas, vaatleme neid mingil konkreetsel ajahetkel. Selleks hetkeks olgu:

$$t_1 = - \frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2\omega},$$

siis voolujoonte võrrandid on järgmised:

$$\begin{cases} y = -A \arctan \left[\sqrt{\frac{c'-1}{c'+1}} \tan(\kappa' \sin \theta x) \right] + \text{const.} \\ z = B \ln [c' + \cos(2 \kappa' \sin \theta x)] + \text{const.} \end{cases} \quad (\text{IV}, 17)$$

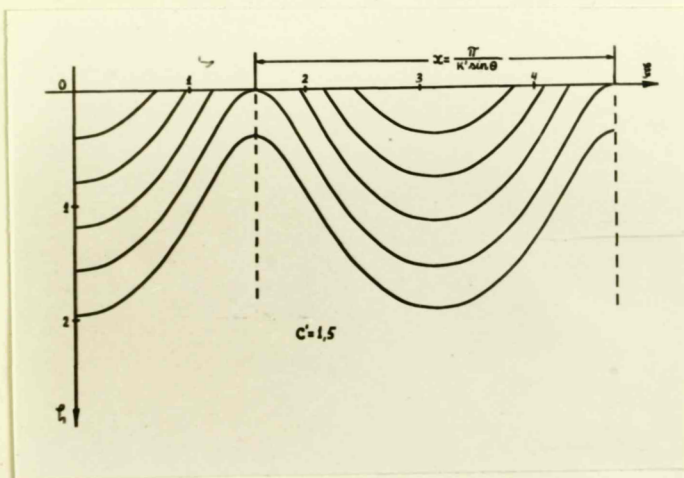
Voolujoonte väljajoonestamise hõlbustamiseks teeme veel lihtsa muutujate vahetuse

$$\begin{cases} \xi = \kappa' \sin \theta x \\ \eta = \frac{y}{A} \\ \zeta = \frac{z}{B} \end{cases} \quad (\text{IV}, 18)$$

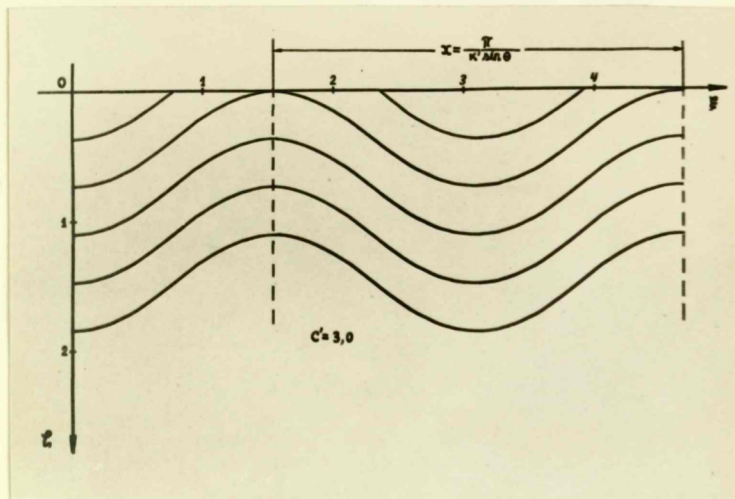
Siis voolujoonte kuju jaoks lõplikult saame:

$$\begin{cases} \eta = -\arctan \left[\sqrt{\frac{c'-1}{c'+1}} \tan \xi \right] + \text{const.} \\ \zeta = \ln [c' + \cos 2 \xi] + \text{const.} \end{cases} \quad (\text{IV}, 19)$$

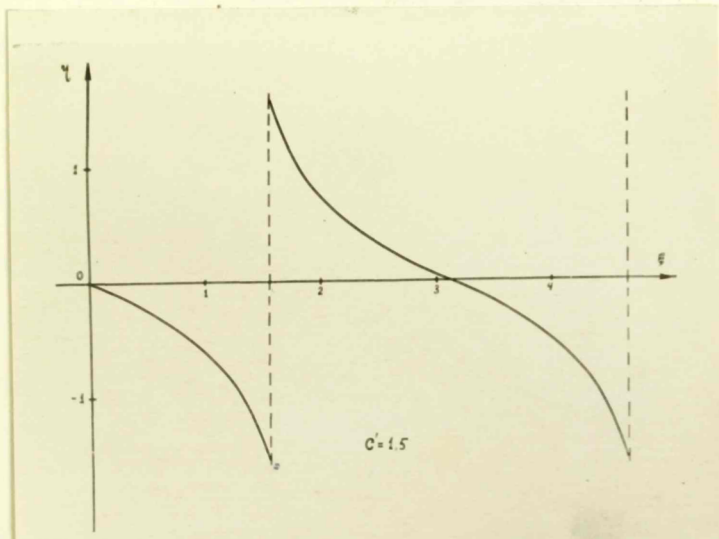
Nende voolujoonte kuju on näidatud alljärgnevatel joonistel nr.5 - nr.8. Meelevaldne konstant pole oluline, η avaldises annab see voolujoontele identsed jätkud osas $|\eta| > \frac{\pi}{2}$.



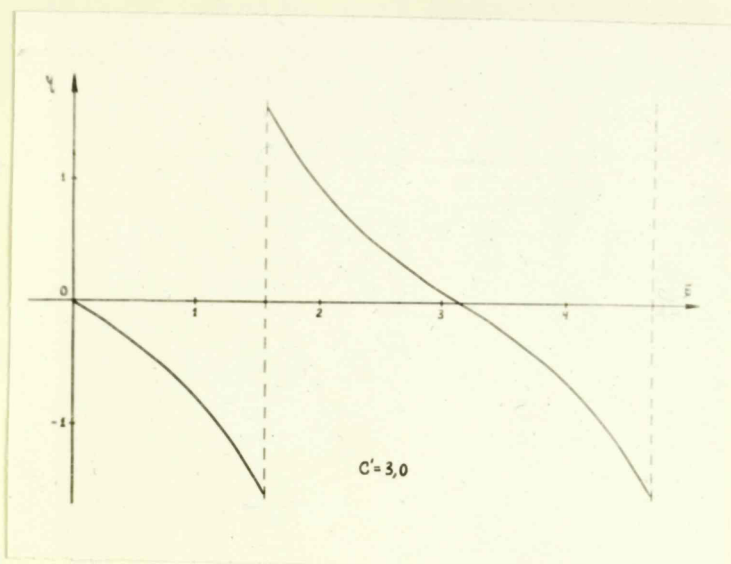
Joonis nr.5.



Joonis nr.6.



Joonis nr.7.



Joonis nr.8.

Joonistelt näeme, et energia voolujoonte projektsioonid xz tasandile omavad lainete kuju, mis C' suurenemisega kiiresti lamenevad. Kui antud hetkel punktis $x=0$ energia tungib teise keskkonda, siis samal hetkel kaugusel $x = \frac{\pi}{k' \sin \theta} = \frac{\lambda_1}{2 \sin \theta}$ energia väljub teisest keskkonnast. Järelikult täielikult sisepeegeldumisel valguskiir teeb nihke x -telje sihis. Tegelikku kiire nihet saadud avaldis aga õigesti ei väljenda, kuna voolujoonte pilt sõltub veel ajast ja, et energia liigub just neid voolujooni mööda teises keskkonnas, väita ei saa. Oluline on aga see, et nihe tuli võrdeline langeva valguse lainepikkusega.

z -telje suunas energia võnkumine toimub poole väiksema perioodiga kui langeva valguse võnkumised, st. langeva valguse ühe täisvõnke kestel jõuab energia kaks korda minna esimesest keskkonnast teise ja jälle sealt väljuda.

Eriti huvitav on aga nn. y -nihke olemasolu. xy -tasapinnas

olevatelt voolujoontelt näeme, et langemistasapind ja peegeldumistasapind on paralleelsed, kuid ei ühti. Kui energia tungib mingil hetkel kusagil x -telje peal teise keskkonda, siis väljub ta sealt mingil teisel ajamomendil, nihkega x -telje suunas, kuid juba mitte x -teljel. Senini kõik uurijad peale P.G.Kard'i [15] on jätnud y -nihke hoopis tähelepanemata.

Huvitav on veel juht, kui η avaldises $\sqrt{\frac{c'-1}{c'+1}} = 1$. See tingimus on täidetud kui $c' = \infty$. Tõepoolest

$$\lim_{c' \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{c'-1}{c'+1}} = 1.$$

Selleks, et $c' = \infty$, peab avaldises (IV,16) nimetaja olema null. See nimetaja pole vormiliselt muud midagi, kui kolmnurga külge, mis on avaldatud koosinuslause järgi. Kui see külge peab olema null, siis peavad teised kaks külge ühte langema ja nurk nende vahel on 0 või 2π .

Seega tingimused, et $c' = \infty$ on:

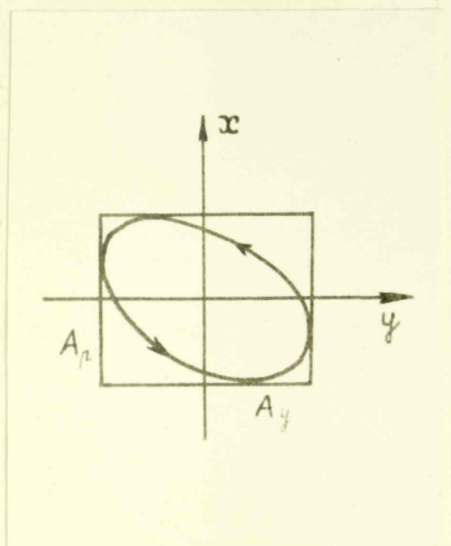
$$A_y = \pm \frac{n A_p}{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}} \quad \text{ja} \quad \delta + \varphi - \gamma = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} \\ +\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (\text{IV},20)$$

Kasutades tingimust faasinihete jaoks, saame leida ka milline langeva valguse polarisatsioon vastab sellele erijuhule. Arvestades (III,11) ja (III,12), leiame (IV,20)-st $\tan \delta$ jaoks järgmise avaldise:

$$\tan \delta = -\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}. \quad (\text{IV},21)$$

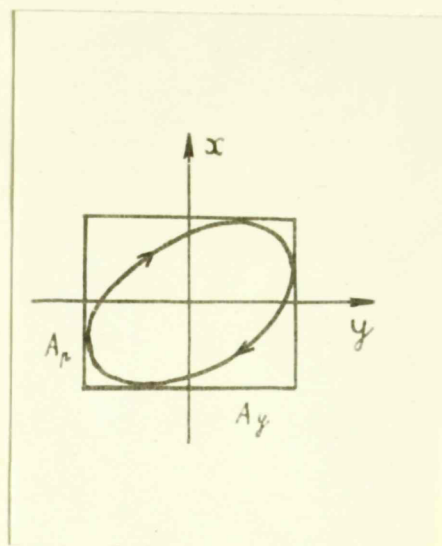
Lahendades selle võrrandi δ suhtes leiame, et δ on kas

positiivne ja nūri, või negatiivne ja terav. Vastavad polari-
satsioonisuunad on näidatud joonisel nr.9.



$$\delta + \varphi - \psi = \frac{\pi}{2}$$

δ - positiivne ja nūri



$$\delta + \varphi - \psi = -\frac{\pi}{2}$$

δ - negatiivne ja terav

Joonis nr.9.

Vaatame millised on voolujooned selle erijuhu korral.

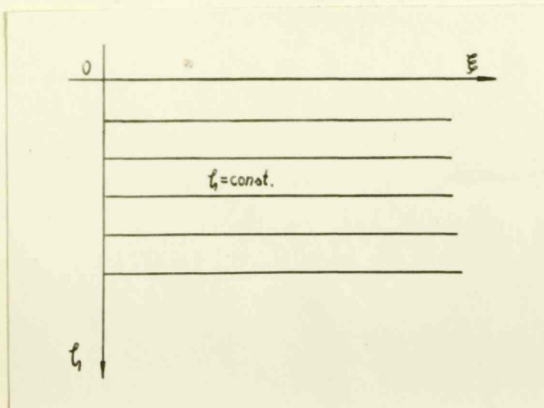
Saame:

$$\psi = -\xi + \text{const} \quad (\text{IV}, 22)$$

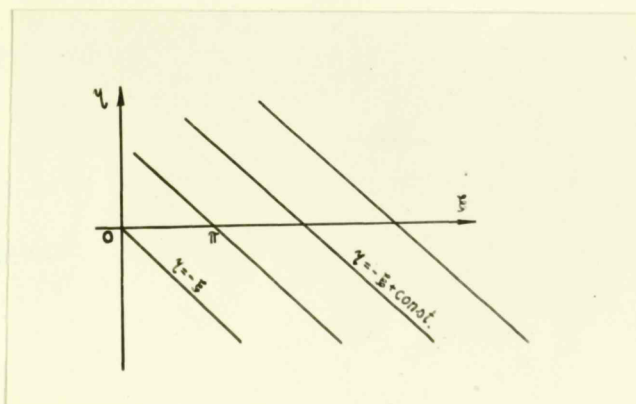
$$\frac{d\psi}{d\xi} = 0, \quad \text{kust}$$

$$\xi = \text{const} \quad (\text{IV}, 23)$$

$\xi \eta$ -tasapinnas on nüüd voolujoonteks ξ -teljega
paralleelsed sirged, $\xi \eta$ tasapinnas sirged tõusuga -45° . Voo-
lujoonte pilt on näidatud joonistel nr.10 ja nr.11.



Joonis nr.10.



Joonis nr.11.

Siin võib kerkida küsimus sellest, kuidas niisugust juhtu tõlgendada, sest voolujoonte järgi otsustades tuleks oletada, et energia teises keskkonnas voolab paralleelselt lahutuspinnaga ning väljub teisest keskkonnast alles lõpmatuses. Asi seisab aga selles, et selline efekt kuulub lõpmatuks langevale lainele, reaalses katsetes on meil aga alati tegemist lõplike valguskimpudega ja siis ilmselt voolujoonteks sellised sirged ei ole, vaid tulevad sisse moonutused, mis näitavad meile energia sisenemise ja väljumise kohti.

Voolujoonte ajaline olenevus seisneb selles, et kogu voolujoonte pilt liigub x -telje positiivses suunas edasi konstantse kiirusega u .

$$u = \frac{\omega}{k' \sin \theta} = \frac{c}{n_1 \sin \theta} \quad (\text{IV}, 24)$$

Edasi ajalise muutumise uurimiseks on huvitav leida Poynting-Umovi vektori hodograaf, mis on üldiselt mingi ruumiline kõver, kuigi, nagu hiljem näeme, antud juhul on ta tasapinnaline.

Fikseerime mingi punkti teises keskkonnas. Näiteks olgu $x=0$ ja $z=1$. Vaatame kuidas muutub ajaga selles punktis energia voolamise suund ja ta hulk. Selleks asetame $x=0$, $z=1$ Poynting - umovi vektori komponentide avaldistesse (IV,2).

Saame Poynting - Umovi vektori hodograafi parameetrilised võrrandid (parameetriks on aeg t) koordinaadistikus S_x'', S_y'', S_z'' .

Voolujoonte differententsiaalvõrrandite integreerimisel me saime lihtsustatud avaldised Poynting - Umovi vektori komponentide jaoks. Jagame veel neid teguriga $\frac{cn_1 \sin \theta \cos^2 \theta}{\pi(1-n^2)} e^{-2\alpha}$, mis tähendab vaid telgede venitamist.

$$\begin{cases} S_x'' = C + \sqrt{D^2 + E^2} \sin 2(\omega t + \frac{\alpha}{2}) \\ S_y'' = M \\ S_z'' = K \sqrt{D^2 + E^2} \cos 2(\omega t + \frac{\alpha}{2}) \end{cases}, \quad (\text{IV}, 25)$$

kus

$$K = - \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\sin \theta}.$$

Võrrandist $S_y'' = M$ näeme, et Poynting - Umovi vektori hodograaf on tasapinnaline, ning asub nimelt xz -tasapinnaga (langemistasapinnaga) paralleelses tasapinnas kaugusel M langemistasapinnast.

Elimineerides aja leiame:

$$\frac{S_z''^2}{K^2(D^2 + E^2)} + \frac{(S_x'' - C)^2}{D^2 + E^2} = 1, \quad (\text{IV}, 26)$$

mis on ellipsi võrrand. See ongi hodograaf nimetatud tasapinnas.

Lähemalt siianimesitatud arvutused on toodud [14] -s.

PEATÜKK V

Väli optiliselt titedamas keskkonnas.

Huvi pakub ka voolujoonte pilt esimeses keskkonnas, seetõttu uurime esialgu välja esimeses keskkonnas.

Fresnel'i valemities valime need, mis avaldavad peegeldunud kiire amplituudid ja täiesti analoogselt III peatükis tehtuga leiame:

$$\begin{cases} A'_x = A_x e^{-i\pi} e^{2i\gamma} \\ A'_y = |A_y| e^{i(\delta+2\varphi)} \\ A'_z = -A_z e^{-i\pi} e^{2i\gamma} \end{cases}, \quad (V,1)$$

kus φ ja γ definitsioonid on endised.

Peegeldunud laine väli seega on:

$$\begin{cases} E'_x = -A_x \cos[\omega t - k'(\sin\theta x - \cos\theta z) + 2\gamma] \\ E'_y = |A_y| \cos[\omega t - k'(\sin\theta x - \cos\theta z) + \delta + 2\varphi] \\ E'_z = A_z \cos[\omega t - k'(\sin\theta x - \cos\theta z) + 2\gamma] \end{cases}. \quad (V,2)$$

Leiame nüüd peegeldunud laines elektrivektori langemistasapinnas oleva komponendi. Nagu jooniselt nr.3 näha

$$A'_r = -A'_x \cos\theta - A'_z \sin\theta.$$

Seega

$$\begin{cases} E'_r = A_r \cos[\omega t - k'(\sin\theta x - \cos\theta z) + 2\gamma] \\ E'_y = |A_y| \cos[\omega t - k'(\sin\theta x - \cos\theta z) + \delta + 2\varphi] \end{cases}. \quad (V,3)$$

Selleks, et leida summaarset välja esimeses keskkonnas, tuleb peegeldunud väljale liita veel langeva valguse väli. Viimane on järgmine (reaalosa (III,1) -st):

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos[\omega t - \kappa'(\sin\theta x + \cos\theta z)] \\ E_y = |A_y| \cos[\omega t - \kappa'(\sin\theta x + \cos\theta z) + \delta] \\ E_z = A_z \cos[\omega t - \kappa'(\sin\theta x + \cos\theta z)] \end{cases} \quad (V,4)$$

Arvestades, et

$$A_\rho = A_x \cos\theta - A_z \sin\theta$$

leiame veel

$$\begin{cases} E_\rho = A_\rho \cos[\omega t - \kappa'(\sin\theta x + \cos\theta z)] \\ E_y = |A_y| \cos[\omega t - \kappa'(\sin\theta x + \cos\theta z) + \delta] \end{cases} \quad (V,5)$$

Tähistame summaarse elektrivälja tugevuse optiliselt tihedamas keskkonnas $\vec{E}_1$. Üeldu põhjal

$$\vec{E}_1 = \vec{E} + \vec{E}' \quad (V,6)$$

Saame:

$$\begin{cases} E_{1x} = 2A_\rho \cos\theta \sin(\kappa' \cos\theta z + \gamma) \sin(\tau + \gamma) \\ E_{1y} = 2A_y \cos(\kappa' \cos\theta z + \varphi) \cos(\tau + \delta + \varphi) \\ E_{1z} = -2A_\rho \sin\theta \cos(\kappa' \cos\theta z + \gamma) \cos(\tau + \gamma) \end{cases} \quad (V,7)$$

Siin lihtsuse mõttes $|A_y|$ asemele on kirjutatud A_y ja endiselt $\tau = \omega t - \kappa' \sin\theta x$.

Summaarse magnetvälja $\vec{\mathcal{H}}_1$ esimeses keskkonnas leiame kasutades Maxwelli teist võrrandit, mis annab:

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}_{1x}}{\partial t} = \frac{\partial E_{1y}}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}_{1y}}{\partial t} = \frac{\partial E_{1z}}{\partial x} - \frac{\partial E_{1x}}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}_{1z}}{\partial t} = - \frac{\partial E_{1y}}{\partial x} \end{cases}$$

Arvutades vajalikud osatuletised $\vec{E}_1$ -st ja integreerides leiame:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_{1x} = -2n_1 A_y \cos\theta \sin(\kappa' \cos\theta z + \varphi) \sin(\tau + \delta + \varphi) \\ \mathcal{H}_{1y} = 2n_1 A_\rho \cos(\kappa' \cos\theta z + \varphi) \cos(\tau + \varphi) \\ \mathcal{H}_{1z} = 2n_1 A_y \sin\theta \cos(\kappa' \cos\theta z + \varphi) \cos(\tau + \delta + \varphi) \end{cases} \quad (\text{V}, 8)$$

Me näeme, et faasinihked väljavektorite vahel on analoogsed nendega, mis on teises keskkonnas.

Kasutades valemeid (V,3) ja (V,5) uurime peegeldunud valguse polarisatsiooni. Kuna langev valgus on elliptiliselt polariseeritud, siis $\vec{E}$ otspunkt kirjeldab teatud ellipsi. Peegeldunud valgus on samuti elliptiliselt polariseeritud, kuid muutub ellipsi ekstsentrilisus (võrreldes langeva valgusega) ning nurk ellipsi suure pooltelje ja ρ -telje vahel (Ω). Arvestades peegeldunud kiires esinevaid faasivahesid, saame (üldine valem vt. [4]) langeva ja peegeldunud valguse jaoks:

$$\begin{cases} \tan 2\Omega = \tan 2\alpha \cdot \cos\delta \\ \tan 2\Omega' = \tan 2\alpha \cdot \cos(\delta + 2\varphi - 2\chi) \end{cases} \quad (\text{V}, 9)$$

kus

$$\tan 2\alpha = \frac{2A_\rho A_y}{A_\rho^2 - A_y^2} \quad (\text{V}, 10)$$

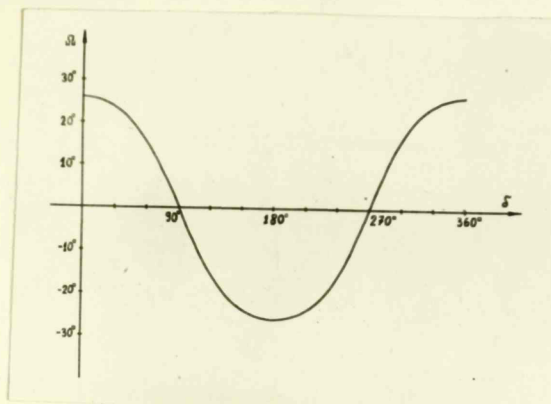
Järelikult peegeldunud valguses on ellipsi suur pooltelg pöördunud (võrreldes langeva valgusega) nurga $\Omega - \Omega'$ võrra.

(V,9)-st leiame:

$$\tan 2(\Omega - \Omega') = \tan 2\alpha \cdot \frac{\cos\delta - \cos(\delta + 2\varphi - 2\chi)}{1 + \tan^2 2\alpha \cos\delta \cos(\delta + 2\varphi - 2\chi)} \quad (\text{V}, 11)$$

Ω sõltuvus δ -st on näidatud joonisel nr.12 juhaks kui $A_y = 1$ ning $A_\rho = 2$. Sama kõverat võib kasutada ka peegel-

dunud valguse uurimiseks. Siis Ω' saamiseks tuleb argumendina δ asemel vaadelda nurka $\delta + 2\varphi - 2\chi$.



Joonis nr.12.

Kui langevas valguses δ ja peegeldumistingimused on sellised, et

$$\delta + 2\varphi - 2\chi = m \frac{\pi}{2}, \quad \text{kus } m = \pm 1, \pm 3, \dots,$$

siis peegeldunud valgust iseloomustava ellipsi poolteljed langevad kokku koordinaattelgedega.

Kui $\frac{\pi}{2} < \delta + 2\varphi - 2\chi < \frac{3\pi}{2}$, on Ω' negatiivne, st. ellipsi suur pooltelg on ρ -telje suhtes pööratud nurga Ω' võrra päri kellaosutit. Positiivse Ω' korral tuleb nurka arvata vastu kellaosuti liikumise suunda.

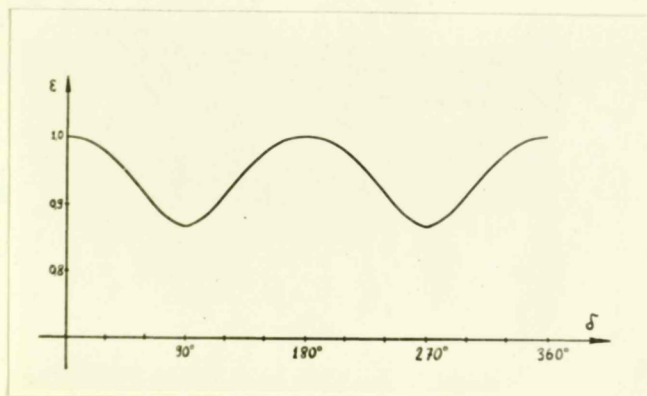
Vastavate ellipsite ekstsentrilisuste suhte jaoks leiame järgmise avaldise:

$$\frac{\varepsilon_{\text{lang}}}{\varepsilon_{\text{peeg}}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sin^2 2\alpha \sin^2 \delta}{(1 + \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \delta})^2}}{1 - \frac{\sin^2 2\alpha \sin^2 (\delta + 2\varphi - 2\chi)}{(1 + \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 (\delta + 2\varphi - 2\chi)})^2}}}, \quad (\text{V}, 12)$$

kus

$$\sin 2\alpha = \frac{2A_\rho A_\gamma}{A_\rho^2 + A_\gamma^2}.$$

$\varepsilon_{\text{lang}}$ sõltuvus δ -st on toodud joonisel nr.13 ($A_y=1$, $A_r=2$), kusjuures nagu juba seletatud, seda kõverat võib kasutada ka peegeldunud valguse polarisatsiooniolukorra uurimiseks.



Joonis nr.13.

Kõigepealt näeme, et $\theta = \arcsin n$ või $\theta = 90^\circ$ korral ($\varphi = \psi$) $\frac{\varepsilon_{\text{lang}}}{\varepsilon_{\text{peeg}}} = 1$ ning $\Omega - \Omega' = 0$, st. peegeldunud valgus on täpselt selliselt polariseeritud nagu langevgi.

Kui osutub et $\delta + 2\varphi - 2\psi = m\pi$, kus $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, siis peegeldunud valgus on lineaarselt polariseeritud.

Kui $A_r = A_y$ ning $\delta + 2\varphi - 2\psi = m\frac{\pi}{2}$, kus $m = \pm 1, \pm 3, \dots$, siis $\varepsilon_{\text{peeg}} = 0$ ja peegeldunud valgus on ringpolariseeritud.

Kirjutatud valemis märk $\pm$ vastab kahele võimalikule $\vec{E}'$ otspunkti liikumissuunale ellipsil.

Vahemikus $n < \sin \theta < 1$ on $\psi > \varphi$ ja kui δ asub I või III veerandis $\varepsilon_{\text{lang}} < \varepsilon_{\text{peeg}}$, st. langevale valgusele vastav ellips on "ümmargusem".

Kui δ on II või III veerandis $\varepsilon_{\text{lang}} > \varepsilon_{\text{peeg}}$, st. peegeldunud valgusele vastav ellips on "ümmargusem".

Kui langev valgus on polariseeritud lineaarselt, kuid mitte langemistasapinnas või risti sellega, siis peegeldunud valgus, nagu on kerge näha, on elliptiliselt polariseeritud.

Lõpuks, kui langev valgus on polariseeritud langemistasandis või sellega risti, siis peegeldunud valgus on ka lineaarselt po-

lariseeritud vastavas tasandis, kuigi esineb faasinihe võrreldes langeva valgusega. See faasinihe on suurem langemistasandis polariseeritud kiire korral.

Faasivahe langemistasapinnas polariseeritud ja langemistasapinnaga risti polariseeritud peegeldunud kiirte vahel on $2\gamma - 2\varphi$ ($\delta = 0$).

Valemitest (III,11) ja (III,12) leiame

$$\tan(\gamma - \varphi) = \frac{\cos\theta \sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\sin^2\theta} \quad (V,13)$$

Selle maksimum asub kohal

$$\sin^2\theta = \frac{2n^2}{1+n^2} \quad (V,14)$$

millele vastab

$$\tan(\gamma - \varphi)_{\max} = \frac{1-n^2}{2n} \quad (V,15)$$

Näeme, et maksimaalne faasivahe on seda suurem, mida väiksem on n .

Edasi asume Poynting - Umovi vektori komponentide arvutamisele esimeses keskkonnas.

PEATÜKK VI

Energia voolujooned optiliselt tihedamas keskkonnas

Poynting - Umovi vektori komponendid esimeses keskkonnas leiame järgmiste võrrandite abil:

$$\begin{cases} \frac{4\pi}{c} S_{1x} = E_{1y} \mathcal{H}_{1z} - E_{1z} \mathcal{H}_{1y} \\ \frac{4\pi}{c} S_{1y} = E_{1z} \mathcal{H}_{1x} - E_{1x} \mathcal{H}_{1z} \\ \frac{4\pi}{c} S_{1z} = E_{1x} \mathcal{H}_{1y} - E_{1y} \mathcal{H}_{1x} \end{cases} \quad (\text{VI},1)$$

Arvutades saame:

$$\begin{cases} S_{1x} = \frac{cn_1}{\pi} \sin \theta [A_y^2 \cos^2(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \cos^2(\tau + \delta + \varphi) + A_p^2 \cos^2(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \times \cos^2(\tau + \gamma)] \\ S_{1y} = \frac{cn_1}{\pi} A_p A_y \sin \theta \cos \theta [\sin(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \cos(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \sin(\tau + \delta + \varphi) \times \cos(\tau + \gamma) - \cos(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \sin(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \cos(\tau + \delta + \varphi) \sin(\tau + \gamma)] \\ S_{1z} = \frac{cn_1}{4\pi} \cos \theta [A_p^2 \sin 2(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \sin 2(\tau + \gamma) + A_y^2 \sin 2(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \times \sin 2(\tau + \delta + \varphi)] \end{cases} \quad (\text{VI},2)$$

Voolujoonte differententsiaalvõrrandid leiame analoogselt neljandas peatükis tehtuga.

Voolujoonte jaoks xz -tasandil saame:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{S_{1z}}{S_{1x}} = \frac{\cot \theta}{4} \cdot \frac{A_p^2 \sin 2(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \sin 2(\tau + \gamma) + A_y^2 \sin 2(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \sin 2(\tau + \delta + \varphi)}{A_y^2 \cos^2(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \cos^2(\tau + \delta + \varphi) + A_p^2 \cos^2(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \cos^2(\tau + \gamma)} \quad (\text{VI},3)$$

Voolujoonte jaoks $x y$ -tasandil leiame veel keerulisema diferentsiaalvõrrandi:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_{1y}}{S_{1x}} = \frac{A_p A_y \cos \theta [\sin(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \cos(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \sin(\tau + \delta + \varphi) \cos(\tau + \gamma) - A_y^2 \cos^2(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \cos^2(\tau + \delta + \varphi) + \frac{-\cos(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \sin(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \cos(\tau + \delta + \varphi) \sin(\tau + \gamma)}{+ A_p^2 \cos^2(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \cos^2(\tau + \gamma)}]}{A_p^2 \cos^2(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \cos^2(\tau + \gamma)} \quad (VI,4)$$

Selleks, et (VI,3)-st ja (VI,4)-st koosnevat süsteemi integreerida, tuleks eelkõige leida z x -i funktsioonina ja siis $\frac{dy}{dx}$ avaldises asendada z x -i kaudu ja integreerida teine võrrand.

Üldjuhul on selline arvutus väga raskesti läbiviidav võrrandite keerukuse tõttu. Me piirdume vaid sellega, et vaatleme voolujooni $x z$ -tasandis selle juhu jaoks, kui voolujooned teises keskkonnas on sirged.

Siis

$$\delta + \varphi - \gamma = -\frac{\pi}{2} \quad A_y = \frac{n A_p}{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}} = C A_p.$$

Võrrand (VI,3) lihtsustub nüüd mõnevõrra:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\cot \theta}{4} \cdot \frac{[\sin 2(\kappa' \cos \theta z + \gamma) - C^2 \sin 2(\kappa' \cos \theta z + \varphi)] \sin 2(\tau + \gamma)}{\cos^2(\kappa' \cos \theta z + \gamma) \cos^2(\tau + \gamma) + C^2 \cos^2(\kappa' \cos \theta z + \varphi) \sin^2(\tau + \gamma)}.$$

Teisendades seda võrrandit leiame:

$$\cot^2 \theta \sin \gamma \sin \beta d\beta + \{[\cos \gamma + A'] \cos \beta + B \cos \gamma + D \sin \gamma + A\} d\gamma = 0. \quad (VI,5)$$

Siin

$$\gamma = 2(\kappa' \cos \theta z + \gamma - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})$$

$$\beta = 2(\tau + \gamma - \frac{\pi}{2}) = 2(\omega t - \kappa' \sin \theta x + \gamma - \frac{\pi}{2}) .$$

ja

$$\tan \alpha = \frac{c^2 \sin 2\delta}{1 + c^2 \cos 2\delta}.$$

Võrrandis (VI,5) esinevad konstandid on järgmised:

$$A = \frac{1 + n^2}{1 - n^2}$$

$$A' = \frac{n^2(1 + \cos^2 \theta) - \sin^2 \theta}{(1 - n^2) \sin^2 \theta}$$

$$B = \frac{c^4 - 1}{1 + 2c^2 \cos 2\delta + c^4}$$

$$D = \frac{2c^2 \sin 2\delta}{1 + 2c^2 \cos 2\delta + c^4}$$

Avaldisest (IV,21) leiame:

$$\cos 2\delta = \frac{\cos^2 \theta (\sin^2 \theta - n^2) - \sin^4 \theta}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}$$

$$\sin 2\delta = - \frac{2 \cos \theta \sin^2 \theta \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}$$

Integreerivaks teguriks võrrandile (VI,5) on:

$$\mu = \frac{1}{\sin^{\rho} \frac{x}{2} \cdot \cos^{\rho-\gamma} \frac{x}{2}}, \quad (\text{VI},6)$$

kus algsuurustest sõltuvad konstandid ρ ja γ on määratud järgmiselt:

$$\begin{cases} \rho = \frac{1}{\cos^2 \theta} \\ \gamma = \frac{1 + n^2}{1 - n^2} \end{cases} \quad (\text{VI},7)$$

Näeme ka, et $A = \gamma$. Korrutame võrrandit (VI,5) (VI,6)-ga ja asume saadud täisdifferentsiaali u integreerimisele

$$u = -\cot^2 \theta \frac{\sin^{\gamma} \cos^{\beta}}{\sin^{\rho} \frac{x}{2} \cdot \cos^{\rho-\gamma} \frac{x}{2}} + f(x). \quad (\text{VI},8)$$

$f(x)$ määrame võrrandist

$$f'(x) = \frac{B \cos x + D \sin x + s}{\sin^{\frac{3}{2}} \frac{x}{2} \cdot \cos^{\frac{1}{2}} \frac{x}{2}} \quad (\text{VI}, 9)$$

Selle võrrandi integreerimiseks tuleb valida konkreetne lange-
misnurk ja murdumisnäitaja. Olgu näiteks $\Theta = 45^\circ$ ja $n = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
Sel juhul $B = 0$, $D = -1,73$, $s = 2$ ja $\mu = 2$. Arvutused näitavad
ka, et $\gamma - \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$.

Voolujooni vaatleme mingil konkreettsel ajamomendil $t_2 = \frac{-\gamma + \pi}{\omega}$.

Vastavalt sellisele olukorrale toome sisse uued muutujad ξ
ja ζ järgmiste seoste alusel.

$$\begin{cases} \xi = \kappa' \sqrt{2} x \\ \zeta = -\kappa' \sqrt{2} z \end{cases} \quad (\text{VI}, 10)$$

Seejuures ζ võtame miinusega, kuna esimeses keskkonnas
 z on negatiivne. Siis ζ tuleb positiivne, mis on arvutus-
tehniliselt mugavam. Saame:

$$f'(\zeta) = \frac{1,73 \sin \zeta + 2}{\sin^2 \frac{\zeta}{2} \cdot \cos^2 \frac{\zeta}{2}}.$$

Integreerides leiame:

$$f(\zeta) = 1,73 \cdot 4 \int \frac{d\zeta}{\sin \zeta} + 8 \int \frac{d\zeta}{\sin^2 \zeta}.$$

$$f(\zeta) = 4 \cdot 1,73 \ln \tan \frac{\zeta}{2} - 8 \cot \zeta + \text{const}. \quad (\text{VI}, 11)$$

Voolujoonte võrrand on:

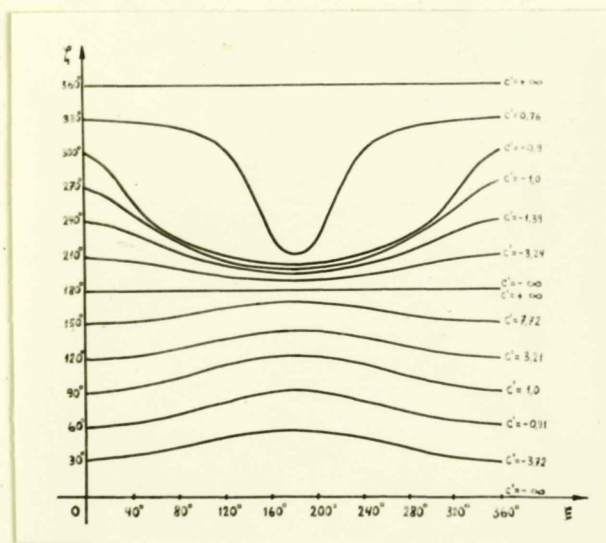
$$\frac{\sin \zeta \cos \xi}{\sin^2 \zeta/2 \cdot \cos^2 \zeta/2} + 4 \cdot 1,73 \ln \tan \zeta/2 - 8 \cot \zeta = \text{const.}$$

Seda lihtsustades leiame:

$$\cos \xi = C' \sin \zeta - 1,73 \sin \zeta \ln |\tan \zeta/2| + 2 \cos \zeta, \quad (\text{VI}, 12)$$

kus C' on meelevaldne konstant.

Nende voolujoonte kuju on näidatud joonisel nr.14.



Joonis nr. 14.

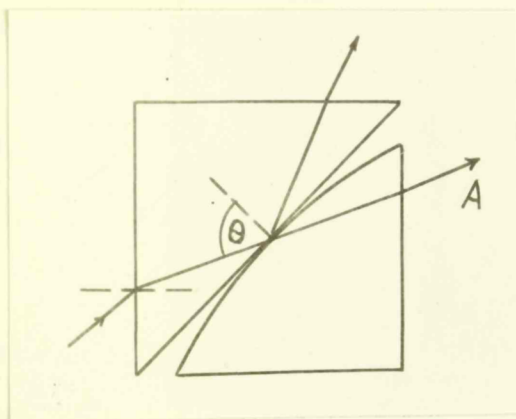
Nagu näeme, ka esimeses keskkonnas sel juhul voolujooned on lihtsad ja kaunis lamedad. Lahutuspinnal, kus $C' = -\infty$, on voolujooneks sirge. Selle lähemas naabruses voolujooned "asümptootiliselt" lähenevad sirgetele. Edasi voolujooned on kõverad, kuni lähenedes $\zeta = \pi$ -le, millele vastab $C' = +\infty$, muutuvad jällegi sirgeteks. Vahemikus $\pi < \zeta < 2\pi$ on voolujooned põhiliselt sama iseloomuga, ainult kumerusega allapoole. $\zeta = 2\pi$ kohal on voolujooneks jällegi sirge.

PEATÜKK VII

Katselised kinnitused energia tungimise kohta
teise keskkonda täieliku sisepeegeldumise korral

See fakt, et täieliku sisepeegeldumise korral energia tungib optiliselt hõredamasse keskkonda, oli tegelikult teada juba ammu.

Esimesena teostas sel alal katseid Newton. Tema katses oli



Joonis nr.15.

oli võetud kaks täisnurkset kolmetahulist prisma, mis puutusid kokku oma diagonaaltahkudega. Ühe prisma diagonaaltahk oli sfääriline (vt. joonis nr.15).

Kohtades, kus prismad ei puutu teineteise külge, leiab aset täielik sisepeegeldumine.

Kokkupuutekohas võib aga valgus vabalt pääseda teise prismasse. Seetõttu vaadates prismade kokkupuutekohale peegeldunud kiire poolt, näeme tumedat laikku heledal foonil.

Newton märkas, et tumeda laigu suurus sõltub langemisnurgast. Hiljem selgus, et see on tingitud energia tungimisest erinevatele sügavustele teise keskkonda.

Newtoni katseid kordas täiuslikumal kujul Quinke. Ta jälgis prismade kokkupuutepinda suunas A (joonis nr.15). Siis näeme vastupidist pilti - heledat laikku tumedal foonil. Hele laik tekib

valguse pääsemise tõttu teise keskkonda kokkupuutepunkti ja ta läheduses asuva piirkonna kaudu, kus vahe prismade diagonaaltahkude vahel on väiksem kui sügavus, milleni tungib valgus teise keskkonda.

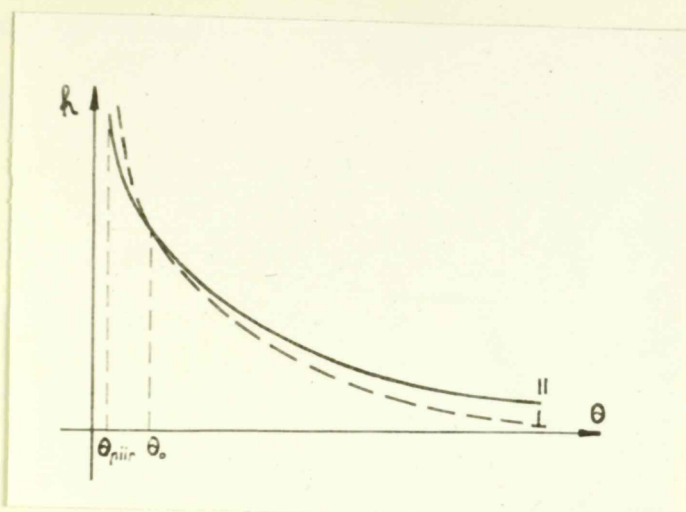
Selleks, et veenduda energia tungimises teise prismasse mitte ainult kokkupuutepunktis, tuleb prismad veidi eemaldada teineteisest, st. likvideerida kokkupuutepunkt, nagu seda Quinke tegigi. Seejuures tume laik, mida Newton märkas, praktiliselt kaob, hele aga säilib.

Hele laik omas ellipsi kuju ja sellest võis leida ka kui sügavale valgus teise keskkonda tungib. Mõõtes heleda laigu suure pooltelje 2ρ , saame valguse teise keskkonda tungimise sügavuse jaoks avaldise

$$h = \frac{\rho^2}{2R},$$

kus R on teise prisma sfäärilise tahu kõverusraadius. Quinke avastas ka h sõltuvuse langemisnurgast, samuti leidis ta, et sama langemisnurga korral h oleneb oluliselt langeva valguse polarisatsioonist.

h valguse jaoks, mis on polariseeritud langemistasandis, alul nurkade puhul, mis on veidi suuremad kui täieliku sisepeegeldumise piirnurk, on väiksem kui valguse korral, mis on polariseeritud langemistasandiga risti. Kuid langemisnurga kasvuga see vahe muutub üha väiksemaks, kuni mingisugusest nurgast θ_0 suuremate väärtuste korral muutub negatiivseks. Vastavad kõverad on näidatud joonisel nr.16.



Joonis nr. 16

Tekib küsimus, millest see efekt on tingitud. Asi seisab selles, et valguse teise keskkonda tungimise sügavus oleneb energiavoo intensiivsusest teises keskkonnas (sellest on lähemalt juttu X peatükis).

Nurk θ_0 peab vastama sellele olukorrale, kui teises keskkonnas langemistasapinnas- ja sellega risti polariseeritud valguse energiavoogude intensiivsused on võrdsed samadel sügavustel.

Nagu (IV,2)-st kerge on näha, on see tingimus täidetud kui

$$\frac{\sin^2 \theta_0 - n^2 \cos^2 \theta_0}{n^2} \left(\frac{A_y^2}{A_r^2} \right) = 1.$$

Teeme nüüd $A_r = A_y$, siis $\sin^2 \theta_0 - n^2 \cos^2 \theta_0 = n^2$, kust leiame:

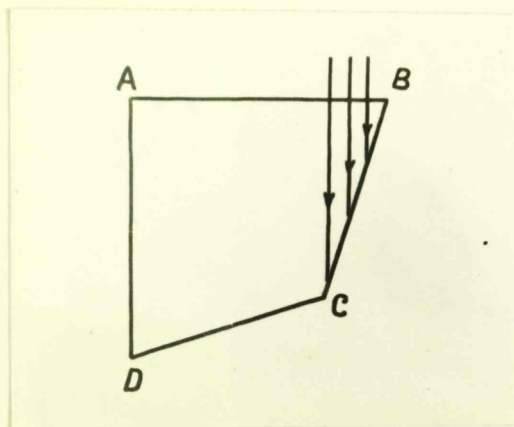
$$\theta_0 = \arccos \sqrt{\frac{1-n^2}{1+n^2}}. \quad (\text{VII},1)$$

Kahjuks autoril ei ole olnud võimalust selle valemi õigsust kontrollida Quincke katsete täpsete tulemuste abil, kuid olemasolevate andmete kohaselt [11] ühtib (VII,1)-st arvutatud θ_0 .

kaunis hästi Quinke töödes saadud θ_0 väärtusega.

Edaspidi korraldas ühe katse Voigt [11] , püüdes seega kinnitada oma teooriat, kuid viimane osutus ekslikuks. Nagu juba märgitud, ta arvas, et teises keskkonnas on olemas kaks kiirt, üks levib langemistasapinnaga risti ja kujutab endast ristlainetust, teine kiir aga, mis levib piki lahutuspinda, pidavat kujutama endast pikilainetust (Voigt asus tol ajal valguse mehhanistliku teooria seisukohtadel). Selle vaate ekslikkust tõestas veenvalt Eichenwald. Ja üldse ei saa ju vaadelda lahutuspinnaga paralleelselt levivat kiirt iseseisva kiirena. Ta on ainult valguse liikumistee teises keskkonnas projektsioon lahutuspinnale.

Voigt kasutas prisma, mille tahud BC ja CD moodustasid omavahel nürinurga (joonis nr.17). Kui nüüd valgus langeb



Joonis nr.17.

läbi tahu AB ja tahul BC

toimub täielik sisepeegeldumine, siis Voigt'i arvates BC -ga paralleelselt leviv pikilainetustega kiir peab punktis C prismast väljuma ja serv C peaks helenduma. Selline efekt

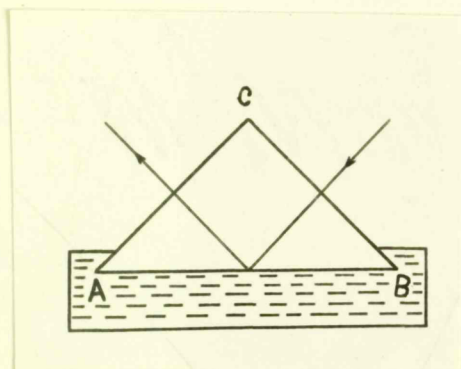
tegelikult avastatigi, kuid nagu

näitas Ketteler [11] , on see tingitud hoopis difraktsioonist.

Eichenwaldi teooria kontrollimiseks korraldasid katseid Schaefer ja Gross [2] , kes kasutasid selleks parafiinprismaid ning elektromagnetilisi laineid pikkusega 15 cm.

Neil olid mõlema prisma tahud tasapinnalised ning tahkude vahelist kaugust võis muuta mikromeeterkruviga. Peegeldunud ja teise keskkonda tunginud kiirguse intensiivsusi mõõdeti termoelemendiga. Need katsed kinnitasid täiesti Eichenwaldi teooriat. Peegeldunud kiirguses puudus just see osa intensiivsusest, mis täieliku sisepeegeldumise tõttu sai võimaluse tungida teise keskkonda. Teoreetilised ja eksperimentaalsed kõverad ühtisid suurepäraselt.

Tuntud nõukogude füüsik L.J.Mandelstamm korraldas originaalse katse [6] , kus samuti ilmneb energia tungimine optiliselt hõredamasse keskkonda. Mandelstamm kasutas klaasist prisma, mis



Joonis nr.18.

oma tahuga AB oli paigutatud fluorestseeruvasse vedelikku (joonis nr.18). Lastes läbi tahu BC valguse prismasse nii, et tahul AB toimuks täielik sisepeegeldumine, siis ilmneb, et õhukeses pindkihis tahu AB all vedelik hakkab fluorestseeruma,

kuna osa langeva valguse energiast tungib optiliselt hõredamasse keskkonda.

See katse pani ka aluse vaadeldava efekti praktilisele kasutamisele, kuna selle katseskeemi abil on võimalik saada valgusallikat, mis asub lahutuspinnast kaugusel, mis on lainepikkuse suurusjärgus.

F.S. Barošanskaja uuris fluorestsentsi kontsentratsioonilist

kustutamist vedeliku kihis, mille paksus oli võrreldav valgus-
laine pikkusega, kasutades Mandelstammi katseseadet. Tuli ainult
horisontaalse löikega eemaldada prisma ülemine osa ja nüüd oli
lihtne fluorestsentskiirgust süsteemist välja juhtida ning spekt-
rofotomeetri pilule koondada. Tuleb üldse märkida, et täieliku
sisepeegeldumisega seotud efektide kasutamine avab laialdased
võimalused uute huvitavate katsete korraldamiseks mitmesugustes
optika harides.

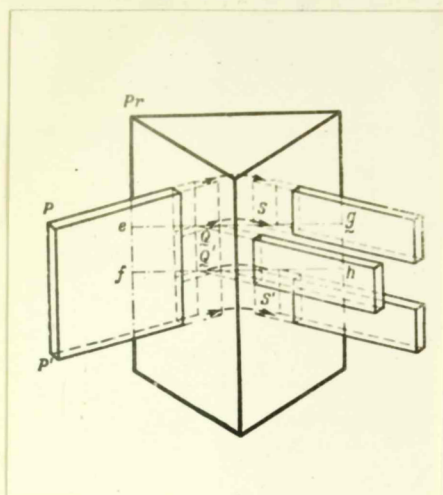
Mandelstammi katsele analoogseid uurimusi korraldati ka sel
teel, et tahk AB kaeti fotoemulsiooniga. Vaadeldav efekt andis
samu tulemusi kui teisedki katsed.

Tuleb aga tähele panna seda, et kirjeldatud katsetes meie
ei saa uurida täielikku sisepeegeldumist n.ö. "puhtal" kujul.
Nendes katsetes mitte kogu energia, mis läks teise keskkonda,
ei tule sealt tagasi. Osa temast, näiteks Mandelstammi katses,
kulutatakse vedeliku molekulide kiirgamisele ergutamiseks.

Nagu näitas aga esmakordselt Eichenwald, energia olles "su-
keldunud" teise keskkonda, väljub sealt täielikult.

Nende puuduste kõrvaldamise võimalikkusele osutasid Goos ja
Hänchen [5] , kes korraldasid ka vastava katse.

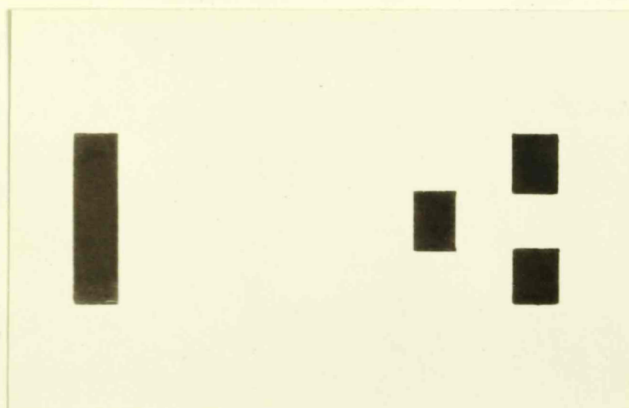
Nad kasutasid ära selle, et täieliku sisepeegeldumise korral
kiir väljub teisest keskkonnast mitte selles kohas, kus ta lahu-
tuspinnale langes, nagu nägime juba varem. Selle nihke uurimine
oligi Goos'i ja Hänchen'i töö eesmärgiks. Nende katseseade on
näidatud joonisel nr.19.



Joonis nr.19.

Ära õhus teatud tee, siseneb uuesti prisma kõrgemal punktist S ja S' .

Kui oletada, et lahutuspinnal "klaas-hõbe" toimub otsene peegeldumine (st.punktide Q ja Q' vahel), siis pärast sisepeegeldumist prisma diagonaaltahul valguskimp lõheneb kolmeks, ning sattudes fotoplaadile kutsub seal esile tumenemise vastavalt oma ristlõikele. Saadav pilt on näidatud joonisel nr.20.



Langev valgus

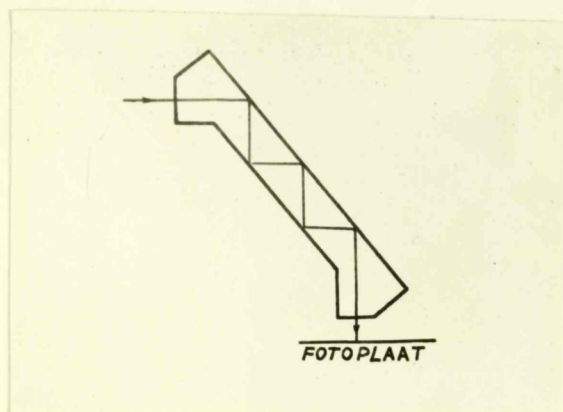
Peegeldunud valgus

Joonis nr. 20.

Tegelikult tungib valgus ka hõbedasse, ning peegeldub sealt nihkega (vt. [15]), nii et katses on meil tegemist nihete "klaas-õhk" ja "klaas-hõbe" vahega. Katsetingimused olid aga nii vali-

tud, et nihe peegeldumisel hõbedalt oli väike.

Kuna sel viisil saadav nihe osutus liiga väikeseks, siis kasutati korduvat peegeldumist tasaparalleelses plaadis, mille



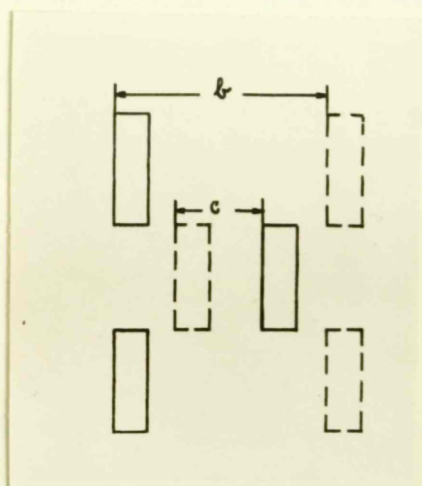
Joonis nr.21.

otstesse olid kleebitud prismad (vt. joonis nr.21). Mõlemale plaadi küljele olid kantud hõbedaribad. Raskusi pakub aga see, et hõbedalt peegelduva kiire intensiivsus kahaneb liiga kiiresti ja korduvate peegeldumiste tõttu osutub üliväikeseks. Nagu varem

nägime, nihke suurus on võrdeline lainepikkusega, mida kasutati.

Goos ja Hänchen mõõtsid nihkumist erinevate lainepikkustega valguskiirte vahel, mida nad nimetasid diferentsiaalmeetodiks. Nüüd puudub vajadus hõbedat kasutamiseks.

Olgu näiteks langevas valguses kollane valgus üleval ja all, keskel aga sinine. Siis väljudes prismast valguskimp omab kuju nagu on näidatud joonisel nr.22 vasakul, kusjuures punktiiriga



Joonis nr.22.

on näidatud sinise valguse piirkond. Kui vahetame värvide asukohad langevas valguses, siis saame pildi, mis on kujutatud joonisel nr.22 paremal. On selge, et mõõdetav nihe on kahekordne sellest nihkest, mis on põhjustatud lainepikkuste erinevusest. See tähendab

$$2\Delta D = b - c,$$

kus b ja c on näidatud joonisel.

Goosi ja Hänchen'i katse esialgsed tulemused ei läinud kokku teooriaga, kuid hiljem nende poolt uuesti hoolikamalt korraldatud katsed [9] olid teooriaga heas kooskõlas.

H.Wolter [10] jälgis interferentsmiinimumi nihet kahe tasapinnalise laine sisepeegeldumisel, mis langevad lahutuspinnale vastavalt nurkade θ ja $\theta - \Delta$ all, kus Δ on väike nurk. Katsed andsid teooria poolt ennustatud tulemusi, kusjuures veelkordse kinnituse leidis nihke sõltuvus langeva valguse polarisatsioonist. Wolter arvestab ka nihet, mis tekib peegeldumisel hõbedalt, tehes vastavad korrektsioonid vaatlusandmete ümbertõõtamisel.

Paralleelselt katsetega arendati teooriat nihete osas Artmanni [7] ja Fragsteini [8] poolt. Nad tuletavad nihke valemid lineaarselt polariseeritud valguse jaoks, arvestades langeva valguskimbu lõplikkust (katsetes on meil alati tegemist lõplike valguskimpudega). Artmann arvab koguni, et nihe just ongi tingitud langeva valguskimbu lõplikkusest, kuid selline küsimuse käsitletus on väär (vt.pt.X). Artmanni järgi võib seega nihke avaldist leida ainult arvestades difraktsiooni, mida ta teebki, kuid

matemaatiliselt liiga keerukalt. Fragstein kasutas eeldust, et amplituud kimbu äärtel kahaneb monotoonselt ning sai samad tulemused. Lihtsama meetodi nihete arvutamiseks lineaarselt polariseeritud langeva valguse korral andis nõukogude füüsik L. M. Brehovskih [12] .

PEATÜKK VIII

L. M. Brehovskih'i teooria.

Artmann leiab nihke jaoks järgmise avaldise:

$$D = \frac{\lambda_1}{2\pi} \cdot \frac{d\chi}{d\theta} , \quad (\text{VIII},1)$$

kus D tähendab nihet suunas, mis on risti valguskiirega;

χ -faasinihet täielikul sisepeegeldumisel (langemistasapinnaga risti polariseeritud valguse korral $\chi = 2\varphi$, langemistasapinnaga paralleelselt polariseeritud valguse korral $\chi = 2\varphi + \pi$).

Valemi (VIII,1) rakendamine annab nihete jaoks järgmised avaldised:

$$D_1 = \frac{\lambda_1}{\pi} \frac{n}{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \quad (\text{VIII},2)$$

$$D_{11} = \frac{\lambda_1}{\pi} \frac{1}{n \sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \quad (\text{VIII},3)$$

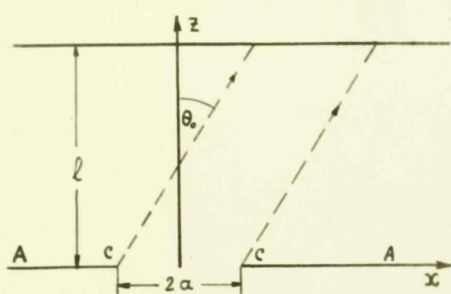
^{x)} Valemi (VIII,1) paremal poolel seisab Artmannil märk miinus, mille põhjuseks on see, et tema faasinihe on defineeritud vastasmärgiga, võrreldes meie omaga.

Indeksid $\perp$ ja $\parallel$ tähendavad langeva valguse lineaarset polarisatsiooni vastavalt risti langemistasapinnaga ja paralleelselt temaga.

Puudusena tuleb märkida seda, et Artmanni valem (VIII,1) kehtib ainult siis, kui langemisnurk erineb vähe täieliku sissepeegeldumise piirnurgast (vastavalt sellele on (VIII,2) ja (VIII,3) -s tehtud $\sin \theta \approx n$).

(VIII,2) ja (VIII,3) -st näeme, et nihked olenevad langeva valguse polarisatsioonist.

Brehovskih'i teooria on põhiliselt samasugune nagu Artmann'i oma, kuid palju lihtsam. Brehovskih, nagu Artmanni, uurib piiratud lainekimpu, esitades selle tasapinnaliste lainete superpositsioonina. Huvitavaid tulemusi sai Brehovskih ultraheli ja impulsside peegeldumise jaoks, kuid siinkohal ei ole võimalik neil peatuda.



Joonis nr.23.

Vaatleme nüüd lähemalt Brehov - skih'i meetodit. Langeva peegelduvale pinnale valguskimp nurga θ_0 all. Lõplik valguskimp saadakse sel teel, et ekraan AA, milles on ava CC, laiuslega $2a$, lõikab langevast lõpmatust

lainest välja ühe osa, mille geomeetrilised mõõted on joonisel nr.23 näidatud punktiiriga. Tegelikult difraktsiooni tõttu kimp

veidi hajub. Probleemi vaadeldakse tasapinnalisena, st. ava vaadeldakse lõpmatuna ja laine langemistasapinda ristuvana peegeldava pinnaga. Koordinaattelgede asend on näidatud joonisel nr.23.

Ekraanile langeva laine väli olgu:

$$\psi = e^{-i(\alpha x + \gamma z) + i\omega t} \quad , \quad (\text{VIII}, 4)$$

kus $d = \kappa' \sin \theta_0$ ja $\gamma = \kappa' \cos \theta_0$.

Kui ekraan on läbipaismatu, siis ψ peab rahuldama järgmist ääretingimust:

a) teisel pool ekraani on väli null,

b) ava kohal on väli selline nagu ekraani ei oleks.

Siis $z = 0$ juures, ja jättes ära teguri $e^{i\omega t}$, saame

ψ jaoks tingimused:

$$\begin{cases} \psi(x) = e^{-i\alpha x} & -a \leq x \leq a \\ \psi(x) = 0 & |x| > a \end{cases} \quad (\text{VIII}, 5)$$

Sobiv on probleemi veidi üldistada, oletades, et ekraan võib olla muutliku läbipaistvusega, siis

$$\psi(x) = F(x) e^{-i\alpha x} \quad -\infty < x < +\infty ,$$

kus $F(x)$ kujutab amplituudi jaotust ekraani tasapinnas.

Nüüd esitame välja ekraani tasapinnas Fourier integraali abil:

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\rho) e^{-i\rho x} d\rho \quad , \quad (\text{VIII}, 6)$$

kus

$$\phi(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) e^{i\rho x} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(x) e^{-i(\alpha-\rho)x} dx, \quad (\text{VIII}, 7)$$

Meie probleemi algseade kohaselt

$$\begin{cases} F(x) = 1 & -a \leq x \leq a \\ F(x) = 0 & |x| > a \end{cases}$$

Seega

$$\phi(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a e^{-i(\alpha-\rho)x} dx = \frac{\sin(\alpha-\rho)a}{\pi(\alpha-\rho)}. \quad (\text{VIII}, 8)$$

$\phi(\rho)$ omab märgatavaid väärtusi vaid siis, kui vahe $\alpha - \rho$ on väike, st. $\alpha(\alpha - \rho) \lesssim 1$.

Konstrueerides funktsiooni

$$\psi(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\rho) e^{-i(\rho x + \mu z)} d\rho, \quad (\text{VIII}, 9)$$

kus

$$\mu = \sqrt{k'^2 - \rho^2},$$

näeme, et $\psi(x, z)$ esitab langeva kimbu välja ekraani ja peegeldava pinna vahel, kuna ta rahuldab lainetusvõrrandit

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k'^2 \psi = 0$$

ja kohal $z = 0$ läheb üle $\psi(x)$ -ks, st. rahuldab ääretingimust.

Eksponent (VIII,9)-s kujutab tasapinnalist lainet, mis levib suunas

$$\theta = \arcsin \frac{\rho}{k'}. \quad (\text{VIII}, 10)$$

Langeva kimbu esitus tasapinnaliste lainete superpositsioonina ongi (VIII,9).

Suurimat tähtsust omavad lained, millede levimise suund vähe erineb θ_0 -st. Tingimus $(\alpha - \rho)\alpha \lesssim 1$, kuna $\rho = \kappa' \sin \theta$ saab kuju

$$\alpha \kappa' (\sin \theta_0 - \sin \theta) \lesssim 1$$

ja et $\theta_0 \approx \theta$, siis

$$\theta_0 - \theta \lesssim \frac{1}{\alpha \kappa' \cos \theta_0}.$$

Kimbu ristlõige $\alpha \cos \theta_0$ peab olema palju suurem laine-pikkusest, st. $\alpha \kappa' \cos \theta_0 \gg 1$, järeltult $\theta_0 - \theta \ll 1$.

Tähistame nurga θ all langeva laine peegelduskoefitsiendi $v(\theta)$, mis on üldiselt kompleksne. Tema mooduli ruut annab energia peegeldumise koefitsiendi, argument - faasimuutuse peegeldumisel. Seega

$$v(\theta) = \rho(\rho) e^{i\chi(\rho)} \quad (\text{VIII}, 11)$$

Lahutuspinnal $z = \ell$ leiame:

$$\psi_{\text{lang}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\rho) e^{-i(\rho x + \mu \ell)} d\rho.$$

Peegeldunud laine välja saame sellest, korrutades partsiaallaine avaldist integraali all $v(\theta)$ -ga.

$$\psi_{\text{peeg}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\rho) \rho(\rho) e^{i\chi(\rho) - i(\rho x + \mu \ell)} d\rho.$$

Ehk

$$\begin{cases} \psi_{\text{lang}}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) e^{-i(\alpha-\rho)\xi - i(\rho x + \mu\ell)} d\rho d\xi \\ \psi_{\text{reeg}}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \rho(\rho) e^{i\chi(\rho) - i(\alpha-\rho)\xi - i(\rho x + \mu\ell)} d\rho d\xi \end{cases} \quad (\text{VIII},12)$$

Oletame, et $\rho(\alpha) = \text{const.}$ ja toome sisse suuruse

$$\Omega = \rho - \alpha. \quad (\text{VIII},13)$$

Kuna tähtsad on vaid need funktsioonide väärtused, kus Ω on väike, siis $\chi(\rho)$ arendame ritta Ω järgi:

$$\chi(\rho) = \chi(\alpha) + \chi'(\alpha)\Omega + \frac{1}{2}\chi''(\alpha)\Omega^2 + \dots, \quad (\text{VIII},14)$$

kus piirdume vaid kahe liikmega. Siis:

$$\begin{cases} \psi_{\text{lang}}(x) = \frac{e^{-i\alpha x}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) e^{-i\Omega(x-\xi) - i\sqrt{\kappa'^2 - (\Omega+\alpha)^2}\ell} d\xi d\Omega \\ \psi_{\text{reeg}}(x) = \frac{v(\theta_0)}{2\pi} e^{-i\alpha x} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) e^{-i\Omega(x-\chi'(\alpha)-\xi) - i\sqrt{\kappa'^2 - (\Omega+\alpha)^2}\ell} d\xi d\Omega \end{cases} \quad (\text{VIII},15)$$

Võrreldes neid avaldisi omavahel leiame:

$$\psi_{\text{reeg}}(x) = v(\theta_0) \psi_{\text{lang}}(x - \chi'(\alpha)).$$

Siit järeneb, et peegeldumisel kimp nihkub lahutuspinna mööda suuruse

$$\Delta = \left. \frac{d\chi(\rho)}{d\rho} \right|_{\rho=\alpha} \quad (\text{VIII},16)$$

võrra.

Sellise Δ avaldise leidis esmakordselt Artmann, kuid palju keerulisemal teel.

Brehovskih märgib ka, et Δ -l pole midagi ühist voolu-

joonte pildist leitud kiire nihke suurusega ($\frac{\pi}{k' \sin \theta}$ pt.III).
See on muidugi õige, kuid ei tähenda veel seda, et lõpmatu langeva laine teooriast pole võimalik leida õiget nihke avaldist, nagu näeme edaspidi Kardi meetodi rakendamisel.

Täieliku sisepeegeldumise korral

$$v_1 = e^{2i\varphi}$$

$$v_{11} = e^{2i\gamma}$$

Järelikult arvestades valemuid (III,11) ja (III,12)

$$\chi_1 = 2 \arctan \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\cos \theta}$$

$$\chi_{11} = 2 \arctan \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{n^2 \cos \theta}$$

Kasutades (VIII,10) saame

$$\chi_1 = 2 \arctan \sqrt{\frac{\frac{n^2}{k'^2} - n^2}{1 - \frac{n^2}{k'^2}}}$$

$$\chi_{11} = 2 \arctan \frac{1}{n^2} \sqrt{\frac{\frac{n^2}{k'^2} - n^2}{1 - \frac{n^2}{k'^2}}}$$

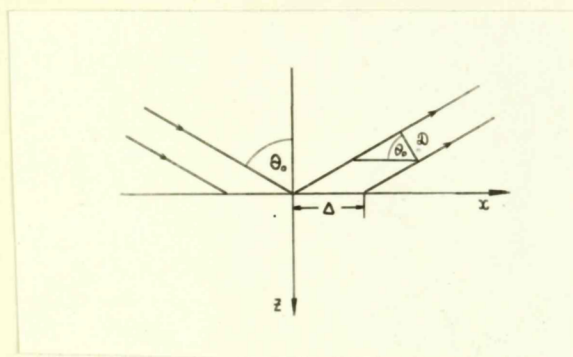
Brehovskih'i töös analoogsed valemis seisab $\frac{n^2}{k'^2}$ asemel ainult n^2 , mis on ilmne eksitus.

Nihke avaldise saamiseks tuleb neid valemuid differentseid ρ järgi ja teha $\theta = \theta_0$.

Langemistasapinnaga risti- ja langemistasapinnas lineaarselt polariseeritud valguse jaoks leiame siis vastavalt järgmised nihked:

$$\begin{cases} \Delta_1 = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{\tan \theta_0}{\sqrt{\sin^2 \theta_0 - n^2}} \\ \Delta_{11} = \frac{\lambda_1}{\pi n^2} \cdot \frac{\tan \theta_0}{\sqrt{\sin^2 \theta_0 - n^2}} \end{cases} \quad (\text{VIII,17})$$

Δ tähendab nihet mööda lahutuspinda. Nagu näeme jooniselt nr.24 on Δ seotud nihkega, mis on risti valguskiirele $\mathcal{D}$ järgmiselt:



Joonis nr.24.

valemid (VIII,2) ja (VIII,3).

$$\Delta = \frac{\mathcal{D}}{\cos \theta_0} \quad (\text{VIII},18)$$

Kui vaatleksime nihet $\mathcal{D}$, siis (VIII,17) lugejas tangensi asemel tuleks siinus. Et aga teostatud arvutused on korrektsed ainult siis, kui $\sin \theta_0$ vähe erineb n -st, asendame $\sin \theta_0 \approx n$, mis annab meile juba tuttavad

PEATÜKK IX

L.M. Brehovskih'i teooria rakendamisvõimalustest elliptilise polarisatsiooni korral.

Käesolevas töös rakendame Brehovskih'i meetodit elliptiliselt polariseeritud langeva valguse korral.

Elliptiliselt polariseeritud valgust võime vaadelda langemistasapinnaga risti- ja langemistasapinnas polariseeritud komponentide vektorsummana. Et aga faasinihked täielikul sisepeegeldumisel neil komponentidel on erinevad, siis Brehovskih'i

meetodil^{x)} tuleb neid vaadelda eraldi. Asi seisab nimelt selles, et peegeldumiskoefitsiente iseloomustavate eksponentsiaaltegurite summeerimisel viimaste astmenäitajad (faasinihked) ei liitu.

Seega järgneb Artmann-Brehovskih'i meetodil, et langeva valguse elliptilise polarisatsiooni korral langemistasapinnas olev komponent saab sisepeegeldumisel nihke

$$\Delta_{||} = 2\gamma'(\alpha) \quad (\text{IX},1)$$

ja langemistasapinnaga ristuv komponent saab nihke

$$\Delta_{\perp} = 2\gamma'(\alpha) \quad (\text{IX},2)$$

Tulemus on huvitav, Me saame olukorra, kus $||$ ja $\perp$ komponendid nihkuvad sisepeegeldumisel erinevalt (komponentide nihked on samasugused kui vastava lineaarse polarisatsiooni korral), mille tõttu me katses näeksime ühe nihkunud kimbu asemel kaht nihkunud kimpu, millede vahel oleks tume ala (kui langev valguskimp on küllalt kitsas). Nimelt sama Θ_0 korral on $\Delta_{||} > \Delta_{\perp}$, kuna $n^2 < 1$.

Kirjeldatud efekti olevatki Goos ja Hänchen märganud oma viimases töös [9] polariseerimata valguse kasutamisel, kuid neid katsetulemusi ei saa veel küllalt veenvaiks lugeda.

Nagu seletatud, peavad Artmann-Brehovskih'i meetodi järgi mõlemad nihked toimuma teineteisest sõltumatult. Vastupidine on aga olukord Kardi meetodi rakendamisel (vt.pt.X), kus elliptilise polarisatsiooni korral sellist nihkunud kiire jagunemist ei

^{x)} Kuna Artmanni ja Brehovskih'i meetodid on olulises osas ühesugused oleks otstarbekohane rääkida Artmann-Brehovskih'i meetodist.

ole ja on olemas summaarne nihe (valem (X,14)).

Huvitav oleks teada, kas siiski teatud Artmann-Brehovski meetodi modifitseerimisega ei õnnestuks leida summaarset nihet. Üheks selliseks katseks on järgmiselt defineeritud kompleksvektori nihke uurimine:

$$E = A_y \cos(\tau + \delta) + i A_r \cos \tau, \quad (\text{IX}, 3)$$

kus

$$\tau = \omega t - \kappa'(\sin \theta x + \cos \theta z).$$

E -le saab anda järgmise kuju:

$$E = A e^{i\alpha_1} e^{i\tau} + B e^{i\alpha_2} e^{-i\tau}, \quad (\text{IX}, 4)$$

seejuures

$$\begin{cases} A = \frac{1}{2} \sqrt{A_r^2 + A_y^2 + 2A_r A_y \sin \delta} \\ B = \frac{1}{2} \sqrt{A_r^2 + A_y^2 - 2A_r A_y \cos \delta} \end{cases} \quad (\text{IX}, 5)$$

ning

$$\begin{cases} \tan \alpha_1 = \frac{A_r + A_y \sin \delta}{A_y \cos \delta} \\ \tan \alpha_2 = \frac{A_r - A_y \sin \delta}{A_y \cos \delta} \end{cases} \quad (\text{IX}, 6)$$

Analoogselt talitame peegeldunud välja E' jaoks.

$$E' = A_y \cos(\tau' + \delta + 2\varphi) + i A_r \cos(\tau' + 2\chi), \quad (\text{IX}, 7)$$

kus

$$\tau' = \omega t - \kappa'(\sin \theta x - \cos \theta z).$$

Edasi

$$E' = A' e^{i\beta_1} e^{i\tau'} + B' e^{i\beta_2} e^{-i\tau'}, \quad (\text{IX}, 8)$$

kus

$$\begin{cases} A' = \frac{1}{2} \sqrt{A_r^2 + A_y^2 + 2A_r A_y \sin(\delta + 2\varphi - 2\gamma)} \\ B' = \frac{1}{2} \sqrt{A_r^2 + A_y^2 - 2A_r A_y \sin(\delta + 2\varphi - 2\gamma)} \end{cases} \quad (\text{IX}, 9)$$

ning

$$\begin{cases} \tan \beta_1 = \frac{A_y \sin(\delta + 2\varphi) + A_r \cos 2\gamma}{A_y \cos(\delta + 2\varphi) - A_r \sin 2\gamma} \\ \tan \beta_2 = \frac{A_r \cos 2\gamma - A_y \sin(\delta + 2\varphi)}{A_r \sin 2\gamma + A_y \cos(\delta + 2\varphi)} \end{cases} \quad (\text{IX}, 10)$$

Rakendades nüüd Brehovskih'i meetodit E ja E' -le ja jät-
tes ära teguri $e^{i\omega t}$ saame:

$$\begin{aligned} E &= \frac{A}{2\pi} e^{-i\alpha x} e^{i\alpha_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a e^{-i\Omega(x+\xi)} e^{-i\sqrt{\kappa'^2 - (\Omega+\alpha)^2} l} d\Omega d\xi + \\ &+ \frac{B}{2\pi} e^{i\alpha x} e^{i\alpha_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a e^{i\Omega(x-\xi)} e^{i\sqrt{\kappa'^2 - (\Omega+\alpha)^2} l} d\Omega d\xi \\ E' &= \frac{A'(\theta_0)}{2\pi} e^{-i\alpha x} e^{i\beta_1(\theta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a e^{-i\Omega(x+\xi+\beta'_1(r))} e^{-i\sqrt{\kappa'^2 - (\Omega+\alpha)^2} l} d\Omega d\xi + \\ &+ \frac{B'(\theta_0)}{2\pi} e^{i\alpha x} e^{i\beta_2(\theta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a e^{i\Omega(x-\xi+\beta'_2(r))} e^{i\sqrt{\kappa'^2 - (\Omega+\alpha)^2} l} d\Omega d\xi. \end{aligned}$$

Nüüd tuleks oletada, et $\beta'_1(r)$ annabki summaarse nihke avaldise ja $\beta'_2(r)$ samaaegselt annab samasuguse nihke avaldise, ainult vastasmärgiga. Nii tegelikult asi ongi, kuid $A_r = A_y$, siis saame valemi (X,15). Kuid kui $A_r \neq A_y$ me õiget $\mathcal{D}_x$ -i ei saa. Seega käesolev tee meid sihile ei vii. Muidugi tuleks

sellist mõttekäiku veel lähemalt põhjendada, kuid sellel me enam ei peatu.

Üldse tuleb Artmann-Brehovskih'i teooria puuduseks lugeda seda, et ta ei vaatle sugugi teist keskkonda. Täieliku sisepeegeldumise mehhanism on tihedalt seotud mõlema keskkonnaga ja neid ei tohi vaadelda teineteisest lahus.

Mis puutub γ -nihke arvutamisesse sel meetodil, siis pakub see tõsisel raskusi. γ -nihe on elliptilisele ja üldisele lineaarsele polarisatsioonile iseloomulik efekt (vt. valem (X,16)). Artmann - Brehovskih'i meetodi järgi tuleks eraldi arvestada $\parallel$ ja $\perp$ komponente, millede γ -nihked on aga võrdsed nulliga.

PEATÜKK X

Nihete arvutamine P.G. Kardi meetodil.

Lihtsa ning originaalse meetodi nihete arvutamiseks täieliku sisepeegeldumise korral andis P.G.Kard (TRÜ) [13] .

Senini jäeti vaatlusest välja see oluline fakt, et kiirte nihked täieliku sisepeegeldumise korral olenevad ka energiavoo intensiivsusest teises keskkonnas. Tõepoolest, mida suurem on valguse intensiivsus, seda sügavamale osutub ta tunginuks teise keskkonda ning seda suurema nihkega ta sealt ka väljub.

See tõsiasi on kogu Kardi meetodi aluseks ja lihtsustab tunduvalt ülesande lahendamist, pealegi on saadud tulemused palju üldisemad kui Artmann - Brehovskih'i teoorias.

Nagu nägime, kahaneb väli teises keskkonnas eksponentsiaalselt kaugenemisega lahutuspinnast vastavalt tegurile $e^{-\alpha z}$, kus

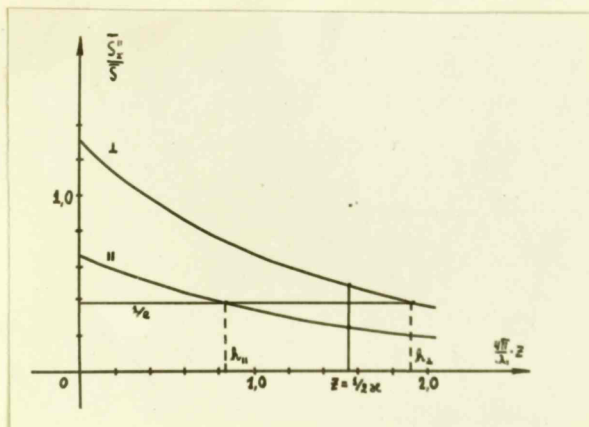
$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_1} \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}$$

Suurust $1/\alpha$ loetigi valguse teise keskkonda tungimise sügavuseks (st. sellist kaugust lahutuspinnast, millel väli kahaneb e korda). See ei saa aga juba seepärast õige olla, et α ei olene langeva valguse polarisatsioonist, kuid nagu Quincke tööd näitasid, valguse teise keskkonda tungimise sügavus oleneb polarisatsioonist.

A.A. Korobko - Stefanov [11] -s arvab, et see vastuolu tuleb sellest, et teooria on antud lõpmatu tasapinnalise langeva laine jaoks, katsed aga teostatakse piiratud valguskimpudega. See väide on ekslik.

Olukord selgub, kui vaadata joonist nr.25, kus on näidatud suhtelise intensiivsuse sõltuvus teises keskkonnas kaugusest lahutuspinnast valguse jaoks, mis on polariseeritud langemistasapinnas ja sellega risti.

Nagu näeme kohal $z = \frac{1}{2\alpha}$ kahaneb intensiivsus küll e korda, kuid erineva polarisatsiooni korral on vastavad intensiivsused sellel kohal erinevad. Nii on olukord iga z jaoks (sealhulgas ka $z = \frac{1}{\alpha}$ korral).



Joonis nr. 25.

Ilmselt tuleks defineerida valguse teise keskkonda tungimise sügavus ja autor teeb selleks järgneva ettepaneku.

Valguse teise keskkonda tungimise sügavuse h all mõistame sellist kaugust lahutuspinnast, kus valguse suhteline intensiivsus teises keskkonnas on $1/e$. Valguse suhtelise intensiivsuse all mõistame äejuures Poynting - Umovi vektori x -komponendi keskvaärtuse teises keskkonnas, suhet Poynting - Umovi vektori absoluutvaärtuse keskvaärtusesse langevas valguses.

Kuna valguse intensiivsus teises keskkonnas sõltub polarisatsioonist, siis osutub selliselt defineeritud valguse teise keskkonda tungimise sügavus samuti sõltuvaks polarisatsioonist.

Leiame nüüd valguse teise keskkonda tungimise sügavuse elliptiliselt polariseeritud langeva valguse jaoks. Valemist (IV,2) saame

$$\overline{S''_x} = \frac{cn_s \sin\theta \cos^2\theta}{2\pi(1-n^2)} \left[A_y^2 + \frac{n^2 A_z^2}{\sin^2\theta - n^2 \cos^2\theta} \right] e^{-2\alpha z} \quad (X,1)$$

Langevas valguses Poynting - Umovi vektori absoluutvaärtuse aja-

line keskväärtus on:

$$\bar{S} = \frac{cn_1}{8\pi} (A_y^2 + A_r^2) \quad (X,2)$$

Järelikult valguse suhteline intensiivsus teises keskkonnas on

$$\frac{\bar{S}''}{\bar{S}} = \frac{4 \sin \theta \cos^2 \theta}{1 - n^2} \cdot \frac{A_y^2 + \frac{n^2 A_r^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}}{A_y^2 + A_r^2} e^{-2\alpha z} \quad (X,3)$$

Valguse teise keskkonda tungimise sügavuse leiame tingimusest, et $z = h_{\text{ell}}$ korral peab olema $\frac{\bar{S}''}{\bar{S}} = \frac{1}{e}$.

Saame:

$$h_{\text{ell}} = \frac{\lambda_1}{4\pi \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} \left[\ln \left(\frac{4 \sin \theta \cos^2 \theta}{1 - n^2} \cdot \frac{A_y^2 + \frac{n^2 A_r^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}}{A_y^2 + A_r^2} \right) + 1 \right] \quad (X,4)$$

Nagu näeme, on valguse teise keskkonda tungimise sügavus võrdeline langeva valguse lainepikkusega.

Valemist (X,4) tehes kord $A_r = 0$, kord $A_y = 0$, leiame valguse teise keskkonda tungimise sügavused vastavalt lineaarpolariseeritud langeva valguse jaoks.

$$h_{\perp} = \frac{\lambda_1}{4\pi \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} \left[\ln \frac{4 \sin \theta \cos^2 \theta}{1 - n^2} + 1 \right] \quad (X,5)$$

$$h_{\parallel} = \frac{\lambda_1}{4\pi \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} \left[\ln \frac{4 n^2 \sin \theta \cos^2 \theta}{(1 - n^2)(\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta)} + 1 \right] \quad (X,6)$$

$h_{\perp}$ ja $h_{\parallel}$ on näidatud joonisel nr.25 juhuks kui $\theta = 60^\circ$ ja $n = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vaatleme nüüd lähemalt Kardi nihete teooriat.

Valemist (X,1) leiame Poynting - Umovi vektori x -komponenti keskvaartuse aja järgi

$$\overline{S}_\perp^{(x)} = \frac{cn_1 \sin\theta \cos^2\theta}{2\pi(1-n^2)} A_y^2 e^{-2\alpha z} \quad (X,7)$$

kui valgus on polariseeritud risti langemistasapinnaga ja

$$\overline{S}_\parallel^{(x)} = \frac{cn_1 n^2 \sin\theta \cos^2\theta}{2\pi(1-n^2)(\sin^2\theta - n^2 \cos^2\theta)} A_\parallel^2 e^{-2\alpha z} \quad (X,8)$$

kui valgus on polariseeritud langemistasapinnas. Indeks

"sekund" on siin lihtsuse mõttes ära jäetud.

Kui võtta teises keskkonnas ühikulise laiusga pinnatükk risti x -teljega, siis energia hulk, mis läheb keskmiselt ajaühikus läbi selle pinnaühiku avaldub

$$W^{(x)} = \int_0^\infty \overline{S}^{(x)} dz \quad (X,9)$$

kuna

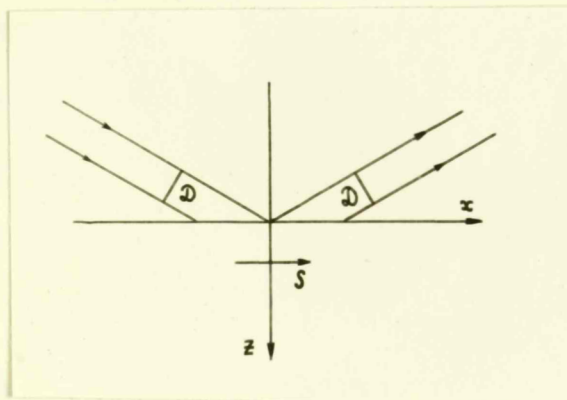
$$\int_0^\infty e^{-2\alpha z} dz = \frac{1}{2\alpha} \quad ,$$

siis saame:

$$\begin{cases} W_\perp^{(x)} = \frac{cn_1 \lambda_1 \sin\theta \cos^2\theta A_y^2}{8\pi^2(1-n^2)\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \\ W_\parallel^{(x)} = \frac{cn_1 n^2 \lambda_1 \sin\theta \cos^2\theta A_\parallel^2}{8\pi^2(1-n^2)(\sin^2\theta - n^2 \cos^2\theta)\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \end{cases} \quad (X,10)$$

Edasi tuleks leida langeva valguskimbu selline laius D , mis tooks kaasa sama energiahulga. Kard ütleb selle kohta: "Kuna

energia hulk, mis on sellise laiusega valguskimbus, voolab läbi teise keskkonna lõike, siis olles peegeldunud, see kimp peab asuma täielikult teisel pool lõiget. Nagu näha jooniselt (vt. joonis nr.26) nihke suurus iga valguskiire jaoks just võrdubki selle laiusega".



Joonis nr.26.

Viimati esitatud mõttekäik kannatab teatud formaalsuse all ja on seetõttu leidnud vastuväiteid, kuid meie arvates seisneb küsimus siin vaid mõttekäikude paremas selgitamises.

Langevas valguses Poynting - Umovi vektori absoluutväärtuse keskvaartus avaldub vastavalt

$$\frac{cn_1}{8\pi} A_y^2 \quad \text{või} \quad \frac{cn_2}{8\pi} A_p^2$$

Otsitud nihete avaldiste saamiseks tuleb valemeid (X,10) vastavalt jagada nende avaldistega. Siis saame

$$D_1^{(x)} = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{\sin\theta \cos^2\theta}{(1-n^2)\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \quad (X,11)$$

$$D_{II}^{(x)} = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{n^2 \sin\theta \cos^2\theta}{(1-n^2)(\sin^2\theta - n^2 \cos^2\theta)\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \quad (X,12)$$

Nagu näha, kiirte nihkumine toimub juba lõpmatu langeva tasapinnalise laine korral. See on muidugi loomulik. Kuid selleks, et mõõta kiirte nihet, tuleb kasutada piiratud valguskimpu.

Kard toob selle väite seletamiseks ühe huvitava analoogia: tegemist on umbes taolise juhuga nagu energia liikumiskiiruse mõõtmise korral absoluutselt monokromaatilises laines, mis pole võimalik, kuigi energia seal kahtlemata liigub.

Kui langev valguskimp on küllalt lai, siis Kardi arvates võib ääre- ja difraktsiooninähtused jätta vaatlusest välja ja valemid (X,11) ning (X,12) rakendada otseselt katsetulemustele. Selle väite õigsust kinnitavad meie arvutused järgmises peatükis.

Kui asendada valemis (X,11) ja (X,12) $\sin \theta \approx n$, siis saame Artmann'i valemid (VIII,2) (VIII,3). Kuid Kardi poolt saadud avaldised nihete jaoks on palju üldisemad kui Artmann'i omad, kuna nad kehtivad ka siis, kui $\sin \theta$ oluliselt erineb n -st.

Leiame nüüd sama meetodiga nihke avaldise meid huvitava elliptilise polarisatsiooni juhuks. Arvestades (X,1) leiame:

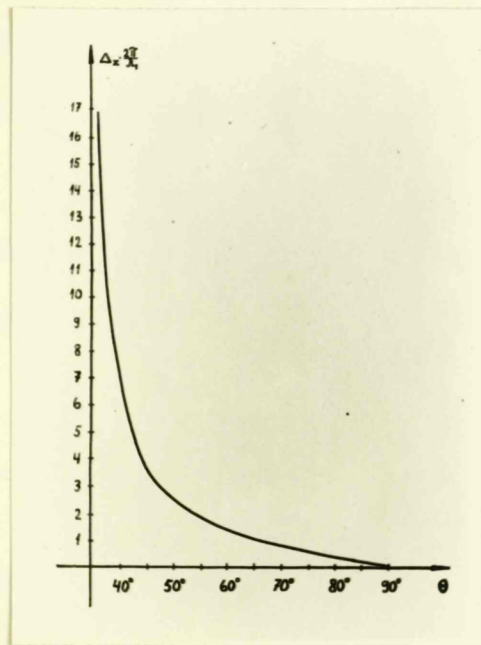
$$W^{(x)} = \frac{cn_y \lambda_1 \sin \theta \cos^2 \theta}{8\pi^2(1-n^2)\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} \left[A_y^2 + \frac{n^2 A_\rho^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta} \right], \quad (X,13)$$

ning nihke avaldise leiame jagades $W^{(x)}$ -i $\frac{cn_y}{8\pi} (A_\rho^2 + A_y^2)$ -ga.

$$D_x = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{\sin \theta \cos^2 \theta}{(1-n^2)\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} \cdot \frac{A_y^2 + \frac{n^2 A_\rho^2}{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}}{A_y^2 + A_\rho^2} \quad (X,14)$$

Siit valemist tehes kas $A_p = 0$ või $A_y = 0$ saame Kardi avaldised lineaarpolariseeritud valguse nihete jaoks (X,11) (X,12).

$\mathcal{D}_x$ -i sõltuvus langemisnurgast θ on toodud joonisel nr.27 juhuks kui $A_p = A_y = 1$ ja $n = \frac{1}{\sqrt{3}}$, millele vastab $\theta_{piir} = 35^\circ 18'$.



Joonis nr.27.

Nagu näeme, omab nihe märgatavamaid väärtusi juhuks kui langemisnurk vähe erineb täieliku sisepeegeldumise piirnurgast.

Kui $\sin \theta \approx n$, siis (X,14) saab järgmise kuju:

$$\mathcal{D}_x = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{n}{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}} \cdot \frac{A_y^2 + \frac{A_p^2}{n^2}}{A_y^2 + A_p^2}. \quad (\text{X,15})$$

Võrreldes Kardi meetodil saadud tulemust elliptiliselt polariseeritud valguse nihke jaoks Artmann - Brehovski meetodil saadud tulemusega, näeme suurt vahet.

(X,14) järgi peaks peegeldunud valguskimp tervikuna nihkuma suuruse D_x võrra, kuna Artmann - Brehovskihi meetodi alusel peegeldunud valguses langemistasapinnaga risti- ja langemistasapinnas polariseeritud komponendid nihkuvad erinevalt, nagu juba seletatud pt. IX-s.

Tõsi küll, Artmann-Brehovskihi meetodil saadud $\Delta_{||}$ ja $\Delta_{\perp}$ avaldistest võib formaalsel teel saada ka summaarse nihke elliptilise polarisatsiooni korral, nagu me saime käesolevas peatükis.

Lugedes nihete vastavateks "kaaludeks" $\frac{A_p^2}{A_y^2 + A_p^2}$ ja $\frac{A_y^2}{A_y^2 + A_p^2}$, siis oletades, et summaarne nihe on

$$D_x = \frac{A_p^2 \Delta_{||} + A_y^2 \Delta_{\perp}}{A_y^2 + A_p^2}$$

saame kooskõla meie valemiga D_x jaoks, kui $\sin \theta \approx n$ (valem (X,15)). Siinjuures loomulikult $\Delta_{||}$ ja $\Delta_{\perp}$ avaldistes tuleb $\tan \theta$ asemel võtta $\sin \theta \approx n$.

Selliseks arvutuseks puudub aga Artmann - Brehovskihi teoorias igasugune füüsikaline alus, kuna sealt järgneb, et $\Delta_{||}$ ja $\Delta_{\perp}$ eksisteerivad sõltumatult.

Tekib loomulikult küsimus, milline on siis Kardi ja Artmann-Brehovskihi teooriate vahekord, kumb on õige? Ühist on neil teooriatel niipalju, et lineaarse polarisatsiooni jaoks ($\sin \theta \approx n$ korral) nad mõlemad annavad õige tulemuse, elliptilise polarisatsiooni korral on aga tulemused tunduvalt erinevad, hoolimata sellest, et formaalselt võiks tulemused kooskõlla viia. Vastuse

sellele, kumma teooria tulemused on õiged, peab andma uuesti ja hoolikamalt korraldatud Goos - Hänchen'i katse elliptiliselt polariseeritud valgusega.

Nagu näha peatükk IV tulemustest, peab aset leidma ka nn. γ -nihe ristuvast suunas langemistasapinnaga.

Kui loobuda kirjutamise hõlbustamiseks tarvitatud φ ja ψ definitsioonidest valemeis (IV,2), siis saame:

$$S_y'' = \frac{c n_1 A_p A_y \sin \theta \cos^2 \theta \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\pi (1 - n^2) (\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta)} (\sin^2 \theta \sin \delta - \cos \theta \cos \delta \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}) e^{-2\alpha z} \quad (X,16)$$

Kard leiab eeltoodud meetodil γ -nihke jaoks järgneva avaldise:

$$D_y = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{(1 - n^2) (\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta)} \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} (\sin^2 \theta \sin \delta - \cos \theta \cos \delta \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}), \quad (X,17)$$

kus

$$\alpha = \frac{A_p}{A_y} \quad (X,18)$$

Siit näeme, et langemistasapinnas - ja sellega risti polariseeritud valguse jaoks on γ -nihe null. Kuid ta on olemas üldise lineaarse ja elliptilise polarisatsiooni korral.

Fikseerides θ , on D_y maksimum $\alpha = 1$ ning

$$\tan \delta = - \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}},$$

juures, see tähendab just sellise δ korral nagu oli siis, kui voolujooned teises keskkonnas muutusid sirgeteks. Kuid

siiski täiesti tolle juhuga meil tegemist ei ole, kuna amplituudide jaoks tingimused on siin teistsugused.

Siis

$$D_{y, \max} = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{\sin \theta \cos \theta}{(1-n^2)\sqrt{\sin^2 \theta - n^2 \cos^2 \theta}} . \quad (X,19)$$

Suurimat väärtust omab see kui $\sin \theta \approx n$, siis

$$D_{y, \max} = \frac{\lambda_1}{\pi} \frac{1}{n\sqrt{1-n^2}} . \quad (X,20)$$

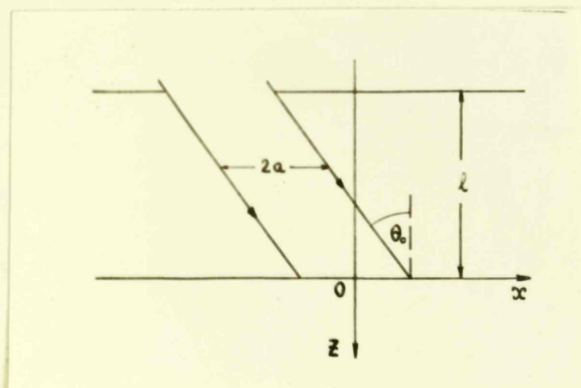
Kuna aga y -nihe on tunduvalt väiksem kui x -nihe, siis on teda eksperimentaalselt avastada tõenäoliselt palju raskem.

PEATÜKK XI

Difraktsiooni arvestamine P.G. Kardi teoorias.

Rakendame Kardi teooriat nihke avaldise leidmiseks eeldusel, et meil on tegemist lõpliku langeva valguskimbuga. Sõltuvalt sellest tuleb arvestada ka difraktsiooni. See probleem omab suurt tähtsust Kardi teooria õigsuse kontrollimisel. Tuleks oodata, et difraktsioon ei avalda olulist mõju nihke suurusele, mis on arvutatud lõpmatu langeva laine teooriast. Lõpmatu langeva laine teooriast arvutatud nihke suurusele peaks juurde tulema

väike difraktsioonist tingitud parandusliige. Nagu hiljem näeme



Joonis nr.28.

see väide just peabki paika. Langegu xy -tasapinnale läbi pilu (lausega 2a) tasapinnaline laine, nii et laine amplituud avas on 1 ja pilu ise asub kaugusel l xy -tasapinnast z -telje negatiivses suunas paralleelselt xy -tasapinnaga. Esialgu tasapinnalise laine langemisnurk olgu θ_0 , pilu keskjoon omagu koordinaati $x = -l \tan \theta_0$, nii et difraktsioonist moonutamata kimbu keskkohd tuleb alguspunkti (vt. joonis nr.28).

Jättes ära teguri $e^{-i\omega t}$, on avas valgusergutus

$$e^{i\kappa' x \sin \theta_0} = e^{i\kappa' \xi \sin \theta_0} \cdot e^{-i\kappa' l \frac{\sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0}}$$

kus

$$\xi = x + l \tan \theta_0.$$

Selline ergutus on vahemikus $-a \leq \xi \leq a$, mujal aga null. Esitame $e^{i\kappa' \xi \sin \theta_0}$ Fourier integraali kujul:

$$e^{i\kappa' \xi \sin \theta_0} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\rho) e^{i\rho \xi} d\rho, \quad (XI,1)$$

kus

$$\phi(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a e^{i(\kappa' \sin \theta_0 - \rho) \xi} d\xi. \quad (XI,2)$$

Ehk arvutades integraali:

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{\pi} \frac{\sin[a(k' \sin \theta_0 - \rho)]}{k' \sin \theta_0 - \rho} \quad (\text{XI}, 3)$$

Nii oleme saanud ekraani ja xy -tasapinna vahelises ruumis tasapinnalised lained, millel on amplituudid $\Phi(\rho)$ ja lained ise pilu tasapinnal on

$$e^{i\rho \xi} \cdot e^{-ik'l \frac{\sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0}}$$

Kui asendada siin uuesti $\xi = x + l \tan \theta_0$, siis saame:

$$e^{i\rho x} \cdot e^{i\rho l \tan \theta_0 - ik'l \frac{\sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0}}$$

Neid laineid pikendame nüüd xy -tasapinna poole. Kohal $z = -l$ peab olema $e^{i\rho x}$ kuid üldises avaldises $e^{i\rho x}$ asemel peab olema $e^{i(\rho x + \sqrt{k'^2 - \rho^2} z) + il \sqrt{k'^2 - \rho^2}}$, sest see avaldis kohal

$z = -l$ muutub $e^{i\rho x}$ -ks ning kujutab endast tasapinnalist lainet. Selle partsiaallaine langemisnurk on θ , kusjuures $\rho = k' \sin \theta$. Partsiaallainete üldkuju on:

$$\frac{1}{\pi} \frac{\sin[a(k' \sin \theta_0 - \rho)]}{k' \sin \theta_0 - \rho} \cdot e^{i(\rho x + \sqrt{k'^2 - \rho^2} z)} \times \\ \times e^{i\rho l \tan \theta_0 + il \sqrt{k'^2 - \rho^2} - ik'l \frac{\sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0}}$$

Nende superponeerimiseks tuleb seda avaldist korrutada $d\rho$ -ga ja integreerida ρ - järgi. Asendades siin $\rho = k' \sin \theta$ ja korrutades k' -ga leiame:

$$\frac{1}{\pi} \frac{\sin[a k' (\sin \theta - \sin \theta_0)]}{\sin \theta - \sin \theta_0} \cdot e^{ik'(x \sin \theta + z \cos \theta)} \cdot e^{ik'l \left[\frac{\cos(\theta - \theta_0) - \sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0} \right]} \quad (\text{XI}, 4)$$

(XI,4) tuleb superponeerimiseks korrutada $\frac{dn}{k'} = \cos \theta d\theta$ -ga ja integreerida θ järgi.

Uurime esialgu ainult langemistasapinnaga risti polariseeritud valgust.

Partsiaallained $\Delta E_y''$ ja $\Delta \mathcal{H}_z''$ teises keskkonnas võime valemeid (III,19) kasutades üles kirjutada järgmiselt:

$$\Delta E_y'' = \frac{2 \cos \theta}{\pi \sqrt{1-n^2}} e^{-i\varphi} e^{-xz} e^{ik'l \left[\frac{\cos(\theta-\theta_0) - \sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0} \right]} \cdot \frac{\sin[ak'(\sin \theta - \sin \theta_0)]}{\sin \theta - \sin \theta_0} \quad (\text{XI},5)$$

$$\Delta \mathcal{H}_z'' = \frac{2n_1 \cos \theta \sin \theta}{\pi \sqrt{1-n^2}} e^{-i\varphi} e^{-xz} e^{ik'l \left[\frac{\cos(\theta-\theta_0) - \sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0} \right]} \times$$

$$\times \frac{\sin[ak'(\sin \theta - \sin \theta_0)]}{\sin \theta - \sin \theta_0} \quad (\text{XI},6)$$

Siin on tehtud $x=0$, kuna x meil nihke arvutamisel oluline ei ole. Tuletame veel meelde, et

$$\varphi = \arccos \frac{\cos \theta}{\sqrt{1-n^2}} \quad \text{ja} \quad x = k' \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}.$$

Edasi

$$\left\{ \begin{aligned} E_y'' &= \frac{2}{\pi \sqrt{1-n^2}} e^{-ik'l \frac{\sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0}} \int \cos^2 \theta e^{-i\varphi} e^{-xz} e^{ik'l \frac{\cos(\theta-\theta_0)}{\cos \theta_0}} \times \\ &\quad \times \frac{\sin[ak'(\sin \theta - \sin \theta_0)]}{\sin \theta - \sin \theta_0} d\theta \\ \mathcal{H}_z'' &= \frac{2n_1}{\pi \sqrt{1-n^2}} e^{-ik'l \frac{\sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0}} \int \cos^2 \theta \sin \theta e^{-i\varphi} e^{-xz} e^{ik'l \frac{\cos(\theta-\theta_0)}{\cos \theta_0}} \times \\ &\quad \times \frac{\sin[ak'(\sin \theta - \sin \theta_0)]}{\sin \theta - \sin \theta_0} d\theta. \end{aligned} \right. \quad (\text{XI},7)$$

Arvestame nüüd, et partsiaallained erinevad oma suundade

poolest vähe, st. $\theta \approx \theta_0$. Võtame uueks muutujaks

$$\eta = \sin \theta - \sin \theta_0. \quad (\text{XI}, 8)$$

St. $d\eta = \cos \theta d\theta$. Integreerimise teostamiseks tulevad integraalialused funktsioonid (XII, 7)-s ritta arendada η järgi, ning arvestades η väiksust võtame read ainult ruutliikmeteni (kaasaarvatud),

Kirjutamise hõlbustamiseks kasutame veel järgnevaid tähistusi:

$$\begin{aligned} u &= \sin \theta_0 & v &= \frac{1}{\sqrt{1-n^2}} \\ v &= \cos \theta_0 & \gamma &= \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \theta_0 - n^2}} \end{aligned} \quad (\text{XI}, 9)$$

Reaksarendused saame siis järgneval kujul:

$$\cos \theta = v \left(1 - \frac{u}{v^2} \eta - \frac{1}{2v^4} \eta^2 \right) \quad \sin \theta = \eta + u$$

$$e^{-\kappa z} = e^{-\kappa_0 z} \left[1 - u \gamma \kappa' z \cdot \eta + \frac{\kappa' z}{2} \left(n^2 + \frac{1}{3} u^2 \kappa' z \right) \gamma^3 \cdot \eta^2 \right]$$

$$e^{i\kappa' l \frac{\cos(\theta - \theta_0)}{\cos \theta_0}} = e^{\frac{i\kappa' l}{v}} \left[1 - \frac{i\kappa' l}{2v^3} \eta^2 \right] \quad \frac{\sin[\kappa' l (\sin \theta - \sin \theta_0)]}{\sin \theta - \sin \theta_0} = \frac{\sin \kappa' l \eta}{\eta}$$

$$e^{-i\varphi} = e^{-i\varphi_0} \left[1 - i \frac{u \gamma}{v} \eta - \left(\frac{u^2 \gamma^2}{2v^2} + \frac{i(u^4 - n^4) \gamma^3}{2v^3} \right) \eta^2 \right].$$

Asetame nüüd need read (XI, 7)-sse ja korrutame läbi. Siis leiame

$$E_y'' = \frac{2vv}{\pi} e^{i(\kappa'lv - \varphi_0 - \omega t)} e^{-\kappa_0 z} \int (1 + A\eta + B\eta^2) \frac{\sin \kappa' l \eta}{\eta} d\eta.$$

Siin A ja B on teatud kordajad, mis sõltuvad u -st, v -st, γ -st, n -st jne. Nad on kompleksarvud, kuid nagu hiljem selgub, läheb meil neist vaja ainult reaalosi, seepärast

me siin tervikuna neid üles ei kirjuta. Integreerimise järgi viime läbi arvestades, et

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \alpha \kappa' \gamma}{\gamma} d\gamma = \pi ; \int_{-\infty}^{\infty} \sin \alpha \kappa' \gamma d\gamma = 0 ; \int_{-\frac{\pi}{\alpha \kappa'}}^{\frac{\pi}{\alpha \kappa'}} \gamma \sin \alpha \kappa' \gamma d\gamma = \frac{2\pi}{\alpha^2 \kappa'^2} .$$

Siinjuures kolmandas integraalis me oleme arvestanud ainult seda vahemikku, kus partsiaallained omavad märgatavat intensiivsust. Peale integreerimist saame:

$$E_y'' = 2\nu v e^{i(\kappa' \ell v - \gamma_0 - \omega t)} e^{-\kappa_0 z} \left[1 + \frac{2B}{\alpha^2 \kappa'^2} \right] . \quad (XI,10)$$

Täiesti analoogselt leiame ka

$$\mathcal{H}_z'' = 2n_1 \nu v u e^{i(\kappa' \ell v - \gamma_0 - \omega t)} e^{-\kappa_0 z} \left[1 + \frac{2}{\alpha^2 \kappa'^2} \left(B + \frac{A}{\alpha} \right) \right] . \quad (XI,11)$$

Edasi tuleb meil arvutada Poynting - Umovi vektori x -komponent

$$S_x'' = \frac{c}{4\pi} E_y'' \mathcal{H}_z'' ,$$

kuid enne tuleb veel (XI,10)-st ja (XI,11)-st võtta reaalsad ja alles siis korrutamise läbi viia. Reaalsa võtmisel me jäta me ära liikmed $\sim \frac{1}{\alpha^4 \kappa'^4} = \frac{\lambda_1^4}{16\pi^4 \alpha^4}$, kuna me eeldame, et pilu laius on palju suurem langeva valguse lainepikkusest, st.

$$\lambda_1 \ll a . \quad (XI,12)$$

Kui tähistame $A = A_1 + i A_2$, $B = B_1 + i B_2$, siis leiame Poynting - Umovi vektori x -komponendi ajalise keskväärtuse jaoks

$$\overline{S_x''} = \frac{cn_1}{2\pi} \nu^2 u v^2 e^{-2\kappa_0 z} \left[1 + \frac{2}{\alpha^2 \kappa'^2} (2B_1 + \frac{A_1}{\alpha}) \right] , \quad (XI,13)$$

kus

$$A_1 = -\frac{u}{v^2} - u \kappa' z. \quad (\text{XI}, 14)$$

$$B_1 = -\frac{1+u^2 v^2 \kappa'^2}{2 v^4} + \kappa' \gamma z \left(\frac{n^2 \gamma^2}{2} + \frac{u^2}{v^2} \right) + \frac{1}{2} u^2 \kappa'^2 z^2. \quad (\text{XI}, 15)$$

Edasi nihke arvutamiseks tuleb leida x -telje suunalise energiavoo keskvärtus teises keskkonnas, mille saame integreerides $\overline{S_x} - t$ z järgi 0 -st lõpmatuseni. Arvestades, et

$$\int_0^\infty e^{-2\kappa_0 z} dz = \frac{1}{2\kappa_0} = \frac{1}{2\kappa'} \gamma; \quad \int_0^\infty z e^{-2\kappa_0 z} dz = \frac{1}{4\kappa_0^2} = \frac{\gamma^2}{4\kappa'^2}; \quad \int_0^\infty z^2 e^{-2\kappa_0 z} dz = \frac{1}{4\kappa_0^3} = \frac{\gamma^3}{4\kappa'^3},$$

saame

$$W_\perp^{(x)} = \frac{c n_1}{4\pi \kappa'} v^2 v^2 u \gamma \left\{ 1 - \frac{2}{a^2 \kappa'^2} \left(\frac{1}{v^2} + \frac{1+u^2 v^2 \kappa'^2}{v^4} \right) + \frac{\gamma^2}{a^2 \kappa'^2} \left(n^2 \gamma^2 + \frac{2u^2}{v^2} - 1 \right) + \frac{u^2 \gamma^4}{a^2 \kappa'^2} \right\} \quad (\text{XI}, 16)$$

Nihke avaldise saamiseks tuleb seda jagada Poynting-Umovi vektori absoluutväärtuse ajalise keskvärtusega langevas laines;

$$\text{st. } \frac{c n_1}{8\pi} \quad \text{-ga, kuna } A_y = 1.$$

Leiame:

$$D_\perp^{(x)} = \frac{2}{\kappa'} v^2 v^2 u \gamma \left\{ 1 + \frac{1}{a^2 \kappa'^2} \cdot \frac{\gamma^4}{v^4} \left(-\frac{2}{\gamma^4} - \frac{2v^2}{\gamma^4} + n^2 v^4 - \frac{v^4}{\gamma^2} + u^2 v^4 \right) \right\}, \quad (\text{XI}, 17)$$

ehk loobudes tehtud tähistustest (XI,9) ning arvestades, et

$$\kappa' = \frac{2\pi}{\lambda_1}, \text{ saame:}$$

$$D_\perp^{(x)} = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{(1-n^2) \sqrt{\sin^2 \theta_0 - n^2}} \left\{ 1 + \frac{\lambda_1^2}{4\pi^2 a^2} \cdot \frac{2n^4 \sin^2 \theta_0 + 2n^2(1+2\sin^2 \theta_0 - \sin^4 \theta_0) - \cos^4 \theta_0 (\sin^2 \theta_0 - n^2)^2}{-2\sin^4 \theta_0 (2 - \sin^2 \theta_0) - 4n^4} \right\}. \quad (\text{XI}, 18)$$

Siit näeme, et oleme saanud juba tuntud avaldise $D_1^{(x)}$ jaoks, juurde on tulnud ainult difraktsioonist tingitud väike lisa-
liige, kuna (XI,12) alusel $\frac{\lambda_1^2}{a^2}$ on väga väike.

Arvestades, et tavaliselt $\sin^2 \theta_0 - n^2$ on väike, siis võime (XI,18)-s parandusliikme esitada ligikaudselt lihtsamal kujul

$$D_1^{(x)} = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{(1-n^2)\sqrt{\sin^2 \theta_0 - n^2}} \left(1 + \frac{\lambda_1^2 n^2}{2a^2 \pi^2 (\sin^2 \theta_0 - n^2)^2} \right), \quad (\text{XI},19)$$

Paralleelpolarisatsiooni ja elliptilise polarisatsiooni korral saame analoogsed tulemused.

Rakendades eeltoodud arvutusskeemi leiame:

$$D_{||}^{(x)} = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{n^2 v^2 v^2 u^2}{u^2 - n^2 v^2} \left[1 + \frac{1}{a^2 k^2} \cdot \frac{v^4}{v^4} \left(2n^2 v^4 + \frac{2u^2 v^2}{v^2(u^2 - n^2 v^2)} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2[n^2 + 2(1+n^2)u^2 - 3(1+n^2)u^4]}{v^4(u^2 - n^2 v^2)^2} + \frac{2n^4 v^2 u^2 v^2 [n^2(1-3n^2) + (5n^4-1)u^2 - 2n^4 u^4]}{v^2(u^2 - n^2 v^2)^3} \right) \right]. \quad (\text{XI},20)$$

Kui $\sin \theta_0 \approx n$, siis parandusliige (XI,20)-s on samasugune nagu (XI,19)-s, st.

$$D_{||}^{(x)} = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0 n^2}{(1-n^2)(\sin^2 \theta_0 - n^2 \cos^2 \theta_0)\sqrt{\sin^2 \theta_0 - n^2}} \left[1 + \frac{\lambda_1^2 n^2}{2\pi^2 a^2 (\sin^2 \theta_0 - n^2)^2} \right]. \quad (\text{XI},21)$$

Arvestades (XI,19) ja (XI,21) on kerge näha, et elliptilise polarisatsiooni korral (parandusliikmes $\sin \theta_0 \approx n$)

$$D_x = \frac{\lambda_1}{\pi} \cdot \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{2(1-n^2)\sqrt{\sin^2 \theta_0 - n^2}} \cdot \frac{A_y^2 + \frac{n^2 A_p^2}{\sin^2 \theta_0 - n^2 \cos^2 \theta_0}}{A_y^2 + A_p^2} \left[1 + \frac{\lambda_1^2 n^2}{2\pi^2 a^2 (\sin^2 \theta_0 - n^2)^2} \right], \quad (\text{XI},22)$$

Jõudsime juba tuntud valemile D_x jaoks pluss väike parandusliige.

Seega difraktsiooni arvestamine Kardi teooriasse ei too midagi olulist uut juurde, andes vaid väikese paranduse, mis on tingitud langeva valguskimbu lõplikkusest. Siin peatükis me kasutasime Kirchhoffi lähis-difraktsiooniteooriat ja saime difraktsioonist tingitud parandused nihetele, seevastu sama teooria rakendamine Artmann - Brehovski meetodis andis nihke avaldised parandusteta. Seega, kui me tahame Artmann - Brehovski teoorias saada difraktsioonparandusi, peame seal kasutama Sommerfeldi ranget - difraktsiooniteooriat.

Üldiselt näitab aga teostatud arvutus, et langeva kimbu lõplikkuse eeldamine arvutustes pole sugugi nii oluline nagu seda tihti arvatakse.

PEATÜKK XII

γ - nihke eksperimentaalse avastamise võimalikkusest.

Käesoleva töö juhendaja P.G. Kard soovitas autorile γ -nihke eksperimentaalseks avastamiseks huvitavat katset, mille teoreetilist külge vaatleme siin lähemalt.

Nagu teada, nurk δ on faasinihe elektrivektori langemistasapinnaga risti ja langemistasapinnas olevate komponentide vahel. Arvestades valemeid (V,3) ja (V,5) leiame kui palju muutub δ ühekordse peegeldumisega.

$$\frac{\chi}{2} = \varphi - \gamma, \quad (\text{XII}, 1)$$

kus χ on nimetatud faasinihke muutus ühekordsel peegeldumisel.

Oluline on see, et D_y avaldises esineb tegur $\sin(\delta + \varphi - \gamma)$, millega γ -nihe on võrdeline. Viimast saab aga ülalkirjutatud võrduse abil esitada kujus

$$\sin(\delta + \varphi - \gamma) = \sin\left(\delta + \frac{\chi}{2}\right).$$

Niisiis ühekordse peegeldumisega muutub selle siinuse argument χ võrra. Arvestades valemit (V,13) saame

$$\tan \frac{\chi}{2} = - \frac{\cos \theta \sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\sin^2 \theta}. \quad (\text{XII}, 2)$$

Siit näeme, et $\delta + \frac{\chi}{2}$ perioodilise muutumise tõttu võib D_y olla kas positiivne või negatiivne, olenevalt δ ja $\frac{\chi}{2}$ oma-

vahelisest vahekorrast, kuna

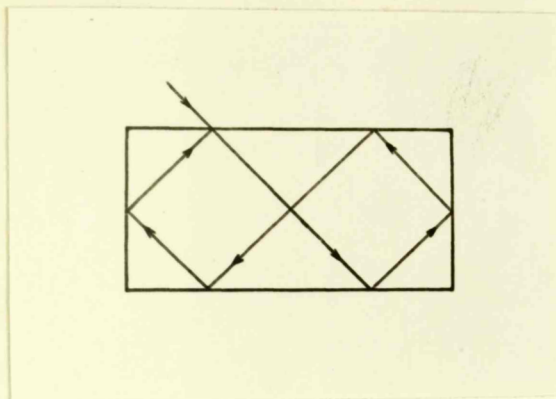
$$D_y \sim \sin(\delta + \frac{\chi}{2})$$

Kui $|\frac{\chi}{2}| > \delta$, siis D_y tuleb negatiivne. Märk miinus valemis (XII,2) tähendab seda, et peegeldumisel tekkivate faasinihete tõttu langemistasapinnaga ristuv komponent hakkab faasinihkes maha jääma võrreldes langemistasapinnas oleva komponendiga.

y -nihke väiksuse tõttu tuleb ta avastamiseks paratamatult kasutada korduvaid sisepeegeldusi. Siin tekib aga oluline raskus sellest, et D_y vahetab oma märki mitmekordsete peegeldumiste vältel ja nihked kompenseerivad üksteist ning me ei saa soovitud mitmekordsete peegeldustega suurendatud y -nihet.

Katse tuleks korraldada nii, et sel hetkel, kui D_y vahetab märgi, tuleb vahetada ka peegeldumise suund. Siis nihked liituvad. See idee on meie katse aluseks. Osutub, et sellist olukorda võib saavutada spetsiaalselt konstrueeritud prisma abil.

Olgu näiteks selline olukord, et pärast kolme ühesuunalist peegeldumist D_y vahetab märgi. Võtame neljatahulise püstprisma, mille põhjaks on ristkülik ja viimase mõõted peavad suhtuma nagu 1 : 2. Siis juhtides kiire prismasse 45° -se langemisnurga all, ta alümisest osast laiemal tahu kaudu $\frac{1}{4}$ servapikkuse kaugusel prisma külgservast, kiir peegeldub prismas järjest 6 korda, seejuures alul kolm korda vasakule, siis kolm korda paremale (vaadates kiire suunas), nagu näidatud joonisel nr.29.

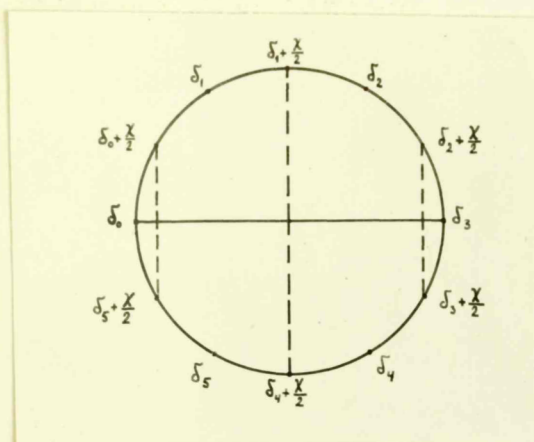


Joonis nr.29

(fotoplaadile).

Kiire prismasse- ja välja juhtimiseks võib kasutada suurele prismale kleebitud väikeseid vördhaarseid prismsid.

On selge, et prisma sellise kaju korral χ peab olema 60° ja $\left| \frac{\chi}{2} \right| = 30^\circ$. Kuidas muutuvad faasinihked nende kuue peegeldumise vältel ($\delta = 180^\circ$ langevas valguses), on näidatud joonisel nr.30. Punktiirjoontega on näidatud $\sin(\delta + \frac{\chi}{2})$ väärtused. Alates punktist δ_3 vahetavad



Joonis nr.30.

Kiir tuleb juhtida prismasse väga väikese nurga all vertikaaltasandis, nii et ta korduvate peegeldumiste tagajärjel tõuseks prisma üha kõrgemale ja lõpuks peale küllaldast arvu peegeldumisi juhime ta prisma ülalosast välja ekraanile

mise vältel ($\delta = 180^\circ$ langevas valguses), on näidatud joonisel nr.30. Punktiirjoontega on näidatud $\sin(\delta + \frac{\chi}{2})$ väärtused.

Alates punktist δ_3 vahetavad

$\mathcal{D}_y$ märgi, kuid et samal hetkel muutub ka peegeldumise suund, siis nihked liituvad.

On selge, et siin kirjeldatud olukorda ei või saavutada igasuguse murdumisnäitaja korral. Vajaliku murdumisnäitaja leiame

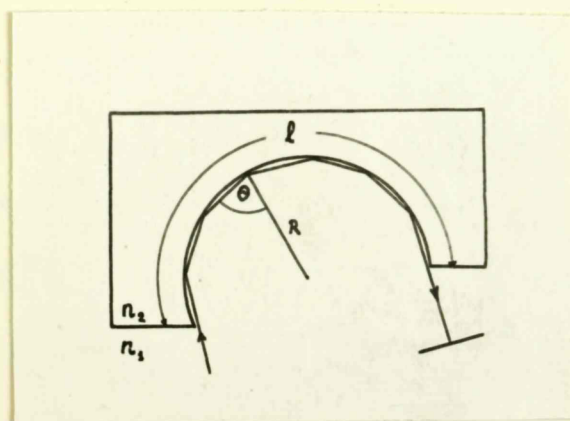
$\tan \frac{\chi}{2}$ avaldisest, mis nüüd muutub võrrandiks murdumisnäitaja jaoks.

Asetades (XII,2)-sse $\theta = 45^\circ$ ja $\left|\frac{\chi}{2}\right| = 30^\circ$, leiame $n = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Teostades selle katse, näeme ekraanil kiire jälge. Kui nüüd muudame valguse polarisatsiooni suuna vastupidiseks, siis muutub ka γ -nihe vastupidiseks ja kiire jälg ekraanil peaks nihkuma, millega γ -nihe oleks eksperimentaalselt kindlaks tehtud.

Kirjeldataud katset võiks teostada ka teistes tingimustes. Näiteks, kui D_y vahetab märgi viie peegeldumise järel. Siis tuleb kasutada neljatahulist prisma, mille põhjal mõõted suhtuvad nagu 2 : 3. $\delta = 180^\circ$ -le vastaks siis $\left|\frac{\chi}{2}\right| = 18^\circ$ ja $n = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Selle huvitava katse läbiviimist on takistanud seni ni vastavate prisma valmistamise raskus.

Oleks mõeldav ka järgmine katse. Nõgusa sfäärilise tahuga püstprismale, mis on paigutatud veidi suurema murdumisnäitajaga vedelikku kui prismal, langeb valguskiir, nii et sfäärilisel tahul toimub täielik sisepeegeldumine (vt. joonis nr.31).



Joonis nr.31.

Kuna n on neil tingimustel ühele lähedal, siis kasutatav langemisnurk peab olema lähedane 90° -le ning valguskiir peegel-

dub sfäärilisel tahul palju kordi, enne kui satub ekraanile (fotoplaadile).

Prisma mõõted tuleb valida nii, et $m \cdot \chi < \delta$, kus m on peegeldumiste arv, st. kõigi peegeldumiste korral me saame positiivsed γ -nihked, mis liituvad.

Kiir sattudes ekraanile jätab sinna mingi difraktsioonpildi. Kui nüüd vahetada polarisatsiooni suund langevas valguses, siis kõik γ -nihked vahetavad märgi ja difraktsioonpilt peaks vertikaaltasandis nihkuma, millega γ -nihe oleks kindlaks tehtud.

Kui katse korraldada kroonklaasist ($n_2 = 1,550$) prismaga, mis on asetatud nitrobensooli $C_6H_5NO_2$ ($n_1 = 1,553$), siis $n = 0,999$.

Langemisnurga $\theta = 88^\circ$ ($\sin \theta = 0,9994$) korral $\chi = -6'$ ning kui langevas valguses $\delta = 180^\circ$, siis võime lubada 1800 peegeldumist, ilma et D_y märk seejuures muutuks. Nii palju peegeldumisi me aga ära kasutada ei saa, sest nad lihtsalt ei mahu sfäärilisele tahule (muidugi võiks kasutada kiire tõusmist prisma ülespoole, nagu eelmises katses, peegeldumiste arvu suurendamiseks). Võiks kasutada näiteks vaid 80 peegeldumist, siis võttes prisma sfäärilise tahu kõverusraadiuseks 3 cm., tuleks kasutatav kaarepikkus (l joonisel nr.31) võtta ligikaudu 17 cm.

Neil tingimusil valemi (X,20) alusel märgatav difraktsioonipildi nihe on umbes 0,6 mm ($\lambda_1 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$), st. küllalt hästi jälgitav suurus. Katse läbiviimiseks on sobiv kasutada

võimalikult pikemalainelist valgust. Muidugi on võimalikud ka antud katse teised modifikatsioonid, valides sobivate murdumisnäitajatega prisma ning vedeliku.

Arvatavasti on see katse tehniliselt lihtsaim tee γ -nihke avastamiseks.

РЕЗЮМЕ.

Целью данной работы является обобщение теории полного внутреннего отражения на случай эллиптической поляризации падающего света, а также критический обзор важнейших работ в этой области.

В первой главе даётся постановка задачи. Во второй главе реферировается теория А.А.Эйхенвальда, причём исследуется ошибочное утверждение Эйхенвальда, что интенсивность света во второй среде не зависит от поляризации.

В третьей главе выведены выражения для поля во второй среде /случай эллиптической поляризации/. В четвёртой главе вычислены линии потока энергии. Результаты дают основание утверждать, что наряду со смещением отражённого луча в плоскости падения должно иметь место и смещение, перпендикулярное плоскости падения / γ -смещение/.

Глава пятая посвящена изучению электромагнитного поля в первой среде, причём исследуется подробно поляризация отражённого луча.

В главе шестой найдены линии потока энергии в первой среде для одного частного случая эллиптической поляризации /в общем случае расчёты представляют значительные технические трудности/.

Седьмая глава даёт обзор важнейших опытов, которые подтверждают проникновение энергии во вторую среду при полном внутреннем отражении. Даётся также вывод формулы для угла Квинке / θ_0 /.

В восьмой главе реферируется метод Л.М. Бреховских.

В девятой главе метод Бреховских применяется для вычисления смещения эллиптически поляризованной волны. Полученные результаты показывают, что компоненты, поляризованные в плоскости падения и перпендикулярно к ней, имеют неодинаковые смещения и поэтому, согласно методу Бреховских, пучок при отражении должен разделиться на два пучка.

В десятой главе реферируется оригинальный метод П.Г. Карда для нахождения смещений. Метод применён к интересующему нас случаю эллиптической поляризации. Полученная общая формула показывает, что отражённый луч должен сместиться целиком.

Этот результат противоречит результату полученному методом Бреховских. Обсуждается связь между методом Карда и Методом Бреховских. Кроме того даётся новое определение глубины проникновения света во вторую среду.

В одиннадцатой главе, при выводе формулы для смещения по методу Карда, учитываются дифракционные явления, обусловленные конечностью падающего пучка. Результат показывает, что учёт дифракции приводит лишь к небольшим поправочным членам в формуле, полученной методом Карда. Это показывает, что учёт дифракции в расчётах смещений при полном внутреннем отражении далеко не столь обязателен, как это считалось до сих пор.

В двенадцатой главе предлагаются два возможных опыта для экспериментального обнаружения γ -смещения.

В заключение пользуюсь случаем выразить свою глубокую благодарность научному руководителю, доценту П.Г.Карду за

большую помощь при проведении настоящей работы.

Тарту,

1954/55 гг.

У. Кристафели

Tsiteeritud kirjandus.

1. Эйхенвальд, ЖРФХО, физ.отдел, 131, /1909/
2. Schaefer und Gross, Ann. d. Phys., 32, 648, (1910).
3. Wiegrefe, Ann. d. Phys., 45, 465, (1914).
4. Борн, Оптика, ДНТБУ, /1937/
5. Goos und Hänchen, Ann. d. Phys., 1, 333, (1947).
6. Мандельштам, Полное собрание трудов, Т.1, /1948/.
7. Artmann, Ann. d. Phys., 2, 87, (1948)
8. Fragstein, Ann. d. Phys., 4, 271, (1949)
9. Goos und H.Lindberg-Hänchen, Ann. d. Phys., 5, 251, (1949)
10. Wolter, Zs. f. Naturforsch., 5 a, 143, (1950)
11. Коробко - Стефанов, УЕН, 42, 433, /1950/
12. Бреховских, УЕН, 50, 539, /1953/.
13. Кард, К вопросу о смещении лучей при полном отражении,
рукопись, Тарту, /1953/
14. Kristoffel, "Energia voolujooned täieliku sisepeegeldumise
korral", kursusetöö, Tartu, (1953).
15. Kristoffel, "Valguse peegeldumine metallidelt", konverentsi-
töö, Tartu, (1955).