

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

ELEMENTAAR- MATEMAATIKA

II

TARTU 1969

2

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
74523

E R S S Ö N A

Käesolev elementaarmatemaatika õppevahend on määratud pedagoogiliste osakondade üliõpilastele matemaatika ja füüsika erialal ning neile, kes valmistuvad matemaatika kirjaliku sisseastumiseksami sooritamiseks kõrgemasse õppeasutusse, eelkõige Tartu Riiklikku Ülikooli.

Kogumik koosnebki ülesannetest, mida kasutati matemaatika sisseastumiseksamitel Tartu ülikoolis viimasel aastakümnel. Varem kasutatud ülesanded koguti põhiliselt brošüüridest "Harjutuste kogumik füüsika, keemia ja matemaatika alalt" (ilmusid aastatel 1961-1967) ja "Matemaatika ülesannete kogumik (TRÜ-sse sisseastujalle)" (1968). 1964.-1968.a. vastuvõtul kasutatud ülesanded pärinevad aga originaaltekstidest ja sisalduvad käesolevas kogumikus täielikult.

Ülesanded on jaotatud temaatilise kuuluvuse alusel kas aritmeetika, algebra, trigonomeetria, planimeetria või stereomeetria valdkonda. Kuid soovi korral saab igale ülesandele järgneva numbrirühma kaudu taastada kõik viimasel viiel aastal kasutatud kirjalikud tööd ning nende variandid. Kasutatud kodeerimisprintsipi selgitame kahe näite kaudu:

(65, 238) - 1965.a. II kirjaliku töö

III variandi

VIII ülesanne;

(e. 63, s.) - enne 1963.a. suulisel eksamil (esitati sisseastujatele, kellel ei olnud matemaatika kirjalikku eksamit).

Tähed A, B, O ... kodeerimisnumbrite hulgas märgivad taas-
tamata numbreid. Kirjalikkude tööde jaotamist erialade
vastuvõtuks näitab aga järgnev tabel (indeks töö numbr-
juures märgib ülesannete arvu selle töö igas variandis).
Tabelisse on lisatud veel vastuvõttueksami ainekomisjoni
esimene nimi, sest TRÜ-s kehtiva tava kohaselt valib te-
ma lõplikult ülesanded, koostab variandid ja tööd.

Eri- ala Aasta	Matemaatikud ja füüsikud	Matemaatika ja füüsika pedagoogid	Keemikud	Majanduskü- berneetikud	Majandus- teadlased (ülejäänd)	Geograafid, geoloogid	Järel- kursus	Aine- komisjoni esimees
1964	1 ₅	2 ₅	2	-	8 ₁	2	3 ₆	J.Reimand
1965	1 ₆	2 ₁₀	8	-	2	2	3 ₁₀	M.Rahula
1966	1 ₇	2 ₁₀	8	-	3 ₁₀	2	4 ₁₀	L.Roots
1967	1 ₈	2 ₈	8	2	3 ₈	3	-	K.Velsker
1968	1 ₆	2 ₆	2	2	3 ja 4	4 ₆	5 ₆	J.Reimand

Ülesannete lahendamiseks vajalike seoste leidmise kii-
rendamiseks on käesolevale kogumikule lisatud valik valemeid
ning individuaalse töö soodustamiseks vastused. Kohati on
vastuseid täiendatud selgitavate juhiste või koguni lahendus-
tega; nendel juhtudel eelneb ülesande numbrile tärn (näiteks
*11). Vastustes on võrrandisüsteemide lahendissüsteemid märgi-
tud koordinaatidena (x_1, y_1) jne. ning võrratuste lahendihul-
gad piirkondadena:

$$\begin{aligned}
 -3 < x < 5,2 & \text{ asemel } (-3; 5,2), \\
 x \leq 4 & \text{ asemel } (-\infty, 4] \text{ jne.}
 \end{aligned}$$

Vastuste hulgas leiduvad joonised valmistas Ell Aadu-
soo.

* * *

Üliõpilaskandidaatide tähelepanu juhime veel järgmis-
tele asjaoludele.

1. Sisseastumiseksamitel ei lubata kasutada teatmikke ega muid abivahendeid. Vajalikuks osutuvaid seoseid või lauseid (teoreeme) peab teadma peast (täpselt!).
2. Eksamil pole samuti teada lahendamiseks antud ülesannete vastuseid. Oletatava vastuse õigsust tuleb kontrollida (seda kirjalikult vormistades) ja a l l e s s i i s v a s t u s formuleerida ning kirjutada!
3. Töö puhtandis tuleb varustada iga ülesande lahenduskäik ratsionaalsete selgitustega ja põhjendustega ning kõik vormistada väga korralikult (käekiri, õigekeelsus, puhtad ääred ja teksti ilmekas paigutus, joonestusvahenditega valmistatud joonised jm.). Eeskujuna vaadelda ülesannete nr. 182, 295 jt. lahendusi.
4. Väga otstarbekaks osutub valemi nr. 59 kasutamisoskus. Soovitame sellega harjuda.

Eksamitel esitatud tööde taastamisvaeva vältimiseks nimetame mõned variandid 1968.a. vastuvõtult.

- (12): 454, 141, 359, 565, 396, 252 (matemaatikutele jt.);
(23): 570, 318, 266, 190, 151, 449 (keemikutele jt.);
(32): 279, 539, 376, 112, 489, 200 (raamatupidajatele jt.);
(41): 17, 171, 438, 375, 510, 257 (geograafidele jt.).

K o o s t a j a d

ÜLESANDED

I. Aritmeetika

(nr. 1 - 42)

1. Teisendada kümnendmurd $4,258282\dots$ harilikuks murruks.
(67, s.)

2. Arvutada

$$\frac{(58\frac{4}{15} - 56\frac{7}{24}) : 0,8 + 2\frac{1}{9} \cdot 0,225}{8\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5}} \quad (\text{e. 61})$$

3. Arvutada

$$\frac{0,134 + 0,05}{18\frac{1}{6} - 11\frac{11}{14} - \frac{2}{25} \cdot 2\frac{6}{7} + 10} \quad (60, 3B1)$$

4.. Arvutada

$$\frac{[3(\sqrt{0,5})^2 - 4\frac{1}{2}] : 0,015}{[(3\frac{1}{20} - 2,55) : \frac{5}{20}] : \frac{5}{9}} \quad (61)$$

5. Arvutada

$$\frac{(1,75 : \frac{2}{3} - 1,75 \cdot 1\frac{1}{8}) : \frac{7}{12}}{(\frac{17}{80} - 0,0325) : 400} : (6,79 : 0,7 + 0,3) \quad (67, 311)$$

6. Arvutada

$$\frac{[(40\frac{7}{30} - 38\frac{5}{12}) : 10,9 + (\frac{7}{8} - \frac{7}{30}) \cdot 1\frac{9}{11}] \cdot 4,2}{0,008} \quad (67, 321)$$

7. Arvutada

$$\frac{[(6,2 : 0,31 - \frac{5}{6} \cdot 0,9) \cdot 0,2 + 0,15] : 0,04}{(2 + 1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,1) \cdot \frac{1}{33}} \quad (67, 331)$$

8. Arvutada

$$1,7 : \frac{(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} + 3,75) \cdot \frac{7}{135}}{\frac{5}{9}} - (0,5 + \frac{1}{3} - \frac{5}{12}) \quad (67, 341)$$

9. Lahendada võrrand

$$12,6 : \left[5\frac{2}{15} + \left(5\frac{5}{9} - \frac{8,75}{x : \frac{8}{21} - \frac{2}{15}} \right) \cdot 5,544 \right] - \frac{2}{11} = \frac{4}{5} \quad (e. 64)$$

$$10. [8,9(29) + 2,(6) - 7,(35)] \cdot x : \frac{35}{36} = 2 \quad (e. 61)$$

Leida x.

*11. Lahendada võrrand

$$2 - \left(\frac{5\frac{5}{6}}{9\frac{7}{30} + \frac{19}{99} \cdot \frac{5}{90} x} - 7,24 \right) : 2,4 = 0,85 \quad (62, 211)$$

12. Lahendada võrrand

$$12,6 : \left[5\frac{2}{15} \left(5\frac{5}{9} - \frac{8,75}{x : \frac{8}{21} - \frac{2}{15}} \right) \cdot 5,544 \right] - \frac{2}{11} = \frac{4}{5} \quad (62, 221)$$

Tärniga (*) märgitud ülesandel on vastuse juures lahendamist hõlbustav juhised või lahendus.

13. Lahendada võrrand

$$\left[7,25 - \frac{(5\frac{9}{16} - \frac{73}{99}x)}{0,08} \right] : 1,2 + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \quad (62, 231)$$

14. Lahendada võrrand

$$5\frac{4}{7} : \left\{ \frac{x}{1,3} + 8,4 \cdot \frac{6}{7} \left[6 - \frac{(2,3 + 5 : 6,25) \cdot 7}{8 \cdot 0,0125 + 6,9} \right] \right\} = 1\frac{1}{14} \quad (62, 241)$$

15. Mitme protsendi võrra on 10 suurem kui

$$\frac{(1,02 + 1\frac{1}{50}) \cdot \frac{3}{5} : \frac{9}{2} + \frac{4}{3} : 25 \cdot \frac{2}{5}}{2(\frac{1}{50} + \frac{2}{7}) - 3(\frac{2}{9} - \frac{3}{70})} \quad (67, s.)$$

16. Mitme protsendi võrra muutub ristküliku pindala, kui ta pikkust suurendada 30 % võrra ja laiust vähendada 30 % võrra? (68, 421)
17. Üks arv on teisest väiksem 25 % võrra. Mitme protsendi võrra on teine arv esimesest suurem? (68, 411)
18. Arvu vähendati 25 % võrra. Mitme protsendi võrra peab tulemust suurendama, et saada esialgne arv? (68, 431)
19. Matemaatika kontrolltöö tulemused olid järgmised: 12% õpilastest jättis lahendamata kõik ülesanded, 32 % lahendas töö osaliselt õigesti ja ülejäänud 14 õpilast lahendasid kõik ülesanded õigesti. Kui palju õpilasi oli klassis? (66, 418)
20. Kaupluse toodud kangast müüdi esimesel päeval 25 %, teisel päeval 30 % ülejäägist ja kolmandal päeval 40 % uuest ülejäägist. Mitu protsenti kangast oli alles pärast kolmandat päeva? (68, 441)
21. Kui mingit arvu suurendada 15 % võrra, siis tulemuseks on 207. Mitme protsendi võrra on vaja vähendada seda arvu, et tulemuseks saada 126? (62, 002)

22. Kauba hinda alandati $16\frac{2}{3}$ % võrra. Mitu kilogrammi sama kaupa saab nüüd osta selle rahasumma eest, mis enne tuli tasuda 10 kg eest? (65, 316)
23. Mitme protsendi võrra suureneb 100 rubla eest saadava kauba hulk, kui kauba hind alaneb 20 % võrra? (67, 211)
24. Toote hind oli esialgu 9 rbl. Pärast kahekordset hinna alandamist ühe ja sama protsendi võrra oli toote hinnaks 4 rbl. Mitme protsendi võrra alandati hinda kummalgi korral? (67, 343)
25. Kauba hinda alandati 10 % võrra. Mitme protsendi võrra tuleb uut hinda veel alandada, et kogu hinnaalandus oleks 28 %? (67, 231)
26. Käekella hinda alandati nii mitme protsendi võrra, kui mitu rubla maksis kell enne hinna alandamist. Kui suur oli kella esialgne hind, kui ta uus hind on 24 rbl.? (68, 245)
27. Kauba hinda alandati nii mitme protsendi võrra, kui mitu rubla maksis pool kg seda kaupa enne hinna alandamist. Uus hind on 18 rbl. kg. Mitme protsendi võrra alandati hinda? (66, 235)
28. Tehas müüb kauba 2688 rubla eest ja saab selle juures nii mitu protsenti tulu, kui mitu sada rubla on pool kauba omahinnast. Leida kauba hind. (66, 215)
29. Kaevur täidab päevanormist 75 %. Ta kavatses päevast tööhulka suurendada 40 % võrra. Mitu protsenti täidab kaevur siis normist? (67, 221)
30. Töölise palka tõsteti 2 korda, kummalgi korral ühe ning sama protsendi võrra. Selle tulemusel tõusis tema palk 84 rublalt 120 rbl. 96 kopikale. Mitu protsenti tõsteti palka kummalgi korral? (66, 347)

31. Töölise palka tõsteti kaks korda, kummalgi korral sama protsendi võrra. Selle tulemusel tõusis ta palk 100 rublalt 125 rubla 44 kopikale. Mitme protsendi võrra tõsteti kummalgi korral palka? (61)
32. Jaotada arv 18000 kaheks osaks nii, et 4 % esimesest osast ja 6 % teisest osast moodustaksid sama palju kui 5,5 % kogu arvust. (68, 314)
33. Hõbeda ja vase sulami tükk kaalub 2 kg. Hõbeda kaal sulamis moodustab $14\frac{2}{7}$ % vase kaalust. Kui palju on selles tükkis hõbedat? (66, 317)
34. Antikvariaat ostis 2 eset 225 rubla eest ja sai neid edasi müües 40 % kasumit. Teades, et esimese eseme müügist saadi 15 %, teise müügist aga 50 % kasumit, leida mõlema eseme müügihind. (66, 327)
35. Vase ja tina sulamis, mis kaalub 12 kg, on 45 % vaske. Kui palju puhast tina tuleb lisada sellele sulamile, et saada uus sulam, milles on 40 % vaske? (67, 323)
36. Kui palju on vaja võtta 5 %-lise niklisisaldusega ja kui palju 40 %-lise niklisisaldusega terast, et saada 30 %-lise niklisisaldusega terast 140 tonni? (66, 337)
37. Antikvariaat, ostnud kaks eset 225 rubla eest, müüs need edasi ja sai 40 % kasumit. Kui palju maksis antikvariaat kummagi eseme eest, kui esimeselt saadi kasumit 25 % ja teiselt 50 %? (67, 313)
- *38. On antud kaks erineva vasesisaldusega sulami tükki, mis kaaluvad m ja n kg. Mõlemast lõigatakse ära ühesuguse kaaluga tükid, mis seejärel sulatatakse kokku järelejäänud osadega teistest tükkidest. Pärast seda osutub, et mõlemas saadud sulamis on vase protsent ühesugune. Kui palju kaalub kumbki äralõigatud tükk? (e. 61)

39. Merevesi sisaldab 5 % soola (kaalu järgi). Mitu kg magedat vett tuleb lisada 40 kg mereveele, et tema soolasisaldus väheneks 2 %-le? (61)
40. Kui poeg oli kaheksa aastat vana, oli isa 31-aastane. Praegu on isa kaks korda vanem kui poeg. Kui vana on poeg? (68, 516)
41. Kolm jahimeest jaotasid keedetud pudru võrdselt. Selle keetmiseks andis üks neist kolm ja teine kaks pakki kontsentraati. Kolmas tasus oma portsjoni eest 50 kopikat. Kuidas tuleks jaotada raha esimese ja teise jahimehe vahel? Miks? (68, 526)
42. Paat sõitis mööda jõge pärivoolu. Kell 9 kukkus müts jõkke; seda märgati 15 minuti pärast ja pöörduiti tagasi. Millal saadi müts kätte? (65, 142)

II. Algebra (1°)

(nr. 43 - 160)

43. Lihtsustada

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} \quad (66, 411)$$

44. Lihtsustada

$$\frac{8a - 4}{4 - a^2} + (a + b) \frac{a + 1}{a^2 - ab - 2a + 2b} \quad (63)$$

45. Lihtsustada

$$\frac{a^2 - 2a + 1}{a - 3} \cdot \left[\frac{(a + 2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a} \right] \quad (67, 217)$$

46. Lihtsustada

$$\frac{a - \frac{a - 1}{a + 1}}{1 + \frac{a(a - 1)}{a + 1}} \quad (66, 311)$$

47. Lihtsustada

$$\frac{\frac{x - a}{1 + ax} - \frac{x - b}{1 + bx}}{1 + \frac{(x - a)(x - b)}{(1 + ax)(1 + bx)}} \quad (66, 321)$$

48. Tõestada, et

$$\frac{a^2 + (a - c)^2}{b^2 + (b - c)^2} = \frac{a - c}{b - c},$$

kui

$$a^2 + b^2 = (a + b - c)^2. \quad (\text{e. } 62)$$

49. Lihtsustada

$$\frac{1}{x^{1,5} - 1} : \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x + 1 + x^{\frac{1}{2}}} \quad (61)$$

50. Arvutada

$$\frac{\left[\left(\frac{3}{4}\right)^0\right]^{-0,5} - 7,5 \cdot \left(4 - \frac{3}{4}\right)^2}{3, (3) - 3\overline{7}} \quad (61)$$

51. Arvutada

$$8^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} + 3^{-1} - (\sqrt{3})^{-2} + 0,25^{-1} \quad (67, 317)$$

52. Arvutada

$$\frac{2^{-3} + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}{15 \cdot 5^0 - (0,1)^{-1}} \quad (67, 237)$$

53. Arvutada

$$0,027^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} + 16^{\frac{3}{4}} - 3^{-1} + 5,5^0 \quad (67, 347)$$

54. Arvutada

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} + \left[\left(\frac{5}{6}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-1}\right]^0}{0,25^{\frac{1}{2}}} \quad (65, 213)$$

55. Arvutada

$$\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + 32^{-\frac{1}{5}} - 125^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot (0,81)^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^0 \quad (65, 223)$$

56. Arvutada

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} + \left[\left(\frac{9}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-1}\right]^0 + 1}{0,25^{\frac{1}{2}}} \quad (65, 233)$$

57. Arvutada

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot (0,81)^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^0 + \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - 32^{-\frac{1}{5}} - 125^{\frac{2}{3}}$$

(65, 243)

58. Arvutada

$$\frac{\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^0}{\sqrt{0,25}}$$

(66, 341)

59. Leida arv, millest 40 % on

$$\left[4^{-\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-\frac{4}{3}}\right] \cdot \left[4^{-0,25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}}\right] \cdot 5 - \left(4^{-\frac{1}{4}} + \sqrt{2}\right)^0$$

(67, s.)

60. Lihtsustada

$$\frac{a^2 + 1}{a \sqrt{\left(\frac{a^2 - 1}{2a}\right)^2 + 1}}$$

(66, 331)

61. Lihtsustada

$$\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{2 + 2\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{5 - 1}$$

(e. 61)

62. Lihtsustada

$$\sqrt{1 - x^2} + (1 - x) \sqrt{\frac{1 + x}{1 - x}} - 2(1 + x) \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}}$$

(67, 337)

63. Lihtsustada

$$\left(\frac{2 - x\sqrt{x}}{2x - \sqrt{x}} + x\right) \left(\frac{2 + x\sqrt{x}}{2x + \sqrt{x}} - x\right) : \frac{4 + x^2}{4x - 1}$$

(67, s.)

64. Lihtsustada

$$\frac{\left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\right] a^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab}}$$

(65, 211)

65. Lihtsustada

$$\left[(a - b) \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + a - b \right] \cdot \left[(a - b) \left(\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} - 1 \right) \right]$$

(65, 231)

66. Lihtsustada

$$2 - \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x + \sqrt{x^2 - 4x}} + \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x - \sqrt{x^2 - 4x}}$$

(65, 241)

67. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2b \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2-x}},$$

kui $x = \frac{1}{2}(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}})$, $a > 0$, $b > 0$. (e. 61)

68. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2a (\sqrt{1+x^2-x})}{b (\sqrt{1+x^2+x})},$$

kui $x = \frac{1}{2}(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}})$, $a > 0$, $b > 0$. (e. 61)

69. Lihtsustada avaldis

$$\left(\frac{a-b}{\sqrt{b}} x^2 - 2ax + a\sqrt{b} \right) : \left(\frac{a+b}{\sqrt{a}} x - \sqrt{a} b \right),$$

kui $x = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$. (e. 61)

70. Lihtsustada

$$\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}(2-2\sqrt{3})}$$

(67, 227)

71. Leida avaldise

$$\sqrt{\frac{3}{4}} - x + \sqrt{2x} - \frac{3}{2}\sqrt{1-4x}$$

väärtus, kui $x = \frac{1}{12}$. (67, 327)

72. Lihtsustada

$$\left[\frac{\left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}}{(x - y)^{-1}} - \left(\frac{x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}}{x + y}\right)^{-1} \right] \cdot \frac{2}{(xy)^{\frac{1}{3}}} \quad (65, 221)$$

73. Lihtsustada

$$\left\{ a^{\frac{3}{2}}(1 - \sqrt{a})^{-1} + a \left[1 + \frac{1}{1 + \sqrt{a}} + \frac{1}{(1 + \sqrt{a})^2} + \frac{1}{(1 + \sqrt{a})^3} + \dots \right] \right\} : \left(\frac{a + 3}{a^2 + 2a - 3} + \frac{2 - 2a}{a^2 - 2a + 1} - 1 \right)$$

(67, 111)

74. Lihtsustada

$$\frac{a + 2a + 3a + \dots + na}{n^2 - 2n - 3} - \left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}} \right) : \frac{2(\sqrt{ab} - b)}{a - b}$$

(67, 121)

75. Lihtsustada

$$\left\{ \left(1 + \frac{4}{a - 2}\right)(a - 4 + 4a^{-1}) - \sqrt{3} \left[1 + \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}} + \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \dots \right] \right\} : \frac{a^{-\frac{1}{2}} - 2a^{-1}}{(\sqrt{a} + 2)^{-1}}$$

(67, 131)

76. Lahendada võrrand

$$\frac{x - b}{a - b} = \frac{x^2}{a^2} \quad (65, 217)$$

77. Ruutfunktsiooni nullkohad on 3 ja -2. Leida tema maksimumpunkt. (68, 246)

78. Missuguste parameetri p väärtuste korral on võrrandi

$$x^2 + px - 24 = 0$$

lahendite suhe $-\frac{2}{3}$? (68, 336)

79. Määrata kordajad p ja q nii, et võrrandi

$$x^2 + px + q = 0$$

lahenditeks oleksid p ja q .

80. Missuguste parameetri p väärtuste korral võrrandi

$$x^2 + px + 12 = 0$$

lahendid rahuldavad tingimust $x_1 - x_2 = 1$?

(68, 316 ja 446)

81. Koostada ruutvõrrand, mille lahenditeks on võrrandi

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

lahendite pöördväärtused.

(66, 214)

82. Ruutvõrrandi

$$x^2 + px + q = 0$$

lahendid on x_1 ja x_2 . Võrrandit lahendamata avaldada tema kordajate kaudu $(x_1 - x_2)^2$.

(e. 62)

83. Leida parameetri c väärtus nii, et võrrandi

$$2x^2 - 11x + c = 0$$

lahendid rahuldaksid tingimust

$$2x_1 - x_2 = 3,5.$$

(68, 426)

84. Leida parameetri k selline väärtus, mille puhul võrrandi

$$4x^2 - 15x + 4k^3 = 0$$

üks lahend on teise ruut.

(66, 224)

85. Leida parameetri k väärtus, mille puhul võrrandi

$$9x^2 + 18kx - 8k + 16 = 0$$

üks lahend on teisest kaks korda suurem.

(66, 234)

86. Milliste parameetri k väärtuste korral on võrrandi

$$(k^2 - 5k + 3)x^2 + (3k - 1)x + 2 = 0$$

üks lahend teisest kaks korda suurem?

(66, 112)

87. Lahendada võrrand

$$\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} = 0$$

(66, 324)

88. Lahendada võrrand

$$\frac{1}{x} + \cos 90^\circ = 144x$$

(66, 344)

89. Lahendada võrrand

$$\frac{2}{x} - \frac{1}{x-1} = -1 \quad (66, 314)$$

90. Lahendada võrrand

$$\frac{2x}{x+1} - \frac{x}{1-x} = \frac{1}{4(x^2-1)} \quad (66, 413)$$

91. Lahendada võrrand

$$x - \frac{1}{x} = \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \quad (65, 311)$$

92. Lahendada võrrand

$$\frac{3x}{2x-1} - \frac{39}{2x+1} - \frac{45}{1-4x^2} - 5 = 0 \quad (67, a.)$$

93. Lahendada võrrand

$$\frac{x-1}{x+3} + \frac{x-3}{x+1} = \frac{1}{x^2+4x+3} \quad (66, 334)$$

94. Lahendada võrrand

$$\frac{1}{x^2-x+6} + \frac{2}{x^2+x-6} = \frac{4}{x^2-9} - \frac{2}{x^4-4} \quad (66, 213)$$

95. Lahendada võrrand

$$\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{x-4}{x^2+2x} = 0 \quad (66, 223)$$

96. Lahendada võrrand

$$\frac{x^2-x+16}{x^2+x+1} = \frac{x+6}{x-1} - \frac{x+36}{x^3-1} \quad (66, 233)$$

97. Lahendada võrrand

$$\frac{2}{x^2-x+1} - \frac{2x-1}{x^3+1} = \frac{1}{x+1} \quad (66, 243)$$

98. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2xy + 4 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad (65, 247)$$

99. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1 \end{cases} \quad (\text{e. 61})$$

100. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \frac{3x}{x+y} - 2 + \frac{x+y}{3x} = 0 \\ xy - 54 = x + y \end{cases} \quad (\text{e. 61})$$

101. Lahendada võrrand

$$x + 2\sqrt{x-1} = 4 \quad (62, \text{ s.})$$

102. Lahendada võrrand

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3 \quad (67, 322)$$

103. Lahendada võrrand

$$1 + \sqrt{2x} - \sqrt{x+7} = 0 \quad (67, 342)$$

104. Lahendada võrrand

$$\sqrt{(x-1)(x-2)} + \sqrt{(x-3)(x-4)} = \sqrt{2} \quad (65, 141)$$

105. Lahendada võrrand

$$x + 1 = \frac{2x\sqrt{x+1}}{1 + \sqrt{x+1}} \quad (65, 111)$$

106. Lahendada võrrand

$$\frac{1}{1 - \sqrt{1-x}} + \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{1-x}} \quad (66, 111)$$

107. Lahendada võrrand

$$\frac{x+1 - \sqrt{2x+1}}{x+1 + \sqrt{2x+1}} = \frac{\sqrt{2x+1} + 1}{\sqrt{2x+1} - 1} \quad (66, 121)$$

108. Lahendada võrrand

$$\frac{x+1 + \sqrt{2x+x^2}}{x+1 - \sqrt{2x+x^2}} = \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{x}}{\sqrt{2+x} + \sqrt{x}} \quad (66, 131)$$

109. Lahendada võrrand

$$\frac{x}{\sqrt{x + \sqrt{\frac{3}{8}} - x}} + \frac{x}{\sqrt{x - \sqrt{\frac{3}{8}} - x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (65, 121)$$

110. Leida kaupluses müüdavate õunte ja ploomide hind, kui üks ostja tasus 5 kg õunte ja 3,5 kg ploomide eest 4 rbl. 60 kop. ning teine ostja 4 kg õunte ja 5 kg ploomide eest 5 rbl. (65, 312)
111. Leida kaks arvu, kui nende aritmeetiline keskmine on 16 võrra väiksem suuremast ja geomeetriline keskmine 8 võrra suurem väiksemast arvust. (68, 334)
112. Turist sõitis autoga $\frac{5}{8}$ teest, ülejäänud osa aga kaatriga. Kaatri kiirus on väiksem auto kiirusest 30 km võrra tunnis. Kaatriga sõitis turist 30 min. rohkem kui autoga. Leida auto ja kaatri liikumise kiirus, kui turisti kogu teekond oli 240 km. (68, 324)
113. Leida kahekohaline arv, kui ta korrutis oma numbrite summaga on 144 ja üheliste number on suurem kümneliste numbrist 2 võrra. (68, 344)
114. Õpilane pidi korrutama kaks naturaalarvu, millest üks oli teisest 94 võrra suurem. Ta eksis ning sai tulemuseks arvu, milles kümneliste arv oli nelja võrra väiksem kui õiges korrutises. Jagades saadud korrutise suurema teguriga sai õpilane jagatiseks 52 ja jäägiks 107. Missuguseid arve õpilane korrutas? (e. 61)
115. Üks õmblusvabrik pidi õmblema 810 ülikonda, teine 900; esimene täitis plaani 3 päeva enne tähtaega, teine 6 päeva. On teada, et teine vabrik valmistab päevas 4 ülikonda rohkem. Mitu ülikonda tegi kumbki vabrik päevas? (61)

116. Grupp inimesi ostis kingi 42 rbl. väärtuses ning igaüks maksis selleks võrdse osa. Kui grupis oleks olnud 7 inimest vähem, oleks igaüks pidanud maksma $33\frac{1}{3}\%$ võrra esialgsest rohkem. Mitu inimest oli grupis?
(67, 333)
117. Metsatöölise brigaad pidi üles töötama 216 m^3 puid. Kolm esimest päeva töötas brigaad plaani kohaselt, edasi aga ületati plaani iga päev 8 m^3 võrra. Nii oli brigaadil juba üks päev enne tähtaega üles töötatud 232 m^3 puid. Kui suur oli brigaadi päevaülesanne?
(e. 61)
118. Kahe linna vahelisest teest on 220 km ehk 55 % asfalteeritud, ülejäänud aga asfalteerimata. Auto keskmine kiirus asfalteeritud teel on 25 km võrra tunnis suurem kui asfalteerimata teel. Leida auto kiirus asfalteeritud teel, kui kogu tee läbimiseks kulub 10 tundi.
(68, 132)
119. Mootorrattur sõidab 1 km 4 minuti võrra kiiremini kui jalgrattur. Mitu kilomeetrit sõidab neist kumbki 5 tunniga, kui on teada, et mootorrattur sõidab selle aja jooksul 100 km rohkem kui jalgrattur? (62, 233)
120. Veduri esiratas teeb 18 m pikkusel teelõigul 10 pööret rohkem kui tagaratas. Kui esiratta ümbermõõtu suurendada 6 dm võrra ja tagaratta ümbermõõtu samapalju vähendada, siis teeb esiratas samal teelõigul 4 pööret rohkem kui tagumine. Leida rataste ümbermõõdud.
(64, 241)
121. Linnast A väljub rong linna B suunas. Kui ta sõidaks aeglasemalt $5\frac{\text{km}}{\text{h}}$, siis saabuks ta linna B 1 tunni 40 minuti võrra hiljem. Kui kaua on rong tegelikult teel, kui linnade A ja B vaheline kaugus on 350 km?
(65, 122)

- 122. Kaks rongi väljuvad linnadest, mille vahemaa on 360 km, ja sõidavad teineteisele vastu. Kui teine rong väljuks jaamast 1,5 tundi varem esimesest, kohtuksid nad poolel teel. Kui nad väljuksid üheaegselt, oleks pärast 5-tunnist sõitu nende vahemaa 90 km (kohtunud nad veel ei ole). Leida kummagi rongi kiirus. (67, 122)
123. Kiirrong seisis suletud semafori ees 16 minutit. Ta tegi selle hilinemise tasa järgneva 80 km jooksul, sõites 10 km tunnis rohkem, kui nägi ette sõiduplaan. Kui suur oli rongi kiirus plaani kohaselt? (66, 348)
124. Poolel teel jaamast A jaama B peeti rong kinni 10 min. Et jõuda jaama B sõiduplaani järgi, tuli rongi esialgset kiirust suurendada 6 km võrra tunnis. Leida rongi esialgne kiirus, kui jaamadevaheline kaugus on 60 km. (67, 232)
125. Rong oli sunnitud peatuma jaamas t minutit. Kaotatud aja tagasivõitmiseks suurendati kiirust a $\frac{km}{h}$ võrra ja hilinemine likvideeriti 6 kilomeetri jooksul. Kui suur oli rongi kiirus enne jaamas peatumist? (64, 131)
126. Jalgrattur pidi sõitma 30 km kaugusele kindlal kellaajal. Väljasõidu hilinemise tõttu 3 minuti võrra tuli tal suurendada kiirust 1 km võrra tunnis, et jõuda kohale õigeks ajaks. Kui suure kiirusega oli jalgrattur kavatsenud sõita? (66, 338)
127. Linnade A ja B vaheline kaugus on raudteed mööda 66 km ja jõge mööda 80,5 km. Rong väljub linnast A 4 tundi pärast aurikut ja jõuab linna B 15 min. enne aurikut. Leida rongi ja auriku sõidukiirus, kui esimene on teisest suurem 30 km võrra tunnis. (66, 419)
128. Kahe jaama vaheline kaugus on 96 km. Esimene rong läbib selle vahemaa 40 min. võrra kiiremini kui teine;

esimese rongi kiirus on $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ võrra suurem kui teise kiirus. Leida mõlema rongi kiirus. (66, 328)

129. Linnade A ja B vaheline kaugus on raudteed mööda 32 km ja veeteed mööda 47 km. Linnast A väljus rong 3 tundi hiljem kui aurik ja saabus linna B 15 minutit varem kui aurik. Leida rongi ja auriku kiirus, kui rongi kiirus on $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ suurem kui aurikul. (67, 212)
130. Kaks autot väljusid ühest asulast üheaegselt ühes suunas. Üks auto sõitis kiirusega $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, teine kiirusega $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 30 minutit hiljem väljus samast asulast samas suunas kolmas auto, mis möödus esimesest autost 1,5 tundi pärast teisest autost möödumist. Leida kolmanda auto kiirus. (63)
131. Kaks kohtade A ja B vahel kurseerivat marsruuttaksot sõidavad samaaegselt välja suunaga teineteisele vastu. Pärast kohtumist jääb sõita ühel 2 tundi, teisel $\frac{9}{8}$ tundi. Leida kummagi takso kiirus, kui A ja B vaheline kaugus on 210 km. (60, AB2)
132. Kaks inimest sõidavad linnadest A ja B samal ajal välja (teineteisele vastu). Esimene sõidab 2 km tunnis rohkem kui teine ja jõuab linna B 1 tund varem kui teine linna A. Kaugus A ja B vahel on 24 km. Leida kummagi kiirus. (66, 245)
133. Kaks jalgratturit väljuvad üheaegselt teineteisele vastu punktides A ja B, mille vahemaa on 28 km, ja kohtuvad ühe tunni pärast. Peatumata jätkavad nad sõitu sama kiirusega ning esimene saabub punkti B 35 minutit varem kui teine punkti A. Leida kummagi jalgratturi kiirus. (67, 112)
134. Kaks sõiduautot väljusid üheaegselt linnadest A ja B teineteisele vastu. Tunni aja pärast nad kohtusid ning

jätkasid peatumata sõitu sama kiirusega. Esimene saab linna B 27 minutit hiljem kui teine linna A. Leida kummagi auto kiirus, kui on teada, et linnade vahemaa on 90 km. (67, 132)

135. Kahe teineteise suunas sõitva veoki vaheline kaugus on 180 km. Esimene sõidab tunnis 6 km rohkem kui teine; teise tunnikiirust kilomeetrites väljendav arv on kaks korda suurem tundide arvust, mis kulub kohtumiseni. Leida kummagi veoki kiirus. (64, 311)
136. Kaks autot väljuvad linnast A üheaegselt linna B suunas, mis asub 450 km kaugusel. Leida autode kiirused, kui esimene auto saabub linna B 1,5 tundi varem, sest ta kiirus on $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ võrra suurem. (65, 242)
137. Mõõda ringjoont liiguvad kaks keha. Esimene neist teeb ühe täisringi 5 sekundi võrra lühema ajaga kui teine. Liikudes samas suunas kohtuvad need kehad iga 100 sekundi järel. Kui suure osa ringjoonest (kraadides) katab kumbki keha ühe sekundi jooksul? (62, 243)
138. Kilpkonn põgeneb Achilleuse eest, liikudes 10 korda aeglasemalt kui Achilleus. Viimane jõuab punkti, kus asub kilpkonn praegu, 1 minuti jooksul. Kui palju aega kulub, kuni Achilleus saab kilpkonna kätte? (67, 236)
139. Traktor sõitis mingi aja piki tasast teed kiirusega 32 km tunnis ja seejärel laskus sama kaua ühtlaselt kiirenevalt mööda kallakut. Seejuures oli keskmine kiirus igal järgneval tunnil 4 km võrra suurem. Kui kaua oli traktor teel, kui läbitud tee pikkus oli 216 km? (68, 142)
- *140. Linnade A ja B vaheline kaugus on 9 km. Tee linnast A linna B kulgeb algul märke, siis tasaselt ning lõpus allamäge. Jalakäijal, kes väljub linnast A, kulub minekuks linna B ja sealt tagasitulekuks linna A

kokku 3 tundi 41 minutit. Jalakäija liigub vastumäge kiirusega $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, tasasel teosal $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ja allamäge $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Leida tasase teeosa pikkus. (e. 61)

141. Linnade A ja B vaheline kaugus on 100 km. Linnast A sõidavad linna B kaks üheaegselt väljunud autot. Neist esimene sõidab tunnis 10 km rohkem kui teine, ent peatub teel 50 min. Millises vahemikus võib muutada esimese auto kiirus, et ta ei saabuks linna B hiljem kui teine auto? (68, 122)
142. Üks jõearik lahkus kell 12 sadamast A sadama B suunas kiirusega $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Kell 14 kohtab ta teist aurikut, mis lahkus samuti kell 12, kuid sadamast B sadama A suunas. Leida sadamatevaheline kaugus, kui esimene jõuab sadamasse B 1 tund 40 minutit varem kui teine sadamasse A. (67, 222)
143. Kahuripauk oli kuulda 2,5 km kaugusele pärituult 7,5 sekundi järel ja vastutuult 7,8 sekundi järel pärast lasku. Leida hääle levimise ja tuule kiirus. (e. 61)
144. Mootorpaat sõitis päri voolu 91 km ja pöördus siis tagasi. Leida jõe voolu kiirus, kui edasi-tagasi sõiduks kulus 20 tundi ja paadi keskmine kiirus vees on $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. (65, 232)
145. Laev sõitis mööda jõe päri voolu 72 km, pöördus tagasi ja peatus poolel teel. Kui suur on laeva kiirus seisvas vees, kui jõe voolu kiirus on $3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ja kogu sõiduks kuni peatuseni kulus 5 tundi? (65, 132)
146. Mootorpaat sõitis mööda jõe päri voolu 28,5 km, pöördus tagasi ja sõitis vastu voolu 22,5 km. Kogu sõiduks kulus 8 tundi. Leida jõe voolu kiirus, kui paadi kiirus seisvas vees on $7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. (65, 112)
147. Nooruk sõitis paadiga mööda jõe asulast A asulasse B ja tagasi, kulutades selleks 10 tundi. Asulatevaheli-

ne kaugus oli 20 km. Leida voolu kiirus, teades, et paat sõitis 2 km vastuvoolu sama ajaga kui 3 km päri-
voolu. (64, 231)

148. Ujuja läbis jões asuva 50 meetri pikkuse basseini edasi-tagasi 96 sekundi jooksul, kusjuures päri-
voolu ujumiseks kulus aega 20 sekundi võrra vähem. Leida
jõe voolu kiirus. (64, 111)
149. Kahe jõesadama vaheline kaugus on 80 km. Mootorpaat
läbib selle vahemaa edasi-tagasi 8 tunni 30 minutiga.
Määrata paadi kiirus seisvas vees, kui voolu kiirus
on $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. (66, 225)
150. Sadamast A väljusid üheaegselt päri-
voolu kaater ja parv. Kaater sõitis sadamast 96 km kaugusele ja jõu-
dis sadamasse tagasi 14 t. pärast. Leida kaatri kii-
rus seisvas vees ja voolu kiirus, kui on teada, et
tagasiteel kohtus kaater parvega 24 km kaugusel sada-
mast. (68, 215)
151. Sadamast möödaujuva parvega samaaegselt väljus kaater.
Sõitnud päri-
vett $13 \frac{1}{2}$ km, pöördus kaater tagasi ning
4 km kaugusel sadamast kohtus parvega. Leida kaatri
keskmine kiirus, kui jõe voolu kiirus oli 4 km tunnis.
(68, 235)
152. Hoone ehitamiseks tuli välja kaevata 8000 m^3 pinnast
teatud tähtajaks. Kuna iga päev ületati plaani 50 m^3
võrra, siis lõpetati töö 8 päeva enne tähtaega. Mitme-
protsendilisel täidetud iga päev plaani? (e. 61)
153. Kaks tehast pidid tellimuse täitma 12 päevaga. Kahe
päeva pärast suleti esimene tehas remondi tõttu ja
tellimus tuli lõpuni täita teisel tehasel üksinda.
Teise tehase päevatoodang moodustab $66 \frac{2}{3} \%$ esimese
omast. Mitme päeva pärast tellimus täideti?
(66, 318)

154. Kahe tee-ehitusbrigaadi ühise töö tulemusena lõpetati teelõigu remont 6 päevaga. Esimesel brigaadil kulus selle teelõigu 40 % suuruse osa remontimiseks 2 päeva rohkem kui teisel brigaadil $13\frac{1}{3}$ % suuruse osa remontimiseks. Mitu päeva kuluks kummalgi brigaadil terve teelõigu remontimiseks? (68, 225)
155. Kahele töölisel anti sooritada teatud töö. Kui esimene tööline oli töötanud 7 tundi ja teine 4 tundi, selgus, et oli tehtud kokku $\frac{5}{8}$ tööst. Nüüd töötasid nad koos veel 4 tundi ja kogu tööst jäi teha $\frac{1}{18}$. Mitme tunniga oleks sooritanud selle töö kumbki tööline eraldi? (e. 61)
156. Kahe artelli tööliised, töötades samaaegselt koos, lõpetaksid töö 8 päevaga. Kui töötaks $\frac{2}{3}$ esimese artelli töölistest ja $\frac{4}{5}$ teise artelli töölistest, siis lõpetataks töö $11\frac{1}{4}$ päevaga. Mitme päevaga teeks selle töö kumbki artell eraldi? (e. 61)
157. Paaki täidetakse kahe kraani kaudu. Ainult esimese kraani kaudu täites kulub selleks 22 minutit rohkem kui teise kraani kaudu. Kahe kraani kaudu täitub paak ühe tunniga. Mitme minutiga täidavad paagi kraanid üksikult? (64, 141)
158. Kaks erineva võimsusega traktorit kündsid 4 päevaga $\frac{2}{3}$ kolhoosipõllust. Mitu päeva kuluks kogu põllu kündmiseks kummalgi traktoril eraldi, kui esimesel traktoril kulub selleks 5 päeva vähem kui teisel? (64, 211)
159. Koos töötades võivad kaks töölist lõpetada teatud töö 12 päevaga. Kui esimene sooritaks üksi töötades poole kogu tööst ja teine üksi ülejäänud osa, siis oleks töö lõpetatud 25 päevaga. Mitme päevaga lõpetaks selle töö kumbki tööline üksi töötades? (65, 212)

160. 8-liitrine balloon on täidetud gaasiga, mis sisaldab 16 % hapnikku. Balloonist lasti välja teatud hulk gaasi ning sinna juhiti sama hulk lämmastikku. Seejärel lasti balloonist välja sama hulk gaasi mis esimesel korralgi ning asendati jälle lämmastikuga. Balloonis olev gaas sisaldab nüüd 9 % hapnikku. Mitu liitrit gaasi lasti balloonist välja mõlemal korral? (e. 61)

III. Algebra (2°)

(nr. 161 - 297)

161. Kumb arvudest on suurem, kas $\sqrt[3]{0,01}$ või $\sqrt[5]{0,001}$?
(66, 241)

162. Lahendada võrratus

$$\frac{3-2x}{5} + 8 > \frac{5x+2}{2} - x \quad (62, \text{s.})$$

163. Lahendada võrratus

$$(2-x)(x-6) > 0 \quad (66, 326)$$

164. Lahendada võrratus

$$(x+1)(x-2) > x+1 \quad (67, \text{s.})$$

165. Lahendada võrratus

$$(5-2x)(x+2) < x+2 \quad (67, 328)$$

166. Lahendada võrratus

$$5x^2 - 7x + 2 < 0 \quad (66, 24.10)$$

167. Lahendada võrratus

$$3x^2 - 5x - 2 > 0 \quad (66, 22.10)$$

168. Lahendada võrratus

$$-x^2 - x + 2 > 0 \quad (65, 246)$$

169. Lahendada võrratus

$$x^2 - 9 < 9 - x^2 \quad (67, 338)$$

170. Lahendada võrratus

$$6(x^2 + 1) < 13(x + 2) - 26 \quad (67, 348)$$

171. Leida funktsiooni

$$y = 3x^2 + 3x - 36$$

positiivsuse piirkond ja minimaalse väärtuse asukoht ning vastav väärtus. (68, 412)

172. Millistel parameetri m väärtustel on ruutfunktsioon

$$(2m - 5)x^2 - 4(m - 1)x + 3m$$

argumendi x iga väärtuse korral mittepositiivne?

(67, 123)

173. Millistel parameetri a väärtustel on ruutfunktsioon

$$3ax^2 - 4(a - 1)x + (2a - 5)$$

argumendi x iga väärtuse korral positiivne? (67, 133)

• 174. Missuguste parameetri a väärtuste puhul on hulkiige

$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2$$

positiivne igal x väärtusel (a ja x on reaalarvud)?

(e. 61)

175. Milliste parameetri a väärtuste korral on võrratus

$$x^2 + (a + 2)x + 8a + 1 > 0$$

rahuldatud tundmatu x iga väärtuse puhul? (66, 126)

176. Missuguste parameetri m väärtuste puhul on võrrandi

$$x^2 + 2(m - 1)x + 3m^2 + 5 = 0$$

lahendid reaalsed?

(e. 61), (68, 214)

177. Missuguste parameetri m väärtuste korral on ruutvõrrandil

$$(m - 2)x^2 + x - 1 = 0$$

reaalarvulised lahendid?

(68, 512)

178. Millistel parameetri k väärtustel on võrrandi

$$(k - 2,5)x^2 - (2k - 2)x + 1,5k = 0$$

lahendid reaalsed?

(67, 113)

179. Missuguste parameetri m väärtuste korral on võrrandil

$$4x^2 + 2(m + 2)x + m + 2 = 0$$

erinevad reaalsed lahendid? (67, s.)

180. Missuguste parameetri a väärtuste korral on võrrandil

$$(5a - 1)x^2 - (5a + 2)x + 3a - 2 = 0$$

võrdsed lahendid? (60, AB1)

181. Missuguste parameetri a väärtuste puhul on reaalarvuliste kordajatega võrrandi

$$x^2 + 2ax \sqrt{a^2 - 3} + 4 = 0$$

lahendid võrdsed? (62, 214)

*182. Millistel parameetri a väärtustel on võrrandil

$$\frac{a(x + 2)^2 - 3(a - 1)}{x + 1} = 1$$

lahendid negatiivsed? (66, 136)

183. Lahendada võrratussüsteem

$$\begin{cases} x^2 > 2x \\ 15 + 16x > 3(x + 2) + 3x - 1 \end{cases} \quad (67, s.)$$

184. Lahendada võrratus

$$\frac{x - 1}{x + 1} > 0 \quad (66, 415)$$

185. Lahendada võrratus

$$\frac{2x + 5}{3 - 5x} > 0 \quad (66, 21.10)$$

186. Lahendada võrratus

$$\frac{3x - 2}{5 - 2x} > 0 \quad (66, 23.10)$$

187. Lahendada võrratus

$$\frac{2x}{x + 2} - 3 > 0 \quad (67, s.)$$

188. Lahendada võrratus

$$\frac{1}{x - 1} > 2 \quad (65, 313)$$

189. Lahendada võrratus

$$\frac{1}{x} - \frac{4}{3x} > 3 \quad (66, 346)$$

190. Lahendada võrratus

$$\frac{x}{3} - \frac{4}{x} > \frac{4}{3} \quad (65, 133), (68, 234)$$

191. Lahendada võrratus

$$\frac{x-3}{2-3x} > -2 \quad (67, 318)$$

192. Lahendada võrratus

$$\frac{7+3x}{4-5x} > 3 \quad (65, 216)$$

193. Lahendada võrratus

$$-\frac{2}{4x+7} < \frac{1}{2} \quad (66, 336)$$

194. Lahendada võrratus

$$\frac{5-2x}{x-3} > 2 \quad (66, 316)$$

195. Lahendada võrratus

$$\frac{2x-1}{x-3} > 1 \quad (68, 346)$$

196. Lahendada võrratus

$$\frac{5x-2}{x+6} < 1 \quad (65, 236)$$

197. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2+4x+4}{x+1} < 0 \quad (65, 226)$$

198. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2-x-8}{2x-1} > 2 \quad (68, 244)$$

199. Lahendada võrratus

$$\frac{-x^2+3x+18}{x+6} > 0 \quad (68, 224)$$

200. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2+4x}{x-2} > 4 \quad (68, 326)$$

201. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2 + 2x}{x - 2} > 2 \quad (68, 442)$$

202. Lahendada võrratus

$$\frac{x + 4}{2x + 3 - x^2} > 2 \quad (67, 218)$$

203. Lahendada võrratus

$$\frac{5 - 5x}{8 - 2x^2} > 1 \quad (67, 238)$$

204. Lahendada võrratus

$$1 > \frac{6 - 4x}{2x^2 - 5x} \quad (67, 228)$$

*205. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} > 0 \quad (e. 62)$$

206. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2}{3 - 8x - 3x^2} > 0 \quad (68, 482)$$

207. Lahendada võrratus

$$\frac{4}{x + 3} + \frac{2}{x - 3} < \frac{5x - 1}{x^2 - 9} \quad (64, 212)$$

208. Lahendada võrratus

$$2 - \frac{x - 3}{x - 2} > \frac{x - 2}{x - 1} \quad (64, 222)$$

209. Lahendada võrratus

$$3 - \frac{2x - 17}{x - 5} > \frac{x - 5}{x + 2} \quad (64, 242), (68, 432)$$

210. Lahendada võrratus

$$\frac{5}{x + 1} + \frac{1}{x - 3} < 2 \quad (68, 522)$$

211. Lahendada võrratus

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} < 3 \quad (64, 232)$$

212. Lahendada võrratus

$$\frac{2x^2 - 9x + 13}{x-1} < x + 1 \quad (65, 143)$$

213. Lahendada võrratus

$$\frac{3x^2 - 11x + 9}{2x^2 - 7x + 3} < 1 \quad (65, 113)$$

214. Lahendada võrratus

$$\frac{3x^2 + 11x + 9}{2x^2 + 7x + 5} < 1 \quad (65, 123)$$

*215. Tõestada võrratus

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6,$$

kui a , b ja c on positiivsed. (e. 61)

216. Leida kõigi kahekohaliste naturaalarvude summa.

(65, 21.10)

217. Leida kõigi kahekohaliste paarisarvude summa.

(65, 22.10 ja 319)

218. Rong läbis esimese sekundi jooksul 0,2 m ja iga järgneva sekundi jooksul 0,35 m võrra rohkem kui eelmise jooksul. Kui pika vahemaa läbis rong esimese minuti jooksul? (67, 226)

219. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige ja vahe, kui $a_7 - a_3 = 8$ ja $a_2 \cdot a_7 = 75$. (65, 23.10)

220. Leida aritmeetiline progressioon, mille mistahes arvu liikmete summa (alates esimesest liikmest) on neli korda suurem liikmete arvu ruudust. (66, 249)

221. Leida aritmeetilise progressiooni kuue esimese liikme summa, kui üheteistkümneme esimese liikme summa on 363 ja viies liige on 41. (67, s.)

222. Leida kõik aritmeetilised progressioonid, mille esimeseks liikmeks on 5, vaheks täisarv, ning mille teiste liikmete hulgas leiduvad arvud 57 ja 113. (62, 213)
- *223. Leida aritmeetiline progressioon, kui ta n liikme summa on $2n^2 - 3n$. (64, 114)
224. Aritmeetilise progressiooni n -es liige on $\frac{1}{m}$ ja m -es liige $\frac{1}{n}$. Leida mn liikme summa. (e. 61)
225. Kui kõik töölised oleksid asunud tööle üheaegselt, oleks brigaad sooritanud ettenähtud töö 7 tunniga. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahe-
mike möödudes ning töötasid kõik kuni töö lõpetamiseni. Esimesena tööle asunud tööline töötas 10 tundi. Mitu korda töötas ta kauem viimasena tööle asunud töolisest? (e. 61)
- X 226. Tööliste brigaad oleks sooritanud ettenähtud töö 6 tunniga, kui kõik töölised oleksid tööle asunud üheaegselt. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahemike möödudes ning töötasid kuni töö lõpuni. Mitu tundi töötas esimesena tööle asunud tööline, kui on teada, et viimasena tööle asunud tööline töötas temast viis korda lühema aja? (e. 61)
227. Tööline teenindab 16 kudumismasinat, mis töötavad automaatselt. Kudumismasina jõudlus on a meetrit tunnis. Tööline käivitab esimese masina kell 8, iga järgmise 5 minutit hiljem eelmisest. Kui palju riiet toodetakse kahe esimese tunni jooksul? (e. 61)
228. Geomeetrilise progressiooni teine liige on 12 ja neljas liige 192. Leida viie esimese liikme summa. (67, s.)
229. Geomeetrilise progressiooni kolme järjestikuse liikme summa on 62 ning nende kümnendlogaritmide summa 3. Leida see progressioon. (e. 61)

230. Leida kolm arvu, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni, kui esimese ja kolmanda liikme summa on 52 ning teise liikme ruut on 100. (68, 515)
231. Kasvava geomeetrilise progressiooni esimene liige on $\frac{2}{9}$ ja seitsmes liige 6. Leida progressiooni tegur ja seitsme liikme summa. (67, 216)
232. Leida geomeetrilise progressiooni 6 järjestikust liiget, teades, et paaritu arvulistel kohtadel olevate liikmete summa on 455 ja paarisarvulistel kohtadel olevate liikmete summa on 1365. (66, 239)
233. Kolm arvu, mille summa on 52, moodustavad geomeetrilise progressiooni. Kui liidame keskmisele arvule 8, siis moodustab arvude uus kolmik aritmeetilise progressiooni. Leida esialgsed arvud. (65, 24.10)
234. Kolm arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni ja nende summa on 15. Liites neile arvudele vastavalt 1, 4 ja 19, saame uued arvud, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida esialgsed arvud. (66, 123)
235. Kolm arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni ja nende summa on 26. Liites neile arvudele vastavalt 1, 6 ja 3, saame uued arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida esialgsed arvud. (66, 133)
236. Kolm arvu, mille summa on 210, moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui suurimat arvu vähendada 10 võrra ja vähimat suurendada 10 võrra, siis moodustavad saadud arvud geomeetrilise progressiooni. Leida esialgsed arvud. (62, 223)
237. Geomeetrilise progressiooni kolm järjestikust liiget on ühtlasi aritmeetilise progressiooni esimeseks, neljandaks ja kahekümne viiendaks liikmeks. Leida need arvud eeldusel, et nende summa on 114. (60, AB3)

238. Kolm arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni. Kui kolmandast arvust lahutada 64, moodustavad arvud aritmeetilise progressiooni; kui seejärel teist vähendada 8 võrra, saame jälle geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud. (66, 113)
239. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 9, tema liikmete ruutude summa $40\frac{1}{2}$. Leida progressiooni esimene liige ja tegur. (61)
240. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 12. Selle progressiooni liikmete ruutude summa on 48. Leida see progressioon. (66, 229)
241. Lihtsustada avaldis

$$(4\sqrt{3} + 8) \left[\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2) + \frac{3 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}} + \dots \right]$$

(e. 64)

242. Hoiukassasse paigutati rahasumma, mille intress aasta pärast oli 15 rbl. Lisades hoiusele veel 85 rbl., moodustus teise aasta lõpuks (koos intressiga) 420 rbl. suurune summa. Kui suur oli intressimäär ja esialgne hoius? (68, 112)
243. Aednik tellis endale 20 haruldase taime seemet. Ta külvas kevadel kõik seemned maha ja sai sügisel igalt taimelt 10 seemet. Oletades, et ükski seeme ei lähe kaduma, leida, mitmendal aastal saab aednik 5 kg seemneid, kui grammis on 40 seemet. (e. 61)

244. Lahendada võrrand

$$10^x + 1 = \sqrt{0,01} \quad (66, 414)$$

245. Lahendada võrrand

$$2x^2 - 2x + 1,5 = \sqrt{2} \quad (65, 31.10)$$

246. Lahendada võrrand

$$10^{(3-x)(4-x)} = 100 \quad (66, 236)$$

247. Lahendada võrrand

$$4^{\sqrt{x+1}} - 1 = 16 \cdot 2^{\sqrt{x+1}} \quad (66, 226)$$

248. Lahendada võrrand

$$\left(\frac{4}{9}\right)^x \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\log 4}{\log 8} \quad (68, 223)$$

249. Lahendada võrrand

$$2^x = 10 \cdot 5^x \quad (66, 345)$$

250. Lahendada võrrand

$$5^x - 1 = 7^{1-x} \quad (65, 227)$$

251. Lahendada võrrand

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{64} \quad (62, \text{s.})$$

252. Lahendada võrrand

$$3^x + 3^{x-1} - 3^x - 3 = 35 \quad (63), (68, 126)$$

*253. Lahendada võrrand

$$9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x \quad (\text{e. } 61)$$

254. Lahendada võrrand

$$3^{x+1} + 18 \cdot 3^{-x} = 29 \quad (68, 243)$$

255. Lahendada võrrand

$$0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1} \quad (62, \text{s.})$$

256. Lahendada võrrand

$$4^x + 2^x + 1 = 80 \quad (67, \text{s.})$$

257. Lahendada võrrand

$$3^{2x} - 2 \cdot 3^x + 1 - 27 = 0 \quad (68, 416)$$

258. Lahendada võrrand

$$6^{2x+4} = 3^{3x} \cdot 2^x + 8 \quad (66, 216)$$

259. Lahendada võrrand

$$4\sqrt{x+1} = 64 \cdot 2\sqrt{x+1} \quad (64, 312)$$

260. Lahendada võrrand

$$x^{-1} \sqrt[3]{\sqrt{2^{3x}-1}} = 3^{x-1} \sqrt{8^x-3} \quad (64, 142)$$

261. Lahendada võrrand

$$\sqrt{a^z-1} \cdot \sqrt[3]{a^{2z}-1} \cdot \sqrt[4]{a^2-3z} = 1 \quad (66, 246)$$

262. Lahendada võrrand

$$(2\sqrt{12} - 3\sqrt{3} + 6\sqrt{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} = \sqrt{3^{2x^2-2x-3}} \quad (65, 131)$$

*263. Lahendada võrrand

$$(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 4 \quad (e. 61)$$

264. Lahendada võrrand

$$2^{2x} 5^{2x} = 10 \log 100 + 100 \log 10 - 20 \quad (66, 335)$$

*265. Arvutada $\log 125$, teades, et $\log 2 \approx 0,30$.
(66, 221)

*266. Arvutada ilma logaritmideta tabelita:

$$\log 5 \cdot \log 20 + \log^2 2 \quad (e. 61), (68, 233)$$

*267. Leida $\log_{12} 45$, kui $\log_{12} 2 = m$ ja $\log_{12} 5 = n$.
(68, 116)

268. Leida x tabelleid kasutamata

$$x = 10 \cdot 100^{\frac{1}{2} \log 9 - \log 2} - 100^{\frac{1}{2}} - \log \sqrt[4]{4} \quad (67, s.)$$

269. Arvutada tabelleid kasutamata x

$$\log 4 + 2 \log 5 - \log \sqrt{0,0001} \quad (66, 325)$$

270. Arvutada tabelleid kasutamata

$$\log 1\frac{1}{5} - \log 30 + 2 \log 0,5 \quad (66, 211)$$

271. Missugune peab olema parameetri n väärtus, et võrrandi

$$x^2 - 2x + \log n = 0$$

lahendid oleksid reaalsed? (62, 244)

272. Lahendada võrrand

$$10^2 \log(x - 1) = 1 \quad (66, 315)$$

273. Lahendada võrrand

$$\log_5(x^2 - 11x + 43) = 2 \quad (68, 136)$$

274. Lahendada võrrand

$$\log(35 - x^3) = 3 \log(5 - x) \quad (67, 312)$$

275. Lahendada võrrand

$$\log(0,5 + x) = \log 0,5 - \log x \quad (68, 341)$$

276. Lahendada võrrand

$$x(\log 10 - \log 5) = \log(2^x + x - 1) \quad (68, 311)$$

277. Lahendada võrrand

$$\log(x + 1) + \log(x - 1) = \log 3 \quad (67, s.), (68, 331)$$

278. Lahendada võrrand

$$2 \log(x - 3) = \log(x^2 - 15) \quad (67, 332)$$

279. Lahendada võrrand

$$\frac{2 \log x}{\log(5x - 4)} = 1 \quad (68, 321)$$

280. Lahendada võrrand

$$\log(x - \sqrt{3}) = -\log(x + \sqrt{3}) \quad (62, s.)$$

281. Lahendada võrrand

$$\log 2 + \log(4^x - 2 + 9) = 1 + \log(2^x - 2 + 1) \quad (e.61)$$

282. Lahendada võrrand

$$1 - \log 5 = \frac{1}{2}(\log \frac{1}{2} + \log x + \frac{1}{3} \log 5) \quad (62, s.)$$

283. Lahendada võrrand

$$x^{\log x - 1} = 100 \quad (65, 237)$$

284. Lahendada võrrand

$$x^{\log 10x} = 100 \quad (62, s.)$$

285. Lahendada võrrand

$$x^2 + \log x = 1000 \quad (68, 213)$$

286. Kahe arvu logaritmid vahe on pool esimese arvu logaritmist. Nende arvude logaritmid summa on kolm korda suurem seitsme logaritmist. Leida need arvud.

(67, 116)

287. Kahe arvu logaritmid summa on 1,5 korda suurem esimese arvu logaritmist. Nende arvude suhe on aga 10 korda suurem kui saja kümnendlogaritm. Leida need arvud.

(67, 126)

288. Üks arv on teisest väiksem 20 võrra ja nende arvude kümnendlogaritmid summa on $\log_5 125$. Leida need arvud.

(67, 136)

*289. Lahendada võrrand

$$\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2 \quad (e. 61)$$

*290. Lahendada võrrand

$$\log_x 3 \cdot \log_{3x} 3 = \log_{9x} 3 \quad (66, 127)$$

*291. Lahendada võrrand

$$\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6 \quad (66, 137)$$

292. Lahendada võrrand

$$\log_a x + \log_{a^2} x + \log_{a^4} x = \frac{3}{4} \quad (66, 114)$$

*293. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \log_5 x + y = 7 \\ x^y = 5^{12} \end{cases} \quad (64, 135)$$

*294. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} xy = 40 \\ x^{\log y} = 4 \end{cases} \quad (64, 125)$$

*295. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} 64^x + y = 4\sqrt{2} \\ 64^x + 64^y = 12 \end{cases} \quad (68, 146)$$

296. Lihtsustada

$$62 - 3i + (5 - i)^2 - (7 - i\sqrt{23}) \cdot (7 + i\sqrt{23}) - \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 \quad (67, s.)$$

297. Leida võrrandi

$$4x^3 - 2^{-4} = 0$$

kõik lahendid.

(68, 436)

IV. Trigonomeetria

(nr. 298 - 397)

298. Kas v6rdus $\sin \alpha = \log \sin \alpha$ on v6imalik? P6h-
jendada. (66, 231)

299. Arvutada (ilma tabeliteta)

$$\frac{\cos 180^\circ}{\tan 210^\circ \cdot \sin 315^\circ} - \frac{\cos (-120^\circ)}{\cos 300^\circ} \quad (65, 219)$$

300. Arvutada

$$\frac{\cos (-120^\circ)}{\cos 300^\circ} + \frac{\cos 180^\circ}{\tan 210^\circ \cdot \sin 315^\circ} \quad (65, 249)$$

301. Arvutada

$$\begin{aligned} & \cos 60^\circ \cdot \cos 90^\circ \cdot \cos 120^\circ - \\ & - \tan (-45^\circ) \cdot \tan (-135^\circ) \cdot \sin 300^\circ \end{aligned} \quad (66, 323)$$

302. Arvutada

$$\frac{\cos 135^\circ \cdot \sin 225^\circ}{\cos (-60^\circ)} - \frac{\tan 180^\circ \cdot \tan 60^\circ}{\cos 540^\circ} \quad (66, 313)$$

303. Arvutada

$$\begin{aligned} & \sin^2 150^\circ \cdot \tan 225^\circ \cdot \cot 45^\circ - \\ & - \cos 540^\circ \cdot \cos^2 30^\circ \end{aligned} \quad (66, 412)$$

304. Arvutada

$$\frac{\tan 135^\circ}{\tan 225^\circ} \sin^2 300^\circ - \cos^2 (-300^\circ) \quad (66, 343)$$

305. Arvutada

$$\frac{3 \tan 210^\circ + \cot 45^\circ + 2 \tan (-45^\circ) + 2 \cos 420^\circ}{\cot 30^\circ} \quad (67, 336)$$

306. Arvutada

$$\frac{\cos 60^\circ}{1 + \sin 60^\circ} + \frac{1}{\tan 30^\circ} + \sin 1170^\circ \cdot \sin (-390^\circ)$$

(67, 316)

307. Lihtsustada

$$\sin (90^\circ - A) - \cos (180^\circ - A) - \tan (A - 270^\circ)$$

(65, 317)

308. Lihtsustada

$$\sin (90^\circ + A) + \cos (180^\circ - A) + \tan (270^\circ + A) + \cot (360^\circ - A)$$

(65, 229)

309. Lihtsustada

$$\frac{\cot (90^\circ - \alpha) [\sin (\alpha - 270^\circ) + \sin (180^\circ + \alpha)]}{\tan (180^\circ + \alpha) [\cos (\alpha + 360^\circ) + \sin (\alpha - 360^\circ)]}$$

(67, s.)

310. Lihtsustada

$$\frac{[\sin (\frac{\pi}{2} + A) + \sin (\pi - A)]^2 - 1}{\tan (\frac{\pi}{2} - A) - \sin (\pi + A) \cdot \cos (\pi - a)}$$

(67, 213)

311. Lihtsustada

$$\frac{\cos (-150^\circ)}{\cos 330^\circ} - \frac{\tan 510^\circ \cdot \sin 300^\circ}{\cos \pi} + \tan 70^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \sin 270^\circ$$

(64, 313)

312. Leida $\cos A$ ja $\tan A$, kui $\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

(66, 322 ja 416)

313. Leida $\sin A$ ja $\tan A$, kui $\cos A = \frac{5}{13}$. (66, 332)

314. Arvutada $\cot A$, kui $\sin A = -\frac{12}{13}$. (65, 315)

315. Leida tabelleid kasutamata $\cos C$ ja $\cot C$, kui $\tan C = \frac{4}{3}$ ja $180^\circ < C < 270^\circ$. (67, s.)

316. On teada, et $\tan B = 1\frac{1}{3}$. Leida $\sin B$ ja $\cos B$.

(66, 342)

317. Leida $\sin A$ ja $\cos A$, kui $\tan A = \frac{3}{4}$. (66, 312)

318. Arvutada

$$\frac{\sin A \cos A}{\sin^2 A - \cos^2 A}, \text{ kui } \cot A = \frac{2}{5}. \quad (68, 232)$$

319. Lihtsustada

$$\sin(x + y) \cos(x - y) + \cos(x + y) \sin(x - y) \quad (64, 314)$$

320. Lihtsustada

$$3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) \quad (64, 134)$$

321. Lihtsustada

$$\cos 50^\circ \sin 50^\circ + \frac{\cos^3 50^\circ + \sin^3 50^\circ}{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ} \quad (65, 239)$$

322. Lihtsustada

$$\frac{\cos(60^\circ + A) - \sin(30^\circ + A)}{\cos(60^\circ + A) + \sin(30^\circ + A)} \quad (68, 444)$$

323. Lihtsustada

$$\frac{\cot A - \cos A}{\cot A} (1 + \sin A) \quad (67, 345)$$

324. Lihtsustada

$$\frac{\cos(-540^\circ) \sin 240^\circ}{\tan 225^\circ} + 2 \cos 15^\circ \cos 75^\circ \quad (66, 333)$$

325. Lihtsustada

$$\sin 245^\circ \cos\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - 65^\circ\right) + \frac{\cot 295^\circ}{\tan 155^\circ + \tan 115^\circ} \quad (67, 233)$$

326. Tabeleid kasutamata leida

$$1 - \sin^2 75^\circ - 4 \sin^2 37^\circ 30' \cos^2 37^\circ 30' \quad (67, 346)$$

327. Tabeleid kasutamata leida

$$\sin 10^\circ + \sin 50^\circ - \sin 70^\circ \quad (62, 234)$$

328. Lihtsustada

$$(\sin A + \sin B)^2 + (\cos A + \cos B)^2 \quad (67, 325)$$

329. Näidata, et

$$\sin 825^\circ \cdot \cos (-15^\circ) + \cos 75^\circ \cdot \sin (-555^\circ) + \\ + \tan 155^\circ \cdot \tan 245^\circ = 0 \quad (67, 326)$$

330. Tõestada, et

$$\cos 24^\circ + \cos 48^\circ - \cos 84^\circ - \cos 12^\circ = \frac{1}{2} \\ (68, 133)$$

*331. Tõestada võrdus

$$16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = 1 \\ (60, AB4)$$

332. Tõestada samasus

$$\tan (45^\circ + A) - \tan (45^\circ - A) = 2 \tan 2A \\ (65, 224)$$

333. Tõestada samasus

$$\cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A \quad (65, 244)$$

334. Tõestada samasus

$$\tan^2 A - \sin^2 A = \tan^2 A \cdot \sin^2 A \quad (62, s.)$$

335. Tõestada samasus

$$\frac{2 \sin A - \sin 2A}{2 \sin A + \sin 2A} = \tan^2 \frac{A}{2} \quad (66, 242)$$

336. Tõestada samasus

$$\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \tan (45^\circ + A) \quad (63)$$

337. Tõestada samasus

$$\tan 2x + \frac{1}{\cos 2x} = \tan (45^\circ + x) \quad (64, 224)$$

338. Tõestada samasus

$$\frac{1 - \cos 2A + \sin 2A}{1 + \cos 2A + \sin 2A} = \tan A \quad (66, 222), (67, 127)$$

339. Tõestada samasus

$$\frac{1 + \sin 2A - \cos 2A}{(\cos A + \sin A)^2 + \cos 2A} = \tan A \quad (68, 222)$$

340. Tõestada samasus

$$\frac{\cos 2C}{\cot^2 C - \tan^2 C} = \frac{1}{4} \sin^2 2C \quad (60, 3B4)$$

341. Tõestada samasus

$$1 - \frac{\sin^2 B}{1 + \cot B} - \frac{\cos^2 B}{1 + \tan B} = \frac{1}{2} \sin 2B \quad (\text{e. } 61)$$

342. Tõestada samasus

$$\frac{\tan^3 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha} - \sin 2\alpha \quad (67, \text{s.})$$

343. Tõestada samasus

$$\frac{2 \cot 2A}{1 - \tan A} = (1 + \tan A) \cot A \quad (65, 125)$$

344. Tõestada samasus

$$\frac{1 - 2 \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = \tan x - \cot x \quad (65, 234)$$

345. Tõestada samasus

$$\frac{\cos^2 2x - 4 \cos^2 x + 3}{\cos^2 2x + 4 \cos^2 x - 1} = \tan^4 x \quad (64, 234)$$

346. Tõestada samasus

$$\frac{\sin A}{1 + \cot A} + \frac{\cos A}{1 + \tan A} = \frac{1}{\sin A + \cos A} \quad (67, 315)$$

347. Näidata, et

$$(1 + \tan A)^2 + (1 - \tan A)^2 = \frac{2}{\cos^2 A} \quad (67, 335)$$

348. Tõestada samasus

$$\sin A (1 + \tan A) + \cos A (1 + \cot A) = \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\cos A} \quad (67, 137)$$

349. Tõestada samasus

$$\left(\frac{1 - \cot B}{1 + \cot B} \right)^2 = \frac{1 - \sin 2B}{1 + \sin 2B} \quad (67, \text{s.})$$

350. Tõestada samasus

$$\cos 2A = \frac{1}{1 + \tan A \cdot \tan 2A} \quad (65, 145)$$

351. Tõestada samasus

$$\frac{\tan A}{\tan 2A - \tan A} = \cos 2A \quad (65, 115)$$

352. Tõestada samasus

$$\frac{\tan 2A \cdot \tan A}{\tan 2A - \tan A} = \sin 2A \quad (65, 135)$$

353. Tõestada samasus

$$\frac{2 \cot A}{1 + \cot^2 A} = \sin 2A \quad (65, 214)$$

354. Tõestada samasus

$$\frac{3 \tan^2 A + 10 \tan A + 3}{1 + \tan^2 A} = 3 + 5 \sin 2A \quad (68, 313)$$

355. Tõestada samasus

$$\frac{\cos A - 2 \cos (60^\circ + A)}{2 \sin (A - 30^\circ) - \sqrt{3} \sin A} = -\sqrt{3} \tan A \quad (68, 333)$$

356. Tõestada samasus

$$\begin{aligned} & \frac{3 \sin^2 A + 5 \tan^2 A + 2 + 3 \cos^2 A + 4 \tan A}{1 + \tan^2 A} = \\ & = 2 \sin 2A + 5 \end{aligned} \quad (68, 113)$$

357. Tõestada samasus

$$\frac{3 \tan^2 \frac{A}{2} + 10 \tan \frac{A}{2} + 3}{1 + \tan^2 \frac{A}{2}} = 3 + 5 \sin A \quad (67, 118)$$

358. Tõestada, et kui $A + B + C = \pi$, siis

$$\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C. \quad (e. 61)$$

359. Tõestada, et kui $A + B + C = 180^\circ$, siis

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}. \quad (e. 63), (68, 123)$$

360. Leida nurk A, kui kolmnurga nurgad rahuldavad seost

$$\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}. \quad (66, 122)$$

361. Kolmnurga kahe külje tangensid on vastavalt 1,5 ja 5.
Kui suur on selle kolmnurga kolmas nurk? (66, 132)

362. Lihtsustada avaldis

$$\log(\sin^6 x + \cos^6 x + \frac{3}{4} \sin^2 2x) \quad (62, 003)$$

363. Teisendada korrutiseks

$$1 - \frac{1}{4} \sin^2 2A - \sin^2 B - \cos^4 A \quad (67, 223)$$

364. Teisendada korrutiseks

$$\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A} \quad (68, 424)$$

365. Lahutada tegureiks

$$1 + 2 \sin A \cos A + \cos^4 A - \sin^4 A \quad (62, 224)$$

366. Teisendada korrutiseks

$$1 - \cos 4x + \sin 4x \quad (68, 513)$$

367. Teisendada logaritmitavale kujule

$$1 + \sin A - \cos A - \tan A \quad (66, 212)$$

*368. Teisendada logaritmitavale kujule

$$1 + \sin A + \cos A + \tan A \quad (64, 143); (66, 232)$$

369. Lahendada võrrand

$$\tan x^2 = 1 \quad (62, s.)$$

370. Lahendada võrrand

$$\sin x = \sin 2x \quad (62, s.), (68, 523)$$

371. Lahendada võrrand

$$\sin(x + 30^\circ) + \cos(x - 30^\circ) = 0 \quad (63)$$

372. Lahendada võrrand

$$\sin(x - 60^\circ) = \cos(x + 30^\circ) \quad (61)$$

373. Lahendada võrrand

$$\cot x = \frac{2}{\cos x} \quad (67, s.)$$

*374. Lahendada võrrand

$$2 \tan x = \sin x \quad (\text{e. } 61)$$

375. Lahendada võrrand

$$(\sin x + \cos x)^2 = 3 \sin 2x \quad (68, 414)$$

376. Lahendada võrrand

$$\left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2 = \sin x \quad (68, 323)$$

377. Lahendada võrrand

$$(1 - 2 \sin x) \sin x = 2 \cos 2x - 1 \quad (68, 242)$$

378. Lahendada võrrand

$$1 - \sin 5x = \left(\cos \frac{3x}{2} - \sin \frac{3x}{2}\right)^2 \quad (68, 212)$$

379. Lahendada võrrand

$$3 \sin x = 2 \cos^2 x \quad (68, 434)$$

380. Lahendada võrrand

$$\sin 5x + \sin 3x = 0 \quad (67, \text{s.})$$

381. Lahendada võrrand

$$\sin 6x = \sin 4x \quad (68, 343)$$

382. Lahendada võrrand

$$\cos 4x = -2 \cos^2 x \quad (68, 143)$$

383. Lahendada võrrand

$$\tan x = 2 \cos \frac{x}{2}$$

Millised erilahendid asuvad piirkonnas $0^\circ - 360^\circ$?

(e. 61)

384. Lahendada võrrand

$$\cos 2x + \tan^2 x = 1 \quad (64, 215)$$

385. Lahendada võrrand

$$\sqrt{3} \sin 2x + 2 \sin^2 x = 0 \quad (64, 244)$$

386. Lahendada võrrand

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0 \quad (64, 123)$$

387. Lahendada võrrand
 $(1 + \cos 4x) \sin 4x = \cos^2 2x$ (64, 112)

388. Lahendada võrrand
 $\cos x + \sin x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$ (e. 61)

389. Lahendada võrrand
 $1 + \cos x = \cot \frac{x}{2}$ (61)

390. Lahendada võrrand
 $3 \tan^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} = 1$ (e. 63)

*391. Lahendada võrrand
 $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin 2x$ (e. 61)

392. Lahendada võrrand
 $(1 + \cos 5x) \cdot \tan \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) = 0$ (e. 61)

*393. Lahendada võrrand
 $\sin^3 x \cos x + \cos^3 x \sin x = \frac{1}{4}$ (e. 61)

394. Lahendada võrrand
 $\sin 2x + \tan x = 2$ (e. 61)

*395. Lahendada võrrand
 $3 - 7 \cos^2 x \sin x - 3 \sin^3 x = 0$ (63)

396. Leida muutuja x need väärtused, mille korral funktsioonil

$$y = 3 \cos^2 x - 3 \cdot \sqrt{3} \cos x + 4$$

on minimaalne väärtus. (68, 125)

397. Leida muutuja x need väärtused, mille korral funktsioonil

$$y = \sin x - \cos^2 x - 1$$

on vähim väärtus. (68, 145)

V. Planimeetria

(nr. 398 - 494)

398. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 30 ja 40. Leida hüpotenuusile tõmmatud kõrgus. (62, s.)
399. Leida täisnurkse kolmnurga küljed, kui üks kaatet on 15 ja täisnurga tipu kaugus hüpotenuusist 12. (67, s.), (68, 345)
400. Täisnurkse kolmnurga kaatetite summa on 140 m ja hüpotenuus 100 m. Leida kolmnurga pindala aarides. (68, 335)
401. Täisnurkse kolmnurga pindala on 24 cm^2 ja ümbermõõt 24 cm. Leida külgede pikkused. (66, 319)
402. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 3 ja 4. Leida täisnurga poolitaja pikkus. (66, 33.10)
403. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on $3\sqrt{5}$ m. Leida selle kolmnurga kaatetid, kui on teada, et ühe suurendamisel $133\frac{1}{3}\%$ võrra ja teise suurendamisel $16\frac{2}{3}\%$ võrra oleks nende summa 14 m. (64, 221)
- *404. Leida täisnurkse kolmnurga nurgad, kui tema hüpotenuus on neli korda pikem kui täisnurga tipu kaugus hüpotenuusist. (61), (68, 111)
405. Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas kehtib seos
- $$\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{c-a}{2c}} . \quad (67, 115)$$

406. Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas kehtib seos

$$\tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{c-a}{c+a}}. \quad (67, 125)$$

407. Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas kehtib seos

$$\tan 2A = \frac{2ab}{b^2 - a^2}. \quad (67, 135)$$

408. Leida täisnurkse kolmnurga küljed, kui ta übermõõt on $2p$ ja hüpotenuusile joonestatud kõrgus on h .

(62, 222)

409. Kaks keha liiguvad täisnurga haaradel tipu poole kiirusega 3 ja 4 cm sekundis. Mingil ajamomendil oli esimene keha tipust 21 ja teine 28 cm kaugusel. Mitme sekundi pärast on kehad teineteisest 5 cm kaugusel?

(64, 121)

410. Pärast kohtumist liikus üks laev lõunasse, teine läände. Kahe tunni pärast oli laevadevaheline kaugus 60 km. Leida kummagi laeva kiirus, kui ühe laeva kiirus oli teise laeva kiirusest $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ võrra suurem.

(65, 222)

411. Täisnurkse kolmnurga lühem kaatet $a = 2,5$ cm. Kolmnurga küljed moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida kolmnurga pindala.

(60, 3B2)

412. Leida täisnurkse kolmnurga külgede suhe, kui külgede pikkused moodustavad aritmeetilise progressiooni.

(65; 116, 126, 136, 146)

413. Nurga sees, mille suurus on 60° , asetseb punkt nurga haaradest kaugustel a ja b . Leida selle punkti kaugus nurga tipust.

(e. 61)

414. Täisnurkse kolmnurga ühe kaateti keskpunktist on joonestatud ristsirge hüpotenuusile. Näidata, et hüpotenuusil tekkinud lõikude ruutude vahe võrdub teise kaateti ruuduga.

(e. 61)

415. Korrapärase kolmnurga pindala on $k \text{ cm}^2$. Selle kolmnurga ümber ja sisse on joonestatud ringjooned. Avaldada nende ringjoonte vahelise rõnga pindala. (67, 224)
416. Võrdhaarse kolmnurga alus on 30 cm, kõrgus 20 cm. Leida haarale joonestatud kõrguse pikkus. (61), (65, 225), (66, 417)
417. Leida võrdhaarse kolmnurga alus ja haar, kui tema kõrgus on h ja sissejoonestatud ringjoone raadius r . (62, 212)
418. Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on α . Leida sisse- ja ümberjoonestatud ringjoonte raadiuste suhe. (62, 242)
- *419. Võrdhaarse kolmnurga ABC alusel AC on vabalt võetud punkt M ja ühendatud tipuga B. Tõestada, et $BC^2 - BM^2 = AM \cdot MC$. (e. 61)
420. Tõestada, et kahe võrdse mediaaniga kolmnurk on võrdhaarne. (61)
421. Lahendada kolmnurk, kui $a = 4\sqrt{2}$, $b = 4$ ja $\beta = 30^\circ$. (67, s.)
422. Kolmnurga alus on 60 cm, kõrgus 12 cm ja alusele joonestatud mediaan 13 cm. Leida kolmnurga küljed. (64, 243)
423. Leida kolmnurga küljed, kui ümbermõõt on 18 cm ja üks nurgapoolitaja jaotab vastaskülje lõikudeks 2,5 cm ja 3,5 cm. (66, 247)
424. Kahe sarnase kolmnurga pindalade vahe on 60 cm^2 ja nende kolmnurkade vastavate külgede suhe $\frac{2}{3}$. Arvutada nende kolmnurkade pindalad. (e. 61)
425. Kolmnurga alusega paralleelne sirge jaotab küljed suhtes 1 : 5 (tipust arvates). Missuguses suhtes jaotab see sirge kolmnurga pindala? (66, 329)

426. Kolmnurga külg on 15 cm. Selle küljega paralleelne sirge eraldab kolmnurgast trapetsi, mille pindala on 75 % kolmnurga pindalast. Leida trapetsi lühem alus. (66, 227)
427. Kolmnurga alusega paralleelne sirge jaotab kolmnurga teised küljed osadeks, mis tipust lugedes suhtuvad nagu 1 : 2. Kuidas suhtuvad nende osade pindalad, milleks see sirge jaotab kolmnurga? (61)
428. Kolmnurga üks külg on 16 m ning moodustab alusega nurga 60° ; teine külg on 14 m. Leida kolmnurga alus. (68, 433)
429. Kolmnurkse maatüki üks külg on 60 m ja asub vastastipust 40 m kaugusel. Kui suur saab olla ristkülikukujulise põhjaga hoone põhjapindala, kui vundamendi üks serv peab asuma küljel a? (68, 135)
430. Kolmnurga küljed on 4, 5 ja 6 cm. Leida suurimat nurka poolitava lõigu pikkus. (e. 61)
431. Leida kolmnurga nurga A poolitaja pikkus, kui küljed a, b ja c ning nurgad A, B ja C on antud. (67, 214)
432. Leida kolmnurga küljed, kui on teada, et nad avalduvad kolme järjestikuse täisarvuna ning seejuures kolmnurga suurim nurk on kaks korda suurem vähimast. (62)
433. Kolmnurga ABC küljepoolitajal AD on võetud punkt E. Tõestada, et kolmnurgad ABE ja ACE on pindvõrdsed. (61)
434. Kolmnurga kaks külge on b ja c, kolmnurga pindala $S = \frac{2}{5} bc$. Leida kolmas külg. (61), (66, 117)
- *435. Tõestada, et kui kolmnurga külgede a, b ja c vahel kehtib seos $a^2 = b^2 + bc$, siis $\alpha = 2\beta$. (e. 61)

436. Tõestada, et kolmnurga ABC tipust A tõmmatud nurgapoolitaja ja ümberjoonestatud ringjoone lõikepunkt asub külje BC keskristsirgel. (61)
437. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 5 ja 12. Kolmnurga sisse on joonestatud ruut, mille üks täisnurk langeb ühte kolmnurga täisnurgaga. Kui suur on selle ruudu pindala? (66, 34.10)
438. Täisnurksesse kolmnurka on kujundatud ruut nii, et neil on ühine täisnurk. Leida ruudu pindala, kui kaatetid on a ja b. (68, 413)
439. Ruudu pindala on 10 dm^2 . Leida ruudu ümber joonestatud ringjoone raadius. (62, s.)
440. Täht "H" on koostatud ühe ja sama laiussega paberribadest. Leida ribade laius, kui tähe kõrgus on 2,5 cm, laius 1,5 cm ja pindala $2,75 \text{ cm}^2$. (65, 314)
441. Ehituskrunt on nelinurkne, ümbermõõduga 400 m. Plaanil kujutab seda krunti nelinurk, mille küljed on 2,8 cm, 3,6 cm, 3,2 cm ja 0,4 cm. Leida ehituskrundi külgede pikkused. (67, s.)
442. Ristküliku pindala on 120 cm^2 ja diagonaal 17 cm. Leida ristküliku küljed. (62, s.)
443. Foto mõõtmega 12 cm x 18 cm on asetatud ühtlase laiussega raami. Leida raami laius, kui tema pindala on võrdne foto pindalaga. (61)
444. Ristküliku tipust diagonaalile joonestatud ristlõik jaotab ristküliku nurga suhtes 1 : 3. Leida nurk selle ristlõigu ja teise diagonaali vahel. (60, 3B3)
445. Sovhoosi viljapuuäed on ristkülikukujuline. Ristküliku pikkus on 400 m võrra suurem laiussest, kusjuures tema küljed suhtuvad nagu 5 : 3. Üvaht käib kiirusega $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Kui palju kulub tal aega selleks, et käia üks kord ümber aia? (62, s.)

446. Missugune on normaalformaadis (DIN - Deutsche Industrie-Norm) lõigatud paberilehtede mõõtmete suhe, kui on teada, et iga järgmine formaat saadakse eelmise poolitamise teel ja et kõik normaalformaadis lõigatud paberilehed on üksteisega sarnased?
(e. 61)
- *447. Leida ristküliku küljed, kui nende vahe on 1 ja tipu kaugus diagonaalist 2,4. (64, 115)
- *448. Tõestada, et võrdsete ümbermõõitudega (p) ristkülikute hulgas on suurim pindala ruudul. (68, 115)
449. 200 m pikkuse traatvõrguga tuleb piirata ristkülikukujuline maatükk, kusjuures üheks küljeks jääb olemasolev müür. Leida mõõtmed, mille puhul maatüki pindala on suurim. (68, 236)
450. Kanali äärest (sinna pole tara vaja) eraldatakse 400 m pikkuse elektrikarjusega ristkülikukujuline karjakoppel. Kuidas tuleks valida tara mõõtmed, et kopli pindala oleks suurim? Leida see hektarites. (68, 216)
451. Rombi külg on 8 cm, teravnurk 30° . Arvutada siseringjoone raadius. (67, s.)
452. Arvutada rombi pindala külje $a = 2\sqrt{7}$ ja nurga $\alpha = 120^\circ$ järgi. (67, s.)
453. Rombi pindala on $200\sqrt{3}$ cm² ja teravnurk $\frac{\pi}{3}$. Leida ümbermõõt. (65, 215)
454. Rombi ümbermõõt on $2p$ cm ja diagonaalide summa k cm. Leida rombi pindala. (68, 121)
455. Määrata rombi diagonaalid, kui nende suhe on $\frac{3}{4}$ ja rombi ümbermõõt on 1 m. (66, 237)
456. Rööpküliku ABCD küljel BC on võetud punkt E nii, et $BE : EC = 5 : 7$. Sirged DE ja AB lõikuvad punktis F. Leida lõigu BF pikkus, kui $AB = 14$ cm. (64, 233)

457. Leida rööpküliku nurgad, kui üks neist on teistest 20° võrra suurem. (62, s.)
458. Leida trapetsi kõrgus, kui ta alused on 9 ja 4 cm ning haarad 3 ja 4 cm. (68, 514 ja 524)
459. Arvutada trapetsi kõrgus ja diagonaalid, kui alused on 25 ja 11 ning haarad 13 ja 15 pikkusühikut. (63)
460. Võrdhaarse trapetsi diagonaal on risti haaraga ning ta alused on 16 ja 20 cm. Leida trapetsi pindala. (65, 245)
461. Leida trapetsi pindala, kui alused on a ja b ning aluse lähisnurgad 30° ja 45° . (68, 141)
462. Trapetsi alused suhtuvad nagu 5 : 9 ja ühe haara pikkus on 16 cm. Kui palju tuleb seda haara pikendada, et see lõikuks teise haara pikendusega? (65, 235)
463. Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui alused on 10 ja 26 cm ning diagonaalid on risti haaradega. (64, 213)
464. Võrdhaarse trapetsi kõik küljed on ühe ja sama ringjoone puutujaks. Leida trapetsi pindala, kui ta kesk-lõik on 5 cm ja aluse lähisnurk $\frac{2}{3}\pi$. (67, 117)
465. Trapetsi alused on a ja b. Leida diagonaalide lõikepunkti läbiva ning alustega paralleelse lõigu pikkus. (62, 001)
466. Trapetsi alused on 1 ja 7. Leida sellise lõigu pikkus, mis on paralleelne trapetsi alustega ja jagab tema pindala pooleks. (e. 61)
467. Trapetsi üks diagonaal jaotab teise diagonaali suhtes 1 : 3. Leida trapetsi alused, kui trapetsi kesk-lõik on 16 cm. (68, 423)

468. Võrdhaarse trapetsi diagonaal poolitab teravnurga. Leida trapetsi pindala, kui pikem alus on 22 ja haar 10. (68, 315)
469. Trapetsis ABCD on nurgad ABC ja ACD võrdsed. Arvutada diagonaal AC, kui aluste BC ja AD pikkused on vastavalt 12 ja 27 cm. (68, 443)
470. Tõestada, et trapetsi haarade keskpunktid ning diagonaalide keskpunktid asuvad ühel sirgel. (e. 61)
471. Tõestada, et trapetsi diagonaalide keskpunkti ühendav lõik on võrdne poolega aluste vahest. (e. 61)
472. Tõestada, et kui võrdhaarse trapetsi diagonaal on võrdne suurema alusega, siis mitteparalleelsed küljed on keskmised võrdelised suurema aluse ja aluste vahe suhtes. (62, 232)
473. Võrdhaarse trapetsi küljed on ühele ja samale ringjoonele puutujaks. Leida trapetsi haara pikkus, kui trapetsi pindala on 8 cm^2 ja aluse lähisnurk on $\frac{\pi}{6}$. (67, 138)
- *474. Tõestada, et mistahes kumera nelinurga pindala on võrdne tema diagonaalide ja nendevahelise nurga siinuse poole korrutisega. (e. 61)
475. Korrapärase kuusnurga tippudest lõigati ära kolmnurgad nii, et tekiks korrapärane kaksteistnurk. Kui suur osa pindalast lõigati ära? Protsentides? (64, 132)
476. Millega võrdub korrapärase üheksanurga pindala, kui tema külje pikkus on a ? (62, s.)
477. Hulknurga nurgad moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille vahe on 10° . Kõige väiksem nurk on 100° . Leida hulknurga nurkade arv. (66, 219)
478. Ringjoon raadiusega 2 cm on lahti painutatud kaareks, mille raadius on 5 cm. Missugune kesk-

nurk vastab sellele kaarele? (62, s.)

479. Ruudu külg on 4 cm. Ruudu ümber on joonestatud ringjoon ja selle ümber võrdhaarne kolmnurk. Leida kolmnurga haar, kui ta alus on 8 cm. (68, 131)
480. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega 3 ja 4 cm. Ringjoon läbib lühema kaateti keskpunkti ning puudutab hüpotenuusi selle keskpunktis. Leida ringjoone raadius. (61)
481. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega $AC = 3$ ja $BC = 4$. Ringjoon, mille keskpunkt asub hüpotenuusil, puudutab kaatetit BC ning läbib tipu A . Leida ringjoone raadius. (61), (66, 217)
482. Kolmnurga siseringjoone raadius on 4 cm. Üks kolmnurga külg on puutepunktidega jaotatud osadeks 6 ja 8 cm. Leida teiste külgede pikkused. (64, 223)
483. Ringi sisse on joonestatud ristkülik külgedega 16 ja 12 cm ning korrapärane kolmnurk. Leida kolmnurga pindala. (63)
- *484. Ringi raadiusega R on kujundatud võrdkülgne kolmnurk, sellesse omakorda ring jne. lõpmatult. Leida kõigi ringide ja kõigi kolmnurkade pindalade summa. (64, 315)
485. Ringi ümber, mille pindala on Q cm², on ehitatud romb nurgaga 60° . Leida rombi pindala. (67, 234)
486. Leida ringjoone ümber kujundatud võrdhaarse trapetsi küljed, kui ringjoone raadius on 2 cm ja trapetsi pindala 20 cm². (66, 116), (67, 128)
- *487. Kaks võrdsete raadiustega ringjoont lõikuvad tasandil täisnurga all. Leida vastavate ringide ühisosa ja ühe ringi pindala suhe. (64, 212)
488. Kolmnurga ABC tipud asuvad ringjoonel. Läbi punkti A on joonestatud ringjoonele puutuja. Läbi punkti

B on joonestatud puutujaga paralleelne sirge, mis lõikab sirget AC punktis D. Näidata, et lõik AB on lõikude AC ja AD geomeetriliseks keskmiseks. (e. 61)

489. Kolmnurga küljed on $a = 13$, $b = 14$ ja $c = 15$. Ringjoone keskpunkt asub küljel c ning ringjoon puutub külgi a ja b. Leida ringjoone raadius. (68, 325)
- *490. Korrapärase kolmnurga külg on a. Ta keskpunkti ümber joonestatakse ringjoon raadiusega $r = \frac{a}{3}$. Leida kolmnurga nende osade pindala, mis jäävad väljaspoole ringjoont. (64, 145)
491. Tõestada, et kolmnurga ABC tipust A tõmmatud nurgapoolitaja ja ümberjoonestatud ringjoone lõikepunkt asub külje BC keskristsirgel. (61)
492. Antud ruudu ja ta ümberringjoone poolt moodustatud ühte segmenti on joonestatud uus ruut. Leida saadud ruudu külje pikkus, kui ta kaks tippu asetsevad kaarel ja kaks kõõlul ning antud ruudu külg on 10. (66, 125)
493. Nurga üheks haaraks on ringjoone diameeter, teiseks selle diameetri otspunktist ringjoone vabalt valitud puutujale tõmmatud ristsirge. Tõestada, et nurga tipu ja puutepunkti läbiv sirge on selle nurga poolitajaks. (61)
494. Täisnurkse sektori raadius on 6. See sektor on jaotatud kaheks osaks kaare abil, millel on sama raadius ja mille keskpunktiks on sektori kaare otspunkt. Leida sektori väiksemasse ossa joonestatud ringjoone raadius. (66, 135)

VI. Stereomeetria

(nr. 495 - 580)

495. Leida korrapärase kolmnurkse prisma täispindala, kui ta külgpindala on 216 cm^2 ning põhiserv on külgservast kaks korda väiksem. (65, 248)
496. Läbi korrapärase kolmnurkse prisma põhiserva on paigutatud tasand. Selle tasandi ja põhja vaheline nurk on α ning äralõigatud kolmnurkse püramiidi ruumala on V . Leida lõike pindala. (65, 124)
497. Läbi korrapärase kolmnurkse prisma põhiserva on paigutatud tasand. Nurk selle tasandi ja põhja vahel on α ning lõike pindala on S . Leida niiviisi eraldatud kolmnurkse püramiidi ruumala. (65, 144)
498. Risttahuka põhiservad on 3a ja 4a. Leida selle risttahuka külgpindala, kui diagonaal moodustab põhjaga nurga α . (67, 324)
499. Korrapärases nelinurkses prisma on nurk diagonaali ja külgtahu vahel kaks korda väiksem nurgast diagonaali ja põhja vahel. Leida prisma külgpindala, kui põhiserv on a . (62, 235)
500. Korrapärase nelinurkse prisma diagonaal, mille pikkus on k , moodustab prisma põhjaga nurga A . Leida prisma ruumala. (68, 312)

501. Millised tuleks valida risttahukakujulise akvaariumi (põhi ruut) mõõtmed, et ta mahutaks viis hektoliitrit ja ta valmistamiseks kuluks võimalikult vähe materjali. (68, 226)

502. Korrapärase kuusnurkse prisma kõige pikem diagonaal moodustab prisma külgservaga nurga A . Leida prisma ruumala. (67, 214)

*503. Prisma $ABCA_1B_1C_1$ põhjaks on võrdhaarne kolmnurk ABC , kus $AB = AC$ ja $\angle BAC = 2\alpha$. Ülemise põhja tipp A_1 projekteerub alumise põhja ümber joonestatud ringi keskpunkti. Prisma külgserv AA_1 moodustab põhiservaga AB nurga 2α ja nimetatud ringi raadius on R . Näidata, et selle prisma ruumala saab arvutada valemiga

$$V = 2R^3 \cos^2 \alpha \tan 2\alpha \cdot \sqrt{\sin 3\alpha \cdot \sin \alpha}. \quad (67, 114)$$

*504. Kaldrööptahuka kõik tahud on võrdsed rombid, mille külg on a ja teravnurk α . Näidata, et rööptahuka ruumala võib väljendada valemiga

$$V = 2a^3 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin \frac{3\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (67, 124)$$

*505. Kaldrööptahuka $ABCA_1B_1C_1D_1$ põhjaks on romb $ABCD$ küljega a ja teravnurgaga α tipus A . Külgserv $AA_1 = b$ ja moodustab servadega AB ja AD nurgad β . Näidata, et selle rööptahuka ruumala avaldub valemiga

$$V = 2a^2 b \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin (\beta + \frac{\alpha}{2}) \sin (\beta - \frac{\alpha}{2})}. \quad (67, 134)$$

506. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv on 8 cm ja külgtahu tipunurk 90° . Leida püramiidi ruumala ja täispindala. (e. 61), (68, 511)

507. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv on 8 cm ja külgtahu tipunurk 90° . Leida püramiidi külgpindala ja ruumala. (68, 241)
508. Arvutada korrapärase kolmnurkse püramiidi ruumala, kui tema külgpindala on $135\sqrt{3}$ cm² ja täispindala $216\sqrt{3}$ cm². (67, 215)
509. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv on a ja nurk külgserva ning põhja vahel A . Avaldada püramiidi ruumala. (63)
510. Leida nurk korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja ja külgtahu vahel, kui püramiidi kõrgus on h ja külgserv b . (68, 415)
511. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv on a ja külgtahu kalle põhitahu suhtes φ . Leida püramiidi ruumala ja pindala. (68, 435)
512. Korrapärase tetraeedri serv on 9 cm. Leida tema tahkude keskpunktide vaheline kaugus. (66, 238)
513. Leida tetraeedri ruumala, kui ta kolm ühest tipust lähtuvat serva on paarikaupa risti ning nende pikkused on 3, 4 ja 5. (66, 124)
514. Läbi võrdhaarne täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi c on paigutatud tasapind P , mis moodustab kolmnurga tasapinnaga nurga α . Leida kolmnurga projekteerimisel tasapinnale P saadava kujundi pindala ja ümbermõõt. (64, 316)
515. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 6 cm ja kõrgus 9 cm. Püramiidi külgservad on igaüks 13 cm. Leida püramiidi ruumala. (64, 245)
516. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haarad on 39 cm ja alus 30 cm. Kõik kahetahulised nurgad põhja juures on 45° . Leida püramiidi ruumala. (65, 114)

517. Tasapinnast kaugusel a asetsevast punktist on juhitud tasapinnani kaks lõiku, mis moodustavad tasapinnaga nurga 45° ja teineteisega nurga 60° . Leida nende lõikude aluspunktide vaheline kaugus. (62, s.)
518. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 8 cm ja diagonaallõike tipunurk 60° . Arvutada püramiidi ruumala. (65, 238)
519. Korrapärase nelinurkse püramiidi külgpindala on S , kõrgus H . Leida püramiidi põhiserv. (66, 115)
520. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhjale on asetatud kuup nii, et tema neli ülemist tippu asuvad püramiidi külgservadel. Leida püramiidi kõrgus, kui ta diagonaallõike tipunurk on 90° ja kuubi serv on a . (65, 228)
521. Püramiidi kõrgus väljub põhjaks oleva ruudu tipust. Leida püramiidi täispindala, kui põhiserv on 5 ja püramiidi kõrgus on 12. (68, 332)
522. Nelinurkse püramiidi lõige tasandiga, mis läbib kahte mitte kõrvu asetsevat külgserva, on kolmnurk pindalaga 32 cm^2 . Leida püramiidi serva pikkus, kui ta kõik servad on võrdsed. (e. 67), (68, 218)
523. Nelinurkse püramiidi kõik servad on võrdsed. Leida nurk külgservade vahel. (66, 228)
524. Püramiidi põhjaks on ristkülik külgedega 22 ja 16 cm. Arvutada püramiidi ruumala ja täispindala, kui külgservade pikkused on 25 cm. (67, s.)
525. Püramiidi aluseks on ristkülik külgedega 9 ja 12 cm. Püramiidi külgservad on kõik pikkusega 12,5 cm. Leida püramiidi ruumala. (63)
526. Nelinurkse püramiidi põhjaks on ristkülik diagonaalliga b ja diagonaalidevahelise nurgaga α . Leida püramiidi ruumala, kui iga külgserv moodustab põhjaga

nurga β .

(68, 144)

527. Püramiidi põhjaks on ristkülik. Kaks külgtahku on risti põhjaga, ülejäänud kaks moodustavad põhjaga nurgad α ja β . Leida püramiidi ruumala, kui tema kõrgus on h . Arvutada ruumala juhul, kui $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ ja $h = 3$ dm. (e. 61)
528. Korrapärase kuusnurkse püramiidi apoteem on m . Kahe tahuline nurk põhja serva juures on α . Leida püramiidi täispindala. (e. 61)
529. Tüvipüramiidi kõrgus on 15 m ja ruumala 475 m^3 . Leida põhjade pindalad, kui nad suhtuvad nagu 4 : 9. (68, 521)
530. Leida korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ruumala, kui ta suurema põhja serv on a , väiksema põhja serv b ja külgtahu teravnurk α . (64, 235)
531. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ülemise põhja diagonaalide iga otspunkti läbib tasand, mis on risti selle diagonaaliga. Leida tüvipüramiidist nende tasanditega eraldatud osa ruumala, kui tüvipüramiidi kõrgus on h , põhiservad a ja b , tingimusel, et tasandite lõikejooned ei läbi tüvipüramiidi. (64, 124)
532. Avaldada silindri täispindala, kui ta telglõige on ruut diagonaaliga k . (68, 342)
533. Silindri külgpinnalaotuseks on ruut küljega a . Leida silindri ruumala. (67, 334)
534. Silindri ruumala on V ja külgpindala S_k . Leida silindri kõrgus. (66, 31.10)
535. Silindri põhja pindala on Q ja telglõike pindala M . Leida silindri täispindala. (62, s.)
536. Leida silindri ruumala, kui ta raadius moodustab 20 % kõrgusest ja külgpindala ning ruumala mõõtavad on võrdsed. (65, 218)

537. Leida koonuse ruumala, kui ta moodustaja on 8 ning telglõike tipunurk 60° . (67, s.)
538. Leida koonuse täispindala, kui ta telglõike tipunurk on 60° ja kõrgus on $4\sqrt{3}$. (67, s.)
539. Koonuse telglõige on võrdkülgne kolmnurk küljega a. Leida koonuse ruumala ja täispindala. (68, 322)
540. Koonuse külgpindala on kaks korda suurem põhjapindalast. Leida koonuse ruumala, kui põhja raadius on r. (67, 344)
541. Koonuse ruumala võrdub arvuliselt tema külgpindalaga; põhja raadius on 25 % moodustajast. Leida koonuse ruumala. (66, 32.10)
542. Koonuse telglõikeks on kolmnurk pindalaga P. Leida koonuse ruumala, kui tema moodustaja ja põhja vaheline nurk on α . (61)
543. Koonuse moodustaja ja põhja vaheline nurk on α . Leida põhja raadius, kui koonuse ruumala on V. (61)
544. Koonuse põhja raadius on r. Läbi kõrguse keskpunkti on tehtud põhjaga paralleelne lõige. Leida lõike pindala. (62, s.)
545. Koonuse ruumala on V. See koonus jaotatakse kolmeks osaks lõigetega, mis on paralleelsed koonuse põhjaga ning jaotavad kõrguse kolmeks võrdseks osaks. Leida keskmise osa ruumala. (66, 41.10)
546. Tüvikoonuse moodustaja ja alumise põhja vaheline nurk on 30° . Tüvikoonuse telglõike pindala on S. Leida tüvikoonuse külgpindala. (66, 248), (68, 425)
547. Leida tüvikoonuse telglõike pindala, kui tüvikoonuse kõrgus on h, moodustaja m ja külgpindala P. (68, 445)

548. Tüvikoonuse põhjade raadiused on 13 ja 7 ning külgpindala võrdub põhjade pindalade summaga. Leida tüvikoonuse kõrgus. (66, 134)
549. Puust tüvikoonus (erikaaluga 0,58), mille kõrgus $h = 48$ cm ja põhjade läbimõõdud $d_1 = 44$ cm ja $d_2 = 32$ cm, on silindriliselt läbi puuritud nii, et silindri ja koonuse teljed ühtivad. Silindri läbimõõt $d = 10$ cm. Väljapuuritud osa on täidetud raua-ga (erikaal 7,5). Leida niiviisi saadud keha erikaal. (60, AB5)
550. Kera on lõigatud 4 cm kaugusel keskpunktist tasapinnaga. Leida kera pindala, kui tekkinud lõike raadius on 4 cm. (67, s.)
551. Leida lõikejoone pikkus, mis tekib kera lõikamisel tasandiga, kui kera raadius on 5 dm ja lõiketasandi kaugus keskpunktist 15 cm. (65, 318)
- *552. Metallkera raadiusega R valati ümber püstringkoonuseks. Leida saadud koonuse kõrgus, kui ta külgpindala on põhja pindalast kolm korda suurem. (68, 134)
553. Kuubi serva pikkus on a . Kui suur on selle kuubi ümber kujundatud kera ruumala? (66, 349)
554. Kera ümber on kujundatud kuup, mille kõik tahud puudutavad kera. Leida kera pindala, kui kuubi diagonaal on d . (67, 314)
555. Kuubi serva pikkus on p . Kuubi ümber on kujundatud kera, kera ümber omakorda kuup. Kui suur on välimise kuubi täispindala? (66, 339)
556. Kuubi ümber, mille serv on a , on kujundatud kera ja selle ümber omakorda kuup. Leida kuupide ruumalade suhe. (67, 225)

557. Kerra raadiusega R on kujundatud kuup ja kuupi omakorda kera. Kuidas suhtuvad nende kerade raadiused?
(67, 235)
558. Korrapärasesse kolmnurksesse prismasse on kujundatud kera. Leida kera pindala ja prisma täispindala suhe.
(68, 211)
- *559. Kera ümber on kujundatud korrapärase kolmetahuline prisma, selle ümber omakorda kera. Leida nende kerade pindalade suhe.
(61)
560. Kerra raadiusega R on kujundatud korrapärase kolmnurkne püramiid. Leida püramiidi ruumala, kui ta külgserva ja põhja vaheline nurk on α . (65, 134)
561. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on h ja kahtahuline nurk põhja serva juures α . Leida püramiidi sisse kujundatud kera raadius.
(62, 245)
- *562. Korrapärasesse kolmnurksesse püramiidi, mille külgtahk moodustab põhjaga nurga α , on kujundatud kera. Leida püramiidi täispindala, kui kera keskpunkt on püramiidi tipust kaugusel a .
(e. 61)
- *563. Korrapärase kolmnurkse püramiidi ümber on kujundatud kera. Leida kera ruumala, kui püramiidi külgserv on b ja kahtahuline nurk külgtahkude vahel on φ .
(e. 61)
- *564. Kerra raadiusega r on kujundatud püramiid, mille põhjaks on romb teravnurgaga α . Püramiidi külgtahud moodustavad põhjaga nurga φ . Leida püramiidi ruumala.
(e. 61)
565. Püstringkoonuse külgpindala on 60 m^2 ja täispindala 84 m^2 . Leida selle koonusega ruumvõrdse kera raadius.
(68, 124)
566. Püstkoonuse moodustaja on m ja põhja raadius r . Leida sissekujundatud kera raadius R .

567. Koonusesse, mille moodustaja ja põhja vaheline nurk on α , on kujundatud kera. Koonuse ruumala on V. Leida kera pindala. (62, 004)
568. Koonusesse on kujundatud kera. Leida koonuse tipunurk, kui kera pindala ja koonuse põhja pindala suhe on 4 : 3. (68, 221)
569. Leida koonusesse ja ta ümber kujundatud kerade ruumalade suhe, kui nurk telje ja moodustaja vahel on α . (62, 225)
570. Kui suur on nurk koonuse põhja ja moodustaja vahel, kui koonuse täispindala on kaks korda suurem tema sisse kujundatud kera pindalast? (68, 231)
571. Tüvikoonuse moodustaja ja põhja vaheline nurk on 60° ning tüvikoonusesse kujundatud kera pindala S. Avaldada tüvikoonuse külgpindala. (68, 114)
- *572. Tasapinnal asetsevad kolm võrdse raadiusega kera (raadius R), puudutades üksteist. Leida niisuguse kera raadius, mis puudutab tasapinda ning kõiki kolme kera. (e. 61)
- *573. Ruut küljega a pöörleb telje ümber, mis läbib ruudu üht tippu. Telg moodustab ruudu ühe küljega nurga α . Leida tekkiva pöördkeha ruumala. (e. 61)
574. Täisnurkne kolmnurk kaatetitega 5 ja 12 dm pöörleb ümber telje, mis on paralleelne pikema kaateti-ga ning asub sellest 3 dm kaugusel. Leida tekkinud keha ruumala ja pindala. (60, 3B5)
- *575. Täisnurkse kolmnurga kõrgus on h, üks teravnurkadest α . Kolmnurk pöörleb ümber telje, mis on paralleelne hüpotenuusiga ja asub sellest kaugusel, mis on võrdne hüpotenuusile tõmmatud kõrgusega. Leida tekkiva pöördkeha ruumala. (62)

576. Kolmnurk, milles 60° -se nurga lähisküljed on 8 ja 15 cm, pöörleb selle nurga suurema lähiskülje ümber. Leida tekkiva pöördkeha ruumala ja pindala. (e. 61), (64, 113)
577. Kolmnurk külgedega 10, 17 ja 21 cm pöörleb oma suurima külje ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala. (64, 133)
578. Romb, suurema diagonaaliga d ning teravnurgaga α , pöörleb telje ümber, mis on paralleelne rombi küljega ning asub diagonaalide lõikepunktist kaugusel d . Leida tekkiva pöördkeha ruumala. (62, 215)
579. On antud romb ABCD, mille külg $AB = a$ ja $\angle BAD = \alpha$. Romb pöörleb ümber sirge, mis läbib tippu C ja on risti diagonaaliga AC. Leida tekkiva pöördkeha ruumala. (e. 61)
- *580. Romb pindalaga S pöörleb teravnurga tipust küljele tõmmatud ristsirge ümber, kusjuures rombi teise teravnurga tipp asetseb sirgest kaugusel R . Leida tekkinud pöördkeha ruumala. (64, 225)

V A L E M E I D

I. A r i t m e e t i k a

Tehete järjekord.

1. Sulgude puudumisel teostatakse korrutamine ja jagamine kirjutamise järjekorras.

Veaarvutus.

Vea ülem- ja alamtõke.

a, b - tehte liikmed.

ÜT - ülemtõke.

AT - alamtõke.

$$2. \text{ÜT}(a + b) = \text{ÜT}(a) + \text{ÜT}(b)$$

$$3. \text{ÜT}(a - b) = \text{ÜT}(a) - \text{AT}(b)$$

$$4. \text{ÜT}(ab) = \text{ÜT}(a) \cdot \text{ÜT}(b)$$

$$5. \text{ÜT}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\text{ÜT}(a)}{\text{AT}(b)}$$

$$6. \text{AT}(a + b) = \text{AT}(a) + \text{AT}(b)$$

$$7. \text{AT}(a - b) = \text{AT}(a) - \text{ÜT}(b)$$

$$8. \text{AT}(ab) = \text{AT}(a) \cdot \text{AT}(b)$$

$$9. \text{AT}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\text{AT}(a)}{\text{ÜT}(b)}$$

Absoluutne ja relatiivne viga.

Δ - absoluutne viga.

δ - relatiivne viga.

10. $\Delta (a + b) = \Delta a + \Delta b$
11. $\Delta (a - b) = \Delta a + \Delta b$
12. $\Delta (ab) = \Delta a \cdot b + a \cdot \Delta b$
13. $\Delta \left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\Delta a \cdot b + a \cdot \Delta b}{b^2}$
14. $\Delta (a^2) = 2a \cdot \Delta a$
15. $\Delta (a^3) = 3a^2 \cdot \Delta a$
16. $\Delta (\sqrt{a}) = \frac{\Delta a}{2\sqrt{a}}$
17. $\Delta (\sqrt[3]{a}) = \frac{\Delta a}{3\sqrt[3]{a^2}}$
18. $\delta (a + b) = \frac{\Delta (a + b)}{a + b}$
19. $\delta (a - b) = \frac{\Delta (a - b)}{a - b}$
20. $\delta (a \cdot b) = \frac{\Delta (ab)}{ab} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$
21. $\delta \left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\Delta \left(\frac{a}{b}\right)}{\frac{a}{b}} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$
22. $\delta (a^2) = 2 \frac{\Delta a}{a}$
23. $\delta (a^3) = 3 \frac{\Delta a}{a}$
24. $\delta (\sqrt{a}) = \frac{\Delta a}{2 \cdot a}$
25. $\delta (\sqrt[3]{a}) = \frac{\Delta a}{3 \cdot a}$

Protsendid.

26. p % arvust a on $\frac{ap}{100}$.
27. Arv tervikuna, millest b moodustab p %, on $\frac{b \cdot 100}{p}$.
28. Arv a moodustab arvust b $\frac{a}{b} \cdot 100$ %.
29. Arv b on arvust a suurem $\frac{b-a}{a} \cdot 100$ % võrra.
30. Arv b on arvust a väiksem $\frac{a-b}{a} \cdot 100$ % võrra.

Võrre.

31. Kui $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, siis: 1) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$;

2) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$;

3) $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$.

32. Kui $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, siis: 1) $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$;

2) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$;

3) $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$;

4) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$;

5) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

II. Algebra

Korrutamise abivalemid.

33. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

34. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

35. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

36. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

37. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

38. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$

Teguriteks lahutamine.

x_1 ja x_2 - ruutkolmliikme nullkohad.

39. $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

40. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

41. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

42. $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$, kui n on paaritu arv.

$$43. a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$44. a^n - b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + ab^{n-2} - b^{n-1}), \text{ kui } n \text{ on paarisarv.}$$

Astmed ja juured.¹

$$45. a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$46. a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$47. (ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$48. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$49. (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$50. \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & \text{kui } a \geq 0 \\ -a, & \text{kui } a < 0 \end{cases}$$

$$51. \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$52. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$53. (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$54. \sqrt[n]{m} \sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$55. \sqrt[n \cdot m]{a^{np}} = \sqrt[m]{a^p}$$

Ruutvõrrand.

x_1 ja x_2 - ruutvõrrandi lahendid.

$$56. x^2 + px + q = 0, x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$57. x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q \text{ (Vieta valemid)}$$

$$58. ax^2 + bx + c = 0, x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

¹ Paarisarvulise juurijaga juuri loetakse aritmeetilisteks, s.t. $a \geq 0$ ja $\sqrt{a} \geq 0$.

$$59. ax^2 + 2kx + c = 0, \quad x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Aritmeetiline progressioon.

a_1 - esimene liige.

a_n - üldliige (n-es liige).

d - progressiooni vahe.

S_n - n esimese liikme summa.

$$60. a_n = a_{n-1} + d$$

$$61. a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$$

$$62. a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$63. S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

$$64. S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$$

Geomeetriline progressioon.

a_1 - esimene liige.

a_n - üldliige (n-es liige).

q - progressiooni tegur.

S_n - n esimese liikme summa.

S - lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni kõigi liikmete summa.

$$65. a_n = q \cdot a_{n-1}$$

$$66. a_k = \sqrt{a_{k-1} \cdot a_{k+1}}$$

$$67. a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$68. S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$69. S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}$$

$$70. S = \frac{a_1}{1 - q}$$

Liitkasviku valem.

A - lõppväärtus.

a - algväärtus.

p - kasvumäär protsentides muutumistsükli vältel.

n - kasvumistsükli arv.

$$71. A = a \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Logaritmid.

72. $a^y = N$, kus $y = \log_a N$ ning $N > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.

$$73. a^{\log_a N} = N$$

$$74. \log_a 1 = 0$$

$$75. \log_a a = 1$$

$$76. \log_a (b \pm c) = \log_a (b \pm c). \text{ Ei lihtsustu!}$$

$$77. \log_a bc = \log_a b + \log_a c$$

$$78. \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$79. \log_a b^k = k \log_a b$$

$$80. \log_a \sqrt[k]{b} = \frac{\log_a b}{k}$$

$$81. \log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}, \text{ sest } b^{\log_b N} = N \text{ ja leides } \log_a$$

$$\log_b N \log_a b = \log_a N.$$

$$82. \log_b a = \frac{1}{\log_a b},$$

kui valemis (81) $N = a$.

Kompleksarvud.

i - imaginaarühik

a, b, c, d - reaalarvud

$$83. i = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

jne.

$$84. a + bi = c + di, \text{ kui } a = c \text{ ja } b = d$$

$$85. (a + bi) \pm (c + di) = (a \pm c) + (b \pm d)i$$

$$86. (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$87. (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

$$88. \frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} i$$

$$89. a + bi = r(\cos \beta + i \sin \beta),$$

kus $r = \sqrt{a^2 + b^2}$; $\tan \beta = \frac{b}{a}$.

$$90. r_1(\cos \beta_1 + i \sin \beta_1) \cdot r_2(\cos \beta_2 + i \sin \beta_2) =$$

$$= r_1 r_2 [\cos(\beta_1 + \beta_2) + i \sin(\beta_1 + \beta_2)]$$

$$91. [r(\cos \beta + i \sin \beta)]^k = r^k(\cos k\beta + i \sin k\beta)$$

$$92. (\cos \beta + i \sin \beta)^k = \cos k\beta + i \sin k\beta$$

(Moivre valem).

$$93. \frac{r_1(\cos \beta_1 + i \sin \beta_1)}{r_2(\cos \beta_2 + i \sin \beta_2)} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\beta_1 - \beta_2) +$$

$$+ i \sin(\beta_1 - \beta_2)]$$

$$94. \sqrt[n]{r(\cos \beta + i \sin \beta)} =$$

$$= \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\beta}{n} + \frac{2\pi}{n} k\right) + i \sin\left(\frac{\beta}{n} + \frac{2\pi}{n} k\right) \right],$$

kus $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$.

Ühendid (kordumisteta).

$$\{2, k, @\} \quad n = 3 \quad \text{erinevat elementi.}$$

95. $2k@ \quad k2@ \quad @2k$
 $2@k \quad k@2 \quad @k2$ (permutatsioonid)

96. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1)n = n!$ (faktoriaal)
 $0! = 1$ kokkuleppe põhjal

97. $P_n = n!$ (permutatsioonide arv n elemendist)

98. $2k \quad 2@ \quad -k@$ (variatsioonid m = 2 kaupa)
 $k2 \quad @2 \quad @k$

99. $V_n^m = A_n^m = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - m + 1) = \frac{n!}{(n - m)!}$
 (variatsioonide arv n elemendist m-kaupa),
 kusjuures $m \leq n$)

100. $2k \quad 2@ \quad k@$ (kombinatsioonid m = 2 kaupa)

101. $C_n^m = \binom{n}{m} = \frac{V_n^m}{P_n} = \frac{n(n - 1)(n - 2) \dots (n - m + 1)}{m!} =$
 $= \frac{n!}{m!(n - m)!}$ (kombinatsioonide arv n elemendist m-kaupa)

102. $C_n^m = C_n^{n-m}$

103. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$

Binoomvalemid.

104. $n = 1 \quad a + b$
 $n = 2 \quad (a + b)^2$
 $n = 3 \quad (a + b)^3$

 $n = n \quad (a + b)^n$

105. $n = 1 \quad a + b$
 $n = 2 \quad a^2 + 2ab + b^2$ (binoomi arendised)
 $n = 3 \quad a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

 $n = n \quad$ (vt. valemit nr. 107)

Taandamisvalemid.

111.

B	- A	90°-A	180°±A	360°±A
sin B	- sin A	cos A	∓ sin A	± sin A
cos B	cos A	sin A	- cos A	cos A
tan B	- tan A	cot A	± tan A	± tan A
cot B	- cot A	tan A	± cot A	± cot A

Trigonomeetria põhivalemid ja nende järeldused.

112. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

113. $\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$

114. $\tan A \cdot \cot A = 1$

115. $1 + \tan^2 A = \frac{1}{\cos^2 A}$

116. $1 + \cot^2 A = \frac{1}{\sin^2 A}$

117. $\frac{\cos A}{\sin A} = \cot A$

Ühe funktsiooni avaldamine teise kaudu.

118.

	sin A	cos A	tan A	cot A
sin A	—	$\sqrt{1-\cos^2 A}$	$\frac{\tan A}{\sqrt{1+\tan^2 A}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 A}}$
cos A	$\sqrt{1-\sin^2 A}$	—	$\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 A}}$	$\frac{\cot A}{\sqrt{1+\cot^2 A}}$
tan A	$\frac{\sin A}{\sqrt{1-\sin^2 A}}$	$\frac{\sqrt{1-\cos^2 A}}{\cos A}$	—	$\frac{1}{\cot A}$
cot A	$\frac{\sqrt{1-\sin^2 A}}{\sin A}$	$\frac{\cos A}{\sqrt{1-\cos^2 A}}$	$\frac{1}{\tan A}$	—

Liitmisvalemid.

$$119. \sin(A \pm B) = \sin A \cdot \cos B \pm \cos A \cdot \sin B$$

$$120. \cos(A \pm B) = \cos A \cdot \cos B \mp \sin A \cdot \sin B$$

$$121. \tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \cdot \tan B}$$

$$122. \cot(A \pm B) = \frac{\cot A \cdot \cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$$

Funktsioonid kordsetest nurkadest.

$$123. \sin 2A = 2 \sin A \cdot \cos A$$

$$124. \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$125. \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$126. \cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2 \cot A}$$

$$127. \sin 3A = 3 \cos^2 A \sin A - \sin^3 A$$

$$128. \cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$$

$$129. \tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$$

$$130. \cot 3A = \frac{\cot^3 A - 3 \cot A}{3 \cot^2 A - 1}$$

$$131. \sin 4A = 8 \sin A \cdot \cos^3 A - 4 \sin A \cdot \cos A$$

$$132. \cos 4A = 8 \cos^4 A - 8 \cos^2 A + 1$$

Funktsioonid poolnurkadest.

$$133. \sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}} \quad 1$$

1

Märk "+" või "-" valitakse vastavalt sellele, millise märgiga on funktsiooni väärtus veerandis, kus lõpeb nurk $\frac{A}{2}$.

$$134. \cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}$$

$$135. \tan \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}}$$

$$136. \tan \frac{A}{2} = \frac{\sin A}{1 + \cos A}$$

$$137. \tan \frac{A}{2} = \frac{1 - \cos A}{\sin A}$$

$$138. \cot \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos A}{1 - \cos A}}$$

Summa teisendamise korrutiseks.

$$139. \sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

$$140. \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2}$$

$$141. \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

$$142. \cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2}$$

$$143. \tan A \pm \tan B = \frac{\sin (A \pm B)}{\cos A \cdot \cos B}$$

$$144. \cot A \pm \cot B = \frac{\sin (B \pm A)}{\sin A \cdot \sin B}$$

$$145. 1 + \cos A = 2 \cos^2 \frac{A}{2}$$

$$146. 1 - \cos A = 2 \sin^2 \frac{A}{2}$$

Korrutise teisendamise summaks.

$$147. \sin A \cdot \sin B = \frac{\cos (A - B) - \cos (A + B)}{2}$$

$$148. \cos A \cdot \cos B = \frac{\cos (A - B) + \cos (A + B)}{2}$$

$$149. \sin A \cdot \cos B = \frac{\sin (A - B) + \sin (A + B)}{2}$$

$$150. \tan A \cdot \tan B = \frac{\tan A + \tan B}{\cot A + \cot B}$$

$$151. \cot A \cdot \cot B = \frac{\cot A + \cot B}{\tan A + \tan B}$$

Arkusfunktsioonide väärtusi (vt. 73).

152.

a	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
arcsin a	0°	30°	45°	60°	90°	-30°	-45°	-60°	-90°
arccos a	90°	60°	45°	30°	0°	120°	135°	150°	180°
b	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	
arctan b	0°	30°	45°	60°		-30°	-45°	-60°	
arccot b	90°	60°	45°	30°		120°	135°	150°	

Arkusfunktsioonide peaväärtuste piirkonnad.

153. $-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$

154. $0 \leq \arccos x \leq \pi$

155. $-\frac{\pi}{2} < \arctan x < \frac{\pi}{2}$

156. $0 < \operatorname{arccot} x < \pi$

Trigonomeetrilised põhivõrrandid.¹

157. $\sin x = m, \quad x = (-1)^k \arcsin m + k\pi$

158. $\cos x = m, \quad x = \pm \arccos m + 2k\pi$

159. $\tan x = m, \quad x = \arctan m + k\pi$

160. $\cot x = m, \quad x = \operatorname{arccot} m + k\pi$

Arkusfunktsioonide avaldised oma peaväärtuste kaudu.

161. $\operatorname{Arcsin} x = (-1)^k \arcsin x + k\pi$

162. $\operatorname{Arccos} x = \pm \arccos x + 2k\pi$

163. $\operatorname{Arctan} x = \arctan x + k\pi$

164. $\operatorname{Arccot} x = \operatorname{arccot} x + k\pi$

165. $\{4k \pm 1\} = \{2k + 1\}$ (Veenduda!)

¹Valemeis 157 - 165 parameeter $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

IV. P l a n i m e e t r i a

Nurga suurus radiaanides ja kraadides.

α - nurga suurus kraadides.

x - nurga suurus radiaanides.

$$166. \quad x = \frac{\pi \alpha}{180^\circ}$$

$$167. \quad \alpha = \frac{180^\circ x}{\pi}$$

Täisnurkne kolmnurk.

a, b - kaatetid.

c - hüpotenuus.

A, B - teravnurgad.

C - täisnurk.

h_c - hüpotenuusile tõmmatud kõrgus.

f - a ristprojektsioon hüpotenuusile.

g - b ristprojektsioon hüpotenuusile.

S - pindala.

$$168. \quad S = \frac{ab}{2}$$

$$169. \quad S = \frac{ch_c}{2}$$

$$170. \quad a^2 + b^2 = c^2 \quad (\text{Pütagorase teoreem}).$$

$$171. \quad a^2 = fc \quad (\text{Eukleidese teoreem}).$$

$$172. \quad h^2 = fg$$

$$173. \quad \sin A = \frac{a}{c}$$

$$174. \quad \cos A = \frac{b}{c}$$

$$175. \quad \tan A = \frac{a}{b}$$

$$176. \quad \cot A = \frac{b}{a}$$

$$177. \quad \operatorname{cosec} A = \frac{c}{a}$$

$$178. \quad \sec A = \frac{c}{b}$$

Kolmnurk.

a, b, c - küljed.

A, B, C - vastavad nurgad.

A_1, B_1, C_1 - välisnurgad.

h_a - küljele a joonestatud kõrgus.

m_a - küljele a joonestatud mediaan.

r - siseringjoone raadius.

R - ümberringjoone raadius.

S - pindala.

f - külje a ristprojektsioon küljel c .

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

179. $A + B + C = 180^\circ$

180. $A_1 + B_1 + C_1 = 360^\circ$

181. $A_1 = B + C$

182. $a + b > c,$

$b + c > a,$

$a + c > b.$

183. $|a - b| < c,$

$|b - c| < a,$

$|a - c| < b.$

184. $b^2 = a^2 + c^2 - 2cf$ (b - teravnurga vastaskülge).

185. $b^2 = a^2 + c^2 + 2cf$ (b - nürinurga vastaskülge).

186. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (sinusteoreem).

187. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ (koosinusteoreem).

188. $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4},$

189. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2).$

Pindala valemid.

$$190. S = \frac{ah_a}{2}$$

$$191. S = \frac{ab \sin C}{2}$$

$$192. S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$$

$$193. S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{Heroni valem}).$$

$$194. S = pr$$

$$195. S = \frac{abc}{4R}$$

$$196. S = 2R^2 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C.$$

$$197. S = p^2 \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}.$$

Võrdkülgne kolmnurk.

$$198. h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$199. S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Nelinurk.

a, b, c, d - küljed (trapetsil - alused).

h - kõrgus.

d, d₁, d₂ - diagonaalid.

k - kesklõik.

S - pindala.

Ruut.

$$200. d = a\sqrt{2}$$

$$201. S = a^2$$

Ristkülik.

$$202. d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$203. S = ab$$

Rööpkülik.

$$204. S = a \cdot h$$

Romb.

$$205. S = ah$$

$$206. S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

Trapets.

$$207. S = \frac{a + b}{2} h$$

$$208. k = \frac{a + b}{2}$$

$$209. S = kh$$

Kõõlnelinurk.

$$210. S = \sqrt{(p - a)(p - b)(p - c)(p - d)}, \text{ kus } p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

$$211. ac + bd = d_1 \cdot d_2$$

Korrapärane hulknurk.

a - külg.

n - nurkade arv.

m - apoteem.

Ü - ümbermõõt.

S - pindala.

$$212. (n - 2) \cdot 180^\circ \text{ (sisenurkade summa).}$$

$$213. \frac{360^\circ}{n} \text{ (välisnurk).}$$

$$214. \text{Ü} = n \cdot a$$

$$215. S = \frac{\text{Ü} \cdot m}{2}$$

Ringjoon ja ring.

r - raadius.

C - ümbermõõt.

ℓ - kaare pikkus.

x - kesknurk radiaanides.

n° - kesknurk kraadides.

a - kõõl.

h - segmendi kõrgus.

S - pindala.

Ringjoon.

$$216. C = 2\pi r$$

$$217. a = 2r \sin \frac{x}{2}$$

Ring.

$$218. S = \pi r^2$$

$$219. S = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$220. l = rx$$

$$221. l = \frac{\pi r n^\circ}{180^\circ}$$

Sektor.

$$222. S = \frac{r l}{2}$$

$$223. S = \frac{r^2 x}{2}$$

$$224. S = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ}$$

Segment.

$$225. a = 2\sqrt{2hr - h^2}$$

$$226. h = r - \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - a^2}, \text{ kui } h < r.$$

$$227. S = \frac{1}{2} [lr - a(r - h)]$$

$$228. S \approx \frac{2}{3}ha$$

$$229. S = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi n^\circ}{180^\circ} - \sin n^\circ \right)$$

V. S t e r e o m e e t r i a

h - kõrgus.

S_k - külgpindala.

S_p - põhja pindala.

S - täispindala.

V - ruumala.

Prisma.

l - külgserv.

\bar{U} - ristlõike ümbermõõt.

a, b, c - risttahuka küljed.

d - diagonaal.

S_r - ristlõike pindala.

$$230. S_k = \bar{U}l$$

$$231. V = S_p h$$

$$232. V = S_r \cdot l$$

Kuup.

$$233. d = a\sqrt{3}$$

$$234. S = 6a^2$$

$$235. V = a^3$$

Risttahukas.

$$236. d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$237. S = 2(ab + ac + bc)$$

$$238. V = abc$$

Püramiid.

S_l - põhjaga paralleelse lõike pindala.

h_l - lõike kaugus tipust.

\bar{U} - põhja ümbermõõt.

m - korrapärase püramiidi apoteem.

a - korrapärase tetraeedri ja oktaeedri külgserv.

$$239. V = \frac{1}{3} S_p h$$

$$240. \frac{S_l}{S_p} = \frac{h_l^2}{h^2}$$

Korrapärane püramiid.

$$241. S_k = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

Korrapärane tetraeeder.

$$242. h = \frac{a\sqrt{6}}{9}$$

$$243. S = a^2 \sqrt{3}$$

$$244. V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

Korrapärane oktaeeder.

$$245. S = 2a^2 \sqrt{3}$$

$$246. V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

Tüvipüramiid.

S_1 - alumise põhja pindala.

S_2 - ülemise põhja pindala.

$ü$ - ülemise põhja ümbermõõt.

$Ü$ - alumise põhja ümbermõõt.

m - tüvipüramiidi apoteem.

$$247. V = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$$

$$248. S_k = \frac{Ü + ü}{2} m \text{ (korrapärane).}$$

Silinder.

r - põhja raadius.

$$249. S_k = 2\pi rh$$

$$250. S = 2\pi r(h + r)$$

$$251. V = S_p h$$

$$252. V = \pi r^2 h$$

Koonus.

r - põhja raadius.

m - moodustaja.

$$253. S_k = \pi rm$$

$$254. S = \pi r(m + r)$$

$$255. V = \frac{h}{3} \cdot S_p$$

$$256. S_k = \pi (r_1 + r_2)m$$

Tüvikoonus.

r_1, r_2 - põhjade raadiused.

m - moodustaja.

S_1, S_2 - põhjade pindalad.

$$257. V = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2})$$

Kera.

r - raadius.

d - diameeter.

r_1, r_2 - kihi või segmendi raadiused.

h - segmendi või kihi kõrgus.

$$258. S = 4\pi r^2$$

$$259. V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$260. V = \frac{\pi}{3} S h$$

Sektor.

$$261. S = \pi r(2h + r_1)$$

$$262. V = \frac{\pi}{6} d^2 h$$

$$263. V = \frac{2\pi r^2 h}{3}$$

Segment.

$$264. r_1 = \sqrt{h(2r - h)}$$

$$265. S = \pi(h^2 + 2r_1^2)$$

$$266. S = \pi(2rh + r_1^2)$$

$$267. V = \frac{1}{6} \pi h^2 (3d - 2h)$$

$$268. V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h)$$

$$269. V = \frac{1}{6} \pi h (3r_1^2 + h^2)$$

V88.

$$270. S = 2\pi rh$$

$$271. S = \pi dh$$

Kiht.

$$272. V = \frac{1}{2} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + \frac{h^2}{3})$$

$$273. S = \pi (2rh + r_1^2 + r_2^2)$$

V A S T U S E D . L A H E N D U S I

I . A r i t m e e t i k a

1. $\frac{42157}{9900}$. 2. $\frac{157}{280}$. 3. $\frac{21 \cdot 139}{32 \cdot 106 \cdot 100} \approx 0,00862$. 4. $\frac{250}{9}$.
 5. 250. 6. 700. 7. 440. 8. $4\frac{5}{24}$. 9. $\frac{4}{3}$. 10. $\frac{11}{24}$.
 11. - $\frac{173 \cdot 99 \cdot 9}{19 \cdot 10}$. Juhis. Kasutada tehte komponentide ja resultaadi vahelisi seoseid (vt. VI kl. matemaatikaõpikust). 12. $1\frac{1}{3}$. 13. $\frac{6116871}{146000}$. 14. 20,384.
 15. 60 %. 16. Väheneb 9 % võrra. 17. $33\frac{1}{3}$ %. 18. $33\frac{1}{3}$ %.
 19. 25. 20. 31,5 %. 21. 30 %. 22. 12 kg. 23. 25 %.
 24. $33\frac{1}{3}$ %. 25. 20 %. 26. 40 või 60 (rbl.). 27. 10 %; 90 %.
 28. 2400 rbl. 29. 105 %. 30. 20 %. 31. 12 %.
 32. 4500; 13500. 33. $\frac{1}{4}$ kg. 34. 73 rbl. 93 kop., 241 rbl. 7 kop.
 35. 1,5 kg. 36. 40; 100(t). 37. 90; 135 (rbl.). 38. Lahendus.

I tükk kaalub m kg, selles on vaske x %;

II " " n " " " " y %.

Olgu äralõigatud tükikese kaal z kg. Siis

- I tükist jääb järele $m-z$ kg, selles on vaske $\frac{(m-z)x}{100}$ kg;
 II " " " $n-z$ " , " " " $\frac{(n-z)y}{100}$ kg.
 I tükist äralõigatud z kg sisaldab $\frac{xz}{100}$ kg vaske;
 II " " " z " " $\frac{zy}{100}$ kg vaske.

- I tüki jäägi ja teisest äralõigatud osa sulam kaalub m kg ja sisaldab vaske $\frac{(m-z)x + zy}{100}$ kg;
 II tüki jäägi ja esimesest äralõigatud osa sulam kaalub n kg ja sisaldab vaske $\frac{(n-z)y + zx}{100}$ kg.

Kuna uutes tükides vase % peab olema sama, siis

$$\frac{(m-z)x + zy}{100m} = \frac{(n-z)y + zx}{100n}$$

ehk

$$(y-x)(mz + nz - mn) = 0.$$

Ülesande tingimuste põhjal $y-x \neq 0$, seega

$$mz + nz - mn = 0,$$

millest

$$z = \frac{mn}{m+n}.$$

39. 60 kg. 40. 23-aastane. 41. 40 ja 10 (kop.).
42. Kell 9.30.

II. Algebra (1°)

43. $\frac{ab}{a+b}$. 44. $\frac{a-3}{a+2}$. 45. $\frac{a-1}{a}$. 46. 1. 47. $\frac{b-a}{ab+1}$.
49. $(x-1)^{-1}$. 50. $\frac{21}{64}$. 51. $8\frac{2}{3}$. 52. $\frac{1}{8}$. 53. -24. 54. 5.
55. $-18\frac{5}{9}$. 56. 7. 57. $-19\frac{5}{9}$. 58. $\frac{10}{3}$. 59. $2\frac{31}{32}$. 60. 2.
61. $\frac{1}{4\sqrt{3}}$. 62. 0. 63. $\frac{4(1-x^2)(x^2 - x\sqrt{x} + 1)}{x(x^2 + 4)}$. 64. $a-b$.

65. $2b(a - b)$. 66. $\frac{x}{2}$. 67. $a + b$. 68. 2. 69. 0.
 70. $\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})$. 71. 0. 72. 4. 73. $\frac{a + \sqrt{a}}{a}$. 74. $\frac{3a}{2(n-3)}$.
 75. $a + 1$. 76. $a, \frac{ab}{a-b}$. 77. $(\frac{1}{2}, -6\frac{1}{4}a)$, kus $a < 0$ on
 parameeter, sest algtingimused määravad vaid funktsiooni-
 de parve $y = a(x^2 - x - 6)$. 78. ± 2 . 79. $(0,0); (1,-2)$.
 80. ± 7 . 81. $6x^2 - 5x + 1$. 82. $p^2 - 4q$. 83. 15.
 84. $-2,5; 1,5$. 85. 1. 86. $\frac{2}{3}$. 87. $\frac{1}{2}$. 88. $\pm \frac{1}{12}$. 89. $\pm\sqrt{2}$.
 90. $-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}$. 91. $-\frac{b}{a}, \frac{a}{b}$. 92. $-6\frac{5}{14}, 1$. 93. $\pm\sqrt{\frac{11}{2}}$.
 94. $-4; 5$. 95. 3. 96. $-\frac{7}{9}; 2$. 97. 2. 98. $(2,4), (4,2)$.
 99. Lahendus. Tähistame $\sqrt{\frac{x}{y}} = z$; siis esimesest võrrandist

saame

$$z + \frac{1}{z} = \frac{3}{\sqrt{2}} \quad \text{ehk} \quad z^2 - \frac{3}{\sqrt{2}}z + 1 = 0.$$

Selle ruutvõrrandi lahenditeks on

$$z_1 = \sqrt{2}, \quad z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Järelikult kas

$$1) \sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{2}, \text{ s.t. } \sqrt{x} = \sqrt{2}\sqrt{y} \quad \text{või} \quad 2) \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ s.t. } \sqrt{y} = \sqrt{2}\sqrt{x}.$$

Kuna x ja y esinevad süsteemis samaväärselt, siis võime
 viia teise juhu x ja y tähiste vahetamisega esimesele juhu-
 le. Teisest võrrandist saame nüüd:

$$(\sqrt{2} + 1)\sqrt{y} = \sqrt{2} + 1.$$

Järelikult $y = 1$, mistõttu $x = 2$. Süsteemil on seega kaks
 lahendit

$$1) x = 2, y = 1; \quad 2) x = 1, y = 2.$$

100. Lahendus. Tähistades

$$\sqrt{\frac{3x}{x+y}} = z,$$

viime süsteemi esimese võrrandi kujule $(z - \frac{1}{z})^2 = 0$, mil-
 lest $z_1 = z_2 = 1$ ning $y = 2x$. Asendades teises võrrandis

$y = 2x$, saame

$$2x^2 - 3x - 54 = 0,$$

millest leiame $x_1 = 6$, $x_2 = -\frac{9}{2}$. Järelikult süsteemi lahendid on $(6, 12)$; $(-\frac{9}{2}, -9)$.

101. 2. 102. -5; 4. 103. 2. 104. 2; 3. 105. -1; 3.

106. $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. 107. $-\frac{2}{3}$. 108. 0. 109. $\frac{1}{4}$. 110. 50;

60 ($\frac{\text{kop}}{\text{kg}}$). 111. 4; 36. 112. 60; 30 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 113. 24.

114. 147; 53. 115. 20; 24. 116. 28. 117. 24 m^3 .

118. $55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 119. 150; 50. 120. 12; 36 (dm). 121. 10 t.

122. 30; 24 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 123. $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 124. $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

125. $\frac{1}{2t}(\sqrt{a^2t^2 + 240abt - at}) \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 126. $24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

127. 44; 14 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 128. 48; 36 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 129. 48; 12 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$).

130. $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 131. 80; 60 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 132. 6; 8 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$).

133. 16; 12 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 134. 40; 50 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 135. 18; 12 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$).

136. 60; 50 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 137. 18° ; 144° . 138. $\frac{10}{9}$ min.

139. Lahendus. Tähistame traktori teeloleku aja tundides

$2x$ -ga. Siis

$$32x + \frac{2 \cdot 36 + (x-1)}{2} x = 216$$

ehk

$$x^2 + 33x - 108 = 0,$$

millest

$$x_1 = 3,$$

$$x_2 = -36 \text{ (võõrlahend).}$$

Vastus. Traktor oli teel 6 tundi.

140. Lahendus. Olgu tasase teeosa pikkus x km; siis ülejäänud osa on $(9-x)$ km. Edasi-tagasi teekonnal kulub tasase teeosa katmiseks aega $2 \cdot \frac{x}{5}$ tundi; ülejäänud teeosa katmiseks, mis läbitakse üks kord üles-, teine kord alla-

mäge $\frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6}$ tundi. Kokku kulub aega (tundides)

$$2 \cdot \frac{x}{5} + \frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} = \frac{341}{60}.$$

Saadud võrrandist leiame, et $x = 4$.

Vastus. Tasase teosa pikkus on 4 km.

141. (10; 40] $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. 142. 60 km. 143. $326\frac{12}{13}$; $6\frac{16}{39}$ ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$).

144. $3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 145. $21 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 146. $2,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 147. $\frac{5}{6} \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

148. $0,227 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 149. $\approx 19,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 150. 14; $2 (\frac{\text{km}}{\text{h}})$.

151. $22\frac{2}{3} \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 152. 125 %. 153. 27. 154. 10; 15.

155. 18; 24. 156. 12; 24. 157. 110; 132. 158. 10; 15.

159. 20; 30. 160. 2. Märkus. Ülesanne ei peegelda reaalsust objektiivselt. Gaasi hulga mõõtmine ruumalaühikutes on tinglik, sest pole arvestatud rõhku.

III. Algebra (2°)

161. Teine. 162. $(-\infty, 4)$. 163. (2; 6). 164. $(-\infty, -1)$;

$(3, +\infty)$. 165. $(-\infty, 2)$; $(2, +\infty)$. 166. $(-\infty, \frac{2}{5})$; $(1, +\infty)$.

167. $(-\infty, -\frac{1}{3})$; $(2, +\infty)$. 168. (-2; 1). 169. (-3; 3).

170. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$. 171. $(-\infty, -4)$, $(3, \infty)$; $(-\frac{1}{2}; -3\frac{3}{4})$.

172. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$. 173. $(4, +\infty)$. 174. $(-\infty, -3)$; $[1, +\infty)$.

Juhis. Ruutkolmlige on muutuja x igal väärtusel positiivne siis, kui tema diskriminant on negatiivne ning x^2 kordaja positiivne. Juhud, kus mõned kordajatest on võrdsed nulliga, nõuavad täiendavat uurimist. 175. (0, 28).

176. Võrrandil pole parameetri m ühegi väärtuse puhul reaalseid lahendeid, s.t. et parameetri m jaoks ei leidu nõutud arve. Viimast asjaolu märgitakse lühidalt sõnaga tühihulk. 177. $[\frac{3}{4}, 2)$, $(2, +\infty)$. 178. $[-0,5; 4]$.

179. $(-\infty, -2)$; $(2, +\infty)$. 180. $\frac{2}{35}$; 2. 181. ± 2 ; ± 1 .

182. Lahendus. Lähtevõrrandist üldisema võrrandi

$$ax^2 + (4a - 1)x + a + 2 = 0$$

lahendite ($a \neq 0$) negatiivsus, eeldamata nende erinevust, nõuab lahendite reaalsust, s.o.

$$D = 12a^2 - 16a + 1 \geq 0,$$

ehk lahendatult

$$a \leq \frac{4 - \sqrt{13}}{6} \quad \text{või} \quad \frac{4 + \sqrt{13}}{6} \leq a \quad (1)$$

Lahendite negatiivsuse nõue kitsendab samaväärse võrrandi

$$x^2 + \frac{4a - 1}{a}x + \frac{a + 2}{a} = 0$$

kordajate valikut (Vieta valemite vahendusel) järgmiselt:

$$\begin{cases} \frac{4a - 1}{a} > 0 \\ \frac{a + 2}{a} > 0. \end{cases}$$

Saadud süsteem on rahuldatud, kui

$$a < -2 \quad \text{või} \quad \frac{1}{4} < a. \quad (2)$$

Kuna lähtevõrrand nõuab veel, et $x \neq -1$, peab

$$a \neq \frac{3}{2}. \quad (3)$$

Tulemused (1), (2) ja (3) määravadki vastuse:

$$(-\infty, -2); \left[\frac{4 + \sqrt{13}}{6}, \frac{3}{2} \right); \left(\frac{3}{2}, +\infty \right).$$

183. $(-1, 0)$, $(2, +\infty)$. 184. $(-\infty, -1)$; $(1, +\infty)$.

185. $(-2, 5)$; 0 . 186. $(\frac{2}{3}, 2\frac{1}{2})$. 187. $(-6, -2)$.

188. $(1; 1,5)$. 189. $(-\frac{1}{9}, 0)$. 190. $(-2, 0)$; $(6, +\infty)$.

191. $(-\infty, \frac{1}{5})$; $(\frac{2}{3}, +\infty)$. 192. $(\frac{5}{18}, \frac{4}{5})$. 193. $(-\infty, -2\frac{3}{4})$;

$(-1\frac{3}{4}, +\infty)$. 194. $(2\frac{3}{4}, 3)$. 195. $(-\infty, -2)$; $(3, +\infty)$.

196. $(-6, 2)$. 197. $(-\infty, -2)$, $(-2, -1)$. 198. $(-1, \frac{1}{2})$;

$(6, +\infty)$. 199. $(-\infty, -6)$; $(-3, 6)$. 200. $(2, +\infty)$.

201. $(2, \infty)$. 202. $(-1, -\frac{1}{2})$; $(2, 3)$. 203. $(-2, -0,5)$;

(2, 3). 204. $(-\infty; -1,5); (0, 2); (2,5; +\infty)$.

205. $(-\infty, -3); (1, +\infty)$. Juhis. Nimetajas seisev kolmliige on x igal väärtusel positiivne, seega on murrul sama märk mis tema lugejal. 206. $(-3, 0); (0, \frac{1}{3})$. 207. $(-\infty, -3);$

$(3, 5)$. 208. $(1; 1,5); (2, +\infty)$. 209. $(-2; \frac{3}{2}); (5, \infty)$.

210. $(-\infty, -1); (1, 3); (4, +\infty)$. 211. $(-\infty, -3);$

$(-\frac{9+\sqrt{33}}{6}, -1); (-\frac{9-\sqrt{33}}{6}, +\infty)$. 212. $(-\infty, 1), (2, 7)$.

213. $(1,2); (2, \frac{1}{2})$. 214. $(-2,5; -2), (-2, -1)$.

215. Lahendus.

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} &= \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \\ &= \frac{a^2+c^2}{ac} + \frac{b^2+c^2}{bc} + \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{(a-c)^2+2ac}{ac} + \\ &+ \frac{(b-c)^2+2bc}{bc} + \frac{(a-b)^2+2ab}{ab} \gg \\ &\gg \frac{2ac}{ac} + \frac{2bc}{bc} + \frac{2ab}{ab} = 6. \end{aligned}$$

216. 4905. 217. 2430. 218. 631,5 m. 219. -17, või 3; 2.

220. 4, 12, 20, 221. 318. 222. $d_1 = 1, d_2 = 2, d_3 = 4$.

223. -1, 3, 7, ... Juhis. Leida summa üldavaldisest esime-
ne liige ja kahe esimese liikme summa. 224. $\frac{mn}{1} - 1$.

225. $2\frac{1}{2}$ korda. 226. 10. 227. 22a m. 228. 1023, -615.

229. On olemas kaks progressiooni, mis rahuldavad ülesande
tingimusi, nimelt 2; 10; 50 ja 50; 10; 2. 230. $2, \pm 10,$

$50; 50, \pm 10, 2$. 231. $\sqrt{3}; \frac{2}{9}(40 + 13\sqrt{3})$. 232. 5, 15, 45,

135, 405, 1215. 233. 4, 12, 36. 234. 26,5, -16; 2, 5, 8.

235. 2, 6, 18; 18, 6, 2. 236. $50\sqrt{2}, 70, 140 - 50\sqrt{2}$.

237. 2, 14, 98. 238. 4, 20, 100; $\frac{4}{9}, \frac{52}{9}, \frac{676}{9}$. 239. $6; \frac{1}{3}$.

240. 6, 3, $\frac{3}{2}$, 241. $-6(1 + \sqrt{3})$. 242. 5 %, 300 rbl..

243. Neljandal aastal. 244. -2. 245. 1. 246. 2; 5.

247. 35. 248. 2. 249. $\frac{1}{\log 0,4}$. 250. 1.

251. $\frac{\log 8 - \log 3}{\log 3 - \log 2}$. 252. 3. 253. Lahendus. Jagame võrrandi mõlemad pooli 4^x -ga, siis saame

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x - \left(\frac{6}{4}\right)^x = 2$$

ehk

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2.$$

Tähistades $\left(\frac{3}{2}\right)^x = y$, saame $y^2 - y - 2 = 0$, millest $y_1 = 2$ (teine lahend $y_0 = -1$ ei sobi). Seega $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$, millest logaritmimeise teel leiame $x = \frac{\log 2}{\log \frac{3}{2}}$.

254. $\frac{\log \frac{2}{3}}{\log \frac{3}{2}}$. 255. -2; 4. 256. 3. 257. 2. 258. 4.

259. 35. 260. $\frac{13}{15}$. 261. 0,8. 262. -1; 2.

263. Lahendus. Kuna $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$, siis

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} = 1.$$

Kui tähistame nüüd $\sqrt{2 - \sqrt{3}} = a$, siis järelikult $\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{a} = a^{-1}$ ning antud võrrand omab seega kuju $a^x + \frac{1}{a^x} = 4$.

Siit

$$(a^x)^2 - 4a^x + 1 = 0, \quad a^x = 2 \pm \sqrt{3}.$$

Me saame 2 juhtu:

$$1) a^x = (a^{-1})^2 = a^{-2}; \quad x = -2;$$

$$2) a^x = a^2; \quad x = 2.$$

Järelikult on antud võrrandil kaks lahendit: ± 2 .

264. 1. 265. $\approx 2,1$. Juhis. $125 = 1000 : 8$.

266. Lahendus.

$$\begin{aligned} & \log 5 (\log 5 + 2 \log 2) + \log^2 2 = \\ & = (\log 2 + \log 5)^2 = (\log 10)^2 = 1. \end{aligned}$$

267. Lahendus

$$\begin{aligned}\log_{12} 45 &= \log_{12} 5 + 2 \log_{12} 3 = \\ &= n + 2 (\log_{12} 12 - 2 \log_{12} 2) = \\ &= n + 2 (1 - 2m) = n - 4m + 2.\end{aligned}$$

268. $17\frac{1}{2}$. 269. 4. 270. -2. 271. (0; 10]. 272. 2.

273. 2; 9. 274. 2; 3. 275. $\frac{1}{2}$. Miks ei ole -1 lahendiks?

276. 1. 277. 2. 278. 4. 279. 4. 280. 2. 281. 2; 4.

282. $\frac{16}{5} \sqrt[3]{25}$. 283. 0,1; 100. 284. 0,01; 10. 285. 10;

0,001. 286. 49; 7. 287. 400; 20. 288. 10; 100.

289. $2^{+\sqrt{2}}$. Juhis. Ülesande lahendamisel lähtuda seosest

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

290. 3^{+2} . Juhis. Kasutada seost

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

291. 27. Juhis. Kasutada seost

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

292. $a^{\frac{3}{7}}$. 293. (125; 4); (625; 3). Juhis. Logaritmime teist võrrandit alusel 5.

294. Lahendus. Logaritmime mõlemaid võrrandeid, saame

$$\begin{cases} \log x + \log y = \log 4 + 1 \\ \log x \log y = \log 4. \end{cases}$$

Leiame $\log x$ ja $\log y$ võrrandi

$$z^2 - (\log 4 + 1)z + \log 4 = 0$$

lahenditena. Saame

$$z_1 = \log 4$$

$$z_2 = 1.$$

Tundmatute sümmeetrilisuse tõttu on lahenditeks (4, 10) ja (10, 4).

295. Lahendus. Teisendatud võrrandisüsteemist

$$\begin{cases} 2^{6x} + 2^{6y} = 12 \\ 2^{6x} \cdot 2^{6y} = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

leiame esialgu vahetundmatud 2^{6x} ja 2^{6y} . Vieta teoreemi põhjal saab neid leida võrrandi

$$z^2 - 12z + 4\sqrt{2} = 0$$

lahenditena

$$z_1 = 6 - 2\sqrt{9 - \sqrt{2}} \quad \text{ja}$$

$$z_2 = 6 + 2\sqrt{9 - \sqrt{2}}.$$

Valides esialgu $2^{6x} = z_1$ ja $2^{6y} = z_2$, saame

$$2^{6x} = 6 - 2\sqrt{9 - \sqrt{2}}$$

$$2^{6y} = 6 + 2\sqrt{9 - \sqrt{2}},$$

millest

$$x_1 = \frac{1}{6} \log_2 (6 - 2\sqrt{9 - \sqrt{2}})$$

$$y_1 = \frac{1}{6} \log_2 (6 + 2\sqrt{9 - \sqrt{2}}).$$

Kuna

$$6 - 2\sqrt{9 - \sqrt{2}} > 0,$$

on leitud lahendite süsteem reaalne.

Vahetundmatute sümmeetrilisuse tõttu lähtesüsteemis tuleb valida ka vastupidi, s.o. $2^{6x} = z_2$ ja $2^{6y} = z_1$. Siis saame teise lahendite süsteemi, mis teisendub selliseks

$$\begin{cases} x_2 = y_1 \\ y_2 = x_1. \end{cases}$$

Kontrollime. Lahendite süsteem (x_1, y_1) esimeses algvõrrandis.

$$\begin{aligned} v = 64^{x+y} &= 64^{\frac{1}{6} \log_2(6 - 2\sqrt{9 - \sqrt{2}}) + \frac{1}{6} \log_2(6 + 2\sqrt{9 - \sqrt{2}})} \\ &= 64^{\frac{1}{6} \log_2(6 - 2\sqrt{9 - \sqrt{2}})(6 + 2\sqrt{9 - \sqrt{2}})} \log_2(36 - 36 + 4\sqrt{2}) \\ &= 4\sqrt{2} = p. \end{aligned}$$

Ja teises võrrandis

$$v = 64^x + 64^y = 2^{\log_2(6 - 2\sqrt{9 - \sqrt{2}})} + 2^{\log_2(6 + 2\sqrt{9 - \sqrt{2}})} = \\ = 6 - 2\sqrt{9 - \sqrt{2}} + 6 + 2\sqrt{9 - \sqrt{2}} = 12 = p.$$

On ilmne, et algsüsteemi rahuldab ka lahend (x_2, y_1) .

Vastuse veelkordsest väljakirjutamisest loobume ainult käesolevas tekstis.

296. 14 - 12i. 297. $\frac{1}{4}$; $-\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{8}$.

IV. Trigonomeetria

298. Ei ole. 299. $1 + \sqrt{6}$. 300. $\sqrt{6} - 1$. 301. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

302. 1. 303. 1. 304. -1. 305. 1. 306. 1,5.

307. $2 \cos A + \cot A$. 308. $-2 \cot A$. 309. $\cot(45^\circ + \alpha)$.

310. $2 \tan^2 A$. 311. $-\frac{3}{2}$. 312. $\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$; $\pm \frac{1}{2}$. 313. $\pm \frac{12}{13}$;
 $\pm \frac{12}{5}$. 314. $\pm \frac{5}{12}$. 315. $-\frac{3}{5}, \frac{3}{4}$. 316. $\pm \frac{3}{5}$; $\pm \frac{4}{5}$.

317. $\pm \frac{4}{5}$; $\pm \frac{3}{5}$. 318. $\frac{10}{21}$. 319. $\sin 2x$. 320. 1.

321. 1. 322. $-\sqrt{3} \tan A$. 323. $\cos^2 A$. 324. $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$.

325. 1. 326. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 327. 0. 328. $4 \cos^2 \frac{A - B}{2}$.

331. Lahendus.

$$\begin{aligned} & 16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = \\ & = 8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \\ & = \frac{8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} = \\ & = \frac{\sin 20^\circ \sin 100^\circ \sin 140^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} = \\ & = \frac{\sin 20^\circ \sin 80^\circ \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ \sin 40^\circ \sin 20^\circ} = 1. \end{aligned}$$

360. 90° . 361. 45° . 362. 0 . 363. $\sin(A - B) \sin(A + B)$.

364. $\tan^2(45^\circ - \frac{A}{2})$. 365. $2 \cos A (\cos A + \sin A) =$

$= 2\sqrt{2} \cos A \sin(45^\circ + A)$. 366. $2\sqrt{2} \sin 2x \sin(2x + 45^\circ)$.

367. $2\sqrt{2} \sin^2 \frac{A}{2} \frac{\sin(45^\circ - A)}{\cos A}$.

368. Lahendus.

$$1 + \sin A + \cos A + \tan A =$$

$$= \frac{\cos A + \sin A \cos A + \cos^2 A + \sin A}{\cos A} =$$

$$= \frac{\cos A (1 + \cos A) + \sin A (1 + \cos A)}{\cos A} =$$

$$= \frac{(1 + \cos A)(\sin A + \cos A)}{\cos A} =$$

$$= \frac{2 \cos^2 \frac{A}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \sin(\frac{\sqrt{2}}{4} + A)}{\cos A} = \frac{4 \cos^2 \frac{A}{2} \sin(\frac{\sqrt{2}}{4} + A)}{\sqrt{2} \cos A}$$

369. $\pm \frac{1}{2} \sqrt{(4k+1)\pi}$. 370. $k\pi$ ja $(6k \pm 1) \frac{\pi}{3}$ ehk $2k\pi$ ja $(2k+1) \frac{\pi}{3}$. Selgitada lahendihulka kokkulangevus.

371. $-45^\circ + 180^\circ \cdot k$. 372. $60^\circ + k \cdot 180^\circ$.

373. $(-1)^k \arcsin(\sqrt{2} - 1) + k\pi$.

374. Lahendus. Teisendame:

$$\frac{2 \sin x}{\cos x} - \sin x = 0$$

ehk

$$\sin x \left(\frac{2}{\cos x} - 1 \right) = 0.$$

Siit $\sin x = 0$. Järelikult $x = 180^\circ k$. Teine tegur ei anna lahendit, sest teda nulliga võrrutades saame $\cos x = 2$.

375. $(-1)^k \cdot 15^\circ + 90^\circ k$. 376. $(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi$.

377. $(4k-1) \frac{\pi}{2}$; $(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi$. 378. $k\pi$; $(4k \pm 1) \frac{\pi}{8} =$
 $= (2k+1) \frac{\pi}{8}$. 379. $(-1)^k \cdot 30^\circ + k \cdot 180^\circ$. Selgitada, miks ei ole lahenduv võrrand $\sin x = -2$.

380. $\frac{k\pi}{4}$. 381. $k\pi$; $(2k+1)\frac{\pi}{10}$. Juhis. Veenduda, et jadad $\{4k \pm 1\} = \{2k+1\}$. 382. $(2k+1)\frac{\pi}{4}$; $(3k \pm 1)\frac{\pi}{3}$.

383. $x_1 = (2k+1)180^\circ$, $x_2 = (6k \pm 1) \cdot 60^\circ$; piirkonnas $0^\circ - 360^\circ$ asuvad erilahendid $x_1' = 180^\circ$, $x_2' = 60^\circ$ ja

$x_2'' = 300^\circ$. 384. $k\pi$; $(2k+1)\frac{\pi}{4}$. 385. $k\pi$; $(3k-1)\frac{\pi}{3}$.

386. $(2k+1)\frac{\pi}{2}$; $\frac{2k\pi}{5}$. 387. $(6k + (-1)^k)\frac{\pi}{24}$. 388. $2k\pi$; $(4k-1)\frac{\pi}{4}$; $(4k-1)\frac{\pi}{2}$. 389. $(2k+1)\pi$; $(2k+1)\frac{\pi}{2}$.

390. $(2k+1)\frac{\pi}{4}$.

391. Juhis. $x = (-1)^k \frac{\arcsin(\sqrt{3}-1)}{2} + k\frac{\pi}{2}$. Märkus.

Liites võrrandi mõlemale poole liikme $2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$,

saame

$$(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = \sin 2x + \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

ehk

$$\sin^2 2x + 2 \sin 2x - 2 = 0.$$

Saadud trigonomeetrilise võrrandi lahendamise taandame hariliku ruutvõrrandi lahendamisele, kasutades asendust $\sin 2x = t$.

392. $(2k+1)\frac{\pi}{5}$; $2(3k+1)\frac{\pi}{3}$.

393. Lahendus. Teisendades võrrandit saame

$$\sin^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + \cos^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{4}$$

ehk

$$\sin 2x = \frac{1}{2}, \text{ seega } x = \frac{6k + (-1)^k}{12} \pi.$$

394. $(4k+1)\frac{\pi}{4}$. 395. Asendusega $\sin x = y$ saame võrrandi

$4y^3 - 7y + 3 = 0$, mille lahenditeks on $y_1 = 1$; $y_2 = 0,5$

ja $y_3 = -1,5$. Kuna $y = \sin x$, siis võrrandite $\sin x = 1$; $\sin x = 0,5$ ($\sin x \neq -1,5!$) lahenditeks on vastavalt

$$x_1 = 180^\circ k + (-1)^k 90^\circ \text{ ja } x_2 = 180^\circ k + (-1)^k 30^\circ.$$

396. $2\pi k \pm \frac{\pi}{6} = (12k \pm 1)\frac{\pi}{6}$. 397. $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + k\pi$.

V. P l a n i m e e t r i a

398. 24. 399. 15, 20, 25. 400. $60 \cdot 80 : 2 \text{ m}^2 = 24 \text{ a.}$

401. 6; 8; 10 (cm). 402. $\frac{12\sqrt{2}}{7}$. 403. 3; 6 (m).

404. $15^\circ; 75^\circ$. Juhis. Kuna $\sin A = \frac{h}{b}$ ja $\cos A = \frac{b}{c}$, siis
 $\sin A \cos A = \frac{h}{c} = \frac{1}{4}$, millest $A = 15^\circ$.

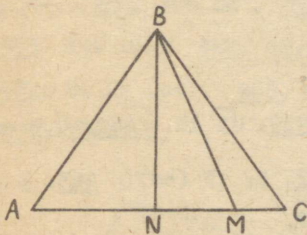
408. $p \frac{p-h \pm \sqrt{p^2 - 6ph + 3h^2}}{2p-h}$; $\frac{2p^2}{2p-h}$. 409. 6s.

410. 18; 24 ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$). 411. $4\frac{1}{6} \text{ cm}^2$. 412. 3 : 4 : 5.

413. $\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{a^2 + ab + b^2}$. 415. $\frac{\pi k \sqrt{3}}{3} \text{ cm}^2$. 416. 24 cm.

417. $2r\sqrt{\frac{h}{h-2r}}$, $(h-r)\sqrt{\frac{h}{h-2r}}$. 418. $\frac{r}{R} = \frac{\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}$.

419. Lahendus. Joonestame kõrguse BN. Kolmnurgast NBM



$$\begin{aligned} BM^2 &= BN^2 + NM^2 = \\ &= BN^2 + (NC - MC)^2 = \\ &= BN^2 + NC^2 - 2NC \cdot MC + MC^2 = \\ &= BN^2 + NC^2 - MC(AC - MC). \end{aligned}$$

Kolmnurgast NBC

$$BN^2 = BC^2 - NC^2,$$

seega

$$\begin{aligned} BM^2 &= BC^2 - MC(AC - MC) = \\ &= BC^2 - MC \cdot AM \end{aligned}$$

ning

$$BC^2 - BM^2 = AM \cdot MC,$$

m.o.t.t.

421. $45^\circ, 105^\circ, 4$; $2\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})$. 422. 37; $\sqrt{769} \approx 27,7$ (cm).

423. 5; 6; 7 (cm). 424. 108; 48 (cm^2). 425. $\frac{1}{35}$.

426. 7,5 cm. 427. 1 : 8. 428. 6; 10 (m).

429. $[0; 600]$ (m²). 430. $3\frac{1}{3}$ cm. 431. $\frac{c \cdot \sin B}{\sin(\frac{A}{2} + B)}$.

432. 4, 5, 6. 434. $a = \sqrt{b^2 + c^2 + \frac{6}{5}bc}$.

435. Lahendus. Koosinuslause põhjal

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha;$$

kuna $a^2 = b^2 + bc$, siis vaadeldaval juhul

$$c^2 - 2bc \cos \alpha = bc \quad \text{ning} \quad \frac{c}{b} = 1 + 2 \cos \alpha.$$

Siinuslause põhjal

$$\frac{c}{b} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta},$$

seega

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = 1 + 2 \cos \alpha;$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \beta,$$

millest

$$\alpha = 2\beta.$$

437. $12\frac{132}{289}$. 438. $\frac{a^2 b^2}{(a+b)^2}$. 439. $\sqrt{5}$ dm. 440. 0,5 cm.

441. 16; 144; 128; 112 (m). 442. 8; 15 (cm). 443. 3 cm.

444. 45°. 445. 48 min.. 446. $\sqrt{2}$.

447. Lahendus. Tähistades küljed a ja b ning diagonaali c-ga, tõstame ruutu algtingimustest saadava seose

$$a - b = 1.$$

Asendame seejärel külgede ruutude summa diagonaali ruuduga ja külgede korrutise 2,4c-ga. Miks?

Nii saadud ruutvõrrandist leiame $c = 5$. Külgede pikkused on $a = 4$ ja $b = 3$.

448. Lahendus. Kui x ja y on ristküliku küljed, siis

$$p = 2(x + y)$$

ja ristküliku pindala väljendub

$$S = xy = x\left(\frac{p}{2} - x\right).$$

Funktsiooni

$$S(x) = \frac{p}{2}x - x^2$$

ekstreemumkoha leiame võrrandist $S(x) = 0$, s.o.

$$\frac{p}{2} - 2x = 0.$$

Seega pindala on ekstreemaalne, kui ristküliku külj on neljandik ümbermõõdust

$$x = \frac{p}{4}.$$

Leitud väärtus ei saa olla miinimumkoht. Miks?

449. $50 \cdot 100 \text{ m}^2$. 450. $100 \cdot 200 \text{ m}^2 = 2 \text{ ha}$. 451. 2 cm .

452. $14\sqrt{3}$. 453. 8 dm . 454. $(k^2 - p^2) \text{ cm}^2$. 455. $3; 4 \text{ (dm)}$.

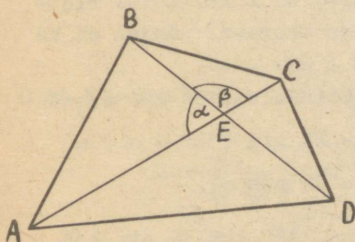
456. 10 cm . 457. $80^\circ, 100^\circ$. 458. $2,4 \text{ cm}$. 459. $12; 20$;

$\sqrt{544}$. 460. 108 cm^2 . 461. $\frac{1}{4}(a^2 - b^2)(\sqrt{3} - 1)$. 462. 20 cm .

463. 216 cm^2 . 464. $12,5 \text{ cm}^2$. 465. $\frac{2ab}{a+b}$. 466. 5 .

467. $8; 24 \text{ (cm)}$. 468. 126 . 469. 18 cm . 473. 4 cm .

474. Tõestus.



$$S_{ABCD} = S_{ABE} + S_{BCE} + S_{CDE} + S_{DAE} =$$

$$= \frac{1}{2}AE \cdot BE \sin \alpha + \frac{1}{2}BE \cdot CE \sin \beta +$$

$$+ \frac{1}{2}CE \cdot DE \sin \alpha + \frac{1}{2}DE \cdot AE \sin \beta.$$

Et $\sin \alpha = \sin \beta$, siis

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} [AE(BE + DE) + CE(BE + DE)] \sin \alpha =$$

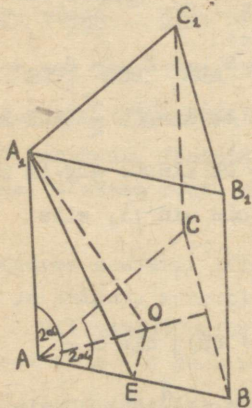
$$= \frac{1}{2} [(AE + CE)(BE + DE)] \sin \alpha = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \alpha,$$

m.o.t.t.

475. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2} \approx 14\%$. 476. $\frac{9}{4}a^2 \tan 70^\circ$. 477. 8. 478. 144° .
 479. 12 cm. 480. $\frac{5}{3}$ cm. 481. $1\frac{7}{8}$. 482. 13; 15 (cm).
 483. $75\sqrt{3}$ cm². 484. $R^2(\frac{4}{3}\pi + \sqrt{3})$. Juhis. Liita ringide ja kolmnurkade pindalad esialgu isekeskis. 485. $8\sqrt{\frac{9}{3\pi}}$ cm³.
 486. 2; 8; 5; 5 (cm). 487. $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$. Märkus. Ringjooned lõikuvad täisnurga all, kui nurk nende puutujate vahel on 90° . 489. $6\frac{2}{9}$. 490. $\frac{a^2}{18}(3\sqrt{3} - \sqrt{6})$. Juhis. Ühendada lähiskülgede ja ringjoone lõikepunktid keskpunktiga. Määra tekkinud nelinurga liik, leiðes nurga eelmainitud ühendusjoone ja külje vahel. 492. 2. 494. 1.

VI. Stereomeetria

495. $18(12 + \sqrt{3})$ cm². 496. $\frac{\sqrt{3}}{\cos \alpha} \sqrt{V^2 \cot^2 \alpha}$.
 497. $\frac{1}{3} \sqrt[4]{3} \sin \alpha \sqrt{S \cos \alpha}$. 498. $70a^2 \tan \alpha$.
 499. $4a^2 \sqrt{3}$. 500. $\frac{1}{2}k^3 \sin A \cos^2 A$. 501. $10 \cdot 10 \cdot 5$ dm³.
 502. $\frac{3\sqrt{3}}{8}d^3 \sin^2 A \cos A$.
 503.



Lahendus. Punkt E on AB keskpunkt, $EO \perp AB$. Kolme rist-sirge teoreemi põhjal on ka $A_1E \perp AB$.

Siinuslausest saame, et

$$\begin{aligned}
 AB &= 2R \sin(90^\circ - \alpha) = \\
 &= 2R \cos \alpha.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{ABC} &= \frac{4R^2 \cos^2 \alpha \sin 2\alpha}{2} = \\
 &= 2R^2 \cos^2 \alpha \sin 2\alpha.
 \end{aligned}$$

$$\Delta AA_1E: M_1 = \frac{AE}{\cos 2\alpha} = \frac{R \cos \alpha}{\cos 2\alpha}$$

$$\begin{aligned} \Delta AA_1O: H &= \sqrt{AA_1^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{R^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 2\alpha} - R^2} = \\ &= \frac{R}{\cos 2\alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 2\alpha} = \\ &= \frac{R}{\sin 2\alpha} \sqrt{\sin 3\alpha \sin \alpha}. \end{aligned}$$

Seega saame, et

$$V = 2R^3 \cos^2 \alpha \tan 2\alpha \sqrt{\sin 3\alpha \sin \alpha} \text{ kuupühikut.}$$

504. Lahendus. Joonestame tasapinna $A_1EF \perp AB$ ja tasa-

pinna $A_1EK \perp AD$. Need tasapinnad on risti põhjaga $ABCD$ ja seega nende tasapindade lõikejoon A_1E on rööptahuka kõrgus.

$$S_{ABCD} = a^2 \sin \alpha,$$

$$\Delta AA_1F: AF = a \cos \alpha$$

$$\Delta A_1EF: EA = \frac{AF}{\cos \frac{\alpha}{2}} =$$

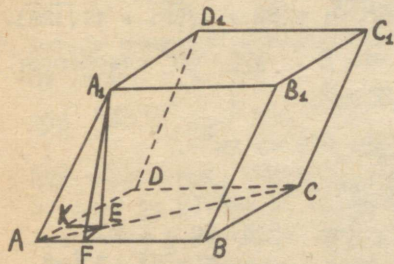
$$= \frac{a \cos \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}},$$

$$\Delta AA_1E: H = \sqrt{a^2 - EA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}} =$$

$$= \frac{a}{\cos \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \alpha} =$$

$$= \frac{a}{\cos \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin \frac{3\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

$$V = \frac{a^3 \sin \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin \frac{3\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}} =$$



$$= 2a^3 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin \frac{3\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

505. Juhis. Vt. joonist ülesande nr. 504 lahenduses.

506. $\frac{64\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$; $16(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$. 507. $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$; $\frac{64\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$.

508. 324 cm^3 . 509. $\frac{a^3}{12} \tan A$. 510. $\arctan \frac{2h}{\sqrt{b^2 - h^2}}$.

511. $\frac{1}{24}a^3 \tan \varphi$; $\frac{a^2\sqrt{3}(1 + \cos \varphi)}{4 \cos \varphi}$. 512. 3 cm. 513. 10.

514. $\frac{c^2}{4} \cos \alpha$; $c(1 + \sqrt{1 + \cos^2 \alpha})$. 515. 108 cm^3 .

516. $1,8 \text{ dm}^3$. 517. $a\sqrt{2}$. 518. $\frac{256\sqrt{6}}{3} \text{ cm}^3$.

519. $\sqrt{4H^4 - S^2 - 2H^2}$. 520. $\frac{a}{2}(2 + \sqrt{2})$. 521. 150.

522. 8 cm. 523. 60° . 524. $\frac{704}{3}\sqrt{110}$; $4(88 + 4\sqrt{561} + 11\sqrt{126})$.

525. 360 cm^3 . 526. $\frac{1}{12}b^3 \sin \alpha \sin \beta$. 527. $\frac{1}{3}h^3 \cot \alpha \cot \beta$;
nõutaval erijuhul on ruumala $3\sqrt{3} \text{ dm}^3$.

528. $2m^2\sqrt{3} \cos \alpha (1 + \cos \alpha)$. 529. 20; 45 (m^2).

530. $\frac{1}{6}(a^3 - b^3) \tan \alpha$. 531. $\frac{h}{3}(5ab - a^2 - b^2)$.

532. $\frac{3\pi k^2}{4}$. 533. $\frac{a^3}{4\pi}$. 534. $\frac{S_k^2}{4\pi V}$. 535. $2Q + \pi M$.

536. 40π . 537. $\frac{64\pi\sqrt{3}}{3}$. 538. 48π . 539. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$; $\frac{3\pi a^2}{4}$.

540. $\frac{\pi r^3\sqrt{3}}{3}$. 541. $38\frac{2}{5}\pi$. 542. $\frac{\pi}{3} P\sqrt{P \cot \alpha}$.

543. $\sqrt{\frac{3V}{\pi \tan \alpha}}$. 544. $\frac{1}{4}\pi r^2$. 545. $\frac{7}{27} V$. 546. $2\pi S$.

547. $\frac{Ph}{\pi m}$. 548. 9,1. 549. $\frac{e_p(d_1^2 + d_1d_2 + d_2^2 - 3d^2) + 3e_r d^2}{d_1^2 + d_1d_2 + d_2^2} \approx$

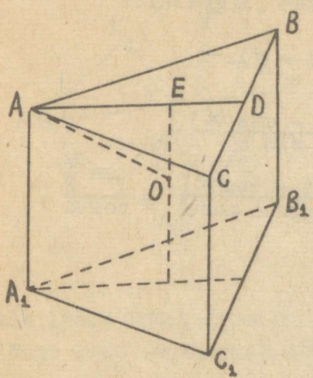
$\approx 1,05 \left(\frac{R}{\text{cm}}\right)$. 550. 128π . 551. $10\pi\sqrt{91} \text{ cm}$.

552. $2R\sqrt[3]{4}$. Juhis. Eeldada kehade ruumvõrdsust.

553. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. 554. $\frac{\pi d^2}{3}$. 555. $18p^2$. 556. ~~$\frac{\sqrt{3}}{9}$~~ $\frac{\sqrt{3}}{9}$

557. $\sqrt{2} : 1$. 558. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{27}$.

559. Lahendus. Kui O on kerade ühine keskpunkt, siis ümberjoonestatud kera raadius $R = AO$, sissejoonestatud kera raadius $r = EO$. Kuna E on $\triangle ABC$ mediaanide lõikepunkt, siis



$$AE = 2ED;$$

$$ED = EO = r;$$

seega

$$AE = 2r.$$

Kolmnurgast AEO

$$AO^2 = AE^2 + EO^2$$

ehk

$$R^2 = 5r^2.$$

Kerade pindalad suhtuvad nagu nende raadiuste ruudud, seega nagu $5 : 1$.

560. $\frac{1}{2}\sqrt{3} R^3 \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \alpha$. 561. $\frac{h \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

562. Lahendus. Püramiidi tipud C ja D , külje AB keskpunkt E , kera ja püramiidi tahkude puutepunktid F ja G ning kera keskpunkt O asuvad ilmselt ühel tasandil, mis on risti küljega AB . Seetõttu $\angle DEF = \alpha$, $\angle OEF = \frac{\alpha}{2}$. Tähistame $OF = x$, $EF = y$. Sel korral täisnurksetest kolmnurkadest DEF ja OEF saame

$$\frac{a + x}{y} = \tan \alpha, \quad \frac{x}{y} = \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Sellest süsteemist määrame suuruse y :

$$x = y \tan \frac{\alpha}{2}, \quad y = \frac{a}{\tan \alpha \cdot \tan \frac{\alpha}{2}}.$$

Kuna puutepunkt F on põhja raskuskeskmeks, siis ta jagab põhja kõrguse CE osadeks, mis suhtuvad nagu $2 : 1$. Seetõttu $CE = 3y$. Põhja serva pikkuseks on

$$b = \frac{3y}{\sin 60^\circ} = \frac{3y}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2y\sqrt{3}$$

külgtahu kõrguseks aga

$$h = \frac{y}{\cos \alpha}.$$

Püramiidi täispindala avaldub seega järgmiselt:

$$S = 3 \cdot \frac{1}{2}bh + \frac{1}{2}b \cdot 3y = \frac{3}{2}b(h + y).$$

Kuna

$$\begin{aligned} \tan \alpha - \tan \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha - \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\tan \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}, \end{aligned}$$

siis

$$y = a \cos \alpha \cot \frac{\alpha}{2}.$$

Järelikult

$$\begin{aligned} S &= \frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{3} y \left(\frac{y}{\cos \alpha} + y \right) = \\ &= 3\sqrt{3} (a^2 \cos^2 \alpha \cot^2 \frac{\alpha}{2} \frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha}) \end{aligned}$$

ehk

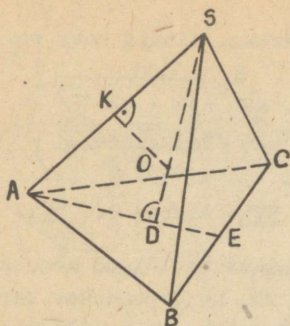
$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \sin 2\alpha \cot^3 \frac{\alpha}{2}.$$

563. Lahendus. Kuna püramiid on korrapärane, peab ümberjoonestatud kera keskpunkt asuma tema kõrgusel DS (või selle pikendusel). Kuna külgserv AS on kera kõõluks, peab selle kera keskpunkt asuma tasandil, mis poolitab külgserva ning on temaga risti. Järelikult asub ümberjoonestatud kera keskpunkt O püramiidi kõrguse DS ja külgservale AS keskpunktis K joonestatud ristasandi lõikepunktis. Kera raadius on OS ning rumala

$$V = \frac{4\pi OS^3}{3}$$

Täisnurksete kolmnurkade ADS ja OKS sarnasusest järeldub, et

$$OS = AS \cdot \frac{KS}{DS} = \frac{b^2}{2DS};$$



täisnurksest kolmnurgast ADS leiame, et

$$DS = \sqrt{AS^2 - AD^2},$$

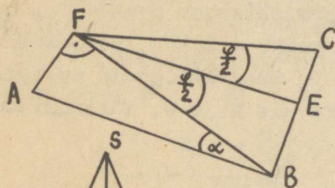
kuna võrdkülgse kolmnurga ABC mediaanide lõikepunkti kaugus tema tipust A on

$$AD = \frac{AB}{\sqrt{3}}, \text{ siis}$$

$$DS = \sqrt{b^2 - \frac{AB^2}{3}}.$$

Vaatleme järgnevalt püramiidi lõiget tasandiga,

mis läbib põhiserva BC ja on risti külgservaga AS. See lõige omab võrdhaarse kolmnurga kuju (joonisel BCF), mille tipunurk on ψ .



$$\text{Kolmnurga haar } BF = \frac{BE}{\sin \frac{\psi}{2}} =$$

$$= \frac{AB}{2 \sin \frac{\psi}{2}}; \text{ kolmnurgast püramiidi tahul AEF saame}$$

BF = AB cos α .

$$BF = AB \cos \alpha.$$

Seega

$$\cos \alpha = \frac{1}{2 \sin \frac{\psi}{2}}.$$

Nüüd on võimalik leida kolmnurgast püramiidi ta-

hul AHS

$$AB = 2AH = 2AS \cos (90^\circ - \alpha) = 2b \sin \alpha.$$

Seega

$$DS = b \sqrt{1 - \frac{4}{3} \sin^2 \alpha} = \frac{b}{\sqrt{3}} \cot \frac{\psi}{2};$$

$$OS = \frac{\sqrt{3}}{2} \tan \psi$$

ja ruumala

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2} b^3 \tan^3 \frac{\psi}{2}.$$

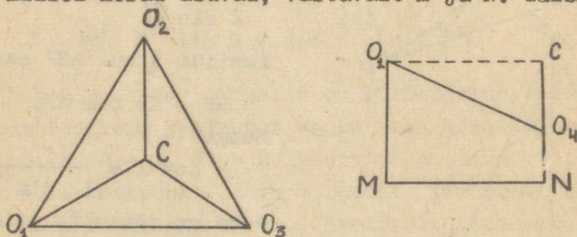
564. $\frac{16}{3}r^3 \frac{\tan \frac{\alpha}{2} \sin^4 \frac{\alpha}{2} \tan^4 \psi}{(1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \tan^2 \psi)^3}$. Märkus. Ainult kaks rombi

tippudest asuvad kera pinnal. 565. $\frac{1}{\pi} \sqrt[6]{36 \cdot 126 \pi^3} = \frac{2}{3}$
 $= \frac{1}{\pi} \sqrt{6\pi} \sqrt[6]{21}$ (m). 566. $r \sqrt{\frac{m-r}{m+r}}$. 567. $\left(\frac{12V \sqrt{\pi} \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^4 \frac{\alpha}{2}} \right)^{\frac{2}{3}}$.

568. 60° . 569. $\frac{8 \cos^3 \alpha \sin^3 \alpha}{(1 + \sin \alpha)^3}$. 570. $\arccos \frac{1}{3}$. 571. $\frac{4}{3}S$.

572. Kolme antud kera keskpunkti ühendavad lõigud moodustavad võrdkülgse kolmnurga küljega $2R$, Neid puudutav kera on väiksem; ta asub kolme antud kera alla jäävas õõnsuses. Tema keskpunkt asub võrdsetel kaugustel antud kerade keskpunktidest ning allpool tasapinda, mis neid keskpunkte läbib.

Väikese kera keskpunkti O_4 projektsioon punkte O_1, O_2, O_3 läbivale tasapinnale langeb kokku $\Delta O_1 O_2 O_3$ mediaanide lõikepunktiga C . Märgime O_1 ja O_4 projektsioonid tasapinnale, millel kerad asuvad, vastavalt M ja N . Täisnurkses



trapetsis $O_1 O_4 N M$ on

$$O_1 M = R, \quad O_4 N = r$$

(väikese kera raadius),

$$O_1 O_4 = R + r, \quad MN = O_1 C = \frac{2\sqrt{3}}{3} R .$$

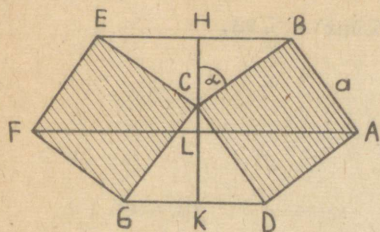
Täisnurksest kolmnurgast $O_1 O_4 C$ saame

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + \frac{4}{3} R^2 .$$

Lahendades selle võrrandi r suhtes, leiame

$$r = \frac{1}{3} R .$$

573.



Tekkiva pöördkeha telglõige on joonisel viirutatud; selle keha ruumala võrdub tükikoonuste AFGD ja ABEF ruumalade summa ning koonuste BCE ja GCD ruumalade summa vahega.

$$V = \pi a^3 (\sin \alpha + \cos \alpha).$$

574. $280\pi \text{ dm}^3$, $270\pi \text{ dm}^2$.

575. Ülesande teksti võib tõlgendada mitmel viisil - kas kõrgus h on tõmmatud hüpotenuusile või on ta üks kaatetest, kas telg asub hüpotenuusist täisnurga pool või vastassuunas. Juhul, kui h all mõista hüpotenuusile tõmmatud kõrgust ning kui telg asub hüpotenuusist täisnurgale vastupidisel pool, on

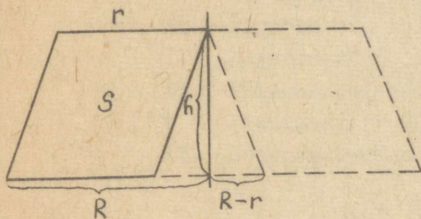
$$V = \frac{8\pi h^3}{3 \sin^2 \alpha}.$$

576. $240\pi \text{ cm}^3$, $84\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2$. 577. $448\pi \text{ cm}^3$; $216\pi \text{ cm}^2$.

578. $\pi d^3 \tan \frac{\alpha}{2}$. 579. $V = 2\pi a^3 \sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2}$.

580.

Lahendus. Pöörlemisel tekib tükikoonus ruumalaga



$$V_1 = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr),$$

millest on eraldatud koonus ruumalaga

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi h (R - r)^2.$$

Seega

$$V = V_1 - V_2 =$$

$$= \frac{1}{3} \pi h [R^2 + r^2 + Rr - (R - r)^2] =$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{3} \pi h Rr = \pi Rhr = \pi RS.$$

S I S U K O R D

Eessõna 3

Ülesanded

| | |
|---|----|
| I. Aritmeetika: nr. 1 - 42 | 6 |
| II. Algebra 1°: nr. 43 - 160 | 12 |
| III. Algebra 2°: nr. 161 - 297 | 29 |
| IV. Trigonomeetria: nr. 298 - 397 | 43 |
| V. Planimeetria: nr. 398 - 494 | 52 |
| VI. Stereomeetria: nr. 495 - 580 | 62 |

Valemeid

| | |
|---------------------------|----|
| I. Aritmeetika | 72 |
| II. Algebra | 74 |
| III. Trigonomeetria | 80 |
| IV. Planimeetria | 85 |
| V. Stereomeetria | 90 |

Vastused. Lahendusi

| | |
|--------------------------|-----|
| I. Aritmeetika | 94 |
| II. Algebra 1° | 95 |
| III. Algebra 2° | 98 |
| IV. Trigonomeetria | 104 |
| V. Planimeetria | 107 |
| VI. Stereomeetria | 110 |

А. Ларетей, Я. Рейманд

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА
II

(Сборник задач
для вступительных экзаменов в ТГУ)

На эстонском языке

Тартуский государственный университет
ЭССР, г. Тарту, ул. Кликсооли, 18

Vaastutav toimetaja A. Vassil
Korrektor M. Raisma

=====
TRU rotaprint 1969. Paljundamisele antud 27. III 1969.
Trükipoognaid 7,5. Tingtrükipoognaid 7,0. Arvestus-
poognaid 5,28. Trükiarv 4000. Paber 30 x 42. 1/4.
MB 03912. Tell. nr. 245.

Hind 15 kop.

hind 15 kop.

A-28896
///

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00449160 3