

EESTI PÕLLUMAJANDUSE AKADEEMIA

S. Riives

KUJUTAVA GEOMEETRIA
HARJUTUSÜLESANDEID
KONTROLLKÜSIMUSTEGA

I vihik

Üliõpilase nimi

Osakond (kursus, rühm).

TARTU 1969

EESTI PÕLLUMAJANDUSE AKADEEMIA

S. Riives

KUJUTAVA GEOMEETRIA
HARJUTUSÜLESANDEID
KONTROLLKÜSIMUSTEGA

I vihik

Üliõpilase nimi

Osakond (kursus, rühm)

TARTU 1969

Эстонская сельскохозяйственная академия

г. Тарту, ул. Рийа, 12

З. Рийвес

ЗАДАЧИ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

С КОНТРОЛЬНЫМИ ВОПРОСАМИ

Тетрадь I

На эстонском языке

F₂

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu

77006

ARHIIVKOGU

Vastutav toimetaja: A. Ruubel

Korrektor: J. Hendrikson

Paljundamiseks antud 19. III 69. Paber 60x84/16 cm.

Trükipoognaid 7,75. Tingtrükipoognaid 7,05. Arvestus-
poognaid 7,1. Tiraaž 1000. Tell. nr. 48.

EPA rotaprint, Tartu, Riia 12

Hind 20 kop.

Sissejuhatuseks

Käesolev harjutusülesannete vihik on koostatud eesmärgiga soodustada statsionaarsete ja kaugõppeüliõpilaste iseseisvat õppetööd.

Valimik ülesandeid on ette nähtud üliõpilaste teoreetiliste teadmiste kinnistamiseks. Paralleelselt teooria läbitöötamisega tuleb iseseisvalt ülesandeid lahendada. Vastavalt programmile on igas osas alustatud lihtsamatest ülesannetest. Kõrvuti üldjuhtudega on tähelepanu pööratud ka erijuhtudele, kus kujundid asuvad ekraanide suhtes eriasendis.

Vihik sisaldab harjutusmaterjali projektsioonimeetoditest (kvooditud ristprojektsioon, kompleksjõonis e. Monge'i epüür ja aksonomeetria) ning positsiooni- ja mõõduülesandeid punktide, sirgete ja tasandite kohta.

Harjutusülesanded hõlmavad aineosa, mille tundmine on vajalik kaugõppeüliõpilastel esimeseks kontrolltööks kujutavas geomeetrias. Peale selle on antud lihtsamaid ülesandeid aksonomeetriast.

Ülesandeid alates nr. 102 võib kasutada statsionaarsete üliõpilaste kodusteks graafilisteks töödeks.

Ruumikujutluse arendamiseks ning kujutavas geomeetrias rakendatavate lahendamismeetodite omandamise hõlbustamiseks on ülesandele lisatud kontrollküsimused. Enne kui asuda ülesande graafilisele lahendamisele, tuleb vastata joonealustele küsimustele. Kontrollküsimuste vastused suunavad õige lahenduskäigu leidmisele. Ülesannete puhul, millel kontrollküsimused puuduvad, saab toetuda celnevate analoogiliste ülesannete küsimustikele.

Vihik on koostatud põhimõttel, et lahendused tuleb näidata antud joonisel pliiatsijoonistena. Jooniste valmistamisel on rangelt nõutav joonestusvahendite oskuslik kasutamine ning jooniste vormistamine vastavalt kehtivatele standarditele. Tulemuste esiletõstmiseks kasutada värvilisi pliiatseid. Kõik lahenduskäigus esinevad punktid, sirged ja tasandid tuleb kindlasti tähistada (vt. kasutatud tähistusi). Kui mõnda üles-

annet saab lahendada mitmel viisil, siis võib paralleelsete lahenduskäikude esitamiseks kasutada vahelepardavaid lisalehti.

Enamikule ülesandeist on lisatud märgid, mis võimaldavad kontrollida vastuse õigsust. Nii näiteks sirge õige määramise korral peavad tema projektsioonid täpsel joonestamisel (joonestusvahendite korrektsel kasutamisel) läbima tähistatud punkte joonise raamil, otsitav nurk või lõik peab suuruselt või pikkuselt võrduma joonise äärel fikseerituga jne.

Vihik sisaldab ülesandeid sellisel hulgal, mis võimaldab individualiseerida ülesannete lahendamist praktilistes tundides. Statsionaarsetele üliõpilastele semestri vältel kohustuslik ülesannete arv määratakse kindlaks ajajaotusplaani alusel.

Kaugõppeüliõpilastele on harjutusülesanded soovitatavaks lisaks kontrolltööle nr. 1. Kontrolltöö eeldab, et üliõpilane on läbi töötanud vastava aine tervikliku programmiosa ning oskab lahendada kõiki põhiülesandeid selle materjali ulatuses. Selleks, et omandada vajalikke oskusi põhiülesannete lahendamiseks ning kogemusi keerulisemate ülesannete alajaotamiseks, võivad kaugõppeüliõpilased kasutada harjutusülesannete vihkus antud ülesandeid koos kontrollküsimustega, mis võimaldavad teadmiste iseseisvat kontrolli. Samuti on see materjal sobiv sessioonil ette nähtud praktilisteks tundideks.

Autor

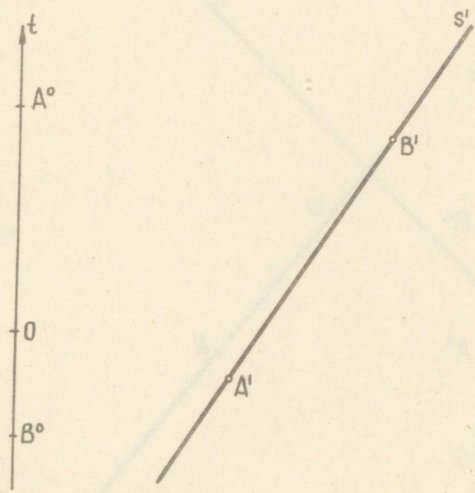
Tartu, 10. detsember 1968

Kasutatud tähistusi

1. Punktid ruumis (suured ladina tähed, alumise indeksiga või ilma) $A, B, C, \dots, A_1, B_1, C_1, \dots, A_2, B_2, C_2, \dots$
2. Sirged ruumis (väikesed ladina tähed, alumise indeksiga või ilma) $a, b, c, \dots, a_1, b_1, c_1, \dots$
3. Tasandid ruumis (väikesed kreeka tähed, alumise indeksiga või ilma) $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \sigma, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots$
4. Paralleelsus - $\parallel$. Näit. $a \parallel \alpha$ - loetakse: sirge a on paralleelne tasandiga α .
5. Ristseis - $\perp$. Näit. $\alpha \perp a$ - loetakse: tasand α on risti sirgega a .
6. Kuuluvus ehk asetsemine - $\subset$. Näit. $P \subset \alpha$ - loetakse: punkt P asetseb tasandil α .
7. Läbimine (kuuluvus) - $\supset$. Näit. $s \supset P$ - loetakse: sirge s läbib punkti P .
8. Lõikumine - $\times$. Näit. $a \times b$ - loetakse: sirge a lõikab sirget b .
9. Määramine - $(\quad)$ või $\equiv$. Näit. $\alpha (a \parallel b)$ - loetakse: tasand α on määratud paralleelsete sirgetega a ja b ;
 $s \equiv AB$ - loetakse: sirge s on määratud punktidega A ja B .
10. Tulemus - $=$. Näit. $L = s \times \alpha$ - loetakse: punkt L on sirge s lõikepunkt tasandiga α .
11. Kujundite projektsioonid tähistatakse sama tähega, millega vastav kujund ruumis, ülemise indeksi lisamisega. Näit. punkti A projektsioon - $A', A'', \dots, A'_1, A'_2, \dots$; sirge projektsioon $a', b', \dots, a'_1, a'_2, \dots$ jne.; aksonomeetiline projektsioon A^a, s^a jne.
12. Ekraan ehk projektsioonitasand - $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ jne.
13. Ekraanide lõikesirge - x , kusjuures alumine indeksite paar näitab missugused ekraanid lõikuvad. Näit.
 $\varepsilon_1 \times \varepsilon_2 = x_{12}, \quad \varepsilon_1 \times \varepsilon_4 = x_{14},$ jne.
14. Ekraani suhtes eriasendilised sirged: horisontaal - h , frontaal - f .

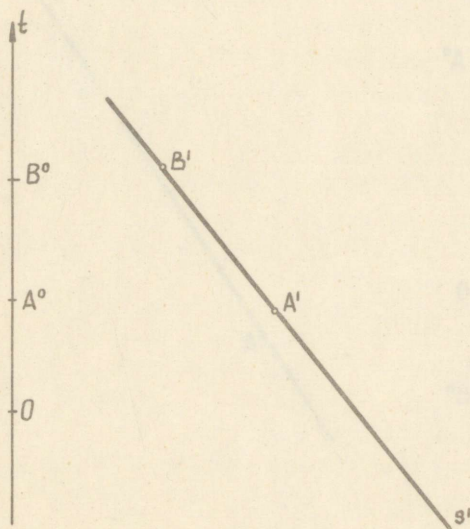
15. Kui punkt või sirge asetseb mingil kujundil, siis võib teda eraldada alumise indeksi lisamisega. Näit. kui $P \in a$, siis märgitakse P_a : kui $s \supset P$, siis märgitakse s_p jne.
16. Tasandi langusjoon - l : kui $l_a \perp h$, siis tähistatakse l_{1a} , kui $l_a \perp f$, siis - l_{2a} .
17. Täismurga tähisena punkt lõikuvate sirgete lõikepunkti juures - $\perp$.

1. Määrata kvooditud ristprojektsioonis antud sirge $s \equiv AB$ jälg ja uurida sirge nähtavust.



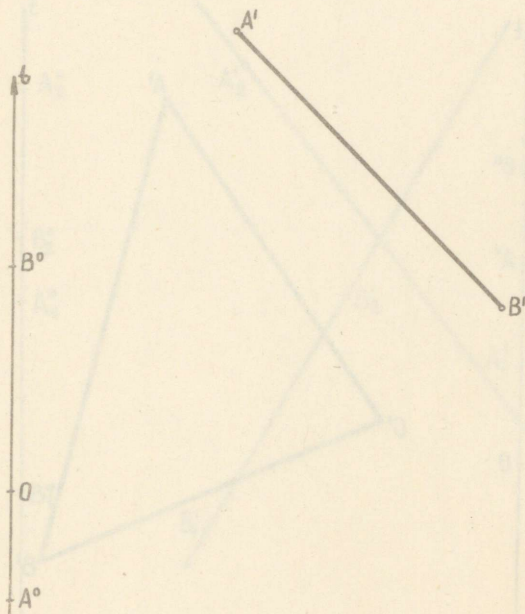
1. Mis on ristprojektsioon?
2. Mida nimetatakse punkti kvoodiks?
3. Mida nimetatakse sirge projektsiooniks?
4. Mis on sirge jälg?

2. Leida kvooditud ristprojektsioonis antud sirge $s \equiv AB$ kaldenurk ekraani suhtes.



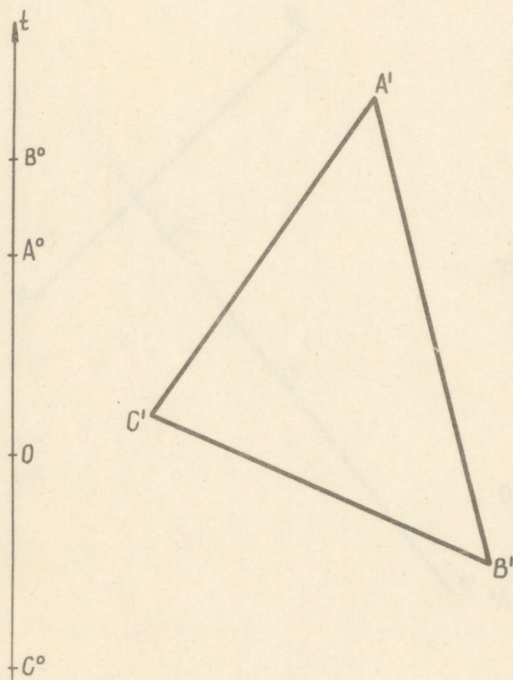
1. Mida nimetatakse sirge pöörendiks?
2. Missugust tasandit nimetatakse projekteerivaks?
3. Millal on sirge antud kvooditud ristprojektsioonis?

3. Leida kvooditud ristprojektsioonis antud sirglõigu $\overline{AB}$ tõeline pikkus.



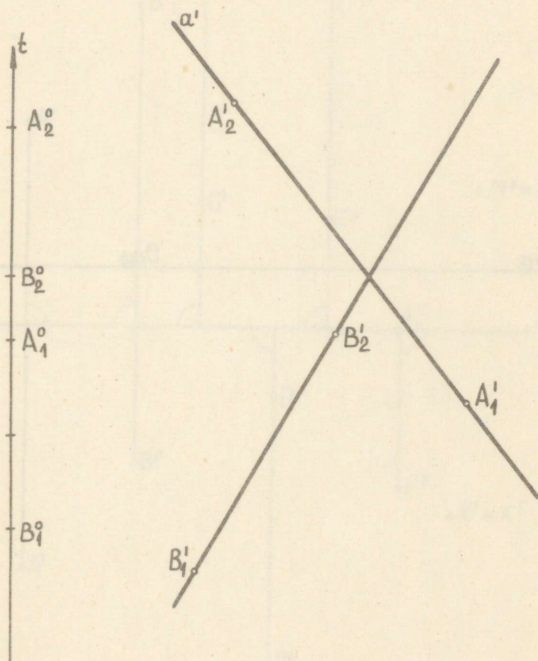
1. Missuguse täisnurkse kolmnurga kaudu mõõdetakse lõigu tõelist pikkust ristprojektsiooni juhul?
2. Mida nimetatakse projekteerivaks kiireks?
3. Mis on projekteeriv aparaat?

4. Määrata kvooditud ristprojektsioonis antud kolmnurkse tasanditüki lõikejoon ekraaniga. Uurida servade nähtavust.



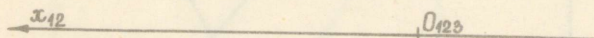
1. Mida nimetatakse tasandi jäljeks?
2. Kuidas asetsevad tasandi sirge jäljed tasandi jälje suhtes?

5. Uurida kvooditud ristprojektsioonis antud sirgete
 $a \equiv A_1A_2$ ja $b \equiv B_1B_2$ vastastikust asendit.



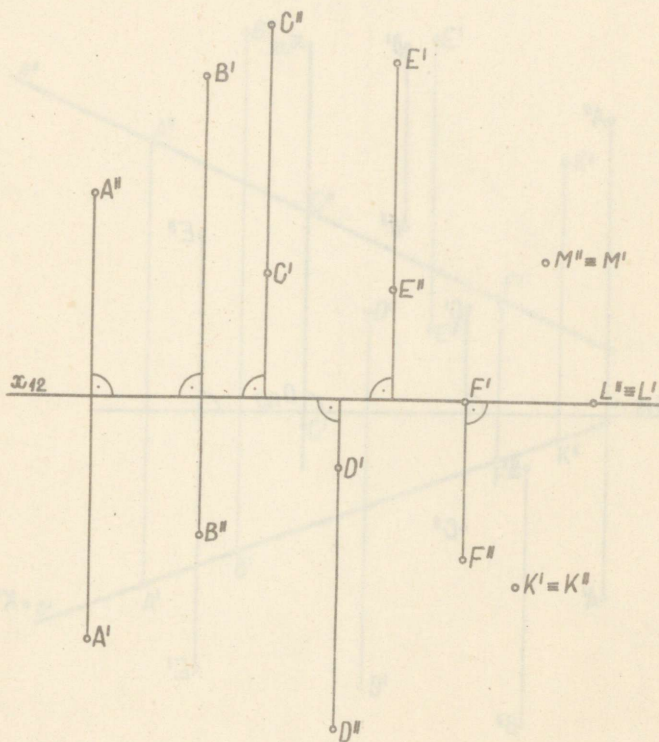
1. Missuguseid sirgeid nimetatakse lõikuvateks?
2. Missuguseid sirgeid nimetatakse kiivsirgeteks?
3. Mis on konkureerivad punktid?

6. Esitada kompleksjoonisel punktid: $A(30,40,20)$,
 $B(25,-10,20)$, $C(10,-15,-10)$, $D(15,10,-20)$, $E(20,0,-5)$
antud telje ja alguspunkti korral, kui ühikuks on 1 mm.



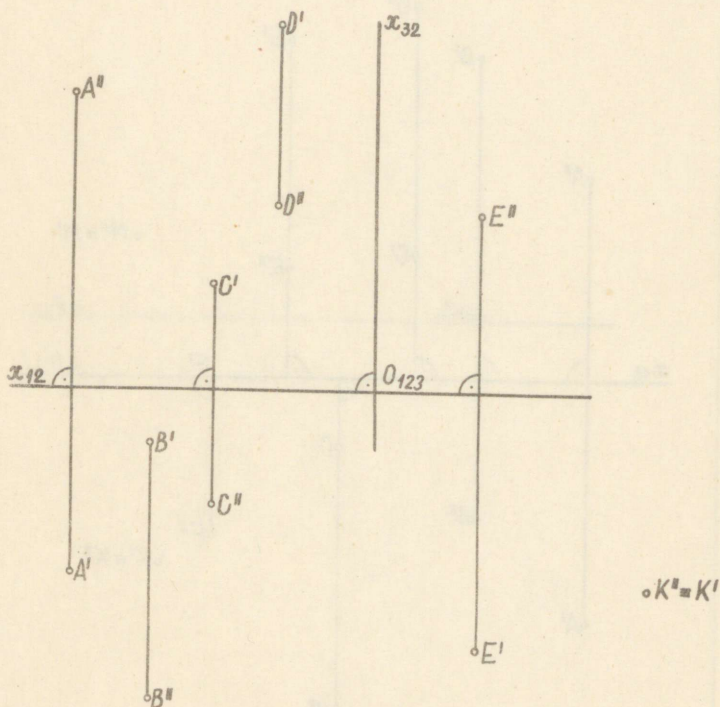
1. Mida iseloomustab punkti põhiprojektsioon?
2. Missugune projektsioon iseloomustab punkti kõrgust?
3. Kas on võimalik, et punkti põhi- ja esiprojektsioon ühtuvad?

7. Uurida punktide asendit ekraanide suhtes.



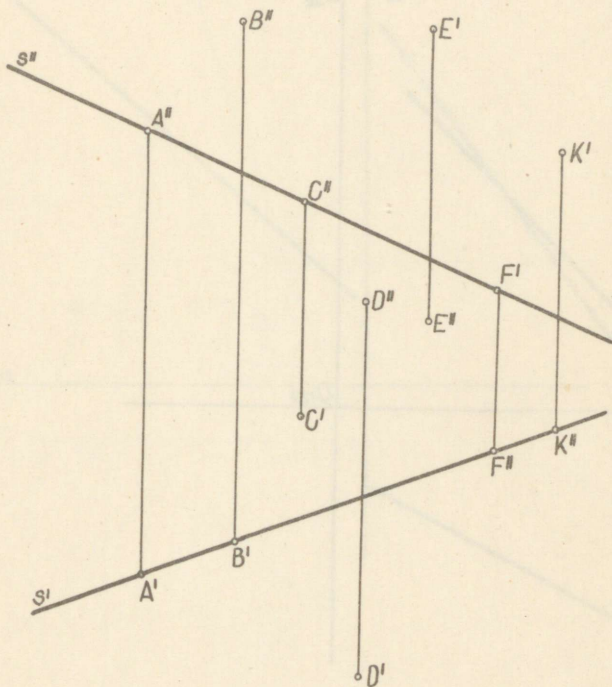
1. Missugune projektsioon iseloomustab punkti kõrgust?
2. Missugune projektsioon iseloomustab punkti sügavust?
3. Millest nähtub, kas punkt on esiekraanist ees- või tagapool?
4. Millest nähtub, kas punkt on põhiekraanist ülal- või allpool?

8. Määrata kaksvaates antud punktide kolmas projektsioon.



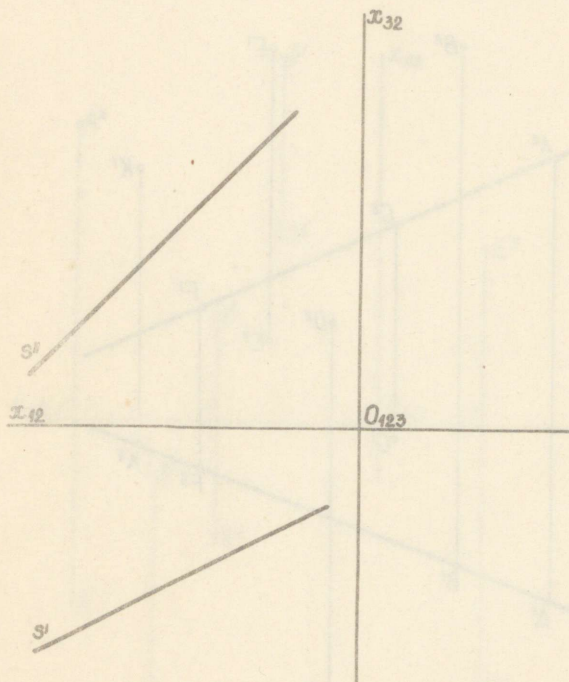
1. Mida nimetatakse punkti kaksvaateks?
2. Mis on sidejoon?
3. Kuidas asetseb kolmas ekraan kahe lähtekraani suhtes?

9. Uurida antud punktide asendit üldasendilise sirge s suhtes.



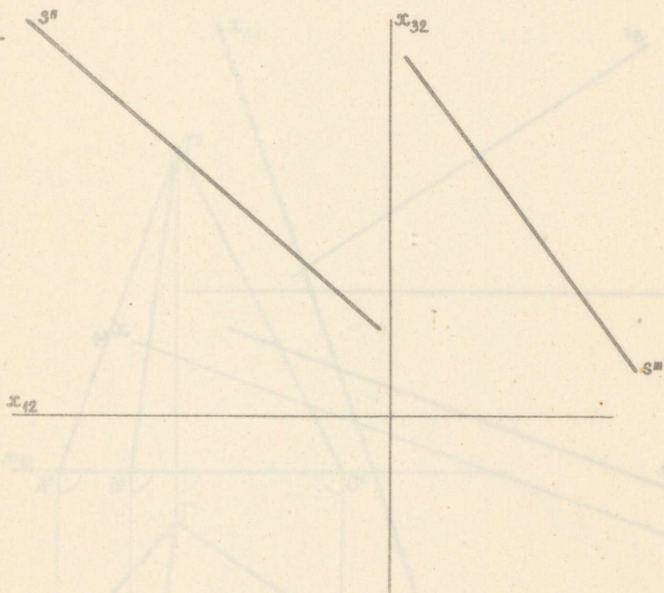
1. Missugust sirget nimetatakse üldasendiliseks?
2. Missugust tingimust peavad täitma sirge punktid kompleksjooniselt?

10. Leida kaksvaates antud üldasendilise sirge kolmas projektsioon.



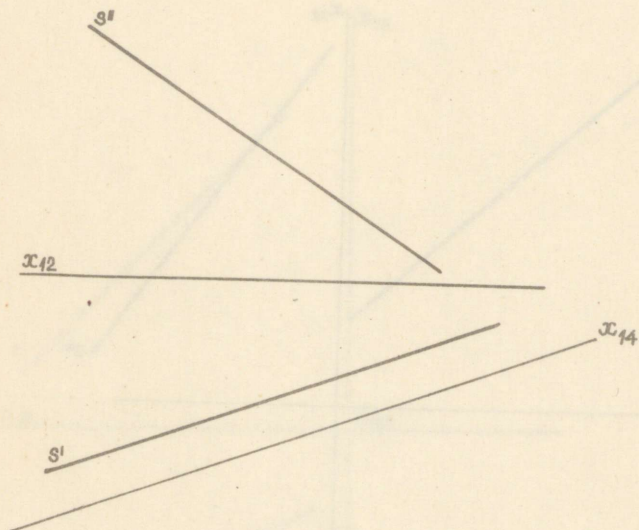
1. Missugust sirget nimetatakse üldasendiliseks?
2. Mis on joonise konstantne sirge?

11. Määrata üldasendilise sirge põhiprojektsioon s' ja sirge kolm jälge: J_1 , J_2 , J_3 .



1. Mida nimetatakse sirge jäljeks?
2. Missugune sirge projekteerub punktina?

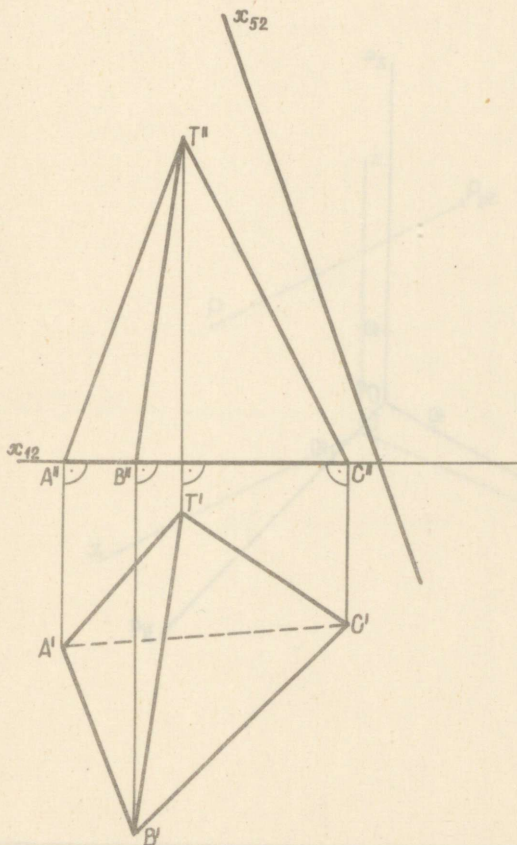
12. Leida sirge s uus projektsioon uuel esiekraanil ε_4 , kui on antud uus telg x_{14} .



1. Millist tingimust tuleb alati täita ekraanide vahetamisel?
2. Kuidas asetseb antud uus ekraan ε_4 sirge s suhtes?

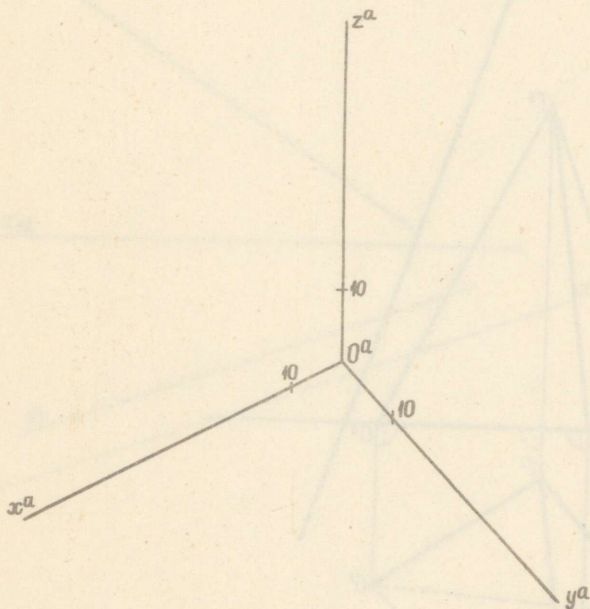
13. Leida antud püramiidi uus põhiprojektsioon, kui

$$\varepsilon_5 \times \varepsilon_2 = x_{52}.$$



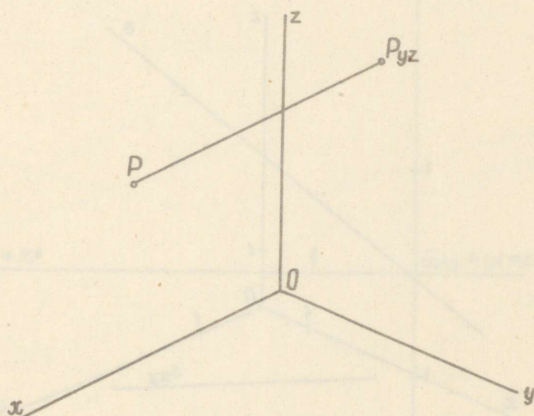
1. Mida iseloomustab $\widehat{x_{12} x_{52}}$?
2. Kuidas on omavahel seotud A'' ja A' ?
3. Mida iseloomustab $\overline{A' x_{52}}$?

14. Leida ülesandes 6 antud punktide A, B ja E aksonomeetrilised projektsioonid. Määrata moondetegurid m_x , m_y ja m_z .



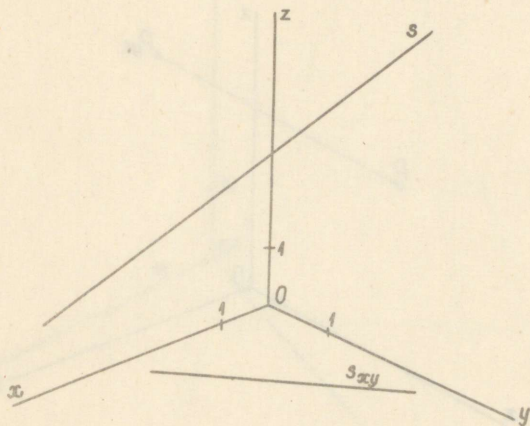
1. Mida nimetatakse koordinaatmurdjooneks?
2. Mida nimetatakse aksonomeetriliseks moondeteguriks?
3. Kas aksonomeetrilised moondetegurid on omavahel sõltumatud?

15. Leida aksoneetrias antud punkti P puuduvad teistkord-
sed projektsioonid.



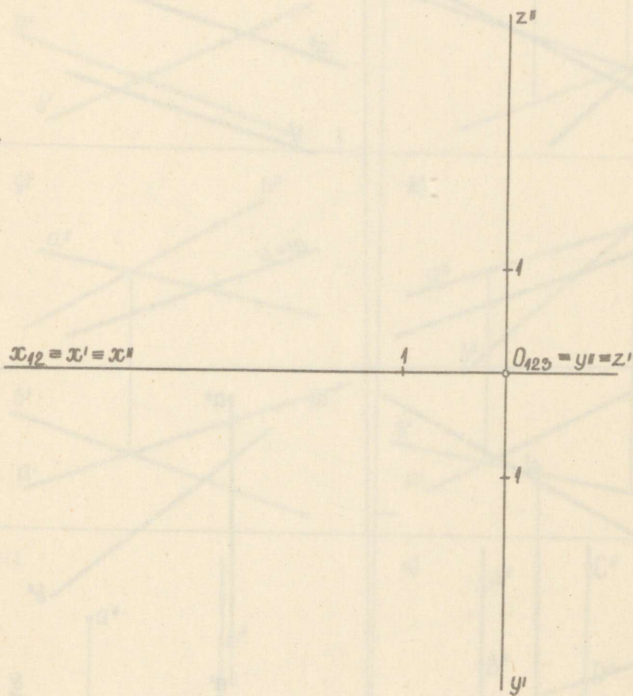
1. Mis on punkti teistkordne projektsioon?
2. Kas antud juhul võib olla tegemist ristaksonomeetria-
ga?

16. Leida sirge s lõikepunktid koordinaattasanditega ja uurida sirge nähtavust koordinaattasandite suhtes.



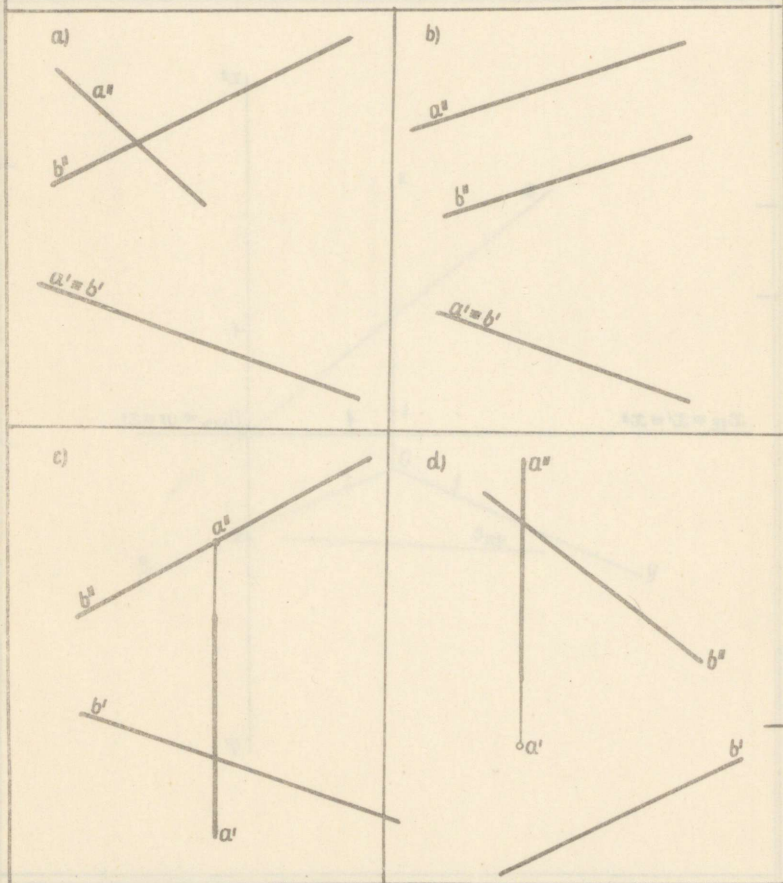
Kas z -telg on sirgest s ees- või tagapool?

17. Määrata ülesandes 16 antud sirge kompleksjoonisel.

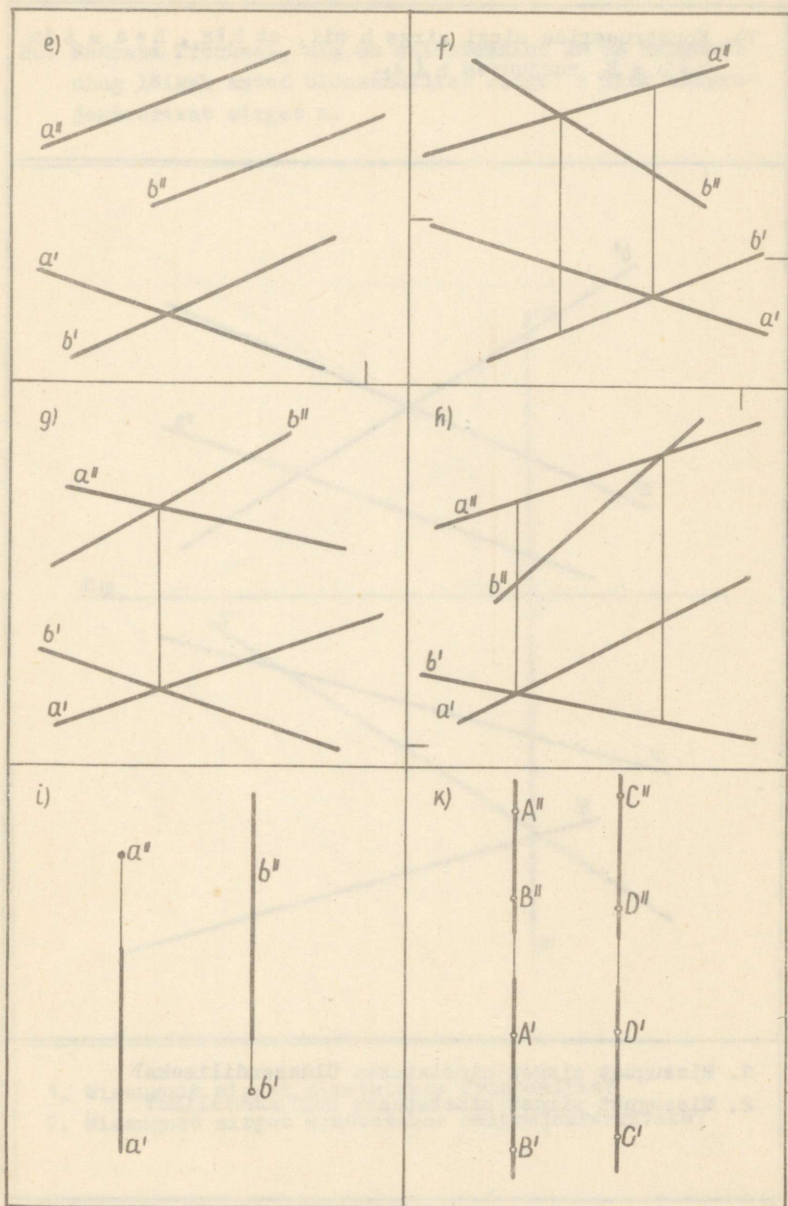


1. Millal on sirge kompleksjoonisel määratud?
2. Mitu punkti määravad sirge?

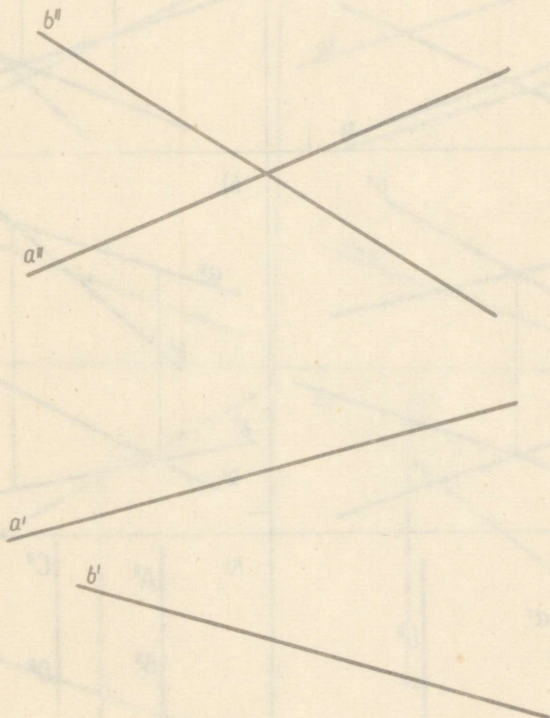
18. Määrata sirgete vastastikune asend ja kiivsirgete nähtavus.



1. Missuguseid sirgeid nimetatakse lõikuvateks?
2. Kuidas projekteeruvad kompleksjoonisel lõikuvad sirged?
3. Kuidas projekteeruvad kompleksjoonisel kiivsirged?
4. Missuguseid punkte nimetatakse konkureerivateks?

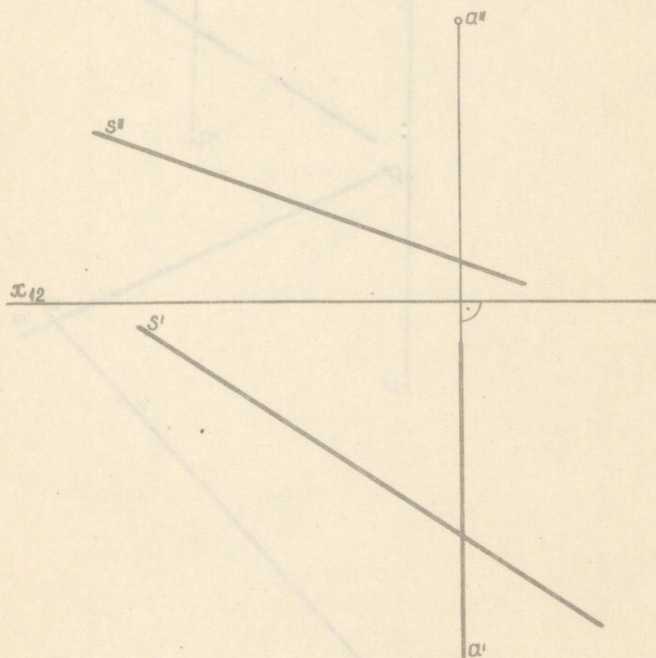


19. Konstrueerida mingi sirge h nii, et $h \parallel \epsilon_1$, $h \times a = A$ ja $h \times b = B$, kusjuures $h \not\parallel \epsilon_2$.



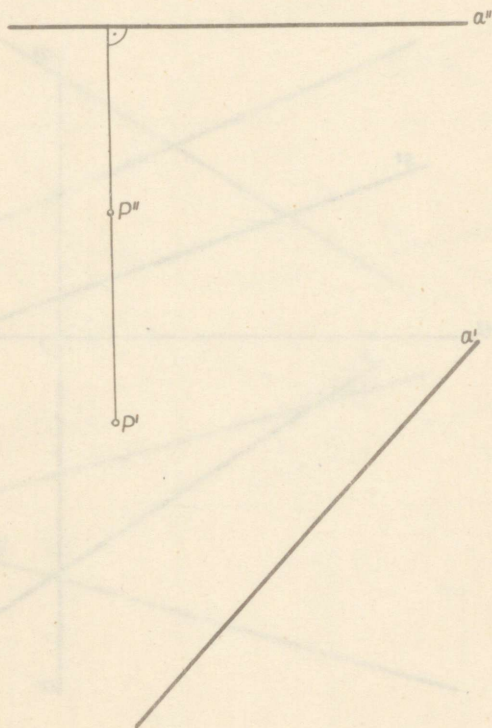
1. Missugust sirget nimetatakse üldasendiliseks?
2. Missugust sirget nimetatakse horisontaaliks?

20. Määrata frontaal, mis on esiekraanist 20 mm kaugusel ning lõikab antud üldasendilist sirget s ning esiprojekteerivat sirget a .



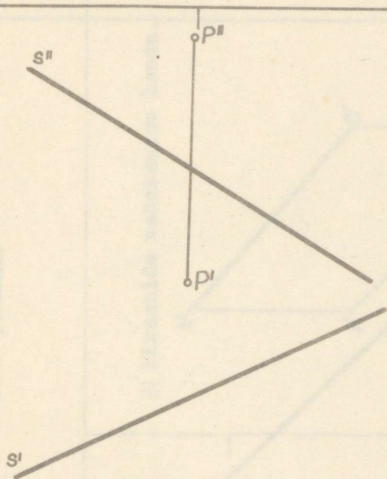
1. Missugust sirget nimetatakse frontaaliks?
2. Missugust sirget nimetatakse esiprojekteerivaks?

21. Määrata sirge s , mis läbib antud punkti P , nii et $s \perp a$ ning $s \times a = L$.



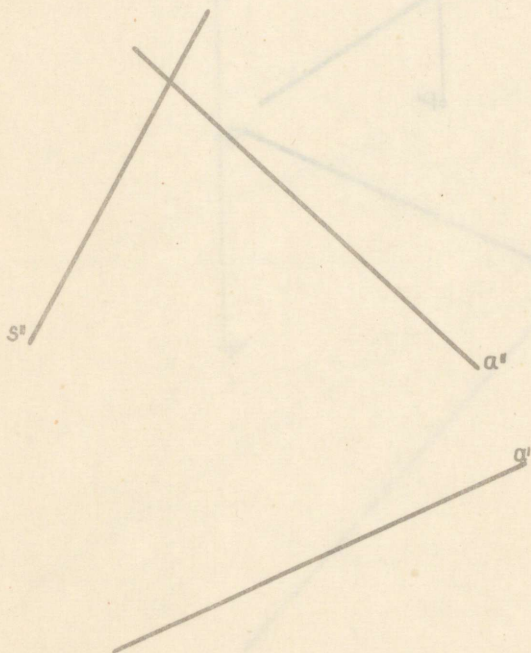
1. Millal on täisnurga ristprojektsioon moondevaba?
2. Kuidas nimetatakse sirget, mis on ekraaniga paralleelne?

22. Määrata sirge a , mis läbib antud punkti P , nii et $s \perp a$ ning $s \times a = L$.



1. Missuguseid sirgeid nimetatakse ristuvateks?
2. Kuidas teisendada joonist, et üldasendilise sirgega ristuva sirge projektsioon oleks risti antud sirge projektsiooniga?

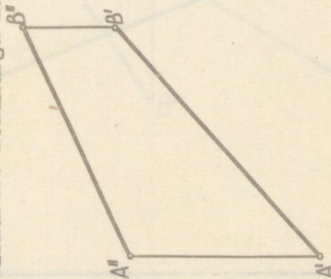
23. Määrata sirge s põhiprojektsioon, kui s lõikab antud sirget a täisnurga all.



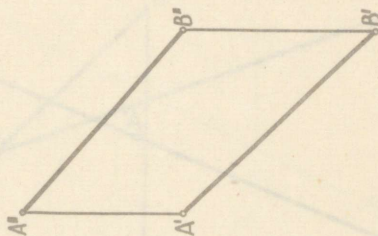
1. Millal on täisnurga ristprojektsioon moondevaba?
2. Mitme teisendusega saab üldasendilist sirget teisendada nivooosirgeks?
3. Mitme teisendusega saab üldasendilist tasandit teisendada nivootasandiks?

24. Leida lõigu AB tõeline pikkus.

a) Täismurkse kolmnurga meetodil.

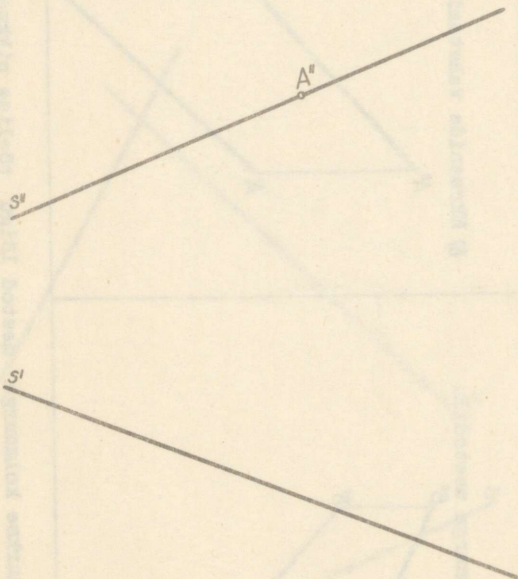


b) Ekraanide vahetamise kaudu.



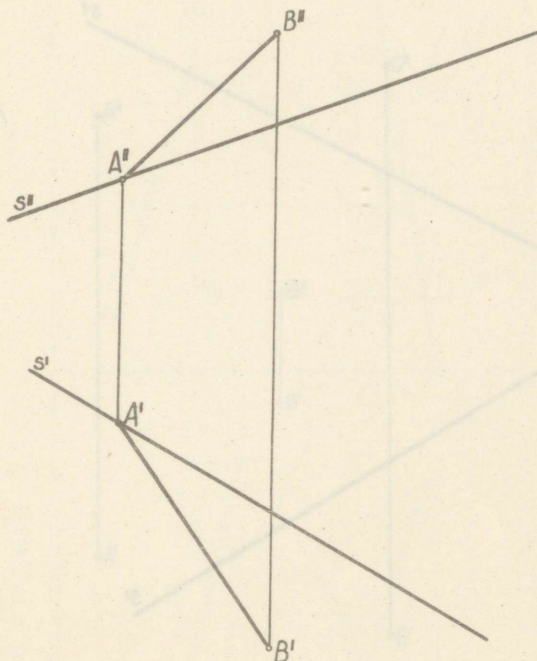
1. Milles seisneb täismurkse kolmnurga meetod lõigu tõelise pikkuse määramisel?
2. Kuidas vahetada ekraani, et lõik projekteeruks oma tõelises pikkuses?

25. Leida sirgel s punktid, mis asetsevad sirgel s antud punktist A (A'') 30 mm kaugusel (kasutada kolmnurga meetodit).



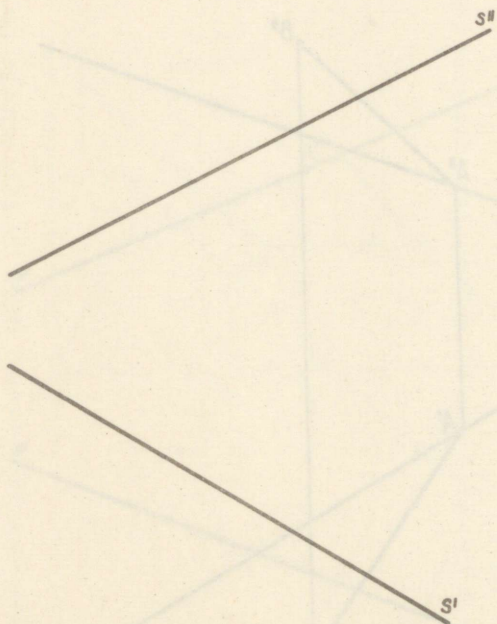
Missuguses täisnurkses kolmnurgas esineb lõigu tõeline pikkus hüpotenuusina, kui lähtuda lõigu ristprojektsioonist?

26. Määrata sirgel s lõik $\overline{AC}$, mis on pikkuselt võrdne antud lõiguga $\overline{AB}$.



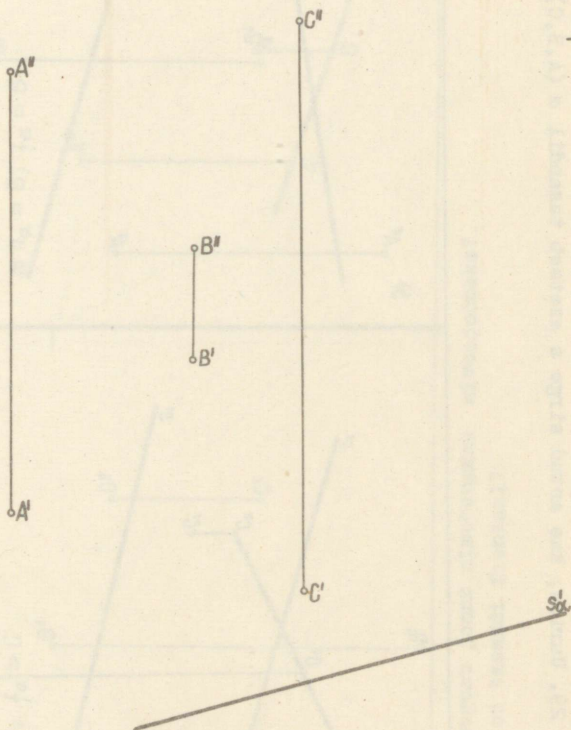
Kuidas konstrueerida ristprojektsiooni järgi kolmnurka, mille hüpotenuusiks on lõigu tõeline pikkus?

27. Määrata üldasendilise sirge kaldenurk põhiekraani suhtes.



Missuguses täisnurkses kolmnurgas esineb sirglõigu ja esiekraani vaheline nurk moondevabalt?

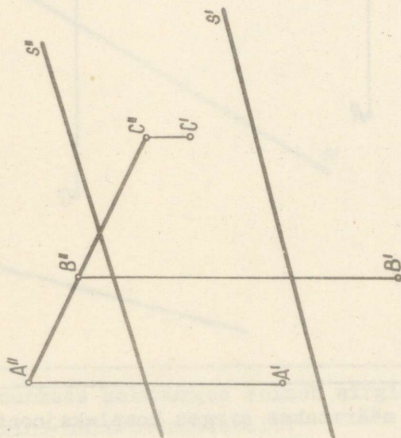
28. Leida tasandi $\alpha(A,B,C)$ sirge s_α esiprojektsioon.



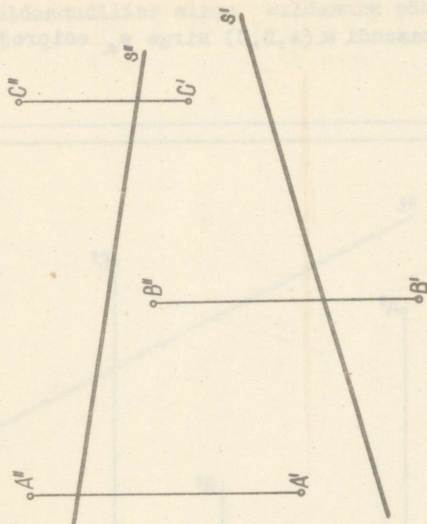
1. Kuidas määratakse sirget kompleksjoonise korral?
2. Loetleda tasandi sirge omadusi.

29. Uurida, kas antud sirge s asetseb tasandil α (A,B,C).

a)



b)

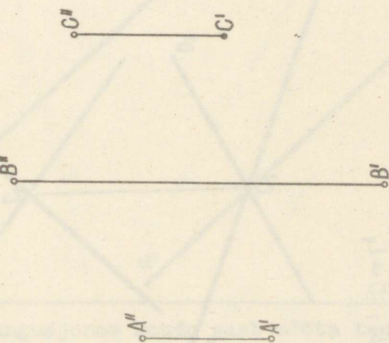


1. Millal sirge asetseb tasandil?

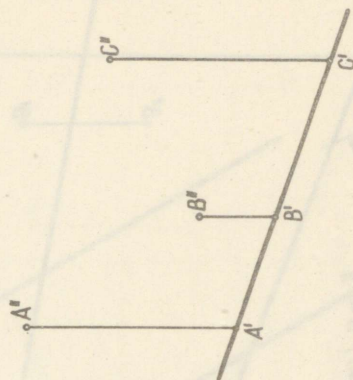
2. Milles seisneb piisav tingimus selleks, et sirge kuuluks tasandile?

30. Määrata tasandi $\alpha(A, B, C)$ nivoojooned h_α ja f_α .

a) $h_\alpha = C$; $f_\alpha = C$



b) $h_\alpha = B$; $f_\alpha = B$

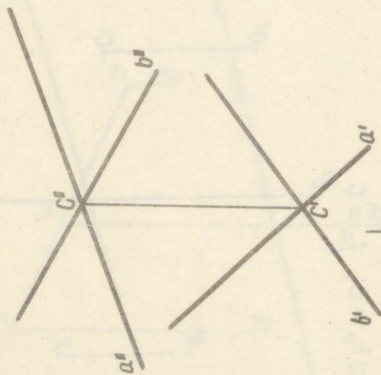


1. Missugust joont nimetatakse nivoojooneks?

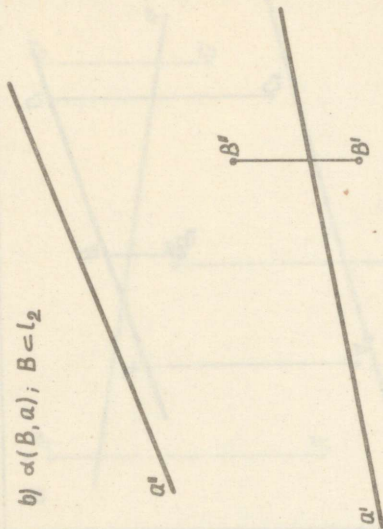
2. Mis on tasandi frontaal?

31. Määrata tasandi α langusjoon l_1 põhikraani suhtes või l_2 esiekraani suhtes.

a) $\alpha(a, b)$; $C \in l_1$



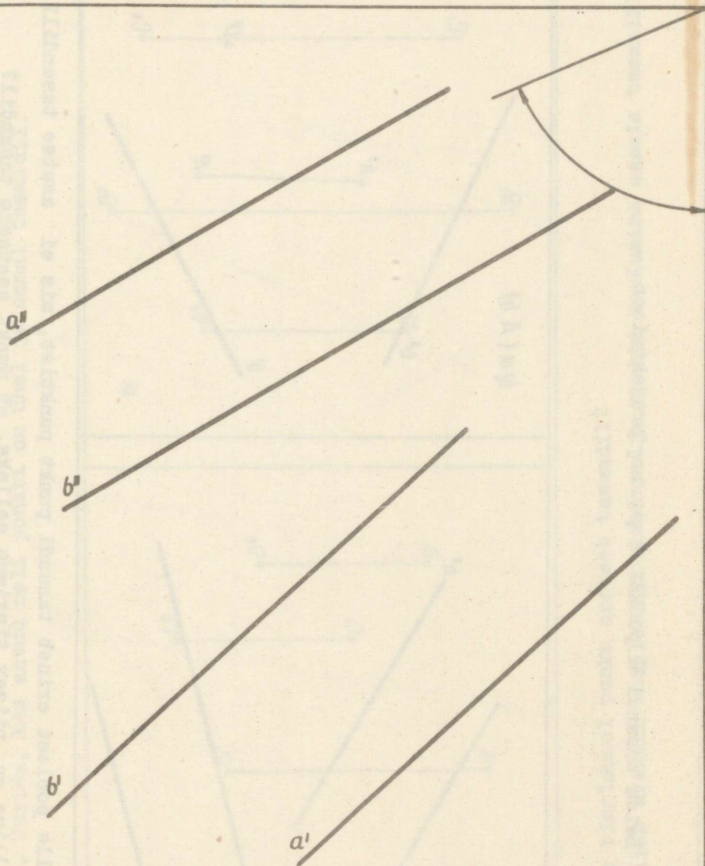
b) $\alpha(B, a)$; $B \in l_2$



1. Mida nimetatakse tasandi langusjooneks?

2. Missugusest projektsioonist alustatakse kompleksjoonisel langusjoone määramist?

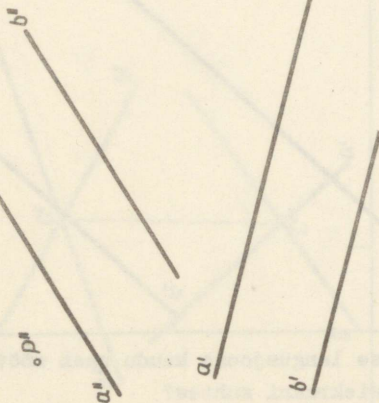
32. Määrata tasandi $\alpha(a \parallel b)$ kaldenurk esiekraani suhtes kasutades langusjoont.



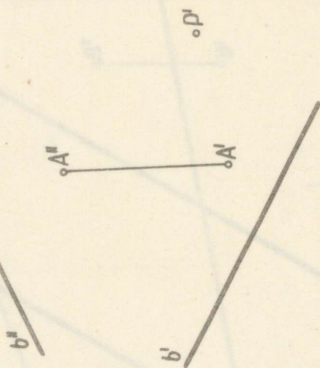
1. Missuguse langusjoone kaudu saab mõõta tasandi kaldenurka esiekraani suhtes?
2. Kuidas määrata sirge kaldenurka esiekraani suhtes täisnurkse kolmnurga meetodil?

33. Leida tasandi α punkti P puuduv projektsioon.

a) $\alpha(a \parallel b)$



b) $\alpha(A, b)$



1. Mille poolest erineb tasandi punkt punktist, mis ei asetse tasandil?
2. Milline on plisav tingimus selleks, et punkt asetseks tasandil?

34. Uuriäa, kas antud neli punkti on ühel ja samal tasandil.

a)

A'' A'

B'' B'

C'' C'

D'' D'

b)

A'' A'

B'' B'

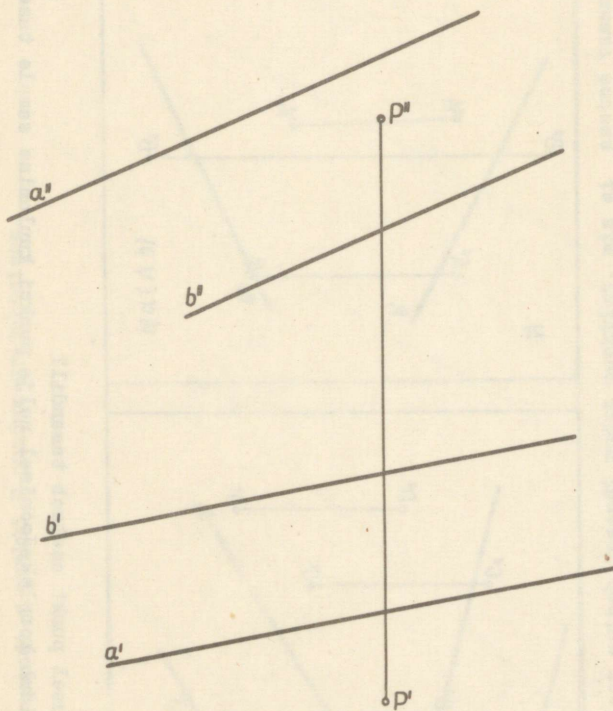
C'' C'

D'' D'

1. Mis tingimusel punkt asetseb tasandil?

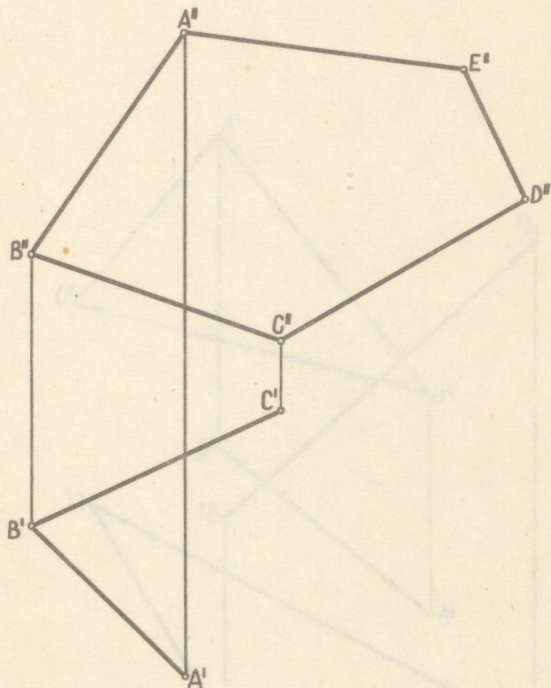
2. Milles avaldub kompleksjoonisel nelja punkti kuulumine samale tasandile?

35. Uurida punkti P asendit tasandi $\alpha(a \parallel b)$ suhtes.



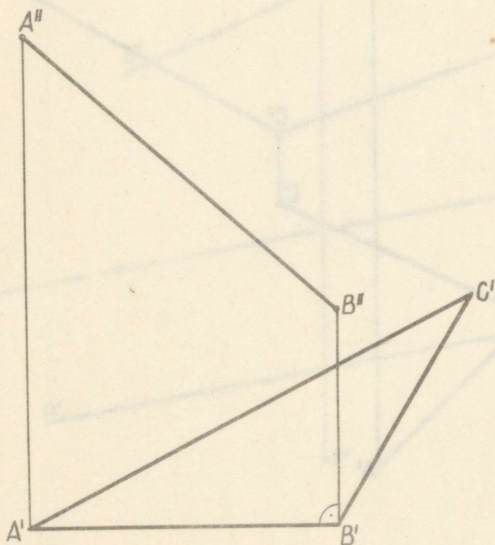
1. Missugune punkti projektsioon iseloomustab punkti kõrgust?
2. Missuguseid punkte nimetatakse konkureerivateks?
3. Millest nähtub, kas punkt P on tasandist ees- või tagapool?

36. Leida tasandilise viisnurga ABCDE tippude puuduva projektsioonid.



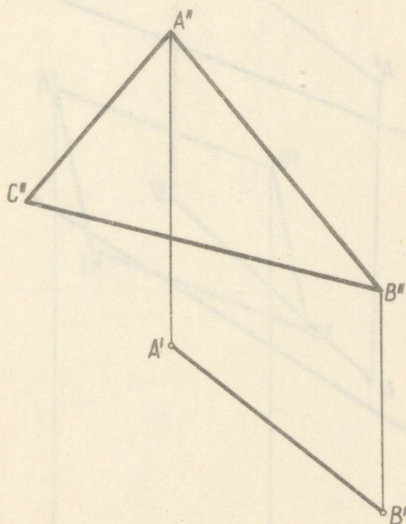
1. Millal punkt asetseb tasandil?
2. Milles avaldub kompleksjoonisel punkti kuuluvus tasandile?

37. Määrata võrdhaarse kolmnurga kolmanda tipu C puuduv projektsioon, kui aluseks on antud lõik $\overline{AB}$.



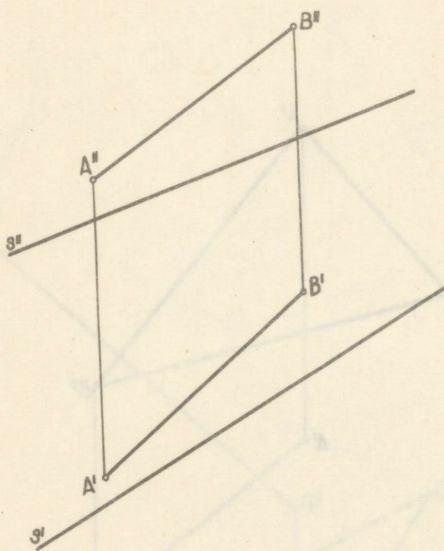
1. Missuguseks nurgaks projekteerub täisnurk üldjuhul ristprojektsioonis?
2. Millal on täisnurga ristprojektsiooniks täismurk?

38. Määrata võrdhaarse kolmnurga kolmanda tipu C puuduv projektsioon, kui aluseks on antud lõik $\overline{AB}$.



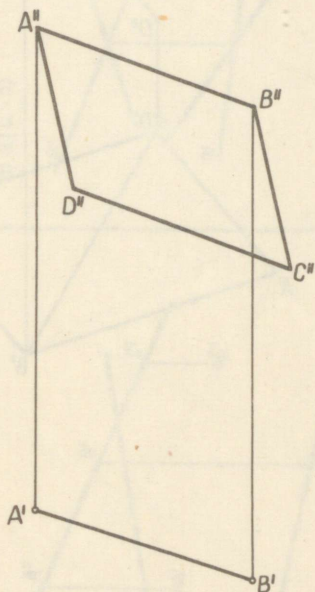
1. Kuidas valida uus telg, et üldasendiline sirge teiseks nivoosirgeks?
2. Missugune teoreem kehtib paralleelprojektsioonis lõigu jaotamise kohta antud suhtes?

39. Leida võrdhaarse kolmnurga tipp $C \in s$, kui tema aluseks on lõik $\overline{AB}$.



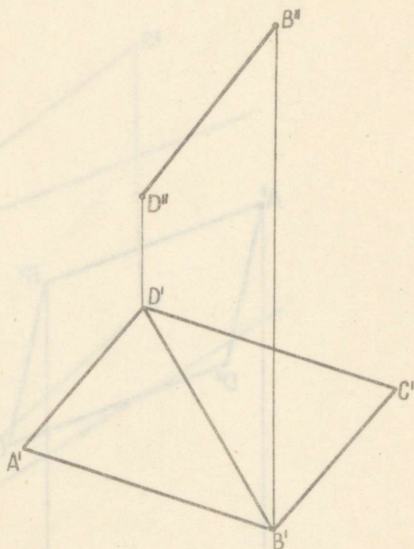
1. Missugune kolmnurk on võrdhaarne?
2. Loetleda võrdhaarse kolmnurga omadusi.

40. Määrata ristküliku ABCD puuduv projektsioon, kui on antud külg AB ja ristküliku esiprojektsioon.



1. Mis on ristkülik?
2. Missugused omadused on ristkülikul?
3. Mis võib olla ristküliku paralleelprojektsiooniks?

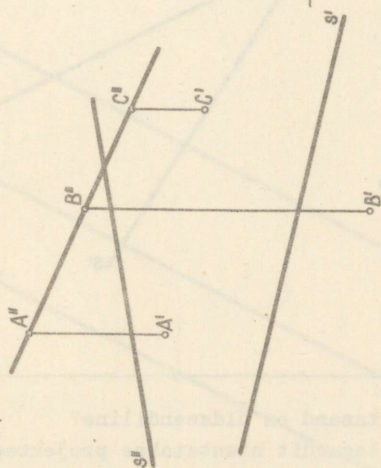
41. Määrata rombi ABCD puuduv projektsioon, kui on antud tema diagonaal DB.



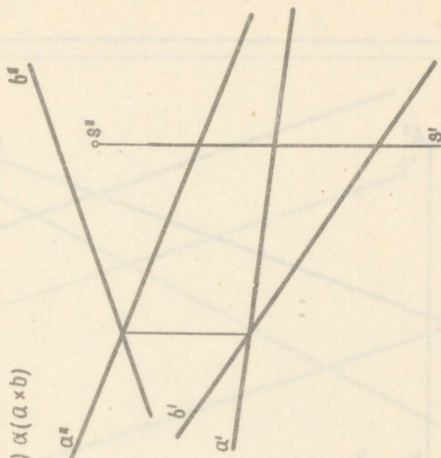
1. Mis on romb?
2. Missugused omadused on rombil?
3. Kas romb võib projekteeruda ruuduna?

42. Leida sirge s lõikepunkt L tasandiga α . Uurida sirge nähtavust.

a) $\alpha(A, B, C)$



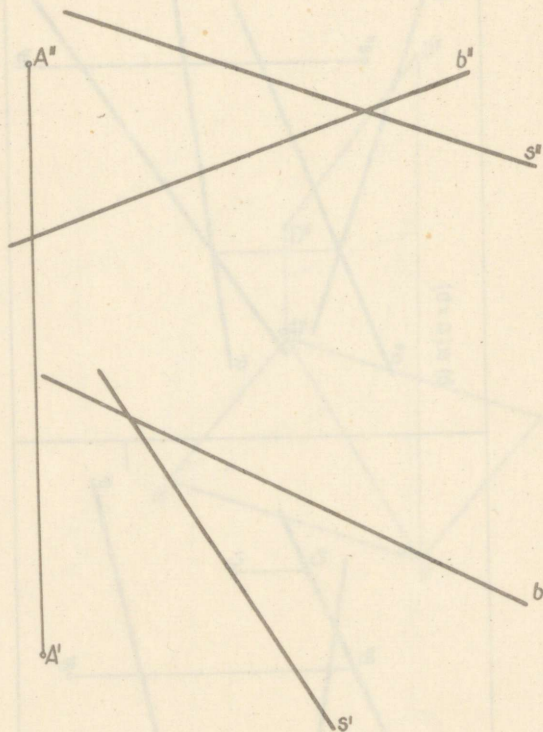
b) $\alpha(a \times b)$



1. Missugust punkti nimetatakse sirge ja tasandi lõikepunktiks?

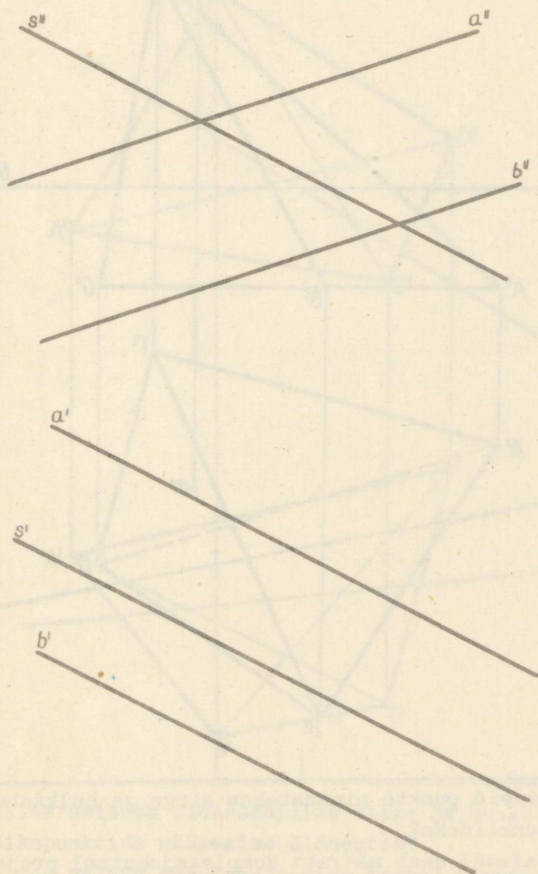
2. Missugused punktid on konkureerivad?

43. Leida üldasendilise sirge s lõikepunkt L üldasendilise tasandiga $\alpha(A, b)$. Uurida sirge nähtavust.

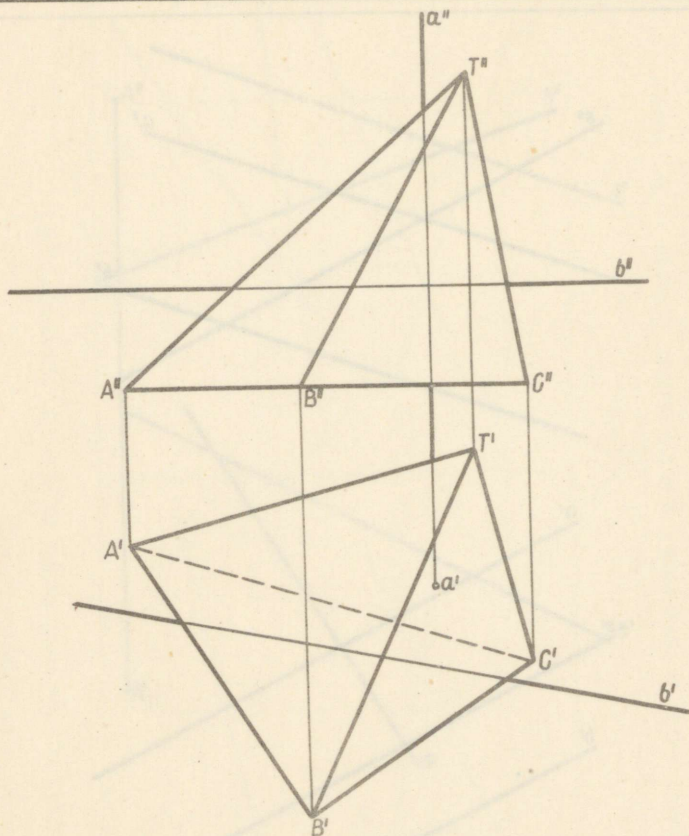


1. Missugune tasand on üldasendiline?
2. Missugust tasandit nimetatakse projekteerivaks?
3. Milles seisneb sirge ja tasandi lõikepunkti määramise üldmeetod?

44. Leida üldasendilise sirge s lõikepunkt L üldasendilise tasandiga α ($a \parallel b$). Uurida sirge nähtavust.

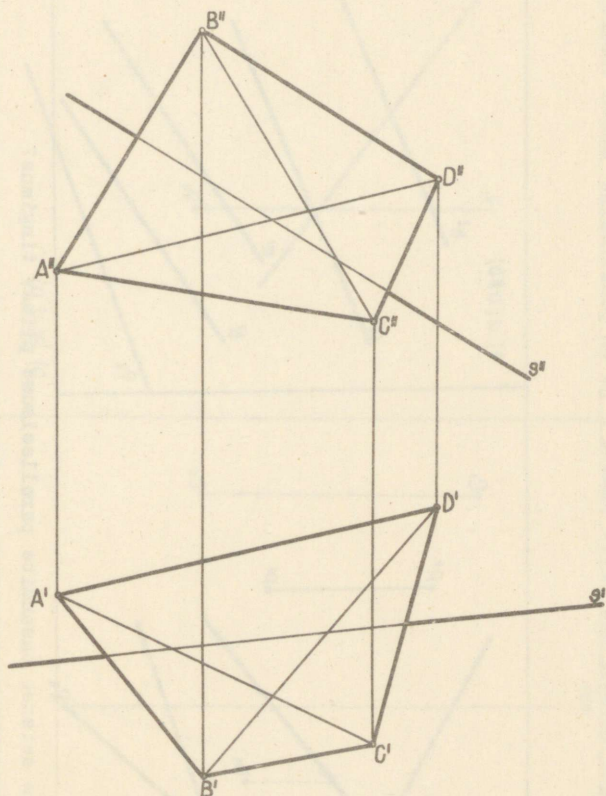


45. Määrata sirgete a ja b lõikepunktid antud hulktahukaga. Määrata sirgete nähtavus.



1. Missuguseid punkte nimetatakse sirge ja hulktahuka lõikepunktideks?
2. Mille alusel saab määrata kompleksjoonisel projekteeriva sirge lõikepunkti hulktahukaga?

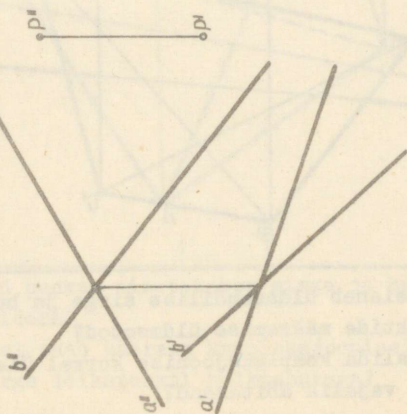
46. Määrata sirge lõikepunktid hulktahtukaga. Uurida sirge ja hulktahtuka servade nähtavust.



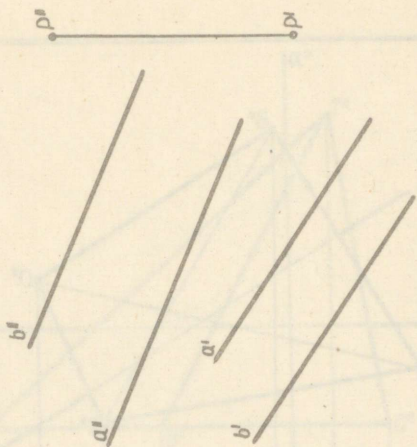
1. Milles seisneb üldasendilise sirge ja hulktahtuka lõikepunktide määramise üldmeetod?
2. Kuidas valida kompleksjoonise korral ülesande lahendamiseks vajalik abitasand?

47. Määrata tasand, mis läbib punkti P ja on paralleelne antud tasandiga α .

a) $\alpha(\alpha, b)$



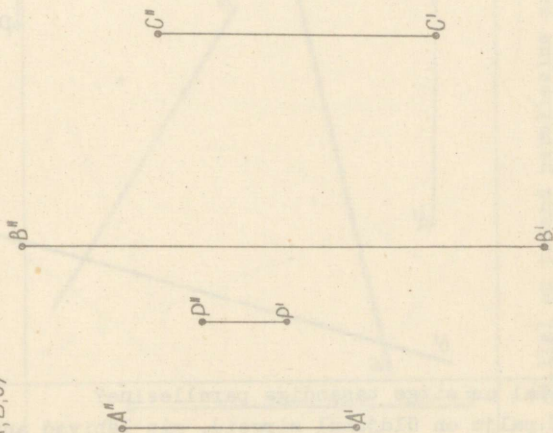
b) $\alpha(\alpha \cap b)$



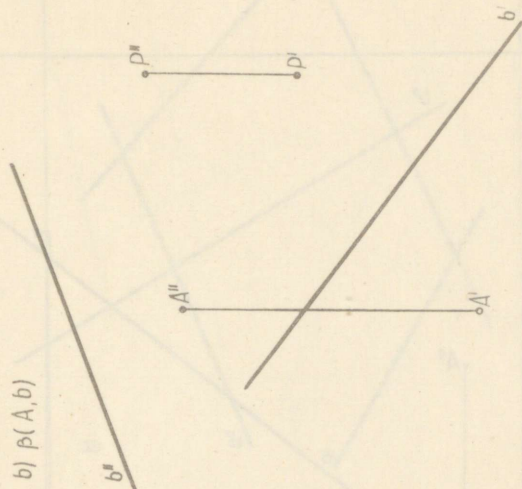
1. Milles seisneb tasandite paralleelsuse piisav tingimus?
2. Millest nähtub tasandite paralleelsuse tunnus kompleksjoonisel?

48. Määrata tasand α , nii et $P \subset \alpha$ ning $\alpha \parallel \beta$.

a) $\beta(A, B, C)$



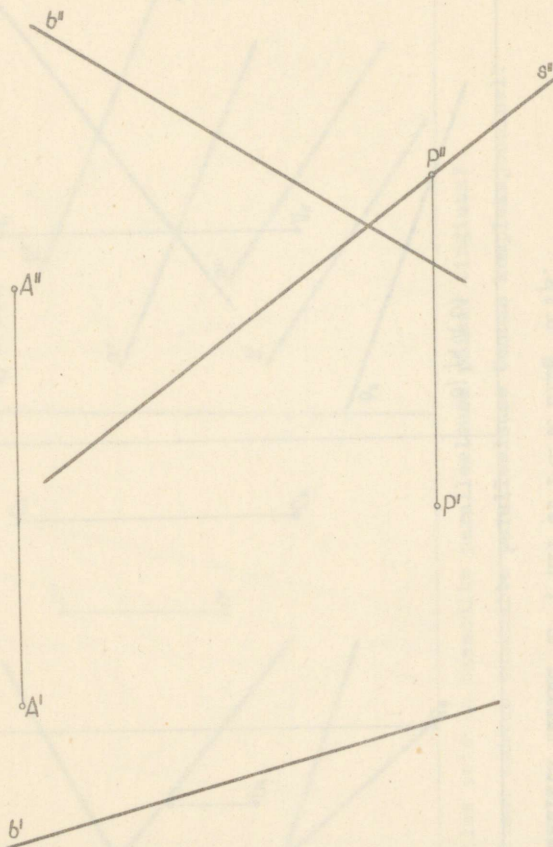
b) $\beta(A, b)$



1. Millal on kaks tasandit paralleelsed?

2. Milles seisneb punkti tasandile kuuluvuse tunnus?

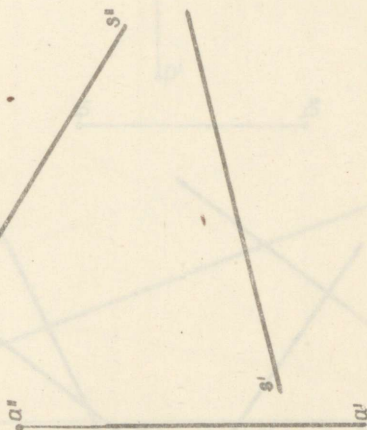
49. Määrata sirge s puuduv projektsioon, kui $s \parallel \alpha(A, b)$ ning $P \in s$.



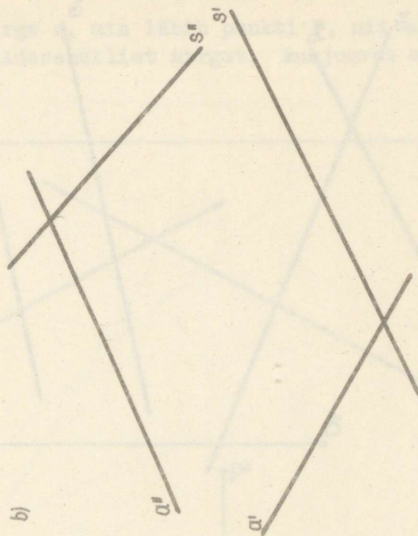
1. Millal on sirge tasandiga paralleelne?
2. Kui palju on üldjuhul sirgeid, mis läbivad antud punkti ning on paralleelsed antud tasandiga?
3. Milles avaldub kompleksjoonisel sirge kuuluvus antud tasandile?

50. Määrata tasand α' , mis läbib sirget a ning on paralleelne üldasendilise sirgega s .

a)

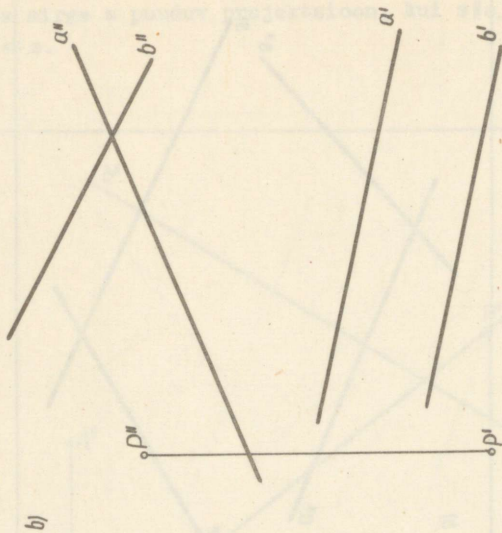
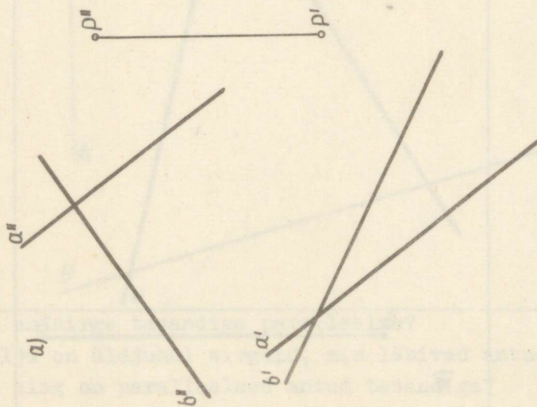


b)



1. Millal on tasand paralleelne antud sirgega?
2. Kuidas määratakse tasandit kompleksjoonisel?
3. Milles seisneb piisav tingimus selleks, et sirge kuuluks tasandile?

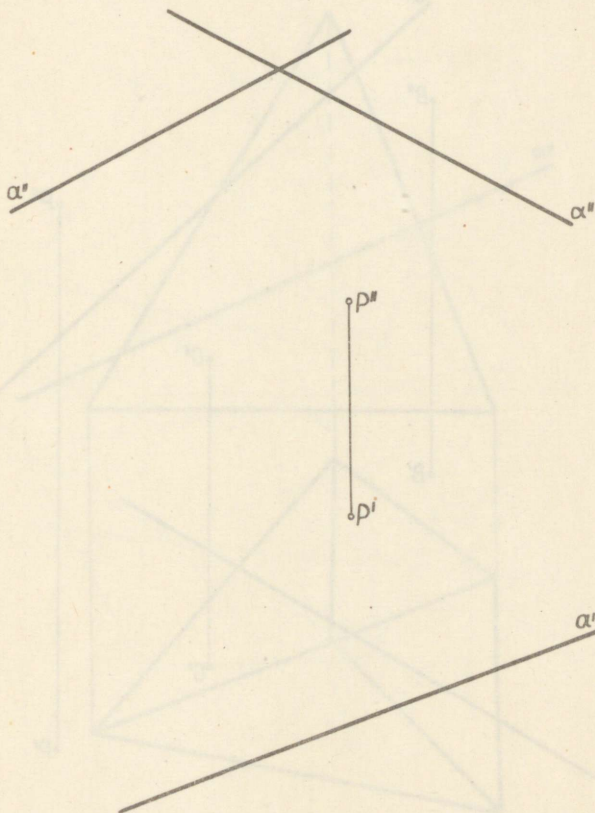
51. Määrata tasand, mis läbib antud punkti P ja on paralleelne kahe antud kiivsirrega.



1. Millal on tasand sirrega paralleelne?

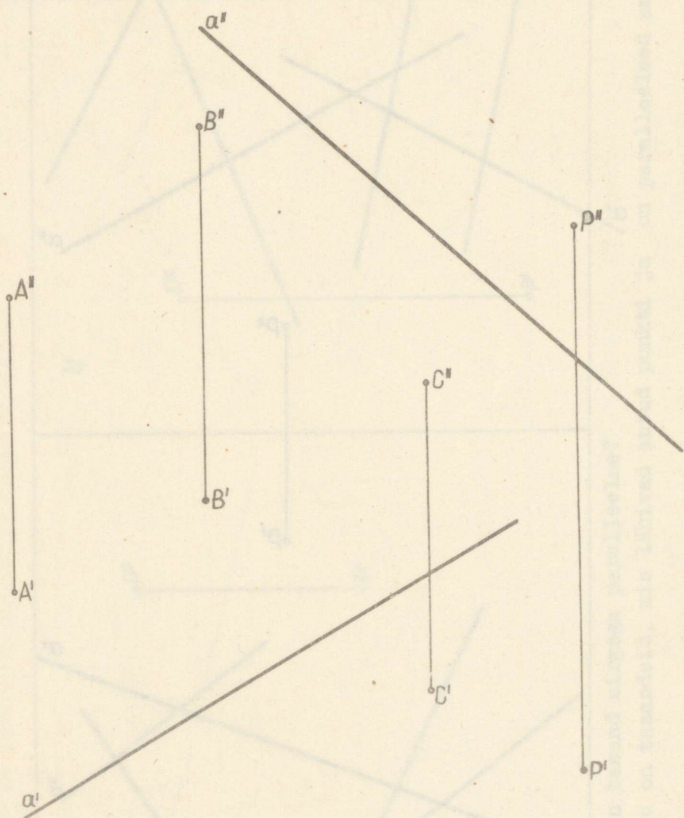
2. Kui palju on tasandeid, mis läbivad antud punkti ja on paralleelsed antud sirrega?

52. Määrata sirge s , mis läbib punkti P , nii et $s \parallel \alpha$ ning s lõikab üldasendilist sirget, kusjuures $\alpha \perp \varepsilon_2$.

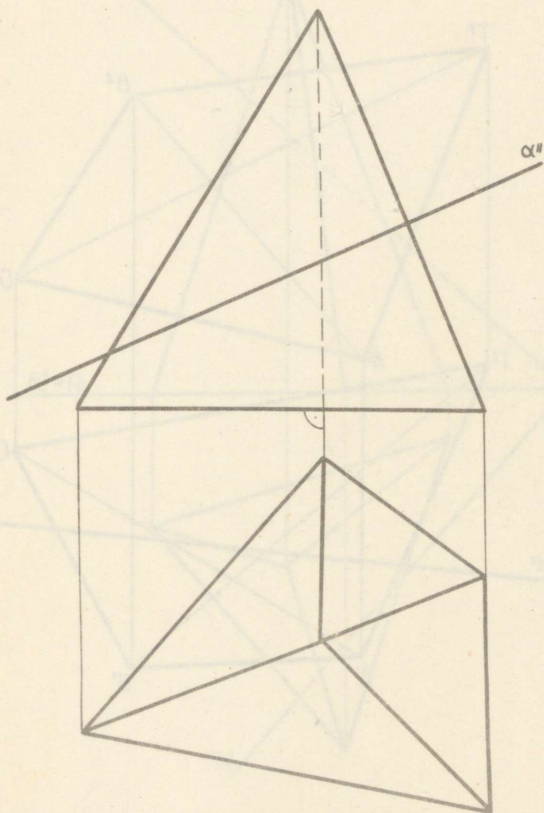


1. Kui palju on ruumis sirgeid, mis läbivad antud punkti ning on paralleelsed antud tasandiga? Mis on nende geomeetriliseks kohaks?
2. Kui palju on ruumis sirgeid, mis läbivad antud punkti ning lõikavad antud sirget?

53. Määrata sirge s , mis läbib punkti P , kui $s \parallel \alpha(A, B, C)$
ning $s \times a = L$.

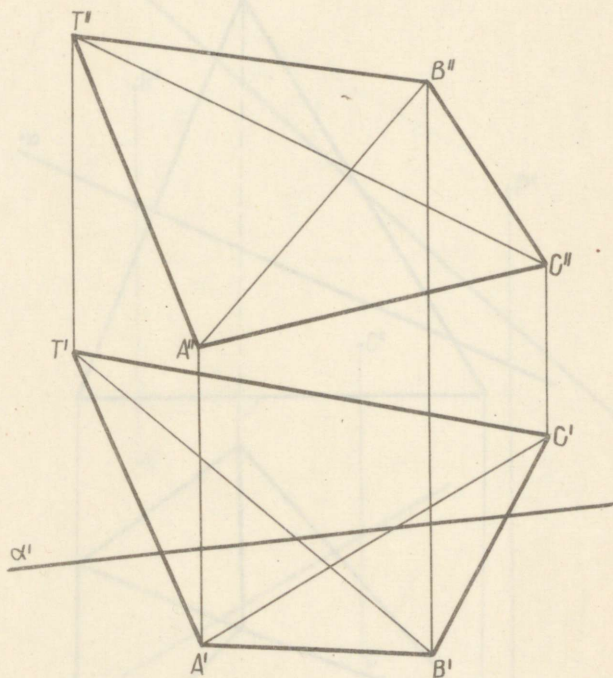


54. Määrata hulktahuka tasandiline lõige, kui $\alpha \perp \varepsilon_2$.
Viirutada lõige.



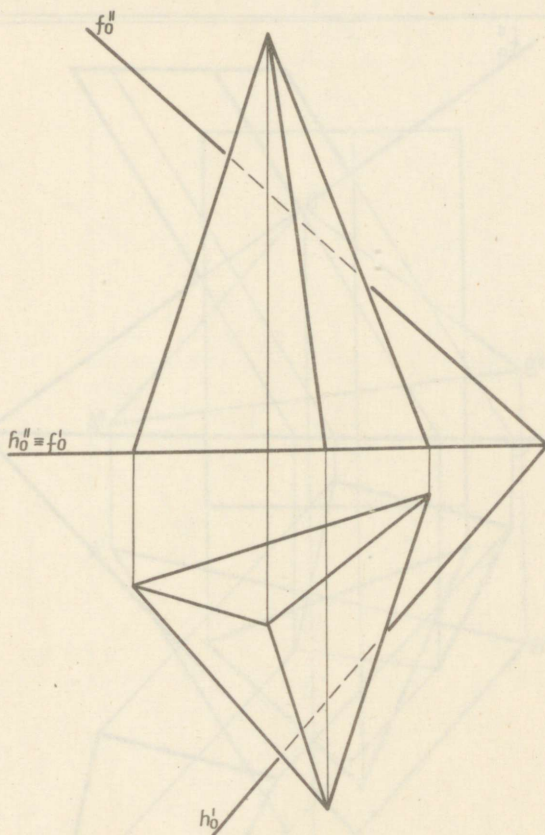
1. Missugused hulknurgad võivad tekkida viistahu lõikamisel tasandiga?
2. Missugust sirget nimetatakse profiilsirgeks?
3. Kuidas leida kompleksjoonisel profiilsirgel asetseva punkti projektsioone lisaprojektsioone rakendamata?

55. Määrata püramiidi lõige tasandiga $\alpha \perp \varepsilon_1$ ning leida lõike originaalkuju.



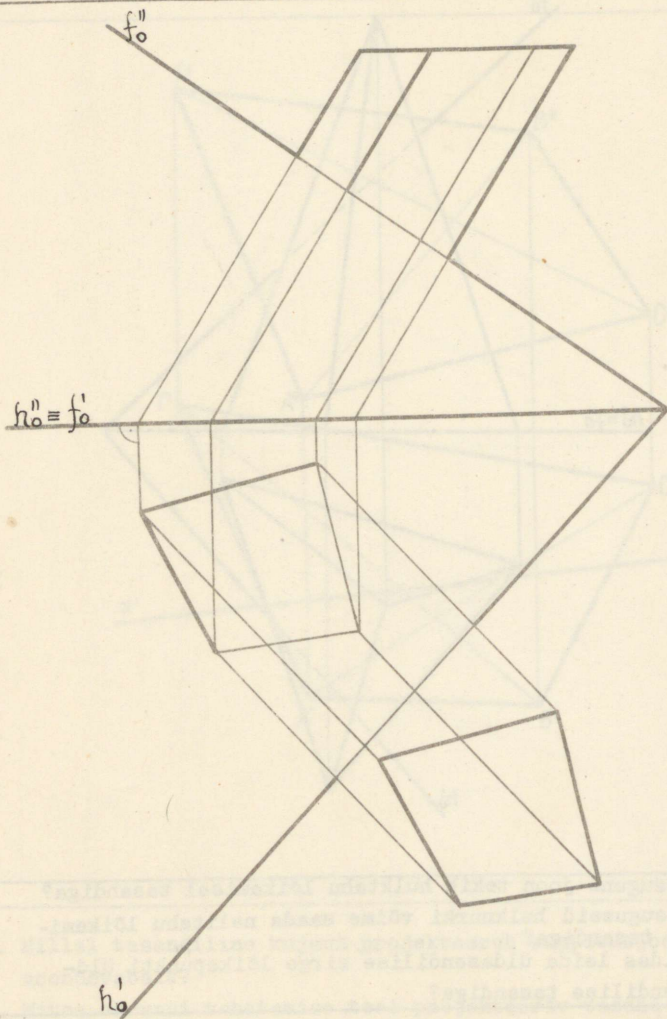
1. Millal tasandiline kujund projekteerub kompleksjoonisel moondevabalt?
2. Mitme ekraani vahetamise teel projekteeriv tasand teisendub nivootasandiks?

56. Määrata püramiidi lõige üldasendilise tasandiga $\alpha(h_0 \times f_0)$. Uurida püramiidi servade ja lõikejoone nähtavust. Viirutada lõige.

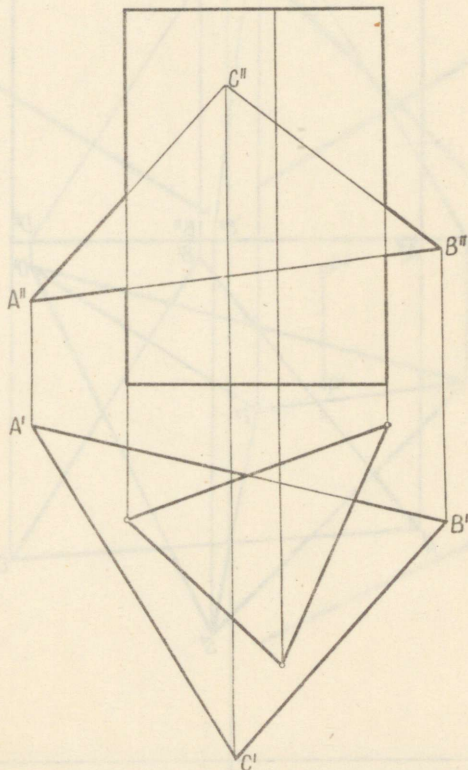


1. Missugune joon tekib hulktahu lõikamisel tasandiga?
2. Missuguseid hulknurki võime saada nelitahu lõikamisel tasandiga?
3. Kuidas leida üldasendilise sirge lõikepunkti üldasendilise tasandiga?

57. Leida prisma lõikejoon üldasendilise tasandiga
 $\alpha (h_0 \times f_0)$. Uurida servade ja lõikejoone nähtavust.

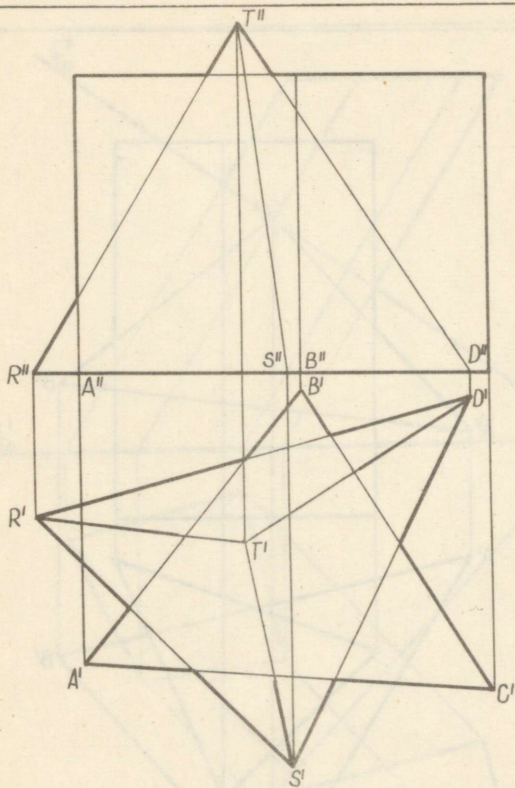


58. Määrata kolmnurkse tasanditüki ABC lõikejoon prismaga. Uurida lõikejoone ja kujundite servade nähtavust.



1. Missugust sirget nimetatakse projeteerivaks?
2. Missugust tasandit nimetatakse projekteerivaks?
3. Kuidas määratakse üldjuhul sirge lõikepunkt tasandiga?

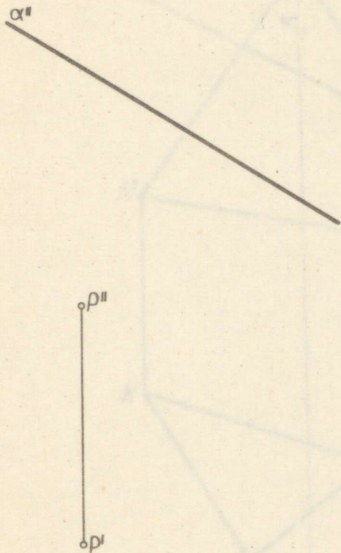
59. Leida hulktahukate lõikejoon. Määrata hulktahukate servade ja lõikejoone nähtavus.



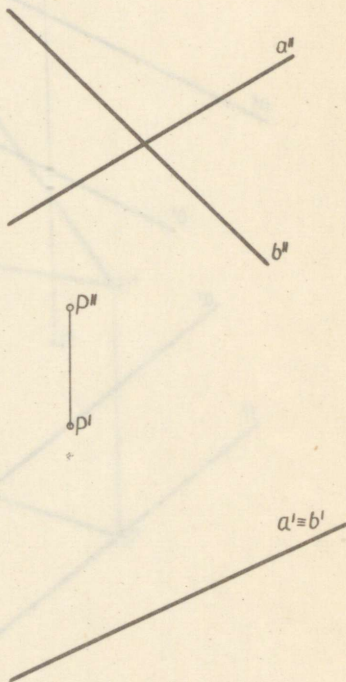
1. Missugune joon tekib hulktahukate lõikumisel?
2. Millal lõikejoon on nähtav?

60. Määrata tasandi α ristsirge r_α läbi punkti P.

a)

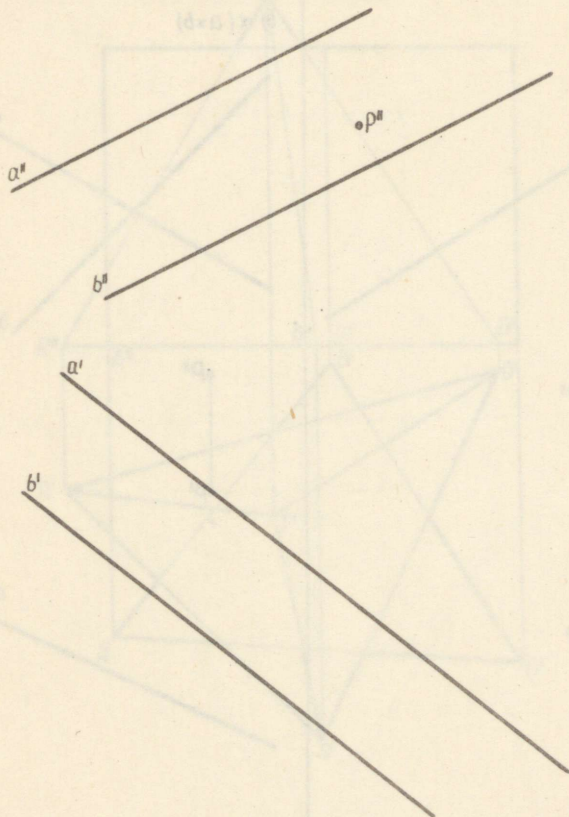


b) $\alpha (a \times b)$



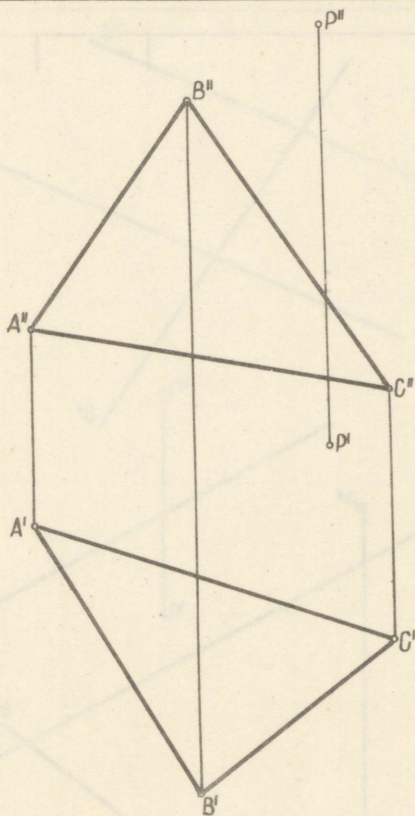
1. Millal on sirge tasandiga risti?
2. Millal on täisnurga ristprojektsioon moondevaba?

61. Määrata üldasendilise tasandi α ($a \parallel b$) ristsirge r_α läbi punkti P , kui $P \in \alpha$.



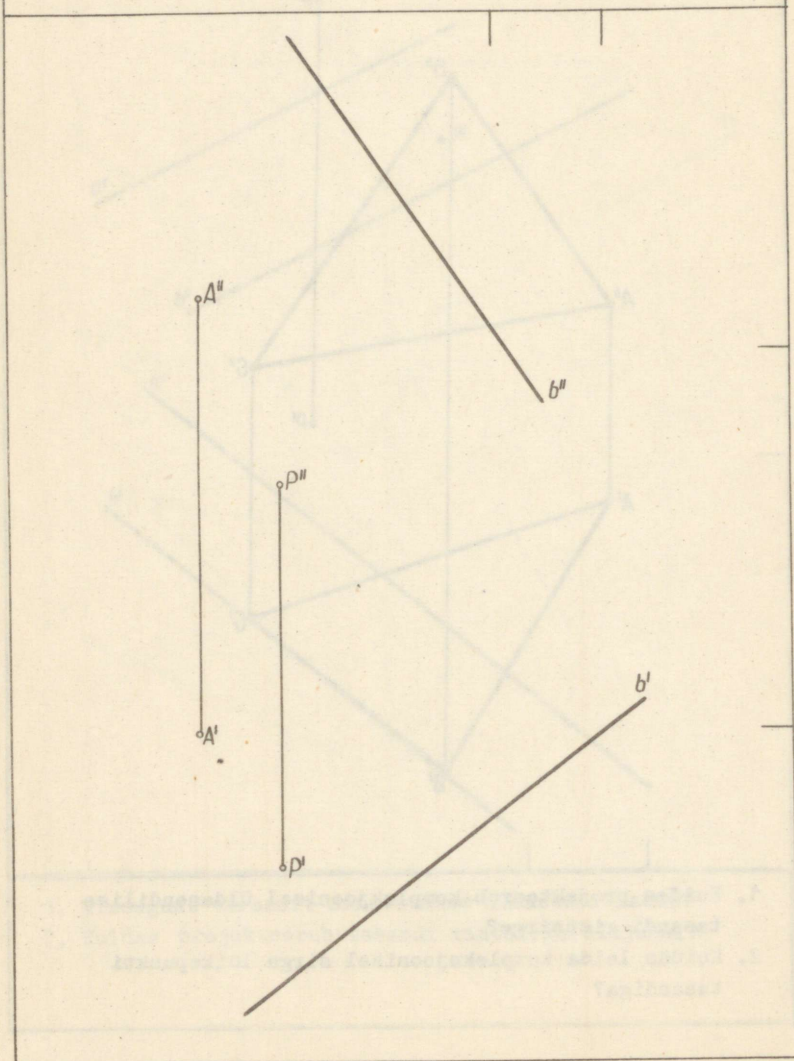
1. Missugust tasandit nimetatakse üldasendiliseks?
2. Kuidas projekteerub tasandi ristsirge üldjuhul?

62. Määrata tasandi $\alpha(A, B, C)$ ristsirge r_α läbi punkti P .
Leida $r_\alpha \times \alpha = L$. Uurida r_α nähtavust.

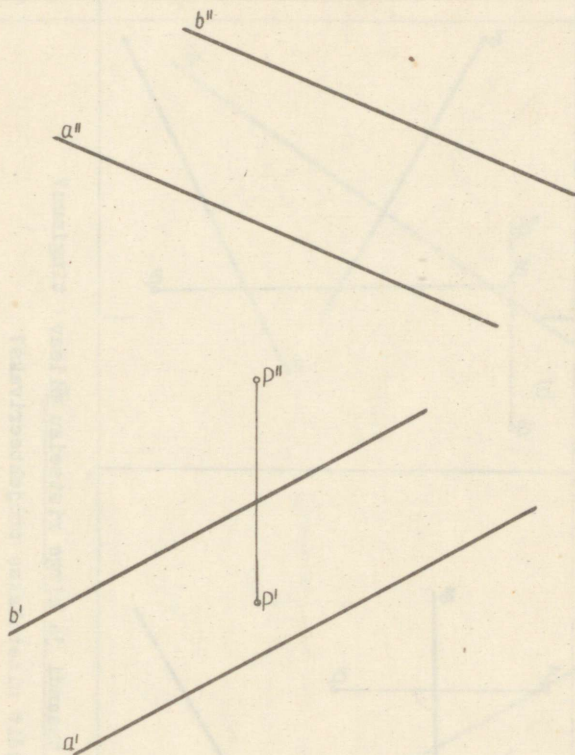


1. Kuidas projekteerub kompleksjoonisel üldasendilise tasandi ristsirge?
2. Kuidas leida kompleksjoonisel sirge lõikepunkti tasandiga?

63. Määrata tasandi $\alpha(A, b)$ ristsirge r_α läbi punkti P.
 Leida $r_\alpha \times \alpha = L$ ning uurida r_α nähtavust.



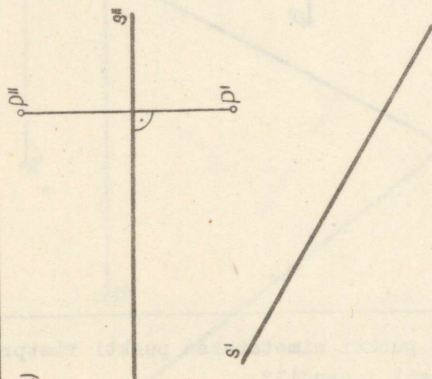
64. Leida punkti P ristprojektsioon tasandil $\alpha(a \parallel b)$.



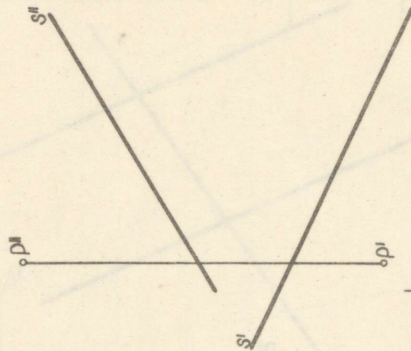
Missugust punkti nimetatakse punkti ristprojektsiooniks mingil tasandil?

65. Määrata tasand, mis läbib punkti P ja on risti sirgega s .

a)

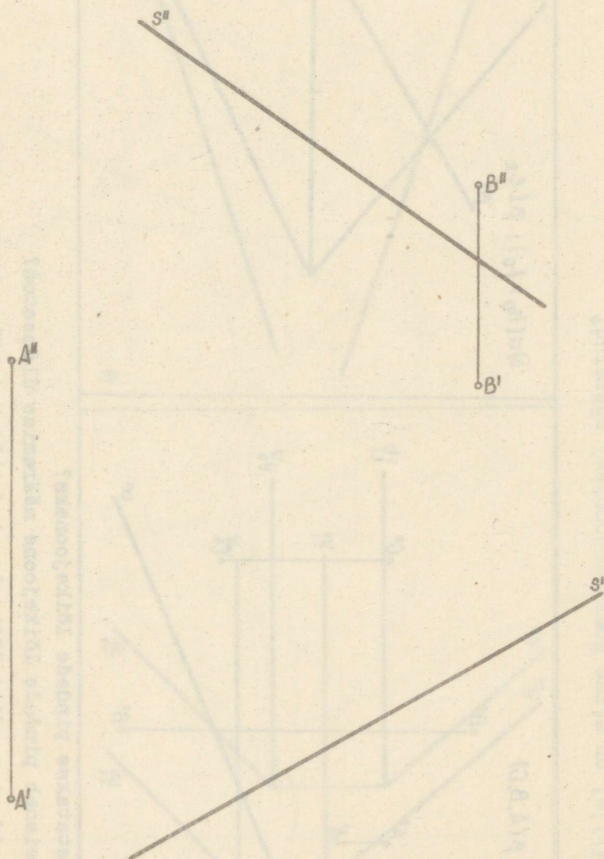


b)



1. Milles seisneb tasandi ja sirge ristseisu piisav tingimus?
2. Missugust tasandit nimetatakse projekteerivaks?

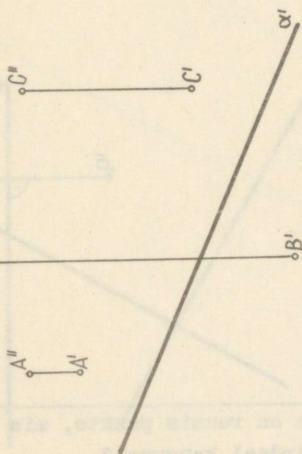
66. Leida sirgel s punkt, mis on punktidest A ja B võrdsel kaugusel.



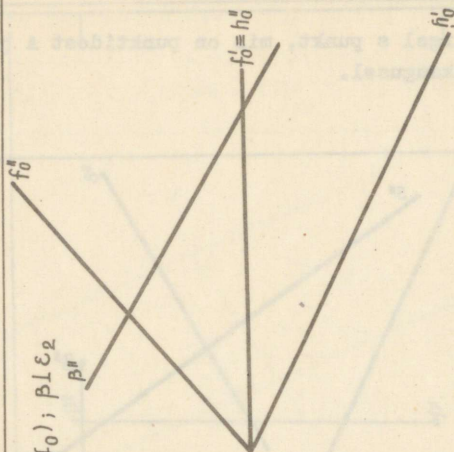
1. Kui palju on ruumis punkte, mis asetsevad punktidest A ja B võrdsel kaugusel?
2. Mitu punkti on antud sirgel, mis asetsevad antud punktidest võrdsel kaugusel?

67. Määrata tasandite lõikejoon.

a) $\alpha \perp \varepsilon_1$; $\beta(A, B, C)$



b) $\alpha(h_0 \times f_0)$; $\beta \perp \varepsilon_2$



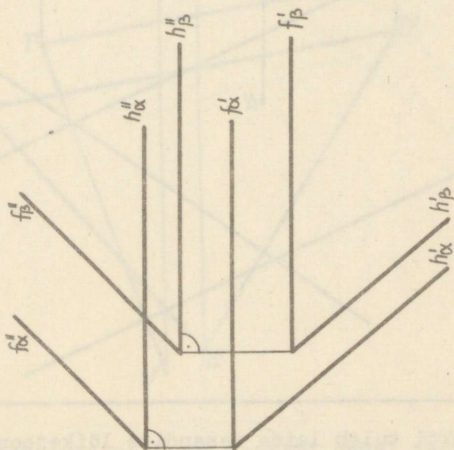
1. Mida nimetatakse pindade lõikejooneks?

2. Milles seisneb pindade lõikejoone määramise üldmeetod?

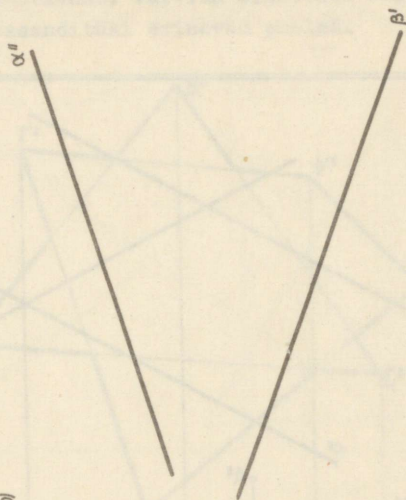
3. Kuidas leida tasandite lõikesirget juhul, kui vähemalt üks lõikuvatest tasanditest on eriasendis?

68. Määrata tasandite α ja β lõikejoon.

a)

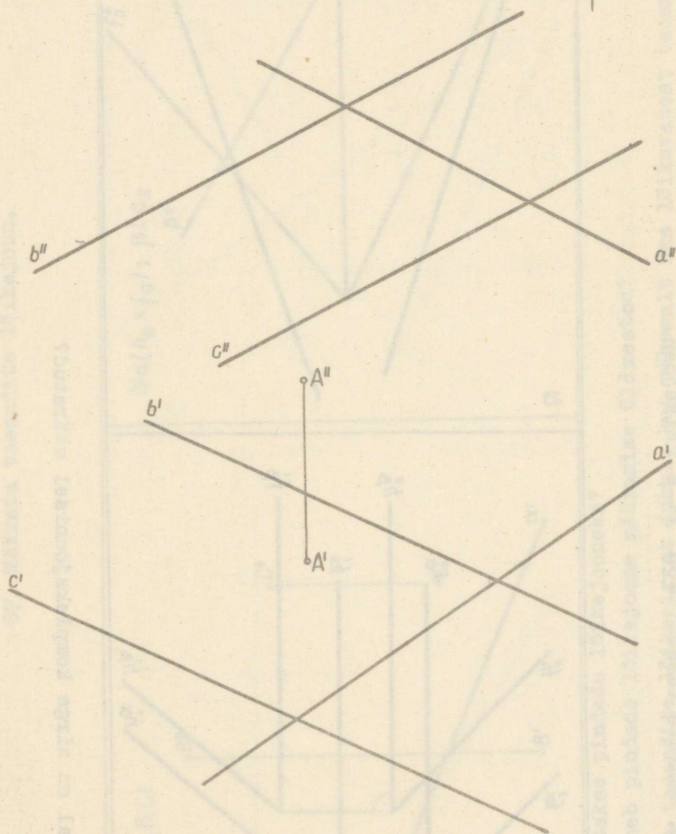


b)



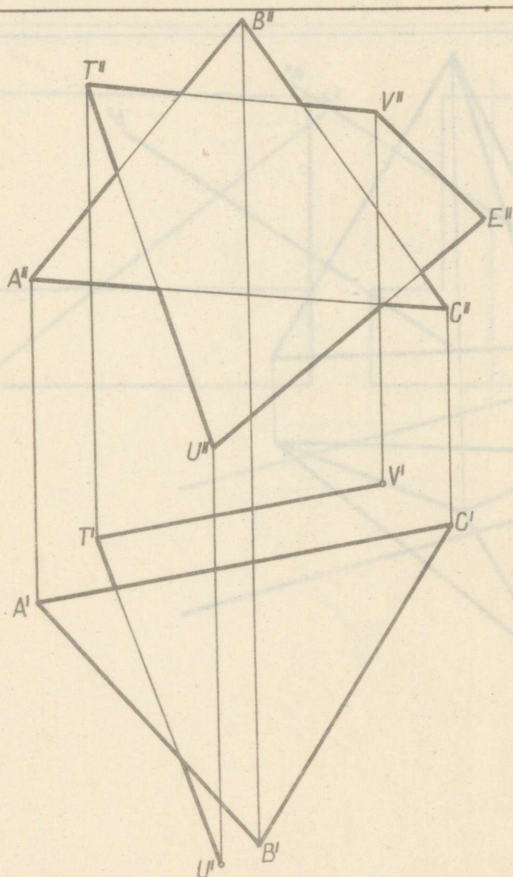
Millal on sirge kompleksjoonisel määratud?

69. Määrata tasandite α ja β lõikejoon, kui $\alpha(A, a)$ ning $\beta(b \parallel c)$.



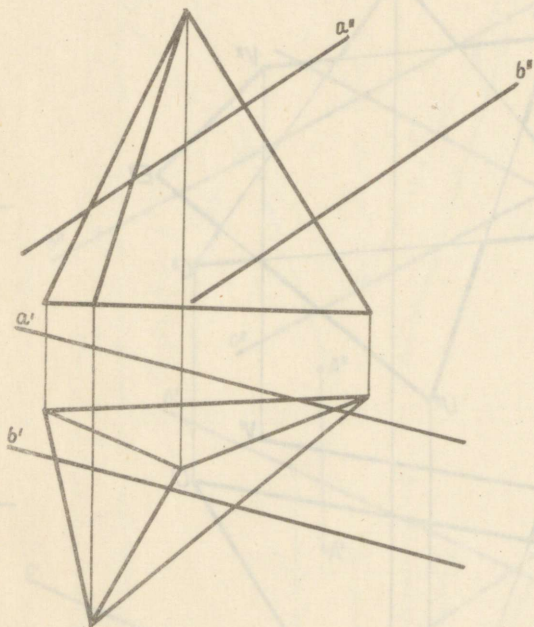
1. Mitu punkti tuleb leida tasandite lõikejoone määramiseks?
2. Kuidas leida üldjuhul kahe tasandi ühist punkti kompleksjoonisel?

70. Määrata kolmnurkse ja nelinurkse tasanditüki lõikejoon pärast seda, kui on leitud E! Uurida tasanditükkide nähtavust. Värvida erinevate värvidega ühe ja sama tasanditüki erinevad pooled.



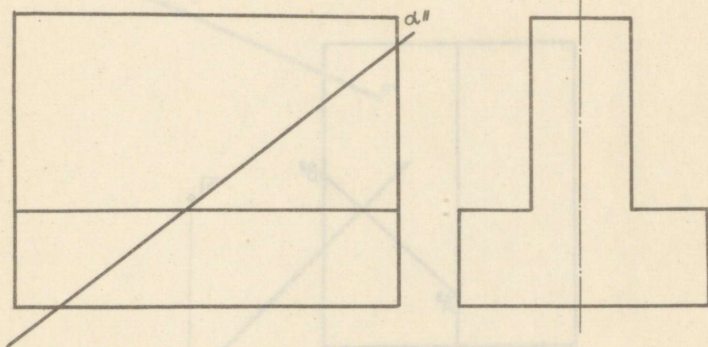
1. Millal asetsevad neli ruumipunkti samal tasandil?
2. Milles avaldub kompleksjoonisel nelja punkti asetsemise tunnus samal tasandil?

71. Leida püramiidi lõikejoon üldasendilise tasandiga $\alpha (a \parallel b)$ kasutades ekraanide vahetust. Viirutada lõige.

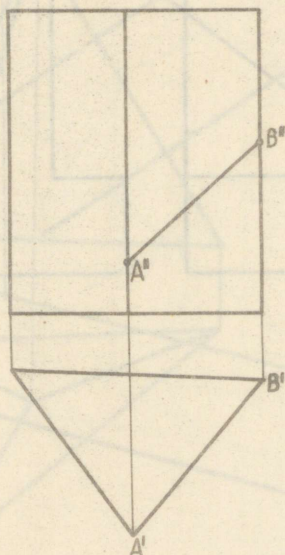


1. Kuidas valida uut ekraani, et lõikejoone määramine hulktahukal oleks lihtsam?
2. Milles avaldub kompleksjoonisel ekraani vahetus?

72. Määrata T-profiili tasandiline lõige kolmes projektsioonis ning leida selle tõeline kuju.

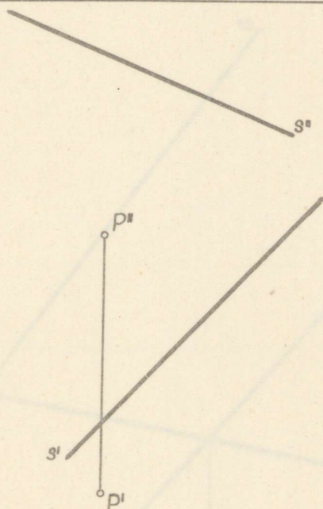


73. Määrata prisma tasandilise lõike kolmas tipp, kui lõige on võrdhaarne kolmnurk, millel on antud alus $\overline{AB}$.



1. Missugust sirget nimetatakse nivoosirgeks?
2. Mitme ekraani vahetusega saab üldasendilise sirge teisendada nivoosirgeks?

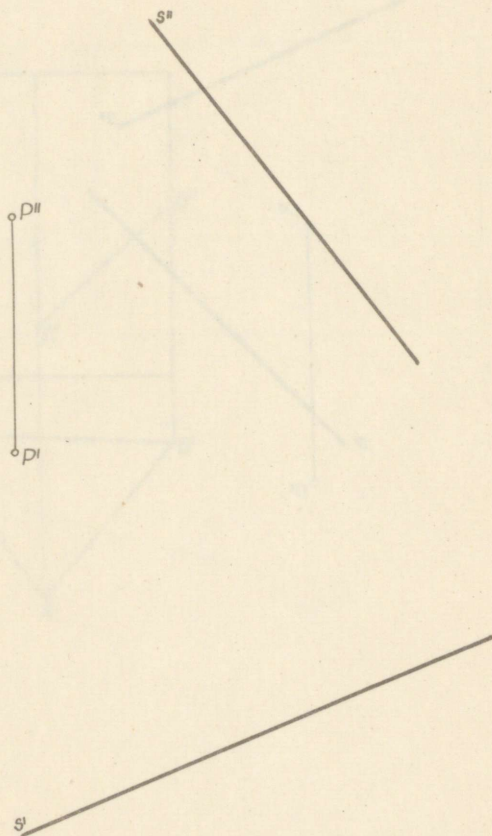
74. Leida punkti P kaugus sirgest s ekraanide vahetamise teel.



1. Missugune peab olema sirge eriasend, et punkti kaugus sirgest projekteeruks moondevabalt?

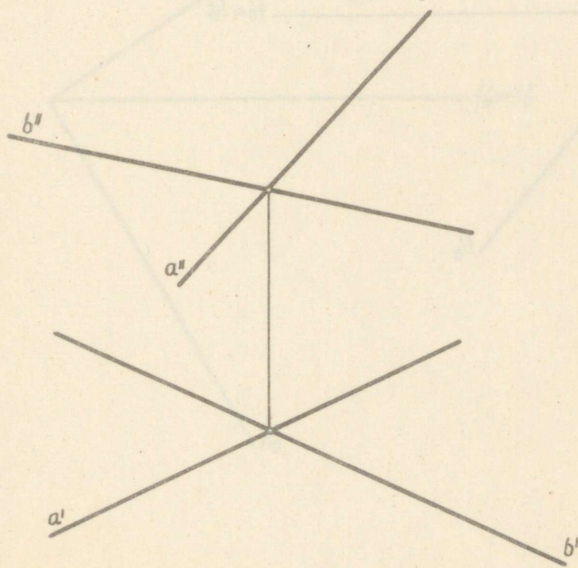
2. Mitu teisendust on vaja ülesande lahendamiseks?

75. Leida punkti P kaugus sirgest s , kasutades pööret
 ümber nivoojoone.



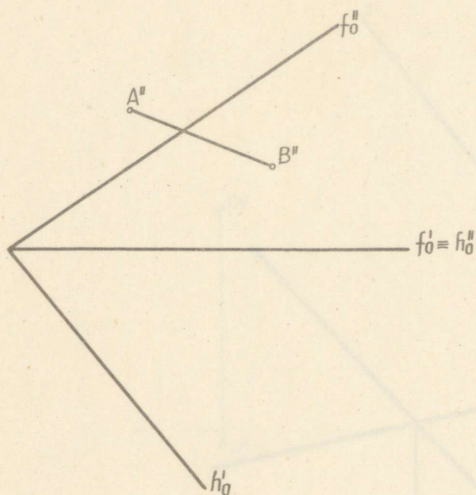
Missuguste kujundite korral rakendatakse mõõdules-
 annete lahendamisel pööramist ümber nivoojoone?

76. Määrata tasandi $\alpha(a \times b)$ kaldenurk esiekraani suhtes kasutades ekraanide vahetamist.



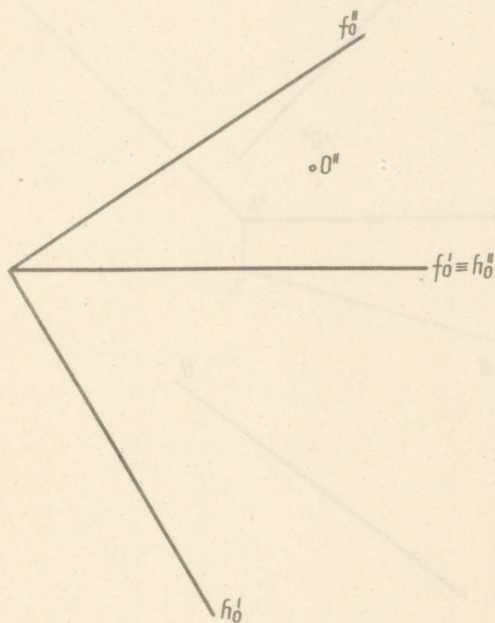
1. Missugune peab olema tasandi eriasend, et kaldenurk ekraani suhtes projekteeruks moondevabalt?
2. Mitme ekraani vahetusega saab üldasendilist tasandit teisendada projekteerivaks?

77. Määrata tasandil $\alpha(h_0 \times f_0)$ asetsev võrdhaarne kolmnurk ABC, kui tema aluseks on $\overline{AB}$ ning kõrgus on võrdne selle küljega. Kasutada ekraanide vahetamist.



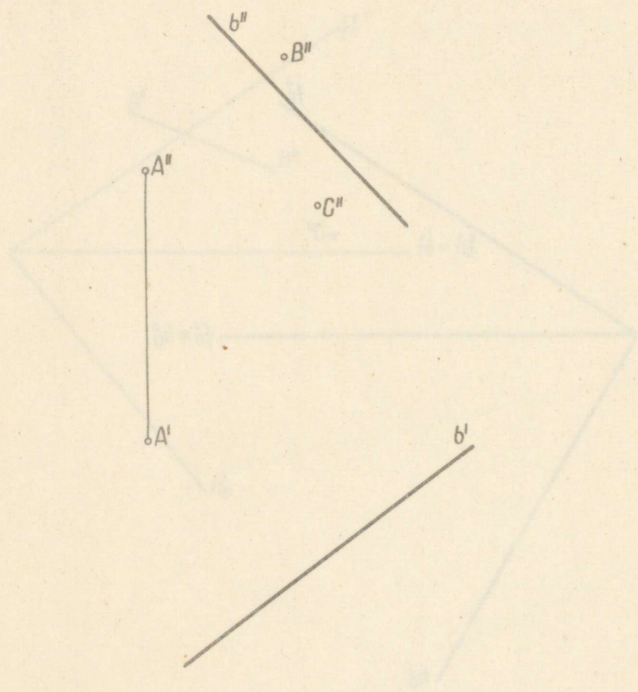
1. Milles seisneb ekraanide vahetus?
2. Mitme ekraani vahetusega saab üldasendilise tasandi muuta nivootasandiks?
3. Missugust kolmnurka nimetatakse võrdhaarseks?

78. Määrata tasandil $\alpha(h_o \times f_o)$ asetseva ringjoone projektsioonide teljed esi- ja põhiekraanil, kui ringjoone raadius on 20 mm ja keskpunktiks on antud punkt O (O'').



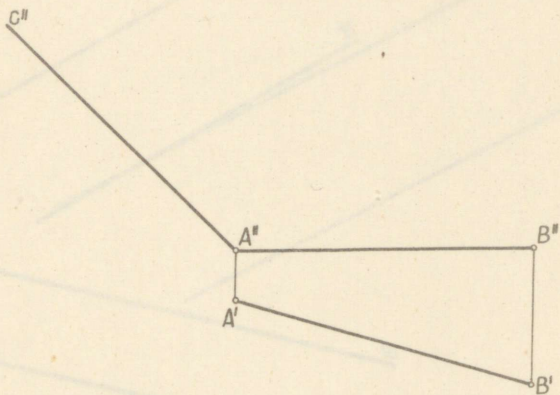
1. Missugusel sihil projekteerub eestvaates saadava ellipsi suurtelg?
2. Missugusel sihil projekteerub pealtvaates ellipsi suurtelg?

79. Määrata püramiid ABCT, mille tahk ABC asetseb tasandil $\alpha(A, b)$ ning kõrgus on 50 mm.



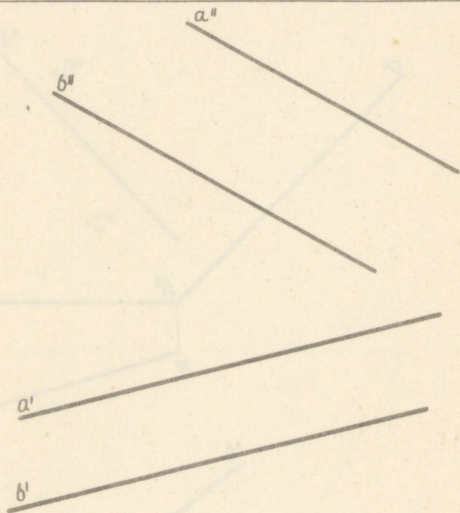
Missugune peab olema püramiidi asend, et tema kõrgus projekteeruks kompleksjoonisel moondevabalt?

80. Määrata ruudu ABCD projektsioonid, kui kolmanda tipu C esiprojektsioon asetseb sirgel c'' .



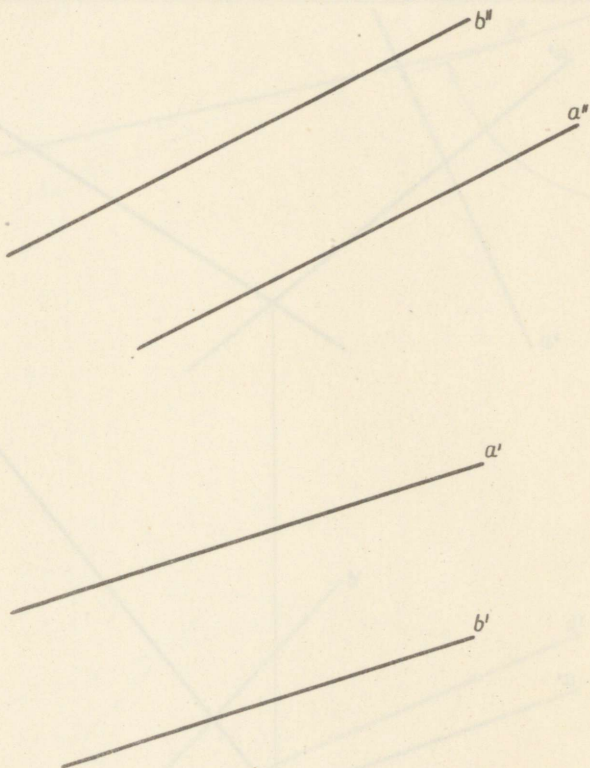
Millal on täisnurga ristprojektsioon moondevaba?

81. Leida paralleelsete sirgete vaheline kaugus ekraani-
de vahetamise teel.



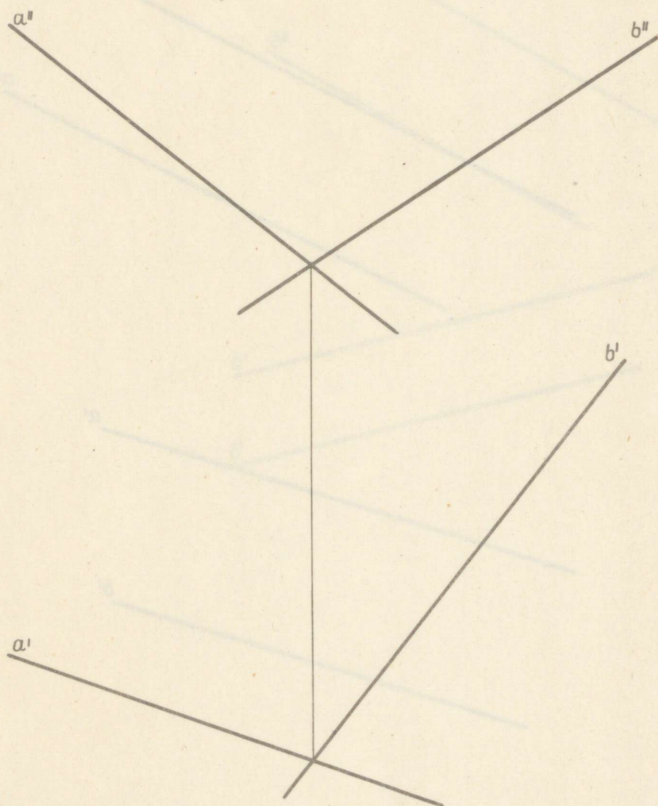
1. Missugust sirget nimetatakse üldasendiliseks?
2. Milline peab olema sirgete eriasend, et nende vaheline kaugus projekteeruks moondevabalt?
3. Mitme ekraani vahetamise teel saab teisendada üldasendilist sirget projekteerivaks?

82. Leida paralleelsete sirgete vaheline kaugus rakedades pöoret ümber nivoojoone.



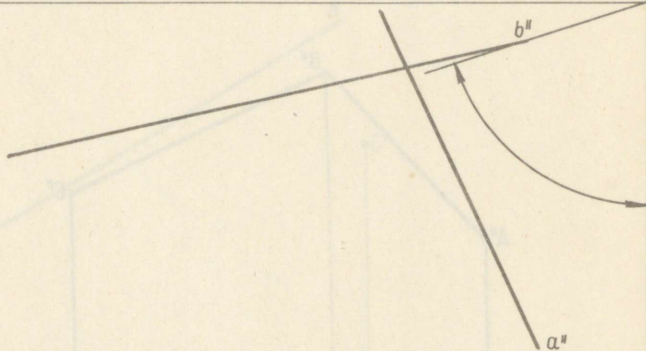
Missugune peab olema sirgete eriasend, et nende vaheline kaugus projekteeruks moondevabalt?

83. Leida sirgete a ja b vahelise nurga tõeline suurus kasutades pööret ümber horisontaali.



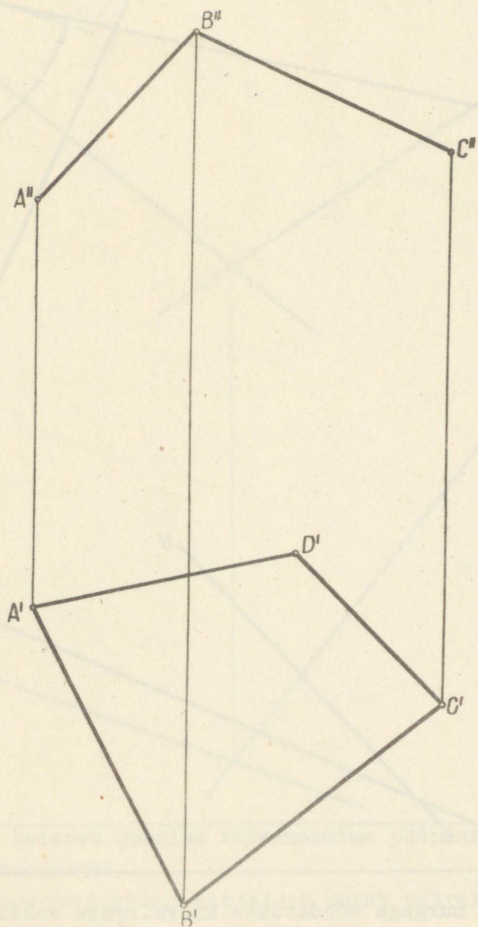
1. Milles seisneb joonise teisendamine pööramisel ümber nivoojoone?
2. Missuguse trajektoori kirjeldab punkt pööreldes ümber etteantud telje?
3. Millal projekteerub tasandiline nurk moondevabalt?

84. Leida sirgete a ja b vahelise nurga tõeline suurus kasutades pööret ümber frontaali.

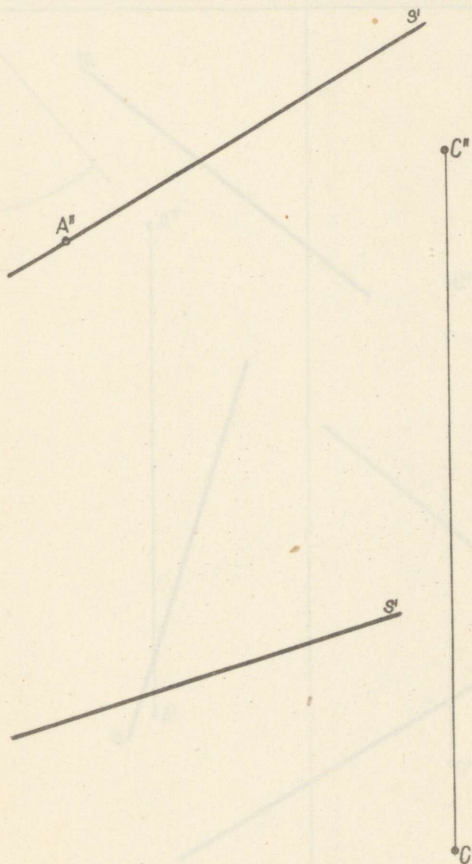


Missuguse nurgaga mõõdetakse kiivsirgete vahelist nurka?

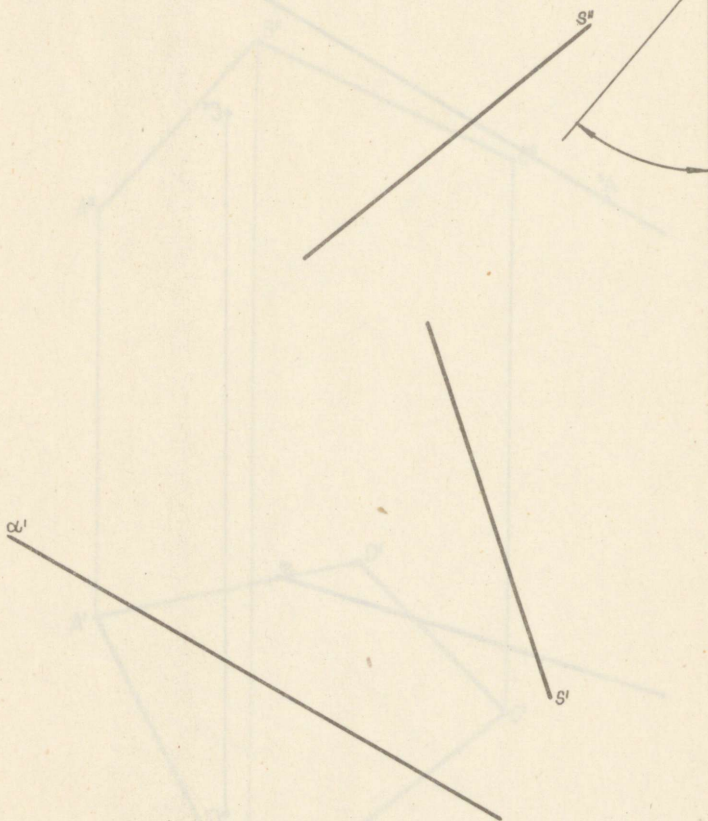
85. Leida tasandilise nelinurga ABCD originaalkuju.



86. Määrata rööpkülik ABCD, kui üks külg AB asetseb sirgel s ning tipu B juures olev nurk on 60° .

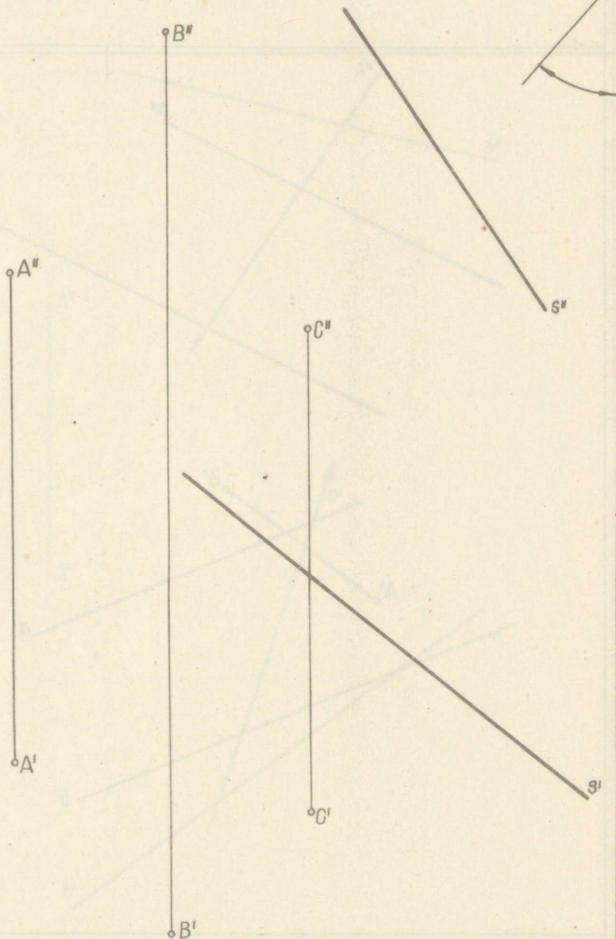


87. Leida sirge s ja projekteeriva tasandi α vahelise nurga tõeline suurus.



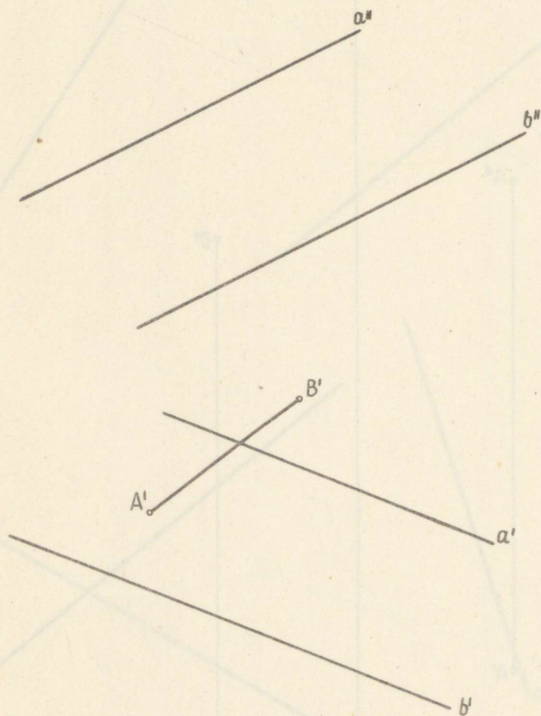
1. Missugust nurka nimetatakse sirge ja tasandi vaheliseks nurgaks?
2. Missuguse nurga kaudu mõõdetakse sirge ja tasandi vahelist nurka?

88. Leida sirge s ja üldasendilise tasandi $\alpha(A, B, C)$ vahelise nurga tõeline suurus.



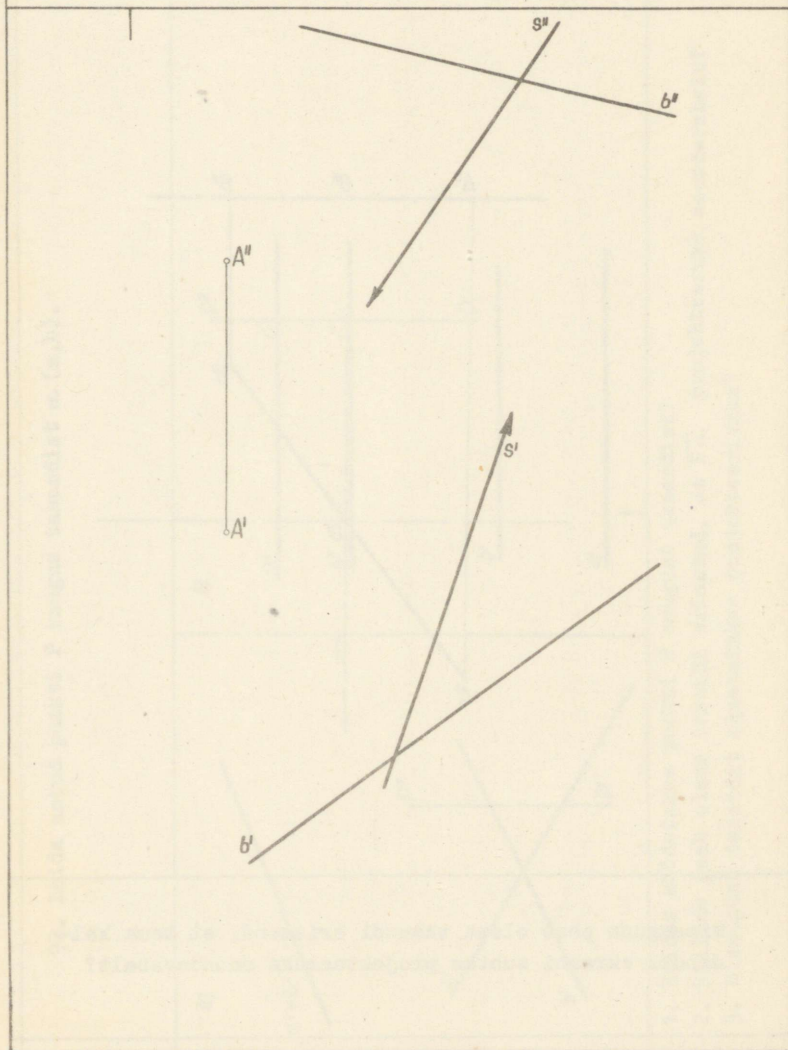
Kuidas projekteerub üldasendilise tasandi ristsirge kompleksjoonisel?

89. Määrata tasandil $\alpha(a \parallel b)$ asetsev võrdkülgne kolmnurk, kui üheks küljeks on lõik $\overline{AB}$. Kasutada pööret ümber nivoojoone.

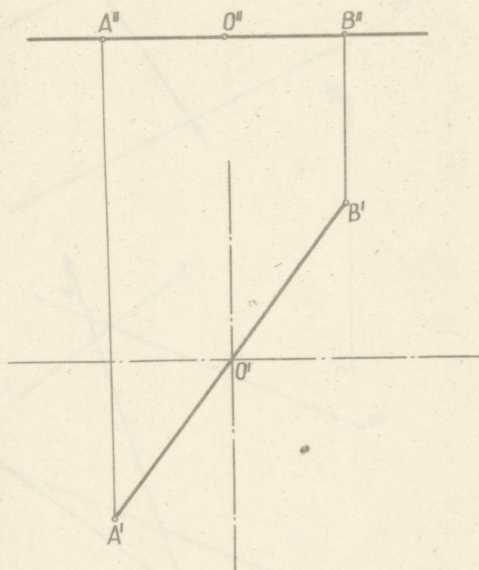


1. Milles seisneb pööre ümber nivoojoone?
2. Millest sõltub lõigu projektsiooni pikkus?
3. Missugust kolmnurka nimetatakse võrdkülgseks?
4. Mitu võimalikku lahendit on olemas?

90. Leida valguskiire s peegeldunud kiir, kui peegeldumistasandiks on $\alpha(A, b)$.



91. Pöörata antud ringi tema diameetri AB ümber 45° võrra. Näidata pööratud ringi kompleksjoonis lähtekraanidel.



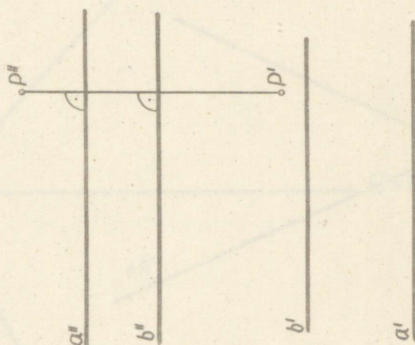
Missugune peab olema tasandi eriasend, et tema kal-
denurk ekraani suhtes projekteeruks moondevabalt?

92. Leida antud punkti P kaugus tasandist α (a,b).

a)

$a'' = b''$

b)

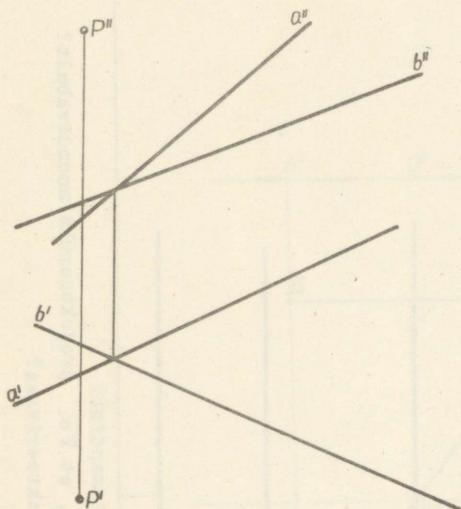


1. Kuidas mõõdetakse punkti P kaugust tasandist?

2. Milline peab olema tasandi eriasend, et $P\alpha$ projekteeruks moondevabalt?

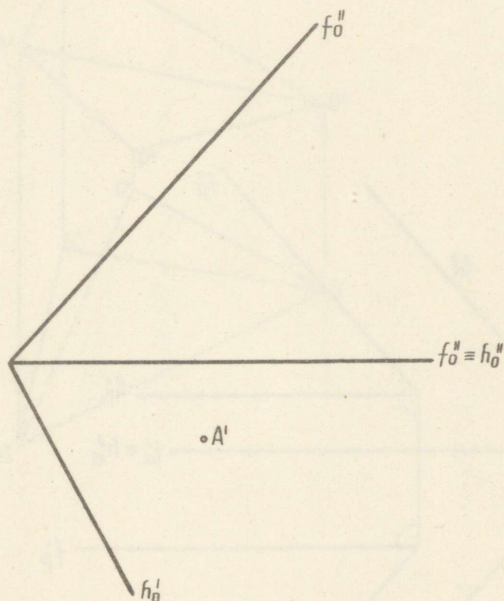
3. Missugust tasandit nimetatakse projekteerivaks?

93. Leida antud punkti P kaugus üldasendilisest tasandist $\alpha(a \times b)$.



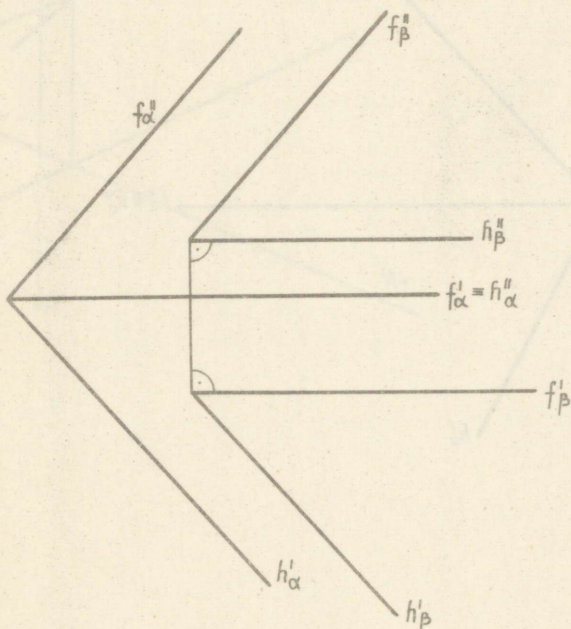
1. Missugust tasandit nimetatakse üldasendiliseks?
2. Kuidas asetsevad projekteeriva tasandi nivoojooned ekraanide suhtes kompleksjoonise korral?

94. Leida A'', kui punkt A on tasandist $\alpha(h_0 \times f_0)$ 20 mm kaugusel.



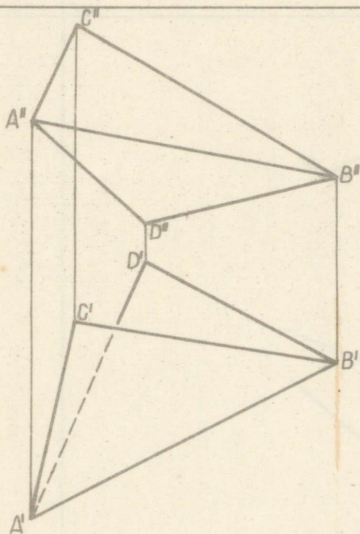
1. Missugune peab olema tasandi eriasend, et punkti kaugus tasandist projekteeruks moondevabalt?
2. Kui palju on ruumis punkte, mis asetsevad antud tasandist etteantud kaugusel? Mis on nende geomeetriliseks kohaks?

95. Leida tasandite α ja β vaheline kaugus.



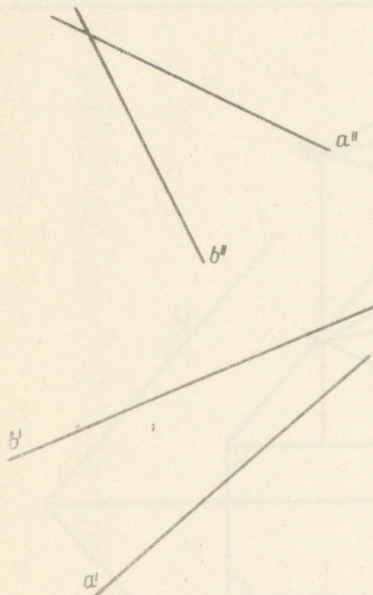
Missugune peab olema tasandite eriasend, et nende vaheline kaugus projekteeruks moondevabalt?

96. Määrata kahetahulise nurga nurgapoolitaja tasand.



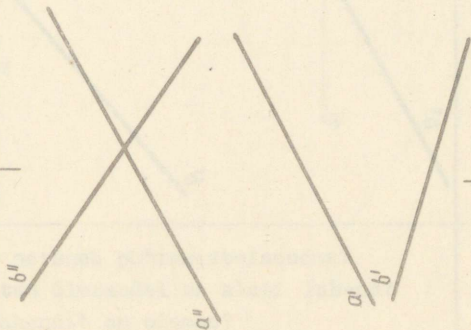
1. Millal projekteerub kahetahuline nurk moondevabalt?
2. Mitme ekraani vahetamise teel teisendub üldasendiline sirge projekteerivaks?

97. Määrata kiivsirgete a ja b vaheline kaugus. (Kasutada ekraanide vahetamist.)



Missugune peab olema sirgete eriasend, et kiivsirgete vaheline kaugus projekteeruks moondevabalt?

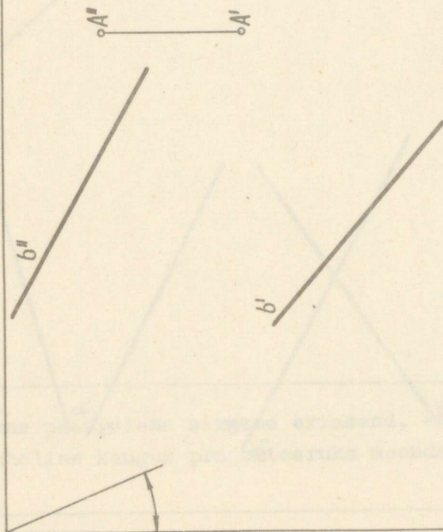
98. Määrata kiivsirgeid a ja b lõikav ühine ristsirge kasutades tasaparalleelset teisendust.



1. Milles seisneb tasaparalleelne teisendus?

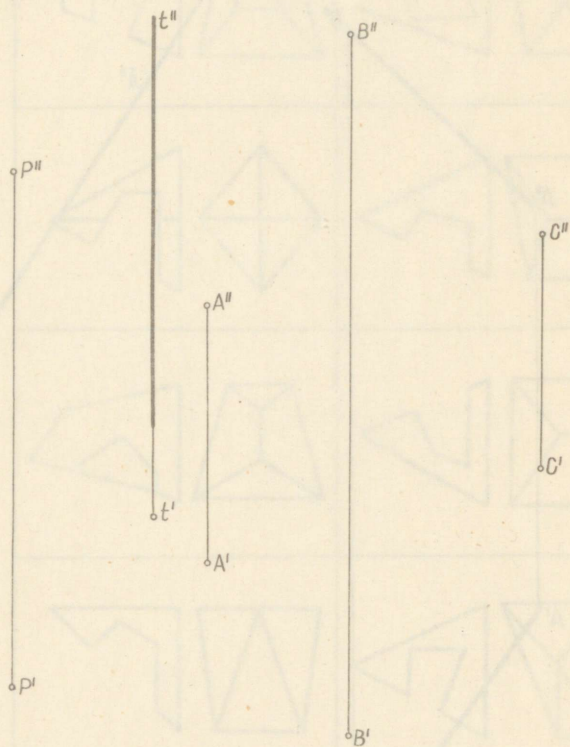
2. Mitme teisendusega saab üldasendilise sirge teisendada projekteerivaks?

99. Määrata tasandi $\alpha(A, b)$ kaldenurk põhikraani suhtes kasutades tasaparalleelset teisendust.



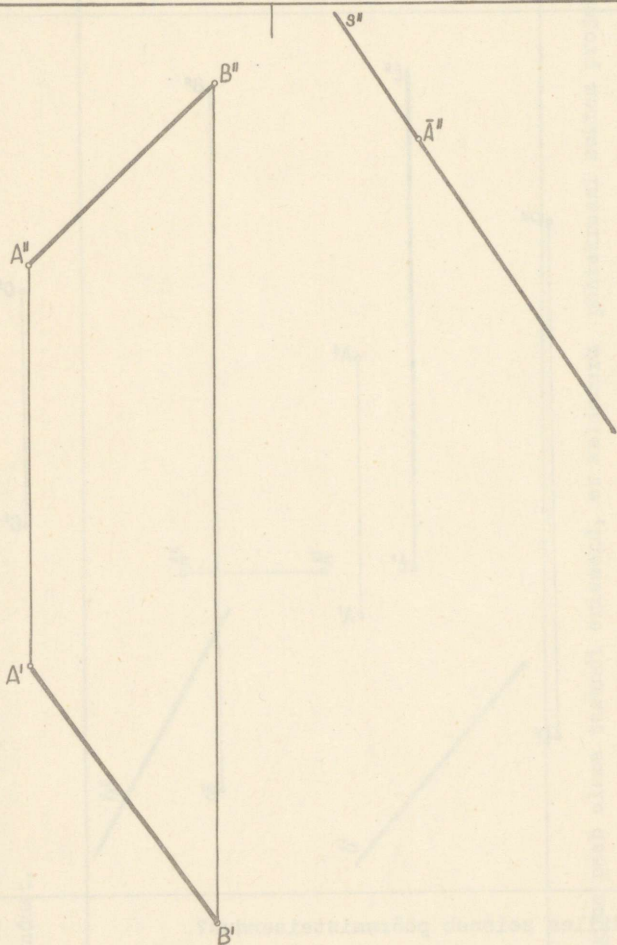
1. Missugune peab olema tasandi eriasend, et kaldenurk põhikraani suhtes projekteeruks moondevabalt?
2. Mitme tasaparalleelse teisendusega saab üldasendilise tasandi muuta projekteerivaks?

100. Pöörata punkti P ümber telje t kuni see jõuab tasan-
dile α (A,B,C).

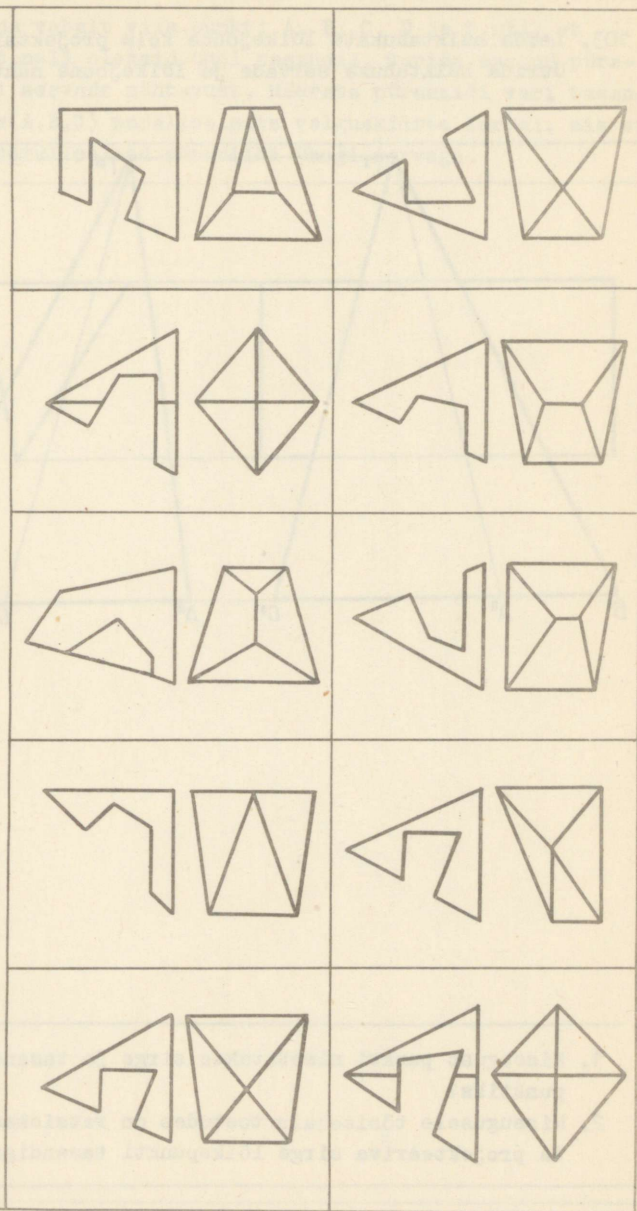


1. Milles seisneb pööramisteisendus?
2. Kas antud ülesandel on alati lahend?
3. Mitu lahendit on olemas?

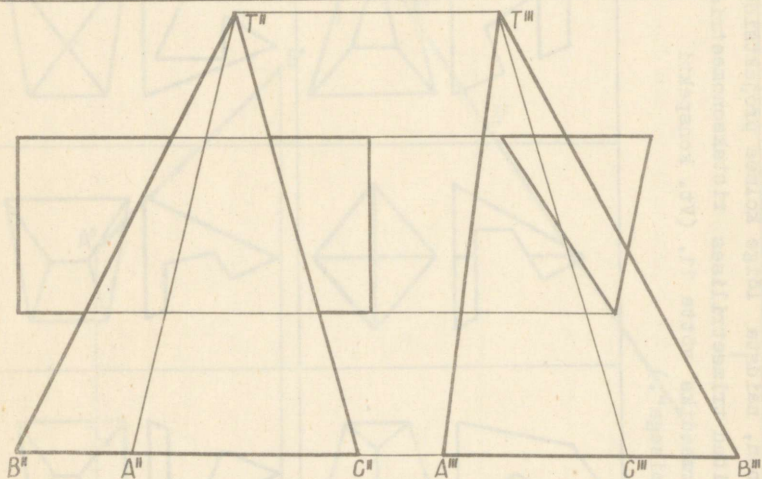
101. Pöörata lõiku $\overline{AB}$ ümber sobivalt valitud projekteeriva sirge t nii, et lõigu uueks esiprojektsiooniks oleks lõik $\overline{A''B''}$, kusjuures A'' on antud ning B'' asetseb sirgel s'' .



102. Leida antud hulktaheka kolmas projektsioon, näidata lõige kolmes projektsioonis ja esitada lõigatud hulktaheka vabalt valitud trimeetrilises ristaksonomeetrias. Ülesanne lahendada joonestuspaberil, formaadiks võtta 11. (Vt. konsekti "Aksonomeetria näidisülesannete lahendamisega".)



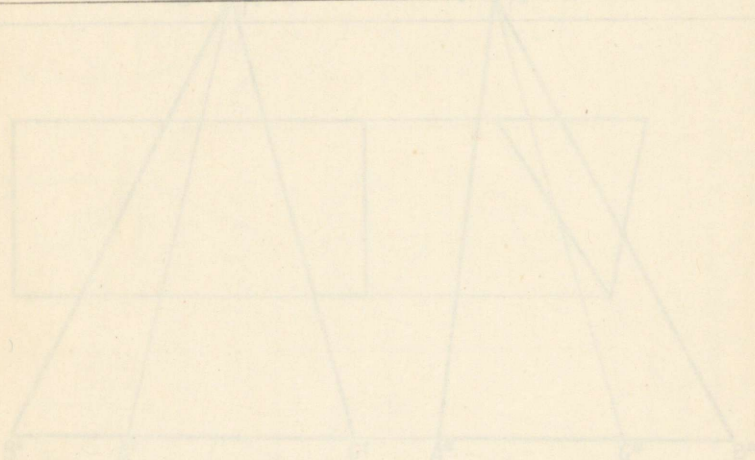
103. Leida hulktahukate lõikejoone kolm projektsiooni.
Uurida hulktahuka servade ja lõikejoone nähtavust.



1. Missugust punkti nimetatakse sirge ja tasandi lõikepunktiks?
2. Missugusele tõsiasjale toetudes on ratsionaalne leida projekteeriva sirge lõikepunkti tasandiga?

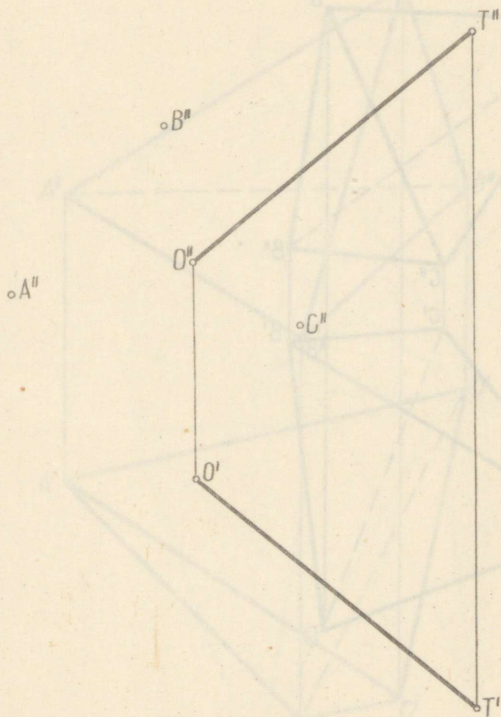
104. Valida vabalt viis punkti A, B, C, D ja T nii, et neist neli oleksid ühel tasandil. Uurida saadud püramiidi servade nähtavust. Määrata püramiidi vari tasandil $\alpha(A,B,C)$ paralleelsete valguskiirte korral, mis ei ole paralleelsed püramiidi ühegi servaga.

105. Valida vabalt neli punkti A, B, C ja D, mis ei asetse ühel tasandil. Määrata püramiid, millel on antud püramiidiga ühine tahk ABC ning mille tipp D_1 on sümmeetriline tipuga D tasandi $\alpha(A, B, C)$ suhtes. Uurida kaksipüramiidi servade nähtavust.

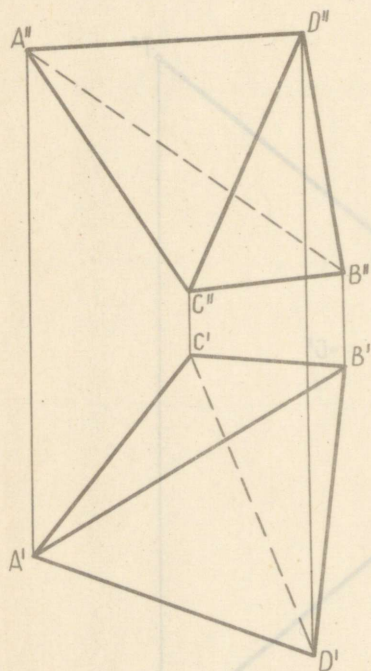


1. Määrata punkti A, B, C ja D tasandi $\alpha(A, B, C)$ suhtes sümmeetrilised punktid A_1, B_1, C_1 ja D.
2. Määrata punkti A, B, C ja D tasandi $\alpha(A, B, C)$ suhtes sümmeetrilised punktid A_1, B_1, C_1 ja D.

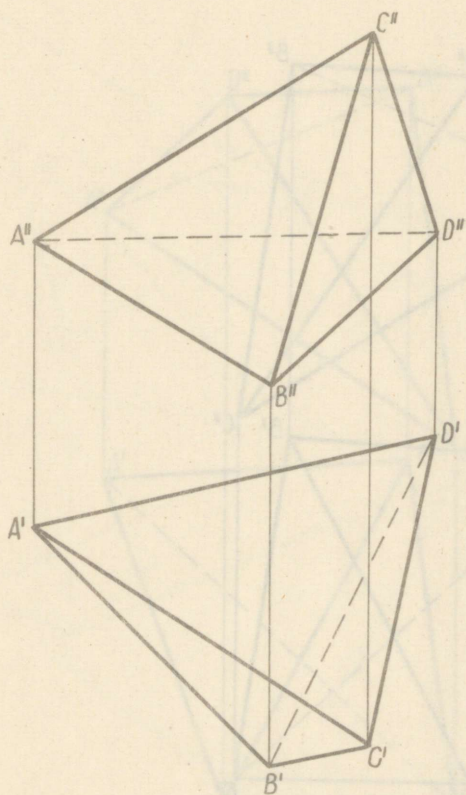
106. Määrata kompleksjoonisel püramiid $TABC$, mille kõrguseks on etteantud üldasendiline lõik OT ning põhja esiprojektsiooniks $A''B''C''$. Leida püramiidi vari tasandil $\alpha(A, B, C)$ vabaltvalitud paralleelsete kiirte puhul, mis ei ole paralleelsed püramiidi ühegi servaga.



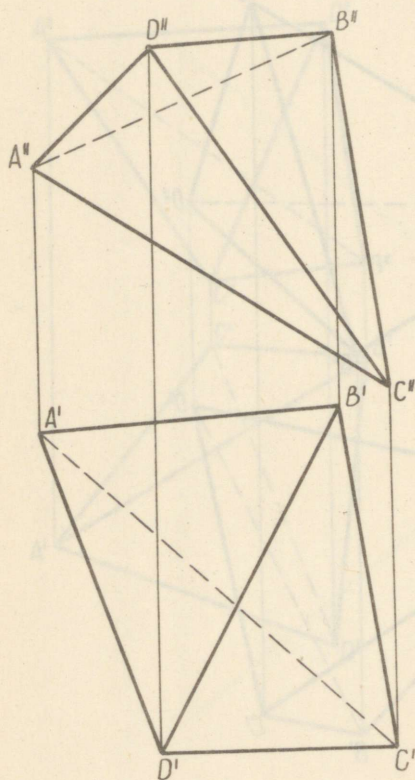
107. Leida püramiidi ABCD servade AB ja CD vahelise
kauguse tõeline pikkus.



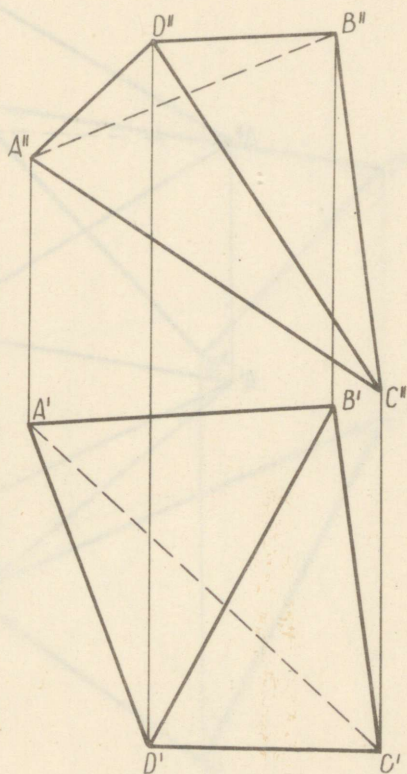
108. Leida püramiidi ABCD servade AB ja CD vahelise nurga tõeline suurus.



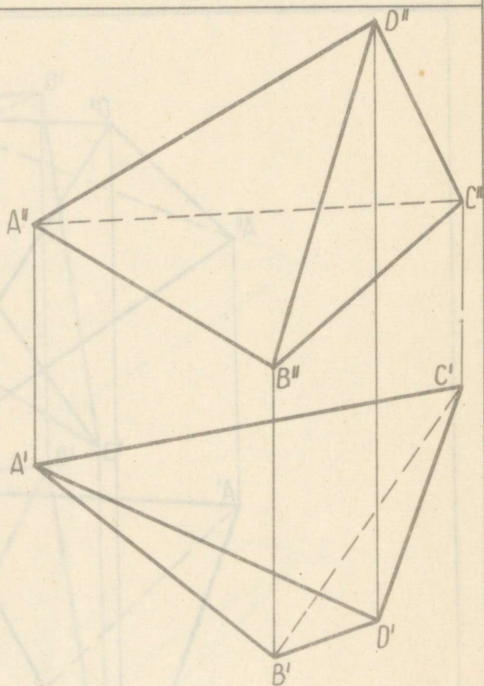
109. Leida püramiidi ABCD tipust D tõmmatud kõrguse tõeline pikkus.



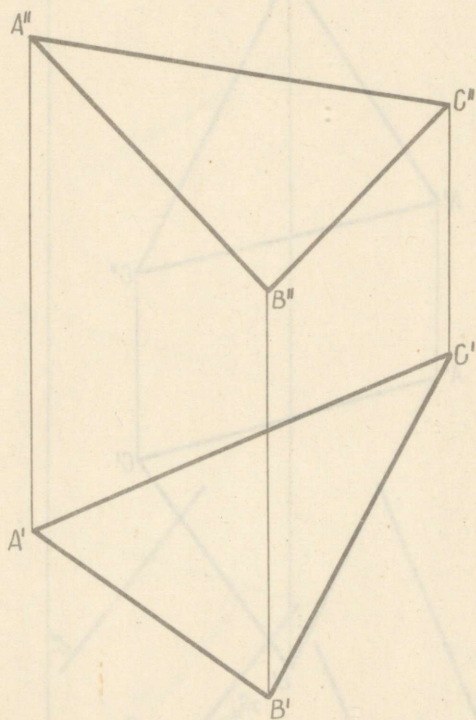
110. Leida püramiidi ABCD serva BD ja tahu ABC vahelise nurga tõeline suurus.



111. Leida püramiidi ABCD tahkude ABC ja ABD vahelise nurga tõeline suurus.

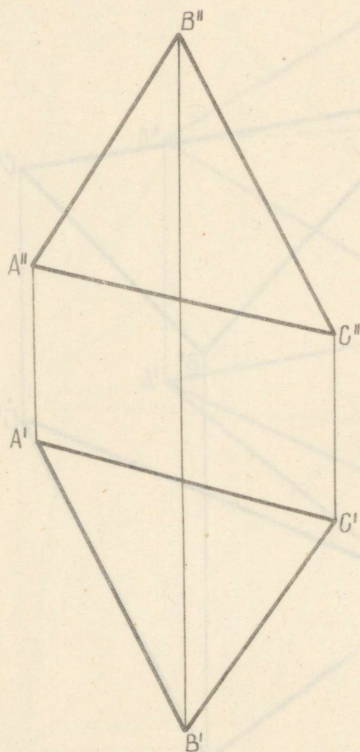


112. Määrata üldasendilise kolmnurga ABC sisering. Ülesande lahendamisel kasutada pööret ümber nivoojoone. Projektsioonidena saadud ellipsitel näidata teljed ja nende leidmine. Ellipsid konstrueerida telg-ringjoonte võttega.



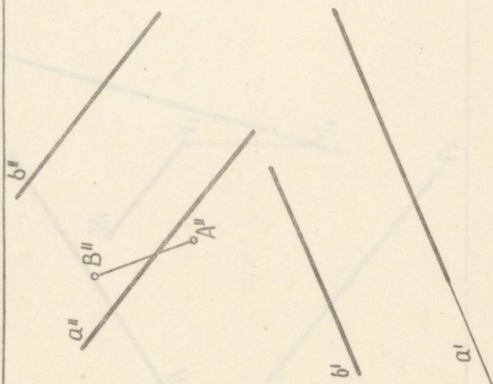
Missugune punkt on kolmnurga siseringi tsentriks?

113. Määrata üldasendilise kolmnurga ABC ümberring. Ülesande lahendamisel kasutada pööret ümber nivoojoone. Projektsioonidena saadud ellipsitel näidata teljed ja nende leidmine. Ellipsid konstrueerida telgringjoonte võttega.



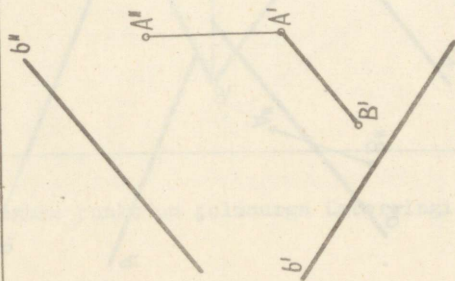
Missugune punkt on kolmnurga ümberringi tsentriks?

114. Määrata korrapärane neljatahuline püramiid ABCD, kui selle põhi ABCD asetseb üldasendilisel tasandil α ($a \parallel b$) ning on antud A"B", kõrgus on aga $\frac{3}{2}$ põhjaserava pikkusest. Ülesande lahendamisel kasutada tasaparalleelset teisendust.



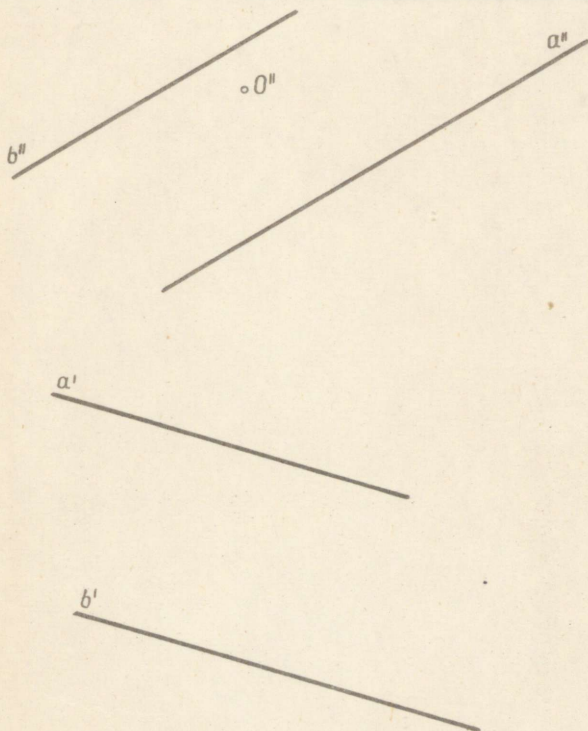
1. Missugust hulktahtukat nimetatakse püramiidiks?
2. Missugust püramiidi nimetatakse korrapäraseks?

115. Määrata kuup, kui selle põhi asetseb üldasendilisel tasandil $\alpha(A, b)$ ning on antud kuubi serva põhiprojektsioon $A'B'$. Ülesande lahendamisel kasutada tasaparalleelset teisendust.



1. Mis on üldjuhul ruudu projektsiooniks?
2. Missugune peab olema ruudu asend, et ta projekteeruks moondevabalt?

116. Määrata pöördkoonus, mille põhi asetseb tasandil α ($a \parallel b$) tsentriga punktis O. Põhja raadius on 20 mm ning kõrgus 50 mm. Ulesande lahendamisel kasutada ekraanide vahetamist. Projektsioonidena saadavatel ellipsitel näidata teljed ja nende leidmine.



SISUKORD

Sissejuhatuseks	3
Kasutatud tähistusi	5
Ülesandeid ja kontrollküsimusi	7

Hind 20 kop.

A
30719

77 006

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00438280 2