TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

A. PÄRL

OTSUSTUSÕPETUS ÜHES SISSEJUHATUSEGA VÄITELOOGIKASSE JA FORMAALLOOGILISED MÕTLEMISSEADUSED

TARTU 1970

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL
Loogika ja psühholoogia kateeder

A. PÄRL

OTSUSTUSÕPETUS ÜHES SISSEJUHATUSEGA VÄITELOOGIKASSE JA FORMAALLOOGILISED MÕTLEMISSEADUSED

Teine trükk

TARTU 1970

E e s s õ n a .

Käesolev otsustusõpetuse küsimuste ja põhiliste formaalloogiliste seaduste käsitlus on koostatud silmas pidades loogika üldkursuse programmi, selle erinevusega, et siin otsustuse olemuse selgitamisel lähtutakse l a u s e mõistest, mis on üldiselt tuntum kui mõiste, millega tavaliselt senistes õpikutes loogikavormide käsitlust on alustatud. Teoreetilise ja näidismaterjali esitamisel on seatud eesmärgiks jõuda selleni, et õppija oleks põhiküsimustes ette valmistatud mitte ainult traditsioonilise loogika järeldusõpetuse, vaid ka väiteloogika seaduspärasuste omandamiseks ja rakendamiseks.

Käesolevais loogika kursuse peatükkides on püütud taotleda eeskätt loogika rakenduslikke eesmärke seoses mõtete keelelise vormistamisega. Seejuures on mitmesugused tekstis toodud näited valitud võimalikult sellised, mis oma s i s u l t aitavad kaasa loogika vastavate seaduspärasuste kindlamaks omandamiseks. Sedasama eesmärki on veel järjekindlamalt taotletud K. Toime ja A. Pärli koostatud õppevahendis "Harjutusi loogikast", mis pakub vastavat harjutusmaterjali ka käesoleva "Otsustusõpetuse" oluliste küsimuste kohta.

A. P.

I. O T S U S T U S Õ P E T U S   Ü H E S   S I S S E J U H A T U S E G A   V Ä I T E L O O G I K A S S E

1. O T S U S T U S E   E H K   V Ä I T E   O L E M U S.

1.1. LAUSE JA OTSUSTUS.

Analüüsides inimlikku mõtlemist esemete või nähtuste omaduste, seoste ja suhete peegeldamisel või uute seoste ning suhete leidmisel, näeme, et selle keeleliseks väljendusvormiks on lause. Mõeldes Suurest Sotsialistlikust Oktoobrirevolutsioonist saame näiteks lause "Suure Sotsialistliku Oktoobrirevolutsiooni üheks ettevalmistajaks oli K. Marxi "Kapital"; mõtteid loogikast aga väljendavad laused: "Loogika on teadus", "Loogika on analüütiline keemia", "Loogika ei ole luule", "Kas loogika on teadus mõtlemisest?", "Mõtelgem loogikale!" jne.

Lauseid analüüsides näeme, et mõned neist jaatavad või eitavad midagi, nagu: "Loogika on teadus", "Loogika ei ole luule". Edasi võime täheldada, et jaatust või eitust väljendavatel lausetel on ühtlasi tunnus peegeldada esemete või nähtuste seoseid või suhteid kas t õ e s e l t või v ä ä r a l t, nagu: "Loogika ei ole luule", "Loogika on analüütiline keemia". Esimene neist näidetest on tegelikkust tõeselt peegeldav eitav lause, teine aga tegelikkust vääralt peegeldav jaatav lause. Lauseid, milles midagi j a a t a t a k s e või e i t a t a k s e ja mis on ühtlasi kas t õ e-

sed või *väärad*, nimetatakse *otsustusteks* ehk *väideteks*. Kuna *otsustus* on *mõiste* ja *järelduse* kõrval üks põhilisi *mõtlemisvorme*, siis kujuneb tema definitsioon järgmiseks: *Otsustus on mõtlemisvorm, milles jaatades või eitades, tõeselt või vääralt peegelduvad esemete või nähtuste vahelised seosed või suhted.*

Otsustuse tunnust midagi jaatada või eitada nimetatakse otsustuse kvaliteediks.

Analüüsides otsustuse definitsioonist lähtudes mitmesuguseid grammatilisi lauseid, näeme, et nende hulgas leidub selliseid, millel tõesuse või vääruse ja jaatuse või eituse tunnused puuduvad ja mis seetõttu ei ole otsustused. Niisugused on küsimust, käsku, soovi ja palvet väljendavad laused, nagu: "Mis kell on?", "Avage õpik!", "Pidage aega kalliks!" Erandiks on selliste hulgas retoorilised küsilaused, millel on otsustuse olulised tunnused siiski olemas, näiteks "Kes siis meist ei ole lugenud Tuglast?" See küsilause väljendab tegelikkust tõeselt peegeldavat jaatavat otsustust "Meie kõik oleme lugenud Tuglast".

Leidub grammatilisi lauseid, mis on otsustused vaid vastavas kontekstis, näiteks lause "Kas Rootsi põllumajanduse tase on Eesti NSV omast kõrgem?" ei ole otsustus, sest siin ei ole otsustuse olulist tunnust - jaatust või eitust. Kui aga sellele lausele järgnevas kontekstis leiduvad sõnad "ei ole", mis eraldi võttes ka ei ole otsustus, siis ometi moodustavad need kaks lauset teineteisele järgnedes otsustuse, millel on kõik selle tunnused - "Rootsi põllumajanduse tase ei ole Eesti NSV omast kõrgem". Otsustuseks ei saa lugeda ka niisugust lauset, nagu "TRÜ Teaduslik Raamatukogu on 2 km kaugusel", sest ei ole selge, kuivõrd see otsustus on tõene või väär. Niipea kui kontekst sisaldab selle lause täpsustuse koha suhtes, kus räägitakse, muutub lause tõeseks või vääraks otsustuseks.

Kontekstilist selgitust vajavad ka niisugused laused nagu "Sajab", "Hämardub", et nad esineksid otsustustena.

Mõtete õigel kujundamisel on vaja selgitada, kas teatavad laused esinevad otsustustena iseseisvalt või mitte; kui nad iseseisvalt otsustustena ei esine, siis on tarvis selgitada, kas nad on otsustused vastavas kontekstis. Kontekst määrab ka otsustuse sisu. See asjaolu seab meile tõsised nõuded olla eriti hoolikad ja tähelepanelikud tsitaatide väljakirjutamisel, et kontekstis sisalduvate lausete mittearvestamisest tsitaadi sõrendamisel, sõnade vääras kohas rõhutamisel jne. ei tekiks mõtete moonutusi.

Lause ja otsustuse erinevus avaldub veel selles, et üks ja sama lause võib väljendada mitut otsustust. See on seoses l o o g i l i s e r õ h u erineva asetusega, lause lugemise intonatsiooniga, pausidega, jms. Näiteks "T a l l i n n on Eesti NSV pealinn", s. t., et just Tallinn on Eesti NSV pealinn, aga mitte mingi muu linn. Lauses "Tallinn on E e s t i N S V pealinn" rõhutatakse aga, et Tallinn on Eesti NSV, aga mitte mingi muu riigi pealinn.

Otsustuse ja lause vahel on erinevus veel selles, et lause grammatiline ehitus on eri keeltes erinev, kuid otsustuse ehitus on kõigil ühesugune. Tähendab, otsustused eri rahvastel on väljendatud erinevas keelelises kestas. Siit on selge, et tõlkimisel ühest keelest teise on vaja peale vastavate keelte väljendusvahendite tunda lähemalt ka mitmesuguste otsustuste ja ka järelduste loogilist struktuuri.

1.2. OTSUSTUSE TÕESUS VÕI VÄÄRUS.

Otsustuse tõesuse kriteeriumiks on tema vastavus tegelikkusele. Otsustus on tõene siis, kui temas on seostatud seda, mis tegelikkuses on seotud, ja lahutatud seda, mis tegelikkuses on lahus. Otsustuse tõesuse ja vääruse ehk t õ e v ä ä r t u s e lähemal analüüsil pöörab loogika tähelepanu otsustuse s i s u l e ja v o r m i l e . Tõesed on otsustused, mis nii oma sisu kui ka vormi poolest kehtivad. Kuna aga ühes ja samas otsustuse vormis võivad olla väljendatud nii tõesed kui ka väärad otsustused, siis vajab otsustuse tõesuse lõplik määramine tema sisulist analüüsi vastava teaduse või praktika alusel. See aga ei tähenda kaugeltki seda, nagu tuleks kõigi otsustuste õigsust praktikas kontrollida. Enamik meie teadmistest on ju v a h e n d a t u d teadmised. Need ei ole saadud üksiku inimese kogemuse ja uurimise alusel, vaid on omandatud üldinimliku mõttevarana ühiskondlikus suhtlemisprotsessis kõne või kirja kaudu. Sellised tõed on praktika katsekojast juba ammu mitmekordselt läbi käinud, mistõttu selle käigu kordamisel pole igal üksikjuhul mõtet.

Otsustuse tõesuse põhitingimuseks on, et tema poolt peegeldatud esemele ei omistataks tunnust, mida sellel oma loomu poolest ei saa olla.

1.3. OTSUSTUS JA MÕISTE.

Otsustus on lahutamatus seoses mõistega kui mõtlemisvormiga, mis peegeldab esemeid ja nähtusi nende olulistes tunnustes. Igas loogilises otsustuses peegeldatakse tegelikkust m õ i s t e t e seose kaudu. Seejuures sõltuvad ühtede mõistete sisutunnused teistest mõistetest, mis nendega seostatakse. Teiselt poolt võime ütelda, et mõiste, mille kohta ei suudeta formuleerida ühtegi tegelikkusele vastavat otsustust, ei ole meile m õ i s t e , vaid mingi tundmatu sõna. Kui aga keegi taotleb mingi o t s u s t u s e tõeseks tunnistamist, peab ta suutma vajaduse korral esitada selles kasutatud mõistete olulisi tunnuseid. Otsustuse ja mõiste vahel on seega v a s t a s t i k u n e seos. Otsustus ei ole mõeldav mõisteta ja vastupidi. Uute mõistete moodustamine toimub otsustuste abil, mis sisaldavad varem otsustuste abil moodustatud mõisteid.

Et mõtlemise kaudu tegelikkuse peegeldamisel on alati tegemist selle peegelduse tegelikkusele vastavuse või mittevastavusega - tõesuse või väärusega ja peegeldatavate esemete vahelise s e o s e või lahutatuse esiletoomisega - j a a t u s e või e i t u s e g a , siis järgneb sellest, et mõtlemise põhivormiks on o t s u s t u s, mitte aga mõiste, sest mõistel puuduvad need tunnused.

Otsustuse ja mõiste vastastikuse seose tõttu kujundatakse pedagoogilises protsessis teaduslikke mõisteid õpilastel peale tavaliste mõiste kujundamise võtete (võrdlemine, analüüs, süntees jne.) ka nii, et neile esitatakse vastavaid mõisteid paljudes erinevates tegelikkust õigesti peegeldavates otsustustes. Selleks on vaja õpetajal hästi tunda otsustuste ekvivalentsussuhteid (vt. lk.32) ja otsustuste ümberkujundamise võtteid, mida loogikas tuntakse ka nn. otseste järeldustena.[x]

1.4. OTSUSTUSE STRUKTUUR.

Mõtlemise põhivormina ja mõistete kujundamise aluse ning eeldusena esineb otsustus alati mõistete süsteemina, millel on oma kindel s t r u k t u u r .

Võrdleme järgmisi otsustusi:

1. Liigitus on mõiste mahu avamine.
2. Definitsioonis ei või esineda ringi.
3. Kelmus on karistatav.
4. Ükski idealist ei suuda maailma teaduslikult seletada.

Igas neist otsustustest väidetakse midagi teatavate esemete või nähtuste kohta. Siin on mõtteesemeks 1) liigitus, 2) definitsioon, 3) kelmus, 4) idealist. Need erinevad mõtteesemed on kõik viidavad ühe mõiste alla, mida nimetatakse l o o g i l i s e k s s u b j e k t i k s (S).

---

[x] Sellist mõiste kujundamise võtet on edukalt kasutatud mõnedes programmeeritud õpikutes.

Siit nähtub, et loogiline subjekt on ese, millele otsustuses mõte on suunatud, s. t. mille kohta midagi tõeselt või vääralt jaatatakse või eitatakse. Neid mõisteid aga, mis subjektile omistatakse, nagu "mõiste mahu avamine" jt., nimetatakse l o o g i l i s e k s p r e d i k a a d i k s (P). Loogiline predikaat on t u n n u s , mis mõtteesemele omistatakse, või k l a s s , millesse mõtteese kas tõeselt või vääralt lülitatakse. Predikaatidena esinevate mõistete asetus ja funktsioon on otsustusõpetuse tähtis osa, mis kandub üle ka j ä r e l d u s õ p e t u s s e .

"S on P", "S ei ole P" kui otsustuse struktuurivalemid aga ei suuda siiski eksaktselt väljendada kõiki esemetevahelisi suhteid. Vaatleme selle selgitamiseks lisaks eelnevaile näiteile veel järgmisi otsustusi:

1. Tapa a s u b Tallinna ja Tartu v a h e l .
2. Otsustusõpetus e s i n e b e n n e k u i järeldusõpetus.
3. Tallinn a s u b Tartust p õ h j a p o o l .

Ükski neist otsustustest ei ole sellises lihtsas ning loomulikus sõnastuses asetatav eelnevate otsustuste kujul S - P vormi. Absurdne oleks mõelda, et Tallinn ja Tartu esimeses otsustuses võiksid olla Tapa predikaadid või et otsustusõpetuse esinemine enne järeldusõpetust on viimase predikaat. Sellistes otsustustes ei ole antud ühe subjekti suhe ühe predikaadiga, vaid p r e d i k a a t t ä i d a b s i i n v a h e n d a v a t f u n k t s i o o n i k a h e v õ i e n a m a s u b j e k t i v a h e l . Predikaat väljendab siin, millises vastastikuses s u h t e s on kaks või enam eset. Selliste, nn. s u h t e o t s u s t u s t e struktuuriks on:

1. S_1 asetseb S_2 ja S_3 vahel.
2. S_1 esineb enne kui S_2.
3. S_1 asub põhja pool S_2.

Predikaadid "vahel asetsema", "enne esinema kui", "põhja pool asetsema", "suurem olema kui" jne. on ühe subjekti suhtes mõttetused. Neid nimetatakse seepärast k a h e - või m i t m e k o h a l i s t e k s p r e d i k a a t i d e k s . Vastavalt sellele, et nad väljendavad subjektidevahelisi s u h t e i d , nimetatakse neid r e l a t s i o o n i d e k s ja tähistatakse tähega R . Tähistades teatavas suhtes olevad esemed kui subjektid tähtedega X ja Y ja relatsiooni tähega R , saame suhteotsustuse stuktuurivalemiks: R(x,y) kui suhetatud esemeid on rohkem kui kaks, näiteks kolm, siis valemiga R(x,y,z).

Otsustuse analüüs temas esinevate mõistete suhete alusel näitab, et otsustus võib koosneda ühest või mitmest subjektist ja ühest või mitmest predikaadist, näiteks:"Eesti NSV suuremad linnad on Tallinn, Tartu ja Pärnu". Seejuures võib otsustuses eristada loogilise subjekti ja loogilise predikaadi vahelist s i d e t , mida nimetatakse köitmeks (koopula). Köidet väljendatakse eesti keeles sõnadega "on" või "ei ole". Leidub aga ka otsustusi, milles köide ei olegi väljendatud, näiteks "Kus tööd, seal leiba". Vene keelele on köitme puudumine olevikus koguni iseloomulik, näiteks " Павел студент I курса". Köidet väljendatakse vene keeles sõnadega есть, является, представляет собой. Mõnedes keeltes on köide liitunud predikaadiga erilise silbi näol.

1.5. MUUTUJAD JA KONSTANDID.

Mitmeid nn. täppisteadusi, nagu matemaatika, teoreetiline füüsika, astronoomia, keemia, küberneetika jms. ei ole tänapäeval võimalik kujutleda ilma märkideta ehk sümboliteta, mis moodustavad tähtsa osa nende teaduste keelest. Märgid võimaldavad mõisteid väljendada l ü h i d a l t , selgelt, sageli ülevaatlikumalt kui tavaline keel. Meenutame tuntud valemit algebrast: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ - ükski sõnastus tavalises keeles ei suuda selguse ja ülevaatlikkuse mõttes seda valemit ületada.

Sümboolika kasutamine loogikas on põhiliselt niisama vana kui loogikateadus. Nii kasutas juba Aristoteles järjekindlalt oma loogikaalastes teostes tähtsümboolikas antud valemeid, nagu "... kui A omistatakse kõigile B-dele, aga B kõigile C-dele, siis A paratamatult omistatakse kõigile C-dele".

Nagu üldse, väljendatakse loogikaski sümboolika abil seaduspärasusi peegeldavate valemite elemente, nn. m u u t u j a i d ja k o n s t a n t e . Võtame näiteks kolm järgnevat eraldist lihtotsustust:

1. Kõik definitsioonid on otsustused.
2. Kõigil NSV Liidu kodanikel on õigus haridusele.
3. Kõik kuriteod on ühiskonnaohtlikud.

Väljendades nende otsustuste struktuuri valemis, saame: "Kõik S on P". Kuna S tähistab siin 1) definitsioone, 2) NSV Liidu kodanikke, 3) kuritegusid, siis on ta siin m u u t u j a tähenduses, asendades sõnu, mis väljendavad oma konkreetselt sisult erinevaid mõisteid. Niisamuti on m u u t u j a ka P , sest ka tema väljendab konkreetselt sisult erinevaid mõisteid. Antud juhul väljendab ta 1) "otsustust", 2) "õigust haridusele" ja 3) "ühiskonnaohtlikkust".

Sõnad "kõik" ja "on" aga väljendavad esitatud otsustustes m u u t u m a t u l t ü h e s u g u s t loogilist s e o s t , mistõttu neid nimetatakse k o n s t a n t i d e k s .

Sellised konstandid on veel sõnad "mõned on", "mõned ei ole", "ükski ei ole" jne.

Esitatud loogilised muutujad olid tähistatud sümbolitega S ja P . Ka loogilisi konstante tähistatakse sümbolitega esiteks muidugi lühiduse mõttes, aga ka selleks, et kõrvaldada võimalikku mitmetähenduslikkust s õ n a d e s , mis väljendavad konstante. Pöörame selles suhtes tähelepanu näiteks konstandile "on" järgnevates otsustustes:

1. Definitsioon on mõiste sisu avamine.
2. Osjad on eostaimed.
3. Eesti NSV on liiduvabariik.

Esimeses otsustuses tähistab "on" mõistete (resp. terminite) S ja P vahelist samasus- või ekvivalentsussuhet (ka adekvaatsussuhet); me võime ütelda, et mõiste sisu avamine on definitsioon. Teises otsustuses tähistab "on" ühe klassi teise klassi lülitamise suhet; osjade klass lülitatakse laiemasse - eostaimede klassi. Kolmandas otsustuses tähistab "on" hulga elemendi (Eesti NSV) hulka (liiduvabariigid) lülitamise suhet. Järelikult esineb ülaltoodud otsustustes konstant "on" kolmes tähenduses. Konstandi "on" mitmetähenduslikkuse ületamiseks tähistatakse seda kolme erineva sümboli abil: 1) samasus- ehk ekvivalentsussuhte puhul sümboliga $\leftrightarrow$ või $\equiv$; 2) ühe klassi teise lülitamisel sümboliga $\subset$; 3) hulga elemendi hulka lülitamisel sümboliga $\in$.

Vaadeldes muutujate ja konstandi seisukohalt suhteotsustuste struktuurivalemit, näeme, et siin on muutujateks subjektid (x,y,z), konstandiks aga suhe, mida tähistab mitmekohaline predikaat R .

Muutujaid ja konstante kasutab loogika ka mitmesuguste otsustuste seoste ja järeldusvormide struktuuri tähistamisel. Vaatleme nelja järgnevat otsustust:

1. Laim on kuritegu j a laimajat karistatakse.
2. Laimu eest karistatakse paranduslikku tööga v õ i rahatrahviga v õ i ühiskondliku laitusega.
3. K u i N. on laimaja, s i i s teda karistatakse.
4. Garantiiremonti teostatakse tasuta s i i s j a a i n u l t s i i s , k u i mehhanismi rike on tekkinud tehase süü tõttu.

Neis seostatud otsustustes näeme erinevaid sidesõnu 1) "ja", 2) "või", 3) "kui - siis", 4) "siis ja ainult siis, kui", mis võivad seostada sisult erinevaid otsustusi, jäädes ise muutumatult samasteks. Ka need sidesõnad on seega l o o g i l i s e d k o n s t a n d i d , mille tähistamiseks kasutatakse vastavat sümboolikat: "ja" = $\wedge$ ehk & ehk . ; "või" = v; "kui ..., siis" = $\rightarrow$; "siis ja ainult siis, kui" - $\leftrightarrow$ ehk $\equiv$.

Konstant on ka loogiline e i t u s , mida väljendatakse sõnadega "pole tõene, et..." ja tähistatakse sümboliga — (kriips tähtsümbolil või valemil) või valemi ees sümboliga $\neg$ või $\sim$. Konstandid on ka otsustuste tõeväärtuse karakteristikud: "tõene" (t ehk 1) ja "väär" (v ehk 0). Nende konstantide poolt seostatavaid erinevaid otsustusi tähistatakse muutujatega A , B , C ... või p_1 , p_2 , p_3 , ... p_n või p , q , r . Siin esitatud loogiliste muutujate ning konstantide rakendusega tutvume allpool otsustuste liikide, suhete ja seoste vaatlemisel.

1.6. OTSUSTUS JA OTSUSTUSFUNKTSIOON.

Otsustuse struktuurivalemid, nagu: "S on P", "x on P" või "R(x,y)" peegeldavad seda, mis on ühine lõpmata hulgale konkreetsetele otsustustele. Kuid seejuures erinevad need valemid oluliselt otsustustest, sest neist ei selgu, kas on või ei ole selliseid x või y-sid, kas mõeldakse kõiki x või S või mõnesid. S e l l i s e i d s t r u k t u u r i v o r m e, m i l l e l o n l a u s e g r a m m a t i l i n e e h i t u s j a v ä h e m a l t ü k s m u u t u j a (k u i d p u u d u b t õ e v ä ä r t u s e t u n n u s), n i m e t a t a k s e o t s u s t u s - (ka v ä i t e-) f u n k t s i o o n i d e k s.

Otsustusfunktsiooni mõiste tarvitusele võtuga lahendatakse mõtlemise praktikas esinevate määratlemata esemega mõtete loogiline rakendus sel teel, et osutatakse loogilistele tehetele, mille tagajärjel mõtte-ese muutub määratletuks, konkreetseks.

1.7. OTSUSTUSFUNKTSIOONIDEST OTSUSTUSTE MOODUSTAMISE VÕTTED.

Otsustusfunktsioonidest saab moodustada otsustusi järgmiste võtetega:

1. Otsustusfunktsioonis P(x) asendatakse määratlemata mõtteese (muutuja x) üksiku konkreetse esemega, mis kuulub antud otsustusfunktsiooni esemete ringi. Näiteks otsustusfunktsioonis "x on filoloog" asendame x konkreetse nimega Enn N., saame otsustuse "Enn N. on filoloog", mis sellisena on muutunud kas tõeseks või vääraks otsustuseks.

Otsustusfunktsioonis muutuja x asendamisel individuaalse esemega saame üksikotsustuse (vt. otsustuste liigitus kvantiteedi alusel lk. 18).

2. Otsustusfunktsioonist saame moodustada otsustuse ka sel teel, et seostame ta k v a n t o r i g a ehk operaatoriga. Kvantoreid on kaks, nn. ü l d i s u s k v a n t o r ja e k s i s t e n t s i k v a n t o r.

Ü l d i s u s k v a n t o r määrab ära esemete ringi, mis on otsustusfunktsiooni objektiks sõnastuses "kõik" või "iga" või "ilma erandita x", ja tähistatakse märgiga $\forall(x)$, mis asetatakse otsustusfunktsiooni ette. Nii saame otsustusfunktsioonist "x on definitsioon" otsustuse " $\forall(x)$ (x on definitsioon)". Kui selle funktsiooni (x on definitsioon) esemete ringiks võtta otsustus (definitsioon on otsustus), siis loetakse väide "$\forall x$(x on definitsioon)" järgmiselt: "Iga otsustus on definitsioon". See otsustus on teatavasti väär.

Võttes otsustuse funktsiooni "S on P" ja seostades selle kvantoriga " $\forall(x)$", saame " $\forall(x)$(kui x on S, siis x on P)", mida loetakse:"Kõigi ehk iga elemendi x kohta kehtib, et kui x on klassi S element, siis on ta ühtlasi ka klassi P element". Lühemalt valemis $\forall(x)(S(x) \rightarrow P(x))$ loetakse:"Kui igal esemel x on omadus S, siis on tal ka omadus P".

Eksistentsikvantor määrab esemete ringi, mis on otsustusfunktsiooni objektiks sõnastuses "On olemas selliseid x" või "On olemas vähemalt üks x". Eksistentsikvantori märgiks on "$\exists(x)$", mis niisama nagu üldkvantorgi asetatakse otsustusfunktsiooni ette.

Võtame otsustusfunktsiooni "x on definitsioon" ja seome selle eksistentsikvantoriga, saame "$\exists(x)$(x on definitsioon)". Loetakse "On olemas selliseid x, mis on definitsioonid". Olgu meil vastav väide "Mõned otsustused (S) on definitsioonid (P)". Kasutades eksistentsikvantorit, võime kirjutada $\exists(x)(S(x)\wedge P(x))$; loetakse:"On olemas ese x, millel on omadus S ja omadus P". Kvantorite rakendusega tutvume allpool üksikasjalikumalt.

2. OTSUSTUSTE LIIGID.

Silmas pidades järeldusõpetust ning loogika kahe peamise haru - väiteloogika ja predikaatloogika kujundamist, on otstarbekohane liigitada otsustused kõigepealt liht- ja liitotsustusteks.

Lihtotsustused on sellised, mis ei ole liigendatavad teisteks otsustusteks. Siia kuuluvad kategoorilised otsustused ja suhteotsustused. Liitotsustused aga moodustuvad lihtsaist mitmesuguste loogiliste sidemete abil. Alljärgnevalt vaatleme mõlemat otsustuste liiki üksikasjalisemalt.

2.1. KATEGOORILISED OTSUSTUSED.

Kategoorilist otsustust võib atributiivse ehk tunnust omistava otsustuse kõrval tõlgitseda ka kui otsustust, milles mõtteese lülitatakse mingisse mahult laiemasse esemete klassi. Selliseid otsustusi nimetatakse klass-liigi otsustusteks. Näiteks "Kõik otsustused on laused"; atributiivsena käsitledes omistatakse selles otsustuses mõtteesemele, s. t. antud juhul otsustusele lause tunnus (atribuut) ("Kõikidel otsustustel on lause tunnus"), klass-liigi otsustusena käsitledes aga lülitatakse otsustus lausete klassi.

Kuna mõistete mahulised, s. t. sisaldussuhted on loogiliste vormide struktuuri analüüsil kõige kergemini mõistetavad, siis lähtutakse traditsioonilises loogikas tavaliselt otsustuse kui klass-liigi otsustuse tõlgitsusest.

2.2. KATEGOORILISTE OTSUSTUSTE LIIGITUS KVALITEEDI ALUSEL.

Kuna otsustuses väljendatud jaatust või eitust nimetatakse otsustuse kvaliteediks, siis selle tunnuse alusel ongi otsustused kas jaatavad või eitavad.

Otsustused, mille struktuuriks on "S on P", on jaatavad; otsustused, mille struktuuriks on "S ei ole P" või "S ei ole mitte-P" või "Ükski S ei ole P", on eitavad. Näiteks "Kõik otsustused on laused" on jaatav otsustus, "Mõned laused ei ole otsustused" on eitav otsustus.

2.3. JAATUSE JA EITUSE LOOGILINE MÕTE.

Jaatavate otsustuste loogiline mõte, võrreldes mõnede eitavate otsustustega, on täiesti selge. Neis väljendatakse meie mõtte vastavust tegelikkuse asjade või nähtuste seosele. Jaatava otsustuse mõte on otsustuses otseselt antud ja seda võib vajaduse korral selgitada otsustuse enda analüüsi alusel.

Keerukam on aga lugu mõnede e i t a v a t e otsustustega. Mõnedest eitavatest otsustustest on sageli võimatu nende tõelist tähendust tabada. Võtame lihtsa näite: "Kas Teie lasete nüüd selle käsikirja masinal neljas eksemplaris ümber kirjutada?" Küsimusele antud j a a t a v a s t vastusest "Ma lasen nüüd selle käsikirja masinal neljas eksemplaris ümber kirjutada" selgub täiesti käsikirja saatus; küsimusele antud e i t a v vastus aga "Ma ei lase seda käsikirja masinal neljas eksemplaris ümber kirjutada" jätab käsikirja saatuse ebamääraseks. Siin võib mõista järgmisi variante:

1) käsikirja ei kirjutata ümber;
2) käsikirja ei kirjutata ümber nüüd, vaid hiljem;
3) käsikirja ei kirjutata ümber neljas, vaid viies eksemplaris;
4) käsikirja ei lasta ümber kirjutada, vaid vastaja kirjutab ise;
5) käsikirja ei kirjutatagi ümber, vaid sellest tehakse fotokoopia.

Seega leidub eitavaid otsustusi, mis vajavad ilmselt täpsustust, jaatavate otsustuste poolset toetust. Milline tähendus on eitaval otsustusel üksikul konkreetsel juhul, sõltub sageli situatsioonist, milles küsimus esitati. Tähendab, ka siin on konteksti jälgimisel eriti suur tähtsus. Siit on ka ühtlasi selge, milline eriline tähtsus on kohtupraktikas saada näiteks tunnistajate ülekuulamisel j a a t a v a i d o t s u s t u s i uuritavate asjaolude kohta.

Sellest faktist, et leidub ebamääraseid eitavaid otsustusi, ei või eitavaid ja jaatavaid otsustusi siiski teineteisele metafüüsiliselt vastandada, nagu seda teevad mõned idealistlikud loogikud. Tegelikkuses on jaatuse ja eituse vahel vastastikune seos. See vastastikune seos avaldub selles, et ühes suhtes antud jaatus on teises suhtes eitus. Kui näiteks üteldakse "Need ühiskondlikult ohtlikud teod on ettekavatsetud", siis samal ajal me eitame teist vasturääkivat tunnust, et need ühiskondlikult ohtlikud teod on ettekavatsematud, kuna ühiskondlikult ohtlikud teod on kas ettekavatsetud või ettekavatsematud.

Eitavad otsustused niisama kui jaatavadki peegeldavad tegelikkuse, looduse ja ühiskonna teatavaid külgi, teatud faktilist olukorda. Tegelikkuse mingi asjaolu või omaduse negatsioonile vastab meie mõtetes tegelikkuse fakt, et asjaolud on teisiti, kui seda esitatud predikaat väljendab.

2.4. KATEGOORILISTE OTSUSTUSTE LIIGITUS KVANTITEEDI ALUSEL.

Otsustuse subjekti kvantifikatsiooni alusel, s. t. lähtudes sellest, kas otsustuses midagi jaatatakse või eitatakse ühe eseme, mingist klassist m õ n e eseme või k õ i g i esemete, s. t. kogu klassi kohta, liigitatakse otsustused üksik- ehk singulaar-, osa- ja üldotsustusteks. Vaatleme neid otsustusi lähemalt.

2.4.1. Üksikotsustused.

Üksikotsustusteks (e. singulaarotsustusteks) nimetatakse otsustusi, mille subjektiks on üksik- (individuaal-) mõiste, s. t. mõiste, mis peegeldab üht kindlat eset, mille kohta predikaat midagi väidab, näiteks:

> Tartu Riikliku Ülikooli Teaduslikul Raamatukogul on mitu lugejate tööruumi.
> Suur Sotsialistlik Oktoobrirevolutsioon on uue ajastu algus.

Tunnetusprotsess algab üksikotsustustest. Neis väljendatakse üksikuid eksperimendi ja vaatluse andmeid, üksikuid fakte. Üksikotsustused on teaduslike hüpoteeside lähteks. Üksikotsustused annavad materjali osa- ja üldotsustuste moodustamiseks. Kuid üksikotsustustel on ka omaette väärtus. Eriti rabav on nende tähtsus siis, kui nad osutavad mõne üldtuntud tõe paikapidamatusele või kui nad peegeldavad teatavas liigis ainsat kui erandlikku nähtust. Näiteks: "Eesti esimesel laulupeol esinesid ainult meeskoorid", "Hirošima linnale visatud 8 - 10 tonnise aatomipommi plahvatusest hukkus 70 - 80 tuhat inimest". Selliseid fakte esitavad üksikotsustused on tähtsaks materjaliks mitmesuguste teiste sama liiki nähtustèsse ja küsimustesse puutuvate otsustuste põhjendamisel ja kontrollimisel.

Tuleb teada, et järeldusõpetuses käsitletakse üksikotsustusi üldotsustustena, kuna nende otsustuste predikaat käib subjekti kogumahu kohta, kuigi see maht piirdub ainult ühe objektiga. Seega on täiesti väär üksikotsustuste vahetamine osaliste otsustustega, mida nende otsustuste välise sarnasuse tõttu juhtub, kuna neis predikaat omistatakse ühele objektile.

2.4.2. Osaotsustused.

Osaliseks nimetatakse otsustust, mille predikaat käib ainult subjekti osamahu kohta, s. t. mõnede esemete kohta, mida subjekt hõlmab, näiteks:

Mõned üliõpilased on ajakirjanikud.
Paljud nõukogude noored on sportlased.
Juhtub, et koer murrab hundi.
Mõnikord läheb päike punetades looja.

Keeleliselt, nagu siitki näha, väljendatakse osaliste otsustuste subjekti väga mitmesugusel kujul: "mõned", "paljud", "osa", "üksikud", "peaaegu pool", "mõnikord", "aegajalt", "juhtub, et ...", "sajad", "tuhanded" jne. Loogika käsitluses on need kõik siiski osaotsustused, mida ei või segada üldotsustustega, eriti juhtudel, kui sääraseid otsustusi kasutatakse järelduste eeldustena.

Eristatakse kaht liiki osaotsustusi: m ä ä r a t l e t u d ja m ä ä r a t l e m a t a.

Määratletud osaotsustustes väljendatakse tunnetust esemete kohta, millest on teada, et ainult mõnedel neist on teatav tunnus, näiteks: "Ainult mõned eostaimed on mürgised", "Ainult mõned laused ei ole otsustused".

Kuigi määratletud osaotsustuses käib predikaat subjekti osamahu kohta, sisaldub selles otsustuses teatav informatsioon ka vastavate esemete kogu klassi kohta, sest sellest, et ainult mõnedel klassi esemetel on tunnus P, järgneb paratamatult, et teistel see tunnus puudub. Vastavalt sellele informatsioonile järgneb määratletud jaatava osaotsustuse tõesusest osaeitava otsustuse tõesus ja vastupidi: määratletud osaeitava otsustuse tõesusest järgneb osajaatava otsustuse tõesus. Näiteks kui on tõene otsustus "Ainult mõned kuriteod pannakse toime ettekavatsematult", siis järgneb sellest, et on tõene ka otsustus "Mõned kuriteod pannakse toime ettekavatsetult". Kui on tõene otsustus "Ainult mõned kurjategijad tulevad hiljem oma kuriteo kohale tagasi", siis järgneb siit tõene otsustus "Mõned kurjategijad ei tule hiljem oma kuriteo kohale tagasi".

Määratlemata osaotsustuses väljendatakse tunnetust, milles ei ole veel jõutud lõpliku selguseni antud klassi esemetele teatava tunnuse kuulumise ulatuse suhtes. On aga juba teada, et see tunnus v ä h e m a l t mõnedele esemetele kuulub. Määratlemata osaotsustuse valem "Vähemalt mõni S on P". Sõnadel "vähemalt mõni" on sellistes otsustustes peale otsese tähenduse ühtlasi tähendus "võib olla ka, et kõik". Näiteks "Vähemalt mõned elemendid on kasutatavad aatomienergia saamiseks". Tunnetuse edaspidine arenemine võib viia antud esemete alal määratlemata osaotsustuselt määratletud osaotsustusele või koguni üldotsustusele. Teaduste üheks oluliseks ülesandeks on anda konkreetset sisu osaotsustustele, selgitada nende poolt hõlmatud üksikotsustused. Näiteks selgitatakse mürgiste eostaimede perekonnad, loendatakse elemendid, mille kohta on teada, et neid saab kasutada aatomienergia saamiseks jne.

Osaotsustusele "ainult" ja "vähemalt" lisamine täpsustab otsustust, kuid selleski täpsustuses jääb osaotsustusse teatav e b a m ä ä r a n e üldistus, mistõttu tegelikus mõtete väljenduses tavaliselt ei tehta vahet nende otsustuste kahe tüübi vahel. Väidetakse, et "Mõned eostaimed on mürgised", "Mõned elemendid on kasutatavad aatomienergia saamiseks".

2.4.3. Üldotsustused.

Üldiseks nimetatakse otsustust, mille predikaat käib subjekti kogumahu kohta, kogu esemete klassi kohta, mida subjekt hõlmab, näiteks: "Kõik kapitalistid on ekspluataatorid", "Ühelgi alaealisel ei ole valimisõigust", "Ühelgi tunnistajal ei ole õigust loobuda kohtus tunnistuse andmisest".

Üldotsustused algavad tavaliselt loogilise k o n s t a n d i g a , mida väljendatakse sõnadega: "kõik, "iga", "igasugune", "ükski", "mitte mingisugune" jms. Esineb aga ka juhte, kus keelelises väljenduses sõnad "kõik", "ükski" või muu konstandina esinev tähistus puudub, olles ainult mõeldav, näiteks: "Üheaastase kestusega lepinguid võib sõlmida ka suuliselt","Kuritegu on ühiskonnaohtlik tegu".

Eristatakse r e g i s t r e e r i v a i d ja m i t t e r e g i s t r e e r i v a i d üldotsustusi.

R e g i s t r e e r i v a k s nimetatakse üldotsustust, milles midagi jaatatakse või eitatakse piiratud, s.t. praktiliselt loendatava hulga esemete kohta. Näiteks:

Kõik N. rajooni kolhoosid täitsid viljavarumisplaani.
Kõik selle aardeleiu mündid kuuluvad 17. sajandi lõppu.
Kõik selles küsimuses ülekuulatud tunnistajad olid kaebealuse sugulased.

M i t t e r e g i s t r e e r i v a k s nimetatakse üldotsustust, milles midagi jaatatakse või eitatakse piiramata või praktiliselt loendamatu hulga esemete kohta, mis kuuluvad teatavasse klassi, näiteks:

Kõik kuriteod on ühiskonnaohtlikud teod.
Kõik pärisnimed kirjutatakse suure algustähega.
Ükski eostaim ei paljune seemnete kaudu.
Ükski metafoor ei ole definitsioon.

Üldotsustuste alal eristatakse veel peale registreerivate ja mitteregistreerivate otsustuste m ä ä r a t l e t u d s u b j e k t i g a v õ i m ä ä r a t l e t u d p r e d i k a a d i g a ja e r a n d i g a üldotsustusi.

M ä ä r a t l e t u d s u b j e k t i g a on üldotsustus, milles väljendatakse tunnetust, et predikaadiga omistatud tunnus kuulub a i n u l t sellele subjektile ja mitte mingisugusele muule esemele, näiteks otsustus "Ainult sotsialism võib kaotada ühtede rahvaste rõhumise teiste poolt". See tähendab, et ainult sotsialismile, aga mitte ühelegi teisele ühiskonnakorrale on see tunnus omane.

Ainult diameeter jagab ringi pooleks.
Ainult revolutsioonilise teooriaga partei võib juhtida ühiskonna sotsialistlikku ümberkujundamist.

Määratletud subjektiga üldotsustused väljenduvad valemis "Kõik S on P ja kõik P on S". $\forall x(S(x) \leftrightarrow P(x)$. Siit on näha, et määratletud subjektiga üldotsustus peegeldab tegelikkust õigesti ka siis, kui subjekt võetakse predikaadi tunnuseks. M ä ä r a t l e t u d p r e d i k a a d i g a on üldotsustus, milles väljendatakse tunnetust, et subjektile kuulub see ja a i n u l t s e e p r e d i k a a t ja mitte mingisugune muu, näiteks: "Väljapressimine saab olla ainult ettekavatsuslik", "Kriminaalkaristust saab rakendada ainult kohtuotsuse alusel" Määratletud predikaadiga üldotsustuse valemiks on "S on ainult P".

Määratletud subjekti ja predikaadiga üldotsustused väljendavad mõtet ranges vastavuses formaalloogilisele samasusseadusele. Sellepärast kasutatakse selliseid otsustusi erilist täpsust nõudvatel juhtudel, kusjuures on ühtlasi antud informatsioon, et tunnetus on antud küsimuses muude võimaluste suhtes kontrollitud. Olgu eriti tähendatud, et paljud juriidilises seadusandluses käsitletud juhud, niisama ka paljud matemaatilised seaduspärasused tekitaksid mitmeid segadusi ja väärtõlgitsusi, kui neil aladel ei kasutataks määratletud subjekti ja määratletud predikaadiga otsustusi.

E r a n d i g a   ü l d o t s u s t u s väljendab üldist reeglit või seaduspärasust, millel on samas otsustuses formuleeritud erand, näiteks "Kaebealust ei või üle kuulata öösel, välja arvatud juhud, mis ei kannata edasilükkamist". Erandiga otsustused tekivad kahe, s. t. jaatava ja eitava osaotsustuse mõtte täpsustamisel. Näitena toodud otsustus tekkis otsustusest "Mõned kaebealuse ülekuulamised toimuvad öösel". Kuna erandiga otsustuste moodustamisel siirdutakse vähem täpselt teadmiselt täpsemale teadmisele, siis etendavad need otsustused tunnetusprotsessis tähtsat osa. Sagedamini kasutatakse neid juriidilises seadusandluses.

2.5. OTSUSTUSTE KVANTITEEDI MÄÄRAMINE.

Otsustuste kvantiteeti määrates ei või unustada, et otsustuse grammatiline vorm, s. t. lause ei väljenda sageli, nagu seda eespoolgi nägime, küllalt selgesti otsustuse kvantiteeti, mistõttu seda tuleb lause mõttest tuletada. Võtame näiteks otsustused:

Laimaja on kurjategija.
Hobune on taimetoitlane.
Tiiger on kiskja.

Need otsustused näivad oma grammatiliselt vormilt üksikotsustustena või mõnele ka osaotsustustena, kuna lause subjekt - (alus) - "laimaja", "hobune" on võetud a i n s u s e s . Ometi on need ü l d o t s u s t u - s e d , kuna neis on kõnes kõik laimajad, kõik hobused nende mõistete kogumahus. Meenutame siin, et üldmõiste käib määramata hulga esemete kohta.

Analüüsides lause mõtet otsustuse seisukohalt, peame määrama osaliseks otsustuseks ka "Sõnajalad kasvavad metsas", sest mõned sõnajalad ei kasva metsas.

2.6. OTSUSTUSE KVALITEEDI JA KVANTITEEDI ÜHENDAMINE.

Nagu nägime, on iga otsustuse põhiliseks tunnuseks kvaliteet, s. t. et otsustuses kas midagi j a a t a t a k s e või e i t a t a k s e . Peale kvaliteedi tunnuse on igal otsustusel ka k v a n t i t e e d i tunnus, mis peegeldab otsustuse objektiks oleva esemete ringi ulatust.

Ühendades otsustuste liigituse kvaliteedi ja kvantiteedi alusel, saame neli kategoorilise otsustuse liiki:

Otsustust, mis on kvaliteedilt jaatav ja mille subjekt hõlmab kõiki kõnesolevaid esemeid, nimetatakse ü l d j a a t a v a k s ehk A otsustuseks. Selle valemiks on S a P ; loetakse:"Kõik S on P" . Kasutades sümboolse loogika kvantori (vt. lk. 14) mõistet, saame valemi:

$\forall(x)[$kui x on S , siis x on P$]$ või lühemalt:
$\forall(x)[S(x) \rightarrow P(x)]$.

Loetakse: "Kui igal mingil esemel x on omadus S , siis tal on ka omadus P " .
Näiteks otsustus "Kõik definitsioonid on otsustused" kvantoriga väljendades: " $\forall(x)$(kui x on definitsioon, siis x on otsustus)". Loetakse: "Igal mingil ~~x~~-l, millel on definitsiooni tunnus, on ka otsustuse tunnus". Siin võiks x lauset tähistada.

Ü l d e i t a v a ehk E otsustuse valemiks on S e P ; loetakse:"Ükski S ei ole P".

Kasutades kvantorit saame valemi:

$\forall (x)$ [kui x on S, siis x ei ole P], või lühemalt:

$$\forall (x) \left[S(x) \rightarrow \overline{P(x)} \right];$$

loetakse: "Kui igal mingil esemel x on omadus S, siis tal ei ole omadust P". Näiteks on üldeitav otsustus kvantoriga väljendatult:

$\forall(x)$ [kui x on metafoor, siis x ei ole definitsioon].

Ühelgi x-l, millel on metafoori tunnus, ei ole definitsiooni tunnust. Selles näites võib x tähistada otsustust.

O s a j a a t a v a ehk I otsustuse valemiks on S i P ; loetakse: "Mõned S on P". Kasutades e k s i s t e n t s i k v a n t o r i t , saame valemi

$\exists (x)$ [x on S ja x on P].

Tähistades konstandi "ja" vastava sümboliga $\wedge$ ning lihtsustades valemit, saame: $\exists (x) \left[S(x) \wedge P(x) \right]$. Loetakse: "On olemas x , millel on tunnus S ja tunnus P ".

Väljendades osajaatava otsustuse "Mõned üliõpilased on ajakirjanikud" eksistentsikvantoriga, saame valemi:
$\exists$ x [x on üliõpilane ja x on ajakirjanik]. Loetakse: "On olemas x , kellel on üliõpilase tunnus ja ajakirjaniku tunnus". Siin kuulub x inimeste ringi.

O s a e i t a v a ehk O otsustuse valemiks on S o P; loetakse: "Mõned S ei ole P". Eksistentsikvantoriga väljendades

$\exists$ x(x on S ja x ei ole P).

Kasutades konstandi "ja" sümbolit $\wedge$ ja eituse sümbolit - kriips valemil, saame:

$$\exists (x) \left[S(x) \wedge \overline{P(x)} \right].$$

Loetakse: "On olemas ese x , millel on omadus S ja ei ole omadust P ". Näiteks kui otsustus - "Mõned lepingud ei ole kirjalikult vormistatud" väljendada eksistentsikvantori abil, saame valemi "$\exists(x)$ x on leping ja x ei ole kirjalikult vormistatud". Loetakse: "On olemas x, millel on lepingu tunnus ja ei ole kirjaliku vormistuse tunnust". Siin kuulub x tehingute ringi.[x]

2.7. KATEGOORILISTE OTSUSTUSTE VAHELISED SUHTED.

Oma otsustusi tegelikkuse esemete või nähtuste kohta võime väljendada kvantiteedilt ja kvaliteedilt erinevate kategooriliste otsustuste kujul. Me võime niisiis väita kas S a P, S e P, S i P või S o P otsustuse. Aga kui oleme mingi otsustuse teatavate esemete või nähtuste kohta juba väitnud, siis see otsustus on teatavates kindlates suhetes teiste sama subjekti ja predikaadiga ehk samasisuliste kategooriliste otsustustega.

Kategooriliste otsustuste vaheliste suhete kergemaks meelespidamiseks kasutatakse mnemotehnilist võtet, mida nimetatakse "loogiliseks ruuduks". "Loogiline ruut" konstrueeritakse nii, et selle nurkadele märgitakse kvantiteedilt ja kvaliteedilt erinevate kategooriliste otsustuste tähised, kusjuures ühtlasi märgitakse ära ka nendevaheliste suhete nimetused (vt. lk. 27). Vaatleme neid suhteid lähemalt.

[x] Jaatavate otsustuste tähtsümbolid A ja I on võetud ladinakeelsest sõnast a f f i r m o "jaatan". Eitavate otsustuste tähtsümbolid E ja O on ladinakeelsest sõnast n e g o - "eitan".

S a P

$\forall x(S(x) \rightarrow P(x))$

T / V	
T	1. Kõik seened on eostaimed
V	2. Kõik metallid on tahked
V	3. Kõik osjad on õistaimed

S e P

$\forall x(S(x) \rightarrow \overline{P(x)})$

T / V	
V	1. Ükski seen ei ole eostaim
V	2. Ükski metall ei ole tahke
T	3. Ükski osi ei ole õistaim

Kontraarsed ehk vastupidised

Allu vus

Kontradiktoorilised ehk vastu- rääkivad

Allu vus

T / V	
T	1. Mõned seened on eostaimed
T	2. Mõned metallid on tahked
V	3. Mõned osjad on õistaimed

S i P

$\exists x(S(x) \land P(x))$

Subkontraarsed ehk osavastupidised

T / V	
V	1. Mõned seened ei ole eostaimed
T	2. Mõned metallid ei ole tahked
T	3. Mõned osjad ei ole õistaimed

S o P

$\exists x(S(x) \land \overline{P(x)})$

"Loogiline ruut"

2.7.1. Kontradiktooriline ehk vasturääkivussuhe.

Kontradiktoorilises ehk vasturääkivussuhtes on omavahel otsustused A ja O , E ja I . Nende otsustuste vahel on selge ja kindel sõltuvus. Kui on tõene otsustus A - "Kõik seened on eostaimed", siis on väär O - "Mõned seened ei ole eostaimed"; kui on tõene E - "Ükski sõnajalg ei paljune seemnete kaudu", siis on väär I - "Mõned sõnajalad paljunevad seemnete kaudu". Sama võime ütelda osaliste otsustuste tõesusest lähtudes nendega kontradiktoorilises suhtes olevate üldiste otsustuste kohta: kui on tõene I - "Mõned seened on mürgised", siis on väär E - "Ükski seen ei ole mürgine"; kui on tõene O - "Mõned seened ei ole söödavad", siis on väär A - "Kõik seened on söödavad". Seega võime formuleerida vasturääkivussuhtes olevate otsustuste kohta järgmise seaduspärasuse: kui üks vasturääkivussuhtes olevaist otsustustest on tõene, siis on teine väär ja vastupidi; mõlemad need otsustused ei saa olla korraga tõesed ega väärad.

Siin tuleb täiel määral rakendusele mõtlemisseaduste all käsitletav nn. välistatud kolmanda seadus (vt. lk. 97).

2.7.2. Kontraarsus- ehk vastupidisussuhe.

Kontraarsussuhetes on otsustused A ja E , E ja A. Siin näeme järgmist seaduspärasust.

Kui on tõene otsustus A - "Kõik seened on eostaimed", siis järgneb sellest paratamatult, et otsustus E - "Ükski seen ei ole eostaim" on väär. Kui aga on tõene E - "Ükski sõnajalg ei paljune seemnete kaudu", siis järgneb sellest paratamatult A otsustuse "Kõik sõnajalad paljunevad seemnete kaudu" - väärus.

Niisiis võime ütelda: ühe kontraarse

otsustuse tõesusest järgneb paratamatult teise väärus.

Kuid mida võib järeldada ühe vastupidise otsustuse väärusest teise suhtes? Kindlat tuletust teha ei saa, sest vastupidised otsustused võivad olla mõlemad ühel ja samal ajal väärad, näiteks otsustus A - "Kõik inimesed on ausad" ja otsustus E - "Ükski inimene pole aus". Otsustused A ja E võivad olla mõlemad väärad sellepärast, et siin on tegemist kõige suurema nn. diametraalse vastasolekuga, mispuhul on võimalikud vahepealsed määratlused, nagu: "Mõned inimesed on ausad", "Mõned inimesed ei ole ausad".

2.7.3. Alluvussuhe.

Otsustused A ja I , E ja O on alluvussuhtes olevate otsustuste paarid; üldisi otsustusi - A ja E nimetatakse seejuures allutavaiks ja vastavaid osalisi otsustusi - I ja O alluvaiks. Nende suhete juures näeme: kui on tõene allutav otsustus, näiteks A - "Kõik seened on eostaimed", siis on tõene ka alluv otsustus I - "Mõned seened on eostaimed"; kui on tõene E - "Ükski seen ei paljune seemnete kaudu", siis on tõene ka O - "Mõned seened ei paljune seemnete kaudu". Niisiis, üldiste (allutavate) otsustuste tõesusest järgneb vastavate osaliste (alluvate) otsustuste tõesus.

Vaatleme edasi, mida saab järeldada allutavate, s. t. üldiste otsustuste - A ja E väärusest neile alluvate osaliste otsustuste suhtes.

Võtame väära A otsustuse - "Kõik metallid on tahked"; näeme, et sellele alluv otsustus "Mõned metallid on tahked" on tõene. Aga kui võtame järgmise väära A otsustuse - "Kõik sõnajalad paljunevad seemnete kaudu", ja sellele alluva I otsustuse "Mõned sõnajalad paljunevad seemnete kaudu", siis näeme, et need mõlemad on väärad. Kui aga võtame väära E otsustuse - "Ükski seen ei ole mürgine" ja sellele alluva O otsustuse "Mõned seened ei ole mürgised", siis näeme, et viimasel juhul üldise otsustuse vääruse korral on sellele alluv osaline otsustus tõene. Nii võime üldistada: kui üldised otsustused (A või E) on väärad, siis jäävad neile alluvad osalised otsustused (I ja O) määramatuiks; nad võivad olla tõesed või väärad.

Osaliste otsustuste - I ja O tõesusest aga ei saa järeldada vastavate üldiste otsustuste A ja E tõesust, need jäävad määramatuiks. Näiteks otsustusest "Mõned üliõpilased on sportlased" ei tulene vastava üldise otsustuse - "Kõik üliõpilased on sportlased" tõesus. Kindel on aga see, et osaliste otsustuste I ja O väärusest järeldub vastavate üldiste otsustuste A ja E väärus. Näiteks kui on väär otsustus I - "Mõned sõnajalad paljunevad seemnete kaudu", siis seda ilmsemalt on väär A otsustus - "Kõik sõnajalad paljunevad seemnete kaudu". Kui on väär O otsustus, siis ei saa olla tõene ka E ; näiteks kui on väär "Mõned sõnajalad ei ole eostaimed", siis on väär ka "Ükski sõnajalg ei ole eostaim", sest kui midagi ei kehti klassi või liigi osa suhtes, siis seda vähem see saab kehtida kogu klassi või kogu liigi suhtes.

Üldiste ja neile alluvate osaliste otsustuste suhete kohta võime formuleerida järgmise kokkuvõtliku reegli: üldotsustuste tõesusest järgneb vastavate osaliste otsustuste tõesus, kuid mitte vastupidi; osaotsustuste väärusest järgneb vastavate üldotsustust e v ä ä r u s , k u i d m i t t e v a s t u p i d i .

2.7.4. Osavastupidine ehk subkontraarne suhe.

Osavastupidises suhtes on otsustused I ja O . Siin näeme järgmist seaduspärasust. Kui otsustus I - "Mõned üliõpilased on sportlased" on tõene, siis v õ i b olla tõene ka otsustus O - "Mõned üliõpilased ei ole sportlased", sest otsustused I ja O ei välista teineteist. Niisamasugune on O otsustuse tõesusest järeldus I otsustuse suhtes. Kui on tõene O - "Mõned seened ei ole mürgised", siis v õ i b o l l a t õ e n e ka I - "Mõned seened on mürgised". Kuid ühe osalise otsustuse tõesusest ei saa järeldada teise p a r a t a m a t u t tõesust kõigil juhtudel, sest kõigi võimalike juhtude allutamiseks seaduspärasusele käsitletakse osaliste otsustuste konstanti "mõned" antud juhul "mõned, võib olla kõik" tähenduses. S e l l e s " m õ n e d e " k ä s i t l u s e s j ä ä b o s a l i s e o t s u s t u s e t õ e s u s e k o r r a l t e i n e m ä ä r a m a t u k s.

Kindel seaduspärasus aga esineb lähtumisel osalise otsustuse vääruselt teisele osalisele otsustusele. Kui on väär otsustus I - "Mõned sõnajalad paljunevad seemnete kaudu", siis on kindlasti tõene O - "Mõned sõnajalad ei paljune seemnete kaudu", sest I vääruse korral on tingimata tõene vasturääkiv otsustus E - "Ükski sõnajalg ei paljune seemnete kaudu". Sellest aga kui üldotsustuse tõesusest järgneb paratamatult vastava alluva O otsustuse tõesus. Nii on ka lähtumisel O otsustuse väärusest, millest jõuame I paratamatule tõesusele.

Osavastupidiste otsustuste suhte kohta kehtib seega reegel: m õ l e m a d o s a v a s t u p i d i s e d o t s u s t u s e d v õ i v a d o l l a ü h e l j a s a m a l a j a l t õ e s e d , k u i d m i t t e v ä ä r a d, ü h e v ä ä r u s e k o r r a l o n t e i n e t i n g i m a t a t õ e n e.

2.7.5. Lihtotsustuste ekvivalentsussuhe.

Ekvivalentsussuhe esineb otsustuste vahel, mis on mõlemad ühel ja samal ajal kas tõesed või väärad. Ekvivalentsussuhted tekivad järgmiselt. T õ e s t e s t kategoorilistest otsustustest lähtudes saame eituse teel väärad otsustused. Viimastega on ekvivalentsed lähteotsustustega vasturäükivussuhtes olevad otsustused. Lähtudes aga vääradest otsustustest, saame vastavalt tõesed ekvivalentsed otsustused. Näiteks eitades tõest S a P otsustust "Kõik tõelised pedagcogid on optimistid", saame väära otsustuse "Ei ole õige, et kõik tõelised pedagoogid on optimistid". Selle otsustusega on ekvivalentne S o P otsustus - "Mõned tõelised pedagoogid ei ole optimistid". Eitades aga v ä ä r a S e P otsustust - "Ühtki lepingut ei või sõlmida suuliselt", saame tõese otsustuse "Ei ole õige, et ühtki lepingut ei või sõlmida suuliselt". Selle otsustusega on ekvivalentne S i P otsustus "Mõnda lepingut võib sõlmida suuliselt".

Kasutades kategooriliste otsustuste sümboleid A, E, I ja O ja ekvivalentsi sümbolina $\leftrightarrow$, saame järgneva ülevaatliku tabeli kõigi kategooriliste otsustuste ekvivalentsussuhete kohta:

$$\bar{A} \leftrightarrow O$$
$$\bar{I} \leftrightarrow E$$
$$\bar{E} \leftrightarrow I$$
$$\bar{O} \leftrightarrow A$$

Kvantoriga väljendatud otsustuse eitust tähistatakse kriipsuga kvantoril; vastavalt sellele:

$$\bar{A} = \overline{\forall} x(S(x) \rightarrow P(x))$$
$$\bar{E} = \overline{\forall} x(S(x) \rightarrow \overline{P(x)})$$
$$\bar{I} = \overline{\exists} x(S(x) \wedge P(x))$$
$$\bar{O} = \overline{\exists} x(S(x) \wedge \overline{P(x)})$$

Seega on ekvivalentsussuhtes järgmised kvantoriga väljendatud otsustused:

$$\overline{\forall x}(S(x) \rightarrow P(x)) \leftrightarrow \exists x(S(x) \wedge \overline{P(x)})$$

$$\overline{\forall x}(S(x) \rightarrow \overline{P(x)}) \leftrightarrow \exists x(S(x) \wedge P(x))$$

$$\overline{\exists x}(S(x) \wedge P(x)) \leftrightarrow \forall x(S(x) \rightarrow \overline{P(x))}$$

$$\overline{\exists x}(S(x) \wedge \overline{P(x)}) \leftrightarrow \forall x(S(x) \rightarrow P(x))$$

Otsustustevaheliste suhete seaduspärasuste tundmine on tähtis väidete tõestamisel ja ümberlükkamisel. Kui keegi näiteks vaidleb vastu teatava otsustuse tõesusele, siis ta teeb seda paratamatult otsustuse kujul. Kui ta aga on oma otsustuse esitanud, siis peab ta otsustustevaheliste suhete põhjal paratamatult nõustuma tuletustega, mis tehakse tema poolt esitatud otsustuse tõesusest. Nagu nägime, leidub aga juhte, et teatavad mõlemad otsustused võivad olla ühel ja samal ajal tõesed, kuid ka juhte, et mõlemad otsustused võivad olla ühel ja samal ajal väärad. Selliste juhtude mittetundmisest on tingitud mitmed aluseta vaidlused. Näiteks üks pool kinnitab, et kõiki lepinguid võib sõlmida suuliselt, teine aga, et ühtki lepingut ei või sõlmida suuliselt. Mõlemad need otsustused aga on väärad, kuid väära otsustust ei saa tõestada.

2.8. KATEGOORILISTE OTSUSTUSTE MÕISTETE MAHT EHK TERMINITE PIIRITLUS (DISTRIBUEERIMINE).

Pöörates tähelepanu kategooriliste otsustuste mõistete, s. t. S ja P mahule, näeme, et need võivad peegeldada erinevat esemete või nähtuste ringi. Mõiste võib nimelt peegeldada kas tervikuna kõiki või osaliselt otsustuses mõeldud esemeid. *Mõiste on võetud täismahus ehk piiritletult*, kui *mõeldakse kõiki esemeid, mida* a n t u d m õ i s t e h õ l m a b , k u i a g a m õ e l d a k s e m õ n i n g a i d e s e m e i d , m i d a m õ i s t e h õ l m a b , s i i s l o e - t a k s e m õ i s t e o s a m a h u l i s e k s e h k p i i r i t l e m a t u k s .

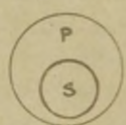
Vaadeldes sellelt seisukohalt kõiki kategooriliste otsustuste liike, näeme järgmist seaduspärasust.

1. Üldjaatav otsustus = S a P , näiteks:

Kõik metallid on elektrijuhid.
Kõik otsustused on laused.
Kõik teadused on kasulikud.

Kuna antud juhtudel mõeldakse kõiki metalle, otsustusi, teadusi, siis esineb siin S täismahus ehk piiritletult, P aga osamahus ehk piiritlemata, sest peale metallide on olemas veel teisi elektrijuhte, peale otsustusi väljendavate lausete on veel muid ja kasulike asjade või nähtuste hulka ei kuulu mitte ainult teadused.

Kujutades S a P otsustuse graafiliselt, saame järgmise skeemi:



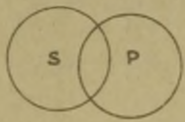
S a P otsustuse alal on e r a n d i k s definitsioonitsusotsustus ehk samasusotsustus, kus ka P esineb täismahus, kuna peegeldab neidsamu esemeid mis S . Näiteks "Tallinn on Eesti NSV pealinn".

2. Osajaatav otsustus = S i P ; näiteks:

Mõned üliõpilased on sportlased.

Et mõeldakse mitte kõiki, vaid mõningaid üliõpilasi, siis esinevad siin nii S kui ka P osamahus, kuna peale mõnede üliõpilaste on veel teisi sportlasi. "Sportlased" on siin mõnede üliõpilaste näol o s a l i s e l t mõeldud.

Kujutades S i P otsustuse graafiliselt, saame järgmise skeemi:

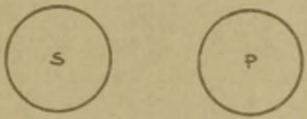


Märkus. S i P otsustuse alal loetakse erandiks otsustust, kus P on täismahus, näiteks "Mõned puud on pärnad", kuid selliseid otsustusi võime lugeda ümberpööratud otsustusteks, antud juhul näiteks otsustuseks "Kõik pärnad on puud".

3. Üldeitav otsustus = S e P , näiteks:

Ükski lind ei ole kala.

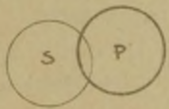
Et siin mõeldakse kõiki linde, siis esineb S täismahus ja niisamuti ka P , kuna sellest, s. t. kõigist kaladest on eraldatud kõik linnud. Kujutades S e P otsustuse graafiliselt, saame järgmise skeemi:



4. Osaeitav otsustus = S o P , näiteks:

Mõned üliõpilased ei ole sportlased.

Et siin mõeldakse mõningaid üliõpilasi, siis esineb S osamahus, P aga täismahus, kuna need mõned üliõpilased on kõigist sportlastest välistatud. Kujutades S o P otsustuse graafiliselt, saame järgmise skeemi:



Üldistused kategooriliste otsustuste mõistete mahu kohta: Ü l d i s t e o t s u s t u s t e s u b j e k t i d o n t ä i s m a h u s , o s a l i s t e o t s u s t u s t e s u b j e k t i d a g a o s a m a h u s . J a a t a v a t e o t s u s t u s t e p r e d i k a a d i d o n o s a m a h u s , e i t a v a t e o t s u s t u s t e p r e d i k a a d i d a g a t ä i s m a h u s .

Tähistades mõiste täismahu +-märgiga ja osamahu --märgiga, saame järgmise ülevaatliku tabeli kõigi kategooriliste otsustuste liikide mõistete mahu ehk terminite distribueerimise kohta:

+ S a P -
- S i P -
+ S e P +
- S o P +

3. S U H T E O T S U S T U S E D .

Kategooriliste lihtotsustuste kõrval on teiseks lihtotsustuste liigiks nn. suhteotsustused, mis peegeldavad esemetevahelisi s u h t e i d . Nende struktuurivalemiks on $R(x,y)$ või kui suhtes olevaid esemeid on rohkem kui kaks, näiteks kolm, siis $R(x,y,z)$.

Otsustustes peegeldatavad suhted võivad olla: a) ülekanduvad ehk t r a n s i t i i v s e d ja mitteülekanduvad ehk i n t r a n s i t i i v s e d . Transitiivsed suhted on näiteks v õ r d s u s s u h e ($a=b$; $b=c$), s u u r u s s u h e ($a > b$; $b > c$), a j a l i n e s u h e (a ilmus varem kui b ; b - varem kui c) jne. Intransitiivsed suhted on näiteks sõprussuhe, armastussuhe jne. (Mart on Tiiu sõber, Tiiu on Hansu sõber). Loogika uurib eeskätt transitiivseid suhteid.

Transitiivsetest suhetest iseloomulikumaid on s ü m m e e t r i l i s u s , mis seisneb selles, et teatav suhe, mis on a ja b vahel, on ka b ja a vahel. Sümmeetrilised suhted on võrdsussuhe, sarnasussuhe (kui a on sarnane b-ga tunnuses c, siis b on sarnane a-ga tunnuses c), üheaegsussuhe, mõned sugulussuhted jne.

Transitiivne suhe on f u n k t s i o n a a l n e juhul,kui igale y tähendusele suhtes R(x,y) vastab ainult üks x tähendus, näiteks "x on y ema", sest igal inimesel on ainult üks ema.

Vaatleme, kuidas moodustatakse suhteotsustusfunktsioonidest otsustusi.

Olgu meil suhteotsustusfunktsioon (x on kõrgem kui y) ja arutlusalune esemete ring "mäed". Ü k s i k o t s u s t u s e d suhetest tekivad sel teel, et x ja y asendatakse konkreetsete esemetega, antud juhul näiteks konkreetsete mägedega - Elbrus ja Mont Blanc. Saame tõese otsustuse "Elbrus on kõrgem kui Mont Blanc".

Suhteotsustusfunktsioonist "x on kõrgem kui y" võime saada otsustusi ka k v a n t o r i t e g a seostamise teel järgmiselt:

1. $\exists x \exists y$ (x on kõrgem kui y) - tõene otsustus. Loetakse: "On olemas sellised x ja on olemas sellised y, millest x on kõrgem kui y".

2. $\exists y \exists x$ (x on kõrgem kui y) - tõene otsustus. Loetakse: "On olemas sellised y ja x , millest x on kõrgem kui y".

3. $\forall x \forall y$ (x on kõrgem kui y) - väär otsustus. Loetakse: "Iga x ja iga y on sellises suhtes, et x on kõrgem kui y".

4. $\forall y \forall x$ (x on kõrgem kui y) - väär otsustus. Loetakse: "Iga y ja iga x on sellises suhtes, et x on kõrgem kui y".

5. $\exists x \forall y$ (x on kõrgem kui y) - väär otsustus. Loetakse: "On olemas selliseid x, mis on kõrgemad igast y-st".

6. $\forall y \exists x$ (x on kõrgem kui y) - tõene otsustus. Loetakse: "Igale y-le eksisteerib selline x , mis on kõrgem kui y ".

7. $\exists y \forall x$ (x on kõrgem kui y) - väär otsustus. Loetakse: "On olemas selline y , millest iga x on kõrgem".

8. $\forall x \exists y$ (x on kõrgem kui y) - tõene otsustus. Loetakse: "Igale x-le leidub selline y, millest x on kõrgem".

Tõeste ja väärade suhteotsustuste jaotus vastavalt esitatud valemitele jääb samaseks kõigi selliste suhete korral nagu: "$x > y$", "$x < y$", "$x = y$", "x on madalam kui y", "x on enne y".

4. OTSUSTUSTE LIIGITUS MODAALSUSE ALUSEL.

Otsustuses peegeldub ka tegelikkuse esemete ja nähtuste vahelise seose iseloom ja inimese tunnetuse sügavus antud mõtteobjektide suhtes. See tegelikkuse esemete seos ja inimese tunnetuse sügavus väljenduvad otsustuse subjekti ja predikaadi seostamise kindluses, mis määrab ka otsustuse tõekindluse astme. Otsustuste erinevat tõekindluse astet nimetatakse otsustuste m o d a a l s u s e k s. Eristatakse kaht liiki modaalsust: o b j e k t i i v s e t ja l o o g i l i s t . Objektiivse modaalsuse all mõistetakse otsustuses peegeldatud e s e m e t e s e o s e e r i n e v a t iseloomu, loogilise modaalsuse all aga otsustuses väljendatud m õ t t e p õ h j e n d a t u s t .

Objektiivse modaalsuse alusel eristatakse v õ i m a l i k k u s e , t e g e l i k k u s e ja p a r a t a m a t u s e otsustusi.

V õ i m a l i k k u s e o t s u s t u s väljendab reaalselt olemasolevat, kuid veel mitte realiseeritud võimalust, näiteks: "Merede tõusude ja mõõnade rakendamine aatomienergia saamiseks on võimalik", "Programmeeritud õppematerjalide abil on võimalik muuta iseseisvat õppetööd märgatavalt viljakamaks".

T e g e l i k k u s e ehk a s s e r t o o r i l i n e o t s u s t u s peegeldab mingit esemete või nähtuste alast f a k t i l i s t olukorda; see tähendab, et asjaolud on antud küsimuses just nimelt nii, aga mitte teisiti, kuigi asjade olemus iseendast ei välista muid võimalusi. Sellised otsustused on näiteks:

Kaebealune N.mõisteti süüdi "Eesti NSV kriminaalkoodeksi"[1] § 129 p. 1 järgi.
Maailma esimene aatomijäälõhkuja ehitati Leningradis.
V.I. Lenini "Filosoofilised vihikud" ilmus eesti keeles 1964. a.

P a r a t a m a t u s e ehk a p o d i k t i l i n e o t s u s t u s peegeldab esemete ja nähtuste s e a d u s p ä r a s e i d s e o s e i d , mis teatavates tingimustes kahtlemata esinevad või ilmuvad, sest nad on lahutamatus seoses antud asjade või nähtuste o l e m u s e g a . Vastavalt sellele kuuluvad paratamatuse ehk apodiktiliste otsustuste hulka kõik a k s i o o m i d , p r i n t s i i b i d , l o o d u s - ja ü h i s k o n n a s e a d u s e d , r e e g l i d jne. Näiteks:

Kõik planeedid liiguvad mööda ellipseid.
Elektrivoolu läbimisel juhtmest tekib selle ümber magnetväli.
Teo kuritegelikkus ja karistatavus määratakse selle teo toimepanemise ajal kehtiva seadusega.

Väljendades aksioome, seadusi, printsiipe, õigusnorme ja reegleid on apodiktilised otsustused kõige suurema tun-

---

[1] "Eesti NSV kriminaalkoodeks". Tallinn, 1963.

netusliku väärtusega. Nende omandamisele pööratakse õppeprotsessis sellepärast kõige enam tähelepanu.

L o o g i l i s e   m o d a a l s u s e alusel liigitatakse otsustused p r o b l e m a a t i l i s t e k s ehk t õ e n ä o l i s t e k s ja t õ e k i n d l a t e k s .

Problemaatilises otsustuses väljendatakse o l e t a m i s i tõeseks peetavat tunnetust, mida ei ole veel suudetud kontrollida või mida antud momendil polegi võimalik kontrollida, kuna see käib edaspidise kohta. Sellised otsustused on näiteks: "Võib-olla et Marsil on elu","Võib-olla et selle autoavarii tekitas süüdistatav tahtlikult". Problemaatilise otsustuse valemiks on - "võib-olla et S on P".

P r o b l e m a a t i l i s t otsustust on samastatud v õ i m a l i k k u s e otsustusega, kuid nende vahel on siiski oluline erinevus, mida ei või jätta tähele panemata. Võtame näiteks kaks järgnevat otsustust: a) "Autoavarii tahtlik tekitamine on võimalik" ja b) "Antud juhul on võib-olla tegemist tahtlikult tekitatud autoavariiga". Otsustus a on siin võimalikkuse otsustus. Selles väljendatakse tunnetust, et arvestades auto juhtimisseadmete, pidurite jms. töö mehhanisme ja sõidutee profiili, on tegelikkuses võimalik tahtlikult tekitada autoavarii (simuleerida). Teine - b otsustus on problemaatiline. Selles väljendatakse tunnetust, et antud autoavarii võis mõningate asjaolude tõttu olla tekitatud tahtlikult; siin on antud juhul tegemist ühe v õ i m a l i k u avarii põhjusega, kusjuures aga muud võimalused ei ole veel välistatud.

Niisiis väljendab võimalikkuse otsustus asjaolude põhjalikuma uurimise tagajärjel saadud tunnetust, problemaatiline otsustus aga väljendab tunnetust, mis on tekkinud esemete või nähtude vahel esinevate mõningate ühiste tunnuste alusel oletusena, hüpoteesina, mis vajab kontrollimist. Problemaatilisi otsustusi formuleeritakse kohtupraktikas ja teaduslikus töös tavaliselt uurimistöö üksikute etappide algul. Problemaatiliste otsustuste erinevat tõenäosuse astet on võimalik teatavatel juhtudel arvuliselt näidata. Mõnikord aga väljendatakse seda üsna jämedates joontes ja ebamääraselt, nagu "vähe tõenäone", "tõenäoselt", "väga tõenäoselt". Nõukogude seadus ei luba kohtul teha otsuseid tõenäosuse astmel oleva tunnetuse alusel, mida peegeldavad problemaatilised otsustused.

T õ e k i n d l a k s nimetatakse otsustust, mis peegeldab esemete vahel kindlasti, kaheldamatult teada olevat seost või seosetust. Need otsustused väljendavad tõestatud või praktikas kontrollitud fakte, seadusi. Sellised otsustused on näiteks: "Ainult ühiskonnaohtlik tegu saab olla kuritegu", "Loogilised tõestused on oma struktuurilt järeldused".

Võrreldes erineva modaalsusega otsustuste karakteristikat igapäevases kõnekeeles tarvitatavate otsustustega, paistab silma, et siin esineb sageli kõrvalekaldumisi loogilisest normist. Näiteks leidub inimesi, kes oma mõtteid valdavalt väljendavad apodiktilises vormis: "See on paratamatu", "See on absoluutselt kindel", "See on kindel nagu 2 x 2" jne. Teised aga eelistavad võimalikkuse ja problemaatiliste otsustuste vorme ka sellistel juhtudel, kui tunnetus on tegelikult tõekindluse astmel. Kohtupraktikas, eriti tunnistajate ülekuulamisel, tuleb seda arvestada.

5. S I S S E J U H A T U S V Ä I T E - L O O G I K A S S E . (L I I T O T S U S T U S E D .)

Arutlus mingi mõtteeseme üle ei saa toimuda eraldistes, teineteisest sõltumatutes otsustustes ehk väidetes. Nii nagu tegelikkuse esemete mitmesugused tunnused on seoses, nii on ka esemed ise omavahelistes seostes ja suhetes. Selletõttu tekivad tegelikkuse peegeldamisel mitmesugused seostatud ehk liitotsustused. L i i t o t s u s t u s t e k s (resp. väideteks) n i m e t a t a k s e o t s u s t u s i , m i s k o o s n e v a d m i n g i l o o g i l i s e s i d e m e g a s e o s t a t u d l i h t o t s u s t u s t e s t .

Loogilised sidemed, nagu seda l o o g i l i s t e k o n s t a n t i d e käsitlusel nägime (lk. 10), on kõigepealt neli järgmist: "ja", "kui ..., siis", "või", "siis ja ainult siis, kui ...". Sidemeks loetakse aga ka loogiline e i t u s sõnastuses. "Ei ole tõene, et ...". Erinevalt grammatilistest sidesõnadest iseloomustatakse loogilisi sidemeid ainult nende t õ e s u s e (t) või v ä ä r u s e (v) seisukohalt. Nende sidemete abil on võimalik saada mitmesuguseid elementaarseid liitväiteid: $p \wedge q$, $p \rightarrow q$, $p \vee q$, $p \leftrightarrow q$ ja on võimalik väljendada ühtedes vormides avaldatud väiteid teistes vormides, kusjuures liitväidete vahel tekivad mitmesugused suhted, millest tähtsamaid on ekvivalents ehk samatõesussuhe ja järeldumissuhe.

Alljärgnevas peatume ülalmainitud sidemete (konstantide) abil teostatavail loogilistel operatsioonidel ja väidetevahelistel mitmesugustel seostel ja suhetel üksikasjalikumalt.

5.1. KONJUNKTIIVSED EHK ÜHENDAVAD VÄITED.

Ühendades kaks või enam lihtväidet sidesõna "ja" abil, saame loogilise produktina loogilise konjunktsiooni. Tähistades sidet "ja" sümboliga $\wedge$ ja konjunktsiooni liikmed tähtedega p ja q , saame konjunktiivse väite struktuuri tähistava valemi

$$p \wedge q$$

(loetakse: "p ja q"). Mõned näited konjunktiivsetest väidetest:

Inimesed on eluliselt huvitatud rahust ja võõrastel territooriumidel asuvad sõjaväebaasid likvideeritakse. Kaks korda kaks on neli ja kolm korda kolm on üheksa. Solvamise all mõistetakse teise isiku au ja väärikuse alandamist ebasündsas vormis.

Konjunktiivne väide väljendab tunnetust, et teatavad objektiivse tegelikkuse asjaolud või esemed kuuluvad kokku. Loogikat huvitab, millal on konjunktsioon, sõltumatult konjunktsiooni liikmete konkreetsest sisust kas tõene või väär. Seda seaduspärasust defineeritakse järgmises maatriksis:

p	q	$p \wedge q$
t	t	t
t	v	v
v	t	v
v	v	v

Siit on näha, et loogiline k o n j u n k t s i o o n o n t õ e n e s i i s j a a i n u l t s i i s, k u i k õ i k t e m a k o m p o n e n t v ä i t e d o n t õ e s e d.

Väited: "Definitsioon on väide" ja "Definitsioon avab mõiste sisu" on tõesed väited, sellepärast on ka nende konjunktsioon tõene. Konjunktsiooni seaduspärasustest järgneb, et ka kohtumenetluses saab lugeda teatava asjaolu tõeseks peegelduseks ainult niisugust tunnistaja poolt antud väidete konjunktsiooni, milles ei leidu ühtki väära komponentväidet.

Tõene konjunktiivne otsustus võib koosneda ka eitavatest otsustustest,näiteks "Religioon ei ole teadus ja palvustega ei saa muuta reaalsete nähtuste kulgu". Sellist tõest konjunktsiooni peegeldab valem $\bar{p} \wedge \bar{q}$. Väära konjunktsiooniga aga oleks tegemist järgmiste väidete ühendamisel: "Kuritegu on ühiskonnaohtlik tegu" ja "Kriminaalvastutusele kuulub isik, kes ei ole võimeline oma teost aru andma". Selline konjunktsioon ei vastaks reaalsusele ja oleks väär (p tõene ja q väär).

Tavalises kõnekeeles väljendatakse konjunktiivseid otsustusi lühendatult, kui nad koosnevad kahest või enamast ühesuguse subjekti või ühesuguse predikaadiga otsustusest, näiteks: "Väljapressimine ja kelmus on kuriteod", "Otsustustel on mingi kvaliteet ja kvantiteet". Esimeses otsustuses on välja jäetud teine predikaat, teises otsustuses aga teine subjekt.

Tuleb silmas pidada, et otsustuste konjunktsiooni keelelises väljenduses tarvitatakse sidesõna "ja" asemel sageli teisi, mis on loogiliselt samatähenduslikud, nagu: "aga", "kuid", "ent", "kuigi", "ehkki" jms. Vastavalt sellele on loogiliselt samatähenduslikud alljärgnevad konjunktiivsed otsustused:

Tema hakkas lauda katma ja meie lahkusime.
Tema hakkas lauda katma, aga meie lahkusime.
Tema hakkas lauda katma, kuid meie lahkusime.
Tema hakkas lauda katma, ehkki meie lahkusime.

Lõpuks tuleb tähendada, et konjunktiivse otsustuse tähendus ei sõltu tema komponentotsustuste järjekorrast; kui otsustus "$p \wedge q$" on tõene, siis on tõene ka "$q \wedge p$"; kui aga "$p \wedge q$" on väär, siis on väär ka "$q \wedge p$". Seda seaduspärasust nimetatakse konjunktsiooni kommutatiivsuseks ja väljendatakse valemis: $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$.

5.2. TINGIVAD VÄITED.

Tingivateks nimetatakse liitväiteid, mis peegeldavad mitmesuguseid kahe eseme või nähtuse vahelisi sõltuvusi sideme "kui ..., siis..." abil. Mõned näited sellistest väidetest:

1. Kui keegi õhutab sõda, siis tuleb teda karistada.
2. Kui talv möödub, siis tuleb kevad.
3. Kui inimesel on kõrge palavik, siis ta nägu õhetab.

Tingiva väite esimest komponentväidet kuni "siis" on nimetatud aluseks või tingimuseks (ka eelduseks), teist - tuletuseks või tagajärjeks.

Väiteloogikas nimetatakse loogilist sidet "kui ..., siis..." implikatsiooniks ja vastavalt sellele tingivat väidet implikatiivseks. Tähistades implikatiivse seose "kui ..., siis ..." sümboliga $\rightarrow$, saame implikatiivse väite loogilist struktuuri väljendavaks valemiks $p \rightarrow q$ (loetakse:"kui p, siis q").

Et nii alusena kui ka tuletusena esinevate väidete kvaliteet võib erineda, siis võib tingiv väide esineda järgmistes vormides:

$$p \rightarrow q$$
$$p \rightarrow \bar{q}$$
$$\bar{p} \rightarrow q$$
$$\bar{p} \rightarrow \bar{q}$$

Nagu ülaltoodud tingiva väite näidetest ilmneb, hõlmab implikatsioon väga mitmesuguseid asjaolude seoseid - kausaalset, ajalist järgnevust jms. Implikatiivse seose juures aga jäetakse sellised erinevused kõrvale ja vaadatakse ainult nende ühist loogilist struktuuri.

Vaatleme alljärgnevalt, millistel tingimustel on implikatsioon tõene:

1. Eeldame, et mõlemad implikatiivselt seostatud väited p ja q on tõesed. Siis võime kaheldamatult väita, et $p \rightarrow q$ on tõene. Näiteks "Kui keegi õhutab sõda, siis tuleb teda karistada" on igal juhul tõene, kui seostatud väited on tõesed; nii siis $t \rightarrow t = t$; tõese asjaolu kui põhjuse või aluse seostamisel tõese tagajärje või tuletusega ei ole mõeldav, et väide tervikuna saaks olla väär.

2. Implikatsioon on väär, kui implitseerivas väites ehk aluses tõeselt peegeldatud asjaolu või teatava fakti esinemine on seostatud tagajärjes vääralt peegeldatud asjaoluga või teatava fakti puudumisega, näiteks: "Kui inimesel

on kõrge palavik, siis ta nägu ei õheta", "Kui keegi on sooritanud kuriteo, siis teda ei karistata". Absurdne oleks väita: "Kui on tõene, et inimesel on kõrge palavik, siis on väär ütelda, et ta nägu õhetab". Nii siis: $t \rightarrow v = v$.

3. Implikatsioon on tõene ka siis, kui implitseerivas väites ehk aluses on vääralt peegeldatud asjaolu või teatava fakti puudumine seostatud tagajärjes või tuletuses tõeselt peegeldatud asjaoluga või teatava fakti esinemisega. Näiteks tõene implikatsioon: "Kui inimesel on kõrge palavik, siis ta nägu õhetab" ei muutu vääraks, kui inimesel ei ole kõrget palavikku, sest ta nägu võib õhetada muudel põhjustel. Inimest karistatakse mitte ainult sõjaõhutamise, vaid ka muude kuritegude eest. Nii siis: $v \rightarrow t = t$.

4. Implikatsioon on tõene ka siis, kui mõlemad implikatiivselt seostatud väited on väärad. Tõepoolest: kui teatav inimene ei ole sõda õhutanud ja kui teda ei saa karistada, kuna ta seda kuritegu pole sooritanud, siis kehtib ometi: k u i ta o l e k s seda teinud, oleks tulnud teda ka karistada. Kui selline ebareaalsus ka esineks, et "2 x 2 = 5", siis võiks esineda ka et "lumi on must". Nii siis: $v \rightarrow v = t$.

Esitatud seaduspärasusele vastab alljärgnev implikatiivse väite tõeväärtuse maatriks:

p	q	p → q
t	t	t
t	v	v
v	t	t
v	v	t

Nii siis on implikatsioon selline väidete seos, mis on väär sel ja ainult sel juhul, kui implitseeriv väide on tõene, aga tuletus ehk tagajärg väär.

5.3. LIIGITAVAD EHK DISJUNKTIIVSED VÄITED.

Liigitavaks ehk disjunktiivseks nimetatakse liitväidet, mis on moodustatud mitmest lihtväitest loogilise sideme "või" abil. Näiteks "Antud kuriteo pani toime kas A või B või C ". Eristatakse kaht liiki liigitavaid väiteid: v ä l i s t a v - l i i g i t a v a i d ja ü h e n d a v - l i i g i t a v a i d , sõltuvalt loogilise sideme "või" tähendusest.

V ä l i s t a v - l i i g i t a v a k s (vene k. строго разделительное с.) nimetatakse väidet, milles predikaatide all väljendatud tunnused või üksikud juhud vastavalt loogilise liigituse reeglile välistavad üksteist, näiteks: "TRÜ korvpallikoondmeeskond kas võidab mängu, kaotab või mängib viiki", "Kaebealune oli kuriteo sooritamisel kas süüdivussei-sundis või süüdimatus seisundis", "Iga filosoofia on kas materialistlik või idealistlik". Välistav-liigitava väite struktuuri tähistavad valemid

$$S \text{ on kas } P_1 \text{ või } P_2 \text{ või } P_3 \text{ või } \ldots \text{ või } P_n \,;$$

või väiteloogika sümboolikas $p \veebar q$, kus "p" ja "q" tähistavad väiteid, sümbol $\underline{v}$ aga on välistavas tähenduses "või".

Välistav-liigitavas väites väljendatakse tunnetust, et mõtteobjektile võib kuuluda ühel ja samal ajal ainult üks tunnustest või võimalike esinemise juhtudest. Mingi meeskond saab teatavat mängu kas võita, kaotada või mängida viiki; antud kolmnurk on kas terav-, tömp- või täisnurkne. Vastavalt üksikjuhtude või alternatiivide vastastikusele üksteise välistamisele saab olla välistav-liigitav väide tõene siis ja ainult siis, kui üks temasse kuuluvaist väidetest on tõene, aga teised väärad. Loogilistes operatsioonides välistav-liigitava väite õigeks rakendamiseks defineeritakse tema tõeväärtust alljärgnevas maatriksis:

p	q	$p \dot{\underline{\vee}} q$
t	t	v
t	v	t
v	t	t
v	v	v

Ühendav-liigitavaks (соединительно-разделительное с.) nimetatakse liitväidet, mis on seostatud sidesõna "või" abil, millel on tähendus "kas see või teine või mõlemad". Ühendav-liigitavas väites väljendatakse tunnetust, et vähemalt üks kahest seostatavast jaatusest peab olema tõene, et disjunktsioon oleks tõene; aga võivad olla tõesed ka mõlemad. Seda liiki disjunktsioonide struktuuri tähistatakse valemis:

$$p \vee q$$

(loetakse: "p või q"). Sõnalisi näiteid: "Selle kuriteo saatis korda kas N.või M", "See TRÜ õigusteaduskonna mittestatsionaarse osakonna lõpetaja on väga andekas või väga töökas", "Kapitalistid rikastuvad tööpäeva pikendamise, reaalpalga alandamise, tööprotsessi intensiivistamise või täiuslikumate tööriistade tarvituselevõtmise teel".

Loogilistes operatsioonides ühendav-liigitava väite õigeks rakendamiseks defineeritakse tema tõeväärtust alljärgnevalt:

p	q	p v q
t	t	t
t	v	t
v	t	t
v	v	v

Siit on näha seaduspärasus, et ühendav-liigitav väide on väär sel ja ainult sel juhul, kui tema mõlemad komponentväited on väärad.

Väiteloogikas kasutatakse disjunktsioonimärki V peamiselt ühendav-liigitavas tähenduses, sest sel on olulised eelised loogiliste operatsioonide teostamisel. Kasutades aga loogilisi konstante e i t u s t (—), k o n j u n k t s i o o n i ($\wedge$) ja d i s j u n k t s i o o n i ($\vee$), on võimalik väljendada disjunktsiooni ("või") ka välistavas tähenduses, nagu see nähtub valemist:

$$(p\wedge \bar{q}) \vee (q\wedge \bar{p}) .$$

Siit on näha, et p väärus ja q väärus ei saa koos kehtida. See väljendub valemis:

$$p \vee q \leftrightarrow \overline{\bar{p}\wedge \bar{q}} .$$

Niisama nagu konjunktsioon, nii on ka disjunktsioon kommutatiivne, s. t. tema komponentväited on ümberpaigutatavad:

$$(p \vee q) \rightarrow (q \vee p) .$$

5.4. EKVIVALENTS.

Ekvivalentsi all mõistetakse kahe väite - p ja q seost valemis $p \leftrightarrow q$, mida loetakse: " p siis ja ainult siis, kui q ".

Ekvivalentsi tõeväärtust väljendab järgmine tabel:

p	q	$p \leftrightarrow q$
t	t	t
t	v	v
v	t	v
v	v	t

Niisiis on ekvivalents tõene siis ja ainult siis, kui p ja q (komponentväited) mõlemad on tõesed või kui mõlemad on väärad.

Ekvivalentse väite sõnaline näide:

"Garantiiremonti teostatakse tasuta siis ja ainult siis, kui ostetud eseme rike on tekkinud tehase süü läbi".

5.5. MITMESUGUSED LIITVÄITED, NENDE VALEMID JA VALEMITE TÕEVÄÄRTUSE TABELKONTROLL.

Eespool tutvusime mitmesuguste loogiliste operatsioonide definitsioonidega, mis näitavad nende operatsioonide tõeväärtust rakendatud muutujate (p ja q) tõeväärtuste mitmesuguse jaotuse korral. Need olid kahe muutujaga teostatud üht liiki operatsioonid, millele vastasid lihtsad valemid:

$$p \wedge q, \quad p \rightarrow q, \quad p \vee q, \quad p \leftrightarrow q, \quad \bar{p}, \quad \bar{q}.$$

Elementaarväidetest võib aga koostada ka liitväiteid või väljendeid (resp. valemeid), mis koosnevad mitmetest elementaarväidetega teostatud operatsioonidest või osavalemitest, näiteks:

$$(p \vee q) \rightarrow (\bar{p} \rightarrow q).$$

See liitväide on koostatud elementaarsetest, meile juba tuntud operatsioonidest -disjunktsioonist ja implikatsioonidest, leidub ka üks eitatud komponentväide. Ka selliste liitväidete kohta võime koostada vastava tõeväärtustabeli ehk maatriksi. Tutvume selle kujundamisega.

Tõeväärtustabeli koostamist keerukale liitväitele alustame sellest, et esimestesse vasakpoolsetesse tulpadesse märgime kõik võimalikud väärtustused, mis saavad esineda sõltuvalt väljendi muutujate arvust, antud juhul on neid kaks - p ja q.

1	2	3	5	4	6
p	q	$(p \vee q)$	$\rightarrow$	$(\bar{p} \rightarrow q)$	$(p \vee q) \rightarrow (\bar{p} \rightarrow q)$
t	t	t	t	t	t
t	v	t	t	t	t
v	t	t	t	t	t
v	v	v	t	v	t

3. tulpa märgime disjunktsiooni väärtustused vastavalt disjunktsiooni definitsioonile (vaata tabel lk. 48). 4.tulpa märgime implikatsiooni väärtustused vastavalt implikatsiooni definitsioonile (vaata tabel lk.46), kusjuures peame ühtlasi silmas, et antud juhul on implikatsiooni eesliige (p) eitav. 5. tulpa on märgitud tulpade 3 ja 4 väärtustuste implikatsioonid, mis täielikult vastavad kogu valemi t. 6 väärtustustele. Antud tabeli 3. ja 4. tulba võrdlusest nähtub, et nad on täpses vastavuses. Seega on need väited ekvivalentsed.

Koostame veel tabeli keerukamale valemile. Olgu selleks: $\overline{(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})}$; märgime selle tabeli nii, et eitused oleksid antud eraldi, et oleks võimalik ka nende tõeväärtust tähistada. Siinjuures kasutame uut eitusmärki "$\sim$", mis asendab joont valemil ja esineb valemi ees. Nii saame valemi:

$$\sim[(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] .$$

Seostades selle valemi otsekohe tabeliga, saame

p	q	$\sim$	[(p	$\wedge$	q)	$\vee$	($\sim$	p	$\wedge$	$\sim$	q)]
t	t	v	t	t	t	t	v	t	v	v	t
t	v	t	t	v	v	v	v	t	v	t	v
v	t	t	v	v	t	v	t	v	v	v	t
v	v	v	v	v	v	t	t	v	t	t	v
Tehte järjekord		5	1	3	1	4	2	1	3	2	1

Tabeli all esitatud numbrid tähistavad tehete järjekorda.

Niisiis näeme, et ülaltoodud loogiliste operatsioonide tabeldefinitsioonid võimaldavad selgitada valemite tõeväärtust, kui on teada valemitesse kuuluvate elementaarväidete tõeväärtus.

5.6. TÄHTSAMAD EKVIVALENTSI ISELOOMUSTAVAD LOOGIKA SEADUSED.

1) $\bar{\bar{p}} \leftrightarrow p$ (kahekordse eituse seadus); see ekvivalents tähendab, et iga valemi kahekordne eitus on ekvivalentne valemi endaga.

Seda tõendab tabel:

p	$\bar{p}$	$\bar{\bar{p}}$
t	v	t
v	t	v

2) $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$ (konjunktsiooni kommutatiivsuse seadus);

3) $p \wedge (q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$ (konjunktsiooni assotsiatiivsuse seadus);

4) $p \vee q \leftrightarrow q \vee p$ (disjunktsiooni kommutatiivsuse seadus);

5) $p \vee (q \vee r) \leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ (disjunktsiooni assotsiatiivsuse seadus);

p. 5 vastavalt võib klambrid ära jätta, seega $p \vee q \vee r$.

6) $p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (seadus konjunktsiooni distributiivsusest disjunktsiooni suhtes);

7) $p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (seadus disjunktsiooni distributiivsusest konjunktsiooni suhtes).

8) $p \wedge p \leftrightarrow p$ (idempotentsiseadused).

9) $p \vee p \leftrightarrow p$.

Need seadused võimaldavad mitut ühesugust korduvat väljendit, mis on seotud märkidega $\wedge$ või $\vee$, asendada ühega, näiteks:

$$(p \vee \bar{q}) \wedge (p \vee \bar{q}) \wedge (p \vee \bar{q}) \leftrightarrow (p \vee \bar{q}) .$$

Väga suure rakendusliku väärtusega on ekvivalentsid, mida nimetatakse d e'M o r g a n i seaduseks. Kuna nende seaduspärasus ei ole otseselt ilmne, kujundame ka nende kohta tabelid.

10) $\overline{p \wedge q} \leftrightarrow \bar{p} \vee \bar{q}$.

Tabelis:

p	q	$\overline{p \wedge q}$	$\bar{p} \vee \bar{q}$	$\overline{p \wedge q} \leftrightarrow \bar{p} \vee \bar{q}$
t	t	v	v	t
t	v	t	t	t
v	t	t	t	t
v	v	t	t	t

Niisiis on see ekvivalents tõene. Tema üldiseks seaduspärasuseks on: *konjunktsiooni eitusega on ekvivalentne tema eitatud liikmete disjunktsioon.*

Sõnaline näide: "Ei ole õige, et see tegu on ühiskonnaohtlik ja see tegu on kangelastegu siis ja ainult siis, kui see tegu ei ole ühiskonnaohtlik või see tegu ei ole kangelastegu".

11) $\overline{p \vee q} \leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q}$.

Tabelis:

p	q	$\overline{p \vee q}$	$\bar{p} \wedge \bar{q}$	$\overline{p \vee q} \leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q}$
t	t	v	v	t
t	v	v	v	t
v	t	v	v	t
v	v	t	t	t

Niisiis on ka see ekvivalents (de'Morgani seadus) tõene. Selle üldiseks seaduspärasuseks on: *disjunktsiooni eitusega on ekvivalentne tema eitatud liikmete konjunktsioon.*

Sõnaline näide: "Ei ole õige, et ta on andekas ja väga töökas siis ja ainult siis, kui ta ei ole andekas ja ta ei ole väga töökas".

Märkus. D e'M o r g a n i seadusi kasutatakse selleks, et eitusmärke tuua liitvalemitelt osavalemitele ja neilt muutujatele. Seejuures märk $\wedge$ muutub $\vee$, aga $\vee$ muutub $\wedge$.

Näiteks. $(\overline{(p \vee q) \wedge r}) \leftrightarrow \overline{(p \vee q)} \vee \bar{r}$;

või

$$(\overline{(p \wedge q \vee (q \wedge r)}) \leftrightarrow (\overline{p \wedge q}) \wedge (\overline{q \wedge r}) .$$

12) $p \wedge q \leftrightarrow \overline{\bar{p} \vee \bar{q}}$

Selle ekvivalentsi seaduspärasus paistab silma võrdlusest p. 10-ga, kus ekvivalentsi esimest liiget eitati. Seaduspärasus jääb püsima teist liiget eitades, nagu tabelgi näitab:

p	q	$p \wedge q$	$\overline{\bar{p} \vee \bar{q}}$	$p \wedge q \leftrightarrow \overline{\bar{p} \vee \bar{q}}$
t	t	t	t	t
t	v	v	v	t
v	t	v	v	t
v	v	v	v	t

Sõnaliselt, kasutades näidet 10, saame: "See tegu on ühiskonnaohtlik ja see tegu on kangelastegu siis ja ainult siis, kui on väär, et see tegu ei ole kangelastegu või see tegu ei ole ühiskonnaohtlik". Kuna näide 10 oli sisuliselt tõene, siis see näide on sisuliselt väär, ekvivalents aga tõene, sest p ja q on mõlemad väärad.

Sisuliselt tõene näide:
"Ta on andekas ja ta on väga töökas siis ja ainult siis, kui on väär, et ta ei ole andekas või ta ei ole töökas".

13) $p \rightarrow q \leftrightarrow \overline{p \wedge \bar{q}}$.

Koostage tabel!
Sõnaline näide:
"Kui inimesel on kõrge palavik, siis ta nägu õhetab siis ja ainult siis ($\leftrightarrow$), kui on väär, et inimesel on kõrge palavik ja ta nägu ei õheta".

Teine näide:
"Kui kolmnurk on sarikkolmnurk, siis tema nurgad on aluse juures võrdsed siis ja ainult siis ($\leftrightarrow$), kui on väär, et kolmnurk on võrdhaarne kolmnurk ja tema nurgad aluse juures ei ole võrdsed".

) $p \rightarrow q \leftrightarrow \bar{p} \vee q$.

Valem väljendab seaduspärasust:
Implikatiivse väitega on ekvivalentne tema eitatud esimese liikme ja eitamata teise liikme disjunktsioon.
Koostage tabel!
Leidke sõnaline näide!

) $p \vee q \leftrightarrow \bar{p} \rightarrow q$.

See valem väljendab seaduspärasust:
Disjunktiivse väitega on ekvivalentne tema eitatud esimese liikme ja eitamata teise liikme implikatsioon.
Koostage tabel!
Sõnaline näide: "Ta kas tahtis mind petta või ta ise eksis siis ja ainult siis ($\leftrightarrow$), kui ta ei tahtnud mind petta, siis ta ise eksis".

) $p \vee q \leftrightarrow \overline{\bar{p} \wedge \bar{q}}$.

Selle ekvivalentsi seaduspärasus paistab silma võrdlusest p-ga 11 (de'Morgani seadusega), kus ekvivalentsi esimest liiget eitati. Ekvivalents jääb püsima, muutes esimese eitatud liikme jaatavaks ja viies eituse teisele liikmele.
Saame seaduspärasuse:

d i s j u n k t s i o o n i g a   o n   e k v i v a l e n t n e   t e m a   e i t a t u d   l i i k m e t e   k o n j u n k t s i o o n i   e i t u s. Koostage tabel!

17) $p \rightarrow q \leftrightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{p}$ (kontrapositsiooni seadus).

See valem väljendab implikatsiooni ja tema kontrapositsiooni ekvivalentsi.

Sõnaline näide:

"Kui inimesel on kõrge palavik, siis ta nägu õhetab siis ja ainult siis ($\leftrightarrow$), kui inimese nägu ei õheta, siis tal ei ole palavikku".

18) $p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow p \wedge \bar{r} \rightarrow \bar{q}$ (laiendatud kontrapositsiooni seadus).

19) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{q} \vee p)$.

20) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.

Selles valemis ilmneb selgesti ekvivalentsi vastastikuse implikatsiooni iseloom.

Näiteks väitega "Kolmnurk on võrdhaarne siis ja ainult siis, kui ta on võrdnurkne" on ekvivalentne "Kui kolmnurk on võrdhaarne, siis ta on võrdnurkne ja kui ta on võrdnurkne, siis on ta võrdhaarne".

21) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\bar{p} \leftrightarrow q)$.

22) $(p \not\leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})$.

23) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\bar{p} \leftrightarrow \bar{q})$.

Väga suure tähtsusega on ekvivalentsid, mille abil saab valemeid lihtsustada.

24) $(p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee q) \leftrightarrow q$.

25) $p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$.

26) $p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$.

Ekvivalentsi (24) nimetatakse "välistamisseaduseks", aga ekvivalentse (25) ja (26) "neeldumisseaduseks".

27) $(p \vee r) \wedge (q \vee \bar{r}) \leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee \bar{r}) \wedge (p \vee q)$.

28) $(p \wedge r) \vee (q \wedge \bar{r}) \leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge \bar{r}) \vee (p \wedge q)$.

29) $(p \vee r) \wedge \bar{r} \leftrightarrow (p \vee r) \wedge (\bar{r} \wedge p)$.

30) $r \wedge (q \vee \bar{r}) \leftrightarrow r \wedge (q \vee \bar{r}) \wedge q$.

Tähtsamaiks ekvivalentsi iseloomustavaiks seadusteks on veel:

31) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \leftrightarrow p)$.

32) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$.

Loetakse: "Kui p siis ja ainult siis, kui q , siis kui p , siis q".
Sõnaliselt:
"Kui katsetulemused väljendavad seaduspärasust siis ja ainult siis, kui nad katse kordamisel ühtedes ja samades tingimustes täpselt ühteviisi ilmuvad; siis, kui katsetulemused väljendavad seaduspärasust, siis nad ilmuvad katse kordamisel ühtedes ja samades tingimustes täpselt ühteviisi".

33) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$.

34) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$.

Koostame tabeli selle valemi tõeväärtuse selgitamiseks lihtsustatud kujul:

p	q	((p → q)	∧	(q → p))	→	(p ↔ q)
t	t	t	t	t	t	t
t	v	v	v	t	t	v
v	t	t	v	v	t	v
v	v	t	t	t	t	t

Igas valemis võib iga selle osavalemit asendada ekvivalentsega, seejuures saadakse valem, mis on antuga ekvivalentne. Olgu x mingi valem ja x' saadi x kas või vähemalt ühe selle osavalemi y asendamise teel y'-ga. Siis kui y' on ekvivalentne y-ga, siis valem x' on ekvivalentne x-ga. Vastavat operatsiooni nimetatakse asendamiseks ekvivalentsega. Asendamine võimaldab teostada loogikavalemite juures mitmesuguseid ümberkujundusi ja siirduda ühtedelt valemitelt teistele, eelmistega ekvivalentsetele. Siit aga järgneb omakorda, et kui me valisime mingi samaselt tõese valemi, näiteks $p \vee \bar{p}$ ja väärtustasime ta t-ga või kui valisime mingi samaselt väära valemi, näiteks $p \wedge \bar{p}$ ja väärtustasime ta v-ga, siis saame veel ekvivalentsid, mis võimaldavad valemite lihtsustamist.

35) $(p \vee \bar{p}) \leftrightarrow t$.

36) $(p \wedge \bar{p}) \leftrightarrow v$.

37) $(p \vee t) \leftrightarrow t$.

38) $(p \wedge v) \leftrightarrow v$.

39) $(p \vee v) \leftrightarrow p$.

40) $(p \wedge t) \leftrightarrow p$.

41) $\bar{t} \leftrightarrow v$.

42) $\bar{v} \leftrightarrow t$.

Võrreldes väiteloogilist ekvivalentsi tavalises keeles kasutatavaga võime ütelda, et viimases peame kaht väidet ekvivalentseks, kui väitel p on samasisuline tähendus väitega q; näiteks ütleme: "See kolmnurk on võrdkülgne" on ekvivalente väitega: "Sel kolmnurgal on kolm võrdset külge". Väiteloogiline ekvivalents kehtib ka siin, kuid need väited ja nende ekvivalent sisaldavad rohkem kui ekvivalentsi tõeväärtusmaatriksis on väljendatud. Siin on antud juhul mõlemal väitel sama mõte. Väiteloogilises ekvivalentsis on sellest abstraheeritud ja käsitletud ekvivalentsi ainult tõeväärtuse suhtes, s.t. on arvestatud igasuguseid tõeseid ja igasuguseid vääri väiteid, nende paare. Nii on ekvivalentsed väide "Marss on planeet" ja väide "Lumi on valge", sest nad mõlemad on tõesed. Ka väited "Kõik otsustused on definitsioonid" ja "2x2=5" on ekvivalentsed, sest nad moodustavad väärade väidete paari.

Võimalusel ekvivalentselt väljendada üht liiki otsustusi teist liiki otsustuste vormis on suur praktiline tähtsus automaatikas, küberneetilistes seadmetes, elektron-arvutusmasinate ehituses jne. See on tähtis ka muude tänapäeva tehnika ja teaduse probleemide lahendamisel ja mõtete keelelisel vormistamisel. Teatav mõte võib ühes vormis olla selgem kui teises, samuti kui otseste järelduste või otsustuste ümberkujundamisel. Näiteks otsustuse

"Ei ole õige, et see tegu on ühiskonnaohtlik ja see tegu on kangelastegu" mõte omandab parema selguse ekvivalentses tingivas otsustuses: "Kui see tegu on ühiskonnaohtlik, siis ta ei ole kangelastegu".

5.7. VÄITELOOGIKA VALEMITE LIIGID.

Väidete konjunktsiooni, disjunktsiooni, implikatsiooni ja vastastikust implikatsiooni ehk ekvivalentsi väljendavad valemid (aga ka paljud liitvalemid) on oma muutujate tõeväärtuse vähemalt ühe jaotuse juures t õ e s e d (t) ja vähemalt ühe jaotuse juures väärad (v), nagu seda näitab ka alljärgnev koondtabel:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
t	t	t	t	t	t
t	v	v	t	v	v
v	t	v	t	t	v
v	v	v	v	t	t

Selliseid valemeid nimetatakse loogiliselt neutraalseteks, determineerimata valemiteks. Nad ei peegelda seoseid, millel oleks üldise seaduspärasuse iseloom.

Peale loogiliselt neutraalsete valemite on ka sellised valemid, mis on tõesed oma loogilise struktuuri tõttu. Need valemid peegeldavad objektiivseid üldise seaduspärasusega seoseid ja neid nimetatakse väiteloogika seadusteks ehk s a m a s e l t t õ e s t e k s v a l e m i t e k s , sest nad on muutujate tõeväärtuse igasuguse jaotuse ja asendamise juures s a m a s e l t t õ e s e d (t) .

Tutvume valemiga, mis väljendab nn. f o r m a a l l o o g i l i s t v a s t u r ä ä k i v u s i v ä l i s t a v a t s e a d u s t (vt. lk. 94).

$$\overline{p \wedge \bar{p}}$$

(loetakse: "Ei ole tõene, et p ja mitte-p ").

Selle valemi tõeväärtuse selgitamiseks koostame tabeli:

p	$\bar{p}$	$p \wedge \bar{p}$	$\overline{p \wedge \bar{p}}$
t	v	v	t
v	t	v	t

Me näeme, et valem $\overline{p \wedge \bar{p}}$ on tõene sõltumatult sellest, kas tema muutujal p on t või v tähendus, aga samuti ka sõltumatult sellest, mida p konkreetselt tähendaks.

Näiteks "On väär, et minu loteriipilet nr. 123 ühel ja samal ajal võitis ja ei võitnud teatud summat", "On väär, et teie taskus just praegu on ja ei ole foto teie onupojast".

Need näited on tõesed ka siis, kui minul üldse loteriipiletit ei oleks ja teil ei oleks onu ega onupoega.

Vaatleme valemit, mis väljendab nn. f o r m a a l l o o g i l i s t v ä l i s t a t u d k o l m a n d a s e a d u s t (vt. lk. 97).

$$p \vee \bar{p}$$

Koostame ka selle valemi tõeväärtuse kohta tabeli:

p	$\bar{p}$	$p \vee \bar{p}$
t	v	t
v	t	t

Ka see valem on tõene juba oma loogilise vormi poolest, sõltumata sellest, mida p tähistab ja kas ta on tõene või väär. Näiteks "See valem kas on samaselt tõene või ei ole samaselt tõene", "Kaebealune N.on kas süüdi või ta ei ole süüdi".

Esitatud valemite "samatõesus" on nende lihtsuse tõttu üsna selge ka tabeleid koostamata. Kuid samaselt tõesed võivad olla ka valemid, mille juures see tunnus otseselt silma ei paista, nagu:

$$p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

Koostame tabeli:

p	q	q → p	p → (q → p)
t	t	t	t
t	v	t	t
v	t	v	t
v	v	t	t

Lõpuks vaatleme samaselt tõestest valemitest veel üht keerukamat juhtu, mille "samatõesus" vastava tabeli abil kiiresti selgub.

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) .$$

p	q	r	p → q	q → r	(p → q) ∧ (q → r)	→	(p → r)	Valem tervikuna
t	t	t	t	t	t	t	t	t
v	t	t	t	t	t	t	t	t
t	v	t	v	t	v	t	t	t
v	v	t	t	t	t	t	t	t
t	t	v	t	v	v	t	v	t
v	t	v	t	v	v	t	t	t
t	v	v	v	t	v	t	v	t
v	v	v	t	t	t	t	t	t

Niisiis veendusime, et on olemas loogikavalemid, mis on oma muutujate tõeväärtuse igasuguse jaotuse ja asenduse juures s a m a s e l t t õ e s e d ja väljendavad loogika seadusi.

Kuid teiselt poolt on olemas ka loogikavalemid, mis on neis esinevate muutujate tõeväärtuste igasuguse jaotuse ja asenduse juures s a m a s e l t v ä ä r a d . Neid nimetatakse ka väiteloogika vasturääkivusteks, absurdsusteks.

Näiteks valem $p \wedge \bar{p}$ on samaselt väär, olgu p tõene või väär.

Seda näitab ka vastav tabel:

p	$\bar{p}$	$p \wedge \bar{p}$
t	v	v
v	t	v

Samaselt väär on ka valem:

$$p \leftrightarrow \bar{p}$$

tabelis:

p	$\bar{p}$	$p \leftrightarrow \bar{p}$
t	v	v
v	t	v

Näiteks "Ta oskab juhtida lennukit siis ja ainult siis, kui on väär, et ta oskab juhtida lennukit", või "On väär, et ta oskab juhtida lennukit siis ja ainult siis, kui on tõene, et ta oskab juhtida lennukit".

Vaatleme samaselt väärade valemite näitena ka juhtu, kus väärus otseselt silma ei paista, aga vastava tabeli kaudu on ilmne.

Olgu valemiks:

$$\bar{p} \wedge \overline{(\bar{p} \vee q)}$$

Koostame tabeli:

p	q	$\bar{p}$	$\bar{p} \vee q$	$\overline{\bar{p} \vee q}$	$\bar{p} \wedge (\overline{\bar{p} \vee q})$
t	t	v	t	v	v
t	v	v	v	t	v
v	t	t	t	v	v
v	v	t	t	v	v

Näiteks "On väär, et elavhõbe ei ole tahke ja ühtlasi on väär, et elavhõbe kas ei ole tahke või temast võib valmistada juhtmetraati", on väär juba üksnes oma loogilise vormi poolest, sõltumata sellest, kas elavhõbe on tahke või vedel. Vastava valemi väärus on tabeli kaudu veenvalt tõestatud.

Jääb veel märkida, et tõesuse ja vääruse üldisele formaalloogilisele seaduspärasusele vastavalt on samaselt tõese valemi eitus samaselt väär ja samaselt väära valemi eitus samaselt tõene.

Näiteks samaselt väär $p \wedge \bar{p}$, samaselt tõene $\overline{p \wedge \bar{p}}$;
samaselt tõene $p \vee \bar{p}$, samaselt väär $\overline{p \vee \bar{p}}$.

Kuna samaselt tõesed valemid väljendavad loogika seadusi, mis peegeldavad üldisi seaduspärasusi, siis on üks tähtsamaid loogika ülesandeid selgitada valemeid, mis on samaselt tõesed. Kas teatav valem, mis peegeldab mingit liitväidete kombinatsiooni, on samaselt ehk loogiliselt tõene või on ta samaselt väär ehk vasturääkivuslik absurdne, või on ta ainult mõnede komponentotsustuste tõeväärtuse juures tõene, seda saab selgitada, nagu nägime, tabelimeetodiga.

5.8. LIITVÄIDETEVAHELISED LOOGILISED SUHTED.

Isoleeritud väidete liikide ja nende tõeväärtuse küsimuse tundmine on loogikas olulise tähtsusega, kuid loogika tõeline tegevusväli algab ikkagi sealt, kus mitmesugused väited seostatakse, algab sealt, kus väidetega teostatakse mitmesuguseid loogilisi operatsioone. Sellega seoses kerkib küsimus, millised loogilised suhted esinevad ühtede ja samade komponentidega liitväidete vahel.

Neil suhetel, niisama nagu lihtväidete suhetelgi, mida näitlikustatakse "loogilise ruudu" abil, on eriti oluline tähtsus ühest liitväitest teise loogilisel järeldumisel (tulenemisel). Selle selgitamiseks, kas meil on teatud juhul tegemist järeldumissuhtega, kasutame alljärgnevat tõeväärtustabelit:

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$
t	t	t	t	t	t
t	v	v	v	t	v
v	t	v	t	t	v
v	v	t	t	v	v

Vaatleme järeldumissuhte seisukohalt kõigepealt e k v i v a l e n t s i ja i m p l i k a t s i o o n i .

Kuna ekvivalents on tõene ainult esimesel ja neljandal juhul ning mõlematel juhtudel on tõene ka väide $p \rightarrow q$, siis on selge, et väitest $p \leftrightarrow q$ järeldub $p \rightarrow q$. Esitame selle kohta eespool kasutatud sõnalise näite "Garantiiremonti teostatakse siis ja ainult siis, kui ostetud eseme rike on tekkinud tehase süü läbi", nii siis: kui garantiiremonti teostatakse, siis on ostetud eseme rike tekkinud tehase süü läbi või vastupidi: kui ostetud eseme rike on tekkinud tehase süü läbi, siis teostatakse garantiiremonti.

Vaatleme nüüd järeldumissuhte seisukohalt e k v i - v a l e n t s i $p \leftrightarrow q$ ja d i s j u n k t s i o o n i $p \vee q$ suhet. $p \vee q$ on tabeli neljandal juhul väär; seega väitest $p \leftrightarrow q$ ei järeldu väide $p \vee q$. Ühtlasi nähtub tabelist, et $p \vee q$ ei järeldu ka väitest $p \rightarrow q$ ja vastupidi: väitest $p \vee q$ ei järeldu $p \rightarrow q$.

Vaadeldes ekvivalentsi, implikatsiooni ja disjunktsiooni suhteid konjunktsiooniga, näeme, et nende vahel järeldumissuhet ei esine: $p \leftrightarrow q$, sellest ei järeldu $p \wedge q$, sest ekvivalentsi tõesuse korral võib olla konjunktsioon väär. Sama esineb ka implikatsiooni ja konjunktsiooni ning disjunktsiooni ja konjunktsiooni suhetes.

Järeldumissuhe on kõige tihedamas seoses implikatsiooniga: kui p-st järeldub q, siis ütleme, et q on p tuletuseks; kuid implikatsiooni ja järeldumissuhet ei või siiski samastada. Implikatsioon on u u s v ä i d e, mis on koostatud kahest väitest, järeldumine aga on vähemalt kahe väite vaheline suhe. Järeldumise ja implikatsiooni seos on järgmine: p-st järeldub q siis ja ainult siis, kui implikatsioon $p \rightarrow q$ on l o o g i l i s e l t t õ e n e. See tähendab: väitest p järgneb väide q siis, kui q on p tõesuse korral alati tõene. Nii siis ei ole võimalik selline juht, kus p oleks tõene, aga q väär, s. t. $p \rightarrow q$ ei ole ühelgi juhul väär. See tähendabki, et $p \rightarrow q$ on l o o g i l i s e l t t õ e n e.

Kaks väidet p ja q nimetatakse ü h e n d a m a t u t e k s, kui neist ühe tõesusest järgneb paratamatult teise väärus. Väidete p ja q ü h e n d a m a t u s tähendab niisiis seda, et nad kunagi ei ole üheaegselt tõesed. Seda ühendamatuse mõistet võib laiendada igale väidete arvule. Väited p_1, p_2, ..., p_n on ühendamatud, kui ei saa osutada, et nad kõik on samaaegselt tõesed. Üks väide (n_1) on ühendamatu, kui ta on vasturääkivuslik (sisaldab sisemist vasturääkivust).

Ka ühtedest ja samadest lihtväidetest koostatud mitme liitväite ühendamatuse kontrollimiseks võime kasutada tabelimeetodit ja selgitada igas tabelis ühesuguste tõeväärtustega read. Kui ridade hulgas leidub ükski, mille komponentväited on tõesed, siis on need väited ühendatavad. Ülalesitatud tabeli (lk. 64) esimeses reas on kõik väited tõesed, seega on nad kõik ühendatavad.

H a r j u t u s i .

1. Näidake, et väide $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ on loogiliselt tõene, aga $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee q)$ väär.

2. Tõestage, et $p \leftrightarrow q$ siis ja ainult siis, kui $q \rightarrow p$ ja $p \rightarrow q$.

3. Kujundage tõeväärtustabel järgmistele väidetele: (a) $p \rightarrow q$; (b) $p \rightarrow \bar{q}$; (c) $\bar{p} \vee \bar{q}$; (d) $p \wedge q$; (e) $p \wedge \bar{q}$.

5.9. IMPLIKATSIOONI VARIANDID.

Kahe väite implikatsioon $(p \rightarrow q)$ erineb nende vastastikusest implikatsioonist (resp. ekvivalentsist) $p \leftrightarrow q$), disjunktsioonist $(p \vee q)$ ja konjunktsioonist $(p \wedge q)$ selles, et (implikatsioon) ei ole sümmeetriline. $p \vee q$ on ekvivalentne $q \vee p$; $p \wedge q$ on ekvivalentne $q \wedge p$ ja $p \leftrightarrow q$ on ekvivalentne $q \leftrightarrow p$; kuid $p \rightarrow q$ pole ekvivalentne $q \rightarrow p$. Viimast väidet nimetatakse väite $p \rightarrow q$ k o n v e r s i o o n i k s .

Paljud arutlusvead seisnevad mingi väite segiajamises tema konversiooniga. Sellepärast on väga tähtis pöörata tähelepanu implikatsioonidele, mis on moodustatud väidetest p ja q .

Esitame need alljärgnevas tabelis:

		Implikatsioon	Implikatsiooni konversioon	Kontrapositsiooni konversioon	Kontrapositsioon
p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\bar{p} \rightarrow \bar{q}$	$\bar{q} \rightarrow \bar{p}$
t	t	t	t	t	t
t	v	v	t	t	v
v	t	t	v	v	t
v	v	t	t	t	t

Esitatud nelja implikatsiooni tabelid näitavad, et $p \rightarrow q$ on ekvivalentne $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$. Viimast nimetatakse esimese kontrapositsiooniks. Kontrapositsioon on paljudes arutlustes väga otstarbekas implikatsiooni vorm. Väide $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$ on kontrapositsiooni konversioon. Et kontrapositsioon on ekvivalentne $p \rightarrow q$, siis on selle kontrapositsiooni konversioon ekvivalentne selle implikatsiooni konversiooniga.

Tingivate väidete (otsustuste) rakendamisel tuleb arvestada mõnikord kasutatavate kahe mõiste "paratamatu tingimus" ja "küllaldane tingimus" erinevust. Kui üteldakse, et p on küllaldaseks q tingimuseks, siis see tähendab, et kui esineb p, siis esineb ka q. Niisiis väide "p on küllaldaseks tingimuseks q-le" on ekvivalentne väitega "kui p, siis q".

Väitega "p on paratamatuks q tingimuseks" on ekvivalentne väide "q ainult siis, kui p". Niisiis paratamatu tingimuse jaatus on küllaldase tingimuse jaatuse konversioon. Kui on esitatud tingiv otsustus ja selle konversioon, sellega on väidetud vastastikune ($\leftrightarrow$) implikatsioon. Niisiis väide "p on paratamatuks ja küllaldaseks tingimuseks q-le" on ekvivalentne väitega "p siis ja ainult siis, kui q" ($p \leftrightarrow q$).[1]

[1] Vt. Дж. Кемени, Дж. Снелл, Дж. Томпсон. Введение в конечную математику. ИЛ, Москва, 1963.

6. VÄITELOOGIKA VALEMITE NORMAALVORMID.

Nagu eespool nägime, saab väiteloogika valemite tõesust selgitada vastavate tabelite abil. Seejuures ilmnes, et kui tabelis oli muutujaid rohkem, siis oli ka tabelis ridu rohkem. Üldse valitseb siin seaduspärasus: *kui valemis on n mitmesugust muutujat, siis on tabeli ridade arv* 2^n; s. t. 2 muutuja puhul, nagu korduvalt nägime, 4 rida, kolme puhul aga 8, 5 puhul 32 ja 10 muutuja korral peaks seega olema tabelis 1024 rida!

Kuid loogikas on kujundatud peale tabelimeetodi menetlus, mis võimaldab valemite kontrolli ka sel teel, et neile antakse samatõeste asenduste teel teatud ülevaatlikum vorm, nn. *normaalvorm*. Normaalvormides esinevad ainult *eitus*, *konjunktsioon* ja *disjunktsioon*, kusjuures eitusmärk on viidud valemite pealt otseselt komponentväidetele.

Kasutatakse konjunktiivset ja disjunktiivset normaalvormi. Esimene vorm väljendab disjunktsioonide konjunktsiooni, teine konjunktsioonide disjunktsiooni.

Selleks et anda mingile valemile konjunktiivne normaalvorm, tuleb vastavalt vajadusele rakendada eespool (lk. 52) tooduist peamiselt järgmisi asendusi, mis põhinevad väidete ekvivalentsussuhetel :

(a)	$\overline{\overline{p}}$	asendab	p (1)
(b)	$\overline{p \wedge q}$	"	$\bar{p} \vee \bar{q}$ (10)
(c)	$\overline{p \vee q}$	"	$\bar{p} \wedge \bar{q}$ (11)
(d)	$p \rightarrow q$	"	$\bar{p} \vee q$ (14)
(e)	$p \leftrightarrow q$	"	$(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{q} \vee p)$ (18)
(g)	$p \not\leftrightarrow q$	"	$(p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})$ (22)

Märkus. Märkide $\land$ ja $\lor$ puhul pidada silmas nende kommutatiivsust, assotsiatiivsust ja disjunktsiooni distributiivsust konjunktsiooni suhtes.

6.1. KONJUNKTIIVNE NORMAALVORM.

Toome näite konjunktiivse normaalvormi andmise kohta. Võtame selleks väite, mille tõesust kontrollisime tabelimeetodiga. See on implikatsiooni transitiivsuse seadus:

(a) $((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$.

Klambrisiseste implikatsioonide kaotamiseks kasutame ekvivalentsi (14)

$$p \rightarrow q \leftrightarrow \bar{p} \lor q \, .$$

Saame:

(b) $((\bar{p} \lor q) \land (\bar{q} \lor r)) \rightarrow (\bar{p} \lor r)$.

Väidetevahelise viimase implikatsiooni kaotamiseks kasutame eelnevat ekvivalentsi teistkordselt, saame:

(c) $\overline{(\bar{p} \lor q) \land (\bar{q} \lor r)} \lor \bar{p} \lor r$.

Liitväite esimeselt poolelt üldeituse kaotamiseks kasutame ekvivalentsi:

$$\overline{p \land q} \leftrightarrow \bar{p} \lor \bar{q} \, ,$$

saame:

(d) $\overline{(\bar{p} \lor q)} \lor \overline{(\bar{q} \lor r)} \lor (\bar{p} \lor r)$.

Liitväidetelt üldeituste kaotamiseks kasutame ekvivalentsi:

$$\overline{p \lor q} \leftrightarrow \bar{p} \land \bar{q} \, ,$$

saame eitused komponentväidetele:

(e) $(\bar{\bar{p}} \land \bar{q}) \lor (\bar{\bar{q}} \land \bar{r}) \lor \bar{p} \lor r$.

Kaotades kahekordsed eitused, saame:

(f) $(p \land \bar{q}) \lor (q \land \bar{r}) \lor \bar{p} \lor r$;

siit, jättes ära disjunktsioonimärgid, saame:

(g) $(pq \land p\bar{r} \land \bar{q}q \land \bar{q}\bar{r}) \lor \bar{p}r$,

(h) $\underbrace{pq\bar{p}}r \wedge \underbrace{\bar{q}q}\bar{p}r \wedge \underbrace{p\bar{r}\bar{p}}r \wedge \bar{q}\underbrace{\bar{r}\bar{p}r}$.

See konjunktiivne normaalvorm vastab nõuetele, millele peab vastama üldkehtiv väidete seos ; ülaltoodud valem on seega samaselt tõene.

Selle konjunktiivse normaalvormi igas osavalemis esinevad kaks liiget, millest üks on teise loogiline eitus. Välistatud kolmanda seaduse järgi on valem või väljend $p \vee \bar{p}$ samaselt tõene. Kui aga selle samaselt tõese valemi seostame alternatiivselt ühe või enama väitega, siis järgneb alternatiivide tõeväärtustabeli järgi, et ka koguväljend kujutab endast üldkehtivat väidet. Selline ongi meie näide. Konjunktsiooni igas komponendis esineb siin vähemalt üks väitepaar, mis väljendab välistatud kolmanda seaduse erijuhtu. Seega on kõik komponendid üldkehtivad ja seega kogu konjunktsioon. Seega võib konstateerida, et lähtevalem oli tõene. Kui aga ükski konjunktsiooni liige ei oleks olnud üldkehtiv, siis sellest oleks järgnenud, et lähteväide ei ole üldkehtiv. Kui me oleksime jõudnud mingi väite puhul näiteks järgneva konjunktiivse vormini:

$$\bar{q}\bar{p}p \wedge q\bar{p}p \wedge qp ,$$

kus viimane liige meie tingimustele ei vasta, siis sellest järgneb, et lähteväide ei olnud üldkehtiv. Piisab q või p asendamisest väära väitega, kui konjunktsiooni viimane liige muutub vääraks ja seega kogu konjunktsioon on väär.

Võtame teise, pisut keerukama juhu konjunktiivse normaalvormi andmisest.

Olgu antud väljend:

(a) $$\overline{(q \vee ((p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})))} \rightarrow \overline{(p \wedge \bar{p})} .$$

Sellest valemist kõrvaldame üksteise järel kõik implikatsioonid, kasutades ekvivalentsi:

$$p \rightarrow q \leftrightarrow \bar{p} \vee q .$$

Asendame p väljendiga $\overline{q \vee ((p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{\bar{p}}))}$ ja

q väljendiga $\overline{p \land \bar{p}}$. Selliselt asendame ka edaspidi. Ülaltoodud valem omandab nüüd disjunktsiooni vormi:

(b) $$\overline{q \lor \overline{((p \to q) \to (\bar{q} \to \bar{p}))}} \lor \overline{(p \land \bar{p})} .$$

Kasutades üldeituste kaotamiseks ekvivalentse

$$\overline{p \lor q} \leftrightarrow \bar{p} \land \bar{q}$$

ja

$$\overline{p \land q} \leftrightarrow \bar{p} \lor \bar{q} ,$$

muutub valem asenduste teel järgmiseks:

(c) $$(\bar{q} \land \overline{((\bar{p} \lor q) \to (\bar{\bar{q}} \lor \bar{p}))}) \lor (\bar{p} \lor \bar{\bar{p}}) .$$

Kõrvaldades veel viimase säilinud implikatsiooni vastavalt (a) juures toodud ekvivalentsile, saame:

(d) $$(\bar{q} \land (\overline{(\bar{p} \lor q)} \lor (\bar{\bar{q}} \lor \bar{p}))) \land \bar{p} \lor \bar{\bar{p}} .$$

Kõrvaldades viimase veel säilinud osavalemi eituse vastavalt ekvivalentsile

$$\overline{p \lor q} \leftrightarrow \bar{p} \land \bar{q} \quad (11)$$

ja kaotades kahekordse eituse, saame:

(e) $$(\bar{q} \land ((p \land \bar{q}) \lor (q \lor \bar{p}))) \lor \bar{p} \lor p .$$

Kasutades selle väljendi juures distributiivset seadust

$$p \lor (q \land r) \leftrightarrow (p \lor q) \land (p \lor r) ,$$

saame:

(f) $$(\bar{q} \land pq\bar{p} \land \bar{q}q\bar{p}) \lor \bar{p} \lor p .$$

Valemi lihtsustamiseks asendasime nagu eespoolgi $p \lor q$ lihtsalt pq. Väljendi (f) juures kasutame u u e s t i d i s t r i b u t i i v s e t seadust. Saame:

(g) $$\bar{q}\bar{p}p \land pq\bar{p}\bar{p}p \land \bar{q}q\bar{p}\bar{p}p .$$

Seda väljendit võime lihtsustada, kasutades suhet $p \lor p \leftrightarrow p$, saame:

$$\bar{q}\bar{p}p \wedge q\bar{p}p \wedge \bar{q}q\bar{p}p \ .$$

Nii oleme ka siin jõudnud konjunktiivsele normaalvormile.

Lõpuks olgu antud veel valem:

(a) $\overline{((p \vee q) \wedge \bar{r}) \vee (r \wedge q)}$.

Nagu näha, on see valem disjunktsiooni eitus vormis $\overline{p \vee q}$, millele on ekvivalentne vorm $\bar{p} \wedge \bar{q}$. Väljendades antud disjunktsiooni ekvivalentses konjunktiivses vormis vastavalt valemile $\bar{p} \wedge \bar{q}$, saame järgneva konjunktsiooni:

(b) $\overline{((p \vee q) \wedge \bar{r})} \wedge \overline{(r \wedge q)}$.

See valem on kahe eitatud konjunktsiooni konjunktsioon; eitatud konjunktsiooni põhivormiks on aga valem $\overline{p \wedge q}$; sellele on ekvivalentne valem $\bar{p} \vee \bar{q}$; seda rakendades võimaldub kaotada eitusmärki valemitelt; nii saame uue konjunktsiooni:

(c) $(\overline{(p \vee q)} \vee \bar{\bar{r}}) \wedge (\bar{r} \vee \bar{q})$.

Selle valemi vasakpoolne liige on disjunktsiooni eitus, millele on ekvivalentne vorm $\bar{p} \wedge \bar{q}$, mis võimaldab kaotada eituse valemilt. Selle asendusega omandab valem lihtsama konjunktsiooni vormi, mis on veel lihtsam selletõttu, et $\bar{\bar{r}}$ asendame r-ga.
Nii saame valemi:

(d) $((\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee r) \wedge (\bar{r} \vee \bar{q})$.

Kasutades selle konjunktsiooni vasakpoolse liikme suhtes disjunktsiooni distributiivsuse seadust konjunktsiooni suhtes, s. t. kasutades ekvivalentsi

$$p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

ja märgi $\wedge$ assotsiatiivsust väljendavat ekvivalentsi

$$p \wedge (q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$$

saame lõppvalemi, mis on lähtevalemiga ekvivalentne ja on väljendatud konjunktiivses normaalvormis:

(e) $(\bar{p} \vee r) \wedge (\bar{q} \vee r) \wedge (\bar{r} \vee \bar{q})$;

lihtsustatult:

$\bar{p}r \wedge \bar{q}r \wedge \bar{r}\bar{q}$.

See valem ei ole samaselt tõene!

Nii tekibki küsimus, kuidas selgitada, millise valemiga on tegemist, kui konjunktiivses normaalvormis ilmneb, et see ei ole samaselt tõene. Eespool nägime, et siis on kaks võimalust. Võib osutuda, et väljend on muutujate m õ n e d e tähenduste juures tõene, teiste juures väär (määratlemata valem). Võib aga ka juhtuda, et valem on nn. samaselt väär.

On olemas menetlus selgitamiseks, kumb kahest juhust esineb, kui ei ole tegemist üldkehtiva valemiga. Selleks antakse küsitavale väljendile nn. d i s j u n k t i i v n e ehk a l t e r n a t i i v n e n o r m a a l v o r m.

6.2. DISJUNKTIIVNE NORMAALVORM.

Disjunktiivne normaalvorm on väljend (valem), mis koosneb konjunktsioonide disjunktsioonist, kusjuures konjunktsioonide liikmeteks on mingi muutuja või selle eitus. Näide valemist, mis on disjunktiivses normaalvormis:

$$(p \wedge q \wedge \bar{r}) \vee (q \wedge r) \vee (\bar{p} \wedge r) \vee \bar{q} \ ;$$

$\bar{q}$ mõistetakse üheliikmelise konjunktsioonina.

Peale konjunktsioonide ei või disjunktiivses normaalvormis esineda muid väidete seoseid. Võivad esineda ainult põhiväited ja nende eitused, aga mitte eitatud liitväited. Selleks et mingile väidete seosele anda disjunktiivne normaalvorm, kasutatakse teist distributiivsusseadust, nagu see väljendub ekvivalentsis:

$$p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \ .$$

Tutvume disjunktiivse normaalvormi andmisega näite varal. Võtame valemi:

(a) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$.

Sellele valemile k o n j u n k t i i v s e normaalvormi andmine näitab, et antud juhul ei ole tegemist üldkehtiva valemiga (resp. väljendiga). Anname konjunktiivse normaalvormi.
Kõigepealt kaotame implikatsioonid, kasutades ekvivalentsi

$$p \rightarrow q \leftrightarrow \bar{p} \vee q ,$$

saame valemi:

(b) $\overline{\overline{(\bar{p} \vee q)} \vee (q \vee \bar{p})}$.

See on eitatud disjunktsioon, millele vastab põhivalem $\overline{p \vee q}$ ja sellega ekvivalentne $\bar{p} \wedge \bar{q}$. Nagu näha, saame viimast valemit kasutades kaotada valemist (b) üldeituse. Nii saame valemi:

(c) $\overline{\overline{\bar{\bar{p}} \vee q}} \wedge \overline{(q \vee \bar{p})}$.

Kaotades kahekordse eituse valemi (c) vasakult poolelt ja väljendades valemi parempoolse osavalemi konjunktsiooni vormis vastavalt ekvivalentsile

$$\overline{p \vee q} \leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q} ,$$

saame valemi:

(d) $(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{q} \wedge \bar{\bar{p}})$.

Kaotades kahekordse eituse, saame:

(e) $(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{q} \wedge p)$.

Teist distributiivset seadust kasutades, nagu see on väljendatud valemis

$$p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) ,$$

saame:

(f) $(\bar{q} \wedge p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{q} \wedge p \wedge q)$.

Disjunktsiooni tõeväärtustabeli järgi on disjunktsioon siis tõene, kui vähemalt üks disjunktsiooni liige on tõene. Meie disjunktiivses normaalvormis aga on nendeks liikmeteks konjunktsioonid, mis omakorda vastavalt konjunktsioonitabelile on ainult siis tõesed, kui kõik nende komponentväited on tõesed. Vaadeldes sellelt seisukohalt valemi (f) konjunktsioone, näeme, et mõlemad on väärad, sest mõlemas esineb üks väide koos oma eitusega. Vasturääkivusi välistava seaduse järgi $\overline{(p \wedge \bar{p})}$ on konjunktsioon väitest ja sellesama väite eitusest alati väär. Kuna see juht esineb meil valemis disjunktsiooni mõlema liikme juures, siis on kogu disjunktsioon samaselt väär väljend ehk v a s t u r ä ä k i v u s .

Nii tutvusime ühtlasi tingimusega, mis puhul disjunktiivne normaalvorm on vasturääkivus, s. t. samaselt väär. Ta on seda siis, kui igas konjunktsioonis, millest disjunktsiooni alternatiivid koosnevad, esineb vähemalt üks paar muutujaid, millest üks on teise eitus. See tingimus on paratamatu ja piisav. Oletame, et meie disjunktiivses normaalvormis esinevad ka liikmed, mille puhul tingimus pole täidetud, näiteks $(\bar{q} \wedge p \wedge \bar{p}) \vee (\bar{q} \wedge p \wedge q) \vee (p \wedge q)$, siis on võimalik liiget, mis nimetatud tingimust ei täida, muuta p või q vastava asenduse teel tõeseks väiteks. Et disjunktsioon on juba siis tõene, kui vähemalt üks tema liikmetest on tõene, siis oleks koguväljend (resp. valem) selle erilise asenduse teel tõene ja seega mitte enam vasturääkivus. Meie näites võiks seda saavutada sellega, et nii p kui ka q asendatakse tõeste väidetega.

Nagu viimasest näitest ilmneb, paistab disjunktiivses normaalvormis otseselt silma, millise asendusega on võimalik muuta väljendit tõeseks. Selleks piisab asendusest, mille tõttu disjunktiivse normaalvormi üks konjunktsioonidest muutuks tõeseks.

Analoogiliselt on võimalik ka k o n j u n k t i i v s e s t n o r m a a l v o r m i s t otseselt välja lugeda, millise asenduse teel väljend muutub vääraks. Selle küsimuse lahendamist kergendavad tunduvalt nn. k a n o on i l i s e d   n o r m a a l v o r m i d, mis sisaldavad antud valemi k õ i k i   m u u t u j a i d   kas e i t u s m ä r g i g a   v õ i   i l m a   s e l l e t a.

Kanoonilise disjunktiivse normaalvormi näiteks on valem, mis ülalmainitud tingimust valemi kõigi muutujate suhtes täidab:

$$(p \wedge q \wedge \bar{r}) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge r).$$

Kui mingis disjunktiivses normaalvormis aga esinevad liikmed, milles üks muutuja (näit. r) puudub, siis tuleb sinna juurde kirjutada konjunktsioonimärk ja selle järel samaselt tõene disjunktsioon $r \vee \bar{r}$. Nii on võimalik täiendada iga kanoonilise normaalvormi suhtes puudulikku liiget, nii et ei muutu ei elementaarkonjunktsiooni ega elementaardisjunktsiooni väärtustus.

Kanooniliste normaalvormide väärtustuste tabel, mis näitab, millal väljend (valem) on tõene:

Muutujad	p	q	r
1. liige	t	t	v
2. liige	v	v	t

7. VÄITELOOGIKA SEADUSTE RAKENDAMINE ARUTLUSTES.

Tuletades ühtedest väidetest teisi, rakendame teadlikult või ebateadlikult mitmesuguseid l o o g i k a   s e a d u s i. Loogika seadused aga, nagu eespool märkisime, on väidete s a m a s e l t   t õ e s e d valemid. Muidugi mõista ei ole väiteloogika seadused ainukesed loogika seadused. Eriti siis, kui ühtedest väidetest teiste tuletamisel peetakse silmas mitte ainult liitväidete struktuuri, vaid ka neis esinevate elementaarväidete sisemist loogilist struktuuri, kasutatakse loogika seadusi, mida pole võimalik väljendada väiteloogika valemites. Väiteloogika samaselt tõesed valemid saavad olla ainult selliste tulemuste aluseks, milles arvestatakse ainult l i i t v ä i d e t e s t r u k t u u r i.

Abstraheerides liitväidetest koosneva arutluse sisust, s. t. asendades selles esinevad elementaarväited muutujatega, saame järgmise tuletamisskeemi:

$$\text{" } f_1, f_2, \ldots \; f_{n\text{-ist}} \text{ tuleneb } f \text{ ".}$$

(Märkimise lühidust taotledes antud juhul ei osutanud me muutujaile, mis kuuluvad valemitesse, s. t. $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ asemel märkisime lihtsalt f.) Seda tuleb mõista: "Kui valemites f_1, f_2, ..., f_n väljendatud väited (eeldused) on oma struktuurilt tõesed, siis on oma struktuurilt tõene ka väide, mis on väljendatud valemis f (tuletus)".

Kõige olulisem on siin, nagu ülal vihjasime, et tuletamisel peetaks silmas ainult eelduste ja tuletuse struktuuri, meenutamata nende sisu. Tuletusreeglit või skeemi (resp. järeldusreeglit) eeldustega f_1, f_2, ..., f_n ja tuletusega f märgime :

$$\frac{f_1, f_2, \ldots, f_n}{f}.$$

Selline tuletusreegel on lubatav, ja arutlus, milles seda rakendatakse, on tõene siis ja ainult siis, kui implikatsioon

$$\bigwedge_{i=1}^{n} fi \rightarrow f$$

on väiteloogika samaselt tõene valem:

$$\left(\vdash \bigwedge_{i=1}^{n} fi \rightarrow f\right),$$

s. t. väljendab väiteloogika seadust.

Oletades, et eeldused on tõesed, on ka nende konjunktsioonid $\left(\bigwedge_{i=1}^{n} fi\right)$ ja tuletus f tõesed. Vastasel korral peaks leiduma vähemalt üks f_1, f_2, ..., f_n , f kuuluv muutujate tõeväärtuste variant, mille puhul implikatsioon $\bigwedge_{i=1}^{n} f_1 \rightarrow f$ oleks v (väär), see aga tähendaks, et meil ei oleks enam samaselt tõene valem.

Esitame alljärgnevas rea arutlusi, milles rakendatakse väiteloogika seadustel põhinevaid tuletusreegleid. (Vt. väiteloogika elementaarvalemite tabeldefinitsioonid, ekvivalentsid, samaselt tõesed valemid.)

Analüüsime kõigepealt arutlusi, mis oma struktuurilt on nn. tingiva järelduse vormid:

1) "Kui valem on samaselt tõene, siis ta peegeldab seaduspärasust; antud valem on samaselt tõene. Järelikult peegeldab antud valem seaduspärasust".

Selles arutluses on rakendatud mingit järeldamis- (tuletus-) reeglit, sest sõnaga "järelikult" tavaliselt eraldatakse eeldused tuletusest.

Selleks et antud arutluses kasutatud järeldamisreegli olemust selgitada, jätame kõrvale selles esinevate elementaarväidete sisu, s. t. abstraheerime sisust ja asendame elementaarväite "antud valem on samaselt tõene" muutujaga p, aga väite "antud valem peegeldab seaduspärasust" - muutujaga q. Nüüd võib analüüsitava arutluse skeemi järgmiselt väljendada:

$$\frac{p \rightarrow q\ ,\ p}{q}\ ,$$

s. t. eeldustest $p \rightarrow q$ ja p on tehtud tuletus q. See järeldamisreegel on tõene implikatsioon, mida peegeldab väiteloogika samaselt tõene valem:

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q\ .$$

See on järelduse valem, mida on nimetatud tingiva järelduse jaatavaks vormiks (modus ponens). Väiteloogikas nimetatakse seda ka tuletamis- või eraldamisreegliks, sest $p \rightarrow q$ eeldus p abil "eraldatakse" tuletus q. Seda reeglit käsitletakse paljudes aksiomaatiliselt kujundatud loogikasüsteemides kui tuletamise lähtereeglit, mis esitatakse koos aksioomide süsteemiga.

2) Vaatleme teist arutlust:

"Kui antud kolmnurk on korrapärane, siis saab temasse kujutada ringjoont; antud hulknurka ei ole võimalik kujutada ringjoont; järelikult ei ole antud hulknurk korrapärane".

Kasutades ülaltoodud tähistusi, saame järgmise arutlusskeemi:

$$\frac{p \rightarrow q, \quad \bar{q}}{\bar{p}} .$$

Selle tuletusreegli kehtivus järgneb valemist:

$$[(p \rightarrow q) \wedge \bar{q}] \rightarrow \bar{p} .$$

Seda nimetatakse tingiva järelduse eitavaks mooduseks (modus tollens).

<u>Märkus</u>. Ülalesitatud tuletusreeglid võimaldavad tõeses implikatsioonis aluse (tingimuse) tõesusest teha tuletuse tagajärje tõesuse kohta ja tagajärje väärusest aluse (tingimuse) vääruse kohta.

Seoses implikatsiooni definitsiooniga selgitasime ühtlasi, et aluse väärusest ei saa teha tuletust tagajärje vääruse kohta ja tagajärje tõesusest aluse tõesuse kohta.

Esimesele juhule vastaks skeem:

$$1) \quad \frac{p \rightarrow q, \quad \bar{p}}{\bar{q}} ,$$

teisele

$$2) \quad \frac{p \rightarrow q, \quad q}{p} .$$

Need on mõlemad väärad arutlused. Lihtne on tõestada, et neile vastavad implikatsioonid:

$$1) \quad [(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}] \rightarrow \bar{q}$$

$$2) \quad [(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$$

ei ole samaselt tõesed valemid.

Kujundage vastavad tabelid!

(Kui üks ainuski tõeväärtuste variant annab väära implikatsiooni, siis ei ole valem samaselt tõene.)

3) Teostame veel järgmise arutluse loogilise analüüsi: "Kui inimesel on kõrge palavik, siis ta nägu õhetab; järelikult, kui inimese nägu ei õheta, siis tal ei ole kõrget palavikku".

Asendame elementaarväited "inimesel on kõrge palavik" muutujaga p, aga väite "ta (inimese) nägu õhetab" muutujaga q.

Siis kujuneb tuletusreegel, mida selles arutluses kasutatakse, järgmiseks:

$$\frac{p \rightarrow q}{\bar{q} \rightarrow \bar{p}} .$$

See reegel rajaneb implikatsiooni kontrapositsiooni seadusele:

$p \rightarrow q \leftrightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{p}$ ja isegi $(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$.

Kontrapositsiooni seadust saab niisiis esitada kahe seadusena:

a) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$,

ja

b) $(\bar{q} \rightarrow \bar{p}) \rightarrow (p \rightarrow q)$.

Kui kontrapositsiooni reeglit rakendada valemil $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$, siis

$$\frac{\bar{p} \rightarrow \bar{q}}{\bar{\bar{q}} \rightarrow \bar{\bar{p}}} ,$$ saime tuletuse $\bar{\bar{q}} \rightarrow \bar{\bar{p}}$.

Kui nüüd kasutada kahekordse eituse seadust ($\bar{\bar{p}} \leftrightarrow p$), siis saame

$$q \rightarrow p .$$

4) Analüüsime järgmist arutlust:

"On teada, et kui arv jagub 2 ja 3-ga, siis ta jagub 6-ga. Järelikult, kui arv jagub 2-ga ja ei jagu 6-ga, siis ta ei jagu 3-ga".

Millist reeglit on rakendatud selles arutluses?

"Kui laps elavalt mängib ja isukalt sööb, siis tal on hea tervis. Järelikult, kui laps elavalt mängib ja tal on hea tervis, siis ta ka sööb isukalt".

Eelduse valem

$$p \wedge q \rightarrow r \,,$$

tuletus

$$p \wedge \bar{r} \rightarrow \bar{q}$$

$$(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \bar{r} \rightarrow \bar{q})$$

või vastavalt $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (\bar{r} \wedge q \rightarrow \bar{p}\ )$.

Selle implikatsiooni samatõesus tuleneb laiendatud kontrapositsiooni seadusest:

$$p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow p \wedge \bar{r} \rightarrow \bar{q} \,.$$

5) Analüüsime järgmist arutlust:

"Kui kolmnurk on võrdhaarne, siis on tema kaks külge võrdsed; kui kolmnurga kaks külge on võrdsed, siis on tema kaks nurka võrdsed; järelikult, kui kolmnurk on võrdhaarne, siis on tema kaks nurka võrdsed".

Selles arutluses on kahest eeldusest tehtud tuletus. Vastava reegli selgitamiseks asendame selles esinevad elementaarväited muutujatega. Asendame väite: "Kolmnurk on võrdhaarne" tähega p, väite: "Kolmnurgal on kaks võrdset külge" tähega q ja väite "Kolmnurga kaks nurka on võrdsed" tähega r. Esimene eeldus kirjutatakse siis implikatsioonina $p \rightarrow q$; teine: $q \rightarrow r$; tuletus: $p \rightarrow r$; tuletuse reegel aga

$$\frac{p \rightarrow q,\ q \rightarrow r}{p \rightarrow r} \,.$$

See tuletuse reegel, mida on nimetatud ka süllogismireegliks ja mida laialt kasutatakse matemaatilistes tõestustes, rajaneb, nagu see kergesti on märgatav, samanimelisele väiteloogika seadusele

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r) .$$

6) Analüüsime arutlust, milles esineb disjunktiivne (liigitav) väide, konjunktsioonid ja implikatsioon. "Kapitalist suurendab tööliste kurnamist kas tööaja pikendamise, töötasu alandamise või uute töövõtete rakendamise teel"

ja

"See kapitalist ei suurenda tööliste kurnamist tööaja pikendamise ega töötasu alandamise teel,

siis (järelikult) see kapitalist suurendab tööliste kurnamist uute töövõtete rakendamise teel".

Arutluse valem: $[(p \vee q \vee r) \wedge (\bar{p} \wedge \bar{q})] \rightarrow r$ [x].

p	q	r	$(p$	$\vee$	$q)$	$\vee$	r	$\wedge$	$(\bar{p}$	$\wedge$	$\bar{q})$	$\rightarrow$	r
t	t	v	t	t	t	t	v	v	v	v	v	t	v
t	v	v	t	t	v	t	v	v	v	v	t	t	v
v	t	v	v	t	t	t	v	v	t	v	v	t	v
v	v	v	v	v	v	v	v	v	t	t	t	t	v
t	t	t	t	t	t	t	t	v	v	v	v	t	t
t	v	t	t	t	v	t	t	v	v	v	t	t	t
v	t	t	v	t	t	t	t	v	t	v	v	t	t
v	v	t	v	v	v	t	t	t	t	t	t	t	t

7) Väiteloogika seaduspärasusi rakendades on kerge avastada ka vigu arutlustes.

---

[x] Traditsioonilises loogikas nimetatakse sellist järeldust liigitava (disjunktiivse) süllogismi modus tollendo ponensiks ehk eitamise kaudu jaatavaks vormiks.

Analüüsime näidet:

Metallid juhivad elektrit.
Vask juhib elektrit.
Järelikult vask on metall.

"Vask on metall" on tõene väide. Kuid see väide ei järgne antud eeldustest ja arutlus on väär. Seda viga nimetatakse traditsioonilises loogikas "non sequitor" - "ei järgne".

Selle arutluse väärust on kerge selgitada, kui väljendada ta väiteloogika keeles.

Seostame eeldused ja tuletuse sõnadega "kui ...,siis": "Kui see aine on metall, siis ta on elektrijuht", "Kui see aine on vask, siis ta on elektrijuht", "Järelikult, kui see aine on vask, siis ta on metall".

Sellele vastab valem:

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow p) .$$

Selline järeldus oleks lubatav, kui see väljend oleks samaselt tõene valem.

Et seda selgitada, kujundame tabeli:

p	q	r	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$			$\rightarrow$	$(q \rightarrow p)$	Valem tervikuna
t	t	t	t	t	t	t	t	t
t	v	t	t	t	t	t	t	t
v	t	t	t	t	t	v	v	v
v	v	t	t	t	t	t	t	t
t	t	v	v	v	v	t	t	t
t	v	v	v	v	t	t	t	t
v	t	v	t	v	v	t	v	t
v	v	v	t	t	t	t	t	t

Tabel näitab, et see valem ei ole samaselt tõene (on määratlemata), kuna üks muutujate tõeväärtustuse variant (v, t, t) annab väärtustuse v .

7.1. VÄITELOOGIKA JA NÄRVISÜSTEEM.

(Väiteloogika rakendus mudelleerimisel.)

Pärast seda, kui I.M. Setšenov oma teosega "Peaaju refleksid" a. 1863 rajas aju reflektoorse tegevuse teooria ja I.P. Pavlov käesoleva sajandi algul kujundas originaalse metoodika aju reflektoorsete funktsioonide olemusse tungimiseks, hakkas kiiresti paljude aju uurijate intensiivse töö tulemusena kogunema hulgaliselt fakte aju anatoomia ja närvifüsioloogia kohta. Laialdaselt arenes käitumise eksperimentaalpsühholoogiline uurimine. Aga kõigele sellele vaatamata on aju jäänud "mustaks kastiks", mis ei võimalda otseselt vaadelda seda, mis toimub temas siis, kui inimene mõtleb.

Tänapäeva teaduse tasemel, juhtudel, kui mingitel põhjustel ei ole võimalik uuritava objekti kallal otseselt eksperimenteerida või kui see ei ole otstarbekas, konstrueeritakse sellisest objektist m u d e l , mis võetakse uurimisobjektiks ja millest siis püütakse teha loogikas tuntud nn. analoogiajäreldusi objekti enda suhtes.

Uuritava eseme mudel võib olla kas m a t e r i a a l n e (nagu on seda näiteks lennukimudel, mille aerodünaamilisi omadusi võib uurida õhuvoolus) või a b s t r a k t n e , mõtteline.

Ameerika õpetlased W a r r e n S. M c C u l l o c h ja W a l t e r P i t t s konstrueerisid 1943. a. ajutegevuse kohta a b s t r a k t s e m u d e l i .

Selle mudeli teoorias käsitletakse neuronite võrku kui elektrilist lülitussüsteemi. Neuronid on närvirakud, mis koosnevad rakukehast ja selle jätketest. Neuroneid seostavad a k s o n i d , mis kannavad närviimpulsse ühest neuronist teise. Aksonitel on ajendavad või pidurdavad lõppsõlmed. Neuroneid ja aksoneid seostavad s ü n a p s i d . Sünapside tähtsus on selles, et nad impulsi edasiandmisel alati teatud vastupanu avaldavad. Seetõttu on vaja teatavat minimaalset, mitme impulsi üheaegset kokkusattumist, et sünapsi vastupanu ehk läviväärtust ületada.

Närvivõrkude funktsioneerimise seletamisel lähtutakse järgmistest eeldustest.

1. Iga neuron on alati kahest võimalikust ühes seisundis: ta on varem esinenud impulsi tõttu kas erutusseisundis või mitteerutusseisundis. Erutatud neuron saadab impulsi takistamatult oma aksoni või aksonite läbi viimastega seotud neuronitesse ja, nagu üteldakse "tulistab", mitteerutusseisundis olev neuron "ei tulista".

2. Sünapside takistust ja impulsside tugevust hinnatakse täisarvudes. Olgu näiteks neuron sünapsitakistusega 3; see neuron saab seega minna erutusseisundisse siis, kui paljud impulsid ajendavate lõppsõlmede teel kohtuvad ja saavutavad tugevuse vähemalt 3.

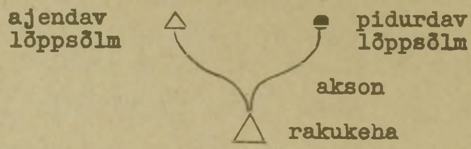
3. Kogu neuronite võrk töötab teatud ühtlases rütmis, mis on jaotatud taktideks. Impulsse paisatakse alati ainult teatavates intervallides. Kui piisav hulk neuroniga seoses olevaist ajendavaist lõppsõlmedest on erutatud taktis t, siis erutub neuron sellele järgnevas taktis t+1 . Kui erutatud neuron ei saa uut erutust, läheb ta järgnevas taktis üle mitteerutusseisundisse.

4. Kui mingi neuroniga seoses olev pidurdav lõppsõlm on erutatud, siis ei ole see neuron järgnevas taktis mingil juhul erutatud.

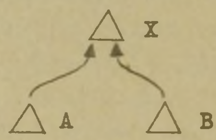
5. Närvivõrgu struktuur on muutumatu.

Ja nüüd esitame mõned näited selle kohta, kuidas neuronite võrgu kirjeldamisel rakendatakse väiteloogikat.

Olgu neuronid skemaatiliselt järgmiselt kujutatud:



Ja nüüd neuronite seos, mis vastab väiteloogika konjunktsioonile:

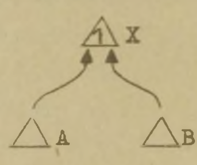


Neuronite A ja B impulsitugevus võetakse vastu 1-ga, neuron x sünapsivastupanu 2-ga. Sellisel tingimusel on x taktis t+1 erutatud just siis, kui A ja B olid taktis t erutatud. Lepime kokku: tähistagu A_t - "neuron A on taktis t erutatud"; tähistagu $\bar{A}_t$ - "neuron A ei ole taktis t erutatud".

Nüüd võime oma konjunktsioonivõrku kirjeldada väljendis

$$X_{t+1} \leftrightarrow (A_t \wedge B_t) .$$

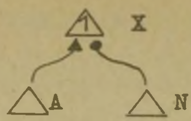
Alljärgnevalt esitame alternatiivse võrgu:



Neuron x sünapsivastupanuga 1 on erutatud siis, kui vähemalt üks mõlemast neuronist A, B oli eelnevas taktis erutatud. Seda võrku kirjeldab valem:

$$X_{t+1} \leftrightarrow (A_t \vee B_t) .$$

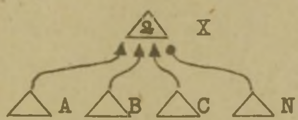
Järgneva võrgu kirjeldamisel kasutatakse ka negatsiooni



N erutatus mõjutab 4. eelduse kohaselt, et x ei ole järgnevas taktis erutatud. x on erutatud siis, kui A oli eelnevas taktis erutatud, aga N ei olnud.

$$X_{t+1} \leftrightarrow (A_t \wedge \bar{N}_t) .$$

Järgneva näitena esitame pisut komplitseerituma võrgu



Seda võrku kirjeldab väljend

$$X_{t+1} \leftrightarrow \left\{ \left[(A_t \wedge B_t) \vee (A_t \wedge C_t) \vee (B_t \wedge C_t) \right] \wedge \bar{N}_t \right\} .$$

See tähendab: neuron x on taktis t+1 erutatud just siis, kui taktis t vähemalt kaks neuronitest A, B, C olid erutatud, aga neuron N ei olnud.

Keerukamate neuronite võrkude juures tuleb neuronite suurema arvu puhul silmas pidada, et need ei anna impulsse mitte ainult ühele neuronile, nagu see esines meie näidetes, vaid paljudele.

See siiski ei muuda midagi nende võrkude loogiliste ja matemaatiliste vahenditega uurimise võimaluses.

Närvivõrkude teooria on tänapäeval juba väga ulatuslik. Ta pakub mudeleid mitte ainult selliste lihtsate loogiliste lülituste kohta, nagu seda olid eespool kirjeldatud juhud, vaid see teooria võimaldab mudelleerida ka tingitud reflekse.

Neuronivõrkude teooriat arendas tänapäeval edasi kuulus matemaatik S.C. K l e e n e teiselt seisukohalt. Tema käsitles neuroneid ja neist ehitatud võrke kui lõplikke automaate ja rajas lõplike automaatide üldteooria, mis on olnud viljakas programmjuhtimisega masinate konstrueerimisel. Ülal-käsitletud McCullochi ja W. Pittsi teooria kohta ütleb Kleene:

"Need oletused on abstraktsioon andmetest, mida pakub närvifüsioloogia. Abstraktsioon annab mudeli väljendites, mis muudavad selle eksaktseks matemaatiliseks probleemiks, et näha, milliseid talitusi mudel suudab seletada. Seejuures jääb küsimus lahtiseks, kui täpselt antud mudel tõelisi närvivõrke kirjeldab."[1]

---

[1] Vt. G. Klaus. Moderne Logik, S. 129-130; W. Segeth. Elementare Logik, S. 94-97.

II. FORMAALLOOGILISED MÕTLEMISSEADUSED

1. MÕTLEMISSEADUSE OLEMUS.

Seadus üldse peegeldab tegelikkuse esemete ja nähtuste vahelist olulist, paratamatut, põhjuslikku seost, mille kohaselt nähtused kulgevad reeglipäraselt, ettearvestatavalt. Mõtlemisseadused kindlustavad mõtlemise reeglipärast kulgu. Nad esitavad kõige üldisemad kriteeriumid tõese mõtte eraldamiseks väärast. Need seadustena formuleeritud kriteeriumid käivad tegelikkust õigesti peegeldava mõtlemise kõige üldisemate ning kõige olulisemate tunnuste kohta. Neid tunnuseid, mida nimetatakse ka õige mõtlemise formaalloogilisteks põhinõueteks, on neli ja tavaliselt mingi arutelu loogilise struktuuri analüüsimisel osutatakse nende nõuete rikkumisele järgmises sõnastuses:

1) see arutlus sisaldab ebamääraseid mõisteid ja otsustusi; siin ei ole arutlusaluse objekti selgepiirilisust või ühetähenduslikkust, s. t. selles arutelus rikutakse formaalloogilist s a m a s u s s e a d u s t ;

2) see arutlus ei ole järjekindel, selles esinevad vasturääkivused, s. t. selles rikutakse v a s t u r ä ä k i v u s i v ä l i s t a v a t s e a d u s t ;

3) selles arutelus ei lahendata küsimust printsipiaalselt, siin otsitakse või esitatakse kompromisse, vahepealseid, kolmandaid võimalusi juhtudes, kus neid ei saa olla,

s. t. selles arutelus rikutakse kolmanda v ä l i s t a m i s e s e a d u s t ;

4) selles arutelus esinevad põhjendamata, s. t. puudulikult argumenteeritud väited; siin esineb asjaoludesse või faktidesse ebakriitilist suhtumist; siin langetakse dogmatismi ohvriks, s. t. rikutakse nn. k ü l l a l d a s e a l u s e s e a d u s t .

Mõtlemise formaalloogilised seadused on tõed, mis on tõestamata selged, evidentsed. Nad on aksioomidele sarnased tõed, millega on vastuolus erandlitult kõik mõttekonstruktsioonid, mida kvalifitseeritakse kui vääri, kui vigu üldse.

2. S A M A S U S - E H K I D E N T S U S - S E A D U S .

Samasusseadust nimetatakse formaalse loogika esimeseks printsiibiks. See seadus väidab, et mõisted ja otsustused (väited) ühe ja sama kohta peavad arutluses säilitama ühe ja sama sisu. Aristoteles formuleeris selle seaduse: "Kõik, mis on tõene, peab olema kõiges (täielikult) iseendaga kooskõlas". Täielikku kooskõla esemete ja mõistete alal nimetatakse i d e n t s u s e k s .

Identsusseadus ei kehti mitte ainult esemete ja nähtuste suhtes, vaid ka esemete k l a s s i d e ja v ä i d e t e suhtes.

Kaks esemete klassi A ja B loetakse identseteks, kui kehtib seaduspärasus

$$(A = B) \wedge (B = A) .$$

Iga klassi A kohta kehtib $A = A$.

Kahe v ä i t e p ja q tõeväärtus on identne, kui kehtib

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) .$$

Kui vaatleme väidet p omaette, siis kehtib

$$p \rightarrow p \, .$$

Kasutades predikaatloogika väljendusvahendeid on antud identsusseadusele järgmine vorm:

$$(x = y) = \mathrm{Def} \; \forall \; (P) \left[P(x) \leftrightarrow P(y) \right] \, .$$

See tähendab: kaks eset x ja y on identsed, kui iga mingi omadus P , mis on omane x-le, on omane ka y-le, ja vastupidi.

Tegelikkuses esinevate identsuste kindlakstegemisel on suur praktiline ja teaduslik tähendus eriti siis, kui on tegemist identsustega, mille olemasolu varem ei tuntud. Näiteks avastusel, et soojus on identne ebakorrapärase molekulaarse liikumisega, on olnud väga suur teaduslik tähtsus.

Samasusseaduse ehk identsusprintsiibiga kindlustatakse m õ t l e m i s e m ä ä r a t l e t u s .

2.1. SAMASUSSEADUSE OBJEKTIIVSED ALUSED JA TÄHTSUS TUNNETUSES.

Samasusseaduse aluseks on tegelikkuse esemete ja nähtuste suhteline püsivus, määratletus, mistõttu neil on teatud eristustunnused. Kask on kase tunnustega ja erineb pärnast, õun on õuna tunnustega ja erineb pirnist. Mõtelda millestki tähendab seda, et sel mõtteesemel on mingid tunnused, mille poolest ta erineb kõigest sellest, mis ei ole praegu meie mõtteesemeks. Samasusseadus fikseerib nõude, et suudetaks esemeid samastada ehk i d e n t i f i t s e e r i d a. Kui ei suudeta eset tema endaga samastada, s. t. eristada teda teistest esemetest, siis ei oleks tunnetus ega ka inimestevaheline suhtlemine võimalik. Kuna aga esemed peegelduvad mõistetes, siis järgneb siit ühtlasi vajadus, et suudetaks ka mõisteid samastada nende poolt peegeldatud esemetega. Leidub palju lihtsaid mõisteid, mille sisu kõik mõistavad samastena: tool, paber, pliiats jms. Leidub aga mõisteid, mida väljendatakse küll samade sõnadega, kuid mis sisaldavad erinevat sisu. Keel, nagu teame, pole mitte sõnade lihtne kollektsioon, vaid sõnade ja tähenduste suhe. Näiteks tarvitatakse üle maailma mõistet "sotsialism", kuid on üsna suur erinevus selles, mida mõistetakse sotsialismi all meil - tõelisel sotsialismimaal, ja mida mõistavad selle all sotsialistid kapitalistlikes maades. Vaieldakse "vahvuse" üle. Kui üks mõistab selle all kohustuste või käskude täpset täitmist, teine aga peab põhiliseks enesevalitsemist, kolmas julgust oma eluga riskida jne., siis on selge, et räägitakse erinevaist asjust ja kokkuleppele jõudmine on võimatu. Rahvasuu ütleb selliste juhtude kohta: "Üks räägib aiast, teine aiaaugust."

Samasusseaduse seisukohalt tuleb nõuda, et küsimuste suhtes ei võetaks seisukohta enne, kui ei ole selge, mis tähenduses mõisteid kasutatakse. Mõistete teatavas tähenduses tarvitamist kindlustatakse teaduslikes töödes tavaliselt sellega, et neid, nagu öelda, arutelu algul d e f i n e e r i t a k s e (vt. Mõisteõpetus. Definitsioon).

Mõistete kasutamine erinevas tähenduses viib rasketele järeldusvigadele, näiteks:

a) Kõik metallid on elemendid, pronks on metall, seega on pronks element!

b) Allikate uurijad on geoloogid, ajaloolased on allikate uurijad, seega on ajaloolased geoloogid!

Esimeses näites kasutatakse mõistet "metall" kahes erinevas tähenduses: suuremas eelduses mõistetakse metalli keemiliselt puhtana, elemendina, väiksemas eelduses aga on metall tehnoloogilises tähenduses, kus ka segud on metallid. Teises näites aga on "allikate uurijad" kasutatud kahes erinevas tähenduses. Nii jõutakse mõlemas järelduses väärale tuletusele.

Samasusseaduse tegeliku rakendamise kohta võiks olla näiteks nõue kohtupraktikast, et kriminaalasja kohtulikule arutamisele eelnegu selle määratlemine ja fikseerimine. Ettenähtud kohtuistungil ei või kriminaalasja laiendada, s.t. ei või ületada varem kaebealusele esitatud süüdistuse piire.

2.2. SAMASUSSEADUSE METAFÜÜSILISE TÕLGENDAMISE VASTU.

Samasusseadust on tõlgendatud metafüüsiliselt. Sellest loogika seadusest on otsitud põhjendust liikumatusele ja muutumatusele looduses ja ühiskondlikeski nähtustes. Seda seadust on tõlgendatud kui seadust tegelikkuse esemete ja nähtuste absoluutse samasuse kohta, kui seadust, mis just nagu hõlmaks kogu olemist. Selline nn. ontoloogiline tõlgendus on metafüüsiline. Metafüüsikule jääb ese alati muutumatuks, samaseks. Seda seisukohta kritiseeris teravalt F. E n g e l s , märkides, et tõeline konkreetne identsus sisaldab endas ka erinevust, muutumist.[1] Selle tõttu ei saa formaalloogilise samasusseaduse kui tähtsa mõtlemisprintsiibi olemasoluga põhjendada tegelikkuse esemete ja olukordade muutumatust ning püsivust. Siin on tegemist kahe erineva seaduspärasusega ja seega samasusega kahes erinevas tähenduses. Antud mõtlemisprintsiip nõuab tegelikkuse esemete ja nähtuste p e e g e l d a m i s v a h e n d i t e (mõistete, otsustuste) samasust, tegelikkuse esemete eneste samasus ja muutumatus, nii palju kui seda esineb, sõltub aga mateeria liikumise seaduspärasustest, mida mõtlemine võib avastada ja peegeldada, aga mitte luua. Samasusseadusest kui mõtlemisseadusest tegelikkuse esemete samasust ja muutumatust järeldades langetakse idealismi, eksitusse, nagu oleks mõtlemine tegelikkuse suhtes primaarne. Samasusseadus on kooskõlas tegelikkuse esemete ja nähtuste selle samasusega, mis neil on olemas sel momendil, mil neid mõtlemises peegeldatakse. Milliseks kujuneb mõtlemises peegeldatud esemete ja nähtuste saatus hiljem, neid valitsevate seaduspärasuste mõjul, selles ei saa mõtlemisseadus kaasa rääkida.

---

[1] Vt. F. Engels. Looduse dialektika. Tallinn, 1962, lk. 160 - 161.

Samasusseadust on püütud tühistada ka vastupidiselt seisukohalt, nimelt: tegelikkuses ei olevat mingit samasust, sest kõik liikuvat ja muutuvat. Juba vana-kreeka filosoof-dialektik väitis, et inimene ei saavat kaht korda astuda ühte ja samasse jõkke, sest see muutub pidevalt ega ole järgmisel momendil seesama. Ka see seisukoht on äärmuslik ja jõuab lõpuks mõtlemise enese kui t e a t a v a l e e s e m e l e , teatava küsimuse või probleemi lahendamisele suunatud seaduspärase protsessi tühistamisele. Kui mõtteese oma liikumise ja muutumise tõttu lakkas juba mõtlemisprotsessil olemast see, mis ta on, siis ei oleks võimalik jõuda tema suhtes mingile konkreetsele tulemusele. Niisiis samasusseaduse tühistamine väitega, et tegelikkuses ei ole samasust, muutumatust ja liikumatust, ei ole võimalik, sest tegelikkuses on liikumise, arengu ja muutumise kõrval ka suhteline paigalseis. On olemas esemed mis liiguvad ja muutuvad ning on oma liikumises ja muutumises meie mõtteesemeteks.

3. V A S T U R Ä Ä K I V U S I V Ä L I S T A V S E A D U S.

Vasturääkivusi välistav seadus formuleeritakse järgmiselt: k a k s v ä i d e t , m i l l e s t ü h e s m i d a g i j a a t a t a k s e , t e i s e s a g a s a m a o b j e k t i k o h t a s e d a s a m a e t a t a k s e , e i s a a o l l a m õ l e m a d ü h e l j a s a m a l a j a l , ü h e s j a s a m a s s u h t e s t õ e s e d .

Selle seaduse kohaselt on väärad kõik väited, mis esinevad jaatuse ja eituse konjunktsioonidena, nagu seda väljendab valem $p \wedge \bar{p}$.

Vasturääkivusi välistavat seadust väljendatakse seetõttu eelneva valemi eitusena:

$$\overline{p \wedge \bar{p}}$$

(loetakse:"Pole tõene, et p ja mitte-p").

3.1. VASTURÄÄKIVUSI VÄLISTAVA SEADUSE OBJEKTIIVSED ALUSED JA TÄHTSUS TUNNETUSES.

Nii nagu samasusseadusel, nii on ka vasturääkivusi välistaval seadusel alus tegelikkuses endas. Inimpraktikas kogeme järjekindlalt, et teataval esemel ei saa ühel ja samal ajal, ühtedes ja samades tingimustes korraga olla ja mitte olla teatav tunnus. Vastavalt sellele tegelikkuse joonele ei saa ka anda ühele ja samale küsimusele, mis on võetud ühes ja samas tähenduses ühel ja samal ajal, kaht vastupidist vastust, või lühidalt: tunnetusprotsessis ei või tegelikkusele vastu rääkida. Kui keegi tunnistas teatavad väited tõesteks, siis ei või sellessamas arutelus neidsamu väiteid samades suhetes tunnistada vääradeks. Sellega rikutaks mõtlemise järjekindlust.

Vasturääkivusi välistav seadus kehtib kõigi vastupidiste ehk kontraarsete ja vasturääkivate otsustuste suhtes. Kui üks sellistest otsustustest on tõene, siis on teine väär; vastupidistest otsustustest aga võivad olla ka mõlemad väärad, näiteks: "Kõik ajaloo-osakonna I kursuse üliõpilased on kergejõustiklased", "Ükski ajaloo-osakonna I kursuse üliõpilane ei ole kergejõustiklane". Tegelikult on tõene "Mõned ajaloo-osakonna I kursuse üliõpilased on kergejõustiklased".

Iseendastmõistetavalt kehtib vasturääkivusi välistav seadus ainult neil juhtudel, kui on kõnes üks ja sama asi ühel ja samal ajal, ühes ja samas suhtes. Näiteks kaks vastupidist otsustust "Vihm on kasulik", "Vihm on kahjulik" võivad olla mõlemad tõesed, kui need väited esitatakse erinevates tingimustes või erinevates suhetes.

Vasturääkivusi välistava seaduse rakendus ja tähendus igasuguses teaduslikus uurimuses seisneb selles, et sellest uurimusest oleksid kõrvaldatud kõik vasturääkivused. Kui vasturääkivused esinevad tõestuses, siis loetakse tõestus mittetoimunuks. Ei leidu hävitavamat iseloomustust mingi mõtete süsteemi kohta kui osutamine selles esinevaile vasturääkivustele.

3.2. VASTURÄÄKIVUSI VÄLISTAVA SEADUSE METAFÜÜSILISE TÕLGENDAMISE VASTU.

Vasturääkivusi välistavat seadust on tõlgendatud metafüüsiliselt selles mõttes, et teda on laiendatud tegelikkuse esemete ja nähtuste tunnetamise v o r m i l i s e l t küljelt, mis on loogika objektiks, esemete ja ühiskondlike nähtuste maailmale endale, et eitada selles tegelikult esinevaid v a s t u o l u s i d ja v a s t a n d i t e v õ i t l u s t .

Arutatakse nii, et kui vastuolud on kõrvaldatavad mõtlemisest kõnesolevat mõtlemisseadust järgides, on nad kõrvaldatavad häid seadusi andes ja tarku valitsejaid troonile upitades ka ühiskondlikust elust.

Siin unustatakse, et vasturääkivusi välistav seadus on just nimelt f o r m a a l l o o g i l i s e m õ t l e m i s e s e a d u s , mis on ka selleks vajalik, et õigesti peegeldada tegelikkuses esinevaid vasturääkivusi, millel mõtteesemetena on paratamatult oma määratletus.

Tuleb teravalt eristada formaalloogilisi, s. t. väite p ja selle eituse $\bar{p}$ vahel esinevaid ja objektiivse tegelikkuse vasturääkivusi. Objektiivse tegelikkuse vasturääkivused on materiaalse maailma esemete ja nähtuste arengut ajendavaks jõuks. Need on reaalsed, tõelised vasturääkivused, mida peegeldab ja peab peegeldama mõtlemine. Formaalloogilised vasturääkivused aga on väära, segase arutelu vasturääkivused, mis ei peegelda elulisi dialektilisi vasturääkivusi ja raskendavad tegelikkuse tunnetamist. Võime ütelda, et sellal, kui dialektilise vasturääkivuse mõlemad pooled teineteist tingivad, välistavad loogilise vasturääkivuse mõlemad pooled teineteist.

Formaalse loogika äge kriitik, pragmatist F.C.S. Schiller arutleb vasturääkivusi välistava seaduse tühistamiseks järgmiselt: erinevad vastused samale küsimusele võivad olla korraga tõesed, näiteks "Kes on maailma kõige šarmantsem naine?" on küsimus, millele kõik armastajad vastavad erinevalt (kui nad ei ole juhtunud olema armunud sellessesamasse naisesse).[1] Ka selles näites on tegemist vasturääkivusega erinevates suhetes, mida pidas silmas juba Aristoteles, kui andis selle seaduse formuleeringu.

4. V Ä L I S T A T U D K O L M A N D A S E A D U S.

Mõned vana-kreeka skeptikud tahtsid vaidlustest sel teel "puhtalt" välja tulla, et väitsid, nagu ei saaks tõeseid otsustusi üldse olla, mistõttu polevat võimalik miski üle miski jaatamine või eitamine. Selliste skeptikute vastu formuleeris Aristoteles välistatud kolmanda seaduse:

K a k s t e i n e t e i s e g a v a s t u r ä ä k i v u s e s o l e v a t v ä i d e t e i s a a o l l a m õ l e m a d k o r r a g a v ä ä r a d, ü k s n e i s t o n t i n g i m a t a t õ e n e, k o l m a n d a t v õ i m a l u s t e i o l e.

Väiteloogikas väljendatakse välistatud kolmanda seadust valemis:

$$p \vee \bar{p}.$$

Loetakse: "p või mitte-p".

Predikaatloogikas esineb välistatud kolmanda seadus vormis:

---

1 F.C.S. Schiller. Logic for Use. 1929, p. 109.

$$\forall(x)\left[P(x) \vee \bar{P}(x)\right].$$

Loetakse:"Iga indiviidi kohta kehtib, kas tal on teatav tunnus P või tal ei ole seda tunnust".

Traditsioonilise loogika käsitluses väljendavad vasturääkivad otsustused kaht võimalust, millest üks eitab teist. Need otsustused on: 1) üksikotsustused "S on P" ja "S ei ole P" ("Kaebealune N. on süüdi" ja "Kaebealune N. ei ole süüdi"). 2) Otsustused, millest üks on üld-, teine aga erineva kvaliteediga osaotsustus. Näiteks:

a)"Kõik S-id on P-d ja mõned S-id ei ole P-d" ("Kõik mineraalid on pooljuhid" ja "Mõned mineraalid ei ole pooljuhid").

b)"Ükski S ei ole P ja mõned S-id on P-d"("Ükski mineraal ei ole pooljuht" ja "Mõned mineraalid on pooljuhid").

4.1. VÄLISTATUD KOLMANDA SEADUSE OBJEKTIIVSED ALUSED.

Ka välistatud kolmanda seadus peegeldab inimese teadvuses materiaalse tegelikkuse üht iseloomulikku joont, mis seisneb selles, et teatav atribuut või omadus kas kuulub või ei kuulu mõtteobjektile. Teatav mineraal kas on või ei ole pooljuht, teatav loom kas on putukas või mitteputukas, kolmandat võimalust ei ole antud (tertium non datur).

4.2. VÄLISTATUD KOLMANDA SEADUSE TÄHTSUS.

Välistatud kolmanda seadusest tuleneb nõue: hüljanud ühe vasturääkivatest otsustustest, tuleb vastu võtta teine. Välistatud kolmanda seadus sunnib meid p r i n t s i p i a a l s e l t seisukohta võtma. Seejuures ta aga kui üldine seadus ei saa anda juhiseid valikuks - kumb kahest vasturääkivast otsustusest siis tegelikult antud juhul on tõene. Küsimus tuleb lahendada eri teaduste meetoditega vastavalt tegelikkusele.

Välistatud kolmanda seadusel on oluline tähtsus, nagu hiljem näeme, k a u d s e t e s , nn. apagoogilistes tõestustes, kus teesile vasturääkiva väite väärusest järeldatakse teesi tõesus.

5. K Ü L L A L D A S E   A L U S E   S E A D U S .

5.1. KÜLLALDASE ALUSE SEADUSE FORMULATSIOON.

Küllaldase aluse seaduse formuleeris saksa filosoof G.W. Leibniz järgmiselt: "Meie arutlused põhjenevad ... küllaldase aluse printsiibile, mille tõttu me peame silmas, et ükski fakt ei või olla tõene või olemasolev, ükski väide õige ilma küllaldase aluseta, miks nimelt asjaolud on nii, aga mitte teisiti".[1]

Kuigi me ei leia küllaldase aluse seaduse formuleeringut enne Leibnizit, näeme selle endastmõistetavat eeldamist juba antiikaja loogika teooriates, eriti Aristotelese omas.

Küllaldase aluse seaduse kohaselt võib teatavat mõtet tunnistada tõeseks ainult siis, kui sel on küllaldane alus, mis on kas kinnitatud praktikas või tuletatud teistest tõesteks tunnistatud väidetest.

Küllaldase aluse seadus:

B   o n   o l e m a s   s e l l e p ä r a s t ,   e t   o n   A .

---

[1] G.W. Leibniz. Monadologie, 33.

5.2. KÜLLALDASE ALUSE SEADUSE OBJEKTIIVSED ALUSED.

Küllaldase aluse seadus peegeldab tegelikkuse esemete ja nähtuste põhjuslikke suhteid. Selle seaduse kohaselt, nagu mainisime, antakse vastus küsimusele, mispärast on antud küsimuses asjaolud nii ja mitte teisiti. Niisuguse vastuse andmise eelduseks on igasuguse teaduse lähtealus: m a a i l m a s e i o l e p õ h j u s e t a n ä h t u s i . Nagu looduse ja ühiskonna nähtustel on oma reaalne põhjus, nii peavad olema põhjendatud ka meie mõtted tegelikkuse peegeldamisel.

Küllaldase aluse seaduse nõue on vastavuses nn. k r i i t i l i s e m õ t l e m i s e n õ u d e g a , mis avaldub selles, et me midagi ei tunnistaks tõeks kergemeelselt, kaalutlusteta. Kriitilise mõtlemise nõue ja seega ka küllaldase aluse seadus on vastuolus igasuguse d o g m a t i s m i g a , s. t. väidete omaksvõtmisega hoolimata sellest, kas nad on ka tõepoolest küllaldaselt põhjendatud ja kooskõlas vastavate teaduste seaduspärasustega. Fakt, et keegi mõne väite esitas ja selle tõesust rõhutas, ei ole veel selle väite põhjendus. Küllaldase aluse seaduse kohaselt tuleb küsida, kas teatava väite esitaja või kinnitaja on ka vastaval alal vajalikult usaldatav, kas ta on küllaldaselt kompetentne, on ta sellistes küsimustes s p e t s i a l i s t . Kriitilise mõtlemise nõue hoiatab meid vastu võtmast informatsiooni, mille allikad on kahtlase usaldatavusega. Ta juhib tähelepanu ka informatsioonikanalite selgitamisele, kas informatsioon võis neis tõepoolest liikuda moonutamatult.

5.3. ALUS JA TULETUS; PÕHJUS JA TAGAJÄRG.

Küllaldase aluse seaduse kohaselt järgneb ühe teatava väite tõeseks tunnistamisest teise väite tõeseks tunnistamine. Mõtet, millest tuleneb teine mõte, nimetatakse aluseks, teist mõtet, mis tuleneb esimesest, t u l e t u s e k s . Tuleb teada, et aluse ja tuletuse suhe, mis on küllaldase aluse seaduse sisuks, ei lange alati kokku p õ h j u s e j a t a g a j ä r j e s u h t e g a . Aluse ja tuletuse suhe on meie väidete, meie mõtete vaheline suhe. Põhjus (causa) on asi või nähtus, mis kutsub esile, tekitab teise asja või nähtuse. Seda asja või nähtust, mida tekitab teine asi või nähtus, nimetatakse tagajärjeks. Näiteks keha soojenemine on tema mahu suurenemise põhjus; keha mahu suurenemine aga tema soojenemise tagajärg. Tegelikkuses langeb loogiline alus sageli kokku p õ h j u s e g a , tuletus - tagajärjega. Kuid sageli seda kokkulangevust ei esine, näiteks väites "Elavhõbe on termomeetris tõusnud, järelikult on tuba muutunud soojemaks". Kõigile on selge, et toa soojenemise põhjuseks ei võinud olla elavhõbeda tõus termomeetris, vaid puude põlemine ahjus.

5.4. KÜLLALDASE ALUSE SEADUSE TÄHTSUS TUNNETUSES.

Küllaldase aluse seadus on kõigepealt iga o t s u s t u s e aluseks. Otsustust, millel puudub vastavus tegelikkusega, loeme vääraks, ja temaga ei saa midagi põhjendada.

Küllaldase aluse seadus on ka t õ e s t u s e aluseks. Kui mingi mõtte tõesus ei ole evidentne, tuleb seda tõestada, aga tõestada teatavat väidet tähendab põhjendada teda, s. t. viia küllaldasele alusele.

Loogilise tõestuse argumendid, mis tõestatavat teesi põhjendavad, peavad olema sellele teesile küllaldaseks aluseks, vastasel korral on tõestus väär.

Küllaldase aluse seos mõttega, mida ta kinnitab, sõltub järelduse või tõestuse vormist. Seega siis, et osata õigesti esitada küllaldast alust mõtetele, tuleb tunda mitmesuguseid järelduste ja tõestuste vorme.

5.5. LOOGIKAVEAD SÕLTUVALT KÜLLALDASE ALUSE SEADUSE RIKKUMISEST.

Küllaldase aluse seadust rikutakse kõigil juhtudel, kui nähtusi "põhjendatakse" tõestamata või üldse tõestamatute väidetega. Üheks sagedasemaks veaks on see, et tuletuse aluseks võetakse midagi, mis seda olla ei saa. Nii näiteks kahe sündmuse a j a l i n e teineteisele järgnemine, kui palju need ka korduksid, ei saa veel iseendast olla küllaldaseks aluseks väitele, nagu oleksid need nähtused põhjuslikus seoses, nagu oleks eelnev sündmus põhjus ja sellele järgnev sündmus tagajärg. Näiteks koit eelneb küll päikesetõusule, kuid ometi ei ole ta päikesetõusu põhjus. Tegelikkuses esineb nn. p õ h j u s t e p a l j u s u s , mistõttu sageli ainult äärmiselt sügav üksikasjaline uurimus aitab leida õiget tegelikku põhjust. Küllaldase aluse seaduse rikkumised esinevad kõige sagedamini järeldustes ja tõestustes, mille juures peatutakse eraldi.

6. M Õ T L E M I S S E A D U S T E I D E A L I S T L I K U T Õ L G E N D U S E V A S T U .

Õige mõtlemise põhilised seadused ehk printsiibid on loogikas küsimuseks, mille lahendamisel on kuni viimase ajani avaldunud kõige ilmsem võitlus idealismi ja materialismi vahel. Sellal kui materialistid, toetudes aastatuhandetepikkusele inimpraktikale ja teaduse saavutustele, on veendunud, et mõtlemisseadused on objektiivse maailma esemete ja nähtuste seaduspäraste seoste ning suhete peegeldus, püüavad idealistid kaitsta vastupidiseid seisukohti.

Vastavalt oma lähtepositsioonile pidada mõtlemist, teadvust ("vaimu") primaarseks ja mateeriat sekundaarseks, arvavad nad, et mõtlemisseadused ei ole objektiivse maailma peegeldus, vaid puhas "vaimu" - kas inimesele sünnipäraselt (aprioorselt) kaasa antud - või tema enda vaba mõtteloomingu vili", või mõtlemisseadused on lihtsalt kokkuleppelise iseloomuga normid, midagi sarnast kaardimängureeglitele.

Suured saksa filosoofid I. Kant ja J.F. Hegel, kes üldiselt on etendanud väga tähtsat osa loogikateaduse arendamises, tuletasid mõtlemisseadused mõtlemisest enesest, tunnustamata nende kooskõla objektiivse maailma seadustega. Nad väljendasid üldse seaduste suhtes idealistide poolt veel praegugi kaitstavat väära seisukohta, nagu oleksid seadused vaid mõtte vili, nagu mõtlemine looks seadused. I. Kant väitis koguni, et mõtlemine dikteerib loodusele seadused. Selle seisukoha edasiseks järelduseks oleks puruidealistlik mõte, nagu oleks teadvus tegelikkuse looja, nagu oleks maailm ainult meie kujutlustes. Kui see oleks tõepoolest nii, siis peaks maailma seaduspärasus olema tekkinud kas otsekohe koos või p ä r a s t teadvuse ilmumist, kusjuures järelikult teadvuse enese tekkimises ei võinud olla mingit seaduspärasust. See on muidugi absurdne ja ebaloogiline.

K a s u t a t u d   k i r j a n d u s .

G. K l a u s . Moderne Logik. Berlin, 1965.

W. S e g e t h . Elementare Logik. Berlin, 1966.

Д.П. Г о р с к и й . Логика. Москва, I963.

В.И. К и р и л л о в , П.Г. З ы к о в , А.А. С т а р ч е н к о , Ю.Д. Ч у р а к о в . Логика. Москва, I964.

Дж. К е м е н и , Дж. С Н Е Л Л , Дж. Т о м п с о н . Введение в конечную математику. ИЛ, Москва, I963.

S i s u k o r d .

А.А. Пярн

О СУЖДЕНИИ. ВВЕДЕНИЕ В ЛОГИКУ ВЫСКАЗЫВАНИЙ
И ФОРМАЛЬНО-ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ

Издание второе

На эстонском языке

Тартуский государственный университет
ЭССР, г. Тарту, ул. Юликооли, 18

Vastutav toimetaja K. Toim
Korrektor E. Oja

TRÜ rotaprint 1970. Paljundamisele antud 24. VI 1970.a. Trükipoognaid 6,75. Tingtrükipoognaid 6,28. Arvestuspoognaid 5,2. Trükiarv 800. Paber 30x42. 1/4. MB 06708. Tell. nr. 508.

Hind 25 kop.