

A. KOLMAN, O. ŽICH

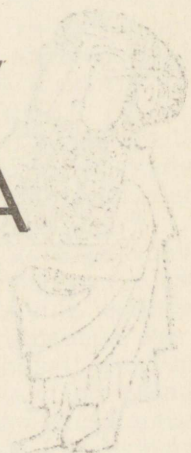
HUVITAV
HUVITAV
LOGIKA

A

A-30492

A. KOLMAN, O. ZICH

HUVITAV LOOGIKA



KIRJASTUS „VALGUS“ * TALLINN 1970

Originaali tiitel:

A. Кольман, О. Зих
Занимательная логика
Издательство «Наука»
Москва 1966

Vene keelest tõlkinud J. Lõhmus
Kaane kujundanud J. Arrak

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOBU



EESSÕNA.

Võib arvata, et mõned lugejad, kes on tuttavad loogika traditsioonilise õpetamisviisiga koolis, kahtlevad huvitava loogika otstarbekuses. Siiski lugeja nähtavasti nõustub sellega, et igaüks, nii füüsik kui poeet, traktorist kui keemik peavad oskama järjekindlalt mõelda, põhjendatult arutleda ja ebaõigeid järeldusi ümber lükata. Seda eriti kaasajal, kus iga päev toob endaga kaasa ebatavalisi ja imepäraseid avastusi ning leiutusi mitmetel aladel — geograafias, poliitikas, ühiskondlikus elus...

Inimene, kes tahab kõigest nagu kord ja kohus aru saada, kes tahab evida ja kaitsta isiklikku arvamust, veel enam see, kes tahab aktiivselt sekkuda ellu, leiutada, teha ratsionaliseerimisetepanekuid, teiste sõnadega, kes tahab innukalt osa võtta kommunismi ehitamisest, peab oskama loogiliselt mõelda. Loogilise mõtlemise võime arendamine nõuab aga harjutamist, niisamuti nagu suusatamisoskuse täiustamiseks on vajalik suusatreening. Väga võimalik, et te pole öelduga nõus. Hea küll, proovige siis lahendada mõni lihtne loogikaülesanne, näiteks järgmine.

Turist läks järve äärde. Ta jõudis teelahkmeni, kust üks tee viis paremale, teine vasakule, üks neist järve äärde, teine mitte. Teelahkmel istusid kaks noormeest, kellest üks rääkis alati tõtt, teine aga valetas alati. Ükskõik millisele küsimusele vastasid mõlemad kas «jah» või «ei». See kõik oli turistile teada, kuid ta ei teadnud, kumb räägib tõtt ja kumb valetab. Samuti ei teadnud ta, missugune teedest viib järve äärde. Turist esitas mõlemale noormehele ühe ja sama küsimuse ning sai mõlemalt vastuse. Milline oli esitatud küsimus, kui turist tegi saadud vastuste abil eksimatult kindlaks, missugune tee viis järve äärde? (Lugeja leiab selle ülesande variandid ja lahenduse käesolevast raamatust.)

Vaadake, kui palju aega kulub teil ülesande lahendamiseks. Pakkuge sama ülesannet lahendamiseks oma sõpradele ja võrrelge lahendusaegu. See võimaldab teil võrrelda enda ja teiste taibukust. Te veendute, et need, kellel on varem tulnud loogikaülesandeid lahendada, ja eriti need, kes kas või pisutki tunnevad kaasaegset loogikat, tulevad üldreeglina ülesandega kiiremini toime kui algajad.

Kaasaegne formaalne loogika, mida nimetatakse ka matemaatiliseks ehk sümbolite loogikaks, avaldab järjest kasvavat mõju meie aja mõtlemismeetoditele. Erinevalt traditsioonilisest formaalsest loogikast, mida õpetati koolis kui «teadust õigest mõtlemisest», on matemaatilisel loogikal niihästi teoreetiline kui ka erakordselt suur praktiline tähtsus. Sümbolite loogika aparatuurita ei saaks töötada küberneetikaseadmed — need «mõtlevad» automaadid, mis juhivad iseseisvalt tootmisprotsesse, reguleerivad transpordi kulgu, viivad läbi kõige keerulisemaid arvutusi, teostavad arvepidamist, diagnoosivad haigusi, tõlgivad ühest keelest teise, dešifreerivad ammu väljasurnud rahvaste kirjakeeli või salakirju, mängivad malet jne. Kiiretoimelised elektronarvutid teevad kõike mainitud ja veel palju muudki loomulikult mitte seetõttu, et nad mõtleksid, vaid seepärast, et vastava hariduse saanud inimesed varustavad neid iga kord erilises, masinale arusaadavas keeles, s. o. matemaatilise loogika keeles kirjutatud programmiga. Et füüsilise ja vaimse töö kõige laialdasem automatiseerimine on üheks tähtsamaks kommunismi ehitamise hoovaks, siis peab lähemal ajal kümnekordistuma nii elektroonikainseneride, konstruktorite ja küberneetika-

seadmete häälestajate arv kui ka matemaatilise loogika mõningaid osi valdavate programmeerijate hulk.

Mida on siis huvitavat loogikaülesannete lahendamises? Lubame endale niisuguse võrdluse. Ristsõnade lahendaja ei tegele ristsõnadega sugugi mitte sellepärast, et tal pole midagi muud teha ja ammugi mitte oma vaimse silmaringi laiendamiseks, vaid seetõttu, et lahendusprotsessis endas esinevate takistuste ületamine äratab temas jõu- ja rõõmutunde. Sama lugu on male- ja matemaatikaülesannetega ning täpisealt ka loogikaülesannetega, mis on toodud selles raamatus. Mõned neist on üsna lihtsad, teiste, pisut raskemate puhul tuleb natuke vaeva näha ja aju pingutada. Me kogusime ülesandeid mitmesugustest allikatest, tuttavatelt ja oma märkmikest, mõned aga mõtlesime ise välja. Ülesannete valikul juhindusime kahest reeglist: esiteks, et ülesanne ei nõuaks peaaegu mitte mingisuguseid matemaatilisi eelteadmisi, ja teiseks, et lahendamiseks piisaks kaasaegse loogika kahest lihtsamast osast — lausearvutusest ja klasside loogikast. Nende elementaarne käsitlus on esitatud käesolevas raamatus.

Raamatu kirjutamise mõttele tuli E. Kolman, kes tegi ettepaneku koostööks O. Zichile¹. Ülesanded ja nende lahendused vaatas läbi P. Materna, parandades leitud ebatäpsused. Sissejuhatuse lausearvutusse ja klasside loogikasse, samuti viimase aritmeetilisse rakendusse on kirjutanud O. Zich. Peatüki «Sümboleite loogika tähtsus» on kirjutanud E. Kolman. Sisukorras on sulgudes märgitud ülesande või lahenduse esitanud või sõnastanud autori nime esitäh.

Raamatu teises osas leiab lugeja iga ülesande üksikasjalise lahenduskäigu. Ülesande lahendamise peamine raskus seisab tavaliselt ülesande tingimuste täpses üleskirjutamises loogiliste võrranditena, kasutades selleks loogika sümboleid. Just siin võib lugejale abiks olla lahendus, kuid autorid loodavad, et ta pöördub selle poole alles pärast mitmekordseid ebaõnnestunud katseid ülesannet iseseisvalt lahendada. Sealjuures ei arva autorid loomulikult, et seda või teist ülesannet ei saaks lahendada teisiti ja võib-olla palju teravmeelsemal viisil, kuid nad on püüdnud anda niisuguse lahenduskäigu, mis viiks eesmärgile

¹ 1965. a. ilmus «Huvitav loogika» tšehhi keeles. Käesolev tõlge on tehtud 1966. a. ilmunud venekeelse autoriseeritud, ümbertõõtatud ja parandatud väljaande järgi. — *Tõlk.*

kõikide antud konkreetse ülesandega sarnanevate ülesannete lahendamisel. Autorid paluvad lugejaid originaalsetest lahendusviisidest ja neile teada olevatest huvitavatest loogikaülesannetest teatada kirjastusse, sest võib-olla õnnestub raamatu järgmistes väljaannetes neid ära kasutada.

Asjaolu, et andsime loogikaülesannetele huvitava, mõnikord aga ka naljatleva sisu, ei vähenda muidugi nende tunnetuslikku väärtust. Me loodame, et teoreetilise käsitluse paratamatu ebatäielikkus ja piiratud rangus ei takista huvi ärkamist kaasaegse loogika vastu, eriti noorte hulgas. Oleksime õnnelikud, kui saavutaksime oma eesmärgi ja käesolev raamat kas või osaltki mängiks loogika valdkonnas samasugust osa, nagu matemaatikas ja füüsikas on olnud J. Perelmani raamatutel «Huvitav aritmeetika», «Huvitav algebra» jt.

A. Kolman

1. ÜLESANDED.

A. MATEMAATILISE LOOGIKA ABITA LAHENDUVAD ÜLESANDED.

Osa A sisaldab ülesandeid, mille lahendused on antud matemaatilise loogika meetodeid kasutamata, mis sugugi aga ei tähenda, et need meetodid poleks antud ülesannete jaoks rakendatavad. Toodud ülesannetes on säärase meetodite kasutamine ebaotstarbekohane, sest need ülesanded lahenduvad niigi üsna lihtsalt, või siis tuleks lahendamisel kasutada käesolevas raamatus esitatuist keerulisemaid kaasaegse loogika lõike.

1. RAAMATUD JA ELUKUTSED.

Viiel sõbral on igaühel üks poeg. Iga poeg laenas raamatu ühelt oma isa sõbralt. Kõikidel sõpradel on elukutseid väljendavad perekonnanimed, sealjuures aga ühelgi neist ei lange nimi kokku tema enese tegeliku elukutsega. Sepa poeg laenas raamatu Sepastelt, tema perekonnanimi

väljendab Sepaste poja elukutset ja samal ajal on ta selle nimekaim, kellelt laenas raamatu Sepaste poeg. On veel teada, et puusepa nimi pole Tisler ja et puusepp laenas raamatu Sadulsepastelt. Milline on korstnapühkija perekonnanimi? (Ülesande lahendamisel tuleb silmas pidada, et vana traditsiooni kohaselt pärivad pojad isa elukutse.)

2. PROFESSOR KÄGU.

Professor Kägu saatis oma teaduslikke töid kolleegidele seitsmesse riiki, ajades sealjuures täielikult segi kõik ümbrikud. Tšehh Kukačka, kes oli huvitatud kotkastest, sai taanikeelse kirja ja artikli flamingo kohta, mis oli määratud hoopis prantslasele Coucoule. Viimane sai kirja itaalia keeles koos artikliga käbilinnust, mis oli määratud hollandlasele Koekoele, kes omakorda sai hispaaniakeelse kirja ja monograafia sinutihasest, mis huvitas taanlast Kukkenit, kes sai artikli kotkastest. Itaallane Cuculo, kes tundis huvi mesilasnäppide vastu, sai saksakeelse, pääsukeste eriteadlane sakslane Kuckuck aga prantsuskeelse kirja. Kes sai hispaanlasele Cuchillole määratud artikli ja millises keeles oli kirjutatud Cuchillole saadetud kiri?

3. SULAM.

Ebavõrdsetes kaaluosades võetud kulla, hõbeda ja vase sulami kohta on teada, et

- 1) ühtki laboratooriumis uuritavat metalli ei sisaldu sulamis rohkem kui kulda;
- 2) kui kuld moodustab sulamis vähima või keskmise kaaluosa, siis kulda laboratooriumis ei uurita;
- 3) ainult üks metall ei kuulu laboratoorsele uurimisele;
- 4) laboratooriumis ei uurita metalli, mille kaaluosa sulamis on üheselt määratud eelmiste tingimustega;
- 5) kui hõbe või vask moodustavad sulamis keskmise kaaluosa, siis vaske on sulamis rohkem kui Topongos kaevandatavat metalli.

Missuguse kaaluosa — suurima, keskmise või vähima — moodustab sulamis iga metall? Milline metall ei kuulu laboratoorsele uurimisele ja mida kaevandatakse Topongos?

4. KOLM SÕPRA.

Kolm sõpra — skulptor Belov, viiuldaja Tšernov ja kunstnik Rõžov¹ kohtusid kohvikus. «Huvitav, et ühel meist on heleblondid, teisel tumedad ja kolmandal punakad juuksed, sealjuures aga mitte kellegi perekonnanimi ei viita tema juuste värvusele,» märkis brünett. «Sul on õigus,» vastas Belov. Mis värvi on kunstniku juuksed?

5. POŠEHHONJES.

Ennevanasti moodustasid Pošehhonje elanikkonna kookihi 9 perekonda — Pekarevid, Kolbasnikovid, Voztšikovid, Mjasnikovid, Lavotšnikovid, Slessarevid, Maljarovid, Sornikovid ja Kuznetsovid². Perekonnapeadel olid need samad elukutsed, mida väljendasid nende perekonnanimed, ainult mitte tingimata ülal esitatud järjekorras.

¹ Tuletatud sõnadest: белый — valge, чёрный — must ja рыжий — ruuge.

² Tuletame igaks juhuks meelde, et need perekonnanimed tulenevad venekeelsetest elukutsete nimetustest: пекарь — pagar, колбасник — vorstitegija, возчик — vooimees; мясник — lihunik, лавочник — kaupmees, слесарь — lukksepp, маляр — maaler, шорник — sadulsepp, кузнец — sepp. — *Tõlk.*



Sadulsepp oli lukksepa äi. Šornikov abiellus maalri ainsa tütrega, kes ütles ära tolle rivaalidele — pagarile ja kaupmehele. Voztšikovi tütar laulis oma peigmehele. Lavotšnikov, kes oli ikka veel poissmees, vahetas tuletõrjepealiku ametikohalt välja isiku, kelle perekonnanimi väljendas Lavotšnikovi elukutset. Kuznetsov haris aiamaad koos oma väimehega. Kaupmehe isa oli Pekarevi naisevend. Vorstitegija abiellus Kolbasnikovi õega.

Tütred oli ainult kahes perekonnas ja kummaski ainult üks. Vorstitegija perekonnanimi väljendas selle isiku elukutset, kelle perekonnanimi omakorda väljendas Voztšikovi elukutset; voorimehe perekonnanimi aga väljendas selle isiku elukutset, kelle perekonnanimi väljendas Kuznetsovi elukutset.

Leidke Pošehhonje auväärt kodanike elukutsed!

6. MÕRV LONDONI METROOS.

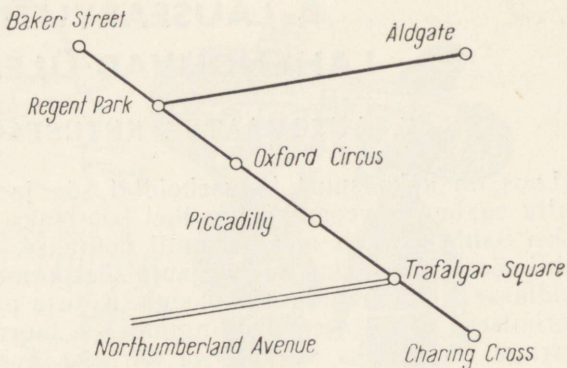
Viimase öise rongi sõiduplaan liinil Charing Cross — Baker Street on järgmine:

	Saabumine	Väljumine
Charing Cross	—	0.17
Trafalgar Square	0.18	0.20
Piccadilly	0.22	0.24
Oxford Circus	0.25	0.27
Regent Park	0.29	0.30
Baker Street	0.32	—

Jõugu pealik Zucco leiti surnuna rongis, mis saabus Baker Streeti jaama kell 0.32. Ta süda oli läbi torgatud ja arstlik ekspertiis tegi kindlaks, et surm oli saanud umbes veerand tundi tagasi ja olnud «peaaegu hetkeline». Scotland Yard on veendunud, et tapja oli üks jõugu liikmetest: kas Butto, Spaghetti, Macaroni või Zambaglione. Detektiiv Bright, kellele usaldati asja uurimine, tegi kindlaks järgmised faktid.

1) Butto viibis natuke aega pärast kella 0.18 Aldgate'is (vt. plaani), kus ta küsis valvekorras olevalt politseinikult täpset kellaega. Politseinik on «peaaegu veendunud», et see oli just Butto.

2) Spaghetti väljus kell 0.15 Charing Crossi jaamas rongist ja läks jala Trafalgar Square'ile, kus ta kell 0.25



istus autobussi nr. 13, mis sõidab mööda Baker Streeti. Ajavahemikul kella 0.16 kuni 0.20 vestles ta kahe sõbraga Northumberland Avenue'l.

3) Macaroni ostis kell 0.19 Trafalgar Square'i jaamas pileti Regent Parkini. Et Scotland Yard teda ammugi taga otsis, siis jälgis teda detektiiv Sharp. Sharp märkas, et Macaroni ostis pileti, sõitis siis temaga ühes rongis kuni Regent Parkini ja arreteeris seal kurjategija. Sharp aga on valmis vande all tunnistama, et see polnud hoopiski mitte rong, mis väljub Trafalgar Square'ilt kell 0.20, vaid järgmine, kell 0.23 väljuv rong.

4) Zambaglione nähti koos Zuccoga restoranis Piccadilly lähedal. Mõlemad olid ilmselt halvast tujus. Pärast seda nähti neid Piccadilly jaamas umbes kella 0.10 paiku, kui Zucco ostis 2 piletit Regent Parkini. Zambaglione aga kinnitab, et viimasel minutil otsustas ta Zuccoga mitte kaasa sõita, vaid pöörduda tagasi restorani. Tõepoolest, kolm tunnistajat kinnitavad, et teda nähti seal 0.20 ja 0.25 vahel.

Kes tappis Zucco ja millistel asjaoludel?

B. LAUSEARVUTUSE ABIL LAHENDUVAD ÜLESANDED.

7. AUTOMAATNE KÜTUSESORTEERIJA.

Laos on kaks suurt kütusehoidlat söe ja koksi jaoks. Lattu saabuvad veoautod, igaühel koormaks kas süsi või koks. Šahte avavalt mehhanismilt nõutakse, et see avaks šahti söehoidlasse, kui saabub auto söekoormaga ja koksihoidlasse, kui saabub auto koksiga. Kütuse paremaks sorteerimiseks esitati veel lisatingimus — laoruumi siseneb korraga ainult üks veoauto ja korraga avatakse ainult üks šaht.

Küsitakse: kas sellel mehhanismil on ka omadus mitte avada söešahti, kui lattu ei sõida auto söega, ja koksishahti, kui lattu ei sõida auto koksiga?

Märkus: ülesannet saab lahendada ka lihtsa arutelu-ga, kasutamata loogilise lausearvutuse vahendeid. Ras-kem ja võib-olla isegi võimatu on ülesande lahendamine ilma loogilise lausearvutusega siis, kui kütuseliike on roh-kem kui kaks ja kui lattu võib korraga sõita mitu veo-autot. Lugeja proovigu lahendada sedasama ülesannet kolme sorti kütuse korral.

8. PÄRISMAALASED JA KOLONISAATORID.

Kohtu ees seisab kolm inimest, kellest igaüks võib olla kas pärismaalane või kolonisaator. Kohtunik teab, et päris-maalased räägivad tingimata õigest, kolonisaatorid aga valetavad. Sealjuures ei tea kohtunik, kes kolmest kohtu-alusest on pärismaalane, kes kolonisaator. Ta esitab vastava küsimuse esimesele, kuid ei saa vastusest aru. See-järel küsib ta teiselt ja kolmandalt eraldi, mida vastas-esimene. Teine kohtualune vastab, et esimene kohtualune väitnud end olevat pärismaalase. Kolmas kinnitab, et esi-mene olevat end tunnistanud kolonisaatoriks. Kes olid teine ja kolmas kohtualune?



9. KAKS SUGUHARU.

Saarel elab kaks suguharu: tublid, kes alati tõtt räägivad, ja valelikud, kes alati valetavad. Rändur kohtas üht pärismaalast, ja kuuldes selle olevat tublide suguharust, palkas ta oma teenistusse. Nad läksid koos edasi ja nägid eemal teist pärismaalast. Rändur saatis oma uue teenri küsima, millisesse suguharru too pärismaalane kuulub. Naastes ütles teener, et teine pärismaalane oli öelnud enda olevat tublide suguharust. Millisest suguharust oli ränduri teener?

10. PROJEKTIDE KINNITAMISE KORD.

Käitises on kolm tsehti A , B ja C . Lepiti kokku järgmise projektide kinnitamise korra suhtes:

1) kui tsehh B ei võta osa projekti kinnitamisest, siis ei võta sellest osa ka tsehh A ;

2) kui tsehh B võtab projekti kinnitamisest osa, siis võtavad sellest osa ka tsehhid A ja C .

Kas selle kokkuleppe järgi peab tsehh C tingimata osa võtma projekti kinnitamisest, kui sellest võtab osa tsehh A ?

11. LÕHUTUD AKEN. ESIMENE VARIANT.

Vahetunniks jäi klassi 15 õpilast ja üldises möllus löödi puruks aken. Järelepärimisel pani õpetaja kirja üksikute õpilaste vastused.

A n u: Mina seda ei teinud, akna lõi puruks Harri.

H a r r i: Jah, akna lõin puruks mina.

J a a n: Ta valetab, seda tegi hoopis Kalle.

D o r a: Ei, see pole tõsi, aga mina seda ka ei teinud.

E v i: Seda tegi kas Malle või Anu, aga mitte mina.

K a l l e: Akna tegi katki üks tüdrukutest.

O i v i: Mitte sugugi, seda tegid poisid.

I r a: Seda tegime meie Anuga kahekesi.

L a i n e: Ma nägin, et akna lõi puruks üks poistest, kuid ma ei mäleta enam, kes nimelt.

P e e t e r: Harri valetab, akna lõin puruks mina.

M a l l e: Mina sellest osa ei võtnud, Anu tegi seda üksinda.

R e i n: Peeter rääkis õigust.

N o r a: Rein valetab, akna lõhkus hoopis tuul.

S i l v i: Mina lugesin raamatut ega näinud midagi.

T a i m i: Seda tegi Anu.

Ainult üks õpilane rääkis tõtt. Kes lõhkus akna?

12. LÕHUTUD AKEN. TEINE VARIANT.

Vahetunni ajal olid klassis Anu, Harri, Jaan ja Nora. Üks neist lõhkus akna. Küsitluse käigus sai õpetaja igalt asjaosaliselt kolm vastust.

A n u: 1) Mina seda ei lõhkunud. 2) Ma istusin ja lugesin. 3) Nora teab, kes lõhkus akna.

H a r r i: 1) Mina seda ei teinud. 2) Noraga ei räägi ma juba ammu. 3) Seda tegi Jaan.

J a a n: 1) Mina ei ole süüdi. 2) Akna lõhkus Nora. 3) Harri valetab, et mina lõhkusin akna.

N o r a: 1) Mina akent ei lõhkunud. 2) Süüdi on Anu. 3) Harri teab, et ma pole süüdi, sest me ajasime temaga terve vahetunni juttu.

Lõppude lõpuks tunnistasid kõik, et kolmest vastusest on õiged ainult kaks, üks aga vale. Kes lõhkus akna?

13. LÖHUTUD AKEN. KOLMAS VARIANT.

Vahetunniks jäi klassi üheksa õpilast. Üks nendest lõi akna puruks. Järelepärimisel sai õpetaja järgmised vastused.

P e e t e r: Seda tegi Valdur.

H a r r i: See pole õige.

M a l l e: Mina tegin akna katki.

J a a n: Seda tegi kas Malle või Anu.

V a l d u r: Harri valetab.

S u l e v: Seda tegi Malle.

R e i n: Ei, Malle ei lõhkunud akent.

A n u: Seda ei teinud ei Malle ega mina.

T a i m i: Anul on õigus, aga ka Valdur pole süüdi.

Nendest vastustest on õiged ainult kolm. Kes lõhkus akna?

14. HAJAMEELNE PROFESSOR.

Professor Iks Igreki poeg Zet oli ühtvõrd õpetatud ja hajameelne mees. Tal oli suur raamatukogu, mis hõlmas kolm ruumi. Esimeses olid käsiraamatud, teises tööd professori erialalt ja kolmandas teaduslikud ajakirjad. Parajasti siis, kui professor kirjutas oma kuulsat tööd «Mai-põrnikate surematusest», valitses tema kirjutuslaual uskumatu segadus ja ta ei leidnud enam kolme vajalikku allikat: eskimo keele sõnaraamatut, nosoloogia õpikut ja oma leppimatu vastase doktor Lobaste pamfletti. Professor oli hirmsasti ärritatud ja süüdistas laboranti, et see on pannud sõnastiku kuhugi erialaste tööde, õpiku ja pamfleti aga ajakirjade hulka. Laborant eitas oma süüd ja kinnitas, et professor on, nagu alati, visanud need materjalid kuhugi esimese ruumi riitulile. Professori abikaasa oletas, et sõnastik on tõenäoliselt ajakirjade hulgas, õpik ja pamflett aga erialaste tööde seas. Kõik olid oma väidetes äärmiselt kindlad ja nõnda puhkes äge sõnavahetus. Tüli pealt kuulunud professori tütar ütles lõpuks: «Kõik, mis te siin räägite, on vale.» Kui tal oli õigus, kuhu kadusid siis otsitavad materjalid?

15. KOKKULEPPE TINGIMUSED.

Kokkuleppe kohaselt on asutuste *A*, *B*, *C* poolt välja-töötatud uue projekti kinnitamise kord järgmine: kui projekti kinnitamisest võtavad alguses osa asutused *A* ja *B*, siis peab nendega ühinema ka asutus *C*. Kui kinnitamine toimub asutustes *B* ja *C*, siis peab nendega ühinema ka asutus *A*. Kas on võimalik, et projekt kinnitatakse ainult asutustes *A* ja *C* ning asutuse *B* osavõtt pole vajalik (muidugi eeldusel, et kokkuleppe tingimused ei muutu)?

16. TURIST. ESIMENE VARIANT.

Turist läks järve äärde. Ta jõudis teelahkmeni, kust üks tee viis paremale, teine vasakule, üks neist järve äärde, teine mitte. Teelahkmel istusid kaks noormeest, kellest üks rääkis alati tõtt, teine aga valetas alati. Ükskõik millisele küsimusele vastasid mõlemad kas «jah» või «ei». See kõik oli turistile teada, kuid ta ei teadnud, kumb noormees räägib tõtt ja kumb valetab. Samuti ei teadnud ta, missugune teedest viib järve äärde. Turist esitas mõlemale noormehele ühe ja sama küsimuse ning sai mõlemalt vastuse. Milline oli esitatud küsimus, kui turist tegi saadud vastuste abil eksimatult kindlaks, missugune tee viis järve äärde?

17. TURIST. TEINE VARIANT.

Turist esitas ühele noormehele kaks küsimust. Vastuste järgi sai ta täpselt teada järve äärde viiva tee. Missugused küsimused need olid?

18. TURIST. KOLMAS VARIANT.

Turist esitas ühele noormehele ainult ühe küsimuse. Vastuse abil tegi ta täpselt kindlaks, kumb teedest viib järve äärde. Milline oli see kaval küsimus?



19. SAARE VALITSEJA.

Ühe saare valitseja tahtis takistada sisserändamist saarele. Soovides näiliselt õiglust säilitada, tegi ta korralduse, mille kohaselt iga sissesõitnu pidi pärast hoolikat läbimõtlemist ütleva ühe suvalise lause, kusjuures teda hoiatati eelnevalt, et lause sisust sõltub tema ellujäämine.

Korraldus kõlas nii: «Kui saabunu ütleb tõtt, siis tuleb ta maha lasta. Kui ta valetab, siis puuakse ta üles.» Kas saab sissesõitnu öelda niisuguse lause, et ta jääks ellu ja saaks rahulikult saarele elama asuda?

20. TERMOREGULAATORIGA TRIIKRAUD.

Proovige kirjeldada loogilisi tingimusi, mis väljendaksid triikrauda sisselülitava kontakti, seda ülekuumenemise eest kaitsva kontakti (termoregulaatori) ja küttespiraali oleku vahet, s. t. proovige välja selgitada, millised kolm olekut — triikrauda kontakti sisse- või väljalülitatus, termoregulaatori sisse- või väljalülitatus ja küttespiraali üle- või alakuumenemine — on omavahel kooskõlas ja millised mitte.

C. KLASSIDE LOOGIKA ABIL LAHENDUVAD ÜLESANDED.

a) PÕHIÜLESANDED.

21. KURJATEGIJAD.

Raudteeavarii ettevalmistamises kahtlustati viit inimest. Põrgumasin, mille keegi nendest oli asetanud rööbastele, avastati õigeaegselt ja kõik viis kahtlusalust arreteriti. Politsei koondas oma tähelepanu nende isikute väljaselgitamisele, kes põrgumasina kohalepanekust vahtult osa võtsid.

Juurdluse käigus tehti kindlaks, et isikut A nähti ainult koos isikuga B või isikuga C , sealjuures ei suudetud lõplikult selgusele jõuda, kas kohtumistest võttis osa veel keegi ülejäänud kahtlusalustest. Isikut D nähti mitmel korral kahtlusaluste B ja C seltsis, kui aga D parasjagu ei kohtunud isikutega B ja C , siis käis tema juures keegi E . Uurinud lähemalt põrgumasina kellamehhanismi, tulid eksperdid järeldusele, et põrgumasina kohalepanekul pidi kindlasti viibima isik A . Seda kinnitas ka politsei, kes oli registreerinud kahtlusaluste isikute kohtumiste täpsed ajad.

Kas võib keegi viiest kahtlusalusest tõestada, et ta ei võtnud vahetult osa põrgumasina paigaldamisest? Kas võib selliseid isikuid olla mitu?

22. ÕIGE VÕI VÄÄR JÄRELDUS.

Kui öelda kellelegi, et mõned muusikud pole õpetajad, siis jõuab see inimene üsna lihtsalt järeldusele, et mõned õpetajad pole muusikud.

Teades, et mõningaid alumiiniumist valmistatud masinasi ei tohi kasutada kõrgete rõhkude korral, võib täpselt samuti teha järelduse, et on kindlasti ka selliseid masinasi, mis pole tehtud alumiiniumist.

Kas taolist järeldusmeetodit, kui see üldse õige on, võib üldistada ja millistel tingimustel?

Võtame järgmise näite. On mõtlemisprotsesse, mis pole otsustused. Kui me arutleme täpselt samuti, nagu toodud kahes näites, siis jõuame tulemusele, et mõned otsustused polegi mõtlemisprotsessid. Midagi on ilmselt korrast ära. Milles on asi?

23. KAKS TEADAANNET.

Uue tammi ehituspiirkonnas tuli mitmete asulate elanikkond ümber asustada. Vastav teadaanne elanikkonnale kõlas järgmiselt:

«Asulad, mille elanikkond asustatakse ümber, ja asulad, mis viiakse teise kohta (väljapoole tammi ehituspiirkonda), asuvad tammi ehituspiirkonnas.»

Et see teadaanne jäi paljudele arusaamatuks, siis täiendati seda teisega, mis pidi eelmist selgitama:

«Asulad, mille elanikkonda ümber ei asustata, ei asu tulevase tammi piirkonnas. Asulad, mida ei viida üle teise kohta, ei kuulu ka ümberasustamisele.»

Kas mõlemad teadaanded väljendavad kas või osaliseltki üht ja sama mõtet?

24. VANAAEGSE LOSSI FOTO.

Vana lossi varemed on fotografeerimiseks raskesti ligipääsetavad. Otse varemete juures on rühm suuri puid ja kaasaegses stiilis ehitatud võõrastemaja. Meid hoiatati, et varemed pole näha sealt, kust paistavad võõrastemaja ja suurte puude rühm, samuti pole lossivaremeid näha sealtpoolt, kus on nähtavad puud ja lossi eelkindlustuse lagunenuid väravad, mis asuvad veidi maad lossist eemal.

Me ise veendusime, et kui pole näha puid ja võõrastemaja, siis ei ole näha ka väravaid, samuti jääb loss ise künka varju.

Oletame nüüd, et rohkem informatsiooni pole enam võimalik saada. Mitu erinevat fotot on võimalik teha lossivaremetest? Kas on võimalik saada fotot, millel oleksid korraga nii lossivaremed kui ka eelkindlustuse väravad?

25. METSAVAHI JAHIPENID.

Metsavahil oli kuus eri tõugu jahikoera — Armi, Tseesar, Hektor, Kaaro, Nord ja Reks. Ükskord treenis ta neid tund aega järgemööda. Esiialgu treenis ta kõiki korraga, siis aga, lasknud vabaks Nordi ja Reksi, tegeles ainult ülejäänutega. Et Armi, Tseesar ja Hektor ei võtnud eriti hästi õppust, siis kutsus ta nende juurde veel Reksi, ülejäänud kaks — Kaaro ja Nord — jooksid ära. Pärast seda tegeles metsavaht mõni aeg ainult lemmikkoera Reksiga, kusjuures teised koerad lippasid vabalt aias ringi. Siis järgnes Armi, Tseesari ja Kaaro eritreening. Sama eritreeningut tahtis metsavaht proovida ka Nordi juures ja et viimasel oleks, keda järele aimata, siis treenis ta koos Tseesarit, Kaarot ja Nordi. Nord aga omandas harjutuse niivõrd kiiresti, et tal lubati minema joosta. Sel ajal, kui metsavaht treenis noori jahikoeri, kadus keldrist õhtusöögiks määratud lihatükk.

On päris selge, et keegi peale koerte ei saanud liha võtta. Metsavahti naine, kes oli treeningut huviga jälginud, kinnitas, et ta oli peaaegu kogu aeg jälginud ainult Reksi. Järelikult võis liha kaduda üksnes siis, kui treenitavate koerte hulgas oli Reks. Nordi oli metsavahti naine näinud kihutavat kassi järel kaugel eemal majast. Kõige imelikum terves loos oli aga see, et kõik koerad olid peaaegu alalise järelevalve all, pealegi terve lihatüki ärasöömiseks oleks ühel koeral kulunud ikkagi küllalt kaua aega. Selge on ka, et lihatükki ei saanud ära viia mitu koera korraga, nad oleksid sealjuures läinud omavahel purelema ja nõnda paratamatult tähelepanu äratanud.

Metsavaht otsustas, et ta peab koerte väljaõppe huvides tingimata välja selgitama, kes koertest söi lihatüki. Pärast õhtusööki vajus ta sügavalt mõttesse.

Hommikul ütles metsavaht, et ta võtab ringkäigule kaasa Kaaro ja annab talle korraliku õppetunni, üllatunud naisele aga lubas pärast tagasitulekut seletada, kuidas ta oli leidnud süüdlase. Tõepoolest, kuidas ta seda tegi?

26. TEEDE KAART.

Autoturistil oli kaart maakohast asustatud punktidega A, B, C, D, mida ta soovis külastada. Kaardilt oli näha, et teede ääres, mis läbivad asulat B ja ei läbi asulat D,

on kas asulad *A* ja *C* või pole kumbagi neist. Et autoturist teadis teede parandusest selles rajoonis, siis küsis ta vastutulevatelt lastelt andmeid teede olukorra kohta. Ta sai teada, et asulad *C* läbivaid teid mööda, samuti ka asulad *D* läbivaid teid mööda pole võimalik sõita asulatesse *A* ja *B*.

Kas saadud andmete kohaselt on võimalik üht teed pidi sõites läbida kõiki asulaid? Kui see pole võimalik, siis missugust teed mööda sõites saab külastada kõige rohkem asustatud punkte?

27. KOHUSETRUUD TÖÖLISED.

Tehase tsehhis kohtusid kaks sõpra. Üks neist, vana tööline, ütles teisele: «Paljude aastate kogemuste järgi võin ma öelda, et kõik, kes selles tsehhis on töötanud, on olnud väga kohusetruud töölised.» Sellepeale väitis teine: «See on niisama hea, nagu sa ütleksid, et kõik mittekohusetruud töölised on töötanud teistes tsehhides.» Esimene kinnitas, et asi pole nii, vaid et ta tahtis tegelikult öelda midagi muud kui seda, mida väidab sõber. Otsustage, kummal on õigus.

28. SÕNUM AJALEHES.

Lektor ütles oma populaarteaduslikus loengus järgmist: «Raua hulk meie organismis on küll tühine, kuid see raud on organismi elutalitluseks äärmiselt vajalik.» Kohalikus ajalehes ilmus lühisõnum toimunud loengust, milles see lause anti edasi järgmiselt: «Tühine hulk meie organismis sisalduvat rauda on raud, mida tingimata vajatakse elutalitluseks.»

Kas need kaks lauset väljendavad üht ja sama mõtet?

29. TELEVIISORIT VAATAMAS.

Perekonnas, kus peale isa ja ema on veel kolm tütart (Liivi, Maie ja Oie), käib televiisori vaatamine tavaliselt nii, et

- 1) kui televiisorit vaatab isa, siis vaatab televiisorit ka ema;

- 2) televiisorit vaatavad kas Liivi või Maie või siis mõlemad koos;
 - 3) televiisori juures on kas ema või Õie, kuid mitte kunagi ei vaata nad televiisorit kahekesi koos;
 - 4) Liivi ja Õie jälgivad saateid alati koos;
 - 5) kui saadet jälgib Maie, siis on televiisori juures veel ka isa ja Liivi.
- Kes perekonnast üldse vaatavad televisioonisaateid?

30. SÕJALAEVASTIK.

Möödunud sajandi keskpaiku polnud sugugi mitte kõik laevad metallkeregaga aurikud. Isegi sõjalaevastikes olid veel alles suured puust laevad — fregatid — ja väiksemad purjelaevad. Sellest annab tunnistust ka Krimmi sõda, millest võtsid osa Venemaa, Prantsusmaa, Inglismaa ja Türgi sõjalaevastikud.

Selle ajastu teatava perioodi kohta oli teada, et auru jõul liikuv Inglise sõjalaevastik koosneb relvastatud laevadest Vahemeres ja relvastamata aurulaevadest väljaspool Vahemere piirkonda.



Milleks peab valmis olema Inglismaaga sõjajalal oleva riigi laevastiku komandör kohtumisel Inglise aurikuga väljaspool Vahemere piirkonda? Ja kus ainult võiks ta kohtuda Inglise relvastamata aurikutega, mida tema sõjalaevad võiksid siis kinni pidada?

31. KAPTEN JA TÜRIMEES.

Instruktsiooni kohaselt peab kapten asuma alaliselt laeval, välja arvatud laadungi mahalaadimise ajal.¹ Kui laeval on laadung, aga maha seda ei laadita, siis võib tüürimees puududa laevalt ainult siis, kui puudub ka kapten.

Mida võib öelda tüürimehe laeval viibimise ja äraoleku kohta?

32. IMIKUD (NALJAÜLESANNE).

Olgu antud järgmised väited: 1) imikud ei mõtle loogiliselt; 2) me ei põlga kedagi, kes saavad jagu krokodillist; 3) me halvustame neid, kes ei mõtle loogiliselt.

Tõestage, et nendest väidetest järeldub lause: «Imikud ei saa jagu krokodillist.»

33. KALAD (NALJAÜLESANNE).

1) Ükski haikala ei kahtle selles, et ta on hästi relvastatud. 2) Kala, kes ei oska tantsida kadrilli, väärrib kaastunnet. 3) Ükski kala pole kindel oma relvastuses, kui tal pole kolme rida hambaid. 4) Kõik kalad, välja arvatud haid, on lahked laste vastu. 5) Kohmakad kalad ei suuda tantsida kadrilli. 6) Kala, kellel on kolm rida hambaid, ei vaja kaastunnet.

Kas järeldus «Kohmakad kalad on lahked laste vastu» on õige?

¹ Et lahendamisel segadust ei tekiks, peame esimesest lausest aru saama nähtavasti nii, et mahalaadimise ajal on kapten tingimata mujal. — *Tõlk.*

34. VÄRVILISED LIPUKESED.

Kaks sõbra jalutasid mööda ringjoonekujulist teed. Mitte kaugel selle ringjoone keskpunktist oli neli ühekõrgust vaia ühesuuruste, kuid eri värvi lipukestega. Ringjoone raadius on küllalt suur. Sõbrad võtsid nõuks ainuüksi vaatluse teel välja selgitada, missuguse geomeetrilise kujundi moodustavad lipukestega vaiad. Kui nad olid teed mööda täistiiru teinud, siis võtsid nad oma vaatlustulemused kokku järgmiste lausete kujul: «Kui on näha punane lipuke, siis on korraga nähtavad veel kollane ja roheline või siis kollane ja sinine. Teel on ka selliseid kohti, kust pole näha punast lipukest; siis pole näha ka kollast, see-eest on aga korraga nähtavad roheline ja sinine.» Sealjuures, nagu sõbrad kindlaks tegid, tuleb arvestada, et mõnest kohast vaadatuna varjavad lipuke- sed üksteist.

Millise geomeetrilise kujundi tippudes asetsevad lipukestega vaiad?

35. NELJATAHULINE PRISMA.

Neljatahuline püstprisma, mille tahud tähistame tähtedega A , B , C , D , toetub alusega lauale ja me pöörame teda. Me tegime kindlaks, et kui meie ees on tahk A , siis on nähtaval ka tahud B ja D . Kui otse meie ees on tahk C , siis ei näe me ühtki teist tahku. Ja lõpuks, kui me suvalises asendis näeme tahke D ja B , siis on nähtav ka tahk A . Missuguse kujuga on püstprisma alus, kui on teada, et ta on kumer nelinurk? (Kumer nelinurk on selline, kus kaht suvalist nelinurga sees asuvat punkti ühendav sirg-lõik asub tervikuna selle nelinurga sees.)

36. KANG JA NUPP.

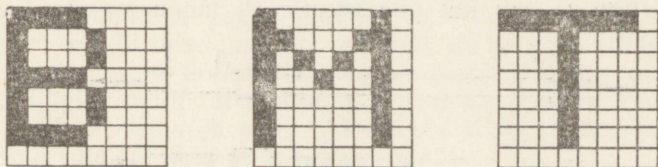
Masina tööd saab suunata juhtkangi ja kaitseseadme nupu abil. Masina töös esineb kaht liiki häireid: vibreerimine ja sädelemine. Ühe minuti jooksul võib kumbki nendest häiretest kas esineda kogu minuti vältel või siis

üldse mitte, vahepealset võimalust ei ole. Masina olek antud minuti vältel sõltub üheselt masina olukorrast eelneva minuti kestel: masin vibreerib (ei vibreeri), kui ta vibreeris (ei vibreerinud) eelmise minuti jooksul; seda aga tingimusel, et sädelemise puudumisel juhtkangi sisse ei lülitatud. Kui aga juhtkang lülitati sisse ja masin vibreeris, siis nüüd masin enam ei vibreeri, ja ümberpöörduvalt, kui masin sisselülitatud juhthoova korral ei vibreerinud, siis hakkab ta nüüd vibreerima. Edasi, kui eelmisel minutil vajutati nupule, siis masin hakkab või ei hakka sädelema sõltuvalt sellest, kas ta eelmise minuti jooksul vibreeris või mitte. Kui aga nupule ei vajutatud, siis masin hakkab (ei hakka) sädelema, kui ta enne ei vibreerinud (vibreeris).

Nüüd aga masin vibreerib ja sädeleb. Mida tuleks ette võtta kangi ja nupuga, et kõrvaldada järgmiseks tööminutiks mõlemad häired?

37. VÖRRANDID TÄHTEDE JAOKS.

Meie ees on malelaud, mille kõik ruudud on valged. Värvime mõned ruudud mustaks, nii et tekiksid tähti *B*, *M* ja *T* moodustavad kujundid (vt. joon. 2). Kas võib antud tähtede jaoks koostada sellised loogilised võrrandid, mis näitaksid, millised ruudud on värvitud ja millised mitte?



Joon. 2.

N ä p u n ä i d e. Võtke arvesse, et malelaul on 64 ruutu. Iga ruudu võib vastavusse seada ühe klasside ühendiga kuue klassi täielikust loogilisest tähestikust — nende klasside ühendite arv on just $2^6 = 64$.

38. SIGNAALSEADE.

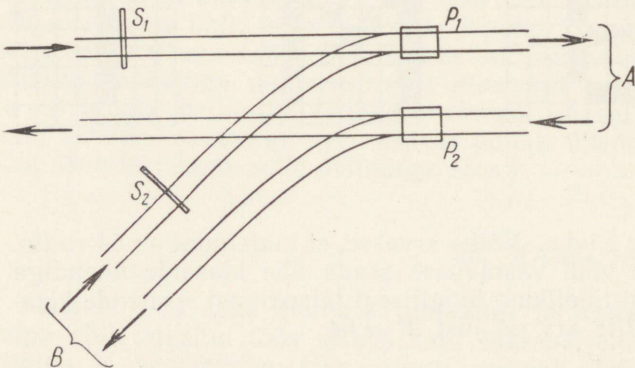
Signaalseadmel on kolm lambikest: punane, roheline ja kollane. Me võime jälgida, kuidas lambikesed süttivad ja kustuvad, sealjuures ei tea me aga midagi nende valgussignaali vahelistest seostest. Seadme kestev vaatlus näitas, et signaalide esinemises valitseb siiski teatud korrapära:

- 1) korraga põlevad punane, kollane ja roheline lambike;
- 2) põlevad punane ja kollane;
- 3) põlevad kollane ja roheline;
- 4) põleb ainult roheline lambike;
- 5) põleb ainult kollane lambike.

Kas nendest andmetest lähtudes võib saada täpsemat informatsiooni signaalseadme sisemisest ehitusest, seostest, mis viivad antud valgussignaali kombinatsioonidele? Kui see on võimalik, mida võib siis öelda seadme elektrilise lülituskeemi kohta (seadmesse vaatamata!)?

39. SEMAFORID JA PÖÖRANGUD.

Kahesuunalise liiklusega peateelt A keerab kõrvale samuti kahesuunalise liiklusega harutee B . Pöörangute P_1 ja P_2 normaalseis lubab liiklust ainult mööda peamagistraali A . Kui rong läheb haruteele B läbi pöörangu P_2 või kui pöörangule P_1 läheneb rong haruteelt,



Joon. 3.

siis seatakse pöörangud ümber. Semaforidel S_1 ja S_2 on kummalgi ainult kaks seisu: «seis» ja «tee on vaba». Kuidas peavad olema seatud pöörangud ja semaforid, et tagada ohutut liiklust? Kirjutage üles vastavad loogilised tingimused.

40. KOLM MASINAT. ESIMENE VARIANT.

a) Kolmest masinast A , B ja C koosneval agregaadil on järgmised kolm funktsioneerimistingimust. 1) Kui töötab masin A , siis töötab tingimata ka masin B . 2) Kui töötab masin B , siis töötab tingimata ka masin C . 3) Ohutustehnika nõuete kohaselt ei tohi masina A seismajäämisel töötada ka masin C . Kuidas on võimalik täita seda nõuet?

b) Tingimustel 1) ja 2) peab masin C olema reservis, kusjuures ta peab töötama ka siis, kui masin A ei tööta. Mida võib öelda masina C töötamise kohta? Kas masin B võib üksi töötada?

41. KOLM MASINAT. TEINE VARIANT.

Tehase tsehhis on kolm mootorit, mis töötavad alati kahekaupa: kas esimene ja teine, teine ja kolmas või siis esimene ja kolmas. Et tootmisprotsessis on vajalikud peamiselt esimene ja teine mootor, siis töötab kolmas ainult esimese või teise mootori remondi või profülaktilise puhastuse ajal, s. t. kolmanda mootori töötamise aeg on küllaltki lühike. Millistel tingimustel kolmas mootor töötab või seisab? Kas võib mõni mootoritest töötada üksi ja kas võivad nad töötada kõik korraga?

42. TOODANGU KVALITEEDI KONTROLL.

Automaatliinil valmistatakse kruvisid. Enne pakkimist läbivad kruvid kahekordse kvaliteedikontrolli. Kontrollitakse eraldi materjali kvaliteeti ja töötamise täpsust. Kontrollimisel ei leitud hästi töödeldud kruvisid halvast materjalist ega halvasti töödeldud kruvisid heast materjalist. Mida võib sellisel juhul öelda automaatliini töö kohta?

Mida võiks öelda sellesama automaatliini kohta, kui kontrollimisel ei leita ühtki hästi töödeldud kruvi, mis oleks valmistatud halvast materjalist?

43. VOOLULIIN.

Vooluliin koosneb viiest automaadi kontrolli all töötavast masinast. Automaat sekkub tootmisprotsessi siis, kui mõni masinatest üles ütleb. Masinad on omavahel seotud järgmiselt: kui esimene masin töötab hästi, siis töötab hästi ka teine masin, sedasama võib öelda ka paaride teine-kolmas, kolmas-neljas, neljas-viies kohta.

Mis juhtub aga siis, kui läheb rikki 1) neljas, 2) viimane, 3) teine, 4) esimene masin?

44. TEADETE EDASIANDMINE.

Kommunikatsioonisüsteemis kasutatakse viiest tähest A, B, C, D, E koosnevat tähestikku. Sõnaks sellises teates on antud tähestikust viis järjekorras võetud tähte, kusjuures mõni tähtedest (võib-olla ka mitu või isegi kõik) võivad olla asendatud sümboliga x . Niisiis, sõnadeks pole mitte ainult $ABCDE$, vaid ka $AxCDE, xxCDE, xBCxE$ jne.

Süsteemi rikke tõttu mõjutab tähte D edasiandmine niivõrd tugevasti tähtede B ja C vastuvõttu, et 50% juhtudest on vastuvõtt täiesti ebakindel. Ebakindlat vastuvõttu täheldati ainult siis, kui ülekantav sõna sisaldas tähte D , kuid ei sisaldanud tähte E , või siis sisaldas seda koos tähega A .

Osutus, et sellise ebakindla aparatuuriga on siiski võimalik edasi anda tähtsaid teateid, sealjuures tuleb ainult vältida neid sõnu, mille vastuvõtt osutub ülalkirjeldatud defekti tõttu ebakindlaks.

Tehke kindlaks, millised sõnad tuleb teatest välja jätta ja mis on lubatavad, s. t. milliste vastuvõtt on usaldusväärne.

45. SAADIKUD JA SÕJAVÄELASED.

Lahutades saadikute arvust mittesõjaväelastest saadikute arvu, saame täpselt sama tulemuse, kui lahutades kõikide sõjaväelaste arvust nende sõjaväelaste arvu, kes pole saadikud. Tõestage see väide!

46. RAHVUSVAHELINE KONVERENTS.

Keemiaspetsialistid kohtusid rahvusvahelisel konverentsil (neid oli üldse n inimest). Igaüks kõneles vähemalt ühte konverentsi ametlikest keeltest — inglise, prantsuse või vene keelt, nende hulgas polnud aga ühtki, kes oleks osanud korraga nii inglise kui ka prantsuse keelt. Inglise keelt rääkivaid osavõtjaid oli a , prantsuse keelt valdavaid osavõtjaid b ja vene keelt valdavaid c . Osavõtjate hulgas oli ka neid, kes rääkisid ainult üht keelt, nende arv oli d . Osutus, et summa $a + b$ oli juhuslikult võrdne summaga $c + d$.

Mitu osavõtjat rääkis ainult vene keelt?

Mitmele osavõtjale tuli tõlkida venekeelseid ettekandeid?

47. ELANIKKONNA TEENINDAMISE OPERATSIOON-ANALÜÜS.

Linna ühes rajoonis on kaks pesumaja. Ühe nädala jooksul kasutas esimese pesumaja teenuseid 562 elanikku, teise pesumaja teenuseid aga 474 elanikku. Üksikasjalisem statistika näitas, et 435 inimest laskis pesu pesta eranditult ainult teises pesumajas.

Kas võib nende andmete järgi kindlaks teha, mitu inimest kasutas sel nädalal ainult esimese pesumaja teenuseid?

Muusikafestivali päevil saabusid ootamatult linna hispaania keelt kõnelevad külalised välismaalt. Festivali orgkomitee pöördus tõlketsentrisse palvega saata kohale hispaania keelt valdavaid tõlke. Telefoni teel tehtud järelepärimisele vastati tõlketsentrist, et romaani keeli valdavaid tõlke leidub, kuid kahjuks on üks kaadritöötaja haigestunud ja just tema käes on selle laua võti, kus asub romaani keelte tõlkide kartoteek. Osutus, et tõlketsentri juhatajal isiklikult on nende tõlkide nimekiri, kes oskavad kas prantsuse või hispaania keelt. Kokku oli neid 20 inimest. Prantsuse keelt valdasid 8, neid aga, kes oskasid ainult üht kahest nimetatud keeltest, oli 15.

Festivali orgkomiteel oli äärmiselt vajalik kiires korras teada saada, mitu hispaania keelt valdavat tõlki saab tõlketsenter neile saata. Mõne minuti pärast tuli tõlketsentri juhatajalt vastus.

Mitu neid tõlke oli ja kuidas sai juhataja teada nende täpse arvu, kui kartoteek oli ikka veel kirjutuslaua lukustatud laekas?

49. TOIDUAINETE TAGAVARAD.

Geograafiaekspeditsiooni toidutagavarad koosnevad konservidest ja teistest toiduainetest. Kaks kolmandikku kõikidest varudest on konservid. Eelnev kontroll tegi kindlaks, et kaks kolmandikku kõikidest varudest on riknenud. Kas võib nende andmete järgi öelda, milline osa konservidest on kindlasti riknenud?

50. TUNDMATUTE ESEMETE ARV.

Esemetel omadusega X on ka omadus Y . Igale esemele omadusega X on seatud vastavusse mingi ese, millel puuduvad omadused Y ja Z . Tõestage, et leidub esemeid, millel puuduvad omadused X ja Z . Ülesanne on veelgi huvitavam, kui küsida, milline on nende esemete minimaalne arv.

2. ÜLESANNETE LAHENDUSED. TEOORIA.

A. MATEMAATILISE LOOGIKA ABITA LAHENDATUD ÜLESANDED.

1. RAAMATUD JA ELUKUTSED.

Lahendamiseks koostame tabeli, kuhu märgime seosed perekonnanimede, elukutsete ja raamatute laenajate vahel. Lähtume ülesande kolmandast tingimusest: «Sepa poeg laenas raamatu Sepastelt, tema perekonnanimi väljendab Sepaste poja elukutset ja samal ajal on ta selle nimekaim, kellelt laenas raamatu Sepaste poeg.» Et sepa pojalt ei saa olla kaht perekonnanime, siis, esiteks, järeldub siit, et tema perekonnanimi ühtib tähenduselt Sepaste poja elukutsega, ja teiseks, et tema isalt laenas raamatu Sepaste poeg. (Need kaks järeldust tähistame tähega *B*). Ülesande viimase tingimuse kohaselt ei ole puusepa perekonnanimi Tisler, ülesande teise tingimuse kohaselt ei saa puusepa nimi olla Puusepaste, ja et puusepp laenas raamatu Sadulsepastelt (oma isa sõbralt), siis ei saa tema pere-

konnanimi olla ka Sadulsepaste. Järelikult on puusepa perekonnanimi kas Sepaste või Korsten.

Selgitame, missugune nendest kahest võimalusest esineb tegelikult. Olgu puusepa perekonnanimi Sepaste. Ülesande kolmanda tingimuse kohaselt laenas sepa poeg raamatu Sepastelt, s. t. puusepalt. Järelikult on sepa poja perekonnanimi Puusepaste (vt. järeldus B) ja tema isalt laenas raamatu Sepaste poeg, s. t. meie oletuse kohaselt puusepp. Ülesande eelviimase tingimuse kohaselt laenas aga puusepp raamatu Sadulsepastelt. Et iga poeg laenas raamatu ainult ühelt oma isa sõpradest, siis olemegi jõudnud vastuoluni. Puusepa nimi võib olla ainult Korsten. Kirjutame tulemuse tabelisse.

Pere- konna- nimed	Sepaste	Puuse- paste	Tisler	Sadulse- paste	Korsten
Elukutsed	tisler	sadulsepp	sepp	korstna- pühkija	puusepp
Raama- tute laenu- tajad	sepp		tisler	puusepp	

Lahenduse teises osas leiame sepa perekonnanime. 1) Ülesande tingimuste kohaselt ei saa see olla Sepaste. 2) Olgu sepa poja perekonnanimi Puusepaste. Ülesande kolmanda tingimuse kohaselt on siis Sepaste poeg puusepp, kes laenas raamatu Puusepastelt, s. t. sepa poja isalt. Puusepp aga (Sepaste poeg) pidi laenama raamatu Sadulsepastelt. Jõudsimme vastuoluni. 3) Oletame nüüd, et sepa poja perekonnanimi on Tisler. Siis on Sepaste poeg mööbelsepp (tisler) ja seega laenas Sepaste poeg raamatu Tislerilt. See järeldus pole vastuolus ülesande tingimustega. 4) Kui sepa poeg on Sadulsepaste, siis on Sepaste poeg sadulsepp ja ta laenas raamatu sepa isalt — Sadulsepastelt. Ülesande tingimuste kohaselt laenas Sadulsepastelt raamatu puusepp ja me oleme jälle jõudnud vastuoluni. 5) Väide, et sepa poeg on Korsten, on vastuolus lahenduse esimese osaga, kus leidsime, et Korsten peab olema puusepp.

Niisiis oleme leidnud, et sepa poja (ja seega ka sepa) perekonnanimi on Tisler ja Sepaste peab elukutselt olema mööbelsepp. Kirjutame saadud andmed tabelisse. Nüüd on Puusepaste ja Sadulsepaste jaoks jäänud sadulsepa ja korstnapühkija ametid. Ülesande tingimuste kohaselt ei saa Sadulsepaste olla sadulsepp, järelikult on ta korstnapühkija. Ülesanne ongi lahendatud.

Sama ülesande võiks lahendada ka nn. suhete loogika arvutuse abil, seda aga käesolevas raamatus ei käsitleta.

2. PROFESSOR KÄGU.

Toome sisse tähised: *T* — tšehh, *P* — prantslane, *O* — hollandlane, *D* — taanlane, *I* — itaallane, *S* — sakslane, *H* — hispaanlane. Kirjad nende emakeeles märgime vastavalt tähtedega *t*, *p*, *o*, *d*, *i*, *s*, *h* ja nendele määratud monograafiad vastavalt tähtedega *t'*, *p'*, *o'*, *d'*, *i'*, *s'*, *h'*.

Koostame tabeli:

	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>O</i>	<i>D</i>	<i>I</i>	<i>S</i>	<i>H</i>	
<i>t</i>				<i>m</i>			<i>K</i>	<i>t'</i>
<i>p</i>	<i>m</i>					<i>k</i>		<i>p'</i>
<i>o</i>		<i>m</i>		<i>K</i>				<i>o'</i>
<i>d</i>	<i>k</i>		<i>m</i>					<i>d'</i>
<i>i</i>		<i>k</i>				<i>M</i>		<i>i'</i>
<i>s</i>					<i>k</i>		<i>M</i>	<i>s'</i>
<i>h</i>			<i>k</i>		<i>M</i>			<i>h'</i>

Tabelisse kanname kogu meile teadaoleva informatsiooni, kusjuures tähega *k* märgime saadud kirja, tähega *m* aga saadud monograafia. On ilmne, et nii rida kui ka veerg sisaldavad ainult ühe *k* ja ühe *m*, samuti ei saa *k* ja *m* asuda ühes ja samas lahtris. Nüüd võime kohe tabelisse märkida puuduvad kirjad, nad peavad asuma ruutudes (*t*, *H*) ja (*o*, *D*); et need kirjad polnud meile teada, siis märgime nad suure tähega *K*. Mis puutub puuduvatesse monograafiatesse *M*, siis peavad nad asuma tähtedega *I*, *S*, *H*, *i'*, *s'*, *h'* määratud ruutudes. Kõik need ruudud asuvad rasvase joonega ümbritsetud ruudus paremal all nurgas.

Kuna M ei saa asuda diagonaalil ja ruut (s', I) on juba hõivatud, siis peab üks m asuma ruudus (s', H). Ülejäänud kahe monograafia paigutamiseks on jäänud ainult üks võimalus — ruudud (i', S) ja (h', I). Järelikult sai hispaanlane Cuchillo tšehhikeelse kirja ja talle määratud monograafia saadeti itaallasele.

3. SULAM.

Koostame tabeli, mille read märgime tähtedega K_1, K_2, K_3 vastavalt suurima, keskmise ja vähima kaaluosa jaoks. Tabeli veerud sisaldagu kõiki kuut võimalikku sulami koostist. Tähed K, H, V tähistagu vastavalt kulda, hõbedat ja vaske; number 0 tähe taga märgigu metalle, mis ülesande tingimuste 1 ja 2 kohaselt ei kuulu laboratoorsele uurimisele. Saame järgmise tabeli:

	1	2	3	4	5	6
K_1	K	K	$H0$	$H0$	$V0$	$V0$
K_2	H	V	$K0$	$V0$	$K0$	$H0$
K_3	V	H	V	$K0$	H	$K0$

Veerud 3, 4, 5, 6 on loogilises vastuolus tingimusega 3, mille kohaselt ainult üks metall ei kuulu laboratoorsele uurimisele. Niisiis võivad kõne alla tulla ainult veerud 1 ja 2. Siit järeldub, et vask ja hõbe võivad kumbki moodustada keskmise või vähima kaaluosa (kui mitte arvestada tingimust 5). Kulda peab sulamis olema kõige rohkem, see on määratud üheselt tingimustega 1, 2, 3. Järelikult tingimuse 4 kohaselt ei kuulu kuld laboratoorsele uurimisele. Tingimuse 5 kohaselt tuleb ka esimene veerg kõrvale heita. Suurima kaaluosa sulamist moodustab kuld, keskmise vask ja vähima hõbe. Topongos kaevandatakse hõbedat.

4. KOLM SÕPRA.

Ühegi sõbra perekonnanimi ei viita tema juuste värvusele. Skulptor Belov ei saa olla mustajuukseline, sest ta vastas mustajuukselisele. Järelikult on kunstnik

Rõžov brünett, skulptor Belov punakate, viiuldaja Tšernov aga heledate juustega. Lugeja võib kergesti veenduda, et antud tingimustel ei ole võimalik moodustada teistsugust tabelit kui järgmine:

	Skulptor Belov	Viiuldaja Tšernov	Kunstnik Rõžov
Alternatiivsed võimalused juuste värvuse jaoks (<i>v</i> — valge, <i>m</i> — must, <i>p</i> — punane)	<i>p</i> <i>m</i>	<i>p</i> <i>v</i>	<i>v</i> <i>m</i>

5. POŠEHHONJES.¹

Resümeerime lühidalt andmed ja mõned järeldused.

1) Sadulsepp on lukksepa äi. 2) Šornikov on maalri tütre mees, s. t. ta ei saa olla maaler. 3) Šornikov ei ole kaupmees. 4) Šornikov pole ka pagar. 5) Kaupmees ja pagar on poissmehed. 6) Šornikov on Voztšikovi tütre abikaasa. 7) Voztšikov on maaler (2 ja 6 põhjal!). 8) Lavotšnikov on poissmees ja ta ei saa olla kaupmees. 9) Kaupmees ei ole Pekarev (kaupmehe isa on Pekarevi naisevend). 10) Kuznetsov on sadulsepp ja (lukk)sepa äi (ühine aiamaa!). 11) Vorstitegija on voorimehe naisevend. 12) Voorimees on vorstitegija naisevend. 13) Isik, kelle perekonnanimi väljendab selle isiku elukutset, kelle perekonnanimi väljendab Voztšikovi elukutset, on vorstitegija, s. t. Maljarovi elukutset väljendava perekonnanimi isik on vorstitegija (vt. 7); siit järeldub, et Maljarov ei saa olla vorstitegija: vastasel korral oleks Kolbasnikov ja Maljarov mõlemad korraga vorstitegijad. 14) Isik, kelle perekonnanimi väljendab selle isiku elukutset, kelle perekonnanimi omakorda väljendab Kuznetsovi elukutset, on voorimees, s. t. isik, kelle perekonnanimi väljendab Šornikovi elukutset (vt. 10), on voorimees; siit järeldub, et Šornikov ei ole voorimees (vastasel juhul

¹ Ülesanded 1 ja 5 on nn. kes-on-kes-tüüpi ülesanded, mille süstemaatilised lahendusvõtted (ja palju huvitavaid samalaadseid ülesandeid) leiab lugeja Ü. Kaasiku kirjutisest kogumikus «Matemaatika ja Kaasaeg», nr. 15 (Tartu, 1968); lk. 53—66. — *Tõlk.*

oleks ka Voztšikov voorimees, tegelikult on ta aga maaler (vt. 7).

Nende andmete ja edasiste arutluste põhjal koostame 9×9 lahtrist koosneva tabeli perekonnanimede ja elukutsete jaoks. Tabeli igas reas ja veerus võib olla ainult üks plussmärgiga täidetud lahter — seal, kus perekonnanimede tulp ristub õige elukutse poolt määratud veeruga. Kõikides teistes lahtrites peavad olema nullid. Selgitame, kuidas seda tabelit täita.

	Pekarev	Mjasnikov	Kolbasnikov	Voztšikov	Lavotšnikov	Slesarev	Maljarov	Sornikov	Kuznetsov
Pagar	0	0	0	0	+	0	0	0	0
Lihunik	0	0	0	0	0	0	+ Ib	+ IIa	0
Vorstitegija	0	+ Ib	0	0	0	+ IIa	0	0	0
Voorimees	0	+ IIa	0	0	0	+ Ib	0	0	0
Kaupmees	0	0	+	0	0	0	0	0	0
Lukksepp	0	0	0	0	0	0	+ IIa	+ Ib	0
Maaler	0	0	0	+	0	0	0	0	0
Sadulsepp	0	0	0	0	0	0	0	0	+
Sepp	+	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelisse võib kohe kanda kaks plussmärki (Kuznetsov on sadulsepp ja Voztšikov maaler). Edasi võime tingimuste 3, 4, 14 põhjal kirjutada nullid Šornikovi jaoks. Lavotšnikov on poissmees ja ta ei saa järelilikult olla lukksepp (vt. 1), vorstitegija ega voorimees (tingimused 11 ja 12). Ta ei saa olla ka kaupmees, sest siis vahetaks ta tuletõrjepealiku kohalt välja Lavotšnikovi (s. t. iseenda). Edasised kaks võimalust — maaler ja sadulsepp — on juba välistatud. Järelilikult on Lavotšnikov pagar.

Maljarov ei saa olla voorimees, sest siis oleks Voztšikov vorstitegija, ta on aga maaler (vt. 13 ja 7). Maljarov ei saa olla vorstitegija (vt. 13), samuti ka mitte sepp (siis oleks Kuznetsov vorstitegija, ta peab aga olema tingimuse 10 põhjal sadulsepp); Maljarov pole ka kaupmees, sest siis oleks Lavotšnikov vorstitegija ja ta poleks poissmees (vt. 8). Samuti ei saa Maljarov olla pagar (vähemalt sel tingimusel, mille me edaspidi toome): tingimuse 13 kohaselt oleks Pekarev siis vorstitegija, 12 kohaselt aga on

voorimees vorstitegija naisevend, s. t. antud juhul Pekarevi naisevend ja kaupmehe isa (vt. 9). Kui nüüd eeldada, et elukutsed pärandatakse isalt pojale, siis oleks meil vastuolu. Teemegi sellise eelduse. Siis võib Maljarov olla kas lihunik (juht I) või lukksepp (juht II). Šornikov võib seniste arutluste põhjal olla kas lihunik (juht *a*) või lukksepp (juht *b*).

Võimalus, et Šornikov on sepp, on välistatud, sest tingimuse 14 kohaselt oleks Kuznetsov siis voorimees, tegelikult on ta sadulsepp. Kui Šornikov oleks vorstitegija, siis tingimuse 13 kohaselt on Maljarovi elukutse nimekaim Šornikov ja Maljarov oleks sadulsepp, 10 kohaselt on aga Kuznetsov sadulsepp. Järelikult ei saa Šornikov olla vorstitegija.

Kaupmehele vastavas reas jääb järele ainult üks vaba koht, järelikult on kaupmehe perekonnanimi Kolbasnikov. Jääb veel üle leida Pekarevi ja Lavotšnikovi elukutsed. Tingimustest 5 ja 8 järeldub, et Lavotšnikov peab olema pagar (poissmees). Vastasel juhul oleks Pekarev pagar, tingimuse 9 kohaselt aga on Pekarev abielus. Järelikult on Pekarev sepp.

Ülesandel on kaks lahendust, kuid see kahesus puudutab ainult Mjasnikovi, Slesarevi, Maljarovi ja Šornikovi.

6. MÖRV LONDONI METROOS.

Arstliku ekspertiisi andmetel tapeti Zucco kusagil ajavahemikus 0.17 kuni 0.32. Teda ei saanud tappa Zambaglione, sest alates kella 0.20 (s. t. enne kui rong jõudis Piccadilly jaama) viibis ta restoranis Piccadilly lähedal (ta pöördus sinna tagasi ja teda nägid seal kolm tunnistajat). Kui Zambaglione oleks tapnud Zucco enne kella 0.20, oleks tal pidanud olema abiline, kes oleks toimetanud Zucco laiba Piccadilly jaamas rongile. Ükski kahtlusalustest ei saanud seda aga teha, sest nad viibisid sellal hoopis mujal.

Samuti ei saanud Spaghetti olla mörvar, sest ta ei sõitnud Zuccoga ühes rongis. Veel kell 0.20 oli Spaghetti Northumberland Avenue'l, rong aga väljub Trafalgar Square'i jaamast kell 0.20. Edasi, bussiliin nr. 13 ei löiku metrooliiniga selliselt, et Spaghetti oleks saanud istuda rongile enne Regent Parki peatust: autobuss väljus alles



pärast rongi ja sealjuures on tema kiirus tunduvalt väiksem metroorongi kiirusest, samuti on plaanilt näha, et bussiliin pole metrooliinist oluliselt lühem. Tekstist selgub, et autobuss sõitis otse Baker Streetile.

Detektiiv Sharpi väide järgmisest rongist pole õige, sest rong, milles sõitis Zucco, oli viimane (vt. tingimust tekstis «viimase öise rongi sõiduplaan...»). Järelikult sõitis Macaroni Zuccoga ühes rongis. Kui detektiiv Sharp jälgiski teda, siis nähtavasti ikkagi mitte iga tema sammu. Macaroni võis tappa Zucco just sellepärast, et märkas end jälitavat Sharpi ja võib-olla kartis Zuccot kui ohtlikku tunnistajat. Aega tapmiseks oli tal kella 0.22 kuni 0.29, mil ta lõpuks arreteeriti.

Arvestades Aldgate'i ja Piccadilly ning Oxford Circuse vahelist vahemaad, näeme, et Butto ei saanud olla mõrvar. Samal põhjusel ei saanud ta istuda rongile Trafalgar Square'i jaamas. Politseinik ilmselt eksis, pidades temaks kedagi teist.

B. LAUSEARVUTUSE ABIL LAHENDATUD ÜLESANDED.

SISSEJUHATUS LAUSEARVUTUSSE.

Paljud elementaarsed loogikaülesanded on lahendatavad lausearvutuse loogika (ehk lihtsalt lausearvutuse) abil. Lausearvutus on sümbolite loogika põhiline koostisosa.

Lausearvutus käsitleb tehteid terviklike väidetega, erinevalt teistest keerulisematest loogika aladest ei huvituta siin väite struktuurist — sellest, millised on alus ja öeldis, kuidas nad on ühendatud jne. Lause all mõistetakse väidet, mille kohta võib öelda, kas see on tõene või väär (õige või vale). Lauseteks on näiteks «Moskva asub Nõukogude Liidus», «Hõbe ei ole elektrijuht» — esimese kohta võib öelda, et ta on tõene, teise kohta — väär. Väljendid «Tule siia!», «Mis kell on?» ja sõnaühend «Jänes, kui sealjuures» ei kuulu lausearvutuse lausete hulka — esimene on käskiv, teine küsiv, kolmas aga mõttetute sõnade kogum.

Kui on antud mingid lausearvutuse laused, siis võib nendest loogiliste tehete abil moodustada teisi lauseid. Seda me teeme igapäevases elus, ühendades lauseid sidesõnadega või siis eitades midagi. Näiteks võib eitada lauset «Rong ei välju kell 12» ja moodustada sellest uue: «Pole õige, et rong ei välju kell 12». Kahest lausest — «See rong hilineb» ja «Ma ei saa teda ära oodata» — võib moodustada uue: «See rong hilineb ja ma ei saa teda ära oodata». Nendetsamadest «lihtlausetest» võib aga moodustada veel teise «liitlause», kasutades sidesõnu «kui... , siis...»: «Kui see rong hilineb, siis ma ei saa teda ära oodata.» Lausetest «Nüüd süttis meie ees roheline signaal» ja «Nüüd süttis meie ees punane signaal» võib moodustada lause «Nüüd süttis meie ees roheline signaal», mis välistab väite «Nüüd süttis meie ees punane signaal».

Me tõime siin näiteid liitlausetest, mida moodustatakse teistest lausetest mitmesuguste sidesõnade ja pöördumiste kasutamise teel, nagu näiteks: «pole õige, et...» (eitus; sümboolselt tähistab seda tehet kriips esialgset lauset

tähistava tähe kohal); «kui ..., siis ...» (materiaalne implikatsioon; tähis \rightarrow); «... ja ...» (konjunktsioon ehk loogiline korrutamise; tähis $\&$); «... või ...» (disjunktsioon ehk loogiline liitmine; tähis \vee); «... on samaväärne ...» (ekvivalentsus; tähis \equiv); «... välistab ...» (mitteekvivalentsus; tähis \neq).

Neid väljendeid nimetatakse funkto r i t e k s. Et nende omadustest paremini aru saada, veendume, et neid võib defineerida eriliste tabelite abil. Lihtne on veenduda, et äsja defineeritud funkto r i t e abil moodustatud liitlausete tõeväärtus sõltub ainult esialgsete liitlausete tõeväärtustest. Just seda asjaolu võime kasutada funkto r i t e defineerimiseks. Selleks on vaja veel eelnevalt kokku leppida lausete üleskirjutamise viisis. Konkreetsed laused, nagu «See laud on puust» (mõeldakse mingit konkreetset lauda) tähistame suurte ja väikeste tähtedega tähestiku algusest. Lausete vastastikuste seoste uurimisel ei huvita meid aga konkreetsed, vaid suvalised laused. Analoo g i s e l t muutuvate suuruste tähistamisviisiga matemaatikas kasutame ka nende suvalise sisuga lausete märkimiseks tähestiku viimaseid tähti.

ENAMLEVINUD FUNKTORID.

X	\bar{X}
1	0
0	1

See tabel defineerib eituse funkto r i. Kui lause X on tõene (tõeväärtuse «tõene» märgime tähisega 1), siis eitava lause \bar{X} (eitust märgime kriipsuga esialgse lause tähise kohal) tõeväärtus on «väär». Tõeväärtuse «väär» märgime tähisega 0. Ümberpöördu l t, kui X on väär, siis \bar{X} on tõene (teine rida tabelis). Nagu näha, võib loobuda lause konkreetsest sisust (selleks tõimegi sisse muutuvaid suurusi tähistavad sümbolid) ja defineerida eitusefunkto r i t ainult võimalike tõeväärtuste järgi. Samuti võime defineerida ka teised funkto r i d. Et eitamise tehte tulemusena tekkiv uus lause ei sõltu teistest lausetest, siis nimetatakse eitusefunkto r i t üheargumendiliseks funkto r i k s.

Kaheargumendilised funktorid:

X	Y	$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \rightarrow Y$	$X \equiv Y$	$X \neq Y$
1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	0	1	1	0

Tabeli esimeses kahes veerus on antud muutuvate lausete (loogiliste muutujate) võimalikud tõeväärtused. Neli rida ammendavad kõik võimalikud kombinatsioonid. Teistes veergudes on antud funktorite $\&$, \rightarrow , \equiv , \neq tõeväärtused, mis vastavad muutujate X ja Y antud tõeväärtuste kombinatsioonile. Funktorite väärtused esimeses reas vastavad kombinatsioonile 1, 1, teises — kombinatsioonile 1, 0, kolmandas ja neljandas vastavalt kombinatsioonidele 0, 1 ja 0, 0. Asetades loogiliste muutujate X ja Y asemele suvalised konkreetset laused, näeme, millised tõeväärtused on funktorite abil moodustatud lausetel.

Funktor $\&$ iseloomustab konjunktsiooni, lausete ühendamist sidesõna «ja» abil. Funktor \vee väljendab disjunktsiooni, lausete ühendamist sidesõna «või» abil, kusjuures on võimalik, et mõlemad laused on tõesed. Funktorit \rightarrow nimetatakse materiaalse implikatsiooni funktoriks, mis küllaltki täpselt vastab lausete sidumisele ühendsidesõna «kui..., siis...» abil. Funktor \equiv väljendab lausete samaväärsust, ekvivalenttsust (siis ja ainult siis, kui...), funktor \neq aga mittesamaväärsust (kas... või...).

Kui funktorite abil moodustatud lausetest teha edasise funktorite rakendamisega veelgi keerukamaid lauseid, siis on otstarbekohane kasutada sulgusid. Võib moodustada näiteks selliseid lauseid:

- (1) $X \vee \bar{X}$,
- (2) $(X \& Y) \rightarrow X$,
- (3) $(X \rightarrow Y) \equiv \overline{X \& \bar{Y}}$,
- (4) $\overline{(X \vee Y)} \equiv \bar{X} \& \bar{Y}$,
- (5) $X \rightarrow X \& Y$ jne.

Selliseid avaldisi, kui nad on õigesti koostatud, nimetatakse valemiteks. Iga valem peab rahuldama järgmisi nõudeid.

1. Iga muutuja X, Y, Z on valem.

2. Kui X ja Y on valemid, siis ka $\bar{X}, X \& Y, X \vee Y, X \rightarrow Y, X \equiv Y, X \not\equiv Y$ on valemid.

3. Ükski teine avaldis peale reeglite (1) ja (2) abil konstrueeritute pole valem.

Lugeja võib kergesti veenduda, et avaldised (1) kuni (5) on valemid.

Valemite hulgas on eriline koht tautoloogiatel, s. t. niisugustel liitlausetel, mille tõeväärtus on 1, olenemata teda moodustavate lihtlausete tõeväärtuste kombinatsioonist. Tautoloogiad on lausearvutuse üheks uurimisobjektiks. Nende abil võib antud avaldise teisendada temaga samaväärseks avaldiseks. Sellel on suur tähtsus näiteks loogiliste skeemide teoorias.

Näitame, kuidas teha kindlaks, kas valem on tautoloogia või mitte. Selleks kasutame tabelit, milles esitame järk-järgult valemi osade tõeväärtused ja saame lõpuks valemi tõeväärtused.

Võtame näiteks valemi (2):

X	Y	$X \& Y$	$(X \& Y) \rightarrow X$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

Esiteks konstrueerime valemi (2) esimese osa $X \& Y$, mille tõeväärtused on antud eelmises tabelis, kirjutame need väärtused tabelisse $X \& Y$ alla. Edasi kasutame nüüd funktori $X \rightarrow Y$ tabelit, s. t. ühendame lause $X \& Y$ tõeväärtused lause X tõeväärtustega ühes ja samas reas, järelikult esimeses reas 1 ja 1, teises 0 ja 1, kolmandas 0 ja 0 ning neljandas 0 ja 0. Materiaalne implikatsioon on kõigil neil juhtudel tõeväärtusega 1.

Analoogiliselt saame valemi (3) jaoks tabeli:

X	Y	$X \rightarrow Y$	$X \& \bar{Y}$	$(X \rightarrow Y) \equiv \overline{X \& \bar{Y}}$
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1

Valem (3) lubab igasuguse avaldise kujul $X \rightarrow Y$ asendada avaldisega $\overline{X \& \bar{Y}}$. See teisendus vastab hästi meie harjumuspärasele üleminekule ühelt mõtlemisvormilt teisele. Nagu me juba ütlesime, võib valemit $X \rightarrow Y$ lugeda umbes järgmiselt: «Kui X , siis Y .» Temaga valemi (3) kohaselt ekvivalentset avaldist võib aga lugeda: «Pole õige, et üheaegselt kehtivad X ja Y eitus.»

Täpselt samuti valemi (4) jaoks:

X	Y	$X \vee Y$	$\overline{X \vee Y}$	$\bar{X} \& \bar{Y}$	$\overline{X \vee Y} \equiv \bar{X} \& \bar{Y}$
1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	1	1

Valem (4) viitab valemi $\overline{X \vee Y}$ üsna kasulikule teisendusele valemiks $\bar{X} \& \bar{Y}$, s. t. ta avaldab funktori \vee funktori $\&$ kaudu.

Valemi (5) tõeväärtus ei ole alati 1, s. t. ta pole alati tõene valem (tautoloogia). Seda on näha järgmise tabeli viimasest veerust:

X	Y	$X \& Y$	$X \rightarrow (X \& Y)$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	1
0	0	0	1

Tõepoolest, viimases veerus, mis vastab valemile (5), ei ole kõik tõeväärtused 1.

Käesoleva küllaltki kokkusurutud loogilise lausearvutuse ülevaate lõpetuseks toome kaks loogiliste tuletuskäikude reeglit.

1. **Asendusreegel.** Valemis võime iga muutuja asendada mingi teise muutuja või valemiga tingimusel, et me teeme selle asenduse igal pool, kus see muutuja iganes esineb. Muutujat võib asendada ka konkreetse, konstantse lausega. Nii näiteks võib valemis $(X \& Y) \rightarrow X$ asendada lause Y avaldisega $Z \& W$ ja saada uue valemi $(X \& (Z \& W)) \rightarrow X$. Kui esialgne valem (enne asendust) oli tautoloogiline, siis jääb ta tautoloogiliseks ka pärast asendust.

2. **Eraldusreegel.** Kui kujul $X \rightarrow Y$ antud valemi tõeväärtus on 1 ja sealjuures ka valemi X tõeväärtus on 1, siis on valemi Y tõeväärtus samuti 1. Teisiti öeldes, valemi Y tõesuse üle võime otsustada valemite $X \rightarrow Y$ ja X tõesuse järgi.

Lõpuks toome veel mõned tarvitavamad tautoloogilised valemid:

- | | |
|---------|--|
| (I) | $X \vee X \equiv X,$ |
| (II) | $X \vee Y \equiv Y \vee X,$ |
| (III) | $X \vee (Y \vee Z) \equiv (X \vee Y) \vee Z,$ |
| (IV) | $X \& X \equiv X,$ |
| (V) | $X \& Y \equiv Y \& X,$ |
| (VI) | $X \& (Y \& Z) \equiv (X \& Y) \& Z,$ |
| (VII) | $\overline{\overline{X}} \equiv X$ ($\overline{\overline{X}}$ tähistab lause X kahekordset eitust), |
| (VIII) | $X \& (Y \vee Z) \equiv (X \& Y) \vee (X \& Z),$ |
| (IX) | $X \vee (Y \& Z) \equiv (X \vee Y) \& (X \vee Z),$ |
| (X) | $\overline{X \& Y} \equiv \overline{X} \vee \overline{Y},$ |
| (XI) | $\overline{X \vee Y} \equiv \overline{X} \& \overline{Y},$ |
| (XII) | $X \& (Y \vee \overline{Y}) \equiv X,$ |
| (XIII) | $X \vee (Y \& \overline{Y}) \equiv X,$ |
| (XIV) | $X \rightarrow Y \equiv \overline{X} \vee Y,$ |
| (XV) | $X \rightarrow Y \equiv X \& \overline{Y},$ |
| (XVI) | $X \rightarrow Y \equiv \overline{Y} \rightarrow \overline{X},$ |
| (XVII) | $X \rightarrow (Y \rightarrow Z) \equiv (X \& Y) \rightarrow Z,$ |
| (XVIII) | $(X \equiv Y) \equiv (X \rightarrow Y) \& (Y \rightarrow X),$ |
| (XIX) | $(X \equiv Y) \equiv (X \& Y) \vee (\overline{X} \& \overline{Y}),$ |

$$(XX) \quad (X \vee \bar{X}) \equiv 1,$$

$$(XXI) \quad (X \& \bar{X}) \equiv 0,$$

$$(XXII) \quad [(X \rightarrow Y) \& (Y \rightarrow Z)] \rightarrow (X \rightarrow Z).$$

Märkus tautoloogiliste valemite kasutamise kohta. Tautoloogilisi valemeid (loogilisi ekvivalentsusi) kasutatakse loogikas täpselt samuti nagu samasusi matemaatikas. Matemaatikas kehtib võrdus $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ samaselt (s. t. suuruste a ja b kõikide väärtuste korral) ja me võime avaldise $(a + b)^2$ igal pool asendada võrduse paremal poolel asuva avaldisega ja ümberpöörduvalt. Täpselt samuti kasutatakse ka loogilisi ekvivalentsusi. Kui meil on avaldis, mille kuju vastab mingi loogilise ekvivalentsuse ühele poolele, siis võime selle asendada avaldisega, mis asub loogilise ekvivalentsuse teisel poolel. Seda võib teha sellepärast, et loogilise ekvivalentsuse mõlemad pooled on ühesuguse tõeväärtusega.

Ülesanded 7 kuni 20 lahendame lausearvutuse loogikat kasutades.

7. AUTOMAATNE KÜTUSESORTEERIJA.

Tähistame tähega S lause «Lattu saabus auto sõega», tähega K lause «Lattu saabus auto koksiga», tähega s lause «Sõešaht on avatud» ja tähega k lause «Koksišaht on avatud». Ülesande tingimused võib siis kirjutada kujul

(1) kuni (3):

$$(1) \quad S \rightarrow s, \quad K \rightarrow k,$$

$$(2) \quad (S \& \bar{K}) \vee (\bar{S} \& K).$$

Tingimus (2) ütleb, et lattu võib korraga sõita ainult üks veoauto.

$$(3) \quad (s \& \bar{k}) \vee (\bar{s} \& k).$$

Tingimus (3) ütleb, et korraga on avatud ainult üks šaht.

Küsimuse all olev sorteerimismehhanismi omadus on üleskirjutatav järgmiselt:

$$(4) \quad \bar{S} \rightarrow \bar{s}, \quad \bar{K} \rightarrow \bar{k}.$$

Neid omadusi me peamegi uurima. Implikatsioonid (4) ei järeldu otseselt implikatsioonidest (1), lausearvutuse loogikast järeldub (XVI) kohaselt ainult ekvivalentsus

$$(S \rightarrow s) \equiv (\bar{s} \rightarrow \bar{S}),$$

s. t. leiab aset $\bar{s} \rightarrow \bar{S}$, mitte aga meile vajalik implikatsioon $\bar{S} \rightarrow \bar{s}$.

Asendame tautoloogias (XIX) loogilise muutuja Y tema eitusega \bar{Y} , seejärel aga asendame muutuja X konkreetse lausega S ja loogilise muutuja Y konkreetse lausega K . Saame:

$$(S \equiv \bar{K}) \equiv [(S \& \bar{K}) \vee (\bar{S} \& \bar{\bar{K}})].$$

Kooskõlas valemiga (VII) võime aga lause $\bar{\bar{K}}$ asendada lausega K , s. t. saame:

$$(S \equiv \bar{K}) \equiv [(S \& \bar{K}) \vee (\bar{S} \& K)].$$

Siit on näha, et tingimus (2) on avaldatav kujul

$$(5) \quad S \equiv \bar{K}.$$

Täiesti analoogiliselt võib tingimuse (3) esitada ekvivalentsel kujul

$$(6) \quad s \equiv \bar{k}.$$

Tehes tingimustest (5) ja (6) asendused tingimusse (1), saame $K \rightarrow k$, s. t. teise implikatsiooni tingimusest (4). Saime jaatava vastuse küsimuse teisele poolele: kui auto koksiga ei sõida laoruumi, siis koksišaht ei avane. Nüüd on lihtne saada ka tingimuse (4) esimest implikatsiooni. Kasutades selleks näiteks tõeväärtuste tabelit, veendub lugeja, et valem (5) on ekvivalentne valemiga

$$(7) \quad \bar{S} \equiv K$$

ja valem (6) valemiga

$$(8) \quad \bar{s} \equiv k.$$

Kui nüüd tingimuse (1) teises implikatsioonis laused K ja k asendada vastavalt lausetega S ja s , saame kohe $\bar{S} \rightarrow \bar{s}$, s. t. jaatava vastuse küsimuse esimesele poolele.

8. PÄRISMAALASED JA KOLONISAATORID.

Tähistame esimese ülekuulatava isiku tähega A . Edaspidiseks toome sisse järgmised tähised:

XX « X räägib, et ta on kolonisaator»;

XX' « X on kolonisaator»;

XP « X räägib, et ta on pärismaalane»;

XP' « X on pärismaalane».

Kui välistada selline võimalus, et ülekuulatav isik vaikib, siis ilmselt

$$(1) \quad \bar{AK} \rightarrow AP.$$

Eeldusest kolonisaatorite kohta (nad valetavad alati!) järeldub

$$(2) \quad AK' \rightarrow \overline{AK}.$$

Valemi (XXII) kohaselt saame implikatsioonidest (1) ja (2):

$$(3) \quad AK' \rightarrow AP.$$

Analoogiliselt saame lihtsalt tuletada, et

$$(4) \quad \overline{AK'} \rightarrow AP',$$

$$(5) \quad AP' \rightarrow AP$$

ja järelikult ka

$$(6) \quad \overline{AK'} \rightarrow AP.$$

Implikatsioonidest (3) ja (6) aga järeldub, et leiab aset AP , s. t. esimene ülekuulatav isik, sõltumata sellest, kas ta oli pärismaalane või kolonisaator, ei saanud öelda midagi muud kui: «Ma olen pärismaalane.»

Edasine lahenduskäik on juba üsna lihtne ja me esitame selle ainult mõne sõnaga. Kui teine ülekuulatav oleks olnud kolonisaator, siis oleks ta öelnud, et esimene tunnistas end olevat kolonisaatori. Et teine kohtualune väitis just vastupidist, siis oli ta järelikult pärismaalane. Analoogiline arutelu viib järeldusele, et kolmas ülekuulatav on kolonisaator.

9. KAKS SUGUHARU.

1. Oletame, et teener on tublide suguharust.
 - a) Kui teine pärismaalane on samuti tubli, siis ta ütleks ka enda olevat tublide suguharust ja teener ütleks selle õigesti edasi oma peremehele.
 - b) Kui teine pärismaalane on valelik, siis ta ütleks ikkagi enda olevat tubli. Aus teener ütleb selle vastuse edasi oma peremehele.
2. Oletame nüüd, et teener on valelik.
 - a) Kui teine pärismaalane on tubli, siis valelik teener ütleks peremehele edasi, et too pärismaalane on valelik.
 - b) Kui teine pärismaalane on valelik, siis ta ütleks ikkagi, et ta on tubli, valelik teener keeraks selle ütluse veel kord ringi ja ütleks peremehele, et teine pärismaalane on valelik. Niisiis, teener peab olema tublide suguharust, sest 2, a) ja 2, b) on mõlemad vastuolus ülesande tingimustega.

Kõike seda võib öelda palju lihtsamalt. Analoogiliselt ülesandega 8 võime kohe öelda, et esitatud küsimusele

vastavad kõik «Ma olen tublide suguharust», sõltumata sellest, kuhu suguharru nad tegelikult kuuluvad. Et teener andis selle ainuvõimaliku vastuse õigesti edasi, siis peab ta järelikult tõesti olema tublide suguharust.

Proovigu nüüd lugeja see lahenduskäik läbi viia loogilise lausearvutuse abil.

10. PROJEKTIDE KINNITAMISE KORD.

Tähistame tähega A lause «Tsehh A võtab osa projekti kinnitamisest» ja tähtedega B, C sama väite tsehhide B, C kohta.

Kokkuleppe tingimused võib siis üles kirjutada järgmisel kujul:

$$(1) \quad \bar{B} \rightarrow \bar{A},$$

$$(2) \quad B \rightarrow (A \& C).$$

Tingimusest (1) saame tuletada $A \rightarrow B$: selleks asetame lausearvutuse tautoloogiasse (XVI) $(X \rightarrow Y) \equiv (\bar{Y} \rightarrow \bar{X})$ muutujate X ja Y asemele meie ülesande konkreetset väidet A ja B . Tulemuseks saame:

$$(3) \quad (A \rightarrow B) \equiv (\bar{B} \rightarrow \bar{A}).$$

Ekvivalentsuse (3) parem pool kujutab endast tingimust (1), seega on tingimus (1) ekvivalentne implikatsiooniga $A \rightarrow B$.

Edasi, asendades tautoloogias (XXII) muutuja Z valemiga $X \& Z$, saame:

$$\{(X \rightarrow Y) \& [Y \rightarrow (X \& Z)]\} \rightarrow [X \rightarrow (X \& Z)].$$

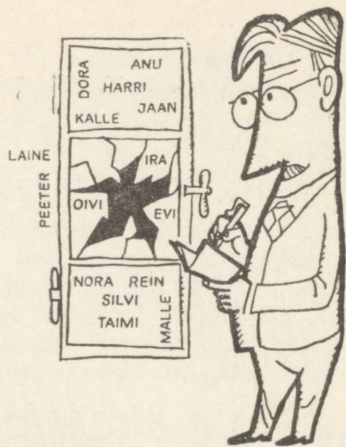
Asendades selles valemis muutujad X, Y ja Z vastavalt meie ülesande konkreetsete lausetega A, B ja C , saame:

$$(4) \quad \{(A \rightarrow B) \& [B \rightarrow (A \& C)]\} \rightarrow [A \rightarrow (A \& C)].$$

Kui kokkuleppe tingimused on täidetud, siis võib valemitele (1) ja (2) omistada tõeväärtuse 1. Järelikult on tõene ka implikatsiooni (4) vasak pool. Valemi (4) peab ka tervikuna olema tõene, sest ta tekkis tautoloogiast asenduste teel. Rakendame nüüd eraldusreeglit (vt. lk. 44), mille kohaselt ka valem

$$(5) \quad A \rightarrow (A \& C)$$

peab olema tõene. Järelikult kui projekti kinnitamisest võtab osa tsehh A , siis peab sellest osa võtma ka tsehh C .



11. LÖHUTUD AKEN. ESIMENE VARIANT.

Õpilaste ütlused «... lõi akna puruks», «seda tegi...» märgime oletatavate süüdlaste nimede algustähtedega. Nii näiteks tähistame Taimi ütluse tähega A , Anu tunnistuse aga liitlausega $\bar{A} \& H$ jne. Eraldi tähistega tuleb märkida Laine, Nora ja Silvi ütlused ja täiendused: Laine täienduse «... , kuid ma ei mäleta, kes nimelt» märgime tähega C , Nora väite «akna lõhkus hoopis tuul» tähega F ja Silvi tunnistuse tervikuna tähega Q .

Kõik õpilaste vastused võib nüüd üles kirjutada järgmisel kujul:

Anu: $\bar{A} \& H$.

Harri: H .

Jaani: $\bar{H} \& K$.

Dora: $\bar{H} \& K \& \bar{D}$.

Evi: $[(M \& \bar{A}) \vee (\bar{M} \& A)] \& \bar{E}$.

Kalle: $(A \& \bar{D} \& \bar{E} \& \bar{O} \& \bar{I} \& \bar{L} \& \bar{M} \& \bar{N} \& \bar{S} \& \bar{T}) \vee$
 $\vee (\bar{A} \& D \& \bar{E} \& \bar{O} \& \bar{I} \& \bar{L} \& \bar{M} \& \bar{N} \& \bar{S} \& \bar{T}) \vee \dots$
 $\dots \vee (\bar{A} \& \bar{D} \& \bar{E} \& \bar{O} \& \bar{I} \& \bar{L} \& \bar{M} \& \bar{N} \& \bar{S} \& T)$.

Oivi: $(\bar{A} \vee D \vee E \vee O \vee I \vee L \vee M \vee N \vee S \vee T) \&$
 $\& (A \vee \bar{D} \vee E \vee O \vee I \vee L \vee M \vee N \vee S \vee T) \& \dots$
 $\dots \& (A \vee D \vee E \vee O \vee I \vee L \vee M \vee N \vee S \vee \bar{T}) \&$
 $\& H \& J \& K \& P \& R$.

Ira: $I \& A$.

Laine: $(H \& \bar{J} \& \bar{K} \& \bar{P} \& \bar{R}) \vee (\bar{H} \& \bar{J} \& \bar{K} \& \bar{P} \& \bar{R}) \vee \dots$
 $\dots \vee (\bar{H} \& \bar{J} \& \bar{K} \& \bar{P} \& R) \& C$.

Peeter: $H \& P$.

Malle: $\bar{M} \& \bar{A} \& \bar{H} \& \bar{J} \& \bar{D} \& \bar{E} \& \bar{K} \& \bar{O} \& \bar{I} \& \bar{L} \& \bar{P} \&$
 $\& \bar{M} \& \bar{R} \& \bar{N} \& \bar{S} \& \bar{T}$.

Rein: $\bar{H} \& P$.

Nora: $\bar{H} \& P \& F$.

Silvi: Q .

Taimi: A .

Märkus ülesande tingimuste üleskirjutuse kohta. Püstitame lisaks veel ühe eelduse (W), mis sisaldub ülesandes varjatud kujul ja on vajalik ülesande lahendamiseks: akna lõhkus ainult üks õpilane. Lugeja võib välja selgitada, kuidas tuleks otsida lahendust, kui poleks eeldust (W).

Kalle ütluse peab üles kirjutama nõnda, et oleks kohe näha, et akna lõhkus üks tütarlastest, analoogiliselt peab Laine tunnistus väljendama seda, et akna löi katki üks poistest.

Oivi tunnistuse «Akna löid puruks poisid» kirjutame üles kujul $H \& J \& K \& P \& R$, hiljem näeme, et selline üleskirjutus on täiesti põhjendatud.

Kalle (samuti ka Laine) vastus on kõige üldisemat laadi, me võime sellest lähtuda ja alguses oletada, et vastus pole õige (1), seejärel aga, et vastus on tõepoolest õige (2).

(1). Kui Kalle valetas, siis tuleb süüdlasi otsida poiste hulgast. Oivi vastuse esimene osa on Kalle vastuse eitus ja tehtud eeldusel järelikult ka tõene. Kui me oleks Oivi vastuse teise poole kirjutanud kujul $H \vee J \vee K \vee P \vee R$, siis oleks terve Oivi vastus tõene ja ülesande tingimuste kohaselt ka ainuke tõene vastus, ülejäänud 14 vastust peavad sel juhul olema valed.

Nii näiteks saaksime:

Anu: $\bar{A} \& H = 0$, et aga (1) põhjal $A = 0$, siis ka $H = 0$.

Harri vastus H on järelikult vale, s. t. Harri pole tegelikult süüdlane.

Ja an: $\bar{H} \& K = 0$, et aga $\bar{H} = 1$, siis $K = 0$.

Dora: $\overline{H} \& K \& \overline{D}$, eelduse (1) kohaselt aga $D = 0$, järelikult $D = 1$ ja Dora vastus tervikuna on õige. Seega lisanduks Oivi õigele vastusele veel üks õige vastus, see aga on vastuolus ülesande tingimustega. Seetõttu me kirjutasimegi Oivi vastuse teise poole konjunktsioonina. Eelduse (W) kohaselt $H \& J \& K \& P \& R = 0$.

Laine vastuses peab olema $C = 0$ (s. t. väide «... ma ei mäleta, kes nimelt» pole õige), sest vastasel korral oleks Laine tunnistus ainuke õige tunnistus ja me võiksime täpselt samal viisil nagu eespoolgi näidata, et siis on ka Dora tunnistus õige, see aga on jälle vastuolus ülesande tingimustega, mille kohaselt ainult üks õpilane rääkis täielikult tõtt.

Eelduse (1) kohaselt peaksid Taimi, Malle ja Evi valetama. Ka ei saa õiged olla Peetri ja Reinu vastused, sest nad langevad ühte. Nii eeldusest (1) kui eeldusest (W) järeldub, et ka Silvi ütlus on vale.

Kui Anu tunnistuses oleks $H = 1$, siis eelduse (1) kohaselt oleks $\overline{A} \& H = 1$ ja järelikult peaks Harri tunnistus olema õige, mis on jällegi vastuolus ülesande tingimustega. Järelikult $H = 0$ ja ka Anu vastus on vale.

Kui Jaan valetaks, siis oleks $K = 0$ ja Dora vastus $\overline{H} \& \overline{K} \& \overline{D}$ peaks olema õige. Võttes arvesse eelduse (1), peaks Dora vastus olema siis ainuke õige vastus.

Ülejäänud vastustest on Oivi vastus vale, Laine vastus on vale $C = 0$ korral, Nora vastus aga vale $F = 0$ korral.

Kui Nora vastuses $F = 1$, siis, arvestades $\overline{H} \& \overline{P} = 1$ (Peetri ja Reinu ühine vastus on vale!), oleks ka Nora vastus tervikuna õige. See pole aga võimalik (me saame siis eespool kasutatud meetodit rakendades näidata, et veel üks vastus — Dora või Jaani oma — peab olema õige). Samuti on vale ka Silvi vastus.

Kui eeldada, et Jaan valetab, siis eelduse (1) korral polegi meil üldse võimalik süüdlast leida. Kui aga Jaan räägib õigust, siis eeldusel (1) on süüdlaseks Kalle. Jaani vastus oleks siis ainuke õige vastus, teised kõik on valed (ka Dora vastus, sest $\overline{H} \& \overline{K} = 0$).

(2). Oletame nüüd, et Kalle vastus on õige. See peab siis olema ka ainuke õige vastus. Ükski poiss pole süüdlane. Analüüsime järjest läbi kõikide õpilaste vastused.

Anu: $\overline{A} \& H = 0$. Et $H = 0$, siis on Anu vastus vale.

H a r r i: H . Eelduse (2) korral on vastus vale.

J a a n: $\overline{H} \& K$. Eelduse (2), s. t. $K = 0$ tõttu on ka see vastus vale.

D o r a: Et $\overline{\overline{H} \& K} = 1$, siis $\overline{D} = 0$ ja $D = 1$, järelikult on süüdlane Dora. Siin tuleks märkida, et Anu vastus oleks vale ka siis, kui peale $H = 0$ oleks veel ka $\overline{A} = 0$, s. t. $A = 1$ ja Anu oleks süüdlane. Et aga Dora peab olema niikuinii süüdlane, siis oleks meil kaks süüdlast, mis on vastuolus eeldusega (W). Järelikult $\overline{A} = 1$, s. t. $A = 0$.

Ülejäänud vastused on kõik valed (peale Kalle vastuse).

E v i vastus on vale, sest $(M \& \overline{A}) \vee (\overline{M} \& A) = 0$ (vt. (W) ja $A = 0$).

K a l l e: Eelduse (2) kohaselt rääkis Kalle õigust.

O i v i vastus pole õige, sest $(A \vee \overline{D} \vee E \vee \dots \vee S \vee T) = 0$ eelduse (W) ja $\overline{D} = 0$ tõttu.

I r a vastus pole samuti õige $I = A = 0$ tõttu (eelduse (W) kohaselt).

L a i n e vastus on vale eelduse (2) tõttu: juba esimene osa ilma väiteta C on vale.

P e e t r i ja **R e i n u** vastused on valed (sest nad ühtivad!).

M a l l e vastus on vale $A = 0$ tõttu (selle tegime aga eespool kindlaks!).

N o r a vastus on vale $F = 0$ korral.

S i l v i vastus on vale $Q = 0$ korral.

T a i m i: Et $A = 0$, siis ei saa ka Taimi vastus olla õige.

Eeldus (2) viib niisiis hoopis teisele tulemusele kui eeldus (1). See aga tähendab, et ülesanne ei lahendu üheselt. Kui näiteks ülesande tekstile lisada, et Kalle polnud süüdi, siis on lahend ühene.

12. LÕHUTUD AKEN. TEINE VARIANT.

Iga vastuste kolmiku tähistame vastaja nime esitähega, vastused igas kolmikus eraldi märgime indeksitega 1, 2, 3 sellesamas järjekorras, millises nad on toodud ülesande tingimustes: $A_1, A_2, A_3; H_1, H_2, H_3; J_1, J_2, J_3; N_1, N_2, N_3$. Lähtume Jaani vastustest: vastused J_1 ja J_3 võivad olla mõlemad valed või mõlemad õiged. Ülesande viimase tingimuse kohaselt ei saa nad aga mõlemad olla valed. Järe-

likult on nad mõlemad õiged ja J_2 on vale. Sel juhul peab N_1 olema õige. Et J_3 on õige, siis H_3 on vale, H_1 ja H_2 aga õiged. N_3 on siis muidugi vale, N_2 aga õige. Siis aga on vale A_1 . Akna lõhkus Anu.

Lihtsustus. Kasutades tõese lause jaoks tähist 1 ja väära lause jaoks tähist 0, saame: kas $J_1 = J_3 = 1$ või $J_1 = J_3 = 0$. Teine juht pole võimalik, järelikult $J_1 = J_3 = 1$ ja $J_2 = 0$. Siis $N_1 = 1$, $J_3 = 0$ tõttu $H_3 = 0$ ja $H_1 = H_2 = 1$. Siis loomulikult $N_3 = 0$ ja järelikult $N_2 = 1$. Siis aga $A_1 = 0$, mis ongi lahenduseks.

13. LÕHUTUD AKEN. KOLMAS VARIANT.

Väited kujul «seda tegi X » tähistame tähega X , s. t. süüdistatava nime algustähega. Siis võib õpilaste vastused kirjutada lühidalt järgmisel kujul:

Peeter: V .

Harri: \bar{V} .

Malle: M .

Jaani: $(M \vee A) \& \overline{M \& A}$.

Valdur: \bar{V} .

Sulev: M .

Rein: \bar{M} .

Anu: $\bar{M} \& \bar{A}$.

Taimi: $\bar{M} \& \bar{A} \& \bar{V}$.

Väiteid «lause X on tõene», «lause X on väär» märgime nagu ennegi vastavalt $X = 1$, $X = 0$.

Oluliseks eelduseks, mis pole ülesandes ilmselt välja öeldud ja millega me ülesannet lahenduses täiendame, on nõue, et süüdlasi on ainult üks. Kuigi ülesandes on küsitud: «Kes lõhkus akna?» (aga mitte «kes lõhkusid»), võib, nagu näitab analüüs, süüdlasi siiski olla mitu.

1) Lähtume Jaani vastusest $(M \vee A) \& \overline{M \& A}$. Oletame, et $(M \vee A) \& \overline{M \& A} = 0$. Siis valemite (X) ja (XI) kohaselt saame $(M \& A) \vee (M \& \bar{A}) = 1$, valemi (IX) kohaselt aga $(\bar{M} \& \bar{A}) \vee (M \& A) \equiv [(\bar{M} \& \bar{A}) \vee M] \& [(\bar{M} \& \bar{A}) \vee A] \equiv [M \vee (\bar{M} \& \bar{A})] \& [A \vee (\bar{M} \& \bar{A})] \equiv (M \vee \bar{A}) \& (M \vee A) = 1$, järelikult $M = A = 1$ ehk $M = A = 0$. Eeldusel, et süüdlasi on ainult üks, järelduks siit tingimata $M = A = 0$ ja seega $V = 1$. Siis aga $\bar{V} = 1$, $\bar{M} = 1$, $\bar{M} \&$

$\& \bar{A} = 1$, s. t. meil oleks neli õiget vastust, mis on vastuolus ülesande viimase tingimusega.

Kui lubada, et süüdlasi võib ka kaks olla, siis võiks olla $M = A = 1$. Kui lisaks veel $V = 0$, siis oleksid õiged vastused Harril (\bar{V}), Mallel (M) ja Sulevil (M), valed aga Peetril (V), Valduril (\bar{V}), Jaanil ($M \vee A$) & $\bar{M} \& \bar{A}$), Reinul (\bar{M}), Anul ($\bar{M} \& \bar{A}$) ja Taimil ($\bar{M} \& \bar{A} \& \bar{V}$). Süüdlased oleksid siis Malle ja Anu.

2) Oletame nüüd, et $(M \vee A) \& \bar{M} \& \bar{A} = 1$. Siis $(M \vee \bar{A}) \& (\bar{M} \vee A) = 0$, s. t. kas $M = 1$ ja $A = 0$ või $M = 0$, $A = 1$. a) Kui $M = 1$, siis $A = 0$ ja ka $V = 0$ (kui on ainult üks süüdlane!). Siis aga $M = 1$ (Malle vastus), $M = \bar{A} = 1$ (Jaan), $M = 1$ (Sulev) ja $\bar{V} = 1$ (Harri) — järelikult on 4 õiget vastust, mis on vastuolus ülesande tingimustega. b) Kui $M = 0$, $A = 1$, siis $V = 0$, $\bar{V} = 1$ ja õiged vastused on $M = A = 1$, $\bar{M} = 1$, $\bar{V} = 1$ — need on Jaani, Reinu ja Harri vastused. Kõik teised õpilased valestasid. Süüdlane on Anu.

14. HAJAMEELNE PROFESSOR.

Ülesande tingimustest järeldub, et otsitavad asjad võivad olla kas käsiraamatute ruumis K , erialaste tööde ruumis T või siis ajakirjade ruumis A . Laborandi ütlust vaatleme edaspidi kui väidet, mille kohaselt otsitavad asjad paiknevad ruumis K . Jäeb üle veel professori kirjutuslaud L .

Väite «ese x asub ruumis (laual) Y » kirjutame lühidalt kujul « $x \varepsilon Y$ ». Eskimo keele sõnastiku tähistame tähega e , nosoloogia õpiku — tähega n ja Lobaste pamfleti tähega p .

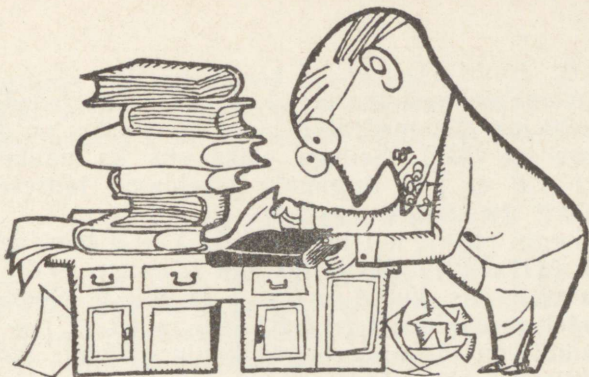
Siis võime kirjutada:

- 1) professori väited: $e \varepsilon T, n \varepsilon A, p \varepsilon A$;
- 2) laborandi väited: $e \varepsilon K, n \varepsilon K, p \varepsilon K$;
- 3) professori abikaasa väited: $e \varepsilon A, n \varepsilon T, p \varepsilon T$;
- 4) edasi leiab aset järgmine loogiline ekvivalentsus:

$$e \varepsilon T \& e \varepsilon K \& e \varepsilon A \equiv e \varepsilon L,$$

samuti n ja p jaoks.

Kui nüüd laused 1, 2, 3 on väärad, nagu väidab professori tütar, siis on tõene järgmine lause:



$$\begin{aligned} & \overline{e \varepsilon T} \& \overline{n \varepsilon A} \& \overline{p \varepsilon A} \& \\ & \& \overline{e \varepsilon K} \& \overline{n \varepsilon K} \& \overline{p \varepsilon K} \& \\ & \& \overline{e \varepsilon A} \& \overline{n \varepsilon T} \& \overline{p \varepsilon T}. \end{aligned}$$

Valemi (V) kohaselt aga võib liikmed ümber grupeerida nii, et märk «&» ühendaks kohakuti üksteise all asuvaid väiteid. Loogilise ekvivalentsuse (IV) põhjal oleks siis tõene ka lause $e \varepsilon L \& n \varepsilon L \& p \varepsilon L$, s. t. kõik kadunud materjalid on professori kirjutuslaual.

15. KOKKULEPPE TINGIMUSED.

Tähistame lause «projekti kinnitamisest võtab osa asutus A» tähega A , asutuste B ja C kohta käivad sama sisuga laused tähistame analoogiliselt tähtedega B ja C .

Kokkulepet projektide kinnitamise kohta võime väljendada järgmiste lausetena:

- (1) $A \& B \rightarrow C$,
- (2) $B \& C \rightarrow A$.

Kui sellest kokkuleppest järelduks, et pärast projekti kinnitamist asutustes A ja C peab projekt kinnitatama ka asutuses B , siis peaks alati olema tõene ka järgmine valem:

$$(3) \quad \{[(A \& B) \rightarrow C] \& [(B \& C) \rightarrow A]\} \rightarrow \\ \rightarrow [(A \& C) \rightarrow B].$$

Kui (3) on alati tõene (s. t. tautoloogia), siis eraldusreegli kohaselt on tõene ka lause $(A \& C) \rightarrow B$, sest laused (1) ja (2) on eelduse kohaselt alati tõesed. Kui (3) poleks alati tõene, siis oleks projekti kinnitamisel võimalik selline olukord, kus kinnitamine asutustes A ja C ei nõuaks enam projekti kinnitamist asutuses B .

1. Leiame sellised lausete A, B, C tõeväärtused, mille korral valemis (3) määratud lause tõeväärtus on 0 (s. t. see lause on väär). Sellega oleks siis ka näidatud, et $(A \& C) \rightarrow B$ ei pea tingimata järelduma lausetest (1) ja (2).

Selleks on piisav, kui lause $(A \& C) \rightarrow B$ tõeväärtus on 0, lause [(1) & (2)] tõeväärtus aga 1. Lause $(A \& C) \rightarrow B$ on aga väär siis, kui $A \equiv C = 1$ ja $B = 0$. Nendel tõeväärtustel on avaldised $(A \& B) \rightarrow C$ ja $(B \& C) \rightarrow A$ tõesed, samuti on tõene ka nende konjunksioon. Järelikult lause (3) pole alati tõene.

Üksikasjalisem analüüs on antud tabelis.

$A \ B \ C$	$(A \& B) \rightarrow C$	$(B \& C) \rightarrow A$	$(A \& C) \rightarrow B$	(3)
1 1 1	1	1	1	1
1 1 0	0	1	1	1
1 0 1	1	1	0	0
1 0 0	1	1	1	1
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	1	1	1
0 0 1	1	1	1	1
0 0 0	1	1	1	1

Viimases veerus on valemiga (3) antud lause tõeväärtused. Peale meie juba teadaoleva juhu $A \equiv C = 1, B = 0$ on valemi (3) tõeväärtus alati 1. Mainitud asjaolu ilmselt tingibki seda, et me mõnikord kaldume ekslikult arvama, nagu järelduks tingimustest (1) ja (2) tingimata ka implikatsioon $(A \& C) \rightarrow B$.

2. Kui kasutada klasside loogikat (sellest tuleb juttu käesoleva raamatu järgmises osas), siis jõuaksime lahenduseni veelgi kiiremini. Tähistame asutustes A, B, C kinnitamisele kuuluvate projektide klassid vastavalt tähtedega A, B, C . Kokkuleppe tingimused avalduvad siis võrdustena

$$\begin{aligned} (1') \quad & AB = ABC, \\ (2') \quad & BC = ABC. \end{aligned}$$

Klasside korrutise AC jaoks kehtib alati võrdus $AC = = ABC \cdot \overline{ABC}$. Selle võrduse parem pool ei muutu, kui

¹ Märk \cdot tähistab loogiliste klasside liitmist (vt. «Sissejuhatus klasside loogikasse»).

me teostame siin asendused võrdustest (1') ja (2'). See-tõttu, kui projekti kinnitamisest võtavad osa asutused A ja C, siis asutus B ei pea sellest tingimata osa võtma.

16. TURIST. ESIMENE VARIANT.

Turist osutas ühele teedest ja küsis: «Kas on tõsi, et see tee viib järve äärde ja kaks korda kaks on viis?» Mõle-mad noormehed vastasid «Ei». Sellest vastusest järeldas turist, et osutatud tee viib järve äärde.

Turist arutles järgmiselt. On kaks võimalust.

Esimene võimalus. Tee, millele ma osutasin, viib järve äärde. Alati tõtt rääkiv noormees T vastab «jah» küsimu-sele, kas viidatud tee viib järve äärde. Küsimusele, kas kaks korda kaks on viis, vastab ta «ei». Minu küsimusele tervikuna vastab ta «ei».

Valetaja V vastab küsimuse esimesele poolele «ei», küsi-muse teisele poolele aga «jah», minu küsimusele tervikuna vastab ta järelikult «ei».

Teine võimalus. Näidatud tee ei vii järve äärde. Sellisel juhul T vastab küsimuse esimesele poolele «ei», teisele poolele samuti «ei» ja küsimusele tervikuna saan vastuse «ei». V vastab küsimuse esimesele poolele «jah», teisele poolele «jah» ja küsimusele tervikuna samuti «jah».

Niisiis, esimesel juhul, kui näidatud tee viib tõesti järve äärde, on mõlemad vastused «ei». Teisel juhul on üks vastus «jah», teine «ei». Näidatud tee viib järve äärde ainult siis, kui mõlemad vastused on «ei».

Sümboolse loogika abil saame toodud arutlusele anda lühikese ja ülevaatliku kuju.

Tähised: p — lause «See tee viib järve äärde», q — «Kaks korda kaks on viis».

Et iga kahe lause X ja Y korral on lause $X \& Y$ tõene ainult siis, kui X ja Y on tõesed, siis kehtib see ka lausete p ja q kohta. Koostame järgmise tõeväärtustabeli:

	p	q	$p \& q$
T	1	0	0
V	0	1	0
T	0	0	0
V	1	1	1

Esimene ja teine rida vastavad esimesele võimalusele, kolmas ja neljas rida teisele võimalusele.

Turist võiks küsimuse formuleerida ka teisiti. Näiteks: «Kas on õige, et see tee viib järve äärde ja et Volga suubub Vaiksesse ookeani?» (Tõeväärtustabel on sama.) Või siis: «Kas on õige, et see tee viib järve äärde ja et vask on metall?». Tõeväärtustabel oleks siis:

	p	q	$p \& q$
T	1	1	1
V	0	0	0
T	0	1	0
V	1	0	0

Turist võiks kasutada ka mingit teist sidesõna, nagu näiteks «või», samuti ka «kui ..., siis...». Tõeväärtustabelid oleksid siis loomulikult teistsugused. Näiteks küsimusele «Kas on õige, et see tee viib järve äärde või et vask on metall?» vastaks järgmine tõeväärtustabel:

	p	q	$p \vee q$
T	1	1	1
V	0	0	0
T	0	1	1
V	1	0	1

Nagu näha, on turistil alati võimalik otsustada, kas on tegemist juhuga 1 või 2 (s. t. kas tee viib järve äärde või mitte). Ta ei tohiks aga esitada niisugust küsimust, nagu «Kas on õige, et see teeb viib järve äärde ja et sa räägid tõtt?». Vastav tõeväärtustabel:

	p	q	$p \& q$
T	1	1	1
V	0	1	0
T	0	1	0
V	1	1	1

ei võimalda eristada juhte 1 ja 2.

17. TURIST. TEINE VARIANT.

Ülesande lahendamise jätame lugeja hooleks.

18. TURIST. KOLMAS VARIANT.

See on juba raskem variant. Toome lahenduse. Turist peab küsima (ja viitama sealjuures ühele teedest): «Kas teine noormees ütles, et see tee viib järve äärde?» Võimalike vastuste analüüsimiseks koostame tabeli:

Küsitav noormees	Vastus	Mida ütles teine noormees	Kes oli teine noormees	Kas tee viib järve äärde
<i>T</i>	jah ei	jah ei	Valetaja Valetaja	ei jah
<i>V</i>	jah ei	ei jah	Tõerääkija Tõerääkija	ei jah

Tabelist on näha, et vastus määrab tõepoolest üheselt kindlaks järve äärde mineva tee, vastuse «jah» korral tee ei vii, vastuse «ei» korral aga viib järve äärde. Et tõeväärtused tabeli viimases veerus olenevad üheselt tõeväärtustest tabeli esimeses veerus, siis pole õige tee kindlaksmääramise seisukohalt üldse oluline teada, kummale noormehele turist oma küsimuse esitas.

19. SAARE VALITSEJA.

Lahendamiseks peame veel eeldama, et «tõe» all mõistame seda, et sisserändaja ütluse sisu langeb kokku saare valitseja eelneva otsusega (mida sisserändaja ei pruugi sugugi teada). Valitseja võib olla näiteks enne otsustanud, et sisserändaja lastakse maha. Kui sisserändaja nüüd ütleb «Mind lastakse maha», siis astubki jõusse korralduse esimene pool. Edaspidi me eeldame, et valitseja eelnevat otsust ei muuda, samuti eeldame, et valitseja otsustab alati sisserändaja üles puua või maha lasta.

Tähistame sisserändaja lause sisu (samuti valitseja eelneva otsuse) tähega *P*, kui see on poomine, ja *M*, kui see on mahalaskmine. Siis võib koostada järgmise tabeli:

Valitseja otsus	Sisserändaja ütlus	Tõeväärtus	Korraldus ütleb
<i>P</i>	<i>P</i>	1	<i>M</i>
<i>P</i>	<i>M</i>	0	<i>P</i>
<i>M</i>	<i>P</i>	0	<i>P</i>
<i>M</i>	<i>M</i>	1	<i>M</i>

Kui sisserändaja ütleb: «Ma olen mõistetud poomissurma,» siis on valitseja tegelikult väljapääsmatus olukorras: ta kas peab vastu astuma omaenda korraldusele (esimene rida) või siis omaenda otsusele (kolmas rida). Vastusega «Ma olen mõistetud poomissurma» võib sisserändaja säilitada elu, seda aga muidugi eeldusel, et valitseja ei tagane oma otsusest ega korraldusest.

20. TERMOREGULAATORIGA TRIIKRAUD.

Vaatleme kontakti K (mille abil triikraud lülitatakse vooluvõrku), triikrauda ülekuumenemise eest kaitsva kontakti T (termoregulaatori kontakti) ja küttespiraali S olekuid. Lauset « K on sisse lülitatud» tähistame samuti tähega K , väidet « T on sisse lülitatud (s. t. lubab voolul läbida küttespiraali)» tähega T ja väidet « S on ülekuumenenud» tähega S .

Moodustame tabeli, kuhu märgime kõikvõimalikud kombinatsioonid K , T ja S olekutest. Tähis 1 tähendab kontakti sisselülitatust või siis spiraali ülekuumenemist, tähis 0 aga väljalülitatust või ülekuumenemise puudumist.

K	T	S	Oleku lubatavus	Oleku nr.
1	1	1	ei	1
1	1	0	jah	2
1	0	1	jah	3
1	0	0	ei	4
0	1	1	ei	5
0	1	0	jah	6
0	0	1	jah	7
0	0	0	ei	8

Põhjendused.

a) Olek nr. 1 ei ole lubatud, ülekuumenemisel peab termoregulaator voolu välja lülitama.

b) Olek nr. 4 ei ole lubatud, sest võrku lülitatud triikraud ei saakski siis soojaks minna: termoregulaator on vooluringi katkestanud.

c) Olek nr. 5 pole lubatud, sest väljalülitatud K ja küttespiraali ülekuumenemise korral oleks T sisse lülitatud, see aga tähendaks, et termoregulaator on rikkis.

d) Olek nr. 8 ei ole samuti lubatud, sest triikraua sisselülitamisel vooluvõrku jääks vooluring ikka avatuks — termoregulaatori lülitaja on lahti. Selline kontaktide seis oleks lubatud, kui triikraua konstruktsioon näeks ette termoregulaatori T sisselülitamist koos kontakti K sisselülitamisega, see viiks aga ülearusele tehnilisele keerukusele, mida me siinkohal ei käsitle (samuti pole seda praktiliselt sugugi tarvis).

e) Kõik teised olekud on lubatud ja triikraua funktsioneerimiseks vajalikud.

Mingi lubatud oleku korral on tõene üks järgmistest lausetest:

$$K \& T \& \bar{S}, K \& \bar{T} \& S, \bar{K} \& T \& \bar{S}, \bar{K} \& \bar{T} \& S$$

(viimane juht leiab aset siis, kui triikraud kuuenes üle, termoregulaator lülitab voolu välja ja me tõmbasime parajasti välja kontakti K). Lubatud olekute jaoks võivad olla tõesed ainult need laused, teised on väärad. Lülitajate ja küttespiraali funktsioneerimist kirjeldab seega järgmine valem:

$$\Phi(K, T, S) = (K \& T \& \bar{S}) \vee (K \& \bar{T} \& S) \vee (\bar{K} \& T \& \bar{S}) \vee (\bar{K} \& \bar{T} \& S).$$

Tähis Φ märgib funktsiooni, mis näitab, et triikraud on ühes nendest olekutest, mida kirjeldavad sulgudes seisvad konjunktsioonid.

Suvaliste lausete X ja Y korral

$$(X \& Y) \vee (\bar{X} \& Y) \equiv Y,$$

selles võib lugeja veenduda järgmise tabeli abil:

X	Y	$X \& Y$	$\bar{X} \& Y$	$(X \& Y) \vee (\bar{X} \& Y)$
1	1	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	0	1	1
0	0	0	0	0

See asjaolu lubab meil $\Phi(K, T, S)$ kuju tunduvalt lihtsustada. Esimesest ja kolmandast sulust saame:

$$[K \& (T \& \bar{S})] \vee [\bar{K} \& (T \& \bar{S})] \equiv T \& \bar{S},$$

analoogiliselt teine ja neljas sulg annavad $\bar{T} \& S$.

Siis

$$\Phi(K, T, S) = (T \& \bar{S}) \vee (\bar{T} \& S).$$

Edasi saame veelgi lihtsustada:

$$\Phi(K, T, S) = (T \equiv \bar{S}),$$

mis väljendab fakti, et oluline on just seos termoregulaatori ja küttespiraali olekute vahel, lubatud olekuid kirjeldav avaldis $\Phi(K, T, S)$ ei sisalda üldse muutujat K .

C. KLASSIDE LOOGIKA ABIL LAHENDATUD ÜLESANDED.

Sissejuhatus klasside loogikasse (Jevonsi järgi).

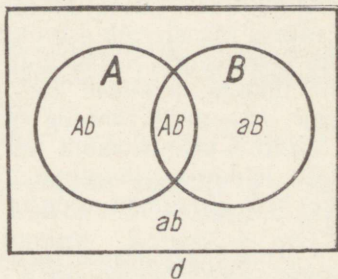
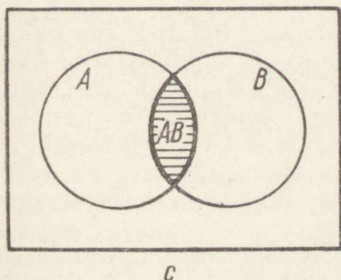
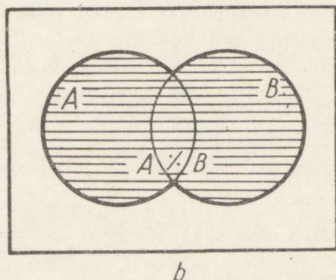
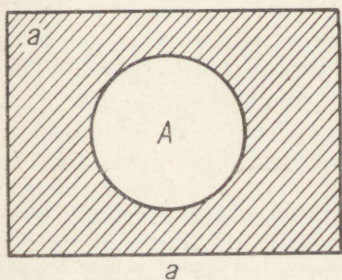
Klasside loogikat (ehk loogilist klassiarvutust või siis lihtsalt klassiarvutust) võib ülesannete lahendamisel kasutada neil juhtudel, kus on tegemist suhteliselt püsivate, eristatavate ja üksteiseks mitte üleminevate omadustega. Sealjuures «omaduse» all ei mõista me mitte ainult oma-dusi tavalises mõttes (näit. tugevus, värvitus, südamlilikus), vaid palju üldisemas mõttes — omadusteks on ter-ved situatsioonid, mis on eristatavad teistest situatsiooni-dest.

Kasutatavad sümbolid on järgmised: A, B, C jt. suured tähed tähistavad esemeid või esemete klasse määravaid omadusi või omaduste hulki; a, b, c jt. väikesed tähed märgiku vastavate omaduste puudumist (näit. a märgib omaduse A puudumist); märk « \equiv » tähistab nende aval-diste samaväärsust, mille vahele ta on asetatud (näit. $A \equiv B$ tähendab, et omadus A on samaväärne omadusega

B); tähis « \cdot », näit. $A \cdot B$ ütleb seda, et esineb kas omadus A või omadus B või siis esinevad mõlemad omadused koos (loogiline summa); kui me kirjutame kaks tähte kõrvuti, oleme moodustanud avaldise, mis ütleb, et mõlemad omadused leiavad aset korraga, üheaegselt (loogiline korrutis), näit. avaldis AB väljendab omaduste A ja B ühendamist, korraga esinemist, avaldis aB aga ütleb: puudub omadus A ja leiab aset omadus B .

[Originaali põhjal nimetame pikemaid klasse korrutisi edaspidi ka klasside ühenditeks või lihtsalt ühenditeks (сочетания). Klasside loogikale võib anda lihtsa ja arusaadava piltliku tõlgenduse. Me võime omadusega A määratud klassi kujutada teatava punktihulgana tasandil, kas või näiteks ringina, nagu joon. 4, a . Viirutatud piirkond väljaspool ringi A on siis klass a , s. t. omadus A puudub.

Kui on antud mingid kaks klassi A ja B , siis võime väga lihtsalt kujutada graafiliselt nende summat $A \cdot B$ ja korrutist AB — summaks on ringidega A ja B määratud piir-



Joon. 4.

kond (vt. joon. 4, *b*; ühiseid elemente ei tule arvestada kahekordselt!), korrutiseks aga ringide *A* ja *B* ühisosa. Kui klassidel *A* ja *B* pole ühiseid elemente, siis ringid *A* ja *B* peaksid seisma eraldi ja nende ühisosa on tühi.

Loomulikult on selline piltlik tõlgendus korrektne ainult siis, kui ta rahuldab kõiki neidsamu nõudeid, mida peavad rahuldama loogilise liitmise ja korrutamise tehtedki. Soovitame lugejal veenduda, et see on tõepoolest nii — järgnevas toodud tingimused loogiliste tehete jaoks on kujutatavad ka piltliku tõlgenduse abil (näit. välistatud kolmanda seadus, vt. joon. 4, *d*). — *Tõlk.* märkus.]

Need tehted rahuldavad järgmisi tingimusi.

1. **Vahetusreegel** (kommutatiivsus): $A \cdot B = B \cdot A$, $AB = BA$. Kahe omaduse loogiline summa ja korrutis ei sõltu liidetavate või tegurite järjekorrast.

2. **Koondamisreegel** (ka neelamis- või lihtsus- reegel): $A \cdot A = A$, $AA = A$; omadused *A* või *A* ning omadused *A* ja *A* on lihtsalt samaväärsed omadusega *A*. Kui üks ja sama omadus esineb kaks korda, siis on see niisama hea, nagu nimetaksime seda ainult üks kord.

3. **Distributiivsus**: $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot (A \cdot C)$, $A(B \cdot C) = AB \cdot AC$; omadus *A* või omadused *B* ja *C* tähendavad sedasama, mis omadused *A* või *B* ja omadused *A* või *C*. Omadus *A* ja omadused *B* või *C* tähendavad sedasama, mis omadused *A* ja *B* või *A* ja *C*.

4. **Samasus**: $A = A$.

5. **Välistatud kolmanda seadus**: $A = AB \cdot \cdot Ab$.¹

6. **Vastuolu reegel**: $Aa = 0$. Tähis 0 märgib siin tühja klassi. Reegel väljendab seda, et pole võimalik niisugune olukord, kus korraga esineksid mingi omadus ja selle puudumine.

Ainukeseks tuletatud reegliks on **asendusreegel**.

Mingi klassi võib asendada teisega, millel on sama mõte mis eelmiselgi. Klass võib sealjuures olla tähistatud kas ühe tähega, üksteise kõrval seisvate tähtedega või tähi- sega \cdot seotud tähtede ühenditega. Klassiks on näiteks $AB \cdot B \cdot aC$. Ükskõik millise klassi *X* jaoks peab tingi- mata leiduma niisugune täiendav klass *x* nii, et $Xx = 0$. See viib järgmise reeglini: kaks väidet on teineteisega

¹ Välistatud kolmanda seadus (*tertium non datur*) ütleb: kui meil on omadus *A*, siis omadus *B* võib esineda või mitte — kolmandat võimalust pole (vt. joon. 4, *d*). — *Tõlk.*

vastuolus siis ja ainult siis, kui nad pärast kõikvõimalikke asendusi viivad mingi liikme kadumiseni loogilisest sõnastikust.

Reegli 5 mitmekordne rakendamine annab meile avaldised, mis väljendavad teatava arvu omaduste kõikvõimalikke lubatavaid kombinatsioone, see on nn. täielik loogiline sõnastik. Toome sellest mõned esimesed veerud:

<i>AB</i>	<i>ABC</i>	<i>ABCD</i>	<i>aBCD</i>	<i>ABCDE</i>
<i>Ab</i>	<i>ABc</i>	<i>ABcd</i>	<i>aBCd</i>	
<i>aB</i>	<i>AbC</i>	<i>ABcD</i>	<i>aBcD</i>		
<i>ab</i>	<i>Abc</i>	<i>ABcd</i>	<i>aBcd</i>		
	<i>aBC</i>	<i>AbCD</i>	<i>abCD</i>		
	<i>aBc</i>	<i>AbCd</i>	<i>abCd</i>		
	<i>abC</i>	<i>AbcD</i>	<i>abcD</i>		
	<i>abc</i>	<i>Abcd</i>	<i>abcd</i>		

Teeme nüüd mõned märkused, mis on kasulikud ülesannete lahendamisel. Ülesandeid on põhiliselt kolme liiki.

1. On antud teatavad klasse siduvad tingimused. Tuleb määrata need ühendid (klasside korrutised) täielikust loogilisest sõnastikust, mis on antud tingimustel välistatud.

2. On antud teatavad klasside ühendid. Tuleb määrata seosed klasside vahel.

3. On antud klasse siduvad võrrandid. Tuletada neist lubatavate asenduste kasutamise teel teised võrrandid.

Esitame kõikide ülesannete tüüpide kohta lihtsad selgitavad näited.

1. Olgu meil klassid A, B, C ja seosed $A = AB, C = Cb$. Tuleb määrata, millised klasside ühendid on nende seostega lubatud ja millised mitte. Klass A võiks näiteks tähendada kõigi imetajate hulka, klass B kõikide selgroogsete hulka ja klass C usse.

Täieliku loogilise sõnastiku moodustamise reegli kohaselt võib kolmest klassist moodustada 8 klasside ühendit, mis on omavahel seotud märgiga \cdot :

$ABC \cdot, ABc \cdot, AbC \cdot, Abc \cdot, aBC \cdot, aBc \cdot, abC \cdot, abc$.

Teostades esimesse liikmesse asenduse seosest $A = AB$, saame $ABBC$, koondamisreegel annab ABC . Esimene liige sellisel asendusel järelikult ei muutu. Samuti ei muutu teine liige. Kolmas ja neljas liige omandavad pärast asendust $A = AB$ vastavalt kujud $ABbC$ ja $ABbc$, rakendades vastuolu reeglit, saame vastavalt $A0C$ ja $A0c$. Kasu-

tades vahetusreeglit võime need avaldised kirjutada kujul $AC0$ ja $Ac0$.

Nüüd aga tõestame, et igasugune avaldis kujul $X0$ on võrdne avaldisega 0 , s. t. ta esindab tühja klassi. Selle väite tõestamisel lähtume ilmselt kehtivast võrrandist $0 = 0$. Vasakul poolel võime vastuolu reegli kohaselt teostada asenduse $0 = Xx$, saame $Xx = 0$. Koondamisreegel lubab asendada klassi X avaldisega XX , saame $XXx = 0$, et aga $Xx = 0$, siis $X0 = 0$, mida meil oligi tarvis tõestada.

Siit järeldub: kui mingis loogilises korrutises esinevad korruga klassid X ja x , siis võib terve selle korrutise asendada nulliga (tühja klassiga).

Jätkame nüüd oma näidet (1). Teostame asenduse tingimusest $C = Cb$. Esimene liige on siis tühi klass, sest pärast asendust saame $ABCb$. Analoogiliselt kujutab ka viies liige $aBCb$ tühja klassi.

Niisiis, mõlemate tingimustega lubatud asenduste kasutamisel muutusid tühjadeks klassideks esimene, kolmas, neljas ja viies liige. Tühjad klassid aga võime klasside summas ära jätta, s. t. $X \cdot 0 = X$.

Selle väite tõestamisel lähtume välistatud kolmanda seadusest $X = XY \cdot Xy$. Asendame klassi X klassiga Y , saame $X = XY \cdot Xx$. Vastuolu reegli kohaselt $Xx = 0$ ja $X = XY \cdot 0$, rakendades koondamisreeglit, saame $X = X \cdot 0$, mida oligi tarvis tõestada.

Pöördudes tagasi oma näite juurde, näeme, et tingimused $A = AB$ ja $C = Cb$ on kooskõlas ühenditega ABc , aBc , abC ja abc . Kui tuletada meelde klasside A , B , C esialgset tõlgendust, siis oleme jõudnud järgmisele tulemusele: on võimalikud ainult selgroogsed imetajad, kes pole ussid; selgroogsed, kes pole ei imetajad ega ussid; ussid, kes pole ei imetajad ega selgroogsed, ja lõpuks veel organismid, kes pole ei imetajad, selgroogsed ega ussid.

2. Olgu nüüd, ümberpöörduvalt, antud klasside ühendid ABc , Abc , abC , abc kui ainuvõimalikud ja meil tuleb määrata seosed klasside A , B , C vahel niisuguste loogiliste võrrandite kujul, mis välistaksid ülejäänud klasside ühendid ABC , AbC , aBC , aBc . Kõigepealt paneme tähele, et klass A esineb kahes lubatavas ühendis ABc , Abc . Välistatud kolmanda seaduse kohaselt $A = AB \cdot Ab$, samuti $AB = ABC \cdot ABc$ ja $Ab = AbC \cdot Abc$.

Asendades teise ja kolmanda võrrandi esimesse võrrandisse, saame klassi A avaldada kujul:

$$A = ABC \dot{.} . AbC \dot{.} . AbC \dot{.} . Abc.$$

Nii võib iga avaldise arendada suvalise kahe klassi ja nende eituste kaudu. Meie ülesandes ei esine ühendid ABC ja AbC , nad on arvatavasti välistatud mingi lisatingimusega. Klassi A arenduses on järelikult ainult kaks liiget:

$$A = Abc \dot{.} . Abc,$$

välistatud kolmanda seaduse kohaselt saame siit seose

$$A = Ac.$$

Analoogiliselt saame a jaoks seose $a = abC \dot{.} . abc$, s. t. $a = ab$. Esimest liiki ülesannete korral kasutatud võtete abil võime veenduda, et tingimused $A = Ac$, $a = ab$ on tõepoolest kooskõlas ainult klasside ühenditega Abc , Abc , abC , abc .

Teist liiki ülesannete lahendamise lihtne reegel oleks siis järgmine: antud klasside ühenditest valime välja need, mis sisaldavad teatavat meie poolt ette valitud avaldist. Need ühendid seome märgiga $\dot{.}$ ja saame sel kombel ettevalitud avaldise arenduse välistatud kolmanda seaduse järgi. Lihtsustame saadud arendust, kasutades selleks klasside loogika reegleid. Nii saame klasse siduvad võrrandid. Loomulikult, valides alguses ette mingi teise klassi, saame ka loogilised tingimused teisel kujul. Selgitame viimast märkust näite varal.

Kui äsja analüüsitud ülesandes alguses valida klassi A asemel välja klass C , siis selle klassi arenduseks on $C = abC$, mis ongi üheks loogiliseks tingimuseks. Edasi leiab aset võrdus $c = Abc \dot{.} . Abc \dot{.} . abc$. Selle paremat poolt võib lihtsustada, kasutades kaks korda järjest välistatud kolmanda seadust: esiteks $Abc \dot{.} . Abc = Ac$, teiseks $Abc \dot{.} . abc = bc$, saame $c = Abc \dot{.} . Abc \dot{.} . abc = Ac \dot{.} . bc = c(A \dot{.} . b)$, mis ongi teine nõutav tingimus.

Täielikust loogilisest sõnastikust mõningaid ühendeid välistavaid loogilisi tingimusi on aga võimalik saada veel teisel teel. Selleks võtame väljajäänud ühendid (meie näites olid need ABC , AbC , aBC , aBc) — need on ilmselt tühjad klassid — ja ühendame nad märkidega $\dot{.}$. Et aga välistatud kolmanda seadus kehtib alati, sõltumata klassidest, millele teda rakendatakse, siis, ühendades esimesed kaks klasside ühendit, saame AC ; sidudes teised kaks klasside ühendit, saame aB . Saime $AC \dot{.} . aB$, kus AC ja aB on tühjad klassid (nad tekkisid tühjade klasside sidumisel

märkidega \cdot). Meil on siis seosed $AC = 0$, $ab = 0$. Arendades nüüd $A = AC \cdot Ac$, saame $A = Ac$ (sest $AC = 0$). See on esimene tingimus, mille me enne saime hoopis teisel viisil. Kui arendada klass a klassi B järgi, siis saame analoogiliselt $a = aB \cdot ab = 0 \cdot ab = ab$, s. t. varem saadud teise tingimuse.

Ulesande esialgsel analüüsimisel võib alati kindlaks teha, milline neist kahest meetodist viib kiiremini sihile.

Etteantud loogilistest tingimustest võib moodustada uusi tingimusi, korrutades loogilisi tingimusi väljendavate loogiliste võrrandite $A = B$ mõlemad pooli mingi avaldisega C . Tulemuseks saame võrrandi $AC = BC$.

Selleks et suvaliste avaldiste A , B , C jaoks tõestada, et võrdusest $A = B$ tõesti järeljub võrdus $AC = BC$, moodustame kõigepealt korrutise AC . Välistatud kolmanda seaduse kohaselt peab kehtima seos $AC = ACB \cdot ACb$. Asendame klassis ACB klassi A klassiga B (seda lubab võrrand $A = B$). Saame $ACb = BCb$. Vahetusreegli tõttu $BCb = CBb$, vastuolu reegli kohaselt aga $Bb = 0$, seega $CBb = C0$. Kuna me aga teame, et suvalise klassi X korral $X0 = 0$, siis $C0 = 0$. Et aga suvalise X korral $X \cdot 0 = X$, siis saame lõpuks $AC = ACB$. Täpselt samuti saame seose $BC = BCA$. Kui nüüd viimasele võrrandile rakendada kaks korda järgemööda vahetusreeglit, siis saame $BC = BCA = BAC = ACB$. Niisiis, me saime kaks võrrandit $AC = ACB$ ja $BC = ACB$, asendusreeglit järeljub nüüd $AC = BC$, mida oligi tarvis tõestada. Juhime lugejate tähelepanu asjaolule, et erinevalt matemaatikast, kus iga võrrandi mõlemad pooled on lubatud läbi jagada suvalise nullist erineva suurusega, ei tohi seda teha loogilisi klasse siduvate võrranditega. Võrrandist $AC = BC$ ei pea sugugi järelduma võrrand $A = B$. Kui näiteks A on Šveitsi mägede klass ja B Euroopa mägede klass, C aga kõrgeimate mägede klass, siis võrrand $AC = BC$, s. t. «kõrgeimad Šveitsi mäed ongi kõrgeimad Euroopa mäed» on oma sisu poolest õige, sellegipoolest aga võrrand $A = B$, s. t. «Šveitsi mäed ongi Euroopa mäed» on väär, sest peale Šveitsi mägede on veel teisi Euroopa mägesid.¹

Toome lihtsa näite loogilise võrrandi mõlemate poolte korrutamise reegli rakenduse kohta. Olgu klassi A aren-

¹ Et võrrandist $AC = BC$ tõepoolest ei järeldu $A = B$, seda on äärmiselt lihtne aru saada, kasutades klasside loogika piltlikku tõlgendust (vt. lk. 63–64). — *Tõlk.*

duse jaoks antud tingimus $A = ABc \cdot AbC \cdot Abc$. Korrutades tingimuse mõlemaid pooli klassiga C , saame (kasutades distributiivsuse reeglit ja koondamisreeglit) $AC = ABcC \cdot AbC \cdot AbcC = 0 \cdot AbC \cdot 0 = AbC$, järelikult $AC = AbC$.

Mõningates ülesannetes on vaja kindlaks teha, kas kaks väidet või kaks väidete rühma väljendavad üht ja sama mõtet, teisiti öeldes, tuleb kindlaks teha, kas nad, vaata mata nende avaldiste erinevale kujule, on ekvivalentsed. Taoliste ülesannete lahendamisel tuleb kontrollida, kas need väited või väidete rühmad välistavad samu klasside ühendeid kõikvõimalike ühendite hulgast (täielikust loogilisest sõnastikust) või mitte. Kui välistatavate ühendite hulk eri väidete puhul on erinev, siis on nendel väidetel ka erinev mõte.

Nii näiteks avaldiste X, Y, Z korral tingimused (1) $X = XY$, (2) $Y = YZ$ koos võetuna on loogilise mõtte poolest ekvivalentsed tingimustega (3) $X = XYZ$ ja (4) $xY = xYZ$ koos võetuna. Tõepoolest, klassidest X, Y, Z ja nende eitustest moodustatud täielik ühendite hulk annab loogilise summa:

$XYZ \cdot XYz \cdot XyZ \cdot Xyz \cdot xYZ \cdot xYz \cdot xyZ \cdot xyz$, millest tingimus (1) välistab kolmanda ja neljanda ühendi, tingimus (2) aga teise ja kuuenda. Tingimus (3) välistab teise, kolmanda ja neljanda, tingimus (4) aga kuuenda ühendi. Valides nii, et X on kassid, Y — imetajad, Z — selgroogsed, saab lugeja näitliku illustratsiooni äsja toodud arutlusele, seal esinevatele loogilistele tingimustele ja välistatud ning alles jäänud klassidele. Näites esineb ka selline olukord, kus tingimused (1) ja (2) koos võetuna pole ekvivalentsed tingimusega (3).

3. Kolmandat tüüpi ülesannetes tuleb antud loogilistest tingimustest asenduste teel tuletada teised tingimused (võrrandid). Toome näite. Olgu antud tingimused (1) $A = AB$ ja (2) $B = BC$. Esimest tingimust võib lugeda «iga A on ka B », teist «iga B on ka C ». Kui teostada võrrandis (1) asendus $B = BC$ võrrandist (2), saame tulemuseks $A = ABC$. Saadud võrrandi paremal poolel võime aga klassi AB asendada klassiga A (tingimuse (1) põhjal). Saame $A = AC$. Niisiis, me tuletasime reegli «kui $A = AB$ ja $B = BC$, siis $A = AC$ », mida tuntakse traditsioonilise loogika kategoorilise süllogismina *modus Barbara* nime all.

21. KURJATEGIJAD.

Isikute A, B, C, D, E võimaliku kuriteo kohal viibimise aja tähistame nendesamade tähtedega, mõistes neid kui ajamomentide klasside tähiseid. Ülesande tingimused saame siis esitada järgmiste loogiliste võrdustena:

$$(1) A = ABc \cdot AbC,$$

$$(2) D = DeBC \cdot DEbc.$$

Arendades võrduse (1) parema poole D ja E järgi (kasutades selleks välistatud kolmanda seadust), saame:

$$A = ABcDE \cdot ABcDe \cdot ABcdE \cdot ABcde \cdot$$

$$\cdot AbCDE \cdot AbCDe \cdot AbCdE \cdot AbCde.$$

D asendamisel võrdusest (2) langevad välja esimene, teine, viies ja kuues klasside ühend ning järele jääb:

$$A = ABcdE \cdot ABcde \cdot AbCdE \cdot AbCde.$$

Vastus. Põrgumasina kohalepanekust ei võtnud osa isik D . Ükski teine isik ei saa antud asjaoludel tõestada, et ta polnud kuriteopaigal.

22. ÕIGE VÕI VÄÄR JÄRELDUS.

Toome sisse järgmised klassid: M — muusikud, O — õpetajad.

Kogemuste järgi teame, et leiavad aset kõik võimalused:

$$(A) \quad M\bar{O} \cdot M\bar{o} \cdot m\bar{O} \cdot m\bar{o},$$

s. t. on õpetajaid, kes on ka muusikud (näiteks konservatooriumis), muusikuid, kes ei tegele õppetööga, õpetajaid, kes pole muusikud, ja lõpuks inimesi, kes pole ei õpetajad ega muusikud. Mitte ükski neljast võimalikust klassist ei ole tühi.

Analoogiline on olukord ka teise näite korral. Olgu A alumiiniumist detailide klass, D aga masinaosade klass üldse (siia kuuluvad kõikvõimalikud masinaosad). Kõik võimalused ammenduvad avaldisega:

$$(B) \quad AD \cdot Ad \cdot aD \cdot ad.$$

Praktika näitab, et ka siin ei ole ükski klass tühi.

Tähistame nüüd tähega M kõikide mõtlemisprotsesside klassi ja tähega O kõikide otsustuste klassi. Siin kehtib ilmselt tingimus

$$(C) \quad O = OM,$$

s. t. iga otsustus on mõtlemisprotsess. Seetõttu, kui kirjutada nii nagu ennegi:

$$(D) \quad OM \cdot Om \cdot oM \cdot om,$$

siis tingimuse (C) tõttu langeb välja teine ühend, s. t. $Om = OMM = 0$ ja pole võimalik teha niisugust järeldust, nagu leiduks otsustusi, mis polegi mõtlemisprotsessid. Ülejäänud kolmest klassist pole ükski tühi.

Käsitletut üldistades võime öelda, et kui avaldiste X, Y korral $XY \cdot Xy \cdot xY \cdot xy$ ja eksisteerib avaldise X ja Y siduv seos (kusjuures $X \neq Y, X \neq 0, x \neq 0, Y \neq 0, y \neq 0$), näiteks $X = XY, X = Xy$ jne., siis klassi Xy olemasolust ei järeldu tingimata klassi xY olemasolu (ja ümberpöörduvalt).

Kui üks klasside ühenditest Xy, xY ei ole tühi, siis võib anda üsna lihtsa tingimuse selleks, et teine klass oleks tingimata tühi.

1. Olgu $Xy \neq 0$. Siis $xY = 0$ jaoks on vajalik $Y = XY \cdot xY = XY \cdot 0$, s. t. $Y = XY$.

2. Olgu $xY \neq 0$. Siis selleks, et $Xy = 0$, peab aset leidma $X = XY \cdot Xy = XY \cdot 0$, s. t. $X = XY$.

Esimesel juhul on samuti piisavaks tingimuseks veel $x = xy$, teisel $y = xy$.

23. KAKS TEADAANNET.

Et välja selgitada, kas mõlemad teadaanded väljendavad üht ja sama mõtet (kas või osaliselt), kirjutame nad üles loogiliste võrranditena. Tähistes: A — asulad, mis asetsevad tammi ehituspiirkonnas, B — ümberasustamisele kuuluvad asulad, C — ümberpaigutamisele (üleviimisele) kuuluvad asulad.

Kõikvõimalikud klasside ühendid on järgmised:

$$ABC \cdot ABC \cdot AbC \cdot Abc \cdot aBC \cdot aBc \cdot abC \cdot abc.$$

Esimene teadaanne on väljendatav järgmise loogilise võrrandina:

$$BC = BCA.$$

See välistab viienda klasside ühendi, s. t. aBC .

Teine teadaanne avaldub kujul:

$$b = ba, c = cb.$$

Need tingimused välistavad teise, kolmanda, neljanda ja kuuenda klasside ühendi.

Teadaanded väljendavad erinevat informatsiooni, kusjuures kumbki ei vasta sellele, mida öelda taheti. Mõlema teadaandega on kooskõlas ainult kolm klasside ühendit: *ABC*, *abC* ja *abc*.

24. VANAAEGSE LOSSI FOTO.

Tähistame nende kohtade klassid, kust on näha eraldi lossivaremed, puud, võõrastemaja, väravad ja kungas, vastavalt tähtedega *L*, *P*, *H* (hotell), *V* ja *K*.

Ülesande tingimused:

- (1) $PH = PHI$ (kui on näha puud ja võõrastemaja, siis pole näha lossivaremeid).
- (2) $PV = PVI$ (kui on näha puud ja eelkindlustuse väravad, siis pole näha lossivaremeid).
- (3) $hp = hpVIK$ (kui ei ole näha võõrastemaja ega puid, siis on nähtaval väravad ja kungas, lossivaremed ise jäävad aga künka varju).

Et meid huvitavad kõigepealt need fotod, millel oleksid lossivaremed, siis kirjutame üles klassi *L* arenduse ja tee-me kindlaks, millised liikmed (klasside ühendid) jäävad alles tingimustel (1) kuni (3). Saame:

$$\begin{aligned}
 L = & LPHVK \setminus . LPHvk \setminus . LPHvK \setminus . LPHvk \setminus . \\
 & \setminus . LPhVK \setminus . LPhVv \setminus . LPhvK \setminus . LPhvk \setminus . \\
 & \setminus . LpHVK \setminus . LpHVv \setminus . LpHvK \setminus . LpHvk \setminus . \\
 & \setminus . LphVK \setminus . LphVv \setminus . LphvK \setminus . Lphvk .
 \end{aligned}$$

Pärast asendusi tingimustest (1), (2) ja (3) langevad välja liikmed esimesest kuni kuundani (kaasa arvatud)





ja kolmeteistkümnest kuni kuuteistkümnestani (kaasa arvatud). Jäävad alles järgmised klasside ühendid:

LPhvK, LPhvk, LpHVK, LpHVk, LpHvK, LpHvk.

Järelikult on lossivaremetest võimalik teha kuus erinevat fotot. Nendest kahel on näha ka väravad, kuid mõlemale jääb üldmuljet rikkuv võorastemaja.

25. METSAVAHI JAHIPENID.

Tähistame iga koera treeninguaja vastavalt tema hüüd-nime algustähega, s. t. *A, T, H, K, N, R*. Erinevad treeninguetapid võib märkida klasside ühenditena

ATHKNR, ATHKnr, ATHknR, athknR, AThKnr, aThKNr, aThKnr.

Treeninguetappideks, mille jooksul liha arvatavasti kaduma läks (vt. ülesande teksti), olid

ATHKNR, ATHknR, athknR.

Ilmselt kehtib

$R = ATHKNR \cdot |. ATHknR \cdot |. athknR.$

Nordi äraoleku aja (Reksi kohalolekul!) võib avaldada

$nR = ATHknR \cdot |. athknR.$

Nagu näha, on Kaaro ainuke koer, kes puudus pikemat aega (kahe teineteisele järgneval treeninguetapil!), siis, kui Reks viibis treeningul, ja kes võis üldse süüdlane olla, sest Nordi oli metsavahti naine näinud kassi taga ajamas.

26. TEEDE KAART.

Tähistused: A — läbisõit asulast A ; B — läbisõit asulast B jne.

Ülesande tingimused:

(1) $Bd = AC \setminus ac$, (2) $AB = ABc$, (3) $AB = ABd$.

Arendame klasside ühendi AB järgmiselt:

$$AB = \overset{3}{ABCD} \setminus \overset{2}{ABCd} \setminus \overset{1}{ABcD} \setminus \overset{2,3}{ABcd},$$

märkides klasside ühendite kohale nende tingimuste numbrid, mille kohaselt need klasside ühendid välja langevad.

Klassi aB jaoks saame:

$$aB = \overset{1}{aBCD} \setminus \overset{1}{aBCd} \setminus \overset{1}{aBcD} \setminus aBcd,$$

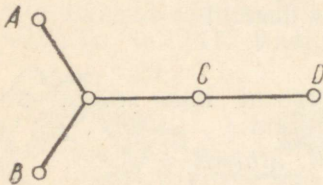
s. t. sõites mööda teed, mis läbib asulat B , kuid ei läbi asulat A , võib sattuda asulatesse C ja D .

Ülejäänud võimalused sõita läbi kolme asula on järgmised:

$$ABCd, ABcD, AbCD.$$

Nendest esimesed kaks on aga välistatud tingimuse (2), samuti ka tingimuse (3) poolt. Jääb üle valida tee, mis läbib asulat A , kuid ei läbi asulat B .

Seega pole antud teede olukorra juures võimalik sõita korruga läbi kõikide asulate. Võib külastada asulaid B , C ja D , minnes mööda asulast A , või siis külastada asulaid A , C ja D , sattumata sealjuures asulasse B . Sõiduks kõlblike teede kaart võiks välja näha umbes selline nagu joon. 5.



Joon. 5.

27. KOHUSETRUUD TÖÖLISED.

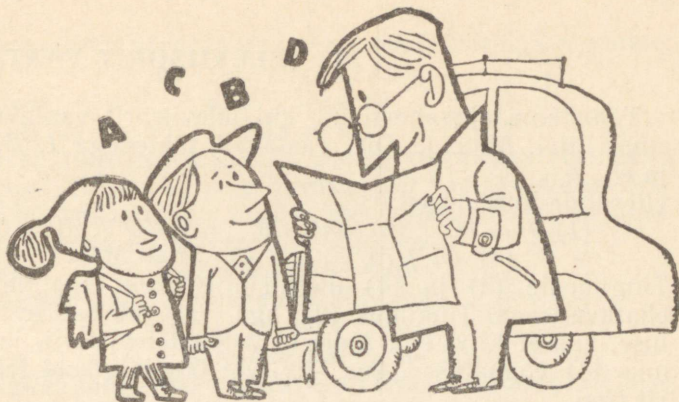
Toome sisse järgmised klasside tähised: O — inimesed, kes on olnud mainitud tsehhis, T — need, kes on töötanud selles tsehhis, ja K — need, kes on olnud kohusetruud.

Esimese sõbra ütluse võime üles märkida järgmiselt:

(1) $O = OTK,$

teise sõbra oma aga

(2) $Tk = Tko.$



Kõikvõimalikud klasside ühendid on:

OTK \/. *Otk* \/. *OtK* \/. *Otk* \/. *oTK* \/. *oTk* \/. *otK* \/. *otk*.

Tingimus (1) välistab ühendid *OTk*, *OtK*, *Otk*, tingimus (2) aga ühendi *OTk*. Järelikult on kummagi sõbra väitel erinev mõte. Esimese sõbra ütlus on täpsem, sest teise sõbra väide ei välista sellist olukorda, kus tsehhis viibisid isikud, kes tööd ei teinud ja võisid olla kas kohuse-truud või mitte. Mis puutub nendesse, kes töötasid teistes tsehhides, siis mõlema sõbra ütlused jätavad nende jaoks lahti kõik ülejäänud võimalused.

28. SÕNUM AJALEHES.

Tähistused: *R* — organismis sisalduv raud, *T* — organismis tühisel hulgal sisalduv aine, *E* — elutalitluseks vajalik aine.

Esimene lause:

$$(1) \quad R = RT, \quad (2) \quad R = RE.$$

Teine lause:

$$(3) \quad RT = RE.$$

Kõik võimalused on antud avaldisega

RTE \/. *RTE* \/. *RtE* \/. *Rte* \/. *rTE* \/. *rTE* \/. *rtE* \/. *rtE*.

Tingimused (1) ja (2) välistavad teise, kolmanda ja neljanda, tingimus (3) aga ainult teise ja kolmanda klasside ühendi.

Järelikult on need kaks lauset erineva sisuga, kusjuures väite (3) kohaselt võiks organismis olla veel piiramatul hulgal elutalitluseks mittevajalikku rauda.

29. TELEVIISORIT VAATAMAS.

Tähistame ajavahemikud, kui televiisorit vaatavad isa, ema, Liivi, Maie ja Õie, vastavalt tähtedega *I, E, L, M* ja *Õ*.

Ülesande tingimused:

$$(1) I = IE, \quad (2) lm = 0, \quad (3) E\ddot{O} \cdot |. e\ddot{o} = 0, \\ (4) \ddot{O}l \cdot |. \ddot{o}L = 0, \quad (5) M = MIL.$$

Tingimuste (2) ja (4) üleskirjutus võib lugejale näida ebatavalisena. Tingimus (2) aga välistab sellise võimaluse, kus ei Liivi ega Maie ei vaata televiisorit, ja tingimus (4) võimalused, kus Liivi või Õie jälgiksid televiisorit üksi.

Kõik võimalused on antud avaldisega:

$$\begin{array}{cccc} & 3 & 3 & 3,4,5 & 2,3,4 \\ IE\ddot{O}LM \cdot |. & IE\ddot{O}Lm \cdot |. & IE\ddot{O}lM \cdot |. & IE\ddot{O}lm \cdot |. \\ & 4 & 4 & 5 & 2 \\ \cdot |. & IE\ddot{o}LM \cdot |. & IE\ddot{o}Lm \cdot |. & IE\ddot{o}lM \cdot |. & IE\ddot{o}lm \cdot |. \\ & 1 & 1 & 1,4,5 & 1,2,4 \\ \cdot |. & Ie\ddot{O}LM \cdot |. & Ie\ddot{O}Lm \cdot |. & Ie\ddot{O}lM \cdot |. & Ie\ddot{O}lm \cdot |. \\ & 1,4 & 1,4 & 1,5 & 1,2 \\ \cdot |. & Ie\ddot{o}LM \cdot |. & Ie\ddot{o}Lm \cdot |. & Ie\ddot{o}lM \cdot |. & Ie\ddot{o}lm \cdot |. \\ & 3,5 & 3 & 4,5 & 2,4 \\ \cdot |. & iE\ddot{O}LM \cdot |. & iE\ddot{O}Lm \cdot |. & iE\ddot{O}lM \cdot |. & iE\ddot{O}lm \cdot |. \\ & 4,5 & 4 & 5 & 2 \\ \cdot |. & iE\ddot{o}LM \cdot |. & iE\ddot{o}Lm \cdot |. & iE\ddot{o}lM \cdot |. & iE\ddot{o}lm \cdot |. \\ & 5 & & 4,5 & 2,4 \\ \cdot |. & ie\ddot{O}LM \cdot |. & ie\ddot{O}Lm \cdot |. & ie\ddot{O}lM \cdot |. & ie\ddot{O}lm \cdot |. \\ & 4,5 & 4 & 5 & 2 \\ \cdot |. & ie\ddot{o}LM \cdot |. & ie\ddot{o}Lm \cdot |. & ie\ddot{o}lM \cdot |. & ie\ddot{o}lm \cdot |. \end{array}$$

Iga liikme (klasside ühendi) kohale on kirjutatud teda välistavate tingimuste numbrid. Ainukeseks klassiks, mis tingimustel (1) kuni (5) alles jääb, on *ie\ddot{O}Lm*.

Vastus. Liivi ja Õie jälgivad televiisorit kogu aeg, teised ei vaata üldse.

30. SÕJALAEVASTIK.

Tähistused: *R* — relvastatud laev, *A* — aurulaev, *I* — Inglise sõjalaevastiku laev, *V* — Vahemeres asuv laev.

Ülesande tingimus on üleskirjutatav järgmiselt:

$$RAI = RIV \cdot |. rAIV.$$

Korrutame selle võrduse mõlemaid pooli klassiga r , saame:

$$rRAI = rRIV \cdot rAIV,$$

siit edasi $0 = 0 \cdot rAIV$.

Järelikult ka $rAIV = 0$.

Inglise sõjalaevastikku kuuluvaid relvastamata aurulaevu väljaspool Vahemerd pole olemas. Siit saame vastuse esimesele küsimusele: iga Inglise laevastiku aurulaev väljaspool Vahemerd on relvastatud sõjalaev.

Edasi: $rAI = rAIV \cdot rAIV$,
äsja eespool saadud tulemuse tõttu aga

$$rAI = rAIV \cdot 0$$

ehk $rAI = rAIV$,

s. t. Inglise laevastikku kuuluvad relvastamata aurulaevad asuvad ainult Vahemeres.

31. KAPTEN JA TÜRIMEES.

Toome sisse ajamomentide klasside tähised: K — kapten laeval, R — tüürimees laeval, L — laadung laeval, M — mahalaadimine.

Ülesande tingimused:

$$(1) KLM = 0, \quad (2) Lmr = Lmrk.$$

Ilmselt kehtib ka (3): $LM = 0$.

Tingimusest (1) järeldub $KL = KLm$, järelikult ka $KLr = KLmr$. Kui viimase võrduse paremal poolel klasside korrutis Lmr asendada tingimusest (2), siis $KLr = KLmr = KLmrk = 0$, s. t. $KLr = 0$ ja seega ka $KL = KLR$. See on esimene tulemus.

Arendame nüüd klassi r klasside K , L ja M järgi:

$$r = rKLM \cdot rKLM \cdot rKLM \cdot rKLM \cdot \\ \cdot rkLM \cdot rkLM \cdot rklM \cdot rklm.$$

Esimene klasside ühend on välistatud tingimusega (1), teine tingimusega (2), kolmas ja seitsmes tingimusega (3).

Saame: $r = rKlm \cdot rkLM \cdot rkLm \cdot rklm$,
kasutades välistatud kolmandat seadust:

$$r = rKlm \cdot rkL \cdot rkm.$$

See on teine tulemus ja puudutab tüürimehe äraolekut laevalt.

Tüürimees asub laeval ainult siis, kui kapten on kohal ja laeval on laadung. Tüürimeest ei ole laeval, kui seal on kapten, aga puudub laadung, või kui on olemas laadung, aga puudub kapten, või siis, kui pole ei kaptenit ega toimu ka mahalaadimist.



32. IMIKUD.

Tähistused: I — imikud, L — loogiliselt mõtlevad isikud, H — isikud, keda me halvustame, K — isikud, kes saavad jagu krokodillist.

Ülesande tingimused:

$$(1) I = Il, \quad (2) K = Kh, \quad (3) l = lH.$$

Asendades võrrandi (3) võrrandisse (1), saame:

$$(4) \quad I = lH.$$

Tingimusest (2) järeldeb

$$(2') \quad H = Hk.$$

(Tõestus: $H = HK \cdot Hk$, kui teha siin asendus tingimusest (2), siis saame $H = HKh \cdot Hk = 0 \cdot Hk = Hk$).

Tingimusest (2') teeme asenduse tingimusse (4) ja saame:

$$(5) \quad I = lHk.$$

Klasside ühendi lH asendame tingimusest (3). Saame:

$$(6) \quad I = lIk.$$

Nüüd asendame ühendi Il tingimusest (1) ja saamegi soovitud lõpptulemuse:

$$(7) \quad I = Ik.$$

33. KALAD.

Klasside tähised: H — haid, R — kalad, kes ei kahtle oma relvastuses, K — kalad, T — kadrilli tantsivad kalad, A — kaastunnet väärivad kalad, B — kalad kolme hammastereaga, L — kalad, kes on lahked laste vastu, C — kohmakad kalad.

Tingimuste üleskirjutus:

- (1) $H = HR$, (2) $Kt = KtA$, (3) $Kb = Kbr$,
 (4) $Kh = KhL$, (5) $KC = KCt$, (6) $KB = KBa$.

Nagu eelmiseski ülesandes, võiksime ka siin nõutava tulemuse $KC = KCL$ saada järjestikuste asenduste teel tingimustest (1) kuni (6). Jätame selle lugeja hooleks ja toome ära vaid mehhaanilisema iseloomuga lahenduskaigu. Arendame järeluses sisalduva klassi KC klasside H, R, T, A, B, L järgi. Saame 64 klasside ühendit, enamik nendest on aga välistatud tingimustega (1) kuni (6):

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} 5, 6 & 5, 6 & 3, 5 \\ KC = KCHRTABL \cdot / & KCHRTABl \cdot / & KCHRTaBL \cdot / \\ & 3, 5 & 5 & 5 \\ & \cdot / & KCHRTABl \cdot / & KCHRTaBL \cdot / & KCHRTaBl \cdot / \\ & 3, 5 & 3, 5 & 6 \\ & \cdot / & KCHRTaBL \cdot / & KCHRTabl \cdot / & KCHRTABL \cdot / \\ & 6 & 3 & 3 \\ & \cdot / & KCHRTabl \cdot / & KCHRTaBl \cdot / & KCHRTAbL \cdot / \\ & 2 & 2 & 2, 3 \\ & \cdot / & KCHRTaBL \cdot / & KCHRTaBl \cdot / & KCHRTabl \cdot / \\ & 2, 3 & 1, 5, 6 & 1, 5, 6 \\ & \cdot / & KCHRTabl \cdot / & KCHrTABL \cdot / & KCHrTABl \cdot / \\ & 1, 5 & 1, 5 & 1, 5 \\ & \cdot / & KCHrTABL \cdot / & KCHrTABl \cdot / & KCHrTaBL \cdot / \\ & 1, 5 & 1, 5 & 1, 5 \\ & \cdot / & KCHrTaBl \cdot / & KCHrTabL \cdot / & KCHrTabl \cdot / \\ & 1, 6 & 1, 6 & 1 \\ & \cdot / & KCHrTABL \cdot / & KCHrTABl \cdot / & KCHrTabL \cdot / \\ & 1 & 1, 2 & 1, 2 \\ & \cdot / & KCHrTabl \cdot / & KCHrtaBL \cdot / & KCHrtaBl \cdot / \\ & 1, 2 & 1, 2 & 5, 6 \\ & \cdot / & KCHrtabL \cdot / & KCHrtabl \cdot / & KChRTABL \cdot / \\ & 4, 5, 6 & 3, 5 & 3, 4, 5 \\ & \cdot / & KChRTABL \cdot / & KChRTaBL \cdot / & KChRTAbL \cdot / \\ & 5 & 4, 5 & 3, 5 \\ & \cdot / & KChRTaBL \cdot / & KChRTaBl \cdot / & KChRTabl \cdot / \\ & 3, 4, 5 & 6 & 4, 6 \\ & \cdot / & KChRTabl \cdot / & KChRtABL \cdot / & KChRtABl \cdot / \\ & 3 & 3, 4 & 2 \\ & \cdot / & KChRtAbL \cdot / & KChRtAbL \cdot / & KChRtaBL \cdot /
 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

2, 4	3	3, 4
'. KChRtaBl'.	'. KChRtabL'.	'. KChRtabl'.
5, 6	4, 5, 6	5
'. KChrTABL'.	'. KChrTABl'.	'. KChrTabL'.
4, 5	5	4, 5
'. KChrTAbL'.	'. KChrTaBL'.	'. KChrTaBl'.
5	4, 5	6
'. KChrTabL'.	'. KChrTabl'.	'. KChrtABL'.
4, 6		4
'. KChrtABL'.		'. KChrtAbL'.
3	2, 4	2
'. KChrtaBL'.	'. KChrtaBl'.	'. KChrtabl'.
2, 4		
'. KChrtabl.		

Iga klasside ühendi kohale on kirjutatud seda ühendit välistavate tingimuste numbrid. Ainukeseks klassiks, mida ei välista ükski tingimus, on *KChrtAbL*, järelikult

$$KC = KChrtAbL.$$

See võrrand on kooskõlas järeldusega, et kohmakad kalad on lahked laste vastu. Lisaks sellele näitab tulemus, et kohmakad kalad pole haid, nad kahtlevad oma relvastuses, nad ei oska tantsida kadrilli, väärivad kaastunnet ja neil pole kolme rida hambaid. Et ei leidu ühtki kohmakat kala, kellel poleks selliseid omadusi, siis langeb saadud tulemus kokku ülesandes mainitud järeldusega.

b) TEHNILISE SISUGA ÜLESANDED.

34. VÄRVILISED LIPUKESED.

Toome sisse järgmised tähised: *P* — ajavahemik (ajamomentide klass), mil on näha punane lipuke, *K* — ajavahemik, mil on näha kollane lipuke, *R* — ajavahemik, mil on nähtaval roheline lipuke, *S* — ajavahemik, mil on näha sinine lipuke.

Et see ei tekita segadust, siis tähistame ka lipukesed samade tähtedega.

Ülesande tingimused:

$$(1) P = PKR \cdot |. PrS, \quad (2) p = pkRS.$$

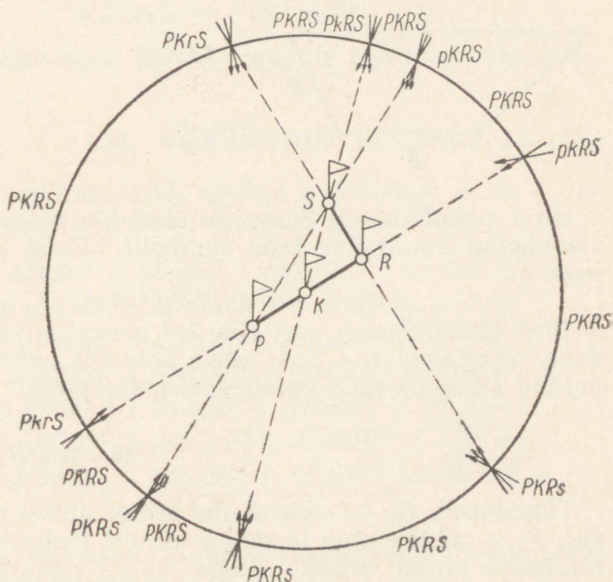
Kirjutame üles kõik võimalused:

$$PKRS \cdot |. PKRs \cdot |. PKrS \cdot |. PKrs \cdot |. PkRS \cdot |. \\ \cdot |. PkRs \cdot |. PkrS \cdot |. Pkrs \cdot |. pKRS \cdot |. pKRs \cdot |. \\ \cdot |. pKrS \cdot |. pKrs \cdot |. pkRS \cdot |. pkRs \cdot |. pkrS \cdot |. pkrS.$$

Tingimus (1) välistab neljanda, viienda, kuuenda ja kaheksanda klasside ühendi, tingimus (2) aga lisaks veel üheksanda, kümnenenda, üheteistkümnenenda, kaheteistkümnenenda, viieteistkümnenenda ja kuuteistkümnenenda klasside ühendi. Järele jäävad ainult ühendid

$$PKRS, PKRs, PKrS, PkrS, pkRS.$$

Kaks viimast ühendit näitavad, et punane, kollane ja roheline lipuke asetsevad ühel sirgel. Tõepoolest, on näha kas lipuke P ja samal ajal on varjatud lipukesed K ja R , või siis on näha ainult lipuke R ja varjatud on lipukesed P ja K . Sinine lipuke S ei asu sellel sirgel, sest ta on nähtav mõlemal juhul. Ringjoonel on ka selliseid kohti, kust on nähtavad kolm lipukest (P , K ja R) ja kus lipuke S on varjatud kas punase, kollase või rohelse lipukesega (vastavaid olukordi kirjeldab teine järelejäänud klass). Kohtade hulgas, kust on näha lipukesed P ja K , on selline, kus sinine lipuke S varjab rohelse lipukesega R (kol-



Joon. 6.

mas klass). Peale selle on veel lõpmata palju kohti, kust on näha kõik lipukesed (esimene liig):

Vaiad lipukestega peavad olema asetatud umbes selliselt, nagu on näha joon. 6.

35. NELJATAHULINE PRISMA.

Tähistame ajamomentide klassid, mil on näha tahud A, B, C, D , vastavalt nendesamade tähtedega. Ülesande tingimused on siis avaldatavad järgmisel kujul:

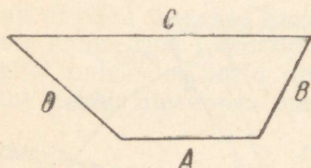
$$(1) ABD = ABcD, \quad (2) C = Cabd, \quad (3) BD = ABD.$$

Kõikide võimaluste

$$\begin{aligned} & ABCD \quad |. \quad ABcD \quad |. \quad AbCd \quad |. \quad aBCD \quad |. \quad aBcD \quad |. \quad abCD \\ & |. \quad AbcD \quad |. \quad Abcd \quad |. \quad aBCd \quad |. \quad aBcd \quad |. \quad abCd \quad |. \\ & |. \quad abCD \quad |. \quad abCd \quad |. \quad abcD \quad |. \quad abcd \end{aligned}$$

hulgast välistab tingimus (1) esimese, tingimus (2) teise, viienda, kuuenda, üheksanda, kümnenda ja kolmeteistkümnenda ning tingimus (3) üheteistkümnenda klasside ühendi.

Saadud lahendit rahuldab joon. 7 näidatud trapets.



Joon. 7.

Huvi pakub nende klasside ühendite tõlgendus, mis sisaldavad ainult ühe tahu sümbolit (teisi pole näha); need on

$$Abcd, aBcd, abCd, abcd.$$

Selline olukord leiab aset siis, kui me asume ühele tahkudest väga lähedal — teisi tahke pole siis näha. Ülesandes polnud niisugustest võimalustest üldse juttu.

36. KANG JA NUPP.

Tähistused: S_1 — sädelemine mingi antud minuti jooksul, S_2 — sädelemine järgmise minuti jooksul, V_1 — vibreerimine antud minuti jooksul, V_2 — vibreerimine järg-

mise minuti jooksul, K — kang on sisse lülitatud, N — nupp on alla vajutatud ¹.

Need kõik on ajavahemike klassid, mille jooksul midagi toimub. Väikesed tähed märgivad ajavahemike klasse s_1, s_2, v_1, v_2, k, n , kus vastav tegevus puudub. Ülesande tingimused:

$$\begin{array}{ll} (1) s_1k = V_1V_2 \cdot / \cdot v_1v_2, & (4) N = S_2V_1 \cdot / \cdot s_2v_1, \\ (2) KV_1 = v_2, & (5) n = S_2v_1 \cdot / \cdot s_2V_1. \\ (3) Kv_1 = V_2, & \end{array}$$

Nõutavaks olekuks on $V_1S_1v_2s_2$. Arendame selle klasside K ja N järgi. Saame:

$$V_1S_1v_2s_2 = V_1S_1v_2s_2KN \cdot / \cdot V_1S_1v_2s_2Kn \cdot / \cdot V_1S_1v_2s_2kN \cdot / \cdot / \cdot V_1S_1v_2s_2kn.$$

Tingimusi (1) ja (3) ei saa asendusteks kasutada, sest nende paremal ja vasakul poolel asuvaid avaldise meie klasside ühendites ei leidu. Asendus tingimusest (2) välistab kolmanda ja neljanda klasside ühendi, tingimus (4) välistab esimese ühendi ja tingimus (5) kõik ühendid peale teise, mis ongi ainukeseks allesjäävaks klassiks. Vastus:

$$V_1S_1v_2s_2 = V_1S_1v_2s_2Kn,$$

s. t. kang tuleb sisse lülitada, nupule aga mitte vajutada.

37. VÖRRANDID TÄHTEDE JAOKS.

Täidame malelaua kõik ruudud avaldistest A, B, C, D, E, F ja nende eitustest moodustatud ühenditega.

$$\begin{array}{l} abcdef \cdot / \cdot abcdeF \cdot / \cdot abcdEf \cdot / \cdot abcdEF \cdot / \cdot abcDef \cdot / \cdot \dots \\ \cdot / \cdot abCdef \cdot / \cdot abCdeF \cdot / \cdot abCdEf \cdot / \cdot abCdEF \cdot / \cdot abCDef \cdot / \cdot \dots \\ \cdot / \cdot aBcdef \cdot / \cdot aBcdeF \cdot / \cdot aBcdEf \cdot / \cdot aBcdEF \cdot / \cdot aBcDef \cdot / \cdot \dots \\ \cdot / \cdot aBCdef \cdot / \cdot aBCdeF \cdot / \cdot aBCdEf \cdot / \cdot aBCdEF \cdot / \cdot aBCDef \cdot / \cdot \dots \\ \cdot / \cdot Abcdef \cdot / \cdot AbcdeF \cdot / \cdot AbcdEf \cdot / \cdot AbcdEF \cdot / \cdot AbcDef \cdot / \cdot \dots \\ \cdot / \cdot AbCdef \cdot / \cdot AbCdeF \cdot / \cdot AbCdEf \cdot / \cdot AbCdEF \cdot / \cdot AbCDef \cdot / \cdot \dots \\ \cdot / \cdot ABcdef \cdot / \cdot ABcdeF \cdot / \cdot ABcdEf \cdot / \cdot ABcdEF \cdot / \cdot ABcDef \cdot / \cdot \dots \\ \dots \end{array}$$

¹ Kangi sisselülitamine ja nupu allavajutamine käivad antud indeksiga I märgitud minuti kohta. — Tõlk.

Allakriipsutatud klasside ühendid moodustavad tähega B sarnaneva kujundi. Nüüd on tarvis leida loogilised võrrandid, mis välistaksid kõik ülejäänud ühendid ja jäta-
sid alles ainult allakriipsutatud ühendid.

Nendeks on:

- (1) $abc = abcd$;
- (2) $abC = abCdef \cdot |. AbCDef$;
- (3) $aBc = aBcdef \cdot |. aBcDef$ või $aBc = aBcef$;
- (4) $aBC = aBCd$;
- (5) $Abc = Abcdef \cdot |. AbcDef$ või $Abc = Abcef$;
- (6) $AbC = AbCdef \cdot |. AbCDef$ või $AbC = AbCef$;
- (7) $ABc = ABcd$;
- (8) $ABC = 0$.

Need kaheksa võrrandit määravad täielikult tähe B kuju. Lugeja võib ise koostada võrrandid, mis määraksid tähtede M ja T , samuti ka teiste tähtede kuju.

Äsja lahendatud ülesanne ei ole mitte ainult ajaviide. Kujutlegem televiisoriekraani, millel on 64 ruutu (need ruudud võiksid olla kas mustad või hallid). Kui nüüd sellel televiisoriekraanil tahetaks näidata tähti, siis peaks programm ette nägema iga ruudukese värvi, seda on aga võimalik teha meie poolt leitud loogiliste võrrandite abil. Ruutude arvu suurendamine annaks võimaluse edasi anda mitmesuguseid keerulisemaid kujundeid ja samuti liikumist, ühe kujundi üleminekut teiseks. Sellist meetodit kasutatakse tulikirjade korral (reklaamid jne.).

38. SIGNAALSEADE.

Tähistame ajamomentide klassid järgmiselt: P — põleb punane lambike, R — põleb roheline lambike ja K — põleb kollane lambike.

Vaatluse teel tegime kindlaks järgmised signaalide kombinatsioonid:

- (1) PRK , (2) PrK , (3) pRK , (4) pRk , (5) prK .

Järelikult võib kirjutada:

$$P = PRK \cdot |. PrK, \text{ s. t. } P = PK;$$

$$p = pRK \cdot |. pRk \cdot |. prK, \text{ s. t. } p = p(R \cdot |. K).$$

Seadme elektriline skeem on järgmiste omadustega: punast tuld sisselülitav kontakt lülitab sisse ka kollase tule, sealjuures võib roheline lambike põleda või mitte.

Punast lambikest väljalülitav kontakt lülitab samal ajal sisse kas kollase või rohelise lambikese.

Antud klasside ühenditest võime tuletada lülituskeemi seaduspärasused ka teiste signaalide jaoks. Rohelise lambikese jaoks:

$$R = RPK \text{ '}. RpK \text{ '}. Rpk, \text{ s. t. } R = RK \text{ '}. Rp = R(K \text{ '}. p), \\ r = rPK \text{ '}. rpK, \text{ s. t. } r = rK.$$

Kollase lambikese jaoks:

$$K = KPR \text{ '}. KPr \text{ '}. KpR \text{ '}. Kpr, \\ k = kpR.$$

Nende võrrandite tõlgendus on seesama mis punase lambikese korralgi. Näiteks kahe viimase võrrandi kohaselt võib kollane tuli põleda koos kahe teise tulega, nende kummagagi eraldi ja üksinda. Kui kollane tuli ei põle, siis peab põlema roheline.

39. SEMAFORID JA PÖÖRANGUD.

Kõigepealt tuleks analüüsida võimalikke olukordi. Semafor S_1 ei või näidata «tee on vaba» siis, kui pöörangu P_2 seis lubab sõitu haruteele B , ja samuti siis, kui pöörang P_1 on seatud sõiduks haruteelt peateele. On ilmne, et semaforid S_1 ja S_2 ei või korraga näidata «tee on vaba». Semafor S_2 ei või näidata «tee on vaba» ka siis, kui pöörang P_1 on seatud liikluseks otse mööda peamagistraali A .

Tähistused: M — ajamomentide klass, mil semafor S_1 suleb pääsu haruteele B ; N — semafor S_2 keelab sõidu haruteele B ; P — pöörangu P_1 seis võimaldab sõita mööda peamagistraali; R — pöörangu P_2 seis võimaldab sõita mööda peamagistraali.

Semafori S_1 jaoks saame arenduse teel kindlaks määrata tingimused olekute «seis» ja «tee on vaba» jaoks:

$$m = \overset{3}{mNPR} \text{ '}. \overset{3}{mNPr} \text{ '}. \overset{3}{mNpR} \text{ '}. \overset{3}{mNpr} \text{ '}. \\ \underset{1}{\text{ '}. mnPR} \text{ '}. \underset{1}{\text{ '}. mnPr} \text{ '}. \underset{1}{\text{ '}. mnpR} \text{ '}. \underset{1}{\text{ '}. mnpr}.$$

Klasside ühendite kohale on kirjutatud neid ühendeid välistavate võrrandite numbrid. Need võrrandid, mis tegelikult väljendavad äsja analüüsitud võimalikke olukordi, on järgmised:

$$(1) mn = 0, (2) nP = 0, (3) mr = 0, (4) mp = 0.$$

Niiviisi saame:

$$m = mNPR \cdot / . mNpR = mNR.$$

Analoogiliselt saame klassi M jaoks:

$$M = MNPR \cdot / . MNPr \cdot / . MNpR \cdot / . MNpr \cdot / . \\ \cdot / . MnPR \cdot / . MnPr \cdot / . MnpR \cdot / . Mnpr.$$

Pärast lihtsustamist:

$$M = MN \cdot / . Mnp.$$

Analoogiliselt semafori S_2 jaoks:

$$n = nMPR \cdot / . nMPr \cdot / . nMpR \cdot / . nMpr \cdot / . \\ \cdot / . nmPR \cdot / . nmPr \cdot / . nmpR \cdot / . nmpr,$$

avaldist lihtsustades saame:

$$n = nMpR \cdot / . nMpr = nMp, \\ N = NMpR \cdot / . NMPr \cdot / . NMpR \cdot / . NMpr \cdot / . \\ \cdot / . NmPR \cdot / . NmPr \cdot / . NmpR \cdot / . Nmpr,$$

järelikult

$$N = NM \cdot / . NmPR.$$

Tingimustest (1) kuni (4) saame ka semafore S_1 , S_2 ja pööranguid P_1 , P_2 käivitavaid seadmeid iseloomustavad loogilised võrrandid. Nii näiteks saame võrrandist (1) $mn \cdot / . \cdot / . Mn = 0 \cdot / . Mn$ ja seetõttu $n = Mn$; analoogiliselt võrrandist (3): $r = Mr$; võrrandist (4): $p = Mp$; samuti võrrandist (1): $mn \cdot / . mN = 0 \cdot / . mN$, järelikult $m = mN$ jne.

Need tingimused võimaldavad projekteerida sellise elektrilise lülitusskeemi, mis kindlustab semaforide S_1 , S_2 ja pöörangute P_1 , P_2 nõutava funktsioneerimise.

40. KOLM MASINAT. ESIMENE VARIANT.

a) 1. Tähistame masina A töötamise aja kui ajamomentide klassi tähega A , samuti tähistame töötamise ajad masinate B ja C jaoks. Tingimused (1) ja (2) saame kirjutada kujul

$$(1) A = AB, \quad (2) B = BC.$$

Klassi a jaoks (masin A ei tööta!) võime kirjutada arenduse

$$a = aBC \cdot / . aBc \cdot / . abC \cdot / . abc.$$

Tingimus (2) välistab teise klasside ühendi. Ohutustehnika poolt esitatud nõue on $aC = 0$, mis välistab esimese ja kolmanda klasside ühendi. Jääb järele ainult $a = abc$. Seosest $aC = 0$ järeldub tingimus $C = AC$ — see on kol-

mas võrrand, mis koos tingimustega (1) ja (2) määrab kolme masina töötamise ajad.

2. Sellesama ülesande võib lahendada ka loogilise lausearvutuse abil. Tähistame tähega $A(B, C)$ lause «Masin $A(B, C)$ töötab (praegu)». Moodustame lausete A, B, C kõikvõimalikud tõeväärtuskombinatsioonid:

A	B	C	$\overline{A \& B}$	$\overline{B \& C}$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	1	0	1	0
0	0	1	1	1
0	0	0	1	1

Tingimused (1) ja (2) võime kirjutada loogilise lausearvutuse tähistes kujul

$$(1') \overline{A \& B}, \quad (2') \overline{B \& C}.$$

Tabelis peame läbi kriipsutama kõigepealt need tõeväärtuskombinatsioonid, mille korral üks lausetest (1') ja (2') on väär. Seega kriipsutame läbi kolmanda ja neljanda rea (tingimuse (1') kohaselt) ning teise ja kuuenda (tingimuse (2') kohaselt). Ohutustehnika eeskirju arvestades peame läbi kriipsutama veel viienda ja seitsmenda rea. Lõpuks jääb järele ainult kaks rida

A	B	C
1	1	1
0	0	0

On selge, et masinate töö peab olema korraldatud nii, et kõik kolm masinat korraga kas töötavad või seisavad. Lihtne on veenduda, et tulemus langeb kokku klasside loogika abil saadud tulemuslega.

b) Samuti nagu juhul a):

$$a = aBC \dot{\prime}. aBc \dot{\prime}. abC \dot{\prime}. abc,$$

kusjuures teine klasside ühend on välistatud tingimusega (2). Et masin C võiks töötada ka siis, kui masin A seisab, peab olema rahuldatud tingimus $abc = 0$.

Siis

$$ab = abc \cdot / . abc = abC.$$

Kui masinad A ja B ei tööta üheaegselt, siis peab töötama masin C . Masin C võib töötada koos masinaga B . Masin B ei saa töötada üksi. Toodud arutlusest selgub, et

$$C = ABC \cdot / . abc \cdot / . abc,$$

järelikult

$$C = ABC \cdot / . aC.$$

Sama tulemuse saaksime ka lausearvutuse loogika abil (nii nagu on näidatud juhul a) punktis 2).

41. KOLM MASINAT. TEINE VARIANT.

Mootorite A , B , C töötamise ajad (ajamomentide klassid) tähistame vastavalt A , B , C .

Ülesande tingimuste kohaselt võivad kõne alla tulla vaid klasside ühendid ABc , aBC , AbC .

Mootori A tööaja jaoks saame tingimuse

$$A = ABc \cdot / . AbC,$$

seisuaaja jaoks aga $a = aBC$.

Arendades klassi C klasside A ja B järgi, saame

$$C = ABC \cdot / . AbC \cdot / . aBC \cdot / . abc.$$

Sellest arendusest välistab tingimus (1) esimese, tingimus (2) aga viimase klasside ühendi; järelikult

$$C = AbC \cdot / . aBC.$$

Analoogiliselt

$$c = ABc \cdot / . Abc \cdot / . aBc \cdot / . abc,$$

kus tingimus (1) välistab teise, tingimus (2) aga kolmanda ja neljanda ühendi. Jääb alles $c = ABC$.

Lõpuks

$$B = ABC \cdot / . ABc \cdot / . aBC \cdot / . aBc,$$

kus (1) välistab esimese, (2) aga neljanda ühendi, ja

$$b = AbC \cdot / . Abc \cdot / . abC \cdot / . abc,$$

kus (1) välistab esimese, (2) aga kolmanda ja neljanda ühendi.

Masin C töötab järelikult alati koos mõne teise masinaga ja seisab siis, kui masinad A ja B töötavad. Võimalus ABC on välistatud, samuti ei tööta ükski masin üksinda.

42. TOODANGU KVALITEEDI KONTROLL.

Tähistused: A — hästi töödeldud kruvide klass, B — heast materjalist valmistatud kruvid.

Kõik võimalused on antud avaldisega

$$AB \cdot Ab \cdot aB \cdot ab.$$

Esimesel juhul

$$Ab = 0 \quad \text{ja} \quad aB = 0.$$

Siis järelikult

$$(1) \quad Ab \cdot AB = 0 \cdot AB, \quad \text{s. t.} \quad A = AB,$$

$$(2) \quad aB \cdot AB = 0 \cdot AB, \quad \text{s. t.} \quad B = AB.$$

Võrranditest (1) ja (2) järelduvad seosed $A = B$ ja $a = b$. Hästi töödeldud kruvide klass langeb kokku heast materjalist valmistatud kruvide klassiga. Automaatliin võib küll toota ka halvast materjalist kruvisid, kuid need oleksid siis tingimata ka halvasti töödeldud. Selline automaatliin on vägagi otstarbekas, sest faktiliselt sorteerib ta materjali, praak tekib ainult halvast materjalist.

Teisel juhul kehtib ainult $Ab = 0$, seetõttu võib aset leida ka $A = AB$.

Kõik hästi töödeldud kruvid oleksid siis heast materjalist, kusjuures aga automaatliinilt võiksid tulla ka halvasti töödeldud kruvid heast materjalist, järelikult selline automaatliin raiskaks materjali.

43. VOOLULIIN.

Ajavahemikke, mil masinad A, B, C, D, E töötavad korralikult, tähistame vastavalt nendesamade tähtedega.

Ülesande tingimused:

$$A = AB, \quad B = BC, \quad C = CD, \quad D = DE.$$

Enne lahendamisele asumist peaksime tõestama ühe abitulemuse: seosest $X = XY$ järeldub seos $y = yx$. Tõestus: kehtib seos $y = yX \cdot yx$. Asendades klassi X seosest $X = XY$, saame $y = yXY \cdot yx = 0 \cdot yx = yx$, s. t. $y = yx$.

Analüüsime esimest juhtu, s. t. kui lakkab töötamast masin D . Seosest $C = CD$ järeldub seos $d = dc$, s. t. neljanda masina rivist väljalangemine toob kaasa kolmanda masina seisaku. Et aga edasi $B = BC$ ja siit $c = cb$, saame analoogiliselt $b = ba$. Asendades seosesse $d = dc$ klassi c seosest $c = cb$, saame $d = dc b$. Asendades siia nüüd $b = ba$, saame lõpuks $d = dcba$. Neljanda masina

rivist väljalangemine tingib ka kolmanda, teise ja esimese masina seisaku.

Juhul (2) on halvatud terve vooluliin. Juhul (3), kui jääb seisma teine masin, langeb rivist välja ka esimene.

Juhul (4), kui jääb seisma või töötab tõrgetega esimene masin, võib iga järgmine masin töötada täiesti korralikult. Juba teise masina jaoks kehtib seos $B = BA$ /. Ba , s. t. teise masina töö ei sõltu esimesest masinast.

44. TEADETE EDASIANDMINE.

Ülesande tingimustest järeldub, et lubamatud, s. t. eba-kindlad on kõik sõnad, mis sisaldavad tähtede ühendeid
 $BDe, CDe, ABDE, ACDE$.

Siit järelduvad tingimused:

- (1) $BDe = 0$, (2) $CDe = 0$, (3) $ABDE = 0$,
(4) $ACDE = 0$.

Arendame nende seoste vasakud pooled seostes puuduvate klasside järgi (näiteks esimese klasside A ja C järgi), kasutades selleks välistatud kolmanda seadust. Saame:

$$(1') BDeAC \text{ /. } BDeAc \text{ /. } BDeaC \text{ /. } BDeac = 0;$$

$$(2') CDeAB \text{ /. } CDeAb \text{ /. } CDeaB \text{ /. } CDeab = 0;$$

$$(3') ABCDE \text{ /. } ABcDE = 0;$$

$$(4') ABCDE \text{ /. } AbCDE = 0.$$

Seoste (1') kuni (4') vasakutes pooltes sisalduvate klasside loogiline summa on tühi ainult siis, kui on tühi iga liidetav klass. Siit järeldub, et saatest tulevad välja jätta sõnad

$$ABCDx, ABxDx, xBCDx, xBxDx \quad (\text{seosest } (1')),$$

$$ABCDx, AxCDx, xBCDx, xxCDx \quad (\text{seosest } (2')),$$

$$ABCDE, ABxDE \quad (\text{seosest } (3')),$$

$$ABCDE, AxCDE \quad (\text{seosest } (4')).$$

Nende 12 sõna hulgas esinevad kolm sõna kahekordselt, seega tuleb välja jätta ainult üheksa sõna ja nimelt:

$$ABCDx, ABxDx, xBCDx, xBxDx, AxCDx, xxCDx,$$

$$ABCDE, ABxDE, AxCDE.$$

Võimalike sõnade arv on 32, seega jääb häireteta ülekande jaoks üle veel 23 sõna.

Sissejuhatus klasside loogika aritmeetilisse rakendusse.

Kui sümbolid A, B, C, \dots, X, Y, Z ja nende eitused a, b, c, \dots, x, y, z tähistavad lõpliku arvu elementidega loogilisi klasse, siis on klasside loogika aparatuuri võimalik edukalt rakendada selliste aritmeetilist laadi ülesannete lahendamiseks, kus on vaja kindlaks teha mingi kaudselt antud loogilise klassi elementide arv. Siia kuuluvaid ülesandeid võib iseloomustada järgmiselt.

1. Meil on antud teatavaid klasside ühendeid siduvad loogilised tingimused (loogiliste võrrandite kujul).

2. On teada nende tingimustega seotud klasside elementide arv.

Tuleb kindlaks määrata ülesandes ära näidatud teatavate klasside elementide arv, mis pole ülesande tingimustega otseselt antud.

Klassi X või x elementide arvu tähistame vastavalt sümbolitega (X) või (x). Nii näiteks tähistame klassi ABC elementide arvu sümboliga (ABC). Eeldame, et kõik sellised arvud on lõplikud.

Võrranditelt kujul $A = B$ võime üle minna võrranditele kujul $(A) = (B)$. Et märk \cdot tähistab loogilist summat, mille korral klassid A ja B võivad lõikuda (s. t. neil võib olla ühiseid elemente), siis ei või avaldiselt $A \cdot B$ üle minna aritmeetilisele summale $(A) + (B)$. See oleks võimalik ainult siis, kui märk \cdot tähistaks väljendit «kas... või...», s. t. kui $AB = 0$ (klassidel poleks siis ühiseid elemente).

Sellest raskusest saame aga üle välistatud kolmanda seaduse abil. Kui meil on antud loogiline võrrand $C = A \cdot B$, siis ei saa üle minna aritmeetilisele seosele $(C) = (A) + (B)$, sest klassidel A ja B võivad esineda ühised elemendid. Näiteks kui C on üliõpilaste klass, kuhu kuuluvad A — esimese kursuse üliõpilased ja B — mittestatsionaarsed üliõpilased, siis on üsna selge, et võib leida esimesel kursusel õppivaid mittestatsionaarseid üliõpilasi, esimesel kursusel õppivaid statsionaarseid üliõpilasi ja samuti mittestatsionaarseid üliõpilasi, kes ei õpi esimesel kursusel. Seetõttu oleks täiesti ekslik arvata, et

$(C) = (A) + (B)$, sest siis loeksime esimesel kursusel õppivaid mittestatsionaarseid üliõpilasi kahekordselt.

Loogilist võrrandit $C = A \cdot B$ võib teisendada järgmiselt. Välistatud kolmanda seaduse kohaselt

$$A = AB \cdot Ab, \quad B = BA \cdot Ba.$$

Asendades siit A ja B võrrandisse $C = A \cdot B$, saame:

$$C = AB \cdot Ab \cdot BA \cdot Ba.$$

Kasutades nüüd lihtsustamiseks kommutatiivsust ja koondamisreeglit, saame:

$$C = AB \cdot Ab \cdot aB.$$

Et aga ükski kolmest klassist võrduse paremal poolel ei lõiku, võime kirjutada aritmeetilise seose:

$$C = (AB) + (Ab) + (aB).$$

Toome lihtsa näite. Statistiline uurimine näitas, et 100 juhul C ilmnes 45 juhul ka tunnus A ja 53 juhul tunnus B , s. t. 45 juhul sajast ilmneb tunnus C koos tunnusega A ja 53 juhul sajast koos tunnusega B . Olgu teada, et koos tunnusega A esineb alati ka tunnus B . Tuleb leida selliste juhtude C arv, kus 1) tunnus B esineb ilma tunnusega A , 2) tunnuseid A ja B ei esine üldse.

Arvulised andmed on järgmised:

$$(1) \quad (A) = 45, \quad (2) \quad (B) = 53, \quad (3) \quad (C) = 100.$$

Loogilisest tingimusest (4) $A = AB$ järeldub aritmeetiline seos (4'): $(A) = (AB)$. Edasi kehtib veel seos (5) $(Ab) = 0$, kus märk 0 tähistab tavalist arvu null, mitte aga tühja klassi. Võrrandit (5) on lihtne tuletada. Välistatud kolmanda seaduse kohaselt $A = AB \cdot Ab$, seosest (4) aga $A = AB$ ja tõepoolest $Ab = 0$, järelikult ka $(Ab) = 0$.

Et saada vastust küsimusele 1), arendame klassi B klassi A järgi:

$$B = AB \cdot aB,$$

järelikult $(B) = (AB) + (aB)$ ja tingimuse (4') kohaselt $(B) = (A) + (aB)$. Asendades nüüd tingimusest (2) ja (3) arvulised väärtused, saame $53 = 45 + (aB)$, järelikult $(aB) = 53 - 45 = 8$.

Vastuse küsimusele 2) saame klassi C arendusest klasside A ja B järgi:

$$C = CAB \cdot Cab \cdot CaB \cdot Cab,$$

järelikult

$$(C) = (CAB) + (Cab) + (CaB) + (Cab).$$

Võrrandist (5) aga $(Ab) = 0$ ja seetõttu ka $(CAB) = 0$ ja

$$(C) = (Cab) + (CaB) + (Cab).$$

Pärast asendamist saame $100 = 45 + 8 + (Cab)$, kust $(Cab) = 47$.

Klasside loogika aritmeetilised rakendused on üsna lihtsad, sealjuures aga vägagi kasulikud statistilistes ja muud laadi uurimistöödes. Ülesande lahendamiseks on vaid nõutav, et meil oleks küllaldane arv aritmeetilisi tingimusi. Huvi pakuvad ka sellised juhud, kus aritmeetilised tingimused ei võimalda määrata kõikide antud avaldistest ühenditena moodustatud (mittetühjade) klasside elementide arvu, vaid lubavad anda ainult mõningaid hinnanguid. Toome selgituseks ühe lihtsa näite.

Tähistagu tähed A, B, C mingeid klasse. Olgu meil teada elementide arv klassides A ja AbC ning loogiline tingimus $C = bC$. Me tahame teada klassi ABc elementide arvu.

Ilmselt kehtib:

$$A = ABC \dot{/}. ABc \dot{/}. AbC \dot{/}. Abc,$$

millest esimene klasside ühend välistatakse tingimusega $C = bC$. Tulemuseks saame:

$$(A) = (ABc) + (AbC) + (Abc)$$

ja järelikult

$$(ABc) = (A) - (Abc) - (AbC).$$

Kui $(AbC) = 0$, siis $(ABc) = (A) - (Abc)$. Vahe $(A) - (Abc)$ määrab seega klassi ABc elementide arvu maksimaalse väärtuse. Kui $(AbC) \neq 0$, siis $(ABc) < (A) - (Abc)$. See hinnang annab meile küll ebatäieliku, kuid tihti üsna olulise informatsiooni klassi elementide arvu kohta. Märgime siinjuures, et kui näiteks statistiline uurimine selgitaks, et $(AbC) = 0$, siis oleme saanud tingimusele $C = bC$ lisaks veel ühe loogilise tingimuse. Et $(AbC) = 0$, siis ka $AbC = 0$. Et alati kehtib seos $AbC \dot{/}. \dot{/}. Abc = Ab$, siis $Abc = Ab$. Seega võib aritmeetilistest seostest tuletada antud avaldise siduvaid loogilisi seoseid ja saada olulisi andmeid meid parajasti huvitava küsimuse kohta.

45. SAADIKUD JA SÕJAVÄELASED.

Tähistame: D — saadikud, S — sõjaväelased. Siis

(1) $D = DS \dot{/}. Ds$, samuti aga (2): $S = SD \dot{/}. Sd$.

Nendest loogilistest võrranditest saame järgmised aritmeetilised võrrandid:

(1') $(D) = (DS) + (Ds)$, (2') $(S) = (SD) + (Sd)$.
 Lahutame võrduse (2') võrdusest (1'):

(3) $(D) - (S) = (Ds) - (dS)$,
 siit saame seose
 $(D) - (Ds) = (S) - (dS)$,
 mida oligi tarvis tõestada.

46. RAHVUSVAHELINE KONVERENTS.

Kui tähistada inglise keelt valdavad osavõtjad tähega A , prantsuse keelt valdavad tähega B ja vene keelt valdavad tähega C , siis ülesande tingimustest järeldub, et kõikvõimalikest ühenditest

\overline{ABC} $\overline{.ABc}$ $\overline{.AbC}$ $\overline{.Abc}$ $\overline{.aBC}$ $\overline{.aBc}$ $\overline{.abC}$ $\overline{.abc}$

on mõned kindlasti välistatud (need, mis on alla kriipsutatud). Edasi saame kirjutada järgmised aritmeetilised seosed:

$$(1) \quad (\overline{AbC}) + (\overline{Abc}) = a;$$

$$(2) \quad (\overline{aBC}) + (\overline{aBc}) = b;$$

$$(3) \quad (\overline{AbC}) + (\overline{aBC}) + (\overline{abc}) = c;$$

$$(4) \quad (\overline{Abc}) + (\overline{aBc}) + (\overline{abc}) = d;$$

$$(5) \quad (\overline{AbC}) + (\overline{Abc}) + (\overline{aBC}) + (\overline{aBc}) + (\overline{abc}) = n.$$

Liites võrrandite (1), (2) ja (3) vastavad pooled, saame:

$$(6) \quad 2(\overline{AbC}) + 2(\overline{aBC}) + (\overline{Abc}) + (\overline{aBc}) + (\overline{abc}) = \\ = a + b + c.$$

Lahutades saadud võrrandist võrrandi (4), saame:

$$2(\overline{AbC}) + 2(\overline{aBC}) = a + b + c - d,$$

järelikult

$$(7) \quad (\overline{AbC}) + (\overline{aBC}) = \frac{1}{2} [a + b + c - d].$$

Kui nüüd võrrandi (7) parem pool asetada võrrandi (3) vasakusse poolde, siis saame tulemuseks

$$\frac{1}{2} [a + b + c - d] + (\overline{abc}) = c,$$

järelikult

$$(8) \quad (\overline{abc}) = \frac{1}{2} [c + d - a - b].$$

See aga tähendab, et ülesande tingimusest $a + b = c + d$ järeldub tingimus $(\overline{abc}) = 0$. Kasutades seda tulemust ja võrrandit (7), saame asenduste teel võrrandist (5) seose

$$\frac{1}{2} [a + b + c - d] + (Abc) + (aBc) = n$$

ja lõpuks

$$(9) \quad (Abc) + (aBc) = \frac{1}{2} [2n + d - a - b - c].$$

Seosed (8) ja (9) on vastusteks ülesande küsimustele. Liites võrrandid (1) ja (2) ning kasutades võrrandit (7), saame:

$$(Abc) + (aBc) = \frac{1}{2} [a + b + d - c].$$

See seos ei ole vastuolus võrrandiga (9), sest eespool saadu kohaselt $a + b = n$.

47. ELANIKKONNA TEENINDAMISE OPERATSIOON-ANALÜÜS.

Tähistused: A — esimese pesumaja teenuseid kasutanud isikute klass; B — teise pesumaja teenuseid kasutanud isikute klass.

Loogilised võrrandid:

$$A = AB \dot{\vee} Ab, \quad B = BA \dot{\vee} Ba.$$

Aritmeetilised võrrandid:

$$(A) = (AB) + (Ab), \quad (B) = (BA) + (Ba).$$

Ülesandes on antud suurused $(A) = 562$, $(B) = 474$, $(aB) = 435$, seetõttu

$$(1) \quad 562 = (AB) + (Ab),$$

$$(2) \quad 474 = (AB) + 435.$$

Lahutades võrrandi (2) võrrandist (1), saame seose $88 = (Ab) - 435$, millest lõpuks $(Ab) = 523$.

Ainult esimese pesumaja teenuseid kasutasid 523 inimest.

48. TÖLGIID.

Tähistused vastavate klasside jaoks: T — prantsuse või hispaania keelt valdavad tõlgid, P — prantsuse keelt valdavad tõlgid, H — hispaania keelt valdavad tõlgid.

Loogilised tingimused:

$$TP = TPH \dot{\vee} TP_h,$$

$$T = TPH \dot{\vee} TP_h \dot{\vee} T_pH.$$

Arvulised andmed:

$$(T) = 20, \quad (TP) = 8,$$

$$(TP_h) + (T_pH) = 15.$$

Kehtivad aritmeetilised seosed:

$$(T) = (TPH) + (TPh) + (TpH),$$

$$(TP) = (TPH) + (TPh).$$

Kasutades arvulisi andmeid, saame seosed:

$$(1) \quad (TPH) + (TPh) + (TpH) = 20;$$

$$(2) \quad (TPh) + (TpH) = 15;$$

$$(3) \quad (TPH) + (TPh) = 8.$$

Lahutades võrrandi (2) võrrandist (1), saame $(TPH) = 5$; lahutades aga võrrandist (1) võrrandi (3), saame $(TpH) = 12$. Järelikult $(TH) = (TPH) + (TpH) = 5 + 12 = 17$. Niisiis, hispaania keelt valdavaid tõlke oli 17.

49. TOIDUAINETE TAGAVARAD.

Tähistused: T — toiduainete tagavarad; K — konservid, R — riknenud toiduained.

Loogiline võrrand:

$$T = TKR \cdot / \cdot TKr \cdot / \cdot Tkr \cdot / \cdot Tkr.$$

Aritmeetilised tingimused:

$$(TK) = \frac{2}{3}(T), \quad (TR) = \frac{2}{3}(T).$$

Arvestades loogilist võrrandit, saame järgmise aritmeetilise tingimuse:

$$(T) = (TKR) + (TKr) + (Tkr) + (Tkr).$$

Samuti kehtib seos

$$(T) = (\underline{TKR}) + (\underline{TKr}) + (\underline{Tkr}) + (\underline{TKR}) - (\underline{TKR}).$$

Ühekordselt allakriipsutatud ühendid annavad (TK) , kahekordselt allakriipsutatud (TR) . Järelikult saame:

$$(T) = (TK) + (TR) + (Tkr) - (TKR),$$

pärast asendusi aritmeetilistest tingimustest aga

$$(T) = \frac{2}{3}(T) + \frac{2}{3}(T) + (Tkr) - (TKR),$$

millest lõpuks

$$(TKR) = \frac{1}{3}(T) + (Tkr).$$

Suurus (TKR) on minimaalse väärtusega siis, kui

$$(Tkr) = 0. \text{ Siis } \min (TKR) = \frac{1}{3}(T).$$

Sellel eeldusel võib kirjutada:

$$(TKR) + (TKr) = (TK) = \frac{2}{3}(T),$$

$$\frac{1}{3}(T) + (TKr) = \frac{2}{3}(T)$$

ja järelikult $\max (TKr) = \frac{1}{3}(T)$.

Riknenud konservid moodustavad vähemalt poole kõiki-dest konservidest. Konservidest on riknenud täpselt pool, kui pole riknemata toiduaineid, mis pole konservid.

50. TUNDMATUTE ESEMETE ARV.

Et ülesande tingimuste kohaselt on olemas esemed, millel on korruga mõlemad omadused X ja Y , siis märgime nende esemete lõpliku arvu tähega a . Esemeid, millel puuduvad omadused Y ja Z (neid on samuti lõplik arv) ei tohi olla vähem kui esemeid omadusega X . Neid võib olla ainult teatud arvu b võrra rohkem (sealjuures $b \geq 0$). Võime kirjutada järgmised aritmeetilised tingimused:

$$(1) \quad (XY) = a, \quad (2) \quad (yz) = (X) + b.$$

Võrrandist (1) järeldub

$$(1') \quad (XYZ) + (XYz) = a;$$

pärast mõlema poole arendamist saame analoogilise seose ka võrrandist (2):

$$(2') \quad (Xyz) + (xyz) = (XYZ) + (XYz) + (XyZ) + (Xyz) + b.$$

Teostades asenduse seosest (1') võrrandi (2') paremasse poolde, saame:

$$(Xyz) + (xyz) = a + (XyZ) + (Xyz) + b$$

ja

$$(xyz) = a + (XyZ) + b.$$

Järelikult on tõesti olemas esemed, millel puuduvad omadused X ja Z . Neid on vähemalt a , rohkem on neid aga siis, kui esemeid omadusteta Y ja Z on rohkem kui esemeid omadusega X , või siis, kui leidub esemeid omadustega X ja Z .

SÜMBOLITE LOOGIKA TÄHTSUS.

On olemas hea ladina vanasõna, mis kõlab järgmiselt: «Iga inimene võib viga teha, kuid vea juurde jääb püsima ainult lollpea.»

V. I. Lenin (Teosed, 19. kd., lk. 504).

Suurem osa loogika sajanditepikkusest ajaloost hõlmab perioodi, mil tehnika, loodusteadused ja muutmatute suurustega tegelev matemaatika olid võrdlemisi madalal arengutasemel. Need inimtegevuse valdkonnad, mis vajasid küll kõrgelt arenenud mõtlemismeetodeid, ei soodustanud oma nõudmistega loogika arengut. Kaua aega rahuldasid teaduse vajadusi vanade kreeklaste poolt loodud lausearvutus ja ühekohaline predikaatarvutus, mis olid tekkinud peamiselt juriidiliste ja poliitiliste vaidluste mõjul.

Seetõttu arendatigi loogikat kui mõtlemisprotsesside teooriat peamiselt just filosoofilisest, gnoseloogilisest küljest ja ta jäi, nagu märkis Engels, «Aristoteelse aegadest saadik kuni meie päevini ägedate vaidluste objektiks».

Loogika kui teadusliku mõtlemise tehnika meetodid arenesid küllaltki aeglaselt. Traditsiooniline loogika omandas sisutu, igava ja konkreetsetel teadusaladel rakendamiseks kõlbmatu distsipliini kahtlase kuulsuse. Juba Ariston Chiosest (umb. 270 a. e. m. a.), Zenoni õpilane, ütles, et dialektikasse¹ süvenenut võib võrrelda inimesega, kes armastab süüa vähke: väikese tüki liha pärast peab ta raiskama tohutu aja koorikute hunnikule. Soti filosoof William Hamilton (1788—1856) lisas, et «loogikaga tegelev inimene raiskab aega, saamata sealjuures tükkigi liha» [1]. Sellise halastamatu süüdistusega ühineb ka Hegel (1770—1831) oma «Loogikateaduses» (1816), mär-

¹ Stoikud, kes esmakordselt kasutasid terminit «loogika», mõistsid selle all teadust «logosest». Sõnal «logos» aga oli tol ajal kaks tähendust: mõistus (mõte) ja sõna. Stoikud jaotasid loogika vastavalt kahte ossa — dialektikaks, s. t. loogikaks selles mõttes, nagu seda harjuti mõistma alles 16. sajandil ja nagu me mõistame seda ka praegu, ja grammatikaks.

kides, et traditsioonilise loogika vormid on tühjad, välja kannatamatult tühjad ja see teeb nad põlgus- ning naeruväärseteks. Hegel väitis, et mõtlemise «välised» vormid, lahti kistud sisust ja vastandatud sellele, pole võimelised väljendama tõde; veel enam, teatavatel tingimustel võivad nad saada vigade ja sofistika allikaks. Seda Hegeli avaldust märkis nõusolevalt ära Lenin oma «Filosoofilistes vihikutes».

Märgatav progress loogika alal toimus keskajal.¹ Mis puutub iroonilis-satiirilisse suhtumisse, milline leidis väljenduse isegi maailmakirjanduse klassika parimates teostes (Rabelais' «Gargantua ja Pantagruel», Molière'i «Väikekodanlane õukonnas», Cervantese «Don Quijote», Swifti «Gulliveri reisid», Beaumarchais' «Figaro pulm» ja rida teisi, kõik need pärinevad XVI—XVIII sajandist), siis on see enamasti arusaamatuse tagajärg.

Kreeklased lõid Eukleidese «Elementide» näol hiilgava ja kauaks ületamatu näite aksiomatiseeritud loogilisest süsteemist. Nad tundsid ka induktiivse loogika algeid, mis esmakordselt esinesid Hippokratose (460—377 a. e. m. a.) arstiteaduslikes töodes ja hiljem, juba väljaarendatumal kujul, epikuurlastel ning Philodemosel (I saj. e. m. a.). Loogika areng tervikuna toimus aga ilma oluliste kokkupuudeteta loodusteaduste ja matemaatikaga ning seda kuni XV sajandi teise pooleni.

Renessansiajastu suured looduseuurijad suhtusid traditsioonilisse loogikasse skeptiliselt. Leonardo da Vinci nimetas õpetust süllogismidest «veiderdamiseks». Galilei oma «Dialogis kahest peamisest maailmasüsteemist» naeris välja Aristoteelse autoriteedi dogmaatilise kummardamise loogikas. Renessansiajastu matemaatikud ja loodusteadlased pidid loogilised reeglid oma teadusliku uurimistöö jaoks ise välja töötama, sest nad ei leidnud neid ei «loogilises ruudus» ega assertoorse ja modaalse süllogismide mnemotehnilistes värssides.

Eukleidese kommenteerija matemaatik Claudius (1501—

¹ Suured teened on niisugustel teadlastel, nagu Raimund Lullus (1235—1315), Duns Scottus (1265—1308), William Occam (1300—1350), kelle tööd on avaldanud positiivset mõju loogika hilisemale arengule. Olulisi tulemusi on saadud ka Al Farabi (870—950), Abu Ali ibn Sina (Avicenna) (980—1037), Averroësi (1126—1198) ja teiste teadlaste töodes.

1576) andis sisuka formuleeringu kahevalentse loogika¹ lausearvutuse teoreemile

$$\vdash [(\neg p \supset p) \supset p],^2 \quad (1)$$

mis sai nimeks *consequentia mirabilis* («imepärane järeldus») ja mis järeldus juba Eukleidese poolt kasutatud reeglist (olguigi et formuleerimata kujul; «Elemendid», 9. raamat, teoreem 12).

Claudiuse teoreem ja sellest järelduv teoreem

$$\vdash [(p \supset \neg p) \supset \neg p]^3 \quad (2)$$

kuuluvad nende kahevalentsete lausearvutuse teoreemide hulka, mis ei kehti kolmevalentises lausearvutuses.

R. Descartes (1596—1650) kirjutas oma raamatus «Arutlus meetodist» (1637), et õigete ja kasulike reeglite ülesotsimine traditsioonilisest loogikast, kus nad on läbisegi kahjulike ja ülearuste väidetega, on niisama raske nagu Diana või Minerva kaju väljatahumine vormitust marmorimürakast. Luues analüütilise geomeetria, hakkas Descartes ise laialt kasutama isomorfismi mõistet (kuigi ta seda ilmsel kujul ei formuleerinud). Sellel loogilisel mõistel on kaasaegses teaduses erakordne tähtsus.

¹ Kahevalentse loogika lausearvutuses on kõikidel lausetel ainult kaks tõeväärtust: «õige» või «väär». Mingit vahepealset võimalust pole. On arendatud ka mitmevalentset loogikat, kus esineb lõplik või isegi lõpmatu arv vahepealseid võimalusi. Näiteks eristatakse kolmevalentises loogikas juhte «ei ole võimalik» (tõeväärtus 0), «leiab tingimata aset» (tõeväärtus 1) ja vahepealne «on võimalik» (tõeväärtus $1/2$). Loogilised tehted võib defineerida nagu kahevalentises lausearvutuseski tõeväärtustabelite abil. Vt. näit. «Философская энциклопедия» (том III, М. 1960) artiklid «Многозначная логика» (lk. 472) ja «Модальная логика» (lk. 475). — *Tõlk.*

² Märk \supset tähistab implikatsiooni: avaldised $X \rightarrow Y$ ja $X \supset Y$ on samaväärsed. Märk \neg tähistab eitust: $\neg X$ on meie eelmistes tähistes \bar{X} . Tähistus \vdash X väljendab seda, et avaldis X on tõestatav, s. t. ta on teoreem. Tähis $X_1, \dots, X_n \vdash Y$ tähendab, et lause Y on tõestatav lausetes X_1, \dots, X_n põhjal (vt. näit. A. Черч «Введение в математическую логику», т. I. ИЛ, М. 1960; lk. 81.). — *Tõlk.*

³ Lauseid (1) ja (2) tuleb lugeda järgmiselt: (1) «Me kinnitame, et kui sellest, et lause $\neg p$ on väär, järeldub, et lause p on tõene, siis lause p peab olema tõene.» (2) «Me kinnitame, et kui sellest, et lause p on tõene, järeldub, et $\neg p$ on väär, siis siit järeldub, et $\neg p$ on väär.»

Lause (1) järeldub arutlusreeglist $(\neg p \supset p) \vdash p$, lause (2) aga reeglist $(p \supset 0) \vdash p$, kus 0 tähendab «väär». Kolmevalentse loogika lausearvutuses asenduvad mõlemad laused «nõrgemate» lausetega. Teoreemi (1) asemel kehtib $\vdash [(\neg p \supset p) \supset p^*]$, (2) asemel on aga nüüd $\vdash [(p \supset \neg p) \supset p^+]$; tähis p^* tähendab siin « p on võimalik», p^+ aga loetakse « p leiab tingimata aset» (esineb tingimata).

Tuntud matemaatik, füüsik ja filosoof Pascal (1623—1662) uuris deduktiivsete teaduste tõestusmeetodeid. Eriti tähtis on tema õpetus aksiomaatilistest definitsioonidest.

Pascal formuleeris kaheksa reeglit, millest siinkohal pakuvad erilist huvi esimene ja kaheksas.

1. Ei tuleks defineerida selliseid asju (mõisteid), mis on juba iseenesest sedavõrd tuttavad ja hästi määratletud, et niikuinii poleks olemas selgemaid termineid, mis seda asja või mõistet paremini seletaksid.

8. Defineerivad mõisted, s. t. need mõisted, mille abil defineeritakse, tuleks alati asetada defineeritava kohale, et mitte eksida definitsiooniga kitsendatud terminites.

Nagu märkis tuntud kaasaegne prantsuse matemaatik Hadamard [2], on nende kahe reegli vahel vastuolu, kuigi Pascali töös eraldab neid vaid mõni rida; imelikul viisil, olles nagu «vaimupimedusega löödud», ei märganudki Pascal seda. Tõepoolest, ei saa ju asetada defineerivat defineeritava asemele seal, kus definitsiooni ennast pole olemaski! Sealjuures on aga ilmne, et kui tähtis ka poleks kaheksas reegel, ei saa me siiski läbi ka esimese reeglita, sest defineeritavate mõistete jada ei saa olla ei lõpmatu ega suletud, vaid peab algama mingite mittedefineeritavate algmõistetetega. Kõik need iga teadusliku distsipliini süstemaatilise ülesehituse seisukohalt esmajärgulise tähtsusega loogilised probleemid tõstatati esmakordselt Pascali töödes.

Loogika uue arenguetapi ettevalmistamisel on eriti suured teened Leibnizil (1646—1716). Kasutades kombinatoorikat, andis ta assertoorsete süllogismide mooduste täieliku nimestiku; samuti andis ta mõistete samasuse range definitsiooni: «*Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate.*» (Samased on need ja ainult need mõisted, millest üks võib asendada teist, ilma et väidete tõesus muutuks.) [3]. Väljudes traditsioonilise loogika raamest, nõudis Leibniz, et loogiliste järelduste protsess ei sõltuks protsessist osavõtivate lausete sisulisest tähendusest. Leibniz tahtis muuta loogiliste tuletuskäikude reeglid arvutusreegliteks. Tema käsikirjad, kus olid tegelikult visandatud predikaatarvutuse reeglid, jäid hulgaks ajaks avalikkusele tundmatuks ning need avaldas L. Couturat alles 1901. a. Vahepeal oli predikaatarvutus loodud uuesti ja sõltumatult Boole'i poolt (1847) «loogika algebra» nime all. Sellegipärast avaldasid Leibnizi ideed

suurt mõju tema õpilastele ja järelkäijatele, kellega ta pidas laialdast kirjavahetust.

Leibniz rõhutas, et kavatsetav tõestuskäikude arvutus (*calculus ratiocinator*) saab üleüldiseks omadusi siduvaks arvutuseks ehk kvaliteediarvutuseks (*scientia generalis de qualitate*). Kirjas matemaatik Tschirnhausile 1678. a. kirjutas Leibniz: «See arvutus ei ole mitte midagi muud kui tehted märkidega, ta ei kehti mitte ainult kvantitatiivsete suuruste korral, vaid ka igasugustes järelendusprotsessides.» Leibniz unistas universaalse kunstliku keele loomisest. See keel koos oma mõistekirjaga (*characteristica universalis*) pidi andma algoritmi mistahes ülesande lahendamiseks ükskõik millisel teadusalal. Nüüd on rangelt tõestatud (K. Gödel, 1931), et sellist üleüldist ühtset formaalset süsteemi pole võimalik luua. Sümbolised süsteemid on paljudes teadusharudes siiski omandanud hiiglasuure tähtsuse ja see annab tunnistust Leibnizi ideede geniaalsusest. Oma universaalse keele märkide süsteemile esitas Leibniz järgmised nõuded.

1. Mõtlemisobjektide ja -sümbolite vahel peab olema üksühene seos.

2. Kui objekt on osadeks lahutatav, siis ka tema «kujutis» sümbolitena peab olema osadeks lahutatav.

3. Kui kaks mõtlemisobjekti on üksteisega seotud nagu alus ja järelendus, siis peavad ka nende «kujutised» olema samasuguses seoses.

Seega ei olnud sümbolid Leibnizi kujutluses üldsegi mitte «sisutud». Ta nõudis ainult, et tehete teostamise ajal loobutaks nende sisust, selleks et järelendustesse mitte märkamatu sisse tuua põhjendamata väiteid. Leibniz soovis, et loogika muutuks «arvutamiskunstiks» (*ars calculandi*), «mänguks märkidega» («jeu de caractères»), millel on erilised, kindlaksmääratud reeglid. Ta nõudis, et uus loogika saaks «Ariadne lõngaks mõtlemises», s. t. täpse mõtlemise meetodiks.

Leibnizi arvamus järgi pidi uus «loogiline meetod» olema väga efektiivne, sest igasugune ebaloogilisus (paralogism) avalduks lihtsalt arvutusveana. «Ei tekiks enam ägedaid vaidlusi kahe filosoofi vahel, samuti mitte sõnasõda kahe arvutaja vahel...», sest vaidluse lahendamiseks tuleks võtta ainult hanesulg, istuda kirjutuspuldi taha ja öelda: «Arvutagem!» [4]. Ja kuigi need olid täiesti täitumatud unistused, nagu me nüüd teame, olid nad siiski

täis optimismi ja usku teaduse tulevikku. Leibniz oleks nagu ette näinud seda peadpöörivat edu, mida formaliseeritud süsteemide idee on saavutanud kaasaegses loogikas ja selle rakendustes.

Leibnizi suureks teeneks tuleb pidada ka Aristoteelse süllogismideõpetuse interpretatsiooni (tõlgendust) naturaalarvude aritmeetika abil ja samuti tõenäosusliku (modaalse) loogika loomist.

Leibniz käsitles loogilist definitsiooni samuti nagu matemaatiliste suuruste avaldamist algebraliste valemite abil. Ta pidas loogika ja matemaatika põhiväiteid üldtarvilikeks, üleüldisteks ja üksteisele mittevasturääkivateks ning püüdis koostada nende «algmõistete kataloogi, millest koosneksid kõik ülejäänud». Sealjuures käsitles Leibniz mõisteid reeglina nende sisu seisukohalt. Keeruliste mõistete osadeks lahutamist kujutas ta ette nagu täisarvude lahutamist algteguriteks, s. t. teostatavana ainult ühel viisil, üheselt. Leibniz püstitas esimesena teaduse ajaloos probleemi lausete süsteemi kooskõllalisusest (mittevasturääkivusest). Küsimus oli selles, kas esialgu mittevastuolulistena näivad laused ei sisalda ehk siiski varjatud vastuolusid, mis võiksid edaspidi, näiteks järelduste tuletamise protsessis, ilmsiks tulla. Eriti tähtis on teada, kuidas saab kontrollida lausete süsteemi mittevasturääkivust. Need küsimused olid määravad kahe tuhande aasta vanuse paralleelide aksiooni probleemi lahendamisel.

*

Me ei kavatse siin isegi mitte lühidalt peatuda sümboolse loogika eelajalool ja ajalool. See vähene, millest juba juttu oli, näib küllaltki veenvalt tunnistavat, et kõik elulähedane ja viljakas, mis tegelikult on võimaldanud rakendada loogikat kui matemaatilise uurimise tööriista ning kui arvutus- ja uurimismeetodit paljudes tehnilistes teadustes, ei ole mitte filosoofide töö tulemus. Loogika on muutunud elulähedaseks ja rakendamiskõlblikuks tänu eemaldumisele tardunud traditsioonilisest loogikast.

Toodud faktid ei ole mitte lihtsalt näidete summa, vaid nad peaksid viitama ka loogika ajaloolise arengu kindlatele seaduspärasustele. Kui me jätkaksime loogika ajaloo tundmaõppimist, siis märkaksime, et Newton (1642—1727) püüdis oma «Natuurfilosoofia matemaatilistes alus-

tes» (1687) tegelikult aksiomatiseerida mehhaanikat. See oli Eukleidese «Elementide» kõrval üldse teine katse aksiomatiseerida teaduslikku süsteemi. Samal ajal töötas Newton välja ka eksperimentaalse uurimistöö induktiivsed reeglid.

Me näeksime ka, et mitteeukleidilise geomeetria esiisa Saccheri (1667—1733) töötas hoolega välja loogiliste tõestuskäikude õpetust. Samuti torkaks meile silma, et alates XIX sajandist, kui hakkas arenema elektrotehnika ja füüsika asus tegelema meeleliselt tajumatute ning piltlikult ettekujutamata nähtustega, muutus ühtlasi äärmiselt tihedaks ka matemaatika ja loogika koostöö.

1822. a. väljendas Poncelet (1788—1867) esmakordselt tasapinnalise projektiivse geomeetria «duaalsusprintsiiibi» ehk kahesuse printsiiibi, mille kohaselt kõik projektiivse geomeetria mõisted on jaotatavad kaheks vastastikku seotud «duaalsete mõistete» klassiks, näit. punkt-sirge: punkt a sub sirgel, sirge läbi b punkti jt. Kui selle geomeetria mingis tõeses teoreemis kõik mõisted asendada duaalsetega, siis saame uuesti selles geomeetrias kehtiva teoreemi. Näiteks lausest «suvalised kaks punkti asuvad mingil ühel sirgel» saame «suvalised kaks sirget läbivad mingit ühte punkti» (s. t. lõikuvad mingis punktis¹).

Üsna varsti leiti, et «duaalsusprintsiiip» ei piirdu ainult projektiivse geomeetriaga, vaid kehtib ka teistes aksiomaatilisel ülesehitatud süsteemides, eelkõige Boole'i algebras, aga samuti hulgateoorias ja topoloogiaski. Selgus, et ühel ja samal geomeetria teoreemil on mitu näitlikku interpretatsiooni, mis kõik on ühevõrra õiged, kuid samal ajal üksteisest täiesti erinevad. See aga asetab nii matemaatika kui ka loogika ette definitsiooni probleemi; definitsiooni hakati nüüd käsitleda kui abreviaatouri konstruktiivse mõtlemisprotsessi jaoks.

1826. a. esitas N. I. Lobatševski (1792—1856) oma mitteeukleidilise geomeetria variandi, mis näitas veelgi veenvamalt, et erinevad meelelis-piltlikud moodustised võivad esineda ühe ja sama loogilis-geomeetrilise aksiomaatilise süsteemi interpretatsioonidena. Aristoteelse järeldajad² käsitlesid aksiomatiseeritud süsteemi millegi

¹ Viimane lausetest võib tunduda veidrana, sest paralleelsed sirged meie tavalises geomeetrias ju ei lõiku. Projektiivses geomeetrias lõikuvad nad aga lõpmatutes. — *Tõlk.*

² Kuigi nähtavasti mitte Aristoteles ise.

absoluutsena, mis toetub «ilmsetele» algtõdedele ja kindlustab kõikide nendest algtõdedest järelduvate väidete vankumatu kehtivuse. Selline vaatenurk pidi taganema uue seisukoha ees, mille kohaselt algmõisted on vaid materiaalses tegelikkuses kontrollimisele kuuluvad hüpoteesid. Mitteeukleidiliste geomeetriate loomine viis ühtlasi ka aksiomaatilise süsteemi mittevasturääkivuse tõestusele selle süsteemi interpreteerimisega mingis teises aksiomaatilises süsteemis. Niisugune nn. aritmetiseerimise meetod, mida esimesena süllogismide korral kasutas Leibniz, osutus matemaatika aluste käsitlemisel põhjapanevaks.

Küllalt kaua kestnud võitlus diferentsiaal- ja integraalarvutuse aluste ümber, mis on seotud nende distsipliinide põhimõistete tõlgendamisega, sai algtõukeks mõtete sümboolsele väljendamisele ja matemaatiliste tehete formaalsete omaduste uurimisele. Samaaegselt aritmeetika ja algebra edasiarenemisega tekkisid ka sümboolite meetodi alged loogikas. Boole kirjutas: «Kes on tuttav sümboolite algebra kaasaegse olukorraga, teab, et analüüsiprotsessi õigsus ei sõltu erinevate sümboolite tõlgendusest (interpretatsioonist), vaid ainult nende sümboolite ühendamise seadustest. Iga interpretatsioon, mis ei riku eeldatud seoseid, on võrdsel määral lubatud, seetõttu võib üks ja sama võte anda ühes tõlgenduses lahenduse arvuteooria probleemile, teises lahenduse geomeetria probleemile, kolmandas aga lahenduse dünaamika või optika probleemile jne.» [5]. Boole ise püüdis leida isomorfismi oma loogika algebra ja tõenäosusteooria vahel.

Suure tähtsusega uue loogika arengus oli mehhaaniliste ja kvaasimehhaaniliste mudelite esilekerkimine füüsikas, mis omakorda tõi kaasa niisuguse mõiste nagu «võrdsus» rakendatavuse probleemi mittevaadeldavate suuruste puhul. Galilei ja Newton, kes pidasid massi lihtsalt materia hulgakaks, ei arutlenud pikalt niisuguste väidete üle, nagu: «Kaks massi, mis on võrdsed kolmandaga, on ka omavahel võrdsed.» E. Mach (1838—1916) nõudis (1868) masside jaoks (J. Maxwell aga temperatuuride jaoks), et kahe massi võrdsust ei postuleeritaks, vaid et see tehtaks kindlaks mõõtmiste teel. Helmholtz (1821—1894) viis selle idee loogilise täiuslikkuseni (1887), näidates, et mõiste «võrdsus» on defineeritud abstraktselt ja et see suhe esemete või nähtuste vahel on põhjustatud vaadeldavate ese-

mete (nähtuste) vaheliste seoste sümmeetriast ja transitiivsusest¹.

Sama idee tekkis G. Cantoril (1845—1918) uuesti reaalarvu mõiste põhjendamisel. Lõpliku kuju sai ta G. Frege (1848—1925) esimeses formaliseeritud loogika süsteemis.

Lõpmatuse mõistega seotud matemaatilised probleemid, mis avaldusid peamiselt hajuvate ridade paradoksidest ja ekstreemumite teooria valelõestustes, tõid kaasa nende väga tähtsate küsimuste loogilise külje uurimise.

Taolisi probleeme oli uuritud juba vanasti, samuti äratasid nad Galilei (1564—1642) tähelepanu; uuel tasemel arendasid seda suunda edasi aga B. Bolzano (1781—1848), O. Cauchy (1789—1857), Du Bois-Reymond (1818—1896) ja G. Cantor.

Lõpuks avaldas suurt mõju loogika arengule geomeetria aluste kriitiline tundmaõppimine, mis loogika mõjul eriti tugevnes XIX sajandi 60—70-ndatel aastatel. Geomeetrid seadsid endale ülesandeks anda oma teaduse postulaatidele puhtloogiline kuju, s. t. niivõrd üldiste seoste kuju, et need kehtiksid ka kõige abstraktsemate mõistete korral. Samuti püüdsid nad geomeetriat vabastada igasugustest meelelis-piltlikest elementidest. Seoses nende matemaatika aluseid puudutavate probleemidega algaski sümbolite meetodi väljatöötamine loogikas, alguses J. Peano (1858—1932) ja E. Schröderi (1841—1902), pärast aga B. Russelli (sünd. 1872), H. Hilberti (1862—1943) jt. poolt.

Niisiis, uus loogika, mis sai meie arvates mitte päris täpse nimetuse «matemaatiline loogika»² ja millele on iseloomulik sümbolite meetod, omandas eluõiguse tänu vajadusele kriitiliselt läbi vaadata alguses geomeetria ja

¹ Võrdsuse abstraktne definitsioon: mingis hulgas on antud võrdsuse seos (ekvivalentsuse seos), kui see rahuldab refleksiivsuse nõuet: $A = A$ (objektid on võrdsed iseendaga); sümmeetria nõuet: kui $A = B$, siis ka $B = A$; transitiivsuse nõuet: kui $A = B$ ja $B = C$, siis ka $A = C$. Selline võrdsuse või ekvivalentsuse seos jaotab hulga elemendid võrdsete (ekvivalentsete) elementide klassideks. Ekvivalentsus on üldisem kui võrdsus. Kujutagem näiteks ette mingite esemete hulka ja nimetagem ekvivalentseteks näiteks punast värvi esemeid. Seega eraldub vaadeldavate esemete hulgast kõikide punaste esemete klass, ülejäänud omaduste poolest võivad need esemed olla üksteisest täiesti erinevad. Võrdsus tähendaks ekvivalentsust kõikide omaduste poolest. — *Tõlk.*

² See nimetus on õigustatud ehk ainult siis, kui peetakse silmas sümbolite loogika esimest arenguetaapi (G. Boole, A. De Morgan, W. S. Jevons jt.).

aritmeetika, hiljem aga mehhaanika ja füüsika alused; see aga viis omakorda, nagu teada, suurepärase saavutusteni nendes teadustes.

Mis puutub loogikasse endasse, siis andis sümbolite meetod siin suurepäraseid tulemusi. Tõsi küll, esialgu sellele meetodile pandud liiga suured lootused — mõtlemisprotsesside täielik formaliseerimine ja algoritmeerimine ning matemaatiliste paradokside kõrvaldamine — ei olnud määratud täituma terves ulatuses. Uue loogika vahenditega näidati, et täielik formaliseerimine pole võimalik, samuti ei ole mitte kõik ülesanded masinal lahendatavad. Selgus, et on võimatu lõplikult vabaneda matemaatilistest paradoksidest, neid võib ainult «nihutada teise kohta»; kõrvaldades nad ühes kohas, ilmnevad nad pärast kusagil mujal. Alusetud olid ka arvamused, nagu võiks matemaatikat taandada loogikaks või vastupidi — loogikat matemaatikaks.

Sellelipoolest ületab uue loogika abil saadu ka kõige julgemad ootused. Veel võrdlemisi hiljuti näis loogika möödunud aegadest pärandatud tähenärimisena. Nüüd on temast aga saanud täppisloodusteaduste vajalik koostisosa. Loogikat on edukalt rakendatud arvutusmasinate loogiliste skeemide projekteerimisel ja tema abil on püütud isegi mõtlemisprotsesse modelleerida. Tootmise automatiseerimine ja telemehhaniseerimine, kiiretoimeliste elektronarvutite konstrueerimine ja nende töötamine, samuti nende kasutamine mitut liiki vaimse töö automatiseerimisel (tõlkimine, statistika, arvepidamine, teadusliku informatsiooni otsimine jne.) — kõik see sai võimalikuks ainult tänu sümbolite loogikale. Tormiliselt areneva küberneetika edusammud avavad sümbolite loogika ees veelgi laiemat tegevusvälja: kvantfüüsika tuletuskäikude formaliseerimine, taksonoomia ja evolutsiooniteooria formaliseerimine, kõrgema närvitalitluse uurimine ja ühiskonna juhtimise probleemid. Kõiki võimalusi on isegi raske ette aimata. Ilma nende edusammudeta poleks kosmonautikat ja inimkond ei oleks suutnud astuda kosmoseajastusse.

Nende saavutusteni on kaasaegne loogika jõudnud tänu sümbolite meetodile ja see asjaolu peaks küllalt veenvalt kõnelema viimase kasuks. Ent nii imelik kui see ka ei ole, aga kaugeltki mitte kõik ei usu sellesse meetodisse.

Vaevalt leidub inimesi, kes oleksid keele ja aritmeetika kasutamise vastu ja kes peaksid keelt ja aritmeetikat eba-

teaduslikeks ja idealistlikeks sellepärast, et näiteks sõna «inimene» mitte kuidagi, ei kuju ega kõla poolest, ei sarnane inimesega ja arv «5» ei sarnane sugugi selle kvantitatiivse omadusega, mida ta tegelikult näitab. Üsna tihti võib aga kohata filosoofe (ja nad nimetavad end veel marksistideks!), kes jonnakalt eitavad sümbolite loogikat, sest see, oo õudust, kasutab märke &, V, \supset , T, mis ei sarnane kuidagi nende reaalsete loogiliste seostega, mida nad tähistavad. Sellise eitava suhtumise põhjuseks on kõige sagedamini äärmiselt udune ettekujutus sümbolite loogika enda olemusest. Teades ainult, et paljud kaasaeased idealistlikud suunad ja eriti need, mis on moes looduseuurijate seas, kasutavad uut loogikat võitluses materialismi ja dialektika vastu, väidavad need seltsimehed, et sümbolite loogika on muutnud loogika millekski irratsionaalseks ja müstiliseks. Nad kinnitavad, et sümbolite meetod loogikas on lähedalt sugulane idealistliku suunaga — sümbolismiga. Ümber lükates idealistlikel positsioonidel asuvate kodanlike teoreetikute gnoseoloogilisi avaldusi, eitavad nad ka meetodit ennast, ilma et teeks endale selgeks selle positiivse sisu. On arusaadav, et niisugune suhtumine ei võimalda mõista kritiseeritavate idealistlike suundade tõelist olemust ega ka mõju, mida need suunad on avaldanud paljudele väljapaistvatele looduseuurijatele kapitalistlikes maades.

*

Kaasaegne loogika kui teadusliku uurimise meetod arenes traditsioonilise loogika baasil, kusjuures sümbolite meetod lisandus sellele hiljem. Kogu oma piiratusele vaatamata on traditsiooniline loogika igasuguse tunnetuse, sealjuures ka teadusliku tunnetuse vajalik moment, olles, nagu kirjutas Engels, «eelkõige uute tulemuste otsimise ja tuntult tundmatule ülemineku meetod».

Kas ei peaks aga sümbolite loogika tagasi lükkama just sellepärast, et ta kasutab sümbolite meetodit? Tuletame meelde dialektilise materialismi seisukohta sümbolite ja filosoofilise sümbolismi osas. Nagu teada, kritiseeris Lenin oma teoses «Materialism ja empiriokrititsism» Helmholtzi «sümbolite teooriat» ja sellega samaväärset Plehanovi «hieroglüüfide teooriat» kui taganemist materialis-

milt idealismile. Jutt ei olnud aga mitte sümbolite kasutamise lubamatusest üldse, vaid aistingute ja kujutluste sümboliteks pidamise ekslikkusest, s. t. gnoseoloogilisest veast. Konspektis Hegeli «Loogikateaduse» juurde formuleeris Lenin uuesti sümbolite ja filosoofilise sümbolismi olemuse erinevuse: «Märkida vaid ... märkused *sümbolite* kohta, et üldse nende vastu midagi olla ei saa. «*Igasuguse sümboolika vastu*» aga tuleb ütelda, et see on mõnikord «mugavaks vahendiks, mille abil püütakse toime tulla, hõlmamata, näitamata, õigustamata *mõistete määratlusi*» (Begriffsbestimmungen). Nimelt see aga on filosoofia ülesandeks.»¹ Lenin ei lükanud tagasi sümbolite kasutamist üldse, vaid niisugust sümbolite kasutamist, mille korral nähtuse olemust väljendavad filosoofilised mõisted asendatakse mittemidagiütlevate ning antud nähtuse olemust varjavate tähistega. Hääldades sõnu «vesi» või «aqua», või siis kirjutades need sõnad või väljendi H₂O, kasutame sümboleid, s. t. märke, mis ei sarnane ei reaalselt eksisteeriva veega, selle aistinguga, ettekujutuse ega mõistega. Täpselt samasugune olukord esineb siis, kui me ütleme «viis» või kirjutame arvu «5», või kui me kirjutame kasuminormi avaldise

$$p = \frac{m}{c + v},$$

ja ka siis, kui semafori roheline tuli tähistab, et tee on vaba. Hoopis teistsugust osa etendavad sümbolid idealistlikel filosoofidel, kes muudavad filosoofia mänguks sümbolitega. Nii näiteks «seletab» Schelling (1775—1854) sümbolite abil kõiki nähtusi: jumalas on antud absoluutse vahetu aste — piiramatu olemine — 1; looduses — absoluutse esimene aste — materia — A; edasi tuleb teine aste — valgus — A² ja lõpuks kolmas aste — organism — A³, kusjuures «astmed on subjektiivse ja objektiivse kvalitatiivsed erinevused».

Eksliku sümbolitesse suhtumise aluseks on ebaõige eeldus teravast vahest mõtte ja tegelikkuse vahel ja seda niihästi sel juhul, kui meie kujutlusi peetakse ainult tingmärkideks, mille taga ei ole objektiivset reaalsust, kui ka juhul, kus oluliste filosoofiliste mõistete määratlused püütakse muuta mänguks sümbolitega. Kui aga sümboleid ei kasutata mitte gnoseoloogilises tähenduses, vaid tunne-

¹ V. I. Lenin, Teosed, 38. kd., lk. 103.

tuse abivahenditena ja nende sissetoomine mingisse teadusalasse allutatakse selle teadusala sisulisele kontrollile, siis ei peaks sümbolite kasutamisel olema mitte mingisuguseid vastuväiteid. Sealjuures tuleb loomulikult arvestada asjaolu, et sümbolite kasutamise edukus sõltub sellest, kui võrd formaliseeritavad on vastava ala mõisted meie teadmiste praeguse taseme juures.

Küsimus seostub matemaatika rakendatavuse probleemiga teistes teadustes. Tõlgendades materialistlikult Hegeli tuntud ütlust, millele juhtis tähelepanu ka Lenin, võib öelda, et mida rikkamaks suhete poolest ja seetõttu ka määratletumaks muutuvad mõtted, «seda segasemaks ühest küljest ja seda meelevaldsemaks ja mõttevaesemaks teisest küljest muutub nende kujutamine sellistes vormides, nagu seda on arvud».¹ Kas ei tähenda see aga seda, et, nagu märkis omal ajal Engels, matemaatika rakendamine, mis on sajabrotsendiline klassikalises mehhaanikas, muutub üleminekul liikumise kõrgematele vormidele järjest vähem oluliseks ja läheneb nullile bioloogias? Ei, sest matemaatika rakendamisevõimaluste vähenemine liikumisvormide keerukamaks muutumisel ei ole ainuke tendents vaadeldava probleemi juures. Rakendamisevõimalused suurenevad matemaatika enda arengu tõttu ja see annab võimaluse matemaatiliste meetodite kasutamiseks järjest laiemas teadmiste valdkonnas. Seda kinnitab kaasaegse matemaatika edukas kasutamine bioloogias, psühholoogias ja poliitökonoomias. Kirjas Engelsile 31. mail 1873. a.² viitas Marx matemaatilise analüüsi rakendatavusele kapitalistlikus majandussüsteemis asetleidvate perioodiliste kriiside seaduse uurimisel.

Kõige selle juures tuleb võtta arvesse, et sümbolite kasutamiskiirkond on tunduvalt laiem matemaatika kasutamiskiirkonnast. Matemaatika on meie kaasaegse ettekujutuse järgi niihästi teadus kvantitatiivsetest ning geomeetrisest suhetest (mitte enam ainult teadus arvudest!) kui ka teadus nendest reaalse maailma kõige üldisematest struktuursetest seostest, mis on isomorfsed kvantitatiivsete ja geomeetrisest suhetega. Sellegipoolest ei haara ka kõige üldisemad matemaatilised suhted reaalse maailma suhete lõpmatut mitmekesisust.

¹ V. I. Lenin, Teosed, 38. kd., lk. 101.

² К. Маркс и Ф. Энгельс, Сочинения, т. XXIV, lk. 414.

Sümbolite meetodit kasutav loogika on muidugi abstraktsem formaalsest loogikast selle traditsioonilises esituses. Aga ka see abstraktsuse astme kasv räägib rohkem sümbolite meetodi kasuks kui kahjuks. Tõepoolest, ainult sümbolite meetod võimaldas analüüsida loogiliselt niisuguseid mõisteid, mis on seotud matemaatika aluste probleemiga, hulgateooriaga (viimases on saavutatud olulist edu kontiinuumprobleemi lahendamisel) ja tõenäosusteooriaga. Ainult sümbolite meetod võis muuta kaasaegse loogika küberneetika instrumendiks, mille põhiprintsiipide järgi ehitatakse inimaju «jätkavaid» masinaid. Traditsiooniline loogika, mis on kahtlemata vähem abstraktne, osutus nende ülesannete lahendamisel täiesti abituks.

Sümbolite meetodi tõeline ülesanne loogikas seisab loogika enda maksimaalselt ranges, aksiomaatilises käsitluses. Tõsi küll, seda pole võimalik saavutada ühtse ja muutumatu aksiomide süsteemi sisseviimisega kogu loogikasse, kuid me läheneme eesmärgile järjest laiemate aksiomatiseeritud süsteemide kasutuselevõtmise teel. Selliselt ümberkorraldatud loogikat võib siis rakendada teiste teaduste, eelkõige aga matemaatika loogilise struktuuri väljaselgitamiseks, samuti ka loodusteaduste ja tehniliste teaduste uurimis- ning opereerimismeetodite väljatöötamiseks.

Luues järjest võimsamaid loogilisi vahendeid, on kaasaegne loogika haaranud endasse olulisi dialektika elemente. See ei saagi teisiti olla: seistes juba ammu dialektilise iseloomu omandanud matemaatika teenistuses pidi ka loogika paratamatult omandama dialektika jooni. Pidades teda ikkagi traditsioonilise loogika vahetuks jätkuks (dialektika ei kuulu ilmsel kujul loogika koosseisu¹), ei tohi me unustada, et ta erineb viimasest otsustavalt just mõistete võrreldamatult suurema paindlikkuse poolest.

Meil on kombeks nimetada uut loogikat «matemaatiliseks». See on tingitud ühelt poolt loogika sümbolite ja nendega teostatavate tehete sarnasusest matemaatika sümbolitega ja tehetega. Teiselt poolt on uus loogika matemaatiliste tõestuskäikude teooria aluseks. Oleks aga täiesti ebaõige järeldada, et matemaatiline loogika teenib ainult

¹ Sümbolite loogikas mitteilmsel kujul sisalduva dialektilise elemendi näiteks võiks olla K. Gödeli tuntud teoreem formaliseeritud aritmeetika printsiipiaalsest mittetäielikkusest.

matemaatika huve ja kujutab endast ainult matemaatiliste valemite keeles ümber kirjutatud traditsioonilist loogikat.

Samuti poleks teda õige pidada ka puhtmatemaatiliseks teaduseks. Ta on matemaatika ja filosoofia vahel asuv piirdeteadus, ja nagu igasugune loogika, sõltub ka matemaatiline loogika gnoseoloogiast.

Uue loogika teine nimetus — «sümbolite loogika», mis on laialt levinud välismaal ja mis viitab otseselt uue loogika iseloomulikule meetodile, on meil vähem kasutusel.

Eitavat suhtumist kaasaegsesse loogikasse ei saa sugugi kahjutuks pidada. Niisamuti nagu omal ajal levinud iseteadlik-põlastav suhtumine välismaa tehnikasse, relatiiv-susteooriasse, kvantmehhaanikasse, geneetikasse ja küberneetikasse, nii on ka halvustav suhtumine kaasaegsesse loogikasse teinud ja teeb veelgi tõsist kahju meie teaduse arengule. Rühma nõukogude teadlaste ja teaduslik-tehniliste töötajate kirjas («Sovetskaja Rossija», nr. 76. 1956) mainitakse täiesti õigesti, et meil pole kahjuks ei loogikalaast teaduslikku keskust ega ajakirja. Ja seda niisuguste esmaklassiliste teaduslike saavutuste juures, nagu A. N. Kolmogorovi, I. I. Žegalkini, A. A. Markovi, P. S. Novikovi, V. I. Šestakovi, A. A. Šanini, S. A. Janovskaja jt. tööd!

Lõpuks peab veel mainima, et kaasaegne sümbolite loogika on edukalt ületanud lõhe loogika ja konkreetsete teaduste (eriti matemaatika ja loodusteaduste) vahel. Niisugust eraldumist soodustas paljude sajandite jooksul väljakujunenud traditsioon pidada loogikat puhthumanitaarseks teaduseks, selline seisukoht aitas igati kaasa loogika tardumisele ja tema idealistlikule tõlgendamisele.

Rakendused matemaatikas, loodusteadustes ja tehnikas sunnivad loogikat täiendama oma meetodeid, ikka ja jälle läbi vaatama oma struktuuri ning viivad loogika rikastumisele uute harude ja suundadega. Viimasel ajal tekkinud suhete loogika, mitmevalentsed loogilised süsteemid, konstruktiivsed loogilised arvutused, mitteassotsiatiivsed ja teised mitte-Aristoteelse loogikad, semiootilised jt. meta-loogilised uurimused on andnud viljakaid tulemusi ning tunnistavad, et sümbolite meetodi kasutamisega on võitnud nii loogika kui ka konkreetsete teadused.

Ja kui kaasaegse loogika saavutused on tekitanud peapöörituse mõnedel kodanlikel teadlastel, kes arvavad, et loogika valdkond ongi ainuvõimalik reaalsus, siis selles

pole süüdi mitte loogika, vaid need erilised ühiskondlik-ideoloogilised tingimused, milles kulgeb teaduse areng kapitalistlikes maades. Möödunud aegadel elanud ja samuti ka kaasajal töötavate filosoofide taganemisel «kolmandasse kuningriiki» — absoluutsete loogiliste tõdede sfääri, maailma, mis nagu seisaks kõrgemal materiaalsest olemisest ja psüühilistest üleelamistest — on lõppkokkuvõttes sügavalt klassilised põhjused.

Imperialistlik tegelikkus sunnib valitsevate klasside ideolooge otsima «klassikalisest» idealismist usaldusväärsemat varjupaika. Ühed leiavad selle tagasipöördumises Platoni ideede-maailma, teised mäkkuvad müstika uttu. Aga kuidas ka nende idealistlikud filosoofilised «järeldu-sed» ei moonutaks kaasaegset loogikat ja temaga tihedalt seotud teadusi, ikkagi ei järeldu sellest, et dialektiline materialism peaks loogikast loobuma. Dialektilise materia-lismi ülesandeks on kiirustamata, kannatlikult ja asja-tundlikult need moonutused paljastada, nende vastu lep-pimatult võidelda, sealjuures omandada aga kõik see kasu-lik, mida sümbolite meetod annab tunnetuse ja maailma ümberkorralduse heaks.

Kaasaegne sümbolite loogika säilitab täielikult formaalse loogika tähtsaima iseloomuliku joone; ta ei tegele mitte mõtete sisuga, vaid ainult nende vormiga. Nagu traditsiooniline loogikagi, nii jaotab ka sümbolite loo-gika mõtlemisprotsessi osadeks, nagu anatomiseerib seda ning taandab selle lihtsaimate elementide kombinatsioo-niks. Jäädes aga sealjuures ikkagi formaalseks, ei ole ta võimeline haarama tegelikkust kogu selle täiuslikkuses. Põhjus on teaduse arenemise kaksipidises iseloomus. Juba Lobatševski kirjutas oma «Geomeetria alustes», et tunne-tusprotsess muutub raskemaks kahes suunas — niihästi lähenedes algtolededele kui ka üleminekul järjest keeruli-sematesse olukordadesse.

Kaasaegses loogikas (koos sümbolite meetodiga) on mõtlemise tehnika ja teooria saavutanud enneolematult suure, otse filigraanse täpsuse. Abstraktsuse tippudele tõusnud mõtlemine on võimaldanud jõuda seninägematute tehniliste saavutusteni, mis omakorda jälle pidevalt stimu-leerivad loogika edasist arengut. Tänapäeval võime täiesti põhjendatult väita, et muutuvate suhete matemaatika, sügavalt matematiseerunud füüsika (matemaatikat vajab viimane niihästi katsetulemuste üldistamiseks kui ka füü-

sikaliste protsesside modelleerimiseks ja uute teooriate otsimiseks) ja sümbolite loogika tekkega oleme astunud teadusliku mõtte arengu uude epohhi.

Tuleb siiski arvestada, et kaasaegse loogika kui meie ajastu kultuuri tähtsa koostisosa kasutamist on mõjutanud sellele kultuurile omane lõhestatus. Pool sajandit tagasi, kui imperialism oli veel suhteliselt «rahuliku» ekspansiooni staadiumis, tekkis loodusteaduste kriis vanu, oma aja ära elanud mõisteid purustava tormilise teaduse arengu ja konservatiivse ühiskondliku ideoloogia vastuolu tulemusena.

Nüüd, pärast seda, kui kaks maailmasõda ja rida võidukaid sotsialistlikke revolutsioone tegid lõpu kapitalistliku süsteemi monopoolsele seisundile, võitlevad loodusteadustes, matemaatikas ja ka loogikas kaks suunda — eesrindlik ja reaktsiooniline. Reaktsiooniline suund arendab teaduse ja tehnika saavutustel parasiteerivat idealistlikku filosoofiat, püüdes ühtlasi teadust tervikuna (sealjuures tema olemust moonutades) värvata valitsevate klasside agressiivsete ekspluataatorlike huvide teenistusse.

Siiski on järjest rohkem teadlasi kogu maailmas hakanud aru saama, et kaasaegses teaduses ja tehnikas peitub kaks vastandlikku võimalust: kas inimkonna õnnelik tulevik või ennenägematu viletsus. Milline nendest võimalustest lõpuks teoks saab, see oleneb inimeste endi teadlikkusest ja nende teoreetilise ning praktilise tegevuse iseloomust.

1. **W. Hamilton.** Review of Edinburgh. 1893.
2. **J. Hadamard.** La géometrie non-euclidienne et les définitions axiomatiques. La Pensée, nr. 58, 1954.
3. Tsiteeritud järgmise teose järgi:
L. Couturat. Opuscules et fragments inédits de Leibnitz. Paris 1903.
4. **G. W. Leibnitz.** Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie. 1904.
5. **G. Boole.** The Mathematical Analysis of Logic. 1847.

Mida lugeda oma teadmiste süvendamiseks
matemaatilisest loogikast¹.

- И. Я. Депман. Первое знакомство с математической логикой. Изд-во «Знание», 1965; 56 lk.
- А. Грошев. Введение в математическую логику и ее технические приложения. Свердловск 1964; 50 lk.
- Г. О. Ефремов. Математическая логика и техника. Изд-во «Знание», 1962; 46 lk.
- Л. А. Калужнин. Что такое математическая логика? Изд-во «Наука», 1964; 151 lk.
- Э. Беркли. Символическая логика и разумные машины. Изд-во иностр. лит-ры, 1961; 260 lk.
- *I. Kull. Matemaatiline loogika. ERK, Tln. 1964; 223 lk.
- А. Тарский. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. Изд-во иностр. лит-ры, 1948; 327 lk.
- Д. Т. Калбертсон. Математика и логика информационных устройств. Изд-во «Просвещение», 1965; 267 lk.
- П. С. Новиков. Элементы математической логики. Физматгиз, 1959; 400 lk.
- *А. Черч. Введение в математическую логику, т. I. Изд-во иностр. лит-ры, 1960; 484 lk.

Väga huvitavaks ja täielikuks ülevaateks sümbolite loogika ajaloost on:

- *Н. И. Стяжкин. Формирование математической логики. Изд-во «Наука», 1967; 508 lk.

¹ Nimestik on koostatud raamatute raskusastme kasvamise järjekorras (välja arvatud viimane raamat). Tärnikesega on märgitud tõlkija poolt lisatud raamatud.

Eessõna	3
-------------------	---

I. ÜLESANDED.

A. Matemaatilise loogika abita lahenduvad ülesanded	7
1. Raamatud ja elukutsed (K)	7
2. Professor Kägu (K)	8
3. Sulam (K)	8
4. Kolm sõpra (K)	9
5. Pošehhonjes (K)	9
6. Mõrv Londoni metros (H. Phillips; K)	10
B. Lausearvutuse abil lahenduvad ülesanded	12
7. Automaatne kütusesorteerija (Z)	12
8. Pärismaalased ja kolonisaatorid (K)	12
9. Kaks suguharu (K)	12
10. Projektide kinnitamise kord (Z)	13
11. Lõhutud aken. Esimene variant (K)	14
12. Lõhutud aken. Teine variant (K)	14
13. Lõhutud aken. Kolmas variant (K)	15
14. Hajameelne professor (K)	15
15. Kokkuleppe tingimused (Z)	16
16. Turist. Esimene variant (K)	16
17. Turist. Teine variant (M)	16
18. Turist. Kolmas variant (M)	16
19. Saare valitseja (I. L. Brouwer, Z)	17
20. Termoregulaatoriga triikraud (Z)	17
C. Klasside loogika abil lahenduvad ülesanded	18
a) Põhiülesanded	18
21. Kurjategijad (Z)	18
22. Õige või väär järeldus (Z)	18
23. Kaks teadaannet (Z)	19
24. Vanaaegse lossi foto (Z)	19
25. Metsavahi jahipenid (Z)	20
26. Teede kaart (Z)	20
27. Kohusetruud töölist (A. De Morgan, Z)	21
28. Sõnum ajalehes (W. S. Jevons, Z)	21
29. Televiisorit vaatamas («Mir tehniki», Z)	21
30. Sõjalaevastik (G. Boole, Z)	22
31. Kapten ja tüürimees (Z)	23
32. Imikud (L. Carroll, K)	23
33. Kalad (L. Carroll, K)	23
b) Tehnilise sisuga ülesanded	24
34. Värvilised lipukesed (Z)	24
35. Neljatahuline prisma (Z)	24
36. Kang ja nupp (W. R. Ashby, K)	24
37. Võrrandid tähtede jaoks (Z)	25

38. Signaalseade (Z)	26
39. Semaforid ja pöörangud (Z)	26
40. Kolm masinat. Esimene variant (Z)	27
41. Kolm masinat. Teine variant (Z)	27
42. Toodangu kvaliteedi kontroll (Z)	27
43. Vooluliin (Z)	28
44. Teadete edasiandmine (Z)	28
c) Ülesanded aritmeetika elementidega	29
45. Saadikud ja sõjaväelased (W. S. Jevons, Z)	29
46. Rahvusvaheline konverents (Z)	29
47. Elanikkonna teenindamise operatsioonanalüüs (Z)	29
48. Tõlgid (Z)	30
49. Toiduainete tagavarad (Z)	30
50. Tundmatute esemete arv (A. De Morgan, Z)	30

2. ÜLESANNETE LAHENDUSED. TEOORIA.

A. Matemaatilise loogika abita lahendatud ülesanded	31
1. Raamatud ja elukutsed (Z)	31
2. Professor Kägu (K)	33
3. Sulam (Z)	34
4. Kolm sõpra (Z)	34
5. Pošehhonjes (Z)	35
6. Mörv Londoni metroos (Z)	37
B. Lausearvutuse abil lahendatud ülesanded	39
Sissejuhatus lausearvutusse (Z)	39
7. Automaatne kütusesorteerija (Z)	45
8. Pärismaalased ja kolonisaatorid (Z, M)	46
9. Kaks suguharu (Z, M)	47
10. Projektide kinnitamise kord (Z)	48
11. Lõhutud aken. Esimene variant (Z)	49
12. Lõhutud aken. Teine variant (Z)	52
13. Lõhutud aken. Kolmas variant (Z)	53
14. Hajameelne professor (Z)	54
15. Kokkuleppe tingimused (Z)	55
17. Turist. Esimene variant (K)	57
17. Turist. Teine variant (M)	59
18. Turist. Kolmas variant (M)	59
19. Saare valitseja (Z)	59
20. Termoregulaatoriga triikraud (Z)	60
C. Klasside loogika abil lahendatud ülesanded	62
Sissejuhatus klasside loogikasse (Z)	62
a) Põhiülesanded	70
21. Kurjategijad (Z)	70
22. Õige või väär järeldus (Z)	70
23. Kaks teadaannet (Z)	71
24. Vanaaegse lossi foto (Z)	72

25. Metsavahi jahipenid (Z)	73
26. Teede kaart (Z)	74
27. Kohusetruud töölised (Z)	74
28. Sõnum ajalehes (Z)	75
29. Televisoorit vaatamas (Z)	76
30. Sõjalaevastik (Z)	76
31. Kapten ja tüürimees (Z)	77
32. Imikud (Z, M)	78
33. Kalad (Z)	78
b) Tehnilise sisuga ülesanded	80
34. Värvilised lipukesed (Z)	80
35. Neljatahuline prisma (Z)	82
36. Kang ja nupp (Z)	82
37. Võrrandid tähtede jaoks (Z)	83
38. Signaalseade (Z)	84
39. Semaforid ja pöörangud (Z, M)	85
40. Kolm masinat. Esimene variant (Z, M)	86
41. Kolm masinat. Teine variant (Z)	88
42. Toodangu kvaliteedi kontroll (Z)	89
43. Vooluliin (Z)	89
44. Teadete edasiandmine (Z)	90
c) Ülesanded aritmeetika elementidega	91
Sissejuhatus klasside loogika aritmeetilisse rakendusse (Z)	91
45. Saadikud ja sõjaväelased (Z)	93
46. Rahvusvaheline konverents (Z)	94
47. Elanikkonna teenindamise operatsioonanalüüs (Z)	95
48. Tõlgid (Z)	95
49. Toiduainete tagavarad (Z)	96
50. Tundmatute esemete arv (Z)	97
Sümbolite loogika tähtsus (K)	98
Tsiteeritud kirjandus	115

X	Y	Y	Y	X	X	Y	X	X	Y	X	Y	X	X	Y



Арношт Кольман, Отакар Зих. ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ ЛОГИКА. На эстонском языке. Перевел с русского Я. Лыхмус. Художественное оформление Ю. Никкаринен. Издательство «Валгус». Таллин, Пярнуское шоссе, 10.

Toimetaja H. Heinoja. Kunstiline toimetaja A. Säde. Tehniline toimetaja M. Sein. Korrektorid S. Tünn, H. Kull. Laduda antud 20. VI 1969. Trükkida antud 29. XII 1969. Kohila Paberivabriku trükipaber nr. 2, 64x84/16. Trükipoognaid 7,5. Tingtrükipoognaid 6,3. Arvestuspoognaid 6,17. Trükiarv 12 000. Tellimuse nr. 3847. H. Heidemanni nim. Trükikoda, Tartu, Ülikooli 17/19. II. Hind 19 kop.

19 kop.

lok A +

30492

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00493619 3