Tartu Ülikool
Sotsiaalteaduste valdkond
Haridusteaduste instituut
Klassiõpetaja õppekava

Maarja Tamra

ESIMESE KLASSI ÕPILASTE MATEMAATIKATEADMISED JA NENDE SEOS TÖÖMÄLUGA

magistritöö

Juhendaja dotsent Anu Palu

Tartu 2017

Resümee

Esimese klassi õpilaste matemaatikateadmised ja nende seos töömäluga

Magistritöö eesmärgiks oli välja selgitada, millised on esimese klassi õpilaste matemaatikaalaseid teadmisi ja nende teadmiste arengut õppeaasta jooksul. Samuti oli eesmärgiks teada saada, kuidas on matemaatikateadmised seotud töömälu võimekusega.

Töö teoreetilises osas antakse ülevaade matemaatikaalastest teadmistest ja nende omandamisest, esimese klassi õpilaste matemaatikateadmiste arengust ning töömälust ja selle seosest matemaatikateadmistega.

Uuringus osales 794 esimese klassi õpilast üle Eesti. Õpilasi testiti esimese klassi sügisel ja kevadel. Kasutatud matemaatikatestid sisaldasid ülesandeid kolmest matemaatika osaoskusest: aritmeetika, tekstülesanded ja geomeetria. Lisaks viidi läbi individuaalne test hindamaks õpilaste töömälu võimekust.

Tulemuste analüüs näitas, et esimeses klassis on õpilaste matemaatikateadmised keskmiselt kõrged. Raskusi valmistab esimeses klassis probleemülesannete lahendamine. Probleemülesannete ja töömälu vahel leiti oluline seos. Esimeses klassis pööratakse enim rõhku arvutamisoskuse arengule, mida tõestas ka käesolev uuring. Õpilaste tulemuste põhjal on raske ennustada nende edaspidist arengut, kuid umbes pooltel nõrkade tulemustega õpilastel on oht sattuda õpiraskustega rühma.

Arutelus esitatakse uurimuse olulisus klassiõpetajale ja soovitused järgnevateks uuringuteks.

Võtmesõnad: matemaatikateadmised, matemaatikateadmiste areng, töömälu.

Abstract

Knowledge of mathematics among pupils of form I and how the factors of working memory are related to it

The aim of the Master's thesis is to study the knowledge of mathematics among pupils of form I with recurring tasks. The aim is also to find out how working memory abilities are related to the knowledge of mathematics. The theoretical part gives an overview of the acquisition of mathematical knowledge, working memory and the relationship between them.

794 pupils from form I all over Estonia took part in the study. The mathematics tests applied in the study were on three different content area: calculating; measuring and problem solving; geometry. In addition, a self-test to evaluate the students' working memory capability was carried out.

The analysis of the results showed that pupils' knowledge in the form I is on average high. Problem solving tasks are the major cause of difficulties. A statistically significant relation was found between the students' problem solving skills and working memory. The current study proved that most emphases on the form I were placed on the development of numeracy. It is difficult to predict the pupils' development on their performance, but about half of underperforming students are at the risk group of learning disabilities.

The discussion includes the importance of the research for the class teachers and recommendations for the follow-up research.

Keywords: knowledge of mathematics, development of knowledge, working memory.

Sisukord

Sissejuhatus

Matemaatika õpetamise eesmärgiks on kujundada õpilastes eakohane matemaatikapädevus (Põhikooli riiklik õppekava, 2011), kuid selle saavutamine ei ole kõigile õpilastele ühtemoodi edukas. Riigieksamite statistika näitab, et matemaatikas saadakse keskmisest kehvemaid tulemusi kui teistes ainetes (Riigieksamite statistika, 2016; Üleriigiliste tasemetööde tulemused, 2016). Juba 1. klassis on hulk õpilasi, kellel on püsivad õpiraskused matemaatikas (Afanasjev & Palu, 2005). On mitmeid põhjusi, miks 1. klassi õpilasel võivad sellised raskused tekkida. Näiteks pole lasteaias omandatud piisavalt algteadmisi. Kyttälä, Kanerva & Kroesbergen (2015) leidsid, et eelkoolieas õpitud matemaatilised oskused ennustavad matemaatiliste oskuste arengut nooremas koolieas. Edukat matemaatika õppimist võivad takistada ka erinevad individuaalsed võimed. Võimalik, et õpilane ei suuda lihtsalt ülesannet või töökorraldusi meelde jätta, mis viitab halvale mälule.

Matemaatika õppimine nõuab töömälult ainulaadseid protsesse (Munro, 2001). Aeglane areng eesti keeles ja matemaatikas, raskused juhiste järgimisel ja informatsiooni meelde jätmisel, tähelepanu hajuvus, teemast kõrvale kaldumine, lõpuni lahendamata ülesanded – kõik need omadused on tüüpiliseks näitajaks kehvast töömälust, sageli varju jäänud õpiraskusest, mis mõjutab paljude laste ja noorte akadeemilisi saavutusi ja igapäevaelu (St John, 2010). Lahendades matemaatilist ülesannet, peavad õpilased meelde jätma ülesandes antud andmeid ja küsimusi ning samaaegselt suutma olemasolevaid matemaatilisi teadmisi rakendada.

Kuna töömälu on arendatav, siis on oluline ära tunda, kas õpilasel võib olla sellega probleeme. Selleks, et toetada matemaatika õppimist, on tarvis teada, kuidas on töömälu seotud matemaatikateadmiste ja nende arenguga. Eesti koolides on õpetajatel vähe taolist praktikat, mis arvestaks õpetamisel õpilaste töömäluga. Tihtilugu peetakse nõrga töömäluga õpilasi lihtsalt laiskadeks, kehvadeks kuulajataks, vähemotiveerituiks või kergesti alla-andvaiks (St John, 2010).

Magistritöö eesmärgiks on välja selgitada esimese klassi õpilaste matemaatikateadmised ja nende areng ning teada saada, kuidas on õpilaste matemaatikateadmised seotud töömäluga.

Matemaatikateadmised ja nende areng algklassides

Matemaatikateadmisi võib liigitada sisu- või kognitiivse valdkonna järgi. Viimastel aastatel on uuritud matemaatikateadmiste arengut rohkem kognitiivsest kui sisulisest valdkonnast lähtuvalt. Rahvusvaheline uuring TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) jagas matemaatikateadmised kolme kognitiivse ehk tunnetusliku taseme järgi: teadmine, rakendamine ja arutlemine (Mullis & Martin, 2013). Põhimõtteliselt sarnane liigitus (protseduurilised teadmised, kontseptuaalsed teadmised ja probleemide lahendamine) on võetud aluseks ka Eesti õpilaste matemaatikapädevuse hindamisel (Palu & Kikas, 2015).

Kontseptuaalsed teadmised on matemaatika põhiprintsiibid, mis annavad võimaluse valida ülesande lahendamiseks sobivaimad faktid ja protseduurid (Fatqurhohman, 2016; Schneider & Stern, 2010). Kontseptuaalse teadmise puhul lahendab õpilane ülesandeid, mida ta varem lahendanud pole ning loob seejuures uusi lahendusstrateegiad kasutades olemasolevaid teadmisi ja seostamist (Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001). Protseduurilised teadmised seevastu annavad kindla lahendusprintsiibi või algoritmi tüüpülesande lahendamiseks. Protseduurilisi teadmisi omandatakse mehhaanilise kordamise ja harjutamise teel (Dowker, 2005). Õpilased õpivad tihti erinevad lahendusstrateegiad pähe ega mõista, miks mingit lahenduskäike tegelikult on mõistlik kasutada (DeCaro, 2016). Probleemide lahendamisel peavad õpilased aga oskama üldistada, järeldada, analüüsida, leida vajalikke andmeid. Probleemi lahendamisel kasutavad õpilased kõiki oma matemaatikateadmisi – kontseptuaalset, protseduurilist, arutlemis- ja suhtlemisoskust.

Eestis on läbi viidud mitmeid uuringuid algklasside õpilaste matemaatikateadmistest (Palu, 2010; Leopard, Kiuru & Palu, 2011; Männamaa, Kikas, Peets & Palu, 2012 jt). Sealhulgas on uuringuid, kus vaadeldakse 1. klassi õpilaste matemaatikateadmiste arengut (Afanasjev & Palu, 2005, 2006; Palu & Svjatskaja, 2011) .

Afanasjev ja Palu (2005) leidsid oma uuringus, et esimese klassi lõpuks lahendavad õpilased väga hästi liitmis- ja lahutamisülesandeid kahekümne piires. Leiti aga, et õpilaste liikumine esimese õppeaasta alguses ja lõpus määratletud staatusrühmade vahel on väga suur. Sellisest tulemusest võib järeldada, et enne kooliastumist on raske täpselt ennustada õpilaste edasist matemaatikaedukust. Nõrkade eelteadmistega õpilased võivad jõuda esimese kooliaasta lõpuks tugevate rühma ja vastupidi.

Halvemini lahendatakse esimeses klassis rakendamis- ja probleemülesandeid, mistõttu on oluline, et õpetajad pööraksid rohkem tähelepanu probleemülesannete lahendamisoskusele, julgustaksid oma mõtteid ja tegevusi põhjendama ning erinevaid meetodeid või lahendusi otsima (Palu & Svjatskaja, 2011). Palu (2010) uurimusest selgus, et õpilased võivad eakaaslastega võrreldes matemaatikaalaseid teadmisi omandada hilinemisega ning kui esialgu võivad lihtsamad matemaatikaalased toimingud võtta rohkem aega, siis vanemates klassides võivad nad oma teadmiste arenguga teistele õpilastele järele jõuda.

Töömälu ja selle seos matemaatikateadmistega

Mälul ei ole ühtset definitsiooni ja see tuleneb sellest, et mälu liigitusi on mitmeid. Üheks võimaluseks on liigitada mälu a) protseduuriliseks - kuidas midagi teha, b) semantiliseks - teadmised ümbritseva maailma kohta ja c) episoodiliseks - isiklike elusündmuste mäletamine (Tulving, 2002). Teine võimalus on liigitada mälu pika- ja lühiajaliseks. Pikaajalises mälus säilib info pikka aega ja suures mahus, lühiajalises mälus säilib info mälus lühiajaliselt ja säilitatav ühikute keskmine arv on 7 pluss-miinus 2 (Miller, 1956). Meeldejäetava talletumine pikaajalises mälus toimub lühiajalise mälu aktiivsuse tulemusena, kas korrates vajalikku informatsiooni või seostades ja süstematiseerides olemasoleva informatsiooniga (Krull, 2000). Meeldejätmise komponendid on salvestamine ehk informatsiooni omandamine, säilitamine ehk informatsiooni alahoidmine ja ammutamine ehk informatsiooni kasutamine. Seejuures salvestamist mõjutavad tegurid on kordamine, materjali organiseeritus, salvestuse ehk kodeerimise operatsioonid (töötlussügavus läbi tähelepanu), materjali sisuline mõistmine ja õpitu ülekanne ehk varem õpitud oskuse mõju uue oskuse omandamisel (Tulving, 2002).

Töömälu võib defineerida kui mitmetahulist piiratud võimekusega töötlemise süsteemi, mis ühendab omavahel tähelepanu ja mälu all-süsteeme, mis juhivad kontrollitud eesmärgipärase informatsiooni töötlemist lühiajaliselt, eirates mitteasjakohast informatsiooni (Baddley & Hitch, 1974; Baddley, 2000). Cowan (2010) kirjeldab töömälu väikese koguse informatsioonina, mida hoitakse kergesti ligipääsetavas olekus ja mis on kättesaadav aitamaks lõpule viia kognitiivne ülesanne.

Töömälu vaadeldakse paralleelselt lühiajalise mäluga, kusjuures mõlemad on piiratud info töötlemise võimekusega. Erinevus töö- ja lühiajalise mälu vahel seisneb selles, et töömälu on võimeline samaaegselt pikaajalisse mällu säilitamiseks töötlema mitut erinevat informatsiooni korraga (Baddeley, 1996; Engle, Tuholski, Laughlin, & Conway, 1999; Just & Carpenter, 1992, viidatud Swanson, Beebe-Frankenberg, 2004 j), samas kui lühiajaline mälu on tavaliselt seotud mingi järjestikuse informatsiooni mälus hoidmise ja esitamisega samas järjekorras (Swanson, Beebe-Frankenberg, 2004).

Baddley ja Hitch (1974) tegid ettepaneku asendada ühtne lühiajalise mälu süsteem kolmeosalise süsteemiga: a) tähelepanu kontrollija ehk kesktäidesaatev komponent, mis toetub kahele täiendavale allsüsteemile; b) visuaalruumiline plokk, mis hoiab ja töötleb visuaalseid kujundeid; c) fonoloogiline või artikulatoorne silmus, mis hoiab ja töötleb kõnel põhinevat informatsiooni. Süsteemi saab juurde lisada veel neljanda komponendina episoodilise puhvri, mis seob informatsiooni all-süsteemide ja pikaajalise mälu vahel (Baddely, 2000).

Kesk-täidesaatev süsteem on vastutav töömälu tähelepanuvõime kontrolli eest – valdab toiminguid, võimaldades kergesti käsitletavaid probleeme analüüsida all-süsteemidel ning keerulisemate toimingute juurdlusel juhib mälu tervikuna (Baddley, 1996). *Visuaal-ruumiline plokk* hoiab visuaal-ruumilist informatsiooni, mille võib jagada eraldi visuaalseks, ruumiliseks ja vahest ka kinesteetiliseks komponendiks (Baddley, 2000). *Fonoloogiline silmus* on ajutine salvestussüsteem akustilisele ja kõnepõhisele informatsioonile, mille mälujäljed haihtuvad 2 või 3 sekundi pärast juhul, kui neid ei värskendata kordamisega (Baddley, 1996). Fonoloogiline silmus on spetsialiseerunud verbaalse informatsiooni säilitamisele ja omab puhvrit, mis hoiab informatsiooni ajutiselt kasutades sisekõnelist kordamist (Otsuka & Osaka, 2015).

Töömälu mahtu mõõdetakse tavaliselt inimese võimes hoida meeles asjakohast informatsiooni ning hoidudes samal ajal mitteasjakohasest informatsioonist (Endres, Houpt, Donkin, & Finn, 2015). Töömälu hoiab probleemi lahendamise ajal suunda olulisel informatsioonil, täpsemalt, ühel tegevusel, samal ajal planeerides ja teostades juba järgmist sammu probleemi lahendamiseks (Dowker, 2005). Näiteks mitmekohaliste arvude liitmisel üksteise all tuleb meeles pidada täiskümnete lisamine järgmisele ühikule. Kui pikaajalise mälu tähtsus seisneb aritmeetiliste faktide mäletamises ja selles, kuidas teostada aritmeetilisi protseduure, siis töömälu tähtsus seisneb aritmeetiliste protseduuride teostamises täpses ja õiges järjekorras lahenduskäigust kõrvale kaldumata (Dowker, 2005).

Esialgu võib tunduda, et kõige enam mõjutab matemaatika õppimist pikaajaline semantiline mälu, sest selles mäluosas on talletunud aritmeetilised faktid ja protseduurid (Dowker, 2005). Lühiajalise mälu tähtsus õppimises seisneb lisaks info talletamisele ka selle töötlemises, tegutsedes töömäluna (Gathercole & Alloway, 2006). Geary (2011) tõi välja kognitiivsed oskused, mida tuleb nooremas koolieas omandada, et matemaatilised teadmised kasvaksid: arusaamine seostest numbri sõnade, araabia numbrite ja suuruste vahel, mida nad esindavad ning oskus neid soravalt esitada, teadmine arvteljest ja peamistest aritmeetilistest oskustest (näiteks loendamisprotseduur, faktiteadmised probleemi lahendamisel).

Algklassides omandatakse mitmeid protseduurilisi teadmisi, mis on seotud töömäluga. Suurem töömälu võimekus ehk töötlemisruum on seotud suurema töömälu efektiivsuse ehk töötlemiskiirusega (Endres et al., 2015). Seega, kui aritmeetilised faktid ja protseduurid on automatiseerunud, väheneb töömälu koormus.

Töömälu ressursid on vajalikud mitmetasandiliste arvutamisülesannete lahendamiseks (Fürst & Hitch, 2000; Logie, Gilhooly, & Wynn, 1994). Mitmetasandiline peastarvutamine valmistab suuri raskusi igaühele, kellel on probleeme töömäluga (Dowker, 2005). Mitmetasandilised arvutamisülesanded on näiteks kolme liidetavaga ülesanded 4 + 2 + 5 = 11, milles tuleb mõttes arvutada välja kahe liidetava summa, see meelde jätta ja viimaks liita kolmas liidetav. Võrdlusena kahe liidetavaga tehe 6 + 2 = 8, nõuab vaid ühe tehte arvutamist ning on seega tunduvalt lihtsam. Mitmetasandilist mõtlemist aritmeetikas nõuab ka kahekohaliste arvude liitmine, näiteks 25 + 38 = 63. Viimasel tehtel võib olla mitu lahenduskäiku: a) liidetakse enne kümnelised ja siis ühelised ning lõpuks liidetakse saadud summa kokku (20 + 30 = 40; 5 + 8 = 13; 50 + 13 = 63); b) liidetakse sarnaselt kirjaliku liitmisega, alustades ühelistest (5 + 8 = 13, jätan meelde 3 ja liidan 1 kümnelise kümnelistele juurde: 2 + 3 = 5 ja 5 + 1 = 6, vastus on 63; c) ümardan ühe liidetava täiskümnelisteks ja pärast lahutan ümardamisel juurde liidetud ühelised maha (25 + 40 = 65; 65 – 2 = 63). Kõik need strateegiad tõestavad, et õige lahenduseni jõudmiseks on tarvis lahendada ülesande esimene samm, saadud tulemus meeles pidada ja samal ajal planeerida juba järgmist sammu.

Tulemuse meeles pidamine on töömälu tähtis funktsioon (Adams & Hitch, 1997, viidatud Donlan, 1998 j; Engle et al., 1999). Mitmetasandiliste arvutused valmistavad raskusi neile, kellel on madal töömälu võimekus, sest nõuavad vahetulemuste ja muu ajutise infomatsiooni meelespidamist (Fürst & Hitch, 2000; Imbo, Vandierendonck, & De Rammelaere, 2007). Arvutamise strateegiaid kasutades tuleb teha lisatoiminguid nagu meelespidamine ja laenamine (üleminekuga lahutamisel ühe täiskümne maha lahutamine) (Fürst & Hitch, 2000). Meelespidamist ja laenamist võib käsitleda ka kui tegureid, mis segavad normaalset arvutuskäiku.

Matemaatika õpiraskustega õpilastel on üldiselt leitud madalam loendamisvõime (ing. k. *counting span)* kui matemaatika õpiraskusteta õpilastel (Hitch & McAuley, 1991, viidatud Dowker, 2005 j; Seigel & Ryan, 1989, viidatud Dowker, 2005 j). Loendamine on seotud numbrite artikuleerimisega (Krajewski & Schneider, 2009). Eelkoolealiste varane loendamisoskus on kõige olulisem näitaja matemaatikaoskuste edaspidises arengus koolis (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004). Madalam loendamisvõime tähendab seda, et loendatakse aeglaselt ja loendamine nõuab suuremat pingutust. Hea loendamisoskus soodustab töömälu efektiivsust, mis omakorda suurendab aritmeetilisi võimeid ning see omakorda kergendab taaskord töömälu tööd (Dowker, 2005).

Õpilaste probleemilahendusoskust mõjutavad kaks kognitiivset oskust: visualiseerimine ja töömälu üldiselt (Carden & Cline, 2015). Visualiseerimist kasutatakse enam nooremas koolieas (Holmes & Adams, 2006). Uesaka, Manalo ja Ichikawa (2007) leidsid, et Uus-Meremaa õpilased, kes kasutasid omaalgatuslikult joonist või skeemi tekstülesande lahendamisel, tegid vähem vigu kui Jaapani õpilased, kes ei kasutanud nii sageli tekstülesande lahenduskäigu illustreerimiseks joonist. Harjutamine parandab visualiseerimisoskust ja sellest lähtuvalt probleemilahenduse suutlikkust (Carden & Cline, 2015). Probleemilahendusoskust tuleb õpilastele järk-järgult ja pidevalt harjutades õpetada juba nooremast koolieast alates, siis osatakse täiskasvanuna kasutada abstraktsete ülesannete lahendamisel spetsiifilisi probleemilahendus-strateegiaid (Carden & Cline, 2015). Õpilasi peab julgustama tegema omaenda jooniseid ülesande kohta. Üksteise jooniste vaatlemine aitab kaasa visualiseerimisoskuste arengule, näiteks võivad õpilased vahetada oma jooniseid ja lahendada ülesandeid paarides (Uesaka, et al., 2007).

Laste vanuse kasvades muutub lahendusstrateegiate valik efektiivsemaks ja laiemaks, mistõttu muutub töömälu osatähtsus aritmeetikas väiksemaks (Imbo & Vandierendonck, 2007). Ülesannete lahendamise kiirus kasvab vanuse kasvades (Donlan, 1998). Kui aga matemaatiliste valemite ja protseduuride kasutus pole varajases koolieas automatiseerunud, tekivad süvenevad õpiraskused, mistõttu ongi oluline tegeleda töömälu arendamisega just varajases koolieas.

Uurimistöö eesmärk ja uurimisküsimused

Magistritöö eesmärk on uurida 1. klassi õpilaste matemaatikaalaseid teadmisi ja arengut esimese klassi kevadeks ning teada saada, kuidas on õpilaste matemaatikateadmised seotud töömäluga. Eesmärgi saavutamiseks püstitati järgmised uurimisküsimused.

1. Millised on esimese klassi õpilaste matemaatikateadmised kooliaasta alguses ja lõpus?
2. Milline on esimese klassi õpilaste matemaatikateadmiste areng ühe õppeaasta jooksul?
3. Kuidas on seotud matemaatikateadmised õpilaste töömäluga? Millised matemaatika osaoskused on töömäluga rohkem seotud?
4. Kas nõrga töömäluga õpilaste matemaatikateadmised ja tugeva töömäluga õpilaste matemaatikateadmised erinevad kõigi õpilaste keskmistest tulemustest matemaatikas?

Võib oletada, et halva töömäluga õpilased 1) lahendavad halvemini tekstülesandeid (Carden & Cline, 2015); 2) lahendavad halvemini mitmetasandilisi arvutamisülesandeid, sest need nõuavad vahetulemuste ja muu ajutise infomatsiooni meelespidamist (Dowker, 2005; Fürst & Hitch, 2000; Imbo, Vandierendonck, & De Rammelaere, 2007).

Metoodika

Valim ja protseduur

Antud uuringu aluseks on pikemaajalise projekti „Põhikooli õpilaste psüühiliste protsesside hindamisvahendite komplekti koostamine ja tugispetsialistide koolitamine (2014 – 2016)“ raames kogutud andmed.

1. klassi õpilasi testiti õppeaasta jooksul 3 korda. Õpilased sooritasid matemaatikatesti 2014. aasta sügisel (T1) ja 2015. aasta kevadel (T2). Individuaaltestid (IT) viidi läbi ajavahemikus oktoober kuni detsember 2014. Individuaaltestis hinnati õpilaste mälu, antud töös kasutatakse töömälu võimekust hindavaid ülesandeid. Kogutud andmete põhjal koostati antud uuringu valim, mille moodustasid vaid need õpilased, kes tegid kaasa kõik kolm testi.

Lõppvalimi koostamiseks struktureeriti ümber projekti käigus loodud andmebaasi andmed. Antud töö autor selekteeris välja algvalimist need õpilased, kes osalesid ja sooritasid kõik kolm testi. Andmed korrastati, eemaldati vead ja osaliselt kodeeriti ümber. Valimi moodustasid 794 1. klassi õpilast üle Eesti, neist 426 poissi ja 368 tüdrukut.

Mõõtevahendid

Kasutatavateks mõõtevahenditeks olid Anu Palu koostatud matemaatikatestid. Ülesannete sisu valikul lähtuti Põhikooli riiklikus õppekavas esitatud matemaatika õpitulemustest (Põhikooli riiklik õppekava, 2011). Õppeaasta jooksul läbiviidud matemaatikatestide ülesanded olid sisu järgi kolmest valdkonnast: arvutamine, mõõtmine ja geomeetrilised kujundid ning tekstülesanded. Ülesannete lahendamiseks olid vajalikud protseduurilised ja mõistelised teadmised ning probleemilahendamise oskus.

Esimese klassi sügisene matemaatikatest (T1) koosnes 12 ülesandest, millest 6 esitati kirjalikult ja 6 suuliselt. Esimene, kirjalik ülesanne koosnes kuuest alaülesandest, milles tuli kümne piires liita ja lahutada ühekohalisele/-st arvule ühekohaline arv. Ülesanne kuulus arvutamise valdkonda. Teine ülesannete plokk koosnes kahest tekstülesandest, mis esitati suuliselt ning mida illustreerisid abistavad joonised. Esimeses ülesandes pidi õpilane kahekohalisest arvust lahutama ühekohalise arvu. Teine tekstülesanne jagunes kaheks alaülesandeks, kus esiteks pidi õpilane loendama kokku õhupallid ja teiseks jagama need võrdselt laste vahel. Viimased kolm ülesannet kuulusid geomeetria valdkonda ning hindasid õpilaste kujundite tundmist. Õpilane pidi jooniselt leidma kolmnurgad, ruudud ja ringid. Testi reliaabluse leidmiseks arvutati Cronbach'i alfa, mis näitas, et test on usaldusväärne (α = 0,74).

Esimese klassi kevadises matemaatikatestis (T2) oli 37 ülesannet. Lisaks sügisese testi ülesannetele oli kevadises testis 25 uut kirjalikku ülesannet. Neist 16 olid arvutusülesanded, millest 4 olid üheastmelised tehted, 4 üleminekuga arvutused, 4 puuduva tehteliikme leidmine, 2 kolme liikmega tehet ja 2 täiskümnetega tehet. Arvjärjestuse kohta oli 4 ülesannet – suurem, väiksem ning kaks arvrida, millele tuli puuduvad arvud lisada. Tekstülesanded koosnesid kolmest kordusülesandest, millele lisandusid 4 uut ülesannet - 2 sõnalist ülesannet arvu koostise kohta (kümnelised ja ühelised); ühetehteline tekstülesanne ja tekstülesanne kellaaja määramisele. Geomeetriavaldkonda kuuluvad ülesanded olid kõik korduvülesanded. Testi reliaabluse leidmiseks arvutati Cronbach'i alfa, mis näitas, et test on usaldusväärne (α = 0,89).

Individuaalne test (IT) koosnes neljast ülesandest, mis omakorda jagunesid 22 alaülesandeks. Töömälu võimekust mõõtis kaks ülesannet, mis omakorda jagunesid 8 alaülesandeks. Esimeses ülesandes pidi õpilane kordama ette loetud arvurida tagurpidi, kokku neli rida arve, millest esimeses reas 2, teises 3, kolmandas 4 ja neljandas 5 arvu. Teises töömälu võimekust mõõtvas ülesandes pidi õpilane kordama ette loetud lauset ja seejärel kordama lause viimast sõna. Kokku oli neli lauset. Kolmas ülesanne hindas, kuidas õpilased seostavad numbrimärki ja arvsõna. Õpilane pidi nimetama ette näidatud numbri, kokku näidati kaheksa numbrit. Neljas ülesanne, arvurida, koosnes kahest alaülesandest. Esimeses ülesandes öeldi 3 arvu, millele õpilasel tuli öelda kaks järgnevat arvu. Teises öeldi samuti kolm arvu, kuid nüüd tuli õpilasel öelda kaks eelnevat arvu. Testi reliaabluse leidmiseks arvutati Cronbach'i alfa, mis näitas, et test on usaldusväärne (α = 0,87). Kõikide testide ülesannete lahendatust hinnati dihhotoomselt (vale vastus – 0 punkti, õige – 1 punkt).

Andmeanalüüs

Andmete analüüsimiseks kasutati statistikaprogrammi SPSS ja tabelarvutusprogrammi MS Excel. Matemaatikatestide andmed sisestati binaarse ehk alternatiivse skaala alusel, kus olid võimalikud ainult 2 väärtust. Õige vastuse eest sai ühe punkti ning vastamata jäetud või vale vastus null punkti. Tööd analüüsiti kvantitatiivset uurimismeetodit kasutades. Statistiliselt oluliseks loeti tulemused usaldusnivool $p < 0,05$. Andmeanalüüsimeetoditest kasutati kirjeldava statistika näitajaid (aritmeetiline keskmine, standardhälve), t-test (*Paired Two Sample for Means*), dispersioonianalüüs ja Pearsoni lineaarkorrelatsiooni kordaja.

Tulemused

Esimese klassi õpilaste matemaatikateadmised

Sügisel tehtud matemaatikatesti T1 keskmine tulemus oli 0,70 (SD=0,21) ja kevadise matemaatikatesti T2 keskmine tulemus oli 0,67 (SD=0,18), mis oli 4,3% madalam sügisesest sooritusest (Tabel 1) . Arvutusülesannete keskmine oli sügisel testis T1 0,74 (SD=0,26). Kevadises matemaatikatestis T2 oli arvutusülesannete keskmine tulemus 4,1% madalam kui T1 testis (M=0,71, SD=0,19). Tekstülesannete keskmine oli testis T1 0,64 (SD=0,25). Tekstülesannete keskmine oli testis T2 14,1% madalam kui sügisel (M=0,55, SD=0,23). Geomeetriaülesannete keskmine tulemus oli T1 testis 0,67 (SD=0,31), T2 testis oli geomeetriaülesannete keskmine jäänud peaaegu samale tasemele, tulemus paranes 1,5% (M=0,68, SD=0,29). Et võrrelda kahe testi tulemusi, tehti t-test ning selgus, et T1 ja T2 keskmised tulemused olid statistiliselt oluliselt erinevad ($t= 3,58$, $p<0,01$).

Tabel 1. Matemaatikatestide T1 ja T2 keskmised tulemused.

Ülesanded	T1	T2
	M (SD)	M (SD)
Arvutusülesanded	0,74 (0,26)	0,71(0,19)
Tekstülesanded	0,64 (0,25)	0,55 (0,23)
Geomeetriaülesanded	0,67 (0,31)	0,68 (0,29)
Kõik ülesanded	0,70 (0,21)	0,67 (0,18)

Vaadeldes eraldi üksikute ülesannete lahendamist, selgus, et väga hästi sooritati kümne piires liitmis- ja lahutamistehteid (M=0,93, SD=0,18), samuti üleminekuga liitmise ja lahutamise ülesandeid 20 piires (M=0,80, SD=0,29). Hästi lahendati ka arvude järjestusülesandeid (M=0,75; SD=0,30). Kõige kehvemine sooritati täiskümnetega liitmist ja lahutamist (M=0,30, SD=0,19). Täiskümnetega liitmises oli kaks tehet 50+20 ja 60–30. Õigesti lahendas mõlemad tehted neljandik õpilastest, ühe tehte suutsid õigesti lahendada 7,6% kõigist õpilastest. Üksikülesannete keskmised olid statistiliselt oluliselt erinevad ($p<0,01$).

Halvaks tulemuseks võib veel lugeda kolme liikmega arvutustehete sooritust (M=0,31, SD=0,43). Kolme liikme arvutustehetes oli üks liitmistehe 3+4+6 ja üks lahutamistehe 20-2-4. Mõlemad tehted lahendas õigesti 24,3% kõigist õpilastest, ühe tehtega sai hakkama 13,4% kõigist õpilastest. Suhteliselt madal keskmine tulemus saadi ka puuduva tehteliikme arvutamises (M=0,49, SD=0,37). Ülesandes oli neli tehet: 1) *7+...=14*; 2) *15 – ...= 9*; 3) *16 = 9+....*; 4) *... – 3=10*. Esimese tehte lahendas õigesti 66,4%, teise 58,4%, kolmanda 34,8% ja neljanda 34,9% kõigist õpilastest.

Kõige halvemini lahendati tekstülesannet, mis sisaldas kellaaja tundmist (M=0,23, SD=0,38). Kellaülesande suutis täiesti õigesti lahendada 15,7% õpilastest.

Matemaatikateadmiste areng kordusülesannete põhjal

Kui testi T1 ülesannete lahendamise keskmine tulemus oli 0,70 (SD=0,21), siis samade ülesannete lahendamise keskmine tulemus testis T2 oli 0,80 (SD=0,16). Kokku tõusis kordusülesannete keskmine tulemus 14,3% (Tabel 2).

Tabel 2. Testides T1 ja T2 kordunud ülesannete lahendamise keskmised tulemused ja nende muudud.

	Arvutusülesanded	Tekstülesanded	Geomeetria-ülesanded	Kõik ülesanded
Test T1	0,74	0,64	0,67	0,70
Test T2 kordusülesanded	0,90	0,73	0,68	0,80
Tulemuse muut	0,16	0,09	0,01	0,10
Muudu protsent	21,6	14,1	1,5	14,3

Arvutamisülesannete keskmine tulemus T1 testis oli 0,74 (SD=0,26) ja testis T2 0,90 (SD=0,17). Tulemus paranes 21,6%. Tekstülesannete keskmine oli T1 testis 0,64 (SD=0,25) ja T2 testis 0,73 (SD=0,23), keskmine paranes 14,1%. Geomeetria kordusülesannete keskmine oli T1 testis 0,67 (SD=0,31) ja T2 testis 0,68 (SD=0,29), jäädes peaaegu muutumatuna: tõus oli 1,5%.

Matemaatikatulemuste võrdlemiseks ja arengu uurimiseks viidi läbi t-test. Selgus, et sügisesed testitulemused (T1) ja kordusülesannete (T2) keskmised tulemused olid statistiliselt olulisest erinevad ($t= –16,12$, $p<0,01$). Kordunud üksikülesannete vaatlemisel nende tulemuste muutude järgi (Tabel 2) ilmnes, et kõikide ülesannete, välja arvatud geomeetria, keskmine lahendatus on oluliselt tõusnud. Sügiseste aritmeetikaülesannete ja kevadiste kordusaritmeetikaülesannete tulemused olid statistiliselt oluliselt erinevad ($t= –17,50$, $p<0,01$). Sügiseste tekstülesannete ja kevadiste kordustekstülesannete esines statistiliselt oluline erinevus ($t= –2,27$, $p<0,05$). Sügiseste geomeetriaülesannete ja kevadel tehtud kordusgeomeetriaülesannete vahel ei esinenud statistiliselt olulist erinevust ($t= –1,12$, $p=0,26$).

Arengut uuriti ka õpilaste liikumise järgi erinevates staatusrühmades. Selleks võeti kahel mõõtmisel olnud samade ülesannete keskmiste tulemuste jaotusridade kvartiilid skaalal: nõrk – õpilase tulemus madalam kui 25%, nõrgapoolne – tulemus alates 25% kuni 50%, tugevapoolne – tulemus 50% ja 75% vahel ning tugev – alates 75%.

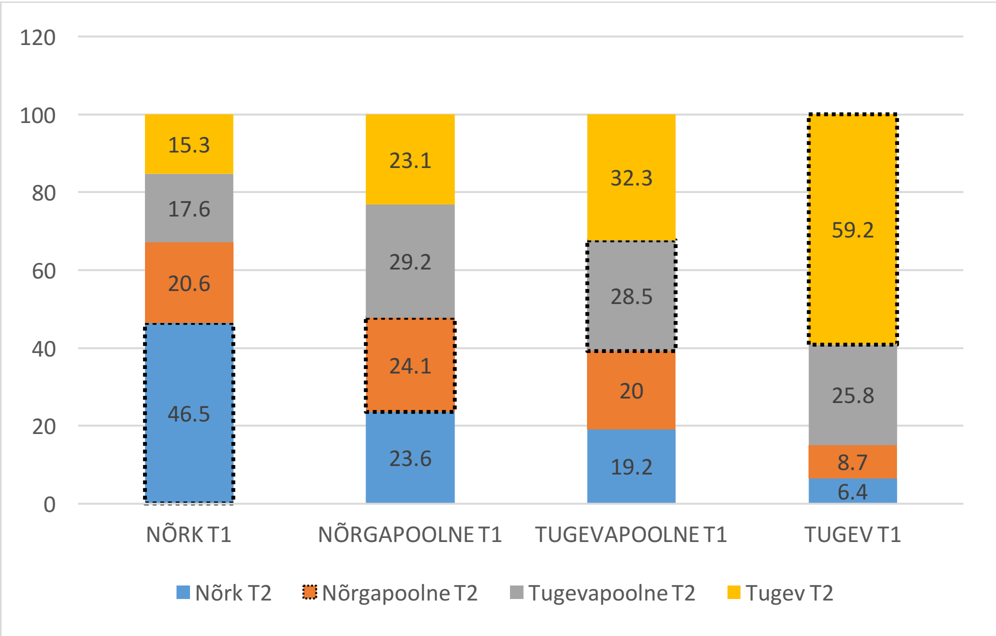
Tabel 3. Õpilaste jaotus staatusrühmadesse matemaatikatesti tulemuste põhjal.

Õpilased	T1 sügisel	T2 (kordusülesanded) kevadel
Nõrgad	21,4%	21,3%
Nõrgapoolsed	24,6%	16,9%
Tugevapoolsed	16,4%	25,3%
Tugevad	37,7%	36,5%
Kokku	100%	100%

Õppeaasta algul oli nõrkade grupis 170 õpilast (21,4%), kevadeks jäi nõrkade grupi suurus peaaegu muutumatuna, kahanedes vaid ühe õpilase võrra, 169 õpilasele (21,3%) (Tabel 3). Tugevas grupis oli aasta algul 299 õpilast (37,7% kõigist õpilastest), kevadeks kordusülesanded sooritas kevadel tugevas grupis 9 õpilast vähem (3% kõigist õpilastest) kui sügisel. Kõige rohkem muutusid nõrgapoolne ja tugevapoolne rühm. Nõrgapoolne rühma kahanes 7,7% ehk 60 õpilase võrra, sügisel oli seal 24,6% (195 õpilast) kõigist õpilastest ja kevadeks jäi sinna 16,9% (134 õpilast) kõigist õpilastest. Tugevapoolne rühma kasvas 8,9%

ehk 71 õpilase võrra, sügisel oli seal 16,4% (130 õpilast) kõigist õpilastest ja kevadel oli seal 25,3% (201 õpilast) kõigist õpilastest.

Eraldi võeti vaatluse alla äärmusrühmade (nõrkade ja tugevate) areng õppeaasta jooksul (Joonis 1).



Joonis 1. Õpilaste liikumine staatusrühmades esimese õppeaasta jooksul (T1 ja T2 kordusülesannete alusel, punktiirjoonega on tähistatud stabiilsed rühmad)

Vaadeldes õpilaste liikumist nõrkade rühmas näeme, et 46,5% (79 õpilast) nõrga rühma õpilast on jäänud samasse staatusrühma. Seega võib arvata, et need õpilased, 9,9% kõigist testitutest, moodustavad püsivate õpiraskustega rühma. Seejuures on nõrgast rühmast parandanud oma staatust rohkem kui pooled, 91 õpilast 170-st (11,5% kõigist õpilastest), neist 35 tõusis nõrgapoolsesse, 30 tugevapoolsesse ja 26 tugevasse rühma. Tugevasse rühma on samal ajal kinnistunud 177 õpilast (22,3% kõigist õpilastest). Tugevast rühmast langes madalamatesse 122 õpilast 299-st (15,4% kõigist õpilastest), neist 77 liikus tugevapoolsesse, 26 nõrgapoolsesse ja 19 nõrka rühma (Joonis 1). Seega liikumised staatusrühmade vahel on üsna suured.

Õpilaste matemaatikateadmiste seos töömäluga

Töömälu võimekust mõõtvate ülesannete keskmine oli 0,53 (SD=0,21). Et välja selgitada matemaatikateadmiste seos töömäluga, jagati õpilased T1 ja T2 matemaatikatulemuste põhjal neljaks tugevusgrupiks. Selleks võeti vastava testi keskmise tulemuse jaotusridade kvartiilid skaalal: *nõrk* – õpilase tulemus väiksem kui 25%, *nõrgapoolne* – õpilase tulemus alates 25% kuni 50%, *tugevapoolne* – tulemus 50% kuni 75% ning *tugev* – alates 75%. Vaadates kahe testi tulemuste põhjal õpilaste liikumist erinevate tugevusgruppide (1 – *nõrk*, 2 – *nõrgapoolne*, 3 – *tugevapoolne*, 4 – *tugev*) vahel, selgus, et matemaatikas stabiilselt nõrku oli 88 õpilast, mis on 11,1% kogu valimi hulgast. Tugevate rühmas säilitas oma staatuse 139 õpilast ehk 17,5% õpilaste koguhulgast.

Kui võrrelda matemaatikas stabiilselt nõrkade töömälu võimete keskmist tulemust kõigi õpilaste keskmise tulemusega, siis selgus, et töömälu võimekust mõõtvate ülesannete keskmine oli tunduvalt madalam ($M=0,33$, $SD=0,20$) kui kõikide õpilaste keskmine ($M=0,53$, $SD=0,22$). Seega matemaatikas stabiilselt nõrkade töömälu võimekus on kõikide õpilaste keskmisest tulemusest 37,7% madalam.

Stabiilselt tugevate grupi töömälu võimekus erines samuti keskmisest tulemusest. Stabiilselt tugevate õpilaste töömälu keskmine tulemus oli 0,68 ($SD=0,17$). Võrreldes stabiilselt tugevate töömälu võimekust kõigi õpilaste keskmise töömälu tulemusega ($M=0,53$, $SD=0,22$), siis keskmiste muut on 0,15, mis tähendab, et stabiilselt tugevate õpilaste töömälu on kõigi õpilaste töömälust 28,3% võimekam. Dispersioonianalüüs näitas, et stabiilselt tugevate ja stabiilselt nõrkade töömälu keskmised tulemused olid statistiliselt oluliselt erinevad üldisest keskmisest ($F=76,4$, $p<0,01$).

Matemaatika osaoskuste seos töömäluga

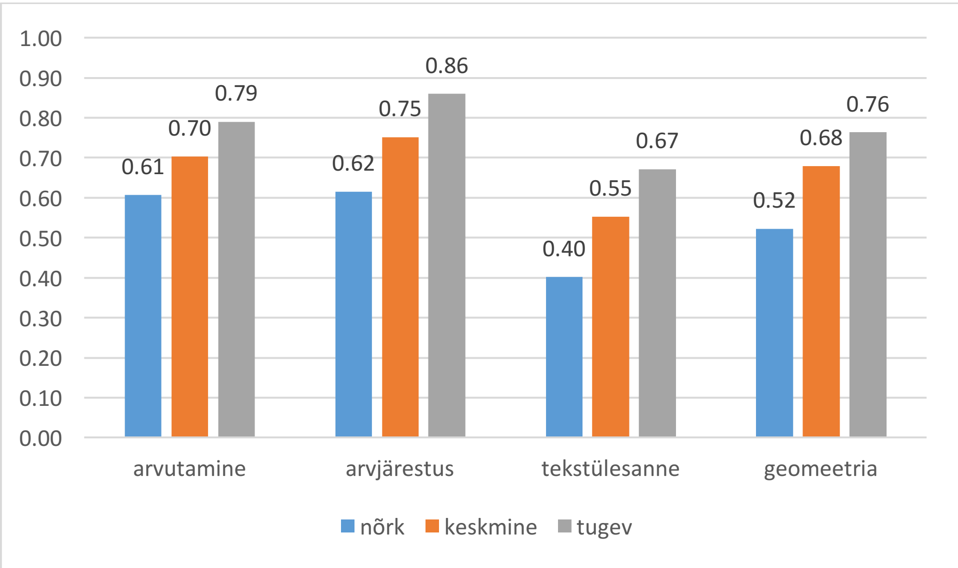
Töömälu ja matemaatikateadmiste vahelise seose teada saamiseks leiti T1 ja T2 testi Pearsoni korrelatsioonikordaja seoses töömälu võimekusega. Selgus, et töömälu on T1 testiga mõõdukas seose ($r=0,51$, $p<0,01$) ja mõõdukas seos esines ka T2 testiga ($r=0,42$, $p<0,01$).

Et teada saada, kuidas on erinevad matemaatikaülesanded seotud töömäluga, arvutati Pearsoni korrelatsioonikordajad kevadise matemaatikatesti (T2) ülesandetüüpide kohta. Kõige tugevam seos ilmnes tekstülesannete ja töömälu vahel, küündides mõõduka piirini ($r=0,396$, $p<0,05$). Arvutamise alaoskustest oli väga nõrk, kuid statistiliselt oluline seos töömäluga *kümne piires liitmisel ja lahutamisel* ($r=0,132$, $p<0,01$) ning *täiskümnetega liitmisel* ($r=0,165$, $p<0,01$). Nõrgas seoses olid arvutamise alaoskustest mitmeastmelised *20 piires liitmise ja lahutamise tehted* ($r=0,259$, $p<0,01$), *puuduva tehteliikme arvutamine* ($r=0,303$, $p<0,01$) ning *kolme liikmega tehted* ($r=0,201$, $p<0,01$). Arvjärjestuse alaülesanded, *suurem, väiksem* ($r=0,250$, $p<0,01$) ja *arvurida* ($r=0,226$, $p<0,01$), olid nõrgas seoses töömäluga.

Nõrga ja tugeva töömäluga õpilaste matemaatika osaoskuste seos töömäluga

Järgnevalt uuriti kas nõrga ja tugeva töömäluga õpilaste matemaatika osaoskuste keskmised tulemused on erinevad. Selleks jagati nõrga ja tugeva töömäluga õpilaste töömälu keskmised tulemused jaotusridade kvartiilid skaalal: nõrk – õpilase tulemus madalam kui 25%, keskmised – tulemus alates 25% kuni 75% ning tugev – alates 75%. Selgus, et nõrga töömäluga õpilasi oli 134 (16,9%) ja tugeva töömäluga õpilasi oli 203 (25,6%).

T2 testis saavutasid nõrga töömäluga õpilased keskmiseks tulemuseks 0,56 (SD=0,19), tugeva töömäluga õpilased 0,77 (SD=0,14). Kõigi õpilaste keskmine tulemus testis T2 oli 0,67 (SD=0,18) ning dispersioonianalüüs näitas statistiliselt olulist erinevust antud keskmistes (F=62,77, p<0,01). Tugeva töömäluga õpilased olid testi T2 keskmistest tulemustest 14,9% paremad, nõrga töömäluga õpilased olid üldistest keskmistest tulemustest 16,4% kehvemad.



Joonis 2. Nõrga ja tugeva töömäluga õpilaste osaoskuste keskmiste võrdlus õpilaste üldiste keskmistega.

Arvutamises olid nõrga töömäluga õpilased üldisest keskmisest (M=0,70, SD=0,19) 12,6% madalama tulemusega ja tugeva töömäluga õpilased 12,6% paremad (Joonis 2). Vaadates tehteid eraldi, leiti, et nõrga töömäluga õpilased on kõigis arvutamise alaoskustes üldisest keskmisest tulemusest kehvema keskmise tulemusega: *kümne piires* arvutamises 3,2%, *kahekümne piires* arvutamises 12,5%, *kolme tehteliikmega* arvutamises 35,5%, *puuduva tehteliikme* arvutamises 34,7% ja *täiskümnetega* arvutamises 31,0% kehvem. Tugeva töömäluga õpilased on aga kõikides arvutamise alaoskustes üldisest keskmisest tulemusest kõrgemate keskmiste tulemustega: *kümne piires* arvutamises 3,2%, *kahekümne piires* arvutamises 12,5% *puuduva tehteliikme* arvutamises 32,7%, *täiskümnete* arvutamises 31,0% ja *kolme tehteliikmega* arvutamises 38,7% parem.

Arvjärjestus ülesannetes on nõrga töömäluga õpilaste keskmine tulemus 17,3% madalam ja tugeva töömäluga õpilastel 14,7% kõrgem üldisest keskmisest (Joonis 2). Vaadates eraldi arvjärjestuse alaülesannet *suurem, väiksem*, siis nõrga töömäluga õpilaste keskmine (M=0,66, SD=0,40) on üldisest keskmisest (M=0,80, SD=0,34) 17,5% madalam ja tugeva töömäluga õpilaste keskmine (M=0,90, SD=0,24) 12,5% kõrgem. Arvurea tundmises on nõrga töömäluga õpilaste keskmine (M=0,57, SD=0,44) 18,6% kehvem ja tugeva töömäluga õpilaste keskmine (M=0,81, SD=0,33) 15,7% kõrgem üldisest keskmisest (M=0,70, SD=0,39).

Tekstülesandeid lahendasid nõrga töömäluga õpilased üldisest keskmisest 27,3% kehvemine ja tugeva töömäluga õpilaste keskmine tulemuse oli üldisest keskmisest 21,8% parem (Joonis 2). Vaadates tekstülesannete lahendamist alaülesannete kaupa, siis nõrga töömäluga õpilased said väga madala keskmise tulemuse *kella* ülesandes (M=0,08, SD=0,23), kõigi õpilaste keskmisest tulemusest (M=0,23, SD=0,38) oli see 65,2% madalam. Tugeva töömäluga õpilaste keskmine tulemus *kella* ülesandes oli 56,5% kõrgem (M=0,36, SD=0,45). Numbri koostise ülesandes, *kümnelised ja ühelised*, oli nõrga töömäluga õpilaste keskmine (M=0,39, SD=0,40) 27,8% madalam ja tugeva töömäluga õpilaste keskmine (M=0,69, SD0,39) 27,8% kõrgem kõigi õpilaste keskmisest tulemusest (M=0,54, SD=0,41).

Geomeetria ülesannete keskmine tulemus (M=0,52, SD=0,31) oli nõrga töömäluga õpilastel 23,5% madalam kõigi õpilaste keskmisest tulemusest (M=0,68, SD=0,29). Tugeva töömäluga õpilaste geomeetria keskmine (M=0,76, SD=0,26) oli 11,8% parem kõigi õpilaste keskmistest tulemustest (Joonis 2).

Arutelu

Magistritöö eesmärgiks oli uurida esimese klassi õpilaste matemaatikaalaseid teadmisi ning matemaatikateadmiste arengut 1. klassi lõpuks. Samuti oli eesmärk teada saada, kas matemaatikaalased teadmised on seotud töömälu võimekusega ning missugused matemaatika osaoskused on rohkem seotud töömäluga.

Esimese klassi õpilaste matemaatikateadmised ja nende areng

Matemaatikatestide üldine lahendatus oli keskmiselt 70%. Mõnevõrra madalam keskmine tulemus kevadises testis oli põhjustatud uute ülesannete lisandumisest. Tulemustest selgus, et kõige kehvemini lahendati tekstülesandeid. Esimeses klassis võib tekstülesannet vaadelda kui probleemülesannet, kuna õpilastel pole kujunenud algoritme tekstülesande lahendamiseks. Probleemülesanded eeldavad kõrgemaid teadmisi, seostamist ja arutlemisoskust. Eelnevatest uuringutest on selgunud, et tekstülesannete lahendamine on seotud õpilaste keeleliste võimetega ja lugemisoskusega (Fuchs et al., 2006). Kõige kehvemini oli lahendatud kella tundmist eeldav probleemülesanne, võib järeldada, et õpilastel on raskem arvutada kümnendsüsteemist erinevates arvutussüsteemides. Oluliselt halvemini lahendati ka probleemülesanne, mis nõudis arusaamist arvu koostisest. Uuringu tulemust kinnitab ka Palu & Svjatskaja (2011) uuringu tulemus, kus leiti, et halvemini lahendatakse esimeses klassis rakendamis- ja probleemülesandeid, mistõttu on oluline, et õpetajad pööraksid rohkem tähelepanu probleemülesannete lahendamisoskusele, julgustaksid oma mõtteid ja tegevusi põhjendama ning erinevaid meetodeid või lahendusi otsima.

Väga hästi lahendasid õpilased kahekümne piires liitmis- ja lahutamisülesandeid. Hästi saadi hakkama arvjärjestusega. Ka Palu ja Afansjev (2005) leidsid oma uuringus, et esimese klassi lõpuks lahendavad õpilased väga hästi liitmis- ja lahutamisülesandeid kahekümne piires ning tunnevad väga hästi ära arvude paiknemise arvkiirel. Kõige kehvemini lahendati täiskümnetega liitmis- ja lahutamistehteid ning kolme tehteliikmega arvutusülesandeid. Alla keskmise tulemuse oli ka puuduva tehteliikme leidmise ülesannetes. Põhjus, miks 20 piires liitmine ja lahutamine tuleb hästi välja aga täiskümnete ja kolme tehteliikmega ülesandeid ei osata nii hästi, võib olla selles, et protseduurilised teadmised pole automatiseerunud. Protseduurilised teadmised annavad kindla lahendusprintsiibi või algoritmi tüüpülesande lahendamiseks. Kui 20 piires liitmist ja lahutamist harjutatakse esimeses klassis aasta algusest peale, siis täiskümnete ja kolme tehteliikmega liitmine ja lahutamine tuleb õppeaasta teisel poolel. Seega on õpilased saanud 20 piires arvutamist rohkem harjutada. Protseduurilisi teadmisi omandatakse mehhaanilise kordamise ja harjutamise teel (Dowker, 2005). Geomeetriaülesandeid lahendati võrdselt hästi nii sügisel kui kevadel. Lihtsamini tunti ära kolmnurk ja ruut.

Õpilaste arengut esimese klassi lõpuks uuriti kordustesti tulemuste põhjal. Kordustesti tulemused näitasid, et ülesandeid oli lahendatud oluliselt paremini, keskmine tulemus oli oluliselt kõrgem ja standardhälve oluliselt madalam.

Kõige suurem areng toimus arvutusülesannete lahendamises, kus keskmine tulemus paranes viiendiku võrra ning seos oli statistiliselt oluliselt erinev ($p<0,01$). Sellest võib järeldada, et aasta jooksul on omandatud vajalikud algoritmid ja arvutamisoskus on mõningal määral automatiseerunud, lahendusstrateegiate valik on muutunud laiemaks ja efektiivsemaks (Imbo & Vandierendonck, 2007). Seitsmendiku võrra parem keskmine tulemus saadi kevadel tekstülesannete lahendamises, mistõttu võib väita, et areneti ka probleemilahendusoskustes ($p<0,05$). Probleemilahendusoskust tuleb õpilastele järk-järgult ja pidevalt harjutades õpetada juba nooremast koolieast alates, siis osatakse kasutada abstraktsete ülesannete lahendamisel spetsiifilisi probleemilahendus-strateegiaid (Carden & Cline, 2015). Geomeetriaülesannete kevadine tulemus jäi samale tasemele ning statistiliselt olulist erinevust tulemustes ei leitud.

Uurimusest selgus, et sügisesed matemaatikateadmised on seotud õpilaste esimese klassi lõpuks omandatud teadmistega. Liikumine staatusrühmade vahel oli aga suur ja edasise matemaatikaedukuse prognoositavus on selle põhjal väga raske. Käesolevast uurimusest selgus, et liikumine toimus kõigis neljas staatusrühmas. Kõige stabiilsemad oli nõrkade ja tugevate staatusrühm. Nõrkade rühmas säilitasid oma positsiooni rohkem kui pooled õpilastest, moodustades potentsiaalse õpiraskustega rühma. Bodovski ja Farkas (2007) leidsid oma uuringus, et õpilased, kes alustasid kooliteed madalamate eelteadmistega, näitasid ka järgnevatel õppeaastatel madalamat edasiminekut matemaatikateadmistes. Tugevatest jäi kevadeks tugevate rühma pisut alla poole sügisese testi tugevalt sooritanud õpilastest. Nõrgapoolsete ja tugevapoolsete staatusrühmas oli õpilaste hajuvus tugevusrühmade vahel üsna suur. Suurt hajuvust staatusrühmade vahel toetab ka Palu (2010) uurimus, milles leiti, et õppimistase muutub esimeses kooliastmes oluliselt.

Sügisese ja kevadise testi tulemused näitavad, et kõige rohkem õpilasi oli mõlemal puhul keskmises staatusrühmas ehk nõrga- ja tugevapoolses staatusrühmas. Siinkohal toetab uurimustulemus Eestis esinevat probleemi, kus õpilased on küll tugevate keskmiste tulemustega, kuid tähelepanuta jäävad keskmise tasemega, kuid andekate õpilaste edasiarendamine. PISA (2006) ja TIMSS-uuringust (2003) selgus, et meie õpetajad garanteerivad matemaatikas nii-öelda miinimumtaseme üsna suurele hulgale õpilastest, kuid vaadates õpilaste jaotumist erinevate saavutustasemete vahel, siis selgub tõsiasi, et meist edukamate riikidega võrreldes on kahel kõrgemal saavutustasemetel olevate õpilaste osakaal Eestis suhteliselt madal (Lepmann, 2010). *Eesti kool on suutnud tagada 88,8% (OECD vastav näitaja 76,6%) oma õpilastest matemaatikas vähemalt baastaseme, millega kuulume maailma tippriikide esiviisikusse (PISA, 2015). Samas peaks tippude osakaal meie õpilaste hulgas* *olema mõnevõrra suurem. Kuigi ületame OECD vastava keskmise näitaja 3,5 protsendipunkti, asume kõikide riikide pingereas strateegiliselt tähtsa parameetriga ikkagi alles 12. positsiooni (Lepmann, 2015).*

Matemaatikateadmiste seos töömäluga

Uurimustulemustest selgus, et matemaatikas stabiilselt nõrkade töömälu võimekus on oluliselt madalamad (37,7%) õpilaste üldistest keskmistest tulemustest. Stabiilselt tugevate töömälu võimekuse keskmine näitaja oli aga palju kõrgem (28,3%) õpilaste üldistest keskmistest tulemustest. Stabiilselt nõrkade ja tugevate grupi dispersioonianalüüs näitas töömälu võimekuse olulist erinevust.

Eraldi vaadati kevadise matemaatikatesti osaoskuste (arvutamine, arvjärjestus, tekstülesanded ja geomeetria) seost töömäluga. Selgus, et arvutamise ja töömälu vahel on nõrk seos olemas. Täpsemalt arvutustehteid uurides leiti, et väga nõrk seos töömäluga oli *kümne piires* ning *täiskümnetega* arvutamisel. Kui vaadata ülesannete lahendatavust, siis *kümne piires liitmine ja lahutamine* sooritati väga hästi, samas *täiskümnete* liitmise ja lahutamise keskmine oli väga madal. Töömälu seisukohast saab nõrka seost põhjendada sellega, et *kümne piires liitmisel ja lahutamise*l on arvutamine automatiseerunud ja tehete tegemine ei koorma töömälu ning *täiskümnetega* arvutamisel pole algoritmid kinnistunud.

Kõige tugevam seos esines tekstülesannete ja töömälu vahel ($r=0,396$, $p<0,05$). Tekstülesannete lahendamine on probleemi lahendamine, milles tuleb kasutada kõiki seni õpitud oskusi. Töömälu peab seejuures hoidma meeles asjakohast informatsiooni, et leida sobiv lahenduskäik ja mitte keskenduda ebaolulistele faktidele (Endres et al., 2015). Ka Carden ja Cline (2015) uurimus kinnitas, et õpilaste probleemilahendusoskust mõjutavad kaks kognitiivset oskust: visualiseerimine ja töömälu üldiselt. Õpilaste oskus kasutada joonist probleemülesande lahendamisel toob häid tulemusi (Uesaka, Manalo ja Ichikawa, 2007).

Töös uuriti, milline on nõrga ja tugeva töömäluga õpilaste matemaatika osaoskuste seos töömäluga. Hüpotees, et nõrga töömäluga õpilased lahendavad halvemini tekstülesandeid (Carden & Cline, 2015), leidis kinnitust. Kõige suurem vahe üldise keskmise ja nõrga töömäluga õpilaste keskmise tulemuse vahel oli tekstülesannete lahendamisel. Tekstülesannete lahendamisel oldi 27,3% kehvemad. Tugeva töömäluga õpilaste tulemus tekstülesannete lahendamises ületas üldist keskmist 21,8%. Tulemustest võib järeldada, et nõrga töömäluga õpilased lahendavad oluliselt kehvemini probleemülesandeid kui tugeva töömäluga õpilased.

Hüpotees, et nõrga töömäluga õpilased lahendavad halvemini mitmetasandilisi arvutamise ülesandeid, sest need nõuavad vahetulemuste ja muu ajutise infomatsiooni meelespidamist (Dowker, 2005; Fürst & Hitch, 2000; Imbo, Vandierendonck, & De Rammelaere, 2007), leidis kinnitust ka antud uuringus. Vaadates arvutamise tehteid eraldi, siis leiti, et nii *kolme tehteliikme*, *puuduva tehteliikme* arvutamises kui ka *täiskümnetega* arvutamises on nõrga töömäluga õpilased keskmiselt kolmandiku võrra kehvemad. Eelpool nimetatud tehted on mitmetasandilised ning nende lahendamine nõuab töömälult vahetulemuste meelespidamist. Tugeva töömäluga õpilased on *puuduva tehteliikme* ja *täiskümnete* arvutamises üldisest keskmisest kolmandiku võrra ja *kolme liikmega* arvutamises 38,7% paremad. Kõige väiksemad erinevused nõrga ja tugeva töömäluga õpilaste vahel olid kümne piires arvutamises, kus keskmised erinesid üldisest keskmisest 3,2% - nõrga töömäluga alla ja tugeva töömälu grupil üle üldise keskmise tulemuse. Sellest võib järeldada, et kümne piires arvutamise algoritmid on esimeses klassis kinnistunud ega koorma töömälu.

Antud uuringust selgus, et nõrga töömäluga õpilased on arvjärjestusülesannetes kehvemad kui tugeva töömäluga õpilased. Arvjärjestusülesannetes tegeleb töömälu loendamisega sisekõne kaudu (Otsuka & Osaka, 2015) või mõtteliselt arve ruumis ette kujutades (Fias & van Dijck, 2016). Visuaalruumiline töömälu on nagu *mõtteline tahvel*, millel tehte tegemise ajal materjal kodeeritakse vastavasse vormi, kirjutatakse üles ja käsitletakse (Heathcote, 1994). Kahe arvu suuruse võrdlemisel on lihtsam võrrelda neid arve, mis paiknevad arvteljestikul üksteisest kaugemal, kui neid mis paiknevad lähestikku (Marshuetz, Smith, Jonides, DeGutis, & Chenevert, 2006). Madalama töömälu võimekusega õpilasel on suurem eksimisvõimalus arvjärjestusülesannetes, kuna arvteljel üksteisele lähestikku paikevate arvude võrdlemine on raskem kui arvteljel üksteisest kaugemal paiknevate arvude võrdlemine.

Käesolevas uuringus leiti, et geomeetria on töömäluga nõrgas seoses ja nõrga töömälu õpilaste geomeetrilised saavutused jäävad üldisele keskmisele neljandiku võrra alla. Giofrè, Mammarella ja Cornoldile (2014) leidsid oma uuringus, et edukus geomeetrias on tugevasti seotud töömäluga, sõltumata laste intelligentsust.

Alloway, Doherty-Sneddon, & Forbes (2012) uuringu andmed viitasid sellele, et õpetajate teadlikkus töömälust on üsna madal, enamus õpetajatest suutis identifitseerida vaid ühte või kahte märki töömälu puudulikkusest ning olid teadlikud ainult mõnest töömälu parandavast strateegiast, mida klassiruumis kasutada. Probleemid mitteverbaalsete ja verbaalsete arutlusülesannete lahendamisel, võivad olla õpetajale esimeseks märgiks akadeemiliste probleemide tekkimisel (Männamaa, Kikas, Peets, & Palu, 2012).Õpetaja saab toetada neid õpilasi kasutades visuaal-ruumilisi (näiteks skeemid, joonised, tabelid) ja verbaalseid (näiteks lisaselgitused, pikemate juhiste edasiandmine osade kaupa, suulise juhise kordamine) meetodeid. Töömälu probleemid võivad olla põhjustatud mitmeastmeliste juhiste andmisest ja kuna õpilased suudavad meeles pidada korraga ainult ühte töökorraldust, siis soovitatakse: (a) panna need õpilased istuma võimalikult õpetaja lähedale, et oleks lihtsam meeldetuletusi anda; (b) kontrollida õpilase kirjalikku tööd nii sageli kui võimalik, et ta ei unustaks ülesannet enne kui parandused saavad tehtud; (c) korrata õppetöös õpilasele tuttavaid fakte ja ehitada kogu õppeprogramm üles lähtuvalt tuttavatest faktidest; (d) õpetada õpilast looma ja kasutama mnemotehnilisi võtteid; (e) lubada õpilasel kasutada abivahendeid, mis vähendavad mälu koormust (näiteks kalkulaator, valemid või kuude lugemine sõrmenukkidelt) (El-Naggar, 1996, viidatud Dowker, 2005 j).

Uuringu piirangud. Lisaks töömälule, mõjutavad ka mitmed teised faktorid õpilaste edenemist, nagu näiteks tähelepanu (Fuchs et al., 2006), planeerimisoskus (Sikora et al., 2002) ja õpetaja õpetamisviis (Palu, 2010). Suurema matemaatikaärevusega inimesed olid arvutusprotsessidel põhinevates hindamisülesannetes lühema töömälu kestusega, mis omakorda põhjustas pikemat lahendusaega ja rohkem vigu ülesannetes (Ashcraft & Kirk, 2001). Eksperimendid on tõestanud, et töömälu saab treeninguga parandada (Chein & Morrison, 2010; Jaeggi, Buschkuehl, Jonides, & Perrig, 2008; Kroesbergen, Van't Noordende, & Kolkman, 2014). Novak ja Tassell (2017) uuringus leiti, et madalad tulemused geomeetrias olid seotud madala eneseusuga, töömäluga seal seost ei leitud. Madal eneseusk viib alla motivatsiooni probleemi lahendada. Magistritöö käigus kerkisid üles uued uurimisküsimused, millega tegelemine pakuks edaspidises uurimistegevuses suurt huvi. Näiteks: kuidas saaksid klassiõpetajad testida töömälu võimekust; kuidas rakendada töömälu toetavaid metoodikaid klassiruumis; missugune mõju on klassisisesel töömälu treeningul õpilase õppeedukusele?

Kokkuvõtteks. Esimeses klassis on õpilaste matemaatikateadmised keskmiselt kõrged. Väga hästi lahendati kahekümne piires liitmis- ja lahutamisülesandeid. Arvutamisülesannete lahendamises toimus ka kõige suurem areng. Matemaatikateadmiste analüüsist selgus, et esimesel õppeaastal toimuvad õpilaste teadmistes suured muutused ja seetõttu on raske prognoosida edaspidist arengut matemaatikateadmistes. Kõige püsivamad oli matemaatikas nõrkade ja tugevate staatusrühmad. Matemaatikas stabiilselt nõrkadest säilitasid rohkem kui pooled oma positsiooni, moodustades potentsiaalse õpiraskustega rühma. Stabiilselt tugevasse rühma jäid kevadeks 60% sügisestest tugevatest. Tulemuste analüüs näitas, et esimeses klassis valmistas enim raskusi probleemülesannete lahendamine. Probleemülesanded olid ka olulises seoses töömälu võimekusega. Töös leiti, et nõrga töömäluga õpilased lahendavad probleemülesandeid kolmandiku võrra kehvemini üldisest keskmisest tulemusest. Nõrga töömäluga õpilased olid kehvemad kõigis matemaatika osaoskustes ning tugeva töömäluga õpilased ületasid kõigis matemaatika osaoskustest üldist keskmist tulemust.

Tänusõnad. Tänan Eve Kikast uuringuandmete kasutamise eest ja Anu Palu nõuannete ja koostöö eest lõputöö valmimisel.

Autorsuse kinnitus. Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

20.05.17

Kasutatud kirjandus

Afanasjev, J., & Palu, A. (2005). Esimese klassi õpilaste teadmised ja edenemine matemaatikas. L. Lepmann, T. Lepmann (Toim.). *Koolimatemaatika XXXII* (79–86). Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus

Afanasjev, J., & Palu, A. (2006). Esimese ja teise klassi õpilaste edenemine matemaatikas. E. Abel, L. Lepmann (Toim.). *Koolimatemaatika XXXIII* (9–14). Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus

Alloway, T. P., Doherty-Sneddon, G., & Forbes, L. (2012). Teachers' perceptions of classroom behaviour and working memory. Educational Research and Reviews, 7(6), 138.

Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. Journal of experimental psychology: General, 130(2), 224.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M., & Nurmi, J. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. Journal Of Educational Psychology, 96(4), 699-713. doi:10.1037/0022-0663.96.4.699

Baddeley, A. (1996). The fractionation of working memory. Proceedings of the National Academy of Sciences, 93(24), 13468-13472.

Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory?. *Trends in cognitive sciences*, *4*(11), 417-423.

Baddeley, A. D., Hitch, G. J., & Bower, G. H. (1974). The psychology of learning and motivation. *The psychology of learning and motivation*, *8*, 47-90.

Bodovski, K., & Farkas, G. (2007). Mathematics growth in early elementary school: The roles of beginning knowledge, student engagement, and instruction. *The Elementary School Journal*, *108*(2), 115-130.

Carden, J., & Cline, T. (2015). Problem solving in mathematics: the significance of visualisation and related working memory. *Educational Psychology In Practice*, *31*(3), 235. doi:10.1080/02667363.2015.1051660

Chein, J. M., & Morrison, A. B. (2010). Expanding the mind's workspace: Training and transfer effects with a complex working memory span task. *Psychonomic bulletin & review*, *17*(2), 193-199.

Cowan, N. (2010). Multiple concurrent thoughts: The meaning and developmental neuropsychology of working memory. *Developmental Neuropsychology*, *35*(5), 447-474.

DeCaro, M. (2016). Inducing mental set constrains procedural flexibility and conceptual understanding in mathematics. *Memory & Cognition*, *44*(7), 1138-1148. doi:10.3758/s13421-016-0614-y

Donlan, C. (1998). *The development of mathematical skills*. Taylor & Francis.

Dowker, A. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Psychology Press.

Endres, M. J., Houpt, J. W., Donkin, C., & Finn, P. R. (2015). Working memory capacity and redundant information processing efficiency. *Frontiers In Psychology*, *6*1-12. doi:10.3389/fpsyg.2015.00594

Engle, R. W., Tuholski, S. W., Laughlin, J. E., & Conway, A. R. (1999). Working memory, short-term memory, and general fluid intelligence: a latent-variable approach. *Journal of experimental psychology: General*, *128*(3), 309.

Fatqurhohman, F. (2016). Transition Process of Procedural to Conceptual Understanding in Solving Mathematical Problems. *International Education Studies*, *9*(9), 182.

Fias, W., & van Dijck, J. (2016). The temporary nature of number-space interactions. *Canadian Journal Of Experimental Psychology = Revue Canadienne De Psychologie Experimentale*, *70*(1), 33-40. doi:10.1037/cep0000071

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., ... & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, *98*(1), 29.

Fürst, A. J., & Hitch, G. J. (2000). Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory & cognition*, *28*(5), 774-782.

Gathercole, S. E., & Alloway, T. P. (2006). Practitioner Review: Short-term and working memory impairments in neurodevelopmental disorders: diagnosis and remedial support. *Journal Of Child Psychology & Psychiatry*, *47*(1), 4-15. doi:10.1111/j.1469-7610.2005.01446.x

Giofrè, D., Mammarella, I. C., & Cornoldi, C. (2014). The relationship among geometry, working memory, and intelligence in children. *Journal Of Experimental Child Psychology*, *123*112-128. doi:10.1016/j.jecp.2014.01.002

Heathcote, D. (1994). The role of visuo-spatial working memory in the mental addition of multi-digit addends. *Cahiers De Psychologie Cognitive/Current Psychology Of Cognition*, *13*(2), 207-245.

Holmes, J., & Adams, J. W. (2006). Working memory and children's mathematical skills: Implications for mathematical development and mathematics curricula. *Educational Psychology*, *26*(3), 339-366.

Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007). The development of strategy use in elementary school children: Working memory and individual differences. *Journal Of Experimental Child Psychology*, *96*284-309. doi:10.1016/j.jecp.2006.09.001

Imbo, I., Vandierendonck, A., & De Rammelaere, S. (2007). The role of working memory in the carry operation of mental arithmetic: Number and value of the carry. *The Quarterly Journal Of Experimental Psychology*, *60*(5), 708-731. doi:10.1080/17470210600762447

Jaeggi, S. M., Buschkuehl, M., Jonides, J., & Perrig, W. J. (2008). Improving Fluid Intelligence with Training on Working Memory. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, (19). 6829.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual–spatial working memory, and preschool quantity–number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal Of Experimental Child Psychology*, *103*(Special Issue: Typical Development of Numerical Cognition), 516-531. doi:10.1016/j.jecp.2009.03.009

Kroesbergen, E. H., van 't Noordende, J. E., & Kolkman, M. E. (2014). Training working memory in kindergarten children: Effects on working memory and early numeracy. Child Neuropsychology, 20(1), 23-37. doi:10.1080/09297049.2012.736483

Krull, E. (2000). *Pedagoogilise psühholoogia käsiraamat*. Tartu Ülikooli Kirjastus.

Kyttälä, M., Kanerva, K., & Kroesbergen, E. (2015). Training counting skills and working memory in preschool. Scandinavian journal of psychology, 56(4), 363-370.

Leopard, R., Kiuru, N., & Palu, A. (2011). Success of Third-grade Students in Solving Different Types of Mathematics Problems in Estonian-speaking and Russian-speaking Schools. In: J. Mikk, M. Veisson, P. Luik, P. (Eds.), *Preschool and Primary Education* (91–105). Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag

Lepmann, T. (2010). Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetund Eesti matemaatikaõpetajatele. I. Henno (Koost). Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetunnid (lk 77-82). Tallinn.

Logie, R. H., Gilhooly, K. J., & Wynn, V. (1994). Counting on working memory in arithmetic problem solving. *Memory & cognition*, *22*(4), 395-410.

Marshuetz, C., Smith, E. E., Jonides, J., DeGutis, J., & Chenevert, T. L. (2006). Order information in working memory: fMRI evidence for parietal and prefrontal mechanisms.

Mullis, I.V.S. & Martin, M.O. (Eds.) (2013). *TIMSS 2015 Assessment Frameworks.* Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/frameworks.html

Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: some limits on our capacity for processing information. *Psychological review*, *63*(2), 81.

Munro, J. (2001). The role of working memory in mathematics learning and numeracy. In Handout for presentation at the CHERI Hippocrates and Socrates XVI Conference– Memory and Learning: What Works (pp. 1-2).

Männamaa, M., Kikas, E., Peets, K., & Palu, A. (2012). Cognitive correlates of math skills in third-grade students. Educational Psychology, 32(1), 21-44.

Otsuka, Y., & Osaka, N. (2015). High-performers use the phonological loop less to process mental arithmetic during working memory tasks. The Quarterly Journal Of Experimental Psychology, 68(5), 878-886. doi:10.1080/17470218.2014.966728

National Assessment of Educational Progress (NAEP). (2003). Mathematical Abilities. Külastatud aadressil http://nces.ed.gov/nationsreportcard/mathematics/abilities.asp

Novak, E., & Tassell, J. L. (2017). Studying preservice teacher math anxiety and mathematics performance in geometry, word, and non-word problem solving. *Learning & Individual Differences*, *54*20-29.

Otsuka, Y., & Osaka, N. (2015). High-performers use the phonological loop less to process mental arithmetic during working memory tasks. The Quarterly Journal Of Experimental Psychology, 68(5), 878-886. doi:10.1080/17470218.2014.966728

Schneider, M., & Stern, E. (2010). The developmental relations between conceptual and procedural knowledge: A multimethod approach. *Developmental Psychology*, *46*(1), 178-192. doi:10.1037/a0016701

Palu, A. (2010). *Algklassiõpilaste matemaatikaalased teadmised, nende areng ja mõjutavad tegurid* (Doctoral dissertation).

Palu, A., & Kikas, E. (2015). Matemaatikapädevus. E. Kikas, A.Toomela (Toim.). *Õppimine ja õpetamine kolmandas kooliastmes. Üldpädevused ja nende arendamine* (242–252). Tallinn: Eesti Ülikoolide kirjastus

Palu, A., & Svjatskaja, R. (2011). Esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmised, nende seos tähelepanu ja planeerimisoskusega. E. Abel, K. Kokk (Toim.). *Koolimatemaatika XXXVIII* (80–84). Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus

Põhikooli riiklik õppekava. (2011). Lisa 3. Vabariigi Valitsuse määrus nr. 1, 06.01. 2011. RT I, 20.09. 2011, 9.

Riigieksamite statistika (2016). Külastatud 3. märtsil, 2017, aadressil Roch://www.innove.ee/et/riigieksamid/riigieksamite-statistika.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology, 93, 2, 346–362.*

Sikora, D. M., Haley, P., Edwards, J., & Butler, R. W. (2002). Tower of London test performance in children with poor arithmetic skills. *Developmental Neuropsychology*, *21*(3), 243-254.

St John, P. (2010). Review of Working memory and learning: A practical guide for teachers. *Child Language Teaching And Therapy*, *26*(2), 199-200. doi:10.1177/02656590100260020804

Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *96*(3), 471.

Tulving, E. (1994). *Mälu*. Kupar.

Uesaka, Y., Manalo, E., & Ichikawa, S. (2007). What kinds of perceptions and daily learning behaviors promote students' use of diagrams in mathematics problem solving?. *Learning And Instruction*, *17*322-335. doi:10.1016/j.learninstruc.2007.02.006

Üleriigiliste tasemetööde tulemused (2016). Külastatud 3. märtsil, 2017, aadressil http://www.innove.ee/et/yldharidus/tasemetood/tasemetoode-statistika.

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina Maarja Tamra

(sünnikuupäev: 24.03.1983)

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

“Esimese klassi õpilaste matemaatikateadmised ja nende seos töömäluga”,

mille juhendaja on Anu Palu.

1.1.reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;

1.2.üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace´i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.

2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, 22.05.17