

P
A-1459 III

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

№ 50

1953

Х. Х. ЛАУЛ

РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК
С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ЧАСТЯМИ, ОЧЕРЧЕННЫМИ
ПО ОКРУЖНОСТИ



ЭСТОНСКОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИН 1953

A-1459 III

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия А

№ 50

1953

Х. Х. ЛАУЛ

**РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК
С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ЧАСТЯМИ, ОЧЕРЧЕННЫМИ
ПО ОКРУЖНОСТИ**



ЭСТОНСКОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТАЛЛИН 1953

PI

Tartu Riikliku Olikooli
Raamatukogu
21042

i 38754459

1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Большинство применяемых в практике цилиндрических оболочек имеет очерченные по окружности криволинейные части. На рис. 1 представлены некоторые поперечные сечения таких оболочек.

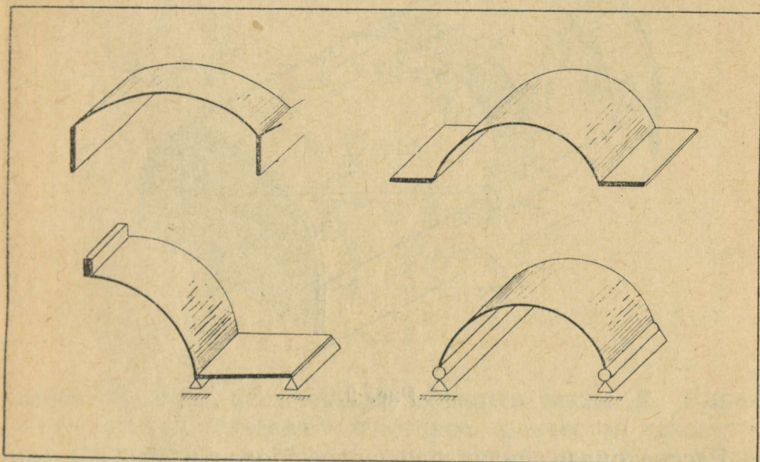


Рис. 1.

При применении разработанного автором метода расчета, т. н. метода аппроксимации сдвигающих сил — у таких оболочек возможно избежать существенной части расчетной работы, используя таблицы, приведенные в конце этой статьи.

Наш метод расчета для оболочек со средней длиной [6]¹, [7], [8], [9], [10], в соответствии с т. н. „полубез-

¹ Цифры в квадратных скобках указывают на труд, упоминаемый в библиографии.

моментной теорией“ (название *Новожилова* [2]) состоит в следующем:

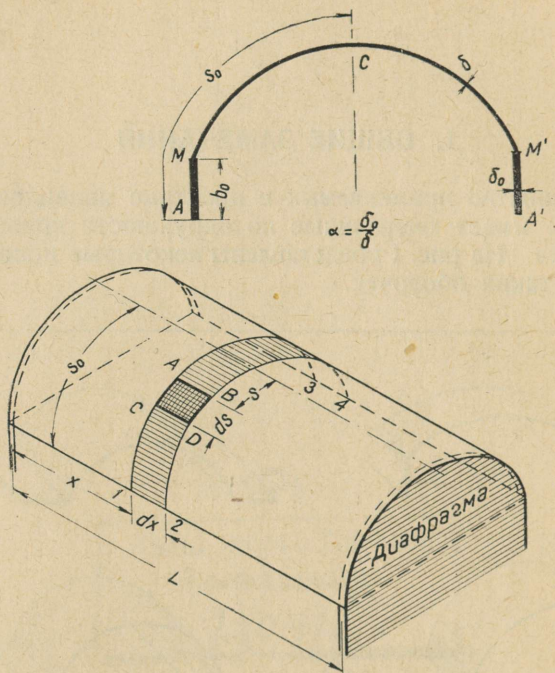


Рис. 2.

Рассматривая цилиндрическую оболочку (рис. 2) как большую балку, опирающуюся на диафрагмы, находим существенные усилия — продольные силы $T_o = \delta\sigma_o$ и сдвигающие силы $S_o = \delta\tau_o$ (рис. 3) — по методам сопротивления материалов. При этом, как известно, предполагается, что поперечные сечения всей оболочки как балки остаются плоскими и изменений кривизны контура поперечного сечения не происходит. Центральная величина в расчетах — приращение сдвигающих сил — $\xi_o = \frac{\partial S_o}{\partial x}$ является постоянной вдоль оболочки при той же нагрузке. Поперечные моменты M_o в элементарной полоске 1—2—3—4 (рис. 2) вследствие нагрузок и ξ_o находим путем

интегрирования ([3], [4]). Также M_0 оказываются постоянными вдоль оболочки вместе с нагрузкой. Влияние продольных моментов (M_1), и продольных поперечных сил (Q_1) предполагается настолько малым, что им можно пренебречь на существенные усилия T и M .

Дальше аппроксимируем усилия т. н. начальной задачи M_0, S_0, T_0 путем введения дополнений $\Delta\zeta$ для ζ_0 . В дальнейшем предполагается, что при постоянной нагрузке

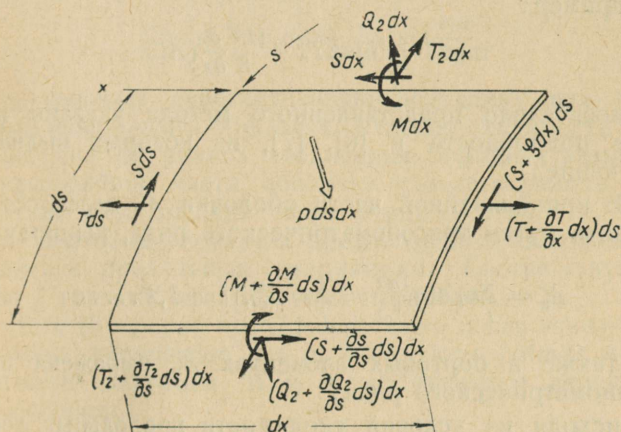


Рис. 3.

вдоль оболочки, постоянными являются также $\Delta\zeta$. Выражение для $\Delta\zeta$ содержит некоторое количество неизвестных параметров a_i . Часть этих параметров, т. н. зависимых, возможно исключить при помощи условий равновесия и сходимости деформаций (если такие существуют). Остальная часть параметров, т. н. независимых параметров, определяется в соответствии с методом *Кастильяно-Ритца* путем условий минимума потенциальной энергии внутренних сил.

Дополнения продольных и сдвигающих сил можно найти путем выражений [6]:

$$\Delta T = \frac{4x(L-x)}{L^2} \frac{\partial}{\partial s} (\Delta\zeta),$$

$$\Delta S = -\left(\frac{L}{2} - x\right) \Delta\zeta,$$

а дополнение поперечных моментов — ΔM путем простого интегрирования [6].

Отметим, что вследствие вышеизложенных предпосылок ΔT изменяется вдоль оболочки по квадратичной параболе, а дополнение поперечных моментов ΔM в том же направлении является постоянным.

Действительные усилия определяются после нахождения параметров суммированием.

Например:

$$\max T = \max T_o + \frac{L^2}{8} \frac{\partial}{\partial s} (\Delta \zeta).$$

Относительно представленного метода указаны некоторые подробности в [6], [7], из которых выдвигаем следующие:

а) В криволинейной части оболочки $\Delta \zeta$ целесообразно выразить путем тригонометрического ряда, например:

$$\Delta \zeta = \sum_i a_i \sin \frac{i\pi s}{s_{oi}} = \sum_i a_i \Delta \zeta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

б) также в бортовых элементах $\Delta \zeta$ выражена путем тригонометрического ряда;

в) исходя из условий сходимости продольных деформаций и сдвигающих сил, на линиях соединения бортовых элементов и криволинейных частей оболочки определяются параметры s_{oi} поперечного сечения оболочки (например, приведенная полудлина оболочки).

Таким образом, каждый член тригонометрического ряда для $\Delta \zeta$ зависит также от размеров бортового элемента.

г) Интегралы в условиях минимума потенциальной энергии внутренних сил вычисляются после исключения зависимых параметров путем численных методов. Таким образом, в интегралах типа $\int M m ds$ величины M и m являются линейными комбинациями из m_i ; M_o и т. д.

Отметим, что представленная схема расчета не допускает существенного табулирования решения даже для оболочек, имеющих криволинейные части, очерченные по окружности.

С целью увеличения применимости метода табулирования в настоящем вводятся следующие изменения в схеме расчета оболочек, имеющих криволинейные части постоянной толщины и очерченные по окружности:

а) Решение начальной задачи не используется, так как усилия начальной задачи в общем не табулируемые.

Путем условий минимума потенциальной энергии внутренних сил и некоторых дополнительных условий найдется непосредственно приращение сдвигающих сил

$$\zeta = \frac{\partial S}{\partial x}. \quad (1)$$

б) В криволинейной части оболочки назначают

$$\zeta = a_I \frac{s}{s_0} + a_{II} + \sum_i a_i \sin \frac{i\pi s}{s_0}, \quad (1')$$

где s_0 означает действительную полудлину или длину криволинейной части оболочки. Условия сходимости сдвигающих сил на линиях соединения бортовых элементов и криволинейной части оболочки удовлетворяются автоматически из-за наличия параметров a_I и a_{II} .

в) В бортовых элементах предполагается линейное распределение продольных напряжений. Соответствующая эпюра ζ является квадратичной параболой.

г) Интегрирование происходит также после исключения зависимых параметров, но в интегралах $\int M m ds$ подинтегральные величины M и m не являются линейными комбинациями.

2. РАСЧЕТНАЯ СХЕМА, ПРИСПОСОБЛЕННАЯ ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ ТАБЛИЦ

Действительные поперечные моменты возможно представить в форме

$$M = M_0 + \sum_1^n a_i m_i + \sum_1^w a_v m_v, \quad (2)$$

где a_i — независимые параметры ($i = 1, 2, 3 \dots n$),
 a_v — зависимые параметры ($v = I, II, \dots w$),
 $m_i; m_v$ — изгибающие моменты в элементарной полоске вследствие ζ_i (соотв. ζ_v), если $a_i = 1$ (соотв. $a_v = 1$).

Моменты $m_i; m_v$ представлены в таблицах 1 до 8 (или их можно найти путем комбинирования данных этих таблиц).

При расчете M_0 в поперечном направлении для постоянной нагрузки можно использовать таблицы 9, 10, а при

нагрузке, сосредоточенной над бортовым элементом, таблицу 7.

Зависимые параметры a_v исключаются путем w дополнительных условий (равновесия и сходимости деформаций):

$$a_v = K_v + \sum_1^n k_{vi} a_i. \quad (3)$$

О составлении дополнительных условий подробнее сказано ниже в численных примерах.

Таким образом, для изгибающих моментов в поперечной полоске 1—2—3—4 (рис. 2) получаем выражение

$$\begin{aligned} M &= M_o + \sum_1^w K_v m_v + \sum_1^n (m_i + \sum_1^w k_{vi} m_v) a_i = \\ &= M'_o + \sum_1^n m'_i a_i, \end{aligned} \quad (2')$$

где

$$M'_o = M_o + \sum_1^w K_v m_v,$$

$$m'_i = m_i + \sum_1^w k_{vi} m_v.$$

Из (2') вытекает непосредственно

$$\frac{\partial M}{\partial a_k} = m'_k = m_k + \sum_1^w k_{ik} m_i.$$

Член в k -ом условии минимума потенциальной энергии внутренних сил, выражающий влияние поперечных изгибающих моментов, получается

$$\frac{6L}{E\delta^3} \int M \frac{\partial M}{\partial a_k} ds = \frac{6L}{E\delta^3} (B_k + \sum_1^n A_{ki} a_i), \quad (4)$$

где

$$B_k = \int M_o m_k ds + \sum_1^w k_{vk} \int M_o m_v ds + \sum_{\substack{v=1 \\ v=1}}^w k_{vk} K_v \int m_v m_v ds, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A_{ki} &= \int m_i m_k ds + \sum_1^w k_{vi} \int m_v m_k ds + \sum_1^w k_{vk} \int m_v m_i ds + \\ &+ \sum_{\substack{v=1 \\ v=1}}^w k_{vk} k_{vi} \int m_v m_v ds. \end{aligned} \quad (6)$$

Для удобства вычисления коэффициентов A_{ki} и B_k составлены таблицы 17 и 18, для $i = 1, 2, 3, 4, 5$ и $v = I, II, III$.

В (5) и (6) встречающиеся интегралы типа $\int Mm ds$ можно легко вычислить при помощи таблиц 12, 13 и 14 или комбинируя данные этих таблиц. Отметим, что таблицы 12, 13 и 14 рассчитаны по интегралам таблицы 11, причем для получения требуемой точности необходимо было учитывать до десяти знаков в тригонометрических функциях.

Для прямолинейных частей при расчете интегралов типа $\int Mm ds$ возможно использовать готовые формулы, изложенные в любом курсе строительной механики.

Максимальная продольная сила $\max T$ в середине пролета

$$\max T = \sum_1^n a_i \max T_i + \sum_1^w a_v \max T_v, \quad (7)$$

где $\max T_i = \frac{L^2}{8} \frac{\partial}{\partial s} (\zeta_i)$ — т. е. $a_i = 1$,

$\max T_v = \frac{L^2}{8} \frac{\partial}{\partial s} (\zeta_v)$ — т. е. $a_v = 1$.

Учитывая (3), получаем

$$\max T = \frac{L^2}{8} \left\{ \sum_1^w K_v \frac{\partial}{\partial s} (\zeta_v) + \sum_1^n \left[\frac{\partial}{\partial s} (\zeta_i) + \sum_1^w k_{vi} \frac{\partial}{\partial s} (\zeta_v) \right] a_i \right\}, \quad (7')$$

откуда $\frac{\partial(\max T)}{\partial a_k} = \frac{L^2}{8} \left[\frac{\partial}{\partial s} (\zeta_k) + \sum_1^w k_{vk} \frac{\partial}{\partial s} (\zeta_v) \right]$.

Так как функции $\frac{\partial}{\partial s} (\zeta_i)$ и $\frac{\partial}{\partial s} (\zeta_v)$ являются ортогональными, то для члена продольных сил в k -ом условии минимума потенциальной энергии внутренних сил получаем следующее выражение:

$$\frac{0,2(6)L}{E\delta} \int \max T \frac{\partial(\max T)}{\partial a_k} ds = \frac{0,2(6)L^5}{64E\delta} \left(C_k + \sum_1^n D_{ki} a_i \right), \quad (8)$$

где

$$C_k = \sum_1^w k_{vk} K_v \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\zeta_v) \right]^2 ds, \quad (9)$$

$$D_{ki} = \left\{ \sum_1^w k_{v_k} k_{v_i} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_v) \right]^2 ds \right\} + \left\| \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_k) \right]^2 ds, \quad (10)$$

где $\int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi) \right]^2 ds$ взят по всей длине поперечного сечения оболочки.

Для удобного вычисления коэффициентов C_k и D_{ki} составлена таблица 19.

Интегралы, встречающиеся в последних формулах легко вычислить.

Так для криволинейной части оболочки:

$$\text{если } \xi_i = \sin \frac{i\pi\varphi}{\varphi_0}, \text{ то } \int_0^{\varphi_0} \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_i) \right]^2 R d\varphi = \frac{i^2 \pi^2}{2s_0}; \quad (11)$$

$$\xi_1 = \frac{\varphi}{\varphi_0} \left(\text{или } \frac{s}{s_0} \right), \text{ то } \int_0^{\varphi_0} \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_1) \right]^2 R d\varphi = \frac{1}{s_0}. \quad (12)$$

Для прямолинейной части, шириной b_0 и толщиной δ_0 :

$$\text{если } \xi_a = \frac{4b(b_0 - b)}{b_0^2} \text{ (парабола и } a_a = 1), \text{ то}$$

$$\int_0^{b_0} \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_a) \right]^2 ds = \frac{5(3)}{b_0} \frac{\delta}{\delta_0}; \quad (13)$$

$$\text{если } \xi_1 = \frac{b}{b_0} \left(\text{или } \frac{b_0 - b}{b_0} \right), \text{ то}$$

$$\int_0^{b_0} \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_1) \right]^2 ds = \frac{1}{b_0} \frac{\delta}{\delta_0}. \quad (14)$$

Таким образом получаем k -ое условие минимума потенциальной энергии внутренних сил

$$\frac{6L}{\delta^3} \left[B_k + \sum_1^n A_{ki} a_i \right] + \frac{0,2(6) \cdot L^5}{64\delta} \left(C_k + \sum_1^n D_{ki} a_i \right) = 0, \quad (15)$$

где по предложению В. З. Власова [1] для оболочек средней длины не учтено влияние поперечных продольных сил и сдвигающих сил (т. е. $\varepsilon_2 = \gamma = 0$).

Отметим, что сохраняя в условиях минимума потенциальной энергии внутренних сил (15) только члены, выражающие влияние продольных сил, получаем результаты, соответствующие результатам, полученным по теории тонкостенных стержней или (в случае симметрии) по методам обыкновенного сопротивления материалов. Такой случай может иметь место, если толщина оболочки δ или продольный пролет L достаточно велики.

Наоборот, если сохранять в (15) только члены, выражающие влияние поперечных моментов, то получаем результаты, соответствующие безмоментной (мембранной) теории оболочки. Такой случай может иметь место, если толщина оболочки достаточно мала ($\delta \rightarrow 0$). Также с уменьшением продольного пролета значение продольных сил резко падает, но при чрезмерно маленьком продольном пролете L „полубезмоментная“ теория, повидимому, не имеет силы.

Так как мы в настоящем отказались от применения начальной задачи, то в общем система линейных уравнений (15) получается довольно „чувствительной“. Вследствие этого члены в (15), выражающие влияние продольных сил, несмотря на их исключительную малость по сравнению с членами моментов, часто имеют решающее значение на результаты. Кроме того, при вычислении точность логарифмической линейки уже, как правило, недостаточна.

3. ПРИМЕРЫ

а) Рассмотрим пример, представленный на рис. 4. Нагрузки симметричные относительно гребня оболочки и постоянные вдоль оболочки.

Нагрузка на криволинейной части оболочки

$$q = 0,35 \text{ т/м}^2.$$

Нагрузка над бортовым элементом

$$q_0 = 1,0 \text{ т/м.}$$

ξ — эпюра назначена для криволинейной части:

$$\xi = a_1 \frac{s}{s_0} + a_1 \sin \frac{\pi s}{s_0} + a_2 \sin \frac{2\pi s}{s_0};$$

для бортового элемента:

$$\zeta = a_1 \left(1 - \frac{b}{b_0}\right) + a_0 \frac{4b(b_0 - b)}{b_0^2}.$$

За независимые параметры избираем a_1 и a_2 .

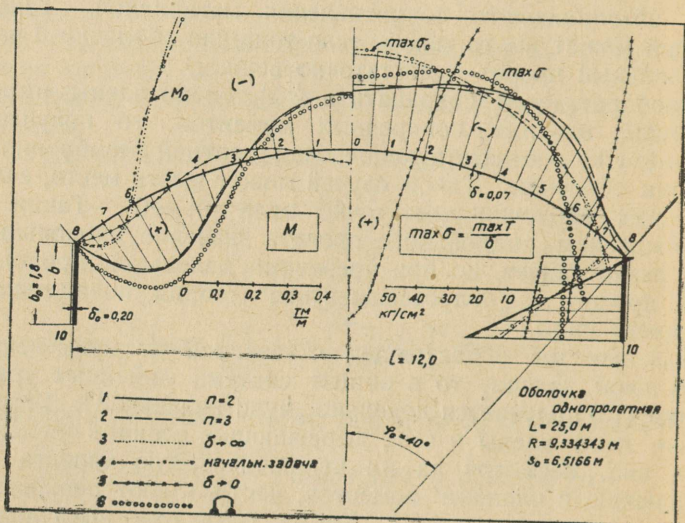


Рис. 4.

Зависимые параметры определяем:

а) из условия равновесия в вертикальном направлении:

$$R\varphi_0 q + q_0 + \sum_1^2 R a_i \frac{(-1)^{i+1} \sin \varphi_0}{\frac{i\pi}{\varphi_0} - \frac{\varphi_0}{i\pi}} + \frac{2}{3} b_0 a_0 + \left[\frac{b_0}{2} + R \left(\frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} - \cos \varphi_0 \right) \right] a_1 = 0.$$

б) из условия сходимости продольных напряжений (деформаций) на линии соединения бортового элемента и криволинейной части оболочки:

$$-\frac{4,5}{R} a_1 + \frac{9}{R} a_2 + \frac{a_1}{R\varphi_0} = -\frac{\delta a_1}{\delta_0 b_0} + \frac{\delta 4a_0}{\delta_0 b_0},$$

откуда

$$\begin{aligned} a_1 &= -0,2287022 a_1 - 0,2820916 a_2 - 1,1389316 \\ a_0 &= -0,7221290 a_1 + 1,1134826 a_2 - 0,5094421 \equiv a_{11} \end{aligned} \quad (A)$$

Для составления двух условий минимума потенциальной энергии внутренних сил необходимые коэффициенты A_{ki} ; B_k ; D_{ki} и C_k найдены из таблиц I и II (срав. табл. 17, 18, 19).

Отмечаем, что в настоящем

$$\bar{m}_I = m_1 + \frac{b_o}{2} m_a; \quad \bar{m}_{II} = \frac{2}{3} b_o m_a; \quad M_o = \bar{M}_o + q_o m_a,$$

где m_1 , m_a , \bar{M}_o в смысле таблиц 5, 7, 9.

Таким образом (срав. таблиц 12 и 13):

$$\int M_o m_1 ds = \frac{R^5}{10^4} [q 7,852706 + \frac{q_o}{R} 25,3788] = \frac{R^5}{10^4} 5,467310,$$

$$\int M_o m_2 ds = \frac{R^5}{10^4} [-q 7,918667 - \frac{q_o}{R} 26,3008] = -\frac{R^5}{10^4} 5,589171,$$

$$\int M_o \bar{m}_I ds = \frac{R^5}{10^4} \cdot 26,043300,$$

$$\int M_o \bar{m}_{II} ds = \frac{R^5}{10^4} 23,730301,$$

$$\int m_1^2 ds = \frac{R^5}{10^4} 0,88200,$$

$$\int m_1 m_2 ds = \frac{R^5}{10^4} 0,86360,$$

$$\int m_1 \bar{m}_I ds = \frac{R^5}{10^4} [1,27976 + \frac{b_o}{2R} 25,3788] = \frac{R^5}{10^4} 3,72674,$$

$$\int m_1 \bar{m}_{II} ds = \frac{R^5}{10^4} \left(\frac{2}{3} \frac{b_o}{R} 25,3788 \right) = \frac{R^5}{10^4} 3,262635,$$

$$\int m_2^2 ds = \frac{R^5}{10^4} \cdot 0,86262,$$

$$\int m_2 \bar{m}_I ds = \frac{R^5}{10^4} \left(-1,27400 - \frac{b_o}{2R} 26,3008 \right) = -\frac{R^5}{10^4} 3,80987,$$

$$\int m_2 \bar{m}_{II} ds = \frac{R^5}{10^4} \left(-\frac{2}{3} \frac{b_o}{R} 26,3008 \right) = -\frac{R^5}{10^4} 3,381165,$$

$$\begin{aligned} \int \bar{m}_I^2 ds &= \frac{R^5}{10^4} \left(1,88160 + \frac{b_o}{R} 38,7804 + \frac{b_o^2}{4R^2} 905,4763 \right) = \\ &= \frac{R^5}{10^4} 17,7776, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \bar{m}_I \bar{m}_{II} ds &= \frac{R^5}{10^4} \left(\frac{2}{3} \frac{b_o}{R} 38,7804 + \frac{2}{3} \frac{b_o^2}{2R^2} 905,4763 \right) = \\ &= \frac{R^5}{10^4} 16,2091, \end{aligned}$$

$$\int \bar{m}_{II}^2 ds = \frac{R^5}{10^4} \left(\frac{4}{9} \frac{b_o^2}{R^2} 905,4763 \right) = \frac{R^5}{10^4} 14,964835.$$

Систему уравнений получаем следующую:

Таблица I

A_{ki} и B_k

k	1		2
i	1	2	2
k_{Ii}	-0,228702	-0,282092	-0,282092
k_{IIi}	-0,722129	1,113483	1,113483
$\int m_i m_k ds$	0,88200	-0,86360	0,86262
$k_{Ii} \int \bar{m}_I m_k ds$	-0,85231	-1,05128	1,07473
$k_{IIi} \int \bar{m}_{II} m_k ds$	-2,35605	3,63289	-3,76486
$k_{Ik} \int \bar{m}_I m_i ds$	-0,85231	0,87133	1,07473
$k_{IIk} \int \bar{m}_{II} m_i ds$	-2,35605	2,44163	-3,76486
$k_{Ik} k_{Ii} \int \bar{m}_I^2 ds$	0,92985	1,14692	1,41466
$(k_{Ik} k_{IIi} + k_{IIk} k_{Ii}) \int \bar{m}_I \bar{m}_{II} ds$	5,35396	-0,82585	-1,38509
$k_{IIk} k_{IIi} \int \bar{m}_{II}^2 ds$	7,80372	-12,03290	18,55405
$\Sigma = A_{ki}$	8,55281	-6,68086	5,26836
K_I	-1,1389316		
K_{II}	-0,5094421		
$\int M_o m_k ds$	5,46731	-5,58917	
$K_I \int \bar{m}_{II} m_k ds$	-4,24450	4,33918	
$K_{II} \int \bar{m}_{II} m_k ds$	-1,66212	1,72251	
$k_{Ik} (K_I \int \bar{m}_I^2 ds + \int M_o \bar{m}_I ds)$	-1,32552	-1,63496	
$k_{IIk} (K_{II} \int \bar{m}_{II}^2 ds + \int M_o \bar{m}_{II} ds)$	-11,63103	17,93440	
$(K_I k_{IIk} + K_{II} k_{Ik}) \int \bar{m}_I \bar{m}_{II} ds$	15,21984	-18,22671	
$\Sigma = B_k$	1,82398	-1,45475	

$$\frac{R^5}{10^4} \frac{6L}{\delta^3} (1,82398 + 8,55281 a_1 - 6,68086 a_2) +$$

$$+ 0,2(6) \frac{L^5}{64\delta} (0,47213 + 1,31625 a_1 - 0,81141 a_2) = 0;$$

$$\frac{R^5}{10^4} \frac{6L}{\delta^3} (-1,45475 - 6,68086 a_1 + 5,26836 a_2) + 0,2(6) \frac{L^5}{64\delta} \times$$

$$\times (-0,47649 - 0,81141 a_1 + 4,34251 a_2) = 0, (B)$$

откуда

$$a_1 = -0,15835; a_2 = 0,07597$$

и используя (A)

$$a_1 = -1,12415; a_{II} = a_o = -0,31050.$$

Таблица II.

D_{ki} и C_k

k	1		2
	1	2	2
k_{Ii}	-0,228702	-0,282092	-0,282092
k_{IIi}	-0,722129	1,113483	1,113483
$\int \left[\frac{\partial}{\partial s} \zeta_k \right]^2 ds$	0,757266	—	3,029064
$k_{Ik} k_{Ii} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\bar{\zeta}_I) \right]^2 ds$	0,018197	0,022445	0,027684
$k_{IIk} k_{IIi} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\bar{\zeta}_{II}) \right]^2 ds$	0,540783	-0,833857	1,285761
$\Sigma = D_{ki}$	1,316246	-0,811412	4,342509
K_I		-1,1389316	
K_{II}		-0,5094421	
$k_{Ik} K_I \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\bar{\zeta}_I) \right]^2 ds$	0,090619		0,111774
$k_{IIk} K_{II} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\bar{\zeta}_{II}) \right]^2 ds$	0,381508		-0,588263
$\Sigma = C$	0,472127		-0,476489

где

$$\int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_1) \right]^2 ds = 0,757266; \quad \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_2) \right]^2 ds = 3,029064,$$

$$\int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\bar{\xi}_I) \right]^2 ds = \frac{1}{s_0} + \frac{0,07}{0,20} \frac{1}{b_0} = 0,347898,$$

$$\int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\bar{\xi}_{II}) \right]^2 ds = \frac{0,07}{20} \cdot \frac{5,3}{b_0} = 1,037035.$$

Путем суммирования (применяя таблицы 1, 2, 5, 7, 9, 16) найденные усилия M и $\max \sigma = \max T | \delta$ представлены на рис. 4 линией 1. Там же показаны результаты (линия 2), если взять три независимых параметра ($a_1; a_2; a_3$). Очевидно, ограничиваясь двумя независимыми параметрами, уже получаем достаточно точные результаты.

Если мы в системе уравнений (B) сохраняем только члены, выражающие влияние продольных сил ($\delta \rightarrow \infty$, т. е. начальная задача), получаем усилия, как они показаны на рис. 4 пунктиром (линия 3).

Наоборот, если в системе (B) сохранять только члены, выражающие влияние поперечных моментов (т. е. $\delta \rightarrow 0$ — безмоментное состояние), получаем усилия, как они показаны на рис. 4 линией 5. Из эпюры моментов видим, что двумя независимыми параметрами возможно достаточно точно описать безмоментное состояние напряжений.

Очевидно, оба иногда рекомендованные в литературе приема расчета в данном, довольно обыкновенном случае, не оправданы. Так, в первом случае (не деформируемый контур поперечного сечения) получаются громадные поперечные моменты, а во втором случае (при беспрепятственно деформируемом контуре поперечного сечения) получается очень неприятное распределение продольных напряжений, притом результирующая растягивающая сила в среднем сечении оболочки увеличивается примерно на 70% в сравнении с результатами правильного решения.

б) В качестве следующего примера рассматриваем железобетонное покрытие стадиона.

Однопролетная оболочка со сложным поперечным сечением, работающая между диафрагмами-консолями, представлена на рис. 5. Там же показаны геометрические величины и параметры нагрузки.

Определяем непосредственно эпюру ζ в форме:

$$\text{В части } B-A: \quad \zeta = a_{II} \frac{b}{b_o} + a_5 \frac{4b(b_o - b)}{b_o^2},$$

$$\text{в части } A-C: \quad \zeta = a_{II} + a_I \frac{\varphi}{\varphi_o} + \sum_1^4 a_i \sin \frac{i\pi\varphi}{\varphi_o},$$

$$\text{в части } C-D: \quad \zeta = (a_I + a_{II}) \frac{c_o - c}{c_o} + a_o \frac{4c(c_o - c)}{c_o^2}.$$

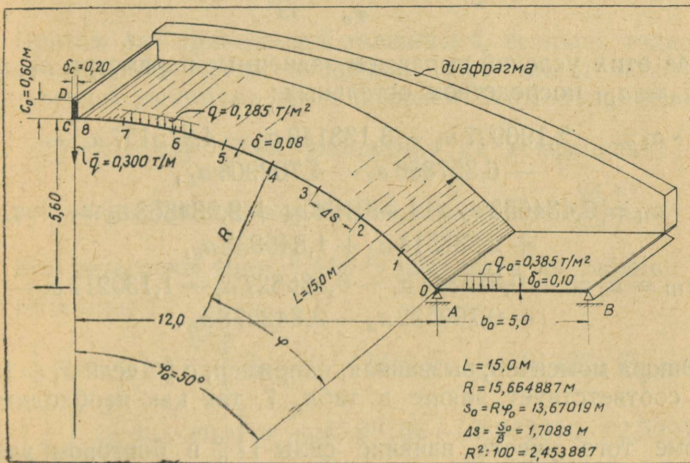


Рис. 5.

Всего имеем 8 параметров.

Распределение продольных напряжений в гранях $A-B$ и $C-D$ в соответствии с выбранной ζ эпюрой является линейным.

Три параметра возможно исключить посредством следующих дополнительных условий:

а) сходимости продольных напряжений в точке A :

$$\frac{1}{\delta_o} \left(\frac{a_{II}}{b_o} - a_5 \frac{4}{b_o} \right) = \frac{1}{\delta} \left(\frac{a_I}{R\varphi_o} + \sum_1^4 \frac{i\pi}{R\varphi_o} a_i \right),$$

β) сходимость продольных напряжений в точке С:

$$\frac{1}{\delta R \varphi_0} [a_1 + \sum_1^4 (-1)^i \pi a_i] = \frac{1}{\delta_0 c_0} [4a_0 - (a_1 + a_{II})],$$

γ) равновесие в горизонтальном направлении:

$$a_1 \frac{R}{\varphi_0} \left(1 - \cos \varphi_0\right) + a_{II} \left(R \sin \varphi_0 + \frac{b_0}{2}\right) + a_5 \frac{2}{3} b_0 + \\ + R \sum_1^4 a_i \frac{(-1)^{i+1} + \cos \varphi_0}{\frac{i\pi}{\varphi_0} - \frac{\varphi_0}{i\pi}} = 0.$$

Из этих условий выражаем зависимые параметры a_1 ; a_{II} и $a_0 \equiv a_{III}$ посредством остальных:

$$a_1 = -2,190907 a_1 - 3,133149 a_2 - 4,975157 a_3 - \\ - 6,357886 a_4 - 4,702908 a_5,$$

$$a_{II} = 0,434653 a_1 + 1,440194 a_2 + 2,034363 a_3 + \quad (A) \\ + 2,838514 a_4 + 1,849835 a_5,$$

$$a_{III} \equiv a_0 = -0,585344 a_1 - 0,336827 a_2 - 1,130217 a_3 - \\ - 0,709532 a_4 - 0,842278 a_5.$$

Эпюра моментов, вызванная, например, с ξ_1 (если $a_1 = 1$), не соответствует эпюре в табл. 7, так как необходимо кроме того учесть влияние силы $1 \cdot \frac{c_0}{2}$ в бортовом элементе $C-D$.

Таким образом, моментами, целиком выражающими влияние ξ_1 , являются:

$$\bar{m}_I = m_I - 1 \cdot \frac{c_0}{2} \cos \varphi_0 \cdot m_a + 1 \cdot \frac{c_0}{2} \sin \varphi_0 \cdot m_b = \\ = m_I - R \cdot 0,012310 m_a + R \cdot 0,014671 m_b.$$

Аналогично

$$\bar{m}_{II} = m_{II} - R \cdot 0,012310 m_a + 0,014671 m_b.$$

$$\bar{m}_{III} = -\frac{2}{3} c_0 \cos \varphi_0 m_a + \frac{2}{3} c_0 \sin \varphi_0 \cdot m_b = \\ = -R \cdot 0,016413 m_a + R \cdot 0,019561 m_b.$$

Начальный момент в элементарной поперечной полоске
 $M_o = \bar{q} (\cos \varphi_o m_a - \sin \varphi_o m_b) + \bar{M}_o \cos \varphi_o + \bar{\bar{M}}_o \sin \varphi_o$.

В приведенных выражениях встречающиеся величины m_1 ; m_{11} ; m_a ; m_b ; \bar{M}_o ; $\bar{\bar{M}}_o$ получаются непосредственно из таблиц.

Дальше составляем 5 условий минимума потенциальной энергии внутренних сил в форме:

$$\frac{6L}{\delta_r^3} \int M \frac{\partial M}{\partial a_i} ds + 0,2(6) \frac{L^5}{64\delta_r} \int \frac{\partial}{\partial s} (\zeta) \times \frac{\partial}{\partial a_i} \left[\frac{\partial}{\partial s} (\zeta) \right] ds = 0.$$

Притом для приведенной толщины δ_r выбрана толщина криволинейной части оболочки. Все члены моментов в условиях минимума потенциальной энергии приводятся на эту толщину путем умножения на коэффициент $\left(\frac{\delta_r}{\delta}\right)^3$ и все члены продольных сил на коэффициент $\left(\frac{\delta_r}{\delta}\right)$.

Все интегралы типа $\int M m ds$ находятся из таблиц.

Например:

$$\begin{aligned} \int \bar{m}_1 m_1 ds &= \frac{R^5}{10^4} \left[\Psi_{11} - 0,012310 \Psi_{1a} + 0,014671 \Psi_{1b} + \right. \\ &+ \left. \left(\frac{\delta_r}{\delta_o}\right)^3 \frac{b_o}{3R} \bar{m}_{1A} \cdot m_{1A} \right] = \frac{R^5}{10^4} (5,98166 - 0,012310 \cdot 72,5291 - \\ &- 0,014671 \cdot 39,8854 + 0,054474 \cdot 6,4952 \cdot 6,1076) = \\ &= \frac{R^5}{10^4} \cdot 6,66448, \end{aligned}$$

где последний член выражает энергию изгиба, накопленную в плите B, A .

Применяя таблицы 17, 18, 19, находим коэффициенты A_{ik} , B_k , C_k и D_{ki} и, таким образом, получаем условия минимума потенциальной энергии внутренних сил.

$$\begin{aligned} 1,62255 a_1 + 5,87461 a_2 + 4,15585 a_3 + 8,27418 a_4 + \\ + 5,99840 a_5 = 5,04460, \\ 5,87461 a_1 + 25,00068 a_2 + 15,36444 a_3 + 34,52126 a_4 + \\ + 24,22655 a_5 = 24,72910, \end{aligned}$$

$$4,15585 a_1 + 15,36444 a_2 + 10,78427 a_3 + 21,60787 a_4 + 15,63972 a_5 = 13,34350,$$

$$8,27418 a_1 + 34,52126 a_2 + 21,60787 a_3 + 47,81024 a_4 + 33,67819 a_5 = 33,6135,$$

$$5,99840 a_1 + 24,22655 a_2 + 15,63972 a_3 + 33,67819 a_4 + 23,90432 a_5 = 22,9248,$$

откуда $a_1 = -0,6757$; $a_2 = 1,5236$; $a_3 = -0,9719$
 $a_4 = 0,5209$; $a_5 = -0,5135$.

Из (A) $a_I = 0,6454$; $a_{II} = 0,4520$; $a_{III} = 1,0437$.

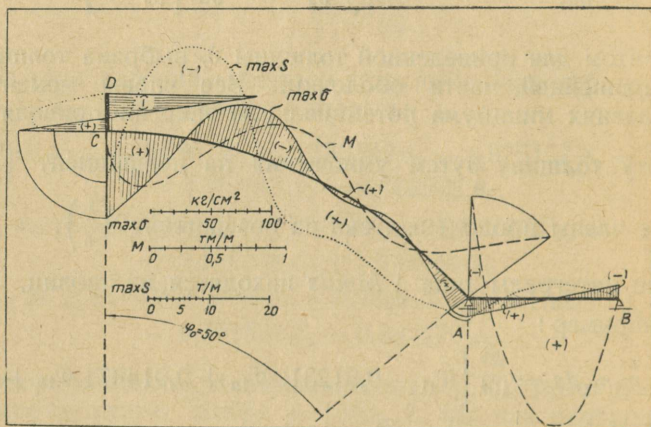


Рис. 6.

Существенные усилия, поперечные моменты M , максимальные сдвигающие силы у диафрагм и максимальные продольные напряжения ($\max \sigma = \max T|\delta$) найдены из таблиц и показаны на рис. 6. Отметим, что вертикальная реакция в точке A уменьшилась с 10,1 т/м до 1,21 т/м. Таким образом, почти вся нагрузка будет передана на диафрагму.

4. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ НА ПРОДОЛЬНЫХ КРАЯХ

Во многих задачах продольные края оболочек снабжены связями, ограничивающими их краевые перемещения.

При нагрузке симметричной относительно гребня оболочки, элементарную поперечную полоску можно рассматривать

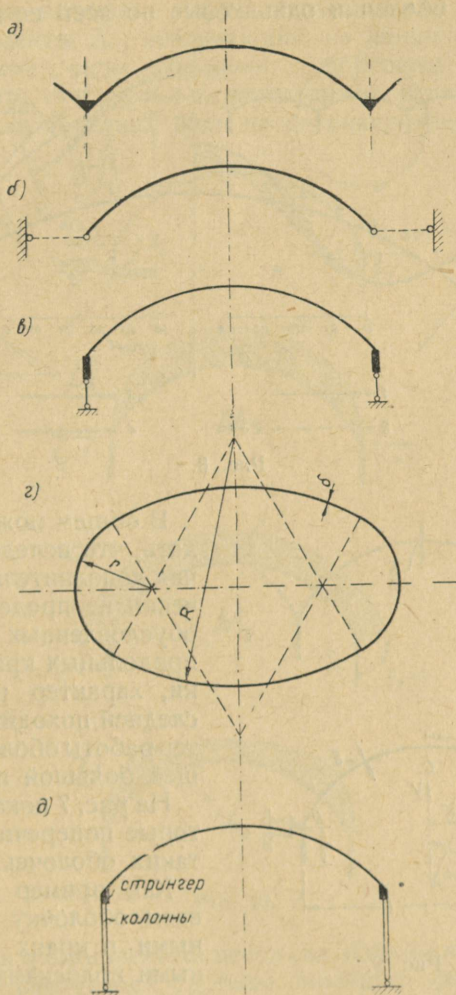


Рис. 7.

как заделанную в гребне двухстороннюю консоль, причем в указанных связях возникают статически неопределенные внутренние силы. Последние сильно искажают картину

распределения внутренних сил в оболочке. В дальнейшем предполагается, что граничные условия на продольных краях оболочки одинаковые по всей ее длине.

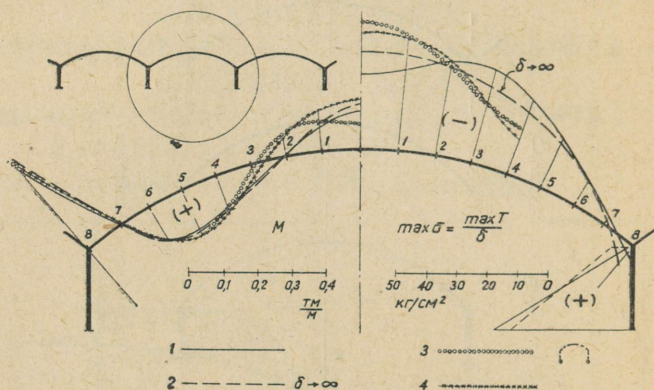


Рис. 8.

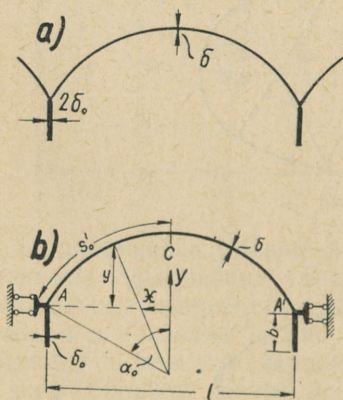


Рис. 9.

В общем можно утверждать, что вследствие наличия дополнительных статически неопределимых сил, обусловленных связями на продольных краях оболочки, характер работы последней походит на характер работы оболочки, имеющей большой пролет.

На рис. 7 показаны некоторые поперечные сечения таких оболочек.

Как пример рассматриваем оболочку с заделанными в краях элементарными полосками (рис. 7, а). Задача является важной,

так как это соответствует работе внутренних волн многоволновых оболочек (рис. 8). Бортовые элементы не перемещаются в горизонтальном направлении и не поворачиваются. На рис. 9, в показана статическая схема элементарной полоски. Если рассматривать случай

с симметричной нагрузкой, то поперечные полосы оказываются дважды статически неопределимыми. Лишними неизвестными являются горизонтальные силы $H = X_1$ и опорные моменты X_2 , возникающие на линии соединения криволинейной части оболочки с бортовым элементом (рис. 10). Эти статически неопределимые величины выражают влияние соседних волн на рассматриваемую волну.

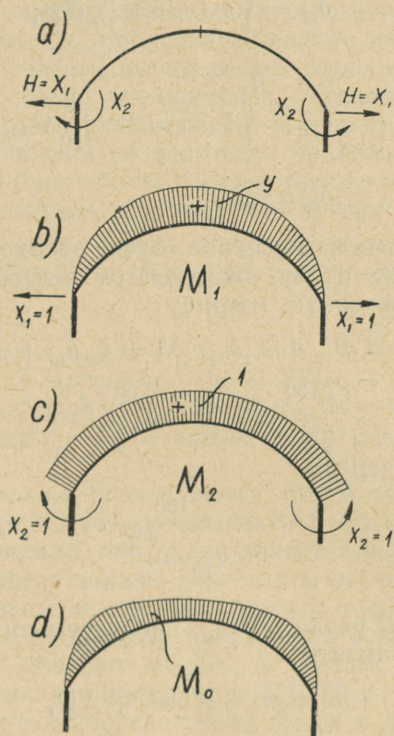


Рис. 10.

Применяя обыкновенный метод сил, найдем лишние неизвестные из следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \delta_{10} &= 0, \\ X_1 \delta_{12} + X_2 \delta_{22} + \delta_{20} &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где, например, δ_{ik} перемещение в основной системе в направлении лишнего неизвестного „ i “, вследствие нагрузки $X_k = 1$.

При вычислении элементов перемещений δ_{ik} пренебрегаем влиянием в элементарных полосках существующих продольных сил T_2 и учитываем только воздействие поперечных изгибающих моментов M .

Из статики сооружений следует (срав. таблицы 8, 12, 15):

$$\delta_{11} = \int_0^{\varphi_0} m_b \cdot ds = \frac{R^3}{10^4} \Psi_{bb},$$

$$\delta_{12} = \int_0^{\varphi_0} 1_A \cdot m_b ds = \frac{R^2}{100} \Psi_{Ab},$$

$$\delta_{22} = s_0.$$

Так как в рассматриваемом случае необходимо повторно применять эту схему, оказывается целесообразным составить сопряженную матрицу:

$$X_1 = \beta_{11} \delta_{10} + \beta_{12} \delta_{20}; \quad X_2 = \beta_{21} \delta_{10} + \beta_{22} \delta_{20},$$

$$\text{где } \beta_{11} = -A \frac{100}{R^3}; \quad \beta_{12} = A \frac{\Psi_{Ab}}{R s_0}; \quad \beta_{22} = -A \frac{\Psi_{bb}}{100 s_0}, \quad (17)$$

где в свою очередь

$$A = \frac{100}{\Psi_{bb} - \frac{\Psi_{Ab}^2}{\varphi_0}}.$$

Для члена „ i “ ряда ζ (срав. 1') получаем соответствующие поперечные моменты:

$$\overline{m}_i = m_i + X_1^{(i)} m_b + X_2^{(i)}, \quad (18)$$

где m_i — соответствующая величина в статически определимой схеме и берущаяся непосредственно из таблиц.

Таким образом, мы будем аппроксимировать ζ , T , M с совокупностью функций $a_{1\zeta I}$, $a_{1\zeta II}$, $\Sigma a_i \zeta_i$ и соответствующими им $a_1 T_1$, $\Sigma a_i T_i$; и $a_1 m_1$, $\Sigma a_i m_i$; $a_{II} m_{II}$. Отмечаем, что изложенная статически неопределимая задача относительно поперечных моментов \overline{m}_i , \overline{m}_1 , \overline{M}_0 и т. д. не изменяет величины ζ и T , т. е. они выбираются в соответствии

со статически определимой задачей. Очевидно, такой путь решения оправдан, так как все уравнения равновесия для аппроксимируемых функций (например ξ_i) удовлетворены каждая в отдельности и по принципу *Кастильяно-Ритца* получается правильное решение как соответствующая линейная комбинация этих функций.

Дальше расчет проводится согласно вышешоказанному: При условии минимума потенциальной энергии внутренних сил (15) члены продольных сил не изменяются, но, как правило, члены, выражающие влияние поперечных моментов M , сильно уменьшаются. Отсюда вытекает, в соответствии с вышеизложенным, что распределение продольных напряжений по вертикали приблизится к линейному, т. е. они будут более соответствующими результатам решения по методам сопротивления материалов.

Интегралы типа $\int \bar{M} \bar{m} ds$, встречающиеся в членах моментов, возможно вычислить путем комбинирования данных таблиц.

Например:

$$\begin{aligned} \int \bar{m}_1 \bar{m}_2 ds &= \int \bar{m}_1 m_2 ds = \int (m_1 + X_1^{(1)} m_b + X_2^{(1)} m_2) ds = \\ &= \int m_1 m_2 ds + X_1^{(1)} \int m_b m_2 ds + X_2^{(1)} \int 1_A \cdot m_2 ds, \end{aligned} \quad (19)$$

где все интегралы определяются путем таблиц 12 и 15.

В настоящей задаче, указанная в рубрике 3,а, решена при предположении, что волна является *внутренней*.

На рис. 8 представлены результаты расчета с линией 1. Там же показаны эпюры M и $\max \sigma = \max T|\delta$, если предположить, что продольные напряжения σ распределяются по вертикали линейно линией 2. Видим, что в данном случае рекомендация инструкции ЦНИПСа [11] оправдана. Но если нагрузки сосредоточены более в районах бортовых элементов или в районе гребня оболочки, то возможны довольно крупные расхождения между линиями 1 и 2.

Но даже при предположении линейного распределения продольных напряжений в вертикальном направлении применение приложенных таблиц является весьма целесообразным. Так как в этом случае при условиях минимума потенциальной энергии внутренних сил члены моментов отпадают, то коэффициенты системы уравнений для нахождения независимых параметров (например a_1 и a_2) вычис-

ляются непосредственно при помощи таблицы 19. Продольные силы T и сдвигающие силы S определяются суммированием. Однако при вычислении поперечных моментов необходимо решить вышеизложенную простую статически неопределимую задачу.

При оболочках с опертыми бортовыми элементами (рис. 7,в) представленный путь решения неприменим, так как вертикальное расстояние между бортовыми элементами и гребнем оболочки изменяется. Таким образом, усилие p_o (т/м) в вертикальных опорных стержнях, расположенных под бортовыми элементами, является по

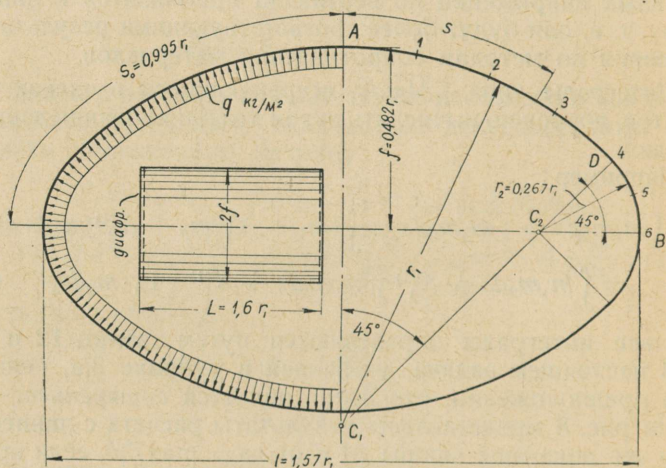


Рис. 11.

существу дополнительным параметром. Решение проводится аналогично примеру 3,а, но так как бортовой элемент не искривляется, то $a_o = 0$ (ср. [8]). Таким образом, независимыми параметрами являются a_1 и a_2 , а зависимыми a_1 и p_o . Видим, что число параметров не изменяется и задача не усложняется. Нами решен числовой пример (в 3,а) и результаты показаны на рис. 4 с линией б. Видим, что обыкновенное представление о роли продольных опор под бортовыми элементами, по которому, якобы, опоры сильно облегчают работу оболочек, в общем не оправдано.

В заключение отмечаем, что вышеприведенным путем возможно определение усилий также в оболочках, имеющих замкнутый контур поперечного сечения (рис. 7, г). В качестве примера нами решена задача Новожилова [2] (рис. 11): замкнутая оболочка, поперечное сечение которой образовано из четырех плавно сопряженных дуг окружностей, нагруженная равномерным нормальным давлением. Элементарная полоска (вследствие симметрии) статически неопределима. Несмотря на то, что рассмотренная оболочка является в обыкновенном смысле „короткой“, наш „полубезмоментный“ метод дает после несложных выкладок довольно точные результаты (рис. 12).

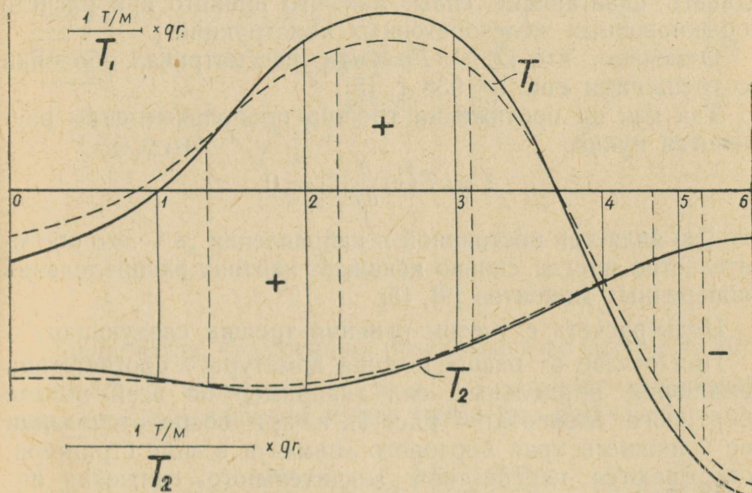


Рис. 12.

5. ОБОЛОЧКИ С ТРЕЩИНАМИ В РАСТЯНУТОЙ ЗОНЕ

Нами рассмотрен расчет цилиндрических железобетонных оболочек с трещинами в растянутой зоне в [9], где были выдвинуты следующие основные предпосылки, дающие возможность довести расчет до численных результатов:

- картина трещин не меняется вдоль оболочки,
- на протяжении трещин оболочка не работает на восприятие продольных сил даже между трещинами

(т. е. предполагается, что в продольном направлении модуль упругости материала E равен нулю),

в) трещины имеются уже до загрузки и протяжение их задается наперед.

Таким образом, задача является линейной до дальнейшего развития трещины, т. е. до момента, когда продольные напряжения достигнут у концов трещин величины прочности бетона на растяжение.

Отмечаем, что хотя задача в дальнейшем и является нелинейной, но очевидно, что дальнейшее увеличение нагрузки влечет за собой развитие уже имеющихся трещин.

Далее предполагаем, что по трещинам возможно передавать сдвигающие силы, как это принято при расчете обыкновенных железобетонных конструкций.

Отмечаем, что *Л. С. Гильман* рассматривал оболочки с трещинами еще в 1938 г. [5].

Так как на протяжении трещин продольные силы равняются нулю:

$$T = T(x) \frac{\partial}{\partial s} (\xi) = 0,$$

то $\xi(s)$ является постоянной в направлении „ s “. Это обстоятельство иногда сильно искажает картину распределения поперечных моментов [9], [5].

Цель расчета с учетом влияния трещин следующая:

При отказе от распределения арматуры в соответствии с эпюрой продольных сил (например по всей высоте бортового элемента — рис. 4) и при сосредоточивании ее у нижнего края бортового элемента в виде стрингера, открываются перспективы значительного снижения потребности в продольной арматуре, так как внутреннее плечо всего поперечного сечения оболочки увеличивается.

В качестве примера рассматриваем внутреннюю волну многоволновой оболочки (рис. 8). Вначале предполагаем, что трещины развиваются по всей высоте бортового элемента. Арматура — стрингер назначен мощностью в $F_a = 35 \text{ см}^2$ у нижних краев обоих бортовых элементов. Расчет показывает, что трещины развиваются дальше и затухают примерно в четвертях криволинейной части оболочки.

Так как в настоящем оправдано предположение линейного распределения продольных напряжений по вертикали, то открывается нижеизложенный простой путь для рас-

чета внутренних волн многоволновых оболочек с применением приложенных таблиц. Познакомимся с ходом расчета на конкретном примере (рис. 13 — данные срав. с примером 3,а, рис. 4).

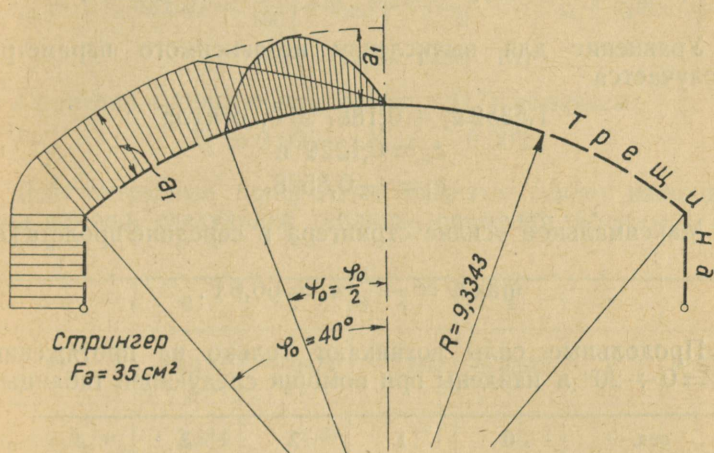


Рис. 13.

Предполагая, что трещина развивалась до $\psi_0 = \frac{\varphi_0}{2} = 20^\circ$, назовем 2 параметра a_1 и a_1 , из которых зависимый параметр a_1 исключаем путем уравнения равновесия:

$$s_0 q + q_0 + R a_1 \frac{\sin \psi_0}{\pi} \frac{\psi_0}{\pi} + R a_1 \left[\frac{b_0}{R} + \left(\frac{\sin \psi_0}{\psi_0} - \cos \varphi_0 \right) \right] = 0,$$

откуда $a_1 = -0,0946 a_1 - 0,8644$.

Так как в данном случае при уравнении минимума потенциальной энергии необходимо учесть только члены продольных сил, то из таблицы 19 получаем:

$$D_{11} = \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\zeta_1) \right]^2 ds + k_{11} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\zeta_1) \right]^2 ds = 1,5352,$$

$$C_1 = K_1 k_{11} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\zeta_1) \right]^2 ds = 0,1887,$$

где $\int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_1) \right]^2 ds = \frac{\pi^2}{2R\psi_0} = 1,5145,$

$$\int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\xi_1) \right]^2 ds = \frac{1}{R\psi_0} + \frac{E\delta}{E_a F_a} = 0,3069 + \frac{1}{10} \cdot \frac{0,07}{0,0035} = 2,3069.$$

Уравнение для вычисления независимого параметра получается

$$1,5352 a_1 + 0,1887 = 0, \text{ откуда}$$

$$a_1 = 0,1229 \text{ и}$$

$$a_1 = -0,8528.$$

Максимальное усилие стрингера в середине пролета [7]

$$\max N = -\frac{L^2}{8} a_1 = 66,6 \text{ т.}$$

Продольные силы возникают только на протяжении $\varphi = 0 \div 20^\circ$ и найдены при помощи следующей таблицы:

сеч.	0	1	2	3	4
$a_1 \frac{\partial \xi_1}{\partial s}$	-0,262	-0,262	-0,262	-0,262	-0,262
$a_1 \frac{\partial \zeta_1}{\partial s}$	-0,119	-0,084	0	0,084	0,119
$\Sigma =$	-0,381	-0,346	-0,262	-0,178	-0,143
$\max T = \frac{L^2}{8} \Sigma$	-29,8	-27,0	-20,4	-13,9	-11,1

Видим, что трещины дальше в направлении гребня облочки не развиваются.

При вычислении моментов возможно предположить, что ξ имеют по всей длине криволинейной части облочки постоянное значение a_1 (пунктир на рис. 13), т. е. им соответствующие поперечные моменты определяются по таблице 6 (для m_{II}).

Таким образом, моменты в статически определимой основной схеме будут:

$$M_o = \bar{M}_o + (q_o + a_1 b_o) m_b + a_1 m_{II}.$$

$$\delta_{10} = \int M_o m_b ds = \frac{R^4}{10^4} \left[q \bar{\Psi}_{ob} + \frac{(q_o + a_1 b_o)}{R} \Psi_{ab} + a_1 \Psi_{IIb} \right] =$$

$$= 2,518, \text{ (срав. табл. 12, 13)}$$

$$\delta_{20} = \int 1_A \cdot M_o ds = \frac{R^3}{100} \left[q \bar{\Psi}_{Ao} + \frac{(q_o + a_1 b_o)}{R} \Psi_{Aa} + a_1 \Psi_{AII} \right] =$$

$$= 1,783. \text{ (срав. табл. 15)}$$

Применяя сопряженную матрицу (17) получаем

$$X_1 = 0,020; \quad X_2 = -0,303.$$

Действительные поперечные моменты (тм/м) находим при помощи следующей таблицы, применяя таблицы 9, 7, 6 и 8.

сеч.	0	2	4	6	8	
\bar{M}_o	-8,188	-4,474	-1,899	-0,445	0	$\times \frac{R^2}{100}$
$(q_o + a_1 b_o) m_a$	3,684	2,689	1,724	0,818	0	„
$a_1 m_{II}$	4,720	2,013	0,601	0,075	0	„
X_2	-0,347	-0,347	-0,347	-0,347	-0,347	„
$X_1 m_b$	0,050	0,047	0,037	0,021	0	„
$\Sigma = M$	-0,081	-0,072	0,116	0,122	-0,347	$\times \frac{R^2}{100}$

Результаты расчета показаны на рис. 8 линией 3. Там же показаны поперечные моменты и максимальные продольные напряжения $\max \sigma = \max T/\delta$ линией 4, если применить два независимых параметра a_1 и a_2 и отказаться от вышеизложенного упрощения при вычислении поперечных моментов, т. е. поперечные моменты рассчитываются по действительной ζ — эпюре. Очевидно, предложенный простой путь расчета имеет достаточную точность.

Сравнивая эти результаты с вышеизложенными, где предполагается распределение арматуры по всей высоте

бортового элемента в соответствии с расчетом по упругой стадии (рис. 8), видим, что:

а) величины и распределение поперечных моментов существенно не различаются;

б) результирующая растягивающая сила всего поперечного сечения, а тем самым, и потребность арматуры при расчете по упругой стадии на

$$100 \frac{(172 - 2.66,6)}{2.66,6} \cong 30\%$$

больше, чем при расчете с учетом влияния трещин.

Отмечаем, что при оболочках, не имеющих на продольных краях геометрических связей (одиночно стоящие оболочки и крайние волны многоволновой оболочки) вопрос более сложен. Некоторый опыт автора по расчету таких оболочек с бортовыми элементами дает возможность сделать следующие предварительные выводы:

а) если в оболочке возникают только отрицательные поперечные моменты (нагрузка главным образом сосредоточена над сравнительно слабыми бортовыми элементами), то трещины развиваются по всей высоте бортового элемента, но, как правило, в криволинейную часть оболочки они мало проникают, т. е. они скоро затухают. По расчету, с учетом влияния трещин уменьшается результирующая растягивающая сила всего поперечного сечения на 10—15%, а величины поперечных моментов мало изменяются. Таким образом, имеем возможность получить некоторую экономию металла.

б) Если в оболочке возникают только положительные поперечные моменты (нагрузка сосредоточена более в районе гребня), то трещины затухают в непосредственной близости гребня (если они совсем затухают), но при этом величина поперечных моментов сильно увеличивается. Очевидно, в таком случае расчет с учетом влияния трещин неприменим и продольную арматуру следует распределить по эпюре продольных сил, полученных расчетом по упругой стадии.

в) Если в оболочке возникают поперечные моменты двух знаков (обыкновенное распределение нагрузки и сравнительно мощные бортовые элементы), то, как правило, трещины затухают где-то в районах четвертей криволинейной части оболочки. Имеет место некоторое умень-

шение результирующей силы поперечного сечения, но зато увеличиваются поперечные моменты. Таким образом, расчет с учетом влияния трещин дает мало эффекта в отношении экономии арматуры.

В итоге предварительно рекомендуем армировать в продольном направлении оболочки, не имеющие геометрических связей на продольных краях, в соответствии с эпюрой продольных сил, полученных расчетом по упругой стадии.

6. О РАСЧЕТЕ ДИАФРАГМ ОБЛОЧЕК.

Рассмотрим диафрагмы-рамы с криволинейными ригелями, очерченными также по окружности.

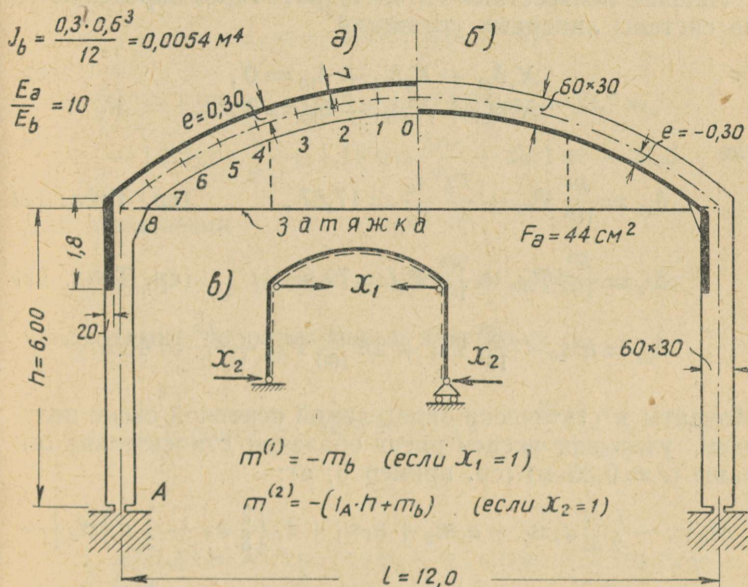


Рис. 14.

На рис. 14 представлены некоторые типы таких диафрагм.

С точки зрения производства работ удобен вариант с опущенной оболочкой 14 б), так как в этом случае более удобно применять катучную опалубку, но чаще

из архитектурных соображений выбирается тип с оболочкой поверху.

Если габарит допускает, то рама снабжается затяжкой.

Так как оболочки (как длинные, так и короткие) передают свою нагрузку диафрагмам посредством сдвигающих сил, то расчет таких диафрагм отличается от обыкновенного расчета рам и требует особого подсобного материала. Задача усложняется еще тем, что сдвигающие силы, передаваемые оболочкой, в общем, не приложены по оси ригеля.

На следующем примере показываем ход расчета диафрагмы оболочки по примеру 3, а (рис. 4) с применением таблиц, если оболочка расположена поверху и диафрагма снабжена затяжкой (рис. 14, а).

Лишние неизвестные X_1 и X_2 (рис. 14, в) определяются из системы линейных уравнений

$$\begin{aligned} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \delta_{10} &= 0, \\ X_1 \delta_{12} + X_2 \delta_{22} + \delta_{20} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\delta_{11} = \frac{R^3}{10^4} \Psi_{bb} + \frac{E_b}{E_a} \frac{I_b}{F_b} = 17,87, \quad (\text{ср. Табл. 12})$$

$$\delta_{12} = \frac{R^2}{100} \Psi_{Ab} + \frac{R^3}{10^4} \Psi_{bb} = 72,8, \quad (\text{ср. Табл. 15})$$

$$\delta_{22} = h^2 s_o + \frac{R^3}{10^4} \Psi_{bb} + 2h \frac{R^2}{100} \Psi_{Ab} + \frac{h^3}{3} = 435.$$

Моменты в статически определимой основной схеме получаем, учитывая эксцентритет оболочки относительно оси рамы ($e = 0,30$ м) (ср. пример 3, а):

$$\begin{aligned} M_o &= -\frac{L}{2} \left\{ [a_1 m_1 + a_2 m_2 + a_1 m_1 + b_o \left(\frac{2}{3} a_o + \frac{1}{2} a_1 \right) m_a] - \right. \\ &\quad - Re \frac{\varphi_o}{\pi} \left(1 + \cos \frac{\pi \varphi}{\varphi_o} \right) a_1 + Re \frac{2\varphi_o}{\pi} \left(1 - \cos \frac{2\pi \varphi}{\varphi_o} \right) - \\ &\quad \left. - Re \left(\frac{\varphi_o}{2} - \frac{\varphi^2}{2\varphi_o} \right) a_1 - eb_o \left(\frac{2}{3} a_o + a_1 \right) \right\} - A \cdot m_a \end{aligned}$$

или

$$M_o = -\frac{L}{2} (a_1 m_1 + a_2 m_2 + a_1 m_1) - (A + \bar{A}) m_a +$$

$$+ \frac{L}{2} e^{\frac{s_o}{\pi}} \cos \frac{\pi \varphi}{\varphi_o} a_1 + L \cdot e^{\frac{s_o}{\pi}} \cos \frac{2\pi \varphi}{\varphi_o} a_2 - \frac{L}{4} \frac{R^2}{s_o} e^{\varphi^2} a_1 + \bar{M},$$

где вес одной четверти оболочки

$$A = \frac{L}{2} (q s_o + q_o) = 41,0 \text{ т.}$$

Дальше

$$\bar{A} = \frac{L b_o}{2} \left(\frac{2}{3} a_o + \frac{1}{2} a_1 \right) = -17,3 \text{ т.}$$

$$\bar{M} = \frac{L}{2} e s_o \left(\frac{a_1}{\pi} - \frac{2a_2}{\pi} + \frac{a_1}{2} + \frac{2\bar{A}}{L s_o} \right) = -21,3 \text{ тм.}$$

Если

$$a_1 = 0,158; a_2 = 0,076; a_1 = -1,124;$$

$$a_o = -0,310, \text{ (ср. 3, а),}$$

то

$$M_o = 1,98 m_1 - 0,95 m_2 + 14,05 m_1 - 23,7 m_a - \\ - 1,23 \cos \frac{\pi \varphi}{\varphi_o} + 1,18 \cos \frac{2\pi \varphi}{\varphi_o} + 28,1 \varphi^2 - 21,3.$$

Для вычисления

$$\delta_{10} = - \int M_o m_b ds \text{ и } \delta_{20} = \int M_o (1_A h + m_b) ds$$

необходимые дополнительные интегралы

$$\int_0^{\varphi_o} \cos \frac{i\pi \varphi}{\varphi_o} \cdot m_b ds = (-1)^{i+1} \frac{R^2 \sin \varphi_o}{\left(\frac{i\pi}{\varphi_o} \right)^2 - 1},$$

$$\int_0^{\varphi_o} \varphi^2 m_b ds = R^2 (2\varphi_o \cos \varphi_o + \varphi_o^2 \sin \varphi_o - 2 \sin \varphi_o - \\ - \frac{\varphi_o^3}{3} \cos \varphi_o),$$

$$\int_0^{\varphi_o} 1_A \cdot \varphi^2 ds = R \frac{\varphi_o^3}{3}; \quad \int_0^{\varphi_o} 1_A \cdot \cos \frac{i\pi \varphi}{\varphi_o} ds = 0.$$

Таким образом,

$$\delta_{10} = \int M_o m_b ds = 1,98 \cdot 10,79 \frac{R^4}{10^4} + 0,95 \cdot 11,436 \frac{R^4}{10^4} +$$

$$+ 14,05 \cdot 16,852 \frac{R^4}{10^4} - 23,7 \cdot 420,46 \frac{R^4}{10^4} + 1,23 \frac{R^2 \sin \varphi_o}{19,25} +$$

$$+ 1,18 \frac{R^2 \sin \varphi_o}{80} - 28,1 R^2 \cdot 0,01043 + 21,3 \frac{R^2}{100} 10,80 = -427$$

(ср. Табл. 12, 13, 15).

Аналогично

$$\delta_{20} = -1832$$

После определения $X_1 = +20,9$ т и $X_2 = 0,70$ т изгибающие моменты находим путем суммирования:

$$M = M_o - (X_1 + X_2) m_b - X_2 \cdot h$$

и продольные силы в ригеле — графическим способом. Результаты расчета показаны на рис. 15 линией 1.

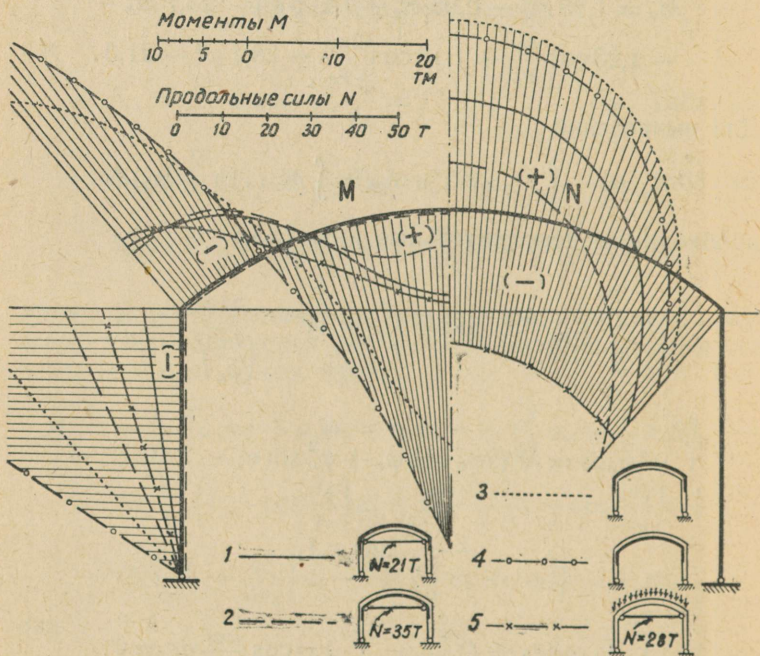


Рис. 15.

Там же показаны эпюры моментов M и продольных сил N при некоторых вариантах диафрагм. В случае диафрагмы с затяжкой с опущенной оболочкой (линия 2) моменты существенно изменяются лишь в колоннах, но усилие в затяжке увеличивается на 66%, а общий „объем“ растягивающей силы — на 20%. Очевидно, конструкция с оболочкой поверху явно выгоднее относительно потребности металла, но повторяем, что применение варианта с опущенной оболочкой совершенно мыслимо, исходя из соображений производства.

Рамы-диафрагмы без затяжек работают в особенно трудных условиях, как это явствует из эпюр моментов и продольных сил (линии 3 и 4). В то время как вся растягивающая сила сосредоточена в ригеле и „объем“ ее мало изменяется, изгибающие моменты увеличиваются в 4—5 раз. Особенно большие моменты возникают в рамах-диафрагмах, если оболочка опущена.

Как вытекает из эпюр, представленных линией 5, расчет по обыкновенным методам, т. е. предполагая, что на раму действуют только вертикальные нагрузки, дает нам относительно продольных сил неправильные результаты.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наш метод и разработанные таблицы возможно успешно применять также и в других важных случаях, как, например, при расчете железобетонных оболочек с предварительно напряженной арматурой [10] и т. д.

Отмечаем, что железобетонные цилиндрические оболочки имеют почти всегда криволинейные части, очерченные по окружности. Иногда предлагаемое очерченное по эллипсу сечение нельзя в общем рекомендовать, так как такие оболочки более сложны при расчете и особенно при возведении. Кроме того, оболочки, очерченные по эллипсу, крайне чувствительны к нагрузкам, расположенным в районе гребня оболочки, в то время как оболочки, очерченные по окружности, работают лучше на восприятие изменяющихся нагрузок.

В настоящем рассматривались примеры только однопролетных оболочек. Но расчет многопролетных (в продольном направлении) оболочек не является более сложным. Если рассматривать, например, средний пролет трех-

пролетной равномерно нагруженной оболочки, то при условиях минимума потенциальной энергии внутренних сил (15) необходимо заменить коэффициент 0,2 (6) в члене продольных сил коэффициентом 0,05 (3). Поперечные моменты вычисляются после нахождения параметров по-прежнему, но максимальная продольная сила над диафрагмой рассчитывается по формуле:

$$\max T = -\frac{L^2}{10} \frac{\partial}{\partial s} (\zeta).$$

Так как члены продольных сил в условиях минимума потенциальной энергии уменьшаются, то характер работы неразрезных оболочек походит на характер работы однопролетной оболочки, имеющей меньший пролет.

Если оболочка в продольном направлении нагружена неравномерно (например по не слишком коротким участкам), то расчет особенно не усложняется. В таком случае выбираем ζ -эпюру в продольном направлении афинной распределению нагрузки. Таким образом, поперечные моменты возникают только в нагруженных участках оболочки, но продольные силы, как правило, — по всему протяжению оболочки.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. *Власов В. З.* — Общая теория оболочек, 1949.
2. *Новожилов В. В.* — Теория тонких оболочек, 1951.
3. *Гильман Л. С.* — Приближенный метод расчета цилиндрических сводов-оболочек (С. А. Шустиков. Деревянные конструкции, 1933).
4. *Голушкевич С. С.* — Графический способ приближенного расчета цилиндрических оболочек (Труды ЛИИПС, В. 6. 1938).
5. *Гильман Л. С.* — К расчету железобетонных цилиндрических оболочек (Труды Ленинградского Института инженеров промышленного строительства, В. 5. 1938).
6. *Лауль Х. Х.* — Применение метода Кастильяно-Ритца к расчету длинных цилиндрических оболочек. Труды Таллинского политехнического института, 1949.
7. *Лауль Х. Х.* — Применение метода Кастильяно-Ритца для расчета длинных цилиндрических оболочек со стрингерами. Труды ТПИ, 1952.
8. *Лауль Х. Х.* — Расчет оболочки с опертым бортовым элементом. Труды ТПИ, 1952.
9. *Лауль Х. Х.* — Железобетонные цилиндрические оболочки с трещинами. Труды ТПИ, 1953.
10. *Лауль Х. Х.* — Расчет железобетонных оболочек с предварительно напряженной арматурой.
11. *ЦНИПС, А. А. Гвоздев, В. Н. Мурашов, В. Н. Горнов, В. З. Власов* — Инструкция по проектированию и расчету монолитных тонкостенных покрытий и перекрытий, 1937.

$$m_1 = \frac{R^2}{j^2 - 1} \left[-\left(J - \frac{1}{j}\right) + J \cos(\varphi_0 - \varphi) + \frac{1}{j} \cos J\varphi \right] = -R^2 \frac{\psi_1}{100},$$

$$\text{где } J = \frac{\pi}{\varphi_0}$$

 ψ_1

φ φ_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
20°	0,4007	0,2535	0,1462	0,0746	0,0320	0,0105	0,0021	0,0001	0
25°	0,7805	0,4941	0,2852	0,1456	0,0625	0,0205	0,0042	0,0003	0
30°	1,3443	0,8517	0,4920	0,2513	0,1079	0,0354	0,0072	0,0005	0
35°	2,1266	1,3488	0,7798	0,3986	0,1713	0,0562	0,0114	0,0008	0
40°	3,1603	2,0067	1,1612	0,5940	0,2554	0,0839	0,0170	0,0011	0
45°	4,4771	2,8466	1,6489	0,8443	0,3632	0,1194	0,0243	0,0015	0
50°	6,1070	3,8885	2,2553	1,1559	0,4976	0,1636	0,0332	0,0022	0
60°	10,4166	6,6554	3,8706	1,9881	0,8574	0,2824	0,0574	0,0036	0
70°	16,2888	10,4489	6,0967	3,1397	1,3569	0,4476	0,0912	0,0059	0
80°	23,8870	15,3947	9,0164	4,6575	2,0175	0,6666	0,1359	0,0086	0
90°	33,3333	21,5960	12,7027	6,5840	2,8597	0,9467	0,1930	0,0123	0

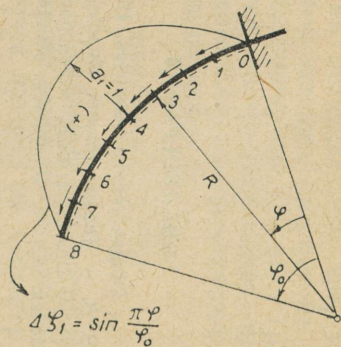


ТАБЛИЦА 1.

$$m_2 = \frac{R^2}{j^2 - 1} \left[\left(J - \frac{1}{j} \right) - J \cos(\varphi_0 - \varphi) + \frac{1}{j} \cos J\varphi \right] = R^2 \frac{\psi_2}{100}$$

$$2\pi e J = \frac{2\pi}{\varphi_0}$$

 ψ_2

φ / φ_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
20°	0,3361	0,2529	0,1727	0,1027	0,0503	0,0183	0,0040	0,0003	0
25°	0,6538	0,4926	0,3367	0,2004	0,0981	0,0358	0,0078	0,0005	0
30°	1,1243	0,8483	0,5805	0,3459	0,1694	0,0618	0,0135	0,0009	0
35°	1,7750	1,3418	0,9194	0,5483	0,2687	0,0980	0,0214	0,0014	0
40°	2,6320	1,9939	1,3683	0,8169	0,4007	0,1462	0,0320	0,0021	0
45°	3,7192	2,8243	1,9416	1,1607	0,5698	0,2081	0,0456	0,0030	0
50°	5,0589	3,8519	2,6534	1,5884	0,7805	0,2852	0,0625	0,0042	0
60°	8,5714	6,5675	4,5448	2,7296	1,3443	0,4920	0,1079	0,0072	0
70°	13,2968	10,2647	7,1423	4,3063	2,1266	0,7798	0,1713	0,0114	0
80°	19,3173	15,0433	10,5339	6,3797	3,1603	1,1612	0,2554	0,0170	0
90°	26,5667	20,9761	14,7951	9,0063	4,4771	1,6489	0,3632	0,0243	0

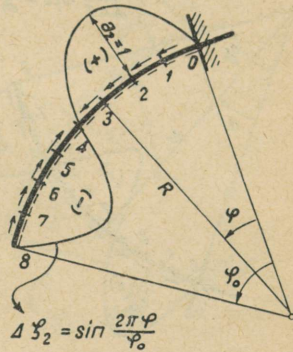


ТАБЛИЦА 2.

$$m_4 = \frac{R^2}{j^2 - 1} \left[\left(j - \frac{1}{j} \right) - j \cos(\varphi_0 - \varphi) + \frac{1}{j} \cos j\varphi \right] = R^2 \frac{\psi_4}{100}$$

$$2de J = \frac{4\pi}{\varphi_0}$$

ψ_4

φ / φ_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
20°	0,1676	0,1265	0,0904	0,0637	0,0422	0,0216	0,0063	0,0005	0
25°	0,3257	0,2461	0,1761	0,1243	0,0824	0,0422	0,0123	0,0010	0
30°	0,5592	0,4232	0,3032	0,2143	0,1422	0,0730	0,0212	0,0017	0
35°	0,8812	0,6681	0,4795	0,3393	0,2255	0,1158	0,0337	0,0027	0
40°	1,3038	0,9906	0,7122	0,5049	0,3361	0,1727	0,0503	0,0040	0
45°	1,8378	1,3997	1,0084	0,7164	0,4776	0,2457	0,0715	0,0057	0
50°	2,4927	1,9037	1,3747	0,9788	0,6538	0,3367	0,0981	0,0078	0
60°	4,1958	3,2249	2,3413	1,6758	1,1243	0,5805	0,1694	0,0135	0
70°	6,4581	5,0013	3,6545	2,6322	1,7750	0,9194	0,2687	0,0215	0
80°	9,2965	7,2634	5,3472	3,8798	2,6320	1,3683	0,4007	0,0320	0
90°	12,6984	10,0227	7,4421	5,4451	3,7193	1,9416	0,5698	0,0456	0

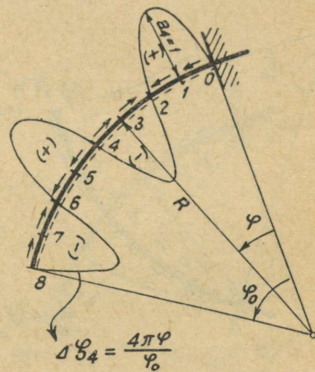


ТАБЛИЦА 4.

$$m_I = R^2 \left[\frac{\cos(\varphi_0 - \varphi)}{\varphi_0} + \sin(\varphi_0 - \varphi) - \left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{1}{\varphi_0} \right) + \frac{\varphi^2}{2\varphi_0} \right] = -R^2 \frac{\psi_I}{100}$$

 ψ_I

φ φ_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
20°	0,5277	0,3691	0,2421	0,1456	0,0774	0,0338	0,0103	0,0015	0
25°	1,0274	0,7313	0,4719	0,2841	0,1510	0,0662	0,0203	0,0026	0
30°	1,7673	1,2378	0,8133	0,4901	0,2608	0,1143	0,0351	0,0046	0
35°	2,7908	1,9575	1,2874	0,7765	0,4134	0,1711	0,0555	0,0072	0
40°	4,1395	2,9082	1,9155	1,1564	0,6163	0,2700	0,0829	0,0107	0
45°	5,8515	4,1183	2,7164	1,6422	0,8760	0,3842	0,1181	0,0153	0
50°	7,9623	5,6148	3,7100	2,2459	1,1994	0,5265	0,1618	0,0209	0
60°	13,5039	9,5670	6,3459	3,8540	2,0636	0,9074	0,2794	0,0362	0
70°	20,9736	14,9409	9,9566	6,0697	3,2599	1,4368	0,4431	0,0574	0
80°	30,5155	21,8774	14,6573	8,9747	4,8370	2,0377	0,6605	0,0857	0
90°	42,2018	30,4763	20,5426	12,6415	6,8403	3,0322	0,9388	0,1221	0

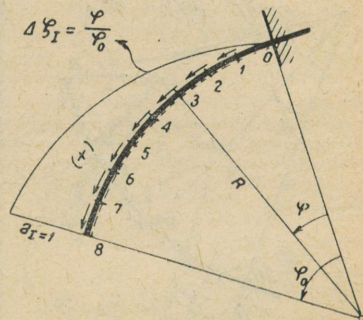


ТАБЛИЦА 5.

$$m_a = -R[\sin \varphi_0 - \sin \varphi] = -R \frac{\psi_a}{100}$$

 ψ_a

$\varphi_0 \backslash \varphi$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
20°	34,2020	29,8401	25,4864	21,1494	16,8372	12,5580	8,3201	4,1314	0
25°	42,2618	36,8103	31,3751	25,9723	20,6178	15,3278	10,1179	5,0035	0
30°	50,0000	43,4597	36,9474	30,4910	24,1181	17,8561	11,7317	5,7711	0
35°	57,3576	49,7292	42,1453	34,6500	27,2870	20,0993	13,1287	6,4159	0
40°	64,2788	55,5632	46,9140	38,3969	30,0768	22,0170	14,2788	6,9212	0
45°	70,7107	60,9090	51,2017	41,6822	32,4424	23,5710	15,1537	7,2714	0
50°	76,6044	65,7177	54,9604	44,4605	34,3426	24,7271	15,7283	7,4531	0
60°	86,6025	73,5499	60,7206	48,3342	36,6025	25,7264	15,8918	7,2672	0
70°	93,9693	78,7570	63,8987	49,7404	36,6117	24,8180	14,6340	6,2966	0
80°	98,4808	81,1160	64,2788	48,4808	34,2020	21,8764	11,8783	4,5115	0
90°	100,0000	80,4910	61,7317	44,4430	29,2893	16,8530	7,6120	1,9215	0

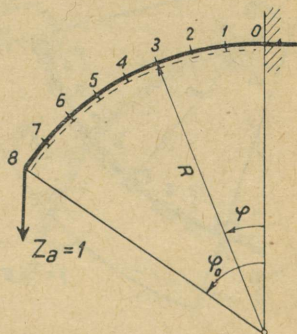


ТАБЛИЦА 7.

$$m_b = R[\cos \varphi - \cos \varphi_0] = R \frac{\psi_b}{100}$$

 ψ_b

φ φ_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
20°	6,0307	5,9355	5,6502	5,1752	4,5115	3,6603	2,6233	1,4024	0
25°	9,3692	9,2205	8,7748	8,0335	6,9988	5,6737	4,0622	2,1691	0
30°	13,3975	13,1834	12,5420	11,4760	9,9901	8,0905	5,7855	3,0848	0
35°	18,0848	17,7934	16,9210	15,4725	13,4565	10,8847	7,7721	4,1358	0
40°	23,3956	23,0151	21,8764	19,9882	17,3649	14,0264	9,9981	5,3108	0
45°	29,2893	28,8078	27,3678	24,9833	21,6773	17,4814	12,4363	6,5903	0
50°	35,7212	35,1268	33,3508	30,4142	26,3520	21,2124	15,0565	7,9576	0
60°	50,0000	49,1445	46,5926	42,3880	36,6025	29,3353	20,7107	10,8761	0
70°	65,7980	64,6342	61,1697	55,4853	47,7132	38,0344	26,6741	13,8969	0
80°	82,6352	81,1160	76,6045	69,2377	59,2396	46,9140	32,6352	16,8372	0
90°	100,0000	98,0785	92,3880	83,1470	70,7107	55,5570	38,2683	19,5090	0

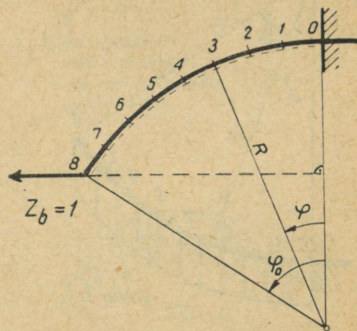


ТАБЛИЦА 8.

$$\bar{M}_0 = -qR^2[\cos\varphi - \cos\varphi_0 - (\varphi_0 - \varphi)\sin\varphi] = -qR^2 \frac{\bar{\Psi}_0}{100}$$

 $\bar{\Psi}_0$

φ φ_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
20°	6,0307	4,6032	3,3685	2,3276	1,4808	0,8271	0,3647	0,0903	0
25°	9,3692	7,1392	5,2121	3,5912	2,2768	1,2666	0,5558	0,1370	0
30°	13,3975	10,1870	7,4163	5,0917	3,2142	1,7790	0,7762	0,1900	0
35°	18,0848	13,7160	9,9515	6,8029	4,2719	2,3498	1,0176	0,2470	0
40°	23,3956	17,6910	12,7842	8,6951	5,4261	2,3623	1,2715	0,3054	0
45°	29,2893	22,0718	15,8760	10,7340	6,6494	3,5976	1,5277	0,3621	0
50°	35,7212	26,8139	19,1848	12,8824	7,9118	4,2356	1,7754	0,4144	0
60°	50,0000	37,1844	26,2650	17,3415	10,4225	5,4293	2,1987	0,4911	0
70°	65,7980	48,3720	33,6161	21,7129	12,6754	6,3528	2,4425	0,5079	0
80°	82,6352	59,9009	40,7882	25,6045	14,3645	6,8040	2,4052	0,4365	0
90°	100,0000	71,2644	47,3042	28,6040	15,1747	6,5793	1,9876	0,2513	0

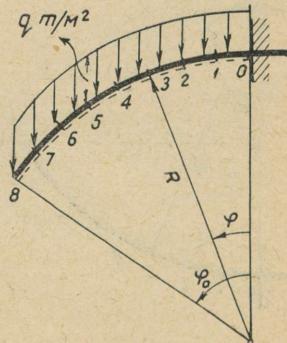


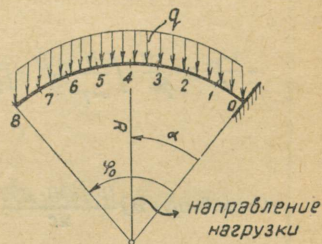
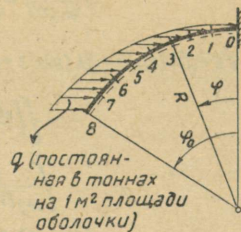
ТАБЛИЦА 9

$$\bar{M}_0 = -qR^2[\sin\varphi - \sin\varphi_0 + (\varphi_0 - \varphi)\cos\varphi] = -qR^2 \frac{\bar{\Psi}_0}{100}$$

$$\bar{\Psi}_0$$

$\varphi_0 \backslash \varphi$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
20°	0,7046	0,6741	0,5939	0,4808	0,3509	0,2217	0,1091	0,0300	0
25°	1,3714	1,3120	1,1553	0,9342	0,6817	0,4300	0,2115	0,0580	0
30°	2,3599	2,2571	1,9865	1,6051	1,1697	0,7369	0,3619	0,0989	0
35°	3,7289	3,5657	3,1364	2,5317	1,8427	1,1587	0,5680	0,1549	0
40°	5,5344	5,2909	4,6504	3,7495	2,7247	1,7101	0,8362	0,2272	0
45°	7,8291	7,4824	6,5713	5,2915	3,8383	2,4037	1,1722	0,3176	0
50°	10,6621	10,1866	8,9380	7,1865	5,2025	3,2498	1,5800	0,4267	0
60°	18,1173	17,2960	15,1430	12,1336	8,7425	5,4285	2,6202	0,7015	0
70°	28,2037	26,9003	23,4902	18,7432	13,4274	8,2770	3,9596	1,0489	0
80°	41,1355	39,2010	34,1257	27,0942	19,2780	11,7799	5,5750	1,4579	0
90°	57,0796	54,3127	47,1103	37,1864	26,2467	15,8728	7,4159	1,9091	0

ТАБЛИЦА 10.



$$M_0 = -\frac{qR^2}{100} [\bar{\Psi}_0 \cos\alpha + \bar{\Psi}'_0 \sin\alpha]$$

Интегралы $\int_0^{\varphi_0} M m ds$

ТАБЛИЦА 11.

$$\int_0^{\varphi_0} m_i m_{\kappa} ds = (-1)^{i+\kappa} R^5 \left\{ \frac{\varphi_0}{JK} - \sin \varphi_0 \left[\frac{\kappa}{J(K^2-1)} + \frac{J}{K(J^2-1)} + \frac{J(-1)^{\kappa+1}}{\kappa(K^2-1)^2(J^2-1)} + \frac{K(-1)^{i+1}}{J(J^2-1)^2(K^2-1)} \right] + \frac{JK}{2(J^2-1)(K^2-1)} (\varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) + \left\| \frac{\varphi_0}{2J^2(J^2-1)^2} \right\} \right\}$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_I m_i ds = (-1)^{i+1} R^5 \left\{ \cos \varphi_0 \left[\frac{1}{J} + \frac{(-1)^{i+1}}{J(J^2-1)^2} - \frac{J}{(J^2-1)} \frac{\cos \varphi_0}{2} \right] - \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} \left[\frac{1}{J} + \frac{J}{J^2-1} \left(\frac{\varphi_0^2}{2} + 2 - \frac{\cos \varphi_0}{2} \right) + \frac{(-1)^{i+1}}{J(J^2-1)^2} \right] + \frac{\varphi_0^2}{3J} + 2 \frac{J}{J^2-1} + \left\| \frac{1}{J(J^2-1)^2} - \frac{1}{J^3(J^2-1)} \right\} \right\}$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_{II} m_i ds = \frac{R^5 (-1)^{i+1}}{J} \left\{ \frac{\varphi_0^2}{2} + \frac{1}{J^2-1} \left[(1 - \cos \varphi_0) - J^2 \sin \varphi_0 \left(\varphi_0 - \frac{\sin \varphi_0}{2} \right) + \frac{(-1)^i \cos \varphi_0 (-1)^{i+1}}{J^2} + \frac{1}{J^2(J^2-1)} \right] \right\}$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_{III} m_i ds = R^4 (-1)^{i+1} \left\{ \left(\frac{1}{J} + \frac{J}{2(J^2-1)} \right) \varphi_0 \sin \varphi_0 - \frac{J}{J^2-1} \sin^2 \varphi_0 - \frac{1}{J} (1 - \cos \varphi_0) - \frac{\cos \varphi_0 + (-1)^{i+1}}{J(J^2-1)^2} \right\}$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_{IV} m_i ds = R^4 (-1)^{i+1} \left\{ \left(\frac{1}{J} + \frac{J}{2(J^2-1)} \right) \varphi_0 \cos \varphi_0 - \sin \varphi_0 \left[\frac{1}{J} + \frac{J}{J^2-1} (\cos \varphi_0 - 0,5) - \frac{1}{J(J^2-1)^2} \right] \right\}$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_I^2 ds = R^5 \left[\frac{\sin^2 \varphi_0}{\varphi_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\varphi_0^2} - 1 \right) \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 - \left(1 + \frac{4}{\varphi_0^2} \right) \sin \varphi_0 - \varphi_0 \left(1 + \frac{4}{\varphi_0^2} \right) (1 - \cos \varphi_0) + 2,1(6) \varphi_0 + 0,1(3) \varphi_0^3 + 3,5 \frac{1}{\varphi_0} \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_I m_{II} ds = R^5 \left[0,208(3) \varphi_0^3 + \varphi_0 - \frac{1}{\varphi_0} + 1,5 \varphi_0 \cos \varphi_0 - 2 \sin \varphi_0 + \frac{1}{2\varphi_0} \sin^2 \varphi_0 - \frac{\sin \varphi_0 \cos \varphi_0}{2} + \frac{\cos \varphi_0}{\varphi_0} \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_{Ia} ds = R^4 \left[-\frac{\varphi_0^2}{3} \sin \varphi_0 - \frac{1}{\varphi_0} \sin^2 \varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + 2 \sin \varphi_0 + \left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{2}{\varphi_0} \right) (1 - \cos \varphi_0) - \varphi_0 \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_{Ib} ds = R^4 \left[(1,5 + \cos \varphi_0) \left(\cos \varphi_0 - \frac{1}{\varphi_0} \sin \varphi_0 \right) + \frac{\varphi_0^2}{3} \cos \varphi_0 + \frac{\varphi_0}{2} \sin \varphi_0 \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_{II}^2 ds = R^5 \left[\frac{\varphi_0^3}{3} + 2(\varphi_0 \cos \varphi_0 - \sin \varphi_0) + \frac{1}{2}(\varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_{IIa} ds = R^4 \left[\frac{\varphi_0^2}{2} \sin \varphi_0 - \varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \frac{1}{2} \sin \varphi_0 - \frac{\varphi_0}{2} \cos \varphi_0 \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_{IIb} ds = -R^4 \left[\sin^2 \varphi_0 - \frac{\varphi_0}{2} \sin \varphi_0 - \frac{\varphi_0}{2} \cos \varphi_0 \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_a^2 ds = R^3 \left[\varphi_0 \sin^2 \varphi_0 - 2 \sin \varphi_0 + 1,5 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \frac{\varphi_0}{2} \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_a m_b ds = R^3 \left[1 + \varphi_0 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 - \cos \varphi_0 - 1,5 \sin^2 \varphi_0 \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} m_b^2 ds = R^3 \left[\varphi_0 \cos^2 \varphi_0 - 1,5 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \frac{\varphi_0}{2} \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_i ds = (-1)^i \frac{R^5 q_v}{j^2 - 1} \left\{ 2 \sin \varphi_0 \left[-0,625j + \frac{1}{j} - \frac{1}{j(j^2 - 1)^2} \right] + \varphi_0 \cos \varphi_0 \left[1,25j - \frac{1}{j} \right] + \varphi_0 \left[j - \frac{1}{j} + \frac{(-1)^{i+1}}{j(j^2 - 1)} - \frac{j}{4} \varphi_0 \sin \varphi_0 \right] - j \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \right\}$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_{Ia} ds = R^5 q_v \left[\frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} (5,25 + \cos \varphi_0) - \cos \varphi_0 (3,25 + 0,583333 \varphi_0^2 + \cos \varphi_0) - \frac{\varphi_0^2}{2} - 2 \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_{II} ds = R^5 q_v [3 - \cos \varphi_0 [2 + \cos \varphi_0 + 0,75 \varphi_0^2] - \varphi_0^2 - \varphi_0 \frac{\sin \varphi_0}{4}]$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_a ds = R^4 q_v [2,25 \sin^2 \varphi_0 - 1 - \varphi_0 \sin \varphi_0 - \varphi_0 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \cos \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{4}]$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_b ds = -R^4 q_v [\varphi_0 [1,25 - \sin^2 \varphi_0 + \cos \varphi_0] - 2,25 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0]$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_i ds = \frac{(-1)^i R^5 q_h}{J^2 - 1} [\varphi_0 \sin \varphi_0 \left[\frac{1}{J} - 1,75 J \right] + J \sin^2 \varphi_0 + 2 \cos \varphi_0 \left[\frac{1}{J} - J - \frac{1}{J(J^2 - 1)^2} \right] - 2 \left[\frac{1}{J} - J - \frac{(-1)^i}{J(J^2 - 1)^2} \right] - \frac{J}{4} \varphi_0^2 \cos \varphi_0]$$

$$\text{где } J = \frac{i\pi}{\varphi_0}; \quad K = \frac{\kappa\pi}{\varphi_0}.$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_r ds = R^5 q_h \left[\frac{6}{\varphi_0} [1 - \cos \varphi_0] + \varphi_0 [1 + 0,5 \cos \varphi_0] - \sin \varphi_0 [0,58(3) \varphi_0^2 + \cos \varphi_0 - \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} + 4,5] \right]$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_{II} ds = R^5 q_h [0,75 \varphi_0 [\cos \varphi_0 - \varphi_0 \sin \varphi_0] + 3 \varphi_0 - \sin \varphi_0 [2,75 + \cos \varphi_0]]$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_a ds = R^4 q_h [\sin \varphi_0 (3 - \varphi_0 \sin \varphi_0) - 2,25 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 - 0,75 \varphi_0]$$

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_b ds = -R^4 q_h [0,25 (\varphi_0^2 - 1) + \cos \varphi_0 [2,25 \cos \varphi_0 - 2 + \varphi_0 \sin \varphi_0]]$$

$$\int_0^{\varphi_0} {}_1 A m_i ds = (-1)^i R^3 \left[\frac{\varphi_0}{J} - \frac{J}{J^2 - 1} \sin \varphi_0 \right] \quad \int_0^{\varphi_0} {}_1 A m_a ds = -R^2 [\cos \varphi_0 + \varphi_0 + \varphi_0 \sin \varphi_0 - 1] \quad \int_0^{\varphi_0} {}_1 A \bar{M}_0 ds = -q R^3 [2 \sin \varphi_0 - \varphi_0 - \varphi_0 \cos \varphi_0]$$

$$\int_0^{\varphi_0} {}_1 A m_r ds = -R^3 \left[\cos \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{3} - \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} \right] \quad \int_0^{\varphi_0} {}_1 A m_b ds = R^2 [\sin \varphi_0 - \varphi_0 \cos \varphi_0] \quad \int_0^{\varphi_0} {}_1 A \bar{M}_0 ds = -q R^3 [2(1 - \cos \varphi_0) - \varphi_0 \sin \varphi_0]$$

$$\int_0^{\varphi_0} {}_1 A m_{II} ds = -R^3 \left[\cos \varphi_0 + \frac{\varphi_0^2}{2} - 1 \right]$$

$$\int_0^{\psi_0} M m d s = A \Psi$$

 Ψ

ТАБЛИЦА 12.

ψ_0	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°	A
Ψ_{11}	0,00705	0,03344	0,11927	0,34877	0,88200	1,99584	4,13635	14,5233	41,7139	103,3295	228,4080	$\frac{R^5}{10^4}$
Ψ_{12}	-0,00692	-0,03286	-0,11699	-0,34190	-0,86360	-1,95158	-4,03853	-14,1302	-40,4277	-99,6312	-219,0181	"
Ψ_{13}	0,00464	0,02200	0,07829	0,22839	0,57603	1,29948	2,68393	9,3486	26,5959	65,1533	142,1961	"
Ψ_{14}	-0,00356	-0,01686	-0,05996	-0,17486	-0,44085	-0,99404	-2,05199	-7,1388	-20,2802	-49,5984	-108,0443	"
Ψ_{1I}	0,01028	0,04878	0,17351	0,50672	1,27976	2,89122	5,98166'	20,9173	59,7909	147,2877	323,5296	"
Ψ_{1II}	0,01318	0,06257	0,22293	0,65121	1,64518	3,71850	7,69771	26,9466	77,1283	190,2960	418,7494	"
Ψ_{1a}	0,8634	2,5938	6,3306	13,3712	25,3788	44,3472	72,5291	166,1441	324,3704	558,9809	867,7471	$\frac{R^4}{10^4}$
Ψ_{1b}	-0,1758	-0,6654	-1,9681	-4,9068	-10,7909	-21,5531	-39,8854	-114,5688	-275,8881	-582,6732	-1111,1111	"
Ψ_{22}	0,00694	0,03290	0,11712	0,34184	0,86262	1,94716	4,02431	14,0395	40,0184	98,2586	215,0273	$\frac{R^5}{10^4}$
Ψ_{23}	-0,00471	-0,02234	-0,07944	-0,23157	-0,58356	-1,31526	-2,71371	-9,4298	-26,7523	-65,3264	-142,0637	"
Ψ_{24}	0,00370	0,01706	0,06066	0,17677	0,44526	1,00302	2,06828	7,1774	20,3295	49,5509	107,5300	"
Ψ_{2I}	-0,01024	-0,04864	-0,17293	-0,50459	-1,27400	-2,87265	-5,93534	-20,6917	-58,9312	-144,5597	-316,0189	"
Ψ_{2II}	-0,01309	-0,06210	-0,22104	-0,64522	-1,62829	-3,67584	-7,59795	-26,5141	-75,6010	-185,6996	-406,5724	"
Ψ_{2a}	-0,8997	-2,7001	-6,5818	-13,8812	-26,3008	-45,8653	-74,8383	-170,4748	-330,4559	-564,3163	-865,8303	$\frac{R^4}{10^4}$
Ψ_{2b}	0,1869	0,7072	2,0899	5,2056	11,4361	22,8145	42,1631	120,7338	289,6474	609,0555	1155,5556	"
Ψ_{33}	0,00324	0,01536	0,05456	0,15890	0,39251	0,90027	1,85475	6,4231	18,1491	44,1126	95,4262	$\frac{R^5}{10^4}$
Ψ_{34}	-0,00248	-0,01172	-0,04164	-0,12123	-0,29944	-0,68618	-1,41283	-4,8860	-13,7832	-33,4372	-72,1756	"

φ	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°	A
ψ_{3I}	0,00698	0,03297	0,11711	0,34136	0,85999	1,93769	3,99661	13,8768	39,3321	95,9429	208,3953	$\frac{R^5}{10^4}$
ψ_{3II}	0,00833	0,04194	0,14916	0,43486	0,95867	2,46996	5,09622	17,7096	50,2449	122,6984	266,8508	"
ψ_{3a}	0,6347	1,9029	4,6322	9,7532	18,4435	32,0909	52,2281	118,2314	227,3722	384,3734	582,0780	$\frac{R^4}{10^4}$
ψ_{3b}	-0,1343	-0,5076	-1,4988	-3,7294	-8,1826	-16,3004	-30,0763	-85,7994	-204,9094	-428,5888	-808,1633	"
ψ_{44}	0,00189	0,00897	0,03211	0,09268	0,23307	0,52407	1,07846	3,7248	10,4916	25,4072	54,7327	$\frac{R^5}{10^4}$
ψ_{4I}	-0,00533	-0,02522	-0,08959	-0,26098	-0,65722	-1,48015	-3,05104	-10,5800	-29,9425	-72,9111	-158,0539	"
ψ_{4II}	-0,00678	-0,03211	-0,11500	-0,33266	-0,83796	-1,88774	-3,89284	-13,5109	-38,2756	-93,3109	-202,5405	"
ψ_{4a}	-0,4866	-1,4585	-3,5491	-7,4604	-14,1177	-24,5499	-39,9288	-90,2501	-173,2363	-292,1984	-441,3000	$\frac{R^4}{10^4}$
ψ_{4b}	0,1031	0,3897	1,1501	2,8608	6,2740	12,4922	23,0362	65,6284	156,4883	326,7104	614,7645	"
$\psi_{I I}$	0,01512	0,07186	0,25570	0,74602	1,88160	4,24507	8,76839	30,5489	86,9396	213,0837	465,3979	$\frac{R^5}{10^4}$
$\psi_{I II}$	0,01935	0,09193	0,32716	0,95420	2,40900	5,43699	11,23529	39,1832	111,6462	274,0204	599,4156	"
$\psi_{I a}$	1,3274	3,9837	9,7092	20,4726	38,7804	67,6107	110,2882	251,0615	486,3074	829,7933	1272,0956	$\frac{R^4}{10^4}$
$\psi_{I b}$	-0,2757	-1,0422	-3,0809	-7,6731	-16,8518	-33,6091	-62,0915	-177,6639	-425,8485	-894,5501	-1695,3150	"
$\psi_{II II}$	0,02481	0,11773	0,41911	1,22354	3,08820	6,97278	14,41546	50,3272	143,5793	352,9083	773,2636	$\frac{R^5}{10^4}$
$\psi_{II a}$	1,6778	5,0363	12,2792	25,9038	49,0948	85,6455	139,8055	318,8002	618,8593	1058,8794	1629,0422	$\frac{R^4}{10^4}$
$\psi_{II b}$	-0,3467	-1,3109	-3,8742	-9,6509	-21,2032	-42,3032	-78,1876	-223,9448	-537,4269	-1130,5276	-2146,0184	"
ψ_{aa}	134,1629	253,9462	422,1814	640,1771	905,4763	1211,8460	1549,4985	2264,6519	2923,8586	3391,9219	3561,9449	$\frac{R^3}{10^4}$
ψ_{ab}	-29,7169	-70,9210	-143,0048	-256,2416	-420,4555	-644,0770	-933,2029	-1715,5016	-2738,9687	-3896,4253	-5000,0000	"
ψ_{bb}	6,7512	20,3349	49,7942	105,5989	201,4054	353,9816	582,9051	1358,7912	2716,8986	4837,1911	7853,9816	"

ТАБЛИЦА 13.

$$\int_0^{\varphi_0} \bar{M}_0 m_i ds = A \bar{\Psi}_{0i}$$

$$\bar{\Psi}_{0i}$$

φ_0	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°	A
Ψ_{01}	0,129302	0,488452	1,441143	3,582761	7,852706	15,624027	28,786480	81,82376	194,48276	404,24185	756,05923	$\frac{qR^5}{10^4}$
Ψ_{02}	-0,131118	-0,494798	-1,458013	-3,619224	-7,918667	-15,723465	-28,903495	-81,71196	-192,92887	-397,80100	-736,87802	"
Ψ_{03}	0,090183	0,339998	1,000462	2,479287	5,413963	10,726020	19,667006	55,26580	129,52419	264,68051	485,02339	"
Ψ_{04}	-0,069012	-0,260062	-0,764994	-1,895093	-4,136516	-8,191240	-15,011251	-42,13077	-98,59754	-201,15072	-367,93028	"
Ψ_{0I}	0,19365	0,73066	2,15277	5,34306	11,68853	23,20498	42,64838	120,52082	284,43781	586,23707	1085,53253	"
Ψ_{0II}	0,24658	0,93074	2,74331	6,81190	14,90973	29,61811	54,47280	154,18853	364,62846	753,33665	1398,99818	"
Ψ_{0a}	17,79210	42,41222	85,40015	152,77783	250,24048	382,59901	553,24365	1013,06155	1612,68761	2293,64120	2960,53948	$\frac{qR^4}{10^4}$
Ψ_{0b}	-3,77908	-11,35112	-27,70037	-58,50347	-111,04612	-194,08990	-317,59445	-729,18972	-1460,68308	-2488,54278	-3926,99082	"

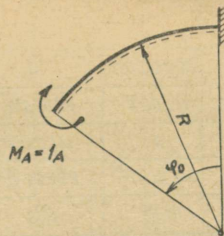
$$\int_0^{\%_0} \bar{M}_0 m_i ds = A \bar{\Psi}_{0i}$$

ТАБЛИЦА 14.

$\%_0$	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°	A
$\bar{\Psi}_{01}$	0,019140	0,090740	0,322914	0,942207	2,37672	5,36273	11,07830	38,6059	109,8925	269,3771	588,3330	$\frac{QR^5}{10^4}$
$\bar{\Psi}_{02}$	-0,019985	-0,094693	-0,336673	-0,981392	-2,46022	-5,57199	-11,49368	-39,9159	-113,1553	-276,0444	-599,5647	"
$\bar{\Psi}_{03}$	0,014076	0,066639	0,236690	0,689115	1,73388	3,90205	8,03233	27,7791	78,3566	190,0328	409,9521	"
$\bar{\Psi}_{04}$	-0,010756	-0,050918	-0,180787	-0,526155	-1,32325	-2,97551	-6,12327	-21,1481	-59,5569	-144,1710	-310,3594	"
$\bar{\Psi}_{0i}$	0,02941	0,13936	0,49536	1,44365	3,63652	8,19218	16,89329	58,6264	166,0605	404,7321	878,9537	"
$\bar{\Psi}_{0II}$	0,03731	0,17612	0,62631	1,82563	4,60071	10,36872	21,39151	74,3184	210,7846	514,5251	1118,3814	"
$\bar{\Psi}_{0a}$	2,9203	8,7391	21,2265	44,5768	84,0414	145,7264	236,2552	530,0131	1008,2879	1682,9196	2511,0642	$\frac{QR^4}{10^4}$
$\bar{\Psi}_{0b}$	-0,6409	-2,4193	-7,1303	-17,7044	-38,9504	-76,9808	-141,5992	-401,0552	-949,7266	-1967,1245	-3668,5028	"

ТАБЛИЦА 15

$$\int_0^{\varphi_0} I_A m_i ds = A \psi_{Ai}$$



φ_0	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°	A
ψ_{A1}	-0,030783	-0,075019	-0,155218	-0,286816	-0,487834	-0,778773	-1,182490	-2,430632	-4,456734	-7,512952	-11,873150	$\frac{R^3}{100}$
ψ_{A2}	0,033260	0,081014	0,167519	0,309318	0,525658	0,838343	1,271562	2,607143	4,766092	8,006596	12,603242	"
ψ_{A3}	-0,0243551	-0,059288	-0,122504	-0,226003	-0,383686	-0,611221	-0,925887	-1,892743	-3,447857	-5,768240	-9,037082	"
ψ_{A4}	0,018838	0,045847	0,094705	0,174661	0,296411	0,471990	0,714639	1,459300	2,654857	4,434951	6,936541	"
ψ_{A5}	-0,049274	-0,120005	-0,248098	-0,458009	-0,778165	-1,240721	-1,881320	-3,854757	-7,041306	-11,818207	-18,584726	"
ψ_{A6}	-0,061610	-0,150073	-0,310324	-0,573021	-0,973838	-1,553191	-2,355939	-4,831136	-8,833282	-14,842392	-23,370055	"
ψ_{A7}	-5,908017	-9,070979	-12,782479	-16,952995	-21,479485	-26,246714	-31,128750	-40,689968	-49,007126	-54,869920	-57,079633	$\frac{R^2}{100}$
ψ_{A8}	1,400554	2,716689	4,655016	7,318493	10,798770	15,174642	20,510643	34,242662	52,183619	74,234915	100,000000	$\frac{R^2}{100}$
$\bar{\psi}_{A0}$	-0,695983	-1,345284	-2,295138	-3,589613	-5,264361	-7,345504	-9,848624	-16,125447	-23,979833	-33,089350	-42,920367	$\frac{QR^3}{100}$
$\bar{\psi}_{A0}$	-0,122721	-0,298242	-0,614981	-1,131801	-1,916071	-3,042608	-4,592489	-9,310032	-16,790860	-27,765252	-42,920367	$\frac{QR^3}{100}$

Некоторые численные величины

ТАБЛИЦА 16.

φ_0	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°
φ_0	0,34906585	0,43633231	0,52359878	0,61086524	0,69813170	0,78539816	0,87266463	1,04719755	1,22173048	1,39626340	1,57079633
$\sin \varphi_0$	0,34202014	0,42261826	0,50000000	0,57357644	0,64278761	0,70710678	0,76604444	0,86602540	0,93969262	0,98480775	1,00000000
$\cos \varphi_0$	0,93969262	0,90630779	0,86602540	0,81915204	0,76604444	0,70710678	0,64278761	0,50000000	0,34202014	0,17364818	0,00000000
$\sin \varphi_0 / \varphi_0$	0,97981554	0,96856971	0,95492966	0,93895740	0,92072543	0,90031632	0,87782227	0,82699334	0,76914888	0,70531660	0,63661977

$$\cos \frac{i\pi\varphi}{\varphi_0}$$

φ/φ_0	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	1
$\cos \frac{\pi\varphi}{\varphi_0}$	1,00000	0,92388	0,70711	0,38268	0	-0,38268	-0,70711	-0,92388	-1,00000
$\cos \frac{2\pi\varphi}{\varphi_0}$	1,00000	0,70711	0	-0,70711	-1,00000	-0,70711	0	0,70711	1,00000
$\cos \frac{3\pi\varphi}{\varphi_0}$	1,00000	0,38268	-0,70711	-0,92388	0	0,92388	0,70711	-0,38268	-1,00000
$\cos \frac{4\pi\varphi}{\varphi_0}$	1,00000	0	-1,00000	0	1,00000	0	-1,00000	0	1,00000

Коэффициенты A_{ik}

ТАБЛИЦА 17.

$i = 1; 2, 3, 4, 5$

$v = I, II, III$

κ	1					2					3					4*					5
	i	1	2	3	4	5	2	3	4	5	3	4	5	4	5	5					
κ_{Ii}																					
κ_{IIi}																					
κ_{IIIi}																					
$\int m_i m_\kappa ds$																					
$\kappa_{Ii} \int m_I m_\kappa ds$																					
$\kappa_{IIi} \int m_{II} m_\kappa ds$																					
$\kappa_{IIIi} \int m_{III} m_\kappa ds$																					
$\kappa_{I\kappa} \int m_I m_i ds$																					
$\kappa_{II\kappa} \int m_{II} m_i ds$																					
$\kappa_{III\kappa} \int m_{III} m_i ds$																					
$\kappa_{I\kappa} \kappa_{Ii} \int m_I^2 ds$																					
$(\kappa_{I\kappa} \kappa_{IIi} + \kappa_{II\kappa} \kappa_{Ii}) \int m_I m_{II} ds$																					
$(\kappa_{I\kappa} \kappa_{IIIi} + \kappa_{III\kappa} \kappa_{Ii}) \int m_I m_{III} ds$																					
$\kappa_{II\kappa} \kappa_{IIi} \int m_{II}^2 ds$																					
$(\kappa_{II\kappa} \kappa_{IIIi} + \kappa_{III\kappa} \kappa_{IIi}) \int m_{II} m_{III} ds$																					
$\kappa_{III\kappa} \kappa_{IIIi} \int m_{III}^2 ds$																					
$\Sigma = A_{\kappa i}$	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	A_{25}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	A_{44}	A_{45}	A_{46}						

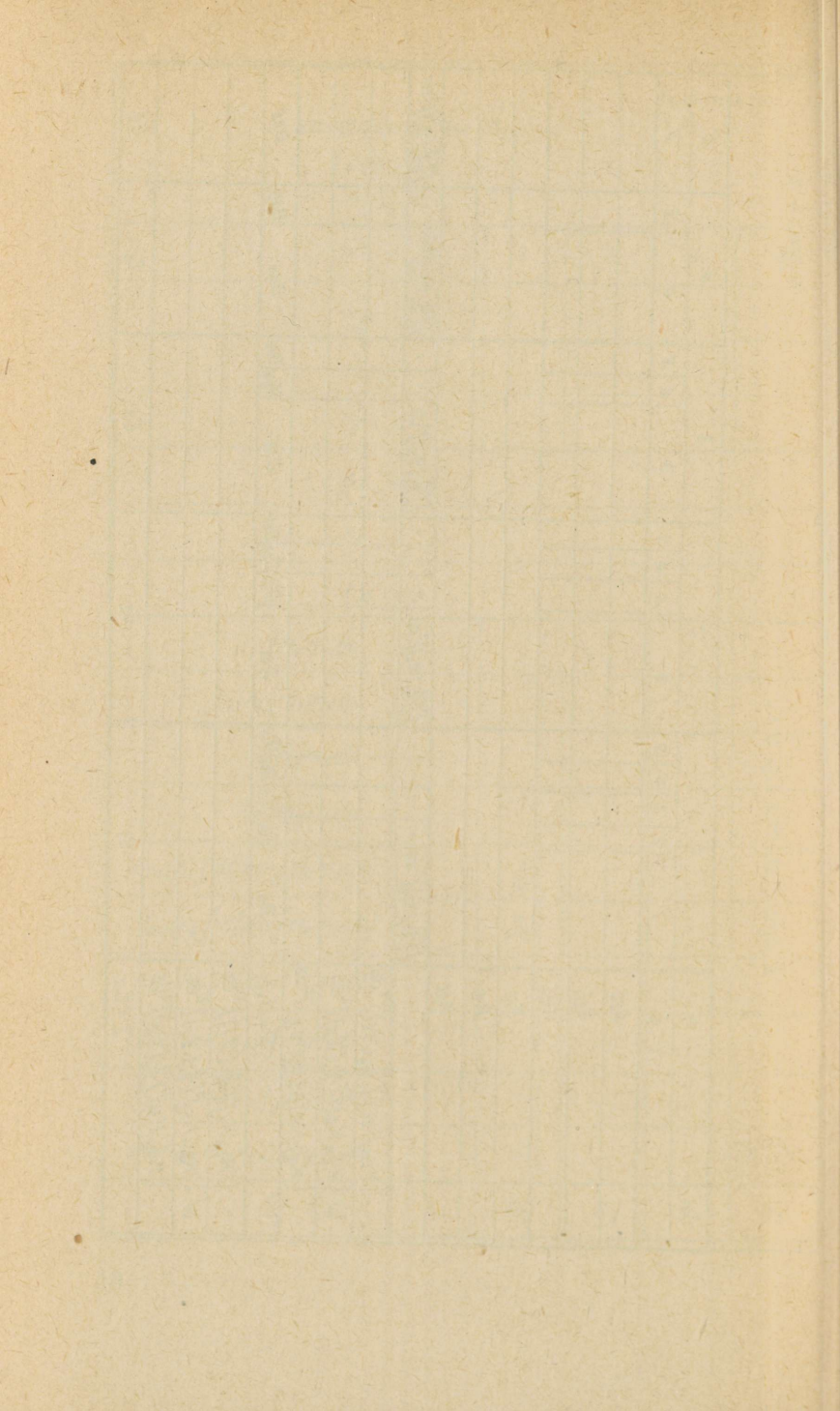
ТАБЛИЦА 18.

Коэффициенты B_{ik} $i = 1, 2, 3, 4, 5$ $v = I, II, III$

k	1	2	3	4	5
K_{IK}					
K_{IIK}					
K_{IIIK}					
K_I					
K_{II}					
K_{III}					
$\int M_0 m_k ds$		}			
$K_I \int m_I m_k ds$					
$K_{II} \int m_{II} m_k ds$					
$K_{III} \int m_{III} m_k ds$					
$K_{IK} (K_I \int m_I^2 ds + \int M_0 m_I ds)$			B_2		
$K_{IIK} (K_{II} \int m_{II}^2 ds + \int M_0 m_{II} ds)$			Σ		
$K_{IIIK} (K_{III} \int m_{III}^2 ds + \int M_0 m_{III} ds)$					
$(K_I K_{IIK} + K_{II} K_{IK}) \int m_I m_{II} ds$					
$(K_I K_{IIIK} + K_{III} K_{IK}) \int m_I m_{III} ds$					
$(K_{II} K_{IIIK} + K_{III} K_{IIK}) \int m_{II} m_{III} ds$					
$\Sigma = B_k$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5

Коэффициенты D_{ik} и C_k

κ	1					2				3			4		5
	i	1	2	3	4	5	2	3	4	5	3	4	5	4	5
K_{Ii}															
K_{IIi}															
K_{IIIi}															
K_I															
K_{II}															
K_{III}															
	$\int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_i) \right]^2 ds \cdot \dots \cdot \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_2) \right]^2 ds \cdot \dots \cdot \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_3) \right]^2 ds \cdot \dots \cdot \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_4) \right]^2 ds \cdot \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_5) \right]^2 ds$														
$W \left\{ \begin{array}{l} K_{IK} K_{Ii} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_I) \right]^2 ds \\ K_{IIK} K_{IIi} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_{II}) \right]^2 ds \\ K_{IIIK} K_{IIIi} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_{III}) \right]^2 ds \end{array} \right.$															
$\Sigma = D_{ki}$	D_{11}	D_{12}	D_{13}	D_{14}	D_{15}	D_{22}	D_{23}	D_{24}	D_{25}	D_{33}	D_{34}	D_{35}	D_{44}	D_{45}	D_{55}
$W \left\{ \begin{array}{l} K_{IK} K_I \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_I) \right]^2 ds \\ K_{IIK} K_{II} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_{II}) \right]^2 ds \\ K_{IIIK} K_{III} \int \left[\frac{\partial}{\partial s} (\varphi_{III}) \right]^2 ds \end{array} \right.$															
$\Sigma = C_k$	C_1					C_2				C_3			C_4		C_5



ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Общие замечания	3
2. Расчетная схема, приспособленная для применения таблиц	7
3. Примеры	11
4. Цилиндрические оболочки с геометрическими граничными условиями на продольных краях	20
5. Оболочки с трещинами в растянутой зоне	27
6. О расчете диафрагм оболочек	33
7. Заключение	37
Библиография	39
Приложение: 19 таблиц	40

Редактор А. Гаршнек
Технический редактор И. Вахтре
Корректоры Н. Круглова и А. Тихане

Сдано в набор 29 VII 1953. Подписано
к печати 7 IX 1953. Тираж 800. Бумага
54 × 84, ¹/₁₆. Печатных листов 4. По
формату 60 × 92 печатных листов 3,28.

Учетно-издательских листов 2,82.
МВ-12401. Типография имени Ханса
Хейдеманна, Тарту, Валликраави 4.
Заказ № 2961.

Цена руб. 2.—

TÜ RAAMATUKOGU



10300016029334

Rbl. 2.—

Per. A - 1459

50