Tartu Riiklik Ülikool

Teoreetilise mehhaanika kateeder

U.Õiglane

G.V.KOLOSSOVI TEADUSLIK JA PEDAGOOGILINE TEGEVUS TARTU ÜLIKOOLIS

Diplomitöö

Juhendaja: prof. G.Rägo

Tartu 1956

Sisukord

Sissejuhatus

Käesoleva töö ülesandeks on anda ülevaade G.V.Kolossovi pedagoogilisest ja teaduslikust tegevusest Tartu Ülikoolis. Ajaliselt haarab see periood aastaid 1903 kuni 1913.

Esimene peatükk käsitleb G.V.Kolossovi elulugu. Teine peatükk on pühendatud G.V.Kolossovi pedagoogilisele tegevusele. Siin vaadeldakse peamiselt neid loenguid, mida ta on lugenud Tartu Ülikoolis. Suuremat tähelepanu on osutatud loengute kinemaatika osale, kuna just see osa tunduvalt erineb praegustest kinemaatika kursustest. Viimane peatükk toob referaadi G.V.Kolossovi teaduslikust tegevusest.

I G.V. Kolossovi elulugu

Guri Vassiljevitš Kolossov sündis 12 augustil 1867.a. (vana kalendri järgi) Ustje külas Novgorodi kubermangus. Kümne aastaselt astub ta Peterburi Bõtškovi eragümnaasiumi. Õppides silmapaistva eduga, lõpetab ta gümnaasiumi kuldmedaliga. Kolossov jätkab õpinguid Peterburi Ülikooli füüsika-matemaatika teaduskonna matemaatika osakonnas. Ülikooli lõpetamisel omistatakse temale esimese järgu diplom.

Juba ülikooliõpingute ajal huvitub Kolossov teaduslikust tööst ja juba siis valmibki tal esimene uurimus "Prismade väändest". Selle tööga tõmbab Kolossov enesele Peterburi Ülikooli teoreetilise mehhaanika professori D.K.Bobõljevi tähelepanu, kelle ettepanekul Kolossov jäetakse ülikooli mehhaanika kateedri juurde professori kutsele ette valmistuma.

Et töötada õppejõuna kõrgemas õppeasutuses pidi G.V.Kolossov tolleaegsete nõudmiste kohaselt sooritama magistri eksamid. Ta õiendab need 1893/94 õppeaastal. 1894.a. määratakse ta Peterburi Ülikooli mehhaanika kabineti konservaatoriks. Samal aastal hakkab ta juhatama teoreetilise mehhaanika praktilisi harjutusi Teede Inseneride Instituudis, mis oli üheks eesrindlikumaks kõrgemaks õppeasutuseks tolleaegsel Venemaal. 1898.a. alates juhatab Kolossov teoreetilise mehhaanika praktilisi harjutusi Tsiviilinseneride Instituudis ja Kunstide Akadeemia Arhitektuuri Osakonnas.

1903.a. lahkub G.V.Kolossov Peterburist ja asub töötama Tartu Ülikooli õppejõuna. Siia jääb ta kuni 1913. aastani, mil siirdub tagasi Peterburi sealse Elektrotehnilise Instituudi Teoreetilise Mehhaanika Kateedri korraliseks professoriks. 1914.a. on G.V.Kolossov juba korraline mehhaanika professor Peterburi Ülikoolis. Alates 1930.a. juhatab ta sealset vastasutatud elastsete kehade mehhaanika kateedrit.

1931.a. valitakse G.V.Kolossov Nõukogude Liidu Teaduste Akadeemia korrespondeerivaks liikmeks. Peatselt järgnenud surm lõpetab ta viljaka teadusliku ja pedagoogilise tegevuse.

II G.V.Kolossovi pedagoogiline tegevus Tartu Ülikoolis

§ 1. G.V.Kolossovi loenguline tegevus Tartu Ülikoolis

Prof. A.Kneseri lahkumisega Saksamaale 1900. aastal jäi Tartu Ülikoolis vabaks rakendusmatemaatika kateeder. 1902.a. algul nõudis Riia õpperingkonna kuraator, kellele Tartu Ülikool administratiivselt allus, et ülikooli nõukogu asuks vakantseks jäänud koha täitmisele konkursi korras. Arvatavasti samal ajal algasid läbirääkimised teaduskonna dekaani Sreznevski ja Kolossovi vahel Kolossovi asumise kohta õppejõuna Tartu Ülikooli, esialgul eradotsendi kohale.

1902.a. saadi selleks luba. Varsti selgus, et G.V.Kolossovile oli omistatud eradotsendi nimetus ebaõigesti, ilma Tartu Ülikooli põhikirjas ettenähtud eridissertatsiooni kaitsmiseta, mida aga siin nõuti loengute pidamise õiguse (venia legendi) saamiseks. Sekelduste ärahoidmiseks otsustas Kolossov üldse loobuda Tartusse tööle tulekust. Kuid 31. jaan. 1903.a. ilmus keiserlik käskkiri, millega lubati Peterburi Ülikooli rakendusmehhaanika kabineti hoidjale, magistrand G.V.Kolossovile pidada Tartu Ülikoolis loenguid eradotsendina venia legendi't omandamata. G.V.Kolossov kirjutas oma magistri dissertatsiooni teemal: "Mõningatest Hamiltoni printsiibi teisenditest kindla keha mehhaanika küsimuste lahendamisel".

Dissertatsiooni kaitsmine toimus 1903.a. kevadel ja veel sama aasta sügisel määrati G.V.Kolossov Tartu Ülikooli korraliseks professoriks.

Tartu Ülikoolis töötas G.V.Kolossov kümme aastat. Sel ajal kirjutas ta ka oma klassikalise töö "Kompleksmuutuja teooria rakendusest tasapinnalise elastsusteooria probleemile". Selle töö esitas Kolossov Peterburi Ülikoolile doktori dissertatsioonina. 1910.a.

hilissügisel toimus töö kaitsmine ja 1911.a. märtsil omistati G.V.Kolossovile doktori kraad. Samast aastast alates määrati G.V.Kolossov Tartu Ülikooli korraliseks professoriks rakendumatemaatika kateedrile.

Järgnevalt heidame pilgu G.V.Kolossovi Tartu Ülikoolis peetud loengutele, mille algus langeb 1903.a. teisele semestrile. Vaadates kõnesolevate loengute kavasid näeme, et G.V.Kolossov on lugenud väga mitmesuguseid distsipliine, nii mehhaanikaalaseid kui ka matemaatilisi. Esimestel aastatel õpetab Kolossov peamiselt mehhaanikaalaseid aineid, nagu punkti kinemaatika ja dünaamika, elastsusteooria, ~~geo~~graafiline staatika. Kuid mõne aasta möödudes näeme G.V.Kolossovi loengute hulgas ka matemaatilisi distsipliine, nagu variatsioonarvutus, tõenäosusteooria, lõplike vahede teooria, määratud integraalide teooria, differentsiaalvõrrandite integreerimine, matemaatilise füüsika võrrandid, arvuteooria, kompleksmuutuja funktsiooni teooria.

Oma loengutes seob G.V.Kolossov alati teooriat praktikaga. Ta on läbi viinud ka harjutusi ülesannete lahendamise näol, kuid neid leiame loengute kavast ainult ühel korral.

Mitmeid matemaatilisi distsipliine, nagu kompleksmuutuja funktsiooni teooriat ja arvuteooriat, matemaatilise füüsika võrrandeid, tõenäosusteooriat ja määratud integraalide teooriat, on prof. Kolossov lugenud ainult ühe semestri kestel. Mehhaanika distsipliine on ta aga lugenud tunduvalt sagedamini, näiteks punkti ja punktide süsteemi dünaamikat üheksal semestril, kindla keha dünaamikat seitsmel semestril.

Allpool toodud andmed põhinevad ametlikel loengute kavadel alates 1903. aastast. Andmed puuduvad vaid 1906.a. esimese semestri kohta; võimalik, et 1905.a. revolutsioonile järgnenud semestril loengute kava on jäänud trükkimata.

G.V. Kolossovi poolt peetud loengud Tartu Ülikoolis aastail 1903-1913

Loengu aine	1903		1904		1905		1906		1907		1908		1909		1910		1911		1912		191
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I
Punkti kinemaatika ja dünaamika		2									3							4			4
Kindla keha ja punktide süsteemi dünaamika		2	2	3									3		3	3		3			
Graafiline staatika		2																			2
Praktilised harjutused		2																			
Punkti dünaamika ja punktide süsteemi dünaamika			2		3	3		3				3		3					4	4	3
Elastsusteooria rakendamine materjalide tugevusõpetusse			2			1		1													
Praktilised harjutused ja potentsiaali teooria alused			2																		
Kindla keha ja punktide süsteemi mehhaanika koos harjutustega										3											

G.V.Kolossovi poolt peetud loengud Tartu Ülikoolis
aastail 1903-1913
(arvud lahtirites tähendavad nädalatunde)

Loengu aine	1903		1904		1905		1906		1907		1908		1909		1910		1911		1912		1913	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Hüdrostaatika ja hüdrodünaamika rakendustega hüdroloogiasse				2					3													2
Mehhaanika diferentsiaalvõrrandite integreerimine koos praktiliste harjutustega					3																	
Elastsusteooria					2							1										
Variatsioonarvutus					2	2												2				2
Kinemaatika koos rakendustega mehhanismide teooriasse						3		3		3		3		4								
Tõenäosusteooria ja lõplike vahede teooria									4													
Määratud integraalide teooria									4													
Võrrandite integreerimine ja täiendavad peatükid analüütilisest mehhaanikast										3												

G.V.Kolossovi poolt peetud loengud Tartu Ülikoolis
aastail 1903-1913
(arvud lahtrites tähendavad nädalatunde)

Loengu aine	1903		1904		1905		1906		1907		1908		1909		1910		1911		1912		1913	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Kompleksmuutuja funktsioonide teooria										4												
Arvude teooria											4											
Potentsiaaliteooria ja täiendavaid peatükke dünaamikast																			3			
Matemaatilise-füüsika võrrandite integreerimine																				4		
Kindla keha ja punkti kinemaatika koos praktiliste harjutustega				3												4						
Kindla keha kinemaatika ja punkti dünaamika													4		4							
Punkti ja punktide süsteemi mehhaanika																		4				
Täiendavaid peatükke analüütilisest mehhaanikast																		3			2	

Järgnev tabel annab ülevaate G.V.Kolossovi koormuse kohta semestrite kaupa. Tabeli lahtrites olev number tähendab loengu tundide arvu nädalas. Vaadates tabelit näeme, et erandlikult suur koormus oli prof. Kolossovil kanda 1907.a. esimesel semestril, kokku 14 tundi nädalas. Ka aasta keskmine tundide arv nädalas on kõige suurem 1907.a. - 12 tundi nädalas. Pole andmeid selle põhjuste kohta. Võib aga arvata, et see asjaolu on olnud tingitud tasategemise vajadustest õppetöö alal, mis peale 1905.a. revolutsiooni 1906. aastal ei kulgenud küllalt reeglipäraselt.

Aasta	Semester		Aasta keskmine
	I	II	
1903		8	8
1904	8	8	8
1905	10	9	9,5
1906	-	7	7
1907	14	10	12
1908	7	10	8,5
1909	7	7	7
1910	7	7	7
1911	7	9	8
1912	7	8	7,5
1913	8	9	8,5

Mis puutub G.V.Kolossovi loengute sisulisesse küljesse, siis on kahjuks nende loengute kohta väga vähe dokumentaalset materjali. Autoril on olnud kasutada prof. G.Rägo isiklikust raamatukogust jg. allikad:

1. Trükis ilmunud, kuid praegu bibliograafiliseks harulduseks olevad G.V.Kolossovi loengud kinemaatikast, mis on trükitud Tartus.

2. G.V.Kolossovi loengud materiaalse punkti ja punktide süstee-

mi dünaamikas, litografeeritud Peterburis.

3. G.V.Kolossovi loengute puhtad järelkirjad, valmistatud G.Rägo poolt oma konspektide järele (stuudiumi ajal Tartu Ülikoolis aastail 1910-1912).

§ 2. G.V.Kolossovi kinemaatika loengud.

a) Loengute programm

Kinemaatika loengud, mida G.V.Kolossov on pidanud Tartu Ülikoolis, võtavad enda alla 64 trükilehekülge. Kuid siin puudub teksti lõpposa, mis peaks haarama materjali kindla keha relatiivsest liikumisest.

Kõnesolevad loengud on jaotatud kolmeks peatükiks, iga peatükk omakorda paragrahvideks. Teksti juurde kuuluvad veel kaks lisalehte paljude väikeses mastaabis joonistega. Täpset aastat, mil G.V.Kolossov neid loenguid on pidanud, ei ole teada. Kuid võib arvata, et trükisilmunud materjal on kogutud mitmeaastase loengulise tegevuse vältel. Järgnevas tabelist saame ülevaate aastate ja semestrite järgi G.V.Kolossovi kinemaatika kursuste suurusest:

Aasta	Semester I	Semester II
1903		2
1904		3
1905		2
1906		2
1907		3
1908		3
1909		4
1910	4	
1911		4
1912		4
1913	2	

Nagu näeme, kinemaatika loengu nädalatundide arv varieerub kahest neljani, seega loengutel toodud materjal on olnud kord laiem, kord kitsam. Loengutega seoses koostatud ja hiljem trükitud tekst ei saa seega anda täpset pilti Kolossovi loengutest, küll aga peegeldab ta nende loengute põhisuunda ja sisu; vastavalt nädalatundide arvule on üksikuid küsimusi käsitletud kord kitsamalt, kord laiemalt.

G.V.Kolossovi kinemaatika kursuse programm on järgmine:

Punkti kinemaatika

1. Põhidefinitsioonid
2. Punkti kiiruse mõiste
3. Kiirus kui vektor ja tema projektsioonid koordinaattelgedele
4. Punkti kiirenduse mõiste
5. Kiiruse ja kiirenduse mõiste rakendamine mõningate kinemaatilise iseloomuga ülesannete lahendamisel
6. Kõrgemat järku kiirendustest
7. Kahe vektori geomeetrilisest ja vektoriaalsest korrutisest
8. Muutuva vektori geomeetrilisest tuletisest
9. Vektori momentide mõiste
10. Geomeetrilise tuletise teooria rakendamine kiiruse ja kiirenduse projekteerimisel eri sihiga telgedele
11. Punkti liitliikumisest
12. Kiiruse ja kiirenduse mõiste rakendamine geomeetriliste ülesannete lahendamisel.

Kindla keha kinemaatika

1. Sissejuhatus (kindla keha mõiste)
2. Kindla keha pöörlemine liikumatu telje ümber
3. Kindla keha liikumine paralleelselt liikumatu tasapinnaga
4. Rulettide teooria ja kõvera veeremine teisel kõveral
5. Pindadest, mida kirjeldab liikumatust punktist O mingisugusesse liikuva kujundi punktisse tõmmatud raadiusvektor ja pindadest, mida kirjeldab nimetatud raadiusvektoriga muutumatult seotud lõik
6. Tasapinnalise kujundi liikumise geomeetriline teooria

7. Hammaste kontuurid silindrilisel hammasrattal ja kinemaatika mõningaid rakendusi mehhanismide teoorias
8. Kindla keha pöörlemine liikumatu punkti ümber
9. Näiteid kindla keha pöörlemise kohta
10. Kindla keha punkti kiirendusest pöörlemisel liikumatu punkti ümber
11. Parameetritest, mis määravad pöörleva kindla keha asendi tema liikudes ühe liikumatu punkti ümber
12. Kindla keha punkti kiirus ja kiirendus liikumise üldjuhul

Relatiivsete liikumiste kinemaatika

1. Punkti relatiivsest liikumisest
2. Coriolise teoreem
3. Coriolise teoreemi geomeetriline tuletamine
4. Kindla keha relatiivsest liikumisest teise kindla keha suhtes.

Võrreldes G.V.Kolossovi loengute programmi KHM-i 1955.a. kehtestatud teoreetilise mehhaanika programmiga näeme, et nad üldjoontes ühtuvad; kuid üksikuis küsimusis on ka rida erinevusi; näiteks algab KHM mehhaanika programm sissejuhatava osaga "Üldine ajalooline ülevaade mehhaanika tekkimisest ja arengust", missuguseid küsimusi prof. Kolossovi loengutes ei sisaldu.

KHM mehhaanika programmis on kinemaatika alguses sisse toodud inertsiaalsüsteemide mõiste, on ette nähtud selgitada liikumise ja paigaloleku vahekorda. G.V.Kolossovi loengute plaanis ei ole selliseid küsimusi. See on ka arusaadav, sest inertsiaalsüsteemide mõiste oli küll mehhaanikas tuntud ammu, kuid nende sügav printsipiaalne tähendus ilmnes alles Einsteini töö ilmumisega 1905.a.

Kaasaegse mehhaanika peamiseks tööriistaks on vektor. Seda mõistet kasutab prof. Kolossov oma loengutes küll laialt, kuid vektori definitsioon antakse vaid märkusena, hoolimata sellest, et tollal matemaatika kursustes sellest juttu ei olnud.

1955.a. mehhaanika programmis on eraldi küsimusena märgitud punkti liikumise vektor- ja koordinaatvõrrandid. Seda küsimust prof. Kolossov oma kinemaatika loengutes eraldi ei käsitle ja seda teatava õigusega, sest see küsimus omab tähtsuse alles õieti dünaamika probleemistikus.

Liikumise kiiruse käsitlus langeb mõlemas programmis põhilistes joontes ühte. 1955.a. mehhaanika programmis leiame kinemaatikas ka juba sektorkiiruse mõiste. Prof. Kolossovil see küsimus leiab käsitlust, kuid ainult möödaminnes: kinemaatikas seda mõistet ju eriti vaja pole.

Ka punkti kiirenduse osas ei ole suuremaid erinevusi. Prof. Kolossovi loengute ühes paragrahvis käsitletakse ka kõrgemat järku kiirendusi, - küsimus, mis tavaliselt käsitlust ei leia, kuna talle on raske rakendusi leida, töötab ju terve dünaamika vaid tavalise kiirendusega.

Kindla keha kinemaatikas Kolossov käsitleb väga mitmesuguseid küsimusi masina mehhaanikast, mis kaasajal leiavad valgustamist tehnilise mehhaanika kursustes. Selles peegeldub G.V.Kolossovi mehhaanika mõistmine <u>ühtse</u> ainena, mis haarab nii tema teoreetilise kui rakendusliku külje. Ettekujutuse suunast, milles prof. Kolossov õpetas oma ainet, saab kõige paremini, kui vaatleme jooniseid tema kinemaatikast (vt. juuresolevat kaht fotogrammi).

Relatiivses liikumises käsitletakse küllalt põhjalikult Coriolise kiirendust ja ka Coriolise teoreemi kiirenduste liitmise kohta, millele antakse ka geomeetriline tõlgendus. Sisuliselt samuti käsitletakse seda teoreemi ka kaasaegsetes kursustes.

b) G.V.Kolossov punkti kinemaatikast kui neljamõõtmelisest geomeetriast

Kõnesolevad loengud kinemaatikast algavad sissejuhatusega, milles antakse analüütilise mehhaanika ja siis ka kinemaatika definitsioon.

Seal loeme:

"Analüütiline mehhaanika on teadus, mis uurib analüüsi abil materiaalsete kehade liikumist ja sellega kaasnevaid nähtusi. Analüütiline mehhaanika jaotatakse tavaliselt kahte ossa: esimeses osas vaadeldakse liikumist sõltumatult liikumist tekitavatest põhjustest (tungidest), teises osas - liikumist tekitavaid põhjusi. Analüütilise mehhaanika esimese, ainult liikumise geomeetrilist külge vaatleva osa esitamisel, ei ole vaja uusi aksioome peale geomeetria põhiaksioomide ja aja mõiste. Aega me loeme põhimõisteks, mida pole vaja defineerida. Seda osa mehhaanikast on sobiv nimetada neljamõõtmeliseks geomeetriaks. Siin on peale geomeetria kolme mõõtme abiks võetud veel neljas mõõde - aeg. Ampère'i järgi nimetatakse seda mehhaanika osa kinemaatikaks".

Teatavasti juba varemini soovitas Lagrange nimetada kogu mehhaanikat neljamõõtmeliseks geomeetriaks. Kolossov soovitab nimetada nii ainult üht osa mehhaanikast - kinemaatikat. Hilisem teaduse areng on näidanud, et õieti tuleb kogu füüsikat käsitleda kui neljamõõtmelist geomeetriat, kuigi veidi teises mõttes, kui seda arvas Lagrange: relatiivsuseteooria areng näitas, et neljamõõtmelise geomeetria kasutamine füüsika protsesside kirjeldamisel ei haara sugugi nende formaalset külge, nagu seda arvas Lagrange; just vastupidi, ta peegeldab reaalselt kehtivat aja ja ruumi vahelist seost.

c) Kiirus ja kiirendus

Käsitlemisel olevais loenguis kiirus defineeritakse kui ajaühikus läbi käidud tee pikkus. Sellele lisatakse aga kohe, et see definitsioon sobib ainult ühtlase liikumise korral. Kiirus üldmõistetele lähenetakse keskmise kiiruse kaudu:

$$\frac{\text{punkti poolt läbi käidud tee}}{\text{selleks kulunud aeg}} = \frac{MM_1}{t-t_1}$$

kus M ja M_1 märgivad punkti asukohti aegadel t ja t_1.

Kiiruseks v momendil t nimetatakse siis, nagu tavaliselt, keskmise kiiruse piirväärtust punkti M_1 tõkestamatul lähenemisel punktile M:

$$v = \lim_{\Delta\sigma \to 0} \frac{\Delta\sigma}{\Delta t}$$

Praegu kõigis allikais antakse piirile mineku tingimus mitte kujul $\Delta\sigma \to 0$, vaid kujul $\Delta t \to 0$. Praktiliselt viivad mõlemad tingimused küll samadele tulemustele, kuid sisuliselt on nad ometi erinevad. Näikse loomulikum seada nullile lähenemise tingimus argumendi juurdekasvu kohta.

Kui alul luuakse kiiruse mõiste keskmise kiiruse kaudu, siis hiljem (paragrahvis üheksa) antakse kiiruse definitsioon, nagu praegu, vektorkujul: punkti kiirus on punkti raadiusvektori geomeetriline tuletis. Kiirusvektori projektsioonide käsitlemisel juhitakse tähelepanu lausele: "Punkti kiiruse projektsioon liikumatule sihile on võrdne punkti projektsiooni kiirusega samale sihile. Analoogne lause on toodud ka tasapinna kohta. Kiirusvektori projektsioonid antakse ka üldistes kõverjoonelistes koordinaatides.

Kiirenduse mõiste luuakse Hamiltoni hodograafi kasutades: kui punktile M orbiidil vastab punkt μ hodograafil, siis

$$x_\mu = \frac{dx}{dt} \qquad y_\mu = \frac{dy}{dt} \qquad z_\mu = \frac{dz}{dt}$$

ja punkti μ kiirus on punkti M kiirendus. Kiirenduse normaalne ja tangensiaalne komponent leitakse nii projektsioonlause teel kui ka otse kiirusvektoriga töötades.

Samas tuletatakse ka Binet' valem

$$\dot{v}\cos\dot{v}\rho = \pm\dot{v} = -\frac{4c^2}{\rho^2}\left\{\frac{d^2\left(\frac{1}{\rho}\right)}{d\theta^2} + \frac{1}{\rho}\right\}$$

rõhutades selle tähtsust.

Sektorkiirusest antakse ainult definitsioon, ilma seda mõistet rakendamata.

Eraldi paragrahvi pühendab Kolossov oma loengutes kõrgemat järku kiirendustele, defineerides teist järku kiirendust nii: "Me nimetame liikuva punkti M teist järku kiirenduseks liikuva lõigu lõpu kiirust, kui lõik oma suuruselt ja suunalt on võrdne punkti M kiirendusega ja lähtub kogu aeg ühest ja samast liikumatust punktist O".

On ilmne, et teist järku kiirendus siin defineeritakse kiirendusvektori hodograafi kaudu, nagu varemini kiirendus kiirusvektori ja kiirus kohavektori hodograafi kaudu.

Antakse interpretatsioon Taylori reale: kui punkt liigub, siis selle punkti koordinaadid saavad ajavahemiku jooksul teatavad juurdekasvud Δx, Δy, Δz. Igaüht neist juurdekasvudest saab avaldada kujul

$$\Delta x = \frac{dx}{dt}\tau + \frac{1}{1\cdot 2}\frac{d^2x}{dt^2}\tau^2 + \ldots + \frac{1}{1\cdot 2\ldots n}\frac{d^nx}{dt^n}\tau^n + \ldots$$

Siit nähtub, et nihkevektor $\overrightarrow{\Delta\sigma} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ avaldub vektorite $v\tau$; $\dot{v}\frac{\tau^2}{1\cdot 2}$; $\ddot{v}\frac{\tau^3}{1\cdot 2\cdot 3}$; .... summana. Iga reaksarenduse liige, alates teisest, avaldub teatud kõrgemat järku kiirenduse kordsena. Hoolimata seletusest näib, et kõrgemat järku kiirenduste mõiste loomine ennast ei õigusta, kuna ta sisuliselt jääb kasutamata ja ta formaalne väärtus on küsitav.

d) Operatsioonid vektoritega

Vektori definitsioon antakse kujul: "Vektoriks nimetatakse antud pikkuse ja sihi ning suunaga sirglõiku".

Vektori summat nimetatakse vektori geomeetriliseks summaks, vektori tuletist - vektori geomeetriliseks tuletiseks, vektorite skalaarset korrutist - vektorite geomeetriliseks korrutiseks. Kasutatud terminoloogia viitab sellele, et vektorit mõistetakse eelkõige kui geomeetrilist objekti. Sellest tingituna jääb rõhutamata vektori füüsikaline sisu ja jääb märkimata võimalus mõista vektorit ka puhtformaalselt, nagu seda tehakse näiteks kaasaegses algebras.

Vektorkorrutise peanäitena on vektori moment. Momenti defineeritakse järgmiselt: "Vektori u momendiks punkti O suhtes nimetame korrutist $[ru]$, kus r on raadiusvektor, mis läheb punktist O vektori u mingisse punkti". See sõnastus langeb peaaegu ühte kaasaegse sõnastusega.

Vektorite liitmise eeskirja kasutatakse liitliikumiste käsitlemisel.

Siin vaadeldakse ka liikumise lahutamist komponentideks. Mõnevõrra omapärane on probleemile juurdeminek: "Me ütleme, et punkti M liikumine koosneb n teise punkti liikumisest, kui punkti M nihkelõik igal ajamomendil avaldub n punkti nihkelõikude geomeetrilise summana".

Seega vaadeldakse antud keha liikumist kui teiste kehade liikumiste summat. Selles avaldub kahtlemata püüe mõista liitliikumist füüsikaliselt. Esitatu jääb aga ikkagi otsituks, kunstlikuks ja abstraktseks. Tuleb märkida, et kinemaatikas pole liikumise lahutamisel mitmeks komponentliikumiseks erilist füüsikalist tagapõhja; võtet kasutatakse vaid formaalse vahendina. Liikumise lahutamine komponentliikumisteks omandab füüsikalise sisu alles dünaamikas. Kui kehale mõjub mitu tungi, siis võime eraldi vaadata keha üksikuid liikumisi, mis on tingitud igast tungist eraldi. Tegelikult keha liigub siis nii, nagu seda saame nende liikumiste liitmisel.

e) Kindla keha kinemaatika

Kindla keha definitsioon antakse kujul: "Punktide hulka, mis on omavahel nii seotud, et kaugus nende punktide vahel jääb kogu liikumise kestel konstantseks, me nimetame muutumatuks punktide süsteemiks ehk kindlaks kehaks". Märgitakse, et looduses ei ole absoluutselt kindlat keha, kuna kõik kehad deformeeruvad, vähemalt vähesel määral. Seda, et punktide vahelised kaugused ei muutu, kujutatakse nii, et punktid on üksteisega seotud ideaalselt jäikade venimatute varrastega. Selleks, et ühendada kaht punkti on vaja üht varrast. Kolme punkti jäigaks ühendamiseks on vaja kolme varrast ja edasi iga uue sõlme kinnitamiseks on vaja veel kolm varrast. Niisiis n sõlme jäigaks ühendamiseks on vaja $3 + (n - 3) \cdot 3 = 3n - 6$ varrast. Ühenduses selle küsimusega selgitatakse ka üleliigsete varraste küsimus ja antakse staatiliselt määratud ja määramatute süsteemide mõiste. Sellega seotud küsimused kuuluvad oma loomult aga enam tehnilise mehhaanika programmi kui siia.

Kindla keha pöörlemise kirjeldamisel liikumatu telje ümber luuakse nurkkiiruse mõiste. Nurkkiirus esitatakse vektorina, mis on alati sihitud pöörlemistelge mööda. Siin antakse ka seos nurkkiiruse ja joonkiiruse vahel ja käsiteltakse nurkkiirenduse mõistet.

Edasi vaadeldakse kindla keha liikumist paralleelselt mingi tasapinnaga. Käsitletud materjali iseloomustavad märksõnad: "pöörlemise hetkeline tsenter", "hetkeline pöörlemistelg", "liikuv ja liikumatu tsentroid", "liikuva tsentroidi veeremine liikumatul tsentroidil". Kogu materjali illustreeritakse näidetega ja tuuakse tähtsamad laused rulettide teooriast. Rulett defineeritakse joonena, mida kirjeldab tasapinnalise kõveraga σ_c muutumatult seotud punkt, kui kõver σ_c veereb libisemata mööda teist tasapinnalist kõverat S_c. Siin tuletatakse ka kuulus Savary' valem, mis seob kõverate S_c ja σ_c kõverusraadiusi ruleti kõverusraadiusega ρ:

$$(1/\rho_\sigma + 1/\rho_s)u/\cos\vartheta = \rho/(\rho - u)$$

Üks paragrahv on pühendatud pindadele, mida kirjeldavad muutuvad raadiusvektorid, mis lähtuvad liikumatust punktist: pind, mille kirjeldab raadiusvektor aja $t - t_0$ jooksul, lubab avaldada kujul:

$$\int_{t_0}^{t} \frac{1}{2} r^2 d\varphi \quad \text{ehk} \quad \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}\left(x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}\right)dt$$

Siin peatutakse ka aluste juures, millele on rajatud planimeetrite teooria.

f) Kindla keha pöörlemine liikumatu punkti ümber

Kindla keha pöörlemist liikumatu punkti O ümber käsitletakse valides kaks koordinaatide süsteemi: ühe ruumis liikumatuna, teise sama algusega O muutumatult seotud liikuva kehaga. Niisugune lähenemine küsimusele on omane Newtoni mehhaanikale. Siin kasutatakse endastmõistetavana absoluutset ruumi ja sellega seotud liikumatut koordinaatsüsteemi. Sisuliselt oletatakse seega, et on võimalik rääkida keha liikumisest ja paigalolekust absoluutses mõttes.

Suure põhjalikkusega uuritakse edasi nurkkiirusvektori omadusi, nurkkiiruste liitmist ja selle rakendamist tehnikas, Cardani šarniiri puhul.

Edasi käsitletakse kindla keha liikumise hetkelisi telgi, liikumatut ja liikuvat aksoidi . Keha liikumisel liikuv aksoid veereb liikumatut aksoidi mööda. On märkimisväärne, et seatakse ja lahendatakse ka lõplike pöörete kirjeldamiseks kohaste parameetrite küsimus: Rodrigues'i ja Klein'i parameetrite kasutamisel pöörete teooria omab märkimisväärse sümmeetria ja kauniduse - üks neist külgedest, mida Kolossov alati otsis matemaatilistes valemites.

Oma loengutes võtab Kolossov vaatluse alla ka kindla keha liikumise üldjuhu ja kirjeldab seda ühe joonpinna veeremisena teisel joonpinnal koos libisemisega piki ühist moodustajat.

g) Kindla keha relatiivse liikumise kinemaatika

Käesoleva töö teostamisel kasutatud prof. Kolossovi trükitud loengute eksemplar lõpeb neljanda trükipoognaga ja siin ilmsesti puudub osa relatiivset liikumist käsitlevatest paragrahvidest. Ei ole teada kui palju nimelt puudub ja samuti ka see, kas puuduv osa on üldse trükitud või mitte. Olemasolev tekst käib järgmiste küsimuste kohta:

1. Punkti relatiivsest liikumisest
2. Coriolise teoreem
3. Coriolise teoreemi geomeetriline tõlgendus
4. Ühe kindla keha relatiivsest liikumisest teise kindla keha suhtes.

Relatiivse liikumise mõistet selgitatakse järgmiselt: "Punkti M relatiivne liikumine mingi liikuva kindla keha S suhtes esineb sel juhul, kui vaatleja, kes märkab punkti liikumist, liigub ise koos kehaga S ja ei märka enda liikumist. Punkti M asendid kehas kujutavad vaatlejale punkti M trajektori. Tegelik punkti nihkumine, mida me nimetame absoluutseks, toimub mingit teist trajektori mööda". Esitatud sõnastus näitab, et loengute autor eeldab absoluutse liikumise olemasolu. Ta võtab seega omaks Newtoni absoluutse ruumi kontseptsiooni. Käesoleval ajal me seda eitame ja rõhutame, et igasugune liikumine on suhteline. Relatiivset kiirust defineeritakse kõnesolevais loenguis harilikul viisil ja näidatakse, et absoluutse liikumise kiirus on relatiivse ja ülekande kiiruse geomeetriline summa.

Edasi antakse Coriolise teoreem, mis seob absoluutset, relatiivset ja ülekande kiirendust. Lühike ja lihtne on loengutes toodud

Coriolise teoreemi geomeetriline tuletus. Coriolise kiirendust nimetatakse järjekindlalt "täiendavaks kiirenduseks".

§ 3. Punkti dünaamika loengud

a) Punkti dünaamika loengute programm

Punkti dünaamika loengute litografeeritud tekst sisaldab 64 trükilehekülge. Täpset aega, mil need loengud on peetud, ei ole teada. Tõenäoselt on neid ette kantud mitmel korral, vahest neid kordkorralt muutes.

Järgnevast tabelist saame ülevaate punkti dünaamika kursuste ulatusest:

Semester / Aasta	I	II
1903		2
1904	2	
1905	3	3
1906		3
1909	3	3
1910	3	4
1911		3
1912	4	4
1913		5

Nagu näha, on kursuse ulatus tublisti kõikunud: kahest nädalatunnist viie nädalatunnini.

Punkti dünaamika loengute programm on antud raamatu lõpus:

1. Punkti dünaamika põhiprintsiibid. Inertsi printsiip ja jõu võrdelisus kiirendusega. Punkti liikumise differentsiaalvõrrandid ja nende integreerimine. Integreerimine ridade abil. Näiteid. Harmooniline võnkumine. Elava jõu muutumise seadus. Potentsiaalsed tungid ja nende näiteid. Elava jõu integraal ehk energia jäävuse seadus.

2. Liikumishulga muutumise seadus (kiiruse muutumise vektoriaalne seadus) ja liikumishulga momendi muutumise seadus. Pindade seadus või pindade integraal. Pindade seadus mistahes liikumatut punkti läbiva tasandi kohta; tõestus, et liikumine toimub sel juhul ühes tasapinnas.
3. Punkti liikumine tsentraalsete tungide mõjul. Järeldus trajektori võrrandist ja punkti liikumise küsimuse lahendamine. Tsentraalne tung, mis on pöördvõrdeline kauguse ruuduga. Mitmesuguseid näiteid punkti liikumisest tsentraalsete tungide mõjul.
4. Vaba punkti lihtsamate ülesannete lahendamine.
5. Vaba punkti liikumine raskustungi mõjul takistust mitteavaldavas keskkonnas ja keskkonnas, milles takistus on võrdeline kiirusega. Sirgjooneline liikumine keskkonnas, kus takistus on võrdeline kiiruse ruuduga.
6. Harmooniline võnkumine keskkonnas, milles ei ole takistust ja milles takistus on võrdeline kiirusega. Sundimitud võnkumised. Resonants.
7. Mittevaba punkti liikumine. Seostest vabastamise printsiip. Punkti rõhk seostele ja seoste reaktsioonid. Differentsiaalvõrrandid juhuks, et punkt liigub mööda ideaalselt siledat pinda; nende integreerimine.
8. Punktile avalduv rõhk, mis on tingitud pinna normaalile võetud tungide projektsioonide ja kesktõrjejõu liitumisest, kusjuures kesktõrjejõud on arvutatud eeldusel, et punkt liigub puutujat läbiva normaallõike tasapinnas. Punkti liikumine siledat kaldpinda mööda.
9. Punkti liikumine mööda ideaalselt siledat pinda ilma välistungide mõjuta. Geodeetiline joon. Raske punkti liikumine mööda ideaalselt siledat sfääri (kooniline pendel). Sfääri poolt punktile avalduv rõhk.

10. Punkti liikumise differentsiaalvõrrandid, kui punkt liigub mööda siledat kõverat ja nende võrrandite integreerimine. Kõveral asetsevale punktile mõjuva rõhu määramine. Tsükloidiline pendel.
11. Raske punkti liikumine ringi kaart mööda (matemaatiline ringpendel). Ringjoonel asetsevale punktile mõjuva rõhu määramine. Pendli differentsiaalvõrrandite täpne ja ligikaudne integreerimine. Täisvõnke aeg.
12. Punkti mehhaanika põhiprintsiibid. D'Alemberti printsiip, võimalike nihete printsiip ja vähima mõju printsiip Hamiltoni ja Lagrange'i formuleeringus.
13. Materiaalse punkti liikumise differentsiaalvõrrandite tuletamine Hamiltoni printsiibist, kusjuures punkti asend määratakse üldiste koordinaatparameetritega. Punkti liikumise differentsiaalvõrrandite taandamine kanoonilisele kujule.
14. Materiaalse punkti tasakaalu asendid. Püsiv ja mittepüsiv tasakaal ja punkti väikesed võnkumised püsiva tasakaaluasendi ümber.
15. Materiaalse punkti relatiivse liikumise differentsiaalvõrrandid mingisuguse muutumatu keskkonna suhtes, kui punkt liigub etteantud viisil. Amperi ülesanne. Maa ööpäevase pöörlemise mõju vabalt kukkuvale punktile ja pendli võnkumisele. Foucault' katse.
16. Hetkeliselt mõjuvate tungide mõju punktile. Thomsoni võrrand. Punkti löök pinnale.

Võrreldes G.V.Kolossovi loengute programmi 1955.a. KHM punkti dünaamika programmiga näeme, et nad vähe erinevad teineteisest: punkti dünaamika loengutes käsitleb prof. Kolossov ka materiaalse punkti tasakaalu küsimusi, D'Alemberti printsiipi, võimalike nihete printsiipi ja vähima mõju printsiipi. KHM mehhaanika programmis on need küsimused viidud süsteemide dünaamikasse.

b) Jäävuse seadused

Kineetilise ja potentsiaalse energia summa jäävus kirjutatakse kujul

$$T + Э = const,$$

nimetades esimest liiget - hoogu - iganenud terminiga "elav jõud".

Liikumishulga jäävuse seadus sõnastatakse tungi impulsi mõiste abil: "Liikumishulga geomeetriline juurdekasv on võrdne rakendatud tungide impulsiga vaadeldava ajavahemiku kohta".

On huvitav märkida, et liikumishulga defineerimisel rõhutatakse, et see suurus pole mitte geomeetriline, vaid füüsikaline vektor: "Iseendast mõista, et selle vektori kujutamine antud pikkusega lõiguna on tinglik võte. Nii nagu kõigil niisugustel juhtudel, nii ka siin me ei esita mitte liikumishulka ennast, vaid ainult lõigu, mis sisaldab sama palju pikkusühikuid kui liikumishulk sisaldab liikumishulga ühikuid". Õieti oleks selline märkus pidanud seisma juba kiiruse, kiirenduse ja jõu kujutamise puhul vektoritena.

Liikumishulga momendi muutumise seadus esitatakse vektoriaalsel, seega koordinaattelgedest sõltumatul kujul. Ei rõhutata seejuures, et kõnesolevad valemid on koordinaatteljestikust sõltumatud ainult formaalselt: võrrandites esinevaid vektoreid saame kvantitatiivselt esitada ikkagi ainult komponentide ja alguspunkti kaudu. See tähendab, et faktiliselt ei saa me vektorite kohta midagi enne öelda, kui on antud konkreetses koordinaatsüsteemis nende komponendid ja alguspunkt.

Dünaamika loengutes käsitletakse ka sektorkiiruse mõistet, rakendades seda juhul, et punkt liigub tsentraalse tungi mõjul. Pindade seadus väljendab siin sektorkiiruse konstantsust. Loenguis märgitakse, et see seadus omab suurt tähtsust astronoomias.

c) Punkti dünaamika põhiseadused

Punkti dünaamika loengud algavad lühikese ajaloolise ülevaatega. Märgitakse, et kuigi juba vanad kreeklased ja roomlased tegelesid dünaamika küsimustega, polnud nende tulemused ometi õiged. Nende poolt esitatud liikumise filosoofiline käsitlus osutus enamikel juhtudel vääraks. Nii näiteks Aristoteles õpetas, et vaba keha liigub ringjoonelist trajektori mööda, sest ringjoont peeti sel ajal "ideaalseks" kõveraks. Tänapäeva dünaamika algust tuleb lugeda Galileist. Loomupäraseks, tungivabaks liikumiseks on sirgjooneline.

Pikemalt peatutakse Newtoni seadustel kui dünaamika põhiaksioomidel. Märgitakse, et inertsiseadust võib sõnastada õieti ainult materiaalse punkti kohta, kuna vabad materiaalsed kehad võivad püsida pöörlevas liikumises, kuigi neile tunge ei mõju.

Newtoni teine seadus formuleeritakse eeldusel, et keha mass on muutumatu: keha mass defineeritakse kui võrdetegur tungi ja kiirenduse proportsionaalsuse seaduses. Kaasajal sageli toodavas käsitluses, kus lähtutakse tungi ja impulsi tuletise võrdumisest, massi defineerimiseks niisugust võimalust ei jää.

Newtoni kolmandat seadust ei puudutata. Samuti ei vaadelda tõsiasja, mida Sommerfeld nimetab dünaamika neljandaks aksioomiks: "Tungide liitmisel tuleb kasutada parallelogrammi reeglit"[x]. See aksioom fikseerib tõsiasja, et tungid on vektorilise iseloomuga suurused. Kuigi G.V.Kolossov muidugi kasutab oma loengutes eeldust, et tung on oma loomult vektor, ometi ta sellel asjaolul kusagil ei peatu.

d) Mittevaba materiaalne punkt

Mittevaba materiaalse punkti all mõistetakse refereeritavais loenguis sellist punkti, mis kogu liikumise kestel peab jääma ette-

---

x Зоммерфельд, „Механика", 1947 lk 12

antud pinnale või joonele. Selgitatakse toereaktsioonide mõistet ja näidatakse, kuidas toereaktsioonide aksioomi abil saab mittevaba materiaalset punkti käsitleda seostest vaba punktina.

Punkti liikumine mööda siledat pinda viib differentsiaalvõrrandite

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= X + \lambda\frac{\partial f}{\partial x} \\ m\frac{d^2y}{dt^2} &= Y + \lambda\frac{\partial f}{\partial y} \\ m\frac{d^2z}{dt^2} &= Z + \lambda\frac{\partial f}{\partial z} \end{aligned}\right\}$$

integreerimisele,pinna võrrandit $f(x,y,z)=0$ arvestades.

Teoreetiliselt nende võrrandite integreerimine põhineb parameetri λ ja ühe koordinaadi elimineerimisel võrrandi $f(x,y,z)=0$ abil. Saame kaks võrrandit kahe tundmatuga. Arutluse tulemuseks on, et: "Punkti rõhk pinnale koosneb punktile rakendatud tungi projektsioonist pinna normaalile ja kesktõrjejõust, mida arvestatakse eeldusel, et punkt liigub piki pinna normaallõiget".

Üldisele teooriale järgnevad mitmesugused konkreetsed ülesanded, nagu raske punkti liikumine mööda siledat kaldpinda, raske punkti liikumine vertikaalse teljega pöördpinnal jt.

Järgmise punktina vaadeldakse liikumist mööda kõverat joont: "Kui punkt on sunnitud kogu liikumise kestel jääma ideaalselt siledale joonele, siis sellist ideaalselt siledat joont me võime vaadelda kahe ideaalselt sileda pinna lõikejoonena ja punkti liikumist vastavalt vaadelda punktile rakendatud tungide ja kahe pinna normaalreaktsiooni mõjul".

Matemaatilise pendli teooria arendatakse nagu kaasajalgi, andes võnkeperioodi jaoks valemi lõpmatu rea kujul.

Küllaltki suurt tähelepanu on pööratud mehhaanika põhiprintsiipidele: D'Alemberti printsiip, võimalike nihutuste printsiip, Hamiltoni printsiip ja vähima mõju printsiip. Väärib märkimist, et loenguis mehhaanika alalt peatutakse lühidalt ka variatsioonarvutusel, mida tuleb tervitada, kuna muidu pole võimalik õigesti mõista Hamiltoni printsiipi ja selle erikujusid.

Kõrvalsaadusena leitakse punkti tasakaalu tingimused: punkt on tasakaalus, kui ta ei oma kiirendust; seega tasakaalu võrrandid saab kirjutada kujul

$$\left.\begin{aligned} X - m\frac{d^2x}{dt^2} - \lambda_1\frac{\partial f_1}{\partial x} + \dots &= 0 \\ Y - m\frac{d^2y}{dt^2} - \lambda_1\frac{\partial f_1}{\partial y} + \dots &= 0 \\ Z - m\frac{d^2z}{dt^2} - \lambda_1\frac{\partial f_1}{\partial z} + \dots &= 0 \end{aligned}\right\}$$

kus $f_1(x,y,z)=0$, $f_2(x,y,z)=0$ jne. on seoste võrrandid ja λ_1, λ_2 jne. - Lagrange'i kordajad.

Siin suurused $-m\frac{d^2x}{dt^2}$ on "inertstungi" projektsioonid. Seega liikumise differentsiaalvõrrandeid võib vaadelda kui tungide tasakaalu differentsiaalvõrrandeid, kusjuures liikuvale punktile on rakendatud peale välistungide ja reaktsioonide ka veel inertstungid. Selles aga seisnebki D'Alemberti printsiip.

Erijuhuna tulenevad vaba punkti tasakaalu võrrandid ($X=0$, $Y=0$, $Z=0$) ja punkti tasakaaluvõrrandid pinnal:

$$\left.\begin{aligned} X + \lambda\frac{\partial f}{\partial x} &= 0 \\ Y + \lambda\frac{\partial f}{\partial y} &= 0 \\ Z + \lambda\frac{\partial f}{\partial z} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Siit järeldub, et

$$X : \frac{\partial f}{\partial x} = Y : \frac{\partial f}{\partial y} = Z : \frac{\partial f}{\partial z}$$

See ütleb, et tasakaalu puhul tungid peavad olema suunatud pinna normaali mööda.

Võimalikkude nihete printsiip, D'Alemberti printsiip ja Hamiltoni printsiip antakse punkti jaoks tavalisel kujul

$$X\delta x + Y\delta y + Z\delta z = 0$$

$$\left(X - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)\delta x + \left(Y - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y + \left(Z - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)\delta z = 0$$

$$\delta\int_{t_0}^{t_1}(T+U)dt = 0$$

e) <u>Materiaalse punktide süsteemi dünaamika</u>

Allpool toome G.V.Kolossovi loetud materiaalsete punktide süsteemi dünaamika kursuse programmi. See on koostatud säilinud loengute järelkirjade eksemplari põhjal. Programm on järgmine:

1. Sissejuhatus
2. Elava jõu muutumise seadus
3. Süsteemide masskeskpunkti liikumise seadus.
4. Koenig'i teoreem
5. Materiaalsete punktide süsteemi liikumishulga momendi muutumise seadus
6. Materiaalsete punktide süsteemi üldine liikumise seadus
7. Materiaalsete punktide süsteemi tasakaalu asendid
8. Painduva niidi tasakaal

Võrreldes seda programmi 1955.a. KHM mehhaanika programmiga näeme, et viimane on küsimuste poolest rikkalikum. Seal näeme palu, nagu Tšaplõgini ja Appelli võrrandid, üksikpalu Ljapunovi ja Žukovski töödest liikumise stabiilsuse kohta, Meštšerski muutuva massi dünaamika kohta jne,

Materiaalsete punktide süsteemi dünaamikas G.V.Kolossovi poolt vaadeldakse uuesti peaaegu samu küsimusi, mis materiaalse üksikpunkti dünaamikaski. Põhilisi erinevusi praegu antavast käsitlusest ei leidu.

f) Kindla keha dünaamika

Ka alljärgnevas toodud kindla keha dünaamika loengute programm on koostatud G.V.Kolossovi loengute säilinud järelkirjade järgi. Programm sisaldab järgmisi küsimusi:

1. Kindla keha inertskeskpunkt
2. Kindla keha inertsmoment
3. Elavjõu ja liikumishulga peamoment
4. Kindlale kehale rakendatud tungide elementaarne töö
5. Kindla keha pöörlemine ümber liikumatu punkti
6. Raske kindla keha pöörlemine ümber liikumatu punkti
7. Lagrange'i juht
8. Kovalevskaja juht
9. Vurri liikumise ülesanne
10. Tingimused, millal kindel keha pöörlemisel liikumatu telje ümber ei avalda rõhku teljele ja laagritele
11. Hetkeliste tungide mõju vabale kehale
12. Hetkeliste tungide mõjust kindlale kehale, mis omab liikumatut telge; löögi tsenter.
13. Carnot' teoreem.

See kindla keha dünaamika programm erineb vähe 1955.a. KHM mehhaanika programmist.

Kindla keha dünaamika loengud algavad kindla keha mõiste selgitamisega. Näidatakse, et kindlal kehal on kuus vabadusastet. Inertskeskpunkti koordinaatide valemite järele tuuakse palju näiteid geomeetriliste kujundite inertskeskpunktide leidmise kohta. See materjal kuulub õigupoolest matemaatika harjutustikku; dünaamika mõistmiseks nad otse vajalikud ei ole. Sama märkuse võiks teha inertsmomentide ja deviatsioonimomentide kohta.

Edasi tuuakse klassikalised avaldised kindla keha hoo ja pöördimpulsi kohta. Nagu see loomulik ja uuema aja kirjanduses viisiks, antakse pöördimpulsi lause tema vektoriaalses esituses formulatsioonis: "Pöördimpulsi vektori lõpu liikumise kiirus on antud kindlale kehale rakendatud tungide üldmomendiga".

Lause leiab rakendamist kindla keha ümber kinnispunkti pöörlemise uurimisel momentvabal juhul, s.o. Euler-Poinsot juhu interpreteerimisel.

Üsna põhjalikult on prof. Kolossov käsitlenud raske sümmeetrilise vurri liikumist ja alati suure armastusega pikemalt peatunud S.Kovalevskaja suursaavutusel. Telje ümber pöörleva keha dünaamilist rõhku laagritele ja põrke mõju kindlale kehale käsitletakse nii, nagu see praegugi viisiks.

III G.V.Kolossovi teaduslik tegevus

Nagu nähtub allpool toodud G.V.Kolossovi enda koostatud teaduslikkude tööde loetelust[x], on tal trükis ilmunud 63 teaduslikku tööd. Neid võib jagada nelja rühma:

1. Tööd, mis käsitlevad kindla keha pöörlemist liikumatu punkti ümber.
2. Tööd kindla keha liikumisest ideaalses vedelikus.
3. Tööd elastsusteooriast.
4. Mitmesuguse temaatikaga tööd.

Liikumatu punkti ümber pöörleva kindla keha dünaamika alused andis juba Euler 1765.aastal. Tema antud olid ka differentsiaalvõrrandid, mis määravad seletatud viisil pöörleva keha liikumist ja Euleri poolt oli lõplikult lahendatud pöörlemise probleem juhuks, et välistungid puuduvad. Suure sammu Eulerist edasi tegi prantsuse matemaatik Lagrange, lahendades 1788. aastal probleemi selleks juhuks, et vaadeldav keha on pöördkeha, mille telg läbib liikumatut punkti.

Matemaatilised raskused uute, siia kuuluvate ülesannete lahendamiseks olid ületamatud. Asjatult tegelesid nende küsimuste lahendamisega maailma geniaalsemad matemaatikud.

Küsimuse vastu hakati uuesti eriti laialt huvi tundma peale S.Kovalevskaja kuulsa töö ilmumist, milles toodi uus, kolmas integreeritav juht. Teiste hulgas hakkasid probleemi uurima mitmed vene teadlased, nende seas Bobõljev, Steklov, Žukovski ja ka Kolossov.

G.V.Kolossovi tööde teise rühma kuuluvad tööd kindla keha liikumisest vedelikus. Kindla keha vedelikus liikumise teooria alused

---

[x] See loetelu oli autoril kasutada Leningradi Ülikoolis tehtud koopia näol (saadud prof. G.Rägo'lt).

anti peaaegu üheaegselt D'Alemberti, M.V.Lomonossovi ja Euleri poolt. Ka selle küsimuse lahendamine üldjuhul on seotud suurte matemaatiliste raskustega. Seni on lahendatud vaid kera, silindri ja mõned vähesed teised juhud.

Kolmandasse rühma kuuluvad 17 tööd, mis on pühendatud kompleksmuutuja funktsiooni teooria rakendustele elastsusteoorias. Tähtsaim neist on "Kompleksmuutuja teooria ühest rakendusest tasapinnalise elastsusteooria probleemile".

Neljandasse rühma kuuluvad mitmesuguse temaatikaga tööd. Siit leiame ülevaatlikke artikleid vene mehhaanikute tööst ja mehhaanika õpetamisest. G.V.Kolossov oli veendunud matemaatilise meetodi rakendamise võimalusest kõigile meid ümbritsevaile loodusnähtusile. Muude küsimuste hulgas ta oli huvitatud ka tõenäosusteooria rakendamisest bioloogilistele nähtustele.

Prof. G.V.Kolossovi tähtsaim töö "Kompleksmuutuja teooria ühest rakendusest tasapinnalise elastsusteooria probleemile" on kirjutatud Tartus 1909.a. Ta sisaldab 187 trükilehekülge. Selles töös toodud meetodi alused avaldati 1908.a. lühiartiklis Pariisi Teaduste Akadeemia "Comptes rendus", ja suuliselt on nad ette kantud 11.aprillil 1908.a. Roomas matemaatikute IV rahvusvahelisel kongressil.

G.V.Kolossov ütleb oma raamatu sissejuhatavas osas, et selles töös antakse uus kompleksmuutuja funktsiooni teooria rakendus tasapinnalisele elastsusteooria ülesandele. Senini selle ülesandega seotud raskused on olnud ületamatud. G.V.Kolossov lähtub tasapinnalise ülesande differentsiaalvõrranditest Maurice Levy poolt antud kujul ja taandab elastsusteooria tasapinnalise ülesande Dirichle't ja Neumanni ülesannetele, nagu nad seatakse logaritmilise potentsiaali teoorias. Kõnesolevad võrrandid antakse kujus

$$\left.\begin{aligned} (\lambda+2\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial x} - 2\mu\frac{\partial\omega}{\partial y} = 0 \\ (\lambda+2\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial y} + 2\mu\frac{\partial\omega}{\partial x} = 0 \end{aligned}\right\}$$

kus λ ja μ on elastsuskoefitsiendid, Δ - kuuplaienemine ja ω plaadi elemendi nurkkiirus.

G.V.Kolossov näitab, et tasapinnalise elastsusteooria ülesande lahendamine juhul, et on antud kontuuril valitsevad pinged ja ka punkti nihked, viib küllaltki lihtsale funktsionaalvõrrandile, mis sisaldab kaht tundmatut kompleksmuutujat.

Oma raamatus G.V.Kolossov uurib ka tasapinnalise ülesande lahendamist trigonomeetriliste ridade abil.

Kõnesolev G.V.Kolossovi töö on tema teaduslikuks suursaavutuseks. Nagu öeldud, valmis see töö G.V.Kolossovi Tartu tööperioodil.

G.V.Kolossovi tähtsamate teaduslike tööde loetelu

I. О кручении призм. Кандидатская работа на тему, предложенную проф. Д.К.Бобылевым в I889 г. /Осталась ненапечатанной

2. О преподавании механики. Русская школа . . Г.Гуревича I89I

3. О движении тела, опирающегося острием на гладкую плоскость Труды Московского Общества Любителей Естествознания за I897 г. Москва.

4. Über einen Fall der Bewegung eines allgemeinen Kreisels. Göttinger Nachrichten, 1898.

Первый заграничный труд проф. Г.В.Колосова, обратившийй на себя внимание проф. Ф.Клейна, доложившего его Геттингенской Академии Наук.

5. Об одном случае движения твердого тела в несжимаемой идеальной жидкости. Известия Харьковского Математического общества за I898 г.

6. О некоторых случаях движения твердого тела в несжимаемой идеальной жидкости. В Юбилейном Сборнике Института Инженеров Путей Сообщения в честь М.Н.Герсеванова. I899.

7. On a case of motion of a rigid body. Messenger of Mathematics, 1900.

8. О некоторых случаях движения твердого тела в жидкости. Сборник Института Инженеров Путей Сообщения, I900.

9. Расчет эмеритальной массы Новгородского земства /в трудах земства/. I899.

IO. Математическая теория заразительности эклемпсии. Статья первая. "Русский Враг", I900.

11. Об одном свойстве движения твердого тела в случае С.В.Ковалевской. Труды Общества Любителей Естествознания в Москв 1901.

12. Математическая теория заразительности эклемпсии. Статья вторая "Русский Враг", 1901.

13. Über eine Eigenschaft der Differentialgleichungen der Bewegung eines festen schweren Körpers im Falle von Frau S. Kowalewsky. Mathematische Annalen, 1902.

14. On a case of motion of a heavy body. Messenger of Mathematics, 1902.

15. Sur le cas de M. Goriatschoff de rotation etc. Circolò Matematico di Palermo, 1902.

16. О некоторых видоизменениях начала Гамильтона. Магистерская диссертация, СПБ, 1903.

17. Über die zyklischen Systeme. Mathematische Annalen, 1904.

18. Траектория точки, описываемая концом главного момента количества движения в задаче С.В.Ковалевской. Известия Юрьевского Университета, 1904.

19. О законе Бэра размывания берегов рек. Известия Юрьевского Общества Естествоиспытателей, 1904.

20. Математическая теория прибора Бернарда и Гилля для определения кровяного давления. Труды Юрьевского Общества Естествоиспытателей, 1904.

21. Об одной формуле для дифференцирования геометрического произведения, аналогичной формуле И.И.Сомова. Известия Юрьевского Университета, 1905.

22. Формула Пирсона в применении к ботаническим исследованиям П.И.Кузнецова. Труды Юрьевского Общества Естествоиспытателей, 1907.

23. On some cases of motion of a body in an incompressible liquid. American Journal of Mathematics, 1906.

24. Über die Leistenfiguren der Primaten Palma und Planta. Anatomischen Anzeiger, 1906.

25. Курс Теоретической Механики / метографированный/ 1907.

26. Курс кинематики. 1908

27. Об ученых трудах А.С.Домогарова, Труды Юрьевского Общества Естествоиспытателей, 1908.

28.

28. Sur les problemes d'elasticite a deux dimensions. Comptes Rendus, 1908.

29. Sur les problemes d'elasticite a deux dimensions. Comptes Rendus, 1909

30. Sur le probleme plan d'elasticite.

31. Об одном приложении теории функций комплексного переменного к плоской задаче теории упругости. Юрьев, 1909. Диссертация на степень доктора.

32. О распределении напряжений в полосе, ослабленной отверстиями в связи с некоторыми свойствами плоской задачи математической теории упругости. Сборник Московского Университета, 1912-1913.

h

33. Über eine Anwendung der Teorie der komplexen Veränderlichen zum ebenen Problem der Elasticitätstheorie. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik, 1914.

34. О сопряженных функциях с применением к решению задач математической физики. Известия Электротехнического Института, 1914.

35. То же. Продолжение. Приложение к теории сыпучих тел. 1915

36. То же. Продолжение. Приложение к теории упругости. 1915.

37. О равновесии упругих плоских дисков /совместно с Н.И.Мусхелишвили/ Известия Электротехнического Института, 1915.

38. О случаях В.А.Стеклова и А.М.Ляпунова движения твердого тела в жидкости. Известия Академии Наук СССР 1919.
39. Sur un nouvel cas d'integrabilite equations du mouvement d'un corps solide dans un liquide indefini. Comptes Rendus, 1919.

40. Ученые труды и деятельность проф. Д.К.Бобылева. В трудах ЛГУ за 1918.

41. Записка об ученых трудах академика Н.О.Сонова. В трудах ЛГУ за 1920.
Серия последних мемуаров в Comptes Rendus Французской Академии Наук:
42. Sur la torsion des prismes retangulaires. Comptes Rendus, 1924.

43. Sur les problemes d'elasticite plan. 1925.

44. Продолжение предыдущей статьи. 1925.
45. Sur la transformation complexe des equations d'elastisite 1926.

46. Sur le centre des forces non paralleles. 1927.

47. Sur un theoreme de Maurice Levy.

48. Sur le theoreme de M. Schwarz. 1931.

Серия мемуаров в Украинской Академии Наук.
49. Über eine Anwendung der Theorie der komplexen Veränderlichen
/совместно с Д. Л. Гавра/ 1925.
50. Über eine Anwendung der Theorie der komplexen Veränderlichen zum ebenen Problem der Elasticitätstheorie.1926.

51. О центре непараллельных сил, Труды Механического Общества. 1928

52. О комплексных диаграммах. Телеграфный журнал, 1927.

53. Sur le probleme de Saint-Venant pour une piece courbe. Труды конгресса в Стокгольме, 1930.

В трудах конгресса 1928:

54. Sur le centre de forces non paralleles.

55. Sur les equitions delasticite

56. Sur le torsion d'une piece de section, formee par une courbe ondouleuse.

57. Sur l'appiction des diagrammes complexes

58. О комплексном преобразовании. В трудах Пермского Общества Ес Естествоиспытателей 1926.

59. О задаче Сен-Венана для кривого бруса. Известия Академии Наук СССР.

60. О круговом отверстии с предельным кругом, Известия Академии Наук СССР.

61. О некоторых применениях комплексного преобразования уравнений теории упругости к нахождению их решений, Труды ЭТИ, 1930.

62. Влияние коэфициентов упругости в плоской задаче математической теории Упругости . Труды ЭТИ, 1931.

63. Применение комплексных диаграмм в теории упругости. 1932.

Kokkuvõte

G.V.Kolossov tuli Tartusse õppejõuna, kes varem oli tegelenud vaid praktiliste harjutuste juhatamisega. Tema väljakujunemine lektorina toimus alles Tartu Ülikoolis. Nagu kinnitavad ta õpilased, tundis ta põhjalikult ja igakülgselt oma loetavat ainet. Mõningaid raskusi tõi kuulajaile kaasa lektori hajameelsus. Kunagi ei teadnud üliõpilased ette, millest loengul juttu tuleb, võisid esineda äravahetatuna ka ainedki. Loengutel käsitles G.V.Kolossov mehhaanikat kui teoreetilise ja rakendusmehhaanika ühtsust. Vististi ühe esimesena vene mehhaanikutest tõi ta mehhaanikasse vektoriaalse käsitlusviisi. Ka sellised tuntud teadlased, nagu Žukovski, Tšaplõgin ja Bobõljov, töötasid erandlitult koordinaatides ja tungide komponentides. Tartu perioodisse langeb ka Kolossovi tähtsaima teadusliku töö "Kompleksmuutuja teooria ühest rakendusest tasapinnalise elastsusteooria probleemile" valmimine.

Kolossov austas tõsiselt teaduslikke traditsioone ja pöördus näiteks veel Peterburi ajajärguski tagasi probleemi juurde, millega omal ajal oli tagajärjekalt tegelenud Tartus ta siinne kolmas eelkäija Ferdinand Minding. Selleks probleemiks oli üldise tungide süsteemi keskpunkti küsimus.

G.V.Kolossovi juures Tartus õppinuist töötavad veel praegugi Tartu Riiklikus Ülikoolis prof. H.Jaakson, prof. G.Rägo ja dotsent J.Lang.

Hiilgava edasi arendamise osaliseks said Kolossovi ideed kompleksmuutuja rakendamise kohta elastsusteooria probleemidele, eelkõige tema õpilase N.I.Mushelišvili töödes. N.I.Mushelišvili on praegu Gruusia tuntumaid teadlasi; ta on Gruusia Teaduste Akadeemia presidendiks ning Tbilisi võimsa matemaatika koolkonna isaks.

Kasutatud kirjandus.

1. Г. Ряго, Из жизни и деятельности четырех замечательных математиков Тартуского Университета. Tartu Riikliku Ülikooli Toimetused. Vihik nr.37. Tallinn, 1955.
2. Г.В. Колосов, Курс теоретической механики. Литографированное издание. Петербург, 1907.
3. Г.В. Колосов, Курс кинематики, Юрьев, 1908.
4. Г.В. Колосов, Лекции по динамике материальной точки, системы точек и твердого тела. Записки Г.А.Ряго, Рукопись, 1910 - 1912.
5. Г.В. Колосов, Приложение теории комплексного переменного к плоской задаче теории упругости. Юрьев, 1909.
6. А.Зоммерфельд, Механика. Москва, 1947.