

**K. Treffner**

H. Treffneri gümnaasiumi  
direktor

**O. Perli**

H. Treffneri gümnaasiumi  
matemaatika-õpetaja

**J. ja E. Kuulberg'id**

Tartu õpetajateseminari  
harjutuskooli õpetajad

**E. Martinson**

Tartu õpetajateseminari  
harjutuskooli juhataja

Meetodilised näpunäited

# Elavate arvude

tarvitajaile

I

K/Ü „Loodus“, Tartus

1924

**K. Treffner**

H. Treffneri gümnaasiumi  
direktor

**J. ja E. Kuulberg'id**

Tartu õpetajateseminari  
harjutuskooli õpetajad

**O. Perli**

H. Treffneri gümnaasiumi  
matemaatika-õpetaja

**E. Martinson**

Tartu õpetajate seminari  
harjutuskooli juhataja

# ELAVAD ARVUD

## MATEMAATIKA ÕPPERAAMAT ALGKOOLIDELE I ÕPPEAASTA

Hind 70 marka.

Iga töö, mida huvi ja armastusega tehakse, läheb kergesti ja lõbusasti. Iseäranis on see maksev laste kohta. Matemaatika õpetamisel on seda aga seni kahjuks vähe silmas peetud. **Elavad arvud** püüavad siin tuua põhjalikku parandust. Raamat on rikkalikult kaunistatud lastekohaste ja huvitavate piltidega. Ülesanded esinevad lapsi kaasatõmbavate jutukestena, mille sisu on pärit vastava vanusega laste vaatepiirkonnast ja tundeilmast. Ülesannete teemid on koduloolise laadiga ja kokkukõlastatud aastaegadega, mis võimaldab üldõpetuse printsiibi teostamist. Käsitlemisviis on täiesti lastekohane. Tarvilikke harjutusi leidub 180-leheküljelises raamatus rikkalikult. Aine meetodilisel käsitlemisel on silmas peetud paremate välismaade pedagoogide arvamisi. Ka süsteemaatikkuse ja põhjalikkuse mõttes rahuldab raamat kõige valjemaidki nõudmisi. Kõige selle tagajärjel muutub **Elavate arvude** tarvitamisel õpperaamatuna matemaatika õpetamine õpetajaile ja selle õppimine õpilastele ennenägemata kergeks.

**K. Treffner**

H. Treffneri gümnaasiumi  
direktor

**O. Perli**

H. Treffneri gümnaasiumi  
matemaatika-õpetaja

**J. ja E. Kuulberg'id**

Tartu õpetajateseminari  
harjutuskooli õpetajad

**E. Martinson**

Tartu õpetajateseminari  
harjutuskooli juhataja

Meetodilised näpunäited

# Elavate arvude

tarvitajaile

I

113118

K/Ü „Loodus“, Tartus

1924

2



K./Ü. „Looduse“ keeleline korrektor M. Bekker.

A 6034.

K. Mattiesen'i trükk, Tartus.

## Eessõna.

Et „Elavad arvud“ — algkooli matemaatika-õpperaamat — mitte ainult välimuselt, vaid ka sisult ja mitte ainult üksikasjades, vaid ka põhimõtteis mitmeti erineb kõikidest meie senistest matemaatika-õpperaamatuist, siis tõuseb sellest vajadus vastavate seletuste ning näpunäidete järele, mis peaksid kõige pealt põhjendama ja selgitama neid meetodilisi ning pedagoogilisi aluseid, millele on rajatud kõne all olev õpperaamat. Ühtlasi aga peaksid nad ka õpetajatele abiks ning toeks olema kõige paremate ning otstarbekohasemate meetodite leidmisel mitmesuguste matemaatika õpetamisel esinevate küsimuste käsitlemiseks. Säärased meetodilised seletused ning näpunäited ilmuvad eriraamatutena kõrvuti „Elavate arvude“ vastavate õppeaastatega, pealkirja all „Meetodilised näpunäited „Elavate arvude“ tarvitajaile“. „Meetodilised näpunäited“ esimese õppeaasta jaoks on kirjutanud Joh. Kuulberg. Kõik teised „Elavate arvude“ autorid jagavad täielikult neis esitatud mõtteid ning seisukohti

**Autorid.**

e  
-  
t-  
n-  
ad  
is-  
ka



## Sissejuhatus.

Nagu kõikidel teistel kasvatus- ning õppetöö-aladel, nii on ka matemaatika-õpetamise alal viimaste aastate jooksul mõjule pääsnud terve rida põhjalikke uuendusi. Matemaatika-õpetamise ülesannet ei nähta enam tehnilise arvutamisoskuse harjutamises ega ka igasuguste mehaaniliste võtete kätte-õpetamises. Selle tõttu ei seisa ka matemaatika enam kuive-mana ja abstraktsemana kõigist teistest õppeaineist eraldi, vaid ta on nii kui kõik teisedki õppeained vastavalt üldõpe-tuse põhimõttele rakendatud kogu kasvatus- ning õppetöö üldise lõppsihi teenistusse, et viia isik tema kehaliste ja vaim-liste võimete harmoonilise arendamise kaudu teda ümbritseva tõelisuse täielikule mõistmisele. Matemaatika hooleks on jäänud arendada lapse vaimuvõimeid nägema ning õieti hin-dama teda ümbritsevate asjade ja elunähtuste kvantitatiiv-seid, s. o. arvulisi omadusi ja suhteid. Igasugused tehni-lised oskused ja mehaanilised võtted omandatakse sealjuures kõrvalsaadustena palju vähema aja- ja jõukuluga kui enne. Neis ei nähta enam töö eesmärki, vaid töö saavutusi, resul-taate. Sellele vastavalt on ka aine valik ja meetodiline käsitlemisviis pidanud läbi tegema põhjalikke muutusi. Mate-maatikatunni aine ei ole enam juhuslik, tingitud ainult puht-matemaatilistest kaalumistest, vaid asub kõige lähemas kon-taktis teiste tundide ainetega. Needsamad asjad, needsamad nähtused, mis leidsid käsitlemist näiteks koduloo-, loodus-õpetuse- ehk maateaduse-tundidel, tulevad vaatlemisele ka

matemaatikatunnil, kuid siin vaadeldakse ja hinnatakse neid peaaesjalikult kvantitatiivsest küljest. Seega kaotab matemaatika oma endise eluvõõra ja abstraktse iseloomu, muutes lastele armsaks ja omaseks. Iseäranis tähtsaks tuleb seda pidada väikeste laste suhtes, kes astuvad nii matemaatikas kui ka kõigis muiski õppeaineis alles esimesi samme. Neil puuduvad veel selged ja lõplikult väljakujunenud arvumõisted, seepärast ei suudagi nad veel mõelda abstraktsete arvudega. Neil on arv alles lahutamata seotud konkreetsete asjade ja nähtustega. Matemaatika-õpetamisel väikestele lastele ei tohi seda kunagi unustada. Sel astmel peab matemaatika, niisama kui kõik muudki õppeained, seisma kõige lähemas ühenduses kodulooga. Ta peab koduloost välja kasvama, koduloolt ammutama oma ained ja isegi meetodilise käsitlemisviisi. Kodulugu peab sel astmel olema kõigele muule õpetusele aluseks ja kondikavaks.

Säärane matemaatika käsitlemine seab vastavale õpperaamatule sootu teissugused, sootu uued nõudmised. Kõige pealt kaotab õpperaamat õige suure osa oma endisest tähtsusest. Ei ole enam õpperaamat aine järjekorra kindlaksmääraja, vaid õpetuse üldine käik. Heal tahtmisel võib õpetaja väga hästi ka ilma õpperaamatuta läbi ajada, olgugi et see teatud jõupingutusi nõuab ning teatud raskusi valmistab. Ülesannete teemide valikul on raamatu kokkuseadja vabadus endisega võrreldes märksa kitsendatud. Ülesanded peavad pärit olema mitte ainult tõelisest elust, vaid ka vastava vanusega laste vaate-piirkonnast ja tundeilmast. Peale selle peavad nad, nagu juba eespool tähendatud, seisma kõige tihemas ühenduses kodulooga, peavad võimalust mööda välja kasvama koduloo aimest. Iseäranis raske on viimase nõudmise silmaspidamine, sest nagu teada oleneb koduloo aine väga suurel määral kohalikkudest tingimustest, juhusest, ilmast jne., on, ühe sõnaga, äärmiselt muutlik ja ebakindel. Ideaalne seisukord oleks siin loomulikult see, et õpetaja, välja

minnes õpetuse üldisest käigust ja käesoleval päeval kõne all olevast koduloo aimest, iseseisvalt looks vastavad ülesanded iga matemaatikatunni jaoks. Seesugusel korral võiks õpperaamat kas täitsa puududa ehk jälle sisaldada ainult sõnadata harjutusi, nii kui me seda näeme rea saksa, prantsuse ja teiste välismaade esimestele õppeaastatele määratud matemaatika-õpperaamatuis. Endastmõistetavalt esitab säärane seisukord õpetajale õige suured nõudmised, sest lastekohaste ülesannete kokkuseadmine igaks matemaatikatunniks ei ole kaugeltki nii kerge töö, kui see vahest näib esimesel pilgul, ja ei õnnestu igähele kuigi hästi. Kõike seda arvesse võttes ei usaldanud ka „Elavate arvude“ kokkuseadjad sõnalisi ülesandeid hoopis välja jätta, vaid nii kui kõigis meie senistes matemaatika-õpperaamatuis leidsid nad ka „Elavates arvudes“ aset, olgugi et nende esinemine kitsendab õpetaja vabadust tunni aine valikul ja raskendab üldõpetuse teostamist. Kui aga arvesse võtta, et need ülesanded ei ole mõeldud õpilastele iseseisvaks lahendamiseks, vaid nende läbitöötamine peab sündima peaaesjalikult õpetaja ettekandel ja õpetaja otsesel kaasaaitamisel ja et õpetajale jääb piiramata vabadus neid oma äranägemise järele — õpetuse üldist käiku ja sellest väljakasvavaid nõudeid silmas pidades — muuta, täiendada, lühendada jne. jne., siis ei tohiks nende olemasolemisest tõusvad raskused olla kaugeltki ülepääsmatud. Hoopis vastupidi, nad peaksid olema õpetajale suureks kergenduseks ja tunduvaks abiks vastavate ainete leidmisel ja nende lastekohasel esitamisel, seda enam, et „Elavate arvude“ ülesannete teemid on erandita koduloolise laadiga, pärit lapse lähemast ümbrusest, käsitletud vastava vanusega laste kohaselt ja kokkukõlastatud aastaegadega.

Just ses ülesannete konstruktsioonis ja käsitlemisviisis peitubki „Elavate arvude“ suurim iseärasus ja ühtlasi ka suurim lahkuminek senistest vastavaist õpperaamatuid. „Elavate arvude“ ülesannete konstruktsioon on sootu teissugune ja

põhjeneb sootu teissugustel alustel, kui seda seni on harjutud nägema. Milleks on see tarvilik?

Teatavasti arenevad arvumõisted lapses väga aegamööda ja kuigi tal nad mingisugusel kujul juba olemas on, ei suuda ta vastavate arvudega veel kaua aega muul viisil teotseda kui ta peab neid kujutlema kas konkreetsete asjade rühmitustena või samasuguste nähtuste ridadena. Esimesel ja isegi veel teisel õppeaastal peab õpetaja seda tõsiselt arvestama. Tegelikus koolipraktikas tuleb sagedasti kokku pörgata nähtusega, et laps ei suuda lahendada ka kõige lihtsamat ülesannet, näiteks: mitu õuna jääb kolmest õunast järele, kui me ühe neist ära sööme? — Esmalt näib, nagu oleks meil siin tegemist kas tähelepanematusesega või äärmise andevaesusega. Nähtuse üksikasjalisemal juurdlemisel ei osutu aga ei üks ega teine praegu nimetatud oletusist selle põhjusena, vaid õige põhjus peitub hoopis mujal. Nimelt ei ole ülesanne suutnud nii mõjuda, et vastav pilt õuntest ja nende söömisest tõuseks elavana ja konkreetseks lapse silmade ette. Selleta on aga ülesande lahendamine lapsel võimatu. Siin võime teda avitada ainult kahel viisil. Kas võtame tarvituks mingisugused konkreetsete asjad ja võimaldame talle mõtlemise nende otsesel kaasabil, ehk jälle anname ülesandele niisuguse kuju, et selles peituv lühike lastekohane kirjeldus lapse hinges ellu kutsuks kogu sündmuse konkreetse pildina. Kõne all oleva ülesande võiksime esitada näiteks järgmisel kujul: Laual oli kolm ilusat suurt õuna. Kõige ilusama neist andis ema Helmile. Mitu õuna jäi veel lauale? — Juba esimene lause sarnaselt esitatud ülesandes kutsub lapse hinges vastavad kujutused ellu. Nende kujutuste abil muutub aga kogu ülesanne lapsele arusaadavaks ja eluliseks, nii et õige vastuse leidmine talle enam mingisugust raskust ei valmista. Me võime lapselt ainult siis ühe või teise ülesande lahendamist loota, kui laps ses ülesandes esinevaid asju ja nendega ühenduses olevaid arvulisi nähtusi küllaldase selguse ja konkreet-

susega enesele suudab kujutella. Mida selgem ning konkreetsem pilt tekib lapse hinges ülesande sisust, seda kergem on lapsel ülesande lahendamine. Järjekult ei saa kuidagi pooldada kuni viimase ajani valitsevat vaadet, ülesanne olgu võimalikult lühike ja lakooniline. Lühikesed ja lakoonilised ülesanded võivad vahest küll kasulikud olla ruumisäästmise mõttes, kuid see paremus on pedagoogiliselt vähe kaaluv. Sealjuures on nad aga kahtlemata kuivad ja igavad, ei paku mingisugust toitu lapse fantaasiale ega toeta last kuidagi ülesande sisu kujutlemisel. Selle tõttu on nad ka endi lühidusest hoolimata raskesti mõistetavad ja lahendatavad. Lapse hinge jätavad nad külmaks ja ükskõikseks, lapse huvi aine vastu ennemini hävitades, kui äratades. Kõike ülemal öeldut arvesse võttes on „Elavate arvude“ kokkuseadjad püüdnud ülesandesse mahutada rohkem elu ning sündmust. Iga ülesannete-rühm esineb ühise pealkirja alla mahutatud jutukesena, mille aine on võetud lapse kõige lähemast ümbrusest ja millele on püütud anda võimalikult lastekohane ilme. Selle tagajärjel muutuvad ülesanded mõnikord küll paari-kolme lause võrra pikemaks, kuid ühtlasi ka vastaval määral elulisemaks, huvitavamaks, konkreetsemaks. Säherdusi ülesandeid kuulavad lapsed suure põnevusega ja võtavad nende lahendamisest palju agaramini osa kui muidu. Täiesti asjata on kartus, nagu ei suudaks lapsed ülesande huvitavat sisu jälgides koondada endi tähelepanu küllaldaselt selle matemaatilisele küljele. Koguni vastupidi: mida huvitavam on ülesande sisu, seda elavamad ja selgejoonelisemad kujutused kutsuvad ta lapse hinges esile ja seda paremaid resultate võime loota ka ülesandes peituvat matemaatilise probleemi lahendamisel.

## Arvumõistete süvendamine.

Kui eespool rõhutati, et väikestel lastel selged ja kindlate piirjoontega arvumõisted veel puuduvad ja nad sellepärast arvudega ainult konkreetsete asjade najal ja abil suudavad teotseda, siis ei tule sellest järeldada, nagu ei oleks lapsel kooli astudes arvust vähematki aimu. Arvumõistete esimesi idusid võime tähele panna juba kolme- kuni nelja-aastastel lastel, sagedasti veel varemini. Juba ses vanuses on lapsel võrdlemisi kindlasti omandatud mõisted „palju“, „vähe“, „kõik“, „ei ühtegi“ jne. Samas vanuses hakkab ta ka juba enam-vähem teadlikult tarvitama sõnu „vähem“ ja „rohkem“. Mitte palju kauemini ei lase endi järele oodata ka esimesed kindlate arvude mõisted. Kõige esimesena tekib harilikult „kahe“, harvemini „kolme“ mõiste. Neile järgnevad peagi „ühe“ ja „nelja“ mõisted. Siit peale algab juba oma arenemiskäiku arvrea mõiste. Kuid ühtlasi sünnib ka selle arenemiskäigu tempos silmatorkav muutus, nimelt muutub ta märksa aeglasemaks. Säärane muutus tuleb nähtavasti sellest, et loodus inimese tajumisvõimele kindlad piirid on pannud. Üle nelja asja ei suuda keegi korruga arvuliselt tajuda, see tähendab, nende asjade arvu ühe ainsa pilguga kindlaks määrata. On asju rohkem kui neli, siis ei ole meil nende arvu kindlaksmääramiseks muud teed, kui peame nad üle lugema. Järjekult võivad arvumõisted kuni neljani tekkida otsese tajumise kaudu, kuna suuremate arvude mõistete, samuti ka arvrea mõiste tekkimiseks on möödapääsmata tarvilik juba rohkem komplitseeritud vaimline tegevus, asjade

ülelugemine. Siin peab laps juba oskama temal olemas olevate arvumõistetega väikesel määral opereerida, et nende kaudu neile ikka ja ikka jälle ühe võrra juurde lisades järgmiste suuremate arvudeni jõuda. Sealjuures annab ennast arvu abstraktne iseloom ikka rohkem ja rohkem tunda, seda enam, mida kaugemale jõuab laps neljast. Seesuguse, väikese lapse seisukohalt võrdlemisi keerulise vaimlise tegevuse üheks tähtsamaks eelduseks on juba kõrgem vaimlise arenemise aste, millele laps jõuab aegamööda ja vähehaaval. Selle tõttu on ka arusaadav, mispärast arvumõistete ja arvrea mõiste arenemine muutub äärmiselt aeglaseks, niipea kui ta on jõudnud üle nelja, see on üle asjade arvu otsese tajumise piiri. Küll omandab laps võrdlemisi kergesti arvude nimetused selles järjekorras, nagu nad arvreas esinevad, ja pea sama kergesti ka asjade lugemise tehnika sedavõrt, et ta ülelugemise kaudu asjade arvu eksimata võib kindlaks määrata. Need arvud ise aga jäävad talle veel kauaks ajaks tundmatuiks ja tumedaiks suurusteks, millest ta ainult niipalju teab, et neil on igaljuhul vastav koht arvude reas.

Praegu kirjeldatud astmele arvumõistete arenemise mõttes jõuab laps umbes seitsme- kuni kaheksa-aastasena. Samal ajal astub ta meie oludes ka kooli. Järjekult on lapsel kooli tulles mingisugused arvumõisted juba olemas, olgugi et nad on veel äärmiselt segased ja puudulikud. On olemas ka arvrea mõiste, kuid samuti selgusetu ja välja kujunemata. Siin tuleb õpetajal alustada süvendamis-, korraldamis- ja ühtlustamistööd.

Abi, mis õpperaamat ses tegevuses õpetajale võib anda, on äärmiselt vähene ja piiratud. Õpetajal on siin väljaspool õpperaamatu ulatuspiire igasuguste vahendite ja abinõude mõttes palju avaramad ja mitmekesisemad võimalused olemas kui ükski õpperaamat kunagi suudab pakkuda. Olgu siinkohal vahest nimetatud mõned neist, nagu klassitahvel värviliste kriitidega, igasugused kivikesed, pulgakesed, tikukesed,

suled, puulehed, värvilise paberiga ülekleebitud papi- ehk kartongitükikesed, arvutusemasina kuulikesed jne. jne. Kui võtame veel appi lapse elava fantaasia, mille valgustusel kivi- kesed muutuvad lammasteks või lehmadeks, tikukesed kaladeks jne., siis ei ole arvumõistete süvendamise ja korraldamise otstarbel õpetaja tarvitada olevate õppe-abinõude arvul tõesti mingisuguseid piire. Õpperaamat võib siinjuures kasulik olla vahest ainult elevuse tõstmise ja huvi ning armastuse äratamise mõttes nii käsitledava aine kui ka raamatu enese vastu, mis pärastisel õppetegevusel pole kaugeltki tähtsuseta. Seks otstarbeks tuleb raamatu vastavasse ossa mahutada võimalikult rikkalikult lastekohaseid ja huvitava- sisulisi pildikesi, mis ühtlasi ka arvulisi elemente sisaldaksid, nii et neid ka arvumõistete süvendamise otstarbel saaks kasutada. On üldiselt tuntud, kuidas lapsed pilte armastavad ja kui suurt huvi nad iga pildi vastu tunnevad, seepärast peaks heade piltide tähtsus ka siin seisma väljaspool iga- sugust kahtlust. Sellelt seisukohalt on välja läinud ka „Elavate arvude“ kokkuseadjad, mahutades nimetatud raamatu vastavasse peatükki — „Arvumõistete süvendamine“ — 10 suuremat ja 25 vähemat pilti. Kümnest suuremast pildist vastab igaüks teatud arvule, alates ühega ja lõpetades kümnega. Sellekohaselt esinevadki siis need arvud, iga arv vastaval pildil võimalikult mitmekesiste asjade rühmitustena. Rühmitustest, millena üks või teine arv esineb, on võimalust mööda valitud sellele arvule rohkem iseloomulikud ja sagedamini esinevad. Huvi ning elevuse äratamise mõttes kujutab iga pilt vastavat episoodi ühest ja seitsmest pikemast muinas- jutust. Muinasjutu sisu oleks järgmine:

„Kord elas ühes külas kaks poissi, Peeter ja Kaarel. Nad polnud just halvad, kuid polnud ka väga head. Olid päris harilikud poisid. Ühel ilusal päeval istus Peeter jõe ääres ja õngitses. Tema truu koer Muri istus ta kõrval ja aitas tal õngekorki vahtida. Äkitselt kadus kork vee alla.

Peeter võpatas rõõmu pärast ja tõmbas õnge välja. Konksu otsas siples ilus suur kala. Peeter päästis ta lahti ja pani veega täidetud pangi. Vahepeal oli ka Kaarel pangiga ning õnnega jõele õngitsema tulnud. Pitsu, Kaarli hea sõber, ei jäänud muidugi maha. Nähes, kuidas Peeter parajasti kala veest välja tõmbas, ruttas Kaarelgi seda vaatama. Seisid siis mõlemad poisid teine teisel pool pangi, käsi põlvedele toetades ja vahtisid uudishimuga, kuidas õnnetu kala asjata väljapääsu otsis pangist. Nüüd alles panid nad tähele, et see kala mitte niisugune polnud, nagu kõik teised kalad. Ta oli üleni kullakarva, just kui oleks ta puhtast kullast valatud. „See on ju kuldkala!“ hüüdis Kaarel imestusega. Aga nad said sel päeval veel imelikumaid asju näha. Kala pistis oma läikiva pea veest välja ja rääkis poistega kui inimene. „Olge head lapsed ja laske mind jõkke tagasi. Selle eest täidan teil kummalgi ühe soovi, olgu see missugune tahes,“ hüüdis ta paluva häälega. Poiste näod venisid imestusest ja rõõmust küll pikerguseks, kuid kumbki ei teadnud midagi soovida. Otsides ja kaheldes vahtisid nad ringi. Seal juhtus Peeter kogemata üles vaatama ja nägi selge sügisese taeva all kaht kurge aeglaselt tiirlemas. Imelik mõte sähvatas tal äkki peast läbi ja ta sosistas kalale: „Muuda meid kurgedeks, et me võiksime koos teiste kurgedega soojale maale lennata!“ „Siis saaksime maailma näha ja poleks ka tarvis kooli minna,“ lisas Kaarel nõus olles juurde, sest temal, mehel, ei edenenud õppimine mitte just kõige paremini. Kala oli nõus poiste imelikkude soovi täitma, ja poisid valasid ta pangist ühes veega jõkke. Vaevalt oli ta poiste silmist kadunud, kui nendega haruldane muutus juhtus. Nende ninad hakkasid silmanähes kasvama ja muutusid pikkadeks kurenokkadeks, nende jalad kuivasid peenikeseks kui kepid ja nende selga kasvasid suled. Nad olidki kurgedeks muutunud. Muri ja Pitsu tõmbasid sabad hirmunult jalge vahele ja põrnit- sesid uudishimuga haruldasi linde. Suur oli ka poiste õekeste

ehmatus, kes kolmekesi, tõmbininalise Mobi saatel, poisse jõeale vaatama olid tulnud. Poiste asemel nägid nad ainult kaht suurt kurge pangide juurest lendu tõusvat. Nad ei osanud poiste kadumist millegagi seletada, kahmasid nende maha jäänud riided, pangid ja õnged sülle ning ruttasid koju vanemaile asjalugu jutustama. Vanemad arvasid, et poisid on jões uppunud ja kurvastasid ning nutsid väga.

Kurgedeks muutunud poisid aga olid alguses endi uue eluga väga rahul. Nad võisid nüüd lennata kõrgele, kõrgele, sinna, kus nad enne ainult linde ja aeroplaane olid näinud. Sealt ülalt endi vana kodupaika vaadeldes näis see olevat nii imetilluke, nagu peopesa. Majad olid kui tikukarbid ja inimesed kui näpuotsad. Järgmise päeva saatsid Kaarel ja Peeter ühes kolme päris kurega kodu lähedal niidul mööda. Imelik ja naljakas oli seal küll! Nad võisid teiste kurgedega vabalt juttu puhuda ja said neilt kõiksuguseid kummalisi asju kuulda. Ka võisid nad jänestele ning muudele metsa loomadele või lindudele päris lähedale minna, ilma et neid oleks kardetud. Ainult konnad põgenesid nende eest täis hirmu, ja rebaseid kartsid nad ise. Nii läks mitu päeva mööda, ja poistel hakkas juba igav. Viimaks alustasid neli seal samas lähedal elutsevat päris kurge soojamaa-reisi ja võtsid poisid nende palve peale ühes. Pikas rongis tõusid nad kõrgele siniõhku, tegid koduküla väljade kohal veel paar jumalagajätmis-tiiru ja asusid siis teele. Aeglaste tiivalöökide saatel lendasid nad

„üle suurte linnade,  
üle mere ka,  
ikka, ikka lõuna poole,  
kus Egiptimaa!“

Nad nägid linnu pikkade tornidega, nägid laia ja lainetavat merd, nägid kalameeste-paatisid lainetel kiikumas ja meremehi tormiga võitlemas. Viimaks jõudsid nad soojale

maale. Seal oli nii kuum, et vaesed poisid vaevalt said hingata. Inimesed olid seal mustaks põlenud kui süsi ja särgede ning ahvenate asemel ujusid koledad krokodillid jõgedes. Kuid seal oli ka suurel hulgal tuttavaid kodumaa linde, kuld-nokki, lõokesi ja teisi, kes sinna valju pakase eest varjule olid põgenenud. Alguses oli poistel seal väga huvitav. Nad lendasid ühest paigast teise ja vahtisid uudishimuga võõra maa loomi ning linde. Pea aga tüdisid nad kõigest sellest ja neil hakkas kodu järele igav. Ka polnud elu seal sugugi hädaohuta. Kord pidid nad peaaegu mustade meeste saagiks langema. Nad olid parajasti viie päris kurega endile toitu otsimas, kui äkitselt seitse musta meest pikast rohust välja kargasid ja nooltëga endi vibudest neid laskma hakkasid. Vaevaga pääsid poisid ühes päris kurgedega põgenema. Üks nool vihises Kaarlil päris kõrva äärest mööda ja vähe puudus veel, siis oleks ta trehvanud. Ei kunagi enam oleks siis Kaarel oma kodumaad, oma vanemaid ega oma väikesi õekesi näha saanud. Nii elasid poisid seal mitu pikka kuud alatises hirmus ja kartuses. Sagedasti nutsid nad igatsuse pärast ja siis veeresid jämedad pisarad mööda pikki nokkasid alla ning langesid kuumale liivale. Kord seisid nad jälle kurvalt ja rõhutult ühe sealt maa küla lähedal ning mõtlesid murega endi kaugest kodumaast. Seal kuulsid nad äkki endi peade kohal armsaid ja tuttavaid häali. Üles vaadates nägid nad kõrgel taeva all pikka kurerongi lendamas kodumaa poole. „Pakane on taganenud meie soodest ja rabadest, meie niitudelt ja nurmedelt!“ hüüdis kõige vanem poiste seltsis olevaist päris kurgedest ja lehvitas võimsalt oma tugevaid tiibu. Siis tõusid nad kõik ühel meelel lendu, ja nii algas neilgi kodureis. Oli küll raske ja pikk see teekond, aga poisid ei pannud ühtki vaeva paljuks. Lootus pea koju jõuda andis neile jõudu. Viimaks ometi olid nad jälle kodumaal. Kuidas tuksusid nende südamed rõõmu pärast, silmates ühel ilusal kevadisel hommikul enne päikese tõusu endi all jälle kodu-

koha tuttavaid niitusid ja neist läbi looklevat jõekest! Nad laskusid ühes teiste kurgedega kaasiku servale jõe kaldale maha, et vähe puhata ja nõu pidada, kuidas jälle inimesteks saada. Jões sulistas rõõmsasti kari ilusaid sinikaelalisi parte, ja kaskedel vilistasid kuldnokad. „Küll on siin kodumaal kõik kena ja ilus!“ ohkas Kaarel ja Peeter oli sellega vaikides nõus. Niipea kui päikese esimesed kullased kiired poiste juurde jõudsid, sai Kaarel jälle Kaarliks ja Peeter Peetriks. Nad istusid jõe kaldale kivile, ja hulgal ajal ei lausunud kumbki neist ainustki sõna. „Hakkame koju minema!“ ütles viimaks Peeter ja tõusis püsti. „Hakkame pealegi!“ vastas Kaarel ja mõlemad sammusid vaikides kodu poole. Kui nad parajasti küla vahele jõudsid, tuli neile trobikond koolivendi vastu, raamatupaunad seljas. Peetrit ja Kaarlit nähes polnud nende imestusel piiri. „Kus te ometi olite kogu selle talve?“ pärisid nad, ning Peeter ja Kaarel pidid pikalt ja laialt jutustama, mis nad kõik endi soojamaa-reisil näinud ja kuulnud. Kaua ei olnud küll jutustamiseks aega, sest koolivennad kartsid hiljaks jääda, Peeter ja Kaarel aga ruttasid koju. Kuidas neid kodus vastu võeti, sellest ei ole midagi teada. Küllap vanemad nende tagasituleku üle rõõmustusid, kuid vähe tõrelda nad vist ikka said.“

Milleks säärane muinasjutt matemaatika-õpperaamatus? küsib ehk mõni. Sellele peab vastama, et üleliigne ruttamine matemaatika õpetamisel väikestele lastele hukkamõistetav on rohkem kui kuskil mujal. Kes arvab hästi tegevat, kui ta kohe algusest peale lapsed kuivade arvude ja numbritega üle külvab, eksib raskesti. Mida vähem on alul „puhast matemaatikat“, seda paremaid tagajärgi saavutavad lapsed matemaatikas. Siin peab esimesel kohal seisma huvi tõstmine ja armastuse äratamine aine vastu, ning selleks otstarbeks ei ole hea muinasjutt, kui seda õigel kohal ja viisil käsitella, koguni mitte halb abinõu. Igas lastele määratud arvus olgu elu ja igas numbris peitugu tundmus, ainult siis

leiavad nad vastuvõtlikke hingi eest ja ainult siis on nende omandamine lastele kerge.

Ülalesitatud muinasjutt on ka kodulooliselt väärtuslik, sest ta käsitleb koduloolist ainet, lindude soojale maale minekut, mis sügisestel koduloo-tundidel tuleb nii sageli ja nii mitmel kujul kõne alla. Ei ole tarvilik, et õpetaja siin esitatud tekstist täpsalt kinni peaks, mis toodud rohkem näiteks. Igale õpetajale jääb täielik vabadus antud ainet oma isikliku maitse ja kalduvuste kohaselt laiendada või muuta. Endastmõistetavalt ei kanna õpetaja kogu muinasjuttu korraga lastele ette, vaid järk-järgult, sedamööda, kuidas nõuab õppetöö käik. Muinasjutu huviäratav mõju võib selle läbi ainult võita. Lapsed ootavad põnevusega järgmist matemaatikatundi, et kuulda, kuidas poiste käsi edasi käis. Juba sellega üksi on saavutatud suur võit. Õpetaja osavusest oleneb muidugi, kuivõrt ta muinasjutu abil väljakutsutud huvi ja elevust suudab ära kasutada matemaatiliste mõistete süvendamise ja arendamise mõttes. Igatahes ei peaks see raske olema, seda enam, et vastava pildi vaatlemine, mis loomulikult kohe järgneb sellekohase muinasjutu osa ettekandmisele, pakub selleks kõige otsesemat ja paremat võimalust. Ka vähemad pildid, mis mahutatud raamatusse arvamõistete süvendamise otstarbel, on muinasjutu sisuga kõige lähemas ühenduses.

Mõnes ehk äratav kartust ja võõrastust see muinasjutu osa, kus Kaarel ja Peeter soojal maal on, sest seal kujutavad kaks vastavat pilti neegreid, krokodille, palme, kaameleid ja muid võõra maa asju. Võidakse öelda, et need asjad on ju kõik lapsele võõrad ja kauged ning ei suuda teda seepärast küllalt huvitada. „Elavate arvude“ kokkuseadjad ei jaga seda kartust. Rohkem kui kuskil mujal tuleb just pedagoogilistes ning meetodilistes küsimustes hoiduda eluvõõrast doktriinist. Tuntud didaktiline põhilause sõnab küll: „Kergemalt raske-  
male, lähemalt kaugemale“, kuid hinnates selle põhilause sei-

sukohalt üksikuid meetodilisi küsimusi, tuleb ikkagi kõige pealt tungida vastava küsimuse sisse, mitte otsustada mõne üksiku välise tunnismärgi najal. Ei ole igakord mitte see lapsele kõige lähemal, mis ruumiliselt tema ligidal asub. Õige sagedasti on kauged asjad lapse hingele palju lähemad ja omasemad kui ligidad, iseäranis huviäratamise mõttes. See maksab täiel määral ka kõne all olevas muinasjutus käsiteldavate asjade kohta. Laps on juba ammu enne koolitulekut kuulnud üht ja teist „soojast maast“, kuhu linnud talveks lendavad. Ei tee viga, kui me nüüd ühes Kaarli ja Peetriga võtame ette lühikese, kahe pildi pikkuse reisi läbi selle „sooja maa“. Täiesti ekslik on kartus, nagu ei huvitaks seal esinevad asjad last, seda enam, et meil ju mingisugust vajadust pole nende juures kuigi pikalt peatuda. Meie reisi otsustarve pole ju kaugeltki lapse tutvustamine nende asjadega sisuliselt, vaid me ainult heidame neile nii-öelda linnulennult kerge pilgu, kasutades ära nende huviäratavat mõju ja neis esinevat arvulist elementi matemaatiliste mõistete süvendamise ja arendamise otstarbel.

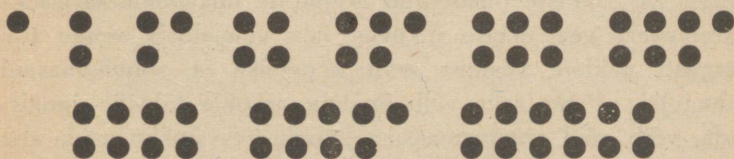
Järgmiseks „Elavate arvude“ iseärasuseks on numbrite tarvituselevõtmine kohe õpperaamatu alul. „Elavate arvude“ kokkuseadjad pooldavad küll täiesti seisukohta, et teatud sümboli andmine lapsele alles siis on õigustatud, kui tal vastav mõiste juba olemas on. Kuid ühtlasi asume ka seisukohal, et laps meie oludes kooli astudes arvumõistetega teatud piirini juba tuttav on. See tutvus on küll veel pealiskaudne ja kõne all olevad mõisted on endi sisult vaesed ning puudulikud, kuid nad on siiski juba olemas. Teisest küljest ei ole ka millegagi põhjendatud naiivne usk, nagu omandaks laps need mõisted koolis paari kuuga nende täies selguses ning ulatuses. Arvumõistete arenemine läheb väga aegamööda, algades juba kaua enne kooliaega, ja raske on öelda, millal ta oma lõpp-punktile jõuab. Igatahes ei sünni see veel esimese õppeaasta jooksul. Vist keegi ei tule nõudma

et me numbrite tarvitusele võtmisega seni ootaksime. Kuid kus on siis see piir, kus arvumõisted numbrite tarvitusele võtmiseks juba küllalt küpsed on? Me ei näe kuskil säärast piiri ja oleme veendunud, et võttes tarvitusele õpperaamatu võime täiesti kahjuta tarvitusele võtta ka numbrid, sest vastavad mõisted, olgugi ainult algkujul, on lastel juba olemas. Numbrite tarvitusele võtmise kasuks räägib ka veel see asjaolu, et nad lapsele kooli tulles kaugeltki enam võõrad ei ole. Ta on neid juba nii sagedasti näinud tänaval majade küljes, kella numbrilaul, seinakalendril ja mujal; ka ei ole talle teadmata, et nende abil arvusid tähendatakse. Sellega ongi seletatav, mispärast lapsed, niipea kui mingisugusest arvust tuleb jutt, kohe soovi ilmutavad seda arvu numbriga ka üles tähendada. Iseäranis tugevasti tuleb see soov nähtavale säärasel korral, kui mõni laps vastavat numbrit juba tunneb. Ja seda ei juhtu sugugi harva. Oleks täiesti ekslik mingisugustel teoreetilistel kaalumistel lapse täiesti õigustatud eneseväljendamis-tungi maha suruda. Endastmõistetavalt tuleb hoiduda liig varasest sule tarvitamisest, milleks lapse sõrmelihased veel nõrgad ja vastavaid liigutusi juhtivad närviühendid arenemata. Numbreid tuleb alguses kirjutada pliiatsiga, vaheldades seda tegevust joonistamisega, voolimisega, tikkudepanemisega jne., samuti nagu soovitav on koduloo ja lugemiseõpetamisegi tundidel.

Asudes arvumõistete süvendamisele ja korraldamisele ei saa õpetaja endastmõistetavalt arvestamata jätta lapsel sel alal juba läbi tehtud arenemisastmeid. Neid astmeid on tal kooli tulles, nagu eespoolgi tähendatud, juba hulk selja taga. Esimese nelja arvu mõisted on endi arenemiskäigul teistest võrdlemisi kaugemale ette jõudnud, kuna aga kõik järgmised alles algidudena esinevad. Peale vastavate nimetuste tunneb laps vahest ainult järjekorda, milles üks või teine neist arvreas asub. Kuid sellest hoolimata ei saa õpetaja siiski teisiti, kui peab alguses just esimese nelja arvu mõisted põhjalikule

läbitöötamisele võtma, sest teatavasti mahutab iga järgmise suurema arvu mõiste eneses kõikide eelmiste vähemate arvude mõisted, põhjeneb neil, koosneb neist. Järjekult ei ole võimalik omandada tarviliku selgusega ühegi suurema arvu mõistet enne kui ei ole veel küllaldase kindlusega omandatud kõikide eelmiste arvude mõisted. Iga üksiku arvamõiste süvendamisel tuleb õpetajal pöörda erilist tähelepanu lapse tajumisvõimele või -oskusele. Kõige primitiivsemat arvude tajumisviisi, ühekaupa lugemist, lapsed juba tunnevad. Õpetaja peab neid harjutama vastavaid arve võimalikult korruga tajuma. Esimese nelja arvu kohta on see võrdlemisi kergesti läbiviidav, olgugi et lapsed siingi, näiteks kolme või nelja asja arvu kindlaksmääramisel ehk, teise sõnaga, nende asjade arvulisel tajumisel kalduvad ilmutavad tarvitada selleks neile kõige kergem tunduvat ühekaupa lugemist. Kuid vastavate harjutuste abil, mis peaaegselt selles seisavad, et lapsi lastakse soovitud arvu võimalikult sagedasti ja võimalikult mitmekesiste asjadega ühenduses tajuda, nõudes järk-järgult ikka kiiremat ja kiiremat otsustamist, loobuvad lapsed peagi ühekaupa lugemisest ja omandavad selle arvu otsese tajumise oskuse. Kaugelt raskem ja keerulisem on aga neljast suuremate arvude tajumine, sest nagu juba eespool kord rõhutati, piirdub asjade arvu otsese tajumise võime harilikult neljaga. Tunduvat toetust võib siin pakkuda asjade korraldamine teatud rühmitustesse, kus igal asjal on oma kindel geometriline asend. Säärastesse rühmitustesse korraldatud asjade arvuline tajumine on palju kergem kui korraldamata asjade arvu tajumine. Seesuguseid rühmitusi nimetatakse arvkujuudeks ehk arvpiltideks. Arvkujusid ehk arvpilte tarvitades ei ole võimatu lapsi niikaugemale viia, et nad suudavad korruga tajuda kuue ja isegi seitsme asja arvu. Seitsmest suuremate arvude korruga tajumine jääb aga ka arvpiltide abist hoolimata võimatuks. Küll aga on nende tajumine võimalik rühmadekaupa. Vaadeldes näiteks üheksat

arvpildiks korraldatud asja jaotab enam-vähem harjunud silm nad harilikult kahte rühma, ühes viis asja, teises neli, ehk jälle ühes kuus, teises kolm. Nende rühmade abil jõuab ta kergesti otsusele kõikide vastavaks arvpildiks korraldatud asjade arvu kohta. Säherdust rühmitamist ja arvude tajumist rühmadekaupa tuleb õpetajal lastele järjekindlalt ja püsivalt harjutada. Mitte ainult suuremate arvude tajumiseks ei ole see tarvilik, vaid peale selle veel arvude koosseisu selgitamiseks. Ka arvude üksteisest tekkimine ning nende muud vastastikused suhted selguvad lastele kõige paremini rühmitamise ning rühmitilugemise najal. Seepärast ei tule rühmitamist käsitleda mitte ainult suuremate arvude puhul, vaid kohe algusest peale, niipea kui arvu koosseis seda juba lubab. Arvpiltide tarvitamine on siinjuures üheks mõjuvaks abinõuks ja vahendiks. On olemas mitmesuguseid arvpilte, kuid mõnes asjas teistest paremaiks peetakse Dr. Lay'lt ümbertöötatud Borni omasid. Need on järgmised:



Tuleb aga õpetajaid tõsiselt hoiatada ülalesitatud täppidest kokkuseatud arvpilte liiga kõrgelt hindamast ja ainult neid vastavail harjutustel tarvitamast. Nimelt peitub neis tõsine hädaoht mehaaniliselt lapsele meelde jääda. Säärasel korral kaotavad arvpildid arvuga igasuguse sideme ja muutuvad mitte midagi ütlevaiks täppide kogudeks. Seepärast tarvitagu õpetaja arvumõistete süvendamise otstarbel korraldatavail harjutustel võimalikult kõige mitmekesisemaid asju ning vahendeid. Möödapääsmata tingimuseks nende harjutuste käsitlemisel on aga see, et nad läbi viidaks ainult konkreetsete asjade najal. Muidu kaotavad nad peaaegu igasuguse

tähenduse. On tarvilik, et vastav asjade kogu, vastav rühmitus, võimalikult lapse enese kokku seatud, reaalsena ta silmade ees seisaks, et ta kõik muutused ses rühmituses võimalikult iseseisvalt läbi viiks ja sellest tekkivaid resultaate oma enese silmaga näeks; ainult siis avaldavad sellekohased harjutused arvumõiste süvendamise mõttes soovitud mõju.

Olgugi et „Elavate arvude“ kokkuseadjad arvpiltide tähtsust arvumõistete süvendamisel sugugi ei eita, ei leidnud nad siiski võimaliku ega tarviliku olevat neid õpperaamatusse mahutada, sest raamatu kaust kui ka muud sellekohased tingimused suruksid nad seal äärmiselt kitsastesse piiridesse, mis nende mõju ja tähtsuse küsitavaks teeks. Pealegi on õpetajal väljaspool õpperaamatut arvpiltide soetamiseks palju avaramad võimalused olemas. Kõige pealt võivad õpilased ise värvilise paberiga ülekleebitud papp- või kartongrattakesetest ehk jälle metallrahadest endi ees laual õpetaja juhatusel kõiksuguseid arvpilte kokku seada. Muude heade omaduste kõrval on säärase omatehtud arvpiltide nimetamisvääriliseks paremuseks veel nende liikuvus, mis võimaldab nende abil kergesti näidata vastava arvu koosseisu ja soovikohaseid rühmitusi. Peale selle võib õpetaja arvpilte tahvlile joonistada, võib neid arvutusemasina kuulikestest kokku seada ehk tarvitusele võtta sellekohased tabelid, mille valmistamine tööõpetuse-tundidel ei peaks vanemaile lastele käima üle jõu.

„Elavate arvude“ arvumõistete süvendamise osasse iga arvu jaoks mahutatud kirjalikkude harjutuste otstarbeks on arvumõistete süvendamisel kaasa aidata. Arusaadavalt on nende tarvituselevõtmine mõeldav alles pärast seda, kui vastava arvu mõiste rea sellekohaste harjutuste varal konkreetsete asjade najal lapses juba tarviliku selguse ja sügavuse on omandanud. Nende käsitlemine sündigu õpetaja otsesel kaasaaitamisel kõige lähemas ühenduses konkreetsete asjadega. Iga harjutus üksikult tehtagu enne läbi konkreetsete asjade najal ja siis alles asetades asjade asemele vastavad

numbrid asutagu kirjaliku harjutuse lahendamisele. Sel viisil käsitletud ei jäta need harjutused endi mõju arvumõistete süvendamise mõttes avaldamata. Ühtlasi aga valmistavad nad lapsi ette numbrite ja teiste kõige lihtsamate matemaatiliste sümbolite tarvitamisele.

### **Liitmine ja lahutamine. Arvusüsteemi mõiste ettevalmistamine.**

On esimese kümne arvu mõisted lapses juba tarviliku selguse ja sügavuse omandanud, tuleb asuda operatsioonide ehk tehete mõiste arendamisele. Kõikidest tehetest kõige lihtsamad ja oma konkreetse iseloomu tõttu lastele kõige kergemini arusaadavad on liitmine ja lahutamine. Nendega tulebki algust teha. Et lahutamine pole muud midagi kui liitmise vastupidine tehe, et mõlemate kõne all olevate tehete käsitlemine põhjeneb meetodiliselt täiesti ühesugustel alustel ja nõuab ühesuguseid võtteid ning et mõlemad vastastikku teineteise mõtet tunduvalt selgitavad ja täiendavad, siis on kõige otstarbekohasem käsitleda neid mõlemaid koos. Sellele seisukohale on asunud ka „Elavate arvude“ kokkuseadjad. Alguses tuleb läbi võtta liitmine ja lahutamine ainult kümne piires, sest üle nimetatud piiri astumine eeldab lapses möödapääsmata arvusüsteemi mõiste algelementide olemasolu. Kõige pealt on selleks tarvilik, et kümnelise mõiste oleks lapsele juba täiesti omane. Ta peaks oskama seda käsitleda kui kindlakujulist liitühikut, kui lahutamata tervikut kõrvuti ja ka koos ühelistega. Järjelikult peaksid tal olema ka juba mõnesugused teadmised kahekohalise arvu konstruktsioonist. Kõigi praegu nimetatud algmõistete ja eelteadmiste omandamine on arusaadavalt võimalik ainult rea sellekohaste harjutuste kaudu. „Elavate arvude“ kokkuseadjad ei pea tarvilikuks asuda nende juurde enne, kui laps on juba täielikult omandanud liitmise ja lahutamise kümne piires. Korrutamise

ja jagamise käsitlemine tuleks aga neis peituva abstraktsuse tõttu tõrjuda võimalikult kaugemale. Mõlema viimati nimetatud tehte mõttest arusaamine nõuab lastelt juba võrdlemisi suurt abstraktsioonide loomise võimet. Kuna liitmise ja lahutamise mõtte selgitamine lastele konkreetsete asjade najal võrdlemisi kerge on, ei saa kaugeltki sedasama öelda korrumtamise ja jagamise kohta. Korrumtamisel jääb teine tegur, mahutamisel jagatis ja jagudeks jagamisel jagaja paratamata enam-vähem abstraktseks. Võtame, näiteks, säärase ülesande: Valdek ostis 2 õuna, iga õun maksis 3 marka. Mitu marka maksid mõlemad õunad kokku? Siin võime küll lastele konkreetsete asjadena esitada nii ostetud õunad, kui ka nende eest maksetud margad, kuid tehte läbiviimisel saame tarvitada ju ainult markasid, kuna õunad koguni kõrvale jäävad. Õunte arvu najal tuleb lapsel jõuda täiesti abstraktse iseloomuga järelduseni, mitu korda 3 marka andis Valdek õunte eest. Meile, täiskasvanuile, tundub see küll lõpmata kerge, kuid hoopis teisiti on lugu lastega. Neile valmistab seesuguse järelduse tegemine tunduvaid raskusi. Iseäranis raskeks läheb asi siis, kui asume korrumtamistehte kirjaliku ülestähendamise selgitamisele. Just samasugused raskused tulevad ilmsiks ka mahutamisel ning jagudeks jagamisel. Mahutamisel peab laps selle järele, mitu korda mingisugune käsitlusel olevate asjade kindlaarvuline rühmitus esineb samade asjade suuremas kogus, otsustama hoopis mingisuguste teiste, tehte läbiviimisel koguni tarbetute asjade arvu üle, jagudeks jagamisel aga peab ta mingisuguste kõrval seisvate asjade arvust järeldama, mitmeks võrdseks jaoks tal antud asjade kogu tuleb jagada. Säärane otsustamine ja järeldamine ei ole väikesele lapsele kaugeltki nii kerge, kui vahest näib pealiskaudsel vaatlemisel. Palju kergem on tal igatahes kümnelise mõiste omandamine, liitmine ja lahutamine kahekümne piires ja isegi kümneliste liitmine ja lahutamine saja piires, sest kõik see on võrdlemisi hästi seletatav ja läbiviidav konk-

reetsete asjade najal. Ülal ettetoodud tõsiasju arvesse võttes ei leidnud „Elavate arvude“ kokkuseadjad kuidagi võimaliku olevat kinni pidada neist traditsiooniks muutunud kontsentritest, mille järele läbi võetakse kõik neli põhitehet esiteks kümne piiris, siis kahekümne piiris ning alles selle järele asutakse arvusüsteemi mõiste laiendamisele ja kümnelite käsitlemisele. Iga tegelik õpetaja teab oma enese kogemustest, kui kerge on lastel kümnelite liitmine ja lahutamine saja piiris ning kui raske on samal ajal korrutamine ja jagamine kümne ning kahekümne piiris. Seepärast ongi „Elavais arvudes“ vastandina kõikidele meie senistele õpperaamatutele korrutamise ja jagamise käsitlemine lükatud võimalikult tahapoole, kuna kümnelite liitmine ja lahutamine saja piiris ning selleks tarvilik arvusüsteemi mõiste laiendamine aset on leidnud juba eespool. Oleme veendunud, et see asjale ainult kasuks võib olla.

Vaatame nüüd, kuidas tuleks käsitleda liitmist ja lahutamist kümne piiris. Samuti nagu arvumõistete arendamiselgi seisab ka siin tähtsamal kohal konkreetseuse nõue; kuid ka õpilaste isetegevus pole vähem tähtis. Õpetaja ei peaks milgi tingimusel rahulduma sellega, et ta kõne all olevate tehete läbi viimisel tarvis tulevaid toiminguid lastele olgugi ka konkreetsete asjade najal ainult näitab või seletab. Vastavad õppevahendid, mis, nagu eespool nägime, võivad olla kõige lihtsamad ja kõige kergemini muretsetavad, peaksid olema õpilaste eneste käes, nii et igäühel neist võimalik oleks iseseisvalt kõik läbi teha ja järele katsuda. Õpetaja ülesandeks olgu ainult töö juhtimine ja korraldamine. Teine tähtsam nõue seisab selles, et kunagi järgmist sammu ei astutaks, enne kui eelmine pole veel küllalt kindlasti omandatud. Iga üksiku küsimuse, iga tarviliku harjutuse juures tuleb niikaua peatuda, kuni see täiesti selge on. Alles siis võib edasi minna.

Kõige primitiivsem tee antud asjade rühmituste üheks

koguks liitmiseks ja liitmise resultaadina saadud kogus esinevate asjade arvu kindlaksmääramiseks on loomulikult nende asjade ühekaupa ülelugemine algusest peale. Vähe ettevalmistatud lapsed ilmutavadki kalduvust liitmist just sel teel toimetada. Samasugune kalduvus tuleb ilmsiks ka lahutamisel. Antud asjade kogust eraldatakse ühekaupa soovitud arv asju ja ülejäänud asjade arv määratakse kindlaks jällegi ühekaupa lugemise abil. Siin tuleb õpetajal vahele astuda ja lastele kätte harjutada otstarbekohasemad ning kiiremini eesmärgile viivad teed ja võtted. Esimeseks sammuks oleks siin näidata, et liitmisel saadud kogus esinevate asjade arvu kindlaksmääramiseks pole tarvidust neid algusest peale uuesti üle lugeda, sest kummaski liidetavas rühmituses esinevate asjade arv on meile juba teada, sellepärast loeme suuremale rühmitusele vähemas esinevad asjad lihtsalt juurde, alguses ühekaupa, pärast rühmiti. On näiteks vaja rühmitusega, milles seitse mingisugust asja, liita teine rühmitus, milles kaks asja, siis ei alusta me ülelugemist ühega, vaid seitsmele järgneva kaheksaga. Antud juhusel loeme järjekult: üks juurde — kaheksa, teine ka juurde — üheksa, ehk korraga: kaks juurde — kaheksa, üheksa. Siinsamas tuleb lastele ka selgeks teha, mispärast me ikka suuremale rühmitusele vähemas esinevad asjad juurde loeme, mitte kunagi aga ümberpöörduvalt ei talita. Lapsed saavad kohe aru, et nii kergem on ja rutemini eesmärgile jõutakse.

Samuti nagu liitmisel, tuleb ka lahutamisel ühekaupa lugemise asemele lastele kätte harjutada kergemad ning kiiremaid tagajärgi andvad teed ja võtted. Tuleb seletada ja näidata, et siingi, pärast seda kui oleme antud asjade kogust kas ühekaupa või rühmiti eraldanud soovitud arvu asju, pole enam tarvidust ülejäänud asjade arvu kindlaksmääramiseks neid üle lugeda, vaid on võimalus nende arvu kergemini ja kiiremini teada saada. Kui on näiteks vaja seitsmest mingisugusest asjast lahutada kaks asja, siis toime-

tame järgmiselt: seitsmes ära — jääb kuus, kuues ka ära — jääb viis, ehk veel samm edasi: seitsmes ja kuues ära — jääb viis. On aga lahutatavate asjade arv suur, siis tuleb vastupidiselt talitada. Tahame näiteks seitsmest asjast lahutada viis asja, siis jäävad loomulikult järele kuues ja seitsmes, see on kokku kaks. Need kaks jätame alles, teised kõik lahutame. Seega ongi seitsmest viis lahutatud ja järele jäi kaks. Endastmõistetavalt ei ole sellest küllalt, kui õpetaja kõigest korra või paar praegu puudutatud küsimusi lastele on seletanud. Ainult järjekindel ning väsimata harjutamine võib siin sihile viia. Sealjuures peab õpetaja piinlikult selle järele valvama, et vastavil harjutustel iga üksik õpilane ka tõesti kättenäidatud kergemaid ning kiiremini sihile viivaid võtteid tarvitaks, sest nii mõnigi kaldub meelsamini tagasi pöörduma vanule rohkem tuttavaile ning oma mehaanilisuse tõttu vähem pingutust nõudvaile teile. Kõige tõsisemalt tuleb aga hoiduda liiga ühetoonilisist ja kauakestvaist harjutustest. Head tagajärjed on ainult siis kindlustatud, kui õpilane kunagi väsimust ega tüdimust ei tunne, vaid huvi ning armastusega tööst osa võtab. Töö olgu nii korraldatud, et õpilane töö lõppu kunagi ei oota, vaid et see ootamata tuleb ja kahjatsushüüded esile kutsub.

Ka arvpiltide tarvitamine muude õppevahendite kõrval on liitmise ja lahutamise läbivõtmisel soovitav ning tarvilik. Korraldades vastavil harjutustel tarvitusel olevad asjad arvpiltideks, tajume korraga liitmiseks määratud rühmitustes esinevate asjade arvu ja hoidume nende ühekaupa lugemisest. Kuid liitmisest ja lahutamisest saadud resultaatide, summa ja vahe, kindlaksmääramiseks jääb ikkagi kõige otstarbekohasema abinõuna püsima ülalesitatud juurde- ning juurestlugemise tee. Seda tuleb seni harjutada, kuni lapsed igasuguseid arvusid esimese kümne piiris vabalt ning kiiresti oskavad liita ja lahutada. Mõnede tuntud arvpiltide pooldajate oletus, nagu suudaks laps kahe antud arvpildi geo-

meetrilisest figuurist oma kujutluses ilma mingisuguse juurde- ehk juurestlugemiseta kombineerida kolmanda, antud arvude summat või vahet kujutava arvpildi ja selles esinevate täppide arvu siis korruga tajuda, on kindlasti ekslik. Säherduste keeruliste kombinatsioonide ehitamine kujutluses on võimatu isegi täiskasvanuile, liiatigi siis veel lastele.

Liitmise ja lahutamise läbivõtmiseks kümne piiris on „Elavaisse arvudesse“ mahutatud rida ülesandeid ja harjutusi. Nende kokkuseadmisel on kindlasti kinni peetud põhimõttest: kergemalt raskemale. Alustades kõige lihtsama liitmise ning lahutamise juhusega, see on, ühe liitmise ja vastava lahutamise ( $5+1$ ;  $6-1$ ;  $8+1$ ;  $9-1$  jne.) minnakse järk-järgult ning samm-sammult ikka raskemate ja raskemate juurde. Järgmistena pärast ühe liitmist ning vastavat lahutamist esinevad neile vastupidised liitmise ning lahutamise juhused, nagu  $1+5$ ;  $6-5$ ;  $1+8$ ;  $9-8$  jne. Ei ole mingit kahtlust, et juhused  $1+5$  sama kerge on, kui juhused  $5+1$ . Õpilane ainult peab teadma, et nii ühel kui teisel korral tuleb ikkagi viiele juurde lugeda üks, aga mitte ümberpöörduvalt. Kahtlemisi ning vastuvaidlemisi võiks ehk välja kutsuda vastavate lahutamishühuste ( $6-5$ ,  $9-8$  jne.) mahutamise kergemate liiki. Esinevad ju neis juhustes võrdlemisi suured arvud. Siinkohal peab aga tähendama, et lahutamisel raskusastet kindlaks ei määra antud arvude suurus, vaid hoopis vahe suurus. Kõne all oleval juhusel on aga vahe ikka ainult üks. Lastel tuleb siin toimetada järgmiselt: kuuest ära viis, jääb järele ainult kuues, see on üks, ehk üheksast ära kaheksa, jääb järele ainult üheksas, see on ka üks. Selle järele võetakse läbi kahe liitmine ja lahutamine ( $6+2$ ;  $8-2$ ;  $7+2$ ;  $9-2$  jne.) ning neile vastupidised liitmise ja lahutamise juhused ( $2+6$ ;  $8-6$ ;  $2+7$ ;  $9-7$  jne.). Samas järjekorras käsitletakse ka järgmiste arvude liitmist ja lahutamist ning neile vastupidiseid juhuseid kuni viieni. Seega on kõik liitmise ja lahutamise võimalused kümne piiris läbi võe-

tud ja võib asuda kordamisele. Sellekski on „Elavaisse ar-  
vudesse“ mahutatud vastav materjal. Peale selle järgnevad  
iga arvu liitmise ja lahutamise, samuti aga ka neile vastupi-  
diste juhuste läbivõtmisele vastavad täiendamise ( $4+ = 6$ ;  
 $5+ = 8$  jne.) ning jaotamise ( $6=4+$  ;  $8=5+$  jne.) harjutu-  
sed, mille ülesandeks on käsitledavate tehete mõttest arusaam-  
mist edendada ning süvendada.

Liitmisele ja lahutamisele kümne piiris järgneb arvusüs-  
teemi mõiste ettevalmistamine. Kõige pealt tuleb selleks  
anda lapsele kümneline mõiste. Kümneline mõistet võime  
õigusega pidada kogu arvusüsteemi mõiste nurgakiviks, selle-  
pärast tulebki tema põhjalikule omandamisele panna suurt  
rõhku. Kuidas siin talitada? Lapsed juba tunnevad arvu  
kümnet, kuid nende silmis ei erine see arv veel millegi  
poolest teistest arvudest. Kümneline mõiste tekkimiseks on  
aga tarvilik, et lapsed näeksid kümnes mingisugust ühikut,  
mingisugust tervikut, mis sisaldab eneses kümme üksikut  
asja. Säärase ühiku või terviku saamist on vaja lastele näi-  
data võimalikult mitmekesiste asjade najal. Võetakse, näi-  
teks, kümme tikukest, loetakse nad üle ning köidetakse pae-  
laga kimpu — saadakse üks kimp tikke; kümme vihikut  
mässitakse paberisse — saadakse üks pakk vihikuid jne. jne.  
Ühtlasi võetakse ka kohe tarvitusele sõna „kümneline“ ja juhi-  
takse laste tähelepanu sellele, et kümnest tikust, kui me nad  
kimpu köidame, saame ühe kümneline kimbu tikke, kümnest  
vihikust, kui me nad paberisse mässime, — ühe kümneline paki  
vihikuid jne. Samuti ka ümberpöörduvalt: kui köidame lahti  
ühe kümneline kimbu tikke, saame kümme üksikut tikku;  
teeme lahti ühe kümneline paki vihikuid, saame kümme  
üksikut vihikut jne. Sääraste harjutuste varal, kui neid juba  
küllaldasel hulgal on läbi tehtud, omandavad lapsed peagi  
kümneline mõiste. On kümneline mõiste käes, astume järg-  
mise sammu ja tutvustame lapsi arvudega kümnest kahe-  
kümneni. Iseäralisi raskusi siinjuures ei esine. Iga laps võ-

tab näiteks kakskümmend tikku ja üheskoos alustatakse nende ülelugemist. Kui igapähele kümme tikku käes, köidab ta nad kimpu ja saab nii ühe kümnelise kimbu tikke. Edasi jubib õpetaja vastavate küsimuste abil õpilaste tähelepanu sellele, et praegu saadud kümneline on esimene; kui lugemist jätkame, võime saada veel teise samasuguse kümnelise. Selle järele jätkatakse tikukeste lugemist alustades uuesti ühega, kuid iga arvu nimetuse järele lisatakse nüüd sõnad „teisest kümnest“, meeldetuletuseks, et esimene kümneline juba täis on ja praegu loetavaist tikukestest tekib teine kümneline. Järgmiseks sammuks on sõnade „üksteistkümmend“, „kaks-teistkümmend“ jne. tarvitusele võtmine kõrvuti sõnadega „üks teisest kümnest“, „kaks teisest kümnest“ jne. Sel viisil omandavad lapsed kindla arusaamise kõne all olevate arvsõnade tähendusest ja ühtlasi ka vastavate arvude koosseisust. On see juba sündinud, tuleb lapsi veel tutvustada käsiteldavate arvude kirjutamisega. Seks otstarbeks võib õpetaja hea eduga kasutada „Elavate arvude“ vastavasse osasse mahutatud tikukimbukesi kujutavaid pilte.

Liitmise ja lahutamise käsitlemisel kahekümne piiris on kinni peetud samust põhimõttest ja samast järjekorrast, kui kümnegi piiris. Kõige kergemana esineb siin ja võetakse järjekult ka esimesena käsitlemisele üheliste liitmine kümnelisega ja ümberpöörduvalt ühes vastavate lahutamise juhustega. Sellele järgneb ühe liitmine kahekohalise arvuga ( $17 + 1$ ), vastav lahutamine ( $18 - 1$ ) ja mõlemale praegu nimetatud teetele vastupidised liitmise ja lahutamise juhused ( $1 + 17$ ;  $18 - 17$ ). Samadel alustel ja samas järjekorras tulevad ühes vastupidiste juhustega käsitlemisele ka kahe, kolme, nelja jne. liitmine kahekohalise arvuga ning sellele vastav lahutamine. Oleks asjata seesugust järjekorda ning liigitamist siinkohal pikemalt hakata põhjendama, sest seda küsimust puudutasime juba eespool, kui oli arutusel liitmise ja lahutamise käsitlemine kümne piiris. Teistest raskematena esinevad kahekümne pii-

ris need liitmise ja lahutamise juhused, kus tehte läbiviimisel tuleb esimese kümne piirist teise astuda ( $9 + 8$ ) ehk ümberpöörduvalt ( $13 - 5$ ). Sellepärast tulevad ka säärased juhused liitmise ja lahutamise käsitlemisel kahekümne piiris viimasena läbi võtta. „Elavais arvudes“ on nad peale selle veel, silmas pidades nende raskuse-järjekorda, rühmadesse jaotatud; vastavaist rühmadest esinevad enne kergemad, pärast raskemad. On liitmine ja lahutamine kahekümne piiris läbi, tuleb asuda jällegi arvusteemi mõiste laiendamisele, mis saab võimalikuks kümnelite tarvituselevõtmisega saja piiris. Sellele järgneb kümnelite liitmine ja lahutamine samuti saja piiris. Kui kümnelise mõiste lastele küllalt selge, ei valmista kümnelite liitmine ega lahutamine neile suuremaid raskusi.

### **Korrutamise ja jagamise. Murru mõiste ettevalmistamine. Mõõdud.**

Selgitades küsimust, miks soovitav pole korrutamise ja jagamise käsitlemisega rutata, vaid parem on sellega võimalikult kauemini oodata, peatusime pikemalt nende tehete iseärasustel ja rõhutasime raskusi, mis nende läbivõtmisel ilmsiks tulevad. Et neist raskustest ülesaamist kaugeltki kergeks ei või pidada, sellepärast tuleb korrutamise ja jagamise käsitlemisel talitada äärmise ettevaatusega. Igasugune pealiskaudsus on siin täiesti lubamata ja annab ennast pärast kibedasti tunda. Nagu teada, pole korrutamise muud midagi, kui võrdsete arvude liitmine. Sellelt seisukohalt vaadatuna peaks ta mõttest arusaamine olema lastele väga kerge. See näib ka tõesti nii olevat senikaua, kuni me korrutamist käsitleme nagu liitmist ja kuni liidetavate arv on võimalikult väike. Niipea aga kui me hakkame korrutamist käsitlema korrutamisenä ja selle kirjalikku ülestähendamist selgitama, tõusevad raskused kohe esile, iseäranis veel siis, kui liidetavate arv on suur.

Jagamine on teatavasti korrutamise vastupidine tehe. Ta

esineb meile kahe erijuhusena. Esimese erijuhusega, mida me nimetame mahutamiseks, on meil tegemist siis, kui me jagamise resultaadina otsime võrdsete liidetavate arvu, kuna liidetavise meile teada on. Teist erijuhust nimetame jagudeks jagamiseks ja meil on temaga tegemist siis, kui me teame võrdsete liidetavate arvu ja otsime jagamise resultaadina liidetavat ennast. Mõnes metoodika-õpperaamatus püütakse mahutamises näha võrdsete arvude korduvat lahutamist, samuti nagu me korrutamises näeme võrdsete arvude liitmist. Olgugi et säärane võrdlus mahutamise mõtet teatud määral aitab selgitada, ei saa siiski täit sarnasust mahutamise ja lahutamise vahel konstateerida, nagu me seda liitmise ja korrutamise kohta võime teha. Korrutamine pole tõepoolest muud midagi kui liitmise erijuhus. Nii korrutamise kui ka liitmise resultaadina saame antud liidetavate summa. Et seda summat korrutamisel teisiti nimetatakse, ei muuda asja sisu. Korrutamise asemel võime erandita kõikidel juhtumustel tarvitada ka liitmist. Vahe on siin ainult sõnalises väljendamis ja kirjalikus ülestähendamises. Koguni teissugused suhted valitsevad mahutamise ja lahutamise vahel. Kuna me mahutamise abil saame teada võrdsete liidetavate arvu, mille summana, kas mõnesuguse jäägiga või ilma, esineb mingisugune suurem arv, ilmub meile lahutamise resultaadina ikkagi ainult vahe, ka siis, kui me seda lahutamist korduvalt jätkame senikaua, kuni me jõuame kas nullini või lahutatavast vähema vaheni. On ju õige, et võime selle järele, mitu korda pidime lahutamist toimetama, enne kui ülalnimetatud tagajärgedeni jõudsim, kaudselt otsustada ka võrdsete liidetavate arvu üle, millest seisab koos kord juba nimetatud suurem arv. Kuid nagu öeldud, on see võimalik ainult kaudse otsustamise najal ja meil pole vähematki õigust pidada selle põhjal mahutamist mingisuguseks lahutamise erijuhuseks. Just samuti võime mahutamisel otsitavat võrdsete liidetavate arvu ka liitmise abil teada saada. Viimane võimalus on meetodiliselt isegi

mitmeti väärtuslikum. Võrreldes näiteks kummagi võimaluse kirjalikke avaldusi, ei saa viimase paremusi kuidagi jätta tähele panemata. Mahutamise läbiviimist lahutamise abil, võttes näiteks juhus  $18:6$ , kujutatakse kirjalikult järgmiselt:  $18 - 6 - 6 - 6 = 0$ . Sama tehte läbiviimist liitmise abil, tarvitades sama näidet, võib aga väga hästi nii kirjutada:  $18 = 6 + 6 + 6$ . Ei ole vähematki kahtlust, et viimane avaldus mahutamise mõtte selgitamiseks parem on kui esimene. Esimeses avalduses mõjub kõige pealt tehte resultaadina esinev null segavalt. Teiseks ei ole avalduses vähendatavana esinev kaheksateist ühelt poolt ja võrdsete lahutatavana esinevad kolm kuut teiselt poolt millegagi üksteisest rohkem eraldatud, kui lahutatavad isekeskis. See teeb lastele nende vastastikuse suhte tajumise raskeks. Teises avalduses puudub kõige pealt segav null. Ka on siin summana esinev kaheksateist ühelt poolt ja liidetavana esinevad kolm kuut teiselt poolt võrdusmäärgiga, liidetavad aga isekeskis liitismäärgiga ühendatud. Selle tõttu väljendubki ka viimases avalduses mahutamise mõte — kaheksateistkümnes on kolm kuut — palju selgemini, kui esimeses. Peale selle on viimasel avaldusel veel see paremus, et tema kaudu avaneb otsene tee mahutamise läbiviimisel liitmise abi asemel järkjärgult korrutamise abi tarvitamisele üleminekuks, mis mahutamise mõiste edaspidisel arenemisel on nii kui nii möödapääsmata. Selle tee näitavad meile kätte järgmised neli avaldust: 1)  $18 = 6 + 6 + 6$ ; 2)  $18 = 3 \cdot 6$ ; 3)  $18 = .6$ ; 4)  $18:6 = .$

Kõike eespool öeldut kokku võttes selgub meile, et korrutamine liitmisega viimase erijuhusena kõige lähemas ühenduses asub ja liitmise abil lastele kõige kergemini selgitatav on. Mahutamist ei saa me ei liitmisega ega ka lahutamise otsesesse ühendusse seada, kuid kaudset teed tarvitades on siiski võimalik kõne all oleva tehte läbiviimisel kui ka selle mõtte selgitamisel niihästi lahutamist kui ka liitmist appi võtta. Mõnesuguseil kaaluvail põhjusil, mis eespool esi-

tatud, tuleb liitmine selleks tunnistada kohasemaks ja meetodiliselt väärtuslikumaks.

Jagudeks jagamine seisab korrutamise ja mahutamisega võrreldes nii liitmisest kui ka lahutamisest kõige kaugemal. Lahutamisega pole tal üldse mingisuguseid ühiseid jooni, kuid liitmisega on siiski nõrk side olemas. Nimelt võime jagudeks jagamist võtta tehtena, kus mingisuguste võrdsete liidetavate summa ja samade liidetavate arvu järele tulevad leida need liidetavad. Mingisugust abi meile nende leidmisel ei liitmine ega ka lahutamine otseselt ei suuda pakkuda. Jagudeks jagamise mõtte selgitamine lastele, samuti ka selle tehte läbiviimine on kõige paremini võimalik mahutamise abil.

Oleme seni mahutamist ja jagudeks jagamist käsitlenud peaaegu nagu kaht iseseisvat tehet, kuna samal ajal mõnelt poolt nende vahel üldse mingit vahet ei nähta, vaid ainult üht jagamise erijuhust, nimelt mahutamist tunnustatakse. Ei saa ju salata, et selle vahetegemisega sagedasti liialdatakse, nõudes seda ka lastelt, isegi juba esimesel ja teisel õppeaastal. See on täiesti asjata ja, nagu tegelik koolitöö näitab, ei anna mingisuguseid tagajärgi. Kuid teatud vahe on siin ometi olemas ja õpetaja ei saa teisiti, kui peab seda jagamise käsitlemisel tõsiselt arvesse võtma. Iseäranis teravalt tuleb see vahe ilmsiks, kui hakkame jagamist konkreetsete asjade najal läbi viima, milleta kõne all oleva tehte selgitamine esimesel õppeaastal pole üldse mõeldav. Sellepärast olgu siinkohal käsitlemise lihtsuse mõttes ka edaspidi lubatud kumbagi jagamise erijuhust võtta iseseisva tehtena.

Senistest arutustest ei peaks olema raske järeldada, et kõne all olevaist tehteist, korrutamisest, mahutamisest ja jagudeks jagamisest viimane lastele kõige raskem on. Ta seisab neile juba tuttavaist tehteist, liitmisest ja lahutamisest kõige kaugemal ja tema omandamine eeldab korrutamise ning mahutamise mõistmist. Sellepärast ei saa teisiti, kui peab ta läbivõtmise järjekorras viimasele kohale asetama.

Enne tulevad läbi võtta korrutamise ja mahutamise. Nüüd aga tõuseb päevakorda küsimus, kas käsitleda korrutamist ja mahutamist koos või lahus? „Elavate arvude“ kokkuseadjad asuvad seisukohal, et neid mõlemaid koos tuleb käsitleda, ja nimelt järgmistel põhjustel: Mahutamine on korrutamise vastupidine tehe. Mahutamist on samuti kui korrutamistki võimalik seletada ja läbi viia liitmise abil. Vahe seisab ainult selles, et korrutamisel on meile antud võrdsete liidetavate arv ja suurus, tuleb leida nende summa, mahutamisel aga on meil teada nende summa ja suurus ning tuleb leida nende arv. Eks ole loomulik, et me kohe pärast seda, kui oleme liitmise või korrutamise abil leidnud mingisuguste võrdsete liidetavate summa, võtame sama summa ja vaatame, mitmest võrdsest liidetavast ta koos seisab, ehk mitu säärast liidetavat temasse mahub. Nii talitades muutub töö palju põhjalikumaks ja mitmekülgsemaks, vastavad korrutamise ja mahutamise juhused toetavad vastastikku üksteisest arusaamist ja jäävad lastele kergemini ning kindlamini meelde. Korrutamise ja mahutamise koos käsitlemise poolt räägib veel see asjaolu, et kõik võimalikud korrutamise ja mahutamise juhused ka endi meetodiliselt raskus-järjekorralt täiesti ühte langevad.

„Elavais arvudes“ ongi korrutamine ja mahutamine koos läbi võetud. Esimeses järjekorras tulevad käsitlemisele muidugi kõige kergemad juhused, ja alles pärast neid esinevad järk-järgult ja samm-sammult ka raskemad, silmas pidades nende raskus-järjekorda. Ei ärata vist kahtlust, et niihästi korrutamisel kui ka mahutamisel vastavate juhuste raskuse või kerguse kindlaksmääramisel on mõõduandev esimeses joones võrdsete liidetavate arv. Mida rohkem neid on, seda raskem on korrutamisel nende summa, ehk õige nimega korrutise ja mahutamisel nende arvu kindlaksmääramine, samuti ka ümberpöörduvalt. Selle järele peaksid kõige kergemad olema need korrutamise ja mahutamise juhused, kus

liidetav esineb kõigest ühe korra (1.8; 8:8 jne.). Arvutamise seisukohalt ongi see tõesti nii. Kui me aga tahame korrutamise ja mahutamise mõtte seletamisel välja minna liitmisest, siis põrkume praegu esitatud juhuste käsitlemisel kokku väga olulise puudusega. Nimelt pole neil liitmise seisukohalt vaadatuna üldse mingisugust mõtet. Ei saa ju kõnelda arvude liitmisest, kui meil on tegemist kõigest ühe ainsa arvuga. Seepärast ei alustatagi „Elavais arvudes“ korrutamise ja mahutamise läbivõtmist kõne all olevate juhustega, vaid asetatakse esimesele kohale kerguse mõttes järgmine juhuste rühm ehk liik, nimelt see, kus meil tegemist on kõigest kahe liidetavaga (2.8; 16:8 jne.). Kahega korrutamisele ning vastavale mahutamisele järgneb kolmega ja neljaga korrutamine ning viimastega koos endastmõistetavalt jällegi vastavad mahutamise juhused (3.6; 18:6; 4.5; 20:5 jne.). Alles selle järele võetakse „Elavais arvudes“ läbi ühega korrutamine ja sellele vastav mahutamine. Viimastega paralleelselt esinevad ka neile vastupidised korrutamise ja mahutamise juhused (9.1; 9:1 jne.). Seega ongi suurem hulk korrutamise ning mahutamise juhustest kahekümne piiris läbi võetud. Käsitlemata on veel ainult järgmised juhused: 5.2; 5.3; 5.4; 6.2; 6.3; 7.2; 8.2; 9.2; 10.2, ühes vastavate mahutamise juhustega. Kõik nad on selle poolest iseloomulikud, et neis korrutaja, see on, teise sõnaga, võrdsete liidetavate arv võrdlemisi suur on. Ühes sellega muutub aga otsitava summa ehk korrutise leidmine korrutamisel ja liidetavate arvu ehk jagatise leidmine mahutamisel liitmise abi tarvitades raskeks ja keeruliseks. Seepärast on „Elavais arvudes“ nende juhuste läbivõtmisel käidud teist teed. Nimelt käsitellakse neid kõrvuti neile vastupidiste korrutamise ja mahutamise juhustega (2.5; 3.5), mis on lastele juba enne tuttavad. Õpetaja ülesanne on siin kõige pealt konkreetsete asjade najal näidata, et viis kaht on sama palju, kui kaks viit; kuus kolme — sama palju,

kui kolm kuut jne.; ühe sõnaga, et korrutis ei olene tegurite järjekorrast. Sellega on lastele kätte antud ka kõne all olevate juhuste jaoks väga otstarbekohane ning kerge abinõu soovitatavate resultaatide leidmiseks. Ühtlasi on aga lapsi ka tutvustatud korrutamise väga olulise omadusega.

Korrutamise ja mahutamise järel tuleb „Elavais arvudes“ käsitlemisele jagudeks jagamine. Nagu juba eespool tähendatud, on jagudeks jagamist kõige kergem seletada mahutamise abil. Katsume siinkohal selgitada, kuidas seda peaks tegema. Võtame näiteks järgmise ülesande: Jagada 18 õuna ühetasa 6-le lapsele. Mitu õuna saab iga laps? Selle ülesande lahendamiseks konkreetsete asjade najal on olemas ainult üks tee. See on sama tee, mida tarvitavad lapsedki, kui neil vaja tuleb mingisuguseid asju enda vahel ühetasa jagada. Kõige pealt antakse igale lapsele ainult üks asi, siis jälle igähele üks ja nii edasi, kuni kõik asjad jagatud. Säärane jagamine pole aga oma sisult muud midagi kui mahutamine. Et selles paremini selgusele jõuda, jälgime lähemalt praegu esitatud ülesande lahendamise käiku. Kui anname igale lapsele 1 õuna, saavad kõik kokku 6 õuna. See on esimene samm jagamise käigus. Tahame järgmist sammu astuda, see on, igale lapsele veel ühe õuna juurde anda, peab meil olema jällegi 6 õuna. Kolmanda sammuga on sama lugu jne. Mis võime sellest järeldada? Ei muud midagi, kui ainult seda, et iga 6 õuna pealt saab iga laps 1 õuna, üldse saab aga iga laps nii mitu õuna, mitu korda mahub kuus kaheksateistkümmesse. Üldisel kujul võiks sama järeldus kõlada umbes järgmiselt: Jagudeks jagamisel tuleb igasse jakku nii mitu asja, mitu korda jagude arvule vastav jagatavate asjade arv mahub nende asjade üldisesse arvusse. Sellekohaste näidete ja harjutuste varal pole raske seda lastele selgeks teha. Sellelt seisukohalt välja minnes on kõige lihtsam jagudeks jagamise juhused see, kus jagatavate asjade arv vastab täiesti jagude arvule. Seesugusel korral tuleb

igasse jakku üks asi. On see lastele kord hästi selge, siis ei valmista järgmisedki juhused neile enam suuremaid raskusi. Et kõik jagudeks jagamise juhused mahutamise abil lahendatakse, siis tulevad nad läbi võtta ka samas raskus-järjekorras kui vastavad mahutamise juhused.

Mis puutub jäägiga jagamisse, siis ei näe „Elavate arvude“ kokkuseadjad vähematki põhjust selle eraldi käsitlemiseks. Seepärast esineb jäägiga jagamine „Elavais arvudes“ nii mahutamisel kui ka jagudeks jagamisel kõrvuti muude vastavate jagamise juhustega.

Kümneliste korrutamisel ja jagamisel saja piiris ei tõuse lastele pea mingisuguseid uusi raskusi, seepärast oleks asjata siinjuures pikemalt peatuda. Arusaamatusi võib vahest tekitada asjaolu, et „Elavais arvudes“ kümneliste jagamisel muude seas on aset leidnud ka sääraseid jagamise juhused, kus kümnelisi jagatakse ühekohalise arvuga, näiteks 80:4; 40:2 jne. Võidakse küsida, kuidas sääraseid juhuseid võimalik on mahutamise abil lahendada. Selle kohta tuleb tähendada, et kõne all olevaid juhuseid tuleb seletada kui jagudeks jagamise juhuseid, kusjuures kümnelised esinevad lahutamata tervikutena. Tahame näiteks 80 mingisugust asja jagada 4 jaoks, siis arutame järgmiselt: Kui paneme igasse jakku 1 kümnelise, läheb ära 4 kümnelist. Järjelikult võime igasse jakku panna nii mitu kümnelist, mitu korda 4 kümnelist mahub 8 kümnelisse. Mahub 2 korda. Seega võime igasse jakku panna 2 kümnelist.

Maksvate õppekavade nõudmisel tuleb lapsi juba esimesel õppeaastal tutvustada ka lihtsamate murdudega. Kui kaugele selle tutvustamisega peab minema, see on nii õppekavades kui ka vastavas seletuskirjas jäänud lähemalt tähen-damata. „Elavate arvude“ kokkuseadjad asuvad seisukohal, et ses küsimuses peaks talitama väga ettevaatlikult ja tagasihoidlikult. Murru mõistes ja samuti ka murdude kirjuta-

mises esineb lapsele väga palju uusi, seni täiesti tundmatuid elemente, mille omandamine ei ole kaugeltki nii kerge, kui vahest näib pealiskaudsel vaatlemisel. Kahjuks ei luba käesoleva kirjutuse piiratud ulatus selle väga huvitava küsimuse juures pikemalt peatuda. Mõnelt poolt püütakse murdude käsitlemist esimesel õppeaastal sellega kaitsta, et lapsed sagedasti juba enne kooli astumist tuttavad on sõnadega „pool“, „kolmandik“, „veerand“, jne. Olgu siinkohal tähendatud, et lastele igasugused vanemalt kuulnud sõnad küll võrdlemisi kergesti meelde jäävad, kuid sõna tundmine ei kindlusta veel kaugeltki vastava mõiste tundmist. Teiseks on sellest vähe, kui põhjendatakse vastava aine käsitlemise võimalikkust esimesel õppeaastal, kuna vaja oleks hoopis põhjendada selle otstarbekohasust, mõõdapääsmatust. Ainete rida, mis kõik esimesel õppeaastal matemaatika alal tulevad läbi võtta, ei ole kaugeltki lühike, sellepärast tuleks iga üksiku aine puhul meelsamini kaaluda selle väljajätmise või edasilükkamise võimalusi, silmas pidades tõsiasja, et ainete rohkus asub töö põhjalikkusega — tarvitades matemaatilist väljendusviisi — pöördvõrdelises vahekorras. Tuleks meelsamini kaaluda küsimust, kas vahest järgmisel aastal võimalik pole sama ainet poole vähema jõuning energiakuluga läbi võtta, sealjuures palju põhjalikumalt, aga mitte püüda kõike, mis vähegi mõeldav, juba esimesel aastal lapsele kätte õpetada, küsimata sellest, kas ta suudab seda ka vastu võtta ja ära seedida. Sellelt seisukohalt välja minnes on „Elavaisse arvudesse“ laste tutvustamiseks lihtsamate murdudega mahutatud rida ülesandeid. Nende ülesannete otstarve on lastes arendada „poole“, „kolmandiku“ ja „neljandiku“ mõistet. Murdude kirjutamine on jäetud iga õpetaja enese äranägemise hooleks.

Ka laste tutvustamisel mõõtudega on „Elavais arvudes“ kinni peetud põhimõttest: parem vähe ja põhjalikult, kui palju ja pealiskaudselt. Sellepärast on seal puudutatud ainult

lastele kõige tuttavamaid ja lähemaid mõõte. Niihästi mõõtudega kui ka mõõtmisega tutvumine sünnib endastmõistetavalt väljaspool õpperaamatut ja mitte jooniste ega kirjelduste najal, vaid kõige otsesemal teel.

G. Kuldvere

Rakvere seminari matemaatika-õpetaja

# Meie kodupaik

allikana arvuteaduse  
õpetamises.

64 lhk. suurt kausta.

Hind 80 marka.

---

G. Kuldvere „Meie kodupaik...“ on eelarvustuses tööks tunnustatud, mille varal, õige kasutamise juures, iga aritmeetika-õpetaja tunnikäsitus suurema vaevata täielikult töökooli alusele nihkub.

„Päevaleht“ nr. 338, 1923. a.: „Autor soovib koguda materjali, mis võimalust annaks kodupaigaga ühenduses olevaid ülesandeid kokku seada. Käesolev raamat tahab selleks igale õpetajale abiks olla. Raamatus on joonistatud lehekülgi pealkirjadega valmis, nii et tühjad kohad vastavate andmetega täita tulevad... Kogutud materjal peab arvuteaduse ülesannete kokkuseadmiseks materjali andma... **Loota võib, et sarnane töö meie arvuteaduse-tundisid aitab elustada, kui algkooli õpetajad selle raamatu järgi ülesanded kokku seadma hakkavad.**“ N. K(ann).

6034  
56146

Johannes Kuulberg  
Tartu seminari harjutuskooli õpetaja

Kuidas  
**Ükskordüks**

Ilmarile vaevata  
meelde jäi.

Meetodiline veste.

---  
24 lhk. Hind 25 marka.  
---

See on üks huvitamaist võtteist, mille varal autor ükskordühe äraõppimist ilma olulise vaevata õpilasele kättesaadavaks püüab teha . . . Ja tõesti suure eduga on see tal korda läinud. Raamatuke on kahes värvis trükitud heal paberil ilusa välimusega. Õpetaja, kes püüab ükskordühe tuupimisest oma õpilasi vabastada, soovitab teda igale oma õpilasele.

Hind 60 marka.