

П784

2

АКАДЕМИЯ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ

ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭЦВМ

МИНСК
2



АЛЛИЦ

518
П784
2

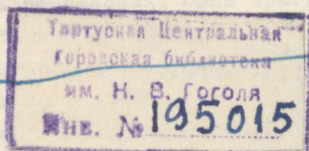
XI
12187 III
АКАДЕМИЯ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ

ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭЦВМ "МИНСК-2"

Выпуск 2

Программы по математической
статистике I

080881
Под редакцией
И. Петерсен

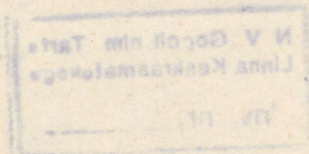


ТАЛЛИН 1966

3

Tartu Ülikooli
Raamatukogu

133030



ARHIIVKOGU

Настоящий и следующий выпуски программы для ЦЕМ "Минск-2" посвящены программам математической статистике, которые составлены в вычислительном центре Института кибернетики АН ЭССР в течение 1965 г. В этом выпуске публикуются программы корреляционного и регрессионного анализа и ряд дополнений к ним. Наряду с вычислением средних, стандартных отклонений, коэффициентов корреляции и регрессии, эти программы позволяют вычислить и ряд других величин, знание которых необходимо при использовании регрессионного анализа для описания и оптимизации процессов с заметно коррелированными между собой входными параметрами. Программа регрессионного анализа позволяет постепенно определить регрессионные уравнения через один, два и т.д. таких входных параметров, которые больше других влияют на соответствующий выход. Имеется также возможность получить матрицу ошибок $((X'X)^{-1})$ для каждого регрессионного уравнения. Программа регрессионного анализа на главных компонентах определяет разложение градиента регрессионного уравнения по главным осям матрицы ошибок и позволяет построить модель процесса в некотором подпространстве пространства исходных параметров в таких случаях, когда данного статистического материала недостаточно для построения надежной модели во всем пространстве. Первой частью этой же программы можно пользоваться для определения главных компонент при любых заданных масштабах переменных. Одна программа посвящена специально применению регрессионного анализа в проблемах оптимизации. Она позволяет определить такое направление изменения независимых переменных, в котором максимизируется заданная линейная комбинация выходных параметров при условии, что дисперсия прогнозируемого регрессионным уравнением значения этой линейной комбинации была бы меньше некоторой постоянной. Такое направление изменения входных параметров при заметной коррелированности входов

приводит к существенно лучшим результатам по сравнению с направлением градиента регрессионного уравнения. Последней программой в этом выпуске является программа определения канонических корреляций и канонических величин.

Стандартные подпрограммы, используемые в программах настоящего сборника, описаны в сборнике стандартных программ, прилагаемом к машинам "Минск-2", или в первом выпуске "Программы для ЭЦВМ "Минск-2"". Они включены в приводимые здесь программы.

Все программы написаны в стандартных кодах машины "Минск-2" и рассчитаны для стандартного оборудования этой машины (I шкаф МОЗУ, I шкаф НМЛ, ввод на перфолентах, вывод на БПМ). Для исключения ошибок при переписывании программ, последние выведены из памяти машины на БПМ и воспроизведены фотостатическим путем. Перед содержанием каждой восьми ячеек программы напечатан адрес первой ячейки этой восьмерки, и после каждой четырех таких восьмерок приведена циклическая контрольная сумма содержаний предшествующих 32 ячеек. Для первого ввода программ в машину адреса можно перфорировать перед каждой группой из 32 команд, эти группы перфорировать отдельными массивами без исправлений, а правильность перфорации проверить при вводе на совпадение приведенных сумм с контрольными суммами на пульте управления.

В третьем выпуске публикуются программы дисперсионного анализа и библиотека подпрограмм для корреляционного и спектрального анализа временных рядов и для вычисления динамических характеристик объектов регулирования.

ВВОД И КОНТРОЛЬ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТАБЛИЦ

У. О п е р

О п и с а н и е а л г о р и т м а

Программа предназначена для проверки правильности перфорации и ввода в машину больших массивов начальных данных, представленных в виде прямоугольной таблицы десятичных чисел с запятой. Контроль осуществляется по заранее вычисленным и вместе с таблицей вводимым суммам столбцов. Поскольку данная программа используется главным образом вместе с программами статистического анализа, вместо табличных величин вычисляются и записываются на магнитную ленту (НМЛ) их отклонения от арифметических средних. Это является причиной разделения столбцов на входные (x_j) и выходные (y_k) параметры. В программе предусмотрена возможность выбирать некоторые столбцы входами и выходами, выбрасывая остальные.

Таблица П I

z_1	z_2	...	z_N
z_{11}	z_{12}	...	z_{1N}
z_{21}	z_{22}	...	z_{2N}
...
z_{m1}	z_{m2}	...	z_{mN}
$\sum z_{t1}$	$\sum z_{t2}$...	$\sum z_{tN}$

Пусть:

начальная информация задана в виде T1, где

Z_{tj} - величина j -го параметра на t -м опыте;
 x_{ti} - величина i -го входного параметра на t -м опыте;
 y_{tk} - величина k -го выходного параметра на t -м опыте.
 $(t=1, \dots, m; j=1, \dots, N; i=1, \dots, n; k=1, \dots, r)$;

характеристики данной задачи представлены в виде T2;

Таблица T2

места в памяти машины	характеристики	значения
O1O1	0000 0000 m	число опытов или наблюдений
O1O2	а) таблица вводится с перфоленты. 0000 0000 M	число массивов, на которые разделена T1 при перфорации
	б) таблица заранее записана на НМЛ. 0000 0000 N	
O1O3	0000 0000 n	число входов } которые принимают участие в вычислениях. число выходов }
O1O4	0000 0000 r	
O1O5	0000 0000 \bar{n}_{max}	не используются в этой программе (см. данный сборник "Определение главных компонент...")
O1O6	ρ	
O1O7	0000 $\rho q l$	начало массива на НМЛ, откуда начинается запись T3 (см. ниже)
O1I0	τ	различные признаки для фиксирования хода вычислений
O1II O143		логические шкалы для выбора параметров

$\tau_i - i$ - й двоичный разряд в числе τ .

Вычисляются
арифметические средние

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m x_{tj} \quad (j = 1, \dots, N);$$

отклонения от средних

$$Z_{tj} = x_{tj} - \bar{x}_j \quad (j = 1, \dots, N),$$

которые образуют ТЗ.

Таблица ТЗ

Z_{11}	Z_{12}	...	Z_{1N}
Z_{21}	Z_{22}	...	Z_{2N}
...
Z_{m1}	Z_{m2}	...	Z_{mN}
\bar{x}_1	\bar{x}_2	...	\bar{x}_N

Контроль правильности перфорации и ввода производится проверкой:

- перфорировано ли в каждом столбце $m+1$ чисел?
- совпадут ли суммы, заданные в Т1, с вычисленными машиной суммами с точностью ϵ ?

При обнаружении неправильных столбцов, последние выводятся на печать.

ТЗ записывается на НМЛ, начиная со слова, номер которого указан в Т2 в ячейке О107.

В случаях, когда при обработке информации придется использовать разные комбинации параметров, целесообразно Т1 вводить с перфоленты только один раз. Поэтому различают случаи:

- начальная информация находится в виде Т1 на перфоленте, признаком является $\tau_1 = 0$,

б) начальная информация находится в виде ТЗ на НМЛ, признаком является $\tau_1 = I$. В этом случае с перфоленты вводятся только характеристики Т2.

Для выбора каких-нибудь x_i и y_k из таблицы ТЗ используют логические шкалы. Признаком их использования является значение τ_2 :

если $\tau_2 = 0$ используют логические шкалы,

если $\tau_2 = I$, их не используют.

Без логических шкал можно обойтись, когда

$$x_i = z_i \quad (i = 1, \dots, n),$$

$$y_k = z_{n+k} \quad (k = 1, \dots, r).$$

Для каждого столбца таблицы ТЗ резервированы два двоичных разряда μ_i .

Если

$\mu_i = 00$, то i -тый столбец выбрасывается,

$\mu_i = 0I$, -"- будет входным параметром,

$\mu_i = I0$, -"- выходным параметром,

$\mu_i = II$ -недопустимая комбинация.

μ_i , введенные машиной в ячейки ОIII, ОII2 и т.д., образуют логические шкалы. μ_1 находится в первых двух двоичных разрядах ячейки ОIII, μ_2 - на последующих двух и т.д. Если число столбцов не превосходит 18, логическая шкала уместается в ячейку ОIII, в противном случае она продолжается в следующих ячейках.

Выбранные из ТЗ столбцы образуют таблицу Т4, которая записывается на НМЛ второго лентопротяжного механизма (ЛПМ-2), начиная со слова 000000.

Таблица Т4

x_1	x_2	...	x_n	y_1	y_2	...	y_n
x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}	y_{11}	y_{12}	...	y_{1n}
x_{21}	x_{22}	...	x_{2n}	y_{21}	y_{22}	...	y_{2n}
...
x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mn}	y_{m1}	y_{m2}	...	y_{mn}
\bar{x}_1	\bar{x}_2	...	\bar{x}_n	\bar{y}_1	\bar{y}_2	...	\bar{y}_n

Описание программы

Программа позволяет ввести таблицы, в которых $m \leq 1778$.

Логические шкалы можно использовать, если число столбцов в Т1 не превосходит 486.

Начальная информация перфорируется в следующем порядке:

1) таблица Т2 в восьмеричной системе (за исключением ρ , которое перфорируется в десятичной системе с запятой) без адресов одним массивом между границами ввода, \bar{n}_{max} и ρ можно заменить нулями;

2) таблица Т1, которую приходится делить границами ввода на массивы так, чтобы

$$(N_k + 1)(m + 2) \leq 3560,$$

где N_k - число столбцов в k -том массиве. Числа из Т1 перфорируются в десятичной системе в форме с запятой (см. СП-60) по столбцам. В конце каждого столбца перфорируется сумма данного столбца и для разделения столбцов - десятичный пробел (P_{10}) и "запись".

Операторы

1(0260 - 0262) - ввод Т2 с перфоленты;

2(0263 - 0264) - контроль: находятся ли начальные дан-

ные на НМЛ?

да - ПУ I4

нет - ПУ 3;

3(0265 - 0274) - формирование констант;

4(0275 - 0322) - ввод очередного массива с перфоленты, нахождение длины его \vee и остатка α от деления \vee на $m+2$; если остаток $\alpha \neq 0$, он печатается в восьмеричной системе;

5(0323 - 0400) - контроль правильности массива и перевод IO \rightarrow 2

5.1(0323 - 0326) - $j := 0$;

5.2(0327 - 0332) - $j := j+1, t := 0$;

5.3(0333 - 0334) - $t := t+1$;

5.4(0335 - 0336) - контроль: $x_{tj} = \Pi_{10}$?

да - ПУ 5.5

нет - ПУ 5.3

5.5(0337 - 0341) - контроль: $t = m+2$?

да - ПУ 5.6

нет - ПУ 5.10

5.6(0342 - 0353) - для $t = 1, \dots, m+1$ перевод $x_{tj} \ 10 \rightarrow 2$, запись двоичных чисел на место предыдущего столбца (первый столбец записывается в свободные $m+1$ ячеек), вычисление $\sum_{t=1}^m x_{tj}$;

5.7(0354 - 0360) - контроль: $w = |\sum x_{tj} - x_{m+1,j}| < \epsilon$?

да - ПУ 5.9

нет - ПУ 5.8;

5.8(0361 - 0363) - контроль: $v = m_w \cdot 2^{p_w - p_x} x_{tj} < \epsilon$?

да - ПУ 5.9

нет - ПУ 5.10;

5.9(0364 - 0370) - $\bar{x}_j = \frac{\sum x_{tj}}{m}$ записывается на мес-

то $x_{m+1,j}$, ПУ 5.11;

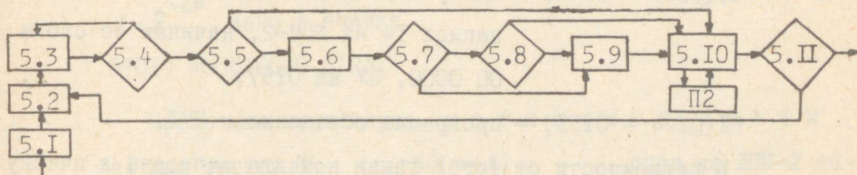
5.10(0371) - ПУ на подпрограмму П2;

5.11(0372 - 0400) - контроль: последний ли столбец
данного массива?

да - ПУ 6

нет - ПУ 5.2;

Операторы 5.1 - 5.11 соединены по следующей схеме



6(0401 - 0424) - вычисление отклонений $Z_{ij} = z_{ij} - \bar{z}_j$,
запись массива на НМЛ;

7(0425) - контроль: все ли массивы?

да - ПУ 8

нет - ПУ 13;

8(0426 - 0427) - печать числа N , равного количеству
всех столбцов введенной таблицы;

9(0430 - 0431) - контроль: нашлись ли ошибки?

да-ПУ 10

нет - ПУ 11;

10(0432) - останов:

11(0433) - число, равное количеству всех столбцов, запи-
сывается в ячейку 0102;

12(0434 - 0435) - контроль: $\tau_i = 0$?

да - ПУ 15

нет - ПУ I4;

I3(0436 - 0437) - останов, на устройстве ввода заменить массив начальных данных, дать "Пуск";

I4(0440 - 0502) - таблица отклонений записывается на ЛПМ-2, начиная со слова 00 0000, ПУ на ячейку обратной связи 0157;

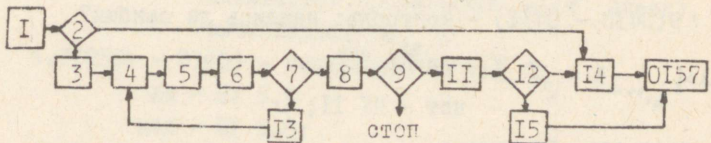
I5(0503 - 0643) - выбор параметров по логическим шкалам, запись T4 на ЛПМ-2, начиная со слова 00 0000, ПУ на 0157;

П1(0144 - 0155) - программа обращения к НМЛ.

В зависимости от того, какая команда записана в ячейку 0145, происходит запись или чтение. До обращения к П1 в ячейку 0013 записывается начало массива на НМЛ, в ячейку 0014 - длина и начало массива в оперативной памяти. Ячейка обратной связи - 0017.

П2(0644 - 0670) - подпрограмма печати неправильного столбца. Ячейка обратной связи - 0016.

Операторы I - I5 соединены по следующей схеме



Программа использует стандартные подпрограммы, которые расположены в памяти:

СП-2I (2→10) с ячейки 0721,

СП-60 (IO → 2) с ячейки 0770.

Программа вместе с константами и стандартными подпрограммами занимает в памяти ячейки 0144 - 0157 и 0260 - 1027.

Первый адрес массива нестандартных рабочих ячеек - 1030. Количество свободных ячеек для рабочего массива дано в ячейке

0702) 0000 0000 6750,

$\varepsilon = 2^{-20}$ дано в ячейке

0701) 4000 0000 0123.

Программа использует магнитные ленты

а) для записи T4 $(n+r)(m+1)$ слов на ЛПМ-2 начиная со слова 000000,

б) для записи T3 $N(m+1)$ слов, начиная со слова, указанного в T2 в ячейке 0107.

Если $\tau_1 = 0$, начальные данные находятся на перфоленте,

если $\tau_1 = 1$, начальные данные на НМЛ.

Если $\tau_2 = 0$, используются логические шкалы,

если $\tau_2 = 1$, логические шкалы не используются.

Н а ч а л о программы находится в ячейке 0260.

О с т а н о в ы :

0400 - таблица T2 задана неправильно;

0432 - T1 неправильно перфорирована или введена в машину;

0436 - на устройстве ввода установить диск со сле-

дующим массивом начальных данных, нажать на "Пуск";

0556 - логические шкалы содержат недопустимую комбинацию "II";

0643 - \neq не равно числу комбинаций "IO" в логических шкалах.

При нахождении ошибок на печать выводятся

0000 0000 α (см. оператор 4)

00** 0000 κ номер массива, содержащего ошибку

N_{κ} 0000 0000 номер столбца, содержащего ошибку

***** столбец, содержащий ошибку в десятичной

...

***** системе с запятой, вместо запятой и

P_{10} печатается пробел \sqcup

***** заданная сумма

00000000 \sqcup P_{10}

***** \pm сумма, вычисленная машиной

Приведенная информация выводится для каждого неправильного столбца. В последней строке печатается N .

Если до P_{10} не перфорировано $m+1$ чисел, то последняя сумма равна нулю. Если в числе перфорирован P_{10} , перед ним печатается строка

К о н т р о л ь н а я з а д а ч а

T2

0000 0000 0005

0000 0000 0001

0000 0000 0000

0000 0000 0000

0000 0000 0000

0000 0000 0000

0000 0201 0000

2000 0000 0000

В данном случае не различаем
входы и выходы

T1

I	2	3	4	5	6	7
0,4I	2	0,117	2,1	811	0,04	-3,0
0	4	0,01	2,2	100	0,1	-1,1
0,01	0	0,50	1,0	10	0,21	-1,1
10,2	-1	0,115	0	501	0,2	-1
1,8	0	0,0001	-1,0	5	-0,2	-1,5
12,42	5	0,7421	4,3	1427	0,35	-7,7
Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}

Результаты:

+000000000006

α

+000000000001

+000300000000

+00000 II7

+000000 0I

+000000 5I

+00000 II5

+0000 000I

+0000 742I

номер массива,
номер неправильного столбца,
при сравнении выводимых чисел с
таблицей находим неправильное чис-
ло 0,5I (должно быть 0,50)

+00000000

+752I000+00

Π_{10}

вычисленная машинной сумма третьего
столбца

+000000000001

+000500000000

+0000008II

+000000I00

+00000050I

+000000005

+00000I427

в пятом столбце пропущено число 10

+00000000

+0000000+00

+000000000001

+000600000000

+000000 04

+0000000 I

+000000 2I

в шестом столбце в числе +0,2 вмес-
то запятой стперфррирован Π_{10}

+0000000 2

-0000000 2

+0000000 35

+000000000

+I52I500+03

+00000000000007

N

ВВОД И КОНТРОЛЬ

+ 0140
 +00000000000000
 +00000000000000
 +00000000000000
 +00000000000000
 -47130000000000
 -45140000000000
 -3000014400000
 -3000015000040
 + 0150
 -47130000000000
 -44140000000000
 -3000013000000
 +0700004000000
 -320001550144
 -340001440017

 +345610450232

+ 0260
 -500000000101
 +110001010717
 +120000000023
 +710007040110
 -340004340265
 -100001070013
 -100001060040
 -310007700017
 + 0270
 -100000410106
 +210007170102
 +670002720030
 +120007170001
 -750000000021
 +110007170101
 +120007170023
 +120006770007

 +550075742155

+ 0300
 -500700000000
 -1500000000040
 -300003030041
 -070000000000
 -510000000000
 +070000410000
 -340003100307
 -320003120310
 + 0310
 -070000000000
 -300003000000
 -100000400024
 +220006770040
 +200000230040
 -340003160323
 -320003140317
 +100000230040
 + 0320
 -600014000040
 -600034000030
 +100007170021
 -100000000002
 -100007000006
 +110000230677
 +220007170004
 -100000040005
 + 0330
 +100007070002
 -100000000003
 +240000250025
 +100007170005
 +100007070003
 +050507130000
 -340003330337
 +650003210023

 +461574633441

+ 0340
 +230000030000
 -340003710342
 +650003210101
 +120000040007
 -100001010027
 +110700000001
 -300003470040
 -310007700017
 + 0350
 +140000410025
 -100600410001
 +100007170006
 -200703450717
 +240000410025
 +250000410025
 -300003570040
 +550007010040
 + 0360
 -320003610364
 -730000250040
 +550007010040
 -320003710364
 -750000270026
 -720003740026
 -720000260027
 +450000270025
 + 0370
 -300603720000
 -310006440016
 +100007170022
 -100000050004
 +130007170044
 +230000240000
 -340003770401
 -320004000327

 -213340554165

+ 0400
 -000000000000
 -100006710145
 +000000000000
 +210007170101
 +660004040030
 +120006770003
 +200007170023
 -200204100023
 + 0410
 +110200001027
 -300004120040
 +240300400000
 -200304120717
 +110007140003
 +120000300003
 -200204100023
 +710007120003
 + 0420
 +220006770031
 +670004220000
 +120006770014
 -310001440017
 +100000310013
 -200104360717
 -600014000022
 -600034000000
 + 0430
 +050000000021
 -340004320433
 -000000000000
 -100000220102
 +710007050110
 -340004400503
 -000000000000
 -300002750000

 +241724055057

+ 0440
 + 210001040102
 - 300004420011
 - 100007020026
 - 100007200027
 + 100007170027
 + 200000230026
 - 320004440447
 - 100007070001
 + 0450
 - 100001070034
 - 100007100035
 - 100000110036
 - 100000270024
 + 200000270036
 - 320004570456
 + 120000270024
 - 700000240023
 + 0460
 - 300004610026
 + 670004620000
 + 120006770014
 - 100000340013
 - 100006720145
 - 310001440017
 - 100006710145
 - 100000350013
 + 0470
 - 310001440017
 + 100000260034
 + 100000260035
 - 100000360000
 - 340004750476
 - 320004540476
 - 700001030023
 + 120007100035

 + 720152713677

+ 0500
 - 100001040036
 - 200104530000
 - 300001570000
 - 100007060007
 - 100001020027
 - 100007020026
 + 650004220023
 - 300005100024
 + 0510
 + 660004220025
 - 100007200030
 + 100007170030
 + 200000230026
 - 320005120515
 - 750000000031
 - 100007110006
 - 100001070020
 + 0520
 - 700001030023
 + 120007100022
 - 100007100021
 + 200007170030
 - 100600000033
 + 200000300027
 - 320005300527
 + 120000300030
 + 0530
 + 210007170030
 + 660005300001
 - 700000300023
 - 300005340026
 + 650005300101
 + 130006760000
 + 120000260002
 + 210007170026

 - 321103402350

+ 0540
 +670005300000
 +120006760004
 -750000000034
 +650005440026
 +120006770014
 -100000200013
 -100006720145
 -310001440017
 + 0550
 +100000260020
 +100000240004
 +710007030033
 -300005540026
 +070007030000
 -340005570556
 -000000000000
 +050007040026
 + 0560
 -340005610574
 +200000250004
 -100000260000
 -340005640571
 +100000240002
 +100007170034
 +110000240004
 +120000230004
 + 0570
 -300006030000
 +200000230002
 -100000040000
 -320006000603
 -100000020003
 +100007170035
 -100300000000
 -200305760715

 -240760714447

+ 0600
 -100000040005
 -100500000000
 -200506010715
 +640007140033
 -200706100000
 +100007160006
 -100500000033
 -100007060007
 + 0610
 -200105520000
 -100006710145
 -700000340023
 -300006140026
 -340006150623
 +100000340031
 -100000210013
 +650006200026
 + 0620
 +120006770014
 -310001440017
 +100000260021
 -700000350023
 -300006250036
 +660006320037
 -340006270635
 +100000350032
 + 0630
 -100000220013
 +110006770037
 +120000260014
 -310001440017
 +100000360022
 -100000270000
 -340006370640
 -320005250640

 -243164575111

+ 0640
- 100000310011
+ 210000320104
- 3400006430157
- 0000000000032
- 200306450004
- 600014000001
- 600014000002
+ 110300000001

+ 0650
- 300006510040
- 100006740010
+ 710007130040
+ 070007130104
- 340006550660
+ 640006530040
- 201006520000
- 300006610000

+ 0660
- 600024000673
- 600324000001
- 200306470717
- 100000250040
- 310007210017
- 600004000041
- 600034000000
+ 100007170021

+ 0670
- 300000160000
- 431400000000
- 451400000000
- 567356735673
+ 001000000000
+ 000000000000
+ 000010301030
+ 000000001030

+ 166261473442

+ 0700
+ 000000001027
+ 4000000000123
+ 0000000006750
+ 600000000000
+ 400000000000
+ 200000000000
+ 002100000000
+ 000100000000

+ 0710
+ 000002000000
+ 000001110000
+ 000000007777
+ 000000000017
+ 000000000002
+ 000000010001
+ 000000010000
+ 000000000001

+ 0720
- 000000000001
- 100000400045
- 750000000041
+ 610007310045
- 340007250743
- 320007260731
+ 100007600042
+ 450007610045

+ 0730
- 300007230045
+ 530007620036
- 320007330736
+ 340007610045
+ 200007600042
- 330007230757
+ 640000450045
+ 530007630000

- 342336764527

+ 0740
 -3200007430741
 +4000007630045
 +2000007600042
 -1000007640043
 +3000007650045
 +7200000430044
 +7600000410041
 +6400007600043
 + 0750
 +5000000440045
 -3400007440752
 +5100007660042
 -3200007540755
 -7400007670042
 +6000007620042
 -1600000420041
 -3000000170000
 + 0760
 +0100000000104
 +5000000000004
 +0300000000136
 +063146314632
 -7400000000000
 +5000000000000
 +1200000000000
 +0600000000000
 + 0770
 -100010100045
 -750010100041
 -100000400043
 +660007740044
 +070010110040
 -340010000776
 -100000420045
 -300010040000

 +333357342171

+ 1000
 +350010120044
 +3700000420104
 +1600000410041
 +340010130042
 +640010010043
 -340007731006
 +4500000450041
 -301700000041
 + 1010
 +4000000000001
 +7000000000000
 +4000000000005
 +5000000000004
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 + 1020
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 +0000000000000
 +231741711444

РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

А. Иенк, У. Опер

Описание алгоритма

Программа предназначена для нахождения статистик регрессионного анализа: арифметических средних, оценок стандартных отклонений, коэффициентов корреляций и регрессий. При решении нормальных уравнений используется метод исключения Гаусса. Система решается постепенно: на каждом шаге в регрессионное уравнение добавляется из невходящих в регрессию параметров тот, который дает максимальное уменьшение остаточной дисперсии, далее определяются частичное регрессионное уравнение, соответствующий коэффициент множественной корреляции и обратная матрица ковариационной матрицы. Алгоритм решения нормальных уравнений заимствован из [2], который для ЭЦМ М-3 запрограммирован в [1].

Пусть:

m - число опытов;

n - число входных параметров;

r - число выходных параметров;

x_{ij} ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$) - значение j -го входа на i -м опыте;

y_{ik} ($i=1, \dots, m; k=1, \dots, r$) - значение k -го выхода на i -м опыте;

z_{it} ($i=1, \dots, m; t=1, \dots, n+r$), где

$$z_{ij} = x_{ij} \quad (j=1, \dots, n),$$

$$z_{i,n+k} = y_{ik} \quad (k=1, \dots, r);$$

\tilde{F} - критическое значение распределения Фишера.

Вычисляются:

арифметические средние входов

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij} \quad (j = 1, \dots, n)$$

и выходов

$$\bar{y}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{ik} \quad (k = 1, \dots, r);$$

отклонения от средних, образующие $m \times (n+r)$ матрицу Z с элементами

$$Z_{it} = x_{it} - \bar{x}_t,$$

где

$$\bar{x}_t = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{it} \quad (t = 1, \dots, n+r);$$

$(n+r) \times (n+r)$ матрица $C = Z'Z$ с элементами

$$c_{jt} = \sum_{i=1}^m Z_{ij} \cdot Z_{it} \quad (j = 1, \dots, n+r; t = j, \dots, n+r);$$

$$\sigma_j = \sqrt{\sum_{i=1}^m Z_{ij}^2} \quad (j = 1, \dots, n);$$

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{i=1}^m Z_{i,n+k}^2} \quad (k = 1, \dots, r);$$

стандартные отклонения

$$s_{x_j} = \frac{\sigma_j}{\sqrt{m-1}} \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$s_{y_k} = \frac{\sigma_k}{\sqrt{m-1}} \quad (k = 1, \dots, r);$$

корреляционная матрица P с элементами

$$p_{jt} = \frac{c_{jt}}{\sqrt{c_{jj}} \cdot \sqrt{c_{tt}}} \quad (j = 1, \dots, n+r; t = j+1, \dots, n+r);$$

P состоит из матриц A с элементами

$$a_{jt} = \rho_{jt} \quad (j=1, \dots, n; t=j+1, \dots, n),$$

D с элементами

$$d_{jt} = \rho_{j, n+t} \quad (j=1, \dots, n; t=1, \dots, n)$$

и G с элементами

$$g_{jt} = \rho_{n+j, n+t} \quad (j=1, \dots, n; t=j+1, \dots, n).$$

Для $k=1, \dots, n$ образуется симметрическая $(n+1)(n+1)$ матрица $R^{(k)}$ с элементами

$$r_{jt} = \rho_{jt} \quad (j=1, \dots, n; t=j+1, \dots, n)$$

$$r_{jj} = 1 \quad (j=0, \dots, n)$$

$$r_{0j} = \rho_{j, n+k} \quad (j=1, \dots, n)$$

и на каждом шаге вычисляются: остаточное стандартное отклонение

$$s_{y_k} = \sigma_k \sqrt{\frac{n_{00}}{\phi}},$$

где ϕ - число степеней свободы;
коэффициенты регрессии

$$b_{jk} = r_{j0}^{(k)} \frac{\sigma_k}{\sigma_j},$$

их стандартные ошибки

$$s_{b_{jk}} = \frac{s_{y_k}}{\sigma_j} \sqrt{r_{jj}},$$

и свободный член

$$b_{0k} = \bar{y}_k - \sum_{j=1}^n b_{jk} \cdot \bar{x}_j;$$

коэффициенты регрессии для стандартизированных величин

$$\beta_{jk} = r_{j0}^{(k)} ;$$

коэффициент множественной корреляции

$$R_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n \beta_{jk} \cdot r_{j0}^{(k)}}$$

отношение

$$F_k = \frac{(\delta'_{y_k})^2}{(\delta_{y_k})^2}$$

где δ'_{y_k} - остаточное стандартное отклонение на предыдущем шаге;

обратная матрица ковариационной матрицы с элементами

$$q_{jt} = \frac{r_{jt}}{\sigma_j \sigma_t} \quad (j=1, \dots, n; t=j, \dots, n).$$

В предыдущих формулах r_{jt} обозначает как элементы матрицы $R^{(k)}$, так и элементы преобразованной матрицы (см. стр. 35).

Программа позволяет произвести вычисления для параметров m, n и r , которые удовлетворяют условиям:

$$n + r < 50,$$

$$2(n+r) + \frac{(n+r)(n+r+1)}{2} + 2(m+1) < 3456,$$

$$2(n+r) + 2n + (n+1)^2 < 3456.$$

Н а ч а л ь н а я и н ф о р м а ц и я для программы перфорируется так, как указано в данном выпуске в статье "Ввод и контроль прямоугольных таблиц" (ППИ).

Если в таблице характеристик T2 программы ППИ

$\tau_{11} = 0$, ковариационная матрица не печатается;

$\tau_{11} = 1$, ковариационная матрица печатается;

$\tau_{12} = 0$, корреляционная матрица печатается;

$\tau_{12} = 1$, корреляционная матрица не печатается;

(где τ_{11} и τ_{12} одиннадцатый и двенадцатый двоичный разряды в числе τ).

Программа состоит из управляющей программы (УП) и подпрограмм ППИ, ОП, ПП2, ПП3. Начало подпрограмм в оперативной памяти - 0260, ячейка обратной связи - 0157. Все подпрограммы должны быть записаны на магнитную ленту ЛПМ-1.

О п е р а т о р ы у п р а в л я ю щ е й п р о г р а м м ы

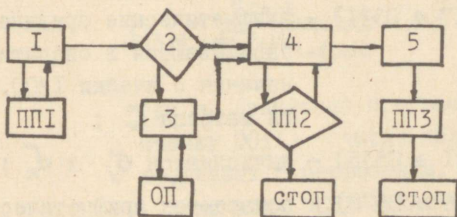
1(0160 + 0164) - чтение программы ППИ с ЛПМ-1 и передача управления (ПУ) на ППИ;

2(0165 + 0167) - контроль: нужно ли образовать новые

параметры?

да - ПУ 3
нет - ПУ 4 ;

- 3(0170 ÷ 0176) - чтение образующей программы (ОП) с ЛПМ-I и передача управления на ОП.
(см. данный сборник "Образование новых параметров");
- 4(0177 ÷ 0203) - чтение ПП2 с ЛПМ-I и передача управления на ПП2;
- 5(0204 ÷ 0210) - чтение ПП3 с ЛПМ-I и передача управления на ПП3;
- 6(0144 ÷ 0155) - подпрограмма для обращения к магнитной ленте;



Программа УП с константами расположена в оперативной памяти в ячейках 0100, 0144-0224.

В программе могут быть изменены следующие константы:

- 0214) 00 00 0101 0000 - начало ПП1 на ЛПМ-I, длина ПП1 550 ячеек;
- 0215) 00 00 0103 0000 - начало ПП2 на ЛПМ-I, длина ПП2 720 ячеек;
- 0217) 00 00 0103 1000 - начало ПП3 на ЛПМ-I, длина ПП3 720 ячеек;
- 0222) 00 00 0105 0000 - начало ОП на ЛПМ-I, длина ОП 1000 ячеек.

Начиная со 0101 ячейки характеристики в виде таблицы T2 вводятся с перфоленты.

Примечание. Номера ячеек даны в восьмеричной системе счисления.

О п е р а т о р ы ПП2

ПП2.1(0260 + 0316) - вычисляются константы.

Контроль:

$$2(n+r) + \frac{(n+r)^2 + (n+r)}{2} + 2(m+1) < 3456?$$

да - ПУ ПП2.2

нет - стоп;

ПП2.2(0317 + 0521) - арифметические средние \bar{x}_j и \bar{y}_k записываются в оперативную память, начиная с ячейки I200. Вычисляется матрица C;

ПП2.3(0521 + 0535) - вычисляются σ_j и σ_k ;

ПП2.4(0536 + 0570) - печатаются арифметические средние \bar{x}_j , \bar{y}_k и стандартные отклонения s_{x_j} , s_{y_k} ;

контроль: $\tau_{ii} = 1?$

нет - ПУ ПП2.5

да - ПУ ПП2.8;

ПП2.5(0571 + 0614) - вычисляется корреляционная матрица P и записывается на место матрицы C,

контроль: $\tau_{12} = 0?$

да - ПУ ПП2.7

нет - ПУ ПП2.6;

ПП2.6(0615 + 0667) - разделение матрицы P на матрицы

A и **D**;

передача управления на ячейку обратной связи (ЯОС);

ПП2.7(0670 + 1010) - печать корреляционной матрицы по ключам 0002 и 0004.

Если ключи 0002 и 0004 выключены, печатаются все элементы корреляционной матрицы **P**.

Если ключ 0002 включен, печатается часть коэффициентов корреляции

$$P_{jt} = \frac{C_{jt}}{\sqrt{C_{jj}} \cdot \sqrt{C_{tt}}} \quad (j=1, \dots, n; t=j+1, \dots, n)$$

$$P_{j,nt} = \frac{C_{j,nt}}{\sqrt{C_{jj}} \cdot \sqrt{C_{nt,nt}}} \quad (j=1, \dots, n; t=1, \dots, n)$$

где n_j (записано программой ПП1 в ячейку 0011) - число параметров, введенных с перфоленты.

Если ключ 0002 выключен, а 0004 включен, печатаются корреляционные матрицы **D** и **G**.

Контроль: включен ли ключ 0010?

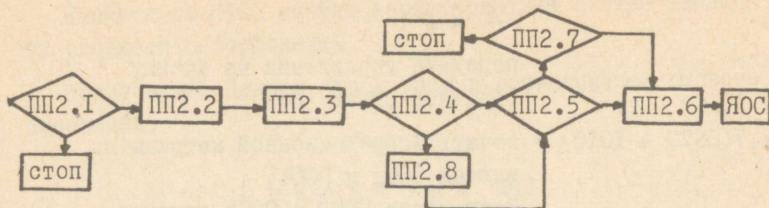
да - стоп

нет - ПУ ПП2.6;

ПП2.8(1011 + 1033) - печать матрицы **C**.

ПУ ПП2.5

Операторы ПП2.1 - 2.8 соединены по схеме:



Подпрограмма ПП2 использует следующие стандартные подпрограммы, которые расположены в памяти:

- СП - 02 (Перевод числа из двоичной системы счисления в десятичную с фиксированной запятой) - с ячейки II02,
- СП - 2I (Перевод числа из двоичной системы счисления в десятичную с плавающей запятой) - с ячейки III5,
- СП - 24 (Вычисление функции $y = \sqrt{x}$ с плавающей запятой) - с ячейки II64.

Подпрограмма ПП2 и константы расположены в МОЗУ в ячейках 0260 - I077; программа использует стандартные рабочие ячейки 0020 ÷ 0065 и 0070 ÷ 0077, индексные ячейки I ÷ 7, II, I3, I4, I6, I7 и нестандартные рабочие ячейки начиная с I200 до K, где

$$K = 1200 + 2(n+r) + \frac{(n+r)^2 + (n+r)}{2} + (m+1)(n+r).$$

Если $K \geq 4096$, то используются все ячейки оперативной памяти.

Результаты образуются в следующих ячейках:

Величины	Начало в МОЗУ
\bar{x}_j	1200
\bar{y}_k	1200 + n
β_j	1200 + (n+r)
δ_k	1200 + (n+r) + n
A	1200 + 2(n+r)
D	1200 + 2(n+r) + $\frac{(n+r)^2 + (n+r)}{2}$ - (n-1)n

Максимальная длина массива, в котором могут быть расположены программа и рабочие ячейки, дана в ячейке

1063) 0000 0000 7777

Программа использует магнитную ленту ЛПМ-2 для чтения начальной информации.

О п е р а т о р ы ППЗ

ППЗ. I (0260 + 0420) - образуется симметрическая матрица $R^{(k)}$ с элементами

$$r_{jt} = \beta_{jt} \quad (j=1, \dots, n; t=j+1, \dots, n)$$

$$r_{jj} = 1 \quad (j=0, \dots, n)$$

(r_{0j} см. ППЗ.4).

Если число выходных параметров больше одного, то матрицы $R^{(k)}$ и D записываются на ЛПМ-2, начиная со слова $(n+r)(n+1)$.

Контроль:

$$2(n+r) + 2n + (n+1)^2 < 3456 ?$$

да - ПУ ППЗ.2

нет - стоп ;

ППЗ.2(042I ÷ 05I2) - вычисляются константы;
определяется ℓ - число рядов матрицы D , которые помещаются в оперативную память ($\ell \leq n$),
 $s := 1$; $v := 1$;

контроль: $n = 1$?

да - ПУ ППЗ.4

нет - вычисляются константы, необходимые для чтения с ЛПМ-2 матрицы $R^{(k)}$ и ℓ рядов из матрицы D ;

ППЗ.3(05I3) - чтение с ЛПМ-2;

ППЗ.4(05I4 ÷ 0530) - в матрице $R^{(k)}$ на местах $r_{01}, r_{02}, \dots, r_{0n}$ и $r_{10}, r_{20}, \dots, r_{n0}$ записываются элементы матрицы D
 $d_{11}, d_{12}, \dots, d_{1n}$;
 $b_{jk} := 0 \quad (j = 1, \dots, n)$;
 $\phi := n - 1$;

ППЗ.5(053I ÷ 0554) - $v_{\max} = 0$; $j = 1$.

Вычисляется и печатается остаточное стандартное отклонение s_{y_k} ;

ППЗ.6(0555 ÷ 0557) - $v_j = \frac{r_{j0} \cdot r_{0j}}{r_{jj}}$

контроль: $v_j \geq 0$?

да - ПУ ППЗ.8

нет - ПУ ППЗ.7;

ППЗ.7(0560 ÷ 06I2) - вычисляются и печатаются:

j - соответствующий параметру индекс;

$$b_{jk} = r_{j0}^{(k)} \cdot \frac{\sigma_k}{\sigma_j};$$

$$s_{b_{jk}} = \frac{s_{y_k}}{\sigma_j} \sqrt{r_{jj}} \quad (\text{Если по какой -$$

то причине

$$\mu_{jj} < 0, \text{ то } s_{b_{jk}} = 0);$$

$\beta_{jk} = \mu_{jo}$ (если ключ 0020 выключен);

$$(j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, n);$$

ПУ ППЗ.9;

ППЗ.8(0613 ÷ 0616) - контроль: $|v_{\max}| - |v_j| \geq 0?$

да - ПУ ППЗ.9

нет - $v_{\max} := v_j$
 $i := j$;

ППЗ.9(0617 ÷ 0625) - $j := j + 1$

контроль: $j = n?$

да - ПУ ППЗ.10

нет - ПУ ППЗ.6;

ППЗ.10(0626 ÷ 0667) - печатаются

$$b_{ок} = \bar{y}_k - \sum_{j=1}^n b_{jk} \cdot \bar{x}_j$$

$$F_k = \frac{(s'_{y_k})^2}{(s_{y_k})^2}$$

$$R_k = \sqrt{\sum_{j=1}^n b_{jk} \cdot \mu_{jo}},$$

(На нулевом шаге s_{y_k} , F_k и R_k не печатаются.)

контроль: включен ли ключ 0040?

да - ПУ ППЗ.16

нет - ПУ ППЗ.11;

ППЗ.11(0670 ÷ 0672) - контроль: нужно ли печатать обратную матрицу на последнем шаге?

(включен ли ключ 0100?)

да - ПУ ППЗ.16
нет - ПУ ППЗ.12;

ППЗ.12(0673)

- контроль: все ли v_{jk} найдены?
нет - ПУ ППЗ.14
да - ПУ ППЗ.13;

ППЗ.13(0674 + 0675) - контроль: $s = r$?

да - стоп
нет - ПУ ППЗ.17;

ППЗ.14(0676 + 0703) - контроль: включен ли ключ 0001
и $F < \bar{F}$?

да - ПУ ППЗ.13
нет - ПУ ППЗ.15;

ППЗ.15(0704 + 0766) - $\phi := \phi - 1$.

Вычисление новых элементов матрицы $R^{(k)}$ при помощи следующих формул

$$r_{jt} := \begin{cases} \frac{r_{jt} \cdot r_{ii} - r_{ji} \cdot r_{it}}{r_{ii}} & j \neq i; t \neq i \\ -\frac{r_{ji}}{r_{ii}} & j \neq i; t = i \\ \frac{r_{it}}{r_{ii}} & j = i; t \neq i \\ \frac{1}{r_{ii}} & j = t = i \end{cases}$$

ПУ ППЗ.5;

ППЗ.16(0767 + 1017) - печать

$$q_{jt} = \frac{r_{jt}}{\sigma_j \cdot \sigma_t},$$

где j и t - индексы параметров, которые на данном шаге входят в

регрессию,

ПУ ППЗ.12

ППЗ.17(I020 ÷ I026) - $s := s + 1$.

Контроль: $v = l$?

да - ПУ ППЗ.18

нет - ПУ ППЗ.19 ;

ППЗ.18(I027 ÷ I037) - читаются с ЛПМ-2 следующие l рядов из матрицы D .

$v := 1$

Вычисляются константы для чтения с ЛПМ-2 матрицы $R^{(k)}$

ПУ ППЗ.3 ;

ППЗ.19(I040 ÷ I050) - на места элементов

$d_{11} d_{12} \dots d_{1n}$

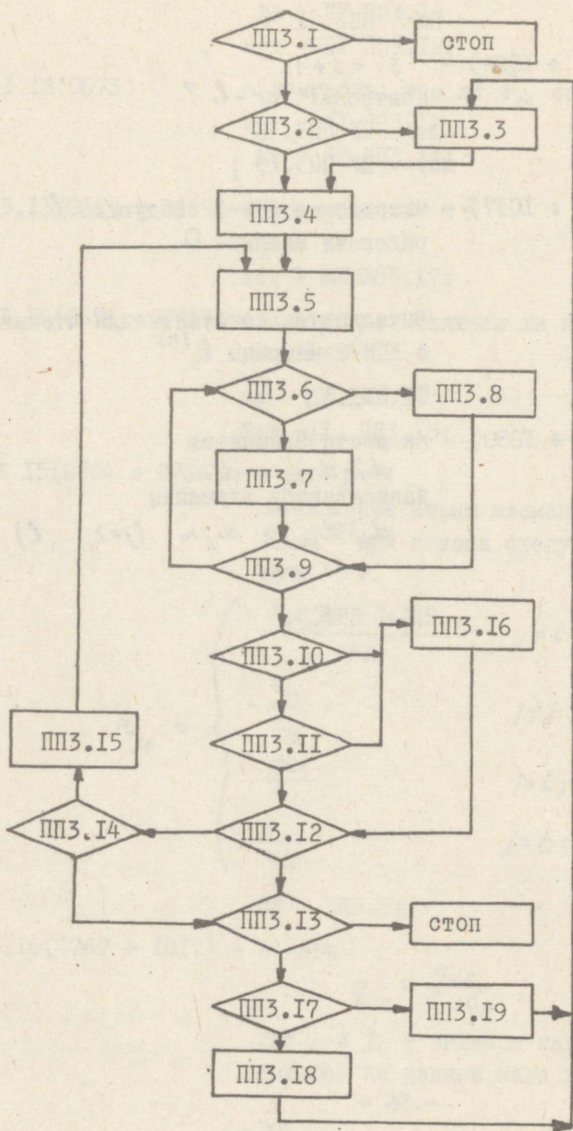
записываются элементы

$d_{j1} d_{j2} \dots d_{jn} \quad (j=2, \dots, l)$

$v := v + 1$

ПУ ППЗ.3 ;

Операторы ППЗ.1 - 3.19 соединены по схеме:



Программа использует следующие стандартные подпрограммы, которые расположены в памяти

СП - 16 (Перевод целого числа из двоичной системы счисления в десятичную) - с ячейки I075;

СП - 2I (Перевод числа из двоичной системы счисления в десятичную с плавающей запятой) - с ячейки III6;

СП - 24 (Вычисление функции $y = \sqrt{x}$ с плавающей запятой) - с ячейки II65.

Программа и константы расположены в МОЗУ в ячейках 0260 - I074; программа использует стандартные рабочие ячейки 0020 + 0077; индексные ячейки 000I + 00I7 и нестандартные рабочие ячейки I200 + K, где

$$K = 1200 + 2(n+r) + n + n \cdot r + (n+1)^2,$$

если $K \geq 4096$, то используются все ячейки оперативной памяти.

Следующие величины в оперативной памяти находятся в ячейках:

Величины	Начало в МОЗУ
\bar{x}_j	I200
\bar{y}_k	I200 + n
σ_j	I200 + (n+r)
δ_k	I200 + (n+r) + n
$R^{(k)}$	I200 + 2(n+r)
D	I200 + 2(n+r) + (n+1) ²
b_{jk}	I200 + 2(n+r) + (n+1) ² + l n,

где $l \leq n$.

Следующие константы могут быть в программе изменены:

- I066) 0000 0000 7777 - максимальная длина массива, охватываемого программой и рабочими ячейками (начиная с ячейки 0001),
- I053) 4000 0000 0001 - \tilde{F}

Программа использует магнитную ленту ЛПМ-2 для чтения и записи промежуточных результатов.

К л ю ч и

Если включен ключ

- 0001 - программа закончит вычисления для данного y_k , когда F_k становится меньше заданной в ячейке I053 константы (в данной программе $\tilde{F} = 1$);
- 0002 - печатается часть корреляционной матрицы соответствующая параметрам, вводимым с перфоленты;
- 0004 (и 0002 выключен) - печатаются матрицы D и G ;
- 0010 - после печати корреляционной матрицы программа заканчивает работу;
- 0020 - не печатается β_{jk} ;
- 0040 - печатается обратная матрица ковариационной матрицы на каждом шаге;
- 0100 - печатается обратная матрица только на последнем шаге.

Если $\tau_{11} = 1$, печатается ковариационная матрица;

$\tau_{12} = 1$, не печатается корреляционную матрицу
(τ_{11} и τ_{12} одиннадцатый и двенадцатый разряды в числе τ).

П у с к программы с адреса 0100 .

О с т а н о в ы :

в ПП1:

- 0400 - таблица характеристик T2 дана неправильно;
- 0432 - в начальной таблице найдены ошибки;
- 0436 - на устройстве ввода установить диск со следующим массивом начальных данных, нажать на "Пуск" ;
- 0556 - логические шкалы содержат недопустимую комбинацию "II";
- 0643 - n не равно числу комбинаций "IO" в логических шкалах;

в ПП2:

- 0316 - память не помещает всех нужных данных;
- 1034 - конец работы программы, если включен ключ 0010;

в ПП3:

- 0420 - память не помещает всех нужных данных;
- 0675 - конец работы программы.

ПП2: выводит на печать:

- 1) арифметические средние,
- 2) стандартные отклонения,
- 3) ковариационную матрицу по столбцам,
- 4) корреляционную матрицу по столбцам.

ПП3 для каждого выхода на каждом шаге печатает:

- 1) остаточное стандартное отклонение,
- 2) для всех входных параметров, принадлежащих регрессии на данном шаге:

- а) порядковый номер входного параметра,
- б) коэффициент регрессии,

- в) стандартную ошибку коэффициента регрессии,
- г) коэффициент регрессии стандартизированного параметра,
- 3) свободный член регрессионного уравнения,
- 4) F - отношение,
- 5) коэффициент множественной корреляции,
- 6) по столбцам матрицу, обратную ковариационной.

Время расчета, включая ввод и печать, ниже приведенной контрольной задачи 40 сек. Если $m = 149$, $n = 19$ и $r = 1$, то время расчета всех результатов (крме ковариационной и обратной матриц) 4 мин. 5сек.

Контрольная задача

Таблица I

№	z_1	$z_2 = x_1$	$z_3 = x_2$	$z_4 = y_1$	$z_5 = x_3$	z_6	$z_7 = y_2$
I	7	32	48	I,2	54	II	I5
2	I2	36	33	I,9	I9	5	I6
3	5	3	28	2,2	30	0,5	I4
4	22	I2	33	I,8	64	0,2	22
5	I,5	36	34	I,7	60	I,3	24
6	2,5	24	36	I,6	53	5,8	I9
7	7	I9	42	I,5	29	7,0	I3
8	I7	20	33	2,0	55	I5,2	I5
9	I8	27	36	I,7	62	7	23
IO	I,75	I5	22	2,5	33	4	I2
II	0	45	46	I,3	68	22	25
I2	5,25	9	28	2,3	42	7	I7
I3	6	II	32	2,0	45	4	I8
I4	I7	33	34	I,8	39	3	I9
I5	I3	2I	45	I,3	39	I	I8
Σ	I35	343	530	26,8	692	94	270
	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}	Π_{10}

Таблица I должна быть перфорирована так, как указано в данном выпуске в статье "Ввод и контроль прямоугольных таблиц".

При помощи логических шкал из параметров z_1, z_2, \dots, z_7 выбираются следующие

$$x_1 = z_2 \quad y_1 = z_4$$

$$x_2 = z_3 \quad y_2 = z_7$$

$$x_3 = z_5$$

Таблица 2 для характеристик приведенного примера имеет вид:

00	00	0000	0017
00	00	0000	0001
00	00	0000	0003
00	00	0000	0002
00	00	0000	0000
00	00	0000	0000
00	00	0201	0000
00	02	0000	0000
05	44	4000	0000

Ключ 0040 включен.

N +000000000007

\bar{x}_1 +2286666+02

\bar{x}_2 +3533333+02

\bar{x}_3 +4613333+02

\bar{y}_1 +I786666+0I

\bar{y}_2 +I799999+02

S_{x_1} +II87354+02

S_{x_2} +72I7703+0I

S_{x_3} +I466709+02

S_{y_1} +3777I24+00

S_{y_2} +4035556+0I

C_{11} +I973733+04

C_{12} +6736666+03

C_{22} +7293333+03

C_{13} +7372666+03

C_{23} +4843333+03

C_{33} +30II733+04

C_{14} -3842666+02

C_{24} -37I3333+02

C_{34} -30I7333+02

C_{44} +I997333+0I

C_{15} +3370000+03

C_{25} +II70000+03

C_{35} +6240000+03

C_{45} -8600000+0I

C_{55} +2280000+03

ρ_{12} +,56I4+,3023 ρ_{13}

- ,3267 ρ_{23}

ρ_{14} -,6I20+,5023 ρ_{15}

ρ_{24} -,9729+,2869 ρ_{25}

ρ_{34} -,3890+,7530 ρ_{35}

- ,4030 ρ_{45}

\bar{y}_1 +I786666+0I

s_{y_1} +9060650-0I

j + 2

b_{21} -509I407-0I

$S_{b_{21}}$ +3355029-02

β_{21} -9729I66+00

b_{01} +3585630+0I

F_1 +I7378I5+02

R_1 +9729I66+00

q_{22} +I37III5-02

s_{y_1} +8856I70-0I

j + I

b_{11} -3054086-02

$S_{b_{11}}$ +2409020-02

β_{11} -9600643-0I

j + 2

b_{21} -4809309-0I

$S_{b_{21}}$ +3962977-02

β_{21} -9190104+00

b_{01} +3555792+0I

F_1 +I0467II+0I

R_1 +976I547+00

q_{11} +7399270-03

q_{12} -68345I8-03
 q_{22} +2002402-02

 Δy_1 +8840288-0I
 j + I
 b_{11} -2676277-02
 $S_{b_{11}}$ +2432985-02
 β_{11} -84I2983-0I
 j + 2
 b_{21} -4727242-0I
 $S_{b_{21}}$ +4036650-02
 β_{21} -9033282+00
 j + 3
 b_{31} -I76I309-02
 $S_{b_{31}}$ +I724490-02
 β_{31} -6839409-0I
 b_{01} +359941I+0I
 F_1 +I003596+0I
 R_1 +978243I+00
 q_{11} +757436I-03
 q_{12} -6454I88-03
 q_{22} +20850I6-02
 q_{13} -8I6256I-04
 q_{23} -I773056-03
 q_{24} +3805299-03
 ++++++++

 \bar{y}_2 +I799999+02

Δy_2 +2755604+0I
 j + 3
 b_{32} +207I896+00
 $S_{b_{32}}$ +502I2I3-0I
 β_{32} +753024I+00
 b_{02} +844I650+0I
 F_2 +2I4473I+0I
 R_2 +753024I+00
 q_{33} +3320347-03

 Δy_2 +2578492+0I
 j + I
 b_{12} +I027440+00
 $S_{b_{12}}$ +6088989-0I
 β_{12} +3022967+00
 j + 3
 b_{32} +I82038I+00
 $S_{b_{32}}$ +4929253-0I
 β_{32} +66I6II6+00
 b_{02} +725256I+0I
 F_2 +II42094+0I
 R_2 +8062707+00
 q_{11} +557646I-03
 q_{13} -I365I07-03
 q_{33} +3654522-03

 Δy_2 +2635I36+0I
 j + I

b_{12} +I288076+00
 $S_{b_{12}}$ +7252304-0I
 β_{12} +37898I7+00
 j + 2
 b_{22} -84I979I-0I
 $S_{b_{22}}$ +I203255+00
 β_{22} -I505902+00
 j + 3
 b_{32} +I89I98I+00
 $S_{b_{32}}$ +5I40406-0I
 β_{32} +6876345+00
 b_{02} +930I252+0I

F_2 +0574709+00
 R_2 +8I54662+00
 q_{11} +757436I-03
 q_{12} -6454I88-03
 q_{22} +20850I6-02
 q_{13} -8I6256I-04
 q_{23} -I773056-03
 q_{33} +3805299-03

Примечания:

N – число параметров, перфорированных в восьмеричной системе счисления.

Все результаты печатаются в десятичной системе. Из элементов корреляционной матрицы печатаются только первые четыре цифры после запятой. Два столбца корреляционной матрицы печатаются рядом.

В данном примере:

Корреляционная матрица

x_3	x_5	x_4	x_7	
+ 0,5614	+0,3023	-0,6120	+0,5023	x_2
	+0,3267	-0,9729	+0,2869	x_3
		-0,3890	+0,7530	x_5
			-0,4030	x_4

Регрессионные уравнения для $y_2 = x_7$

$$x_7 = 8,44 + 0,207 x_5$$

$$x_7 = 7,25 + 0,103 x_2 + 0,182 x_5$$

$$x_7 = 9,30 + 0,129 x_2 - 0,084 x_3 + 0,189 x_5$$

Добавление x_3 не оправдано, так как остаточное стандартное отклонение растет и коэффициент при x_3 недостоверный.

Литература

1. У. Опер, Программа регрессионного анализа, Материалы по вопросам эксплуатации и усовершенствования ЭЦВМ М-3, №2, Таллин, 1962.
2. М.А. Ефромсон, Multiple Regression Analysis, Mathematical Methods for Digital Computers, New-York - London, 1960, 191-203.

```

+           0100
- 30000016000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+
           0110
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+
           0120
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+
           0130
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+
- 30000016000000

```

```

+           0140
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
- 47130000000000
- 45140000000000
- 30000144000000
- 300001500040
+
           0150
- 47130000000000
- 44140000000000
- 30000150000000
+ 07000040000000
- 320001550144
- 340001440017
+ 00000000000000
- 00000000000000
+
           0160
- 100002130013
- 100002140014
- 100002120145
- 310001440017
- 310002600157
+ 710002200110
- 300001670032
- 340001700177
+
           0170
+ 200002210032
- 700002230032
+ 120002220013
- 100002240014
- 100002120145
- 310001440017
- 310002600157
- 100002150013
+ 575653161667

```

+ 0200
- 100002160014
- 100002120145
- 310001440017
- 310002600157
- 100002170013
- 100002160014
- 100002120145
- 310001440017

+ 0210
- 310002600157
- 000000000000
- 451400000000
+ 000001010000
+ 000005500260
+ 000001030000
+ 000007200260
+ 000001031000

+ 0220
+ 000000007777
+ 000000000001
+ 000001050000
+ 0000000001000
+ 000010000260
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000

+ 0230
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000

- 611454543777

	+ 0300	
	+ 13000003600000	
	+ 2200000400014	
	+ 670003010000	
	+ 1300000410014	
	+ 220010640042	
	+ 2200000210003	
	+ 2100000411066	
	- 320003120310	
	+ 0310	
	- 3100001440017	
	- 300003250047	
	- 100010720047	
	+ 210001040103	
	- 320003150323	
	- 100010650047	
	+ 1100000360103	
	+ 660003010043	
	+ 0320	
	+ 7100010540042	
	+ 13000004300000	
	+ 220010720003	
	- 1003000000000	
	- 200303230047	
	+ 1100000350103	
	+ 660003030052	
	+ 1100000520027	
	+ 0330	
	+ 1200000350042	
	+ 13000002600000	
	+ 2300001030114	
	+ 220010710040	
	+ 100010630052	
	- 1000000270001	
	- 3200003370356	
	+ 650003030103	
	+ 500743513777	
+ 0260		
+ 1100001031070		
+ 6600003030022		
+ 1200010700020		
+ 6600003320024		
+ 1200010710025		
- 7000000240024		
- 3000002670026		
- 7000001030104		
+ 0270		
- 3000002710021		
+ 2200001030040		
- 100010730145		
+ 1100000231067		
+ 1200000260013		
+ 1100000350026		
+ 1200000210041		
+ 650003010021		
- 360056563026		

+ 0340
 +120010700041
 -100000400002
 -100200000000
 +200010710041
 -200203420041
 -200103650000
 -100000270001
 +110000420020
 + 0350
 +130000250000
 +120010720040
 -100000400002
 -100200000000
 -200203530020
 -200103700000
 +650004620103
 +120000350001
 + 0360
 +110000241070
 -300003620031
 -100110620000
 -200103620031
 -320003740374
 +210000250040
 +220010640040
 -320003370337
 + 0370
 +110000200025
 +130000400000
 +220010640040
 -320003520352
 +200000260013
 +210010700104
 -340003770410
 -100000470000

 +641555223763

+ 0400
 -340004010405
 +110000260021
 +670004030000
 +120000350014
 -320004070407
 +650004030026
 +120000350014
 -310001440017
 + 0410
 -100001040050
 +210000351066
 +230000260000
 +220001030040
 +230000210000
 -320004260416
 +210001030040
 -320004210420
 + 0420
 -000000000000
 +200000500050
 +200001030040
 -320004240426
 +100010700050
 -320004220422
 -700000500103
 -300004300021
 + 0430
 -100000350015
 +120000260036
 +120000210037
 +110000340103
 -300004350012
 +670004350014
 +130000300000
 +120000370051

 -430103215331

+ 0440
 + 11000003000052
 + 22000107100052
 + 12000107100053
 + 11000005200035
 + 12000107000055
 + 11000003000037
 + 30000044700056
 + 12000106400057
 + 0450
 + 22000003700016
 + 65000030300037
 + 12000003000060
 + 65000030300034
 + 12000003000061
 + 12000106400062
 + 11000006100035
 + 12000002400063
 + 0460
 + 72000105400040
 + 21000107000026
 + 67000046200030
 + 12000003500064
 + 65000030300036
 + 12000004000065
 + 22000010300066
 + 21000003000063
 + 0470
 + 12000107000070
 + 21000107000104
 + 66000046200001
 - 10000010300071
 + 64000030300031
 + 21000107000104
 - 3400004770514
 - 1000010740145
 - 000207713172

+ 0500
 - 10000001300054
 + 12000002600072
 + 11000002600021
 + 67000030300000
 + 12000003500014
 + 21000107000050
 + 66000046200002
 + 11000010300036
 + 0510
 + 67000030300000
 + 13000003000000
 + 12000003600067
 - 31000014400017
 - 10000001600011
 - 10000006600003
 - 10030000000000
 - 200305161072
 + 0520
 - 10000006500003
 + 10030000000000
 - 200305210025
 - 10000005600003
 - 1003106100000
 - 200305241070
 - 10000003200075
 - 10000106100076
 + 0530
 - 10000107000046
 - 60000240001060
 - 10000005200003
 - 10000006300004
 - 10000006100005
 - 10000005300006
 - 10000005500007
 - 10000005100010
 - 612335764252

+ 0540
 - 100010700077
 - 100010610047
 + 451500750000
 - 330005440674
 - 300005450040
 - 310011650017
 + 351200410000
 - 300005500027
 + 0550
 + 210010700046
 - 340005520555
 - 100000270040
 - 310011160017
 - 600004000041
 + 350700000000
 + 460600000033
 - 3200061130560
 + 0560
 - 100000770040
 - 310010750017
 + 710010550041
 - 340005660564
 + 740010550041
 - 320005670567
 + 740010560041
 - 600024000041
 + 0570
 + 450400000000
 + 361000000000
 - 300005730040
 - 310011160017
 - 600004000041
 - 100600000040
 - 320006010577
 - 100010610040
 + 277065535625

+ 0600
 - 320006040604
 + 310011650017
 + 450500000027
 + 360000410040
 - 310011160017
 - 600004000041
 - 350000200617
 - 100300000040
 + 0610
 - 310011160017
 - 600004000041
 - 320006170617
 + 550000330047
 - 320006170615
 - 100000330047
 - 100000770073
 + 100010700077
 + 0620
 - 200506211071
 - 201006221070
 - 200306230022
 - 200706240020
 - 200406250025
 - 200605550031
 + 200000410041
 - 100000600003
 + 0630
 - 100000710004
 + 350300001200
 + 160000410041
 - 200306311072
 + 250400411200
 - 300006360040
 - 310011160017
 - 600034000000
 - 276534572101

+ 0640
 - 600004000041
 + 440000270076
 + 360000760074
 - 100000270076
 + 200010700046
 - 340006460673
 - 600034000000
 - 100000740040
 + 0650
 - 310011160017
 - 600004000041
 + 200000400040
 - 100000650003
 + 100000560004
 + 150400000000
 - 340006570661
 + 350300000000
 + 0660
 + 160000400040
 - 200406621070
 - 200306550025
 - 310011650017
 - 100000410040
 - 310011160017
 - 600004000041
 - 350000400767
 + 0670
 - 100000110000
 - 340006730672
 - 350001000767
 - 201106760000
 - 200110200000
 - 000000000000
 - 350000010700
 - 320007040704
 + 323214410354

+ 0700
 + 150000740000
 - 340007020704
 + 250010530074
 - 320007040674
 + 240010620075
 - 700000240073
 + 120000350040
 + 120000300010
 + 0710
 + 120010640046
 + 110000350073
 + 660003030007
 + 110000400073
 + 660003030006
 - 100000640003
 - 100600000040
 - 100000000044
 + 0720
 - 100000640043
 - 100700000042
 - 100000460005
 - 100000430004
 - 100000000045
 + 210000730044
 - 340007270743
 + 210000730045
 + 0730
 - 340007310737
 + 350500420000
 - 300007330041
 + 350400400000
 + 270000410000
 + 460000400041
 - 320007410741
 + 250000421061
 - 302726277052

+ 0740
 +4600000400041
 -1003004100000
 +100010700045
 -200307451070
 -320007530753
 -200407461070
 -200507251070
 +100010700044
 + 0750
 +100000220007
 +100000240043
 -320007210721
 +100010640010
 -100000000045
 +210000730045
 -340007570761
 +451000400000
 + 0760
 -300007630041
 +450000401062
 -300007630041
 -101000410000
 +100010700045
 -201007551070
 -320005310531
 -600034000000
 + 0770
 -600034000000
 -100000700010
 -100000560003
 -100000620004
 -100000570005
 -100000100006
 +150300000000
 -340010001012

+245464462630

+ 1000
 +150500000000
 -340010021006
 +450600000000
 +460400000040
 -310011160017
 -600004000041
 -200510071070
 -200610000025
 + 1010
 -600034000000
 -600034000000
 -200410131071
 -200310151070
 -320006730673
 +110000101064
 +120010700010
 -320007740774
 + 1020
 -600034000000
 -600024001057
 -600034000000
 +100010700012
 +100010710051
 +100010700071
 -200210400000
 +100000210072
 + 1030
 -300010310013
 +650003030021
 +120000360014
 -310001440017
 -100000540013
 +650003030026
 +120000350014
 -320005050505

-654713601624

+ 1040
 -1000000670003
 -1003000000000
 -200310411072
 +650003030103
 +120000670067
 +650003030026
 +120000350014
 -100000540013
 + 1050
 -320005130513
 +000000000000
 +000000000000
 +4000000000001
 +777700007777
 +777777777760
 +777777777400
 +525252525252
 + 1060
 -567356735673
 +000000000177
 +4000000000001
 +000000020000
 +000100000000
 +000077777777
 +000000007777
 +000002000000
 + 1070
 +000000000001
 +000000010000
 +000000010001
 -431400000000
 -451400000000
 -120000400043
 +130011150104
 -110000000042
 +000574025227

+ 1100
 -300011010041
 -140000400041
 +600010760042
 -700011130043
 -340011050017
 -300011060043
 +510011140043
 -320011101102
 + 1110
 -300011110043
 -740000420041
 -300011060000
 +000000000012
 +007346545000
 +770431233000
 -100000400045
 -750000000041
 + 1120
 +610011260045
 -340011221140
 -320011231126
 +100011550042
 +450011560045
 -300011200045
 +530011570036
 -320011301133
 + 1130
 +340011560045
 +200011550042
 -330011201154
 +640000450045
 +530011600000
 -320011401136
 +400011600045
 +200011550042
 +250343050377

+ 1 1 4 0
 - 1 0 0 0 1 1 6 1 0 0 4 3
 + 3 0 0 0 1 1 6 2 0 0 4 5
 + 7 2 0 0 0 0 4 3 0 0 4 4
 + -7 6 0 0 0 0 4 1 0 0 4 1
 + 6 4 0 0 1 1 5 5 0 0 4 3
 + 5 0 0 0 0 0 4 4 0 0 4 5
 - 3 4 0 0 1 1 4 1 1 1 4 7
 + 5 1 0 0 1 1 6 3 0 0 4 2
 + 1 1 5 0
 - 3 2 0 0 1 1 5 1 1 1 5 2
 - 7 4 0 0 1 1 6 4 0 0 4 2
 + 6 0 0 0 1 1 5 7 0 0 4 2
 - 1 6 0 0 0 0 4 2 0 0 4 1
 - 3 0 0 0 0 0 1 7 0 0 0 0
 + 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 4
 + 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4
 + 0 3 0 0 0 0 0 0 0 1 3 6
 + 1 1 6 0
 + 0 6 3 1 4 6 3 1 4 6 3 2
 - 7 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 - 1 0 0 0 0 0 4 0 0 0 4 1
 - 3 2 0 0 1 1 7 0 1 1 6 7
 - 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0
 + 1 1 7 0
 + 6 3 0 0 1 1 7 0 0 1 0 7
 - 3 4 0 0 1 1 7 2 1 1 7 7
 - 1 0 0 0 0 0 4 1 0 0 4 2
 + 4 5 0 0 0 0 4 2 0 0 4 0
 + 1 6 0 0 0 0 4 2 0 0 4 1
 - 7 3 0 0 1 1 7 6 0 0 4 1
 + 2 7 0 0 0 0 4 2 0 0 0 1
 - 3 4 0 0 1 1 7 2 0 0 1 7
 + 4 5 3 3 5 2 5 4 3 2 1 5

+ 0300
 -100000210030
 +210000361063
 +220000230040
 -320003370304
 +200000270027
 +100000230040
 +200000220040
 -340003100313
 + 0310
 -320003110314
 +100010600027
 -320003060306
 +100010600027
 +210000271060
 -320003160317
 -000000000000
 -1000000000040
 + 0320
 +710010600027
 -340003220323
 -100010600040
 +210000400027
 +320010610031
 +120000400030
 -700000220030
 -300003300050
 + 0330
 -700000220031
 -300003320047
 +670003320014
 +130000360000
 +120000500051
 +210010600031
 +660003250073
 +210010600030
 -260143075657

+ 0260
 +110001030104
 -300002620021
 +1100106000101
 -300002640022
 +660002710024
 +120010600063
 -700000210022
 -300002700023
 + 0270
 -700000210021
 +130000210014
 +320010610053
 +110000211062
 -300002750034
 +120000210035
 +120000530036
 -100000210027
 +540053712002

+ 0340
 +660003250075
 +210010600027
 +660003250065
 -700000270022
 -300003450062
 +670003450014
 +120000360037
 +110000360101
 + 0350
 +670003450000
 +120010640070
 +210010600101
 +660003250032
 +650003450036
 +130000360000
 +120000320054
 -100010650145
 + 0360
 -100000700001
 -100010660061
 -100000210056
 +210010600053
 +660003250006
 -100000350074
 -100000740064
 +650003320074
 + 0370
 +130000740000
 +120010640003
 +100000270074
 -100000610013
 +120000620071
 -100000370014
 -310001440017
 -100000750007

 -550147102150

+ 0400
 -100000540020
 -100000650077
 -100000000046
 -100000270072
 -100000560076
 -100100001200
 -100000770005
 -100000200002
 + 0410
 +200300000000
 +350200000000
 +160300000000
 -200204111067
 -200304151067
 -200604170000
 -320005210521
 -200504230000
 + 0420
 -200704250000
 +210010700046
 -340004540503
 +100000220020
 -300004100002
 -100000460000
 -340004430427
 +200010710077
 + 0430
 +100000760064
 +670004310014
 +130000640000
 +120010640003
 +200010600076
 +110010730002
 +720010720040
 +670004370114

 -044154266400

+ 0440
 +13000004000000
 +12000003200020
 -2001040500063
 +2000106000076
 +10000007600064
 +1100107400002
 +23000006000044
 +12000003200020
 + 0450
 +65000043100064
 +13000006400000
 +1200106400003
 -3200004060406
 -10000007300077
 -10000004700060
 -1000106000046
 +10000003100072
 + 0460
 +22000005600040
 -3400004620470
 -3200004630471
 +21000004000031
 +2200106000040
 +6600003250077
 -7000000400022
 +12000002200060
 + 0470
 -1000107000046
 -10000007100013
 +12000004700071
 -10000005100014
 -31000014400017
 -10000007400064
 +12000003100074
 -10000007500007

 +370234063511

+ 0500
 -10000005600076
 +11000005400050
 -3000004500020
 +20000003000056
 +7100106300001
 +1300106000130
 +12000007000001
 +21000002700056
 + 0510
 -3400005110515
 -3200005160512
 +2100000560027
 +6600003250040
 +20000004000065
 -10000006500075
 +10000005000061
 +7100106300003
 + 0520
 -30000036600074
 +2100106000021
 +6600003250033
 +12000003400003
 +65000047300035
 +12000003300002
 +65000047300021
 -30000053000025
 + 0530
 -10020000000040
 -3100116400017
 -1003004100000
 -2002053400025
 +2000107500025
 -200305301060
 -1000107600031
 -10000003300003

 -141371654001

+ 0540
 -100010710004
 -100001030002
 -100312000040
 +440000310040
 -310011150017
 -600004000041
 +200010600002
 -340005510550
 + 0550
 -600034000000
 -200305421075
 -600034000000
 -600034000000
 -200405570000
 +710010770110
 -340010110571
 +110010750003
 + 0560
 +120000330003
 +600005050032
 -750000320031
 -720004460031
 -720000310032
 -100000320040
 -310011640017
 -100000410031
 + 0570
 -320005410541
 -100000210056
 +650005730034
 +130000350014
 +120000330002
 -200205761060
 -100000020005
 +120010750006

 -411732335227

+ 0600
 -100000050003
 +450300000000
 +460600000000
 -200306041060
 -200606011067
 -200206100000
 +710010710110
 -340006150670
 + 0610
 +100000560005
 -200506121075
 +200010600056
 +110000051075
 -300006000006
 +210010600103
 +660003250030
 +220010710027
 + 0620
 -320006211035
 +210010600104
 +660003250001
 +110000210035
 +660003320040
 +130000300000
 +130000360000
 +220010750050
 + 0630
 +110000330040
 +220010770041
 +640006330040
 +130000410114
 +220010600051
 +650003320021
 +120010600052
 -100000510041

 +653321607622

+ 0640
 -100000520042
 -100000500002
 -100200000000
 +200010750042
 -200206420042
 -100000270003
 -100000410004
 -100400000000

+ 0650
 -200406471067
 -200306540000
 -200106620000
 -320001570157
 +200010710041
 +730010640000
 +130000040000
 +130010730000

+ 0660
 +120010600004
 -320006470647
 +210010670051
 +220010710051
 +200010750052
 +210010750050
 +220001030050
 -320006370637

+ 0670
 -100010710005
 -100010770057
 -100000110056
 -350000020677
 -100000000005
 -350000040712
 -100000210056
 -100010710060

+712227755650

+ 0700
 +110010600035
 -300007020061
 +200010600056
 +210010600056
 -340007060705
 +200010710060
 -310007250016
 -200507170000

+ 0710
 -350000101034
 -320006150615
 +650003250103
 -300007140060
 -100001040056
 +110001030035
 -300007030061
 +210010600011

+ 0720
 +660003250060
 -100000000057
 -100001040056
 +110001030035
 -300007060061
 +200000400040
 +710010600056
 -340007300731

+ 0730
 -100010600040
 +110000560040
 +330010610014
 +230010600124
 +660003250044
 -100000600003
 +650007320061
 +120010710062

+350757065547

+ 0740
 +65000073200021
 -30000074200063
 -10000006200001
 -1000107100002
 -1001000000040
 +6400004000040
 -310011020017
 +710000411057
 + 0750
 -300207510025
 -200107521075
 -200207441060
 +6100007330026
 +760010560040
 +210010700056
 -320007610757
 -100010550040
 + 0760
 -320007660766
 -100000030000
 -340007660763
 -100000570000
 -340007650766
 -100010570025
 +740000250040
 -600024000040
 + 0770
 -200307750000
 -600034000000
 -600034000000
 -200410000000
 -320000160016
 +200010750063
 +100000630062
 -320007420742
 +472061651125

+ 1000
 +100000570060
 +100010700061
 +200010700056
 +230010600000
 -340007351005
 -100000570000
 -340010070735
 +200010710060
 + 1010
 -320007350735
 -100000330001
 +650003320021
 -300010140054
 +650003320035
 -300010160063
 -100000540002
 -100000630003
 + 1020
 -100300000040
 -310011150017
 -600004000041
 +200010750002
 -200310200002
 -600034000000
 -600034000000
 -200110310000
 + 1030
 -320005710571
 +110010711075
 +120000630063
 -320010161016
 -000000000000
 -700001030104
 +660010400040
 +110000350104
 -561225467023

+ 1040
 +670010410030
 +130000400014
 +130000360000
 +220010710001
 -100100000000
 -200110441054
 -320001570157
 +000000000000
 + 1050
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 +000077777777
 +000003777777
 +000002400000
 -777774000000
 + 1060
 +000000000000
 +400000000000
 +000000001200
 +000000007777
 +777700000000
 -451400000000
 +000002000000
 +000000010000
 + 1070
 +000000000000
 +000100000000
 +000077770000
 +000000020000
 +000000020002
 +000000010000
 +400000000000
 +000200000000

+662241212511

+ 1100
 +000000000000
 +000000000000
 -100000400044
 -750011130041
 +300011140044
 +730000420104
 -300011070043
 +760000410041
 + 1110
 +640011050042
 +200000430044
 -340011040017
 -740000000000
 +500000000000
 -100000400045
 -750000000041
 +610011250045
 + 1120
 -340011211137
 -320011221125
 +100011540042
 +450011550045
 -300011170045
 +530011560036
 -320011271132
 +340011550045
 + 1130
 +200011540042
 -330011171153
 +640000450045
 +530011570000
 -320011371135
 +400011570045
 +200011540042
 -100011600043

-400311307365

+ 1140
 + 300011610045
 + 720000430044
 + 760000410041
 + 640011540043
 + 500000440045
 - 340011401146
 + 510011620042
 - 320011501151
 + 1150
 - 740011630042
 + 600011560042
 - 160000420041
 - 300000170000
 + 0100000000104
 + 5000000000004
 + 0300000000136
 + 063146314632
 + 1160
 - 740000000000
 + 500000000000
 + 120000000000
 + 060000000000
 - 100000400041
 - 320011671166
 - 000000000040
 + 630011670107
 + 1170
 - 340011711176
 - 100000410042
 + 450000420040
 + 160000420041
 - 730011750041
 + 270000420001
 - 340011710017
 + 530012300036

 + 103353073204

У. О п е р

При использовании регрессионного анализа линейные модели часто не дают удовлетворительных результатов. Ниже описана система образования новых параметров, которую используют программы данного выпуска "Регрессионный анализ" и "Определение главных компонент..." .

Для получения какой-либо нелинейной модели приходится составлять соответствующую образующую программу (ОП), которой дают порядковый номер в восьмеричной системе, начиная с 0001. Предполагается, что ОП работает после программы "Ввод и контроль...", используя в качестве начальных данных таблицы T3 или T4. Номер ОП нужно задавать в таблице T2 в последних двоичных разрядах числа τ . В T2 n должно равняться числу вводимых и образованных входных параметров, т.е. числу всех аргументов, которые принимают участие в дальнейших вычислениях. ОП должна составить таблицу, аналогичную T4, которая содержит в первых n столбцах отклонения и арифметические средние желаемых входных параметров и в последующих n столбцах - отклонения и арифметические средние выходных параметров. ОП должна записать эту таблицу на ЛПМ-2, начиная со слова 000000.

Если число вводимых с перфоленты (при неиспользуемых логических шкалах) или выбранных входных параметров меньше n заданного в T2, то программа "Ввод и контроль..." при записи таблицы T4 оставляет для образуемых параметров свободное место на ЛПМ-2 между входными и выходными параметрами.

Все ОП составляются, начиная с адреса 0260, который является и пусковым адресом. ОП должны быть записаны на ЛПМ-I:

ОП1 - начиная со слова 05 0000,

ОП2 - начиная со слова 05 1000,

ОП3 - начиная со слова 05 2000

и т.д.

Как видно, максимальная длина ОП может быть 1000 команд в восьмеричной системе.

В качестве примера приведем ОП1, которая используется в программе "Регрессионный анализ" для получения уравнения вида

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{n_1} b_i x_i + \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=i}^{n_1} b_{ij} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j),$$

где n_1 - число входных параметров в Т4.

О п и с а н и е п р о г р а м м ы

Характеристики должны удовлетворять условию

$$(n_1 + 1)(m + 1) < 3816.$$

Операторы ОП1

ОП1.1(0260 - 0266) - контроль: $(1 + n_1)(m + 1) < 3816?$

да - ПУ ОП1.2

нет - стоп;

ОП1.2(0267 - 0326) - чтение n_1 первых столбцов из Т4 с

НМЛ, формирование констант, контроль:

$$\left[\frac{n_1(n_1 + 1)}{2} + n_1 \right] (m + 1) < 3816?$$

да - ПУ ОП1.4

нет - ПУ ОП1.3;

ОП1.3(0327 - 0337) - вычисляется k - число образующих столбцов, которые одновременно помещаются в МОЗУ;

ОП1.4(0340 - 0343) - $i := 1, p := 1$;

ОП1.5(0344) - $j := i$;

ОП1.6(0345 - 0361) - вычисление $x_{ti} \cdot x_{tj}, \sum_t x_{ti} x_{tj}$
 $(t=1, \dots, m), \overline{x_i x_j} = \frac{1}{m} \sum_t x_{ti} x_{tj}, p := p+1,$

контроль: $p > k$?

да - ПУ ОП1.7

нет - ПУ ОП1.8

ОП1.7(0362 - 0403) - вычисление отклонений

$x_{ti} x_{tj} - \overline{x_i x_j}$, запись полученных новых столбцов на ЛПМ-2, $p := 1$;

ОП1.8(0404) - $j := j+1$, контроль: $j > n_1$?

да - ПУ ОП1.9

нет - ПУ ОП1.6;

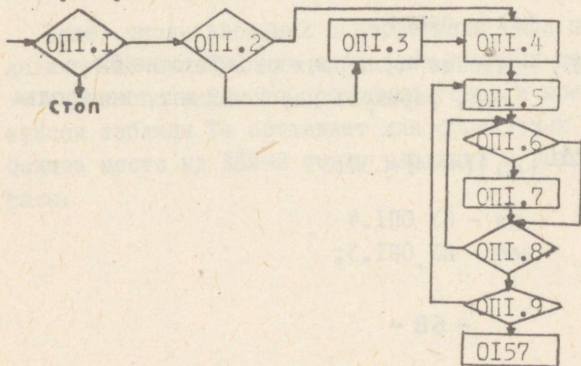
ОП1.9(0405 - 0407) - $i := i+1$, контроль: $i > n_1$?

да - ПУ ОП1.10

нет - ПУ ОП1.5;

ОП1.10(0410) - ПУ на ячейку обратной связи ОI57.

Операторы ОП1 связаны по схеме:



Программа ОПІ вместе с константами занимает в памяти ячейки 0260 - 0427.

О с т а н о в ы :

0411 - объем памяти недостаточен для $n_1 + 1$ столбцов.

ОПІ Образование новых параметров

	+ 0300
	- 7200000520053
	- 1000000420043
	+ 6500002640023
	+ 1200004140020
	+ 2100004140101
	+ 6600002650001
	+ 6500002640101
	+ 1200000000021
	+ 0310
	+ 6500002640417
	+ 1200004170022
	+ 1200000210024
	+ 2100004140011
	+ 6600002650002
	- 7000000110023
	+ 1200004170054
	+ 1100000020022
	+ 0320
	+ 1200000000004
	+ 6500002640050
	+ 1300000240044
	+ 1200000500055
	- 7000001030023
	+ 2300004200000
	- 3200003270340
	+ 2100000500420
	+ 0330
	+ 1200000000040
	- 1000004110043
	+ 1000004140043
	+ 2000000230040
	- 3200003320335
	+ 2000000430042
	- 3200003400337
	+ 1200000430043
	+ 440102323647
+ 0260	
+ 2100000110103	
+ 1200000000042	
- 7000000110023	
+ 1200000000050	
+ 1300000230014	
+ 2300004200030	
- 3200004110267	
- 1000004120013	
+ 0270	
+ 6500002640050	
+ 1200004170014	
- 3100001440017	
+ 1000000500013	
- 1000004130145	
- 1000001010053	
- 7500000530052	
- 7200003220052	
+ 040037401277	

+ 0340
+ 210004140043
+ 660002650007
+ 120000550002
- 100000540003
- 100000040005
- 100000050006
+ 100000010003
+ 240000400040

+ 0350
+ 350600000000
+ 120300000000
+ 160000400040
+ 100004160006
- 200303500414
+ 100004140003
+ 450000530040
+ 120300000000

+ 0360
+ 100004140003
- 200704040000
- 100000010006
+ 240200000000
+ 100004140002
- 200603630000
- 200203620020
- 700000230043

+ 0370
+ 1200000000041
+ 670002640000
+ 120000540014
- 310001440017
+ 100000410013
+ 200000430042
- 320004000377
+ 120000430043

- 754065211604

+ 0400
- 100000540003
+ 210004140043
+ 660002650007
+ 120000550002
- 200503450023
+ 110000210415
+ 120000040004
- 200403440023

+ 0410
- 300001570000
- 000000000001
+ 000002000000
- 431400000000
+ 000000000001
+ 000000010000
+ 000000010001
+ 000000000430

+ 0420
+ 000000007350
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000
+ 000000000000

- 072523520555

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ И РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ НАД ГЛАВНЫМИ КОМПОНЕНТАМИ

У. О п е р

О п и с а н и е а л г о р и т м а

Программа предназначена для вычисления статистик регрессионного анализа, необходимых для исследования многопараметрического процесса. В случае, когда информация о процессе получена в нормальных условиях работы объекта (пассивный эксперимент), обыкновенный регрессионный анализ часто не дает хороших результатов из-за коррелированности входных параметров. В вычислениях по данной программе входные параметры заменяются их линейными комбинациями (главными компонентами) так, чтобы каждая следующая комбинация имела максимальную дисперсию среди всех нормированных линейных комбинаций, некоррелированных с предыдущими [1]. Так как некоторое число r первых главных компонент учитывает всю (или почти всю) изменчивость входных параметров, можно снизить размерность объекта.

Коэффициенты регрессии относительно главных компонент являются одновременно проекциями градиента выхода на главные оси корреляционного эллипсоида наблюдений входных параметров.

Для входных параметров задаются масштабные множители так, чтобы масштабированные параметры имели примерно одинаковое значение в описании процесса.

В литературе метод регрессионного анализа на главных компонентах рассмотрен в [2] и [3].

Пусть

m — число опытов,

n - число входных параметров,
 r - число выходных параметров,

x_{ij} ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$) - значение j -го входа
на i -м опыте,

y_{ik} ($i=1, \dots, m; k=1, \dots, r$) - значение k -го выхода
на i -м опыте,

ℓ_j ($j=1, \dots, n$) - масштабный множитель j -го входа

L - n -мерная диагональная матрица с элементами ℓ_j .

Вычисляются

арифметические средние входов

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij}$$

и выходов

$$\bar{y}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{ik};$$

$m \times n$ матрица X с элементами

$$X_{ij} = x_{ij} - \bar{x}_j$$

$m \times r$ матрица Y с элементами

$$Y_{ik} = y_{ik} - \bar{y}_k;$$

стандартные отклонения

$$S_{x_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m X_{ij}^2}{m-1}}, \quad S_{y_k} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m y_{ik}^2}{m-1}};$$

верхний треугольник (вместе с главной диагональю) $n \times n$
матрицы

$$C = L^{-1} X' X L^{-1}$$

и $n \times n$ матрица

$$D = Y' X$$

или подробнее

$$c_{ij} = \sum_{t=1}^m \frac{X_{ti}}{l_i} \cdot \frac{X_{tj}}{l_j} ,$$

$$d_{kj} = \sum_{t=1}^m y_{tk} X_{tj} ;$$

коэффициенты корреляции (при желании);

собственные значения матрицы С

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$$

и соответствующие ортонормированные собственные векторы

$$\lambda_1 \dots f_1 = (f_{11}, f_{12}, \dots, f_{1m}),$$

$$\lambda_2 \dots f_2 = (f_{21}, f_{22}, \dots, f_{2m}),$$

$$\lambda_n \dots f_n = (f_{n1}, f_{n2}, \dots, f_{nm}).$$

Определение главных компонент можно провести по формуле

$$u = XL^{-1}F',$$

и переход от них ко входным параметрам происходит по формуле

$$X = UFL.$$

Дисперсии главных компонент равны соответствующим собственным значениям.

Далее вычисляется доля полной дисперсии, которую учитывают u первых главных компонент

$$R_u^2 = \frac{\lambda_1 + \dots + \lambda_u}{\lambda_1 + \dots + \lambda_n} .$$

При сильной коррелированности входных параметров последние собственные значения практически не отличаются от нуля, т.е. последние главные компоненты не имеют существенного значения при описании процесса по данному статистическому материалу. Наконец определяется такое u для которого

$$R_u < \rho, \quad R_{u+1} \geq \rho .$$

Число учитываемых главных компонент

$$\bar{n} = u, \text{ если } u < \bar{n}_{\max},$$

$$\bar{n} = \bar{n}_{\max}, \text{ если } u \geq \bar{n}_{\max},$$

где ρ и \bar{n}_{\max} заданы исследователем.

Регрессионное уравнение для k -го выхода относительно новых параметров имеет вид

$$y_k = a_{1k} u_1 + a_{2k} u_2 + \dots + a_{\bar{n}k} u_{\bar{n}} \quad (k = 1, \dots, r).$$

Поскольку коэффициенты a_{ik} некоррелированы, добавление некоторого члена в уравнение не изменяет других коэффициентов.

Вычисляются

коэффициенты регрессионных уравнений

$$a_{ik} = \frac{1}{\lambda_i} \sum_{j=1}^{\bar{n}} \frac{f_{ij}}{l_j} d_{kj} \quad (i = 1, \dots, \bar{n}; k = 1, \dots, r);$$

остаточные стандартные отклонения регрессионных уравнений

$$s_k^{(u)} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^m y_{tk}^2 - \sum_{i=1}^{\bar{n}} \lambda_i a_{ik}^2}{m-1-u}} \quad (u = 1, \dots, \bar{n}; k = 1, \dots, r);$$

критерий Фишера

$$F_k^{(u)} = \frac{(s_k^{(u)})^2}{(s_k^{(u+1)})^2} \quad (u = 1, \dots, \bar{n}-1);$$

стандартные ошибки коэффициентов

$$\delta a_{ik}^{(u)} = \frac{s_k^{(u)}}{\sqrt{\lambda_i}} \quad (u = 1, \dots, \bar{n}; i = 1, \dots, \bar{n}; k = 1, \dots, r);$$

коэффициенты регрессионных уравнений вида

$$y_k = b_{0k}^{(u)} + b_{1k}^{(u)} x_1 + \dots + b_{nk}^{(u)} x_n \quad (*)$$

$$b_{jk}^{(u)} = \sum_{i=1}^u \frac{f_{ij}}{l_j} \cdot a_{ik},$$

$$f_{ok}^{(u)} = \bar{y}_k - \sum_{j=1}^n b_{jk}^{(u)} \bar{x}_j \quad (j=1, \dots, n; k=1, \dots, n; u=1, \dots, \bar{n})$$

Уравнение (*) может быть использовано только на \bar{n} -мерном плоскости, уравнениями которой являются

$$\sum_{j=1}^n f_{kj} \frac{x_j - \bar{x}_j}{l_j} = 0 \quad (k = \bar{n}+1, \dots, n),$$

т.е. при таких значениях входных параметров x для которых вектор $(x - \bar{x}) L^{-1}$ ортогонален последним $n - \bar{n}$ собственным векторам (см. [2]).

О п и с а н и е п р о г р а м м ы

В зависимости от объема памяти можно производить вычисления для начальной информации, характеристики которой удовлетворяют условиям:

$$n < 50,$$

$$2k + \frac{k(k+1)}{2} + 2(m+1) \leq 3472,$$

$$n + \bar{n}k + n\bar{n} \leq 3480, \text{ где } k = n + \bar{n}.$$

Н а ч а л ь н а я и н ф о р м а ц и я перфорируется как описано в данном выпуске при описании программы "Ввод и контроль прямоугольных таблиц".

Если $l_i \neq 1$ и $l_i \neq 5x_i$, после таблиц T1 и T2 следует массив масштабных множителей в десятичной системе с запятой, заключенный между границами ввода; \bar{n}_{\max} -

максимальное число используемых главных компонент,

ρ - десятичное число, используемое при определении \bar{n} ,

$\tau_4 = 1$ - из матриц FL и FL^{-1} печатается \bar{n} строк,

$\tau_4 = 0$ - печатается n строк,

$\tau_5 = 1$ - коэффициенты $b_{ik}^{(u)}$ не вычисляются,

$\tau_5 = 0$ - $b_{ik}^{(u)}$ вычисляются и печатаются

(τ_4 и τ_5 - четвертый и пятый двоичные разряды в числе τ).

Программа состоит из управляющей программы (УП) и ряда подпрограмм (ПП1, ПП2, ...), ячейка обратной связи для которых ОI57.

ПП должны быть записаны на магнитную ленту (НМЛ), в оперативную память каждая из них считывается, начиная с ячейки О260.

Операторы УП

1(ОI00, ОI60 - ОI64) - чтение ПП1 с НМЛ, передача управления (ПУ) на ПП1;

ПП1 - программа данного выпуска "Ввод и контроль...";

2(ОI65 - ОI67) - контроль: образуются ли новые параметры (см. данный выпуск "Образование новых параметров")?

да - ПУ 3

нет - ПУ 4;

3(ОI70 - ОI76) - чтение образующей программы (ОП) с НМЛ и ПУ на нее;

4(ОI77 - О200) - $i := 2$;

5(О201 - О205) - чтение ПП i с НМЛ, ПУ на ПП i ;

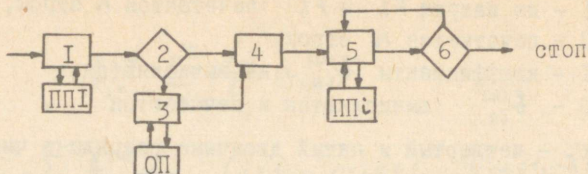
6(О206 - О207) - $i := i + 1$, контроль $i = 4$?

да - стоп

нет - ПУ 5;

ПI(ОI44 - ОI55) - подпрограмма обращения к НМЛ.

Операторы I - 6 соединены по следующей схеме:



Программа УП вместе с константами занимает ячейки 0100, 0144 - 0155, 0160 - 0230). В ячейке 0211 дано начало ПП1 на НМЛ, в ячейке 0212 - длина ее и начало в оперативной памяти. Аналогичные данные находятся для

ОП в ячейках 0215, 0216;

ПП2 -" - 0223, 0224;

ПП3 -" - 0225, 0226;

ПП4 -" - 0227, 0230.

В ячейки, начиная с адреса 0101, вводятся константы из таблицы Т2.

Операторы ПП2

ПП2.1(0260 - 0274) - контроль: поместятся ли все нужные данные в память?

да - ПУ ПП2.2

нет - стоп ;

ПП2.2(0276 - 0467) - запись арифметических средних, начиная с первой свободной ячейки (1160), вычисляются суммы произведений отклонений для всех входных и выходных параметров $\sum_{t=1}^m X_{ti} X_{tj}$, $\sum_{t=1}^m X_{ti} Y_{tk}$,

$$\sum_{t=1}^m Y_{tk} Y_{tp} \quad (i=1, \dots, n; j=i, \dots, n; k=1, \dots, n; p=k, \dots, n);$$

ПП2.3(0470 - 0510) - вычисляются Sx_i и Sy_k ;

ПП2.4(0511 - 0532) - вывод на печать $\bar{x}_i, \bar{y}_k, Sx_i, Sy_k$;

ПП2.5(0533 - 0541) - запись $\bar{x}_i, \bar{y}_k, S_{x_i}, S_{y_k}$ на НМЛ;

ПП2.6(0542 - 0572, 0767 - 1012) - по ключам 0001 и 0010 определяется, какую часть корреляционной матрицы R вычислять и отпечатать:

0001 включен - корреляционная матрица не вычисляется,

0001 выключен - следует контроль по ключу 0010,

0010 включен - выводится следующая часть из R :

$$r_{x_i x_j} \\ r_{x_i y_k} \quad (i=1, \dots, n_i; j=i+1, \dots, n_i; k=1, \dots, n_k),$$

где n_i - число аргументов, вводимых с перфоленты, которое записывает ПП1 в ячейку 0011. (В случае образования новых параметров можно опустить вычисление соответствующих коэффициентов корреляции при включении ключа 0010).

0010 выключен - R вычисляется и печатается полностью:

$$r_{x_i x_j}, r_{x_i y_k}, r_{y_k y_p} \quad (i=1, \dots, n_i; j=i+1, \dots, n_i; k=1, \dots, n_k; p=k+1, \dots, n_k);$$

ПП2.7(0573 - 0646) - по ключам 0002 и 0004 определяется вид масштабных множителей l_i :

0002 включен - масштабы не нужны, в соответствующие ячейки записывается +1,

0002 выключен - следует контроль по ключу 0004,

0004 включен - с перфоленты вводятся l_i , перевод 10 \rightarrow 2,

0004 выключен - $l_i := S_i$ (с перфоленты ничего не вводится).

Если используется квадратная модель, то в качестве масштаба квадратного члена $x_i x_j$ вычисляется величина $l_i \cdot l_j$. На перфоленте должны быть l_1, \dots, l_{n_1} , где n_1 - число

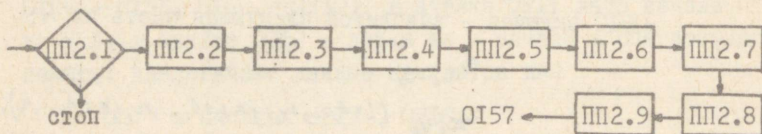
линейных членов.

ПП2.8(0647 - 0670) - вычисляется $c_{ij} = \sum_{t=1}^m x_{ti} \cdot x_{tj} \cdot \frac{1}{l_i} \cdot \frac{1}{l_j}$;

ПП2.9(0671 - 0765) - отделение матриц C и D , запись L, C, D на НМЛ;

ПП2.10(0766) - ПУ на ячейку обратной связи ОI57.

Операторы ПП2 соединены по схеме:



ПП2 использует стандартные подпрограммы, расположенные в памяти:

СП-24 ($y = \sqrt{x}$) - с ячейки IO32.

СП-2I (2 → IO с плавающей запятой) - с ячейки IO45

СП-60 (IO → 2) - с ячейки IИ4

СП-2 (2 → IO с фиксированной запятой) - с ячейки II40

Программа ПП2 вместе с константами и стандартными подпрограммами занимает в памяти ячейки O260 - II57. Адрес начала массива рабочих ячеек задан в ячейке

IO30) +00 00 0000 II60,

число свободных ячеек для рабочего массива дано в ячейке

IO3I) +00 00 0000 6620.

Операторы ПП3

ПП3.1(0260 - 0306) - чтение матрицы C с НМЛ, образование нужных констант, вычисление λ_c и F' при помощи СП-67;

ПП3.2(0307 - 0343) - перенос λ_c в ячейки A_{4+1}, \dots, A_{4+n} ,

собственные значения переносят в ячейки $A_4+n+1, \dots, A_4+n+n^2$, если

$$A_4+n+1 > A_3 + \frac{n(n+1)}{2} + 1,$$

где $A_3 + I = 0710$ первый адрес массива рабочих ячеек для ППЗ,

$A_4 + I = 1150$ первый адрес массива рабочих ячеек для ПП4;

ППЗ.3(0344)-ПУ 0157 .

ППЗ использует стандартную подпрограмму

СП-67 (вычисление собственных значений и собственных векторов симметрической матрицы) - с ячейки 0353.

Программа и константы занимают ячейки 0260 - 0707.

Начальные адреса рабочих ячеек для ППЗ и ПП4 даны соответственно в ячейках:

0350) 00 00 0000 0710 - $A_3 + 1$,

0351) 00 00 0000 1150 - $A_4 + 1$.

Операторы ПП4

ПП4.1(0260 - 0425) - транспонирование F' , упорядочение λ_i и соответственно f_i , вычисление и печать R_u , определение и печать (в восьмеричной системе) $\bar{\pi}$;

ПП4.2(0426 - 0444) - чтение L с НМЛ, $t := 1$, $p := 1$;

ПП4.3(0445 - 0465) - вычисление и печать $F'L^p$;

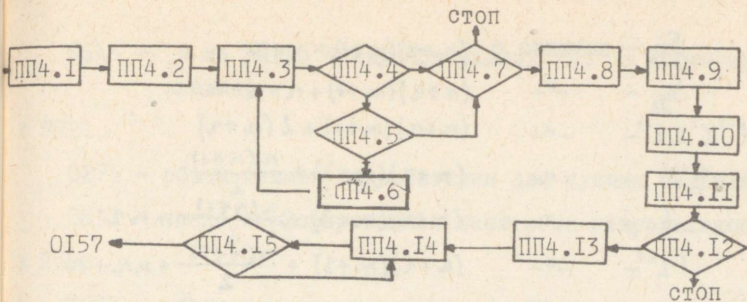
ПП4.4(0466) - $t := t + 1$, контроль $t = 2$?

да - ПУ ПП4.7

нет - ПУ ПП4.5 ;

- ПП4.5(0503) - контроль $l_i = 1?$
 да - ПУ ПП4.7
 нет - ПУ ПП4.6 ;
- ПП4.6(0504 - 0506) - $p := -1$, ПУ ПП4.3 ;
- ПП4.7(0467 - 0502) - запись FL^{-1} на НМЛ, контроль: поместятся ли в МОЗУ $\lambda_j, \varphi_{ij}, a_{ik}, d_{kj}$
 $(i=1, \dots, \bar{n}; j=1, \dots, n; k=1, \dots, n)?$
 да - ПУ ПП4.8
 нет - стоп (0507) ;
- ПП4.8(0510 - 0555) - чтение d_{kj} с НМЛ, вычисление и печать a_{ik} ;
- ПП4.9(0556 - 0642) - вычисление и печать $\Delta_k^{(u)}$;
- ПП4.10(0643 - 0671) - вычисление и печать $F_k^{(u)}$, если $\bar{n} \geq 2$;
- ПП4.11(0672 - 0722) - вычисление и печать $\Delta a_{ik}^{(u)}$;
- ПП4.12(0723 - 0724) - контроль: придется ли вычислять $b_{ik}^{(u)}$?
 да - ПУ ПП4.13
 нет - стоп (0725) ;
- ПП4.13(0726 - 0750) - чтение \bar{x}_i и \bar{y}_k с НМЛ,
 $k := 0$;
- ПП4.14(0751 - 1011) - $k := k + 1$, перевод $2 \rightarrow 10$ и печать $b_{ik}^{(u)}$
 k , вычисление и печать $b_{ik}^{(u)}$
- ПП4.15(1012 - 1013) - контроль: $k = n?$ $(i=0, 1, \dots, n; u=1, \dots, \bar{n})$;
 да - ПУ ПП4.16
 нет - ПУ ПП4.14 ;
- ПП4.16(1014) - ПУ 0157

Операторы ПП4 соединены по схеме:



ПП4 использует стандартные подпрограммы расположенные в памяти:

СП-24 ($y = \sqrt{x}$)	- с ячейки IO36
СП-2I (2 → IO с плавающей запятой)	- " - IO5I.
СП-17 (2 → IO целые числа)	- " - II20

Программа ПП4 вместе с константами и стандартными подпрограммами занимает в памяти ячейки 0260 - II47. Число свободных ячеек для рабочего массива задано в ячейке

IO32) 00 00 0000 6630.

Вся система использует магнитные ленты:

а) подпрограммы должны быть записаны на магнитную ленту ЛПМ-1:

ПП1	- на местах	OIO000 - OIO547
ПП2	- " -	OIO600 - OII477
ПП3	- " -	OII500 - OI2I27
ПП4	- " -	OI2200 - OI3067

образующие программы - начиная со слова 050000;

б) для записи промежуточных результатов используется ЛПМ-2:

X	- начиная с	000000
Y	- " -	$n(m+1)$
\bar{x}_i	- " -	$(n+r)(m+1)$
\bar{y}_k	- " -	$(n+r)(m+1) + n$

Sx_i	-	начиная с	$(n+r)(m+1)+n+r$
Sy_k	-	"	$(n+r)(m+1)+n+r+n$
$L^{-1}X'XL^{-1}$	-	"	$(n+r)(m+1)+2(n+r)$
$y'x$	-	"	$(n+r)(m+3) + \frac{n(n+1)}{2}$
L	-	"	$(n+r)(m+3) + \frac{n(n+1)}{2} + nr$
FL^{-1}	-	"	$(n+r)(m+3) + \frac{n(n+1)}{2} + nr + n$

На ЛПМ-2 должно поместиться

$$(n+r)(m+3) + \frac{n(3n+2r+3)}{2} \text{ слова.}$$

в) таблица ТЗ записывается на НМЛ, номер ЛПМ и слово, с которых начинается ТЗ, задается в таблице характеристик.

Если включены ключи :

0001 - R не печатается,

0010 - печатается часть из R ,

0002 - масштабы не нужны ($l_i = 1$) ,

0004 - масштабы вводятся с перфоленты.

П у с к программы с адреса 0100.

О с т а н о в ы :

в УП:

0210 - конец работы программы;

в ПП1:

0400 - таблица характеристик Т2 дана неправильно;

0432 - найдены ошибки в начальной таблице;

0436 - в устройстве ввода установить диск со следующим массивом начальных данных, нажать на "Пуск";

0556 - логические шкалы содержат недопустимую комбинацию "II";

0643 - n не равно числу комбинаций "IO" в логических шкалах;

в ПП2:

0275 - объем памяти недостаточен для нужных массивов;

0633 - число перфорированных масштабов неправильное;

в ПП4:

0507 - объем памяти недостаточен для промежуточных результатов;

0725 - конец работы программы в случае, когда $\beta_{ik}^{(u)}$ не вычисляются;

На печать выводятся:

N - число всех вводимых с перфоленты параметров;

арифметические средние;

стандартные отклонения;

корреляционная матрица по столбцам;

собственные значения;

R_q ;

\bar{n} ;

FL по столбцам;

FL^{-1} по столбцам (не печатается, если $\beta_i = I$);

a_{ik} в порядке

$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}; a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}, \dots, a_{\bar{n}1}, a_{\bar{n}2}, \dots, a_{\bar{n}n}$;

$\beta_k^{(u)}$ в порядке

$\beta_1^{(1)}, \beta_2^{(1)}, \dots, \beta_n^{(1)}; \beta_1^{(2)}, \beta_2^{(2)}, \dots, \beta_n^{(2)}, \dots, \beta_1^{(\bar{n})}, \beta_2^{(\bar{n})}, \dots, \beta_n^{(\bar{n})}$;

$F_k^{(u)}$ в порядке

$F_1^{(1)}, F_2^{(1)}, \dots, F_n^{(1)}; F_1^{(2)}, F_2^{(2)}, \dots, F_n^{(2)}, \dots, F_1^{(\bar{n}-1)}, F_2^{(\bar{n}-1)}, \dots, F_n^{(\bar{n}-1)}$;

$\beta a_{ik}^{(u)}$ в порядке

$\beta a_{11}^{(1)}, \beta a_{12}^{(1)}, \dots, \beta a_{1n}^{(1)}; \beta a_{11}^{(2)}, \beta a_{12}^{(2)}, \dots, \beta a_{1n}^{(2)}, \beta a_{21}^{(2)}, \beta a_{22}^{(2)}, \dots, \beta a_{2n}^{(2)}$;

$\beta a_{11}^{(3)}, \dots, \beta a_{3n}^{(3)}, \dots, \beta a_{\bar{n}n}^{(\bar{n})}$;

$v_{ik}^{(u)}$ в порядке $k, v_{ok}^{(1)}, v_{ik}^{(1)}, \dots, v_{nk}^{(1)}; v_{ok}^{(2)}, v_{ik}^{(2)}, \dots, v_{nk}^{(2)}, \dots, v_{nk}^{(\bar{n})}$.

N и \bar{n} печатаются в восьмеричной, k в десятичной системе, корреляционные коэффициенты в десятичной системе с фиксированной запятой, при том только первые четыре цифры. Все остальные результаты печатаются в десятичной системе с плавающей запятой.

Время расчета для приведенного ниже примера 42 секунды. При параметрах $m = 149$, $n = 19$, $u = 1$, $\bar{n} = 7$ время расчета, включая ввод и вывод всех результатов, 6 мин.

К о н т р о л ь н а я з а д а ч а

Начальная информация задана в приведенной таблице, которая отперфорирована соответственно требованиям программы "Ввод и контроль...".

$z_1 = x_1$	$z_2 = x_2$	z_3	$z_4 = y_1$	z_5	$z_6 = x_3$	z_7	$z_8 = y_2$
1,1	1,1	2	22,3	3,0	1,2	0,8	1,7
1,2	1,4	2,1	22,1	5,0	1,2	0,7	1,8
1,3	1,2	2,2	24,6	-1,1	1,6	0,5	1,5
1,5	1,4	2,1	24,2	1,0	1,5	0,3	1,4
1,6	1,8	2,2	26,8	2,5	1,6	0,2	1,3
1,9	1,7	2,5	30,3	4,0	1,9	0	1,3
1,9	2,0	2,4	32,7	2,0	2,2	-0,3	1,2
2,3	2,2	2,6	32,3	-2,4	2,1	-0,7	1,4
2,4	2,5	2,7	32,8	0	2,4	-0,7	1,1
2,5	2,2	3,2	32,6	1,2	2,3	-0,8	1,3
17,7	17,5	24,0	280,7	15,2	18,0	0	14,0

Допустим, что интересуются моделью, в которой параметры

$$\begin{aligned} x_1 &= z_1, & y_1 &= z_4 \\ x_2 &= z_2, & y_2 &= z_8 \\ x_3 &= z_6, \end{aligned}$$

выбираются при помощи логической шкалы;

$$\bar{n}_{\max} = 2 ;$$

$$l_i = S_i \quad (i=1,2,3);$$

$$\rho = 9,99 ;$$

выводится вся матрица собственных векторов;

$v_{ik}^{(u)}$ вычисляются;

Исходная таблица записывается на ЛПМ-2, начиная со слова 001000.

Массив характеристик для данной задачи (между "границами ввода")

T2

0000	0000	0012
0000	0000	0001
0000	0000	0003
0000	0000	0002
0000	0000	0002
	+ 9,99	
0000	0200	1000
0000	0000	0000
2441	1000	0000

Результаты:

$$\bar{x}_1 = +1770000+01$$

$$\bar{x}_2 = +1750000+01$$

$$\bar{x}_3 = +1799999+01$$

$$\bar{y}_1 = +2807000+02$$

$$\bar{y}_2 = +1399999+01$$

$$S_{x_1} = +5100108+00$$

$$S_{x_2} = +4719934+00$$

$$S_{x_3} = +4422166+00$$

$$S_{y_1} = +4530893+01$$

$$S_{y_2} = +2160246+00$$

$$n_{x_1 x_2} = +9439$$

$$n_{x_1 x_3} + 9458$$

$$n_{x_2 x_3} + 9102$$

$$n_{x_1 y_1} + 9415$$

$$n_{x_2 y_1} + 9131$$

$$n_{x_3 y_1} + 9760$$

$$n_{x_1 y_2} - 7664$$

$$n_{x_2 y_2} - 7737$$

$$n_{x_3 y_2} - 8606$$

$$n_{y_1 y_1} - 8355$$

$$\lambda_1 + 2580153+02$$

$$\lambda_2 + 8075861+00$$

$$\lambda_3 + 3908781+00$$

$$R_1 + 9775543+00$$

$$R_2 + 9927351+00$$

$$\bar{n} + 0000000000002$$

+++++

$$f_{11} \cdot l_1 + 2968566+00$$

$$f_{21} l_1 + 1009893-01$$

$$f_{31} l_1 + 4145904+00$$

$$f_{12} l_2 + 2712895+00$$

$$f_{22} l_2 - 3384998+00$$

$$f_{32} l_2 - 1860043+00$$

$$f_{13} l_3 + 2543578+00$$

$$f_{23} l_3 + 3080552+00$$

$$f_{33} l_3 - 1896301+00$$

$$f_{11} : l_1 + 1141268+01$$

$$f_{21} : l_1 + 3882547-01$$

$$f_{31} : l_1 + 1593897+01$$

$$f_{12} : l_2 + 1217758+01$$

$$f_{22} : l_2 - 1519450+01$$

$$f_{32} : l_2 - 8349321+00$$

$$f_{13} : l_3 + 1300693+01$$

$$f_{23} : l_3 + 1575282+01$$

$$f_{33} : l_3 - 9696997+00$$

+++++

$$a_{11} + 2582849+01$$

$$a_{12} - 1044312+00$$

$$a_{21} + 2205169+01$$

$$a_{22} - 1441410+00$$

+++++

$$J_1^{(1)} + 1256782+01$$

$$J_2^{(1)} + 1316299+00$$

$$J_1^{(2)} + 1115405+01$$

$$J_2^{(2)} + 1319267+00$$

+++++

$$F_1^{(1)} + 1269563+01$$

$$F_2^{(1)} + 9955059+00$$

+++++

$$J_{a_{11}}^{(1)} + 2474214+00$$

$$J_{a_{12}}^{(1)} + 2591384-01$$

$$J_{a_{11}}^{(2)} + 2195887+00$$

$$J_{a_{12}}^{(2)} + 2597227-01$$

$$J_{a_{21}}^{(2)} + 1241190+01$$

$$J_{a_{22}}^{(2)} + 1468041+00$$

+++++

$$\begin{array}{l}
 + \quad I \\
 b_{01}^{(1)} + 1130117+02 \\
 b_{11}^{(1)} + 2947725+01 \\
 b_{21}^{(1)} + 3145287+01 \\
 b_{31}^{(1)} + 3359496+01 \\
 \\
 b_{01}^{(2)} + 1076049+02 \\
 b_{11}^{(2)} + 3033342+01 \\
 b_{21}^{(2)} - 2053598+00 \\
 b_{31}^{(2)} + 6833261+01 \\
 >_{31}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 + \quad 2 \\
 b_{02}^{(1)} + 2078006+01 \\
 b_{12}^{(1)} - 1191840+00 \\
 b_{22}^{(1)} - 1271720+00 \\
 b_{32}^{(1)} - 1358330+00 \\
 \\
 b_{02}^{(2)} + 2113348+01 \\
 b_{12}^{(2)} - 1247804+00 \\
 b_{22}^{(2)} + 9184316-01 \\
 b_{32}^{(2)} - 3628958+00 \\
 >_{32}
 \end{array}$$

Литература

1. Т. Андерсон, Введение в многомерный статистический анализ. Физматгиз, 1963.

2. И. Петерсен, Применение метода главных компонент для описания технологических процессов с коррелированными входными параметрами. Известия АН ЭССР, сер. Физ-мат. и техн. н. № 4, 1965.

3. W.F. Massy, Principal components regression in exploratory statistical research .J.Am. Stat.Ass. vol 60 № 309, 1965.

+ 0200
 - 100002130145
 - 100102230013
 - 100102240014
 - 310001440017
 - 100000010156
 - 310002600157
 - 100001560001
 - 200102000222
 + 0210
 - 000000000000
 + 000001010000
 + 000005500260
 - 451400000000
 + 000000007777
 + 000001050000
 + 000010000260
 + 000200000000
 + 0220
 + 000000000001
 + 0000000001000
 + 000000020000
 + 000001010600
 + 000007000260
 + 000001011500
 + 000004300260
 + 000001012200
 + 0230
 + 000006700260

 + 172163720261

+ 0260
 +110001030104
 +1200000000026
 -7000000230026
 +1200000000022
 -7000000260026
 +1300000260101
 +6600002650034
 +2100000261031
 * 0270
 +2300000260014
 +2200000340027
 +2100000230027
 +2300000230030
 -3200002760275
 -000077770000
 -1000000260031
 +2100000220027

 +330112122122

+ 0300
 -320003050301
 -1000006330031
 +100010130031
 +200000230027
 -320003020305
 +710010130031
 -340003120307
 +650002650031
 + 0310
 +1200000000032
 -300003150060
 +110010130031
 +660002650032
 +220010130060
 +110000261030
 +120000260051
 +120000340052
 + 0320
 +660002700042
 +120000520053
 +210010130101
 +660002730030
 +110010130101
 +660002700024
 +100000300053
 -700000320023
 + 0330
 +120000530054
 -100000260056
 -100000260041
 +220010130047
 -100000510043
 +650002700101
 +120000420057
 -100010300010

 -570153044140

+ 0340
 -100010250025
 -100000470044
 +710010210010
 +120000570010
 -100000600033
 -100000530006
 -100010130021
 +210000560031
 + 0350
 -320003510353
 -100000560031
 -100006330021
 +200000320056
 -100000560045
 +700010150043
 +110000310043
 +120000000046
 + 0360
 -700000310023
 +670003620030
 +120000520014
 -100000250013
 -31000144001
 -700000320023
 +120000250025
 -700000310023
 + 0370
 +120000130013
 +210010130031
 +660003610035
 -100000210021
 -320003750400
 +210010130032
 +660003610036
 -300004010004

 +570130702220

+ 0400
 -100000350004
 +100000350043
 -100000060005
 -100000430002
 +240000420042
 -100000050003
 +350300000000
 +160000420042
 + 0410
 -200304061016
 -100200420000
 +100000230005
 -200204041013
 -100000210021
 -340004160431
 +110000060023
 +120000240006
 + 0420
 +110000430041
 +220010170043
 +200010130041
 -101000000000
 +110000240010
 +120010130010
 -200404020000
 -100000210021
 + 0430
 -320004350470
 +100000240007
 +100000440055
 +200010130044
 -200404650000
 -100000000021
 +200000330045
 -340004400441

 +523305434516

+ 0440
 -3200004430441
 +200000320047
 -3000003410000
 +210000330045
 -3200004460445
 -100000450033
 -700000330023
 +6700004500130
 + 0450
 +120000520014
 -700000320023
 +120000140014
 -310001440017
 -700000330023
 +120000130013
 +210010130033
 +6700004570030
 + 0460
 +120000460055
 +100000330046
 -100000360004
 -100000470044
 -100000540007
 -100000070005
 -100000550002
 -300004040000
 + 0470
 +6400004470030
 -750000300027
 -720004760027
 -720000270030
 +210010130026
 +660004570037
 +130010300044
 +120000260001

 +460113012363

+ 0500
 -100000260047
 -100000510002
 +450200300000
 -300005040040
 -310010320017
 -100100410000
 +100000470002
 +200010130047
 + 0510
 -200105021013
 +650002701030
 +120000000001
 -100010170002
 +100000370001
 -100001030047
 -100100000040
 -310010450017
 + 0520
 -600004000041
 +200010130047
 -340005240523
 -600034000000
 -200105161020
 -600034000000
 -600034000000
 +100010200001
 + 0530
 -200205140000
 +210010130104
 +660002730036
 +110000260026
 +670005350000
 +120010300014
 +110010250022
 +120000000013

 +061314074531

+ 0540
 -100010220145
 -310001440017
 +110000261030
 +660002700047
 -350000010573
 -350000100557
 +210010170037
 +130000510000
 + 0550
 +120010130006
 -100000470005
 +120010200002
 -100010170046
 -310007670016
 -350000100563
 -300005730000
 +210010130011
 + 0560
 +230010130030
 +660005600050
 -320005470563
 +110000360051
 +120001030006
 +110010170050
 +120000470005
 +650002700103
 + 0570
 +120000470002
 -100000000046
 -310007670016
 +210010130103
 +660005740030
 +110000261030
 +120000000003
 -350000020604

 -310175117006

+ 0600
 -350000040611
 +710010210110
 +070010130000
 -340006470634
 +110000300003
 +120000000001
 -100110260000
 -200106061013
 + 0610
 -300006710000
 -500300000000
 -1500000000012
 +210000030012
 +230010130000
 +670006150030
 +120000030004
 +110400000000
 + 0620
 +1200000000040
 -310011140017
 -100400410000
 -200406171013
 +110001030003
 +230000120000
 -340006270647
 -320006300633
 + 0630
 +110000110003
 +230000120000
 -340006330601
 -000000000001
 +210010130011
 +670006350030
 +120000030002
 +120000470001

 +002257126340

+ 0640
 +10000001100002
 -10000000100004
 +3504000000000
 +12020000000000
 +10000101300002
 -200406421013
 -200106411016
 -10000003000002
 + 0650
 +10000005100047
 +12000000000001
 +00000000000000
 +10000000200001
 +44010000000000
 -200106541013
 +11000101600001
 +12000010400001
 + 0660
 -2002065300000
 -10000003000002
 -10000002600040
 -10000004700001
 +44010000000000
 +20000101300040
 -2001066400040
 +10000101400047
 + 0670
 -2002066200000
 +11000005100026
 +23000101300000
 +67000067300014
 +13000003600000
 +12000005200001
 +1100001031020
 +12000000000040
 +072436204477

+ 0700
 +2100010170037
 +12000000000002
 +65000067300051
 +12000005100042
 +65000067300026
 +13000101300000
 +12000003000007
 +20000102000007
 + 0710
 -10000000700012
 -10000000200005
 -10000004200006
 -10000000100004
 -10040000000000
 +10000001200004
 -201207140275
 -10000003000010
 + 0720
 +10000000500006
 -10060000000000
 -200607211016
 +10000102700006
 +20000101700005
 -2010072000000
 +20000004000001
 +20000101700002
 + 0730
 -20001070700000
 -7000001030104
 +12000000000032
 +23000101300030
 +66000073300033
 +71000102100001
 +12000010300001
 -7000001030103
 +724471752165

+ 0740
 +1300001030101
 +6600007400020
 +6500007430001
 +1300000510014
 +1300000200000
 +1200000330001
 -1001000000000
 -200107461016
 + 0750
 +6500007430003
 +1300000510000
 +1300000300000
 +1300000200000
 +1200000320001
 -1001000000000
 -200107551016
 +1100000200032
 + 0760
 +1300001030000
 +6700007620000
 +1200000510014
 +1100000260013
 +1200000260013
 -3100001440017
 -3000001570000
 -1000000060001
 + 0770
 -1000000050003
 -1000000260045
 +4501003000000
 +4702000000000
 +4603000000040
 +6400000400040
 -310011400017
 +7100000411023

 -171303023537

+ 1000
 +7600102400041
 -600024000041
 +2000101300045
 +1000000450001
 -200307721020
 -600034000000
 -600034000000
 +1000102000002
 + 1010
 +1000000460005
 -200607671013
 -3000000160000
 +0000000000001
 +000100010001
 +000077777777
 +0000000010001
 +0001000000000
 + 1020
 +0000000010000
 +0000000007777
 -4314000000000
 -777774000000
 +000003777777
 +000002000000
 +4000000000001
 +0000000020001
 + 1030
 +0000000001160
 +0000000006620
 -1000000400041
 -320010351034
 -0000000000040
 +630010350107
 -340010371044
 -1000000410042

 -523222324600

+ 1040
 +450000420040
 +160000420041
 -730010430041
 +270000420001
 -340010370017
 -100000400045
 -750000000041
 +610010550045
 + 1050
 -340010511067
 -320010521055
 +100011040042
 +450011050045
 -300010470045
 +530011060036
 -320010571062
 +340011050045
 + 1060
 +200011040042
 -330010471103
 +640000450045
 +530011070000
 -320010671065
 +400011070045
 +200011040042
 -100011100043
 + 1070
 +300011110045
 +720000430044
 +760000410041
 +640011040043
 +500000440045
 -340010701076
 +510011120042
 -320011001101

 -320321131254

+ 1100
 -740011130042
 +600011060042
 -160000420041
 -300000170000
 +010000000104
 +500000000004
 +030000000136
 +063146314632
 + 1110
 -740000000000
 +500000000000
 +120000000000
 +060000000000
 -100011340045
 -750011340041
 -100000400043
 +660011200044
 + 1120
 +070011350040
 -340011241122
 -100000420045
 -300011300000
 +350011360044
 +370000420104
 +160000410041
 +340011370042
 + 1130
 +640011250043
 -340011171132
 +450000450041
 -301700000041
 +400000000001
 +700000000000
 +400000000005
 +500000000004

 +215231700512

+ 1140
-100000400044
-750011510041
+300011520044
+730000420104
-300011450043
+760000410041
+640011430042
+200000430044
+ 1150
-340011420017
-740000000000
+500000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000

-620062030513

+ 0300
 +660003000030
 +650002750350
 -300003030024
 +130000160000
 +120000300306
 -310003530017
 -300003030000
 +110000240030
 + 0310

+120003500001
 +650002750103
 +120007010025
 -100100000000
 +200003460025
 -200103130025
 -100003510015
 +210003510016

+ 0320
 +230001030000
 -320003400322
 +210003450021
 +660003000027
 +210003450021
 +130000160000
 +670003260014
 +130000270000
 + 0330

+130003510000
 +130000210000
 +130001030000
 +220003450001
 -100100000000
 -200103340347
 +110001030351
 -300003400016

+320517322637

+ 0260
 +110003520022
 +130000260000
 +120000260013
 -700001030023
 -300002670012
 +000000000000
 +000000000000
 -700001030103

+ 0270
 -300002710021
 +130001030101
 +660002710020
 +120003500016
 +650002750020
 +120003500014
 -310001440017
 +210003450103

+620037360540

+ 0340
 +110000300024
 +120003510001
 -100100000000
 -200103420701
 -300001570000
 +000000000001
 +000000010000
 +000077777777

+ 0350
 +0000000000710
 +0000000001150
 +000002000000
 -100000170006
 +711700000670
 -300003560053
 +720007050052
 +060000530046

+ 0360
 +120006740047
 +210006770046
 -300003630050
 +051700000053
 -300003650051
 +660006170065
 +760000510051
 +650006350046

+ 0370
 +120006750074
 +120006750073
 +650006250074
 +360006710072
 -100000530001
 -100000500002
 -100106730000
 -100106720001

+344444105207

+ 0400
 -200103770675
 +100000470001
 -200203760000
 -100106730000
 -100000000054
 -100000000040
 -100000500002
 -100000510001

+ 0410
 +100000020001
 +350100010001
 +160000400040
 -200104110701
 +100007040001
 -200204100000
 +140000400040
 -310006550017

+ 0420
 -100000410060
 +360007020061
 +440000720060
 -100006770055
 -100000000056
 +110000560065
 -300004270001
 -100000740057

+ 0430
 +200006750057
 -200104300057
 -100000010002
 +100000550001
 -200104340675
 +550100600000
 -320004370634
 -340004400634

-661427405324

+ 0440
 -100006750054
 -100000730057
 +110000550065
 -300004440003
 +200006750057
 -200304440057
 +100000560002
 -200204470675

+ 0450
 +650006220003
 +760000020004
 +140100000000
 -300004540062
 -110000620062
 +250400000000
 +460007030063
 +350000620062

+ 0460
 -300004610040
 +350000630063
 +160000400040
 -310006550017
 -100000630063
 -320004670466
 -110000620062
 +440000410062

+ 0470
 +350000620062
 -300004720040
 +250000400673
 -300004740040
 -310006550017
 +150006730041
 +350007030040
 -310006560017

-131353644150

+ 0500
 +440000410062
 +350000620062
 -300005030040
 +250000400673
 -300005050040
 -310006550017
 -100000410063
 -100000000064

+ 0510
 +210000560064
 -340005120513
 -320005710574
 -100006770007
 -100000520004
 +100000640004
 -200405160074
 -100000040005

+ 0520
 +100000560004
 -200405210675
 +100000550005
 -200505230675
 +350500620000
 -300005260040
 +350400630000
 +260000400041

+ 0530
 +350400620000
 -300005320040
 +350500630000
 +160500400000
 -100400410000
 -200705650000
 -100000650004
 +100000660004

-066017435031

+ 0540
 -200405400675
 -100000650005
 +100000670005
 -200505430675
 -100000740057
 +100000700004
 +200006750057
 -200405460057
 + 0550
 -100000740057
 +100000710005
 +200006750057
 -200505520057
 +350500620000
 -300005560040
 +350400630000
 +260000400041
 + 0560
 +350400620000
 -300005620040
 +350500630000
 +160500400000
 -100400410000
 +210000460064
 -340005670612
 +100006770064
 + 0570
 -300005100000
 +210000550064
 -340005730513
 -320006050602
 -100000560066
 -100000640070
 -100000550067
 -100000640071

 +245634015346

+ 0600
 -100000000007
 -300005140000
 -100000560070
 -100000640066
 -300005760000
 -100000550071
 -100000640067
 -100000560070
 + 0610
 -100000640066
 -300006000000
 +350200630000
 +360000630040
 +350200620000
 +360000620041
 +350300620000
 +370000620114
 + 0620
 +160000400040
 +350300630000
 +370000630014
 +160000410041
 +350107030000
 +370000620030
 +360000630042
 +250000420040
 + 0630
 -300206310000
 +150000420041
 -300306330000
 -100100000000
 +210006770055
 +230000560130
 -340006370641
 +100006770056

 +062210572410

+ 0640
-300004250000
+210000460055
-340006430645
+100006770055
-300004240000
+210006750054
-340006310647
-100000000054

+ 0650
-300004230000
+250000610060
-320006530654
-340004220654
-300600010000
+100000400041
-320006600657
-000000000040

+ 0660
+630006600107
-340006620667
-100000410042
+450000420040
+160000420041
-730006660041
+270000420001
-340006620017

+ 0670
-777700007777
+400000000015
+000000000177
+400000000001
+000000000002
+000000000001
+000000010000
+000100000000

-570730746244

+ 0700
+400000000000
+000000010001
+400000000123
+400000000002
+000000020002
+000000007777

-400000040127

	+ 0300	
	+ 110300000000	
	- 300003020025	
	+ 110400000000	
	- 300303040000	
	- 100400250000	
	+ 100001030004	
	- 200303001033	
	+ 100000240002	
	+ 0310	
	- 200102760024	
	- 100000000027	
	- 100000270025	
	- 100000000026	
	- 100000060003	
	- 100300000024	
	+ 100010330025	
	+ 250300010024	
	+ 0320	
	- 320003230321	
	- 100300010024	
	- 100000250026	
	- 200303161015	
	- 100000260000	
	- 340003260350	
	+ 110000270015	
	- 300003300003	
	+ 0330	
	+ 670003300014	
	+ 130000150030	
	+ 120000260004	
	- 100400000000	
	- 100300240000	
	- 700000270103	
	+ 120000050003	
	- 700000260103	
	- 244551743613	
+ 0260		
+ 110001030015		
+ 120000000050		
+ 210001031032		
+ 120000000051		
- 100000300010		
+ 120000160005		
+ 120001030002		
+ 110010330005		
+ 0270		
+ 220010340001		
+ 650003300015		
+ 120000100006		
+ 110010330103		
+ 120000000024		
+ 200010340006		
- 100000010003		
- 100000020004		
+ 270051001407		

+ 0340
 +12000000500004
 +1103000000000
 +1200000000024
 +1104000000000
 +1203000000000
 -1004002400000
 +1000103300003
 -200403411033
 + 0350
 +100010330027
 -200603121015
 +650003300015
 +1200001000003
 +240000240024
 +1403000000024
 -1003000000040
 -310010510017
 + 0360
 -600004000041
 -200303551015
 +210010330105
 +660003310001
 -600024001016
 +650003300015
 +1200000000002
 +240000400040
 + 0370
 -1000000200003
 +1403000000040
 -200303711015
 +440000240040
 -310010360017
 -100000410040
 +250001060040
 -320004050400

 -125042116434

+ 0400
 -310010510017
 -600004000041
 +1000103400002
 -200103671033
 -300004110000
 +7100102000001
 -340004070410
 -300004110105
 + 0410
 -100010330105
 -600014000105
 -600034000000
 -600024001017
 -600034000000
 +210000500016
 -340004170426
 +210010330021
 + 0420
 +6600033100001
 +6500033000016
 +130000010000
 +1200005000001
 -1001000000000
 -200104241021
 +110001030104
 +660010330031
 + 0430
 +1300002200000
 +1300002000000
 +120010220035
 +120000320013
 +120001030052
 +110000500021
 +120000000053
 +660003300054

 -000576575256

+ 0440
 +6500003300103
 +1200000530014
 -100010230145
 -310001440017
 -100010340001
 -100000300002
 +710010250110
 -340004500452
 + 0450
 +210010330105
 +660003310002
 +110000540050
 +120000020002
 -100000300003
 -100000020004
 +350400000000
 +1200000000040
 + 0460
 -3100105100017
 -6000040000041
 -200404560103
 -600034000000
 +1000102100002
 -200304550000
 -200105030000
 +200010260456
 + 0470
 +6500033000021
 +1200005000014
 -100000520013
 -100010240145
 -310001440017
 -700001050104
 +120000320040
 -700001030105
 -711611312706

+ 0500
 +120000400040
 +210000400051
 -320005100507
 -350000020470
 -600024001016
 +100010260456
 -300004450000
 -000000000000
 + 0510
 -700001050103
 +120000500055
 -700001050104
 +120000000057
 +120000550056
 +120000570060
 +650003300032
 +120000560014
 + 0520
 -100000350013
 -100010230145
 -310001440017
 +210010330105
 +660003310047
 -600024001017
 +650003300016
 +120000470004
 + 0530
 -100000550003
 +650003300050
 +130000300000
 +120000560005
 -600034000000
 -100000050001
 +100000360003
 -100000010002
 +620177175271

+ 0540
 +240000400040
 +350200000000
 +160000400040
 -200205411021
 +440400000040
 +120300000000
 -310010510017
 -600004000041
 + 0550
 +100001030001
 -200305371033
 +650003300103
 +120000050005
 +100010330003
 -200405341015
 -600034000044
 +000000000000
 + 0560
 +650003300104
 +120000600014
 +210000200035
 +220001040013
 -310001440017
 +210010330101
 +120000000061
 -750000610062
 + 0570
 -720005560062
 -720000620063
 +110000360060
 +120000000001
 +110100000000
 +120000000040
 +350000400040
 +360100630000

 +152537354505

+ 0600
 -200105741033
 +650003300104
 +120001040064
 -100000630046
 +110000470056
 +120000000003
 +650003300015
 +120000000007
 + 0610
 -600024001017
 -600034000000
 +650003300055
 +120000550004
 +110000360060
 +120000000002
 +240010300046
 -100000070005
 + 0620
 -100000040006
 +240000400040
 +350600000000
 +370500000000
 +160000400040
 +100000640006
 -200506221015
 +250200400000
 + 0630
 +460000460040
 -310010360017
 -100300410000
 -100000410040
 -310010510017
 -600004000041
 +100010210004
 +100010330003

 +622774214205

+ 0640
-200206171033
+100010340007
-200306110000
-600034000000
-600024001017
+210010340047
-320006470674
+120000000040

+ 0650
+110000560104
+670003300000
+120000400001
+650003300056
+120000360002
-600034000000
-100100000040
+360000400040

+ 0660
-100200000041
+370000410000
+460000400040
-310010510017
+100010150001
-600004000041
-200206561015
+110000360002

+ 0670
+120010150002
-200106550000
-600034000000
-600024001017
+110000471033
+120000000001
+110000360056
+120000000002

-631625656723

+ 0700
+210010330001
+660003310003
+650003300015
+120000030003
-600034000000
-100000020004
-100300000040
-310010360017

+ 0710
-100000410065
+450400650000
+120000000040
-310010510017
-600004000041
-200407111033
-200307041015
-600034000000

+ 0720
-600024001016
+100001040002
-200107001033
+710010310110
-340007250726
-000000000000
-600034000000
-600024001017

+ 0730
+110010220022
+120000000013
+110001030104
+670003300000
+120000560014
-310001440017
+110001030056
+120001040066

-652230637072

+ 0740
 -1000000000006
 -1000000360010
 +1300000560000
 +120001030001
 +650003300050
 +120000550007
 +110000300066
 +1200000000003
 + 0750
 -600034000000
 +100010330006
 -100000060040
 -310011200017
 -100000470002
 -100000030005
 -100510270000
 -200507561033
 + 0760
 -100000070004
 -100000030005
 +350400000000
 +1200000000040
 +140500400000
 +100010150004
 -200507621033
 +240000400040
 + 0770
 +650003300056
 +120000030005
 +350500000000
 +160000400040
 -200507721021
 +250100400000
 +1200000000040
 -310010510017

 +314453233724

+ 1000
 -600004000041
 -100000030005
 +110500000000
 +1200000000040
 -310010510017
 -600004000041
 -200510021033
 -600034000000
 + 1010
 +100001040004
 -200207610000
 +100010330007
 -200107501033
 -300001570000
 +000000010000
 -567356735673
 +525252525252
 + 1020
 +000000007777
 +000000010001
 +000002000000
 -451400000000
 -431400000000
 +040000000000
 +070000000000
 +000000000177
 + 1030
 +400000000001
 +020000000000
 +000000006630
 +000000000001
 +000100000000
 +000000000000
 -100000400041
 -320010411040

 +151564005601

+ 1040
 -00000000000040
 +630010410107
 -340010431050
 -100000410042
 +450000420040
 +160000420041
 -730010470041
 +270000420001
 + 1050
 -340010430017
 -100000400045
 -750000000041
 +610010610045
 -340010551073
 -320010561061
 +100011100042
 +450011110045
 + 1060
 -300010530045
 +530011120036
 -320010631066
 +340011110045
 +200011100042
 -330010531107
 +640000450045
 +530011130000
 + 1070
 -320010731071
 +400011130045
 +200011100042
 -100011140043
 +300011150045
 +720000430044
 +760000410041
 +640011100043
 -520310320253

+ 1100
 +500000440045
 -340010741102
 +510011160042
 -320011041105
 -740011170042
 +600011120042
 -160000420041
 -300000170000
 + 1110
 +010000000104
 +500000000004
 +030000000136
 +063146314632
 -740000000000
 +500000000000
 +120000000000
 +060000000000
 + 1120
 -120000400044
 +130011460104
 -750011470041
 -140000400041
 -110000000043
 +600011210043
 -700011440044
 -340011301136
 + 1130
 -300011310044
 +510011450044
 -320011331125
 -300011340044
 -740000430041
 -300011310000
 +640011370042
 +730000410004
 +403377412775

+ 1140
- 340011361141
+ 740000420041
- 600024000041
- 300000170000
+ 000000000012
+ 007346545000
+ 770431233000
+ 777777777777

- 400036171257

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО НАПРАВЛЕНИЯ ПРОДВИЖЕНИЯ ПРИ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВАНИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

М. Каролин, И. Петерсен

Описание алгоритма

Программа предназначена для нахождения на основании статистических данных такого направления изменения входных параметров многопараметрического процесса, в котором приращение заданной линейной комбинации выходов процесса максимально при условии, что дисперсия этого приращения меньше фиксированной константы. Продвижение в таком направлении более оправдано чем продвижение в направлении градиента, так как это направление не учитывает неодинаковую точность модели в разных направлениях.

Пусть:

m — число наблюдений;

n — число входных параметров;

r — число выходных параметров;

k — число выходных параметров, которые входят в максимизируемую линейную комбинацию выходов с ненулевыми весами;

$x_j (j=1 \dots n)$ — входные параметры процесса;

$y_e (e=1 \dots r)$ — выходные параметры процесса;

$X = (x_{ij} - \bar{x}_{.j})$ и $Y = (y_{ie} - \bar{y}_{.e})$, где

$$\bar{x}_{.j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij} \quad (j=1, \dots, n) \quad \text{и} \quad \bar{y}_{.l} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{il} \quad (l=1, \dots, r),$$

соответственно $m \times n$ и $m \times r$ -мерные матрицы центрированных значений в m наблюдениях n входных параметров x_j ($j=1, \dots, n$) и r выходных параметров y_l ($l=1, \dots, r$);

$$P = (p_l)$$

$r \times 1$ -мерная матрица весов, с которыми первоначальные выходные параметры входят в максимизируемую линейную комбинацию выходов $Y_P = \tilde{Y}$.

Вычисляются:

вектор-столбец значений максимизируемой линейной комбинации выходов $\tilde{Y} = Y_P$ и среднее значение

$$\bar{y} = \sum_{l=1}^r p_l \bar{y}_{.l}$$

этой комбинации;

вектор-столбец b - градиент линейной модели для комбинации $Y_P = \tilde{Y}$

$$b = (X'X)^{-1} X' \tilde{Y}$$

вектор $X'Y_P$, в направлении которого прогнозируемое на основании линейной модели $\tilde{y} = \bar{y} + b'(x - \bar{x})$ значение прироста $\tilde{y} - \bar{y}$ максимально при условии, что его дисперсия меньше константы C :

$$s_{\tilde{y} - \bar{y}}^2 = s^2 (x - \bar{x})' (X'X)^{-1} (x - \bar{x}) \leq C;$$

оценка дисперсии \tilde{y} на основании остаточной дисперсии

$$s^2 = \frac{1}{m-n-1} (\tilde{Y}'\tilde{Y} - \tilde{Y}'Xb);$$

отношение u_1 прироста $\tilde{y} - \bar{y}$ к его стандартному отклонению $s_{\tilde{y}-\bar{y}}$ в направлении вектора $X'\tilde{y}$:

$$u_1 = \frac{1}{s} \sqrt{b' X' \tilde{y}}$$

и аналогичное отношение в направлении вектора b

$$u_2 = \frac{b'b}{s \sqrt{b'(X'X)^{-1}b}} ;$$

величина α ,

$$\alpha = b' X' \tilde{y}$$

представляющая интерес потому, что если $t^2 s^2 > \alpha$, то нижний вероятностный предел $\bar{y} + b'(x - \bar{x}) - t s y$ (t - соответствующее $m - n - 1$ степеням свободы и выбранному уровню значимости t - значение Стьюдента) имеет максимум, находящийся от точки средних \bar{x}_j ($j = 1 \dots n$) в направлении вектора $X'\tilde{y}$.

О п и с а н и е п р о г р а м м ы

Программа применима для значений характеристик n и m удовлетворяющих условию

$$\frac{n^2 + n}{2} + n + 2(m + 1) \leq 3450$$

Начальная информация для программы должна быть записана на магнитную ленту ЛПМ-2, начиная со слова 000000 в следующем порядке

1) матрицы

$$X1 = \begin{pmatrix} x_{11} - \bar{x}_{.1} & \dots & x_{1n} - \bar{x}_{.n} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} - \bar{x}_{.1} & \dots & x_{mn} - \bar{x}_{.n} \\ \bar{x}_{.1} & & \bar{x}_{.n} \end{pmatrix} u$$

$$y_1 = \begin{pmatrix} y_{11} - \bar{y}_{.1} & \dots & y_{1n} - \bar{y}_{.n} \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} - \bar{y}_{.1} & \dots & y_{mn} - \bar{y}_{.n} \\ \bar{y}_{.1} & & \bar{y}_{.n} \end{pmatrix}$$

по столбцам;

2) верхний треугольник симметрической матрицы $X'X$ по рядам

(Такую информацию на магнитную ленту ЛПМ-2 можно записать в этом же сборнике имеющейся программой "Определение главных компонент...". Управляющая программа для записи дана после программы "Прогноз значения и дисперсии...". Характеристики записи нужно перфорировать по описанию программы "Ввод и контроль...".)

Кроме того, программа вводит с перфоленты:

I) характеристики задачи, которые должны быть отперфорированы следующим образом:

```

      /
0000 0000  m
0000 0000  n
0000 0000  n
      k  0000 0000
логическая шкала выходов
      M
      N

```

Характеристики m, n, n и k в восьмеричной системе. M и N соответственно m и n в десятичной системе с "запятой". В ячейке логической шкалы "I" с начала на l -том двоичном месте обозначает, что l -тый ($l=1, \dots, n$) выходной параметр входит в линейную комбинацию с ненулевым весом.

2) для экономии времени расчета только ненулевые веса выходных параметров в естественном порядке

p_1
...
 p_k

О п е р а т о р ы

1. (0100 - 0101, 0215 - 0226) - ввод характеристик с перфоленты (ПЛ)
2. (0102 - 0103) - перевод $10 \rightarrow 2$ чисел M и N
3. (0104 - 0126) - формирование констант
4. (0127 - 0136, 0215 - 0226) - ввод с ПЛ и перевод $10 \rightarrow 2$ ненулевых весов p_s ($s=1, \dots, k$) выходов
5. (0137 - 0200, 0201 - 0214) - образование одного выходного параметра $y_p = \bar{y}$ по весам и вычисление среднего $\bar{y} = \sum_{s=1}^k p_s \bar{y}_s$, этого выхода в ячейку 0453.
6. (0266 - 0311, 0201 - 0214) - вычисление вектора $x' \tilde{y}$ и расстановка средних входных параметров \bar{x}_j ($j=1, \dots, n$) подряд в МОЗУ
7. (0312 - 0322) - перевод $2 \rightarrow 10$ и печать средних входных параметров \bar{x}_j ($j=1, \dots, n$) и вектора $x' \tilde{y}$
8. (0323 - 0331) - вычисление величины $\tilde{y}' \tilde{y}$ в ячейку 0070
9. (0332 - 0336) - запись вектора $x' \tilde{y}$ вместо вектора \tilde{y}

10. (0337 - 0341, 0201 - 0214) - чтение треугольника симметрической матрицы $X'X$ с НМД.
11. (0342 - 0345) - засылка полных нулей в n ячеек признаков мнимости
12. (0346 - 0352) - обращение матрицы $X'X$
13. (0353 - 0356, 0227 - 0265) - вычисление вектора

$$b = (X'X)^{-1} X' \tilde{y}$$
14. (0357 - 0363) - перевод 2 \rightarrow 10 и печать вектора b
15. (0364 - 0372) - вычисление величины $\tilde{y}' X b$ в ячейку 0051
16. (0373 - 0400) - вычисление величины

$$s = \sqrt{\frac{\tilde{y}' \tilde{y} - \tilde{y}' X b}{m - n - 1}}$$
 в ячейку 0454
17. (0401 - 0404) - вычисление величины

$$u_s = \frac{1}{s} \sqrt{\tilde{y}' X b}$$
 в ячейку 0455
18. (0405 - 0410, 0227 - 0265) - вычисление вектора

$$(X'X)^{-1} b$$
19. (0411 - 0420) - вычисление величины

$$\sqrt{b'(X'X)^{-1} b}$$
 в ячейку 0041
20. (0421 - 0427) - вычисление величины $b'b$ в ячейку 0040

21.(0430 - 0431)

- вычисление величины

$$u_2 = \frac{b'b}{\sqrt{b'(X'X)^{-1}b}}$$

в ячейку 0456

22.(0432 - 0434)

- перевод $2 \rightarrow 10$ и печать величин \bar{y}, s, u_1 и u_2

23.(0440)

- стоп

Программа использует три подпрограммы.

ПП1 (0201 - 0214) - подпрограмма чтения информации с НМЛ

Перед входом ПП1 посылается:

1) в индексную ячейку 0013 pql , где p - номер шкафа, q - номер ЛПМ, l - номер слова на ленте, с которого начинается чтение;

2) в индексную ячейку 0014 ka_2 , где k - количество переписываемых слов (занимает разряды I-го адреса)

a_2 - начальный адрес участка МОЗУ.

Ячейка обратной связи - 0017.

ПП2 (0215 - 0226) - подпрограмма ввода информации с ПЛ.

Перед входом ПП2 в индексную ячейку 0016 на место II-го адреса посылается адрес МОЗУ, начиная с которого вводится массив чисел. Ячейка обратной связи - 0017.

ПП3 (0227 - 0265) - подпрограмма умножения симметрической матрицы (представлена верхним треугольником) на вектор

Перед входом ПП3 посылаются:

1) начальный адрес массива треугольника симметрической матрицы в индексную ячейку 0001 на место II-го адреса,

2) начальный адрес массива умножаемого вектора в индексную ячейку 0002 на место II-го адреса,

3) начальный адрес массива получаемого вектора в индексную ячейку 0003 на место II-го адреса.

Ячейка обратной связи - 0017.

Программа использует следующие стандартные подпрограммы, которые расположены в памяти:

СП - 61 (перевод группы чисел "с запятой" из десятичной системы счисления в двоичную), начиная с ячейки 0457;

СП - 24 (вычисление функции $y = \sqrt{x}$) - с ячейки 0512;

СП - 62 (перевод группы чисел "с запятой" из двоичной системы счисления в десятичную) - с ячейки 0525;

СП - 72 (обращение симметрической матрицы) - с ячейки 0611.

Программа и константы расположены в МОЗУ в ячейках 0100-1206, программа использует стандартные рабочие ячейки 0020-0066, индексные ячейки 0001 - 0010, 0012 - 0014, 0017 и нестандартные рабочие ячейки 1207 - 1207 + $\frac{n^2+n}{2} + n + 2(m+1) - 1$.

Величины \bar{y} , s , u_1 и u_2 образуются соответственно в ячейках 0453 - 0456.

Для начальной информации программа использует магнитную ленту ЛПМ-2.

П у с к программы производится с адреса 0100.

О с т а н о в ы:

0213 - причина останова - ошибка при чтении с НМЛ, способ устранения - пуск

0440 - конец работы программы

На печать выводятся:

1) средние входных параметров \bar{x}_j ($j=1, \dots, n$),

2) вектор $x' \tilde{y}$

3) вектор \mathbf{b}

4) величины $(X'Y)'b, \bar{y}, s, u_1$ и u_2 .

Время расчета, включая ввод и печать, зависит от характеристик m, n и k . Например, при значениях характеристик

$$m = 10$$

$$n = 3$$

$$k = 1$$

время расчета 25 сек.

Контрольная задача

Начальная информация записана предварительно на магнитную ленту ЛПМ-2:

$$X1 = \begin{pmatrix} -0,72 & -0,76 & -0,68 \\ -0,42 & -0,36 & -0,78 \\ -0,12 & -0,06 & 0,12 \\ -0,12 & -0,16 & -0,08 \\ -0,02 & 0,04 & -0,08 \\ -0,02 & -0,06 & 0,02 \\ 0,08 & -0,06 & 0,12 \\ 0,18 & 0,24 & 0,22 \\ 0,48 & 0,54 & 0,62 \\ 0,68 & 0,64 & 0,52 \\ 1,82 & 1,86 & 1,88 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad Y1 = \begin{pmatrix} -6,6 \\ -6,6 \\ 0,3 \\ -1,9 \\ -0,4 \\ 1,5 \\ 2,2 \\ 2,5 \\ 3,9 \\ 5,1 \\ 28,9 \end{pmatrix}$$

по столбцам и верхний треугольник симметрической матрицы

$$\Delta_{X'X} = \begin{pmatrix} 1,456 & 0,458 & 1,514 \\ & 0,504 & 1,512 \\ & & 1,816 \end{pmatrix} \quad \text{по рядам}$$

С перфоленты программа вводит

1) характеристики данной задачи

0000 0000 0012

0000 0000 0003

0000 0000 0001

0001 0000 0000

4000 0000 0000

10

3

2) ненулевой вес выходного параметра

1

Результаты:

$$\bar{x}_j \begin{cases} +1820000+01 \\ +1860000+01 \\ +1880000+01 \end{cases}$$

$$(\bar{x}'\bar{y})'b = +1396379+03$$

$$\bar{y} = +2890000+02$$

$$s = +9918028+00$$

$$\bar{x}'\bar{y} \begin{cases} +1366000+02 \\ +1340999+02 \\ +1577000+02 \end{cases}$$

$$u_1 = +1191451+02$$

$$u_2 = +2115679+01$$

$$b \begin{cases} +8265953+01 \\ -5516534+01 \\ +6385654+01 \end{cases}$$

Литература

Г. Линник Ю.В., Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений, Физматгиз, 1958.

+ 0100
 - 100004410016
 - 310002150017
 - 310004570017
 + 000100250025
 - 700000210021
 + 130000210101
 + 660001050027
 + 670001070014
 + 0110
 + 120004420030
 + 110004430020
 + 120000000031
 + 100004420027
 + 120000210032
 + 120000310065
 + 650001320021
 + 120000000033
 + 0120
 + 220004440034
 + 650001320020
 + 220004440035
 - 700000210031
 + 120004450036
 - 700000220031
 + 120000360037
 - 100000270016
 + 0130
 - 310002150017
 + 650001070027
 + 130000270030
 + 130000230001
 + 220004440136
 - 310004570017
 + 000000000000
 + 210000310036
 + 470174241443

+ 0140
 + 120000000013
 + 650001070031
 + 120000320014
 + 110000350065
 + 120000000003
 + 250001440144
 - 300301470000
 - 200301450443
 + 0150
 + 650001070027
 + 120000000002
 + 260000020453
 - 100200000041
 + 110000350032
 + 120000000001
 + 650001070065
 + 120000650003
 + 0160
 + 100000310013
 + 600001330024
 - 320001600163
 - 310002010017
 + 350100410000
 + 160300000000
 + 100004460003
 - 200101640443
 + 0170
 + 100004430001
 + 350100410000
 + 160004530453
 + 650001770023
 + 120000270042
 + 100004470002
 + 650002750002
 + 670000420130
 + 541052733463

+ 0200
 - 340001530266
 - 461300000000
 - 451400000000
 - 300002010000
 - 300002050040
 - 471300000000
 - 441400000000
 - 300002050000
 + 0210
 + 070000400000
 - 320002120213
 - 340002130017
 - 000000000000
 - 300002010000
 - 501600000000
 - 150000000040
 - 300002200041
 + 0220
 - 070000000000
 - 510000000000
 + 070000410000
 - 340002250224
 - 320000170225
 - 070000000000
 - 300002150000
 - 100000340041
 + 0230
 + 1100004470021
 + 120000000042
 + 650001070002
 + 120000010043
 - 100000420044
 - 100000430004
 + 260000040040
 + 350400000000
 - 060035421654

+ 0240
 + 160000400040
 + 200004430044
 - 200402370044
 + 200004440041
 + 100000410004
 + 1000004460004
 + 350400000000
 + 160000400040
 + 0250
 - 200402460446
 - 100300400000
 + 100004430003
 + 100004500043
 + 730004510000
 + 070000340000
 - 340002340261
 - 300002630000
 + 0260
 + 200004440041
 - 100002570243
 - 300002340000
 - 100002600243
 - 100300400000
 - 300000170000
 - 100004450013
 - 100000270001
 + 0270
 + 650001070065
 + 230004470000
 + 120004420003
 - 310002010017
 + 650001070065
 + 130000350114
 + 120000320002
 + 260000020040
 + 122310552426

+ 0300
 + 350200000000
 + 1600000400040
 - 200203000446
 - 100100400000
 - 100300000000
 + 100004430003
 + 100000310013
 + 100004430001
 + 0310
 + 070000320000
 - 340002730312
 + 650001070442
 + 120000340315
 - 310005250017
 + 000000000000
 - 600034000000
 + 650001070027
 + 0320
 + 120000340322
 - 310005250017
 + 000000000000
 + 650001070065
 + 130000350000
 + 120000650001
 + 260000010066
 + 350100000000
 + 0330
 + 160000660066
 - 200103270446
 + 650001070027
 + 130000340000
 + 120000650001
 - 100100000000
 - 200103350446
 - 100000370013
 + 531507374060

+ 0340
 - 100000300014
 - 310002010017
 + 110000340032
 + 120000000001
 - 100100000000
 - 200103440443
 + 650001070442
 + 120000210351
 + 0350
 - 310006110014
 + 000000000000
 + 000005120000
 - 100004420001
 - 100000650002
 - 100000270003
 - 310002270017
 - 600034000000
 + 0360
 + 650001070027
 + 120000340363
 - 310005250017
 + 000000000000
 + 650001070027
 + 130000340000
 + 120000650001
 + 260000010051
 + 0370
 + 350100000000
 + 160000510051
 - 200103700446
 + 250000260025
 + 260004520052
 + 250000510006
 + 460000520040
 - 310005120017
 + 670520303335

- 100000410454
 - 100000510040
 - 310005120017
 + 450004540041
 - 300004050455
 - 100004420001
 - 100000270002
 - 100000320003
 + 0410
 - 310002270017
 + 650001070027
 + 130000340000
 + 120000320001
 + 260000010040
 + 350100000000
 + 160000400040
 - 200104150446
 + 0420
 - 310005120017
 + 650001070027
 + 130000340000
 + 120000270001
 + 260000010040
 + 350100000000
 + 160000400040
 - 200104250446
 + 0430
 + 450004540040
 + 460000410456
 - 600034000000
 - 310005250017
 + 000000510000
 - 600034000000
 - 310005250017
 + 000304530000

 + 031066373502

+ 0440
 - 000000000000
 + 000000000020
 + 0000000001207
 + 0000000000001
 + 0001000000000
 + 0000020000000
 + 0000000100001
 + 0000000010000
 + 0450
 + 0001000000001
 + 7777000000000
 + 4000000000001
 + 0000000000000
 + 0000000000000
 + 0000000000000
 + 0000000000000
 - 1117000000000
 + 0460
 + 7200050500001
 + 1217000000002
 - 100005060044
 - 750005060041
 - 100200000040
 + 660004660043
 + 070005070040
 - 340004720470
 + 0470
 - 100000420044
 - 300004760000
 + 350005100043
 + 370000420104
 + 160000410041
 + 340005110042
 + 640004730040
 - 340004650500

 - 514172563264

+ 0500
 +4500000440041
 -300105020000
 -200105030506
 -200204620504
 -301700010000
 -000000007777
 +400000000001
 +700000000000
 + 0510
 +400000000005
 +500000000004
 -100000400041
 -320005150514
 -000000000040
 +630005150107
 -340005170524
 -100000410042
 + 0520
 +450000420040
 +160000420041
 -730005230041
 +270000420001
 -340005170017
 +711700000607
 -300005270001
 +061700000002
 + 0530
 -100200000040
 -750000000041
 +610005400040
 -340005340552
 -320005350540
 +100005770042
 +450006000040
 -300005320040
 -676423305626

+ 0540
 +530006010036
 -320005420545
 +340006000040
 +200005770042
 -330005320566
 +640000400040
 +530006020000
 -320005520550
 + 0550
 +400006020040
 +200005770042
 -100006030043
 +300006040040
 +720000430044
 +760000410041
 +640005770043
 +500000440040
 + 0560
 -340005530561
 +510006050042
 -320005630564
 -740006060042
 +600006010042
 -160000420041
 -100000010000
 -340005700572
 + 0570
 -100100410000
 +100006100001
 -101700000000
 -320005740575
 -600004000041
 -200205300576
 -301700010000
 +010000000104
 +614302727046

+ 0600
 + 50000000000004
 + 0300000000136
 + 063146314632
 - 7400000000000
 + 5000000000000
 + 12000000000000
 + 0600000000000
 + 0000000007777
 + 0610
 + 0000000000001
 - 1014000000052
 + 720012050007
 + 660006340010
 + 120000070013
 + 710012040052
 + 1200000000052
 + 660006300053
 + 0620
 + 120000520054
 + 210011770052
 + 1200000000055
 + 660007160056
 + 650006300055
 + 120011770057
 + 210012020052
 + 660007160050
 + 0630
 + 130011770014
 + 120000130061
 + 120012000062
 - 700000520052
 + 130000520114
 + 670006350101
 + 120000100063
 + 120000520054
 - 564727516672

+ 0640
 - 100000640002
 - 100700000040
 - 320006450643
 - 120000400040
 - 100212040000
 - 101400010012
 - 31120000017
 - 101000410000
 + 0650
 - 100000610001
 + 440100000000
 - 200106511177
 + 750200000000
 - 340006550660
 - 100000620001
 - 110100000000
 - 200106561203
 + 0660
 - 100000550050
 - 100000000043
 + 660006340044
 + 660006340045
 + 100000440045
 + 100012030045
 + 120000430001
 + 120000130001
 + 0670
 - 100000640002
 - 100000540044
 + 260000440040
 + 350100000000
 - 300006750041
 + 750200000000
 - 340006770700
 - 110000410041
 + 706121415751

+ 0700
 + 140000410040
 + 200012030044
 + 100011770002
 - 200106730044
 + 100000440001
 + 700012040001
 + 240100400000
 - 300007100040

+ 0710
 - 320007130711
 - 120000400040
 - 100212040000
 - 311200000017
 - 100100410000
 + 210000640002
 + 130011770030
 + 660006300045

+ 0720
 - 100000010004
 + 210000640002
 + 120000000046
 + 260000460040
 - 100000540044
 - 100000640002
 + 110000460045
 + 120000430003

+ 0730
 + 120000430003
 + 350300000000
 - 300007330041
 + 750200000000
 - 340007350736
 - 110000410041
 + 140000410040
 + 200012030044

+ 302557252717

+ 0740
 + 1000011770002
 - 200307310044
 + 1000011770004
 + 640006300001
 + 650006300004
 - 300007460006
 + 110000010004
 + 120000000005

+ 0750
 + 240400400000
 + 440500000000
 + 640006340001
 + 100000040006
 + 750200000000
 - 340007560757
 - 110600000000
 + 110000500001

+ 0760
 + 1200000000047
 + 100012000045
 + 110011770004
 + 070000470000
 - 340007210765
 + 200011770050
 + 100012010043
 + 210011770061

+ 0770
 + 230000130000
 + 070000430000
 - 340007730775
 - 100000430000
 - 300006620000
 - 100010000715
 - 100000430000
 - 300006620000

+ 702630154312

+ 1000
 - 300010020000
 + 210000640002
 - 100010010715
 - 100000530040
 - 100000600041
 - 100000000042
 - 100000630003
 + 120000520002
 + 1010
 + 650006300003
 + 120000030004
 + 650006340042
 + 120011770043
 + 660006300044
 + 110000420043
 + 130000130000
 + 120000410001
 + 1020
 + 440100000000
 - 200110201177
 + 110000430044
 + 130000130000
 + 120000410001
 - 110100000000
 - 200110251203
 + 110000420007
 + 1030
 + 120000000001
 + 450100001206
 - 300310330000
 + 750200000000
 - 340010351036
 - 110400000000
 + 650006340042
 + 120000100005
 + 111733756320

+ 1040
 - 100512060000
 + 100000400042
 + 100011770003
 + 100011770002
 + 200012000040
 + 200012010041
 - 320010101047
 - 100010531041
 + 1050
 + 650006300003
 + 120000030004
 - 300010270000
 - 300010550000
 + 100000400042
 - 100010541041
 - 100000000040
 - 100011770041
 + 1060
 + 110011770010
 + 120000000002
 - 100000520042
 - 100000570043
 - 100000000044
 + 100000420040
 + 660006300045
 - 100000430046
 + 1070
 + 110000410045
 + 120000440001
 + 120000130001
 + 260000010047
 + 350100000000
 + 160000470047
 + 200012000046
 - 200110740046
 + 401125534344

+ 1100
 - 1002004700000
 + 100012010044
 + 100012000045
 + 100011770002
 + 230000100000
 + 070000400000
 - 340010671107
 + 200011770042
 + 1110
 + 100011770002
 + 110000401177
 + 120000000041
 + 200012000043
 + 050000441201
 - 340010641116
 - 100000520040
 - 100000100041
 + 1120
 - 100000560042
 + 650006300063
 + 120000000043
 + 110000410043
 + 120000420001
 + 340100000000
 - 200111251203
 + 100000400041
 + 1130
 + 100012000043
 + 200011770040
 + 200012010042
 - 320011231134
 - 100000560040
 - 100000000041
 - 100000100001
 - 100000530042
 + 620613410367

+ 1140
 - 100000640043
 - 100000400044
 - 100000420045
 - 100000430046
 - 100000410047
 - 100000460003
 + 110000470001
 + 120000440002
 + 1150
 + 120000070002
 + 260000020050
 + 350200000000
 - 300011540051
 + 750300000000
 - 340011561157
 - 110000510051
 + 140000510050
 + 1160
 + 100011770003
 - 200211521203
 - 100100500000
 + 100011770001
 + 100011770046
 + 100000450047
 + 200012000045
 + 200012010044
 + 1170
 - 320011451171
 + 100000420041
 + 200012000042
 + 100011770043
 + 200012010040
 - 320011411176
 - 331400020000
 + 000000000001
 - 352607776167

+ 1 2 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
 + 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 7 7 7
 + 0 0 0 0 7 7 7 7 0 0 0 0
 + 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

+ 1 2 1 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

+ 1 2 2 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

+ 1 2 3 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

+ 4 0 0 2 0 0 0 2 0 0 0 3

ПРОГНОЗ ЗНАЧЕНИЙ И ДИСПЕРСИЙ ЛИНЕЙНОЙ КОМБИНАЦИИ ВЫХОДОВ ПРИ ЗАДАННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ВХОДОВ РЕГРЕССИОННЫМ АНАЛИЗОМ

М. К а р о л и н

О п и с а н и е а л г о р и т м а

Программа предназначена для вычисления оценок центрированных значений и дисперсий выходного параметра при заданных центрированных значениях входных параметров регрессионным анализом. Выходным параметром может быть и линейная комбинация первоначальных выходных параметров.

Пусть

m - число наблюдений;

n - число входных параметров;

r - число выходных параметров;

k - число выходных параметров, которые входят в линейную комбинацию УР ненулевыми весами;

l - число систем входных параметров, для которых вычисляется оценка значения и дисперсии выходного параметра.

$$X = (x_{ij} - \bar{x}_{.j}) \text{ и } Y = (y_{il} - \bar{y}_{.l}), \text{ где}$$
$$\bar{x}_{.j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij} \quad (j=1, \dots, n) \text{ и } \bar{y}_{.l} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{il} \quad (l=1, \dots, r),$$

соответственно $m \times n$ и $m \times r$ -мерные матрицы центрированных значений в m наблюдениях n входных параметров x_j ($j=1, \dots, n$) и r выходных параметров y_l ($l=1, \dots, r$);

$$P = (p_{\ell})$$

$n \times 1$ -мерная матрица весов с которыми первоначальные выходные параметры входят в линейную комбинацию УР.

Программа вычисляет оценки центрированного значения и дисперсии линейной комбинации выходных параметров УР для ℓ систем центрированных значений входных параметров x_s ($s = 1, \dots, \ell$), где $x_s = (x_{s1} - \bar{x}_{s1}, \dots, x_{sn} - \bar{x}_{sn})$.

Как известно [1], оценки значения \tilde{y} и дисперсии $s^2(x)$ по методу наименьших квадратов имеют вид

$$\tilde{y} = b'x', \quad \text{где } b = (X'X)^{-1}X'Y \quad \text{и}$$

$s^2(x) = s^2(x) (X'X)^{-1}x'$ где s^2 - дисперсия \tilde{y} при фиксированных x .

О п и с а н и е п р о г р а м м ы

Программа применима для значений характеристик n и m , удовлетворяющих условию

$$\frac{n^2 + n}{2} + n + 2(m + 1) \leq 3489.$$

Начальная информация для программы должна быть записана на магнитную ленту ЛПМ-2, начиная со слова 000000 в следующем порядке

I) матрицы

$$X1 = \begin{pmatrix} x_{11} - \bar{x}_{11} & \dots & x_{1n} - \bar{x}_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} - \bar{x}_{11} & \dots & x_{mn} - \bar{x}_{1n} \\ \bar{x}_{11} & \dots & \bar{x}_{1n} \end{pmatrix} \quad \text{и}$$

$$Y_1 = \begin{pmatrix} y_{11} - \bar{y}_{.1} & \dots & y_{1n} - \bar{y}_{.n} \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} - \bar{y}_{.1} & \dots & y_{mn} - \bar{y}_{.n} \\ \bar{y}_{.1} & \dots & \bar{y}_{.n} \end{pmatrix}$$

по столбцам;

2) верхний треугольник симметрической матрицы $X'X$ по рядам.

(Такую информацию на магнитную ленту ЛПМ-2 можно записать в этом же сборнике имеющейся программой "Определение главных компонент...". Управляющая программа для записи дана после программы "Прогноз значений и дисперсий...". Характеристики записи нужно перффорировать по описанию программы "Ввод ...".)

Кроме того, программа вводит с перфоленты:

1) характеристики задачи, которые должны быть отперфорированы следующим образом:

0000 0000 *m*

0000 0000 *n*

0000 0000 *r*

k 0000 0000

логическая шкала

l-1 0000 0000

Характеристики *m, n, r, k* и *l* в восьмеричной системе.

В ячейке логической шкалы "1" с начала на *l*-том двоичном месте обозначает, что *l*-тый (*l* = 1...*n*) выходной параметр входит в линейную комбинацию с ненулевым весом.

2) для экономии времени расчета только ненулевые веса выходных параметров в естественном порядке

P_1
...
 P_k

3) заданные ℓ систем центрированных значений входных параметров отдельными массивами.

О п е р а т о р ы

1. (0100 - 0101, 0222 - 0233) - ввод характеристик с перфоленты (ПЛ)
2. (0102 - 0124) - формирование констант
3. (0125 - 0127, 0206 - 0221) - чтение треугольника симметрической матрицы $X'X$ с НМЛ
4. (0130 - 0133) - обращение матрицы $X'X$
5. (0134 - 0143, 0222 - 0233) - ввод с ПЛ и перевод $10 \rightarrow 2$ ненулевых весов P_t ($t=1, \dots, k$) выходов
6. (0144 - 0205, 0206 - 0221) - образование одного выходного параметра YR по весам
7. (0273 - 0316, 0206 - 0221) - вычисление вектора $X'YR$
8. (0317 - 0322, 0234 - 0272) - вычисление вектора $b = (X'X)^{-1} X'YR$
9. (0323) - $S = 1$
10. (0324 - 0332, 0222 - 0233) - ввод с ПЛ и перевод $10 \rightarrow 2$ S -той системы центрированных значений входов x_s
11. (0333 - 0341) - вычисление оценки значения $b'z_s'$
12. (0342 - 0345, 0234 - 0273) - вычисление вектора $(X'X)^{-1} z_s'$

13. (0346 - 0354) - вычисление значения квадратичной формы $z_s (X'X)^{-1} z_s'$
14. (0355 - 0370) - перевод $2 \rightarrow 10$ и печать вектора z_s , значений $b'z_s'$ и $z_s (X'X)^{-1} z_s'$
15. (0371) - $s := s + 1$ $s = l + 1?$ нет ПУ10 да ПУ16
16. (0372) - останов

Программа использует три подпрограммы:

- 1) ПП1 (0206 - 0221) - подпрограмма чтения информации с НМЛ;
- 2) ПП2 (0222 - 0233) - подпрограмма ввода информации с ПЛ;
- 3) ПП3 (0234 - 0272) - подпрограмма умножения симметрической матрицы (представлена верхним треугольником) на вектор,

которые описаны в статье "Определение оптимального направления...".

Программа использует следующие стандартные подпрограммы, которые расположены в памяти:

- СП - 61 (Перевод группы чисел "с запятой" из десятичной системы счисления в двоичную) начиная с ячейки 0410
- СП - 24 (Вычисление функции $y = \sqrt{x}$) - с ячейки 0443
- СП - 62 (Перевод группы чисел "с запятой" из двоичной системы счисления в десятичную) - с ячейки 0456
- СП - 72 (Обращение симметрической матрицы) с ячейки 0542.

Программа и константы расположены в МОЗУ в ячейках 0100 + 1137; программа использует стандартные рабочие ячейки 0020 + 0064, 0076 + 0077; индексные ячейки 0001 + 0010, 0012 + 0014, 0016, 0017 и нестандартные рабочие ячейки

$$\text{II40} \div \text{II40} + \frac{n^2+n}{2} + n + 2(m+1) - 1.$$

Величины $\hat{b}'z'_s$ и $z_s (X'X)^{-1} z'_s$ ($s=1, \dots, \ell$) образуются соответственно в ячейках 0076 и 0077. Массив треугольника симметрической матрицы $(X'X)^{-1}$ образуется в ячейках $\text{II40} \div \text{II40} + \frac{n^2+n}{2} - 1$. Массив вектора \hat{b} образуется в ячейках $\text{II40} + \frac{n^2+n}{2} \div \text{II40} + \frac{n^2+n}{2} + n - 1$.

-Для начальной информации программа использует магнитную ленту ЛПМ-2.

П у с к программы производится с адреса 0100.

О с т а н о в ы:

0220 - причина останова - ошибка при чтении с магнитной ленты, способ устранения - пуск

0372 - конец работы программы

На печать выводятся z_s , $\hat{b}'z'_s$ и $z_s (X'X)^{-1} z'_s$ ($s=1, \dots, \ell$).

Время расчета, включая ввод и печать, зависит от характеристик m, n, k и ℓ .

Например, при значениях характеристик

$$m = 24$$

$$n = 6$$

$$k = 1$$

$$\ell = 2$$

время расчета 35 сек.

К о н т р о л ь н а я з а д а ч а

Начальная информация предварительно записана на магнитную ленту ЛПМ-2.

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} -0,72 & -0,76 & -0,68 \\ -0,42 & -0,36 & -0,78 \\ -0,12 & -0,06 & 0,12 \\ -0,12 & -0,16 & -0,08 \\ -0,02 & 0,04 & -0,08 \\ -0,02 & -0,06 & 0,02 \\ 0,08 & -0,06 & 0,12 \\ 0,18 & 0,24 & 0,22 \\ 0,48 & 0,54 & 0,62 \\ 0,68 & 0,64 & 0,52 \\ 1,82 & 1,86 & 1,88 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \chi_1 = \begin{pmatrix} -6,6 \\ -6,6 \\ 0,3 \\ -1,9 \\ -0,4 \\ 1,5 \\ 2,2 \\ 2,5 \\ 3,9 \\ 5,1 \\ 28,9 \end{pmatrix}$$

по столбцам и верхний треугольник симметрической матрицы

$$\Delta_{\chi\chi} = \begin{pmatrix} 1,456 & 0,458 & 1,514 \\ & 0,504 & 1,512 \\ & & 1,816 \end{pmatrix} \quad \text{по рядам}$$

С перфоленты программа вводит

I) характеристики данной задачи

```

0000 0000 0012
0000 0000 0003
0000 0000 0001
0001 0000 0000
4000 0000 0000
0001 0000 0000
    
```

2) ненулевой вес выходного параметра

/
 I
 /

3) две системы центрированных значений входных параметров \bar{x}_1 и \bar{x}_2 отдельными массивами

/ 0,1 0,1 0,1 / / 0,1 -0,1 0,1 /

Результаты:

$$\bar{z}_1 = \begin{cases} +1000000+00 \\ +1000000+00 \\ +1000000+00 \end{cases}$$

$$\hat{b}' \bar{z}_1' = +9135073+00$$

$$\bar{z}_1(\bar{x}'\bar{x}')^{-1} \bar{z}_1' = +6934741-02$$

$$\bar{z}_2 = \begin{cases} +----- \\ +1000000+00 \\ -1000000+00 \\ +1000000+00 \end{cases}$$

$$\hat{b}' \bar{z}_2' = +2016814+01$$

$$\bar{z}_2(\bar{x}'\bar{x}')^{-1} \bar{z}_2' = +9193705+00$$

+-----

Литература

1. Линник Ю.В., Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений, Физматгиз, 1958.

+ 0100
-100003730016
-310002220017
-700000210021
+130000210101
+660001030026
+670001050014
+120003740027
+110003750020

+ 0110
+120000000030
+100003740026
+120000210031
+120000300032
+650001370021
+120000000033
+220003760034
+650001370020

+ 0120
+220003760035
-700000210030
+120003770036
-700000220030
+120000360037
-100000370013
-100000270014
-310002060017

+ 0130
+100000210132
-310005420014
+000011400000
+000004430000
-100000260016
-310002220017
+650001050026
+130000260030

+210100041335

+ 0140
+130000230001
+220003760143
-310004100017
+000000000000
+210000300036
+120000000013
+650001050030
+120000310014

+ 0150
+110000350032
+120000000003
+250001510151
-300301540000
-200301520375
+650001050026
+120000000002
+260000020405

+ 0160
-100200000041
+110000350031
+120000000001
+650001050032
+120000320003
+100000300013
+600001400024
-320001650170

+ 0170
-310002060017
+350100410000
+160300000000
+100004000003
-200101710375
+100003750001
+350100410000
+160004050405

+601647363154

+ 0200
 +6500002040023
 +1200000260042
 +100004010002
 +650002620002
 +070000420130
 -340001600273
 -461300000000
 -451400000000
 + 0210
 -300002060000
 -300002120040
 -471300000000
 -441400000000
 -300002120000
 +070000400000
 -320002170220
 -340002200017
 + 0220
 -000000000000
 -300002060000
 -501600000000
 -1500000000040
 -300002250041
 -070000000000
 -510000000000
 +070000410000
 + 0230
 -340002320231
 -320000170232
 -070000000000
 -300002220000
 -100000340041
 +110004010021
 +1200000000042
 +650001050002
 -737446211745

+ 0240
 +120000010043
 -100000420044
 -100000430004
 +260000040040
 +350400000000
 +160000400040
 +200003750044
 -200402440044
 + 0250
 +200003760041
 +100000410004
 +100004000004
 +350400000000
 +160000400040
 -200402530400
 -100300400000
 +100003750003
 + 0260
 +100004020043
 +730004030000
 +070000340114
 -340002410266
 +200003760041
 -300002700000
 -100002650250
 -300002410000
 + 0270
 -100002640250
 -100300400000
 -300000170000
 -100003770013
 -100000260001
 -310002060017
 +650001050032
 +130000350000
 -452673002365

+ 0300
 +1200000310002
 +2600000020040
 +3502000000000
 +1600000400040
 -200203020400
 -100100400000
 +100000300013
 +100003750001
 + 0310
 +0700000310000
 -340002750312
 +650001050026
 +130000340000
 +120000310001
 -100100000000
 -200103150400
 -100003740001
 + 0320
 -100000310002
 -100000260003
 -310002340017
 -100000250007
 -100000310016
 -310002220017
 +650001050031
 +130000310000
 + 0330
 +120000340332
 -310004100017
 +000000000000
 +650001050026
 +130000340000
 +120000310001
 +260000010076
 +350100000000

 -621043232311

+ 0340
 +1600000760076
 -200103370400
 -100003740001
 -100000310002
 -100000320003
 -310002340017
 +650001050031
 +1300000340000
 + 0350
 +1200000320001
 +2600000010077
 +350100000000
 +1600000770077
 -200103520400
 +650001050031
 +120000340360
 -310004560017
 + 0360
 +000000000000
 -600034000000
 -310004560017
 +000000760000
 -600034000000
 -310004560017
 +000000770000
 -600034000000
 + 0370
 -600024000404
 -200703250000
 -000000000000
 +000000000020
 +000000001140
 +000000000001
 +000100000000
 +000002000000

 +041521123642

+ 0400
 +000000010001
 +000000010000
 +000100000001
 +777700000000
 +567356735673
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 + 0410
 -111700000000
 +720004360001
 +121700000002
 -100004370044
 -750004370041
 -100200000040
 +660004170043
 +070004400040
 + 0420
 -340004230421
 -100000420044
 -300004270000
 +350004410043
 +370000420104
 +160000410041
 +340004420042
 +640004240040
 + 0430
 -340004160431
 +450000440041
 -300104330000
 -200104340437
 -200204130435
 -301700010000
 -000000007777
 +400000000001
 +155756450751

+ 0440
 +700000000000
 +400000000005
 +500000000004
 -100000400041
 -320004460445
 -000000000040
 +630004460107
 -340004500455
 + 0450
 -100000410042
 +450000420040
 +160000420041
 -730004540041
 +270000420001
 -340004500017
 +711700000540
 -300004600001
 + 0460
 +061700000002
 -1002000000040
 -7500000000041
 +610004710040
 -340004650503
 -320004660471
 +100005300042
 +450005310040
 + 0470
 -300004630040
 +530005320036
 -320004730476
 +340005310040
 +200005300042
 -330004630517
 +640000400040
 +530005330000
 +154134335465

+ 0500
 -320005030501
 +400005330040
 +200005300042
 -100005340043
 +300005350040
 +720000430044
 +760000410041
 +640005300043
 + 0510
 +500000440040
 -340005040512
 +510005360042
 -320005140515
 -740005370042
 +600005320042
 -160000420041
 -100000010000
 + 0520
 -340005210523
 -100100410000
 +100005410001
 -101700000000
 -320005250526
 -600004000041
 -200204610527
 -301700010000
 + 0530
 +010000000104
 +500000000004
 +030000000136
 +063146314632
 -740000000000
 +500000000000
 +120000000000
 +060000000000
 +537374551734

+ 0540
 +000000007777
 +000000000001
 -101400000052
 +720011360007
 +660005650010
 +120000070013
 +710011350052
 +120000000052
 + 0550
 +660005610053
 +120000520054
 +210011300052
 +120000000055
 +660006470056
 +650005610055
 +120011300057
 +210011330052
 + 0560
 +660006470060
 +130011300014
 +120000130061
 +120011310062
 -700000520052
 +130000520114
 +670005660101
 +120000100063
 + 0570
 +120000520064
 -100000640002
 -100700000040
 -320005760574
 -120000400040
 -100211350000
 -101400010012
 -311200000017
 +465472052630

+ 0600
 -101000410000
 -100000610001
 +440100000000
 -200106021130
 +750200000000
 -340006060611
 -100000620001
 -110100000000
 + 0610
 -200106071134
 -100000550050
 -100000000043
 +660005650044
 +660005650045
 +100000440045
 +100011340045
 +120000430001
 + 0620
 +120000130001
 -100000640002
 -100000540044
 +260000440040
 +350100000000
 -300006260041
 +750200000000
 -340006300631
 + 0630
 -110000410041
 +140000410040
 +200011340044
 +100011300002
 -200106240044
 +100000440001
 +700011350001
 +240100400000
 -432436654670

+ 0640
 -300006410040
 -320006440642
 -120000400040
 -100211350000
 -311200000017
 -100100410000
 +210000640002
 +130011300030
 + 0650
 +660005610045
 -100000010004
 +210000640002
 +120000000046
 +260000460040
 -100000540044
 -100000640002
 +110000460045
 + 0660
 +120000430003
 +120000130003
 +350300000000
 -300006640041
 +750200000000
 -340006660667
 -110000410041
 +140000410040
 + 0670
 +200011340044
 +100011300002
 -200306620044
 +100011300004
 +640005610001
 +650005610004
 -300006770006
 +110000010004
 -722657732516

+ 0700
 +12000000000005
 +240400400000
 +440500000000
 +640005650001
 +100000040006
 +750200000000
 -340007070710
 -110600000000
 + 0710
 +110000500001
 +1200000000047
 +100011310045
 +110011300004
 +070000470000
 -340006520716
 +200011300050
 +100011320043
 + 0720
 +210011300061
 +230000130000
 +070000430000
 -340007240726
 -100000430000
 -300006130000
 -100007310646
 -100000430000
 + 0730
 -300006130000
 -300007330000
 +210000640002
 -100007320646
 -100000530040
 -100000600041
 -100000000042
 -100000630003

 -372263025004

+ 0740
 +120000520002
 +650005610003
 +120000030004
 +650005650042
 +120011300043
 +660005610044
 +110000420043
 +130000130000
 + 0750
 +120000410001
 +440100000000
 -200107511130
 +110000430044
 +130000130000
 +120000410001
 -110100000000
 -200107561134
 + 0760
 +110000420007
 +120000000001
 +450100001137
 -300307640000
 +750200000000
 -340007660767
 -110400000000
 +650005650042
 + 0770
 +120000100005
 -100511370000
 +100000400042
 +100011300003
 +100011300002
 +200011310040
 +200011320041
 -320007411000

 +222472346145

+ 1000
 - 100010040772
 + 650005610003
 + 120000030004
 - 300007600000
 - 300010060000
 + 100000400042
 - 100010050772
 - 100000000040
 + 1010
 - 100011300041
 + 110011300010
 + 120000000002
 - 100000520042
 - 100000570043
 - 100000000044
 + 100000420040
 + 660005610045
 + 1020
 - 100000430046
 + 110000410045
 + 120000440001
 + 120000130001
 + 260000010047
 + 350100000000
 + 160000470047
 + 200011310046
 + 1030
 - 200110250045
 - 100200470000
 + 100011320044
 + 100011310045
 + 100011300002
 + 230000100000
 + 070000400000
 - 340010201040
 + 340572424162

+ 1040
 + 200011300042
 + 100011300002
 + 110000401130
 + 120000000041
 + 200011310043
 + 050000441132
 - 340010151047
 - 100000520040
 + 1050
 - 100000100041
 - 100000560042
 + 650005610063
 + 120000000043
 + 110000410043
 + 120000420001
 + 340100000000
 - 200110561134
 + 1060
 + 100000400041
 + 100011310043
 + 200011300040
 + 200011320042
 - 320010541065
 - 100000560040
 - 100000000041
 - 100000100001
 + 1070
 - 100000530042
 - 100000640043
 - 100000400044
 - 100000420045
 - 100000430046
 - 100000410047
 - 100000460003
 + 110000470001
 + 250341337141

+ 1100
 + 1200000440002
 + 1200000070002
 + 2600000020050
 + 350200000000
 - 300011050051
 + 750300000000
 - 340011071110
 - 1100000510051
 + 1110
 + 1400000510050
 + 1000113000003
 - 200211031134
 - 1001005000000
 + 1000113000001
 + 1000113000046
 + 1000000450047
 + 200011310045
 + 1120
 + 200011320044
 - 320010761122
 + 1000000420041
 + 200011310042
 + 100011300043
 + 200011320040
 - 320010721127
 - 331400020000
 + 1130
 + 0000000000001
 + 0000000010000
 + 000100000000
 + 0000000000002
 + 0000000010001
 + 0000000007777
 + 000077770000
 + 4000000000001

 - 042773775436

УПРАВЛЯЮЩАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ ЗАПИСИ ИНФОРМАЦИИ НА
МАГНИТНУЮ ЛЕНТУ ЛПМ-2

```

+      0100
-30000016000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+      0110
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+      0120
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+      0130
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
-30000016000000

```

```

+      0140
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
+00000000000000
-47130000000000
-45140000000000
-30000144000000
-3000015000040
+      0150
-47130000000000
-44140000000000
-30000150000000
+07000040000000
-320001550144
-340001440017
+00000000000000
-00000000000000
+      0160
-100002200013
-100002210014
-100002220145
-310001440017
-310002600157
+710002240110
-300001670032
-340001700177
+      0170
+200002250032
-700002260032
+120002270013
-100002300014
-100002220145
-310001440017
-310002600157
-100002310013
+575654101667

```

+ 0200
 - 100002320014
 - 100002220145
 - 310001440017
 - 310002600157
 + 650002050020
 + 120002260014
 + 110002330022
 + 130000260000
 + 0210
 + 120000260013
 - 100002220145
 - 310001440017
 + 210000260013
 + 220000260013
 - 100002230145
 - 310001440017
 - 000000000000
 + 0220
 + 000001010000
 + 000005500260
 - 451400000000
 - 431400000000
 + 000000007777
 + 000000000001
 + 000000001000
 + 000001050000
 + 0230
 + 000010000260
 + 000001010600
 + 000006700260
 + 000002000000
 + 000000000000
 + 000000000000
 + 000000000000
 + 000000000000
 + 143062433676

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАНОНИЧЕСКИХ КОРРЕЛЯЦИЙ И КОЭФФИЦИЕНТОВ КАНОНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

К. П у к к

О п и с а н и е а л г о р и т м а

Программа предназначена для вычисления оценок канонических корреляций и канонических величин двух множеств случайных величин с совместным нормальным распределением.

В каждом из этих множеств отыскиваются те линейные комбинации величин, которые имеют между собой максимальную корреляцию. Затем определяются линейные комбинации, корреляция между которыми больше, чем корреляция между любыми другими линейными комбинациями, некоррелированными с первыми линейными комбинациями.

Метод канонических величин и корреляций поможет изучать взаимосвязи между множествами случайных величин. Если размеры множеств велики, исследователь может ограничиться рассмотрением небольшого числа линейных комбинаций величин этих множеств — канонических величин.

Метод подробно рассмотрен в [1].

Пусть

m — число наблюдений,

p — число величин в 1-ом множестве,

q — число величин во 2-ом множестве,

x_{ij} ($i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, p$) — значение j -той вели-

чины I-го множества на i -том опыте;

y_{ik} ($i=1, \dots, m$; $k=1, \dots, q$) - значение k -той величины 2-го множества на i -том опыте;

\bar{x}_j ($j=1, \dots, p$) - арифметическое среднее j -той величины I-го множества, которое вычисляется по формуле

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij};$$

\bar{y}_k ($k=1, \dots, q$) - арифметическое среднее k -той величины 2-го множества - $\bar{y}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{ik}$.

Определяются

$$A = (x_{ij} - \bar{x}_j)'(x_{ij} - \bar{x}_j) - p \times p \quad \text{матрица,}$$

$$B = (x_{ij} - \bar{x}_j)'(y_{ik} - \bar{y}_k) - p \times q \quad \text{матрица,}$$

$$C = (y_{ik} - \bar{y}_k)'(y_{ik} - \bar{y}_k) - q \times q \quad \text{матрица}$$

$$(i=1, \dots, m; j=1, \dots, p; k=1, \dots, q).$$

Оценка наибольшего правдоподобия для ковариационной матрицы равна

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{m} \Sigma_1 = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} A & B \\ B' & C \end{pmatrix}$$

Как показано в [1], оценки канонических величин по этим наблюдениям определяются как нетривиальные решения уравнений

$$\begin{pmatrix} -\lambda A & B \\ B' & -\lambda C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = 0 \quad (2)$$

или

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & B \\ B' & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = 0, \quad (3)$$

а оценками наибольшего правдоподобия для канонических коэффициентов корреляции являются те значения λ , при которых система (3) имеет нетривиальные решения.

Для определения значений λ и соответствующих α и β воспользуемся следующим приемом. Пусть

$$u = F D_{\mu}^{-\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

где D_{μ} - диагональная матрица упорядоченных по убыванию собственных значений матрицы A , а F - матрица собственных векторов (как столбцов) матрицы A в таком же порядке. Тогда $AF = F D_{\mu}$, $F'AF = D_{\mu}$ и следовательно,

$$u' A u = D_{\mu}^{-\frac{1}{2}} F' A F D_{\mu}^{-\frac{1}{2}} = E_p, \quad (5)$$

где E_p - единичная матрица порядка p . Аналогично для матрицы C определяется

$$v = G D_{\nu}^{-\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

причем

$$v' C v = E_q. \quad (7)$$

Вводятся векторы a и c так, что

$$\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & 0 \\ 0 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_i \\ c_i \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Подстановкой $\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix}$ из (8) в (3) и умножением полученного уравнения слева на матрицу $\begin{pmatrix} u' & 0 \\ 0 & v' \end{pmatrix}$ получаем

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & u' B v \\ u' B' u & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} E_p & 0 \\ 0 & E_q \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = 0, \quad (9)$$

или

$$-\lambda a + u' B v c = 0, \quad (10)$$

$$v'v'ua - \lambda c = 0. \quad (II)$$

Подстановкой (II) в (IO) и умножением на λ получаем

$$(u'bv)(v'v'u)a = \lambda^2 a \quad (I2)$$

Оценки канонических корреляций λ_i можно, следовательно, найти как квадратные корни из собственных значений симметрической матрицы $(u'bv)(u'bv)'$. По собственным векторам a_i этой матрицы получаем из (II):

$$c_i = \frac{1}{\lambda_i} v'v'u a_i,$$

и тогда по (8) оценки канонических величин определяются в виде

$$\alpha_i = u a_i, \quad (I3)$$

$$\beta_i = v c_i. \quad (I4)$$

Уравнение (2) определяет векторы α и β так, что будут выполнены условия

$$\alpha' A \alpha = 1, \quad (I5)$$

$$\beta' C \beta = 1. \quad (I6)$$

В окончательных результатах эти условия не будут выполнены, так как найденные из уравнений (I3) и (I4) векторы α_i и β_i нормируются.

Это значит, что определяемые векторами α_i и β_i канонические величины не будут нормированы.

Описание программы

В зависимости от объема памяти можно производить вычисления для начальной информации, характеристики которой удовлетворяют условиям

$$p < 50,$$

$$q < 50,$$

$$2k + \frac{k(k+1)}{2} + 2(m+1) \leq 3045, \quad (*)$$

$$2k + \frac{p(p+1)}{2} + p^2 \leq 3045,$$

$$2k + \frac{q(q+1)}{2} + q^2 \leq 3045,$$

где $k = p + q$.

Начальная информация перфорируется, как описано в статье У. Опер "Ввод и контроль прямоугольных таблиц" настоящего выпуска.

При необходимости использования масштабных множителей после таблиц T_1 и T_2 перфорируется массив масштабных множителей в десятичной системе "с запятой", заключенный между границами ввода. Для ввода используется программа П2 ("Ввод и контроль..."), которая, как и сама программа (П3), должна быть записана на магнитную ленту. Обе программы считываются управляющей программой в оперативную память, начиная с ячейки 0260. Для этого в ячейке 0174 дано начало программы "Ввод и..." на магнитной ленте, в 0175 - ее длина и начальный адрес в оперативной памяти, в ячейках 0176 и 0177 - то же для основной программы.

Программа занимает 2032 ячейки памяти (включая подпрограммы для умножения матриц (ПП1), нормирования (ПП2), для вычисления матриц v' , u' и (α'_i) (ПП3) и стандартные подпрограммы 0021, 0025, 0067, 0060). Все они считываются

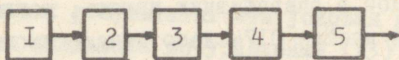
в оперативную память вместе с основной программой.

Вместе с управляющей программой и константами с перфоленты вводится подпрограмма обращения к магнитной ленте (П1). Перед обращением к ней в ячейку 0145 из ячеек 0172 или 0173 нужно послать константы -45 I4 0000 0000 или -43 I4 0000 0000. В ячейку 0013 нужно записать начало массива на магнитной ленте, а в 0014 - длину и первый адрес в оперативной памяти.

1. Операторы управляющей программы (УП):

- I.1(0100 - 0162) - подготовка к чтению в МОЗУ П2 ("Ввод и контроль..."),
- I.2(0163) - чтение в МОЗУ П2 (обращение к П1),
- I.3(0164) - ввод и контроль начальных данных, вычисление таблицы отклонений (обращение к П2),
- I.4(0165 - 0167) - подготовка к чтению в МОЗУ П3 (основная программа вместе с подпрограммами),
- I.5(0170) - чтение П3 в МОЗУ (обращение к П1).

Операторы I.1 - I.5 соединены по схеме



2. Операторы основной программы (ОП)

- 2.1(0260 - 0467) - вычисление верхнего треугольника матрицы Σ_1
- 2.2(0470 - 0471) - нужны ли масштабные множители (включен

ли ключ 0001?)?

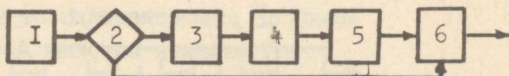
да - ПУ 2.3

нет - ПУ 2.6,

- 2.3(0472 - 0511) - ввод, контроль и перевод в двоичную систему счисления масштабных множителей,
- 2.4(0512 - 0522) - деление рядов матрицы Σ_1 на масштабные множители,
- 2.5(0523 - 0533) - деление столбцов матрицы Σ_1 на масштабные множители,
- 2.6(0534 - 0543) - запись Σ_1 на магнитную ленту,
- 2.7(0544 - 0570) - отделение матрицы B от матрицы Σ_1 ,
- 2.8(0571 - 0573) - запись матрицы B на магнитную ленту (обращение к П1),
- 2.9(0574 - 0615) - отделение верхнего треугольника матрицы C от матрицы Σ_1 и перенос ее в конец свободной части М0ЗУ,
- 2.10 (1207 - 1216) - вычисление и запись на магнитную ленту матрицы V' , печать упорядоченных собственных значений и собственных векторов матрицы C (обращение к ПП3),
- 2.12(1217 - 1237) - чтение с магнитной ленты в М0ЗУ матрицы Σ_1 и отделение от нее верхнего треугольника матрицы A (обращение к П1),
- 2.13(1240 - 1245) - вычисление и запись на магнитную ленту матрицы U' , печать собственных значений и векторов матрицы A (обращение к ПП3)
- 2.14(1246 - 1256) - вычисление и запись на магнитную ленту матрицы (BV) (обращение к ПП1),

- 2.15(I257 - I263) - вычисление матрицы $U'VU$ (обращение к ПП1),
- 2.16(I264 - I310) - вычисление верхнего треугольника матрицы $(U'VU)(U'VU)'$,
- 2.17(I311 - I313) - вычисление матрицы (α'_i) и печать оценок канонических корреляций (обращение к ПП3),
- 2.18(I314 - I324) - вычисление и запись на магнитную ленту матрицы $(\alpha'_i) = (\alpha'_i)U'$ (обращение к ПП1),
- 2.19(I325 - I326) - нормирование и печать α_i (обращение к ПП2),
- 2.20(I327 - I336) - вычисление матрицы VUU' (обращение к ПП1),
- 2.21(I337 - I342) - вычисление матрицы $(\gamma'_i) = (\alpha'_i)VUU'$ (обращение к ПП1),
- 2.22(I342 - I346) - нормирование и печать γ_i (обращение к ПП2),
- 2.23(I347) - останов.

Операторы 2.1 - 2.6 соединены по следующей схеме:



Остальные операторы этой группы (2.7 - 2.23) соединены последовательно.

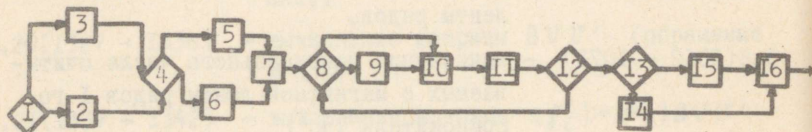
3. Операторы программы умножения матриц (ПП1)

- 3.1(I023 - I027) - находится ли 2-ой сомножитель в МОЗУ?

да - ПУ 3.2,
нет - ПУ 3.3

- 3.2(I030 - I037) - перемещение 2-го сомножителя в начало свободной части МОЗУ,
- 3.3(I040 - I043) - чтение 2-го сомножителя с магнитной ленты в МОЗУ,
- 3.4(I044 - I057) - поместятся ли одновременно в МОЗУ сомножители и произведение?
да - ПУ 3.5,
нет - ПУ 3.6
- 3.5(I060) - запись числа рядов I-го сомножителя в ячейку числа считываемых с магнитной ленты рядов,
- 3.6(I062 - I072) - вычисление максимального числа считываемых с магнитной ленты рядов I-го сомножителя (k^*),
- 3.7(I073 - II06) - образование индексных констант в зависимости от того, транспонирован 2-ой сомножитель или нет,
- 3.8(II07 - III0) - считать ли k^* рядов I-го сомножителя ($k' \leq k^*$)?
да - ПУ 3.10,
нет - ПУ 3.9
- 3.9(III1) - число еще несчитанных рядов I-го сомножителя записывается в ячейку для k'
- 3.10(III2 - II20) - чтение в МОЗУ k' рядов I-го сомножителя (обращение к П1),
- 3.11(II21 - II56) - вычисление и запись на магнитную ленту k' рядов произведения (обращение к П1)

- 3.12(II57 - II61) - вычислено ли все произведения?
 да - ПУ 3.13,
 нет - ПУ 3.8;
- 3.13(II62 - II67) - находится ли произведение в МОЗУ?
 да - ПУ 3.14,
 нет - ПУ 3.15
- 3.14(II70 - II76) - перенесение произведения в начало свободной части МОЗУ.
- 3.15(I200 - I203) - чтение произведения в МОЗУ (обращение к П1),
- 3.16(I204 - I206) - обращение к ячейке возврата.



Операторы 3.1 - 3.16 соединены по приведенной схеме.

Программа ПП1 предназначена для умножения матриц с такими размерностями, что в свободную часть оперативной памяти поместятся целиком 2-ой сомножитель и по меньшей мере одна строка 1-го сомножителя и одна строка произведения.

В данной программе, если выполнены условия (*), то и это условие выполняется.

Перед обращением к ПП1 в ячейки 0060 ÷ 0062 посылаются число строк сомножителей и число столбцов произведения, а в ячейки 0063 ÷ 0065 - места на магнитной ленте, где записаны сомножители и куда запишется произведение. В ячейку 0066 нужно записать 0...1, если 2-ой сомножитель транспонирован и 0...n (число столбцов), если сомножитель не транспонирован. После работы ПП1 произведение находится в

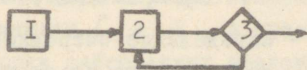
оперативной памяти, начиная с первой свободной ячейки, и на магнитной ленте, начиная со слова, указанного в ячейке 0064.

Если перед обращением к ПП1 2-ой сомножитель уже находится в оперативной памяти, то в ячейку 0030 нужно записать номер ячейки, начиная с которой он расположен, и в ячейку 0047 - некоторое положительное число. В обратном случае в 0047 нужно записать отрицательное число.

4. О п е р а т о р ы ПП2:

- 4.1(0616 - 0626) - образование индексных констант,
- 4.2(0617 - 0643) - нормирование и печать вектора,
- 4.3(0644 - 0647) - все ли векторы нормированы?
да - ПУ в ячейку возврата
нет - ПУ 4.2

Операторы 4.1 - 4.3 соединены по схеме:



Программа ПП2 предназначена для нормирования векторов с одинаковой размерностью, записанных в оперативную память рядами.

Перед обращением к ней нужно записать в ячейку 0030 номер ячейки, начиная с которой записаны векторы, в 0061 - длину векторов, 0062 - количество векторов.

Нормированные векторы остаются на том же месте, где были ненормированные, и печатаются.

- 5.1(0652 - 0666) - вычисление собственных значений и векторов матриц v, u' или (a_i) и запись собственных значений в начало свободной части памяти;
- 5.2(0667 - 07II) - образование индексных констант и вычисление числа k^* ;
- 5.3(07I2 - 07I3) - нужно ли вычислять k^* строк матрицы $(k \leq k^*)?$
- да - ПУ 5.5,
нет - ПУ 5.4,
- 5.4(07I4) - число k запишется в ячейку для k^* $(k \leq k^*)$,
- 5.5(07I5 - 0723) - образование констант для записи k^* или k строк матрицы;
- 5.6(0724 - 0740) - определение очередного (по убыванию) собственного значения и индекса его порядка;
- 5.7(074I - 0754) - вычисляется $\sqrt{\lambda_i}$; печатается λ_i , если $(0020) > 0$ (при $\sqrt{\lambda_i} < \varepsilon$ - остаток) и $\sqrt{\lambda_i}$, если $(0020) = 0$;
- 5.8(0755 - 0770) - вычисляется строка соответствующей матрицы, при $(0020) > 0$ печатается собственный вектор матрицы C или A ;
- 5.9(077I) - вычислено ли k^* или k (при $k < k^*$) строк матрицы?

да - ПУ 5.10,

нет - ПУ 5.6,

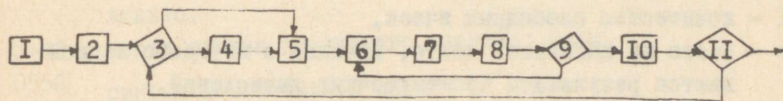
5.10(0772 - 0773) - K^* или K строк матрицы записываются на магнитную ленту (обращение к П1);

5.11(0774 - 0776) - вычислены ли все строки матрицы?

да - ПУ в ячейку возврата,

нет - ПУ 5.3.

Операторы 5.1 - 5.11 соединены по схеме:



Программа ППЗ предназначена для вычисления матриц v' и u' и упорядочения собственных векторов матрицы $(u'v'v')(u'v'v)'$. Матрицы u' , v' и (a'_i) записываются на магнитную ленту. В первых двух случаях печатаются собственные значения и векторы матриц C и A , в третьем случае печатаются квадратные корни собственных значений матрицы $(u'v'v')(u'v'v)'$ (т.е. канонические корреляции.) Перед обращением к ППЗ в ячейку 0021 нужно записать размерность соответствующей симметрической матрицы, в 0022 - число 0000 0000 A 0000, где A - номер ячейки, начиная с которой записан верхний треугольник матрицы. Если содержимое ячейки 0020 не равно нулю, то вычисляется u' или v' , в обратном случае - (a'_i) .

ПРОГРАММА использует следующие стандартные подпрограммы, которые расположены в программе, начиная с адресов

СП 21 (перевод числа из двоичной системы счисления в десятичную) - с адреса I360,

СП 25 (вычисление функции $y = \sqrt{x}$) - с адреса I427,

СП 67 (определение собственных значений и собственных векторов симметрической матрицы) - с адреса I453,
СП 60 (перевод числа "с запятой" из десятичной системы счисления в двоичную) - с адреса 2006.

Программа, подпрограмма и константы располагаются в МОЗУ в ячейках с 0100 по 2031; Программа использует стандартные рабочие ячейки 0020 - 0077, индексные ячейки 0001 - 0004 и 0011 - 0017, и нестандартные рабочие ячейки, начиная с ячейки 2032.

В программе могут быть изменены константы в ячейках
0200 - начало свободной части МОЗУ,
0201 - количество свободных ячеек,
0214 - место на магнитной ленте, начиная с которого записываются результаты промежуточных вычислений.

Программа использует магнитные ленты ЛПМ 1 (с записанными программами) и ЛПМ 2 для записи таблицы начальных данных и результатов промежуточных вычислений.

Если включен ключ 0001, то используются масштабные множители для ковариационной матрицы.

Пуск программы с адреса 0100.

Остановы:

- 0275 - не выполнено третье из условий (*),
- 0500 - число масштабных множителей неправильное,
- 0735 - собственное значение матрицы A (или C) слишком мало - нельзя вычислять матрицу u' (или v'),
- I347 - конец работы программы.

Кроме выше перечисленных возможны еще следующие остановки (остановы программы "Ввод и контроль..."):

- 0400 - ошибка в параметрах таблицы,
- 0432 - начальная таблица перфорирована или введена неправильно,
- 0436 - перед вводом следующего массива; пуск,
- 0556 - ошибки в логической шкале.
- 0643

На печать выводятся упорядоченные собственные значения и векторы матриц C и A , оценки канонических корреляций λ_i и оценки нормированных канонических величин

α_i (для 1-го множества) и

γ_i (для 2-го множества).

К о н т р о л ь н а я з а д а ч а

В качестве контрольной задачи взят пример вычисления канонических корреляций и величин из [I] (стр. 409 - 411). Начальная таблица (таблица 2 стр. 82) - измерения над первыми и вторыми сыновьями в выборке из 25 семей.

При том x_1 - длина головы первого сына (1-ый столбец),
 x_2 - ширина головы первого сына (2-ой столбец),
 y_1 - длина головы второго сына (3-ий столбец),
 y_2 - ширина головы второго сына (4-ый столбец).

Окончательные результаты вычислений по алгоритме настоящей программы отличаются от полученных в [1] только тем, что в I коэффициенты оценок канонических величин остаются ненормированными.

Результаты вычислений:

собственные значения матрицы C:

$$\begin{aligned} &+3263048+04, \\ &+2368714+03; \end{aligned}$$

оценки канонических корреляций:

$$\begin{aligned} &+7885079+00, \\ &+5373968-01; \end{aligned}$$

собственные векторы матрицы C:

$$\begin{aligned} &\left(\begin{array}{l} +8492368+00 \\ +5280121+00 \end{array} \right), \\ &\left(\begin{array}{l} -5280121+00 \\ +8492368+00 \end{array} \right); \end{aligned}$$

оценки канонических величин для I-го множества:

$$\begin{aligned} &\left(\begin{array}{l} +6245383+00 \\ +7809941+00 \end{array} \right), \\ &\left(\begin{array}{l} -5993390+00 \\ +8004952+00 \end{array} \right); \end{aligned}$$

собственные значения матрицы A:

$$\begin{aligned} &+3156440+04, \\ &+4352399+03; \end{aligned}$$

оценки канонических

величин для 2-го множества:

собственные векторы матрицы A:

$$\begin{aligned} &\left(\begin{array}{l} +8249294+00 \\ +5652356+00 \end{array} \right), \\ &\left(\begin{array}{l} -5652356+00 \\ +8249294+00 \end{array} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(\begin{array}{l} +5307857+00 \\ +8475060+00 \end{array} \right), \\ &\left(\begin{array}{l} -5578216+00 \\ +8299608+00 \end{array} \right). \end{aligned}$$

Литература

1. Андерсон Т.В. [1] Введение в многомерный статистический анализ, М., Физматгиз, 1963.

+ 100
- 30000016000000
* 00000000000000
* 00000000000000
* 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 0110
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 0120
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 0130
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
- 30000016000000

+ 0140
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
+ 00000000000000
- 46130000000000
- 43140000000000
- 30000014400000
- 30000015000040
+ 0150
- 47130000000000
- 44140000000000
- 30000015000000
+ 07000004000000
- 3200001550144
- 34000014400017
+ 00000000000000
- 00000000000000
+ 0160
- 10000017400013
- 10000017500014
- 1000001720145
- 31000014400017
- 3100002600167
- 10000017600013
- 10000017700014
- 1000001720145
+ 0170
- 31000014400017
- 30000026000000
- 45140000000000
- 43140000000000
+ 00000010100000
+ 0000005500260
+ 0000001062000
+ 00000015520260
- 650662203606

+ 0200
+000000002032
+000000005745
+000000000001
+000000010000
+000000010001
+000100000000
+000000007777
+000077770000

+ 0210
+000077777777
+777700000000
-000000000001
+000000000002
+000000000200
+000000000177
+000002000000
+400000000146

+ 0220
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000

+ 0230
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000
+000000000000

+400202030550

ПЗ и подпрограммы

+ 0260
+110001030104
+120000000026
-700000230026
+120000000022
-700000260026
+130000260101
+660002700034
+210000260201

+ 0270
+230000260101
+220000340027
+210000230027
+230000230000
-320002760275
-000000000001
-100000260031
+210000220027

+330012161330

+ 0300
 + 3200003050301
 - 1000002750031
 + 1000002020031
 + 200000230027
 + 3200003020305
 - 7100002020031
 - 3400003120307
 + 6500002700031

+ 0310
 + 1200000000032
 - 3000003150060
 + 1100002020031
 + 6600002700032
 + 2200002020060
 + 1100000260200
 + 1200000260051
 + 1200000340052

+ 0320
 + 6600003620042
 + 1200000520053
 + 2100002020101
 + 6600003610030
 + 6500003620023
 + 1200000000024
 + 1000000300053
 - 7000000320023

+ 0330
 + 1200000530054
 - 1000000260056
 - 1000000260041
 + 2200002020047
 - 1000000510043
 + 6500003620101
 + 1200000420057
 - 1000002000010

- 570067673232

+ 0340
 - 1000002160025
 + 7100002060010
 + 1200000570010
 - 1000000470044
 - 1000000600033
 - 1000000530006
 - 1000002020021
 + 2100000560031

+ 0350
 - 3200003510353
 - 1000000560031
 - 1000002120021
 + 2000000320056
 - 1000000560045
 + 7000002100043
 + 1100000310043
 + 1200000000046

+ 0360
 - 7000000310023
 + 6700003620030
 + 1200000520014
 - 1000000250013
 - 3100001440017
 - 7000000320023
 + 1200000250025
 - 7000000310023

+ 0370
 + 1200000130013
 + 2100002020031
 + 6600003610035
 - 1000000210000
 - 3200003750400
 + 2100002020032
 + 6600003610036
 - 3000004010004

+ 570057652177

+ 0400
 - 1000000350004
 + 1000000350043
 - 1000000060005
 - 1000000430002
 + 2400000420042
 - 1000000050003
 + 350300000000
 + 1600000420042
 + 0410
 - 200304060204
 - 100200420000
 + 100000230005
 - 200204040202
 - 100000210000
 - 340004160431
 + 1100000060023
 + 120000240006
 + 0420
 + 1100000430041
 + 220002050043
 + 200002020041
 - 101000000000
 + 110000240010
 + 120002020010
 - 200404020000
 - 100000210000
 + 0430
 - 320004350470
 + 100000240007
 + 100000440055
 + 200002020044
 - 200404650000
 - 100000000021
 + 200000330045
 - 340004400441
 + 523254763031

+ 0440
 - 320004430441
 + 200000320047
 - 300003410000
 + 210000330045
 - 320004460445
 - 100000450033
 - 700000330023
 - 670004470014
 + 0450
 + 120000520014
 - 700000320023
 + 120000140014
 + 310001440017
 - 700000330023
 + 120000130013
 + 210002020033
 + 670004570030
 + 0460
 + 120000460055
 + 100000330046
 - 100000360004
 - 100000470044
 - 100000540007
 - 100000070005
 - 100000550002
 - 300004040000
 + 0470
 - 350000010472
 - 300005340000
 - 100002000003
 - 500300000000
 - 150000000012
 + 200000030012
 + 070000260000
 - 340005000502
 - 120361613202

+ 0500
 -000000000000
 -300004730000
 +210002020012
 +660004570012
 +120000030004
 +110400000000
 +120000000040
 -310020060017

+ 0510
 -100400410000
 -200405050202
 -100000120002
 +650004470200
 +120000510020
 +120000000001
 +100000020001
 +440100000000

+ 0520
 -200105170202
 +100002040001
 -200205160000
 -100000120002
 -100000260040
 -100000200001
 +440100000000
 +200002020040

+ 0530
 -200105260040
 +110002040020
 +120002050020
 -200205240000
 -100001730145
 +110000220216
 +120000000013
 +650005400034

+412514521610

+ 0540
 +120000510014
 -310001440017
 -100000130075
 -100000140076
 +000030000545
 +100000340013
 +120000000077
 -700001030104

+ 0550
 +120000000037
 +120000770032
 +110000510103
 +670005530014
 +120000510002
 +210002020103
 +660005660001
 +120000000035

+ 0560
 +210002020104
 +660005660036
 +100000360002
 -100200000000
 -200205630204
 +650005700001
 +130002040030
 +120000020002

+ 0570
 -200105620114
 +650005530037
 +120000510014
 -310001440017
 -700001040104
 +120000000037
 +130001040027
 +670005760000

+110627562601

+ 0600
 +2200020500001
 +110002000201
 +220002020015
 +110000510034
 +230002020000
 +670006050014
 +130000150030
 +120000010001

+ 0610
 -100100000000
 -200106100210
 +670006120114
 +230001040014
 +660006130012
 -300012070000
 -210002020062
 +660006060001

+ 0620
 +210002020061
 +670006060014
 +120000300050
 +650006210030
 +120000500051
 +650006210061
 +120000610047
 -100000500002

+ 0630
 -100000510003
 +240000400040
 +350300000000
 +160000400040
 -200306320204
 -310014270017
 -100000410046
 +440200460000

+001341311763

+ 0640
 +1200000000040
 -310013600017
 -600004000041
 -200206370202
 +100000610050
 +100000470051
 -600034000014
 -200106270000

+ 0650
 -600034000000
 -300000160000
 +210002020021
 +660006530030
 +130000220014
 +120002000011
 +110000300022
 +120000340663

+ 0660
 +650006540021
 +120002040031
 -310014530017
 +000000000000
 -101100000000
 +200002030031
 -201106640031
 +650006540200

+ 0670
 +120000300023
 +650006540021
 +120000000053
 -700000210021
 +120000340052
 +120000300024
 +650006540034
 +120000300025

+632726122367

+ 0700
 + 210000520201
 + 1200020000031
 - 100002120050
 + 100002020050
 + 200000210031
 - 320007030706
 + 210000210050
 + 1200000000047
 + 0710
 - 100001730145
 - 100000210031
 + 200000500031
 - 320007150714
 + 120000500050
 - 700000210050
 + 1200000000051
 + 670007170014
 + 0720
 + 120000520014
 + 210002020050
 + 660006530001
 - 100000240026
 - 100000260002
 - 100000230003
 - 1000000000040
 - 100007510041
 + 0730
 + 100002030041
 + 250300000040
 - 320007370733
 - 100300000040
 - 100000410004
 + 670007350114
 + 120002000011
 - 200307300203
 - 761215314664

+ 0740
 - 101102120000
 - 310014270017
 - 100000410054
 - 100000200000
 - 340007470745
 - 100000410040
 - 300007520000
 + 250002170054
 + 0750
 - 320007520751
 - 000000010000
 - 310013600017
 - 600004000041
 - 600034000000
 + 100000250004
 - 100400000040
 - 100000200000
 + 0760
 - 340007610764
 - 310013600017
 - 600004000041
 + 440000540040
 - 100200400000
 - 200207660202
 - 200407560053
 - 600034000000
 + 0770
 + 100000210026
 - 200107240000
 - 310001440017
 + 100000510013
 - 100000310000
 - 340007760016
 - 320007120016
 + 000000000000
 + 053062673770

+ 1000
 +00000000000000
 +00000000000000
 +00000000000000
 +00000000000000
 +00000000000000
 +4404000000040
 -1003004000000
 -2005101000053
 + 1010
 -2003100000202
 -6000340000000
 +100000210052
 -200110140203
 -200410150203
 -200207750000
 -310001440017
 +100000510013
 + 1020
 -100000310000
 -340010220016
 -320007630016
 -700000610062
 +1200000000044
 -100001720145
 -100000470000
 -320010301040
 + 1030
 +210002020044
 +660010320001
 +650010410030
 +130002000000
 +120000010001
 -100100000000
 -200110350204
 -300010440000

 -003211432735

+ 1040
 +650010410044
 +120002000014
 -100000640013
 -310001440017
 +110002000044
 +1200000000045
 +660010410042
 -700000600061
 + 1050
 +1200000000050
 -700000620060
 +1200005000050
 +210000440201
 +1200000000044
 +230000500000
 +1200000000047
 -320010601062
 + 1060
 -100000600041
 -300010740067
 -100000610043
 +230000620101
 -320010661065
 -100000620043
 -100002120041
 +100002020041
 + 1070
 +200000430044
 -320010671072
 +640010630041
 -100000600067
 +110002030066
 +1200000000046
 +230002040000
 -340011001102

 +240134476432

+ 1100
 -100002020051
 -300011030000
 -100000610051
 +210002020061
 +670011040030
 +130000420000
 +120002000043
 +200000410067
 + 1110
 -320011121111
 +120000410041
 -700000410061
 +120000000070
 +120000450050
 -100000630013
 +650011170070
 +120000450014
 + 1120
 -310001440017
 +100000700063
 -700000410062
 +120000000070
 +670011250000
 +120000500014
 -100000500030
 +210002020062
 + 1130
 +670011300030
 +120000500050
 +210002020041
 +660011260001
 -100000430044
 -100000500003
 -100000440002
 +240000400040
 +750126422767

+ 1140
 +350200000000
 +160000400040
 -200211400046
 +100000510044
 -100300400000
 -200311360202
 +100000620050
 +650011250061
 + 1150
 +120000430043
 -200111340000
 -100001730145
 -100000650013
 -310001440017
 +100000700065
 -100001720145
 -100000670000
 + 1160
 -320011611162
 -340011031162
 -700000620060
 +120000000014
 +210000140065
 +120000000064
 -100000470000
 -320011701200
 + 1170
 +210002020014
 +670011710030
 +120002000001
 +650011700030
 +120000010001
 -100100000000
 -200111750204
 -300012040000
 +511672605531

+ 1200
 -100000640013
 +650012010014
 +120002000014
 -310001440017
 -100002000030
 -100000000047
 -300000160000
 +710002060001
 + 1210
 +660012200022
 -100000320013
 +120000370033
 -100002130020
 -100001040021
 -100000510034
 -310006520016
 -100000750013
 + 1220
 -100000760014
 -100001720145
 -310001440017
 +100000150012
 +650012200104
 +120002040040
 -100000350001
 +210000010035
 + 1230
 +120000120012
 -101200000000
 -201212310210
 +710002060012
 +660012200022
 +200000400012
 -200112270000
 -100001030021

 -042635431343

+ 1240
 +200002020020
 -700001030103
 +120000000037
 -100000330013
 +120000370037
 -310006520016
 -100001030060
 -100001040061
 + 1250
 +120000000062
 -100000770063
 +120000000065
 -100000320064
 -100002020066
 -100012540047
 -310010230016
 -100000330063
 + 1260
 -100001030061
 -100001040066
 -100000370065
 -310010230016
 -100000350001
 +650013050030
 +120000300040
 +650013100022
 + 1270
 +120000000002
 +110000400036
 +120000000041
 +100000010002
 -100000410003
 +240000420042
 +350300000000
 +160000420042

 +730407462002

+ 1300
 -200312760204
 +100001040041
 -100200420000
 -200212740202
 +650013050104
 +130001040014
 +120000400040
 +100002020002

+ 1310
 -200112710114
 +200002020020
 -100000370013
 -310006520016
 -100001030060
 +120000000061
 +120000000062
 -100000370063

+ 1320
 -100000330064
 +120000000065
 -100001030066
 -100013220047
 -310010230016
 -100000300030
 -310006160016
 -100000770063

+ 1330
 -100000320064
 -100000370065
 -100001040061
 +120000000062
 -100001040066
 -100013340047
 -310010230016
 -100000330063

+361157442571

+ 1340
 -1000001030061
 -1000000370065
 -310010230016
 -1000001030062
 -1000001040061
 -1000000300030
 -310006160016
 -000000000000

+ 1350
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000
 +000000000000

+ 1360
 -100000400045
 -750000000041
 +610013700045
 -340013641402
 -320013651370
 +100014170042
 +450014200045
 -300013620045

+ 1370
 +530014210036
 -320013721375
 +340014200045
 +200014170042
 +330013621416
 -6400000450045
 +530014220000
 -320014021400

-200260120557

+ 1400
 +4000014220045
 +2000014170042
 -1000014230043
 +8000014240045
 +7200000430044
 +7600000410041
 +6400014170043
 +5000000440045
 + 1410
 -3400014031411
 +5100014250042
 -3200014131414
 -7400014260042
 +6000014210042
 -1600000420041
 -3000000170000
 +0100000000104
 + 1420
 +5000000000004
 +03000000000136
 +063146314632
 -7400000000000
 +5000000000000
 +1200000000000
 +0600000000000
 +7100014520040
 + 1430
 +0600000400043
 +3600014510041
 -3400014331446
 +1600014510041
 -1000000410042
 +4500000420043
 +1700000420036
 +3600014510041
 -343444313062

+ 1440
 +2700000420136
 -3400014341442
 +6100014360040
 +6700014430101
 +6200014400042
 -7200000420041
 -1400000400041
 -3200000171450
 + 1450
 -0000000000040
 +4000000000000
 -0000000000076
 -1000000170006
 +7117000001770
 -3000014560053
 -720020050052
 +0600000530046
 + 1460
 +1200017740047
 +2100017770046
 -3000014630050
 +0517000000053
 -3000014650051
 +6600017170065
 +7600000510051
 +6500017350046
 + 1470
 +1200017750074
 +1200017750073
 +6500017250074
 +3600017710072
 -1000000530001
 -1000000500002
 -1000117730000
 -1000117720001
 -464412457217

+ 1500
 -200114771775
 +100000470001
 -200214760000
 -100117730000
 -100000000054
 -100000000040
 -100000500002
 -100000510001
 + 1510
 +100000020001
 +350100010001
 +160000400040
 -200115112001
 +100020040001
 -200215100000
 +140000400040
 -310017550017
 + 1520
 -100000410060
 +360020020061
 +440000720060
 -100017770055
 -100000000056
 +110000560065
 -300015270001
 -100000740057
 + 1530
 +200017750057
 -200115300057
 -100000010002
 +100000550001
 -200115341775
 +550100600000
 -320015371734
 -340015401734

 -661636413024

+ 1540
 -100017750054
 -100000730057
 +110000550065
 -300015440003
 +200017750057
 -200315440057
 +100000560002
 -200215471775
 + 1550
 +650017220003
 +760000020004
 +140100000000
 -300015540062
 -110000620062
 +250400000000
 +460020030063
 +350000620062
 + 1560
 -300015610040
 +350000630063
 +160000400040
 -310017550017
 -100000630063
 -320015671566
 -110000620062
 +440000410062
 + 1570
 +350000620062
 -300015720040
 +250000401773
 -300015740040
 -310017550017
 +150017730041
 +360020030040
 -310017550017

 -131604647450

+ 1600
 +440000410062
 +350000620062
 -300016030040
 +250000401773
 -300016050040
 -310017550017
 -100000410063
 -100000000064
 + 1610
 +210000560064
 -340016121613
 -320016711674
 -100017770007
 -100000520004
 +100000640004
 -200416160974
 -100000040005
 + 1620
 +100000560004
 -200416211775
 +100000550005
 -200516231775
 +350500620000
 -300016260040
 +350400630000
 +260000400041
 + 1630
 +350400620000
 -300016320040
 +350500630000
 +160500400000
 -100400410000
 -200716650000
 -100000650004
 +100000660004

 -066173442531

+ 1640
 -200416401775
 -100000650005
 +100000670005
 -200516431775
 -100000740057
 +100000700004
 +200017750057
 -200416460057
 + 1650
 -100000740057
 +100000710005
 +200017750057
 -200516520057
 +350500620000
 -300016560040
 +350400630000
 +260000400041
 + 1660
 +350400620000
 -300016620040
 +350500630000
 +160500400000
 -100400410000
 +210000460064
 -340016671712
 +100017770064
 + 1670
 -300016100000
 +210000550064
 -340016731613
 -320017051702
 -100000560066
 -100000640070
 -100000550067
 -100000640071

 +246021023046

+ 1700
 -1000000000007
 -300016140000
 -100000560070
 -100000640066
 -300016760000
 -100000550071
 -100000640067
 -100000560070

+ 1710
 -100000640066
 -300017000000
 +350200630000
 +360000630040
 +350200620000
 +360000620041
 +350300620000
 +370000620114

+ 1720
 +160000400040
 +350300630000
 +370000630014
 +160000410041
 +350120030000
 +370000620030
 +360000630042
 +250000420040

+ 1730
 -300217310000
 +150000420041
 -300317330000
 -100100000000
 +210017770055
 +230000560130
 -340017371741
 +100017770056

+062331573510

+ 1740
 -300015250000
 +210000460055
 -340017431745
 +100017770055
 -300015240000
 +210017750054
 -340017511747
 -100000000054

+ 1750
 -300015230000
 +250000610060
 -320017531754
 -340015221754
 -300600010000
 -100000400041
 -320017601757
 -000000000040

+ 1760
 +630017600107
 -340017621767
 -100000410042
 +450000420040
 +160000420041
 -730017660041
 +270000420001
 -340017620017

+ 1770
 -777700007777
 +400000000015
 +000000000177
 +400000000001
 +000000000002
 +000000000001
 +000000010000
 +000100000000

-571126755044

+ 2000
 + 40000000000000
 + 00000000100001
 + 40000000000123
 + 40000000000002
 + 00000000200002
 + 0000000007777
 - 100020260045
 - 750020260041
 + 2010
 - 100000400043
 + 660020120044
 + 070020270040
 - 340020162014
 - 100000420045
 - 300020220000
 + 350020300044
 + 370000420104
 + 2020
 + 160000410041
 + 340020310042
 + 640020170043
 - 340020112024
 + 450000450041
 - 301700000041
 + 4000000000001
 + 7000000000000
 + 2030
 + 4000000000005
 + 5000000000004
 + 0000000000000
 + 0000000000000
 + 0000000000000
 + 0000000000000
 + 0000000000000
 + 0000000000000
 + 712145445154

С о д е р ж а н и е

1. Введение I
2. У. Опер, Ввод и контроль прямоугольных таблиц 4
3. А. Иенк, У. Опер, Регрессионный анализ.....23
4. У. Опер, Образование новых параметров67
5. У. Опер, Определение главных компонент и регрессионный анализ над главными компонентами73
6. М. Каролин, И. Петерсен, Определение оптимального направления продвижения при многопараметрических задачах оптимизации на основании статистических данных114
7. М. Каролин, Прогноз значений и дисперсий линейной комбинации выходов при заданных значениях входов регрессионным анализом135
8. К. Пукк, Определение канонических корреляций и коэффициентов канонических величин154

Тартуская Центральная
городская библиотека
им. Н. В. Гоголя

Программы для ЭЦВМ "Минск-2"
выпуск 2

Редакционно-издательский совет
Академии наук Эстонской ССР
Таллин, ул.Сакала, 3

Ротапринт ПИ "Коммуналпроект"
Заказ I62-66 MB-05546. Тираж 800.
Печатных листов II,75
Учетно-издательских листов 6,86

Цена 35 коп.

В первом выпуске обнаружены следующие ошибки:

стр. 5	КС СП-0063	-7I6372II2557
	должно быть	+45572046432I
стр. 6	КС СП-0067	+I6002545I502
	должно быть	+I4764053I343
стр. 6	КС СП-007I	-340662237253
	должно быть	-44066302726I
стр. 6	КС СП-0076	-635372243664
	должно быть	-6I5372243664
стр. 28	7 строка снизу	ячейки 000I-0006
	должно быть	ячейки 000I-0007
стр. 35	5 строка снизу	7325) +0000000I000I
	должно быть	7326) +0000000I000I
стр. 35	4 строка снизу	7326) +400000000I23
	должно быть	7327) +400000000I23
стр. 42	команда	7I46 +450000540055
	должно быть	7I46 +450000550054
стр. 52	команда	7000 -I5000I707606
	должно быть	7000 -I5000I707607
	команда	700I -300070057605
	должно быть	700I -300070057606
	команда	7002 -I5000I707606
	должно быть	7002 -I5000I707607
	команда	7003 -300070047605
	должно быть	7003 -300070047606
	команда	703I -I5000I707606
	должно быть	703I -I5000I707607
	команда	7032 -300070337605
	должно быть	7032 -300070337606

Программы для ЭЦВМ "Минск-2"
выпуск 2

Редакционно-издательский совет
Академии наук Эстонской ССР
Таллин, ул.Сакала, 3

Ротапринт ПИ "Коммуналпроект"
Заказ I62-66 МВ-05546. Тираж 800.
Печатных листов II,75
Учетно-издательских листов 6,86

Цена 35 коп.

В первом выпуске обнаружены следующие ошибки:

стр. 5	КС СП-0063	-7I6372II2557
	должно быть	+45572046432I
стр. 6	КС СП-0067	+I6002545I502
	должно быть	+I4764053I343
стр. 6	КС СП-007I	-340662237253
	должно быть	-44066302726I
стр. 6	КС СП-0076	-635372243664
	должно быть	-6I5372243664
стр. 28	7 строка снизу	ячейки 000I-0006
	должно быть	ячейки 000I-0007
стр. 35	5 строка снизу	7325) +0000000I000I
	должно быть	7326) +0000000I000I
стр. 35	4 строка снизу	7326) +400000000I23
	должно быть	7327) +400000000I23
стр. 42	команда	7I46 +450000540055
	должно быть	7I46 +450000550054
стр. 52	команда	7000 -I5000I707606
	должно быть	7000 -I5000I707607
	команда	700I -300070057605
	должно быть	700I -300070057606
	команда	7002 -I5000I707606
	должно быть	7002 -I5000I707607
	команда	7003 -300070047605
	должно быть	7003 -300070047606
	команда	703I -I5000I707606
	должно быть	703I -I5000I707607
	команда	7032 -300070337605
	должно быть	7032 -300070337606

стр. 54	команда	7II3	+2I0074I67603
	должно быть	7II3	+II0074I57603
стр. 60	команда	74I5	-000000007I43
	должно быть	74I5	-000000607I43
стр. 67	6 строка сверху	000I-0006	и нестандартные
			рабочие ячейки
	должно быть	000I-0006,00I5,00I6	и не-
			стандартные рабочие ячей-
			ки
стр. 86	команда	7030	+76007I37004I
	должно быть		+I2007I37004I
стр. 87	команда	704I	-6I0060007063
	должно быть	704I	-6I0060007I63
стр. 89	команда	7I72	+777777777400
	должно быть	7I72	-777777777400
стр. I04	команда	7007	-320070I5I0I0
	должно быть	7007	-320070I570I0

Цена 35 ^{с.} коп.

XI
A-12187
133030