# MAJANDUSLIKUD ARVUTUSED

D. P. Kutšma

EESTI TARBIJATE KOOPERATIIVIDE VABARIIKLIK LIIT

D. P. KUTŠMA

# MAJANDUSLIKUD ARVUTUSED



KIRJASTUS «VALGUS» • TALLINN 1968

Kunstiliselt kujundanud *K. Vanaveski*

Originaali tiitel:

Д. П. Кучма

ХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ
2-е издание
Допущено Управлением кадров и учебных заведений Центросоюза в качестве учебника для кооперативных техникумов и училищ
Издательство Центросоюза, Москва, 1961

Raamatus on toodud majanduslike arvutuste tegemiseks vajalikud arvutusviisid ja -võtted. Tutvustatakse arvelaua, arvutusmasinate «Feliks» ja BK-1 ning arvutuslükati käsitsemist.

Raamat on kasutatav õpikuna kooperatiivkoolides.

Vene keelest tõlkinud *O. Veel* ja *M. Klement*

## SISSEJUHATUS

Nõukogude kaubandustöötajate tähtsaks ülesandeks on suurendada kaubakäivet, tõsta kaubanduskultuuri, laiendada ja parandada kaupade sortimenti.

Selle ülesande täitmisel tuleb kooperatiivkaubanduse töötajail iga päev teha mitmesuguseid arvutusi. Nende töö on seda produktiivsem, mida rohkem kasutatakse ratsionaalseid arvutusviise ning -võtteid, samuti mitmesuguseid mehaanilisi arvutusvahendeid.

Majanduslike arvutuste tegemisel tuleb kinni pidada arvutustehnika põhireeglitest. See tagab õigete tulemuste saavutamise vähima töö- ja ajakuluga.

Arvutustehnika põhireeglid on järgmised.

Numbrid ja tehtemärgid tuleb kirjutada täpselt ning selgelt.

Liidetavad või lahutatavad arvud on vaja kirjutada nii, et ühesugused järgud asetseksid täpselt üksteise all. Arvutused tuleb paigutada kindla süsteemi kohaselt, mis hõlbustab ülevaate saamist kogu lahendamise käigust.

Tehteid ja vahepealseid arvutustulemusi on tingimata vaja kontrollida kohe lahendamise käigus, sest viga muudab edasise arvutamise kasutuks ning tekitab asjatut ajakulu.

Ligikaudsete arvudega arvutamisel tuleb eelnevalt kindlaks määrata minimaalne kohtade arv, mis on vaja säilitada, et saada nõutud täpsusega tulemus.

Ülesande lahendamisel tuleb kasutada selliseid arvutamist hõlbustavaid vahendeid, mis võimaldavad otsitava tulemuse saada kõige kiiremini.

I peatükk

# METROLOOGIA

## § 1. ÜLDMÕISTED

Meetermõõdustik on kasutusel peaaegu kõigis riikides, välja arvatud Inglismaa, Ameerika Ühendriigid jt. Meetermõõdustiku laialdase leviku on põhjustanud tema eelised, võrreldes teiste mõõdusüsteemidega.

Meetermõõdustik põhineb kümnendsüsteemil samuti nagu arvusüsteem. Meetermõõdustikuks nimetatakse teda seepärast, et tema aluseks on võetud pikkusühik — meeter.

Et saada koguselist ettekujutust mingist suurusest (pikkusest, kaalust, ajast jm.), tuleb seda mõõta, s. t. võrrelda teise sama liiki suurusega, mis on võetud ühikuks. Ühikuid, mis on saadud põhiühikutest korrutamise või jagamise teel, nimetatakse tuletatud ühikuteks. Kõikide põhi- ja tuletatud ühikute kogum on mõõdusüsteem. Õpetust suuruste mõõtmisest, mõõtühikutest ja mitmesugustest mõõdusüsteemidest nimetatakse metroloogiaks.

Igal maal olid ammust ajast kasutusel oma mõõtühikud. Nii näiteks oli Venemaal pikkusühikuks süld, mis võrdus ülessirutatud käega inimese pikkusega (jalakannast kuni keskmise sõrme otsani). Peale tavalise sülla olid mõõtühikuteks käsisüld (laialisirutatud käte pikkus) ja kaldsüld (jalakannast kuni ülessirutatud käe otsani, põiki üle keha).

Lääne-Euroopa maades — Saksamaal, Prantsusmaal, Inglismaal ja mujal — oli vanasti pikkusühikuks labajala pikkus, mida nimetati jalaks. See ühik erines suuruselt mitte ainult igal maal, vaid isegi nende maade üksikutes provintsides.

Tatari ikke ajal hakati Venemaal kasutama uut pikkusühikut — arssinat. Arssin võrdus käe või piitsavarre pikkusega. 1649. aasta seadusega kehtestati, et süllas peab olema täpselt kolm arssinat. Arssin jagunes neljaks veerandiks (kaugus pöidla ja esimese sõrme vahel), veerand arssinat omakorda neljaks verssokiks (esimese sõrme kahe ülemise lüli pikkus).

Kaubandussidemete elavnemise tõttu Inglismaaga XVIII sajandi algul võrdsustati süld seitsme inglise jalaga. See oli esimeseks katseks kooskõlastada mõõtühikuid rahvusvaheliste kaubandussuhete lihtsustamiseks.

Et saada selgemat ettekujutust raskustest kaubandussuhetes eri maade vahel, toome alljärgnevalt võrdlusandmed mitmesuguste maade jalgade pikkuse suhte kohta inglise jalasse (1826. a.):

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| varssavi jalg | moodustas | ligikaudu | 0,9769 | inglise | jalga |
| austria jalg | ,, | ,, | 1,0371 | ,, | ,, |
| preisi jalg | ,, | ,, | 1,0297 | ,, | ,, |
| hispaania jalg | ,, | ,, | 0,9273 | ,, | ,, |
| rootsi jalg | ,, | ,, | 0,9739 | ,, | ,, |
| prantsuse jalg | ,, | ,, | 1,0657 | ,, | ,, |
| taani jalg | ,, | ,, | 1,0289 | ,, | ,, |
| hollandi jalg | ,, | ,, | 0,9295 | ,, | ,, |
| portugali jalg | ,, | ,, | 1,1109 | ,, | ,, |

Seega tekitas ühtede mõõtühikute ümberarvutamine teistesse suuri raskusi.

XVIII sajandi lõpul moodustati Prantsusmaal väljapaistvatest teadlastest komisjon, kellele tehti ülesandeks valida selline mõõtühik, mis ei sisaldaks midagi meelevaldset ega midagi seesugust, mis väljendaks maakera mistahes rahvuse eripärasust. See oli ainuke viis mõõtühikute ühtsustamiseks eri maade vahel. Ühik pidi olema rangelt püsiv ja kaotsimineku puhul kergesti taastatav.

Pikkusühikuks võeti üks neljakümne miljondik Pariisi observatooriumi läbiva meridiaani pikkusest ja see nimetati meetriks.

Pärast meetri pikkuse kindlaksmääramist valmistati mitu meetri näidist. Üks plaatinast valmistatud eksemplar anti 1799. aastal hoiule Prantsuse Rahvuslikku Arhiivi. Sellele pandi nimeks arhiivimeeter.

Kuid hilisemad meridiaanikaare mõõtmised näitasid, et selle pikkus on veidi suurem. Seetõttu osutus valmistatud meeter kavatsetust ligikaudu 0,0002 m võrra lühemaks.

1872. a. valmistas rahvusvaheline meetrimõõdu komisjon plaatina ja iriidiumi sulamist arhiivimeetri koopiad. Nendest üks osutus täpsuselt võrdseks arhiivimeetriga ja nimetati meetri rahvusvaheliseks prototüübiks. Selle meetri koopiad anti kõikidele rahvusvahelisest mõõtude ja kaalude konverentsist osavõtjatele. Venemaa sai kaks meetri koopiat.

1889. aastal otsustas rahvusvaheline kaalude ja mõõtude konverents lugeda meetermõõtude süsteemi aluseks mitte üht neljakümne miljondikku Pariisi meridiaanist, vaid jää sulamistemperatuuril esinevat kaugust kahe kriipsu telgede vahel plaatinairiidiumprototüübil, mida hoitakse Rahvusvahelises Mõõtude ja Kaalude Büroos.

Massi põhiühikuks võeti ühe kuupsentimeetri (sentimeeter = =1/100 meetrit) keemiliselt puhta vee mass kõige suurema tiheduse juures (temperatuuril ligikaudu +4° C).

Üheaegselt meetri prototüübiga anti Prantsuse Rahvuslikku Arhiivi hoiule ka plaatinast kaaluviht, mille mass oli võrdne 1000 grammiga ehk ühe kuupdetsimeetri (detsimeeter = 0,1 meetrit) keemiliselt puhta vee massiga kõige suurema tiheduse puhul. Sellele vihile pandi nimeks arhiivikilogramm.

Ebatäpsus, mis avastati meetri pikkuse määrangus, tõi kaasa ebatäpsuse ka kilogrammi suuruse määrangus. Seepärast defineeriti kilogrammi massi kui arhiivikilogrammi massi, grammi aga kui tuhandikku osa kilogrammist. Arhiivikilogrammi järgi valmistati plaatina ja iriidiumi sulamist koopiad, millest üks tunnistati kilogrammi rahvusvaheliseks prototüübiks. Venemaa sai kaks rahvusvahelise kilogrammi koopiat. 1889. aastal andis rahvusvaheline mõõtude ja kaalude konverents massiühikule järgmise definitsiooni: «Kilogramm on Rahvusvahelises Mõõtude ja Kaalude Büroos hoitava ning kaalude ja mõõtude üldkonverentsi poolt kilogrammi rahvusvaheliseks algkujuks tunnistatud plaatinairiidiumsilindri mass.»

Mõõdusüsteem peab olema kohane nii mõõtmisel kui ka mõõtmise tulemuste kasutamisel.

Meetermõõdustiku kasutamine on väga mugav, sest ta rajaneb kümnendsüsteemil. Seetõttu on ühtesid mõõtühikuid väga kerge teistesse ümber arvutada.

## § 2. MEETERMÕÕDUSTIK

Juba 1889. aastal tunnistasid Venemaa ja suurem osa riike rahvusvaheliseks mõõdusüsteemiks meetermõõdustiku. Kohustuslikuna võeti ta meie maal kasutusele alles nõukogude võimu poolt Rahvakomissaride Nõukogu dekreediga 17. septembril 1918. aastal.

Nimetatud dekreedis öeldi: «Pikkuse põhiühikuks võtta meeter, massi põhiühikuks aga kilogramm. Meetermõõdustiku põhiühikute näidisteks võtta iriidiumilisandiga plaatinast valmistatud rahvusvahelise meetri koopia nr. 28 ja rahvusvahelise kilogrammi koopia nr. 12, mis anti Venemaale esimese rahvusvahelise kaalude ja mõõtude konverentsi poolt Pariisis 1889. a. ning säilitatakse Kaalude ja Mõõtude Peapalatis Petrogradis.»

Meetermõõdustiku ühikute nimetuste aluseks on järgmised ühikud:

m e e t e r — pikkusühik ja kogu meetermõõdustiku alus;

g r a m m — massiühik;
l i i t e r — vedelike ja puistainete mahuühik;
a a r — maa pindalaühik.

Põhiühikutest suuremate ühikute nimetuste saamiseks lisatakse põhiühikute nimetustele järgmised eesliited: deka — 10, hekto — 100, kilo — 1000.

Põhiühikutest väiksemate ühikute nimetuste saamiseks lisatakse põhiühikute nimetustele järgmised eesliited: detsi — $^1/_{10}$, senti — $^1/_{100}$, milli — $^1/_{1000}$.

Selle tulemusena saadakse järgmised nimetused.

**Pikkusühikud**

| | | |
|---|---|---|
| Kilomeeter | — 1000 | meetrit |
| Hektomeeter | — 100 | „ |
| Dekameeter | — 10 | „ |
| Meeter | | |
| Detsimeeter | — $^1/_{10}$ | „ |
| Sentimeeter | — $^1/_{100}$ | „ |
| Millimeeter | — $^1/_{1000}$ | „ |

**Massi-(kaalu-)ühikud**

| | | |
|---|---|---|
| Kilogramm | — 1000 | grammi |
| Hektogramm | — 100 | „ |
| Dekagramm | — 10 | „ |
| Gramm | | |
| Detsigramm | — $^1/_{10}$ | „ |
| Sentigramm | — $^1/_{100}$ | „ |
| Milligramm | — $^1/_{1000}$ | „ |

Niiviisi moodustatakse kõik tuletatud ühikud, korrutades või jagades põhiühikuid arvudega 10, 100, 1000. Seepärast nimetatakse meetersüsteemi k ü m n e n d s ü s t e e m i k s.

Kõik mõõdud on seotud pikkusmõõtudega. Nii näiteks on gramm 1 cm$^3$ vee mass, kilogramm — 1000 cm$^3$ vee mass ja liiter — 1000 cm$^3$ vee maht temperatuuril, mil vee tihedus on kõige suurem. Suurima tiheduse temperatuuril kaalub 1 l vett 1 kg. Pindalaühik aar võrdub 100 ruutmeetriga.

T a b e l 1

**Meetermõõdustik**

*Pikkusühikud*

| Nimetus | Suhe põhiühikuga | Lühend |
|---|---|---|
| Meeter . . . . . . . . | Pikkuse põhiühik | m |
| Kilomeeter . . . . . . . | 1000 meetrit | km |
| Detsimeeter . . . . . . . | $^1/_{10}$ „ | dm |
| Sentimeeter . . . . . . . | $^1/_{100}$ „ | cm |
| Millimeeter . . . . . . . | $^1/_{1000}$ „ | mm |

*Massi-(kaalu-)ühikud*

| Nimetus | Suhe põhiühikuga | Lühend |
|---|---|---|
| Kilogramm . . . . . . . | Massi (kaalu) põhiühik | kg |
| Tsentner . . . . . . . . | 100 kilogrammi | ts |
| Tonn . . . . . . . . . | 1000 „ | t |
| Gramm . . . . . . . . | $^1/_{1000}$ „ | g |
| Detsigramm . . . . . . | $^1/_{10\,000}$ „ | dg |
| Sentigramm . . . . . . | $^1/_{100\,000}$ „ | cg |
| Milligramm . . . . . . . | $^1/_{1\,000\,000}$ „ | mg |

*Pindalaühikud* (ruutühikud)

| Nimetus | Suhe põhiühikuga | Lühend |
|---|---|---|
| Ruutmeeter . . . . . . . | Pindala põhiühik | $m^2$ |
| Aar (ruutdekameeter) . . . | 100 ruutmeetrit | a |
| Hektar (ruuthektomeeter) . | 10 000 „ | ha |
| Ruutkilomeeter . . . . . | 1 000 000 „ | $km^2$ |
| Ruutdetsimeeter . . . . . | $^1/_{100}$ „ | $dm^2$ |
| Ruutsentimeeter . . . . . | $^1/_{10\,000}$ „ | $cm^2$ |
| Ruutmillimeeter . . . . . | $^1/_{1\,000\,000}$ „ | $mm^2$ |

*Mahu- ehk ruumalaühikud* (kuupühikud)

| Nimetus | Suhe põhiühikuga | Lühend |
|---|---|---|
| Kuupmeeter . . . . . . . | Ruumala põhiühik | $m^3$ |
| Kuupdetsimeeter . . . . . | $^1/_{1000}$ kuupmeetrit | $dm^3$ |
| Kuupsentimeeter . . . . . | $^1/_{1\,000\,000}$ „ | $cm^3$ |
| Kuupmillimeeter . . . . . | $^1/_{1\,000\,000\,000}$ „ | $mm^3$ |
| Liiter . . . . . . . . . | Mahu põhiühik | l |
| Dekaliiter . . . . . . . | 10 liitrit | dal |
| Hektoliiter . . . . . . . | 100 „ | hl |
| Kiloliiter . . . . . . . . | 1000 „ | kl |

Kuna meetermõõdustik on tänapäeval kehtestatud peaaegu kõigis riikides, on ta rahvusvaheliseks mõõdusüsteemiks.

## § 3. VENE MÕÕTÜHIKUTE SÜSTEEM

Enne meetermõõdustiku rakendamist kasutati Venemaal mõõdusüsteemi, millest väljavõtted on toodud tabelis 2.

Tabel 2

**Tähtsamad vene mõõtühikud**

| Nimetus | Seos teiste vene mõõtühikutega | Seos meetermõõdustiku ühikutega |
|---|---|---|
| *Pikkusühikud* | | |
| Miil . . . . . . . . . | 7 versta | 7,468 km |
| Verst . . . . . . . . . | 500 sülda | 1,067 km |
| Süld . . . . . . . . . | 3 arssinat ehk 7 jalga | 2,134 m |
| Arssin . . . . . . . . . | 16 verssokit ehk 28 tolli | 0,711 m |
| Verssok . . . . . . . . | — | 4,445 cm |
| Jalg . . . . . . . . . | 12 tolli | 30,48 cm |
| Toll . . . . . . . . . . | 10 liini | 2,54 cm |
| Liin . . . . . . . . . | — | 2,54 mm |
| *Kaaluühikud* | | |
| Puud . . . . . . . . . | 40 naela | 16,38 kg |
| Nael . . . . . . . . . | 96 solotnikku | 409,5 g |
| Solotnik . . . . . . . . | 96 dooli | 4,27 g |
| Jagu . . . . . . . . . | — | 0,0444 g |
| *Pindalaühikud* | | |
| Tessatin . . . . . . . . | 2400 ruutsülda | 1,0925 ha |
| Ruutsüld . . . . . . . . | — | 4,5522 $m^2$ |

## § 4. MEETERMÕÕTUDE PEENESTAMINE JA ÜLESTAMINE

Kõrgema järgu mõõdu asendamist madalama järgu mõõduga nimetatakse peenestamiseks.

**Näide.** Peenestada 35 ts 40 kg kilogrammideks.

Lahendus. Algul tuleb 35 korrutada 100-ga, sest tsentneris on 100 kg. Lihtsamalt toimides võib 35 järele kirjutada kaks nulli. Saame 3500 kg, millele liidame 40 kg. Seega

35 ts 40 kg = 3540 kg

**Näide.** Peenestada 13 m 45 cm sentimeetriteks.

Lahendus. Meetris on 100 sentimeetrit, seepärast

13 m 45 cm = 1345 cm

Madalama järgu mõõdu asendamist kõrgema järgu mõõduga nimetatakse ülestamiseks.

**Näide.** Ülestada 945 kg tsentneriteks.

Lahendus. Tsentneris on 100 kg. Et teada saada, mitu tsentnerit on 945 kilogrammis, tuleb 945 jagada 100-ga, s. o. eraldada komaga paremalt vasakule kaks numbrit. Saame

9,45 ts ehk 9 ts 45 kg

**Näide.** Ülestada 426 860 m kilomeetriteks.

Lahendus. Kilomeetris on 1000 meetrit. Järelikult tuleb 426 860 jagada 1000-ga, s. o. eraldada komaga paremalt vasakule kolm numbrit. Saame

426,860 km ehk 426 km 860 m

## § 5. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Millal ja kelle korraldusega rakendati meie maal meetermõõdustik?
2. Mida nimetatakse meetriks?
3. Mida nimetatakse kilogrammiks?
4. Nimetage kõik meetermõõdustiku põhiühikud.
5. Milline eelis on meetermõõdustikul võrreldes teiste mõõdusüsteemidega?

### Ülesanded

1. a) Lugeda 857,925 m kilomeetrites, meetrites ja millimeetrites;
   b) lugeda 3675 m kilomeetrites;
   c) lugeda 1850,74 m detsimeetrites;
   d) lugeda 137,86 m sentimeetrites;
   e) lugeda 82,475 m millimeetrites
2. Muuta:

kilogrammideks: a) 1375 g; b) 12,856 g; c) 913 g; d) 14 g;
tsentneriteks: a) 2875 kg; b) 456 kg; c) 7,8 kg; d) 890 g;
tonnideks: a) 22 856 kg; b) 3487 kg; c) 75 kg; d) 8,9 kg

3. Väljendada ruutmeetrites:
   a) 752 dm²; b) 87 cm²; c) 615 mm²; d) 54,785 ha
4. Väljendada kuupmeetrites:
   a) 5684 dm³; b) 7826 cm³; c) 58 dm³

5. Väljendada liitrites:

a) 275,67 kl; b) 58,7 dal; c) 145 kl; d) $^1/_4$ hl; e) $^1/_2$ hl

6. Väljendada hektoliitrites:

a) 165 l; b) 18,7 dal; c) 1275 dal

7. Mitu meetrit, detsimeetrit, sentimeetrit ja millimeetrit on järgmiste arvude summas:

a) 65 m 85 cm 7 mm+5 m 97 cm+217 m 9 cm 6 mm+55 cm 8 mm+ +115 m 13 cm 8 mm+30 m 9 cm 3 mm

b) 615 m 35 cm 6 mm+675 m 18 cm+5 dm 7 mm+ +17 m 6 dm 7 cm 5 mm

8. Mitu kilogrammi ja grammi on järgmiste arvude summas:

a) 75 kg 125 g+98,5 g+3 kg 8 g+22 kg 44 g+215 g+7 kg 75 g

b) 50 kg 66 g+24 kg 9 g+150 kg 14 g+575 g+1 kg 24 g

9. Lahutada:

a) 25 kg 83 g — 7 kg 244 g

b) 18 t 815 kg 44 g — 3 t 926 kg 65 g

c) 320 ha 28 a 83 m² — 124 ha 43 a 92 m²

10. Korrutada:

a) 5 kg 287 g×275

b) 23 m 7 dm 2 cm×157

11. Jagada:

a) 8 dm 24 cm : 8

b) 250 t : 12 ts 50 kg

12. Mitu võileiba saab valmistada 6 kg 900 g vorstist, kui norm on 46 g vorsti ühele võileivale?

13. Arvutada 265 g jaroslavli juustu maksumus, kui 1 kg hind on 2 rbl. 80 kop.

14. Arvutada 475 g maksavorsti maksumus, kui 1 kg hind on 1 rbl. 70 kop.

15. Arvutada 12 m 80 cm sitsi maksumus, kui 1 m hind on 57 kop.

16. Arvutada 835 g puhastatud kana maksumus, kui 1 kg hind on 1 rbl. 25 kop.

17. Ühe portsjoni praetud vasikarinna kohta on ette nähtud 15 g võid. Mitme portsjoni peale võib kulutada 2,25 kg võid?

18. 162,5 kg kaupa maksab 305 rbl. 50 kop. Arvutada 1 t hind.

19. 69 m kaupa maksab 372 rbl. 60 kop. Arvutada 1 m hind.

20. Üks nael võrdub 409,5 grammiga. Teisendada 28 naela kilogrammideks.

21. Teisendada 2500 puuda tonnideks.

II peatükk

# ARVUTAMISE LIHTSUSTAMISE VÕTTED

Arvelduste lihtsamalt ja kiiremalt sooritamiseks on vaja tunda arvutamise lihtsustamise võtteid.

Selles peatükis esitatakse arvutusvõtteid, mis võimaldavad kergesti ja kiiresti sooritada peast ja kirjalikult neli aritmeetilist tehet. Ühtlasi tutvustatakse aritmeetiliste tehete tulemuste ratsionaalseid kontrollimismeetodeid.

Arvutuste sooritamisel on vaja kinni pidada järgmistest põhinõuetest:

a) arvutada lihtsustamise võtete abil, mis vähendavad arvutustehete hulka või asendavad keerukad ning töömahukad tehted kergemate ja lihtsamatega;

b) numbrid kirjutada selgelt, eraldades klassid suuremate vahedega;

c) enne arvutamist määrata kindlaks vastuse nõutav täpsus, millega seoses rakendada ligikaudse arvutamise reegleid;

d) võimaluse korral kasutada peastarvutamist;

e) lahenduse käigus kontrollida kõiki vahepealseid tehteid;

f) rakendada arvutuste lihtsustamise võtteid ja ligikaudsete arvutuste reegleid mitte ainult peast- ja kirjalikult arvutamisel, vaid ka arvelaua ja arvutusmasina kasutamisel.

## § 6. LIITMISE LIHTSUSTAMISE VÕTTED

### Peastliitmine

#### Järkude viisi liitmine

Esimesele liidetavale lisatakse teine liidetav järk-järgult.

**Näide.** 634+243

L a h e n d u s. Peastliitmist alustame kõrgematest järkudest ning iga järgu liidame eraldi:

$$634+200=834; \quad 834+40=874; \quad 874+3=877$$

Liitmise tulemused ütleme sellises järjestuses: 834, 874, 877.

### Liitmine ümmarguse arvuni täiendamise abil

*Ümmarguseks arvuks* nimetatakse arvu, mis lõpeb ühe või mitme nulliga. *Täiend* on antud arvu ja sellele lähedase ümmarguse arvu vahe. Näiteks on arvu 294 täiendiks 300-ni 6, arvu 498 täiendiks 500-ni 2 jne.

Kui liidetavad on ümmargustele arvudele lähedased, asendatakse nad nende ümmarguste arvudega, sooritatakse liitmine ja summast lahutatakse liidetavate täiendite summa.

**Näide.** $86+47$

*Lahendus.* Arvu 86 täiendiks 100-ni on 14. Seepärast on sobiv 86-le liita 14, 47-st lahutada 14 ning jäägiga 33 liita 100. Niisiis:

$$86+47=(47-14)+(86+14)=33+100=133$$

**Näide.** 3 rbl. 78 kop. + 1 rbl. 67 kop.

*Lahendus.* (3 rbl. 78 kop. + 22 kop.) + (1 rbl. 67 kop. − − 22 kop.) = 4 rbl. + 1 rbl. 45 kop. = 5 rbl. 45 kop.

**Näide.** 16 rbl. 69 kop. + 4 rbl. 56 kop.

*Lahendus.* (16 rbl. 69 kop. + 31 kop.) + (4 rbl. 56 kop. − − 31 kop.) = 17 rbl. + 4 rbl. 25 kop. = 21 rbl. 25 kop.

**Näide.**

$$267+3\overset{4}{\overbrace{96}}+4\overset{11}{\overbrace{89}}+6\overset{3}{\overbrace{97}}+4\overset{2}{\overbrace{98}}+1\overset{6}{\overbrace{94}}$$

*Lahendus.* Kuna esimesele liidetavale järgnevad viis liidetavat on lähedased ümmargustele arvudele 400, 500, 700, 500 ja 200, liidame esimese liidetavaga ümmargused arvud ja lahutame täiendid:

$$267+400+500+700+500+200-(4+11+3+2+6)=$$
$$=2567-26=2541$$

Peast liidame järgmiselt. Algul leiame täiendite summa, öeldes seejuures: 4; 15; 18; 20; 26. Seejärel lahutame 267-st 26 ja liidame saadud 241-ga ümmargused arvud, öeldes seejuures liitmise tulemused: 241; 641; 1141; 1841; 2341; 2541.

### Liidetavate rühmitamine

Kui mõned liidetavad annavad omavahel liites ümmargusi summasid, rühmitatakse neid selle järgi.

**Näide.** $48+3+16+17+22+14+19$

*Lahendus.* $48+3+16+17+22+14+19=(48+22)+(3+17)$ $+(16+14)+19=70+20+30+19=(70+30)+(20+19)$ $=100+39=139$

**Näide.** Liita järgmised rahasummad:

8 rbl. 75 kop. + 13 rbl. 80 kop. + 6 rbl. 25 kop. + 6 rbl. 20 kop. + + 24 rbl. 45 kop + 15 rbl. 55 kop.

Lahendus. Rühmitame liidetavad järgmiselt:

$$\overbrace{(8 \text{ rbl. } 75 \text{ kop.} + 6 \text{ rbl. } 25 \text{ kop.})}^{15 \text{ rbl.}} + \overbrace{(13 \text{ rbl. } 80 \text{ kop.} + 6 \text{ rbl. } 20 \text{ kop.})}^{20 \text{ rbl.}} + \overbrace{(24 \text{ rbl. } 45 \text{ kop.} + 15 \text{ rbl. } 55 \text{ kop.})}^{40 \text{ rbl.}} = 75 \text{ rbl.}$$

### Kirjalik liitmine

Kirjalikul liitmisel kasutatakse peale peastliitmise võtete veel järgmisi arvutusviise.

#### Tavaline liitmine

Liidetavad kirjutatakse tulbana, paigutades ühesugused järgud täpselt üksteise alla.

Järkusid liites tuleb nimetada mitte liidetavaid, vaid liitmise tulemusi.

**Näide.**

$$\begin{array}{r} 43\,567^{*} \\ 21\,639^{**} \\ 12\,678^{***} \\ 7\,655^{***} \\ +\quad 2\,414^{***} \\ 833^{*} \\ 1\,261^{**} \\ 3\,683^{***} \\ \hline 93\,730 \end{array}$$

Ühelisi liites ütleme: 7; 16; 24; 29; 33; 36; 37; 40.

Kümnelisi liites ütleme: 10 (kümnelisega liitsime 4); 13; 20; 25; 26; 29; 35; 43 jne.

Iga liidetavat nimetades me vaid segaksime end. Ühelisi liites oli võimalik rakendada ka liidetavate rühmitamise võtet, liites omavahel ühesuguse tähekeste arvuga liidetavad. Seda võtet tuleb kasutada mitte ainult üheliste, vaid ka teiste järkude numbrite liitmisel.

Kui liidetavaid on palju, jaotatakse nad üksikuteks rühmadeks, leitakse iga rühma summa ja lõpuks liidetakse kõikide rühmade summad.

#### Järkude viisi liitmine

Liita ja liitmise tulemust kontrollida on hõlbus ühe ja sama järgu numbrite summade väljakirjutamise ning nende järgneva liitmise teel.

**Näide.**

$$
\begin{array}{r}
74\,568\\
26\,397\\
+\,51\,824\\
69\,376\\
23\,103\\
\hline
28\phantom{0000}\\
24\phantom{000}\\
20\phantom{00}\\
23\phantom{0}\\
22\phantom{}\\
\hline
245268
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
\text{Kontroll}\\
\hline
22\\
\phantom{0}23\\
\phantom{00}20\\
\phantom{000}24\\
\phantom{0000}28\\
\hline
245268
\end{array}
$$

Liitmise kontrollimist alustatakse kõrgematest järkudest.

## § 7. LAHUTAMISE LIHTSUSTAMISE VÕTTED

### Peastlahutamine

#### Järkude viisi lahutamine

Vähendatavast lahutatakse lahutatav järkude kaupa, alustades kõrgematest järkudest.

**Näide.** 874 – 527

L a h e n d u s. 874 – 500 = 374; 374 – 20 = 354; 354 – 7 = 347

#### Lahutamine ümmarguste arvude abil

Kui lahutatav on ümmargusele arvule lähedane ja sellest väiksem, asendatakse lahutatav ümmarguse arvuga ning vahega liidetakse täiend.

**Näide.** 763 – 296

L a h e n d u s. 763 – 300 + 4 = 463 + 4 = 467

**Näide.** Lahutada peast: 10 000 – 993

L a h e n d u s. Lahutame 10 000-st ümmarguse arvu 1000 ja saame 9000. Saadud vahega liidame 7 (s. o. lahutatava täiendi 1000-ni) ning saame 9007.

Võime arvutada ka teisiti: liidame 10 000-ga täiendi 7 ja summast lahutame 1000.

Esimesel juhul sooritame tehte järgmiselt:

10 000 – 993 = 10 000 – 1000 + 7 = 9007

Teisel juhul:

10 000 + 7 – 1000 = 9007

**Näide.** Lahutada peast 8425-st arvude 893, 396, 698 ja 289 summa.

Lahendus. Vähendatavale 8425 lisame 24, s. o. lahutatavate täiendite summa $7+4+2+11$, saame 8449. Seejärel lahutame järgemööda 900, 400, 700, 300 ja saame: 7549; 7149; 6449; 6149. Viimane arv ongi otsitav resultaat.

### Kirjalik lahutamine

**Näide.** $34\,569-17\,626$

Lahendus. Kirjutame vähendatava ja lahutatava tulbana. Vaatleme vähendatavat kui summat, lahutatavat aga kui liidetavat, millele on vaja lisada teine liidetav (vahe), et saada vähendatav.

$$
\begin{array}{r}
-\,34\,569 \\
17\,626 \\
\hline
16\,943
\end{array}
$$

Arutleme järgmiselt.

Mitu ühelist on vaja liita lahutatava ühelistega, et saada vähendatava üheliste arv? Ilmselt tuleb 6-ga liita 3, mis on vahe ühelisteks.

Kui palju on vaja liita lahutatava kümnelistega, et saada vähendatava kümneliste arv? On selge, et 2-ga tuleb liita 4, mis on vahe kümnelisteks.

Kui palju on tarvis liita lahutatava sajalistega, et saada vähendatava sajaliste arv? Kuna lahutatava sajaliste arv on suurem kui vähendatava sajaliste oma, lisame lahutatavale (6) nii palju, et saada lähim kahekohaline arv, mille ühelised võrduksid vähendatava sajaliste arvuga (5-ga). Ilmselt tuleb 6-ga liita 9, mis on vahe sajaliste arvuks. Kuna aga $9+6=15$, lisame kümnelise lahutatava järgmisele järgule, s. o. tema tuhandeliste arvule.

Kui palju on vaja liita lahutatava tuhandelistega (8-ga), et saada vähendatava tuhandeliste arv? Ilmselt tuleb 8-ga liita 6, et saada 14. Selle arvu kümnelise lisame lahutatava kümnetuhandeliste arvule.

Kui palju on vaja liita lahutatava kümnetuhandelistega (mis eespool suurendatud ühe võrra), et saada vähendatava kümnetuhandeliste arv? Ilmselt on vaja liita 1.

Niisiis, vahe on 16 943.

**Näide.** Arvust 38 600 lahutada arvude 6824, 4728, 7246 ja 5783 summa.

Lahendus. Kirjutame arvud tulbana:

$$
\begin{array}{r}
38\,600 \\
6\,824 \\
-\;4\,728 \\
7\,246 \\
5\,783 \\
\hline
14\,019
\end{array}
$$

Arutleme järgmiselt.

38 600 on vähendatav, mis peab olema võrdne lahutatavate ja vahe (jäägi) summaga. Seepärast peame pärast lahutatavate üheliste summa leidmist võtma jäägi ühelisteks sellise arvu, mis lahutatavate ühelistega liites annab arvu, mille ühelised on samasugused kui vähendatava ühelised. Antud juhul peab lahutatavate üheliste ja jäägi üheliste summa lõppema nulliga, sest vähendatavas asub üheliste kohal null. Lahutatavate üheliste summa on:

$$3+6+8+4=21$$

Et lahutatavate ja vahe üheliste summa lõpeks nulliga, on küllalt, kui lahutatavate üheliste summale lisada 9. See ongi vahe (jäägi) üheliste arvuks. Saadud 3 kümnelist lisame lahutatavate kümneliste summale:

$3+8+4+2+2=19$ kümnelist.

Et lahutatavate ja jäägi kümneliste summa lõpeks nulliga (vähendatavas on kümneliste kohal null), on küllalt, kui 19-le lisada 1. See ühik on jäägi kümneliste arvuks.

Saadud 2 sajalist lisame sajaliste summale:

$2+7+2+7+8=26$ sajalist.

Et lahutatavate ja jäägi sajaliste summa lõpeks 6-ga, peame 26-le lisama ainult nulli. See null on järelikult jäägi sajaliste arvuks. Saadud 2 tuhandelist lisame lahutatavate tuhandeliste summale:

$2+5+7+4+6=24$ tuhandelist.

Vähendatavas on 8 tuhandelist. Et lahutatavate ja jäägi tuhandeliste summa lõpeks 8-ga, tuleb 24-ga liita 4, mis ongi jäägi tuhandeliste arvuks. Saadud kaht kümnetuhandelist pole millelegi lisada, sest lahutatavais kümnetuhandelisi ei esine. Vähendatavas on 3 kümnetuhandelist, seepärast jäägis on üks kümnetuhandeline.

Niisiis, jääk on 14 019.

## § 8. KORRUTAMISE LIHTSUSTAMISE VÕTTED

### Korrutamine arvudega, mis koosnevad ühest ja nullidest

Kõige lihtsam on korrutada arvudega 10, 100, 1000 jne. Nendega korrutamisel on küllalt, kui täisarvule kirjutada järele nii mitu nulli, kui palju neid on korrutajas.

**Näited.**

$$275 \times 1000 = 275\,000$$
$$3\,804 \times 100 = 380\,400$$
$$67 \times 1000 = 67\,000$$

Kui korrutatavaks on kümnendmurd, siis korrutamisel 10-ga, 100-ga, 1000-ga jne. viiakse koma korrutatavas nii mitme koha võrra paremale, kui mitu nulli on korrutajas.

**Näide.** 24,756 kg korrutada 100-ga.

Lahendus. Viime koma kahe koha võrra paremale:

$$24{,}756\ \text{kg} \times 100 = 2475{,}6\ \text{kg}$$

**Näide.** Kui palju maksab 10 m riiet, kui 1 m hind on 6 rbl. 75 kop.?

Lahendus. Viime koma ühe koha võrra paremale:

6 rbl. 75 kop. $\times 10 = 67{,}5$ rbl. $= 67$ rbl. 50 kop.

**Näide.** Kui palju maksab 1000 toodet, kui ühe toote hind on 24 kopikat?

Lahendus. Viime koma kolme koha võrra paremale, sest korrutajas on kolm nulli:

24 kop. $= 0{,}24$ rbl.; $0{,}24 \times 1000 = 240$ rbl.

Et korrutada arvudega 0,1; 0,01; 0,001 jne., on küllalt, kui viia koma korrutatavas nii mitme koha võrra vasakule, kui mitu kümnendkohta on korrutajas.

**Näide.** $6275 \times 0{,}01$

Lahendus. Eraldame paremalt vasakule kaks kohta, sest korrutajas on kaks kümnendkohta:

$$6275 \times 0{,}01 = 62{,}75$$

**Näide.** $356{,}25 \times 0{,}001$

Lahendus. Viime koma kolme koha võrra vasakule, sest korrutajas on kolm kümnendkohta:

$$356{,}25 \times 0{,}001 = 0{,}35625$$

### Korrutamine ümmargustele arvudele lähedaste arvudega

Et korrutada ümmargustele arvudele lähedaste arvudega, tuleb korrutatav korrutada nullide ees oleva ühikuga ja korrutisest lahutada korrutatava ning korrutaja täiendi (kuni ümmarguse arvuni) korrutis.

**Näide.** $865 \times 9$

Lahendus. Korrutame 865 10-ga, saame 8650. Kuna aga $9 = 10 - 1$, lahutame 8650-st 865 ja saame 7785.

**Näide.** $1238 \times 89$

Lahendus. Korrutame 1238 100-ga, saame 123 800. Kuna aga $89 = 100 - 11$ ja $11 = 10 + 1$, lahutame 123 800-st 12 380 ja 1238 ning saame 110 182.

**Näide.** $2675 \times 98$

Lahendus. $2675 \times 100 = 267\,500$. Kuna aga $98 = 100 - 2$, lahutame 267 500-st kaks korda 2675 (s. o. 5350):

$$267\,500 - 5350 = 262\,150$$

**Näide.** $864 \times 996$

Lahendus. $864 \times 1000 = 864\,000$. Kuna aga $996 = 1000 - 4$, siis lahutame 864 000-st $864 \times 4 = 3456$:

$$864 \times 996 = 864\,000 - 3456 = 860\,544$$

**Näide.** $1265 \times 9989$

Lahendus. $1265 \times 10\,000 = 12\,650\,000$. Kuna aga $9989 = 10\,000 - 11$, lahutame 12 650 000-st $1265 \times 11 = 13\,915$:

$$1265 \times 9989 = 12\,650\,000 - 13\,915 = 12\,636\,085$$

**Näide.** $825 \times 198$

Lahendus. $825 \times 200 = 165\,000$. Kuna aga $198 = 200 - 2$, lahutame 165 000-st $825 \times 2 = 1650$:

$$825 \times 198 = 165\,000 - 1650 - 163\,350$$

Selles näites võime 825 korrutamise 2-ga ära jätta ning selle asemel lahutada 165 000-st ühe sajandiku suuruse osa (s. o. 1650), sest 2 moodustab ühe sajandiku 200-st.

**Näide.** $1284 \times 396$

Lahendus. $1284 \times 400 = 513\,600$. Kuna aga $396 = 400 - 4$ ja 4 on 400-st 100 korda väiksem, lahutame 513 600-st ühe sajandiku suuruse osa:

$$1284 \times 396 = 513\,600 - 5136 = 508\,464$$

**Näide.** Arvutada 117 kasti kauba kaal, kui iga kast kaalub 39,9 kg.

Lahendus. Ülesande kohaselt tuleb 39,9 korrutada 117-ga. Kuna korrutis tegurite järjekorrast ei muutu, korrutame $117 \times 39{,}9$ kg.

Kuna 39,9 täiendiks 40-ni on 0,1, siis:

$$117 \times 39{,}9 = 4680 \text{ kg } (117 \times 40) - 11{,}7 \text{ kg } (117 \times 0{,}1) = 4668{,}3 \text{ kg}$$

## Mõned korrutamise erivõtted

### Korrutamine arvudega 5, 50, 500, 0,5 jne.

Kuna need tegurid moodustavad poole arvudest, mis väljenduvad ühe ja nullidega, korrutatakse nende tegurite asemel ühest ja nullidest koosnevate arvudega ning korrutis jagatakse 2-ga.

**Näide.** $47\,636 \times 5$

Lahendus. Kuna $5 = \frac{10}{2}$, on lihtsam korrutada 10-ga ja saadud korrutis jagada 2-ga:

$$47\,636 \times 5 = 47\,636 \times \frac{10}{2} = \frac{476\,360}{2} = 238\,180$$

50-ga korrutamise asemel korrutatakse 100-ga ja korrutis jagatakse 2-ga:

$86 \text{ rbl. } 54 \text{ kop.} \times 50 = 86 \text{ rbl. } 54 \text{ kop.} \times 100 : 2 = 8654 : 2 =$
$= 4327 \text{ rbl.}$

500-ga korrutamise asemel korrutatakse 1000-ga ja korrutis jagatakse 2-ga:

$75 \text{ rbl. } 20 \text{ kop.} \times 500 = 75 \text{ rbl. } 20 \text{ kop.} \times 1000 : 2 =$
$= 75\,200 : 2 = 37\,600 \text{ rbl.}$

0,5-ga korrutamise asemel korrutatakse 1-ga ja korrutis jagatakse 2-ga:

$44 \text{ kg } 500 \text{ g} \times 0{,}5 = 44 \text{ kg } 500 \text{ g} \times 1 : 2 = 44 \text{ kg } 500 \text{ g} : 2 =$
$= 22 \text{ kg } 250 \text{ g}$

### Korrutamine arvudega 25, 250, 2,5 jne.

Kuna need arvud moodustavad veerandi arvudest, mis väljenduvad ühe ja nullidega, siis nende teguritega korrutamise asemel korrutatakse ühest ja nullidest koosnevate arvudega ning korrutis jagatakse 4-ga.

**Näide.** $8764 \times 25$

L a h e n d u s. Kuna $25 = \frac{100}{4}$, korrutatakse 8764 100-ga ja korrutis jagatakse 4-ga:

$$8764 \times 25 = 8764 \times \frac{100}{4} = \frac{876\,400}{4} = 219\,100$$

250-ga korrutamise asemel korrutatakse 1000-ga ja korrutis jagatakse 4-ga:

$22 \text{ rbl. } 75 \text{ kop.} \times 250 = 22 \text{ rbl. } 75 \text{ kop.} \times 1000 : 4 =$
$= 22\,750 : 4 = 5687 \text{ rbl. } 50 \text{ kop.}$

2,5-ga korrutamise asemel korrutatakse 10-ga ja korrutis jagatakse 4-ga:

$$18 \text{ m } 50 \text{ cm} \times 2{,}5 = 18 \text{ m } 50 \text{ cm} \times 10 : 4 = 46 \text{ m } 25 \text{ cm}$$

0,25-ga korrutamise asemel korrutatakse 1-ga ja korrutis jagatakse 4-ga:

$164 \text{ rbl. } 44 \text{ kop.} \times 0{,}25 = 164 \text{ rbl. } 44 \text{ kop.} \times 1 : 4 =$
$= 164 \text{ rbl. } 44 \text{ kop.} : 4 = 41 \text{ rbl. } 11 \text{ kop.}$

### Korrutamine arvudega 12,5, 125, 1,25 jne.

Kuna need arvud moodustavad ühe kaheksandiku arvudest, mis väljenduvad ühe ja nullidega, siis nende teguritega korrutamise asemel korrutatakse ühest ja nullidest koosnevate arvudega ning korrutis jagatakse 8-ga.

**Näide.** $862 \times 12{,}5$

Lahendus. Kuna $12{,}5=\frac{100}{8}$, korrutatakse 862 100-ga ja korrutis jagatakse 8-ga:

$$862\times 12{,}5=862\times\frac{100}{8}=\frac{86\,200}{8}=10\,775$$

125-ga korrutamise asemel korrutatakse 1000-ga ja korrutis jagatakse 8-ga:

$$6 \text{ m } 45 \text{ cm}\times 125=6 \text{ m } 45 \text{ cm}\times 1000:8=6450:8=$$
$$=806 \text{ m } 25 \text{ cm}$$

1,25-ga korrutamise asemel korrutatakse 10-ga ja korrutis jagatakse 8-ga:

$$4 \text{ rbl. } 92 \text{ kop.}\times 1{,}25=4 \text{ rbl. } 92 \text{ kop.}\times 10:8=$$
$$=49 \text{ rbl. } 20 \text{ kop.}:8=6 \text{ rbl. } 15 \text{ kop.}$$

### Kahe teguri korrutamine, millel on ühesugused kümnelised ja üheliste summa moodustab 10

**Näited.** Korrutada: $87\times 83$; $64\times 66$; $71\times 79$; $95\times 95$

Lahendus. Korrutame omavahel kümnelised. Seejuures ühe kümnelistest võtame ühe võrra suuremana ning saadud korrutise järele kirjutame tegurite üheliste korrutise:

$$87\times 83=80\times 90+7\times 3=7221$$
$$64\times 66=60\times 70+4\times 6=4224$$
$$71\times 79=70\times 80+1\times 9=5609$$
$$95\times 95=90\times 100+5\times 5=9025$$

Korrutamisel ütleme (esimese näite puhul): kaheksa korda üheksa — seitsekümmend kaks (kirjutame 72); kolm korda seitse — kakskümmend üks (kirjutame 21).

**Märkus.** Kui tegurite üheliste korrutis on ühekohaline arv, kirjutatakse korrutise kümneliste kohale null (nagu näiteks $71\times 79$).

### Tegurite korrutamine, millel on ühesugused ühelised ja kümneliste summa moodustab 10

**Näited.** Korrutada: $47\times 67$, $76\times 36$, $58\times 58$

Lahendus. Liidame tegurite kümneliste korrutisega ühe ja saadud summa järele kirjutame üheliste korrutise:

$$47\times 67=(4\times 6+7)\times 100+7\times 7=31\times 100+49=3149$$
$$76\times 36=(7\times 3+6)\times 100+6\times 6=27\times 100+36=2736$$
$$58\times 58=(5\times 5+8)\times 100+8\times 8=33\times 100+64=3364$$

Korrutamisel (esimese näite puhul) ütleme: neli korda kuus — kakskümmend neli, pluss seitse — kolmkümmend üks (kirjutame 31); seitse korda seitse — nelikümmend üheksa (kirjutame 49).

**A.** T e g u r i d   o n   v ä i k s e m a d   k u i 100, 1000, 10 000 jne.

**Näide.** $985 \times 989$

L a h e n d u s. Tegurid on lähedased 1000-le.

$$985 = 1000 - 15; \quad 989 = 1000 - 11$$

Järelikult on esimese teguri täiendiks 15 ja teisel teguril 11. Et neid tegureid korrutada, tuleb esimesest tegurist (985) lahutada teise teguri täiend (11) ja saadud vahe (974) järele kirjutada mõlema teguri täiendite korrutis (165):

$985 \times 989 = (985 - 11) \times 1000 + 15 \times 11 = 974\,165$ (165 on täiendite korrutis).

**Näide.** $96 \times 94$

L a h e n d u s. Tegurid on lähedased 100-le.

$96 \times 94 = (96 - 6) \times 100 + 4 \times 6 = 9024$ (24 on täiendite korrutis).

**Näide.** $970 \times 985$

L a h e n d u s. $970 \times 985 = (970 - 15) \times 1000 + 30 \times 15 = 955\,000 + 450 = 955\,450$

**Näide.** $9935 \times 9960$

L a h e n d u s. Tegurid on lähedased 10 000-le.

$$9935 \times 9960 = (9935 - 40) \times 10\,000 + 65 \times 40 = 98\,950\,000 + 2600 = 98\,952\,000$$

Toodud näidete lahendamist võib lühendatult märkida järgmiselt:

$$1) \quad \begin{array}{r} 9\overset{15}{\smile}\!\!\!\!85 \times 9\overset{11}{\smile}\!\!\!\!89 = 974\,165 \\ -\ \ 11 \qquad 15 \times 11 = 165 \\ \hline 964 \qquad\qquad\qquad\qquad \end{array} \qquad 2) \quad \begin{array}{r} \overset{4}{\smile}\!\!\!\!96 \times \overset{6}{\smile}\!\!\!\!94 = 9024 \\ -\ \ 6 \qquad 4 \times 6 = 24 \\ \hline 90 \qquad\qquad\qquad \end{array}$$

$$3) \quad \begin{array}{r} 9\overset{30}{\smile}\!\!\!\!70 \times 9\overset{15}{\smile}\!\!\!\!85 = 955\,450 \\ -\ \ 15 \qquad 30 \times 15 = 450 \\ \hline 955 \qquad\qquad\qquad\qquad \end{array} \qquad 4) \quad \begin{array}{r} 99\overset{65}{\smile}\!\!\!\!35 \times 99\overset{40}{\smile}\!\!\!\!60 = 98\,952\,600 \\ -\ \ 40 \qquad 65 \times 40 = 2\,600 \\ \hline 9895 \qquad\qquad\qquad\qquad \end{array}$$

**B.** T e g u r i d   o n   s u u r e m a d   k u i 100, 1000, 10 000 jne.

**Näide.** $1029 \times 1025$

L a h e n d u s. Tegurid on lähedased 1000-le.

$$1029 = 1000 + 29; \quad 1025 = 1000 + 25$$

Järelikult esimese teguri liigne osa 29 ja teise teguri liigne osa on 25. Et selliseid tegureid korrutada, tuleb esimesele tegurile (1029) liita teise teguri liigne osa (25) ja saadud summa järele kirjutada tegurite liigsete osade korrutis (725):

$$1029\times1025=(1029+25)\times1000+29\times25=1\,054\,725;$$

(725 on liigsete osade korrutis).

**Näide.** $108\times107$

L a h e n d u s. Tegurid on lähedased 100-le.

$108\times107=(108+7)\times100+8\times7=11\,556$ (56 on liigsete osade korrutis).

**Näide.** $10\,125\times10\,068$

L a h e n d u s. Tegurid on lähedased 10 000-le.

$$10\,125\times10\,068=(10\,125+68)\times10\,000+125\times68=$$
$$=101\,938\,500$$

Lühendatud kujul märkimine:

$$1)\quad \begin{array}{r} 1029\times1025=1\,054\,725 \\ +\quad 25\qquad\quad 29\times25=725 \\ \hline 1054\qquad\qquad\qquad\qquad \end{array} \qquad 2)\quad \begin{array}{r} 108\times107=11\,556 \\ +\quad 7\qquad\quad 8\times7=56 \\ \hline 115\qquad\qquad\qquad \end{array}$$

$$3)\quad \begin{array}{r} 10\,125\times10\,068=101\,938\,500 \\ +\quad 68\qquad\quad 125\times68=8\,500 \\ \hline 10\,193\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \end{array}$$

**M ä r k u s e d.**

1. Kui täiendite või liigsete osade korrutise kohtade arv on väiksem kui nullide arv arvudes, millele tegurid on lähedased, siis puuduvatele kohtadele märgitakse nullid.

**Näide.** $98\times97$

L a h e n d u s. Tegurid on lähedased 100-le.

$$\begin{array}{r} \overset{2}{\breve{98}}\times\overset{3}{\breve{97}}=9506 \\ -\quad 3\qquad 2\times3=6 \\ \hline 95\boxed{06}\qquad\qquad \end{array}$$

Täiendite korrutises (6) on üks koht vähem kui nullide arv 100-s.

**Näide.** $1008\times1007$

L a h e n d u s. Tegurid on lähedased 100-le.

$$\begin{array}{r} 1008\times1007=1\,015\,056 \\ +\quad 7\qquad\quad 8\times7=56 \\ \hline 1015\boxed{056}\qquad\qquad\quad \end{array}$$

Liigsete osade korrutise kohtade arv on ühe võrra väiksem kui nullide arv 1000-s.

2. Kui täiendite või liigsete osade korrutise kohtade arv on suurem kui nullide arv arvudes, millele tegurid on lähedased, siis

täiendite (või liigsete osade) korrutise üleliigsed kohad (vasakult arvates) liidetakse vahe (või summa) viimase kohaga.

**Näide.** 876×975

Lahendus. Tegurid on lähedased 1000-le.

$$\begin{array}{rl}
 & \overset{124}{876}\times\overset{25}{975}=854\,100 \\
- & \;\;25 \quad 124\times25=3\,100 \\
\hline
 & 851 \\
+ & \;\;3100 \\
\hline
 & 854100
\end{array}$$

Täiendite korrutises on üks koht rohkem kui nullide arv arvus 1000.

**Näide.** 1125×1245

Lahendus. Tegurid on lähedased 1000-le.

$$\begin{array}{rl}
 & 1125\times1245= \quad 1\,400\,625 \\
+ & \;\;245 \quad 125\times245=30\,625 \\
\hline
 & 1370 \\
+ & \;\;30\,625 \\
\hline
 & 1400\,625
\end{array}$$

Liigsete osade korrutises on kaks kohta rohkem kui nullide arv ümmarguses arvus.

C. Üks teguritest on suurem ja teine väiksem kui 100, 1000, 10 000 jne.

**Näide.** 108×93

Lahendus. $108=100+8$; $93=100-7$

Et selliseid tegureid korrutada, tuleb esimesest tegurist (108) lahutada teise teguri täiend (7), saadud vahe (101) korrutada 100-ga ja korrutisest lahutada ühe teguri täiendi ning teise teguri liigse osa korrutis:

$$108\times93=(108-7)\times100-8\times7=10\,100-56=10\,044$$

**Näide.** 1036×975

Lahendus. $1036\times975=(1036-25)\times1000-36\times25=$ $=1\,011\,000-900=1\,010\,100$

Kuna selles näites on tegurid lähedased 1000-le, korrutatakse vahe 1000-ga.

Kõiki kirjeldatud arvutusviise võib kasutada mitte ainult täisarvude, vaid ka kümnendmurdude korrutamisel. Kümnendmurrud võetakse täisarvudena, hiljem aga eraldatakse korrutises nii mitu kümnendkohta, kui palju neid on mõlemas teguris kokku.

**Näited.**

$$7{,}4 \times 0{,}76 = 5{,}624$$
$$0{,}83 \times 23 = 19{,}09$$
$$97{,}5 \times 9{,}84 = 959{,}400$$
$$10{,}35 \times 1{,}024 = 10{,}59840$$

## § 9. JAGAMISE LIHTSUSTAMISE VÕTTED

### Jagamine arvudega 10, 100, 1000 jne.

Et jagada ühest ja nullidest koosnevate arvudega, on küllalt, kui eraldada komaga jagatavas nii mitu kohta paremalt vasakule, kui mitu nulli on jagajas. Kui jagatavaks on kümnendmurd, viiakse selles koma nii mitme koha võrra paremalt vasakule, kui mitu nulli on jagajas.

**Näited.**

$$1\,256 : 100 = 12{,}56$$
$$13\,678 : 1000 = 13{,}678$$
$$256{,}25 : 10 = 25{,}625$$

### Jagamine ühekohaliste arvudega

Jagatakse ilma osakorrutisi ja jääke välja märkimata.

**Näide.** 3275 : 4

L a h e n d u s. Jagamist sooritatakse järgmiselt: kolmkümmend kaks jagatud neljaga — 8, seitse jagatud neljaga — 1, kolmkümmend viis jagatud neljaga — 8 (jagatises märgime 8 järel koma, sest lõppes jagatava täisosa; edasi asetame mõttes jäägi järele nulle), kolmkümmend jagatud neljaga — 7, kakskümmend jagatud neljaga — 5:

$$3275 : 4 = 818{,}75$$

### Jagamine nullidega lõppevate arvudega.

**Näide.** 3627 : 600

L a h e n d u s. Enne jagamise alustamist tuleb jagajas nullid maha kriipsutada ja jagatavas eraldada komaga kaks kohta. Seejärel 36,27 jagame 6-ga. Asetame jagatisse koma ja jätkame jagamist: 36 jagatud kuuega — 6, kaks jagatud kuuega — 0, kakskümmend seitse jagatud kuuega — 4, kolmkümmend jagatud kuuega — 5.

$$3627 : 600 = 36{,}27 : 6 = 6{,}045$$

### Jagamine arvudega 5; 50; 500 jne.

Kuna need jagajad moodustavad poole arvudest, mis koosnevad ühest ja nullidest, jagatakse nende asemel ühest ja nullidest koosnevate arvudega ning jagatis korrutatakse 2-ga.

**Näited.**

$$2\,194 : 5 = 2\,194 : \frac{10}{2} = 219{,}4 \times 2 = 438{,}8$$

$$1\,839 : 50 = 1\,839 : \frac{100}{2} = 18{,}39 \times 2 = 36{,}78$$

$$3\,184 : 500 = 3\,184 : \frac{1000}{2} = 3{,}184 \times 2 = 6{,}368$$

### Jagamine arvudega 25; 250; 2,5 jne.

Kuna need jagajad moodustavad veerandi arvudest, mis koosnevad ühest ja nullidest, jagatakse nende asemel ühest ja nullidest koosnevate arvudega ning jagatis korrutatakse 4-ga.

**Näited.**

$$3\,956 : 25 = 3\,956 : \frac{100}{4} = 39{,}56 \times 4 = 158{,}24$$

$$2\,837 : 250 = 2\,837 : \frac{1000}{4} = 2{,}837 \times 4 = 11{,}348$$

$$238 : 2{,}5 = 238 : \frac{10}{4} = 23{,}8 \times 4 = 95{,}2$$

### Jagamine arvudega 12,5; 125; 1,25 jne.

Kuna need jagajad moodustavad kaheksandiku arvudest, mis koosnevad ühest ja nullidest, jagatakse nende asemel ühest ja nullidest koosnevate arvudega ning jagatis korrutatakse 8-ga.

**Näited.** 248 rbl. 25 kop. : 12,5 = 248 rbl. 25 kop. : 100 × 8 = = 19 rbl. 84 kop.

312 m : 125 = 312 : 1000 × 8 = 2,496 m = 2 m 496 mm
11 kg 25 g : 1,25 = 11,025 : 10 × 8 = 8 kg 820 g

### Jagamine arvudega, mis on mõnevõrra väiksemad kui 100, 1000, 10 000 jne.

Selliste arvudega jagades tuleb jagatise iga number korrutada mitte jagajaga, vaid tema täiendiga arvuni, mis koosneb ühest ja nullidest. Saadud korrutis liidetakse jagatava järguga, kusjuures selle esimene number vasakult jäetakse ära. Pärast seda kirjutatakse jäägi (summa) järele järgmine number jagatavast ning jätkatakse jagamist.

**Näide.** 33 984 : 96

L a h e n d u s. Leiame arvu 96 täiendi kuni 100-ni. See on 4. Jagame 339 96-ga ja korrutame jagatise esimese numbri (3) jagaja täiendiga (4-ga). Saadud korrutise (12) liidame jagatava järgu 339 kümneliste ja ühelistega, jättes ära jagatava järgu esimese numbri (3). Jäägile (51) toome jagatavast juurde 8. Arvusse

518 mahub jagaja 96 5 korda. Korrutame 5 jagaja täiendiga, korrutise liidame ja saame jäägiks 38. Toome jagatavast juurde 4, jagame 384 96-ga ja saame jagatises viimaseks numbriks 4. Korrutame selle numbri jagaja täiendiga ja liidame korrutise. Jäägiks saame nulli. Jagamine lõppes jäägita.

Lahenduse käik paigutatakse järgmiselt:

$$
\begin{array}{rr|l}
 & & \overbrace{96}^{4} \\
+ & 33984 & \\
 & 12 & 354 \\
\hline
+ & 518 & \\
 & 20 & \\
\hline
+ & 384 & \\
 & 16 & \\
\hline
 & 00 &
\end{array}
$$

**Näide.** 47 043 942 : 9746

Lahendus.

$$
\begin{array}{rr|l}
 & & \overbrace{9746}^{254} \\
+ & 47043942 & \\
 & 1016 & 4827 \\
\hline
+ & 80599 & \\
 & 2032 & \\
\hline
+ & 26314 & \\
 & 508 & \\
\hline
+ & 68222 & \\
 & 1778 & \\
\hline
 & 0000 &
\end{array}
$$

## § 10. KAUBA MAKSUMUSE LIHTSUSTATUD ARVUTAMINE

Kaubanduses on sagedasti tegemist mitte ainult tervete kilogrammidega, vaid ka nende osadega, s. o. grammidega.

Neil juhtudel tuleb grammides väljendatud kaalu vaadelda kui kilogrammi vastavat osa.

Arvutuste lihtsustamiseks võib kasutada järgmist süsteemi:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 500 g | kauba | maksumus | võrdub | $^1/_2$ kg | maksumusega |
| 250 g | „ | „ | „ | $^1/_4$ kg | „ |
| 750 g | „ | „ | „ | $^3/_4$ kg | „ |
| 100 g | „ | „ | „ | $^1/_{10}$ kg | „ |
| 50 g | „ | „ | „ | $^1/_2$-ga 100 g | maksumusest |
| 10 g | „ | „ | „ | $^1/_{100}$ kg | maksumusega |
| 5 g | „ | „ | „ | $^1/_2$-ga 10 g | maksumusest |

Mõningatel juhtudel tuleb grammide arvu vaadelda kahe arvu summa või vahena, kus üks arv on teisest 10 korda suurem.

| | |
|---|---|
| 90 g=100 g−10 g | 110 g=100 g+10 g |
| 180 g=200 g−20 g | 220 g=200 g+20 g |
| 270 g=300 g−30 g | 330 g=300 g+30 g |
| 360 g=400 g−40 g | 440 g=400 g+40 g |
| 450 g=500 g−50 g | 550 g=500 g+50 g |
| 630 g=700 g−70 g | 660 g=600 g+60 g |
| 720 g=800 g−80 g | 770 g=700 g+70 g |
| 810 g=900 g−90 g | 880 g=800 g+80 g |

**Näide.** On vaja arvutada 200 g, 150 g ja 240 g vorsti maksumus, kui 1 kg hind on 2 rbl. 90 kop.

Lahendus. 200 g vorsti maksumus võrdub:

2 rbl. 90 kop. : 10×2=0 rbl. 58 kop.

150 g maksumus tehakse kindlaks nii:

100 g maksab 2 rbl. 90 kop. : 10=0 rbl. 29 kop.
50 g „ 0 rbl. 29 kop. : 2=0 rbl. 14,5 kop.

150 g maksumus=0 rbl. 29 kop.+0 rbl. 14,5 kop.= =0 rbl. 43,5 kop.

240 g maksumus arvutatakse järgmiselt:

250 g maksab 2 rbl. 90 kop. : 4=0 rbl. 72,5 kop.
10 g „ 2 rbl. 90 kop. : 100=0 rbl. 02,9 kop.

240 g maksumus=0 rbl. 72,5 kop.−0 rbl. 02,9 kop.= =0 rbl. 69,6 kop.≈0 rbl. 70 kop.

**Näide.** Arvutada 1 kg 800 g kauba maksumus, kui 1 kg hind on 2 rbl. 60 kop. Arutleme järgmiselt: 1 kg 800 g=2 kg−200 g; 200 g moodustab $^1/_{10}$ 2-st kilogrammist.

Lahendus.

2 kg kauba maksumus on 2 rbl. 60 kop.×2=5 rbl. 20 kop.
200 g „ „ „ 5 rbl. 20 kop. : 10=0 rbl. 52 kop.

1 g 800 g kauba maksumus on 5 rbl. 20 kop.−0 rbl. 52 kop.= =4 rbl. 68 kop.

## § 11. ARITMEETILISTE TEHETE KONTROLLIMINE

Arvudega ülesannete lahendamisel tekivad sageli vead aritmeetiliste tehete ebaõigesti sooritamise tõttu. Vigade vältimiseks tuleb iga sooritatud tehte tulemust tingimata kontrollida. Kontrollimata tulemused pole usaldatavad.

Igasugust aritmeetilist tehet võib kontrollida tehte kordamisega. Tehet võib korrata kahel viisil. Lahendust on võimalik kontrollida kas samade arvutuste järgi, mis esinesid tehte sooritamisel, või teha sama tehe uuesti uute arvutustega. Eelistada tuleb esimest viisi, kuid selleks on vaja kõik arvutused välja märkida täpselt ja kindla süsteemi kohaselt.

Kontrollida võib vastandtehete abil: liitmist kontrollitakse lahutamise, lahutamist liitmise, korrutamist jagamise ja jagamist korrutamise abil.

Peale nende üldiste viiside kontrollitakse korrutamist ja jagamist arvude 9 ning 11 abil. Need kontrollimisvõtted nõuavad tunduvalt vähem tööd ja aega kui kontrollimine vastandtehete abil.

### Kontrollimine arvu 9 abil

Kontrollimine arvu 9 abil põhineb järgmistel teoreemidel.

*1. teoreem.* Jääk, mis tekib arvu jagamisel 9-ga, võrdub selle arvu numbrite summa (ristsumma) 9-ga jagamise jäägiga.

Näiteks on arvu 4678 jagamisel 9-ga jääk 7. Selle arvu numbrite summa 25 $(4+6+7+8)$ 9-ga jagamise jääk on ka 7. Seega on jäägid võrdsed.

Teine jäägi leidmise viis on tunduvalt lihtsam. Pealegi võib arvu numbrite summa (25) 9-ga jagamise asemel leida jäägi, kui omakorda liita arvu numbrite summa (25) numbrid $(2+5=7)$.

*2. teoreem.* Kahe antud arvu 9-ga jagamisel tekkinud jääkide korrutis ja nende kahe arvu korrutise 9-ga jagamisel tekkinud jäägid on kas võrdsed või erinevad teineteisest 9-ga jaguva arvu võrra.

Kontrollime seda järgmise näite abil: $777\times455=353\,535$.

Leiame teguri 777 9-ga jagamise jäägi. See on 3, sest: $7+7+7=21$ ja $2+1=3$. Teguri 455 9-ga jagamise jääk on 5, sest: $4+5+5=14$ ja $1+4=5$.

Jääkide korrutis on $3\times5=15$, jääkide korrutise 9-ga jagamise jääk on $1+5=6$. Korrutise 353 535 9-ga jagamise jääk on samuti 6, sest: $3+5+3+5+3+5=24$ ja $2+4=6$.

Kummagi teguri 9-ga jagamise jääkide korrutis on 15. See arv erineb tegurite korrutise 9-ga jagamise jäägist arvu võrra, mis jagub 9-ga, sest $15-6=9$.

Kirjeldatud viisil saadud jäägid on kontrolljääkideks, sest ebaõige korrutise korral nad ei saa olla võrdsed. Siit tuleneb korrutise kontrollimise võte arvu 9 abil:

1) leida iga teguri 9-ga jagamise jääk;
2) korrutada saadud jäägid omavahel;
3) leida nende jääkide korrutise 9-ga jagamise kontrolljääk;
4) leida tegurite korrutise 9-ga jagamise kontrolljääk;
5) kui kontrolljäägid on ühesugused, võib korrutise õigeks lugeda.

**Näide.** Korrutada 975 989-ga ja kontrollida tulemust.

Lahendus.

$$\begin{array}{rl} 975 & \times 989=964\,275 \\ -\;11 & \quad 25\times11=275 \\ \cline{1-1} 964 & \end{array}$$

Kontrollime korrutist 9 abil:
korrutatav: 9+7+5=21; 2+1=3 (jääk);
korrutaja: 9+8+9=26; 2+6=8 (jääk);
jääkide korrutis: 3×8=24; 2+4=6 (tegurite kontrollarv).
Korrutis: 9+6+4+2+7+5=33; 3+3=6 (korrutise kontrollarv).
Kontrollarvud on võrdsed. Järelikult on korrutis õige.

Kontrollarvud võib saada palju lihtsamalt, kui numbrite liitmisel jätta välja üheksad ja numbrid, mis liites annavad üheksa. Meie näites oli võimalik tegurite puhul välja jätta üheksad, neid mitte liites. Korrutises oleks olnud võimalik välja jätta üheksa ja numbrid 2+7=9 ning 4+5=9.

### Kontrollimine arvu 11 abil

Kontrollimine 11 abil põhineb järgmistel teoreemidel.

*1. teoreem.* Mingi arvu 11-ga jagamise jääk võrdub selle arvu paarituil kohtadel olevate numbrite summa ja paariskohtadel olevate numbrite summa vahega.

Kontrollime selle õigsust arvu 4678 puhul. Nummerdame kohad paremalt vasakule. Paarituil kohtadel asuvad numbrid 8 ja 6, paariskohtadel — 7 ja 4. Paarituil ja paariskohtadel olevate numbrite summade vahe on: (8+6)−(7+4)=3. Arvu 4678 11-ga jagamise jääk on samuti 3.

*2. teoreem.* Kahe antud arvu 11-ga jagamise jääkide korrutis ja samade arvude korrutise 11-ga jagamise jääk on võrdsed või erinevad teineteisest 11-ga jaguva arvu võrra.

Kontrollime seda järgmise näite abil: 756×348=263 088.

Teguri 756 11-ga jagamise jääk on (6+7)−5=8. Teguri 348 11-ga jagamise jääk on (8+3)−4=7.

Jääkide korrutis on: 8×7=56. Jääkide korrutise 11-ga jagamise jääk on: 6−5=1.

Arvude korrutise 263 088 11-ga jagamise jääk on samuti 1, sest (8+0+6)−(8+3+2)=1. Tegurite 11-ga jagamise jääkide korrutis (56) erineb arvude korrutise 11-ga jagamisel saadud jäägist (1) 11-ga jaguva arvu võrra, sest 56−1=55.

Sel viisil saadud jäägid on kontrolljääkideks, sest ebaõige korrutise korral ei saa nad olla võrdsed. Jääkide võrdsus tõendab korrutamise õigsust.

### Arvu 11 abil korrutise kontrollimise kord

1) Lahutada kummaski teguris paarituil kohtadel (paremalt arvates) olevate numbrite summast paariskohtadel olevate numbrite summa.
2) Korrutada saadud vahed omavahel.
3) Leida vahede korrutise 11-ga jagamise jääk.

Saadud jääk on tegurite kontrollarvuks.

4) Tegurite korrutises lahutada samuti paarituil kohtadel olevate numbrite summast paariskohtadel olevate numbrite summa. Saadud vahe on korrutise kontrollarvuks.

Kontrollime 11 abil korrutist $975 \times 989 = 964\,275$.

Tegurites paarituil ja paariskohtadel olevate numbrite summade vahed on: $(5+9)-7=7$ ja $(9+9)-8=10$.

Tegurite vahede korrutis on: $7 \times 10 = 70$.

Arvu 70 11-ga jagamise jääk on 4.

Võib ka teisiti: arvus 70 lahutame paaritul kohal olevast numbrist (0) paariskohal (teisel kohal) oleva numbri (7). Kuna 0 on väiksem kui 7, liidame nullile 11 ja lahutame 11-st 7. Saame $11-7=4$. Arv 4 on tegurite kontrollarvuks.

Tegurite korrutises leiame samuti paarituil ja paariskohtadel olevate numbrite summade vahe. Vahe on: $(5+2+6)-(7+4+ +9)=13-20$; $(13+11)-20=4$. Arv 4 on korrutise kontrollarvuks.

Kuna kontrollarvud on võrdsed, on korrutatud õigesti.

Kontrolli puhul tuleb silmas pidada, et juhul, kui lahutamine aritmeetilises mõttes pole võimalik, tuleb vähendatavale liita 11 nii mitu korda kui vajalik.

### Jagamise kontrollimine arvude 9 ja 11 abil

Jagatav võrdub jagaja ja jagatise korrutisega. Seepärast võime jagatavat vaadelda korrutisena, jagajat ja jagatist aga teguritena ning jagamist kontrollida samal viisil kui korrutamist.

Oletame, et jagasime 4 358 016 arvuga 1248 ja saime 3492.

Kontrollime jagamist 9 abil:

jagaja: $1+2+4+8=15$; $1+5=6$ (jääk)
jagatis: $3+4+9+2=18$; $1+8=9$ (ehk jääk on 0)
jääkide korrutis: $6 \times 0 = 0$
jagatav: $4+3+5+8+0+1+6=27$; $2+7=9$ (ehk 0)

Kontrollarvud on nullid, seega võrdsed. Järelikult on jagamine teostatud õigesti.

Kontrollime jagamist arvu 11 abil:

jagaja: $(8+2)-(4+1)=5$ (jääk)
jagatis: $(2+4)-(9+3)=-6$; $11-6=5$ (jääk)
jääkide korrutis: $5 \times 5 = 25$
kontrollarv: $5-2=3$
jagatav: $(6+0+5+4)-(1+8+3)=15-12=3$

Kontrollarvud (3) on võrdsed, järelikult on jagamine teostatud õigesti.

Kontrollimine 11 abil on usaldatavam kui 9 abil.

Kõikide nende kontrollimisviiside puhul peab arvutaja iga tehte tulemust ligikaudselt hindama. On vaja jälgida, kas ei esine ilmseid ebaõige arvutamise tundemärke. Liitmisel saadud summa ei või olla väiksem liidetavaist; lahutamisel saadud vahe ei või olla suurem vähendatavast. Korrutamise puhul võib kontrollida kohtade arvu korrutises, jagamisel — kohtade arvu jagatises.

Oletame, et peame korrutama 3756 arvuga 624 ja tegema kindlaks, mitu kohta tuleb korrutisse. Selleks asendame tegurid ümmarguste arvudega, säilitades kummaski ainult kõige kõrgema järgu ühikud. Korrutame ümardatud tegurid «mõttes» ja arvame kokku korrutise kohtade arvu: $4000 \times 600 = 2\,400\,000$. Järelikult peab korrutises olema seitse kohta.

Oletame, et meil tuleb 25 155 011 jagada 76 459-ga ja määrata kindlaks kohtade arv jagatises.

Et saada esimest kohta jagatises, peame võtma jagatavast arvu 251 550. Teise ja kolmanda koha jagatises saame, kui toome jääkidele järgemööda juurde kaks ülejäänud numbrit jagatavast. Järelikult tuleb jagatisse kolm kohta (329).

## § 12. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Milliseid liitmise lihtsustamise võtteid tunnete?
2. Milliseid lahutamise lihtsustamise võtteid tunnete?
3. Kuidas liidetakse täiendamise abil?
4. Kuidas lahutatakse täiendamise abil?
5. Kuidas lahutatakse liitmise teel?
6. Milliseid korrutamise lihtsustamise võtteid tunnete?
7. Kuidas korrutatakse täiendamise abil?
8. Milliseid jagamise lihtsustamise võtteid tunnete?
9. Milliseid aritmeetiliste tehete kontrollimise viise tunnete?
10. Kuidas toimub korrutamise kontrollimine 9 abil?
11. Kuidas toimub jagamise kontrollimine 11 abil?
12. Milliseid tehete ligikaudse hindamise võtteid tunnete?

### Ülesanded

1. Liita peast järgmised arvud, rakendades arvutamise lihtsustamise võtteid:

| | |
|---|---|
| a) 378+85 | f) 3889+1975 |
| b) 229+97 | g) 4876+2984 |
| c) 1738+194 | h) 3895+336 |
| d) 695+239 | i) 4979+2344 |
| e) 2886+1988 | j) 6275+2985 |

2. Liita peast järgmised arvud, asendades ühe liidetavatest ümmarguse arvuga:

| | |
|---|---|
| a) 765 g+235 g | g) 75 kg 895 g+ 2 kg 315 g |
| b) 1 kg 600 g+2 kg 950 g | h) 33 kg 745 g+20 kg 800 g |
| c) 3 kg 900 g+4 kg 730 g | i) 125 kg 375 g+16 kg 950 g |
| d) 6 kg 850 g+3 kg 480 g | j) 142 kg 600 g+35 kg 850 g |
| e) 9 kg 920 g+7 kg 280 g | k) 261 kg 485 g+37 kg 800 g |
| f) 15 kg 470 g+8 kg 920 g | l) 55 kg 380 g+14 kg 900 g |

3. Leida arvude summa, liites arvude igas järgus algul need numbrid, mille summa on 10. Saadud kümnetega liita sama järgu ülejäänud numbrid:

| a) | b) | c) | d) | e) |
|---|---|---|---|---|
| 12 | 713 | 745 kg | 2,50 m | 217,03 ts |
| 48 | 384 | 352 kg | 13,75 m | 13,28 ts |
| 23 | 28 | 165 kg | 0,07 m | 620,00 ts |
| 91 | 76 | 924 kg | 18,34 m | 9,07 ts |
| 57 | 791 | 486 kg | 91,36 m | 14,00 ts |
| 23 | 39 | 1643 kg | 4,10 m | 26,91 ts |
| 86 | 458 | 568 kg | 76,75 m | 484,06 ts |

**4.** Lahutada peast, rakendades lahutatava arvu ümardamise võtet:

| a) | b) | c) | d) | e) |
|---|---|---|---|---|
| 4713 | 351 | 4380 | 3527 | 82 688 |
| − 97 | − 293 | − 395 | − 1989 | − 6 993 |

**5.** Lahutada peast, asendades lahutatava ümmarguse arvuga:

a) 26 rbl. − 5 rbl. 80 kop.
b) 25 rbl. − 4 rbl. 95 kop.
c) 27 rbl. − 12 rbl. 75 kop.
d) 125 rbl. − 13 rbl. 86 kop.
e) 2000 rbl. − 1880 rbl.
f) 6000 rbl. − 1780 rbl.
g) 2579 rbl. − 1496 rbl.
h) 205 210 rbl. − 9997 rbl.
i) 15 000 rbl. − 10 899 rbl.
j) 15 865 rbl. − 12 194 rbl.

**6.** Liita arvud, lihtsustades tehet liidetavate rühmitamisega:

a) 425 rbl. + 363 rbl. + 264 rbl. + 37 rbl. + 36 rbl. + 75 rbl.
b) 469 rbl. + 171 rbl. + 481 rbl. + 29 rbl. + 19 rbl. + 31 rbl.
c) 680 rbl. + 790 rbl. + 880 rbl. + 320 rbl. + 210 rbl. + 120 rbl.
d) 875 rbl. + 850 rbl. + 750 rbl. + 125 rbl. + 150 rbl. + 250 rbl.
e) 2980 rbl. + 2850 rbl. + 2875 rbl. + 20 rbl. + 150 rbl. + 125 rbl.
f) 750 rbl. + 690 rbl. + 350 rbl. + 965 rbl. + 310 rbl. + 35 rbl.
g) 3985 rbl. + 2860 rbl. + 3950 rbl. + 15 rbl. + 50 rbl. + 140 rbl.

**7.** Lahutada ühest vähendatavast mitu arvu liitmise teel (ilma lahutatavaid kokku arvamata):

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| 73 275 | 69 217 | 37 544 | 25 341,67 |
| − 2 655 | − 3 825 | − 1 898 | − 4 244,80 |
| 17 837 | 6 219 | 2 397 | 3 877,66 |
| 4 829 | 7 844 | 6 242 | 297,16 |
| 3 472 | 5 325 | 7 814 | 2 587,32 |

**8.** Arvutada peast tagasiantav rahasumma, sooritades lahutamise liitmise teel:

| | Tuleb maksta: | Anti maksmiseks: | Tagasiantav rahasumma: |
|---|---|---|---|
| a) | 2 rbl. 35 kop. | 5 rbl. | |
| b) | 3 rbl. 83 kop. | 6 rbl. | |
| c) | 8 rbl. 46 kop. | 10 rbl. | |
| d) | 17 rbl. 84 kop. | 19 rbl. | |
| e) | 75 rbl. 67 kop. | 80 rbl. | |
| f) | 82 rbl. 37 kop. | 85 rbl. | |
| g) | 38 rbl. 42 kop. | 50 rbl. | |

**9.** Korrutada peast järgmised arvud:

a) $30 \times 60 \times 50$
b) $40 \times 70 \times 30$
c) $80 \times 30 \times 20$
d) $90 \times 40 \times 40$
e) $10 \times 90 \times 40$
f) $70 \times 50 \times 50$
g) $20 \times 90 \times 30$
h) $50 \times 40 \times 30$
i) $60 \times 90 \times 50$
j) $70 \times 40 \times 30$

**10.** Korrutada allpool toodud arvud, asendades ühe teguritest ühe ja nullidega väljendatud arvuga:

a) 162 rbl. 46 kop.×5
b) 79 rbl. 13 kop.×5
c) 475 rbl. 00 kop.×0,5
d) 25 rbl. 23 kop.×50
e) 133 rbl. 75 kop.×500
f) 134 rbl. 71 kop.×50
g) 244,55 kg×25
h) 53,75 kg×2,5
i) 18,6 kg×0,25
j) 18,75 kg×125
k) 24,25 kg×12,5
l) 66,80 kg×250

**11.** Korrutada lihtsustusvõtet rakendades:

a) 32×28
b) 47×53
c) 62×58
d) 49×41
e) 18×12
f) 91×99
g) 37×33
h) 64×66

**12.** Jagada:

a) 1842 : 100
b) 4532,7 : 10
c) 725 478,8 : 1000
d) 0,79 : 10
e) 2,54 : 100
f) 25 m 45 cm : 100
g) 137 m 56 cm : 1000
h) 680 kg : 100
i) 15 kg 750 g : 1000
j) 300 kg 240 g : 100

**13.** Jagada:

a) 147,5 : 5
b) 740,6 : 0,5
c) 86,75 : 50
d) 496,7 : 50
e) 484,8 : 500
f) 1272 : 50
g) 326,0 : 0,25
h) 230,25 : 2,5
i) 141 : 0,25
j) 876,3 : 25
k) 8,12 : 2,5
l) 358 : 250
m) 97,53 : 1,25
n) 128 : 0,125
o) 25,45 : 0,125
p) 37,8 : 12,5
r) 16,84 : 125
s) 1843,71 : 1,25

**14.** Jagada:

a) 8 kg 325 g : 2,5
b) 1575 rbl. : 12,5
c) 1295 rbl. 50 kop. : 1,25
d) 1 t 345 kg : 50
e) 59,5 m : 5
f) 5,3 ts : 50
g) 325 m : 1250
h) 24,5 t : 1250
i) 166,25 ts : 125
j) 31 kg 125 g : 0,125

**15.** Arvutada alljärgnevate andmete alusel lihasaaduste norm iga roa ühe portsjoni kohta grammides (brutokaalus), rakendades tehete lihtsustamist:

| Roa nimetus | Kokku kulutatud lihasaadusi | Portsjonite arv |
|---|---|---|
| Kastmes keedetud loomaliha . . . . | 20 kg 500 g | 125 |
| Lambaliha köögiviljaga . . . . . . | 20 kg 375 g | 125 |
| Viinerid hautatud kapsaga . . . . . | 11 kg 250 g | 150 |
| Hautatud liha . . . . . . . . . . | 25 kg 350 g | 250 |
| Hautatud sealiha kapsaga . . . . . | 32 kg 750 g | 250 |
| Praetud sink sibulaga . . . . . . | 5 kg 150 g | 50 |
| Praetud lambaliha . . . . . . . . | 82 kg 500 g | 500 |
| Plov lambalihast . . . . . . . . | 7 kg 450 g | 50 |
| Praetud kana . . . . . . . . . . | 27 kg | 125 |
| Mooritud loomaliha . . . . . . . | 84 kg 500 g | 500 |

III peatükk

# LIGIKAUDSED ARVUTUSED

Arvutamisel tuleb sageli sooritada tehteid ligikaudsete arvudega, s. o. niisuguste arvudega, mis väljendavad mingit suurust teatud täpsusega.

## § 13. LIGIKAUDSETE ARVUDE TEKKIMINE

Ligikaudsed arvud võivad praktilistes arvutustes esineda mitmesugustel põhjustel. Näiteks saadakse ligikaudsed arvud suuruste mõõtmisel, sest ühtegi suurust ei ole võimalik täpselt mõõta mõõduriista ebatäpsuse tõttu, samuti mõõdetavate objektide muutumise tõttu välistingimuste (temperatuuri, niiskuse jne.) mõjul. Ligikaudsed arvud tekivad ka jagamisel ja arvude ümardamisel.

**Näide.** 150 kg kaupa maksab 693 rbl. 54 kop. Arvutada 1 kg jaehind. Selleks tuleb 693 rbl. 54 kop. jagada 150-ga:

693 rbl. 54 kop. : 150 = 4,6236 rbl.

Jagamise täpne resultaat sisaldab 4 kümnendkohta. Kõige väiksemaks rubla osaks aga, millega saab väljendada jaehinda, on 0,01 rbl., s. o. 1 kop. Resultaadi väiksemad osad, s. o. tuhandikud ja kümnetuhandikud rublad antud juhul praktilist tähtsust ei oma ning jaehinna kindlaksmääramisel peame need ära jätma.

Jättes vastuses ära kümnendkohad alates kolmandast kohast, saame 4 rbl. 62 kop. See on arvu 4,6236 ligikaudseks ehk ümardatud väärtuseks täpsusega 0,01. Ümardamisviga käesoleval juhul moodustab 4,6236 rbl. — 4,62 rbl. = 0,0036 rbl. See on väiksem kui 0,01, s. o. väiksem selle järgu ühikust, millega piirdusime ümardatud vastuses.

Kui täpses arvus, nagu eelmisel juhul, jätta ära kümnendkohad alates kolmandast kümnendkohast, kuid allesjäävate kohtade viimast numbrit seejuures suurendada ühe võrra, siis saame 4 rbl. 63 kop. See on samuti arvu 4,6236 rbl. ligikaudseks väärtuseks täpsusega 0,01, sest ümardamisel tekkinud viga moodustab sel juhul 4,63 – 4,6236 = 0,0064 rbl., järelikult on väiksem kui 0,01.

Seega võib esineda kahte liiki ligikaudseid arvusid: 1) mille ligikaudne väärtus on täpsest arvust väiksem (näiteks arv 4,62) — ümardatud puuduga; 2) mis on täpsest arvust suuremad — ümardatud liiaga.

Näitest selgub: **mingi järguühiku täpsusega ligikaudse arvu saamiseks tuleb selles arvus ära jätta kõik numbrid, mis järgnevad nõutud täpsuse järgule.**

Mõõdetava suuruse ja tema ligikaudse väärtuse vahet nimetatakse ligikaudse arvu absoluutseks veaks.

Ligikaudsed arvud tekivad ka arvude ümardamisel. Näiteks 1 m riiet maksab 8 rbl. 35 kop. Kui palju maksab 3,75 m riiet? Korrutamisel saame 31,3125 rbl. Praktilistest kaalutlustest lähtudes peame selles ära jätma kaks viimast kümnendkohta, saades ligikaudse arvu 31 rbl. 31 kop. puuduga. Viga 0,0025 rbl. ei moodusta isegi poolt 0,01 rublast.

Vaatleme teist näidet. Kui palju maksab 7,65 m riiet, kui 1 m hind on 9 rbl. 75 kop.? Korrutamise tulemuseks on 74,5875 rbl. Jättes ära kaks viimast numbrit, saame 74,58 rbl. puuduga. Viga moodustab 0,0075, seega rohkem kui poole 0,01-st. Suurendades viimase säilinud järgu numbrit ühe ühiku võrra, saame ligikaudse arvu 74,59 liiaga. Selle viga 0,0025 on väiksem kui pool 0,01-st.

Näiteist selgub, et ümardamisel tekkiva vea suurus sõltub peamiselt esimesest ärajäetavast numbrist: mida suurem on esimene ärajäetav number, seda suurem on ümardatud arvu viga. Viga ületab viimase allesjääva järgu pool ühikut, kui esimene ärajäetav number on suurem kui 5. Kui aga niisugusel juhul viimast allesjäävat numbrit suurendada ühe ühiku võrra, muutub ümardatud arvu viga väiksemaks kui pool viimase järgu ühikut.

Siit tuleneb kümnendmurdude ümardamise reegel: **kui esimeseks ärajäetavaks numbriks on 0, 1, 2, 3 või 4, siis viimast allesjäävat numbrit ei muudeta; kui aga esimeseks ärajäetavaks numbriks on 5, 6, 7, 8 või 9, suurendatakse viimast allesjäävat numbrit 1 võrra.**

Kui ärajäetav number on 5 ja sellele ei järgne teisi numbreid, tuleb kinni pidada paarisarvu reeglist: **viimast säilivat numbrit ei muudeta, kui ta on paarisarv, ja suurendatakse ühe ühiku võrra, kui ta on paaritu arv.**

Seega ümardamisreeglitest kinnipidamisel ei ületa ligikaudse arvu viga poolt viimase säiliva järgu ühikut. Kõik säilinud numbrid loetakse sel juhul õigeteks.

**Näide.** Ümardada 156,3624 kg täpsusega 0,1 kg.

Lahendus. Jätame ära kõik kümnendkohad pärast kümnendikke, suurendame viimast allesjäävat numbrit ühe ühiku võrra (sest esimene ärajäetav number on 6), saame $156,3624 \approx 156,4$ ($\approx$ on ligikaudse võrdsuse märk). Ümardatud arvus on 4 õiget numbrit.

**Näide.** Ümardada 854,356 l täpsusega 1 l.

L a h e n d u s. Jätame ära kõik kümnendkohad pärast täiskohti, saame $854,356 \approx 854$ l. Ümardatud arvus on 3 õiget kohta.

Praktikas rakendatakse mitte ainult kümnendkohtade, vaid ka täisarvude ümardamist, kui madalamad järgud (ühelised, kümnelised, sajalised jne.) osutuvad mittevajalikeks.

Täisarvude ümardamisel asendatakse mittevajalikud madalamad järgud nullidega, pidades kinni ümardamisreeglitest.

**Näide.** Ümardada 15 679 rbl. kümnete rubladeni.

L a h e n d u s. Kuna ühelised pole vajalikud, asendame need nulliga ning saame 15 680 rbl. Ümardatud arvus on 4 õiget numbrit.

**Näide.** Ümardada 268 369 rbl. tuhandete rubladeni.

L a h e n d u s. Asendame kõik tuhandeliste järel seisvad numbrid nullidega ja saame 268 000 rbl. ehk 268 tuh. rbl. Ümardatud arvus on 3 õiget numbrit.

## § 14. LIGIKAUDSETE ARVUDE LIITMINE JA LAHUTAMINE NÕUTUD TÄPSUSEGA

Mitme ligikaudse arvu liitmisel nõutud täpsusega tekib küsimus: kas on vaja säilitada liidetavates kõik kohad või võib liidetavaid ümardada, jättes neis alles ainult minimaalse arvu kohti?

Oletame, et tuleb leida täpsusega 0,01 järgmiste ligikaudsete arvude summa:

$$13,23762 + 4,73487 + 0,62713 + 12,93674 + 142,15873 + \\ + 6,25617 + 2,05695$$

Ülaltoodud küsimuse otsustamiseks liidame arvud kolmel viisil:

1) säilitades liidetavates kõik kümnendkohad; 2) säilitades kaks kümnendkohta; 3) säilitades kolm kümnendkohta.

Kõikidel juhtudel tuleb jälgida ümardamisreegleid.

| 1) | 2) | 3) |
|---:|---:|---:|
| 13,23762 | 13,24 | 13,238 |
| 4,73487 | 4,73 | 4,735 |
| 0,62713 | 0,63 | 0,627 |
| 12,93674 | 12,94 | 12,937 |
| 142,15873 | 142,16 | 142,159 |
| 6,25617 | 6,26 | 6,256 |
| 2,05695 | 2,06 | 2,057 |
| $182,00821 \approx 182,01$ | 182,02 | $182,009 \approx$ $\approx 182,01$ |

Neid lahendusi vaadeldes jõuame järeldusele, et summa saamiseks täpsusega 0,01 ei olnud vajadust säilitada liidetavates kõik kümnendkohad. Samasuguse summa saime, kui jätsime liidetavais alles kolm kümnendkohta, s. o. summas nõutud täpsusest ühe võrra suurema kümnendkohtade arvu. Kahe kümnendkoha säilitamine osutus mitteküllaldaseks, sest ligikaudsete arvude summa tuli õigest summast suurem.

Seega, **et saada kuni 10 ligikaudse arvu summat nõutud täpsusega, on vaja liidetavad ümardada, säilitades neis igaühes ühe lisakoha üle summas nõutud täpsuse. Saadud tulemuses tuleb ära jätta lisakoht, jälgides seejuures ümardamisreegleid.**

Seda reeglit rakendatakse ka täisarvude liitmisel, kui summat nõutakse mingi järguühiku täpsusega.

**Näide.** Arvutada täpsusega 0,1 miljonit järgmiste arvude summa:

$$2\,672\,345+23\,837\,935+2\,478\,835+1\,567\,815+268\,576+$$
$$+43\,795\,671$$

Lahendus. Jätame liidetavais ära kõik madalamad järgud pärast miljoni sajandikke, jälgides seejuures ümardamisreegleid. Miljoni sajandikud säilitame lisakohana:

$$2{,}67+23{,}84+2{,}48+1{,}57+0{,}27+43{,}80=74{,}63\approx 74{,}6 \text{ miljonit t.}$$

Ligikaudsete arvude lahutamisel, samuti kui liitmisel, säilitatakse vähendatavas ja lahutatavas ainult üks lisakümnendkoht, mis arvutuse tulemuses ära jäetakse, jälgides ümardamisreegleid.

**Näide.** Arvutada arvude 38,596456 ja 9,564762 vahe täpsusega 0,001.

Lahendus. Kuna vahe nõutud täpsus on 0,001, võtame vähendatava ja lahutatava ühe koha võrra suurema täpsusega, s. o. nelja kümnendkohaga:

$$\begin{array}{r} 38{,}5965 \\ -\;\; 9{,}5648 \\ \hline 29{,}0317\approx 29{,}032 \end{array}$$

## § 15. LIGIKAUDSETE ARVUDE KORRUTAMINE

### Ligikaudse arvu ja täpse teguri korrutise arvutamine nõutud täpsusega

Majanduslikes arvutustes esineb kõige sagedamini ligikaudsete arvude korrutamist, eriti aga suure kümnendkohtade arvuga ligikaudse arvu ja täpse arvu korrutise leidmist nõutud täpsusega, mis tekitab küllaltki palju raskusi. Neil juhtudel tekib küsimus: mitu kohta tuleb säilitada ligikaudses arvus pärast koma, et saada nõutud täpsusega korrutist? Liigsed kümnendkohad raskendavad arvutamist, ligikaudse arvu mitteküllaldane täpsus aga ei anna nõutava täpsusega resultaati.

Täisarvuga korrutamine on samaväärne ühesuguste liidetavate liitmisega. Seepärast on ligikaudse arvu ja täpse teguri korrutise absoluutne viga ligikaudse korrutatava veast nii mitu korda suurem, kui mitu ühikut on korrutaja täisosas.

Ligikaudse arvu korrutamisel täpse teguriga (täis- või murdarvuga) tuleb korrutatavas pärast seda järku, millega soovitakse korrutises piirduda, võtta nii mitu kohta, kui palju neid on korrutaja täisosas.

**Näide.** Mitu tonni on 284 puuda, kui 1 puud$\approx$0,016380496 t. Vastus arvutada täpsusega 0,01 t.

L a h e n d u s. Arvutame tulemused järgmistel juhtudel:

1) säilitades ligikaudses arvus kõik kohad:

$0{,}016380496 \times 284 = 4{,}652060864 \approx 4{,}65$ t (pärast ümardamist);

2) säilitades ligikaudses arvus viis kümnendkohta (lähtudes sellest, et korrutajas on kolm täiskohta ja korrutise nõutud täpsus on kaks kümnendkohta):

$$0{,}01638 \times 284 = 4{,}65192 \approx 4{,}65 \text{ t};$$

3) säilitades neli kümnendkohta:

$$0{,}0164 \times 284 = 4{,}6576 \text{ t} \approx 4{,}66 \text{ t};$$

4) säilitades kolm kümnendkohta:

$$0{,}016 \times 284 = 4{,}544 \text{ t} \approx 4{,}54 \text{ t}$$

Selle näite alusel veendume, et kõige väiksemaks kümnendkohtade arvuks, mille puhul saadakse nõutud täpsusega ligikaudne korrutis, on viis kohta (II juhus).

Seega, **et arvutada ligikaudse arvu ja täpse teguri korrutis nõutud täpsusega, tuleb ligikaudses arvus säilitada nii mitu kümnendkohta, kui mitu tüvenumbrit [1] on korrutaja täisosas pluss korrutises nõutud täpsuse kümnendkohtade arv.**

**Näide.** Korrutada ligikaudne arv 3,5345986 täpse arvuga 14,3 täpsusega 0,01.

L a h e n d u s. Korrutaja (14,3) täisosas on kaks kohta, korrutise nõutud täpsus — kaks kümnendkohta. Järelikult tuleb ligikaudses arvus säilitada neli kümnendkohta:

$$3{,}5346 \times 14{,}3 = 50{,}54478 \approx 50{,}54 \text{ (ümardatult)}.$$

---

[1] Tüvenumbrid on kõik numbrid peale arvu alguses olevate nullide ja arvu lõpus olevate ümardamisest tekkinud nullide, kui need ei ole õigeteks numbriteks.

**Näide.** Korrutada 7,862345 4,2361-ga täpsusega 0,01.

Lahendus. Korrutame tegurid, säilitades neis kõik kohad. Alustame korrutamist korrutaja kõrgematest järkudest ja kirjutame saadud korrutised üksteise alla:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7,862345×4 | =31,44 | 9 | 380 |
| 7,862345×0,2 | = 1,57 | 2 | 4690 |
| 7,862345×0,03 | = 0,23 | 5 | 87035 |
| 7,862345×0,006 | = 0,04 | 7 | 174070 |
| 7,862345×0,0001 | = 0,00 | 0 | 7862345 |
| 7,862345×4,2361 | =33,30 | 5 | 6795545 |

Tegurite korrutis on 33,31.

Korrutisi vaadeldes märkame, et korrutise sajandikkudele võivad põhiliselt mõju avaldada ainult selle järgu numbrid, mis arvutuses on eraldatud vertikaaljoonte vahele. Need on osakorrutiste tuhandikud. Ülejäänud numbrid, mis asuvad sellest järgust paremal, ei avalda märgatavat mõju korrutise sajandikkudele ning seepärast osutuvad liigseteks.

Vaatame, kuidas saadakse osakorrutiste tuhandikud. Esimese korrutise üheksa tuhandikku saadakse korrutatava kahe tuhandiku korrutamisel korrutaja esimese numbriga (4-ga). Teise korrutise kaks tuhandikku saadakse korrutatava kuue sajandiku korrutamisel (need numbrid on alla kriipsutatud) korrutaja kahe kümnendikuga jne.

Järelikult võib korrutamisel üleliigsed numbrid ära jätta, kui korrutamist alustada mitte korrutaja viimasest, vaid esimesest numbrist ja seejuures korrutaja iga järgmise numbriga korrutamise puhul korrutatava kohtade arvu ühe numbri võrra vähendada. Suurema täpsuse saamiseks tuleb korrutatava lühendamisel kinni pidada ümardamisreeglitest.

Toodud näites on number 6 korrutaja (4,2361) viimaseks kohaks, mis korrutises tuhandikke annab. Seepärast võtame korrutaja tuhandiku täpsusega. Korrutatavas aga säilitame nii mitu kohta, kui palju neid on korrutajas — käesoleval juhul neli kohta. Järelikult korrutame 7,862 4,236-ga. Korrutamist alustame korrutaja kõige kõrgema järgu numbrist (4). Korrutanud 7862 4-ga ja kirjutanud välja korrutise, asume korrutama korrutaja teise numbriga (2). Alustame korrutamist korrutatava teise kohaga (6), paremalt arvates. Teise osakorrutise kirjutame esimese osakorrutise alla selliselt, et mõlema viimased numbrid asetseksid kohakuti. Seejärel korrutame korrutaja kolmanda numbriga (3). Alustame korrutamist korrutatava paremalt kolmanda numbriga. Kuid korrutatava number 8 tuleb seejuures ümardamisreeglite kohaselt suurendada ühe võrra ning seega korrutame 3-ga mitte 78, vaid

79. Analoogiliselt jätkame korrutamist korrutaja järgmise numbriga.

Arvutuse paigutame järgmiselt:

$$
\begin{array}{r}
7,862 \times 4,236 \\
\hline
31448 = 7862 \times 4 \\
1572 = 786\ \ \times 2 \\
237 = 79\ \ \ \times 3 \\
48 = 8\ \ \ \ \times 6 \\
\hline
33,305 \approx 33,31
\end{array}
$$

Tulemus on samasugune kui tegurite korrutamisel, milles on säilitatud kõik kohad.

Vaadeldes saadud ümardatud arve näeme, et korrutatavas (7,862) on säilitatud nii mitu kümnendkohta, kui palju neid peab olema ligikaudses arvus vastavalt ligikaudse arvu ja täpse teguri nõutud täpsusega korrutamise reeglile. Korrutaja tuleb seejuures võtta täpse teguri eest, kuid säilitada temas niisama mitu numbrit, kui palju neid esineb ümardatud korrutatavas.

**Näide.** Arvutada täpsusega 0,01 arvude 8,37469 ja 16,7296 korrutis.

L a h e n d u s. Loeme teise teguri täpseks arvuks. Kuna tema täisosas on kaks kohta ja korrutise nõutav täpsus on 0,01, siis säilitame korrutatavas neli kümnendkohta. Korrutajas säilitame niisama mitu kohta, kui palju neid jäi ümardatud korrutatavasse, s. o. viis numbrit.

$$
\begin{array}{r}
8,3747 \times 16,730 \\
\hline
83747 = 83747 \times 1 \\
50250 = 8375\ \ \times 6 \\
5859 = 837\ \ \ \times 7 \\
252 = 84\ \ \ \ \times 3 \\
\hline
140,108 \approx 140,11
\end{array}
$$

Korrutades tegurid, milles on säilitatud kõik kohad, saame samasuguse ümardatud tulemuse:

$$8,37469 \times 16,7296 = 140,105213824 \approx 140,11$$

Seega, **et arvutada kahe ligikaudse arvu korrutis nõutud täpsusega, tuleb ühes neist säilitada nii mitu kümnendkohta, kui mitu kohta on teise teguri täisosas, ja veel nii mitu kümnendkohta, kui mitu kümnendkohta peab olema korrutises. Korrutajas säilitada niisama palju numbreid, kui neid on ümardatud korrutatavas.**

**Korrutamist tuleb alustada korrutaja kõrgematest järkudest, jättes korrutatavas pärast iga korrutaja numbriga läbikorrutamist ära ühe numbri paremalt, jälgides seejuures ümardamisreegleid. Osakorrutised kirjutatakse üksteise alla täisarvude liitmise korra kohaselt.**

**Näide.** Arvutada täpsusega 0,001 ligikaudsete arvude 0,785648 ja 342,62486 korrutis.

L a h e n d u s. Kuna korrutaja täisosas on kolm kohta ja korrutises peab olema kolm kümnendkohta, säilitame korrutatavas 6 kümnendkohta. Niisama palju numbreid jätame alles ka korrutajas.

$$
\begin{array}{r}
\underline{0{,}785648\times342{,}625} \\
2356944=785648\times3 \\
314260=78565\ \times4 \\
15712=7856\ \ \times2 \\
4716=786\ \ \ \times6 \\
158=79\ \ \ \ \times2 \\
\underline{40=8\ \ \ \ \ \times5} \\
269{,}1830\approx269{,}183
\end{array}
$$

Korrutades tegurid, milles on säilitatud kõik kohad, saame:

$$269{,}18253600928\approx269{,}183$$

**Näide.** Leida arvude 176,2683 ja 6,384648 korrutis täpsusega 0,1.

L a h e n d u s. Säilitame korrutatava kaks kümnendkohta, sest korrutaja täisosas on üks koht ja korrutise täpsus peab olema 0,1.

$$
\begin{array}{r}
\underline{176{,}27\times6{,}3846} \\
105762=17627\times6 \\
5289=1763\ \times3 \\
1408=176\ \ \times8 \\
72=18\ \ \ \times4 \\
\underline{12=2\ \ \ \ \times6} \\
1125{,}43\approx1125{,}4
\end{array}
$$

Korrutades tegurid, kui nendes on säilitatud kõik kohad, saame:

$$1125{,}4110490584\approx1125{,}4$$

## § 16. KOHTADE ARVU MÄÄRAMINE KORRUTISE TÄISOSAS

Tavaline kümnendmurdude korrutamise reegel määrab koma asukoha korrutises kindlaks tegurites olevate kümnendkohtade arvu liitmise teel. Kuid tegelikes arvutustöödes, eriti nõutud täpsusega korrutamisel arvutusmasina või arvutuslükati abil, on see reegel rakendamiseks ebasobiv. Palju otstarbekohasem on korrutises kindlaks määrata mitte kümnendkohtade, vaid täisosa kohtade arv.

On teada, et korrutise täisosas on niisama palju või ühe võrra vähem kohti, kui mõlema teguri täisosades kokku. Selle selgituseks vaatleme mõningaid korrutisi:

1) $3{,}5\times7{,}4=25{,}9$
2) $48{,}26\times7{,}35\approx354{,}711$
3) $78{,}34\times62{,}5=4896{,}25$
4) $1{,}35\times3{,}26=4{,}401$
5) $2{,}45\times17{,}6=43{,}12$
6) $57{,}48\times13{,}25=761{,}61$

Esimeses kolmes näites on korrutise täisosa kohtade arv võrdne mõlema teguri täisosa kohtade arvude summaga. Kolmes järgmises näites on korrutise täisosa kohtade arv mõlema teguri täisosade kohtade arvude summast ühe võrra väiksem.

Esimest kolme näidet vaadeldes märkame, et korrutiste esimesed tüvenumbrid on väiksemad kummagi teguri esimesest tüvenumbrist:

1) $2<3$; $2<7$; 2) $3<4$; $3<7$; 3) $4<7$; $4<6$.

Kolmes järgmises näites on korrutise esimene tüvenumber suurem kui kummagi teguri esimene tüvenumber:

4) $4>1$; $4>3$; 5) $4>2$; $4>1$; 6) $7>5$; $7>1$.

Reeglid: 1. **Korrutise täisosa kohtade arv võrdub mõlema teguri täisosa kohtade arvude summaga, kui korrutise esimene tüvenumber on väiksem kui kummagi teguri esimene tüvenumber.**

2. **Korrutise täisosa kohtade arv on ühe võrra väiksem mõlema teguri täisosa kohtade arvude summast, kui korrutise esimene tüvenumber on suurem kui kummagi teguri esimene tüvenumber.**

Kui korrutise ja tegurite esimesed numbrid on võrdsed, otsustatakse küsimus teisel kohal olevate numbrite järgi jne.

## § 17. ARVUDE SUURUSJÄRGU MÄÄRAMINE

Eelmises paragrahvis toodud reegel kohtade arvu leidmiseks korrutise täisosas määrab samaaegselt kindlaks koma asukoha korrutises. Kuid see reegel on sobiv ühest suuremate tegurite puhul.

Üldreegli saamiseks, mis on sobiv kasutamiseks kõikidel juhtudel, võtame kasutusele arvude suurusjärgu mõiste.

Ühe ja ühest suuremate arvude suurusjärgu määrab tema täisosa kohtade arv, ühest väiksemate arvude suurusjärgu aga nullide arv koma järel enne esimest tüvenumbrit. Esimesel juhul loetakse suurusjärk positiivseks, teisel juhul negatiivseks. Kui arvu täisosa on null ja esimene kümnendkoht pärast koma on tüvenumber, loetakse arvu suurusjärk nulliks (tabel 3).

Tabel 3

| Arvud | Suurusjärk | Arvud | Suurusjärk |
|---|---|---|---|
| 3084 | +4 | 0,3084 | 0 |
| 308,4 | +3 | 0,03084 | −1 |
| 30,84 | +2 | 0,003084 | −2 |
| 3,084 | +1 | 0,0003084 | −3 |

**Näide.** Korrutada 240,8 arvuga 0,03525 ja määrata kindlaks korrutise suurusjärk.

Lahendus. $2408\times3525=8488200$. Korrutatava suurusjärk on $+3$, korrutaja suurusjärk $-1$. Korrutise esimene number on suurem kui kummagi teguri esimene number. Järelikult on korrutise suurusjärk $3-1-1=1$, s. o. korrutise täisosas on üks koht:

$$280{,}8 \times 0{,}03525 = 8{,}4882$$

**Näide.** Korrutada 0,456 0,00728-ga ja määrata kindlaks korrutise suurusjärk.

L a h e n d u s. $456 \times 728 = 331968$. Korrutatava suurusjärk on 0, korrutaja suurusjärk $-2$. Korrutise esimene number on väiksem kummagi teguri esimesest numbrist. Seepärast on korrutise suurusjärk $0-2=-2$:

$$0{,}456 \times 0{,}00728 = 0{,}00331968$$

**Näide.** Korrutada 472,25 0,0002256-ga ja määrata kindlaks korrutise suurusjärk.

L a h e n d u s. $47225 \times 2256 = 106\,539\,600$. Korrutatava suurusjärk on $+3$, korrutaja suurusjärk $-3$. Korrutise esimene number on väiksem kummagi teguri esimesest numbrist. Seepärast on korrutise suurusjärk $3-3=0$

$$472{,}25 \times 0{,}0002256 = 0{,}1065396$$

## § 18. LIGIKAUDSETE ARVUDE JAGAMINE

Vaatleme kahte liiki nõutud täpsusega jagamist: ligikaudse arvu jagamist täpse arvuga ja ligikaudse arvu jagamist ligikaudse arvuga.

Ligikaudse arvu jagamine täpse arvuga ei erine millegagi tavaliste kümnendmurdude jagamisest. Et jagada ligikaudset arvu täpse arvuga ja saada nõutud täpsusega jagatist, jagatakse tavalisel viisil seni, kuni jagatises on saadud nõutav arv kümnendkohti. Kui viimane jääk on suurem kui pool jagajat, suurendatakse jagatise viimast numbrit ühe võrra.

**Näide.** Jagada 34,75362 6,47-ga täpsusega 0,001.

L a h e n d u s.

$$\begin{array}{r|l}
3475{,}362 & 647 \\ \cline{2-2}
-\underline{3235\phantom{,362}} & 5{,}371 \approx 5{,}372 \\
2403\phantom{62} & \\
-\underline{1941\phantom{62}} & \\
4626\phantom{2} & \\
-\underline{4529\phantom{2}} & \\
972 & \\
-\underline{647} & \\
325 &
\end{array}$$

**Näide.** Jagada 3392,179 458,7-ga täpsusega 0,01.

L a h e n d u s.

$$\begin{array}{r|l} -\,33921{,}79 & 4587 \\ \underline{32109\phantom{,79}} & \overline{7{,}39 \approx 7{,}40} \\ -\,18127\phantom{,9} & \\ \underline{13761\phantom{,9}} & \\ -\,43669 & \\ \underline{41283} & \\ 2386 & \end{array}$$

Kuna ärajäetav jääk (2386) on suurem kui pool jagajat $\left(\frac{4587}{2}\right)$, suurendame jagatise viimast numbrit ühe võrra. Jagatis on 7,40.

## § 19. KOHTADE ARVU MÄÄRAMINE JAGATISE TÄISOSAS

Kontrolli otstarbel on väga tähtis osata enne jagamist kindlaks määrata kohtade arv jagatise täisosas, määrata koma asukoht jagatises.

Kohtade arv jagatise täisosas, kui jagatav ja jagaja on suuremad kui 1, sõltub jagatava ning jagaja täisosast. Seepärast jäetakse jagatava ja jagaja kümnendkohad jagatise täisosa kohtade arvu määramisel tähele panemata.

**Näide 1.** Määrata kohtade arv jagatise täisosas arvu 1348,25 jagamisel 85,6-ga.

L a h e n d u s. Jagatise täisosa kohtade arvu määramiseks vaatleme ainult jagatava ja jagaja täisosi, s. o. arvusid 1348 ja 85.

Jagatise esimese koha saamiseks tuleb võtta jagatavast kolm esimest kohta, s. o. 134. Pärast seda on vaja jäägi juurde tuua jagatavast number 8. Jagades saadud arvu 85-ga, saame jagatise teise numbri. Kuna jagatava täisosa on lõppenud, on järelikult lõppenud ka jagatise täisosa. Niisiis, jagatise täisosas on üldse kaks kohta.

**Näide 2.** Määrata kohtade arv jagatise täisosas arvu 4375,43 jagamisel 13,725-ga.

L a h e n d u s. Jagatavaks võtame 4375 ja jagajaks 13.

Jagades 43 13-ga, saame jagatise esimese numbri. Pärast 7 juurdetoomist jäägile saame jagatise teise koha ja pärast 5 juurdetoomist jagatise kolmanda koha. Järelikult on jagatise täisosas üldse kolm kohta.

**Näide 3.** Määrata kohtade arv jagatise täisosas arvu 848,3 jagamisel 0,0625-ga.

L a h e n d u s. $848{,}3 : 0{,}0625 = 84830 : 6{,}25$. Jagatise täisosas on viis kohta.

R e e g l i d. 1. **Jagatise täiskohtade arv võrdub jagatava ja jagaja täisosa kohtade arvude vahega, kui jagatava esimene tüvenumber on väiksem jagaja esimesest tüvenumbrist.**

2. **Jagatise täiskohtade arv on ühe võrra suurem jagatava ja jagaja täisosa kohtade arvude vahest, kui jagatava esimene tüvenumber on suurem jagaja esimesest tüvenumbrist.**

Kui jagatav on väiksem kui jagaja, siis jagatise täisosas tüvenumbreid ei ole, vaid selles on null tervet. Seepärast on niisugusel juhul vaja osata kindlaks teha, mitu nulli on jagatises enne esimest tüvenumbrit.

**Näide 4.** Jagada 2,64 737,2-ga.

L a h e n d u s. 2 ei jagu 737-ga. Seepärast kirjutame jagatisse null tervet. Ka 26 ei jagu 737-ga — kirjutame jagatisse teise nulli. 264 samuti 737-ga ei jagu — kirjutame jagatisse kolmanda nulli. Kuna 2640 jagub 737-ga, on 3 jagatise esimene tüvenumber:

$$2{,}64 : 737{,}2 \approx 0{,}003$$

Seejuures on tarvis meeles pidada, et jagatavas võetakse iga kord juurde ainult ü k s number.

**Näide 5.** Jagada 0,627 24,5-ga.

L a h e n d u s. Jagame nulli 24-ga ja kirjutame jagatisse null tervet. 6 ei jagu 24-ga, mistõttu kirjutame jagatisse nulli. 62 jagub 24-ga ning kirjutame jagatisse 2. Järelikult:

$$0{,}627 : 24{,}5 \approx 0{,}02$$

Koma asukoha määramiseks jagatises võib kasutada ka a r v u s u u r u s j ä r g u m õ i s t e t. Esimeses näites on jagatava suurusjärk $+4$ ja jagaja suurusjärk $+2$. Jagatava esimene number on v ä i k s e m kui jagaja esimene number ning jagatise suurusjärk on $4-2=2$.

Teises näites on jagatava suurusjärk $+4$ ja jagaja suurusjärk $+2$. Jagatava esimene number on s u u r e m kui jagaja esimene number ning jagatise suurusjärk on: $4-2+1=3$.

Kolmandas näites on jagatava suurusjärk $+3$ ning jagaja suurusjärk $-1$. Jagatava esimene number on s u u r e m kui jagaja esimene number ning jagatise suurusjärk on $3-(-1)+1=5$.

Neljandas näites on jagatava suurusjärk $+1$ ja jagaja suurusjärk $+3$. Jagatava esimene number on v ä i k s e m kui jagaja esimene number ning jagatise suurusjärk on $1-3=-2$.

Viiendas näites on jagatava suurusjärk 0 ja jagaja suurusjärk $+2$. Jagatava esimene number on s u u r e m kui jagaja esimene number ning jagatise suurusjärk on $0-2+1=-1$.

## § 20. LÜHENDATUD ARVUTUSVÕTE MITMEKOHALISTE ARVUDE JAGAMISEKS NÕUTUD TÄPSUSEGA

On vaja 5334572,37 jagada 64723,45-ga täpsusega 0,1. Jagamine sooritatakse järgmiselt.

1. Teeme kindlaks kohtade arvu jagatise täisosas. See võrdub jagatava ja jagaja täiskohtade arvude vahega, s. o. 7—5=2, sest jagatava esimene number (5) on väiksem kui jagaja esimene number (6).

2. Määrame jagatise üldise kohtade arvu. Kuna jagatise nõutud täpsus on 0,1, peab jagatises olema üks kümnendkoht ning jagatisse tuleb üldse kolm kohta.

3. Jätame jagajasse ühe koha rohkem, s. o. neli kohta — seega arvu 6472.

4. Jagatavasse jätame nii mitu kohta, kui palju on vaja, et saada ainult esimest kohta jagatises. Jagatavaks jääb 5334̇6 (ümardasime). Järelikult me jagame 53346 6472-ga.

5. Jaganud jagatava jagajaga, saame jagatise esimese numbri 8. Korrutanud selle jagajaga, saame 51776. Lahutame selle ja saame esimese jäägi 1570.

6. Saanud esimese jäägi, kriipsutame maha jagaja esimese numbri paremalt (2) ja jagame esimese jäägi 647-ga. Saame jagatise teise numbri 2. Teine jääk on 276. Asetame jagatisse koma.

7. Saanud teise jäägi, kriipsutame maha jagaja teise numbri paremalt (7) ja jagame teise jäägi 65-ga (ümardasime). Saame jagatise kolmanda ning ühtlasi viimase numbri 4 ja jäägi 16. Kuna ärajäetav jääk (16) on väiksem kui pool jagajat $\left(\frac{65}{2}\right)$, siis jagatise viimane number ei muutu ning jagamise tulemuseks on 82,4.

Jagamise käigu märgime järgmiselt:

$$
\begin{array}{r|l}
-\,53346 & 6472 \\
51776 & 82{,}4 \\
\hline
-\,1570 : 647 & \\
1294 & \\
\hline
-\,276 : 65 & \\
260 & \\
\hline
16 &
\end{array}
$$

Toodud näitest ilmneb, et mitmekohalise arvu jagamine mitmekohalise arvuga lühendatud arvutusvõtte abil on analoogiline kahe ligikaudse arvu korrutamisvõttega.

**Näide.** Jagada 5356,87 48,3567-ga täpsusega 0,1.

L a h e n d u s. Jagatise täisosas on 4—2+1=3 kohta. Jagatise nõutud täpsus on 0,1, seepärast tuleb jagatisse üldse 4 kohta. Jagajas säilitame ühe koha rohkem, s. o. 5 kohta. Jagatavas on küllaldane säilitada samuti 5 kohta, et saada esimest kohta jagatises:

$$
\begin{array}{r|l}
-\,53569 & 48357 \\
\underline{48357} & \overline{110{,}7 \approx 110{,}8} \\
-\,5212 : 4836 & \\
\underline{4836} & \\
-\,376 : 48 & \\
\underline{336} & \\
40 &
\end{array}
$$

Kuna viimane jääk (40) on suurem kui pool viimasest jagajast $\left(\frac{48}{2}\right)$, suurendame jagatise viimast numbrit ühe võrra.

## § 21. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Kuidas tekivad ligikaudsed arvud?
2. Kuidas ümardatakse ligikaudseid arve?
3. Missuguse täpsusega tuleb võtta liidetavad, et saada summa nõutud täpsusega?
4. Missuguse täpsusega tuleb võtta vähendatav ja lahutatav, et saada vahe nõutud täpsusega?
5. Milline on ligikaudse arvu ja täpse teguri nõutud täpsusega korrutamise reegel?
6. Milline on ligikaudsete arvude nõutud täpsusega korrutamise reegel?
7. Milline on mitmekohaliste arvude nõutud täpsusega jagamise reegel?
8. Kuidas määrata kindlaks kohtade arv korrutise täisosas?
9. Kuidas määrata kindlaks kohtade arv jagatise täisosas?

### Ülesanded

**1.** Väljendada arvude 224,84786; 8,8757 ja 32807 ligikaudsed väärtused täpsusega 1; 0,1; 0,01 ja 0,001.

**2.** Väljendada alljärgnevate arvude ligikaudsed väärtused täpsusega 1 m või 1 kg:

a) 85 m 37 cm; 275 m 85 cm; 4 m 09 cm

b) 18 kg 150 g; 37 kg 870 g; 6840 kg 50 g

**3.** Ümardada: 6845 m sajalisteni; 8371,25 kg kümnelisteni; 2760,23 m ühelisteni; 8986,7 rbl. tuhandelisteni; 3845,85 rbl. sajalisteni; 537 m 40 cm kümnelisteni.

**4.** Arvutada kaupluse poole aasta kaubakäibe summa täpsusega 1 rbl. ja 1 tuh. rbl., kui käive kuude viisi oli:

| | |
|---|---|
| jaanuaris | 384 644 rbl. 75 kop. |
| veebruaris | 375 309 rbl. 86 kop. |
| märtsis | 419 844 rbl. 17 kop |
| aprillis | 405 078 rbl. 33 kop. |
| mais | 415 318 rbl. 67 kop. |
| juunis | 508 966 rbl. 85 kop. |

**5.** Arvutada summad täpsusega 1 tuhat:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 748 266 m | | 28 675,6 kg |
| | 865 713 „ | | 48 758,7 „ |
| + | 497 637 „ | + | 12 647,5 „ |
| | 891 816 „ | | 38 198,8 kg |
| | 794 337 „ | | 16 447,6 „ |

6. Kaupade jääk tarbijate kooperatiivis kvartali alguseks oli 248 631 rbl. Kvartali jooksul saabus kaupa 389 962 rbl. väärtuses ja müüdi 421 374 rbl. väärtuses. Arvutada kaupade jääk kvartali lõpuks tuhandetes rublades.

7. Kultuurikaupade kauplusse saabus aasta jooksul:

| | | |
|---|---|---|
| õpikuid . . . . . | 1875 | rbl. väärtuses |
| mänguasju . . . | 5486 | „ „ |
| muusikatarbeid . . | 7844 | „ „ |
| sporditarbeid . . | 18 399 | „ „ |
| fototarbeid . . . | 1637 | „ „ |
| raadiotarbeid . . | 8475 | „ „ |
| kantseleitarbeid . . | 10 724 | „ „ |
| Kokku . . . | | |

Arvutada saabunud kaupade üldsumma tuhandetes rublades.

8. Lahutada täpsusega 0,001:

3845,673 – 144,33785

9. Lahutada täpsusega 0,1:

89,7548 – 6,87955

10. Lahutada täpsusega 1 dm:

9448,65 m – 375,84 m

11. Lahutada täpsusega 1 kg:

1275,625 kg – 781,335 kg

12. Korrutada täpsusega 0,01:

$148,3865758 \times 65$

13. Korrutada täpsusega 0,001:

$1,7584867 \times 8,9$

14. Korrutada täpsusega 0,001:

$0,814755 \times 4,58385$

15. Üks pang on 12,299409 l. Mitu liitrit on 8 panges? Vastus anda 1 l täpsusega.

16. Arvutada kilogrammide arv 19 naelas, kui 1 nael = 0,40951241 kg. Vastus anda täpsusega 0,01.

17. 1 m = 3,28084 jalga. Arvutada jalgade arv 23,7 meetris täpsusega 0,1.

18. Arvutada, mitu inglise miili on 8 kilomeetris, kui 1 km = 0,62137 miili. Vastus anda kümnendiku miili täpsusega.

19. Leida arvude 7584876 ja 8134867 jagatis täpsusega 0,01. Arvutamisel kasutada lühendatud jagamist (lühendades jagatavat ja jagajat).

20. Arvutada arvude 867,83548 ja 13,837 jagatis täpsusega 0,01.

21. Arvutada arvude 0,237844 ja 0,958715 jagatis täpsusega 0,01.

22. Raudteejaamast tarbijate kooperatiivi on 17 km. Ühe tonni kauba toimetamise eest jaamast tarbijate kooperatiivi maksti 2 rbl. Kui palju maksab keskmiselt 1 t kauba vedu 1 km kaugusele (tonnkilomeeter)? Vastus anda 1 kop. täpsusega.

23. 357 kg kauba maksumus on 784,1 rbl. Arvutada 1 kg kauba hind täpsusega 0,01 rbl.

24. 319 m kauba maksumus on 848,7 rbl. Arvutada 1 m hind täpsusega 0,01 rbl.

IV peatükk

# ARVELAUD

## § 22. ÜLDISELOOMUSTUS

Arvelaud on kõige lihtsam ja levinum arvutusvahend.

Arvelaud leiutati Venemaal XVI sajandil. Tollal kujutas ta endast kasti pinguletõmmatud nööridega. Igal nööril oli 10 kuulikest. XVIII sajandil arvelauda täiustati.

Arvelaual on vaja osata vabalt sooritada kõiki nelja aritmeetilist tehet. Selleks tuleb täielikult omandada arvutamise lihtsustusvõtted, kuna neile põhinevad tehted arvelaual.

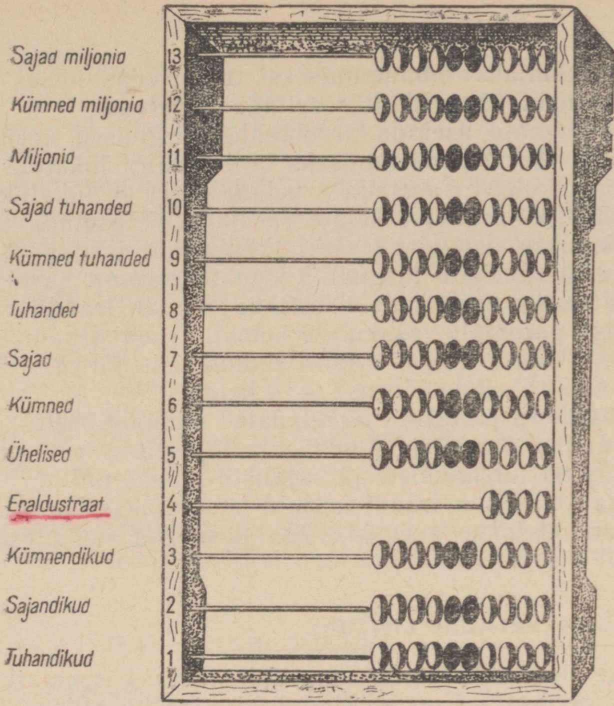
Arvelaua ehitus (joon. 1) rajaneb arvude kümnendsüsteemil, milles näiteks 10 esimese järgu ühikut moodustavad ühe teise järgu ühiku. Samuti vastavad arvelaua mingi traadi kümme ketast mõisteliselt ühele kettale temast kõrgemal asuval naabertraadil. Arvelaua kolm alumist traati on arvude murdosade — tuhandike, sajandike ja kümnendike märkimiseks. Altpoolt neljandal traadil on neli ketast. See traat eraldab arvu murdosa täisosast. Alt neljas traat vastab seega kümnendmurdudes kasutatavale komale, seepärast nimetame teda e r a l d u s t r a a d i k s. Sellest kõrgemal asuvatel traatidel märgitakse täisarvusid.

Iga traat koos sellel asetseva 10 kettaga vastab arvu mingile järgule, kusjuures järkude tähendus suureneb altpoolt ülespoole järgmiselt:

1. traat vastab tuhandike järgule
2. „ „ sajandike „
3. „ „ kümnendike „
5. „ „ üheliste „
6. „ „ kümneliste „

jne.

Lugemise kergendamiseks on iga traadi keskmised kettad värvitud mustaks või punaseks. Klasside algust tähistavad kettad on samuti värvilised.




Joon. 1. Arvelaud.

Arvud asetatakse arvelauale samasuguses korras, nagu neid kirjutatakse või loetakse, s. o. kõrgematest järkudest alustades. Et mitte eksida otsustamisel, millisest traadist alustada arvu asetamist arvelauale, tuleb meeles pidada järgmist: kui arvu täisosas on neli kohta, alustatakse arvu märkimist neljandalt traadilt (eraldustraadist arvates), on aga arvu täisosas viis kohta, alustatakse märkimist viiendalt traadilt (eraldustraadist arvates) jne.

Kui arvelauale asetatavas arvus puuduvad mõned järgud, jäetakse neile järkudele vastavad traadid tühjaks.

Arvelaual arvutamisel kasutatakse peamiselt esimest, keskmist ja nimetissõrme, sobivatel juhtudel aga ka pöialt. Käsi peab arvutamisel olema vaba: pöialt ega ühtegi sõrme ei tohi hoida konksus ega väljasirutatult. Vastasel korral sõrmed ei liigu küllaldaselt. Ühtlasi muutub käsi ka randmest paindumatuks ja kogu liikumine toimub küünarliigese kaudu. Viimasel juhul muutub aga arvutamine väsitavaks ja tüütavaks.

Arvelaud paigutatakse laual arvutajast paremale veidi viltu asendisse.

Arvelaual tuleb arvutada mitte ainult õigesti, vaid ka kiiresti. Seepärast on vaja harjutada, kuni saavutatakse vajalik arvutamise kiirus.

Kiiruse kindlaks omandamiseks tuleb edaspidises õppetöös kõik arvutustööd võimalikult sooritada arvelaual.

**Näide.** On vaja asetada arvelauale järgmised arvud: 8, 35, 2814, 30095. Arvude asetamiseks arvelauale lükatakse kettaid paremalt vasakule. Et asetada arvelauale arv 8, lükatakse 5-ndal traadil (üheliste järgus) 8 ketast vasakule. Et asetada arvelauale arv 35, lükatakse kuuendal traadil (kümneliste järgus) 3 ketast ja 5-ndal traadil (üheliste järgus) 5 ketast paremalt vasakule. Arvu 2814 asetamiseks arvelauale lükatakse 8-ndal traadil (tuhandeliste järgus) paremalt vasakule 2 ketast; 7-ndal traadil (sajaliste järgus) — 8 ketast, 6-ndal traadil (kümneliste järgus) — 1 ketas, 5-ndal traadil (üheliste järgus) — 4 ketast.

Arv 30 095 asetatakse arvelauale analoogiliselt, alustades 9-ndast traadist. 7-ndal ja 8-ndal traadil kettaid ei liigutata, sest antud arvus on tuhandeliste ja sajaliste järgus nullid.

Teise ja kolmanda traadi kettaid kasutatakse kopikate märkimiseks, kui liidetakse arvusid, mis koosnevad rubladest ja kopikatest.

## § 23. ARVELAUAL LIITMINE

Liitmist alustatakse arvelaual liidetavate kõrgematest järkudest. Selle poolest erineb arvelaual liitmine kirjalikust liitmisest. Liitmisel tuleb tähelepanelikult jälgida, et liidetavate ühesugused järgud asetataks ühele ja samale traadile.

**Näide.** Liita 46,3 ja 132,52.

Lahendus. Asetame arvelauale esimese liidetava 46,3, lükates paremalt vasakule kuuendal traadil 4, viiendal traadil 6 ja kolmandal traadil (kümnendike järgus) 3 ketast. Pärast seda liidame juurde teise liidetava, lükates paremalt vasakule seitsmendal traadil 1 ketta, kuuendal traadil 3, viiendal traadil 2, kolmandal traadil 5 ja teisel traadil 2 ketast. Summa moodustab 178,82.

Kui liitmisel esineb mingil traadil paremal pool vähem kettaid kui on vaja liita, siis liidetavast järgust kõrgemal asuval naabertraadil liidetakse 1 ketas (mis vastab liidetava järgu 10-le ühikule) ja liidetavas järgus lahutatakse üleliigselt juurdelisatud kettad.

Selgituseks toome järgmise liitmise tabeli:

$$+9=+10-1;\ +8=+10-2;\ +7=+10-3;\ +6=+10-4;$$
$$+5=+10-5;\ +4=+10-6;\ +3=+10-7;\ +2=+10-8.$$

Tabelis toodud näiteid loetakse järgmiselt: liita 9, tähendab liita 10 ja lahutada 1; liita 6, tähendab liita 10 ja lahutada 4 jne.

Kui liitmisel saadakse mingi traadi vasakul poolel 10 ketast, tuleb need lükata paremale ja nende asemel liita 1 ketas ülemisel naabertraadil.

**Näide.** Liita arvud 1386 rbl. 76 kop. ja 73 rbl. 27 kop.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale esimese liidetava. Teise liidetava lisamisel näeme, et kuuendal traadil olevale 8-le kettale pole võimalik lisada teise liidetava 7 kümnelist. Seepärast liidame ühe ketta seitsmendal traadil ja lahutame 3 ketast kuuendal traadil. Pärast seda lisame viiendal traadil olevale 6 kettale teise liidetava 3 ühelist. Eraldustraadist allpool oleval kolmandal traadil, kus on 7 ketast, liidame teise liidetava 2 kümnendikku. Lõpuks on vaja lisada teisel traadil olevale 6 kettale teise liidetava 7 sajandikku. Kuna aga seitset ketast pole võimalik lisada, liidame kolmandal traadil 1 ketta ja lahutame teisel traadil 3 ketast. Kolmandal traadil saime 10 ketast. Need on vaja lükata paremale ja nende asemel liita üks ketas viiendal traadil. Nüüd saime viiendal traadil 10 ketast. Need lükkame jälle paremale ja nende asemel liidame ühe ketta kuuendal traadil. Liitmise resultaadiks on 1460 rbl. 03 kop.

Mitme arvu liitmise tulemusena saadud summat kontrollitakse arvude teises järjekorras liitmisega või liitmise kordamisega.

## § 24. ARVELAUAL LAHUTAMINE

Arvelaual lahutamist, nagu liitmistki, teostatakse järk-järgult, alustades kõrgematest järkudest.

Liitmisel lükatakse kettaid paremalt vasakule, lahutamisel aga vastupidiselt — vasakult paremale.

**Näide.** Lahutada 4846,79-st 1523,56.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale 4846,79. Lahutame sellest 1523,56 kõrgematest järkudest alustades: 1 tuhande lahutame vähendatava 4-st tuhandest, 500 lahutame 800-st, 20 lahutame 40-st, 3 lahutame 6-st, 0,5 lahutame 0,7-st ja 0,06 lahutame 0,09-st. Tulemuseks on 3323,23.

Lahutamisel esineb samuti juhtumeid, kus mingil traadil puudub lahutamiseks vajalik arv kettaid. Neil juhtumeil lahutatakse üks ketas vastavast traadist kõrgemal asuval traadil ja vastaval traadil endal liidetakse üleliigselt lahutatud ühikud. Arvelaual lahutamisel tuleb kasutada järgmisi seoseid:

$$-9=-10+1;\ -8=-10+2;\ -7=-10+3;\ -6=-10+4;$$
$$-5=-10+5;\ -4=-10+6;\ -3=-10+7;\ -2=-10+8;$$
$$-1=-10+9.$$

**Näide.** 3529 rbl. 37 kop. — 974 rbl. 74 kop.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale 3529 rbl. 37 kop. ja lahutame sellest 947 rbl. 74 kop. kõrgematest järkudest alustades. Vähendatava 5-st sajalisest ei ole võimalik lahutada 9 sajalist. Seepärast lahutame ühe ketta tuhandelistest (kaheksandal traadil) ja liidame ühe ketta sajalistele (seitsmendal traadil). Järgmises järgus ei ole võimalik lahutada vähendatava 2-st kümnelisest lahutatava 7 kümnelist. Seetõttu lahutame ühe ketta sajalistest (seitsmendal traadil) ja liidame kolm ketast kümnelistele. Viiendal traadil lahutame 9-st kettast 4 ketast. Vähendatava 30-st kopikast ei ole võimalik lahutada 70 kopikat. Seepärast lahutame ühe ketta täisosa ühelistest (ühe rubla viiendal traadil) ja liidame 3 ketast kümnendikkudele (eraldustraadist allpool oleval traadil). Lõpuks lahutame sajandikkudena esinevast 7-st kopikast 4 kopikat ja tulemuseks saame 2554 rubla 63 kopikat.

Vaatleme lahutamise näidet, kui vähendatava numbrite hulgas esineb nulle.

**Näide.** Lahutada 3005-st 28.

Lahendus. Vähendatava kümnelistest ei ole võimalik lahutada kaht kümnelist, sest vähendatavas ei ole kümnelisi. Samal põhjusel ei saa ka lahutada üht ketast sajalistest. Seepärast lahutame ühe ketta lähimal kõrgemal asuval traadil, kus kettaid on (antud juhul tuhandeliste traadil), ja liidame juurde 10 ketast temast allpool oleval traadil (mingi järgu ühik peenestatakse). Pärast seda lahutame ühe ketta viimati nimetatud traadil ja liidame 10 ketast allpool oleval traadil. Seda võtet jätkatakse seni, kuni endisi nulle tähistavaid tühje traate enam ei esine. Kaheksandale traadile jääb 2, seitsmendale traadile 9 ja kuuendale traadile 10 ketast. Kuuendal traadil olevast 10-st kettast lahutatakse nüüd lahutatava 2 kümnelist. Seejärel lahutatakse kuuendal traadil veel üks ketas ja liidetakse viiendal traadil olevatele ühelistele 2 ketast. Lahutamise tulemus on 2977.

Otstarbekohasem on kuuendal traadil liita mitte 10 ketast, vaid ainult nii palju, kui lahutamisel üle jääb, antud juhul 8 ketast, kuna lahutada oli vaja 2 kümnelist.

**Näide.** Lahutada 42352-st 12358.

Lahendus. 40 tuhandest lahutame 10 tuhat, 2000-st lahutame 2000, 300-st lahutame 300 ja 50-st lahutame 50. Kuna 2-st ei saa kaheksat lahutada, peenestame ühe kümnetuhandelise tuhandelisteks, ühe tuhandelise sajalisteks, ühe sajalise kümnelisteks, lahutame ühe kümnelise ja liidame 2 ühelist. Vastuseks saame 29994.

Lahutamist kontrollime vahe ja lahutatava liitmise teel: nende summa peab võrduma vähendatavaga.

## § 25. ARVELAUAL KORRUTAMINE

Arvelaual korrutamine tekitab rohkem raskusi kui liitmine ja lahutamine. Kuid on olemas mitmesuguseid võtteid, mis kergendavad arvelaual korrutamist. Põhiliselt on neid võtteid käsitletud peatükis «Aritmeetiliste tehete lihtsustusvõtted». Nad põhinevad korrutaja ümberkujundamisel: korrutaja kujutamisel summana, vahena ja murruna.

### Korrutamine 10-ga, 100-ga, 1000-ga jne.

Et korrutada nende arvudega, on küllalt, kui korrutatav asetada arvelauale nii mitme traadi võrra kõrgemalt, kui mitu nulli on korrutajas. Järelikult asetame 10-ga korrutamisel korrutatava arvelauale ühe traadi võrra kõrgemalt, 100-ga korrutamisel kahe traadi võrra kõrgemalt jne.

### Korrutamine ühekohaliste arvudega

Ühekohalised tegurid kujundame ümber järgmiselt:

**2 = 1 + 1.** Et korrutada mingit arvu 2-ga, tuleb korrutatav asetada arvelauale 2 korda, näiteks:

$$274 \times 2 = 274 + 274 = 548$$

**3 = 1 + 1 + 1.** Et mingit arvu korrutada 3-ga, tuleb korrutatav asetada arvelauale 3 korda, näiteks:

$$56 \times 3 = 56 + 56 + 56 = 168$$

**4 = 1 + 1 + 2.** Et mingit arvu korrutada 4-ga, tuleb korrutatav asetada arvelauale 2 korda ja saadud summa veel kord juurde lisada, näiteks:

$$46 \times 4 = 46 + 46 + 92 = 184$$

**5 = 10 : 2.** Et mingit arvu korrutada 5-ga, tuleb arv algul korrutada 10-ga (asetada korrutatav arvelaual ühe traadi võrra kõrgemale) ja seejärel korrutis jagada 2-ga, näiteks:

$$63 \times 5 = (63 \times 10) : 2 = 630 : 2 = 315$$

Arvu jagamisel 2-ga lahutatakse igal traadil pool jagamisele kuuluvate ketaste arvust. Jagamist alustatakse jagatava arvu madalamatest järkudest. Kui mingil traadil esineb paaritu arv kettaid, lahutatakse algul üks ketas ja seejärel pool ülejäänud ketastest, allpool asuval traadil aga liidetakse 5 ketast.

**Näide.** Jagada 15694 2-ga.

L a h e n d u s. Viiendal traadil lahutame 2 ketast. Kuuendal traadil lahutame 5 ketast ja liidame viiendal traadil 5 ketast. Seitsmendal traadil lahutame 3 ketast. Kaheksandal traadil lahutame 3 ketast ja liidame seitsmendal traadil 5 ketast. Üheksandal traadil lahutame ühe ketta ja liidame kaheksandal traadil 4 ketast. Tulemuseks saame 7847.

**6 = 3 + 3.** Et mingit arvu korrutada 6-ga, tuleb korrutatav asetada arvelauale 3 korda ja saadud summa veel kord juurde lisada.

**Näide.** Korrutada 34 6-ga.

L a h e n d u s. $34 \times 6 = 34 + 34 + 34 + 102 = 204$.

**7 = 10 − 1 − 1 − 1.** Et mingit arvu korrutada 7-ga, tuleb algul korrutada 10-ga (asetada korrutatav arvelaual ühe traadi võrra kõrgemalt) ja seejärel korrutisest lahutada korrutatav 3 korda.

**Näide.** Korrutada 84 7-ga.

Lahendus. $84 \times 7 = 840 - 84 - 84 - 84 = 588$.

$8 = 10 - 1 - 1$. Et mingit arvu korrutada 8-ga, tuleb algul korrutada 10-ga ja seejärel korrutisest lahutada korrutatav 2 korda.

**Näide.** Korrutada 67 8-ga.

Lahendus. $67 \times 8 = 670 - 67 - 67 = 536$.

$9 = 10 - 1$. Et mingit arvu korrutada 9-ga, tuleb algul korrutada 10-ga ja seejärel korrutisest lahutada korrutatav.

**Näide.** Korrutada 89 9-ga.

Lahendus. $86 \times 9 = 860 - 86 = 774$.

### Korrutamine mitmekohaliste arvudega

Kui korrutaja kujutab endast arvu, milles on üks tüvenumber ühe või mitme nulliga, siis korrutatav asetatakse arvelauale nii mitme traadi võrra kõrgemalt, kui mitu nulli on korrutajas, ja saadud arv korrutatakse seejärel tüvenumbriga ühekohalise arvuga korrutamise meetodil.

**Näide.** Korrutada 354 300-ga.

Lahendus. Korrutame korrutatava 100-ga (asetame ta arvelauale kahe traadi võrra kõrgemalt). Saadud arvu võtame liidetavana 3 korda:

$$354 \times 300 = 35400 \times 3 = 35400 + 35400 + 35400 = 106200$$

Kerge on korrutada ümmargustele arvudele lähedaste arvudega, näiteks arvudega 97, 297, 489 jne. Kuna $97 = 100 - 3$, $297 = 300 - 3$, $489 = 500 - 11$, siis selliste arvudega korrutamisel korrutatakse korrutatav ümmarguse arvuga ja saadud korrutisest lahutatakse korrutatava ning korrutaja täiendi korrutis.

**Näide.** Korrutada 43 97-ga.

Lahendus. Asetame 43 arvelauale kahe traadi võrra kõrgemalt (saame arvelaual 4300) ja lahutame 43 kolm korda:

$$43 \times 97 = 4300 - 43 - 43 - 43 = 4171$$

**Näide.** Korrutada 367 297-ga.

Lahendus. $297 = 300 - 3$. Asetame 367 arvelauale kahe traadi võrra kõrgemalt (saame 36 700). Liidame kaks korda veel juurde 36 700 (saame 110 100). Lahutame 3 korda 367 ja saame 108 999. Otstarbekohasem on pärast 110 100 saamist lahutada sellest ühe sajandiku suurune osa, s. o. lahutada 1101. Seega:

$$367 \times 297 = 367 \times 300 - 367 \times 3 = 110\,100 - 1101 = 108\,999$$

**Näide.** Korrutada 456 489-ga.

Lahendus. $489 = 500 - 11$. Asetame 456 arvelauale kolme traadi võrra kõrgemalt (saame 456 000). Jagame saadud arvu pooleks ja saame 228 000, mis kujutab endast 456 korrutist 500-ga. Sellest lahutame 4560 (s. o. $10 \times 456$) ja 456 (s. o. $1 \times 456$);

$$228\,000 - 4560 - 456 = 222\,984$$

**Näide.** Korrutada 476 36-ga.

L a h e n d u s. 36=40−1. Asetame 476 arvelauale ühe traadi võrra kõrgemalt (saame 4760), lisame sama palju juurde (saame 9520) ja kahekordistame viimati saadud summa (saame 19 040). Arvelaual on nüüd 476 korrutis 40-ga. Et sellest lahutada 476 neli korda, lahutame arvelaual olevast arvust ühe kümnendiku suuruse osa (s. o. 1904):

$$19\,040-1904=17\,136$$

Väga kerge on korrutada arvudega, mis koosnevad ühesugustest numbritest, näiteks 2222, 444 jt.

Niisugustel juhtudel korrutame arvu kõigepealt korrutaja ühelistega ja saadud arvu liidame ühe traadi võrra kõrgemalt, kui korrutame korrutaja kümnelistega; kui aga korrutame sajalistega, liidame juurde kahe traadi võrra kõrgemalt jne.

**Näide.** Korrutada 478 2222-ga.

L a h e n d u s. Vaatleme korrutajat kui summat 2+20+200+ +2000. Korrutame 478 2-ga ja saame arvelaual 956. Selle korrutise liidame ühe traadi võrra kõrgemalt, s. o. liidame 9560 (korrutame 20-ga). Seejärel liidame 956 kahe traadi võrra kõrgemalt (korrutame 200-ga). Lõpuks liidame 956 kolme traadi võrra kõrgemalt (korrutame 2000-ga). Saame 1 062 116, mis ongi 478 ja 2222 korrutis.

**Näide.** Korrutada 254 444-ga.

L a h e n d u s. Vaatleme korrutajat kui summat 4+40+400. Korrutame 254 4-ga, saame 1016. Selle arvu liidame algul ühe traadi võrra kõrgemalt (korrutame 40-ga) ja pärast seda kahe traadi võrra kõrgemalt (korrutame 400-ga). Saame järgemööda arvud 1016, 11 176 ja 112 776. Viimane arv ongi 254 ja 444 korrutis.

**Näide.** Korrutada 727 3343-ga.

L a h e n d u s. Et rakendada ühesugustest numbritest koosneva korrutajaga korrutamise võtet, tuleb korrutajat vaadelda kui summat 3333+10. Korrutame 727 3-ga ja saame arvelaual 2181. Liidame selle arvu üks kord ühe traadi võrra, siis kahe traadi võrra ja seejärel kolme traadi võrra kõrgemalt. Sellega oleme arvu 727 korrutanud 333-ga. On vaja veel korrutada 10-ga, milleks liidame 727 ühe traadi võrra kõrgemalt. Saame arvelaual järgemööda arvud 2181, 23 991, 242 091, 2 423 091 ja 2 430 361. Viimane arv ongi 727 ja 3343 korrutis.

### Kui korrutajat ei ole võimalik lihtsustada, tuleb korrutada järkude viisi

**Näide.** Korrutada 286 123-ga.

L a h e n d u s. 123=100+20+3. Seepärast korrutame algul 100-ga, asetades 286 arvelauale kahe traadi võrra kõrgemalt. Seejärel korrutame 20-ga, asetades 286 kaks korda arvelauale ühe traadi võrra kõrgemalt. Pärast seda korrutame 3-ga, asetades 286 vastavatel traatidel arvelauale 3 korda:

$$286 \times 123 = 286 \times 100 + 286 \times 10 + 286 \times 10 + 286 \times 3 =$$
$$28\,600 + 2860 + 2860 + 286 + 286 + 286 = 35\,178$$

Tabel 4

**Korrutaja ümberkujundamise moodused**

| Korrutaja summa kujul | Korrutaja vahe kujul | Korrutaja murru kujul |
|---|---|---|
| 2=1+1 | 7=10−1−1−1 | $5 = \frac{10}{2}$ |
| 3=1+1+1 | 8=10−1−1 | $50 = \frac{100}{2}$ |
| 4=1+1+2 | 9=10−1 | $500 = \frac{1000}{2}$ |
| 6=1+1+1+3 | 70=100−10−10−10 | |
| 11=10+1 | 80=100−10−10 | $25 = \frac{100}{4}$ |
| 12=10+1+1 | 90=100−10 | $125 = \frac{1000}{8}$ |
| 222=2+20+200 | 800=1000−100−100 | $0{,}5 = \frac{1}{2}$ |
| 33=3+30 | 900=1000−100 | $12{,}5 = \frac{100}{8}$ |
| 4444=4+40+400+4000 | 18=20−2 | $2{,}5 = \frac{10}{4}$ |
| 63=3+30+30 | 27=30−3 | |
| 36=3+3+30 | 36=40−4 | $75 = \frac{300}{4}$ |
| | 45=50−5 | $750 = \frac{3000}{4}$ |
| 15,5=0,5+5+10 | 297=300−3 | |
| 456=400+40+4+10+2 | 396=400−4 | $7{,}5 = \frac{30}{4}$ |
| 63,6=30+30+3+0,3+0,3 | 78=80−1−1 | |
| 175=100+50+25 | 19,8=20−0,2 | $375 = \frac{3000}{8}$ |
| 484=4+40+40+400 | 97,8=100−2−0,2 | |
| 7,77=7+0,7+0,07 | 189=200−10−1 | $37{,}5 = \frac{300}{8}$ |

1-st kuni 100-ni korrutamise skeem on toodud lisas 1.

**Universaalne korrutamisviis**

**Näide.** Korrutada 659 759-ga.

Lahendus. Sellel meetodil korrutamiseks on vaja:

1) asetada arvelauale üks teguritest (759);

2) asetada esimesest tegurist kõrgemale teine tegur, mida on vähendatud ühe võrra (658);

3) lahutada ülemine arv 658 nii mitu korda, kui mitu ühikut puudub 9-st alumise arvu kõrgemas järgus (9—7=2 korda). Lahutada tuleb selliselt, et lahutatava arvu viimane number lahutuks alumise arvu kõige kõrgemast numbrist (7), s. o. sellest numbrist, mis määrab kindlaks, mitu korda on vaja lahutada ülemine arv;

4) lahutada ülemine arv nii mitu korda, kui mitu ühikut puudub 9-st alumise arvu teises numbris (9—5=4);

5) lahutada ülemine arv nii mitu korda, kui mitu ühikut puudub 10-st alumise arvu viimases numbris (10—9=1).

Asetame arvelauale 759, sellest kõrgemale 658 ja saame 658 759.

Märgime vasaku käega ära alumise arvu esimese numbri (7) ja lahutame 6587-st 658 kaks korda (saame 527 159). Võtame vasaku käe ühe traadi võrra madalamale (märgime ära alumise arvu teise numbri) ja lahutame ülemisest arvust (2715) 658 neli korda (saame 500 839).

Märgime ära alumise arvu viimase numbri (9) ja lahutame arvu 658 üks kord. Saame korrutisena 500 181.

Arvelaual korrutamise õigsust on kerge kontrollida arvu 11 abil:

korrutatav: $(9+6)-5=10$
korrutaja: $(9+7)-5=11$ (ehk 0)
vahede korrutis: $10\times0=0$
tegurite korrutis: $(1+1+0)-(8+0+5)=2-13$;
$(2+11)-13=0$.

*Märkus 1.* Kui alumises arvus esinevad numbrid 0, 1, 2 või 3, siis selle asemel, et lahutada ülemist arvu vastavalt 9, 8, 7 või 6 korda, lahutatakse ta üks kord ühe traadi võrra kõrgemalt (mis võrdub kümnekordse lahutamisega) ja liidetakse sellest ühe traadi võrra madalamalt vastavalt 1, 2, 3 või 4 korda. Otstarbekohasem on enne liita ja pärast seda traadi võrra kõrgemalt lahutada.

**Näide.** Korrutada 685 817-ga.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale 817 ja sellest kõrgemale 684. Lahutame üks kord 684, võtame vasaku käe allapoole, liidame kaks korda 684 ja lahutame ühe traadi võrra kõrgemalt üks kord 684. Võtame vasaku käe allapoole ja lahutame kolm korda 684. Saame korrutisena 559 645.

Kontrollime korrutist 11 abil:

korrutatav: $(5+6)-8=3$
korrutaja: $(7+8)-1=14$; $14-11=3$
vahede korrutis: $3\times3=\mathbf{9}$
tegurite korrutis: $(5+6)-(9+4)=11-13$;
$(11+11)-13=\mathbf{9}$

*Märkus 2.* Kui alumise arvu viimane number on 0, 1, 2 või 3, siis lahutatakse ülemine arv üks kord ühe traadi võrra kõrgemalt ja liidetakse sellest ühe traadi võrra madalamalt vastavalt 0, 1, 2 või 3 korda.

**Näide.** Korrutada 1235 682-ga.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale 682 ja sellest kõrgemale 1234. Lahutame kolm korda 1234. Võtame vasaku käe allapoole ja lahutame üks kord 1234. Viimasel traadil liidame kaks korda 1234 ja ühe traadi võrra kõrgemal lahutame üks kord 1234. Saame 842 270.

Kontrollime korrutist 11 abil:

korrutatav: $(5+2)-(1+3)=3$
korrutaja: $(2+6)-8=0$
vahede korrutis: $3\times 0=\mathbf{0}$
tegurite korrutis: $(0+4)-(8+7)=4-15$; $(4+11)-15=\mathbf{0}$

Korrutises esinevad kõrvuti kaks kahte, millest üks tuleb liita ja teine lahutada. Seepärast jätame need numbrite kokkuarvamisel välja.

**Näide.** Korrutada 485 rbl. 62 kop. 475-ga.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale 475 ja sellest kõrgemale 48 562. Ühe traadi võrra kõrgemalt lahutame poole, s. o. 24 281 üks kord. Seejärel lahutame vastavatel traatidel (2 traadi võrra madalamalt) 48 562 kaks korda ja samadel traatidel (viimasest traadist ühe traadi võrra kõrgemalt) poole, s. o. 24 281 üks kord. Korrutisena saame 230 674 rbl. 25 kop.

Küllaltki lihtne on mitmekohaliste arvude korrutamine arvelaual k o r r u t u s t a b e l i  m e e t o d i l[1], mis erineb kirjalikust korrutamisest vaid selle poolest, et arvelaual korrutamisel ei esine meelespidamist ja osakorrutiste liitmine toimub jooksvalt. Korrutamist alustatakse tegurite madalamatest järkudest. Selgitame seda meetodit alljärgneva näite abil, korrutades 837 46-ga.

**Näide:**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\times$ | 8 | 3 | 7 | |
| | | | 4 | 6 | |
| | | | 4 | 2 | — 42 ühelist |
| | | 1 | 8 | | — 18 kümnelist |
| | 4 | 8 | | | — 48 sajalist |
| | | 2 | 8 | | — 28 kümnelist |
| | 1 | 2 | | | — 12 sajalist |
| 3 | 2 | | | | — 32 tuhandelist |
| 3 | 8 | 5 | 0 | 2 | |
| kümne-tuhandelised | tuhandelised | sajalised | kümnelised | ühelised | |

[1] See korrutamismeetod esitatakse tõlkija poolt (O. V.).

Nende arvude korrutamine arvelaual korrutustabeli meetodil toimub järgmiselt.

1) Asetame vasaku käe sõrme arvelaua vasakul serval üheliste traadi alla, sest üheliste korrutamisel ühelistega saadakse korrutises ka üheliste arv. Korrutame peast 6×7 ja asetame sõrmest kõrgemal olevatel traatidel arvelauale 42.

2) Tõstame vasaku käe sõrme ühe traadi võrra kõrgemale, s. o. kümneliste traadi alla, sest alustame üheliste korrutamist kümnelistega ja saame seega korrutises kümneliste arvu. Korrutame peast 6×3 ja asetame sõrmest kõrgemal olevatel traatidel arvelauale 18.

3) Tõstame vasaku käe sõrme ühe traadi võrra kõrgemale, s. o. sajaliste traadi alla, sest alustame üheliste korrutamist sajalistega ja saame seega korrutises sajaliste arvu. Korrutame 6×8 ja asetame sõrmest kõrgemal olevatel traatidel arvelauale 48.

Nüüd on arv 837 korrutatud teise teguri 6 ühelisega. Järgnevalt tuleb arv 837 korrutada teise teguri 4 kümnelisega.

4) Asetame vasaku käe sõrme kümneliste traadi alla, sest kümneliste korrutamisel ühelistega saadakse korrutises kümneliste arv. Korrutame 4×7 ja asetame sõrmest kõrgemal olevatel traatidel arvelauale 28.

5) Analoogiliselt eespool saadud kogemustele tõstame vasaku käe sõrme arvelaual ühe traadi võrra kõrgemale, korrutame peast 4×3 ja asetame sõrmest kõrgematel olevatel traatidel arvelauale 12.

6) Tõstame vasaku käe sõrme ühe traadi võrra kõrgemale, korrutame peast 4×8 ja asetame sõrmest kõrgemal olevatel traatidel arvelauale 32.

Sellega on lõppenud arvu 837 korrutamine 46-ga. Võtame vasaku käe sõrme arvelaualt ära ja loeme korrutise 38 502.

Teise näitena korrutame arvud, milles esinevad ka nullid. Korrutame 709×850.

Korrutajas ühelisi ei esine. Seepärast tuleb arvu 709 korrutamist alustada korrutaja kümnelistega.

1) Asetame sõrme arvelaua serval kümneliste traadi alla, sest kümneliste korrutamisel ühelistega saame korrutises kümneliste arvu. Korrutame peast 5×9 ja asetame sõrmest kõrgemal arvelauale 45.

2) Tõstame sõrme arvelaua serval ühe traadi võrra kõrgemale ja korrutame peast 5×0. Kuna korrutis on null, ei tule arvelauale korrutisse kettaid asetada.

3) Tõstame sõrme arvelaua serval ühe traadi võrra kõrgemale, korrutame peast 5×7 ja asetame sõrmest kõrgemal arvelauale 35.

4) Alustades korrutamist korrutaja sajalistega, asetame vasaku käe sõrme arvelaua serval sajaliste alla. Korrutame peast 8×9 ja asetame sõrmest kõrgemal arvelauale 72.

5) Tõstame sõrme ühe traadi võrra kõrgemale ja korrutame

peast 8×0. Kuna korrutis on null, ei tule arvelaual korrutisse kettaid asetada.

6) Tõstame sõrme ühe traadi võrra kõrgemale, korrutame peast 8×7 ja asetame sõrmest kõrgemal arvelauale 56.

Korrutamine on lõppenud. Võtame vasaku käe sõrme arvelaualt ära ja loeme korrutise 602 650.

Kümnendmurde korrutatakse arvelaual selle meetodi puhul nagu täisarve. Korrutise lugemisel aga eraldatakse vasaku käe sõrmega arvelaual üheliste traadist arvates nii mitu kümnendkohta, kui mitu kümnendkohta on mõlemas teguris kokku.

**Näide.** Kui palju maksab 2,7 kg kaupa, mille hind on 1 rbl. 8 kop. kilogramm. Ülesande lahendamiseks tuleb 2,7 kg korrutada 1,08 rublaga. Neid arvusid korrutame algul täisarvudena, s. o. korrutame arvelaual 27×108.

1) Asetame vasaku käe sõrme arvelaua serval üheliste alla, korrutame peast 8×7 ja asetame arvelauale 56.

2) Tõstame sõrme ühe traadi võrra kõrgemale, korrutame peast 8×2 ja asetame sõrmest kõrgemal arvelauale 16.

3) Alustades korrutamist korrutaja sajalistega, asetame sõrme arvelaual sajaliste alla, korrutame peast 1×27 ja asetame sõrmest kõrgemal arvelauale 27. Võtame sõrme arvelaualt ära. Korrutis on 2916. Kuna tegurites kokku on 3 kümnendkohta, eraldame korrutises vasaku käe sõrmega üheliste traadist ülespoole arvates kolm kohta ning saame:

$$2{,}7 \text{ kg} \times 1{,}08 \text{ rbl.} = 2{,}916 \text{ rbl.} = 2 \text{ rbl. } 91{,}6 \text{ kop.} =$$
$$= 2 \text{ rbl. } 92 \text{ kop.}$$

*Märkus:* 2,7 kg kauba maksumust hinnaga 1 rbl. 8 kop. kilogramm võib arvelaual arvutada ka järgmiste peastarvutatud korrutiste liitmise teel:

$$\begin{array}{lll} 2{,}7 \times 1 \text{ rbl.} = & 2 \text{ rbl.} & 70 \text{ kop.} \\ 2 \phantom{,0} \times 8 \text{ kop.} = & — & 16 \text{ kop.} \\ 0{,}7 \times 8 \text{ kop.} = & — & 5{,}6 \text{ kop.} \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Kokku } 2{,}7 \text{ kg} \times 1 \text{ rbl. } 8 \text{ kop.} = 2 \text{ rbl. } 91{,}6 \text{ kop.} \approx$$
$$\approx 2 \text{ rbl. } 92 \text{ kop.}$$

Korrutamisel rakendatakse igal üksikul juhul sellist arvutusvõtet, mis antud arvude puhul osutub kõige otstarbekohasemaks.

## § 26. ARVELAUAL JAGAMINE

### Jagamine ühekohaliste arvudega

Ühekohaliste arvudega jagatakse arvelaual samuti kui kirjalikult korrutustabeli abil.

**Näide.** Jagada 3564 9-ga.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale 3564. Eraldame vasaku käe esimese sõrmega 35 ja jagame selle korrutustabeli alusel mõttes 9-ga. Jagamise tulemuse 3 asetame kõige ülemisele traadile. See on jagatise esimeseks numbriks. Arvelaual olevast 35-st lahutame $9\times3=27$. Jääk on 8. Võtame sõrme ühe traadi võrra madalamale (võtame juurde järgmise numbri jagatavast). Sõrmest kõrgemal on arv 86. Selle jagamine 9-ga annab 9, mille asetame järgmisele ülemisele traadile, 3-st allapoole. See on jagatise teiseks numbriks. Lahutame 86-st $9\times9=81$ ja saame jäägiks 5. Võtame sõrme ühe traadi võrra allapoole ja jagame sõrmest kõrgemal saadud arvu 54 9-ga. Saame jagatise kolmanda numbri 6, mille asetame järgmisele ülemisele traadile, 9-st allapoole. Lahutame 54-st $9\times6$. Jääk on null ja jagatis 396.

**Näide.** Jagada 356 rubla 7-ga täpsusega 1 kop., s. o. 0,01 rbl.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale 356. Eraldame jagatavas arvu 35 ja jagame selle 7-ga. Jagatise esimeseks numbriks on 5. Korrutame mõttes 5 7-ga ja lahutame 35-st 35. Jääki ei jäänud. Võtame sõrme ühe traadi võrra allapoole ja saame uueks jagatavaks järguks arvu 6. Sellesse 7 ei mahu, järelikult tuleb jagatises 5 all olev traat tühjaks jätta. Võtame sõrme ühe traadi võrra allapoole, eraldustraati mitte arvestades. Jagatavaks on nüüd 60. Jagame selle 7-ga ja saame jagatise kolmandaks numbriks 8, mille asetame jagatisse tühjaks jäävast traadist allpool olevale traadile. Lahutades 60-st korrutise $7\times8=56$, saame jäägiks 4. Võttes sõrme allapoole, saame arvu 40. Selle jagamine 7-ga annab jagatise neljandaks numbriks 5, mille asetame jagatisse 8 alla. Jääk on 5. Kuna jagatavas sõrm asub sajandike all, väljendab jagatise viimane number samuti sajandikke. Seepärast eraldame jagatises komaga kaks viimast kohta ja saame jagatiseks 50,85. Kuna aga jääk 5 on suurem kui pool jagajat, jääb jagatiseks 50 rbl. 86 kop.

### Jagamine mitmekohaliste arvudega nende lahutamise teel

**Näide.** Jagada 278 860 764-ga.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale 278 860, eraldame selles vasaku käe esimese sõrmega arvu 2788. Lahutame sellest 764 nii mitu korda, kuni jääk muutub väiksemaks kui 764. Pärast kolme lahutamist jääb jäägiks 496. Jagatise esimeseks numbriks on arv 3. Võtame sõrme ühe traadi võrra allapoole ja saame arvu 4966. Sellest saame 764 lahutada 6 korda. Jagatise teiseks numbriks on arv 6. Jääk on 382. Võttes sõrme ühe traadi võrra allapoole, saame arvu 3820. Sellest saame jagaja lahutada 5 korda ning pärast seda jääki enam ei esine. Arv 5 on seega jagatise viimaseks numbriks ning kogu jagatis on 365.

Kontrollime jagamist 11 abil:

jagatis (korrutatav): $(5+3)-6=2$
jagaja (korrutaja): $(4+7)-6=5$
jääkide korrutis: $2\times5=\mathbf{10}$
jagatav (korrutis): $(0+8+7)-(2+8+6)=15-16=-1$; $11-1=\mathbf{10}$

Kontrollarvud on võrdsed, järelikult on jagatud õigesti.

**Näide.** Jagada 2914 rbl. 96 kop. 62-ga täpsusega 0,01.

Lahendus. Asetame arvelauale 2914 rubla 96 kopikat. Eraldame selles sõrmega arvu 291. Lahutame sellest 62 nii mitu korda, kuni jääk muutub väiksemaks kui 62. Pärast neljandat lahutamist on jääk 43. Jagatise esimeseks numbriks on seega 4. Võttes sõrme ühe traadi võrra allapoole, saame arvu 434. Sellest saame 62 lahutada 7 korda, kusjuures jääki ei jää. Arv 7 on jagatise teiseks numbriks. Võttes sõrme ühe traadi võrra allapoole, saame arvu 9. Sellesse 62 ei mahu. Seepärast jätame jagatises kolmanda traadi tühjaks ja võtame jagatavas sõrme jälle traadi võrra allapoole. Saame arvu 96, millest 62 on võimalik lahutada ainult üks kord. See on jagatise neljandaks numbriks, kusjuures jääk on 34. Kuna jääk on suurem kui pool jagajat, suurendame jagatise viimast numbrist (1) ühe ühiku võrra. Meie vasaku käe sõrm asub jagatavas sajandike all. Seepärast eraldame jagatises kaks viimast kohta ning saame jagatiseks 47,02 rbl. ehk 47 rbl. 02 kop.

Et selles näites jagamise õigsust kontrollida arvu 11 abil, on vaja eelnevalt jagatavast lahutada jääk 0,34 ja pärast seda viia kontroll läbi samas korras kui jäägita jagamise korral:

$2914{,}96-0{,}34=2914{,}62$. Selle arvu võtame jagatavana, jagatisena aga 47,01, mille saime enne ümardamist.

Kontrollime jagamist 11 abil:

jagatis (korrutatav): $(1+7)-(4+0)=4$
jagaja (korrutaja): $2-6=-4$; $11-4=7$
jääkide korrutis: $7\times4=28$; $8-2=\mathbf{6}$
jagatav (korrutis): $(2+4+9)-(2+1+6)=15-9=\mathbf{6}$

Kontrollarvud on võrdsed, järelikult on jagatud õigesti.

## § 27. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Kuidas peab asetsema arvelaud arvutaja suhtes? Milline kätehoid loetakse õigeks arvelaual arvutamisel?
2. Kuidas liidetakse arvelaual?
3. Kuidas lahutatakse arvelaual?
4. Kuidas korrutatakse arvelaual täisarvudega, mis väljenduvad ühe ja nullidega?
5. Kuidas korrutatakse ühekohaliste arvudega?
6. Kuidas toimub mitmekohaliste arvudega korrutamine arvelaual?
7. Kuidas jagatakse ühekohaliste arvudega?
8. Kuidas jagatakse mitmekohaliste arvudega?

## Ülesanded

1. Liita arvud ridade ja veergude viisi:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 125 | 271 | 321 | 195 | 409 |
| 378 | 419 | 276 | 327 | 325 |
| 186 | 807 | 485 | 694 | 523 |
| 265 | 196 | 713 | 855 | 844 |
| 166 | 217 | 844 | 319 | 413 |

2. Liita arvud ridade ja veergude viisi:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3845 | 6843 | 4049 | 5998 |
| 8955 | 3915 | 4877 | 3798 |
| 1923 | 2751 | 3913 | 2841 |
| 2763 | 1989 | 5875 | 2237 |
| 1999 | 9325 | 6422 | 1966 |

3. Arvutada järgmiste arvude summad:

| | | |
|---|---|---|
| 15 t 127 kg | 5 m 37 cm | 85 rbl. 75 kop. |
| 3 t 284 kg | 85 m 65 cm | 184 rbl. 27 kop. |
| 8 t 579 kg | 175 m 38 cm | 286 rbl. 88 kop. |
| 4 t 388 kg | 244 m 84 cm | 325 rbl. 69 kop. |

4. a) Teha kindlaks iga kauba käive kvartalis, liites arvud ridade viisi.
b) Teha kindlaks kõikide kaupade kuukäive, liites arvud veergude viisi.
c) Teha kindlaks kõikide kaupade kvartalikäive, liites kokkuvõtted ridade ja veergude viisi.

(rublades)

| Kaubad | Kuud | | | Kokku I kvartalis |
|---|---|---|---|---|
| | Jaanuar | Veebruar | Märts | |
| Jahu . . . . . . . | 2150 | 2876 | 2483 | |
| Leiva-saiatooted . . | 2159 | 2473 | 2565 | |
| Liha, tapetud linnud | 1597 | 2053 | 2112 | |
| Või . . . . . . . | 1174 | 1215 | 1198 | |
| Piimasaadused . . . | 986 | 978 | 1033 | |
| Munad . . . . . . | 79 | — | 136 | |
| Heeringad . . . . . | 2473 | 1899 | 2624 | |
| Kala . . . . . . . | 1918 | 1737 | 2516 | |
| Kondiitrikaubad . . | 3614 | 4875 | 3926 | |
| Konservid . . . . . | 1712 | 1844 | 1621 | |
| Köögi- ja puuvili . . | 487 | 461 | 445 | |
| Suhkur . . . . . . | 4217 | 4137 | 4485 | |

5. a) Teha kindlaks iga kaupluse aastakäive, milleks liita arvud ridade viisi.
b) Teha kindlaks kõikide kaupluste käivete üldsumma igas kvartalis, milleks liita arvud veergude viisi.
c) Teha kindlaks kõikide kaupluste aastakäivete üldsumma, milleks liita kokkuvõtted ridade ja veergude viisi.

| Kaupluse nr. | I kv. | II kv. | III kv. | IV kv. | Kokku aastas |
|---|---|---|---|---|---|
| № 1 | 49 784 | 51 763 | 52 365 | 51 315 | |
| № 2 | 37 515 | 38 425 | 37 684 | 38 644 | |
| № 3 | 29 312 | 27 832 | 28 812 | 26 872 | |
| № 4 | 25 031 | 26 481 | 25 432 | 26 102 | |
| № 5 | 17 841 | 16 541 | 18 645 | 17 554 | |
| № 6 | 10 533 | 12 732 | 11 962 | 13 820 | |

6. Arvutada alljärgnevate andmete alusel tarbijate kooperatiivi käibekulude summa eelmisel ja aruandeaastal:

(rublades)

| Käibekulude kirjed | Eelmisel aastal | Aruandeaastal |
|---|---|---|
| 1. Auto- ja hobutranspordi kulud . . . . . | 3 842 | 4 075 |
| 2. Põhi- ja täiendav töötasu . . . . . . . | 7 432 | 7 623 |
| 3. Ruumide ja inventari korrashoiu kulud . . | 387 | 364 |
| 4. Kaupade ettevalmistamise, sorteerimise ja pakkimise kulud . . . . . . . . . . . . | 481 | 523 |
| 5. Kaupade kadu normide piires . . . . . | 727 | 713 |
| 6. Krediidi protsendid . . . . . . . . . . | 948 | 962 |
| 7. Muud kulud . . . . . . . . . . . . . | 3 257 | 3 479 |

7. Teha kindlaks tegelikult varutud munade hulk hooaja algusest kuni iga kuu alguseni saabumisallikate viisi ja kokku (varumise maht tuuakse kasvava kokkuvõttena).

(tuh. rbl.)

| | Sovhoosidelt | Kolhoosidelt | Elanikkonnalt | Kokku |
|---|---|---|---|---|
| 1. aprilliks . . . . . | 127 | 487 | 472 | |
| 1. maiks . . . . . | 195 | 3 278 | 2 286 | |
| 1. juuniks . . . . . | 286 | 3 844 | 2 677 | |
| 1. augustiks . . . . | 398 | 3 998 | 2 718 | |
| 1. oktoobriks . . . . | 455 | 4 079 | 2 844 | |
| 1. jaanuariks . . . . | 677 | — | 2 987 | |
| | 677 | 4 079 | 2 987 | |

8. a) Teha kindlaks tarbijate kooperatiivide üldine kaubakäive igas kvartalis.

b) Teha kindlaks kaubandusvõrgu, toitlustusettevõtete ja komisjonikaubanduse kaubakäibed aastas.

(tuh. rublades)

| Kvartal | Kaubandusvõrgu käive (ilma komisjonile võetud põllumajandussaaduste müügikäibeta) | Toitlustusettevõtted | Komisjonile võetud põllumajandussaaduste müügikäive | Kogu kaubakäive |
|---|---|---|---|---|
| I | 3 027 | 187 | 167 | |
| II | 3 567 | 192 | 381 | |
| III | 4 239 | 197 | 369 | |
| IV | 3 863 | 156 | 423 | |
| Kokku aastas | | | | |

9. Lahutada:

| | | |
|---|---|---|
| 807 – 269 | 602 – 273 | 762 – 293 |
| 964 – 478 | 491 – 262 | 931 – 462 |
| 649 – 356 | 781 – 439 | 853 – 547 |
| 751 – 273 | 503 – 224 | 524 – 375 |

10. Lahutada:

| | |
|---|---|
| 4898 – 1865 | 10 000 – 3 501 |
| 5655 – 3987 | 40 012 – 25 009 |
| 7247 – 2598 | 30 002 – 15 006 |
| 8167 – 5639 | 31 011 – 12 099 |

11. Lahutada:

| | | |
|---|---|---|
| – 26 237 rbl. 76 kop. | – 3 784 kg 650 g | – 5 755,68 |
| 23 994 rbl. 87 kop. | 2 948 kg 980 g | 789,97 |

12. Arvutada andmiku summad kaupade liikumise kohta kauplustes, sooritades järgmised arvutused: iga rea summale lahtris «Jääk kuu alguseks» liita summa «Saabus kuu jooksul» ja lahutada summa «Müüdud kuu jooksul». Tulemus näitab jääki kuu lõpul.

(rublades ja kopikates)

| Kaupluse nr. | Jääk kuu alguseks | Saabus kuu jooksul | Müüdud kuu jooksul | Jääk kuu lõpul |
|---|---|---|---|---|
| № 1 | 7 664—54 | 18 364—75 | 18 521—40 | |
| № 2 | 6 753—95 | 17 522—69 | 17 328—65 | |
| № 3 | 9 265—30 | 19 745—25 | 20 086—44 | |
| № 4 | 11 585—75 | 26 486—13 | 26 698—51 | |
| № 5 | 12 487—33 | 28 375—64 | 29 335—99 | |
| № 6 | 13 471—54 | 28 612—46 | 27 439—88 | |
| Kokku: | | | | |

13. Arvutada andmiku summad kaupade liikumise kohta sortimendi viisi. (Arvutuste käik on analoogiline ülesandega nr. 12.)

(rublades)

| Kaupade ja kaubarühmade nimetused | Jääk aruandeaasta 1. jaanuariks | Kaupade saabumine | Jaekaubakäive | Jääk aruandeaasta lõpul |
|---|---|---|---|---|
| Kokku . . . . . | 23 612 | 144 396 | 142 933 | |
| *Sellest:* | | | | |
| Toidukaubad . . . . | 3 907 | 61 976 | 62 336 | |
| *Nendest:* | | | | |
| Leiva-saiatooted . . | 25 | 11 378 | 10 286 | |
| Tangud, kaunviljad ja makaronitooted . . . | 152 | 1 597 | 1 570 | |
| Liha, tapetud linnud ja vorstitooted . . . | 243 | 2 596 | 2 614 | |
| Kala, heeringad . . | 196 | 2 571 | 2 467 | |
| Rasvad . . . . . | 56 | 1 045 | 1 066 | |
| Suhkur . . . . . . | 175 | 2 979 | 2 026 | |
| Naturaaltee . . . . | 112 | 537 | 408 | |
| Kondiitritooted . . . | 381 | 4 556 | 4 685 | |
| Sool . . . . . . . | 29 | 157 | 133 | |
| Kartulid ja köögivili | 113 | 1 737 | 1 754 | |
| Viin, liköörid ja peenviinad . . . . . | 1 541 | 21 097 | 20 718 | |

14. Korrutada:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 676×2 | 839×7 | 275×18 | 378×300 |
| 312×3 | 785×8 | 498×19 | 589×400 |
| 354×4 | 976×9 | 376×23 | 668×600 |
| 477×5 | 644×11 | 541×31 | 812×72 |
| 737×6 | 425×12 | 642×17 | 567×83 |

15. Korrutada:

| | | |
|---|---|---|
| 748×112 | 721×595 | 0,847×6,8 |
| 327×228 | 845×596 | 2,587×2,22 |
| 324×434 | 672×648 | 0,289×41,4 |
| 682×445 | 437×344 | 5,78×5,57 |

16. Arvutada kaupade maksumus alljärgnevatel andmetel:

| Kauba nr. | Arv tk. | Hind (rbl.—kop.) | Summa | Kauba nr. | Arv tk. | Hind (rbl.—kop.) | Summa |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 5—85 | | 11 | 44 | 6—30 | |
| 2 | 8 | 6—75 | | 12 | 86 | 8—90 | |
| 3 | 13 | 4—80 | | 13 | 54 | 23—60 | |
| 4 | 17 | 5—60 | | 14 | 75 | 7—55 | |
| 5 | 19 | 0—40 | | 15 | 39 | 7—45 | |
| 6 | 32 | 17—60 | | 16 | 84 | 8—50 | |
| 7 | 15 | 8—90 | | 17 | 56 | 97—30 | |
| 8 | 23 | 17—45 | | 18 | 27 | 5—70 | |
| 9 | 37 | 8—95 | | 19 | 39 | 12—65 | |
| 10 | 44 | 6—26 | | 20 | 47 | 48—75 | |
| Kokku: | | | | | | | |

17. Teha alljärgnevate andmete alusel kindlaks rajooniliidule alluva kombinaadi vorstitsehhi toodangu plaaniline ja tegelik maksumus:

| Toodangu nimetus | Ettevõtte hulgihind | Kogus kg | | Toodangu maksumus | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Plaani järgi | Tegelikult | Plaani järgi | Tegelikult |
| Vorst «Lemmik» . . . | 1—93 | 6270 | 6380 | | |
| Teevorst . . . . . . | 1—39 | 1840 | 1760 | | |
| Vorst «Otdelnaja» . . | 1—58 | 1270 | 1290 | | |
| Poolsuitsuvorst . . . | 2—43 | 2750 | 2840 | | |
| Sült . . . . . . . | 0—48 | 1250 | 1375 | | |
| Kokku . . . . . . | | | | | |

18. Arvutada kaupade maksumused:

a) 517 tk. à 1 rbl. 75 kop.
b) 424 kg à 85 kop.
c) 312 ts à 9 rbl. 87 kop.
d) 274 m à 6 rbl. 25 kop.
e) 325 m à 1 rbl. 69 kop.

19. Jagada:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3424 : 4 | 430 : 5 | 7584 : 6 | 20 008 : 8 | 3518 : 9 |
| 3876 : 4 | 845 : 5 | 7716 : 6 | 40 208 : 8 | 7182 : 9 |

20. Jagada:

| | |
|---|---|
| 5 152 : 46 | 19 020 : 148 |
| 6 200 : 50 | 10 332 : 164 |
| 5 576 : 82 | 20 838 : 138 |
| 10 150 : 53 | 7 176 : 46 |
| 141 372 : 126 | 416 268 : 372 |
| 170 016 : 138 | 671 935 : 209 |
| 177 716 : 154 | 827 310 : 253 |
| 236 328 : 172 | 35 365 : 643 |

21. Arvutada tabeli andmete alusel leivatööstuse töötajate tööviljakus täpsusega 1 kg kuude ja leivasortide viisi

| Kuud | Toodangu väljalase tsentnerites | | Töötajate keskmine nimestikuline arv kuus |
|---|---|---|---|
| | Rukkileib | Nisuleib | |
| Jaanuar | 1237 | 987 | 32 |
| Veebruar | 1175 | 889 | 33 |
| Märts | 1328 | 1072 | 34 |
| Aprill | 1018 | 986 | 29 |
| Mai | 1436 | 1266 | 34 |
| Juuni | 1315 | 1035 | 33 |

22. Arvutada tabeli andmete alusel ühe letitöötaja keskmine töötasu ja tööviljakus (väljatöötus) kvartalite viisi ning aastas. Keskmine töötasu arvutada täpsusega 0,01 rbl. ja väljatöötus täpsusega 1 rbl.

| Kvartal | Jaekaubakäive (tuh. rbl-des) | Töötajate keskmine nimestikuline arv | Tegelik töötasu (tuh. rbl-des) |
|---|---|---|---|
| I | 175,5 | 69 | 7,3 |
| II | 173,7 | 68 | 7,4 |
| III | 158,4 | 58 | 7,2 |
| IV | 178,9 | 66 | 7,6 |

V peatükk

# ARVUTUSTABELID

## § 28. ARVUTUSTABELITE KASUTAMISEST

Arvutustabelid annavad valmis arvutustulemusi: korrutamise, jagamise, protsendiarvutuse jms. tulemusi.

Arvutustöödes kasutatakse kõige rohkem korrutustabeleid, mida võidakse ühtlasi kasutada jagamistabelitena.

Arvutustabelite kasutamine võimaldab lihtsustada ettevõtete ja organisatsioonide majanduslikus tegevuses esinevaid töömahukaid arvutusoperatsioone. Pealegi garanteerivad tabelites toodud valmis arvutustulemused teataval määral hoidumist vigadest, mis on seotud arvutustehete vahetu sooritamisega.

Kõige rohkem kasutatakse majanduslikes arvutustes tabeleid kolmekohaliste arvude korrutamiseks kahekohaliste arvudega kuni 999×99 (kaasaarvatult). Selliseid tabeleid võib ühtlasi kasutada mistahes arvude korrutamiseks kolmekohaliste arvudega kuid niisugustel juhtudel saadakse tulemused pärast mõningaid täiendavaid arvutusi.

Vaatleme näitena A. N. O'Rurki korrutustabeleid.

O'Rurki korrutustabelid koosnevad 989-st üksiktabelist, milles on antud arvude 11 kuni 999 (need arvud on märgitud tabelite kohal) korrutised arvudega 1 kuni 99 (viimased kaasa arvatud). Nende korrutajate kümnelised on märgitud lahtrite pealkirjadena ülaosas, korrutajate ühelised aga on näidatud vasakul ja paremal pool lahtreid ning tähistavad ühtlasi ridu.

Kasutame O'Rurki tabelite abil arvutamisega tutvumiseks mõningaid üksiktabeleid.

73 Tabel 5

| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 00 | 730 | 1 460 | 2 190 | 2 920 | 3 650 | 4 380 | 5 110 | 5 840 | 6 570 | 0 |
| 1 | 73 | 803 | 1 533 | 2 263 | 2 993 | 3 723 | 4 453 | 5 183 | 5 913 | 6 643 | 1 |
| 2 | 146 | 876 | 1 606 | 2 336 | 3 066 | 3 796 | 4 526 | 5 256 | 5 986 | 6 716 | 2 |
| 3 | 219 | 949 | 1 679 | 2 400 | 3 139 | 3 869 | 4 599 | 5 329 | 6 059 | 6 789 | 3 |
| 4 | 292 | 1 022 | 1 752 | 2 482 | 3 212 | 3 942 | 4 672 | 5 402 | 6 132 | 6 862 | 4 |
| 5 | 365 | 1 095 | 1 825 | 2 555 | 3 285 | 4 015 | 4 745 | 5 475 | 6 205 | 6 935 | 5 |
| 6 | 438 | 1 168 | 1 898 | 2 628 | 3 358 | 4 088 | 4 818 | 5 548 | 6 278 | 7 008 | 6 |
| 7 | 511 | 1 241 | 1 971 | 2 701 | 3 431 | 4 161 | 4 891 | 5 621 | 6 351 | 7 081 | 7 |
| 8 | 584 | 1 314 | 2 044 | 2 774 | 3 504 | 4 234 | 4 964 | 5 694 | 6 424 | 7 154 | 8 |
| 9 | 657 | 1 387 | 2 117 | 2 847 | 3 577 | 4 307 | 5 037 | 5 767 | 6 497 | 7 227 | 9 |

287 Tabel 6

| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 000 | 2 870 | 5 740 | 8 610 | 11 480 | 14 350 | 17 220 | 20 090 | 22 960 | 25 830 | 0 |
| 1 | 287 | 3 157 | 6 027 | 8 897 | 11 767 | 14 637 | 17 507 | 20 377 | 23 247 | 26 117 | 1 |
| 2 | 574 | 3 444 | 6 314 | 9 184 | 12 054 | 14 924 | 17 794 | 20 664 | 23 534 | 26 404 | 2 |
| 3 | 861 | 3 731 | 6 601 | 9 471 | 12 341 | 15 211 | 18 081 | 20 951 | 23 821 | 26 691 | 3 |
| 4 | 1 148 | 4 018 | 6 888 | 9 758 | 12 628 | 15 498 | 18 368 | 21 238 | 24 108 | 26 978 | 4 |
| 5 | 1 435 | 4 305 | 7 175 | 10 045 | 12 915 | 15 785 | 18 655 | 21 525 | 24 395 | 27 265 | 5 |
| 6 | 1 722 | 4 592 | 7 462 | 10 332 | 13 202 | 16 072 | 18 942 | 21 812 | 24 862 | 27 552 | 6 |
| 7 | 2 009 | 4 879 | 7 749 | 10 619 | 13 489 | 16 359 | 19 229 | 22 099 | 24 969 | 27 839 | 7 |
| 8 | 2 296 | 5 166 | 8 036 | 10 906 | 13 776 | 16 646 | 19 516 | 22 386 | 25 256 | 28 126 | 8 |
| 9 | 2 583 | 5 453 | 8 323 | 11 193 | 14 063 | 16 933 | 19 803 | 22 673 | 25 543 | 28 413 | 9 |

329 Tabel 7

| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 000 | 3 290 | 6 580 | 9 870 | 13 160 | 16 450 | 19 740 | 23 030 | 26 320 | 29 610 | 0 |
| 1 | 329 | 3 619 | 6 909 | 10 199 | 13 489 | 16 779 | 20 069 | 23 359 | 26 649 | 29 939 | 1 |
| 2 | 658 | 3 948 | 7 238 | 10 528 | 13 818 | 17 108 | 20 398 | 23 688 | 26 978 | 30 268 | 2 |
| 3 | 987 | 4 277 | 7 567 | 10 857 | 14 147 | 17 347 | 20 727 | 24 017 | 27 307 | 30 597 | 3 |
| 4 | 1 316 | 4 606 | 7 896 | 11 186 | 14 476 | 17 766 | 21 056 | 24 346 | 27 636 | 30 926 | 4 |
| 5 | 1 645 | 4 935 | 8 225 | 11 515 | 14 805 | 18 095 | 21 385 | 24 675 | 27 965 | 31 255 | 5 |
| 6 | 1 974 | 5 264 | 8 554 | 11 844 | 15 134 | 18 424 | 21 714 | 25 004 | 28 294 | 31 584 | 6 |
| 7 | 2 303 | 5 593 | 8 883 | 12 173 | 16 463 | 18 753 | 22 043 | 25 333 | 28 623 | 31 913 | 7 |
| 8 | 2 632 | 5 922 | 9 212 | 12 502 | 15 792 | 19 082 | 22 372 | 25 662 | 28 952 | 32 242 | 8 |
| 9 | 2 961 | 6 251 | 9 541 | 12 831 | 16 121 | 19 411 | 22 701 | 25 991 | 29 281 | 32 571 | 9 |

492 Tabel 8

| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 000 | 4 920 | 9 840 | 14 760 | 19 680 | 24 600 | 29 520 | 34 440 | 39 360 | 44 280 | 0 |
| 1 | 492 | 5 412 | 10 332 | 15 252 | 20 172 | 25 092 | 30 012 | 34 932 | 39 852 | 44 772 | 1 |
| 2 | 984 | 5 904 | 10 824 | 15 744 | 20 664 | 25 584 | 30 504 | 35 424 | 40 344 | 45 264 | 2 |
| 3 | 1 476 | 6 396 | 11 316 | 16 236 | 21 156 | 26 076 | 30 996 | 35 916 | 40 836 | 45 756 | 3 |
| 4 | 1 968 | 6 888 | 11 808 | 16 728 | 21 648 | 26 568 | 31 488 | 36 408 | 41 328 | 46 248 | 4 |
| 5 | 2 460 | 7 380 | 12 300 | 17 220 | 22 140 | 27 060 | 31 980 | 36 900 | 41 820 | 46 740 | 5 |
| 6 | 2 952 | 7 872 | 12 792 | 17 712 | 22 632 | 27 552 | 32 472 | 37 392 | 42 312 | 47 232 | 6 |
| 7 | 3 444 | 8 364 | 13 284 | 18 204 | 23 124 | 28 044 | 32 964 | 37 884 | 42 804 | 47 724 | 7 |
| 8 | 3 936 | 8 856 | 13 776 | 18 696 | 23 616 | 28 536 | 33 456 | 38 376 | 43 296 | 48 216 | 8 |
| 9 | 4 428 | 9 348 | 14 268 | 19 188 | 24 108 | 29 028 | 33 948 | 38 868 | 43 788 | 48 708 | 9 |

624 Tabel 9

| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 000 | 6 240 | 12 480 | 18 720 | 24 960 | 31 200 | 37 440 | 43 680 | 49 920 | 56 160 | 0 |
| 1 | 624 | 6 864 | 13 104 | 19 344 | 25 584 | 31 824 | 38 064 | 44 304 | 50 544 | 56 784 | 1 |
| 2 | 1 248 | 7 488 | 13 728 | 19 968 | 26 208 | 32 448 | 38 688 | 44 928 | 51 168 | 57 408 | 2 |
| 3 | 1 872 | 8 112 | 14 352 | 20 592 | 26 832 | 33 072 | 39 312 | 45 552 | 51 792 | 58 032 | 3 |
| 4 | 2 496 | 8 736 | 14 976 | 21 216 | 27 456 | 33 696 | 39 936 | 46 176 | 52 416 | 58 656 | 4 |
| 5 | 3 120 | 9 360 | 15 600 | 21 840 | 28 080 | 34 320 | 40 560 | 46 800 | 53 040 | 59 280 | 5 |
| 6 | 3 744 | 9 984 | 16 224 | 22 464 | 28 704 | 34 944 | 41 184 | 47 424 | 53 664 | 59 904 | 6 |
| 7 | 4 368 | 10 608 | 16 848 | 23 088 | 29 328 | 35 568 | 41 808 | 48 048 | 54 228 | 60 528 | 7 |
| 8 | 4 992 | 11 232 | 17 472 | 23 712 | 29 952 | 36 192 | 42 432 | 48 672 | 54 912 | 61 152 | 8 |
| 9 | 5 616 | 11 856 | 18 096 | 24 336 | 30 576 | 36 816 | 43 056 | 49 296 | 55 536 | 61 776 | 9 |

857 Tabel 10

| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 000 | 8 570 | 17 140 | 25 710 | 34 280 | 42 850 | 51 420 | 59 990 | 68 560 | 77 130 | 0 |
| 1 | 857 | 9 427 | 17 997 | 26 567 | 35 137 | 43 707 | 52 277 | 60 847 | 69 417 | 77 987 | 1 |
| 2 | 1 614 | 10 284 | 18 854 | 27 424 | 35 994 | 44 564 | 53 134 | 61 704 | 70 274 | 78 844 | 2 |
| 3 | 2 571 | 11 144 | 19 711 | 28 281 | 36 851 | 45 421 | 53 991 | 62 561 | 71 131 | 79 701 | 3 |
| 4 | 3 428 | 11 998 | 20 568 | 29 138 | 37 708 | 46 278 | 54 848 | 63 418 | 71 988 | 80 558 | 4 |
| 5 | 4 285 | 12 855 | 21 425 | 29 995 | 38 565 | 47 135 | 55 705 | 64 275 | 72 845 | 81 415 | 5 |
| 6 | 5 142 | 13 712 | 22 282 | 30 852 | 39 422 | 47 992 | 56 562 | 65 132 | 73 702 | 82 272 | 6 |
| 7 | 5 999 | 14 569 | 23 139 | 31 709 | 40 279 | 48 849 | 57 419 | 65 989 | 74 559 | 83 129 | 7 |
| 8 | 6 856 | 15 426 | 33 996 | 32 566 | 41 136 | 48 706 | 58 276 | 66 846 | 75 416 | 83 986 | 8 |
| 9 | 7 713 | 16 283 | 24 853 | 33 423 | 41 993 | 50 563 | 59 133 | 67 703 | 76 273 | 84 843 | 9 |

## § 29. KORRUTAMINE O'RURKI TABELITE ABIL

Leiame mõned korrutised eespool toodud O'Rurki tabelite abil.

**Näide.** 73×87

L a h e n d u s. Võtame tabeli, mille kohal on märgitud korrutatav 73. Lahtri «80» ja rea «7» ristumiskohal leiame otsitava korrutise 6351.

**Näide.** 857×83

L a h e n d u s. Võtame tabeli, mille kohal asub korrutaja 857. Lahtri «80» ja rea «3» ristumiskohal leiame korrutise 71 131.

**Näide.** 287×76

L a h e n d u s. Võtame tabeli, mille kohal on korrutatav 287. Lahtri «70» ja rea «6» ristumiskohal leiame korrutise 21 812.

## § 30. KORRUTAMINE ARVUDEGA, MILLES ON MISTAHES ARV KOHTI

O'Rurki tabelid võimaldavad tabeli kohal märgitud arvu korrutada mitte ainult kahekohaliste arvudega, vaid igasuguste arvudega. Korrutamist on väga kerge sooritada, kui tabeleid kasutada koos arvelauaga.

**Näide.** 329×67 548

L a h e n d u s. Otsime tabeli, mille kohal on korrutatav 329. Jaotame korrutaja paremalt vasakule osadeks kahenumbriliste rühmadena, kusjuures äärmisse vasakpoolsesse rühma jääb üks number, kuna korrutaja kohtade arv on paaritu.

Korrutame korrutatava korrutaja esimese numbrirühmaga (48-ga). Lahtri «40» ja rea «8» ristumiskohal leiame korrutise 15 792, mille asetame arvelauale. Järgnevalt korrutame korrutatava 329 teise numbrirühmaga (75-ga). Lahtri «70» ja rea «5» ristumiskohal leiame korrutise 24 675. Kuna see korrutis on saadud 75 sajalisega korrutamisel, liidame selle arvelaual juurde kahe traadi võrra kõrgemalt. Saame 2 483 292.

Lõpuks korrutame korrutatava 329 viimase numbrirühmaga (6-ga). Lahtri «0» ja rea «6» ristumiskohal leiame korrutise 1974. Kuna see korrutis on saadud 60 000-ga korrutamisel, asetame ta arvelauale nelja traadi võrra kõrgemalt. Saame 22 223 292, mis ongi 329 ja 67 548 korrutis. Kui korrutamine toimub ilma arvelaua abita, märgitakse arvutuskäik välja järgmiselt:

$$\begin{array}{lr}
239\times48 & =\quad 15\,792 \\
329\times75 & =\ 2\,467\,500 \\
\underline{329\times6} & \underline{=19\,740\,000} \\
329\times67\,548 & =22\,223\,292
\end{array}$$

## § 31. MISTAHES ARVUDE KORRUTAMINE

Nüüd vaatleme, kuidas korrutada O'Rurki tabelite abil ükskõik missuguseid arvusid.

**Näide.** 2492×3456

Lahendus. Jaotame korrutatava 2492 liidetavateks 2000 ja 492. Korrutame algul 492 3456-ga, siis 2000 3456-ga ja liidame tulemused arvelaual.

Otsime tabeli, mille kohal on 492. Korrutame selle korrutaja esimese numbrirühmaga, s. o. 56-ga. Ristumiskohal leiame 27 552, mille asetame arvelauale. Seejärel korrutame 492 korrutaja teise numbrirühmaga, s. o. 34-ga. Liidame resultaadi 16 728 arvelaual juurde kahe traadi võrra kõrgemalt. Saame arvelaual 1 700 352.

Nüüd korrutame 2000 3456-ga. Selleks liidame arvu 3456 arvelaual 3 traadi võrra kõrgemalt juurde 2 korda ning saame lõpliku tulemuse 8 612 352.

Niisiis, kui korrutatavas on üle kolme koha, jaotatakse ta kaheks liidetavaks, millest teine on kolmekohaline.

Et kümnendmurdu (ehk rublasid ja kopikaid) korrutada kümnendmurruga, tuleb tegureid korrutada kui täisarvusid ja pärast seda eraldada korrutises nii mitu kümnendkohta, kui palju neid on mõlemas teguris kokku.

## § 32. JAGAMINE TABELITE ABIL

Tabelid võimaldavad jagada igasugust arvu jagajaga, mis ei ole suurem kui 1000. Tabelite kohal olevad arvud esinevad jagajatena.

**Näide.** 73 702 : 857

Lahendus. Võtame tabeli, mille kohale on märgitud 857 (jagaja). Otsime tabelis olevate korrutiste hulgast arvu 73 702 või sellele lähedase arvu. Selline arv on 6. rea lahtris, mille pealkirjaks on 80. Jagatis on järelikult 86.

**Näide.** 2 165 478 : 329

Lahendus. Leiame tabeli, mille kohal on arv 329. Asetame arvelauale jagatava 2 165 478. Võtame jagatavas esimesed 5 numbrit, lugedes vasakult paremale, saame 21 654. Viis numbrit võtame sellepärast, et tabelis on viiekohaliste arvude korrutised. Kõige lähemaks arvuks 21 654-le on tabelis 21 385 (lähedase arvu võtame alati otsitavast väiksema). Lahtri pealkirjaks on 60 ja rea number on 5. Järelikult on jagatise esimeseks kaheks numbriks 65. Asetame selle arvelaua ülemistele traatidele. Korrutise 21 385 lahutame arvelaual jagatava viiest ülemisest numbrist. Saame jäägi 26 978. Otsime tabelist korrutiste hulgast jäägile lähedase arvu.

Selgub, et selline korrutis on lahtris «80» real «2». Järelikult on jagatise kaks viimast numbrit 82.

Niisiis, 2 165 478 jagamisel 329-ga on jagatis 6582.

**Näide.** 291 408 : 624

L a h e n d u s. Leiame tabeli, mille kohal on arv 624. Asetame arvelauale jagatava 291 408. Võtame jagatavas esimesed viis numbrit 29 140. Otsime tabelis 29 140-le lähedase korrutise. Selleks on 28 704, millele vastab 46. Need on jagatise kaks esimest numbrit. Seejärel lahutame saadud korrutise 28 704 jagatava viiest ülemisest numbrist. Saame jäägi 4368. Otsime seda arvu korrutiste hulgas ja leiame ta lahtris «0» real 7. Arv 7 on jagatise kolmandaks ja viimaseks numbriks. Niisiis, 291 408 jagamisel 624-ga ja jagatis 467.

## § 33. NÕUTUD TÄPSUSEGA JAGAMINE

Nõutud täpsusega jagamine tabelite abil erineb vähe eelmistes näidetes toodud jagamistest.

**Näide.** Jagada 8148 287-ga täpsusega 0,01.

L a h e n d u s. Asetame arvelauale jagatava 8148. Otsime tabelis, mille kohal on 287, arvule 8148 lähedast korrutist. Selleks on 8036, millele vastavad jagatise kaks esimest numbrit 28. Lahutame jagatavast 8036, saame jäägi 112. Peenestame jäägi sajandikeks, s. o. võtame sõrme allapoole, ja saame 11 200. Otsime tabelis korrutiste hulgas 11 200-le lähedast arvu. Leiame 11 193, millele vastab jagatis 39. See on jagatise murdosa ning jagatis on 28,39. Lahutame jäägist 11 193, saame teise jäägi 7. Kuna jääk on väiksem kui pool jagajat, jääb lõplikuks vastuseks 28,39.

Tabelite abil jagamise hõlpsus seisneb esiteks selles, et ei ole vaja arvutada vahepealseid tulemusi (me leiame need vahetult tabelist); ja teiseks selles, et on võimalik saada korraga kaht jagatise numbrit.

## § 34. ÜLESANNETE LAHENDAMINE O'RURKI TABELITE ABIL

**Näide.** Arvutada arve summa, mille järgi on müüdud riiet: 1) 73 m hinnaga 8 rbl. 30 kop. meeter; 2) 62,4 m hinnaga 13 rbl. 70 kop.; 3) 49,2 m hinnaga 9 rbl. 65 kop.; 4) 28,7 m hinnaga 8 rbl. 85 kop.

L a h e n d u s.

1) $73 \times 8{,}3$

Tabelis, mille kohal on korrutatav 73, leiame lahtris «80» real 3 korrutise 6059. Vähendame seda 10 korda ja saame 605 rubla 90 kopikat.

2) $62{,}4 \times 13{,}7$

Korrutame 624 137-ga, jaotades 137 osadeks 13 ja 7. Tabelis, mille kohal on 624, leiame lahtris «10» real 3 korrutise 8112. Asetame selle arvelauale traadi võrra kõrgemalt. See on korrutis 130-ga. Lahtris «0» real 7 leiame arvu 4368 ja liidame selle arvelaual vastavatel traatidel. Saadud korrutist 85 488 vähendame 100 korda ja saame 854 rubla 88 kopikat.

3) $49{,}2 \times 9{,}65$

Jaotame 965 osadeks 9 ja 65. Tabelis, mille kohal on 492, leiame lahtris «60» real 5 korrutise 31 980. Asetame selle arvelauale. Lahtris «0» real 9 leiame 4428. Liidame selle arvelaual kahe traadi võrra kõrgemalt. Tulemust 474 780 vähendame 1000 korda ja saame 474 rbl. 48 kop.

4) $28{,}7 \times 8{,}85$

Jaotame 885 osadeks 8 ja 85. Tabelis, mille kohal on 287, leiame lahtris «80» real 5 korrutise 24 395. Asetame selle arvelauale. Lahtris «0» real 8 leiame 2296. Liidame selle arvelaual kahe traadi võrra kõrgemalt. Tulemuse 253 995 vähendame 1000 korda ja saame 253 rbl. 99,5 kop. $\approx$ 254 rubla. Arve summa on 2189 rbl. 56 kop.

**Näide.** Arvutada 1 kg kauba hind täpsusega 0,01 rbl., kui 857 kg kauba maksumus on 6824 rbl.

L a h e n d u s. Tabelis, mille kohale on märgitud jagaja 857, otsime lähedast arvu 6824-le. Selleks on 5999, millele vastab arv 7. Jäägi 825 peenestame sajandikeks. Otsime 82 500-le sobivat arvu tabelis. Selliseks arvuks on 82 272, millele vastab arv 96. Need on jagatise sajandikud. Järelikult, 1 kg hind täpsusega 0,01 rbl. on 7 rbl. 96 kop.

## § 35. ARVUTUSTABELITE KOOSTAMINE

Kaupluste, kaubabaaside ja toitlustusettevõtete töötajail on korduvate ühetüübiliste arvutuste puhul otstarbekohane koostada tabelid, mis lihtsustavad ja kiirendavad arvutustöid.

Selliseid sagedasti korduvaid ühetüübilisi arvutusi esineb tihti kaupade hinna kujundamisel, kaupade müümisel jaeettevõtteile ja realiseerimisel tarbijaile.

Näiteks, kaupluses müüakse mitmesuguseid riidereste hinnaga 7 rbl. 60 kop. meeter; baas müüb mitmesuguses koguses riiet hinnaga 19 rbl. 80 kop. meeter. Mõlemal juhul on otstarbekohane kasutada selleks koostatud tabeleid mitmesuguste riidekoguste maksumuse kohta.

**Näide.** 1. Koostada mitmesuguste siidriidekoguste maksumuste tabel.

| Kauba kogus (m ja cm) | 1 meetri hind (rbl. — kop.) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Krepp «Polaar» 8—35 | Panama 7—60 | Krepp-žoržett 5—30 | Krepp-tvil 9—00 | Tšesutša 5—70 |
| 2,60 | 21—71 | 19—76 | 13—78 | 23—40 | 14—82 |
| 2,80 | 23—38 | 21—28 | 14—84 | 25—20 | 15—96 |
| 3,00 | 25—05 | 22—80 | 15—90 | 27—00 | 17—10 |
| 3,30 | 27—56 | 25—08 | 17—49 | 29—70 | 18—81 |
| 3,45 | 28—81 | 26—22 | 18—29 | 31—05 | 19—67 |
| 4,20 | 35—07 | 31—92 | 22—26 | 37—80 | 23—94 |

**Näide 2.** Koostada tabel mitmesuguste vorstikoguste maksumuse arvutamiseks.

| Vorstitooted | 1 kg hind (rbl. — kop. | Ümardatud maksumus (rbl. ja kop.) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 240 g | 255 g | 280 g | 325 g | 380 g | 425 g |
| Poltaava . . . . . | 2—70 | 0—65 | 0—69 | 0—76 | 0—88 | 1—03 | 1—15 |
| Kraakovi . . . . . | 2—60 | 0—62 | 0—66 | 0—73 | 0—85 | 0—99 | 1—11 |
| Lemmik . . . . . | 2—20 | 0—53 | 0—56 | 0—62 | 0—72 | 0—84 | 0—94 |
| Moskva . . . . . | 3—00 | 0—72 | 0—77 | 0—84 | 0—98 | 1—14 | 1—28 |
| Otdelnaja . . . . . | 1—70 | 0—41 | 0—43 | 0—48 | 0—55 | 0—65 | 0—72 |

VI peatükk

# ARVUTUSMASIN

## § 36. ÜLDISELOOMUSTUS

Arvutusmasina kasutamine suurendab tunduvalt arvutustööde produktiivsust. Sõltuvalt sellest, milliste tehete sooritamiseks on arvutusmasinad määratud, jagunevad nad mitmesse liiki. Arvutusmasinaid, mille abil toimub peamiselt korrutamine ja jagamine, nimetatakse korrutamis-jagamismasinateks.

Arvutusmasinaid, mille abil toimub liitmine ja lahutamine, nimetatakse liitmismasinateks.

Kui masinal on mehhanism arvuliste lähteandmete ja arvutustulemuste trükkimiseks, nimetatakse teda trükimehhanismiga arvutusmasinaks, vastupidisel juhul aga trükimehhanismita arvutusmasinaks.

Kui masinal on mehhanism, mis trükib mitte ainult numbreid, vaid ka sõnalist teksti, nimetatakse teda arvutus-kirjutusmasinaks. Sellisteks on raamatupidamis- ja faktuurmasinad.

Kui arvud, millega tehteid sooritatakse (lähtearvud), asetatakse masinale hoobade abil, nimetatakse teda hoobarvutusmasinaks. Kui aga lähtearvud asetatakse masinale klahvidele (sõrmistele) vajutamise teel, on tegemist klahvarvutusmasinaga. Klahvarvutusmasin võib olla kas täisklaviatuuriga või kümne klahviga.

Arvutusmasinad on käsiajamiga, poolautomaatsed ja automaatsed.

Käsiarvutusmasinatel valitakse lähtearvud ja sooritatakse tehted käsitsi.

Automaatsetel arvutusmasinatel valitakse lähtearvud käsitsi, kuid kõik arvutused sooritab masin ise. Selleks on vaja vajutada klahvile, mis käivitab elektrimootori ja paneb masina tööle.

Masinaid, mis lähteandmeid märgivad automaatselt, nimetatakse analüütilisteks arvutusmasinateks.

Nõukogude tehastes valmistatavatest arvutusmasinatest on kõige laialdasemalt levinud korrutamis-jagamismasin «Feliks» (aritmomeeter).

## § 37. ARVUTUSMASINA (ARITMOMEETRI) «FELIKS» EHITUS

Arvutusmasina (aritmomeetri) leiutas 1874. aastal Peterburi mehhaanik V. Odner. Pärast seda sai masin laia leviku osaliseks välismaal. Venemaal võeti Odneri leiutis laialdasemalt kasutusele alles pärast Oktoobrirevolutsiooni. Teistest rohkem on meie maal levinud arvutusmasin (aritmomeeter) «Feliks» (joon. 2).

See arvutusmasin koosneb kahest põhiosast: liikumatust osast ja liikuvast kelgust.

Arvutusmasina «Feliks» liikumatu osa (trummel) on ülevalt kaetud kattega. Katte parempoolses osas on 9 pilu, milliseid loetakse paremalt vasakule, vastavalt pilude kohale märgitud numbritele (1-st kuni 9-ni). Pilude serval on numbrid 0-st 9-ni. Piludes liiguvad üheksa hooba, mille abil valitakse ja asetatakse masinale arvutamise lähtearvud. Hoovad ei liigu üles ja alla vabalt, vaid pidurdusega numbrite kohal.

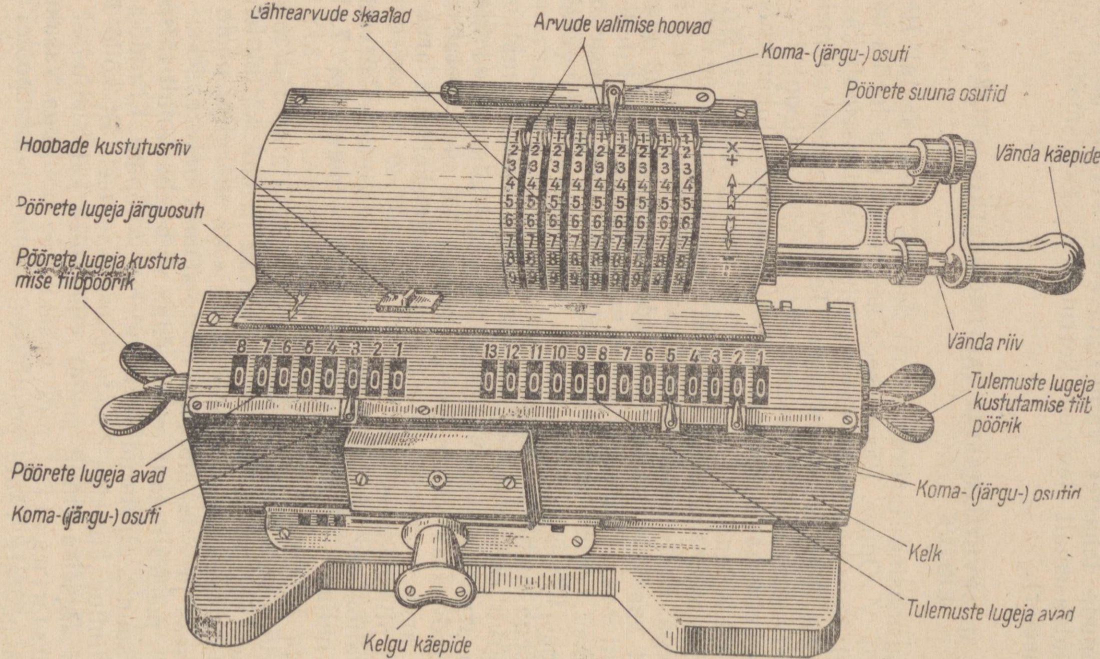
Täisarvu asetamisel masinale märgitakse paremalt esimese hoovaga arvu ühelised, järgmise hoovaga kümnelised jne. Arvusid on soovitatav valida samas korras, kui neid loetakse: kahekohalist arvu — teisest pilust alates, kolmekohalist arvu — kolmandast pilust alates jne.

Et valida arv 36 759, tuleb viies hoob asetada kõrvuti numbriga 3, neljas — numbriga 6, kolmas — numbriga 7, teine — numbriga 5 ja esimene — numbriga 9.

Paremal pool asub vända käepide, mille abil võib vänta pöörata ühes või teises suunas. Vastavalt trumli kattel leiduvatele nooltele loetakse vända pööramist «+» märgiga noole suunas positiivseks ja «—» märgiga noole suunas negatiivseks.

Tuleb meeles pidada, et vändaga võib teha ainult täispöördeid: mingis suunas alustatud pööre tuleb viia lõpuni. Erandiks on hoobade viimine algseisu vända pööramise teel. Et kõiki hoobasid korraga algseisu (nulli peale) viia, tuleb katte piludest vasakul olev kustutusriivi pide vasaku käe pöidlaga vasakule tõmmata ja pöörata vänta positiivses suunas (enda poole) veerand pööret.

Vända käepidemes on riiv, mis lukustab vända algseisus. Seepärast tuleb vända pööramisel käepidet paremale tõmmata, et riiv ei segaks vända liikumist.




Joon. 2. Arvutusmasin «Feliks»

Lähtearvude mehhanismist allpool asetseb arvutusmasina liikuv osa — kelk koos kahe lugejaga: paremal asub kolmeteistkümne avaga tulemuste lugeja, vasakul aga kaheksa avaga pöörete lugeja, mis näitab, mitu pööret on vändaga tehtud. Avade kohal on arvud, mis määravad kindlaks iga ava koha. Avades saadud numbreid kustutatakse kelgu otstes olevate tiibpöörikute abil. Tiibpöörikuid saab pöörata ainult väljapoole, positiivses suunas. Pöörata tuleb 360°, kuni kuuldub plõksatus ja tiibpöörik langeb oma pesasse. Pöörete lugeja kohal oleval katte serval on nooleke või punkt — kelgu asukoha osuti.

Kelku nihutatakse paremale ja vasakule kelgu käepideme abil. Nihutamine toimub vasaku käe energilise survega käepidemele. Et kelku korraga kuni lõpuni paremale või vasakule viia, selleks tuleb kelgu käepide ülespoole tõsta. Kelk ei liigu, kui vända riiv ja tiibpöörikud ei asu oma pesades. Kui kelk ei liigu, tuleb kontrollida vända ja tiibpöörikute asetust.

Trumli kattes olevate pilude kohal ja kelgul asuvate lugejate all on vardad liikuvate metallist komaosutitega, mille abil märgitakse järkusid arvude valikul ja arvutustulemuste lugemisel.

Töö algul ja enne iga uut arvutustehet tuleb kõik arvutusmasina osad viia algseisu, mis seisneb järgnevas:

tulemuste lugeja ja pöörete lugeja on kustutatud, s. t. kõikides avades on nullid;

lähtearvude hoovad seisavad nullide peal;

vända käepide asub alumises seisus ja tema riiv oma pesas;

tiibpöörikud on horisontaalses asendis ja asetsevad oma pesades;

kelk on viidud äärmisse vasakpoolsesse seisu.

Arvutusmasinal «Feliks» sooritatakse parema käega järgmisi operatsioone:

a) valitakse lähtearvud hoobade liigutamise teel;
b) pööratakse tiibpöörikut tulemuste näitaja kustutamisel;
c) pööratakse vänta.

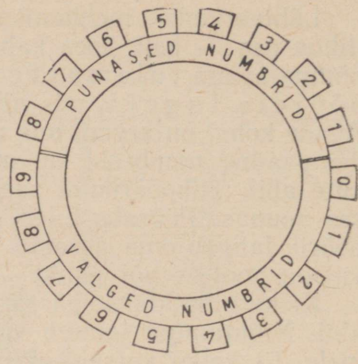
Vasaku käega:

a) viiakse kelk ühele või teisele poole;
b) pööratakse tiibpöörikut pöörete lugeja kustutamisel;
c) tõmmatakse kustutusriivi.

## § 38. ARVUTUSMASINA «FELIKS» KORRASOLEKU KONTROLLIMINE

Enne arvutamise alustamist on tarvis kontrollida arvutusmasina korrasolekut. Selleks on mitu võtet. Kirjeldame neist kõige lihtsamat ja usaldatavamat.

Valime hoobade abil arvu 123 456 789 (vasakult paremale). Viime kelgu vasakule, kuni lõpuni. Seejärel pöörame vänta positiivses suunas 9 korda. Tulemuste lugejal saame 0 001 111 111 101 ja pöörete lugejal arvu 9. Jätame kelgu endisele kohale ja pöörame vänta veel 9 korda, tulemuste lugejal saame 0 002 222 222 202, pöörete arvestil aga 0. Pöörates vänta veel 9 korda, saame arvud 0 003 333 333 303 ja 9. Selliselt jätkame seni, kuni saame 0 009 999 999 909. Pärast seda pöörame vänta negatiivses suunas 9 pöörde kaupa, kuni tulemuste ja pöörete lugejates esinevad nullid. Kui tulemuste lugejal ilmub pärast järjekordset üheksat pööret erinevaid numbreid (teises avas on kogu aeg null), siis näitab see, et arvutusmasin on rikkis ja temaga töötada ei või.



Joon. 3. Numbriketas

Pöörete arvestil ilmuvad nii valged kui ka punased numbrid. See on tingitud sellest, et vända pööramisel pöörlevad ka pöörete lugeja numbrikettad, millel osa numbreid on valged, osa aga punased (joon. 3). Negatiivsete pöörete puhul ilmuvad punased numbrid, välja arvatud null ja üheksa, mis numbrikettal on ainult valged.

## § 39. LIITMINE JA LAHUTAMINE ARVUTUSMASINAL «FELIKS»

Korrutamine arvutusmasinal toimub korduva liitmise teel ja jagamine korduva lahutamise teel. Seepärast on arvutusmasinal liitmise ja lahutamise võtetega tutvumine vajalik korrutamise ja jagamise võtete omandamiseks.

Kuid tuleb arvestada, et liitmine ja lahutamine arvutusmasinal «Feliks» ei ole produktiivne.

Et saada arvutusmasinal mitme arvu summat, tuleb algul trumlil valida esimene liidetav ja kanda see tulemuste lugejale vända pööramisega positiivses suunas. Seejärel on vaja esimene liidetav trumlilt kustutada ja asetada sinna teine liidetav, kustutamata seejuures tulemuste lugejat.

Vända teise pöördega positiivses suunas kantakse ka teine liidetav tulemuste lugejale.

Seejuures teine liidetav liitus esimese liidetavaga. Analoogiliselt liidetakse ka järgmised liidetavad.

Kümnendmurdude liitmine arvutusmasinal toimub analoogiliselt täisarvude liitmisega, kuid täiskohad tuleb eraldada kümnendkohtadest komaosuti abil. Neil juhtudel asub täisosa vasakul ja murdosa paremal.

**Näide.** Liita arvud 8356 ja 342.

Lahendus.

1. Viime arvutusmasina algseisu.
2. Valime hoobadega arvu 8356.
3. Teeme vändaga ühe täispöörde positiivses suunas, kandes sellega tulemuste lugejale esimese liidetava 8356. Pöörete lugejale ilmunud number 1 näitab, et vändaga on tehtud üks pööre.
4. Jättes puudutamata tulemuste lugeja ja pöörete lugeja, viime hoovad algseisu, valime teise liidetava 342 ja teeme vändaga ühe positiivse pöörde. Teine liidetav liitus esimesega ja tulemuste lugejale ilmus nende summa 8698, pöörete lugejale aga number 2.

**Näide.** Leida arvude 7858 ja 4567 vahe.

Lahendus.

1. Viime arvutusmasina algseisu.
2. Valime hoobadega vähendatava 7858 ja kanname ta tulemuste lugejale.
3. Jättes puudutamata tulemuste lugeja ja pöörete lugeja, valime hoobade abil lahutatava 4567 ja teeme vändaga ühe negatiivse pöörde. Tulemuste lugejal leiame otsitava vahe 3291.

## § 40. KORRUTAMINE ARVUTUSMASINAL «FELIKS»

Korrutamine arvutusmasinal toimub korduva liitmise teel. Korrutatavat liidetakse nii mitu korda, kui mitu ühikut on korrutajas. Et leida kahe teguri korrutist, tuleb üks neist asetada hoobade abil trumlile ja teha vändaga positiivses suunas nii mitu pööret, kui mitu ühikut on korrutajas.

**Näide.** $4532 \times 8$

Lahendus.

1. Viime arvutusmasina algseisu.
2. Valime hoobadega korrutatava 4532.
3. Pöörame vänta positiivses suunas 8 korda. Tulemuste lugejas on korrutis 36 256 ja pöörete lugejas korrutaja 8.

**Näide.** $3746 \times 653$

Lahendus.

1. Viime arvutusmasina algseisu.
2. Valime hoobadega korrutatava 3746.
3. Pöörame vänta positiivses suunas 3 korda, s. o. nii mitu korda, kui mitu ühelist on korrutajas. Tulemuste lugejas saame arvu 11 238.
4. Et korrutada 5 kümnelisega, selleks viime kelgu ühe koha võrra paremale, analoogiliselt kirjaliku korrutamisega, kus korrutaja teise numbriga korrutamise tulemus kirjutatakse esimese numbriga korrutamise tulemusest ühe koha võrra vasakule.
5. Pöörame vänta positiivses suunas 5 korda, s. o. nii mitu

korda, kui mitu kümnelist on korrutajas. Tulemuste lugejas saame arvu 198 538 ja pöörete lugejas arvu 53.

6. Et korrutada 6 sajalisega, viime kelgu veel ühe koha võrra paremale. Kelgu edasiviimise õigsust kontrollime pöörete lugeja järguosuti abil, mis asetseb pöörete lugeja kohal oleva katte serval.

7. Pöörame vänta positiivses suunas 6 korda, s. o. nii mitu korda, kui mitu sajalist on korrutajas. Tulemuste lugejas saame korrutise 2 446 138 ja pöörete lugejas korrutaja 653.

Korrutamist võib alustada ka korrutaja kõrgematest järkudest, kuid sel juhul tuleb kelk viia enne korrutamist nii mitme koha võrra paremale, kui mitu numbrit on korrutajas, ja pärast vasakult esimese numbriga korrutamist viia kelk vasakule.

Kui korrutaja mingisugustes järkudes on nullid, siis nende järkudega ei korrutata, vaid kelk viiakse edasi selliselt, et pöörete lugejas jääks nende järkude kohale nullid. Hoobade abil korrutatava valimisel jäävad hoovad korrutatavas puuduvate järkude kohal nullide peale.

Kümnendmurde korrutatakse arvutusmasinal nagu tavalisi arve, tulemuste lugejas aga eraldatakse komaosutiga nii mitu kümnendkohta, kui palju neid on mõlemas teguris kokku.

## § 41. KORRUTAMISE LIHTSUSTAMISE VÕTTED

### Korrutamine ümmargustele arvudele lähedaste arvudega

Korrutamine arvutusmasinal toimub seda kiiremini, mida vähem tuleb teha vändaga pöördeid. Mõned korrutajad, mis on lähedased ümmargustele arvudele, võimaldavad vähendada vända pöörete arvu, kui neid väljendada ümmarguse arvu abil.

**Näide.** $458 \times 998$

L a h e n d u s. Kasutades tavalist korrutamisvõtet, peaksime tegema vändaga $9+9+8=26$ pööret. Asendades arvu 998 ümmarguse arvuga 1000 ja täiendi 2 vahega $1000-2$, peame aga tegema ainult 3 pööret: üks positiivse suunaga pööre pöörete lugeja neljandas järgus ja kaks negatiivse suunaga pööret pöörete lugeja esimeses järgus. Negatiivsete pöörete puhul, nagu teada, ilmuvad pöörete lugejal punased numbrid:

$$458 \times 998 = 458 \times (1000-2) = 457\,084$$

Pöörete lugejal saame 1002, kusjuures number 2 on punane.

### Seeriaviisiline korrutamine

Ühe ja sama korrutatava korrutamisel mitme erineva korrutajaga võib tehted sooritada lihtsustusvõttega.

**Näide.**

68 rbl. 75 kop. × 345
68 rbl. 75 kop. × 457
68 rbl. 75 kop. × 556
68 rbl. 75 kop. × 374
68 rbl. 75 kop. × 1286

Lahendus. Valime lähtearvude hoobade abil korduva teguri 68 rbl. 75 kop., mille korrutame esimese korrutajaga (345), saame korrutise 23 718 rbl. 75 kop. Kirjutame korrutise välja.

Jättes arvutusmasinal kõik näitajad kustutamata, korrutame teise korrutajaga (457) järgmiselt. Pöörete lugejal seisab arv 345, mis on vaja asendada korrutajaga 457. Selleks tuleb: a) üheliste järgus juurde lisada kaks ühikut, tehes vändaga kaks positiivset pööret; b) kümneliste järgus juurde lisada üks ühik, tehes vändaga ühe positiivse pöörde; c) sajaliste järgus juurde lisada üks ühik, tehes vändaga ühe positiivse pöörde. Pärast neid tehteid saame pöörete lugejal 457, tulemuste lugejal aga korrutise 31 418 rbl. 75 kop. Kirjutame korrutise välja.

Jättes arvutusmasinal olevad näitajad kustutamata, sooritame korrutamise kolmanda korrutajaga (556) jne.

Seeriaviisilist korrutamist kasutades teeme vändaga ainult 29 pööret, tavalisel korrutamisel teeksime aga 75 pööret.

Niisiis, seeriaviisilise korrutamise puhul peame saama pöörete lugejal järgemööda kõik korrutajad, tehes vändaga vastava arvu positiivseid või negatiivseid pöördeid.

## § 42. JAGAMINE ARVUTUSMASINAL «FELIKS»

Arvutusmasina abil toimub jagamine jagatavast jagaja korduva lahutamise teel (nagu arvelaualgi), alustades jagatava kõrgematest järkudest. Jagatav asub tulemuste lugejal, jagaja — hoobadel. Jagatis saadakse pöörete lugejal. Jagatise numbrid on punased, välja arvatud üheksad ja nullid.

**Näide.** 91 524 : 263

Lahendus.

1. Viime arvutusmasina algseisu.
2. Valime hoobade abil jagatava, antud juhul viiendast järgust alustades (jagatavas on 5 kohta).
3. Teeme vändaga ühe positiivse pöörde, kandes sellega jagatava tulemuste lugejale.
4. Viime hoovad algseisu ja kustutame pöörete lugejal esineva ühe.
5. Valime hoobade abil jagaja 263, alustades kolmandast järgust (jagajas on 3 kohta).
6. Asetame kelgu selliselt, et jagaja esimene number seisaks jagatava esimese numbri kohal, s. o. 2 seisaks 9 kohal. Lahutame

915-st 263, tehes vändaga negatiivseid pöördeid. Pärast kolmandat negatiivset pööret on tulemuste lugeja 5-ndas, 4-ndas ja 3-ndas avas arv 126, millest 263 lahutada ei saa. Kui me sellest hoolimata siiski teeme neljanda negatiivse pöörde, siis heliseb signaalkell ja ühtlasi ilmuvad tulemuste lugeja avades üheksad 13. avast alates. Pärast signaali kostmist tuleb teha vändaga üks positiivne pööre (sellega kustutame üheksad), viia kelk ühe koha võrra vasakule ja pöörata jälle vänta negatiivses suunas.

Nüüd tuleb 263 lahutada 1262-st. Pärast neljandat negatiivset pööret on tulemuste lugeja 4-ndas, 3-ndas ja 2-s avas arv 210, millest 263 lahutada ei saa. Seepärast, kui teeme viienda pöörde, kostab kell ja ilmuvad üheksad. Teeme jälle ühe positiivse pöörde (kustutame üheksad), viime kelgu ühe koha võrra vasakule ja jätkame jagamist. Pärast kaheksat pööret on tulemuste lugejal ainult nullid, pöörete lugejal aga jagatis 348.

**Näide.** 171 404 : 2348

L a h e n d u s.

1. Viime arvutusmasina algseisu.
2. Valime hoobade abil jagatava 171 404, alustades kuuendast järgust.
3. Teeme vändaga ühe positiivse pöörde ja kanname sellega jagatava tulemuste näitajale.
4. Viime hoovad algseisu ja kustutame pöörete lugejal oleva ühe.
5. Valime hoobade abil 2348, alustades neljandast järgust.
6. Asetame kelgu selliselt, et jagaja esimene number asetseks jagatava teise numbri kohal, s. o. et 2 asetseks 7 kohal, kuna jagaja esimene number 2 on suurem kui jagatava esimene number 1 ning viimasest ei ole võimalik lahutada jagaja esimest numbrit. Nüüd tuleb 2 lahutada 17-st.
7. Teeme vändaga 7 negatiivset pööret. Kaheksanda negatiivse pöörde puhul heliseb kell ja tulemuste lugejale ilmuvad üheksad.
8. Teeme vändaga ühe positiivse pöörde ja viime kelgu ühe koha võrra paremale.
9. Teeme 3 negatiivset pööret, mille järel tulemuste lugejal on ainult nullid.
10. Pöörete lugejal on jagatis 73.

### Nõutud täpsusega jagamine

Kui jäägita jagamine ei ole võimalik, siis sooritatakse jagamine nõutud täpsusega, näiteks täpsusega 0,1; 0,01 jne. Sel juhul toimitakse järgmiselt:

1) kelk viiakse algseisust nii mitme koha võrra paremale, kui mitu kümnendkohta soovitakse saada (on nõutud) jagatises;

2) pöörete lugejal eraldatakse komaosutiga nii mitu ava, kui mitu kümnendkohta on nõutud jagatises.

3) pärast seda toimub jagamine tavalisel viisil.

**Näide.** Jagada 3587 arvuga 78 täpsusega 0,01.

L a h e n d u s.

1. Viime kelgu algseisust 2 koha võrra paremale (pöörete lugeja järguosuti seisab 3. ava kohal) ja eraldame pöörete lugejal komaosutiga kaks parempoolset ava.

2. Valime hoobadega arvu 3587 ja kanname ta tulemuste näitajale.

3. Viime hoovad algseisu, kustutame pöörete lugejal asuva ühe ja valime hoobade abil jagaja 78.

4. Asetame kelgu selliselt, et jagajat 78 oleks võimalik lahutada jagatava kõrgematest järkudest. Jagaja esimest numbrit 7 ei ole võimalik lahutada jagatava esimesest numbrist 3. Seepärast asetame kelgu selliselt, et jagaja esimene number lahutuks jagatava esimesest kahest numbrist 35, s. o. asetseks jagatava teise numbri kohal. Järgnevalt jagame tavalisel viisil. Jagatiseks saame 45,98 ja jääk on 56. Kuna jääk on suurem kui pool jagajat, suurendame jagatise viimast numbrit ühe ühiku võrra ning saame nõutud täpsusega jagatise 45,99.

**Näide.** Jagada 6875 arvuga 27 täpsusega 0,1.

L a h e n d u s. Jagamise sooritame samal viisil kui eelmises näites, kuid enne arvutamist viime kelgu algseisust paremale ainult ühe koha võrra. Lõplik vastus on 254,6.

## § 43. JAGAMINE JAGATAVA KOGUMISEGA TULEMUSTE LUGEJALE

Selle jagamisviisi puhul asetatakse hoobade abil trumlile jagaja, tulemuste lugejal saadakse jagatav ja pöörete lugejal — jagatis. Kuna jagatav võrdub jagaja ja jagatise korrutisega, siis võib jagatise leida, kui jagajat korrutada (liita korduvalt) seni, kuni tulemuste lugejal saadakse jagatav. Jagatava kogumist tulemuste lugejale tuleb alustada jagatava kõrgematest järkudest, minnes järk-järgult üle madalamatele järkudele. Seejuures ei või ühes järgus vändaga üle üheksa pöörde sooritada.

**Näide.** 459 774 : 738

L a h e n d u s.

1. Valime hoobade abil jagaja 738, alustades kolmandast järgust.

2. Viime kelgu algseisust nii mitme koha võrra paremale, kui mitu kohta peab olema jagatises (antud juhul kolme koha võrra). Pöörete lugeja järguosuti seisab neljanda ava kohal. Viimane ava on varuavaks (see tuleb eraldada komaosutiga).

3. Pöörame arvutusmasina vänta positiivses suunas seni, kuni tulemuste lugejale ilmuvad jagatava kõrgemad järgud. Pärast

kuuendat positiivset pööret saame tulemuste lugeja seitsmendas avas jagatava esimese numbri 4, kuid teine number (4) on väiksem kui jagatava teine number. Seepärast teeme veel ühe positiivse pöörde. Veendume aga, et see oli üleliigne, kuna esimene number tulemuste näitajal muutus jagatava esimesest numbrist suuremaks. Teeme vändaga ühe negatiivse pöörde ja viime kelgu ühe koha võrra vasakule. Pöörete lugejal on jagatise esimene number 6.

4. Pöörame jälle vänta positiivses suunas, kuni saame tulemuste lugejal jagatava kaks esimest numbrit (45). Need kaks esimest numbrit ilmusid pärast kaht pööret, kuid kolmas number (7) on väiksem kui jagatava kolmas number (9). Seepärast teeme vändaga veel ühe positiivse pöörde. Veendume aga, et see oli üleliigne, kuna teine number tulemuste näitajal on nüüd jagatava teisest numbrist suurem. Teeme vändaga ühe negatiivse pöörde ja viime kelgu ühe koha võrra vasakule. Pöörete lugejal on ka jagatava teine number 2.

5. Pöörame vänta positiivses suunas, kuni saame jagatava ülejäänud numbrid. Pöörete lugejal saame jagatise kolmanda ja viimase numbri 3.

Niisiis, 459 774 : 748 = 623.

## § 44. KÜMNENDMURDUDE JAGAMINE

Et arvutusmasina abil jagada täisarvu kümnendmurruga, murdu täisarvuga või murdu murruga, tuleb muuta kümnendmurd täisarvuks ja jagada analoogiliselt täisarvude jagamisega.

*1. juhus.* 236 : 18,4

Suurendame jagajat 18,4 kümme korda. Ühtlasi peame ka jagatavat 10 korda suurendama ning seejärel jagame 2360 : 184.

*2. juhus.* 43,864 : 22

Antud juhul suurendame nii jagatavat kui ka jagajat 1000 korda ning jagame 43 864 : 22 000.

*3. juhus.* 18,62 : 4,6

Selles näites tuleb jagatavat ja jagajat suurendada 100 korda ning jagada tavalisel viisil, s. o. 1862 : 460.

**Näide.** 486,73 : 0,212 täpsusega 0,1.

L a h e n d u s. Suurendame jagatavat ja jagajat 1000 korda ning saame 486 730 : 212.

Seejärel sooritame jagamise tavalisel viisil; viime kelgu algseisust kahe [1] koha võrra paremale, kuna nõutud täpsuses on üks kümnendkoht. Asetame trumlile arvu 486 730 ja kanname ta

---

[1] Kui rakendada § 42 kirjeldatud nõutud täpsusega jagamise võtet, siis tuleks kelk algseisust ainult ühe koha võrra paremale viia. Käesolevas näites autor arvutab jagatise ühe lisakohaga ning ümardab jagatise täpsusega 0,1 mitte jagatava jäägist, vaid lisakoha numbri suurusest lähtudes. — *Tõlk.*

vända ühe positiivse pöörde abil tulemuste lugejale 100 korda suurendatult, s. o. 48 673 000.[1]

Kustutame pöörete lugeja, viime trumli hoovad nullseisu ja valime hoobade abil jagaja, s. o. arvu 212.

Sooritame jagamise, saades pöörete lugejal jagatiseks 2295,89. Otsitav tulemus täpsusega 0,1 on 2295,9.

## § 45. JAGAMINE PÖÖRDARVU ABIL

Kui nõutakse terve rea arvude jagamist ühe ja sama jagajaga, siis on otstarbekohane asendada jagamine jagatava ja jagaja pöördarvu korrutamisega, kuna sel juhul on võimalik kasutada seeriaviisilist korrutamist.

Antud arvu pöördarvuks nimetatakse arvu, mis saadakse 1 jagamisel antud arvuga, näiteks on arvu 16 pöördarv $\frac{1}{16}$; 25 pöördarv $\frac{1}{25}$; 347,6 pöördarv $\frac{1}{347{,}6}$; arvu 2457,25 pöördarv $\frac{1}{2457{,}25}$ jne.

Pöördarvud tuleb anda kümnendmurdude kujul. Selleks jagatakse arv 1 antud arvuga nõutava täpsusastmeni. Meie näidetes on:

$$\frac{1}{16}=0{,}0625; \quad \frac{1}{25}=0{,}04; \quad \frac{1}{347{,}6}\approx 0{,}0028769\ldots; \quad \frac{1}{2457{,}25}\approx$$
$$\approx 0{,}000\,406\,958\ldots$$

Pöördarv on alati lihtmurd, kui jagaja on suurem kui üks. Selles kümnendmurrus on enne tüvenumbreid nii mitu nulli, kaasa arvatud null tervet, kui mitu kohta on jagaja täisosas. Kui jagaja täisosa on kahekohaline arv, siis on pöördarvus enne tüvenumbreid 2 nulli; kui jagaja täisosas on kolm kohta, siis on pöördarvus tüvenumbrite ees 3 nulli jne. Seda me näeme ka ülaltoodud näidetes. Seepärast arvutame arvutusmasina abil ainult pöördarvu tüvenumbrid.

Pöördarv leitakse arvutusmasina abil järgmiselt:

1. Kelk viiakse äärmisse parempoolsesse seisu.
2. Jagatavat (1) trumlile ei asetata.
3. Jagaja valitakse hoobade abil selliselt, et tema kõrgeim järk seisaks kuuendas järgus.
4. Pööratakse vänta negatiivses suunas. Esimese pöörde juures heliseb kell. Jättes kella tähele panemata, jätkatakse vända pööramist negatiivses suunas, kuni kostab teine kell. Pärast seda tehakse üks positiivne pööre, viiakse kelk ühe koha võrra vasakule ja jätkatakse jagamist.

**Näide.** Jagada arvuga 76,8 järgmised arvud: 549,4; 712,35; 634,7; 259,8 ja 1348,7. Jagatised arvutada täpsusega 0,01.

[1] Ühtlasi tuleb pöörete lugejal komaosutiga eraldada kaks ava. — *Tõlk.*

L a h e n d u s. Leiame arvu 76,8 pöördarvu. Siin tekib küsimus: mitu kümnendkohta peab olema pöördarvus, et saada jagatist täpsusega 0,01? See tehakse kindlaks ligikaudsete arvude nõutud täpsusega korrutamise reeglite alusel. Pöördarv kuulub korrutamisele arvudega, millest kõige suuremal (1348,7) on täisosas neli kohta. Kuna tulemust tahetakse saada täpsusega 0,01, peab pöördarvus olema 4+2=6 kümnendkohta, kaasa arvatud ka pärast koma esinevad nullid. Antud näite puhul jääb pöördarvuks 0,013021.

Valime hoobade abil 13021 ja korrutame selle iga jagatavaga seeriaviisilise korrutamise meetodil. Pöörete lugejal eraldame komaosutiga kaks ava jagatavate kümnendkohtade jaoks. Jagatise täisosa kohtade arv tehakse kindlaks jagatava ja jagaja täisosade kohtade arvude vahe näol. Järelikult:

$0{,}013021 \times 549{,}4 \approx 7{,}15$ ehk $549{,}4 : 76{,}8 \approx 7{,}15$
$0{,}013021 \times 712{,}35 \approx 9{,}28$ ehk $512{,}35 : 76{,}8 \approx 9{,}28$
$0{,}013021 \times 634{,}7 \approx 8{,}26$ ehk $634{,}7 : 76{,}8 \approx 8{,}26$
$0{,}013021 \times 259{,}8 \approx 3{,}38$ ehk $259{,}8 : 76{,}8 \approx 3{,}38$
$0{,}013021 \times 1348{,}7 \approx 17{,}56$ ehk $1348{,}7 : 76{,}8 \approx 17{,}56$

## § 46. ARVUTUSMASIN BK-1

Arvutusmasin BK-1 on käsiajamiga masin. Võrreldes arvutusmasinaga «Feliks» on tema ehitus, eriti hoobade osa, mõnevõrra täiuslikum.

Arvutusmasina «Feliks» abil, nagu eespool märgiti, on otstarbekohane sooritada ainult korrutamist ja jagamist. Hoobadega arvutusmasinate kasutamine liitmiseks ja lahutamiseks ei ole otstarbekohane, sest arvude pealepanemisele ning tulemuste lugeja ja pöörete lugeja kustutamisele tuleb kulutada palju aega.

Kümneklahviline arvutusmasin BK-1 (joon. 4) on ehitatud analoogiliselt arvutusmasinaga «Feliks», kuid tema lähtearvude mehhanism on mõnevõrra täiustatud. Hoobade asemel on tal 10 klahvi, mille abil valitakse lähtearvud ja asetatakse masinale. Seoses sellega toimub arvude pealepanek tunduvalt kiiremini kui arvutusmasinal «Feliks».

Tulemuste lugeja, pöörete lugeja ja lähtearvude klaviatuuri kustutamismehhanism on samuti täiustatud. Seepärast võib arvutusmasinal BK-1 liita ja lahutada palju efektiivsemalt kui arvutusmasinal «Feliks». Lähtearvude trumli arvestusmaht on 9 kohta, tulemuste lugeja arvestusmaht — 13 kohta, pöörete lugeja arvestusmaht — 8 kohta.

Vända pöörlemiskiirus on ligi 200 pööret minutis.

Masina produktiivsus viiekohaliste arvude korrutamisel neljakohaliste arvudega on 130...135 operatsiooni tunnis.

Viiekohaliste arvude jagamisel neljakohaliste arvudega on produktiivsus 95...100 operatsiooni tunnis.

Arvutusmasinal BK-1 (joon. 4) toimub töötamine järgmiselt.

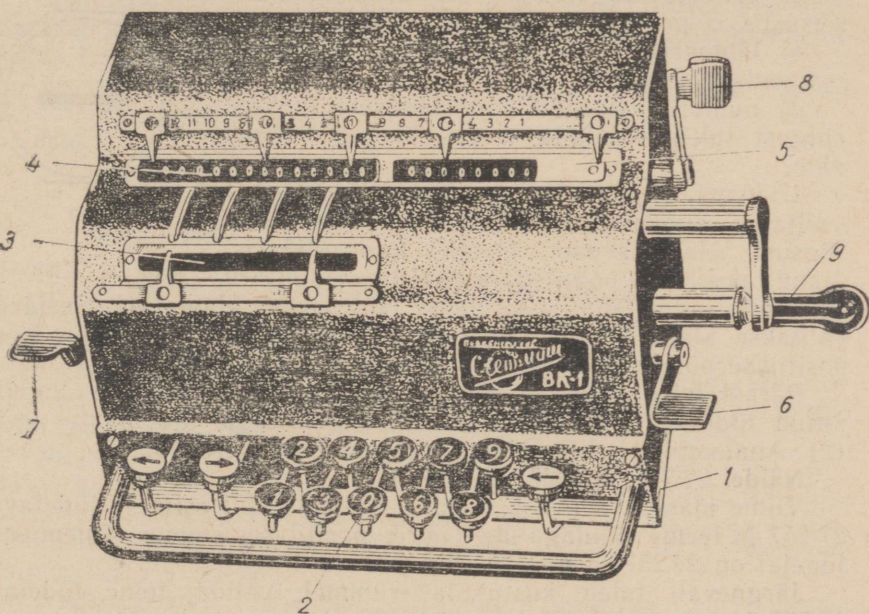
1. Arvud pannakse peale lähtearvude klaviatuuri 2 klahvidele (sõrmistele) vajutamisega selles järjekorras, kuidas arvu loetakse, s. o. vasakult paremale.

2. Mingile klahvile vajutamisel liigub lähtearvude trummel ühe koha võrra vasakule ja valitud number ilmub numbrikettale.

Erinevalt arvutusmasinast «Feliks» on tulemuste lugeja 4 ja pöörete lugeja 5 monteeritud masina korpusesse, mistõttu nad ei liigu.

3. 13-kohaline tulemuste lugeja 4 on nähtav ülemises vasakpoolses aknas.

4. Lähtearvude trumli liigutamiseks on masinal kolm klahvi: klahv 10 lähtearvude mehhanismi (trumli) laskmiseks järgukaupa vasakule; tagasikäigu klahv 11 lähtearvude trumli viimiseks järgu-




Joon. 4. Arvutusmasin BK-1

kaupa paremale; lähtearvude trumli kelgu vabastamise klahv 12 lähtearvude trumli kiireks viimiseks äärmisse vasakpoolsesse seisu.

5. Lähtearvude trumlil 3 valitud arvu kustutamine toimub trumli viimisega algseisu hoova 6 abil.

6. Tulemuste lugeja 4 kustutatakse hoova 7 ja pöörete lugeja hoova 8 abil.

7. Masina tegevusse rakendamiseks kasutatakse vänta 9.

8. Klasside ja kümnendkohtade eraldamiseks kasutatakse komaosuteid.

Et vältida vigu arvutuses, mehhanismide purunemist ning enneaegset kulumist, tuleb arvutusmasina mehhanism enne arvutamise algust algseisu viia.

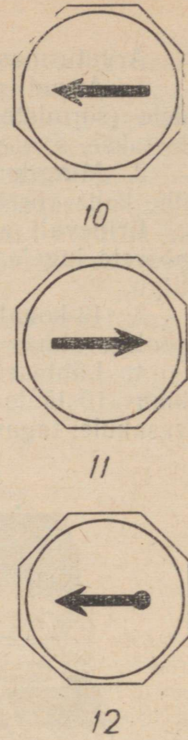
Arvutusmasina BK-1 algseis seisneb järgnevas:

a) masina vänt peab olema alumises vertikaalseisus ja suletud lukuga vastasoleva toe pesas;

b) mõlemad lugejad peavad asetsema nullseisus, s. o. peavad olema kustutatud;

c) lähtearvude trummel asub äärmises parempoolses seisus;

d) numbriklaviatuuri vabastamiseks blokeeringust tuleb vajutada trumli kustuti 6 hoovale.



Joon. 5. Klahvid

L i i t m i n e toimub järgmiselt. Klaviatuuril valitakse esimene liidetav ja kontrollitakse selle õigsust lähtearvude trumli kontrollaknas. Vända positiivse pöördega kantakse valitud arv tulemuste lugejale ja kustutatakse lähtearvude klaviatuur. Seejärel valitakse klahvide abil järgmine liidetav ja kantakse see vända positiivse pöördega tulemuste lugejale.

Pärast teise liidetava ülekandmist näitab tulemuste lugeja antud liidetavate summat, pöörete lugeja aga liidetavate arvu (2). Analoogiliselt liidetakse ka ülejäänud liidetavad.

**Näide.** 27 257 + 13 525 + 374 565

Viime masina algseisu, valime klahvide abil esimese liidetava 27 257 ja teeme vändaga ühe pöörde positiivses suunas. Tulemuste lugejal on 27 257 ja pöörete lugejal arv 1.

Järgnevalt tuleb kustutada trummel, valida teine liidetav 13 525 ja teha jälle vändaga üks pööre.

Tulemuste lugejale ilmub arv 31 782.

Analoogiliselt toimime ka kolmanda liidetava 374 565-ga. Lõplik tulemus on 415 347.

Pöörete lugeja näitab liidetavate arvu 3.

L a h u t a m i s e puhul kantakse vähendatav vända positiivse pöördega tulemuste lugejale.

Seejärel kustutatakse trummel ja pöörete lugeja.

Klaviatuuril valitakse lahutatav ja tehakse vändaga üks pööre negatiivses suunas. Vahe saadakse tulemuste lugejal.

Korrutamine toimub (samuti nagu arvutusmasinal «Feliks») korrutatava korduva liitmise teel. Kõige õigem on alustada korrutamist korrutaja madalamate järkudega.

**Näide.** 34 827×625

Viime arvutusmasina algseisu ja valime seejärel korrutatava 34 827.

Teeme vändaga nii mitu pööret positiivses suunas, kui mitu ühikut on korrutaja esimeses järgus, seega 5 pööret.

Transpordiklahvi abil, millel noole suund on vasakule, viiakse trumlile pandud arv ühe koha võrra vasakule ja korrutatakse kümnelistega, meie näites 2-ga.

Viime trumli veel ühe koha võrra vasakule ja teeme vändaga 6 pööret.

Tulemuste lugejalt loeme korrutise 21 766 875. Pöörete lugejal on korrutaja 625, trumlil aga korrutatav 34 827.

Kümnendmurde korrutatakse kui täisarve, korrutises aga eraldatakse komaosutiga nii mitu kohta paremalt, kui mitu kümnendkohta on mõlemas teguris kokku.

Korrutamine alalise korrutajaga, s. o. seeriaviisiline korrutamine toimub järgmiselt.

**Näide.**

26×5 rbl. 48 kop.
48×5 rbl. 48 kop.
34×5 rbl. 48 kop.

Selles näites tuleb alaliseks teguriks võtta 548, korrutada see kõigepealt 26-ga ja kirjutada tulemuste lugejalt ära korrutis 142 rbl. 48 kop.

Edasisel korrutamisel ei tule kustutada korrutatavat, korrutajat ega korrutist, vaid piisab sellest, kui korrutaja 26 kümnelistele lisada kaks pööret ja ühelistele samuti kaks pööret.

Saame teise korrutaja 48 ja teise korrutise 253 rbl. 04 kop. 34-ga korrutamiseks piisab sellest, kui eelmise korrutaja 48 kümnelistest lahutada 1, tehes vändaga pöörde negatiivses suunas, ja ühelistest lahutada 4. Pöörete lugeja näitab 34 ja tulemuste lugeja 186 rbl. 32 kop.

Ümmargustele arvudele lähedaste arvudega korrutamisel tuleb kasutada korrutamise lihtsustusvõtet. Arvutusmasina BK-1 mehhanism on ehitatud nii, et selle lihtsustusvõtte rakendamine võimaldab saada otsest vastust. Mingi järgu korrutamisel 8-ga või 9-ga tuleb kõrgemas naaberjärgus teha vändaga üks üleliigne pööre positiivses suunas ja antud järgus sooritada vastavalt 2 pööret või 1 pööre negatiivses suunas.

Jagamine arvutusmasinal BK-1 toimub jagatavast jagaja korduva lahutamise teel. Algul valitakse klaviatuuril jagatav ja kantakse üle tulemuste lugejale.

Pöörete lugejale ilmunud 1 ja lähtearvud tuleb kustutada.

Järgnevalt valitakse klaviatuuril jagaja ja nihutatakse ta transpordiklahvi abil vasakule kuni jagatava esimese numbrini.

Kui jagatava kõrgema järgu number on väiksem kui jagaja kõrgema järgu number, siis tuleb jagaja paigutada jagatava teise kõrgema järgu numbri kohale.

**Näide.** 87 586 : 523

Viime arvutusmasina algseisu ja valime seejärel jagatava.

Teeme vändaga ühe pöörde positiivses suunas. Kustutame lähtearvude mehhanismi ja pöörete lugeja. Valime jagaja ja vajutame vasakulekäigu klahvile seni, kuni jagaja esimene number on kohakuti jagatava esimese numbriga.

Seejärel teeme vändaga negatiivses suunas pöördeid seni, kuni kuuldub kell ja tulemuste lugejale, jagatavast vasakul pool, ilmuvad üheksad. Need osutavad sellele, et on tehtud liigne pööre. Teeme ühe pöörde positiivses suunas ja viime lähtearvude trumli paremalekäigu klahvi abil ühe koha võrra paremale. Jätkame negatiivseid pöördeid, kui on tehtud üks, kaks või rohkem üleliigset negatiivset pööret, teeme vastassuunas niisama palju pöördeid, s. o. kuni üheksate kadumiseni jagatavast vasakul. Pöörete lugejal peab saama jagatise 167 ja tulemuste lugejal jäägi 245. Lähtearvude mehhanismi aknas võib näha jagajat 523.

P r o t s e n t i d e a r v u t a m i n e toimub korrutamise ja jagamise abil.

**Näide.** Arvutada 35,2% 36 725 rublast.

Selle ülesande lahendamise käik on $\frac{36\,725 \times 35{,}2}{100}$.

Korrutame tavalisel viisil 36 725×35,2.

Valime lähtearvude trumlile 36 725, korrutame selle 35,2-ga ja saame korrutise 1 292 720. Seejärel viime korrutises komaosuti kahe koha võrra vasakule ning saame otsitava arvuna 12 927,2 ehk 12 927 rbl. 20 kop.

Arvutusmasina BK-1 arvutamise õigsust tuleb perioodiliselt kontrollida.

Selleks valime arvu 123 456 789 ja teeme vändaga üheksa positiivset pööret. Tulemuste lugejal saame 1 111 111 101, pöörete lugejal aga arvu 9. Pärast seda teeme veel 9 pööret positiivses suunas. Tulemuste lugejal saame arvu 2 222 222 202, pöörete lugejal aga arvu 18. Tehes selliselt veel üheksa pööret, saame tulemuste lugejal 3 333 333 303 ja pöörete lugejal arvu 27. Pärast sama arvu negatiivsete pöörete sooritamist peavad mõlemal lugejal olema nullid.

### § 47. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Missuguste aritmeetiliste tehete jaoks on määratud arvutusmasin «Feliks» ja missuguste tehete jaoks arvutusmasin BK-1?
2. Missugune on arvutusmasinate «Feliks» ja BK-1 algseis?
3. Kuidas kontrollitakse arvutusmasina «Feliks» korrasolekut?

4. Kuidas korrutatakse arvutumasinatel «Feliks» ja BK-1?
5. Kuidas jagatakse arvutusmasinatel «Feliks» ja BK-1?
6. Kuidas toimub seeriaviisiline korrutamine arvutusmasinatel «Feliks» ja BK-1?
7. Kuidas toimub arvutusmasinal «Feliks» jagamine jagatava kogumise teel?
8. Kuidas toimub arvutusmasinatel «Feliks» ja BK-l jagamine pöördarvu abil?
9. Kuidas jagatakse kümnendmurde arvutusmasinal «Feliks» ja kuidas arvutatakse protsente arvutusmasinal BK-1?

### Ülesanded

1. 452+175; 9850+517; 315+4812+8212
2. 33 845+27 584; 63 812+777 445; 3825+217+2844+165+813
3. 40,5+708,4; 375+39,66; 86,321+0,319
4. 175,7+2587,4+0,409+1,337
5.

| | |
|---|---|
| + 12 698 rbl. 75 kop. | + 125 m 46 cm |
| 8 319 rbl. 18 kop. | 28 m 33 cm |
| 4 925 rbl. 33 kop. | 75 m 84 cm |
| 127 819 rbl. 85 kop. | 138 m 66 cm |
| 53 471 rbl. 22 kop. | 244 m 37 cm |
| 6 584 rbl. 44 kop. | 155 m 29 cm |
| 48 751 rbl. 17 kop. | 95 m 84 cm |
| 3 933 rbl. 72 kop. | 319 m 50 cm |
| 6 022 rbl. 51 kop. | 176 m 24 cm |

6. 784−297; 5425−984; 8235−2784
7. 23,44−17,85; 273,55−165,14; 3895,86−24,008
8. 37 844−8275−2437−284
9. 119,75−24,83+9,029−57,294
10. 48 275−3217−487−5937−792−1358−6848−2488

| | | |
|---|---|---|
| **11.** 1845×6 | **12.** 46 844×22 | **13.** 4827×312 |
| 895×8 | 5 486×17 | 275×35 844 |
| 3842×6 | 34 216×42 | 8437×112 |
| 6844×5 | 7 812×35 | 97 276×233 |
| 4832×7 | 98×3848 | 1386×84 217 |

| | |
|---|---|
| **14.** 28,9×37 | **15.** 785,6 ×48,3 |
| 22,844×0,513 | 34,66×8,4 |
| 0,1284×97 | 33,2 ×997 |
| 56,72×4,362 | 617,6 ×84,2 |
| 855×84,2 | 537,8 ×0,086 |

**16.** Korrutada seeriaviisiliselt:

| | |
|---|---|
| 654 rbl. 75 kop.×845 | 517×23,8 |
| 654 „ 75 „ ×397 | 517×74,9 |
| 754 „ 75 „ ×844 | 517×255,6 |
| 654 „ 75 „ ×327 | 517×384,7 |
| 654 „ 75 „ ×816 | 517×175,8 |
| 654 „ 75 „ ×726 | 517×457,6 |

**17.** Arvutada korrutiste summa:

(48×76) + (24×18)
(312×48) + (445×385) + (277×165) + (484×317)
(28,6×5,3) + (68,7×44) + (333,7×4,85)

**18.** Kaupa, mille hind on 1 rbl. 45 kop. kilogramm, väljastati sööklale järgmistes kogustes: 217 kg, 584 kg, 369 kg, 284 kg, 500 kg. Arvutada iga väljastatud kaubapartii maksumus.

**19.** Riiet, mille hind on 23 rbl. 75 kop. meeter, väljastati õmblustööstusele järgmistes kogustes: 214 m, 85 m 50 cm, 97 m 20 cm, 275 m 50 cm. Arvutada iga väljastatud kaubapartii maksumus ja üldine kaupade maksumus.

**20.** Arvutada alljärgnevate andmete alusel iga kauba maksumus ja kõikide kaupade üldine maksumus:

| Kaup | Kogus kg | Hind rbl. kop. |
|---|---|---|
| A | 275 | 1.87 |
| B | 98 | 0.65 |
| C | 1312 | 2.48 |
| D | 712 | 3.87 |
| E | 413 | 1.29 |
| F | 98 | 2.84 |
| G | 144 | 0.89 |
| H | 317 | 2.86 |
| I | 418 | 0.95 |
| J | 684 | 1.35 |
| K | 1279 | 3.47 |
| L | 550 | 4.38 |
| Kokku . . . . . . | | |

**21.** Arvutada alljärgnevate andmete alusel söökla omatoodangu plaaniline käive:

| Toodang | Planeeritav aasta | | |
|---|---|---|---|
| | Roogade arv tuh. tk. | 1 roa keskmine hind rbl. kop. | Käibe summa tuh. rbl. |
| **I. Põhitoodang** | | | |
| 1. Esimesed road . . . . | 225 | 0.16 | |
| 2. Teised road . . . . . | 368 | 0.24 | |
| Sealhulgas: | | | |
| liharoad . . . . . . . | 183,5 | 0.31 | |
| kalaroad . . . . . . | 21,4 | 0.22 | |
| köögiviljaroad . . . . | 14,7 | 0.12 | |
| muud road . . . . . | 149,4 | 0.14 | |
| 3. Magusroad . . . . . | 49,7 | 0.06 | |
| 4. Külmad suupisted . . . | 68,1 | 0.12 | |
| Kokku . . . . . | | | |
| **II. Muu toodang** | | | |
| 5. Pirukad (tuh. tk.) . . . | 113,6 | 0.06 | |
| 6. Kuumad joogid (tuh. klaasides) . . . . . . | 15,7 | 0.05 | |
| 7. Tee (tuh. klaasides) . . | 63,8 | 0.02 | |
| 8. Jahust kondiitritooted (tuh. tk.) . . . . . . | 23,7 | 0.08 | |
| Kokku . . . . . | | | |
| Kõik kokku . . . | | | |

22. 4235 : 5 | 72 078 : 293 | 273 : 48 (täpsusega 0,01)
21 996 : 26 | 49 649 488 : 7846 | 848 : 577 (täpsusega 0,1)
49 178 : 67 | 466 144 : 8324 | 0,249 : 382 (täpsusega 0,1)
82 738 : 974 | 53 592 : 638 | 14 783 : 0,978 (täpsusega 0,0001)

1764,7 : 777 (täpsusega 0,01)
0,0377 : 6,3 (täpsusega 0,001)
40,837 : 8,35 (täpsusega 0,01)
0,913 : 44,5 (täpsusega 0,01)

23. Sooritada seeriaviisiline jagamine täpsusega 0,1:

915 : 482 | 2744 : 717
2377 : 482 | 387 : 717
3871 : 482 | 13 841 : 717
813 : 482 | 9382 : 717
13 929 : 482 | 2415 : 717

24. Arvutada alljärgnevate andmete alusel iga roa keskmine hind ja söökla omatoodangu ühe roa keskmine maksumus:

| Road | Käive (tuh. rbl.) | Roogade arv (tuh. tk.) | Roa keskmine hind (rbl. kop.) |
|---|---|---|---|
| 1. Esimesed . . . . . . | 16,5 | 112 | |
| 2. Teised . . . . . . . . | 47,5 | 196,7 | |
| Sealhulgas: | | | |
| liharoad . . . . . . . | 30,5 | 94 | |
| kalaroad . . . . . . | 2,4 | 12,3 | |
| köögiviljaroad . . . . | 1,7 | 16,8 | |
| muud road . . . . . | 12,8 | 72,6 | |
| 3. Magusroad . . . . . | 3,3 | 48,8 | |
| 4. Külmad suupisted . . . | 6,9 | 53,4 | |
| Kokku . . . . | | | |

VII peatükk

# ARVUTUSLÜKATI

## § 48. ARVUTUSLÜKATI EHITUS

Logaritmiline arvutuslükati kujutab endast arvutusvahendit, mida kasutatakse põhiliselt arvude korrutamiseks ja jagamiseks. Vaatamata sellele, et lükati on määratud ligikaudseteks arvutusteks, leiab ta laialdast kasutamist statistikas ja planeerimistöödel, protsendiliste suhete, vahendite ringluskiiruse, tegurite jne. arvutamisel.

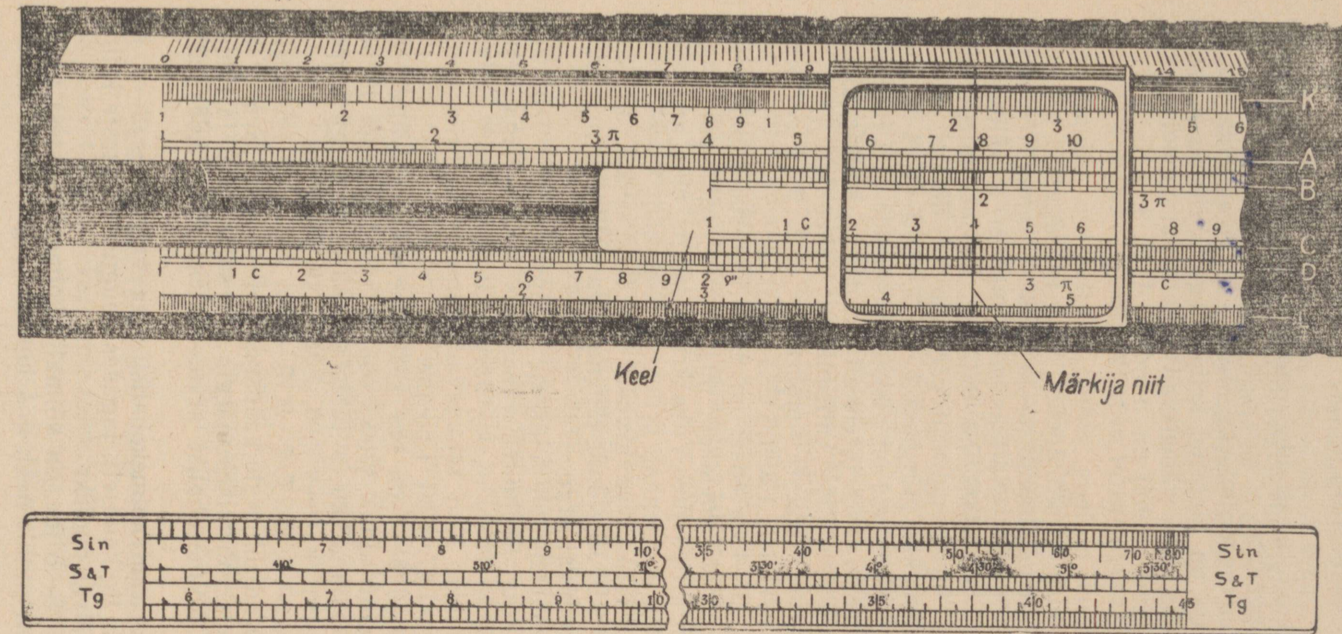
Arvutuslükateid valmistatakse mitmesuguse pikkusega — 125 mm, 250 mm ja 500 mm.

Kõige rohkem kasutatakse 250-mm lükateid. Nende eelis seisneb selles, et nad on mõõtmetelt võrdlemisi väikesed ja võimaldavad saada kuni kolmekohalist täpsust, mis enamikel juhtudel on küllaldane.

Lükati (joon. 6) koosneb kolmest osast: liikumatust korpusest, korpuse soontes liikuvast keelest ja märkijast ehk klaasist aknakesest, millel on kriips, mida nimetatakse niidiks. Viimase abil märgitakse mingit lõiku lükatist.

Korpuse esiküljel on neli skaalat, mis joonisel on märgitud tähtedega K, A, D ja L. Keele esiküljel on kaks skaalat, mis joonisel on märgitud tähtedega B ja C. Lükati algseisus, kui keeleotsad asuvad korpuse otstega ühel joonel, langevad B- ja C-skaalad vastavalt kokku A- ja D-skaaladega, sest B-skaala on samane A-skaalaga ja C-skaala D-skaalaga. C- ja D-skaalasid nimetame põhiskaaladeks, A- ja B-skaalasid aga ruutude skaaladeks, K-skaalat — kuupide skaalaks, L-skaalat — logaritmide skaalaks.

Keele tagaküljel on kolm skaalat: ülal — siinuste skaala (S), all — tangensite skaala (T), nende vahel — väikeste nurkade radiaanmõõtude skaala (S & T).




Joon. 6. Arvutuslükati

## § 49. PÕHISKAALAD C JA D

C- ja D-skaalad on täiesti ühesugused ja nende abil toimub korrutamine ning jagamine.

Põhiskaalade tundmaõppimiseks piisab, kui vaadelda ainult D-skaalat. See skaala on jaotatud kriipsudega üheksaks suureks mittevõrdseks lõiguks, mis vähenevad lükati parempoolse otsa suunas. Nende kriipsude kohal on numbrid 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10.

Sõltuvalt andmetest, millega tehteid sooritatakse, võivad need numbrid tähistada mitte ainult ühelisi, vaid igasuguseid arvusid, mis on väljendatud nende numbrite ja neist paremal või vasakul asetsevate nullide abil. Näiteks võib number 2 väljendada tinglikult arvusid 20, 200, 2000, 0,2, 0,02 jne. Esitluse piiritlemise mõttes arvestame, et need numbrid väljendavad ühelisi. Nende suurte numbrite vahemikke märgime 1—2, 2—3, 3—4, 4—5 jne.

Suurte numbrite vahemikud on pikkade kriipsude abil jaotatud 10 mittevõrdseks osaks, mis järelikult vastavad kümnendikele. Neid osi nimetame keskmisteks vahemikeks. Vahemikus 1—2 on need kriipsud märgitud väikeste numbritega 1, 2, 3, 4 . . . 8, 9. Nad tähistavad arvusid 1,1, 1,2, 1,3 . . . 1,8, 1,9.

Vahemikes 2—3, 3—4 ja edasi on need kriipsud numbritega märgistamata, kuid neid loetakse järjekorras: esimene kriips, teine kriips, kolmas kriips jne. Viies kriips kõigis neis jaotustes on teistest pikem. See kergendab kriipsude lugemist. Pikad kriipsud neis vahemikes tähistavad arvusid 2,1, 2,2 . . . 2,9, 3,1, 3,2, 3,3 . . . 3,9 jne. kuni 9,9. Järelikult tähistab iga selline kriips kahe tüvenumbriga väljenduvat arvu.

Iga keskmine vahemik on lühikeste kriipsude abil jaotatud lühikesteks vahemikeks. Seejuures vahemikus 1—2 on iga keskmine vahemik jaotatud 10-ks osaks. Järelikult tähistavad lühikesed kriipsud sajandikke. Nad tähistavad kolmest numbrist koosnevaid arve, näiteks 1,07, 1,36, 1,68 jne.

Vahemikes 2—3 ja 3—4 on iga keskmine vahemik lühikeste kriipsude abil jaotatud ainult viieks osaks. Seepärast iga lühike kriips märgib kaht sajandikku ja tähistab paarisnumbriga lõppevat kolmekohalist arvu, näiteks 2,06, 2,36, 3,48, 3,72 jne.

Vahemikes 4—5, 5—6, 6—7, 7—8, 8—9 ja 9—10 on iga keskmine vahemik jaotatud lühikeste kriipsude abil pooleks. Seepärast iga lühike kriips neis vahemikes märgib viit sajandikku ja tähistab 5-ga lõppevat kolmekohalist arvu, näiteks 4,75, 5,65, 7,25, 8,45, 9,15 jne.

Seega saab paarituid kolmekohalisi arve vahemikes 2—3 ja 3—4 märkida ainult ligikaudselt, jagades kauguse lühikeste kriipsude vahel silma järgi pooleks.

Vahemikes 4—5, 5—6 jne. on võimalik kolmekohalistest arvudest märkida täpselt ainult neid, mis lõpevad 5-ga. Teiste numbritega lõppevaid arve on võimalik märkida ainult ligikaudselt, jagades lühikese vahemiku silma järgi viieks osaks. Kui märkija niit asub lühikesest kriipsust paremal, siis viiele sajandikule lisatakse silma järgi leitud sajandike arv.

Seega iga lühike kriips tähistab kolme tüvenumbriga väljendatud arvu.

## § 50. ARVUDE MÄRKIMINE PÕHISKAALAL

Kui lükatil on vaja märkida ühekohalist arvu, siis asetatakse märkija niit suure numbriga tähistatud kriipsu kohale. Kui on tarvis märkida kahekohalist arvu, asetatakse märkija niit pika kriipsu kohale, mis asub kahekohalise arvu kõrgemale järgule vastavast suurest numbrist paremal. Kui on vaja märkida kolmekohalist arvu, asetatakse märkija niit lühikese kriipsu kohale (või lühikeste kriipsude vahele), mis asub kolmekohalise arvu keskmisele järgule vastavast pikast kriipsust paremal.

Mitmekohalised arvud ümardatakse eelnevalt kolme kohani. Kui mitmekohaline arv algab numbriga 1, võib teda ümardada kuni nelja kohani, kuna vahemikus 1—2 võib sajandikke silma järgi jagades ära märkida ka tuhandikud.

Arvud, mis koosnevad samadest tüvenumbritest (näiteks: 3,24; 324; 0,324; 324 000; 0,00324), märgitakse märkija niidiga ühel ja samal lühikesel kriipsul.

Eespool on öeldud, et ühekohaliste arvude märkimiseks põhiskaalal tuleb märkija niit asetada nende arvude kohale.

Et märkida kahekohalist arvu, tuleb skaalal üles otsida kümneliste number (suur number), seejärel kümneliste arvule vastav pikk kriips ning lõpuks kolmekohalise arvu ühelistele vastav lühike kriips ja paigutada selle lühikese kriipsu kohale märkija niit.

Kui skaalal ei ole kolmekohalise arvu viimasele numbrile vastavat kriipsu (paaritud numbrid vahemikes 2—3 ja 3—4 ning kõik numbrid peale viie vahemikes 4—5, 5—6 jne.), siis märkija niit paigutatakse silma järgi lühikesse vahemikku.

Kui kolmekohalises arvus kümneliste kohal asub null (näiteks: 109, 204, 307, 705 jne.), siis skaala suure numbri ja lühikese kriipsu vahel ei või olla pikki kriipse. Et märkida sellist arvu, tuleb leida suur number ja seejärel esimeses keskmises vahemikus kolmekohalise arvu ühelistele vastav lühike kriips.

## § 51. KORRUTAMINE C- JA D-SKAALADEL

Korrutamine lükati abil toimub C- ja D-skaalade lõikude liitmise teel. Selleks asetatakse märkija niit D-skaalal kriipsu kohale, mis vastab ühele teguritest. Seejärel tuuakse niidi alla keelel asuva C-skaala ots, leitakse keelel teisele tegurile vastav kriips ja korrutis loetakse märkija niidi alt korpuselt.

**Näide.** Korrutada 2 ja 3.

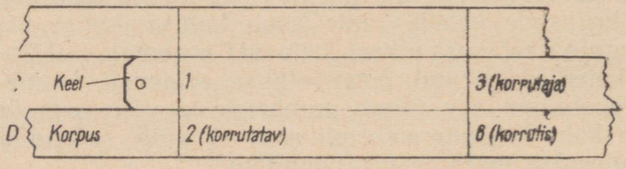
L a h e n d u s. Korrutamise sooritame järgmiselt (joon. 7):

1. Asetame märkija niidi D-skaalal (korpusel) kohale, mis vastab ühele teguritest (antud juhul kriipsule, mis on märgitud suure numbriga 2).

2. Liigutame keelt edasi selliselt, et üks keele otstel olevatest 1-ga märgitud kriipsudest (C-1 või C-10) langeks niidi alla (antud juhul viiakse keel paremale).

3. Märkija niit asetatakse C-skaalal (keelel) teisele tegurile vastava lõigu otsa kohale (antud juhul keelel olevale punktile, mis on märgitud suure numbriga 3).

4. Korrutise loeme D-skaalalt märkija niidi alt, antud juhul on selleks 6.




Joon. 7. Arvutuslükatil korrutamise skeem

**Näide.** Korrutada arvutuslükatil 1,35 ja 2,4.

L a h e n d u s. 1. Märgime D-skaalal esimese teguri 1,35. Selleks asetame märkija niidi vahemikus 1—2 kolmanda ja neljanda pika kriipsu vahel oleva viienda lühikese kriipsu kohale. Märkija niidist vasakul asuvad esimese teguri kaks esimest numbrit 1 ja 3.

2. Nihutame keelt paremale seni, kuni tema alguskriips, mis on märgitud 1-ga (C-1), jõuab märkija niidi alla.

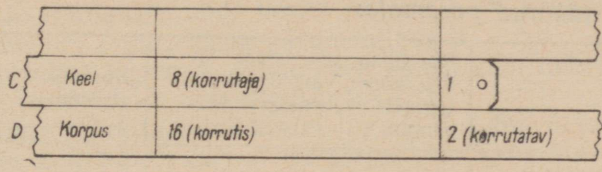
3. Viime märkija paremale ja asetame tema niidi C-skaalal (keelel) vahemikus 2—3 neljanda pika kriipsu kohale. Sellega märkisime keelel ära teise teguri 2,4.

4. Loeme D-skaalalt (korpusel) märkija niidi alt korrutise 3,24, kuna niit asub vahemikus 3—4 teise lühikese kriipsu kohal; temast vasakul asuvad korrutise esimese kahe numbri tähistused — suur number 3 ja pärast seda kaks pikka kriipsu.

**Näide.** Korrutada arvud 2 ja 8 (joon. 8).

L a h e n d u s. 1. Asetame märkija niidi D-skaalal suure numbri 2 kohale.

2. Kui märkija niidi alla asetada keele alguskriips C-1, langeb keelel võetav korrutaja 8 väljapoole korpuse piirkonda. Seepärast asetame niidi alla keele parempoolse otsa numbriga 1 (või 10) märgitud kriipsu C-10.




Joon. 8. Arvutuslükatil korrutamise skeem

3. Viime märkija vasakule ja asetame niidi suure numbri 8 kohale.

4. Märkija niidi alt leiame D-skaalalt korrutise 16.

Et kindlaks teha, kummale poole tuleb kahe teguri korrutamisel keel lükata, võib kasutada järgmist reeglit: **kui tegurite kõrgemate järkude numbrite korrutis on ühekohaline arv, siis lükatakse keel paremale ja märkija niidi alla asetatakse keele vasakpoolse otsa alguskriips C-1; kui aga tegurite kõrgemate järkude numbrite korrutis on kahekohaline arv, siis lükatakse keel vasakule ja märkija niidi alla asetatakse keele parempoolse otsa lõppkriips C-10.** Tõepoolest, arvude 2 ja 3 korrutamisel liikus keel paremale, sest 2 ja 3 korrutis on ühekohaline arv. Arvude 2 ja 8 korrutamisel liikus keel vasakule, sest 2 ja 8 korrutis on kahekohaline arv.

**Näide.** Korrutada 31,8 ja 6,75.

Lahendus.

1. Asetame märkija niidi D-skaalal vahemikus 3—4 esimese ja teise pika kriipsu vahel oleva neljanda lühikese kriipsu kohale. Saime lugemi 3 — 1 — 8.

2. Kui märkija niidi alla asetada keele vasakpoolse otsa alguskriips C-1, jääb lugem 6 — 7 — 5 keelel väljapoole korpust. Seepärast viime keele vasakule ja asetame märkija niidi alla keele parempoolse otsa lõppkriipsu C-10.

3. Viime märkija vasakule ja asetame tema niidi keele vahemiku 6—7 seitsmenda ja kaheksanda pika kriipsu vahel oleva lühikese kriipsu kohale.

4. D-skaalal (korpusel) jäi niit suurest numbrist 2 paremale, paremale poole esimest pikka kriipsu ja paremale poole teist lühikest kriipsu. Seepärast on korrutis 214. Kuid siin võib saada ka neljanda numbri, kui pidada silmas, et märkija niit eraldab ligikaudu ühe kolmandiku teise ja kolmanda lühikese kriipsu vahelisest vahemikust. Kuna see jaotus vastab kahele, on üks kolmandik temast ligikaudu 0,7 ning korrutis moodustab 214,7.

Järgnevalt toome mõned näited korrutise suurusjärgu kindlaksmääramise kohta sõltuvalt tegurite suurusjärkudest ja keele asukohast tehete sooritamisel.

*Keel on lükatud paremale:*

| Näited | Korrutise suurusjärk on ühe võrra väiksem kui tegurite suurusjärkude summa | Korrutis (tulemus) |
|---|---|---|
| 18×36 | 2+2−1=3 | 648 |
| 1,8×36 | 1+2−1=2 | 64,8 |
| 0,18×3,6 | 0+1−1=0 | 0,648 |
| 0,0018×0,36 | −2+0−1=−3 | 0,000648 |
| 0,018×0,036 | −1+−1−1=−3 | 0,000648 |

*Keel on lükatud vasakule:*

| Näited | Korrutise suurusjärk on on võrdne tegurite suurusjärkude summaga | Korrutis (tulemus) |
|---|---|---|
| 48×64 | 2+2=4 | 3072 |
| 4,8×64 | 1+2=3 | 307,2 |
| 0,48×6,4 | 0+1=1 | 3,072 |
| 0,0048×0,64 | −2+0=−2 | 0,003072 |
| 0,048×0,064 | −1+−1=−2 | 0,003072 |

## § 52. MITME TEGURI KORRUTISE SUURUSJÄRGU MÄÄRAMINE

Nagu teada, on kahe teguri korrutise täiskohtade arv võrdne mõlema teguri täiskohtade arvude summaga või on sellest ühe võrra väiksem. Üks või teine juhus tehakse kindlaks korpusel saadud korrutise asukoha järgi.

**Kui korrutis saadakse korrutatavast vasakul pool (keel on lükatud vasakule), siis korrutise suurusjärk on võrdne mõlema teguri suurusjärkude summaga. Kui aga korrutis saadakse korrutatavast paremal pool (keel on lükatud paremale), siis korrutise suurusjärk on tegurite suurusjärkude summast ühe võrra väiksem.** Selle reegli meeldetuletamiseks on põhiskaala parempoolse otsa juures märk P-1.

**Näide.** Arvutada põhiskaaladel korrutis: 3,84×0,725××0,0086×18,5.

Lahendus. 1. Võtame D-skaalal lugemi 3 — 8 — 4 ja kirjutame üles korrutatava suurusjärgu +1.

2. Asetame keele parempoolse otsa lõppkriipsu C-10 märkija niidi alla.

3. Viime märkija niidi keelel lugemi 7 — 2 — 5 kohale. Kirjutame üles korrutaja suurusjärgu 0.

4. Korrutist lugemata viime keelt edasi, kuni tema parempoolse otsa lõppkriips C-10 asub märkija niidi all.

5. Viime märkija niidi keelel lugemi 8—6 kohale. Kirjutame üles kolmanda teguri suurusjärgu miinus 2.

6. Korrutist lugemata viime keelt edasi, kuni märkija niidi all on keele vasakpoolse otsa alguskriips C-1.

7. Viime märkija niidi keelel lugemi 1 — 8 — 5 kohale. Kirjutame üles neljanda teguri suurusjärgu +2. Kuna korrutise saame paremal pool korrutatavat, siis vähendame suurusjärku ühe võrra (teeme paranduse), s. o. kirjutame miinus 1. Saime sellise üleskirjutuse: 1+0−2+2−1=0. Korrutise suurusjärk on null.

8. Loeme D-skaalalt märkija niidi alt korrutise 4 — 4 — 3. Kuna korrutise suurusjärk on null, siis korrutis on 0,443.

Korrutise suurusjärku võib määrata ka teisiti. Ta on kõikide tegurite suurusjärkude summast nii mitme võrra väiksem, kui mitu korda oli keel arvutamisel lükatud paremale.

## § 53. SEERIAVIISILINE KORRUTAMINE ARVUTUSLÜKATIL

Seeriaviisiline korrutamine kiirendab arvutamist tunduvalt. Teda kasutatakse siis, kui rida arvusid on vaja korrutada ühe ja sama teguriga. Sel juhul märgitakse D-skaalal korduv tegur.

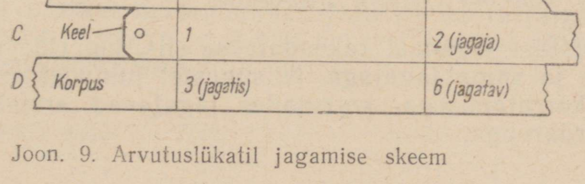
**Näide.** Korrutada 2,84 järgmiste arvudega: 12,6; 25,8; 3,25; 0,675; 8,6; 4,15.

L a h e n d u s. Asetame märkija niidi D-skaalal lugemi 2 — 8 — 4 kohale. Paigutame niidi alla keele vasakpoolse otsa alguskriipsu C-1 ja viime märkija niidi keelel järgemööda lugemite 1 — 2 — 6; 2 — 5 — 8 ja 3 — 2 — 5 kohale, kirjutades ära korrutised 35,8, 73,3 ja 9,23.

Viime märkija niidi tagasi korrutatava lugemi 2 — 8 — 4 kohale. Asetame niidi alla keele parempoolse otsa lõppkriipsu C-10 ja viime märkija niidi järgemööda lugemite 4 — 1 — 5, 6 — 7 — 5 ja 8 — 6 kohale, kirjutades ära korrutised 11,8, 1,92 ja 24,4.

## § 54. JAGAMINE ARVUTUSLÜKATI ABIL

Jagamine arvutuslükati abil toimub põhiskaalade C- ja D-skaala lõikude lahutamise teel. Selleks asetatakse märkija niit D-skaalal kriipsu kohale, mis vastab jagatavale, viiakse niidi alla




Joon. 9. Arvutuslükatil jagamise skeem

C-skaala kriips, mis vastab jagajale, ja loetakse keele alguskriipsu C-1 või lõppkriipsu C-10 alt D-skaalalt jagatis.

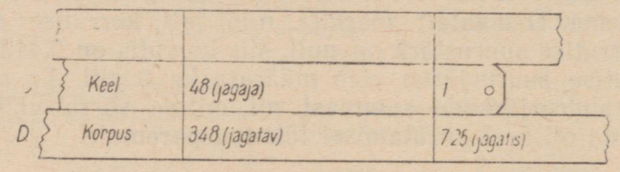
**Näide.** Jagada 6 2-ga (joon. 9).

L a h e n d u s 1. Asetame märkija niidi korpusel jagatava lugemi kohale (antud juhul numbri 6 kohale).

2. Viime keele edasi, kuni niidi alla (jagatava kohale) ilmub jagaja 2.

3. Loeme D-skaalalt keele alguskriipsu C-1 alt jagatise 3.

**Näide.** 348 : 48 (joon. 10).




Joon. 10. Arvutuslükatil jagamise skeem

L a h e n d u s 1. Asetame märkija niidi D-skaalal lugemi 3 — 4 — 8 kohale.

2. Viime keele edasi, kuni niidi alla ilmub jagaja lugem 4 — 8.

3. Loeme D-skaalalt keele parempoolse otsa lõppkriipsu C-10 alt jagatise 7,25.

Jagatise suurusjärku on arvutuslükatil otstarbekohasem kindlaks teha järgmise reegli abil: **kui jagatise leiame keele parempoolse otsa juurest, siis jagatise suurusjärk on võrdne jagatava ja jagaja suurusjärkude vahega; kui jagatise leiame keele vasakpoolse otsa juurest, siis jagatise suurusjärk on jagatava ja jagaja suurusjärkude vahest ühe võrra suurem.**

Selle reegli meeldetuletamiseks on D-skaala vasakpoolse otsa juures märk $Q+1$.

**Näide.** Jagada 93,5 0,68-ga.

L a h e n d u s. 1. Asetame märkija niidi D-skaalal lugemi 9 — 3 — 5 kohale. Kirjutame üles jagatava suurusjärgu 2.

2. Viime keele edasi, kuni niidi alla ilmub jagaja lugem 6 — 8. Kirjutame üles jagaja suurusjärgu 0. Kuna jagatise saame keele vasakpoolse otsa juures, teeme paranduse, lisades juurde 1.

Loeme D-skaalalt keele vasakpoolse otsa alguskriipsu C-1 alt jagatise 137,5.

Jagatise suurusjärk on: $2-0+1=3$.

## § 55. SEERIAVIISILINE JAGAMINE

Seeriaviisilist jagamist rakendatakse siis, kui rida arve tuleb jagada ühe ja sama jagajaga. Niisugustel juhtudel asendatakse jagamine korrutamisega, korrutades jagatavad arvud korduva jagaja pöördarvuga.

Jagaja pöördarv leitakse D-skaalalt ühe jagamisel jagajaga. Näiteks arvu 25 pöördarvu saamiseks asetame keele lugemi 2—5 D-skaala vasakpoolse otsa kohale ja loeme D-skaalalt keele parempoolse otsa lõppkriipsu C-10 alt pöördarvu. Pöördarv on 0,04.

**Näide.** Jagada seeriaviisilise jagamise meetodil arvuga 248 järgmised arvud: 35,6; 73,6; 535; 0,384; 1465.

Lahendus. Leiame jagaja pöördarvu $\frac{1}{248}$[1].

Tuleb meeles pidada, et pöördarvus on enne esimest tüvenumbrit alati nii mitu nulli (lugedes selle hulka ka null tervet), kui mitu kohta on jagaja täisosas. Meie näites on pöördarvus enne tüvenumbreid kolm nulli, millest kaks nulli asuvad paremal pool koma. Seepärast on pöördarvu suurusjärk miinus 2 ja pöördarv on 0,00403. Seda tuleb jälgida korrutiste suurusjärgu määramisel.

Niisiis, märkija niit asetseb D-skaalal pöördarvu lugemi 4 — 0 — 3 kohal. Jagatiste saamiseks korrutame nüüd kõik jagatavad pöördarvuga. Asetame märkija niidi alla keele parempoolse otsa alguskriipsu C-1. Seejärel viime niidi esimese teguri lugemi 3 — 5 — 6 kohale ja loeme D-skaalalt jagatise 0,1435. Jagatise suurusjärk on 2 − 2 = 0. Viime märkija niidi teise teguri lugemi 7 — 3 — 6 kohale ja loeme D-skaalalt jagatise 0,297. Jagatise suurusjärk on 2 − 2 = 0. Viime niidi kolmanda teguri lugemi 5 — 3 — 5 kohale ja loeme D-skaalalt jagatise 2,16. Jagatise suurusjärk on 3 — 2 — 1. Viime niidi neljanda teguri lugemi 3 — 8 — 4 kohale ja loeme D-skaalalt jagatise 0,00155. Jagatise suurusjärk on 0 − 2 = −2. Viime niidi viienda teguri lugemi 1 — 4 — 6 — 5 kohale, kuid näeme, et see väljub korpuse piiridest. Seepärast viime märkija niidi tagasi keele parempoolse otsa alguskriipsu C-1 kohale ja asetame niidi alla keele vasakpoolse otsa lõppkriipsu C-10. Seejärel viime niidi lugemi 1 — 4 — 6 — 5 kohale ja loeme D-skaalalt 5,91. Jagatise suurusjärk on 4 − 2 − 1 = 1. Lahutasime ühe sellepärast, et keel oli välja lükatud paremale.

Arvutamise tulemusena saame:

$$35{,}6 : 248 = 0{,}1435$$
$$73{,}6 : 248 = 0{,}297$$
$$535{,}0 : 248 = 2{,}16$$
$$0{,}384 : 248 = 0{,}00155$$
$$1465{,}0 : 248 = 5{,}91$$

Allpool tuuakse mõned näited jagatise suurusjärgu määramiseks sõltuvalt jagatava ja jagaja suurusjärkudest ning keele asukohast tehete sooritamisel.

---

[1] Kümnendmurru kujul. — *Tõlk.*

*Keel on lükatud paremale:*

| Näited | Jagatise suurusjärk on jagatava ja jagaja suurusjärkude vahest ühe võrra suurem | Jagatis (tulemus) |
|---|---|---|
| 80,5 : 2,76 | 2−1+1=2 | 29,2 |
| 8,05 : 0,276 | 1−0+1=2 | 29,2 |
| 805 : 0,276 | 3−0+1=4 | 2920 |
| 0,805 : 2,76 | 0−1+1=0 | 0,292 |
| 0,0805 : 276 | −1−3+1=−3 | 0,000292 |

*Keel on lükatud vasakule:*

| Näited | Jagatise suurusjärk on võrdne jagatava ja jagaja suurusjärkude vahega | Jagatis (tulemus) |
|---|---|---|
| 375 : 59 | 3−2=1 | 6,36 |
| 3,75 : 59 | 1−2=−1 | 0,0636 |
| 37,5 : 0,59 | 2−0=2 | 63,6 |
| 0,375 : 5,9 | 0−1=−1 | 0,0636 |
| 3750 : 0,059 | 4−(−1)=5 | 63600 |

## § 56. ÜHENDATUD TEHTED ARVUTUSLÜKATIL

Praktilistes majanduslikes arvutustes tuleb sageli lahendada valemeid, mis sisaldavad endas mitu korrutamis- ja jagamistehet. Selliseid valemeid esineb protsendiarvutustes, suhte tundmatu liikme leidmisel, vahendite ringluskiiruse arvutamisel, võrdelisel jagamisel jne.

Nende tehete vahepealseid tulemusi ei loeta (veel vähem kirjutatakse).

**Näide.** Lahendada

$$\frac{7{,}36 \times 26{,}8}{475}$$

L a h e n d u s. Sellist ülesannet on otstarbekohane lahendada sellises järjekorras:

$$7{,}36 : 475 \times 26{,}8$$

Tõepoolest, et jagada 7,36 475-ga, selleks:

1) võtame D-skaalal lugemi 7 — 3 — 6;

2) asetame märkija niidi alla keele lugemi 4 — 7 — 5;

3) leiame keelel lugemi 2 — 6 — 8 ja loeme selle alt D-skaalalt tulemuse 0,415.

Kui arvutused sooritada järjekorras

$$7{,}36 \times 26{,}8 : 475,$$

siis peaksime: 1) leidma D-skaalal lugemi 7—3—6; 2) asetama märkija niidi alla keele parempoolse otsa lõppkriipsu C-10; 3) leidma keelel lugemi 2—6—8; 4) asetama märkija niidi alla keele lugemi 4—7—5 ja lugema D-skaalalt tulemuse. Seega tuleks selle meetodi puhul seada keelt kaks korda.

Tulemuse suurusjärk tehakse kindlaks lugejas esinevate tegurite suurusjärkude liitmise ja nimetajas esinevate tegurite suurusjärkude lahutamise teel.

Meie näite esimese arvutusviisi puhul tehakse tulemuse suurusjärk kindlaks järgmiselt: $1-3+1+2-1=0$, s. o. lahutame lugeja esimese teguri suurusjärgust (1) nimetaja suurusjärgu (3). Kuid et jagatis on saadud keele parempoolse otsa juurest, siis teeme paranduse, liidame 1. Seejärel liidame lugeja teise teguri suurusjärgu (2). Kuna aga korrutis on saadud paremal pool korrutatavat, teeme paranduse — lahutame ühe.

## § 57. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Millistest osadest koosneb arvutuslükati?
2. Milline on lükati põhiskaala ehitus?
3. Kuidas märgitakse arvusid arvutuslükatil?
4. Kuidas toimub korrutamine arvutuslükati abil?
5. Kuidas toimub jagamine arvutuslükati abil?

### Ülesanded

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1.** | 1,4×25 | 12 ×7,2 | 730×8,4 |
| | 35 ×1,6 | 1,1 ×86 | 24,7×0,245 |
| | 3,8×44 | 3,34×2,7 | 925×3,8 |
| | 8,5×2,7 | 4,12×0,12 | 0,0517×712 |
| **2.** | 48,2×637,5 | 0,0028×0,775 | 18310×0,098 |
| | 12300×7100 | 529×13,8 | 275×198 |
| | 0,00325×0,19 | 322×0,049 | 28,7×0,00319 |
| | 0,0735×4,85 | 0,00165×0,0844 | 92,8×0,284 |

| | | |
|---|---|---|
| **3.** | 0,19×28,17×2,8 | 2873×6,15×0,00685 |
| | 4,3×14,8×0,075 | 33,8×2,14×0,998 |
| | 39,6×0,038×1,48 | 0,00316×0,44×14500 |
| | 448×2,37×0,0038 | 0,37844×26,8×3815 |
| **4.** | 17,2×840 | 23,9×405 |
| | 17,2×324 | 718,7×405 |
| | 17,2×56,5 | 6,95×405 |
| | 17,2×84,9 | 1278×405 |
| | 17,2×7,56 | 55,8×405 |
| | 17,2×99,5 | 713,0×405 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **5.** | 490 : 0,07 | 845 : 0,13 | 0,112 : 212 |
| | 635 : 0,015 | 2890 : 75 | 0,072 : 232 |
| | 0,27 : 44 | 84,7 : 0,009 | 0,00175 : 0,705 |
| | 322 : 0,18 | 187,3 : 444 | 3,85 : 66,8 |

6. 875 : 2312
0,00415 : 0,27
1,008 : 7,7
16,85 : 0,33

27,7 : 4,45
581 : 28,6
439,5 : 0,0019
84,4 : 615

7. 29,5 : 37,5
1280,6 : 37,5
8355,0 : 37,5
984 : 37,5
6,78 : 37,5
908 : 37,5

0,446 : 138
844,5 : 138
0,644 : 138
37,2 : 138
566 : 138
0,695 : 138

8. Teha allpool toodud andmete alusel kindlaks üksikute kaupade keskmine päevane müük. Päevade arv kvartalis on 90.

Ülesanne lahendada alalise jagajaga jagamise võtet rakendades.

| Kaubad | Käibe summa tuh. rbl. | Keskmine päevane müük tuh. rbl. |
|---|---|---|
| A | 220,5 | |
| B | 395,7 | |
| C | 844,8 | |
| D | 196,6 | |
| E | 217,8 | |
| F | 355,4 | |
| G | 708,4 | |
| H | 89,6 | |
| I | 135,2 | |
| J | 97,4 | |

9. Teha kindlaks 500 t kartulite kuivatamiseks vajalik tööliste arv kombinaadis, kui on ette nähtud järgmised operatsioonid:

| Operatsioonid | Tooraine ja poolfabrikaatide kogus (tonnides) | Toodangu normid 7 tunni kohta (tonnides) |
|---|---|---|
| Sorteerimine . . . . | 3500 | 1,2 |
| Puhastamine . . . . | 2380 | 0,12 |
| Lõikamine . . . . . | 2276 | 3,5 |
| Kuivatamine . . . . | 500 | 0,0075 |

Ühe töölise tööajafond sesooni kohta moodustab 150 päeva.

10. Arvutada allpool toodud andmete alusel väljatöötus tarbijate kooperatiivi ühe töötaja kohta kuus:

| Kuud | Kaubakäive (tuh. rbl.) | Töötajate keskmine arv | Keskmine väljatöötus kuus (rbl.) |
|---|---|---|---|
| Jaanuar . . . . . . | 89,0 | 44 | |
| Veebruar . . . . . | 91,5 | 46 | |
| Märts . . . . . . | 90,8 | 43 | |
| Aprill . . . . . . | 104,6 | 48 | |
| Mai . . . . . . . | 112,5 | 50 | |
| Juuni . . . . . . . | 109,8 | 51 | |

VIII peatükk

# PROTSENDIARVUTUSED

## § 58. ÜLDMÕISTED

Suuruste väljendamiseks kasutatakse nii absoluut- kui ka suhtarve. Absoluutarv väljendab mingit suurust iseseisvalt, ilma teise suurusega võrdlemata.

**Näide.** Toodangu plaan on 5000 kg, tegelik toodang — 5500 kg. Toodangu plaan on siin väljendatud absoluutarvuga 5000 (kg) ja tegelik toodang absoluutarvuga 5500 (kg).

Majanduslikus tegevuses võrreldakse absoluutarve omavahel kahel viisil:

1) lahutamise teel, s. o. vahe näol;

2) jagamise teel, s. o. suhte näol.

Lahutades tegeliku toodangu absoluutnäitajast toodangu plaani absoluutnäitaja, näeme, et tegelik toodang on plaanist 500 kg võrra suurem ($5500-5000=500$).

Sellise võrdluse puhul väljendub ka võrdluse tulemus absoluutarvuna.

Jagamise teel võrdlemiseks jagatakse võrreldav arv arvuga, millega võrreldakse. Kui soovime tegelikku toodangut võrrelda plaaniga suhte ehk jagatise näol, peame tegeliku toodangu absoluutnäitaja jagama toodangu plaani absoluutnäitajaga. Saame:

$$5500 : 5000=\frac{5500}{5000}=\frac{55}{50}=\frac{11}{10}=1,1$$

Suhtelise võrdluse tulemus esineb suhtarvuna. Antud juhul näitab võrdluse tulemus, et tegelik toodang moodustab $\frac{5500}{5000}$ ehk $\frac{55}{50}$ ehk $\frac{11}{10}$ ehk 1,1 (ühe terve ja ühe kümnendiku) osa plaanist.

Et mitmesuguste suhteliste võrdlemiste tulemusi oleks kergem hinnata ja omavahel võrrelda, on otstarbekohane kõiki suhtelise võrdlemise tulemusi väljendada ühtedes ja samades ühikutes.

Majanduslikes arvutustes väljendatakse suhtelise võrdlemise tulemusi enamasti sajandikes ehk protsentides. Protsentides väljendatakse plaanide täitmist, käibekulude taset, kaubanduslikke maha- ja juurdehindlusi, omahinna alanemist, tööviljakuse kasvu, tasu laenatud rahasummade kasutamise eest jne.

Eespool toodud võrdluse tulemus $\frac{5500}{5000}$ ehk $\frac{55}{50}$ ehk $\frac{11}{10}$ ehk 1,1 moodustab sajandikes $\frac{110}{100}$.

Sajandikku osa arvust nimetatakse protsendiks. Sõna «protsent» asendatakse tavaliselt märgiga «%». Niisiis moodustab tegelik toodang plaanist $\frac{110}{100}$ ehk 110 protsenti ehk 110%. Toodangu plaan täideti seega 110%-liselt.

Eeltoodust ilmneb ühtlasi, et võrdluse tulemust (jagatist) võib väljendada nii kümnendmurru (näit. 1,1) kui ka protsentide (110%) kujul. Üleminek ühelt kujult teisele on väga kerge, see toimub 100-ga korrutamise või jagamise teel. Näiteks:

1,44 arvust = 144% arvust
75% arvust = 0,75 arvust

Niisiis: a) **et asendada kümnendmurdu protsentide arvuga, on vaja kümnendmurd korrutada 100-ga, s. o. tuleb kümnendmurrus koma kahe koha võrra paremale viia;**

b) **et asendada protsentide arv kümnendmurruga, on vaja protsentide arv jagada 100-ga, s. o. tuleb protsentide arvus koma kahe koha võrra vasakule viia.**

Arvutusi, milledes võrdlemise tulemused on väljendatud protsentides, nimetatakse protsendiarvutusteks. Neis arvutustes esineb 3 põhisuurust:

1) suurus, mida võrreldakse;
2) suurus, millega võrreldakse;
3) võrdluse tulemus (jagatis sajandike näol).

Suurust, millega võrreldakse, nimetatakse algusarvuks. Ta esineb võrdluses tervikuna ehk 100%-na. Majanduslikes arvutustes võrreldakse tegelikku toodangut plaaniga, käibekulude summat müügikäibe summaga jne. Esimesel juhul esineb algusarvuna plaan, teisel juhul müügikäive.

Suurust, mida võrreldakse, nimetatakse protsendisummaks, sest teda vaadeldakse võrdluses kui algusarvu teatud protsentide (sajandike) väärtuste summat. Eelmises näites on protsendisummaks esimesel juhul tegelik toodang, teisel juhul käibekulude summa.

Võrdluse tulemust nimetatakse protsendimääraks, sest ta näitab, mitu protsenti (sajandikku) moodustab võrreldav suurus algusarvust. Kui tegelik toodang moodustab 110% plaanist, siis protsendimäär 110 näitab, et tegelik toodang on sama suur kui 110 sajandikku plaanist.

Eespool toodud kolm protsendiarvutuste põhisuurust on omavahelises seoses. Kui kaks neist on antud, võib arvutada kolmanda. Seega esineb 3 protsendiarvutuse põhiliiki:

1) protsendisumma leidmine;
2) algusarvu leidmine;
3) protsendimäära leidmine.

Vaatleme nende suuruste arvutamise käiku ülaltoodud järjekorras.

## § 59. PROTSENDISUMMA LEIDMINE

Protsendisumma kui algusarvu teatud sajandike väärtuste summa leidmiseks on vaja leida algusarvust 1% ja korrutada see nii mitmega, kui mitme protsendi (sajandiku) summat otsitakse.

Kuna 1% mingist arvust tähendab 1 sajandikku sellest, siis 1% leidmiseks algusarvust tuleb algusarv jagada 100-ga. Järelikult:

1% arvust 500 on $\frac{500}{100}=5$

1% arvust 137 on $\frac{137}{100}=1{,}37$ jne.

1% arvust $574{,}5=5{,}745$

1% arvust $2{,}81=0{,}0281$

1% summast 873 rbl. 75 kop. $=8{,}7375$ rbl. $\approx 8$ rbl. 74 kop.

**Näide. 1.** Kauba jaemaksumus on 1400 rbl. Jaemaksumusest tehti mahahindlust 6%. Leida kaubandusliku mahahindluse summa.

Lahendus. Selles ülesandes on võrreldud mahahindluse summat jaemaksumusega. Järelikult on jaemaksumus algusarvuks ning moodustab 100%. Mahahindluse summa on aga 6% 1400-st rublast. 1% 1400-st rublast on 14 rbl. ja 6% moodustab $14\times6=84$ rbl.

Antud oli algusarv (1400 rbl.) ja protsendimäär (6), leidsime protsendisumma (84 rbl.).

Lahenduskäigu võib kokkuvõtlikult märkida järgmiselt. Kaubandusliku mahahindluse summa on:

$$\frac{1400}{100}\times6=84 \text{ rbl.}$$

**Näide. 2.** Kaupluse kaubakäibe kuuplaan on 20 000 rbl. Plaan on täidetud 98,5% ulatuses. Arvutada tegeliku käibe summa.

Lahendus. On võrreldud tegelikku käivet käibe plaaniga. Plaan on seega algusarv ning moodustab 100%. Tegelik käive aga on sama suur kui 98,5% plaanist. Antud on algusarv

(20 000 rbl.) ja protsendimäär (98,5), leida tuleb 98,5% summa. 1% plaanist on $\frac{20\,000}{100}$ ja tegelik käive on $\frac{20\,000}{100} \times 98{,}5 = 19\,700$ rbl.

Näide 3. Normi kohaselt peab valmistoodangu väljatulek moodustama 86% kulutatud toorainest. Kui palju valmistoodangut peab saama 1200 kg toorainest?

Lahendus. Selles ülesandes on võrreldud valmistoodangut toorainega. Järelikult on tooraine algusarvuks (100%) ja valmistoodang moodustab sellest 86%. Antud on algusarv (1200 rbl.) ja protsendimäär (86), leida tuleb protsendisumma.

1% toorainest moodustab $\frac{1200}{100}$ ja valmistoodangut peab saama

$$\frac{1200}{100} \times 86 = 1032 \text{ kg}.$$

Toodud ülesannete lahenduste põhjal võime protsendisumma arvutuskäigu avaldada järgmisel üldistatud kujul:

$$\textbf{protsendisumma} = \frac{\text{algusarv}}{100} \times \textbf{protsendimäär}$$

## § 60. ALGUSARVU LEIDMINE

**Näide. 1.** Kaupluse kaubakäibe plaan ületati 840 rbl. võrra, mis moodustab 5,6% käibeplaanist. Arvutada käibeplaani summa.

Lahendus. Selles ülesandes on võrreldud käibeplaani ületamise summat plaani summaga. Seega plaan on algusarvuks (100%) ja ületamissumma — protsendisummaks. Kuna 840 rbl. moodustab 5,6% plaanist, siis 1% plaanist on $\frac{840}{5{,}6}$ ja käibeplaan tervikuna moodustab $\frac{840}{5{,}6} \times 100 = 15\,000$ rbl.

Antud oli protsendisumma (840 rbl.) ja protsendimäär (5,6), leidsime algusarvu (15 000 rbl.).

Näide 2. Tarbijate kooperatiivile kauba müümisel tegi hankija kooperatiivi kasuks mahahindluse 56 rbl. 70 kop., mis moodustab 9% kauba jaemaksumusest. Leida kauba jaemaksumus.

Lahendus. Ülesandes on võrreldud mahahindluse summat kauba jaemaksumusega. Seega on jaemaksumus algusarvuks ja mahahindluse summa — protsendisummaks. Kuna 56 rbl. 70 kop. moodustab 9% jaemaksumusest, siis 1% jaemaksumusest on $\frac{56{,}70 \text{ rbl}}{9}$ ja kogu jaemaksumus on

$$\frac{56{,}70}{9} \times 100 = 630 \text{ rbl}.$$

Antud oli protsendisumma (56 rbl. 70 kop.) ja protsendimäär (9), leidsime algusarvu (630 rbl.).

**Näide 3.** Kaupluse käibekulude summa oli 4785 rbl., mis moodustab 5,8% kaubakäibest. Arvutada kaubakäibe summa.

L a h e n d u s. Selles ülesandes on käibekulude summat võrreldud kaubakäibe summaga. Järelikult on kaubakäibe summa algusarvuks (100%) ja käibekulude summa on protsendisummaks. Kuna 4785 rbl. moodustab 5,8% kaubakäibest, siis 1% kaubakäibest on $\frac{4785}{5,8}$ ja kogu kaubakäive on

$$\frac{4785}{5,8} \times 100 = 82\,500 \text{ rbl.}$$

Ülesandes oli antud protsendisumma (4785 rbl.) ja protsendimäär (5,8), leidsime algusarvu (82 500 rbl.).

Eespool toodud ülesannete lahendustest näeme, et algusarv leitakse järgmise arvutusskeemi kohaselt:

$$\textbf{algusarv} = \frac{\textbf{protsendisumma}}{\textbf{protsendimäär}} \times 100$$

## § 61. PROTSENDIMÄÄRA (KAHE ARVU PROTSENDILISE SUHTE) LEIDMINE

Protsendimäär väljendab kahe arvu omavahelise võrdlemise tulemust jagatise teel, mis on mõõdetud sajandikkudes, s. t. jagatis on korrutatud 100-ga.

Jagatavana esineb seejuures arv, mida võrreldakse (protsendisumma), ja jagajana arv, millega võrreldakse (algusarv).

**Näide 1.** Mitu protsenti moodustab 320 400-st?

L a h e n d u s. Kuna 320 tuleb võrrelda 400-ga, siis on vaja 320 jagada 400-ga ja jagatis korrutada 100-ga. Järelikult on nende arvude protsendiline suhe

$$\frac{320}{400} \times 100 = 80\%$$

**Näide 2.** Mitu protsenti moodustab 400 320-st?

L a h e n d u s. Seekord nõutakse 400 võrdlemist 320-ga. Seega tuleb jagatavaks võtta 400, jagajaks 320 ja jagatis korrutada 100-ga. Järelikult nende arvude protsendiline suhe on

$$\frac{400}{320} \times 100 = 125\%$$

**Näide 3.** Kaupluse müügikäibed kvartalis olid: kangad — 43,2 tuh. rbl.; valmisrõivad — 22,2 tuh. rbl.; pudukaubad — 5,2 tuh. rbl,; jalatsid — 7,2 tuh. rbl.; kultuurikaubad — 9,2 tuh. rbl.; muud kaubad — 6,0 tuh. rbl. Arvutada, mitu protsenti moodustab iga kaubarühm üldkäibest (kaubarühmade osatähtsus).

L a h e n d u s. Ülesande lahendamiseks tuleb kõigepealt arvutada käivete üldsumma ja võrrelda sellega iga kaubarühma käivet.

Üldkäive $= 43,2 + 22,2 + 5,2 + 7,2 + 9,2 + 6,0 = 93$ tuh. rbl.

Üksikute kaubarühmade käibed moodustavad üldkäibest:

kangad $\frac{43,2}{93} \times 100 \approx 46,4\%$

valmisrõivad $\frac{22,2}{93} \times 100 \approx 23,9\%$

pudukaubad $\frac{5,2}{93} \times 100 \approx 5,6\%$

jalatsid $\frac{7,2}{93} \times 100 \approx 7,8\%$

kultuurikaubad $\frac{9,2}{93} \times 100 \approx 9,9\%$

muud kaubad $\frac{6,0}{93} \times 100 \approx 6,4\%$

Lahenduste õigsuste kontrollimiseks tuleb osatähtsused liita. Osatähtsuste summa peab moodustama 100%.

**Näide 4.** Kauba jaemaksumus on 3600 rbl. Jaemaksumusest on tehtud mahahindlus 216 rbl. Leida, mitu protsenti moodustab mahahindlus.

Lahendus. Selles ülesandes tuleb mahahindlust 216 rbl. (protsendisumma) võrrelda kauba jaemaksumusega 3600 rbl. (algusarv). Seega on vaja 216 jagada 3600-ga ja jagatis korrutada 100-ga:

$$\frac{216}{3600} \times 100 = 6\%$$

Mahahindlus moodustab 6% jaemaksumusest.

Eeltoodud ülesannete lahenduste põhjal võime protsendimäära arvutamisele anda järgmise üldistuse:

$$\textbf{protsendimäär} = \frac{\textbf{protsendisumma}}{\textbf{algusarv}} \times \mathbf{100}$$

Vaatleme veel mõningaid ülesandeid.

**Näide 5.** Keskmise rammususega sea lihakeha kaalus 152 kg. Selle tükeldamisel saadi 27 kg 200 g pekki ja rasva.

Mitu protsenti moodustavad pekk ja rasv lihakeha üldkaalust?

Lahendus. Selles ülesandes tuleb rasva ja peki kaalu võrrelda kogu lihakeha kaaluga. Järelikult on vaja 27 kg 200 g (protsendisumma) jagada 152 kg (algusarv) ja jagatis korrutada 100-ga:

$$\frac{27,2}{152} \times 100 = 17,9\%$$

Ülesande lahendamise käiku võib mõelda ja sooritada ka teises järjekorras:

152 kg on algusarv, seega 100%. 1% sellest moodustab $\frac{152}{100}$. 27,2 kg on aga 152-st nii mitu protsenti, kui mitu korda $\frac{152}{100}$ sisaldub 27,2-s, $\frac{152}{100}$ mahub 27,2-sse $27,2 : \frac{152}{100} = \frac{27,2 \times 100}{152} = 17,9$ korda ehk 27,2 kg moodustab 152-st 17,9%.

Näeme, et lahenduse käik kujuneb arvutustehnika seisukohalt mõlemal juhul samaks, s. o. protsendimäär $=\frac{\text{protsendisumma}}{\text{algusarv}}\times 100$.

**Näide 6.** 40 kg kartulite koorimisel tekkis jäätmeid 8,5 kg. Mitu protsenti moodustasid jäätmed?

Esimene lahendusviis. Jäätmete kogust tuleb võrrelda koorimata kartulite kogusega. Seega on vaja koorte hulk jagada koorimata kartulite hulgaga ja jagatis korrutada 100-ga. Saame:

$$\frac{8,5}{40}\times 100=21,5\%$$

Teine lahendusviis. 1% 40-st on $\frac{40}{100}$. Jäätmed moodustavad $8,5:\frac{40}{100}=\frac{8,5\times 100}{40}=21,5\%$

Mõlema lahendusviisi lõppkäigud kujunesid jällegi ühesugusteks ja tulemused olid samad.

## § 62. PROTSENDID «ÜLE 100»

Käesoleva teema alguses vaatlesime ülesandeid, kus esines kolm suurust: algusarv, protsendisumma ja protsendimäär. Nende arvutamisel esinesid protsendiarvutused «sajast» [1].

Majanduslikes arvutustes on sageli tarvis arvutada protsendisumma, kui ei ole antud algusarv, vaid arv, mis kujutab endast algusarvu ja sellest algusarvust arvutatud protsendisummat. Sellist arvu nimetatakse kasvatatud arvuks ja järelikult moodustab ta algusarvust enam kui 100%. Protsendisummat, mis on arvutatud kasvatatud arvust, nimetatakse protsendisummaks «üle 100».

**Näide 1.** Tarbijate kooperatiivi universaalkaupluse kaubakäive moodustas kvartalis 43 680 rbl., kusjuures plaan ületati 4% võrra. Kui suures summas ületati plaan?

Lahendus. Tarbijate kooperatiivi universaalkaupluse tegelik kaubakäive ületas plaani 4% võrra. Järelikult moodustab ta 104% plaanist ja 43 680 rbl. on seega kasvatatud arv. Et leida 1% plaanist, tuleb 43 680 rbl. jagada 104-ga. Et leida 4%, on vaja jagamise tulemus korrutada 4-ga. Seepärast moodustab plaani ületamine

$$\frac{43\,680}{104}\times 4=1680 \text{ rbl.}$$

Kui ülesandes nõutakse plaani kindlakstegemist, oleks vaja 1% plaanist korrutada 100-ga. Plaan võrduks:

---

[1] Õigem oleks protsendiarvutuse «sajast» all mõista ainult protsendisumma arvutamist algusarvu ja protsendimäära abil, sest sel juhul otsitav suurus leitakse tõepoolest summast, mis kujutab endast 100% väärtust. — *Tõlk.*

$$\frac{43\,680}{104}\times 100=42\,000 \text{ rbl.}$$

Protsendimäära (4%) nimetatakse kasvatatud arvu suhtes protsendimääraks «üle 100».

**Näide 2.** Jaehinna saamiseks tegi tarbijate kooperatiiv kauba hulgiväljalaskehinnale (ostuhinnale) juurdehindluse 6%. Arvutada juurdehindluse summa ja kauba hulgiväljalaskehind (ostuhind), kui jaehinnaks saadi 58 rbl. 30 kop.

Lahendus. Jaehind 58 rbl. 30 kop. sisaldab endas ostuhinna 100% suuruses ja 6% suuruse juurdehindluse, seega kokku 106%. Järelikult on 58 rbl. 30 kop. kasvatatud arv. Et leida 1%, tuleb 58 rbl. 30 kop. jagada 106-ga. Juurdehindluse summa leidmiseks on vaja saadud tulemus korrutada 6-ga.

Seega moodustab juurdehindlus:

$$\frac{58 \text{ rbl. } 30 \text{ kop}}{106}\times 6=3 \text{ rbl. } 30 \text{ kop.}$$

Et leida hulgiväljalaskehind, tuleb 1% suurus korrutada 100-ga:

$$\frac{58{,}30}{106}\times 100=55 \text{ rbl.}$$

Hulgiväljalaskehinna oleks võinud leida ka müügihinnast juurdehindluse summa lahutamise teel.

Esimeses näites jagasime kasvatatud arvu 104-ga (s. t. 100+4-ga). Teises näites jagasime kasvatatud arvu 106-ga (s. t. 100+6-ga). Järelikult, 1% leidmiseks jagasime kasvatatud arvu mõlemal juhul summaga (100+protsendimäär).

Esimeses moodustab kasvatatud arv 43 680 algusarvu (plaani) ja protsendisumma (plaani ületamise) summa, s. o. 43 680= =42 000+1680. Teises näites moodustab kasvatatud arv 58 rbl. 30 kop. algusarvu (ostuhinna) ja protsendisumma (juurdehindluse) summa, s. o. 58 rbl. 30 kop.=55 rbl.+3 rbl. 30 kop. Niisiis:

$$\textbf{protsendisumma}=\frac{\textbf{kasvatatud arv}}{\textbf{100 + protsendimäär}}\times\textbf{protsendimäär}$$

$$\textbf{algusarv}=\frac{\textbf{kasvatatud arv}}{\textbf{100 + protsendimäär}}\times\textbf{100}$$

**Näide 3.** Kauba kaal koos pakendiga on 73,5 kg. Leida pakendi kaal ja kauba puhaskaal, kui pakendi kaal moodustab 5% kauba puhaskaalust.

Lahendus. Pakendi kaalu on võrreldud kauba puhaskaaluga. Kauba puhaskaal on seega algusarvuks, s. o. 100%, ja pakendi kaal moodustab sellest 5%. Kauba kaal koos pakendiga on seega kasvatatud arv ning moodustab 105% kauba puhaskaalust. Järelikult on pakendi kaal ülaltoodud esimese valemi kohaselt:

$$\frac{73{,}5}{105} \times 5 = 3{,}5 \text{ kg}$$

Teise valemi järgi on kauba puhaskaal:

$$\frac{73{,}5}{105} \times 100 = 70 \text{ kg}$$

**Näide 4.** Leivatehases küpsetati 711 ts leiba. Määrata juurdeküpsetuse kaal, kui leiva kaal ületab jahu kaalu 58% võrra.

L a h e n d u s. Ülesandes on juurdeküpsetuse kaalu võrreldud jahu kaaluga. Jahu kaal on seega algusarv ja juurdeküpsetuse kaal on protsendisumma. Leiva väljatulek kujutab endast jahu kaalu ja juurdeküpsetuse kaalu summat. Järelikult on ta kasvatatud arv, moodustades 158% jahu kaalust.

Juurdeküpsetuse kaal on:

$$\frac{711}{158} \times 58 = 261 \text{ ts}$$

## § 63. PROTSENDID «ALLA 100»

Majanduslikes arvutustes on mõnikord tarvis arvutada protsendisummat, kui ei ole antud algusarvu, vaid arv, mis kujutab endast algusarvu ja sellest algusarvust arvutatud protsendisumma vahet. Sellist arvu nimetatakse v ä h e n d a t u d a r v u k s, mis järelikult moodustab vähem kui 100%. Protsendisummat, mis on arvutatud vähendatud arvust, nimetatakse p r o t s e n d i s u m m a k s «a l l a 100».

**Näide 1.** Pärast jaehinna alandamist 12% võrra maksis kaup 44 rbl. Kui suure summa võrra alandati kauba hinda?

L a h e n d u s. Ülesandes on võrreldud hinnaalanduse summat kauba esialgse jaehinnaga. Esialgne jaehind on seega algusarv (100%) ja hinnaalandus on 12%. Alandatud hind 44 rbl. on järelikult vähendatud arv ning moodustab 100% − 12% = 88% endisest hinnast.

1% endisest hinnast on $\frac{44}{88}$ ja hinnaalanduse summa (12% summa) on:

$$\frac{44}{88} \times 12 = 6 \text{ rbl.}$$

Protsendimäära (12%) nimetatakse vähendatud arvu suhtes p r o t s e n d i m ä ä r a k s «a l l a 100».

Et leida endine hind, tuleb 1% endisest hinnast korrutada 100-ga. Endine hind oli:

$$\frac{44}{88} \times 100 = 50 \text{ rbl.}$$

**Näide 2.** Tarbijate kooperatiivi universaalkaupluse kaubakäive oli 35 280 rbl., kusjuures plaan jäi täitmata 4% ulatuses. Kui suure summa võrra jäi plaan täitmata?

Lahendus. Tarbijate kooperatiivi universaalkaupluse tegelik kaubakäive oli 4% väiksem plaanilisest, mis on võetud 100%-na. Järelikult on 35 280 rbl. vähendatud arv ja sisaldab $100\%-4\%=96\%$ plaanist. 1% plaanist moodustab $\frac{35\,280}{96}$ rubla. 4% plaanist (s. o. plaani alatäitmine) on:

$$\frac{35\,280}{96}\times 4=1470 \text{ rbl.}$$

Et kindlaks määrata planeeritud kaubakäibe summa, tuleb 1% plaanist korrutada 100-ga. Plaan oli:

$$\frac{35\,280}{96}\times 100=36\,750 \text{ rbl.}$$

Esimeses näites jagasime vähendatud arvu 88-ga (s. o. 100–12-ga), teises näites 96-ga (s. o. 100–4-ga). Algusarvu 1% leidmiseks jagasime vähendatud arvu mõlemal juhul 100-st protsendimäära võrra väiksema arvuga.

Leitud 1% väärtuse korrutasime protsendimäära või 100-ga sõltuvalt sellest, kas otsisime protsendisummat või algusarvu.

Seega

$$\textbf{protsendisumma}=\frac{\textbf{vähendatud arv}}{\textbf{100 — protsendimäär}}\times\textbf{protsendimäär}$$

Et vähendatud arvu puhul kindlaks teha algusarvu, kasutame valemit:

$$\textbf{algusarv}=\frac{\textbf{vähendatud arv}}{\textbf{100 — protsendimäär}}\times\textbf{100}$$

## § 64. EKVIVALENTSED PROTSENDIMÄÄRAD

Kui protsendisummad, mis on arvutatud ühest ja samast arvust $N$ valemite abil — protsendid «100-st», «üle 100» ja «alla 100», on võrdsed, siis protsendimäärasid, mille alusel need protsendisummad arvutati, nimetatakse ekvivalentseteks (samaväärseteks suurusteks, mis võivad üksteist asendada).

$$\text{Kui } \frac{Np}{100}=P, \quad \frac{Np_1}{100+p_1}=P, \quad \frac{Np_2}{100-p_2}=P, \qquad (1)$$

siis on $p$, $p_1$, $p_2$ ekvivalentsed määrad.

Kui näiteks 600 rbl. on algusarv, siis 25%-lise määra puhul protsendisumma «100-st» on 150 rbl.:

$$P=\frac{600}{100}\times 25=150 \text{ rbl.}$$

Kui 600 rbl. on kasvatatud arv, siis 33 $^1/_3$%-lise määra puhul protsendisumma «üle 100» moodustab ka 150 rbl.:

$$P=\frac{600}{100+33\frac{1}{3}}\times 33\frac{1}{3}=\frac{600\times\frac{100}{3}}{\frac{400}{3}}=150 \text{ rbl.}$$

Kui 600 rbl. on vähendatud arv, siis 20%-lise määra puhul protsendisumma «alla 100» on samuti 150 rbl.:

$$P=\frac{600}{100-20}\times 20=150 \text{ rbl.}$$

Järelikult on protsendimäärad 25% «100-st», 33 $^1/_3$% «üle 100» ja 20% «alla 100» ekvivalentsed, sest ühest ja samast arvust (600 rbl.) saime ühesugused protsendisummad (150 rbl.).

Valemist (1) tulenevad võrdsused:

$$\frac{p}{100}=\frac{p_1}{100+p_1} \qquad (2)$$

$$\frac{p}{100}=\frac{p_2}{100-p_2} \qquad (3)$$

Valemist (2) saame:

$$p=\frac{100\,p_1}{100+p_1} \qquad (4)$$

Valemist (3) saame:

$$p=\frac{100\,p_2}{100-p_2} \qquad (5)$$

Valem (4) väljendab sõltuvust protsendimäära «üle 100» ($p_1$) ja temaga ekvivalentse protsendimäära ($p$) «100-st» vahel. Teda kasutatakse protsendimääralt «üle 100» üleminekuks ekvivalentsele määrale «100-st».

Valem (5) väljendab sõltuvust protsendimäära «alla 100» ($p_2$) ja temaga ekvivalentse protsendimäära «100-st» ($p$) vahel. Teda kasutatakse protsendimääralt «alla 100» üleminekuks ekvivalentsele määrale «100-st».

**Näide 1.** Väljalaskehinnale on tehtud 8% juurdehindlust. Mitu protsenti moodustab juurdehindlus jaehinnast?

L a h e n d u s. Jaehind kujutab endast väljalaskehinna ja juurdehindluse summat. Järelikult on ta väljalaskehinna suhtes kasvatatud arvuks ja moodustab 100%+8%=108%; 8% on aga kasvatatud arvu suhtes protsendimääraks «üle 100». Seepärast lahendame ülesande valemi (4) järgi:

$$p=\frac{100\times 8}{108}=7{,}404\,\%$$

**Näide 2.** Tarbijate kooperatiiv sai arve järgi jaehinnast mahahindlust 6,5% suuruses. Mitu protsenti moodustab mahahindlus väljalaskehinnast?

L a h e n d u s. Väljalaskehind kujutab endast jaehinna ja mahahindluse vahet. Järelikult on ta jaehinna suhtes vähendatud arvuks ja moodustab 100% – 6,5% = 93,5%. 6,5% on aga vähendatud arvu suhtes protsendimääraks «alla 100». Seepärast lahendame ülesande valemi (5) järgi:

$$p = \frac{100 \times 6{,}5}{93{,}5} = 6{,}952\%$$

**Näide 3.** Tooraine töötlemisel tekib jäätmeid 6,4%. Mitu protsenti moodustavad jäätmed valmistoodangust?

Lahendus. Kuna tooraine moodustab 100% ja valmistoodang on 100%-st väiksem, peame leidma, mitu protsenti moodustavad jäätmed vähendatud arvust. Seepärast arvutame otsitava % valemi (5) järgi:

$$p = \frac{100 \times 6{,}4}{93{,}6} = 6{,}84\%$$

## § 65. JÄRJESTIKUNE PROTSENTIDE ARVUTAMINE «100-st»

Arvestuses, planeerimises ja finantsilistes arvutustes tuleb kindlaks määrata lõpptulemus antud suuruse järjestikulise protsendilise suurenemise ja vähenemise puhul.

Leiame arvutuste jaoks üldvalemi. Selleks tähistame suurusi järgmiselt:

$A$ — antud suuruse algväärtus;

$N$ — antud suuruse lõppväärtus, mis saadakse pärast suuruse järjestikulist protsendilist muutust vastavate protsendimäärade järgi;

$p_1\%$, $p_2\%$, $p_3\% \ldots p_n\%$ — protsendimäärad, mille alusel toimub antud suuruse järjestikuline suurenemine või vähenemine.

On selge, et mingi suuruse protsendilisel suurenemisel muutub selle suuruse iga ühik suuruseks $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ ning protsendilisel vähenemisel muutub suuruse iga ühik suuruseks $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$. Seepärast lõpptulemuse leidmiseks piisab, kui antud suuruse algväärtus ($A$) korrutada $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ või $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$, olenevalt sellest, kas suurus suureneb või väheneb.

Seega on üldvalemil, mis väljendab lõpptulemust pärast kõiki järjestikulisi protsendilisi suurenemisi ja vähenemisi, järgmine kuju:

$$N = A\left(1 \pm \frac{p}{100}\right) = A\left(1 \pm \frac{p_1}{100}\right)\left(1 \pm \frac{p_2}{100}\right)\left(1 \pm \frac{p_3}{100}\right) \ldots \left(1 \pm \frac{p_n}{100}\right) \quad (1)$$

Suuruse suurenemisel rakendatakse valemi ülemisi märke (+), suuruse vähenemisel aga alumisi märke (–).

Valemi (1) parempoolses osas on rida tegureid. Kuna korrutise suurus ei sõltu tegurite järjestusest, siis on ükskõik, millises järjekorras suurenemised ja vähenemised toimusid.

**Näide 1.** Tarbijate kooperatiivi käive I kvartalis on ette nähtud 500 000 rbl. II kvartali käive peab suurenema 12% I kvartali käibega võrreldes. III kvartali käive peab suurenema 8% II kvartali käibega võrreldes. IV kvartali käive peab suurenema 15% III kvartali käibega võrreldes.

Määrata IV kvartali käive täpsusega 1000 rbl.

Lahendus. Selles näites $A=500\,000$ rbl.; $p_1\%=12\%$; $p_2\%=8\%$; $p_3\%=15\%$. On vaja määrata $N$.

Kuna siin toimub järjestikune suurenemine, saame valemi (1) järgi:

$$N=500\,000\left(1+\frac{12}{100}\right)\left(1+\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{15}{100}\right)=500\,000\times1{,}12\times1{,}08\times1{,}15=696\,000 \text{ rbl.}$$

IV kvartali käive moodustab 696 000 rbl.

**Näide 2.** Toorainest valmistoodangu valmistamisel tekkis jäätmeid esimesel töötlemisel 12%, teisel töötlemisel 8%, kolmandal töötlemisel 7% ja neljandal töötlemisel 6%.

Tootmisse anti 2000 kg toorainet. Määrata valmistoodangu väljatulek 1 kg täpsusega.

Lahendus. Selles näites on $A=2000$ kg, $p_1\%=12\%$; $p_2\%=8\%$; $p_3\%=7\%$; $p_4\%=6\%$. Leida $N$.

Võttes arvesse, et siin toimub järkjärguline vähenemine, saame valemi (1) järgi:

$$N=2000\left(1-\frac{12}{100}\right)\left(1-\frac{8}{100}\right)\left(1-\frac{7}{100}\right)\left(1-\frac{6}{100}\right)=$$
$$=2000\times0{,}88\times0{,}92\times0{,}93\times0{,}94=1416 \text{ kg}$$

Valmistoodangu väljatulek moodustab 1416 kg.

**Näide 3.** Tarbijate kooperatiivi käive eelmise aasta IV kvartalis oli 400 000 rbl. Käesoleva aasta I kvartali käive vähenes möödunud aasta IV kvartali käibega võrreldes 3,4%, II kvartali käive suurenes I kvartali käibega võrreldes 12%, III kvartali käive vähenes II kvartali käibega võrreldes 8% ja IV kvartali käive suurenes III kvartali käibega võrreldes 18%.

Määrata IV kvartali käive täpsusega 1000 rbl.

Lahendus. $A=400\,000$ rbl.; $p_1\%=3{,}4\%$; $p_2\%=12\%$; $p_3\%=8\%$; $p_4\%=18\%$.

Kuna antud juhul on tegemist nii suurenemise kui ka vähenemisega, saame valemi (1) järgi:

$$N=400\,000\left(1-\frac{3{,}4}{100}\right)\left(1+\frac{12}{100}\right)\left(1-\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{18}{100}\right)=$$
$$=400\,000\times0{,}966\times1{,}12\times0{,}92\times1{,}18=470\,000 \text{ rbl.}$$

IV kvartali käive moodustab 470 000 rbl.

Tuletame valemi protsendimäära arvutamiseks, kui asendada kõiki järjestikuste protsendiliste muutuste määrasid.

Olgu $p\%$ protsendimäär, mis asendab suuruse algväärtuse järjestikuste suurenemiste ja vähenemiste määrasid $p_1\%$, $p_2\%$, $p_3\% \ldots$ $\ldots p_n\%$. Siis valemi (1) järgi $N$ võrdub $A\left(1 \pm \frac{p}{100}\right)$ ja valem (1) võtab järgmise kuju:

$$A\left(1 \pm \frac{p}{100}\right) = A\left(1 \pm \frac{p_1}{100}\right)\left(1 \pm \frac{p_2}{100}\right)\left(1 \pm \frac{p_3}{100}\right) \ldots \left(1 \pm \frac{p_n}{100}\right)$$

Pärast võrrandi mõlema poole taandamist $A$-ga ja ühisele nimetajale viimist saame:

$$100 \pm p = 100\left(1 \pm \frac{p_1}{100}\right)\left(1 \pm \frac{p_2}{100}\right)\left(1 \pm \frac{p_3}{100}\right) \ldots \left(1 \pm \frac{p_n}{100}\right),$$

millest:

$$p = 100\left(1 \pm \frac{p_1}{100}\right)\left(1 \pm \frac{p_2}{100}\right)\left(1 \pm \frac{p_3}{100}\right) \ldots \left(1 \pm \frac{p_n}{100}\right) - 100 \qquad (2)$$

Selle valemi abil määratakse kindlaks protsendimäär, mis asendab kõik protsendimäärad, mille järgi suuruse algväärtust protsendiliselt muudetakse.

**Näide 4.** Kaupluse käive suurenes I kvartalis eelmise aasta IV kvartali käibega võrreldes 6,8%, II kvartalis käive vähenes I kvartali käibega võrreldes 7,5%; III kvartalis käive suurenes II kvartali käibega võrreldes 12%; IV kvartali käive vähenes III kvartali käibega võrreldes 13,5%.

Teha kindlaks, kuidas muutus IV kvartali käive protsendiliselt eelmise aasta IV kvartaliga võrreldes (täpsusega 0,1%).

L a h e n d u s. On antud: $p_1\% = 6{,}8\%$; $p_2\% = 7{,}5\%$; $p_3\% = 12\%$; $p_4\% = 13{,}5\%$. Võttes arvesse, et antud juhul on tegemist nii suurenemise kui ka vähenemisega, saame valemi (2) järgi:

$$p = 100\left(1 + \frac{6{,}8}{100}\right)\left(1 - \frac{7{,}5}{100}\right)\left(1 + \frac{12}{100}\right)\left(1 - \frac{13{,}5}{100}\right) - 100 =$$
$$= 100 \times 1{,}068 \times 0{,}925 \times 1{,}12 \times 0{,}865 - 100 =$$
$$= 95{,}7 - 100 = -4{,}3\%$$

Järelikult vähenes käesoleva aasta IV kvartali käive eelmise aasta sama kvartaliga võrreldes 4,3% võrra.

**Näide 5.** Tarbijate kooperatiivi käive suurenes II kvartalis I kvartali käibega võrreldes 12%, III kvartali käive suurenes II kvartali käibega võrreldes 8%, IV kvartali käive suurenes III kvartali käibega võrreldes 15%. Arvutada täpsusega 1% protsendimäär, mis asendab kõik määrad, mille alusel toimusid muutused tarbijate kooperatiivi käibes.

L a h e n d u s. On antud: $p_1\% = 12\%$; $p_2\% = 8\%$; $p_3\% = 15\%$. Valemi (2) järgi:

$$p=100\left(1+\frac{12}{100}\right)\left(1+\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{15}{100}\right)-100=$$
$$=100\times1{,}12\times1{,}08\times1{,}15-100=139-100=39\%$$

IV kvartali käive suurenes I kvartali käibega võrreldes 39%.

**Näide 6.** Kaupade riiklike hindade alandamisel alandati kauba *A* hinda järjest neli korda — 10%, 12%, 15% ja 12% võrra.

Teha kindlaks täpsusega 0,1%, mitme protsendi võrra alanes kauba *A* hind võrreldes hinnaga, milline tal oli enne esimest alandamist.

Lahendus. On antud: $p_1\%=10\%$; $p_2\%=12\%$; $p_3\%=15\%$; $p_4\%=12\%$.

Rakendades valemit (2) ja võttes arvesse, et hind alanes, saame:

$$p=100\left(1-\frac{10}{100}\right)\left(1-\frac{12}{100}\right)\left(1-\frac{15}{100}\right)\left(1-\frac{12}{100}\right)-100=$$
$$=100\times0{,}90\times0{,}88\times0{,}85\times0{,}88-100=$$
$$=59{,}2-100=-40{,}8\%$$

Järelikult alanes hind 40,8% võrra.

**Näide 7.** Ostetud kaubale tehti juurdehindlus 8% ulatuses ostuhinnast. Seejärel viidi läbi allahindlus 3% ulatuses jaehinnast. Arvutada täpsusega 0,01% protsendimäär, mis asendab need protsendimäärad.

Lahendus.

$$p=100\times1{,}08\times0{,}97-100=104{,}76-100=4{,}76\%$$

**Näide 8.** Põllumajandussaaduste hind oli hooaja algul 20 rbl. tsentner. Seejärel hind alanes 36%, kuid hooaja lõpuks tõusis 15%, võrreldes alandatud hinnaga.

Arvutada, mitme protsendi võrra hind hooaja lõpuks alanes, võrreldes hinnaga hooaja alguses, ning teha kindlaks 1 ts saaduste hind hooaja lõpul.

Lahendus.

$$p=100\times0{,}65\times1{,}15-100=73{,}6-100=-26{,}4\%$$

Järelikult alanes hind 26,4% võrra.

1 ts hind hooaja lõpul oli:

$$\frac{20}{100}\times73{,}6=14 \text{ rbl. } 72 \text{ kop.}$$

Hinda võib arvutada ka valemi (1) järgi:

$$N=20\times0{,}64\times1{,}15=14 \text{ rbl. } 72 \text{ kop.}$$

## § 66. INTRESSIDE ARVUTAMINE RAHASUMMADELT

**Intressideks** nimetatakse tasu laenatud rahaliste vahendite kasutamise eest. Intresside arvutamisel võetakse arvesse mitte ainult rahasumma ja protsendimäär, vaid ka aeg, mille kestel laenatud vahendeid kasutatakse.

Intresside arvutamisel võetakse aasta pikkuseks 360 päeva ja iga kuu pikkuseks 30 päeva.

Protsendimäär antakse tavaliselt aasta kohta. Kui öeldakse, et laenu eest makstakse 2%, siis tähendab see, et laenu iga 100 rbl. eest tuleb maksta 2 rbl. intresse, kui seda 100 rbl. kasutatakse üks aasta. Kui aga raha kasutatakse vähem kui aasta, vähenevad intressid proportsionaalselt.

**Näide 1.** Kui palju intresse tuleb maksta 50 000 rbl. suuruse laenu eest aastas, kui intresse arvestatakse 2%?

Lahendus. See lahendus on analoogiline protsendisumma leidmisega, s. o. intressid moodustavad

$$\frac{50\,000 \times 2}{100} = 1000 \text{ rbl.}$$

**Näide 2.** Pangast on võetud 45 000 rbl. lühiajalist laenu 34 päevaks, intressimääraga 2% aastas. Arvutada intressisumma.

Lahendus. Leiame kõigepealt intressisumma aastas:

$$P = \frac{45\,000 \times 2}{100} = 900 \text{ rbl.}$$

Et leida intressid 34 päeva eest, tuleb 900 rbl. jagada 360-ga (saame intressid ühe päeva eest) ja saadud jagatis korrutada 34-ga:

$$P = \frac{900 \times 34}{360} = 85 \text{ rbl.}$$

Kõige lihtsam on seda lahendust märkida sääraselt:

$$P = \frac{45\,000 \times 2 \times 34}{100 \times 360} = 85 \text{ rbl.}$$

Seega, **et leida intressid teatud arvu päevade eest, tuleb rahasumma korrutada protsendimääraga ja päevadega ning saadud korrutis jagada 100-ga ja 360-ga.**

$$P = \frac{A \times p \times D}{100 \times 360},$$

kus $A$ — rahasumma
$D$ — päevade arv.

### § 67. PROTSENDINUMBER JA ALALINE JAGAJA

Kui intressid arvestatakse mitmelt rahasummalt ühe ja sama määraga ning on tarvis leida intresside üldsumma, siis on parem kasutada intresside arvutamise lihtsustatud meetodit. Vaatleme seda meetodit alljärgneva näite varal.

**Näide 1.** Tarbijate kooperatiivide rajooniliit sai mitmesuguste tähtaegadega laenusid: 60 000 rbl. 31 päevaks, 70 000 rbl. 25 päevaks ja 50 000 rbl. 17 päevaks.

Arvutada intresside üldsumma kõikide laenude eest, kui Riigipanga intressi määraks laenudelt on 2%.

*1. lahendusviis:*

$$\frac{60\,000\times31\times2}{100\times360}=103 \text{ rbl. } 34 \text{ kop.}$$

$$\frac{70\,000\times25\times2}{100\times360}=97 \text{ rbl. } 22 \text{ kop.}$$

$$\frac{50\,000\times17\times2}{100\times360}=47 \text{ rbl. } 22 \text{ kop.}$$

*2. lahendusviis:*

$$\frac{60\,000\times31}{18\,000}=103 \text{ rbl. } 34 \text{ kop.}$$

$$\frac{70\,000\times25}{18\,000}=97 \text{ rbl. } 22 \text{ kop.}$$

$$\frac{50\,000\times17}{18\,000}=47 \text{ rbl. } 22 \text{ kop.}$$

Intresside üldsumma moodustab:
103 rbl. 34 kop. + 97 rbl. 22 kop. + 47 rbl. 22 kop. =
= 247 rbl. 78 kop.

*3. lahendusviis:*

$$\begin{aligned}60\,000\times31 &= 1\,860\,000\\ 70\,000\times25 &= 1\,750\,000\\ 50\,000\times17 &= \phantom{1\,}850\,000\\ \hline & \phantom{=}\ 4\,460\,000\end{aligned}$$

4 460 000 : 18 000 = 247 rbl. 78 kop.

Esimese lahendusviisi puhul kordub kõikides arvutustes sama protsendimäär (2) ja sama jagaja (100×360), rahasummad ja päevade arvud on aga erinevad.

Eraldades korduva osa $\frac{2}{100\times360}$ muutuvast osast (rahasumma ja päevade arvu korrutisest), omandavad arvutused järgmise kuju:

$$60\,000\times31\times\frac{2}{100\times360}; \qquad 70\,000\times25\times\frac{2}{100\times360};$$

$$50\,000\times17\times\frac{2}{100\times360}$$

Taandades korduva teguri protsendimääraga (2-ga), omandab korduv tegur kuju $\frac{1}{18\,000}$. Paigutades selle arvutustesse, saame:

$$50\,000\times17\times\frac{1}{18\,000} \qquad 60\,000\times31\times\frac{1}{18\,000};$$

$$70\,000\times25\times\frac{1}{18\,000}$$

Asendades $\frac{1}{18\,000}$-ga korrutamise 18 000-ga jagamisega, omandavad arvutused teises lahendusviisis näidatud kuju:

$$\frac{60\,000\times31}{18\,000}; \quad \frac{70\,000\times25}{18\,000}; \quad \frac{50\,000\times17}{18\,000}$$

Kuna kõikides arvutustes esineb sama jagaja (nimetaja) 18 000, siis võime avaldiste lugejad (rahasummade ja päevade arvude korrutised) eelnevalt liita ja saadud summa jagada 18 000-ga, nagu tehtud 3. lahendusviisi puhul:

$$\frac{60\,000\times31}{18\,000}+\frac{70\,000\times25}{18\,000}+\frac{50\,000\times17}{18\,000}=\frac{1\,860\,000}{18\,000}+\frac{1\,750\,000}{18\,000}+$$
$$+\frac{850\,000}{18\,000}=4\,460\,000:18\,000$$

Seega osutub kolmas lahendusviis kõige lihtsamaks.

Arvutuse edasiseks lihtsustamiseks taandatakse eespool saadud murde 100-ga. Viies koma kahe koha võrra vasakule, jäetakse ühtlasi ära komast paremale jäävad numbrid. Seega võivad lugejas (rahasumma ja päevade arvu korrutises) ära jääda kopikad ja kümned kopikad, nimetajas aga jääb ära kaks nulli. Sellise ebatäpse taandamise tõttu võib intressisummas tekkida ebatäpsus ainult kopikate ühelistes. Niisiis:

$$\frac{1\,860\,000}{18\,000}=\frac{18\,600}{180};\quad \frac{1\,750\,000}{18\,000}=\frac{17\,500}{180};\quad \frac{850\,000}{18\,000}=\frac{8\,500}{180}$$

Saadud murdude lugejais esinevaid arvusid nimetatakse protsendinumbriteks ja nimetajais esinevaid arvusid — alalisteks jagajateks.

P r o t s e n d i n u m b r i k s nimetatakse intressiarvutustes rahasumma ja päevade arvu korrutist, mis on jagatud 100-ga.

A l a l i s e k s j a g a j a k s nimetatakse 360 ja protsendimäära jagatist.

I n t r e s s i s u m m a v õ r d u b s e e g a p r o t s e n d i n u m b r i j a a l a l i s e j a g a j a j a g a t i s e g a.

Esitame ülaltoodud arvutuskäigu üldistatud kujul:

Intressisumma $P=\frac{A\times D\times p}{100\times360}$

" $P=\frac{A\times D}{100}\times\frac{p}{360}$

" $P=\frac{A\times D}{100}:\frac{360}{p}$ (1)

Saadud valemis kujutab jagatav $\frac{A\times D}{100}$ protsendinumbrit ja jagaja $\frac{360}{p}$ alalist jagajat.

Märkides protsendinumbri tähisega $\%N^{\underline{o}}$ ja alalise **jagaja** tähega $d$, saame intressivalemi (1) järgmisel kujul:

$$P=\frac{\%N^{\underline{o}}}{d}$$

Tabel 11

**Sagedamini esinevate alaliste jagajate tabel**

| Protsendimäär | Alaline jagaja | Protsendimäär | Alaline jagaja |
|---|---|---|---|
| 1 | 360 | 3 | 120 |
| 1,5 | 240 | 4 | 90 |
| 2 | 180 | 5 | 72 |
| 2,5 | 144 | 6 | 60 |

**Näide 2.** Arvutada alljärgnevate andmete alusel intresside üldsumma 3% suuruse protsendimäära puhul:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 865 | rublalt | 56 | kopikalt | 37 | päeva eest |
| 18 956 | „ | 75 | „ | 63 | päeva eest |
| 24 835 | „ | 84 | „ | 78 | päeva eest |
| 9 726 | „ | 54 | „ | 81 | päeva eest |
| 12 637 | „ | 75 | „ | 56 | päeva eest |

L a h e n d u s.

1. Leiame iga summa kohta protsendinumbri ja liidame need:

$$\begin{array}{rr}
7865{,}56\times 37 = 212370{,}15; & 2\,124 \\
18956{,}75\times 63 = 1194275{,}25; & 11\,943 \\
24835{,}84\times 78 = 1937195{,}52; & 19\,372 \\
9726{,}54\times 81 = 787849{,}74; & 7\,878 \\
12637{,}75\times 56 = 707714{,}40; & 7\,077 \\
\hline
 & 48\,394
\end{array}$$

2. Jagame protsendinumbrite summa antud protsendimäära puhul esineva alalise jagajaga:

$$48\,394 : 120 = 403 \text{ rbl. } 28 \text{ kop.}$$

## § 68. PÄEVADE ARVU LEIDMINE KAHE KUUPÄEVA VAHEL

Eelmises paragrahvis vaadeldud näidetes oli antud päevade arv, mille jooksul rahasumma oli käibes. Tavaliselt ei anta päevade arvu, vaid raha kasutamise alg- ja lõppkuupäevad. Säärastel juhtudel tuleb kindlaks määrata raha kasutamise päevade arv nende kuupäevade vahel.

Arvutus võib toimuda kolmel viisil:

1) lugedes raha kasutamise päevade hulka ka perioodi algus- ja lõpp-päeva;

2) jättes arvestusest välja kas perioodi algus- või lõpp-päeva;

3) jättes arvestusest välja niihästi perioodi algus- kui ka lõpp-päeva.

Olenevalt tingimustest võib raha kasutamise ajaks ajavahemikul 2-st kuni 6-nda oktoobrini lugeda kas 5 päeva (2., 3., 4., 5. ja 6.), 4 päeva (2., 3., 4. ja 5. või 3., 4., 5. ja 6.) või 3 päeva (3., 4. ja 5.).

Tavaliselt tehakse kahe kuupäeva vahel olev raha kasutamise aeg kindlaks perioodi lõppkuupäevast alguskuupäeva lahutamise teel. Sel juhul jääb arvesse ainult üks äärmistest päevadest, näiteks: 6. oktoober—2. oktoober=4 päeva.

**Näide 1.** Määrata päevade arv ajavahemikus 12. märtsist kuni 26. aprillini (samal aastal).

Lahendus.

$$\begin{array}{r|l} -\,26 & \text{IV} \\ 12 & \text{III} \\ \hline 14 \text{ päeva} & 1 \text{ kuu ehk } (14 \text{ päeva} + 30 \text{ päeva}) = 44 \text{ päeva.} \end{array}$$

**Näide 2.** Leida päevade arv 25. veebruarist kuni 12. detsembrini (samal aastal).

Lahendus.

$$\begin{array}{r|l} -\,12 & \text{XII} \\ 25 & \text{II} \\ \hline -13 \text{ p.} & 10 \text{ k.} = 300 - 13 = 287 \text{ päeva.} \end{array}$$

**Näide 3.** Leida päevade arv 16. oktoobrist kuni järgmise aasta 7. märtsini.

Lahendus. Järgmise aasta märtsi võib lugeda viieteistkümnendaks kuuks (12+3), arvates käesoleva aasta algusest. Seepärast:

$$\begin{array}{r|l} -\,7 & \text{XV} \\ 16 & \text{X} \\ \hline -9 \text{ p.} & 5 \text{ k.} = 150 - 9 = 141 \text{ päeva.} \end{array}$$

**Näide 4.** Arvutada intresside üldsumma 4%-ga järgmiste andmete põhjal:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 473 rbl. | 54 kop. | oli käibes | 12. II | kuni | 25. IV | |
| 8 756 rbl. | 68 kop. | „ „ | 24. III | „ | 10. IX | |
| 7 578 rbl. | 90 kop. | „ „ | 9. IV | „ | 2. XII | |
| 25 683 rbl. | 48 kop. | on käibes | 24. III | „ | 15. I | järgmisel aastal. |

Lahendus.

1. Leiame ajavahemikud kuupäevade vahel:

1) $$\begin{array}{r|l} -\,25 & \text{IV} \\ 12 & \text{II} \\ \hline 13 \text{ p.} & 2 \text{ k.} = 73 \text{ päeva;} \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r|l} -\,10 & \text{IX} \\ 24 & \text{III} \\ \hline -14 \text{ p.} & 6 \text{ k.} = 180 - 14 = \\ & = 166 \text{ päeva;} \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r|l} -\,2 & \text{XII} \\ 9 & \text{IV} \\ \hline -7 \text{ p.} & 8 \text{ k.} = 240 - 7 = \\ & = 233 \text{ päeva;} \end{array}$$

4) $$\begin{array}{r|l} -\,15 & \text{XIII} \\ 24 & \text{III} \\ \hline -9 \text{ p.} & 10 \text{ k.} = 300 - 9 = \\ & = 291 \text{ päeva.} \end{array}$$

2. Leiame protsendinumbrid ja nende summa:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | $12473{,}54 \times 73 = 910568{,}42$; | 9 106 |
| 2) | $8756{,}68 \times 166 = 1453608{,}88$; | 14 536 |
| 3) | $7578{,}90 \times 233 = 1765883{,}70$; | 17 659 |
| 4) | $25683{,}48 \times 291 = 7473892{,}68$; | 74 739 |
| | | 116 040 |

3. Leiame intressid kõigi summade kohta:

116 040 : 90 = 1289 rbl. 33 kop.

## § 69. PROTSENDISUMMA ARVUTAMINE ARVELAUAL

1. Kui on antud algusarv, siis sellest 1% arvutamiseks arvelaual piisab, kui algusarv asetada arvelauale kahe traadi võrra madalamalt.

Protsendisumma arvutamisel arvelaual asendatakse korrutustehe teiste tehetega ja rakendatakse arvutamiseks sobivaid protsendimäärasid.

Sellisteks määradeks on:

1%, millele vastab $\frac{1}{100}$ arvust

10%, „ „ $\frac{1}{10}$ „

0,1%, „ „ $\frac{1}{1000}$ „

50%, „ „ $\frac{1}{2}$ „

25%, „ „ $\frac{1}{4}$ „

jne.

2. Arvutades protsendisumma «protsendid 100-st» reeglite kohaselt, korrutatakse algusarv protsendimääraga, kuid tehe viiakse läbi kahe traadi võrra allpool, sooritades seega samaaegselt protsendimääraga korrutamise ja 100-ga jagamise.

Ülaltoodu põhjal:

1% 386 rublast 60 kopikast = 3 rbl. 86,6 kop. ≈ 3 rbl. 87 kop.
10% 324 rublast 52 kopikast = 32 rbl. 45,2 kop. ≈ 32 rbl. 45 kop.
0,1% 629 rublast 36 kopikast ≈ 0,629 rbl. ≈ 0,63 rbl. = 63 kop.
25% 1248 rublast 57 kopikast ≈ 312 rbl. 14 kop.
50% 3185 rublast 63 kopikast ≈ 1592 rbl. 82 kop.

Kuna protsendisumma arvutamisel protsendimäär esineb korrutajana, siis on arvutuse lihtsustamisks otstarbekohane seda teisendada (vt. lisa).

**Näide 1.** Leida 9% 785-st rublast.

Lahendus. Võtame 9% = 10% − 1%.

10% 785 rublast moodustab ühe kümnendiku 785 rublast, seega 78 rbl. 50 kop.

1% 785 rublast on 1 sajandik 785 rublast, s. o. 7 rbl. 85 kop. 9% 785 rublast moodustab seega 78 rbl. 50 kop. – 7 rbl. 85 kop. = = 70 rbl. 65 kop. Järelikult, et leida 9% 785 rublast, tuleb arvelauale asetada 78 rbl. 50 kop. ja lahutada sellest 7 rbl. 85 kop.

**Näide 2.** Leida 36% summast 843 rbl. 62 kop.

Lahendus. 36% = 40% – 4% ja 40% = 10% + 10% + 20%. Asetame arvelauale 84 rbl. 36,2 kop. (10%) ja lisame sellele veel kord sama summa. Kokku saame 168 rbl. 72,4 kop. (20%). Lisades selle summa veel kord juurde, saame arvelaual 337 rbl. 44,8 kop. (40%). Kuna 4% moodustab 40%-st ühe kümnendiku, siis selleks, et lahutada 4% arvust, piisab, kui 337 rublast 44,8 kopikast lahutada üks kümnendik, s. o. 33 rbl. 74,5 kop. Tulemusena saame:

337 rbl. 44,8 kop. – 33 rbl. 74,5 kop. = 303 rbl. 70,3 kop. ≈ ≈ 303 rbl. 70 kop.

Et saada vastust täpsusega 0,01 rbl. (1 kop.), tuleb ligikaudsete arvude nõutud täpsusega liitmise reegli kohaselt liidetavates säilitada üks täiendav kümnendkoht, s. o. kopika kümnendikosad.

**Näide 3.** Leida 4,8% summast 648 rbl. 84 kop.

Lahendus. 4,8% = 5% – 0,1% – 0,1%.

Kuna 5% moodustab $\frac{10\%}{2}$, siis asetame arvelauale 64 rbl. 88,4 kop. (10%), jagame selle pooleks ja saame 32 rbl. 44,2 kop. (5%).

Seejärel lahutame kaks korda 0,649 rbl. ehk 64,9 kop. (0,1%). Saame: 32 rbl. 44,2 kop. – 64,9 kop. – 64,9 kop. = 31 rbl. 14,4 kop. ≈ ≈ 31 rbl. 14 kop.

**Näide 4.** Leida 29,7% summast 475 rbl. 67 kop.

Lahendus. 29,7% = 30% – 0,3% ja 30% = 10% + 10% + 10%. Seepärast asetame arvelauale 47 rbl. 56,7 kop. (10%) kolm korda. Saame 142 rbl. 70,1 kop. (30%). Kuna 0,3% moodustab 30%-st ühe sajandiku, siis selleks, et summast 475 rbl. 67 kop. lahutada 0,3% suurune osa, piisab, kui 142 rublast 70,1 kopikast lahutada ühe sajandiku suurune osa, s. o. 1 rbl. 42,7 kop. Saame:

142 rbl. 70,1 kop. – 1 rbl. 42,7 kop. = 141 rbl. 27,4 kop. ≈ ≈ 141 rbl. 27 kop.

**Näide 5.** Kaup maksab jaehinnas 3548 rbl. 60 kop. Mahahindlus tarbijate kooperatiivi kasuks on 8,7%. Leida mahahindluse summa.

Lahendus. Kuna 8,7% = 10% – 1% – 0,3%, asetame arvelauale 354 rbl. 86 kop. (10%). Seejärel lahutame 35 rbl. 48,6 kop. (1%) ja veel kolm korda 3 rbl. 54,9 kop. (0,1%). Saame:

8,7% summast 3548 rbl. 60 kop. moodustab 354 rbl. 86 kop. – 35 rbl. 48,6 kop. – 3 rbl. 54,9 kop. – 3 rbl. 54,9 kop. – 3 rbl. 54,9 kop. = 308 rbl. 72,7 kop. ≈ 308 rbl. 73 kop.

Mahahindluse summa on 308 rbl. 73 kop.

## § 70. ARVUTUSTABELITE KASUTAMINE PROTSENDI-ARVUTUSTES

Protsente on hea arvutada korrutustabelite abil. V peatükis on toodud väljavõtted O'Rurki korrutustabeleist järgmiste korrutatavatega: 73, 287, 329, 492, 624 ja 857. Selgitame, kuidas neid tabeleid kasutatakse protsendiarvutustes.

**Näide 1.** Leida 73% arvust 8465.

Lahendus.

$$P=\frac{8465\times 73}{100}$$

73 korrutamiseks 8465-ga kasutame tabelit, mille kohal seisab korrutatav 73. Leiame 73 ja 65 korrutise 4745 ning asetame selle arvelauale. Leiame 73×84 korrutise 6132 ja asetame selle arvelauale kahe traadi võrra kõrgemalt, s. o. liidame 613 200. Saadud summas 617 945 eraldame komaga kaks viimast kohta:

73% arvust 8465 = 6179,45.

**Näide 2.** Leida 32,9% summast 4356 rbl. 35 kop.

Lahendus.

$$P=\frac{4356{,}35\times 32{,}9}{100}$$

32,9 korrutamiseks 4356,35-ga kasutame tabelit, mille kohal seisab korrutatav 329. Leiame 329 ja 35 korrutise 11 515 ja asetame selle arvelauale. Leiame 329 ja 56 korrutise 18 424 ja asetame selle arvelauale kahe traadi võrra kõrgemalt. Leiame 329 ja 43 korrutise 14 147 ja asetame selle arvelauale nelja traadi võrra kõrgemalt.

Saadud arvus 143 323 915 eraldame komaga viis viimast kohta, sest korrutatavas (32,9) on üks kümnendkoht, korrutajas (4356,35) on kaks kümnendkohta ja korrutis tuleb jagada 100-ga.

Vastus on 1433,23915 ≈ 1433 rbl. 24 kop.

**Näide 3.** Leida 4,92% summast 756 rbl. 68 kop.

Lahendus.

$$P=\frac{756{,}68\times 4{,}92}{100}$$

Et 4,92 korrutada 756,68-ga, kasutame tabelit, mille kohal seisab korrutatav 492. Leiame 492 ja 68 korrutise 33456 ja asetame selle arvelauale. Leiame 492 ja 56 korrutise 27 552 ja asetame selle arvelauale kahe traadi võrra kõrgemalt. Leiame 492 ja 7 korrutise 3444 ja asetame selle arvelauale nelja traadi võrra kõrgemalt.

Saadud arvus 37 228 656 eraldame komaga kuus viimast kohta, sest korrutatavas (4,92) on kaks kümnendkohta, korrutajas (756,68) on kaks kümnendkohta ja korrutis tuleb jagada 100-ga.

Vastus on 37,228656 rbl. ≈ 37 rbl. 23 kop.

**Näide 4.** Leida arvude 348 ja 857 protsendiline suhe täpsusega 0,01%.

L a h e n d u s.

$$P=\frac{348\times100}{857}$$

34 800 jagamiseks 857-ga kasutame tabelit, mille kohal seisab jagaja 857. Asetame arvelauale 34 800. Leiame tabelist arvu, mis on 34 800-le lähedane. Selleks on 34 280 ja temale vastavad jagatise kaks esimest numbrit 40. Lahutame 34 800-st 34 280 ja saame jäägina 520. Võtame vasaku käe kahe traadi võrra allapoole (peenestame jäägi sajandikeks) ja otsime tabelist arvu, mis on 52 000-le lähedane. Selleks on 51 420, millele vastavad jagatise kaks viimast numbrit 60. Jäägiks saame 580. Kuna jääk on suurem kui pool jagajat, suurendame jagatise viimast numbrit ühe võrra. Saame arvelaual 4061. Kuna me peenestasime täisarvu jäägi sajandikeks, eraldame jagatises komaga kaks viimast kohta ja saame 40,61%.

## § 71. ARVUTUSMASINA (ARITMOMEETRI) KASUTAMINE PROTSENDIARVUTUSTES

Protsentide arvutamisel arvutusmasinal on korraga tegemist ainult ühe tehtega: kas korrutamise või jagamisega. Arvutusmasin võimaldab protsente kiiresti arvutada igasuguse täpsusega.

**Näide 1.** Kauba maksumus jaehinnas on 4536 rbl., mahahindlus jaehinnast — 5,4%. Arvutada mahahindluse summa.

L a h e n d u s. Mahahindluse summa arvutamiseks tuleb 4536 jagada 100-ga ja tulemus korrutada 5,4-ga. See on samaväärne 45,36 ja 5,4 korrutisega. Seepärast valime hoobade abil arvu 4536, korrutame selle 54-ga ja eraldame tulemuste lugejas komaga kolm kümnendkohta. Mahahindlus on:

$$\frac{4536\times5{,}4}{100}=244{,}944 \text{ rbl.}\approx244 \text{ rbl. } 94 \text{ kop.}$$

**Näide 2.** Tarbijate kooperatiivi plaaniline käive on I kvartaliks kinnitatud 632,0 tuh. rubla suuruses summas. Käibekulude plaaniline tase moodustab 5,2% käibest. Määrata plaaniline käibekulude summa.

L a h e n d u s. Kulude summa määramiseks tuleb 632,0 jagada 100-ga ja korrutada 5,2-ga. See on samaväärne 6,32 ja 5,2 korrutisega. Seepärast valime hoobade abil arvu 632 ja korrutame selle 52-ga. Tulemuste lugejas eraldame kolm kümnendkohta. Käibekulude summa on:

$$\frac{632\times5{,}2}{100}=32{,}864 \text{ tuh. rbl.}\approx32{,}9 \text{ tuh. rbl.}$$

**Näide 3.** Müügikäibe plaan oli 325 000 rbl., tegelik müügikäive aga 372 635 rbl. Arvutada plaani täitmine täpsusega 0,1 %.

L a h e n d u s. Ülesandes nõutakse tegeliku ja plaanilise käibe protsendilise suhte arvutamist. Seega tuleb 372 635 jagada 325 000-ga ja jagatis korrutada 100-ga.

Arvutustehnika seisukohalt on antud juhul otstarbekohane enne sooritada korrutamine ja siis jagamine.

Enne arvutamise algust viime kelgu algseisust ühe koha võrra paremale ja asetame pöörete lugejas komaosuti esimese ja teise ava vahele, sest jagatist nõutakse 0,1 % täpsusega.

Korrutame peast 372 635×100, asetame korrutise 37 263 500 jagatavana trumlile ja kanname ta sealt tulemuste lugejale vända positiivse pöörde abil. Kustutame pöörete lugejalt arvu 10 ja trumlilt arvu 37 263 500, asetame trumlile jagaja 325 000 ja sooritame jagamise. Plaani täitmise protsendiks saame:

$$\frac{372\,635 \times 100}{325\,000} = 114{,}7\%$$

**Näide 4.** Kaupade müügikäibed olid: kangad — 18 456,0 rbl., valmisrõivad — 13 567,5 rbl., pudukaubad — 3567,3 rbl., jalatsid — 4263,0 rbl., kultuurikaubad — 5246,0 rbl., muud kaubad — 6243,1 rbl. Määrata 0,01 %-lise täpsusega, mitu protsenti moodustas iga kaubarühm kaupade üldkäibes.

L a h e n d u s.

1. Leiame kõikide kaubarühmade käivete üldsumma:

$$18\,456{,}0+13\,567{,}5+3\,567{,}3+4\,263{,}0+5\,246{,}0+6\,243{,}1=$$
$$=51\,342{,}9 \text{ rbl.}$$

2. Kuna üksikute kaubarühmade käivete ja üldkäibe vaheliste protsendiliste suhete määramiseks tuleb 100-ga korrutatud käibed jagada ühe ja sama arvuga 51 342,9, siis kasutame jagamise asemel pöördarvuga korrutamist, rakendades seejuures seeriaviisilise korrutamise võtet.

Pöördarvu saamiseks jagame ühe 51 342,9-ga. Kuna pöördarv tuleb korrutada kuni seitsmekohaliste arvudega (näiteks arvuga 1 845 600) ja tulemust nõutakse täpsusega 0,01 %, siis peab pöördarvus olema 7+2=9 kümnendkohta. Et pöördarvus on enne tüvenumbreid nii mitu nulli (kaasa arvatud null tervet), kui mitu kohta on antud arvu (51 342,9) täisosas, siis on 9-st kümnendkohast 4 numbrit (5−1) nullid. Seega piisab ülesande nõutud täpsusega lahendamiseks, kui pöördarvus saadakse 5 tüvenumbrit (9−4=5).

$$1 : 51342{,}9=0{,}000019477$$

3. Valime hoobade abil arvu 19 477 ja korrutame selle üksikute kaubarühmade käivetega, rakendades seeriaviisilise korrutamise võtet.

Korrutistes eraldame 9 kümnendkohta, kuna pöördarvus 0,000019477 on 9 kümnendkohta, korrutatavad aga on täisarvud.

$$1\,845\,600 : 51342{,}9 = 1\,845\,600 \times 0{,}000019477 = 35{,}95\%$$
$$1\,356\,750 : 51342{,}9 = 1\,356\,750 \times 0{,}000019477 = 26{,}42\%$$
$$356\,730 : 51342{,}9 = 356\,730 \times 0{,}000019477 = 6{,}95\%$$
$$426\,300 : 51342{,}9 = 426\,300 \times 0{,}000019477 = 8{,}30\%$$
$$524\,600 : 51342{,}9 = 524\,600 \times 0{,}000019477 = 10{,}22\%$$
$$624\,310 : 51342{,}9 = 624\,310 \times 0{,}000019477 = 12{,}16\%$$

## § 72. ARVUTUSLÜKATI KASUTAMINE PROTSENDIARVUTUSTES

Arvutuslükati kasutamine on eriti efektiivne protsendiliste suhete arvutamisel.

**Näide 1.** Kanamunade varumise aastaplaaniks on rajooni varumiskontorile määratud 6150 tuh. tk. 1. aprilliks tuleb varuda 12% aastaplaanist. Määrata täpsusega 1 tuh. tk. kanamunade kogus, mille rajooni varumiskontor peab varuma 1. aprilliks.

Lahendus.

Plaani leiame arvutusega $\frac{6150 \times 12}{100}$. Järelikult tuleb otsitava tulemuse saamiseks 6150 korrutada 0,12-ga. Korrutame lükatil 615×12. Korrutise suurusjärk kuulub vähendamisele ühe koha võrra. Vastus on 738 tuh. tk.

1. Viime märkija niidi skaala kriipsu 6—1—5 kohale.
2. Seame keele alguskriipsu märkija niidiga kohakuti.
3. Viime märkija niidi paremale keele kriipsu 1—2—0 kohale ja loeme lükati korpuse alumise osa skaalalt niidi alt 7—3—8, s. o. otsitava tulemuse 738 tuh. tk.

**Näide 2.** Määrata alltoodud andmetel iga kaubarühma osatähtsus tarbijate kooperatiivi üldkäibes (täpsusega 0,01%):

| Kaubarühm | Käibe summa tuh. rbl. | Osatähtsus % |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| Puuvillane riie . . . . . . . . . . . | 112,0 | 13,41 |
| Villane riie . . . . . . . . . . . . | 73,0 | 8,74 |
| Valmisrõivad . . . . . . . . . . . | 148,0 | 17,72 |
| Pesu . . . . . . . . . . . . . . . | 34,6 | 4,14 |
| Trikootooted . . . . . . . . . . . | 49,5 | 5,93 |
| Nahkjalatsid . . . . . . . . . . . | 28,6 | 3,43 |
| Kummijalatsid . . . . . . . . . . | 8,4 | 1,01 |
| Majapidamisseep . . . . . . . . . | 7,9 | 0,95 |
| Majapidamisnõud . . . . . . . . . | 16,7 | 2,00 |
| Metalltooted . . . . . . . . . . . | 9,4 | 1,13 |
| Nõud . . . . . . . . . . . . . . . | 8,8 | 1,05 |
| Pudukaubad . . . . . . . . . . . | 84,5 | 10,12 |
| Paber ja kantseleitarbed . . . . . . | 24,8 | 2,97 |

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| Muud kultuurikaubad . . . . . . . . | 15,6 | 1,87 |
| Mööbel . . . . . . . . . . . . . . . | 93,5 | 11,20 |
| Vooritarbed ja laastukaubad . . . . . . | 5,7 | 0,68 |
| Spordikaubad . . . . . . . . . . . | 42,5 | 5,09 |
| Kellad . . . . . . . . . . . . . . | 15,9 | 1,90 |
| Parfümeeriakaubad . . . . . . . . . | 22,0 | 2,63 |
| Muud kaubad . . . . . . . . . . . | 33,6 | 4,03 |
| Kokku | 835,0 | 100 |

L a h e n d u s. Iga kaubarühma osatähtsuse määramiseks tuleb:

1) leida üldkäive, liites kõikide kaubarühmade käibed;
2) leida üldkäibe pöördarv;
3) korrutada iga rühma käive pöördarvuga.

Pöördarvu saamiseks asetame märkija niidi korpuse algusühikule. Nihutame keele vasakule poole, kuni märkija niidi alla jääb lugem 8—3—5. Viime märkija niidi keele parempoolse otsa ühikule ja saame korpusel märkija niidi all pöördarvu. Pöördarvu ei ole tarvis lugeda ega üles kirjutada. Nihutame märkija niidi keelel järgemööda lugemitele 8,4, 84,5, 8,8, 9,4, 93,5 ja 9,4 ning kirjutame ära korpusel saadavad tulemused. Teisi arvusid, millega peame pöördarvu korrutama, me keelel ei leia. Seepärast viime märkija niidi tagasi pöördarvu lugemile ja nihutame keelt paremale, kuni märkija niidi alla jääb keele vasakpoolse otsa ühik. Leiame keelel üksteise järel lugemid 112,0, 15,6 jne. ning kirjutame üles korrutised, mis saame korpusel. Säärast kiirust protsendiliste suhete leidmisel ei ole võimalik saavutada ühelgi teisel arvutusvahendil.

## § 73. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Mida nimetatakse protsendiks?
2. Kuidas arvutatakse protsendisumma?
3. Kuidas arvutatakse kahe arvu protsendiline suhe?
4. Kuidas arvutatakse algusarv?
5. Kuidas arvutatakse protsendisumma «üle 100»?
6. Kuidas arvutatakse protsendisumma «alla 100»?
7. Mida nimetatakse ekvivalentseteks protsendimääradeks?
8. Kuidas arvutatakse protsente protsentidest?
9. Kuidas arvutatakse intresse?
10. Mis on protsendinumber?
11. Mis on alaline jagaja?
12. Kuidas arvutatakse intresse mitmelt ühesuguse protsendimääraga rahasummalt?

### Ülesanded

1. Väljendada protsentides järgmised arvud:

| | |
|---|---|
| 0,7 arvust | $^1/_2$ arvust |
| 0,35 „ | $^3/_4$ „ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1,25 | „ | $^{5}/_{8}$ | „ |
| 0,275 | „ | $^{3}/_{50}$ | „ |
| 3,4 | „ | $^{11}/_{20}$ | „ |
| 7,8 | „ | $^{43}/_{4}$ | „ |
| 24,85 | „ | $^{9}/_{16}$ | „ |

2. Leida 1%, 0,1% ja 10% 300-st rublast, 4500-st, 1850-st meetrist, 85-st kilogrammist, 1285-st ja 975-st.

3. Leida 0,01%, 0,1% ja 1%:

| | |
|---|---|
| 1 378 rublast 75 kopikast | (täpsusega 1 kop.) |
| 84 275 rublast 15 kopikast | ( „ 1 kop.) |
| 28 tonnist 750 kilogrammist | ( „ 1 kg ) |
| 290 meetrist 40 sentimeetrist | ( „ 1 cm ) |

4. Arvutada:

| | |
|---|---|
| 13% 75 rublast 84 kopikast | 125% 642 meetrist |
| 25% 1700 rublast | 370% 246 tonnist |
| 9% 37 850 rublast | 22,5% 12 850 rublast |
| 44% 8180 rublast | 300% 556 kilogrammist |

5. Väljendada murdudena järgmised protsendimäärad: 75%, 84%, 6,9%, 133%, 8,5%, 0,25%.

6. Leida arv, kui:

12,5% arvust on 84 rubla
9,0% „ „ 3840 rubla
0,8% „ „ 5 kg 200 g

7. Tarbijate kooperatiivide rajooniliidu tööstuskombinaadi vorstitsehh valmistas aruandekvartalis 2272 kg vorstitooteid, mis moodustas 115% eelmise kvartali vorstitoodangust. Kui palju vorsti valmistati eelmises kvartalis?

8. Kaupluse abiruumi pindala on 35% müügisaali pindalast. Määrata müügisaali pindala, kui abiruumi pindala on 38 m².

9. Kultuurikaupade kaupluse käive oli 120 tuh. rbl. aastas, kusjuures plaan ületati 12% võrra. Kui suur oli plaan?

10. Toiduainete kaupluse tegelik müügikäive I kvartalis oli 45 tuh. rbl., mistõttu plaan jäi täitmata 6,3% ulatuses. Arvutada müügiplaani summa.

11. Tarbijate kooperatiivi sööklale oli antud ülesanne väljastada II kvartalis 175 tuh. rooga (tingühikuis). Söökla ületas plaani 8,3% võrra. Arvutada, mitu rooga väljastati üle plaani ja kui suur oli tegelik roogade väljalase.

12. Saadi 275 kg kaupa jaehinnaga 3 rbl. 72 kop. kilogramm. Arvutada mahahindluse summa, kui mahahindlus on ette nähtud 5,6% suuruses jaemaksumusest.

13. Tarbijate kooperatiivi II kvartali jaekaubakäive oli 685 tuh. rbl. ja käibekulud 31,2 tuh. rbl. Mitu protsenti moodustasid käibekulud kaubakäibest? Vastus anda täpsusega 0,01%.

14. Keskmise rammususega lihakeha tükeldamisel peab normikohane väljatulek moodustama:

| | | |
|---|---|---|
| filee . . . . . . . . . . . | 2,1% | lihakeha kaalust |
| paks seljatükk . . . . . . . | 12,96% | „ „ |
| õhuke seljatükk . . . . . . | 5,69% | „ „ |
| labatükk . . . . . . . . . | 18,08% | „ „ |
| rinnatükk . . . . . . . . . | 8,75% | „ „ |
| kints . . . . . . . . . . | 36,77% | „ „ |
| kaelatükk . . . . . . . . | 8,89% | „ „ |
| küljetükk . . . . . . . . . | 2,94% | „ „ |
| kõhutükk . . . . . . . . . | 3,5% | „ „ |
| kaod tükeldamisel . . . . . | 0,32% | „ „ |

Arvutada lihakeha üksikute osade kaal 0,01 kg täpsusega, kui lihakeha kogukaal on 153 kg 800 g.

15. Lõhekala jäätmete norm võileibade valmistamisel on 28%. Mitu võileiba saab valmistada 6 kg lõhest, kui normi järgi on iga võileiva kohta ette nähtud 55 g lõhekala puhaskaalus.

16. Köögiviljahoidlasse on paigutatud 725 t kartuleid, kusjuures on ära kasutatud 83,5% hoidla ruumalast. Määrata hoidla kasutamata jäänud ruumala kuupmeetrites.

17. Kui palju jahu on tarvis 835 kg leiva küpsetamiseks, kui väljaküpsetus on 148%.

18. Kaupade inventeerimisel avastati kvaliteedi kaotanud kaupu 585 rbl. väärtuses, mis hinnati alla 23% ulatuses. Määrata allahindluse summa.

19. 50 kg 350 g suitsusinki müüdi ära viiludeks lõikamisega, kusjuures jäätmeid (konte) jäi 8 kg 230 g. Mitu protsenti (täpsusega 0,1%) tekkis jäätmeid?

20. Arvutada alltoodud andmete põhjal tarbijate kooperatiivi käivete ja käibekulude kasv %-des I kvartali suhtes:

(tuh. rbl.)

| Kvartal | Käive | Käibekulud |
|---|---|---|
| I kvartal | 634,5 | 26,6 |
| II " | 640.7 | 24,8 |
| III " | 692,8 | 28,3 |
| IV " | 712,9 | 26,8 |

21. Teha allpool toodud andmete põhjal kindlaks tarbijate kooperatiivide rajooniliidu kaubakäibe kvartali- ja aastaplaanide täitmise protsendid.

Lahendus vormistada tabeli kujul.

(tuh. rbl.)

| Kvartal | Kaubandusvõrgu käive | | Komisjonilevõetud põllumajandussaaduste müügi käive | | Toitlustusettevõtete käive | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | plaan | tegelik | plaan | tegelik | plaan | tegelik |
| I kvartal | 1000 | 945,6 | 105,2 | 108,3 | 34,6 | 34,8 |
| II " | 1055 | 1123,5 | 117,2 | 124,4 | 37,8 | 41,2 |
| III " | 1158 | 1252,6 | 120,7 | 119,9 | 41,7 | 40,8 |
| IV " | 1203 | 1281,6 | 125,2 | 127,6 | 42,2 | 43,1 |
| Kokku aastas | | | | | | |

22. Arvutada ülesandes nr. 21 toodud andmete põhjal kvartalikäivete plaaniline ja tegelik osatähtsus tarbijate kooperatiivide rajooniliidu üldkäibes (täpsusega 0,1%).

23. Allpool on toodud andmed nelja rajooniliidu hulgikäibe kohta. Arvutada: a) plaani täitmise protsendid; b) käivete kasvud veebruaris ja märtsis, võrreldes jaanuariga.

(tuh. rbl.)

| Tarbijate kooperatiivide rajooniliidud | I kvartali plaan | Tegelik käive | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | jaanuaris | veebruaris | märtsis | kokku I kvartalis |
| A | 470,0 | 142,0 | 165,8 | 178,2 | |
| B | 785,0 | 248,5 | 264,8 | 257,9 | |
| C | 849,0 | 264,2 | 284,4 | 378,5 | |
| D | 1036,0 | 357,1 | 348,5 | 369,7 | |

24. Missugune kogus toorainet tuleb anda töötlemiseks, et pärast kahte töötlemisoperatsiooni saaks 322 kg valmistoodangut, kui esimesel töötlemisel jäätmed moodustavad 8% toorainest ja teisel töötlemisel 6,5% poolfabrikaadist. Vastus anda täpsusega 0,1 kg.

25. Arvutada allpool toodud andmete alusel tarbijate kooperatiivi käibekulude tase (protsent) kululiikide viisi ja tervikuna eelmisel ning aruandeaastal. Arvutus sooritada lükatil või arvutusmasinal, rakendades jagamise asemel jagaja pöördarvuga korrutamist.

(rublades)

| Käibekulude liik | Eelmine aasta | Aruandeaasta |
|---|---|---|
| Auto- ja hobutransport . . . . . . | 7 680 | 8 900 |
| Põhi- ja täiendav töötasu . . . . . | 14 880 | 16 400 |
| Ruumide ja inventari korrashoiukulud | 720 | 860 |
| Kaupade ettevalmistamise, sorteerimise ja pakkimise kulud . . . . . . | 960 | 1 260 |
| Kaubakadu normide piires . . . . . | 1 440 | 1 600 |
| Krediidi protsendid . . . . . . . | 1 820 | 2 640 |
| Muud kulud . . . . . . . . . . . | 6 100 | 5 780 |
| Kokku kulud . . . . | | |
| Kaubandusvõrgu jaekäive (tuh. rbl.) | 640 | 673 |

IX peatükk

# PANGAARVUTUSED

## § 74. PÕHILISED PANGAOPERATSIOONID

Majandusorganisatsioonid hoiavad kõik oma vabad rahalised vahendid Riigipangas. Majandusorganisatsioonide vahelisteks arveldusteks avab pank neile arveldusarved. Ühtlasi annab Riigipank majandusorganisatsioonidele käibevahendite ajutiseks täienduseks krediiti, milleks avab neile laenuarved.

Asutused ja organisatsioonid, kes ei arenda majanduslikku tegevust, ning üksikisikud hoiavad oma vabu vahendeid kas Riigipangas või hoiukassas. Riigipank ja hoiukassa avavad neile rahaliste hoiuste jooksvad arved.

Laenu- ja arveldusarvete lõpetamist ning protsentide arvestamist nendel arvetel teostab Riigipank igas kvartalis. Protsentide arvutamisel loetakse iga kuu päevade arvuks 30. Kui kuus on 31 päeva, siis 31-st päeva arvesse ei võeta. Veebruarikuu eest protsentide arvutamisel kordub 28-nda kuupäeva protsendinumber kolm korda. Lisapäeva-aastal kordub 29-nda kuupäeva protsendinumber kaks korda.

Kehtivate eeskirjade kohaselt valuteeritakse[1] panga poolt väljamakstavad summad (deebetisse kantavad summad) väljamaksmise päevaga, kuid panka laekuvad summad (kreeditisse kantavad summad) valuteeritakse järgmise tööpäevaga. Näiteks, kui raha maksti panka 6. novembril, algab protsentide arvestamine 9. novembrist. Riigipangale või tema kliendile kuuluvate protsentide arvutamine toimub põhiliselt kahel viisil — progressiivsel meetodil ja staffelmeetodil.

[1] Valuteerimine — tähtpäeva näitamine, millest alustatakse protsentide arvutamist.

Laenud, mis Riigipank annab majandusorganisatsioonile, kantakse tema arveldusarvele või suunatakse kaupade ja materiaalsete väärtuste eest tasumiseks. Laenude kindlustuseks saadud tähtajaliste võlakohustuste kustutamine toimub samal arveldusarvel leiduvatest vahenditest või laekunud müügisummadest, mis kantakse laenuarvetele.

## § 75. PROGRESSIIVNE MEETOD

Progressiivse meetodi olemus seisneb selles, et intressid arvestatakse päevade eest ette (arvates sellest päevast, millest algab protsentide arvutamine) kuni arve lõpetamise päevani. Arvestamine toimub sõltumata sellest, kas raha laekus panka või maksti välja. Vahe on ainult selles, et laekunud raha ja vastava protsendinumbri kannab pank kreeditisse, väljamakstud raha ja selle protsendinumbri aga deebetisse.

Eeltöö protsentide arvestamisel seisneb selles, et igale käibesummale arvutatakse välja protsendinumber ülaltähendatud päevade arvu eest.

Arve lõpetamise päeval lahutatakse kreeditis esinevate protsendinumbrite summast deebetis märgitud protsendinumbrite summa. Saadud jääk (saldo) jagatakse alalise jagajaga ja saadakse intressid ettenähtud perioodi kohta.

**Näide.** Lõpetada arve progressiivsel meetodil seisuga 1. jaan. 1961. a. 3%-ga, kui arvel on toimunud järgmised operatsioonid: 6. XI laekus 32 690 rbl.; 15. XI maksti välja 14 560 rbl.; 28. XI laekus 24 568 rbl. 34 kop.; 6. XII laekus 17 584 rbl. 64 kop.; 16. XII maksti välja 17 500 rbl.; 24. XII maksti välja 27 600 rbl. (vt. tabel 12).

L a h e n d u s.

1. Kanname tabelisse kõik väljamakstavad ja laekuvad summad.

2. Määrame iga summa kohta päevade arvu tema valuteerimise päevast kuni arve lõpetamise päevani.

| | | |
|---|---|---|
| − 1 XIII | − 1 XIII | − 1 XIII |
| 15 XI | 16 XII | 24 XII |
| −14 p. 2 k.= | −15 p. 1 k.= | −23 p. 1 k.= |
| =46 päeva | =15 päeva | =7 päeva |
| − 1 XIII | − 1 XIII | − 1 XIII |
| 9 XI | 29 XI | 7 XII |
| −8 p. 2 k.= | −28 p. 2 k.= | −6 p. 1 k.= |
| =52 päeva | =32 päeva | =24 päeva |

3. Arvutame protsendinumbrid iga summa kohta ja liidame need:

Tabel 12

Progressiivsel meetodil lõpetatud arve

| Deebet | | | | | | | Kreedit | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Kuupäev | Operatsiooni sisu | Summa | | Tähtpäev | Päevade arv | % № | Kuupäev | Operatsiooni sisu | Summa | | Tähtpäev | Päevade arv | % № |
| | | rbl. | kop. | | | | | | rbl. | kop. | | | |
| 1960. aasta 15. XI | Välja makstud | 14 560 | — | 15. XI | 46 | 6 698 | 6. XI | Laekus | 32 690 | — | 9. XI | 52 | 16 999 |
| 16. XII | „ | 17 500 | — | 16. XII | 15 | 2 625 | 28. XI | „ | 24 568 | 34 | 29. XI | 32 | 7 862 |
| 24. XII | „ | 27 600 | — | 24. XII | 7 | 1 932 | 6. XII | „ | 17 584 | 64 | 7. XII | 24 | 4 220 |
| 31. XII | Saldo % № | — | — | — | — | 17 826 | 31. XII | % % №-st 17 826 | 148 | 55 | — | — | — |
| | Saldo seisuga 1. I | 15 331 | 53 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | — | 74 991 | 53 | — | — | 29 081 | — | — | 74 991 | 53 | — | — | 29 081 |

| Deebet | | Kreedit | |
|---|---|---|---|
| 14 560×46 : 100= | 6 698 | 32 690,00×52 : 100= | 16 999 |
| 17 500×15 : 100= | 2 625 | 24 568,34×32 : 100= | 7 862 |
| 27 600× 7 : 100= | 1 932 | 17 584,64×24 : 100= | 5 220 |
| Kokku | 11 255 | Kokku | 29 081 |

4. Leiame protsendinumbrite saldo:

29 081 – 11 255 = 17 826

5. Kanname protsendinumbrite saldo (17 826) sellele poolele, kus protsendinumbrite kokkuvõte on väiksem, antud juhul vasakule poolele.

6. Jagame leitud protsendinumbrite saldo alalise jagajaga 3%-lise määra puhul, seega 120-ga. Saame intressid:

17 826 : 120 = 148 rbl. 55 kop.

7. Kanname intressid tabeli paremale poolele.

8. Liidame käivete summad deebetis ja kreeditis, arvates paremal poolel käibesse kaasa ka arvestatud intresside summa. Leiame käibesummade saldo.

| Deebet | Kreedit | |
|---|---|---|
| 14 560 | 32 690 rbl. 00 kop. | 74 991 rbl. 53 kop. |
| + 17 500 | + 24 568 rbl. 34 kop. | – 59 660 rbl. 00 kop. |
| 27 600 | 17 584 rbl. 64 kop. | 15 331 rbl. 53 kop. |
| 59 660 | 148 rbl. 55 kop. | Käibesummade saldo. |
| | 74 991 rbl. 53 kop. | |

9. Kanname käibesummade saldo sellele poolele, kus käibesummade kokkuvõte on väiksem.

Seisuga 1. jaanuar esineb krediitsaldo 15 331 rbl. 53 kop.

## § 76. STAFFELMEETOD

Lõpetame sama arve staffelmeetodil. Selle meetodi rakendamisel ei arvutata protsente käibesummadelt nagu progressiivse meetodi puhul, vaid pärast iga operatsiooni esinevalt rahasummade saldolt päevade arvu eest kuni järgmise operatsioonini.

Panga poolt väljamakstavad summad valuteeritakse väljamaksmise päevaga, kuid panka laekuvad summad — järgmise tööpäevaga (tabel 13).

1. Operatsioonide summad kantakse nende laekumise tähtpäevade järjekorras lahtrisse «Kreedit», kuid raha väljamaksmine lahtrisse «Deebet».

2. Pärast iga operatsiooni kirjendamist tuuakse välja saldo ja kantakse lahtrisse «Kreedit». Esimene saldo võrdub esimese operatsiooni summaga. Teine saldo saadakse, kui esimesest saldost lahutada väljamakstud summa: 32 690 – 14 560 = 18 130 rbl. Kol-

Tabel 13

**Staffelmeetodil lõpetatud arve**

| Kuupäev | Operatsiooni sisu | Tähtpäev | Päevade arv | Summa deebet rbl. | Summa deebet kop. | Summa kreedit rbl. | Summa kreedit kop. | Saldo deebet rbl. | Saldo deebet kop. | Saldo kreedit rbl. | Saldo kreedit kop. | % № deebet rbl. | % № deebet kop. | % № kreedit rbl. | % № kreedit kop. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1960. aasta | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6. XI | Laekus | 9. XI | 6 | — | — | 32 690 | — | — | — | 32 690 | — | — | — | 1 969 | — |
| 15. XI | Maksti välja | 15. XI | 14 | 14 560 | — | — | — | — | — | 18 130 | — | — | — | 2 538 | — |
| 28. XI | Laekus | 29. XI | 8 | — | — | 24 568 | 34 | — | — | 42 698 | 34 | — | — | 3 416 | — |
| 6. XII | Laekus | 7. XII | 9 | — | — | 17 584 | 64 | — | — | 60 282 | 98 | — | — | 5 425 | — |
| 16. XII | Maksti välja | 16. XII | 8 | 17 500 | — | — | — | — | — | 42 782 | 98 | — | — | 3 423 | — |
| 24. XII | Maksti välja | 24. XII | 7 | 27 600 | — | — | — | — | — | 15 182 | 98 | — | — | 1 063 | — |
| 31. XII | % № summa | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 17 826 | — | — | — |
| 31. XII | % %№-st 17 826 | — | — | — | — | 148 | 55 | — | — | 15 331 | 53 | — | — | — | — |
| | Saldo seisuga 1. I | — | — | — | — | — | — | — | — | 15 331 | 53 | 17 826 | — | 17 826 | — |

mas saldo saadakse, kui teisele saldole lisada panka laekunud summa: 18 130 rbl.+24 568 rbl. 34 kop.=42 698 rbl. 34 kop. jne.

3. Iga uus operatsioon muudab saldot. Selleks et arvutada, mitu päeva üks või teine saldo jäi muutmatuks, tuleb kindlaks määrata ajavahemikud operatsioonide valuteerimise päevade vahel ja kanda need lahtrisse «päevade arv», näiteks: 15. XI—9. XI=6; 29. XI—15. XI=14 jne.

4. Iga saldo korrutatakse päevade arvuga, mille jooksul vastav saldo jäi muutmatuks, ja korrutis vähendatakse 100 korda. Saadud protsendinumbrid kantakse protsendinumbrite kreeditlahtrisse.

5. Protsendinumbrid liidetakse, summa (17 826) jagatakse alalise jagajaga (120) ja saadakse intressid (148 rbl. 55 kop.).

6. Intressid kantakse käibesummade kreeditlahtrisse ja lisatakse viimasele saldole (15 182 rbl. 98 kop.).

Vastus: intresside summa on 148 rbl. 55 kop.; saldo 1. jaanuariks — 15 331 rbl. 53 kop.

## § 77. LIHTSUSTATUD STAFFELMEETOD

Riigipank kasutab intresside arvutamiseks lihtsustatud staffelmeetodit, mis seisneb selles, et arvete saldod tuuakse välja iga päev. Päevadel, mil operatsioone ei olnud, kantakse sisse eelmine jääk. Iga päevase jäägi kohta protsendinumbrit ei arvutata, vaid kuu lõpul liidetakse kõik päevased jäägid ja protsendinumber arvutatakse kogu jääkide summalt üks kord kuus.

Protsentide arvutamiseks peetakse protsendinumbrite ja protsentide andmikku. Andmiku vorm on toodud lk. 145—146 (tabel 14).

**Näide.** Arvutada alljärgnevate andmete põhjal arveldusarve protsendid I kvartali eest 1,5%-ga* ja tuua välja saldo (jääk) seisuga 1. IV. Igapäevaste saldode kokkuvõte jaanuaris on 4 567 837 rbl. ja veebruaris 3 678 583 rbl. Saldo seisuga 1. III on 72 824 rbl. 50 kop.

6. III laekus 20 000 rbl.; 10. III maksti välja 42 700 rbl.; 14. III laekus 24 560 rbl.; 19. III laekus 8 456 rbl. 48 kop.; 24. III maksti välja 17 264 rbl. 60 kop.

* Käesoleval ajal maksab Riigipank organisatsioonide arveldusarvetel olevate rahasummade eest intresse mitte 1,5%, vaid 0,5% aastas. — *Tõlk.*

*Riigipank* Tabel 14

**Protsendinumbrite ja protsentide andmik**

Isikulise konto nr.........................

Päevaste jääkide kontroll-saldokaart

| Valuteerimise kuupäev | Jaanuar — saldo | Veebruar — saldo | Märts — saldo | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | — | — | 72 824 | 50 |
| 2 | — | — | 72 824 | 50 |

(tabeli 14 järg)

| Valuteerimise kuupäev | Jaanuar — saldo | Veebruar — saldo | Märts — saldo | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | — | — | 72 824 | 50 |
| 4 | — | — | 72 824 | 50 |
| 5 | — | — | 72 824 | 50 |
| 6 | — | — | 72 824 | 50 |
| 7 | — | — | 92 824 | 50 |
| 8 | — | — | 92 824 | 50 |
| 9 | — | — | 92 824 | 50 |
| 10 | — | — | 50 124 | 50 |
| 11 | — | — | 50 124 | 50 |
| 12 | — | — | 50 124 | 50 |
| 13 | — | — | 50 124 | 50 |
| 14 | — | — | 50 124 | 50 |
| 15 | — | — | 74 684 | 50 |
| 16 | — | — | 74 684 | 50 |
| 17 | — | — | 74 684 | 50 |
| 18 | — | — | 74 684 | 50 |
| 19 | — | — | 74 684 | 50 |
| 20 | — | — | 83 140 | 98 |
| 21 | — | — | 83 140 | 98 |
| 22 | — | — | 83 140 | 98 |
| 23 | — | — | 83 140 | 98 |
| 24 | — | — | 65 876 | 38 |
| 25 | — | — | 65 876 | 38 |
| 26 | — | — | 65 876 | 38 |
| 27 | — | — | 65 876 | 38 |
| 28 | — | — | 65 876 | 38 |
| 29 | — | — | 65 876 | 38 |
| 30 | — | — | 65 876 | 38 |
| Kokku kuus | 4 567 837 | 3 678 583 | 2 133 148 | — |
| Protsendinumbrid | 45 678 | 36 786 | 21 331 | — |

Protsendinumbrite summa I kvartalis on:

$$45\,678+36\,786+21\,331=103\,795$$

Intressid moodustavad:

103 795 : 240 = 432 rbl. 48 kop. *

Saldo seisuga 1. IV on:

65 876 rbl. 38 kop. + 432 rbl. 48 kop. = 66 308 rbl. 96 kop.

*Märkus.* Protsendinumbrite arvutamiseks liidetakse päevased saldod tervete rubladena ja saadud summa vähendatakse 100 korda.

## § 78. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Missugused arved avab Riigipank majandusorganeile?
2. Missugused arved avab Riigipank asutustele?
3. Milliseid meetodeid kasutatakse intresside arvutamisel?

* 0,5% suuruse intressimäära puhul tuleks 103 795 jagada 720-ga. — *Tõlk.*

4. Mille poolest erineb progressiivne meetod staffelmeetodist?
5. Milles seisneb lihtsustatud staffelmeetodi erinevus?
6. Kuidas arvutatakse protsente progressiivsel meetodil?
7. Kuidas arvutatakse protsente staffelmeetodil?

**Ülesanded**

1. Arvutada intressid järgmistelt summadelt:

4 000 rbl. 3%-ga 72 päeva eest,
4 568 rbl. 4%-ga 78 päeva eest,
1 263 rbl. 5%-ga 137 päeva eest,
27 848 rbl. 50 kop. 3%-ga 74 päeva eest.

2. Arvutada intresside üldsumma järgmistelt summadelt:

48 000 rbl. 3%-ga 46 päeva eest,
15 600 rbl. 3%-ga 49 päeva eest,
18 650 rbl. 3%-ga 117 päeva eest,
8 720 rbl. 3%-ga 89 päeva eest.

3. Arvutada intresside üldsumma 1,5%-ga järgmistelt summadelt:

64 275 rbl. 75 kop. 115 päeva eest,
46 827 rbl. 27 kop. 87 päeva eest,
32 486 rbl. 19 kop. 114 päeva eest,
186 217 rbl. 44 kop. 123 päeva eest.

4. Määrata kindlaks päevade arv järgmiste kuupäevade vahel, võttes arvesse ühe äärmistest päevadest:

| | |
|---|---|
| 17. jaanuarist | 27. veebruarini |
| 2. veebruarist | 17. augustini |
| 22. juulist | 8. septembrini |
| 30. juunist | 12. detsembrini |
| 12. märtsist | 7. novembrini |
| 16. märtsist | 17. oktoobrini |
| 27. augustist | 15. detsembrini |

5. Arvutada protsendid ja lõpetada arveldusarve $1^1/_2$%-ga aastas lihtsustatud staffelmeetodil. Pank avas arveldusarve majanduslikule organisatsioonile 22. detsembril 1965. a.

Kreeditkäibed olid järgmised:

22. XII — 16 000 rbl.
25. XII — 6 400 rbl.
28. XII — 8 000 rbl.

Deebetkäibed:

27. XII — 12 600 rbl.
29. XII — 3 600 rbl.

6. Arvutada arveldusarve protsendid I kvartali eest ja tuua välja saldo seisuga 1. IV, kui arveldusarve saldo 1. III oli 41 096 rbl. 80 kop. ja märtsis toimusid järgmised operatsioonid:

7. III laekus 16 000 rbl.; 8. III maksti tšeki järgi välja 12 800 rbl.; 19. III anti välja akreditiiv 6 400 rbl. suuruses summas; 20. III laekus maksenõude põhjal 4 000 rbl.; 23. III arvestati sissetulekuks akreditiivi jääk 122 rbl. 40 kop.; 26. III maksti tšeki järgi välja 13 200 rbl.

7. Lõpetada arveldusarve lihtsustatud staffelmeetodil seisuga 1. I 3%-ga aastas järgmiste andmete põhjal:

pank avas arve 18. XII;

kreeditkäibed olid: 18. XII — 24 000 rbl.; 24. XII — 16 000 rbl. ja 25. XII — 6 000 rbl.;

deebetkäibed olid: 26. XII — 4 000 rbl. ja 29. XII — 3 000 rbl.

X peatükk

# VÕRDELINE (PROPORTSIONAALNE) JAGAMINE JA KESKMISED SUURUSED

## § 79. LIHTNE VÕRDELINE JAGAMINE

Majanduslikes arvestustes tuleb sageli mitmesuguseid kulusid jaotada võrdeliselt antud suuruste reaga. Nii jaotatakse transpordikulud võrdeliselt kaupade kaaluga. Käibekulud jaotatakse majandusharude vahel võrdeliselt ühes või teises majandusharus töötavate töötajate plaanilise töötasufondiga.

**Näide.** Kolme kaubapartii kohaletoomise eest maksti 57 rbl. Jaotada kulud võrdeliselt iga kaubapartii kaaluga, kui esimene partii kaalus 12,6 t, teine 7,6 t ja kolmas 18,5 t.

Lahendus. Ülesannet võib lahendada kolmel viisil:

I. *Võrrete meetod*

Selles ülesandes tuleb 57 rbl. jagada kolmeks osaks nii, et esimese osa suhe 12,6-ga oleks sama nagu teise osa suhe 7,6-ga ja kolmanda osa suhe 18,5-ga.

Kui otsitavad osad tähistada tähtedega $x$, $y$ ja $z$, siis $x+y+z=57$ ja ülesandes püstitatud nõuet võib märkida järgmiselt:

$$\frac{x}{12{,}6}=\frac{y}{7{,}6}=\frac{z}{18{,}5}$$

Saime rea võrdseid suhteid. On teada, et kui on antud rida võrdseid suhteid, siis kõigi nende suhete eelnenud liikmete summa suhe kõigi järgnevate liikmete summaga on sama nagu ühe eelnenud liikme suhe oma järgneva liikmega. Seepärast:

$$\frac{x+y+z}{12{,}6+7{,}6+18{,}5}=\frac{x}{12{,}6}=\frac{y}{7{,}6}=\frac{z}{18{,}5}$$

Kuid $x+y+z=57$ ja $12,6+7,6+18,5=38,7$, mistõttu:

$$\frac{57}{38,7}=\frac{x}{12,6}=\frac{y}{7,6}=\frac{z}{18,5}$$

Siit saame järgmised võrded:

$$\frac{57}{38,7}=\frac{x}{12,6}; \quad \frac{57}{38,7}=\frac{y}{7,6}; \quad \frac{57}{38,7}=\frac{z}{18,5}$$

Saadud võrrete põhjal määrame kindlaks iga kaubapartii veokulud:

a) esimese kaubapartii veokulud:

$$x=\frac{57\times 7,6}{38,7}=\frac{718,2}{38,7}=18,5581\approx 18 \text{ rbl. } 56 \text{ kop.}$$

b) teise kaubapartii veokulud:

$$y=\frac{57\times 7,6}{38,7}=\frac{433,2}{38,7}=11,1938\approx 11 \text{ rbl. } 19 \text{ kop.}$$

c) kolmanda kaubapartii veokulud:

$$z=\frac{57\times 18,5}{38,7}=\frac{1054,5}{38,7}=27,2481\approx 27 \text{ rbl. } 25 \text{ kop.}$$

Kontroll: 18 rbl. 56 kop. + 11 rbl. 19 kop. +
+ 27 rbl. 25 kop. = 57 rbl.

II. *Koefitsiendi meetod*

Lahendades ülesande eeltoodud viisil, saame rea võrdseid suhteid:

$$\frac{57}{38,7}=\frac{x}{12,6}=\frac{y}{7,6}=\frac{z}{18,5},$$

kust

$$\frac{x}{12,6}=\frac{y}{7,6}=\frac{z}{18,5}=\frac{57}{38,7}\approx 1,47287$$

Seega võrdub iga suhte suurus 1,4729-ga. Seda arvu nimetatakse rea võrdsete suhete v õ r d e l i s u s e k o e f i t s i e n d i k s.

Meie ülesandes väljendab võrdelisuse koefitsient 1 tonni veose transportimise maksumust, kuna saime selle kõigi veosepartiide veokulude (57 rbl.) jagamisel veoste kaaluga (38,7 t).

Järelikult võib kirjutada:

$$\frac{x}{12,6}=1,4729, \text{ kus } x=1,4729\times 12,6$$

$$\frac{y}{7,6}=1,4729, \text{ kus } y=1,4729\times 7,6$$

$$\frac{z}{18,5}=1,4729, \text{ kus } z=1,4729\times 18,5$$

Leiame iga partii veomaksumuse:

a) esimese kaubapartii veomaksumus:

$$x=1,4729\times 12,6=18,55854\approx 18 \text{ rbl. } 56 \text{ kop.}$$

b) teise kaubapartii veomaksumus:

$$y=1{,}4729\times 7{,}6=11{,}19404\approx 11 \text{ rbl. } 19 \text{ kop.}$$

c) kolmanda kaubapartii veomaksumus:

$$z=1{,}4729\times 18{,}5=27{,}24865\approx 27 \text{ rbl. } 25 \text{ kop.}$$

III. *Protsendiliste suhete meetod*

Leiame kõigi kaubapartiide kaalu:

$$12{,}6+7{,}6+18{,}5=38{,}7 \text{ t}$$

Leiame protsentides iga kaubapartii osatähtsuse üldkaalus.

a) esimese kaubapartii osatähtsus:

$$\frac{12{,}6\times 100}{38{,}7}\approx 32{,}5581\,\%$$

b) teise kaubapartii osatähtsus:

$$\frac{7{,}6\times 100}{38{,}7}\approx 19{,}6382\,\%$$

c) kolmanda kaubapartii osatähtsus:

$$\frac{18{,}5\times 100}{38{,}7}\approx 47{,}8036\,\%$$

Arvutame kaubapartiide veomaksumuse:

a) esimese kaubapartii veomaksumus:

$$x=\frac{57\times 32{,}5581}{100}=18{,}55812\approx 18 \text{ rbl. } 56 \text{ kop.}$$

b) teise kaubapartii veomaksumus:

$$y=\frac{57\times 19{,}6382}{100}=11{,}193774\approx 11 \text{ rbl. } 19 \text{ kop.}$$

c) kolmanda kaubapartii veomaksumus:

$$z=\frac{57\times 47{,}8036}{100}=27{,}248052\approx 27 \text{ rbl. } 25 \text{ kop.}$$

Esimene meetod on kasutamiseks otstarbekohane selle poolest, et tehted toimuvad täpsete arvudega ning vahepealsetes arvutustes ei ole vaja rakendada ligikaudse arvutamise reegleid.

Teist meetodit on hea kasutada sel juhul, kui ülesannet lahendatakse arvutusmasina abil, sest koefitsiendiga korrutamisel võib kasutada seeriaviisilist korrutamist. Raskusi tekitab koefitsiendi leidmine, s. t. kümnendkohtade arvu kindlaksmääramine koefitsiendis. Siin tuleb rakendada ligikaudsete arvude nõutud täpsusega korrutamise reegleid.

Kuna koefitsient enamikul juhtudel on ligikaudne arv, siis peab selles leiduma nii mitu kümnendkohta, kui palju on kõige suurema korrutatava arvu täiskohtade arv ja vastuses nõutava täpsuse kümnendkohtade arv kokku. Antud ülesandes tuleb koefitsienti korrutada 12,6-ga, 7,6-ga ja 18,5-ga.

Kõige suuremal korrutajal (18,5) on täisosas kaks kohta. Seepärast peab koefitsiendil olema kaks kümnendkohta ja peale selle veel kaks numbrit, et saavutada korrutises nõutud täpsust (0,01), s. o. kokku neli kümnendkohta. Kui koefitsient leitakse väiksema täpsusega, ei tule jaotus õige.

Kolmandat jaotamisviisi kasutatakse praktikas laialdaselt, hoolimata sellest, et see ei ole nii mugav kui kaks esimest võtet. Osatähtsus väljendatakse seejuures ligikaudsete arvudega. Nendes peab olema nii mitu kümnendkohta, kui palju on kõige suurema korrutatava (18,5) täiskohtade arv ja vastuses nõutava täpsuse (0,01) kümnendkohtade arv kokku, s. o. neli kümnendkohta. Väiksem kohtade arv põhjustab ebaõige vastuse.

Et veenduda lahenduse õigsuses, tuleb iga partii kohta leitud kulud liita. Nende summa peab andma 57 rbl.

Seega jaotasime 57 rubla võrdeliselt rea arvudega, mis väljendavad iga kaubapartii kaalu. Arvu jaotamist osadeks võrdeliselt mingi arvude reaga nimetatakse lihtsaks võrdeliseks jagamiseks.

Seega, **et arvu jagada osadeks võrdeliselt antud arvude reaga, tuleb see arv jagada arvude rea summaga ja jagatis korrutada rea iga arvuga.**

## § 80. MITMEKORDNE VÕRDELINE JAGAMINE

Eelmise paragrahvi näites jaotasime transpordikulud võrdeliselt ainult iga kaubapartii kaaluga, eeldades, et kaubad veeti ühest ja samast kohast või nad asusid ühesugusel kaugusel sihtkohtadest. Kui aga kaubad veeti punktidest, mis asusid erinevates kaugustes, siis on arusaadav, et kulud olenevad ka kaugusest, s. o. kauguse suurenemisega suurenevad veokulud ja vastupidi. Järelikult tuleb kulud sel juhul jaotada mitte ainult võrdeliselt kaaluga, vaid ka võrdeliselt kaugusega. Arvu osadeks jagamist võrdeliselt kahe või enama rea arvudega nimetatakse mitmekordseks võrdeliseks jagamiseks.

**Näide.** Kolme kaubapartii kohaletoimetamise eest maksti 57 rbl. Jaotada kulud võrdeliselt kaalu ja kaugusega, kui esimene kaubapartii kaalus 12,6 t ja veeti 150 km kaugusele, teine kaalus 7,6 t ja veeti 135 km kaugusele ning kolmas partii kaalus 18,5 t ja veeti 124 km kaugusele.

Arvestusüksuseks on antud näites 1 t veose transportimise maksumus 1 km kaugusele — 1 tonnkilomeeter.

Lahendus. Kuna kulud tuleb jaotada võrdeliselt kahe rea arvudega (kaaluga ja kaugusega), siis on arvestusüksuseks 1 tonnkilomeeter, s. o. 1 t veose transportimise maksumus 1 km kaugusele. Tonnkilomeetrid saame, kui iga kaubapartii kaalu tonnides korrutame veo kaugusega kilomeetrites. Pärast seda jaotame kulud võrdeliselt tonnkilomeetritega. Sääraselt asendame kaks arvude rida (kaal ja kaugus) ühe reaga (tonnkilomeetritega).

I. *Võrrete meetod*

1) $12{,}6 \times 150 = 1890$ tonnkilomeetrit
2) $7{,}6 \times 135 = 1026$ tonnkilomeetrit
3) $18{,}5 \times 124 = 2294$ tonnkilomeetrit

4)
$$\begin{array}{r} 1890 \\ +\ 1026 \\ 2294 \\ \hline 5210 \end{array}$$
tonnkilomeetrit

5) Esimese kaubapartii veokulud:

$$\frac{57 \times 1890}{5210} \approx 20 \text{ rbl. } 68 \text{ kop.}$$

6) Teise kaubapartii veokulud:

$$\frac{57 \times 1026}{5210} \approx 11 \text{ rbl. } 22 \text{ kop.}$$

7) Kolmanda kaubapartii veokulud:

$$\frac{57 \times 2294}{5210} \approx 25 \text{ rbl. } 10 \text{ kop.}$$

II. *Koefitsiendi meetod*

1) $12{,}6 \times 150 = 1890$ tonnkilomeetrit
2) $7{,}6 \times 135 = 1026$ tonnkilomeetrit
3) $18{,}5 \times 124 = 2294$ tonnkilomeetrit

4)
$$\begin{array}{r} 1890 \\ +\ 1026 \\ 2294 \\ \hline 5210 \end{array}$$
tonnkilomeetrit

5) Leiame koefitsiendi:

$57 : 5210 = 0{,}010941$

6) Esimese kaubapartii veokulud:

$0{,}010941 \times 1890 = 20{,}67849 \approx 20$ rbl. 68 kop.

7) Teise kaubapartii veokulud:

$0{,}010941 \times 1026 = 11{,}22547 \approx 11$ rbl. 22 kop.

8) Kolmanda kaubapartii veokulud:

$0{,}010941 \times 2294 = 25{,}09865 \approx 25$ rbl. 10 kop.

Koefitsient on arvutatud kuue kümnendkoha täpsusega, sest hiljem seda korrutatakse nelja täiskohaga arvudega ja vastust nõutakse täpsusega 0,01 rbl.

Mitmekordse võrdelise jagamise reegel: **et antud arvu jagada osadeks võrdeliselt kahe või enama rea arvudega, tuleb antud ridade vastavad liikmed omavahel korrutada (moodustada üks ühine rida) ja antud arv jagada võrdeliselt saadud korrutistega.**

### Keskmised suurused majanduslikes arvutustes

Keskmisi suurusi kasutatakse majanduslikes arvutustes laialdaselt. Tihti kohtame mõisteid: keskmine hind, keskmine jääk, keskmine müügisumma, keskmine plaanitäitmise protsent, keskmine käive, keskmine ringluskiirus jne.

Keskmise suuruse iseärasus seisneb selles, et ta üldistab, summeerib erinevaid individuaalseid andmeid. Nii üldistab keskmine töötasu paljusid üksikute töötajate individuaalpalkasid, keskmine saagikus — rida saake üksikuil külvipindadel jne.

Kõige sagedamini kasutatakse majanduslikes arvutustes lihtsat aritmeetilist keskmist ja kaalutud aritmeetilist keskmist.

## § 81. LIHTNE ARITMEETILINE KESKMINE

**Näide 1.** Kaupluses laekus kaupade müügist aprillis 7256 rbl., mais 8380 rbl. ja juunis 6384 rbl. Arvutada kaupluse II kvartali keskmine müügisumma kuus.

L a h e n d u s. Keskmise müügisumma leidmiseks liidame kvartali üksikute kuude müügisummad ja jagame saadud summa kuude arvuga kvartalis.

Keskmine müügisumma on:

$$\frac{7256+8380+6384}{3}=7340 \text{ rbl.}$$

Säärast keskmist suurust nimetatakse l i h t s a k s  a r i t m e e t i l i s e k s  k e s k m i s e k s.

**Et leida mitme arvu lihtsat aritmeetilist keskmist, tuleb vastavate arvude summa jagada nende hulgaga.**

**Näide 2.** Määrata puuviljakasti keskmine kaal, kui kuue kasti ülekaalumisel saadi järgmised kaalud: 2 kg 730 g; 2 kg 700 g; 2 kg 750 g; 2 kg 720 g; 2 kg 780 g; 2 kg 760 g.

L a h e n d u s.

$$\frac{2{,}730+2{,}700+2{,}750+2{,}720+2{,}780+2{,}760}{6}=\frac{16{,}440}{6}==2{,}740 \text{ kg}$$

Kasti keskmine kaal on 2 kg 740 g.

**Näide 3.** Arvutada kaupade keskmine kvartalivaru aasta kestel, kui jäägid moodustasid: seisuga 1. I 1960. a. — 72 630 rbl.; 1. IV — 63 450 rbl.; 1. VII — 56 860 rbl.; 1. X — 67 830 rbl.; 1. I 1961. a. — 68 540 rbl. (kasutada lihtsat aritmeetilist keskmist).

Lahendus.

$$\frac{72\,630+63\,450+56\,860+67\,830+68\,540}{5}=\frac{329\,310}{5}=65\,862$$

Kaupade keskmine varu oli 65 862 rbl.

## § 82. KAALUTUD ARITMEETILINE KESKMINE

**Näide 1.** Söökla ostis kolm partiid marju: 630 kg hinnaga 40 kop. kilogramm, 540 kg hinnaga 30 kop. kilogramm ja 1625 kg hinnaga 20 kop. kilogramm. Määrata 1 kg marjade keskmine ostuhind.

Lahendus. Siin ei oleks õige arvutada keskmine hind arvude 40, 30 ja 20 lihtsa keskmisena. See oleks õige ainult sel juhul, kui kõigi marjasortide kaalud oleksid ühesugused. Kuna aga iga marjasordi kaal on erinev, peab lahendus olema teistsugune.

1. Leiame marjade üldmaksumuse:

$0{,}4\times 630=252$ rbl.
$0{,}3\times 540=162$ rbl.
$0{,}2\times 1625=325$ rbl.

Kokku 739 rbl.

2. Leiame, kui palju kaalusid kõik marjad kokku:

$630+540+1625=2795$ kg

3. Leiame 1 kg marjade keskmise hinna:

$739:2795=26{,}4$ kop. $\approx 26$ kop.

Säärast keskmist nimetatakse *kaalutud aritmeetiliseks keskmiseks*. Seda lahendust võib kujutada järgmiselt:

$$\frac{0{,}4\times 630+0{,}3\times 540+0{,}2\times 1625}{630+540+1625}\approx 26 \text{ kop.}$$

Seega, **et leida mitme suuruse kaalutud aritmeetiline keskmine, tuleb: 1) iga suurus (antud juhul hinnad) korrutada tema kaaluga; 2) saadud korrutised liita; 3) leida kaalude summa; 4) jagada korrutiste summa kaalude summaga.**

Kaalu ei mõelda siin selle sõna otseses mõttes, vaid iga marjasordi osatähtsusena marjade üldkoguses.

**Näide 2.** Lattu veeti küttepuid kolmelt metsalangilt. Määrata 1 $m^3$ küttepuude keskmine veokaugus 0,1 km täpsusega, kui esimese langi kaugus laost oli 7 km ja sealt veeti 1450 $m^3$, teine lank asus 10 km kaugusel ja sealt veeti 650 $m^3$, kolmanda langi kaugus oli 4 km ja sealt veeti 1250 $m^3$ puid.

Lahendus. Kuna siin on tarvis kindlaks määrata keskmine kaugus, siis kaaluks on küttepuude kogus:

$$\frac{1450\times 7+650\times 10+1250\times 4}{1450+650+1250}=\frac{10\,150+6500+5000}{3350}=\frac{21\,650}{3350}=$$
$$=6{,}46\approx 6{,}5\ \text{km}$$

Keskmine kaugus on 6,5 km.

**Näide 3.** Leida kaupluse keskmine käibeplaani täitmise protsent II kvartalis, kui:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| aprilli | käibeplaan oli | 8000 rbl. | ja täitmine | 92% |
| mai | „ „ | 7000 rbl. | „ „ | 96% |
| juuni | „ „ | 9000 rbl. | „ „ | 108% |

Lahendus. Kuna tuleb määrata keskmine plaanitäitmise protsent, siis kaaludeks on käibeplaanid kuude viisi.

Kaalutud keskmine plaanitäitmise protsent on:

$$\frac{92\times 8000+96\times 7000+108\times 9000}{8000+7000+9000}\approx 99{,}17\%$$

Keskmiseks plaanitäitmise protsendiks on 99,17%.

## § 83. VAHENDITE RINGLUSE ARVUTAMINE

Kaubanduse kohta tervikuna näitab kaubakäibe vältus kauba ringlusaega, s. o. keskmist aega, mille jooksul kaup liigub tööstusest tarbijani.

Üksiku kaubandusorganisatsiooni (või kaubandussüsteemi) suhtes iseloomustab kaubakäibe vältus kauba keskmist realiseerimisaega selles organisatsioonis (süsteemis).

Teiste sõnadega, kaubakäibe vältus näitab, kui kaua kaup oli antud kaubandusorganisatsioonis, arvates kauba eest hankijale tasumise momendist kuni kauba realiseerimiseni. Kui õmblustoodete kaubakäibe vältus oli 60 päeva, siis tähendab see, et õmblustoodete ostmise momendist kuni nende realiseerimiseni möödus keskmiselt 60 päeva.

Kaupade ringlemist võib väljendada kas päevade arvuga, mille jooksul realiseeriti keskmine kaubavaru, või ringete arvuga mingi perioodi (aasta, kvartali) kestel.

Kaupade ringluse arvutamiseks on vaja teada aruandeperioodi keskmise kaubavaru summat ja sama perioodi müügikäibe summat.

**Et kindlaks teha kaubakäibe vältust päevades, tuleb keskmise kaubavaru summa jagada ühepäevase käibega.**

Keskmise kaubavaru summa määratakse kindlaks kronoloogilise keskmise näol, mille puhul perioodi alguse ja lõpu jäägid võetakse arvesse pooles suuruses, vahepealsed jäägid täies suuruses ja kõikide nende jääkide üldsumma jagatakse jääkide arvust ühe võrra väiksema arvuga.

**Näide.** Aasta keskmise kaubavaru summa arvutamiseks võtame jäägid seisuga:

1. jaanuariks — 128 tuh. rbl.
1. aprilliks — 120 tuh. rbl.
1. juuliks — 116 tuh. rbl.
1. oktoobriks — 124 tuh. rbl.
1. jaanuariks — 152 tuh. rbl.

Kronoloogilise keskmise valemi järgi arvutatud keskmine kaubavaru on:

$$\frac{\frac{128}{2}+120+116+124\frac{152}{2}}{5-1}=\frac{64+120+116+124+76}{4}=\frac{500}{4}=$$
$=125$ tuh. rbl.

Kui antud kauba müügikäive oli 1080 tuh. rbl. aastas, siis keskmine ühepäevane käive on:

$1080:360=3$ tuh. rbl.

Järelikult aeg, mille kestel realiseeriti keskmine kaubavaru, võrdub $125:3=42$ päevaga. See ongi otsitav kaubakäibe vältus.

Sama tulemuse võib saada analüüsitaval perioodil toimunud ringluste arvu kindlaksmääramise teel. Kui antud kauba müügikäive aastas oli 1080 tuh. rbl., siis kaup ringles aastas $1080:125=$ $=8{,}6$ korda.

Kuna aasta päevade arvuks võetakse 360, siis ühe ringe kestus, s. o. keskmine kaubakäibe vältus moodustab $360:8{,}6=42$ päeva.

Siit võib teha järelduse: **et määrata kindlaks kaupade ringlus ringete arvuna väljendatult, tuleb analüüsitava perioodi müügikäibe summa jagada keskmise kaubavaru summaga.**

**Näide 1.** Arvutada tarbijate kooperatiivi kaubavarude keskmine ringlussagedus (ringluste arv) aastas ja keskmine käibevältus päevades täpsusega 1, kui aasta kaubakäive oli 14 400 tuh. rbl. ja kaupade jäägid kaubandusvõrgus moodustasid:

seisuga 1. I 1965. a. — 1800 tuh. rbl.
,, 1. IV 1965. a. — 1600 ,, ,,
,, 1. VII 1965. a. — 2000 ,, ,,
,, 1. X 1965. a. — 2200 ,, ,,
,, 1. I 1966. a. — 1700 ,, ,,

Lahendus.

Leiame keskmise jäägi:

$$\frac{\frac{1800}{2}+1600+2000+2200+\frac{1700}{2}}{5-1}=$$
$$=\frac{900+1600+2000+2200+855}{4}=\frac{7550}{4}==1888 \text{ tuh. rbl.}$$

Aasta keskmine ühepäevane käive oli $\frac{14\,400}{360}=40$ tuh. rbl.

Kaubakäibe vältus oli $\frac{1888}{40}=47{,}2\approx47$ päeva.

Kaubakäibe sagedus aastas moodustas $\frac{360}{47}=7{,}7\approx8$ korda.

**Näide 2.** Määrata vajalik kaupade varu, et kvartali jooksul realiseerida kaupu 650 000 rubla eest, kui kaubakäibe vältuse normatiiv on 46 päeva.

Lahendus. 1) Leiame keskmise käibe päevas. Selleks jagame kvartali kaubakäibe summa kvartali päevade arvuga:

$$650\,000 : 90 = 7222{,}22 \text{ rbl.}$$

2) Leiame vajaliku kaubavaru. Selleks korrutame päevase käibe käibevältusega päevades:

$$7222{,}22\times46=332222{,}12 \text{ rbl.} \approx 332 \text{ tuh. rbl.}$$

## § 84. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Missugustel meetoditel võib teostada lihtsat võrdelist jagamist?
2. Kuidas toimub mitmekordne võrdeline jagamine?
3. Kuidas leitakse lihtne aritmeetiline keskmine?
4. Kuidas leitakse kaalutud aritmeetiline keskmine?
5. Kuidas arvutatakse keskmine kaubavaru?
6. Kuidas leitakse kaubavaru ringluskordade arv?
7. Kuidas leitakse käibekiirus päevades?

### Ülesanded

**1.** Nelja erineva kaubapartii veo eest maksti 73 rbl. 50 kop. Jaotada transpordikulud täpsusega 1 kop. võrdeliselt iga partii kaaluga, kui esimene partii kaalus 18 t, teine partii — 22 t, kolmas partii — 68 t ja neljas partii — 36 t.

**2.** Müüja töötasu moodustas kuude viisi: jaanuaris 51 rbl., veebruaris 49 rbl., märtsis 54 rbl., aprillis 56 rbl., mais 59 rbl., juunis 51 rbl. Arvutada müüja keskmine kuupalk.

**3.** Tarbijate kooperatiivi universaalkaupluse käive oli jaanuaris 12 600 rbl., veebruaris 11 838 rbl., märtsis 13 252 rbl. Arvutada tarbijate kooperatiivi universaalkaupluse keskmine kuukäive I kvartalis.

**4.** Tarbijate kooperatiivi viide kauplusse toodi 1048 t kaupu. Veo kaugused kaubandusettevõteteni ja veoste kogused olid järgmised:

| Kaupluse nr. | Veokaugus (km) | Veose kogus (t) |
|---|---|---|
| nr. 1 | 5 | 505 |
| nr. 2 | 9 | 213 |
| nr. 3 | 17 | 148 |
| nr. 4 | 23 | 125 |
| nr. 5 | 25 | 57 |
| Kokku | | |

Arvutada kaupade keskmine veokaugus.

**5.** Kolme kaubapartii veokulud moodustasid 115 rbl. Jaotada need kulud kaupade vahel võrdeliselt iga partii kaaluga ja veokaugusega, kui esimene partii kaalus 68 t ja veeti 98 km kaugusele, teine partii kaalus 39 t ja veeti 173 km kaugusele, kolmas partii kaalus 68 t ja veeti 46 km kaugusele.

6. Määrake brigaadi keskmine tootmisnormi täitmise protsent köögivilja töötlemisel, kui 15% töötajatest täitsid normi 92%, 30% töötajatest — 99%, 48% töötajatest — 113% ja 7% töötajatest — 125% ulatuses.

7. Arvutage kvartali keskmine kaubakäive ja keskmine müüjate arv ühe jaeettevõtte kohta järgmiste andmete põhjal:

| Ühe jaeettevõtte keskmine kaubakäive (rbl.) | Jaeettevõtete arv | Müüjate arv kõigis jaeettevõtetes kokku |
|---|---|---|
| 14 700 | 3 | 5 |
| 25 500 | 10 | 14 |
| 28 500 | 18 | 25 |
| 41 300 | 25 | 50 |
| 522 700 | 5 | 13 |
| 972 300 | 4 | 16 |

8. Arvutada keskmine kvartaliplaani täitmise protsent tarbijate kooperatiivide rajooniliidu süsteemis järgmiste andmete põhjal:

| Tarbijate kooperatiiv | Tegelik käive kvartalis tuh. rbl. | Plaani täitmise % |
|---|---|---|
| A | 142 | 99 |
| B | 164 | 103 |
| C | 185 | 95 |
| D | 201 | 112 |
| E | 212 | 105 |
| F | 217 | 99 |

9. Määrata kaupluse keskmine päevane müügisumma nädala jooksul, kui müügisummad üksikute päevade viisi nädalas olid järgmised:

| | | |
|---|---|---|
| esmaspäeval | 617 | rbl. |
| teisipäeval | 623 | „ |
| kolmapäeval | 519 | „ |
| neljapäeval | 645 | „ |
| reedel | 672 | „ |
| laupäeval | 663 | „ |
| pühapäeval | 684 | „ |

10. Tarbijate kooperatiivide rajooniliit saab kaupu viielt hankijalt. Esimeselt hankijalt saabub kaup 3 päeva jooksul, teiselt — 15 päeva jooksul, kolmandalt — 18 päeva jooksul, neljandalt — 27 päeva jooksul ja viiendalt — 30 päeva jooksul.

Vastavalt kaupade saabumise plaanile on ette nähtud järgmine osatähtsus kaupade saamisel eeltähendatud hankijatelt: esimeselt — 15%, teiselt — 25%, kolmandalt — 30%, neljandalt — 25%, viiendalt — 5%. Arvutada keskmine kaupade teeloleku aeg.

11. Tarbijate kooperatiivide rajooniliidu süsteemi kaubandusvõrgus (jae- ja hulgivõrgus) esinesid järgmised kaubajäägid:

| | | |
|---|---|---|
| seisuga 1. aprilliks | 4848 | tuh. rbl. |
| „ 1. maiks | 4986 | „ „ |
| „ 1. juuniks | 5186 | „ „ |
| „ 1. juuliks | 5020 | „ „ |

Arvutada keskmised kaubajäägid kuude viisi ja kvartalis.

12. Tarbijate kooperatiivide rajooniliidu kaubandusvõrgu jaekäive oli jaanuaris 413 tuh. rbl., veebruaris 409 tuh. rbl. ja märtsis 452 tuh. rbl. Kaubajäägid olid:

| | | |
|---|---|---|
| seisuga 1. jaanuariks | 895 | tuh. rbl. |
| „ 1. veebruariks | 810 | „ „ |
| „ 1. märtsiks | 888 | „ „ |
| „ 1. aprilliks | 892 | „ „ |

Määrake kaubakäibe vältus päevades iga kuu kohta ja kvartali kohta tervikuna.

13. Tarbijate kooperatiivi jaekäive aastas oli 1058 tuh. rbl. Kaubajäägid moodustasid aasta kestel:

| | | |
|---|---|---|
| seisuga 1. jaanuariks 1965. a. | 118 | tuh. rbl. |
| „ 1. aprilliks 1965. a. | 102 | „ „ |
| „ 1. juuliks 1965. a. | 156 | „ „ |
| „ 1. oktoobriks 1965. a. | 184 | „ „ |
| „ 1. jaanuariks 1966. a. | 138 | „ „ |

Arvutada kaubakäibe vältus päevades ja käibesagedus.

14. Tarbijate kooperatiivide rajooniliidu universaalkauplusele määrati III kvartaliks õmblustoodete müügikäive 28,5 tuh. rbl. suuruses summas keskmise kaubavaru 18,0 tuh. rbl. puhul. Tegelikult moodustas õmblustoodete kvartalikäive 32,6 tuh. rbl. ja keskmine kaubavaru oli 20,6 tuh. rbl. Arvutada: 1) õmblustoodete plaaniline ja tegelik käibekiirus; 2) tegeliku ringluskiiruse kõrvalekaldumine plaanilisest päevades.

15. Kui suur peab olema kaupade varu, et realiseerida aasta jooksul kaupu 2986 rbl. väärtuses, kui ringluskiiruse norm on 48 päeva.

16. Laos toimus kaupade ümberhindamine, mille tagajärjel hinnad alanesid:

| | | | |
|---|---|---|---|
| kaupadel maksumusega | 4850 rbl. | — 8% | võrra |
| „ „ | 652 „ | — 12% | „ |
| „ „ | 923 „ | — 10,5% | „ |

Arvutada eeltähendatud kaupade keskmine hinnaalanduse protsent.

XI peatükk

# KAUBAARVUTUSED

## § 85. KAUBA KOGUSE ARVUTAMINE

Kaupade väljastamist jaevõrku vormistavad hulgibaasid, laod ja teised hankijaettevõtted faktuurarvete või väljamiskirjade koostamisega.

Kaubandustöötajad peavad hoolikalt kontrollima kaubadokumentides näidatud kaupade nimetust, sorti, artiklit, kogust, hinda ja maksumust. Neil on vaja hästi tunda kaupade koguselise ja summalise arvestuse korda. Selleks peavad nad eelkõige valdama kaubaarvutuste tehnikat.

Kaupu hoitakse ja transporditakse enamasti pakendeis — kastides, tünnides, kottides, korvides jne., mis kaitsevad neid riknemise ja vigastuste eest.

Bakaalkaubad (tangud, jahu jt.) pakitakse enamasti kottidesse, puu- ja köögiviljad (õunad, viinamarjad, tomatid jt.) — kastidesse, rasvained (kombineeritud rasv, sulatatud või jt.) — tünnidesse jne. Viimasel ajal kasutatakse kaupade transportimiseks laialdaselt konteinereid, mis võimaldavad vähendada kulusid pakendite alal.

Mõningaid kaupu hoitakse ja veetakse ka lahtiselt (sool, köögivili jt.).

Kauba pakendit nimetatakse **taaraks**, pakendi ja pakkematerjalide kaalu aga **taarakaaluks**.

Iseseisvas eraldi pakendis olevat kaubakogust nimetatakse **kaubakohaks**. Sellisteks on näiteks kast paberosse, kott suhkrut jne.

Kauba kaalu koos taaraga (kastiga, kotiga jne.) nimetatakse **brutokaaluks** (lühendatult — bruto), kauba puhaskaalu — **netokaaluks** (lühendatult — neto).

Taara hulgihinnakirjades märgitakse taara maksumus, number hinnakirja järgi ja iga taaraliigi tehnilised tingimused (peamiselt puittaara kohta).

Pakendi ja pakkematerjalide maksumus on enamasti arvatud kauba hinna sisse ja jääb tööstuse kanda.

Üheaegselt vastuvõetava kauba kvaliteedi, sordi, hinna ja kaalu kontrollimisega tuleb kontrollida taara vastavust kehtivaile standardeile ja tehnilistele tingimustele, samuti ettenähtud markeeringu olemasolekut ja hinna õigsust.

Eeltoodud määratlustest «bruto», «neto» ja «taara» tuleneb, et:

**bruto = neto + taara,**
**neto = bruto − taara,**
**taara = bruto − neto.**

Iga üksiku kaubakoha brutokaal tehakse kindlaks vahetult ülekaalumise teel. Et määrata netokaalu, tuleb brutokaalust lahutada taara kaal.

Taara kaal tehakse kindlaks mitmesugusel viisil: 1) otsese ülekaalumise teel; 2) markeerimistrafarettide järgi; 3) antud taaraliigile ettenähtud normide põhjal.

Sõltuvalt taara kaalu kindlakstegemise viisist tehakse vahet taara tegeliku, keskmise ja tingliku kaalu vahel.

Taara t e g e l i k k a a l määratakse vahetult ülekaalumise teel.

Taara k e s k m i s e k a a l u kindlakstegemiseks kaalutakse üle mõned kauba alt vabanenud taarad ja jagatakse nende üldine kaal kaalutud taarade arvuga.

Taara t i n g l i k u k a a l u all mõeldakse kaubadokumendis ja taara markeeringus näidatud taarakaalu, kui selle õigsust ei kontrollita ülekaalumise teel.

**Näide 1.** 35 koti suhkru brutokaal on 3522 kg. Tühja koti keskmine kaal on 600 g. Arvutada netokaal.

L a h e n d u s.

| | | |
|---|---|---|
| Bruto . . . . . . | | 3522 kg |
| Taara | — 0,6 kg × 35 = | 21 kg |
| Neto . . . . . . | | 3501 kg |

**Näide 2.** 70 kasti pastilaa brutokaal on 320 kg. Määrata netokaal.

L a h e n d u s. Kuna taara kaal ei ole teada ja seda ei ole võimalik kindlaks määrata kõikide kastide vahetu ülekaalumise teel, ilma et kahjustataks pastilaa kvaliteeti, tuleb antud juhul kindlaks teha taara keskmine kaal.

Selleks vabastame kauba alt näiteks 5 kasti. Kaalume nad üle ja jagame saadud kaalu 5-ga. Kui 5 kasti kaalus 3,6 kg, siis ühe kasti keskmine kaal moodustab 3,6 : 5 = 0,72 kg. Kõigi 70 kasti kaaluks võtame järelikult 0,72 × 70 = 50,4 kg. Pastilaa netokaal võrdub seega:

$320\ kg - 50{,}4\ kg = 269{,}6\ kg \approx 270\ kg$

**Näide 3.** Brutokaal on 726 kg. Taara tinglik kaal moodustab 3% brutokaalust. Määrata netokaal.

L a h e n d u s. 1% brutokaalust on 7,26 kg; 3% brutokaalust on 21,78 kg ≈ 22 kg. Seega moodustab netokaal:

$726\ kg - 22\ kg = 704\ kg$

## § 86. KAUBA MAKSUMUSE ARVUTAMINE

Kauba maksumuse arvutamiseks tuleb kõigepealt kindlaks teha kauba kogus ja seejärel korrutada see kauba hinnaga.

Hind määratakse tavaliselt ühe tüki, pikkus-, kaalu- või mahuühiku kohta, näiteks 1 m, 1 ts, 1 kg, 1 l jne. kohta. Enamasti määratakse hind puhaskaalu ühiku, s. o. netokaalu ühiku kohta. Mõnikord määratakse kauba hind brutokaalu kohta, s. o. kauba kaaluühiku kohta koos pakendiga. Säärast hinda nimetatakse «brutoneto» hinnaks.

Juhul kui kauba vastuvõtt toimub ainult brutokaalu ülekaalumisega, võetakse taara kaal tinglikult, vastavalt hankija andmetele. Kui taara vabaneb, kaalutakse ta üle ja võrreldakse tegelikku kaalu tingliku kaaluga. Kui tegelik kaal erineb tinglikult võetud kaalust, tehakse kauba netokaalu ümberarvestus. Sääraseid ümberarvestusi nimetatakse t a a r a  k a a l u v a h e  a r v e s t u s t e k s.

**Näide 1.** Vastuvõtmisel oli kauba brutokaal 275 kg, hankija poolt näidatud taara- (tünni) kaal — 22 kg, netokaal — 253 kg. Pärast kauba müümist selgus kontrollimisel, et tünn kaalus 27 kg, s. o. 5 kg võrra rohkem. Seepärast esitatakse puuduoleva 5 kg kauba kohta hankijale pretensioon talle varem arve järgi tasutud hinnaga — 1 rbl. 40 kop. kilogrammi eest.

L a h e n d u s.

| | |
|---|---|
| Bruto . . . . . . | 275 kg |
| Taara . . . . . . | 27 kg |
| Neto . . . . . . . | 248 kg |

Saadud kauba maksumus:

248 × 1 rbl. 40 kop. = 347 rbl. 20 kop.

Pretensiooni summa:

5 × 1 rbl. 40 kop. = 7 rubla

**Näide 2.** Brutokaal on 735 kg, taara kaal — 48 kg, netokaalu hind 1 rbl. 20 kop. kg. Arvutada kauba maksumus.

L a h e n d u s.

| | |
|---|---|
| Bruto . . . . . . | 735 kg |
| Taara . . . . . . | 48 kg |
| Neto . . . . . . . | 687 kg |

Kauba maksumus on:

$687 \times 1$ rbl. 20 kop. = 824 rbl. 40 kop.

**Näide 3.** Tarbijate kooperatiivi toiduainetekauplus sai 18 kasti kaupu brutokaaluga 476 kg. Ühe kasti kaal on 2,4 kg.

Kauba hind on 2 rbl. 25 kop. 1 kg netokaalu eest. Arvutada kauba maksumus.

Lahendus.

| | |
|---|---|
| Bruto . . . . . . . | 476 kg |
| Taara $2{,}4 \times 18$ . . . | 43,2 kg |
| Neto . . . . . . . | 432,8 kg |

Kauba maksumus on:

2 rbl. 25 kop. $\times$ 432,8 = 952 rbl. 16 kop.

## § 87. KÄIBEKULUD JA NENDE ARVUTAMINE

Kaupade ost, säilitamine ja müük on seotud mitmesuguste kuludega. Siia kuuluvad kaupade veokulud tootmiskohtadest tarbimiskohtadesse, kaubanduslike ruumide üürid, amortisatsioon, korrashoid, töötasu kaubandustöötajaile, kaubandustöötajate ettevalmistamise kulud, arvepidamise ja aruandluse kulud, kaupade reklaamimise kulud. Siia kuuluvad ka kaubakaod, mis tekivad seoses kaubavarude transportimise ja hoidmisega, kaod taara alal, Riigipangale riiklike vahendite kasutamise eest makstavad protsendid jne.

Kõiki neid kaupade ringlusega seotud kulusid nimetatakse käibekuludeks.

Käibekulud tekivad kaupade tootjatel, varumis- ja turustusorganisatsioonidel, hulgi- ja jaekaubanduse organisatsioonidel ning toitlustusettevõtetes. Ringlusprotsessis läbib kaup hulgi- ja jaelülisid. Kauba liikumine sõltub põhiliselt antud kauba sortimendist ja hankijate asukohtadest, kaubandusvõrgust ja muudest teguritest.

Rahvatarbekaupade osas langeb käibekulude põhiosa kaubandussüsteemile ja hüvitatakse hulgiturustuse kaubanduslike mahahindluste näol. Osa käibekulusid tasub tööstus. Need on peamiselt kulud kaupade transportimisel, kui kohaletoimetamise kulud kuni sihtjaamani arvatakse tööstuse hulgihinna hulka, samuti kulud taara alal (tööstusettevõtete poolt kaetavas osas) ja turustuskulud.

Sotsialistlik tootmisviis tingib nõukogude kaubanduse käibekulude printsipiaalse erinevuse kapitalistliku kaubanduse omast.

Kapitalistlikus kaubanduses ulatub käibekulude tase 30... 35%-ni. Käibekulud on kapitalistlikes maades kõrged ja kasvavad süstemaatiliselt.

Meie nõukogude kaubanduses annab kogu rahvamajanduse plaanipärane korraldamine võimaluse müüa kaupu kõige väiksemate kuludega.

Kaubavedude planeerimine, tööviljakuse kasv ja hoolikas suhtumine sotsialistlikku omandisse määravad kulude taseme nõukogude kaubanduses, mis NSV Liidu jaekaubanduses moodustasid 1950. aastal 6,78%, 1959. aastal aga 5,68% käibest.

Käibekulude alandamisel on väga suur rahvamajanduslik tähtsus. Käibekulude suurust iseloomustatakse kulude summaga realiseeritud kaupade iga tuhande rubla kohta.

Kuid käibekulude põhiliseks näitajaks on nende tase, s. o. kulude summa ja kaubakäibe summa suhe protsentides väljendatult.

**Näide 1.** Tarbijate kooperatiivi kaubakäibe summa kvartalis oli 340 tuh. rbl. Kaubandusega seotud kulude, s. o. käibekulude summa moodustas samas kvartalis 17,0 tuh. rbl. Määrata tarbijate kooperatiivi käibekulude tase kvartalis.

L a h e n d u s. Käibekulude tase on:

$$\frac{17 \times 100}{340} = 5\%$$

See tähendab, et antud tarbijate kooperatiivis moodustavad kaubanduse kulud 5% kaubakäibest. Teiste sõnadega, iga realiseeritud kaupade 100 rbl. kohta tuleb 5 rbl. kulusid.

Et leida käibekulude summa antud taseme ja kaubakäibe alusel, tuleb kaubakäibe summa jagada 100-ga ja korrutada käibekulude tasemega.

**Näide 2.** Kulutused tarbijate kooperatiivi kaubandustöötajate töötasuks on planeeritud 1,85% käibekuludest. I kvartali käive on plaani järgi 390 tuh. rbl. Leida plaaniline kulude summa töötasudeks.

L a h e n d u s. Kulude summa töötasudeks on:

$$\frac{390\,000 \times 1,35}{100} = 7215 \text{ rbl.}$$

**Näide 3.** Tarbijate kooperatiivide rajooniliidu käibekulude tase jaekaubanduses oli 1964. aastal 4,7% ja 1965. aastal 4,58%. Arvutada käibekulude taseme alanemise ulatus ja tempo 1965. aastal võrreldes 1964. aastaga.

L a h e n d u s. Käibekulude tase on alanenud:

$$4,71\% - 4,58\% = 0,13\%$$

Käibekulude taseme alanemise tempo on taseme alanemise protsendiline suhe käibekulude algtasemesse. Seega käibekulude taseme alanemise tempo on:

$$\frac{0,13 \times 100}{4,71} = 2,76\%$$

Hinna aluseks on kauba väärtus.

Sotsialistlikus majanduses esineb mitmesuguseid hinnaliike: hulgihinnad, kokkuostuhinnad ja jaehinnad.

Hulgihind sisaldab endas toodangu täieliku omahinna, tööstusettevõtte kasumi, turustusorganisatsioonide kulud ja kasumi.

Kokkuostuhinnad määratakse kolhoosidelt ja kolhoosnikutelt ostetavatele põllumajandussaadustele ning toorainetele. Põllumajandussaadustele ja toorainetele määratakse ka hulgihinnad, millega riiklikud ja kooperatiivsed varumisorganisatsioonid neid hangivad tööstusettevõtetele töötlemiseks ja kaubandusorganisatsioonidele müümiseks elanikkonnale.

Jaehinnad on hinnad, millega müüakse elanikkonnale kaupu jaekaubandusvõrgu kaudu.

Tööstustes toodetud kauba jaehinna elementideks on:

1) tööstusettevõtte hulgihind (väljalaskehind),
2) käibemaks,
3) hulgiturustuse mahahindlus,
4) kaubanduslik mahahindlus.

Hulgiturustuse mahahindlus ja kaubanduslik mahahindlus on hinna elemendid, millega hüvitatakse käibekulud ning kindlustatakse kasum turustus- ja kaubandusorganisatsioonidele. Kaubandusliku mahahindluse suurus igale kaubale määratakse kindlaks protsentides jaehinnast samaaegselt jaehindade kinnitamisega ja ta märgitakse ära jaehinnakirjades.

Üksikutel juhtudel esineb mahahindlus kaubale kinnitatud jae- ja hulgihinna vahena (petrooleumi, bensiini jt. puhul).

Tarbijate kooperatsiooni organisatsioonid saavad suuremat mahahindlust kui linnas asuv riiklik kaubandusvõrk.

Hinnakirjas näidatud kaubanduslik mahahindlus tehakse kaubandussüsteemi kasuks. Need mahahindlused jaotatakse süsteemi lülide vahel, arvestades kaupade liiklust. Kui näiteks kaup saabus tarbijate kooperatiivide liidu vabariiklikku baasi ja seejärel tarbijate kooperatiivide rajooniliidu hulgilattu, siis sel juhul saavad üldisest kaubanduslikust mahahindlusest oma osa nii vabariiklik baas kui ka tarbijate kooperatiivide rajooniliidu hulgiladu.

Ettenähtud kaubanduslikud mahahindlused kindlustavad transpordikulude katmist kaupade veol kuni 10 km kaugusele.

Tarbijate kooperatsioonile on antud õigus teha nn. sügavpunkti juurdehindlust paljude kaupade riiklikele jaehindadele, kui vastavaid kaupu veetakse auto- või hobutranspordiga üle 10 km kaugusele lähimast raudteejaamast, sadamast või varustusbaasist.

Eesti Tarbijate Kooperatiivide Vabariikliku Liidu poolt on Eesti NSV tarbijate kooperatiivid nende kaupluste keskmise kauguse järgi lähimast raudteejaamast liigitatud 4 rühma. Kaubad, mille riiklikele jaehindadele on lubatud lisada sügavpunkti juurdehindlust, jagunevad samuti 4 rühma.

Eesti NSV tarbijate kooperatiivides rakendatavad sügavpunkti juurdehindluste määrad on Eesti NSV Ministrite Nõukogu poolt kinnitatud kaubarühmade viisi alljärgnevalt:

| Kaubad | I rühma kooperatiivides | II rühma kooperatiivides | III rühma kooperatiivides | IV rühma kooperatiivides |
|---|---|---|---|---|
| *I rühma kaubad:* kangad, niidid, rõivad, jalatsid, jalgrattad, mootorrattad, kellad, muusikakaubad, kultuurikaubad, pudukaubad, parfümeeria, tualettseep, tee, tubakatooted | 0,8% | 1,0% | 1,5% | 1,5% |
| *II rühma kaubad:* metallmajapidamiskaubad, igasugused nõud, põllumajanduslik inventar, sadulsepatooted, suhkur, kondiitritooted, juust, konservid, rasvad, džemm, povidlo, joogid | 1,0% | 1,5% | 2,0% | 3,0% |
| *III rühma kaubad:* majapidamisseep, tuletikud, kalakaubad | 1,5% | 2,0% | 3,0% | 4,5% |
| *IV rühma kaubad:* aknaklaas, metallid, tsement ja muud ehitusmaterjalid | 5,0% | 7,0% | 10,0% | 15 0% |

Arvelduse lihtsustamiseks oma tarbijate kooperatiividega arvutavad tarbijate kooperatiivide rajooniliidud tavaliselt väljalaskehindadega saadud kaupadele tehtavad kaubanduslikud juurdehindlused ümber mahahindlusteks jaehindadest.

**Näide 1.** Kaubale on määratud kaubanduslik juurdehindlus 10,2% väljalaskehinnast. Arvutada väljalaskehinnale tehtav juurdehindlus ümber mahahindluseks jaehinnast.

L a h e n d u s. Jaehind võrdub väljalaskehinna ja sellele lisatud juurdehindluse summaga. Järelikult on jaehind väljalaskehinna suhtes kasvatatud arv ja moodustab 100% + 10,2% = 110,2% väljalaskehinnast. 10,2% on kasvatatud arvu suhtes protsendimäär «üle 100». Leida tuleb seega ekvivalentne protsendimäär **«100-st»:**

$$p=\frac{100\times10{,}2}{100+10{,}2}\approx9{,}26\%$$

Seega leidsime protsendimäära «100-st» (9,26%), mis on ekvivalentne protsendimääraga «üle 100» (10,2%).

**Näide 2.** Tarbijate kooperatiivile väljastati riiet, mille väljalaskehind on 420 rbl. Kaubandusliku juurdehindluse määr on 8%. Arvutada väljalaskehinnale tehtav juurdehindlus ümber mahahindluseks jaehinnast.

Lahendus.

1. Arvutame juurdehindluse väljalaskehinnale:

$$\frac{420\times8}{600}=33\text{ rbl. }60\text{ kop.}$$

2. Määrame kindlaks jaehinna:

$$420+33\text{ rbl. }60\text{ kop.}=453\text{ rbl. }60\text{ kop.}$$

3. Arvutame mahahindluse protsentides jaehinnast:

$$\frac{33\text{ rbl. }60\text{ kop.}\times100}{453\text{ rbl. }60\text{ kop.}}\approx7{,}4\%$$

Seda ümberarvutust saab teha ka teisel viisil:

$$p=\frac{100\times8}{100+8}\approx7{,}4\%$$

Sel viisil toimub ümberarvutus kiiremini.

**Näide 3.** Kaubale on kaubanduslik mahahindlus jaehinnast määratud 7,9%, sealhulgas mahahindlus jaehinnast hulgilüli kasuks laooperatsioonide puhul 1,7% ja transiitoperatsioonide puhul 0,4%. Vastavalt kaupade kohaleveo skeemile saadakse 60% sellest kaubast hulgibaasi laost ja 40% transiidina. Teha kindlaks jaelüli kasuks jääv keskmise kaubandusliku mahahindluse protsent.

Lahendus.

1) Mahahindlus hulgilüli kasuks laokäibe osas:

$$\frac{60\times1{,}7}{100}=1{,}02\%$$

2) Mahahindlus hulgilüli kasuks transiidi osas:

$$\frac{40\times0{,}4}{100}=0{,}16\%$$

3) Kogu mahahindlus hulgilüli kasuks:

$$1{,}02+0{,}16=1{,}18\%$$

4) Mahahindlus jaelüli kasuks moodustab:

$$7{,}9-1{,}18=6{,}72\%$$

**Näide 4.** Arvutada parfümeeriakaupade rühma keskmine kaubandusliku mahahindluse protsent järgmiste andmete põhjal:

| Kauba nimetus | Osatähtsus käibes | Kaubanduslik mahahindlus %-des jaehinnast |
|---|---|---|
| Parfümeeria- ja kosmeetikakaubad . . . . . . | 65 | 17,2 |
| Tualettseep . . . . . . | 15 | 7,0 |
| Majapidamisseep ja pesupulbrid . . . . . . | 20 | 7,0 |
| Kokku . . . | 100 | |

Lahendus. Keskmine kaubandusliku mahahindluse protsent arvutatakse kaalutud aritmeetilise keskmisena:

$$\frac{(17{,}2 \times 65) + (7 \times 15) + (7 \times 20)}{65 + 15 + 20} = \frac{1363}{100} = 13{,}63\%$$

## § 89. MITMESUGUSED «FRANKO» LIIGID KAUBA HINNA MÄÄRAMISEL

Kaupade hindade tase sõltub transpordikulude jaotamise korrast hankija ja ostja vahel.

Seoses sellega näidatakse hindade määramisel, missuguse kohani on hankija kohustatud selle hinnaga kauba toimetama oma kulul.

Kauba transpordikulud võidakse kas täielikult või osaliselt arvata kauba hinnasse. Seega kauba hinna suurus, kui muud tingimused on võrdsed, sõltub transpordikulude hinna hulka arvamise ulatusest.

Koha nimetusele, milleni transpordikulud on arvatud kauba hinna hulka, lisatakse sõna «franko», mis tähendab «tasumisest vaba». Franko liigid on:

1. *Franko hankija ladu* — kauba hinna hulka ei ole arvatud mingisuguseid kulusid kaubaveol hankija laost ostja lattu.

2. *Franko saatejaam (-sadam)* — hinna hulka on arvatud kauba veokulud kuni saatejaamani (-sadamani).

3. *Franko vagun-saatejaam (laev, pargas, -saatesadam)* — kauba hinna hulka on arvatud kulud kauba veol saatejaama (-sadamasse) ja laadimisel vagunisse või laeva.

4. *Franko vagun-sihtjaam* — kauba hinna hulka on arvatud kõik kulud kauba veol sihtjaama, sealhulgas ka raudteevedu (tariif) või laevavedu (prahiraha).

5. *Franko sihtjaam* — kauba hinna hulka on arvatud kõik ülalloetletud kulud ja ka sihtjaamas väljalaadimise kulud.

6. *Franko ostja ladu* — kauba hinna hulka on arvatud kõik kulud kauba kohaleveol ostja lattu.

Praegusel ajal saavad kaubandusorganisatsioonid rahvatarbekaupu põhiliselt hindadega franko vagun-sihtjaam (laev-sihtsadam).

## § 90. RAJOONI TARBIJATE KOOPERATIIVIDE LIIDU KAUBANDUSLIKE MAHAHINDLUSTE DIFERENTSEERIMINE TARBIJATE KOOPERATIIVIDELE

Rajooni tarbijate kooperatiivide liidu kaubanduslike mahahindluste diferentseerimine tarbijate kooperatiividele toimub vastavalt Tarbijate Kooperatiivide Keskliidu finants-ökonoomikavalitsuse juhendile 1958. aastast. Praegusel ajal arvutatakse ühtne keskmine kaubanduslik mahahindlus kõigilt tarbijate kooperatiivide rajooniliidu ladudest väljalastavatelt kaupadelt, diferentseeritult tarbijate kooperatiivide viisi ja sõltuvalt nende kaubanduse käibekulude tasemest.

Et suurendada tarbijate kooperatiividele jäävat kaubanduslike mahahindluste osa nende omakäibevahendite suurendamise otstarbel, on soovitatav alandada rajooniliidu oma jaevõrgu kasuks arvestatavate mahahindluste summat vähemalt 15% võrra. Saadud alanemise summa arvutatakse ümber protsendiliseks suhteks tarbijate kooperatiivide käibest jaehindades rajooni tarbijate kooperatiivide laost saabuvate kaupade osas ja lisatakse juurde iga tarbijate kooperatiivi ühtsele keskmisele mahahindluse protsendile.

Seoses sellega, et üksikute tarbijate kooperatiivide käibekulude tase muutub, võib kaubanduslike mahahindluste diferentseerimise arvutusi igal aastal uuesti läbi vaadata.

**Näide.** Arvutada rajooni tarbijate kooperatiivide liidu laost väljastatavate kaupade ühtsed keskmised kaubanduslikud mahahindlused diferentseeritult rajooni tarbijate kooperatiivide ja liidu oma jaeettevõtete viisi, kui:

a) rajooni tarbijate kooperatiivide liidul on 3 tarbijate kooperatiivi ja universaalkauplus;

b) tarbijate kooperatiivide kaubakäive ja käibekulud aastas on:

| Tarbijate kooperatiiv | Kaubakäive tuh. rbl. | Käibekulud | |
|---|---|---|---|
| | | summa tuh. rbl. | %-des käibest |
| 1 | 1250 | 58,7 | 4,7 |
| 2 | 1080 | 51,8 | 4,8 |
| 3 | 800 | 42,7 | 5,3 |
| Kokku | 3130 | 153,2 | 4,9 |

c) rajooni tarbijate kooperatiivide liit väljastas oma laost kolmele tarbijate kooperatiivile kaupu kokku 2800 tuh. rbl. väärtuses, millest tegi kaubanduslikku mahahindlust 182 tuh. rbl. suuruses summas;

d) rajooni tarbijate kooperatiivide liit müüs oma universaalkauplusele kaupu jaehindadega 900 tuh. rbl. väärtuses, millest tegi kaubanduslikku mahahindlust 57,6 tuh. rbl. Universaalkaupluse käibekulude tase on 3,5%.

Lahendus.

1. Määrame kindlaks keskmise kaubanduslike mahahindluste protsendi kõigi tarbijate kooperatiivide kasuks:

$$\frac{182 \times 100}{2800} = 6,5\%$$

2. Arvutame kõigi tarbijate kooperatiivide kasumi protsendi rajooniliidu laost saadud kaupadelt:

$$6,5 - 4,9 = 1,6\%$$

3. Diferentseerime mahahindlused tarbijate kooperatiivide kaupa:

| Tarbijate kooperatiiv | Käibekulud %-des käibest | Kasum %-des käibest | Diferentseeritud mahahindlused %-des käibest |
|---|---|---|---|
| 1 | 4,7 | 1,6 | 6,3 |
| 2 | 4,8 | 1,6 | 6,4 |
| 3 | 5,3 | 1,6 | 6,9 |
| Kokku | 4,9 | 1,6 | 6,5 |

4. Rajooniliidu universaalkaupluse kasuks arvestatavate kaubanduslike mahahindluste keskmine protsent rajooniliidu laost saadud kaupadelt on:

$$\frac{57,6 \times 100}{900} = 6,4\%$$

5. Määrame kindlaks tarbijate kooperatiividele üleantava mahahindluse osa (15%):

$\frac{57,6 \times 15}{100} = 8,6$ tuh. rbl., mis moodustab universaalkaupluse käibest

$\frac{8,6 \times 100}{900} = 0,96\%$ ehk ümardatult 1%.

6. Leiame mahahindluse määra, mille rajooni tarbijate kooperatiivide rajooniliit peab tegema oma universaalkauplusele:

$$6,4 - 1,0 = 5\text{-}4\%$$

7. Määrame rajooniliidu universaalkaupluse poolt üleandmisele kuuluva kaubandusliku mahahindluse summa protsentides kõigi tarbijate kooperatiivide jaekäibest:

$$\frac{8{,}6 \times 100}{2800} = 0{,}31\,\%$$

8. Lõplikul kujul diferentseeritakse kaubanduslikud mahahindlused rajooni tarbijate kooperatiivide liidu poolt tarbijate kooperatiividele alljärgnevalt:

| Tarbijate kooperatiiv | Mahahindlus (ilma rajooniliidu universaalkaupluse poolt üleantud mahahindluseta) | Rajooniliidu universaalkaupluse mahahindluse osa | Diferentseeritud mahahindlused |
|---|---|---|---|
| 1 | 6,3 | 0,3 | 6,6 |
| 2 | 5,4 | 0,3 | 6,7 |
| 3 | 6,9 | 0,3 | 7,2 |
| Kokku | 6,5 | 0,3 | 6,8 |

## § 91. JUURDEHINDLUSED AUTO- JA HOBUVEOKULUDE KATTEKS

Mõnede kaupade (mööbli, vineeri ja metsamaterjalide) jaehindadele on lubatud teha juurdehindlus auto-hobuveokulude katteks, kui kaubandusorganisatsiooni kaupluste keskmine kaugus raudteejaamast või sadamast on üle 1 km (vineeri ja metsamaterjalide puhul) või üle 10 km (mööbli puhul).

Kui tarbijate kooperatiivi kaupluste varustamine nende kaupadega toimub rajooniliidu hulgilao ja tarbijate kooperatiivi jaotuslao kaudu, siis tuleb kooperatiivi kaupluste ja raudteejaama või sadama vahelise keskmise kauguse leidmiseks liita järgmised vahemaad:

1) kaugus raudteejaamast või sadamast rajooniliidu hulgilaoni;

2) kaugus rajooniliidu hulgilaost tarbijate kooperatiivi jaotuslaoni;

3) kooperatiivi kaupluste keskmine kaugus jaotuslaost.

Viimatinimetatud keskmine kaugus arvutatakse kaalutud aritmeetilise keskmisena, võttes aluseks ka iga kaupluse käibe osatähtsuse kooperatiivi üldkäibes.

**Näide 1.** Rajooni tarbijate kooperatiivide liidu ladu asub raudteejaamast 30 km kaugusel. Tarbijate kooperatiivil on 5 kauplust ja jaotusladu, mis asub rajooni tarbijate kooperatiivide liidu laost 15 km kaugusel. Leida kaalutud keskmine kaugus raudteejaama ja kaupluste vahel.

L a h e n d u s: *Määrame kindlaks kaalutud keskmise kauguse tarbijate kooperatiivi jaotuslao ja kaupluste vahel.*

| Kauplused | Kaugus kaupluse ja tarbijate kooperatiivi lao vahel km | Kaupluse käibe osatähtsus tarbijate kooperatiivi üldkäibes % | Osatähtsuse kauguse korrutis |
|---|---|---|---|
| Nr. 1 | 2 | 30 | 60 |
| Nr. 2 | 8 | 18 | 144 |
| Nr. 3 | 15 | 19 | 285 |
| Nr. 4 | 20 | 20 | 400 |
| Nr. 5 | 30 | 13 | 390 |
| K o k k u | — | 100 | 1279 |

Kaalutud keskmine kaugus on:

$$1279 : 100 = 12{,}79 \approx 13 \text{ km}$$

Keskmine veokaugus raudteejaamast kooperatiivi kauplusteni on:

kaugus raudteejaamast tarbijate kooperatiivide liidu hulgilaoni . . . . . . . . . . . 30 km
kaugus rajooni tarbijate kooperatiivide liidu hulgilaost tarbijate koperatiivi jaotuslaoni . . 15 „
keskmine kaugus tarbijate kooperatiivide jaotuslaost kauplusteni . . . . . . . . . . . 13 „

Kokku 58 km

**Näide 2.** Rajooni tarbijate kooperatiivide liit müüs tarbijate kooperatiivile kapi jaehinnaga 120 rbl. Jaotada eelmises näites toodud andmete põhjal autoveokulude juurdehindlus rajooni tarbijate kooperatiivide liidu ja tarbijate kooperatiivi vahel.

L a h e n d u s. Vastavalt auto- ja hobuveokulude katteks tehtavate juurdehindluste skaalale moodustab juurdehindlus 58 km kauguse puhul 2,5% kauba maksumusest, seega $\frac{120 \times 2{,}5}{100} = 3$ rbl.

Lõplik hind, millega tarbijate kooperatiiv müüb elanikkonnale selliseid kappe kõikides kauplustes, on järelikult 120+3=123 rbl.

Juurdehindlus auto- ja hobuveokulude katteks jaotatakse rajooni tarbijate kooperatiivide liidu ja tarbijate kooperatiivi vahel võrdeliselt kaupade veokaugusega:

a) rajooni tarbijate kooperatiivide liidule:

$$\frac{3 \text{ rbl.} \times 30 \text{ km}}{58 \text{ km}} = 1 \text{ rbl. } 55 \text{ kop.}$$

b) tarbijate kooperatiivile:

3 rbl. — 1 rbl. 55 kop. = 1 rbl. 45 kop.

Kapi kohta kirjutatud arves näitab rajooni tarbijate kooperatiivide liit oma kasuks kuuluva juurdehindluse summa — 1 rbl. 55 kop. Juurdehindluse ülejäänud summa (1 rbl. 45 kop.) jääb tarbijate kooperatiivi kasuks.

## § 92. JAEHINDADE ÜMARDAMINE

Paljude tarbekaupade jaehinnakirjades on toodud ainult I sordi hinnad. Selliste kaupade puhul tuleb madalamasse sorti kuuluva kauba jaehind arvutada vastava mahahindluse protsendi abil I sordi jaehinnast ja saadud hind ümardada NSV Liidu Riikliku Plaanikomitee Hindade Büroo kirjas 13. detsembrist 1960 nr. 57-293E toodud eeskirjade alusel.

Tarbekaupade jaehinnad ümardatakse tabelis 15 toodud korra kohaselt.

Tabel 15

| Jaehind ümardamata kujul | Ümardamise täpsus | Ümardamisel | | Näiteid | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | jäetakse ära | ümardatakse ülespoole | Jaehind enne ümardamist | Jaehind pärast ümardamist |
| Kuni 5 rbl. (kaasa arvatult) | Tervete kopikateni | Alla 0,5 kop. | 0,5 kop. ja üle selle suurendatakse terve kopikani | 15,5 kop.<br>78,49 kop.<br>2 rbl. 12,4 kop.<br>2 rbl. 12,5 kop. | 16 kop.<br>78 kop.<br>2 rbl. 12 kop<br>2 rbl. 13 kop. |
| Alates 5 rublast 01 kopikast | 5 ja 10 kopikani | Alla 2,5 kop. | 2,5 kop. kuni alla 7,5 kop. ümardatakse 5 kopikani | 8 rbl. 52,4 kop.<br>8 rbl. 54,2 kop. | 8 rbl. 50 kop.<br>8 rbl. 55 kop. |
| Kuni 10 rbl. (kaasa arvatult) | | | 7,5 kop. ja üle selle suurendatakse 10 kopikani | 6 rbl. 77,4 kop.<br>6 rbl. 77,5 kop. | 6 rbl. 75 kop.<br>6 rbl. 80 kop. |
| Üle 10 rubla | 10 kopikani | Alla 5 kop. | 5 kop. ja üle selle suurendatakse 10 kopikani | 25 rbl. 44,9 kop.<br>25 rbl. 45,0 kop.<br>35 rbl. 68,5 kop. | 25 rbl. 40 kop.<br>25 rbl. 50 kop.<br>35 rbl. 70 kop. |

2. Tükk- ja väikepakendis kaupade jaehinnad ümardatakse lähtudes ühe tüki, kümne tüki või mõne teise kaubakoguse hinnast.

3. Kaupade hinnad, mille puhul raudteeveotariif (laevaveoraha) ei ole arvatud kaubanduslike juurdehindluste sisse, ümardatakse pärast tariifi (laevaveoraha) juurdearvamist.

4. Kaupade puhul, mille realiseerimishind koosneb tööstuse hulgihinnast ja kaubanduslikust juurdehindlusest, ümardatakse hinnad pärast juurdehindluse lisamist.

5. Kaupade puhul, millele hinnakirjades on juurdehindlused või mahahindlused kehtestatud absoluutses summas, hindu pärast

juurdehindluste juurdearvamist või mahahindluste mahaarvamist ei ümardata.

6. Kaupade puhul, millele kehtivais hinnakirjades on juurdehindlused või mahahindlused määratud protsentides, ümardatakse hinnad pärast eeltähendatud juurdehindluste või mahahindluste arvestamist.

**Näide 1.** Määrata narmastega puuvillaste rätikute (suurus 83 cm $\times$ 83 cm) II sordi jaehind, kui I sordi rätiku jaehinnaks on kinnitatud 1 rbl. 51 kop. ja II sordi rätikuid tuleb müüa hinnakirjades määratud hindadest 5% võrra odavamalt.

Lahendus. II sordi rätiku jaehind on:

$$\frac{1 \text{ rbl. } 51 \text{ kop.} \times 95}{100} = 1 \text{ rbl. } 43{,}45 \text{ kop.} \approx 1 \text{ rbl. } 43 \text{ kop.}$$

**Näide 2.** Määrata laste ühevärvilise baikateki (suurus $130 \times 100$) II sordi jaehind, kui I sordi teki jaehinnaks on kinnitatud 4 rbl. 11 kop. ja II sordi tekke tuleb müüa hinnakirjas näidatud hindadest 2% võrra odavamalt.

Lahendus. II sordi teki jaehind on:

$$\frac{4{,}11 \times 98}{100} = 4 \text{ rbl. } 02{,}8 \text{ kop. ehk } 4 \text{ rbl. } 03 \text{ kop.}$$

**Näide 3.** Toote hinnast on kvaliteedi alanemise tõttu tehtud mahahindlust 5% suuruses. Määrata alandatud jaehind, kui hind enne alandamist oli 82 rbl. 70 kop.

Lahendus.

| | |
|---|---|
| Hind hinnakirja järgi . . . . . . | 82 rbl. 70 kop. |
| Mahahindlus 5% . . . . . . . . . | 4 rbl. 14 kop. |
| Alandatud jaehind | 78 rbl. 56 kop. ≈ |
| | ≈ 78 rbl. 60 kop. |

## § 93. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Mida tähendab brutokaal?
2. Mida tähendab taarakaal?
3. Mida tähendab netokaal?
4. Missugust taarakaalu nimetatakse tegelikuks kaaluks?
5. Missugust taarakaalu nimetatakse tinglikuks kaaluks?
6. Missugust taarakaalu nimetatakse keskmiseks kaaluks?
7. Mida tähendab bruto-netohind?
8. Milline on kaubandusliku mahahindluse rakendamise kord?
9. Milline on kaubandusliku juurdehindluse rakendamise kord?
10. Kuidas arvutada juurdehindlused ümber mahahindlusteks?
11. Kuidas rakendatakse diferentseeritud mahahindlusi?
12. Kuidas rakendatakse juurdehindlus auto- ja hobuveokulude katteks?
13. Kuidas määratakse kindlaks kaalutud keskmine kaugus tarbijate kooperatiivi jaotuslao ja kaupluste vahel?
14. Kuidas ümardatakse jaehindu?

## Ülesanded

1. Bruto on 78,8 kg ja taara moodustab 6,5% brutokaalust. Arvutada netokaal ja taara kaal 0,5 kg täpsusega.

2. 255 kasti brutokaal on 3430 kg. Arvutada netokaal ja taarakaal täpsusega 0,1 kg, kui 6 kasti valikkaalumisel saadi järgmised tulemused: 2,8 kg; 2,6 kg; 2,9 kg; 2,5 kg; 2,7 kg; 2,3 kg.

3. Kauplusse saabus 37 kotti peensuhkrut hinnaga 94 kop. kilogramm. Koti kaal standardi järgi on 624 g.

Arvutada taara kaaluvahe ja summa, mis tuleb kanda hankija arvele, kui kõikide kottide tegelik kaal kokku oli 26 kg 900 g.

4. Saadi järgmine partii kaupu:

| Kaubad | Summa (rbl.) | Mahahindluse suurus (%) |
|---|---|---|
| Niidid . . . . . . . . . . . . . . | 2 875 | 9,0 |
| Karusnahatooted . . . . . . . . . | 38 460 | 7,0 |
| Parfümeeria- ja kosmeetikakaubad . . | 1 485 | 9,0 |
| Majapidamisseep . . . . . . . . . | 698 | 7,0 |

Arvutada kaubapartii maksumus pärast kaubanduslikku mahahindlust ja keskmine kaubandusliku mahahindluse määr.

5. Ostetud kauba brutokaal on 260 kg ja 1 kg netokaalu jaehind 2 rbl. 10 kop. Arvutada arve summa 1 kop. täpsusega, kui taara tinglik kaal moodustab 5% netokaalust ja jaehinnast on tehtud mahahindlust 7% suuruses.

6. Arvutada arve summa järgmiste andmete põhjal:

| Kaubad | Kogus (kg) | Jaehind | | Maksumus jaehinnaga | | Mahahindlus | | | Tasumisele kuuluv summa | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | % | Summa | | | |
| | | rbl. | kop. | rbl. | kop. | | rbl. | kop. | rbl. | kop. |
| A . . | 117 | 2 | 15 | | | 7,0 | | | | |
| B . . . | 76 | 0 | 86 | | | 6,5 | | | | |
| C . . . | 214 | 1 | 07 | | | 6,5 | | | | |
| D . . . | 85 | 4 | 50 | | | 8,0 | | | | |
| E . . . | 58 | 1 | 70 | | | 10,0 | | | | |
| Kokku | | | | | | | | | | |

7. Arvutada kooperatiivi kasuks jääva kaubandusliku mahahindluse suurus protsentides ja summas, kui rajooni tarbijate kooperatiivide liidu laost saadud kaupade jaeväärtus on 2485 rbl, ja jaehinnast arvestatav mahahindlus on kaubale määratud 7,8% suuruses, sellest mahahindlus hulgilüli kasuks laooperatsioonide puhul 1,8%.

8. Määrata alljärgnevate andmete alusel keskmine kaubandusliku mahahindluse protsent sööklale saabunud kaupadelt:

| Kaubad | Osatähtsus (%) saabunud kaupade üldkoguses | Mahahindluse protsent |
|---|---|---|
| Liha . . . . . . . . . . . . | 18,5 | 6,5 |
| Vorstitooted . . . . . . . . . . | 3,6 | 6,5 |
| Rasvained . . . . . . . . . . . | 5,0 | 6,4 |
| Piim ja piimasaadused . . . . . | 3,2 | 7,0 |
| Leiva-saiatooted . . . . . . . . | 8,5 | 6,5 |
| Kartulid ja köögivili . . . . . . | 28,4 | 16,0 |
| Kondiitritooted . . . . . . . . | 6,3 | 6,5 |
| Alkoholita joogid . . . . . . . | 4,2 | 15,0 |
| Muud kaubad . . . . . . . . . | 22,3 | 10,0 |
| Kokku | 100,0 | |

XII peatükk

# TÖÖSTUSLIKU KALKULATSIOONI ELEMENDID

## § 94. ÜLDMÕISTED

Kaubandusliku ja varumistegevuse kõrval tegeleb tarbijate kooperatsioon ka mitmesuguste kaupade tootmisega.

Elanikkonna ja kolhooside nõudmiste täielikumaks rahuldamiseks valmistavad tarbijate kooperatsiooni tootmisettevõtted kaupu kohalikest tooraineist ja küpsetavad pagaritooteid.

Tööstusliku kalkulatsiooni eesmärgiks on kindlaks määrata toodangu omahinda moodustavate kulutuste summa.

Kalkulatsiooni koostamine on ettevõtte toodangu omahinna planeerimise tähtsaimaks etapiks.

Ettevõtte toodangu omahinna kalkulatsioon põhineb normatiividel.

Kalkulatsioone on kahte liiki: plaaniline ja aruandeline kalkulatsioon.

Plaanilise kalkulatsiooni eesmärgiks on määrata kindlaks kulude normid toodete valmistamisel ja arvutada tootmisplaanis näidatav toodangu omahind.

Tarbijate kooperatsiooni ettevõtete toodangu plaanilise kalkulatsiooni koostamisel on vaja arvutada järgmised näitajad:

a) tootmise omahind, mille hulka kuuluvad toorainete, materjalide, kütuse ja elektrienergia kulud, tootmistööliste töötasu, eraldised sotsiaalkindlustuseks, tsehhikulud ja tootmise üldkulud;

b) toodangu hulgimaksumus ettevõtete hindadega, mille hulka, täiendavalt tootmisomahinnale, kuuluvad majandisisesed eraldised tootmistegevuse arvele kantavate kooperatiivorganisatsiooni üldkulude katteks, samuti ka eraldised kultuurifondi ja kasum.

Majandisisesed eraldised üldkulude katteks ja eraldised kultuurifondi planeeritakse protsentides väljalastava toodangu tootmisomahinnast kõrgemalseisva organisatsiooni poolt määratud suuruses.

Erinevalt plaanilisest (eelarvelisest) kalkulatsioonist koostatakse aruandeline kalkulatsioon raamatupidamise aruandeliste andmete põhjal.

Tööstuslik kalkulatsioon hõlmab järgmisi elemente: põhiliste toorainete ja abimaterjalide, kütuse ja elektrienergia maksumus, kulud tööjõule, amortisatsioon, lisakulud, käibemaks, kasum, kaubanduslik mahahindlus jm.

Tehakse vahet põhi- ja abitootmise vahel.

Põhitootmine valmistab antud ettevõtte põhitoodangut, näiteks õmblustöökoja juurdelõikamis- ja õmblustsehh, tööstuskombinaadi vorstitsehh, alkoholita jookide tsehh.

Abitootmine iseseisvalt valmistoodangut ei anna. Tema ülesandeks on teenindada kombinaadi põhitootmist. Siia kuuluvad remonditöökojad, kastitsehhid jms.

Tooraine töötlemise iseloomu järgi jaotatakse tootmine liht- ja liittootmiseks. Lihttootmises töödeldakse põhitooraine valmistoodanguks ühtses, katkestamatus töötlemisprotsessis (näiteks jahu jahvatamine veskis). Liittootmisel läbib valmistamisprotsessis toode terve rea iseseisvaid töötlemisstaadiume erinevates tsehhides. Näiteks telliste tootmine koosneb kolmest staadiumist: 1) savi kaevandamine; 2) toortelliste valmistamine; 3) telliste põletamine.

Lihttootmisel langevad ühe toodanguliigi valmistamise korral kõik tootmiskulud ühtlaselt igale tooteühikule. Seepärast seisneb tooteühiku omahinna kalkulatsioon kulutuste summa jagamises toodete kogusega.

Toodangu omahind on rahas väljendatud kulutuste summa, mis on seotud antud toodangu valmistamisega ettevõttes.

Liittootmise puhul ei ole võimalik valmistoodangu ühiku omahinda kindlaks määrata tootmiskulude lihtsa jagamise teel toodangu hulgaga. Sel juhul tuleb kulutused eraldi arvestada üksikute tootmisprotsessi staadiumide ja valmistoodete liikide viisi. Seoses sellega on vaja tootmiskulud rühmitada.

Kõik tööstuskombinaadi kulud jagunevad otsesteks kuludeks ja kaudseteks ehk lisakuludeks.

O t s e s t e k s  k u l u d e k s nimetatakse sääraseid kulusid, mida on võimalik vastava toodangu omahinna arvele kanda otseselt, näiteks toorainete ja põhimaterjalide, abimaterjalide, tehnoloogilise kütuse ja elektrienergia maksumus, tootmistööliste töötasu jne.

K a u d s e t e k s  k u l u d e k s nimetatakse üldiseloomuga kulusid, nagu administratsiooni töötasu, küte, kommunaalkulud. Mainitud kulude erinevuseks on, et neid pole võimalik otseselt kanda üksikute toodanguliikide arvele.

Kaudseid kulusid, mis on seotud ainult mingi tsehhi teenindamisega, nimetatakse t s e h h i k u l u d e k s, näiteks tsehhi administratsiooni töötasu. Kulusid, mis on seotud kogu ettevõtte teenindamisega tervikuna, nimetatakse t e h a s e ü l d k u l u d e k s, näiteks tööstuskombinaadi kontori personali palgad.

Tootmisprotsessis muutub osa materjale jäätmeteks.

Jäätmeid, mida on võimalik realiseerida või kasutada muu toodangu valmistamiseks, nimetatakse hinnalisteks jäätmeteks. Neid hinnatakse nende võimaliku realiseerimise hinna alusel.

Jäätmeid, mida ei ole võimalik realiseerida nende väärtusetuse tõttu, nimetatakse hinnata jäätmeteks.

Tootmiskulud vähenevad hinnaliste jäätmete maksumuse võrra.

## § 95. VALMISTOODANGU ÜHIKU OMAHINNA ARVUTAMINE

### Kalkulatsioon lihttootmisel

**Näide.**

| | |
|---|---|
| Kulutati 1000 ts toorainet hinnaga 10 rbl. 50 kop. ts | 10 500 rbl. |
| Töötasu ja eraldised töötasult . . . . . . . . | 350 „ |
| Muud kulud . . . . . . . . . . . . . . . . | 30 „ |
| Tootmiskulud kokku . . . . . . . | 10 880 rbl. |
| Kasutatavad jäätmed 48 ts hinnaga 4 rbl. tsentner . . . . . . . . | 192 rbl. |
| Tootmiskulude jääk . . . . . . . | 10 688 rbl. |

Kasutatavad jäätmed, mis realiseeritakse hinnaga 4 rbl. tsentner, vähendavad tootmiskulusid. Seepärast arvatakse nende maksumus tootmiskulude üldsummast maha.

Mittekasutatavaid jäätmeid oli 30 kg ja kasutatavaid jäätmeid — 4800 kg. Seepärast toodangu väljatulek on:

$$100\,000-4800-30=95\,170 \text{ kg}$$

1 kg toodangu omahind on:

$$10\,688:95\,170=0{,}112 \text{ rbl. ehk ligikaudselt 11 kop.}$$

### Kalkulatsioon liittootmisel

Liittootmisel tekivad mitme toodanguliigi valmistamisel peale otsekulude ka kaudsed kulud, mida pole võimalik otseselt kanda vastavate toodanguliikide kuludeks.

Tarbijate kooperatsioonis jaotatakse tsehhikulud ja tootmise üldkulud üksikute tooteliikide vahel võrdeliselt nende tooteliikide valmistamisega tegelevate tootmistööliste palgasummaga.

Igas iseseisval bilansil olevas ettevõttes koostatakse tsehhikulude ja tootmise üldkulude eelarve.

Vaatleme näidete varal tsehhikulude ja tootmise üldkulude jaotamise korda.

**Näide 1.** Tarbijate kooperatiivide rajooni tarbijate kooperatiivide liidu tööstuskombinaadi vorstitööstuse tsehhikulud on 4550 rbl.

Tööstuskombinaadi tootmise üldkuludeks oli töötasu 6550 rbl. ja tööstuskombinaadi kontori muud kulud 3600 rbl.

Kõigi tootmistööliste töötasufond oli 18 500 rbl. ja vorstitsehhi töötajate töötasu 1810 rbl., sellest poolsuitsuvorsti valmistamise eest 870 rbl. ja keeduvorsti valmistamise eest 940 rbl.

L a h e n d u s.

1. Määrame kindlaks tsehhikulude osa, mis tuleb lisada:

a) poolsuitsuvorsti omahinnale:

$$\frac{4550 \times 870}{1810} = 2187 \text{ rbl.}$$

b) keeduvorsti omahinnale:

$$\frac{4550 \times 940}{1810} = 2363 \text{ rbl.}$$

ehk $4550 - 2187 = 2363$ rbl.

2. Tootmise üldkulude summa on:

$$6550 + 3600 = 10\,150 \text{ rbl.}$$

3. Jaotame tootmise üldkulud:

a) poolsuitsuvorsti omahinnale:

$$\frac{10\,150 \times 870}{18\,500} = 477{,}3 \text{ rbl.}$$

b) keeduvorsti omahinnale:

$$\frac{10\,150 \times 940}{18\,500} = 515{,}7 \text{ rbl.}$$

**Näide 2.** Tööstuskombinaadi tootmise üldkulud tuleb jaotada kahe tsehhi vahel järgmiste andmete põhjal:

1) tööliste töötasu oli tsehhis nr. 1 4550 rbl. ja tsehhis nr. 2 5630 rbl.;

2) tootmise üldkulud 5320 rbl.

L a h e n d u s.

1. Määrame kulude osa, mis langeb tsehhile nr. 1:

$$\frac{5320 \times 4550}{10\,180} = 2378 \text{ rbl.}$$

2. Tsehhile nr. 2 langevad kulud moodustavad:

$$\frac{5320 \times 5630}{10\,180} = 2942 \text{ rbl. ehk } 5320 - 2378 = 2942 \text{ rbl.}$$

**Näide 3.** Koostada plaaniline kalkulatsioon 1 t nisuleiva (72%) ja 1 t rukkileiva (95%) kohta järgmiste andmete põhjal.

Toorainete ja materjalide kulutus on:

| Tooraine | 1 kg hind rbl. ja kop. | 95% rukkileib (väljaküpsetus 156%) | | 72% nisuleib (väljaküpsetus 140%) | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | norm kg | summa rbl. | norm kg | summa rbl. |
| 95%-line jahu | 0—15 | 1000 | 150— | — | — |
| 72%-line jahu | 0—25 | — | — | 1000 | 250— |
| Pärm | 0—54 | 0,06 | 0—32 | 0,7 | 3—78 |
| Sool | 0—04 | 1,5 | 0—60 | 1,3 | 0—52 |
| Taimeõli | 1—68 | 0,15 | 2—50 | 0,15 | 2—50 |

*Märkus.* Pärmi, soola ja taimeõli kulunormid on määratud põhitooraine (jahu) ja 100 kg kohta.

Kütuse ja elektrienergia kulud on 4 rbl., transpordikulud 3 rbl., töötasu 95% leiva valmistamise eest 3 rbl. 15 kop., 72% leiva valmistamise eest 4 rbl. 25 kop., eraldised töötasult 4,5%. Tsehhi- ja administratiivkulud 95% leivale on 1 rbl. 58 kop., 72% leivale 2 rbl. 80 kop.

Eraldised rajooniliidu juhatuse kulude katteks moodustavad 4,5% väljalaskehinnast.

95%-lisest jahust leiva väljalaskehinnaks on kinnitatud 118 rbl. ja 72%-lisest jahust leivale 225 rbl.

Lahendus.

*1 t leiva plaaniline kalkulatsioon* rbl. ja kop.

| Kulude nimetused | 95% rukkileib (väljaküpsetus 156%) | 72% nisuleib (väljaküpsetus 140%) |
|---|---|---|
| Põhitooraine (1000 kg jahu) | 150 | 250—00 |
| Abimaterjalid | 3—42 | 6—80 |
| Kokku | 153—42 | 256—80 |
| Põhi- ja abitoorainete maksumus (1000 kg leiva kohta) | 98—34 * | 183—50 |
| Küte ja elektrienergia | 4—00 | 4—00 |
| Transpordikulud | 3—00 | 3—00 |
| Põhitöötasu | 3—15 | 4—25 |
| Eraldised töötasult | 0—15 | 0—19 |
| Tsehhi- ja administratiivkulud | 1—58 | 2—80 |
| 1. Tööstuslik omahind | 110—22 | 197—74 |
| 2. Majandisisesed eraldised 4,5% | 5—31 | 10—13 |
| 3. Kommertsomahind (1+2) | 115—53 | 207—87 |
| 4. Kasum | 2—47 | 17—13 |
| 5. Väljalaskehind (3+4) | 118—00 | 225—00 |

* See summa on arvutatud järgmiselt:

$$\frac{153{,}42 \times 100}{156} = 98{,}34$$

**Näide 4.** Koostada plaaniline kalkulatsioon 100 kg küpsiste kohta järgmiste andmete põhjal:

| Tooraine nimetus | Kulunorm 100 kg valmistoote kohta kg | Kilogrammi hind rbl. ja kop. | Summa rbl. ja kop. |
|---|---|---|---|
| I sordi jahu . . . . . . . . . | 49,8 | 0—25 | 12—45 |
| Peensuhkur . . . . . . . . . | 40,6 | 0—80 | 32—48 |
| Tärklis . . . . . . . . . . . | 6,9 | 0—42 | 2—90 |
| Muud abitoorained . . . . . . | — | — | 0—64 |

Küttekulude arvutamisel lähtuda normist 0,2 m³ 100 kg valmistoodangu kohta hinnaga 7 rbl. kuupmeeter ja elektrienergia kulud näha ette 25 kop. suuruses.

Põhi- ja täiendav töötasu koos eraldistega töötasult on 2 rbl. 00 kop., taara ja pakkematerjalid — 3 rbl. 20 kop.; tsehhikulud — 2 rbl. 28 kop., tehase üldkulud — 3 rbl. 80 kop. Turustuskulud on kindlaks määratud 1 rbl. 30 kop. suuruses. Kasum on 15% omahinnast.

Lahendus.

| Kulude nimetused | Kulude summa 100 kg toodangu kohta | |
|---|---|---|
| | rbl. | kop. |
| Põhimaterjalid . . . . . . . . . . | 47 | 83 |
| Abimaterjalid . . . . . . . . . . . | 0 | 64 |
| Küte . . . . . . . . . . . . . | 1 | 40 |
| Elektrienergia . . . . . . . . . . . | 0 | 25 |
| Põhi- ja täiendav töötasu . . . . . . | 2 | 00 |
| Taara ja pakkimismaterjalid . . . . . | 3 | 20 |
| Tsehhikulud . . . . . . . . . . . | 2 | 28 |
| Tehase üldkulud . . . . . . . . . . | 3 | 80 |
| 1. Tootmisomahind . . . . . . . . | 61 | 40 |
| 2. Turustuskulud . . . . . . . . . | 1 | 30 |
| 3. Kommertsomahind (1+2) . . . . . | 62 | 70 |
| 4. Kasum . . . . . . . . . . . . | 9 | 20 |
| 5. 100 kg toodangu hulgihind (3+4) . . | 71 | 90 |

## § 96. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Mida nimetatakse põhitootmiseks?
2. Mida nimetatakse abitootmiseks?
3. Missuguseid kulusid nimetatakse otsesteks?
4. Missuguseid kulusid nimetatakse kaudseteks?
5. Kuidas jaotatakse tsehhikulud?
6. Kuidas jaotatakse tehase üldkulud?

## Ülesanded

1. Missugune kogus tooraineid tuleb anda töötlemisele, et saada 25,4 t toodangut, kui tooraine jäätmed tootmisprotsessis moodustavad 2,9%. Arvutada täpsusega 1 kg.

2. Kui palju on vaja toorainet 1080 kg toodangu valmistamiseks ja missugune on 1 kg toodangu omahind, kui jäätmed moodustavad 8,3%, sellest 5,7% kasutatavaid jäätmeid, mis realiseeritakse hinnaga 2 rbl. tsentner.

Tooraine hind on 14 rbl. tsentner. Muud kulud moodustavad 2085 rbl.

3. Tootmisse anti 2320 ts toorainet hinnaga 2 rbl. 70 kop. kilogramm. Määrata 1 kg täpsusega sellest toorainest valmistatud toodangu kogus ja 1 kg toodangu omahind, kui töötasu koos eraldistega töötasult moodustab 5220 rbl. ja muud kulud on 1235 rbl. Jäätmed moodustasid 10,8% tooraine üldkogusest, sealhulgas 8,6% kasutatavaid jäätmeid, mis realiseeritakse hinnaga 3 rbl. tsentner.

4. Tarbijate kooperatiivide rajooni tarbijate kooperatiivide liidu tööstuskombinaadi töökoja tsehhikulud on 6500 rbl. Tootmise üldkulud (peale töötasu) moodustasid 5350 rbl. ja töötasu 9755 rbl. Tootmistööliste töötasufond oli 28 220 rbl. ja tsehhi töötajate kogu põhitöötasu 2735 rbl., sellest toote *A* valmistamise eest 1280 rbl. ja toote *B* valmistamise eest 1455 rbl.

Jaotada tsehhikulud ja tootmise üldkulud toodanguliikide vahel võrdeliselt tootmistööliste põhitöötasuga.

5. Määrata ühe tabureti tootmisomahind ja väljalaskehind, kui tööstuskombinaadi mööblitsehhis valmistati 1800 taburetti, kusjuures taburettide valmistamise otsesed kulud moodustasid 130 rbl., sellest tootmistööliste töötasu 520 rbl.

Mööblitsehhis valmistati ka muud mööblit, mille osas tootmistööliste töötasu moodustas 2250 rbl. Tsehhikulusid oli 510 rbl. ja tootmise üldkulusid 1370 rbl.

Tööstuskombinaadi tootmistööliste kogu töötasu on 2100 rbl. Majandisiseseid eraldisi tehti 2,5% ulatuses. Kasum on ette nähtud 4,5% omahinnast.

XIII peatükk

# PINDALA JA RUUMALA MÕÕTMINE

Selles peatükis antakse kehade pindalade ja ruumalade arvutamiseks vajalikke teadmisi geomeetriast. Keha ruumala tuleb mõnikord arvutada selleks, et teada saada keha kaalu. Selline vajadus esineb siis, kui keha vahetult kaaluda on raske või isegi võimatu, näiteks suurte soola-, kartuli-, köögivilja jne. varude inventeerimisel.

Pindalade ja ruumalade arvutamine nõuab pindala ja ruumalamõõtude head tundmist. Samuti on vaja hästi teada ligikaudsete arvudega nõutud täpsusega arvutamise reegleid.

## § 97. PINDALA MÕÕTMINE

Pindalasid mõõdetakse ruutühikutega. Mõõtühikuks võetakse ruudu pindala, mille külg võrdub mingisuguse pikkusühikuga — meetri, detsimeetri või sentimeetriga. Seejuures tehakse kindlaks, mitu säärast ruutu mahub mõõdetavale pinnale.

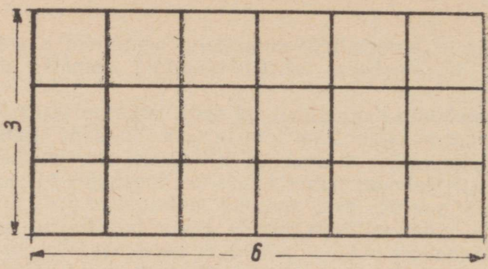
Maatüki pindala mõõtmisel on mõõtühikuteks: 1) hektar (ha), s. o. ruut, mille külje pikkus on 100 m; 2) aar (a), s. o. ruut, mille külje pikkus on 10 m.

Tegelikult ei mõõdeta pindalasid ruudu asetamise teel mõõdetavale pinnale, sest see meetod on ebamugav.

Oletame, et on vaja mõõta ristküliku pindala (joon. 11). Ristkülikule on paigutatud ruutsentimeetrid — 18 ruutu. Nende arvu teeme kindlaks ruutude kokkuarvamise teel. Kuid lihtsam on seda teha järgmiselt: lugeda ära külgede pikkuse ja laiuse sentimeetrite arv ning need korrutada. Ristküliku pikkus on 6 cm, laius 3 cm. Saadud andmete korrutamisel saame samuti 18 $cm^2$.

Järelikult, selleks et mõõta pindala, millel on ristküliku või ruudu kuju, tuleb tema pikkus korrutada laiusega.

**Näide 1.** Arvutada lao põranda pindala, mille pikkus on 10 m ja laius 6 m.




Joon. 11. Ristküliku pindala.

L a h e n d u s. Põranda pindala on $10\times6=60$ m².

**Näide 2.** Arvutada kaupluse müügisaali pindala, kui saalil on ristküliku kuju. Saali pikkus on 12 m 40 cm ja laius 7 m 80 cm.

L a h e n d u s. Pindala leidmiseks väljendame küljed kõigepealt ühesugustes ühikuis — kas meetrites või sentimeetrites:

$$12 \text{ m } 40 \text{ cm}=12{,}4;\ 7 \text{ m } 80 \text{ cm}=7{,}8 \text{ m}$$

Müügisaali pindala on $12{,}4\times7{,}8=96{,}72$ m² $\approx97$ m².

Kui väljendame pikkuse ja laiuse sentimeetrites, siis nad moodustavad vastavalt 1240 cm ja 780 cm. Müügisaali pindala on 967 200 cm². Kuna ruutmeetris on 10 000 cm², siis selleks, et pindala väljendada ruutmeetrites, jagame 967 200 10 000-ga, eraldades komaga neli kohta paremalt vasakule. Tulemuseks saame 96,7200 m² ehk 96,72 m² $\approx$ 97 m².

*Kolmnurga pindala* võrdub tema aluse ja kõrguse poole korrutisega. Kui kolmnurga alus on 15 m ja kõrgus 10 m, siis pindala võrdub $\frac{15\times10}{2}=75$ m².

*Rööpküliku pindala* võrdub tema aluse ja kõrguse korrutisega. Kui rööpküliku pikkus on 8 m ja kõrgus 6 m, siis tema pindala võrdub:

$$6\times8=48 \text{ m}^2$$

## § 98. RINGI ÜMBERMÕÕT (RINGJOONE PIKKUS) JA RINGI PINDALA

Ringi pindala ei ole võimalik vahetult mõõta. Samuti ei ole võimalik vahetult mõõta ringjoone pikkust, sest mõõtühik kujutab endast sirglõiku, millega aga ei saa mõõta kõverjoont. Kuid on tehtud kindlaks, et igasuguse ringjoone pikkus on ligikaudu 3,14 korda suurem tema diameetrist. Kui näiteks ringi diameeter on 10 m, siis ringjoone pikkus ehk ringi ümbermõõt on $10\times3{,}14=$ $=31{,}4$ m. Ringi ümbermõõdu suhet diameetrisse märgitakse kreeka tähega $\pi$ (loetakse «pii»). Ringi ümbermõõdu pikkust väljendatakse valemiga:

$$C=\pi D,$$

kus $D$ on ringi diameeter ja $C$ on ringi ümbermõõt ehk ringjoone pikkus.

Kui korrutame ringi ümbermõõdu poole raadiusega, saame ringi pindala. Ringi pindala väljendatakse valemiga:

$$S=\pi D\times\frac{R}{2},$$

kus R on ringi raadius ja S — ringi pindala.

**Näide 1.** Ringi diameeter on 12 cm. Arvutada ringi pindala.

Lahendus. Leiame algul ringi ümbermõõdu pikkuse: $C=12\times3{,}14=37{,}68$ cm. Seejärel leiame poole raadiuse pikkuse. Kuna raadius võrdub poole diameetriga, on pool raadiust $(12:2):2=3$ cm. Ringi pindala võrdub ringi ümbermõõdu ja poole raadiuse korrutisega, s. o. $S=37{,}68\times3=113{,}04$ cm$^2\approx113$ cm$^2$.

Ringi pindala võib leida ka ilma ringjoone pikkust arvutamata, korrutades 3,14 raadiusega ja veel kord raadiusega valemi järgi:

$$S=\pi R^2$$

See on ringi pindala teine valem.

**Näide 2.** Ringi raadius on 7 m. Arvutada ringi pindala.

Lahendus. Ringi pindala on $3{,}14\times7\times7=153{,}86$ m$^2\approx154$ m$^2$

**Näide 3.** Arvutada tünni põhja pindala.

Lahendus. Mõõdame põhja diameetri. Olgu selleks 76 cm. Seega võrdub raadius 38 cm ja põhja pindala on $3{,}14\times38\times38=$ $=4534{,}16$ cm$^2$ ehk 0,453416 m$^2$ ehk ligikaudu 0,45 m$^2$.

**Näide 4.** Ringi ümbermõõt on 34,54 dm. Määrata ringi pindala.

Lahendus. Kõigepealt peame leidma ringi raadiuse. Kuna ringjoone pikkus $C=\pi D$, s. o. $34{,}54=3{,}14\ D$, siis selleks, et saada diameeter, tuleb 34,54 dm jagada 3,14-ga:

$$D=34{,}54:3{,}14=11 \text{ dm}$$

Raadius $R=11:2=5{,}5$ dm

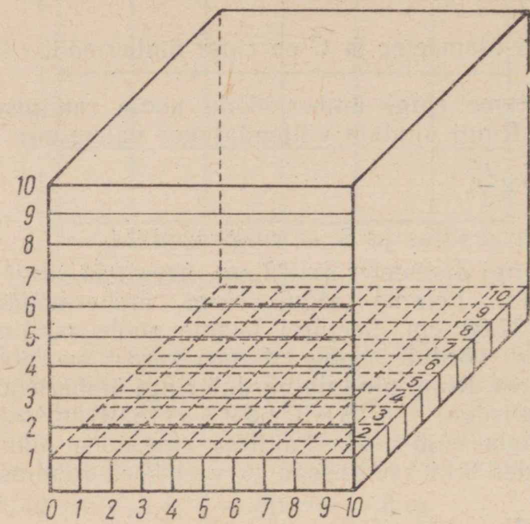
Ringi pindala $S=3{,}14\times5{,}5\times5{,}5=94{,}9850$ dm$^2\approx95$ dm$^2$.

## § 99. RUUMALA EHK MAHU MÕÕTMINE

Mahu all mõistetakse vedelikkude jaoks ette nähtud anumate, tünnide, püttide ja tsisternide või puistainete jaoks määratud kastide ja salvede sisemist ruumala.

Ruumala ehk mahtu mõõdetakse kuupühikutes.

*Kuupühikuks* nimetatakse kuupi, mille pikkus, laius ja kõrgus võrduvad ühe ja sama pikkusühikuga — meetri, detsimeetri või sentimeetriga. Kuupühikuid nimetatakse vastavalt kuupmeetriks, kuupdetsimeetriks ja kuupsentimeetriks (vt. joon. 12).




Joon. 12. Kuup.

## § 100. TÄISNURKSETE KEHADE RUUMALA

Täisnurkseks kehaks nimetatakse niisugust tahulist keha, mille kõik nurgad on täisnurgad, näiteks tuba, salv, seebitükk, kast. Toa ruumala arvutamiseks tuleb mõõta tema pikkus, laius ja kõrgus ning saadud andmed korrutada. Samal viisil arvutatakse salve, kasti jne. maht.

**Näide 1.** Arvutada, missuguse ruumala võtavad enda alla kartulid, mis on hoidlasse puistatud 1,6 m paksuse kihina. Hoidla põrand on ristkülikukujuline ja selle külgede pikkused on 12 m ja 6 m.

Lahendus. Märgime ruumala tähega $V$ ja saame:

$$V=12\times6\times1{,}6=115{,}2\ \text{m}^3\approx115\ \text{m}^3$$

**Näide 2.** Arvutada, missuguse ruumala võtab enda alla jahu risttahukakujulises salves, kui salve pikkus on 3 m 40 cm, laius 1 m 25 cm ja jahukihi paksus (kõrgus) 76 cm.

Lahendus. Ruumala arvutamiseks korrutame pikkuse, laiuse ja kõrguse omavahel, väljendades need ühesugustes ühikutes. Ruumala võrdub:

$$340\times125\times76=3\,230\,000\ \text{cm}^3=3{,}230\,000\ \text{m}^3\approx3{,}2\ \text{m}^3$$

Kui väljendame pikkuse, laiuse ja kõrguse meetrites, siis ruumala on:

$$3{,}4\times1{,}25\times0{,}76\approx3{,}2\ \text{m}^3$$

Pikkuse ja laiuse korrutis annab risttahukakujulise keha aluse pindala. Seepärast võib öelda, et **risttahukakujulise keha ruumala võrdub tema aluse pindala ja kõrguse korrutisega.**

## § 101. SILINDRIKUJULISTE KEHADE RUUMALA

Teeklaasil, raudvaadil, tsisternil (joon. 13, 14) ja teistel taolistel kehadel on silindriline kuju. Seepärast võib neid vaadelda silindritena.

Silindri ruumala määratakse samuti nagu risttahukakujulise keha ruumala, s. o. korrutatakse aluse pindala kõrgusega. Et silindri aluseks on ring, siis tuleb silindri ruumala arvutamiseks leida ringi pindala ja korrutada see silindri kõrgusega. Ringi pindala määramiseks peab olema teada tema raadius. Silindri ruumala väljendub valemiga

$$V=\pi R^2 h,$$

kus $h$ on kõrgus.

**Näide 1.** Arvutada silindri ruumala, mille raadius on 30 cm ja kõrgus 65 cm.

Lahendus. Leiame aluse pindala. Selleks korrutame 3,14 raadiusega ja saadud korrutise korrutame veel kord raadiusega. Saame:

$$S=3{,}14\times 30\times 30=2826 \text{ cm}^2$$

Silindri ruumala arvutamiseks korrutame aluse pindala silindri kõrgusega:

$$V=2826\times 65=183\,690 \text{ cm}^3=183{,}690 \text{ dm}^3\approx 184 \text{ dm}^3$$

**Näide 2.** Arvutada silindrikujulise õlipaagi maht, kui põhja ümbermõõt on 180 cm ja kõrgus 75 cm.

Lahendus. Arvutame paagi põhja diameetri. Selleks jagame paagi sisemise ümbermõõdu 3,14-ga, s. o. $180:3{,}14=56{,}5$ cm.

Leidnud diameetri, määrame kindlaks raadiuse. Raadius võrdub poole diameetriga, s. o. $56{,}5:2=28{,}3$ cm.

Nüüd arvutame põhja pindala: $S=3{,}14\times 28{,}3\times 28{,}3=2514{,}7946$ cm$^2\approx 2515$ cm$^2$. Sisemine ruumala $V=2515\times 75=188{,}625$ cm$^3\approx$ $\approx 189$ dm$^3$. Järelikult on paagi maht 189.

**Näide 3.** Arvutada vedeliku ruumala silindrikujulises paagis, kui paak on horisontaalasendis (joon. 14). Vedeliku pinna kõrgus $h$ $(CK)$ on 0,8 m, silindri põhja diameeter $D$ $(CE)$ 1,4 m ja silindri pikkus 3 m.

Lahendus. Silindri ruumala võrdub põhja pindala ja kõrguse korrutisega. Antud asendis loeme silindri kõrguseks paagi pikkuse. See osa põhjast, mida katab vedelik, kujutab endast ringi segmenti. Vedeliku ruumala kindlakstegemiseks on vaja leida segmendi pindala ja korrutada see paagi pikkusega.

Segmendi pindala arvutatakse järgmise valemiga:

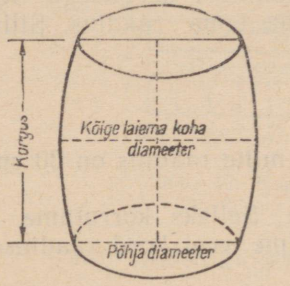
$$S=\frac{4}{3}h^2\sqrt{\frac{D}{h}-0{,}608},$$

kus $D$ on aluse diameeter ja $h$ segmendi kõrgus. Seega võrdub segmendi pindala:

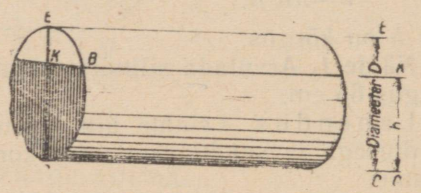
$$\frac{4}{3}\times 0{,}8^2\sqrt{\frac{1{,}4}{0{,}8}-0{,}608}=\frac{4}{3}\times 0{,}64\sqrt{1{,}75-0{,}608}=$$

$$=0{,}853\sqrt{1{,}142}=0{,}853\times 1{,}07\approx 0{,}913\ \text{m}^2$$

Vedeliku maht $V=0{,}913\times 3=2{,}739\ \text{m}^3\approx 2{,}7\ \text{m}^3$.




Joon. 13. Tünn.




Joon. 14. Horisontaalne silinder.

## § 102. TÜNNI MAHU ARVUTAMINE

Tünni mahu arvutamine (joon. 13) on keerukam kui silindrikujulise paagi mahu arvutamine. Tünni mahu arvutamiseks võib kasutada lihtsustatud viisi: mõõta põhja diameeter ja tünni kõige laiema koha sisemine diameeter ning jagada diameetrite summa kahega, s. o. leida keskmine diameeter. Võttes selle tulemuse silindri diameetriks ja tünni kõrguse silindri kõrguseks, arvutame tünni mahu samal viisil nagu silindri ruumala.

Paljusid toiduaineid, kemikaale ja ehitusmaterjale transporditakse tünnides. Tünni mahu määramiseks kasutatakse praktikas ligikaudseid meetodeid, millest kõige lihtsam on järgmine. Mõõdetakse põhja diameeter ja vaadi kõige laiema koha sisemine diameeter. Nende kahe diameetri summa jagatakse kahega ja saadud keskmine diameeter korrutatakse tema endaga, kõrgusega ja 0,785-ga.

**Näide 1.** Leida tünni maht, kui tema sisemine kõrgus on 80 cm, põhja diameeter 50 cm ja kõige laiema koha diameeter 58 cm.

L a h e n d u s. Leiame keskmise diameetri: $\frac{50+58}{2}=54$ cm.

Seejärel teeme kindlaks tünni ruumala:

$V = 54 \times 54 \times 80 \times 0{,}785 = 183\,124{,}8$ cm³ ehk 183,1 liitrit.

**Näide 2.** Arvutada tünni maht, kui põhja diameeter on 30 cm, kõige laiema koha sisemine diameeter 36 cm ja sisemine kõrgus 50 cm.

L a h e n d u s.

Leiame keskmise diameetri $(30+36):2=33$ cm.

Arvutame keskmise raadiuse: $33:2=16{,}5$ cm.

Leiame aluse pindala: $3{,}14 \times 16{,}5 \times 16{,}5 = 854{,}865$ cm$^2 \approx 855$ cm$^2$.

Arvutame tünni mahu: $V = 855 \times 50 = 42\,750$ cm$^3 \approx 43$ dm$^3 = 43$ l.

Sisemise diameetri võime leida järgmiselt. Mõõdame niidi või nööri abil tünni ümbermõõdu, jagame tulemuse 3,14-ga ja saadud välimisest diameetrist lahutame tünni seina kahekordse paksuse.

**Näide 3.** Silindri välimine ümbermõõt on 148 cm ja seina paksus 1,2 cm. Määrata sisemine diameeter.

L a h e n d u s. Leiame välimise ümbermõõdu diameetri:

$$148 : 3{,}14 = 47{,}1 \text{ cm}$$

Arvutame sisemise diameetri:

$$47{,}1 - 1{,}2 \times 2 = 47{,}1 - 2{,}4 = 44{,}7 \text{ cm}$$

## § 103. KEHA KAALU ARVUTAMINE TEMA RUUMALA JÄRGI

Kaubanduses tuleb mõnikord kauba kaal kindlaks teha kauba ruumala järgi. Selline vajadus tekib näiteks köögiviljahoidlas olevate kartulite, kuhja pandud heina jne. inventeerimisel.

Kauba kaalu arvutamiseks tema ruumala järgi peab olema teada kauba ruumala ehk maht ja mahuühiku kaal. Mahuühiku kaalu võib leida vastavast tabelist (vt. tabel 16) või teha kindlaks katseliselt kaalumise teel.

Iga keha kaal kujutab endast keha mahuühikute arvu ja mahuühiku kaalu korrutist. Tähistades kauba kaalu tähega $P$, mahu tähega $V$ ja mahuühiku kaalu tähega $d$, saame kaalu arvutamiseks valemi

$$P = V \cdot d$$

Aine ühe kuupsentimeetri kaalu grammides nimetatakse aine erikaaluks $(e)$. Aine erikaal väljendab aga ka aine ühe kuupdetsimeetri ehk ühe liitri kaalu kilogrammides ja aine ühe kuupmeetri kaalu tonnides. Võttes kauba mahuühiku kaaluks aine erikaalu, saame seose

$$P = V \cdot e.$$

Aine erikaalu rakendamise korral on meetermõõdustikus kaaluühikud seotud mahuühikutega järgmiselt: 1) kui ruumala on väljendatud kuupsentimeetrites, siis korrutis $V \cdot e$ näitab kaalu grammides; 2) kui ruumala on väljendatud kuupdetsimeetrites ehk liitrites, siis korrutis $V \cdot e$ näitab kaalu kilogrammides; 3) kui ruumala on väljendatud kuupmeetrites, siis korrutis $V \cdot e$ näitab kaalu tonnides.

Keha ruumala võime aine erikaalu kaudu arvutada valemi järgi $V = \frac{P}{e}$ ja aine erikaalu valemi järgi $e = \frac{P\,(g)}{V\ cm^3}$ või $\frac{(kg)}{(dm^3)}$ või $\frac{(t)}{(m^3)}$.

**Näide 1.** Määrata hoidlas olevate kartulite kaal, kui nende ruumala on 140 $m^3$ ja 1 $m^3$ kartuleid kaalub 0,675 t.

Lahendus. Kartulite kaal on:

$$140 \times 0{,}675 = 94{,}500\ t = 94{,}5\ t.$$

**Näide 2.** Määrata petrooleumi kaal silindrikujulises paagis, kui silindri põhja raadius on 6 dm, petrooleumikihi kõrgus paagis 12 dm ja 1 l petrooleumi kaalub 0,8 kg.

Lahendus.

Paagi põhja pindala on: $3{,}14 \times 6 \times 6 = 113{,}04\ dm^2 \approx 113\ dm^2$.

Paagi maht on: $113 \times 12 = 1356\ dm^3 \approx 1360\ dm^3$.

Väljendame paagi mahu liitrites: $1360\ dm^3 = 1360$ l.

Petrooleumi kaal on: $1360 \times 0{,}8 = 1088{,}0\ kg \approx 1090$ kg.

**Näide 3.** Määrata petrooleumi kaal horisontaalasendis olevas

Tabel 16

**Mõningate ainete mahuühiku kaal**

| Nimetus | 1 $m^3$ kaal (t) | Nimetus | 1 $m^3$ kaal (t) |
|---|---|---|---|
| Jahu puistatult . . . | 0,4—0,5 | Heinad pressitult . . | 0,42 |
| Jahu pressitult . . . | 0,7—0,8 | Kuiv ristikhein . . . | 0,09—0,015 |
| Tangud . . . . . . | 0,65 | Roheline ristik . . . | 0,325—0,35 |
| Herned . . . . . . | 0,78 | Nafta . . . . . . . | 0,76 |
| Nisu . . . . . . . | 0,75 | Petrooleum . . . . | 0,8 |
| Rukis . . . . . . | 0,7 | Bensiin . . . . . . | 0,7 |
| Oder . . . . . . . | 0,6 | Koks . . . . . . . | 1,4 |
| Kaer . . . . . . . | 0,5 | Antratsiit puistatult . | 0,7—1,0 |
| Tatar . . . . . . . | 0,52 | Pruunsüsi puistatult . | 0,65—0,8 |
| Mais . . . . . . . | 0,72 | Kuivatatud turvas . . | 0,51 |
| Hirss . . . . . . . | 0,7 | Liiv . . . . . . . | 1,5—1,7 |
| Kliid . . . . . . . | 0,3 | Tellised . . . . . . | 1,5 |
| Linaseemneõli . . . | 0,93 | Asbest . . . . . . | 1,0 |
| Päevalilleõli . . . . | 0,92 | Tsement . . . . . . | 1,45 |
| Piim . . . . . . . | 1,03 | Alabaster tükkides, puistatult . . . . . | 1,25 |
| Või . . . . . . . | 0,95 | Alabaster kuhjas . . | 1,16 |
| Kartulid puistatult . . | 0,675—0,7 | Kustutamata lubi kuhjas . . . . . . . | 0,9 |
| Õlikoogid . . . . . | 0,29 | Põletatud lubi . . . | 1,5—1,8 |
| Kaera- ja odrapõhk . | 0,045 | Raud . . . . . . . | 7,8 |
| Nisu- ja rukkipõhk . . | 0,04—0,05 | | |
| Heinad kuhjas pärast 3-kuulist seismist . . | 0,078 | | |
| Heinad kuhjas pärast 6-kuulist seismist . . | 0,09—0,11 | | |

silindrikujulises paagis, kui paagi pikkus on 3 m, läbimõõt 1,8 m, petrooleumikihi kõrgus paagis 1,5 m ja petrooleumi erikaal on 0,8.

L a h e n d u s. Vedelikuga kaetud põhjaosa (ringi segmendi) pindala võrdub:

$$\frac{4}{3}\times 1{,}5^2\sqrt{\frac{1{,}8}{1{,}5}-0{,}608}=\frac{4}{3}\times 2{,}25\times\sqrt{1{,}2-0{,}608}=$$
$$=3\sqrt{0{,}592}=3\times 0{,}769=2{,}31\ \text{m}^2.$$

Petrooleumi maht on: $2{,}31\times 3=6{,}93$ m$^3$. Petrooleumi kaal on: $6{,}93\times 0{,}8\approx 5{,}5$ t.

**Näide 4.** Tarbijate kooperatiivide rajooni tarbijate kooperatiivide liit ostis 75 t peent keedusoola. Määrata, kui suure ruumala võtab sool laos enda alla.

L a h e n d u s. See on eelmistele vastupidine ülesanne. Kui aine kaalu määramiseks tema ruumala järgi kasutasime valemit $P=V\cdot e$, siis selle ülesande lahendamiseks tuleb kasutada valemit $V=\frac{P}{d}$, s. o. aine ruumala leidmiseks tuleb tema kaal jagada antud aine mahuühiku kaaluga.

1 m$^3$ säärase soola kaal on 0,785 t, seepärast

$$\text{ruumala } V=\frac{75}{0{,}785}=96\ \text{m}^3$$

**Näide 5.** Kui suur peab olema salve ruumala, et sellesse mahuks 600 kg nisujahu?

L a h e n d u s. Tabelis on antud puistatud jahu 1 m$^3$ kaal tonnides. Kuna jahu kaal on antud kilogrammides, siis tuleb ruumala väljendada kuupdetsimeetrites. Kui 1 m$^3$ jahu kaalub 0,4 t, siis 1 dm$^3$ jahu kaalub $\frac{400}{1000}=0{,}4$ kg. Seepärast $V=\frac{600}{0{,}4}=1500$ dm$^3$.

## § 104. KORDAMISKÜSIMUSED

1. Missuguste ühikutega mõõdetakse pindalasid?
2. Missugune suhe on ruutmõõtude ühikute vahel?
3. Kuidas arvutatakse ruudu, ristküliku ja kolmnurga pindala?
4. Kuidas arvutatakse ringi ümbermõõt?
5. Kuidas arvutatakse ringi pindala?
6. Missuguste ühikutega mõõdetakse ruumala?
7. Missuguste ühikutega mõõdetakse vedelikke?
8. Kuidas arvutatakse risttahukakujulise keha ruumala?
9. Kuidas arvutatakse silindri ruumala?
10. Kuidas arvutatakse tünni maht?
11. Kuidas arvutatakse keha kaal tema ruumala järgi?

### Ülesanded

1. Müügisaalil on ristküliku kuju, mille küljed on 18,3 m ja 10,5 m. Arvutada ostjate kasutada oleva pindala suurus, kui see moodustab 58% müügisaali üldpindalast.

2. Arvutada köögi põranda pindala, kui tema laius on 19,5 m ja pikkus 6,5 m.

3. Arvutada lao põranda pindala, millel on kolmnurga kuju, tema pikkus on 5 m 40 cm ja kõrgus 2 m 15 cm.

4. Salvel on kolmnurgakujuline põhi, mille pindala on 4,5 m². Arvutada selle kolmnurga (salve põhja) kõrgus, kui on teada, et kolmnurga aluseks võetud salve külje pikkus on 1,8 m.

5. Tarbijate kooperatiivi varumispunkti põranda pindala on 36 m² ja põranda laius 5,6 m. Arvutada põranda pikkus.

6. Kaupluses on risttahukakujuline jahukast. Kui kast on ääreni täidetud, mahutab ta 390 kg nisujahu. Inventuuri puhul mõõdeti ära kasti ülemise serva ja jahukihi vaheline kaugus. See moodustas 28 cm.

Teha kindlaks jahu jääk selles kastis, kui kasti pikkus on 118 cm, laius 80 cm ja 1 dm³ jahu kaalub 0,5 kg.

7. Köögiviljahoidlana kasutataval keldril on risttahuka kuju, mille mõõtmed on 12×8×3 m. Mitu tonni kartuleid mahub sellesse köögiviljahoidlasse, kui kartulikihi paksus on 1,4 m?

8. Kui palju taimeõli mahub silindrikujulisse paaki, kui paagi sisemine kõrgus on 65 cm ja sisemine diameeter 46 cm. Õli ulatub paagis 16 cm kauguseni paagi ülemisest servast.

9. Arvutada silindrikujulise vaadi ruumala, kui tema diameeter on 65 cm ja kõrgus 90 cm.

10. Laoruumi pikkus on 13 m, laius 12 m ja kõrgus 4 m. Kui palju võib sinna paigutada kaste, mille pikkus on 75 cm, laius 50 cm ja kõrgus 45 cm, kui kasutada ära pool lao ruumalast?

11. Kui palju nisu mahutab salv, mille pikkus on 2,7 m, laius 84 cm ja kõrgus 1,3 m, kui 1 m³ nisu kaalub 0,75 t?

12. Missuguse pikkusega vitsa on vaja silindrikujulisele vaadile, mille põhja raadius on 35 cm?

13. Kolmetonnise veoauto «ZIL-5» veokasti pikkus on 3,05 m, laius 2,05 ja külje kõrgus 0,65 m. Arvutada, kui palju mahub sellesse kuivatatud turvast, kui 1 m³ turvast kaalub 0,51 t.

14. Ämbril on tüvikoonuse kuju. Tema põhja diameeter on 24 cm, ülemise ava diameeter 28 cm ja kõrgus 26 cm.

Arvutada ämbri ruumala.

15. Silindrikujulise paagi ruumala on 18 m³. Kui palju mahutab paak:

petrooleumi, mille 1 m³ kaalub 0,8 t,
bensiini, mille 1 m³ kaalub 0,7 t,
naftat, mille 1 m³ kaalub 0,76 t?

16. Määrata petrooleumi kaal horisontaalasendis olevas silindrikujulises paagis, kui paagi pikkus on 2,8 m, põhja diameeter 1,6, petrooleumikihi sügavus 0,5 m ja petrooleumi erikaal on 0,8. Arvutada 10 kg täpsusega.

## ARVELAUAL KORRUTAMISE SKEEMID

539×2=539+539=1078
539×3=539+539+539=1617
539×4=539+539+1078=2156
539×5=(539×10) : 2=2695
539×6=(539×5)+539=3234
539×7=(539×5)+539+539=3773
539×8=(539×10)−539−539=4312
539×9=(539×10)−539=4851
539×10=5390
539×11=(539×10)+539=5929
539×12=(539×10)+539+539=6468
539×13=(539×10)+539+539+539=7007
539×14=(539×15)−539=7546
539×15=(539×10) : 2+5390=8085
539×16=(539×15)+539=8624
539×17=(539×15)+539+539=9163
539×18=(539×20)−(539×2)=9702
539×19=(539×20)−539=10241
539×20=5390+5390=10780
539×21=(539×20)+539=11319
539×22=(539×20)+(539×2)=11858
539×23=(539×22)+539=12397
539×24=(539×20)+(539×2)+(539×2)=12936
539×25=(539×100) : 4=13475
539×26=(539×25)+539=14014
539×27=(539×30)−(539×3)=14553
539×28=(539×20)−(539×2)+(539×10)=15092
539×29=(539×30)−539=15631
539×30=5390×3=16170
539×31=(539×30)+539=16709
539×32=(539×22)+(539×10)=17248
539×33=(539×3)+(539×30)=17787
539×34=(539×33)+539=18326
539×35=(539×25)+(539×10)=18865
539×36=(539×40)−(539×4)=19404
539×37=(539×27)+(539×10)=19943
539×38=(539×18)+(539×20)=20482
539×39=(539×40)−539=21021
539×40=5390+5390+10780=21560
539×41=(539×40)+539=22099
539×42=(539×22)+(539×20)=22638
539×43=(539×33)+5390=23177
539×44=(539×4)+(539×40)=23716
539×45=(539×50)−(539×5)=24255
539×46=(539×45)+539=24794
539×47=(539×45)+539+539=25333
539×48=(539×50)−539−539=25872
539×49=(539×50)−539=26411
539×50=(539×100) : 2=26950
539×51=(539×50)+539=27489
539×52=(539×50)+539+539=28028
539×53=(539×50)+539+539+539=28567
539×54=(539×55)−539=29106
539×55=(539×5)+(539×50)=29645

$539\times56=(539\times55)+539=30184$
$539\times57=(539\times55)+539+539=30723$
$539\times58=(539\times60)-539-539=31262$
$539\times59=(539\times60)-539=31801$
$539\times60=(539\times50)+5390=32340$
$539\times61=(539\times60)+539=32879$
$539\times62=(539\times60)+539+539=33418$
$539\times63=(539\times33)+(539\times30)=33957$
$539\times64=(539\times60)-(539\times6)+5390=34496$
$539\times65=(539\times55)+5390=35035$
$539\times66=(539\times6)+(539\times60)=35574$
$539\times67=(539\times66)+539=36113$
$539\times68=(539\times34)+(539\times34)=36652$
$539\times69=(539\times70)-539=37191$
$539\times70=(539\times100)-(539\times30)=37730$
$539\times71=(539\times70)+539=38269$
$539\times72=(539\times80)-(539\times8)=38808$
$539\times73=(539\times72)+539=39347$
$539\times74=(539\times72)+539+539=39886$
$539\times75=(539\times25)\times3=40425$
$539\times76=(539\times77)-539=40964$
$539\times77=(539\times7)+(539\times70)=41503$
$539\times78=(539\times88)-5390=42042$
$539\times79=(539\times80)-539=42581$
$539\times80=(539\times100)-(539\times20)=43120$
$539\times81=(539\times90)-(539\times9)=43659$
$539\times82=(539\times81)+539=44198$
$539\times83=(539\times81)+539+539=44737$
$539\times84=(539\times4)+(539\times40)+(539\times40)=45276$
$539\times85=(539\times5)+(539\times80)=45815$
$539\times86=(539\times88)-539-539=46354$
$539\times87=(539\times88)-539=46893$
$539\times88=(539\times8)+(539\times80)=47432$
$539\times89=(539\times90)-539=47971$
$539\times90=(539\times100)-5390=48510$
$539\times91=(539\times90)+539=49049$
$539\times92=(539\times90)+539+539=49588$
$539\times93=(539\times90)+539+539+539=50127$
$539\times94=(539\times95)-539=50666$
$539\times95=(539\times5)+(539\times90)=51205$
$539\times96=(539\times100)-(539\times4)=51744$
$539\times97=(539\times100)-539-539-539=52283$
$539\times98=(539\times100)-539-539=52822$
$539\times99=(539\times100)-539=53361$

## SISUKORD

VI peatükk. **Arvutusmasin**



VII peatükk. **Arvutuslükati**



VIII peatükk. **Protsendiarvutused**



IX peatükk. **Pangaarvutused**



X peatükk. **Võrdeline (proportsionaalne) jagamine ja keskmised suurused**

Дмитри Петрович К у ч м а.
ХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ.
На эстонском языке.
Оформление К. Ванавески.
Издательство «Валгус». Таллин, Пярнуское шоссе, 10.

Toimetaja J. E i l s e n. Kunstiline toimetaja R. T u n g l a. Tehnilised toimetajad L. M a i d l a ja E. S a g r i s. Korrektor J. N u r m e.

Laduda antud 7. XII 1967. Trükkida antud 8. X 1968. Paber 60×90/16. Trükipoognaid 12,5. Arvestuspoognaid 13,10. Trükiarv 3 000. Tellimise nr. 3446. Trükikoda «Ühiselu», Tallinn, Pikk t. 40/42. Hind 50 kop.

50 kop.