

TARTU ÜLIKOOL
Loodus- ja täppisteaduste valdkond
Füüsika instituut

Rauno Neito

**KAKSIKTÄHED W SER, RX CAS JA SX CAS - UUS HINNANG
TIIRLEMISPERIOODI MUUTUMISELE**

Magistritöö (30 EAP)

Füüsika eriala

Juhendajad:
Indrek Kolka, PhD
Tõnis Eenmäe, MSc

Tartu 2021

Kaksiktähed W Ser, RX Cas ja SX Cas - uus hinnang tiirlemisperioodi muutumisele

Töö eesmärgiks oli anda värsked hinnangud kolme W Serpentis-tüüpi tähe perioodide muutumistele. Selleks koguti Tartu Observatooriumis värsked fotomeetrilisi vaatlusandmed, leiti andmete põhjal tähtede peamiinimumide ajahetked ning loodi nende abil O-C kõverad, millesse sobitatud paraboolide ruutliikmete kordajad kirjeldasid perioodide muutlikkust. Leitud kordajaid võrreldi Erdem ja Öztürk (2014) poolt leitud kordajatega ning selgus, et RX Cas-i periood pikeneb ennustatust aeglasemalt, SX Cas-i periood lühenemise asemel hoopis pikeneb ning W Ser-i jaoks oli liiga vähe andmeid, et uut hinnangut anda.

Märksõnad: akretsioon, akretsioonikettad – kaksiktähesüsteemid: varjutusmuutlikud – tähed: massikadu – meetodid: fotomeetrilised

CERCS: P520 — Astronoomia, kosmoseuuringud, kosmosekeemia

Binary stars W Ser, RX Cas and SX Cas - a new assessment on the change of orbital period

The goal of this thesis was to give new assessments to the change of orbital period of three W Serpentis stars. To achieve it, new photometric observations were made at Tartu Observatory and the obtained data was used to find the moments of primary minima of the three stars. Those moments were used to create O-C diagrams and fit parabolas in them and the quadratic constants of those parabolas described the rate of change for the orbital periods. Those constants were compared to the ones found by Erdem and Öztürk (2014) and the results showed that the orbital period of RX Cas is elongating at a slower pace, the orbital period of SX Cas is increasing, not decreasing as previously thought and due to a lack of data, no new assessment can be given to the change of orbital period of W Ser.

Keywords: accretion, accretion disks – binaries: eclipsing – stars: mass-loss – techniques: photometric

CERCS: P520 — Astronomy, space research, cosmic chemistry

Sisukord

Sissejuhatus	4
1 W Serpentis-tüüpi tähed	6
1.1 W Serpentis	6
1.2 SX Cassiopeia	8
1.3 RX Cassiopeia	9
2 Värvülekanne	13
2.1 Ekstinktsioon	13
2.1.1 Õhumasside leidmise meetodid	14
2.1.2 Ekstinktsioonikordajate arvutamine	16
2.2 Värvülekandekordajad ja instrumendi nullpunktid	17
3 Andmete töötlemine ja analüüs	19
3.1 Vaatlused ja andmekaadrite eeltöötlus	19
3.2 Heleduste mõõtmine	22
3.3 Kõverad ja miinimumide leidmine	24
3.4 Värvülekandevõrrandite lahendamine	27
4 Tulemused ja järeldused	30
4.1 Värvülekanne	30
4.2 W Ser-i tulemused	32
4.3 SX Cas-i tulemused	35
4.4 RX Cas-i tulemused	39
Kokkuvõte	43
Kirjandus	45
Autori märkused	47
A Fotomeetria programm	48
B Andmetöötluse programm	49
C Värvülekandevõrrandite lahendamise programm	50
D Mõõtmistulemused	51
E Reeperkõverate võrdlus	52
Lihtlitsents	54

Sissejuhatus

Kummalisi W Serpentis-tüüpi kaksiktähti on püütud lahti mõtestada 20. sajandi algusest, kuid vaatamata saja aasta jooksul kogutud andmetele ja kirjutatud artiklitele on nende tähtede juures endiselt väga palju sellist, mida selgitada ei osata. Viimane autorile teadaolev artikkel, mis nimetatud tähti kirjeldas, avaldati seitse aastat tagasi (Erdem ja Öztürk, 2014), kuid rohkem pöörati neile tähelepanu möödunud sajandi lõpus (Bessell, 1990; Guinan, 1989; Plavec, 1980; Kalv, 1979).

Et tegemist on kiiresti muutuvate tähtedega (Erdem ja Öztürk, 2014), andis ajavahe varasemate töödega lisaks mõistmatuteks jäänud omadustele põhjust sellist tüüpi tähti uuesti lähemalt uurida. Magistritöö aluseks on autori varasemalt kaitstud bakalaureusetöö (Neito, 2019), mille käigus vaadeldi Tartu Observatooriumis kolme W Serpentis-tüüpi tähte: RX Cassiopeiat, SX Cassiopeiat ning prototüüp tähte W Serpentist ennast. Tol hetkel oli rõhk neist esimesel, sest just selle tähe kohta kogunes kõige enam vaatlusandmeid ning nende täiendamiseks sai kasutada Kalv (1979) ja Kalv et al. (2008) tööde käigus kogutud andmeid, mida on aastakümnete kaupa.

Bakalaureusetöö tulemused viitasid sellele, et tähe orbitaalperiood ei pikene nii kiiresti, kui varasemad tööd (Erdem ja Öztürk, 2014; Kalv et al., 2008) ennustasid. Kuna bakalaureusetöö käigus kogutud andmeid oli märkimisväärselt vähem kui nimetatud autorite töödes, ei saanud sellist perioodi muutlikkust täie kindlusega väita. Seetõttu püstitati perioodi muutumise kiiruse kohta hüpotees, mida järgnevates töödes kinnitada või ümber lükata saaks. Magistritöös ongi nimetatud hüpoteesi kinnitamine üks suurematest sihtidest, kuid suur rõhk on ka ülejäänud kahel W Serpentis-tüüpi tähel, mille kohta kogutud täiendavad andmed võimaldavad nende perioodide muutlikkusele värsked hinnangud anda.

Magistritööle seati järgmised eesmärgid:

- Koguda täiendavaid fotomeetrilisi vaatlusandmeid kolme W Serpentis-tüüpi tähe kohta.
- Luua tähtede faasi- ja reeperkõverad kõigis kasutatud filtrites vaid töös kogutud andmete põhjal.
- Sobitada nimetatud reeperkõverad vaatlusandmetesse ja määrata nende kaudu peavarjutuste

keskmomendid ehk peamiinimumid.

- Koostada keskmistatud peamiinimumidest kolme tähe O-C kõverad ja hinnata seeläbi nende perioodide muutumist.

Lisaks nendele eesmärkidele kujunesid töö käigus välja täiendavad sihid:

- Kinnitada bakalaureusetöös esitatud hüpoteesi RX Cassiopeia perioodi pikenemise aeglustumisele.
- Luua programm, mis suudab hõlpsasti ning täpselt lahendada värviülekandevõrrandeid.
- Võrrelda sama tähe erinevate andmestike põhjal koostatud reeperkõverate sobitamise täpsust.

Töös tutvustatakse lähemalt nimetatud kolme W Serpentis-tüüpi tähte ning värviülekande protseduuri ja olulisust. Sellele järgneb praktiline osa, mis koosneb tähtede heleduste mõõtmisest, andmete kombineerimisest, faasi- ja reeperkõverate tekitamisest ning reeperkõverate nihutamisest andmetesse, mille tulemuseks on uuritavate tähtede peamiinimumide hetked. Leitud hetkedest koostatakse tähtede O-C kõverad ja leitakse kõverate ruutliikmete kordajad ning määramatused, mis kirjeldavad tähtede perioodide muutumise kiiruseid. Töö tulemusteks on kogutud vaatlusandmed, loodud kõverad, leitud peamiinimumid ja ruutliikmete kordajad koos määramatustega. Praktiline osa teostati töö jaoks kirjutatud ja täiustatud programmide abil, mille koostas töö autor programmeerimiskeeles Python.

1. W Serpentiis-tüüpi tähed

W Serpentiis-tüüpi tähed kuuluvad Algol-tüüpi tähtede hulka, mis kujutavad endast pool-eraldatud kaksiktähtede süsteeme, kus üks täht on peajadal ning teine selle juba läbinud. Neist esimene on tüüpiliselt kuum B, A või F-spektriklassi täht ja teine on jahedam hiid või allhiid, mis on esimesest väiksema massiga. Viimane täidab ära enda Roche'i sagara, mistõttu voolab selle aine üle peajadal olevale tähele (Hilditch, 2001; Guinan, 1989). Aine ülevool muudab süsteemi komponentide masside vahekordi ning mõjutab seeläbi ka kaksiksüsteemi orbitaalperioodi. W Serpentiis-tüüpi tähed paistavad Algolite hulgas silma just intensiivse aine ülevoolu tõttu, mistõttu on nende orbitaalperioodide muutlikkus vähemalt suurusjärg kiirem teistest Algolitest (Erdem ja Öztürk, 2014).

Käesolevas töös on rõhk kolmel W Serpentiis-tüüpi tähel: W Serpentiis, SX Cassiopeia ja RX Cassiopeia. Kõiki kolme on eelneval sajandil põhjalikult uuritud, kuid endiselt on nende süsteemide kohta palju vastamata küsimusi. Järgnevates alapeatükkides on kõiki kolme tähte täpsemalt kirjeldatud.

1.1 W Serpentiis

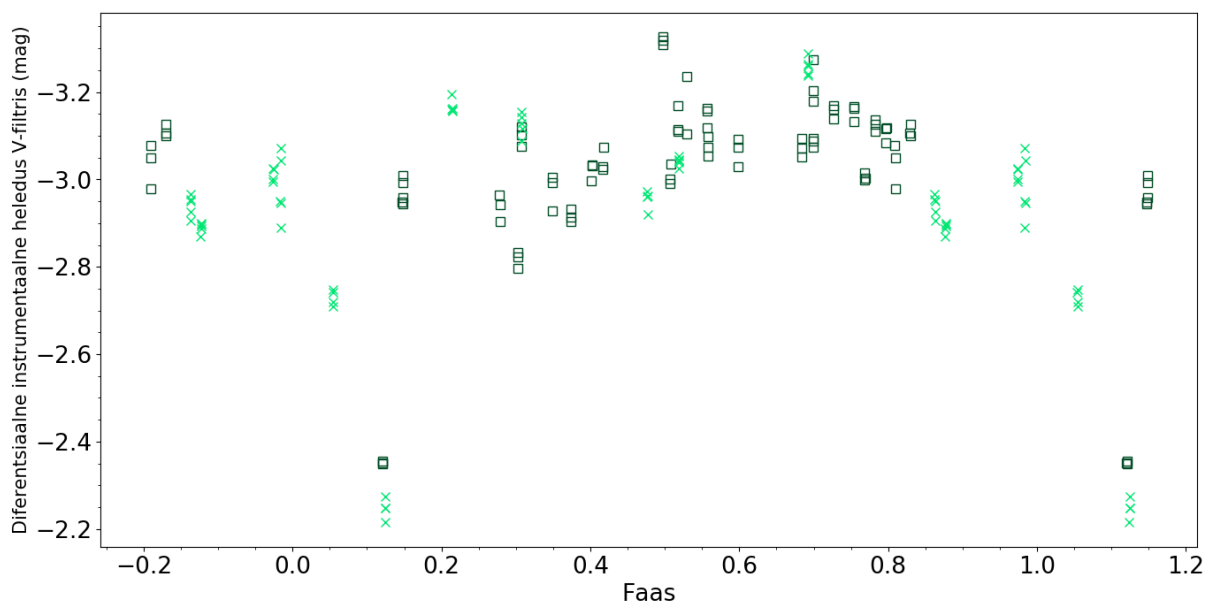
W Serpentiis, edaspidi W Ser, on prototüübiks samanimelistele tähtedele ning selliseid tähti iseloomustavad tugevad emissioonijooned ultravioletis piirkonnas. Spektrivaatluste põhjal on kindlaks tehtud, et tegemist on kiiresti arenevate kaksiktähtedega, kus toimub nii aine ülevool ühelt tähelt teisele kui ka aine väljavool süsteemist tervikuna. Plavec (1980) on välja pakkunud idee, et nende kaksikute peakomponente võivad ümbritseda optiliselt tihedad kettad, mis kiirgavad madalamal temperatuuril kui tähed ise. (Guinan, 1989; Piirola et al., 2005)

W Ser faasikõver on küllaltki kaootilise välimusega, kuna süsteemi käitumine on orbitaaltsükli väga erinev. Ainus pidev tunnus on umbes ühe tähesuuruse sügavune asümmeetriline massiivsema komponendi varjutus. Teise komponendi varjutust kõveratest tuvastada ei ole võimalik. Komponentide spektriklassid ei ole täpselt teada, aga on pakutud, et massiivsem komponent võiks olla B-klassi täht ning teine täht võiks olla M-klassi allhiid, mille heledus moodustab vaid

mõned protsendid peajada tähe heledusest. Komponentide masside suhe m_2/m_1 , kus m_2 tähistab doonortähte ja m_1 akreteerivat tähte, peaks olema umbes 0,3 või vähem (Piirola et al., 2005).

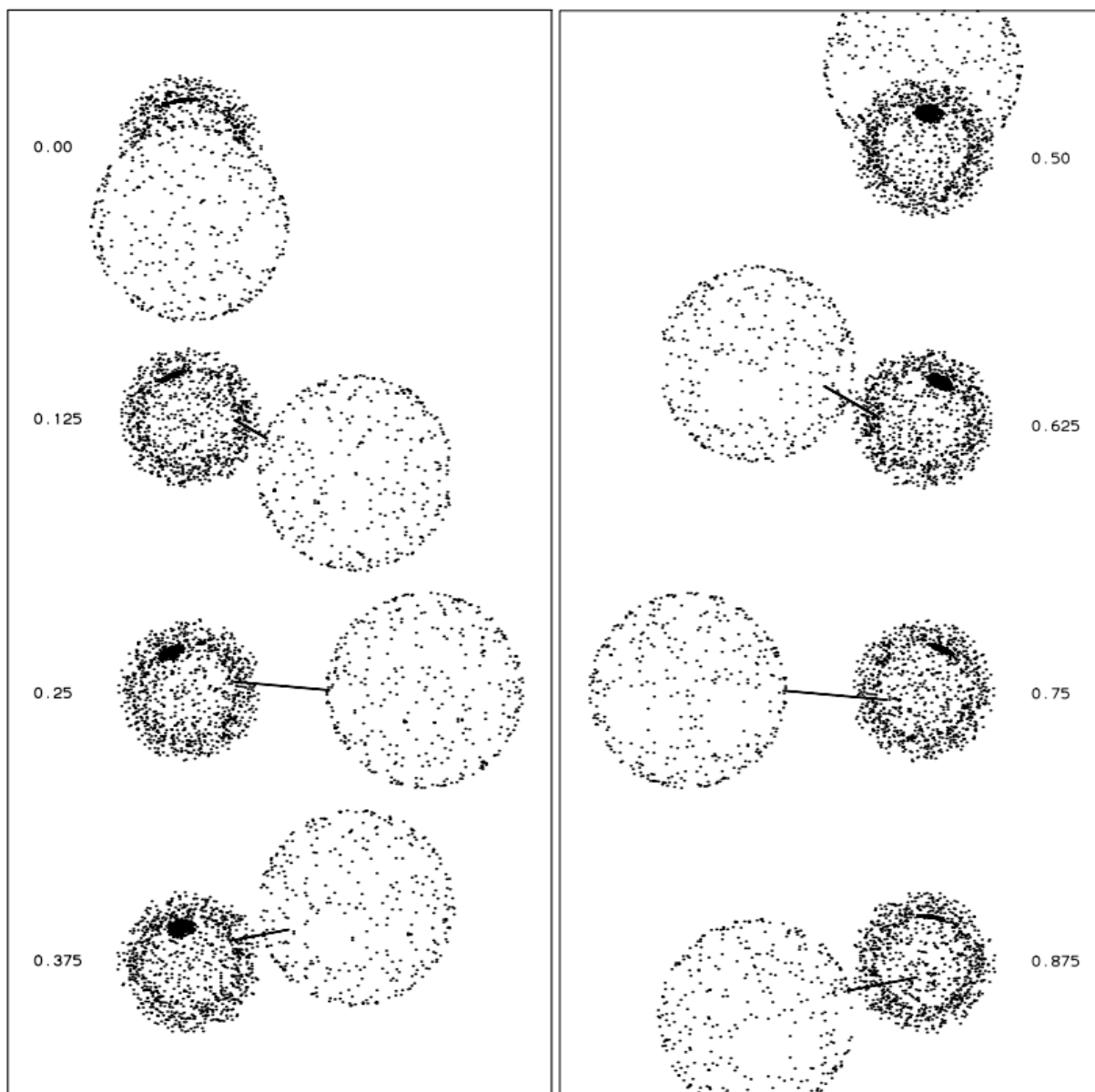
Kaksitähe orbitaalperiood on varasemate hinnangute põhjal olnud umbes 14,16 päeva, kuid kiire arengu tõttu kasvab periood aastas umbes 18 sekundit (Erdem ja Öztürk, 2014), seega on number praeguseks natukene muutunud. Süsteemi heledus väheneb vahetult enne peavarjutust ning kasvab peale seda märkimisväärselt, jõudes maksimumini faasi 0,5 juures (Piirola et al., 2005). Väljaspool peavarjutust võib faasikõveralt leida kühme ja lohke, mille mastaabid on kuni veerand tähesuurst. Pikema aja, ehk ühe vaatlushooaja või enama jooksul võivad muutused heleduses ulatuda kuni poole tähesuuruseni (Guinan, 1989).

Omapärane W Ser-i juures on see, et erinevate filtrite faasikõverad ei näe samasugused välja. Kuigi selgeid trende on eelnevalt mainitu tõttu raske tuvastada, võib siiski öelda, et peavarjutus on sügavam B ja V-filtrites ning märksa laugem R ja I-filtrites. Peale selle muutub tähe värvus varjutuste käigus sinisemaks, mis viitab sellele, et varjutatakse peamise komponendi ümber asuva ketta punasemaid osi (Piirola et al., 2005). W Ser faasikõver V-filtris on nähtav joonisel 1.1.



Joonis 1.1: W Ser-i faasikõver V-filtris. Jooniselt on näha, et väljaspool peavarjutust puudub kindel korrapära ja punktide hajumine heleduses on lai. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

Piirola et al. (2005) on oma töö põhjal loonud W Ser mudeli, mis illustreerib süsteemi väga hästi (vt joonis 1.2). Mudelit vaadates hakkab silma tihe laik massiivsema tähe polaaralal, mille puhul võib tegemist olla ainejoaga.

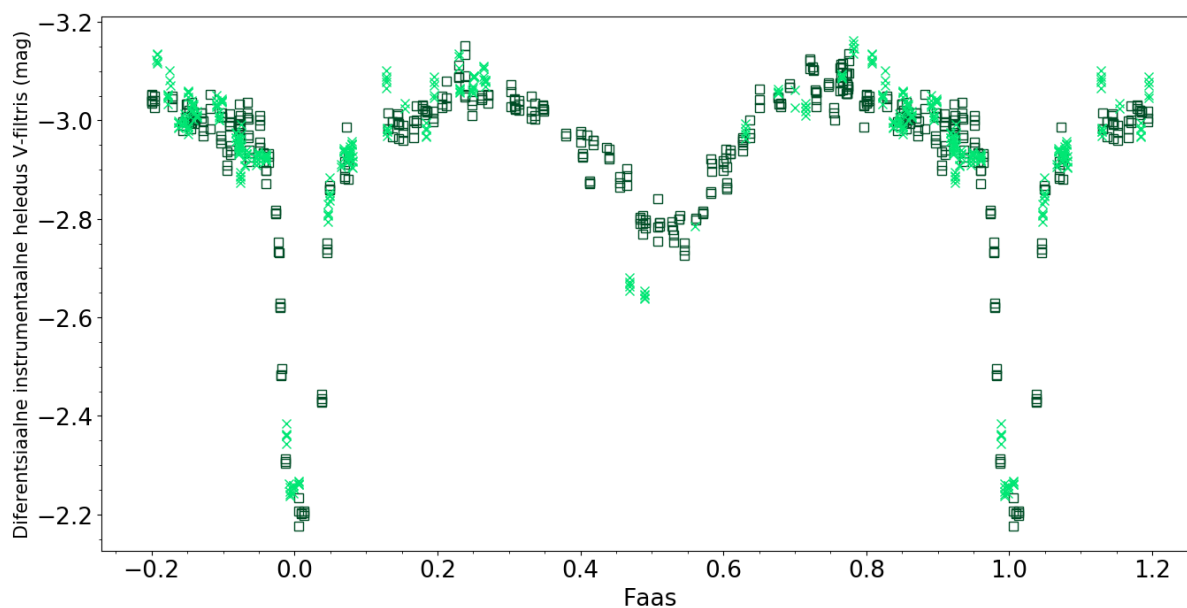


Joonis 1.2: Piirola et al. (2005) mudel W Serpentsist. Mudelil on näha, kuidas asetsevad komponendid ühe orbitaalperioodi vältel ning mida on näha varjutuste ajal. Väiksem laiguga täht on massiivsem ning suurem täht loovutab sellele ainet. Aine ülevoolu märgib joonisel tähti ühendav sirge ning numbrid märgivad süsteemi faasi.

1.2 SX Cassiopeia

SX Cassiopeia, edaspidi SX Cas, sarnaneb paljuski W Ser-iga, kuid peenemad detailid on siiski erinevad. Näiteks arvatakse, et ka SX Cas-i peakomponenti ümbritseb optiliselt tihed gaasiketas ja et see kuulub B-spektriklassi, kuid kaaslase spektriklassiks on hinnatud K. Komponentide masside suhe m_2/m_1 sarnaselt W Ser-ile on 0,3 (Piirola et al., 2006). Süsteemi orbitaalperiood on ligikaudu 36,57 päeva ning peaks aastast lühenema 2 sekundit (Erdem ja Öztürk, 2014).

Nagu ka W Ser-i puhul, sõltuvad SX Cas-i faasikõverate kujud kasutatud filtrist, kuid erinevused filtrite vahel on palju silmatorkavamad. SX Cas-i doonortähe varjutus on väga hästi näha I, R ja V-filtrites, kuid B-filtris on varjutus vaevu märgatav. Peale selle muutuvad mõlema varjutuse sügavused, B-filtris on peavarjutuse sügavus üle ühe tähesuuruse, kuid I-filtris vaevu pool tähesuurust. Pikemate lainepikkuste poole liikudes muutub doonortähe varjutus sügavamaks ning on I-filtris peavarjutusega umbes sama sügav. Joonisel 1.3 on näidatud SX Cas-i faasikõver V-filtris. Erinevalt W Ser-i peavarjutusest, muutub SX Cas-i peavarjutuse ajal kaksiktähe värvus punasemaks ning doonortähe varjutuse ajal sinisemaks. (Piirola et al., 2006)

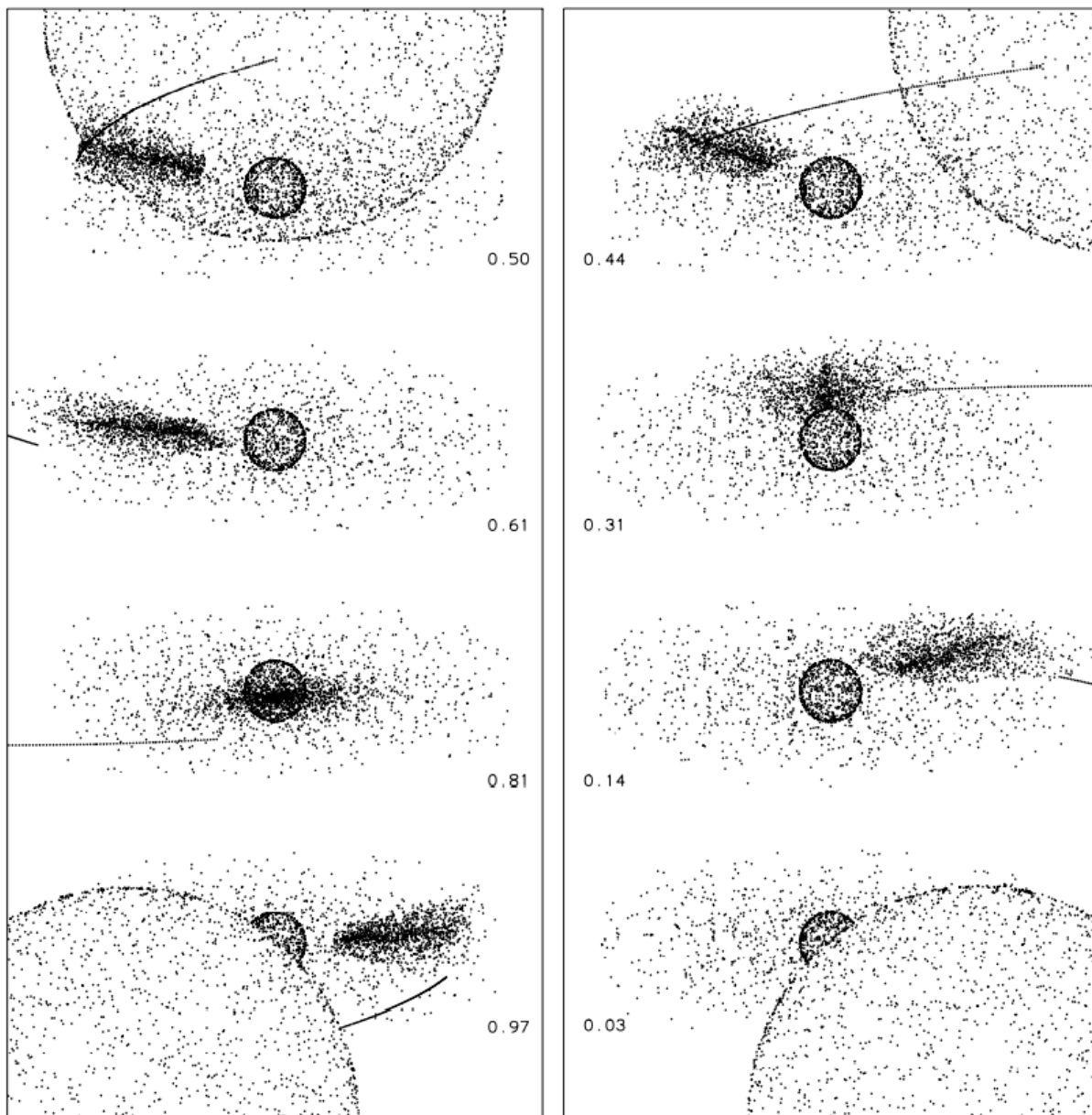


Joonis 1.3: SX Cas-i faasikõver V-filtris. Võrreldes W Ser-i faasikõveraga hakkab silma väiksem punktide hajuvus ning selgesti eristuv doonortähe varjutus. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

Võrreldes W Ser-iga on SX Cas nii-öelda „puhtam” süsteem, sest peakomponenti ümbritsev akretsiooniketas ei varja tähelt meieni jõudvat valgust nii suurel hulgal kui W Ser-i peakomponenti ketas (Piirola et al., 2006). See puhtus väljendub ka faasikõveratel, kus on näha, et erinevate perioodide ajal tehtud mõõtmised, mis vastavad samale faasile, hajuvad märgatavalt vähem kui W Ser-i puhul. Sarnaselt oma eelnevale tööle, on Piirola et al. (2006) loonud ka SX Cas-i jaoks mudeli, mis süsteemi ilmestab (vt joonis 1.4).

1.3 RX Cassiopeia

Kolmas W Ser-tüüpi täht on RX Cassiopeia, edaspidi RX Cas. Võrreldes eelneva kahe tähega võiks öelda, et RX Cas sarnaneb rohkem SX Cas-iga, kuna doonortäht on samuti K-spektriklassist (peakomponent on siiski B-klassist, nagu ka W Ser-i ja SX Cas-i peakomponent) ning masside

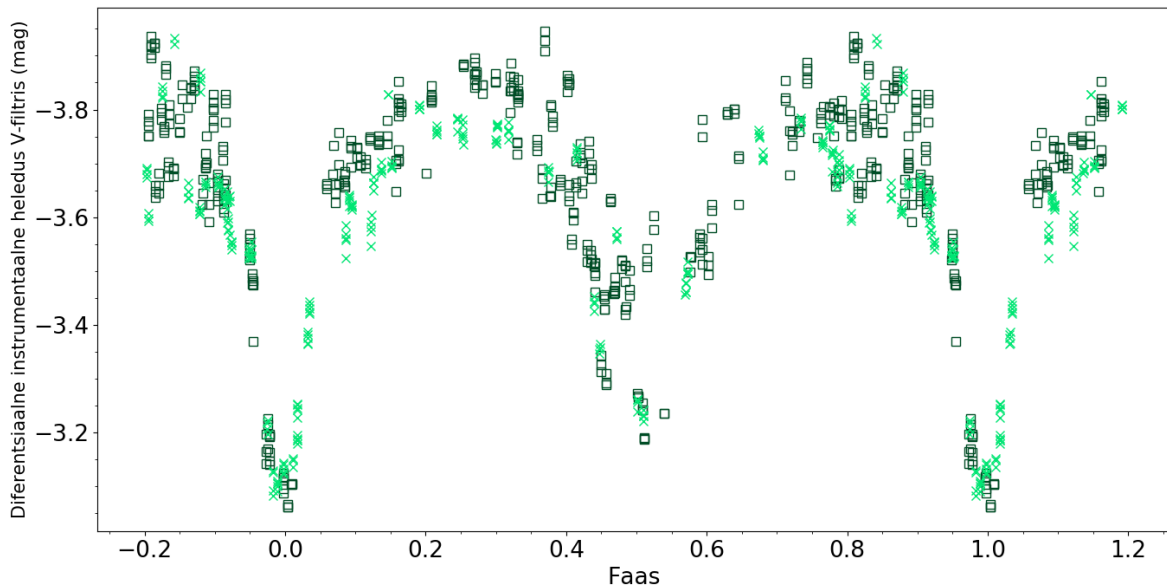


Joonis 1.4: Piirola et al. (2006) mudel SX Cassiopeiast. Ka siin on joonisel väiksem täht süsteemi massiivsem komponent, kes mõttudelt suuremalt tähelt ainet akreteerib. Akretsioonijuga tähistab kitsas joon ja tihedamalt asuvad punktid massiivsema tähe läheduses. Numbrid kujutavad süsteemi erinevaid faase.

suhe m_2/m_1 on 0,3 (Andersen et al., 1989). Peale selle on RX Cas-i orbitaalperiood samuti üle 30 päeva (täpsemalt 32,33 päeva) pikk ning see pikeneb aastas umbes 23 sekundit (Erdem ja Öztürk, 2014). Ka RX Cas-i peamise komponendi ümber arvatakse olevat optiliselt tihe akretsiooniketas, mis tähelt meieni jõudvat valgust oluliselt moonutab (Andersen et al., 1989).

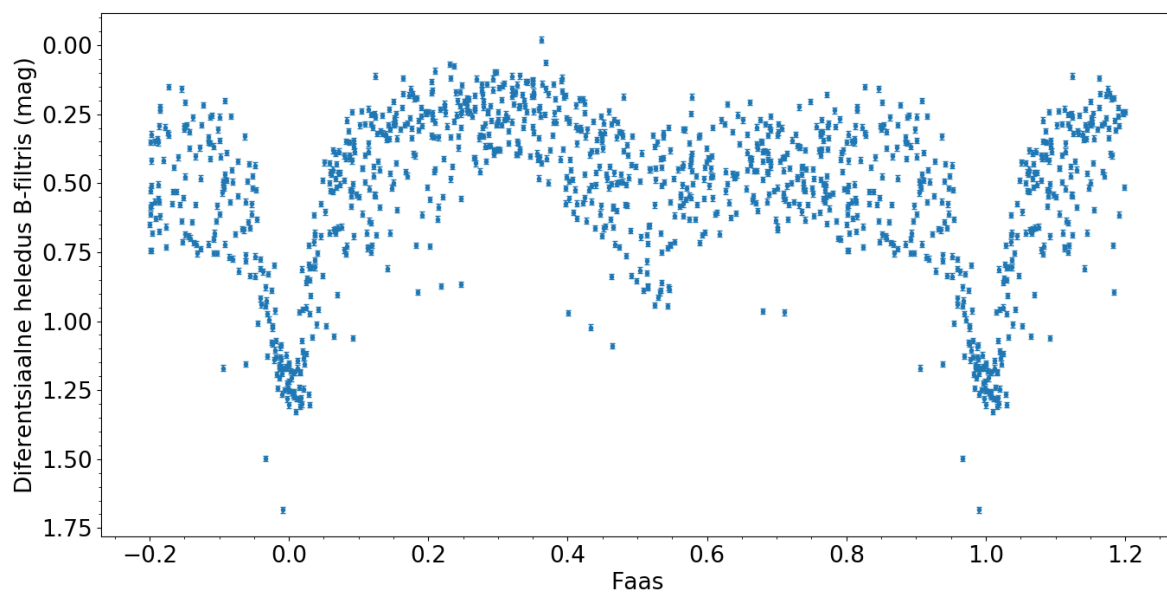
Oma prototüüptähte meenutab RX Cas heleduste suure hajumisega väljaspool miinimume (vt joonis 1.5). Eriti hästi on seda näha B-filtri faasikõveratelt, kus peamiinimumivälised heledused

on väga laia vahemikku jaotunud. Andersen et al. (1989) on täheldanud, et tähe heledus faasis 0,75 on madalam kui faasis 0,25 ning on selle selgituseks pakkunud mitu põhjust: doonortähe temperatuuri ebahühtlane jaotus poolkerade vahel, süsteemi ümbritseva gaasi suurem mõju valguse varjamisel orbitaalsükli teises pooles, akretsiooniketta heleduse suurem panus kogu heledusse tsükli esimeses pooles või hoopis mingisugune kombinatsioon neist või teistest tundmatutest mõjutajatest.



Joonis 1.5: RX Cas-i faasikõver V-filtris. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

Kalv (1979) märkas, et selle kaksitähe keskmise heleduskõvera kuju muutub mingi aja tagant ja on kas kõrge, keskmise või madala heledusega olekus väljaspool peamiinimumi (vt joonis 1.6). Nagu näha, on olekutel tugev mõju sekundaarkomponendi varjutusele, mis kõrge heledusega olekus võib sootuks märkamatuks jääda. Muutumatusena ei püsi ka peavarjutuse sügavus, mis raskendab oluliselt peamiinimumide määramist sellistest epohhidest, mille peavarjutustest on olemas vaid üksikud vaatlusandmed. Nimetatud olekud vahetuvad umbes 516 päeva tagant, kuid need vahetused ei ole siiski korrapärased ja esineb erandeid (Kalv, 1979; Kalv et al., 2008).



Joonis 1.6: Kalv (1979) andmete põhjal koostatud RX Cas-i faasikõver B-filtris, millele on kantud kümnete aastate vaatlused. Madala ja kõrge heledusega olekute vahe küündib kohati üle poole tähesuuruse, kuid vahe ei püsi faasiti ühesugune.

2. Värvülekanne

Käesolevas töös kasutatakse peatükis 1 kirjeldatud tähtede orbitaalperioodide hindamiseks diferentsiaalseid heledusi, mis tähendab, et andmepunktide saamiseks lahutatakse igas andmekaadris¹ mõõdetava muutliku tähe heledusest võrdlustähe heledus. Kuna töös on kasutatud erinevate teleskoopidega kogutud andmeid, peab nende andmete kombineerimisel arvesse võtma iga teleskoobi instrumentide iseärasusi² ehk teisisõnu, andmete võrdlemiseks tuleb teha värvülekanne ja teisendada instrumentaalsed heledused standardsüsteemi. Selle olulisuse selgitamiseks tuleb esmalt mõista, mida värvülekande protseduur endast kujutab.

Värvülekande tegemiseks kasutatakse järgmist seost:

$$M = m - k \cdot X + a \cdot CI + c, \quad (2.1)$$

kus M on kataloogiheledus (astronoomilisest kataloogist võetud standardne heledus), m instrumentaalne heledus, k ekstinktsioonikordaja, X õhumass, a värvülekandekordaja, CI värvusindeks ja c instrumentaalse heleduse nullpunkt. Iga filtri jaoks on võrrandis esinevad kordajad k , a ja c erinevad, seega tuleb need leida kõigi filtrite jaoks, mida uuritavate tähtede vaatluseks on kasutatud. Järgnevalt on kirjeldatud, kuidas seose 2.1 liikmed mõjutavad tähtede heledusi ning kuidas neid leida.

2.1 Ekstinktsioon

Esimene samm instrumentaalsete heleduste teisendamisel kataloogiheledustesse on neid korrigeerida atmosfääri mõjude suhtes. Kui tähtedelt saabuv valgus läbib Maa atmosfääri, siis see hajub ja neeldub osaliselt ning teleskoobiga mõõdetud tähtede näivad heledused on nõrgemad nende tegelikest näivatest heledustest. Selline nähtus mõjutab rohkem nähtava valguse spektri sinist otsa, kuid sama oluline on sellega arvestada spektri punases otsas. Samuti on mõju seda

¹ Uuritavaid tähti sisaldavad kaadrid. ² Instrumentaalset heledust mõjutab vaatlusinstrumendi spektraaltundlikkus (kasutatud teleskoop, filter ja CCD). Kogutud signaali hulk on nende kolme kombinatsioon ning reeglina ei ole need elemendid teleskoopidel täpselt samad.

suurem, mida madalamal taevas on mõõdetavad tähed, sest atmosfäärikiht, mida valgus läbima peab, on paksem.

Atmosfääri paksust mõõdetakse õhumassides, näiteks, kui uuritav täht on seniidis, on õhumassi väärtus 1 ehk valgusel tuleb läbida ühe Maa atmosfääri paksune kiht. Horisondile lähenedes kasvab õhumassi väärtus ning selle arvutamiseks on tarvis teada uuritava tähe käänet, tunninurka ja vaatluspaiga geograafilist laiuskraadi (vt valem 2.2).

$$\begin{aligned} X &= \sec z [1 - 0.0012(\sec^2 z - 1)], \\ \sec z &= (\sin \theta \sin \delta + \sin \theta \cos \delta \cos h)^{-1}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

kus z on seniitkaugus, θ vaatluspaiga laiuskraad, δ vaadeldava tähe kääne ja h tähe tunninurk. Nende teadmiste põhjal saab koostada valemi atmosfäärivälise heleduse leidmiseks:

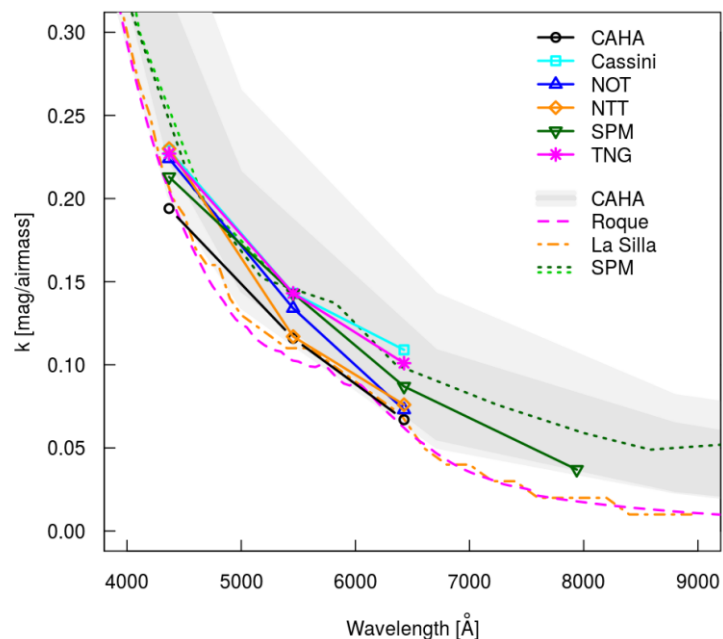
$$\begin{aligned} m_0 &= m - kX, \\ k &= k' + k''CI, \end{aligned} \quad (2.3)$$

kus m_0 on atmosfääriväliline heledus. Ekstinktsioonikordaja k koosneb kahest osast: k' ja k'' . Esimene neist ehk peamine ekstinktsioonikordaja annab suurima panuse summasse ning on iga mõõtmisel kasutatud filtri jaoks erinev (vt joonis 2.1). Teine ehk sekundaarne ekstinktsioonikordaja sõltub nende tähtede värvusest, mida mõõdetakse. Reeglina loetakse sekundaarse ekstinktsioonikordaja panust kogu ekstinktsiooni oluliseks sinisemate filtrite puhul, näiteks Johnson-Cousinsi U ja B-filtrid, ning jäetakse arvestamata punasemate filtrite puhul nagu näiteks Johnson-Cousinsi R ja I-filtrid. Selle põhjendus on, et kuna Rayleigh hajumisest tingitud valguse intensiivsuse vähenemine on pöördvõrdeline footonite lainepikkuse neljanda astmega, väheneb ekstinktsioon märkimisväärselt suurematel lainepikkustel.

Kuna atmosfääri läbipaistvus on muutlik, erinevad kordajad ajas, seega tuleks rangelt võttes värviülekanne tegemiseks kasutada neid kordajaid, mis on leitud uuritavate tähtedega samal ööl. Kui seda ei ole võimalik teha, kasutatakse mitme öö keskmisi ekstinktsioonikoefitsente.

2.1.1 Õhumasside leidmise meetodid

Tähtede instrumentaalseid heledusi ja õhumasse on võimalik leida kõikidest fotomeetristest andmekaadritest, kuid ekstinktsioonikordajate leidmiseks vaid ühe kaadri andmetest ei piisa. Kordajate leidmiseks tuleks kasutada erinevatel õhumassidel mõõdetud standardtähti. Selleks on



Joonis 2.1: Altavilla et al. (2021) töös koostatud joonis, mis kujutab ekstinktsioonikordaja k vähenemist lainepikkuse suurenemisega. Joonisel on kuvatud mitme erineva teleskoobi kordajad.

kaks võimalust: vaadelda vähemalt ühte muutumatu heledusega tähti sisaldavat ala öö jooksul mitu korda või vaadelda mitut muutumatute heledustega tähti sisaldavat ala, mis on erinevatel kõrgustel taevas. Esimesel juhul saadakse erinevad õhumassid ajalisest nihkest ning teisel juhul alade asukohtadest taevas, aga põhimõtte on mõlemal juhul sama - kõrgus taevas määrab õhumassi.

Seetõttu, et kordajate leidmiseks on vajalik teada vähemalt ühe tähe instrumentaalseid heledusi erinevatel õhumassidel, tuleb teise juhu puhul (kus iga ala on vaadeldud vaid korra või väga lühikese aja jooksul) need õhumassid tuletada. Selleks saab kasutada teiste alade muutumatute heledustega tähti, mis on värvuselt samad või väga sarnased (vt seos 2.4).

$$\begin{aligned}
 M_1 &= m_1 - k \cdot X_1 + a \cdot CI_1 + c \\
 M_2 &= m_2 - k \cdot X_2 + a \cdot CI_2 + c \\
 M_1 - M_2 &= m_1 - m_2 - k(X_1 - X_2) + a(CI_1 - CI_2) + c - c.
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

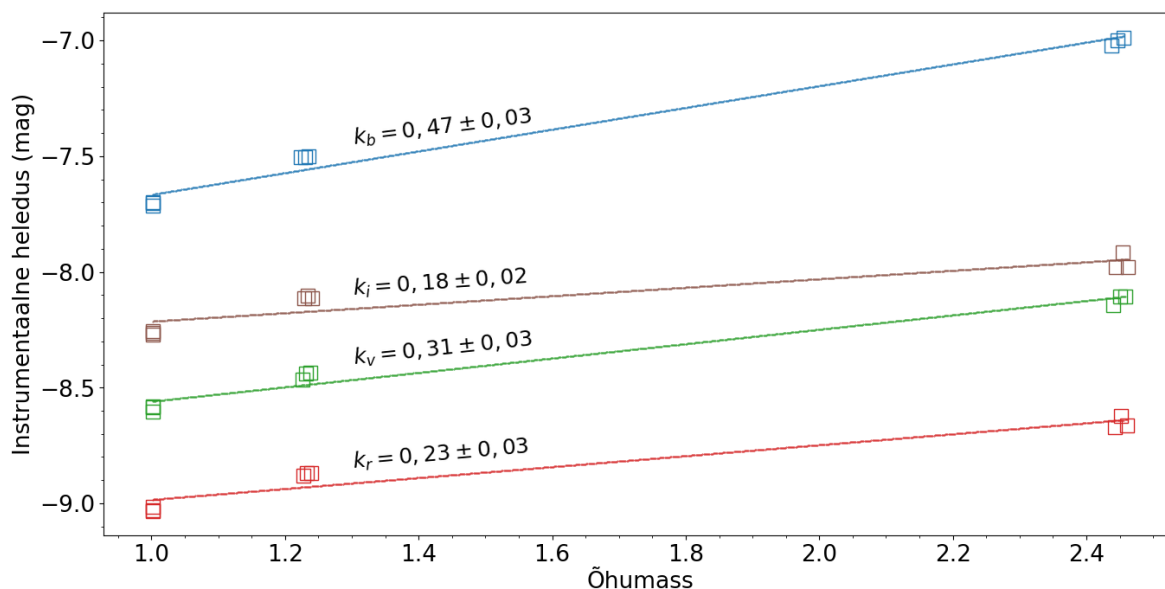
Kui $CI_1 = CI_2$, siis võrrand lihtsustub:

$$\begin{aligned}\Delta M &= m_1 - m_2 - k \cdot \Delta X \\ m_2 &= m_1 - \Delta M - k \cdot \Delta X,\end{aligned}\tag{2.5}$$

kus ΔM on tähtede kataloogiheduste vahe ja ΔX on õhumasside vahe. Võrrandist on näha, et teise muutumatu heledusega tähe instrumentaalne heledus on võrdne esimese muutumatu heledusega tähe instrumentaalse heledusega erineval õhumassil, kui nende omavaheline kataloogiheduste vahe maha arvestada. Järelikult on sellisel viisil võimalik tuletada muutumatu heledusega tähe instrumentaalsed heledused mitmel erineval õhumassil, kui tegelikult on tähte vaadeldud vaid ühel õhumassil.

2.1.2 Ekstinktsioonikordajate arvutamine

Kui vähemalt ühe tähe jaoks on olemas instrumentaalsed heledused erinevatel õhumassidel, saab nende sõltuvuse õhumassist (vastavalt valemile 2.3) kuvada joonisele ning sobitada läbi joonisel olevatest andmepunktidest sirge (vt joonis 2.2). Sirge tõus ongi kordaja k selle filtri jaoks, millele vastavaid andmeid joonisel kuvati ja sisaldab nii peamist kui ka teist järku kordajat.



Joonis 2.2: Ekstinktsioonikordajate leidmine SX Cas-i võrdlustähe vaatluste põhjal. Tähte vaadeldi 08.12.2020 kolmel erineval õhumassil teleskoobiga PlaneWave CDK12.5. Joonisel on kuvatud vaatlusandmed B, V, R ja I-filtrites ning neisse sobitatud sirgete tõusud, tähistatuna k_i vastavalt filtrile.

Üldiselt on leitud kordaja seda usaldusväärsem, mida rohkem on erinevate õhumassi väärtustega mõõtmistulemusi, kuid samas peab olema ettevaatlik, kui õhumassi väärtus on suurem kui

kaks. Kuna seniitkauguse kasvuga suureneb järsult õhumass, mida tähelt saabuv valgus läbima peab, suureneb sama järsult ka tõenäosus, et atmosfääri läbides valguse teekonnale pilvi või muid hajutavaid aineosakesi jääb. Rolli mängivad ka tähtede kujutiste suurused, mis suurtel õhumassidel sõltuvad värvusest. See võib nõuda heleduse mõõtmiseks kasutatava apertuuri suuruse muutmist, et leida kõikide tähtede heledused võrdsetel tingimustel.

Selleks, et peamist ja sekundaarset ekstinktsioonikordajat eraldi leida, tuleks sama protseduuri korrata erinevate värvusindeksitega tähtedega ning tulemustest moodustada võrrandisüsteem. Vähemalt kahe erineva värvusindeksiga tähe puhul saaks kordajad eraldada järgmiselt:

$$\begin{aligned}
 k &= k' + k'' \cdot CI \rightarrow k' = k - k'' \cdot CI \\
 k' &= k_1 - k'' \cdot CI_1 = k_2 - k'' \cdot CI_2 \\
 k'' &= \frac{k_1 - k_2}{CI_1 - CI_2},
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

kus CI_1 ja CI_2 on esimese ja teise tähe värvusindeksid ning k_1 ja k_2 nende tähtede abil leitud ekstinktsioonikordajad. Võrrandi 2.6 saab koostada seetõttu, et peamine kordaja ei sõltu tähtede värvusest. Kui sekundaarne kordaja on leitud, saab selle asendada tagasi võrrandisse ning leida ka peamise kordaja.

2.2 Värvülekandekordajad ja instrumendi nullpunktid

Teine suurem samm kataloogihelgeduste leidmiseks on võtta arvesse vaatlemisel kasutatava teleskoobisüsteemi erinevust sellest süsteemist, mis oli aluseks kasutatava filtrisüsteemi loomisel. Reeglina ei ole need süsteemid identsed ning olulist rolli mängivad filtrite läbilaskvuskõverad ja CCD (ingl. *charge coupled device*) tundlikkus erinevate lainepikkuste suhtes. Vaatamata sellele on erinevused originaalsüsteemist tavaliselt piisavalt väikesed, et otsitavad parandid ehk värvülekandekordajad on lähendatavad lineaarse sõltuvusega tähtede värvusindeksitest.

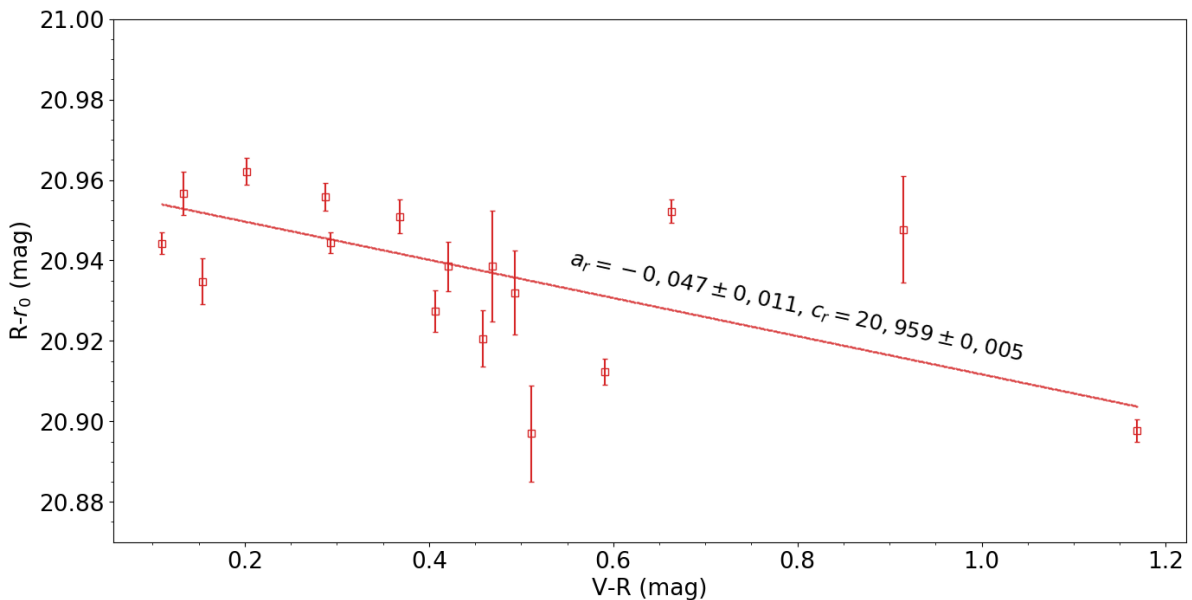
Peale värvülekandekordajate tuleks leida ka nullpunktid, mis defineerivad filtrite instrumentaalsed heledused. Teoorias ei tohiks nullpunktid aja jooksul muutuda, kuid nende määramiseks on tarvis kasutada atmosfääriväliseid heledusi. Kuna heledustel on minimaalselt olemas vaatlusinstrumentidest tingitud mõõtemääramatus, kandub see edasi ka nullpunkti leidmisesse ning viimane võib seetõttu erinevatel öödel natukene kõikuda.

Värvülekandekordajate leidmiseks saab rakendada sarnast loogikat, nagu ekstinktsioonikordajate

leidmiseks. Toetudes seostele 2.1 ja 2.3, on näha, et

$$M - m_0 = a \cdot CI + c, \quad (2.7)$$

seega saab kordajate leidmiseks kuvada joonisele kataloogiheleduste ja atmosfäärivälise heleduste vahe sõltuvuse tähtede värvusindeksitest. Nüüd on andmepunktidesse sobitatud sirge tõusuks otsitav värviülekandekordaja ning algordinaadiks instrumendi nullpunkt (vt joonis 2.3). Sirge sobitamisel on kasutatud kaaludena mõõtmistulemuste mõõtemääramatuste pöördväärtuseid. Sarnaselt ekstinktsioonikordaja leidmisele suurendab tulemuse täpsust võimalikult lai sõltumatute muutujate vahemik, milleks seekord on tähtede värvusindeksid.



Joonis 2.3: R-filtri värviülekandekordaja leidmine standarddala SA 23 tähtede põhjal, kasutades seost 2.7. Andmed on kogutud 08.12.2020 teleskoobiga PlaneWave CDK12.5. Sobitatud sirge kohal on kuvatud selle tõus a (mis on siinkohal negatiivne) ning algordinaat c , mis on vastavalt R-filtri värviülekandekordaja ja instrumentaalse nullpunkti väärtusteks.

Kui ekstinktsioonikordajad, värviülekandekordajad ja nullpunktid on leitud, on võimalik vaadeldud objektide instrumentaalsed heledused teisendada kataloogiheledustesse ning neid teiste teleskoopide vaatlusandmetega võrrelda või nendega koos kasutada. Tähelepanelik tuleb teisendusel olla kasutatava värvusindeksiga, kuna näiteks R-filtri mõõtmisi saab standardsüsteemi teisendada nii värvusindeksite V-R kui R-I abil ning värviülekandekordajad vastavad ühele filtrile ja värvusindeksile.

3. Andmete töötlemine ja analüüs

Kuna käesolev töö on jätk varasemalt tehtud bakalaureusetööle (Neito, 2019), on andmetöötlemiseks kasutatud suuresti samu programme ning põhimõtteid. Siiski, kõik programmeerimiskeeles Python (versioon 3.7) kirjutatud programmid on märkimisväärselt muutunud, eelkõige kompaktsemaks, loetavamaks ja efektiivsemaks. Peale selle kirjutas autor eraldi programmi värviülekandevõrrandite mugavamaks lahendamiseks. Programmi abil leitud kordajatega peaks saama muuhulgas leida andmeanalüüsiks valitud võrdlustähtede kataloogiheledused ning hinnata, kuidas need kordajad aja jooksul muutuvad.

Töös kasutatud Pythoni programmid rakendasid `astropy`¹, `photutils`², `matplotlib`³ ja `numpy`⁴ mooduleid, V. Bajaj poolt koostatud programmi `photometry_with_errors.py`⁵ ning `AsPyLib`⁶ moodulit.

3.1 Vaatlused ja andmekaadrite eeltöötlus

Kolme W Ser-tüüpi tähte vaadeldi samade Tartu Observatooriumi, edaspidi TO teleskoopidega, mida kasutati bakalaureusetöö raames. Teleskoobiga PlaneWave CDK12.5 vaatles ainult juhendaja Tõnis Eenmäe, teleskoobiga Zeiss 600 vaatles reeglina töö autor, kuid üksikutel öödel on sellega vaadelnud ka Tõnis Eenmäe. Esimesed vaatlusandmed nimetatud tähtedest on pärit 2018. aasta suvest, viimased 2021. aasta aprillist. Teleskoopide tehnilist infot saab näha tabelist 3.1.

Esimene samm vaatluste käigus kogutud kaadrite uurimiseks oli nende eeltöötlemine. Selleks kasutati programmipaketti `IRAF`⁷ ning kõigepealt tehti kindlaks, millistel öödel on salvestatud eelpinge-, pimevoolu- ja tasaväljakaadreid. Kuna eelpingekaadritest leitav eelpingenivoo ajas märkimisväärselt ei muutu, sai ühel ööl kogutud eelpingekaadreid kasutada ka nende ööde eeltöötlemiseks, mil neid ei olnud kogutud.

¹ <https://www.astropy.org/>

² <https://photutils.readthedocs.io/en/stable/>

³ <https://matplotlib.org/>

⁴ <https://www.numpy.org/>

⁵ https://github.com/spacetelescope/wfc3_photometry/tree/master/photometry_tools

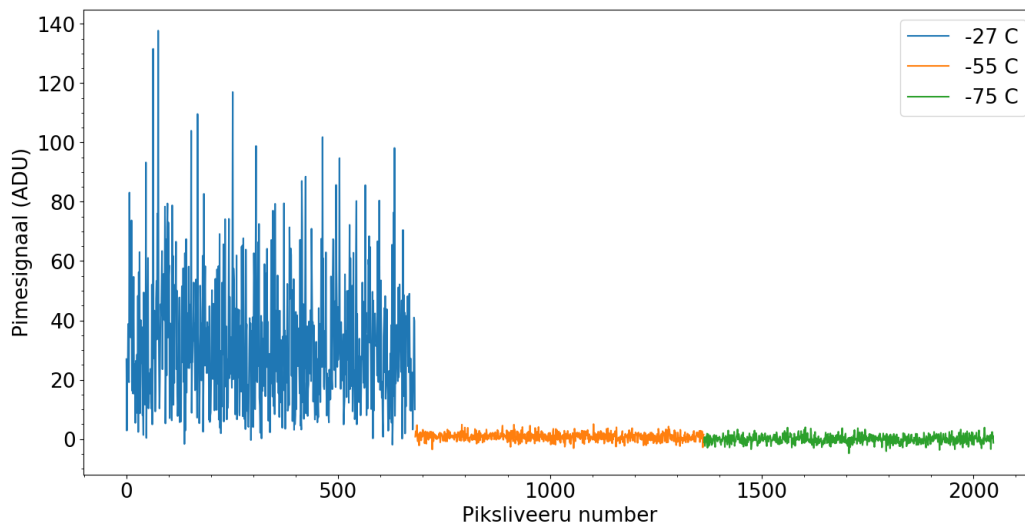
⁶ <http://www.aspylib.com/>

⁷ <http://ast.noao.edu/data/software>

Tabel 3.1: TO teleskoobid ning vaatlusteks kasutatud instrumendid.

Teleskoop	Peapeegli suurus	Vaatevälja suurus	Kasutatud kaamera	Kasutatud filtrite süsteem
PlaneWave CDK12.5	31,4 cm	38,0'	Apogee Alta U42	Astrodon Photometrics BVR _c I _c filtrid
Zeiss 600	60,0 cm	12,7'	Andor Ikon-L	Optec Inc Bessell filtrid UBVR _c I _c

Sarnane oli olukord pimevoolukaadritega, kuid nende puhul oli oluline jälgida, mis temperatuuril need salvestatud olid. Kuna pimevool sõltub otseselt temperatuurist, saab näiteks CCD temperatuuri -45°C juures tehtud pimevoolu kaadreid kasutada nende ööde jaoks, mil CCD temperatuur on samuti -45°C olnud, sõltumata nende ajalisest vahest. Kui neidsamu kaadreid kasutatakse sellise öö jaoks, mil CCD temperatuur on olnud -42°C , jääks oluline osa pimevoolust arvestamata, sest umbes iga 6°C temperatuuri tõusu kohta muutub pimevool kaks korda suuremaks.



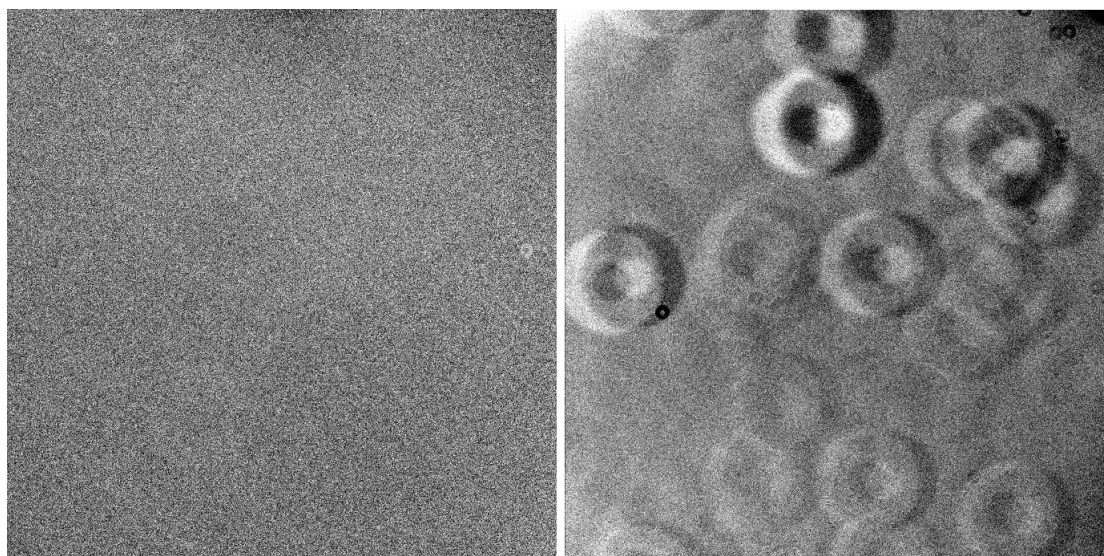
Joonis 3.1: Joonisel on kujutatud kolme pimevoolu kaadri ühe pikslirea pikslite väärtuseid sellisena, et igast kaadrist on omavaheliseks võrdlemiseks võetud üks kolmandik. Kõigi kaadrite säriaeg on üks minut, neist on lahutatud eelpingsignaali ning esimesed kaks on tehtud teleskoobiga PlaneWave CDK12.5, viimane teleskoobiga Zeiss-600.

Selline astmeseos pimevoolu hulga ja temperatuuri vahel kehtib hästi teatud piirini, kuna lineaarselt sõltub pimevool kaadri säriaegast. Mida pikem on säriaeg, seda enam koguneb pimevoolu signaali ning andmekaadrite ja pimekaadrite säriaegad peaksid olema võimalikult sarnased, ideaalis suisa samad, et pimevoolu hulka ei alahinnataks ega ülehinnataks. Sõltuvalt säriaegast tekib teatud CCD temperatuurist alates olukord, kus kaamera edasine jahutamine ei vähenda enam märkimisväärselt pimevoolu hulka, sest see on jõudnud nulli lähedale. Kirjeldatud olukorda illustreerib hästi joonis 3.1.

Joonisel on -27°C ja -55°C temperatuurile vastavate kaadrite vahe märgatav, kuid -55°C ja -75°C temperatuurile vastavate kaadrite vahe on sisuliselt märkamatu. Olukord oleks teistsugune, kui kaadrite säriaeg oleks näiteks viis minutit, sel juhul oleksid ka keskmise kaadri pikslite väärtused oluliselt üle ühe ADU (ingl. *Analog-to-digital unit*).

Kõige enam sõltuvad ajast tasaväljakaadrid, sest aja jooksul võib nii teleskoobi peegli kui ka CCD kattedklaasi pinnale koguneda tolmu, putukaid või mustust, mis mõjutavad seda, kui palju valgust piksliteni jõuab. Kuna selliste asjade sattumine mõõtmisaparatuurile ei ole ennustatav, võivad ka kahe järjestikuse öö tasaväljakaadrid teineteisest märgatavalt erineda. Seetõttu on parim lahendus koguda tasaväljakaadreid igal vaatlusööl, kuid sellise võimaluse puudumisel kasutatakse tavaliselt vaatlusööle ajaliselt kõige lähemaid tasaväljakaadreid.

Ajaliselt lähimad kaadrid võivad olla salvestatud nii enne kui ka pärast konkreetset vaatlusööd ning eelnevalt mainitud ennustamatuse tõttu tuleks kontrollida ööle eelnevate ja järgnevate tasaväljakaadrite jagatist. Jagatisest võib ilmned nende erinevus ning siis peab vaatleja ise otsustama, milliseid kaadreid tasub kasutada (vt joonis 3.2). Parempoolse joonise rõngad viitavad sellele, et kahe kuu jooksul on teleskoobi süsteemi lisandunud tolmu, mis mõjutab pikslite tundlikkust. Antud olukorras polnud võimalik vahepeal tasaväljakaadreid teha, seega oli sinna ajavahemikku jäänud vaatluste puhul raske otsustada, milliseid kaadreid eeltöötluks kasutada.



Joonis 3.2: Kahe ajaliselt lähedase ja kaugel tasaväljakaadri jagatised. Vasakpoolsel joonisel on omavahel jagatud tasaväljakaadrid, mis on tehtud 22. septembril ja 26. septembril aastal 2019, parempoolsel joonisel on jagatud sama aasta 26. septembri ja 24. novembri kaadrid. Suured rõngad on tekkinud tolmust filtritel ning väikese rõngad tolmust CCD-kaamera sisendaknal.

3.2 Heleduste mõõtmine

Peale andmekaadrite eelpinge, pimevoolu ja tasavälja suhtes korrigeerimist oli võimalik need autori kirjutatud fotomeetria programmile sisendiks anda. Piltliku ülevaate programmi tööst annab joonis 3.3 ning programm ise on esitatud lisas A. Esialgu tuvastas programm kaadritest tähed DAOFIND (Stetson, 1987) algoritmi abil, mille eesmärgiks oli kaadri pikslitest üles leida ümbritsevast foonist heledamad kohad, kasutades selleks kahedimensionaalse Gaussi kõvera sobitamist. Sõltuvalt etteantud algtingimustest, milleks olid muuhulgas tipu minimaalne väärtus ADU-des, tagastas algoritm aeg-ajalt ka selliste pikslite keskpunkte, mis ei kuulunud ühelegi tähele või vastupidi, jättis nõrgemad tähed tuvastamata.

Hilisema tulemuste analüüsi käigus selgus, et mõõdetud tähtede heledused hajusid eeldatavast rohkem ning algoritmi visuaalne kontroll näitas, et Gaussi funktsiooni sobitamine ei ole efektiivne selliste kaadrite puhul, mis olid tehtud tugevalt fookusest väljas teleskoobiga. Nendel puhkudel määras algoritm tähtede keskpunktid vigaselt või mitu korda, mis viis olukorrani, kus mõõtmisapertuur ei hõlmanud tähti võrdsetel alustel.

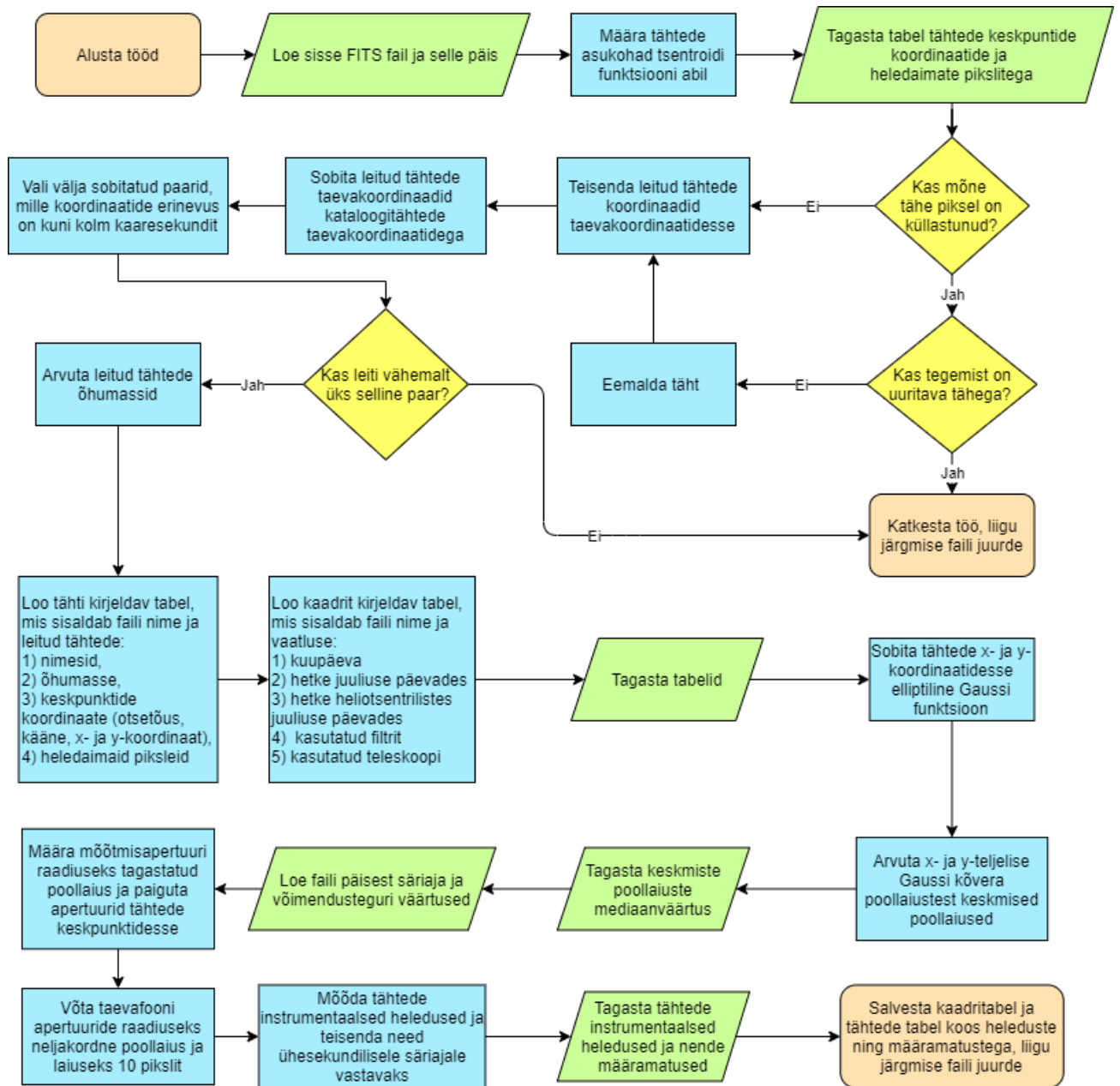
Probleemi lahendamiseks muudeti programmi selliselt, et tuvastamise aluseks sai tsentroidi funktsioon, mis määras tähe keskpunkti pikslite masskeskme järgi, massi määrasid tähe pikslite väärtused ADU-des. Edasi jätkas programm oma tööd varasemal viisil ja sorteeris leitud tähtedest välja vaid huvipakkuvad, milleks olid igas kaadris üks muutlik täht ning tema võrdlustähed. Valikust jäeti välja sellised tähed, millele vastavate pikslite hulgas leidus üleküllastunudid ning kui üleküllastunuks osutus uuritav täht, jättis programm terve kaadri vahele.

Tabel 3.2: W Ser, SX Cas ja RX Cas võrdlustähtede nimed, koordinaadid, B ja V-filtri heledused ning B-V värvusindeksid.

Uuritav täht	Võrdlustäht	Otsetõus h:m:s	Kääne d:m:s	B mag	V mag	B-V mag
RX Cas	2MASS J03083839+6734479	03:08:38,4	+67:34:48	13,60	12,53	1,07
SX Cas	TYC 3656-1048-1	00:10:16,2	+54:53:28	12,60	11,93	0,67
W Ser	2MASS J18093464-1534345	18:09:34,6	-15:34:34	12,40	11,93	0,47

Sorteerimine toimus tabeli alusel, mis sisaldas kõikide uuritavate ja võrdlustähtede koordinaate, nimesid ning muud olulist informatsiooni nagu näiteks värvusindeksid (vt tabel 3.2). Andmed on pärit AAVSO taeva kaardistamise vaatlusprogrammist APASS⁸. Esialgu valiti välja mitu võrdlustähe kandidaati, kuid kontrollimise käigus osutusid mõned neist muutlikeks ning lõpuks jäi iga uuritava tähe kohta sõelale üks võrdlustäht. Valituks osutusid sellised võrdlustähed, mis sarnanesid kõige enam värvuselt uuritavatega, sest nii sai andmete kogumiseks kasutatud kahe

⁸ <https://www.aavso.org/apass>



Joonis 3.3: Fotomeetria programmi plokkskeem. Oranžiga on tähistatud programmi algus ja lõpud, rohelistega väärtuste sisselugemine või tagastamine, sinisega andmetega tehtud tehted ja muud ülesanded ning kollasega loogikaväited.

teleskoobi andmeid kombineerida ilma värviülekanedeta. Seda seetõttu, et diferentsiaalse heleduse arvutamisel kehtib seos 3.1

$$\Delta m = m_v - m_c - k(X_v - X_c) + a(CI_v - CI_c) \quad (3.1)$$

kus indeksiga v on tähistatud uuritavale tähele vastavad võrrandi liikmed ning indeksiga c

võrdlustähele vastavad liikmed. Võrrandis ei ole kataloogiheleduste arvutamiseks kasutatavat instrumendi nullpunkti, kuna see on samas filtris mõõdetud tähtede jaoks ühine. Kui uuritav ja võrdlustäht on kaadris teineteisele piisavalt lähedal, on õhumasside vahe tühine ning ekstinktsiooni panuse heleduste vahesse võib jätta arvestamatta. Sarnaselt, kui tähtede värvusindeksid CI_v ja CI_c ühtivad, langeb ka ülekandekordaja panus ära ning sellisel juhul ei sõltuks diferentsiaalne heledus kasutatud teleskoopidest. Reeglina tähtede värvusindeksid päris võrdsed ei ole, kuid töös kasutatud võrdlustähtede värvused olid piisavalt lähedased uuritavatele, et ülekandekordaja panuse arvestamatta jätmisega tekkinud viga jäi alla instrumentaalsete heleduste mõõtmisvigade.

Sorteeritud tähtede heledusi mõõtis programm apertuurfotomeetria abil. Kuna tähtede kujutiste suurused olid ööti erinevad, pidas autor mõistlikuks kasutada iga kaadri jaoks erinevat apertuuri, mis vastaks kujutiste suurustele kaadris. Selleks sobitas programm tähekujutistesse elliptilised Gaussi kõverad ning leidis kummagi ellipsi telje täislaiuse poolel kõrgusel, mida inglise keeles tuntakse akronüümi FWHM all.

Leitud FWHMi kasutas programm fotomeetrilise apertuuri raadiusena kõikide tähtede jaoks ning taevafooni hindamiseks tekitatud rõnga sisemiseks raadiuseks sai neljakordne FWHM, rõnga laiuseks oli 10 pikslit. Programmis oli võimalik määrata ka mitu apertuuri, sel juhul kasutati nii esialgset ühekordse FWHM laiust apertuuri raadiust kui ka selle kordseid sammuga 0,1, näiteks 3 apertuuri puhul olid raadiused 1, 1,1 ja 1,2 · FWHM. Taevafooni rõnga sisemine raadius suurenes neile vastavalt, rõnga paksus ei muutunud.

Kui tähtede heledused olid mõõdetud, salvestas programm tulemused FITS failidena, kusjuures kogu kaadrit puudutav info, nagu juuliuse päev, kasutatud filter ja teleskoop, salvestati eraldi failina, et vältida andmete dubleerimist. Võrreldes bakalaureusetööga salvestas programm iga kaadri info eraldi faili ning liitis lõpuks kokku. See tagas, et probleemi korral võis programm jätkata tööd pooleli jäänud kohast ning ei pidanud otsast peale alustama.

3.3 Kõverad ja miinimumide leidmine

Töö järgmise etapi jaoks kirjutas autor teise programmi (vt lisa B), mille esimeseks ülesandeks oli salvestatud info kokku panna. Selleks sobitas programm tähtede ja kaadrite nimede alusel kokku tähtede heledused, kaadrite info ja kataloogide info (värvusindeksid ning uuritavate tähtede perioodid ja epohhid ehk sellised peamiinimumide ajamomendid, mis olid leitud hea täpsusega). Peale selle arvutas programm igale vaatlushetkele vastava faasi ning leidis heleduste vahed uuritavate ja võrdlustähtede vahel ehk uuritavate tähtede diferentsiaalsed heledused. Faasi

arvutamiseks kasutati valemit 3.2:

$$f = \frac{T - T_0}{P}, \quad (3.2)$$

kus jagatise f jääk on faas, T on vaatluse hetk heliotsentrilistes juuliuse päevades ehk HJD-des (ingl. *Heliocentric Julian Day*), T_0 teadaoleva miinimumi ajahetk ning P tähe orbitaalperioodi pikkus. Kasutatud miinimumide hetked ning perioodid on leitavad tabelist 3.3. Uuritavate tähtede orbitaalperioodide muutumine seab esmapilgul arvutusteks konstantsete perioodide kasutamise kahtluse alla. Probleemi lahendab asjaolu, et töös on kogutud andmeid vaid kolme aasta jooksul ning perioodide muutused (kuni mõnikümmend sekundit aastas) ei avalda selle aja peale märkimisväärset mõju, kuna lühim periood on üle 14 päeva pikk.

Tabel 3.3: Uuritavad tähed ning faaside ja reeperkõverate leidmiseks kasutatud väärtused. Perioodid ja miinimumide hetked on pärit Kreiner (2004) artiklist.

Täht	Periood (päev)	Miinimumi hetk (HJD)	Reeperi alumine piir (faas)	Reeperi ülemine piir (faas)
RX Cas	32,338	2452518,40	-0,05	0,050
SX Cas	36,566	2452502,39	-0,03	0,040
W Ser	14,172	2452503,92	0,05	0,155

Enne andmete kasutamist kontrolliti nende kvaliteeti. Selleks kuvati kõigi võrdlustähtede instrumentaalsed heledused sõltuvana õhumassist joonisele, mis võimaldas kontrollida nende hajuvust. Hajumine mõõtmisvigade tõttu on loomulik, kuid selgelt keskmisest heledusest hajuvad punktid (üle poole tähesuuruse) märgiti ära ning neid edasises andmeanalüüsis ei kasutatud. Samuti märgiti ära sellised vaatlusööd, kus seeria üksikutest kaadritest mõõdetud heledused teineteisest väga palju erinesid, näiteks sellised kümneminutilised seeriad, kus heledused poole tähesuuruse ulatuses hajusid. Viimaseks märgiti ära kaadrid, mille mõõtmisapertuuri raadius erines mitmekordselt keskmisest raadiusest, näiteks sellised kaadrid, mille mõõtmisapertuuriks oli programm leidnud 15 pikslit, kui keskmine väärtus oli 3 pikslit. Selliseid suuri kõikumisi põhjustavad reeglina mittefotomeetrilised tingimused, mida alati vaatlemisel ei märka, näiteks üksikud kiudpilved.

Kontrollitud andmete põhjal koostas programm kõikide uuritavate tähtede heledus- ja faasikõverad koos mõõtmisvigadega kõigis filtrites. Igal joonisel oli muuhulgas näha, millised punktid vastavad millisele teleskoobile. Programm eraldas faasikõveratelt peavarjutustele vastavad punktid ning sobitas nendesse reeperkõverad, mida sai hiljem kasutada peavarjutuste keskmomentide leidmiseks. Selliseid kõverad sobitati kõikides filtrites kogutud andmetesse ja kõvera funktsiooniks oli parabool, kuid sobitamise parameetrid ehk kasutatud faaside vahemik olid iga uuritava tähe jaoks erinevad (vt tabel 3.3). RX ja SX Cas-i andmetesse sobitatud

reeperkõverad olid mõnevõrra usaldusväärsemad kui W Ser-i reeperkõverad punktide vähesuse tõttu.

Programm märkis üles kõvera miinimumi ning nihutas kõverat nii, et miinimumpunktile vastaks faas 0. Peale seda salvestati reeperkõver üksikute punktide kaupa nii, et iga punkti kohta oli teada tema faas, instrumentaalne heledus ning faasi põhjal tuletatud aeg HJD-des, kasutades selleks sisuliselt valemi 3.2 vastupidist varianti. Faasile 0 ehk kõvera miinimumile vastas HJD 0, sellele eelnevad punktid olid negatiivsete HJD-de väärtustega ning järgnevad positiivsete HJD-de väärtustega. Selline HJD-desse teisendamine oli oluline edasisteks varjutuste peamomentide hetkede leidmiseks, kuna neid märgiti samuti üles HJD-des.

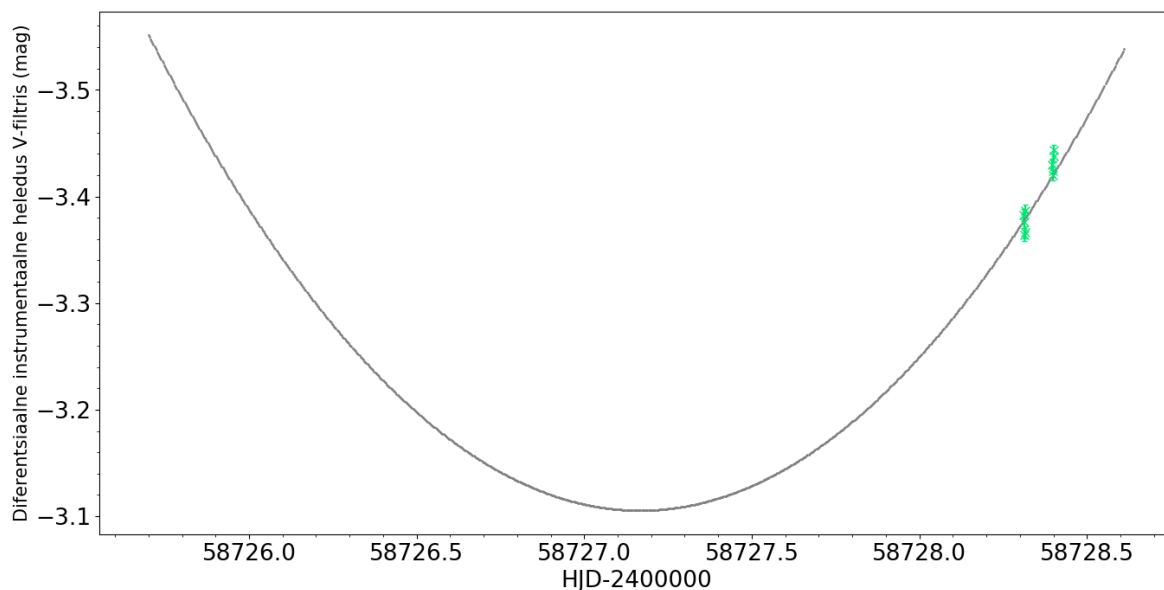
Peale salvestamist oli võimalik reeperkõveraid kokku nihutada nende samade punktidega, mille abil nad loodud olid. Programm jagas kõik nimetatud andmepunktid väiksemateks punktideks nii, et ühte punkti kuulusid ühe peamiinimumi lähedased andmepunktid. Seejärel sobitas programm andmepunktid reeperkõverate punktidega y-teljes, viies vastavusse andmepunktide ja reeperkõvera punktide instrumentaalsed heledused. Kui kõik punktid olid paarilise leidnud, algas kõvera sobitamine x-teljes ehk ajalises teljes. Parima tulemuse leidmiseks kasutas programm valemit 3.3.

$$r = \sum_1^n (T_n - t_n)^2, \quad (3.3)$$

kus T tähistab andmepunkti vaatlusmomenti, t tähistab andmepunktile vastava reeperkõvera punkti ajalist väärtust ning n on punktipaaride hulk käesoleva pundi jaoks. Reeperkõver paigutati sobitamiste alguses pundi ajalisel kõige vanema punkti järgi ning seejärel liitis programm reeperkõvera punktide ajalistele väärtustele võrdse sammuga aega juurde seni, kuni kõver oli läbinud kõik andmepunktid (vt joonis 3.4). Selle protseduuri käigus arvutati igal sammul eelnevalt toodud valemi järgi väärtus r ning väikseimale r -ile vastava kõvera asendist leiti peamiinimumi väärtus.

Nihutamise sammuks valis autor ühe minuti, mis tundus mõistliku kompromissina arvutuskiiruse ja täpsuse vahel, arvestades, et kõigi kolme tähe varjutused kestavad mitu päeva ning punktide mõõtmisvigadest tulenevad ebatäpsused parima asendi otsimisel mõjutavad tulemust oluliselt rohkem. Viimast probleemi demonstreerib hästi joonis 3.5.

Kui programm oli peamiinimumide hetked igas filtris leidnud, keskmistas see filtrite tulemused üheks miinimumiks ühe perioodi kohta ning nende määramatuseks oli üksikute filtrite miinimumide standardhälve. Iga miinimumi juures oli märgitud, mitme andmepunkti põhjal miinimum määrati ning rohkem oli põhjust usaldada neid miinimume, mille leidmiseks oli kasutatud mitme vaatlusöö andmeid või samal ööl pikema ajalise vahega vaatluseid.



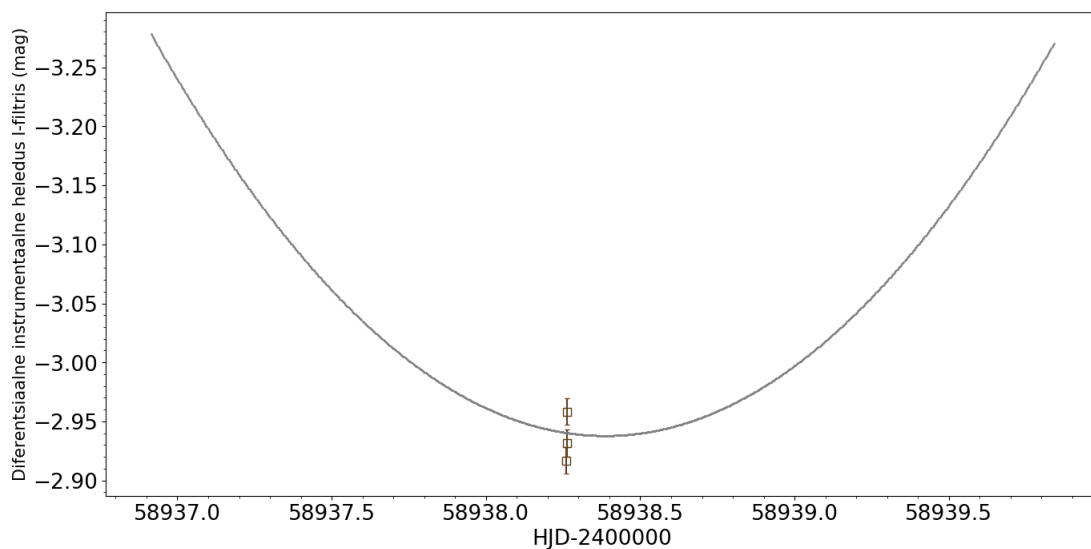
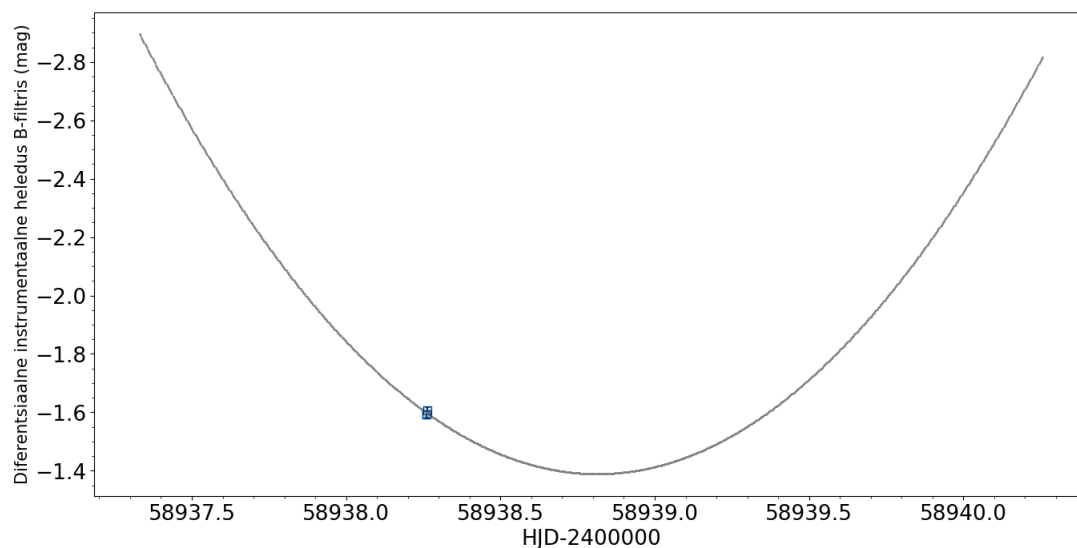
Joonis 3.4: Näide reeperkõvera nihutamisesest andmepunktidesse. Joonisel on näha kõvera asend, mille programm hindas andmepunktide suhtes parimaks. Soovi korral sai kasutaja kõverat ise nihutada, kui ta programmi otsusega nõus ei olnud. Joonisel on teleskoobi Zeiss-600 1.09.2019 öö vaatlusandmed V-filtris.

Viimase sammuna valiti iga tähe jaoks välja võimalikult hästi määratud peamiinimumi hetk, millest sai edasiste arvutuste alguspunkt. Seejärel hakkas programm valitud miinimumidele otsa liitma või lahutama Kreiner (2004) artiklist võetud perioodi pikkuseid, et määrata ülejäänud miinimumide hinnangulised ajamomendid. Sellisel viisil tekkis komplekt miinimumide paare, millest üks vastas vaatlusandmetele ja oli leitud reeperkõverat nihutades ning teine vastas ennustusele konkreetse tsükli kohta eeldusel, et periood aja jooksul ei muutu.

Kuna aga tegelikult periood muutub, siis kandes nende paaride vahed joonisele ja sobitades nendest läbi parabooli, ilmneb perioodi muutumise kiirus. Sellist parabooli nimetatakse O-C kõveraks (ingl. *Observed-Calculated*). Parabooli ruutliikme kordaja kirjeldab uuritava tähe orbitaalperioodi muutumise kiirust, lineaarliikme kordaja perioodi pikkust ning vabaliige nulltsükliks määratud peamiinimumi momenti. Leitud ruutliikme kordaja ja tema määramatuse tagastas programm koos eelnevalt kirjeldatud vahetulemustega, milleks olid kõigi tähtede faasikõverad, reeperkõverad ning leitud miinimumide momendid (nii filtri kaupa kui ka keskmistatud). Vahe- ja lõpptulemused on koos järeldestega esitatud peatükis 4.

3.4 Värvülekandevõrrandite lahendamine

Värvülekandekordajate lahendamiseks mõeldud programmid erinesid mõnevõrra muutlike tähtede programmidest. Heleduste mõõtmiseks mõeldud programm täitis suuresti samu ülesandeid, kuid näiteks Gaussi funktsiooni tähtede kujutistesse ei sobitatud, sest

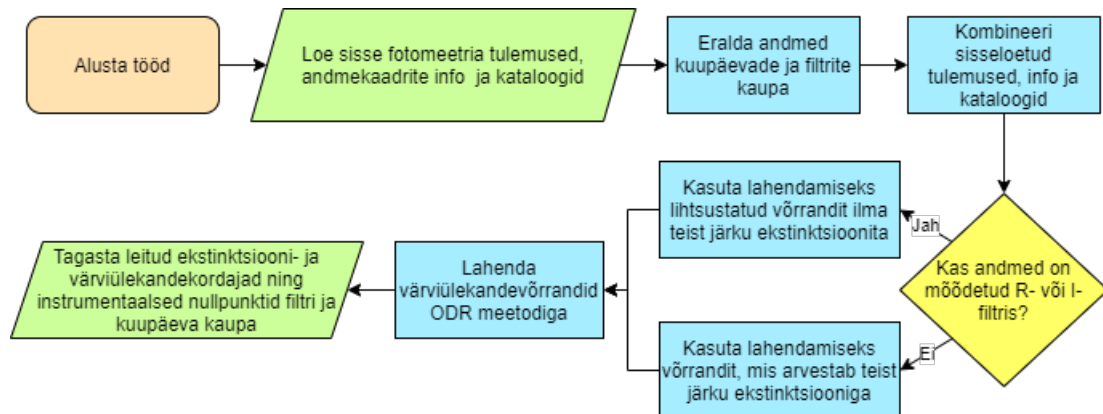


Joonis 3.5: Ühe SX Cas-i peamiinimumi leidmine B (ülemine) ja I-filtris (alumine). Kuna reeperkõvera tekitamisel sellele miinimumile vastavad punktid kõveraga hästi ei sobitunud, siis nihutas programm kõvera valesse asendisse ning seetõttu oli kahe filtri miinimumide väärtused umbes pool päeva nihkes. Joonisel on 29.04.2020 öö vaatlusandmed, mis on mõõdetud teleskoobiga PlaneWave CDK12.5.

mõõtmisapertuur oli iga värviülekande jaoks kasutatud kaadri ja standardala jaoks sama suur (ülekandekordajate leidmise juures on oluline, et tähtede heledused on mõõdetud võrdsetel tingimustel).

Salvestatud failide sisu kombineeriti sama loogika kohaselt, nagu seda tegi eelnevalt kirjeldatud programm, kuid faas ning diferentsiaalsed heledused ei olnud värviülekande seisukohalt olulised ja neid ei leitud. Selle asemel sisestas programm kõikide mõõdetud tähtede andmed võrrandite lahendajasse, mis rakendab vähimruutude meetodil põhinevat algoritmi ODR (ingl. *Orthogonal Distance Regression*, üks ortogonaalregressiooni rakendusi).

Lahendaja argumentideks on lahendatava võrrandi üldkuju, võrrandi sõltumatud ning sõltuvad muutujad ja otsitavate kordajate esialgsed hinnangud. Autori programmis oli võrrandiks peatükis 2 kirjeldatud värviülekandevõrrand (valem 2.1), sõltumatuteks muutujateks tähtede instrumentaalsed heledused, õhumassid ja värvusindeksid ning sõltuvateks muutujateks tähtede kataloogiheledused. Lahendaja väljunditeks olid otsitavad kordajad koos veahinnangutega ehk ekstinktsioonikordajad, värviülekandekordajad ja instrumentaalsed nullpunktid kõikide filtrite jaoks. Programmi tööpõhimõtet kujutab joonis 3.6 ning selle väljundeid on pikemalt kommenteeritud peatükis 4. Programm ise on esitatud lisa C.



Joonis 3.6: Värviülekande programmi plokskeem. Oranžiga on tähistatud programmi algus, rohelisega väärtuste sisselugemine või tagastamine, sinisega andmetega tehtud tehted ja muud ülesanded ning kollasega loogikaväide.

4. Tulemused ja järeldused

Käesoleva töö tulemusteks on tähtede W Ser, SX Cas ja RX Cas vaatlusandmed vahemikus 31.07.2018 kuni 08.04.2021 (vt lisa D), nende andmete põhjal koostatud faasi- ja reeperkõverad, reeperkõverate abil leitud peamiinimumide hetked, milleks on kasutatud ka teisi allikaid peale töös kogutud andmete ning kolme tähe O-C kõverad koos kõverate ruutliikmetega, mille põhjal hinnati tähtede perioodide muutuseid. Lisaks sellele oli eesmärgiks kasutada töö käigus kirjutatud programmi värviülekandevõrrandite hõlpsaks lahendamiseks ning leitud kordajate abil määrata uuritavate tähtede võrdlustähtede kataloogihelgedused ja uurida kordajate muutust aja jooksul. Tulemused koos järeldustega on esitatud nelja alapeatükina, üks värviülekanne ning iga uuritava tähe jaoks.

4.1 Värviülekanne

Magistritöö andmetöötluse osa sai alguse peatükis 3 kirjeldatud värviülekandeprogrammi välja töötamisega. Programmi koostamiseks võttis autor testandmeteks juhendaja T. Eenmäe poolt 2014. aastal kogutud kaadrid, millele olid jäädvustatud erinevad standardalad. Kuna ta oli nende andmete põhjal ise tollel aastal värviülekandeks vajalikud kordajad leidnud, seadis autor eesmärgiks koostatava programmiga jõuda sarnaste, kui mitte samade tulemusteni.

Programmi poolt tagastatud esimest järku ekstinktsioonikordajad ja nende määramused täitsid eesmärgi, kuid teist järku kordajate väärtused olid selgelt valed ning ei sarnanenud 2014. aastal leitud kordajatele. Seda kinnitas asjaolu, et kordajad olid R- ja I-filtris võrreldavates suurustes peamiste kordajatega, kuigi reeglina on teist järku kordajad V, R ja I-filtrites väiksemad B-filtri kordajast ning tihtipeale ületab kordaja määramatus absoluutväärtuselt kordaja enda (Altavilla et al., 2021).

Olukord paranes mõnevõrra, kui autor eemaldas arvutuste aluseks olevast programmist teist järku ekstinktsioonikordaja panuse, mis on õigustatud R ja I-filtri ning töö mõõtmistäpsuseid arvestades ka V-filtri jaoks, aga mitte B-filtri jaoks. Peale muudatust tagastas programm 2014. aasta tulemustega sarnased värviülekandekordajad ning nende määramused, kuid vastupidiste

märkidega. Pärast selliseid tulemusi oli programmi korrektsus kahtluse alla seatud ning autor püüdis probleemile jälile saada, kuid tulutult. Võimalik, et sekundaarne ekstinktsioonikordaja ja värviülekandekordaja kompenseerisid teineteist arvutustel, sest nad on mõlemad seotud värvusindeksiga ning programm püüdis kõiki tundmatuid leida samaaegselt.

Peale kirjutatud programmi prooviti probleemile läheneda ka sammhaaval ehk järgides sama loogikat, mida peatükis 2 kirjeldatud on. Katsetamiseks valiti 2020. aasta 8. detsembri öö, sest sellel ööl oli teleskoobiga PlaneWave CDK12.5 vaadeldud mitut erinevat standardala, mis paiknesid erinevatel õhumassidel ning peale selle oli mõõdetud uuritavaid tähti Kassiopeia tähtkujust. See paistis olevat hea valik, sest tegemist oli värskete andmetega ning leitud kordajate põhjal oleks saanud kohe leida RX Cas-i ja SX Cas-i võrdlustähtede kataloogiheledused, kuna kordajad vastavad kõige täpsemini samale ööle. Andmetöötluse käigus selgus, et sel ööl võisid olla mitte-fotomeetrilised atmosfääri tingimused (mida ei ole võimalik vaatluse ajal otse hinnata), sest mõõdetud heledused hajusid märkimisväärselt.

Leitud kordajad koos määramatustega on esitatud tabelis 4.1. Suurte mõõtemääramatuste tõttu värviülekandekordajates ei kasutatud leitud kordajaid võrdlustähtede kataloogiheleduste leidmiseks, kuid kordajate väärtuste põhjal võib siiski kinnitada, et sarnase värvusega võrdlustähtede kasutamine diferentsiaalsete heleduste leidmiseks ilma värviülekandekordajata on õigustatud, sest kordajate panus diferentsiaalsetesse heledustesse on väiksem instrumentaalsete heleduste mõõtemääramatustest.

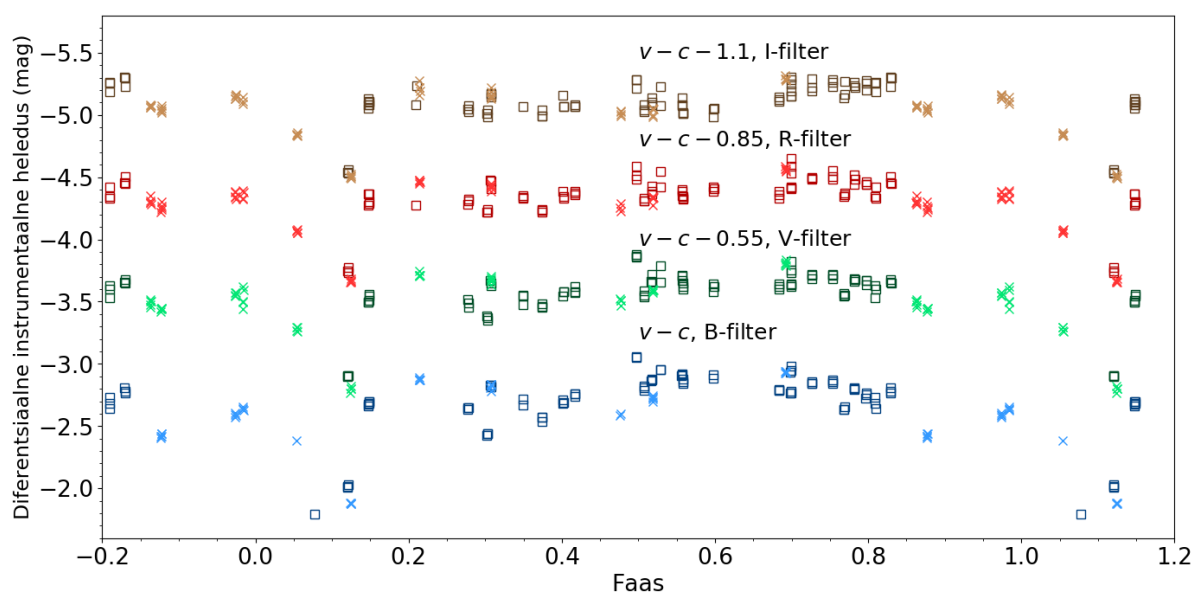
Tabel 4.1: 8.12.20 öö põhjal teleskoobiga PlaneWave CDK12.5 leitud värviülekandekordajad. F tähistab filtrit, k' ja k'' vastavalt esimest ja teist järku ekstinktsioonikordajaid, a värviülekandekordajaid ning c instrumentaalset nullpunkti. Kordajate leidmiseks on kasutatud värvusindekseid B-V, V-R ja V-I.

F	k'	k''	a	c
B	$0,4013 \pm 0,0072$	$-0,0346 \pm 0,0126$	$-0,0473 \pm 0,0193$	$20,7239 \pm 0,0140$
V	$0,2168 \pm 0,0032$	$0,0030 \pm 0,0104$	$-0,0030 \pm 0,0172$	$20,8564 \pm 0,0068$
R	$0,1632 \pm 0,0030$	$-0,0236 \pm 0,0102$	$-0,0683 \pm 0,0171$	$20,9069 \pm 0,0061$
I	$0,1142 \pm 0,0061$	$-0,0133 \pm 0,0180$	$-0,0495 \pm 0,0216$	$19,7628 \pm 0,0087$

Kuigi kirjutatud värviülekandeprogramm ei täitnud esialgu seatud eesmärki, ei saa programmi arendamist lugeda tühjaks tööks, sest arendamise käigus uuendas autor bakalaureusetööst pärit fotomeetria programmi ning andmetöötlusprogrammi, millest said peamise eesmärgi täitmise alustalad. Programm väärib edasi arendamist, sest alati ei ole eesmärgiks leida diferentsiaalseid heledusi ning kui on, ei ole alati võimalik valida sarnase värvusega võrdlustähti.

4.2 W Ser-i tulemused

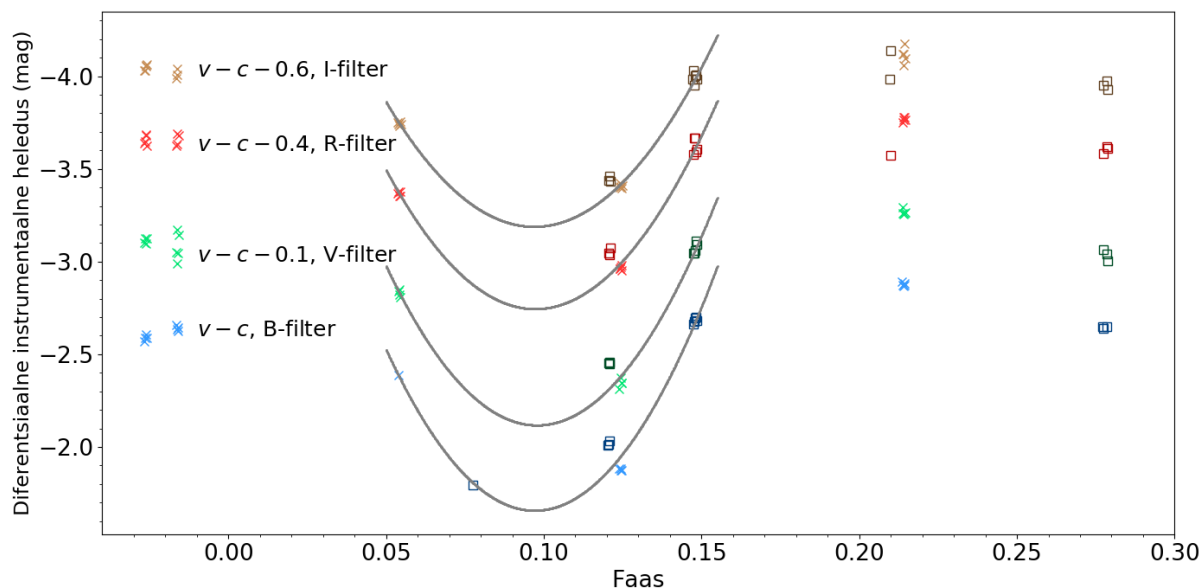
Prototüüp tähe W Ser vaatlemine osutus kolmest tähest kõige keerulisemaks, kuna täht oli TO-s aasta jooksul vaadeldav vaid mõned kuud, juuli lõpust novembri alguseni, enne kui see allapoole horisonti jäi. Ka vaadeldaval ajal oli täht väga madalal taevas ning W Ser oli peale päikeseloojangut alati vaatlusöö esimene sihtmärk. Kokku kogunes kahe teleskoobiga tähe kohta andmeid 40-l erineval ööl, millest viie öö andmeid sai kasutada reeperkõvera loomiseks ning miinimumide määramiseks. Tähe faasikõverad on kujutatud joonisel 4.1 ja reeperkõverad joonisel 4.2, mõlemal joonisel on eraldi välja toodud, millise teleskoobiga andmepunktid kogutud on.



Joonis 4.1: Tähe W Ser faasikõverad B, V, R ja I-filtrites, nihutatuna paremaks jälgimiseks. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

W Ser-i faasikõveratelt on näha, et need on üsna lünklikud ning seda eriti peamiinimumi läheduses. 2020. aasta sügisel takistas kahe miinimumilähedase hetke vaatlemist asjaolu, et teleskoobi Zeiss-600 vaatevälja varjas puu. Andmepunktide vähesuse tõttu ei saa kahjuks kindlalt väita, et peavarjutuse algus ja lõpp nii sümmeetrilised oleks, nagu reeperkõverate jooniselt paistab. Samas annavad sobitatud kõverad aimu sellest, et tähe periood tõepoolest on pikenenud, kuna kõvera miinimum langeb eeldatava faasi 0 asemel hoopis faasi 0,1 lähedusse. Väga võimalik, et punktide vähesuse tõttu on sobitatud kõver tegelikust asendist mõnevõrra nihkes, kuid see vihjab siiski sellele, et W Ser orbitaalperiood võib muutuda teises tempos kui Erdem ja Öztürk (2014) poolt välja pakutud 18 sekundit aastas.

TO-s kogutud andmete põhjal sai leida kolme peamiinimumi hetked. Lisaks sellele sobitati



Joonis 4.2: Tähe W Ser reeperkõverad B, V, R ja I-filtrites, nihutatuna paremaks jälgimiseks. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

nimetatud andmete põhjal loodud reeperkõveraid kosmoseteleskoobi INTEGRAL OMC¹ ning supernoovasid otsiva vaatlusprogrammi ASAS-SN² kogutud andmetesse. Määratud miinimumid, mis TO puhul on erinevate filtrite keskmised koos hinnanguliste määramatuste ning konstantse perioodi põhjal tehtud ennustustega, on esitatud tabelis 4.2.

Leitud miinimumide ja ennustuste põhjal koostas programm tähe O-C kõvera ning sobitas sellesse parabooli. Kõverat on näha joonisel 4.3, kus x-teljel on miinimumide orbitaalsüklite numbrid, mille arvestuse nullpunktiks on töö käigus kõige täpsemini määratud peamiinimumi ajamoment. Joonise y-teljel on kujutatud miinimumide O-C väärtuseid päevades ning alumises osas punktide hälve kõverast.

W Ser-i O-C kõveralt on näha, et parabool ei ole väga hästi punktidesse sobitunud. Selleks on mitu põhjust, esiteks on suurel osal miinimumidest suured veahinnangud, kuna need on leitud vaid ühe andmepunktiga (30-st miinimumist vaid 7 on määratud mitme punkti põhjal). Seetõttu sai üksikute andmepunktide korral leitud ka nii-öelda alternatiivne miinimum, mille leidmisel paigutas programm üksiku punkti teisele poole miinimumi võrreldes esialgse hinnanguga. Kui sellisel viisil leitud kaks lähestikku asuvat miinimumi O-C kõverale paigutati, hakkas hästi silma, kumb punktidest ebaloomulikult kaugel võrreldes ülejäänutega asus. Sellisel viisil sai valed sobitused välistatud, kuid nende tegeliku reeperkõveraga sobivuse hindamine oli sellegipoolest keeruline.

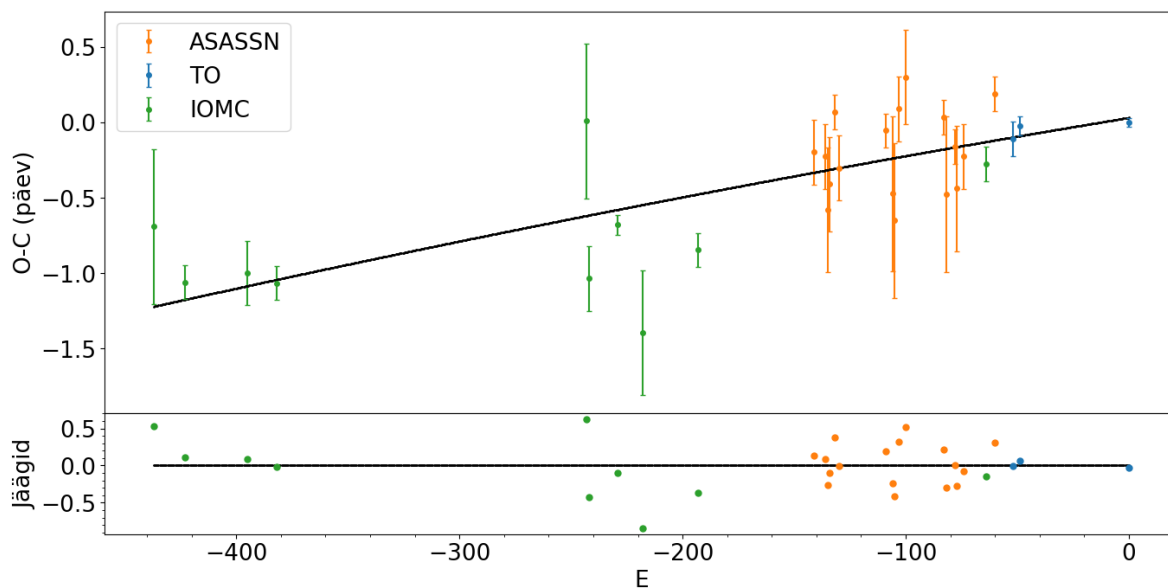
Teine põhjendus halvale parabooli sobitusele on see, et nihutatav reeperkõver ise on tekitatud

¹ <https://www.cosmos.esa.int/web/integral/instruments-omc> ² <https://asas-sn.osu.edu/>

Tabel 4.2: W Ser peamiinimumid. T_o tähistab vaadeldud miinimume, $T_o(e)$ nende määramatuseid, T_c arvutatud miinimume, E orbitaalsükli numbrit, n miinimumile vastavate punktide arvu, m seda, kas punktid on pärit vaid ühest kaardrite seeriast ning And. andmestikku.

T_o (HJD)	$T_o(e)$ (HJD)	T_c (HJD)	O-C (päev)	E	n	m	And.
2459080,934	0,01	2459080,934	0	0	9	+	TO
2458386,505	0,05	2458386,526	-0,021	-49	5	+	TO
2458343,905	0,10	2458344,011	-0,106	-52	3	-	TO
2458230,831	0,10	2458230,638	0,192	-60	1	-	ASASSN
2458173,675	0,10	2458173,952	-0,276	-64	3	-	IOMC
2458032,012	0,20	2458032,236	-0,224	-74	1	-	ASASSN
2457989,283	0,40	2457989,721	-0,438	-77	1	-	ASASSN
2457975,392	0,10	2457975,549	-0,157	-78	1	-	ASASSN
2457918,388	0,50	2457918,863	-0,475	-82	1	-	ASASSN
2457904,727	0,10	2457904,691	0,035	-83	1	-	ASASSN
2457664,077	0,30	2457663,774	0,302	-100	1	-	ASASSN
2457621,350	0,20	2457621,260	0,091	-103	1	-	ASASSN
2457592,268	0,50	2457592,916	-0,648	-105	1	-	ASASSN
2457578,275	0,50	2457578,745	-0,470	-106	1	-	ASASSN
2457536,177	0,10	2457536,230	-0,053	-109	1	-	ASASSN
2457238,325	0,20	2457238,626	-0,301	-130	1	-	ASASSN
2457210,352	0,10	2457210,283	0,068	-132	1	-	ASASSN
2457181,531	0,30	2457181,940	-0,409	-134	1	-	ASASSN
2457167,190	0,40	2457167,768	-0,578	-135	1	-	ASASSN
2457153,373	0,20	2457153,597	-0,224	-136	1	-	ASASSN
2457082,543	0,20	2457082,739	-0,195	-141	1	-	ASASSN
2456344,971	0,10	2456345,816	-0,845	-193	2	-	IOMC
2455990,132	0,40	2455991,526	-1,394	-218	3	-	IOMC
2455834,960	0,05	2455835,639	-0,678	-229	5	+	IOMC
2455650,373	0,20	2455651,408	-1,035	-242	6	+	IOMC
2455637,246	0,50	2455637,236	0,010	-243	2	-	IOMC
2453666,321	0,10	2453667,385	-1,064	-382	4	+	IOMC
2453482,156	0,20	2453483,154	-0,998	-395	3	-	IOMC
2453085,291	0,10	2453086,349	-1,059	-423	9	+	IOMC
2452887,258	0,50	2452887,947	-0,689	-437	20	+	IOMC

nii väheste vaatluste abil, et selle kuju ei pruugi tegelike peamiinimumi lähedaste faasidega ühtida. Kuna tegemist on väga muutlike tähtedega, on võimalik, et sellist reeperkõverat, mis kõigi miinimumide leidmiseks sobiks, ei olegi võimalik luua, sest tsüklid erinevad teineteisest liiga palju. Probleemid reeperkõveraga mõjutasid kõikide miinimumide täpsuse hindamist, mistõttu hajuvad ka sellised peamiinimumid sobitatud paraboolist, mis on leitud mitme vaatlusseeria põhjal. Peale selle avaneb kõver allapoole, mis viitab perioodi lühenemisele. See aga läheb vastuollu Erdem ja Öztürk (2014) tulemustega, mille kohaselt peaks periood kiiresti pikenema.



Joonis 4.3: Tähe W Ser O-C kõver.

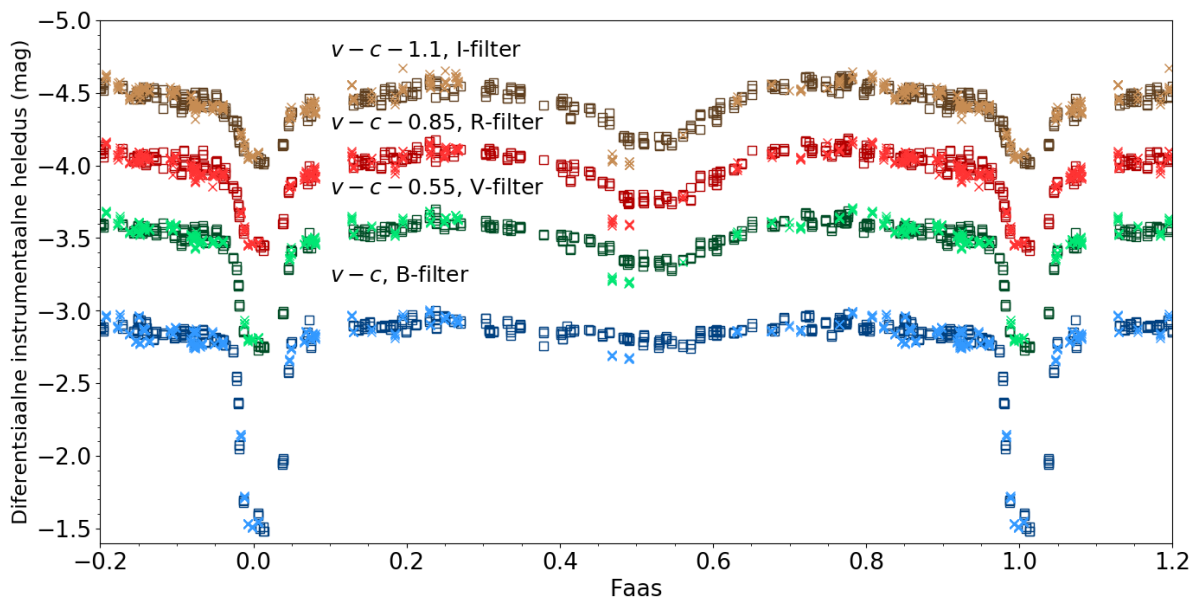
Sobitatud parabooli ruutliikme kordaja väärtus oli $(-98 \pm 289) \cdot 10^{-8}$ päeva ehk periood lüheneb $4,4 \pm 12,9$ sekundit aastas. Erdem ja Öztürk (2014) leitud kordaja väärtus oli $(421 \pm 10) \cdot 10^{-8}$ ehk periood pikeneks $18,8 \pm 0,4$ sekundit aastas. Kuna töös leitud kordaja määramatus on suurusjärg kordajast endast suurem, ei ole vaid töös kasutatud andmete põhjal võimalik W Ser-i perioodi muutumisele uut hinnangut anda ning selle tegemiseks peaks koguma täiendavaid andmeid just tähe peavarjutustest ning võimalikult tihedalt, et vähendada tähe muutlikkusest tulenevat mõju reeperkõveratele.

4.3 SX Cas-i tulemused

Bakalaureusetöoga võrreldes sai käesoleva töö käigus kogutud piisavalt palju täiendavaid andmeid, et SX Cas-i faasikõverates olevad augud ära täita. Eriti tihedalt kogunes andmeid just nendest faasidest, mis on vahetult enne ja pärast tähe peavarjutust, kuid hõredaks jäi varjutuse tõusev haru ehk faasid vahetult peale varjutuse keskmomenti. Kahe teleskoobiga sai SX Cas-i vaadeldud kokku 136-l ööl, millest reeperkõvera sobitamiseks kasutati 11 öö andmeid.

Aastate jooksul kogunes mitu sellist ööd, kus SX Cas-i mõõdeti mõlema teleskoobiga ning küllaltki väikese ajavahemikuga. See pakkus hea võimaluse võrrelda tähtede instrumentaalseid heledusi kahe teleskoobi vahel ja kinnitada eeldust, et lähedase värvusindeksiga võrdlustähte kasutades saab kahe teleskoobi andmeid koos kasutada ilma värviülekangeta. Joonisel 4.4 on näha tähe faasikõverad kõigis filtrites ning joonisel 4.5 tähe reeperkõverad kõigis filtrites.

Faasikõveraaid vaadates hakkab silma kaks teleskoobiga Zeiss-600 mõõdetud andmepunkti faasi

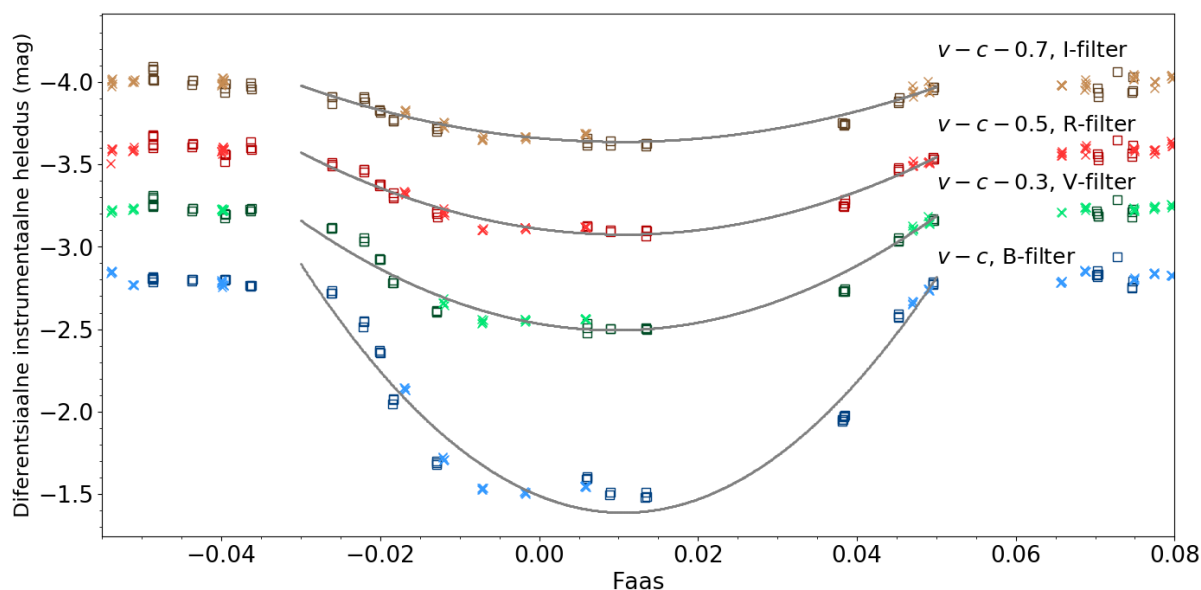


Joonis 4.4: Tähe SX Cas faasikõverad B, V, R ja I-filtrites, nihutatuna paremaks jälgimiseks. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

0,5 läheduses, mis on teistest lähedalasuvatest omajagu madalamal. Punktidele vastavad kaadrid on pärit 2019. aasta 15. ja 16. aprillist ning mõlema vaatluse ajal oli taevas selge ja kujutis hea. Seega võib oletada, et tegemist on füüsikalise muutlikkusega, kuid lähemalt nähtust käesoleva töö käigus ei uuritud. Peale selle on erinevate filtrite kõveraid võrreldes näha, kuidas mõlema varjutuse sügavused muutuvad. Lainepikkuste suurenedes muutub sekundaarkomponendi varjutus sügavamaks ja peavarjutuse sügavus vastupidiselt väheneb ning I-filtris on mõlemad varjutused peaaegu sama sügavusega.

Võrreldes W Ser-i reeperkõveratega on SX Cas-i reeperkõverate määramiseks küllaltki palju punkte ning hästi on näha varjutusele eelnev ja järgnev heleduse platoo. Viimasest tingituna on ka faaside vahemik, mida reeperkõvera tekitamise kasutati, küllaltki kitsas ning seetõttu õnnestus TO andmeid kasutades määrata vaid kaheksa peamiinimumi ajamomendid. Sarnaselt W Ser-i reeperkõveratele on SX Cas-i reeperkõverad oodatavast nullfaasist natukene nihkes, kuid nihe on palju väiksem ja jääb kõigi filtrite jaoks 0,01 faasi juurde. Taaskord vihjab see perioodi muutusele, kuid ainuüksi selle teadmiselega midagi põhjapanevat tähe kohta väita ei saa.

Erinevate filtrite reeperkõveratelt ilmneb peale eelnevalt mainitud sügavuse muutuse veel see, et kõigis filtrites ei ole kõvera sobitamine võrdselt hästi õnnestunud. V-filtris järgib kõver küllaltki hästi andmepunkte, kuid B-filtri kõvera keskosas on näha punkte, mis kõverast endast omajagu kõrgemale jäävad. Selliste punktide kasutamine miinimumide määramiseks osutus eriti keeruliseks, kuna programmi loogika tõttu paigutati need keskosa asemel hoopis kõvera harudele ning y-telje suunaliseks punktide kunstlikuks nihutamiseks puudus alus. Taoline olukord



Joonis 4.5: Tähe SX Cas reeperkõverad B, V, R ja I-filtrites, nihutatuna paremaks jälgimiseks. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

vähendas usaldusväärselt sobitatud miinimumide hulka veelgi.

Peale töös kogutud andmete nihutasin tekitatud reeperkõveraid ka kosmoseteleskoobi INTEGRAL OMC ning Pirola et al. (2006) töös kogutud andmetesse. Kasutati ka eksoplaneete otsiva programmi SuperWASP³ raames kogutud andmeid, kuid kuna need vaatlused olid tehtud ilma filtrita, tuli nendest andmetest tekitada omaette reeperkõver. Kõik leitud miinimumid koos määramatuste ja ennustatavate ajamomentidega on leitavad tabelist 4.3.

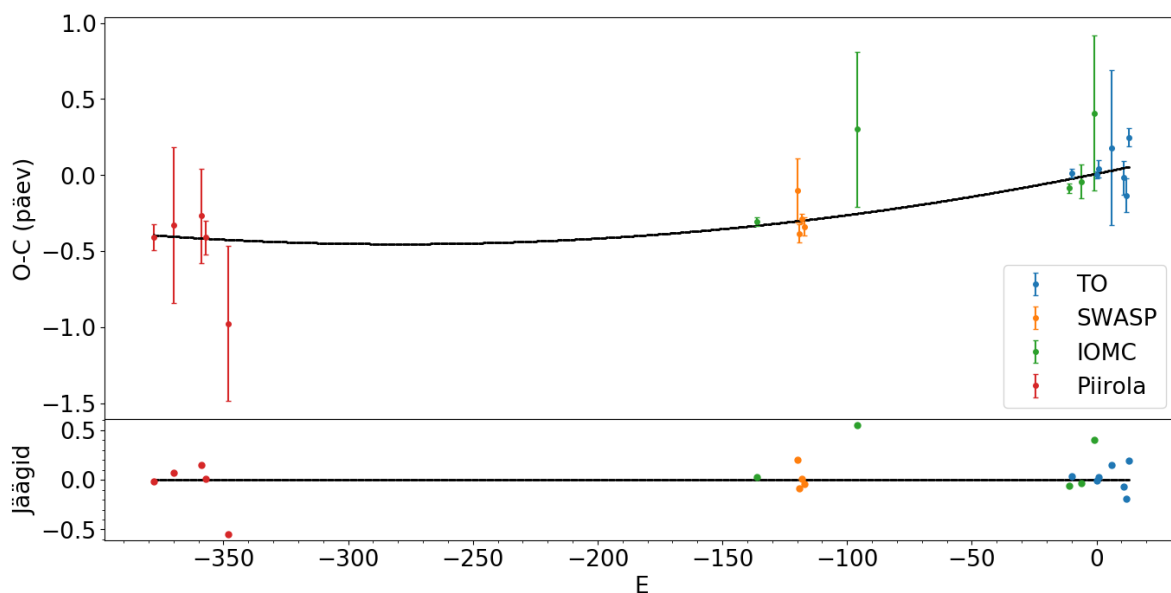
Nagu W Ser-i miinimumid, sai ka SX Cas-i miinimumid kanda joonisele ja luua tähe O-C kõver (joonis 4.6). Sobitus võrreldes prototüüp tähega oli märkimisväärselt edukam ning sellele aitasid palju kaasa TO vaatlusandmed, sest nagu on näha ka tabelist 4.3, on enamik neist leitud mitme punkti põhjal, mis muudab tulemused usutavaks. Võiks öelda, et olukord on vastupidine W Ser-i tulemustele, sest vaid üks miinimum 21-st on määratud ühe vaatlusöö üksiku seeria andmete põhjal. Kasutatud miinimume on küll vähem, kuid nende täpsus on mitu korda parem. Kahjuks jäi Pirola et al. (2006) ja SuperWASP-i ning INTEGRAL IOMC andmestike vahele üle saja tsükli, mille täitmiseks andmeid ei leitud.

Sarnaselt W Ser-ile oli üllatav sobitatud parabooli kuju. Erdem ja Öztürk (2014) leitud ruutliikme kordaja väärtus oli $(-152 \pm 42) \cdot 10^{-8}$ päeva, ehk nemad ennustasid tähele perioodi lühenemist $2,6 \pm 0,7$ sekundit aastas. Töös koostatud O-C kõverasse sobitatud parabool avanes ülespoole, mis viitab perioodi pikenelemisele. Vaatamata sellele sobitus parabool andmetesse hästi ning leitud ruutliikme kordaja, mille väärtus oli $(595 \pm 172) \cdot 10^{-8}$ päeva, ei ületa enda määramatust.

³ <https://wasp-planets.net/>

Tabel 4.3: SX Cas peamiinimumid. T_o tähistab vaadeldud miinimume, $T_o(e)$ nende määramatuseid, T_c arvutatud miinimume, E orbitaalsükli numbrit, n miinimumile vastavate punktide arvu, m seda, kas punktid on pärit vaid ühest kaadrite seeriast ning And. andmestikku.

T_o (HJD)	$T_o(e)$ (HJD)	T_c (HJD)	O-C (päev)	E	n	m	And.
2459194,620	0,05	2459194,371	0,249	13	8	+	TO
2459157,670	0,10	2459157,805	-0,135	12	10	+	TO
2459121,220	0,10	2459121,239	-0,018	11	10	+	TO
2458938,589	0,50	2458938,408	0,181	6	3	-	TO
2458755,617	0,05	2458755,577	0,041	1	6	+	TO
2458719,011	0,01	2458719,011	0	0	16	+	TO
2458682,853	0,50	2458682,444	0,409	-1	60	+	IOMC
2458499,571	0,10	2458499,613	-0,043	-6	80	+	IOMC
2458353,363	0,02	2458353,349	0,015	-10	15	+	TO
2458316,697	0,02	2458316,782	-0,086	-11	40	+	IOMC
2455208,957	0,50	2455208,655	0,301	-96	40	+	IOMC
2454440,426	0,05	2454440,765	-0,339	-117	14	+	SWASP
2454403,911	0,02	2454404,199	-0,288	-118	66	+	SWASP
2454367,248	0,05	2454367,633	-0,385	-119	23	+	SWASP
2454330,963	0,20	2454331,067	-0,103	-120	45	+	SWASP
2453745,701	0,02	2453746,007	-0,306	-136	40	+	IOMC
2445992,997	0,50	2445993,973	-0,976	-348	8	+	Pirola
2445664,467	0,10	2445664,877	-0,410	-357	5	+	Pirola
2445591,478	0,30	2445591,745	-0,267	-359	68	+	Pirola
2445189,188	0,50	2445189,517	-0,329	-370	32	+	Pirola
2444896,579	0,07	2444896,987	-0,408	-378	48	+	Pirola

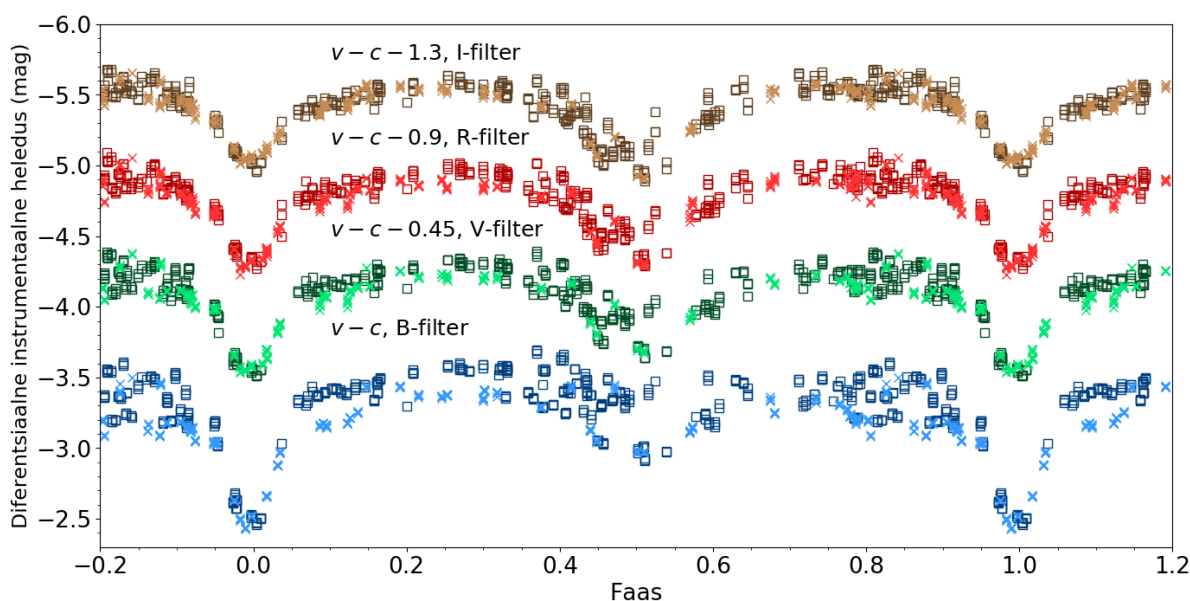


Joonis 4.6: Tähe SX Cas O-C kõver.

Sekunditesse teisendades tähendab see $10,3 \pm 3$ sekundi suurust perioodi pikenedmist aastas. Seega erinevad kordajad teineteisest märkimisväärselt ega lange vigade piires kokku. Kuna W Ser-tüüpi tähtede näol on tegemist väga aktiivsete kaksikutega, ei ole välistatud, et varasemalt lühenenud orbitaalperiood hiljem pikeneb hakkab. Sellegipoolest on tulemus nii üllatav kui ka huvitav ning väärrib uurimist tulevastes töödes, et seda omapärast hüpoteesi kinnitada.

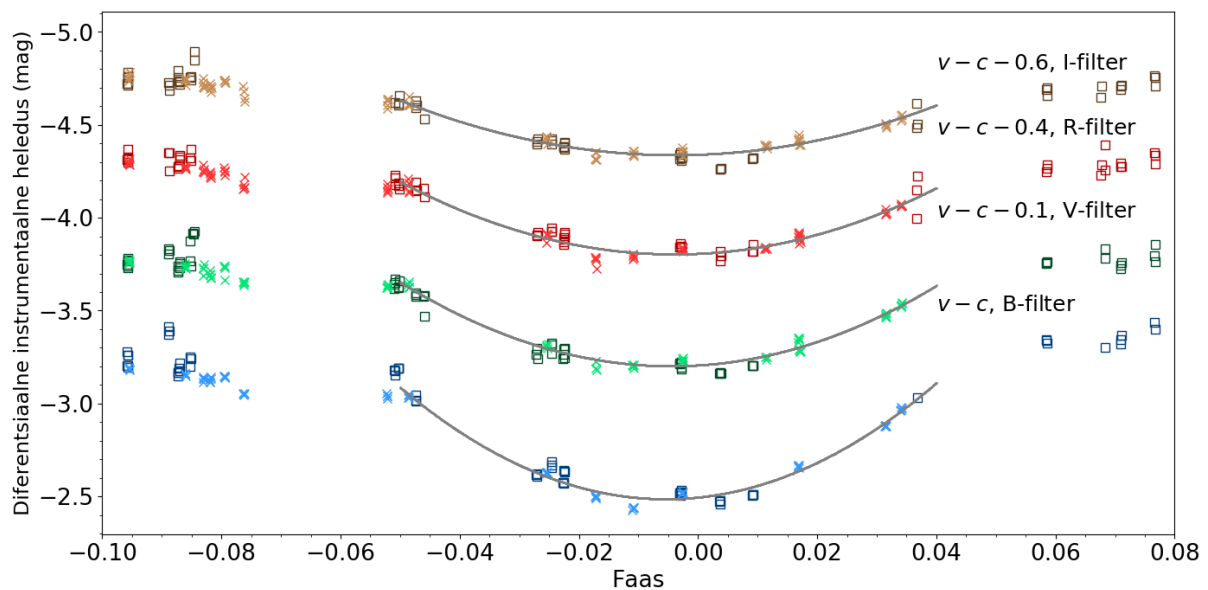
4.4 RX Cas-i tulemused

RX Cas oli autori bakalaureusetöö peamiseks teemaks ning teistest tähtedest rohkem tähelepanu sai see ka käesolevas töös suuresti seetõttu, et andmeid selle kohta oli võrreldes teistega kõige rohkem. Kolme aasta peale kokku mõõdeti TO teleskoopidega RX Cas-i 137-l ööl, millest reeperkõverate jaoks sai kasutada 13 öö andmeid. Sarnaselt SX Cas-ile olid mõned ööd 137-st sellised, kus tähte vaadeldi mõlema teleskoobiga. Joonisel 4.7 on esitatud tähe faasikõverad ja joonisel 4.8 tähe reeperkõverad.



Joonis 4.7: Tähe SX Cas faasikõverad B, V, R ja I-filtrites, nihutatuna paremaks jälgimiseks. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

Faasikõveratelt paistab välja paar huvitavat detaili. Näiteks on eriti hästi B-filtris, aga vähemal määral ka teistes filtrites näha suurt hajumist väljaspool peamist varjutust. Ilmselt on kolme aasta jooksul toimunud Kalv (1979) töös välja toodud heleduse oleku muutus, kuna selle perioodiks peaks olema ligikaudu 516 päeva, kuid andmete põhjal on raske öelda, milliste olekute (kõrge, keskmine ja madal) vahel üleminek toimus. Teine omadus, mis tähel on ühine SX Cas-iga, on varjutuste sügavuste muutumine, kuid RX Cas-i puhul on varjutused ligikaudu sama sügavad juba R-filtris ning I-filtris paistab sekundaarkomponendi varjutus isegi sügavam peavarjutusest.

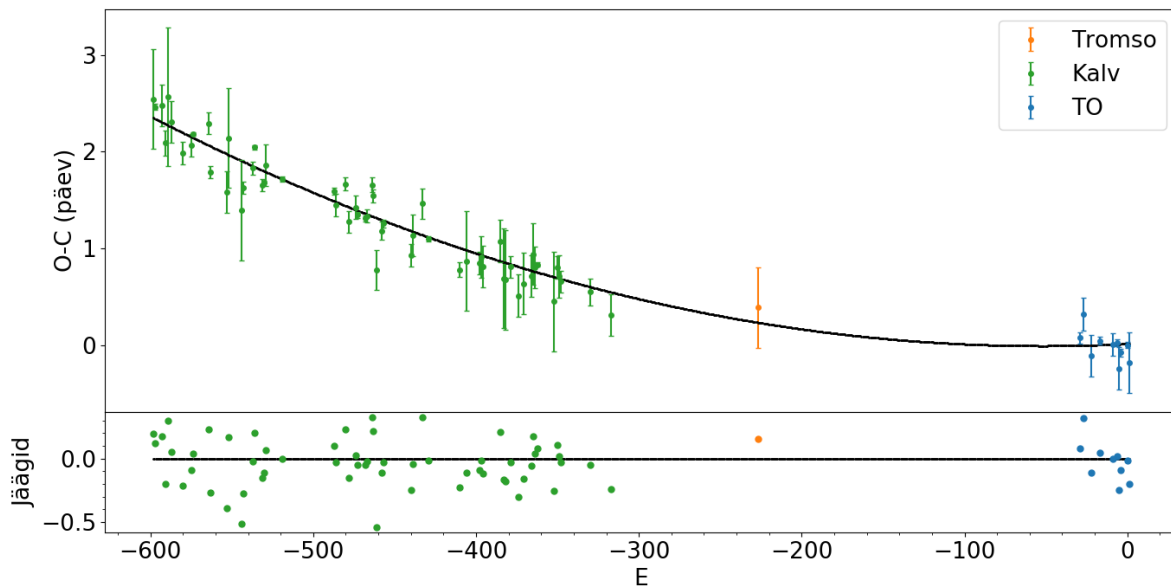


Joonis 4.8: Tähe RX Cas reeperkõverad B, V, R ja I-filtrites, nihutatuna paremaks jälgimiseks. Kastidega on tähistatud teleskoobi PlaneWave CDK12.5 ning ristidega teleskoobi Zeiss-600 vaatlused.

RX Cas-i reeperkõverate tekitamine oli kolmest tähest kõige hõlpsam, sest andmepunkte jagus peamiinimumi lähedale kõige rohkem. Vaatamata sellele tuli ette mõningaid raskuseid. Sarnaselt SX Cas-ile ei asu kõik andmepunktid reeperkõveratel või selle vahetus läheduses ning miinimumide leidmine nende punktide põhjal osutus keerukaks ja selliste punktidega leitud miinimumidel oli oluliselt väiksem kaal O-C kõverasse.

Lisaks TO andmetele nihutati tekitatud reeperkõveraid taaskord Kalv (1979) andmetesse, et O-C kõver võimalikult hästi perioodi muutust kirjeldaks. Võrreldes bakalaureusetöoga on käesolevas töös tekitatud reeperkõverad vaid TO-s kogutud andmetest, mitte TO ja Kalv (1979); Kalv et al. (2008) andmete kombinatsioonist. Töö raames sai katsetatud, kas kahe andmestiku põhjal eraldi moodustatud reeperkõverad annavad vastastikku andmetesse nihutamisel samad tulemused. Katsetuste tulemused on kogutud lisasse E ning kõik keskmistatud miinimumid koos määramatuste ja ennustustega tabelisse 4.4. Viimases on lisaks TO-s ja P. Kalvi poolt kogutud andmetele vastavate miinimumide ka juhendaja I. Kolka poolt 2001. aasta jaanuaris Tromsos kogutud andmete põhjal leitud miinimum.

Omaette väljakutseks osutus reeperkõvera nihutamine sellistesse peavarjutustesse, millele vastas vaid üks andmepunkt. Sama olukord oli teravaks probleemiks ka W Ser-i reeperkõvera nihutamisel, kuna tihti peale polnud andmepunktile piisavalt lähedal teisi punkte, mis oleksid aimu andnud, kummal pool peamiinimumi punkt asub. Probleemi lahendamiseks kasutati eelnevalt kirjeldatud alternatiivsete miinimumide meetodit. Selgus, et kõik esimesed hinnangud ühtisid eeldatava O-C kõvera käiguga paremini ning alternatiivsed miinimumid oleksid kõverast liiga kõrgele või madalale jäänud. Leitud miinimume koos O-C kõveraga on kujutatud joonisel 4.9.



Joonis 4.9: Tähe RX Cas O-C kõver.

O-C kõveralt on näha, et kõvera keskosas, umbes epohhide - 300 kuni -20 vahel peale ühe miinimumi andmed puuduvad. Põhjus on selles, et ajavahemikus 1993. aasta algus kuni 2018. aasta suvi on teadaolevaid peamiinimumilähedasi vaatluseid väga vähe ning need kõik on visuaalsed vaatlused. Vahemikku jääb siiski Tromsos tehtud vaatlus, mille määramatus on tingitud sellest, et nimetatud miinimumi leidmiseks sai kasutada vaid B-filtri andmeid ehk sisuliselt on tegu ühe punkti põhjal määratud miinimumiga. Lisaks sellele on just B-filtris tähe füüsikaline muutlikkus kõige märgatavam, nagu on näha ka tähe faasikõveratel.

Sarnaselt bakalaureusetöole avanes sobitatud parabool ülespoole, mis viitab perioodi piknemisele ning klappib varasemate ennustustega. Kui bakalaureusetöös sobitatud parabooli ruutliikme kordaja väärtus oli $(810 \pm 111) \cdot 10^{-8}$ päeva, siis uute andmete toel vähenesid nii kordaja väärtus kui ka määramatus $(791 \pm 98) \cdot 10^{-8}$ päevale. Sekunditesse teisendades tähendab see perioodi piknemist $15,4 \pm 1,9$ sekundit aastas. Erdem ja Öztürk (2014) leitud ruutliikme kordaja oli $(1173 \pm 40) \cdot 10^{-8}$ päeva, mis tähendab perioodi piknemist $22,9 \pm 0,8$ sekundit aastas. Kuna täpsus paranes ning kordaja võrreldes bakalaureusetöös leituga vähenes veelgi, kinnitab see esitatud hüpoteesi, et RX Cas-i orbitaalperiood ei pikene enam nii kiiresti, kui mõnikümmend aastat tagasi.

Tabel 4.4: RX Cas peamiinimumid. T_c tähistab vaadeldud miinimume, $T_c(e)$ nende määratuseid, T_c arvutatud miinimume, E orbitaaltsükli numbrit, n miinimumile vastavate punktide arvu, m seda, kas punktid on pärit vaid ühest kaadrite seeriast ning And. andmestikku.

T_c (HJD)	$T_c(e)$ (HJD)	T_c (HJD)	O-C (päev)	E	n	m	And.	T_o (HJD)	$T_o(e)$ (HJD)	T_c (HJD)	O-C (päev)	E	n	m	And.
2459309,024	0,30	2459309,209	-0,185	1	6	+	TO	2445049,082	0,10	2445048,151	0,931	-440	1	-	Kalv
2459276,871	0,02	2459276,871	0	0	16	+	TO	2444499,662	0,02	2444498,405	1,257	-457	3	+	Kalv
2459147,441	0,02	2459147,519	-0,078	-4	5	-	TO	2444467,249	0,08	2444466,067	1,182	-458	3	+	Kalv
2459114,939	0,20	2459115,181	-0,242	-5	5	-	TO	2444369,829	0,19	2444369,053	0,776	-461	1	-	Kalv
2459082,867	0,02	2459082,843	0,024	-6	8	+	TO	2444305,921	0,05	2444304,377	1,544	-463	4	+	Kalv
2458985,836	0,10	2458985,829	0,006	-9	1	-	TO	2444273,698	0,06	2444272,039	1,659	-464	2	+	Kalv
2458727,170	0,03	2458727,125	0,045	-17	10	+	TO	2444176,359	0,05	2444175,025	1,334	-467	2	+	Kalv
2458565,323	0,20	2458565,435	-0,112	-22	5	-	TO	2444143,997	0,02	2444142,687	1,310	-468	2	+	Kalv
2458404,062	0,16	2458403,745	0,317	-27	3	-	TO	2443982,343	0,02	2443980,997	1,346	-473	3	+	Kalv
2458339,142	0,04	2458339,069	0,073	-29	9	+	TO	2443950,084	0,10	2443948,659	1,425	-474	2	+	Kalv
2451936,532	0,40	2451936,145	0,387	-227	3	-	Tromso	2443820,583	0,10	2443819,307	1,276	-478	3	+	Kalv
2449026,034	0,20	2449025,725	0,309	-317	1	-	Kalv	2443756,298	0,05	2443754,631	1,667	-480	3	+	Kalv
2448605,881	0,12	2448605,331	0,550	-330	1	-	Kalv	2443562,052	0,10	2443560,603	1,449	-486	3	+	Kalv
2448023,902	0,10	2448023,247	0,655	-348	1	-	Kalv	2443529,852	0,02	2443528,265	1,587	-487	2	+	Kalv
2447991,618	0,20	2447990,909	0,709	-349	3	+	Kalv	2442495,164	0,01	2442493,449	1,714	-519	5	+	Kalv
2447959,374	0,10	2447958,571	0,803	-350	1	-	Kalv	2442171,928	0,20	2442170,069	1,859	-529	2	+	Kalv
2447894,346	0,50	2447893,895	0,450	-352	1	-	Kalv	2442139,416	0,01	2442137,731	1,685	-530	2	+	Kalv
2447571,348	0,01	2447570,515	0,833	-362	2	+	Kalv	2442107,049	0,05	2442105,393	1,656	-531	1	-	Kalv
2447506,640	0,20	2447505,839	0,801	-364	1	-	Kalv	2441945,747	0,01	2441943,703	2,044	-536	2	+	Kalv
2447474,442	0,30	2447473,501	0,940	-365	2	+	Kalv	2441913,194	0,05	2441911,365	1,829	-537	1	-	Kalv
2447441,880	0,20	2447441,163	0,716	-366	2	+	Kalv	2441718,963	0,05	2441717,337	1,626	-543	1	-	Kalv
2447280,109	0,30	2447279,473	0,636	-371	2	+	Kalv	2441686,393	0,50	2441684,999	1,394	-544	1	-	Kalv
2447182,971	0,20	2447182,459	0,512	-374	1	-	Kalv	2441428,434	0,50	2441426,295	2,140	-552	1	-	Kalv
2447021,577	0,10	2447020,769	0,808	-379	1	-	Kalv	2441395,540	0,20	2441393,957	1,583	-553	1	-	Kalv
2446924,429	0,50	2446923,755	0,674	-382	1	-	Kalv	2441072,366	0,05	2441070,577	1,789	-563	1	-	Kalv
2446892,108	0,50	2446891,417	0,690	-383	2	+	Kalv	2441040,533	0,10	2441038,239	2,294	-564	2	+	Kalv
2446827,817	0,20	2446826,741	1,076	-385	1	-	Kalv	2440717,041	0,01	2440714,859	2,182	-574	3	+	Kalv
2446471,834	0,20	2446471,023	0,811	-396	1	-	Kalv	2440684,584	0,10	2440682,521	2,063	-575	1	-	Kalv
2446439,599	0,20	2446438,685	0,914	-397	1	-	Kalv	2440522,817	0,10	2440520,831	1,986	-580	1	-	Kalv
2446407,195	0,10	2446406,347	0,848	-398	1	-	Kalv	2440296,770	0,20	2440294,465	2,305	-587	4	+	Kalv
2446148,512	0,50	2446147,643	0,869	-406	2	+	Kalv	2440232,357	0,70	2440229,789	2,568	-589	2	+	Kalv
2446019,070	0,06	2446018,291	0,780	-410	2	+	Kalv	2440167,202	0,11	2440165,113	2,089	-591	1	-	Kalv
2445404,969	0,01	2445403,869	1,100	-429	5	+	Kalv	2440102,918	0,20	2440100,437	2,481	-593	1	-	Kalv
2445275,980	0,14	2445274,517	1,462	-433	1	-	Kalv	2439973,548	0,02	2439971,085	2,462	-597	3	+	Kalv
2445081,622	0,20	2445080,489	1,133	-439	2	+	Kalv	2439941,291	0,50	2439938,747	2,544	-598	2	+	Kalv

Kokkuvõte

Antud töö peamiseks eesmärgiks oli anda uued hinnangud tähtede W Ser, SX Cas ja RX Cas perioodide muutustele. Eesmärgini jõudmiseks oli vaja täiendada bakalaureusetöö käigus kogutud andmeid uute vaatlustega ning leida andmetötluse käigus tähtede peamiinimumide ajamomendid.

Töö teoreetilises osas kirjeldati uuritavaid tähti lähemalt: millised on kaksiktähtede komponendid, kuidas nende heledus aja jooksul muutub, millised on varasemad hinnangud perioodidele ja nende muutustele. Lisaks sellele pühendati üks peatükk värviülekande protseduurile, sest esialgu oli üheks eesmärgiks leida võrdlustähtede kataloogiheledused ning uurida ülekandekordajate muutumist aja jooksul. Peatükis selgitati, kuidas protseduuri läbi viia.

Töö praktilises osas oli esimeseks sammuks kogutud vaatlusandmete eeltöötlemine. Seejärel kirjutati tähtede heleduste mõõtmiseks ning edasiseks töötluks kaks programmi, mis tuginesid bakalaureusetöös loodutele, kuid mida täiendati märkimisväärselt. Töö jaoks kirjutati ka värviülekande võrrandeid lahendav programm, kuid kahjuks ei toiminud programm nii, nagu oleks pidanud. Nimetatud programmidega sai tähtede heledused kuvada faasikõveratele ning faasikõverate nullpunktide lähedastesse andmetesse sobitada reeperkõverad. Edasi nihutati reeperkõveraaid töös kogutud ning teistest allikatest saadud andmetesse ja leiti tähtede peamiinimumide ajamomendid. Neist ajamomentidest lahutati maha muutumatut perioodi eeldava valemi põhjal leitud miinimumid, mis vastasid leitud miinimumidele. Sellised O-C väärtused kanti joonistele ning andmepunktidest sobitati läbi paraboolid.

Töö tulemuseks olid nimetatud paraboolide ruutliikmete kordajad ja määramatused, mida võrreldi Erdem ja Öztürk (2014) töös leitud kordajatega. Kinnitust leidis bakalaureusetöös esitatud hüpotees, et tähe RX Cas periood pikeneb tänapäeval aeglasemalt, kui varasemalt on ennustatud. Üllatuseks oli SX Cas-i kordaja väärtus, mis viitas perioodi pikenemisele, kuigi varasemalt on seda peetud lüheneva perioodiga täheks. Magistritöös leitud kordaja ei ühtinud vigade piires Erdem ja Öztürk (2014) töö tulemustega, mistõttu on tegemist uue huvitava tulemusega, mida tasub tulevastes töödes kontrollida. Samuti oli W Ser-ile vastava kordaja märk vastupidine eelnevale ennustusele, kuid töös leitud kordaja määramatus ületas kordaja enda, mistõttu pole

perioodi muutumise suund ega kiirus selge. Kokkuvõtet varasematest ning töös leitud kordajatest näeb tabelis 4.5.

Tabel 4.5: Võrdlus Erdem ja Öztürk (2014) ja töös leitud kordajate ning perioodide muutuste kiiruste vahel

Täht	Varasem kordaja (päev · 10 ⁻⁸)	Varasem muutumise kiirus (sekundit aastas)	Uus kordaja (päev · 10 ⁻⁸)	Uus muutumise kiirus (sekundit aastas)
RX Cas	1173 ± 40	22,9 ± 0,8	791 ± 980	15,4 ± 1,9
SX Cas	-152 ± 42	-2,6 ± 0,7	595 ± 172	10,3 ± 3,0
W Ser	421 ± 10	18,8 ± 0,4	-98 ± 289	4,4 ± 12,9

Töole seatud eesmärgid said valdavalt täidetud, sest kolmest uuritavast tähest õnnestus uuendada RX Cas-i ja SX Cas-i perioodide muutumiste kiirust. W Ser perioodile ei õnnestunud uut hinnangut anda väheste andmete tõttu ning järgmise töö peamiseks eesmärgiks võiks olla just selle tähe vaatlemine ja muutumise hindamine.

Kirjandus

- Altavilla, G., Marinoni, S., Pancino, E., Galletti, S., Bellazzini, M., Sanna, N., Rainer, M., Tessicini, G., Carrasco, J. M., Bragaglia, A., Schuster, W. J., Cocozza, G., Gebran, M., Voss, H., Federici, L., Masana, E., Jordi, C., Monguió, M., Castro, A., Peña-Guerrero, M. A., ja Pérez-Villegas, A. (2021). The Gaia spectrophotometric standard stars survey - IV. Results of the absolute photometry campaign. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 501(2):2848–2861.
- Andersen, J., Pavlovski, K., ja Piirola, V. (1989). Fundamental parameters for the W Serpentis stars. II. RX Cassiopeiae. *Astronomy and Astrophysics*, 215:272–282.
- Bessell, M.Š. (1990). UBVRI passbands. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 102:1181–1199.
- Erdem, A. ja Öztürk, O. (2014). Non-conservative mass transfers in Algols. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 441(2):1166–1176.
- Guinan, E. F. (1989). Algol, Beta Lyrae, and W Serpentis: Some new results for three well studied eclipsing binaries. *Space Science Reviews*, 50(1-2):35–49.
- Hilditch, R. W. (2001). *An Introduction to Close Binary Stars*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Kalv, P. (1979). Photoelectric investigation of RX Cassiopeiae. *Tartu Astrofüüsika Observatoorium Teated*, 58:3–45.
- Kalv, P., Aas, T., ja Harvig, V. (2008). Observations of RX Cassiopeiae. *Tallinna Observatory*, V(5):7–41. <http://parsek.yf.ttu.ee/mars/publikatsioonid/publ3.htm>.
- Kreiner, J. M. (2004). Up-to-Date Linear Elements of Eclipsing Binaries. *Acta Astronomical*, 54:207–210.
- Neito, R. (2019). W Serpentis-tüüpi kaksiktähtede orbitaalperioodi muutlikkus. Bakalaureusetöö, Tartu ülikool.

- Pirola, V., Berdyugin, A., Coyne, G. V. ., Efimov, Y.Š., ja Shakhovskoy, N. M. (2006). UVRI polarimetry of the massive interacting binary SX Cassiopeiae: modeling the electron-scattering circumstellar envelope. *Astronomy and Astrophysics*, 454(1):277–286.
- Pirola, V., Berdyugin, A., Mikkola, S., ja Coyne, G. V. (2005). Polarimetric study of the massive interacting binary w serpentis: Discovery of high-latitude scattering spot/jet. *Astrophysical Journal Letters*, 632(1):576–589.
- Plavec, M. J. (1980). IUE observations of long period eclipsing binaries: A study of accretion onto non-degenerate stars. In *Symposium-International Astronomical Union*, volume 88, pages 251–261. Cambridge University Press.
- Stetson, P. B. (1987). Daophot - a computer program for crowded-field stellar photometry. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 99:191–222.

Autori märkused

Selle töö tegemine ja kirjutamine oli suur katsumus. Naiivselt lootsin, et bakalaureusetöös kirjutatud programmide abil saab magistritöö olema märkimisväärselt kergem, kuid tegelik kogemus näitas, et sisuliselt tuli alustada nullist. Panin väga palju rõhku värviülekandeprogrammidele, mille koostamine sai alguse rohkem kui aasta tagasi. Selle kirjutamise käigus õppisin palju uusi kasulikke nippe, kuid tundsin ka palju pettumust, kui tulemus ei olnud see, mida lootsin. Loodan, et programmist on tulevikus kellelegi siiski kasu ning minul kahe silma vahele jäänud vead tulevad päevavalgele.

Minu siiras tänu kuulub Indrekule ja Tõnisele, kes on mind toetanud juba üle kolme aasta. Nii bakalaureuse- kui ka magistritöö jooksul tuli ette lugematu arv kordi, kus tekkis tunne, et nüüd on olukord kehv ja ei oska kuidagi edasi minna. Kõik need korrad lahendas Indrek oma toetavate ja asjalike ettepanekutega. Iga kord, kui sõitsin Tõraverre töö edasisi etappe arutama, olin tagasiteel täis motivatsiooni ning rasked probleemid muutusid lahendatavateks. Aitäh, Indrek!

Koostöö Tõnisega ei olnud kerge. Tihtipeale mõtlesin endamisi, et kas tõesti on oluline piasjadesse nii kriitiliselt suhtuda või et kas kuidagi kergemini ei saaks. Tagantjärele võin aga öelda, et kõik meie ühised arutlused ning Tõnise soovitusel ja parandusettepanekud on olnud väga konstruktiivsed. Minu lõputööd oleksid kindlasti oluliselt madalama kvaliteediga, kui ma poleks teda kuulda võtnud. Paljudest tema soovitustest on mul edaspidises elus kindlasti palju kasu. Aitäh, Tõnis!

Peale juhendajate sooviksin tänada enda vanemaid, kes siiani ei mõista, miks ma nii raske eriala endale valisin, kuid on sellele vaatamata mind alati toetanud. Täna ka enda elukaaslast Merlit, kes talus ära minu kurtmise ja frustratsiooni, luges mu töö korduvalt üle, pakkus tuge, kui seda vajasin ning käis isegi mitmel vaatlusööl minuga kaasas, et teleskoopi valmis panna ja kuplit liigutada. Viimases tegevuses oli ta eriti osav.

Aitäh minu heale sõbrale Ilmarile, kellelt tihtipeale küsisin nõu programmide kirjutamiseks ning aitäh ka minu kursusekaaslastele Annile ja Kertule, kes minuga sama rada on käinud ja selle jooksul nii mõnegi kasuliku näpunäite on andnud.

A. Fotomeetria programm

Kaustas *Programmid* on töö jaoks kirjutatud ning kasutatud fotomeetria programm, mis kannab nime *Fotomeetria.ipynb*. Programm põhineb programmeerimiskeelel Python (versioon 3.7), kuid on kirjutatud Jupyter Notebook keskkonna töölehele, mis võimaldab programmi väiksemaid osi individuaalselt käivitada. Programm koosneb mitmest erinevast funktsioonist, juhtfunktsioonist ning näitest, kus juhtfunktsioonile on ette antud sobivad argumendid. Funktsioonide sisendeid, väljundeid, tööpõhimõtteid ning rolle programmis tervikuna on kirjeldatud funktsioonide kohal olevates kommentaaride akendes. Programmi tööks on vajalikud paketid numpy, astropy, photutils ning programm *photometry_with_errors.py*, mille kasutatud versioonid on kirjutatud faili *00Loemind*. Programmi on lubatud vabalt kasutada ning edasi arendada.

B. Andmetöötuse programm

Kaustas *Programm*id on töö jaoks kirjutatud ning kasutatud andmetöötuse programm, mis kannab nime *Andmetöötus.ipynb*. Nagu fotomeetria programm, on ka see kirjutatud Jupyter Notebook keskkonna töölehenä. Programm koosneb mitmest erinevast funktsioonist ning näidetest, kuidas töö tulemusi funktsioonide abil koguti. Programmiga on võimalik leida tähtede faasikõveraid, reeperkõveraid, peamiinimume ning O-C kõveraid ja nende paraboolide ruutliikmete kordajad koos määramatustega. Sarnaselt fotomeetria programmile on kõigi funktsioonidega kaasas selgitav tekst. Programmi tööks on vajalikud paketid numpy, astropy ja matplotlib, mille kasutatud versioonid on kirjutatud faili *00Loemind*. Programmi on lubatud vabalt kasutada ning edasi arendada.

C. Värviülekandevõrrandite lahendamise programm

Kaustas *Programmid* on töö jaoks kirjutatud ja kasutatud, kuid lõpuni arendamata jäänud värviülekannde programm, mis kannab nime *Vorrandite_lahendamine.ipynb* ning on kirjutatud Jupyter Notebook keskkonna töölehele. Programm koosneb kahest osast: esialgsed funktsioonid, mille abil saab otsitavaid kordajaid leida samaaegselt ODR-meetodil ning töö viimases etapis kirjutatud funktsioon, millega on võimalik kordajaid leida sammhaaval. Kõik funktsioonid on kommenteeritud. Programmi tööks on vajalikud paketid *numpy*, *scipy* ja *astropy*, mille kasutatud versioonid on kirjutatud faili *00Loemind*. Programmi on lubatud vabalt kasutada ning edasi arendada.

D. Mõõtmistulemused

Tööga on kaasas kõik töö käigus mõõdetud tähtede heledused ning kaadrite andmed. Failid on FITS formaadis. Iga tähe jaoks on kaks faili: *stars* ja *frames*. Failid *stars* sisaldavad iga üksiku tähe kohta käivat infot ning failides on järgmised veerud: kaadri nimi, tähe nimi, õhumass, otsetõus, kääne, keskpunkti x-koordinaat, keskpunkti y-koordinaat, tipu väärtus ADU-des, instrumentaalne heledus, instrumentaalse heleduse määramatus. Failid *frames* sisaldavad kogu kaadri ühist infot ning failides on järgmised veerud: kaadri nimi, kuupäev, juulise päev, heliotsentriline juulise päev, kasutatud filter, kasutatud teleskoop, leitud poollaius (mõõtmisapertuuri raadius), faas.

Lisaks sellele on tööga kaasas ka fail *W_Ser_types.fits*, milles on kirjas kõik esialgu välja valitud uuritavad ja võrdlustähed. Failis on järgmised veerud: tähe nimi (võrdlustähtede puhul uuritav + järjekorranumber), RAJ2000, DEJ2000, B-filtri heledus, V-filtri heledus, B-V värvusindeks, tüüp (uuritavate tüüp on V, võrdlustähtedel vastavalt järjekorrale C). Kõik read ei ole täidetud, sest kõige olulisemad veerud failis on tähtede koordinaadid ning tähistused. See fail aitab aru saada failide *stars* sisust, kuna nendes on tähtede nimedeks kasutatud just nimetatud faili tähistusi (näiteks RX Cas C1). Kogutud andmeid on lubatud kasutada teistes töödes.

E. Reeperkõverate võrdlus

Tabel E.1: Töös kogutud andmete ning Kalv (1979); Kalv et al. (2008) andmete põhjal loodud reeperkõverate võrdlus B-filtris. T_{Kalv} ja T_{TO} tähistavad P. Kalvi ja TO andmetele vastavate reeperkõverate sobitusi peamiinimumidesse, Δ_T on sobituste vahe ning n sobituseks kasutatud andmepunktide hulk.

T_{Kalv} (HJD)	T_{TO} (HJD)	Δ_T (päev)	n	T_{Kalv} (HJD)	T_{TO} (HJD)	Δ_T (päev)	n
2449026,016	2449026,098	0,082	1	2444144,022	2444143,978	0,044	2
2448606,002	2448605,940	0,062	1	2443982,362	2443982,363	0,001	3
2448024,032	2448023,977	0,055	1	2443950,343	2443950,343	0	1
2447991,659	2447991,637	0,022	3	2443820,483	2443820,413	0,070	3
2447959,375	2447959,375	0	1	2443756,453	2443756,453	0	3
2447894,216	2447894,286	0,070	1	2443562,120	2443562,117	0,003	3
2447571,284	2447571,304	0,020	2	2443529,706	2443529,692	0,014	2
2447474,502	2447473,950	0,552	2	2442495,102	2442495,106	0,004	5
2447441,874	2447441,840	0,034	2	2442171,934	2442171,932	0,002	2
2447279,988	2447280,055	0,067	2	2442139,360	2442139,459	0,099	2
2447182,939	2447183,009	0,070	1	2442107,032	2442107,116	0,084	1
2447021,770	2447021,718	0,052	1	2441945,732	2441945,272	0,460	2
2446924,429	2446924,429	0	1	2441913,129	2441913,070	0,059	1
2446892,335	2446892,335	0	2	2441718,884	2441718,794	0,090	1
2446827,857	2446827,905	0,048	1	2441686,256	2441686,256	0	1
2446471,885	2446471,905	0,020	1	2441428,435	2441428,435	0	1
2446407,195	2446407,195	0	1	2441395,469	2441395,469	0	1
2446148,515	2446148,528	0,013	2	2441072,367	2441072,366	0,001	1
2446019,125	2446019,131	0,006	2	2441040,463	2441040,387	0,076	2
2445404,976	2445404,984	0,008	4	2440717,040	2440716,993	0,047	3
2445275,838	2445275,890	0,052	1	2440684,487	2440684,417	0,070	1
2445081,657	2445081,664	0,007	2	2440522,781	2440522,682	0,099	1
2445049,032	2445049,117	0,085	1	2440296,738	2440296,678	0,060	4
2444499,683	2444499,658	0,025	3	2440232,357	2440232,357	0	2
2444467,172	2444467,192	0,020	3	2440167,091	2440167,030	0,061	1
2444370,029	2444369,974	0,055	1	2440102,820	2440102,768	0,052	1
2444305,816	2444305,830	0,014	3	2439973,608	2439973,599	0,009	2
2444273,644	2444273,701	0,057	2	2439941,353	2439941,353	0	2
2444176,369	2444176,368	0,001	2				

Tabel E.2: Töös kogutud andmete ning Kalv (1979); Kalv et al. (2008) andmete põhjal loodud reeperköverate võrdlus V-filtris. T_{Kalv} ja T_{TO} tähistavad P. Kalvi ja TO andmetele vastavate reeperköverate sobitusi peamiinimumidesse, Δ_T on sobituste vahe ning n sobituseks kasutatud andmepunktide hulk.

T_{Kalv} (HJD)	T_{TO} (HJD)	Δ_T (päev)	n	T_{Kalv} (HJD)	T_{TO} (HJD)	Δ_T (päev)	n
2449026,130	2449026,098	0,032	1	2444144,003	2444144,010	0,007	2
2448605,862	2448605,763	0,099	1	2443982,226	2443982,304	0,078	3
2448023,953	2448023,799	0,154	1	2443949,811	2443949,953	0,142	1
2447991,613	2447991,580	0,033	3	2443820,646	2443820,662	0,016	3
2447959,375	2447959,375	0	1	2443755,947	2443756,114	0,167	3
2447894,449	2447894,495	0,046	1	2443561,981	2443562,021	0,040	3
2447571,170	2447571,396	0,226	2	2443529,411	2443529,992	0,581	2
2447473,991	2447474,414	0,423	2	2442495,049	2442495,189	0,140	5
2447441,721	2447441,872	0,151	2	2442171,916	2442171,920	0,004	2
2447280,108	2447280,250	0,142	2	2442139,224	2442139,404	0,180	2
2447183,128	2447183,079	0,049	1	2442107,158	2442107,114	0,044	1
2447021,706	2447021,412	0,294	1	2441945,241	2441945,749	0,508	2
2446924,429	2446924,429	0	1	2441913,277	2441913,254	0,023	1
2446892,080	2446891,885	0,195	2	2441718,902	2441718,980	0,078	1
2446827,641	2446827,748	0,107	1	2441686,739	2441686,556	0,183	1
2446471,981	2446471,923	0,058	1	2441428,147	2441428,435	0,288	1
2446407,393	2446407,195	0,198	1	2441395,906	2441395,664	0,242	1
2446148,622	2446148,542	0,080	2	2441072,031	2441072,367	0,336	1
2446019,202	2446019,201	0,001	2	2441040,521	2441040,562	0,041	2
2445404,951	2445404,903	0,048	4	2440716,932	2440717,007	0,075	3
2445275,925	2445276,094	0,169	1	2440684,615	2440684,647	0,032	1
2445081,693	2445081,614	0,079	2	2440522,706	2440522,816	0,110	1
2445049,216	2445049,181	0,035	1	2440296,665	2440296,758	0,093	4
2444499,558	2444499,622	0,064	3	2440232,124	2440232,357	0,233	2
2444467,213	2444467,306	0,093	3	2440167,292	2440167,295	0,003	1
2444369,883	2444369,673	0,210	1	2440101,620	2440101,672	0,052	1
2444305,816	2444305,927	0,111	3	2439973,557	2439973,585	0,028	2
2444273,675	2444273,750	0,075	2	2439940,927	2439941,210	0,283	2
2444176,394	2444176,347	0,047	2				

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Rauno Neito,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

**Kaksiktähed W Ser, RX Cas ja SX Cas - uus hinnang tiirlemisperioodi
muutumisele,**

mille juhendajad on Indrek Kolka, PhD ja Tõnis Eenmäe, MSc, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. olen teadlik, et punktis 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Rauno Neito,

Tartu, 31. mai 2021. a.