



K. Schults

MOLEKULAAR-
KINEETILINE
TEOORIA

Tallinn 1969

A-29936

TALLINNA POLÜTEHNILINE INSTITUUT

Füüsika kateeder

K. SCHULTS

MOLEKULAAR-KINEETILINE TEOORIA

Tallinn

1969

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра физики

К. Шульц

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

На эстонском языке

Sisukord

	lk.
1. Molekulaar-kineetiline teooria	4
2. Katselised seadused gaaside kohta	5
A. Boyle'i-Mariotte'i seadus.....	6
B. Charles'i seadus	6
C. Gay-Lussac'i seadus	7
D. Absoluutne temperatuuri skaala	7
E. Avogadro seadus	8
F. Ideaalse gaasi olekuvõrrand	10
G. Daltoni seadus	11
3. Molekulaar-kineetilise teooria põhivõrrand	12
4. Vabadusastmed	14
5. Temperatuur	16
6. Molekulide jaotumine kiiruste järgi	17
7. Baromeetiline valem	21
8. Boltzmanni jaotus potentsiaalses väljas	23
9. Keskmise põrgete arv ja vaba teepikkus	23
10. Molekulaar-kineetilise teooria katselisi tõestusi	25
A. Browni liikumine	25
B. Sterni katse	26
C. Avogadro arvu katseline määramine	27
D. Borni katse	28
11. Ülekandenähtused	30
12. Ülesandeid	37
13. Kirjandust	42

Vastutav toimetaja G.Peets

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
74652

ARHIIVKOGU

MOLEKULAAR-KINEETILISE TEORIA
FÜÜSIKALISED ALUSED

1. Molekulaar-kineetiline teooria

Molekulaar-kineetiline teooria seletab füüsikaliste kehade omadusi ja neid iseloomustavaid suurusid, nagu agregaatolekud, soojusjuhtivus, rõhk, temperatuur jt., aine molekulaarse ehituse abil.

Aine atomistliku teooria rajajaks loetakse Vana-Kreeka filosoofi Demokritost (elas umbes aastail 460 - 370 e.m.a.), kes väitis, et kõik looduses olev koosneb sarnastest jaotamatutest osakestest - aatomitest ja tühjusest. Aine mitmesuguseid omadusi, nagu vedel ja gaasiline olek, jäikus, liikuvus, kaal jne., seletati sellega, et "aatomid" võivad mitmeti liikuda ja olla üksteise suhtes mitmesuguses asendis. Seda ideed polnud võimalik tol ajal katseliselt kontrollida ning ta jäi kuni 18. sajandini ainult filosoofiliste vaidluste objektiks.

17. ja 18. sajandil, kui avastati gaaside kohta mitmeid katselisi seadusi, pöörduiti nende ideede juurde uuesti tagasi. Seetõttu on molekulaar-kineetiline teooria välja arenenud gaaside omaduste uurimisel. Üheks esimestest aine molekulaarse ehituse hüpoteesi arendajatest oli M.V. Lomonossov (1711-1765), kes flogistoni (soojusvedeliku) hüpoteesi vastasena väitis, et soojusnähtused on seotud aatomite gruppide - molekulide mehaanilise liikumisega. Lomonossov arvas, et soojus on seotud molekulide pöörleva liikumisega.

Molekulaar-kineetiline teooria seletab kehade omadusi väga suure arvu täiesti korrapäraselt (kaootiliselt) liikuvate molekulide summaarse mõju abil. Arvutustel kasutatakse siin statistika seadusi, mis on nn. statistilise füüsika alu-

seks. Füüsikalised suurused, nagu temperatuur, rõhk, viskoosus jt. on seotud molekulide liikumist iseloomustavate suuruste keskmiste väärtustega. Seetõttu on nendel mõistetel füüsikaline sisu ainult väga suure molekulide arvu korral. Näiteks on rõhk, mille põhjuseks on molekulide põrkumine vastu anuma seinu, ühtlane ainult väga suure arvu molekulide korral. 1865.a. määraski J.Loschmidt (1821-1899) ühes kuupsentimeetris normaaltingimustel oleva molekulide arvu $n_0 = 2,7 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{cm}^3}$. Kineetilises teoorias ei saa rääkida ühe molekuli rõhust või temperatuurist.

Molekulaar-kineetilise teooria teoreetilised alused on loodud R.Clausiusi (1822-1888), J.Maxwelli (1831-1879) ja L.Boltzmanni (1844-1906) töödega.

Molekulaar-kineetilises teoorias kasutatakse ideaalse gaasi mudelit, mille omadused on järgmised:

1) ideaalse gaasi kerakujuliste molekulide koguruumala on anuma ruumalaga võrreldes kaduvalt väike, mille tõttu temaga ei arvestata,

2) ideaalse gaasi molekulide vahel puuduvad tõmbe- ja tõukejõud (molekulaarjõud). Jõud ilmnevad ainult molekulide kokkupõrgetel, mis on absoluutselt elastsed.

Niisuguse abstraktse mudeli kasutamine on õigustatud seetõttu, et paljud gaasid, nagu hapnik ja lämmastik, alluvad normaaltingimustel (temperatuuril 0°C ja rõhul 760 mm Hg) küllalt hästi ideaalse gaasi mudelile. Märgitud tingimustel on nende gaaside molekulidevahelised kaugused molekulide mõõtmetega võrreldes küllalt suured, nii et ei tarvitse molekulide ruumalasiid ja molekulaarjõudusid mitte arvestada.

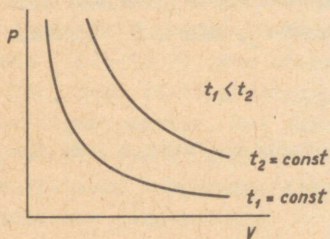
2. Katselised seadused gaaside kohta

Enne molekulaar-kineetilise teooria väljakujunemist oli gaaside kohta katseliselt avastatud terve rida seadusi. Need seadused kehtivad täpselt ainult ideaalse gaasi kohta. Normaalsetele lähedastes tingimustes alluvad reaalsed gaasid küllaldase täpsusega nendele võrranditele.

A. Boyle'i-Mariotte'i seadus

Jäával temperatuuril on antud gaasimassi rõhu ja ruumala korrutis konstantne:

$$pV = \text{const.} \quad (1)$$



Joon. 1

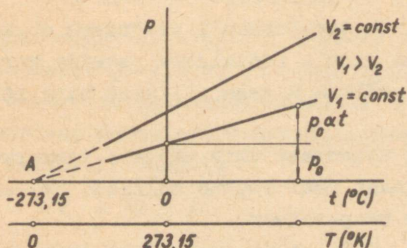
Selle seaduse avastasid teineteisest sõltumata inglase R. Boyle (1627-1691) ja prantslane E. Mariotte (1620-1684). Seda seadust iseloomustavad kõverad on pV teljestikus kujutatud joonisel 1. Neid nimetatakse isothermideks - sama temperatuuriga jooned. Suurtel rõhkudel ja madalatel temperatuuridel pole

Boyle'i-Mariotte'i seadus reaalseste gaaside kohta rakendatav.

B. Charles'i seadus

Prantslane J. Charles (1746-1822) avastas, et konstantse ruumala korral temperatuuri tõstmisel 1°C võrra kasvab antud gaasi 0°C juures olev rõhk p_0 $\alpha = \frac{1}{273}$ võrra:

$$p = p_0(1 + \alpha t). \quad (2)$$



Joon. 2

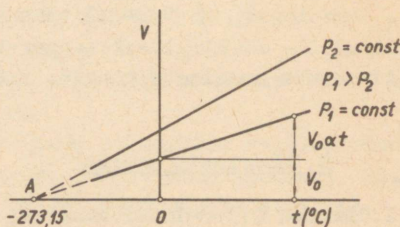
Joonisel 2 on toodud p, t teljestikus seda seadust iseloomustavad sirged - isohoorid (samale ruumalale vastavad jooned).

C. Gay-Lussac'i seadus

Prantslane J. Gay-Lussac (1778-1850) leidis, et konstantsel rõhul temperatuuri tõstmisel 1°C võrra paisuvad kõik gaasid $\alpha = \frac{1}{273}$ võrra sellest ruumalast V_0 , mis oli gaasil 0°C juures:

$$V = V_0(1 + \alpha t).$$

Joonisel 3 toodud sirged on isobaarid - samale rõhule vastavad jooned.



Joon. 3

D. Absoluutne temperatuuri skaala

Charles'i ja Gay-Lussac'i seadustes on kordajal α üks ja seesama väärtus ainult ideaalsete gaaside korral. Reaalsete gaaside korral sõltub α gaasi liigist ning rõhust ja temperatuurist.

Charles'i seadusest võib määrata temperatuuri, mille puhul ideaalse gaasi rõhk muutub nulliks. Selleks peab $\alpha t = -1$, millest vastav temperatuur

$$t = -\frac{1}{\alpha} = -273^{\circ}\text{C}.$$

Täpsemate määrangute kohaselt on selleks väärtuseks $-273,15^{\circ}\text{C}$. Kuna gaasi rõhu põhjustajaks on kaootiliselt liikuvad molekulid, siis võib väita, et temperatuuril $-273,15^{\circ}\text{C}$ on ideaalse gaasi molekulid paigal.

Gay-Lussac'i seadusest järeldub, et märgitud temperatuuril muutub ideaalse gaasi ruumala nulliks (joon. 2 ja 3). $-273,15^{\circ}\text{C}$ on teoreetiliselt madalaim temperatuur ning teda nimetatakse absoluutseks nullpunktiks (A). Inglise W. Thomson (1824–1907), kes on tuntud rohkem lord Kelvinina, tegi ettepaneku võtta absoluutne nullpunkt uue temperatuuriskaala alguspunktiks. Sel juhul väljenduvad kõik temperatuurid positiivsete arvudena. Uus temperatuuriskaala nimetati absoluutseks temperatuuriskaalaks ehk Kelvini skaalaks. Absoluutne temperatuur

$$T^{\circ}\text{K} = t^{\circ}\text{C} + 273,15. \quad (4)$$

0°C vastav temperatuur absoluutse skaala järgi tähistatakse $T_0 = 273,15^{\circ}\text{K}$.

E. Avogadro seadus

A. Avogadro (1776–1856) esitas 1811. a. hüpoteesi: võrd-sel rõhul ja temperatuuril sisaldavad kõik ideaalsed gaasid võrdses ruumalas võrdse arvu molekule.

Hiljem selgus Avogadro hüpoteesi õigsus, kusjuures leiti katseliselt, et kilomool sisaldab

$$N = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ molekuli.}$$

Viimast arvu hakati nimetama Avogadro arvuks.

Avogadro seadusest järeldub, et samal rõhul ja temperatuuril asuvad erinevate ideaalsete gaaside võrdsed molekulide kogused võrdses ruumalas. Normaalingimustel on ideaalse gaasi ühe kilomooli ruumala

$$V_0 = 22,4 \text{ m}^3.$$

Siinjuures on otstarbekas meelde tuletada, et aatomite ja molekulide masse väljendatakse suhtelistes ühikutes. Teaduse arengukäigus on välja kujunenud mitu skaalat.

Keemikutel on aluseks võetud $1/16$ loodusliku hapniku (koosneb kolmest isotoobist: O_8^{16} , O_8^{17} ja O_8^{18} , suhteliste hulkadega 2667:1:5,5) keskmisest molekuli massist, nn. keemiline skaala.

Füüsikutel oli aluseks võetud $1/16$ hapniku isotoobi O_8^{16} molekuli massist, nn. füüsikaline skaala.

Alates 1962.a. kasutatakse uut rahvusvahelist skaalat, mille järgi on ühikuks võetud $1/12$ süsiniku isotoobi O_6^{12} massist, nn. süsiniku skaala.

Nende skaalade järgi väljenduvad aatommassid (nimetatakse ka aatomkaaluks) A ja molekulmassid (nimetatakse ka molekulkaaluks) M ligikaudu täisarvudena, mis näitavad, mitu korda on antud aatomi või molekuli mass suurem valitud ühikulise suuruse massist. Siit selgub ka, et A ja M on ühikuta suurused. Näiteks on hapniku aatommass keemilise skaala järgi 1,0080 ja süsiniku skaala järgi 1,00798. Skaalade vaheline seos on järgmine:

$$A_s = 0,999957 A_k = 1,00319 A_f.$$

Mingi keemilise aine hulka grammides, kus grammide arv on võrdne aatommassiga, nimetatakse gramm-aatomiks. Kui mass on mõõdetud kilogrammides, siis kilogramm-aatomiks.

Vastavaid liitaine hulki nimetatakse gramm-molekuliks (mool) ja kilogramm-molekuliks (kilomool).

Kilogramm-aatom ja kilogramm-molekul, mida tähistatakse sageli tähega μ , on juba ühikuga suurused, nimelt $\frac{kg}{kg\text{-aatom}}$ ja $\frac{kg}{kmol}$.

Et μ ja A või μ ja M on alati arvuiliselt võrdsed, siis samastatakse sageli ekslikult neid mõisteid.

Eelnevast on selge, et Avogadro arv täpselt väljenduses on iga skaala järgi erinev;

$$\begin{aligned} N_k &= (6,02322 \pm 0,00016) \cdot 10^{26} \frac{1}{kmol}, \\ N_f &= (6,02486 \pm 0,00016) \cdot 10^{26} \quad " \quad , \\ N_s &= (6,02296 \pm 0,00016) \cdot 10^{26} \quad " \quad . \end{aligned}$$

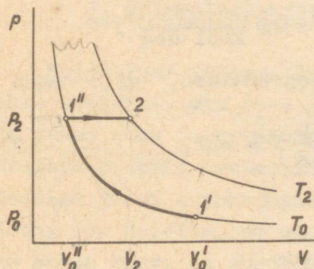
Sama kehtib ka paljude teiste füüsikaliste konstantide kohta.

Teades Avogadro arvu, võib leida aatom-masside mõõtmisel aluseks võetud ühikulise suuruse massi, nn. aatomi massi ühiku:

$$1 \text{ amü} = \frac{N_c}{M_c N} = \frac{12}{12 \cdot 6,02 \cdot 10^{26}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

F. Ideaalse gaasi olekuvõrrand

Gaasi võib vaadelda kehade süsteemina, mis koosneb üksikutest molekulidest. Süsteem on tasakaalus kui süsteemi iseloomustavad suurused, nn. süsteemi parameetrid, jäävad muutumatuks. Antud gaasikoguse korral on süsteemi parameetriteks rõhk, ruumala ja temperatuur. Tasakaalustunud olekus on gaasi kõikide osade rõhud ja temperatuurid võrdsed. Gaasi olekut võib iseloomustada võrrandi abil, mis seob omavahel kolm gaasi parameetrit ja gaasi koguse. Seda võrrandit nimetatakse gaasi olekuvõrrandiks.



Joon. 4

Võtame normaaltingimustel m kg gaasi, mille ruumala on $V_0' = \nu V_0 = \frac{m}{\mu} V_0$, kus ν on kilomoolide arv ja μ kilomooli mass. V_0 on ühe kilomooli gaasi ruumala normaaltingimustel (joon. 4). Surudes gaasi jääval temperatuuril olekust 1' olekusse 1'', täidetakse Boyle'i-Mariotte'i seadus:

$$P_0 V_0' = P_2 V_0''.$$

Edasi laseme gaasil paisuda jääval rõhul olekusse 2, mille puhul täidetakse Gay-Lussac'i seadus:

$$V_2 = V_0''(1 + \alpha t_2) = \frac{P_0}{P_2} V_0'(1 + \alpha t_2) = \frac{P_0}{P_2} V_0' \left[1 + \frac{1}{T_0}(T_2 - T_0) \right] = \frac{P_0}{P_2} V_0' \frac{T_2}{T_0},$$

millest

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_0 V'_0}{T_0} = \text{const.}$$

Kuna antud gaasikoguse korral on viimase võrrandi parem pool jääv ja olek 2 oli vabalt valitud, siis kehtib saadud võrrand gaasi iga oleku kohta. Olekuvõrrandi võib kirjutada kujul

$$\frac{pV}{T} = A. \quad (5)$$

Selle gaasi olekuvõrrandi sai esimesena B. Clapeyron (1799–1864). D.I. Mendelejev (1834–1907) andis võrrandile üldistatud kuju (Clapeyroni-Mendelejevi võrrand):

$$pV = \frac{p_0 V_0}{T_0} T = \nu RT, \quad (6)$$

kus $R = \frac{p_0 V_0}{T_0}$ on gaaside universaalne konstant. Tema väärtus sõltub valitud ühikutest. SI süsteemis

$$R = \frac{1,03 \cdot 10^5 \cdot 22,4}{273} = 8320 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{deg}}.$$

Kui gaasi kogust mõõta massikilogrammides, siis saab võrrand kuju

$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT = m \frac{R}{\mu} T = mBT, \quad (7)$$

kus $B = \frac{R}{\mu}$ on antud gaasi konstant.

G. Daltoni seadus

Inglane I. Dalton (1766–1844) avastas seaduse, et gaaside segu kogurõhk on võrdne üksikute gaaside poolt samas ruumalas tekitatud rõhkude summaga:

$$P = p_1 + p_2 + \dots \quad (8)$$

Kasutades gaasi olekuvõrrandit, võib kirjutada

$$\frac{mRT}{\mu V} = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} + \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} + \dots,$$

millest gaasisegu kilomool

$$p = \frac{1}{\frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots}, \quad (9)$$

kus $q_1 = m_1/m$, $q_2 = m_2/m$, ... on vastava aine massi suhtelised kogused.

Ainete hulgad võivad aga olla antud molekulide arvu järgi. Gaasi mass $m = \frac{p}{N} n$, komponentide massid $m_1 = \frac{p_1}{N} n_1$, $m_2 = \frac{p_2}{N} n_2$, Gaasi mass on võrdne komponentide masside summaga:

$$m = m_1 + m_2 + \dots \quad \text{ehk} \quad \frac{p}{N} n = \frac{p_1}{N} n_1 + \frac{p_2}{N} n_2 + \dots,$$

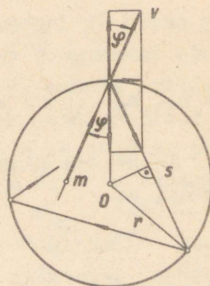
millest

$$p = r_1 p_1 + r_2 p_2 + \dots, \quad (10)$$

kus $r_1 = n_1/n$, $r_2 = n_2/n$, ... on vastavate ainete molekulide suhtelised kogused.

3. Molekulaar-kineetilise teooria põhivõrrand

Molekulaar-kineetilise teooria põhivõrrandi all mõistetakse avaldist, mis seob gaasi molekulide kineetilise energia gaasi rõhu ja ruumalaga. Selle võrrandi tuletamisel võib kasutada mitmeid meetodeid. Antud juhul võtame üheaatomilise ideaalse gaasi kerakujulises anumast (joon. 5). Eeldame, et molekulide põrked seinale vastu on absoluutselt elastsed ning gaas on küllaldaselt hõrendatud, nii et anumast liikuv ühest aatomist koosnev molekul põrkub palju kordi enne seinaga kui mõne teise molekuli. Vaatleme algul ühe molekuli liikumist. Iga põrkega annab molekul anuma seinale impulsi



Joon. 5

$$mv \cos \varphi - (-mv \cos \varphi) = 2mv \cos \varphi.$$

Ajaühiku jooksul antud impulsside

arv

$$j = \frac{v}{s} = \frac{v}{2r \cos \varphi} .$$

Anuma seinale mõjuv jõud on võrdne kõikide molekulide poolt ajaühikus seinale antud impulsside summaga

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta(mv_i)}{\Delta t} = \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{2r \cos \varphi} 2mv_i \cos \varphi = \sum_{i=1}^n \frac{mv_i^2}{r} .$$

Rõhk

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\sum_{i=1}^n mv_i^2}{4\pi r^2 r} = \frac{2}{3} \frac{\sum_{i=1}^n \frac{mv_i^2}{2}}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{2}{3} n \frac{\overline{mv^2}}{V}$$

ehk

$$pV = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon} . \quad (11)$$

Tulemusest järeldub, et gaasi rõhu ja ruumala korrutis on võrdne kahe kolmandikuga kõikide molekulide kineetilise energiast.

Ühe molekuli keskmine kineetiline energia

$$\bar{\epsilon} = \frac{m}{2} \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n} = \frac{m}{2} \frac{n_1 v_1^2 + n_2 v_2^2 + \dots}{n} = \frac{\overline{mv^2}}{2} .$$

Ruutkeskmine kiirus

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{n_1 v_1^2 + n_2 v_2^2 + \dots}{n}} ,$$

kus $n_1, n_2 \dots$ on kiirusega v_1, v_2, \dots liikuvate molekulide arv.

Kasutades gaaside olekuvõrrandit $pV = \frac{m}{\mu} RT$, võime kirjutada, et

$$\frac{2}{3} n \bar{\epsilon} = \frac{m}{\mu} RT = \frac{n}{N} RT = nkT , \quad (12)$$

kus suurust

$$k = \frac{R}{N} = \frac{8320}{6,02 \cdot 10^{26}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{\text{deg}} \quad (13)$$

nimetatakse Boltzmanni konstandiks.

Siis ühe molekuli keskmine kineetiline energia (tulemus on õige üheaatomilise gaasi korral)

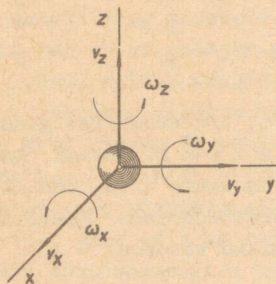
$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{2} kT. \quad (14)$$

Tulemusest on näha, et ideaalse gaasi molekulide keskmine kineetiline energia on võrdeline absoluutse temperatuuriga. $T = 0$ korral on ideaalse gaasi molekulid liikumatud. Selline seisukoht tuleneb muidugi idealiseeritud mudelist. Tegelikult on iga aine absoluutsele nullile lähedastel temperatuuridel tahkes olekus ning aine molekulidel on teatud minimaalne energia.

4. Vabadusastmed

Vabadusastmete all mõistetakse sõltumatute suuruste (koordinaatide) arvu, millega on määratud süsteemi olek. Näiteks piki sirget liikuv punkt on üks vabadusaste - tema asendi määramiseks sirgel piisab ühest koordinaadist. Tasapinnal liikuv punkt on 2 vabadusastet jne. Gaaside kineetilises teoorias on vaja arvutada molekulide energiat. Nii on siin vabadusastmete arvuks molekuli energiat määravate sõltumatute suuruste arv.

Kui üheaatomilist molekuli vaadelda kerana, siis peaksime tema energia määramiseks teadma kolme kulgeva liikumise

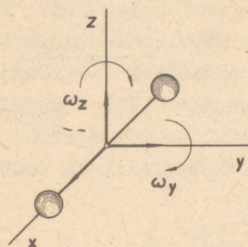


Joon. 6

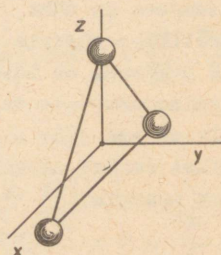
kiiruse komponenti ja kolme pöörleva liikumise komponenti (joon. 6). Kuna me aga aatomi raadiuse loeme ideaalse gaasi mudelis väga väikeseks, siis pole ka pöörlemisenergiaga vaja arvestada ($r \rightarrow 0$, $I \rightarrow 0$, $W_{kp} = \frac{I \omega^2}{2} \rightarrow 0$). Seega on üheaatomilisel gaasil kolm kulgeva liikumise vabadusastet.

Kaheaatomilise gaasi mudelik on jäiga sidemega ühendatud

kerade süsteem (joon. 7). Tema energia määramiseks on vaja teada süsteemi raskuskeskme 3 kulgeva liikumise kiiruse



Joon. 7



Joon. 8

komponenti ja raskuskeskme ümber pöörlemise kiiruse 2 komponenti. Joonisel 7 toodud koordinaatteljestiku paiknemise korral on x telje ümber pöörlemisel energia väga väike. Seega on kaheaatomilisel gaasil 3 kulgeva ja 2 pöörleva liikumise vabadusastet. Kolmeatomilise gaasi korral on tähtis ka x telje ümber pöörlemine. Kokkuvõtte:

	kulgeva liikumise vabadusastmed	pöörleva liikumise vabadusastmed	kokku
	i_k	i_p	
üheaatomiline gaas	3	0	3
kaheaatomiline gaas	3	2	5
kolmeatomiline gaas	3	3	6

Belmises paragrahvis leidsime, et üheaatomilise gaasi molekuli keskmine kineetiline energia $\bar{\epsilon} = \frac{3}{2} kT$. Gaasi molekulide kaootilise liikumise tõttu on suure arvu molekulide korral kõik liikumise suunad võrdtõenäosed. Seetõttu on ka kiiruse komponentide ruutkeskmised võrdsed:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}.$$

See tähendab, et molekulide energia jaguneb kõikidele vabadusastmetele võrdset. Kuna üheaatomilise gaasi vabadusastmete arv on 3, siis tuleb ühe vabadusastme kohta energiat $\frac{1}{2} kT$. Seega molekuli keskmine energia

$$\bar{\epsilon} = i \frac{kT}{2}. \quad (15)$$

Kõrgetel temperatuuridel muudetakse kaheaatomilise gaasi mudelis jäik side elastseks. Sellega lubatakse molekuli aatomitel võnkuda harmooniliselt ühise raskuskeskme suhtes. Harmoonilise võnkumise energia määramiseks on vaja teada võnkumise sagedust ja hälbe amplituudi. Seega lisandub veel 2 vabadusastet: $i = i_k + i_p + i_v = 3+2+2 = 7$.

5. Temperatuur

Temperatuur on parameeter, mis iseloomustab keha soojuslikku astet. Katsed näitavad, et kui mingi keha viia kokupuutesse kuumema kehaga, siis paljud keha iseloomustavate füüsikaliste suuruste väärtused muutuvad. Keha kuumeneb, tema ruumala, elektritakistus jne. muutuvad. Seega on meil põhjust rääkida keha erinevast soojuslikust olekust ning temperatuurist. Mainitud füüsikaliste suuruste muutumine ongi termomeetrite ehitamisel aluseks võetud. Selline katse-line lähenemisviis võimaldab meil luua temperatuuri mõiste ja skaala ning kasutada seda mõistet paljudes arvutustes, kuid ei seleta temperatuuri füüsikalist olemust.

Nagu näitas gaaside kineetiline teooria, on temperatuur määratud gaasi molekulide keskmise kineetilise energiaga. Mida kõrgem on keha temperatuur, seda suurem on keha molekulide liikumise kiirus. Kuna molekulaar-kineetiline teooria põhineb statistikal ja on kehtiv suure arvu molekulide korral, siis võib ka temperatuurist ja rõhust rääkida ainult suure arvu molekulide korral. Seega iseloomustab temperatuur osakeste kollektiivset soojuslikku olekut. Valemi $\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} kT = \frac{mv^2}{2}$ põhjal võib muidugi arvutada üksiku molekuli "temperatuuri" $T = \frac{mv^2}{1k}$. Kuid niisugune temperatuur on ainult

formaalne karakteristika, kuna v^2 all tuleb mõista suure arvu molekulide kiiruste ruutude keskmist v^2 .

6. Molekulide jaotumine kiiruste järgi

Gaasi molekulid liiguvad antud temperatuuril väga mitmesuguse kiirusega. Põrgetel muutub molekuli kiirus nii suunuse kui ka suuna poolest. Kui arvestada, et molekulide liikumine on täiesti kaootiline, siis on molekulide liikumine võrdtõenäoline igas vabalt valitud suunas, s.t. igas suunas liigub keskmiselt võrdne arv molekule. Kuid kiiruste järgi ei jaotu molekulid ühtlaselt. Vähem on väga väikese ja väga suure kiirusega liikuvaid molekule ja rohkem antud temperatuurile vastava keskmise kiirusega liikuvaid molekule.

Statistika meetodeid kasutades võib teoreetiliselt leida molekulide jaotumise kiiruse järgi. Vastavat funktsiooni nimetatakse jaotusfunktsiooniks $f(v)$. Jaotusfunktsiooni leidis Maxwell:

$$f(v) = \frac{\Delta n}{n \cdot \Delta v} = A e^{-\frac{m}{2kT} v^2} v^2, \quad (16)$$

kus $\frac{\Delta n}{n}$ on molekulide suhteline osa kogu molekulide arvust, mis tõenäoliselt peavad liikuma kiiruste vahemikus v kuni $v + \Delta v$. A on kiirusest sõltumatu tegur.

Jaotusseaduse tuletamisel on arvestatud järgmist.

1. Gaasi ruumala on piiramatult. Vastasel juhul on molekulide kiirus sõltuv anuma mõõtmetest, mis muudab ka jaotusseadust.

2. Järgitakse energia ja liikumishulga jäävuse seadusi.

3. Molekulide liikumine on sõltumatu, s.t. igal molekulil on mingil ajamomendil kiirus ja koordinaadid, mis pole sõltuvad teiste molekulide kiirusest ja asukohast.

4. Väga suured molekulide kiirused on ebatõenäolised ning paigalseisvaid pole.

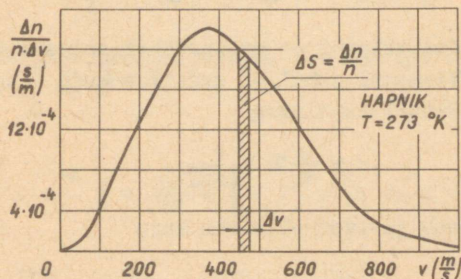
Mõistagi allub gaas jaotusseadusele seda täpsemalt, mi-

da suurem on molekulide arv. Jaotusfunktsiooni graafik on toodud joonisel 9. Kui Δn ja Δv võtta väga väikestena, siis võib jaotusfunktsiooni kirjutada kujul

$$\frac{dn}{n} = A e^{-Bv^2} v^2 dv. \quad (17)$$

Kuna $n = \text{const} = n_k$, siis integreerimisel saaksime

$$S = \int_0^{n_k} \frac{dn}{n_k} = 1 = A \int_0^{\infty} e^{-Bv^2} v^2 dv. \quad (18)$$



Joon. 9

Viimast võtet nimetatakse funktsiooni normeerimiseks. Normeerimistingimusest leiame normeerimisteguri A väärtuse.

Valime uue muutuja $t^2 = Bv^2$ ja integreerime ositi, teades, et

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

$$A \int_0^{\infty} e^{-t^2} \frac{t^2}{B} \frac{dt}{\sqrt{B}} B^{3/2} \int_0^{\infty} e^{-t^2} t^2 dt = \frac{A}{2B^{3/2}} \int_0^{\infty} t^2 e^{-t^2} dt =$$

$$= \frac{A}{2B^{3/2}} \left(\left[-t e^{-t^2} \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt \right) = \frac{A\sqrt{\pi}}{4B^{3/2}} = 1,$$

millest

$$A = \frac{4B^{3/2}}{\sqrt{\pi}} = \frac{4\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2}}{\sqrt{\pi}} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}. \quad (19)$$

Edasi arvutame gaasi molekulide tõenäoiseima kiiruse, mis vastab graafiku maksimumile. Seega on vaja võtta jaotusfunktsiooni tuletis ning võrdsustada see nulliga.

$$\frac{d f(v)}{dv} = -AB2v_t e^{-Bv_t^2} v_t^2 + 2v_t A e^{-Bv_t^2} = 0.$$

Siit tõenäoiseim kiirus

$$v_t = \sqrt{\frac{1}{B}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{mN}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \quad (20)$$

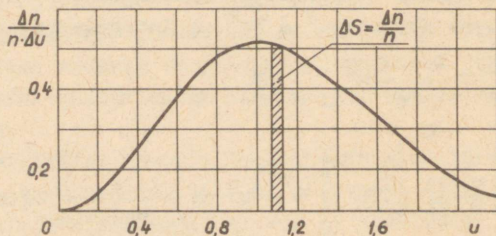
Jaotusfunktsiooni on otstarbekas esitada suhtelise kiiruse abil. Viimasel juhul on graafiku kuju temperatuurist sõltumatu. Suhteline kiirus

$$u = \frac{v}{v_t} = \frac{v}{\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}}. \quad (21)$$

Siis saab jaotusfunktsioon kuju

$$f(u) = \frac{\Delta n}{n \cdot \Delta u} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2, \quad (22)$$

mille graafik on toodud joonisel 10.



Joon. 10

Pindala ΔS annab molekulide tõenäolise suhtelise koguse, mis liiguvad suhteliste kiiruste vahemikus u kuni $u + \Delta u$.

Gaaside kineetilises teoorias kasutatakse veel molekulide keskmist aritmeetilist kiirust ja ruutkeskmist kiirust. Keskmine aritmeetiline kiirus

$$\bar{v} = \frac{n_1 v_1 + n_2 v_2 + \dots}{n} = \sum \frac{n_i v_i}{n} = \sum f(v_i) v_i \cdot \Delta v_i.$$

Minnes summalt integraalile, saame:

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} A e^{-Bv^2} v^2 v \, dv, \quad (23)$$

Integraali arvutamisel valime uue muutuja $Bv^2 = x$ ja arvestame, et $\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \int_0^{\infty} A e^{-x} \frac{x}{B} v \frac{dx}{2Bv} = \frac{A}{2B^2} \int_0^{\infty} e^{-x} x \, dx = \frac{A}{2B^2} = \\ &= \frac{4B^{3/2}}{\sqrt{\pi} 2B^2} = \frac{2}{\sqrt{\pi} B} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \rho}}. \end{aligned}$$

Kiiruste ruutude keskmine

$$\overline{v^2} = \frac{n_1 v_1^2 + n_2 v_2^2 + \dots}{n} = \sum \frac{n_i v_i^2}{n} = \sum f(v_i) v_i^2 \cdot v_i.$$

Minnes summalt integraalile, saame:

$$\overline{v^2} = \int_0^{\infty} A e^{-Bv^2} v^4 \, dv. \quad (24)$$

Valime uue muutuja $Bv^2 = x^2$ ja integreerime ositi

$$\overline{v^2} = \int_0^{\infty} A e^{-x^2} \frac{x^4}{B^2} \frac{dx}{\sqrt{B}} = \frac{A}{2B^{5/2}} \int_0^{\infty} x^3 2x e^{-x^2} dx =$$

$$= \frac{A}{2B^{5/2}} \left(\left[-x^3 e^{-x^2} \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-x^2} 3x^2 dx \right) = \frac{A}{2B^{5/2}} \frac{3\sqrt{\pi}}{4} =$$

$$= \frac{4B^{3/2} \cdot 3\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi} 8B^{5/2}} = \frac{3}{2} B.$$

Ruutkeskmise kiirus

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3B}{2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Seega kasutatakse kolme kiiruse mõistet:

1. Tõenäosim kiirus $v_t = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$.
2. Keskmise aritmeetilise kiirus $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = 1,13 v_t$.
3. Ruutkeskmise kiirus $\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1,22 v_t$.

7. Baromeetriline valem

Senistel arutlustel on arvestatud, et gaasi molekulid on jaotunud ühtlaselt kogu ruumis. Tegelikult asub aga gaas gravitatsiooniväljas, mille tõttu kõrgemal asuvad kihid rõhuvad alumisi ning gaasi tihedus ja rõhk on allpool suuremad.

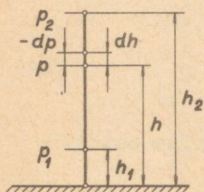
Olgu kõrgusel h gaasi rõhk p . Kõrguse kasvamisel väga väikese väärtuse võrra langeb rõhk dp võrra (joon. 11). dh on niivõrd väike, et kõrguse muutuse dh piirides võib gaasi tiheduse lugeda konstantseks. Siis

$$dp = -\rho g dh.$$

Gaasi olekuvõrrandist $pV = \frac{m}{\mu} RT$ arvutame tiheduse

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}.$$

Kui välismõjusid mitte arvestada, peab temperatuur kõikidel kõrgustel olema sama. Peale selle on oletatud,



Joon. 11

et gravitatsiooniväli on ühtlik ($g = \text{const}$). Seega

$$dp = - \frac{\mu g}{RT} p dh$$

ehk

$$\frac{dp}{p} = - \frac{\mu g}{RT} dh.$$

Kõrguse muutumisel h_1 -st kuni h_2 -ni muutub rõhk p_1 -st kuni p_2 -ni:

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = - \frac{\mu g}{RT} \int_{h_1}^{h_2} dh,$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = - \frac{\mu g}{RT} (h_2 - h_1),$$

$$p_2 = p_1 e^{- \frac{\mu g}{RT} (h_2 - h_1)}. \quad (26)$$

Viimast valemit nimetatakse baromeetriliseks, kuna ta lubab arvutada rõhku sõltuvalt kõrgusest või määrata kõrgust, kui on teada rõhk. Vastavat kõrguse mõõtmise riista nimetatakse altimeetriks. Et kõrgusi mõõdetakse tavaliselt merepinna suhtes, kus keskmiselt valitseb normaalne õhurõhk, siis võib valemi (26) kirjutada kujul

$$p = p_0 e^{- \frac{\mu g}{RT} h}, \quad (27)$$

kus p on õhurõhk kõrgusel h .

Kui arvestada, et õhu $\mu = 29 \text{ kg/kmol}$, $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$, $R = 8320 \text{ J/(deg} \cdot \text{kmol)}$ ja $T = 273 \text{ }^\circ\text{K}$, siis ühe millimeetri-sele Hg õhurõhu muutusele vastab kõrguse muutus

$$dh = \frac{RT}{\mu g} dp = \frac{8320 \cdot 273}{1,01 \cdot 10^5 \cdot 29 \cdot 9,81} 133 = 10,5 \text{ m.}$$

Suurte kõrguse muutuste korral peab arvutusse viima peaarandustegurid, mis arvestavad temperatuuri, raskuskiirenduse ja õhu koostise muutust.

8. Boltzmanni jaotus potentsiaalses väljas

Gaasi rõhk on võrdeline ruumalaühikus olevate molekulide arvuga. Siis võib baromeetrilise valemi kirjutada kujul

$$n = n_0 e^{-\frac{p_0 h}{RT}} = n_0 e^{-\frac{mN_0 g h}{RT}} = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}},$$

kus $mgh = W_p$ on osakese potentsiaalne energia. Valemit

$$n = n_0 e^{-\frac{W_p}{kT}} \quad (28)$$

nimetatakse Boltzmanni jaotusseaduseks osakeste energia järgi. Ta väljendab asjaolu, et konstantsel temperatuuril paiknevad osakesed tihedamalt nendes kohtades, kus potentsiaalne energia on väiksem.

Kui absoluutne temperatuur $T \rightarrow 0$, siis $n \rightarrow 0$, s.t. osakesed langevad kõik alumisele minimaalse potentsiaalse energiaga nivoole. Kui aga $T \rightarrow \infty$, siis $n \rightarrow n_0$, mis tähendab, et osakesed jaotuvad kogu ruumis ühtlaselt.

Maa jaoks tähendaksid mõlemad piirjuhud atmosfääri kadumist. Ilmselt on atmosfääri olemasolu seotud kahe tendentsi tasakaaluga. Soojusliikumine püüab jaotada molekule kogu ruumis ühtlaselt. Gravitatsioonijõud aga püüavad molekule koondata madalaima energiaga nivoole.

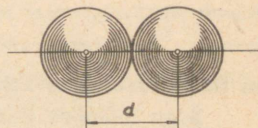
Boltzmann näitas, et kui osakesed on võrdse massiga ja nende liikumine kaootiline, siis Boltzmanni jaotusseadus on kehtiv ükskõik millise jõuvälja korral.

Tuleks mainida, et molekulide jaotus kiiruse järgi ei sõltu sellest, kas nad asuvad jõuväljas või mitte.

9. Keskmise pörgete arv ja keskmine vaba teepikkus

Kaootiliselt liikuvad gaasi molekulid pörkuvad nii üksteisega kui ka anuma seinaga. Iga molekul on keeruline süs-

teem, mille piirkonnas mõjuvad mitmesugused väljad. Arusaadav, et niisuguse süsteemi diameeter pole mingi kindel suurus, vaid sõltub sellest, millistel tingimustel me teda määrame. Kokkuleppeliselt loetakse molekuli efektiivseks diameetriks seda kaugust, milleni lähenevad teineteisele kaks sarnast molekuli (joon. 12). Ilmselt sõltub molekuli efektiivne diameeter mingil määral teineteisele lähenevate molekulide kiirusest ja seega üldiselt gaasi temperatuurist.

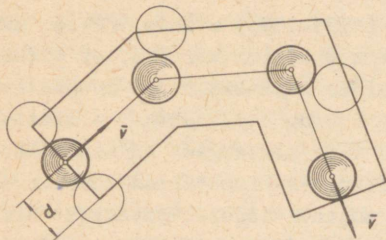


Joon. 12

Molekuli vabaks teepikkuseks nimetatakse teepikkust, mille läbib molekul kahe järgneva pörke vahelise aja jooksul. Liikumise kaootilise iseloomu tõttu on vabad teepikkused erinevad ning gaasi võib iseloomustada ainult keskmise vaba teepikkusega

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i. \quad (29)$$

Keskmise vaba teepikkuse arvutamisel oletame esialgu, et liigub ainult üks molekul, kõik teised on paigal. Pörked loeme absoluutselt elastseteks ning molekuli efektiivse diameetri konstantseks. Liikumisel pörkub molekul oma teel kõikide nende molekulidega, millede tsentrid jäävad lähemale kui molekuli diameeter, s.t. kõikide pörkumisest osavõtvate molekulide tsentrid asuvad murtud silindris, mille raadius on d (joon. 13). Kui ruumalaühikus on n_0 molekuli, pörkub molekuli teepikkusel s



Joon. 13

lekul teepikkusel s $n_0 \pi d^2 s$ molekuliga. Sekundi jooksul pörkub molekul $n_0 \pi d^2 \bar{v}$ korda, kus \bar{v} on molekuli keskmine kiirus (sekundi jooksul läbitud teepikkus). Arvutused näitavad, et kui arvesta-

da ka teiste molekulide liikumist, siis Maxwelli jaotuse korral on molekuli keskmine suhteline kiirus 2 korda suurem. Seega teeb molekul ajaühikus

$$z = \sqrt{2} \pi d^2 n_0 \bar{v} \quad (30)$$

põrget. Molekuli keskmine vaba teepikkus

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{z} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n_0 d^2} \quad (31)$$

on pöördvõrdeline rõhuga ($n_0 \sim p$).

Nagu eespool märgitud, sõltub molekulide efektiivne diameeter põrkuvate molekulide kiirusest ja seega ka temperatuurist. Cesarland leidis, et efektiivne diameeter

$$d = d_0 \sqrt{1 + \frac{C}{T}}, \quad (32)$$

kus d_0 on molekuli efektiivne diameeter temperatuuril $T \rightarrow \infty$, C on Cesarlandi konstant. Hapnikul $C = 125$ °K, lämmastikul $C = 103$ °K.

Vastavalt diameetri muutusele muutub ka keskmine vaba teepikkus

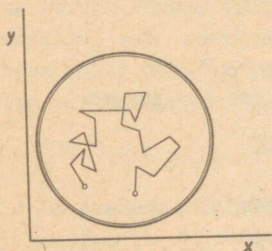
$$\bar{\lambda} = \lambda_0 \frac{T}{T + C}. \quad (33)$$

10. Molekulaar-kineetilise teooria katselisi tõestusi

A. Browni liikumine

Šoti botaanik R. Brown (1773-1858) märkas 1827.a. mikroskoobi abil veepinnal ujuvat õietolmu uurides, et õietolmu kübemed liiguvad veepinnal korrapäratult ja moodustavad siksakikujulise trajektoori (joon. 14). Nähtus nimetati Browni liikumiseks. Brown ja tema kaasaegsed ei osanud seda nähtust seletada. Pärast molekulaar-kineetilise teooria esimesi edusamme püstitati 19. sajandi lõpul hüpotees, et Browni liikumise põhjuseks on molekulide kaootiline liikumine,

mille tõttu osakesele mõjuv molekulide resulteeriv impulss muudab pidevalt oma suunda. Kuid kineetilise teooria kontrollimiseks osati Browni liikumist kasutada alles siis, kui A. Einstein (1879–1955) ja M. Smoluchowski (1872–1917) käesoleva sajandi algul teoreetiliselt leidsid, et kerakujulise osakese liikumine vedelikus mingi vabalt valitud sirge x suunas on antud võrrandiga



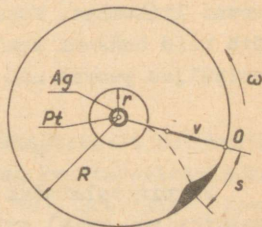
Joon. 14

$$\overline{x^2} = \frac{kT}{3\pi r\eta} t = \frac{RT}{3\pi r\eta N}, \quad (34)$$

kus $\overline{x^2}$ on nihete ruutude keskmine, r osakese raadius ja vedeliku viskoossus. Uurides Browni liikumist, määras J. Perrin (1870–1942) 1908. a. valemi (34) abil Avogadro arvu, mis küllaldase täpsusega ühtis teistel meetoditel saadud väärtustega.

B. Sterni katse

Teoreetiliselt tuletatud Maxwelli jaotusseadust kontrollis esmalt 1920. a. O. Stern (s. 1888). Sterni katseseade koosnes kahest koaksiaalsest silindrist, millede teljel asus elavhõbedaga kaetud plaatina- traat (joon. 15). Silindritest pumbati õhk välja ning traati kuumutati elektrivooluga. Traadilt auruvad molekulid, mis liikusid kõikvõimalike kiirustega, tungisid läbi sisemises silindris oleva pilu ning sadestusid välimise silindri seinale, andes pilu kujutise O . Kui silind-



Joon. 15

rite süsteem panna pöörlema nurkkiirusega ω , siis molekuli-
de sadestumise asukoht sõltub molekulide kiirusest ning mo-
lekul sadestub punktist O kaugusel s. Silindrite vahelise
kauguse läbimiseks kulub molekulil aega

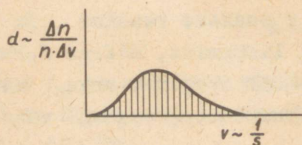
$$t = \frac{R - r}{v}.$$

Samal ajal pöörduv väline silinder teepikkuse

$$s = \omega R t = \omega R \frac{R - r}{v}$$

võrra. Seega molekuli liikumise kiirus

$$v = \frac{\omega R(R - r)}{s}. \quad (35)$$



Joon. 16

Mõttes sadestuse paksust
(joon. 16), oli võimalik saada
ettekujutust molekulide jaotu-
misest kiiruste järgi. Olgugi
et Sterni katse polnud eriti
täpne, näitas ta siiski veen-
valt Maxwelli jaotusseaduse
õigsust.

C. Avogadro seaduse katseline määramine

Perrin kasutas Avogadro arvu määramiseks asjaolu, et ve-
delikku puistatud väikesed mehaanilised osakesed sooritavad
Browni liikumist. Kuna Browni liikumine on kaootiline, siis
võib neid osakesi vaadelda suurte molekulidena. Gravitatsi-
ooniväljas peavad nad alluma ka Boltzmanni jaotusseadusele

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{Nmg}{RT} (h_2 - h_1)}.$$

Perrin valmistas gummigutist (kummivaik) ja mastiksist
(mastiksipuu vaik) eriliste meetodite abil "suuri molekule",
millede läbimõõt oli 150 kuni 500 nm. Valmistatud osakeste
ja vedeliku suspensiooni 0,1 mm paksune kiht asetati klaas-
anumaga väikese teravussügavusega (1 μm) mikroskoobi objek-

tiivuti ette (joon. 17). Mikroskoobi vertikaalsel nihutamisel võib ära lugeda osakeste arvu eri kõrgustel. Perrin eeldas, et "raske molekuli" mass peab olema võrdne Browni osakese näiva massiga, s.o. osakese massi ja tema poolt väljatõrjutud vedeliku massi vahega:

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 (\varrho - \varrho_1),$$

kus r on osakese raadius, ϱ osakese tihedus ja ϱ_1 vedeliku tihedus.

Kuna mikroskoobi teravussügavus on konstantne, siis mikroskoobi vaateväljas loetud osakeste arv on võrdeline osakeste arvuga vastaval kõrgusel

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{N}{RT} \frac{4}{3} \pi r^3 (\varrho - \varrho_1) g (h_2 - h_1)},$$

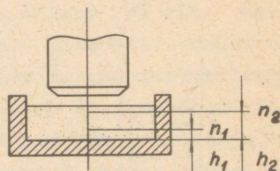
millest Avogadro arv

$$N = \frac{3RT}{4 \pi r^3 (\varrho - \varrho_1) g (h_2 - h_1)} \ln \frac{n_1}{n_2}. \quad (36)$$

Perrini esimesed tööd andsid tulemuseks $N = 6,8 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$. Metoodika täpsustamisel saadi tulemusi, mis tänapäeval määratavatest erinesid umbes 1% võrra.

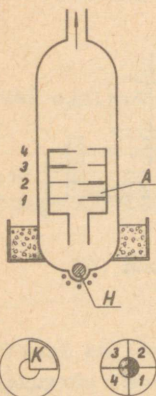
D. Borni katse

1920.a. määras M. Born (s. 1882) katseliselt molekulide keskmise vaba teepikkuse. Vaakuumeeritud kvartsballoonis kuumutati elektrivooluga hõbedat H (joon. 18). Hõbedalt levis kooniline molekulide kimp silindrilisse anumasse A, millesse oli tehtud neli ümmarguste avadega seina. Igale seinale kinnitati täisnurkne klaassektor K nii, et ta kattis neljandiku avast. Sektorid olid teineteise suhtes nihutatud 90°



Joon. 17

võrra. Allikast väljunud molekulid kondenseerusid jahutatava silindri klaassektoritel. Kui rõhk on küllalt väike, siis on molekulide vaba tee tunduvalt suurem anuma mõõtmetest ning sektoritel esineva sademe tiheduse erinevuse põhjuseks võib olla ainult molekulaarkimbu kooniline kuju. Kui aga rõhku suurendada, mõjutab sademe tihedust juba hajumine õhu molekulidelt. Hajunud osakeste arv on võrdeline hajutava kihi paksusega ja kimbus olevate osakeste arvuga ning pöördvõrdeline keskmise vaba teepikkusega:



Joon. 18

$$dn = -\frac{dx}{\lambda} n,$$

$$\frac{dn}{n} = -\frac{1}{\lambda} dx.$$

Integreerimisel saame

$$\ln \frac{n_2}{n_1} = -\frac{1}{\lambda} (x_2 - x_1),$$

kus n_2 ja n_1 on molekulide kimbus kaugustel x_2 ja x_1 olev osakeste arv.

Sektoritele sadestunud kihi paksus d_1 on aga võrdeline sektorile langenud molekulide arvuga n_1 . Seega keskmine vaba teepikkus

$$\bar{\lambda} = \frac{x_2 - x_1}{\ln \frac{d_1}{d_2}}. \quad (37)$$

Born katsetas mitmel rõhul ja leidis, et $\bar{\lambda}$ jääb küllaldase täpsusega konstantseks, mis järeldub ka teoreetiliselt tuletatud keskmise vaba teepikkuse valemist (31).

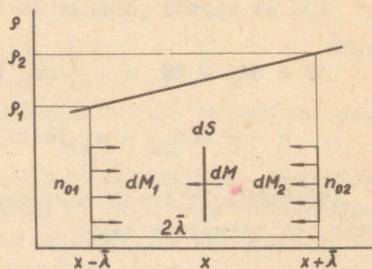
11. Ülekandenahtused

Gaas võib sageli väliste mõjutuste tulemusel olla tasa-kaalustamata olekus, s.t. gaasis võivad esineda piirkonnad, millede temperatuur on erinev, tihedus erinev või siis esineb gaasi molekulide suunatud liikumine. Nimetatud ebaühtlused põhjustavad difusiooni (massi kandumine), soojusjuhtivuse (molekulide kineetilise energia kandumine) ja sisehõõrdumise (liikumishulga kandumine), mis ühiselt nimetatakse ülekandenahtusteks. Välismõjude katkemisel saavutab gaas ülekandenahtuste toimumisel lõpuks tasakaalustatud oleku. Allpool vaatleme mainitud protsesse statsionaarses olukorras, s.t. välisjõud säilitavad püsiva tasakaalustamata oleku.

A. Difusioon

Olgu anum as kaks gaasi eraldatud teineteisest õhukese kelmega. Kelme purunemisel hakkavad gaasid segunema. Toimub erinevate gaaside masside läbikandumine eralduspinnast. Nähtust nimetatakse vastastikuseks difusiooniks. Difusioon toimub ka ühekomponendilises gaasis, kui selle gaasi ruumalas on erineva tihedusega piirkonnad. Siis on tegu oma- ehk autodifusiooniga.

Oletame, et gaasi tihedus kasvab kõige kiiremini x telje suunas (joon. 19). Saksa füüsik Fick leidis katseliselt, et pinnast, mille koordinaat on x , läbikantav aine mass dM on võrdeline tiheduse gradiendiga $\frac{d\rho}{dx}$, pindalaga dS ja ajaga dt ning sõltub aine omadustest, mida võtab arvesse difusioonitegur D :



Joon. 19

$$dM = -D \frac{d\rho}{dx} dS dt. \quad (38)$$

Miinusmärk väljendab asjaolu, et massi kandumine toimub tiheduse kasvule vastupidises suunas. Meie ülesandeks on leida difusiooniteguri D avaldis gaaside kineetilise teooria alusel.

Molekulide kaootilise liikumise tõttu on kõik molekulide liikumise suunad võrdtõenäolised. Seega võime arvutustes eeldada, et gaasi molekulid liiguvad ainult koordinaattelgedele sihis, igas sihis $1/3$ molekulile ja igas suunas $1/6$ molekulile. Kui kaugusel $x - \bar{\lambda}$ on ruumalaühikus n_{O_1} molekuli ja kaugusel $x + \bar{\lambda}$ n_{O_2} molekuli, siis aja dt vältel pinda dS vasakult paremale läbiv gaasi mass

$$dM_1 = \frac{1}{6} m n_{O_1} \bar{v} dS dt.$$

Kauguste $-\bar{\lambda}$ ja $\bar{\lambda}$ valik on õigustatud sellega, et vaba teepikkuse ulatuses ei muutu keskmiselt molekulide kiirus ega suund.

Sama aja vältel paremalt vasakule läbiv gaasi mass

$$dM_2 = -\frac{1}{6} m n_{O_2} \bar{v} dS dt.$$

Valitud kaugus $2\bar{\lambda}$ on küllalt väike, et gaasi tiheduse muutust võib lugeda x -ist sõltuvalt lineaarseks.

$$\frac{d\varrho}{dx} = \frac{m n_{O_2} - m n_{O_1}}{(x+\bar{\lambda}) - (x-\bar{\lambda})} = m \frac{n_{O_2} - n_{O_1}}{2\bar{\lambda}}.$$

Aja dt vältel pinnast dS läbikandunud mass

$$\begin{aligned} dM &= dM_2 - dM_1 = -\frac{1}{6} m n_{O_2} \bar{v} dS dt - \frac{1}{6} m n_{O_1} \bar{v} dS dt = \\ &= -\frac{1}{6} m (n_{O_2} - n_{O_1}) \bar{v} dS dt = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \frac{d\varrho}{dx} dS dt. \end{aligned}$$

Võrreldes viimast tulemust eespool toodud Ficki valemiga, näeme, et difusioonitegur

$$D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v}. \quad (39)$$

Arvestades, et keskmine vaba teepikkus $\bar{\lambda} = 1/(\sqrt{2} \bar{n} n_0 d^2)$, keskmine aritmeetiline kiirus $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ ja molekulide arv

ruumalaühikus $n_0 = \frac{p}{kT}$, võime difusiooniteguri avaldada kujul

$$D = \frac{kT}{3\sqrt{2} \pi p d^2} \sqrt{\frac{8RT}{\pi}} = \frac{2k}{3d^2} \sqrt{\frac{R}{\pi}} \frac{T^{3/2}}{p}.$$

Nagu näha, on difusioonitegur võrdeline temperatuuriga astmes $3/2$ ja pöördvõrdeline rõhuga. Seejuures pole arvestatud efektiivse diameetri sõltuvust temperatuurist.

Difusioon kulgeb ka vedelikes ja tahketes kehaes. Siin toimub difusioon tunduvalt aeglasemalt, kuid kasvab kiiresti temperatuuri tõustes. Põhiseoseks on samuti Ficki valem. Difusiooniteguri avaldis on muidugi teistsugune. Difusiooni abil toimub näiteks masinaehitusdetailide pinna küllastamine keemiliste elementidega.

B. Soojusjuhtivus

Soojusjuhtivuse olemuseks on kaootiliselt liikuvate molekulide kineetilise energia (soojusenergia) ülekandumine kõrgema temperatuuriga piirkonnast madalama temperatuuriga piirkonda. Oletame, et energia ülekanne toimub x telje suunas. J. Fourier (1768–1830) avastas eksperimentaalselt seaduse, et pinda, mille koordinaat on x , läbinud soojushulk on võrdeline temperatuuri gradiendiga, pindalaga dS , ajaga dt ning sõltub aine omadustest, mida arvestab soojusjuhtivustegur K :

$$dQ = -K \frac{dT}{dx} dS dt. \quad (40)$$

Minusmärk näitab, et energia kandumine toimub madalama temperatuuri suunas.

Pinnast kaugusel $\bar{\lambda}$ (joon. 20) on molekulide keskmine aritmeetiline kiirus ja gaasi tihedus ligikaudu võrdsed. Kohas $x - \bar{\lambda}$ on molekulide keskmine kineetiline energia $\bar{\epsilon}_1 = \frac{1}{2} kT_1$ ja kohas $x + \bar{\lambda}$ on energia $\bar{\epsilon}_2 = \frac{1}{2} kT_2$. Aja dt vältel pinnast läbikantav molekulide kineetiline energia

$$\begin{aligned} dQ &= dQ_2 - dQ_1 = -\frac{1}{6} n_0 \bar{v} \frac{1}{2} kT_2 dS dt - \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \frac{1}{2} kT_1 dS dt = \\ &= -\frac{1}{6} n_0 \bar{v} \frac{1}{2} k(T_2 - T_1) dS dt. \end{aligned}$$

Gaasi tihedus

$$\rho = n_0 m.$$

Gaasi erisoojus jääval ruumalal

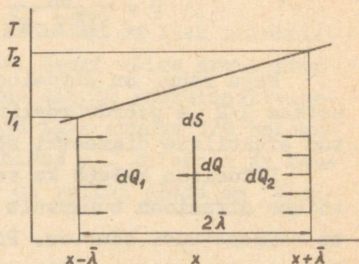
$$c_v = \frac{C_v}{\rho} = \frac{iR}{2\rho} = \frac{ikN}{2\rho} = \frac{ikN}{2mN} = \frac{ikn_0}{2\rho},$$

kus C_v on gaasi moolsoojus jääval ruumalal.

Temperatuuri gradient

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{2\bar{\lambda}}.$$

Joon. 20



Siis

$$dQ = -\frac{1}{3} c_v \rho \bar{v} \bar{\lambda} \frac{dT}{dx} dS dt.$$

Võrreldes saadud tulemust Fourier' valemiga, näeme, et soojusjuhtivustegur

$$K = \frac{1}{3} c_v \rho \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (41)$$

Asendades valemis (41) olevad suurused nende avaldistega

$$K = \frac{1}{3} \frac{i}{2} k n_0 \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \frac{1}{\sqrt{2} \bar{v} n_0 d^2} = \frac{i}{3} \frac{k}{d^2} \sqrt{\frac{8R}{\pi^3 \mu}} T^{1/2},$$

näeme, et soojusjuhtivustegur on võrdeline ruutjuurega temperatuurist. Temperatuuri tõustes soojusjuhtivus kasvab.

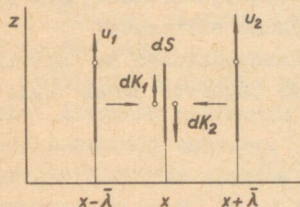
Fourier' seadus on kasutatav nii vedelike kui ka tahkete kehade kohta. Vedelike ja tahkete kehade, eriti aga metallide soojusjuhtivustegur on tunduvalt suurem gaaside soojusjuhtivustegurist.

C. Sisehõõrdumine

Gaasi laminaarsel voolamisel tekib voolavate gaasikihtide vahel sisehõõrdejõud, mida võib arvutada I. Newtoni (1643-1727) poolt antud empirilise valemiga

$$F = \eta \frac{du}{dx} dS. \quad (42)$$

Valem annab jõu, mis mõjub kahe gaasikihi eralduspinnal dS , kui kiiruse gradient selles kohas on $\frac{du}{dx}$. Võrdetegurit η nimetatakse sisehõõrdeteguriks ehk dünaamiliseks viskoossuseks.



Joon. 21

Voolaku gaas z telje suunas (joon. 21). Gaasi tihedus ja temperatuur on kõikjal konstantset. Vaatleme gaasikihte, mis on eralduspinnast kaugusel $\bar{\lambda}$. Samaaegselt gaasi voolamisega liiguvad gaasi molekulid ka kaootiliselt. Kaootilise liikumise keskmine kiirus \bar{v} on kiirusest

u tunduvalt suurem. Vasakult paremale liikuvad molekulid kannavad aja dt vältel läbi pinna liikumishulga

$$dK_1 = \frac{1}{6} m n_0 u_1 \bar{v} dS dt$$

ja paremalt vasakule liikuvad molekulid liikumishulga

$$dK_2 = \frac{1}{6} m n_0 u_2 \bar{v} dS dt.$$

Liikumishulga muutus valitud pinnas annab selles pinnas mõjuva jõuimpulsi, mis parempoolsele kihile mõjub pidurdavalt (kihi liikumishulk väheneb) ja vasakpoolsele kiirendavalt (kihi liikumishulk suureneb).

$$F dt = dK_2 - dK_1 = \frac{1}{6} m n_0 (u_2 - u_1) dS dt.$$

Kiiruse gradient

$$\frac{du}{dx} = \frac{u_2 - u_1}{2\bar{\lambda}}$$

ja tihedus $\rho = m n_0$. Seega mõjub piirkihis dS sisehõõrdejõud

$$F = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \frac{du}{dx} dS.$$

Võrreldes saadud tulemust Newtoni valemiga, näeme, et gaaside sisehõõrdetegur

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{v}. \quad (43)$$

Asendades valemis olevad suurused nende avaldistega

$$\eta = \frac{1}{3} n_0 m \frac{1}{\sqrt{2} \pi n_0 d^2} \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} = \frac{2}{3} \frac{m}{d^2} \sqrt{\frac{R}{\pi \mu}} T^{1/2}$$

järeldub, et sisehõõrdetegur nagu soojusjuhtivustegurigi kasvab temperatuuri tõustes ning on rõhust sõltumatu.

Belnevast selgus, et kõik ülekandenähtused on arvutatavad ühise skeemi alusel ning nende tegurite vahel valitseb seos

$$K = \rho c_v D = c_v \eta.$$

Kui nimetatud tegureid määrata eksperimentaalselt, siis lubavad saadud valemid arvutada molekulide efektiivse diameetri. Näiteks sisehõõrdeteguri avaldisest saame

$$d = \sqrt{\frac{2m}{3\eta}} \sqrt{\frac{RT}{\pi \mu}}.$$

D. Gaaside omadused madalatel rõhkudel

Gaasi rõhu vähendamisel kasvab gaasi molekulide keskmine vaba teepikkus, kuni ta lõpuks saab võrdseks gaasi ümbritseva anuma mõõtmega. Olukorda, kus keskmine vaba teepikkus on suurem anuma mõõtmest, nimetatakse füüsikaliseks vaakuumiks. Arusaadav, et füüsikalisele vaakuumile vastav rõhk sõltub anuma mõõtmest ja anumas olevast gaasist. Näiteks 10-cm läbimõõduga kerakujulise anuma jaoks, mis on täidetud hapnikuga (molekuli diameeter $d = 2,9 \text{ \AA}$), on toatemperatuuril füüsikalisele vaakuumile vastavaks rõhuks

$$p = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi \lambda d^2} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}{\sqrt{2} \pi \cdot 0,1(2,9 \cdot 10^{-10})^2} = 0,57 \frac{N}{m^2} = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ mmHg.}$$

Õhumulli jaoks, mille läbimõõt on $1 \mu = 10^{-4}$ cm, on füüsikalisele vaakuumile vastavaks rõhuks juba $p = 850 \text{ mm Hg} = 1,12 \text{ atm!}$

Märgime siinjuures, et vaakuumi all mõistetakse sageli normaalarõhust madalamat rõhku. Seejuures eraldatakse:

1) madal vaakuum - vaba teepikkus on anuma mõõtmega võrreldes väike,

2) keskmine vaakuum - vaba teepikkus on anuma mõõtmega samas suurusjärgus,

3) kõrge vaakuum - vaba teepikkus on anuma mõõtmega võrreldes suur.

Vaakuumi olukorras muutub ülekandenähtuste iseloom. Sel juhul liiguvad molekulid anuma ühest seinast teise, ilma et nad keskmiselt omavahel kokku põrkaksid. Järelikult toimub energia ülekanne otseselt seinte vahel. Kui anuma ühe seina temperatuur on T_1 ja teisel T_2 , siis teise seina pinnalt põrkuval molekulil on energiat $\frac{1}{2} kT_2$ ning ta annab esimese seina pinnale jõudes ära energia $\frac{1}{2} k(T_2 - T_1)$.

Ülekantav soojushulk

$$\begin{aligned} dQ &= -\frac{1}{6} \frac{1}{2} kT_2 n_0 \bar{v} dS dt - \frac{1}{6} \frac{1}{2} kT_1 n_0 \bar{v} dS dt = \\ &= -\frac{1}{6} \varphi c_v \bar{v} (T_2 - T_1) dS dt. \end{aligned}$$

On näha, et ülekantav soojushulk on võrdeline seinte temperatuuride vahega, mitte aga temperatuuri gradiendiga, s.t. energia ülekanne ei sõltu gaasikihi paksusest.

Soojusjuhtivustegur $K = \frac{1}{6} \varphi c_v \bar{v}$ on aga $\bar{\lambda}$ puudumise tõttu võrdeline rõhuga ja pöördvõrdeline ruutjuurega temperatuurist

$$K = \frac{1}{6} m n_0 c_v \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \frac{1}{6} \frac{mc_v}{k} \sqrt{\frac{8R}{\pi M}} \frac{p}{T^{1/2}}.$$

Vaakuumi tingimustes sisehõõrdumine puudub, sest molekulid omavahel ei põrku. See asendub voolava gaasi molekuli-

lide hõõrdumisega vastu seinu või gaasis asuva keha pinda. Molekulide vaba teepikkus ei mängi seejuures rolli.

Difusiooniteguris asendub molekulide vaba teepikkus anuma joonmõõtmega.

12. Ülesandeid

Ül. 1. 20-l balloon on täidetud suruõhuga. Temperatuuril 20 °C näitab manomeeter rõhku 120 at. Kui suure koguse vett võib balloonis oleva suruõhuga allveelaeva tsisternidest välja tõrjuda, kui protsess toimub 30 m sügavusel ja temperatuuril 5 °C? Õhurõhk on 1 atm.

Kui manomeeter näitab ülerõhku, siis absoluutne rõhk täidetud balloonis 20 °C juures $p_1 = 120 + 1,03 = 121,03 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$.

Temperatuuri langemisel väheneb balloonis gaasi rõhk. Kuna ruumala on jääv, siis

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

millest

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}.$$

Gaasi poolt väljatõrjutud vee ruumala on võrdne balloonist väljunud gaasi ruumalaga. 30 m sügavusel on välisrõhk $p_v = \frac{30}{10} + 1,03 = 4,03 \text{ kg/cm}^2$. Eeldades, et õhu väljumisel jääb temperatuur konstantseks, võime kirjutada (isotermiline protsess):

$$p_2 V = p_v V_v = p_v (V_t + V),$$

milles tsisternidest väljatõrjutud vee ruumala

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{p_2 V}{p_v} - V = V \left(\frac{p_1 T_2}{p_v T_1} - 1 \right) = 20 \left(\frac{121,03 \cdot 278}{4,03 \cdot 293} - 1 \right) = \\ &= 20(28,7 - 1) = 554 \text{ l} = 0,554 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Ül. 2. Gaasisegu koosneb molekulide arvu järgi 60% hapnikust ja 40% heeliumist. Arvutada segu kilomooli mass. Milline on gaasisegu protsentuaalne koostis massi järgi?

Kilomooli mass

$$\mu = r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 = 0,6 \cdot 32 + 0,4 \cdot 4 = 19,2 + 1,6 = 20,8 \text{ kg/kmol.}$$

Kui koostis on antud massi järgi, siis

$$\frac{1}{\mu} = \frac{q_1}{\mu_1} + \frac{q_2}{\mu_2} = \frac{q_1}{\mu_1} + \frac{1 - q_1}{\mu_2},$$

millest

$$q_1 = \frac{\mu_1 \mu_2 - \mu \mu_2}{\mu (\mu_2 - \mu_1)} = \frac{32 \cdot 4 - 32 \cdot 20,8}{-20,8 \cdot 28} = 0,918 = 91,8\%.$$

$$q_2 = 8,2\%.$$

Ül. 3. Lämmastiku ja vesiniku segu tihedus temperatuuril 47°C ja rõhul 2 at on 3 g/l. Kui palju vesiniku molekule on 1 cm^3 segus?

Gaasi olekuvõrrandist määrame segu kilomooli massi:

$$\mu = \frac{mRT}{pV} = \frac{\rho RT}{p} = \frac{3 \cdot 8320 \cdot 320}{2 \cdot 9,81 \cdot 10^5} = 4,08 \text{ kg/kmol.}$$

Segu kilomooli mass avaldub veel võrrandiga

$$\mu = r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 = r_1 \mu_1 + (1 - r_1) \mu_2,$$

millest

$$r_1 = \frac{\mu - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} = \frac{4,08 - 28}{2 - 28} = 0,92.$$

$$\text{Teiselt poolt } r_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{n_1}{\frac{\rho}{\mu} N},$$

millest

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{r_1 \rho N}{\mu} = \frac{0,92 \cdot 3 \cdot 6,02 \cdot 10^{26}}{4,08} = 4,08 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{m}^3} = \\ &= 4,08 \cdot 10^{20} \frac{1}{\text{cm}^3}. \end{aligned}$$

Ül. 4. Milline protsent molekule liigub kiirusega, mis ei erine tõenäolisemast kiirusest üle protsendi?

Jaotusfunktsioon (joon. 10)

$$\frac{\Delta n}{n \cdot \Delta u} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2.$$

Tõenäolisele kiirusele vastab suhteline kiirus $u = 1$. Kuna kiirus muutub piirides $v_t - 0,01 v_t$ kuni $v_t + 0,01 v_t$, siis suhtelise kiiruse muutus

$$\Delta u = \frac{\Delta v}{v_t} = \frac{0,02 v_t}{v_t} = 0,02.$$

$u = 1$ korral $\frac{\Delta n}{n \cdot \Delta u} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-1} = 0,83$. Nimetatud kiiruste vahemikus liigub molekule

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta n}{n \cdot \Delta u} \Delta u = 0,83 \cdot 0,02 = 0,0166 = 1,66\%.$$

Ül. 5. Kui palju molekule põrkab ühe sekundi jooksul vastu anuma seinu 1-cm^2 pinda, kui anumasse on hapniku rõhk on 750 mm Hg ja temperatuur 20°C ?

Kui arvestada, et gaasi molekulide kaootilisel liikumisel on kõik suunad samaväärsed, siis võiks kujutada, et anuma seinu normaali suunas liigub $\frac{1}{6}$ kõikidest molekulidest. Seega vastu anuma seinu põrkavate molekulide arv

$$z = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} dS dt.$$

Täpsem arutlus, kus arvestatakse, et molekulid põrkavad vastu seinu mitmesuguste nurkade all annab

$$z = \frac{1}{4} n_0 \bar{v} dS dt.$$

Kui viimane tulemus võtta aluseks gaaside kineetilise teooria põhivõrrandi tuletamisel, jääb lõpptulemus ikkagi samaks. Põrgete arv on küll $3/2$ korda suurem, kuid samal ajal on mitmesuguste nurkade all vastu seinu põrkavate molekulide summaarne impulss $3/2$ korda väiksem.

Keskmine aritmeetiline kiirus $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ ja ruumalaühikus olev molekulide arv $n_0 = \frac{p}{kT}$.

Ajaühikus pinnauhikule langevate molekulide arv

$$z' = \frac{z}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{4} n_0 \bar{v} = \frac{p}{4kT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} = p \sqrt{\frac{N}{2\pi kT \mu}} =$$

$$= 750 \cdot 133 \sqrt{\frac{6,02 \cdot 10^{26}}{2\pi \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293 \cdot 32}} =$$

$$= 2,62 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = 2,62 \cdot 10^{24} \text{ 1}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s}).$$

Ül. 6. Leida normaaltingimustel ühes cm^3 lämmastikus 1 s kõikide molekulide vahel toimuvate põrgete arv.

Üks molekul teeb sekundi jooksul põrkeid $z_1 = \bar{v}/\lambda$. Et igast põrkest võtab samaaegselt osa 2 molekuli, siis ruumalaühikus olevate molekulide poolt tehtud põrgete arv

$$z = \frac{n_0 z_1}{2} = \frac{n_0 \bar{v}}{2} = \frac{n_0}{2} \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} = \left(\frac{pd}{kT}\right)^2 \sqrt{\frac{4RT}{\pi^3 \mu}} =$$

$$= \left(\frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 3,1 \cdot 10^{-10}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}\right)^2 \sqrt{\frac{4 \cdot 8320 \cdot 273}{31 \cdot 28}} =$$

$$= 7,1 \cdot 10^{33} \frac{1}{\text{s} \cdot \text{m}^3} = 7,1 \cdot 10^{27} \text{ 1}/(\text{s} \cdot \text{cm}^3).$$

Ül. 7. Kui suur on hapniku molekuli keskmine pöörleva liikumise energia normaaltingimustel?

Hapnik on kaheaatomiline gaas. Tema vabadusastmete arv on 5, millest 3 on kulgeva liikumise ja 2 pöörleva liikumise vabadusastmed. Kuna iga vabadusastme kohta tuleb energiat $\frac{1}{2} kT$, siis pöörleva liikumise energia

$$W_p = i_p \frac{kT}{2} = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 = 3,76 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$$

Ül. 8. Oletame, et õhu temperatuur sõltub kõrgusest nii, et õhu tihedus on kogu atmosfääris konstantne. Millise vertikaalse kauguse muutusele vastab temperatuuri muutus 1°C ?

Elementaarne rõhu muutus

$$dp = -\rho g dh.$$

Gaasi olekuvõrrandist:

$$p = \frac{mRT}{V_{\mu}} = \frac{\rho RT}{\mu}, \quad dp = \frac{\rho R}{\mu} dT.$$

Seega

$$\frac{\rho R}{\mu} dT = -\rho g dh,$$

millest

$$dh = -\frac{R}{\mu g} dT = -\frac{8320 \cdot 1}{29 \cdot 9,8} = -29,2 \text{ m.}$$

Miinusmärk näitab, et kõrguse kasvul temperatuur langeb.

Ül. 9. Arvutada lämmastiku sisehõõrdetegur normaaltingimustel, kui difusioonitegur nendel tingimustel on $0,142 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$.

Sisehõõrdetegur


$$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda = \xi D = \frac{\rho \mu D}{RT} = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 28 \cdot 0,142 \cdot 10^{-4}}{8320 \cdot 273} =$$
$$= 1,76 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s}).$$

13. Kirjandust

1. И.В.Савельев. Курс общей физики I. "Физматгиз", 1962.
2. И.В.Радченко. Молекулярная физика. "Наука", 1965.
3. Б.М.Яворский и др. Курс физики I. "Высшая школа", 1963.
4. Р.В.Телеснин. Молекулярная физика. "Высшая школа", 1965.
5. Р.Г.Геворкян, В.В.Шепель. Курс общей физики. "Высшая школа", 1966.
6. Я. де Бур. Введение в молекулярную физику и термодинамику. "Иностранная литература", 1962.
7. Г.А.Зисман и О.М.Тодес. Курс общей физики I. "Физматгиз", 1958.
8. Е.А.Штрауф. Курс физики I. "Судпромгиз", 1960.
9. Б.И.Спасский. История физики. "Московский университет", 1964.
10. К.Пutilov. Füüsika I. "Valgus", 1965.

Hind 7 kop.

A-29936

TÜ RAAMATUKOGU

1 0300 00410754 8