K. R. Veski ja J. Grünthal

Aritmeetika

ühes algebra eelkursusega

VI õppeaasta

K/Ü **„Loodus“**, Tartus

1922

2

Keeleline korrektor Tartu Ülikooli eesti keele lektor
J. V. Veski.

K. Mattieseni trükk, Tartus.

I osa.

Algebraline sümboolika.

§ 1. Ülesannete lahendamine üldisel kujul.

Kuulus inglise matemaatik Newton (l. njuutn) nimetas algebrat **üldiseks aritmeetikaks**. Seega tahtis lugupeetud õpetlane ütelda, et algebra täidab sama ülesannet, mis aritmeetikagi, s. o. õpetab arvusid tundma; vahe on ainult selles, et algebra käsitab matemaatilisi küsimusi üldisel kujul ja laiemal ulatusel.

Algebras tarvitatakse arvude asemel tähti, milledel igasugused arvulised tähendused võivad olla.

Aritmeetikas lahendatakse iga küsimus ainult antud arvude suhtes; algebras lahendatakse kõik samasisulised küsimused **üldisel kujul.**

Milles seisab matemaatilise küsimuse lahendamine üldisel kujul, selgugu meile järgmistest näidetest.

a) Ülesanne: Kaks raudteerongi sõidavad ühel ja samal ajal kahest linnast teineteisele vastu. Esimene rong sõidab tunnis keskmiselt 32 km, teine rong 29 km. Mitme tunni pärast peale oma sõidu algust kohtavad rongid teineteist, kui linnade vahemaa on 244 km?

Ühe tunni pärast liginevad rongid teineteisele $32 + 29 = 61$ km võrra; järjelikult kohtavad rongid teineteist

$$\frac{244}{32+29}=\frac{244}{61}=4 \text{ (tunni) pärast.}$$

Oletame, et sama ülesanne on tarvis lahendada mitte antud arvude 244 km, 32 km ja 29 km suhtes, vaid mistahes arvude suhtes. Säärasel juhusel oleks juba leitud lahendusviisi uuesti otsimine ilma-aegne aja kulutamine. Et leitud lahendusviisi tarvitada kõigi samasisuliste ülesannete lahendamiseks, seks võetakse tarvitusele harilikult ladina ehk prantsuse keele tähed, milledele võib igasuguseid arvulisi väärtusi anda.

Tähendame kahe linna vahemaa kilomeetrites a abil, esimese rongi keskmise sõidukiiruse km ühes tunnis b abil ja teise rongi keskmise sõidukiiruse km ühes tunnis c abil.

Lahendades antud ülesande üldisel kujul, leiame, et ühe tunni pärast liginevad rongid teineteisele $(b+c)$ km võrra, kuna nad aga teineteist kohtavad $\frac{a}{b+c}$ tunni pärast.

Pannes saadud üldkujulisesse lahendusesse vastavate tähtede asemele endised arvud ja arvutades näidatud tehted, saame endise vastuse

$$\frac{244}{32+29}=\frac{244}{61}=4 \text{ (t.)}$$

1. Järgnevaist arvudest kokku seada samasisulised ülesanded, kui ülemaltoodud ülesanne, ja lahendada nad üldkujulise lahenduse $\frac{a}{b+c}$ järele:

$a = 360;\ 200;\ 210;\ 430{,}1;\ 163^1/_8;$
$b = 40;\ 16;\ 20;\ 16{,}75;\ 34^1/_2;$
$c = 20;\ 24;\ 22;\ 22{,}35;\ 30^3/_4.$

b) Ülesanne. Segati kolme sorti püülijahu: 5 kg 37 mk. kg, 3 kg 45 mk. kg ja 2 kg 53 mk. kg. Kui palju maksab kg segu?

Lahendame antud ülesande üldisel kujul. Olgu
esimest sorti jahu a kg m mk. kg
teist „ „ b „ n „ „
kolmandat „ „ c „ p „ „

1 kg segu maksab üldisel kujul $\frac{a \,.\, m + b \,.\, n + c \,.\, p}{a + b + c}$ mk.;

pannes aga tähtede asemele antud arvud, leiame:

$$\frac{5 \,.\, 37 + 3 \,.\, 45 + 2 \,.\, 53}{5 + 3 + 2} = \frac{426}{10} = 42{,}6 \text{ mk.}$$

2. Antud arvudest seada kokku ülemaltoodud ülesandele vastavad ülesanded ja lahendada nad üldkujulise lahenduse $\frac{a \,.\, m + b \,.\, n + c \,.\, p}{a + b + c}$ abil.

$a = 28$; 2; 15; $17\frac{1}{7}$; $9{,}5$;
$b = 43$; 5; 20; $3{,}6$; 4;
$c = 29$; 6; 25; $4{,}8$; 3;
$m = 12$; $1{,}8$; 8; 4; $2{,}5$;
$n = 18$; 2; 7; 6; $2{,}2$;
$p = 15$; $2{,}5$; 4; 8; $1\frac{4}{5}$.

Lahendada järgnevad ülesanded aritmeetilisel teel, seada kokku lahendamise erikuju (aritmeetiline kuju) ja viimase järele üldkuju, võttes ülesandes antud arvude asemel ladinakeelsed tähed.

3. Kaupmees müüs 50 meetrit villast riiet 21000 marga eest. Kui palju maksab kaupmehel enesel 1 m seda riiet, kui ta müües sai 4000 mk. kasu?

4. 15 sõdurit parandasid silla 7 tunniga. Mitme tunniga oleksid 10 sõdurit sama töö ära teinud?

5. Sadamast sõitis välja laev 9-kilomeetrilise kiirusega tunnis. 7 tunni pärast sõitis samast sadamast välja teine laev $12\frac{1}{2}$-kilomeetrilise kiirusega tunnis. Mitme tunni pärast peale oma väljasõitu kohtab teine laev esimest?

6. Jalgrattasõitja sõitis 3 tundi 14-kilomeetrilise kiirusega tunnis ja 2 tundi 12-kilomeetrilise kiirusega tunnis. Kui suur oli jalgrattasõitja keskmine kiirus tunnis?

Lahendada järgnevad ülesanded üldisel kujul; pärast lahenduse üldkuju leidmist panna tähtede asemele antud arvud ja leida nende arvude kohane erivastus.

7. Laev sõitis b tunniga a kilomeetrit, liikudes ühtlaselt. Kui suur on laeva kiirus tunnis?

$a = 80;\ 34;\ b = 16;\ 5.$

8. m meetri kalevi eest maksti c marka. Kui palju tuleb maksta n meetri sama kalevi eest?

$m = 18;\ 30;\ c = 21600;\ 22500;\ n = 11;\ n = 28.$

9. a puuseppa ehitasid küüni t päevaga. Mitme päevaga oleksid ehitanud sama küüni b puuseppa?

$a = 16;\ 25;\ b = 18;\ 20;\ t = 9;\ 4.$

10. Ühes kastis on a kg teed, teises b kg. Mitu c-kilogrammilist pakki saab kahest kastist ühtekokku?

$a = 36;\ 180;\ b = 24;\ 120;\ c = 5;\ 10.$

11. Õpilasel oli a mk. raha; ta ostis b marga eest sulgi ja ülejäänud raha eest vihikuid, m mk. tükk. Mitu vihikut ostis õpilane?

$a = 23;\ 30;\ b = 3;\ 2;\ m = 5;\ 4.$

12. Keegi teenib kuus l mk. ja kulutab sama aja jooksul k mk. Ülejäänud raha tarvitab ta oma võla tasumiseks. Mitme kuuga tasub ta oma võla, mis d margaga võrdub?

$l = 13000;\ 15000;\ k = 10000;\ 12500;\ d = 18000;\ 30000.$

13. Ühes sõjaväe-osas on a jalameest ja b ratsameest, teises m jalameest ja n ratsameest. Mitu korda on esimene sõjaväe-osa suurem kui teine sõjaväe-osa?

$a = 5000;\ 38000;\ b = 600;\ 2000;\ m = 1000;\ 14400;$

$n = 400;\ 1600.$

14. Töömees saab päevas m mk., naistööline aga

n marga võrra vähem. Mitme päevaga teenib naistööline sama palju kui töömees t päevaga?

$m = 225$; 80; $n = 75$; 20; $t = 12$; 6.

§ 2. Algebraline avaldus.

Algebralisi arvusid nimetatakse **suurusteks.** Algebralised suurused avalduvad, nagu eespool nägime, tähtede kaudu.

Algebraliseks avalduseks nimetatakse kas iga üksikut algebralist suurust tähendavat tähte või algebralisi suurusi tähendavate tähtede (ja numbrite) **rühma, milles üksikud tähed** (ja numbrid) **on ühendatud tehteid ja nende järjekorda näitavate märkidega.**

Nõnda on a; $a.b$; $\frac{c}{d}$; $m+n$; $c-d$; $\frac{m+n}{a-b}$, $3ab$ jne. algebralised avaldused.

Algebralised avaldused on: **täisarvulised, murrulised, ratsionaalsed** ja **irratsionaalsed.**

Algebralist avaldust, millel ei ole tähelist jagajat (nimetajat), nimetatakse **täisarvuliseks** avalduseks. Näit. $3ab^2$; $m^2 + {}^2/_3 bc$ jne. on täisarvulised avaldused. Vastasel korral on algebraline avaldus **murruline** (näit.: $\frac{a-b}{a+b}$, $\frac{m+n}{c}$ jne.).

Algebralist avaldust, milles puudub juurimine, nimetatakse **ratsionaalseks** avalduseks. Kõik ülemalkäsitatud avaldused on ratsionaalsed.

Esineb aga algebralises avalduses juurimine, siis nimetatakse seda avaldust **irratsionaalseks.** $a\sqrt{2}$; $2\sqrt[3]{a^2}$ jne. on irratsionaalsed avaldused.

Algebralised avaldused jagunevad veel **üksliikmeteks** ja **hulkliikmeteks.**

Hulkliikmeks nimetatakse algebralist avaldust, mis moodustab mingisuguste suuruste summa või vahe.

Nõnda on algebralised avaldused: $2a + b - 3c + 5d$; $a^3 - 3m^2b + 5cb^2 + 2abc$ ja $\frac{m}{2} + \frac{n}{p} - \frac{r}{q}$ jne. hulkliikmeid.

Üksliikmeks nimetatakse iga üksikut suurust kui ka iga teist algebralist avaldust, mis moodustab mingisuguste suuruste korrutise, jagatise, astme või juure.

Näit.: a; $3ab$; $(abc)^2$; $\frac{m}{n-p}$; $\sqrt{p+q}$; $3a^2b^4$; $0{,}7\,abc^2$; $^5/_{11}\,a\sqrt{m^2n}$ on üksliikmed.

15. Kirjutada algebraline avaldus, mis on n võrra suurem kui m.

16. Kirjutada algebraline avaldus, mis on n võrra väiksem kui m.

17. Kirjutada m, n ja p summa.

18. Kirjutada a ja b korrutis.

19. Kirjutada x, y ja z korrutis.

20. Kirjutada m ja n jagatis.

21. Kirjutada m ja n korrutise ja p summa.

22. Kirjutada $^3/_4$ ja a korrutise ja b ja c jagatise vahe.

23. Kahe suuruse summa on s; üks neist suurustest on c; kui suur on teine suurus?

24. Kirjutada üldkujuline paarisarvu avaldus.

25. Kirjutada üldkujuline paaritu arvu avaldus.

26. Kirjutada nende suuruste algebraline avaldus, mis jäägita jaguvad 3-ga, 5-ga, 7-ga ja 11-ga.

27. Kirjutada nende suuruste algebraline avaldus, mis jagatult 5-ga annavad jäägis 3.

§ 3. Algebraline valem.

Kaht algebralist avaldust, mis isekeskis on ühendatud võrdsuse- või võrratusemärgiga, nimetatakse algebraliseks valemiks.

$a+b=b+a$; $a<a+b$; $a+b>b$ on algebralised valemid.

Järgnevaist lauseist kokku seada algebralised valemid:

28. m ja n summa on suurem kui m ja n vahe.
29. a ja b vahe on väiksem kui a.
30. m ja n summa võrdub a ja b korrutisega.
31. x ja y jagatis võrdub m ja n vahega.
32. a ja b poolsumma on a ja b jagatisest väiksem.
33. k on m võrra suurem kui l.
34. p on q võrra vähem kui r.
35. c on 10 korda suurem kui d.
36. a on 4 korda vähem kui b.
37. m on x ja y korrutisest n võrra suurem.
38. a ja b korrutis on d võrra suurem kui a.
39. Kui arvuga, milles on a ühelist ja b kümnelist, liita m, siis saame arvu, mis samade numbritega on kirjutatud, ainult vastupidises järjekorras.
40. Kui arvust, milles on a ühelist, b kümnelist ja c sajalist, lahutada m, siis saame arvu, mis samade numbritega on kirjutatud, kuid vastupidises järjekorras.
41. Kaupmees ostis raamatu m marga eest, müüs ta ära n marga eest, kuna ta r marka kasu sai. Avaldada iga suurus (m, n ja r) teistest suurustest olenevalt.
42. Õpilane ostis raamatu a marga eest; pärast tarvitamist müüs ta sama raamatu kaasõpilasele b marga eest, kusjuures ta c marka kahju sai. Avaldada iga suurus teistest suurustest olenevalt.
43. Ühes lähkris on a toopi, teises b toopi piima. Kui esimesest lähkrist valada teise lähkrisse d toopi, siis on kummaski lähkris ühepalju piima. Seada neist suurustest algebraline valem.

Avaldada algebraliste valemite abil järgnevad matemaatilised tõed, mis aritmeetikakursusest tuttavad:

44. Kahe suuruse summa korrutada kolmanda suu-

rusega on sama, kui esimene suurus korrutada kolmandaga, teine suurus korrutada kolmandaga ja saadud korrutised liita.

45. Selle asemel, et kahe suuruse summa jagada kolmanda suurusega, võime jagada esimese antud suuruse kolmandaga, teise antud suuruse kolmandaga ja saadud jagatised liita.

46. Kahe samanimelise (ühesuguse nimetajaga) murru summa võrdub murruga, mille lugejaks on antud murdude lugejate summa, aga nimetaja on endine.

47. Kahe samanimelise murru vahe võrdub murruga, mille lugejaks on antud murdude lugejate vahe, aga nimetaja on endine.

48. Kahe murru korrutis võrdub säärase murruga, mille lugejaks on antud murdude lugejate korrutis, aga nimetajaks antud murdude nimetajate korrutis.

49. Kahe murru jagatis võrdub niisuguse murruga, mille lugejaks on antud esimese murru lugeja ja teise murru nimetaja korrutis, aga nimetajaks on antud esimese murru nimetaja ja teise murru lugeja korrutis.

Kokku seada ülesanded, mis lahenduksid järgnevate valemite abil, kus x on otsitav suurus:

50. $x = a.b + c$; $x = a.b - c$.

51. $x = \frac{a+b}{m}$; $x = \frac{a-b}{m}$.

52. $x = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$; $x = \frac{a}{b} - \frac{c}{d}$.

53. $x = \frac{m}{p+q}$; $x = \frac{m}{p-q}$.

54. $x = \frac{a.k + b.l}{a+b}$; $x = \frac{a.k - b.l}{a+b}$.

§ 4. Kordaja ja astmenäitaja tarvitamine.

Kui mitme suuruse korrutises on olemas arvtegur, nagu näiteks korrutistes $m.5.n$ ja $a.b.{}^3/_4.d$, siis kirjutatakse see arvtegur korrutise ette. Nõnda võiksime antud korrutised kirjutada järgmiselt: $5mn$*) ja $^3/_4abd$.

Arvtegurit, mis seisab tähelise avalduse ees, nimetatakse kordajaks ehk koeffitsiendiks.

Täisarvuline kordaja näitab, mitu korda on täheline avaldus, mille ees kordaja seisab, võetud liidetavana või lahutatavana.

Näit. avalduses: $3\,ab - 4\,c$ näitab kordaja 3, et avaldus ab on võetud liidetavana 3 korda $(ab + ab + ab = 3\,ab)$, kuna aga kordaja 4 samas avalduses näitab, et algebraline avaldus c on võetud 4 korda lahutatavana.

Kordajat 1 harilikult ei tarvitata; näit. avaldus $1\,abc$ kirjutatakse harilikult ilma kordajata, nimelt: abc.

Murdarvuline kordaja näitab, missugune osa tähelisest avaldusest, mille ees seisab kordaja, on võetud liidetavana või lahutatavana.

Näit. avalduses $^3/_4\,mn - {}^2/_3\,xy$ näitab kordaja $^3/_4$, et tähelisest avaldusest mn on võetud $^3/_4$ osa ja sellest osast on lahutatud $^2/_3$ osa tähelisest avaldusest xy.

Järgnevate ülesannete järele kokku seada algebralised avaldused ja näidata neis avaldustes esinevad kordajad ehk koeffitsiendid:

55. Õpilane saab isalt iga kuu a mk. Mitu mk. saab õpilane 3 kuu jooksul?

56. Mitu ühelist on arvus, mis sisaldab eneses a kümnelist ja b ühelist?

57. Mitu ühelist on arvus, mis sisaldab eneses a tuhandelist, b sajalist, c kümnelist ja d ühelist?

58. Mitu m on a km ja b dkm?

59. Mitu grammi on m kg, n hg, p dkg ja q g?

---

*) Algebralistes avaldustes harilikult korrutamismärki ei kirjutata.

60. Mitu sülda on m versta ja n sülda? Mitu versta on m versta ja n sülda?

61. Mitu päeva on x nädalat ja y päeva? Mitu minutit on s tundi ja t minutit? Mitu tundi on s tundi ja t minutit? Mitu sekundit on s tundi ja t minutit?

62. Mitu liitrit vett mahub kolme ühesuurusesse täisnelinurksete seinte ja põhjaga riista sisse, kui riista pikkus on a dm, laius b dm ja kõrgus c dm?

63. Töölised kaevavad 8 m sügavust kaevu tingimusega, et neile makstakse esimese meetri sügavuse pealt a mk., iga järgmise meetri pealt aga b marga võrra rohkem kui eelmise pealt. Kui palju raha saavad nad viienda meetri pealt ja kui palju viimase meetri pealt?

Kirjutada järgnevad avaldused kordajaid tarvitades kõige lihtsamal kujul:

64. $x+x+x$; $y+y+y+y$; $m+m+m+m+m$.

65. $mn+mn+mn$; $abc+abc$; $klm+klm+klm$.

66. x^2+x^2; $y^2+y^2+y^2$; $z^3+z^3+z^3+z^3$.

67. $a+a+a-b-b$; $c+c-d-d-d-d-d$.

68. $ab+ab+ab-cd-cd-cd$; $d-mn-mn-mn$.

69. $\frac{a}{3}+\frac{a}{3}$; $\frac{x}{10}+\frac{x}{10}+\frac{x}{10}$; $\frac{ab}{5}+\frac{ab}{5}+\frac{ab}{5}$.

70. $\frac{xyz}{7}+\frac{xyz}{7}-\frac{mn}{5}-\frac{mn}{5}-\frac{mn}{5}-\frac{mn}{5}$.

71. $\frac{a+a+a}{b+b}$; $\frac{c+c+c+c}{d+d+d}$; $\frac{mn+mn}{cd+cd+cd-kl}$.

Järgnevad avaldused kirjutada ilma koeffitsiendita:

72. $4\,ab$; $3\,abc$; $7\,mpn$; $5\,p^2q$.

73. $^2/_3\,x$; $^3/_7\,y$; $^5/_8\,q$; $^7/_9\,m^2$; $^4/_5\,m^3n^2$.

74. $2\,a+3\,b$; $4\,x^2+5\,y^2$; $3\,m-4\,n$; $2\,xy^2-3\,c^3$.

75. $3\,xy-4\,z^2$; $4\,mn+3\,p^2$; $2\,abc-3\,pqr$.

76. $a-2\,b+3\,c-4\,d$; $3\,ab-2\,cd-4\,m^2n^2+3\,x^4$.

Tehet, mille abil leitakse ühesuguste tegurite korrutis, nimetatakse astendamiseks.

$$6 \,.\, 6 \,.\, 6 = 6^3 = 216.$$

$$a \,.\, a \,.\, a \,.\, a = a^4.$$

6^3 on arvu 6-e **arvutamata** kolmas **aste**; 216 on arvu 6-e **arvutatud** kolmas **aste.** a^4 on suuruse a neljas aste. Korduvad tegurid 6 ja a on **astme alused.** Arvud 3 ja 4, mis näitavad korduvate tegurite hulka, on **astmenäitajad.**

Teist astet nimetatakse teise sõnaga **ruuduks**; nõnda on arvu 9 ruut 81 ja suuruse a ruut a^2. Kolmat astet nimetatakse teise sõnaga **kuubiks**; arvu 5 kuup on 125 ja suuruse b kuup on b^3.

Järgnevatest ülesannetest kokku seada algebralised valemid, näidata neis valemites esinevad astmenäitajad ja arvutada kokkuseatud valemid antud aritmeetiliste arvude suhtes.

77. Kirikuline kohtas kiriku ukse juures m santi ja andis igale sandile nii mitu marka, kui mitu santi oli. Mitu marka jagas kirikuline santidele?

1) $m = 5$; 2) $m = 10$.

78. Tööliste salk, milles a töölist, töötas a tundi, kusjuures igale töölisele maksti a mk. tunnis. Kui palju raha teenis tööliste salk ühtekokku?

1) $a = 20$; 2) $a = 15$; 3) $a = 25$.

79. Mitu kantmeetrit õhku on toas, kui toa pikkus on a meetrit, laius ka a meetrit, kuid kõrgus on b meetrit?

1) $a = 10$; $b = 3$; 2) $a = 8$; $b = 2^1/_2$.

80. b arssina pikkune nöör lõigati a võrdseks osaks, iga osa lõigati veel a võrdseks osaks jne., kusjuures seda lõikamist toimetati n korda. Mitmeks osaks lõigati terve nöör ja kui suur on iga osa?

1) $a = 2$; $n = 5$; $b = 1$; 2) $a = 3$; $n = 4$; $b = 3$.

Astmenäitajate abil kirjutada järgnevad algebralised avaldused kõige lihtsamal kujul:

81. $x.x.x$; $z.z.z.z$; $y.y.y.y.y$.
82. $a.a.b.b.b$; $c.c.c.d.d$; $m.m.n.n.n$.
83. $2.a.a.a.b.b.b.b$; $4.c.c.d.d.d$.
84. $m.m.n+m.n.n$; $p.p.q-p.q.q$.
85. $a.a.a.c-a.c.c.c$; $x.x.y.y.y+x.x.x.y.y$.
86. $a.a.a.....a$ (n korda); $b.b.b.....b$ (m korda).

Järgnevad algebralised avaldused kirjutada ilma astmenäitajateta:

87. a^3; b^2; c^5; d^7.
88. $2a^2b$; $3ab^2$; $5c^2x^3$.
89. c^5d^2; c^2d^5; $^3/_4 x^5y^4$.
90. x^2+y^2; x^2-y^2.
91. a^3+b^3; a^3-b^3.
92. a^m; n^x; k^n.

Arvutada järgmised avaldused:

93. 2^3; 3^2.
94. 4^3; 3^4.
95. 2^5; 5^2.
96. 7^2; 16^2.
97. 13^3; 17^2.
98. 20^2; 30^3.
99. 400^2; 250^2.
100. $(^1/_2)^2$; $(^1/_2)^3$.
101. $(^1/_3)^2$; $(^1/_4)^2$.
102. $(^2/_3)^2$; $(^3/_4)^2$.
103. $(^4/_5)^3$; $(^2/_7)^4$.
104. $(1^1/_2)^2$; $(2^1/_3)^2$.
105. $(3^1/_7)^2$; $(5^2/_{13})^2$.
106. $(22^1/_2)^2$; $(2^3/_{11})^3$.
107. $(0,1)^2$; $(0,1)^4$.
108. $(0,3)^3$; $(0,7)^2$.
109. $(1,5)^2$; $(3,5)^3$.
110. $(1,9)^3$; $(4,8)^2$.
111. $(0,01)^2$; $(0,01)^3$.
112. $(0,12)^2$; $(0,28)^2$.
113. $(1,04)^2$; $(2,05)^2$.
114. $(1,21)^2$; $(3,25)^2$.

115. Arvutada ja meeles pidada arvude 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 ja 15 ruudud ja kuubid.

116. Lihtsustada järgnevate algebraliste avalduste kirjutamist kordajate ja astmenäitajate tarvitamise abil:

117. $a+a-a.a.a$; $b+b+b-b.b$.
118. $m.m+m.m+mm$; $m.m.m+m.m.m$.
119. $xxy+xxy+xxy$; $xzz+xzz$.

120. $\frac{aab+aab+aab}{cc+cc}$; $\frac{aaa+aaa+aaa}{bb+bb+bb+bb}$.

121. $aa+aa+aa-\frac{ab}{3}-\frac{ab}{3}$; $xxx+xxx+\frac{yz}{5}+\frac{yz}{5}$.

122. $\frac{aa}{3}+\frac{aa}{3}+\frac{bb}{4}+\frac{bb}{4}+\frac{bb}{4}$; $\frac{xxx}{5}+\frac{xxx}{5}-\frac{zz}{10}-\frac{zz}{10}-\frac{zz}{10}$.

Järgnevad avaldused kirjutada kordajateta ja astmenäitajateta:

123. $2\,a^3$; $3\,a^2$.
124. $4\,x^3$; $3\,x^4$.
125. $2\,m^3p$; $3\,mp^2$.
126. $^2/_3 a^3+b^2$; $x^2-{}^3/_4 y^3$.
127. $a^2-2ab+b^2$; a^3-b^3.
128. $a^3-3\,a^2x+3\,ax^2-x^3$.

§ 5. Algebraliste avalduste arvsuurus. Sulud.

Eelmistes ülesannetes leidsime sagedasti algebralise avalduse erisuuruse sel teel, et avalduses esinevate tähtede asemele aritmeetilised arvud panime; seda erisuurust nimetatakse algebralise avalduse **arvsuuruseks.**

Algebralise avalduse arvsuuruseks nimetatakse arvu, mille saame, kui algebralises avalduses esinevate algebraliste suuruste asemele paneme antud arvud ja lahendame selle avalduse nende arvude suhtes.

Algebraliste avalduste arvsuuruste leidmisel peame avalduses esinevate tehete järjekorda kindlasti teadma, vastasel korral võime väga sagedasti (kuid mitte alati) ebaõige arvsuuruse saada. Antagu näit. avaldus $m+pq$, kus $m=40$; $p=6$ ja $q=5$. Liites esmalt m ja p ja korrutades saadud summat q-ga, leiaksime arvsuuruse $(40+6).5=46.5=$ **230.**

Tarvitades aga teist järjekorda, nimelt korrutades esmalt p ja q ja liites selle korrutise m-ga, saame sellele avaldusele koguni teise arvsuuruse, nimelt: $40+6.5=$ **70.**

Toodud näitest on küllalt, et selgitada, kui tähtis on tehete järjekord matemaatiliste avalduste arvsuuruste leidmisel.

Algebralise avalduse tehete järjekorra tingimused on samad, mis on aritmeetilise avalduse tehete järjekorra tingimused.

a) **Kui algebralises avalduses puuduvad sulud, siis tähendab see seda, et antud avalduses tarvis arvutada selles järjekorras, nagu kirjutatud, esmalt kolmanda järgu tehted** (astendamine ja juurimine), **siis teise järgu tehted** (korrutamine ja jagamine) **ja viimaks esimese järgu tehted** (liitmine ja lahutamine).

Niisugust tehete järjekorda nimetatakse **loomulikuks** järjekorraks.

Näide:

$$\frac{3a^2b^2}{d^2} - d^3\sqrt{a} + \frac{a^3}{d^3}; \qquad \begin{array}{|l} a = 4 \\ b = 3 \\ d = 2. \end{array}$$

Paneme algebraliste suuruste asemele antud arvud:

$$\frac{3 \,.\, 4^2 \,.\, 3^2}{2^2} - 2^3 \,.\, \sqrt{4} + \frac{4^3}{2^3};$$

arvutame astendamise ja juurimise tehted:

$$\frac{3 \,.\, 16 \,.\, 9}{4} - 8 \,.\, 2 + \frac{64}{8};$$

arvutame korrutamise ja jagamise tehted:

$$108 - 16 + 8;$$

arvutades liitmise ja lahutamise tehted, saame **100**, mis ongi antud algebralise avalduse arvsuurus.

Leida järgnevate algebraliste avalduste arvsuurused:

129. $a^3 + 2a^2 + 3a + 1$.
1) $a = 5$; 2) $a = 10$.

130. $2a^3 - 3a^2 + 5a - 6$.
1) $a = 6$; 2) $a = 3$.

131. $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$.
1) $x = 4$; 2) $x = 10$.

132. $2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + x - 1$.
1) $x = 3$; 2) $x = 4$.

133. $4x^2 - 2xy + 3y^2$.
1) $x=3; y=2$; 2) $x=3; y=\frac{1}{3}$.

134. $6a^3 - a^2b + 2b^3$.
1) $a=3; b=1$; 2) $a=\frac{1}{3}; b=\frac{1}{2}$.

135. $2m^4 - m^3n + 2m^2n^2$.
1) $m=2; n=\frac{1}{2}$; 2) $m=\frac{2}{3}; n=\frac{3}{4}$.

136. $\frac{1+a-a^2}{1-a+a^2} + \frac{8a-7}{1+a-a^2}$.
$a=1$.

137. $\frac{a^3+x^3}{a^2-ax+x^2}$.
1) $a=8; b=2$; 2) $a=7; b=5$.

138. $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab-b^2}$.
1) $a=3; b=2$; 2) $a=6; b=5$.

139. $\frac{a^3-x^3}{a^2+ax+x^2}$.
1) $a=12; b=2$; 2) $a=8; b=3$.

140. $\frac{3m\sqrt{a^2+b^3}}{4\sqrt{m^2+b+\frac{1}{3}}}$.
$a=1$; $b=2$; $m=\frac{2}{3}$.

141. $x\sqrt{x^2-8y} + y\sqrt{x^2+8y}$.
$x=5$; $y=3$.

Kui tahetakse algebralises avalduses tehete loomulikku järjekorda muuta, siis tarvitatakse selleks sulgusid, mis meile aritmeetikakursusest juba tuttavad.

b) **Kui algebralises avalduses esinevad sulud, siis arvutatakse kõige pealt need tehted, mis on näidatud ümmargustes sulgudes, siis tehted, mis on näidatud nurgelistes sulgudes, peale selle tehted, mis on näidatud loogelistes sulgudes, kuna peale sulgude kaotamist tehete järjekord loomulikuks muutub.**

Seejuures tuleb silmas pidada, et 1) murru joonel ja 2) juuremärgi joonel on sulgude tähendus: $\frac{m+n}{m-n}$ tähendab sama, mis $(m+n):(m-n)$, ja $\sqrt{m-n+k}$ tähendab sama, mis $\sqrt{(m-n+k)}$.

Järgnevad avaldused lugeda, näidata tehete järjekord ja leida avalduste arvsuurused:

142. $a-bc$; $(a-b)c$.
1) $a=10$; $b=3$; $c=2$; 2) $a=18$; $b=4$; $c=3$.

143. $a-b-c$; $a-(b-c)$.
1) $a=15$; $b=4$; $c=2$; 2) $a=9$; $b=4$; $c=3$.

144. $a-b+c-d$; $a-(b+c)-d$; $a-(b+c-d)$.
1) $a=30$; $b=5$; $c=7$; $d=2$; 2) $a=25$; $b=8$; $c=6$; $d=9$.

145. $a+bc-d$; $(a+b)c-d$; $a+b(c-d)$; $(a+b)(c-d)$.
1) $a=10$; $b=5$; $c=4$; $d=2$; 2) $a=22$; $b=2$; $c=4$; $d=1$.

146. $(x+y)^2$; x^2+y^2.
1) $x=17$; $y=2$; 2) $x=8$; $y=3$.

147. $(x-y)^2$; x^2-y^2.
1) $x=11$; $y=3$; 2) $x=20$; $y=1$.

148. $3m+n^2$; $3(m+n)^2$; $(3m+n)^2$; $[3(m+n)]^2$.
1) $m=10$; $n=2$; 2) $m=6$; $n=4$.

149. $\frac{1+x^2}{(1+xy)^2+(x+y)^2}$.
$x={}^1/_2$; $y={}^1/_3$.

150. $\frac{1-x^2}{(1-xy)^2-(x-y)^2}$.
$x={}^1/_2$; $y={}^1/_3$.

151. $\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4ab}$.
$a=1$; $b={}^3/_4$.

152. $\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{4ab}$.
$a={}^4/_3$; $b=1$.

Järgnevaist lauseist kokku seada algebralised avaldused ja leida nende avalduste arvsuurused:

153. Suuruste a ja b ruutude summa.
1) $a=5$; $b=2$; 2) $a=15$; $b=25$.

154. Suuruste a ja b summa ruut.
1) $a=5$; $b=2$; 2) $a=15$; $b=25$.

155. Suuruste m ja n ruutude vahe.
1) $m=12$; $n=2$; 2) $m=11$; $n=9$.

156. Suuruste m ja n vahe ruut.
1) $m=12$; $n=2$; 2) $m=11$; $n=9$.

157. Suuruste x ja y kuupide summa.
1) $x=4$; $y=3$; 2) $x=10$; $y=2$.

158. Suuruste x ja y summa kuup.
1) $x=4$; $y=3$; 2) $x=10$; $y=2$.

159. Suuruste z ja t kuupide vahe.
1) $z=6$; $t=2$; 2) $z=10$; $t=1$.

160. Suuruste z ja t vahe kuup.

1) $z=6$; $t=2$; 2) $z=10$; $t=1$.

161. Suuruste a ja b summa ja vahe korrutis.

1) $a=12$; $b=5$; 2) $a=10$; $b=8$.

162. Suuruste a ja b summa ja vahe jagatis.

1) $a=16$; $b=4$; 2) $a=25$; $b=5$.

163. Suuruste a ja b vahe, mis korrutatud c-ga ja pärast seda liidetud d ja x korrutisega.

1) $a=20$; $b=3$; $c=2$; $d=4$; $x=5$; 2) $a=32$; $b=4$; $c=2$; $d=5$; $x=8$.

164. Suurusest a lahutatakse suuruste b ja c korrutis, saadud vahega liidetakse suuruste d ja x korrutis.

Suurustel on samad väärtused, mis nr. 163.

165. Suuruse m kuubist lahutatakse kahekordne suurus n ja saadud vahest lahutatakse suuruse p kuup.

1) $m=10$; $n=4$; $p=1$; 2) $m=12$; $n=5$; $p=1$.

166. Suuruse m kuubist lahutatakse kahekordse suuruse n ja suuruse p vahe kuup.

Suurustel on samad väärtused, mis nr. 165.

167. Suurusest m lahutatakse kahekordne suurus n, saadud vahest lahutatakse suurus p, kuna terve saadud vahe astendatakse kuupi (kuubitakse).

Suurustel on samad väärtused, mis nr. 165.

168. Suurusest m lahutatakse suuruste n ja p kahekordne vahe ja saadud vahe astendatakse kuupi.

Suuruste väärtused endised.

Järgnevaist lauseist kokku seada algebralised valemid ja arvusid antud tähtede asemele pannes proovida, kas valemid on õiged.

169. Suuruste a ja b vahe ruut võrdub esimese suuruse ruuduga, miinus esimese ja teise suuruse kahekordne korrutis, pluss teise suuruse ruut.

1) $a=5$; $b=3$; 2) $a=10$; $b=2$; 3) $a=60$; $b=5$.

170. Suuruste a ja b summa ja vahe korrutis võrdub nende suuruste ruutude vahega.

1) $a=10$; $b=4$; 2) $a=25$; $b=15$; 3) $a=100$; $b=4$.

171. Suuruste a ja b summa ruut võrdub esimese suuruse ruuduga, pluss esimese ja teise suuruse kahekordne korrutis, pluss teise suuruse teine aste.

1) $a=5$; $b=3$; 2) $a=10$; $b=2$; 3) $a=60$; $b=5$.

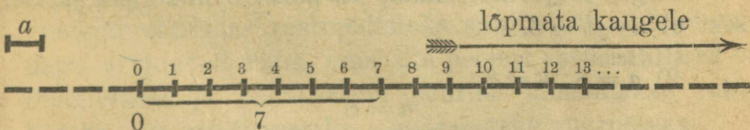
II osa.

Suhtelised ehk relatiivsed suurused.

§ 1. Arvjoon.

Iga üksikut arvu kui ka tervet loomulikku arvurida võime enestele ette kujutada sirgjoonel. Selleks valime vabalt ühe joonlõigu a, millele me mingisuguse **üksuse** tähenduse anname. Samuti võtame vabalt lõpmatu sirgjoone, millel märgime juhuslise punkti 0-ga. Seda punkti nimetame **nullpunktiks** ehk **alguspunktiks.**

Olgu näiteks tarvis arvjoonel kujutada arvu 7. Selleks asetame võetud sirgjoonel punktist 0 paremale poole üksuseks võetud lõigu a, mis vastaku käesoleval juhusel arvule 1, 7 korda. Joonlõik alguspunktist O kuni numbrini 7 (abstsiss) kujutab arvu 7.



Et loomulikul arvureal lõppu ei ole, siis ulatub see rida arvjoonel nullpunktist algades **lõpmata kaugele** paremale poole.

Joont, mille abil kujutatakse arvusid, nimetatakse **arvjooneks,**

172. Kujutada arvjoonel järgmised suurused: a) 4 sm; 7 sm; 2 dm; $3\frac{1}{2}$ dm; $5\frac{3}{4}$ tolli; b) 12; 4; 10; 5; 7; 3; 6; c) $1\frac{1}{2}$; $5\frac{1}{4}$; $2\frac{3}{4}$; $3\frac{1}{3}$; $5\frac{2}{3}$; $1\frac{7}{8}$; $3\frac{3}{5}$; d) 1,1; 2,5; 3,4; 6,9, ja e) a; m; x; b; y; n, kusjuures tähelistele suurustele enne nende kujutamist mingisugune arvuline väärtus tuleb anda.

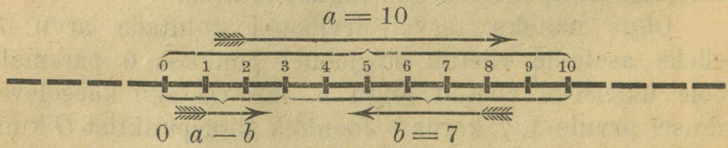
§ 2. Positiivsed, nullised ja negatiivsed suurused.

Arvjoonel võime kujutada mitte ainult arvusid, vaid ka matemaatilisi tehteid. Antagu näiteks arvjoonel lahendada järgmine ülesanne:

173. Poisil oli a mk. raha. b marga eest ostis ta omale vihiku. Mitu marka jäi poisil üle?

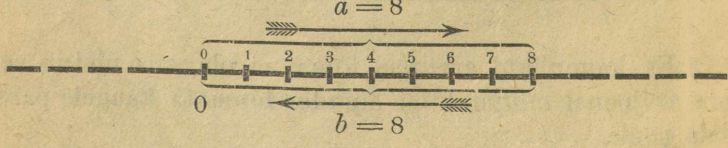
See ülesanne lahendub valemi järele $\boldsymbol{x = a - b}$. Leiame x-le vastava avalduse $a - b$ arvsuuruse, kui

1) $a = 10$; $b = 7$



Nagu arvjoonelt näha, jäi poisil 3 mk. raha järele, sest et $a - b = 3$.

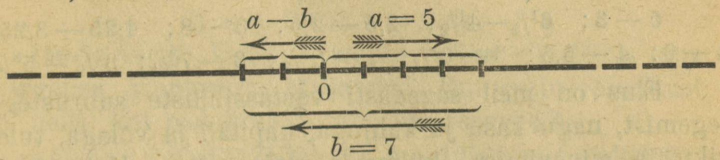
2) $a = 8$; $b = 8$



Arvjoonelt selgub, et a ja b antud väärtuste juures ei jäänud poisil raha üle, sest et $a - b = 0$.

Vastused, mis me antud ülesande lahendusel saime: 3 mk. ja 0 mk. on meile aritmeetikast tuntud.

3) $a = 5$; $b = 7$



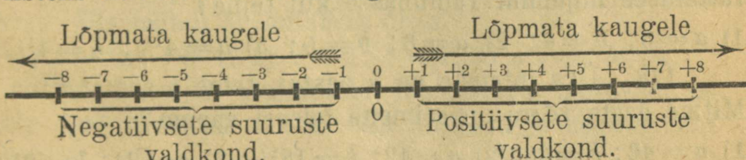
Arvjoon näitab, et a ja b antud väärtusi tarvitades peame avalduse $a - b$ lahendamiseks kahe joonlõigu võrra nullpunktist ehk alguspunktist **pahemale poole** minema, s. o. avalduse $a - b$ arvsuurus on 2 üksust nullpunktist pahemale poole.

Suurusi, millede siht on nullpunktist pahemale poole, nimetatakse negatiivseteks suurusteks; negatiivsete suuruste **sihti** märgitakse miinusega ($-$).

Nõnda võime avalduse $a - b$ arvsuuruse kolmandal juhusel järgmiselt kirjutada: $a - b = 5 - 7 = -2$. Saadud vastust antud ülesande kohaselt seletades võiksime ütelda, et õpilane, kellel 5 mk. raha on, võib ainult siis 7-margalise vihiku osta, kui ta 2 marka laenab.

Suurusi, millede siht on nullpunktist paremale poole, nimetatakse positiivseteks suurusteks; positiivsete suuruste **sihti** märgitakse plussiga ($+$).

Negatiivseid suurusi nimetatakse positiivsete suurustega võrreldes vastupidisteks suurusteks, sest et nad, nagu arvjoonelt näha, oma sihi poolest **vastassihilised** on. Positiivseid ja negatiivseid suurusi nimetatakse **suhtelisteks** ehk **relatiivseteks** algebralisteks suurusteks.



174. Arvjoonel lahendada järgnevad tehted ja jõuda otsusele, missugused on nende tehete vastused: kas positiivsed, nullised või negatiivsed:

$5-3$; $6^1/_2-4^1/_2$; $2{,}5-2{,}5$; $3-8$; $4{,}25-3{,}25$; $4-9$; $4-5{,}5$; $3-6^1/_4$; $1-8^2/_3$; $3-7^3/_4$; $3^1/_2-5^3/_8$.

Elus on meil sagedasti vastassihiliste suurustega tegemist, nagu kasu ja kahjuga, kapitali ja võlaga, tuleviku ja minevikuga, külma ja soojaga jne. Kui mingisugust neist suurustest nimetame positiivseks, siis peame tema vastupidist suurust negatiivseks nimetama. Näiteks, kui kasu nimetada positiivseks, siis peame kahju negatiivseks nimetama jne.

Lahendada järgnevad ülesanded üldisel kujul; leida saadud valemite arvsuurus ja seletada saadud vastuste tähendus; samuti ära tähendada, kus saadud vastus ülesandele ei vasta, ühes põhjusega, mispärast ei vasta.

175. Lendur lendas a km Tartust lõuna poole; pärast seda lendas ta aga b km põhja poole. Kus pool Tartut ja kui kaugel Tartust on ta praegu?

1) $a=120$; $b=90$; 2) $a=110$; $b=225$; $a=70$; $b=70$.

176. Lootsikumees sõudis a meetrit vastu vett ja pärast seda b meetrit päri vett. Kui kaugel endisest kohast ja kus pool endist kohta asub ta praegu?

1) $a=80$; $b=25$; 2) $a=50$; $b=90$; 3) $a=30$; $b=30$.

177. Kaks jalgrattameest sõitsid ühel ja samal päeval Tallinnasse: üks kella a ajal ja teine kella b ajal pärast lõunat. Mitme tunni võrra sõitis esimene jalgrattamees hiljemini Tallinnasse kui teine?

1) $a=6$; $b=4$; 2) $a=3$; $b=5$; 3) $a=4^1/_2$; $b=4^1/_2$.

178. Üks inimene on a aastat, teine b aastat vana. Mitme aasta võrra on esimene teisest vanem?

1) $a=46$; $b=38$; 2) $a=12$; $b=18^1/_2$; 3) $a=24$; $b=24$.

179. Kaup osteti m marga eest, müüdi ära n marga eest. Kui palju saadi kasu?

1) $m = 19000$; $n = 15500$; 2) $m = 5250$; $n = 7400$;
3) $m = 1125$; $n = 1125$.

180. Keegi, kellel b marka võlga oli, jättis oma a-margalise kinnisvara pärijatele. Kui palju pärandust jääb neile, kui nad kinkija võla ära tasuvad?

1) $a = 500000$; $b = 112500$; 2) $a = 125000$; $b = 400000$;
3) $a = 5250$; $b = 5250$.

181. Panga **aktiva** (varandus) on a miljoni mk., **passiva** (võlg) aga b miljoni mk. Missugune on selle panga **balanss** (tasakaal) praegusel silmapilgul (kas varandus on suurem kui võlg või vastupidi)?

1) $a = 18$; $b = 14$; 2) $a = 17$; $b = 19^1/_2$; 3) $a = 12$; $b = 12$.

182. Kauba brutto-raskus on a kg, tara-raskus b kg. Kui suur on kauba netto-raskus?

1) $a = 48$; $b = 3$; 2) $a = 15$; $b = 17$; 3) $a = 15$; $b = 15$.

183. Kuuvarjutus algas b minutit pärast päikese loojaminekut ja lõppes a minutit pärast päikese loojaminekut. Kui kaua vältas kuuvarjutus?

1) $a = 49$; $b = 12$; 2) $a = 13$; $b = 43$; 3) $a = 45$; $b = 45$.

184. Püstküliku-kujulise põllu pikkus on a meetrit, laius aga b meetri võrra vähem. Kui lai on põld?

1) $a = 400$; $b = 240$; 2) $a = 360$; $b = 420$; 3) $a = 150$; $b = 150$.

185. a õpilast mängisid palli; b õpilast lõpetasid mängu. Mitu õpilast jäi mängima?

1) $a = 14$; $b = 5$; 2) $a = 7$; $b = 13$; 3) $a = 6$; $b = 6$.

186. Kraadiklaas näitas keskpäeval a kraadi sooja (ülevalpool nullpunkti); õhtuks langes elavhõbe b kraadi võrra. Mis näitab kraadiklaas õhtul?

1) $a = 12$; $b = 4$; 2) $a = 2$; $b = 5$; 3) $a = 4$; $b = 4$.

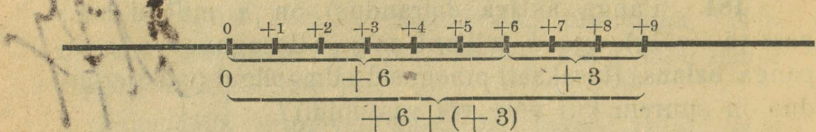
Ülemaltoodud ülesannete lahendused näitavad, et mitte igal suurusel ei või olla nulliseid ja negatiivseid väärtusi.

§ 3. Suhteliste ehk relatiivsete suuruste liitmine.

Suhteliste suuruste absoluutseks suuruseks nimetatakse sama suurust ilma sihimärgita.

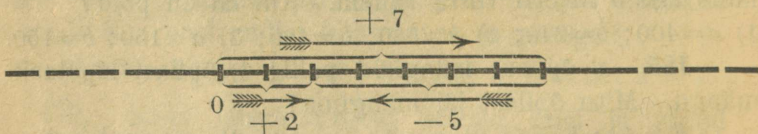
Suhteliste suuruste liitmisel võib olla 4 juhust:

1) Positiivse suuruse liitmine positiivse suurusega: $+6+(+3)$.

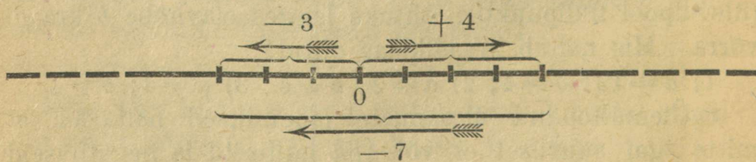


Kujutame arvjoonel positiivse arvu $+6$; et teine liidetav on $+3$, siis asetame summa saamiseks samas sihis veel 3 üksust edasi. Nõnda on $\mathbf{+6+(+3)=+9}$, s. o. et **positiivsed suurused liita, selleks liidame nende absoluutsed väärtused ja märgime saadud summa positiivsusemärgiga.**

2) Positiivse suuruse liitmine negatiivse suurusega. Antagu näiteks liita $+7+(-5)$ ja $+4+(-7)$.

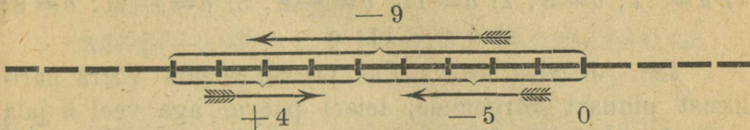


$\mathbf{+7+(-5)=+2}$.

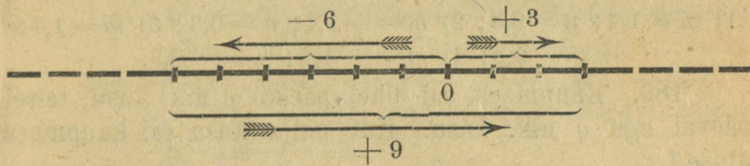


$\mathbf{+4+(-7)=-3}$.

3) Negatiivse suuruse liitmine positiivse suurusega. Antagu liita $-9+(+4)$ ja $-6+(+9)$.



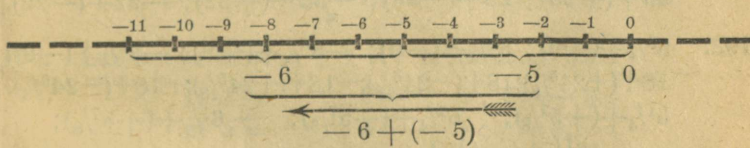
$-9+(+4)=-5.$



$-6+(+9)=+3.$

Et liita positiivne suurus negatiivse suurusega või negatiivne suurus positiivse suurusega, selleks on tarvis lahutada aritmeetilisel teel suuremast absoluutsest suurusest väiksem absoluutne suurus ja saadud vahe ette panna suurema absoluutse suuruse märk.

4) Negatiivse suuruse liitmine negatiivse suurusega. Antagu liita $-5+(-6)$.



$-6+(-5)=-11.$

Et negatiivsed suurused liita, selleks liidame nende absoluutsed väärtused ja märgime saadud summa negatiivsusemärgiga.

Arvutada järgmised liitmistehted:

187. Termomeeter näitas hommikul a kraadi sooja, lõunaks tõusis ta veel b kraadi võrra. Mitu kraadi näitab termomeeter lõunal?

1) $a=11$; $b=8$; 2) $a=11$; $b=-8$; 3) $a=-11$; $b=8$; 4) $a=-11$; $a=-8$.

188. Jõevesi tõusis ühel päeval m jala võrra harilikust pinnast kõrgemale, teisel päeval aga veel n jala võrra kõrgemale. Mitme jala võrra oli vesi teisel päeval harilikust pinnast kõrgemal?

1) $m=1{,}4$; $n=0{,}3$; 2) $m=-1{,}4$; $n=0{,}3$; 3) $m=1{,}4$; $n=-0{,}3$; 4) $m=-1{,}4$; $n=-0{,}3$.

189. Kaupmees sai ühel päeval p mk. kasu, teisel päeval aga q mk. kasu. Kui palju kasu sai kaupmees üldse?

1) $p=1500$; $q=750$; 2) $p=1500$; $q=-750$; 3) $p=-1500$; $q=750$; 4) $p=-1500$; $q=-750$.

190. $5+(+7)$; $5+(-7)$; $-5+(+7)$; $-5+(-5)$.
$12+(+9)$; $12+(-9)$; $-12+(+9)$; $-12+(-9)$.
$10+(+18)$; $10+(-18)$; $-10+(+18)$; $-10+(-18)$.

191. $7+(+7)$; $7+(-7)$; $-7+(+7)$; $-7+(-7)$.
$15+(+15)$; $15+(-15)$; $-15+(+15)$; $-15+(-15)$.
$23+(+23)$; $23+(-23)$; $-22+(+22)$; $-22+(-22)$.

192. $8^3/_4+(+9)$; $8^3/_4+(-9)$; $-8^3/_4+(+9)$; $-8^3/_4+(-9)$.
$18+(+24^5/_8)$; $18+(-24^5/_8)$; $-18+(+24^5/_8)$; $-18+(-24^5/_8)$.
$6^1/_4+(+5^7/_8)$; $6^1/_4+(-5^7/_8)$; $-6^1/_4+(+5^7/_8)$; $-6^1/_4+(-5^7/_8)$.

193. $^2/_3+(+^1/_2)$; $^2/_3+(-^1/_2)$; $-^2/_3+(+^1/_2)$; $-^2/_3+(-^1/_2)$.
$^3/_8+(+^4/_5)$; $^3/_8+(-^4/_5)$; $-^3/_8+(+^4/_5)$; $-^3/_8+(-^4/_5)$.
$^1/_6+(+^1/_9)$; $^1/_6+(-^1/_9)$; $-^1/_6+(+^1/_9)$; $-^1/_6+(-^1/_9)$.

194. $1+(+0{,}4)$; $1+(-0{,}4)$; $-1+(+0{,}4)$; $-1+(-0{,}4)$.
$0{,}08+(+1)$; $0{,}08+(-1)$; $-0{,}08+(+1)$; $-0{,}08+(-1)$.
$0{,}017+(+1)$; $0{,}017+(-1)$; $-0{,}017+(+1)$; $-0{,}017+(-1)$.

195. $0{,}9+(+0{,}6)$; $0{,}9+(-0{,}6)$; $-0{,}9+(+0{,}6)$; $-0{,}9+(-0{,}6)$.
$0{,}23+(+0{,}76)$; $0{,}23+(-0{,}76)$; $-0{,}23+(+0{,}76)$; $-0{,}23+(-0{,}76)$.
$2{,}37+(+0{,}63)$; $2{,}37+(-0{,}63)$; $-2{,}37+(+0{,}63)$; $-2{,}37+(-0{,}63)$.

196. $12+(+9)+(+9)$; $-12+(+9)+(+8)$; $-12+(-9)+(+8)$; $12+(-9)+(-8)$; $12+(-9)+(+8)$.
$7+(-5)+(-3)$; $7+(+5)+(-3)$; $-7+(+5)+(+3)$; $-7+(-5)+(+3)$; $-7+(-5)+(-3)$.
$15+(+11)+(+14)$; $15+(-11)+(-14)$; $-15+(-11)+(-14)$; $-15+(+11)+(-14)$; $-15+(+11)+(+14)$.

197. $6+(+2)+(+8)+(+11)$; $6+(-2)+(-8)+(+11)$; $-6+(-2)+(-8)+11$; $6+(+2)+(-8)+(+11)$; $6+(+2)+(+8)+(-11)$.
$14+(+2)+(+9)+(+3)$; $-14+(-2)+(-9)+(-3)$; $-14+(-2)+(+9)+(+3)$; $-14+(+2)+(+9)+(+3)$; $-14+(-2)+(+9)+(-3)$.
$13+(+10)+(+1)+(+3)$; $13+(-10)+(-1)+(-3)$; $-13+(+10)+(+1)+(+3)$; $13+(-10)+(-1)+(+3)$; $13+(-10)+(+1)+(-3)$.

198. Leida avalduse $a+b+c$ arvsuurus, kui:
1) $a=2$; $b=-5$; $c=-3$.
2) $a=1$; $b=-8$; $c=9$.
3) $a=10$; $b=-2$; $c=-4$.
4) $a=-17$; $b=-10$; $c=-7$.

199. Leida avalduse $a+b+c+d$ arvsuurus, kui:
1) $a=1$; $b=-2$; $c=3$; $d=-4$.
2) $a=6$; $b=9$; $c=-13$; $d=-8$.
3) $a=-11$; $b=-1$; $c=-3$; $d=9$.
4) $a=16$; $b=-2$; $c=-4$; $d=-7$.

§ 4. Suhteliste ehk relatiivsete suuruste lahutamine.

Üks liidetav võrdub kahe liidetava summa ja teise liidetava vahega, sellepärast võime kirjutada:

1) $7+(+5)=12$; $\mathbf{12-(+5)=12-5=7}$.
2) $-7+(+5)=-2$; $\mathbf{-2-(+5)=-2-5=-7}$.

Et lahutada positiivne suurus, seks tarvis liita negatiivne suurus, millel sama absoluutne väärtus.

200. $9-(+7)=9-7=2$; $-5-(+12)=-5-12=-17$; $5-(+2)$; $-5-(+2)$; $12-(+14)$; $-9-(+7)$; $^9/_{10}-(+^7/_{10})$; $-^7/_{10}-(+^7/_{10})$; $^5/_7-(+^2/_3)$; $-^4/_3-(+^3/_5)$; $0{,}09-(+0{,}003)$; $0{,}06-(+0{,}004)$; $0{,}57-(+1{,}8)$; $-4{,}8-(+3{,}2)$.

3) $7+(-5)=+2$; $\mathbf{2-(-5)=2+5=7}$.
4) $-7+(-5)=-12$; $\mathbf{-12-(-5)=-12+5=-7}$.

Et lahutada negatiivne suurus, seks tarvis liita positiivne suurus, millel sama absoluutne väärtus.

201. $12-(-11)=12+11=23$; $-7-(-9)=-7+9=2$; $5-(-2)$; $-5-(-2)$; $^9/_{10}-(-^7/_{10})$; $-^9/_{10}-(-^7/_{10})$; $^5/_7-(-^2/_3)$; $-^4/_3-(-^3/_5)$; $0{,}07-(0{,}003)$; $0{,}009-(-0{,}03)$; $-0{,}32-(-1{,}6)$; $-0{,}57-(-1{,}8)$.

Lahutamise üldjuhis: **Et ühest suurusest lahutada teine suurus, seks tarvis lahutatava märk muuta vastupidiseks ja saadud arv liita vähendatavaga algebraliselt.**

202. Termomeeter näitas keskpäeval a kraadi, kuid õhtul b kraadi võrra vähem. Kui palju langes termomeeter lõunast kuni õhtuni?

1) $a=8$; $b=3$; 2) $a=8$; $b=-3$; 3) $a=-8$; $b=3$; 4) $a=-8$; $b=-3$.

203. Ärimees saab aastas ühest ettevõttest p mk. kasu, teisest aga q mk. kasu. Mitme marga võrra annab esimene ettevõte aastas rohkem kasu kui teine ettevõte? 1) $p=100000$; $q=70000$; 2) $p=-100000$; $q=70000$; 3) $p=100000$; $q=-70000$; 4) $p=-100000$; $q=-70000$.

204. Üks taevatäht hakkas paistma m minutit, teine aga n minutit pärast kesköõd. Mitme minuti võrra hakkas teine täht esimesest tähest hiljemini paistma? 1) $m=40$; $n=55$; 2) $m=40$; $n=-55$; 3) $m=-40$; $n=55$; 4) $m=-40$; $n=-55$.

205. $5-(+8)$; $5-(-8)$; $-5-(-8)$; $-5-(+8)$.
$10-(+17)$; $-10-(+17)$; $-10-(-17)$; $10-(-17)$.
$100-(+3)$; $100-(-3)$; $-100-(-3)$; $-100-(+3)$.

206. $7-(+7)$; $-7-(+7)$; $-7-(-7)$; $7-(-7)$.
$13-(+13)$; $-13-(+13)$; $-13-(-13)$; $13-(-13)$.
$4-(+4)$; $-4-(+4)$; $-4-(-4)$; $4-(-4)$.

207. $7-(+5\frac{1}{3})$; $-7-(+5\frac{1}{3})$; $-7-(-5\frac{1}{3})$; $7-(-5\frac{1}{3})$.
$6-(+6\frac{2}{5})$; $-6-(+6\frac{2}{5})$; $-6-(-6\frac{2}{5})$; $6-(-6\frac{2}{3})$.
$8\frac{7}{8}-(+9)$; $-8\frac{7}{8}-(+9)$; $-8\frac{7}{8}-(-9)$; $8\frac{7}{8}-(-9)$.

208. $\frac{3}{4}-(+\frac{1}{2})$; $-\frac{3}{4}-(+\frac{1}{2})$; $-\frac{3}{4}-(-\frac{1}{2})$; $\frac{3}{4}-(-\frac{1}{2})$.
$\frac{2}{3}-(+\frac{5}{6})$; $-\frac{2}{3}-(+\frac{5}{6})$; $-\frac{2}{3}-(-\frac{5}{6})$; $\frac{2}{3}-(-\frac{5}{6})$.
$\frac{1}{5}-(+\frac{7}{10})$; $-\frac{1}{5}-(+\frac{7}{10})$; $-\frac{1}{5}-(-\frac{7}{10}$; $\frac{1}{5}-(-\frac{7}{10})$.

209. $1-(+0{,}3)$; $1-(-0{,}3)$; $-1-(+3)$; $-1-(-0{,}3)$.
$0{,}02-(+1)$; $-0{,}02-(+1)$; $-0{,}02-(-1)$; $0{,}02-(-1)$.
$0{,}007-(+1)$; $0{,}007-(-1)$; $-0{,}007-(-1)$; $-0{,}007-$
$-(+1)$.

210. $0{,}6-(+0{,}03)$; $-0{,}6-(+0{,}03)$; $-0{,}6-(-0{,}03)$;
$0{,}6-(-0{,}03)$.
$0{,}34-(+0{,}4)$; $-0{,}34-(+0{,}4)$; $-0{,}34-(-0{,}4)$;
$0{,}34-(-0{,}4)$.
$0{,}75-(+1{,}25)$; $-0{,}75-(1{,}25)$; $-0{,}75-(-1{,}25)$;
$0{,}75-(-1{,}25)$.

211. $12-(-7)-(-11)$; $-14-(+10)-(-17)$.
$7-(+12)-(-25)$; $-9-(-20)-(+10)$.
$-15-(-28)-(+31)-(-25)$; $100-(+35)-(+45)-$
$-(-48)$.

212. $7-[(-5)-(-8)]$; $7-[-5-(+8)]$.
$15-\{-9+[5-(+8)]\}$; $15+\{-9-[5-(+8)]\}$.
$5-\{4-[7+(3-(+6))]\}$; $3-\{6+[-8+(3-(+7))]\}$.

Leida avalduste arvsuurused:

213. $a-b-c$, kui
1) $a=2$; $b=-5$; $c=-2$.
2) $a=1$; $b=-8$; $c=9$.
3) $a=10$; $b=-2$; $c=-4$.
4) $a=-17$; $b=-10$; $c=-7$.

214. $a-b+c-d$, kui
1) $a=1$; $b=-2$; $c=3$; $d=-4$.
2) $a=6$; $b=9$; $c=-13$; $d=-8$.
3) $a=11$; $b=-1$; $c=-3$; $d=9$.
4) $a=16$; $b=-2$; $c=-4$; $d=-7$.

215. $(a-b+c)-[c+(a-c)]$, kui
$a={}^3/_4$; $b=-{}^5/_8$; $c=-{}^7/_6$.

216. $m-\{n+[a-(p-q)]\}$, kui
$a={}^5/_6$; $m={}^1/_2$; $n=-{}^1/_2$; $p=-{}^7/_{12}$; $q=-{}^{11}/_{12}$.

§ 5. Sarnaste üksliikmete koondamine.

Sarnasteks nimetatakse üksliikmeid, mis on täiesti ühesugused või mis lahku lähevad ainult kordajate (koeffitsientide) ja märgi + või — poolest.

Näiteks on hulkliikme $3a^2b+5abc^2+2a^2b-$ $-7abc^2-{}^1/_2a^2b$ liikmed $3a^2b$, $2a^2b$ ja $-{}^1/_2a^2b$ sarnased; samuti on sarnased ka liikmed: $5abc^2$ ja $-7abc^2$.

Kui hulkliikmes esinevad sarnased üksliikmed, siis võib sellele hulkliikmele lihtsama kuju anda seeläbi, et sarnased üksliikmed ühendatakse.

Tehet, mille kaudu ühendatakse sarnased üksliikmed, nimetatakse sarnaste üksliikmete koondamiseks.

Sarnaste üksliikmete koondamisel võib esineda 2 juhust:

1) **Sarnastel üksliikmetel on samad märgid.** Näide: $3a^2b+2a^2b$. Kordaja 3 näitab, et algebraline avaldus a^2b on võetud liidetavana 3 korda; kordaja 2 näitab, et sama algebraline avaldus a^2b on veel võetud liidetavana 2 korda. Üldse on avaldus a^2b võetud liidetavana 5 korda.

$$3a^2b+2a^2b=5a^2b.$$

Samuti: $-3a^2b-2a^2b=-5a^2b.$

2) **Sarnastel üksliikmetel on isesugused märgid.** Näide: $3a^2b-2a^2b$.

Kordaja 3 näitab, et algebraline avaldus a^2b on võetud liidetavana 3 korda, kuna aga kordaja 2 näitab, et sama algebraline avaldus a^2b on võetud 2 korda lahutatavana; järjelikult:

$$3a^2b-2a^2b=a^2b.$$

Samuti: $-3a^2b+2a^2b=-a^2b.$

Kui sarnastel üksliikmetel on samad märgid, siis liidetakse nende liikmete kordajad ja hoitakse alal endine märk.

Kui sarnastel üksliikmetel on isesugused märgid, siis lahutatakse suuremast kordajast väiksem kordaja ja hoitakse alal suurema kordaja märk.

Ühesugused vastasmärgilised liikmed kaotavad teineteise ära. Näide: $3a^2b-3a^2b=0$.

Tarvitades sarnaste üksliikmete koondamist kirjutada järgnevad hulkliikmed võimalikult lihtsal kujul:

217. $\underline{3a^2b}+\underline{\underline{5abc^2}}+\underline{2a^2b}-\underline{\underline{7abc^2}}-\underline{{}^1/_2a^2b}=4{}^1/_2a^2b-2abc^2.$

$7x+9y+13y-5x+2x-9y.$

$3a+4b-2c-7b-4c+6a+9c.$

218. $15p+3q+7r-9r-6p-21q+7r.$

$7{}^3/_4\,a-8{}^2/_3\,b-5\,{}^5/_6\,b+4{}^9/_{14}\,a^2+9{}^{17}/_{28}\,a-7{}^1/_2\,b.$

$2{}^1/_{12}\,a+9{}^{19}/_{20}\,b-6{}^{23}/_{66}\,a-8{}^3/_{40}\,b+11{}^7/_{24}\,b-5{}^{25}/_{44}.$

219. $7a-9b-11a-3b+17b+6a.$

$9m+7n-8m+13m-4n-5m+6n.$

$13a^2-17a-19a-12a^2+26a+5a^2.$

220. $5ab^2-8a^2b-3a^2b-17ab^2+18a^2b+9ab^2.$

$13{}^3/_5\,x^2y^3-4{}^2/_7\,x^2y-5{}^4/_{15}\,x^2y^3+3{}^1/_2\,x^2y+2{}^{11}/_{14}\,x^2y-$
$-3{}^3/_{10}\,x^2y^3.$

$8{}^3/_4\,u^3-5{}^6/_{11}\,u^3v-4{}^{13}/_{44}\,u^3v+4{}^{13}/_{44}\,u^3+12{}^3/_4\,u^3v-$
$-3{}^6/_{11}\,u^3.$

221. $8a^5bc^2-2a^5b^2c-7a^5b^2c+a^5bc^2-6a^5b^2c+3a^5bc^2.$

$6m^4-cm^4+3-9cm^4+8m^4+5m^4-m^4c+11.$

$3(a+m)^2-4(a+m)-2(a+m)^2-8(a+m).$

§ 6. Üksliikmete liitmine ja lahutamine.

Et üksliikmeid liita, selleks kirjutame kõik antud üksliikmed oma märkidega ja koondame sarnased üksliikmed, kui neid on olemas. Näide: $5ab^2+(-7a^2b)+$ $+(-4a^2b)+(+15ab^2)=\underline{5ab^2}-\underline{\underline{7a^2b}}-\underline{\underline{4a^2b}}+\underline{15ab^2}=$ $=20ab^2-11a^2b.$

Liita järgnevad üksliikmed ja koondada sarnased üksliikmed:

222. $4a+(-9a)$; $23x+(+31x)$; $16r+(+7r)+$ $+(-19r).$

$25y+(-48y)+(+29y)+(-15y)$; $13b+(-9b)+$ $+(-18b)+(+24b)+(-36b).$

$8c+(-9c)+(-11c)+(+12c)+(-14c)$; $19m+$ $+(-27m)+(+8m).$

223. $14a + (-27b) + (-19a) + (+13b)$; $34x + {}$
$+ (+17y) + (-53x) + (-32y)$.
$7a + (-5b) + (-6c) + (-19b) + (+3a) + (-11c) +$
$+ (-15a) + (+14b) + (+9c)$.
$45u + (-67v) + (+11w) + (-63u) + (-19w) +$
$+ (+42v) + (-15w)$.

Liita:

224. x ja a; x ja $-a$; $-x$ ja a; $-x$ ja $-a$.
$3a$ ja $2b$; $-3a$ ja $2b$; $3a$ ja $-2b$; $-3a$ ja $-2b$.
1 ja $4z$; 1 ja $-4z$; -1 ja $4z$; -1 ja $-4z$.

225. $^1/_2 a^2$ ja $^3/_4 a$; $^1/_2 a^2$ ja $-{}^3/_4 a$; $-{}^1/_2 a^2$ ja $^3/_4 a$;
$-{}^1/_2 a^2$ ja $-{}^3/_4 a$.
$7a^2b$ ja $3ab^2$; $7a^2b$ ja $-3ab^2$; $-7a^2b$ ja $3ab^2$;
$-7a^2b$ ja $-3ab^2$.
$5ab$ ja $3ab$; $5ab$ ja $-3ab$; $-5ab$ ja $3ab$; $-5ab$
ja $-3ab$.

226. $^5/_6 cd$ ja $^2/_3 cd$; $^5/_6 cd$ ja $-{}^2/_3 cd$; $-{}^5/_6 cd$ ja $^2/_3 cd$;
$-{}^5/_6 cd$ ja $-{}^2/_3 cd$.
$0{,}2z^2$ ja $0{,}07z^2$; $0{,}2z^2$ ja $-0{,}07z^2$; $-0{,}2z^2$ ja
$0{,}07z^2$; $-0{,}2z^2$ ja $-0{,}07z^2$.
$2{,}1a^3b^2x$ ja $0{,}18a^3b^2x$; $2{,}1a^3b^2x$ ja $-0{,}18a^3b^2x$;
$-2{,}1a^3b^2x$ ja $0{,}18a^3b^2x$; $-2{,}1a^3b^2x$ ja $-0{,}18a^3b^2x$.

227. $-{}^1/_6 m^2n$, $^1/_2 m^2n$ ja $-{}^1/_3 m^2n$; $^1/_6 m^2n$, $-{}^1/_2 m^2n$
ja $-{}^1/_3 m^2n$.
$5ab$, $-8ab$, $2ab$ ja $-3ab$; $-5ab$, $8ab$, $2ab$ ja $-3ab$.
$2axy$, $-1{,}5axy$, $-0{,}5axy$ ja axy; $-2axy$, $1{,}5axy$,
$-0{,}5axy$ ja axy.

Et üksliikmeid lahutada, selleks kirjutame lahutatavad üksliikmed vähendatava juurde vastasmärkidega ja koondame sarnased üksliikmed, kui neid on olemas.
Näide: $15ab^2 - (-7a^2b) - (+5ab^2) - (-4a^2b) = \underline{15ab^2} +$
$+ \underline{\underline{7a^2b}} - \underline{5ab^2} + \underline{\underline{4a^2b}} = 10ab^2 + 11a^2b$.

Lahutada järgnevad üksliikmed ja koondada sarnased üksliikmed:

228. $7x-(-9y)-(+13y)-(-5x)-(+2x)-(-9y)$.
$3a-(+4b)-(-2c)-(+7b)-(-4c)-(+6a)-$
$-(-9c)$.
$15p-(-3q)-(+7r)-(-9r)-(+6p)-(-21q)-$
$-(+7r)$.

229. $2^1/_{12}a-(-9^{19}/_{30}b)-(+6^{23}/_{66}a)-(-8^3/_{40}b)-$
$-(+11^7/_{24}b)-(-5^{25}/_{44}a)$.
$7a-(+9b)-(-11a)-(+3b)-(+17b)-(-6a)$.
$9m-(+7m)-(-8n)-(-13n)-(+4n)-$
$-(-5m)-(+6n)$.

230. Lahutada:
a ja z; a ja $-z$; $-a$ ja z; $-a$ ja $-z$.
$3x$ ja $2y$; $3x$ ja $-2y$; $-3x$ ja $2y$; $-3x$ ja $-2y$.
1 ja $5a$; 1 ja $-5a$; -1 ja $5a$; -1 ja $-5a$.

231. $2a^2$ ja $3a$; $-2a^2$ ja $3a$; $2a^2$ ja $-3a$; $-2a^2$ ja $-3a$.
$8a^2b$ ja ab^2; $-8a^2b$ ja ab^2; $8a^2b$ ja $-ab^2$; $-8a^2b$ ja $-ab^2$.
$3x$ ja $2x$; $3x$ ja $-2x$; $-3x$ ja 2; $-3x$ ja $-2x$.

232. $12a^2b$ ja $15a^2b$; $-12a^2b$ ja $15a^2b$; $12a^2b$ ja $-15a^2b$; $-12a^2b$ ja $-15a^2b$.
$^3/_4b^2x$ ja $^1/_2b^2x$; $-^3/_4b^2x$ ja $^1/_2b^2x$; $^3/_4b^2x$ ja $-^1/_2b^2x$; $-^3/_4b^2x$ ja $-^1/_2b^2x$.
$0{,}5z^2$ ja $0{,}42z^2$; $0{,}5z^2$ ja $-0{,}42z^2$; $-0{,}5z^2$ ja $0{,}42z^2$; $-0{,}5z^2$ ja $0{,}42z^2$.

233. Liita ja lahutada üksliikmed:
$5a^3n+(-12a^3n)-(+a^3n)+(-2a^3n)$.
$x^3y^2-(+4x^3y^2)+(-7x^3y^2)-(-4x^3y^2)+(+6xy^4)$.
$-4c+(-2c^2)-(3c)+(-5c^2)-(-7c)+(-c^2)+$
$+(-10c^2)$.

234. $2an^3 + (-7an^3) - (+3an^3) + (-an^3)$.
$2xy^4 + (-3xy^4) + (-5x^2y^3) - (+3xy^4) - (+3xy^4)$.
$-5c^3 - (+3c^3) + (-7c) - (+2c^3) + (+6c) -$
$-(-c^3) - (+3c)$.

§ 7. Hulkliikmete liitmine ja lahutamine.

Et hulkliikmeid liita, selleks kirjutatakse ühe hulkliikme juurde kõik teiste hulkliikmete liikmed nende märkidega ja koondatakse sarnased üksliikmed, kui neid on olemas. Näide: $x^3 - mx^2 + 5m^2x + m^3 + (-3x^3 + mx^2 + 2m^2x - 4m^3) + (2x^3 + mx^2 - 7m^2x + 3m^3) = x^3 - mx^2 + 5m^2x + m^3 - 3x^3 + mx^2 + 2m^2x - 4m^3 + 2x^3 + mx^2 - 7m^2x + 3m^3 = mx^2$.

Kui liidetavates hulkliikmetes esineb rohkesti sarnaseid üksliikmeid, siis on otstarbekohane need hulkliikmed teineteise alla kirjutada nõnda, et sarnased üksliikmed seisaksid sarnaste üksliikmete kohal.

Näide:
$$\begin{array}{rrrr} a^3 & -3a^2b & +3ab^2 & -b^3 \\ 2a^3 & -a^2b & -ab^2 & +2b^3 \\ -2a^3 & +4a^2b & -2ab^2 & -2b^3 \\ \hline a^3 & & & -b^3 \end{array} = a^3 - b^3.$$

Liita järgnevad algebralised avaldused:

235. $a + (m - n)$; $a + (-m + n)$; $-a + (m - n)$; $-a + (-m - n)$.
$1 + (a - 1)$; $1 + (-a - 1)$; $-1 + (a - 1)$; $-1 + (-a - 1)$.
$a^2 + (x^2 - a^2)$; $-a^2 + (x^2 - a^2)$; $-a^2 + (x^2 + a^2)$; $a^2 + (x^2 + a^2)$.

236. $a + x + (b - x)$; $a - x + (b - x)$; $a - x + (-b + x)$; $-a + x + (-b + x)$.

$3a^2 + 2ax + (5a^2 - 3ax)$; $3a^2 + 2ax + (-5a^2 + 3ax)$; $3a^2 - 2ax + (5a^2 - 3ax)$; $3a^2 - 2ax + (-5a^2 + 3ax)$.

$4a^2c - 4ac^2 + (5a^2c + 5ac^2)$; $4a^2c + 4ac^2 + (-5a^2c - 5ac^2)$; $-4a^2c + 4ac^2 + (5a^2c - 5ac^2)$; $-4ac^2 - 4a^2c + (5a^2c + 5ac^2)$.

237. $0{,}02\,a^2 + 0{,}8\,b^2$ ja $0{,}5\,a^2 - 0{,}72\,b^2$; $-0{,}02\,a^2 + 0{,}8\,b^2$ ja $0{,}5\,a^2 + 0{,}72\,b^2$; $0{,}02\,a^2 - 0{,}8\,b^2$ ja $-0{,}5\,a^2 + 0{,}72\,b^2$; $-0{,}02\,a^2 - 0{,}8\,b^2$ ja $-0{,}5\,a^2 - 0{,}72\,b^2$.

238. $^3/_4\,a + {^1/_3}$ ja $^2/_3\,a + {^1/_4}$; $^3/_4\,a - {^1/_3}$ ja $-{^2/_3}\,a + {^1/_4}$; $^3/_4\,a - {^1/_3}$ ja $^2/_3\,a - {^1/_4}$; $-{^3/_4}\,a + {^1/_3}$ ja $-{^2/_3}\,a - {^1/_4}$.

239.

$$\begin{array}{rrrr} 5a & -6b & -7c & +8d \\ -3a & +2b & -9c & -3d \\ -8a & -5b & +11c & -9d \\ +15a & +4b & -3c & +5d \end{array}$$

240.

$$\begin{array}{rrrr} 8x & -5y & +7z & -9t \\ +5x & +9y & -8z & -11t \\ -4x & -5y & +3z & +26t \\ -14x & +6y & -z & -7t \end{array}$$

241.

$$\begin{array}{rrrr} -3{,}1\,a & -5{,}7\,b & +1{,}8\,c & -2{,}9\,d \\ +5{,}3\,a & -3{,}6\,b & -4{,}3\,c & +7{,}6\,d \\ -7{,}4\,a & +11{,}4\,b & -2{,}2\,c & -5{,}5\,d \\ -0{,}8\,a & +2{,}9\,b & +2{,}7\,c & +4{,}8\,d \end{array}$$

242.

$$\begin{array}{rrr} 23{,}59\,x & -16{,}71\,y & -9{,}84\,z \\ -9{,}43\,x & +12{,}64\,y & -7{,}53\,z \\ -23{,}48\,x & +15{,}06\,y & +11{,}68\,z \\ +38{,}32\,x & -4{,}99\,y & +8{,}69\,z \end{array}$$

243. $3a + 7b - 2c$, $5a - 2b - 8c$ ja $a - 4b + 9c$; $3a - 7b + 2c$, $-5a + 2b + 8c$ ja $a + 4b - 9c$.

244. $2x + 7y - 3z - 5t$, $4x - 11y + 13z - 8t$ ja $x - y - 11z + 6t$.

245. $a^2 - 2ab + 3b^2$, $2a^2 + 3ab - 4b^2$, $-3a^2 - ab - b^2$ ja $a^2 + 4ab + 5b^2$.

246. $x^4 - 2{,}5\,x^2y^2 + y^4$, $-x^3y + 3{,}5\,x^2y^2 - xy^3$ ja $2x^3y + 2xy^3$.

247. $x^4 + 2x^3y + 3x^2y^2$, $3x^3y - 4x^2y^2 + 3xy^3$ ja $3x^2y^2 +$
$+ 2xy^3 - y^4$.

248. $5(a+b)^2 + 3(a+b) + 8(a+b)^3 + x$, $(a+b) +$
$+ 4(a+b)^2 - 9(a+b)^3 + 5x$ ja $2(a+b) -$
$-(a+b)^2 + 5(a+b)^3 - 2x$.

249. $7(x+y)^2 - 6(x+y)^3 - (x+y)^4$, $2(x+y)^2 +$
$+ 5(x+y)^3 - (x+y)^4$ ja $3(x+y)^2 + 3(x+y)^3 -$
$-(x+y)^4$.

Et hulkliiget lahutada, selleks kirjutatakse vähendatava juurde kõik lahutatava hulkliikme üksliikmed vastasmärkidega ja koondatakse sarnased üksliikmed, kui neid on olemas.

Näide: $a^4 - 4a^3x + 6a^2x^2 - 4ax^3 + x^4 - (a^4 + 4a^3x +$
$+ 6a^2x^2 + 4ax^3 + x^4) = a^4 - 4a^3x + 6a^2x^2 - 4ax^3 + x^4 -$
$- a^4 - 4a^3x - 6a^2x^2 - 4ax^3 - x^4 = -8ax^3 - 4a^3x -$
$-4ax^3$.

Kui vähendatavas ja lahutatavas esineb rohkesti sarnaseid üksliikmeid, siis on otstarbekohane vähendatav ja lahutatav teineteise alla kirjutada nõnda, et sarnased üksliikmed seisaksid sarnaste üksliikmete kohal.

Näide:
$$\begin{array}{r} 32a - 19b + 17c \\ \pm 17a \mp 4b \mp 23c\text{*)} \\ \hline 49a - 23b - 6c \end{array}$$

Lahutada järgnevad algebralised avaldused:

250. $a-(b-c)$; $a-(-b+c)$; $a-(-b-c)$; $-a-$
$-(b-c)$.
$2-(x+2)$; $2-(x-2)$; $-2-(x-2)$; $-2-$
$-(-x+2)$.
$x^2-(a^2+x^2)$; $x^2-(-a^2+x^2)$; $-x^2-(a^2-x^2)$;
$-x^2-(a^2+x^2)$.

*) Pealmine rida märkisid on saadud sel teel, et lahutatava märgid vastupidisteks muudeti.

251. $a^2-(2ab-b^2)$; $a^2-(-2ab+b^2)$; $-a^2-(2ab+b^2)$; $-a^2-(-2ab+b^2)$.

$5x-(8x-3y)$; $5x-(-8x+3y)$; $-5x-(-8x-3y)$; $-5x-(8x-3y)$.

$a^2+z^2-(b^2+z^2)$; $a^2-z^2-(b^2+z^2)$; $a^2-z^2-(-b^2-z^2)$; $a^2+z^2-(-b^2-z^2)$.

252. $5x^2+3xy$ ja $4x^2-2xy$; $5x^2-3xy$ ja $4x^2-2xy$; $5x^2-3xy$ ja $-4x^2+2xy$; $5x^2+3xy$ ja -4^2-2xy.

253. $3a^2z-4az^2$ ja $2a^2z-5az^2$; $3a^2z+4az^2$ ja $2a^2z+5az^2$; $3a^2z+4az^2$ ja $-2a^2z-5az^2$; $3a^2z-4az^2$ ja $-2a^2z-5az^2$.

254. $0{,}1x^2+0{,}02y^2$ ja $0{,}17x^2-0{,}08y^2$; $0{,}1x^2-0{,}02y^2$ ja $-0{,}17x^2+0{,}08y^2$; $-0{,}1x^2+0{,}02y^2$ ja $-0{,}17x^2+0{,}08y^2$.

255. $a^3-0{,}12b^3$ ja $0{,}39a^3-b^3$; $a^3+0{,}12b^3$ ja $-0{,}39a^3+b^3$; $-a^3+0{,}12b^3$ ja $-0{,}39a^3-b^3$; $-a^3-0{,}12b^3$ ja $0{,}39a^3+b^3$.

256. ${}^5/_6 b+{}^1/_4$ ja ${}^2/_3 a-{}^1/_6$; ${}^5/_6 b-{}^1/_4$ ja $-{}^2/_3 a+{}^1/_6$; $-{}^5/_6 b+{}^1/_4$ ja $-{}^2/_3 a-{}^1/_6$; $-{}^5/_6 b-{}^1/_4$ ja $-{}^2/_3 a-{}^1/_6$.

257.

$$\begin{array}{r} -\ 8a-9b+11c-17d \\ \pm 11a\mp 2b\mp 3c\pm 19d \\ \hline \end{array}$$

258.

$$\begin{array}{r} 25x-23y+17z-19 \\ \pm 4x\pm 11y\mp 9z\pm 36 \\ \hline \end{array}$$

259.

$$\begin{array}{r} 6p-7q-9r+16 \\ \pm 8p\pm 11q\mp 2r\pm 4 \\ \hline \end{array}$$

260.

$$\begin{array}{r} 8{,}3a-5{,}7b+2{,}9c-11{,}4d \\ \mp 6{,}9a\mp 2{,}5b\pm 8{,}4c\pm 5{,}7d \\ \hline \end{array}$$

261.

$$\begin{array}{r} -\ 9{,}2p+8{,}2q-2{,}7r+0{,}925 \\ -11{,}8p+5{,}7q-6{,}3r+0{,}525 \\ \hline \end{array}$$

262.

$$\begin{array}{r} 0{,}25x-0{,}72y-2{,}84z \\ 0{,}62x-0{,}92y+0{,}16z \\ \hline \end{array}$$

263. $a^3+6a^2b-5ab^2$ ja $-2a^3+5a^2b+2ab^2$; $a^3-6a^2b+5ab^2$ ja $2a^3-5a^2b+2ab^2$.

264. $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ ja $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$.

265. $a^4 - 4a^3x + 6a^2x^2 - 4ax^3 + x^4$ ja $a^4 + 4a^3x + 6a^2x^2 + 4ax^3 + x^4$.

266. $a^4 - 1$ ja $a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 2a + 1$.

267. $a^6 + 2a^4 + a^2$ ja $a^6 - 3a^5 + 3a^4 + 10a^3 + a^2$.

268. $2(a-b) + 5(a-b)^2 + 7(a-b)^3$ ja $(a-b) - 3(a-b)^2 + 8(a-b)^3$.

269. $(x-a) + (x-a)^2 + (x-a)^3$ ja $(x-a) - (x-a)^2 + (x-a)^3$.

270. $26a - (9a - 5b + 6c) + (13a + 11b - 17c)$.

271. $3x - 5y - (4x + 8y) + (2x + 6y) - (x - 9y)$.

272. $13a - (4b - 5c) + (-12a + 5b - 4c) - (7a - 8b - 6c)$.

273. $57x + 35y - 29z - (28x - 27y + 18z) - (12x + 79y - 30z)$.

274. $43x - 29y - 14z - (-19x + 21y - 2z) - (6x + 11y - 13z)$.

275. $27y - (14x - 4y) + (13y - 4z) - (26z - 11x) - (5x - 9z)$.

276. $14a - (3b - 4a + 5c) - (3c - 5a - 4b) - (-7a + 2b - 6c) - (5a - 7c) - (8b - 3a)$.

277. $123a - 147b - [25a - (17a - 19b) - (23b + 4a) - 11b]$.

278. $19x - [23y - (25x - 11y) - (13y - 4x) - 15x] - (53x - 18y)$.

279. $23r - (6s - 5r) - [7s - (6r + 5s) - (-4r + 3s) - 9r]$.

280. $35p - [19q - (3p - 7q) + 8p] - [9p - (-5p + 3q) + 7q]$.

281. $3a - [25 + (7a^2 - 9a) - 15a^2] - [7a - (9a - 25)] + 16$.

282. $6a - 9b + 7c - [13c - (4a - 11b + 9c) - (15b + 6a) + (7a - 8b - 9c)] - (16b - 27a - 29c)$.

283. $43x - [-4y - (8z - 6x) - (9x - 5y) - (27z - 6x - 8y)] - [-16z - (24x - 9y - 13z) + (15x - 7y)]$.

284. Leida näidete nr. 276—282 arvsuurused, pannes lõppsaadustes esinevate tähtede asemele vastavad arvud, kui

nr. 276: $a = 2$; $b = -3$.
„ 277: $x = -3$; $y = -4$.
„ 278: $r = 0{,}5$; $s = -0{,}4$.
„ 279: $p = -0{,}2$; $q = 0{,}3$.
nr. 280: $a = 3$.
„ 281: $a = 3$; $b = 4$; $c = -1$.
„ 282: $x = -4$; $y = 3$; $z = -1$.

§ 8. Võrrandid*).

Antagu lahendamiseks võrrand: $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$.

Avame sulud: $56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$.

Et saadud võrrandi kummaski osas esineb üks ja sama liige 9 ühe ja sama märgiga +, siis võime selle liikme kõrvale jätta:

$$56 - 7x = 11x - 3 - 6x - 13.$$

Kogume tundmatut (x) sisaldavad liikmed pahemasse osasse, vabad liikmed aga paremasse osasse:

$$-7x - 11x + 6x = -3 - 13 - 56$$
$$-12x = -72.$$

Paigutame võrrandi osad ümber, siis muutub negatiivsusemärk (—) kummagi osa ees positiivsusemärgiks (+):

$$72 = 12x.$$

Kui $12x = 72$, siis:

$$x = {}^{72}/_{12} = 6.$$

6 on lahendamiseks antud võrrandi $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$ juur, sest et ta teda **rahuldab**, s. o. kui meie arvu 6 paneme antud võrrandisse tundmatu x asemele, siis saame **samasuse** (avalduse, mille osad on võrdsed arvud).

---

*) Võrrandi lahendamist v. K. Veski ja J. Grünthali „Aritmeetika IV õppeaasta“ II trükk lhk. nr. 181.

Lahendada võrrandid:

285. $5x + 26 = 51$.

286. $5x - 26 = 19$.

287. $25 + 3x = 46$.

288. $25 - 3x = 7$.

289. $24x - 29 = 11$.

290. $80 - 18x = 17$.

291. $0{,}8x + 1{,}2 = 3{,}6$.

292. $0{,}9x - 2{,}5 = 2{,}9$.

293. $9x + 4x = 52$.

294. $25x - 7x = 54$.

295. $5x + 36 - 9x = 12$.

296. $11x - 72 + 9x = 88$.

297. $63x - 7x + 13x = 99$.

298. $84 - 11x - 4x = 9$.

299. $5x + 11 = 3x + 17$.

300. $35x + 25 = 47x - 155$.

301. $9x - 23 = 25 - 3x$.

302. $39x - 42 = 24x + 168$.

303. $12x - 17 = 133 - 3x$.

304. $13x - 69 = 6 - 12x$.

305. $17x + 35 = 90 - 5x$.

306. $86 - 3x = 126 - 18x$.

307. $43 - 7x = 9x - 13$.

308. $11x - 76 = 95 - 27x$.

309. $11 - 0{,}2x = 35 - 1{,}4x$.

310. $5{,}5x - 29 = 4{,}7x + 3$.

311. $2{,}8x + 13 = 73 - 1{,}2x$.

312. $4{,}9x - 19 = 16 + 2{,}4x$.

313. $6{,}7x + 1{,}5 = 2{,}2x + 16{,}5$.

314. $0{,}65x + 1{,}72 = 2{,}37 + 0{,}4x$.

315. $25 + 6x + 13 - 8x = 43 - 4x + 7$.

316. $17x + 18 - 29x - 127 = 23 - 5x - 13 - 14x$.

317. $28 - 19x - 14 + 11x = 13 + 8x + 22 - 23x$.

318. $134 - 36x - 27 - 15x = 29 - 33x + 87 - 19x$.

319. $9x + 13 - 12x - 17 = 6x + 23 - 3x - 29$.

320. $4{,}3x - 1{,}19 - 1{,}7x + 0{,}24 = 1{,}61 - 1{,}6x + 0{,}33 + 2{,}5x$.

321. $0{,}38 - 0{,}18x - 0{,}93 + 0{,}29x = 0{,}21 - 0{,}41x + 0{,}28$.

322. $0{,}23x + 4{,}7 - 0{,}19x - 3{,}4 = 0{,}18x + 5{,}7 - 0{,}25x$.

323. $\frac{1}{3}x + 3 - \frac{5}{6}x = \frac{3}{4}x - 2 + \frac{7}{12}x - 17$.

324. $\frac{1}{4}x - 2 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x - 5 - \frac{1}{8}x$.

325. $2\frac{1}{4}x - 1\frac{5}{6}x = 4\frac{5}{12}x - 164 + 5\frac{1}{9}x$.

326. $7x = 59 - (12x + 21)$.

327. $6x - (8x - 10) = 87 - (21 + 10x)$.

328. $10x - (3x + 2) = 6 - (20x - 19)$.

329. $3{,}4x - (0{,}16 + 1{,}5x) = (0{,}41 - 0{,}7x) - (0{,}48 - 1{,}7x)$.

330. $9{,}7x - (4{,}8x - 1{,}23) - (2{,}5x + 2{,}19) - (2{,}8x - 0{,}24) = 0$.

331. $11{,}4x - (2{,}8x - 2) - (14{,}2x + 2{,}1) + 6{,}6x = 0$.

332. $\frac{4}{5}x - (1\frac{4}{5}x + 12) - (2\frac{1}{2}x - 8) = 5\frac{1}{2} - (2\frac{2}{9}x + 5\frac{2}{3})$.

333. $^2/_3 x - (1^1/_3 - ^3/_4 x) - (^7/_{10} - ^8/_{15} x) = 4^1/_2 - (^{11}/_{15} - ^1/_2 x)$.

334. $36x - [55 - (23 - 2x) - 7x] = 51 - (8x - 15)$.

335. $5x - [13 - (12 - 8x) + (9x - 4)] = 17x - [15 - (6x - 18)] + 11$.

336. $17 - [12x - (15 - 2x) - 11] = 16x - [36 - (5x - 9) + 7x] - 52$.

337. $29 - (13 - 4x) - [47 - (41 - 7x) - (11x - 32) - 5x] = 13x - [35 - (6x + 9) - (45 - 18x)] - 17$.

338. $78 - [25 + 15x - (36x - 58)] - [93x - (15 + 28x)] = 21x - [41 - (17 - 9x)]$.

339. $2{,}48 - (1{,}5x - 0{,}32) - [1{,}65 - (2{,}72 - 2{,}5x)] = 6{,}2x - [1{,}8x - (0{,}72 + 1{,}6x) + 4{,}85]$.

340. $2{,}5x - [16{,}7 - (12{,}5 - 1{,}2x) - 0{,}7x] = 22{,}3 - (1{,}3x - 6{,}5) - [1{,}7 - (2{,}4 - 0{,}07x)]$.

341. $7{,}6 - [4{,}3x - (13x - 2{,}2) + 4{,}8] = 6{,}5x - [1{,}74 - (3{,}7 - 16x)] - [2{,}8x - (1{,}4 - 7x) - 2{,}84]$.

Järgnevaist ülesandeist võrrandid kokku seada ja lahendada:

342. Kahes rahakotis on 120 mk. Kui ühest kotist panna teise kotti 15 mk., siis on kummaski kotis ühepalju raha. Kui palju raha on kummaski rahakotis?

343. 2 töömeest tahavad 3840 mk. eneste vahel jagada nõnda, et esimene saaks $^1/_2$ osa sellest, mis saab teine, ja veel 180 mk. Kui palju raha saab kumbki?

344. Kaupmees ostis 72 p. 20 n. kaupa. Osa ostetud kaubast müüs ta ära, kuid ülejäänud osa kaubast oli 2 p. 10 n. võrra raskem kui müüdud osa. Kui palju kaupa müüdi?

345. Kahel vennal on ühtekokku 20000 mk. Kui palju raha on kummalgi, kui vanemal vennal on 7 korda rohkem raha kui nooremal vennal?

346. Vanem vend on 36 a. vana, noorem vend aga 28 a. vana. Mitme aasta eest oli noorem vend vanemast vennast 3 korda noorem?

347. Kauba naela hind tõusis 10 marga võrra, nõnda et nüüd maksab 13 naela kaupa sama palju kui enne 15 naela kaupa. Kui palju maksis enne nael seda kaupa?

348. Toidustaja tahab 8 toopi seeni osta. Et aga toop seeni 5 marga võrra rohkem maksab, kui toidustaja arvas, siis võis ta kaasasoleva raha eest ainult 6 toopi seeni osta. Kui palju maksab toop seeni ja kui palju raha oli toidustajal kaasas?

349. Maiusasjade kaupmees tahtis sokolaadiärist osta sokolaadi, mille nael 140 mk. maksab. Ta muutis oma otsuse ja ostis sama summa eest sokolaadi, mille nael 120 mk. maksis. Mitu naela sokolaadi tahtis kaupmees esialgu osta, kui ta viimaks 5 naela võrra rohkem sai, kui ta enne osta mõtles?

350. Endises mõisa küünis peetakse tuletõrjujateseltsi pidu. Kui igale pingile istuks 12 pidulist, siis jääks 17 pidulist ilma istekohtadeta; istuks aga igale pingile 14 pidulist, siis jääks viimase pingi jaoks ainult 5 pidulist. Mitu pinki oli piduliste jaoks küünis ja kui palju oli pidulisi?

351. Kui talumees müües iga põrsa eest 330 mk. võtab, siis saab ta 3000 mk. puhast kasu; müüb ta aga iga põrsa 280 marga eest, siis saab ta 2000 mk. kahju. Mitu põrsast on talumehel?

352. Jõhvist ja Narvast, millede vahemaa on 45 km, tulevad ühel ajal teineteisele vastu kaks jalakäijat. Üks neist käib 4 km, teine 5 km tunnis. Mitme tunni pärast kohtavad nad teineteist? Mitme tunni pärast on nende vahemaa 18 km?

353. Kaks ratsameest, kelle vahemaa on 39 km, sõidavad ühel ajal välja, et teineteist kohata. Üks neist sõidab tunnis 12 km, teine 14 km. Mitme tunni pärast kohtavad nad teineteist? Mitme tunni pärast on nende vahemaa $6^1/_4$ km?

354. Ühe toru kaudu jookseb 18 l, teise toru kaudu 23 l vett minutis. Mitme minuti pärast täidavad need torud vesistu, mis 820 l mahutab, kui torud ühel ajal avada?

355. Kaks sõjaväe-osa, mille vahemaa on $28\frac{1}{2}$ km, marsivad teineteisele vastu; üks sõjaväe-osa käib tunnis $4\frac{1}{2}$ km, teine $5\frac{1}{4}$ km. Millal kohtavad need sõjaväeosad teineteist, kui esimene neist kell 5 homm. ja teine kell 7 homm. teele läks?

356. Kaks kõrgema algkooli lõpetajat võtsid ette kodumaa tundmaõppimise otstarbel jala-teekonna Haapsalust Tallinna. Nad otsustasid kell 5 homm. Haapsalust välja minna. Üks neist oli määratud ajal kohal, ootas sõpra 1 tunni ja hakkas siis 4-kilomeetrilise kiirusega tunnis Tallinna poole astuma. Mitu km tunnis käis tema sõber, kes alles kell 8 sama päeva homm. temale järele läks ja juba kell 12 sama päeva lõunaajal teda kohtas?

357. Kell 8 homm. sõitis laev Tallinnast Londonisse, sõites 15 km tunnis. Kell $9\frac{1}{4}$ samal päeval sõitis temale järele kiirlaev, kes teda kell 1 sama päeva lõunaajal kohtas. Kui suur oli kiirlaeva sõidukiirus tunnis?

358. Kaks poissi jagasid 45 ploomi eneste vahel nii, et vanem 3 ploomi võrra vähem sai kui noorem. Mitu ploomi sai kumbki poiss?

359. Isa andis oma viiele pojale 3000 marka ja soovis, et nad selle raha nõnda jagaksid, et iga noorem eelmisest vanemast 20 marga võrra rohkem raha saaks. Kui palju raha sai kõige vanem vend?

360. Neljaklassilises koolis on 120 õpilast. Teises klassis on 5 õpilast rohkem kui esimeses klassis; kolmandas klassis on 8 õpilast rohkem kui teises klassis, kuna aga neljandas klassis on 36 õpilast vähem kui kolmes esimeses klassis ühtekokku. Mitu õpilast on I klassis?

361. Kaks töömeest teenisid tükitöö pealt ühtekokku 7200 mk. Kui palju teenis kumbki, kui esimene neist 2 korda rohkem teenis kui teine?

362. Raudteerongis on 200 sõitjat. Teises klassis on 3 korda niipalju sõitjaid kui esimeses klassis ja kolmandas klassis on 4 korda niipalju sõitjaid kui esimeses ja teises klassis ühtekokku. Kui palju sõitjaid on esimeses klassis?

363. Väljasõidust võtsid osa 6 meest, 10 naist ja 24 last. Väljasõidu kulud olid 8550 mk. See kulu jagati väljasõidust osavõtjate vahel nii, et iga mehe kohta tuli 100 mk. rohkem kui iga lapse kohta ja iga lapse kohta tuli 75 mk. vähem kui iga naise kohta. Kui palju maksab iga mees?

364. Erarongis sõitis esimeses klassis 16, teises klassis 200 ja kolmandas klassis 64 sõitjat. Teise klassi sõidupilet maksis 80 mk. rohkem kui kolmanda ja 120 mk. vähem kui esimese klassi sõidupilet. Kui palju maksis kolmanda klassi sõidupilet, kui kõigist piletitest ühtekokku 64000 mk. saadi.

365. 5 last pidid eneste vahel tundmata hulga pähkleid ära jaotama. Kui üks laps oma osast lahti ütles, siis sai iga ülejäänud laps 3 pähkli võrra rohkem, kui enne oleks saanud. Mitu pähklit oli?

366. Isa pärandas pojale $^1/_6$ osa ja tütrele $^1/_5$ osa oma varandusest. Kui suur oli isa varandus, kui tütar sai 4000 marka rohkem kui poeg?

367. Õpikäigul kulutas keskkooli õpilane $^1/_3$ osa kaasavõetud rahast sõiduks, $^1/_2$ osa toidu ostmiseks ja ülejäänud 60 mk. mitmesugusteks väikesteks tarveteks. Kui palju raha oli õpilasel kaasas?

368. Kaupmees pärandas naisele $^1/_5$ osa oma varandusest, kahele pojale $^1/_6$ osa kummalegi, tütrele $^1/_4$ osa ja teenijale $^1/_{20}$ osa oma varandusest, kuna ta aga ülejäänud 150000 mk. heategevaks otstarbeks annetas. Kui palju varandust oli kaupmehel?

§ 9. Suhteliste ehk relatiivsete suuruste korrutamine.

Suhteliste ehk relatiivsete suuruste korrutamisel on 4 juhust:

1) positiivse suuruse korrutamine positiivse suurusega; näide: $+t.(+v)$;

2) negatiivse suuruse korrutamine positiivse suurusega; näide: $+t.(-v)$;

3) positiivse suuruse korrutamine negatiivse suurusega; näide: $-t.(+v)$;

4) negatiivse suuruse korrutamine negatiivse suurusega; näide: $-t.(-v)$.

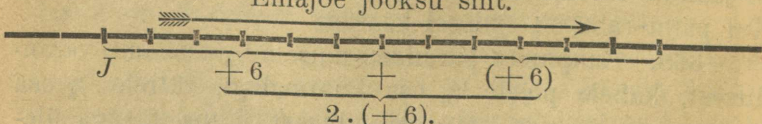
Nende juhuste selgitamiseks lahendame ülesande: Lootsikumees on praegusel silmapilgul Emajõel Jänese silla all. Ta jõuab tunnis keskmiselt v km võrra edasi. Kui kaugel Jänese sillast ja kus pool Jänese silda on lootsikumees t tunni pärast?

Ülesanne lahendub üldvalemi abil: $\mathbf{x = tv}$.

Märkides Jänese silla (nullpunkti) tähega J, näidates Emajõe jooksu sihti noolega ja lugedes Jänese sillast allpool (päri voolu) olevad kaugused positiivseteks suurusteks, ülevalpool (vastu voolu) olevad kaugused aga negatiivseteks suurusteks, anname üldavaldustele v ja t järgmised väärtused:

1) $\mathbf{v = +6.}$
   $\mathbf{t = +2.}$

Emajõe jooksu siht.



$$\mathbf{x = 2.(+6) = +6 + (+6) = +12.}$$

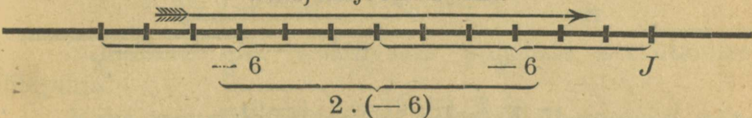
Kui lootsikumees sõuab päri voolu 6-kilomeetrilise kiirusega tunnis, siis on ta 2 tunni pärast 12 km allpool Jänese silda.

Et positiivne suurus korrutada positiivse suurusega, seks tarvis korrutada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud korrutis kirjutada positiivsusemärgiga *).

369. $\mathbf{6.(+5)=30}$; $8.(+1)$; $1.(+4)$; $6.(+10)$; $12.(+{}^2/_3)$; $30.(+{}^4/_5)$; $66.(+{}^3/_{11})$; $21.(+{}^3/_7)$; ${}^2/_3.(+{}^3/_4)$; ${}^5/_9.(+{}^3/_5)$; ${}^2/_7.(+{}^{14}/_{15})$; ${}^2/_9.(+{}^9/_{10})$.

2) $\mathbf{v = -6.}$
$\mathbf{t = \ \ 2.}$

Emajõe jooksu siht.



$\mathbf{x = 2.(-6) = -6 + (-6) = -12.}$

Kui lootsikumees sõuab vastu voolu 6-kilomeetrilise kiirusega tunnis, siis on ta 2 tunni pärast 12 km ülevalpool Jänese silda.

Et negatiivne suurus korrutada positiivse suurusega, seks tarvis korrutada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud korrutis kirjutada negatiivsusemärgiga.

370. $\mathbf{6.(-5)=-30}$; $8.(-1)$; $1.(-4)$; $6.(-10)$; $12.(-{}^2/_3)$; $30.(-{}^4/_5)$; $66.(-{}^3/_{11})$; $21.(-{}^3/_7)$; ${}^2/_3.(-{}^3/_4)$; ${}^5/_9.(-{}^3/_5)$; ${}^2/_7.(-{}^{14}/_{15})$; ${}^2/_9.(-{}^9/_{10})$.

3) $\mathbf{v = +6.}$
$\mathbf{t = -2.}$

Et seda juhust arusaadavaks teha, seks peame meeles, et aja *t* positiivsed väärtused kahel eelmisel

*) Esimesele liikmele positiivsusemärki harilikult ei kirjutata; see märk on ainult mõeldav.

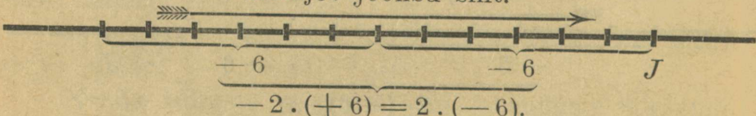
juhusel tähendasid ajavältusi käesolevast silmapilgust algades **tuleviku** poole; järjelikult tähendavad aja t negatiivsed väärtused (käesoleval juhusel — 2) ajavältusi käesolevast silmapilgust algades **mineviku** poole.

Nõnda omandaks antud ülesanne praegusel juhusel kuju:

Lootsikumees on praegusel silmapilgul Jänese silla all. Kus pool silda ja kui kaugel sillast oli ta 2 tunni eest, kui ta silla alla tuli liikudes päri voolu?

Tunni aja eest oli lootsikumees nähtavasti 6 km ülevalpool silda, 2 tunni eest aga 12 km ülevalpool silda.

Emajõe jooksu siht.



$-2.(+6) = 2.(-6) = -12.$

Et positiivne suurus korrutada negatiivse suurusega, seks tarvis korrutada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud korrutis kirjutada negatiivsusemärgiga.

371. $-6.(+5) = -30$; $-8.(+1)$; $-1.(+4)$; $-6.(+10)$; $-12.(+{}^2/_3)$; $-30.(+{}^4/_5)$; $-66.(+{}^3/_{11})$; $-21.(+{}^3/_7)$; $-{}^2/_3.(+{}^3/_4)$; $-{}^5/_9.(+{}^3/_5)$; $-{}^2/_7.(+{}^{14}/_{15})$; $-{}^2/_9.(+{}^9/_4)$.

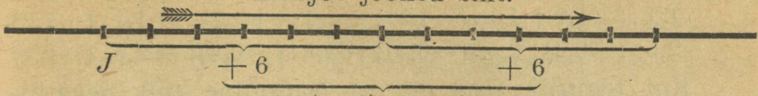
4) $v = -6.$
$t = -2.$

Tõlgitseme antud ülesande käesoleva juhuse kohaselt:

Lootsikumees on praegusel silmapilgul Jänese silla all. Kus pool silda ja kui kaugel sillast oli ta 2 tunni eest, kui ta silla alla tuli liikudes vastu voolu?

Tunni aja eest oli lootsikumees nähtavasti 6 km allpool silda, 2 tunni eest aga 12 km allpool silda.

Emajõe jooksu siht.



$-2 \cdot (-6) = 2 \cdot (+6).$

$\mathbf{-2 \cdot (-6) = 2 \cdot (+6) = 12.}$

Et negatiivne suurus korrutada negatiivse suurusega, seks tarvis korrutada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud korrutis kirjutada positiivsusemärgiga.

372. $\mathbf{-6 \cdot (-6) = 30}$; $-8 \cdot (-1)$; $-1 \cdot (-4)$; $-6 \cdot (-10)$; $-12 \cdot (-{}^2/_3)$; $-30 \cdot (-{}^4/_5)$; $-66 \cdot (-{}^3/_{11})$; $-21 \cdot (-{}^3/_7)$; $-{}^2/_3 \cdot (-{}^3/_4)$; $-{}^5/_9 \cdot (-{}^3/_5)$; $-{}^2/_7 \cdot (-{}^{14}/_{15})$; $-{}^2/_9 \cdot (-{}^9/_4)$.

Suhteliste ehk relatiivsete suuruste korrutamise üldjuhis:

Kahe teguri korrutamisel annavad ühesugused märgid (+ ja + ehk — ja —) positiivse korrutise, kuna aga isesugused märgid (+ ja — ehk — ja +) annavad negatiivse korrutise.

373. $3 \cdot (+4)$; $3 \cdot (-4)$; $-3 \cdot (+4)$; $-3 \cdot (-4)$.
$2 \cdot (+12)$; $2 \cdot (-12)$; $-2 \cdot (+12)$; $-2 \cdot (-12)$.
$9 \cdot (+15)$; $9 \cdot (-15)$; $-9 \cdot (+15)$; $-9 \cdot (-15)$.

374. $8 \cdot (+{}^3/_4)$; $8 \cdot (-{}^3/_4)$; $-8 \cdot (+{}^3/_4)$; $-8 \cdot (-{}^3/_4)$.
${}^5/_7 \cdot (+14)$; ${}^5/_7 \cdot (-14)$; $-{}^5/_7 \cdot (+14)$; $-{}^5/_7 \cdot (-14)$.
$4 \cdot (+{}^3/_7)$; $4 \cdot (-{}^3/_7)$; $-4 \cdot (+{}^3/_7)$; $-4 \cdot (-{}^3/_7)$.

375. ${}^5/_2 \cdot (+{}^6/_5)$; ${}^5/_2 \cdot (-{}^6/_5)$; $-{}^5/_2 \cdot (+{}^6/_5)$; $-{}^5/_2 \cdot (-{}^6/_5)$.
${}^7/_3 \cdot (+{}^3/_7)$; ${}^7/_3 \cdot (-{}^3/_7)$; $-{}^7/_3 \cdot (+{}^3/_7)$; $-{}^7/_3 \cdot (-{}^3/_7)$.
${}^3/_2 \cdot (+{}^2/_9)$; ${}^3/_2 \cdot (-{}^2/_9)$; $-{}^3/_2 \cdot (+{}^2/_9)$; $-{}^3/_2 \cdot (-{}^2/_9)$.

376. $6 \cdot (+0{,}25)$; $6 \cdot (-0{,}25)$; $-6 \cdot (+0{,}25)$; $-6 \cdot (-0{,}25)$.
$0{,}32 \cdot (+10)$; $0{,}32 \cdot (-10)$; $-0{,}32 \cdot (+10)$; $-0{,}32 \cdot (-10)$.
$0{,}2 \cdot (+0{,}3)$; $0{,}2 \cdot (-0{,}3)$; $-0{,}2 \cdot (+0{,}3)$; $-0{,}2 \cdot (-0{,}3)$.

377. $7{,}2\,.\,(+0{,}5)$; $7{,}2\,.\,(-0{,}5)$; $-7{,}2\,.\,(+0{,}5)$; $-7{,}2\,.\,(-0{,}5)$.
$1{,}1\,.\,(+1{,}2)$; $1{,}1\,.\,(-1{,}2)$; $-1{,}1\,.\,(+1{,}2)$; $-1{,}1\,.\,(-1{,}2)$.
$2{,}5\,.\,(+0{,}4)$; $2{,}5\,.\,(-0{,}4)$; $-2{,}5\,.\,(+0{,}4)$; $-2{,}5\,.\,(-0{,}4)$.

Kui tegurite reas on paarisarvuline hulk negatiivseid tegureid, siis on nende tegurite korrutis positiivne; on aga negatiivseid tegureid paaritu arv, siis on nende tegurite korrutis negatiivne.

378. $\mathbf{3\,.\,(-4)\,.\,(-2)\,.\,(+5) = 120}$;
$\mathbf{-7\,.\,(-1)\,.\,(+3)\,.\,(-2)\,.\,(-10) = 420}$;
$\mathbf{-1\,.\,(+2)\,.\,(-3)\,.\,(+4)\,.\,(-10) = -240.}$
$4\,.\,(-1)\,.\,(-2)$; $-5\,.\,(+2)\,.\,(-1)$; $-2\,.\,(+0{,}5)\,.\,(+8)$.
$2\,.\,(-5)\,.\,(+6)$; $-2.(-5).(+6)$; $-2.(-5).(-6)$; $2.(+5).(-6)$.

379. $5\,.\,(-0{,}2)\,.\,4$; $5\,.\,(-0{,}2)\,.\,(-4)$; $-5\,.\,(-0{,}2)\,.\,(-4)$; $-5\,.\,(-0{,}2)\,.\,4$.
$-4\,.\,(-7)\,.\,(-3)$; $4\,.\,(-7)\,.\,(-3)$; $-4\,.\,(-7)\,.\,3$; $4\,.\,(-7)\,.\,3$.
$-3{,}6\,.\,(-5)\,.\,(-0{,}5)\,.\,(-4)$; $3{,}6\,.\,(-5)\,.\,0{,}5\,.\,4$; $-3{,}6\,.\,(-5)\,.\,0{,}5\,.\,4$; $-3{,}6\,.\,5\,.\,0{,}5\,.\,(-4)$.

380. $2{,}4\,.\,(-6)\,.\,(-3)\,.\,(-1)$; $-2{,}4\,.\,6\,.\,3\,.\,(-1)$; $2{,}4\,.\,(-6)\,.\,3\,(-1)$; $2{,}4\,.\,5\,.\,2\,.\,(-1)$.

§ 10. Suhteliste ehk relatiivsete suuruste jagamine.

Jagamine on korrutamise vastastehe; sellepärast võime jagamise abil korrutise ja ühe teguri kaudu leida teise teguri.

Suhteliste ehk relatiivsete suuruste jagamisel on 4 juhust:

1) **Positiivse suuruse jagamine positiivse suurusega.**

$$\mathbf{2\,.\,(+6) = 12;\quad 12:(+2) = +6.}$$

Et positiivne suurus jagada positiivse suurusega, seks tarvis jagada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud jagatis kirjutada positiivsusemärgiga.

381. $52:(+13)=4$; $70:(+7)$; $42:(+6)$; $77:(+11)$; $18:(+{}^3/_4)$; $36:(+{}^6/_7)$; $88:(+{}^{22}/_{23})$; $8:(+{}^5/_2)$; ${}^2/_3:(+{}^4/_5)$; ${}^3/_8:(+{}^9/_4)$; ${}^5/_9:(+{}^5/_9)$; ${}^9/_{11}:(+{}^9/_{11})$.

2) **Negatiivse suuruse jagamine positiivse suurusega.**

$$2.(-6)=-12;\quad -12:(+2)=-6.$$

Et negatiivne suurus jagada positiivse suurusega, seks tarvis jagada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud jagatis kirjutada negatiivsusemärgiga.

382. $-52:(+13)=-4$; $-70:(+7)$; $-42:(+6)$; $-77:(+11)$; $-18:(+{}^3/_4)$; $-36:(+{}^6/_7)$; $-88:(+{}^{22}/_{23})$; $-8:(+{}^5/_2)$; $-{}^2/_3:(+{}^4/_5)$; $-{}^3/_8:(+{}^9/_4)$; $-{}^5/_9:(+{}^5/_9)$; $-{}^9/_{11}:(+{}^{11}/_9)$.

3) **Negatiivse suuruse jagamine negatiivse suurusega.**

$$-2.(+6)=-12;\quad -12:(-2)=+6.$$

Et negatiivne suurus jagada negatiivse suurusega, seks tarvis jagada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud jagatis kirjutada positiivsusemärgiga.

383. $-52:(-13)=+4$; $-70:(-7)$; $-42:(-6)$; $-77:(-11)$; $-18:(-{}^3/_4)$; $-36:(-{}^6/_7)$; $-88:(-{}^{22}/_{23})$; $-8:(-{}^5/_2)$; $-{}^2/_3:(-{}^4/_5)$; $-{}^3/_8:(-{}^9/_4)$; $-{}^5/_9:(-{}^5/_9)$; $-{}^9/_{11}:(-{}^{11}/_9)$.

4) **Positiivse suuruse jagamine negatiivse suurusega.**

$$-2.(-6)=12;\quad 12:(-2)=-6.$$

Et positiivne suurus jagada negatiivse suurusega, seks tarvis jagada nende suuruste absoluutsed väärtused ja saadud jagatis kirjutada negatiivsusemärgiga.

384. $52:(-13)=-4$; $70:(-7)$; $42:(-6)$; $77:(-11)$; $18:(-{}^3/_4)$; $36:(-{}^6/_7)$; $88:(-{}^{22}/_{23})$; $8:(-{}^5/_2)$; ${}^2/_3:(-{}^4/_5)$; ${}^3/_8:(-{}^9/_4)$; ${}^5/_9:(-{}^5/_9)$; ${}^9/_{11}:(-{}^9/_{11})$.

Suhteliste ehk relatiivsete suuruste jagamise üldjuhis: **Suhteliste ehk relatiivsete suuruste jagamisel annavad ühesugused märgid (+ ja + ehk — ja —) positiivse jagatise, kuna aga isesugused märgid (+ ja — ehk — ja +) annavad negatiivse jagatise.**

385. $0{,}2:(+5)$; $-0{,}2:(-5)$; $0{,}2:(-5)$; $-0{,}2:(+5)$.
$0{,}3:(+4)$; $-0{,}3:(-4)$; $0{,}3:(-4)$; $-0{,}3:(+4)$.

386. $1{,}2:(+6)$; $-1{,}2:(-6)$; $1{,}2:(-6)$; $-1{,}2:(+6)$.
$0{,}37:(+10)$; $-0{,}37:(-10)$; $0{,}37:(-10)$; $-0{,}37:(+10)$.

387. $6:(+0{,}2)$; $-6:(-0{,}2)$; $6:(-0{,}2)$; $-6:(+0{,}2)$.
$10:(+0{,}1)$; $-10:(-0{,}1)$; $10:(-0{,}1)$; $-10:(+0{,}1)$.

388. $12:(+0{,}5)$; $-12:(-0{,}5)$; $12:(-0{,}5)$; $-12:(+0{,}5)$.
$3:(+0{,}4)$; $-3:(-0{,}4)$; $3:(-0{,}4)$; $-3:(+0{,}4)$.

389. $0{,}3:(-0{,}2)$; $0{,}3:(+0{,}2)$; $-0{,}3:(-0{,}2)$; $-0{,}3:(+0{,}2)$.
$-2{,}5:(-0{,}25)$; $2{,}5:(-0{,}25)$; $-2{,}5:(+0{,}25)$; $2{,}5:(+0{,}25)$.

390. $0{,}6:(-0{,}1)$; $-0{,}6:(+0{,}1)$; $-0{,}6:(-0{,}1)$; $0{,}6:(+0{,}1)$.
$-0{,}7:(+0{,}05)$; $0{,}7:(-0{,}05)$; $-0{,}7:(-0{,}05)$; $0{,}7:(+0{,}05)$.

§ 11. Üksliikmete korrutamine ja jagamine.

391. $\boldsymbol{a.(+b)=ab;\quad a.(-b)=-ab;\quad -a.(+b)=-ab;\quad -a.(-b)=ab.}$
$m.(+n)$; $m.(-n)$; $-m.(+n)$; $-m.(-n)$.
$c.(+d)$; $c.(-d)$; $-c.(+d)$; $-c.(-d)$.

392. $x.(+y).(+z)$; $x.(-y).(+z)$; $-x.(+y).(-z)$; $-x.(-y).(-z)$.
$p.(+q).(-r).(+s)$; $p.(-q).(+r).(-s)$; $p.(-q).(-r).(-s)$; $-p.(-q).(-r).(-s)$.

$a.(+b).(+c).(+d)$; $-a.(-b).(-c).(-d)$; $-a.$
$.(+b).(-c).(-d)$; $a.(-b).(+c).(-d)$.

Et ühe ja sama tähe astmed korrutada, seks tarvis astmenäitajad liita.

$$a^4.a^2. = (a.a.a.a).(a.a) = a.a.a.a.a.a = a^6.$$
$$b^5.b^3 = b^{5+3} = b^8;\ c.c^3 c^4 = c^{1+3+4} = c^8.$$

Korrutada:

393. m^2 ja m^5; m^3 ja m^4; m ja m^6; m^7 ja m^5.

394. b^2 ja b^5; b^3 ja b ja b^{12} ja b^7 ja b ja b^{10}; b^4 ja b^5; b^8 ja b^9.

395. c^3 ja c; c^5 ja c^3; c^4 ja c^2; c^6 ja c^5; c^8 ja c^{10}; c^{15} ja c^4.

396. $a^2.(-a^3)$; $-a^7.a^5$; $-a^3.(-a^8)$; $-a.a^{10}$; $-a^{15}.$ $.(-a^5)$.

397. $d^4.(-d^2)$; $-d^5.(-d^3)$; $-d^6.d^3$; $d^3.d^{12}$.

398. $a^m.a^n$; $a^p.a^m$; $a^m.a^3$; $a^n.a^5$; $a^6.a^r$.

399. $a^m.a^{2m}.a^{3m}$; $a.a^2.a^n$; $a^m.a.a^2$; $a^p.a^n.a^m$.

400. $a^m.b^{m+2}$; $b^{m+3}.b^{m-3}$; $a^{m+1}.a^{m+3}$.

401. $x^m.x^{m-1}$; $y^{n-3}.y^{n+3}$; $z^{n-5}.z^{2n+6}$.

Et üksliikmed korrutada, seks tarvis korrutada kordajad ja liita ühesuguste tähtede astmenäitajad, kuna aga tähed, mis esinevad ainult ühes teguris, muutmata korrutisesse kirjutatakse.

402. $3a.7 = 3.a.7 = 21a$; $2a^3.3a^2 = 2.a.a.a.3.$
$.a.a = 2.3.a.a.a.a.a = 6a^5$.
$8m^3n^2x^3y.5m^5n^7xz^4 = 8.m^3.n^2.x^3.y.5.m^5.$
$.n^7.x.z^4 = 8.5.m^3.m^5.n^2.n^7.x^3.x.y.$
$.z^4 = 40m^8n^9x^4yz^4$.

403. a) $5x.19$; b) $4.6y$; c) $7.18z$; d) $6{,}5a.2{,}4$; e) $12{,}5t.0{,}16$; f) $6{,}25.0{,}64z$.

404. a) $3u.7v.5w$; b) $15a.13b.8c$; c) $25r.16s.15t.$ $.8u$; d) $0{,}5a.0{,}8b.2{,}3c$.

405. a) $4{,}25\,r \,.\, 1{,}7\,s \,.\, 0{,}04\,t$; b) $1{,}25\,p \,.\, 2{,}25\,q \,.\, 0{,}8\,r$;
c) $8{,}75\,x \,.\, 0{,}04\,y \,.\, 2{,}6\,z$; d) $6{,}25\,ab \,.\, {}^{4}/_{25}\,cd$.

406. a) $0{,}35\,a \,.\, 0{,}45\,bc \,.\, 1{,}6\,def$; b) $9{,}2\,xy \,.\, 0{,}25\,uv \,.\, {}^{9}/_{23}\,z$;
c) $3^{1}/_{8}\,ab \,.\, 0{,}28\,c \,.\, 3^{3}/_{7}\,de$; d) $0{,}7\,y \,.\, 0{,}3\,y \,.\, 0{,}5\,y$.

407. a) $a x^2 \,.\, b x^3$; b) $5\,a x \,.\, 7\,a^2 y$; c) $12\,a^2 b \,.\, 5\,a b^2$;
d) $3^{1}/_{3}\,a^3 x^2 \,.\, 3^{3}/_{5}\,a^3 x^5$.

408. a) $a^3 \,.\, a^4 \,.\, a^7$; b) $x^2 \,.\, y \,.\, x^3 \,.\, y^4 \,.\, x$; c) $2\,ab \,.\, 3\,a^2 b^3 \,.\, 4\,a^3 b^2$;
d) $0{,}5\,x^4 y^3 \,.\, 0{,}4\,x^2 y^7 \,.\, 5\,x y^2$.

409. $2\,a^2 \,.\, 5\,ab$; $2\,a^2 b \,.\, (-5\,a b^2)$.

410. $4\,a^3 x z \,.\, 9\,a^2 x^2$; $-9\,a x^3 y \,.\, (-4\,a^2 x^3)$.

411. ${}^{2}/_{3}\,a^2 b^2 x \,.\, {}^{3}/_{4}\,a^5 b x^2 y$; $-{}^{3}/_{2}\,a^3 b c^3 x^2 \,.\, (-{}^{4}/_{3}\,a b^4 x)$.

412. $2^{1}/_{2}\,a^m b^m \,.\, {}^{2}/_{5}\,a^2 b z^3$; ${}^{4}/_{5}\,a b^2 c d^3 \,.\, (-3^{3}/_{4}\,a^n b^m)$.

413. $2{,}2\,a^m x^n y^r \,.\, (-5\,a^{2m} x^n)$; $-0{,}5\,a^{2n} x^{3m} z \,.\, (-2\,a^n x^{2m})$.

414. $-7\,x^2 \,.\, 5\,xy \,.\, 3\,y^2$; $0{,}5\,a^2 \,.\, (-0{,}4\,ab) \,.\, (-8\,b^2)$.

415. $-{}^{3}/_{4}\,a \,.\, (-{}^{5}/_{3}\,b) \,.\, (-{}^{4}/_{5}\,c)$; $3^{1}/_{5}\,x \,.\, (-3^{1}/_{3}\,y) \,.\, (-5^{1}/_{4}\,z)$.

416. $-3\,a \,.\, (-4\,b) \,.\, (-6\,c) \,.\, 5\,d$; $5\,ab \,.\, (-2\,a^2 b^3) \,.\, (6\,a^4) \,.$
$.\, (-3\,b^4)$.

417. $3\,(a+b)^3 \,.\, 5\,(a+b)^2$; $4\,(a-b)^5 \,.\, -{}^{3}/_{4}\,(a-b)$.

418. $5\,(a-x)^m \,.\, {}^{2}/_{5}\,(a-x)^n$; $2\,(a+x) \,.\, {}^{5}/_{2}\,(a+x)^m$.

419. $0{,}5\,(m+n)^2 \,.\, 8\,(m+n)^3 \,.\, 0{,}25\,(m+n)$; $(m-n)^x \,.\, (m-n)^y \,.$
$.\, (m+n)^z$.

Ühe ja sama tähe astmete korrutamisel liidetakse nende tähtede astmenäitajad. Et aga jagamine on korrutamise vastastehe, sellepärast: **ühe ja sama tähe astmete jagamisel lahutatakse jagatava astmenäitajast jagaja astmenäitaja.**

420. $a^5 \,.\, a^3 = a^{5+3} = a^8$; $a^8 : a^3 = a^{8-3} = a^5$.

421. $n^7 : n^3$; $n^4 : n$; $n^9 : n^6$; $n^m : n^r$; $n^p : n^q$.

422. $m^5 : m^2$; $m^{10} : m^9$; $m^7 : m$; $m^p : m^r$.

423. $a^m : a^{m-1}$; $a^{m+1} : a^m$; $a^{2m} : a^m$; $a^{2n+1} : a^{n+1}$.

424. $c^{n+1} : c^{n-1}$; $c^n : c^{n-5}$; $c^{2n+2} : c^{n+2}$; $b^{2n} : b^{n-3}$.

Iga suurus nullisel astmel on 1.

425. $b^5 : b^5 = b^{5-5} = b^0 = 1.$

426. $k^3 : k^3; \quad k^4 : k^4; \quad k : k; \quad k^8 : k^8; \quad 2^m : 2^m; \quad 3^n : 3^n.$

427. $f^m : f^m; \quad f^{n-1} : f^{n-1}; \quad f^{r+3} : f^{r+3}; \quad f^{m+n} : f^{m+n}.$

Iga suurus, mille astmenäitaja on negatiivne, võrdub murruga, mille lugejaks on 1, kuid nimetajaks sama suurus, mis on võetud positiivse astmenäitajaga.

428. $b^3 : b^5 = b^{3-5} = b^{-2} = \frac{1}{b^2}.$

429. $d^2 : d^4; \quad d^3 : d^7; \quad d : d^3; \quad d : d^2; \quad d^0 : d^2.$

430. $k^{m-1} : k^m; \quad k^m : k^{m+1}; \quad k^m : k^{2m}; \quad k^{n+1} : k^{2n+1}.$

431. $c^{n-1} : c^{n+1}; \quad c^{n-5} : c^n; \quad c^{n+2} : c^{2n+2}; \quad b^{n-3} : b^{2n}.$

Et üksliige jagada üksliikmega, seks tarvis jagada nende kordajad, lahutada ühesuguste tähtede astmenäitajad, ainult jagatavas esinevad suurused kirjutada jagatisesse muutmata ja ainult jagajas esinevad suurused kirjutada jagatisesse muudetud astmenäitaja märgiga; kui jagatavas ja jagajas esinevad ühe ja sama tähe ühesugused astmed, siis kaob see täht jagatises üldse.

432. $24\, a^8 c^3 d^5 x^4 y : 8\, a^3 c^3 d\, x^4 z^2 = 3\, a^5 c^0 d^4 x^0 y\, z^{-2} =$
$= 3 \,.\, a^5 \,.\, 1 \,.\, d^4 \,.\, 1 \,.\, y \,.\, \frac{1}{z^2} = \frac{3\, a^5 d^4 y}{z^2}.$

433. $18\,a : 3; \quad 15\,b : (-5); \quad -32\,c : 8; \quad -14\,m : (-7).$

434. $5\,m : m; \quad 6\,y : (-y); \quad -8\,x : x; \quad -8\,x : (-x).$

435. $4\,mn : 2\,m; \quad 9\,cd : (-3\,c); \quad -16\,xy : 4\,x; \quad -26\,kl : (-13k).$

436. $27\,cde : cd; \quad 14\,mnr : (-14\,nr); \quad -3\,prl : 6\,pr; \quad -xyz :$
$: -5\,yz.$

437. $6\,a^2 b : 2\,ab; \quad -6\,ab^2 : 2\,ab; \quad -6\,a^2 b : (-3\,ab); \quad 6\,a^2 b^2 :$
$: (-2\,ab).$

438. $5\,a^2 b^3 c : 2\,abc; \quad -5\,a^3 b^2 c : 2\,a^3 b; \quad -5\,a^2 bc^3 : (-2\,ac^3).$

439. $12\,a^4 b^5 c\,x^2 : {}^3/_4\, a\, b^4 c; \quad 12\,a^4 b^5 c\,x^2 : (-{}^3/_4\, a^4 b\, x^2).$

440. $3a^2b:3a^2bc$; $2a^2b:2a^3b$; $2a^2b:2ab^2$.
441. $2a^nb^m:9a^5bc$; $11a^mb^nx:(-2a^3b^2y)$.
442. $10a^5x^p:2x^p$; $18b^7c^{n-1}:(-9b^3c^{n-1})$.
443. $-{}^6/_7\, a^rb^{13}c^{n+3}:3a^rb^{19}c^3$; ${}^3/_4\, c^8d^{r+4}h^{5n}:{}^3/_8\, c^{12}d^rh^{3n}$.
444. $0{,}21a^{n+5}c^{10}y^n:(-7a^{n+3}c^2y)$; $-a^rn^9p^{r+4}x^2:$
$:(-0{,}2a^{r-1}n^9p^3)$.
445. $10{,}8a^{2n+p}b^rc^xd^{2p-1}:1{,}2a^{p-n}c^xd^{p+2}$.
446. $ab:cd$; $a^2b:a^3$; $an:bn^3$; $a^3bc:(-cde^5)$.
447. $3(a+b)^3:5(a+b)^2$; $4(a-b)^5:{}^4/_3\,(a-b)$.
448. $-{}^5/_2\,(a-x)^7:-5(a-x)^6$; $5(a-x)^8:-{}^5/_2\,(a-x)^5$.
449. $2(x+y)^m:(x+y)^n$; $12(x-y)^m:{}^3/_4\,(x-y)^{m+1}$.
450. $8(a+b)^2(a-b):{}^2/_3\,(a+b)$; $7(a+b)^3(a-b)^2:$
$:{}^7/_2\,(a+b)^2(a-b)^2$.
451. $(-a^{2n-1}b^2x^3:7{}^1/_2\,a^{r-1}x^3):-1{,}6a^{n-r+1}b^4x^{n-1}$.

§ 12. Hulkliikmete korrutamine.

Et hulkliige korrutada üksliikmega, seks tarvis hulkliikme iga liige korrutada üksliikmega.

$$f(k-l+m)=fk-fl+fm,$$

sest et

$$f(k-l+m)=\underbrace{(k-l+m)+(k-l+m)+\ldots+(k-l+m)}_{f \text{ korda}}=$$
$$=k-l+m+k-l+m+\ldots+k-l+m=$$
$$=(k+k+\ldots+k)-(l+l+\ldots+l)+(m+m+\ldots+m)=$$
$$=fk \qquad -fl \qquad +fm=fk-fl+fm.$$

452. $3(x+y)=3x+3y$; $2(a-b+c)$.
453. $7(x-y)$; $12(a+b-c-d)$.
454. $3(2a-3b-4c)$; $(2a-5b).5m$.
455. $5(3x-7y+2z)$; $(2a-5b).3a$.
456. $9ab(4a-7b)$; $12a^2(5ab+3b^2)$.
457. $(2{,}7a-3{,}2b+4{,}3c-6{,}2d).0{,}5f$.
458. $(4{,}3a^2-5{,}4ab-24b^4+7{,}8a-3{,}2b).0{,}7ab$.

459. $(11^2/_3 x^2 y - 5^4/_9 x y^2 - 4^1/_5 x y + 23^1/_3 x - 12^4/_9 y) . 6^3/_7 xy$.
460. $(2a^2 - {}^2/_3 ax + x^2) . -{}^1/_2 ax$; $(b^2 - {}^3/_4 by + 3y^2) .$
$. -{}^2/_3 by$.
461. $b^n . (1 - 2b + b^2)$; $z^{m-1} . (z^m - 2z^{m+1} + 3z^{m+2})$.
462. $a^m . (a^3 - 2a^2 + a)$; $(3x^{n-2} - 2x^{n-1} - x^n) . x^{n+1}$.
463. $5(2x - 7y) + 6(5y - 2x) - 3(4x + 6y)$.
464. $3(2a - 11b) - 17a - 4(5b - 8a) + 19b$.
465. $3a(4a - 5b) - 4b(5a + 7b)$.
466. $(5m - 7n) . 4m - (3m - 8n) . 5n - (7n - 2m) . 6m +$
$+ (5m - n) . 3n$.
467. $8x(3x - 5y) - 5y(2x - 7y) - 7y(4x - 3y) +$
$+ 6x(11x - 9y)$.
468. $(12u - 3v) . 4u - (11v - 6u) . 5v + (7v - 3u) . 8v -$
$- (9u + 2v) . 7v$.
469. $3a[5b - (7a - 4b)] - 8b[3a - (7b - 5a) + (6a - 11b)]$.
470. $5x^2[3x^3 - 2(4x^2 - 5x) + 7] + 3x[5x^3 + 4(3x^2 -$
$- 7) + 11x]$.
471. $0{,}5r(0{,}8r - 0{,}6s) - 0{,}4s(1{,}5s - 2{,}5r)$.
472. $0{,}7a(0{,}5a - 0{,}3b) + 0{,}9b(0{,}4b - 0{,}7a) - 3{,}4(0{,}4a^2 -$
$- 0{,}9ab + 0{,}2b^2)$.
473. $2^1/_2 a(4^2/_5 a - 6^1/_4 b) - 2^2/_5 b(3^3/_4 a + 8^1/_3 b)$.
474. $6^3/_7 p(4^1/_5 p - 11^2/_3 q) - 4^4/_9 q(3^3/_8 p - 5^2/_5 q)$.
475. $2^2/_3 x[2^1/_4 x - (1^7/_8 y - 15^3/_4)] - [6^2/_3 x - (5^5/_7 -$
$- 4^1/_6 y)] . 8^2/_5 y$.

Et hulkliige korrutada hulkliikmega, seks tarvis korrutatava iga liige korrutada korrutaja iga liikmega ja saadud osakorrutised kirjutada üksteise juurde nende oma märkidega.

$$(a - b - c)(x - y + z) = a(x - y + z) - b(x - y + z) -$$
$$- c(x - y + z) = (x - y + z)a + (x - y + z) . (-b) + (x -$$
$$- y + z . (-c) = ax - ay + az - bx + by - bz - cx +$$
$$+ cy - cz.$$

476. $(8\,a-2\,b)\,(4\,a+3\,b)=(8\,a-2\,b)\,.\,4\,a+(8\,a-$
$-2\,b)\,.\,3\,b=32\,a^2-\underline{8\,a\,b}+\underline{24\,a\,b}-6\,b^2=$
$=32\,a^2+16\,a\,b-6\,b^2.$

477. $(5\,x-3\,y)\,(6\,x+5\,y)$; $(9\,r+7\,s)\,(2\,r-5\,s)$.

478. $(5\,x-3\,y)\,(6\,x-5\,y)$; $(8\,p-3\,q)\,(5\,q-7\,p)$.

479. $(a+b+c)\,(d+e)$; $(a-b+c)\,(d-e+f)$.

480. $(6\,p+3\,q-r)\,(2\,p-4\,q+5\,r)$.

481. $(4\,x-5\,y-7\,z)\,(8\,x-7\,y-5\,z)$.

482. $(0{,}3\,a+0{,}7\,b-0{,}8\,c)\,(0{,}5\,a-0{,}6\,b+0{,}3\,c)$.

483. $(1{,}25\,x-2{,}75\,y+3{,}5\,x)\,(1{,}2\,x+2{,}8\,y-0{,}8\,z)$.

484. $(0{,}25\,u+0{,}35\,v-0{,}55\,w)\,(0{,}24\,u-0{,}12\,v+0{,}16\,w)$.

485. $(2^1/_2\,x-3^1/_3\,y)\,(5^1/_3\,x-2^1/_4\,y)$.

486. $(^2/_3\,a-{}^3/_4\,b+{}^5/_6\,c)\,(1^1/_2\,a+1^1/_4\,b-1^1/_6\,c)$.

487. $(^5/_9\,x-2^2/_3\,y-3^1/_5\,z)\,(3^3/_5\,x-2^1/_4\,y+1^7/_8\,z)$.

488. $(a^4+2\,a^3+3\,a^2+2\,a+1)\,(a^2-2\,a+1)$.

489. $(x^4-2\,x^3+3\,x^2-2\,x+1)\,(x^2+2\,x+1)$.

490. $(2\,a+5\,b)\,(3\,a-4\,b)+(7\,a-3\,b)\,(6\,a-4\,b)$.

491. $(7\,x-5\,y)\,(3\,x+4\,y)-(6\,r-3\,s)\,(2\,r-5\,s)$.

492. $(9\,p-4\,q)\,(2\,p+3\,q)-(5\,p-6\,q)\,(6\,q-5\,p)$.

493. $(2\,a+3\,b)\,(4\,a-5\,b)-(5\,a-3\,b)\,(2\,a-7\,b)$
$+(a-6\,b)\,(5\,b-a)$.

494. $(6\,p-5\,q)\,(2\,p-3\,q)-(8\,p-7\,q)\,(4\,p-5\,q)-$
$-(9\,p-q)\,(2\,q-5\,p)$.

795. $(3\,a-4\,b-5\,c)\,(4\,a+5\,b-3\,c)-(7\,a+b-2\,c)\,(2\,a-$
$-3\,b+c)$.

496. $(5\,x-7\,y+9\,z)\,(5\,x+7\,y-9\,z)-(2\,x+3\,y-$
$-5\,z)\,(2\,x+3\,y+3\,z)$.

497. $(6\,r+5\,s-4\,t)\,(6\,r-5\,s+4\,t)-(4\,r-5\,s+6\,t)\,(9\,r+$
$+2\,s-3\,t)$.

498. $0{,}2\,x-0{,}9\,y)\,(0{,}7\,x-0{,}4\,y)-(0{,}3\,x-0{,}5\,y)\,(0{,}4\,x-$
$-0{,}8\,y)$.

499. $(2^1/_2\,a-3^1/_3\,b)\,(5^1/_3\,a+2^1/_4\,b)-(3^1/_2\,a+4^1/_2\,b)\,(2^1/_6\,a-$
$-2^1/_4\,b)$.

500. $[x^2+6\,a\,b+(2\,a+3\,b)\,x]\,.\,[x^2+6\,a\,b-(2\,a+3\,b)\,x]$.

501. $(x+2)(x+3)(x+4)-24\left[x-{}^1\!/_2(x-1)\right].\left[x-{}^2\!/_3(x-2)\right].\left[x-{}^3\!/_4(x-1{}^1\!/_3)\right]$.

Korraldatud hulkliikmed ja nende korrutamine.

Kergem on tehteid arvutada hulkliikmetega, kui hulkliikmed on **korraldatud** mingisuguse kindla korra järele. Korraldame näiteks hulkliikme $-4ab+2a^2+4b^2$ nõnda, et tema esimeses liikmes esineks suurus b kõige ülemal astmel, teises liikmes sama suurus juba järgneval alamal astmel ja kolmandas liikmes kõige alamal astmel (käesoleval juhusel 0 astmel). Saame:

$$4b^2-4ab+2a^2.$$

Hulkliige on korraldatud suuruse *b* alanevate astmete järjekorras.

Kirjutades alanevate astmete järjekorras kirjutatud hulkliikme vastupidises järjekorras, saame:

$$2a^2-4ab+4b^2.$$

Hulkliige on korraldatud suuruse *b* ülenevate astmete järjekorras.

Antagu korrutada hulkliikmed: $4b^2+2a^2-4ab$ ja $3ab+1{,}5a^2+3b^2$. Seks korraldame hulkliikmed näiteks suuruse b alanevate astmete järjekorras ja kirjutame nad üksteise alla nii, et sarnased üksliikmed teineteise alla satuksid.

$$\begin{array}{lllll}
4b^2 & -4ab & +2a^2 & & \\
\underline{3b^2} & \underline{+3ab} & \underline{+1{,}5a^2} & & \\
12b^4 & -12ab^3 & +6a^2b^2\ \ldots & & \text{ülemise hulk-}\\
 & & & & \text{liikme korrutis } +3b^2\text{-ga}\\
 & +12ab^3 & -12a^2b^2 & +6a^3b & \text{,, \quad ,, \quad } +3ab\text{-ga}\\
 & & \underline{+6a^2b^2} & \underline{-6a^3b+3a^4} & \text{,, \quad ,, \quad } +1{,}5a^2\text{-ga}\\
12b^4 & & & +3a^4 = \mathbf{12b^4+3a^4}. &
\end{array}$$

Korraldada hulkliikmed mingisuguse suuruse ülenevate või alanevate astmete järjekorras ja korrutada:

502. $9a^2 + 16b^2 - 12ab$ ja $-4b + 3a$.

503. $16x^4 - 20ax^2 + 25a^2$ ja $5a + 4x^2$.

504. $x^3 - 24 + 11x - 4x^2$ ja $2 + 4m + 3m^2$.

505. $0{,}3x^3 + 0{,}6x^2y - 0{,}9xy^2 - 2{,}4y^3$ ja $1{,}2y^2 - 0{,}6xy -$
$- 0{,}4x^2$.

506. $0{,}3a^4 - 2{,}5a^3 - 6a^2$ ja $0{,}5a^2 + 1 - 3a$.

507. $a^4 + an^3 - 2a^3n - 2a^2n^2$ ja $-2an + a^2 - n^2$.

508. $x^2 - 4x + 2x^3 - 11 + x^4$ ja $3 + x^2 - 2x$.

509. $\frac{x^3}{4} - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3}$ ja $3x^5 - 4x^2 + 2x$.

510. $\frac{a^2}{3} - 1 - \frac{a}{2} + \frac{a^3}{4}$ ja $3 - \frac{a}{4} + \frac{a^3}{2} - \frac{a^2}{3}$.

511. $^3/_4\, a^2m - m^3 - {}^1/_2\, a^3 + 2am^2$ ja $m^2 - {}^1/_3\, a^2 - 2am$.

512. $1^2/_5\, x^2y^4 + 10x^5y - 2^1/_2\, x^4y^2$ ja $^3/_5\, x^4y^4 - 2x^3y^5$.

513. $p^3 + 2mp^2 + 2m^2p + m^3$ ja $m^3 - 2m^2p + 2mp^2 - p^3$.

514. $1^1/_2\, a^nc^n + 4a^{2n} + 2c^{2n}$ ja $6a^{2n} + 3c^{2n} - 2^1/_4\, a^nc^n$.

515. $5a^2p - 3ap^2 + 4p^3 + 4{,}5a^3$ ja $2p^2 - 7a^2 - 6ap$.

516. $4a^2x^4y^3 - ax^2y^6 - {}^3/_4\, y^9 + 8a^3x^6$ ja $-2ax^2y^3 +$
$+ 4a^2x^4 + 1^1/_2\, y^6$.

517. $1{,}5a^9 - 3c^3 - 0{,}25a^3c^2 - 5a^6c$ ja $0{,}2ac^2 + 0{,}6a^7 -$
$- a^4c$.

518. $0{,}4a^3x - 0{,}55a^2x^2 - 0{,}075ax^3 + 3a^4 + 0{,}1x^4$ ja $-$
$- 0{,}4ax + 0{,}2x^2 + 0{,}8a^2$.

519. $^7/_8\, n^6x + {}^3/_4\, n^2x^3 + x^4 - {}^1/_2\, n^8 + 21n^4x^2$ ja $^2/_3\, x^2 -$
$- 4n^4 - {}^6/_7\, n^2x$.

Lühendatud korrutamisviis valemite abil.

1) Kahe suuruse summa ruut võrdub esimese suuruse ruuduga pluss kahekordne esimese ja teise suuruse korrutis pluss teise suuruse ruut.

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = \boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2}.$$

520. $(x+y)^2$; $(m+n)^2$.
521. $(m+k)^2$; $(p+q)^2$.
522. $(x+1)^2$; $(a+1)^2$.
523. $(m+4)^2$; $(q+5)^2$.
524. $(6+n)^2$; $(7+k)^2$.
525. $(3a+5b)^2$; $(7m+3)^2$.
526. $(7r^2+4)^2$; $(2a^2-3b^2)^2$.
527. $(2a^2b+3ab)^2$; $(5a^2m^3+7m^2n)^2$
528. $53^2 = \mathbf{(50+3)^2} = 2500+300+9 = \mathbf{2809}$.
529. 82^2; 103^2.
530. 303^2; 201^2.
531. 85^2; 704^2.
532. $(4{,}1)^2$; $(10{,}2)^2$.
533. $(50{,}4)^2$; $(0{,}72)^2$.
534. $(0{,}31)^2$; $(0{,}44)^2$.

2) **Kahe suuruse vahe ruut võrdub esimese suuruse ruuduga miinus kahekordne esimese ja teise suuruse korrutis pluss teise suuruse ruut.**

$$\boldsymbol{(a-b)^2} = (a-b)(a-b) = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 = \boldsymbol{a^2 - 2ab + b^2}.$$

535. $(x-y)^2$; $(m-n)^2$.
536. $(m-k)^2$; $(p-q)^2$.
537. $(x-1)^2$; $(a-1)^2$.
538. $(m-4)^2$; $(q-5)^2$.
539. $(6-n)^2$; $(7-k)^2$.
540. $(3a-5b)^2$; $(7m-3)^2$.
541. $(7r^2-4)^2$; $(2a^2-3b^2)^2$.
542. $(2a^2b-3ab)^2$; $(5a^2m^2-7m^2n)^2$.
543. $68^2 = \mathbf{(70-2)^2} = 4900-280+4 = \mathbf{5184}$.
544. 79^2; 67^2.
545. 99^2; 18^2.
546. 66^2; 47^2.
547. $(9{,}8)^2$; $(4{,}7)^2$.
548. $(0{,}88)^2$; $(0{,}49)^2$.
549. $(0{,}076)^3$; $(0{,}058)^2$.

3) **Kahe suuruse summa ja vahe korrutis võrdub esimese suuruse ruuduga miinus teise suuruse ruut.**

$$\boldsymbol{(a+b)(a-b)} = a^2 + \underline{ab} - \underline{ab} - b^2 = \boldsymbol{a^2 - b^2}.$$

550. $(x+y)(x-y)$; $(m-n)(m+n)$.
551. $(m+k)(m-k)$; $(p+q)(q-p)$.
552. $(x+1)(x-1)$; $(a+1)(1-a)$.
553. $(m+4)(4-m)$; $(q-5)(5+q)$.
554. $(6-n)(6+n)$; $(7+k)(k-7)$.
555. $(3a+5b)(3a-5b)$; $(7m-3)(7m+3)$.

556. $(7r^2+4)(4-7r^2)$; $(2a^2+3b^2)(2a^2-3b^2)$.

557. $(2a^2b-3ab)(2a^2b+3ab)$; $(5a^2p^2+7m^2n)(5a^2p^2-$ $-7m^2n)$.

558. $\mathbf{23.17=(20+3)(20-3)}=20^2-3^2=400-9=\mathbf{391}$.

559. 16.24; 28.32.

560. 42.38; 64.56.

561. 39.41; 37.43.

562. $6{,}5.7{,}5$; 496.504.

563. $4{,}8.5{,}2$; $20{,}6.19{,}4$.

564. $41{,}2.42{,}8$; $0{,}492.0{,}508$.

4) **Hulkliikme ruut võrdub kõigi üksliikmete ruutude summaga pluss kõigi paarikaupa võetud liikmete kahekordsete korrutiste algebraline summa.**

$$\boldsymbol{(a+b-c+d)^2}=(a+b-c+d)(a+b-c+d)=a^2+$$
$$+ab-ac+ad+ab+b^2-bc+bd-ac-bc+c^2-cd+$$
$$+ad+bd-cd+d^2=\boldsymbol{a^2+b^2+c^2+d^2+2ab-2ac+}$$
$$\boldsymbol{+2ad-2bc+2bd-2cd.}$$

565. $(m+n+q)^2$; $(k-l+m)^2$; $(x+y+z+t)^2$; $(c+$ $+d-e+f)^2$.

566. $(2a+3b+5c)^2$; $(7x+5y+2z)^2$; $(8p+2q+7r)^2$.

567. $(9u+4v+5w)^2$; $(2a+5b-6c)^2$; $(4x-5y+7z)^2$.

568. $(5a^2-3a-2)^2$; $(3t^2-4t-5)^2$; $(6m^2+4m-1)^2$.

569. $\mathbf{231^2=(200+30+1)^2}=40000+900+1+12000+$ $+400+60=\mathbf{53361}$.

570. 111^2; 123^2; 244^2; 345^2; 764^2; 1023^2.

5) **Kahe suuruse summa kuup võrdub esimese suuruse kuubiga pluss kolmekordne esimese suuruse ruudu ja teise suuruse korrutis pluss kolmekordne esimese suuruse ja teise suuruse ruudu korrutis pluss teise suuruse kuup.**

$$\boldsymbol{(a+b)^3}=(a+b)^2(a+b)=(a^2+2ab+b^2)(a+b)=a^3+$$
$$+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3=\boldsymbol{a^3+2a^2b+2ab^2+b^3.}$$

471. $(m+n)^3$; $(x+y)^3$. **472.** $(2+x)^3$; $(y+5)^3$.
473. $(2x+3)^3$; $(4+10z)^3$. **474.** $(3x+2y)^3$; $(6a+5b)^3$.
475. $(2x^2y+3tu^2)^3$; $(5c^2d^3+{}^1/_2\,a)^3$.
476. $(0{,}5\,mn^3+0{,}1\,p^3)^3$; $({}^2/_3\,a^mb+{}^4/_5\,cd^n)^3$.
477. $\mathbf{23^3=(20+3)^3}=8000+3\,.\,400\,.\,3+3\,.\,20\,.\,9+27=$
$=8000+3600+540+27=\mathbf{12167}$.
478. 81^3; 64^3; 83^3; 72^3. **479.** 25^3; 54^3; 103^3; 302^3.

6) **Kahe suuruse vahe kuup võrdub esimese suuruse kuubiga miinus kolmekordne esimese suuruse ruudu ja teise suuruse korrutis pluss kolmekordne esimese suuruse ja teise suuruse ruudu korrutis pluss teise suuruse kuup.**

$$\mathbf{(a-b)^3}=(a-b)^2(a-b)=(a^2-2ab+b^2)(a-b)=a^3-$$
$$-\underline{2a^2b}+\underline{\underline{ab^2}}-\underline{a^2b}+\underline{\underline{2ab^2}}-b^3=\mathbf{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}.$$

480. $(m-n)^3$; $(x-y)^3$. **481.** $(2-x)^3$; $(y-5)^2$.
482. $(2x-3)^3$; $(4-10z)^3$. **483.** $(3x-2y)^3$; $(6a-5b)^3$.
484. $(2x^2y-3tu^2)^3$; $(5c^2d-{}^1/_2\,a)^3$.
485. $(0{,}5\,mn^3-0{,}1\,p^3)^3$; $({}^2/_3\,a^mb-{}^4/_5\,cd^n)^3$.
486. $\mathbf{67^3=(70-3)^3}=343000-3\,.\,4900\,.\,3+3\,.\,70\,.\,9-$
$-27=343000-44100+1890-27=344890-$
$-44127=\mathbf{300763}$.
487. 18^3; 29^3; 37^3; 48^3. **488.** 59^3; 68^3; 77^3; 99^3.

7) $$\mathbf{(a+b)(a^2-ab+b^2)}=a^3+\underline{a^2b}-\underline{a^2b}-\underline{\underline{ab^2}}+$$
$$+\underline{\underline{ab^2}}+b^3=\underline{\underline{\mathbf{a^3+b^3}}}.$$

8) $$\mathbf{(a-b)(a^2+ab+b^2)}=a^3-\underline{a^2b}+\underline{a^2b}-\underline{\underline{ab^2}}+$$
$$+\underline{\underline{ab^2}}-b^3=\underline{\underline{\mathbf{a^3-b^3}}}.$$

489. $(m+n)(m^2-mn+n^2)$. **490.** $(q-p)(q^2+qp+p^2)$.
491. $(x-y)(x^2+xy+y^2)$. **492.** $(s+t)(s^2-st+t^2)$.
493. $(c+2)(c^2-2c+4)$. **494.** $(u-5)(u^2+5u+25)$.
495. $(3-m)(9+3m+m^2)$. **496.** $(7+y)(49-7y+y^2)$.

Arvutada järgnevad tehted, tarvitades seejuures korrutusvalemeid:

497. $(3x+5xy)^2$; $(8a^5x^6-1)^2$; $(n^3+3a)^3$; $(4a^2b-7b^3)^3$.
498. $(2n-0{,}3)(2n+0{,}3)$; $(x-1)^3$; $(1+x)^3$; $(2a^p-$ $-{}^1/_4\,ax^4)^2$.
499. $(25+a)(625-25a+a^2)$; $({}^1/_2\,a^2nx^3+6an^3x^2y^6)^2$; $(5n^3z^7+0{,}1)^3$.
500. $(111+11k+k^2)(11-k)$; $(5a^4b^5cd^3-1{,}2a^8cd^7)^2$; $(7ax^3+2^1/_2)(7ax^3-2^1/_2)$.
501. 36^2; 62^2; 19^2; 49^2. **502.** 81^2; 96^2; 101^2; 108^2.
503. $(7+a)(7-a)-(a+1)(a-1)$.
504. $(x+y)^2-(x-y)^2$. **505.** $(5-x)(x+5)-(x-4)^2$.
506. $(a+b)^2-4(3-a)(3+a)$.
507. $(2a+5b)(5a-2b)-3(a+2b)(a-2b)$.
508. $(x+4)^2+4(x+1)^2$.
509. $5(2-y)^3+2(5-y)^3$.
510. $4(2z-3)^3+5(7-2z)^2$.
511. $7(3-5a)^3-5(3a-7)(3a+7)$.
512. $(a+1)^2+2(a-1)^2-3(a-1)(a+1)$.
513. $5-2(3-x)(3+x)+2(x+5)^2$.
514. $-(2+m)^2+2(1+m)^2-2(1-m)(m+1)$.
515. $5(2x-3y)^2-2(5x-3y)^2+3(2x+5y)^2$.

§ 13. Võrrandid.

Lahendada võrrandid:

516. $5x+7(2x+3)=59$; $11(17-3x)=2(2x+1)$.
517. $13x-2(4x-5)=66-3x$; $6(3x-8)=7(5x-19)$.
518. $4(9-2x)+1=6(5x-2)-5(6x-5)$.
519. $4(18-5x)-12(3x-7)=15(2x-16)-6(x+14)$.
520. $6(8-x)-2x+71=8(2x-5)+3(2x+3)$.
521. $6-0{,}5(9{,}5-2x)=0{,}4(3x-1{,}5)+0{,}3(5x-8)$.
522. $7{,}5(0{,}15x+0{,}6)-2{,}25(0{,}3x-1{,}4)=0{,}4(5x-32)-$ $-0{,}1(2{,}5x+3{,}5)$.

523. $2\,{}^8/_9\,x - 3\,{}^1/_3\,x - 46 = 12\,{}^1/_2\,(x - 16) + 3\,{}^1/_2\,(x - 4) - 5\,{}^1/_3\,(x + 6)$.

524. $4\,({}^2/_5\,x - 3) - {}^3/_{10}\,x = {}^5/_6\,(2x - 16) - 6$.

525. $18\,(17 - 22x) + 9\,(9x - 19) = 23\,(7x - 17) - [26\,(34 - 9x) + 10]$.

526. $3\,(2x - 1) - 3\,[2\,(5x - 1) + 5x + 2] = 4\,[3x + 2 - 5\,(x - 1)]$.

527. $46 - [3\,(7 - 2x) - 5\,(7x + 22)] = 4\,[2x - (2x - 3)]$.

528. $(x - 5)(x + 6) - 20 = (x + 3)(x - 6)$.

529. $(x - 10)(x - 11) = (x - 13)(x - 5)$.

530. $(2x + 2)(4x - 3) = (4x - 4)(2x + 3)$.

531. $(3x - 5)(2x + 5) = (x + 1)(6x - 4)$.

532. $(3x + 2)(4x - 7) = (2x - 4)(6x + 6)$.

533. $(17 - 3x)(10 + 12x) + (9x - 17)(4x - 25) = 0$.

534. $(19 + 4x)(7x - 5) - (2x - 7)(14x + 56) = 0$.

535. $(2{,}4\,x - 1)(2x - 4{,}5) - (2{,}5\,x + 3)(1{,}2\,x + 1) = (0{,}4\,x - 1{,}6)(4{,}5\,x + 8{,}5)$.

536. $(1{,}8\,x - 2{,}2)(2x + 3{,}5) - (2{,}5\,x + 4)(0{,}8\,x + 2) = (0{,}4\,x - 3{,}8)(4x - 0{,}7)$.

537. $({}^2/_3\,x - 8)({}^3/_4\,x + 5) = ({}^1/_2\,x + 3)(x - 12\,{}^4/_5) + 16$.

538. $(1\,{}^1/_2\,x + 2\,{}^1/_3)(1\,{}^1/_3\,x - 3\,{}^1/_6) = (2\,{}^2/_3\,x - 11\,{}^1/_6)({}^3/_4\,x + 6\,{}^5/_6)$.

539. $(x + 4)^2 - (x - 6)^2 = (x + 2)^2 - (x + 3)^2 + 161$.

540. $(x + 5)^2 - (x - 9)^2 = 144$.

541. $(x + 9)^2 - (x - 4)^2 = (x + 7)^2 - (x - 2)^2 + 4\,(x + 10)$.

542. $(x - 5)^2 + (x - 9)^2 = (x - 2)^2 + (x - 3)^2 + 3$.

543. $(3x - 7)^2 + (4x - 5)^2 = (5x - 7)^2 - 11$.

544. $(12x - 7)^2 + (13 - 5x)^2 = (13x - 2)^2 - 278$.

545. $(5x - 7)^2 + (9x - 4)^2 = 6\,(3x - 4)(3x + 4) + 13\,(2x - 5)^2 + 13$.

546. $5x\,(3x - 11) + 2\,(4x - 7) = 3\,(5x + 6)(5x - 6) - 7\,(9 + 2x)^2 + 8$.

Järgnevaist ülesandeist võrrandid kokku seada ja lahendada:

547. Isa on praegu 2 korda nii vana kui poeg. 15 aasta eest oli ta 3 korda pojast vanem. Kui vana on isa praegu?

548. Ema on praegu 42 ja tütar 17 a. vana. Mitme aasta pärast on ema 2 korda nii vana kui tütar?

549. Isa on praegu 32 a. pojast vanem; 24 a. pärast on ta 2 korda nii vana kui poeg. Kui vana on isa praegu?

550. Õde on 20 a. vennast vanem. 2 aasta eest oli ta $3^1/_2$ korda nii vana kui vend. Kui vana on õde praegu?

551. Peetril on 3 korda niipalju pähkleid kui Juhanil. Kui Peeter 25 pähklit Juhanile annab, siis jääb temale ainult $^1/_2$ osa sellest pähklite arvust, mis on Juhanil. Mitu pähklit on Peetril?

552. Ühes rahakotis on 240 mk. rohkem kui teises. Kui teisest rahakotist panna esimesesse kotti 335 mk., siis jääb teise kotti ainult $^1/_2$ osa sellest rahast, mis on esimeses kotis. Mitu mk. on praegu esimeses kotis?

553. Kolmanda klassi vagunites sõitis 4 korda niipalju reisijaid kui teise klassi vagunites. Kui vahejaamades kolmandast klassist 32 reisijat lahkus ja teise klassi 12 reisijat juurde tuli, siis moodustas teise klassi reisijate arv $^1/_2$ osa kolmanda klassi reisijate arvust. Mitu reisijat oli viimaks kolmandas klassis?

554. Ühes astjas on 52 l taari rohkem kui teises astjas. Kui teisest astjast valada esimesesse astjasse 14 l, siis on esimeses astjas 20 l vähem kui teise astja kahekordne jääk. Mitu l taari on esimeses astjas?

555. Huvireisijal jääb reisirahast 4000 mk. üle, kui ta igapäev keskmiselt 600 mk. kulutab. Kulutaks ta aga igapäev keskmiselt 750 mk., siis peaks ta oma huvireisi 1 päeva võrra varemalt lõpetama, kusjuures tal ainult 250 mk. üle jääks. Missugune summa oli huvireisijal kaasas ja kui kaua pidi huvireis vältama?

556. Vankri esimese ratta ümbermõõt on 1,75 m

ja tagumise ratta ümbermõõt 2,5 m. Kui pika tee peab vanker ära sõitma, et esimene ratas 3000 ringi võrra rohkem teeks kui tagumine ratas?

557. Vesistu mahutab 1505 dm^3. Kui sellesse tühja vesistusse ühe kraani kaudu oli 12 minuti jooksul vett jooksnud, siis avati veel teine kraan, mis minutis 15 l vett rohkem andis kui esimene kraan. Kui mõlemad kraanid olid üheskoos veel 23 minutit töötanud, siis sai vesistu täis. Kui palju vett andis teine kraan minutis?

558. Kahest kohast, mille vahemaa 60 km, lähevad kaks koormat teineteisele vastu. Esimene koorem hakkas liikuma kell 10 hommikul. Millal kohtavad need koormad teineteist, kui esimene koorem $5^1/_2$ km ja teine koorem $4^3/_4$ km tunnis edasi liigub ja kui teine koorem üldse 2 korda niipalju aega teel oli kui esimene?

559. Raudteerong sõidab A ja B jaama vahe 6 tunniga. Oleks rongi kiirus tunnis 10 km võrra suurem, siis sõidaks ta sama vahemaa ära 5 tunniga. Kui suur on A ja B vahemaa?

560. Kraan täidab vesistu 4 tunniga. Teine kraan, mis minutis 3 l võrra vett rohkem annab, täidab sama vesistu $2^1/_2$ tunniga. Mitu l mahutab vesistu?

561. Mototsikletimehele, kes keskmiselt 16 km tunnis edasi liikus, sõitis teel vastu jalgrattamees, kelle keskmine tunni sõidukiirus 12 km oli ja kes mototsikletimehest 2 tunni võrra varem välja sõitis. Kui kaugel teineteisest asuvad mõlemad väljasõidukohad, kui sõitjad teineteist just väljasõidu-kohtade poole kauguse peal kohtasid?

562. Ringlühtri 126 elektrilampi asuvad kolmes ringis. Välimise ringi lampide arv on 6 võrra vähem keskmise ringi lampide kahekordsest arvust, kuna aga sisemise ringi lampide arv võrdub kahe teise ringi lampide arvude poolsummaga. Mitu elektrilampi asub igas ringis?

563. Jüri, Jaan ja Juhan tahavad eneste vahel 100 mk.

jagada nõnda, et Jüri osa oleks 6 marga võrra vähem kui Jaani kahekordne osa ja et Juhani osa oleks 15 marga võrra Jüri poolest osast suurem. Mitu marka saab Jüri?

564. Emajõel korraldatud lõbusõidust osavõtjate seas oli naisi nelja võrra rohkem kui mehi, lapsi aga 12 võrra rohkem kui mehi ja naisi ühtekokku. Väljasõidu kulud 1780 mk. jaotati ära nii, et igal mehel 50 mk., igal naisel 40 mk. ja iga lapse eest 20 mk. maksta tuli. Mitu meest võttis lõbusõidust osa?

565. Kaupmees segab 320 naela teed, mille nael 110 mk. maksab, parema sordi teega, mille naela hind on 170 mk. Mitu naela paremat sorti teed peab ta võtma, et segu nael 130 mk. maksaks?

566. Kartulikaupmees ostis 150 vakka väikesi punaseid kartuleid, 120 mk. vakk, ja tundmata hulga valgeid kartuleid, 80 mk. vakk. Ostetud kartulid maksid keskmiselt 110 mk. vakk. Mitu vakka valgeid kartuleid ostis kaupmees?

567. Pidusöögist võtavad osa naisterahvad ja meesterahvad. Naisterahvaid on 60 ja igaüks neist maksab pidusöögi eest 60 mk., kuna aga iga meesterahvas pidusöögi eest 100 marka maksab. Mitu meesterahvast võtab pidusöögist osa, kui iga osavõtja kohta keskmiselt 75 mk. maksta tuleb?

568. Kaupmees segab 120 kg kohvi, 240 mk. kg, ja 40 kg odavamat kohvi. Saadud segu maksab 230 mk. kg. Kui palju maksab 1 kg odavamat kohvi?

569. Kaupmees segas 40 kg võid, 180 mk. kg, ja 25 kg kallimat võid. Kui palju maksab kg kallimat võid, kui kg segu 210 mk. maksma tuli?

570. 15 õpetajat ja 50 õpilast võtsid ette jalutuskäigu maale. Ülespidamis-kulud moodustasid kogusummas 1350 mk. Kui palju tuleb keskmiselt igal õpilasel maksta, kui iga õpetaja 30 mk. maksis?

571. Mesila omanik segas 50 kg mett, 4 l vett ja 10 kg suhkrut, 55 mk. kg. Segu tuli maksma 8050 mk. Kui palju maksab kg mett?

572. Kaupmees müüs 24 naela kohvi ja 35 naela suhkrut ja sai ühtekokku 1970 mk. Mis maksab 1 nael suhkrut, kui tema hind 28 marga võrra odavam on kui 1 nael kohvi?

573. Suurkaupmees müüs 84 kg teed, 260 kg kohvi, 96 kg suhkrut ja 155 kg tubakat ja sai selle kauba eest üldse 109 280 mk. Kui palju maksab 1 kg kohvi, kui tubakas kohviga samas hinnas on, kg teed maksab aga 50 marga võrra rohkem kui kg kohvi, kuna aga kg suhkrut 145 marga võrra odavam on kui kg kohvi?

574. Kaupmees segas kaht sorti tubakat: 180 mk. ja 260 mk. kg. Segu hulk oli 120 kg ja segu hind 210 mk. kg. Mitu kg võttis ta kallimat sorti tubakat?

575. Ajalehemüüjal on 100 mk. raha: 5- ja 3-margalised. Mitu viiemargalist raha on tal, kui kolme- ja viiemargalisi on ühtekokku 28?

576. Suurkaupmehel on kaht sorti villast riiet: 600 mk. ja 950 mk. meeter. Neist riideist müüs ta riigiasutusele 300 meetrit, võttes keskmiselt 850 mk. meetrist. Mitu meetrit odavamat riiet müüs kaupmees, kui ta kogu kauba pealt 26000 mk. teenis?

577. Jahuaidas on kodumaa nisupüüli, 12 mk. nael, ja Ameerika püüli, 18,5 mk. nael. Kaupmees segas $12^1/_2$ puuda seda püüli ja müüs segu 16,5 mk. nael, kusjuures ta 300 mk. kasu sai. Kui palju võttis ta seguks kodumaa nisupüüli?

578. Kui kaupmees saadetise sinepit ära müüb, võttes kg eest 1000 mk. ja saades seejuures $25^0/_0$ kasu; kui ta veel ära müüb saadetise kohvi, mis 25 kg võrra sinepisaadetisest raskem on, võttes kg eest 230 mk. ja saades seejuures $15^0/_0$ kasu, ja kui ta viimaks veel ära müüb sinepisaadetisest 2 korda suurema saadetise seepi, võttes 90 mk. kg. ja saades seejuures $12^1/_2\%$ kasu, siis saab ta üldse 4750 mk. kasu. Mitu kg oli sinepit?

579. Kahe kapitali summa on 1645 mk. Üks neist on antud $3^3/_5\%$-ga 4 aastaks 3 kuuks, teine $4^1/_2\%$-ga 2 aastaks 1 kuuks kasu kandma. Kui suur on esimene kapital, kui mõlemad kapitalid ühepalju kasu tõid?

580. Kaupmees segas 60 naela kompvekka, 65 mk. nael, kallima sordi kompvekkidega, mille naela hind 85 mk. Kui kaupmees tahab teenida 20%, siis peab ta segu naelast 84 mk. võtma. Mitu naela paremat sorti kompvekka võttis kaupmees?

581. Kaupmees segas 40 kg kohvi, 260 mk. kg, ning 60 kg odavamat sorti ja sai 15% kasu, müües segu 230 mk. kg. Kui palju maksab kaupmehel enesel kg odavamat sorti kohvi?

§ 14. Hulkliikmete jagamine.

Et hulkliige jagada üksliikmega, seks tarvis hulkliikme iga liige jagada antud üksliikmega ja saadud jagatised kirjutada üksteise juurde nende märkidega. Kui seejuures juhtub, et hulkliikme mingi liige ei jagu antud üksliikmega, siis ei ole võimalik saada täisarvulist jagatist.

$$(12a^5b^3 - 20a^4b^7c^2 + a^3b^5d) : 4a^3b^2 = 3a^2b - 5ab^5c^2 + {}^1/_4b^3d.$$

Üksliiget hulkliikmega jagades saame alati murrulise jagatise.

$$5a^2b : (7ab + 2a^3b^4 - 3) = \frac{5a^2b}{7ab + 2a^3b^4 - 3}.$$

Jagada algebralised avaldused:

582. $(40a + 40b) : 40.$ **583.** $(15a + 9b) : 3.$

584. $(24x - 32y) : -8.$ **585.** $(30a + 20b - 40c) : 5.$

586. $(35a - 49b + 14c - 28d) : 7.$

587. $(8am + 14an) : -2a.$
588. $(24ax + 6bx - 20cx) : 4x.$
589. $(50ax + 20x - 40bx) : -10x.$
590. $(9a^2b + 6abc - 12abcd) : 3ab.$
591. $(14a^2xy - 35ax^2y) : -7ax.$
592. $(16mnp + 40np - 56amnp) : 8np.$
593. $(18abcd + 14acde - 22abcde) : 2acd.$
594. $(77a^2b^2c + 56abc^2d + 49a^2bc^2d) : 7abc.$
595. $(6a + 24ab + 36ac) : 6a.$
596. $(-18yz + 21y + 15xy) : -3y.$
597. $(12v^2w^2 - 12u^2w^2) : -12w^2.$
598. $(-3a^4c + 6a^3bc - 3a^2b^2c) : -3a^2c.$
599. $(-2a^2b^5 - 4ab^6 - 2b^7) : -2b^5.$
600. $(3a^5b^2 + 9a^4b^3 + 9a^3b^4 + 3a^2b^5) : 3a^2b^2.$
601. $(4a^3b^6 - 12a^5b^4 + 12a^5b^4 + 4a^6b^3) : -4a^3b^3.$
602. $(a^m + 2a^n - 3a^p) : a^p.$
603. $(a^m - 2a^n + 3a^p) : a^m.$
604. $(a^{n+2} + a^{n+1} + a^n) : a^n.$
605. $(a^{n+2} + a^{n+1} + a^n) : a^2.$

Et hulkliige jagada hulkliikmega, seks tarvis korraldada niihästi jagatav kui ka jagaja mingi tähe kas alanevate või ülenevate astmete järjekorras ja jagada jagatava esimene liige jagaja esimese liikmega; saadakse jagatise esimene liige. Jagaja korrutatakse jagatise esimese liikmega ja saadud korrutis lahutatakse jagatavast; saadakse esimene jääk. Jagades esimese jäägi esimese liikme jagaja esimese liikmega, saadakse jagatise teine liige. Jagatise teise liikmega talitatakse samuti kui esimese liikmegagi, s. o. jagamist jätkatakse endises sihis seni, kuni saame jäägis kas nulli, ehk saame jäägis üksliikme või säärase hulkliikmelise jäägi, mille esimene liige jagaja esimese liikmega ei jagu; kahel viimasel juhusel pole võimalik täisarvulist jagatist leida.

$$
\begin{array}{l}
(8a^4 - 26a^3 + 33a^2 + 16a - 15):(2a^2 + 7a - 5) = 4a^2 + a + 3 \\
\underline{\pm 8a^4 \pm 28a^3 \mp 20a^2} \\
\quad 2a^3 + 13a^2 + 16a - 15 \text{ ... esimene jääk.} \\
\quad \underline{\mp 2a^3 \mp 7a^2 \pm 5a} \\
\quad\quad 6a^2 + 21a - 15 \text{ ... teine jääk.} \\
\quad\quad \underline{\mp 6a^2 \mp 21a \pm 15} \\
\quad\quad\quad 0 \text{ ... kolmas jääk.}
\end{array}
$$

Jagada hulkliikmed:

606. $(18a + 12b):(3a + 2b)$.
607. $(63x + 45y + 72z):(7x + 5y + 8z)$.
608. $(5ax + 7bx):(5a + 7b)$.
609. $(48mx + 40nx):(6m + 5n)$.
610. $(28a^2 + 63ab):(4a + 9b)$.
611. $(84ay + 96by):(7a + 8b)$.
612. $(18ax + 21bx + 12cx + 15dx):(6a + 7b + 4c + 5d)$.
613. $(5ax + 20x + 2ay + 8y):(5x + 2y)$.
614. $(56\,a^2 + 95\,ab + 36\,b^2):(8\,a + 9\,b)$.
615. $(48\,x^2 + 88\,xy + 35\,y^2):(4\,x + 5\,y)$.
616. $(5\,a^2 - 2\,a - 7):(a + 1)$.
617. $(3\,m^4 + 12\,m^3 - 3\,m - 12):(m + 4)$.
618. $(24\,x^2 + 6\,x^7 - 3\,x^5 - 12):(2\,x^2 - 1)$.
619. $(3\,a^2 + 6\,a + 22\,a^3 + 1 + 24\,a^4):(6\,a + 1)$.
620. $(18\,a^2bc + 24\,a^3 - 15\,ab^2c^2 + 8\,ab^2 + 10\,b^3c):(4\,a + 5\,bc)$.
621. $(28\,a^4 - 39\,a^3 + 7\,a - 1 + 5\,a^2):(4\,a^3 + 1 - 5\,a^2)$.
622. $(1 - 5\,m + 6\,m^2 - 33\,m^3 + 15\,m^4):(3\,m^3 - 6\,m^2 - 1)$.
623. $(18\,a^5 - 24\,a^4b + 15\,a^3b - 26\,a^2b^2 + 8\,ab^3):(6\,a^3 +$
$+ 5\,ab - 2\,b^2)$.
624. $(a^2 - 2\,bc - b^2 - c^2):(a + b + c)$.
625. $(m^4 - n^4):(m^3 - m^2n + mn^2 - n^3)$.
626. $(4 + x^4):(2\,x + 2 + x^2)$.
627. $({}^1/_2\,a^4 + {}^1/_8\,a^3b - {}^8/_{27}\,a^2b^2 - {}^2/_{27}\,ab^3):({}^2/_3\,a + {}^1/_6\,b)$.
628. $({}^5/_{24}\,m^5 - {}^5/_{18}\,m^4n - {}^1/_{10}\,m^2n^3 + {}^2/_{15}\,mn^4):({}^1/_4\,m - {}^1/_3\,n)$.
629. $(0{,}1\,a^4 + 0{,}52\,a^3b - 1{,}75\,a^2b^2 - 9{,}1\,ab^3):(0{,}5\,a + 2{,}6\,b)$.

630. $(24 - 3x^5 - 2x^4 - 18x^3 - 8x^2):(4 - 3x^3 - 2x^2)$.

631. $(-24m^3 + 46m^4 + 47m^5 - 41m^6 - 28m^7):(12m^2 - 5m^3 - 7m^4)$.

Hulkliikmete lühendatud jagamine.

a) **Kahe suuruse ühesuguste astmete vahe jagub alati nende suuruste vahega** (olgu astmenäitaja paaris või paaritu arv).

$$(a^3 - b^3):(a - b) = a^2 + ab + b^2 \text{ *)}.$$
$$(a^4 - b^4):(a - b) = a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \text{ *)}.$$

b) **Kahe suuruse ühesuguste astmete summa ei jagu nende suuruste vahega** (olgu nende ühine astmenäitaja paaris või paaritu arv).

$$(a^3 + b^3):(a - b) \quad \text{(ei jagu) **)}.$$
$$(a^4 + b^4):(a - b) = \text{(ei jagu) **)}.$$

c) **Kahe suuruse ühesuguste astmete summa jagub nende suuruste summaga ainult siis, kui nende suuruste ühine astmenäitaja on paaritu arv.**

$$(x^3 + y^3):(x + y) = x^2 - xy + y^2 \text{ *)}.$$
$$(x^4 + y^4):(x + y) \quad \text{(ei jagu) **)}.$$

d) **Kahe suuruse ühesuguste astmete vahe jagub nende suuruste summaga ainult siis, kui nende suuruste ühine astmenäitaja on paaris arv.**

$$(x^3 - y^3):(x + y) \quad \text{ei jagu **)}.$$
$$(x^4 - y^4):(x + y) = x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 \text{ *)}.$$

Jagada hulkliikmed lühendatud viisil:

632. $(a^2 - b^2):(a + b)$.
633. $(m^2 - n^2):(m - n)$.
634. $(x^2 - y^2):(x - y)$.
635. $(c^2 - d^2):(c + d)$.
636. $(f^2 - 1):(f - 1)$.
637. $(m^2 - 1):(m + 1)$.

---

*) Jagades proovida, kas kirjutatud jagatis on õige.

**) Jagades proovida, kas ei jagu.

638. $(4x^2 - 9):(2x + 3)$. 639. $(4x^2 - 9):(2x - 3)$.
640. $(m^2x^2 - n^2):(mx - n)$. 641. $(m^2x^2 - n^2):(mx + n)$.
642. $(a^4 - b^4):(a^2 + b^2)$. 643. $(a^4 - b^4):(a^2 - b^2)$.
644. $(a^6 - b^6):(a^3 - b^3)$. 645. $(a^6 - b^6):(a^3 + b^3)$.
646. $(x^4 - 4):(x^2 + 2)$. 647. $(x^4 - 4):(x^2 - 2)$.
648. $(x^6 - 25):(x^3 + 5)$. 649. $(x^6 - 25):(x^3 - 5)$.
650. $(y^3 - x^3):(y - x)$. 651. $(y^3 + x^3):(y + x)$.
652. $(b^3 - 1):(b - 1)$. 653. $(b^3 + 1):(b + 1)$.
654. $(c^3 - 8):(c - 2)$. 655. $(c^3 + 8):(c + 2)$.
656. $(m^6 - n^6):(m^2 - n^2)$. 657. $(m^6 + n^6):(m^2 + n^2)$.
658. $(a^6 - 1):(a^2 - 1)$. 659. $(a^6 + 1):(a^2 + 1)$.
660. $(a^4 - b^4):(a - b)$. 661. $(a^5 - x^5):(a - x)$.
662. $(a^6 - b^6):(a + b)$. 663. $(m^6 - 1):(m - 1)$.
664. $(216m^6 - 8n^3):(6m^2 - 2n)$.
665. $(16x^8 - y^4):(2x^2 + y)$.

§ 15. Algebraliste avalduste algteguriteks lahutamine.

Aritmeetikast teame, et **korrutis ei muutu, kui meie üht tegurit jagame mingi arvuga, kuid teist tegurit korrutame sama arvuga.**

Näide: $8 . 12 = 4 . 24 = 96$.

See korrutise omadus üldistub ka algebralise korrutise kohta ja annab meile võimaluse algebralisi avaldusi algteguriteks lahutada.

Antagu algebraline avaldus: $3a + 3b$, mille soovime algteguriteks lahutada.

Asetame antud avalduse sulgudesse:

$$(3a + 3b).$$

Sulgude ees on mõeldav kordaja (koeffitsient) 1:

$$1 . (3a + 3b).$$

Avaldus muutus kahe teguri korrutiseks, milledest üks tegur on 1, kuid teine tegur $(3a + 3b)$. Jagades kaheliikmelise teguri $(3a + 3b)$ tema liikmete ühise jagajaga 3 ja korrutades tegurit 1 sama arvuga 3 saame:

$$3(a + b).$$

Nõnda võime kirjutada: $3a + 3b = 3(a + b)$, kusjuures 3 ja $(a + b)$ on avalduse $3a + 3b$ tegurid.

Niisugust avalduste teguriteks lahutamise viisi nimetatakse **ühise teguri sulgude ette viimiseks.**

Ühise teguri sulgude ette viimise kaudu lahutada algteguriteks järgnevad algebralised avaldused.

666. $(8x + 8y) = 8(x + y)$. **667.** $3a - 3b$; $x^2 + xy$.
668. $5a - 5b$; $xy - y^2$. **669.** $2x + 2y$; $ab + a$.
670. $12b + 24$; $9a + 12$. **671.** $4x + 4$; $a^4 + a^2b^2$.
672. $ab + ac$; $5ax - 7bx$. **673.** $x^2 + x$; $y^2 - y$.
674. $4amn - 9bmn$; $6a + 9b$. **675.** $12ax + 15bx$; $3abc - 20abd$.
676. $ab + ac - ad$. **677.** $4ax - 7bx + 3cx - 5dx$.
678. $8mx + 12nx - 20px$. **679.** $35ay - 42y + 63y^2$.
680. $5a^2y + 7a^2 - 3a^2x$. **681.** $32ab^2cx^2 + 48a^2bcx^2$.
682. $56x^2yz^2 - 42xy^2z^2 + 70x^2yz$.
683. $a^n + a^{n+1}$; $a^m - a^{m-1}$. **684.** $a^x + a^{x+2} + a^{x+1}$.
685. $b^y - b^{y-1} - b^{y-2}$.
686. $a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$.
687. $a(m - n) - b(m - n)$.
688. $5a(a + b) - 7b(a + b)$. **689.** $2a(a - b) + 3b(a - b)$.
690. $3x(x - 1) - 2(x - 1)$. **691.** $x(x + 3) - 7(x + 3)$.
692. $5(a - 2) - a(2 - a) = 5(a - 2) + a(a - 2) = (a - 2)(5 + a)$.
693. $c(p - q) + d(q - p)$. **694.** $a(m - n) + b(n - m)$.
695. $x(y - z) - t(z - y)$. **696.** $f(k - l) - h(l - k)$.
697. $5a(b - a) - 3b(a - b)$. **698.** $2b(a - b) - 3a(b - a)$.
699. $4y(2y - x) - 3x(x - 2y)$. **700.** $3x(5x - y) + 7y(y - 5x)$.
701. $x(x - 8) - 3(8 - x)$. **702.** $5(a - 2) - a(2 - a)$.

Rühmitamise kaudu lahutada algteguriteks järgnevad algebralised avaldused:

703. $ac + ad + bc + bd = ac + bc + ad + bd = (ac + bc) + (ad + bd) = c(a + b) + d(a + b) = (a + b)(c + d).$

704. $ac + bc - ad - bd = (ac + bc) - (ad + bd) = c(a + b) - d(a + b) = (a + b)(c - d).$

705. $ab + 7b + 5a + 35.$ 706. $xy - 5x + 9y - 45.$

707. $ab + ay + bx + xy.$ 708. $ab - ay - bx + xy.$

709. $mp + np - mq - nq.$ 710. $20ac + 4ad + 5bc + bd.$

711. $63ab + 35ay + 36bx + 20xy.$

712. $14ab + 16an - 35bm - 40mn.$

713. $24ac - 44ad - 18bc + 33bd.$

714. $42xy + 18xz - 35yz - 15z^2.$

715. $90mn + 80mp + 63np + 56p^2.$

716. $24ab - 21ax - 40bx + 35x^2.$

717. $56am - 35an + 24bm - 15bn.$

718. $abx + abyz + cx + cyz.$

719. $abxy - abz + cdxy - cdz.$

720. $6acnx + 10bcmx + 21adny + 35bdmy.$

721. $45acxy - 72adxz - 55bcy^2 + 88bdyz.$

722. $120m^2xz - 50mnpx + 84mnyz - 35n^2py.$

723. $ma - mb + a - b.$ 724. $ma - mb - a + b.$

725. $uv - u - v + 1.$ 726. $a - (n + 1)a.$

727. $(p - q)r - (q - p)s.$ 728. $5m - 3n + k(3n - 5m).$

Lühendatud korrutamise ja jagamise valemite kaudu lahutada algteguriteks järgnevad algebralised avaldused:

729. a) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2.$

b) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$

c) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$

d) $m^3 + n^3 = (m + n)(m^2 - mn + n^2).$

e) $m^3 - n^3 = (m - n)(m^2 + mn + n^2).$

f) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x + y)^3.$

g) $x^2 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = (x - y)^3.$

730. $x^2 + 2xy + y^2$. **731.** $m^2 - 2mn + n^2$.
732. $x^2 - y^2$. **733.** $m^2 + 2mn + n^2$.
734. $m^2 - 2mn + n^2$. **735.** $m^2 - n^2$.
736. $a^2 + 14a + 49$. **737.** $x^2 + 18x + 81$.
738. $x^2 - 49$. **739.** $x^2 - 20x + 100$.
740. $x^2 + 24x + 144$. **741.** $y^2 - 16y + 64$.
742. $25a^2 + 10ab + b^2$. **743.** $49x^2 + 14xy + y^2$.
744. $81m^2 - 18mn + n^2$. **745.** $64y^2 - z^2$.
746. $49x^2 - 81y^2$. **747.** $25e^2 - 9f^2$.
748. $^4/_9\, a^2 - {}^1/_{100}$. **749.** $^9/_4\, b^2 - {}^1/_9$.
750. $4a^2 - 1$; $1 - 9c^2$. **751.** $1 - 0{,}01z^2$; $0{,}09x^2 - 1$.
752. $b^3 + f^3$; $b^3 - f^3$. **753.** $b^3 + 8$; $c^3 - 8$.
754. $x^3 - 1$; $x^3 + 1$. **755.** $m^3 + 125$; $m^3 - 125$.
756. $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$. **757.** $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.
758. $m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$. **759.** $k^3 + 3k^2l + 3kl^2 + l^3$.
760. $n^3 + 6n^2p + 12np^2 + 8p^3$.
761. $27p^3 - 27p^2y + 9py^2 - y^3$.
762. $8x^3 + 60x^2z + 150xz^2 + 125z^3$.
763. $27x^6 - 54x^4y + 36x^2y^2 - 8y^3$.
764. a) $\mathbf{24a^2 + 11ab + b^2 = 24a^2 + 8ab + 3ab + b^2 =}$
$\mathbf{= 8a(3a+b) + b(3a+b) = (3a+b)(8a+b).}$
b) $\mathbf{24a^2 + 71ab + 35b^2 = 24a^2 + 15ab + 56ab +}$
$\mathbf{+ 35b^2 = 3a(8a+5b) + 7b(8a+5b) =}$
$\mathbf{= (8a+5b)(3a+7b).}$
c) $\mathbf{15a^2 - ac - 28c^2 = 15a^2 - 21ac + 20ac - 28c^2 =}$
$\mathbf{= 3a(5a-7c) + 4c(5a-7c) =}$
$\mathbf{= (5a-7c)(3a+4c).}$
765. $54x^2 + 15xy + y^2$. **766.** $28a^2 + 11ab + b^2$.
767. $40a^2 - 13ab + b^2$. **768.** $84m^2 + 19mn + n^2$.
769. $63b^2 + 2bc - c^2$. **770.** $70x^2 + 17xy + y^2$.
771. $55a^2 - 16ab + b^2$. **772.** $81a^2 + 144ab + 64b^2$.
773. $100a^2 + 180ac + 81c^2$. **774.** $144a^2 - 192ab + 64b^2$.
775. $72x^2 + 95xy + 28y^2$. **776.** $84a^2 + 131am + 40m^2$.
777. $2a^2 - 2b^2$; $-7a^2 + 7b^2$. **778.** $-a^3 - b^3$; $-a^3 + b^3$.

779. $a^3x - ax^3$; $a^4b^2 - a^2b^4$. **780.** $m^4 + mn^3$; $2m^3n - 2n^4$.
781. $3h^2k - 3k^2$; $5x^3 - 5xz^2$. **782.** $a^4z + az^4$; $a^6 - a^3b^3$.
783. $7a^4 - 7b^4$; $ax^4 - ay^4$. **784.** $x^6 - y^6$; $-x^6 - y^6$.
785. $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$. **786.** $x^2 - y^2 - 2yz - z^2$.
787. $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$. **788.** $x^2 - 2xy + y^2 - z^2$.
789. $4x^2y^2 - (x^2 + y^2)^2$. **790.** $(a + b)^2 - c^2$.
791. $(a - b)^2 - c^2$. **792.** $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$.
793. $m^2 - (n + p)^2$. **794.** $m^2 - (n - p)^2$.
795. $(c^2 + a^2 - b^2)^2 - 4a^2c^2$. **796.** $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$.
797. $4b^2c^2 - (a^2 - b^2 - c^2)^2$. **798.** $(c^2 - a^2 - b^2)^2 - 4a^2b^2$.

§ 16. Võrrandid.

Lahendada võrrandid, milledes x on tundmatu, kuid teiste tähtede peale vaatame kui tuntud suuruste peale.

799. $121r^2 - 13sx = 169s^2 + 11rx$.

$$-13sx - 11rx = 169s^2 - 121r^2.$$

Kui korrutada võrrandi iga liiget $(-x)$-ga, muutuvad võrrandi liikmete märgid vastupidisteks:

$$13sx + 11rx = 169s^2 - 121r^2.$$

Lahutame võrrandi pahema ja parema osa algteguriteks:

$$x(13s + 11r) = (13s + 11r)(13s - 11r).$$

Jagame võrrandi mõlemad liikmed otsitava (x) kordajaga (koeffitsiendiga):

$$\boldsymbol{x} = \frac{\overbrace{(13s + 11r)}^{13s + 11r}(13s - 11r)}{(13s + 11r)} = \mathbf{13}\boldsymbol{s} - \mathbf{11}\boldsymbol{r}.$$

Võrrandi juur on $\mathbf{13}\boldsymbol{s} - \mathbf{11}\boldsymbol{r}$.

800. $ax = b$; $a = bx$. **801.** $3ax = m$; $mx = n + p$.
802. $5b = mx$; $9mx = ab$. **803.** $a - 5x = a + b - c$.
804. $a + 4x - 3b = a + 3b$. **805.** $ab - 5 + 3x = 7 + ab - c$.

806. $5a - 5x + 18 = 2a + 5x - 12.$

807. $7x + 8 - c = a + 13 - 3x.$ **808.** $3a - 2x + 15 = -b.$

809. $2a - 3x - 5 = c.$ **810.** $4a + x - 8 + b = 2a + b + 28.$

811. $3x - ab + 17 - c = 4x + 3 - ab + c.$

812. $5a - 2b + 7mx = 4a + b + 6mx.$

813. $3a + bx - b = 5a - b.$

814. $mx + 15 - ab = 27 + c - ab.$

815. $3ab + nx - 5c - 2ab + 8 = 0.$

816. $6abx = 18abc.$ **817.** $4mx + 3mx = 38mn.$

818. $7nx - 5nx = 12mn.$ **819.** $9abc = 10abx - 3abc.$

820. $6abx + 4abc = 9abx - 3abc.$

821. $9abc - 5bx = 4abc + 5bx.$

822. $13ab + 5ax + 7bc = 8ax - 4ab + 7bc.$

823. $14mn - 21mx + 35mn + 28mx = 0.$

824. $15abx - 6abc + 8bcd = 12abc - 3abx + 8bcd.$

825. $5abx + 7abc - 9abx = 16abc - 5abx.$

826. $7a - 5b + 9mx = 6a - 6b + 10mx.$

827. $6x + 5a - 7b - 3x + 4c - 6a = -b.$

828. $9a - 17 + 8b + 25 - 3x + 4c - 4x = -3c.$

829. $13a - 5x + 39 - 5b = 8x + 13a - 45 - 5b - 2c.$

830. $ax + 6b + bx - 5c = 4b - 5c + bx + 6d.$

831. $5mx - 4b + 13 - nx + 6c = 8b + mx - nx + 20 - 2c.$

832. $2r(2x + 7s) + s(4x + 17s) = 4r(x + 6s) - 3s(2x + s).$

833. $3a(x + 8b) - 2a(4x - 5a) = 3b(x + 4b) - 2b(3x - 5a).$

834. $3a(x + b)(x - c) + 2b(x - a)(a + b).$

835. $(x - 6q)(5p + 6q) = (3p - 8q)(14p - 3x).$

836. $(3x - 5b)(5a - 2b) = 2(3a + 4b)(x - 4b) + 2a(9a - b).$

837. $2p^2 - (p - z)^2 = -(2p + z)^2.$

838. $(p + z)(p - z) = 2p(p + z) - z^2.$

Järgnevaist ülesandeist võrrandid kokku seada ja lahendada üldisel kujul; pärast üldkujulise juure leidmist leida tema arvsuurus, tarvitades seks ülesandeis antud väärtusi:

839. Ühel põllul on a rukkihakki, teisel põllul b haki võrra vähem. Mitu rukkihakki on teisel põllul? $a = 135$; $b = 75$.

840. Ühest perekonnast on vabrikus töös isa, poeg ja tütar. Leida selle perekonna aasta-sissetulek, kui isa teenib aastas m mk., poeg n marga võrra vähem kui isa ja tütar p marga võrra vähem kui poeg. $m = 110000$; $n = 38000$; $p = 36000$.

841. Kui liita isa ja poja aastate arvud, siis saame a aastat; seejuures on teada, et isa on b aasta võrra vanem kui poeg. Kui vana on kumbki? $a = 116$; $b = 28$.

842. Riigirentnik sai c puuda heinu. Saadud heinad pani ta kolme kuhja nii, et teise sai d puuda võrra vähem kui esimesesse ja kolmandasse e puuda võrra vähem kui teise. Mitu puuda heinu oli igas kuhjas? $c = 800$; $d = 100$; $e = 50$.

843. Rätsepp ostis a arssinat kalevit, m mk. arssin; sellest kalevist õmbles ta b pihikut ja müües sai ta iga pihiku eest p mk. Kui palju kasu sai rätsepp sellest tööst? $a = 24^1/_2$; $m = 600$; $b = 7$; $p = 2700$.

844. Kaupmees arvab, et kui ta müüb kõik oma villase riide ära m mk. arssin, siis saab ta a mk. kahju; müüb ta aga kõik oma riide, võttes iga arssina eest n mk., siis saab ta b mk. kasu. Kui palju kalevit on kaupmehel? $m = 380$; $a = 5600$; $n = 420$; $b = 1600$.

845. Koolile osteti ühesugune hulk lepa- ning haavapuid ja maksti nende eest ühtekokku a mk. Kui palju osteti kumbagi sorti puid, kui jooksev süld lepapuid maksab k mk., jooksev' süld haavapuid aga m mk.? $a = 168000$; $k = 1200$; $m = 800$.

846. Aednik müüs oma puukoolist k marga eest tundmata hulga karusmarja- ja punase sõstra põõsaid; iga karusmarja-põõsa eest võttis ta a mk., iga punase sõstra põõsa eest aga b mk. Mitu põõsast kumbagi sorti müüs aednik, kui ta karusmarja-põõsaid müüs d võrra vähem kui punase sõstra põõsaid? $k = 3100$; $a = 30$; $b = 20$; $d = 30$.

847. Kolmes tükis on s meetrit sitsiriiet; teises tükis on m korda, aga kolmandas tükis on n korda rohkem sitsiriiet kui esimeses tükis. Mitu meetrit sitsiriiet on igas tükis? $s = 186$; $m = 2$; $n = 3$.

848. Talunik müüs s puuda kaeru kolmele ostjale; esimesele müüs ta m korda vähem kaeru kui kahele ülejäänule ühtekokku; teisele müüs ta n korda vähem kui kolmandale ostjale. Mitu puuda kaeru müüs talunik igale ostjale? $s = 375$; $m = 2$; $n = 4$.

849. Kolmes külas on ühtekokku s elanikku; esimeses külas on a elaniku võrra rohkem kui teises, kuid teises külas on n korda rohkem elanikka kui kolmandas külas. Mitu elanikku on igas külas? $s = 630$; $a = 80$; $n = 5$.

850. Kuldsepp müüs s marga eest kullast taskukella, keti ja ripatsi. Müües hindas kuldsepp ripatsi p marga võrra odavamaks kui keti, aga keti hindas ta m korda odavamaks kui taskukella. Kui kallilt hindas kuldsepp iga asja üksikult? $s = 41000$; $p = 5000$; $m = 2$.

851. Osteti a arssinat villast riiet ja b arssinat puuvillast riiet, ühtekokku s marga eest. Kui palju maksab arssin seda ja teist sorti riiet, kui arssin villast riiet maksab n korda rohkem kui arssin puuvillast riiet? $a = 54$; $b = 45$; $s = 20700$; $n = 3$.

852. m naistöölist ja n meestöölist said ühtekokku s mk. Kui palju sai iga naistööline ja iga meestööline, kui a naistöölisele maksti sama palju kui b meestöölisele? $m = 25$; $n = 46$; $s = 30500$; $a = 5$; $b = 3$.

§ 17. Astendamine.

n ühesuguse a-ga võrdse teguri korrutist nimetatakse suuruse a n-seks astmeks.

Tehet, mille abil leitakse suuruse a n-ne aste, nimetatakse astendamiseks.

Positiivse suuruse igasugune aste on positiivne suurus.

853. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8}{27}$; 8^3; 12^2; 11^3; $\left(\frac{1}{5}\right)^3$; $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; $\left(\frac{5}{6}\right)^2$; $(0{,}5)^2$; $(0{,}02)^3$; $(5{,}1)^3$.

Negatiivse suuruse paarisarvulised astmed on positiivsed, paarita-arvulised astmed aga negatiivsed.

854. $(-8)^2 = -8\,.\,(-8) = \mathbf{64}$; $(-5)^3 = -5\,.\,(-5)\,.\,(-5) = \mathbf{-125}$; $(-2)^5$; $(-3)^3$; $(-5)^4$; $(-6)^2$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$; $\left(-\frac{3}{7}\right)^2$; $\left(-\frac{5}{7}\right)^3$; $(-0{,}2)^5$; $(-2{,}2)^2$; $(-0{,}02)^8$; $(-1{,}1)^3$.

Et korrutist astendada, seks tarvis astendada iga tegur lahus.

$$(xyzt)^2 = (xyzt)\,.\,(xyzt) = x^2y^2z^2t^2.$$

855. $(2.3.10)^2$; $(11.2.5)^2$; $(mnp)^5$; $(cdef)^7$; $(-ab)^3$; $(-mn)^4$; $(abc)^m$; $(bdf)^n$; $(2a)^3$; $(-7a)^3$; $(2abc)^5$; $(-3xyz)^4$.

Et astet astendada, seks tarvis astmenäitajad korrutada.

$$(m^3)^4 = m^3\,.\,m^3\,.\,m^3\,.\,m^3 = m^{12}.$$

856. $(a^5)^2$; $(b^7)^3$; $(-a^3)^4$; $(-m^2)^5$; $(-a^6)^3$; $(-a^5)^{2n}$; $(-b^4)^{2n+1}$; $(2a^4)^3$; $(7a^3b^2)^3$; $(4a^nb^m)^3$; $(3a^mb^4)^n$; $(-0{,}3a^2b^p)^4$; $\left(-1\frac{1}{2}a^2b^{2m+1}\right)^4$; $(-0{,}01a^{2-m}b^n)^5$.

Et murdu astendada, seks tarvis astendada murru lugeja ja nimetaja lahus.

$$\left(\frac{k}{m}\right)^3 = \frac{k}{m}\cdot\frac{k}{m}\cdot\frac{k}{m} = \frac{k^3}{m^3}.$$

857. $\left(\frac{4}{5}\right)^2$; $\left(-\frac{3}{11}\right)^2$; $\left(-\frac{5}{6}\right)^3$; $\left(\frac{4}{7}\right)^3$; $\left(\frac{c}{d}\right)^2$; $\left(-\frac{c}{d}\right)^3$; $\left(\frac{k}{m}\right)^a$; $\left(-\frac{k}{m}\right)^{2n}$; $\left(-\frac{k}{m}\right)^{2n+1}$; $\left(\frac{1}{a}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{a}\right)^4$; $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^4\right]^3$; $\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^5\right]^2$; $\left(\frac{4ac}{m}\right)^3$; $\left(-\frac{5a^4b}{3c^3d}\right)^2$.

Kaksliikme ja hulkliikme ruutimine v. lhk. 62—64.

858. $\frac{8^3}{12^2}$; $\frac{9^4}{12^3}$; $\frac{6^4}{12^3}$; $\frac{6^5}{8^4}$. **859.** $\frac{8^3 \cdot 9^4}{12^5}$; $\frac{20^2 \cdot 18^2}{15^4}$; $\frac{24^4 \cdot 25^5}{30^5 \cdot 20^3}$.

860. $(ab)^6$; $(ab)^x$; $(2ab)^4$; $(3ab)^m$.

861. $(2x \cdot 3y \cdot 4z)^n$; $(3ab \cdot 5cd \cdot 8ef)^x$.

862. $[7x(x+y)y]^a$. **863.** $\left(\frac{a}{b}\right)^b$; $\left(\frac{a}{b}\right)^y$; $\left(\frac{x}{2y}\right)^5$.

864. $\left(\frac{ab}{cd}\right)^n$; $\left(\frac{3xyz}{5abc}\right)^n$. **865.** $a^5 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3$; $(5ab)^3 \cdot \frac{1}{(5ab)^4}$.

866. $\left(-\frac{3xyz}{4ab}\right)^5 \cdot \left(-\frac{4ab}{3xyz}\right)^4$. **867.** $2^4 \cdot 5^4$; $\left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$.

868. $3^4 \cdot 8^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$; $\left(\frac{7}{12}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3$.

869. $\frac{\left(\frac{7}{13}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^3}{\left(1\frac{3}{4}\right)^3}$; $\frac{\left(1\frac{11}{25}\right)^4 \cdot \left(6\frac{2}{3}\right)^4}{\left(12\frac{4}{5}\right)^4}$.

870. $(a^2)^3$; $(a^3)^4$; $(a^5)^6$. **871.** $(b^{12})^3$; $(b^x)^3$; $(b^4)^y$.

872. $(-a^3)^2$; $(-a^4)^5$. **873.** $(-a^x)^4$; $(-a^y)^3$.

874. $(a^{x+2})^3$; $(a^4)^{y-2}$; $(-a^{x-1})^5$.

875. $(-a^{y+2})^4$; $(a^{x-y})^{x-y} \cdot (a^{x+y})^{x-y}$.

876. $(x^3 y^4)^2$; $(-x^4 y^3)^4$. **877.** $\left(\frac{a^2 b^2}{c^5}\right)^3$; $(-a^2 b^5)^3$.

878. $(a^{n-1} b^{n+1})^{n-1}$; $(x^{a+b} y^{a-b})^{a-b}$.

879. $\left(\frac{a^{x-y}}{b^{x+y}}\right)^{x+y}$; $\left(\frac{x^{2a-3b}}{y^{2a+3b}}\right)^{2a-3b}$.

880. $\frac{(15a^4b^2)^4}{(16x^3y^4)^3} \cdot \left(\frac{4x^2y}{9ab^2}\right)^3 \cdot \frac{(12xy^3)^4}{(5a^3b^2)^5}$.

881. $\frac{(4x^3y^2)^3}{(9a^2b^3)^2} \cdot \frac{(12a^3b)^2}{(8x^2y^2)^3} \cdot \frac{(2x^4b^5)^4}{(3ay^2)^2}$.

882. $(0{,}3a^4b^2 + 0{,}7a^3b^3)^2$. **883.** $(5x^2y^3 - 3x^4y^5)^2$.

884. $(\frac{4}{5}u^4v^3w^2 + \frac{3}{4}u^2v^3w^4)^2$. **885.** $(\frac{2}{3}a^4r^2s^5 - \frac{3}{8}a^2r^4s^3)^2$.

886. $(8x^{a+3} + 5x^{4-a})^2$. **887.** $(3a^{2n-1} - 5a^{3n+2})^2$.

888. $(2ab + 3b^2)^3$; $(4a^4 - 1)^3$. **889.** $(5x^2 + 3x)^3$; $(7a^3b - 5c^2)^3$.

890. $(2a^3b+3a^2b^2+4ab^3)^2$. 891. $(3x^4y+2x^2y^3-5xy^4)^2$.
892. $(0{,}8p^3q^4-0{,}5p^2q^3+0{,}3pq^4)^2$.
893. $(\frac{2}{3}a^2b^3-\frac{3}{4}a^5b^2-\frac{5}{6}ab^4)^2$.

§ 18. Juurimine*).

Astendamisel on kaks vastastehet: **juurimine ja logaritmimine.**

Suuruse a n-seks astmeks nimetatakse niisugust suurust, mille n-ne aste võrdub suurusega a.

Näited: 1) $\sqrt{64}=4$, sest et $4^2=64$;

2) $\sqrt[3]{-8}=-2$, sest et $(-2)^3=-8$;

3) $\sqrt[5]{a^{10}}=a^2$, sest et $(a^2)^5=a^{10}$.

1) **Paarita-arvulise astme juur positiivsest suurusest on positiivne suurus.**

$\sqrt[3]{+27}=+3$, sest et $(+3)^3=+27$;

$\sqrt[3]{+m^6}=+m^2$, sest et $(+m^2)^3=+m^6$.

894. $\sqrt[3]{+8}$; $\sqrt[3]{+125}$; $\sqrt[3]{64}$; $\sqrt[3]{216}$; $\sqrt[3]{343}$; $\sqrt[3]{1000}$;
$\sqrt[3]{729}$; $\sqrt[7]{128}$; $\sqrt[5]{32}$; $\sqrt[5]{243}$; $\sqrt[3]{+a^3}$; $\sqrt[5]{+b^5}$;
$\sqrt[9]{c^9}$; $\sqrt[3]{x^6}$; $\sqrt[3]{y^9}$; $\sqrt[3]{z^{15}}$; $\sqrt[3]{8x^3y^6}$; $\sqrt[5]{32a^5b^{10}c^{15}d^{25}}$.

2) **Paarita-arvulise astme juur negatiivsest suurusest on negatiivne suurus.**

$\sqrt[3]{-64}=-4$, sest et $(-4)^3=-64$;

$\sqrt[5]{-c^{10}}=-c^2$, sest et $(-c^2)^5=-c^{10}$.

---

*) Korrata „Juurimine“ K. Veski ja J. Grünthali „Aritmeetika“ IV õppeaasta II trükk lhk. 30—32.

895. $\sqrt[3]{-125}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[3]{-343}$; $\sqrt[3]{-729}$; $\sqrt[3]{-1000}$;
$\sqrt[3]{-216}$; $\sqrt[7]{-128}$; $\sqrt[5]{-243}$; $\sqrt[5]{-32}$; $\sqrt[3]{-m^3}$;
$\sqrt[3]{-n^3}$; $\sqrt[5]{-p^5}$; $\sqrt[5]{-q^{10}}$; $\sqrt[5]{-q^{15}}$; $\sqrt[5]{-y^{25}}$;
$\sqrt[3]{-27\,x^6 y^9}$; $\sqrt[5]{-3125\,a^5 b^{10} c^{15} d^{40}}$.

3) **Paarisarvulise astme juurel positiivsest suurusest on kaks väärtust: positiivne ja negatiivne.**

$\sqrt{+81} = \pm 9$, sest et $(\pm 9)^2 = +81$;

$\sqrt[4]{+a^4} = \pm a$, sest et $(\pm a)^4 = +a$.

896. $\sqrt{+4}$; $\sqrt{+25}$; $\sqrt{100}$; $\sqrt{169}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{400}$; $\sqrt{10000}$;
$\sqrt[4]{81}$; $\sqrt[6]{64}$; $\sqrt[8]{256}$; $\sqrt{a^4}$; $\sqrt[4]{b^8}$; $\sqrt[6]{c^{18}}$; $\sqrt{9a^2b^4}$;
$\sqrt{64\,x^4 y^6}$; $\sqrt[4]{16\,m^{24} n^{16}}$.

4) **Paarisarvulise astme juurel negatiivsest suurusest ei ole ühtki reaalset väärtust; seda juurt nimetatakse mõeldavaks (imaginaarseks) suuruseks.**

$\sqrt{-16}$ ei võrdu ei $+4$-ga ega ka -4-ga, sest et $(\pm 4)^2 = +16$-ga, kuid mitte -16-ga.

a) **Et korrutist juurida, seks tarvis juurida iga tegur eraldi.**

$$\sqrt[3]{xyz} = \sqrt[3]{x}\,.\sqrt[3]{y}\,.\sqrt[3]{z},$$

sest et $(\sqrt[3]{x}\,.\sqrt[3]{y}\,.\sqrt[3]{z})^3 = (\sqrt[3]{x})^3.(\sqrt[3]{y})^3.(\sqrt[3]{z})^3 = x.y.z = xyz.$

897. $\sqrt[3]{8.27} = 2.3 = 6$; $\sqrt[5]{32.100000}$; $\sqrt[4]{16.81}$; $\sqrt[3]{125.1000}$;
$\sqrt{25.49.111}$.

b) **Et murdu juurida, seks tarvis juurida murru lugeja ja nimetaja eraldi.**

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, \text{ sest et } \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{x})^2}{(\sqrt{y})^2} = \frac{x}{y}.$$

898. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; $\sqrt[3]{-\frac{27}{216}}$; $\sqrt[4]{\frac{16}{256}}$; $\sqrt{\frac{625}{676}}$; $\sqrt{\frac{48.3}{125.5}}$; $\sqrt{\frac{63.7}{80.20}}$;

$\sqrt{\frac{847.7}{216.6}}$; $\sqrt{\frac{52.325}{891.99}}$; $\sqrt{\frac{15^2-1}{\sqrt{50^2-48^2}}}$; $\sqrt{\frac{26^2-1}{\sqrt{5^2-4^2}}}$;

$\sqrt{\frac{\sqrt{113^2-112^2}}{19^2-11^2}}$; $\sqrt{\frac{5(7^2-3^2)}{\sqrt{82^2-80^2}}}$.

c) Et astet juurida, seks tarvis astmenäitaja jagada juurenäitajaga.

$$\sqrt[3]{x^{12}} = x^{12:3} = x^4, \text{ sest et } (x^4)^3 = x^{12}.$$

899. $\sqrt{a^6b^4c^2}$; $\sqrt[3]{x^9y^{12}z^{15}}$; $\sqrt[4]{m^4n^{32}}$; $\sqrt[5]{t^{25}u^5v^{10}}$; $\sqrt[11]{a^{22}b^{55}}$.

Teades ülemalantud juhised võime üksliikmeid juurida:

900. $\sqrt[3]{64b^{18}}$; $\sqrt{\frac{9m^6}{16n^{10}}}$. **901.** $\sqrt{\frac{81c^4}{100k^{24}l^{16}}}$; $\sqrt[3]{-27p^6q^{15}}$.

902. $\sqrt[4]{16x^4y^{20}z^{32}}$; $\sqrt[3]{-\frac{a^{18}}{216c^{12}}}$. **903.** $\sqrt[3]{-8(x-y)^9}$; $\sqrt[6]{64a^{18}}$.

904. $\sqrt[5]{-243a^{15}b^{30}}$; $\sqrt[3]{64(a+b)^{15}}$.

905. $\sqrt[5]{-32a^{5m}b^{10n}}$; $\sqrt[3]{343x^{6m}y^{9n}}$.

906. $\sqrt[n]{a^nb^{2n}}$; $\sqrt[2n]{x^{4n}y^{6n}}$. **907.** $\sqrt{6\tfrac{1}{4}a^6c^{4m}}$; $\sqrt{1\tfrac{1}{25}a^4b^{10n}}$.

908. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}a^{8r}b^{16}}$; $\sqrt[3]{\frac{125}{64}a^{6n}c^{15}}$.

909. $\sqrt[3]{0{,}027a^{6n-3}b^{18}c^6}$; $\sqrt[3]{-64a^{3n-6}b^{15n}}$.

Järgnevates irratsionaalsetes avaldustes viia ratsionaalne tegur (tegur, mis juurimist ei sisalda) juuremärgi alt välja:

910. $\sqrt{1250} = \sqrt{2.5.5.5.5} = \sqrt{5^4.2} = 5^2\sqrt{2} = 25\sqrt{2}.$

911. $\sqrt{50}$; $\sqrt{80}$; $\sqrt{96}$. **912.** $\sqrt{108}$; $\sqrt{18}$; $\sqrt{28}$.

913. $\sqrt[3]{500}$; $\sqrt[3]{-72}$; $\sqrt[4]{162}$. **914.** $\sqrt[4]{112}$; $\sqrt[5]{-1215}$; $\sqrt[3]{192}$.

915. $\sqrt[5]{128}$; $\sqrt[5]{-224}$; $\sqrt{1200}$. **916.** $\sqrt{0{,}24}$; $\sqrt{0{,}18}$; $\sqrt{\frac{27}{49}}$.

917. $\sqrt[3]{\boldsymbol{a^5b^7}} = \sqrt[3]{\boldsymbol{a^3b^6 . a^2b}} = \boldsymbol{ab^2}\sqrt[3]{\boldsymbol{a^2b}}.$

918. $\sqrt{18a^3bc^5}$; $\sqrt{0{,}03x^3y^2}$. **919.** $\sqrt{2{,}45m^3n^8}$; $\sqrt{125x^5y^7}$.

920. $\sqrt[3]{3\,a^3}$; $\sqrt[3]{-81\,a^5}$. **921.** $\sqrt[3]{108\,b^7}$; $\sqrt[3]{64\,k^5\,lm^3}$.

922. $\sqrt[3]{-54m^6n^3p^5}$; $\sqrt[4]{81a^6b^3}$. **923.** $\sqrt[6]{128x^8y^6}$; $\sqrt[5]{-64a^{12}b^{15}}$.

924. $\sqrt{90\,(a+b)^3}$; $\sqrt{48\,(m+n)^2\,p^3}$.

925. $\sqrt{50\,a^3 - 25\,a^2}$; $\sqrt{36\,x^2\,y + 3\,xy^2 + 108\,x^3}$.

926. $\sqrt{\frac{1}{8}\,a^9}$; $\sqrt{\frac{32}{27}\,a^9\,b^7}$.

927. $$\sqrt{\frac{\boldsymbol{50\,m^3}}{\boldsymbol{27\,n^9}}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{25\,m^2}}{\boldsymbol{9\,n^8}} \cdot \frac{\boldsymbol{2\,m}}{\boldsymbol{3\,n}}} = \frac{\boldsymbol{5\,m}}{\boldsymbol{3\,n^4}}\sqrt{\frac{\boldsymbol{2\,m}}{\boldsymbol{3\,n}}}.$$

928. $\sqrt[3]{-\frac{24\,x^5\,y^9}{z^4}}$; $\sqrt{\frac{8\,ab^3}{27\,c^5\,d^{10}}}$. **929.** $\sqrt[3]{\frac{625\,a^4\,b^3}{16\,b^2\,c^{12}}}$; $\sqrt{\frac{16\,y^5\,z^2}{18\,u^5}}$.

Järgnevates avaldustes viia ratsionaalne tegur juuremärgi alla:

930. $$\boldsymbol{6\,c^2}\sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{5\,x}}{\boldsymbol{9\,c^2}}} = \sqrt[3]{\boldsymbol{(6\,c^2)^3} \cdot \frac{\boldsymbol{5\,x}}{\boldsymbol{9\,c^2}}} = \sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{216\,c^6 . 5\,x}}{\boldsymbol{9\,c^2}}} =$$
$$= \sqrt[3]{\boldsymbol{24\,c^4 . 5\,x}} = \sqrt[3]{\boldsymbol{120\,c^4\,x}}.$$

931. $5\sqrt{\frac{2}{5}}$; $2\sqrt{\frac{1}{2}}$. **932.** $6\sqrt{\frac{2}{3}}$; $4\sqrt{1{,}5}$.

933. $a\sqrt{\frac{b}{a}}$; $5\,a\sqrt{\frac{0{,}02}{a}}$.

934. $(c-d)\sqrt{\frac{m}{c-d}}$; $10\,x^2\sqrt{\frac{2\,y}{25\,x^3}}$.

935. $2\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$; $m\sqrt[3]{\frac{a}{m^2}}$.

936. $6c^2\sqrt[3]{\frac{5x}{9c^2}}$; $(a+b)\sqrt[3]{\frac{2}{(a+b)}}$.

Aritmeetiliste arvude ruutjuure leidmine.

Antagu leida ruutjuur arvust 974169.

$$\sqrt{97'41'69} = \mathbf{987.}$$

$$\begin{array}{r|l}
 & 81 \\ \hline
188 & 164'1 \\
8 & 150\,4 \\ \hline
1967 & 1376'9 \\
7 & 1376\,9 \\ \hline
 & 0
\end{array}$$

Ruutjuure leidmiseks rühmitasime antud arvu 974169 paremalt poolt algades kahenumbrilisteks rühmadeks. Käesoleval juhusel on ka viimane rühm (97) kahenumbriline, kuid teistsuguse arvu juures oleks võinud see rühm ka ühenumbriline olla. Et otsitava juure esimest numbrit leida, seks leidsime ruutjuure pahemalt poolt esimesel kohal oleva rühma 97-me kõige suuremast ruudust, s. o. 81-st. Ruutjuure esimene number on 9. Et ruutjuure teist numbrit leida, seks lahutame esimesest rühmast (97) arvu 9 ruudu (81), toome alla järgmise rühma (41) ja nõnda saadud arvu (1641) kümneliste arvu (164) jagame ruutjuure esimese numbri kaudu moodustatud kahekordse arvuga (18); saime numbri 8, mille kohta proovimise abil selgusele jõudsime, et tema kõlbabki ruutjuure teiseks numbriks. Ruutjuure viimase numbri 7 leidsime samal viisil kui teise numbri.

Antagu veel leida ruutjuur arvust 1336336000 ja arvust 165649.

$\sqrt{1'33'63'36'00'00} = \mathbf{115600.}$

```
   1
  ----
  21|3'3
   1|2 1
  -------
 225|126'3
   5|112 5
 ----------
2306|1383'6
   6|1383 6
 ----------
         0
```

$\sqrt{16'56'49} = \mathbf{407.}$

```
 16
 --------
807|564'9
  7|564 9
 --------
```

Leida ruutjuur arvudest:

937. 289; 529; 841. **938.** 1156; 5329; 1764.

939. 7921; 12996; 55696. **940.** 61504; 132496; 316969.

941. 804609; 974169; 14899600.

942. 24314761; 25482304.

943. 60481729; 12345654321.

944. 4169672329; 9409000000.

945. 3136000000; 942490000.

946. 424360000; 1226960784.

947. 7923492196; 2831729796.

948. 1377968641; 491971779649.

949. 250109011881; 1024212817156.

950. 90322347493249.

Olgu tarvis leida ruutjuur kümnendmurrust: 772,84 ja harilikust murrust: $\frac{6883}{455625}$.

$\sqrt{7'72,'84} = \underline{27,8}$

```
   4
  ------
 47|3 7'2
  7|3 2 9
 ---------
548|4 3 8'4
  8|4 3 8 4
 ---------
```

$\sqrt{\frac{6883}{455625}} = \frac{\sqrt{6883}}{\sqrt{455625}} = \underline{\frac{83}{675}}$

Leida ruutjuur arvudest:

951. 7,5076; 772,84. **952.** 0,082369; 6037,29.

953. 74,1321; 0,857476. **954.** 10,227204; 1033,6225.

955. 0,10715284; 3686,9184. **956.** 68,956416; 0,008464.

957. 49,632025; 66,308449.

958. 256,096009; 346,220449.

959. 0,00008649; 0,00005476.

960. 0,0000258064; 0,0000165649.

961. $\frac{361}{576}$; $4\frac{53}{169}$; $10\frac{86}{121}$.

962. $\frac{10816}{18225}$; $\frac{2205225}{4528384}$; $\frac{1232100}{5303809}$.

Iga arv ei ole mitte mingi teise arvu ruut, seepärast ei ole võimalik igast arvust täpsat ruutjuurt leida, küll võime aga selle juure väärtusi niisuguse täpsusega leida, kui ise soovime.

Olgu näiteks tarvis leida arvu 5 ruutjuur. Et arv 5 ei ole mingi teise täisarvu ruut (ka mingi murru ruut ei ole ta), siis ei ole võimalik arvust 5 leida täpsat ruutjuurt. Hakkame tema ligikaudseid väärtusi leidma.

$\sqrt{5} = 2{,}23606\ldots$

```
  4
-----------
 42|10'0
  2| 84
-------------
 443|160'0
   3|1329
---------------
 4466|2710'0
    6|26796
--------------------
 44720 6|304000'0
       6|2683236
--------------------
           356764...
```

Täpsalt kuni	Juur	
	Puudusega	Liiaga
1	2	3
0,1	2,2	2,3
0,01	2,23	2,24
0,001	2,236	2,237
0,0001	2,2360	2,2361
0,00001	2,23606	2,23607
. . .	. . .	. . .

Leida ruutjuur täpsalt kuni 0,001:

963. 2; 3; 10. **964.** 20; 51; 366.

965. 4711; 0,4; 2,5. **966.** 0,049; 0,00372; 3,141592.

967. 14,4; 0,169; 0,00225. **968.** $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{19}{40}$.

969. $5\frac{13}{50}$; $27\frac{5}{8}$; $142\frac{11}{80}$. **970.** $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$.

Leida ruutjuur täpsalt kuni 0,0001:

971. 3,4; 0,007; 6,35.

972. 0,00215; 0,00954835; 0,0000681.

973. 0,5; 50; 0,05. **974.** 14; 140; 1,4.

975. 0,14; 0,014; 122. **976.** 12,2; 1,22; 1220.

977. Täisnurkse kolmnurga kaatet $a = 25{,}45$ sm ja kaatet $b = 37{,}25$ sm. Kui suur on selle täisnurkse kolmnurga hüpotenuus c?

978. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus $c = 215{,}45$ sm ja kaatet $b = 182{,}75$ sm. Kui suur on selle täisnurkse kolmnurga teine kaatet a?

§ 19. Logaritmimise mõiste *).

Logaritmimine on astendamise teine vastastehe.

Tehet, mille abil astme ja astme aluse kaudu leitakse astme näitaja, nimetatakse logaritmimiseks.

$$lg_5 125 = 3, \text{ sest et } 5^3 = 125.$$

Astmenäitajat 3 nimetatakse **logaritmiks,** arv 5 on **alus** ja arv 125 on **logaritmitav arv.**

979. $lg_5 25 = 2$, sest et $5^2 = 25$
$lg_9 729 =$
$lg_{10} 100 =$
$lg_8 512 =$

980. $lg_{10} 1000 =$
$lg_4 64 =$
$lg_3 81 =$
$lg_2 16 =$

981. $lg_2 2^5 =$
$lg_3 3^2 =$
$lg_a a^n =$

982. $lg_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} =$
$lg_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} =$
$lg_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} =$

Seame kokku mingi arvu, näiteks arvu 2-he astmete tabeli.

---

*) Korrata „Logaritmimine“ K. Veski ja J. Grünthali „Aritmeetika“ IV õppeaasta II trükk lhk. 32—33.

$2^0 = 1$	$2^{11} = 2048$	$2^{22} = 4194304$
$2^1 = 2$	$2^{12} = 4096$	$2^{23} = 8388608$
$2^2 = 4$	$2^{13} = 8192$	$2^{24} = 16777216$
$2^3 = 8$	$2^{14} = 16384$	$2^{25} = 33554432$
$2^4 = 16$	$2^{15} = 32768$	$2^{26} = 67108864$
$2^5 = 32$	$2^{16} = 65536$	$2^{27} = 134217728$
$2^6 = 64$	$2^{17} = 131072$	$2^{28} = 268435456$
$2^7 = 128$	$2^{18} = 262144$	$2^{29} = 536870912$
$2^8 = 256$	$2^{19} = 524288$	$2^{30} = 1073741824$
$2^9 = 512$	$2^{20} = 1048576$	$2^{31} = 2147483648$
$2^{10} = 1024$	$2^{21} = 2097152$	$2^{32} = 4294967296$

Säärase tabeli abil võib tehteid suurte arvudega märksa kergemaks teha. Nimelt võib:

1) antud suurte arvude korrutamise asemel liita vastavad väikesed arvud;

2) antud suurte arvude jagamise asemel lahutada vastavad väikesed arvud;

3) antud suurte arvude astendamise asemel korrutada vastavad väikesed arvud ja

4) antud suurte arvude juurimise asemel jagada vastavad väikesed arvud.

1) Antagu näiteks korrutada arvud: 131072 ja 32768. Ülemalpool kokkuseatud tabelit silmas pidades võime kirjutada:

$$\mathbf{131072 \,.\, 32768} = 2^{17} \,.\, 2^{15} = 2^{17+15} = 2^{32} = \mathbf{4294967296.}$$

983. 1024 . 1048576. **984.** 2048 . 16384.

985. 4194304 . 512. **986.** 65536 . 8192.

987. 2097152 . 1024. **988.** 32768 . 65536.

2) Antagu näiteks jagada arvud: 2147483648 ja 33554432.

$$\mathbf{2147483648 : 33554432} = 2^{31} : 2^{25} = 2^{31-25} = 2^6 = \mathbf{64.}$$

989. 4294967296 : 524288. **990.** 134217728 : 131072.

991. 2147483648 : 16384. **992.** 1073741824 : 32768.
993. 536870912 : 4096. **994.** 134217728 : 8192.

3) Antagu näiteks ruutida arv 16384.

$$\mathbf{16384^2 = (2^{14})^2 = 2^{28} = 268435456.}$$

995. 65536^2; 8192^2. **996.** 32768^2; 2048^2.
997. 1024^3; 512^3. **998.** 128^3; 256^3.
999. 256^4; 64^5; 16^7. **1000.** 128^4; 32^5; 32^6.

4) Antagu näiteks leida $\sqrt[5]{1073741824}$.

$$\sqrt[5]{\mathbf{1073741824}} = \sqrt[5]{2^{30}} = 2^{30:5} = 2^6 \quad \mathbf{64.}$$

1001. $\sqrt{4294967296}$. **1002.** $\sqrt{67108864}$.
1003. $\sqrt[3]{1073741824}$. **1004.** $\sqrt[4]{16777216}$.
1005. $\sqrt[5]{33554432}$. **1006.** $\sqrt[7]{268435456}$.

Ülemaltoodud arvu 2 astmete tabeli varal oli võimalik otsusele jõuda, et logaritmid meie vaeva ja aega tehete arvutamisel, kus esinevad suured arvud, märksa vähendavad. Harilikult valmistatakse logaritmide tabelid alusel 10. Säärasest logaritmide tabelist võime iga positiivse täisarvu ja murru logaritmi leida ja seeläbi logaritmide abil korrutamist, jagamist, astendamist ja juurimist lihtsamaks teha.

III osa.

Graafilisest kujutamisest ja funktsioonide sissejuhatus*).

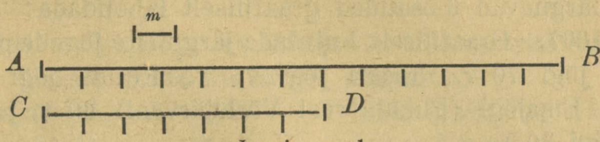
§ 1. Graafilise kujutamise mõiste.

Kui on tarvis jõgede pikkust, mägede kõrgust, sademete rohkust jne. võrrelda, siis on selleks isesugune viis, mida nimetatakse tähendatud suuruste **piltlikuks** ehk **graafiliseks kujutamiseks.** Et näiteks jõgede pikkusi võrrelda, selleks võetakse sirglõigud, mille pikkused suhtuvad nagu jõgede pikkused. Olgu antud võrrelda Pärnu jõe pikkus (130 km) Narva jõe pikkusega (70 km). Et nende jõgede pikkustele leida vastavalt sirglõike ehk arvjooni, millede pikkused oleksid samas vahekorras kui jõgede pikkused, tuleb valida mõõtüksus, mis antud juhusel olgu näit. iga 10 km kohta $^1/_2$ sm. Pärnu jõe pikkuse arvjoone leidmiseks asetame $^1/_2$ sm 13 korda sirgjoonele, kuna Narva jõe pikkuse arvjoone leidmiseks mõõt-

---

*) See osa on väikeste muudatustega võetud K. R. Veski ja J. Grünthali ümbertöötatud N. Shaposhnikovi ja N. Valtsevi „Algebraliste ülesannete kogu" I jaost.

üksust on tarvis sinna asetada ainult 7 korda (joonis 1). Siis saame jõgede pikkusi kujutavad arvjooned.



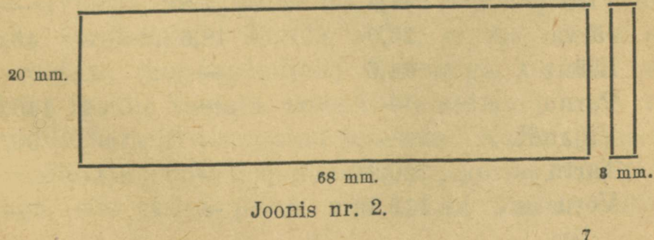
Joonis nr. 1.

Joonise 1 arvjoon *AB* kujutab graafiliselt Pärnu jõe pikkust, *CD* aga — Narva jõe pikkust; lõik *m* on mõõtüksuseks võetud.

Mitte üksi arvjoonte abil ei ole võimalik mitmesuguseid suurusi graafiliselt ehk piltlikult kujutada, vaid selleks võetakse abiks ka pinnad ja kehad. Viimasel korral võetakse mõõtüksuseks mingi ruut või kuup ja konstrueeritakse püstkülikud ehk kehad.

Näiteks vaatame suuruste võrdlemise juhust püstkülikute abil. On teada, et maikuul 1921. a. oli Eesti Vabariigi laiarööpalisel raudteel sõitjaid (arvud on ümmargusemaks tehtud): 340.000, kuna kitsarööpalisel raudteel samal ajal oli sõitjaid 15.000. Võrrelda antud sõitjatehulki püstkülikute abil.

Kui võtame iga tuhande sõitja kohta mõõteks 4 mm^2, siis peab laiarööpalise raudtee sõitjate arvu tähendav püstkülik sisaldama 1360 mm^2, kuna kitsarööpalise raudtee sõitjate arvu tähendav püstkülik aga vastavalt 60 mm^2 sisaldab. Seda näeme 2. joonisel.



Joonis nr. 2.

Seesugust piltlikku viisi tarvitatakse õige tihti võrdleva geograafia kursustes.

Järgnevad ülesanded graafiliselt lahendada:

1007. Graafiliselt kujutada järgmiste jõgede pikkus: Keila jõgi 70 v., Kasari jõgi 75 v., Kunda jõgi 55 v., Väike Emajõgi (Pühajärvest Võrtsjärveni) 60 v. ja Suur Emajõgi 80 v.

1008. Samuti kujutada järgnevate jõgede pikkusi: Mississippi 7000 km, Leena 4600 km, Aamur 4500 km ja Niilus 6000 km.

1009. Graafiliselt püstjoonte abil võrrelda järgnevate mägede kõrgus: Väike Munamägi 244 m, Megaste mägi 209 m.

1010. Samuti võrrelda järgnevate mägede kõrgus: Ebavere mägi 480 jalga, Emu mägi 544 j. ja Kellavere mägi 510 j.

1011. Püstkülikute abil võrrelda Eesti vabrikutööliste arvu tööstusalade järele 1. jaan. 1920. a., iga 100 töölise peale üht ruutu millimeetripaberil mõõtüksuseks võttes, kui teada on, et nimetatud ajal oli tekstiiltööstuses 6000 töölist, puutööstuses 1000 t., paberitööstuses 1300 t., nahatööstuses 200 t., metallitööstuses 1800 t., keemiatööstuses (ilma viinavabrikuteta) 500 t., mineraalide ümbertööstuses 1200 t., toidu- ja maitseainete tööstuses 400 töölist.

1012. Maakondade järele jagunevad Eesti raudteed kilomeetrites järgmiselt:

	Riigiraudtee:		Eraraudtee:
Maakond	Laiarööp.	Kitsarööp.	Kitsarööp.
Harju	138,3	31,3	94,0
Viru	191,3	7,5	—
Järva	15,0	48,6	46,0
Lääne	44,6	—	—
Pärnu	—	—	145,0
Viljandi	—	—	56,7
Tartu	126,2	—	—
Võru	119,4	—	—

Kujutada graafiliselt: 1) riigi laia- ja kitsarööpalise ja eraraudtee üldist pikkust; 2) sedasama üksikute maakondade järele.

1013. Riigi- ja eraraudteede kilomeetrite arv iga 10000 elaniku kohta on Eestis järgmine:

Harjumaal:	13,25	Pärnumaal:	15,69
Virumaal:	15,13	Viljandimaal:	6,36
Järvamaal:	20,46	Tartumaal:	6,89
Läänemaal:	5,77	Võrumaal:	14,13

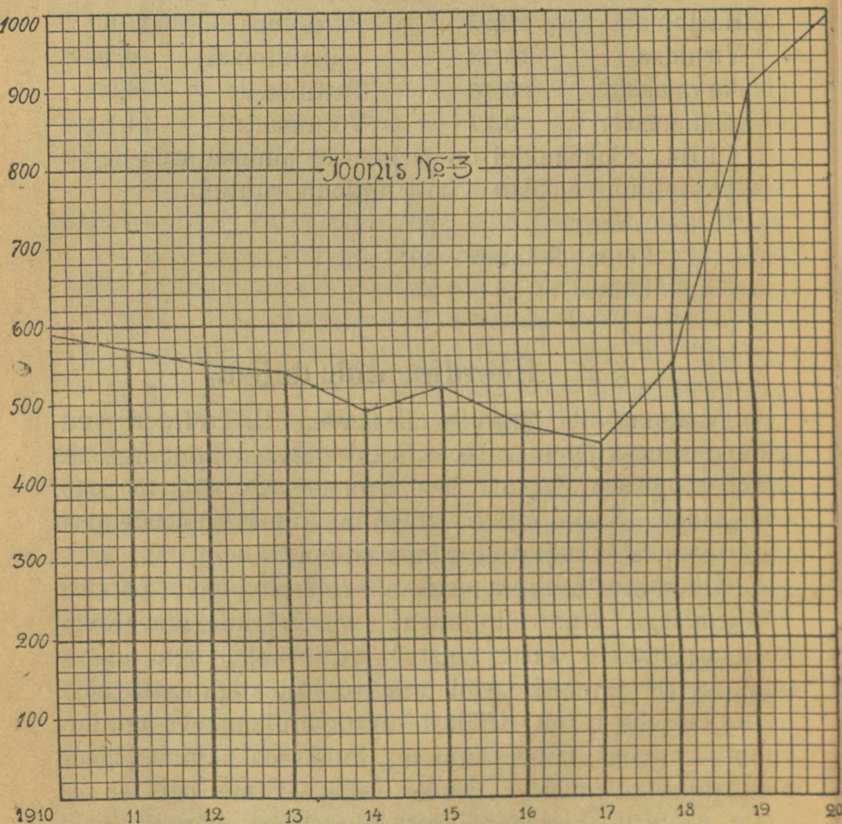
1014. Ookeanidel on järgnevad pinnasuurused:

Suur ookean	175	miljonit ruutkm.
Atlandi „	90	„ „
Lõuna-Jäämeri	19	„ „
Põhja „	15	„ „

§ 2. Koordinaatide teljed.

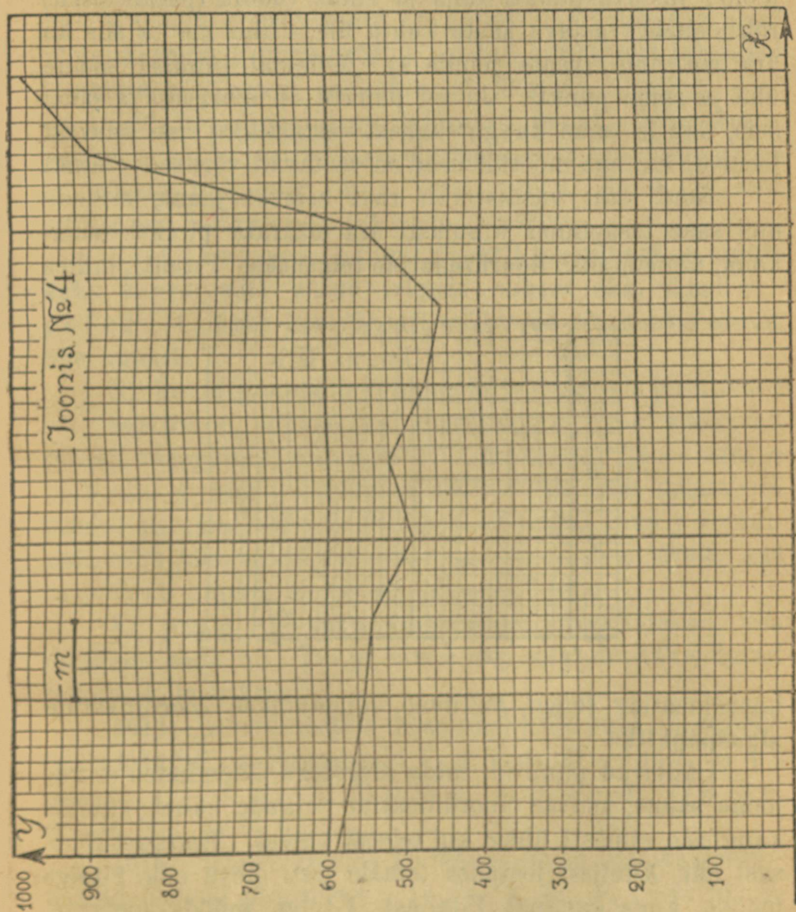
Vaatame läbi järgmise ülesande. H. Treffneri asut. gümnaasiumis õppis 1910. a. kuni 1920. a. ümmargustes arvudes õpilasi: 590, 570, 550, 540, 590, 520, 470, 450, 550, 900 ja 990. Seada kokku graafiline kujutus õpilaste arvu muutuvustest nimetatud gümnaasiumis.

Ülesannet võib lahendada sarnaselt jõgede pikkuse võrdlemisega. Kuid siin katsume teisiti toimetada. Kõige pealt paigutame antud aastad sirgjoonele, neid alguspunktist O^{st} paremale poole seades, võttes iga aasta jaoks mõõtüksuseks 1 sm. Õpilaste arvu võrdlemiseks aga tarvitame arvjoont, mille saame nii, kuis seda nägime jõgede pikkuste võrdlemisel. Ainuke vahe, et me neid ei sea enam rõhtsalt (horisontaalselt) üksteisega kõrvuti, vaid asendame igaühe vastava aasta kohta aastate joonele risti (perpendikulaarselt) tõmmatud joontele. Kui me õpilaste arvu võrdlevate joonte lõpp-punktid järjekorras ühendame sirgetega, siis saame joone, mis kohati tõuseb aastate joonest kõrgemale, kohati aga läheneb viimasele (vaata joonis 3). Kohad, kus ta kõrgemale tõuseb, satuvad ühte õpilaste arvu kõige suurema rohkusega koolis, kuna lähenemine õpilaste arvu vähenemist kujutab. Saadud



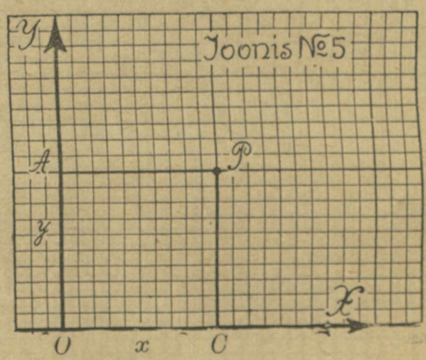
murdjoon annab meile õige selge pildi õpilaste arvu muutuvustest 1910.—1920. a. kestel.

Punktid, mida ühendades murdjoone saime, võime lihtsalt teisiti saada. Selleks tuleb aastate joonele alguspunktist tõmmata ristjoon. Sellele joonele märgime nüüd õpilaste arvu, mõõtühsuseks $^1/_{10}$ mm iga õpilase kohta võttes. Nüüd ei joonista me iga aasta jaoks õpilaste



arvjoont eraldi, vaid otsime kohe nende joonte lõpp-punktid, missugused nad omandavad, kui neid vastavate aastate kohta paigutataks. Selle lõpp-punkti leiame ilma arvjoone paigutamiseta kahel viisil. Esiteks, iga aasta kohta loeme rõhtsast joonest ülespoole nii mitu korda $^1/_{10}$ mm, kui mitu õpilast oli sel aastal koolis. Ehk teisiti, otsime ristjoonel vastava punkti välja ja viime rööbiti (paralleelselt) rõhtjoonele vastava aasta kohta üle, kuhu me ta siis ka ära märgime (vaata joonis 4). Mõlemal juhusel saame ühe ja sama punkti. Ja sel punktil on alati üks ja sama seis, üks ja sama kaugus kahest vastastikku risti seisvast joonest, kui aga mõõtüksused on vastavalt võrdsed võetud.

Neid kaht vastastikku risti seisvat joont, millede abil saab tasapinnal kindlasti ära määrata punkti seisukoha, nimetatakse **koordinaatide telgedeks.** Punkti, milles



koordinaatide teljed lõikuvad, nimetatakse koordinaatide **alguspunktiks.**

Otsitavad punktid, mida sirgetega ühendades murdjoone saime, asuvad koordinaatide telgede vahel kindlas kauguses niihästi ühest kui teisest teljest. Kaugust rõhtsast ehk **X-teljest** loetakse temale risti oleva ehk **Y-telge** mööda, kuna kaugust *Y*-teljest *X*-telge mööda loetakse, alguspunktist algades. Näit. 5. joonisel on punkti *P* kaugus *X*-teljest ristjoon *PC* ehk *OA* ja punkti *P* kaugus *Y*-teljest — ristjoon *AP* ehk *OC*. *OA* ja *OC* on **punkti**

P koordinaadid, kusjuures OA märgitakse x ja OC y tähega. Nii siis on punktil kaks koordinaati: x ja y. Teisi koordinaate ei või punktil P olla, sest tal ei ole teistsugust kaugust antud telgedest kui $PC = OA = y$ ja $AP = OC = x$.

Kui aga koordinaadid on antud, siis tuleb üks neist võtta X, teine Y-telge mööda, saadud punktidest telgedele tõmmata ristjooned, ja kus need üksteist lõikavad, seal on antud koordinaatidega määratud punkt. Millimeetripaberil ei ole tarvis ristjooni tõmmata, sest ruuduline paber ise näitab ristjoonte sihti. Teist punkti olla ei või, sest sirgjooned lõikuvad ainult ühes punktis.

Siit järgneb, et **igal punktil tasapinnal on ainult kaks koordinaati antud telgede suhtes ehk,** ümberpöördult, **kaks koordinaati määravad tasapinnal ainult ühe punkti.**

Nii kui sirgjoonel koordinaadid võivad olla positiivsed või negatiivsed, võivad ka koordinaadid, mis määravad punkti tasapinnal, olla + või — märgiga. Koordinaat x võib olla + ehk — märgiga, selle järele, kas määrab ta punkti paremal või pahemal pool Y-telge, kuna y koordinaat võib olla positiivne või negatiivne, selle järele, kas ta määrab punkti üleval või allpool X-telge.

Et punkti P kaks koordinaati ära määravad, siis märgime seda nii: $P(x,y)$, kus x ja y sulgudes tähendavad punkti P koordinaate.

1015. Koordinaatide tasapinnal leida punktid, millede koordinaadid on järgmised: 1) 3 ja 4; 2) —4 ja 7, 3) +3 ja —5; 4) —2 ja —7, 5) 0 ja 2; 6) 0 ja —4; 7) 6 ja 0, 8) —6 ja 0 ja 9) 0 ja 0.

1016. Konstrueerida kolmnurk, mille tippude koordinaadid oleksid järgmised: 1) P_1 (2; 4), P_2 (—2; 5), P_3 (0; 8); 2) P_1 (6; —2), P_2 (—3; +2) ja P_3 (0; 5) jne.

1017. Konstrueerida nelinurk, mille tippude koordinaadid on järgmised: 1) P_1 (0; 4), P_2 (3; 2), P_3 (3; —3),

P_4 (0; 0); 2) P_1 (7; 7), P_2 (3; 2), P_3 (—4; —3), P_4 (—6; 4) jne.

Järgnevate ülesannete tarvis kokku seada graafik:

1018. Ühel päeval näitas termomeeter järgmiselt: kell 6 homm. —5°, kell 9 —2°, kell 12 +4°, kell 15 +7°, kell 18 +5°, kell 21 +2°.

1019. 1914. a. olid Tartus järgmised kuu keskmised temperatuurid: —7,80°; —0,97°; —1,33°; 4,76°; 11,23°; 15,51°; 20,91°; 13,57°; 9,94°; 2,41°; —1,17°; 0,01°.

1020. 1915. a. olid kuu keskmised temperatuurid: —7,09°; —5,91°; —7,87°; 3,66°; 8,94°; 12,71°; 17,13°; 14,76°; 10,06°; 2,56°; —2,44°; —9,38°.

1021. 1914. a. olid järgmised kuu keskmised õhurõhumised: 749,61; 751,32; 747,66; 753,31; 755,18; 755,07; 753,22; 753,08; 750,63; 759,76; 753,41; 753,12.

1022. 1915. a. olid kuu keskmised õhurõhumised: 747,69; 754,53; 749,46; 753,19; 754,62; 753,18; 751,46; 750,89; 749,99; 763,15; 750,36 ja 749,61.

1023. Loomulik juurdekasv tuhande inimese kohta oli üksikuil aastail 1892 kuni 1901 Järvamaal (N. Köstner: Rahvaarvu kasvamine Eestimaal): 10,4; 10,4; —1,1; 6,5; 11,2; 10,7; 13,1; 9,2; 9,9 ja 8,2.

1024. H. Treffneri asut. gümnaasiumi lõpuklassis õppis aastast 1910—1920 õpilasi: 36, 34, 36, 40, 33, 44, 33, 33, 41, 40 ja 45.

1025. Sarlakihaige poisi keha temperatuur oli esimesel päeval 40,3° C. Järgnevail päevil muutus keha temperatuur +1,4°; —1,9°; +0,3°; —0,8°; —0,7°; +1,2°; —0,6°; —1,1°; —0,7° ja —0,8° võrra.

§ 3. Funktsiooni mõiste.

Meid ümbritsevas looduses on mitmesugused suurused üksteisega nii seotud, et ühe suuruse muutmine teise suuruse muutmise enesega kaasa toob. Et suuruste sidusust ja vastastikku muutuvust tundma õppida, selleks vaatame järgnevat näidet.

Olgu püstküliku üks külg a meetrit, teine külg b meetrit pikk. Vaatame, missuguses sidususes muutuvad antud püstküliku külje- ja pinnasuurused.

Püstküliku pind $x = a.b$.

Jäägu üks külg a muutmata ja võrdugu 4 meetriga. Anname teisele küljele järgemööda väärtused 1, 2, 3, 4 . . . meetrit.

Vaatame, missuguseid muutusi pinna suuruses toob ühe külje muutmine kaasa.

Kui $b = 1$, siis $x = 4.1 = 4$
„ $b = 2$, „ $x = 4.2 = 9$
„ $b = 3$, „ $x = 4.3 = 12$ jne.

Antud tingimustel on meil tegemist kolme suurusega. Üks neist suurustest on **muutumata** ehk **jääv** suurus, kuna kaks suurust muutuvad nii, et ühe suuruse muutumisega ka teine suurus vastavalt muutub. Need suurused on **muutuvad** suurused.

Suurust, mis teiste suuruste muutuvusest oleneb, nimetatakse **olenevaks** suuruseks ehk **funktsiooniks**, kuna seda muutuvat suurust, millest oleneb funktsioon, nimetatakse **põhisuuruseks** ehk **argumendiks**. Sidusust argumendi ja funktsiooni vahel nimetatakse **funktsionaalseks sidususeks.**

Et suurus y on teise suuruse x funktsioon, seda võime nii kirjutada: $y = f(x)$ ehk $y = F(x)$ jne., kus $f()$ ja $F()$ tähendavad y ja x funktsionaalset sidusust. Ühel juhusel on see sidusus ühe juhise abil korraldatud, teisel juhusel teise juhise abil. Ühel juhusel saame sidususe ühe algebralise valemi abil, teisel juhusel teise valemi abil. Näitena võime vaadata ringjoone pikkuse ja raadiuse ning ringi pindala ja raadiuse funktsionaalset sidusust. Esimesel juhusel on üks sidusus $y = f(x)$, teisel juhusel teine $y_1 = F(x)$.

Funktsionaalne sidusus ringjoone pikkuse ja raadiuse vahel on korraldatud ühe juhise järele, kuna teine sidusus ringi pindala ja raadiuse vahel koguni teine on. Seda lahkuminevat sidusust tähendamegi isesuguselt. Kui tahame aga sidusust algebralise valemi abil avaldada, siis saame $y = 2\pi r$ ja $y_1 = \pi r^2$, kus 2π ja π on jääv suurus, kuna r on argument. Ühes funktsioonis on argument esimesel astmel, teises aga — teisel astmel.

Funktsiooni, milles argument on esimesel astmel (esimese astme avaldus), nimetatakse **esimese astme funktsiooniks.** Kui aga argument on teisel astmel, siis nimetatakse funktsiooni **teise astme funktsiooniks.**

§ 4. Funktsiooni graafiline kujutamine.

Olgu antud ülesanne: Osteti x kanamuna, 2 marka tükk. Kui palju maksti kanamunade eest?

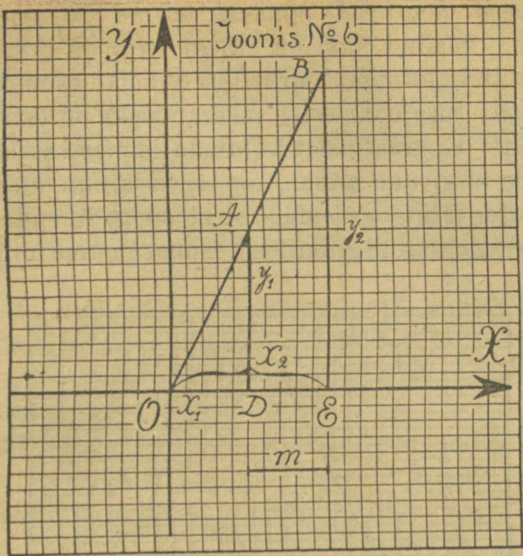
Maksti $y = 2x$ marka.

Suurus 2 on jääv suurus, kuna x ja y on muutuvad, kusjuures y suurus oleneb täitsa x suurusest, sest kui mune rohkem ostetakse, siis tuleb ka rohkem maksta. Sellepärast on x — argument, y — funktsioon, kuna $y = 2x$ on funktsionaalne sidusus ülesandes antud suuruste vahel.

Vaatame y muutuvust, kui x-le anname väärtused $x = 0, 1, 2, 3$ jne., ja seame sellekohase tabeli kokku.

x	0	1	2	3	4	.	.	.
y	0	2	4	6	8	.	.	.

Et funktsiooni $y = 2x$ graafiliselt kujutada, selleks vaatame tabelis antud x ja y väärtusi paaristikku, kui terve rea punktide koordinaate. Tuleb ainult need punktid millimeetripaberil tähendada, nagu seda eespool nägime. Kui me need punktid ühendame järjestikku sirgjoonega, siis on punkte ühendav joon sirgjoon (joonis 6).



§ 5. Mõnede funktsioonide graafiline kujutamine.

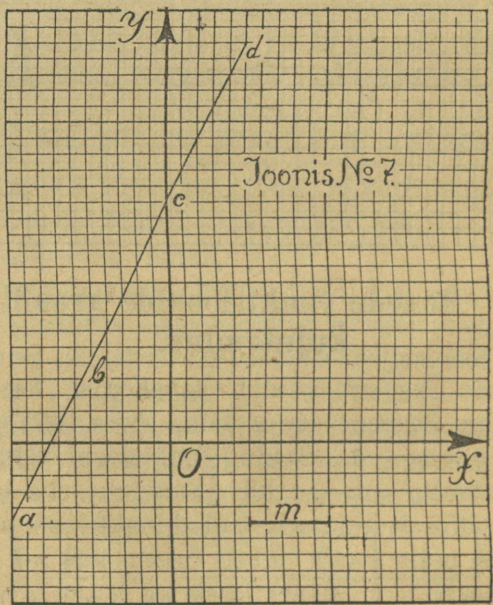
Näide: Üks arv võrdub kahekordse teise arvuga plus 3. Olgu esimene arv y, teine arv x; siis võime kirjutada, et $y = 2x + 3$. Saadud funktsiooni võime üldisel kujul kirjutada: $y = ax + b$, kus antud juhusel $a = 2$ ja $b = 3$.

Et graafiliselt kujutada saadud funktsiooni $y = 2x + 3$, tuleb kõige pealt seada tabel kokku, kus x-i väärtuste —3, —1, —1,0, 1, 2, 3 jne. järele on leitud y väärtused.

x	...	—3	—2	—1	0	1	2	3	...
y	...	—3	—1	+1	3	5	7	9	...

Tabelis antud x ja y väärtusi paaristikku vaatame kui terve rea punktide koordinaate, millede järele me millimeetripaberil nõutavad punktid leiame ja sirgjoontega ühendame. Saadud joon on jällegi sirgjoon (joonis 7).

Samuti kujutatakse graafiliselt kõiki esimese astme funktsioone. Sirgjoone seisu määramiseks on tarvis ainult kaks punkti. Et graafiliselt kujutada esimese astme funktsiooni, mis sirgjoone annab, on tarvis ainult kaks punkti koordinaatide järgi üles leida ja sirgjoonega ühendada. Saadud sirgjoon kujutabki graafiliselt esimese astme funktsiooni.



1026. Kujutada graafiliselt funktsioonid: 1) $y = -x$; 2) $y = 3x$; 3) $y = {}^1/_3x$, 4) $y = x + 2$, 5) $y = 2x - 3$, 6) $y = {}^1/_2x + 2$, 7) $y = {}^2/_3x + 4$.

1027. Kujutada graafiliselt funktsioonid: $y = 2x + 3$, $y = 3x + 5$ ja $y = 4x - 7$. Leida joonte lõikepunktide koordinaadid.

1028. Eelmise ülesande taoliselt toimetada funktsioonidega: $y=3x-2$, $y=x+3$.

1029. Joonistada sirged: $y=2x+3$, $y=3x+3$, $y={}^1/_2x+3$ ja $y={}^2/_3x+3$. Missuguses punktis lõikavad need jooned Y-telge?

1030. Joonistada sirged: $y=x-4$, $y=2x-6$, $y={}^1/_2x+2$. Leida joonte ja X-telje lõikepunktide koordinaadid.

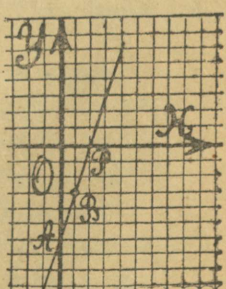
1031. Konstrueerida kolmnurgad, millede külgedeks on sirged: 1) $y=-0{,}25x$, $y={}^2/_3x$ ja $y={}^2/_3x+4$; 2) $y={}^2/_3x+2\,{}^1/_2$, $y=2\,{}^2/_5x-6$ ja $y=-x+1$. Leida kolmnurga tippude koordinaadid.

1032. Konstrueerida kolmnurgad, mille külgedeks on sirged: 1) $y=1{,}25x$, $y=0{,}5x+3$ ja $y=-0{,}5x-5$. Leida kolmnurga tippude koordinaadid.

§ 6. Graafiline võrrandite lahendamise viis.

Graafiliselt lahendatakse esimese astme võrrandeid järgmiselt:

Olgu antud esimese astme võrrand ühe tundmatuga: $3x+7=13$. Viime 13 pahemale poole võrrandi ossa ja võrrutame saadud osa y-ga. Saame funktsiooni $y=3x-6$. Saadud funktsiooni kujutav joon on sirgjoon; ta peab kulgema punktid A $(0; -6)$ ja B $(1; -3)$. Funktsiooni kujutava joone leidmisega (joonis 8) on meil ka võrrandi juur x teada. Tuleb ainult antud mõõtega leida funktsiooni kujutava joone ja X-telje lõikepunkti P kaugus koordinaatide alguspunktist. See kaugus on 2. Seega antud võrrandi juur $x=2$.



Joonis nr. 8.

Juhis: Et esimese astme võrrandit lahendada graafiliselt, selleks tuleb võrrand muundada kõige lihtsamaks, kõik liikmed ühele poole võrdsusmärki viia ja saadus y-ga võrrutada; saadud funktsioon graafiliselt kujutada ja funktsiooni kujutava joone ning X-telje lõikepunkti kaugus koordinaatide alguspunktist leida. Saadud kaugus ongi võrrandi juur.

Lahendada graafiliselt:

1033. $4+x=10.$ **1034.** $x-8=2.$

1035. $18-x=6.$ **1036.** $13-x=15.$

1037. $3x=12.$ **1038.** $x \,.\, 5=15.$

1039. $x:4=8.$ **1040.** $18:x=6.$

1041. $5x+3=28.$ **1042.** $9x-5=31.$

1043. $28+3x \quad 7x.$ **1044.** $42-5x=2x.$

1045. $3y+18=5y.$ **1046.** $19z-14=12z.$

1047. $5y+18=3y+38.$ **1048.** $7z-5=3z+3.$

1049. $16x+10-21x=35-10x-5.$

1050. $7x-9-8x=23-15x-18.$

IV osa.

Algebralised murrud.

§ 1. Kõige suurema ühise jagaja leidmine.

Et leida kahe või mitme täisarvulise üksliikme kõige suurem ühine jagaja, seks tarvis leida nende üksliikmete kordajate kõige suurem ühine jagaja ja temale juurde kirjutada kõik ühised tähelised tegurid kõige väiksemate astmenäitajatega.

Näited: 1) $\left.\begin{array}{l} 45\,m^2 n^3 p^4 \\ 18\,m^4 n^3 p^2 q^5 \end{array}\right\}$ $9\,m^2 n^3 p^2$ on ***k. s. ü. j.***

2) $\left.\begin{array}{l} a^5-b^5=(a-b)(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4) \\ a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2) \end{array}\right\}$ $a-b$ on ***k. s. ü. j.***

Leida avalduste kõige suurem ühine jagaja:

1051. ab ja ac; abc ja acd.
1052. xyz ja txy; b^2 ja bc.
1053. $9\,mnp$ ja $15\,npq$.
1054. $8\,axz$ ja $12\,bxz$.
1055. $6\,ab$ ja $4\,bc$.
1056. $9\,h^3 k^2$ ja $6\,h^2 k^3$.
1057. $2\,a^2 b$ ja $6\,ab^2$.
1058. $a^3 x$ ja ax^3.
1059. $9\,m^2 n^2 p$ ja $8\,mn^3$.
1060. $5\,x^3 yz^2$ ja $20\,x^4 yz$.
1061. $21\,ab^3$ ja $12\,a^2 b^3 c$.
1062. $ac+bc$ ja cd.
1063. $ax-bx$ ja x^2.
1064. $a^2 x-ax^2$ ja $2\,ax$.
1065. $8\,a^3-12\,a^2 x$ ja $4\,a^2 b^2$.
1066. a^2-b^2 ja $ac-bc$.
1067. $(a-1)^2$ ja a^2-1.
1068. $m^3 n-mn^3$ ja m^4-n^4.
1069. $2\,a^3+2\,ab^2$ ja a^4-b^4.
1070. h^3-hk^2 ja h^3-k^3.

1071. h^3+k^3 ja h^6-k^6.

1072. x^4-y^4 ja $x^4-2x^2y^2+y^4$.

1073. x^6-y^6 ja $x^6+2x^3y^3+y^6$.

1074. $x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$ ja x^2-y^2.

§ 2. Kõige väiksema ühise kordse leidmine.

Et leida kahe või mitme täisarvulise üksliikme kõige väiksem ühine kordne, seks tarvis leida nende üksliikmete kordajate kõige väiksem ühine kordne ja temale juurde kirjutada kõik isesugused tähelised tegurid kõige suuremate astmenäitajatega.

Näited: 1) $\left.\begin{matrix} 6a^3bd^2 \\ 5ac^3e \end{matrix}\right\}$ $30a^3bc^3d^2e$ on *k. v. ü. k.*

2) $\left.\begin{aligned} x^2-16y^2&=(x+4y)(x-4y) \\ x^2+8xy+16y^2&=(x+4y)^2 \end{aligned}\right\}$ $(x+4y)^2(x-4y)$ on *k.v.ü.k.*

Leida avalduste kõige väiksem ühine kordne:

1075. cd ja de; klm ja mnp.

1076. bc ja cd; mnp ja mxy.

1077. $9mnp$ ja $15npq$.

1078. $8axz$ ja $12bxz$.

1079. $4bc$ ja $6ab$; a^3b ja ab^3.

1080. $3a^2x$ ja $6ax^2$.

1081. $9m^3n^2$ ja $6m^2n^3$.

1082. $12a^2x^3y$ ja $21ax^3$.

1083. $5a^3bc^2$ ja $20a^4bc$.

1084. $9h^2k^2l$ ja $8kl^3$.

1085. bc, ab ja cd.

1086. abc, acd ja bcd.

1087. $3x^3y$, $4xy^3$ ja $6x^2y^2$.

1088. $6a^2b$, $4ab^2$ ja $12a^2b^2$.

1089. $am-bm$ ja mn.

1090. $ax+bx$ ja cx.

1091. a^3b-ab^3 ja $5ab$.

1092. a^2x+ax^2 ja $2ax$.

1093. $a+1$ ja $a-1$.

1094. a^2-b^2 ja $a+b$.

1095. x^2-y^2 ja $xz+yz$.

1096. $(a-1)^2$ ja a^2-1.

1097. $h^4+h^2k^2$ ja $h^2k^2+k^4$.

1098. a^3-ab^2 ja a^2b-b^3.

1099. $k^2+2kl+l^2$ ja k^2-l^2.

1100. a^2-x^2 ja $a^2-2ax+x^2$.

1101. x^2-y^2, $(x-y)^2$ ja $(x+y)^2$.

1102. a^2-b^2, $ad-bd$ ja $ac-bc$.

1103. $x-2$, $x+2$ ja $4-x^2$.

1104. b^2-c^2, $c+b$ ja $c-b$.

§ 3. Murdude lühendamine.

Näited:

$$1)\ \frac{\overbrace{27\,a^2x^2y^2}^{9\,a^2x^2y^2}}{9\,a^2x^4y^6}=\frac{3}{x^2y^4}.$$

$$2)\ \frac{5\,m-5\,n}{8\,n-8\,m}=\frac{5\,(m-n)}{8\,(n-m)}=\frac{5\,(m-n)}{-8(m-n)}=-\frac{5\,\overbrace{(m-n)}^{m-n}}{8\,(m-n)}=-\frac{5}{8}.$$

Lühendada murrud:

1105. $\frac{28}{70};\ \frac{45}{63};\ \frac{60}{100}.$

1106. $\frac{ab}{ac};\ \frac{abdx}{bcdy};\ \frac{7\,ax}{8\,ax}.$

1107. $\frac{8\,abc}{12\,bcd};\ \frac{9\,a^2}{15\,ab};\ \frac{x}{4x}.$

1108. $\frac{a\,(b+c)}{c\,(b+c)};\ \frac{x-y}{2\,(x-y)}.$

1109. $\frac{am+an}{bm+bn};\ \frac{ax-bx}{ay-by}.$

1110. $\frac{3m^2+3mn}{4mn+4n^2};\ \frac{ab+c}{abx+cx}.$

1111. $\frac{4ab-4cd}{7ab-7cd};\ \frac{5a^2-5ab}{8ab-8b^2}.$

1112. $\frac{4abx+4cx}{9aby+9cy}.$

1113. $\frac{2\,ax+3\,ay+2bx+3by}{2\,ax+3ay-2bx-3by}.$

1114. $\frac{abx+aby+abz}{abx-aby-abz}.$

1115. $\frac{2a^2x+3abx-4acx}{5adx}.$

1116. $\frac{14am+35bm+6an+15bn}{16ax+40bx-22ay-55by}.$

1117. $\frac{(a+b)\,(a+b)}{a^2+2ab+b^2}.$

1118. $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}.$

1119. $\frac{a-b}{b-a};\ \frac{3(x-y)}{4(y-x)}.$

1120. $\frac{5m-5n}{8n-8m};\ \frac{ab-ac}{mc-mb}.$

1121. $-\frac{x-y}{y-x};\ \frac{a+b-c}{c-a-b}.$

1122. $\frac{7x-7y+7z}{10y-10x-10z}.$

1123. $-\frac{8m-8n-8p}{15n+15p-15m}.$

1124. $\frac{x^2-xy}{y^2-xy};\ \frac{3a-3}{8-8a}.$

1125. $\frac{m^2+m}{m+1};\ \frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}.$

1126. $\frac{x^2-y^2}{x^2-xy};\ \frac{64m^2-n^2}{8m-n}.$

§ 4. Samanimelised murrud.

Näited: 1) $\dfrac{\overbrace{7a}^{xy}}{48b^5d^4} = \dfrac{7axy}{48b^5d^4xy};$

$$\dfrac{\overbrace{3c^2}^{6b^2d^3x}}{8b^3dy} = \dfrac{18b^2c^2d^3x}{48b^5d^4xy};$$

$$\dfrac{\overbrace{2x^3}^{16b^4d^2y}}{3bd^2x} = \dfrac{32b^4d^2x^3y}{48b^5d^4xy}.$$

2) $\dfrac{2ax}{a^4-x^4} = -\dfrac{\overbrace{2ax}^{a^3x^2}}{(x^2+a^2)(x+a)(x-a)} = -\dfrac{2a^4x^3}{a^3x^2(x^2+a^2)(x+a)(x-a)};$

$$\dfrac{a^2}{x^2(x^2-a^2)} = \dfrac{\overbrace{a^2}^{a^3(x^2+a^2)}}{x^2(x+a)(x-a)} = \dfrac{a^5(x^2+a^2)}{a^3x^2(x^2+a^2)(x+a)(x-a)};$$

$$\dfrac{x^2}{a^3(x-a)} = \dfrac{\overbrace{x^2}^{x^2(x^2+a^2)(x+a)}}{a^3(x-a)} = \dfrac{x^4(x^2+a^2)(x+a)}{a^3x^2(x^2+a^2)(x+a)(x-a)}.$$

Teha järgnevad murrud samanimelisteks:

1127. $\frac{m}{n}$ ja $\frac{p}{q}$; $\frac{x}{y}$ ja $\frac{y}{z}$. **1128.** m ja $\frac{x}{y}$; $\frac{m}{n}$ ja p.

1129. $\frac{a}{b}$ ja $\frac{1}{c}$; $\frac{1}{x}$ ja $\frac{y}{z}$. **1130.** $\frac{1}{m}$ ja $\frac{1}{n}$; $\frac{1}{q}$ ja $\frac{1}{p^2}$.

1131. $\frac{m}{3p}$ ja $\frac{n}{5q}$; $\frac{x}{7z}$ ja $\frac{z}{5y}$. **1132.** $\frac{a}{b^2x}$ ja $\frac{a}{bx^2}$; $\frac{1}{mnp}$ ja $\frac{1}{mnq}$.

1133. $\frac{2b}{9amn}$ ja $\frac{5a}{3mn}$; $\frac{1}{5xy}$ ja $\frac{1}{35yzt}$.

1134. $\frac{2b}{3m^2n}$ ja $\frac{7b}{6mn^2}$; $\frac{1}{9a^3b^2}$ ja $\frac{7}{8a^2b^3c}$.

1135. $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ja $\frac{x}{y}$. **1136.** $\frac{1}{m}, \frac{1}{n}$ ja $\frac{1}{p}$.

1137. $\frac{5}{6a^2x}, \frac{7}{4ax^2}$ ja $\frac{1}{12x^2}$. **1138.** $\frac{a}{2x^3y}, \frac{b}{5xy^3}$ ja $\frac{1}{10x^2y^2}$.

1139. $\frac{1}{a-1}$ ja $\frac{1}{a+1}$; $\frac{a}{a-b}$ ja $\frac{b}{a+b}$.

1140. $\frac{m}{m+n}$ ja $\frac{n}{m-n}$.

1141. $\frac{a}{a^2-b^2}, \frac{b}{a+b}$ ja $\frac{c}{b-a}$. **1142.** $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}$ ja $\frac{1}{y^2-x^2}$.

1143. $\frac{x}{xz-yz}, \frac{z}{x^2-y^2}$ ja $\frac{y}{xz+yz}$.

1144. $\frac{m}{(m-n)^2}, \frac{1}{m^2-n^2}$ ja $\frac{n}{(m+n)^2}$.

1145. $\frac{3}{c^2-2c}, \frac{5}{c^2+2c}$ ja $\frac{1}{4-c^2}$.

1146. $\frac{k}{km-m^2}, \frac{m}{k^2+km}$ ja $\frac{1}{m^2-k^2}$.

1147. $\frac{ab}{a^2-4}, \frac{a^2}{ab+2b}$ ja $\frac{b^2}{2a^2-a^3}$.

1148. $\frac{1}{(a-b)(a-c)}, \frac{2}{(b-a)(b-c)}$ ja $\frac{3}{(c-a)(c-b)}$.

§ 5. Algebraliste murdude liitmine ja lahutamine.

Näited:

1) $\frac{19x}{y}-\frac{7x}{y}+\frac{x}{y}-\frac{10x}{y}=\frac{19x-7x+x-10x}{y}=\frac{3x}{y}$.

2) $\frac{\overset{4}{5a+b}}{9}-\frac{\overset{1}{8a-b}}{36}+\frac{\overset{9}{4a-2b}}{4}-\frac{\overset{6}{8a-3b}}{6}=$

$=\frac{4(5a+b)-(8a-b)+9(4a-2b)-6(8a-3b)}{36}=$

$=\frac{\overline{20a}+\overline{\overline{4b}}-\overline{8a}+\overline{\overline{b}}+\overline{36a}-\overline{\overline{18b}}-\overline{48a}+\overline{\overline{18b}}}{36}=\frac{5b}{36}.$

1149. $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}+\frac{z}{5}.$

1150. $\frac{x}{5}-\frac{y}{5}-\frac{z}{5}.$

1151. $\frac{1}{a}+\frac{2}{a}+\frac{6}{a}.$

1152. $\frac{6}{a}-\frac{2}{a}-\frac{1}{a}.$

1153. $\frac{5a}{x}+\frac{3b}{x}$; $\frac{5a}{x}-\frac{3b}{x}.$

1154. $\frac{x}{m}+\frac{y}{m}+\frac{1}{m}.$

1155. $\frac{6a}{n}+\frac{3a}{n}-\frac{5a}{n}.$

1156. $\frac{19x}{y}-\frac{7x}{y}+\frac{x}{y}-\frac{10x}{y}.$

1157. $\frac{m+n}{x}+\frac{m-n}{x}.$

1158. $\frac{2x+3y}{7}+\frac{x-y}{7}.$

1159. $\frac{7a+5b}{10}-\frac{4a+2b}{10}.$

б **1160.** $\frac{14a-b}{5}-\frac{8a-3b}{5}+\frac{7a-2b}{5}.$

а **1161.** $\frac{20x+12y}{16}-\frac{12x+4y}{16}.$

б **1162.** $\frac{15m+6n}{4xy}-\frac{8m-5n}{4xy}+\frac{3m-7n}{4xy}.$

а **1163.** $\frac{19a-4c}{6ef}-\frac{14a+2c}{6ef}-\frac{8a-5c}{6ef}.$

1164. $\frac{5}{a}+\frac{7}{ab}$; $\frac{x}{ab}-\frac{8}{b}.$

1165. $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$; $\frac{m}{n}-\frac{n}{m}.$

1166. $\frac{2x}{ab}+\frac{4}{a}-\frac{5y}{abc}.$

1167. $\frac{8m}{4ab} - \frac{7n}{20abc}$.

1168. $\frac{8a+3b}{4} + \frac{3a-b}{20}$.

1169. $\frac{9m-4n}{8} - \frac{5m-6n}{32}$.

1170. $\frac{7c+4d}{12} + \frac{8e-3f}{4}$.

1171. $\frac{17x-15y}{13} + \frac{13y-4x}{39}$.

1172. $\frac{7a-3c}{5} + \frac{8a+5c}{20} - \frac{3a-5c}{4}$.

1173. $\frac{12x-3y}{8} - \frac{8x+2y}{6} + \frac{17y-3x}{24}$.

1174. $\frac{4a+b}{2x} - \frac{a+4b}{3x} + \frac{5a-b}{12xy}$.

1175. $\frac{15x+3y}{4m} - \frac{3x-y}{20mn} + \frac{5x-6y}{10n} + \frac{x}{5}$.

1176. $\frac{3a-c}{10f} + \frac{a+c}{6g} - \frac{11a+c}{30efg} + \frac{2a}{5eg}$.

1177. $\frac{5a+2b}{4z} - \frac{3a+b}{5xy} + \frac{8a+3b}{20xyz} - \frac{1}{y}$.

1178. $\frac{a}{a^2b} + \frac{b}{a^2b^2} - \frac{a}{ab^2}$.

1179. $\frac{ab}{9x} + \frac{b}{18x^2y} - \frac{c}{6y} + \frac{ac}{2xy}$.

1180. $\frac{3m}{15ab} + \frac{4mn}{10b^2} - \frac{6n}{30a^2b^2} + \frac{8mnp}{6a^2b}$.

1181. $\frac{6}{ab} + \frac{7}{ac} - \frac{5}{bc}$.

1182. $\frac{8}{x} + \frac{14}{y} - \frac{9}{z}$.

1183. $\frac{x}{ab} - \frac{xy}{b^2} - \frac{z}{a}$.

1184. $\frac{d}{am} + \frac{b}{an} + \frac{bc}{m}$.

1185. $\frac{3a}{xz} - \frac{4bc}{y} + \frac{5c}{yz}$.

1186. $\frac{m}{ab} + \frac{n}{bc} - \frac{p}{ad}$.

1187. $\frac{3b}{5ab} + \frac{4ac}{2b} - \frac{6ab}{4ac}$.

1188. $\frac{x}{2a} + \frac{y}{3ab} + \frac{xz}{4c}$.

1189. $\frac{3ab}{4b} - \frac{4bc}{3c^2} + \frac{7abc}{10bc}$. **1190.** $\frac{4ab}{3x} - \frac{3bx}{5y} - \frac{5}{6}$.

1191. $\frac{6x+y}{5} + \frac{2x+3y}{2} - \frac{4x+6y}{6} + \frac{x}{15}$.

1192. $\frac{6a-2b+c}{3} - \frac{4a+b-3c}{8} + \frac{3a-2b+4c}{6} -$
$- \frac{8a-6b+7c}{4}$.

1193. $\frac{2d-3e-4f}{5} + \frac{d-7e-3f}{10} - \frac{3d+e+4f}{4} +$
$+ \frac{d+2e+3f}{8}$.

1194. $\frac{7x-3y-5z}{3} - \frac{18x+7y+6z}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2x-y-4z}{9}$.

1195. $\frac{x+y+z}{2} - \frac{3x-y+2z}{5} + \frac{4x+3y-z}{3} - \frac{2x-y}{7}$.

1196. $\frac{ab+y}{y} + \frac{ab-x}{x}$. **1197.** $\frac{ab+a}{ab} + \frac{bc-c}{bc}$.

1198. $\frac{8a+2c}{4c} - \frac{6a+c}{5a} - \frac{6a-9c}{3c} + \frac{14a+4c}{20a}$.

1199. $\frac{4x+6}{3y} + \frac{5y-3x}{5x} - \frac{6y+8x}{6x} + \frac{29y-20x}{15y}$.

1200. $\frac{9c+5d}{6a} + \frac{5b+3}{12b} - \frac{12c+4d}{8a} - \frac{4bd+5ab}{12ab}$.

1201. $\frac{10x-12y}{6y} + \frac{6x-z}{x} + \frac{6y+3z}{3x} - 4 - \frac{15x}{9y}$.

1202. $1 + \frac{1}{x}$; $\frac{1}{y} - 1$. **1203.** $\frac{a}{b} + 2 + \frac{b}{a}$; $\frac{h}{k} - 2 + \frac{k}{h}$.

1204. $\frac{a-bx}{b} + x$; $\frac{a+cz}{c} - z$.

1205. $a + b + \frac{a+b}{2}$; $a - b - \frac{a-b}{2}$.

1206. $\frac{a^2+2ab}{2b}-2a.$ 1207. $2b-\frac{2ab-b^2}{2a}.$

1208. $\frac{6-a^2}{6a}+\left(\frac{a}{2}+\frac{2}{a}\right)-\left(\frac{a}{3}+\frac{3}{a}\right).$

1209. $\frac{30+3a^2}{10a}+\left(\frac{a}{5}-\frac{5}{a}\right)-\left(\frac{a}{2}-\frac{2}{a}\right).$

1210. $\frac{9}{x}+\frac{5}{x-y}$; $\frac{3}{a}+\frac{8}{a+b}.$ 1211. $\frac{7}{a}-\frac{4}{a+b}$; $\frac{11}{m}-\frac{9}{m-n}.$

1212. $\frac{15}{a+b}-\frac{6}{b}$; $\frac{17}{x-y}-\frac{9}{x}.$

1213. $\frac{10}{3a}+\frac{8}{5a+3b}$; $\frac{9}{4x-5y}-\frac{8}{x}.$

1214. $\frac{6}{5m+3n}-\frac{10}{m}$; $\frac{5}{18a}+\frac{3}{5b+7c}.$

1215. $\frac{16}{8a-12b}+\frac{24}{c}$; $\frac{12}{6a-18b}-\frac{4}{b}.$

1216. $\frac{a}{a+b}+\frac{c}{a}$; $\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a}.$

1217. $\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x}$; $\frac{3a}{4a+5b}-\frac{7b}{3a}.$

1218. $\frac{9m}{10n}-\frac{9m+10n}{9m-10n}.$ 2219. $\frac{7m+5n}{5n-7m}+\frac{5n}{7m}.$

1220. $\frac{a}{a+b}+\frac{a+b}{a}.$ 1221. $\frac{x}{x+y}+\frac{x-y}{x}.$

1222. $\frac{c}{c+d}-\frac{c+d}{c}.$ 1223. $\frac{m}{m-n}-\frac{m-n}{m}.$

1224. $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a}{a+b}.$ 1225. $\frac{x-y}{x+y}+\frac{y}{x-y}.$

1226. $\frac{m+n}{m-n}-\frac{m}{m+n}.$ 1227. $\frac{x}{x+y}-\frac{x}{x-y}.$

1228. $\frac{x}{x+y}-\frac{y}{x-y}.$ 1229. $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}.$

1230. $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$.

1231. $\frac{3a+4b}{3a-4b}+\frac{3a-4b}{3a+4b}$.

1232. $\frac{6x-7y}{6x+7y}-\frac{6x+7y}{6x-7y}$.

1233. $\frac{5a+6b}{7a-4b}+\frac{7a-4b}{5a+6b}$.

1234. $\frac{7c-5d}{8c+2d}+\frac{5c-3d}{9c+4d}$.

1235. $\frac{5x+6y}{13x-7y}-\frac{6x-3y}{7x+8y}$.

1236. $\frac{2a^2+3b}{7a-5b}-\frac{6a^2-4b}{9a+2b}$.

1237. $\frac{8ac+6bd}{8bd+20ac}-\frac{4ac+3bd}{10ac+4bd}$.

1238. $\frac{a+b}{(a-b)(a+b)}+\frac{(a-b)(a+b)}{a-b}$.

1239. $\frac{a-b}{a+b}+\frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)(a+b)}$.

1240. $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$.

1241. $\frac{a-b}{a+b}-\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$.

1242. $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2+2ab+b^2}+\frac{a-b}{a+b}$.

1243. $\frac{3a-2b}{3a+2b}+\frac{9a^2-2ab+4b^2}{9a^2-4b^2}$.

1244. $\frac{16x^2-25y^2}{16x^2-40xy+25y^2}-\frac{4x+5y}{4x-5y}$.

1245. $\frac{7m-3n}{7m+3n}+\frac{49m^2-42mn+9n^2}{49m^2-9n^2}$.

1246. $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}+\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}$.

§ 6. Algebraliste murdude korrutamine ja jagamine.

Näited:

1) $m \cdot \frac{a}{b}=\frac{ma}{b}$; 2) $\frac{a}{b} \cdot m=\frac{am}{b}$; 3) $\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n}=\frac{am}{bn}$.

1247. $3 \cdot \frac{2}{m}$; $5 \cdot \frac{3}{n}$.

1248. $8 \cdot \frac{a}{3}$; $9 \cdot \frac{b}{5}$.

1249. $a \cdot \frac{b}{c}$; $x \cdot \frac{y}{z}$.

1250. $a \cdot \frac{a}{b}$; $\frac{y}{13} \cdot 6$.

1251. $\frac{a}{b} \cdot 9$; $\frac{x}{y} \cdot 11$.

1252. $\frac{2}{3}m \cdot \frac{7}{8}n$; $\frac{5}{6}x \cdot \frac{3}{7}y$.

1253. $a \cdot \frac{bc}{a}$; $a \cdot \frac{b+c}{d}$.

1254. $m \cdot \frac{n-p}{p}$; $x \cdot \frac{x+y}{3z}$.

1255. $3a \cdot \frac{b+c}{a}$; $m \cdot \frac{m+n}{m-n}$.

1256. $4ab \cdot \frac{9cd}{2ab}$; $\frac{15uv}{27p^2q} \cdot 18p^2q^2$.

1257. $-11mn \cdot \frac{8(a-b)}{33mn}$.

1258. $15m^2n^3 \cdot \left(-\frac{14a^2bc^2}{30a^2bn}\right)$.

1259. $m \cdot \left(-\frac{2}{m}\right)$; $\frac{1}{x} \cdot (-x)$.

1260. $-10x^2y^2 \cdot \left(-\frac{z^2}{5xy}\right)$.

1261. $\frac{3(a+b)}{4(a^2-b^2)} \cdot 4(a-b)$.

1262. $3(x^2y+y^2) \cdot \frac{4ab}{12(x+y)}$.

1263. $a(u^2-v^2) \cdot \frac{a(u+v)}{(u-v)}$.

1264. $(9k^2-4i^2) \cdot \frac{(3k+2i)^2}{3k-2i}$.

1265. $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \cdot ab$.

1266. $\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right) \cdot a^2b$.

1267. $\left(\frac{2a}{3}+\frac{ab}{q}\right) \cdot 6q$.

1268. $\left(\frac{y}{x}-\frac{z}{y}+\frac{x}{z}\right) \cdot xyz$.

1269. $\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a-b}\right) \cdot (a^2-b^2)$.

1270. $\frac{a}{a^3+b^3} \cdot (a^2-ab+b^2)$.

1271. $\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n}$; $\frac{3}{a} \cdot \frac{b}{6}$.

1272. $\frac{2a}{3b} \cdot \frac{3a}{4b}$; $\frac{6m}{7n} \cdot \frac{4n}{9m}$.

1273. $\frac{a}{b} \cdot \left(-\frac{b}{a}\right)$; $-\frac{1}{x} \cdot \frac{x}{y}$.

1274. $-\frac{15x}{16y} \cdot \frac{24y}{25x}$; $\frac{ab}{c} \cdot \left(-\frac{c}{b}\right)$

1275. $\frac{ab}{cd} \cdot \frac{cd}{ab}$; $\frac{4af}{3bc} \cdot \frac{de}{ac}$.

1276. $\frac{12mn}{7pq} \cdot \frac{21nq}{8np}$; $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$.

1277. $-\frac{a}{b}\cdot\left(-\frac{b}{c}\right)\cdot\left(-\frac{c}{d}\right).$

1278. $\frac{3a}{c}\cdot\left(-\frac{4b}{d}\right)\cdot\left(-\frac{5e}{f}\right).$

1279. $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\cdot\frac{g}{h}.$

1280. $\frac{3a}{7b}\cdot\frac{5b}{6c}\cdot\frac{7c}{d}\cdot\frac{2d}{5e}.$

1281. $\frac{5xyz}{7abc}\cdot\frac{14ac}{25xy}\cdot\frac{8ab}{13xyz}.$

1282. $\frac{5}{a}\cdot\frac{a+b}{c+d};\quad\frac{4a+5b}{3x-4y}\cdot\frac{3x-4y}{4a+5b}.$

1283. $\frac{6a-5b}{7c+7d}\cdot\frac{c+d}{4a+7b}.$

1284. $\frac{24x-18y}{25m+15n}\cdot\frac{35m+21n}{36x-27y}.$

1285. $\frac{7a+7b}{8c+8d}\cdot\frac{8c-8d}{7a-7b}.$

1286. $\frac{a-b}{b-a}\cdot\frac{c-d}{d-c};\quad\frac{x-y}{z-x}\cdot\frac{x-z}{y-x}.$

1287. $\frac{3a-4b}{5c+3d}\cdot\frac{5e-6f}{4b-3a}.$

1288. $\frac{m-n}{a-b}\cdot\frac{b-a}{m-n};\quad\frac{12x+3y}{4n-7m}\cdot\frac{7m-4n}{y+4x}.$

1289. $\frac{40ab+5bc}{65de-25fg}\cdot\frac{20fg-52de}{40bc+32ab}.$

1290. $\frac{8x-5y}{7x+5z}\cdot\frac{56y+40z}{40x-25y}.$

1291. $\frac{7a+3b}{20a+70b}\cdot\frac{24a-15b}{21a+9b}\cdot\frac{2a+7b}{8a-5b}.$

1292. $\frac{15x+35y}{63x-18y}\cdot\frac{7x-2y}{16x+40y}\cdot\frac{2x+5y}{3x+7y}.$

1293. $\frac{am+an}{bo+2bp}\cdot\frac{ao+2ap}{bm+bn}.$

1294. $\frac{ax+ay}{dx-dy}\cdot\frac{cx-cy}{bx+by}.$

1295. $\frac{6a^2-5ab}{3cy+7dy}\cdot\frac{3cx+7dx}{6ab-5b^2}.$

1296. $\frac{3ax+4bx}{7cx-2dx}\cdot\frac{14cx-4dx}{3ay+4by}.$

1297. $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cdot\frac{2a}{a-b}.$

1298. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}\cdot\frac{x+y}{4x}.$

1299. $\frac{a^3+b^3}{ab+b^2}\cdot\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}.$

1300. $\frac{x^2+xy}{x^3-y^3}\cdot\frac{x^2-y^2}{xy+y^2}.$

1301. $\frac{x+y}{x^2-2x+1}\cdot\frac{x^4-1}{x^2-x}.$

1302. $\frac{1+z^2}{1-z}\cdot\frac{2z-2z^2}{1-z^4}.$

1303. $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2+2ab+b^2} \cdot \frac{a+b}{a-b}$. **1304.** $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}$.

1305. $\frac{4a^2+12ab+9b^2}{16x^2-25y^2} \cdot \frac{16x^2+40xy+25y^2}{8ax+10ay+12bx+15by}$.

1306. $\frac{x^2+2xy+y^2}{ax+bx+ay+by} \cdot \frac{a+b}{x+y}$.

1307. $\left(\frac{a}{5}+\frac{b}{4}\right) \cdot \left(\frac{a}{3}+\frac{b}{8}\right)$. **1308.** $\left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}\right) \cdot \left(\frac{a}{z}+\frac{b}{p}\right)$.

1309. $\left(\frac{4a}{5b}-\frac{2c}{7d}\right) \cdot \left(\frac{4b}{3c}+\frac{5a}{6d}\right)$. **1310.** $\left(\frac{3m}{4}+\frac{5n}{3a}-2\right) \cdot \left(\frac{6p}{5}-\frac{s}{4b}\right)$

Näited: 1) $\frac{am}{b}:m=\frac{\overset{m}{\frown}\!\!am}{b.m}=\frac{a}{b}$; 2) $\frac{am}{b}:\frac{a}{b}=\frac{\overset{ab}{\frown}\!\!am.b}{b.a}=m$;

$$3)\ \frac{am}{bn}:\frac{m}{n}=\frac{\overset{mn}{\frown}\!\!am.n}{bn.m}=\frac{a}{b}.$$

1311. $\frac{7}{a}:5$; $\frac{12}{b}:3$. **1312.** $\frac{a}{c}:3$; $\frac{20x}{y}:5$.

1313. $-\frac{3}{4}:a$; $\frac{a}{3}:(-4)$. **1314.** $\frac{40}{ab}:(-8)$; $-\frac{3x}{y}:(-x)$.

1315. $\frac{7a}{bc}:9$; $\frac{a}{b}:c$. **1316.** $\frac{m}{n}:m$; $\frac{4ab}{c}:a$.

1317. $\frac{15ab}{4ce}:2d$; $\frac{6mn}{5xy}:4x$. **1318.** $\frac{18ab^2c}{19def}:6cef$.

1319. $a:\frac{b}{c}$; $7x:\frac{m}{n}$. **1320.** $1:\frac{a}{b}$; $3a:\frac{a}{b}$.

1321. $8x:\frac{2x}{5y}$; $7a^2c:\frac{3a^2d}{bc}$. **1322.** $(a+b):\frac{x}{y}$; $(a+b):\frac{a+b}{a-b}$

1323. $\frac{x}{y}:\frac{x}{3y}$; $\frac{m}{n}:\frac{m}{an}$.

1324. $\frac{20mn}{48pq}:\frac{45nq}{36mp}$; $\frac{34a^2b}{66cd^2}:\frac{51abc}{88cde}$.

1325. $-\frac{1}{a}:\frac{1}{b}$; $\frac{ab}{cd}:\left(-\frac{bd}{ac}\right)$.

1326. $\frac{21x^2yz^2}{16ab}:(-14axz)$.

1327. $-(3a+b):\left(-\frac{12a+4b}{4x+8y}\right)$.

1328. $-\frac{64ab^2c}{57c^2de^2}:\left(-\frac{96bcd}{19aef}\right)$.

1329. $\frac{6a^2+4ab}{cd}:2a$.

1330. $\frac{18abc-24bcd}{14de+5ef}:6bc$.

1331. $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}:\frac{e}{f}$.

1332. $\frac{a}{b}:\left(-\frac{b}{c}\right):\left(-\frac{c}{b}\right)$.

1333. $(a^2-b^2):\frac{a-b}{c}$.

1334. $\frac{3m}{4n}:\frac{6p}{7q}:\frac{8m}{9p}$.

1335. $\frac{z}{x+y}:(x+y)$.

1336. $\frac{a+b}{c+d}:(e+f)$.

1337. $\frac{ax+ay}{m-n}:(x+y)$.

1338. $\frac{abm-cdm}{de+fg}:(abn-cdn)$.

1339. $\frac{a^2-b^2}{a+b}:(a-b)$.

1340. $\frac{a^2-b^2}{a-b}:(a+b)^2$.

1341. $\frac{a^2+2ab+b^2}{a-b}:a^2-b^2$.

1342. $\frac{4a^2+12ab+9b^2}{6c+5d}:(14a+21b)$.

1343. $\frac{16x^2-40xy+25y^2}{5a+7b-3c}:(4cdx-5cdy)$.

1344. $\frac{a-b}{c+d}:\frac{c+d}{a+b}$.

1345. $\frac{a+b}{c-d}:\frac{e+f}{g+h}$.

1346. $\frac{a-b}{a+b}:\frac{a^2-b^2}{a+b}$.

1347. $\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-2xy+y^2}:\frac{x+y}{x^2-y^2}$.

1348. $\frac{3a+4b}{4b-2c}:\frac{8a-3c}{5b+c}$.

1349. $\frac{32m+24n}{2p+7q}:\frac{4m+3n}{18p+63q}$.

1350. $\frac{2a+5b}{35x-20y}:\frac{7x-4y}{8a+20b}$.

1351. $\frac{24a+56b}{50a+20b}:\frac{42a+98b}{125a+50b}$.

1352. $\frac{48x-40y}{27c+45d}:\frac{72x-60y}{45c+75d}$.

1353. $\frac{4a^2+7ab}{3x^2-5xy}:\frac{4ab+7b^2}{3xy-5y^2}$.

1354. $\dfrac{6ax+bx}{5bx-4cz}:\dfrac{6ay+by}{5bx-4cx}.$ **1355.** $\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{c}\right):\left(\dfrac{d}{b}+\dfrac{c}{a}\right).$

1356. $\left(\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}\right):\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}\right).$

1357. $\left(\dfrac{2a}{ab}+\dfrac{3c}{a}+\dfrac{2ac}{b}+\dfrac{4c}{ab}\right):\left(\dfrac{3c^2}{4a}-\dfrac{6ac}{2b}+\dfrac{4c}{ab}\right).$

1358. $\left(\dfrac{a^2}{8b^2}+\dfrac{3b^2}{2a^2}-\dfrac{5}{2}\right)\cdot\left(\dfrac{a}{3b}-\dfrac{2b}{a}\right).$

1359. $\left(\dfrac{a^3b^3}{c^3}+\dfrac{a^2b^2}{c^2}+\dfrac{ab}{c}+1\right)\cdot\left(\dfrac{ab}{c}-1\right).$

1360. $\left(\dfrac{8x^3y^3}{27z^3}-\dfrac{4x^2y^2}{9z^2}+\dfrac{2xy}{3z}-1\right)\cdot\left(\dfrac{2xy}{3z}+1\right).$

1361. $\left(\dfrac{a^2}{bc}+\dfrac{bc}{d^2}+\dfrac{2a}{d}\right):\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}\right).$

1362. $\left(\dfrac{x^2}{y^2}-\dfrac{1}{12}-\dfrac{y^2}{2x^2}\right):\left(\dfrac{3x}{2y}+\dfrac{y}{x}\right).$

1363. $\left(\dfrac{2a^2}{3b^2}-\dfrac{11}{45}-\dfrac{2b^2}{3a^2}\right):\left(\dfrac{4a}{9b}-\dfrac{8b}{15a}\right).$

1364. $\left(\dfrac{3a^2}{2x^2}-\dfrac{3ab}{5xy}-\dfrac{16b^2}{15y^2}\right):\left(\dfrac{a}{2x}+\dfrac{b}{3y}\right).$

1365. $\left(\dfrac{72a^2b^3x^4}{35p^3q^4r^2}\cdot\dfrac{15a^2p^5x}{56b^5qr^3}\right):\dfrac{63a^3px^5}{49bq^4r^6}.$

1366. $\dfrac{21a^5b^7}{38p^3q^2}\cdot\left(\dfrac{57p^4q^5}{35a^3b^4}:\dfrac{12p^3q^3}{25a^4b^3}\right).$

1367. $\left(\dfrac{51a^2x^3}{52b^3y^4}\cdot\dfrac{65b^2y^3}{68ax^2}\right):\left(\dfrac{176a^4b^4}{135x^4y^4}\cdot\dfrac{9xy^3}{55a^2b^5}\right).$

1368. $\left(\dfrac{2{,}4p^8q^7}{35m^5n^6}:\dfrac{16p^5q^8}{2{,}1m^7n^3}\right):\left(\dfrac{4{,}4m^{11}n^{13}}{0{,}39p^9q^{11}}:\dfrac{0{,}77m^5n^4}{5{,}2p^3q^2}\right).$

1369. a) $\dfrac{\frac{7}{8}}{\frac{2}{9}}=\frac{7}{8}:\frac{2}{9}=\dfrac{7\,.\,9}{8\,.\,2}=\frac{63}{16}=3\frac{15}{16}.$

b) $$\frac{\frac{ab}{cd}}{\frac{mn}{pq}} = \frac{ab}{cd} : \frac{mn}{pq} = \frac{ab \cdot pq}{cd \cdot mn} = \frac{abpq}{cdmn}.$$

1370. $\frac{\frac{5}{6}}{9}$; $\frac{5\frac{3}{4}}{8}$.

1371. $\frac{9}{\frac{7}{10}}$; $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{8}}$.

1372. $\frac{1}{\frac{x}{y}}$; $\frac{3a}{\frac{m}{2n}}$.

1373. $\frac{\frac{5x}{2y}}{7z}$; $\frac{\frac{8a}{5b}}{\frac{7c}{2d}}$.

1374. $\frac{\frac{6ab}{9de}}{5ab}$; $\frac{\frac{7ax}{9by}}{\frac{21bx}{12ay}}$.

1375. $\frac{\frac{6mn}{8xy}}{\frac{5mn}{9xy}}$; $\frac{\frac{a^2b}{c^2d}}{\frac{ab^2}{cd^2}}$.

1376. $\frac{\frac{ab}{cd}+b}{\frac{ac}{bd}-d}$; $\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{c+d}{c-d}}$.

1377. $\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a-b}{a+b}}$; $\frac{\frac{4x^2}{3y}-3y}{\frac{2x}{3y}-1}$.

§ 7. Võrrandid.

1378. $\frac{x}{5}=12$; $\frac{x}{14}=7$.

1379. $\frac{1}{3}x=17$; $\frac{1}{10}x=25$.

1380. $\frac{3}{4}x=18$; $\frac{4}{5}x=32$.

1381. $\frac{3x}{4}=15$; $\frac{5x}{6}=45$.

1382. $\frac{5x}{11}=75$; $\frac{8x}{13}=96$.

1383. $4x:9=32$; $6x:11=84$.

1384. $2\frac{1}{4}x=63$; $3\frac{1}{2}x=77$.

1385. $1\frac{3}{5}x=96$; $8\frac{2}{3}x=286$.

1386. $\frac{15x}{4}=225$; $\frac{23x}{7}=322$.

1387. $\frac{3}{x}=10$; $\frac{8}{x}=8$.

1388. $\frac{36}{3x}=4$; $\frac{280}{5x}=8$.

1389. $\frac{1}{3}x-8=7$.

1390. $\frac{1}{2}x+7=20.$

1391. $\frac{2}{3}x+12=36.$

1392. $\frac{3}{5}x-13=20.$

1393. $1\frac{1}{2}x+8=32.$

1394. $2\frac{1}{5}x-43=100.$

1395. $15+\frac{3}{4}x=42.$

1396. $\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x=28.$

1397. $\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x=36.$

1398. $\frac{2}{5}x+\frac{3}{8}x=155.$

1399. $\frac{7}{10}x-\frac{1}{4}x=63.$

1400. $5\frac{1}{4}x-2\frac{3}{5}x=159.$

1401. $2\frac{1}{2}x-10=1\,{}^{3}x+8.$

1402. $\dfrac{17x}{5}-124=\dfrac{19x}{6}-40.$

1403. $\dfrac{8x}{3}+84-\dfrac{13x}{4}=0.$

1404. $3\frac{4}{5}x-55\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}x=0.$

1405. $2x-\frac{5}{6}x+14-\frac{1}{3}x=29$

1406. $1\frac{5}{6}x-7+\frac{3}{4}x+8-2\frac{1}{2}x-2=0.$

1407. $3\frac{1}{5}x+17-1\frac{3}{4}x-4\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}x-39-1\frac{1}{3}x.$

1408. $\frac{1}{2}(3x+2)=3x-5.$

1409. $\frac{1}{3}(4x-6)+x=2(x+1).$

1410. $\frac{3}{5}(2x-10)-\frac{1}{2}x=\frac{1}{4}(x+8)+1.$

1411. $\frac{1}{2}(3x-1)+\frac{1}{3}(4x+2)=\frac{1}{6}(9x+15)-\frac{1}{4}(x+9).$

1412. $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}x-6\right)+6\right]=1.$

1413. $\frac{1}{4}\left[\frac{4}{7}\left(\frac{7}{9}x+\frac{7}{10}\right)\right]-\frac{2}{3}\left[\frac{3}{5}\left(\frac{5}{9}x-1\right)+x\right]=\frac{1}{3}x.$

1414. $\dfrac{6x+7}{7}-\dfrac{5x-3}{8}=3.$

1415. $\dfrac{9x-8}{7}=7-\dfrac{5x+7}{9}.$

1416. $\dfrac{5-7x}{13}-4x=\dfrac{66-5x}{9}+5.$

1417. $\dfrac{5x+2}{2}+\dfrac{3x-6}{3}=\dfrac{4x+4}{5}+9.$

1418. $8-\dfrac{x+7}{4}+\dfrac{x-4}{5}=15-x-\dfrac{x-7}{2}.$

1419. $\dfrac{5x+3}{6}+\dfrac{4x}{3}-\dfrac{9x-5}{2}=\dfrac{7x+3}{12}-5.$

1420. $\dfrac{4x+2}{5}-\dfrac{11x-2}{15}+\dfrac{7x+1}{10}+\dfrac{x-5}{2}=x.$

1421. $\dfrac{5x-2}{9}+3x-\dfrac{x+7}{2}=\dfrac{4x-4}{6}+\dfrac{7x-7}{3}.$ x=13

1422. $\frac{2x+2}{2}+\frac{5x-2}{3}-\frac{11x+3}{4}=0.$

1423. $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}=2.$ 1424. $\frac{x+a}{b}+\frac{x-b}{a}=\frac{2x}{b}+\frac{2x}{a}.$

1425. $\frac{x(b-ab)}{a}-\frac{b^2+ax}{b}=\frac{a+b}{b}+\frac{b+x}{b}.$

1426. $\frac{b(x-a)}{a}-\frac{a(x-b)}{b}=\frac{x-a^2}{b}-\frac{x-b^2}{a}.$

1427. $\frac{3x-1}{10}+\left(\frac{7x+1}{4}-\frac{4x+2}{5}\right)=\frac{8x-16}{20}+x-2.$

1428. $\frac{7x+3}{5}-\left(\frac{3x+1}{8}+\frac{4x+6}{10}\right)=\frac{x+9}{2}-\frac{2x-2}{20}.$

x = 4

1429. $\frac{3(3x+5)}{5}-\frac{2(4x-7)}{15}=\frac{5x+19}{12}-\frac{5(6x-19)}{4}+3x.$

1430. $\frac{4(3x-8)}{9}-\frac{5(4x-9)}{12}+\frac{3}{4}x=\frac{7(5x-1)}{18}-\frac{1}{6}(7x+3).$

1431. $\frac{3x+0{,}5}{2}-\frac{6{,}5-7x}{3}=\frac{5x+3{,}5}{6}-\frac{7+2x}{8}.$

1432. $\frac{5(2x-0{,}4)}{3}-\frac{3(3x-0{,}1)}{5}=\frac{7(7x-1{,}9)}{10}-5.$

1433. $\frac{4x-6}{3x+7}=2.$ 1434. $\frac{11x+2}{4x-5}=5.$

1435. $\frac{13x+25}{2x-5}=9.$ 1436. $\frac{7x-11}{2\frac{1}{2}x+9}=2.$

1437. $\frac{x+8}{6x-24}=\frac{1}{3}.$ 1438. $\frac{8x+12}{4x-6}=\frac{1}{2}.$

1439. $\frac{8x-8}{2x^2+4x}=\frac{16}{x}.$ x = -3 1440. $\frac{3x+6}{x^2-3x}=\frac{9}{2x}.$

1441. $\frac{15x-30}{2x+5}=\frac{28x+12}{3(2x+5)}.$ 1442. $\frac{8x+25}{3(4x-5)}=\frac{7x-20}{2(4x-5)}.$

1443. $\frac{9x-18}{8(7x+2)}=\frac{16x+23}{12(7x+2)}.$ 1444. $\frac{19x-15}{36x+21}=\frac{23x+22}{48x+28}.$

1445. $\dfrac{19+8x}{50x+90}=\dfrac{48-3x}{60x+108}$. x=2.

1446. $\dfrac{4(5x+6)}{56x-147}=\dfrac{2(12x-1)}{64x-168}$.

1447. $\dfrac{12x-18}{3x+6}-\dfrac{3x-6}{2x+4}=\dfrac{3x+1}{x+2}$.

1448. $\dfrac{18x-24}{18x-30}+\dfrac{2x+8}{9x-15}-\dfrac{15x-10}{12x-20}=0$.

1449. $\dfrac{7x-5}{x^2-16}+\dfrac{9}{x+4}=\dfrac{11}{x-4}$.

1450. $\dfrac{25}{3x+3}+\dfrac{16}{3x-3}=\dfrac{128x-12}{9x^2-9}$.

1451. $\dfrac{x+\frac{1}{2}}{2}-\dfrac{2x+1}{4}=\frac{1}{4}-\dfrac{x+\frac{3}{4}}{5}$. x = ½

1452. $\dfrac{7x+1\frac{1}{2}}{6}+\dfrac{11+2\frac{2}{3}x}{15}=9-\dfrac{23x-4\frac{1}{2}}{5}$.

1453. $\dfrac{3x+\frac{1}{2}}{4}=\dfrac{4x-\frac{1}{2}}{2}-\dfrac{2x+\frac{1}{3}}{3}-\dfrac{3x-2\frac{1}{2}}{6}$.

1454. $\dfrac{\frac{3}{4}x-1}{2}-\dfrac{\frac{2}{3}x+4}{6}=\dfrac{\frac{5}{6}x-1}{3}-\dfrac{\frac{1}{2}x+6}{12}$. x=12

1455. $\dfrac{\frac{2}{3}x-1}{6}-\dfrac{\frac{3}{5}x+7}{8}=\dfrac{\frac{1}{2}x+2\frac{1}{2}}{5}-2\frac{1}{2}$.

1456. $\dfrac{1+\frac{1}{2}x}{6}+\dfrac{\frac{3}{5}x+1}{10}=\dfrac{x-1}{4}-\dfrac{x-1\frac{3}{4}}{9}+\frac{1}{2}$.

1457. $\dfrac{3\frac{1}{2}x+4}{10}+\dfrac{2x+\frac{2}{5}}{3}=\dfrac{2\frac{1}{5}x+1}{10}-\dfrac{6\frac{1}{2}x-3\frac{1}{2}}{12}+\dfrac{\frac{3}{5}x+1}{120}$.

1458. $\dfrac{1\frac{1}{2}x+9}{5}-\dfrac{2\frac{1}{3}x-11}{15}=\dfrac{1\frac{3}{4}x+3}{9}+\dfrac{4-1\frac{1}{6}x}{6}+5$.

Järgnevaist ülesandeist võrrandid kokku seada ja lahendada:

1459. Missuguse arvu peame liitma murru $\frac{7}{13}$ lugeja ja nimetajaga, et saada murd $\frac{2}{3}$?

1460. Missuguse arvu peame lahutama murru $\frac{13}{16}$ lugejast ja nimetajast, et saada murd $\frac{1}{4}$?

1461. Leida murd, mille nimetaja on lugejast 4 võrra suurem, kui teada on, et see murd võrdub $\frac{2}{3}$-ga, kui tema liikmeid (lugejat ja nimetajat) viie võrra suurendada.

1462. Missugune arv tarvis lahutada murru $\frac{11}{15}$ lugejast ja liita sama murru nimetajaga, et murd muutuks 0,3?

1463. Kirjutada murd, mis võrduks murruga $\frac{4}{5}$ ja mille lugeja oleks nimetajast 19 võrra vähem.

1464. Murd, mille nimetaja on 8 võrra lugejast suurem, võrdub $\frac{3}{7}$-ga siis, kui tema liikmeid 7 võrra vähendada. Leida see murd.

1465. Jagada arv 68 kahte osasse nii, et $\frac{1}{3}$ esimesest osast oleks 12 võrra suurem kui teise osa $\frac{1}{5}$. Kui suured on need osad?

1466. Jagada arv 100 kahte osasse nii, et esimese osa $\frac{2}{5}$ oleks kuue võrra vähem kui teise osa $\frac{3}{4}$. Kui suured on need osad?

1467. Kui tundmatu arvuga liita 2, saadud summa korrutada 6-ga ja korrutisest lahutada 4, siis võrdub saadud vahe ja 7 jagatis tundmatu arvuga. Leida tundmatu arv?

1468. Jagada arv 55 kahte ossa nii, et esimese osa ja 7 jagatis ning teise osa ja 4 jagatis oleksid võrdsed.

1469. Jagada arv 59 kahte ossa nii, et esimese osa ja 3 jagatise ning teise osa ja 5 jagatise vahe võrduks 1-ga.

1470. Päeviline sai augustikuus 25 tööpäeva eest 3450 mk. raha ja 5 puuda rukkeid; septembrikuus, kus tööjõudu samuti hinnati kui augustikuus, sai sama tööline 14 tööpäeva eest 2180 mk. raha ja 2 puuda rukkeid. Kui kalliks hinnati puud rukkeid, kui ta hind kummalgi kuul üks ja sama oli?

1471. Ärimehel oli kahele võlauskujale maksta ühtekokku 990000 mk. Võla maksmiseks oli tal ainult 430000 mk.;

sellepärast maksis ta I võlauskujale ainult poole ja teisele võlauskujale $\frac{1}{3}$ osa laenatud rahast. Kui palju raha võlgnes ärimees esimesele võlauskujale?

1472. Perenaisel on maksta lihunikule ja piimamehele ühtekokku 1000 mk. Perenaisel on praegu ainult niipalju raha käepärast, et ta lihunikule $\frac{4}{5}$ ja piimamehele $\frac{3}{4}$ võlgnevast summast võib ära tasuda, makstes seejuures lihunikule 490 marga võrra rohkem kui piimamehele. Kui suur oli kummagi arve?

1473. Ehitusmeistril on telliskivivabrikule maksta 8000 marga võrra rohkem kui lauavabrikule. Kui palju võlgneb ta kummalegi vabrikule, kui $\frac{1}{3}$ lauavabriku arvest on 2400 marga võrra suurem kui $\frac{1}{5}$ telliskivivabriku arvest?

1474. Kaupmees peab oma naisega nõu välismaale reisida. Nad määrasid selleks sõiduks teatava summa. Kui kaupmees üksi sõidaks, siis saaks ta selle summaga 24 päeva läbi; sõidaks naine üksi, siis saaks ta sama summaga 40 päeva läbi. Nad otsustasid viimaks üheskoos välismaale sõita. Mitmeks päevaks jätkub neile määratud summat?

1475. Üks toru täidab vesistu 21 ja teine 28 tunniga. Mitme tunni pärast täitub tühi vesistu, kui korraga avada mõlemad torud.

1476. Ühe toru läbi täitub tühi vesistu 2 tunni pärast, teise toru kaudu 3 tunni pärast. Mitme tunni pärast täitub tühi vesistu, kui korraga avada mõlemad torud?

1477. Ühe toru kaudu täitub tühi vesistu 6 tunni pärast, teise toru kaudu 8 tunni pärast, kolmanda toru kaudu aga jookseb täidetud vesistu 4 tunniga tühjaks. Mitme tunni pärast täitub tühi vesistu, kui korraga avada kõik torud?

1478. Aiamaa kaevamiseks tarvitab aednik 36 tundi;

tema abiline teeks selle töö 45 tunniga. Mitme tunni pärast lõpetaksid nad töö, kui nad korraga tööle asuksid?

1479. Üks maaler värvib toa põranda üksinda töötades 10 tunniga, teine maaler 12 tunniga. Mitme tunniga lõpetavad nad töö, kui mõlemad korraga tööle asuvad?

1480. Kaks jalakäijat kõnnivad kahest külast teineteisele vastu. Esimene neist kõnniks terve kahe küla vahemaa ära 5 tunniga, teine $7\frac{1}{2}$ tunniga. Millal kohtavad nad teineteist, kui nad kell 5 homm. teele asuvad?

1481. Tartust sõidab sõjaväe mototsikletimees kell 8 homm. välja Võru sihis; samal ajal sõidab Võrust sõjaväe jalgrattamees Tartu sihis välja. Mototsikletimees sõidab nimetatud linnade vahemaa 4 tunniga, jalgrattamees aga 6 tunniga. Millal kohtavad nad teineteist?

1482. Aurik sõitis kell 4 p. l. Haapsalust välja Heltermaa (sadam Hiiumaal) sihis. Teel tuli temale vastu teine aurik, mis $\frac{1}{4}$ tundi hiljemini Heltermaalt välja sõitis. Millal kohtavad aurulaevad teineteist, kui esimene neist Haapsalu ja Heltermaa vahemaa 2 tunniga ja teine 3 tunniga ära sõidab?

1483. Kaubarong sõitis kell 7 20 min. homm. Jõgevalt Tartu poole. Millal jõuab temale vastu era-kiirrong, mis kell 8 15 min. Tartust välja sõitis, kui kaubarong Jõgeva ja Tartu vahe 2 tunniga ja kiirrong sama vahe $1\frac{1}{4}$ tunniga ära sõidab?

1484. Augu kaevamiseks tarvitab üks töömees 12 ja teine töömees 8 tundi. Esimene töötas üksi 2 tundi, siis tuli temale teine töömees abiks. Mitu tundi peavad nad veel üheskoos töötama, et tööd lõpetada?

1485. Riigiametnik sõitis 4 nädalaks Kuresaarde suvitama. 10 päeva pärast sõitis tema juurde ootamata tema üliõpilasest vend. Mitmeks päevaks võivad nad kahekesi Kuresaarde jääda, kui üliõpilasest vend riigiametniku kulul peab elama ja kui üliõpilane selle rahaga, mis riigiametnik 4 nädalaga ära kulutab, 5 nädalat läbi võib saada?

1486. Üks toru täidab vesistu a, teine b minutiga, aga kolmanda toru kaudu jookseb täidetud vesistu c minuti pärast tühjaks. Mitu minutit kulub ära vesistu täitmiseks pärast esimese toru avamist, kui teine toru t minuti võrra hiljemini avati kui esimene toru ja kolmas toru t' minuti võrra hiljemini avati kui teine toru? 1) $a=24$; $b=30$; $c=18$; $t=5$; $t'=2$. 2) $a=25$; $b=20$; $c=17\frac{1}{2}$; $t=$ $=8$; $t'=5$.

1487. Üks tööline tarvitab teatud töö lõpetamiseks $1\frac{1}{2}$ korda rohkem aega kui teine. Mitu tundi kulub esimesel töölisel selle töö lõpetamiseks, mis nad koos töötades 9 tunniga lõpetavad?

1488. Vaenlasest piiratud linnas asuvale jalaväeosale jätkuks moona $1\frac{1}{4}$ korda kauemaks ajaks kui ülejäänud sõjaväe-osadele. Mitu päeva saaks jalaväe-osa üksi selle moonaga läbi, kui viimast kõigile sõjaväe-osadele 20 päevaks jätkuks?

1489. Isa on praegu oma vanemast pojast 2 korda vanem ja oleks 4 korda oma nooremast pojast vanem, kui viimane 1 aasta võrra noorem oleks. $10\frac{2}{3}$ aastat tagasi oli isa just 2 korda nii vana kui tema kahe poja aastate summa. Kui vana on isa praegu?

1490. Isa on praegu 47 aastat vana; tema kolme poja aastate summa on 38. Mitme aasta eest oli poegade aastate summa 5 aasta võrra suurem kui $\frac{3}{5}$ isa aastate arvust?

1491. Perekonnas on vanemate (isa ja ema) aastate summa 5 lapse aastate summast 2 korda suurem; $4\frac{1}{2}$ aasta pärast on vanemate aastate summa ainult 5 aasta võrra suurem kui $\frac{1}{3}$ osa laste aastate summast. Kui vana on isa nüüd, kui ta oma naisest $1\frac{1}{6}$ korda vanem on?

1492. Isa, poja ja pojapoja aastate summa on 101.

2 aasta eest oli isa aastate hulk ainult 1 aasta oma poja ja pojapoja kahekordsest aastate summast vähem. Kui vana on isa nüüd, kui tema poeg oma pojast 8 korda vanem on?

1493. Kahe arvu summa on 81; kui esimene neist jagada teisega, siis saab jagatises 3 ja jäägis 1. Leida need arvud.

1494. Kui tundmatu arv korrutada 3-ga, saadud korrutise paremale poole kirjutada 2, saadud arv jagada 19-ga ning jagatisega liita 7, siis saab arv, mis on tundmatust 3 korda suurem. Leida tundmatu arv.

1495. Kahekümnendise (kahekohase) arvu ristsumma on 8; kui sest arvust lahutada 18, siis saab uus kahekümnendine arv, milles esinevad samad numbrid, ainult vastupidises järjekorras. Leida see kahekümnendine arv.

1496. Kui korrutada kolmega kahekümnendine arv, mille ristsumma on 5, ja korrutisest lahutada 1, siis saab arv, milles esinevad samad numbrid, ainult vastupidises järjekorras. Leida see arv.

1497. Kolmekümnendise arvu ristsumma on 16; kümneliste number on 1 võrra suurem kui sajaliste number. Kui sest arvust lahutada arv, milles esinevad samad numbrid, kuid vastupidises järjekorras, siis saab 594. Leida see kolmekümnendine arv.

1498. Tundmatu kahekümnendise arvu ristsumma on 10. Kui see arv jagada tema kümnelisi kujutava numbriga, siis saab jagatises 12, aga jäägis 1. Leida see arv.

1499. Tundmatus kolmekümnendises arvus on iga järgmine number oma eelmisest 2 võrra vähem. Kui see kolmekümnendine arv jagada tema ristsummaga, siis saab jagatises 50, aga jäägis 3. Leida see arv.

1500. Kahe järjestikku seisva täisarvu ruutude vahe on 23. Leida need arvud.

1501. Kahe arvu summa on 40, aga samade arvude ruutude vahe on 400. Leida need arvud.

1502. Vesistul on 2 kraani: esimese kraani kaudu jookseb minutis a l, teise kraani kaudu b l vett. Mitme minutiga täitub tühi vesistu kahe kraani kaudu, kui esimene kraan hakkaks töötama m minuti võrra varemini kui teine kraan ja kui vesistu maht võrdub s liitriga? $a = 5$; $b = 7$; $m = 6$; $s = 390$.

1503. Vesistul, mille maht võrdub s pangega, on 3 kraani. Esimene kraan täidab tühja vesistu a tunni pärast, teine kraan b tunni pärast; kui aga avada kõik kolm kraani korraga, siis täitub vesistu c tunni pärast. Mitme tunni pärast täidaks kolmas kraan üksi vesistu? $s = 990$; $a = 15$; $b = 9$; $c = 5$.

1504. Vesistu maht on s. pange; tal on 3 kraani; ühe kraani kaudu jookseb tunnis a pange vett vesistusse, teise kaudu jookseb tunnis b pange vett vesistust välja, kolmanda kaudu jookseb tunnis c pange vett vesistusse. Mitme tunni pärast saab veega täidetud vesistu tühjaks, kui avada korraga kõik kolm kraani? $s = 840$; $a = 18$; $b = 48$; $c = 22$.

1505. Vesistul, mille maht võrdub s liitriga, on kaks kraani. Esimese kraani kaudu täitub tühi vesistu m minuti pärast, teise kraani kaudu jookseb täidetud vesistu n minuti pärast tühjaks. Mitu l vett koguneb tühja vesistusse, kui mõlemad kraanid avada korraga p minutiks? $s = 630$; $m = 10$; $n = 30$; $p = 13$.

1506. Kaks isikut liiguvad teineteisele vastu; üks jõuab päevas keskmiselt a km edasi, teine b km. Mitme päeva pärast kohtavad nad teineteist ja kui palju maad jääb kummalgi minna pärast kohtamist, kui liikumise algul oli nende vahemaa n km? $a = 28$; $b = 35$; $n = 315$.

1507. Kahest sadamast, millede vahemaa on s km, sõitsid ühel ajal välja kaks aurikut, kes teineteist kohtasid n tunni pärast. Leida 1) kummagi auriku sõidukiirus tunnis ja 2) kui palju maad sõitis ära kumbki aurik kohtamiseni, kui üks neist sõidab tunnis a km võrra kiiremini kui teine? $s = 456$; $n = 12$; $a = 8$.

1508. Kaupmees ostis kaks tükki samahinnalist riiet: esimeses tükis oli a arssinat, teises b arssinat. Esimese tüki eest maksis kaupmees d marga võrra rohkem kui teise tüki eest. Kui palju maksis kaupmees kummagi tüki eest eraldi? $a = 58$; $b = 42$; $d = 3200$.

1509. Vasksepp tarvitas teemasinateks m naela vaske ja kateldeks n naela vaske. Mitu teemasinat ja mitu katelt valmistas vasksepp, kui ta katlaid valmistas d võrra rohkem kui teemasinaid ja kui ta iga teemasina peale tarvitas sama palju vaske kui iga katla peale? $m = 450$; $n = 630$; $d = 18$.

1510. Riigimõisa valitseja palkas a töölist m koorma heinte koristamiseks. Iga tööline koristas keskmiselt n koormat heinu päevas; vihma kartusel palkas valitseja q päeva pärast b töölist endistele lisaks. Mitme päevaga koristati kõik heinad, kui juurdetulnud töölised samade tagajärgedega töötasid kui esimesedki? $a = 12$; $m = 810$; $n = 6$; $q = 5$; $b = 3$.

1511. Sõjaväe-osa toitmiseks telliti leivavabrikust s naela leiba n päevaks, arvates a naela iga sõduri kohta päevas; kolme päeva pärast said q sõdurit käsu teise kohta sõita. Kui kauaks ajaks jätkub leiva-tagavara? $s = 900$; $n = 9$; $a = 2$; $q = 25$.

1512. Veovoorimehel on hobuste toitmiseks tagavaras a karnitsat kaeru m päevaks, kui igale hobusele päevas b karnitsat kaeru anda. n päeva pärast müüs voorimees laadal pooled oma hobustest ära. Mitmeks päevaks jätkub kaerte-tagavara? $a = 768$; $m = 32$; $b = 3$; $n = 15$.

1513. Kell 7 homm. sõitis Mustveest Narva poole käskjalg, kes a km tunnis edasi liikus; kell 2 p. l. saadeti esimesele käskjalale järele teine käskjalg, kelle liikumiskiirus tunnis on b km. Mitme tunni pärast ja millal kohtab teine käskjalg esimest? $a = 12$; $b = 15$.

1514. Tallinnast sõitis välja Tartu sihis jalgrattamees, kes keskmiselt a km tunnis edasi liigub. n tunni pärast sõidab temale järele teine jalgrattamees, kes tunnis b km võrra edasi liigub. Mitme tunni pärast ja kui kaugel Tallinnast saab teine jalgrattamees esimese kätte? $a = 13$; $n = 10$; $b = 18$.

1515. Kell 6 homm. sõitis Emajõe Jõesuu sadamast Peipsi sihis välja buksiirlaev puulodjaga, sõites a km tunnis. Mõne tunni pärast sõitis samast sadamast samas sihis aurik välja, kes, sõites tunnis b km, kohtas buksiirlaeva n tunni pärast. Millal ja mitu tundi pärast buksiirlaeva ärasõitu algas aurik sõidu? $a = 6$; $b = 9$; $n = 12$.

1516. Majaomanik palkas lukksepa tingimusega, et viimane saab prii ülespidamise ja peale selle veel a mk. iga tööpäeva eest, kuna aga iga viidetud päeva eest tema teenitud palgast b mk. maha arvatakse. n päeva pärast sai lukksepp ainult s mk. Mitu päeva ta viitis? $a = 200$; $b = 125$; n 30; $s = 4375$.

1517. Öövaht saab kaupluse omanikult a mk. iga valvatud öö pealt, kuna aga iga valvamata öö pealt b mk. tema teenitud summast maha arvatakse. Kui n ööd oli mööda läinud, siis lahkus öövaht ametist ja sai tingimuse järele ainult s mk. Mitmel ööl täitis öövaht oma kohuseid? $a = 70$; $b - 80$; $n = 18$; $s = 360$.

1518. Isa andis pojale lahendada võrrandite abil m ülesannet, lubades temale iga õieti lahendatud ülesande eest a mk., kuid iga lahendamata ehk ebaõigelt lahendatud ülesande eest pojalt nõuda b mk. Kui palju raha sai poeg isalt, kui ta n ülesandest jagu ei saanud? $m = 16$; $a = 15$; $b = 10$; $n = 7$.

1515. Lasteaiale telliti m väikest tooli, a mk. iga tool; ei tee aga tisler toole määratud ajaks valmis, siis maksab ta lasteaia juhatusele iga tegemata tooli pealt b mk. Et tisler tellimist lubatud ajaks lõpetada ei suutnud, siis sai ta ainult s mk. Mitu tooli lõpetas tisler tähtajaks? $m = 80$; a 525; $b = 225$; $s = 34500$.

1520. Põllutöö otstarbeks viidi mõisa m päevatöölist: mehi ja naisi. Iga mees sai nädalas a mk., iga naine aga b mk. Nädalapalgaks maksti neile ühtekokku s mk. Mitu meest ja mitu naist oli tööl? $m = 50$; $a = 1400$; $b = 800$; $s = 64000$.

1521. n isikut, mehed ja naised, tahavad vaeslaste varjupaiga asutamiseks esialgselt s mk. kokku panna. Selleks peab iga mees a mk. ja iga naine b mk. maksma. Mitu meest ja mitu naist on maksjate seas? $n = 11$; $s = 1000000$; $a = 140000$; $b = 50000$.

1522. Kaupmehel on s arss. riiet kahes tükis: ühes tükis a mk. arssin, teises tükis b mk. arssin. Kui ta kõik riide q marga eest ära müüs, siis sai ta p mk. kasu. Mitu arssinat riiet oli kummaski tükis? $s = 90$; $a = 120$; $b = 90$; $q = 10000$; $p = 700$.

1523. Kodulindude kasvandusest toodi turule müüa ühtekokku s kalkunit ning hane. Iga kalkun maksab kasvandusel enesel a mk. ja iga hani b mk. Kui need kodulinnud kõik ära müüa keskmise hinnaga c mk. tükk, siis saab kasvandus m mk. kahju. Mitu kalkunit ja mitu hane oli? $s = 100$; $a = 330$; $b = 240$; $c = 255$; $m = 4350$.

1524. Vankri esimese ratta ümbermõõt on a jalga, tagumise ratta ümbermõõt aga b jalga. Kui pika tee sõitis vanker, kui esimene ratas tegi k ringi rohkem kui tagumine ratas? $a = 7\frac{1}{2}$; $b = 10$; $k = 50$.

1525. Tagumise ratta ümbermõõt on a korda suurem kui esimese ratta ümbermõõt. Vanker sõitis m jalga edasi, kusjuures esimene ratas tegi k ringi rohkem kui tagumine ratas. Leida esimese ja tagumise ratta ümbermõõt. $a = 1\frac{1}{2}$; $m = 450$; $k = 25$.

1526. Ruudu külg võrdub a meetriga. Selle ruudu pikkus suurendati m meetri võrra. Mitme meetri võrra peab tema laiust vähendama, et saadud püstküliku pindala võrduks antud ruudu pindalaga? $a = 240$; $m = 60$.

1527. Ühes katlas on vesi k kraadi, teises katlas l kraadi soe. Esimeses katlas soeneb vesi iga minuti vältusel a kraadi võrra, teises katlas b kraadi võrra? Mitme minuti pärast on vesi mõlemas katlas ühesoojune? $a = 2\frac{1}{2}$; $b = 2$; $k = 40$; $l = 48$.

1528. Üks turist asub mäe peal h meetri võrra mäejalast kõrgemal, teine h_1 meetri võrra mäejalast kõrgemal. Esimene neist ronib igas tunnis a meetri võrra kõrgemale, teine laseb ennast a_1 meetri võrra iga tund allapoole. Mitme tunni pärast asuvad nad ühekõrgusel mäejalast? $h = 800$; $h_1 = 2000$; $a = 200$; $a_1 = 280$.

1529. Sõites päri voolu jõudis aurik t tunnis n km edasi; sõites vastu voolu tarvitas ta sama maa sõitmiseks t_1 tundi. Leida veejooksu kiirus tunnis. $n = 15$; $t = 1\frac{1}{2}$; $t_1 = 2\frac{1}{2}$.

1530. Kolmnurga pindala $= 184\,m^2$; tema alus on 23 m. Leida kolmnurga kõrgus.

1531. Võrdhaarse kolmnurga (sarikkolmnurga) perimeeter $=$ 20 sm. Tema alus on 2 korda vähem kui kumbki haar. Leida võrdhaarse kolmnurga alus.

1532. Üks kahest kõrvunurgast moodustab $\frac{2}{5}$ osa teisest. Leida kumbki nurk.

1533. Kolmnurga külgede suurused avalduvad kolmes järjestikku seisvas täisarvus. Leida kolmnurga kõik küljed, kui tema perimeeter $=$ 57 m.

1534. Võrdhaarse kolmnurga aluse lähisnurk on

2,5 korda suurem kui tema tipunurk. Leida võrdhaarse kolmnurga nurgad.

1535. Püstküliku pikkus on 3 korda suurem kui laius. Kui püstküliku iga külge suurendada 1 m võrra, siis suureneb püstküliku pindala 9 m^2 võrra. Leida püstküliku küljed.

1536. Kui suurendada ruudu külge 6 tolli võrra, siis suureneb ruudu pindala 132 ruuttolli võrra. Leida ruudu külg.

V osa.

Suhted, võrded ja võrdelised suurused.

§ 1. Suhte liikmed, suhte nimetaja ja nende olenevus teineteisest.

Kahe suuruse suhteks nimetatakse nende suuruste jagatist.

Nõnda on: $10:5=2$; $15:25$ ning $a:b$ suuruste 10 ja 5, 15 ja 25 ning a ja b suhted, kusjuures esimene neist suhetest: $10:5=2$ on **arvutatud suhe**, kuna aga kaks järgmist on **arvutamata suhted.**

Suhet: $10:5=2$ loetakse järgmiselt: **kümne suhe viide on kaks.**

Suhte esimest liiget nimetatakse **eesliikmeks** ja teist liiget **tagaliikmeks**, kuna aga arvutatud suhet ennast suhte **nimetajaks** nimetatakse. Nõnda on suhtes $42:7=6$ eesliige 42, tagaliige 7 ja nimetaja 6.

1537. Leida suuruste suhe: 1) 15 ja 5; 2) 7 ja $3\frac{1}{2}$; 3) 3 ja $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{2}{5}$ ja $\frac{5}{7}$; 5) $-4\frac{1}{2}$ ja 9; 6) $13\frac{1}{2}$ ja $(-4\frac{1}{2})$; 7) -4 ja (-16); 8) m^2-n^2 ja $m+n$; 9) a^3+1 ja $a+1$; 10) $\frac{p^3+27}{p^3-27}$ ja $\frac{p+3}{p-3}$.

1538. Leida arssina suhe jalasse.

1539. Maakera pindala võrdub 9261000 ruutpenikoormaga, kõigi merede pindala aga 6860000 ruutpenikoormaga. Leida maismaa pindala suhe maakera pindalasse.

Et suhte eesliige on **jagatav**, tagaliige aga **jagaja** ning suhte nimetaja — **jagatis**, siis olenevad suhte liikmed ja suhte nimetaja teineteisest samuti, kui jagamise elemendid. Järjelikult:

1) **suhte eesliige võrdub tagaliikme ja suhte nimetaja korrutisega;**

$$48:12=4; \quad 48=12.4;$$

2) **suhte tagaliige võrdub eesliikme ja suhte nimetaja jagatisega;** $12=48:4$;

3) **kui mitu korda suhte eesliiget suurendatakse või tagaliiget vähendatakse, nii mitu korda suureneb suhte nimetaja.**

$$96:12=8; \quad 48:6=8;$$

4) **kui mitu korda suhte eesliiget vähendatakse või tagaliiget suurendatakse, nii mitu korda väheneb suhte nimetaja.**

$$24:12=2; \quad 48:24=2;$$

5) **suhte nimetaja jääb muutumatuks. kui eesliiget ja tagaliiget korrutada või jagada ühe ja sama suurusega.**

$$96:24=4; \quad 24:6=4.$$

Teades suhte elementide olenevust teineteisest, võime leida igaühe neist.

Näited: 1) $x:4\frac{1}{2}=6$; $x=4\frac{1}{2}.6=\frac{9.6}{2}=27.$

2) $2{,}5:x=0{,}5$; $x=2{,}5:0{,}5=25:5=5.$

1540. Leida suhte eesliige, kui suhte tagaliige võrdub 6-ga, aga nimetaja $\frac{1}{2}$-ga.

1541. Suhte eesliige on $2\frac{1}{2}$, nimetaja aga 5. Leida suhte tagaliige.

1542. Suhte eesliige on kolm korda vähem kui tagaliige. Leida suhte nimetaja.

Järgnevaist ülesandeist leida x:

1543. $x:7=3;\ 8:x=2.$ **1544.** $2x:3=4;\ 16:4x=2.$

1545. $10x:2{,}5=\frac{2}{3}.$ **1546.** $0{,}(3):3x=0{,}(1).$

1547. $\frac{2x}{3}:4=2.$ **1548.** $12:\frac{3x}{4}=4.$

1549. $1\frac{3}{5}x:\frac{1}{2}=8.$ **1550.** $0{,}25:1{,}5x=0{,}41(6).$

1551. $x:y=6;\ y:4=\frac{1}{2}.$ **1552.** $y:8=\frac{1}{2};\ y:x=4.$

1553. $\frac{12}{x}:3=2.$ **1554.** $16:\frac{8}{x}=4.$

1555. Sulatati seatina inglistinaga, kusjuures seatina hulga suhe inglistina hulgasse oli $2\frac{1}{2}$. Kui palju võeti sulatise jaoks seatina, kui inglistina võeti 3 kg?

1556. Kolm isikut andsid oma kapitalid ettevõttesse. Esimese kapitali suhe teise kapitalisse on 0,75, aga teise kapitali suhe kolmanda kapitalisse on $\frac{2}{3}$. Kui palju maksid nad ühtekokku, kui kolmas üksi maksis 200000?

1557. Kirikukellad valmistatakse vase, inglistina ja tsingi sulatisest. Vase hulga suhe tsingi hulgasse on ${}^{1}{}_{3}{}^{3}$, aga tsingi hulga ja inglistina hulga suhe on 4,5. Kui palju vaske läheb niisuguse kirikukella valamiseks, milleks 4 puuda inglistina ära kulus?

1558. Antagu, et $x:y=3$ ja $y:z=4$; leida x, kui $z=-5$.

1559. Antagu, et $x:y=2$ ja $y:z=3$; leida z, kui $x=120$.

1560. Antagu, et $x:y=5$ ja $x:z=3$; leida y, kui $z=25$.

1561. Antagu, et $x:y=4$; $y:z=3$ ja $z:u=2$; leida x, kui $u=1$.

1562. Meetri ja arssina suhe on 1,4. Leida arssina ja meetri suhe.

1563. Isa on pojast 2 korda vanem ja tütrest $2\frac{1}{2}$ korda vanem. Leida poja ja tütre vanaduste suhe.

1564. Kuidas muutub suhte nimetaja, kui eesliige 1) suurendada 3 korda, 2) vähendada 5 korda?

1565. Kuidas muutub suhte nimetaja, kui suhte tagaliige 1) suurendada 6 korda, 2) vähendada 12 korda?

1566. Kuidas muutub suhte nimetaja, kui eesliige suurendada 9 korda ja tagaliige suurendada 3 korda?

1567. Kuidas muutub suhte nimetaja, kui eesliige jagada 12-ga, aga tagaliige jagada 4-ga?

1568. Kuidas muutub suhete nimetaja, kui eesliige suurendada $2\frac{1}{2}$ korda, aga tagaliige vähendada 4 korda?

1569. Suhte eesliige vähendati 2 korda. Mis on tarvis teha tagaliikmega, et suhte nimetaja suureneks 8 korda?

1570. Suhte tagaliige vähendati 12 korda. Mis on tarvis teha eesliikmega, et suhte nimetaja suureneks 4 korda?

1571. Suhte tagaliiget suurendati $7\frac{1}{2}$ korda. Mis on tarvis teha eesliikmega, et suhte nimetaja väheneks $2\frac{1}{2}$ korda?

§ 2. Suhete lühendamine.

Suhete lühendamiseks nimetatakse suhete lihtsustamist sel teel, et nende ees- ja tagaliikmed jagatakse ühe ja sama suurusega.

Suhte lühendamine on võimalik ainult siis, kui ta ees- ja tagaliikmel on ühine jagaja.

Nõnda võime suhet: 5000 : 875 lühendada 125-ga; saame suhte: 40 : 7, mis võrdne antud arvude suhtega, sest et **suhte nimetaja ei muutu, kui suhte kumbki liige jagada ühe ja sama suurusega.**

1572. Lühendada järgnevad suhted: 1) 200 : 300; 2) 125 : 75; 3) 36 : 48; 4) 72 : 48; 5) 95 : 57; 6) 153 : 119; 7) 155 : 217; 8) 2,45 : 1,05; 9) 0,364 : 1,17; 10) 2,75 : 1,25; 11) 0,875 : 0,75.

§ 3. Suhte murruliste liikmete kõrvaldamine.

Et täisarvude suhet kergem on mõista kui murdarvude suhet, siis on kasulik, et suhte murrulised liikmed kõrvaldataks ja nende asemele pandaks täisarvulised liikmed.

Antagu näiteks suhe: $2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$;

muudame segaarvud liigmurdudeks:

$$\frac{5}{2} : \frac{10}{3};$$

teeme suhte murrulised liikmed samanimelisteks:

$$\frac{15}{6} : \frac{20}{6};$$

korrutame mõlemaid liikmeid 6-ga:

$$15 : 20;$$

lühendades saadud suhte, leiame:

$$3 : 4 = \frac{3}{4}.$$

Et kõrvaldada suhte murrulised liikmed, seks tarvis muuta antud suhete liikmed liigmurdudeks, teha saadud liigmurrud samanimelisteks ja võtta samanimeliste murdude lugejate suhe.

1573. Kõrvaldada suhte murrulised liikmed ja avaldada antud suhted kõige lihtsamal kujul: 1) $3\frac{1}{3} : 25$; 2) $7{,}5 : 8\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$; 4) $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$; 5) $\frac{5}{7} : \frac{5}{12}$; 6) $\frac{9}{11} : \frac{6}{17}$; 7) $0{,}4 : \frac{2}{7}$; 8) $0{,}72 : \frac{9}{10}$; 9) $2\frac{1}{2} : 0{,}7$; 10) $3\frac{1}{3} : 0{,}36$; 11) $5 : \frac{3}{4}$; 12) $\frac{7}{9} : 2\frac{2}{5}$; 13) 0,78 : 2,3; 14) 8,(14) : 0,00(36); 15) 2,(5) : 0,3(8); 16) 1,(72) : 8,(4); 17) $2\frac{1}{12} : 4{,}1(6)$; 18) 0,375 : 0,(3).

§ 4. Vastupidised suhted.

Kaht suhet nimetatakse vastupidisteks, kui ühe suhte eesliige on teise suhte tagaliikmeks ja ühe suhte tagaliige on teise suhte eesliikmeks.

Suhted: $15 : 5 = 3$
ja $5 : 15 = \frac{1}{3}$ on vastupidised.

Vastupidiste suhete nimetajate korrutis on 1.

1574. Leida järgnevate suhete vastupidised suhted: 1) $\frac{7}{15} : \frac{3}{10}$; 2) $\frac{3}{4} : 1\frac{2}{5}$; 3) $1\frac{3}{4} : 3\frac{1}{2}$; 4) $0{,}25 : 0{,}125$; 5) $0{,}(4) : 1{,}(2)$; 6) $0{,}8(3) : 1\frac{2}{3}$; 7) $0{,}41(6) : 1\frac{7}{12}$.

§ 5. Võrdsete nimetajatega ja võrdsete lugejatega murdude suhted.

1) **Kui murdude nimetajad on võrdsed, siis, nagu nägime, võrdub nende murdude suhe nende murdude lugejate suhtega.**

Tõesti: $\frac{5}{7} : \frac{3}{7} = 5 : 3$.

2) **Kui murdude lugejad on võrdsed, siis võrdub nende murdude suhe nende murdude nimetajate vastupidise suhtega.**

Näide: $\mathbf{\frac{3}{11} : \frac{3}{7} = \frac{3 . 7}{11 . 7} : \frac{11 . 3}{11 . 7} = (3 . 7) : (11 . 3) = 7 : 11.}$

Arvutada otsekohe järgnevad suhted: 1) $\frac{7}{18} : \frac{11}{18}$; 2) $\frac{5}{9} : \frac{8}{9}$; 3) $\frac{4}{3} : \frac{7}{3}$; 4) $\frac{6}{7} : \frac{6}{11}$; 5) $\frac{7}{15} : \frac{7}{11}$; 6) $\frac{10}{13} : \frac{10}{17}$; 7) $\frac{25}{49} : \frac{16}{49}$; 8) $\frac{15}{14} : \frac{15}{28}$.

§ 6. Nimega suuruste suhted.

Kaks suhet, millede nimetajad on võrdsed, loetakse võrdseteks. Seepärast võib iga nimega suuruste suhte asemele panna vastavate nimeta suuruste suhte.

Näide: **14 arss. : 10 arss. = 14 : 10 = 7 : 5 = $1\frac{2}{5}$.**

1575. Leida suhted: 1) 144 l : 36 l; 2) 175 g : 25 g; 3) 152 m : 19 m; 4) 420 sm : 35 sm; 5) 238 sm^3 : 34 sm^3; 6) 3 km : 250 m; 7) 4 hl : 20 l; 8) 6 marga : 75 p.; 9) $1\frac{2}{3}$ t. : 36 sek.; 10) 2,75 kg : 625 g; 11) $3\frac{1}{2}$ t : 45 m; 12) 8 tos. : 12 tükisse; 13) 75 a : 4 ha; 14) 275 m^2 : 2 ha; 15) 3 a : 75 m^2; 16) 2 arss. : 1 jalasse.

§ 7. Võrde mõiste ja pea-omadus ning võrde lahendamine.

Kaht suhet, millede nimetajad on võrdsed, nimetatakse võrdseteks suheteks. Nõnda on suhted: 24 : 6 ja 32 : 8 võrdsed, ning sellepärast võib neid suhteid võrdsusmärgiga ühendada:

$$24 : 6 = 32 : 8.$$

Saadud võrdsust nimetatakse **võrdeks.** Üldse: **võrdeks nimetatakse kaht võrdset suhet, mis isekeskis on võrdsusmärgiga ühendatud.**

Võrret sünnitavaid suurusi nimetatakse võrde **liikmeteks.** Nõnda on üldkujulises võrdes: $a : b = c : d$ suurused: a, b, c ja d võrde **liikmed,** kusjuures suurusi a ja d **äärmisteks liikmeteks** ja suurusi b ja c **keskmisteks liikmeteks** nimetatakse.

Iga võrret, näiteks võrret: 24 : 6 = 32 : 8 võime ka murru kujul kirjutada: $\frac{24}{6} = \frac{32}{8}$.

Loetakse võrret järgmiselt: **24 suhtub kuude nõnda, kui 32 suhtub kaheksasse.**

Võrde pea-omadus: **Võrde äärmiste liikmete korrutis võrdub keskmiste liikmete korrutisega.**

Antagu üldkujuline võrre: $a : b = c : d.$

Tõestame, et: $ad = bc.$

Võrdugu suhte $a : b$ kui ka suhte $c : d$ ühine nimetaja suurusega q. Et suhte eesliige võrdub suhte tagaliikme ja nimetaja korrutisega, siis:

$$1)\ a = bq;$$
$$2)\ c = dq.$$

Korrutades esimese võrduse kumbagi osa võrde neljanda liikme d-ga ning teise võrduse kumbagi osa võrde teise liikme b-ga, leiame:

$$1)\ ad = bqd;$$
$$2)\ cb = dqb.$$

Saadud võrduste paremad pooled on võrdsed, sest et neid samad tegurid moodustavad; järjelikult on ka nende võrduste pahemad pooled võrdsed, s. o.:

$ad = cb$, mis oligi tarvis tõestada.

Võrde tundmatu liikme leidmist nimetatakse võrde lahendamiseks.

Antagu lahendada võrre: $0{,}25 : 1{,}4 = 0{,}75 : x$. Võrde pea-omaduse põhjal võime kirjutada:

$$0{,}25x = 1{,}4 \,.\, 0{,}75$$
$$x = \frac{1{,}4 \,.\, 0{,}75}{0{,}25} = 1{,}4 \,.\, 3 = 4{,}2$$

Võrde tundmatu äärmine liige võrdub sama võrde keskmiste liikmete korrutisega, mis on jagatud võrde tuntud äärmise liikmega.

Antagu lahendada võrre: $9\frac{1}{2} : 14\frac{1}{4} = x : 12$. Võrde pea-omaduse põhjal võime kirjutada:

$$14\tfrac{1}{4}x = 9\tfrac{1}{2} \,.\, 12$$
$$x = \frac{9\frac{1}{2} \,.\, 12}{14\frac{1}{4}} = \frac{19 \,.\, 12 \,.\, 4}{2 \,.\, 57} = 8.$$

Võrde tundmatu keskmine liige võrdub sama võrde äärmiste liikmete korrutisega, mis on jagatud võrde tuntud keskmise liikmega.

Leida võrde tundmatu liige:

1576. $x : 7 = 6 : 3$.
1577. $150 : x = 45 : 18$.
1578. $x : 6 = 5 : 3$.
1579. $7 : x = 2 : 14$.
1580. $1 : 3 = x : 12$.
1581. $5 : 4 = 25 : x$.
1582. $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = 2 : x$.
1583. $4{,}5 : x = 12\frac{1}{2} : 4$.
1584. $x : 0{,}6 = 9 : 0{,}5$.
1585. $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} = x : 0{,}(12)$.

Leida x, kui:

1586. $3x : 8 = 1{,}5 : 2$.
1587. $4 : 12x = \frac{1}{2} : 1{,}5$.
1588. $1 : 1{,}5 = 8x : 6$.
1589. $\frac{2x}{3} : 5 = 2 : 3$.
1590. $4 : \frac{3x}{5} = 1 : 3$.
1591. $0{,}8 : 3 = \frac{4}{5}x : 15$.

1592. Võrde keskmised liikmed on 6 ja 9; üks äärmistest liikmetest on 18. Leida teine äärmine liige.

1593. Võrde keskmised liikmed on 12 ja 3; üks äärmistest liikmetest on 6. Leida võrde nimetaja, kui ta võrdub lihtmurruga (murruga, mille lugeja on vähem kui nimetaja).

1594. Leida x, kui teada on, et:

$x : y = 2 : 3$ ja et
$y : 24 = 3 : 4$.

1595. Antagu, et $x : y = 4 : 3$ ja
$y : z = 5 : 2$; leida x, kui $z = 6$.

1596. Laua pikkus suhtub laiusesse nõnda, kui 5 : 2; leida laua pikkus, kui ta laius on 4 jalga.

1597. Püstküliku-kujuline koppel on piiratud taraga. Kopli pikkus suhtub laiusesse nõnda, kui $3\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2}$; kopli laius on 120 meetrit. Leida terve koplitara pikkus.

1598. Põranda pikkus suhtub laiusesse nõnda, kui 10 : 3. Leida põranda pindala, kui põranda laius on 6 m.

1599. Vesistul on täisnurkse rööptahuka kuju. Tema pikkus suhtub laiusesse nõnda kui 5 : 3, kuid laius suhtub kõrgusesse nõnda kui 0,75 : 0,5. Leida vesistu maht, kui ta kõrgus on 4 m.

Leida x, kui teada on, et:

1600. $x:y=3:2$; $y:z=2:1$; $z:1=1:\frac{1}{4}$.

1601. $x:\frac{1}{2}=y:\frac{1}{3}$; $y:\frac{1}{4}=z:\frac{1}{5}$; $z:\frac{1}{3}=\frac{1}{5}:\frac{1}{4}$.

1602. Antagu, et $x:y=y:z=3:2$; leida x, kui $z=12$.

1603. Antagu, et $x:y=y:z=2:5$; leida z, kui $x=4$.

Leida x võrretest:

1604. $8:5=(27+x):x$.
1605. $4:3=(63-x):x$.
1606. $49:35=x:(x-12)$.
1607. $51:34=x:(25-x)$.
1608. $25:15=(56-3x):x$.
1609. $68:51=(20+2x):4x$.
1610. $63:45=(31-2x):3x$.
1611. $24:8=(88+4x):5x$.
1612. $25:15=(62-7x):2x$.
1613. $36:12=(120+11x):7x$.
1614. $76:x=24:(25-x)$.
1615. $85:(54-x)=50:x$.
1616. $63:(44-x)=91:x$.
1617. $38:x=16:(x-33)$.
1618. $57:x=21:(128-3x)$.
1619. $88:(59-3x)=10:x$.
1620. $x:36=(72-2x):144$.
1621. $(4x-55):63=x:35$.
1622. $2x:35=(21+3x):77$.
1623. $(5x-9):16=3x:12$.
1624. $87:4x=9:(157-5x)$.
1625. $74:(51-2x)=98:7x$.

1626. $\frac{25b^2}{12a^3}:\frac{5b^4}{16ac^2}=x:\frac{10a^3b^3}{3c^4}$.

1627. $\frac{36a^3y}{35z^2}:x=\frac{48ay^3}{z}:\frac{21z^2}{8a^2y^2}$.

1628. $\frac{9ac^2}{25b^3}:\frac{35a^2b^2}{27c^3}=x\cdot\frac{45bc}{4a^4}:\frac{49a^2c^4}{36b^3}$.

1629. $(a^2-b^2):\frac{4a^2b^2}{a-b}=\frac{1}{ab}:\frac{x}{(a-b)^2}$.

1630. $\frac{a^2-b^2}{2ab}:\frac{3a}{a+b}=\frac{a-b}{a+b}\cdot x:\frac{6ab^2}{(a+b)^2}$.

Võrde pea-omaduse vastupidine lause: **Kui kahe suuruse korrutis võrdub kahe teise suuruse korrutisega, siis on need suurused võrdelised, s. o. nendest võib moodustada võrde.**

Antagu neli suurust: a, b, c ja d tingimusega, et $ad=bc$.

Tarvis tõestada, et neist suurustest võib moodustada võrde: $a:b=c:d$.

Tõestamiseks jagame tingimuses antud võrduse: $ad=bc$ kummagi osa bd-ga. Saame võrduse: $\frac{ad}{bd}=\frac{bc}{bd}$, mis pärast lühendamist omandab kuju: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ehk $a:b=c:d$, mis oligi tarvis tõestada.

1631. Järgmistest võrdustest võrded moodustada: 1) $12 \cdot \frac{3}{4}=4\frac{1}{2} \cdot 2$; 2) $120 \cdot 0{,}1=3\frac{1}{3} \cdot 3{,}6$; 3) $5{,}5 \cdot 0{,}(36)=2\frac{1}{2} \cdot 0{,}8$.

1632. Moodustada 4 võrret võrdusest: $4 \cdot 21=7 \cdot 12$.

1633. Moodustada 4 võrret võrdusest: $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}=\frac{15}{28} \cdot \frac{7}{10}$.

§ 8. Võrde proovimine.

Võrret proovitakse 1) tema peaomadus-lause põhjal: **kui äärmiste liikmete korrutis võrdub keskmiste liikmete korrutisega, siis on võrre õige.** Nõnda on võrre: $25:5=15:3$ õige, sest et $25 \cdot 3=5 \cdot 15$. 2) võib võrde proovimisel aluseks võtta võrde definitsiooni: kui võrret moodustavate suhete nimetajad on võrdsed, siis on võrre õige. Tõesti, võrre: $14:7=12:6$ on õige, sest et suhte $14:7$ nimetaja kui ka suhte $12:6$ nimetaja on 2.

1634. Tarvitades kahesugust proovimisvõimalust, jõuda otsusele, kas on õiged järgnevad võrded, kusjuures ebaõiged võrded tuleb parandada: 1) $15:3=20:4$; 2) $2:5=3\frac{1}{2}:8\frac{3}{4}$; 3) $72:8=36:4$; 4) $1:1{,}1=3:3{,}4$; 5) $7\frac{1}{2}:1{,}5=10:2{,}2$; 6) $6\frac{1}{2}:6\frac{5}{6}=3{,}9:4{,}1$; 7) $1\frac{3}{4}:7=1:3{,}8(9)$; 8) $0{,}25:0{,}4=0{,}125:0{,}2$; 9) $21:6=35:10$; 10) $0{,}(8):2=5{,}(3):12$.

§ 9. Võrde liikmete ümberasetamine.

Võrde pea-omadusest ja tema vastupidisest lausest järgneb, et meie võime võrduse liikmeid soovikorral ümber asetada, muidugi tingimusega, et saadud võrde keskmiste ja äärmiste liikmete korrutised võrdsed oleksid.

See tingimus on täidetud, kui ümber asetada:

1) **äärmised liikmed;**

2) **keskmised liikmed;**

3) **keskmised liikmed äärmiste asemele ja ümberpöördult.**

Antagu võrded:

$15:5=9:3$ (1) $a:b=c:d.$

Asetame ümber **äärmised** liikmed:

$3:5=9:15$ (2) $d:b=c:a.$

Asetame (1) ja (2) võrdes ümber **keskmised** liikmed:

$15:9=5:3$ (3) $a:c=b:d.$

$3:9=5:15$ (4) $d:c=b:a.$

Asetame (1), (2), (3) ja (4) võrdes **keskmised liikmed äärmiste asemele ja ümberpöördult:**

$5:15=3:9$ (5) $b:a=d:c.$

$5:3=15:9$ (6) $b:d=a:c.$

$9:15=3:5$ (7) $c:a=d:b.$

$9:3=15:5$ (8) $c:d=a:b.$

Nõnda võib igast neljast võrdelisest suurusest 8 isekujulist võrret moodustada.

1635. Toimetada kõik võimalikud liikmete ümberasendused võrdeis: 1) $14:7=10:5$; 2) $15:10=3:2$; 3) $49:35=42:30$; 4) $1\frac{1}{2}:5=2:6\frac{2}{3}$; 5) $3\frac{1}{2}:0{,}4=10:1\frac{1}{7}$; 6) $m:n=p:q$; 7) $x:y=z:t$.

§ 10. Võrde liikmete suuruse muutmine ilma võrdust rikkumata, võrde koondamine ja murruliste liikmete kaotamine.

Võrduse liikmete suurust muutes peab tähele panema, et selle muutmise peale vaatamata **mõlema võrret moo-**

dustava suhte nimetajad võrdseks jääksid, s. o. et võrde keskmiste liikmete korrutis võrduks äärmiste liikmete korrutisega.

Võrre jääb rikkumata, kui:

1) **esimese või teise suhte mõlemad liikmed korrutada või jagada ühe ja sama suurusega:**

$$12:6=16:8 \qquad a:b=c:d$$
$$\mathbf{24:12}=16:8 \qquad \mathbf{2a:2b}=c:d$$
$$12:6=\mathbf{32:16} \qquad a:b=\mathbf{2c:2d}$$
$$\mathbf{6:3}=16:8 \qquad \frac{a}{2}:\frac{b}{2}=c:d$$
$$12:6=\mathbf{8:4} \qquad a:b=\frac{c}{2}:\frac{d}{2};$$

2) **mõlemad eesliikmed või mõlemad tagaliikmed korrutada või jagada ühe ja sama suurusega:**

$$12:6=16:8 \qquad a:b=c:d$$
$$\mathbf{24}:6=\mathbf{32}:8 \qquad \mathbf{2a}:b=\mathbf{2c}:d$$
$$12:\mathbf{12}=16:\mathbf{16} \qquad a:\mathbf{2b}=c:\mathbf{2d}$$
$$\mathbf{6}:6=\mathbf{8}:8 \qquad \frac{a}{2}:b=\frac{c}{2}:d$$
$$12:\mathbf{3}=16:\mathbf{4} \qquad a:\frac{b}{2}=c:\frac{d}{2};$$

3) **kõik võrde liikmed korrutada või jagada ühe ja sama suurusega:**

$$12:6=16:8 \qquad a:b=c:d$$
$$\mathbf{24:12=32:16} \qquad \mathbf{2a:2b=2c:2d}$$
$$\mathbf{6:3=8:4} \qquad \frac{a}{2}:\frac{b}{2}=\frac{c}{2}:\frac{d}{2}.$$

Kolme lause kokkuvõte: **võrre jääb rikkumata, kui korrutada või jagada ühe ja sama suurusega mingi äärmine liige ühes mingi keskmise liikmega.**

Võrde lühendamine.

Ülemaltoodud kolme lause kokkuvõte annab võimaluse võrret lühendada, kui mingil äärmisel liikmel on mingi keskmise liikmega ühine jagaja: **lühendada võib iga äärmist liiget iga keskmise liikmega.**

Antagu võrre: $91:26=63:18$. Lühendades mõlemad tagaliikmed 2-ga, saame: $91:13=63:9$; lühendame veel teise suhte liikmed 9-ga: $91:13=7:1$; pärast seda lühendame mõlemad eesliikmed 7-ga: $13:13=1:1$; lõppeks lühendame esimese suhte mõlemad liikmed 13-ga: $1:1=1:1$.

Nagu näha, võib igale võrdele anda kuju: $1:1=1:1$, kui võrde kõik 4 liiget teada on.

Ei ole aga võrde kõik 4 liiget teada, siis ei või temale ülemaltoodud kuju anda. Näide 1: võrre $49:84=$ $=x:51$ annab pärast lühendamist võrde: $7:4=x:17$; näide 2: võrre $x:100=y:75$ annab pärast lühendamist võrde: $x:4=y:3$. On võrre kolme otsitavaga, siis on ta lühendamatu; näide 3: $x:y=80:z$.

1636. Lühendada võrded: 1) $144:36=56:14$; 2) $108:54=58:29$; 3) $740:20=2987:81$; 4) $3x:18=$ $=35:10$; 5) $15x:120=135:54$; 6) $72:8x=90:24$; 7) $176:4x=48:22$.

Võrde murruliste liikmete kaotamine.

Võrrandi murrulised liikmed kaotatakse sama lause põhjal, mille põhjal toimetatakse murru lühendamist, nimelt: **võrde iga äärmist liiget võib ühes iga keskmise liikmega ühe ja sama arvuga korrutada või jagada.**

Näited:

1) $3\frac{3}{4}:2=15:8$

$\frac{15}{4}:2=15:8$

$\mathbf{15}:2=\mathbf{60}:8.$

2) $9\frac{1}{2}:14\frac{1}{4} \quad x:12$

$\frac{19}{2}:\frac{57}{4}=x:12$

$\frac{38}{4}:\frac{57}{4}=x:12$

$\mathbf{38}:\mathbf{57}=x:12$

3) $\frac{3}{4}:\frac{7}{10}=\frac{15}{28}:\frac{1}{2}$

$\frac{105}{140}:\frac{98}{140}=\frac{75}{140}:\frac{70}{140}$

$\mathbf{105}:\mathbf{98}=\mathbf{75}:\mathbf{70}$

1637. Kaotada võrrete murrulised liikmed: 1) $6:x=$

$= 8 : 9\frac{1}{3}$; 2) $5 : 6\frac{1}{2} = y : 13$; 3) $x : \frac{8}{3} = 15 : z$; 4) $x : y =$ $= \frac{147}{80} : \frac{315}{64}$; 5) $\frac{4}{7} : \frac{2}{35} = 3\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$; 6) $1\frac{1}{2} : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} : \frac{5}{12}$; 7) $0{,}3 : 2\frac{1}{4} = 0{,}(4) : 3\frac{1}{3}$; 8) $2 : 0{,}(6) = 17{,}52 : 5\frac{21}{25}$.

§ 10. Pidev võrre.

Võrret nimetatakse pidevaks, kui ta mõlemad keskmised või mõlemad äärmised liikmed on võrdsed.

Näited:

$$36 : 12 = 12 : 4 \qquad 40 : x = x : 10$$
$$12 : 36 = 4 : 12 \qquad x : 40 = 10 : x$$

Pideva võrde korduvat liiget nimetatakse kahe ülejäänud liikme keskmiseks geomeetriliseks suuruseks.

Nõnda on toodud näitustes arv 12 arvude 36 ja 4 keskmine geomeetriline suurus ja suurus x arvude 40 ja 10 keskmine geomeetriline suurus.

Lahendame pidevad võrded:

1) $20 : x = x : 45$ 2) $x : 20 = 45 : x$.

Et võrde keskmiste liikmete korrutis võrdub tema äärmiste liikmete korrutisega, siis:

$$x \cdot x = 20 \cdot 45$$
$$x^2 = 900$$
$$x = \sqrt{900} = 30.$$

Nõnda leidsime antud pidevate võrrete korduva liikme x väärtuse, see on, kahe ülejäänud liikme (20 ja 45) keskmise geomeetrilise suuruse.

1638. Lahendada pidevad võrded: 1) $40 : x = x : 10$; 2) $36 : x = x : 4$; 3) $x : 54 = 6 : x$; 4) $x : 4 = 16 : x$; 5) $169 : y = y : 1$; 6) $2 : z = z : 162$; 7) $x : \frac{1}{2} = \frac{1}{8} : x$; 8) $y : \frac{4}{27} = \frac{1}{3} : y$.

1639. Leida arvude keskmine geomeetriline suurus (arv): 1) 72 ja 8; 2) 2,9 ja 12; 3) 450 ja 200; 4) 5,75 ja 9, 5) 1600 ja 4; 6) 27 ja 300.

1640. Antud on: $x : y = y : z = 5$. Leida x ja z suhe.

1641. Antud on: $x : y = y : z = z : u = 3 : 2$. Leida x ja u suhe.

1642. Võrde keskmised liikmed on võrdsed; võrde nimetaja on 3. Leida võrde esimese ja neljanda liikme suhe.

Mitme suuruse (arvu) aritmeetiline kesksuurus (keskarv).

Peale antud kahe suuruse geomeetrilise kesksuuruse (või keskmise võrdelise suuruse) tuntakse matemaatikas veel kahe ja mitme antud suuruse aritmeetilist kesksuurust.

1) **Kahe suuruse (arvu) aritmeetiliseks kesksuuruseks (keskarvuks) nimetatakse antud suuruste (arvude) poolsummat.**

1643. Kooli ühes klassis on a õpilast, teises klassis b õpilast. Mitu õpilast on keskmiselt igas klassis?

Vastus: $\frac{a+b}{2}$.

1644. Leida järgmiste suuruste aritmeetiline kesksuurus. 1) 3 ja $5\frac{1}{2}$; 2) 4 ja $2\frac{3}{4}$; 3) $15\frac{1}{2}$ ja $7\frac{3}{5}$; 4) x ja y; 5) $2x$ ja $4x$; 6) $5a$ ja $7a$; 7) $4abx$ ja $8aby$; 8) $3(a+b)^2$ ja $7(a+b)^2$.

Mitme suuruse (arvu) aritmeetiliseks kesksuuruseks (keskarvuks) nimetatakse antud suuruste summa jagatist nende arvuga.

1645. Kraadiklaas näitas kell 12 öösе a^0 sooja, kell 6 homm. b^0 sooja, kell 12 l. c^0 sooja ja kell 6 õhtul d^0 sooja. Leida selle päeva keskmine temperatuur.

Vastus: $\frac{a+b+c+d}{4}$.

1646. Kraadiklaas näitas kell 6 homm. -12^0, kell 9 homm. -13^0, kell 12 l. -16^0, kell 3 p. l. -20^0, kell 6 õhtul -15^0, kell 9 õhtul -9^0, kell 12 öösе -7^0 ja kell 3 homm. -5^0. Leida selle päeva keskmine temperatuur.

1647. Õpilast küsiti õppeaasta vältusel matemaatikas järgmiselt: esimesel õppeaasta veerandil 6 korda, teisel veerandil 10 korda, kolmandal veerandil nii mitu korda, kui palju on 0,75 arvude 6 ja 10 summast, ning neljandal veerandil nii mitu korda, kui suur on teisel ja kolmandal veerandil toimetatud küsimiste hulkade aritmeetiline keskarv. Mitu korda küsiti õpilast keskmiselt igal veerandil?

1648. 1. novembril 1922. a. oli Tartu õpetajateseminari I klassis 41 õpilast, II-a klassis 26 õpilast, II-b kl. 25 õpilast, III-a kl. 30 õpilast, III-b kl. 30 õpilast, IV kl. 34 õpilast, V kl. 17 õpilast ning VI (lõpuklassis) 29 õpilast. Mitu õpilast oli nimetatud päeval keskmiselt igas seminari klassis?

1649. 1920. aastal tuli keskmiselt iga 100 tiinu põllu peale Harjumaal 21,2 hobust, Virumaal 18,5 hobust, Järvamaal 18,3, Läänemaal 26,7, Pärnumaal 19,4, Viljandimaal 22,4, Tartumaal 15,8, Võrumaal 10, Saaremaal 34,2, Valgamaal 13,8 ja Petserimaal 11,6 hobust. Mitu hobust tuli 1920. aastal Eestis keskmiselt iga 100 tiinu põllu peale?

1650. Leida suuruste aritmeetiline kesksuurus: 1) 10; 20; 13; 26 ja 1; 2) $3\frac{1}{8}$; $3\frac{1}{4}$; 5 ja 0,625; 3) 1,(4); 2,(2) ja $\frac{1}{3}$; 4) m; $3m$; $5b$ ja $3b$; 5) $\frac{x}{2}$; $\frac{3x}{2}$; $\frac{y}{3}$ ja $\frac{5x}{3}$.

§ 11. Liitvõrded.

Liitvõrdeks nimetatakse niisugust võrret, mis saadakse, kui antud kahe või mitme võrde vastavad liikmed liidetakse, lahutatakse, korrutatakse või jagatakse.

I. Antagu võrded: $24:12=16:8$ ja $12:6=18:9$.

1) Liidame võrrete vastavad liikmed:

$$(24+12):(12+6)=(16+18):(8+9)$$
$$36:18=34:17$$

2) Lahutame võrrete vastavad liikmed:

$$(24-12):(12-6)=(16-18):(8-9)$$
$$12:6=(-2):(-1).$$

3) Korrutame võrrete vastavad liikmed:

$$(24.12):(12.6)=(16.18):(8.9)$$
$$288:72=288:72.$$

4) Jagame võrrete vastavad liikmed:

$$(24:12):(12:6)=(16:18):(8:9)$$
$$2:2=\tfrac{8}{9}:\tfrac{8}{9}.$$

Nagu näeme, on saadud 4 võrret õiged, sest et nende äärmiste ja keskmiste liikmete korrutised on võrdsed.

II. Antagu võrded: $20:10=24:12$ ja $9:3=12:4$.

1) Liidame võrrete vastavad liikmed:

$$(20+9):(10+3)=(24+12):(12+4)$$
$$29:13=36:16.$$

2) Lahutame võrrete vastavad liikmed:

$$(20-9):(10-3)=(24-12):(12-4)$$
$$11:7=12:8.$$

Saadud võrded (1. ja 2.) on ebaõiged, sest et nende äärmiste ja keskmiste liikmete korrutised ei ole võrdsed.

3) Korrutame võrrete vastavad liikmed:

$$(20.9):(10.3)=(24.12):(12.4).$$
$$180:30=288:48.$$

4) Jagame võrrete vastavad liikmed:

$$(20:9):(10:3)=(24:12):(12:4).$$
$$\tfrac{20}{9}:\tfrac{10}{3}=2:3$$

Saadud võrded (3. ja 4.) on õiged, sest et nende keskmiste liikmete korrutis võrdub äärmiste liikmete korrutisega.

Kahe või mitme antud võrde vastavaid liikmeid võib liita ja lahutada ainult siis, kui antud võrdeid sünnitavate suhete nimetajad on võrdsed.

Korrutada ja jagada võib igasuguste antud võrrete vastavaid liikmeid.

1651. Järgnevaist võrdeist moodustada liitvõrded, kus võimalik on, liitmise, lahutamise, korrutamise ning jagamise abil; kus aga võimalik ei ole, seal ainult korrutamise ja jagamise abil: 1) $27:9=15:5$ ja $21:7=9:3$; 2) $9:4{,}5=11:5{,}5$ ja $4{,}5:2{,}25=7{,}5:3{,}75$; 3) $8:4=12:6$ ja $6:2=9:3$; 4) $4{,}5:1{,}5=7{,}5:2{,}5$ ja $5:1=10:2$; 5) $9:3=3:1$; $8:2=12:3$ ja $6:3=4:2$; 6) $22:11=$ $=44:22$; $6:3=4:2$ ja $12:6=10:5$.

§ 12. Tuletusvõrded.

Võrdeid, mis saadakse ühest ja samast antud võrdest mõnesuguse tema liikmete teisendamise kaudu, nimetatakse tuletusvõrdeiks.

Vaatleme tuletusvõrde **omadusi.**

1) **Esimese suhte liikmete summa või vahe suhtub sama suhte tagaliikmesse nõnda, kui teise suhte liikmete summa või vahe suhtub oma tagaliikmesse.**

Tingimus: $\frac{m}{n}=\frac{p}{q}$. Väide: $\frac{m\pm n}{n}=\frac{p\pm q}{q}$.

Võrdus ei muutu, kui tema kumbagi osa ühe ja sama suuruse võrra suurendada või vähendada; seepärast:

$$\frac{m}{n}\pm 1=\frac{p}{q}\pm 1 \text{ ehk: } \frac{m\pm n}{n}=\frac{p\pm q}{q}.$$

2) **Esimese suhte liikmete summa või vahe suhtub teise suhte liikmete summasse või vahesse nõnda, kui eesliige eesliikmesse või tagaliige tagaliikmesse.**

Tingimus: $\frac{m}{n}=\frac{p}{q}$. Väide: $\frac{m\pm n}{p\pm q}=\frac{m}{p}=\frac{n}{q}$.

Asetades 1) juhusel saadud tuletusvõrdes: $\frac{m \pm n}{n} = \frac{p \pm q}{q}$ tema keskmised liikmed ümber, saame tuletusvõrde: $\frac{m \pm n}{p \pm q} = \frac{n}{q}$. Et aga $\frac{m}{p} = \frac{n}{q}$, siis võime kirjutada: $\frac{\boldsymbol{m \pm n}}{\boldsymbol{p \pm q}} = \frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{p}} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{q}}$.

3) **Esimese suhte liikmete summa või vahe suhtub sama suhte eesliikmesse nõnda, kui teise suhte liikmete summa või vahe suhtub oma eesliikmesse.**

Tingimus: $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$. Väide: $\frac{m \pm n}{m} = \frac{p \pm q}{p}$.

2. juhusel tõestasime, et: $\frac{m \pm n}{p \pm q} = \frac{m}{p} = \frac{n}{q}$. Võttes siit tuletusvõrde: $\frac{m \pm n}{p \pm q} = \frac{m}{p}$ ja asetades ümber tema keskmised liikmed, saamegi: $\frac{\boldsymbol{m \pm n}}{\boldsymbol{m}} = \frac{\boldsymbol{p \pm q}}{\boldsymbol{p}}$.

4) **Esimese suhte liikmete summa suhtub sama suhte liikmete vahesse nõnda, kui teise suhte liikmete summa suhtub sama suhte liikmete vahesse.**

Tingimus: $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$. Väide: $\frac{m+n}{m-n} = \frac{p+q}{p-q}$.

2. juhusel tõestasime, et $\frac{m \pm n}{p \pm q} = \frac{m}{p}$. See tuletusvõrre sisaldab eneses kaks tuletusvõrret: 1) $\frac{m+n}{p+q} = \frac{m}{p}$ ja 2) $\frac{m-n}{p-q} = \frac{m}{p}$. Kui kumbki kahest suurusest on võrdne kolmanda suurusega, siis on need suurused isekeskis võrdsed; sellepärast: $\frac{m+n}{p+q} = \frac{m-n}{p-q}$. Asetades viimases võrdes keskmised liikmed ümber, saame: $\frac{\boldsymbol{m+n}}{\boldsymbol{m-n}} = \frac{\boldsymbol{p+q}}{\boldsymbol{p-q}}$.

5) **Eesliikmete summa või vahe suhtub tagaliikmete**

summasse või vahesse nõnda, kui mingi eesliige suhtub oma tagaliikmesse.

Tingimus: $\frac{m}{n}=\frac{p}{q}$. Väide: $\frac{m \pm p}{n \pm q}=\frac{m}{n}=\frac{p}{q}$.

Tõestuseks asetame tingimuses antud võrde keskmised liikmed ümber; saame võrde $\frac{m}{p}=\frac{n}{q}$. Talitades viimase võrdega 1. juhuses antud lause järele, saame tuletusvõrde: $\frac{m \pm p}{p}=\frac{n \pm q}{q}$, millest keskmiste liikmete ümberpaigutamise järele saame: $\frac{m \pm p}{n \pm q}=\frac{p}{q}$; et aga $\frac{p}{q}=\frac{m}{n}$, siis võimegi kirjutada: $\frac{m \pm p}{n \pm q}=\frac{m}{n}=\frac{p}{q}$.

6) **Eesliikmete summa suhtub nende vahesse nõnda, kui tagaliikmete summa suhtub nende vahesse.**

Tingimus: $\frac{m}{n}=\frac{p}{q}$. Väide: $\frac{m+p}{m-p}=\frac{n+q}{n-q}$.

Asetame tingimuses antud võrde keskmised liikmed ümber, saame võrde: $\frac{m}{p}=\frac{n}{q}$, millest saame 4. juhuses antud lause põhjal: $\frac{m+p}{m-p}=\frac{n+q}{n-q}$.

1652. Antud on, et $\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$; leida järgnevad suhted:

1) $\frac{x+y}{y}$; 2) $\frac{x-y}{y}$; 3) $\frac{x+y}{x}$; 4) $\frac{x-y}{x}$.

1653. Antud on, et $\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$; leida järgnevad suhted:

1) $\frac{y}{x+y}$; 2) $\frac{y}{x-y}$; $\frac{x}{x+y}$; $\frac{x}{x-y}$.

1654. Antud on, et $\frac{x}{y}=\frac{9}{5}$; leida suhe $\frac{x+y}{x-y}$.

1655. Kaks arvu suhtuvad nõnda kui 7 : 3; leida nende arvude summa ja vahe suhe.

1656. Antud on, et $\frac{x+y}{x-y}=\frac{3}{2}$; leida x suhe y-isse.

§ 13. Võrdsete suhete rida.

Kui on antud rida võrdseid suhteid, siis suhtub nende suhete eesliikmete summa tagaliikmete summasse nõnda, kui iga eesliige oma tagaliikmesse.

Tingimus: $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}=\frac{a_5}{b_5}$.

Väide: $\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5}{b_1+b_2+b_3+b_4+b_5}=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}=\frac{a_5}{b_5}$.

Tõestuseks võtame esialgselt võrde $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{a_2}$, mille võime § 12 järele (juhus 5) tuletusvõrdeks ümber kirjutada:

$$\frac{a_1+a_2}{b_1+b_2}=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}.$$

Saadud võrdes võime suhte $\frac{a_1}{b_1}$ asemele panna temaga võrdse suhte $\frac{a_3}{b_3}$, saame võrde $\frac{a_1+a_2}{b_1+b_2}=\frac{a_3}{b_3}$.

Selle võrdega võime jälle § 12 (juhus 5) põhjal talitada:

$$\frac{a_1+a_2+a_3}{b_1+b_2+b_3}=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}.$$

Võtame nüüd suhte $\frac{a_1}{b_1}$ asemele temaga võrdse suhte $\frac{a_4}{b_4}$, saame võrde: $\frac{a_1+a_2+a_3}{b_1+b_2+b_3}=\frac{a_4}{b_4}$, millest näidatud lauset tarvitades saame uue võrde: $\frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{b_1+b_2+b_3+b_4}=\frac{a_1}{b_1}=$ $=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}$.

Samuti edasi tegutsedes võiksime lõppeks ka kirjutada:

$$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5}{b_1+b_2+b_3+b_4+b_5}=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}=\frac{a_5}{b_5}.$$

§ 14. Võrdelised suurused.

Kaks muutuvat suurust võivad muutuda teineteisest olenedes; säärased muutuvad suurused on muu seas **päri- ja vastuvõrdelised suurused.**

Kaht suurust nimetatakse pärivõrdelisteks, kui ühe suuruse iga kahe väärtuse suhe võrdub teise suuruse kahe vastava väärtuse päripidise suhtega.

Näiteks, kui 10 naela suhkrut maksab 210 mk.,
siis 20 „ „ „ 420 „

Nõnda on **kauba hulk ja ta hind pärivõrdelised suurused,** sest et kauba hulga kahe väärtuse suhe on: 10 n. : 20 n., mis võrdub hinna kahe vastava väärtuse suhtega, s. o. 210 mk. : 420 mk.

Samuti on **töö aeg** ja **töö rohkus**, püstküliku pindala ja tema pikkus ning laius, korrutise suurus ja tegur, murru suurus ja murru lugeja jne. pärivõrdelised suurused.

Pärivõrdelisi suurusi nimetatakse sagedasti lihtsalt **võrdelisteks suurusteks.**

Pärivõrdelisuse **tunnus: Kui ühe suuruse vabalt võetud väärtust suurendada või vähendada 2, 3, 4 jne. korda ja selle tagajärjel suureneb või väheneb ka teise suuruse vastav väärtus sama palju kordasid, siis on need suurused pärivõrdelised** (ehk lihtsalt: **võrdelised**).

Näiteks, kui suureneb toidu-tagavara hulk 3 korda, siis jätkub seda tagavara 3 korda pikemaks ajaks (kui teised tingimused jäävad muutumata). Järjelikult on **toidu-tagavara hulk** ja **aeg** võrdelised suurused.

1657. Tuletada meelde 5 paari pärivõrdelisi (võrdelisi) suurusi.

Kaht suurust nimetatakse vastuvõrdelisteks, kui ühe suuruse iga kahe väärtuse suhe võrdub teise suuruse kahe vastava väärtuse vastupidise suhtega.

Nõnda on vastuvõrdelised suurused: **töö aeg** ja **tööliste hulk**, kui töö hulk ja tööviljakus ei muutu, **riide pikkus** ja **laius** (kui riide pindala ei muutu), **murru suurus** ja **murru nimetaja suurus** jne.

Vastuvõrdelisuse **tunnus: Kui ühe suuruse vabalt võetud väärtust suurendada või vähendada 2, 3, 4 jne. korda, kuid selle tagajärjel väheneb või suureneb teise suuruse vastav väärtus sama palju kordasid, siis on need suurused vastuvõrdelised.**

Näiteks,

2 töömeest teevad heinaküüni valmis 12 päevaga
4 „ „ sama „ „ 6 „

Kui töömeeste arv **suurenes 2 korda**, siis tööpäevade arv **väheneb 2 korda.** Järjelikult on **tööjõud** ja **töö aeg** vastuvõrdelised suurused.

1658. Tuletada meelde 5 paari vastuvõrdelisi suurusi.

VI osa.

Ülesannete liigid, milledes esinevad võrdelised ja vastuvõrdelised suurused.

§ 1. Liht kolmlause.

Liht kolmlauseks nimetatakse ülesannete liiki, milles leitakse kolmele antud arvule neljas arv, mis on antud arvudega võrdeline.

Liht kolmlause ülesandeis antakse **kaks suurust**; kummalgi suurusel esineb kaks väärtust, milledest **ühe suuruse mõlemad väärtused** ja **teise suuruse üks väärtus on teada**, kuna aga teise suuruse teine väärtus **otsitavana** esineb. Nõnda on siis liht kolmlauses teada kolm suurust ning otsitakse neile neljandat võrdelist suurust.

I juhus: Suurused on võrdelised.

Ülesanne: 5 arssina palituriide eest maksti 7500 mk. Mitu arssinat sama riiet võib osta 15750 marga eest?

1) **Lahendamine võrde abil.**

7500 mk. — 5 arss. Et kauba hind ja kauba hulk on
15750 „ — x „ võrdelised suurused, siis kirjutame
võrde: $x : 5 = 15750 : 750$. Lahendades võrde, leiame:

$$x = \frac{5 \cdot 15750}{7500} \text{ arss.} = \frac{21}{2} \text{ arss.} \quad \mathbf{10{,}5} \text{ arss.}$$

2) **Lahendamine ühelise kaudu.**

7500 mk. — 5 arss.	Kui 7500 marga eest võib osta
15750 „ — x „	5 arss. riiet, siis võib 1 marga

eest osta 7500 korda vähem riiet, s. o. $\frac{5}{7500}$ arss; 15750 marga eest võib aga 15750 korda rohkem riiet osta kui 1 marga eest, s. o. $x = \frac{5 \cdot 15750}{7500}$ arss. $= \frac{21}{2}$ arss. $=$ **10,5** arss.

II juhus: Suurused on vastuvõrdelised.

Ülesanne: 24 saarlast kaevavad 30 päevaga kraavi. Mitu saarlast peab olema, et sama kraavi kaevamist 20 päevaga lõpetada?

1) **Lahendamine võrde abil.**

30 p. — 24 saarl.	Tööaja vältus ja tööliste hulk on
20 „ — x „	vastuvõrdelised suurused.

$x : 24 = 30 : 20$; $x = \frac{24 \cdot 30}{20}$ saarl. $=$ **36** saarl.

2) **Lahendamine ühelise kaudu.**

30 p. — 24 saarl.
20 „ — x „

30 p. — 24 saarl.
1 „ — 30 . 24 saarl.
20 „ — $\frac{30 \cdot 24}{20}$ saarl.

$$x = \frac{30 \cdot 24}{20} \text{ saarl.} = \mathbf{36} \text{ saarl.}$$

Ülemaltoodud kaht juhust silmas pidades võime liht kolmlause ülesannete lahendamiseks kokku seada juhise:

1) **Otsitavaga (x-iga) samanimeline väärtus (peaväärtus) kirjutatakse alati murru lugejasse;** 2) **võrdeliste suuruste juhusel kirjutatakse peaväärtusega ühel joonel asuv väärtus murru nimetajasse, kuna aga x-iga ühel joonel asuv väärtus murru lugejasse kirjutatakse;** 3) **vastuvõrdeliste suuruste juhusel kirjutatakse peaväärtusega**

ühel joonel asuv väärtus murru lugejasse, kuna aga x-iga ühel joonel asuv väärtus murru nimetajasse kirjutatakse.

1659. Einelauapidaja maksis 12 metspardi eest 546 mk. Kui palju oleks pidanud ta maksma 17 metspardi eest?

1660. Korteripidaja maksab aastas 25800 mk. üüri. Kui palju üüri maksab ta 5 kuus?

1661. Puuhoovi tarvis osteti 17-aariline maa-ala ja maksti ta eest 31450 mk. Kui palju oleks tulnud maksma 23-aariline maa-ala?

1662. 30 l piima sisaldab 21,1 l vett. Kui palju vett sisaldab 100 l seda piima?

1663. 2,5 kg loomaliha kaotab praadimisel 0,45 kg. Kui palju kaotab praadimisel 17 kg sama liha?

1664. Kaupmees tegi ostjale 100 marga pealt 3 mk. hinnaalandust. Kui palju hinnaalandust tuleb 1) 7 marga; 2) 23 marga kohta?

1665. Leivaküpsetaja teenib 23-margalise leiva pealt 4,6 mk. Kui palju teenib ta, kui ta 100 marga eest leiba ära müüb?

1666. Üks inimene tarvitab nädalas 0,45 kg võid. Kui palju võid tarvitab ta 3 nädalas ja 3 päevas?

1667. 15 tunni 45 minuti jooksul jääb kell $10\frac{1}{2}$ sekundi võrra õigest ajast taha. Kui pika aja vältusel jääb sama kell $1\frac{1}{3}$ min. võrra õigest ajast taha?

1668. 1 puuda 5 naela suhkru eest maksti 990 mk. Kui palju oleks tulnud maksta 2 p. 35 naela sama suhkru eest?

1669. 20 naela püüli eest maksti 300 mk. Kui palju oleks tulnud maksta 2 p. $13\frac{1}{2}$ naela sama püüli eest?

1670. 2250 mk. tõid aasta jooksul 90 mk. kasu. Kui palju kasu tuleb 100 marga kohta?

1671. 100 marka annab teatava kasu 12 kuu jooksul. Mitme kuu jooksul annab 160 mk. sama kasu?

1672. 2450 mk. annab 2 kuu vältusel teatava tasu. Kui pika aja vältusel annab 100 mk, sama kasu?

1673. Iga 100 mk. annab aasta vältusel 5 km. kasu. Kui palju kasu annab kapital 3580 mk. sama aja vältusel?

1674. Puusepp raiub sauna seinad üles 18 päevaga. Kui palju aega kulutavad selleks tööks 1) 3; 2) 9; 3) 12 puuseppa?

1675. Heinte tagavara jätkub ühele lehmale 60 päevaks. Kui pikaks ajaks jätkub seda tagavara 1) 5; 2) 8; 3) 12 lehmale?

1676. 4 töömeest lõpetavad töö 12 päevaga. Mitme päevaga lõpetavad 3 töömeest sama töö?

1677. 7 töömeest teevad töö ära $6\frac{1}{2}$ tunniga. Kui palju aega kulub sama töö tegemiseks 10 töömehel?

1678. 6 inimesele jätkub või-tagavara 4 päevaks. Kui pikaks ajaks jätkuks seda võid 2 inimesele?

1679. Trükiladuja laob broshüüri valmis 7 päeva jooksul, kui ta iga päev 8 tundi tööd teeb. Mitu päeva kuluks sama töö lõpetamiseks, kui ta igapäev 9 tundi laoks?

1680. Ümberkirjutaja lõpetab käsikirja kirjutamise 18 päeva pärast, kui ta päevas 8 tundi tööd teeb. Mitme päeva pärast lõpetaks ta käsikirja kirjutamise, kui ta päevas ainult 5 tundi töötaks?

1681. Magasini omanik arvab, et kui igapäev põletada 6 lampi, siis jätkub petrooleumi-tagavara 24 päevaks. Mitmeks päevaks jätkuks seda tagavara, kui igapäev põleks 8 lampi?

1682. Tööliste-salgale, milles on 60 inimest, valmistati toidu-tagavara 15 päevaks; kiiremaks töö lõpetamiseks suurendati tööliste arvu 60 inimese võrra. Mitmeks päevaks jätkub sama tagavara tööliste suurendatud arvule?

1683. Koolis jätkub 1 vaadist petrooleumist 20 päevaks, kui lambid igapäev $4\frac{1}{2}$ tundi põleksid. Mitmeks päevaks jätkuks seda petrooleumi-tagavara, kui lambid põleksid igapäev 5 tundi?

1684. Kui igale madrusele anda päevas $1\frac{1}{2}$ n. leiba, siis jätkuks leiba tervele laeva meeskonnale 15 päevaks. Mitmeks päevaks jätkuks sama tagavara, kui igale madrusele antaks päevas $1\frac{1}{4}$ n. leiba?

N 17

1685. Vaheseina ehitamiseks kulub 40 s[illegible]elauda, $4\frac{1}{2}$ verssokit laiad. Mitu sama pikka lauda kuluks samaks vaheseinaks, kui laua laius oleks 0,5 verssokit endisest suurem?

1686. Korteri tapetseerimiseks kulub 70 rulli seinapaberit, mille laius 1 arss. Mitu tükki seinapaberit kuluks sama korteri tapetseerimiseks, kui paberi pikkus oleks endine, kuid laius oleks 14 verssokit?

1687. Põrandaks kulub 54 põrandalauda, 8 arss. pikad ja 4 verssokit laiad. Mitu põrandalauda kuluks samaks põrandaks, kui iga laud oleks 6 arssinat pikk ja $4\frac{1}{4}$ verssokit lai?

1688. Tänava sillutamiseks tarvitati 2520 tahutud kivi, mille pikkus 2 jalga 2,4 tolli. Mitu tahutud kivi oleks kulunud samaks ettevõtteks, kui kivi laius oleks endine olnud, kuid pikkus oleks 2,64 tolli võrra endisest vähem olnud?

1689. 0,4 sekundi vältusel jõuab hääl vees edasi 269 sülla võrra. Kui pika aja vältusel jõuab hääl vees 2 versta 345 sülla võrra edasi?

1690. Celsiuse termomeetri $2\frac{1}{2}$ kraadi võrdub Réaumuri 2 kraadiga. Mitu kraadi näitab Réaumuri termomeeter siis, kui Celsiuse termomeeter 37,5 kraadi näitab?

1691. Vesi on kõige tihedam siis, kui ta Celsiuse termomeetri järele 4 kraadi soe on. Avaldada see temperatuur Réaumuri termomeetri järele, teades, et 0,8(3) kraadi C = 0,(6) kraadiga R.

1692. Avati vesistu 4 kraani, mis 10 tunni pärast poole vesistut täitsid. Mitu samasugust kraani peab veel avama, et pärast seda vesistu 8 tunni pärast täis saaks?

1693. Ehitusmeister lubas 40 töölisega 24 päeva vältusel kivimaja seinad üles ehitada. Kui pool tööd tehtud oli, läksid 10 töölist ära. Mitme päeva pärast lõpetasid ülejäänud töölised ehituse?

Järgnevais ülesandeis avaldada antud ja otsitavate suuruste olenevus teineteisest võrrete näol, lahendada võrded üldisel kujul ja lõppeks leida saadud valemite arvsuurus:

1694. Ühtlaselt liikuv keha jõuab t minutis s km võrra edasi. Mitme minutiga jõuab see keha s_1 km edasi? $s = 30$; $s_1 = 45$; $t = 20$.

1695. Kindluse väe-osa moodustavad a sõdurit ühes ohvitseridega; selle väe-osa jaoks valmistati toidu-tagavara t päevaks. Mitmeks päevaks jätkuks seda toitu, kui kindluse väe-osa moodustaksid b inimest? $a = 6000$; $t = 50$; $b = 7500$.

1696. k töölist lõpetavad töö t päevaga. Mitme päevaga lõpetaksid sama töö l töölist? $k = 21$; $t = 12$; $l = 18$.

1697. Kapital m mk. toob t kuu pärast teatava kasu. Mitme kuu pärast toob kapital m_1 mk. sama kasu? $m = 1200$; $t = 7$; $m_1 = 2100$.

1698. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus võrdub a meetriga, kuid suurem kaatet võrdub b meetriga; teises täisnurkses kolmnurgas, mis esimesega on sarnane, võrdub hüpotenuus a_1 meetriga. Leida tema suurem kaatet. $a = 5$; $b = 4$; $a_1 = 12\frac{1}{2}$.

§ 2. Liitkolmlause.

Liitkolmlauseks nimetatakse ülesannete liiki, milles leitakse 5-le, 7-le, 9-le jne. antud arvule 6-es, 8-as, 10-nes jne. arv, mis antud arvudega võrdeline.

Liitkolmlause ülesanded võib lahutada mitmeks lihtkolmlause ülesandeks.

Ülesanne: 25 kangrut kudusid 32 päeva jooksul 120 arssinat linast riiet, mis 1 arss. $5\frac{1}{3}$ verssokit lai, kusjuures töö kestis igapäev $8\frac{1}{3}$ tundi. Mitme päevaga koovad 40 kangrut 320 arssinat riiet, kui riide laius oleks 0,75 arssinat ja töö kestaks iga päev ainult 4 tundi 10 min.?

I. Lahendamine võrrete abil.

Ülesande rakendus:

25 kangrut — 120 arss. — $1\frac{1}{3}$ arss. — $8\frac{1}{3}$ t. — 32 päeva
40 „ — 320 „ — $\frac{3}{4}$ „ — $4\frac{1}{6}$ „ — x „

Lahendamise otstarbel lahutame antud liitkolmlause mitmeks lihtkolmlauseks. See on võimalik, kui oletada, et mõned ülesandes antud tingimused on võrdsed. Oletame näiteks, et arssinate arv, kanga laius ja tööpäeva pikkus oleksid mõlemas reas võrdsed, siis jääks järele lihtkolmlause ülesanne:

1) 25 kangrut lõpetavad töö 32 päeva jooksul; mitme päeva jooksul lõpetavad sama töö 40 kangrut?

Säärase ülesande lahendamine on meile tuntud; et aga selle ülesande tundmatu ei võrdu antud ülesande tundmatuga (harukorral võib ta temaga küll ka võrduda), siis märgime uue tundmatu mitte x kaudu, vaid x_1 kaudu.

25 kangrut — 32 p.
40 „ — x_1 „

$$x_1 : 32 = 25 : 40 \quad (1).$$

Oletame, et kangrute hulk, kanga laius ja tööpäeva pikkus oleksid mõlemas reas võrdsed; siis saame uue lihtkolmlause ülesande;

2) x_1 päeva jooksul kootakse valmis 120 arssinat kangast; mitme päevaga kootakse valmis 320 arssinat sama kangast?

120 arss. — x_1 päeva
320 „ — x_2 „

$$x_2 : x_1 = 320 : 120 \quad (2).$$

Oletame nüüd, et kangrute hulk, kanga ja tööpäeva pikkus oleksid mõlemas reas võrdsed; siis jääks järele ülesanne:

3) kui kanga laius on $1\frac{1}{3}$ arss., siis lõpetatakse ta kudumine x_2 päeva jooksul; mitme päeva jooksul võiks kudumise lõpetada, kui kanga laius oleks $\frac{3}{4}$ arssinat?

$1\frac{1}{3}$ arss. — x_2 päeva
$\frac{3}{4}$ „ — x_3 „

$$x_3 : x_2 = \frac{3}{4} : 1\frac{1}{3} \quad (3).$$

Kui samuti edasi toimetaksime, jääks meile lõppeks ülesanne:

4) Töötades $8\frac{1}{3}$ t. päevas, lõpetatakse kudumine x_3 päeva jooksul; mitme päeva jooksul lõpetataks kudumine, kui iga päev $4\frac{1}{6}$ tundi töötataks?

Viimase (4) ülesande tundmatu on võrdne antud ülesande tundmatuga; sellepärast tähendame ta x kaudu.

$8\frac{1}{3}$ t. — x_3 päeva.
$4\frac{1}{6}$ „ — x „

$$x : x_3 = 8\frac{1}{3} : 4\frac{1}{6} \quad (4).$$

Korrutame saadud võrrete (1), (2), (3) ja (4) vastavad liikmed, saame liitvõrde:

$$(x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3 \,.\, x) : (32 \,.\, x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3) =$$
$$= (25 \,.\, 320 \,.\, \tfrac{3}{4} \,.\, 8\tfrac{1}{3}) : (40 \,.\, 120 \,.\, 1\tfrac{1}{3} \,.\, 4\tfrac{1}{6}).$$

Ehk: $$\frac{x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3 \,.\, x}{32 \,.\, x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3} = \frac{25 \,.\, 320 \,.\, \frac{3}{4} \,.\, 8\frac{1}{3}}{40 \,.\, 120 \,.\, 1\frac{1}{3} \,.\, 4\frac{1}{6}};$$

pärast lühendamist: $$\frac{x}{32} = \frac{25 \,.\, 320 \,.\, \frac{3}{4} \,.\, 8\frac{1}{3}}{40 \,.\, 120 \,.\, 1\frac{1}{3} \,.\, 4\frac{1}{6}};$$

$$x = \frac{32 \,.\, 25 \,.\, 320 \,.\, \frac{3}{4} \,.\, 8\frac{1}{3}}{40 \,.\, 120 \,.\, 1\frac{1}{3} \,.\, 4\frac{1}{6}} = \frac{32 \,.\, 25 \,.\, 320 \,.\, 3 \,.\, 25 \,.\, 3 \,.\, 6}{4 \,.\, 3 \,.\, 40 \,.\, 120 \,.\, 4 \,.\, 25} = \mathbf{60} \text{ (päeva).}$$

II. Lahendamine ühelise kaudu.

Lahendame sama ülesande ühelise kaudu.

25 kngr.	— 120 arss.	— $1\frac{1}{3}$ arss.	— $8\frac{1}{3}$ t.	— 32 päeva.
40 „	— 320 „	— $\frac{3}{4}$ „	— $4\frac{1}{6}$ „	— x „

25 kngr.	— 120 arss.	— $\frac{4}{3}$ arss.	— $\frac{25}{3}$ t.	— 32 päeva.
1 „	— 120 „	— $\frac{4}{3}$ „	— $\frac{25}{3}$ „	— $25 \cdot 32$ p.
40 „	— 120 „	— $\frac{4}{3}$ „	— $\frac{25}{3}$ „	— $\frac{25 \cdot 32}{40}$ p.
40 „	— 1 „	— $\frac{4}{3}$ „	— $\frac{25}{3}$ „	— $\frac{25 \cdot 32}{40 \cdot 120}$ p.
40 „	— 320 „	— $\frac{4}{3}$ „	— $\frac{25}{3}$ „	— $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320}{40 \cdot 120}$ p.
40 „	— 320 „	— 1 „	— $\frac{25}{3}$ „	— $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3}{40 \cdot 120 \cdot 4}$ p.
40 „	— 320 „	— $\frac{3}{4}$ „	— $\frac{25}{3}$ „	— $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 3}{40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 4}$ p.
40 „	— 320 „	— $\frac{3}{4}$ „	— 1 „	— $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 25}{40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3}$ p.
40 „	— 320 „	— $\frac{3}{4}$ „	— $\frac{25}{6}$ „	— $\frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 6}{40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 25}$ p.

$$x = \frac{25 \cdot 32 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 6}{40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 25} \text{ p.} = \mathbf{60} \text{ päeva.}$$

III. Lühendatud lahendamine ühelise kaudu.

Märgime ära, missugused suurused on otsitavaga võrdelised ja missugused vastuvõrdelised.

vastuvõrdel. vastuvõrdel.

võrdel. võrdel.

25 kangr.	— 120 arss.	— 32 päeva	— $1\frac{1}{3}$ arss.	— $8\frac{1}{3}$ t.
40 „	— 320 „	— x „	— $\frac{3}{4}$ „	— $4\frac{1}{6}$ „

Nüüd kirjutame x-i väärtust tähendava murru lugejasse tundmatuga ühes püstreas asuva arvu 32 ja pärast seda vastuvõrdeliste suuruste suhted nõnda, nagu nad seisavad rakenduses, kuna aga võrdeliste suuruste suhted vastupidiselt kirjutame. Leiamegi x-i:

$$x = \frac{32 \cdot 25 \cdot 320 \cdot \frac{3}{4} \cdot 8\frac{1}{3}}{40 \cdot 120 \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{6}} \text{ päeva} =$$

$$= \frac{32 \cdot 25 \cdot 320 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 40 \cdot 120 \cdot 4 \cdot 25} \text{ päeva} = \mathbf{60} \text{ päeva.}$$

1699. 5 ümberkirjutajat kirjutasid 8 päeva jooksul 180 poognat. Mitu poognat kirjutavad 4 samasugust ümberkirjutajat 9 päeva jooksul?

1700. 15 hobust tarvitavad 20 päeva jooksul 120 puuda heinu. Kui palju heinu tarvitavad 12 hobust 15 päeva jooksul?

1701. 5 seppa valmistavad 8 päevaga 4800 naela. Mitu naela valmistavad 6 seppa 7 päevaga?

1702. 4 pumpa löövad 3 tunniga 36000 l vett. Mitu liitrit vett löövad 5 samasugust pumpa 2 tunniga?

1703. 3 töölist ehitavad 30 päevaga kiviseina, mis on 25 m pikk. Kui pika samasuguse seina võivad ehitada 4 töölist 36 päevaga?

1704. 20 lampi põletavad 6 tunniga 16 naela petrooleumi. Mitu naela petrooleumi põletavad 15 lampi $7\frac{1}{2}$ tunniga?

1705. 10 raudlatti, mis on ühepaksused ja millede pikkus on $7\frac{1}{2}$ m, kaaluvad 18 puuda 30 n. Kui palju kaaluvad 16 sama pikka raudlatti, kui iga lati pikkus võrdub 6,25 m?

1706. Kivimüüri ehitamiseks, mis 19,2 m pikk ja 8 m kõrge, kulus 45000 telliskivi; mitu samasugust telliskivi kuluks sama paksu, kuid 32 m pikkuse ja 6,4 m laiuse müüri ehitamiseks?

1707. Kapital 2400 mk. annab aasta lõpul 192 mk. kasu; kui palju kasu annab kapital 1000 mk. $1\frac{1}{2}$ aasta pärast?

1708. Keegi andis 1800 mk. laenuks ja sai $7\frac{1}{2}$ kuu pärast 160 mk. kasu; kui palju kasu saab, kui samade tingimustega anda laenuks 2400 mk. 9 kuuks?

1709. Kolm pumpa võivad täita 1575-pangelise vesistu 50 minutiga; mitme minutiga võivad 4 samasugust pumpa täita 1260-pangelise vesistu?

1710. 3200 mk. toob $1\frac{1}{2}$ aastas 480 mk. kasu; kui pika aja jooksul saadakse 4200 margast samade tingimustega 525 mk. kasu?

1711. 2400 mk. toob 1 a. 3 kuu vältusel 240 mk. kasu; missugusest kapitalist saab 1 a. 6 kuu pärast 432 mk. kasu?

1712. Kui panka maksta 7200 mk., siis saab 1 a. $5\frac{1}{2}$ kuu pärast 630 mk. kasu; mitu mk. tarvis maksta panka, et $6\frac{2}{3}$ kuu pärast saada 312,5 mk. kasu?

1713. 6 müürseppa võivad ehitada 10 sülla pikkuse kivist valli 10 päevaga, kui nad igapäev 9 tundi töötavad. Mitme päeva jooksul võiksid 3 müürseppa ehitada samasuguse 8 sülla pikkuse valli, kui nad igapäev 8 tundi töötavad?

1714. 20 sülla pikkuse ja 4 arssina kõrguse müüri ehitamiseks kulus 28800 telliskivi, mille pikkus 6 verssokit. Mitu samasugust $6\frac{1}{2}$ verssoki pikkust telliskivi läheks sama paksu, kuid 26 sülla pikkuse ja 5 arssina kõrguse müüri ehitamiseks?

1715. Ühes magasinis põleb 18 elektrilampi igapäev $6\frac{2}{3}$ tundi ja 24 päeva pärast maksti elektrivabriku juhatusele 1800 mk.; teises magasinis põlevad samasugused elektrilambid igapäev $7\frac{1}{2}$ tundi ja 20 päeva pärast maksti arve 1500 mk. Mitu lampi on teises magasinis?

1716. 4 ümberkirjutajat kirjutavad 6 tunniga 12 poognat. Mitme tunniga kirjutavad 2 masinalkirjutajat 15 poognat, kui masinalkirjutaja kirjutab sel ajal 5 poognat, kui käega kirjutatakse ainult 3 poognat?

1717. Ehitusmeister ehitas maja; 20 päeva jooksul töötasid 6 töömeest igapäev 9 tundi ja ehitasid $\frac{2}{3}$ tervest tööst. Mitu töömeest peab juurde lisama, et kõik töömehed üheskoos, töötades igapäev 10 tundi, lõpetaksid ehituse 6 päevaga?

1718. Käsipump töötab 3 tunniga 600 pange vett. Mitu pange vett lööb aurupump 2 tunniga, kui käsipumba ja aurupumba tööjõud moodustavad suhte 2 : 5.

1719. 15 töömeest kaevavad kraavi 30 päevaga valmis. Mitme päevaga kaevavad 25 töömeest teise kraavi valmis, kui esimese ja teise kraavi pikkused suhtuvad nõnda kui 3 : 4?

1720. 15 meestöölist koristavad talu vilja 10 päeva jooksul, kui nad igapäev 9 tundi töötavad. Kui pika ajaga koristavad sama talu vilja 20 naistöölist, töötades igaväev 10 tundi, kui meestöölise ja naistöölise tööjõud suhtuvad nõnda kui $\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$?

1721. Uue maja põrandateks kulus 80 ühesugust teatavate mõõdetega põrandalauda. Kui palju laudu kulub teise samasuguse maja põrandateks, kui nende laudade pikkuse ja endiste laudade pikkuse suhe on 8 : 9 ja nende laudade laiuse ja endiste laudade laiuse suhe on $5:4\frac{1}{2}$?

1722. Töölistesalga tarvis muretseti toitu 48 päevaks; töölisi ilmus $\frac{1}{5}$ osa võrra vähem, kui neid ilmuma pidi, kuid igale ilmunud töölisele anti igapäev $\frac{1}{5}$ osa võrra rohkem toitu, kui arvati anda. Kui pikaks ajaks jätkub toitu?

§ 3. Lihtprotsendid.

Kümnendikkude, sajandikkude jne. osadega on hõlpus ümber käia; sellepärast avaldatakse sagedasti, iseäranis kaubanduslistes ja ärilistes küsimustes, mitmesugustes murdudes avaldatud osad sajandikkudes osades.

Näiteks avaldades murru $\frac{1}{4}$ sajandikkudes osades, saame $\frac{25}{100}$. Et sajandikka osasid väga sagedasti tarvitatakse, sellepärast on neile osadele isesugune nimetuski antud. **Üht sajandikku ($\frac{1}{100}$) osa mingist suurusest nimetatakse protsendiks** *).

Protsendi sümbol on: %, mis on tuletatud arvust 100 ja mis aja jooksul oma kuju on muutnud. Nõnda on $\frac{12}{100}$ mingist suurusest 12% ja vastupidi: 7% on $\frac{7}{100}$ mingist suurusest.

1723. Kirjutada järgnevad murrud protsendi kujul: 1) $\frac{1}{100}$; 2) $\frac{3}{100}$; 3) $\frac{17}{100}$; 4) $\frac{114}{100}$; 5) $\frac{265}{100}$; 6) $\frac{3}{10}$; 7) $\frac{1}{5}$; 8) $\frac{1}{2}$; 9) $\frac{3}{25}$; 10) $\frac{7}{50}$.

1724. Kirjutada järgnevad suurused murru kujul: 1) 1%; 2) 2%; 3) 7%; 4) 41%; 5) $2\frac{1}{2}$%; 6) $7\frac{1}{4}$%; 7) $22\frac{3}{4}$%; 8) 100%; 9) 125%; 10) 1254%.

1725. Missugune osa ühelisest moodustab: 1) 20%? 2) 10%? 3) 25%? 4) 50%? 5) 5%? 6) 4%? 7) 2%? 8) $4\frac{1}{2}$%? 9) $5\frac{1}{5}$%? 10) $9\frac{3}{4}$%? 11) $17\frac{3}{5}$%?

1726. Leida:

1) 1% 300 margast	2) 5% 400 margast
3) 25% 600 „	4) 20% 150 „
5) 50% 40 „	6) 28% 80 „
7) $\frac{1}{2}$% 300 „	8) $\frac{1}{4}$% 600 „

Protsenta tarvitatakse kõige sagedamini kaubanduslistes ja ärilistes küsimustes, kui juttu on kasust ja kahjust, kuid protsendid on üldse nii tähtsad, et neid iga kodanik peaks mõistma.

Rahasummat, mis laenuks antuna või mõnel muul teel kasu annab, nimetatakse alguskapitaliks.

Alguskapitalist saadavat kasusummat nimetatakse protsentrahaks, intressiks ehk protsentideks.

*) Tuletatud ladina keelest: pro centum — saja eest, saja pealt.

100 marga pealt ühe aasta pärast saadavat kasusummat nimetatakse protsendi määraks ehk protsendiks.

Alguskapital ühes temast saadud protsentrahaga moodustab lõppkapitali.

Isikut, kes raha laenuks annab, nimetatakse **laenuusaldajaks** ehk **kreeditoriks**, kuna aga isikut, kes raha laenab, **laenajaks** ehk **deebitoriks** nimetatakse.

Ülemaltoodud definitsioonidest selgub, et meil protsenta sisaldavates ülesannetes tuleb tegemist teha viie suurusega:

alguskapitaliga, protsendi määraga, protsentrahaga, lõppkapitaliga ja veel **ajaga,** mille lõpul alguskapital teatava kasusumma annab.

Need suurused olenevad üksteisest järgmiselt:

1) **protsentraha on (päri)võrdeline alguskapitaliga, protsendi määraga ja ajaga,** sest et mida suurem on alguskapital, mida suurem on protsendi määr ja mida pikem on aeg, seda suurema protsentraha summa me saame;

2) **alguskapital ja protsendi määr on vastuvõrdelised suurused;**

3) **alguskapital ja aeg on vastuvõrdelised suurused;**

4) **protsendi määr ja aeg on vastuvõrdelised suurused;**

Nelja lause kokkuvõte: **protsentraha on (päri)võrdeline alguskapitaliga, protsendi määraga ja ajaga, aga alguskapital, protsendi määr ja aeg on isekeskis vastuvõrdelised suurused.**

5) **Ei lõppkapital ega alguskapital pole võrdelised ei protsendi määraga ega ajaga;**

6) **alguskapital ja lõppkapital on (päri)võrdelised suurused** ja

7) **protsendi määr ja aeg on vastuvõrdelised suurused.**

Protsenta nimetatakse lihtprotsentideks siis, kui neid arvutatakse ainult alguskapitalist.

Lihtprotsentide ülesanded võime selle järele, mida neis ülesandeis otsitakse, rühmitada järgmiselt:

I rühm: **protsentraha ja lõppkapitali leidmine.**
II „ **alguskapitali leidmine.**
III „ **protsendi määra leidmine.**
IV „ **aja leidmine.**

I rühm: protsentraha ja lõppkapitali leidmine.

Ülesanne: Kui palju protsentraha saadakse 8 kuu pärast 12000-margalisest kapitalist, mis $8\frac{1}{2}$%-ga laenuks antud?

Esimene lahenduseviis: murru abil.

$8\frac{1}{2}$% moodustab alguskapitalist aasta pärast $\frac{1}{100} \cdot 8\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 17}{100 \cdot 2} = \frac{17}{200}$ (osa); et 8 kuud $= \frac{2}{3}$ aastaga, siis moodustab $8\frac{1}{2}$% alguskapitalist 8 kuu pärast $\frac{17 \cdot 2}{200 \cdot 3} = \frac{17}{300}$ (osa); $\frac{17}{300}$ osa alguskapitalist on $\frac{17}{300} \cdot 12000$ mk. $= 17 \cdot 40$ mk. $= 680$ mk. Järjelikult saadakse **680** mk. protsentraha.

Oleks meile ülesandeks tehtud leida, milleks muutub alguskapital 12000 mk. ülesandes antud tingimustel, siis oleksime pidanud alguskapitali 12000 mk. liitma leitud protsentrahaga, s. o. 680 margaga.

Teine lahenduseviis: võrrandi abil.

Protsentraha summa — x mk.;

1) $8\frac{1}{2}\% = \frac{1}{100} \cdot 8\frac{1}{2} = \frac{17}{200}$;

2) ühe aasta protsentraha $= \frac{12000 \cdot 17}{200}$ mk.;

3) $x = \frac{12000 \cdot 17 \cdot 8}{200 \cdot 12} = 680.$

Vastus: Protsentraha saadi **680 mk.**

Kolmas lahenduseviis: võrde abil.

100 mk. — 12 k. — $8\frac{1}{2}$ mk.
12000 „ — 8 „ — x „

$$\begin{array}{lll} \underbrace{\text{võrdel.}} & & \\ 100 \text{ mk.} & - & 8\tfrac{1}{2} \text{ mk.} \\ 12000 \;\; „ & - & x_1 \;\; „ \\ \hline x_1 : 8\tfrac{1}{2} & & 12000 : 100. \end{array} \qquad \begin{array}{lll} \underbrace{\text{võrdel.}} & & \\ 12 \text{ k.} & - & x_1 \text{ mk.} \\ 8 \;\; „ & - & x \;\; „ \\ \hline x : x_1 = 8 : 12. \end{array}$$

$$(x_1 . x) : (8\tfrac{1}{2} . x_1) = (12000 . 8) : (100 . 12);$$

$$\frac{x_1 . x}{8\frac{1}{2} . x_1} = \frac{12000 . 8}{100 . 12}; \quad \frac{x}{8\frac{1}{2}} = 80; \quad x = 80 . 8\tfrac{1}{2} = 40 . 17 = \mathbf{680\ mk.}$$

Neljas lahenduseviis: ühelise kaudu.

$$\begin{array}{lllll} \underbrace{\text{võrdel.}} & & \underbrace{\text{võrdel.}} & & \\ 100 \text{ mk.} & - & 12 \text{ k.} & - & 8\tfrac{1}{2} \text{ mk.} \\ 12000 \;\; „ & - & 8 \;\; „ & - & x \;\; „ \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{17 . 12000 . 8}{2 . 100 . 12} \text{ mk.} = \mathbf{680} \text{ mk.}$$

1727. Kui palju protsentraha annab 4000 mk. 6%-ga ühe aasta pärast?

1728. 6000 mk. on antud hoiule 8%-ga. Kui palju protsentraha annab see summa 3 a. pärast?

1729. Kui palju protsentraha tuleb maksta 16000-margalise laenu eest 1 aasta 3 kuu pärast, kui laenu protsent on 10,25%?

1730. Asunik laenas hobuse ostmiseks 20000 mk. Laenu-usaldaja soovib protsentraha iga poolaasta pärast saada. Kui palju protsentraha tuleb asunikul iga poolaasta eest maksta, kui laen tehti 12%-ga?

1731. Üliõpilane laenas ülikoolis õppides 120000 mk. Kui palju protsentraha tuleb tal maksta iga kuu kohta, kui laenu eest 14% võetakse?

1732. Laulu- ja mänguselts pidas pidu. Müüdi 47 piletit, 75 mk. pilet, 100 piletit, 50 mk. pilet, 129 piletit, 35 mk. pilet, ning tantsuks 300 piletit, 40 mk. pilet. Kui suure summa pidi selts maakonnavalitsusele maksma, kui viimane võtab pidu üldsissetulekust 25%?

1733. Kaupmees laenas 120000 mk. 3 kuu peale, makstes laenu eest 18%. Selle raha eest ostis ta kaupa, mille müügist sai keskmiselt 24%. Kui suur oli kaupmehe kasu?

1734. Leida 1750-margalise kapitali protsentraha, kui kapital oli hoiule antud 4,8%-ga $1\frac{1}{3}$ aastaks.

1735. Leida protsentraha 2475 margast, mis hoiule antud 6,4%-ga $6\frac{2}{3}$ kuus.

1736. Leida protsentraha 3125 margast, mis hoiule antud 9,6%-ga 1 aastaks 3 kuuks.

1737. 1537 mk. 50 p. oli $7\frac{1}{2}$%-ga hoiule antud. Kui palju protsentraha annab see kapital 2 a. 8 kuu pärast?

1738. $2812\frac{1}{2}$ mk. oli $7\frac{1}{5}$%-ga laenuks antud. Kui palju protsentraha annab see kapital 1 a. 40 päeva*) pärast?

1739. Keegi andis hoiule 1800 mk. 7%-ga $1\frac{1}{2}$ aastaks. Kui palju raha saab ta hoiuaja lõpul tagasi?

1740. Keegi laenas 900 mk. 8%-ga 4 kuuks. Kui palju raha peab ta tähtaja lõpul maksma?

1741. Milleks muutub 1600 mk., mis on hoiule antud $6\frac{2}{3}$%-ga $4\frac{1}{2}$ kuuks?

1742. Missuguseks summaks muutub kapital 180000 mk., mis on hoiule antud $7\frac{1}{2}$%-ga 1 aastaks 4 kuuks?

1743. Missuguseks summaks muutub kapital 7812 mk. 50 p., mis on hoiule antud 6,4%-ga 1 a. $10\frac{1}{2}$ kuu peale?

1744. Osteti maja 400000 marga eest ja müüdi 5%-lise kasuga. Kui palju kasu saadi maja müügist?

1745. Osteti hobune 25000 marga eest. Müües saadi sest hobusest 10% kasu. Kui kallilt müüdi hobune?

1746. Kaupmees ostis 225000 marga eest saadetise

*) Protsendi-ülesandeis loetakse iga kuu 30 päeva ja iga aasta 360 päeva.

teed. Hindade alanemise tõttu sai kaupmees 8% kahju. Kui palju kahju ta sai?

1747. Maja eest maksti 800000 mk. Tulekahju korral saadud rikete pärast müüdi maja 8%-lise kahjusummaga. Kui palju saadi maja eest?

1748. Taskukell maksab 4000 mk.; kett aga maksab 25% taskukella hinnast. Kui palju maksab taskukell ühes ketiga?

1749. Kogus on 20000 raamatut; eestikeelsed raamatud moodustavad 60% kõigest raamatute arvust, saksakeelsed aga 30% kõigest raamatute arvust. Ülejäänud raamatud on ingliskeelsed. Kui palju on ingliskeelseid raamatuid?

1750. Kaupmees saab müües kasu 1) 50%, 2) 25%, 3) 20%, 4) 15%, 5) 5%, ja 6) 4,5%. Missuguse osa kauba hinnast moodustab kasu?

1751. Lühter on valmistatud vase, tsingi ja inglise tina sulatisest ja kaalub 25 kg. Tsingi hulk moodustab 15% kõigest sulatisest, aga inglise tina hulk moodustab $16\frac{2}{3}$% tsingi hulgast. Kui palju vaske tarvitati selleks lühtriks?

1752. Maja, mis maksab 240000 mk., annab 10% oma hinnast üldist sissetulekut. Maja väljaminekud moodustavad iga aasta keskmiselt 8000 mk. Mitme aasta pärast tasub maja puhas sissetulek maja hinna ära?

1753. Keegi laenas 3725 mk. $5\frac{1}{3}$% ga 1 aastaks 6 kuuks; 3 kuu pärast laenas ta samalt isikult veel 1760 mk. $5\frac{1}{2}$%-ga ning lubas viimase võla esimese võlaga ühel ajal ära tasuda. Missuguse summa peab võlgnik tähtaja lõpul maksma?

1754. Kaupmees ostis 10 puuda suhkrut, 800 mk. puud; 20% sellest suhkrust rikkus petrooleum ära, nii et ta tarvitamiseks kõlbmatu oli, kuid ülejäänud suhkru müüs kaupmees ära, võttes müües 20% rohkem kui ise maksis. Kui palju kasu või kahju sai kaupmees?

1755. Kaupmees ostis 120 küünart riiet, 200 mk. küünar. 25% sellest riidest müüs ta ühele ostjale, 250 mk. küünar, teisele ostjale müüs ta 20% jäägist ja veel 12 küünart, 300 mk. küünar. Kui kallilt peab ta müüma iga küünra ülejäänud riidest, et terve tüki pealt kasu saada 25%?

1756. Ametnik maksis 8000 mk. panka, mis $9\frac{1}{2}$% maksis. Aasta pärast ei võtnud ta protsentraha pangast välja, vaid laskis selle summa kapitaliga liita ning jättis nõnda saadud summa veel aastaks hoiule sama protsendiga. Kui palju protsentraha sai ametnik teisel aastal rohkem kui esimesel aastal?

1757. Maksti panka 62500 mk. Pank maksab 8%. Aasta pärast liideti protsentraha alguskapitaliga ning saadud summa jäeti uuesti hoiule. Teise aasta lõpul tehti samuti. Missuguseks summaks muutus antud kapital kolmanda aasta lõpuks?

II rühm: alguskapitali leidmine.

A) Alguskapitali leidmine antud protsentraha kaudu.

Ülesanne: Missugune peab olema kapital, et ta 9%-ga 1 aasta 5 kuu pärast annaks 561 mk. kasu?

I lahenduseviis: murru abil.

9%-line kasusumma moodustab 1 a. pärast $9 \cdot \frac{1}{100}$ osa $=$ $= \frac{9}{100}$ osa alguskapitalist;

9%-line kasusumma moodustab 1 a. 5 kuu pärast, s. o. $1\frac{5}{12}$ a. pärast $1\frac{5}{12} \cdot \frac{9}{100}$ osa $= \frac{17 \cdot 9}{12 \cdot 100}$ osa $=$ $= \frac{17 \cdot 3}{4 \cdot 100}$ osa $= \frac{51}{400}$ osa alguskapitalist;

kui $\frac{51}{400}$ osa alguskapitalist võrdub 561 margaga, siis

võrdub otsitav alguskapital 561 mk. : $\frac{51}{400} = \frac{561 \cdot 400}{51}$ mk. = = **4400 margaga.**

II lahenduseviis: võrrandi abil.

Alguskapital — x mk.;

9% = $\frac{9}{100}$ osa alguskapitalist;

1 a. pärast moodustab protsentraha $\frac{9x}{100}$ mk.;

1 kuu „ „ „ $\frac{9x}{100 \cdot 12}$ mk.;

17 „ „ „ „ $\frac{9x \cdot 17}{100 \cdot 12}$ „

et aga 17 kuu pärast võrdub protsentraha summa 561 margaga, siis:

$$\frac{9x \cdot 17}{100 \cdot 12} = 561; \quad \frac{51x}{400} = 561; \quad \frac{x}{400} = 11; \quad \boldsymbol{x = 4400}.—$$

Vastus: **kapital on 4400 mk.**

III lahenduseviis: võrde abil.

9 mk. — 12 kuu j. — 100 margast

561 „ — 17 „ „ — x „

$\underbrace{\text{võrd.}}$

9 mk. — 100 margast

561 „ — x_1 „

$x_1 : 100 = 561 : 9.$

$\underbrace{\text{vastuvõrd.}}$

12 kuu j. — x_1 margast

17 „ „ — x „

$x : x_1 = 12 : 17.$

$$(x_1 \cdot x) : (100 \cdot x_1) = (561 \cdot 12) : (9 \cdot 17).$$

$$\frac{x_1 \cdot x}{100 \cdot x_1} = \frac{561 \cdot 12}{9 \cdot 17}. \qquad \frac{x}{100} = 44; \quad \boldsymbol{x = 4400} \text{ (mk.)}.$$

IV lahenduseviis: ühelise kaudu.

$\underbrace{\text{võrdel.}}$ $\underbrace{\text{vastuvõrd.}}$

9 mk. — 12 kuu j. — 100 margast

561 „ — 17 „ „ — x „

$$x = \frac{100 . 561 . 12}{9 . 17} \text{ mk.} = \mathbf{4400\ mk.}$$

1758. Missugune kapital annab 5%-ga ühe aasta pärast 8000 mk. kasu?

1759. Keegi laenas raha 12%-ga ja maksis iga aasta 8400 mk. protsentraha. Missuguse summa ta laenas?

1760. Missuguse summa peab panka hoiule andma $7\frac{1}{2}$%-ga, et temast saada 1 aasta pärast 36000 mk. protsentraha?

1761. Missugune summa on talumehel hoiule antud 5%-ga, kui ta 2 aasta pärast sai sest summast 20000 mk. protsentraha?

1762. Kaupmees sai kauba müügist 28431 mk. kasu. Kui palju maksis kaup tal enesel, kui ta kauba müügist 20% teenis?

1763. Tuletõrjujate-selts maksis 7 kuu eest seltsi maja ehitamiseks tehtud laenu protsentraha 2600 mk. Kui suur on see laen, kui laenu-usaldaja 6% võttis?

1764. Üliõpilasel tuleb iga päeva kohta maksta 13 mk. 50 penni protsentraha. Kui suur on üliõpilase võlg, kui pank võtab laenu eest 12%?

1765. Parisnik sai laadal hobuse müügist 1800 mk. kasu. Kui palju maksis ta hobuse eest, kui ta müües 7,5% teenis?

1766. Kapital, mis 5%-ga hoiule oli antud, tõi 10 kuu pärast 4000 mk. kasu. Kui suur oli kapital?

1767. Missugune kapital tarvis panka anda 9%-ga, et 9 kuu pärast saada 5400 mk. kasu?

1768. Missugune kapital annab $8\frac{3}{4}$%-ga 1 a. 4 kuu pärast 3080 mk. kasu?

1769. Missugusest kapitalist saab $6\frac{1}{4}$%-ga 200 päeva pärast 15000 mk. protsentraha?

1770. Keegi tegi 7,5%-ga laenu ja $10\frac{2}{3}$ kuu pärast maksis ta $200\frac{1}{3}$ mk. protsentraha. Missuguse summa ta laenas?

1771. Kaupmees müüs mingi kauba ära 20%-lise kasuga, mis moodustas 4999 mk. Kui palju maksis kaupmees kauba eest?

1772. Maja annab aastas 10% puhast kasu, ja nimelt 26000 mk. Kui palju maksab maja?

1773. Kaupmees saab suhkru müügist 44 mk. puuda pealt kahju. Kui palju maksab kaupmehel enesel 1 puud suhkrut, kui kahjusumma sünnitab 5%?

1774. Kui kaupmees 80% vaadis olevast marjaviinast ära oli müünud, siis jäi vaati veel 15 pange. Mitu pange marjaviina oli vaadis esialgu?

1775. Isa pärandas vanemale pojale 35% oma varandusest, nooremale pojale 30% ning tütrele 20%. Ülejäänud 6000 mk. kinkis ta heategevaks otstarbeks. Kui suur oli terve pärandus?

1776. Kooli raamatukogus moodustab eestikeelsete raamatute hulk 60% tervest raamatute arvust, saksakeelsete raamatute hulk 30% samast arvust, kuna aga ülejäänud 120 raamatut ingliskeelsed olid. Mitu raamatut on kooli raamatukogus?

1777. Kapitalist tarvitas 40% oma kapitalist maja ostmiseks, kuid ülejäänud raha eest ostis ta talu, mille eest maksis 80000 marga võrra rohkem kui maja eest. Kui suur oli tema kapital?

B. Alguskapitali leidmine antud lõppkapitali kaudu.

Ülesanne: Leida kapital, mis 6%-ga muutub 1 a. 5 kuu 20 päeva pärast ühes protsentrahaga 13752 margaks 18 penniks.

I lahenduseviis: murru abil.

6%-line kasusumma moodustab 1 aasta pärast $6 \cdot \frac{1}{100}$ osa $= \frac{6}{100}$ osa $= \frac{3}{50}$ osa alguskapitalist;

6%-line kasusumma moodustab 1 a. 5 kuu 20 päeva pärast, s. o. $1\frac{17}{36}$ a. pärast $1\frac{17}{36} \cdot \frac{3}{50}$ osa $= \frac{53 \,.\, 3}{36 \,.\, 50}$ osa $=$

$= \frac{53}{600}$ osa alguskapitalist;

oletades, et alguskapital võrdub 1-ga, leiame, et $(1 + \frac{53}{600})$ osa $= 1\frac{53}{600}$ osa alguskapitalist võrdub 13752 m. 18 penniga;

otsitav alguskapital $=$ (13752 mk. 18 p.) : $1\frac{53}{600} =$

$$= \frac{1375218 \,.\, 600}{653} \text{ p.} = 600 \,.\, 2106 \text{ p.} = \mathbf{12636 \text{ mk.}}$$

II lahenduseviis: võrrandi abil.

Alguskapital — x mk.;

$6\% = \frac{6}{100}$ osa alguskapitalist;

1 a. pärast moodustab protsentraha $\frac{6x}{100}$ mk.;

1 kuu „ „ „ $\frac{6x}{100 \,.\, 12}$ mk.;

$17\frac{2}{3}$ „ „ „ „ $\frac{6x \,.\, 53}{100 \,.\, 12 \,.\, 3}$ mk.;

$17\frac{2}{3}$ „ „ „ lõppkapital $\left(x + \frac{6x \,.\, 53}{100 \,.\, 12 \,.\, 3}\right)$ mk.;

et aga $17\frac{2}{3}$ kuu pärast võrdub lõppkapital 13752 m. 18 penniga, s. o. 13752,18 margaga, siis:

$$x + \frac{6x \,.\, 53}{100 \,.\, 12 \,.\, 3} = 13752{,}18;$$

$$x + \frac{53x}{100 \,.\, 2 \,.\, 3} = 13752{,}18;$$

$$100x + \frac{53x}{6} = 1375218;$$

$$600x + 53x = 8251308;$$

$$653x = 8251308;$$

$$\boldsymbol{x} = \mathbf{12636}. \qquad \text{Vastus: } \mathbf{12636 \text{ mk.}}$$

III lahenduseviis: võrde abil.

100 margast saadakse 1 a. 5 kuu 20 päeva, s. o. $1\frac{17}{36}$ a. pärast $1\frac{17}{36} \cdot 6$ mk. $= \frac{53 \cdot 6}{36}$ mk. $= \frac{53}{6}$ mk. $= 8\frac{5}{6}$ mk. protsentraha;

100 mk. muutub $1\frac{17}{36}$ a. pärast $(100 + 8\frac{5}{6})$ margaks $= 108\frac{5}{6}$ margaks.

$108\frac{5}{6}$ mk. saadakse 100 marga asemel
13752,18 „ „ x „ „

$$x : 100 = 13752,18 : 108\tfrac{5}{6};$$

$$x = \frac{100 \cdot 13752,18 \cdot 6}{653} = \mathbf{12636} \text{ (mk.)}.$$

IV lahenduseviis: ühelise kaudu.

võrdel.

$108\frac{5}{6}$ mk. — 100 marga asemel
13752,18 „ — x „ „

$$x = \frac{100 \cdot 13752,18}{108\frac{5}{6}} \text{ mk.} = \mathbf{12636 \text{ mk.}}$$

1778. Keegi laenas 6%-ga raha ja 1 aasta pärast maksis võla ühes protsentrahaga. Kui palju ta laenas, kui ta aasta pärast 9540 mk. maksis?

1779. Missugune kapital tarvis panna panka 5%ga, et ta ühes protsentrahaga muutuks 1 a. pärast 42000 margaks?

1780. Missugune summa tarvis 8%-ga hoiule anda, et ta aasta pärast muutuks 675 margaks?

1781. Missuguse summa peab panka panema 4,75%-ga, et ta 1 a. pärast muutuks 5028 margaks?

1782. Keegi laenas raha 5%-ga ja 3 a. pärast maksis ühes protsentrahaga 4830 mk. Missuguse summa ta laenas?

1783. Leida kapital, mis, olles 9%-ga 200 päeva pangas, muutub ühes protsentrahaga 8820 margaks?

1784. Ametnik andis tundmatu summa $6\frac{2}{3}$%-ga 10 kuuks hoiule ja sai tähtaja lõpul ühes protsentrahaga 5700 mk. Kui palju on selles summas protsentraha?

1785. Talumees ostis oma naabrilt hobuse, kuid raha maksis ta alles $1\frac{1}{2}$ aasta pärast peale ostmist. Kui kallilt hinnati hobune, kui tähtaja lõpul maksti ta eest ühes 6%-lise protsentrahaga 26160 mk.?

1786. Müües arssina riiet 275 marga eest saab kaupmees 10% kasu. Kui palju maksab kaupmehel enesel arssin seda riiet?

1787. Müües naela ahvenaid 14 marga eest saab kalakaupmees $6\frac{2}{3}$% kahju. Kui palju maksab kaupmehel enesel 1 puud ahvenaid?

1788. Kaupmees müüs 40 küünart kleidiriiet, 300 mk. küünar, ja sai seejuures 20% kasu. Kui palju maksis see tükk riiet kaupmehel enesel?

1789. Kaupmees müüs 25 naela kohvi, 72 mk. nael, ja sai seejuures 10% kahju. Kui palju maksis tal enesel kõik kohvi?

1790. Kohv kaotab praadimisel $12\frac{1}{2}$% oma raskusest; mitu kg praadimata kohvi tarvis võtta, et 28 kg praetud kohvi saada?

1791. Nisujahu annab 35% juurdeküpsist; kui palju peab seda jahu võtma, et küpsetada 27 kolmenaelalist leiba?

1792. Kaupmehel oli 20000-margaline tükk kalevit; kui ta müüks seda kalevit 600 mk. arssin, siis saaks ta 20% kasu. Mitu arssinat oli tükis?

1793. Kaupmehel on kast kohvi; kui ta müüks seda kohvi 46 mk. nael, siis saaks ta 8% kahju. Mitu puuda kohvi on selles kastis, kui tema eest maksti 4000 mk.?

1794. Parisnik müüs hobuse 15000 marga eest ja sai seejuures 25% kasu. Kui palju kasu ta sai?

1795. Müües naela tangu 10 marga eest saab kaupmees 25% kasu; kui palju kasu saab kaupmees, kui ta 25 puuda tangu ära müüb?

1796. Kaupmehel on $3\frac{1}{2}$ p. teed; müües naela teed 170 marga eest saab kaupmees $6\frac{1}{4}$% kasu. Kui palju kasu saab kaupmees, kui ta kõik tee ära müüb?

1797. Linnas tõusis elanikkude arv aasta jooksul 5% võrra ja moodustas pärast seda arvu 12705 elanikku. Mitme inimese võrra tõusis elanikkude arv?

1798. Kaupmees müüs tüki riiet, 300 mk. arssin, 20%-lise kasuga. Mitu arssinat oli tükis, kui ta terve tüki pealt teenis 3000 mk.?

1799. Osteti maja; 15% ostuhinnast kulus remondiks; nõnda maksis maja ühes remondikuludega 1380000 mk. Kui palju maksis maja ilma remondita ja kui kallis oli remont?

1800. Autor müüs raamatukaupmehele 400 eksemplari oma raamatuid 25%-lise hinnaalandusega nominaalhinnast, võttes igast raamatust 150 mk. Raamatukaupmees müüs raamatud nominaalhinnaga. Kui palju kasu sai kaupmees nende raamatute müügist?

1801. Kaupmees mõtleb: kui ma müün riiet 225 mk. meeter, siis saan ma terve tüki pealt 2500 mk. kasu; müün ma aga sama riiet 250 mk. meeter, siis saan ma 25% kasu. Mitu meetrit riiet oli tükis?

1802. Teatav summa raha anti 4,5%-ga panka jooksvale arvele; aasta pärast liideti hoiusummale aasta protsentraha juurde; selle tagajärjel saadi teise aasta lõpul 1881 mk. protsentraha. Kui suur summa maksti panka esialgu?

1803. Teatav summa raha anti 5%-ga panka jooksvale arvele; aasta pärast liideti hoiusummale aasta protsentraha juurde; selle tagajärjel muutus sissemakstud hoiusumma ühes protsentrahaga teise aasta lõpuks 4410 margaks. Kui suur summa maksti panka esialgu?

III rühm: protsendi määra leidmine.

Ülesanne: Mitme protsendiga tarvis anda hoiule 2400 mk., et $7\frac{1}{2}$ kuu pärast saada 90 mk. protsentraha?

I lahenduseviis: aasta-protsentraha abil.

$$\text{Aasta-protsentraha} = \frac{90 \cdot 12}{7\frac{1}{2}} \text{ mk.} = \frac{90 \cdot 12 \cdot 2}{15} \text{ mk.} =$$

$= 144$ mk. **14400 penni; et** penni ja marga suhe on $\frac{1}{100}$ või 1%, siis **jagades pennides avaldatud aasta-protsentraha summa markades avaldatud alguskapitaliga, leiamegi protsendi määra:** 14400 p. : 2400 = **6 p., s. o. 6%.**

II lahenduseviis: võrrandi abil.

Protsendi määr — x%.

$$\frac{2400 \cdot x \cdot 7\frac{1}{2}}{100 \cdot 12} = 90; \quad 15x = 90; \quad \boldsymbol{x = 6.}$$

Vastus: **6%-ga.**

III lahenduseviis: võrrete abil.

2400 mk. — $7\frac{1}{2}$ k. — 90 mk.
100 „ — 12 „ — x „

võrdel.

2400 mk. — 90 mk.
100 „ — x_1 „

$x_1 : 90 = 100 : 2400;$

võrdel.

$7\frac{1}{2}$ k. — x_1 mk.
12 „ — x „

$x : x_1 = 12 : 7\frac{1}{2};$

$$\frac{x_1 \cdot x}{90 \cdot x_1} = \frac{100 \cdot 12}{2400 \cdot 7\frac{1}{2}}; \quad x = \frac{90 \cdot 100 \cdot 12 \cdot 2}{2400 \cdot 15} = \mathbf{6\ (mk.)}, \text{ s. o. } \mathbf{6}\ (\%).$$

IV lahenduseviis: ühelise kaudu.

võrdel. võrdel.

2400 mk. — $7\frac{1}{2}$ k. — 90 mk.
100 „ — 12 „ — x „

$$x = \frac{90 \cdot 100 \cdot 12}{2400 \cdot 7\frac{1}{2}} \text{ mk.} \quad \mathbf{6\,mk., s. o. 6\%.}$$

Õige sagedasti tuleb elus protsendi määra leida; seepärast näitame siin seks leidmiseks kõige lühema tee. Et protsendi määr on sajandikkude osade hulk, siis avaldame arvu, mille tahame teise arvu protsentide kujul üles tähendada, sajandikkudes osades ja vaatame, mitu sajandikku osa tuleb iga teise arvu ühelise kohta; saadud arv ongi protsendi määr.

Näide: Kõrgema algkooli viimase klassi nimekirjas on 25 õpilast; haiguse pärast jäid ühel päeval 4 õpilast kooli ilmumata. Mitu % õpilasi puudus?

$$(100 . 4) : 25 = 400 : 25 = 16 \text{ (sajandikku) ehk } 16\ (\%).$$

Ehk veel: Mitu protsenti arvust $6\frac{2}{3}$ moodustab arv 1,5?

$$(100 . 1{,}5) : 6\tfrac{2}{3} \quad 150 : 6\tfrac{2}{3} = \frac{150 . 3}{20} = \frac{45}{2} = 22\tfrac{1}{2} \text{ (sajandikku)}$$

$$\text{ehk } 22\tfrac{1}{2}\ (\%).$$

1804. Mitu protsenti moodustab:

a) arv 28 mk. arvust 700 mk.?
b) „ 125 „ „ 2500 „ ?
c) „ 348 „ „ 8700 „ ?
d) „ 109 „ „ 2725 „ ?
e) „ 36 m. 22 p. „ 724 m. 40 p.?
f) „ 38 „ 65 „ „ 773 mk.?
g) „ 402,56 mk. „ 7548 „ ?
h) „ 29 m. 5 p. „ 830 „ ?
i) arv $7\frac{1}{2}$ arvust $22\frac{1}{2}$?
j) „ 32 „ 80?
k) „ $1\frac{2}{5}$ „ 7?
l) „ 0,2 „ $5\frac{1}{2}$?
m) „ 0,09 „ 11?
n) „ 22,9 „ $17\frac{1}{2}$?
o) „ 103 „ 11,5?
p) „ $5\frac{1}{27}$ „ $6\frac{4}{5}$?

1805. Mitme protsendiga on 6000 mk. hoiule antud, kui see kapital iga aasta 600 mk. protsentraha annab?

1806. 1918. aasta andmete järele oli Eestis 734 rüütlimõisat, 95 majoraatmõisat, 8 rüütelkonna-mõisat, 101 kroonumõisat, 61 maakohta (Landstellen), 108 kirikumõisat, 18 linnamõisat, 19 pangamõisat ning 3 legaat- ning stiftimõisat. Mitu protsenti kogu mõisate arvust moodustas 1) rüütlimõisate arv? 2) majoraatmõisate arv? 3) rüütelkonna-mõisate arv? 4) kroonumõisate arv? 5) maakohtade

(Landstellen) arv? 6) kirikumõisate arv? 7) linnamõisate arv? 8) pangamõisate arv? ja 9) legaat- ning stiftimõisate arv?

1807. 1918. aastal oli kogu Eestis suurmaapidajate käes kasutada 1136170 tiinu maad, siinjuures kaasa arvatud 371570 tiinu metsa ning 257079 tiinu kõlbmata maad. Mitu protsenti kogu suurmaapidamise all olevast maa-alast moodustas 1) mets? 2) kõlbmata maa?

1808. Juulikuul 1919. a. oli keskmine kartulite puudahind Eestis 10 mk., jaanuarikuul 1921. a. aga 65 mk. Mitme protsendi võrra oli kartulite hind tähendatud aja jooksul tõusnud?

1809. 1919. a. oli Tartu maakonnas ja linnas ühtekokku 38371 hobust, 1920. a. aga 29298 hobust. Mitme % võrra kahanes hobuste arv?

1810. 1919. a. oli kogu Eestis 156 telliskivi-vabrikut; nendest Tartumaal 21 vabrikut. Mitu protsenti kogu telliskivi-vabrikute arvust asus Tartumaal?

1811. Mitme protsendiga tarvis anda hoiule 4550 mk., et iga aasta 364 mk. protsentraha saada?

1812. Laenati 1200 mk. 1 a. peale; tasumisel maksti ühes protsentrahaga 1272 mk. Mitme protsendiga oli laen tehtud?

1813. Mitme protsendiga tarvis hoiule anda 1450 mk., et ta aasta pärast muutuks 1595 margaks?

1814. Mitme protsendiga tarvis hoiule anda 4720 mk., et $7\frac{1}{2}$ kuu pärast saada 177 mk. protsentraha?

1815. Mitme protsendiga laenati 3280 mk., kui 9 kuu pärast 328 mk. protsentraha maksti?

1816. Laenati 937,5 mk. ja 2 a. 8 kuu pärast maksti 250 mk. protsentraha. Leida laenu protsendi määr.

1817. Laenati 3000 mk. ja 8 kuu pärast maksti võlg ühes protsentrahaga 3180 marga suuruses tagasi. Mitme protsendiga tehti laen?

1818. Laenati 880 mk.; 1 a. 3 kuu pärast kasvas võlg ühes protsentrahaga 940 margaks 50 p. Mitme protsendiga tehti laen?

1819. Kauba eest maksti 8500 mk.; müües saadi 1700 mk. kasu. Mitu protsenti saadi kasu?

1820. Kaupmees müüs 1-meetrilise kanga jäägi 255 marga eest ära. Mitu protsenti kahju sai kaupmees, kui tal omal m seda riiet 300 mk. maksis?

1821. Kaupmees maksis puuda suhkru eest 820 mk., müüs aga suhkrut 22 mk. nael. Mitu protsenti kasu võttis kaupmees?

1822. 10 naelast praadimata kohvist saab 9 naela praetud kohvi. Mitu protsenti oma raskusest kaotab kohv praadimisel?

1823. Klassis oli 40 õpilast; aasta lõpul oli üks neist sunnitud koolist lahkuma, 4 õpilast said järeleksamid, kuna aga 5 õpilast teiseks aastaks klassi jäeti; ülejäänud õpilased viidi järgmisesse klassi. Mitu protsenti õpilasi sai järgmisse klassi?

1824. Sulatati 30 loodi hõbedat 10 loodi vasega. Mitu protsenti kogu sulatise raskusest moodustab hõbe ja mitu protsenti moodustab vask?

1825. Segati 9 pange puhast piiritust 1 pange veega. Mitu protsenti tervest segust moodustab piiritus ja mitu protsenti moodustab vesi?

1826. Mitme protsendiga tarvis hoiule anda kapital, et 12 aasta pärast saaks sama palju protsentraha, kui palju oli kapitali?

1827. 2400000-margaline maja annab aastas 10% üldist sissetulekut. Maja väljaminekud moodustavad aasta jooksul 48000-margalise kulusumma. Mitu protsenti puhast sissetulekut annab maja aastas?

1828. Mitu protsenti antud arvust moodustab 1) $\frac{3}{4}$ sellest arvust? 2) $\frac{2}{5}$? 3) $\frac{7}{10}$? 4) $\frac{9}{20}$ sellest arvust?

1829. Kaupmehel oli 120 arss. riiet, mille väärtus 30000 mk.; kolmandiku osa sellest riidest müüs ta ära, 270 mk. arssin, ülejäänud riide aga — 300 mk. arssin. Mitu protsenti kasu sai kaupmees selle riide müügist?

1830. Kaupmees ostis kasti kohvi, makstes iga 6 naela eest 500 mk.; müües võttis kaupmees iga 5 naela eest 600 mk. Mitu protsenti kasu sai kaupmees?

1831. Kulla ja vase sulatises on vaske 4 korda vähem kui kulda. Mitu protsenti kogu sulatisest moodustab vase ja kulla hulk lahus?

1832. Pakise raskus moodustab 4% bruttoraskusest. Mitu protsenti nettoraskusest moodustab pakise raskus?

1833. Maja annab aastas 10% üldsissetulekut; aasta väljaminek moodustab 20% üldsissetulekust. Mitu protsenti puhast sissetulekut annab maja?

1834. Täidetud vesistust valati välja 60% kogu veest, pärast seda veel 25% jäägist. Mitu protsenti kogu veest jäi veel vesistusse?

1835. Kaupmees müüs ühele ostjale $\frac{1}{2}$ tükki riiet, teenides seejuures 20%; jäägi müüs ta oma hinnaga. Mitu protsenti kasu sai ta terve tüki müügist?

IV rühm: aja leidmine.

Ülesanne: Kui pika aja pärast annab kapital 12250 mk., mis 7%-ga hoiule antud, 2058 mk. protsentraha?

I lahenduseviis: aasta-protsentraha abil.

Aasta-protsentraha $= \frac{7}{100} \cdot 12250$ mk. $= \frac{7 \cdot 245}{2}$ mk. $=$

$= \frac{1715}{2}$ mk. $= 827\frac{1}{2}$ mk.;

mahutades aasta-protsentraha $827\frac{1}{2}$ mk. antud protsentraha summasse, saame: 2058 mk. : $827\frac{1}{2}$ mk. $=$

$= \frac{2058 \cdot 2}{1715}$ (a.) $= \frac{6 \cdot 2}{5}$ (a.) $= \frac{12}{5}$ (a.) $= 2\frac{2}{5}$ (a.).

II lahenduseviis: võrrandi abil.

x aasta pärast;

$$\frac{12250 \cdot 7 \cdot x}{100} = 2058;\ 1715x = 4116;\ 5x = 12;\ x = \frac{12}{5} = 2\tfrac{2}{5}.$$

Vastus: **$2\frac{2}{5}$ aasta pärast.**

III lahenduseviis: võrrete abil.

$$\begin{array}{llll} 100 \text{ mk.} & - \ 7 \text{ mk.} & - \ 1 \text{ a. pärast} \\ 12250 \ „ & - \ 2058 \ „ & - \ x \ „ \ „ \end{array}$$

$\underbrace{\text{vastuvõrd.}}$

$$\begin{array}{lll} 100 \text{ mk.} & - \ 1 \text{ a. pärast} \\ 12250 \ „ & - \ x_1 \ „ \ „ \end{array}$$

$x_1 : 1 = 100 : 12250;$

$\underbrace{\text{võrd.}}$

$$\begin{array}{lll} 7 \text{ mk.} & - \ x_1 \text{ a. pärast} \\ 2058 \ „ & - \ x \ „ \ „ \end{array}$$

$x : x_1 = 2058 : 7;$

$$\frac{x_1 \cdot x}{1 \cdot x_1} = \frac{100 \cdot 2058}{12250 \cdot 7};\quad x = 2\tfrac{2}{5} \text{ a.}$$

IV lahenduseviis: ühelise kaudu.

$\underbrace{\text{vastuvõrd.}}$ $\underbrace{\text{võrdel.}}$

$$\begin{array}{llll} 100 \text{ mk.} & - \ 7 \text{ mk.} & - \ 1 \text{ a. pärast.} \\ 12250 \ „ & - \ 2058 \ „ & - \ x \ „ \ „ \end{array}$$

$$x = \frac{1 \cdot 100 \cdot 2058}{12250 \cdot 7} \text{ a.} = 2\tfrac{2}{5} \text{ a.}$$

1836. Kui pikaks ajaks peab 85000 mk. hoiule andma, et 4250 mk. protsentraha saada, kui protsendi määr on 10%?

1837. Majaomanik võttis pangast kogu oma hoiusumma ühes protsentrahaga välja. Kui kaua oli ta hoiusumma pangas olnud, kui ta nüüd pangast sai 46550 mk., kuna ta aga hoiule oli annud 38000 mk. ja kui pank kõige aja jooksul 9% maksis?

1838. Riigimaade rentnik laenas oma naabrilt inventari muretsemiseks 40000 mk., lubades maksta 12% aastas. Et rentnik protsentraha ei õiendanud, siis andis naaber kapitali ja protsentraha nõudmise 50000 marga suuruses rahukohtunikule sisse. Kui kaua aega on raha rentnikul laenus olnud?

1839. Tööstur laenas kaastöösturilt 200000 mk. 20%-ga. Mõne aja pärast maksis ta võla ühes protsentrahaga 202000 marga suuruses summas ära. Kui palju aega pidas tööstur raha oma käes?

1840. Üliõpilasel on laen tehtud 12%-ga. Kui pika aja pärast tuleb tal sama palju protsentraha maksta, kui palju tal on võlga?

1841. Mitme päeva pärast toob kapital 3960 mk. 121 mk. kasu, kui protsendi määr on $5\frac{1}{2}$%?

1842. Kui kauaks ajaks tarvis anda kapital $7812\frac{1}{2}$ mk. 8,4%-ga hoiule, et saaks $1093\frac{3}{4}$ mk. protsentraha?

1843. Laenati 1010 mk. 6,25% ja mõne aja pärast kustutati 1111 margaga tehtud laen ühes protsentrahaga. Kui pika aja peale oli laen tehtud?

1844. Mitme aasta pärast toob kapital, mis 5% hoiule antud, kasusumma, mis moodustab viiendiku osa kapitalist enesest?

1845. Talunik ostis 3500 marga eest kaupa; poole sest summast maksis ta kohe, kuna aga poole võlgu jäi, lubades võla eest 6,4% maksta. Teatud ajal maksis talunik kaupmehele 1820 mk. Kui palju aega pärast ostmist maksis ta võla?

1846. Asunik laenas põliselt maaomanikult 4000 mk. 8%-ga. Aasta pärast laenas ta samalt maaomanikult veel 1000 mk. sama protsendiga. Mõlemad võlasummad ühes protsentrahaga tasus ta samal päeval, makstes ühtekokku 5560 mk. Kui pika aja peale oli kumbki võlg tehtud?

1847. Rahakitsikust tundev kodanik laenab liigkasuvõtjalt 5000 mk. kolme kuu peale tingimusega, et ta tähtpäeval 5000 marga asemel 6000 mk. tagasi maksaks. Kui suure aastaprotsendi võtab liigkasuvõtja?

1848. Keegi laenas 1. juulil 2500 mk. ja maksis sama aasta 1. novembril 2600 mk. tagasi. Mitu % ta maksis?

1849. Keegi sai siiaajani oma raha pealt 4%, kuid praegu hakkas ta 5% saama. Seeläbi saab ta nüüd kuus 175 marga võrra rohkem kui enne. Kui suur on ta kapital?

1850. Pank alandas hoiusumma protsendi 4% pealt $3\frac{7}{8}$% peale. Seeläbi saab keegi, kelle raha on hoiul, 7,3 mk. kahju aastas. Kui suur on ta hoiusumma?

1851. Keegi maksis 1. jaanuaril panka 1950 mk., 1. veebruaril 270 mk.; 1. mail võtab ta 400 mk. pangast välja, maksab 1. juunil 370 mk. panka sisse, võtab 1. augustil 200 mk. ning 1. oktoobril 340 mk. pangast välja. Pank maksab 7%. Kui palju raha saab ta aasta lõpul ühes protsentrahaga?

1852. Raamatukaupmees saab kirjastajalt 25% hinnaalandust ja annab ostjale 5% hinnaalandust. Kui palju teenib raamatukaupmees raamatute pealt, millede hind nominaalhinna järele 21630 mk. on?

1853. 5%-lise hinnaalandusega maksab kumut 7505 mk. Kui suur on kumuti nominaalhind?

1854. Keegi laenas 2000 mk. $7\frac{1}{2}$%-ga 8 kuu peale ja 1500 mk. 8%. Kui pika aja peale tehti teine laen, kui mõlema laenu eest ühtekokku tuli 190 mk. protsentraha maksta?

1855. Mitme protsendiga tarvis hoiule anda 3000 mk., et 300 päeva pärast saada sama palju protsentraha, kui palju saadakse 2400 margast 1 a. 3 kuu pärast 7,5%-ga?

1856. Missugune kapital tarvis anda $7\frac{1}{2}$%-ga 9 kuuks hoiule, et saada sama palju protsentraha, kui palju saadakse 1296 margast 6%-ga $12\frac{1}{2}$ kuu pärast?

1857. Kui pika aja pärast annab 3000 mk. $6\frac{2}{3}$%-ga sama palju protsentraha, kui palju saadakse 2400 margast 6,25%-ga 1 a. 4 kuu pärast?

1858. Missugune kapital muutub 6%-ga $1\frac{2}{3}$ a. pärast samaks summaks, milleks muutub 9600 mk. 7%-ga 2 a. 1 kuu pärast?

1859. Keegi laenas 1200 mk. 6%-ga 1,5 aastaks; 3 kuud pärast seda laenas ta samalt isikult veel 800 mk., lubades mõlemad laenud ühes protsentrahaga maksta ühel ja samal ajal. Tähtpäeval maksis ta oma võlauskujale ühtekokku 2178 mk. Mitme protsendiga oli teine laen tehtud?

1860. Ülesostja ostis 150 marga eest punaseid sõstraid; müües iga toobi 6 marga eest, saab ta 20% kasu. Mitu toopi sõstraid ta ostis?

1861. Müües naela kohvi 80 marga eest, saab kaupmees 25% kasu. Kui kallilt peab ta puuda kohvi müüma, et 40% kasu saada?

1862. Külas müüdi 1200 m^2 maad. $\frac{1}{3}$ osa hinnast maksti kohe ära; ülejäänud osa lubati maksta 8 kuu pärast ühes 6%-lise protsentrahaga. Tähtajal maksti 16640 mk. Kui kallilt hinnati m^2 maad?

1863. Kodanik tahab oma taskukella loosida. Kui ta müüb loosi 200 marga eest, siis saab ta 1000 mk. kahju, müüb ta loosi aga 300 marga eest, siis saab ta 25% kasu. Mitu loosi oli ja kui kallilt hinnati taskukell?

1864. Püssirohi valmistatakse salpeetrist, söest ning väävlist. Söe hulk moodustab 20% salpeetri hulgast, kuna aga väävli hulk moodustab $66\frac{2}{3}$% söe hulgast. Kui palju saab püssirohtu, kui väävlit võtta 5 naela?

1865. Mitme aasta pärast saab kapital kolmekordseks, kui ta annab iga aasta $12\frac{1}{2}$% kasu?

1866. Mitme protsendiga tarvis hoiule anda kapital, et ta suureneks poolteist korda 1) 5 aasta pärast? 2) 8 aasta pärast?

1867. Keegi andis kapitali hoiule; 6 kuu pärast muutus see kapital ühes protsentrahaga 3690 margaks, kuid 9 kuu pärast — 3735 margaks. Leida kapital ja protsendi määr.

1868. Kaupmees pärandas 45% oma rahast pojale, tütrele aga 80% poja osast, kuna ta aga naisele viimased 380000 mk. pärandas. Kui palju raha päris poeg?

1869. Kiirkäskjalg sõitis esimesel päeval 45% kahe linna vahemaast, teisel päeval aga 30 km rohkem kui esimesel päeval. Mitu km sõitis ta kummalgi päeval, kui ta terve vahemaa kahe päevaga ära sõitis?

1870. Kooli raamatukogus on eesti-, inglis- ja saksakeelsed raamatud. Saksakeelsete raamatute arv moodustab 15% kogu raamatute arvust, ingliskeelsete raamatute arv aga 30%, kuna aga eestikeelseid raamatuid on 100 võrra rohkem kui teisi raamatuid ühtekokku. Mitu raamatut on kogus?

1871. Osteti vedruvanker ja hobune; hobuse-hind moodustas 80% vankri hinnast; kui palju maksti hobuse ja vankri eest ühtekokku, kui vanker maksis 10000 marga võrra rohkem kui hobune?

1872. Kauba nettoraskus moodustab 92% bruttoraskusest, kuna aga tararaskus 1 puud on. Leida nettoraskus.

1873. Kaupmees ostis kaupa, kusjuures tararaskus moodustas 12% bruttoraskusest; nettoraskus võrdus aga 22 puudaga. Leida bruttoraskus.

1874. Isa jagas oma varanduse kahe poja vahel ühetasaselt. Üks poeg ostis oma osa eest maja, mis 9% sissetulekut andis, teine ostis talu, mis 8% kasu tõi. Nõnda said vennad aastas ühtekokku 204000 mk. sissetulekut. Kui suur oli isa varandus?

1875. Kahel sõbral on ühepalju raha. Nad andsid oma summad 9 kuuks hoiule; esimene 8%-ga, teine

10%-ga. Kui palju raha oli kummalgi, kui esimene sai 900 mk. protsentraha vähem kui teine?

1876. Piim segati veega, mille hulk moodustas 25% piima hulgast. Mitu protsenti saadud segust moodustab puhta piima hulk?

1877. Kaupmees ostis riisi, 600 mk. puud; petrooleumi läbi riknes 25% ostetud riisist nõnda, et teda tarvitada ei võinud. Kui kallilt peab müüma naela ülejäänud riisi, et terve ostangu pealt ei kasu ega kahju ei saaks?

1878. Kaupmees ostis kauba, millest $\frac{1}{4}$ osa kõlbmatuks sai; ülejäänud kauba müüs kaupmees oma hinnaga. Mitu % kahju sai ta terve ostangu pealt?

1879. Kapitalist andis oma raha osade kaupa hoiule: poole kapitali 6%-ga, kolmandiku osa 7%-ga ning ülejäänud osa 4%-ga. Mitu protsenti sai ta tervest kapitalist?

1880. Kaupmees müüs $\frac{1}{3}$ tükki riiet 12%-lise kahjuga, kuid ülejäänud osa 6%-lise kahjuga. Nõnda sai ta terve tüki pealt 4000 mk. kahju. Kui palju maksis tal enesel see tükk riiet ja kui kallilt müüs ta terve tüki ära?

1881. Maa-alal on püstküliku kuju. Tema pikkust kui ka laiust suurendati 20% võrra. Mitu % võrra suurenes tema pindala?

1882. Maa-alal on püstküliku kuju; tema pikkust vähendati 20% võrra ning laiust suurendati 20% võrra. Kas muutub selle tagajärjel ka püstküliku pindala ja kui muutub, siis mille võrra?

1883. Keegi laenas ühele isikule 2000 mk. 6%-ga; 3 kuu pärast laenas ta samale isikule veel 2500 mk. sama %-ga. Kui palju aega pärast teist laenu saab ta mõlemast võlasummast ühepalju protsentraha?

1884. Keegi laenas ühelt isikult 11600 mk. 6%-ga; 4 kuu pärast laenas ta teiselt isikult 11400 mk. 8%-ga. Mõlemad võlad tasus ta ühel ja samal ajal, kusjuures kummalegi võlauskujale ühe ja sama summa maksis. Kui palju maksis ta kummalegi?

1885. Kaupmees müüs tüki riiet kolmele ostjale: üks võttis 20% tervest tükist, teine 20 meetrit rohkem kui esimene, kuna aga kolmas võttis sama palju, kui esimene ja teine ühtekokku. Mitu meetrit riiet oli tükis?

1886. Roodu sõdurite jaoks muretseti toitu 40 päevaks; mitme % võrra tarvis vähendada igapäevast toidutagavara, et sama tagavara jätkuks 50 päevaks?

1887. Keegi andis hoiule mingi summa 5%-ga; aasta pärast liitis ta protsentraha kapitaliga ning sai selle tagajärjel järgneval aastal 40 mk. protsentraha rohkem kui eelmisel aastal. Leida alguskapital.

1888. Keegi laenas raha kahele isikule: ühele 5%-ga, teisele 7%-ga ja sai iga aasta 155 mk. protsentraha. Kui palju laenas ta kummalegi, kui ta teisele andis 500 marga võrra rohkem kui esimesele?

§ 4. Liitprotsendid.

Protsenta nimetatakse liitprotsentideks, kui nad iga aasta lõpul arvutatakse ja liidetakse alguskapitaliga ning järgneval aastal arvatakse protsenta juba saadud lõppkapitalist.

Ülesanne: Milleks muutub 1500 mk. 3 a. pärast 5 liitprotsendiga?

1 mk. muutub 1 a. pärast $(1 + 0{,}05)$ margaks $=$ $= 1{,}05$ margaks;

1500 mk. muutub 1 a. pärast $1500 . 1{,}05$ margaks $=$ $= 1575$ margaks.

1575 mk. muutub teise aasta lõpuks $1575 . 1{,}05$ margaks $= 1653{,}75$ margaks.

1653,75 mk. muutub kolmanda aasta lõpuks $1653{,}75 \cdot 1{,}05$ margaks $=$ **1736,4375 margaks.**

1 mk. muutub liitprotsentidega hoiule antult:

Aasta pärast	3½%	4%	4½%	5%	5½%	6%	6½%	7%	7½%	8%	8½%	9%	9½%	10%	10½%	11%	11½%	12%
1	1,035	1,040	1,045	1,050	1,055	1,060	1,065	1,070	1,075	1,080	1,085	1,090	1,095	1,100	1,105	1,110	1,115	1,120
2	1,071	1,082	1,092	1,103	1,113	1,124	1,134	1,145	1,153	1,166	1,177	1,188	1,199	1,210	1,221	1,232	1,243	1,254
3	1,109	1,125	1,141	1,158	1,174	1,191	1,208	1,225	1,239	1,260	1,277	1,295	1,313	1,331	1,349	1,368	1,386	1,405
4	1,148	1,170	1,192	1,216	1,239	1,262	1,286	1,311	1,331	1,361	1,386	1,412	1,438	1,464	1,491	1,518	1,545	1,574
5	1,188	1,217	1,246	1,276	1,307	1,338	1,370	1,402	1,429	1,469	1,504	1,539	1,574	1,610	1,647	1,685	1,723	1,762
6	1,229	1,265	1,302	1,340	1,379	1,419	1,459	1,501	1,535	1,587	1,631	1,677	1,724	1,771	1,820	1,870	1,921	1,974
7	1,272	1,316	1,361	1,407	1,455	1,504	1,554	1,606	1,648	1,714	1,770	1,828	1,887	1,949	2,011	2,076	2,142	2,211
8	1,317	1,369	1,422	1,478	1,535	1,594	1,655	1,718	1,770	1,851	1,921	1,993	2,067	2,143	2,223	2,304	2,389	2,476
9	1,363	1,426	1,486	1,551	1,619	1,689	1,763	1,838	1,901	1,999	2,084	2,172	2,263	2,358	2,456	2,558	2,663	2,773
10	1,411	1,480	1,553	1,629	1,708	1,791	1,877	1,967	2,041	2,159	2,261	2,367	2,478	2,594	2,714	2,839	2,970	3,106
11	1,460	1,539	1,623	1,710	1,802	1,899	1,999	2,105	2,193	2,331	2,453	2,581	2,713	2,853	2,999	3,125	3,311	3,479
12	1,511	1,601	1,696	1,796	1,901	2,013	2,129	2,252	2,355	2,518	2,662	2,813	2,971	3,138	3,314	3,498	3,692	3,896
13	1,564	1,665	1,772	1,886	2,006	2,133	2,267	2,410	2,529	2,719	2,888	3,066	3,253	3,452	3,662	3,883	4,116	4,364
14	1,619	1,732	1,852	1,980	2,116	2,261	2,415	2,578	2,716	2,937	3,133	3,342	3,562	3,797	4,046	4,310	4,590	4,887
15	1,675	1,801	1,935	2,079	2,232	2,397	2,572	2,759	2,917	3,172	3,400	3,643	3,901	4,177	4,471	4,784	5,117	5,474
16	1,734	1,873	2,023	2,183	2,355	2,541	2,739	2,952	3,133	3,425	3,689	3,971	4,271	4,595	4,940	5,310	5,706	6,131
17	1,794	1,948	2,114	2,292	2,485	2,693	2,917	3,158	3,365	3,699	4,002	4,328	4,677	5,054	5,459	5,894	6,362	6,866
18	1,857	2,026	2,209	2,407	2,621	2,855	3,107	3,379	3,614	3,995	4,343	4,718	5,121	5,559	6,032	6,543	7,090	7,691
19	1,923	2,106	2,308	2,527	2,765	3,026	3,309	3,616	3,881	4,315	4,712	5,142	5,608	6,115	6,666	7,263	7,909	8,614
20	1,990	2,191	2,412	2,653	2,917	3,208	3,524	3,869	4,169	4,660	5,112	5,605	6,140	6,727	7,365	8,061	8,819	9,647

Nagu näha, ei ole liitprotsendi ülesanded kerged, sest et siin tehteid tuleb suurte arvudega arvutada. Seepärast oleme algebra lõppkursuse valemite abil välja töötanud tabeli (lhk. 203), millest selgub, milleks muutub 1 mark teatud protsendiga 1, 2, 3, . . . 20 aasta pärast. Liitprotsentide ülesannete lahendamisel soovitame neid tabeleid tarvitada.

1889. Lapse sünnipäeval maksis tema onu panka 1000 mk. Milleks muutub see summa siis, kui see laps 20-aastaseks saab, kui pank 7 liitprotsenti maksab?

1890. Lapse ristimise päeval maksis tema ristiema lapse nimele hambarahana panka 2500 mk. Kui suureks kasvab see summa lapse 15. ristimis-aastapäevaks, kui pank 8 liitprotsenti maksab?

1891. Missuguseks summaks muutub:

a)	500 mk.	4	liitprotsendiga	2	aasta	pärast	?
b)	600 „	5	„	3	„	„	?
c)	1000 „	$9\frac{1}{2}$	„	4	„	„	?
d)	4000 „	11	„	12	„	„	?

1892. Missuguseks summaks muutub:

a)	350 mk.	$3\frac{1}{2}$	liitprotsendiga	16	aasta	pärast	?
b)	830 „	5	„	8	„	„	?
c)	1420 „	7	„	19	„	„	?
d)	9450 „	$4\frac{1}{2}$	„	12	„	„	?
e)	5700 „	$3\frac{1}{2}$	„	7	„	„	?
f)	624,5 „	$11\frac{1}{2}$	„	20	„	„	?

§ 5. Veksli oodustamine.

Majapidamise algteguriteks on **kapital** ja **tööjõud.** Mida suurem majapidamine, seda suuremat kapitali ja seda rohkem tööjõudu ta tarvitab. Kõikidel ei ole aga ühel või teisel põhjusel võimalik oma tööjõudu ja kogutud kapitali oma majapidamises ära kasutada; nad annavad seda teistele teatava tasu eest tarvitada. Iseäranis suur on tarvidus ja nõudmine kapitali järele. Suuri summasid on aga raske ühelt isikult laenata, kui isikul ei ole nii suurt kapitali või ta ei usalda tervet oma kapitali teise kätte. Selle tõttu tunti juba vanasti tarvidust asutuste järele, kes oleksid vahetalitajateks isikute vahel, kes oma kapitali teistele tarvitada tahavad anda, ja isikute vahel, kes kapitali laenata otsivad. Seesuguseid asutusi nimetatakse pankadeks. Pangad asutatakse kas riigivalitsuse, omavalitsuse või eraisikute poolt. Laenusid annavad pangad välja kas **pikaajalisi** või **lühikeseajalisi.** Pikaajalisi laenusid annavad välja nõndanimetatud **hüpoteekpangad** kinnisvarade kindlustusel. Lühikeseajalisi laenusid annavad välja nõndanimetatud **kommertspangad** ja nimelt enamasti **vekslivõla** kujul. **Veksel on valjult kindlaks määratud kujul kirjutatud rahamaksu-tõotus.** Maksva seaduse järele kirjutatakse veksel lihtpaberile ja kleebitakse tarvilik arv (2 marka iga laenatud tuhande pealt) tempelmarke peale, mis kustutada tuleb, see on, vekslinandja kirjutab tempelmarkidest oma nime läbi.

Vekslil peab märgitud olema: 1) veksli väljaandmise koht ja aeg; 2) nimetus tekstis, et ta „veksel“ on; 3) veksliandja maksukohustus; 4) vekslisaaja nimi; 5) makstav summa; 6) maksu tähtaeg; 7) veksliandja allkiri. Veksli summa peab olema tähtedega kirjutatud. Kui maksukoht ei ole tekstis ära tähendatud, siis on maksukohaks veksli väljaandmise koht. Kui need vorminõuded ei ole täidetud, siis ei ole nõndanimetatud „veksel“ sugugi veksel, vaid võib ainult liht võlakirjaks olla. Maksu tähtaeg määratakse mitmel viisil, aga enamasti kirjutatakse veksel kindla maksupäevaga, nagu allpool-toodud proov seda näitab:

Tartus, 2. veebruaril 1922. a.

Veksel Mk. 5000.—.

Teisel mail 1922. a. kohustun ma selle veksli järele Tallinna Majandusühisusele viistuhat marka maksma.

M. Pihlak.

Veksli vastuvõtmisel tuleb hoolega silmas pidada, et rahasumma, mis sõnadega on kirjutatud, oleks ilma parandusteta. Protsentraha tuleb kas ette ära võtta või üldisesse summasse arvata, sest vekslis nimetatud protsendimaksu kohustusel ei ole seaduslikku jõudu.

Vekslisaaja võib vekslit teisele isikule edasi anda, peab aga siis veksli teisele küljele pealise tegema; näiteks: „Makske Kauba Panga käsul." Tallinna Majandusühisus. Selles pealises on ära tähendatud, kellele veksel on edasi antud; seda võib aga ka tähendamata jätta, ja veksli edasiandja kirjutab siis ainult oma nime veksli teisele küljele.

Vekslil on liht võlakohustuse kõrval see eesõigus, et tema järele on võlga kergem sisse nõuda kui liht võlakohustuse järele, ja mitte ainult veksli väljaandjalt, vaid ka kõigilt neilt isikutelt, kes oma nimed veksli teisele küljele on kirjutanud.

Ei maksa veksliandja vekslivõlga tähtpäevaks ära, siis peab veksliomanik, kui ta veksli eesõigust ei taha kaotada, veksli protestida laskma, kõige hiljemini kolmandal päeval, maksu tähtpäevast arvates. Veksli protestimist toimetab notaarius ja, kus notaariust ei ole, rahukohtunik. Tuleb silmas pidada, et vekslit saab protestida ainult seal, kus veksli maksukoht on. On veksel protestitud, siis võib kohus selle peale täiteotsuse kirjutada, ilma võlgnikku välja kutsumata.

Vekslis tähendatud summat nimetatakse veksli hinnaks ehk valuudiks *).

Võlauskujal ei ole õigust võlgnikult vekslilaenu enne tähtaega nõuda. Kuid juhtub sagedasti, et võlgnik ise soovib oma vekslivõla enne tähtaega ära maksta, ehk jälle võlauskuja müüb rahapuudusel veksli mõnele isikule või pangale edasi. Niisugusel juhusel **oodustatakse** ehk **diskonteeritakse** veksel, s. o. **valuudist arvatakse veksli ostja kasuks protsentraha kokkulepitud protsendi määra suuruses aja eest, mis jäi kuni veksli tähtajani.**

Summat, mida arvatakse valuudist, nimetatakse veksli ooduseks ehk diskontoks; ooduse leidmist nimetatakse veksli oodustamiseks ehk diskonteerimiseks.

Veksli oodustamise ülesanded rühmitatakse, nagu protsendi-ülesandedki, **nelja rühma:**

I. **ooduse leidmine ehk veksli järele enne tähtaega makstava summa leidmine;**

II. **valuudi leidmine.**

III. **ooduse protsendimäära leidmine** ja

IV. **aja leidmine.**

Eelmisest seletusest selgub, et veksli oodustamise ülesanded ei ole midagi uut, vaid moodustavad teatud liigi protsendi-ülesannetest; seepärast on ka järgnevate ülesannete lahenduseviisid samad, mis protsendi-ülesannetes näidatud.

I rühm: ooduse leidmine ehk veksli järele enne tähtaega makstava summa leidmine.

1893. 2000-margaline veksel oodustati 6 kuud enne tähtaega 8%-ga. Leida oodus.

1894. 3600-margaline veksel müüdi ära $1\frac{1}{2}$ aastat enne tähtaega 6%-lise oodusega. Leida oodus.

*) Itaalia keeles valuta (ladina k. valere — väärt olema, väärima), tähendab: hind, väärtus.

1895. Keegi võlgnes veksli järele 800 mk.; ta maksis oma võla 1 a. enne tähtaega. Kui palju ta maksis?

1896. Võlgnik maksis oma võla 40000-margalise veksli järele 8 kuud enne tähtaega, kusjuures ooduse protsent oli 6%. Kui palju maksis ta selle veksli järele?

1897. 6000-margaline veksel oodustati 9 kuud enne tähtaega 8%-ga. Kui kallilt müüdi veksel?

1898. Veksel, mille valuut oli 9600 mk., müüdi 2 kuud 12 päeva enne tähtaega 6,25%-lise oodusega. Leida oodus.

1899. Kui kallilt võib ära müüa 3000-margaline veksel, mille tähtajani on 9,6 kuud aega, kui ooduse protsent on $7\frac{1}{2}$%?

1900. Võlgnik kustutas oma vekslivõla $4\frac{1}{2}$ kuud enne tähtaega, kusjuures 6%-line oodus võrdus 180 margaga. Kui palju maksis võlgnik selle veksli eest?

1901. Keegi müüs veksli $8\frac{1}{3}$ kuud enne tähtaega 7,2%-lise oodusega. Kui palju maksti veksli eest, kui oodus moodustas 300 mk.?

1902. Võlgnik maksis 837 mk. veksli järele, mis 6 kuud enne tähtaega diskonteeritud. Leida oodus, kui ooduse protsent oli 6,25%.

II rühm: valuudi leidmine.

A. Valuudi leidmine ooduse järele.

1903. Võlgnik maksis veksli järele 6 kuud enne tähtaega; seepärast võrdus 6%-line oodus 90 margaga. Leida valuut.

1904. Keegi müüs veksli $2\frac{1}{2}$ kuud enne tähtaega, kusjuures $6\frac{2}{3}$%-line oodus võrdus 62 m. 50 p. Leida valuut.

1905. Veksli järele maksti 8 kuud 10 päeva enne tähtaega, kusjuures $5\frac{1}{3}$%-line oodus võrdus 100 margaga. Kui suur oli veksli hind (valuut)?

1906. Keegi oodustas veksli $4\frac{1}{2}$%-ga 3 kuud 15 päeva enne tähtaega, kusjuures oodus võrdus 23 m. 10 penniga. Kui suur oli veksli hind?

B. Valuudi leidmine veksli järele enne tähtaega makstava summa kaudu.

1907. Keegi müüs veksli 1 a. 3 kuud enne tähtaega 8%-lise oodusega 405 marga eest. Leida valuut.

1908. Võlgnik maksis veksli järele 7 k. 15 p. enne tähtaega 4,8%-lise oodusega 1164 mk. Leida veksli hind.

1909. Veksli järele, mille tähtajani jäi 7 k. 24 p., maksti 3587 mk. 50 p. 6,(6)%-lise oodusega. Leida valuut.

1910. Veksli järele, mille tähtpäev oli 4. märtsil 1920. a., maksti 13. aprillil 1919. a. 4080 mk., kusjuures ooduse protsent oli $4\frac{1}{2}$%. Leida valuut.

III rühm: ooduse protsendi määra leidmine.

1911. 2500-margaline veksel müüdi 10 kuud enne tähtaega 125-margalise oodusega. Mitme protsendiga oodustati veksel?

1912. 900-margaline veksel diskonteeriti 4 kuud enne tähtaega, kusjuures veksli järele tuli maksta 879 mk. Mitme %-ga diskonteeriti veksel?

1913. $1562\frac{1}{2}$-margalise veksli järele maksis võlgnik 9 k. 18 p. enne tähtaega 1500 mk. Mitme protsendiga oodustati veksel?

1914. Võlgnik kustutas oma veksli 1 a. 8 k. enne tähtaega; oodus moodustas $\frac{1}{12}$ valuudist. Mitme protsendiga oodustati veksel?

1915. Veksel müüdi 1 a. 8 k. enne tähtaega; tema eest maksti $\frac{9}{10}$ valuudist. Mitme protsendiga oodustati veksel?

1916. Võlgnik maksis veksli järele 3 k. 18 p. enne tähtaega, kusjuures oodus võrdus 15 margaga ja veksli järele maksti 735 mk. Mitme protsendiga oodustati veksel?

IV rühm: aja leidmine.

1917. 6000-margaline veksel müüdi enne tähtaega 600-margalise oodusega, kusjuures ooduse protsent oli $6\frac{2}{3}$%. Kui palju aega jäi selle veksli tähtajani?

1918. Veksel, mille valuut oli 312 mk. 50 p., müüdi $7\frac{1}{2}$%-lise oodusega 306 m. 25 penni eest. Kui palju aega enne tähtaega oodustati veksel?

1919. Veksel oodustati enne tähtaega; 8%-lise oodusega maksti ta eest, 0,94 valuudist. Kui palju aega enne tähtaega oodustati veksel?

1920. Üks annab 1500-margalise veksli, mille tähtaeg on 8 kuu pärast; teine annab temale vastu 1600-margalise veksli, mille tähtaeg on 1,5 a. pärast. Kumb peab kummalegi juurde maksma ja kui palju, kui ooduse protsent oli 5%?

1921. Keegi müüs kaks vekslit: ühe 2000-margalise, mille tähtaeg on 6 kuu pärast, teise 3000-margalise, mille tähtaeg on 4 kuu pärast. Mõlema veksli eest sai ta ühtekokku 4890 mk. Mitme %-ga oodustati esimene veksel, kui teine oodustati 5%-ga?

1922. Keegi ostis veksli $\frac{4}{5}$ a. enne tähtaega 6,25%-lise oodusega ja müüs ta kohe ära 6%-lise oodusega, saades seejuures 32 mk. kasu. Leida valuut.

1923. Kaks isikut vahetavad veksleid: esimese veksli tähtaeg on 1,5 a. pärast, teise veksli tähtaeg aga 9 kuu pärast. Mõlema veksli valuudid on võrdsed. 8%-lise valuudi puhul peaks esimene teisele 240 mk. juurde maksma. Leida vekslite valuut.

§ 6. Võrdeline jagamine.

Võrdeliseks jagamiseks nimetatakse niisuguste ülesannete lahendamise viisi, milledes üks antud arv tahe-

takse jagada osadesse, mis oleksid teiste antud arvudega võrdelised.

Võrdeline jagamine on kahesugune: **(päri)võrdeline** ja **vastuvõrdeline** jagamine.

A. (Päri)võrdeline jagamine.

Ülesanne: Jagada arv 80 kolme ossa (päri)võrdeliselt arvudega: $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} : 1\frac{1}{4}$.

Parema arusaamise otstarbel kirjutame antud murruliste arvude suhete asemele täisarvuliste arvude suhted, ühtlasi tähendades otsitavaid arvusid x, y ja z kaudu:

$$x:y:z = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} : 1\frac{1}{4} = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} : \frac{5}{4} = \frac{2}{4} : \frac{3}{4} : \frac{5}{4} = \mathbf{2:3:5.}$$

Tähendab, kui esimene osa (x) jagada kaheks võrdseks osaks, siis on niisuguseid osasid teises osas (y) 3 ja kolmandas osas (z) 5.

Leiame nüüd, mitmele osale vastab antud arv 80:

$$2 + 3 + 5 = 10 \text{ (osale).}$$

Üks osa võrdub nähtavasti $80 : 10 = 8$.

$$x = 2 . 8 = \mathbf{16.}$$
$$y = 3 . 8 = \mathbf{24.}$$
$$z = 5 . 8 = \mathbf{40.}$$

Et jagada mingi arv osadesse, mis oleksid antud arvudega võrdelised, seks tarvis see arv jagada antud arvude summaga ja saadud jagatis korrutada järgemööda iga antud arvuga.

1924. A ja B peavad eneste vahel jagama:
a) 980 mk. nii, et A 340 mk. enam saab kui B,
b) 511 mk. „ „ A 124 mk. „ „ „ B,
c) 732 mk. „ „ A 259 mk. vähem „ „ B.
Kui palju saab kumbki?

1925. Kaks kaupmeest jagavad eneste vahel 9375 kg suhkrut nii, et üks saab 2500 kg rohkem kui teine. Suhkru kg maksab 50 mk. Kui suure summa eest sai kumbki suhkrut?

1926. Kaks töölist töötasid ühtekokku $17\frac{1}{2}$ päeva. Üks neist töötas $2\frac{1}{2}$ päeva teisest rohkem. Kui palju raha saab igaüks neist, kui nad ühtekokku 3500 mk. said?

1927. A ja B peavad 350 mk. jagama nii, et A saab 3 mk. nii mitu korda, kui B saab 4 mk. Kui palju raha saab kumbki?

1928. A ja B jagavad eneste vahel 170 mk. nii, et nende summad suhtuvad nõnda kui 2 : 3. Kui palju saab kumbki?

1929. Jagada: a) 581 mk. 3 : 4 suhtes; b) 1632 mk. 5 : 7 suhtes.

1930. A saab ühest rahasummast 8 mk. nii mitu korda, kui B saab 16 mk. Need arvud muuta kõige väiksemateks terveteks nii, et suhe muutumatuks jääks.

1931. Samuti avaldada järgnevad suhted kõige väiksemate arvude kaudu: a) 3 : 10; b) 12 : 18; c) 25 : 40; d) 140 : 210; e) $\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$; f) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$; g) $1\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$.

1932. Pidul on 168 inimest. Iga 3 mehe kohta tuleb 4 naist. Mitu meest ja mitu naist on pidul?

1933. Kaks õmblejat õmblevad nööbiaukusid. Selle aja jooksul, kui üks teeb 5 nööbiauku, valmistab teine neid 4. Kokku valmistasid nad 333 nööbiauku. Kui palju valmistas kumbki?

1934. Laev tõi kolmele vabrikule ühtekokku 2 740 500 puuda kivisüsi. Üks vabrik saab 2 osa, teine 3 ja kolmas 4 osa. Kui palju kivisüsi saab igaüks? Kui palju peab iga vabrik maksma, kui puud maksab 80 mk.?

1935. Püssirohi sisaldab 20 osa salpeetrit, 2 osa väävlit ja 3 osa sütt. Kui palju neid aineid üksikult on a) 6 n.; b) $19\frac{1}{2}$ n.; c) 2370 n. püssirohus?

1936. Kirjalakk sisaldab 4 osa tärpentiini, 7 osa tsinnoobrit, 5 osa shellakit ja 1 osa kriiti. Kui palju on igaüht neist aineist üksikult a) 0,204 kg; b) 8 kg ja c) 135 kg kirjalakis?

1937. Sooda sisaldab eneses 21,81 osa naatriumi, 15,42 osa süsihapet ja 62,77 osa vett. Kui palju on neid aineid a) 0,800 kg; b) 9 kg; c) 43250 kg soodas?

1938. A ja B jagavad eneste vahel 147 mk. nii, et B saab kaks korda rohkem raha kui A. Kui palju saab kumbki?

1939. A, B ja C jagavad eneste vahel 1820 mk. nii, et B saab kaks korda nii palju kui A, ja C kaks korda nii palju kui B. Kui palju saab igaüks?

1940. Neljast isikust on igaüks kaks korda vanem kui tema eelmine. Kui vana on igaüks, kui nende aastate summa on $101\frac{1}{4}$ aastat?

1941. Ettevõttesse on maksnud A 6000 mk., B 8000 mk. ja C 11000 mk. Puhtkasu on 3750 mk. Kui palju saab igaüks puhtkasust?

1942. Arvutada eelmine ülesanne järgmiste andmetega: a) A — 900 mk.; B — 1200 mk.; C — 700 mk. Puhtkasu — 1204 mk. b) A — 18000 mk.; B — 24000 mk.; C — 30000 mk. Puhtkasu — 7698 mk.

1943. Kaupmees võlgneb A-le 8500 mk., B-le 13800 mk. ja C-le 9400 mk. Ta maksis võlauskujatele 5480,4 mk. Kui palju saab igaüks võlauskuja, kui nad makstava summa võrdeliselt võlasummadega jagasid?

1944. A oli ärisse paigutanud 8000 mk., B — 10000 mk. ja C — 7000 mk. Äri tõi 6800 mk. kahju, mispärast ta ka likvideeriti. Kui palju sai igaüks raha tagasi?

1945. A ja B asutasid üheskoos äri, milleks A 18000 mk. ja B 12000 mk. sisse maksid. Puhtkasu 6850 mk. jagasid nad nii, et kumbki sai 5% oma sissemakstud summast, kuna nad ülejäänud osa pooleks jagasid. Kui palju raha sai kumbki?

1946. Tundmata summast sai A — $\frac{1}{2}$, B — $\frac{1}{3}$ ja C — jäägi, mis oli 5600 mk. Kui palju said A ja B?

1947. Näitusehoone peab kiirelt valmis saama. Selleks saadab ehitusemeister A 9 töömeest 4 päevaks, ehitusemeister B 4 töömeest 7 päevaks ja ehitusemeister C 8 töömeest 6 päevaks töösse. Selle eest maksti neile 22400 mk. Kui palju saab iga ehitusemeister?

1948. Vabriku omanik palkas puude vedamiseks A-lt. 8 hobust 2 päevaks, B-lt 6 hobust 3 päevaks ja C-lt 12 hobust $2\frac{1}{2}$ päevaks. Kõigile maksis ta ühtekokku 192000 mk. Kui palju saab iga hobuseperemees raha?

1949. Kolme kasti teehulgad suhtuvad nõnda kui 3 : 4 : 7. Mitu naela teed on igas kastis, kui kolmes kastis ühtekokku on 42 naela?

1950. 80-meetriline köis jagati kolme jakku võrdeliselt arvudega 1 : 3 : 4. Kui pikk on iga tükk?

1951. Leida kaks arvu, millede summa oleks 35 ja millede suhe oleks 3 : 4.

1952. Kolm arvu suhtuvad isekeskis nõnda, kui 2 : 3 : 5. Nende arvude summa on 60. Leida need arvud.

1953. Arv 320 jagada nelja ossa võrdeliselt arvudega 2 : 3 : 5 : 6.

1954. Arv 600 jagada nelja ossa võrdeliselt arvudega 8 : 5 : 4 : 3.

1955. Arv 1 jagada nelja ossa võrdeliselt arvudega 3 : 2 : 1.

1956. Kolm arvu suhtuvad isekeskis nõnda kui $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : 1\frac{1}{4}$; nende arvude summa on 145. Leida need arvud?

1957. Kaks arvu suhtuvad isekeskis nõnda kui $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$; nende summa on 44. Leida need arvud.

1958. Neli arvu suhtuvad isekeskis nõnda kui $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$. Leida need arvud, kui esimese ja teise arvu vahe on 36.

1959. Jagada arv 46 kolme ossa võrdeliselt arvudega $1{,}5 : 2 : 2\frac{1}{4}$.

1960. Kaks arvu suhtuvad nõnda kui $0{,}5 : 0{,}58(3)$. Leida need arvud, kui teine arv on suurem kui esimene 300 võrra.

1961. Isa jaotas oma varanduse 4 poja vahel nooremast algades võrdeliselt arvudega $3\frac{1}{3} : 3 : 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{6}$. Kaks nooremat poega said ühtekokku 230000 marga võrra rohkem kui kolmas poeg (nooremast algades). Kui suur oli isa varandus?

1962. Arvud, mis näitavad õpilaste hulka neljaklassilises koolis, suhtuvad (nooremast kl. algades) nõnda kui $9 : 7 : 6 : 5$. Mitu õpilast on igas klassis, kui teada on, et esimeses ja viimases klassis on ühtekokku 70 õpilast?

1963. Isa jagas oma rahasumma kolme poja vahel võrdeliselt arvudega $6 : 7 : 9$. Kui palju sai iga poeg, kui esimene ja teine said ühtekokku 8000 mk. rohkem kui kolmas poeg?

1964. Vasksepp ostis 3 tükki vaske. Esimene tükk kaalub sama palju kui teine tükk, aga kolmas tükk kaalub 3 korda niipalju kui esimene ja teine tükk ühtekokku. Mitu naela kaalus iga tükk, kui esimene ja kolmas kaalusid ühtekokku 35 kg?

1965. Kaupmees ostis 3 kotti kohvi. Esimene kott kaalus 2 korda niipalju kui teine kott, aga teine kott 3 korda niipalju kui kolmas kott. Kui raske oli iga kott, kui esimene kott kaalus 30 naela rohkem kui kolmas kott?

1966. Vasksepp sulatas kolm tükki sulatist; esimene tükk oli 5 n. raskem kui teine tükk, teine tükk kaalus 2 korda rohkem kui kolmas tükk, aga kolmas tükk kaalus 3 korda vähem kui esimene tükk. Kui raske oli iga tükk?

1967. Vabrikus töötavad mehed, naised ja alaealised. Mehi on 20 võrra rohkem kui naisi ja 40 võrra rohkem kui lapsi, aga lapsi on 3 korda vähem kui naisi. Kui palju töölisi on vabrikus ühtekokku?

1968. Kolme köie pikkus, kui nad otsakuti panna, on 200 m. Teine köis on $1\frac{1}{2}$ korda ja kolmas köis on $2\frac{1}{2}$ korda pikem kui esimene. Kui pikk on iga köis?

1969. Kulla ja vase sulatis kaalub 36 loodi. Kui palju kulda ja kui palju vaske on sulatises, kui vase hulk moodustab $\frac{5}{7}$ kulla hulgast?

1970. Kolm tükki hõbedat kaaluvad ühtekokku 66 sol.; teise tüki raskus moodustab $\frac{2}{3}$ esimese tüki raskusest, aga kolmanda tüki raskus moodustab $\frac{4}{5}$ teise tüki raskusest. Leida iga tüki raskus?

1971. Reisija sõitis hobustega $\frac{1}{4}$ sellest, mis ta sõitis laevaga, aga laevaga sõitis ta 0,4 sellest, mis ta sõitis raudteel. Kui palju maad sõitis ta hobustega, laevaga ja raudteel lahus, kui ta kogu teekonna pikkus oli 3750 km?

1972. Kolm tükki rauda kaaluvad ühtekokku 38 kg. Esimene tükk kaalub 3 korda rohkem kui teine tükk ja 4 korda rohkem kui kolmas tükk. Kui raske on iga tükk?

1973. Isa on ühest pojast 2 korda ja teisest pojast $2\frac{1}{2}$ korda vanem. Kui vana on isa, kui esimene poeg on teisest pojast vanem 5 a. võrra?

1974. Isa pärandas pojale ja tütrele ühtekokku 160000 mk. Kui palju raha sai kumbki, kui tütar sai 60% sellest, mis sai poeg?

1975. Kolm kaupmeest maksid teatavasse ettevõttesse 4600000 mk. Teine maksis 60% sellest, mis maksis esimene, aga kolmas maksis 40% sellest, mis maksis teine. Kui palju maksis igaüks?

1976. Kolm töösturit jagasid tööstuse aastakasu 211000 mk. eneste vahel nõnda, et esimene sai 85% sellest, mis sai teine, aga teine — 60% sellest, mis sai kolmas. Kui palju sai iga töösturi?

1977. Kirikukellade pronks on vase ja inglistina sulatis, kus inglistina hulk moodustab 22% kogu sulatisest. Kui palju kaalub kirikukell, mis sisaldab eneses vaske 14 puuda võrra rohkem kui inglistina?

1978. Lühter on tehtud vase, tsingi ja inglistina sulatisest. Inglistina hulk moodustab $\frac{1}{4}$ tsingi hulgast, aga tsingi hulk moodustab $26\frac{2}{3}$% vase hulgast. Kui palju iga sorti metalli on lühtris, kui viimane kaalub 1,5 puuda?

1979. Keegi pärandas oma testamendis tütrele 65% sellest, mis ta pärandas naisele, aga pojale 90% sellest, mis ta pärandas tütrele ja naisele ühtekokku. Kui suur oli terve pärandus, kui poeg sai rohkem kui tütar 33400 marga võrra?

Suhteid nimetatakse ahelsuheteks, kui esimese suhte tagaliige võrdub teise suhte eesliikmega, teise suhte tagaliige võrdub kolmanda suhte eesliikmega jne.

Nõnda oleksid ahelsuhted:

$$\text{1)}\ \begin{array}{l} 3:4 \\ 4:5 \\ 5:6 \end{array} \qquad \text{2)}\ \begin{array}{l} a:b \\ b:c \\ c:d \end{array} \qquad \text{3)}\ \begin{array}{l} x_1:x_2 \\ x_2:x_3 \\ x_3:x_4. \end{array}$$

1980. Kolmes kastis on tee. Esimese kasti tee hulk suhtub teise kasti tee hulgasse nõnda kui $\frac{1}{12}:\frac{5}{18}$ ja teise kasti tee hulk suhtub kolmanda kasti tee hulgasse nõnda kui $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$. Kui palju on teed ühtekokku, kui teises kastis oli 1 p. 2 n. võrra rohkem teed kui esimeses kastis?

Lahendamine: Et käesolevas ülesandes puuduvad ahelsuhted, siis muundame antud suhted ahelsuheteks:

$$\begin{array}{l|l|l} x:y=\frac{1}{12}:\frac{5}{18}=3:10 & .\ 3 & \ \ 9:30 \\ y:z=\ \frac{1}{2}\ :\ \frac{1}{3}\ =3:\ 2 & .\ 10 & 30:20 \\ \hline & & \boldsymbol{x:y:z=9:30:20.} \end{array}$$

Edaspidine lahendamiskäik on juba tuttav.

1981. Nöör, mis oli 5 jalga 2 tolli pikk, lõigati kolmeks osaks: esimese osa pikkus suhtus teise osa pikkusesse nõnda kui 3 : 5, aga teise osa pikkus suhtus kolmanda osa pikkusesse nõnda kui 2 : 3. Leida, kui pikk oli iga nööriosa.

1982. Kolm kaupmeest võtavad osamaksude näol ettevõttest osa. Esimehe kaupmehe osamaks suhtub teise kaupmehe osamaksusse nõnda kui $1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$, aga teise kaupmehe osamaks suhtub kolmanda kaupmehe osamaksusse nõnda kui $2\frac{2}{3} : 1$. Kui palju sai ettevõtte aastakasust esimene kaupmees, kui teine ja kolmas kaupmees ühtekokku said 165000 mk.?

1983. Jagada arv 215 kolme ossa nõnda, et esimene osa suhtuks teise nõnda kui $\frac{1}{3} : 0{,}5$ ja teine osa suhtuks kolmandasse nõnda kui $0{,}1(6) : 0{,}2$.

1984. Neli tükki rauda kaaluvad 6 p. Esimese tüki raskus suhtub teise tüki raskusesse nõnda kui 2 : 3, aga neljanda tüki raskus suhtub kolmanda tüki raskusesse nagu $0{,}5 : 0{,}(3)$ ning teise tüki raskus suhtub kolmanda tüki raskusesse nagu 6 : 8. Kui raske on iga tükk?

1985. Perekonnas on kolm tütart. Vanema tütre vanadus suhtub keskmise tütre vanadusse nõnda kui 8 : 7, aga keskmise tütre vanadus suhtub noorema tütre vanadusse nõnda kui $0{,}7 : \frac{1}{2}$. Leida iga tütre vanadus, kui vanem tütar sündis 17. augustil 1896. a. ja noorem tütar 27. juulil 1898. a. Märkus: iga kuu lugeda keskmiselt 30 päeva.

1986. 1350000-margalise kapitali protsentraha, mis on saadud $6\frac{1}{3}$%-ga 8 kuu pärast, jagada nelja venna X, Y, Z ja T vahel järgmiselt: X osa suhtub Y osasse nõnda kui $0{,}(6) : 0{,}8(3)$; Z osa suhtub X osasse nõnda kui $0{,}5 : 0{,}75$ ja Y osa suhtub T osasse nõnda kui 3 : 5. Kui palju raha sai iga vend?

1987. Neli isikut jagasid eneste vahel ettevõttest saadud kasu järgmiselt: esimene sai $\frac{2}{3}$ sellest, mis sai teine; teise ja kolmanda osad on võrdelised arvudega 3 : 5; kolmas sai 75% sellest, mis sai neljas, aga neljas

25000 mk. vähem kui kõik ülejäänud isikud ühtekokku. Kui suur oli kogu kasu?

1988. Isa jättis 10% oma varandusest tütrele, kuid ülejäänud varanduse jagas ta oma kolme poja vahel võrdeliselt arvudega $2:2\frac{1}{2}:3$. Kui suur oli isa varandus, kui teine poeg sai 5000 mk. rohkem kui tütar?

1989. Meistril on tükk vase, tsingi, seatina ja inglistina sulatist; tsingi raskus on vase raskusest 2 korda vähem; seatina raskus moodustab $6\frac{2}{3}\%$ tsingi raskusest, aga inglistina raskus suhtub seatina raskusesse nagu $\frac{1}{6}:\frac{1}{3}$. Kui raske on see sulatis, kui seatina ja inglistina ühtekokku kaaluvad 1 kg?

1990. Meister sulatas tüki hõbedat tüki vasega. Saadud sulatisest tegi ta vaasi, mis 2 naela kaalus. Kui palju hõbedat ta sulatas, kui ta iga loodi hõbeda kohta võttis 1 solotniku vaske?

1991. Rahakotis on kolme-, viie- ja kümnemargalised rahad, iga seltsi raha ühepalju. Mitu raha on kotis, kui nende üldine väärtus on 360 mk.?

1992. Kaupmees müüs 170 m riiet kahele ostjale. Esimene ostis 5 m vähem kui $\frac{3}{4}$ teise ostja meetrite arvust. Kui kallilt müüdi terve tükk, kui teine maksis 6000 marga võrra rohkem kui esimene?

1993. Perekonnaisa pärandas naisele $\frac{1}{6}$ tervest oma varandusest, tütrele 2 korda niipalju kui naisele ja veel 10000 mk. Ülejäänud 30000 mk. pärandas ta pojale. Kui suur oli terve pärandus?

1994. Kiirkäskjalg sõitis kahe linna vahemaa ära kahe päevaga. Esimesel päeval sõitis ta $\frac{1}{4}$ tervest teest ja veel 25 km, aga teisel päeval 2 korda rohkem kui esimesel päeval. Leida linnade vahemaa.

1995. Poissmees onu kinkis oma varanduse kolmele õepojale järgmiselt: vanem sai $\frac{1}{3}$ sellest, mis 2 nooremat ühtekokku, keskmine $\frac{1}{2}$ sellest, mis vanem ja noorem ühtekokku, aga noorem sai ülejäänud 200000 mk. Kui suur oli onu varandus?

1996. Kolme arvu summa on 96; kui esimene arv jagada 3-ga, teine arv 4-ga ja kolmas arv 5-ga, siis saavad võrdsed jagatised. Leida need arvud.

1997. Leida kaks arvu, millede vahe on 2, aga suhe on $1\frac{1}{2}$.

1998. Jagada 100 kahte ossa nõnda, et esimese osa pool ja teise osa kolmandik oleksid võrdsed.

1999. Kaks tundmatut arvu suhtuvad nagu 5 : 3; kui esimesest arvust lahutada 5, aga teise arvuga liita 5, siis on nõndaviisi saadud arvud võrdsed. Leida need 2 arvu.

2000. Kahe tundmatu arvu summa on 100. Kui kumbki neist vähendada 15 võrra, siis suhtuvad jäägid nõnda kui 9 : 5. Leida need arvud.

2001. Kolme tundmatu arvu summa on 96; kui esimene arv suurendada 9 võrra, teine arv 8 võrra ja kolmas arv 7 võrra, siis saab kolm arvu, mis isekeskis suhtuvad nõnda kui 5 : 4 : 3. Leida need tundmatud arvud.

2002. Kaks töölistesalka kaevasid kraavi. Esimeses salgas oli 25 töölist, teises salgas 30 töölist; esimene salk töötas 40 päeva, teine salk 30 päeva. Kui palju raha sai kumbki salk, kui töö eest maksti ühtekokku 570000 mk.?

Lahendamine: Antud ülesanne lahendatakse liitvõrde abil: $x : y = (25 . 40) : (30 . 30) = 1000 : 900$ **10 : 9**. Edaspidine lahendamiskäik on tuttav.

2003. Kolm isikut andsid oma summad kasutada järgmiselt: esimene 5000 mk. 10 kuuks, teine 4000 mk. 11 kuuks ja kolmas 3000 mk. üheks aastaks. Kui palju kasu sai igaüks, kui ettevõte 2600 mk. kasu tõi?

2004. Keegi saatis raudteel kaks saadetist üht ja sama ainet: esimene saadetis kaalus 5 puuda ja ta saadeti 300 km kaugusele, teine saadetis kaalus 8 puuda ja ta saadeti 150 km kaugusele. Kui palju maksti kummagi saadetise veoraha, kui nende eest maksti ühtekokku 621 mk.?

2005. Keegi laenas kahele isikule ühe ja sama aja peale raha: ühele 3000 mk. 5%-ga, teisele 2000 mk. $5\frac{1}{2}$%-ga. Kui palju protsentraha sai ta kummaltki, kui ta kahelt võlgnikult ühtekokku 520 mk. protsentraha sai?

2006. Keegi andis $\frac{1}{2}$ oma kapitalist 5%-ga 8 kuuks laenuks ja $\frac{1}{3}$ samast kapitalist $5\frac{1}{2}$%-ga üheks aastaks laenuks. Kui palju protsentraha sai ta kummagi laenu eest, kui ta ühtekokku 840 mk. protsentraha sai?

§ 7. Vastuvõrdeline jagamine.

Antagu suurus M jagada vastuvõrdeliselt suurustega m, n ja p. See tähendab, et tarvis antud suurus M jagada kolme ossa nõnda, et **esimene osa suhtuks teise nõnda kui $n : m$** (mitte nõnda kui $m : n$) ja **teine osa suhtuks kolmandasse nõnda kui $p : n$** (mitte nõnda kui $n : p$).

Märkides tundmatud x, y ja z kaudu, võiksime kirjutada:

$$x : y = n : m$$
$$y : z = p : n.$$

Et aga $n : m = \frac{1}{m} : \frac{1}{n}$ ja

$$p : n = \frac{1}{n} : \frac{1}{p}, \text{ s. o.}$$

antud suuruste vastupidine suhe võrdub vastupidiste suuruste päripidise suhtega, siis:

$$x : y = n : m = \frac{1}{m} : \frac{1}{n}$$
$$y : z = p : n = \frac{1}{n} : \frac{1}{p}$$
$$\mathbf{x : y : z = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{p}}.$$

Järjelikult: **Et jagada mingisugune suurus vastuvõrdeliselt antud suurustega, seks tarvis jagada see suurus pärivõrdeliselt antud suuruste vastupidiste suurustega.**

2007. Jagada arv 206 vastuvõrdeliselt arvudega: $1\frac{1}{2} : 2 : 3\frac{1}{3} : 4$.

Lahendamine: $x:y:z:t = \frac{1}{1\frac{1}{2}} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3\frac{1}{3}} : \frac{1}{4} = \frac{2}{3} : \frac{1}{2} : \frac{3}{10} : \frac{1}{4} =$ $40 : 30 : 18 : 15$. Edaspidine lahendamiskäik on tuttav.

2008. Jagada arv 45 kolme ossa vastuvõrdeliselt arvudega $6 : 8 : 12$.

2009. Jagada arv 282 vastuvõrdeliselt arvudega 3, 5 ja 4.

2010. Jagada arv 556 vastuvõrdeliselt arvudega $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$ ja $\frac{2}{9}$.

2011. Kolm kapitali on vastuvõrdelised arvudega $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4}$; esimese ja teise kapitali summa on 85000 mk. Leida kolmas kapital.

2012. Neli kapitali on vastuvõrdelised arvudega $1{,}5 : 2 : 2{,}5 : 3$; esimese ja teise kapitali summa on 26000 mk. suurem kui kolmanda ja neljanda kapitali summa. Leida need kapitalid.

2013. Jagada 5500 mk. kahte ossa nõnda, et $\frac{2}{3}$ ühest võrduks $\frac{4}{5}$-ga teisest.

2014. Kolme tundmatu summa on 65; kui esimene neist korrutada 2-ga, teine neist korrutada 3-ga ja kolmas korrutada 4-ga, siis saame võrdsed arvud. Leida need tundmatud.

2015. Jagada 24000 mk. kolme ossa nõnda, et esimese osa $\frac{2}{3}$ võrduks teise osa $\frac{1}{2}$-ga ja kolmanda osa $\frac{2}{5}$-ga.

2016. Jagada 34000 mk. kolme ossa nõnda, et esimese osa 0,4 võrduks teise osa 0,6-ga ja kolmanda osa 0,(6)-ga.

2017. Jagada 9000 mk. kolme ossa nõnda, et 80%

esimesest osast, $53\frac{1}{3}$% teisest osast ja 40% kolmandast osast oleksid isekeskis võrdsed.

2018. Kolm venda jagasid eneste vahel 490000 mk. Kui esimene neist kulutas $\frac{1}{3}$ oma kapitalist, teine $\frac{1}{4}$ ja kolmas $\frac{1}{5}$ oma kapitalist, siis jäi kõigil ühepalju raha järele. Kui palju kulutas iga vend? Märkus: esmalt leida vendade täiskapitalid.

2019. Palgati kaks töölistesalka, kokku 70 inimest. Esimene salk töötas 24 päeva, teine 18 päeva. Salgad said töö lõpul võrdsed summad. Mitu töölist oli igas salgas?

2020. Keegi andis mitmele isikule võlgu 7400 mk. ühesuguse protsendiga. Üks pidas raha oma käes 8 kuud, teine 10 kuud, kolmas 12 kuud, kusjuures kõigilt saadi ühepalju protsentraha. Kui palju laenas ta igaühele?

2021. Kolme isiku kapitalide summa on 225000 mk. Kui esimene kapital anda 10 kuuks 6%-ga hoiule, teine $1\frac{1}{2}$ aastaks 5%-ga ja kolmas 1 aastaks 4 kuuks $4\frac{1}{2}$%ga, siis saadakse igast kapitalist ühepalju protsentraha. Leida iga isiku kapital.

2022. Keegi jagas oma kapitali 37000 mk. kolmeks mittevõrdseks osaks nõnda, et kapitalid andsid aastas ühepalju protsentraha. Esimene osa andis 6 %, teine osa 5% ja kolmas osa 4%. Kui palju protsentraha sai ta aastas tervest kapitalist?

§ 8. Segu ja sulatis.

Segu- ja sulatise-ülesanneteks nimetatakse niisuguseid ülesandeid, milledes leitakse:

1) **segatavate või sulatatavate ainete hinna ehk väärtuse ja hulga kaudu segu või sulatise hind ehk väärtus;**

2) **segu või sulatise hinna ehk väärtuse ja hulga kaudu kui ka segatavate või sulatatavate ainete hinna ehk väärtuse kaudu segatavate või sulatatavate ainete hulk.**

Segu- ja sulatise-ülesanded on kahesugused: **I järgu segu- ja sulatise-ülesanded** ja **II järgu segu- ja sulatise-ülesanded.**

A. I järgu segu- ja sulatise-ülesanded.

I järgu segu- ja sulatise-ülesanneteks nimetatakse niisuguseid ülesandeid, kus antakse segatavate või sulatatavate ainete hulk ja nende ainete üksuse hind ehk väärtus ning leitakse segu või sulatise üksuse hind ehk väärtus.

2023. Kaupmees segas 10 naela tangu, 12 mk. nael, ja 20 n. tangu, 9 mk. nael. Kui palju maksab temal enesel nael segu?

2024. Segati 20 naela riisi, 15 mk. nael, ja 30 naela teist sorti riisi. Kui palju maksis nael riisi teisest sordist, kui nael segu maksis 12 mk.?

2025. Poodnik segas kolme sorti kodumaa nisujahu: 30 naela, 12 mk. nael; 1 puud, 9 mk nael, ja 10 naela, 8 mk. nael. Kui kallilt peab ta naela segu müüma, et 20% kasu saada?

Viina väärtus avaldub kraadide arvus, mis näitab, mitu osa puhast piiritust on 100 viina osas. Kui viin on näiteks 40° kange, siis tähendab see, et puhta piirituse hulk moodustab tervest segust 40 sajandikku ruumiosa, kuna aga ülejäänud 60 sajandikku ruumiosa vesi on.

2026. Segati kaht sorti piiritust: 200 toopi 73° ja 300 toopi 65°. Kui kange sai segu?

Lahendamine:

200 toopi	73°	piiritust	sisaldab	14600° puhast piirit.
300 „	65°	„	„	19500° „ „
500 t.		„	„	34100° puhast piirit.

500 toobi segu kohta tuleb 34100° puhast piiritust. Järjelikult tuleb 1 toobi segu kohta $34100° : 500 = \mathbf{68\frac{1}{5}°}$ puhast piiritust. Tähendab: segu on $\mathbf{68\frac{1}{5}°}$ kange.

2027. Kui palju puhast piiritust on 120 panges 60°-lises piirituses?

2028. Segati 4 pange puhast piiritust ühe pange veega. Kui kange sai segu?

2029. Segati 12 pange 80°-list piiritust 4 pange veega. Kui kange sai segu?

2030. Mitu pange vett tarvis lisada 20 pangele 75°-lisele piiritusele, et saada 60°-line segu?

2031. Segati 15 pange 64°-list piiritust ja 25 pange teist sorti piiritust. Kui kange oli teist sorti piiritus, kui segu kangus oli 54°?

2032. Purgis on 12 naela 10%-list soolalahust; kui kange saab lahus, kui sinna juurde lisada 4 naela vett?

2033. Purgis on 15 naela merevett, milles 2% soola. Kui palju puhast vett on tarvis sinna juurde lisada, et saada segu, mis sisaldaks $1\frac{1}{2}$% soola?

Et kuld- ja hõbeasjad vastupidavamad ja odavamad oleksid, seks ei valmistata neid mitte selgest kullast ja hõbedast, vaid kuld ja hõbe sulatatakse odavamate ja vastupidavamate metallidega, harilikult vasega. Metallide segu nimetatakse sulatiseks. Sulatise väärtust hinnatakse harilikult temas sisalduva puhta kulla ja puhta hõbeda rohkuse järele. Tehtud asja peale pressitakse **proov**, s. o. **arv, mis näitab, mitu tuhandikku osa sellest sulatisest, millest asi valmistatud, moodustab puhta kulla või puhta hõbeda hulk.**

2034. Kuldsepp sulatas 320 grammi 0,875-proovilist hõbedat, 425 g 0,948-proovilist hõbedat, 233,1 g puhast hõbedat ja 21,9 g vaske. Leida sulatise proov.

Lahendamine:

320 g	0,875-proov. hõb.	sisaldab	0,875 . 320 g	= 280 g	puh. hõb.
425 „	0,948 „	„	0,948 . 425 „	= 402,9 g	„ „
233,1 „	1,000 „	„	1 . 233,1 „	= 233,1 „	„ „
21,9 „	0,000 „	„	0 . 21,9 „	= 0 „	„ „
1000 g				916 g	

Puhta hõbeda hulga ja sulatise hulga suhe on: 916 g : 1000 g = **0,916.** Järjelikult on sulatise proov **0,916.**

2035. Kui palju puhast kulda ja kui palju ligatuuri*) sisaldab: 1) 1 kg; 2) 1 g sulatist, mille proov on 0,800?

2036. Kui palju puhast kulda sisaldab: 1) 12 kg; 2) 725 g; 3) 3,48 kg; 4) 0,8 g sulatist, mille proov on 0,585?

2037. Sulatati tükk puhast hõbedat sama raske vasetükiga. Missugune on sulatise proov?

2038. Sulatati 2 kg puhast hõbedat ja 1 kg vaske. Missugune on sulatise proov?

2039. Hõbedast kandik kaalub $1\frac{1}{2}$ kg; puhast hõbedat on temas 1 kg. Missugune on selle kandiku proov?

2040. Kuldsepp sulatas 14 g puhast kulda ja 10 g vaske. Missugune on sulatise proov?

2041. Sulatati 3 naela 0,583-proovilist kulda ja 8 naela 0,913-proovilist kulda. Leida sulatise proov.

2042. Sulatati 4 g 0,560-proovilist, 14 g 0,720-proovilist ja 2 g 0,840-proovilist kulda. Leida sulatise proov.

B. II järgu segu- ja sulatise-ülesanded.

II järgu segu- ja sulatise-ülesanneteks nimetatakse niisuguseid ülesandeid, milledes on antud iga segatava või sulatatava aine üksuse hind ehk väärtus, segu või sulatise üksuse hind ehk väärtus (või kogu segu või sulatise hind ehk väärtus) **ja kogu segu või sulatise hulk ning leitakse iga segatava või sulatatava aine hulk.**

2043. Võikaupmees segas kaht sorti võid: 64 mk. ja 50 mk. nael, ja sai 42 n. segu, 55 mk. nael. Mitu naela võid võttis ta kummastki sordist?

---

1) Odavaid metalle, mis kulla ja hõbedaga sulatatakse, nimetatakse ligatuuriks.

Lahendamine:

I sorti — x n.;

II „ — $(42-x)$ n.;

$$64x+50(42-x)=42.55;$$
$$64x+2100-50x=2310;$$
$$14x=210;$$
$$x=15.$$

Vastus: I sorti võid võeti **15 naela**, II sorti — **27 n.**

2044. Kaupmehel on kaht sorti riisi: 50 mk. kg ja 38 mk. kg. Mitu kg tarvis võtta kummastki sordist, et saada 60 kg segu, 45 mk. kg?

2045. 1922. a. mardiõhtuks osteti 3750 marga eest ühtekokku 20 hane ja parti. Mitu hane ja mitu parti osteti, kui igast hanest maksti keskmiselt 300 mk. ja igast pardist keskmiselt 150 mk.?

2046. Kokkuhoidlikul vanainimesel on veel alles 65 Vene hõberaha: 20-kopikalised ja 10-kopikalised. Mitu seda ja teist seltsi raha on tal, kui tal Vene raha kogusumma võrdub 1030 kopikaga?

2047. Poisikesel on kuuris tuvikesed ja kodujänesed, ühtekokku 26 pead ja 66 jalga. Mitu tuvikest ja mitu kodujänest on poisikesel?

2048. Kolm kütti läksid metsa, igaühel kaasas üks koer. Nad tõid jahisaagina kaasa jäneseid ja püüsid. Tagasitulekul oli neid ühtekokku (kütid, koerad, jänesed ja püüd) 30 pead, kuna neil aga 96 jalga oli. Mitu jänest ja mitu püüd tõid kütid?

2049. Segati kaht sorti tubakat: 230 mk. ja 150 mk. nael. Kui nael segu müüa kallima sordi hinnaga, siis saab 15% kasu. Mitu naela võeti seguks kummastki sordist, kui segu oli üldse 1 puud?

2050. Poodnik segas kaht sorti kohvi: 100 mk. ja 60 mk. nael, ja sai segu, 75 mk. nael. Esimest sorti kohvi võeti seguks 30 naela. Kui palju kohvi võeti teisest sordist?

2051. Kahes aamis on piiritus: ühes 72°-line, teises

50°-line. Mitu pange peab võtma kummastki aamist, et saada 44 pange 64°-list piiritust?

Lahendamine:

Esimesest aamist — x pange;

teisest „ — $(44 - x)$ pange;

$72x + 50(44 - x) = 44 \cdot 64$;

$72x + 2200 - 50x = 2816$;

$22x = 616$;

$x = 28$.

Vastus: Esimesest aamist peab võtma **28 p.**, teisest aamist **16 p.**

2052. Segati kaht sorti piiritust: 60°-list ja 48°-list, ja saadi 36 toopi 53°-list segu. Kui palju piiritust võeti kummastki sordist?

2053. 28 pangele 82°-lisele piiritusele lisati juurde 58°-list piiritust. Mitu pange segu saadi, kui segu kangus oli 72°?

2054. Mitu pange 64°-list piiritust tarvis juurde lisada 14 pangele 48°-lisele piiritusele, et saada 50°-line segu?

2055. Mitu pange puhast piiritust tarvis juurde lisada 32 pangele 62°-lisele piiritusele, et saada 68°-line segu?

2056. Kahes aamis on piiritus: ühes on puhast piiritust sama palju kui vett, teises aamis on puhast piiritust kolm korda niipalju kui vett. Mitu pange peab võtma kummastki aamist, et saada 10 pange 60°-list segu?

2057. Purgis on 12 naela siirupit, milles suhkru hulk moodustab 25% siirupi raskusest. Kui palju suhkrut peab siirupile juurde lisama, et saada siirup, milles suhkru hulk moodustaks 40% siirupi raskusest?

2058. Kui palju 0,925-proovilist hõbedat ja kui palju 0,675-proovilist hõbedat peab võtma, et saada 10 kg 0,825-proovilist hõbedat?

0,925-proovilist — x kg;

0,675-proovilist — $(10 - x)$ kg;

$$0{,}925\,x + 0{,}675\,(10 - x) = 10 \,.\, 0{,}825\,;$$
$$925\,x + 675\,(10 - x) = 8250\,;$$
$$37\,x + 27\,(10 - x) = 330\,;$$
$$37\,x + 270 - 27\,x = 330\,;$$
$$10\,x = 60\,;$$
$$x = 6.$$

Vastus: 0,925-proovilist hõbedat peab võtma **6 kg**, 0,675-proovilist hõbedat aga **4 kg**.

2059. Mitu kg 0,918-proovilist ja 0,525-proovilist hõbedat tarvis võtta, et saaks 5,764 kg 0,750-proovilist sulatist?

2060. Mitu kg vaske ja mitu kg 0,650-proovilist hõbedat tarvis sulatada, et saada 14 kg 0,520-proovilist sulatist?

2061. Mitu kg 0,875-proovilist hõbedat tarvis sulatada 4,7 kg vasega, et saada 0,546-prooviline sulatis?

2062. Mitu g 0,820-proovilist kulda tarvis sulatada 16,12 g kullaga, mille proov on 0,585, et saada 0,690-prooviline sulatis?

2063. Kui 6,25 kg hõbedasulatist sulatada 3,75 kg vasega, siis saab 0,540-prooviline sulatis. Leida hõbedasulatise proov.

2064. Kui sulatada 3,76 g 0,915-proovilist kulda ja 1,88 g kulda teisest sordist, siis saab 0,765-prooviline sulatis. Leida teist sorti kulla proov.

2065. Mitu kg vett ja mitu kg 75%-list väävelhapet sisaldub 15 kg 27%-lises väävelhappes?

VII osa.

Võrrandsüsteemide lahendamine.

Olgu antud mingisugune esimese astme võrrand kahe tundmatuga, näit. $\frac{3(x-1)}{4} - 2y = \frac{y-5}{6}$. Sellekohaste juhiste põhjal võime temale järgneva lihtkuju anda.

$$\underbrace{\frac{3x-3}{4}}_{3} - \underbrace{2y}_{12} = \underbrace{\frac{y-5}{6}}_{2};$$

$$9x - 9 - 24y = 2y - 10;$$

$$9x - 24y - 2y = -10 + 9;$$

$$9x - 26y = -1$$

ehk

$$26y - 9x = 1.$$

Ettevõetud muunduste lõpul saadud võrrand $26y - 9x = 1$ ehk tema eelmine $9x - 26y = -1$ moodustavad kahe tundmatuga esimese astme võrrandi **normaalkuju.** Nagu näha, on normaalkujul kolm liiget: pahemal pool kaks liiget, milledest üks ühe (x) ja teine teise (y) tundmatu sisaldab, ja paremal pool ainus vaba liige (-1 või 1); vaba liige võrdub sagedasti nulliga, näit.: $3x - 4y = 0$. Tähendades kordajaid tähtede a ja b kaudu ja vaba liiget c kaudu, saame kahe tundmatuga esimese astme võrrandi **üld-normaalkuju** $ax + by = c$. Säärast kuju võib igale kahe tundmatuga esimese astme võrrandile anda.

Püüame lahendada mingisuguse kahe tundmatuga esimese astme võrrandi, näit. $2x + 3y = 11$. Andes x-i avalduses $x = \frac{11 - 3y}{2}$ seisvale y-le väärtused:

$$y = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

leiame vastavalt:

$$x = 4, 2\tfrac{1}{2}, 1, -\tfrac{1}{2}, \ldots$$

Nagu näeme, on antud võrrandil $2x + 3y = 11$ lõpmata palju juurtepaare (1 ja 4; 2 ja $2\frac{1}{2}$; 3 ja 1; 4 ja $-\frac{1}{2}$; . . .), s. o. **üks võrrand kahe tundmatuga on määramatu.**

Et kahe tundmatuga esimese astme võrrandit lahendada, selleks on tarvis võtta kaks isesugust, kuid samaväärset (ekvivalentset), samu tundmatuid sisaldavat esimese astme võrrandit.

Antagu kaks isesugust, kuid samaväärset kahe tundmatuga esimese astme võrrandit:

$$2x + 5y = 25$$
$$3x - 2y = 9,$$

tingimusega, et neid lahendada, s. o. leida x ja y niisugused väärtused ehk tähendused, mis samal ajal rahuldaksid mõlemaid võrrandeid. Säärasel korral sünnitavad antud kaks võrrandit kahe esimese astme **võrrandsüsteemi** ja x ja y otsitavad tähendused on võrrandsüsteemi juured. Võrrandsüsteemi märgina tarvitatakse sagedasti märki: {, nii et ülemalantud süsteemi võiksime üles tähendada järgmiselt:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 25 \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$$

Võrrandsüsteeme lahendatakse mitmel viisil. E n n e l a h e n d a m i s t t u l e b s ü s t e e m i s e s i n e v a d v õ r r a n d i d n o r m a a l s e t e k s t e h a.

Liitmis- või lahutamisviis ehk -metood. Antud on võrrandsüstem:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 25 \\ 3x - 2y = 9, \end{cases}$$

mille lahendamise järgmiselt rakendame:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 25 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases} \left| \begin{matrix} .3 \\ .2 \end{matrix} \right| \begin{array}{r} 6x + 15y = 75 \\ -\;6x \pm \;\;4y = 18 \\ \hline 19y = 57 \\ y = 3 \end{array}$$

Pannes ühte võrrandisse (näit. teise) y asemele tema tähenduse saame:

$$3x - 6 = 9;$$
$$3x = 15;$$
$$x = 5.$$

Nõnda on antud võrrandsüsteemi juured: $x = 5$ ja $y = 3$.

Asemelepanemis-viis ehk -metood. Avaldame ülemalantud võrrandsüsteemi ühest võrrandist (näit. esimesest) mingisuguse tundmatu (näit. x) teise tundmatu (y) kaudu: $x = \frac{25 - 5y}{2}$. Pannes teise võrrandisse x asemele tema avalduse saame:

$$3\left(\frac{25 - 5y}{2}\right) - 2y = 9;$$
$$75 - 15y - 4y = 18;$$
$$-19y = -57;$$
$$19y = 57;$$
$$y = 3.$$

Et üks tundmatu (y) leitud, võime ükskõik kummast võrrandist ka teise tundmatu (x) leida; leiame ta näit. teisest võrrandist:

$$3x - 6 = 9; \qquad \text{Ehk: } x = \frac{25 - 5y}{2};$$
$$3x = 15;$$
$$x = 5. \qquad x = \frac{25 - 15}{2} = 5.$$

Võrrandsüsteemi juured on endiselt: $x = 5$ ja $y = 3$.

Võrdlemisviis ehk -metood seisab selles, et võrreldakse ühe ja sama tundmatu tähendust kummastki võrrandist. Endist süsteemi

$$\begin{cases} 2x + 5y = 25 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

lahendades avaldame näit. x kummastki võrrandist y kaudu:

$$x = \frac{25 - 5y}{2},$$

$$x = \frac{9 + 2y}{3}.$$

Võrrandsüsteemi tundmatute omaduse põhjal on ühe ja sama tundmatu tähendused mõlemates võrrandites võrdsed; sellepärast saame kahe võrrandi asemel ühe võrrandi

$$\frac{25 - 5y}{2} = \frac{9 + 2y}{3},$$

millest leiame y:

$$75 - 15y = 18 + 4y;$$

$$-19y = -57;$$

$$19y = 57;$$

$$y = 3.$$

Pärast seda on kerge ka ükskõik kummast x-i avaldusest leida tema tähendus; näit.:

$$x = \frac{9 + 2y}{3};$$

$$x = \frac{9 + 6}{3} = \frac{15}{3} = 5.$$

Ka selle metoodiga leidsime, nagu see teisiti ei või ollagi, endised juured: $x = 5$ ja $y = 3$.

Abiotsitavate viis ehk metood lihtsustab sagedasti võrrandite lahendamist. Olgu antud võrrandsüsteem:

$$\begin{cases} \dfrac{39}{3x+2y}+\dfrac{24}{2x+3y}=5 \\ \dfrac{65}{3x+2y}-\dfrac{36}{2x+3y}=2. \end{cases}$$

Võtame tarvitusele abiotsitavad a ja b. Selleks oletame, et:

$$\frac{1}{3x+2y}=a$$

$$\frac{1}{2x+3y}=b.$$

Võime kirjutada süsteemi:

$$\begin{cases} 39a+24b=5 \\ 65a-36b=2, \end{cases}$$

millest leiame, et $a=\frac{1}{13}$ ja $b=\frac{1}{12}$. Pannes a ja b asemele nende väärtused saame uue süsteemi:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{3x+2y}=\dfrac{1}{13} \\ \dfrac{1}{2x+3y}=\dfrac{1}{12} \end{cases} \text{ehk:} \begin{cases} 3x+2y=13 \\ 2x+3y=12. \end{cases}$$

Lahendades viimase süsteemi leiamegi juured:

$$x=3 \text{ ja } y=2.$$

Graafiline esimese astme võrrandsüsteemi lahendamise viis.

Olgu antud järgmine võrrandsüsteem:

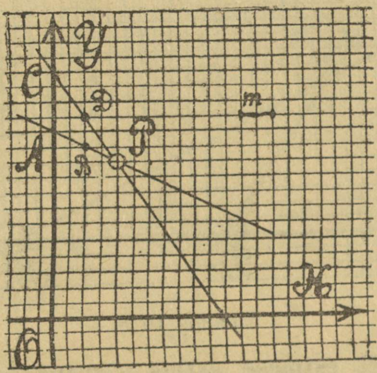
$$\begin{cases} x+2y=12 \\ 3x+2y=16. \end{cases}$$

Määrame kummastki võrrandist y:

$$y=\frac{12-x}{2}$$

$$y=\frac{16-3x}{2}.$$

Niiviisi saame kaks funktsiooni, mis graafiliselt tuleb lahendada. Esimest funktsiooni kujutav sirgjoon peab kulgema punktid A (0;6) ja B (1;5,5) ning teist funktsiooni kujutav sirgjoon punktid C (0;8) ja D (1;6,5).



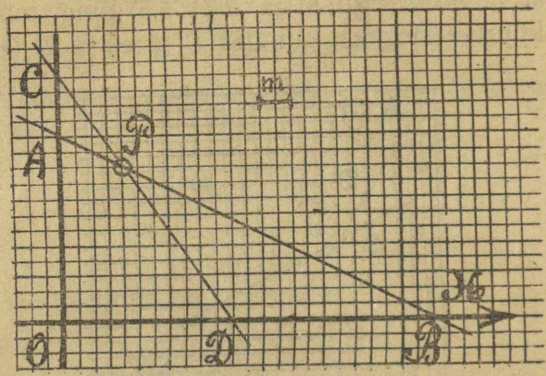
Joonis 9.

Saadud funktsioone kujutavaid jooni vaadeldes näeme, et need lõikuvad ühes punktis P. Tuleb ainult punkti P koordinaadid määrata ja käes ongi meil antud võrrandsüsteemi juured: $x = 2$ ja $y = 5$.

Sama võrrandsüsteemi võib lahendada, ilma kummastki võrrandist y määramata. Antud võrrandeid võib vaadata kui funktsioone, kus y on **ilmutamata** kujul. Seesuguseid funktsioone nimetatakse **ilmutamata funktsioonideks.**

Et ilmutamata funktsiooni graafiliselt kujutada, selleks tuleb kummastki funktsioonist leida y väärtus, kui $x = 0$‘ ja x väärtus, kui $y = 0$. Saame: 1) $x = 0$, $y = 6$ ja $x = 12$, $y = 0$ ja 2) $x = 0$, $y = 8$ ja $x = 5\frac{1}{3}$, $y = 0$. Esimest ilmutamata funktsiooni kujutav joon peab kulgema punktid A (0;6) ja B (12;0) ning teist kujutav joon punktid C (0;8) ja D ($5\frac{1}{3}$;0).

Funktsioone kujutavate joonte lõikepunkti P koordinaadid ongi antud võrrandsüsteemi juured.



Joonis 10 *).

Juhis. Et esimese astme võrrandsüsteemi graafiliselt lahendada, selleks võib kummastki võrrandist y määrata, s. o. ilmutatud funktsioonid leida või antud võrrandid võtta ilmutamata funktsioonidena. Saadud funktsioonid tuleb graafiliselt kujutada ja funktsioone kujutavate joonte lõikepunkti koordinaadid määrata. Saadud lõikepunkti koordinaadid ongi võrrandsüsteemi juured.

Lõpuks, olgu tähendatud, et võivad olla võrrandsüsteemid, mida on võimatu lahendada.

Lahendada võrrandsüsteemid:

2066. $x+y=50$, $x-y=20$. **2067.** $x+5y=47$, $x+y=15$.
2068. $3x+8y=19$, $3x-y=1$. **2069.** $x+5y=35$, $3x+2y=27$.
2070. $3x+8y=59$, $6x+5y=107$.
2071. $14x-9y=24$, $7x-2y=17$.
2072. $5y+4x=13$, $3y+5x=13$. **2073.** $3x-5y=13$, $2x+7y=81$.
2074. $2x-7y=8$, $4y-9x=19$. **2075.** $3y-4x=1$, $3x+4y=18$.
2076. $6x-4y=5$, $8x-3y=2$.

---

*) Püsttelje juures puudub Y, mis eksikombel välja on jäänud.

2077. $12x+15y=8,\ 16x+9y=7.$

2078. $5x+14y=24,\ 19x-21y=17.$

2079. $8x-33y=19,\ 12x+55y=19.$

2080. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=7,\ \frac{2x}{3}-\frac{y}{4}=1.$ 2081. $\frac{7x}{6}+\frac{5y}{3}=34,\ \frac{7x}{8}+\frac{y}{8}=12$

2082. $\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=3\frac{1}{2},\ \frac{x}{3}-\frac{y}{8}=\frac{1}{2}.$

2083. $\frac{x+y}{3}+x=15,\ y-\frac{y-x}{5}=6.$

2084. $\frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=8,\ \frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{4}=11.$

2085. $x+2-\frac{5x+3y}{7}=y-\frac{9y+11}{14},\ y+2-\frac{4y-3x}{2}=x-\frac{2y-5}{5}$

2086. $\frac{x-1}{y-1}=\frac{1}{5},\ \frac{x+4}{y+4}=\frac{2}{5}.$

2087. $\frac{5}{x+4}=\frac{2}{y-1},\ \frac{3}{x+2}=\frac{4}{y+1}.$

2088. $x+\frac{3}{y}=\frac{7}{2},\ 3x-\frac{2}{y}=\frac{26}{3}.$ 2089. $\frac{8}{x}+3y=19,\ \frac{12}{x}-y=1.$

2090. $\frac{x}{y-2}=\frac{x+8}{y+1},\ 5x-6y=10.$

2091. $\frac{x+1}{y-1}-\frac{x-1}{y}=\frac{6}{y},\ x-y=1.$

2092. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{11}{30},\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{30}.$ 2093. $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=10,\ \frac{4}{x}+\frac{3}{y}=20.$

2094. $\frac{3}{x}+\frac{8}{y}=3,\ \frac{15}{x}-\frac{4}{y}=4.$ 2095. $\frac{5}{3x}+\frac{2}{5y}=7,\ \frac{7}{6x}-\frac{1}{10y}=3$

2096. $\frac{4x+7}{3}+\frac{5x-4y}{2x+1}=\frac{17+8x}{6},\ 6x-5y=9.$

2097. $\frac{18}{x-y}+\frac{20}{x+y}=5,\ \frac{24}{x-y}-\frac{30}{x+y}=1.$

2098. *) $x+y=a,\ x-y=b.$ **2099.** $x+y=m,\ y-x=n.$

2100. $ax+by=c,\ x+y=1.$ **2101.** $mx+ny=p,\ x-y=1.$

2102. $ax+by=c,\ bx-ax=d.$ **2103.** $mx-ny=p, qy-rx=s.$

2104. $\frac{x}{m}-\frac{y}{n}=2,\ \frac{x}{n}+\frac{y}{m}=\frac{m^2-n^2}{mn}.$

2105. $\frac{x}{m}-\frac{y}{n}=\frac{1}{mn},\ \frac{x}{p}-\frac{y}{q}=\frac{1}{pq}.$

2106. $\frac{x}{y}=\frac{a}{b},\ bx+ay=2a.$

2107. $\frac{x}{y}=\frac{a+b}{a-b},\ ax-by=a^2+b^2.$

2108. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=a,\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=b.$

2109. $\frac{a}{x+y}+\frac{b}{x-y}=1,\ \frac{a^2}{x+y}-\frac{b^2}{x-y}=\frac{a-b}{2}.$

Järgnevaist ülesandeist kokku seada võrrandsüsteemid ja lahendada:

2110. Osteti 25 p. suhkrut ja 15 naela teed ja maksti ühtekokku 23000 mk.; teine kord osteti samade hindadega 45 n. teed ning 25 p. suhkrut ja maksti ühtekokku 29000 mk. Kui palju maksab nael teed ja kui palju maksab puud suhkrut?

2111. 2 tükki sitsi ja 8 tükki lõuendit sisaldavad enestes ühtekokku 260 meetrit; 6 samasugust tükki sitsi ning 4 samasugust tükki lõuendit sisaldavad ühtekokku 280 m. Mitu m sitsi ja mitu m lõuendit on igas tükis?

2112. Peedu ütleb Jukule: „Anna üks oma lammas minule, siis on mul 2 korda niipalju lambaid, kui sinul on.“ Juku vastab: „Parem anna üks oma lammas minule, siis on mul sama palju lambaid kui sinulgi.“ Mitu lammast oli kummalgi?

---

*) Järgnevais ülesandeis on tundmatud tähendatud tähtede x ja y kaudu.

2113. Kui mees töötas 25 päeva ja naine 16 päeva, siis said nad ühtekokku 10700 mk.; töötab aga mees 24 päeva ja naine 20 päeva, siis teenivad nad ühtekokku 11200 mk. Leida mehe ja naise päevapalk.

2114. Osteti 10 postmarki: $2\frac{1}{2}$-margalisi ja 5-margalisi, ja maksti nende eest ühtekokku 45 mk. Mitu $2\frac{1}{2}$-margalist ja mitu 5-margalist postmarki osteti?

2115. Rahakotis on 25 raha: 100-margalised ja 10-margalised, mis ühtekokku moodustavad 2140 mk. Mitu sajalist ja mitu kümnelist raha on?

2116. Ülesostja ostis 15 kana ning 8 parti ja maksis nende eest ühtekokku 1390 mk.; teisel päeval müüs ta sama hinnaga 18 kana ning 9 parti ja sai nende eest 1620 mk. Kui kallilt müüs ta keskmiselt iga kana ja iga pardi?

2117. Postijaamas tarvitati 10 hobuse ja 7 lehma toitmiseks igapäev 11 puuda heinu; kui aga osteti juurde 1 hobune ja 2 lehma, siis kulus nende toitmiseks igapäev 12 p. 30 n. heinu. Kui palju heinu anti päevas igale hobusele ja igale lehmale? 12; 8 kg

2118. Sõites päri voolu tarvitab aurik 72-kilomeetrilise tee sõitmiseks 6 tundi; sõidab ta aga vastu voolu, siis tarvitab ta sama kauguse sõitmiseks 9 tundi. Leida auriku sõidu kiirus seisvas vees ja vee jooksu kiirus tunnis.

2119. Soovitakse taskukella loosida. Kui loosi eest võetaks 30 mk., siis saadakse, müües ära kõik piletid, 500 mk. taskukella hinnast vähem; võetaks aga loosi eest 40 mk., siis saab raha 1500 marga võrra rohkem, kui taskukell maksab. Leida taskukella hind ja looside arv. 6500; 200

2120. Kaks postikandjat läksid ühel ja samal ajal teineteisele vastu kahest kohast, millede vahemaa on 36 km, ja kohtasid teineteist 4 tunni pärast; teine kord hakkas esimene postikandja 1 tunni 12 minuti võrra enne teist liikuma ja nõnda jäi tal kuni kohtamiseni veel 3 t. 20 min. kõndida. Mitu km kõndis kumbki neist tunnis?

2121. Tubakakaupluse omanik segas tubakat: esimest sorti võttis ta 12 naela, teist sorti 14 naela, ja segu naelahind võrdus 280 margaga. Oleks ta võtnud 6 naela tubakat esimesest sordist ning 20 naela teisest sordist, siis oleks segu naelahind 250 mk. olnud. Kui palju maksis nael seda ja teist sorti tubakat?

2122. Kui segada 5 pange üht sorti piiritust ja 7 pange teist sorti piiritust, siis saab 65^0-line segu; võetaks aga 20 pange esimest sorti ja 4 pange teist sorti, siis saaks 70^0-line segu. Leida segatavate piiritusesortide kangus.

2123. Kui sulatada 1,4 kg hõbedat ja 3,5 kg teist sorti hõbedat, siis saab 0,825-prooviline sulatis; kui aga sulatada 3,2 kg esimest sorti ja 2,4 kg teist sorti hõbedat, siis saab 0,775-prooviline sulatis. Leida sulatatavate hõbedasortide proov.

2124. Kui segada 8 kg üht sorti väävelhapet 80%-lise teist sorti väävelhappega, siis saadakse 60%-line segu; võtame aga esimest sorti $\frac{1}{2}$ kg võrra vähem ja teist sorti 4 kg võrra rohkem, siis on segu 65%-line. Mitme %-line peab olema esimene sort ja mitu kg peab olema teist sorti, mis esimese segu jaoks võetud?

2125. Kaupmehel on 2 maja, mis ühtekokku a mk. maksavad. Esimene maja annab talle kasu p% aastas, teine maja q% aastas, kusjuures üldine kasusumma kahest majast ühtekokku moodustab b mk. Kui palju maksab kumbki maja lahus? $a=850000$; $p = 7\frac{1}{2}$; $q=6$; $b=59700$.

2126. Kui osta a meetrit esimest sorti kalevit ja b meetrit teist sorti kalevit, siis tuleb maksta m mk.; kui aga osta a_1 meetrit esimest sorti ja b_1 meetrit teist sorti kalevit, siis tuleb maksta m_1 mk. Kui palju maksab meeter kumbagi sorti kalevit? $a=6$; $b=4$; $m=8800$; $a_1=5$; $b_1=8$; $m_1=10600$.

2127. Üks töömees alustas töö ja töötas ta kallal a päeva; haiguse pärast oli ta sunnitud oma pooliku töö teisele töömehele edasi andma, kes ta b päevaga lõpetas. Kui nad oleksid kõik aeg ühes töötanud, siis oleks terve töö t päeva pärast lõpetatud olnud. Mitme päevaga oleks kumbki töömees üksikult selle töö lõpetanud? $a = 9$; $b = 24$; $t = 18$.

2128. Tundmatu kapital, mis oli hoiule antud, muutus ühes protsentrahaga t aasta pärast a margaks, aga t_1 aasta pärast a_1 margaks. Kui suur oli see kapital ja mitme aastaprotsendiga oli ta hoiule antud? $a = 880$; $a_1 = 912$; $t = 2\frac{1}{2}$; $t_1 = 3\frac{1}{2}$.

Kordamisülesanded.

2129. Asunik laenas naabrilt 12300 mk. 7%-ga 10 kuuks, kuid $5\frac{1}{2}$ kuu pärast laenas ta samalt naabrilt veel 8550 mk. tingimusega, et ta mõlemad võlasummad ühel ja samal ajal ära tasub. Tähtajal maksis asunik mõlema võlasumma kustutamiseks ühes protsentrahaga 21824 mk. Mitme protsendiga oli teine laen tehtud? Vastus: 8%.

2130. Kolm venda müüsid nende päralt oleva 15000-margalise veksli 8%-lise oodusega 9 kuud enne tähtaega. Saadud summa jagasid nad isekeskis võrdeliselt arvudega 4:5:6. Kui palju raha sai iga vend? Vastus: üks sai 3760 mk.

2131. Optant müüs 2 kullast küünlajalga, 2 n. 20 loodi kumbki, ja sai iga solotniku puhta kulla eest (ühes tööga) 600 mk.; sulatis aga, millest küünlajalad olid tehtud, sisaldas eneses iga naela kohta 60 solotnikku puhast kulda*). $\frac{5}{9}$ saadud rahast laenas ta kaasoptandile 7,5%-ga. Kui palju raha sai ta tähtajal?

2132. Segati 2 puuda kaht sorti tubakat: esimest sorti võeti $1\frac{1}{2}$ korda rohkem kui teist sorti; nael esimest

*) Vene seaduse järele oli niisugune sulatis 60-prooviline.

sorti maksis 300 mk., aga nael teist sorti 200 mk. Kui kallilt peab müüma naela segu, et saada terve segu pealt 3200 mk. kasu? Vastus: 300 mk.

2133. Kaupmees segas 15 kg kohvi, 300 mk. kilogramm, 5 kg kohvi, 260 mk. kg, ja 16 kg kolmandat sorti kohvi. Müües kg segu 288 marga eest, saab kaupmees 15,2% kasu. Kui palju maksab kg kolmandat sorti kohvi? Vastus: 200 mk.

2134. Kaupmees maksis tüki riide eest 24000 mk.; $\frac{1}{4}$ sellest tükist müüs ta 450 mk. meeter ja $\frac{1}{2}$ jäägist müüs ta 500 mk. meeter. Kui kallilt peab ta 24-meetrilise jäägi müüma, et terve tüki pealt 8400 mk. teenida? Vastus: 550 mk.

2135. Kaupmees müüs 25% kalevitükist 350 mk. arssin, 40% samast tükist 400 mk. arssin, aga 28-arssinalise jäägi 450 mk. arssin. Nõnda sai ta terve tüki pealt 6000 mk. kasu. Kui palju maksab arssin kalevit tal enesel?

2136. Toa pikkus on 3 sülda 3 jalga, laius 2 sülda ja kõrgus 1 süld 3 jalga. Mitu puuda õhku on selles toas, kui 1 kantjalg õhku kaalub 8 solotnikku? Vastus: 7 p.

2137. Keegi laenas 8000 mk. $6\frac{2}{3}$%-ga $1\frac{1}{2}$ aastaks; mõne kuu pärast laenas ta samalt isikult veel 4000 mk. $6\frac{1}{2}$%-ga, lubades seejuures mõlemad laenud esimese laenu tähtajal ära tasuda. Tähtajal maksis ta ühtekokku 13125 mk. Mitu kuud pärast esimest laenu tehti teine laen? Vastus: 3 kuud.

2138. Kaupmees müüs tüki riiet, mis temal enesel maksis 60000 mk., kolmele ostjale: esimesele $\frac{1}{4}$ tervest tükist, teisele $\frac{1}{2}$ jäägist ja veel 15 meetrit ning kolmandale 60-meetrilise jäägi. Esimene ostja maksis iga meetri eest 320 mk., teine 350 mk. Kui palju maksis iga arssina eest kolmas ostja, kui kaupmees terve tüki pealt sai $13\frac{1}{6}$% kasu? Vastus: 340 mk.

2139. Kaks venda pärisid oma isalt ühtekokku

21000 mk.; noorem vend sai 75% sellest, mis sai vanem vend. Vanem vend ostis 0,3-ga oma pärusest 4000-margalise veksli, mille tähtaeg oli 1 a. 3 kuu pärast. Mitme protsendiga oodustati veksel? V.: 8%.

2140. Kaupmees ostis maja. $\frac{3}{5}$ maja hinnast tasus ta kohe 800000-margalise veksliga, mille tähtaeg tuleb $7\frac{1}{2}$ kuu pärast ja mille ooduse protsent on 10. Ülejäänud summa lubas ta maksta 9 kuu pärast ühes 8%-lise protsentrahaga. Missuguse summa peab ta maksma tähtajal? V.: 530000 mk.

2141. Kolm venda müüsid isalt päritud 10000-margalise veksli 10 kuud enne tähtaega ja jagasid saadud summa võrdeliselt arvudega $4:3:2\frac{1}{2}$, kusjuures esimene sai rohkem kui teine 1500 marga võrra. Mitme protsendiga oli veksel oodustatud? V.: 6%.

2142. Kaupmees ostis 7200 marga eest kolme sorti tangu, millede hulgad suhtusid nõnda kui 2:3:4. Segades kõik tangud ja müües saadud segu 360 mk. puud, sai kaupmees 10% kahju. Mitu puuda oli iga sorti tangu? V.: üht sorti 4 p.

2143. Veetoru moodustab rist-läbilõigus ruudu, mille pikkus ja laius on 2 tolli. Sellest torust jookseb vesi täisvooluna 25-tollilise kiirusega sekundis. Mitu pange vett jookseb selle toru kaudu minutis, kui 1 pang sisaldab 750 kanttolli? V.: 8 pange.

2144. Keegi loosib taskukella: Kui ta müüb loosid 200 mk. tükk, siis saab ta 1500 mk. kahju; müüb ta aga loosid 300 mk. tükk, siis saab ta 20% kasu. Kui palju maksab taskukell? V.: 7500 mk.

2145. Vürtsipoodnik ostis 275 marga eest seltersit ja mõdu, millede pudelite arvud suhtusid nõnda kui 2:3. Vürtsipoodnik võttis müües iga pudeli eest keskmiselt 6 mk. ja sai seejuures 20% kasu. Mitu pudelit seltersit ja mitu pudelit mõdu osteti? V.: 22 ja 33 pud.

2146. Kaupmees segas kaht sorti kohvi: 100 mk. ja 60 mk. nael; kui ta müüb naela segu odavama sordi hinnaga, siis saab ta 20% kahju; müüb ta aga naela segu kallima sordi hinnaga, siis saab ta 20 mk. kasu. Mitu naela kohvi võttis ta seguks kummastki sordist? V.: 30 ja 50 n.

2147. Vesistusse jookseb vett läbi 8 ühesuguse kraani; poole tunni pärast sai vesistu pooleni täis. Nüüd käänati 2 kraani kinni. Mitme minuti pärast peale seda täitub vesistu? V.: 40 m.

2148. Perenaine ostis kolmelt müüjalt punaseid sõstraid: 8 mk., 7 mk. ja 5 mk. toop; esimest sorti ostis ta 2 korda rohkem kui teist sorti ja $2\frac{1}{2}$ korda vähem kui kolmandat sorti. Kui palju maksab keskmiselt iga toop sõstraid? V.: 6 mk.

2149. Kolm venda jagasid päranduse nõnda, et esimene sai 75% sellest, mis sai teine; teine sai 80% sellest, mis sai kolmas, aga kolmas sai 40000 marga võrra rohkem kui esimene. Kui suur oli terve pärandus? V.: 240000 mk.

2150. Kolm venda jagasid eneste vahel päranduse võrdeliselt arvudega 1,5 : 2 : 2,5. Kaks esimest venda andsid oma summad $6\frac{2}{3}$%-ga 9 kuuks hoiule ja said hoiuaja lõpul ühes protsentrahaga 7350 mk. Kui suur oli pärandus? V.: 12000 mk.

2151. Kaupmehel oli kaht sorti kohvi: 90 mk. ja 50 mk. nael; kumbagi sorti oli 1 puud. Kui ta segas teatava hulga esimesest ja teisest sordist, siis sai ta 1 puuda segu, 60 mk. nael. Kui palju maksab 1 nael segu, mis on ülejäänud kohvist moodustatud? V.: 80 mk.

2152. Kaupmees ostis 30000 marga eest kolm kasti teed, ühtekokku $3\frac{3}{4}$ p. Esimese ja teise kasti tee hulgad suhtuvad nagu 2 : 2,5, aga kolmanda kasti tee hulk moodustab $66\frac{2}{3}$% kahe esimese kasti tee hulgast; esimese ja teise kasti tee müüs ta 220 mk. nael. Kui kallilt tarvis müüa iga nael kolmanda kasti teed, et kõige tee pealt 16% kasu saada? V.: 250 mk.

2153. Kahurrohi valmistatakse salpeetri, söe ja väävli segust. Söe hulk moodustab 15% kogu kahurrohu hulgast, aga väävli ja salpeetri hulgad suhtuvad nõnda kui 1 : 7,5. Kui palju saadakse kahurrohtu segust, kus sütt on 10 naela võrra rohkem kui väävlit? V.: 5 p.

2154. Keegi jagas oma rahasumma kolme võrdsesse ossa ja andis ühe osa 7%-ga, teise osa $7\frac{1}{2}$% ja kolmanda osa 8%-ga hoiule. 1 a. 4 kuu pärast sai ta kõigist kolmest osast ühtekokku 900 mk. protsentraha. Kui suur oli tema rahasumma? V.: 9000 mk.

2155. Kaupmees segas kolme sorti kohvi: 240 mk. kg, 180 mk. kg ja 120 mk. kg, kusjuures ta võttis esimest sorti 2 korda suurema summa eest kui kumbagi ülejäänud sorti. Kui palju maksab nael segu? V. 180 mk.

2156. On kaks võrdsete pindaladega maatükki. Esimese maatüki pikkus on 80 sülda, teise pikkus aga 160 sülda, kusjuures esimene maatükk on 30 sülla võrra laiem kui teine. Kui suur on kumbki maatükk? V.: 2 tiinu.

2157. 1. jaanuaril kell 12 l. näitab kell õiget aega, aga siis jääb ta iga tund õigest ajast 1 minuti võrra maha. Millal näitab kell jälle õiget aega? V.: 31. jaan. k. 12 l.

2158. Keegi laenas $\frac{3}{5}$ oma kapitalist 10%-ga, aga ülejäänud raha 5%-ga ja 1 aasta 6 kuu pärast sai ühtekokku 360 mk. protsentraha. Kui suur oli tema kapital? V.: 3000 mk.

2159. Keegi müüs veksli 8 kuud enne tähtaega 6%-lise oodusega. 75% saadud rahast tarvitas ta kaht sorti lauasoola ostmiseks, 3 mk. ja 2 mk. nael. Kui ta segas $\frac{1}{2}$ esimesest sordist ja $\frac{2}{3}$ teisest sordist, siis sai ta $7\frac{1}{2}$ puuda segu, mille ta müüs kallima sordi hinnaga ja sai seejuures 25% kasu. Leida veksli valuut. V.: 1750 mk.

2160. Meistril oli 3 tükki hõbedat: esimene tükk kaalus 8 korda vähem kui teine ja kolmas ühtekokku, teine kaalus 2 korda vähem kui esimene ja kolmas ühtekokku, aga kolmas kaalus 2 naela võrra rohkem kui 2 teist ühtekokku. Kui palju kaaluvad kõik 3 tükki ühtekokku? V.: 18 n.

2161. Kolm venda jagasid isa kapitalist saadava protsentraha eneste vahel nõnda, et esimene sai 25% sellest, mis said teine ja kolmas ühtekokku; teine sai $\frac{3}{7}$ sellest, mis said esimene ja kolmas ühtekokku, aga kolmas sai 5000 mk. Kui suur on isa kapital, kui ta 10% andis? V.: 100000 mk.

2162. Riigi piirituseladus valati 64-pangelisest täidetud piirituseaamist $\frac{1}{4}$ osa piiritust välja ja täideti aam veega; peale seda valati välja $\frac{1}{4}$ saadud segust ja täideti aam uuesti veega; lõppeks valati veel $\frac{1}{4}$ uuesti saadud segust välja ja täideti aam veega. Mitu pange puhast piiritust jäi aami? V.: 27 p.

2163. Kaks venda jagasid isalt päritud kapitali kahte ossa võrdeliselt arvudega 2 : 3; esimene andis oma osa hoiule $4\frac{1}{2}$%, teine 4%. Iga aasta said nad ühtekokku 4200 mk. protsentraha. Kui suur oli päritud kapital? V.: 100000 mk.

2164. Keegi jagas oma kapitali kolme ossa võrdeliselt arvudega 3 : 4 : 5 ja andis need osad hoiule: esimese osa 6%-ga, teise osa 7%-ga ja kolmanda osa 8%-ga. Kui suur oli terve kapital, kui ta tõi iga aasta 1720 mk. protsentraha? V.: 24000 mk.

2165. Kaupmees segas nelja sorti pähkleid: 45 mk., 35 mk., 24 mk. ja 20 mk. nael, ja müües naela segu 27 margaga sai 10% kahju. Kui palju oli tal segu üldse, kui esimese, teise ja kolmanda sordi pähklite hulgad suhtuvad nõnda kui 2 : 6 : 5, aga neljandat sorti võeti seguks 50 naela võrra vähem kui kolme esimest sorti ühtekokku? V.: 2 p.

2166. Keegi andis 6000 mk. panka hoiule 4%-ga, kuid 5600 mk. andis eraisikule võlgu 6%-ga. Kui pika aja pärast muutuvad mõlemad kapitalid ühes protsentrahaga üheks ja samaks summaks? V.: 4 a. 2 k.

2167. Segati kolme sorti piiritust: 80^0, 60^0 ja 50^0. Esimest sorti võeti 2 korda rohkem kui kolmandat ja 10 pange võrra vähem kui teist sorti; segu sai 65^0-line. Kui palju oli segu? V.: 60 pange.

2168. Keegi jagas oma kapitali kahte ossa võrdeliselt arvudega 5 : 4. Suurema osa andis ta hoiule 6%-ga 10 kuuks, aga väiksema osa 7%-ga 9 kuuks. Kahest osast ühtekokku sai ta 460 mk. protsentraha. Kui suur oli terve alguskapital? V.: 9000 mk.

2169. Kaupmees müüs kahele ostjale 1 kasti teed ja 1 kasti kohvi. Esimesele ostjale müüs ta $\frac{1}{3}$ kasti teed ja $\frac{2}{3}$ kasti kohvi, üldse 8400 marga eest; teisele ostjale müüs ta ülejäänud tee ja kohvi 7200 marga eest. Kui palju oli teed ja kui palju oli kohvi, kui nael teed maksis 200 mk., aga nael kohvi 80 mk.? V.: 30 n., 3 p.

2170. Neli venda jagasid päritud varanduse eneste vahel nõnda, et esimene sai 20% tervest pärusest ja et teise, kolmanda ja neljanda osad suhtusid isekeskis nõnda kui 5:6:7. Esimene ja neljas vend liitsid oma osad ning andsid saadud summa 7,5%-ga hoiule, kust nad 8 kuu pärast said ühes protsentrahaga 24150 mk. Kui suur oli terve päritud varandus? V.: 45000 mk.

2171. Maaomanik müüs kaks ühesuurust püstkülikukujulist maa-ala, 150 mk. m^2. Esimene maa-ala oli 20 meetri võrra pikem kui teine; esimese maa-ala laius oli 30 m, teise maa-ala laius 40 m. Kui palju raha sai maaomanik üldse? V.: 720000 mk.

2172. Keegi müüs veksli 8 kuud enne tähtaega 6%-lise oodusega. Saadud raha jagas ta kolme ossa võrdeliselt 5 : 4 : 3. Esimese osa andis ta hoiule 8%-ga, teise osa $7\frac{1}{2}$%-ga, kolmanda osa 7%-ga ja sai üldse aastas 910 mk. protsentraha. Leida müüdud veksli valuut? V.: 12500.

2173. Sulatati kolm tükki hõbedat: 1 nael hõbedat esimesest tükist sisaldas eneses 84 sol. puhast hõbedat, 1 nael teisest tükist 72 sol. ja 1 nael kolmandast tükist 48 sol. puhast hõbedat. Esimene tükk oli $1\frac{1}{2}$ korda kergem kui teine ja 2 korda kergem kui kolmas. Kui palju puhast hõbedat sisaldas iga tükk, kui kõik kolm tükki sisaldasid enestes ühtekokku 1 n. puhast hõbedat? V.: 28 sol., 36 sol., 32 sol.

2174. Meister ostis 2 tükki hõbedat. 1 nael hõbedat esimesest tükist sisaldas eneses 84 sol. ja teisest tükist 72 sol. puhast hõbedat; teine tükk oli esimesest tükist $1\frac{1}{2}$ korda raskem. Kui raske oli iga tükk, kui esimeses tükis oli puhast hõbedat $\frac{1}{2}$ naela võrra vähem kui teises tükis? V.: 2 n., 3 n.

2175. Kaupmees segas kolme sorti kohvi: 90 mk., 80 mk. ja 60 mk. nael. Kui ta müüks segu teise sordi hinnaga, siis ei saaks ta ei kasu ega kahju. Mitu protsenti kahju saab ta, kui ta müüb segu kolmanda sordi hinnaga, ja mitu protsenti kasu saab ta, kui müüb segu esimese sordi hinnaga? V.: 25%; $12\frac{1}{2}$%.

2176. Isa pärandas oma kolmele pojale niisuguse kapitali, mis $4\frac{3}{4}$%-ga 8 kuu pärast oleks muutunud ühes protsentrahaga 38378 margaks. Päritud kapitali pidid pojad eneste vahel jagama vastuvõrdeliselt oma vanaduseaastate arvudega. Kui palju raha sai iga vend, kui jagamispäeval oli vanem vend 42, keskmine vend 35 ja noorem vend $10\frac{1}{2}$ aastat vana? V.: noorem 24000 mk.

2177. 0,0(3) summast, mis saadakse, kui 1200-margaline veksel 12%-lise oodusega 5 kuud enne tähtaega ära müüakse, jagada 5 ossa nõnda, et esimene osa suhtuks teise kui 2 : 3, teine osa kolmandasse kui 1 : $1\frac{1}{3}$, neljas osa oleks 4 korda vähem kui kolmas ja et viies osa oleks 14 korda suurem kui esimene osa. V.: 2; 3; 4; 1; 28.

2178. 5%-ga 4 kuud enne tähtaega soodustatud 9600-margalisest vekslist saadud rahasumma anti hoiule nii mitme protsendiga, kui mitme protsendiga tarvis hoiule anda 280 mk. 80 p. selleks, et $9\frac{1}{2}$ kuu pärast saada 22 mk. 23 p. kasu. Kui pika aja pärast muutub hoiule antud summa ühes protsentrahaga 12272 margaks? V.: 3 a. pärast.

2179. Kapital, mis 6%-ga hoiule antuna toob 1 a. 1,(3) kuu pärast 590 mk. kasu, oli jagatud kolme venna vahel vastuvõrdeliselt nende vanadusega. Kui palju raha sai iga vend, kui vanem vend oli 32 aastat vana, keskmise vanaduseaastate arv moodustas 0,75 vanema venna aastate arvust, kuna aga noorema venna aastate arv suhtus kahe vanema venna vanaduseaastate summasse nagu 0,5 : 1,3(9)? V.: 2250 mk.; 3000 mk.; 3600 mk.

2180. Jagada arv 5200 viieks osaks nõnda, et esimene võrduks $15\frac{1}{2}$% samast arvust, $\frac{6}{13}$ jäägist moodustaks teise osa, kolmas osa suhtuks neljandasse nagu 0,4(9) : 0,30(5), aga viies osa suhtuks kolmandasse osasse nagu 1,2 : $4\frac{1}{2}$. V.: Teine osa 2028.

2181 Kaks talunikku rentisid 3570 marga eest riigi raismiku omale ühiskarjamaaks. Ühel neist sõid suve jooksul karjamaal 6 hobust (ühes varssadega) $1\frac{1}{2}$ kuu jooksul, 12 veist 2 kuu jooksul ja 56 lammast $2\frac{1}{2}$ kuu jooksul; teisel sõid aga 9 hobust (ühes varssadega) $1\frac{1}{3}$ kuu jooksul, 8 veist $1\frac{2}{3}$ kuu jooksul ja 60 lammast $2\frac{1}{3}$ kuu jooksul. Kui palju pidi maksma kumbki talunik, kui rohu hulgad, mis ühel ja samal ajal tarvitavad hobune, lehm ja lammas, suhtuvad isekeskis nagu $3\frac{1}{3}$: $2\frac{1}{2}$: 0,8(3)? V.: 1860 mk.; 1710 mk.

2182. Vesistusse on juhitud 2 toru. Esimene toru annab minutis 4 korda rohkem vett kui teine toru ja sellepärast võib täita vesistu 1 tunni võrra varemini kui teine toru. Kui pika aja pärast täitub tühi vesistu, kui korraga avada 2 toru?

2183. Kaupmees ostis 0,6 osa enese kaasas oleva raha eest tüki kalevit, 600 mk. arssin, aga ülejäänud raha eest tüki drappi, 500 mk. arssin. Kui palju maksis ta riide eest üldse, kui ta kalevit ostis 20 arssina võrra rohkem kui drappi? V.: 100000 mk.

2184. Sibulakaupmees sõitis kodust välja teatavasse külasse 6-kilomeetrilise kiirusega tunnis; sellest külast sõitis ta kolmandasse külasse 4-kilomeetrilise kiirusega tunnis ja viimaks kolmandast külast neljandasse külasse 3-kilomeetrilise kiirusega tunnis. Nõnda oli sibulakaupmees 9 tundi teel. Kui palju maad sõitis ta selle ajaga, kui külade vahemaad olid võrdsed? V.: 36 km.

2185. Klaasi valmistamiseks võeti liiva, soodat ja lupja; lupja võeti 8 korda vähem kui liiva ja soodat ühtekokku; soodat võeti $3\frac{1}{2}$ korda vähem kui liiva ja lupja ühtekokku, kuid liiva läks 30 kg võrra rohkem kui kõiki teisi aineid ühtekokku. Kui palju läks liiva, soodat ja lupja lahus? V.: 60 kg; 20 kg; 10 kg.

2186. Kolmes aamis on piiritust: ühes 45^0-line, teises 60^0-line ja kolmandas 90^0-line, kusjuures puhast piiritust on igas aamis ühepalju. Kui kange saab segu, kui segada kõik see piiritus? V.: 60^0.

2187. Jõe voolu kiirus on 3 km tunnis; et sõita teatav kaugus päri voolu, seks tarvitab lootsik 3 korda vähem aega kui seks, et sõita sama kaugus vastu voolu. Leida lootsiku tunnilise sõidu kiirus seisvas vees. V.: 6 km.

2188. Lootsik sõidab seisvas vees 7 km tunnis; et aga sõita kahe teatava punkti vahemaa päri voolu, seks tarvitab ta $2\frac{1}{2}$ korda vähem aega kui seks, et sõita sama vahemaa vastu voolu. Leida jõe voolu kiirus tunnis? V.: 3 km.

2189. Kaks küla asuvad jõekaldal. Päri voolu sõidab aurik nende vahemaa 2 tunniga, vastuvoolu aga 3 tunniga. Leida nende külade vahemaa, kui jõe voolu kiirus tunnis on 3 km.

2190. Lootsik sõitis jõge mööda 3 tundi päri voolu ja 2 tundi vastu voolu ja sõitis üldse 27 km. Leida jõe voolu kiirus, kui lootsiku sõidukiirus seisvas vees on 5 km tunnis. V.: 2 km tunnis.

2191. Pronksi valmistamiseks sulatati inglistina, tsinki ja vaske; inglistina raskus moodustab $4\frac{1}{6}$% kahe teise metalli koguraskusest; tsingi raskus moodustab 20% kahe teise metalli koguraskusest; vaske aga läks 44 kg rohkem kui tsinki ja inglistina ühtekokku. Leida pronksi raskus. V.: 75 kg.

2192. Kapitalist andis $\frac{1}{2}$ kapitalist ühele isikule 12%-ga laenuks, $\frac{1}{3}$ kapitalist teisele isikule 9%-ga ja jäägi kolmandale isikule 6%-ga. Mitu protsenti tõi kapital keskmiselt? V.: 10%.

2193. Keegi andis $\frac{3}{5}$ oma kapitalist 7%-ga hoiule, jäägi aga 5%-ga. Kui ta oleks annud terve oma kapitali 6%-ga hoiule, siis oleks ta aastas 40 marga võrra protsentraha vähem saanud. Kui suur oli terve kapital? V.: 20000 mk.

2194. Kolm venda pidid jagama isalt päritud raha võrdeliselt arvudega 10 : 9 : 8; esimene vend ütles enese pärusest lahti ja jagas oma osa teise ja kolmanda venna vahel võrdeliselt arvudega 7 : 8. Nõnda sai teine vend tervest pärusest 2000 marga võrra rohkem kui kolmas vend. Kui suur oli pärus? V.: 162000 mk.

2195. Vesistusse on juhitud kolm kraani: esimene ja teine üheskoos võivad vesistu täita 10 tunniga; teine ja kolmas üheskoos võivad vesistu täita 18 tunniga; esimene ja kolmas üheskoos võivad vesistu täita $11\frac{1}{4}$ tunniga. Mitme tunniga täidab iga kraan lahus vesistu? V.: 15 t.; 30 t.; 45 t.

2196. Kahes aamis on piirituse ja vee segu; ühes aamis suhtub piirituse hulk vee hulgasse nõnda kui 2 : 3, aga teises nõnda kui 4 : 1. Mitu pange peab võtma kummastki aamist, et saada 80 pange segu, milles puhast piiritust oleks 65% saadud segust? V.: 30 pange ja 50 pange.

2197. Kahe jaama vahemaa on 50 km. Raudteerong sõitis selle vahemaa ära 1 tunniga, kusjuures ta vastu mäge tarvitas 2 minutit 1 km sõitmiseks, kuna aga tasase tee peal 1 km sõitmiseks 1 min. aega kulus. Leida tasase tee pikkus ja tee pikkus vastu mäge. V.: 40 km ja 10 km.

2198. Aurik sõitis ühest sadamast välja teise sadama sihis; kui ta poole teed oli ära sõitnud, siis suurendas ta oma kiirust 25% võrra ja jõudis seepärast teise sadamasse $\frac{1}{2}$ tunni võrra enne määratud aega. Mitme tunniga sõitis aurulaev terve vahemaa kahe sadama vahel? V.: $4\frac{1}{2}$ t.

2199. Kiirkäskjalg sõitis ühest linnast teise. Esimese kolmandiku oma teest sõitis ta keskmiselt 15 km tunnis, teise kolmandiku sõitis ta keskmiselt 10 km tunnis ja kolmanda kolmandiku — keskmiselt 6 km tunnis. Mitu km oleks ta pidanud sõitma keskmiselt iga tund, et sama maa sama pika ajaga ära käia? V.: 9 km.

2200. Vesistusse jookseb vett kahest ühesugusest torust; kui vesistu täitus pooleni, siis avati veel kolmas samasugune toru. Nõnda kulus vesistu täitmiseks üldse 25 tundi. Kui pika ajaga oleks vesistu täitunud, kui korraga oleks avatud kõik kolm toru? V.: 20 t.

2201. Raudteerong alustas sõitu *A* jaamast *B* jaama keskpäeval; kui pool teed oli sõidetud, vähendas vedurijuht halva tee pärast sõidu kiirust 25% võrra, mille tagajärjel jäi rong B jaama sõitmisel 10 min hiljaks. Millal sõitis raudteerong B jaama? V.: Kell 1 10 min.

2202. Keegi oodustas 2 vekslit 2 aastat enne tähtaega, ühe 7%-ga, teise 5%-ga. Esimese veksli valuut oli 1000 marga võrra suurem kui teise veksli valuut ja ta eest saadi 780 marga võrra rohkem kui teise veksli eest. Kui palju maksab iga veksel? V.: 3000 mk. ja 2000 mk.

2203. Kaupmees arvas, et kui ta müüb $\frac{1}{4}$ oma teest 200 mk. nael, aga jäägi 300 mk. nael, siis saab ta 10% kasu; kuid tema müüs $\frac{1}{4}$ teest 300 mk. nael, aga ülejäänud tee 200 mk. nael. Mitu protsenti kahju ta sai? V.: 10%.

2204. 10 kantsentimeetrit kulla ja vase sulatist kaalub 150 grammi; mitu g kulda ja mitu g vaske sisaldab see sulatis, kui 1 sm^3 kulda kaalub 19 g, aga 1 sm^3 vaske kaalub 9 g? V.: 114 g kulda, 36 g vaske.

2205. Vask kaotab vees $\frac{1}{9}$ oma raskusest, aga hõbe $\frac{2}{21}$ oma raskusest. 10 loodi hõbeda ja vase sulatist kaotab vees oma raskusest 1 loodi. Kui palju on selles sulatises vaske ja kui palju hõbedat? V.: 3 l. vaske, 7 l. hõbedat.

2206. Kaks valda saatsid teed tegema niipalju inimesi, et töö 18 päeva pärast oleks võinud lõppeda. Kui aga 12 päeva pärast ühe valla elanikud enam tööle ei tulnud, siis pidi teise valla rahvas veel 10 päeva tee kallal tööd tegema. Mitme päevaga teeksid kummagi valla inimesed eraldi selle töö ära?

2207. Kui pesuvanni 60 kg külma vett ja 40 kg sooja vett lasta, siis oleks vanni vee temperatuur $+42^0$; kui aga lasta vanni 210 kg külma vett ja 90 kg sooja vett, siis oleks vanni vee temperatuur $+36^0$. Leida külma ja sooja vee temperatuur.

2208. Tahetakse kuju valada pronksist, mille erikaal oleks 8,2. Käepärast on aga pronks, mille erikaal on 8,05; seepärast peab teda 35,2 kg vasega (erikaal 8,8) ja 7,3 kg tinaga (erikaal 7,3) sulatama, et nõutavat pronksi saada. Mitu kg vaske ja mitu kg tina sisaldab käepärast olev pronks?

2209. Kui 5 kg piiritust segada 15 kg piiritusega teisest sordist, siis saab 65%-line segu; kui aga 12 kg esimest sorti piiritust segada 18 kg piiritusega teisest sordist, siis 62%-line segu. Mitu % alkoholi sisaldab kumbki sort segatavat piiritust?

2210. Valamisvabrikus sulatati 50,4 kg üht sorti valget vaske ja 31,2 kg teist sorti valget vaske ja saadi sulatis, mille erikaal võrdus 8,16-ga. Kui esimest sorti valget vaske oleks võetud 5,6 kg võrra rohkem ja teist sorti 5,2 kg võrra vähem, siis oleks sulatise erikaal 8,2 olnud. Kui suur on kummagi sordi segatava valge vase erikaal?

2211. 2 uisutajat jooksevad ringi sees, mille ringjoone pikkus võrdub 480 meetriga, teineteisele järele, kusjuures esimene uisutaja ajab iga 240 sekundi pärast teisest mööda. Kui nad aga teineteisele vastu jooksevad, siis kohtavad nad teineteist iga 40 sekundi pärast. Mitu m jookseb neist kumbki sekundis?

Sisu.

IV osa. Algebralised murrud.

V osa. Suhted, võrded ja võrdelised suurused.

VI osa. Ülesannete liigid, milledes esinevad võrdelised ja vastuvõrdelised suurused.