А. И. САДОВСКІЙ.

ПОНДЕРОМОТОРНЫЯ ДѢЙСТВІЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХЪ И СВѢТОВЫХЪ ВОЛНЪ НА КРИСТАЛЛЫ.

ЧАСТЬ I
(ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ).

ЮРЬЕВЪ.
ПЕЧАТАНО ВЪ ТИПОГРАФІИ К. МАТТИСЕНА.
1899.

Профессору Василію Палладіевичу
Курчинскому
Отъ автора.

А. И. САДОВСКІЙ.

ПОНДЕРОМОТОРНЫЯ ДѢЙСТВІЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХЪ И СВѢТОВЫХЪ ВОЛНЪ НА КРИСТАЛЛЫ.

ЧАСТЬ I
(ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ).

ЮРЬЕВЪ.
ПЕЧАТАНО ВЪ ТИПОГРАФІИ К. МАТТИСЕНА.
1898.

Оттискъ изъ „Ученыхъ Записокъ Императорскаго Юрьевскаго Университета.“ 1898 г.

Предисловіе.

Приступая въ 1894 году къ работѣ, небольшую часть которой составляетъ предлагаемая статья, я имѣлъ цѣлью дополнить ту аналогію, которая существуетъ между лучами свѣтовыми и электромагнитными. Существенная особенность и отличіе предпринятой работы отъ работъ другихъ экспериментаторовъ, преслѣдовавшихъ ту же цѣль, должны были состоять въ слѣдующемъ: главная задача почти всѣхъ изслѣдованій, устанавливавшихъ вышеуказанную аналогію, состояла въ томъ, чтобы произвести надъ электромагнитными лучами тѣ явленія, которыя свойственны свѣтовымъ лучамъ; мнѣ-же желательно было идти по пути прямо противуположному, т. е. произвести со свѣтовыми лучами такія явленія, которыя или уже извѣстны для лучей электромагнитныхъ, или которыя должны существовать для этихъ лучей въ силу ихъ электромагнитныхъ свойствъ и еще неизвѣстны для лучей свѣтовыхъ. Коренное различіе этихъ двухъ путей очевидно: путь предлагаемый мною, при подходящемъ подборѣ изслѣдуемыхъ фактовъ и справедливости электромагнитной теоріи свѣта, расширяетъ область оптическихъ явленій; путь, по которому шли другіе экспериментаторы, расширяетъ область явленій электромагнитныхъ.

Само собою разумѣется, что такая постановка дѣла не могла не повлечь за собою вопроса о пондеромоторныхъ дѣйствіяхъ свѣта. Въ самомъ дѣлѣ при изученіи различныхъ группъ электрическихъ, магнитныхъ и электромагнитныхъ явленій мы почти на каждомъ шагу сталкиваемся съ пондеромоторными дѣйствіями; вполнѣ естественно, если эти дѣйствія будутъ существовать и у электромагнитныхъ колебаній, которыя по Maxwell'ю составляютъ сущность свѣтового процесса.

Получивъ для кристалловъ, послѣ цѣлаго ряда отрицательныхъ экспериментальныхъ попытокъ, опредѣленное теоретическое указаніе, при какихъ условіяхъ искомыя явленія могутъ быть наблюдаемы, я поставилъ себѣ новый дополнительный вопросъ: какія гипотезы должны быть добавлены къ Fresnel'евской теоріи двойного преломленія, чтобы въ ней заключались тѣ-же пондеромоторныя дѣйствія какъ и въ Maxwell'евской теоріи? Раздѣляя неявно установившееся мнѣніе, что Fresnel'евская теорія, *безъ всякихъ къ ней дополненій*, въ себѣ пондеромоторныхъ дѣйствій содержать не можетъ [1]), я полагалъ, что получу какія нибудь физически немыслимыя гипотезы, и что, слѣдовательно, обнаруженіе пондеромоторныхъ дѣйствій свѣта будетъ представлять собою experimentum crucis, заставляющій насъ перейти отъ теоріи Fresnel'я къ теоріи Maxwell'я; но къ моему удивленію оказалось, что для объясненія получаемыхъ изъ Maxwell'евской теоріи пондеромоторныхъ дѣйствій къ теоріи двойного преломленія Fresnel'я нужно прибавить нѣкоторыя гипотезы, уже въ науку введенныя и въ наукѣ признаваемыя; прибавка такихъ гипотезъ даетъ полное объясненіе (какъ качественное, такъ и количественное) пондеромоторныхъ дѣйствій свѣта, предсказываемыхъ теоріей Maxwell'я.

Въ этомъ мѣстѣ я долженъ съ благодарностью вспомнить совѣтъ, данный мнѣ профессоромъ И. И. Боргманомъ, удержавшій меня отъ разсмотрѣнія этихъ явленій съ точки зрѣнія другихъ механическихъ теорій; такое разсмотрѣніе уклонило бы меня въ сторону отъ главной цѣли. Вотъ сущность этого совѣта: существуютъ ли разсматриваемыя

1) Такъ какъ въ этой теоріи ничего не говорится о связи между эфиромъ и ощущаемой матеріей.

пондеромоторныя явленія, или нѣтъ, — это можетъ рѣшить только опытъ; приведенные разсчеты по двумъ теоріямъ вполнѣ достаточно выясняютъ необходимость и интересъ опыта и потому *на него* должно быть обращено главное вниманіе. Но такъ какъ опытная обстановка крайне трудна и даже нельзя сказать съ увѣренностью, удастся-ли ее выполнить, то слѣдуетъ сдѣлать модель; такая модель, кромѣ иллюстраціи, дастъ еще увѣренность, что просчета при выводахъ нѣтъ и что толкованіе механическихъ формулъ правильно.

Модель выполнена и иллюстрируетъ предполагаемыя явленія вполнѣ отчетливо; что-же касается опыта, то въ настоящее время ведется подсчетъ и разработка различныхъ деталей; полное же его выполненіе, какъ выяснено въ статьѣ, потребуетъ еще нѣсколькихъ лѣтъ упорнаго труда, такъ какъ требуемая чувствительность еще никѣмъ изъ экспериментаторовъ не достигнута.

Въ заключеніе я позволю себѣ поблагодарить ассистента по кафедрѣ Физики въ Юрьевскомъ Университетѣ М. П. Косача, помогавшаго мнѣ при всѣхъ моихъ экспериментальныхъ попыткахъ обнаружить искомыя явленія. Какъ интересъ къ наукѣ, такъ и интересъ къ разрабатываемому мною вопросу, заставили его потратить на эту помощь времени гораздо больше, нежели это требовалось его непосредственными обязанностями.

Физическая Лабораторія
Юрьевскаго Университета
Октябрь 1898.

Введеніе.

Послѣ того какъ Hertz показалъ существованіе электромагнитныхъ волнъ и далъ способы для ихъ полученія и наблюденія, появилась масса работъ, направленныхъ на изученіе этихъ волнъ. Всѣ эти работы показали, что законы распространенія электромагнитныхъ волнъ въ какой нибудь однородной средѣ, а также и законы, опредѣляющіе направленіе при переходѣ изъ одной среды въ другую, тождественны съ соотвѣтствующими законами для волнъ свѣтовыхъ. Вышеуказанный опытный матерьялъ служитъ весьма вѣскимъ доводомъ въ пользу электромагнитной теоріи свѣта и даетъ достаточное основаніе для перехода отъ теоріи Fresnel'я и другихъ, подобныхъ ей механическихъ теорій, къ теоріи Maxwell'я. Что же касается другихъ свойствъ электромагнитныхъ волнъ, какъ напримѣръ ихъ пондеромоторныхъ дѣйствій, то онѣ опытными изслѣдователями затронуты очень мало. Hertz[1]) и Лебедевъ[2]) изслѣдовали механическія дѣйствія электромагнитныхъ волнъ на резонаторы, но соотвѣтствующихъ изслѣдованій для волнъ свѣтовыхъ мы провести не можемъ, такъ какъ нельзя придать резонаторамъ такіе малые размѣры, какъ это требуется теоріей. Цѣль нижеслѣдующаго изслѣдованія показать, что какъ на основаніи электромагнитной теоріи Maxwell'я, такъ и на основаніи механи-

---

1) Wied. Ann. 42, 1891. p. 407; Gesam. Werke 2, p. 199.
2) Wied. Ann. 52, 1894 p. 621.

ческой теоріи Fresnel'я отъ электромагнитныхъ и свѣтовыхъ волнъ должно еще ожидать новыхъ пондеромоторныхъ силъ. По извѣстнымъ мнѣ литературнымъ даннымъ только Righi[1]) обратилъ вниманіе на эту сторону вопроса и пытался привести во вращеніе пучкомъ по кругу поляризованныхъ электромагнитныхъ и такимъ же пучкомъ свѣтовыхъ лучей „тѣла, подвѣшенныя на тончайшихъ кварцевыхъ нитяхъ", ожидая въ этомъ случаѣ вращенія въ силу того, что съ точки зрѣнія электромагнитной теоріи свѣта среда, по которой пробѣгаютъ вышеуказанные лучи, представляетъ собою вращающееся электромагнитное поле; его опыты дали результатъ отрицательный и вѣроятно по этому онъ въ своей работѣ не указываетъ ни чувствительности наблюденій, ни той обстановки, при которой наблюденія велись, а ограничивается сообщеніемъ о своихъ опытахъ въ этомъ направленіи только слѣдующихъ строкъ: „I tentativi da me fatti per ottenere, sia da un raggio di forza elettrica a vibrazioni circolari, sia da un intenso raggio di luce polarizzato circolarmente, gli effetti noti dei campi ruotanti, non mi hanno finora condotto a risultati soddisfacenti, anche adoperando corpi delicatamente sospesi a fili finissimi di quarzo." Это суть единственныя строки, извѣстныя мнѣ въ литературѣ относящіяся къ разбираемому мною вопросу. Одновременно съ Righi, не зная еще полученныхъ имъ отрицательныхъ результатовъ, я пытался получить тѣ-же самыя явленія, работая только со свѣтовыми лучами, поляризованными по кругу, но получилъ также отрицательный результатъ. По внимательномъ разсмотрѣніи вопроса съ помощью математическаго анализа оказалось, что оба этихъ отрицательныхъ результата (Righi и мой) никоимъ образомъ не могутъ считаться окончательными, ибо математическій анализъ показалъ, что для обнаруженія ожидаемыхъ нами

1) Prof. Augusto Righi. Sulle oscillazioni elettriche a piccola lunguezza d'onda e sul loro impiego nella producione di fenomeni analoghi ai principali fenomeni dell'ottica, pag. 546.

явленій нужна чувствительность, которая еще никѣмъ изъ экспериментаторовъ не достигнута. Требуемая чувствительность должна во много разъ превосходить наибольшую чувствительность, употребленную Boys'омъ при опредѣленіи постоянной тяготѣнія; какъ видно будетъ изъ послѣдующаго изложенія достиженіе ея вѣроятно возможно, хотя и должно быть сопряжено съ большими затрудненіями экспериментально-техническаго характера.

Кромѣ указанныхъ выше вращеній, аналогичныхъ дѣйствіямъ, производимымъ вращающимися электромагнитными полями въ техническихъ моторахъ, возможны еще пондеромоторныя дѣйствія плоскополяризованныхъ электромагнитныхъ волнъ, а также и свѣтовыхъ, на кристаллы. Въ самомъ дѣлѣ, если мы вообразимъ себѣ кристаллъ въ постоянномъ, равномѣрномъ электрическомъ или магнитномъ полѣ, то, какъ извѣстно, онъ будетъ стремиться расположиться въ этомъ полѣ такъ, чтобы линіи силъ поля совпадали съ направленіемъ наибольшей діэлектрической постоянной въ случаѣ электрическаго поля и съ направленіемъ наибольшей магнитной проницаемости въ случаѣ поля магнитнаго. Крайне вѣроятно, что такое направляющее дѣйствіе присуще не только полямъ постояннымъ, а и полямъ, интенсивность которыхъ мѣняется съ теченіемъ времени, *а слѣдовательно и электромагнитнымъ волнамъ;* поэтому если мы черезъ кристаллическую пластинку пропустимъ пучокъ электромагнитныхъ или свѣтовыхъ плоскополяризованныхъ лучей, то такой пучокъ будетъ стремиться поставить пластинку опредѣленнымъ образомъ относительно направленія колебаній. Математическое изслѣдованіе механическихъ дѣйствій электромагнитныхъ и свѣтовыхъ волнъ на кристаллическія пластинки въ наиболѣе простыхъ случаяхъ и будетъ составлять предметъ дальнѣйшихъ главъ этой работы.

Причины, заставляющія меня ограничиться простѣйшими случаями, суть слѣдующія: мнѣ желательно

I. Установить, что на основаніи теорій свѣта, какъ

Maxwell'евской, такъ и Fresnel'евской (обобщенной), пондеромоторныя силы при прохожденіи свѣта черезъ кристаллическія пластинки развиваться по всей вѣроятности должны;

II. Выяснить не только качественно, но и количественно, тѣ условія и ту обстановку, при которой должно вести опытное изслѣдованіе этого вопроса.

На первый взглядъ постановка первой задачи неопредѣленна; въ самомъ дѣлѣ, какъ понимать слова: „по всей вѣроятности должны“? Будемъ мы стремиться строго математически доказать неизбѣжность существованія тѣхъ явленій, о которыхъ идетъ рѣчь, или не будемъ? Эта кажущаяся неопредѣленность разъясняется самою сутью дѣла, а именно: строго математически доказать существованіе новаго опредѣленнаго явленія, не составляющаго еще неразобраннаго частнаго случая изъ уже извѣстной группы существующихъ однородныхъ явленій, нельзя. Можно доказать только необходимость существованія новаго явленія, составляющаго частный случай изъ уже извѣстной группы явленій. Относительно явленій вполнѣ новыхъ (не частныхъ случаевъ) все, что мы можемъ сдѣлать, это показать, что ихъ существованіе естественно, легко объяснимо безъ вынужденныхъ дополнительныхъ гипотезъ, или (еще лучше) безъ всякихъ дополнительныхъ гипотезъ, и что, обратно, несуществованіе разбираемаго новаго явленія непонятно, необъяснимо, — или объяснимо при допущеніи новыхъ гипотезъ не въ силу физической сути дѣла, а съ цѣлью придать математической формулѣ тотъ или иной нужный для доказательства видъ. Какъ увидимъ впослѣдствіи все вышесказанное про интересующія насъ пондеромоторныя силы намъ показать удастся; это и формулировано въ текстѣ первой задачи словами: „. . . . пондеромоторныя силы . . . . развиваться по всей вѣроятности должны.“

Вторую задачу я считаю особенно важной, такъ какъ только при существованіи такого теоретическаго разбора и при постановкѣ опыта въ тѣхъ условіяхъ, которыя указываются теоріей, его (опыта) результатъ, положительный или отрицательный, получаетъ рѣшающее значенiе; въ противномъ случаѣ (что имѣло мѣсто у Righi и у меня) опытная работа, въ особенности при отрицательномъ результатѣ, или сводится къ потерѣ времени, или, что еще хуже, можетъ остановить другого экспериментатора, желавшаго разрабатывать тотъ же вопросъ, и такимъ образомъ вопросъ только намѣченный будетъ считаться отрицательно рѣшеннымъ и поконченнымъ.

ГЛАВА I.

§ 1. Пусть въ полѣ магнитныхъ или электрическихъ силъ (чтобы сосредоточить вниманiе будемъ разсуждать только о силахъ магнитныхъ) помѣщено какое нибудь тѣло, въ которомъ силами даннаго поля произведена магнитная индукцiя; предположимъ, что разсматриваемое тѣло анизотропно, въ силу чего направленiе магнитной индукцiи въ какой нибудь точкѣ тѣла вообще не будетъ совпадать съ направленiемъ силы, производящей намагничиванiе. Найдемъ математическое выраженiе для момента вращенiя, приложеннаго силами поля къ какому нибудь элементу разсматриваемаго тѣла.

Расположимъ прямоугольныя координатныя оси по направленiямъ главныхъ осей намагничиванiя; обозначимъ магнитную силу въ какой нибудь точкѣ тѣла и ея составляющiя черезъ $\mathfrak{H}$, α, β, γ; интенсивность намагничиванiя (въ той же точкѣ) и ея составляющiя черезъ $\mathfrak{J}$, A, B, C; магнитную индукцiю и ея составляющiя черезъ $\mathfrak{B}$, a, b, c; моментъ вращенiя въ той же точкѣ, разсчитанный на единицу объема, черезъ M; тогда моментъ пары силъ, стремящейся повернуть элементъ объема $dxdydz$ около оси X-овъ отъ оси Y-овъ къ оси Z-овъ при *правой* координатной системѣ выразится такъ:

$$M\cos(M,X)dxdydz = (B\gamma - C\beta)dxdydz \quad . \quad . \quad (1)$$

тотъ же моментъ, *разсчитанный на единицу объема,* и такіе-же моменты относительно двухъ прочихъ координатныхъ осей будутъ:

$$\left.\begin{array}{l} M\cos(M,X) = B\gamma - C\beta \\ M\cos(M,Y) = C\alpha - A\gamma \\ M\cos(M,Z) = A\beta - B\alpha \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Во всѣхъ трехъ случаяхъ пары, моменты которыхъ выписаны, стремятся произвести вращеніе отъ составляющей $\mathfrak{J}$ къ составляющей $\mathfrak{H}$.

Вводя въ уравненія (2) вмѣсто A, B, C величины a, b, c, при помощи общеизвѣстныхъ связей

$$\left.\begin{array}{l} a = \alpha + 4\pi A \\ b = \beta + 4\pi B \\ c = \gamma + 4\pi C \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

получимъ:

$$\left.\begin{array}{l} M\cos(M,X) = \frac{1}{4\pi}(b\gamma - c\beta) \\ M\cos(M,Y) = \frac{1}{4\pi}(c\alpha - a\gamma) \\ M\cos(M,Z) = \frac{1}{4\pi}(a\beta - b\alpha) \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Легко видѣть, что векторъ M перпендикуляренъ одновременно къ векторамъ $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{H}$; въ самомъ дѣлѣ, умножая уравненія (4) первое на α, второе на β, третье на γ и затѣмъ складывая ихъ, получимъ

$$M\alpha\cos(M,X) + M\beta\cos(M,Y) + M\gamma\cos(M,Z) = 0; \quad (5)$$

это уравненіе говоритъ, что векторъ M перпендикуляренъ въ вектору $\mathfrak{H}$.

Умножая тѣ-же уравненія (4) соотвѣтственно на a, b, c и затѣмъ складывая ихъ, получимъ

$$Ma\cos(M,X) + Mb\cos(M,Y) + Mc\cos(M,Z) = 0, \quad (6)$$

т. е. векторъ M перпендикуляренъ къ вектору $\mathfrak{B}$ и, слѣдовательно, векторъ M перпендикуляренъ къ плоскости, проходящей черезъ векторы $\mathfrak{H}$ и $\mathfrak{B}$; такъ какъ векторъ $\mathfrak{J}$

лежитъ въ той-же плоскости, что видно изъ уравненій (3), то M перпендикуляренъ также и къ вектору $\mathfrak{J}$; а такъ какъ векторы $4\pi\mathfrak{J}$ и $\mathfrak{H}$ суть по уравненіямъ (3) составляющія вектора $\mathfrak{B}$, а приложенныя пары стремятся произвести вращеніе отъ $\mathfrak{J}$ къ $\mathfrak{H}$, то можно также сказать, что приложенныя пары стремятся произвести вращеніе отъ $\mathfrak{B}$ къ $\mathfrak{H}$.

Найдемъ теперь численную величину M; возвышая каждое изъ уравненій (4) въ квадратъ и затѣмъ складывая ихъ, получимъ

$$\begin{aligned}M^2 &= \frac{1}{16\pi^2}\{(b\gamma - c\beta)^2 + (c\alpha - a\gamma)^2 + (a\beta - b\alpha)^2\} =\\ &= \frac{1}{16\pi^2}\{(a^2+b^2+c^2)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) - (a\alpha+b\beta+c\gamma)^2\} =\\ &= \frac{1}{16\pi^2}(a^2+b^2+c^2)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\left(1 - \frac{(a\alpha+b\beta+c\gamma)^2}{(a^2+b^2+c^2)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)}\right) =\\ &= \frac{1}{16\pi^2}\mathfrak{B}^2\mathfrak{H}^2\sin^2(\mathfrak{B},\mathfrak{H});\end{aligned}$$

откуда

$$M_m = \frac{1}{4\pi}\mathfrak{B}\mathfrak{H}\sin(\mathfrak{B},\mathfrak{H}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Значекъ m у буквы M поставленъ для помѣтки того, что рѣчь идетъ о силахъ магнитныхъ.

Еслибы мы вмѣсто поля магнитнаго пожелали разсматривать поле электрическое, то должны были бы интенсивность намагничиванія замѣнить электрическимъ перемѣщеніемъ и силу магнитную силой электрической; обозначая, согласно Maxwell'ю, электрическое перемѣщеніе и его составляющія черезъ $\mathfrak{D}$, f, g, h и электрическую силу и ея составляющія черезъ $\mathfrak{E}$, P, Q, R, получимъ

$$\left.\begin{aligned}M_e\cos(M,X) &= gR - hQ\\ M_e\cos(M,Y) &= hP - fR\\ M_e\cos(M,Z) &= fQ - gP\end{aligned}\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

гдѣ M_e есть моментъ вращенія, производимый электрическими силами и разсчитанный на единицу объема.

Покажемъ, что векторъ M_e, также какъ и при силахъ магнитныхъ, перпендикуляренъ одновременно къ векторамъ

$\mathfrak{D}$ и $\mathfrak{E}$; для этого умножимъ уравненія (8) первое на f, второе на g и третье на h и затѣмъ сложимъ ихъ; тогда получимъ

$$M_e f \cos(M,X) + M_e g \cos(M,Y) + M_e h \cos(M,Z) = 0, \quad (9)$$

т. е. векторъ M_e перпендикуляренъ къ вектору $\mathfrak{D}$.

Умножая уравненія (8) послѣдовательно на P, Q, R и затѣмъ складывая ихъ, получимъ

$$M_e P \cos(M,X) + M_e Q \cos(M,Y) + M_e R \cos(M,Z) = 0, \quad (10)$$

т. е. векторъ M_e перпендикуляренъ къ вектору $\mathfrak{E}$ и, слѣдовательно, перпендикуляренъ къ плоскости, проходящей черезъ векторы $\mathfrak{D}$ и $\mathfrak{E}$; какъ и въ случаѣ магнитныхъ силъ вращеніе направлено отъ $\mathfrak{D}$ къ $\mathfrak{E}$.

Численная величина вектора M_e найдется изъ уравненій (8) также, какъ была найдена численная величина вектора M_m изъ уравненій (4); а именно:

$$\begin{aligned} M_e^2 &= (gR - hQ)^2 + (hP - fR)^2 + (fQ - gP)^2 = \\ &= (f^2+g^2+h^2)(P^2+Q^2+R^2) - (Pf+Qg+Rh)^2 = \\ &= \mathfrak{D}^2\mathfrak{E}^2 \sin^2(\mathfrak{D},\mathfrak{E}), \end{aligned}$$

откуда

$$M_e = \mathfrak{D}\mathfrak{E}\sin(\mathfrak{D},\mathfrak{E}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Приведемъ теперь уравненія (4) и (8) къ тому виду, въ которомъ намъ удобнѣе всего будетъ ими пользоваться; для этого исключимъ изъ нихъ величины a, b, c, f, g, h, пользуясь извѣстными связями

$$\left.\begin{aligned} a &= \mu_1\alpha \\ b &= \mu_2\beta \\ c &= \mu_3\gamma \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

для силъ магнитныхъ, и

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{1}{4\pi}K_1 P \\ g &= \frac{1}{4\pi}K_2 Q \\ h &= \frac{1}{4\pi}K_3 R \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

для силъ электрическихъ, гдѣ μ_1, μ_2, μ_3 суть главныя магнитныя проницаемости, а K_1, K_2, K_3 главныя діэлектрическія постоянныя. Произведя изъ уравненій (4) и (8) исключеніе вышеуказанныхъ величинъ при помощи уравненій (12) и (13), мы получимъ для магнитнаго поля

$$\left.\begin{aligned} M_m \cos(M,X) &= \frac{\beta\gamma}{4\pi}(\mu_2 - \mu_3) \\ M_m \cos(M,Y) &= \frac{\gamma\alpha}{4\pi}(\mu_3 - \mu_1) \\ M_m \cos(M,Z) &= \frac{\alpha\beta}{4\pi}(\mu_1 - \mu_2) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

и для электрическаго поля

$$\left.\begin{aligned} M_e \cos(M,X) &= \frac{QR}{4\pi}(K_2 - K_3) \\ M_e \cos(M,Y) &= \frac{RP}{4\pi}(K_3 - K_1) \\ M_e \cos(M,Z) &= \frac{PQ}{4\pi}(K_1 - K_2) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

§ 2. Выраженія (14) и (15), а также и предыдущія, изъ которыхъ онѣ получены, представляютъ собою *лишь математическую запись фактовъ,* наблюдающихся въ магнитномъ и электрическомъ поляхъ, интенсивность которыхъ не зависитъ отъ времени, ибо для вывода этихъ выраженій никакой гипотезы принято не было; но если мы пожелаемъ уравненія (14) и (15) примѣнить для полей, измѣняющихъ свою интенсивность съ теченіемъ времени, то самымъ фактомъ примѣненія этихъ уравненій къ такому полю мы неявно введемъ гипотезу о тождественности направляющихъ дѣйствій полей обоего рода. Хотя мы имѣемъ много работъ, въ которыхъ показано, что электрическія перемѣнныя поля направляющее дѣйствіе на кристаллы оказываютъ, но, по моему мнѣнію, всетаки такую тождественность дѣйствій должно считать не фактомъ, а гипотезой по нижеслѣдующимъ причинамъ: во всѣхъ работахъ, въ которыхъ наблюдалось такое направляющее дѣйствіе, испытуемое кристаллическое тѣло помѣщалось между пластинками конденсатора, заряжавшагося попеременно то въ ту, то въ другую сторону. Такъ поступалъ Root, который, насколько мнѣ извѣстно изъ литературы, первый установилъ фактически[1]), что при перемѣнной электризаціи пластинъ конденсатора кристаллическое тѣло, находящееся между этими пластинами, стремится установиться такъ, чтобы направленіе наименьшей оптической упругости совпадало съ направленіемъ электрическихъ силъ; также поступалъ и Quincke[2]), работа котораго есть въ данный моментъ послѣдняя, затрагивающая интересующій насъ вопросъ и который попутно съ главной цѣлью своихъ изслѣдованій (Rotationen im constanten electrischen Felde) указываетъ на наблюдавшійся имъ фактъ оріентировки кристалловъ. Онъ говоритъ: „Wurden die Condensatorplatten mit den Enden der secundären Spirale eines Inductionsapparates verbunden, so erhielt man ein electrisches Feld mit alternirender electrischer Kraft mit der mittleren Potentialdifferenz 1250 Volt. In diesem alternirenden electrischen Felde stellte sich die Kugel aus Quartz in der Luft und in den verschiedenen Flüssigkeiten mit der optischen Axe axial, oder parallel den electrischen Kraftlinien, Kugeln aus Kalkspath, Arragonit und Schwefel mit der Axe oder Mittellinie äquatorial, oder senkrecht zu den electrischen Kraftlinien.“ Характерная особенность всѣхъ опытныхъ изслѣдованій, подобныхъ вышеуказаннымъ, состоитъ въ томъ, что кристаллическія тѣла помѣщались въ центрахъ, откуда исходятъ, гдѣ создаются электромагнитныя волны, а не на пути волнъ; въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ кристаллическія тѣла находились, не совершалось того физическаго процесса, благодаря которому волна распространяется, бѣжитъ впередъ; поэтому если мы поставимъ кристаллическое тѣло на пути электромагнитныхъ волнъ такъ, чтобы онѣ пробѣгали сквозь тѣло, то мы не имѣемъ права утверждать, основываясь только на приведенныхъ опытахъ, что и въ этомъ случаѣ

---

1) Pogg. Ann. Bnd. 185 (1896), pp. 1—35; 425—461.
2) Wied. Ann. Bnd. 59 (1896), p. 436.

поле (т. е. пронизывающія тѣло волны) окажетъ прежнія направляющія дѣйствія; мы можемъ это допустить какъ гипотезу, по моему мнѣнію крайне вѣроятную, но не какъ слѣдствіе изъ имѣющагося въ литературѣ опытнаго матерьяла. Допущеніе такой гипотезы нисколько не будетъ противорѣчить идеямъ Maxwell'я, такъ какъ онъ самъ примѣнялъ полученныя имъ выраженія для натяженія среды къ вычисленію свѣтового давленія[1]), а въ числѣ формулъ, описывающихъ это натяженіе, есть формула тождественная съ формулой (7)[2]); но должно замѣтить, что примѣненіе формулы (7) къ какому бы то ни было случаю въ видѣ уравненій (14) и (15) не представляетъ собою допущеніе Maxwell'евскихъ натяженій, ибо формула (7), какъ видно изъ способа ея полученія, отъ Maxwell'евскихъ натяженій вполнѣ независима. Подчеркнуть эту независимость мнѣ казалось безусловно необходимымъ, такъ какъ нѣкоторые авторы, какъ напримѣръ Duhem[3]), считаютъ формулы, данныя Maxwell'емъ для натяженій среды, невѣрными.

Въ силу всего вышесказаннаго считаю возможнымъ допустить слѣдующую гипотезу, (A):

Уравненія (14) и (15), справедливыя для полей, интенсивность которыхъ не зависитъ отъ времени, справедливы также и для полей, интенсивность которыхъ отъ времени зависитъ.

§ 3. Примѣнимъ теперь высказанную гипотезу къ слѣдующему частному случаю: имѣется кристаллическая непроводящая пластинка, для которой $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ и $K_1 > K_2 > K_3$; пластинка ограничена двумя параллельными плоскостями, пер-

1) Treat. on El. and Magn. Vol. 2, (1892), p. 440--441.

2) Ibid. p. 280 . . . A couple tenning to turn every element of the substance in the plane of the two directions from the direction of magnetic induction to the direction of magnetic force $= \frac{1}{4\pi}\mathfrak{B}\mathfrak{H}\sin 2\varepsilon$ (2ε есть уголъ между $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{H}$).

3) Leçons sur l'El. et Magn. Vol. 2, p. 456.

пендикулярными къ направленію K_3; на эту пластинку падаетъ нормально параллельный пучокъ плоскополяризованныхъ электромагнитныхъ лучей, исходящихъ изъ очень большого числа вибраторовъ, дающихъ лучи: 1) поляризованные въ одной и той-же плоскости, 2) съ однимъ и тѣмъ-же періодомъ колебаній, 3) съ различными амплитудами и 4) съ различными фазами; найти выраженіе для моментовъ M_e и M_m, приложенныхъ къ части пластинки, основаніе которой (части) равно S квадр. сентиметровъ.

Примѣчаніе. Форма вопроса подобрана такъ, что-бы возможно болѣе приблизиться къ тѣмъ условіямъ, которыя существуютъ при наблюденіи пучка однородныхъ свѣтовыхъ лучей, исходящихъ изъ какого нибудь источника конечныхъ размѣровъ, находящагося на очень большомъ разстояніи отъ мѣста наблюденія и предварительно прошедшихъ черезъ поляризаторъ.

Примемъ грань пластинки, на которую падаютъ лучи, за координатную плоскость XOY и направимъ координатныя оси X, Y, Z по направленіямъ K_1, K_2, K_3 такъ, чтобы онѣ образовали *правую* координатную систему; тогда величина электрической силы въ моментъ t въ любой точкѣ *внутри* пластинки опредѣлится уравненіями

$$\left.\begin{aligned} P &= \sum_{k=1}^{k=n} P_k \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_1} - \delta_k\right) \\ Q &= \sum_{k=1}^{k=n} Q_k \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_2} - \delta_k\right) \\ R &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (16)$$

гдѣ n есть число вибраторовъ, $P_1, P_2, \ldots P_n$ и $Q_1, Q_2, \ldots Q_n$ суть составляющія амплитудъ электрическихъ силъ внутри кристалла, производимыхъ различными вибраторами, z координата той точки (внутри пластинки), въ которой мы разсматриваемъ электрическую силу, λ_1 и λ_2 длины электромагнитныхъ волнъ при электрическихъ колебаніяхъ, параллельныхъ осямъ X и Y и при періодѣ T и, наконецъ, $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_n$

суть общеизвѣстныя разности фазъ. Величины магнитной силы или индукціи найдутся по извѣстнымъ уравненіямъ

$$\left.\begin{aligned} -\mu\frac{d\alpha}{dt} &= \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \\ -\mu\frac{d\beta}{dt} &= \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \\ -\mu\frac{d\gamma}{dt} &= \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

при чемъ какъ α, β, γ, такъ и P, Q, R должны удовлетворять уравненіямъ

$$\left.\begin{aligned} K_1\frac{dP}{dt} &= \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \\ K_2\frac{dQ}{dt} &= \frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \\ K_3\frac{dR}{dt} &= \frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

что въ данномъ случаѣ мѣсто имѣетъ, такъ какъ

$$\mu K = \frac{T^2}{\lambda^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Замѣтимъ, что

a) величины P_1, P_2, . . . P_n пропорціональны величинамъ Q_1, Q_2, . . . Q_n, такъ какъ

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{P_2}{Q_2} = \ldots = \frac{P_n}{Q_n} = \operatorname{tang}\theta, \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

гдѣ θ есть уголъ, образуемый электрической силой и осью Y-овъ въ точкѣ $z = 0$; и

b) разности фазъ δ_1, δ_2, . . . δ_n въ колебаніяхъ по оси X-овъ соотвѣтственно равны разностямъ фазъ δ_1, δ_2, . . . δ_n въ колебаніяхъ по оси Y-овъ, такъ какъ любая изъ нихъ выражается уравненіемъ

$$\delta_k = \frac{\tau_k}{T} + \frac{z_k}{\lambda}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

гдѣ τ_k есть число секундъ, протекшихъ отъ момента начала счета времени до момента начала колебаній въ вибраторѣ k, а $\frac{z_k}{\lambda}$ есть число волнъ, помѣщающихся между вибраторомъ и пластинкой (z_k есть разстояніе вибратора k отъ кристаллической пластинки и λ — длина волны въ средѣ между вибраторомъ и пластинкой).

Общеизвѣстнымъ пріемомъ, употребляемымъ при разсмотрѣніи интерференціи волнъ, мы можемъ суммы, стоящія въ правыхъ частяхъ уравненій (16) преобразовать такъ

$$\left.\begin{aligned} \sum_{k=1}^{k=n} P_k \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta_k\right) &= P_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta'\right) \\ \sum_{k=1}^{k=n} Q_k \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta_k\right) &= Q_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta''\right) \end{aligned}\right\} \quad (22),$$

гдѣ

$$\left.\begin{aligned} P_0^2 &= \sum_{k=1}^{k=n}\sum_{l=1}^{l=n} P_k P_l \cos 2\pi(\delta_k-\delta_l) \\ Q_0^2 &= \sum_{k=1}^{k=n}\sum_{l=1}^{l=n} Q_k Q_l \cos 2\pi(\delta_k-\delta_l) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (23)$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang}\delta' &= \frac{\sum_{k=1}^{k=n} P_k \sin 2\pi\delta_k}{\sum_{k=1}^{k=n} P_k \cos 2\pi\delta_k} \\ \operatorname{tang}\delta'' &= \frac{\sum_{k=1}^{k=n} Q_k \sin 2\pi\delta_k}{\sum_{k=1}^{k=n} Q_k \cos 2\pi\delta_k} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

при чемъ въ силу равенствъ (20)

$$\delta' = \delta''; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

выполнивъ такое преобразованіе, мы приведемъ уравненія (16) къ виду

$$\left.\begin{aligned} P &= P_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_1} - \delta\right) \\ Q &= Q_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_2} - \delta\right) \\ R &= 0 \end{aligned}\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

гдѣ δ стоитъ вмѣсто равныхъ между собою δ' и δ''.

Выдѣлимъ *мысленно* изъ пластинки элементъ объема Sdz, гдѣ S и dz суть площадь основанія и высота выдѣленнаго элементарнаго цилиндра; примѣняя къ этому элементу уравненія (15), въ которыя вмѣсто P и Q введены ихъ величины изъ уравненій (26), получимъ:

$$\left.\begin{aligned} &M_e\, Sdz \cos(M,X) = 0 \\ &M_e\, Sdz \cos(M,Y) = 0 \\ &M_e\, Sdz \cos(M,Z) = \\ = \frac{1}{4\pi} P_0 Q_0 S(K_1 - K_2) &\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_1} - \delta\right) \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_2} - \delta\right) dz \end{aligned}\right\} (27)$$

откуда видимъ, что

$$M_e \parallel \text{ оси } Z\text{-овъ, т. е. } \cos(M,Z) = \pm 1. \quad . \quad . \quad (28)$$

Такъ какъ

$$\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_1} - \delta\right) \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_2} - \delta\right) =$$
$$= \frac{1}{2}\left[\cos 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1} - \frac{z}{\lambda_2}\right) - \cos 2\pi\left(\frac{2t}{T} - \frac{z}{\lambda_1} - \frac{z}{\lambda_2} - 2\delta\right)\right],$$

то

$$M_e S \cos(M,Z) dz = \frac{1}{8\pi} P_0 Q_0 S(K_1 - K_2)\left[\cos 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1} - \frac{z}{\lambda_2}\right) - \right.$$
$$\left. - \cos 2\pi\left(\frac{2t}{T} - \frac{z}{\lambda_1} - \frac{z}{\lambda_2} - 2\delta\right)\right] dz \quad . \quad . \quad (29)$$

Полученный моментъ вращенія зависитъ отъ времени; средній моментъ вращенія, $\{M_e\} S \cos(M,Z)\, dz$, для разсматриваемаго элемента объема за періодъ одного колебанія, вычисленный по формулѣ

$$\{M_e\} S \cos(M,Z)\, dz = \frac{1}{T}\int_0^T M_e S \cos(M,Z)\, dz\, dt \qquad (30)$$

будетъ

$$\{M_e\}S\cos(M,Z)\,dz = \frac{1}{8\pi}P_0Q_0S(K_1-K_2)\cos 2\pi\Big(\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}\Big)dz. \quad (31)$$

Что касается силъ магнитныхъ, то, въ силу соотнощенія

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

поставленнаго условіемъ для разсматриваемой кристаллической пластинки, будемъ имѣть

$$M_m = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Примѣнимъ выраженіе (31) къ пластинкѣ [1]) конечной толщины h. Интегрируя (31) отъ $z=0$ до $z=h$, получимъ

$$\boldsymbol{M} = \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}}P_0Q_0S(K_1-K_2)\sin 2\pi\Big(\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}\Big), \quad (34)$$

гдѣ $\boldsymbol{M}$ есть среднее значеніе *проэкціи* момента вращенія на ось Z-овъ; въ силу параллельности момента вращенія оси Z-овъ абсолютная величина этой проэкціи будетъ равна абсолютной величинѣ самого момента.

Изъ уравненія (34) видимъ, что $\boldsymbol{M}$ не пропорціоналенъ толщинѣ пластинки, а измѣняется съ измѣненіемъ толщины синусоидально-періодически; а слѣдовательно при опытномъ изслѣдованіи этого случая не нужно брать толщины больше той, при которой

$$\sin 2\pi\Big(\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}\Big) = 1\,;$$

большая толщина будетъ вредна, увеличивая массу кристалла, а слѣдовательно и толщину нити, на которой изслѣдуемая система подвѣшена, и въ то-же время ничего не прибавляя къ отклоняющей силѣ.

---

1) Примѣняя результаты, полученные для слоя *мысленно* выдѣленнаго, къ пластинкѣ *реальной* и не вводя при этомъ пограничныхъ условій, мы конечно дѣлаемъ ошибку; поэтому дальнѣйшіе результаты должны быть разсматриваемы какъ первое приближеніе къ рѣшенію вопроса, а не какъ полное, детальное рѣшеніе.

Уравненіе (34), рѣшающее вопросъ, поставленный въ этомъ параграфѣ, можетъ быть нѣсколько упрощено слѣдующимъ образомъ: такъ какъ

$$\frac{1}{\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}}=\frac{\lambda}{\frac{\lambda}{\lambda_1}-\frac{\lambda}{\lambda_2}},$$

гдѣ λ есть длина волны въ свободномъ эфирѣ, и

$$\frac{\lambda}{\lambda_1}=n_1=\sqrt{K_1};\quad \frac{\lambda}{\lambda_2}=n_2=\sqrt{K_2},\quad . \quad . \quad (35)$$

гдѣ n_1 и n_2 суть показатели преломленія волнъ, въ которыхъ электрическія колебанія параллельны K_1 и K_2, то

$$\frac{K_1-K_2}{\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}}=(n_1+n_2)\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

и слѣдовательно

$$M=\frac{1}{(4\pi)^2}P_0\,Q_0\,S(n_1+n_2)\lambda\sin 2\pi\left(\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}\right), \qquad (37)$$

при чемъ должно помнить, что въ силу соотношеній (35) величины P_0 и Q_0 предполагаются выраженными въ системѣ электростатическихъ единицъ.

§ 4. Разберемъ теперь нѣкоторые частные случаи уравненія (37), а именно примѣнимъ его къ пластинкамъ, толщина которыхъ опредѣляется равенствами

$$\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}=\frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{4},\ . \ . \ . \ ;$$

при этихъ толщинахъ

$$\sin 2\pi\left(\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}\right)=+1;\ 0;\ -1;\ 0;\ . \ . \ .$$

(для сокращенія рѣчи условимся пластинки такой толщины называть пластинка въ $^1/_4$ волны, въ $^2/_4$ волны, . . . и обозначать такъ: „$^1/_4\lambda$“, „$^2/_4\lambda$“, „$^3/_4\lambda$“, . . .).

Пластинка „$^1/_4\lambda$“. Для такой пластинки

$$\sin 2\pi\left(\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}\right)=+1$$

и слѣдовательно

$$\boldsymbol{M}=\frac{1}{(4\pi)^2}P_0\,Q_0\,S(n_1+n_2)\lambda. \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

При P_0 и Q_0 одновременно положительныхъ (или отрицательныхъ), т. е. когда падающія на пластинку колебанія (электрическія) заключены между положительными (или отрицательными) направленіями осей X и Y, $\boldsymbol{M}$ есть величина положительная; слѣдовательно пластинка стремится вращаться около оси Z-овъ отъ оси $+X$ къ оси $+Y$, а слѣдовательно направленіе K_1, наибольшей діэлектрической постоянной, стремится къ совпаденію съ направленіемъ падающихъ электрическихъ колебаній.

При P_0 и Q_0 одновременно не равныхъ пулю, но одномъ больше нуля, а другомъ меньше, т. е. когда падающія на пластинку колебанія заключены между отрицательной осью X-овъ и положительной осью Y-овъ, или наоборотъ, $\boldsymbol{M}$ есть величина отрицательная, слѣдовательно пластинка стремится вращаться отъ $+Y$ къ $+X$, а слѣдовательно, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, направленіе K_1 стремится къ совпаденію съ направленіемъ падающихъ электрическихъ колебаній.

При P_0 или Q_0 равномъ нулю, $\boldsymbol{M}$ тоже равно нулю; пластинка, слѣдовательно, находится въ равновѣсіи, но если нулю равно P_0, т. е. если падающія колебанія параллельны K_2 (меньшей діэлектрической постоянной), то равновѣсіе неустойчиво, такъ какъ, по только что выясненному, если мы выведемъ пластинку изъ положенія равновѣсія, повернувъ около оси Z-овъ на произвольно малый уголъ, то разовьются силы, стремящіяся поставить направленіе K_1 параллельно падающимъ электрическимъ колебаніямъ. При Q_0 равномъ нулю падающія электрическія колебанія параллельны K_1 и потому въ силу вышесказаннаго равновѣсіе пластинки устойчиво.

Резюмировать полученный для пластинки „$^1/_4\lambda$“ выводъ мы можемъ такъ:

Потокъ плоскихъ, плоскополяризованныхъ электромагнитныхъ волнъ, падающихъ нормально на пластинку „$^1/_4\lambda$“, стремится ее поставить такъ, чтобы ось наибольшей діэлектрической постоянной (K_1) была параллельна направленію электрическихъ колебаній.

Пластинка „$^2/_4\lambda$“. Такъ какъ для такой пластинки

$$\sin 2\pi\left(\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}\right)=0$$

то и

$$\boldsymbol{M}=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

при любой оріентировкѣ пластинки относительно направленія падающихъ электрическихъ колебаній; а слѣдовательно:

Потокъ плоскихъ, плоскополяризованныхъ электромагнитныхъ волнъ, падающихъ нормально на пластинку „$^2/_4\lambda$“, никакого направляющаго дѣйствія на нее оказывать не будетъ.

Пластинка „$^3/_4\lambda$“. Такъ какъ для такой пластинки

$$\sin 2\pi\left(\frac{h}{\lambda_1}=\frac{h}{\lambda_2}\right)=-1,$$

то слѣдовательно

$$\boldsymbol{M}=-\frac{1}{(4\pi)^2}P_0\,Q_0\,S(n_1+n_2)\lambda. \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Этотъ $\boldsymbol{M}$ отличается отъ $\boldsymbol{M}$ для пластинки „$^1/_4\lambda$“ только знакомъ, что показываетъ, что вращенія при пластинкѣ „$^3/_4\lambda$“ будутъ противуположны вращеніямъ при пластинкѣ „$^1/_4\lambda$“, а слѣдовательно ось K_1 (наибольшей діэлектрической постоянной) будетъ уходить отъ направленія падающихъ электрическихъ колебаній, т. е.

Потокъ плоскихъ, плоскополяризованныхъ электромагнитныхъ волнъ, падающихъ нормально на пластинку „$^3/_4\lambda$“, стремится поставить ее такъ, чтобы ось наименьшей діэлектрической постоянной (K_2) была параллельна направленію электрическихъ колебаній.

Пластинка „$^4/_4\lambda$". Тотъ-же результатъ, какъ и для пластинки „$^2/_4\lambda$".

Примѣчаніе. Слѣдуетъ обратить вниманіе, что
a) прибавленіе къ любой изъ разсмотрѣнныхъ пластинокъ пластинки „$^4/_4\lambda$" никакого измѣненія не производитъ;
b) разсмотрѣнныя силы стремятся *только оріентировать пластинку* опредѣленнымъ образомъ, *а не сообщить ей непрерывное вращеніе*.

§ 5. Формулировка полученныхъ результатовъ можетъ быть значительно упрощена, если мы обратимъ вниманіе, что пластинки „$^1/_4\lambda$" и „$^3/_4\lambda$" перерабатываютъ плоскополяризованныя электромагнитныя волны въ эллиптически поляризованныя, если плоскость электрическихъ колебаній въ падающихъ волнахъ не перпендикулярна и не параллельна направленію K_1. Въ самомъ дѣлѣ, уравненія (26), опредѣляющія величины P, Q, R въ любой моментъ и въ любой точкѣ кристалла при $z=h$, удовлетворяющемъ уравненію

$$\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}=\frac{1}{4}$$

(т. е. для пластинки „$^1/_4\lambda$"), примутъ видъ

$$\left.\begin{aligned} P &= P_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{h}{\lambda_1}-\delta\right) \\ Q &= Q_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{h}{\lambda_1}+\frac{1}{4}-\delta\right) \\ R &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad (41)$$

или

$$\left.\begin{aligned} P &= P_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{h}{\lambda_1}-\delta\right) \\ Q &= Q_0 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{h}{\lambda_1}-\delta\right) \\ R &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (42)$$

обозначая буквою φ уголъ, образуемый направленіемъ $\mathfrak{E}$ съ осью Y-овъ, и имѣя въ виду, что

$$\operatorname{tang}\varphi=\frac{P}{Q},$$

получимъ для точекъ плоскости $z=h$:

$$\operatorname{tang}\varphi=\frac{P_0}{Q_0}\operatorname{tang}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{h}{\lambda_1}-\delta\right); \quad . \quad . \quad (43)$$

кромѣ того изъ первыхъ двухъ уравненій системы (31) легко получить

$$\frac{P^2}{P_0^{\,2}}+\frac{Q^2}{Q_0^{\,2}}=1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Уравненіе (43) и (44) показываютъ, что плоскополяризованныя электромагнитныя волны, пройдя черезъ пластинку „$^1/_4\lambda$", превращаются въ эллиптически поляризованныя (уравненіе 44) и что (уравненіе 43) вращеніе электрической силы совершается отъ положительной оси Y-овъ къ положительной оси X-овъ при P_0 и Q_0 одинаковозначныхъ и въ сторону противуположную при P_0 и Q_0 разнозначныхъ. Сопоставляя полученный выводъ со сказаннымъ въ предыдущемъ (4) параграфѣ, послѣ уравненія (38) мы видимъ, что электромагнитныя волны стремятся повернуть пластинку въ сторону противуположную вращенію электрическихъ силъ.

Пластинки „$^2/_4\lambda$" и „$^4/_4\lambda$" не подвергаются вращенію электромагнитными волнами (плоскополяризованными) и не перерабатываютъ плоскихъ, плоскополяризованныхъ электромагнитныхъ волнъ въ поляризованныя эллиптически.

Пластинка „$^3/_4\lambda$" перерабатываетъ плоскополяризованные электромагнитныя волны въ поляризованныя эллиптически; для такой пластинки уравненія (26) примутъ видъ:

$$\left.\begin{aligned} P&=P_0\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{h}{\lambda_1}-\delta\right)\\ Q&=-\,Q_0\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{h}{\lambda_1}-\delta\right)\\ R&=0 \end{aligned}\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

гдѣ h удовлетворяетъ уравненію:

$$\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}=\frac{3}{4}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Уравненія, аналогичныя уравненіямъ (43) и (44) для пластинки „$^3/_4\lambda$" будутъ:

$$\operatorname{tang}\varphi = -\frac{P_0}{Q_0}\operatorname{tang} 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{h}{\lambda_1} - \delta\right) \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

$$\frac{P^2}{P_0{}^2} + \frac{Q^2}{Q_0{}^2} = 1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Уравненіе (48) говоритъ, что при $z = h$, удовлетворяющемъ уравненію (46), мы получаемъ волны эллиптически поляризованныя; а уравненіе (47) говоритъ, что въ этихъ волнахъ при P_0 и Q_0 одинаковозначныхъ электрическая сила вращается отъ положительной оси X-овъ къ положительной оси Y-овъ и при P_0 и Q_0 разнозначныхъ наоборотъ; какъ видимъ, слѣдовательно, вращеніе электрическихъ силъ, производимое пластинкой „$^3/_4\lambda$" противуположно вращенію электрическихъ силъ, производимому пластинкой „$^1/_4\lambda$"; но такъ какъ механическое вращеніе, сообщаемое электромагнитными волнами пластинкѣ „$^3/_4\lambda$" по § 4 противуположно механическому вращенію, сообщаемому тѣми же волнами пластинкѣ „$^1/_4\lambda$", то получаемъ по прежнему, что электромагнитныя волны (плоскополяризованныя) стремятся повернуть пластинку „$^3/_4\lambda$" въ сторону, противуположную вращенію электрическихъ силъ.

Легко убѣдиться, что полученный результатъ, справедливый по доказанному для пластинокъ „$^1/_4\lambda$", „$^2/_4\lambda$", „$^3/_4\lambda$" и „$^4/_4\lambda$", справедливъ и для пластинокъ любой толщины.

Все сказанное въ этомъ параграфѣ можетъ быть формулировано слѣдующимъ образомъ:

Кристаллическая, отшлифованная параллельно двумъ произвольно выбраннымъ главнымъ діэлектрическимъ осямъ, плоскопараллельная пластинка, перерабатывающая падающія на нее нормально плоскія, плоскополяризованныя электромагнитныя волны въ поляризованныя эллиптически, стремится сама вращаться въ сторону, противуположную выработанному пластинкой вращенію электромагнитныхъ силъ.

§ 6. Если мы вмѣсто волнъ плоскополяризованныхъ заставимъ на пластинки „$^1/_4\lambda$“, „$^2/_4\lambda$“, . . . падать волны поляризованныя эллиптически, то механическія дѣйствія такихъ волнъ вообще будутъ отличаться отъ дѣйствій волнъ плоско-поляризованныхъ. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, при волнахъ поляризованныхъ эллиптически и при соотвѣтствующей толщинѣ пластинки, механическія дѣйствія волнъ будутъ состоять не въ стремленіи волнъ *только оріентировать*, поставить пластинку по опредѣленному направленію, а въ стремленіи привести ее въ *непрерывное вращательное движеніе*, причемъ направленіе вращенія пластинки во всѣхъ случаяхъ должно совпадать съ направленіемъ вращенія электромагнитныхъ силъ въ волнахъ падающихъ. Очевидно, что для того, чтобы показать сказанное, слѣдуетъ въ выраженія для проэкцій момента M_e, т. е. въ уравненія (15), вмѣсто P, Q, R, поставить формулы, которыми выражаются эти проэкціи при эллиптически поляризованныхъ электромагнитныхъ волнахъ; затѣмъ, какъ уже сдѣлано въ § 3, найти средній моментъ по уравненію (30) и затѣмъ проинтегрировать полученное выраженіе по z отъ 0 до h; послѣ этого интегрированія мы получимъ уравненіе, аналогичное уравненію (34), которое и дастъ намъ искомый моментъ вращенія и изъ котораго, давая h и другимъ входящимъ въ уравненіе величинамъ подходящія частныя значенія, мы и получимъ математическое описаніе вышеуказанныхъ механическихъ дѣйствій.

Проведемъ вышенамѣченный разсчетъ подробно. Пусть имѣемъ потокъ плоскихъ, эллиптически поляризованныхъ электромагнитныхъ волнъ, параллельныхъ координатной плоскости XOY (координатная система и кристаллическая система тѣ-же, какъ и въ § 3); въ силу того, что падающія волны поляризованы эллиптически, мы должны разсматривать электрическую силу въ какой нибудь точкѣ пластинки на плоскости $z=0$ какъ составленную изъ двухъ взаимноперпендикулярныхъ слагаемыхъ P' и Q' съ разностью фазъ $\frac{\pi}{2}$; назовемъ при этомъ уголъ, образуемый направленіемъ P' съ осью X-овъ, буквою θ; тогда, если принять, что положительныя направленія P' и Q' расположены такъ, какъ расположены положительныя направленія координатныхъ осей X и Y, то мы получимъ для величинъ P, Q, R слѣдующія выраженія:

$$\left.\begin{aligned}P&=P_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta\right)\cos\theta-Q_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta\right)\sin\theta\\Q&=P_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta\right)\sin\theta+Q_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta\right)\cos\theta\\R&=0\end{aligned}\right\}\quad(49),$$

гдѣ P_1 и Q_1 суть амплитуды составляющихъ P' и Q', а остальныя буквы имѣютъ прежнія значенія. Справедливость этихъ уравненій видна изъ слѣдующаго разсужденія.

Будемъ разсматривать сначала измѣненіе электрической силы *только* въ слоѣ $z=0$, причемъ будемъ пользоваться вмѣсто координатныхъ осей X, Y новыми координатными осями X', Y', направленными по составляющимъ P' и Q'; такъ какъ разность фазъ у этихъ составляющихъ равна $\frac{\pi}{2}$, то *только для слоя* $z=0$ проэкціи электрической силы P' и Q' выразятся такъ:

$$\left.\begin{aligned}P'&=P_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\\Q'&=Q_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\end{aligned}\right\}\quad .\ .\ .\ .\quad(50).$$

Переходя по общеизвѣстнымъ формуламъ аналитической геометріи отъ координатныхъ осей X', Y' къ осямъ X, Y и называя уголъ (X, X') буквою θ, а составляющія электрической силы по координатнымъ осямъ X, Y буквами P и Q, получимъ

$$\left.\begin{aligned}P&=P_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\cos\theta-Q_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\sin\theta\\Q&=P_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\sin\theta+Q_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\cos\theta\end{aligned}\right\}\quad(51).$$

Эти два уравненія опредѣляютъ намъ электрическую силу въ любой моментъ времени въ слоѣ $z=0$. Обѣ эти составляющія передаются отъ пограничнаго слоя кристалла (отъ плоскости $z=0$) внутрь по направленію оси Z-овъ безъ измѣненія типа, такъ какъ оси X и Y направлены по главнымъ діэлектрическимъ осямъ, а слѣдовательно, чтобы получить выраженія P и Q для слоя въ кристаллѣ, находящагося отъ плоскости XOY на разстояніи z, нужно будетъ, какъ общеизвѣстно, вычесть изъ $\frac{t}{T}$ у составляющей P величину $\frac{z}{\lambda_1}$ и у составляющей Q — величину $\frac{z}{\lambda_2}$; сдѣлавъ это, получимъ

$$\left.\begin{aligned} P&=P_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta\right)\cos\theta-Q_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta\right)\sin\theta \\ Q&=P_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\vartheta\right)\sin\theta+Q_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta\right)\cos\theta \end{aligned}\right\}(52),$$

т. е. два первыхъ уравненія (49); справедливость третьяго уравненія $R=0$ очевидна.

Примѣчаніе. Необходимо замѣтить, что въ опредѣленныхъ уравненіями (49) эллиптически поляризованныхъ волнахъ при P_1 и Q_1 одинаковозначныхъ направленіе вращенія электрической силы въ плоскости $z=0$ происходитъ отъ положительной оси Y-овъ къ положительной оси X-овъ и въ сторону обратную при P_1 и Q_1 разнозначныхъ; это видно изъ уравненія (50).

Необходимое для уравненія (15) произведеніе PQ будетъ:

$$\begin{aligned} PQ=&+P_1^2\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta\right)\sin\theta\cos\theta \\ &-Q_1^2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta\right)\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta\right)\sin\theta\cos\theta \\ &-P_1Q_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta\right)\sin^2\theta \\ &+P_1Q_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\delta\right)\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z}{\lambda_2}-\delta\right)\cos^2\theta, \quad (53) \end{aligned}$$

или, послѣ преобразованія произведеній въ суммы и разности

$$PQ = +{}^1/_2 P_1^{\,2}\left[\cos 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}\right)-\cos 2\pi\left(\frac{2t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}-2\delta\right)\right]\sin\theta\cos\theta$$

$$-{}^1/_2 Q_1^{\,2}\left[\cos 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}\right)+\cos 2\pi\left(\frac{2t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}-2\delta\right)\right]\sin\theta\cos\theta$$

$$-{}^1/_2 P_1 Q_1\left[\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}\right)+\sin 2\pi\left(\frac{2t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}-2\delta\right)\right]\sin^2\theta$$

$$+{}^1/_2 P_1 Q_1\left[\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_2}-\frac{z}{\lambda_1}\right)+\sin 2\pi\left(\frac{2t}{T}-\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}-2\delta\right)\right]\cos^2\theta. \qquad (54)$$

Среднее значеніе для PQ за промежутокъ времени T будетъ:

$$\frac{1}{T}\int_0^T PQdt = \frac{1}{2}\left\{(P_1^{\,2}-Q_1^{\,2})\sin\theta\cos\theta\cos 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}\right)-\right.$$

$$\left.-P_1Q_1\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}\right)\right\}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

а слѣдовательно выраженіе для средняго момента вращенія, приложеннаго къ элементарному объему Sdz, по уравненію (31) будетъ такое:

$$\{M_e\}S\cos(M,Z)dz = \frac{1}{8\pi}S(K_1-K_1)\left[(P_1^{\,2}-Q_1^{\,2})\sin\theta\cos\theta\cos 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{z}{\lambda_2}\right)-P_1Q_1\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda_1}-\frac{z}{\lambda_2}\right)\right]dz. \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

Интегрируя обѣ части отъ $z=0$ до $z=h$ и замѣняя въ полученномъ послѣ интегрированія выраженіи, на основаніи равенства (36), множитель $\dfrac{K_1-K_2}{\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}}$ равнымъ ему множителемъ $(n_1+n_2)\lambda$, благодаря чему величины P_1 и Q_1 нужно будетъ считать выраженными въ электростатическихъ единицахъ, мы получимъ проэкцію на ось Z-овъ момента вращенія, приложеннаго эллиптически поляризованными электромагнитными волнами (такъ какъ $M_m=0$) къ части пластинки, у которой (части) толщина равна h и площадь поперечнаго сѣченія равна S квадр. сентиметровъ; обозначая эту проэкцію момента, какъ и ранѣе въ уравненіи (34) буквою $\boldsymbol{M}$, получимъ:

$$\boldsymbol{M} = \frac{1}{(4\pi)^2}(n_1 + n_2)\lambda S\Big[(P_1^2 - Q_1^2)\sin\theta\cos\theta\sin 2\pi\Big(\frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2}\Big) +$$
$$+ P_1 Q_1\Big\{\cos 2\pi\Big(\frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2}\Big) - 1\Big\}\Big] \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

гдѣ n_1, n_2, λ имѣютъ значенія, указанныя въ равенствахъ (35) и (36).

Далѣе разберемъ нѣкоторые частные случаи, вытекающіе какъ слѣдствія изъ полученнаго равенства.

§ 7. Волны, поляризованныя въ слоѣ $z = 0$ по кругу относительно электрической силы (а не перемѣщенія). Для такихъ волнъ

$$P_1^2 - Q_1^2 = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

а слѣдовательно

$$\boldsymbol{M} = \frac{1}{(4\pi)^2}(n_1 + n_2)\lambda S P_1 Q_1\Big[\cos 2\pi\Big(\frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2}\Big) - 1\Big]. \quad (59)$$

При P_1 и Q_1 одинаковозначныхъ

$$\boldsymbol{M} \leqq 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

т. е. пластинка или остается въ покоѣ, или стремится вращаться отъ положительной оси Y-овъ къ положительной оси X-овъ; при P_1 и Q_1 разнозначныхъ — наоборотъ. Пластинка очевидно остается въ покоѣ только при h, удовлетворяющемъ уравненіямъ

$$\frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2} = 1,\ 2,\ 3,\ .\ .\ .\ ,$$

т. е. когда она по нашему условному обозначенію есть пластинка „$^4/_4\lambda$“ или ея кратная.

Сопоставляя результатъ, полученный относительно направленія механическаго вращенія, со сказаннымъ въ примѣчаніи § 6 послѣ уравненія (52), мы видимъ, что направленіе вращенія, которое по кругу поляризованныя электромагнитныя волны стремятся сообщить кристаллической пластинкѣ, совпадаетъ съ направленіемъ вращенія электромагнитныхъ силъ въ падающихъ волнахъ. Что касается величины $\boldsymbol{M}$ для пластинокъ различной толщины, то, давая разности $\frac{h}{\lambda_1}-\frac{h}{\lambda_2}$ значенія, соотвѣтствующія толщинамъ пластинокъ „$^1/_4\lambda$“, „$^2/_4\lambda$“, „$^3/_4\lambda$“ и „$^4/_4\lambda$“, мы получимъ

$$\left.\begin{array}{ll} \text{для „}^1/_4\lambda\text{“} \ldots & \boldsymbol{M}=-\frac{1}{(4\pi)^2}(n_1-n_2)\lambda S P_1 Q_1 \\ \text{„ „}^2/_4\lambda\text{“} \ldots & \boldsymbol{M}=-\frac{2}{(4\pi)^2}(n_1-n_2)\lambda S P_1 Q_1 \\ \text{„ „}^3/_4\lambda\text{“} \ldots & \boldsymbol{M}=-\frac{1}{(4\pi)^2}(n_1-n_2)\lambda S P_1 Q_1 \\ \text{„ „}^4/_4\lambda\text{“} \ldots & \boldsymbol{M}=0 \end{array}\right\} \ldots \quad (61)$$

Такъ какъ полученныя для $\boldsymbol{M}$ выраженія не зависятъ отъ положенія осей X и Y (т. е. отъ направленій K_1 и K_2) относительно направленій P_1 и Q_1 (ибо уголъ θ въ формулы не входитъ), то

силы, развивающіяся при прохожденіи по кругу поляризованныхъ электромагнитныхъ волнъ сквозь какую нибудь изъ вышеуказанныхъ пластинокъ, кромѣ „$^4/_4\lambda$“, стремятся не **оріентировать только** *пластинку, какъ это было при падающихъ плоскополяризованныхъ волнахъ, а стремятся привести ее* **въ непрерывное вращательное движеніе** *въ сторону вращенія электромагнитныхъ силъ въ падающихъ волнахъ.*

Легко видѣть изъ уравненія (59), что наибольшій моментъ вращенія получается для пластинки „$^2/_4\lambda$“.

Волны, поляризованныя эллиптически. Пластинка „$^1/_4\lambda$“. Для такой пластинки

$$\boldsymbol{M}=\frac{1}{(4\pi)^2}(n_1+n_2)\lambda S[(P_1^2-Q_1^2)\sin\theta\cos\theta-P_1Q_1]; \qquad (62)$$

въ этомъ случаѣ, въ зависимости отъ множителя

$[(P_1^2-Q_1^2)\sin\theta\cos\theta-P_1Q_1]$, равнаго $\left[\frac{P_1^2-Q_1^2}{2}\sin 2\theta-P_1Q_1\right]$,

можетъ быть и оріентировка и непрерывное вращеніе; если при одинаковозначныхъ P_1 и Q_1, при $P_1>Q_1$ и при произвольныхъ значеніяхъ θ

$$\frac{P_1^2 - Q_1^2}{2} \sin 2\theta - P_1 Q_1 < 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (63)$$

т. е. если

$$P_1^2 - Q_1^2 < 2 P_1 Q_1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (64)$$

или

$$\frac{P_1}{Q_1} < \sqrt{2} + 1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (65)$$

то получится непрерывное вращеніе отъ положительной оси Y-овъ къ положительной оси X-овъ т. е. въ одну сторону съ вращеніемъ электромагнитныхъ силъ въ падающихъ волнахъ.

Если

$$P_1^2 - Q_1^2 = 2 P_1 Q_1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

т. е. если

$$\frac{P_1}{Q_1} = \sqrt{2} + 1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

то при

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \ \frac{5\pi}{4}, \ \frac{9\pi}{4} \ldots . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

т. е. когда направленіе P_1 будетъ дѣлить пополамъ уголъ между положительными (или отрицательными) направленіями осей X и Y, мы получимъ положеніе полуустойчиваго равновѣсія.

Примѣчаніе. Положеніемъ полуустойчиваго равновѣсія названо такое положеніе пластинки, отклоненіе отъ котораго въ одну сторону вызываетъ силы, стремящіяся вернуть пластинку въ это положеніе, а отклоненіе въ другую сторону вызываетъ силы, стремящіяся еще болѣе отклонить ее отъ этого положенія.

Если

$$P_1^2 - Q_1^2 > 2 P_1 Q_1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

т. е. если

$$\frac{P_1}{Q_1} > \sqrt{2} + 1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

то существуютъ такія значенія θ, при которыхъ

$$\frac{P_1^2 - Q_1^2}{2} \sin 2\theta - P_1 Q_1 = 0; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71)$$

эти значенія найдутся изъ уравненія (71); при нихъ

$$\sin 2\theta = \frac{2P_1Q_1}{P_1^2 - Q_1^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (72)$$

Такихъ значенiй для θ между 0 и $\frac{\pi}{2}$ очевидно будетъ два; обозначимъ ихъ θ' и θ'' и пусть

$$\theta'' > \theta';$$

стороны угловъ θ' и θ'' будутъ симметрично расположены около прямой, дѣлящей уголъ между положительными направленiями осей X и Y пополамъ; при

$$\theta = \theta'$$

пластинка будетъ находиться въ положенiи устойчиваго равновѣсiя и при

$$\theta = \theta''$$

въ положенiи неустойчиваго равновѣсiя, что вытекаетъ непосредственно изъ равенства (62).

Пластинка „$^2/_4\lambda$". Для такой пластинки

$$\boldsymbol{M} = -2 \cdot \frac{1}{(4\pi)^2}(n_1 + n_2)\lambda P_1 Q_1. \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

Въ этомъ случаѣ можетъ быть только непрерывное вращенiе (а не орiентировка); направленiе этого вращенiя и вращенiя электромагнитныхъ силъ въ падающихъ волнахъ, какъ показываютъ уравненiя (73) и (50), одинаковы.

Пластинка „$^3/_4\lambda$". Для такой пластинки

$$\boldsymbol{M} = \frac{1}{(4\pi)^2}(n_1 + n_1)\lambda S[-(P_1^2 - Q_1^2)\sin\theta\cos\theta - P_1Q_1]. \quad (74)$$

Въ этомъ случаѣ, также какъ и при пластинкѣ „$^1/_4\lambda$", въ зависимости отъ множителя

$$[-(P_1^2 - Q_1^2)\sin\theta\cos\theta - P_1Q_1],$$

можетъ быть и орiентировка пластинки и непрерывное вращенiе; при

$$P_1^2 - Q_1^2 < 2P_1Q_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

мы получаемъ непрерывное вращенiе пластинки въ сторону вращенiя электромагнитныхъ силъ въ падающихъ волнахъ; при

$$P_1^2 - Q_1^2 = 2P_1 Q_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

мы получаемъ полуустойчивое равновѣсіе при

$$\theta = {}^3/_4\pi,\ {}^7/_4\pi,\ {}^{11}/_4\pi, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (77)$$

т. е. при такомъ положеніи пластинки когда направленіе P_1 дѣлитъ пополамъ уголъ между положительнымъ направленіемъ оси Y-овъ и отрицательнымъ оси X-овъ; и наконецъ при

$$P_1^2 - Q_1^2 > 2P_1 Q_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (78)$$

мы получаемъ оріентирующее дѣйствіе; положенія равновѣсія будутъ при θ, опредѣляемомъ уравненіемъ

$$\sin 2\theta = -\frac{2P_1Q_1}{P_1{}^2 - Q_1{}^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

Между $\frac{\pi}{2}$ и π этому уравненію будутъ удовлетворять два значенія θ; назовемъ ихъ θ' и θ'' и пусть

$$\theta'' > \theta';$$

стороны угловъ θ' и θ'' будутъ расположены симметрично около прямой, дѣлящей пополамъ уголъ между положительнымъ направленіемъ оси Y-овъ и отрицательнымъ оси X-овъ; при

$$\theta = \theta'$$

положеніе равновѣсія будетъ устойчивое, а при

$$\theta = \theta''$$

неустойчивое.

Пластинка „${}^4/_4\lambda$“. Для такой пластинки

$$M = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (80)$$

и слѣдовательно она не будетъ подвергаться ни оріентировкѣ, ни непрерывному вращенію.

Примѣчаніе. При P_1 и Q_1 разнозначныхъ, т. е. при такихъ эллиптически поляризованныхъ волнахъ, въ которыхъ вращеніе электромагнитныхъ силъ происходитъ отъ положительной оси X-овъ къ положительной оси Y-овъ, положенія равновѣсія для пластинокъ „${}^1/_4\lambda$“ и „${}^3/_4\lambda$“ расположены симметрично съ вышеразсмотрѣнными; осью симметріи служитъ ось X-овъ. Полезно также замѣтить, что выраженіе для M (57) дастъ намъ всѣ выводы для волнъ плоскополяризованныхъ, если мы положимъ P_1 или Q_1 равнымъ нулю.

§ 8. Если мы станемъ на точку зрѣнія электромагнитной теоріи свѣта, а именно, если допустимъ, что потокъ свѣтовыхъ волнъ есть потокъ волнъ электромагнитныхъ, то мы и на свѣтовыя волны необходимо должны перенести заключенія, сдѣланныя нами въ предыдущихъ параграфахъ, т. е. мы должны полагать, что

потокъ плоскихъ, поляризованныхъ плоско, по кругу или эллиптически свѣтовыхъ волнъ, падающихъ нормально на кристаллическую, плоскопараллельную, отшлифованную перпендикулярно одной изъ осей оптической упругости пластинку, производитъ на нее механическія дѣйствія, изложенныя въ §§ 3, 4, 6 и 7.

§ 9. Получивъ на основаніи электромагнитной теоріи вышеприведенное указаніе на возможность существованія механическихъ дѣйствій свѣта на кристаллы, мнѣ желательно было разслѣдовать, содержатся ли таковыя указанія въ теоріи Fresnel'я, или нѣтъ и, если непосредственно только въ сдѣланныхъ Fresnel'емъ и другими авторами гипотезахъ этихъ указаній не содержится, то разобрать, какія должны быть поставлены дополнительныя гипотезы, чтобы при помощи ихъ изъ теоріи Fresnel'я можно было получить вышеописанныя механическія дѣйствія какъ простое математическое слѣдствіе. Разборъ этого вопроса содержится въ слѣдующей главѣ; настоящую главу я позволю себѣ закончить небольшимъ развитіемъ уравненій (14) и (15) съ цѣлью привести ихъ въ тотъ видъ, въ которомъ собственно мы ими пользовались и исходя изъ котораго удобнѣе всего будетъ вести сравненіе съ аналогичными формулами изъ теоріи Fresnel'я. При вычисленіи моментовъ M_m и M_e мы всегда сначала разсчитывали среднiй моментъ за промежутокъ времени T и затѣмъ уже интегрированіемъ полученнаго выраженія находили окончательные результаты. Этотъ средній моментъ мы находили интегрированіемъ уравненій (14) и (15) по t отъ 0 до T и умноженіемъ полученнаго интеграла на $\frac{1}{T}$; взявъ такіе средніе моменты вращенія за одинъ періодъ вмѣсто моментовъ вращенія, приложенныхъ въ моментъ t, мы изъ уравненій (14) и (15) получимъ слѣдующія, ихъ замѣняющія:

вмѣсто системы (14)

$$\left.\begin{aligned}
\{M_m\}\cos(M,X) &= \frac{1}{4\pi}(\mu_2-\mu_3)\frac{1}{T}\int_0^T\beta\gamma dt \\
\{M_m\}\cos(M,Y) &= \frac{1}{4\pi}(\mu_3-\mu_1)\frac{1}{T}\int_0^T\gamma\alpha dt \\
\{M_m\}\cos(M,Z) &= \frac{1}{4\pi}(\mu_1-\mu_2)\frac{1}{T}\int_0^T\alpha\beta dt
\end{aligned}\right\} \qquad (81)$$

и вмѣсто системы (15)

$$\left.\begin{aligned}
\{M_e\}\cos(M,X) &= \frac{1}{4\pi}(K_2-K_3)\frac{1}{T}\int_0^T QRdt \\
\{M_e\}\cos(M,Y) &= \frac{1}{4\pi}(K_3-K_1)\frac{1}{T}\int_0^T RPdt \\
\{M_e\}\cos(M,Z) &= \frac{1}{4\pi}(K_1-K_2)\frac{1}{T}\int_0^T PQdt
\end{aligned}\right\} \qquad (82)$$

Строго говоря, мы всегда пользовались системой (82), а не (15); впослѣдствіи мы увидимъ, что во Fresnel'евской теоріи заключается система уравненій вполнѣ тождественная съ системой (82).

ГЛАВА II.

§ 10. Раньше чѣмъ перейти къ вопросу: какія гипотезы должны быть добавлены къ теоріи двойного преломленія Fresnel'я, чтобы ею объяснялись изложенныя въ предыдущей главѣ предполагаемыя механическія дѣйствія свѣта, я позволю себѣ сказать нѣсколько словъ о возможности и необходимости приложенія началъ и теоремъ аналитической механики къ системѣ, въ которую входитъ эфиръ; цѣль этого вводнаго параграфа — выяснить то отношеніе къ эфиру и его свойствамъ, котораго я буду держаться въ этой работѣ и которое мнѣ кажется правильнымъ; это выясненіе можетъ устранить нѣкоторыя сомнѣнія относительно приложимости къ эфиру началъ аналитической механики. Мнѣ кажется, что если существованіе эфира (т. е. нѣкоторой междупланетной и междумолекулярной среды) считать гипотезой, а не фактомъ, то придется тогда считать такой же гипотезой и принципъ сохраненія вещества, и принципъ сохраненія энергіи. Въ строго математическомъ смыслѣ это конечно суть гипотезы; но для физика два приведенныхъ принципа составляютъ основу науки, мы ихъ считаемъ истинами, фактами, и точно такой-же истиной, или фактомъ, мы должны считать существованіе эфира. Эфиръ долженъ существовать не только потому, что безъ него немыслимы дѣйствія на разстояніи, а и потому, что совершается фактъ передачи энергіи отъ свѣтилъ на землю, при чемъ эта передача происходитъ сквозь прозрачныя тѣла съ нѣкоторой опредѣленной громадной скоростью. Энергія одна, отдѣленная отъ матеріи, не существуетъ, а слѣдовательно для передачи ея отъ тѣла A къ тѣлу B необходимо, чтобы или нѣкоторое третье тѣло C переносило ее отъ A къ B, или чтобы все пространство между A и B было заполнено какой нибудь средой, способной поглощать въ себя энергію отъ тѣла A, передавать ее сквозь себя отъ слоя къ слою и, наконецъ, передать ее тѣлу B. Предположеніе о переносѣ энергіи отъ A къ B третьимъ тѣломъ C представляетъ собою сущность Ньютоновской теорiи свѣта; оно опровергнуто опытомъ, а слѣдовательно намъ остается только второе, т. е. *мы вынуждены признать существованiе эфира.*

Совершенно иначе приходится относиться къ качественнымъ свойствамъ эфира. *Ихъ нужно подобрать* такъ, чтобы изъ нихъ вытекали какъ простое математическое слѣдствiе законы тѣхъ явленiй, которыя приписываются нами эфиру. Найти эти свойства какимъ нибудь опытомъ мы не можемъ; опытъ въ этого рода вопросахъ можетъ говорить только рѣшающее *нѣтъ,* т. е. предположеннымъ свойствомъ эфиръ обладать не можетъ; въ силу этого *качественныя свойства эфира суть гипотезы.* Еслибы даже намъ удалось подобрать для эфира такую систему качественныхъ свойствъ, изъ которыхъ вытекали бы рѣшительно всѣ явленiя, эфиру приписываемыя, то даже и тогда, для того чтобы эти свойства считать *истинными* свойствами эфира, намъ осталось бы доказать, что найденная нами *система качественныхъ свойствъ* есть единственная, дающая всѣ извѣстныя намъ явленiя природы; доказать-же такое предложенiе мнѣ лично кажется невозможнымъ: можно доказать, что та или иная *система уравненiй* есть единственная, удовлетворяющая данному вопросу, но не болѣе, такъ какъ весьма различныя качественныя свойства могутъ вести къ одинаковымъ системамъ уравненiй; прекраснымъ примѣромъ сказаннаго служатъ уравненiя распространенiя свѣта по Green'у и Maxwell'ю: системы уравненiй могутъ быть сведены къ двумъ другимъ, между собою тождественнымъ, качественныя же свойства свѣтовыхъ процессовъ у обоихъ авторовъ не имѣютъ почти ничего общаго.

Само собою разумѣется, что при гипотетическомъ подборѣ свойствъ эфиру, достаточныхъ для вывода уравненiй, описывающихъ количественную сторону приписываемыхъ ему явленiй, мы прежде всего должны посмотрѣть, нельзя-ли ограничиться допущенiемъ у эфира свойствъ, уже встрѣчающихся въ тѣхъ или иныхъ тѣлахъ, не придумывая для него такихъ свойствъ, которыя ни въ одной изученной нами матерьяльной системѣ не существуютъ. Поэтому первая гипотеза, которая относительно эфира должна быть сдѣлана, и которая настолько естественна, что даже не оговаривается принимающими ее авторами, состоитъ въ томъ, *что къ эфиру примѣнимы основныя начала, а слѣдовательно и теоремы аналитической механики.* Безъ этой гипотезы нельзя написать уравненій движенія эфирной частицы, нельзя говорить о живой силѣ и кинетической энергіи эфирныхъ частицъ. Эта гипотеза ни у одного автора, ею пользовавшагося, никогда, насколько мнѣ извѣстна литература, не вызывала ни сомнѣній, ни оговорокъ, приходилось ли ее примѣнять къ эфиру свободному, т. е. разсматриваемому отдѣльно отъ ощущаемой матеріи, или къ эфиру взаимодѣйствующему съ ощущаемой матеріей, какъ это дѣлаетъ Helmholtz при теоретической разработкѣ аномальнаго свѣторазсѣянія; въ этой работѣ [1]) безъ всякой оговорки Helmholtz принимаетъ, что при взаимодѣйствіи эфира и матеріи дѣйствіе и противодѣйствіе равны и противуположны, вводитъ въ уравненія движенія членъ, выражающій это взаимодѣйствіе и, какъ извѣстно, благодаря этому получаетъ прекрасные результаты, объясняющіе аномальное свѣторазсѣяніе.

§ 11. Вообразимъ себѣ въ эфирѣ *неподвижную*, матерьяльную, для общности кристаллическую среду, подчиненную слѣдующимъ условіямъ и свойствамъ:

1) воображаемая кристаллическая среда однородна и твердо-упруга;

2) воображаемая кристаллическая среда имѣетъ строеніе частичное, а не сплошное;

3) воображаемая кристаллическая среда абсолютно прозрачна;

4) силы взаимодѣйствія частицъ среды другъ съ другомъ, частицъ среды съ частицами эфира и частицъ эфира другъ съ другомъ суть силы центральныя, подчиняющіяся закону равенства дѣйствія и противодѣйствія;

---

1) Helmholtz. Wissenschaftl. Abhandl. t. II, p. 215—216.

5) магнитныя проницаемости въ воображаемой кристаллической средѣ одинаковы по всѣмъ направленіемъ;

6) діэлектрическія постоянныя въ воображаемой кристаллической средѣ по различнымъ направленіямъ различны; направленія главныхъ осей діэлектрической постоянной совпадаютъ съ направленіемъ осей оптической упругости по Fresnel'ю, причемъ направленіе оси наибольшей оптической упругости совпадаетъ съ направленіемъ оси наименьшей діэлектрической постоянной и наоборотъ;

7) во время пробѣга сквозь воображаемую кристаллическую среду установившагося потока свѣтовыхъ волнъ среда находится въ нѣкоторомъ опредѣленномъ установившемся состояніи.

Примѣчаніе (къ 7). Подъ „опредѣленнымъ установившимся состояніемъ“ воображаемой неподвижной кристаллической среды мы будемъ подразумѣвать состояніе, при которомъ:

α) координаты любой частицы, отнесенныя къ системѣ неподвижныхъ координатныхъ осей, должны быть или постоянными, или измѣняться между двумя конечными, опредѣленными (наибольшимъ и наименьшимъ) значеніями;

β) то-же самое относительно проэкцій скорости любой частицы на тѣ-же оси;

γ) то-же самое относительно любого свойства среды (температуры, теплоемкости, показателя преломленія, удѣльнаго объема и т. п.), разсматриваемаго въ любой точкѣ среды.

На основаніи (α) и (β) то-же самое можетъ быть *доказано*:

δ) относительно проэкцій главнаго момента количества движенія вокругъ начала координатъ для любого конечнаго числа частицъ, заключенныхъ въ любомъ опредѣленномъ объемѣ;

ε) относительно суммы живыхъ силъ тѣхъ-же частицъ;

доказательство за очевидностью не приводится.

§ 12. Вообразимъ себѣ въ этой средѣ неподвижную, правую, прямоугольную систему координатныхъ осей X, Y, Z, расположенныхъ такъ, чтобы ось X-овъ была направлена по линіи наименьшей оптической упругости, а ось Z-овъ по линіи наибольшей (въ смыслѣ Fresnel'евской теоріи двойного преломленія); выдѣлимъ мысленно въ этой средѣ конечный объемъ S, произвольной величины и формы, и примѣнимъ [въ силу допущеннаго свойства среды, § 11 — (4)] ко всѣмъ частицамъ внутри этого объема заключеннымъ (эфирнымъ и матерьяльнымъ) теорему, что главный моментъ внутреннихъ силъ, подчиненныхъ закону равенства дѣйствія и противодѣйствія, равенъ нулю; обозначая черезъ

$$\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x,\ \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y,\ \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z \quad . \quad . \quad . \quad (83)$$

проэкціи главнаго момента вокругъ начала координатъ внутреннихъ силъ, приложенныхъ только къ частицамъ матеріи, — и черезъ

$$\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_x,\ \left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_y,\ \left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_z \quad . \quad . \quad . \quad (84)$$

проэкціи главнаго момента вокругъ начала координатъ внутреннихъ силъ, приложенныхъ только къ эфирнымъ частицамъ, получимъ:

$$\left.\begin{aligned} \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x + \left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_x = 0 \\ \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y + \left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_y = 0 \\ \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z + \left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_z = 0 \end{aligned}\right\} . \quad . \quad . \quad . \quad (85)$$

Эти выраженія справедливы для любого момента времени t и для любого движенія частицъ эфира и матеріи, совершающагося внутри выдѣленнаго объема S.

§ 13. Перейдемъ теперь отъ мгновенныхъ значеній проэкцій моментовъ Λ къ предѣльнымъ среднимъ значеніямъ этихъ проэкцій; — при этомъ условимся называть среднимъ значеніемъ какой нибудь изъ величинъ $\varLambda$ за промежутокъ времени τ выраженіе

$$\frac{1}{\tau}\int_{t}^{t+\tau}\varLambda\,dt\,, \quad \ldots\ldots \qquad (86)$$

а предѣльнымъ среднимъ значеніемъ той-же величины выраженіе

$$\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_{t}^{t+\tau}\varLambda\,dt\right]_{\tau=\infty}. \quad \ldots\ldots \qquad (87)$$

Для сокращенія письма мы будемъ обозначать предѣльное среднее значеніе какой нибудь величины постановкой надъ ней горизонтальной черты, такъ что

$$\overline{\varLambda} = \lim\left[\frac{1}{\tau}\int_{t}^{t+\tau}\varLambda\,dt\right]_{\tau=\infty}. \quad \ldots\ldots \qquad (88)$$

Уравненія (85) справедливы для любого момента t; они очевидно останутся справедливыми, если мы въ нихъ вмѣсто мгновенныхъ значеній проэкцій моментовъ введемъ предѣльныя среднія значенія этихъ проэкцій; сдѣлавъ это, получимъ

$$\left.\begin{aligned}
\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x} + \overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_x} &= 0 \\
\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y} + \overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_y} &= 0 \\
\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z} + \overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_z} &= 0
\end{aligned}\right\}, \quad \ldots \qquad (89)$$

откуда

$$\left.\begin{aligned}
\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x} &= -\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_x} \\
\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y} &= -\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_y} \\
\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z} &= -\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_z}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \qquad (90)$$

Для удобства при дальнѣйшемъ изложеніи обозначимъ моментъ $\overline{\overset{int}{\Lambda}_{mat}}$ черезъ M_{Frn}, слѣдовательно

$$\left.\begin{aligned}\left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_x &= \overline{\left(\stackrel{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x}\\ \left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_y &= \overline{\left(\stackrel{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y}\\ \left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_z &= \overline{\left(\stackrel{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z}\end{aligned}\right\}\quad .\ .\ .\ .\ (91)$$

гдѣ

$$\left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_x,\ \left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_y,\ \left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_z\quad .\ .\ (92)$$

суть проэкціи M_{Frn} на координатныя оси X, Y, Z.

Примѣчаніе. Эти уравненія должны быть разсматриваемы какъ *опредѣленіе* величины M_{Frn}.

Введя эту величину въ уравненія (90), получимъ

$$\left.\begin{aligned}\left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_x &= -\overline{\left(\stackrel{int}{\Lambda}_{eth}\right)_x}\\ \left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_y &= -\overline{\left(\stackrel{int}{\Lambda}_{eth}\right)_y}\\ \left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_z &= -\overline{\left(\stackrel{int}{\Lambda}_{eth}\right)_z}\end{aligned}\right\}\quad .\ .\ .\ .\ (93)$$

Примѣчаніе. Эти уравненія будутъ намъ служить для вычисленія M_{Frn}. Очевидно, что они тождественны съ уравненіями (90), отличаясь отъ нихъ только инымъ обозначеніемъ момента $\stackrel{int}{\Lambda}_{mat}$. Полученныя уравненія (93), а слѣдовательно и уравненіе (90), должны быть прочитаны такъ:

предѣльное среднее значеніе главнаго момента внутреннихъ силъ, приложенныхъ только къ частицамъ кристаллической среды $\left[\text{т. е. } \mathrm{M}_{Frn}\right]$, *заключеннымъ внутри выдѣленнаго объема S, равно и прямо противуположно предѣльному среднему значенію главнаго момента внутреннихъ силъ, приложенныхъ только къ частицамъ эфира, заключеннымъ въ томъ-же объемѣ S.*

§ 14. Чтобы найти величины составляющихъ вектора M_{Frn}, мы должны дать какія нибудь условія, опредѣляющія какъ характеръ движенія эфирныхъ частицъ, такъ и тѣ упругія силы, которыя движеніемъ эфирныхъ частицъ вызываются. Предположимъ, что частицы эфира совершаютъ Fresnel'евскія колебанія, характеризующія установившійся потокъ системы плоскихъ свѣтовыхъ волнъ опредѣленнаго періода колебаній, распространяющійся (потокъ) по опредѣленному постоянному направленію, и примемъ для нахожденія упругихъ силъ, вызванныхъ перемѣщеніемъ эфирныхъ частицъ, гипотезы, положенныя Fresnel'емъ въ основу его теоріи двойного преломленія. Какъ извѣстно, эти гипотезы суть нижеслѣдующія:

I. Колебанія эфирныхъ частицъ въ плоскополяризованномъ свѣтѣ перпендикулярны плоскости поляризаціи.

II. Упругая сила, вызванная перемѣщеніемъ какой-нибудь эфирной частицы при пробѣгѣ сквозь среду плоскихъ волнъ, колебанія въ которыхъ поперечны и прямолинейны, равна упругой силѣ, вызванной такимъ-же перемѣщеніемъ разсматриваемой частицы, при прочихъ въ покоѣ, помноженной на постояннаго множителя.

III. При пробѣгѣ сквозь однородную среду плоскихъ, поперечныхъ волнъ передача ихъ сквозь среду опредѣляется не всей упругой силой, развитой перемѣщеніемъ эфирныхъ частицъ, а только составляющей (этой упругой силы), параллельной плоскости волны.

IV. Скорость распространенія въ однородной средѣ плоскихъ, поперечныхъ, передающихся безъ измѣненія типа волнъ пропорціональна корню квадратному изъ составляющей, параллельной плоскости волны, упругой силы, вызванной перемѣщеніемъ эфирныхъ частицъ.

Будемъ разсматривать какую нибудь эфирную частицу, координаты которой въ періодъ покоя, т. е. до момента принятія этой частицей участія въ передачѣ сквозь среду FresneГевскихъ свѣтовыхъ колебаній, были x, y, z; если въ моментъ времени t эта *одна* частица, при прочихъ въ покоѣ, подверглась-бы перемѣщенію σ, составляющія котораго суть ξ, η, ζ, то ея координаты въ моментъ t будутъ

$$(x+\xi),\ (y+\eta),\ (z+\zeta).$$

Обозначая черезъ X', Y', Z' составляющія упругой силы, вызванной перемѣщеніемъ σ и приложенной къ разсматриваемой эфирной частицѣ, — черезъ ε_1, ε_2, ε_3 тѣ коэффиціенты, на которые нужно помножить составляющія перемѣщенія (ξ, η, ζ), чтобы получить составляющія упругой силы X', Y', Z', при чемъ должно замѣтить, что въ силу условія направить координатную ось X-овъ по линіи наименьшей оптической упругости, а ось Z-овъ по линіи наибольшей, мы имѣемъ неравенство

$$\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3, \quad \ldots\ldots \quad (94)$$

и черезъ M' моментъ этой силы вокругъ начала координатъ, мы получимъ:

$$\left.\begin{aligned} X' &= -\varepsilon_1\xi \\ Y' &= -\varepsilon_2\eta \\ Z' &= -\varepsilon_3\zeta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (95)$$

$$\left.\begin{aligned} M'\cos(M',X) &= -(y+\eta)\varepsilon_3\zeta + (z+\zeta)\varepsilon_2\eta \\ M'\cos(M',Y) &= -(z+\zeta)\varepsilon_1\xi + (x+\xi)\varepsilon_3\zeta \\ M'\cos(M',Z) &= -(x+\xi)\varepsilon_2\eta + (y+\eta)\varepsilon_1\xi \end{aligned}\right\}, \quad (96)$$

Примѣчаніе. За положительное направленіе вращеній приняты направленія отъ положительныхъ направленій осей X-овъ, Y-овъ и Z-овъ къ положительнымъ направленіямъ осей Y-овъ, Z-овъ и X-овъ.

Выраженія для проэкцій M' (уравненія 96) могутъ быть переписаны такъ:

$$\left.\begin{aligned} M'\cos(M',X) &= -\varepsilon_3\zeta y + \varepsilon_2\eta z + (\varepsilon_2-\varepsilon_3)\eta\zeta \\ M'\cos(M',Y) &= -\varepsilon_1\xi z + \varepsilon_3\zeta x + (\varepsilon_3-\varepsilon_1)\zeta\xi \\ M'\cos(M',Z) &= -\varepsilon_2\eta x + \varepsilon_1\xi y + (\varepsilon_1-\varepsilon_2)\xi\eta \end{aligned}\right\}. \quad (97)$$

Замѣтимъ, что векторъ M' есть геометрическая сумма двухъ векторовъ m_1 и m_2, составляющія которыхъ выражаются такъ:

$$\left.\begin{aligned} m_1 \cos(m_1, X) &= -\varepsilon_3\zeta y + \varepsilon_2\eta z \\ m_1 \cos(m_1, Y) &= -\varepsilon_1\xi z + \varepsilon_3\zeta x \\ m_1 \cos(m_1, Z) &= -\varepsilon_2\eta x + \varepsilon_1\xi y \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (98)$$

$$\left.\begin{aligned} m_2 \cos(m_2, X) &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)\eta\zeta \\ m_2 \cos(m_2, Y) &= (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)\zeta\xi \\ m_2 \cos(m_2, Z) &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\xi\eta \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (99)$$

Какъ видимъ изъ этихъ уравненій, величина перваго вектора m_1 зависитъ отъ положенія начала координатъ, такъ какъ въ выраженія для проэкцій m_1 входятъ координаты x, y, z, а величина m_2 отъ положенія начала координатъ не зависитъ; то-же самое должно сказать относительно направленій m_1 и m_2; чтобы это показать, опредѣлимъ направленія m_1 и m_2.

Умножимъ уравненія (98) первое на x, второе на y, третье на z и затѣмъ сложимъ ихъ; тогда получимъ

$$xm_1 \cos(m_1, X) + ym_1 \cos(m_1, Y) + zm_1 \cos(m_1, Z) = 0, \quad (100)$$

т. е. векторъ m_1 перпендикуляренъ къ отрѣзку r (составляющія x, y, z), соединяющему точку (x, y, z) съ началомъ координатъ.

Умножая тѣ-же уравненія (98) послѣдовательно на $\varepsilon_1\xi$, $\varepsilon_2\eta$, $\varepsilon_3\zeta$ и складывая, получимъ

$$\varepsilon_1\xi m_1 \cos(m_1, X) + \varepsilon_2\eta m_1 \cos(m_1, Y) + \varepsilon_3\zeta m_1 \cos(m_1, Z) = 0, \quad (101)$$

т. е. векторъ m_1 перпендикуляренъ упругой силѣ (X', Y', Z'); а слѣдовательно векторъ m_1 перпендикуляренъ плоскости, опредѣляемой отрѣзкомъ r и силой (X', Y', Z').

Умножая уравненія (99) послѣдовательно на ξ, η, ζ и складывая, получимъ

$$m_2\xi \cos(m_2, X) + m_2\eta \cos(m_2, Y) + m_2\zeta \cos(m_2, Z) = 0, \quad (102)$$

т. е. векторъ m_2 перпендикуляренъ перемѣщенію σ.

Умножая тѣ-же уравненія послѣдовательно на $\varepsilon_1\xi$, $\varepsilon_2\eta$, $\varepsilon_3\zeta$ и затѣмъ складывая, получимъ

$$\varepsilon_1\xi m_2\cos(m_2,X)+\varepsilon_2\eta m_2\cos(m_2,Y)+\varepsilon_3\zeta m_2\cos(m_2,Z)=0, \quad (103)$$

т. е. векторъ m_2 перпендикуляренъ силѣ (X', Y', Z'); а слѣдовательно векторъ m_2 перпендикуляренъ плоскости, опредѣляемой перемѣщеніемъ σ и вызванной имъ упругой силой (X', Y', Z'), приложенной къ перемѣщенной частицѣ. Этотъ векторъ, взятый съ обратнымъ знакомъ, какъ увидимъ впослѣдствіи, окажется тождественнымъ вектору M_e въ главѣ I, а векторъ m_1 изъ вычисленій исчезнетъ.

§ 15. Такъ какъ по IV положенію Fresnel'я скорости передачи плоскихъ, плоскополяризованныхъ волнъ (V_1, V_2, V_3), въ которыхъ колебанія соотвѣтственно параллельны осямъ оптической упругости (X, Y, Z), пропорціональны корнямъ квадратнымъ изъ ε_1, ε_2, ε_3, то въ силу этого мы можемъ написать соотношенія

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1&=\varkappa' V_1^2\\ \varepsilon_2&=\varkappa' V_2^2\\ \varepsilon_3&=\varkappa' V_3^2\end{aligned}\right\}, \quad \ldots\ldots \quad (104)$$

гдѣ $\varkappa'$ есть коэффиціентъ пропорціональности. Въ силу этихъ соотношеній уравненія (97) могутъ быть переписаны такъ:

$$\left.\begin{aligned}M'\cos(M',X)&=-\varkappa' V_3^2\zeta y+\varkappa' V_2^2\eta z+\varkappa'(V_2^2-V_3^2)\eta\zeta\\ M'\cos(M',Y)&=-\varkappa' V_1^2\xi z+\varkappa' V_3^2\zeta x+\varkappa'(V_3^2-V_1^2)\zeta\xi\\ M'\cos(M',Z)&=-\varkappa' V_2^2\eta x+\varkappa' V_1^2\xi y+\varkappa'(V_1^2-V_2^2)\xi\eta\end{aligned}\right\}. \quad (105)$$

Для того чтобы перейти отъ силъ и ихъ моментовъ, развиваемыхъ при движеніи только одной частицы, къ силамъ и ихъ моментамъ, развиваемымъ такимъ-же перемѣщеніемъ у той-же частицы при пробѣгѣ сквозь среду Fresnel'евскихъ свѣтовыхъ движеній, нужно согласно II положенію Fresnel'я правыя части уравненій (95) и (96), а слѣдовательно и правыя части уравненій (105), умножить на постояннаго множителя. Обозначая этотъ множитель буквою $\varkappa''$, а моментъ въ этомъ случаѣ буквою M'', получимъ:

$$\left.\begin{aligned}
M''\cos(M'',X) &= -\varkappa'\varkappa''V_3^2\zeta y+\varkappa'\varkappa''V_2^2\eta z+\varkappa'\varkappa''(V_2^2-V_3^2)\eta\zeta\\
M''\cos(M'',Y) &= -\varkappa'\varkappa''V_1^2\xi z+\varkappa'\varkappa''V_3^2\zeta x+\varkappa'\varkappa''(V_3^2-V_1^2)\zeta\xi\\
M''\cos(M'',Z) &= -\varkappa'\varkappa''V_2^2\eta x+\varkappa'\varkappa''V_1^2\xi y+\varkappa'\varkappa''(V_1^2-V_2^2)\xi\eta
\end{aligned}\right\}(106).$$

Для перехода отъ силъ и ихъ моментовъ, развиваемыхъ движеніемъ одной частицы, къ силамъ и ихъ моментамъ, развиваемымъ движеніемъ эфирныхъ частицъ, приходящихся на одинъ кубическій сантиметръ среды, мы должны правыя части уравненій (106) умножить на это число частицъ; обозначая число частицъ, приходящихся на единицу объема, буквою $\varkappa'''$ и главный моментъ системы силъ, приложенныхъ къ этимъ эфирнымъ частицамъ, буквою M, получимъ

$$\left.\begin{aligned}
M\cos(M,X) &= \varkappa'\varkappa''\varkappa'''\{-V_3^2\zeta y+V_2^2\eta z+(V_2^2-V_3^2)\eta\zeta\}\\
M\cos(M,Y) &= \varkappa'\varkappa''\varkappa'''\{-V_1^2\xi z+V_3^2\zeta x+(V_3^2-V_1^2)\zeta\xi\}\\
M\cos(M,Z) &= \varkappa'\varkappa''\varkappa'''\{-V_2^2\eta x+V_1^2\xi y+(V_1^2-V_2^2)\xi\eta\}
\end{aligned}\right\}(107).$$

Эти уравненія даютъ намъ главный моментъ системы силъ, приложенныхъ въ нѣкоторый опредѣленный моментъ времени t ко всѣмъ эфирнымъ частицамъ, *приходящимся* на единицу объема и совершающимъ Fresnel'евское свѣтовое движеніе. Для нахожденія предѣльныхъ среднихъ значеній этихъ моментовъ, соотвѣтствующихъ моментамъ

$$\overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_x},\quad \overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_y},\quad \overline{\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_z},$$

нужно произвести надъ правыми частями уравненій (107) операціи, указанныя въ § 13, выраженіе (87). Обозначивъ таковыя, получимъ

$$\left.\begin{aligned}
\overline{M\cos(M,X)} &= \varkappa'\varkappa''\varkappa'''\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\{-V_3^2\zeta y+V_2^2\eta z+(V_2^2-V_3^2)\eta\zeta\}dt\right]_{\tau=\infty}\\
\overline{M\cos(M,Y)} &= \varkappa'\varkappa''\varkappa'''\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\{-V_1^2\xi z+V_3^2\zeta x+(V_3^2-V_1^2)\zeta\xi\}dt\right]_{\tau=\infty}\\
\overline{M\cos(M,Z)} &= \varkappa'\varkappa''\varkappa'''\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\{-V_2\eta x+V_1^2\xi y+(V_1^2-V_2^2)\xi\eta\}dt\right]_{\tau=\infty}
\end{aligned}\right\}(108)$$

§ 16. Величины ξ, η, ζ, (составляющія Fresnel'евскаго перемѣщенія) суть величины вида

$$A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - B\right),$$

гдѣ A, B, T суть постоянныя, физическое значеніе которыхъ общеизвѣстно, причемъ T одинаково для всѣхъ трехъ составляющихъ, а A и B одинаковыми для всѣхъ составляющихъ быть не обязаны; для общности примемъ, что

$$\left.\begin{aligned} \xi &= A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - B_1\right) \\ \eta &= A_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - B_2\right) \\ \zeta &= A_3 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - B_3\right) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

и найдемъ выраженія предѣльныхъ среднихъ значеній величинъ, стоящихъ въ правыхъ частяхъ уравненій (108).

Такъ какъ предѣльное среднее значеніе суммы равно суммѣ предѣльныхъ среднихъ значеній слагаемыхъ, то, очевидно, послѣ развертки стоящихъ подъ знаками интеграловъ выраженій мы придемъ къ предѣльнымъ среднимъ значеніямъ слѣдующихъ выраженій:

$$-V_3^2\zeta y, \; +V_2^2\eta z, \; -V_1^2\xi z, \; +V_3^2\zeta x, \; -V_2^2\eta x, \; +V_1^2\xi y \quad (110)$$

$$(V_2^2 - V_3^2)\eta\zeta, \; (V_3^2 - V_1^2)\zeta\xi, \; (V_1^2 - V_2^2)\xi\eta. \quad . \quad . \quad (111)$$

Легко видѣть, что предѣльныя среднія значенія величинъ строки (110) равны нулю, такъ какъ величины

$$V_1^2, \; V_2^2, \; V_3^2, \; x, \; y, \; z$$

выносятся за знакъ интеграла, какъ независящія отъ перемѣнной t, по которой производится интегрированіе.

Предѣльныя среднія значенія величинъ строки (111) будутъ равны предѣльнымъ среднимъ значеніямъ произведеній

$$\eta\zeta, \; \zeta\xi, \; \xi\eta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

умноженнымъ соотвѣтственно на разности

$$(V_2^2 - V_3^2),\ (V_3^2 - V_1^2),\ (V_1^2 - V_2^2).$$

Легко видѣть, что предѣльныя среднія значенія произведеній строки (a) равны среднимъ значеніямъ этихъ произведеній за промежутокъ времени отъ $t = 0$ до $t = T$. Въ самомъ дѣлѣ, каждое изъ этихъ произведеній представляетъ собою нѣкоторую періодическую, конечную, непрерывную, однозначную функцію; назвавъ любую изъ нихъ буквою Θ и величину періода буквою T, мы можемъ написать

$$\int_t^{t+\tau} \Theta dt = \int_t^{t+(n+\varepsilon)T} \Theta dt = \int_t^{t+nT} \Theta dt + \int_{t+nT}^{t+nT+\varepsilon T} \Theta dt,$$

гдѣ ε есть правильная положительная дробь, n — цѣлое положительное число и

$$(n + \varepsilon) T = \tau,$$

причемъ

$$\int_t^{t+nT} \Theta dt = n \int_t^{t+T} \Theta dt$$

$$\int_{t+nT}^{t+nT+\varepsilon T} \Theta dt = \int_t^{t+\varepsilon T} \Theta dt.$$

Обозначая наибольшее и наименьшее значеніе Θ знаками Θ_1 и Θ_2 мы можемъ написать

$$\Theta_1 \varepsilon T \geqq \int_t^{t+\varepsilon T} \Theta dt \geqq \Theta_2 \varepsilon T,$$

а слѣдовательно

$$n \int_t^{t+T} \Theta dt + \Theta_1 \varepsilon T \geqq \int_t^{t+\tau} \Theta dt \geqq n \int_t^{t+T} \Theta dt + \Theta_2 \varepsilon T,$$

или послѣ раздѣленія на τ, равное $T(n + \varepsilon)$,

$$\frac{n}{n+\varepsilon}\cdot\frac{1}{T}\int_t^{t+T}\Theta dt+\frac{1}{T}\cdot\frac{1}{n+\varepsilon}\Theta_1\varepsilon T\geqq\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\Theta dt\geqq$$

$$\geqq\frac{n}{n+\varepsilon}\cdot\frac{1}{T}\int_t^{t+T}\Theta dt+\frac{1}{T}\cdot\frac{1}{n+\varepsilon}\Theta_2\varepsilon T.$$

или, переходя къ предѣламъ,

$$\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\Theta dt\right]_{\tau=\infty}=\frac{1}{T}\int_t^{t+T}\Theta dt.$$

Легко показать, что

$$\int_t^{t+T}\Theta dt=\int_0^T\Theta dt,$$

и слѣдовательно

$$\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\Theta dt\right]_{\tau=\infty}=\frac{1}{T}\int_0^T\Theta dt.\quad .\quad .\quad .\quad (112)$$

Въ силу полученнаго мы можемъ написать

$$\left.\begin{aligned}\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\eta\zeta dt\right]_{\tau=\infty}&=\frac{1}{T}\int_0^T\eta\zeta dt\\ \lim\left[\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\zeta\xi dt\right]_{\tau=\infty}&=\frac{1}{T}\int_0^T\zeta\xi dt\\ \lim\left[\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau}\xi\eta dt\right]_{\tau=\infty}&=\frac{1}{T}\int_0^T\xi\eta dt\end{aligned}\right\}\quad .\quad .\quad (113)$$

и слѣдовательно уравненія (108) перепишутся такъ:

$$\left.\begin{aligned}\overline{M\cos(M,X)}&=\varkappa'\varkappa''\varkappa'''(V_2^2-V_3^2)\frac{1}{T}\int_0^T\eta\zeta dt\\ \overline{M\cos(M,Y)}&=\varkappa'\varkappa''\varkappa'''(V_3^2-V_1^2)\frac{1}{T}\int_0^T\zeta\xi dt\\ \overline{M\cos(M,Z)}&=\varkappa'\varkappa''\varkappa'''(V_1^2-V_2^2)\frac{1}{T}\int_0^T\xi\eta dt\end{aligned}\right\}\quad (114)$$

Такъ какъ величины

$$M\cos(M,X),\quad M\cos(M,Y),\quad M\cos(M,Z)$$

соотвѣтственно равны величинамъ

$$-\left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_x,\quad -\left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_y,\quad -\left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_z,$$

то

$$\left.\begin{aligned}\left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_x &= J(V_3^2-V_2^2)\frac{1}{T}\int_0^T\eta\zeta dt\\ \left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_y &= J(V_1^2-V_3^2)\frac{1}{T}\int_0^T\zeta\xi dt\\ \left(\mathrm{M}_{Frn}\right)_z &= J(V_2^2-V_1^2)\frac{1}{T}\int_0^T\xi\eta dt\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (115)$$

гдѣ

$$J = \varkappa'\varkappa''\varkappa'''. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (116)$$

Такой моментъ (уравненіе 115) прилагается къ кристаллу приходящимися на единицу объема *эфирными частицами*, выполняющими Fresnel'евское свѣтовое движеніе.

§ 17. Только что выведенныя уравненія для составляющихъ M_{Frn} имѣютъ видъ совершенно подобный уравненіямъ (82); но ихъ можно еще сблизить, преобразовавъ уравненія (82) слѣдующимъ образомъ: введемъ въ нихъ вмѣсто составляющихъ электрической силы (P, Q, R) составляющія электрическаго перемѣщенія (f, g, h); тогда эти уравненія примутъ видъ

$$\left.\begin{aligned}M_e\cos(M,X) &= 4\pi\left(\frac{1}{K_3}-\frac{1}{K_2}\right)\frac{1}{T}\int_0^T ghdt\\ M_e\cos(M,Y) &= 4\pi\left(\frac{1}{K_1}-\frac{1}{K_3}\right)\frac{1}{T}\int_0^T hfdt\\ M_e\cos(M,Z) &= 4\pi\left(\frac{1}{K_2}-\frac{1}{K_1}\right)\frac{1}{T}\int_0^T fgdt\end{aligned}\right\} \quad (117)$$

При $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ согласно Maxwell'ю имѣемъ

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{K_1} &= \mu V_1^2 \\ \frac{1}{K_2} &= \mu V_2^2 \\ \frac{1}{K_3} &= \mu V_3^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (118)$$

гдѣ V_1, V_2, V_3 суть скорости плоскихъ электромагнитныхъ волнъ, въ которыхъ колебанія совершаются параллельно осямъ X, Y, Z; какъ извѣстно эти V_1, V_2, V_3 тождественны величинамъ V_1, V_2, V_3 въ уравненіяхъ (115); кромѣ того должно замѣтить, что расположеніе координатныхъ осей при уравненіяхъ (115) и (117) тождественны (иначе мы не могли-бы судить, указываютъ-ли моменты съ одинаковыми знаками вращенія въ одну сторону или нѣтъ). Вводя въ уравненія (117) величины V_1, V_2, V_3, — припоминая, что магнитныя силы по причинѣ равенства $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ вращенія не даютъ, а слѣдовательно уравненія (117) выражаютъ *весь* моментъ вращенія, приходящійся по электромагнитной теоріи свѣта на единицу объема кристалла, — и обозначая проэкціи этого момента черезъ

$$\left(\mathrm{M}_{Mxw}\right)_x, \quad \left(\mathrm{M}_{Mxw}\right)_y, \quad \left(\mathrm{M}_{Mxw}\right)_z,$$

получимъ

$$\left.\begin{aligned} \left(\mathrm{M}_{Mxw}\right)_x &= 4\pi\mu(V_3^2 - V_2^2)\frac{1}{T}\int_0^T gh\,dt \\ \left(\mathrm{M}_{Mxw}\right)_y &= 4\pi\mu(V_1^2 - V_3^2)\frac{1}{T}\int_0^T hf\,dt \\ \left(\mathrm{M}_{Mxw}\right)_z &= 4\pi\mu(V_2^2 - V_1^2)\frac{1}{T}\int_0^T fg\,dt \end{aligned}\right\} \quad (119)$$

Полученныя (119) уравненія имѣютъ *видъ* тождественный съ видомъ уравненій (115); не смотря на этотъ тождественный видъ обѣихъ системъ уравненій и на тождественность законовъ распространенія въ кристаллической средѣ Fresnel'евскихъ свѣтовыхъ колебаній и электрическаго перемѣщенія въ электромагнитныхъ свѣтовыхъ колебаніяхъ, мы еще не имѣемъ права сказать, что M_{Frn} и M_{Mxw} отличаются другъ отъ друга лишь постояннымъ множителемъ. Мы можемъ это утверждать только тогда, когда докажемъ, что математическія формулы для f, g, h и ξ, η, ζ, *если эти* f, g, h и ξ, η, ζ *относятся къ одной и той-же системѣ волнъ,* отличаются другъ отъ друга лишь множителемъ (при f, g, h) вида $\sqrt{CJ}$, гдѣ C есть для даннаго кристалла постоянная.

§ 18. Для того чтобы показать, что вышеозначенное соотношеніе существуетъ, вообразимъ себѣ въ разсматриваемой кристаллической средѣ потокъ плоскихъ, плоскополяризованныхъ, однородныхъ свѣтовыхъ волнъ, распространяющихся безъ измѣненія типа. Существованіе такого потока свѣтовыхъ волнъ можетъ быть записано аналитически или при помощи векторовъ Fresnel'я, или векторовъ Maxwell'я, или при помощи векторовъ изъ какихъ нибудь другихъ теорій. Запишемъ существованіе такого потока двояко, а именно:

a) пользуясь векторами Fresnel'я,

b) пользуясь векторами Maxwell'я;

при этомъ замѣтимъ, что какъ положеніе плоскости волны, такъ и плоскости поляризаціи, опредѣляются независимо отъ какой-бы то ни было теоріи.

Для записи факта существованія вышеозначеннаго потока свѣтовыхъ волнъ въ символахъ-векторахъ Fresnel'я мы должны записать, что въ любой точкѣ среды, координаты которой суть x, y, z, происходитъ нѣкоторое измѣненіе (по Fresnel'ю колебаніе эфирныхъ частицъ), характеризуемое векторомъ σ, который

1) расположенъ перпендикулярно плоскости поляризаціи,

2) его численная величина измѣняется синусоидально съ теченіемъ времени.

Будемъ подъ σ подразумѣвать векторъ, удовлетворяющій (1) и (2), а подъ ξ, η, ζ составляющія σ на координатныя оси X, Y, Z.

Для записи того-же факта на языкѣ электромагнитной теоріи свѣта мы посмотримъ, каковъ долженъ быть въ той-же точкѣ x, y, z векторъ $\mathfrak{D}$, названный Maxwell'емъ электрическое перемѣщеніе (составляющія этого вектора суть f, g, h). Разъ этотъ векторъ опредѣленъ, то этимъ опредѣляются и всѣ другіе векторы, играющіе роль въ электромагнитной теоріи свѣта, благодаря извѣстнымъ связующимъ уравненіямъ.

Относительно Maxwell'евскаго вектора $\mathfrak{D}$ для установившагося потока плоскихъ, плоскополяризованныхъ, однородныхъ волнъ извѣстно, что

1) онъ (векторъ $\mathfrak{D}$) расположенъ перпендикулярно плоскости поляризаціи [1]);

2) его численная величина измѣняется синусоидально съ теченіемъ времени.

Кромѣ всего вышесказаннаго мы должны замѣтить, что періодъ колебанія T какъ для вектора σ, такъ и для вектора $\mathfrak{D}$, долженъ быть одинъ и тотъ-же, такъ какъ T не зависитъ отъ какой бы то ни было теоріи.

§ 19. Если-бы нами было доказано, что моменты прохожденія черезъ значенія, равныя нулю, для векторовъ σ и $\mathfrak{D}$, взятыхъ для одной и той-же точки среды, одинаковы, то мы могли-бы сказать, что численныя значенія одного вектора, $\mathfrak{D}$, пропорціональны численнымъ значеніямъ другого, σ, и такъ какъ оба вектора перпендикулярны одной и той-же плоскости, то мы могли-бы написать, что

$$\mathfrak{D} = \chi\sigma; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120)$$

1) Maxwell. Treatise, Vol. II, pag. 445, § 797 (1892 г.); подробнѣе: Боргманъ. Основанія ученія объ Эл. и Маг. Явл. томъ 2 pag. 588 (1895) (конецъ § 6); общѣе: Basset. Treat. on Phys. Optics. p. 351—352 §§ 396—397 (1892).

но такъ какъ одновременность прохожденія этихъ векторовъ черезъ нулевыя значенія нами не показана, то мы для общности разсужденія обязательно должны допустить, что при своихъ одновременныхъ измѣненіяхъ оба вектора проходятъ черезъ значеніе ноль не въ одинъ и тотъ-же моментъ, а одинъ изъ нихъ, напр. $\mathfrak{D}$, запаздываетъ относительно другого на τ секундъ и вслѣдствіе этого соотношеніе (120) написано быть не можетъ.

Пропорціональными будутъ *не одновременныя значенія* векторовъ $\mathfrak{D}$ и σ (для одной и той-же точки среды), а *значенія ихъ, отдѣленныя другъ отъ друга промежуткомъ времени* τ, т. е. значенія вектора $\mathfrak{D}$ въ моментъ t будутъ пропорціональны значеніямъ вектора σ не въ моментъ t, а въ моментъ $t-\tau$ (τ секундъ тому назадъ считая съ момента t), такъ какъ векторъ $\mathfrak{D}$ запаздываетъ относительно σ на τ секундъ. Помѣчая тотъ моментъ, для котораго берется значеніе σ или $\mathfrak{D}$ знакоположеніемъ такимъ:

$$\sigma(t),\quad \sigma(t-\tau),\quad \mathfrak{D}(t),\quad \mathfrak{D}(t-\tau),$$

мы можемъ, слѣдовательно, написать

$$\mathfrak{D}(t) = \chi\sigma(t-\tau) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (121)$$

и, такъ какъ $\mathfrak{D}$ и σ параллельны,

$$\left.\begin{aligned} f(t) &= \chi\xi(t-\tau) \\ g(t) &= \chi\eta(t-\tau) \\ h(t) &= \chi\zeta(t-\tau) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (122)$$

Постараемся теперь найти связь между коэффиціентами χ и J, [уравненія (115) и (116)].

§ 20. Для полученія этой связи намъ необходимо еще одно уравненіе, кромѣ уравненій (122); нужно при помощи математическихъ знаковъ записать *новую для даннаго вопроса мысль, завѣдомо вѣрную* для разсматриваемой системы волнъ; такою мыслью будетъ слѣдующая: если мы будемъ вычислять количество энергіи (*полное*), проносимое разсматриваемыми свѣтовыми волнами въ любой промежутокъ времени сквозь

1 квадр. сантиметръ, расположенный параллельно поверхности волнъ, то — будемъ-ли мы вести этотъ разсчетъ, пользуясь символами электромагнитной теоріи Maxwell'я, или будемъ вести этотъ разсчетъ, пользуясь символами механической теоріи Fresnel'я, результатъ долженъ получиться одинъ и тотъ-же, такъ какъ рѣчь идетъ объ одной и той-же системѣ волнъ. Отсюда ясно вытекаетъ вся схема разсчета, а именно: нужно

1) выразить формулой вышеопредѣленное количество энергіи, пользуясь символами Maxwell'я;

2) выразить формулой то-же количество, пользуясь символами Fresnel'я;

3) два полученныхъ выраженія другъ другу приравнять.

Выполнимъ разсчетъ, указанный въ вышеприведенной схемѣ.

§ 21. Согласно электромагнитной теоріи свѣта количество электростатической, по Maxwell'ю потенціальной, энергіи W', приходящееся на единицу объема, выражается такъ:

$$W' = \tfrac{1}{2}(Pf + Qg + Rh)\,; \quad . \quad . \quad . \quad (123)$$

вводя при помощи извѣстныхъ связей вмѣсто величинъ P, Q, R величины f, g, h, получимъ

$$W' = 2\pi\left(\frac{1}{K_1}f^2 + \frac{1}{K_2}g^2 + \frac{1}{K_3}h^2\right); \quad . \quad . \quad (124)$$

пользуясь связями (122) для введенія вмѣсто f, g, h величинъ ξ, η, ζ и связями (118) для введенія величинъ V_1, V_2, V_3 вмѣсто K_1, K_2, K_3, получимъ:

$$W' = 2\pi\mu\chi^2\left[V_1^2\xi^2(t-\tau) + V_2^2\eta^2(t-\tau) + V_3^2\zeta^2(t-\tau)\right]. \quad (125)$$

Пусть нормаль къ плоскости волны образуетъ съ координатными осями углы, косинусы которыхъ суть l, m, n; тогда уравненіе плоскости, съ которой волна совпадаетъ въ нѣкоторый моментъ t, будетъ

$$N = lx + my + nz, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (126)$$

гдѣ N есть разстояніе этой плоскости отъ начала координатъ.

Величины ξ, η, ζ выразятся для этой плоскости формулами

$$\left.\begin{aligned}\xi &= \xi_0 \sin 2\pi\left(\frac{t-\tau}{T}-\frac{N}{\lambda'}-\delta\right)\\ \eta &= \eta_0 \sin 2\pi\left(\frac{t-\tau}{T}-\frac{N}{\lambda'}-\delta\right)\\ \zeta &= \zeta_0 \sin 2\pi\left(\frac{t-\tau}{T}-\frac{N}{\lambda'}-\delta\right)\end{aligned}\right\}, \quad . \quad . \quad (127)$$

гдѣ ξ_0, η_0, ζ_0 суть амплитуды составляющихъ колебаній, λ' есть длина волны при распространеніи системы плоскихъ, не измѣняющихъ своего типа волнъ по направленію N и δ есть общеизвѣстная разность фазъ. Вводя эти выраженія въ уравненіе для W' (125), получимъ:

$$W' = 2\pi\mu\chi^2(V_1^2\xi_0^2+V_2^2\eta_0^2+V_3^2\zeta_0^2)\sin^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{N}{\lambda'}-\frac{\tau}{T}-\delta\right). \quad (128)$$

Количество энергіи, проносимое втеченіе одного періода сквозь 1 □ cmtr. только электрическими силами электромагнитныхъ волнъ, равно количеству этой энергіи, содержащейся въ объемѣ параллелепипеда, у котораго основаніе равно 1 □ cmtr. и высота равна длинѣ волны λ'; это количество энергіи найдется умноженіемъ правой части уравненія (128) на dN и затѣмъ интегрированіемъ ея отъ N до $N+\lambda'$, т. е. выразится формулой

$$2\pi\mu\chi^2(V_1^2\xi_0^2+V_2^2\eta_0^2+V_3^2\zeta_0^2)\int_N^{N+\lambda'}\sin^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{N}{\lambda'}-\frac{\tau}{T}-\delta\right)dN.$$

Выполнивъ это дѣйствіе и обозначивъ полученное количество энергіи буквою W'', получимъ

$$W'' = 2\pi\mu\chi^2(V_1^2\xi_0^2+V_2^2\eta_0^2+V_3^2\zeta_0^2)\frac{\lambda'}{2}. \quad . \quad (129)$$

Такъ какъ Maxwell показалъ, что количество электростатической энергіи, содержащейся въ любомъ элементѣ объема среды, сквозь которую пробѣгаютъ электромагнитныя волны, равно половинѣ полнаго количества энергіи, содержащейся въ томъ-же объемѣ[1]), то, называя полное количество энергіи, проносимой втеченіе одного періода сквозь 1 □ cmtr. плоскости, параллельной плоскости волнъ, буквою W, получимъ:

$$W = 2\pi\mu\chi^2(V_1^2\xi_0^2 + V_2^2\eta_0^2 + V_3^2\zeta_0^2)\lambda' \quad . \quad . \quad (130)$$

Полученное (130) выраженіе представляетъ одну сторону искомаго нами равенства.

§ 22. Для того чтобы найти выраженіе того-же количества энергіи по Fresnel'евской теоріи, постараемся сначала получить выраженіе потенціальной энергіи частицъ, приходящихся на единицу объема и выполняющихъ Fresnel'евское свѣтовое движеніе. Количество потенціальной энергіи w', содержащееся у одной эфирной частицы, благодаря движенію только ея одной, при прочихъ въ покоѣ, должно выражаться такой функціей отъ ξ, η, ζ, чтобы съ обратнымъ знакомъ взятая частная производная отъ этой функціи по любому направленію σ давала-бы проэкцію на направленіе σ силы, приложенной къ частицѣ, получившей перемѣщеніе σ (составляющія ξ, η, ζ); такимъ свойствомъ обладаетъ функція

$$w' = {}^1/_2(\varepsilon_1\xi^2 + \varepsilon_2\eta^2 + \varepsilon_3\zeta^2) + \text{const.} \quad . \quad . \quad (131)$$

Въ самомъ дѣлѣ

$$-\frac{\partial w'}{\partial \sigma} = -\varepsilon_1\xi\frac{\partial \xi}{\partial \sigma} - \varepsilon_2\eta\frac{\partial \eta}{\partial \sigma} - \varepsilon_3\zeta\frac{\partial \zeta}{\partial \sigma}; \quad . \quad . \quad (132)$$

такъ какъ

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial \sigma} &= \cos(\sigma, X) \\ \frac{\partial \eta}{\partial \sigma} &= \cos(\sigma, Y) \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \sigma} &= \cos(\sigma, Z) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (133)$$

то уравненіе (132) перепишется такъ:

$$-\frac{\partial w'}{\partial \sigma} = -\varepsilon_1\xi\cos(\sigma, X) - \varepsilon_2\eta\cos(\sigma, Y) - \varepsilon_3\zeta\cos(\sigma, Z). \quad (134)$$

1) Maxwell. Treat. on Elec. and Magn. 1892 Vol. II, § 792 p. 440.

На основанiи уравненiй (95) нужная намъ проэкцiя упругой силы, приложенной къ эфирной частицѣ, получившей вышеуказанное перемѣщенiе σ, будетъ

$$X' \cos(\sigma, X) + Y' \cos(\sigma, Y) + Z' \cos(\sigma, Z) =$$
$$= -\varepsilon_1 \xi \cos(\sigma, X) - \varepsilon_2 \eta \cos(\sigma, Y) - \varepsilon_3 \zeta \cos(\sigma, Z). \quad (135)$$

Какъ видимъ, слѣдовательно, функцiя w' требуемымъ свойствомъ обладаетъ; въ силу равенствъ (104) ея выраженiе (131) можетъ быть переписано такъ:

$$w' = \frac{\varkappa'}{2}(V_1^2\xi^2 + V_2^2\eta^2 + V_3^2\zeta^2) + \text{const.} \quad . \quad . \quad (136)$$

Если сквозь среду будутъ пробѣгать плоскiя поперечныя волны, то упругiя силы, вызванныя прежнимъ перемѣщенiемъ той-же эфирной частицы, при прочихъ движущихся, согласно второму положенiю Fresnel'я, будутъ отличаться отъ упругой силы при перемѣщенiи только одной частицы лишь постояннымъ множителемъ; обозначая по прежнему этотъ множитель буквою $\varkappa''$, получимъ для проэкцiи (на направленiе σ) силы упругости F, приложенной къ эфирной частицѣ и вызванной перемѣщенiемъ σ, выраженiе такое:

$$F\cos(\sigma, F) = -\varepsilon_1\varkappa''\xi\cos(\sigma, X) - \varepsilon_2\varkappa''\eta\cos(\sigma, Y) - \varepsilon_3\varkappa''\zeta\cos(\sigma, Z), (137)$$

а для потенцiальной энергiи одной частицы, при прочихъ движущихся, получимъ, слѣдовательно, выраженiе

$$w'' = \frac{\varkappa'\varkappa''}{2}(V_1^2\xi^2 + V_2^2\eta^2 + V_3^2\zeta^2) + \text{const.} \quad (138)$$

Для перехода отъ потенцiальной энергiи одной частицы къ потенцiальной энергiи частицъ, приходящихся на единицу объема, мы должны правую часть уравненiй (138) умножить на число этихъ частицъ. Обозначая по прежнему это число буквою $\varkappa'''$ и искомую потенцiальную энергiю буквою W', получимъ:

$$W' = \frac{\varkappa'\varkappa''\varkappa'''}{2}(V_1^2\xi^2 + V_2^2\eta^2 + V_3^2\zeta^2) + \text{const.} \quad (139)$$

Слагаемое const. выражаетъ количество потенцiальной энергiи, приходящееся на единицу объема эфира, находящагося въ покоѣ; такъ какъ рѣчь идетъ объ энергіи свѣтового движенія (объ энергіи, *пробѣгающей* сквозь эфиръ), а не о полной энергіи эфира, то это слагаемое должно быть положено равнымъ нулю, а слѣдовательно

$$W' = \frac{\varkappa'\varkappa''\varkappa'''}{2}(V_1^2\xi^2 + V_2^2\eta^2 + V_3^2\zeta^2) \quad . \quad . \quad (140)$$

Опредѣляя по этому уравненію количество потенціальной энергіи, проносимой втеченіе одного періода сквозь 1 □ cmtr., расположенный параллельно плоскости волнъ, получимъ

$$W'' = \frac{\varkappa'\varkappa''\varkappa'''}{2}(V_1^2\xi_0^2 + V_2^2\eta_0^2 + V_3^2\zeta_0^2)\frac{\lambda'}{2}, \quad . \quad . \quad (141)$$

гдѣ W'', ξ_0, η_0, ζ_0 и λ' имѣютъ тѣ-же значенія, какъ и въ уравненіи (129).

Примѣчаніе. Очевидно, что для полученія уравненія (141) изъ уравненія (140), это послѣднее должно быть подвергнуто тѣмъ-же математическимъ операціямъ, какимъ было подвергнуто уравненіе (125) для полученія (129).

Такъ какъ количество потенціальной энергіи, проносимой Fresnel'евскими волнами сквозь какую нибудь поверхность, составляетъ половину полнаго количества энергіи, проносимой сквозь ту-же поверхность втеченіе того-же промежутка времени, то, называя попрежнему буквою W полное количество энергіи, проносимой втеченіе одного періода Fresnel'евскими свѣтовыми движеніями сквозь 1 □ cmtr., расположенный параллельно плоскости волны, получимъ

$$W = \frac{\varkappa'\varkappa''\varkappa'''}{2}(V_1^2\xi_0^2 + V_2^2\eta_0^2 + V_3^2\zeta_0^2)\lambda'. \quad . \quad . \quad (142)$$

Примѣчаніе. Выраженіе потенціальной энергіи (131) имѣется въ нѣкоторыхъ курсахъ[1]); разсужденіе отъ начала § 24 до уравненія (140) я позволилъ себѣ

1) Basset. A treatise on Physical Optics. (1892) pag. 114.
Preston. Theory of Light. (1895) pag. 321.

изложить лишь для того, чтобы выставить роль коэффиціентовъ $\varkappa', \varkappa'', \varkappa'''$. Считаю необходимымъ указать еще разъ, что уравненіе (140) даетъ выраженіе потенціальной энергіи, приходящейся на единицу объема среды, *по теоріи Fresnel'евской;* по теоріямъ „твердаго упругаго эфира“ для той-же энергіи выраженіе получается иное.

§ 23. Для окончательнаго выполненія разсчета, схема котораго изложена въ концѣ § 20, мы должны приравнять другъ другу правыя части уравненій (130) и (142); сдѣлавъ это, получимъ уравненіе

$$2\pi\mu\chi^2(V_1^2\xi_0^2+V_2^2\eta_0^2+V_3^2\zeta_0^2)\lambda' = \frac{\varkappa'\varkappa''\varkappa'''}{2}(V_1^2\xi_0^2+V_2^2\eta_0^2+V_3^2\zeta_0^2)\lambda'; \quad (143)$$

откуда

$$2\pi\mu\chi^2 = \frac{\varkappa'\varkappa''\varkappa'''}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (144)$$

Коэффиціенты $\varkappa'$, $\varkappa''$, $\varkappa'''$, посредствомъ которыхъ мы перешли отъ уравненія (131) къ уравненію (139), имѣютъ *тождественныя* значенія съ коэффиціентами $\varkappa'$, $\varkappa''$, $\varkappa'''$, посредствомъ которыхъ мы перешли отъ уравненій (97) къ уравненіямъ (107) и произведеніе которыхъ мы обозначили буквою J (равенство 116); а слѣдовательно

$$4\pi\mu\chi^2 = J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (145)$$

и

$$\chi = \sqrt{\frac{J}{4\pi\mu}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (145, a)$$

Искомая связь между χ и J найдена; эта связь, выраженная равенствами (145), намъ говоритъ, что χ для разсматриваемой среды не зависитъ отъ направленія потока свѣтовыхъ волнъ, такъ какъ въ выраженіе для χ (145, a) косинусы l, m, n не входятъ.

§ 24. Произведемъ изъ уравненій (119) исключеніе величинъ f, g, h; для этого въ эти уравненія вмѣсто f, g, h

поставимъ ихъ выраженія изъ (122). Сдѣлавъ это и вынеся χ за знакъ интеграла, получимъ

$$\left.\begin{aligned}\left(\mathbf{M}_{Mxw}\right)_x &= 4\pi\mu\chi^2(V_3^2-V_2^2)\frac{1}{T}\int_0^T \eta(t-\tau)\zeta(t-\tau)dt \\ \left(\mathbf{M}_{Mxw}\right)_y &= 4\pi\mu\chi^2(V_1^2-V_3^2)\frac{1}{T}\int_0^T \zeta(t-\tau)\xi(t-\tau)dt \\ \left(\mathbf{M}_{Mxw}\right)_z &= 4\pi\mu\chi^2(V_2^2-V_1^2)\frac{1}{T}\int_0^T \xi(t-\tau)\eta(t-\tau)dt\end{aligned}\right\} \quad (146)$$

Любая изъ величинъ, стоящихъ подъ знакомъ интеграловъ въ правой части полученныхъ уравненій (146), вполнѣ подходитъ подъ опредѣленіе періодической функціи Θ [§ 16 между уравненіями (111) и (112)]; для такой функціи легко показать (перемѣною независимыхъ перемѣнныхъ), что

$$\int_0^T \Theta(t-\tau)dt = \int_0^T \Theta(t)dt = \int_0^T \Theta dt.$$

Примѣнивъ это соотношеніе къ уравненіямъ (146), мы получимъ, что

$$\left.\begin{aligned}\left(\mathbf{M}_{Mxw}\right)_x &= 4\pi\mu\chi^2(V_3^2-V_2^2)\frac{1}{T}\int_0^T \eta\zeta dt \\ \left(\mathbf{M}_{Mxw}\right)_y &= 4\pi\mu\chi^2(V_1^2-V_3^2)\frac{1}{T}\int_0^T \zeta\xi dt \\ \left(\mathbf{M}_{Mxw}\right)_z &= 4\pi\mu\chi^2(V_2^2-V_1^2)\frac{1}{T}\int_0^T \xi\eta dt\end{aligned}\right\} \quad (147)$$

Сравнивая эти (147) уравненія, дающія проэкціи вектора $\mathbf{M}_{Mxw}$, съ уравненіями (115), дающими проэкціи вектора $\mathbf{M}_{Frn}$, мы видимъ, что правыя части этихъ уравненій соотвѣтственно тождественны, такъ какъ коэффиціэнты $4\pi\mu\chi^2$

и J равны между собой (по уравненію 145); а такъ какъ, кромѣ того, при выводѣ уравненій (115) и (147) система координатныхъ осей X, Y, Z была одна и та-же, то слѣдовательно мы можемъ написать, что

$$\mathrm{M}_{Mxw} = \text{ и } \parallel \mathrm{M}_{Frn} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (148)$$

§ 25. Полученіе результата (148) говоритъ намъ, что въ кристаллической воображаемой средѣ, обладающей свойствами, указанными въ § 11, Fresnel'евскія свѣтовыя волны должны вызвать пондеромоторныя дѣйствія, тождественныя съ пондеромоторными дѣйствіями Maxwell'евскихъ свѣтовыхъ волнъ. На вопросъ, поставленный нами въ началѣ этой главы (§ 10, какія гипотезы должны быть добавлены къ теоріи двойного преломленія Fresnel'я, чтобы ею объяснить изложенныя въ первой главѣ пондеромоторныя дѣйствія), мы можемъ отвѣтить слѣдующимъ образомъ:

для объясненія изложенныхъ въ I-ой главѣ этой работы пондеромоторныхъ дѣйствій при помощи теоріи двойного преломленія Fresnel'я нужно допустить, что:

1) реальныя въ нашихъ лабораторіяхъ изслѣдуемыя кристаллическія средины обладаютъ тѣми свойствами, которыми обладаетъ воображаемая нами среда, описанная въ § 11;

2) реальныя въ нашихъ лабораторіяхъ изслѣдуемыя кристаллическія средины связаны съ эфиромъ такъ, какъ связана съ эфиромъ воображаемая среда, описанная въ § 11, т. е. *къ силамъ взаимодѣйствія между частицами эфира и матеріи законъ равенства дѣйствія и противодѣйствія примѣнимъ*.

Эти допущенія и будутъ тѣми гипотезами, въ строго-математическомъ смыслѣ слова, которыя должны быть добавлены къ теоріи двойного преломленія Fresnel'я.

Въ слѣдующей главѣ мы увидимъ, что гипотезы, описывающія въ § 11 свойства воображаемой кристаллической среды и ея связь съ эфиромъ не представляютъ изъ себя положеній новыхъ и уже ранѣе введены въ науку (но не въ теорію двойного преломленія Fresnel'я) различными авторами и къ кристаллическимъ срединамъ реальнымъ примѣняются; но, во избѣжаніе какого-бы то ни было недоразумѣнія, считаю необходимымъ оговориться теперь-же, что какъ все предыдущее, такъ и послѣдующее не будетъ, да и не можетъ представлять собою *доказательства, вывода только на основаніи теоріи Fresnel'я* необходимости существованія пондеромоторныхъ дѣйствій свѣта на кристаллы; все, развитое въ этой главѣ, есть лишь объясненіе пондеромоторныхъ дѣйствій свѣта на кристаллы съ механической точки зрѣнія, если-бы таковыя дѣйствія опытомъ были обнаружены.

ГЛАВА III.

§ 26. Разберемъ теперь, насколько гипотезы, опредѣлявшія въ § 11 свойства воображаемой кристаллической среды, приложимы къ кристаллическимъ срединамъ реальнымъ, т. е. изслѣдуемымъ въ нашихъ лабораторіяхъ, а также представляютъ-ли онѣ (гипотезы) допущенія, новыя въ наукѣ, или уже въ науку введенныя.

Гипотезы (1) и (2). *(Воображаемая кристаллическая среда однородна и твердо-упруга. Воображаемая кристаллическая среда имѣетъ строеніе частичное, а не сплошное).* Эти гипотезы составляютъ основныя положенія при всѣхъ математическихъ изслѣдованіяхъ кристаллическихъ тѣлъ и слѣдовательно, пользуясь ими, мы ничего новаго гипотетическаго въ науку не вводимъ.

Гипотеза (3). *(Воображаемая кристаллическая среда абсолютно прозрачна).* Эта гипотеза тоже не новая; говоря математически строго, она къ реальнымъ кристаллическимъ рединамъ примѣнима быть не можетъ: мы не знаемъ ни одного тѣла абсолютно прозрачнаго; примѣняя эту гипотезу къ кристалламъ реальнымъ, мы, при достаточной точности измѣрительныхъ инструментовъ, всегда будемъ констатировать разность величинъ наблюденныхъ и вычисленныхъ, вызванную непринятіемъ въ разсчетъ поглощенія. Для кристалловъ, очень слабо поглощающихъ свѣтъ, эти разности будутъ очень малы и вычисленныя величины будутъ представлять тотъ идеальный случай, который мы наблюдали-бы, если-бы намъ удалось найти кристаллъ непоглощающій свѣта. Такіе идеальные случаи разсматриваются столь многими авторами и такъ часто, что приводить имена и работы мнѣ кажется излишнимъ.

Гипотеза (4). *(Силы взаимодѣйствія частицъ среды другъ съ другомъ, частицъ среды съ частицами эфира и частицъ эфира другъ съ другомъ суть силы центральныя, подчиняющіяся закону равенства дѣйствія и противодѣйствія).* Эта гипотеза, въ особенности ея послѣдняя часть, (равенство дѣйствія и противодѣйствія между частицами эфира и матеріи) хотя и введена въ науку, но не настолько общераспространена, какъ первыя три гипотезы. Какъ уже было указано въ § 10 (стр. 42), она встрѣчается у Helmholtz'а при теоретической разработкѣ свѣторазсѣянія[1]); въ этой работѣ безъ всякой оговорки Helmholtz принимаетъ, что при взаимодѣйствіи частицъ эфира и матеріи дѣйствіе и противодѣйствіе равны и противоположны, вводитъ въ уравненія движенія членъ, выражающій это взаимодѣйствіе и, какъ извѣстно, получаетъ прекрасные результаты, объясняющіе аномальное свѣторазсѣяніе. Glazebrook въ статьѣ: „Report on optical Theories“[2]) даже исправляетъ формулы Lommel'я такъ, что-бы законъ равенства дѣйствія и противодѣйствія

1) Helmholtz. Wissenschaftliche Abhandlungen t. II p. 215—216.
2) Report of the fifty-fifth Meeting of the British Association.

былъ удовлетворенъ[1]), выставляя какъ упрекъ основнымъ уравненіямъ Lommel'я, что онѣ „are hopelessly at variance with Newton's third law“, при чемъ въ силу этого разсматриваетъ эти основныя уравненія какъ „an empirical representation of the facts with some approach to the truth“. Въ томъ-же отчетѣ Glazebrook излагаетъ сущность другихъ теорій свѣта, основанныхъ на взаимодѣйствіи эфира и матеріи и ни въ одной изъ нихъ, гдѣ законъ равенства дѣйствія и противудѣйствія примѣняется, не останавливается надъ этимъ закономъ, не оговариваетъ, что здѣсь примѣняется такая-то гипотеза, вообще ведетъ все изложеніе такъ, какъ будто иначе и нельзя разсуждать. Въ силу всего сказаннаго гипотезу (4) новою считать нельзя, — въ науку она уже введена.

Гипотеза (5). *(Магнитныя проницаемости въ воображаемой кристаллической средѣ одинаковы по всѣмъ направленіямъ).* Эта гипотеза положена самимъ Maxwell'емъ въ основу разсчетовъ, представляющихъ приложеніе его теоретическихъ возрѣній къ реальнымъ случаямъ; тоже дѣлаютъ и другіе авторы, разбирающіе свѣтовыя явленія въ кристаллахъ съ точки зрѣнія электромагнитной теоріи. Пользуясь этой гипотезой, мы, слѣдовательно, опять не вводимъ чего нибудь новаго въ науку, а лишь идеализируемъ фактъ, что магнитныя проницаемости въ кристаллахъ по различнымъ направленіямъ на столько мало отличаются другъ отъ друга, что эту разницу очень трудно уловить опытомъ.

Гипотеза (6). *(Діэлектрическія постоянныя въ воображаемой кристаллической средѣ по различнымъ направленіямъ различны; направленія главныхъ осей діэлектрической постоянной совпадаютъ съ направленіемъ осей оптической упругости по Fresnel'ю, причемъ направленіе оси наибольшей оптической упругости тождественно съ направленіемъ оси наименьшей діэлектрической постоянной и наоборотъ).* Первая часть этой гипотезы представляетъ

---

3) ib. d. p. 225—226.

собою лишь констатированіе результатовъ опыта; что-же касается второй части, то возможность и необходимость ея видна изъ нижеслѣдующаго разсужденія. Допустимъ, что въ разсматриваемой нами кристаллической средѣ мы построили поверхность свѣтовой волны, пользуясь методомъ Fresnel'я, т. е. разыскали обертывающую поверхность для системы плоскихъ волнъ, бѣгущихъ втеченіе одного и того-же промежутка времени по всевозможнымъ направленіямъ (условное, общеизвѣстное выраженіе), причемъ эта поверхность волны будетъ нами находиться *не вычисленіемъ, а опытомъ* при помощи крайне точныхъ, новыхъ, еще неизвѣстныхъ методовъ. Такая поверхность волны, будемъ называть ее истинной, будетъ очевидно независима отъ какой-бы то ни было теоріи свѣтовыхъ явленій и будетъ представлять собою лишь констатированіе опредѣленной группы фактовъ, въ природѣ совершающихся; эта поверхность могла-бы служить прекрасной *пробой* для различныхъ свѣтовыхъ теорій, именно: разъ поверхность волны, выводимая изъ какой нибудь теоріи, не совпадаетъ съ этой истинной поверхностью волны, то теорія очевидно должна быть или измѣнена или отброшена. Найти *реально* форму этой истинной поверхности волны мы не можемъ; это не по средствамъ нашимъ лабораторіямъ и методамъ, но все извѣстное изъ оптики заставляетъ думать, что эта истинная поверхность волны или совпадаетъ съ Fresnel'евской, или на столько близка къ ней, что наши наблюденія разницы подмѣтить не могутъ. Примемъ первое т. е. тождество формъ поверхностей волнъ истинной и Fresnel'евской. Тогда, если мы пожелаемъ разсматривать свѣтовыя явленія съ точки зрѣнія теоріи Fresnel'евской, то, имѣя форму и положеніе истинной поверхности волны для данной среды, мы опредѣлимъ положеніе осей оптической упругости эфира; если-же мы пожелаемъ разсматривать свѣтовыя явленія съ точки зрѣнія теоріи Maxwell'я (при $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$), то мы опредѣлимъ направленія осей главныхъ діэлектрическихъ постоянныхъ. Такъ какъ теорія Fresnel'я и теорія Maxwell'я при $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ даютъ поверхности волны тождественныя, то и направленія осей оптической упругости и осей главныхъ діэлектрическихъ постоянныхъ должны быть тождественны. Такъ какъ направленія главныхъ діэлектрическихъ постоянныхъ могутъ быть опредѣляемы непосредственнымъ опытомъ, то остается еще вопросъ, совпадутъ-ли направленія, полученныя для главныхъ діэлектрическихъ постоянныхъ непосредственнымъ опытомъ съ направленіями, полученными для тѣхъ-же постоянныхъ на основаніи оптическихъ наблюденій? Мы не имѣемъ ни одного опыта, опровергающаго возможность такого совпаденія; наоборотъ, всѣ извѣстныя намъ опредѣленія діэлектрическихъ постоянныхъ заставляютъ думать, что не только такое совпаденіе существуетъ, но и численныя соотношенія между оптическими упругостями и діэлектрическими постоянными въ различныхъ кристаллахъ суть таковыя, каковыя требуются теоріями Maxwell'я и Fresnel'я.

Гипотеза (7). *(Во время пробѣга сквозь воображаемую кристаллическую среду установившагося потока свѣтовыхъ волнъ среда находится въ нѣкоторомъ опредѣленномъ установившемся состояніи).* Эта гипотеза тоже принимается всѣми авторами свѣтовыхъ теорій, разсматривавшими взаимодѣйствіе между эфиромъ и матеріей, но въ слѣдующей частной формѣ: обыкновенно принимается, что движеніе какъ эфирныхъ частицъ, такъ и матерьяльныхъ — синусоидально.

§ 27. Изъ всего сказаннаго въ предыдущемъ параграфѣ ясно, что ни одна изъ тѣхъ гипотезъ, на которыхъ основаны выводы главы II, не представляетъ собою гипотезы новой, еще въ науку не введенной. Авторы, разрабатывавшіе теорію свѣтовыхъ явленій, этими гипотезами пользовались, а слѣдовательно тотъ выводъ, который нами сдѣланъ въ главѣ II, *неявно* содержится въ тѣхъ математическихъ изслѣдованіяхъ по оптикѣ, которыя были ранѣе сдѣланы другими авторами; мы только, если можно такъ выразиться, проявили его, —

сдѣлами его явнымъ, видимымъ. Но отнюдь было бы ошибочно считать, что мы, пользуясь вышеуказанными гипотезами, *доказали существованіе еще не открытыхъ опытомъ пондеромоторныхъ дѣйствій свѣта на кристаллы.* Мы только приготовили математическое объясненіе для этихъ дѣйствій, если-бы опытъ показалъ ихъ существованіе, но ни о какомъ *доказательствѣ существованія* этихъ дѣйствій рѣчи быть не можетъ. Можно говорить лишь о вѣроятности существованія этихъ дѣйствій, ссылаясь на то, что та картина внутренняго строенія кристалла и его эфира, которая содержится въ нашихъ гипотезахъ, вѣроятно близка къ истинѣ, или на то, что выводъ, полученный въ главѣ II, совпадаетъ вполнѣ съ выводомъ изъ Maxwell'евской теоріи.

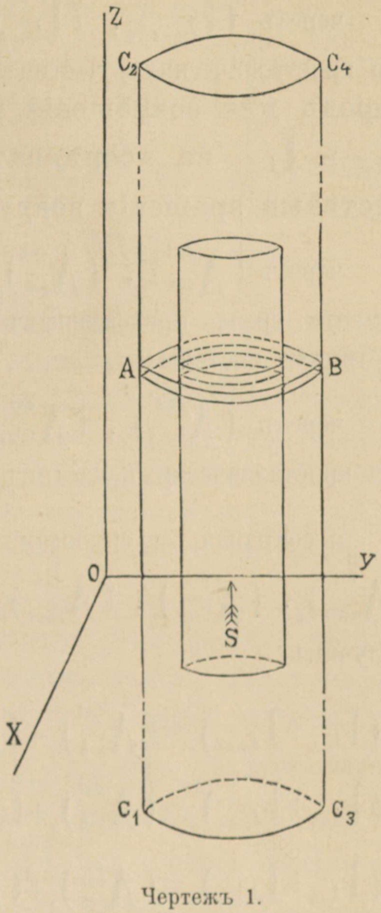
Нельзя также ставить на одинъ уровень выводы этихъ явленій изъ Maxwell'евской теоріи и выводъ въ главѣ II; въ Maxwell'евской теоріи мы тоже вводимъ гипотезу, но тамъ гипотезою служитъ *экстраполяція факта,* во второмъ-же случаѣ мы беремъ цѣлый рядъ гипотезъ, большинство которыхъ или опытной провѣркѣ совершенно не доступно, или представляютъ собою, такъ сказать, идеализированные факты (какъ напр. абсолютная прозрачность); правда, мы сжились съ этими гипотезами, мы даже не видимъ возможности обойтись въ наукѣ безъ нѣкоторыхъ изъ нихъ, но все таки они остаются гипотезами.

Лично мнѣ совпаденіе двухъ выводовъ (Главы I и II) показалось интереснымъ и заслуживающимъ вниманія; къ этому совпаденію я пришелъ, разбирая различные частные случаи, причемъ условія, въ которыхъ эти случаи разсматривались, нарочно брались такія, чтобы возможно легче было произвести разсчетъ; при разсчетѣ, тоже для облегченія, явленія отраженія и поглощенія пренебрегались. Въ дальнѣйшихъ параграфахъ (отъ § 28 до § 36) изложены тѣ частные случаи, которые привели меня къ результатамъ главы II.

Считаю себя обязаннымъ оговориться, что *разсужденія въ этихъ примѣрахъ не вполнѣ строги и не полны; онѣ* *должны быть разсматриваемы какъ матерьялъ, показывающій тотъ путь, по которому я шелъ, но не какъ доказательство;* моею главною цѣлью было найти тѣ дополнительныя къ Fresnel'евской теоріи гипотезы, при помощи которыхъ пондеромоторныя силы могли-бы быть выведены; я думалъ, что если и удастся найти подходящія гипотезы, то онѣ будутъ новы и настолько неправдоподобны, что допустить ихъ въ науку будетъ нельзя и вслѣдствіе этого существованіе пондеромоторныхъ дѣйствій свѣта на кристаллы будетъ experimentum crucis, вытекающій изъ теоріи Maxwell'евской и не поддающійся объясненію по теоріи Fresnel'я, расширенной дополнительными гипотезами; но мои ожиданія не оправдались.

§ 28. Пусть имѣемъ (чертежъ 1) параллельный, цилиндрическій пучокъ однородныхъ, плоскополяризованныхъ свѣтовыхъ лучей, площадь поперечнаго сѣченія котораго равна S квадратнымъ сентиметрамъ, распространяющійся параллельно оси Z-овъ въ положительную сторону; пусть длина этого пучка будетъ l; вообразимъ себѣ около этого пучка цилиндрическую поверхность $C_1 C_2 C_3 C_4$ (образующая $C_1 C_2 \parallel Z$), обхватывающую пучокъ такъ, чтобы между пучкомъ и поверхностью оставался слой эфира, не принимающій участія въ свѣтовомъ движеніи; въ этой цилиндрической поверхности помѣстимъ *неподвижную,* абсолютно прозрачную пластинку „$1/4\lambda$" (AB), расположивъ ее такъ, чтобы плоскополяризованный свѣтъ, пройдя сквозь нее, превратился бы въ свѣтъ, поляризованный по кругу, и, наконецъ, закроемъ эту цилиндрическую поверхность двумя плоскостями $C_1 C_2$ и $C_3 C_4$, перпендикулярными оси Z-овъ, а слѣдовательно и направленію свѣтового пучка, расположивъ каждую изъ этихъ плоскостей отъ пластинки „$1/4\lambda$" на разстояніи большемъ l (длины пучка); вслѣдствіе этого во время прохожденія свѣтового пучка сквозь пластинку AB онъ *весь* будетъ находиться внутри цилиндра и частицы эфира, лежащія на поверхности (полной) цилиндра

$C_1 C_2 C_3 C_4$, принимать участія въ свѣтовомъ движеніи не будутъ. Находящійся внутри цилиндра эфиръ и частицы кристаллической пластинки „$^1/_4\lambda$“ будемъ разсматривать какъ систему матерьяльныхъ точекъ, между которыми дѣйствуютъ центральныя силы, для которыхъ дѣйствіе равно противодѣйствію. Систему координатныхъ осей будемъ предполагать прямоугольную, правую, связанную съ неподвижной пластинкой „$^1/_4\lambda$“ и расположенную такъ, что ось Z-овъ перпендикулярна къ „$^1/_4\lambda$“ (т. е. къ пластинкѣ AB), а оси X-овъ и Y-овъ направлены по осямъ оптической упругости этой пластинки.



Чертежъ 1.

Будемъ разсматривать движеніе частицъ внутри цилиндра только за тотъ промежутокъ времени, втеченіе котораго свѣтовой пучокъ проходитъ черезъ пластинку AB и примѣнимъ ко всѣмъ частицамъ, какъ эфирнымъ, такъ и кристаллическимъ (заключеннымъ внутри цилиндра), теорему о главномъ моментѣ количества движенія. Обозначая

черезъ $\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_x$, $\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_y$, $\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_z$ проэкціи главнаго момента вокругъ начала координатъ количествъ движенія только эфирныхъ частицъ на координатныя оси X, Y, Z;

через $(\mathrm{L}_{mat})_x$, $(\mathrm{L}_{mat})_y$, $(\mathrm{L}_{mat})_z$ тѣ-же проэкціи для кристаллическихъ частицъ пластинки AB (**условимся впредь для сокращенія рѣчи называть проэкціи L_{eth} и L_{mat} на координатныя оси X, Y, Z количествами вращенія вокругъ осей X, Y, Z**);

через $\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_x$, $\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_y$, $\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_z$ проэкціи главнаго момента силъ, приложенныхъ извнѣ только къ эфирнымъ частицамъ системы;

черезъ $\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_x$, $\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_y$, $\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_z$ тѣ-же проэкціи для кристаллическихъ частицъ пластинки AB

и сохраняя за символами $\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_x$, $\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_y$, $\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_z$, $\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x$, $\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y$, $\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z$ значенія параграфа 12, — получимъ

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}+\mathrm{L}_{mat}\right)_x&=\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_x+\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_x+\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_x+\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x\\
\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}+\mathrm{L}_{mat}\right)_y&=\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_y+\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_y+\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_y+\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y\\
\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}+\mathrm{L}_{mat}\right)_z&=\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_z+\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_z+\left(\overset{int}{\Lambda}_{eth}\right)_z+\left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z\,.
\end{aligned}\right\}\quad(149)$$

Эти уравненія могутъ быть упрощены слѣдующимъ образомъ: силы между частицами предполагаются подчиненными закону равенства дѣйствія и противодѣйствія, — слѣдовательно сумма двухъ послѣднихъ членовъ въ правой части каждаго уравненія (149) должна считаться нулемъ; далѣе, эфиръ на всей поверхности цилиндра предполагается не участвующимъ въ свѣтовомъ движеніи, слѣдовательно мы можемъ принять, что

$$\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_x=\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_y=\left(\overset{ext}{\Lambda}_{eth}\right)_z=0, \quad . \quad .. \quad (150)$$

и слѣдовательно уравненія (149) примутъ видъ

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(L_{eth}\right)_x + \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_x = \left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_x \\ \frac{d}{dt}\left(L_{eth}\right)_y + \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_y = \left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_y \\ \frac{d}{dt}\left(L_{eth}\right)_z + \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_z = \left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_z \end{aligned}\right\} \quad (151)$$

Полученныя уравненія связываютъ мгновенныя значенія (для любого даннаго момента t) входящихъ въ нихъ величинъ; та-же связь останется и для предѣльныхъ среднихъ значеній этихъ величинъ; для упрощенія письма не будемъ вводить особыхъ знаковъ для этихъ среднихъ значеній, а будемъ лишь помнить, что впредь подъ тѣми-же знаками будутъ подразумѣваться не мгновенныя значенія, а предѣльныя среднія.

Черезъ нѣкоторый промежутокъ времени послѣ начала прохожденія свѣтового пучка черезъ „$1/4\lambda$" движеніе частицъ этой пластинки *сдѣлается установившимся;* для такого движенія можно показать, что предѣльныя среднія значенія *производныхъ* [1]) отъ $\left(L_{mat}\right)_x$, $\left(L_{mat}\right)_y$, $\left(L_{mat}\right)_z$ равны нулю. Въ самомъ дѣлѣ на основаніи сказаннаго въ § 11, въ пунктѣ (δ), величины $\left(L_{mat}\right)_x$, $\left(L_{mat}\right)_y$, $\left(L_{mat}\right)_z$ могутъ измѣняться между двумя опредѣленными, конечными (наибольшимъ и наименьшимъ) значеніями; обозначая разности между наибольшимъ и наименьшимъ значеніями для каждой изъ этихъ величинъ черезъ $\Delta\left(L_{mat}\right)_x$, $\Delta\left(L_{mat}\right)_y$, $\Delta\left(L_{mat}\right)_z$, мы можемъ слѣдовательно, написать

---

1) Среднія значенія *производныхъ* по времени отъ величинъ $\left(L_{mat}\right)_x$, $\left(L_{mat}\right)_y$, $\left(L_{mat}\right)_z$, т. е. среднія значенія *приращеній* этихъ величинъ, разсчитанныхъ на 1-цу времени, а не самихъ величинъ.

$$\Delta\left(L_{mat}\right)_x \geqq \int_t^{t+\tau} \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_x dt \geqq -\Delta\left(L_{mat}\right)_x$$

$$\Delta\left(L_{mat}\right)_y \geqq \int_t^{t+\tau} \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_y dt \geqq -\Delta\left(L_{mat}\right)_y$$

$$\Delta\left(L_{mat}\right)_z \geqq \int_t^{t+\tau} \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_z dt \geqq -\Delta\left(L_{mat}\right)_z,$$

гдѣ τ есть произвольный промежутокъ времени. Если мы всѣ члены этихъ неравенствъ раздѣлимъ на τ, то каждый изъ интеграловъ (послѣ раздѣленія на τ) дастъ намъ среднее значеніе *производной*, стоящей подъ его знакомъ, за промежутокъ времени τ. Выполнивъ это дѣленіе, получимъ

$$\frac{1}{\tau}\Delta\left(L_{mat}\right)_x \geqq \frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau} \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_x dt \geqq -\frac{1}{\tau}\Delta\left(L_{mat}\right)_x$$

$$\frac{1}{\tau}\Delta\left(L_{mat}\right)_y \geqq \frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau} \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_y dt \geqq -\frac{1}{\tau}\Delta\left(L_{mat}\right)_y$$

$$\frac{1}{\tau}\Delta\left(L_{mat}\right)_z \geqq \frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau} \frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_z dt \geqq -\frac{1}{\tau}\Delta\left(L_{mat}\right)_z.$$

Эти неравенства намъ говорятъ, что при достаточно большомъ τ среднія значенія *производныхъ* $\frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_x$, $\frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_y$, $\frac{d}{dt}\left(L_{mat}\right)_z$ могутъ быть произвольно близко подведены къ нулю, а слѣдовательно

$$\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_{t}^{t+\tau}\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{mat}\right)_x dt\right]_{\tau=\infty} = 0$$

$$\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_{t}^{t+\tau}\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{mat}\right)_y dt\right]_{\tau=\infty} = 0$$

$$\lim\left[\frac{1}{\tau}\int_{t}^{t+\tau}\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{mat}\right)_z dt\right]_{\tau=\infty} = 0\,,$$

т. е. предѣльныя среднія значенія производныхъ

$$\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{mat}\right)_x,\quad \frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{mat}\right)_y,\quad \frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{mat}\right)_z$$

равны нулю, — что мы и желали показать.

Въ силу показаннаго, уравненія (151) получатъ видъ:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_x &= \left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_x\\ \frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_y &= \left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_y\\ \frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_z &= \left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_z\end{aligned}\right\}\quad .\;.\;.\;.\quad (152)$$

Считая кристаллическую пластинку тѣломъ твердоупругимъ, мы можемъ полученныя уравненія прочитать слѣдующимъ образомъ:

Для того чтобы удержать въ покоѣ пластинку „¼λ“, превращающую плоскополяризованный свѣтъ въ свѣтъ поляризованный по кругу, къ ней должна быть приложена система силъ, для которой среднія значенія проэкцій главнаго момента равны среднимъ значеніямъ проэкцій на тѣ-же оси ежесекундно выработываемаго въ эфирныхъ частицахъ количества вращенія;

отсюда слѣдуетъ, что

пучокъ плоскополяризованныхъ параллельныхъ падающихъ нормально на пластинку „¼λ“ свѣтовыхъ лучей *и ею превращаемый въ поляризованный по кругу, стремится повернуть пластинку въ сторону, противуположную вращенію эфирныхъ частицъ въ вышедшемъ изъ пластинки по кругу полиризованномъ свѣтѣ; составляющія главнаго момента системы силъ, приложенныхъ свѣтовымъ пучкомъ къ пластинкѣ, равны*

$$-\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_x, \quad -\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_y, \quad \frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_z. \quad . \quad (153)$$

§ 29. Такъ какъ кристаллическая пластинка AB предполагается неподвижною, то слѣдовательно

$$\left.\begin{aligned} \left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_x + \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x = 0 \\ \left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_y + \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y = 0 \\ \left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_z + \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z = 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (154)$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_x = -\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_x \\ \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_y = -\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_y \\ \left(\overset{int}{\Lambda}_{mat}\right)_z = -\left(\overset{ext}{\Lambda}_{mat}\right)_z \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (155)$$

Въ § 13 (стр. 45, послѣ уравненій 90; а также уравненія 91 и строка 92 на стр. 46) векторъ $\overset{int}{\Lambda}_{mat}$ былъ нами обозначенъ черезъ M_{Frn}; это обозначеніе мы внесемъ и въ настоящую главу, но только чтобы помѣтить, что въ этой (третьей) главѣ этотъ векторъ разсматривается не для общаго случая (какъ это было въ главѣ II), а для ряда частныхъ случаевъ (какъ это было въ главѣ I, въ §§ 4, 5, 7), мы его будемъ обозначать черезъ $\boldsymbol{M}_{Frn}$ и его составляющія черезъ

$$\left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_x, \quad \left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_y, \quad \left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_z, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (156)$$

при такомъ обозначеніи уравненія (155) можно переписать такъ:

$$\left.\begin{aligned}\left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_x &= -\left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_x\\ \left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_y &= -\left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_y\\ \left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_z &= -\left(\Lambda^{ext}_{mat}\right)_z\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (157)$$

Сопоставляя полученныя уравненія (157) съ уравненіями (152), легко видѣть, что

$$\left.\begin{aligned}\left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_x &= -\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_x\\ \left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_y &= -\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_y\\ \left(\boldsymbol{M}_{Frn}\right)_z &= -\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_z\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (158)$$

Какъ уравненія (93) въ главѣ II (стр. 46) служили намъ для вычисленія M_{Frn}, точно также и уравненія (158) будутъ намъ служить для вычисленія вектора $\boldsymbol{M}_{Frn}$; чтобы сдѣлать эти вычисленія, мы должны будемъ, *пользуясь Fresnel'евскимъ представленіемъ о сущности свѣтовыхъ явленій*, найти величины

$$-\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_x, \; -\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_y, \; -\frac{d}{dt}\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_z, \quad . \quad (159)$$

т. е. мы должны будемъ провести вычисленія, аналогичныя вычисленіямъ главы II, гдѣ мы, *пользуясь Fresnel'евскимъ представленіемъ о сущности свѣтовыхъ явленій*, находили величины моментовъ

$$-\left(\Lambda^{int}_{eth}\right)_x, \; -\left(\Lambda^{int}_{eth}\right)_y, \; -\left(\Lambda^{int}_{eth}\right)_z. \quad . \quad (160)$$

Такими вычисленіями величинъ строки (159) мы и займемся.

§ 30. Пусть координаты какой нибудь эфирной частицы, участвующей въ передачѣ по кругу поляризованнаго свѣта, въ моментъ t будутъ

$$x+\xi,\ y+\eta,\ z,$$

гдѣ x, y, z суть координаты частицы до того момента, какъ она начала участвовать въ передачѣ по кругу поляризованнаго свѣта, а ξ, η суть проэкціи Fresnel'евскаго перемѣщенія: такъ какъ свѣтъ поляризованъ по кругу, то

$$\left.\begin{aligned}\xi&=a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\\ \eta&=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\end{aligned}\right\}\quad .\ .\ .\ .\ (161)$$

(частица вращается по окружности, плоскость которой перпендикулярна оси Z-овъ и центръ которой лежитъ въ точкѣ x, y, z; вращеніе происходитъ отъ $+X$ къ $+Y$). Обозначая для этой частицы количества вращенія вокругъ координатныхъ осей X, Y, Z буквами l_x, l_y, l_z и называя массу эфирной частицы буквою μ, получимъ:

$$\left.\begin{aligned}&l_x=0\\ &l_y=0\\ &l_z=\mu\Big[\left\{x+a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\right\}\cdot\left\{a\frac{2\pi}{T}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\right\}-\\ &\qquad-\left\{y+a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\right\}\cdot\left\{-a\frac{2\pi}{T}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\right\}\Big]\end{aligned}\right\}(162),$$

или

$$\left.\begin{aligned}&l_x=0\\ &l_y=0\\ &l_z=\mu a\frac{2\pi}{T}\left\{x\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)+y\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\delta\right)\right\}+\mu a^2\frac{2\pi}{T}\end{aligned}\right\}(163).$$

Среднія значенія этихъ составляющихъ (l_x), (l_y), (l_z) будутъ:

$$\left.\begin{aligned}(l_x)&=0\\ (l_y)&=0\\ (l_z)&=\mu a^2\frac{2\pi}{T}\end{aligned}\right\}.\quad .\ .\ .\ .\ .\ (164)$$

Какъ видимъ, полученныя *среднія* значенія не зависятъ отъ координатъ эфирной частицы, а слѣдовательно, если мы обозначимъ массу эфирныхъ частицъ, приходящихся на единицу объема, буквою m, то среднія значенія количествъ вращенія частицъ, приходящихся на единицу объема, будутъ

$$0,\ 0,\ ma^2\frac{2\pi}{T}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (165)$$

Пусть для нѣкотораго момента времени t_0 количество вращенія, содержащееся у эфирныхъ частицъ въ части пучка, уже сквозь „$^1/_4\lambda$" прошедшей, и слѣдовательно поляризованной по кругу, будетъ L_0; такъ какъ свѣтовой пучокъ передвигается сквозь пластинку „$^1/_4\lambda$" со скоростью V, то количество вращенія, содержащееся въ части пучка, поляризованной по кругу, непрерывно возрастаетъ; къ какому нибудь изъ послѣдующихъ моментовъ времени t это количество вращенія будетъ равно L_0 плюсъ количество вращенія у частицъ, находящихся въ новомъ, прибавившемся къ по кругу поляризованной части объемѣ $SV(t-t_0)$ т. е.

$$\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_z = L_0 + ma^2\frac{2\pi}{T}SV(t-t_0). \quad . \quad . \quad (166)$$

Что касается количествъ вращенія $\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_x$ и $\left(\mathrm{L}_{eth}\right)_y$, то, очевидно, онѣ равны нулю.

Вставляя полученныя для количествъ вращенія величины въ уравненіе (158), будемъ имѣть:

$$\left.\begin{aligned}\left(M_{Frn}\right)_x &= 0\\ \left(M_{Frn}\right)_y &= 0\\ \left(M_{Frn}\right)_z &= -ma^2\omega SV\end{aligned}\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (167)$$

гдѣ ω, обозначающая угловую скорость любой эфирной частицы въ по кругу поляризованной части пучка, замѣняетъ дробь $\frac{2\pi}{T}$.

Правая часть третьяго уравненія системы (167) можетъ быть переписана такъ:

$$ma^2\omega VS = \frac{ma^2\omega^2}{2} \cdot 2 \cdot \frac{V}{\omega} S = E_{cin} \cdot S\frac{\lambda}{\pi} = E_{tot} \cdot S\frac{\lambda}{2\pi}, \quad (168)$$

гдѣ E_{cin} есть количество кинетической энергіи, заключенной въ единицѣ объема, а E_{tot} полное количество энергіи въ единицѣ объема (такъ какъ $2E_{cin} = E_{tot}$); произведеніе $E_{tot} \cdot \lambda$ представляетъ собою количество энергіи, содержащейся въ параллелепипедѣ, у котораго основаніе равно 1 □ cmtr., а высота λ cmtr.; говоря иначе, это произведеніе представляетъ полное количество энергіи, проносимой свѣтовымъ процессомъ втеченіе одного періода сквозь 1 □ cmtr., расположенный параллельно плоскости волны; обозначая это количество энергіи буквою W, мы можемъ систему уравненій (167) переписать такъ:

$$\left.\begin{aligned} \left(\mathbf{M}_{Frn}\right)_x &= 0 \\ \left(\mathbf{M}_{Frn}\right)_y &= 0 \\ \left(\mathbf{M}_{Frn}\right)_z &= -\frac{1}{2\pi} WS \end{aligned}\right\}, \quad \ldots\ldots \quad (169)$$

причемъ *должно помнить, что знакъ минусъ въ правой части третьяго уравненія указываетъ на противоположность направленій* $\mathbf{M}_{Frn}$ *и* ω (уравненія 167).

§ 31. Далѣе нужно будетъ показать, что существуютъ два положенія пластинки „$^1/_4\lambda$“, въ которыхъ при прохожденіи сквозь нее свѣтового, плоскополяризованнаго пучка она остается въ равновѣсіи; что для перевода пластинки изъ одного положенія равновѣсія въ другое нужно ее повернуть на 90° около нормали къ ней; что одно изъ положеній равновѣсія есть положеніе устойчиваго равновѣсія, другое неустойчиваго и наконецъ, главное, что эти положенія тождественны съ положеніями равновѣсія по электромагнитной теоріи свѣта. Что два положенія равновѣсія, отстоящихъ другъ отъ друга на 90°, существуютъ, вытекаетъ изъ того, что если колебанія падающаго плоскополяризованнаго свѣта будутъ параллельны одной изъ взаимноперпендикулярныхъ осей оптической упругости пластинки, то такія колебанія будутъ передаваться безъ измѣненія типа, а слѣдовательно количество вращенія эфирныхъ частицъ будетъ равно нулю, почему и M_{Frn} тоже будетъ равенъ нулю.

Для того чтобы показать, что одно изъ этихъ положеній равновѣсія будетъ неустойчивымъ, а другое устойчивымъ и вмѣстѣ съ тѣмъ, что оба положенія равновѣсія будутъ тождественны съ положеніями равновѣсія по теоріи Maxwell'я, вообразимъ себѣ координатную систему, расположеніе которой указано въ § 3, причемъ вмѣсто того чтобы говорить, что оси X, Y, Z направлены по осямъ K_1, K_2, K_3, будемъ говорить, что оси X, Y, Z направлены по осямъ оптической упругости такъ, что показатели преломленія колебаній, параллельныхъ осямъ X, Y, Z, суть n_1, n_2, n_3, причемъ $n_1 > n_2 > n_3$, такъ какъ ранѣе мы условились, что $K_1 > K_2 > K_3$. Если, пользуясь этой координатной системой, мы предположимъ, что направленія колебаній падающаго плоскополяризованнаго пучка содержатся внутри угла, образуемаго положительными направленіями осей X и Y, то въ вышедшемъ, по кругу поляризованномъ пучкѣ эфирныя частицы будутъ вращаться отъ положительнаго направленія Y-овъ къ положительному направленію X-овъ, а слѣдовательно сама пластинка будетъ стремиться вращаться отъ положительнаго направленія X-овъ къ положительному направленію Y-овъ, т. е. ось, параллельная n_1 (должно помнить, что направленія n_1 и K_1 тождественны), будетъ стремиться къ совпаденію съ направленіемъ колебаній эфирныхъ частицъ въ плоскополяризованномъ падающемъ пучкѣ. Если-же мы предположимъ, что направленіе колебаній эфирныхъ частицъ въ падающемъ плоскополяризованномъ пучкѣ лежитъ внутри угла между положительнымъ направленіемъ оси X и отрицательнымъ Y, то въ вышедшемъ по кругу поляризованномъ пучкѣ эфирныя частицы будутъ вращаться отъ положительнаго направленія X-овъ къ положительному Y-овъ, а сама пластинка, слѣдовательно, будетъ стремиться вращаться отъ положительныхъ Y къ положительнымъ X и снова ось n_1 будетъ стремиться къ совпаденію идущихъ въ пластинку эфирныхъ колебаній. Какъ видимъ, слѣдовательно, въ обоихъ случаяхъ приложенныя къ пластинкѣ силы стремятся ее поставить такъ, что-бы ось n_1 была параллельна направленію колебаній эфирныхъ частицъ въ падающемъ плоскополяризованномъ пучкѣ.

Полученный результатъ въ силу тождественности осей n_1 и K_1 качественно тождественъ съ результатомъ, вытекающимъ изъ электромагнитной теоріи свѣта (§ 4, резюмировка для пластинки „$^1/_4\lambda$“).

§ 32. Если мы вмѣсто пластинки „$^1/_4\lambda$“ внутри цилиндра $C_1 C_2 C_3 C_4$ (черт. 1) поставимъ пластинку „$^2/_4\lambda$“, то, такъ какъ плоскополяризованный свѣтъ, прошедшій сквозь такую пластинку, остается плоскополяризованнымъ, количество вращенія эфирныхъ частицъ увеличиваться не будетъ, производныя отъ его составляющихъ будутъ равны нулю, а слѣдовательно и $\boldsymbol{M}_{Frn}$ будетъ равно нулю и, значитъ, пластинка стремиться вращаться не будетъ. Также мы не получимъ вращенія для пластинки „$^4/_4\lambda$“. Эти результаты снова совпадаютъ съ соотвѣтствующими результатами, полученными на основаніи электромагнитной теоріи свѣта.

При пользованіи пластинкой „$^3/_4\lambda$“, пользуясь прежними разсужденіями, мы на основаніи теоріи Fresnel'я придемъ къ выводу, что въ этомъ случаѣ, какъ и при пластинкѣ „$^1/_4\lambda$“, есть два положенія равновѣсія, — устойчивое и неустойчивое и что для перевода пластинки изъ одного положенія въ другое нужно ее повернуть на 90^0; разница будетъ состоять въ томъ, что при пластинкѣ „$^3/_4\lambda$“ устойчивое положеніе будетъ тогда, когда направленіе n_2 совпадаетъ съ направленіемъ колебанія эфирныхъ частихъ въ плоскополяризованномъ падающемъ пучкѣ (а не n_1, какъ это было при пластинкѣ „$^1/_4\lambda$“); направленіе, по которому стремится вращаться пластинка „$^3/_4\lambda$“ (если она не находится въ положеніи равновѣсія) по прежнему противуположно направленію вращенія эфирныхъ частицъ въ вышедшемъ изъ пластинки по кругу поляризованномъ свѣтѣ.

Всѣ эти результаты качественно тождественны съ результатами, получаемыми изъ электромагнитной теоріи свѣта (резюмированными въ § 4 при разборѣ пластинокъ „$^1/_4\lambda$“, „$^2/_4\lambda$“, „$^3/_4\lambda$“ и „$^4/_4\lambda$“).

Для наглядности нижесопоставлены результаты этого параграфа:

$$\text{для „}^1/_4\lambda\text{“} \;\ldots\; \boldsymbol{M}_{Frn} = -\frac{1}{2\pi} WS$$

$$\text{„ „}^2/_4\lambda\text{“} \;\ldots\; \boldsymbol{M}_{Frn} = 0$$

$$\text{„ „}^3/_4\lambda\text{“} \;\ldots\; \boldsymbol{M}_{Frn} = -\frac{1}{2\pi} WS$$

$$\text{„ „}^4/_4\lambda\text{“} \;\ldots\; \boldsymbol{M}_{Frn} = 0.$$

§ 33. Для разбора механическихъ дѣйствій лучей, поляризованныхъ по кругу, на тѣ-же пластинки мы будемъ каждый разъ представлять себѣ, что разсматриваемая пластинка поставлена надъ пластинкой AB (черт. 1) на нѣкоторомъ отъ нея разстояніи внутри цилиндра $C_1C_2C_3C_4$ и скрѣплена съ AB такъ, что онѣ обѣ другъ относительно друга перемѣщаться не могутъ. Колебанія плоскополяризованнаго свѣта, падающаго на пластинку AB, мы будемъ предполагать оріентированными такъ, что послѣ прохожденія сквозь пластинку AB свѣтъ превращается въ поляризованный по кругу; наше разсужденіе будемъ относить къ любому моменту времени, втеченіе котораго пучокъ проходитъ сквозь обѣ пластинки; плоскость разсматриваемой пластинки должна быть параллельна плоскости пластинки AB, что-же касается направленія осей оптической упругости разсматриваемой пластинки, то онѣ быть параллельными тѣмъ-же осямъ пластинки AB не обязаны.

Пластинка „$^1/_4\lambda$“. Плоскополяризованный свѣтъ, проходя сквозь пластинку AB и разсматриваемую пластинку „$^1/_4\lambda$“, расположенныя какъ указано въ началѣ этого параграфа, остается плоскополяризованнымъ; слѣдовательно, главный моментъ силъ, приложенныхъ къ пластинкамъ AB и разсматриваемой „$^1/_4\lambda$“, равенъ нулю (по § 16); но такъ какъ главный моментъ силъ, приложенныхъ только къ пластинкѣ AB, равенъ $-\frac{1}{2\pi}WS$, гдѣ знакъ — указываетъ, что вращеніе пластинки, могущее развиться подъ дѣйствіемъ этого момента, противоположно вращенію эфирныхъ частицъ въ свѣтѣ, вышедшемъ изъ пластинки AB, то главный моментъ силъ, приложенныхъ къ разсматриваемой пластинкѣ „$^1/_4\lambda$“ равенъ

$$+\frac{1}{2\pi}WS,$$

т. е. изслѣдуемая пластинка „$^1/_4\lambda$“, перерабатывающая круговыя движенія эфирныхъ частицъ идущаго въ нее по кругу поляризованнаго свѣта въ прямолинейныя колебанія, сама стремится вращаться въ сторону вращенія эфирныхъ частицъ падающаго на нее по кругу поляризованнаго свѣта.

Такъ какъ преобразованіе круговой поляризаціи въ прямолинейную совершается независимо оттого, будутъ-ли оси оптической упругости второй пластинки параллельны осямъ оптической упругости пластинки AB, или не будутъ, то, слѣдовательно, положеній равновѣсія не будетъ и указанныя приложенныя къ разсматриваемой пластинкѣ „$^1/_4\lambda$“ силы будутъ стремиться не *лишь оріентировать* пластинку, а привести ее въ *непрерывное вращательное движеніе.*

Пластинка „$^2/_4\lambda$“. Плоскополяризованный свѣтъ, проходя черезъ пластинку AB и разсматриваемую „$^2/_4\lambda$“, выходитъ изъ послѣдней поляризованнымъ по кругу; слѣдовательно главный моментъ силъ, приложенныхъ свѣтомъ къ обѣимъ пластинкамъ, равенъ $+\frac{1}{2\pi}WS$; къ пластинкѣ AB, выпускающей изъ себя тоже свѣтъ, поляризованный по кругу, но съ вращеніемъ эфирныхъ частицъ въ обратную сторону, свѣтомъ приложена система силъ, главный моментъ которыхъ будетъ $-\frac{1}{2\pi}WS$ (за положительное направленіе вращеній въ обоихъ случаяхъ принято направленіе вращенія частицъ въ по кругу поляризованномъ свѣтѣ, вышедшемъ изъ AB); а слѣдовательно, моментъ силъ, приложенныхъ свѣтомъ къ пластинкѣ „$^2/_4\lambda$", будетъ равенъ

$$+2 \cdot \frac{1}{2\pi} WS;$$

т. е. пластинка „$^2/_4\lambda$", перерабатывающая по кругу поляризованный свѣтъ въ свѣтъ съ противуположной круговой поляризаціей, сама стремится вращаться въ сторону вращенія эфирныхъ частицъ въ падающемъ на нее по кругу поляризованномъ свѣтѣ.

Легко видѣть, что и въ этомъ случаѣ, какъ при пластинкѣ „$^1/_4\lambda$", мы получаемъ силы не оріентирующія, а стремящіяся привести пластинку „$^2/_4\lambda$" въ непрерывное вращательное движеніе.

Пластинка „$^3/_4\lambda$". Плоскополяризованный свѣтъ, проходя сквозь пластинки AB и „$^3/_4\lambda$", остается плоскополяризованнымъ; то-же мы получили при разсмотрѣніи дѣйствія по кругу поляризованнаго свѣта на пластинку „$^1/_4\lambda$"; слѣдовательно результатъ для пластинки „$^3/_4\lambda$" долженъ быть тождественнымъ результату для пластинки „$^1/_4\lambda$", т. е. къ ней (къ „$^3/_4\lambda$") приложены силы, главный моментъ которыхъ равенъ

$$+\frac{1}{2\pi} WS$$

и которыя стремятся непрерывно вращать пластинку въ сторону вращенія эфирныхъ частицъ въ падающемъ по кругу поляризованномъ свѣтѣ.

Пластинка „$^4/_4\lambda$". Постановка такой пластинки за пластинкой AB не мѣняетъ поляризаціи вышедшаго изъ AB свѣта, а слѣдовательно главный моментъ силъ, приложенныхъ къ обѣимъ пластинкамъ, остается прежній; откуда слѣдуетъ, что моментъ силъ, приложенныхъ къ пластинкѣ „$^4/_4\lambda$", равенъ нулю, — т. е. пробѣгающій сквозь пластинку „$^4/_4\lambda$" пучокъ по кругу поляризованныхъ лучей не стремится сообщить пластинкѣ ни непрерывнаго вращенія, ни опредѣленной оріентировки.

Для наглядности нижесопоставлены результаты для всѣхъ четырехъ пластинокъ при падающемъ свѣтѣ, поляризованномъ по кругу; главный моментъ силъ, приложенныхъ свѣтомъ къ пластинкѣ, по прежнему обозначенъ буквою $\boldsymbol{M}_{Frn}$.

$$\text{для } „{}^1/_4\lambda“ \ldots \boldsymbol{M}_{Frn} = +\frac{1}{2\pi}WS$$

$$„ \quad „{}^2/_4\lambda“ \ldots \boldsymbol{M}_{Frn} = +2\cdot\frac{1}{2\pi}WS$$

$$„ \quad „{}^3/_4\lambda“ \ldots \boldsymbol{M}_{Frn} = +\frac{1}{2\pi}WS$$

$$„ \quad „{}^4/_4\lambda“ \ldots \boldsymbol{M}_{Frn} = 0.$$

Сравнивая полученные выводы съ выводами, сдѣланными въ § 7 при разсмотрѣніи аналогичнаго вопроса съ точки зрѣнія электромагнитной теоріи свѣта, мы видимъ, что они качествепно тождественны и что, слѣдовательно, разногласіе этихъ выводовъ и выводовъ главы I относительно механическихъ дѣйствій свѣта (по кругу поляризованнаго и плоскополяризованнаго) на всѣ четыре пластинки можетъ быть только количественное.

§ 34. Когда эти результаты были получены, то мнѣ сдѣлалось ясно, что гипотезы, которыя должны быть добавлены къ теоріи двойного преломленія F r e s n e l'я, что-бы объяснить явленія главы I, новыми въ наукѣ не будутъ. Сущность объясненія мнѣ представлялась слѣдующей: пластинка „${}^1/_4\lambda$“ можетъ быть разсматриваема какъ нѣкоторое тѣло, содержащее внутри себя механизмъ, способный преобразовывать передаваемыя ему извнѣ прямолинейныя движенія (при падающемъ на нее плокополяризованномъ свѣтѣ) въ движенія круговыя; для такого преобразованія механизмъ внутри себя долженъ будетъ развить двѣ системы внутреннихъ силъ, причемъ силы одной системы будутъ равны и прямопротивоположны силамъ другой системы (такъ какъ всѣ эти силы суть внутреннія и дѣйствіе равно противодѣйствію); одна изъ этихъ системъ, не производя работы, будетъ преобразовывать присылаемое извнѣ прямолинейное движеніе эфирныхъ частицъ въ круговое, — а другая система, равная и противоположная первой, тоже не производя работы, будетъ стремиться повернуть станину механизма и фундаментъ, на которомъ укрѣпленъ механизмъ, (въ данномъ случаѣ кристаллическую пластинку „$1/4\lambda$“) въ сторону противоположную образуемому круговому движенію эфирныхъ частицъ. Утвержденіе, что обѣ системы не производятъ работы, ничего несообразнаго не представляетъ, — это зависитъ отъ конструкціи механизма; что такіе механизмы возможны, лучше всего видно изъ слѣдующаго примѣра: внутри неподвижно закрѣпленной гайки можетъ двигаться безъ тренія массивный винтъ, ось котораго расположена вертикально; если подъ вліяніемъ силы тяжести винтъ внутри гайки будетъ падать внизъ, то силы реакціи гайки на винтъ преобразуютъ простое паденіе винта въ паденіе, сопровождающееся вращеніемъ, а силы реакціи винта на гайку будутъ стремиться повернуть ее въ сторону, противоположную вращенію винта. Здѣсь, очевидно, кинетическая энергія винта есть результатъ работы силы тяжести; силы-же реакціи винта на гайку и гайки на винтъ никакой работы не производятъ, а прямолинейное движеніе во вращательное преобразуютъ.

Такъ какъ въ вышеприведенномъ объясненіи и въ § 28 совершенно игнорируется конструкція механизма, перерабатывающаго прямолинейныя присылаемыя движенія въ круговыя, то, слѣдовательно, все вышесказанное не должно быть относимо непремѣнно лишь къ пластинкѣ „$1/4\lambda$“, а можетъ быть отнесено ко всякому аппарату, обладающему свойствомъ перерабатывать падающій на него плоскополяризованный свѣтъ въ свѣтъ поляризованный по кругу; а слѣдовательно, если вышеизложенное объясненіе дѣйствительно соотвѣтствуетъ тѣмъ механическимъ процессамъ, которые имѣютъ мѣсто при преобразованіи свѣта плоскополяризованнаго въ поляризованный по кругу, то **всякій аппаратъ,** перерабатывающій прямолинейныя движенія эфирныхъ частицъ въ круговыя, стремится вращаться въ сторону противоположную произведенному вращенію частицъ и **всякій аппаратъ,** перерабатывающій круговыя движенія эфирныхъ частицъ въ прямолинейныя или въ круговыя, но совершающіяся по противоположному направленію, стремится вращаться въ сторону вращенія эфирныхъ частицъ въ движеніи, которое присылается аппарату извнѣ для переработки. Въ чемъ состоитъ механизмъ перерабатывающаго аппарата, — это безразлично.

§ 35. Для того чтобы заключить предварительное, грубое изслѣдованіе поставленнаго во второй главѣ вопроса, — если можно такъ выразиться, чтобы закончить предварительную рекогносцировку вопроса, — мнѣ оставалось лишь разсмотрѣть — удовлетворятъ-ли результаты параграфовъ 28—33 количественной сторонѣ вопроса такъ-же, какъ они удовлетворяютъ сторонѣ качественной, или нѣтъ? Очевидно, что для выясненія этой стороны вопроса нужно было сравнить между собою численныя значенія моментовъ вращенія, полученныхъ для различныхъ пластинокъ въ главѣ I (по Maxwell'евской теоріи) съ соотвѣтственными численными значеніями моментовъ вращенія, полученныхъ въ главѣ III при предварительномъ изслѣдованіи. Приступая къ этому сравненію, мы должны помнить, что въ выводахъ главы III свѣтовые векторы (Fresnel'евскіе) взяты для точекъ *внѣ* кристалла (уравненія 161), а въ выводахъ главы I свѣтовые векторы (Maxwell'евскіе) взяты для точекъ *внутри* кристалла. Кромѣ того въ примѣрахъ главы III неявно предположено, что отраженія при переходѣ свѣтового движенія изъ кристалла въ воздухъ не существуетъ; это предположеніе введено тѣмъ, что мы разсматривали приращеніе количества вращенія *только* въ воздухѣ, слѣдовательно, количество вращенія въ волнахъ отраженныхъ полагали равнымъ нулю. Въ силу вышесказаннаго очевидно, что, прежде чѣмъ приступать къ сравненію, мы должны: или, пренебрегая отраженіемъ, разсчитать Maxwell'евскіе свѣтовые векторы для точекъ внѣ кристалла, или, принимая во вниманіе отраженіе, разсчитать Fresnel'евскіе свѣтовые векторы для точекъ внутри кристалла и затѣмъ уже, послѣ одной изъ этихъ поправокъ, приступить къ сравненію.

§ 36. Если мы въ тѣхъ примѣрахъ главы I, въ которыхъ приходилось имѣть дѣло съ электромагнитными волнами, поляризованными по кругу относительно электрической силы (идущими въ пластинку или изъ нея), найдемъ величины f, g, h для волнъ, вышедшихъ изъ пластинки, при чемъ допустимъ ту-же неточность, какъ и въ соотвѣтствующихъ примѣрахъ главы III (т. е. отсутствіе отраженія), и при разсчетѣ будемъ пользоваться поверхностными условіями Maxwell'я, то мы получимъ съ точки зрѣнія электромагнитной теоріи свѣта свѣтъ, поляризованный по кругу. Въ самомъ дѣлѣ уравненіе (58) даетъ намъ, что амплитуда электрической силы P_1 равна амплитудѣ Q_1; такъ какъ 1) грань пластинки параллельна плоскости волны, 2) при переходѣ изъ одной среды въ другую составляющая электрической силы, паралельная грани должна быть непрерывна и 3) фактомъ отраженія при переходѣ въ воздухъ мы пренебрегаемъ, — то амплитуды электрической силы въ колебаніяхъ по двумъ взаимноперпендикулярнымъ направленіямъ должны быть соотвѣтственно равны P_1 и Q_1 и, слѣдовательно, должны быть равны между собою; такъ какъ въ воздухѣ діэлектрическая постоянная отъ направленія не зависитъ, то, слѣдовательно, и амплитуды Maxwell'евскихъ перемѣщеній тоже будутъ равны между собою; въ воздухѣ, слѣдовательно, мы получимъ электромагнитныя волны, поляризованныя по кругу относительно Maxwell'евскихъ перемѣщеній, что съ точки зрѣнія электромагнитной теоріи составляетъ по кругу поляризованный свѣтъ. Слѣдовательно, процессы внѣ пластинки въ этомъ случаѣ и въ соотвѣтствующихъ случаяхъ главы III одинаковы. Если принятая Maxwell'емъ непрерывность электрической силы, а также другія поверхностныя условія, которыми при выводѣ приходилось пользоваться, съ законами аналитической механики согласны (а на несогласіе ихъ съ аналитической механикой мы пока не имѣемъ никакихъ указаній), то численныя значенія моментовъ въ примѣрахъ главы первой совпадутъ съ соотвѣтсвующими имъ численными значеніями моментовъ главы третьей. Мы сейчасъ покажемъ, что такое совпаденіе существуетъ.

Во всѣхъ примѣрахъ главы первой моментъ вращенія $\boldsymbol{M}$ для тѣхъ случаевъ, когда имѣемъ дѣло съ входящими или выходящими по кругу поляризованными волнами, выражается черезъ моментъ для пластинки „$^1/_4\lambda$“; помѣчая полученные въ первой главѣ моменты $\boldsymbol{M}$ значкомъ $_{Mxw}$, т. е. ставя $\boldsymbol{M}_{Mxw}$ вмѣсто $\boldsymbol{M}$ (для памяти, что рѣчь идетъ о моментахъ, полученныхъ на основаніи теоріи Maxwell'я), для пластинки „$^1/_4\lambda$“, согласно уравненію (38), получимъ

$$\boldsymbol{M}_{Mxw} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{P_0Q_0\lambda n_1}{4\pi} + \frac{P_0Q_0\lambda n_2}{4\pi}\right)S, \quad . \quad . \quad (170)$$

гдѣ выраженныя въ электростатическихъ единицахъ ($C.G.S.$) амплитуды P_0 и Q_0 между собою равны; это уравненіе можетъ быть переписано такъ

$$\boldsymbol{M}_{Mxw} = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{P_0Q_0n_1^{\,2}}{4\pi}\cdot\frac{\lambda}{n_1} + \frac{P_0Q_0n_2^{\,2}}{4\pi}\cdot\frac{\lambda}{n_2}\right)S; \quad (171)$$

но такъ какъ

$$\left.\begin{aligned} n_1^2 = K_1; \quad & n_2^2 = K_2 \\ \frac{\lambda}{n_1} = \lambda_1; \quad & \frac{\lambda}{n_2} = \lambda_2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (172)$$

то

$$\boldsymbol{M}_{Mxw} = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{P_0^{\,2}K_1}{4\pi}\lambda_1 + \frac{Q_0^{\,2}K_2}{4\pi}\lambda_2\right)S, \quad . \quad . \quad (173)$$

или

$$\boldsymbol{M}_{Mxw} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{2}P_0f_0\lambda_1 + \frac{1}{2}Q_0g_0\lambda_1\right)S, \quad . \quad . \quad (174)$$

гдѣ f_0 и g_0 суть амплитуды Maxwell'евскихъ перемѣщеній. Такъ какъ при P, Q, R, а слѣдовательно и f, g, h синусоидальныхъ (уравненіе 26)

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}P_0f_0\lambda_1 &= 2\int_z^{z+\lambda_1}\frac{1}{2}Pfdz \\ \frac{1}{2}Q_0g_0\lambda_2 &= 2\int_z^{z+\lambda_2}\frac{1}{2}Qgdz \end{aligned}\right\}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (175)$$

кромѣ того, такъ какъ интегралы

$$\int_z^{z+\lambda_1} \frac{1}{2} Pfdz \quad \text{и} \quad \int_z^{z+\lambda_2} \frac{1}{2} Qgdz$$

(на основаніи сказаннаго между уравненіями 128 и 129, стр. 61) представляютъ собою каждый количество энергіи, проносимое сквозь 1 □ cmtr. втеченіе одного періода соотвѣтствующей составляющей электрической силы (первый интегралъ — количество энергіи, проносимое составляющей P и второй составляющей Q), то заключенная въ скобкахъ правой части уравненія (174) сумма есть удвоенное количество энергіи, проносимой (сквозь 1 □ cmtr. втеченіе одного періода) *только электрическими силами;* называя по предыдущему буквою W полное количество энергіи, проносимой электромагнитными волнами сквозь 1 □ cmtr. въ T секундъ и принимая во вниманіе, что въ любомъ элементѣ объема количество электростатической энергіи равно половинѣ полнаго количества энергіи, получимъ

$$\boldsymbol{M}_{Mxw} = \frac{1}{2\pi} WS. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (176)$$

По этому моменту мы можемъ вычислить остальные моменты для соотвѣтствующихъ примѣровъ главы I.

Въ нижеслѣдующей таблицѣ сопоставлены моменты вращенія для примѣровъ главы I и III; въ таблицѣ (A) содержатся абсолютныя величины моментовъ вращенія для пластинокъ „$^1/_4\lambda$“ . . . „$^4/_4\lambda$“, когда падающій плоскополяризованный свѣтъ, пройдя сквозь пластинки „$^1/_4\lambda$“ и „$^3/_4\lambda$“, превращается въ поляризованный по кругу; въ таблицѣ (B) содержатся абсолютныя величины моментовъ вращенія для тѣхъ-же пластинокъ, когда падающій свѣтъ поляризованъ по кругу. Какъ видимъ, совпаденіе соотвѣтствующихъ результатовъ получается полное.

(A) Падающій свѣтъ плоскополяризованъ.

	„$^1/_4\lambda$“	„$^2/_4\lambda$“	„$^3/_4\lambda$“	„$^4/_4\lambda$“
M_{Mxw}	$\frac{1}{2\pi}WS$	0	$\frac{1}{2\pi}WS$	0
M_{Frn}	$\frac{1}{2\pi}WS$	0	$\frac{1}{2\pi}WS$	0

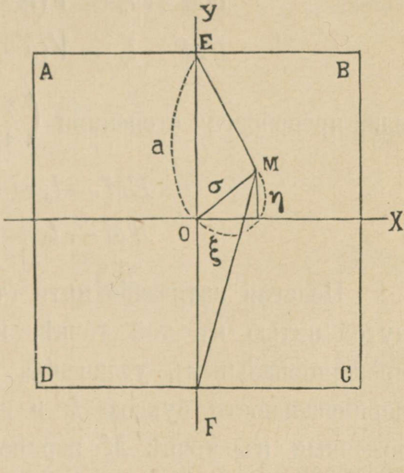
(B) Падающій свѣтъ поляризованъ по кругу.

	„$^1/_4\lambda$“	„$^2/_4\lambda$“	„$^3/_4\lambda$“	„$^4/_4\lambda$“
M_{Mxw}	$\frac{1}{2\pi}WS$	$\frac{1}{\pi}WS$	$\frac{1}{2\pi}WS$	0
M_{Frn}	$\frac{1}{2\pi}WS$	$\frac{1}{\pi}WS$	$\frac{1}{2\pi}WS$	0

§ 37. Профессоръ С.-Петербургскаго Университета И. И. Боргманъ, которому сущность и результаты этой работы были извѣстны ранѣе ея опубликованія, далъ мнѣ весьма цѣнный совѣтъ — иллюстрировать полученные выводы моделью. Я позволяю себѣ здѣсь поблагодарить Профессора Боргмана за этотъ совѣтъ, такъ какъ, дѣйствительно, если нѣтъ возможности, или крайне трудно, провѣрить выводъ непосредственно опытомъ, то выполненіе такой модели является безусловно необходимымъ; разъ модель выполнена и функціонируетъ согласно съ тѣми уравненіями, для иллюстраціи которыхъ она сдѣлана, то мы можемъ быть увѣрены, что въ нашихъ вычисленіяхъ нѣтъ просчета, нѣтъ какой нибудь просмотрѣнной ошибки, а главное нѣтъ невѣрнаго толкованія формулъ, что всегда возможно. Въ данномъ случаѣ совѣтъ профессора Боргмана принесъ мнѣ бо́льшую пользу, чѣмъ одну увѣренность въ справедливости выводовъ, а именно, этотъ совѣтъ удержалъ меня отъ неправильнаго пути въ моей работѣ, чѣмъ сберегъ мнѣ много времени и труда.

Разсуждая о томъ, какой изъ выводовъ лучше всего иллюстрировать моделью, я пришелъ къ заключенію, что правильнѣе всего и наиболѣе цѣлесообразно иллюстрировать то уравненіе, къ которому при дальнѣйшихъ его преобразованіяхъ примѣняются только чисто математическія теоремы (надъ которыми совершаются лишь математическія дѣйствія), а не теоремы аналитической механики, или какія нибудь допущенія, носящія физическій характеръ. Въ самомъ дѣлѣ, разъ мы иллюстрируемъ моделью такое уравненіе, то мы уже увѣрены, что все, выведенное изъ этого уравненія интегрированіемъ, можно тоже иллюстрировать; для этого только придется, такъ сказать, суммировать сдѣланную уже модель. Такимъ уравненіемъ, которое въ силу вышесказаннаго должно быть иллюстрировано моделью, я считаю одно изъ уравненій (115), а не тѣ, которыхъ результаты сопоставлены въ таблицѣ § 36, такъ какъ всѣ эти уравненія получаются изъ уравненій (115) только однимъ интегрированіемъ. Модель одного изъ этихъ уравненій (115) простѣйшимъ образомъ можетъ быть выполнена такъ.

Вообразимъ себѣ массивную (деревянную) раму $ABCD$, у которой двѣ какія нибудь точки E и F соединены упругой растянутой нитью (резиновый шнуръ); на срединѣ этой нити въ точкѣ O прикрѣплено какое нибудь тѣло M небольшихъ размѣровъ (маленькое металлическое кольцо), которое мы будемъ разсматривать какъ матерьяльную точку.



Чертежъ 2.

Если мы этой точкѣ M силою, приложенной извнѣ, будемъ сообщать перемѣщенія σ, лежащія въ плоскости $ABCD$ и величина которыхъ сравнительно съ разстояніемъ OE (равнымъ a) такова, что мы можемъ пренебречь степенями $\left(\frac{\sigma}{a}\right)^n$ при $n \overline{\gtrless} 2$, то развиваемыя перемѣщеніемъ упругія силы, приложенныя къ M, будутъ удовлетворять силамъ, которыя по Fresnel'ю развиваются при сдвигѣ эфирной частицы внутри кристаллической пластинки, отшлифованной параллельно одной изъ осей оптической упругости и имѣющей безконечно малую толщину.

Чтобы это показать, вообразимъ себѣ прямоугольную, правую систему координатныхъ осей, начало которыхъ помѣщено въ точкѣ O, ось Z-овъ перпендикулярна къ плоскости $ABCD$ и ось Y-овъ направлена по направленію упругой нити, когда она находится въ покоѣ; сообщимъ точкѣ M перемѣщеніе σ, составляющія котораго суть ξ и η, и найдемъ проэкціи упругой силы, развитой перемѣщеніемъ.

Пусть длина половины всей нити (т. е. части EO или OF) въ *ненатянутомъ* состояніи равна l_0, тогда удлиненія верхней и нижней частей нити будутъ

$$\left.\begin{aligned} EM - l_0 &= \sqrt{(a-\eta)^2 + \xi^2} - l_0 \\ FM - l_0 &= \sqrt{(a+\eta)^2 + \xi^2} - l_0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (177)$$

или, пренебрегая степенями $\left(\frac{\eta}{a}\right)^n$ и $\left(\frac{\xi}{a}\right)^n$ при $n \overline{\gtrless} 2$,

$$\left.\begin{aligned} EM - l_0 &= a - l_0 - \eta \\ FM - l_0 &= a - l_0 + \eta \end{aligned}\right\} . \quad . \quad . \quad . \quad (178)$$

Полагая натяженіе нити (т. е. силу, прилагаемую растянутой нитью къ той точкѣ, къ которой она прикрѣплена) пропорціональнымъ удлиненію, обозначая коэффиціентъ пропорціональности буквою k и называя силы натяженія, приложенныя къ точкѣ M верхней и нижней половинами нити буквами f' и f'', получимъ

$$\left.\begin{aligned} f' &= k(a - l_0 - \eta) \\ f'' &= k(a - l_0 + \eta) \end{aligned}\right\} ; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (179)$$

составляющія X' и Y' равнодѣйствующей силъ f' и f'' найдутся, какъ извѣстно, по выраженіямъ

$$\left.\begin{aligned} X' &= f' \cos(f', X) + f'' \cos(f'', X) \\ Y' &= f' \cos(f', Y) + f'' \cos(f'', Y) \end{aligned}\right\} . \quad . \quad . \quad (180)$$

Подставляя въ эти уравненія вмѣсто силъ f' и f'' ихъ выраженія изъ уравненій (179), а вмѣсто $\cos(f', X)$, $\cos(f'', X)$, $\cos(f', Y)$, $\cos(f'', Y)$ выраженія

$$\left.\begin{aligned} \cos(f', X) &= -\frac{\xi}{a - \eta} \\ \cos(f'', X) &= -\frac{\xi}{a + \eta} \\ \cos(f', Y) &= +1 \\ \cos(f'', Y) &= -1 \end{aligned}\right\} , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (181)$$

справедливыя только при пренебреженіи степенями $\left(\frac{\xi}{a}\right)^n$ и $\left(\frac{\eta}{a}\right)^n$ при $n \geqq 2$, получимъ

$$\left.\begin{aligned} X' &= -2k\left(1 - \frac{l_0}{a}\right)\xi \\ Y' &= -2k\eta \end{aligned}\right\} , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (182)$$

или

$$\left.\begin{aligned} X' &= -\varepsilon_1 \xi \\ Y' &= -\varepsilon_2 \eta \end{aligned}\right\} , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (183)$$

гдѣ

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 2k\left(1 - \frac{l_0}{a}\right) \\ \varepsilon_2 &= 2k \end{aligned}\right\} , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (184)$$

причемъ

$$\varepsilon_1 < \varepsilon_2 , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (185)$$

такъ какъ вслѣдствіе натянутости нити

$$1 > \frac{l_0}{a} > 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (186)$$

Замѣтимъ, что ось X-овъ направлена по линіи наименьшаго сопротивленія сдвигу, а ось Y-овъ по линіи наибольшаго сопротивленія, а слѣдовательно, расположеніе осей X и Y подобно расположенію тѣхъ-же осей при выпискѣ уравненій (95).

Сопоставляя уравненія (183) съ уравненіями (95), мы видимъ, что силы, вызываемыя перемѣщеніемъ эфирной частицы перпендикулярнымъ оси Z-овъ, и силы, вызываемыя перемѣщеніемъ точки M, слѣдуютъ однимъ и тѣмъ-же законамъ, а слѣдовательно, такой массивный четыреугольникъ и точка M, находящаяся на серединѣ нити, и представляютъ собою нужную намъ простѣйшую модель, которая при сообщеніи и непрерывномъ поддержаніи въ точкѣ M періодическаго, подобнаго Fresnel'евскому свѣтовому, движенія въ плоскости XOY должна выполнить уравненія (115).

Для опытовъ рама $ABCD$ подвѣшивалась горизонтально на длинной нити; снизу при помощи небольшого электродвигателя точкѣ M (металлическому колечку) сообщалось и въ немъ поддерживалось непрерывное прямолинейное колебательное движеніе, траэкторія котораго лежала въ горизонтальной плоскости (приблизительно), и затѣмъ наблюдались движенія рамы подъ вліяніемъ колебаній точки M. При этихъ наблюденіяхъ оказалось:

a) Если колебанія были параллельны оси X-овъ, т. е. линіи наименьшаго сопротивленія сдвигу, то рама вращаться не стремилась и, выведенная изъ своего положенія поворотомъ около вертикальной оси на нѣкоторый уголъ φ, возвращалась обратно въ первоначальное положеніе, совершая медленно затухающія колебанія около первоначальнаго положенія равновѣсія.

b) Если колебанія были параллельны оси Y-овъ, т. е. линіи наибольшаго сопротивленія сдвигу, то рама была въ положеніи равновѣсія неустойчиваго; долго наблюдать раму въ такомъ положеніи не удавалось; достаточно было пройти вблизи нея, чтобы произведеннымъ движеніемъ воздуха вывести ее изъ положенія равновѣсія въ ту или другую сторону и тогда она начинала совершать такія-же медленно затухающія колебанія, какъ и въ случаѣ предыдущемъ, т. е. линія наименьшаго сопротивленія стремилась расположиться по линіи колебаній.

c) При колебаніяхъ, совершавшихся не параллельно ни оси X-овъ, ни оси Y-овъ, рама въ покоѣ не наблюдалась никогда; если ее пробовали въ такомъ положеніи держать рукой, то совершенно ясно ощущалось давленіе, ею производимое (т. е. давленіе, производимое моментомъ $\boldsymbol{M}_{Frn}$, къ рамѣ приложеннымъ); при освобожденіи ея сейчасъ же начинались колебанія около положенія устойчиваго равновѣсія.

d) Если при положеніи рамы въ устойчивомъ равновѣсіи повернуть плоскость колебаній, то рама тоже поворачивалась въ ту-же сторону и снова устанавливалась въ положеніе устойчиваго равновѣсія (т. е. ось X-овъ параллельно направленію колебаній).

Всѣ эти движенія наблюдались съ безусловной ясностью и отчетливостью, такъ что какихъ бы то ни было сомнѣній относительно ихъ реальности или относительно того, не производятся-ли нѣкоторыя изъ этихъ движеній крученіемъ нити, на которой рама подвѣшена, или движеніемъ окружающаго воздуха, быть не могло.

Кромѣ рѣзко выраженныхъ вышеуказанныхъ колебаній наблюдались еще слабыя, очень малой амплитуды колебанія всей рамы, ритмическія съ колебаніемъ точки M, какъ это и должно быть; подходящимъ подборомъ массы рамы и ея момента инерціи — движенія a, b, c, d было рѣзко выдвинуты, а ритмическое колебаніе сдѣлано почти незамѣтнымъ для глаза.

Движенія a, b, c, d вполнѣ удовлетворяютъ требованіямъ уравненій (115), а слѣдовательно, просчета *качественнаго* нѣтъ, формулы истолкованы вѣрно.

§ 38. До сихъ поръ мы совершенно не касались вопроса, не противорѣчитъ-ли существованіе предполагаемыхъ нами явленій какимъ нибудь твердо установленнымъ фактамъ; ясно, что такой вопросъ при стремленіи найти новое опредѣленное явленіе крайне важенъ и никоимъ образомъ обойденъ быть не можетъ. Изъ всѣхъ мнѣ извѣстныхъ литературныхъ данныхъ нашъ вопросъ можетъ находиться въ *кажущемся* противорѣчіи съ явленіями, констатированными Lodge'емъ въ работѣ Aberration Problems; A discussion concerning the motion of the ether near the earth, and concerning the connexion between ether and gross matter; with some new experiments [1]). Это кажущееся противорѣчіе происходитъ изъ-за слишкомъ общей резюмировки работы; такъ напримѣръ, въ Rep. of Brit. Ass. 1893 p. 683. въ резюмировкѣ этой работы сказано, что „The author reported progress in his experiments to examine into the connexion between ether and gross matter and concludes that at least unles matter is electrified *there is no strees-connection between these two bodies of a kind to interfere with their relative motion* [2]). Тотъ-же характеръ носятъ резюмировки этой работы и въ другихъ мѣстахъ, т. е. указывается, что авторъ пришелъ къ выводу объ отсутствіи связи между эфиромъ и ощущаемой матеріей при ихъ относительномъ движеніи, причемъ совершенно не опредѣляется, вѣрнѣе не прецизируется, характеръ отсутствующей связи и тотъ эфиръ, о которомъ идетъ рѣчь (лежащій внутри тѣла, или внѣ его). Если-же разсмотрѣть подлинную работу, то всѣ эти недомолвки разъясняются и дѣлается яснымъ, что искомыя нами явленія явленіямъ Lodge'a противорѣчить не могутъ, ибо связи, о которыхъ идетъ рѣчь въ работѣ Lodge'a, и связи, о которыхъ идетъ рѣчь въ этой статьѣ, не тождественны. Вотъ краткое изложеніе сущности той части работы, которая для насъ представляетъ интересъ, причемъ, чтобы возможно точнѣе передать идеи Lodge'a и цѣль его работы, я позволю себѣ сдѣлать это изложеніе въ видѣ ряда цитатъ изъ подлинника.

---

1) Phil. Trans. of the Roy. Soc. of London. Vol. 184 (1893.) pp. 727—804.
2) Курсивъ мой.

3\. . . . It is not a question easy to state without some looseness of language, but we may ask:

a) Does it mean that the identical stuff inside the matter travels from one place to the other? If so, the free ether which it has displaced must stream back round the body in the same way as a material fluid would have to do.

b) Or does it mean that no ether travels at all, that the mere presence of the matter causes the modification wherever it is, so that it is only the modification or affection which travels? If so, the ether abandoned by the matter becomes free *in situ,* while the ether encroached on by the matter becomes modified *in situ,* and there is no question as to its motion.

. . . 4. It is notorious that the hypothesis at present holding the field is not exactly either of these, but is some forme of the bold and picturesque idea of Fresnel; viz., that in addition to the free and undisturbed ether of space existing equally everywhere and flowing through the pores of gross matter, there is an extra quantity of bound ether fixed to the matter and travelling with it; this additional quantity being $\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^{th}$ of the whole.

This idea of Fresnel's seems, at first sight, essentially to involve the condensation of ether by matter. so that its density inside bodies in n^2; . . . . . Fresnel, however, himself pointed out, . . . , that the extra density need not be taken too literally.

. . . The balance of evidence is at present strongly in favour of Fresnel's hypothesis, and I propose ordinarily to assume its truth.

. . . 7. The statement of Fresnel's law can be thrown almost into the form of hypothesis (b) § 3, and at the same time its apparent licence of language about „free" and „bound" ether can be lessened, by supposing that the „modification" induced by the encroachment of matter on the ether is really a condensation, in the ratio $1:n^2$; no motion in the ether other than what is necessarily involved in that act being postulated. On this metod of statement the ether outside a moving body is absolutely stationary, but, as the body advances, ether is continually condensing in front, and, as it were, evaporating behind, while inside it is streaming through the body in its condensed condition at a pace such that what is equivalent to the normal quantity of ether in space may remain absolutely stationary. To this end its speed relatively to the body must be $\frac{v}{n^2}$, and accordingly its speed in space must be $v\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$. . . .

8. But the specific motion of the internal ether is not the whole of Fresnel's hypothesis; there is the fixity of the external ether to be verified too. And that has not yet been done. . . .

The two parts of Fresnel's law, the motion of internal ether, and the fixity of external ether, can and ought to be verified separately. *The Fizeau experiment has verified the one. I propose to attempt the other*)*. . . .

Изъ приведенныхъ цитатъ совершенно ясно видна та задача, которую Lodge себѣ поставилъ; результаты его опытовъ показали, что въ предѣлахъ точности его наблюденій „streesconnexion between ether and gross matter“ т. е. связи между тѣломъ и эфиромъ, **внѣ его лежащимъ,** не существуетъ. Этотъ опытный результатъ нисколько не противорѣчитъ существованію предполагаемыхъ мною явленій, такъ какъ они должны вызываться не тѣми силами-связями, которыя въ опытахъ Lodge'а оказались отсутствующими, а тѣми силами-связями, которыя видоизмѣняютъ строеніе эфира **внутри** кристалла и которыхъ существованіе онъ даже не подвергаетъ сомнѣнію.

1) Курсивъ мой.

ГЛАВА IV.

§ 39. Для того чтобы имѣть представленіе о величинѣ предполагаемаго момента вращенія, найдемъ его приближенную величину, предполагая, что мы пользуемся солнечнымъ свѣтомъ, причемъ будемъ считать, что вся энергія переносится однородными (желтыми) лучами, длина волны которыхъ равна 0,00059^{mm}, и солнечную постоянную, т. е. число малыхъ калорій, проносимыхъ сквозь 1 $\square$ cmtr., расположенный перпендикулярно къ солнечнымъ лучамъ, въ одну минуту, будемъ считать равною 3. Хотя, пользуясь непосредственно солнечными лучами, въ особенности въ нашихъ широтахъ, мы такой интенсивности получить не можемъ, но, употребляя стекла и искусственные источники, мы можемъ и превзойти ее. Эта солнечная постоянная, перечисленная на систему единицъ $(C.G.S)$, будетъ равна

$$3 \times \frac{1}{60} \times 0,427 \times 100 \times 1000 \times 981 = 2,09 \times 10^6 \text{ ergs}.$$

Столько эрговъ энергіи проносится сквозь 1 $\square$ cmtr. въ одну секунду; число эрговъ, проносимое сквозь тотъ-же квадратный сентиметръ втеченіе одного колебанія въ свѣтовомъ лучѣ, длина волны котораго равна 59×10^{-6} cmtr., будетъ равно

$$\frac{2,09 \times 10^6 \times 59 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{10}} = 4,11 \times 10^{-9} \text{ ergs}.$$

Такое число эрговъ получается въ предположеніи, что свѣтъ не поляризованъ; если мы пожелаемъ поляризовать свѣтъ, то, пренебрегая потерями при отраженіи и преломленіи въ поляризующихъ приборахъ, мы получимъ лишь половину этого числа. Это и есть та величина W, черезъ которую выражаются моменты вращенія въ таблицахъ (A) и (B) въ концѣ § 36; слѣдовательно,

$$W = 2,05 \times 10^{-9} \text{ ergs (приблизительно)}.$$

Для пластинки „$^1/_4\lambda$“, превращающей плоскополяризованный свѣтъ въ свѣтъ, поляризованный по кругу, пренебрегая отраженіями, при $S=1$ получимъ

$$M_{(^1/_4\lambda)}=\frac{1}{2\pi}\times 2{,}05\times 10^{-9}=0{,}32\times 10^{-9}\,\mathrm{ergs}\ \text{(приблиз.)}.$$

Если считать, что поляризующіе аппараты благодаря отраженіямъ и преломленіямъ дадутъ только половину того количества энергіи, которое они дали бы, еслибъ не было ни преломленій, ни отраженій (на самомъ дѣлѣ они дадутъ больше половины), то

$$M_{(^1/_4\lambda)}=1{,}6\times 10^{-10}\,\mathrm{ergs}\ \text{(приблиз.)}.$$

При пластинкѣ „$^2/4\lambda$", перерабатывающей свѣтъ, поляризованный по кругу въ одномъ направленіи, въ свѣтъ, тоже поляризованный по кругу, но въ другомъ направленіи, и считая по прежнему, что поляризующіе аппараты половину падающаго на нихъ свѣта разсѣютъ и поглотятъ, а только вторую половину падающаго свѣта разобьютъ на два поляризованныхъ пучка, при $S=1$ получимъ

$$M_{(^2/_4\lambda)}=3{,}2\times 10^{-10}\,\mathrm{ergs}\ \text{(приблиз.)}.$$

Числа, полученныя для $M_{(^1/_4\lambda)}$ и $M_{(^2/_4\lambda)}$ вполнѣ опредѣляютъ ту чувствительность, при которой мы должны вести наблюденія; такой, $3{,}2\times 10^{-10}$ ergs, моментъ вращенія получится, если мы на чашку вѣсовъ, у которыхъ коромысло имѣетъ длину 10 cmtr., положимъ грузъ, вѣсъ котораго приблизительно равенъ 0,000000000032 миллиграмма.

§ 40. Чтобы сравнить требуемую чувствительность съ чувствительностью, уже достигнутой другими наблюдателями, разсмотримъ численныя данныя работы Boys'а „On the Newtonian constant of gravitation" [1]). Наименьшій моментъ вращенія, который при выполненіи этой работы Boys'у приходилось наблюдать, былъ равенъ

$$2{,}47\times 10^{-5}\,\mathrm{ergs};$$

1) Philos. Trans. of the Roy. Soc. of London. Vol. 186, (1895) pp. 1—72.

(это число вычислено по даннымъ, содержащимся въ таблицѣ I работы Boys'а на стр. 63; данныя взяты для ряда наблюденій, помѣченнаго цифрой 3). При измѣреніи этого момента вращенія наблюденное отклоненіе подвижной части прибора (отчетъ по шкалѣ) выражалось числомъ

5637,3 (десятыхъ долей дѣленія шкалы)

(число взято изъ той-же таблицы). Какъ видно изъ изложенія самой работы, первыя три цифры до запятой прочитывались по шкалѣ, четвертая цифра, т. е. единицы, оцѣнивалась на глазъ, какъ обыкновенно оцѣниваются десятыя доли дѣленія шкалы; десятыя доли числа-отчета получались какъ среднія изъ нѣсколькихъ наблюденій. Допуская, что при оцѣнкѣ на глазъ ошибка на 0,2 дѣленія шкалы невозможна, мы получимъ, что при данномъ наблюденіи можно поручиться за $\frac{1}{3000}$ наблюдаемой величины (приблизительно), т. е. можно замѣтить съ увѣренностью $\frac{1}{3000}$ момента $2,47 \times 10^{-5}$, или можно констатировать существованіе момента вращенія

$0,83 \times 10^{-8}$ ergs (приблизит.).

Какъ видимъ, слѣдовательно, достигнутая Boys'омъ въ третьемъ ряду его наблюденій чувствительность недостаточна для обнаруженія предполагаемыхъ нами свѣто-механическихъ явленій; при этой чувствительности отклоненіе при пользованіи пластинкой „$^2/_4\lambda$“ должно быть около 0,008 дѣленія шкалы. Если-бы мы взяли пластинку „$^2/_4\lambda$“ съ основаніемъ не 1 □ cmtr., а 5—6 □ cmtr., то ожидаемое отклоненіе должно было-бы равняться (приблизительно) 0,04 дѣленій шкалы. Если считать, что за 0,04 дѣленій шкалы при пользованіи средними величинами изъ достаточнаго числа наблюденій ручаться можно, то изслѣдуемыя нами явленія при чувствительности, достигнутой Boys'омъ, замѣчены быть могутъ. По моему личному мнѣнію такая чувствительность для *установки факта существованія* новаго явленія недостаточна; мнѣ кажется въ этомъ случаѣ необходимымъ, чтобы отклоненіе было ясно *прочитано* на шкалѣ.

Что касается кварцевой нити, на которой при этой серіи опытовъ Boys'а была подвѣшена подвижная часть, то эта нить несла на себѣ нагрузку 2,59 грамма и для того чтобы закрутить ее на уголъ, равный единицѣ ($57^{0},2958$), нужно было къ одному концу ея приложить пару силъ, моментъ которой равенъ $2{,}455 \times 10^{-3}$ ergs.

Примѣчаніе. Условимся называть моментъ пары силъ, которую нужно приложить къ одному *концу* нити (другой конецъ которой закрѣпленъ), для того чтобы закрутить нить на уголъ, равный единицѣ ($57^{0},2958$), *постоянною крученія нити;* эта постоянная для кварцевой нити въ опытѣ Boys'а равна $2{,}455 \times 10^{-3}$ эрговъ.

Чувствительность въ прочихъ рядахъ наблюденій Boys'а менѣе вышеуказанной для ряда 3.

Изъ всего вышесказаннаго ясно видно, что экспериментальныя попытки Righi и мои привести во вращеніе по кругу поляризованнымъ свѣтомъ подвѣшенныя тѣла должны были дать отрицательный результатъ уже потому, что у насъ обоихъ требуемая чувствительность навѣрно достигнута не была; кромѣ того въ обоихъ случаяхъ, по крайней мѣрѣ въ моихъ попыткахъ, брались не кристаллическія пластинки, а или металлическія (аллюминіевыя), закопченныя для поглощенія падающаго на нихъ свѣта, или стекляныя сильно окрашенныя; для такихъ тѣлъ ни теорія Maxwell'я, ни теорія Fresnel'я не даютъ такихъ опредѣленныхъ результатовъ, какіе получены нами для кристалловъ; а слѣдовательно, наши (Righi и мои) отрицательные результаты не имѣютъ никакого значенія и вопросъ объ изложенныхъ въ I и II главѣ этой работы механическихъ дѣйствіяхъ свѣта остается открытымъ.

§ 41. Позволяю себѣ уклониться отъ главной задачи этой работы, чтобы обратить вниманіе на одну просчетную ошибку въ мемуарѣ Boys'а о Ньютоновской постоянной. Цѣль этого указанія не критика работы Boys'а, а сбереженіе времени для тѣхъ лицъ, кто пожелаетъ съ той или иной цѣлью на основанiи численныхъ данныхъ Boys'a вести подсчетъ достигнутой чувствительности въ различныхъ рядахъ наблюденiй. При своихъ измѣренiяхъ Boys пользовался системой единицъ дюймъ, граммъ, секунда, (*I. G. S.*); нѣкоторыя изъ полученныхъ въ этой системѣ единицъ чиселъ онъ перечислилъ на систему сентиметръ, граммъ, секунда, (*C. G. S.*); результаты всѣхъ его вычисленiй и перечисленiй сопоставлены въ таблицѣ I на стр. 63 (l. c.). При переводѣ изъ первой системы, (*I. G. S.*), во вторую, (*C. G. S.*), Boys'омъ невѣрно перечислены величины для числа, обозначеннаго въ его работѣ буквою Q, такъ что всѣ числа, стоящiя въ вышеуказанной таблицѣ въ одной горизонтальной строкѣ съ буквою Q подъ заголовкомъ „Centimetre, Gramme, Seconds“ невѣрны. Причина этого, конечно механическаго, просчета, насколько мнѣ кажется по изученiю его работы, есть слѣдующая: на стр. 56 подъ заголовкомъ „2. The Geometry of the Apparatus“ Boys говоритъ: „In this part of the calculation I find the exact relative positions of the several gravitating bodies, from which the couple twisting the fibre may be found *in terms of* G[1]) (буквою G обозначена ньютоновская постоянная). Thus the couple $= QG$.“ . . . Какъ видно отсюда, Q есть численное значенiе формулы, которая *дала-бы величину момента пары, если-бы ньютоновская постоянная равнялась единицѣ,* что и указано Boys'омъ словами „in therms of G“; само собою разумѣется, что все его вниманiе сосредоточивается цѣликомъ на возможно точномъ измѣренiи и вычисленiи величинъ, входящихъ въ выраженiе для Q, и уже на слѣдующей страницѣ (въ примѣрѣ вычисленiя Q) онъ называетъ Q просто „couple“ безъ прибавки „in therms of G“ или какой нибудь напоминающей это помѣтки и, наконецъ, на стр. 59 уже совсѣмъ упускаетъ это изъ вида, ибо говоритъ: „the actual couple developed is found to be equal in Experiment 8 to $1942{,}882 \frac{\text{inch}^2 \cdot \text{gramme}}{\text{second}^2}$ units“. . .,

1) Курсивъ мой.

что очевидно невѣрно, ибо такой моментъ получается при приложенiи къ концу рычага, у котораго плечо равно одному дюйму, силы, равной вѣсу

$$\frac{1942,882}{32,2 \times 12} = 5,3 \text{ грамма (приблиз.)};$$

ясно, что нужно было написать

$$„1942,882 \times G \, \frac{\text{inch}^2 \,.\, \text{gramm}}{\text{second}^2} \text{ units.“}$$

Это упущенiе и повлекло за собой невѣрность перевода численныхъ величинъ для Q системы $(I.\ G.\ S.)$ въ численныя величины системы $(C.\ G.\ S.)$; при этомъ переводѣ Boys считалъ Q моментомъ пары и, слѣдовательно, считалъ, что „измѣренiе“ Q есть ML^2T^{-2}, въ силу чего для перехода отъ системы $(I.\ G.\ S.)$ къ системѣ $(C.\ G.\ S.)$ онъ помножилъ числа первой системы на отношенiе

$$\left(\frac{1 \text{ дюймъ}}{1 \text{ сентим.}}\right)^2 = 2,53995^2;$$

на самомъ-же дѣлѣ, такъ какъ

$$Q = \frac{\text{моментъ пары}}{\text{ньютонов. пост.}},$$

то его (Q) измѣренiе получится такое:

$$\text{измѣренiе } (Q) = \frac{ML^2T^{-2}}{M^{-1}L^3T^{-2}} = M^2L^{-1};$$

а слѣдовательно, для перевода численныхъ значенiй Q изъ системы $(I.\ G.\ S.)$ въ систему $(C.\ G.\ S.)$ нужно было раздѣлить числа системы первой на отношенiе

$$\frac{1 \text{ дюймъ}}{1 \text{ сентим.}} = 2,53995.$$

Изъ вышесказаннаго видимъ, что *для того чтобы исправить невѣрныя, напечатанныя на стр. 63, въ таблицѣ I подъ рубрикой „Centimetre, Gramme, Seconds“*

численныя значенія Q, нужно каждое изъ этихъ напечатанныхъ значеній Q раздѣлить на

$$\left(\frac{1 \text{ дюймъ}}{1 \text{ сентим.}}\right)^3 = (2{,}53995)^3 = \mathbf{16{,}3861}.$$

Выполнивъ эти дѣленія, получимъ численныя значенія

для	Q	ряда	3 . . .	371,65	вмѣсто	6089,89
„	„	„	5 . . .	758,19	„	12423,8
„	„	„	6 . . .	758,10	„	12422,3
„	„	„	7 . . .	758,74	„	12432,8
„	„	„	8 . . .	764,93	„	12534,2
„	„	„	9 . . .	1147,34	„	18800,5
„	„	„	10 . . .	764,78	„	12531,8
„	„	„	12 . . .	764,90	„	12533,7.

Примѣчаніе. Для рядовъ 4 и 11 численныхъ значеній Q въ таблицѣ не содержится.

Какъ видимъ, указанный просчетъ не имѣетъ ничего общаго съ экспериментальной стороной работы и, слѣдовательно, нисколько не долженъ вліять на довѣріе къ численнымъ даннымъ Boys'а.

§ 42. Допустимъ, что увеличивая силу свѣта, площадь основанія пластинки и взявъ вмѣсто одной пластинки „$^2/_4\lambda$“ двѣ или три, мы сможемъ довести моментъ пары силъ, приложенной свѣтомъ, до величины $3{,}2 \times 10^{-9}$ ergs (т. е. увеличить полученное численное значеніе момента для „$^2/_4\lambda$“ въ 10 разъ) и поставимъ себѣ задачей найти главныя данныя прибора, подвижная часть котораго подъ вліяніемъ такого момента вращенія могла-бы повернуться на уголъ, равный $1{,}25 \times 10^{-4}$; другими словами, чтобы разность зеркальныхъ отчетовъ до и послѣ поворота по шкалѣ, раздѣленной на миллиметры и находящейся отъ зеркальца на разстояніи 4 метра, равнялась-бы одному миллиметру.

Какъ было сказано въ § 40, кварцевая нить, служившая

Boys'у для подвѣски въ 3-ей серіи опытовъ, имѣла постоянную крученія ψ_B, равную

$$\psi_B = 2{,}455 \times 10^{-3} \quad (C.\ G.\ S.);$$

если мы къ такой нити приложимъ пару силъ, моментъ которой равенъ $3{,}2 \times 10^{-9}$ ($C.\ G.\ S.$), то нить закрутится на уголъ φ, равный

$$\varphi = \frac{3{,}2 \times 10^{-9}}{2{,}445 \times 10^{-3}} = 1{,}303 \times 10^{-6};$$

этотъ уголъ меньше требуемаго въ

$$\frac{1{,}25 \times 10^{-4}}{1{,}303 \times 10^{-6}} = 96 \text{ разъ (приблизит.)};$$

а слѣдовательно, требуемая для нашего опыта нить должна имѣть постоянную крученія ψ_x, равную

$$\psi_x = \frac{\psi_B}{96} = \frac{2{,}455 \times 10^{-3}}{96} = 2{,}56 \times 10^{-5} \quad (C.\ G.\ S.)$$

Допустимъ, что такая нить осуществима и разочтемъ подходящій моментъ инерціи для подвѣшенной части. Какъ извѣстно, время полнаго колебанія T тѣла, подвѣшеннаго на упругой нити, если колебанія совершаются безъ успокоенія и упругая пара, противодѣйствующая крученію, пропорціональна углу закручиванія, выражается равенствомъ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{\psi}},$$

гдѣ K есть моментъ инерціи тѣла, а ψ постоянная крученія нити. Подставляя вмѣсто ψ полученное для него число $2{,}56 \times 10^{-5}$, будемъ имѣть

$$T = 2\pi \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{2{,}56 \times 10^{-5}}} = 1242\sqrt{K} \text{ секундъ (приблиз.)}.$$

Наблюдать колебанія малой амплитуды и медленныя крайне затруднительно; безусловно нежелательно имѣть T больше 4-хъ минутъ; принявъ это, получимъ

$$K_4 = \frac{(60 \times 4)^2}{(1242)^2} = 0{,}037 \quad (C.\ G.\ S.) \text{ (приблиз.)};$$

для T равнаго двумъ минутамъ

$$K_2 = 0{,}009\ (C.\ G.\ S.)\ \text{(приблиз.)}.$$

Допустимъ, что подходящій моментъ инерціи у подвѣшенной системы осуществленъ быть можетъ.

Подвѣшенная часть должна находиться въ возможно совершенной пустотѣ, такъ какъ иначе потоки воздуха въ томъ пространствѣ, гдѣ пластинка помѣщена, произведутъ движенія подвѣшенной части, которыя могутъ совершенно замаскировать движенія, произведенныя свѣтовыми волнами въ силу незначительности этихъ послѣднихъ движеній. Такіе потоки воздуха обязательно будутъ, такъ какъ въ пространство, гдѣ находятся подвѣшенныя части, каждую секунду свѣтовыми лучами вносится опредѣленное количество тепла.

На основаніи данныхъ Boys'а о кварцевыхъ нитяхъ, а также на основаніи подсчетовъ моментовъ инерціи для пластинокъ „$^2/_4\lambda$" я полагаю, что требуемую нить, а также подвижную систему, содержащую кристаллическую пластинку съ подходящимъ моментомъ инерціи осуществить можно, хотя съ довольно большимъ трудомъ. Что-же касается сборки всего аппарата, произведенія и, главное, поддержанія въ немъ достаточной пустоты, а также разысканія подходящаго помѣщенія (что-бы не было дрожаній и толчковъ) и веденія самого опыта, то все это вмѣстѣ взятое представляетъ по моему личному мнѣнію громадныя экспериментальныя трудности; я думаю, что если эти экспериментальныя затрудненія и удастся преодолѣть, то на это понадобится затратить нѣсколько лѣтъ упорнаго, односторонняго труда. Вотъ причина, въ силу которой я позволилъ себѣ печатать первую, такъ сказать, теоретическую часть работы, не дожидаясь ея экспериментальнаго окончанія.

§ 43. По ознакомленіи съ вышеприведенными главными данными прибора невольно рождается вопросъ, — нельзя-ли какъ нибудь уменьшить потребную для опыта чувствительность? Разбирая эту сторону дѣла, я пришелъ къ заключенію, что уменьшеніе потребной для опыта чувствительности едва-ли уменьшитъ количество труда и времени, потребныхъ для выполненія опыта, а можетъ быть ихъ еще и увеличить: вотъ причины, заставляющія меня придерживаться этого мнѣнія.

Уменьшить потребную для опыта чувствительность можно увеличивая силу посылаемаго въ приборъ свѣта. Конечно, при помощи оптическихъ чечевицъ мы можемъ послать гораздо больше энергіи въ пластинку, чѣмъ предположено при разсчетѣ, но здѣсь явится опасность сильно нагрѣть и этимъ испортить нѣкоторыя части прибора, — испортить этимъ большимъ количествомъ энергіи уже достигнутую хорошую пустоту, — испортить плотное соприкосновеніе стеколъ-окошекъ, приклеенныхъ къ наружной сторонѣ прибора и служащихъ для впуска и выпуска свѣта и для зеркальнаго наблюденія; *этими* причинами обусловится количество впускаемаго свѣта и безъ непосредственнаго опыта здѣсь сказать ничего нельзя.

Вмѣсто увеличенія силы посылаемаго внутрь свѣта можно увеличивать число квадратныхъ сентиментровъ основанія кристаллической пластинки, на которую механически должны дѣйствовать свѣтовые лучи, или взять нѣсколько пластинокъ одна надъ другой. Увеличивать основаніе пластинки крайне не выгодно, ибо увеличеніе основанія увеличиваетъ и моментъ инерціи, причемъ при сохраненіи геометрическаго подобія формъ основаній увеличеніе площади основанія въ n^2 разъ повлечетъ за собою увеличеніе момента инерціи въ n^4 разъ (а не въ n^5 разъ, такъ какъ толщина кристаллической пластинки остается постоянной), а слѣдовательно, время свободнаго полнаго колебанія такой пластинки, съ увеличеннымъ въ n^2 разъ основаніемъ и подвѣшенной на прежней кварцевой нити, будетъ въ n^2 разъ больше времени колебанія прежней пластинки; это увеличеніе времени полнаго колебанія очень вредно отзовется на ходѣ наблюденій и даже можетъ сдѣлать наблюденія невозможными. Беря новую нить, у которой постоянная крученія въ n^2 разъ больше, чѣмъ у старой нити, мы все-таки получимъ не прежнее время полнаго колебанія, а въ n разъ большее. Какъ видимъ, слѣдовательно, увеличивать площадь основанія пластинки нельзя; она должна быть доведена до возможнаго раціональнаго минимума.

Если мы будемъ помѣщать тождественныя кристаллическія пластинки одну надъ другой, то, взявъ n пластинокъ вмѣсто одной и пренебрегая моментомъ инерціи зеркальца и прочихъ частей подвѣски, мы получимъ моментъ инерціи въ n разъ больше прежняго. Если-бы моментъ вращенія, произведенный свѣтомъ, былъ тоже въ n разъ больше прежняго, то для полученія прежняго отклоненія мы могли-бы взять нить, для которой постоянная крученія тоже въ n разъ больше постоянной крученія прежней нити. Было-бы въ этомъ случаѣ только измѣненіе въ толщинѣ нити; что-же касается времени полнаго свободнаго колебанія всей подвѣшенной части, то оно осталось-бы безъ перемѣны. На самомъ дѣлѣ такъ не будетъ, потому что нельзя считать моментъ вращенія, производимый свѣтомъ, пропорціональнымъ числу тождественныхъ кристаллическихъ пластинокъ, расположенныхъ одна надъ другой. Въ самомъ дѣлѣ, пусть при пользованіи по кругу поляризованнымъ свѣтомъ вмѣсто одной пластинки „$^2/_4\lambda$" мы рѣшили взять 10 такихъ пластинокъ; если мы заставимъ по кругу поляризованный свѣтъ переходитъ изъ 1-ой пластинки во 2-ую, изъ 2-ой въ 3-ью и т. д., *не мѣняя направленія его круговой поляризаціи* послѣ того какъ онъ прошелъ черезъ каждую пластинку, то очевидно при четномъ числѣ пластинокъ моментъ получится равнымъ нулю; нужно, слѣдовательно, послѣ выхода изъ каждой пластинки „$^2/_4\lambda$" мѣнять направленіе круговой поляризаціи и только перемѣнивъ это направленіе, можно будетъ свѣту позволить идти во вторую пластинку „$^2/_4\lambda$". Эта перемѣна направленія круговой поляризаціи можетъ быть достигнута постановкой между каждыми двумя послѣдовательными пластинками „$^2/_4\lambda$" новыхъ пластинокъ „$^2/_4\lambda$", *не скрѣпленныхъ* съ подвѣшенными 10 пластинками, а имѣющихъ какую нибудь самостоятельную подставку. Какъ видимъ, слѣдовательно, свѣту придется пройти не черезъ 10 послѣдовательно расположенныхъ пластинокъ, а черезъ 19; ясно, что явленія отраженія при каждомъ переходѣ пропорціональность момента вращенія числу пластинокъ нарушатъ.

Кромѣ явленій отраженія есть еще другая причина, нарушающая тоже въ невыгодную для опыта сторону вышеуказанную пропорціональность, а именно, — каждая изъ взятыхъ кристаллическихъ пластинокъ есть пластинка „$^2/_4\lambda$“ только для строго опредѣленной длины волны; благодаря этому, только волны строго опредѣленной длины будутъ поляризованы по кругу, остальныя-же уже послѣ прохожденія сквозь первую пластинку „$^2/_4\lambda$“ будутъ поляризованы эллиптически, и второй пластинкой „$^2/_4\lambda$“, принадлежащей къ системѣ не подвѣшенныхъ пластинокъ, превращены въ по кругу поляризованныя не будутъ. При большомъ числѣ пластинокъ можетъ даже случиться, что волны нѣкоторой длины будутъ превращены въ по кругу поляризованныя, но съ направленіемъ вращенія эфирныхъ частицъ обратнымъ требуемому направленію, такъ что будутъ стремиться вращать подвѣшенную систему въ противоположную сторону, чѣмъ конечно уменьшатъ искомый моментъ вращенія вмѣсто того, что-бы его увеличивать. Эта причина совмѣстно съ явленіями отраженія, по моему мнѣнію, ясно указываетъ, что употребленіе для опыта ряда кристаллическихъ пластинокъ (по крайней мѣрѣ въ большомъ числѣ), расположенныхъ одна надъ другой, серьезныхъ выгодъ дать не можетъ.

Остается еще одинъ путь для уменьшенія требуемой чувствительности, а именно задаться условіемъ, чтобы отклоненіе по шкалѣ было не 1 миллим., а въ n разъ меньше, шкалу раздѣлить на n-тыя доли миллиметра и увеличеніе зрительной отчетной трубы взять въ n разъ больше первоначальнаго; другими словами, уменьшить угловое отклоненіе и во столько-же разъ увеличить чувствительность отчета по шкалѣ. Конечно, въ такомъ случаѣ можно будетъ взять кварцевую нить съ постоянной крученія въ n разъ меньшей, но придется употребить очень много труда на устраненіе всевозможныхъ постороннихъ причинъ, могущихъ вызвать движеніе подвѣшенной части, такъ какъ такія постороннія движенія, которыми ранѣе можно было пренебречь, сохраняя за результатомъ полное довѣріе, теперь могутъ совершенно покрыть движенія, производимыя изслѣдуемой причиной. Все это прекрасно видно изъ работы Boys'а; въ его работѣ шкала, раздѣленная приблизительно на полумиллиметры отстояла отъ зеркальца на 6 метровъ; слѣдовательно, при разстояніи шкалы 4 метра пришлось-бы ее дѣлить на трети миллиметра и брать такое увеличеніе, чтобы свободно читать на глазъ десятыя доли дѣленія. При такой точности отчета ясно замѣчались сейсмическіе толчки, сотрясенія отъ проходящихъ поѣздовъ, колебанія почвы отъ давленія вѣтра на деревья, приходилось работать поэтому только по ночамъ, чтобы выбрать возможно спокойное время; далѣе потоки воздуха имѣли вліяніе такое, что измѣненіе отчета шкалы на одно дѣленіе могло быть произведено вращеніемъ воздуха въ приборѣ съ такою угловою скоростью, при которой онъ совершалъ-бы свой полный оборотъ въ 6 недѣль. Устраненіе всѣхъ такихъ побочныхъ вліяній конечно возможно, но сопряжено съ трудомъ и потерей времени нисколько не меньшими, нежели постановка опыта въ условіяхъ, указанныхъ въ § 42, если они окажутся выполнимыми.

§ 44. Кромѣ основного вопроса о механическомъ дѣйствіи свѣтовыхъ волнъ на кристаллы, сквозь которые онѣ проходятъ, мнѣ кажется интереснымъ еще цѣлый рядъ экспериментальныхъ вопросовъ, тѣсно связанныхъ съ разбираемымъ основнымъ, причемъ на первомъ мѣстѣ изъ нихъ, по моему мнѣнію, нужно поставить вопросъ о справедливости гипотезы (A) § 2 (въ концѣ). Если-бы опытомъ была твердо установлена справедливость этой гипотезы, то всѣ выводы главы I были-бы выводами, основанными только на фактахъ и поэтому эти выводы должны были-бы оправдаться на опытѣ, разъ электромагнитная теорія свѣта справедлива. Опытная повѣрка этой гипотезы нисколько не легче опытнаго рѣшенія главнаго вопроса (если не труднѣе); затрудняется эта опытная провѣрка тѣмъ, что мы не имѣемъ источниковъ, испускающихъ электромагнитныя волны *непрерывно*; всѣ наши вибраторы испускаютъ волны, такъ сказать, толчками, причемъ разстояніе отъ одной системы выпущенныхъ волнъ до слѣдующей очень велико. Въ самомъ дѣлѣ, пусть какой нибудь вибраторъ даетъ въ секунду 1000 разрядовъ и пусть при каждомъ разрядѣ выпускается этимъ вибраторомъ 10 волнъ, длиною 10 cmtr. каждая; тогда пространство занятое волнами, образовавшимися при одномъ разрядѣ, равно одному метру; эти волны начнутъ бѣжать впередъ и до момента слѣдующаго разряда, т. е. до выпуска второй системы волнъ (которая тоже расположится на протяженіи одного метра), первая система успѣетъ отбѣжать на 300000 метровъ. Такія толчковыя волны очевидно произведутъ механическое дѣйствіе въ 300000 разъ меньшее волнъ той-же амплитуды и той-же длины, но бѣгущихъ безъ перерыва. Поэтому мнѣ кажется, что при опытной провѣркѣ гипотезы главное стараніе должно быть направлено на то, чтобы выработать источникъ электромагнитныхъ волнъ, который давалъ-бы если не непрерывный потокъ этихъ волнъ, то по крайней мѣрѣ давалъ-бы системы волнъ, отдѣленныя одна отъ другой не такими большими разстояніями, какъ въ вышеприведенномъ примѣрѣ.

Прочіе вопросы экспериментальнаго характера и имѣющіе тѣсную связь съ вопросомъ, въ этой статьѣ разбираемымъ, являются слѣдствіемъ той основной мысли, благодаря которой я пришелъ къ разсмотрѣнію всего, въ этихъ главахъ изложеннаго. Эта мысль формулировалась у меня такъ: въ громадномъ большинствѣ работъ, преслѣдующихъ цѣль — подтвержденіе электромагнитной теоріи свѣта, стараются показать тождественность законовъ распространенія Hertz'овскихъ электромагнитныхъ волнъ и волнъ свѣтовыхъ; для этого, такъ сказать, заставляютъ Hertz'овскіе лучи продѣлывать то, что продѣлываютъ лучи свѣтовые; слѣдуетъ попробовать идти обратно, т. е. попытаться заставить свѣтовые лучи продѣлать то, что продѣлываютъ лучи Hertz'a, или что они, по всей вѣроятности, въ силу ихъ электромагнитныхъ свойствъ продѣлывать должны. Различіе этихъ двухъ путей изслѣдованія по конечнымъ ихъ результатамъ очень существенно: идя по первому пути, мы расширяемъ область явленій электромагнитныхъ, — идя по предлагаемому мною пути, конечно при подходящемъ подборѣ фактовъ, мы расширяемъ область явленій оптическихъ.

Первое явленіе, которое я на основаніи этой идеи пытался получить, основывалось на аналогіи вращающагося поля съ по кругу поляризованнымъ свѣтомъ (если стоять на точкѣ зрѣнія электромагнитной теоріи свѣта); я пытался, но безуспѣшно, привести во вращеніе по кругу поляризованнымъ свѣтомъ металлическія зачерненныя пластинки. Затѣмъ я перешелъ къ попыткамъ привести во вращеніе такимъ-же свѣтомъ прозрачныя и полупрозрачныя (сильно окрашенныя) некристаллическія пластинки (стекляныя). Этими послѣдними попытками я стремился получить явленія, аналогичныя явленіямъ, открытымъ Ricardo Arno и состоящимъ въ томъ, что легкія діэлектрическія тѣла (не кристаллическія), подвѣшенныя во вращающемся электрическомъ полѣ, приводятся такимъ полемъ во вращеніе въ сторону вращенія электрическихъ силъ [1]). Эти явленія я имѣлъ намѣреніе изслѣдовать двояко: a) въ той формѣ, которая дана самимъ Arno, т. е. подвѣсить стеклянную пластинку и сквозь нее пропустить по кругу поляризованный лучъ, — въ этомъ случаѣ, по аналогіи, мы можемъ ожидать вращенія пластинки въ сторону вращенія электрическихъ силъ въ свѣтовомъ по кругу поляризованномъ пучкѣ; b) въ формѣ, которую я придалъ опытамъ Arno и которая состоитъ въ слѣдующемъ: пусть имѣемъ діэлектрическую пластинку, подвѣшенную на упругой, закрученной нити, и пусть эта пластинка,

1) R. Arno. Beiblätt. **17**, p. 675; **18**, p. 922, 923, 1055; **20**, p. 705.

благодаря крученію нити, совершаетъ колебанія; опытъ показываетъ, что продолжительность полнаго колебанія пластинки и логарифмическій декрементъ затуханія очень сильно увеличиваются, если мы около пластинки создадимъ постоянное электростатическое поле, линіи силъ котораго параллельны пластинкѣ (и слѣдовательно перпендикулярны нити); при сильныхъ поляхъ, каковы напримѣръ поля между раздвинутыми на 10—20 cmtr. шариками кондукторовъ электрофорной машины среднихъ размѣровъ, пластинка, помѣщенная между кондукторами и вращающаяся вслѣдствіе раскручиванія нити, ранѣе закрученной на 10—20 оборотовъ, останавливается сейчасъ-же, какъ только машина приводится въ дѣйствіе, и или стоитъ, или очень медленно движется (какъ будто она находится въ очень вязкой средѣ) все время, пока поле поддерживается; если поле уничтожить, то пластинка сейчасъ-же начинаетъ продолжать прерванное движеніе; вообще діэлектрическая пластинка даетъ въ этомъ случаѣ явленія, похожія на тѣ, которыя наблюдаются надъ тиндалевскимъ мѣднымъ кубикомъ, подвѣшеннымъ на закрученной нити между полюсами сильнаго электромагнита. Имѣя эти наблюденія, я разсчитывалъ аналогичныя для нихъ явленія со свѣтомъ искать такъ: сквозь подвѣшенную стеклянную пластинку пропускать пучокъ сильныхъ плоскополяризованныхъ лучей и затѣмъ опредѣлить логарифмическій декрементъ при прохожденіи сквозь пластинку плоскополяризованнаго пучка и безъ этого. Такъ какъ попытки со свѣтомъ, поляризованнымъ по кругу, дали результатъ отрицательный, кромѣ того, такъ какъ въ это время было опубликовано новое изслѣдованіе Arno[1]), показывающее, что моментъ вращенія, приложенный электрическимъ вращающимся полемъ къ діэлектрику, уменьшается съ уменьшеніемъ періода вращенія, что сильно уменьшало вѣроятность произведенія этихъ явленій волнами свѣтовыми, то опытовъ во второй формѣ b) я ставить и не пытался, а перешелъ къ разсмотрѣнію пластинокъ кристал-

1) R. Arno. The Electrician Vol. 37 p. 92.

лическихъ. Полученные при этомъ разсмотрѣніи результаты сразу сдѣлали очевиднымъ невозможность полученія удовлетворительныхъ результатовъ хоть въ одной изъ предыдущихъ попытокъ, указавъ порядокъ той чувствительности, при которой изслѣдованіе должно вестись, и этимъ освѣтивъ путь дальнѣйшей работы.

§ 45. Позволяю себѣ резюмировать главнѣйшіе результаты, полученные по поставленному мною вопросу и въ этой работѣ изложенные:

I. Maxwell'евская теорія свѣта указываетъ на существованіе пондеромоторныхъ силъ свѣта, дѣйствующихъ на кристаллы, сквозь которые свѣтъ проходитъ.

II. Fresnel'евская теорія, дополненная гипотезами, уже ранѣе въ оптику, *но не во Fresnel'евскую теорію,* введенными, подтверждаетъ указанія Maxwell'евской теоріи какъ качественно, такъ и количественно.

III. При нормальномъ паденіи параллельныхъ, плоскополяризованныхъ лучей на кристаллическую пластинку, отшлифованную перпендикулярно одной изъ оптическихъ осей, могутъ получиться силы *только оріентирующія* пластинку (а не приводящіе въ непрерывное вращеніе). Для ихъ развитія необходимо и достаточно, чтобы плоскополяризованный падающій свѣтъ, пройдя сквозь пластинку, измѣнилъ свою поляризацію на эллиптическую (лучше всего на круговую); направленіе вращенія, которое свѣтъ стремится сообщить пластинкѣ, противоположно направленію вращенія свѣтовыхъ векторовъ (по Maxwell'ю или по Fresnel'ю — безразлично) въ вышедшемъ эллиптически поляризованномъ свѣтѣ.

IV. При замѣнѣ въ (III) плоскополяризованныхъ падающихъ лучей — лучами, поляризованными по кругу, могутъ получиться только силы, приводящія пластинку въ *непрерывное вращательное движеніе* (а не *лишь оріентирующія,* какъ въ III). Для ихъ развитія необходимо и достаточно, чтобы по кругу поляризованный падающій свѣтъ, пройдя сквозь пластинку, измѣнилъ свою поляризацію (лучше всего въ круговую противоположную). Направленіе вращенія, которое свѣтъ стремится сообщить пластинкѣ, совпадаетъ съ направленіемъ вращенія свѣтовыхъ векторовъ (по Maxwell'ю или по Fresnel'ю безразлично) въ падающемъ по кругу поляризованномъ свѣтѣ.

V. Для пластинки „$^2/_4\lambda$", площадь основанія которой равна 1 □ cmtr., при падающемъ на нее по кругу поляризованномъ свѣтѣ, проносящемъ сквозь указанную пластинку ежеминутно по 3 малыхъ калоріи энергіи, моментъ вращенія равенъ

$$1{,}28 \times 10^{-9} \text{ ergs. (приблизительно).}$$

Примѣчаніе. Потери свѣта при преломленіи и отраженіи во вниманіе не приняты.

Наиболѣе существенный результатъ работы, по моему мнѣнію, есть установка количественныхъ условій, при которыхъ экспериментальное изслѣдованіе вопроса должно вестись; что-же касается полученныхъ теоретическихъ указаній на возможность существованія пондеромоторныхъ дѣйствій свѣта на кристаллы по теоріи Maxwell'я и на возможность объясненія этихъ дѣйствій съ точки зрѣнія теоріи Fresnel'я, если къ ней присоединить соотвѣтственныя гипотезы, то, не смотря на нѣкоторый интересъ этихъ выводовъ (I, II, III, IV), они должны быть поставлены по степени важности на второй планъ, такъ какъ только при знаніи вышеуказанныхъ (V) количественныхъ условій наблюденій можно поставить опытъ такъ, что-бы сказанное имъ да или нѣтъ было рѣшающимъ.

Содержаніе.

Глава III.

Глава IV.

Замѣченныя опечатки и поправки:

Страница	Строка	Напечатано:	Должно быть:
10	16 сверху	явлепій	явленій
13	4 послѣ урав. (7)	Послѣ словъ „то должны были бы“ нужно вставить „придти къ выраженіямъ моментовъ, получающимся, если въ системѣ уравненій (2)“	
25	номеръ уравненія	(32)	(39)
25	уравн. передъ (40)	$\text{Sin}\, 2\pi\left(\frac{h}{\lambda_1} = \frac{h}{\lambda_2}\right)$	$\text{Sin}\, 2\pi\left(\frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2}\right)$
32	въ уравненіи (56)	$(K_1 - K_1)$	$(K_1 - K_2)$
36	въ уравненіи (73)	въ правой части пропущенъ множитель S	
80	4 сверху	*полиризованномъ*	*поляризованномъ*
1—2	(обложка)	дважды указанъ годъ 1898 вмѣсто 1899.	