

Tartu Ülikool
Loodus- ja täppisteaduste valdkond
Matemaatika ja statistika instituut

Rita Postov

**Põhikooli statistika ja tõenäosuse teemade
dünaamilised töölehed programmiga
GeoGebra**

Matemaatika- ja informaatikaõpetaja eriala

Magistritöö (15 EAP)

Juhendaja Hannes Jukk

Tartu 2019

Põhikooli statistika ja tõenäosuse teemade dünaamilised töölehed programmiga GeoGebra

Magistritöö
Rita Postov

Lühikokkuvõte. Magistritöö esimeses osas antakse ülevaade põhikoolis õpetatavast statistika ja tõenäosuse teemadest riiklikus õppekavas ja põhikooli matemaatika õppevaras. Vaadeldakse, mil määral suunatakse õpetajaid ja õpilasi antud teemade käsitlemisel kasutama info- ja kommunikatsioonivahendeid. Töös kirjeldatakse õppematerjalidele esitatavaid nõudeid ja soovitusi. Töö teises osas kirjeldatakse programmiga GeoGebra loodud dünaamilistest töölehtedest koostatud raamatu „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ loomise ja hindamise protsessi ning viimases osas tuuakse välja tulemused.

CWERCs teaduseriala: S281 Arvuti õpiprogrammide kasutamise meetodika ja pedagoogika, S272 Õpetajakoolitus

Märkõnad. Statistika ja tõenäosuse ülesanded põhikoolis, GeoGebra raamat, dünaamilised ülesanded.

GeoGebra Dynamic Worksheets on Statistics and Probability Topics for Primary School
Master's Thesis
Rita Postov

Abstract. The first part of the Master's Thesis gives the overview of the statistics and probability topics reflected in the national curricula and primary school mathematics learning assets. It is observed whether there is guidance to the use of information and communication technology devices while handling the given topic. Suggestions for compiling the learning materials as well as the requirements which they should meet are described. The creating and evaluating process of the book compiled of dynamic worksheets „Statistics and Probability in Primary School” is described in the second part of the thesis. Results are brought out in the last part.

CWERCs research specialisation: S281 Computer-assisted education, S272 Teacher education

Keywords: Statistics and probability exercises in the Primary school, The book of GeoGebra, Dynamic exercises.

Sisukord

Sissejuhatus	4
Tõenäosusteooria ja statistika õpetamise ajalugu Eestis.....	6
Statistika ja tõenäosus kehtivas põhikooli õppekavas	7
Statistika ja tõenäosuse teemade käsitlemine õppekirjanduses.....	9
Põhikooli materjali kordav õppekirjandus	12
Tõenäosuse ja statistika teemad põhikooli lõpueksamites.....	13
Digitaalsed õppematerjalid	14
Dünaamiline õpitarkvara GeoGebra	18
IKT kasutamine põhikoolis statistika ja tõenäosuse õpetamisel	19
Metoodika	21
GeoGebra raamatu „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ koostamine.....	21
Juhendmaterjalide koostamine	26
GeoGebra raamatu tagasisidestajad.....	29
Töö katsegrupiga.....	30
Matemaatikaõpetajate tagasiside GeoGebra raamatule.....	35
Kokkuvõte.....	41
Kasutatud kirjandus	42
Lisad	48
Lisa 1 Tõenäosuse ja statistika mõisted paberõpikutes	48
Lisa 2 Õpetajate ankeet.....	51
Lisa 3 Ekraanitõmmised GeoGebra raamatu „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ töölehtedest	54
Lisa 4 GeoGebra raamatus „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ töölehe loomise juhendi näide	72
Lisa 5 GeoGebra raamatus „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ kasutatud sildid.....	76

Sissejuhatus

Eestis tegeletakse digiõppematerjalide loomise toetamisega ministeeriumi tasemel. Haridus- ja Teadusministeeriumi poolt korraldatud „Digiõppematerjalide litsentside kättesaadavaks tegemine põhikooliõpilastele“ konkursi (Digiõppematerjalide litsentside..., 2018) eesmärgiks oli tagada kõigile Eesti põhikooliõpilastele ja õpetajatele, haridustehnoloogidele ja tugispetsialistidele ligipääs digitaalsetele õppematerjalidele ühtses keskkonnas hiljemalt 30.06.2019. Koolide jaoks tasuta digiõpikute loomist toetatakse Euroopa Sotsiaalfondi meetmest „Kaasaegne ja uuendusliku õppevara arendamine ja kasutuselevõtt“ (Digiõpikud, 2019). Tasuta digiõpikute kasutamiseks peab kool pöörduma Opiq.ee veebikeskkonna poole. Kool peab omalt poolt jälgima, et õppetöös oleks võimalik kasutada internetiühendusega arvutit ja esitlustehnikat ning kasutatakse nüüdisaegseid info- ja kommunikatsioonitehnoloogiatel (IKT) põhinevaid õppematerjale ja -vahendeid (Põhikooli riiklik õppekava, 2011). Läbi aegade on õpetajad leidnud, et IKT põhiseid õppevahendeid pole piisavalt (Pärn, 2014; Ilisson & Lepik, 2015; Räis, Kallaste, & Sandre, 2016). Õpetajad ei ole ehk harjunud IKT vahendeid kasutama või neil pole võimalusi, mis omakorda tingib uute e-testide pelgamise. Seetõttu on igati mõisteta, et 73% õpetajatest on elektroonilise põhikooli matemaatika eksami vastu ja ainult 9% poolt (Taal, 2015). Vastuseisu põhjuseid on mitmeid, sh arvamus, et õpilastelt saab küsida tagasi seda, mis õppekava järgi õpitud, ja selles vormis, nagu koolis on õpetatud. Ometi valdav osa õpetajatest tunnistab, et digivahendite kasutamine peaks tänapäeval olema õppeprotsessi lahutamatu osa (Pruulmann-Vengerfeldt, Luik, Masso, Murumaa, Siibak, & Ugur, 2012; Leppik, Haaristo, & Mägi, 2017).

IKT vahendeid kasutatakse peamiselt lisamaterjali edastamiseks või omandatu kinnistamiseks, samas võimaldavad IKT vahendid muuta õpitava õpilaste jaoks huvitavamaks ja arusaadavamaks (Pruulmann-Vengerfeldt et al. 2012). Pärna (2014) uuringus osalenud matemaatikaõpetajatest enamus soovisid suuremat valikut e-õppematerjale ja arvati, et neid võiks olla isegi iga õpiku juurde. Tema uuringus osalenud olid huvitatud õpiprogrammide kasutamise koolitustest. Eesti matemaatikaõpetajad soovivad tarkvara-koolitustest kõige rohkem GeoGebra jätkukoolitust (Prei, 2013). Interaktiivse õppematerjali loomiseks on üks sobivatest programmidest GeoGebra, kuna on leitud, et selle programmi kasutamine mõjutab õpitulemusi ja motivatsiooni positiivselt (Dogan & Icel, 2011; Saha, Ayub, & Tarmizi, 2010). Pärna (2014) uuringus osalenud Eesti matemaatika-

õpetajatest 87% oskavad enda hinnangul programmi GeoGebra kasutada. Eesti üldhariduskoolide IKT vahendite kasutusaktiivsuse uuringus osalenute seas oli nimetatud programmi meie koolides õpetajate poolt enim kasutatud (Prei, 2013). SA Innove soovib paberõpikute juurde luua neid toetavad digitaalsed töövihikud, kus töövihik kontrolliks õpilase vastuse ja annaks tagasiside nii õpilasele kui ka õpetajale (Ülevaade üldharidus..., 2016).

Käesoleva magistr töö eesmärgiks on koostada põhikooli statistika ja tõenäosuse õpetamiseks kvaliteetne dünaamiline õppematerjal GeoGebra raamatuks kokkupanduna, mis oleks täienduseks kasutatavale õppevarale. Õppematerjali kvaliteeti hindas ekspertidena seitse matemaatikaõpetajat. Õpetajate arvamuste kogumiseks kasutatud ankeedi koostamisel juhinduti SA Innove soovitustest digitaalsele õppevarale (Villems, et al., 2014-2015). Kuna õpetajad loovad õppematerjale ka ise (Rõõm, 2017), siis võttis autor endale kohustuseks luua õppematerjali juurde ka vastavate töölehtede koostamise juhendid, et õpetajad saaksid nende abil omale meelepärast õppematerjali luua või endale sobivamaks kohendada.

Antud magistr töö vaadeldakse esmalt põhikoolis statistika ja tõenäosuse teemade käsitlemist riiklikus õppekavas ja viimastes ainekavale vastavates trükitud õpikutes ning veebikeskkondades. Antakse ülevaade õppematerjali loomise käigus avastatud erisustest, mida autor pole varasemas õppekirjanduses näinud. Tutvustatakse õppematerjali hindamiseks kasutatud põhimõtteid, hindamise protsessi ja tulemus.

Tõenäosusteooria ja statistika õpetamise ajalugu Eestis

Esimest korda käsitleti tõenäosuse elemente Viktor Pässä ja Paul Ederbergi algebra kooliraamatutes 1919. aastal (Printits, 1994). Gerhard Rägo, kes oli 1924. aastal asutatud Matemaatika Õpetamise Komisjoni esimees, taotles matemaatilise statistika elementide õpetamist Eesti koolis (Teabevihik, 1994). Ta hakkas matemaatilise statistika ja tõenäosusteooria kursusi lugema Tartu Ülikoolis 20. aastate keskel. Tema tööd jätkas Arnold Humal, kes kirjutas finantsmatemaatika õpiku, millega avardas ka statistika rakendusvaldkonda (Tiit, s.a.). Kui Tartu Ülikool kandis nime Tartu Riiklik Ülikool, siis hakati matemaatikutele tõenäosusteooriat ja matemaatilist statistikat õpetama Ülo Kaasiku initsiatiivil ja hiljem, 1960. aastal, tegelesid õpetamisega Ene-Margit Tiit, Rein Tammeste ja Tõnu Möls. Tallinna Polütehnilises Instituudis juhtis statistika õpetamist Uno Mereste (Tiit, s.a.). Kolmekümnendate aastate teisel poolel korraldati õpetajatele koolitusi ja seminare, et viia statistika elemente kesk- ja kutsekoolide programmi, kuid plaan kahjuks ebaõnnestus sõja tõttu. Statistikaelementide õpetamisega keskkoolis hakati taas tegelema 60. aastate lõpus, õpetades seda esialgu matemaatika erikoolides, Mittestatsionaarses Matemaatikakoolis ja alles hiljem tavakoolides (Tiit, 2007). Olaf Printits, olles tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika elementide õpetamise eestvedaja koolides, kirjutas tõenäosuse ja statistika õpiku, mis sobis koolidele, 1977. aastal (Tiit, s.a.). Tartu statistikud korraldasid statistikakonverentse ja 1994. aasta konverentsi „Matemaatiline statistika tänapäeva koolis“, mille eesmärgiks oli teadvustada statistikahariduse vajalikkust ja kaaluda reaalseid võimalusi statistika ja tõenäosusteooria õpetamisel koolis (Teabevihik, 1994).

Põhikoolis hakati statistikat ja tõenäosusteooriat õpetama aastast 1996 (Eesti põhikooli ja keskkooli..., 1996). Kuna kooliõpikutes vastav teema puudus, siis õpetati põhikoolis Kalle Velskeri (1995) ülesannete kogumikku kasutades ja keskkoolis Kadri Hiobi (1995) õpiku järgi. Juba 1994. aastal räägiti statistika õpetamise juures ka programmi STATKOOL kasutamisest gümnaasiumiastmes (Hiob & Rääbis, 1994). Hetkel on suurimaks põhikooli ja gümnaasiumi õpilasi puudutavaks projektiks statistika ja tõenäosusteooria teemal „Arvutipõhine statistika“ (APS) projekt, mis käivitati 2012. aastal ja tegutseb tänaseni (Hõim, et al., 2019).

Statistika ja tõenäosus kehtivas põhikooli õppekavas

Statistika ja tõenäosuse põhikoolis õpetamise aja ja mahud määrab suuresti ära riiklik õppekava. Digipädevustega, mis on üks kaheksast elukestva õppe võtmepädevustest, täiendati õppekava 2014. aastal (Digipööre, 2019). Riiklikku õppekava rakendatakse kõigis Eesti Vabariigi üldhariduskoolides, mis loovad võimaluse põhihariduse omandamiseks, olenemata kooli õiguslikust seisundist, kui seadus ei sätesta teisiti. Riikliku õppekava alusel koostab põhikool kooli õppekava. Kooli õppekava on põhikooli õppe- ja kasvatustegevuse alusdokument, milles kirjeldatakse õppe rõhuasetused ja tegevused õppekava täitmiseks. (Põhikooli riiklik õppekava, 2011). Eelmistele dokumentidele tuginedes koostavad õpetajad oma töökavad. Praktikas mõjutab väga otseselt töökava ka õpetaja poolt kasutatav õppekirjandus. Eestis on õpetajatel õppekirjanduse ja -meetodite valikul suhteliselt vabad käed, mida praktikas võib siiski piirata kooli majanduslik olukord (Pruulmann-Vengerfeldt et al., 2012).

Kehtivast õppekavast (Põhikooli riiklik õppekava, 2011) toob käesoleva töö autor välja matemaatika ainevaldkonna kolm pädevust, mida taotletakse põhikooli lõpuks:

- õpilane oskab infot esitada teksti, graafiku, tabeli, diagrammi ja valemina;
- õpilane kasutab õppides info- ja kommunikatsioonitehnoloogia vahendeid;
- õpilane rakendab matemaatikateadmisi teistes õppeainetes ja igapäevaelus.

Ainekavas on kirjeldatud, milliseid teemasid erinevates kooliastmetes käsitletakse ja millised õpitulemused tahetakse saavutada. Kehtiva õppekava järgi on õpilastel esimene kokkupuude statistikaga II kooliastmes ja tõenäosuse leidmisega III kooliastmes. Õppesisu kohta II kooliastmes leiduvad: arvandmete kogumine ja korrastamine, skaala, sagedustabel, diagrammid (tulp-, sirglõik- ja sektordiagramm), aritmeetiline keskmine. Samas on õpitulemustena välja toodud, et õpilane kogub lihtsa andmestiku, koostab sagedustabeli ning arvutab aritmeetilise keskmise; illustreerib arvandmestikku tulp- ja sirglõikdiagrammiga; loeb andmeid tulp- ja sektordiagrammilt. Nõutavate oskuste harjutamiseks soovitatakse kasutada ka infotehnoloogilisi vahendeid (Põhikooli riiklik õppekava, 2011).

Õppesisu kohta III kooliastmes leiduvad: statistiline kogum ja selle karakteristikud (sagedus, suhteline sagedus, aritmeetiline keskmine), tõenäosuse mõiste. Õpitulemusena on kirjeldatud, et õpilane moodustab reaalsete andmete põhjal statistilise kogumi,

korrastab seda, moodustab sageduste ja suhteliste sageduste tabeli ning iseloomustab statistilist kogumit aritmeetilise keskmise järgi; õpilane selgitab tõenäosuse tähendust ja arvutab lihtsamatel juhtudel sündmuse tõenäosuse.

Võrreldes eelneva ainekavaga (Põhikooli ja..., 2002) on tõenäosuse teema liikunud teisest kooliastmest kolmandasse ning statistikast on välja jäetud mõisted mood ja keskmine hälve.

Statistika ja tõenäosuse teemade käsitlemine õppekirjanduses

Alljärgnevalt tuuakse välja kaks punkti õppekirjandusele esitatavatest nõuetest (Õppekirjandusele esitatavad..., 2016):

- Õppekirjanduse loomise aluseks on põhikooli riiklik õppekava, gümnaasiumi riiklik õppekava või põhikooli lihtsustatud riiklik õppekava.
- Õppekirjandus sisaldab kõrgemaid mõtlemisoskusi kujundavaid ülesandeid, sealhulgas loov-, probleem- ja uurimisülesandeid, suunab rakendama aktiivõppemeetodeid ja meetoodiliselt mitmekesiseid materjale ning võimaldab õpilase arengutasemest, võimetest ja erivajadusest lähtuvat õppetöö diferentseerimist ja läbiviimist erinevates õppekeskkondades, sh digitaalses.

Analüüsidest õppekirjandust selgub, et õppekirjanduses statistika ja tõenäosuse teemasid käsitledes ei ole õppekavavälised teemad märgistatud. See tähendab, et õpetaja ei saa usaldada õppekirjandust, vaid peab ise kontrollima, mil määral õppekirjandus vastab kehtivale õppekavale. Vastasel juhul võib juhtuda, et õpetaja keskendub liialt õppekavavälistele teemadele ja õppekava täitmiseks ei jää piisavalt aega.

Erinevate kirjastuste õpikutes, mida antud töös vaadeldakse, käsitletakse statistika ja tõenäosuse teemasid sarnastel ajavahemikel (Lisa 1), kuid teemade käsitluses leidub väikeseid erisusi.

Tabel 1 Sündmuse toimumise tõenäosuse käsitlemine õpikutes

Klassikalise tõenäosuse valem	Õpik
$tõenäosus = \frac{\text{soodsate võimaluste arv}}{\text{kõigi võimaluste arv}}$	Koolibri kirjastuse 7. klassi 1. osa õpikus (Nurk, Telgmaa, & Undusk, 2011)
$P(A) = \frac{k}{n}$, kus k on soodsate võimaluste arv, n on kõigi võimaluste arv.	Avita kirjastuse 7. klassi õpikus (Kaldmäe, Kontson, Matiisen, Pais, & Saks, 2018/2019)
$P(A) = \frac{\text{soodsate võimaluste arv}}{\text{kõikide võimaluste arv}} = \frac{m}{n}$	Argo kirjastuse põhikooli lõpueksamiks ettevalmistavas õppematerjalis (Uudelepp, 2019)
$p = \frac{m}{n}$, kus m on soodsate võimaluste arv ja n kõikide võimaluste arv.	Kirjastuse Maurus põhikooli eksamiks ettevalmistavas tööraamatus (Veelmaa, 2018)

Õppematerjalis sisalduvatel kokkuvõtvatel kordamise lehekülgedel puuduvad tõenäosuse ja statistika valemid hoopiski.

Kirjastuste poolt pakutavates paberõpikutes on õppetöösse planeeritud arvuti kasutamine väga erinevalt, aga on ka kirjastusesiseselt ebaühtlane. Kirjastuse Avita 9. klassi õpiku I osa (Kaldmäe, Kontson, Matiisen, & Pais, 2013) sisaldab viiteid ülesannete kontrollimiseks või lahendamiseks arvutiprogrammidega WIRIS (tasuline ja ingliskeelne) või GeoGebra (tasuta ja eestikeelne) mitmetel lehekülgedel. Selles õpikus puuduvad selgitused programmide kasutamiseks. Kirjastuse Koolibri 6. klassi 2. osa (Kaljas, Nurk, & Telgmaa, 2014), 8. klassi 1. osa (Kaljas, Lepik, Nurk, Telgmaa, & Undusk, 2013a) ja 2. osa (Kaljas, Lepik, Nurk, Telgmaa, & Undusk, 2013b) õpikud sisaldavad läbivalt arvuti kaasamist õppeprotsessi GeoGebra programmi näitel, sisaldades ka selgitusi, kuidas programmiga tööd teha. Samas 9. klassi õpiku 1. osa (Lepmann, Lepmann, Telgmaa, & Undusk, 2013) on palutud osa ülesandeid lihtsalt mõningaid näpunäiteid andes arvutil lahendada, aga õpiku 2. osas ollakse täpsemad ja õpilasi suunatakse planimeetria ülesannete juures kasutama programmi GeoGebra. Samas lõpuklassi õpikus andmete teema juures arvutiga seotud ülesanded puuduvad.

Põhikooli II ja III kooliastme õppekavale vastavat õppekomplekti (õpik + töövihik) annavad matemaatikas välja kaks kirjastust: Avita ja Koolibri (Ülevaade üldharidus..., 2016). Nimetatud kahe kirjastuse õpikutes on piisavalt ülesandeid. Võrreldavates õpikutes tegeletakse statistika ja tõenäosuse teemadega valdavalt viiendas, kuuendas ja seitsmendas klassis (Lisa 1). Ainekavas nõutavad mõisted on kõik käsitletud. Miinusena peab märkima, et kirjastuse Avita õpikutes ei eristata õppekavaväliseid teemasid (Lisa 1).

Õppekirjanduses kasutatav keskmise mõiste ei piirdu ainult aritmeetilise keskmise tähendusega. Õpikud sisaldavad mõisteid, nagu keskmine kiirus, kuu keskmine pikkus, keskmine palk, keskmine tarbimine, keskmine vend ealises mõttes jne. Vaadeldes keskmist kiirust, ei pruugi see olla arvutatud keskmine kiirus, vaid see võib olla ka tähenduses tavaliselt või ligikaudselt, kuid kindlasti ei ole selge, milliste andmete põhjal on keskmine tulemus saadud. Õpilasele antakse omadussõnaga „keskmine“ märku, et toodud arvväärtsus ei tähenda, et see oleks täpselt nii või alati nii. Väljendit keskmine kasutatakse ka positsioonilises tähenduses.

Võrreldud õpikutes on statistika ja tõenäosuse teema seostatud tihedalt igapäevaelu teemadega. Siin on kasutatud selleks Tšiili kaevurite maa peale toimetamist, liiklusõnne-

tuste statistikat, keskmise temperatuuri arvutamist, lammaste villa keskmist saaki ning sallile kuluva materjali koguse leidmist, loomade keskmist eluiga, tormikahjustuste suurust Eesti metsadele, autojuhtide põhjendusi turvavöö kinnitamata jätmise kohta, 2004. aasta üritust „Miljon puud Eestimaale“, põtrade arvukust ja küttemist jne. Neist paljud on linliku eluviisiga õpilastele võõrad, see tähendab, et õpetaja peab ülesandes toodud situatsiooni õpilasega esmalt arutama. Õpetajad, kes toovad reaalelulisi probleeme klassiruumi õpilastega arutamiseks, on olukorras, kus nad peavad neid muutma pedagoogilistel ja praktilistel põhjustel. Siin on kerge ebaõnnestuda ülesande olemuse liigse muutumise tõttu.

(Gainsburg, 2008). Eestis on küll Euroopa Liidu keskmisest rohkem vähemalt keskharidusega inimesi, kuid paraku nooremate vanusegruppide hulgas see osakaal väheneb (Serbak, 2018). Vähesed ei jätka pärast põhikooli õpinguid, kuid jätkajatest 80% omandab järgneva nelja aasta jooksul keskhariduse (Serbak, 2018). Teades, et osa lapsi jääbki põhiharidusega, siis on oluline nt palga teema käsitlemine juba põhikooli matemaatikatundides. Siinkohal on olulisteks märksõnadeks nii protsent, aritmeetiline keskmine, mediaanpalk, alampalk, protsendipunkt jne.

Kirjastuse Koolibri viienda klassi õpiku II osas (Nurk & Telgmaa, 2013) on väga näitlik ja eluline ülesanne nr 1456, kus käsitletakse auto peatumisteede, reageerimisteede ja pidurdusteede konda. Kõik mõisted selgitatakse õpilasele ära ja lisatud on illustreeriv joonis. Vajalikud valemid teekondade arvutamiseks antakse õpilasele ette ja peale arvutuste sooritamist peab õpilane joonestama kumulatiivse tulpdigrammi, mille algus on õpikus ära näidatud koos selgitusega. See on vaadeldavatest õpikutest ainuke, kus õpilasele selgitatakse kumulatiivse tulpdigrammi loomist.

Põhikooli materjali kordav õppekirjandus

Põhikooli lõpueksamiks valmistumiseks pakuvad kirjastused eraldi õppematerjale. Alljärgnevad õppematerjalid ei suuna õpilast õppetöös IKT vahendeid kasutama. Antud töös ei vaadelda Avita kirjastuse pakutut, kuna see on välja antud enne kehtiva õppekava jõustumist aastal 2008. Kirjastus Maurus pakub kordamiseks tööraamatut (Veelmaa, 2018), mille juurde pakutakse ka tööraamatu teemadega seotud õppevideoid. Tõenäosusteooria ja statistika elemente sisaldavatest ülesannetest 3 on näidisülesanded ja 10 ülesannet on õpilasele lahendamiseks. Tööraamatu sissejuhatuses soovitatakse õpilasel kasutada arvutiprogramme WolframAlpha (<http://m.wolframalpha.com>) ja CalcMe (<https://calcme.com/a>) ning soovitatakse Veelmaa veebipõhiseid õppematerjale (<http://www.allarveelmaa.ee>). Viimasel leheküljel leiduvad ka eelpool mainitud õppevideod, millest kolm on seotud antud magistrیتöös vaadeldavate teemadega (statistika I osa, statistika II osa, tõenäosusteooria elemendid põhikoolis). Videotes (Veelmaa, 2012) vaadatakse üle kõik õppekavas sätestatu vastava teema lõikes. Statistika I osa videos kasutatakse aritmeetilise keskmise tähistamiseks \bar{h} , eelpool vaadeldud õpikutes (Kaldmäe et al., 2018/2019; Nurk & Telgmaa, 2013) kasutatakse \bar{x} ja koolimatemaatika entsüklopeedias (Abel, Abel, & Kaasik, 2006) \bar{a} . Videotes käsitletakse ka moodi (mõiste seostatakse tavaeluga) ja mediaani (mainimata, et tegemist on õppekavaväliste teemadega) ning tutvustatakse tinglikku tõenäosust (selgitatakse, et seda õpitakse järgmises kooliastmes).

Kirjastuse Argo (Uudelepp, 2019) vastavas õppematerjalis on ära toodud, mida põhikooli lõpetaja peab teadma ja tundma, mida oskama. Samas teema „Statistiline kogum. Tõenäosus“ juures käsitletakse moodi, mediaani ja variatsiooni ulatust, mis on küll olulised teemad, kuid siiski õppekavavälised ja antud juhul ka märgistamata. Vaadeldava valdkonna ülesandeid on õpilasele lahendamiseks esitatud 13 tükki. Valemite ülevaate juures puuduvad statistika ja tõenäosuse teemaga seotud valemid.

Tõenäosuse ja statistika teemad põhikooli lõpueksamites

Põhikooli matemaatika lõpueksami koostab SA Innove, seades eesmärgiks hinnata õpilase omandatud teadmisi ja pädevusi (Põhikooli lõpueksamid, s.a). Käesoleva õppekava (Põhikooli riiklik õppekava, 2011) kehtimise ajal on statistika ja tõenäosuse teemad olnud esindatud ülesannetega igal eksamil kohustuslikus osas. SA Innove kodulehel on kättesaadavad matemaatika lõpueksami materjalid alates aastast 2014, aga varasemaid pole, kuna õpetamises peab kasutama vaid kaasaegseid õppematerjale (Lõpueksamite materjalid, s.a). Matemaatika 2014. aasta eksamil tuli igapäevaelust pärit majandusandmete põhjal leida mood, aritmeetiline keskmine ja suhteline sagedus. Seejuures kirjeldati nõudeid igapäevases keeles ja moodi, kui õppekavavälist teemat, ei küsitud otse matemaatilist terminit kasutades. Eksami analüüsis (Velsker, 2014) hinnatakse ülesanne ainekava ja õpieesmärki-dega kooskõlas olevaks ning üle poolte eksamile tagasiside andnud õpetajatest hindas ülesande lihtsaks. Riiklikus valimis olnud õpilaste statistika ja tõenäosuse ülesannete lahendatavus (keskmine lahendatavus = saadud punktid / maksimum punktid üle kõikide tööde) on põhikooli lõpueksamil alljärgnev (Põhikooli lõpueksamite statistika, s.a):

- 2014. aasta 5. ülesanne – 5,86 (keskmised punktid), 73,2% (keskmine lahendatavus)
- 2015. aasta 5. ülesanne – 4,74 (keskmised punktid), 59,2% (keskmine lahendatavus)
- 2016. aasta 5. ülesanne – 6,6 (keskmised punktid), 83% (keskmine lahendatavus)
- 2017. aasta 5. ülesanne – 5,4 (keskmised punktid), 67,5% (keskmine lahendatavus)
- 2018. aasta 3. ülesanne – 6 (keskmised punktid), 74,6% (keskmine lahendatavus)

Nendest kahel aastal (2014 ja 2016) osutusid ülesanded eksami ülesannetest kõige paremini lahendatuks.

Digitaalsed õppematerjalid

Digitaalne õppematerjal on digitaalsel kujul leitav õppeotstarbeline materjal (nt ülesanne, test, mäng jne), mis sisaldab teksti, graafilisi ja multimeedia elemente, olles suuremal või vähemal määral interaktiivne. Digitaalne õppematerjal võib olla loodud ühe konkreetse tegevuse või enamate tegevuste toetamiseks, olles siis kas iseseisev üksus või kuuludes mõne teise õppematerjali juurde (Villems, et al., 2014-2015).

LORI (Learning Object Review Instrument) (Nesbit, Belfer, & Leacock, 2009) mudelit kasutatakse digitaalsete õppevahendite hindamiseks nii Kanadas kui ka Ameerika Ühendriikides. Eestiski on antud mudelile toetudes koostatud soovitusel kvaliteetsele digitaalsele õppematerjalile (Villems, et al., 2014-2015):

- õppimist toetav,
- sisult kvaliteetne,
- motiveeriv,
- kohandatav,
- interaktiivne,
- autoriõigusi järgiv,
- kasutajasõbralik,
- tehniliselt korrektne ja ühilduv,
- leitav.

Veebipõhiste õppematerjalide põhilised probleemid on SA Innove hinnangul (Ülevaade üldhariduse..., 2016):

- materjal on internetiavarustes laiali ja raskesti leitav,
- materjal sõltub omanikust, ta võib selle ümber tõsta või ära kustutada,
- paljud materjalid on võõrkeeled,
- digimaterjalid pole kaustatavad kõigis nutiseadmetes.

Kirjastus Koolibri pakub II ja III kooliastme matemaatika õpikutele tasuta digiversiooni iPadile, mis on saadaval Apple'i iTunes'i keskkonnas (Põhikool 2019/2020, 2019). Kuna autoril puudub iPadi kasutusvõimalus, siis antud töös neid ei kajastata.

Vastavalt SA Innove hinnangule on selle õppematerjali puhul tegemist paberõpiku pdf-iks teisendatud koopiaga (Ülevaade üldhariduse..., 2016).

Kirjastus Avita (Avita, s.a) pakub e-tunde II kooliastmes matemaatikas neljandale ja viiendale klassile. Matemaatikas e-tunde III kooliastmele ei pakuta. E-tunni kodulehel (s.a) on kirjas, millistel tingimustel saab kool materjalile juurdepääsu:

1. Kool on alates 2011. aastast Avitast ostnud või tellib vastava klassi või kooliastme kõikidele õpilastele selle õppeaine õpiku.
2. Kool ostab sama õppeaine vastava klassi või kooliastme kõikidele õpilastele töövihikud 2019/2020. õppeaastaks.
3. Tasuta e-tunni soov on edastatud kooli poolt koos õppematerjali tellimusega nimetatud õppeaastaks kirjastuse e-tellimiskeskonna kaudu 1. detsembriks 2018.

SA Innove hinnangul on Avita e-tund ülesehituselt esitlus, mis sisaldab teoreetilist materjali, linke veebipõhiste materjalidele, ülesannetele (Ülevaade üldhariduse..., 2016). Positiivse küljena tuuakse välja õpetaja võimalust materjali täiendada ja vajadusel muuta. E-tundi saab kasutada õpetajale antud mälupulgalt ja õpilasel pole õigust iseseisvalt e-tunni materjale kasutada (E-tund, s.a). Avita e-tunni materjalid on lingitud Opiq.ee vastavate õpikute vastavate peatükkidega.

Haridusportaali Koolielu.ee õppevara enam ei täiendata (Õppevara, 2018). Nüüd on kõik üldhariduse õppekava kaardistuse tulemusel kvaliteetseks tunnustatud õppematerjalid kättesaadavad e-Koolikoti keskkonnast (Ülevaade üldhariduse..., 2016). Kasutades eKoolikotis (eKoolikott, s.a) otsingusõna „statistika“, saab 38 vastet, millest põhikoolile on suunatud järgmised õppematerjalid:

- arvutipõhise statistika interaktiivne õpitarkvara APS (<https://koolistatistika.ut.ee/>), mis katab ka matemaatika ainekava põhikooli 3. astme teemasid);
- Khan Academy eestikeelsete subtiitritega videod, mis E-koolikotis on märgitud sobivaks ka 9. klassile, kuid keskkonnas endas on siiski eraldi jaotised gümnaasiumile ja kõrgkoolile mõeldud videotele;
- Tiigrihüppe SA poolt tellitud „Matemaatika põhivara 5. ja 6. klassile“. Veebipõhine matemaatika põhivara 5. ja 6. klassile (Tiits, Roht, Kiting, & Kaasik, 2010) on saadaval ka CD-versioonina. SA Innove hinnangul on vaja antud õppevara täiendada uute interaktiivsete näidetega ja kohandada uue õppekava

jaoks (Ülevaade üldhariduse..., 2016). Hetkel seda veel tehtud pole. Ka statistika ja tõenäosuse alapunktides puuduvad interaktiivsed näited ja leidub märgistamata õppekavaväliseid teemasid (mõiste mood);

- aga ka lihtsalt linke kodulehtedele, mida entusiastlik õpetaja saab oma töös kasutada (Rootsi statistikaameti koduleht; MTÜ Eesti Intellektuaalomandi ja Tehnoloogiasirde Keskuse intellektuaalomandit tutvustav veebilehekülg; Gapminderi koduleht, kus on muuhulgas võimalik koostada erinevate maade statistikat, rahvaloenduse alusel koostatud kaardirakendusele; statistikaameti toodete koduleht jt).

Kui lisada eKoolikotis (eKoolikott, s.a) otsingusõnale „statistika“ lisaks filter „põhiharidus“, siis vasted puuduvad. Korrates otsingut sõnaga „tõenäosus“, leidub 75 vastet, kuid põhikoolile suunatud on ainult Keelekümblusprogrammi poolt välja antud 7. klassile mõeldud prinditav või slaididena kuvatav materjal, mis käsitleb statistilise kogumiku karakteristikute teemat. Seega on eKoolikott sisuliselt HITSA hallatav lingikogu, kus ilmneb olukordi, et viidatakse järgmisele lingikogule (koolielu keskkonnale) ja mitte õppematerjalile endale.

Õpitarkvara APS parendamise ja populariseerimisega tegeletakse aktiivselt (Hõim, et al., 2019). APS õppematerjalide pakett sisaldab 17 ühtse narratiiviga seotud moodulit, kus ühe mooduli maht on tavaliselt 5 õppetundi. Õpistsenaariumid on üles ehitatud lähtudes Conrad Wolframi arvutipõhise matemaatika meetodist (Arvutipõhine statistika, s.a.). APS ei kapseldu vaid matemaatilisse sisusse, vaid näitab matemaatika rakendamist reaalses elus ja arendab seeläbi üldpädevusi (Hommiik & Hõim, 2015). Programmi saab kasutada arvutisse installeeritult, sellisel juhul peavad kõik lapsed tunnis osalemiseks looma omale CBM konto ja tundi sisse logima. Õpilase ja õpetaja paketid on eraldi. Viimane pakett sisaldab lisaks õpilaste õppesisule ka tööriista õpilaste vastuste vaatamiseks, näitamiseks ja salvestamiseks, juhiseid õpetamise metoodika, õppetüki tausta ja tehniliste sammude kohta ning õigeid vastuseid (Arvutipõhine statistika, s.a.). Viimase piloteerimise tulemusena (Hommiik, Kalam, & Hõim, 2018) arvasid peaaegu kõik õpetajad, et nad soovivad materjale ka hiljem kasutada. Samas tuuakse välja, et materjali esimese piloteerimise järgselt tehtud muudatuste tulemusel, on tagasiside õppematerjalile parenenud. See annab usku, et peale teist piloteerimist muutub keskkond veelgi paremaks.

Arenevas e-keskkonnas Opiq.ee leiduvad hetkel Avita kirjastuse õpikud 4.-9. klassini ja kirjastuse Koolibri õpik 4. klassile, mis on mõneti identsed paberväljaannetega, kuid sisaldavad lisaks ka interaktiivseid harjutamise võimalusi. Antud õpikuid võib liigitada digiõpikuteks (Digiõpikud, 2019). Harjutustes on algandmed staatilised, kuid vastused kontrollitakse automaatselt ehk õpiku ülesanded on tehtud arvutikontrollitavaks. Viienda klassi õpikus (Saks, 2018/2019) käsitletakse diagrammilt (tulp- ja sirglõikdiagramm) andmete lugemist ja andmete põhjal diagrammi joonestamist. Lisaks on kolm ülesannet, mida õpilased näevad, kui õpetaja esitab need tööd koostades, kas kodutööna, tunnitööna, hindelise või määramata tööna, täitmiseks. Samas leidub ülesandeid, mille täitmiseks peab õpilane pidevalt hiire rullikuga ekraani pilti edasi-tagasi kerima, kuna kogu vajalik info ei mahu korraga ekraanile. Hetkel on 7. klassi õpikus tõenäosuse ja statistika teema all neli alateemat (Kaldmäe et al., 2018/2019):

1. Tõenäosuse mõiste (8 ülesannet);
2. Sagedustabel ja keskmine (7 ülesannet);
3. Andmete esitamine diagrammina (7 ülesannet ja 1 õpetaja poolt avatav ülesanne);
4. Mood ja mediaan (5 ülesannet).

TEBO õpiveeb (www.opiveeb.ee) on tasuline ja sisult pigem lingikogu. Testide ja harjutuste loomine on väga ajanõudlik ja ebamugav eriti matemaatikutele, kuna valemite ja jooniste sisestamine on praktiliselt võimatu. Varem populaarne, tasuline Miksikese keskkond (www.miksike.ee) pole oma materjale uuele õppekavale vastavaks kohendanud. Seetõttu on mõistetav, et järjest enam kogub populaarsust arenev ja ajakohane Nutisport (<https://nutisport.eu>), kuigi on tasuline. Viimases on ära toodud seosed kehtiva õppekavaga, kuid statistika ja tõenäosuse teemasid praegu ei ole kaetud.

Dünaamiline õpitarkvara GeoGebra

GeoGebra on dünaamilise matemaatika tarkvara, mis on sobilik koolis kasutada (Hohenwarter & Hohenwarter, 2009). Täna kasutab programmi üle 100 miljoni inimese enam kui 190 riigist. Koostööd tehakse mitmete osapooltega (Office365, Skoledu, zSpace, SMART Technologies, Google for Education, Apple Education jne) (Jull, 2018).

Programmi tõlkis eesti keelde Jane Albre, kes kirjutas ka eestikeelse manuaali (Albre, 2008). Ta on tänaseni programmi GeoGebra eesti keelde tõlkija (GeoGebra, s.a).

Programmi GeoGebra tarkvara arendatakse pidevalt ja kasutusvõimalused avarduvad iga uuendusega. Kõigi võimaluste kohta on kodulehel ingliskeelsed selgitavad GeoGebra raamatud. Kasutades programmi GeoGebra, võib jätta loodava materjali privaatseks, jagada neid lingiga või muuta need avalikuks (GeoGebra Docu Team, 2016). Veebis olevaid teiste autorite loodud töölehti saab kasutada ja arvutisse laadida GeoGebra kasutajakontot omamata. Töölehed on mugav koondada teemade kaupa GeoGebra raamatusse. GeoGebra raamatu loomiseks ja raamatutest koopia tegemiseks peab omama kontot GeoGebra keskkonnas (GeoGebra Docu Team, 2015b). Kasutajakontot omades on võimalik moodustada ka gruppe.

GeoGebra grupp võimaldab liikmetel (GeoGebra Docu Team, 2015a):

- jagada omavahel töölehti;
- suhelda üksteisega, kasutades postitusi ja kommentaare;
- luua ja muuta koos teiste liikmetega GeoGebra materjale;
- seada ja hallata teistele grupi liikmetele ülesandeid.

GeoGebra grupi loomisel peab määrama grupi tüübi (klassiruum, avalik, sertifitseeritud), andma grupile nime, lisama kirjelduse, määrama, kes saavad lisada postitusi ja kes liikmeid. Grupiga liitumiseks peab omanik jagama soovijatele grupi koodi või kutsuma liikmeid otse kutsega (GeoGebra Docu Team, 2015a). Grupi omanikul on mugav jälgida liikmete tegevust ja tulemusi grupis. Viimane võimalus annab õpetajale hea ülevaate oma õpilaste tegevustest.

IKT kasutamine põhikoolis statistika ja tõenäosuse õpetamisel

Eesti 15-aastastest õpilastest 88,8% on omandanud baasteadmised matemaatikast (Lepmann T. , 2017). Seda olukorras, kus hariduskulu ühe õpilase kohta Eestis on oluliselt madalam kui teistes arenenud riikides, kuid riik on suutnud kõikidele õpilastele tagada õppimiseks üsna võrdsed võimalused, sh koolide arvutitega varustatuse osas (Kitsing & Täht, 2017). Õpilaste kodud on arvutite ja internetiga hästi varustatud. Samas nende puudumine on matemaatika tulemusele segav faktor. Koolipäeva jooksul lihtsalt internetis veedetud aeg on negatiivselt seotud PISA matemaatika testis 15-aastaste õpilaste tulemustega, aga samas ka koduse interneti ühenduse puudumine pärsib häid tulemusi (Jukk, 2017).

Õpetajate hoiakud IKT vahendite kasutamisel õppetöös pole niivõrd seotud konkreetse kooliga, kui pigem õpetatava aine spetsiifikaga, õpetaja enda kogemustega ja tehnoloogilise avatusega (Pruulmann-Vengerfeldt et al., 2012). Kattai (2009) Tallinna ja Harjumaa koolides läbiviidud uuringus selgus, et napilt üle poole matemaatikaõpetajatest kasutab arvutit tunnis ja tunni ettevalmistamiseks. Õpetajad, kes väidetavalt ei kasuta arvutiklassi, tõid peamiseks mureks heade töölehtede ja õppematerjali vähesust. Samas sagedased arvutikasutajad leidsid, et on olemas suur hulk häid õpiprogramme ja töölehti. Hilisemates uuringutes on ilmnunud, et õpetajad tunnevad endiselt puudust õppematerjalidest, mida õppetöös kasutada, sh kõikvõimalikest e-õppematerjalidest (Ilisson & Lepik, 2015; Pärn, 2014; Räis, Kallaste, & Sandre, 2016). Õpilastelt eeldatakse, et nad tegelikuses suudavad IKT-vahendeid kasutada. Vaadeldagem siis e-tasemetöid või konkursse ja võistlusi, kus peetakse IKT-käsitlemist normaalsuseks. Näiteks statistikavõistlusel (Selgusid õpilaste..., 2019), kust võttis 2019. aastal Eesti voorust osa 184 võistkonda, 50 õppeasutusest, kokku üle 470 õpilase, pidid osalejad esimeses voorus lahendama kolm veebipõhist testi. Tegelikult eeldas võistluse iga etapp IKT kasutamist (Euroopa statistika-võistlus 2019, s.a). Samas on ka põhikooli õpilastel võimalus osa võtta statistikaülesannete koostamise võistlusest (Arvutipõhine statistika, s.a.), mille tulemusel luuakse IKT-vahendeid kaasates põnevaid temaatilisi ülesandeid.

APS meeskond tegeleb aktiivselt IKT põhise õppevara loomise ja arendamisega (Arvutipõhine statistika, s.a.). Õppematerjale on testitud rohkem kui 70 koolis ning neid täiendatakse jooksvalt. Arvesse võetakse nii õpetajate kui ka õpilaste tagasisidet (Hommik

& Hõim, 2015). Õpetajad on programmi hästi vastu võtnud ja praktiliselt kõik piloteerimises osalenud soovivad ka edaspidi kasutada APS-i või siis kombineerida seda praeguse õppekavaga. Õpetajatele meeldis õppematerjali loomingulisus, sidusus reaalse eluga, mitmekülgne visualiseerimise võimalus ja võimalus anda vahetut tagasisidet. Samas negatiivsena toodi välja tehnilisi vigu õppematerjalides. Õpilastele meeldis õppe arvutipõhisus ja põhikooli õpilaste teadmiste testimine näitas, et teadmised on kinnistunud hästi (Hommik et al., 2018).

Metoodika

Käesoleva töö eesmärgi saavutamiseks kaardistati esimeses etapis antud töö autori poolt statistika ja tõenäosuse käsitlemine põhikoolides enamkasutatavas õppekirjanduses ja veebipõhistes keskkondades. Interaktiivsete töölehtede loomise eeltöö käigus märgistati eelpool käsitletud õpikutes kõik statistika ja tõenäosuse teemalised ülesanded ja peatükid. Lisaks ülesanded, mis sisaldasid väljendit keskmine. Pärast esimest märgistamist tekkis õpikutes leiduvast tervikpilt ja hiljem vaadati kogu õppevara uuesti üle, et leida kogemata märgistamata ülesandeid. Teise ülevaatus käigus lisanduski mõni ülesanne. Veebipõhised õppematerjalid vaadati üle kaks korda. Esmalt, poolteist aastat tagasi, töö esimeses etapis ja teist korda töö viimases etapis ehk töö kirjutamise ajal. Teises etapis koostati statistika ja tõenäosuse teemaline GeoGebra raamat „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ (<https://www.geogebra.org/m/ytvcc8qa>), mis sisaldab dünaamilisi interaktiivseid töölehti (Lisa 3) ja antud töölehtede loomise õpetusi (Lisa 4). Selle etapi käigus koguti õpilastelt interaktiivsetele töölehtedele esmane tagasiside. Õpilased andsid tagasisidet autori poolt loodud GeoGebra grupi „Statistika põhikoolis 2019“ liikmetena, vastates GeoGebra raamatus olevale kahele küsimusele. Viimases etapis paluti matemaatikaõpetajatel anda eksperthinnang loodud GeoGebra raamatule. Õpetajate hinnangud loodud töölehtedele koguti Google Forms`i abil või e-kirja teel.

GeoGebra raamatu „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ koostamine

Eestikeelseid üldisi õpetusi GeoGebra kasutamise kohta leidub mitmeid (Albre, 2008; Hohenwarter & Hohenwarter, 2009; Uusväli, 2012; Kaljas, et al., 2013a; Kaljas et al., 2013b) ja ka matemaatikaõpetajad on läbinud vastavaid koolitusi (Pruulmann-Vengerfeldt et al., 2012). Seetõttu antud töös ei vaadelda GeoGebra raamatu, töölehtede ega grupi loomist, vaid keskendutakse neile aspektidele, mida autor pole varasemates juhendites kohanud. Lähemalt vaadeldakse algandmete defineerimisest tulenevaid erisusi ja testi tagasisidet GeoGebra grupi foonil.

Töölehtede loomisel peeti oluliseks, et need toetaksid juba olemasolevat õppevara. Seetõttu eeltööna vaatas autor üle õppekavas sätestatu ja tutvus Eestis kasutatavate õppematerjalidega, et uurida, mis klassides ja mil moel statistika ja tõenäosuse teemat käsitletakse.

Töölehtede loomisel peeti oluliseks ka järgnevaid multimeedia esituse printsiipe (Mayer & Moreno, 2003):

- inimesed õpivad paremini, kui teemavälised sõnad, pildid ja helid on välja jäetud;
- inimesed õpivad paremini, kui oluline on eristatud;
- graafikud ja pildid toetavad õppimist;
- õpitakse paremini, kui omavahel seotud sõnad ja pildid on esitatud samaaegselt, mitte üksteise järgi;
- õpitakse paremini, kui õppija saab ise tempo valida;
- õpitakse paremini, kui tekst on pildiga täiendatud;
- õpitakse paremini, kui tekst on vestlusstiilis, mitte ametlik;
- rääkija pildi lisamine ei mõjuta õppimist positiivselt.

Samuti pidas autor oluliseks Tiit Lepmanni vormistuslikke soovitusi dünaamiliste slaidide koostamisel (Lepmann T. , 2016):

- Arvutipõhine õpitarkvara peab sisaldama enam visuaalset ja vähem teksti.
- Graafika tõmbab enam tähelepanu, kui tekst, seetõttu peab jälgima, et graafikaga esitataks olulist infot.
- Graafika ja sellega seonduv tekst on soovitatav esitada üheaegselt.
- Põhjuseeta illustratsioonid ja kujundid on arusaamatud ja ajavad õppija segadusse.
- Värvide valikul jälgida värvide omavahelisi seoseid ja vältida üle kolme erineva värvi kasutamist samaaegselt.
- Värvide kasutamisel peab jääma järjekindlaks.
- Värvide kasutamisel jälgi ühiskonna tavasid.
- Arvesta, et inimese silm fikseerib esimesena ekraani ülemises vasakus nurgas oleva.
- Nuppude kasutamisel peab jälgima, et nendega ei liialdataks ja nende funktsioon oleks selge. Funktsiooni selgitav tekst peab olema äärmiselt lihtne, lühike ja lakooniline.
- Nupu asend tajuväljas peab olema sobiv. Sobivaks kohaks on ekraani alumine serv või vahetult graafika- või tekstiosa kõrval.

Interaktiivsete töölehtede loomisel toetus autor nimetatud aspektidele, kuid võttis vabaduse juhendada ka oma maitsemeelest ja õpetamispraktikas väljakujunenud eelis-

tustest. Peab märkima, et antud töös läks autor teadlikult vastuollu soovituselga vältida enam kui kolme värvi kasutamist. Liigne värviderohkus kindlasti pole mõistlik, kuid autori hinnangul olulisem, et värvid toetaksid ülesandest arusaamist ja vajadusel kasutas enamaid värve.

Ülesannete varieerimise võimalusi on mitmeid (Lepmann T. , 2008):

1. algandmete arvuliste väärtuste muutmine;
2. algandmete sisuline muutmine;
3. otsitava muutmine;
4. mõistete muutmine.

Antud töös kasutati loetelust esimest ja kolmandat võimalust. Algandmete arvuliste väärtuste muutmist kasutati kõigis töölehtedes, v.a testis (Lisa 3). Dünaamilistest algandmetest tingitult võib teatud juhtudel muutuda ülesande lahenduskäik. Otsitava muutmist kasutati töölehtedel 1.5 ja 1.6 (Lisa 3). Lisaks on õpilasel võimalik ise andmeid sisestada või neid muuta ja tulemit uurida ülesannetes 2.1, 3.1, 3.2, 3.4, 5.1, 6.1 (Lisa 3).

Interaktiivsete töölehtede loomisel jälgiti, et õpilane saaks töölehel liigutada (lohistada) ainult vajalikke elemente, ja elemendid, mis pole liigutamiseks mõeldud, oleks ankurdatud. See eeldas piltide puhul sageli eeltööd enne töölehele lisamist. Pildi lisamisel seotakse kaks pildi nurka automaatselt punktidega, millest liigutades saab muuta pildi suurust. Kui tahta, et õpilane ei saa pilti liigutada, siis peab pildi originaalsuurus olema vajalikus mõõtus juba pilti GeoGebra faili lisades, sest pilt kuvatakse ekraaniga seotult originaalsuuruses. Autor kasutas kujunduse lihtsustamiseks võimalusel läbipaistva taustaga pilte. Pildid on leitud portaalist Pixabay (<https://pixabay.com/>). Selles portaalis on luba materjale kasutada vastavalt Pixabay Litsentsile, mis lubab faile allalaadida, kopeerida, muuta, nii ärilistel kui mitteärilistel eemärkidel, kuid peab järgima kolmandate isikute nõudeid. Allikale viitamine pole nõutav, kuid soovitatav (Pixabay, s.a).

Loodud GeoGebra raamat on mõeldud õpilastele harjutamise lisamaterjaliks, lisaks õpikule ja töövihikule. Loodud õppematerjali peamiseks eesmärgiks on toetada õpilast õppekavas sätestatud õpitulemuste saavutamisel. Kõrvaleesmärgiks on populariseerida GeoGebra kasutamist, luues eestikeelsed juhendmaterjalid töölehtede loomiseks. Juhendmaterjalid toetavad õpetajaid programmiga GeoGebra uute õppematerjalide tegemisel või ka esitatud töölehtede modifitseerimisel.

GeoGebra raamatus olevate töölehtedega taotletavad õpitulemused (Põhikooli riiklik õppekava, 2011) on järgmised:

1. õpilane illustreerib arvandmestikku tulp- ja sirglõikdiagrammiga;
2. õpilane oskab diagramme kirjeldada ja tõlgendada (tulp-, sirglõik- ja sektordiagrammi);
3. moodustab reaalse andmete põhjal statistilise kogumi, korrastab seda, moodustab sageduste ja suhteliste sageduste tabeli, ning arvutab aritmeetilise keskmise;
4. selgitab tõenäosuse tähendust ja arvutab lihtsamatel juhtudel sündmuse tõenäosuse.

Antud GeoGebra töölehti saab kasutada mitmel moel:

1. tunnis õpetaja lisaselgitustega;
2. tunnis, õpilase iseseisva tööna;
3. kodus iseseisvalt teema omandamiseks;
4. teema õpetamisel illustreeriva materjalina;
5. antud töölehti võib ka alla laadida ja kasutada arvutisse installeeritult;
6. antud töölehtedest või raamatust võib teha GeoGebra keskkonnas oma isikliku koopia ning seda meelepäraselt muuta või täiendada;
7. antud töölehtede ja nende loomise juhendite abil on võimalik õppida GeoGebra töölehtede loomist.

GeoGebra raamatu „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ kasutamine ei eelda õpilastelt varasemat kokkupuudet antud programmiga. Tegelikult ei eelda varasemat kokkupuudet programmiga ka õpetajalt mitte, juhul kui ta ei soovi kasutada GeoGebra gruppi. Viimane annab võimaluse lastel ülesande lahendus õpetajale saata ja õpetaja omab seeläbi ülevaadet, kes on milliseid töölehti avanud ja milliste töölehtede vastused on õpetajale saadetud. Samas annab see ka õpetajale võimaluse õpilasele tema vastuseid individuaalselt tagasisidestada. Kõik ülesanded on arvutihinnatavad, mis tähendab, et õpilane saab kohe täpse tagasiside. Tagasiside markeeriti erinevate viisidega ja iga ülesande kohale pandi kirja, mil moel märgistatakse õiged ja valed vastused (Lisa 3). Osadel töölehtedel (1.1, 2.3, 2.4, 3.3, 4.2) on ülesande lahendamisel võimalik kasutada vihjeid (Lisa 3).

Töölehed on omakorda jaotatud vastavalt temaatikale kuude eraldi blokki. Töölehtede nimed koosnevad ainealasest teema nimest ja selle järel sulgudes on toodud töölehes kasutatud eluline temaatika. Selline nimetamine aitab vajalikku ülesannet kergemini

leida. Kui töölehe nimi on „Tõenäosus (täring)“, siis vastava töölehe koostamise juhend kannab nime „Tõenäosus (täring) – loomise juhend“. Näiteks allolevast sisukorrast avades töölehe „Tõenäosus (täring)“ sisaldab see nii eelpool nimetatud interaktiivset töölehte õpilasele, kui ka antud töölehe loomise juhendit.

GeoGebra raamatu „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ struktuur:

1. Sündmuse tõenäosus (6 töölehte)
2. Aritmeetiline keskmine (4 töölehte)
3. Aritmeetiline keskmine teistes valdkondades (4 töölehte)
4. Sagedustabel (4 töölehte)
5. Suhteline sagedus ja sektordiagramm (2 + 4 töölehte)
6. Mood ja mediaan* (3 töölehte)
7. Teooria test (1 tööleht)
8. Kasutatud kirjandus

Eelmises loendis tärniga märgitud alapunkt 6 tähendab seda, et tegemist on ainekavavalise lisamaterjaliga.

Algselt oli iga töölehe all ka kaks küsimust, mida kasutati esmase info kogumiseks töölehtede kohta. Peale tööd katsegrupiga need küsimused töölehtede kommenteerimiseks eemaldati. Raamatu peatükkide 1, 2, 3, 4 ja 5 esimesed töölehed on õpilasele käsitletava teema uurimiseks ja avastamiseks, kus õpilane ei pea vastama küsimustele.

Teooria test on loodud GeoGebra vahenditega, kus on võimalik luua kas valikvastustega küsimus (üks, või mitu õiget vastust) või vabavastusega küsimus. Küsimuste vastused kogutakse ainult siis, kui vastajad kasutavad töölehte GeoGebra gruppi sisselogitult. Sellisel juhul näeb grupi omanik vastuseid. See on eriti oluline vabavastuseid kasutades. Täites testi GeoGebra gruppi sisseloginult, ei näe õpilane kohe, kas ta vastas õigesti või mitte. Samas kui õpilane vastab ilma gruppi logimata, saab ta oma vastuseid ise kontrollida ja näeb kohe, kas ta vastas õigesti või mitte. Kui tööleht on avalik, siis on õpilasel võimalik mõlemad vaated samaaegselt lahti hoida ja nii õigeid vastuseid õpetajale grupi kaudu esitatavasse töösse sisestada.

Kvaliteetne digitaalne materjal peab olema muuhulgas ka leitav (Villems, et al., 2014-2015). GeoGebras on võimalik lisada igale üksusele silte ja raamatu loomisel saab

määratleda sihtgrupi vanust. Ka antud GeoGebra raamatule ja töölehtedele lisati silte (Lisa 5) leitavuse parandamiseks.

Loodud GeoGebra raamatus on 27 interaktiivset töölehte, üks test ja kasutatud materjalide loetelu. Iga töölehe juurde on lisatud eraldi selle loomise juhend pdf- failina.

Juhendmaterjalide koostamine

Töölehtede koostamise juhendid loodi MS Wordiga ja salvestati pdf vormingus, et need lisada käesolevasse GeoGebra raamatusse. Antud raamat sisaldab 142 lehekülge juhiseid selle kohta, kuidas antud dünaamilised interaktiivsed töölehed on loodud. Juhendmaterjalid luuakse tavaliselt iseseisvaks õppimiseks (Villems, et al., 2014-2015). Juhendites illustreeritakse võimalusi, kuidas luua programmiga GeoGebra dünaamiliste algandmetega automatiseeritavaid töölehti. Juhendid sisaldavad mitmeid erinevaid võimalusi algandmete moodustamiseks ja vastuste kontrollimiseks. Juhendite järgi on võimalik muuta ja täiendada olemasolevaid töölehti. Samas saab juhendi järgi luua ka täiesti uusi töölehti, kasutades juhendit ainult osaliselt. Mõningal määral on võimalik töölehti luua ka juba mõne olemasoleva töölehe konstruktsiooniprotokolli uurides, kuid alati sellest ei piisa, sest seal ei kuvata kõiki vormistuslikke elemente.

Juhendmaterjali koostamisel võeti eeskujuna Jane Albre GeoGebra versiooni 3.2 eesti keelsest manuaalist (Hohenwarter & Hohenwarter, 2009) ja Tiit Lepmanni (2000) üliõpilastele suunatud tööst. Juhendid kirjutati läbivalt ühe stiiliga ja on laetud GeoGebra raamatusse vastava töölehe alla, et juhend oleks selle järgi loodud töölehe läheduses. See lihtsustab juhendist arusaamist ja võimaldab visuaalselt tulemit uurida. Alljärgneval joonisel on näha töölehe ja juhendi paiknemine GeoGebra raamatus ühe ülesande näitel.

1.1 Tõenäosus (täring)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt rohelisteks. Vale vastus jääb musta värvi.

Joosep veeretab täringut, millel on 4 tahku. Kui suur on tõenäosus, et tuleb arv, mis jagub 3-ga?

Kõik võimalused on: {1, 2, 3, 4}

Soodsad võimalused ehk 3-ga jaguvad arvud on:
(3)

$\text{tõenäosus} = \frac{\text{soodsa võimaluste arv}}{\text{kõigi võimaluste arv}} \text{ ehk } P(A) = \frac{k}{n}$

$P_{\{3\text{-ga jaguv arv tulul}\}} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$

Juhusliku sündmuse tõenäosus on $0 \leq P(A) \leq 1$, võimatu sündmuse puhul 0 ja kindla sündmuse korral 1.

Proovi järel!

Jakob veeretab 10 tahuga täringut. Kui suure tõenäosusega tuleb silmade arv, mis jagub 1-ga?

$P_{\{\text{silmade arv, mis jagub 1-ga}\}} = ?$

Vastus on õige, kui see muutub rohelisteks.



1.1 Tõenäosus (täring) - loomise juhend

 1_1Tõenäosus.pdf

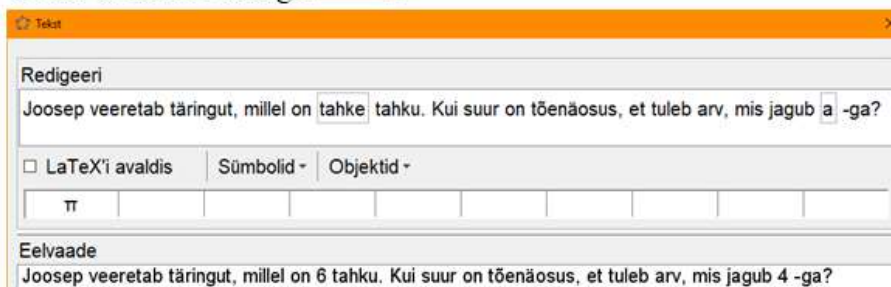
Joonis 1 Tööleht ja töölehe koostamise juhend GeoGebra raamatus

Juhendi lehekülje päises on töölehe number koos nimega (nt 1.1 Tõenäosus (täring) – loomise juhend), loomise aasta, jaluses on vastav lehekülje number ja autori nimi (Lisa 4). Iga juhendi alguses on väike ülevaade ülesandest, millele järgneb sammsammuline õpetus. Õpetus on vormistatud numbrilise loeteluna, et selle järgimist lihtsustada. Iga loetelu punkt algab lühikese märkusega, mida tehakse antud punktis. Järgnevatel ridadel on ära toodud kasutatav süntaks, kirjeldatud konkreetseid tegevusi ja kirjeldatud vastav tulemus. Programm GeoGebra sisaldab endas mitmeid võimalusi ühe ja sama eesmärgi saavutamiseks (Hohenwarter & Hohenwarter, 2009). Alljärgnevalt toon näite töölehe „1.1 Tõenäosus (täring) – loomise juhend“ näitel:

1. Loend täringu tahkude jaoks.
Trüki *sisendreal* {4, 6, 8, 10, 12, 20} ja vajuta *enter*. Tekib loend *I1*.
2. ...
3. Loend, kus on kirjas valitud tahkude arvuga kõik võimalikud visete tulemused.
Loend(<Avaldis>, <Muutuja>, <Algväärtaus>, <Lõppväärtaus>, <Kasv>)
Loend(n, n, 1, a, 1) : Tekib loend *I2*.

Antud näites on loodud loendid kahel erineval viisil. Olukordades, kus pilt annab informatsiooni paremini edasi kui tekst, on kasutatud ekraanitõmmiseid. Alljärgnevalt on näide kui soovitakse teksti sisse lisada dünaamilisi objekte:

5. Tekst ülesande sisuga





Tekib *tekst1*.

Joonis 2 Ekraanitõmmis töölehe 1.1 Tõenäosus (täring) - loomise juhendist

Kui sarnane olukord juhendis kordub, siis on toimitud alljärgnevalt:

c. *Tekst6*

Proovi järel! Jakob veeretab  tahuga täringut. Kui suure tõenäosusega tuleb silmade arv, mis jagub -ga?

Juhendi järgimine on jõukohane, kui ollakse tuttav programmi GeoGebra tavapärase kasutamisega või osatakse süntaksit lugeda. Uute töölehtede loomisel võib raskusi tekitada vastuste kontrollimine, kuna see sisaldab sageli *Kui siis* tingimuslauseid. Alljärgnev näide on töölehel „1.5 Tõenäosus (kaks täringut) – loomise juhend“:

17. Leiame küsimuse vastuse.

Kui(*tekst6* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l2, 1), Kui(*tekst7* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l3, 1), Kui(*tekst8* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l4, 1), Loenda($x < d$, l6) / Pikkus(l6), Kui(*tekst8* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l4, 2), Loenda($x \stackrel{?}{\cong} d$, l6) / Pikkus(l6), Loenda($x > d$, l6) / Pikkus(l6))), Kui(*tekst8* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l4, 1), Loenda($x < e$, l7) / Pikkus(l7), Kui(*tekst8* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l4, 2), Loenda($x \stackrel{?}{\cong} e$, l7) / Pikkus(l7), Loenda($x > e$, l7) / Pikkus(l7))), Kui(*tekst7* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l3, 1), Kui(*tekst8* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l4, 1), Loenda($x \geq d$, l6) / Pikkus(l6), Kui(*tekst8* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l4, 2), 1 - Loenda($x \stackrel{?}{\cong} d$, l6) / Pikkus(l6), Loenda($x \leq d$, l7) / Pikkus(l6))), Kui(*tekst8* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l4, 1), Loenda($x \geq e$, l7) / Pikkus(l7), Kui(*tekst8* $\stackrel{?}{\cong}$ Element(l4, 2), 1 - Loenda($x \neq e$, l7) / Pikkus(l7), Loenda($x \leq e$, l7) / Pikkus(l7)))) : **Tekib arv *f***.

GeoGebra raamatu tagasisidestajad

Käesolevas töös kasutati GeoGebra raamatule esmase tagasiside saamiseks katsegruppi, kuhu kuulusid autori enda poolt õpetatavad 7. klassi 13 õpilast. Õpilastelt tagasiside kogumise peamiseks eesmärgiks oli kontrollida, kas ja kuidas õpilased töölehtedest aru saavad, samuti leida üles erinevaid vigu. Õpilastelt tagasiside saamiseks loodi GeoGebra raamatus iga töölehe alla kaks vabavastusega küsimust, millele õpilased lisasid kommentaarid vahetult pärast töölehe lahendamist:

- *Kas ülesanne on arusaadav ja jõukohane?*
- *Kui märkasid mõnd viga, siis palun anna sellest siin teada.*

Sisulise tagasiside saamiseks kasutati õpetajate eksperthinnanguid. Esialgu oli tege- mist mugavusvalimiga, kuhu kuulusid õpetajad, kes osalesid XLIV matemaatikaõpetajate päevadel. Antud matemaatikaõpetajate päevadel tutvustas autor oma bakalaureuse tööd, mille teemaks oli „9. klassi matemaatikas funktsiooni käsitlevate ülesannete lahendused GeoGebra dünaamiliste töölehtedena“. Ettekannet kuulanud õpetajad väljendasid oma huvi nii interaktiivsete töölehtede kui ka nende koostamise vastu. Sellest johtuvalt moodustus ka valim. Esimese nädala jooksul täitsid küsimustiku ainult kaks õpetajat ja seetõttu laiendati valimit ning läbi matemaatika ainesektsiooni juhtide saadeti kiri palvega osaleda loodud õppematerjali analüüsis kõikidele matemaatikaõpetajatele. Kokku laekus küsimus- tikule 7 vastust. Küsimustiku juures oli kirjas ka autori e-kirja aadress, millele laekusid kahe õpetaja arvamused, kes küsimustikku ei täitnud.






Õpetajate ankeet sisaldas ainult ühte taustaküsimust (Lisa 2, küsimus 1). Küsimustiku koostamisel võeti aluseks HITSA soovitusel kvaliteetsel õppematerjalidele (Villems, et al., 2014-2015) ja arvestati antud töö juhendaja nõuannetega. Ankeedis oleval 56 väidet jaotati 11 blokki ja nende vastamisel kasutati Likert'i skaalat, kus õpetajad pidid hindama, kas nad on väitega täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei ole nõus, pole üldse nõus. Lisaks oli ankeedis kaks vabavastusega küsimust, millest esimene palus välja tuua valikut põhjendades ülesanne, mis enim meeldis, ja teine oli analoogne kõige vähem meeldivama ülesande kohta. Lõpus oli ka vaba kommentaari võimalus. Kolm viimast küsimust võimaldasid õpetajal tagasisidet anda vähem struktureeritud kujul.



































































Töö katsegrupiga

Katsegrupp andis tagasiside interaktiivsetele töölehtedele, välja arvatud töölehed teemal aritmeetiline keskmine teistes valdkondades. Selleks, et GeoGebra raamatus töölehtede all olevate küsimuste vastused koondusid õpetaja kätte, loodi GeoGebra grupp nimega „Statistika põhikoolis 2019“. Õpilased lisati gruppi nende gmaili kasutajakontodega. GeoGebra raamatus oli mõlema küsimuse kohal õpilasele meeldetuletus, et vastused jõuavad õpetajani ainult siis, kui õpilane vastab GeoGebra grupi „Statistika põhikoolis 2019“ liikmena. Õpilaste tagasiside koondati MS Exceli töölehele, kuna peale tööd katsegrupiga küsimused kustutati ja töölehe kustutamisel kustub ka tagasiside.

Peab tunnistama, et esimese küsimuse sõnastus on kohmakas (tegemist on kas küsimusega ja sisaldab endas tegelikult kahte küsimust), kuid autor oli valdava osa ülesannete läbimisel katsegrupi juures ja selgitas küsimuste mõtet ja eesmärki täiendavalt. Lisaks kirjalikule tagasisidele jagasid õpilased oma emotsioone ja arvamusi ka suuliselt. Kuna suulist arutelu ei salvestatud, siis paluti laste arvamused ka kindlasti kirjalikult esitada. Õpilasi julgustati just pigem kriitikat avaldama, et õppematerjal saaks võimalikult efektiivne ja kasutajasõbralik. Valdavalt (286/299 juhtudest) hindasid õpilased töölehed jõukohaseks ja samas arusaadavaks (282/299 juhtudest). Vajadusel said õpilased lisaselgitusi ülesannete lahendamisel, nagu tavapärasel tunnis, see tingib ka kõrged tulemused, kuna õpilased vastasid lõpliku olukorra järgi, mitte algsest emotsioonist kantuna. Kaks kodus iseseisvalt lahendanud õpilast hindasid töölehe 2.4 ülesanded raskeks. Klassis aidati antud ülesande juures õpilasi lisaselgitustega, sest tegemist on keskmisest keerulisema ülesandega. Selgitusi saanud õpilased ülesannet raskeks ei hinnanud. Üks õpilane ei saanud aru, mida peab tegema töölehel 5.1. Üks õpilane tõi välja, et ülesandes 5.6 on sektordiagrammi sektorite suuruse määramise keeruline. Tööleht 6.1 oli alguses raske ühe õpilase hinnangul ja teine oleks soovinud siin saada rohkem vihjeid. Viimase töölehega pidid õpilased esialgu individuaalselt tutvuma ja alles seejärel suunas õpetaja õpilaste tähelepanu vajalikele aspektidele ja arutleti ka palga teema üle üldiselt. Test oli kõikide õpilaste hinnangul jõukohane ja arusaadav.

Katsegrupp õpib Avita kirjastuse õpiku (Kaldmäe et al., 2012) järgi. Peale esimest tõeäosuse ja statistika tundi jäi õpilastele kodutööks tutvuda iseseisvalt ülesannetega 1.1 ja 1.2, kuna arvutiklassi ei saanud sobivat aega. Autor selgitas eelnevalt lastele töölehtede põhimõtet ja rääkis, kui oluline on tagasiside andmine. Sellegipoolest üks õpilane üritas ülesandeid lahendada mobiilis, mis oli tema hinnangul äärmiselt ebamugav, ja teine õpi-

lane arvas, et ülesanne ei saa iialgi otsa. Mõlemad lapsed olid küll eelnevas tunnis, kuid tunnistasid, et kodutööd tehes ei meenunud räägitu. Ülejäänud ülesanded läbiti kooli arvutiklassis mitme päeva jooksul. Ülesandeid kasutati nii uue teemaga tutvumiseks kui ka läbitud teema kinnistamiseks. Puudunud õpilastel oli kohustus vastavad ülesanded kodus iseseisvalt läbida. Interaktiivsete töölehtede kasutamise viisist õpilaste tagasiside ei sõltunud. Esialgu ei olnud antud GeoGebra raamat mõeldud kasutamiseks GeoGebra grupiga. Vajadus antud võimaluse järele tingis soov, et õpilased saaksid hinnata igat töölehte eraldi ja vahetult pärast töölehe läbimist. GeoGebra grupi kasutamine andis hea võimaluse jälgida (Joonis 3), kellel on ülesanne esitamata (), kes on ülesande avanud (), kellel on ülesanne esitatud (), kelle ülesanne on õpetaja poolt üle vaadatud ja kinnitatud (), millise ülesande juures on lisatud kommentaarid () (GeoGebra Docu Team, 2015a).

1.1 Tõenäosus	1.2 Tõenäosus	2.1 Aritmeetilii...	2.2 Aritmeetilii...	2.3 Aritmeetilii...	2.4 Aritmeetilii...	3.1
						
						
						
						
						
						
						
						
						
						
						

Joonis 3 Väljalõige kontrollgrupi tagasisidest vahendiga GeoGebra grupp

Selline tagasiside kasutamine tõi välja ka olulised erisused algandmete defineerimisel. Järgnevad erisused on olulised vaid GeoGebra gruppi kasutades ega puuduta töölehte-

de kasutamist üldiselt. Kui algandmed defineerida kohe juhusliku arvuna, siis genereerib arvuti faili avamisel iga kord uued andmed. See aga on oluline, kui õpetaja soovib teha GeoGebra gruppi kasutades õpilaste vigade analüüsi. Antud juhul ta seda teha ei saa, sest kui õpetaja avab õpilase poolt saadetud faili, siis genereeritakse õpetajale uued algandmed. Õpilase vastused on küll näha koos reaktsiooniga (nt punane = vale vastus, roheline = õige vastus), kuid enam pole võimalik aru saada, miks ja kus õpilane eksis. Ülesanded, kus esmased andmed pole juhuslikud arvud, ja arvud kirjutatakse üle juhuslike väärtustega alles peale vastava nupule (nt *Uued andmed*) vajutamist, säilitavad algandmed vastuste analüüsimiseks ka faili korduval avamisel. GeoGebra gruppi kasutades sõltub vastuse reakstioon (värv) kontrollimisalgoritmist. Kui konkreetsetel töölehtedel on kasutatud tõeväärtusi *in* (kontrollib, kas vastus on sisestatud) ja *õigsus* (kontrollib, kas sisestatud vastus on õige), siis jäävad reaktsioonid muutumatuks faili korduval avamisel ka siis, kui algandmed genereeritakse juhuslike arvudena (Joonis 4).

2.2 Aritmeetiline keskmine (õpetajate vanused)

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.

Allolevad 7 õpetajat töötavad Künka Koolis. Joonise juures on iga õpetaja vanus.

Selle õppeaasta alguses muutus õpetajate koosseis. Nimelt 50 aastane õpetaja asutas oma firma. Uus õpetaja on 24-aastane.

Kui suur on õpetajate keskmine vanus täisaastates enne õppeaasta algust? 45

Kui suur on õpetajate keskmine vanus täisaastates peale uue õpetaja saabumist? 38

Kui palju muutus õpetajate keskmine vanus? 7

Kui vana on vanim õpetaja? 58

Kui vana oli enne uut õpetajat noorim õpetaja? 30

Kui suur on õpetajate suurim vanuste vahe enne noore õpetaja tulekut? 28

uued andmed

Joonis 4 Juhuslikult genereeritud algandmed sellisel juhul, kui vastus kontrollitakse kahe tõeväärtuse abil.

Kui algandmed on juhuslikud arvud ja arvutusi kontrollitakse ilma tõeväärtusteta otse algandmetega, siis ei ole võimalik õpetajal hiljem aru saada, kas ja kui palju õpilane õigesti vastas (vrld Joonis 5 ja Joonis 6). Õpilase vastused on küll näha, kuid vastuse õigsus määratakse algandmetega opereerides, kuid need genereeritakse iga faili avamisel uued.

2.3 Aritmeetiline keskmine

Jussi aias kasvab kolm õunapuud. Nende puude keskmine vanus on 20 aastat. Leia õunapuude vanus, kui kõige vanem on teistest vastavalt 9 ja 3 aastat vanem.

Noorima õunapuu vanus täisaastates 21
Keskmise õunapuu vanus täisaastates 21
Vanima õunapuu vanus täisaastates 27

Kuidas muutub puude keskmine vanus aias, kui Juss istutab 2 õunapuud juurde (iga puu 5. aastane)?
Puude keskmine vanus väheneb.

Nüüd on aias kasvavate õunapuude keskmine vanus täisaastates 15


Vanim õunapuu murdus tormi käes pooleks ja isa saagis selle maha.
Peale saagimist on aias kasvavate õunapuude keskmine vanus aastates 11.5

Siin saad katsetada!

1. puu vanus 21 $\bar{x} = \frac{21 + 21 + 27}{3} = 23$
2. puu vanus 21 $1.\text{puu vanus} - 2.\text{puu vanus} = 0$
3. puu vanus 27 $1.\text{puu vanus} - 3.\text{puu vanus} = -6$

Keskmine vanus
 Vanuste vahelised seosed

Uued andmed



Joonis 5 Juhuslikult genereeritud algandmed juhul, kui vastused arvutatakse otse algandmeid kasutades (faili esmakordsel avamisel)

2.3 Aritmeetiline keskmine

Jussi aias kasvab kolm õunapuud. Nende puude keskmine vanus on 19 aastat. Leia õunapuude vanus, kui kõige vanem on teistest vastavalt 18 ja 15 aastat vanem.

Noorima õunapuu vanus täisaastates 21
Keskmise õunapuu vanus täisaastates 21
Vanima õunapuu vanus täisaastates 27

Kuidas muutub puude keskmine vanus aias, kui Juss istutab 3 õunapuud juurde (iga puu 4. aastane)?
Puude keskmine vanus väheneb.

Nüüd on aias kasvavate õunapuude keskmine vanus täisaastates 15


Vanim õunapuu murdus tormi käes pooleks ja isa saagis selle maha.
Peale saagimist on aias kasvavate õunapuude keskmine vanus aastates 11.5

Siin saad katsetada!

1. puu vanus 21 $\bar{x} = \frac{21 + 21 + 27}{3} = 23$
2. puu vanus 21 $1.\text{puu vanus} - 2.\text{puu vanus} = 0$
3. puu vanus 27 $1.\text{puu vanus} - 3.\text{puu vanus} = -6$

Keskmine vanus
 Vanuste vahelised seosed

Uued andmed



Joonis 6 Juhuslikult genereeritud algandmed juhul, kui vastused arvutatakse otse algandmeid kasutades (2. faili avamine)

Antud töös jäeti mõlemad versioonid õppe-esmärgil sisse, kuna käesolevad interaktiivsed töölehed on mõeldud eeskätt õpilastele harjutamiseks, mitte õpilase kontrollimiseks. Ülesande 2.3 vastuste kontrollimist muudeti, lisades vastavad tõeväärtused, kontrollimaks, kas autor on programmi GeoGebra enda jaoks õigesti lahti mõtestanud. Tõeväärtusi pole vastuste kontrollimisel kasutatud näiteks ülesandes 1.1.

Õpilased leidsid üksikuid paigutuse probleeme, kui tekstid olid nihkunud üksteise peale või mõni täht oli varju jäänud. Mõne värvi kasutamist muudeti, et tekste oleks muga-

vam lugeda. Tekstide sõnastust, mida õpilased hindasid keeruliseks, muudeti. Elemendid, mis olid jäänud liigutatavateks, ankurdati. Kõige rohkem muudeti ülesannet 2.3, kus muudeti nii kontrollimise algoritmi kui ka ülesande erinevate osade paigutust. Õpilastelt saadud tagasiside oli autori jaoks oluline seetõttu, et aitas olulisel määral vaadeldavat õppematerjali parendada just õpilase hinnanguid ja soove arvestavalt. Katsegrupis olnud võtsid õppematerjali positiivselt vastu ja suhtusid tagasisidestamisse tõsiselt.

Juhendaja oli jooksvalt ülesannete loomisega kursis ja nõustas protsessi käigus, kuid andis lõpliku tagasiside peale tööd katsegrupiga. Sisse olid jäänud veel üksikud kirjavead ja leidus vigu ka vastuste kontrollimisel. Vastuste kontrollimisel vigased *Kui, siis* laused parandati. Mõningatel ülesannetel muudeti juhendaja soovitusel ka paigutust ja algandmete vahemikke. Juhendaja ettepanekul muudeti ülesande 2.3 paigutust veelgi. Ülesande viimast versiooni on näha joonisel 5.

2.3 Aritmeetiline keskmine (õunapuud)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.

Jussi aias kasvab kolm õunapuud. Nende puude keskmine vanus on 19 aastat. Leia õunapuude vanus, kui kõige vanem on teistest vastavalt 6 ja 0 aastat vanem.

Vanima õunapuu vanus täisaastates ?

Keskmise õunapuu vanus täisaastates ?

Noorima õunapuu vanus täisaastates ?

Siin saad katsetada enne vastamist!

1. puu vanus Vanuste vahelised seosed

2. puu vanus

3. puu vanus

Keskmine vanus


Kuidas muutub puude keskmine vanus aias, kui Juss istutab 2 õunapuud juurde (iga puu 4. aastane)?

Puude keskmine vanus

Nüüd on aias kasvavate õunapuude keskmine vanus täisaastates ?

Vanim õunapuu murdus tormi käes pooleks ja isa saagis selle maha.

Peale saagimist on aias kasvavate õunapuude keskmine vanus täisaastates ?



Joonis 7 Viimane versioon töölehest 2.3

Viimasel joonisel on näha, et lisandunud on tekst ülesande akna kohale, kus selgitatakse, kuidas markeeritakse õiged ja valed vastused. Kuna GeoGebra võimalused on

rohked, siis soovis autor võimaluste tundmaõppimiseks kasutada erinevaid lähenemisi. Autor arutas erinevaid tagasisidestusi katsegrupiga suulises vestluses. Õpilased ei omanud eelistusi ja arvasid, et nende jaoks ei ole eriti oluline, kuidas vastuseid markeeritakse, vaid tõid välja just selle, et markeerimine võiks ülesande juures kirjas olla. Õpilaste ja juhenda- ja soovitusel lähtuvalt lisati selgitused kõikidele töölehtedele.

Matemaatikaõpetajate tagasiside GeoGebra raamatule

Viimase etapina koostati õpetajatele küsimustik Google Forms`i kasutades. Küsimustik oli anonüümne ja küsitajaid ei profileeritud mitte mingil moel, kuna uuringu eesmärgiks oli loodud õppematerjalile antav tagasiside ning ankeet saadeti otse sihtrühmale. Küsimustik ja GeoGebra raamat edastati matemaatikaõpetajatele Eesti Matemaatika Seltsi juhatuse liikme Raili Vildi abil. GeoGebra raamatule „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ andis tagasisidet ankeedi kaudu 7 õpetajat ja e-kirja teel 1 õpetaja. Vähene vastajate arv võib olla tingitud kõikvõimalike küsitluste rohkusest, millest õpetajad pidevalt osa võtavad (autori isiklik kogemus). Kuigi autor üritas juba õpetajate poole pöördumises haarata tähelepanu ebaeestlasliku algusega: „Olen siiralt uhke oma GeoGebra raamatu...“, jäi vastanute arv siiski väikseks. Sellest hoolimata hindab autor kõrgelt nii õpilaste kui ka õpetajate panust loodud õppematerjali tagasisidestamisel.

Ankeedile vastanud õpetajatest üks kasutas GeoGebra raamatut „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ õpilastega, ülejäänud iseseisvalt.

Õpetajatel paluti anda hinnang, mil määral GeoGebra raamat „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ toetab õppimist. Peaaegu kõik õpetajad olid nõus, et vaadeldav õppematerjal vastab sihtrühma vajadustele (ühe õpetaja arvates antud materjal pigem ei vasta sihtrühma vajadustele). Samas leidsid õpetajad, et õppematerjal vastab õppekavale ja on loodud kindla eesmärgiga. Leiti (v.a üks, kes ei omanud kindlat seisukohta), et õppematerjali maht on sobiv ja sisaldab õpitulemusi (v.a kaks, kes ei omanud kindlat seisukohta). Viis õpetajat leidsid, et loodu on eakohane, üks ei omanud selget seisukohta ja üks pigem ei nõustunud. Saadud tagasiside põhjal võib järeldada, et loodud õppematerjal toetab õppimist.

GeoGebra raamatu „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ sisu kvaliteeti hinnates arvasid vastanud, et õppematerjal moodustab sisulise terviku, olles ainealaseltselt korrektne. Vaadeldav materjal leiti olevat ka keeleliselt korrektne.

Õpetajad andsid oma hinnangu loodud töölehtedele, kuivõrd motiveerivad võivad need olla õpilastele. Peaaegu kõikide (üks pigem ei nõustunud) vastajate hinnangul on loodud materjal õppija jaoks kaasav ja raskusastmelt sihtrühma arvestav. Väitega, et sihtrühma eelteadmistega arvestatakse, oldi pigem nõus. Üks vastanutest arvas, et õppematerjal ei toeta õpioskuste omandamist, ülejäänud olid täiesti nõus (5) või pigem nõus (1), et õppematerjal siiski toetab õpioskuste arenemist. Samas leidsid vastanud, et ülesanded on huvitavate ja eluliste näidetega. Vaadeldavas õppematerjalis kasutati erinevat tüüpi tagasisidestamist. Viis õpetajat arvasid, et mitmekülgne tagasisidestus toetab õppimist, üks õpetaja ei omanud kindlat seisukohta ja üks ei nõustunud.

HITSA hinnangul peab kvaliteetne õppematerjal olema kohandav (Villems, et al., 2014-2015). Õpetajate hinnangul sobib antud GeoGebra raamat kasutada erinevates õpituatsioonides ja enamus (üks oli erapooletu ja üks pigem ei nõustunud) arvab, et materjal sobib kasutamiseks erineva taustaga õppijatega. GeoGebra tarkvara on nii veebis kui arvutisse installeeritult kasutatav ja kõikidest veebis olevatest materjalidest saab teha omale isikliku koopia nii veebi oma kasutajakontole kui ka arvutisse installeeritult kasutamiseks arvutisse (GeoGebra Docu Team, 2016). Õpetaja, kes GeoGebra aktiivselt kasutab, on sellega kindlasti kursis, eriti kui ta ei piirdu vaid teiste loomingu kasutamisega. Arvutisse installeeritud programmi kasutusvõimalusega olid kursis neli õpetajat, kaks ei nõustunud ja ühel puudus kindel seisukoht. Samas kolm õpetajat olid nõus, et õppematerjalist saab omale isikliku koopia luua, kaks õpetajat ei omanud seisukohta ja kaks ei nõustunud. See näitab selgelt, et õpetajatel on väga erinevad kasutuskogemused antud programmiga. Viimane küsimus oma olemuselt pigem kontrollis vatajate teadlikkust, kuna programmi GeoGebra kasutustingimused on üheselt sätestatud.

Vaadeldava õppematerjali interaktiivsust hinnates leidsid õpetajad, et kasutatavad arvandmed on dünaamilised ja õppija saab kohest tagasisidet. Enamus vastajatest oli täiesti nõus, et õppematerjal võimaldab õppijal ise juhtida selle kasutamist, kuid üks õpetaja pigem ei nõustunud väitega.

Kõik vastanud olid täiesti nõus, et õppematerjal sisaldab infot autori kohta, kuid teiste autori materjalidele korrektse viitamisega nõustusid kuus õpetajat ja üks ei omanud kindlat seisukohta. Käesolevas õppematerjalis ei ole viidatud iga töölehe juures eraldi kasutatud materjalidele, vaid viited on koondatud kokku raamatu lõppu. Selline

käsitlemine hoiab autori hinnangul õpilase tähelepanu ekslemast oluliselt, kuid samas võimaldab viidata kõigile kasutatud allikatele.

Kasutajasõbralikkus määrab paljuski, kas õppematerjal leiab otstarbelist rakendust või mitte. Visuaalselt köitvaks hinnati õppematerjal enamiku vastajate poolt (ainult üks õpetaja pigem ei nõustunud). See on autorile meeldiv ja tunnustav tagasiside, kuna siin lähtus ta raamatu kujundamisel suuremal määral oma eelistustest. Samasuguse hinnangu said ka väited, et õppematerjalis kasutatud värvilahendused toetavad õppijat, õppematerjal äratav õpimotivatsiooni ja õppematerjal on intuiitiivselt navigeeritav. Enamus vastanutest olid täiesti nõus, ja üks õpetaja ei omanud seisukohta, et joonised ja diagrammid toetavad õppijat. Põhimõtteliselt sama arvati ka kasutatud illustratsioonide kohta. Loodud õppematerjal on loodud tavaõppijale mõeldes ja erivajadustega õpilasi otseselt silmas ei peetud, kuna viimane mõiste on ääretult lai (HEV. Mõisted ja seadusandlus, s.a.). Siiski leidsid kolm õpetajat, et käesolev õppematerjal on sobiv erivajadusega õppijale, kaks õpetajat ei omanud seisukohta ja kaks õpetajat pigem ei nõustunud.

Hinnates õppematerjali tehnilist korrektsust ja ühildatavust, olid vastajad nõus, et antud materjali saab kasutada erinevate veebilehitsejate ja operatsioonisüsteemidega. Viimase osas puudus kahel õpetajal seisukoht, kuid võimalik, et õpetajatel pole võimalik erinevaid operatsioonisüsteeme kasutada ja siis ongi keerulisem isiklikku arvamust kujundada. Enamus õpetajatest olid täiesti nõus (üks ei omanud seisukohta ja üks pigem ei nõustunud), et õppematerjalis olevad nupud ja märkeruudud töötavad sihipäraselt. Joonised, diagrammid ja illustratsioonid hinnati mugava suurusega olevaks (v.a üks, kellel puudus seisukoht). Üks vastaja polnud üldse nõus, et kasutatavad tekstid on mugava suurusega, ühel puudus seisukoht, kuid ülejäänud olid väitega nõus. Kasutatavad värvilahendused hinnati täiesti sobivaks, v.a üks vastaja, kes polnud väitega üldse nõus.

Õppematerjali leitavuse hindamiseks kasutati nelja küsimust. Kõik vastanud olid täiesti nõus, et õppematerjal on kasutatav GeoGebra kasutajakontot omamata. Olgugi et vaadeldav õppematerjal on avalik, siis enamus olid küll avalikuks olemisega nõus, kuid kaks õpetajat pigem ei nõustunud. Neli vastanutest on nõus ja kolm pole üldse nõus, et antud õppematerjal on leitav GeoGebra keskkonnas asjakohaseid otsisõnu kasutades. Tehes kontrollotsingu 14.05.2019, on õppematerjal esimeste otsingutulemuste seas, kui otsinguks kasutada GeoGebra raamatu nime „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ või lihtsalt eraldi sõnu statistika või tõenäosus. Kolm vastajat arvab, et õppematerjal on leitav

otsingumootorit (nt Google Search) kasutades, ühel puudub seisukoht, üks arvab, et pigem mitte ja kaks ei nõustu leitavusega üldse. Tehes seal kontrollpäringut, ei õnnestunud autoril õppematerjali leida.

Autor kasutas teadlikult erinevaid tagasisidestuse viise õppijale ja lasi seda nelja küsimuse läbi õpetajatel ka hinnata. Napilt üle poolte arvasid, et kasutatud tagasiside mitmekülgsus toetab õppimist (2- erapooletut, 1- pigem ei nõustunud). Väitega, et tagasiside mitmekülgsus ajab õpilased segadusse, nõustusid kolm õpetajat, kahel puudus seisukoht ja kaks pigem ei nõustunud. Samas väitega, et tagasiside vormidega on liialdatud, pigem ei nõustunud, v.a üks, kes nõustus väitega täiesti, ja üks, kellel puudus seisukoht. Küsides õpetajatelt, kas tagasisidet peab andma ainult ühe vormi ja stiiliga, oli pigem nõus üks vastaja, kahel puudus seisukoht ja ülejäänud polnud nõus, et peab piirduma vaid ühe vormi ja stiiliga.

Õpetajatel paluti välja tuua üks ülesanne koos põhjendusega, mis kõige rohkem meeldis. Üks õpetajatest arvas, et väga palju oli toredaid ülesandeid ja ühte konkreetset ei oskagi välja tuua, teine arvas, et ei oma veel piisavalt ülevaadet valiku tegemiseks. Ära märgiti sagedustabeli ülesanded, kuna tabeli täitmine on selge ja arusaadav. Meeldisid sektordiagrammiga ülesanded, sest tehes paberil, võtab see palju aega ja Microsoft Excelis tekivad diagrammid iseenesest, aga antud töös kasutati väga palju erinevaid variante. Aritmeetilise keskmise teema juurest toodi välja ülesanne 2.2 (õpetajate vanused), sest seal pidi märkimisväärselt arvutama (käesoleva peatüki viimases lõigus kirjeldatakse, et see ei pruugi nii olla) ning ülesande visuaalne pool oli kõitev ja 2.3 (õunapuude vanused), kuna väljend „*Leia õunapuude vanus, kui kõige vanem on vastavalt teistest 3 ja 3 aastat vanem*“ pani tõsiselt teksti sisusse süvenema. Ülesannete loomisel on autori hinnangul üks suhteliselt keeruline koht just algandmete fikseerimine. Milliseid algandmeid lubada, et ülesanne oleks dünaamiline, reaalne, lahendatav, mõistlik? Antud temaatika oli pidevalt arutlusel ka antud töö juhendajaga.

Õpetajatel paluti välja tuua ka ülesanne, mis meeldis kõige vähem, koos põhjendusega. Vastanutest kolm arvas, et sellist ülesannet ei leidu, ja üks arvas, et ei oma veel piisavat ülevaadet. Samas eelmises punktis kõige meeldivamaks ülesandeks valitud 2.2 oli teise õpetaja hinnangul hoopis kõige vähem meeldivam, kuna sisaldas liiga palju küsimusi, mis olid tema meelest igavad ega anna õpilasele midagi. Õpetaja hinnangul võiks küsimusi vähendada nt küsimusest „*Kui vana on vanim õpetaja?*“ loobumisega. Autori hinnangul

on see samas hea tähelepanu küsimus ja üksiti võimalus eriti nõrkadel õpilastel kindlat eduelamust kogeda.

Õpetajatelt oodatakse tegelikkuses vägagi konkreetseid digipädevusi (The standards..., 2014), seetõttu võiksid olla GeoGebra raamatu „Statistika ja tõenäosus põhi-
kooli“ interaktiivsete töölehtede loomise juhendid heaks täienduseks õppematerjalide loomisel. Rõõm on tõdeda, et kõik vastajad hindavad koostatud juhendites olevad selgitused arusaadavaks ja piisavaks töölehtede koostamisel ning leiavad üksmeelselt, et juhendist arusaamist toetavad kõrvalolevad juhendi järgi valminud töölehed. Autori eesmärk oligi panna juhendid ja nende järgi loodud töölehed kõrvuti, et tekiks üks tervik. Enamus vastanutest leiab, et ilma kõrvalolevate töölehtedeta oleks juhendi mõistmine oluliselt keerulisem (üks vastaja pigem pole väitega nõus ja ühel puudub seisukoht). Vastanud arvavad, et juhendid on hästi jälgitavad ja juhendeid on mugav kasutada. Kõik vastanud on nõus, et juhendis olevad koodiread ja selgitused eristuvad arusaadavalt. Samuti on kõik vastanud nõus, et analoogseid juhendeid on vaja, et oleks kergem GeoGebraga töölehti luua ning õpetajad tunnevad puudust sarnastest juhenditest. Ka autori hinnangul on rohkem analoogseid juhendeid vaja, sest töölehtede loomine võõrkeelsete materjalide järgi on kordades keerulisem kui emakeeles. Koostatud juhendid on osutunud kasulikuks ka autorile endale, sest juhendi jälgimisel on ununenud olukordade meenutamine tunduvalt kiirem, kui ülesande koodi või konstruktsiooniprotokoli uurides.

Vaba kommenteerimise võimalust kasutas neli õpetajat. Esile tõsteti, et vastamise teeb keerukaks pidev küsimärgi kustutamine. Samale kitsaskohale juhtis autori tähelepanu ka juhendaja. Peab tõdema, et see on hetkel GeoGebrale spetsiifiline probleem ja hea alternatiiv veel puudub. Kõik neli õpetajat hindasid tööd suurepäraseks ja tunnustasid tehtud tööd. Õpetajad kirjutasid, et tulevikus proovivad materjali ka õpilastega ja töid välja, et materjal sobib kasutada ka gümnaasiumi kitsa matemaatika 4. kursuse juures. Üks õpetajatest esitas ka omapoolseid parendusettepanekuid. Näiteks 1.5 tõenäosuse (kaks täringut) ülesande juures võiks täringutel olevate silmade korrutist ja summat eraldi küsida. Praegu valitakse tehe juhuvalikuga. Kuna neljas küsimuses on kasutatud sama põhimõtet, siis autor jättis ülesande muutmata (Lisa 3 ülesanne 1.5). Samas leidis õpetaja, et aritmeetiline keskmine ei ole seotud keskmise kiiruse arvutamisega. Konkreetne ülesanne on inspireeritud kirjastuse Avita 5. klassi õpiku II osast (Kaasik, 2012), kus aritmeetilise keskmise mõistet selgitatakse just nimelt keskmise kiiruse näitel.

Vaadeldes vastajaid üksikult, siis üks vastaja joonistus selgelt välja, kellele loodud õppematerjal ei meeldinud. Teised vastajad olid tagasisides läbivalt positiivselt häälestatud. Loomulikult on arusaadav, et kõigile ei meeldi ühed ja samad õppematerjalid.

Kirja teel tagasisidet andnud õpetaja leidis, et on koostatud asjalik õppematerjal. Ülesande 1.2 tõenäosus (jõuluehted) juures tegi ta tähelepaneku, et vastuse võib sisestada nii hariliku murruna kui kümnendmurruna. Nii on tegelikult läbivalt. Kuid õpetaja ei leidnud lahendust, kuidas vastust sisestada kümnendmurruna, kui vastuseks on lõpmatu kümnendmurd. Hetkel antud küsimuses autoril vastus puudub. Õpetaja võiks olla kursis, et programmi GeoGebra nutikas kasutamine võimaldab õpilasel panna programm enda eest arvutama. Näiteks kui õpilane peab leidma 50% 30-st, siis piisab kui kirjutada vastusesse $0,5 \cdot 30$ ja programm arvutab vajaliku väärtuse. Loomulikult võib siin vaielda teemal, kas õpilane ei peagi ise arvutama, kuid käesoleva töö autor on samal seisukohal nagu Tiit (2007), et peastarvutamine on vaid üks väike osa matemaatikast ja see ei tohi segada teiste matemaatiliste teemade õppimist ega kontrollimist. Programmi kasutajasõbralikkust tõstab võimalus sisestada 50% nii protsentarvuna, hariliku murruna kui ka kümnendmurruna. Teine, kirja teel arvamust avaldanud õpetaja, kasutas töölehti koos seitsmenda klassi õpilastega. Õpetaja hinnangul meeldisid töölehed nii õpilastele kui talle endale. Õpetaja avaldas soovi õppematerjali edaspidigi kasutada ja tundis huvi, kas õppematerjal jääb kättesaadavaks ka tulevikus.

Kokkuvõte

Antud magistritöö käigus tutvus töö autor statistika ja tõenäosuse käsitlemisega Eesti koolides kasutatavas õppekirjanduses, sh ka digitaalses õppevaras. Tutvudes õppekirjandusega ilmneb, et statistika ja tõenäosuse teemasid käsitletakse erinevates õpikutes sarnastel aegadel. Teemade sügavus ja meetodika on võrdlemisi sarnane. Samas pole õppekavavälised teemad eraldi tähistatud. See võib aga tähendada, et õppekavajärgsetele teemadele jääb liiga vähe aega ja rõhutades eksamiks valmistudes õppekavaväliseid teemasid, võime õpilast õpingutes eksitada. Peab tõdema, et statistika ja tõenäosuse teema pole õpikutes kõrgelt väärtustatud, sest vastava teema valemid ei sisaldu materjali kordavatel lehekülgedel. Statistika ja tõenäosuse õpetamiseks on digitaalseid õppematerjale, kuid mitte piisavalt. Arvestatavaks õppematerjali kogumikuks on hetkel vaid APS, millele on lisaks üksikud arvutikontrollitavad ülesanded Opiq.ee keskkonnas. Mainitust ainult APS keskkonnas on algandmed dünaamilised.

Magistritöö eesmärgiks oli luua IKT-d kasutades olemasolevatele õpikutele ja töövihikutele täiendav kvaliteetne õppematerjal tõenäosuse ja statistika õpetamiseks põhikoolis ning uurida õppematerjali kvaliteetsust vastavalt Eestis kehtivatele nõuetele. Teiseks eesmärgiks oli luua juhendmaterjalid, et soovijad saaksid iseseisvalt antud juhendite abil programmiga GeoGebra töölehti luua. Autori poolt koostati programmiga GeoGebra raamat „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“, mis sisaldab 27 interaktiivset töölehte, 1 testi ja 142 lehekülge õpetusi, kuidas käesolevaid töölehti luua. Töölehtede väljatöötamise etapis kasutati katsegruppi ja lõplik tagasiside koguti matemaatikaõpetajalt. Läbivalt arvestati antud töö juhendaja nõuannetega. Loodud õppematerjali kvaliteedi mõõdikuks olnud ankeedile vastanuid oli küll ainult 7, kuid iga matemaatikaõpetaja omab sisuliselt eksperthinnangut. Seetõttu võib vastajate tagasiside baasil õppematerjalile hinnangu anda. Kaks õpetajat, kes tagasisideankeeti ei täitnud, avaldasid oma arvamust e-kirja teel. Toetudes õpetajate hinnangutele, võib öelda, et loodud õppematerjal on piisavalt kvaliteetne, et soovitada seda ainetundides kasutamiseks.

Programmi GeoGebra teatud töölehtede loomise juhendid aitavad töölehti vajadusel muuta, täiendada ja soovijatel nende abil ka uusi töölehti luua. Ankeedile vastanute hinnangul on juhendmaterjalide olevad selgitused arusaadavad ja piisavad uute töölehtede koostamiseks.

Kasutatud kirjandus

- Abel, E., Abel, M., & Kaasik, Ü. (2006). *Koolimatemaatika entsüklopeedia. Kolmas täiendatud trükk*. Tartu: Kirjatus Ilmamaa.
- Albre, J. (2008). *Dünaamilised slaidid 12. klassi matemaatikaõpiku juurde*. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool.
- Arvutipõhine statistika* (s.a.). Külastatud aadressil <https://koolistatistika.ut.ee/>
- Avita* (2019). Külastatud aadressil <https://www.avita.ee>
- Digipööre (2019). *Haridus- ja Teadusministeerium*. Külastatud aadressil <https://www.hm.ee/et/tegevused/digipoore>
- Digiõpikud (2019). *Haridus- ja Teadusministeerium*. Külastatud aadressil <https://www.hm.ee/et/tegevused/digipoore/digiopikud>
- Digiõppematerjalide litsentside kättesaadavaks tegemine põhikooliõpilastele (2018). *Mercell*. Külastatud aadressil <https://www.mercell.com/et-ee/tender/89068780/digioppematerjalide-litsentside-kattesaadavaks-tegemine-pohikooliopilastele-hanked.aspx>
- Dogan, M., & Icel, R. (2011). The role of dynamic geometry software in process of learning: GeoGebra example about triangles. *Journal of Humas Sciences Vol 8, No 1*. Külastatud aadressil <https://www.j-humansciences.com/ojs/index.php/IJHS/article/view/1547/730>
- Eesti põhi- ja keskkhariduse riikliku õppekava kinnitamine Eesti põhi- ja keskkhariduse riiklik õppekava (1996). *Riigi Teataja*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/29725>
- eKoolikott* (s.a). Külastatud aadressil <https://e-koolikott.ee/>
- E-tund* (s.a). Külastatud aadressil etund.avita.ee
- Euroopa statistikavõistlus 2019 (s.a). *Eesti Statistika*. Külastatud aadressil <https://www.stat.ee/voistlus-2019>
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education Volume 11*.
- GeoGebra* (s.a). Külastatud aadressil <https://www.geogebra.org/team>
- GeoGebra Docu Team. (2015a). *About GeoGebra Groups*. Külastatud aadressil <https://www.geogebra.org/m/rQrbooeq#material/tfy3mmUE>

- GeoGebra Docu Team. (2015b). *GeoGebra Book Editor*. Külastatud aadressil <https://www.geogebra.org/m/P5Zrj0Su>
- GeoGebra Docu Team. (2016). *GeoGebra Activity Editor*. Külastatud aadressil <https://www.geogebra.org/m/e9Z6UDu4>
- HEV. Mõisted ja seadusandlus (s.a.). *SA Innove rajaleidja*. Külastatud aadressil <http://www.rajaleidja.ee/hevmoisted-ja-seadusandlus/>
- Hiob, K. (1995). *Matemaatiline statistika. Algekursus koolidele*. Tallinn: Kirjastus Avita.
- Hiob, K., Rääbis, A. (1994). *Teabevihik. Matemaatilise statistika õpik ja programmeerimispakett STATKOOL*. Külastatud aadressil <http://www-1.ms.ut.ee/ess/Failid/Teabevihud/ESSteabevihik4.pdf>
- Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2009). *GeoGebra 3.2 eesti keelse versiooni manuaal*. Külastatud aadressil https://www.teaduskool.ut.ee/sites/default/files/teaduskool/oppetoo/geogebra_3_2_eestik_manuaal.pdf
- Hommik, C., & Hõim, T. (2015). Teachers' Feedback to Secondary-Level Statistics Course Innovation: Computer-Based Education Pilot in Estonia. *Proceedings of the 14th European Conference on e-Learning: European Conference on e-Learning, United Kingdom, Oct 2015*. Ed. Prof A. Jefferies, Dr. M. Cubric. Academic Conferences International Limited, 705–711.
- Hommik, C., Kalam, B., & Hõim, T. (2018). *Arvutipõhise statistikaprojekti senisest kasutajakogemusest*. Külastatud aadressil http://koolistatistika.ut.ee/wp-content/uploads/2018/03/II_piloot_Tulemused.pdf
- Hõim, T., Kikas, Ü., Jõgeva, J., Kalam, B., Hommik, C., Sild, S., et al. (2019). *Arvutipõhine statistika*. Külastatud aadressil <https://koolistatistika.ut.ee/oppematerjalid>
- Ilisson, M., & Lepik, M. (2015). *Õpiku roll põhikooli matemaatikaõpetuses*. rmt: *Koolimatemaatika XLII* (lk 24-31). Tartu: Tartu Ülikooli kirjastus.
- Jukk, H. (2017). *PISA-2015 Eesti tulemused. Õpilaste motiveeritus tegeleda matemaatikaga*. Külastatud aadressil https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2017/11/PISA-2015_EESTI_ARUANNE_FINAL.pdf
- Jull, S. (2018). *GeoGebra Partner Book 2018*. Külastatud aadressil <https://www.geogebra.org/m/pR5DME5S>
- Kaasik, K. (2012). *Matemaatika õpik 5. klassile II osa*. Tallinn: Avita.
- Kaldmäe, K., Kontson, A., Matiisen, K., & Pais, E. (2012). *Matemaatika õpik 7. klassile*. Tallinn: Avita.

- Kaldmäe, K., Kontson, A., Matiisen, K., & Pais, E. (2013). *Matemaatika õpik 9. klassile I osa*. Tallinn: Avita kirjastus.
- Kaldmäe, K., Kontson, A., Matiisen, K., Pais, E. R., & Saks, M. (2018/2019). *Matemaatika õpik 7. klassile*. Külastatud aadressil <https://www.opiq.ee/Kit/Details/63>
- Kaljas, T., Lepik, M., Nurk, E., Telgmaa, A., & Undusk, A. (2013a). *Matemaatika 8. klassile 1. osa*. Tallinn: Kirjastus Koolibri.
- Kaljas, T., Lepik, M., Nurk, E., Telgmaa, A., & Undusk, A. (2013b). *Matemaatika 8. klassile 2. osa*. Tallinn: Kirjastus Koolibri.
- Kaljas, T., Nurk, E., & Telgmaa, A. (2014). *Matemaatika 6. klassile 2. osa*. Tallinn: Kirjastus Koolibri.
- Kattai, K. (2009). *Statistika teemad koolikursuses*. Publitseerimata Magistritöö. Tallinna Ülikool
- Kitsing, M., Täht, K. (2017). *PISA-2015 Eesti tulemused. Kool*. Külastatud aadressil https://www.hm.ee/sites/default/files/pisa_2015_final_veebivaatamiseks_0.pdf
- Lepmann, L., Lepmann, T., Telgmaa, A., & Undusk, A. (2013). *Matemaatika 9. klassile 1. osa*. Tallinn: Kirjastus Koolibri.
- Lepmann, T. (2016). *Dünaamilised slaidid geomeetria õpetamisel*. Külastatud aadressil http://oppekava.innove.ee/wp-content/uploads/sites/6/2016/09/Tiit_lepmann.pdf
- Lepmann, T. (2017). *PISA-2015 Eesti tulemused. Matemaatika*. Külastatud aadressil https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2017/11/PISA-2015_EESTI_ARUANNE_FINAL.pdf
- Lepmann, T. (2000). *Dünaamilise geomeetria elemente*. Tartu: Eesti Matemaatika Selts.
- Lepmann, T. (2008). Ülesande varieerimine kui võimalus õpilast aktiveerida. rmt: *Koolimatemaatika XXXV* (pp. 48-51). Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Leppik, C., Haaristo, H.-S., & Mägi, E. (2017). *IKT- haridus: digioskuste õpetamine, hoiakud ja võimalused üldhariduskoolis ja lasteaias*. Külastatud aadressil http://www.praxis.ee/wp-content/uploads/2016/11/IKT-hariduse-uuring_aruanne_mai2017.pdf
- Lõpueksamite materjalid (s.a). *SA Innove*. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/eksamid-ja-testid/pohikooli-lopueksamid/>
- Mayer, R. E., & Moreno, R. (2003). *Nine Ways to Reduce Cognitive Load in Multimedia Learning*. Külastatud aadressil https://www.uky.edu/~gmswan3/544/9_ways_to_reduce_CL.pdf

- Nesbit, J., Belfer, K., & Leacock, T. (2009). *Learning Object Review Instrument (LORI) User Manual*. Külastatud aadressil https://www.academia.edu/7927907/Learning_Object_Review_Instrument_LORI_
- Nurk, E., & Telgmaa, A. (2013). *Matemaatika 5. klassile 2. osa*. Tallinn: Kirjastus Koolibri.
- Nurk, E., Telgmaa, A., & Undusk, A. (2011). *Matemaatika 7. klassile 1. osa*. Tallinn: Kirjastus Koolibri.
- Pixabay (s.a) Külastatud aadressil <https://pixabay.com/service/terms/>
- Prei, E. (2013). *IKT vahendite kasutusaktiivsus Eesti üldhariduskoolides*. Külastatud aadressil https://www.innovatsioonikeskus.ee/sites/default/files/tekstifailid/Sihtgrupi_kysitlus_2012_2.pdf
- Printits, O. (1994). *Eesti koolimatemaatika ajalugu. Kolmas trükk*. Tartu: Tartu Ülikool
- Pruulmann-Vengerfeldt, P., Luik, P., Masso, A., Murumaa, M., Siibak, A., & Ugur, K. (2012). *Õpetajate IKT kasutusaktiivsuse mõju õpilaste tehnoloogia teadlikule kasutusoskusele II vahearuanne*. Külastatud aadressil https://www.yti.ut.ee/sites/default/files/www_ut/thsa-ii-vahearuanne-17.10.2012.pdf
- Põhikool 2019/2020 (2019). *Kirjatus Koolibri*. Külastatud aadressil http://failid.koolibri.ee/koduleht/lehitseja/pohikool_2019_2020/files/assets/basic-html/index.html#1
- Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava (2002). *Riigi Teataja*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/12888846>
- Põhikooli lõpueksamid (s.a). *SA Innove*. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/eksamid-ja-testid/pohikooli-lopueksamid/>
- Põhikooli lõpueksamite statistika (s.a). *SA Innove*. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/eksamid-ja-testid/pohikooli-lopueksamid/lopueksamite-statistika/>
- Põhikooli riiklik õppekava (2011). *Riigi Teataja*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/114022018008>
- Pärn, P. (2014). *Matemaatikaõpetajate ja koolide valmisolek IKT vahendite kasutamiseks matemaatikaõppes*. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool.
- Rõõm, M. (2017). *GeoGebraga seotud õppematerjalid koolielu portaalis ja matemaatikaõpikutes ning matemaatikaõpetajate hinnangud GeoGebra*

kasutamisele 8. klassi geomeetria teema käsitlemisel. Publitseerimata magistritöö.
Tartu Ülikool.

Räis, M. L., Kallaste, E., & Sandre, S.-L. (2016). Haridusliku erivajadusega õpilaste kaasava hariduskorralduse uuring. Külastatud aadressil <http://www.centar.ee/case-studies/haridusliku-erivajadusega-opilaste-kaasava-hariduskorralduse-uuring/>

Saha, A. R., Ayub, M. F., & Tarmizi, A. R. (2010). *The Effect of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning.* Külastatud aadressil <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042810022007>

Saks, M. (2018/2019). *Matemaatika 5. klassile.* Külastatud aadressil <https://www.opiq.ee/Kit/Details/102>

Selgusid õpilaste Euroopa statistikavõistluse Eesti võistlusvooru võitjad (2019). *Eesti Statistika.* Külastatud aadressil <https://www.stat.ee/pressiteade-2019-032?highlight=Viitamise%2Cja%2Ckasutatud%2Ckirjanduse%2Cesitamise%2Cjuhend>

Serbak, K. (2018). *Mis mõjutab keskhariduseni jõudmist Eestis? Analüüs EHISE andmetel.* Tartu: Haridus- ja Teadusministeerium

Taal, D. (2015). *Põhikooli matemaatikai lõpueksam 2015 (lühikokkuvõtte).* Külastatud aadressil https://innovesa.sharepoint.com/sites/SA_Innove_testide_keskus/Shared%20Documents/Forms/AllItems.aspx?cid=6b047f09-dbf9-4ff3-989f-8bab00e4eba8&FolderCTID=0x01200034D260B1BD7BDA42B1DAC78BD7BB9C09&viewid=d485cc14-3553-49f3-a6e6-edc0a7da7f9f&id=%2Fsites%2FSA

Teabevihik (1994). Eesti Statistikaselts. Külastatud aadressil <http://www-1.ms.ut.ee/ess/Failid/Teabevihud/ESSteabevihik4.pdf>

The standards for learning, leading, and teaching in the digital age (2014). *Hariduse Infotehnoloogia Sihtasutus.* Külastatud aadressil https://media.voog.com/0000/0034/3577/files/ISTE_NETS_T_2014.pdf

Tiit, E.-M. (2007). *Statistiline kirjaoskus - mis see on?* Külastatud aadressil <https://www.stat.ee/files/yritused/2007-01-26/tiit.ppt>

Tiit, E.-M. (s.a.). *Statistika ajaloost.* Külastatud aadressil <https://www.stat.ee/dokumendid/55314>

Tiits, A., Roht, J., Kiting, R., & Kaasik, H. (2010). *Matemaatika põhivara 5. ja 6. Klassile.* Külastatud aadressil <http://matemaatika.edu.ee/>

Uudelepp, H. (2019). *Põhikooli lõpetajale matemaatika lõpueksamist.* Tallinn: Kirjastus Argo.

- Uusväli, M. (2012). *Dünaamilise geomeetria ja arvutustabeli kooskasutus programmiga GeoGebra geomeetria õppimisel III kooliastmes*. Publitseerimata bakalaureusetöö. Tartu Ülikool.
- Veelmaa, A. (2012). *Õppevideod põhikoolile*. Külastatud aadressil <https://www.youtube.com/watch?v=4Gw-30G3Gug>
- Veelmaa, A. (2018). *Valmistume põhikooli lõpueksamiks. Matemaatika*. Tallinn: Kirjastus Maurus.
- Velsker, K. (1995). *Ülesandeid juhuslikkusest. Põhikoolile*. Tallinn : Kirjastus Avita.
- Velsker, K. (2014). *Põhikooli matemaatika 2014. aasta lõpueksami tulemuste analüüs*. Külastatud aadressil https://innovesa.sharepoint.com/sites/SA_Innove_testide_keskus/Shared%20Documents/Forms/AllItems.aspx?cid=6b047f09-dbf9-4ff3-989f-8bab00e4eba8&FolderCTID=0x01200034D260B1BD7BDA42B1DAC78BD7BB9C09&viewid=d485cc14-3553-49f3-a6e6-edc0a7da7f9f&id=%2Fsites%2FSA
- Villems, A., Aluoja, L., Pilt, L., Naulainen, M.-M., Kusmin, M., Rogalevitš, V., et al. (2014-2015). *Digitaalse õppematerjali loomise soovitused*. Külastatud aadressil <https://oppevara.hitsa.ee/kvaliteet/#mis-on-digitaalne-oppematerjal>
- Õppekirjandusele esitatavad nõuded, õppekirjanduse retsenseerimisele ja retsensentidele esitatavad miinimumnõuded ning riigi poolt tagatava minimaalse õppekirjanduse liigid klassiti ja õppeaineti (24. 3 2016. a.). *Riigi Teataja*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/129032016001>
- Õppevara (2018). *Haridusportaal koolielu*. Külastatud aadressil <https://koolielu.ee/waramu/index>
- Ülevaade üldhariduse õppevara kaardistusest 2016. a (2016). *SA Innove*. Külastatud aadressil https://www.hm.ee/sites/default/files/oppevara_kaardistus_kokkuvote_0.pdf

Lisad

Lisa 1 Tõenäosuse ja statistika mõisted paberõpikutes

Mõiste	Avita kirjastus	Koolibri kirjastus
Mood	<p>5. klassi õpiku I osa.</p> <p>Eelneb mõistet selgitav näide kontrolltöö teemal. Seda arvu, mis on ülekaalus (mida on kõige rohkem), nimetatakse moodiks.</p> <p>Moodiks nimetatakse vaadeldava suuruse kõige sagedamini esinevat väärtust.</p> <p>Puudub märge, et teema on õppekavaväline.</p> <p>7. klassi õpik.</p> <p>Moodiks (<i>Mo</i>) nimetatakse muutuja kõige suurema sagedusega väärtust.</p> <p>Puudub märge, et teema on õppekavaväline.</p>	-
Sagedustabel	<p>5. klassi õpiku I osa.</p> <p>Mõiste avatakse konkreetse näite abil (matemaatika kontrolltöö hinded).</p> <p>7. klassi õpikus avatakse mõiste taas läbi konkreetse näite. Näites valmib sagedustabel, mille ülemises reas on vaadeldava suuruse x väärtused ja alumises vastav sagedus f.</p>	<p>5. klassi õpiku 1. osa.</p> <p>Mõiste avatakse konkreetse näite abil (liiklusvahendite loendus). Koostatud tabelit nimetatakse sagedustabeliks.</p> <p>7. klassi õpiku 1. Osa.</p>
Diagramm	<p>5. klassi õpiku I osa.</p> <p>Eelneb mõistet selgitav näide. Eesti jämedaima puu teemal.</p> <p>Diagramm on joonis, millel kujutatakse arvandmeid lõikude, tulpade jm geomeetriliste kujundite abil. Järgnevad näited sirglõik- ja tulpdigrammi kohta.</p> <p>Tulpdigrammi teema kordub 7. klassi õpikus näidete näol.</p>	<p>5. klassi õpiku I osa.</p> <p>Eelneb mõistet selgitav näide.</p> <p>Tulpdigrammil kujutatakse arve (sagedusi) võrdse laiusega ristkülikutena, mis on joonestatud kindla mõõtkava kohaselt.</p> <p>Sirglõikdiagrammi mõiste avatakse näite kaudu.</p> <p>Andmeid edastatakse ka ribadiagrammi abil.</p>
Aritmeetiline keskmine	<p>5. klassi õpiku II osa.</p> <p>Eelneb mõistet selgitav näide. keskmise kiiruse arvutamise näitena.</p> <p>Antud arvude aritmeetiliseks keskmiseks nimetatakse arvu, mis saadakse antud arvude summa jagamisel liidetavate arvuga.</p> <p>7. klassi õpik.</p> <p>Keskmine on kõigi väärtuste aritmeetiline keskmine. $\bar{x} = \frac{S}{n}$, kus S on kõigi väärtuste summa, n on väärtuste arv ja \bar{x} on keskmine.</p>	<p>5. klassi õpiku II osa.</p> <p>Eelneb mõistet selgitav näide.</p> <p>Arvu, mis saadakse antud arvude summa jagamisel liidetavate arvuga, nimetatakse nende arvude aritmeetiliseks keskmiseks. Järgneb näide sagedustabeli abil aritmeetilise keskmise leidmiseks (\bar{x}).</p>

Sektordiagramm	6. klassi õpiku I osa. Eelneb mõistet selgitav näide välisriigis elavate eestlaste teemal. Ringi, kus arvandmed on kujutatud sektoritena, nimetatakse sektordiagrammiks. Teema kordub näidete näol 7. klassi õpikus. Joonestame ringi ja jaotame selle vastavalt saadud kesknurkadele. Saame sektordiagrammi (juures näide).	6. klassi õpiku I osa. Kindlasti oled näinud ka ringi abil kujutatud diagramme. Neid diagramme nimetatakse sektordiagrammideks. Järgneb kontrolltöö tulemuste ja ilmavaatluse teemalised näited. 7. klassi õpiku I osa. Teema kordub näidete näol 7. klassi õpikus.
Katse	-	7. klassi õpiku I osa. Mõiste selgitatakse näite abil. Nimetame täringu veeretamist siledal pinnal katseks. Iga katse tulemusena toimub üks võimalik sündmus.
Juhuslik sündmus	7. klassi õpik. Juhuslikud on sellised sündmused, mis võivad antud hetkel toimuda või mitte toimuda. Järgnevad näited.	7. klassi õpiku I osa. Sellist sündmust, mis antud katsel võib toimuda, kuid võib ka mitte toimuda, nimetatakse juhuslikuks sündmuseks.
Võimatu sündmus	7. klassi õpik. Sündmust, mis ei saa kunagi toimuda nimetatakse võimatuks sündmuseks. Järgnevad näited.	7. klassi õpiku I osa. Seega on näiteks 3 silma väljatulek täringu veeretamisel juhuslik sündmus, kuid 7 silma ilmumine on võimatu sündmus, selle toimumine ei ole võimalik ühelgi katsel.
Kindel sündmus	7. klassi õpik. Sündmust, mis toimub igal juhul, nimetatakse kindlaks sündmuseks. Järgnevad näited.	7. klassi õpiku I osa. Kui viskame kivi õhku, siis kivi tagasi langemine maale on kindel sündmus, sest see toimub vältimatult igal katsel.
Sündmuse tõenäosus	7. klassi õpik. Matemaatikas iseloomustatakse juhuslikke sündmusi arvsuurusega nulli ja ühe vahel ning seda nimetatakse selle sündmuse tõenäosuseks.	7. klassi õpiku I osa. Võiduvõimalusi hinnatakse arvuga, mida nimetatakse sündmuse tõenäosuseks. Tõenäosus näitab, kui suure osa moodustab soodsate võimaluste arv kõigi võimaluste arvust. Kindla sündmuse tõenäosus on 1. Võimatu sündmuse tõenäosus on 0. Sündmuse tõenäosust väljendab ligikaudselt selle sündmuse suhteline sagedus.
Võrdvõimalikud sündmused	7. klassi õpik. Eeldame, et protsessi tulemuseks on lõplik arv võrdselt võimalikke sündmusi.	7. klassi õpiku I osa. Sel juhul öeldakse, et silmade 1, 2, ..., 6 ilmumised on võrdvõimalikud sündmused. Selgitatakse näite abil ka sündmusi, mis ei ole võrdvõimalikud.
Klassikalise tõenäosuse valem	7. klassi õpik. $P(A) = \frac{k}{n}$, kus k on soodsate	7. klassi õpiku I osa. $\text{tõenäosus} = \frac{\text{saadsate võimaluste arv}}{\text{kõigi võimaluste arv}}$

	võimaluste arv, n on kõigi võimaluste arv, $P(A)$ on juhusliku sündmuse A toimumise tõenäosus. Järgnevad näited valemi rakendamisest.	Valemit selgitatakse näite abil.
Statistika	7. klassi õpik. Statistika on teadus, mis käsitleb arvandmete kogumist, töötlemist ja analüüsimist.	-
Sagedus	7. klassi õpik. Mõiste avatakse läbi näite.	7. klassi õpiku I osa. Mõiste avatakse läbi näite.
Suhteline sagedus	7. klassi õpik. Suhteline sagedus w , saadakse sageduste jagamisel väärtuste arvuga. $w_i = \frac{f_i}{n}$, kus $i = 1, 2, \dots, k$ ja k on erinevate väärtuste arv.	7. klassi õpiku 1. osa. Eelneb näide. Müüdüd numbrilise suhteline sagedus näitab, kui suure osa müüdüd kingapaaride arvust moodustab vastav number. Suhtelise sageduse saamiseks tuleb iga müüdüd numbrilise sagedus jagada kogu müüdüd kingapaaride arvuga.
Mediaan	7. klassi õpik. Mediaaniks (Me) nimetatakse tabeli keskkohal asetsevat väärtust, st tabelis on võrdne arv väärtusi, mis ei ole mediaanist suuremad, ja väärtusi, mis ei ole sellest väiksemad. Järgnevad näited. Puudub märke, et teema on õppekavaväline.	-

Lisa 2 Õpetajate ankeet

GeoGebra raamatu statistika ja tõenäosus põhikoolis“ tagasiside

Hea matemaatikaõpetaja!

Olen siiralt uhke oma GeoGebra raamatu "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" üle. Kuid selleks, et teada saada, kas rahulolu ka põhjendatud on, vajan ma sinu tagasisidet oma tehtud tööle. Antud raamat sisaldab tõenäosuse ja statistika teemalisi interaktiivseid töölehti põhikooli õpilasele. Õppematerjal on mõeldud kasutamiseks lisana tavapärasele õpikule ja töövihikule. Töölehti uurides soovitan enne lahendamist vajutada korduvalt nuppu "Uued andmed", nii tuleb töölehtede dünaamilisus paremini esile.

GeoGebra raamat sisaldab ka juhendeid, kuidas konkreetsed töölehed on loodud. Juhendid koostasid ma mõeldes just nendele õpetajatele, kes osalesid XLIV matemaatikaõpetajate päeval ja soovisid teada, kuidas luua GeoGebra õppematerjali. Tutvustasin 2018 aastal GeoGebra töölehtede kogumikku, mis oli mõeldud pigem õpetajale kasutamiseks. Antud juhul olen GeoGebra raamatut luues pidanud silmas just õpilast.

Küsimustik on anonüümne ja tulemusi kasutan üldistatud kujul oma lõputöö kirjutamisel ning antud GeoGebra raamatu parendamisel. Küsitlus hõlmab põhiliselt õpilasele mõeldud töölehti. Viimane küsimuste plokk keskendub töölehe koostamise juhendite tagasisidele. Kui tahad lisada isiklikku tagasisidet, siis võid lisaks kirjutada rita.postov@gmail.com.

Kõnealune raamat on leitav lingilt <https://www.geogebra.org/m/ytvcc8qa>.

Ole hea ja leia oma väärtuslikus ajas võimalus anda minu tööle tagasisidet!

Tänulik,

Rita Postov,

Tartu Ülikooli matemaatika -ja informaatikaõpetaja 2. aasta magistrant,

Mustvee Kooli matemaatika -ja informaatikaõpetaja 12-aastat.

1. Kasutasin GeoGebra raamatut "Statistika ja tõenäosus põhikoolis"... (valikvastus)
 - a. iseseisvalt
 - b. koos õpilastega
 - c. muu ...
2. Anna hinnang, mil määral toetab GeoGebra raamat „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ õppimist.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
 - a. Õppematerjal vastab sihtrühma vajadustele.
 - b. Õppematerjal vastab õppekavale.
 - c. Õppematerjal on eakohane.
 - d. Õppematerjal on loodud kindla eesmärgiga.
 - e. Õppematerjal on sobiva mahuga.
 - f. Õppematerjal on sõnastatud õpitulemused.

3. GeoGebra raamatu "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" sisu kvaliteet.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
 - a. Õppematerjal moodustab sisulise terviku.
 - b. Õppematerjal on ainealaselt korrektne.
 - c. Õppematerjal on keeleliselt korrektne.
4. Anna hinnang, mil määral GeoGebra raamat "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" on motiveeriv.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
 - a. Õppematerjal on õppija jaoks kaasav.
 - b. Õppematerjal on raskusastmelt sihtrühma arvestav.
 - c. Õppematerjal on sihtrühma eelteadmisi arvestav.
 - d. Õppematerjal toetab õpioskuste arendamist.
 - e. Erinevad tüüpi tagasisidestused toetavad õppimist.
 - f. Õppematerjal on eluliste näidetega.
 - g. Õppematerjal on huvitavate näidetega.
5. GeoGebra raamatu "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" kohandatavus.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
 - a. Õppematerjal sobib kasutada erinevates õpituatsioonides.
 - b. Õppematerjal sobib kasutada erineva taustaga õppijatega.
 - c. Õppematerjali võib alla laadida ja kasutada "offlines".
 - d. Õppematerjalist saab omale isikliku koopia luua.
6. Anna hinnang GeoGebra raamatu "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" interaktiivsusele.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
 - a. Õppematerjal võimaldab õppijal ise juhtida selle kasutamist.
 - b. Kasutatavad arvandmed on dünaamilised.
 - c. Õppija saab kohest tagasisidet.
7. Autoriõigused.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
 - a. Õppematerjal sisaldab infot autori kohta.
 - b. Teiste autori materjalidele on korrektselt viidatud.
8. GeoGebra raamatu "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" kasutajasõbralikkus.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
 - a. Õppematerjal on visuaalselt kõitev.
 - b. Õppematerjal äratab õpimotivatsiooni.
 - c. Õppematerjal on intuitiivselt navigeeritav.
 - d. Õppematerjal on sobiv ka erivajadustega õppijale.
 - e. Kasutatud illustratsioonid toetavad õppijat.
 - f. Joonised ja diagrammid toetavad õppijat.
 - g. Kasutatud värvilahendused toetavad õppijat.
9. Anna hinnang GeoGebra raamat "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" tehnilise korrektsuse ja ühilduvuse kohta.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
 - a. Õppematerjali saab kasutada erinevate veebilehitsetajatega.

- b. Õppematerjali saab kasutada erinevate operatsioonisüsteemidega.
 - c. Õppematerjalis olevad nupud, märkeruudud jne töötavad sihipäraselt.
 - d. Joonised ja diagrammid on mugava suurusega.
 - e. Illustratsioonid on mugava suurusega.
 - f. Tekstid on mugava suurusega.
 - g. Kasutatavad värvilahendused on sobivad.
10. GeoGebra raamatu "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" leitavus.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
- a. Õppematerjal on avalik.
 - b. Õppematerjal on leitav GeoGebra keskkonnas asjakohaseid märksõnu kasutades.
 - c. Õppematerjal on leitav otsigumootorit (nt Google Search) kasutades.
 - d. Õppematerjal on kasutatav ka ilma GeoGebra kontot omamata.
11. Õpilasele antav tagasiside GeoGebra raamatus "Statistika ja tõenäosus põhikoolis".
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
- a. Tagasiside mitmekülgsus toetab õppimist.
 - b. Tagasiside mitmekülgsus ajab õpilased segadusse.
 - c. Tagasiside erinevate vormidega on liialdatud.
 - d. Tagasisidet peab andma ainult ühe vormi ja stiiliga.
12. Too välja ülesanne, mis sulle kõige rohkem meeldis. Palun põhjenda, miks just see ülesanne. (vaba tekst)
13. Too välja ülesanne, mis sulle kõige vähem meeldis. Palun põhjenda, miks just see ülesanne. (vaba tekst)
14. GeoGebra raamatu "Statistika ja tõenäosus põhikoolis" töölehtede loomise juhendid.
(täiesti nõus, pigem nõus, nii ja naa, pigem ei nõustu, pole üldse nõus)
- a. Selgitused on arusaadavad.
 - b. Juhend on hästi jälgitav.
 - c. Juhend sisaldab piisavalt selgitusi töölehtede koostamiseks.
 - d. Juhendit on mugav kasutada.
 - e. Juhendist arusaamist toetab kõrvalolev juhendi järgi valminud tööleht.
 - f. Ilma kõrvaloleva tööleheta on juhendi mõistmine oluliselt keerulisem.
 - g. Juhendi eristuvad kasutatavad koodiread ja selgitused arusaadavalt.
 - h. Analoogseid juhendeid on vaja, et oleks kergem GeoGebra töölehti luua.
 - i. Analoogsete juhendite järgi puudub vajadus.
15. Vaba kommentaar. (vaba tekst)

Lisa 3 Ekraanitõmmised GeoGebra raamatu „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ töölehtedest

1.1 Tõenäosus (täring)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks. Vale vastus jääb musta värvi.

Joosep veeretab täringut, millel on 4 tahku. Kui suur on tõenäosus, et tuleb arv, mis jagub 3-ga?

Kõik võimalused on: {1, 2, 3, 4}

Soodsad võimalused ehk 3-ga jaguvad arvud on:
{3}

$$\text{tõenäosus} = \frac{\text{soodsa te võimaluste arv}}{\text{kõigi võimaluste arv}} \text{ ehk } P_{(A)} = \frac{k}{n}$$

$$P_{(3\text{-ga jaguv arv tahul})} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$



Juhusliku sündmuse tõenäosus on $0 \leq P(A) \leq 1$, võimatu sündmuse puhul 0 ja kindla sündmuse korral 1.

Proovi järele!

Jakob veeretab 10 tahuga täringut. Kui suure tõenäosusega tuleb silmade arv, mis jagub 1-ga?

$P_{(\text{silmade arv, mis jagub 1-ga})} = ?$

Vastus on õige, kui see muutub roheliseks.

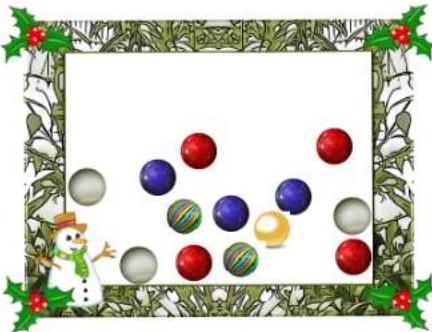


Uued andmed

1.2 Tõenäosus (jõuluehted)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks. Vale vastus jääb musta värvi.



Paneme tähele, et kõik panevad oma kuuli kasti tagasi!

Peretütar võtab suletud silmadega kastist ühe jõuluehte.
Kui suur on tõenäosus, et see on hõbedane?

Vastus:

Ka perepoeg võtab suletud silmadega kastist ühe ehte.
Kui suur on tõenäosus, et see on kirju või punane?

Vastus:

Vanaemagi haarab pimesi karbist ehte. Kui suur on tõenäosus, et see pole kirju?

Vastus:

Mitu kuuli vähemalt peab vanaisa kastist välja võtma, kui ta ei näe, mis värvi kuulid on, aga tahab kuusele riputada ehte, mille värv on kirju?

Vastus:

Uued andmed



1.3 Tõenäosus (õnneloos)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.



Juss jalutab isaga laadal. Muidugi on laadal ka õnneloos. Riivilil on näha asjad, mida saab loteriiga võita.

Jussi sõber ostab ühe loterii. Ta soovib väga, et tema võiduks oleks auto. Kui suur on selle tõenäosus?

Vastus: ?

Juss ostab järgmisena õnneloosi. Ta on kindel, et kui tema võiduks on nukk, siis ta annab selle oma väikesele õele. Kui suur on tõenäosus, et Juss jätab võidu endale?

Vastus: ?

Isagi satub õhinasse ja tema sooviks on pall. Ta vaatab mõtlikult riivilit. Mis on vähim looside arv, mida isa peaks ostma, et unistus kindlasti täituks?

Vastus: ?

Ühe õnneloosi hinnaks on 4 eurot. Mitu eurot peab isa olema valmis maksma, et enda soov kindlasti täita?

Vastus: ?

[Uued andmed](#)



1.4 Tõenäosus (kommid)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.



Killu pakub sõbrapäeval komme. Sõbrad ei näe kommide värve. Pildil on kommipurk enne sõpradele pakkumist.

Pane tähele, et sõbrad panevad kommid purki tagasi!

Ketriin võtab ühe kommi. Kui suur on tõenäosus, et kommi värv on kollane?

Vastus: ?

Jaagup soovib, et komm oleks, kas roheline või sinine. Kui suur on selle tõenäosus?

Vastus: ?

Ka Kristella võtab purgist kommi. Kui suur on tõenäosus, et see pole punane?

Vastus: ?

Joosep on eriline maiasmokk. Tema soovib, et komm oleks kindlasti punane. Mitu kommi ta peab vähemalt purgist välja võtma, et tema soov kindlasti täituks?

Vastus: ?

[Uued andmed](#)

1.5 Tõenäosus (kaks täringut)

Author: Rita Postov

Õiged vastused jäävad mustaks. Valed vastused värvuvad automaatselt punaseks.

Veereta täringuid $P(\text{Summa on 4}) = \frac{3}{36}$ $P(\text{Korrutis on 4}) = \frac{3}{36}$

Täida kõrval olevad labelid, siis on lihtsam küsimustele vastata.
Kui suur on tõenäosus, et veeretades kahte täringut **on** täringutel olevate silmade **summa võrdne arvuga 8**?
Vastus:

Kui suur on tõenäosus, et veeretades kahte täringut **ei ole** täringutel olevate silmade **korrutis võrdne arvuga 18**?
Vastus:

Veeretame kahte täringut. Mitu **soodsat** võimalust on, et täringutel olevate silmade **summa on väiksem kui 7**?
Vastus:

Veeretame kahte täringut. Mitu **ebasoodsat** võimalust on, et täringutel olevate silmade **korrutis on võrdne arvuga 6**?
Vastus:

Uued andmed

	A	B	C	D	E	F	G
1	+	1	2	3	4	5	6
2	1						
3	2						
4	3						
5	4						
6	5						
7	6						
8							
9	•	1	2	3	4	5	6
10	1						
11	2						
12	3						
13	4						
14	5						
15	6						
16							
17							

1.6 Tõenäosus (kaardid)

Author: Rita Postov

Õige vastus jääb musta värvi. Vale vastus värvub automaatselt punaseks.

Loe tekste hoolikalt ja pea meeles, et kaarte võtame pimesi.

Pakis on **36** kaarti. Kui suur on tõenäosus, et pimesi võttes saadakse **poti äss**?
Vastus:

Pakis on **36** kaarti. Ma tahan pakist võtta ühe kaardi, aga ma **ei soovi**, et see kaart on **pildikaart**. Kui suure tõenäosusega mu soov täitub?
Vastus:

Kaardimängus "linnade põletamine" on järgmised reeglid. N : seitsmed on omavahel võrdsed, kuued on seitsetest nõrgemad ja kaheksad omakorda seitsmetest tugevamad. Kasutame neid reegleid ja mängime arvamise mängu. Meie kaardipakis on **52** kaarti. Võtame sealt välja ühe suvalise kaardi. Valitud kaardiks osutus **poti viis**.
Kui suur on tõenäosus, et järgmisena võetud kaart **ei ole samuti viis**?
Vastus:

Uued andmed

2.1 Aritmeetiline keskmine (2-5 arvu)

Author: Rita Postov

Aritmeetilise keskmise uurimiseks liiguta liugureid või muuda arve vastavate lõikude all.

Antud arvude aritmeetiliseks keskmiseks nimetatakse arvu, mis saadakse antud arvude summa jagamisel liidetavate arvuga.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \bar{x} = \frac{94 + 69 + 8 + 92}{4} = \frac{263}{4} = 65.75$$

Muuda liidetavate arvu siin.

Uued andmed

2.2 Aritmeetiline keskmine (õpetajate vanused)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt rohelisteks ja vale vastus punaseks.

Allolevad 6 õpetajat töötavad Künka Koolis. Joonise juures on iga õpetaja vanus.

Selle õppeaasta alguses muutus õpetajate koosseis. Nimelt pildil olev 60 aastane õpetaja asutas oma firma ja lahkus koolist. Uus õpetaja on 21-aastane.

Kui suur on õpetajate keskmine vanus täisaastates enne õppeaasta algust??

Kui suur on õpetajate keskmine vanus täisaastates peale uue õpetaja saabumist??

Kui palju muutus õpetajate keskmine vanus??

Kui vana on vanim õpetaja??

Kui vana oli enne uut õpetajat noorim õpetaja??

Kui suur on õpetajate suurim vanuste vahe enne noore õpetaja tulekut??

Uued andmed

2.3 Aritmeetiline keskmine (õunapuud)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.

Jussi aias kasvab kolm õunapuud. Nende puude keskmine vanus on 19 aastat. Leia õunapuude vanus, kui kõige vanem on teistest vastavalt 6 ja 0 aastat vanem.

Vanima õunapuu vanus täisaastates ?

Keskmise õunapuu vanus täisaastates ?

Noorima õunapuu vanus täisaastates ?

Siin saad katsetada enne vastamist!

1. puu vanus 30

Vanuste vahelised seosed

2. puu vanus 10

3. puu vanus 11

Keskmine vanus



Kuidas muutub puude keskmine vanus aias, kui Juss istutab 2 õunapuud juurde (iga puu 4. aastane)?

Puude keskmine vanus vali vastus. ▼

Nüüd on aias kasvavate õunapuude keskmine vanus täisaastates ?

Vanim õunapuu murdus tormi käes pooleks ja isa saagis selle maha.

Peale saagimist on aias kasvavate õunapuude keskmine vanus täisaastates ?

Uued andmed

2.4 Aritmeetiline keskmine (õunad)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.

Õunaussi talu lapsed korjasid viis kasti õunu. Keskmiselt talletati igasse kasti 9.4 kg ubinaid. Vasta alljärgnevatele küsimustele (kasti materjali kaalu pole arvestatud). Vajadusel saad liuguritega või tulba peal olevast täpikesest sikutades muuta õunte kogust kastides.



Kaaludes neli raskemat kasti saadi iga kasti keskmiseks kaaluks 10.25 kg.

Mitu kilogrammi kaalub kõige kergem kast??

Kaaludes neli kergemat kasti saadi iga kasti keskmiseks kaaluks 8 kg.

Mitu kilogrammi kaalub kõige raskem kast??

Lapsed mängisid pärast tööd kulli ja mänguhoos jooksid kastidele otsa. Püsti jäid ainult kõige kergem ja kõige raskem kast. Karistusest pääsemiseks korjasid nad õunad põrandalt ruttu tagasi kastidesse.

Mitu kilogrammi õunu korjasid lapsed põrandalt kokku??

Uued andmed

Abi

3.1 Kiirteteoreem (8. klass)

Author: Rita Postov

Kui mõni lõik on alguses peidus, siis liiguta esimese arvu liugurit.

Vaatleme kahe kuni viie arvu aritmeetilist keskmist.
 Liuguriga "arv" saad muuta vaadeldavate arvude kogust.
 Arvude väärtused muudetavad värviliste liuguritega.

1. arv (lõik AB) on 2
 2. arv (lõik BC) on 3
 3. arv (lõik CD) on 4

Kiirteteoreem! Nurga haarasid lõigates paralleelsete sirgetega on nurga ühel haaral tekkinud lõigud vastavalt võrdelised teisel haaral tekkinud lõikudega. Antud joonisel on kiirel AK olevad lõigud omavahel võrdsed ja kiirel AK asuvaid punkte läbivad paralleelsed sirged.

AL = 11

Muuda lõigu AL pikkust nii, et punkt L ühtiks viimase lõigu otspunktiga.

näita valemit

valemi rakendamine

3.2 Geomeetriline keskmine (9. klass)

Author: Rita Postov

Kahe arvu geomeetilise keskmise saame, kui võtame ruutjuure antud arvude korrutisest.
 Kahe arvu aritmeetilise keskmise saame, kui antud arvude summa jagame kahega.
 Uuri erinevaid olukordi muutes liuguriga arvude väärtusi.

1. arv = 10
 2. arv = 5

hüpoteenuusile joonestatud kõrgus $BI = \sqrt{1. arv \cdot 2. arv} = \sqrt{10 \cdot 5} = 7.07$

radius $EG = \frac{diameeter AD}{2} = \frac{1. arv + 2. arv}{2} = \frac{10 + 5}{2} = 7.5$

$\sqrt{10 \cdot 7.07} = 7.07 < \frac{10 + 5}{2} = 7.5$

geomeetriline keskmine \leq aritmeetiline keskmine

Proovi suvaliste arvudega!

3.3 Keskmine kiirus (5. klass)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.

Kaks sõpra sõitsid Võitjate külast Kangelaste külla. Viktor sõitis autoga peatusteta, aga Kalju väsis mootorrattaga sõidust ära ja tegi looduskauis kohas ühetunnise peatuse ja nautis ilma.

Joonis on illustratiivne. Vastused anna kümnendike täpsusega.

Kiirused	1 tund	2 tundi	3 tundi
Viktor	26	61	63
Kalju	88	0	84

Viktori sõidu keskmine kiirus (km/h) on ?

Mitu tundi oli Viktor kauem roolis kui Kalju??

Kalju keskmine kiirus (km/h) arvestades tema puhkepause on ?

Kalju keskmine kiirus (km/h) puhkepausi arvestamata ?

Mitu kilomeetrit läbisid Viktor ja Kalju kahe peale kokku (olles tagasi Võitjate külas)??

Eeldame, et mõlemal on keskmine küttekulu 100 kilomeetri kohta 7 liitrit ja kütte hind on 1.2 €/l.

Kui palju raha kulus sõpradel kütte peale??

Uued andmed

3.4 Trapetsi kesklõik (8. klass)

Author: Rita Postov

Lõiku, mis ühendab trapetsi haarade keskpunkte, nimetatakse trapetsi kesklõiguks.

Uuri trapetseid lohistades neid sinistest ja kollastest punktidest ning muutes liuguritega aluste pikkusi.

Trapets.

esimene alus = 11
teine alus = 4

Täisnurkne trapets.

$$k = \frac{alus_1 + alus_2}{2} = \frac{11 + 4}{2} = 7.5$$

Kumb idee sulle rohkem meeldib? Miks? Ole valmis oma meeldivat versiooni teistele kõva häälega selgitama.

4.1 Sagedustabel (jalanõude suurused)

Author: Rita Postov

Sarapuu koolis kirjutati 7. klassi õpilaste jalanõude suurused järjest üles.

{41, 39, 38, 38, 41, 37, 37, 40, 41, 40, 40, 38, 39, 40, 38, 37, 41, 40, 38, 38, 40, 38, 38, 38, 40, 39, 39, 39}

Kirjutame sagedustabelisse mitu korda mingit jalanõu numbrit esines.

Jalanõu number (x)	37	38	39	40	41
Sagedus (f)	3	9	5	7	4



- Aritmeetilise keskmise valem
- Keskmise jala suuruse leidmine



Uued andmed

4.2 Sagedustabel (õpilaste pikkused)

Author: Rita Postov

Õiged vastused jäävad mustaks. Valed vastused värvuvad punaseks.

Kolkaküla koolis mõõdeti õpilaste pikkusi. Tulemused kirjutati järjest üles.

Palun kanna tulemused sagedustabelisse.

{150, 151, 148, 146, 147, 147, 146, 147}

Pikkused x (cm) Sagedus f x · f

146	?	?
147	?	?
148	?	?
149	?	?
150	?	?
151	?	?
152	?	?
153	?	?

Aritmeetilise keskmise valem

Arvutuskäik minu andmetega



Uued andmed

n = ? S = ?

Keskmine pikkus on (üheliseni ümardatult) ? Spikker

4.3 Sagedustabel (laulukonkurs)

Author: Rita Postov

Sisesta vastus ettenähtud pesasse, vajuta enter ja vastuse taha ilmub koheselt teade, kas vastus on õige või vale.

Kajaka Kool korraldab igal aastal laulukonkursi. Igal esinejal on võimalus koguda 1 kuni 6 punkti. Aita korraldajatel ürituse kohta väike ülevaade kirjutada vastates allolevatele küsimustele.

Punktid	1	2	3	4	5	6
Sagedus	13	11	13	13	19	11

- Mitu õpilast hinnati?
- Milliseid hindepunkte oli kõige rohkem?
Milme õige vastuse korral sisesta vastused kordamööda.
- Mitu protsenti õpilastest sai punkte 4 või rohkem?(üheliste täpsusega)
- Saades vähem kui kolm punkti anti esinejale lohotusauhind. Mitu lohotusauhinda anti?



Kajaka Kooli laulukonkursist võttis osa 0 õpilast. Lauljad olid väga tublid, lausa 0% esinejatest said vajalikud punktid poolfinaali pääsemiseks. Maksimum-punktid said 11 tublit esinejat. Tänavu oli võimalik saada 1 kuni 6 punkti. Kõige rohkem saadi 0 punkti. Võitjate nimed avalikustatakse homme. Praegu on teada, et lohotusauhind läheb väljaloosimisele 0 inimese vahel.

Uued andmed

4.4 Sagedustabel (Pipi sukad)

Author: Rita Postov

Vastuste õigsuse kontrollimiseks vajuta nuppu „Kontrolli“. Õige vastuse alla ilmub roheline täpp, vale vastuse alla punane.

Tommi ja Annika kiirustasid koolist koju, et koristada Pipi sukasahtlit. Nad panid järjest kirja kõik Pipi sukade pikkused. Korrasta andmed kandes tulemused sagedustabelisse.

(155, 148, 150, 150, 146, 150, 155, 149, 147, 152)

Pikkused x (cm)	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
Sagedus f	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>



valik = 10

Lülitage "valik" saad muuta pikkuste vahemikku. Pärast muutmist vajuta nuppu "uued andmed".

Kontrolli

Uued andmed



5.1 Suhteline sagedus (hinded)

Author: Rita Postov

Hinded (x)	Sagedus (f)	Suhteline sagedus (w)	Suhteline sagedus %-na
Üks	4	0.2	20
Kaks	2	0.1	10
Kolm	2	0.1	10
Neli	8	0.4	40
Viis	4	0.2	20
Kokku:	20	1	100

Juku lemmikõppeaine hinnete sagedused on toodud tabelis. Kui tahad uurida enda hindeid, siis muuda vastavad sagedused (kollasel taustal) tabelis õigeteks.

Suhteline sagedus %-arvuna
 Hinne "Üks"
 Hinne "Kaks"
 Hinne "Kolm"
 Hinne "Neli"
 Hinne "Viis"

Aritmeetilise keskmise leidmine kasutades absoluutseid sagedusi. Aritmeetilise keskmise leidmine kasutades suhtelisi sagedusi.

Üldvaleim Üldvaleim
 Arvutuskaäk Arvutuskaäk

Uued andmed

5.2 Suhteline sagedus (lemmikloomad)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt rohelisteks ja vale vastus jääb punaseks.

	A	B	C	D
1	Lemmik	Sagedus	Suhteline sagedus (%)	Sektori nurk (°)
2	Koer	414	0	0
3	Kass	432	0	0
4	Lind	450	0	0
5	Kala	504	0	0
6	Kokku:	1800	0	0
7				Ümarda kümnendikeni
8				
9				
10				
11				
12				

Loomasõprade valdas küsiti 1800 inimeselt, milliseid lemmikloomi nad kodus peavad. Taida vasakul olev tabel asendades punased nullid õigete väärtustega. Sisestades sektorite suurused tabelisse tekib sektordiaagramm automaatselt.

Vihje (suhteliste sageduste summa)
 Vihje (sektori nurkade summa)

Uued andmed

5.3 Sektordiagramm (hambaaugud)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.

Kooli külastas hambaarst, et kontrollida õpilaste hammaste seisukorda. Kontrolliti 900 õpilast. Arst koostas tulemuste kohta sektordiagrammi.

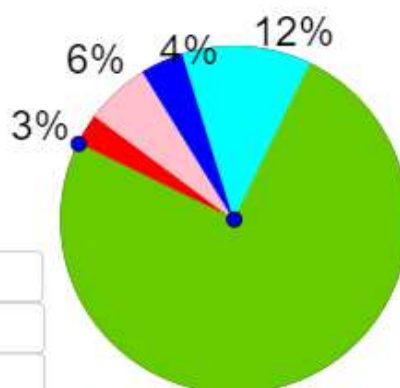
terved hambad

1 hambaauk

2 hambaauku

3 hambaauku

4 hambaauku



Mitmel õpilasel olid hambad terved? ?

Mitmel õpilasel oli üks hambaauk? ?

Mitmel õpilasel oli kaks hambaauku? ?

Mitmel õpilasel oli kolm hambaauku? ?

Mitmel õpilasel oli neli hambaauku? ?

Uued andmed



5.4 Sektordiagramm (lilled)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.

Punamütsike läks taas kord armsale vanaemale külla. Jalutades mööda aasa korjas ta vanaemale ka lilli. Kimpu kogunes 64 kaunist õit. Vanaemale meeldis kimp väga! Kahjuks ei leidnud vanaema oma prille ja nii ta uuris kimbu kohta lähemalt Punamütsikeselt. Aita Punamütsikesel vastata.

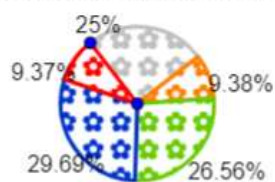
"Mitu punast õit on kimbus?" ?

"Mitu sinist õit on kimbus?" ?

"Mitu rohelist õit on kimbus?" ?

"Mitu oranži õit on kimbus?" ?

"Mitu valget õit on kimbus?" ?



Punased õied
Sinised õied
Rohelised õied
Oranžid õied
Valged õied



Uued andmed

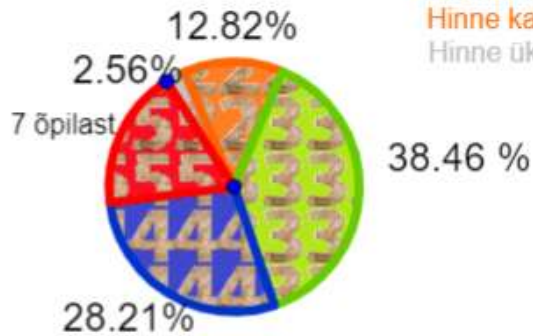
5.5 Sektordiagramm (kontrolltöö)

Author: Rita Postov

Matemaatika kontrolltöö tulemused on esitatud sektordiagrammina.

Hinne viis
Hinne neli
Hinne kolm
Hinne kaks
Hinne üks

Mitu õpilast said hinde 4? ?
Mitu õpilast said hinde 3? ?
Mitu õpilast said hinde 2? ?
Mitu õpilast said hinde 1? ?
Mitut õpilast hinnati? ?



Uued andmed

5.6 Sektordiagramm (laste arv peredes)

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus punaseks.

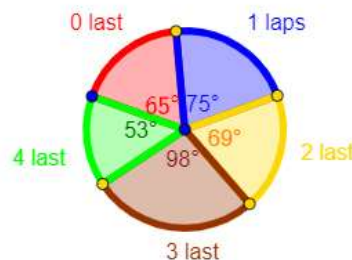
Käänaku küla peredes on lapsed järgmiselt: {4, 4, 0, 4, 2, 3, 4, 2, 1, 0, 4, 1, 0, 4, 4, 3, 2, 1, 0}

Mitmes peres on 0 last? ?
Mitmes peres on 1 laps? ?
Mitmes peres on 2 last? ?
Mitmes peres on 3 last? ?
Mitmes peres on 4 last? ?
Külas on lapsed kokku ?

Kollastest punktidest lohistades muuda sektori suurused diagrammil õigeks. Siniste punktidega saad muuta diagrammi suurust ja asukohta.

NB! Kuna sektorid on teineteisega otseselt seotud, siis muuda nende suurusi täpses järjekorras: kõigepealt pered, kus on 0 last, siis 1 laps, 2 last, 3 last ja viimane sektor jääb 4 lapsega peredele.

Mitu perekonda elab Käänaku külas??

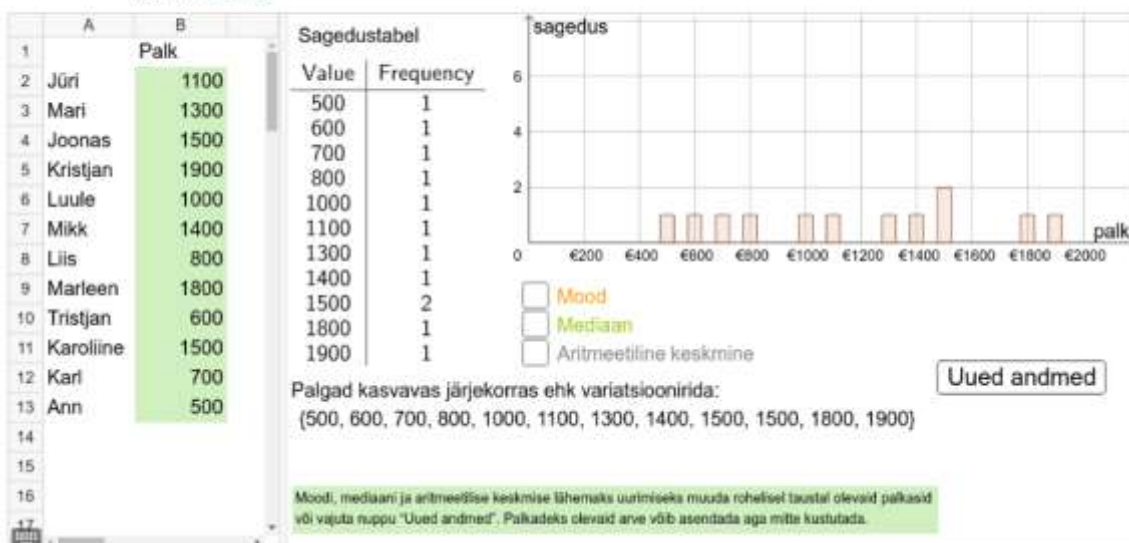


Kontrolli vastust

Uued andmed

6.1 Mood ja mediaan (palgad)*

Author: Rita Postov

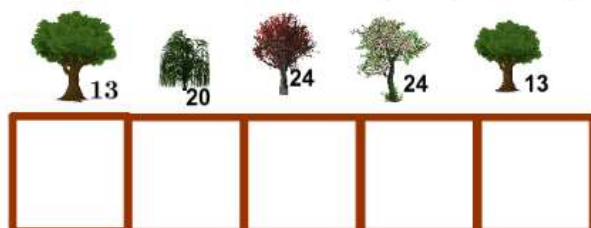


6.2 Mood ja mediaan (puude vanused)*

Author: Rita Postov

Kontrollimiseks kasuta vastavat nuppu.

Triinu vanaema aias kasvab 5 põnevat puud. Iga puu pildi juures on kirjas tema vanus.



Hiirega lohistades säti puud pildiraamidesse vanuselises järjekorras alustades noorimast.

Kui suur on puude keskmine vanus täisaastates? keskmine vanus ▼

Kui suur on puude mediaan vanus täisaastates? mediaan vanus ▼

Millne on puude vanuste mood? vali mood ▼ Moode on 2. Proovi kõik üles leida.

Kui vana on vanim puu? vali vanus ▼

Kontrolli

Kui vana on noorim puu? vali vanus ▼

Uued andmed

Mitu aastat on puude suurim vanuste vahe? vali ▼

6.3 Mood ja mediaan (akvarist)*

Author: Rita Postov

Õige vastus värvub automaatselt roheliseks ja vale vastus jääb punaseks.



Matemaatikust akvarist soovib osta täiendust oma akvaariumi. Poes müüakse 9 erinevat kala. Aita akvaristil mõtteid mõlgutada. Selleks järjestä kõigepealt kalade hinnad kasvavalt (N: 3, 3, 4, 8. Tühik peale koma on oluline.). Mõtisklused on sendi täpsusega.

Variatsioonirida:

Täna on poes valida ? erineva kala vahel. Kalu on hinnaga ? -st kuni ? -ne euron. Ostes kalleima kala asemel odavaima säästan ? eurot. Ostes kõiki kalu võrdse koguse tuleb ühe kala keskmiseks hinnaks ? eurot. Samas näen, et mediaanhinnaks on ? eurot ja mediaanhinnast kalleimaid kalu on ? tükki. Kui ma tahan aga osta aritmeetilisest keskmisest hinnast odavama hinnaga kalu, siis on mul valida ? kala vahel.

Selge piit. Ostan täna 4 kõige odavamat kala ja 3 oma lemmikut ehk üleni rohelist kala. Seega kulutan ma täna kaladele ? eurot. Aitäh, et aitasid mul otsusele jõuda!

Uued andmed

Mõnda kättada arvu ja tihonda

7.1 Teooria test

Author: Rita Postov

Mood on ...

Tick your answer here

- soodsate võimaluste ja kõigi võimaluste jagatis.
- väärtus, mille sagedus on kõige suurem.
- kõigi väärtuste aritmeetiline keskmine.
- variatsioonirea keskmine liige.
- liidetavate summa ja liidetavate arvu jagatis.

✓ CHECK YOUR ANSWER

Millise alljärgneva valemiga saab leida aritmeetilist keskmist?

Tick your answer here

- $\bar{x} = \frac{S}{n}$
- $P(A) = \frac{k}{n}$
- $\frac{p}{100} \cdot 360^\circ$
- $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
- $\frac{n+1}{2}$

✓ CHECK YOUR ANSWER

Mediaan on ...

Tick your answer here

- soodsate võimaluste ja kõigi võimaluste jagatis.
- väärtus, mille sagedus on kõige suurem.
- kõigi väärtuste aritmeetiline keskmine.
- variatsioonirea keskmine liige.
- liidetavate summa ja liidetavate arvu jagatis.

✓ CHECK YOUR ANSWER

Diagramm 1

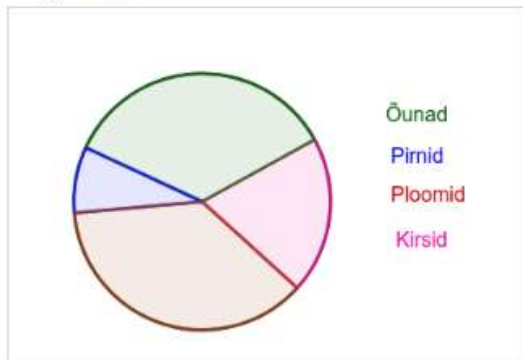


Diagramm 1-l on kujutatud ...

Tick your answer here

- sirglõikdiagramm.
- tulpdiaagramm.
- sektordiaagramm.

✓ CHECK YOUR ANSWER

Aritmeetiline keskmine on ...

Tick your answer here

- soodsate võimaluste ja kõigi võimaluste jagatis.
- väärtus, mille sagedus on kõige suurem.
- variatsioonirea keskmine liige.
- liidetavate summa ja liidetavate arvu jagatis.

✓ CHECK YOUR ANSWER

Diagramm 2

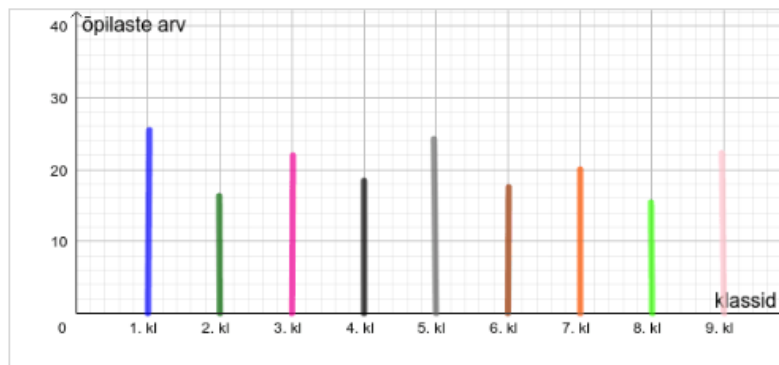


Diagramm 2-l on kujutatud ...

Tick your answer here

sirglõikdiagramm.
 sektordiagramm.
 tulpdiaagramm.

✓ CHECK YOUR ANSWER

Millise arvurea mediaan on 17?

Tick your answer here

1; 5; 5; 5; 12; 17; 17; 19; 27; 30; 30; 31
 1; 5; 5; 5; 12; 17; 17; 19; 27
 12; 17; 17; 17; 19; 27; 30; 30; 31
 5; 5; 5; 5; 15; 15; 20

✓ CHECK YOUR ANSWER

Valemiga $P(A) = \frac{k}{n}$ saab leida...

Tick your answer here

aritmeetilist keskmist.
 suhtelist sagedust.
 sündmuse tõenäosust.
 mediaani.

✓ CHECK YOUR ANSWER

Diagramm 3

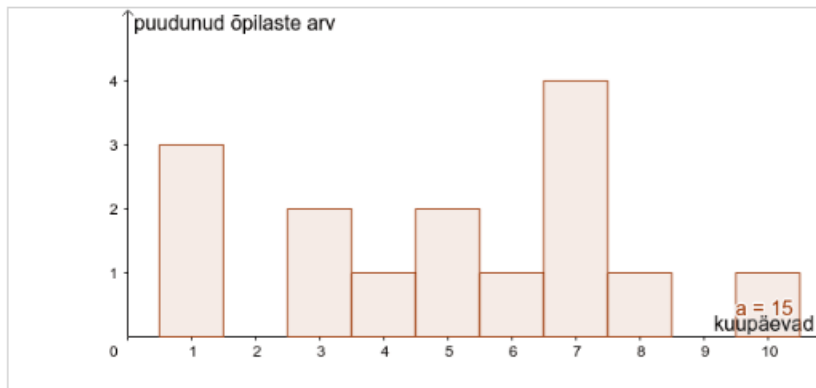


Diagramm 3-l on kujutatud ...

Tick your answer here

- sirglõikdiagramm.
- tulpdiaagramm.
- sektordiaagramm.

✓ CHECK YOUR ANSWER

Millise arvurea aritmeetiline keskmine on 10?

Tick your answer here

- 1; 5; 5; 5; 12; 17; 17; 19; 27; 30; 30; 31
- 1; 5; 5; 5; 12; 17; 17; 19; 27
- 12; 17; 17; 17; 19; 27; 30; 30; 31
- 5; 5; 5; 5; 15; 15; 20

✓ CHECK YOUR ANSWER

Sündmuse tõenäosus on ...

Tick your answer here

- soodsate võimaluste ja kõigi võimaluste jagatis.
- väärtus, mille sagedus on kõige suurem.
- kõigi väärtuste aritmeetiline keskmine.
- variatsioonirea keskmine liige.
- liidetavate summa ja liidetavate arvu jagatis.

✓ CHECK YOUR ANSWER

Millise arvurea mood on 5?

Tick your answer here

- 1; 5; 5; 5; 12; 17; 17; 19; 27; 30; 30; 31
- 1; 5; 5; 5; 12; 17; 17; 19; 27
- 12; 17; 17; 17; 19; 27; 30; 30; 31
- 5; 5; 5; 5; 15; 15; 20

✓ CHECK YOUR ANSWER

Lisa 4 GeoGebra raamatus „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ töölehe loomise juhendi näide

Antud juhendi järgimisel valmib ülesanne, kus läbi täringute tutvustatakse õpilasele tõenäosuse mõistet ja õpilasel on võimalik töölehe lõpus oma teadmised kohe ka proovile panna.

Täringud on vastavalt kas 4, 6, 8, 10, 12 või 20 tahuga. Kui õpilane vastab õigesti, siis värvub vastus automaatselt roheliseks andes nii õpilasele kohese tagasiside. Õpilane võib vastuse anda nii hariliku murruna, kümnendmurruna kui ka protsentarvuna.

1. Loend täringu tahkude jaoks.

Trüki *sisendreaale* {4, 6, 8, 10, 12, 20} ja vajuta *enter*. Tekib loend *I1*.

2. Järgnev arv määrab, millise tahkude arvuga täring valitakse.

JuhuslikElement(<Loend>)

JuhuslikElement(I1) : Tekib arv *a*, mille nimetame ümber *tahke*.

3. Loend, kus on kirjas valitud tahkude arvuga kõik võimalikud visete tulemused.

Loend(<Avaldis>, <Muutuja>, <Algväärtaus>, <Lõppväärtaus>, <Kasv>)

Loend(n, n, 1, a, 1) : Tekib loend *I2*.

4. Soodsate võimaluste jaoks loome juhusliku täisarvu ja loendi.

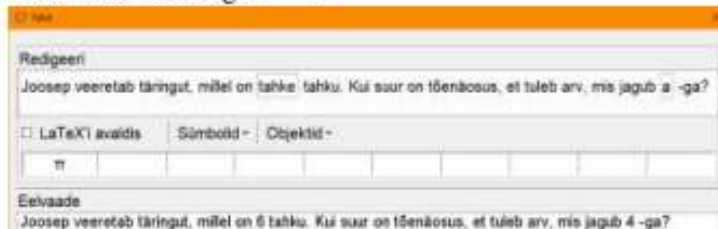
Trükkides *sisendreaale* JuhuslikTäisarv(1, 5) tekib arv *a*.

Loend(<Avaldis>, <Muutuja>, <Algväärtaus>, <Lõppväärtaus>, <Kasv>)

Loend(m, m, a, tahke, a) : Tekib loend *I3*.

5. Tekst ülesande sisuga

ABC



The screenshot shows a text editor window with the following content:

Redigeeri

Joosep veeretab täringut, millel on tahke tahku. Kui suur on tõenäosus, et tuleb arv, mis jagub a -ga?

LaTeXi avaldis Sümboolid - Objektid -

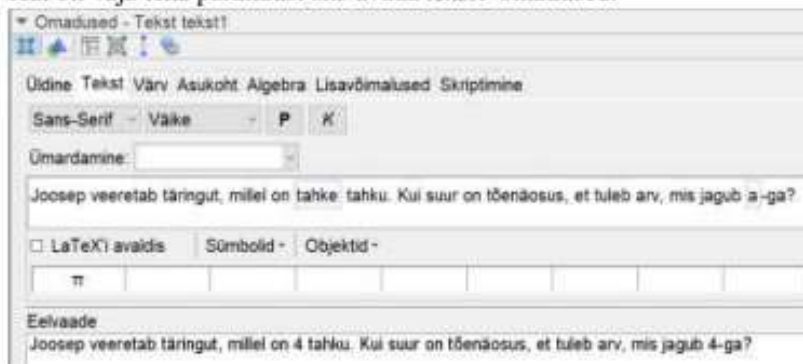
π

Eelvaade


Joosep veeretab täringut, millel on 6 tahku. Kui suur on tõenäosus, et tuleb arv, mis jagub 4 -ga?

Tekib *tekstI*.

Kui on vaja teha parandusi siis avada *tekstI* omadused.




The screenshot shows the 'Properties' panel for the text object 'tekstI'. The panel includes a toolbar with icons for text, color, background color, font size, bold, italic, and link. Below the toolbar, there are options for font style (Sans-Serif), font size (Väike), bold (P), and italic (K). There is also a 'Ümardamine' dropdown menu. The main text area shows the same text as the previous screenshot: 'Joosep veeretab täringut, millel on tahke tahku. Kui suur on tõenäosus, et tuleb arv, mis jagub a-ga?'. Below the text area, there are options for LaTeX, symbols, and objects. The preview area shows the text with the font size set to 'Väike' and the background color set to white.

6. Lisame teksti 


Kõik võimalused on: 12
 Soodsad võimalused ehk a-ga jaguvad arvud on: 13
 LaTeX'i avaldis Sümbolid - Objektid -

π			
-------	--	--	--

Eelvaade
 Kõik võimalused on: {1, 2, 3, 4}
 Soodsad võimalused ehk 4-ga jaguvad arvud on: {4}

7. Märkeruut *tekst2*-e peitmiseks . Tekib tõeväärtus *b*.
 Pealdist pole seekord vaja. Vajaliku objekti ehk *tekst2*-e võib kohe välja valida.

Valige objektid konstruktsioonist või loendist

Tekst tekst2 

Rakenda Tühista

Kui *tekst2* ununeb kohe valimata siis saab valida *tekst2* omadused ja lisavõimaluste all märkida nii, nagu alloleval pildil.


Üldine Tekst Värv Asukoht Algebra Lisavõimalused Skriptimine

Tingimus, millal näidata objekti

$b \neq 0$

8. Lisame tõenäosuse valemi tekstina 

$\backslash\text{ovalbox}\{\text{tõenäosus} = \frac{\text{soodsate võimaluste arv}}{\{\text{kõigi võimaluste arv}\}}\}$ ehk
 $P_{\{A\}} = \frac{k}{\{n\}}$: Tekib *tekst3*.

9. Märkeruut *tekst3*-e peitmiseks . Tekib tõeväärtus *c*.10. *Tekst4* 

$P_{\{\text{a-ga jaguv arv tahul}\}} = \frac{\text{Pikkus}(13)}{\{\text{Pikkus}(12)\}} = \frac{\text{Lugeja}(\text{Pikkus}(13) / \text{Pikkus}(12))}{\{\text{Nimetaja}(\text{Pikkus}(13) / \text{Pikkus}(12))\}} = \frac{\text{Pikkus}(13)}{\text{Pikkus}(12)} = \frac{\text{Pikkus}(13)}{\text{Pikkus}(12)} 100\%$

11. Märkeruut *tekst3*-e peitmiseks . Tekib tõeväärtus *d*.

12. Nüüd loome vajalikud elemendid, et õpilane saaks võimaluse kohe harjutada.

- a. `JuhuslikElement(<Loend>)`
`JuhuslikElement(11)`: Tekib arv *e*.

- b. JuhuslikTäisarv(<Minimaalne täisarv>, <Maksimaalne täisarv>) JuhuslikTäisarv(1, 5):
Tekib arv f .

c. *Tekst6*

Proovi järele! Jakob veeretab tahuga täringut. Kui suure tõenäosusega tuleb silmade arv, mis jagub -ga?

d. *Tekst7*

$P_{\{(silmade\ arv,\ mis\ jagub\ \square-ga)\}}$ =

- e. Trüki *sisendreale* vastus1 = 1 ja vajuta *enter*. Tekib arv nimega *vastus1*.

- f. Loend tahkudel olevate silmade kõigi võimaluste jaoks.

Loend(<Avaldis>, <Muutuja>, <Algväärus>, <Lõppväärus>, <Kasv>)

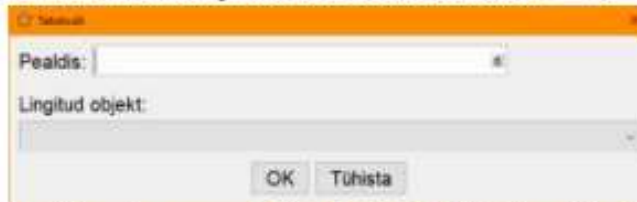
Loend(n, n, 1, e, 1) : Tekib loend *I4*.

- g. Loend soodsate võimaluste jaoks.

Loend(<Avaldis>, <Muutuja>, <Algväärus>, <Lõppväärus>, <Kasv>)

Loend(m, m, f, e, f) : Tekib loend *I5*.

- h. Sisendväli, kuhu õpilane saab vastuse trükkida



Pealdis pole praegu oluline. Lingitud objektiks valida kohe *vastus1*. Tekib *tekstiväli1*. Võttes lahti *tekstiväli1* omadused, saab muuta *tekstiväli1* pikkust.



Valides omadustest lisavõimalused muudame dünaamilised värvid selliselt, et kui õpilane vastab õigesti, siis värvub vastus kohe roheliseks.

Green: $vastus1 \underline{=} Pikkus(I5) / Pikkus(I4)$

i. *Tekst8*

Vastus on õige, kui see muutub roheliseks.

13. Lisame nupu, et õpilane saaks järjest uusi ülesandeid harjutamiseks genereerida

Pealdisse kirjutame: Uued andmed.

GeoGebra skripti kirjutame:

VärskendaKonstruktsiooni()

Määraväärtus(vastusi, " "):

Nupul näha olev täringu pilt on lisatud nupu omadustes olevalt vahekaardilt stiil. Pildi mõõtmed on eelnevalt väikseks tehtud, et pilt sobiks nupul kasutada.

14. Kaunistuseks olevad pildid on valitud läbipaistva taustaga, et piltide ümber poleks nn nelinurkset valget kasti.

Lisa 5 GeoGebra raamatus „Statistika ja tõenäosus põhikoolis“ kasutatud sildid

Raamat - teine kolmas kooliaste, põhikool, statistika, tõenäosus

- 1 Sündmuse tõenäosus
 - 1.1 Tõenäosus (täring) –põhikool, tõenäosus, täring, protsent
 - 1.2 Tõenäosus (jõuluehted) - põhikool, tõenäosus
 - 1.3 Tõenäosus (õnneloos) – põhikool, tõenäosus
 - 1.4 Tõenäosus (kommid) – põhikool, tõenäosus, protsent
 - 1.5 Tõenäosus (kaks täringut) – põhikool, statistika, tõenäosus, täring
 - 1.6 Tõenäosus (kaardid) - põhikool, statistika, tõenäosus, kaardid

- 2 Arvude aritmeetiline keskmine
 - 2.1 Aritmeetiline keskmine (2 – 5 arvu) – põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, sirglõikdiagramm
 - 2.2 Aritmeetiline keskmine (õpetajate vanused) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, võrdlemine
 - 2.3 Aritmeetiline keskmine (õunapuud) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine
 - 2.4 Aritmeetiline keskmine (õunad) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine

- 3 Aritmeetiline keskmine teistes valdkondades
 - 3.1 Kiirteteoreem (8. klass) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, kiirteteoreem
 - 3.2 Geomeetiline keskmine (9. klass) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, Eukleidese teoreem, Thalese teoreem, geomeetiline keskmine
 - 3.3 Keskmine kiirus (5. klass) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, aeg, teepikkus, kiirus
 - 3.4 Trapetsi kesklõik (8. klass) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, trapetsi kesklõik

- 4 Sagedustabel
 - 4.1 Sagedustabel (jalanõude suurused) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, sagedus, sagedustabel, ümardamine
 - 4.2 Sagedustabel (õpilaste pikkused) - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, sagedus, sagedustabel, ümardamine
 - 4.3 Sagedustabel (laulukonkurs) - põhikool, statistika, sagedus, sagedustabel, protsent
 - 4.4 Sagedustabel (Pipi sukad) - põhikool, statistika, sagedus, sagedustabel, tulpdiaagramm

- 5 Suhteline sagedu ja sektordiagramm
 - 5.1 Suhteline sagedus (hinded) - põhikool, statistika, suhteline sagedus, aritmeetiline keskmine, sektordiagramm
 - 5.2 Suhteline sagedus (lemmikloomad) - põhikool, statistika, suhteline sagedus, mood, sektordiagramm

- 5.3 Sektordiagramm (hambaaugud) - põhikool, statistika, suhteline sagedus, sektordiagramm, protsent
- 5.4 Sektordiagramm (lilled) - põhikool, statistika, suhteline sagedus, sektordiagramm
- 5.5 Sektordiagramm (kontrolltöö) – põhikool, statistika, suhteline sagedus, sektordiagramm
- 5.6 Sektordiagramm (laste arv peredes) - põhikool, statistika, suhteline sagedus, sektordiagramm

- 6 Mood ja mediaan*
- 6.1 Mood ja mediaan (palgad)* - põhikool, statistika, sagedus, aritmeetiline keskmine, mood, mediaan, tulpdiagramm
- 6.2 Mood ja mediaan (puude vanused)* - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, mood, mediaan, ümardamine
- 6.3 Mood ja mediaan (akvarist)* - põhikool, statistika, aritmeetiline keskmine, mood, mediaan, ümardamine, arvandmete korrastamine, võrdlemine

- 7 Teooria test
- 7.1 Teooria test - põhikool, statistika, tõenäosus, aritmeetiline keskmine, mood, mediaan, tulpdiagramm, sektordiagramm, sirglõikdiagramm

Lihtlitsents lõputöö reproditseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Rita Postov,

1. Annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsents) enda loodud teose Põhikooli statistika ja tõenäosuse teemade dünaamilised töölehed programmiga GeoGebra, mille juhendajaks on Hannes Jukk, reproditseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni;
2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is kaudu Creative Commons litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reproditseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Rita Postov

20.05.2019