Алексей Павлович Болотов

Курс высшей и низшей геодезии

Ст.-Петербург : [б.и.]
1845

EOD – Millions of books just a mouse click away! In more than 10 European countries!

Thank you for choosing EOD!

European libraries are hosting millions of books from the 15th to the 20th century. All these books have now become available as eBooks – just a mouse click away. Search the online catalogue of a library from the eBooks on Demand (EOD) network and order the book as an eBook from all over the world – 24 hours a day, 7 days a week. The book will be digitised and made accessible to you as an eBook.

Enjoy your EOD eBook!

- Get the look and feel of the original book!
- Use your standard software to read the eBook on-screen, zoom in to the image or just simply navigate through the book
- *Search & Find*: Use the full-text search of individual terms
- *Copy & Paste Text and Images*: Copy images and parts of the text to other applications (e.g. word processor)

Terms and Conditions

With the usage of the EOD service, you accept the Terms and Conditions provided by the library owning the book. EOD provides access to digitized documents strictly for personal, non-commercial purposes. For any other purpose, please contact the library.

- Terms and Conditions in English: http://books2ebooks.eu/odm/html/utl/en/agb.html
- Terms and Conditions in Estonian: http://books2ebooks.eu/odm/html/utl/et/agb.html

More eBooks

Already a dozen libraries in more than 10 European countries offer this service.
More information is available at http://books2ebooks.eu

КУРСЪ
ВЫСШЕЙ И НИЗШЕЙ
ГЕОДЕЗІИ.

А. БОЛОТОВА,

Генеральнаго Штаба Полковника, Императорской Военной Академіи Профессора.

ЧАСТЬ I.

Ст.-Петербургъ.

Печатано въ типографіи Конрада Вингебера.

1845.

Печатано по Высочайшему повелѣнію.

ЕГО ИМПЕРАТОРСКОМУ ВЫСОЧЕСТВУ,

ГОСУДАРЮ, ВЕЛИКОМУ КНЯЗЮ

КОНСТАНТИНУ НИКОЛАЕВИЧУ,

ГОСПОДИНУ ГЕНЕРАЛЪ-АДМИРАЛУ.

Усерднѣйшее приношеніе

всепреданнѣйшаго

Алексѣя Болотова.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Предлагаемый нынѣ публикѣ «Курсъ Геодезіи», есть не 2-е изданіе напечатанной въ 1836 и 1837 годахъ книги, подъ заглавіемъ: *Геодезія, или руководство къ изслѣдованію общаго вида земли, построенію картъ, и производству тригонометрическихъ и топографическихъ съемокъ и нивеллировокъ*, а совершенно вновь обработанное и гораздо пространнѣйшее изложеніе тѣхъ же самыхъ предметовъ. Геодезія въ семъ курсѣ, раздѣлена на *Высшую* и *Низшую*. Высшая Геодезія написана въ слѣдующихъ пяти отдѣленіяхъ:

Отд. I. Объ инструментахъ, употребляемыхъ для наблюденій геодезическихъ и астрономическихъ.

Отд. II. О производствѣ дѣйствій геодезическихъ.

Отд, III. О дѣйствіяхъ астрономическихъ для опредѣленія азимутовъ и географической широты и долготы.

Отд. IV. О рѣшеніи различныхъ вопросовъ Высшей Геодезіи, какъ то: о вычисленіи широты и долготы точекъ сѣти, о координатахъ, объ опредѣленіи длины геодезической линіи и о приложеніи Вычисленія Вѣроятностей къ Геодезіи и Астрономіи.

Отд. V. О черченіи географическихъ сѣтокъ (проэкціяхъ картъ).

Низшая Геодезія изложена въ трехъ отдѣленіяхъ:

Отд. I. Объ устройствѣ и употребленіи инструментовъ для измѣренія линій и угловъ.

Отд. II. О производствѣ различнаго рода инструментальныхъ и глазомѣрныхъ съемокъ.

Отд. III. О топографическомъ нивеллированіи.

Книга предназначается собственно для офицеровъ Императорской Военной Академіи. Такъ какъ большая часть изъ нихъ не имѣли случая познакомиться съ Сферическою Тригонометріею и началами Сферической Астрономіи, то оба сіи предмета помѣщены въ началѣ сей 1-й части. Сферическая Тригонометрія заимствована изъ 4-го изданія «Полнаго Курса Чистой Математики» Франкера, съ нѣкоторыми измѣненіями и дополненіями; начала же Сферической Астрономіи изложены въ такомъ объемѣ, чтобы они могли служить пріуготовительными свѣденіями для учащагося Геодезіи.

Матеріялами при составленіи Высшей Геодезіи служили, не столько учебныя книги, изданныя на французскомъ и нѣмецкомъ языкахъ сколько нижеслѣдующія:

Beschreibung der Breitengradmessung in den Ostsee-Provinzen Russlands, von W. Struve. Dorpat, 1831.

Sur l'emploi de l'instrument des passages, pour la détermination des positions géographiques. St. Pétersbourg, 1838. Его же.

Traité de Géodésie par Puissant, 3me édition. Paris, 1842.

Traité de Topographie. Paris, 1822. Его же.

Многія статьи, помѣщенныя въ издаваемыхъ астрономомъ Шумахеромъ: Astronomische Nachrichten.

Наконецъ многія свѣденія полученныя авторомъ отъ Гг. Дѣйствительныхъ Статскихъ Совѣтниковъ Струве и Вронченко, Профессора Императорскаго С. Петербургскаго университета Савича, и корпуса топографовъ Капитана Максимова, за что онъ вмѣняетъ себѣ долгомъ принести имъ живѣйшую признательность.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

—

Тригонометрія.

Предварительныя понятія объ астрономіи.

—

ГЕОДЕЗІЯ.

ВЫСШАЯ ГЕОДЕЗІЯ.

ОТДѢЛЕНІЕ I.

Инструменты.

ОТДѢЛЕНІЕ II.

Дѣйствія Геодезическія.

ЗАМѢЧЕННЫЯ ОПЕЧАТКИ.

стр.	*стр.*		*напечатано:*	*читай:*
3	8	сверху	$\mp \sin A \cos B$	$\mp \sin A \sin B$
5	11	снизу	π''	μ''
8	5	сверху	пересѣченіе	сѣченія
19	3	снизу	ученіе	ученые
21	12	сверху	$\sin b \sin c \sin^2 \frac{1}{2}A$	$2\sin b \sin c \sin^2 \frac{1}{2}A$
23	11	«	внѣ	внутрь
24	17	«	(68)	(58)
45	8	снизу	$41'',26$	$41'',25$
60	16	«	$= 0^\circ\, 58'\, 8'',33$	$= 0^\circ\, 59'\, 8'',33$
61	9	сверху	$15'',014$	$15'',041$
—	14	«	$0^\circ,9856721$	$0^\circ,98564721$.
64	14	«	B	A
67	11	снизу	20.39.21,36	20.55.21,36
70	3	сверху	$4^ч$ сред. врем.	$5^ч$ сред. врем.
73	18	«	долготу	широту
87	7	«	yn	y_n
157	2	«	ножными a, a, a;	ножными винтами a, a, a;
165	3	снизу	$=72.9.2,77$	$=73.9.2,77$
193	11	сверху	чер. 108	чер. 109
238	12	«	a, b, c, будутъ углы	a, b, c, будутъ бока
282	2	«	$\tang(45^\circ + \varphi)$	$\cot(45^\circ + \varphi)$
285	14	«	§ 154. Сей способъ	Сей способъ

На стран. 5 между строками 6-ю и 7-ю пропущено:

Если положимъ $a = R$, то $(a)^\circ = \mu^\circ$; слѣд. μ° *изображаетъ число градусовъ дуги, которой длина равна радіусу.*

ВВЕДЕНІЕ.

ТРИГОНОМЕТРІЯ.

I. ФОРМУЛЫ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ТРИГОНОМЕТРІИ.

1. Принимая радіусъ за *единицу*, имѣемъ:

$$\left.\begin{array}{l}\sin^2 A + \cos^2 A = 1;\ \sec^2 A = 1 + \mathrm{tang}^2 A;\ \mathrm{tang}\,A\,.\cot A = 1;\\ \mathrm{tang}\,A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{1}{\cot A};\ \cot A = \dfrac{\cos A}{\sin A} = \dfrac{1}{\mathrm{tang}\,A};\\ \sec A = \dfrac{1}{\cos A};\ \mathrm{cosec}\,A = \dfrac{1}{\sin A}\end{array}\right\}\quad(1).$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \sin B \cos A \qquad (2)$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \cos B \qquad (3)$$

$$\sin 2A = 2\sin A \cos A. \qquad (4)$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A \text{ или } = 2\cos^2 A - 1. \qquad (5)$$

$$1 + \cos A = 2\cos^2 \tfrac{1}{2} A \qquad (6)$$

$$1 - \cos A = 2\sin^2 \tfrac{1}{2} A. \qquad (7)$$

$$\mathrm{tang}(A \pm B) = \frac{\mathrm{tang}\,A \pm \mathrm{tang}\,B}{1 \mp \mathrm{tang}\,A\,\mathrm{tang}\,B} \qquad (8)$$

$$\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{1-\cos A}{1+\cos A}} = \frac{1-\cos A}{\sin A} = \frac{\sin A}{1+\cos A} \qquad (9)$$

2. Уравненія, содержащія сумму и разность синусовъ и косинусовъ, принимаютъ, посредствомъ нижеслѣдующихъ формулъ, виды, удобные для логариѳмическихъ дѣйствій:

$$\sin A \pm \sin B = 2\sin\tfrac{1}{2}(A \pm B)\cos\tfrac{1}{2}(A \mp B) \tag{10}$$

$$\cos A + \cos B = 2\cos\tfrac{1}{2}(A + B)\cos\tfrac{1}{2}(A - B) \tag{11}$$

$$\cos B - \cos A = 2\sin\tfrac{1}{2}(A + B)\sin\tfrac{1}{2}(A - B) \tag{12}$$

$$\sin^2 A - \sin^2 B = \sin(A + B)\sin(A - B) \tag{13}$$

$$\frac{\tang A - \tang B}{\tang A + \tang B} = \frac{\sin(A - B)}{\sin(A + B)}. \tag{14}$$

$$\frac{\sin A - \sin B}{\sin A + \sin B} = \frac{\tang\frac{1}{2}(A - B)}{\tang\frac{1}{2}(A + B)} \tag{15}$$

$$\frac{\cos B - \cos A}{\cos B + \cos A} = \tang\tfrac{1}{2}(A - B)\tang\tfrac{1}{2}(A + B) \tag{16}$$

$$\tang A \pm \tang B = \frac{\sin(A \pm B)}{\cos A \cos B}. \tag{17}$$

3. $$\sin A = A - \frac{A^3}{2.3} + \frac{A^5}{2.3.4\ 5} - \frac{A^7}{2.3.4.5.6.7} + \text{и пр.} \tag{18}$$

$$\cos A = 1 - \frac{A^2}{2} + \frac{A^4}{2.3.4} - \frac{A^6}{2.3.4.5.6} + \text{ и проч.} \tag{19}$$

$$\tang A = A + \frac{A^3}{3} + \frac{2A^5}{3.5} - \frac{17A^7}{5.7.9} + \text{ и проч.} \tag{20}$$

$$\text{дуга } A = \sin A + \frac{\sin^3 A}{2.3} + \frac{3\sin^5 A}{2.4.5} + \frac{3.5\sin^7 A}{2.4.6.7} \text{ и проч..} \tag{21}$$

$$\text{дуга } A = \tang A - \tfrac{1}{3}\tang^3 A + \tfrac{1}{5}\tang^5 A - \tfrac{1}{7}\tang^7 A \text{ и пр.} \tag{22}$$

$$\log(1 + z) = M\left[z - \tfrac{1}{2}z^2 + \tfrac{1}{3}z^3 - \tfrac{1}{4}z^4 + \tfrac{1}{5}z^5 - \text{ и проч.}\right] \tag{23}.$$

Въ сихъ рядахъ, A изображаетъ длину дуги круга, выраженную въ частяхъ радіуса, принимаемаго за *единицу;* M есть *модуль,* или табличный логариѳмъ основанія *e Неперовой системы,* т. е. M есть постоянное число, на которое если будутъ умножены всѣ Неперовы логариѳмы, то получатся табличные. Если изобразимъ чрезъ la логариѳмъ основанія a, взятый по системѣ, коей основаніе есть e, то будетъ $la = \frac{1}{M}$. Для Бриговыхъ и Каллетовыхъ логариѳмовъ, коихъ основаніе есть 10, имѣемъ слѣдующія величины:

$$M = 0,\ 43429\ 44819\ 03251\ 82765$$
$$\log M = \bar{1}.\ 63778\ 43113\ 00536\ 77817$$
$$e = 2,\ 71828\ 18284\ 59045\ 23536$$

$$M = \log e = \frac{1}{la}.$$

4. Наконецъ если изобразимъ чрезъ π длину полуокружности круга, выраженную въ частяхъ радіуса, принятаго за единицу, или что все равно, отношеніе цѣлой окружности къ своему діаметру, то будетъ

$$\pi = 3,\ 14159\ 26535\ 898,\ \log\pi = 0.\ 49714\ 98726\ 941.$$

5. Пусть α будетъ длина дуги круга, коего радіусъ есть R; $(\alpha)^\circ$ число градусовъ заключающихся въ сей дугѣ; $(\alpha)'$ и $(\alpha)''$ число минутъ и секундъ оной: получимъ слѣдующую пропорцію:

$$180^\circ : \pi R :: (\alpha)^\circ : \alpha, \text{ откуда } \pi R(\alpha)^\circ = 180^\circ\ \alpha.$$

Такимъ же образомъ $\pi R(\alpha)' = 10800'.\ \alpha,$

$$\pi R(\alpha)'' = 648000''\ \alpha.$$

Раздѣливъ всѣ сіи три уравненія на π, и положивъ

$$\mu^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ,\ 29578;\ \mu' = \frac{10800'}{\pi} = 3437',\ 746;$$

$$\pi'' = \frac{648000''}{\pi} = 206264'',80625, \text{ получимъ}$$

$$R\,(\alpha)^\circ = \mu^\circ\alpha,\ R\,(\alpha)' = \mu'\alpha,\ R\,(\alpha)'' = \mu''\alpha \qquad (24).$$

Посредствомъ сихъ уравненій опредѣляется *длина дуги круга, имѣющаго радіусъ* $= R$, *коей число градусовъ*, или *минутъ*, или *секундъ извѣстно.*

Если же возьмемъ дугу въ одинъ градусъ, или $(\alpha)^\circ = 1^\circ$, и положимъ $R = 1$, то получимъ $\mu^\circ = \frac{1}{\text{дуг.}\,1^\circ}$; такимъ же образомъ

$$\mu' = \frac{1}{\text{дуг.}\,1'} = \frac{1}{\sin 1'},\ \mu'' = \frac{1}{\text{дуг.}\,1''} = \frac{1}{\sin 1''},$$

ибо дуги въ $1'$ и $1''$ столь малы, что безъ ощутительной погрѣшности можно принять ихъ равными своимъ синусамъ.

Внеся два послѣднія выраженія въ урав. (24) и полагая по прежнему $R = 1$, получимъ

$$(\alpha)' = \frac{\alpha}{\sin 1'}, \text{ и } (\alpha)'' = \frac{\alpha}{\sin 1''},$$

откуда $\alpha = (\alpha)' \sin 1'$ и $(\alpha)'' \sin 1''$ (*).

Отсюда заключаемъ, что *если въ какое нибудь уравненіе входитъ дуга* α, выраженная въ частяхъ радіуса, принятаго за единицу, то, чтобы замѣнить оную числомъ ея минутъ или секундъ, надлежитъ вмѣсто α подставить $(\alpha)' \sin 1'$ или $(\alpha)'' \sin 1''$ Предлагаемъ здѣсь логариѳмы μ°, μ', μ'':

$$\log \mu^{\circ} = 1.\ 75812\ 26324\ 09172,$$
$$\text{доп.} \log \mu^{\circ} = \bar{2}.\ 24187\ 73675\ 90828,$$
$$\log \mu' = 3.\ 53627\ 38827\ 92816,$$
$$\text{доп.} \log \mu' = \bar{4}.\ 46372\ 61172\ 07184 = \log \sin 1'$$
$$\log \mu'' = 5.\ 31442\ 51331\ 76459$$
$$\text{доп.} \log \mu'' = \bar{6}.\ 68557\ 48668\ 23541 = \log \sin 1''$$

6. *Рѣшеніе прямоугольныхъ треугольниковъ.* Изобразивъ прямой уголъ чрезъ A, гипотенузу чрезъ a, катеты чрезъ b и c, острые углы имъ соотвѣтственно противоположные чрезъ B и C, имѣемъ слѣдующія уравненія:

$$\left.\begin{aligned} b &= a \cos C = a \sin B \\ c &= b \tang C = b \cot B \\ a^2 &= b^2 + c^2 \end{aligned}\right\} \qquad (25).$$

7. *Рѣшеніе косоугольныхъ треугольниковъ.* Для сего служатъ слѣдующія уравненія:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} \qquad (27).$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A. \qquad (28).$$

A, B, C означаютъ три угла; a, b, c бока имъ соотвѣтственно противоположные.

(*) Первое изъ сихъ двухъ уравненій надобно разсматривать какъ приближенное, ибо $\sin 1'$ не равенъ въ строгомъ смыслѣ длинѣ дуги въ $1'$; но послѣднее имѣетъ всю требуемую степень точности; это видно даже изъ того, что длина цѣлой дуги α получится, если дугу въ $1''$ помножимъ на число $(\alpha)''$ секундъ въ ней заключающихся; но дуга въ $1''$ равна $\sin 1''$, слѣд. $\alpha = (\alpha)'' \sin 1''$

1-й *случай.* Если даны два бока и одинъ изъ угловъ имъ противолежащихъ, то посредствомъ урав. (27) получится другой противоположный уголъ; но какъ синусъ сего угла соотвѣтствуетъ двумъ дополнительнымъ дугамъ, то вообще получится два рѣшенія, кромѣ того случая, когда условіе вопроса одного изъ нихъ не допускаетъ.

2-й *случай.* Если даны два угла и одинъ бокъ, то третій уголъ будетъ извѣстенъ, а посредствомъ урав. (27) получаются другіе два бока.

3-й *случай.* Для рѣшенія треугольника по двумъ бокамъ b и c и заключающемуся между ними углу A, имѣемъ

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(C-B)=\frac{c-b}{c+b}\cot\tfrac{1}{2}A; \qquad (29).$$

Если положимъ $\frac{1}{2}(C-B)=n$, $\frac{1}{2}(C+B)=m=90°-\frac{1}{2}A$, то урав. (29) дастъ величину n; послѣ чего

$$C=m+n,\ B=m-n.$$

Или: положивъ $\operatorname{tang}\psi=\dfrac{2\sin\frac{1}{2}A}{c-b}\sqrt{(bc)}$,

и опредѣливъ изъ этого уравненія величину вспомогательной дуги ψ, длина бока a найдется изъ уравненія

$$a=\frac{c-b}{\cos\psi}.$$

4-й *случай.* По извѣстнымъ тремъ бокамъ a, b, c, уголъ A опредѣлится изъ слѣдующихъ уравненій:

$$\sin\tfrac{1}{2}A=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}},$$

$$\cos\tfrac{1}{2}A=\sqrt{\frac{p\ (p-a)}{bc}},$$

гдѣ $2p=a+b+c$.

Или: опредѣляютъ сперва длину двухъ отрѣзковъ x и y, происходящихъ отъ опущенія перпендикуляра изъ вершины A, на основаніе a, посредствомъ слѣдующихъ уравненій:

$$y-x=\frac{(b+c)(b-c)}{a},\quad y+x=a;$$

потомъ углы B и C получатся изъ уравненій:

$$c\cos B=x,\quad b\cos C=y.$$

II. СФЕРИЧЕСКАЯ ТРИГОНОМЕТРІЯ.

A. *Предварительныя понятія.*

8. Три плоскости MON, NOP, MOP (чер. 1), проходящія чрезъ центръ сферы, составляютъ *трегранный* уголъ O; пересѣченіе сихъ плоскостей съ поверхностію сферы суть большіе круги, которыхъ дуги CA, CB, AB образуютъ *сферическій треугольникъ* ABC; плоскіе углы сего трегранняго угла O, измѣряются соотвѣтственными боками или дугами этого треугольника; а именно: MOP дугою AB, MON дугою AC, NOP дугою BC. Уголъ A треугольника измѣряется угломъ, образуемымъ двумя касательными при точкѣ A, проведенными къ смежнымъ дугамъ AC, AB; касательныя сіи, находятся на плоскостяхъ этихъ дугъ и измѣряютъ двугранный уголъ NOMP сихъ плоскостей, т. е. наклоненіе плоскости NOM къ POM. И такъ, *плоскіе углы трегранняго угла* O *соотвѣтственно измѣряются боками сфер. треугольника* ABC, *а двугранные сферическими его углами* (*).

Задачи, въ которыхъ требуется опредѣлить, по нѣкоторымъ частямъ сфер. треугольника, прочія части, совершенно одинаковы съ тѣми, въ коихъ по нѣкоторымъ даннымъ частямъ трегранника, отыскиваются прочія. *Всего шесть частей: три угла* A, B, C, *и три противоположныхъ бока* a,

---

(*) Должно при семъ замѣтить, что если проведемъ большой кругъ CBD (чер. 4) перпендикулярный къ бокамъ двугранняго угла CAA′B, то въ сѣченіи съ плоскостями сего послѣдняго произойдетъ прямолинейный уг. COB, равный вышесказанному углу mAn между касательными; дуга CB его измѣряющая, будетъ служить мѣрою двугранняго, а слѣд. и сфер. угла CAB. Точка A, отстоящая на 90° отъ всѣхъ точекъ окружности CBD, называется *полюсомъ* дуги CBD. И такъ, сфер. уголъ измѣряется двуграннымъ угломъ, или *заключающеюся между его боками дугою большаго круга, въ разсужденіи коего вершина даннаго есть полюсъ.*

b, c, *сфер. треугольника*, или что все равно, *три плоскихъ угла* a, b, c, *и три противолежащихъ двугранныхъ угла* A, B, C, *предложеннаго треграннаго угла.* Вскорѣ мы увидимъ, что когда извѣстны три изъ сихъ частей, то всегда можно найдти три остальныхъ.

И такъ, если вообразимъ, что изъ какой либо точки O (чер. 1) направлены лучи зрѣнія въ три точки M, N, P, находящіяся въ пространствѣ, каковы на прим. звѣзды; то линіи сіи будутъ служить ребрами трегранпаго угла O, котораго составляющія части не иное что суть, какъ части сфер. треуг. ABC. Треугольникъ сей, образуется сѣченіемъ сферы, произвольнаго радіуса, съ гранями вышесказаннаго трегранпаго угла, имѣющаго свою вершину въ глазѣ наблюдателя.

9. На этихъ началахъ основываются доказательства слѣдующихъ теоремъ:

1-е Такъ какъ всякій изъ плоскихъ угловъ трегранпаго угла менѣе двухъ прямыхъ, то *каждый бокъ сфер. треугольника* $< 180°$; *каждый изъ угловъ треугольника также менѣе двухъ прямыхъ.* Слѣд. если по вычисленію для величины бока или угла, получится дуга $> 180°$, то такое рѣшеніе должно считать за невозможное.

2-е Поелику сумма плоскихъ угловъ всякаго тѣлеснаго угла менѣе 4-хъ прямыхъ угловъ, то *сумма боковъ всякаго сфер. треугольника менѣе* $360°$, или *цѣлой окружности.*

3-е *Два сфер. треугольника равны, если имѣютъ или три угла*, или *три бока*, или *два бока съ заключающимся угломъ*, или *два угла съ прилежащимъ бокомъ, соотвѣтственно равныхъ каждый каждому.* Здѣсь должно замѣтить, что во всѣхъ сихъ случаяхъ, разсматриваемые треугольники при наложеніи могутъ совмѣщаться и не совмѣщаться; въ случаѣ совмѣщенія, они будутъ принадлежать трегранникамъ совмѣщающимся при наложеніи, а въ случаѣ не совмѣщенія къ трегранпымъ угламъ *симметрическимъ* (см. Курсъ Матем. Франкера, 4-е изданіе ч.1. 300).

4-е Въ сферическомъ *равнобедренномъ* треугольникѣ, *дуга, дѣлящая уголъ при вершинѣ по поламъ, перпендикулярна къ основанію и дѣлитъ его также по поламъ: противъ равныхъ боковъ лежатъ равные углы, и обратно.*

5-е *Въ каждомъ сфер. треугольникѣ, большій уголъ противолежитъ большему боку, средній среднему, меньшій меньшему.*

6-е Такъ какъ каждый изъ плоскихъ угловъ трегранного угла менѣе суммы двухъ прочихъ, то бокъ $a < b + c$; также бокъ $b < a + c$, или $b - c < a$. Придавъ величину a къ обѣимъ частямъ перваго неравенства, а потомъ раздѣливъ на 2, получимъ $a < \frac{1}{2}(a + b + c)$. И такъ, *каждый бокъ сфер. треугольника менѣе суммы двухъ другихъ боковъ и болѣе ихъ разности; полусумма же всѣхъ боковъ, всегда болѣе одного изъ нихъ.*

10. Пересѣчемъ трегранный уголъ O (чер. 2) тремя плоскостями, соотвѣтсвенно перпендикулярными къ его ребрамъ: сіи плоскости составятъ другой трегранный уголъ O′, противоположный первому: докажемъ, что *плоскіе углы одного, будутъ служить дополнительными двуграннымъ угламъ другаго до* 180°, *и обратно.*

И въ самомъ дѣлѣ, если MON есть одна изъ сторонъ даннаго трегранного угла O; MP′, NP′ линіи сѣченія оной съ двумя плоскостями N′MP′O′, NP′O′M′ перпендикулярными къ къ ребрамъ OM, ON, а посему и къ плоскости MON, то углы M и N четыреугольника MONP′ будутъ прямые; слѣд. уг. P′ есть дополнительный угла O. Но плоскости MP′O′N′, NP′O′M′ пересѣкаются по прямой P′O′, которая есть ребро новаго трегранного угла; слѣд. двугранный уголъ ими составляемый, очевидно измѣряется угломъ MP′N, ибо плоскость MON къ нимъ перпендикулярна; слѣд. прямолинейный уг. O перваго трегранника, служитъ дополнительнымъ двугранного угла P′ другаго. Тоже должно сказать и о прочихъ сторонахъ. И такъ, *плоскіе углы, составляющіе тѣлесный уг.* O, *суть дополнительные двугранныхъ другаго.* Обратное справедливо, ибо трегран. уг. O′, можно принимать за данный, а трегран. уг. O за вновь построенный.

Отсюда заключаемъ, что если будутъ построены двѣ сферы равныхъ радіусовъ, и имѣющія свои центры въ вершинахъ O и O′, то въ сѣченіи оныхъ съ ребрами обоихъ трегранныхъ угловъ произойдутъ такіе два сфер. треугольника ABC, A′B′C′, что бока одного изъ нихъ будутъ служить дополненіями до 180° угламъ другаго, и обратно. Одинъ изъ сихъ трегранныхъ угловъ, или сфер. треугольниковъ называется *полярнымъ* или *дополнительнымъ* другаго.

11. Пусть будетъ данъ сфер. треуг., коего углы суть A, B, C, а бока имъ противоположные a, b, c; на основаніи предшествующей теоремы всегда можно построить такой другой треуг. A′B′C′, коего углы A′, B′, C′, будутъ служить дополнительными величинами бокамъ a, b, c, даннаго, а бока a', b', c', вновь построеннаго, таковыми же величинами угламъ A, B, C, именно:

$$\left.\begin{aligned} a &= 180^\circ - A' \\ b &= 180^\circ - B' \\ c &= 180^\circ - C' \end{aligned}\right\} \quad (30) \qquad \left.\begin{aligned} A &= 180^\circ - a' \\ B &= 180^\circ - b' \\ C &= 180^\circ - c' \end{aligned}\right\} \quad (31).$$

Отсюда явствуетъ, что *сумма трехъ угловъ каждаго сфер. треугольника всегда заключается между двумя и шестью прямыми.* И въ самомъ дѣлѣ, поелику каждый уголъ менѣе двухъ прямыхъ, то $A + B + C < 6$ прямыхъ; сложивъ же три уравненія (31), находимъ

$$A + B + C = 6 \text{ прям. } - (a' + b' + c');$$

но (чл. 9, 2-е) $a' + b' + c' < 4$ прямыхъ; слѣд. $A + B + C > 2$ прямыхъ.

12. Опредѣленіе *площади сфер. треугольника*, основывается на слѣдующихъ геометрическихъ теоремахъ:

1-е *Два большіе круга* ACA′E (чер. 3) и ABA′D *пересѣкаясь, образуютъ два равныхъ вырѣзка* или *двухъ-угольника*, ибо углы ихъ при A суть равные, а бока суть полу-окружности, и потому при наложеніи одного изъ сихъ вырѣзковъ на другой, они будутъ совмѣщаться.

2-е *Всякіе два большіе круга* CAE *и* BAD (чер. 3) *образуютъ на полусферѣ два треугольника, сумма площадей ко-*

ихъ равняется площади двухъ-угольника, составленнаго сими кругами, ибо треуг-ки A'BC и ADE суть равные, а слѣд.

$$ABC + ADE = ABC + A'BC = ACA'B.$$

3-е *Площадь вырѣзка* ACA'B (чер. 4) *содержится къ поверхности цѣлой сферы, какъ уг.* A *къ* 4 *прям. угламъ*, т. е.

$$ACA'B : 4\pi R^2 :: A : 360^\circ,$$

откуда $$ACA'B = \pi R^2 \frac{A}{90^\circ},$$

гдѣ R есть радіусъ сферы.

13. Предположимъ теперь, что ABC (чер. 5) есть данный сфер. треуг., площадь коего требуется опредѣлить. Продолживъ бока AC и BC, до пересѣченія съ большимъ кругомъ, образующимъ третій бокъ AB, произойдутъ на полусферѣ четыре треугольника ABC, CGA, KGC и KCB, сумма площадей коихъ, на основаніи предшествующихъ теоремъ, взятыя по двѣ, составляютъ цѣлый вырѣзокъ, и получимъ

$$ABC + KCG = \pi R^2 \frac{C}{90^\circ},$$

$$ABC + CGA = \pi R^2 \frac{B}{90^\circ},$$

$$ABC + CBK = \pi R^2 . \frac{A}{90^\circ};$$

по сложеніи сихъ трехъ уравненій и по причинѣ, что сумма $ABC + KCG + CGA + CBK$ составляетъ поверхность полусферы или $2\pi R^2$, будетъ

$$2ABC + 2\pi R^2 = \pi R^2 \left(\frac{A + B + C}{90^\circ}\right)$$

откуда $$ABC = \pi R^2 \left(\frac{A + B + C}{180^\circ} - 1\right),$$

или $$ABC = \frac{\pi R^2}{180} (A + B + C - 180^\circ).$$

И такъ, для опредѣленія площади сфер. треугольника на сферѣ, коей радіусъ извѣстенъ, достаточно знать только величину избытка суммы угловъ треугольника надъ 180°, (имепуемаго *сферическимъ избыткомъ*). Такимъ образомъ, если изобразимъ искомую площадь чрезъ S, сфер. избытокъ чрезъ ε, то будетъ

$$S = \frac{\pi}{180^\circ} R^2\varepsilon \text{ или } = \frac{R^2\varepsilon}{\mu^\circ} \text{ (см. чл. 5).}$$

14. Если же бы потребовалось опредѣлить величину сфер. избытка ε по данной площади S, тогда изъ этого уравненія получили бы

$$\varepsilon = \frac{180^\circ}{\pi}.\frac{S}{R^2} \text{ или } = \frac{\mu^\circ.S}{R^2}.$$

Для выраженія сего избытка ε въ минутахъ или секундахъ, надлежитъ помножить на 60 или на 3600, чрезъ что и будетъ

$$\varepsilon = \frac{10800'}{\pi}.\frac{S}{R^2}, \text{ или } = \frac{648000''}{\pi}.\frac{S}{R^2};$$

но въ чл. 5 доказано, что $\frac{10800'}{\pi}$ или $\mu' = \frac{1}{\sin 1'}$, и $\frac{648000''}{\pi}$ или $\mu'' = \frac{1}{\sin 1''}$; слѣд.

$$\varepsilon = \frac{S}{R^2 \sin 1'} \text{ или } = \frac{S}{R^2 \sin 1''}.$$

Таково искомое выраженіе сферическаго избытка въ минутахъ или секундахъ. Въ Высшей Геодезіи, мы увидимъ приложеніе сей важной теоремы; теперь же ограничимся слѣдующимъ замѣчаніемъ: если на сферѣ возьмемъ такой треуг. DGF (чер. 5), коего оба бока DG и GF суть четверти окружности, а площадь равняется площади треугольника ACB, то удвоенный треуг. DGF выразитъ площадь цѣлаго вырѣзка, и по чл. 12, 3-е, будетъ

$$DGF = \frac{\pi R^2.G}{180^\circ} \text{ или } = \frac{\pi R^2.DF}{180^\circ},$$

но треуг. $\qquad ACB = \frac{\pi R^2\varepsilon}{180^\circ};$

слѣд. $\qquad$ уг. G или дуга $DF = \varepsilon$,

т. е. что *число градусовъ* сфер. угла G или дуги DF должно въ семъ случаѣ быть *равно величинѣ сфер. избытка* ε.

B. Общiя формулы.

15. Пересѣчемъ трегранный уголъ O (чер. 6) плоскостiю, перпендикулярною къ ребру OA, чрезъ точку m, такъ, чтобы $Om = 1$; будетъ

$$pm = \tang b,\ Op = \sec b,\ mn = \tang c,\ On = \sec c.$$

Изъ прямолинейныхъ же треугольниковъ pnm и pnO, по урав. (28), имѣемъ

$$np^2 = pm^2 + mn^2 - 2pm.mn.\cos A,$$

$$np^2 = pO^2 + nO^2 - 2pO.nO.\cos a;$$

вычтя 1-е изъ сихъ уравненiй изъ 2-го, и какъ треугольники pmO и nmO прямоугольны при m, и потому $pO^2 - pm^2 = 1$, $nO^2 - mn^2 = 1$, получимъ

$$0 = 1 + 1 - 2\sec b.\sec c.\cos a + 2\tang b.\tang c.\cos A.$$

Внеся въ это урав. вмѣсто tang и sec ихъ выраженiя $\frac{\sin}{\cos}$ и $\frac{1}{\cos a}$ (см. урав. 1), найдемъ

$$0 = 1 + \frac{\sin b}{\cos b}.\frac{\sin c}{\cos c}.\cos A - \frac{\cos a}{\cos b.\cos c},$$

откуда $$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \qquad (32).$$

Таково *основное уравненiе* Сфер. Тригонометрiи, выражающее отношенiе между тремя боками и угломъ сфер. треугольника.

Такимъ же образомъ найдемъ, что

$$\left.\begin{aligned}\cos b &= \cos a \cos c + \sin a \sin c.\cos B\\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C\end{aligned}\right\} \qquad (33).$$

16. Возьмемъ на ребрѣ OC (чер. 7) трегранная угла O такую точку p, чтобы $Op = 1$, и опустимъ изъ ней на плоскость OBA и на ребра OA, OB, перпендикуляры pq, pn, pm, отъ чего $pn = \sin b$ и $pm = \sin a$. Но какъ nq и mq соотвѣтственно перпендикулярны къ ребрамъ OA и OB, то плоскіе углы pnq и pmq будутъ равны сфер. угламъ A и B. Изъ прямоугольнаго треугольника pnq, получимъ

$$pq = pn . \sin pnq \text{ или } = \sin b . \sin A,$$

а изъ прямоугольнаго треугольника pmq:

$$pq = pm . \sin pmq \text{ или } = \sin a \sin B;$$

слѣд. $\sin b \sin A = \sin a \sin B$,

или $$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} \quad .(34).$$

т. е. что *синусы угловъ сферич. треугольника содержатся какъ синусы противолежащихъ боковъ* (*).

17. Исключимъ b изъ урав. (32), и для того вставимъ вмѣсто $\cos b$ его величину выраженную урав. (33), а вмѣсто $\sin b$ величину $\frac{\sin B \sin a}{\sin A}$ изъ урав. (34); получимъ

$$\cos a = \cos a \cos^2 c + \sin a \sin c . \cos c . \cos B + \frac{\sin a . \sin c . \sin B . \cos A}{\sin A};$$

(*) Это урав. можно непосредственно вывесть изъ основнаго (32), которое дасть

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$$

но $$1 - \cos^2 A = \sin^2 A = 1 - \left(\frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}\right)^2;$$

по приведеніи 2-й части къ одному знаменателю и по внесеніи $1 - \cos^2$ вмѣсто $\sin^2$, получимъ

$$\sin^2 A = \frac{1 - \cos^2 b - \cos^2 c - \cos^2 a + 2\cos a . \cos b . \cos c}{\sin^2 b \sin^2 c}$$

или раздѣливъ на $\sin^2 a$

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{1 - \cos^2 b - \cos^2 c - \cos^2 a + 2\cos a \cos b \cos c}{\sin^2 a \sin^2 b \sin^2 c}.$$

Если перемѣнимъ въ семъ урав. A и a на B и b, на C и c, то 2-я часть останется таже, и потому, по извлеченіи корня, получимъ какъ и прежде

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}.$$

но $\cos^2 c = 1 - \sin^2 c$; слѣд. подставя, сокративъ и раздѣливъ на $\sin a \sin c$, наконецъ найдемъ:

$$\cot a \sin c = \cos c \cos B + \sin B . \cot A \qquad (35).$$

Это урав., выражающее отношеніе между двумя углами и двумя боками, изъ коихъ одинъ прилежащій, а другой противолежащій, весьма часто употребляется въ практикѣ. Для доставленія возможности помнить его наизусть, достаточно *написать рядомъ буквы, входящія въ вопросъ, такъ, чтобы съ краевъ находились бокъ и уголъ ему противолежащій, а въ срединѣ были помѣщены бокъ прилежащій и уголъ заключающійся*, т. е. a, c, B, A; взявъ сперва котангенсы крайнихъ и соотвѣтственно умноживъ ихъ на синусы среднихъ, $\cot a \sin c$, $\cot A \sin B$, а потомъ произведеніе косинусовъ среднихъ, $\cos c \cos B$, останется приравнять 1-е изъ сихъ произведеній суммѣ двухъ послѣднихъ.

Такъ на прим., если бы условіе вопроса требовало, чтобы въ урав. входили части c, B, b и A, то сперва написали бы b, c, A, B, а потомъ взяли бы три произведенія $\cot b \sin c$, $\cot B \sin A$ и $\cos c \cos A$, и получили бы

$$\cot b \sin c = \cos c \cos A + \sin A \cot B \qquad (36).$$

18. Если къ урав. (32) примѣнимъ свойства полярнаго треуг-ка (урав. 30 и 31), т. е. перемѣнимъ a на $180° - A$, A на $180° - a$ и проч., то получимъ

$$-\cos A = \cos B \cos C - \sin B . \sin C . \cos a . \qquad (37).$$

Такимъ же образомъ уравненія (33) даютъ

$$\left.\begin{array}{l} -\cos B = \cos A \cos C - \sin A . \sin C . \cos b \\ -\cos C = \cos A \cos B - \sin A \sin B . \cos c \end{array}\right\} \qquad (38).$$

Кромѣ сихъ теоремъ, которыхъ достаточно впрочемъ для рѣшенія всѣхъ случаевъ сфер. треугольниковъ, имѣется еще слѣдующее общее уравненіе, не рѣдко употребляемое:

Исключивъ $\cos c$ изъ уравненій (33), внеся $1 - \sin^2 a$ вмѣсто $\cos^2 a$ и раздѣливъ на $\sin a$, получимъ

$$\sin a \cos b = \sin b \cos a \cos C + \sin c \cos B \qquad (39).$$

C. *Рѣшеніе прямоугольныхъ треугольниковъ.*

19. Если A есть прямой уголъ, и a гипотенуза, то положивъ $A = 90^\circ$ въ уравненіяхъ (32), (34), (35), (37), (36) и 38), получимъ

$$\cos a = \cos b \cos c \qquad (40),$$

$$\sin b = \sin a \sin B \qquad (41),$$

$$\operatorname{tang} c = \operatorname{tang} a . \cos B \qquad (42),$$

$$\cos a = \cot B . \cot C \qquad (43),$$

$$\cot B = \sin c . \cot b \qquad (44),$$

$$\cos B = \sin C . \cos b \qquad (45).$$

Эти шесть уравненій удобны для логариѳмическихъ дѣйствій, и достаточны для рѣшенія всѣхъ случаевъ прямоугольныхъ треугольниковъ, т. е. *для опредѣленія по двумъ даннымъ изъ пяти частей* a, b, c, B и C *трехъ другихъ.* Слѣд. для рѣшенія такихъ вопросовъ, заключающихъ всегда три части, изъ коихъ одна неизвѣстная, надлежитъ означить углы треугольника буквами A, B, C, уголъ прямой чрезъ A, а потомъ выбрать изъ вышепредложенныхъ шести уравненій такое, которое содержало бы въ себѣ три части, входящія въ вопросъ. При семъ можетъ встрѣтиться надобность перемѣнять буквы B и C однѣ на другія.

20. Весьма частое употребленіе сихъ уравненій, необходимо требуетъ помнить ихъ наизусть; но это крайнѣ бываетъ затруднительно по неимѣнію въ нихъ правильнаго порядка. *Модюи* предложилъ практическое средство находить сіи уравненія, не прибѣгая ни къ какимъ вычисленіямъ. Оно состоитъ въ томъ, чтобы прочитавъ по чертежу всѣ пять частей, составляющихъ прямоуг. треуг. (т. е. не обращая вниманія на прямой уголъ), въ томъ порядкѣ, какъ онѣ на немъ находятся, замѣтить, представляютъ ли тѣ три части, кои входитъ въ вопросъ, части между собою *послѣдовательныя,* (на прим. cBa, BaC, aCb, Cbc) или *нѣтъ,* т. е. *не от-*

дѣлена ли одна изъ сихъ частей отъ другихъ двухъ рядомъ стоящихъ, (на прим. $cB.C$, $c.aC$, $B.Cb$, $a.bc$, и проч.). Въ 1-мъ случаѣ, *косинусъ промежуточной* части должно приравнять произведенію котангенсовъ крайнихъ, а во 2-мъ, косинусъ отдѣльно стоящей части произведенію синусовъ рядомъ стоящихъ, не забывая какъ въ томъ, такъ и другомъ случаѣ, вмѣсто *катетовъ* брать *дуги ихъ дополненія до* 90° Такимъ образомъ, если части суть послѣдовательныя, на прим. cBa, то $\cos B = \cot a \cot(90^\circ - c) = \cot a . \operatorname{tang} c$, что соотвѣтствуетъ урав. (42). Также для B, c, b, получимъ

$$\cos(90^\circ - c) = \cot B . \cot(90^\circ - b),$$

или $\sin c = \cot B . \operatorname{tang} b$, что соотвѣтствуетъ урав. (44).

Если же одна изъ частей отдѣлена отъ другихъ двухъ, на прим. $cB.C$, то

$$\cos C = \sin B . \sin(90^\circ - c) = \sin B \cos c \text{ (см. урав. 45).}$$

21. Вышепредложенными 6-ю уравненіями, доказываются слѣдующія свойства прямоугольныхъ треугольниковъ.

1-е. Изъ урав. (40) заключаемъ, что *косинусъ гипотенузы* равнятся *произведенію косинусовъ катетовъ.* Поелику косинусы дугъ $> 90^\circ$ суть отрицательные, то слѣд. каждый изъ боковъ треугольника будетъ $<$ или $> 90^\circ$, смотря потому одинакого ли, или различнаго свойства другіе два бока, т. е. оба ли $<$ или $> 90^\circ$, или одинъ изъ нихъ $<$, а другой $> 90^\circ$

2-е. Изъ урав. (43) явствуетъ, что изъ трехъ частей въ него входящихъ, т. е. *гипотенузы* а *и двухъ прилежащихъ угловъ* B *и* C, каждая будетъ $<$ или $> 90^\circ$, смотря потому одинаковыхъ ли, или различныхъ свойствъ будутъ другія двѣ части.

3-е. Уравненія (44) и (45), доказываютъ, что каждый изъ прилежащихъ гипотенузѣ угловъ B и C, будетъ одного свойства съ противоположнымъ бокомъ.

4-е. Такимъ же образомъ, изъ урав. (42) выходитъ, что гипотенуза и одинъ изъ катетовъ будетъ одинаковаго свойства, если заключающійся между ними угловъ $< 90^\circ$ и различнаго, коль скоро вышесказанный уголъ $> 90^\circ$.

5-е. Наконецъ если катетъ $b = 90^\circ$, то $\cos b = 0$; въ слѣдствіе же уравненій (40) и (45) будетъ и $\cos a = 0$, $\cos B = 0$. И такъ, въ семъ случаѣ каждый изъ боковъ CA, CB, есть четверть окружности и перпендикуляренъ къ AB. Треугольникъ будетъ равнобедренный и двухъ прямоугольный (birectangle); а вершина C будетъ служить *полюсомъ* дуги AB (см. прим. на стр. 8).

22. Для желающихъ упражняться въ численныхъ рѣшеніяхъ, предлагаемъ логариѳмы всѣхъ пяти частей прямоугольнаго треугольника:

части.	log sin.	log cos.	log tang.
$a = 71^\circ\ 24'\ 30''$	9. 9767235	9. 5035475 +	0. 4731759 +
$b = 140.\ 52.\ 40$	9. 8000134	9. 8897507 —	9. 9102626 —
$c = 114.\ 15.\ 54$	9. 9598303	9. 6137969 —	0. 3460333 —
$B = 138.\ 15.\ 45$	9. 8232909	9. 8728568 —	9. 9504341 —
$C = 105.\ 52.\ 39$	9. 9831068	9. 4370867 —	0. 5460201 —

Знакъ —, находящійся по правую сторону многихъ изъ сихъ логариѳмовъ означаетъ, что соотвѣтствующій множитель есть величина отрицательная (*). Не должно сей знакъ смѣшивать со знакомъ —, поставляемымъ по лѣвую сторону логариѳмовъ, для означенія вычитанія. Произведеніе будетъ со знакомъ + или —, смотря потому, четное ли, или нечетное число отрицательныхъ множителей входитъ въ формулу. На это обстоятельство, должно обращать особенное вниманіе, потому, что на прим. $\tan a$ будетъ имѣть дугу $a < 90^\circ$, коль скоро сей тангенсъ есть величина положительная, и дугу дополнительную до 180°, если тангенсъ отрицательный.

Такъ какъ при составленіи логариѳмическихъ таблицъ синусовъ, косинусовъ и тангенсовъ до 45°, $\log R$ принятъ былъ равнымъ 10, то при вычисленіи поступаютъ по одному изъ

(*) Германскіе ученіе, ставятъ справа логариѳма букву *n* или N вмѣсто знака —.

слѣдующихъ двухъ способовъ: или во 1-хъ исправляютъ всѣ тѣ формулы, въ коихъ радіусъ принимался за единицу, вводя въ нихъ приличныя степени величины R и потомъ принимая $\log R = 10$; или во 2-хъ вводятъ въ вычисленіе каждый изъ логариѳмовъ сихъ тригонометрическихъ линій уменьшеннымъ 10-ю; такъ на прим. вмѣсто 9. 9767235 должно подразумѣ- 9. 9767235 — 10, выраженіе, соотвѣтствующее $\overline{1}.9767235$, гдѣ знакъ $\overline{1}$, изображаетъ, что одна только характеристика отрицательная. Въ практическихъ вычисленіяхъ послѣдній изъ сихъ двухъ способовъ предпочитается первому, по легкости и меньшей сбивчивости дѣйствія. Такимъ образомъ, если вычисленіе требовало сложить нѣсколько логариѳмовъ таковыхъ линій, то изъ найденной суммы надобно вычесть 10 взятое столько же разъ. Но здѣсь должно обратить вниманіе на слѣдующіе два случая:

1-е Если дано урав. $x = \cos b \cos c$, гдѣ $b = 140^\circ\ 52'\ 40''$, $c = 114^\circ\ 15'\ 54''$ и требуется найдти величину произведенія x данныхъ косинусовъ, то сложивъ логариѳмы

$$\begin{array}{r} \log b = 9.\,8897507\ - \\ \log c = 9.\,6137969\ - \\ \hline 19.\,5035476\ + \end{array}$$

и вычтя изъ сей суммы 20, будетъ $\log x = \overline{1}.5035476 +$; послѣ чего приискиваемъ въ логариѳмическихъ таблицахъ соотвѣтствующее число и приписавъ слѣва нуль, отдѣляемъ его запятою: $x = 0,\ 3188214$.

2-е Если же бы дано было $\cos a = \cos b \cos c$, и требовалось найдти градусную величину дуги a, по даннымъ b и c, то изъ суммы $\log.\cos b + \log.\cos c = 19.5035476$ удобнѣе вычитать не 20, но 10, ибо результатъ долженъ выражать $\log \cos a$, который въ таблицахъ имѣетъ уже прибавочную характеристику 10, что очевидно (*).

(*) Вообще выраженія $\overline{3}.\ 5689102$ и 7. 5689102 надобно принимать за тожественныя. Французскіе ученые преимущественно употребляютъ первый способъ означенія логариѳмовъ десятичныхъ дробей, а германскіе — второй.

D. *Рѣшеніе косоугольныхъ треугольниковъ.*

23. Разсмотримъ всѣ случаи, могущіе встрѣтиться:

1-е Случай. *По даннымъ тремъ бокамъ a, b, c, опредѣлить уголъ* A?

Основное урав. (32) даетъ

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c} \quad .(46)$$

или: внеся въ основное урав. (32) вмѣсто $\cos A$ его величину $1 - 2\sin^2 \frac{1}{2}A$ (урав. 7), найдемъ

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c - 2\sin b \sin c \sin^2 \tfrac{1}{2}A,$$

или по урав. (3)

$$\cos a = \cos(b - c) - 2\sin b \sin c \sin^2 \tfrac{1}{2}A,$$

откуда $\sin b \sin c \sin^2 \frac{1}{2}A = \cos(b - c) - \cos a.$

Въ слѣдствіе же урав. (12), получимъ

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}A = \frac{\sin\frac{1}{2}(a + b - c)\sin\frac{1}{2}(a + c - b)}{\sin b \sin c}.$$

Это урав. удобное для логариѳмическихъ дѣйствій, доставляетъ величину угла A. Для легчайшаго удержанія его въ памяти, положимъ

$$2p = a + b + c,$$

отъ чего оно обратится въ

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}A = \frac{\sin(p - b)\sin(p - c)}{\sin b \sin c}. \quad (47).$$

Но еслибы въ основное урав. (32) вмѣсто $\cos A$ подставили $2\cos^2 \frac{1}{2}A - 1$ (см. урав. 6), то поступая по вышесказанному получили бы

$$\cos^2 \tfrac{1}{2}A = \frac{\sin p \sin(p - a)}{\sin b \sin c}. \quad \ldots (48).$$

Наконецъ раздѣливъ урав. (47) на (48), будетъ

$$\tang^2 \tfrac{1}{2}A = \frac{\sin(p - b)\sin(p - c)}{\sin p . \sin(p - a)}. \quad \ldots (49).$$

При численныхъ вычисленіяхъ, величину угла A надобно преимущественно опредѣлять по уравненію (47) или (49) въ томъ случаѣ, когда сей уголъ есть весьма острый, а по урав. (48) тогда, когда тупой; во всѣхъ же прочихъ случаяхъ, т. е. когда уг. A мало разнствуетъ отъ 90°, каждое изъ сихъ уравненій одинаково можетъ быть удобно.

24. 2-й Случай. *По даннымъ тремъ угламъ* A, B, C, *опредѣлить бокъ a?*

Изъ урав. (37) имѣемъ

$$\cos a = \frac{\cos A + \cos B \cos C}{\sin B \sin C}. \qquad (50).$$

Или: примѣнивъ свойства полярнаго треугольника, выраженныя уравненіями (30) и (31), къ каждой изъ формулъ (47), (48) и (49) и положивъ

$$2P = A + B + C$$

получимъ

$$\cos^2 \tfrac{1}{2} a = \frac{\cos(P - B)\cos(P - C)}{\sin B \sin C} \qquad (51)$$

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} a = -\frac{\cos P \cos(P - A)}{\sin B \sin C} \; (^*) \qquad (52)$$

$$\operatorname{tang}^2 \tfrac{1}{2} a = -\frac{\cos P . \cos(P - A)}{\cos(P - B) . \cos(P - C)} \qquad (53).$$

25. 3-й Случай. *Изъ двухъ боковъ и противолежащихъ имъ угловъ, по даннымъ тремъ частямъ, опредѣлить четвертую?*

Этотъ случай рѣшается теоремою четырехъ синусовъ (см. урав. 34).

26. Во всякой вопросъ Сфер. Тригонометріи, исключая только тѣхъ случаевъ, когда даются три бока, или три угла, входятъ всегда уголъ и прилежащій бокъ, кромѣ третьей ча-

---

(*) Отрицательность какъ этого, такъ и послѣдующаго уравненія, уничтожается отрицательностію величины $\cos P$, (потому что $2P$ или $A + B + C$ всегда $> 180°$, а слѣд. $P > 90°$), между тѣмъ, какъ $\cos(P - A)$ всегда положительное. Послѣднее видно изъ того, что если къ выраженію $a < b + c$, примѣнимъ свойства полярнаго треугольника (см. урав. 30), то будетъ $180° - A < 360° - (B + C)$ или $B + C - A < 180°$, откуда $\frac{1}{2}(B + C - A) < 90°$.

сти. Изобразимъ сей уголъ буквою A, а прилежащій бокъ буквою b (чер. 8). Опустивъ изъ вершины угла C дугу CD перпендикулярную къ боку c, она раздѣлитъ бокъ c на два отрѣзка ψ и ψ', а уг. C на два другіе угла θ и θ', т. е.

$$c = \psi + \psi',\ C = \theta + \theta'.$$

При семъ должно замѣтить, что если одинъ изъ угловъ A и B прилежащихъ основанію острый, а другой тупой, то перпендикуляръ будетъ падать внѣ треугольника ABC, а одна изъ величинъ входящихъ во вторыя части сихъ уравненій, будетъ отрицательною. Если же оба угла A и B будутъ одинаковаго свойства, то перпендикуляръ будетъ падать внѣ треугольника. И дѣйствительно, возьмемъ изъ обоихъ прямоуг. сфер. треугольниковъ (см. чл. 20)

$$\operatorname{tang} CD = \operatorname{tang} A \,.\, \sin\psi = \operatorname{tang} B \,.\, \sin\psi'$$

Изъ сего видимъ, что если A и B одинаковаго свойства, то ихъ тангенсы будутъ съ одинакими знаками, равно какъ и синусы дугъ ψ и ψ'; но если A и B различнаго свойства, то ихъ тангенсы, а слѣд. и вышесказанные синусы, должны имѣть знаки противные, и тогда перпендикулярная дуга CD будетъ находиться внѣ треугольника, а одинъ изъ отрѣзковъ ψ и ψ' имѣть знакъ —.

27 Разложивъ такимъ образомъ данный треуг. ABC (чер. 8) на два другіе прямоугольные ACD и CDB, и принимая въ 1-мъ изъ нихъ за извѣстные гипотенузу b и прилежащій уг. A, можно будетъ рѣшить сперва одинъ изъ нихъ, а потомъ другой, и такимъ образомъ опредѣлить всѣ искомыя части даннаго. Но дѣйствіе будетъ проще, если выведемъ сперва посредствомъ уравненій (42) и (43) выраженіе отрѣзка ψ или θ бока c или угла C, а потомъ выведя величину дуги CD изъ обоихъ треугольниковъ ACD и CDB, (посредствомъ уравненій 40, 45, 44 и 42), сравнимъ результаты, чрезъ что и получимъ слѣдующія малосложныя уравненія, удобные для логариѳмическихъ дѣйствій:

$$\operatorname{tang}\psi = \operatorname{tang} b \,.\, \cos A \quad (54) \qquad \cot\theta = \cos b \,.\, \operatorname{tang} A \quad (55)$$

$$c = \psi + \psi' \quad (56) \qquad C = \theta + \theta' \quad (57)$$

$$\frac{\cos a}{\cos b}=\frac{\cos\psi'}{\cos\psi} \quad (58) \qquad \frac{\cos A}{\cos B}=\frac{\sin\theta}{\sin\theta'} \quad (59)$$

$$\frac{\operatorname{tang} A}{\operatorname{tang} B}=\frac{\sin\psi'}{\sin\psi} \quad (60) \qquad \frac{\operatorname{tang} a}{\operatorname{tang} b}=\frac{\cos\theta}{\cos\theta'} \quad (61)$$

сверхъ того $\frac{\sin A}{\sin a}=\frac{\sin B}{\sin b}=\frac{\sin C}{\sin c}$ (см. урав. 34).

Вотъ употребленiе сихъ формулъ въ различныхъ случаяхъ, могущихъ встрѣтиться (*).

4-й Случай. Если даны b, A и c *(два бока и заключающiйся между ними уголъ)*, то изъ урав. (54) получимъ отрѣзокъ ψ, изъ урав. (56) другой отрѣзокъ ψ', (одна изъ сихъ дугъ можетъ быть со знакомъ —), изъ (58) бокъ a; изъ (60) уг. B; наконецъ изъ урав. (34) уг. C.

5-й Случай. Если даны b, A и C *(бокъ и два угла прилежащiе)*, то урав. (55) даетъ отрѣзокъ θ; урав. (57) другой отрѣзокъ θ', который можетъ быть со знакомъ —; изъ урав. (59) уг. B; урав. (61) бокъ a и наконецъ урав. (34) бокъ c.

6-й Случай. Если даны b, A и a *(два бока и уголъ противолежащiй)*, то изъ урав. (54) получится отрѣзокъ ψ, изъ (68) другой отрѣзокъ ψ', изъ (56) бокъ c, изъ (60) и (34) уг. B и C.

Или: урав. (55) дастъ θ, урав. (61) θ', урав. (57) C, урав. (59) и (34) уг. B и бокъ c.

Въ семъ случаѣ, задача вообще будетъ имѣть два рѣшенiя, ибо такъ какъ ψ' и θ' опредѣляются посредствомъ косинуса, то дуга будетъ имѣть двойной знакъ $\pm$, а слѣд. c и C будутъ имѣть двѣ величины, если только условiе вопроса не заставляетъ отбросить одну изъ нихъ, какъ отрицательную, или $> 180^\circ$. Сверхъ того, какъ дуги ψ' и θ' входятъ въ урав. (59 и 60) выраженными въ синусахъ, то получатся двѣ величины для B. Тоже самое произойдетъ для C и c.

(*) При численномъ вычисленiи какъ сихъ, такъ и прочихъ формулъ, не должно упускать изъ виду знаки предъ косинусами и тангенсами, которые могутъ быть положительные или отрицательные, смотря потому принадлежатъ ли сiи линiи дугамъ $<$ или $>$ 90°.

7-й Случай. Если даны b, A и B (*два угла и бокъ противоположный*), то изъ урав. (55) получится уг. θ; изъ урав. (59) уг. θ'; изъ урав. (57) уг. C; изъ урав. (61) и (34) бока a и c.

Или: изъ урав. (54) получимъ отрѣзокъ ψ; изъ урав. (60) ψ', изъ урав. (56) бокъ c; изъ урав. (58) и (34) бокъ a и уг. C.

Здѣсь встрѣтятся опять два рѣшенія, ибо какъ ψ', такъ и θ', опредѣляется посредствомъ синуса, то дуга будетъ имѣть двѣ дополнительныя величины до 180°; слѣд. бокъ c въ урав. (56) и бокъ a въ урав. (61) получатъ двѣ величины, равно какъ и бокъ a и уг. C въ урав. (58) и (57) и проч.

Должно при семъ замѣтить, что въ каждомъ изъ вышесказанныхъ четырехъ случаевъ, употребляются уравненія, означенныя номерами четными или нечетными; и при выборѣ одной изъ двухъ системъ предпочтительно берутъ ту, которая приводитъ къ вычисленіямъ простѣйшимъ или точнѣйшимъ.

28. Хотя выше предложенныя формулы весьма просты и удобны для вычисленія, однакоже при рѣшеніи сфер. треугольника по даннымъ двумъ угламъ и прилежащему боку, или двумъ бокамъ и углу между ними заключающемуся, по большей части прибѣгаютъ къ такъ называемыхъ *Неперовымъ аналогіямъ*. Онѣ выводятся слѣдующимъ образомъ:

На основаніи формулъ чл. 23, имѣемъ

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} A = \frac{\sin(p-b)\sin(p-c)}{\sin b . \sin c}, \quad \cos^2 \tfrac{1}{2} A = \frac{\sin p \sin(p-a)}{\sin b \sin c},$$

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} B = \frac{\sin(p-a)\sin(p-c)}{\sin a . \sin c}, \quad \cos^2 \tfrac{1}{2} B = \frac{\sin p . \sin(p-b)}{\sin a \sin c},$$

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} C = \frac{\sin(p-a)\sin(p-b)}{\sin a \sin b}, \quad \cos^2 \tfrac{1}{2} C = \frac{\sin p . \sin(p-c)}{\sin a \sin b}.$$

Перемноживъ выраженія $\sin^2 \frac{1}{2} A$ на $\cos^2 \frac{1}{2} B$, и $\cos^2 \frac{1}{2} A$ на $\sin^2 \frac{1}{2} B$, по сокращеніи съ помощію послѣдняго, и по извлеченіи квадратнаго корня, получимъ:

$$\sin \tfrac{1}{2} A \cos \tfrac{1}{2} B = \cos \tfrac{1}{2} C \frac{\sin(p-b)}{\sin c},$$

$$\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{A}\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{B}=\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\sin(p-a)}{\sin c}.$$

Взявъ сперва разность сихъ уравненій, а потомъ сумму, и къ результатамъ примѣнивъ формулы (10) и (4), по сокращеніи найдемъ:

$$\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{A}\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{B}-\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{A}\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{B}\ \text{или}\ \sin\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}-\mathrm{B})=$$

$$\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{C}.\frac{\sin(p-b)-\sin(p-a)}{\sin c}=\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{2\sin\tfrac{1}{2}(a-b)\cos\tfrac{1}{2}c}{2\sin\tfrac{1}{2}c\cos\tfrac{1}{2}c}$$

или $$\sin\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}-\mathrm{B})=\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\sin\tfrac{1}{2}(a-b)}{\sin\tfrac{1}{2}c}$$

$$\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{A}\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{B}+\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{A}\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{B}=\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\sin(p-b)+\sin(p-a)}{\sin c}$$

или $$\sin\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}+\mathrm{B})=\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\cos\tfrac{1}{2}(a-b)}{\cos\tfrac{1}{2}c}.$$

Такимъ же образомъ умноживъ выраженія $\cos^2\frac{1}{2}\mathrm{A}$ на $\cos^2\frac{1}{2}\mathrm{B}$, и $\sin^2\frac{1}{2}\mathrm{A}$ на $\sin^2\frac{1}{2}\mathrm{B}$, по сокращеніи съ помощію выраженія $\sin^2\frac{1}{2}\mathrm{C}$, по извлеченіи корня, получимъ

$$\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{A}.\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{B}=\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\sin p}{\sin c},$$

$$\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{A}\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{B}=\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\sin(p-c)}{\sin c}.$$

Сумма и разность сихъ уравненій дастъ

$$\cos\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}-\mathrm{B})=\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\sin p+\sin(p-c)}{\sin c}=\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\sin\tfrac{1}{2}(a+b)}{\sin\tfrac{1}{2}c}$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}+\mathrm{B})=\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\sin p-\sin(p-c)}{\sin c}=\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{C}\,\frac{\cos\tfrac{1}{2}(a+b)}{\cos\tfrac{1}{2}c}.$$

Выведенныя нами теперь уравненія, можно написать слѣдующимъ образомъ:

$$\left.\begin{aligned}\sin\tfrac{1}{2}c.\sin\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}-\mathrm{B})&=\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{C}.\sin\tfrac{1}{2}(a-b)\\ \cos\tfrac{1}{2}c.\sin\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}+\mathrm{B})&=\cos\tfrac{1}{2}\mathrm{C}.\cos\tfrac{1}{2}(a-b)\\ \sin\tfrac{1}{2}c\ \ \cos\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}-\mathrm{B})&=\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{C}.\sin\tfrac{1}{2}(a+b)\\ \cos\tfrac{1}{2}c.\cos\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}+\mathrm{B})&=\sin\tfrac{1}{2}\mathrm{C}.\cos\tfrac{1}{2}(a+b)\end{aligned}\right\}\quad(62)$$

Раздѣливъ 1-е на 2-е, 3-е на 4-е, 1-е на 3-е и 2-е на 4-е, по сокращеніи получимъ:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(a-b) &= \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}c\,\frac{\sin\frac{1}{2}(A-B)}{\sin\frac{1}{2}(A+B)} \\ \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(a+b) &= \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}c\,\frac{\cos\frac{1}{2}(A-B)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)} \end{aligned}\right\} \quad (63).$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(A-B) &= \cot\tfrac{1}{2}C\,\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)} \\ \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(A+B) &= \cot\tfrac{1}{2}C\,\frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)} \end{aligned}\right\} \quad (64).$$

Уравненія (62) извѣстны подъ именемъ *Гауссовыхъ,* поимени знаменитаго Гаусса, предложившаго ихъ въ своемъ твореніи Theoria motus corporum coelestium; уравненія же (63) и (64) именуются *Неперовыми аналогіями.* Очевидно, что если въ сфер. косоугольномъ треуг-кѣ даны два угла A и B и прилежащій бокъ c, то изъ уравненіи (63) получится полу-разность $\frac{1}{2}(a-b)=n$ и полу-сумма $\frac{1}{2}(a+b)=m$ боковъ; послѣ чего большій бокъ будетъ $a=m+n$, а меньшій $b=m-n$. Если же данныя части въ треугольникѣ суть два бока a и b и заключающійся между ними уг. C, тогда для рѣшенія треугольника будутъ служить уравненія (64), изъ коихъ получится полу-разность $\frac{1}{2}(A-B)=N$ и полу-сумма $\frac{1}{2}(A+B)=M$ угловъ; послѣ чего большій уг. $A=M+N$, а меньшій $B=M-N$.

E. *Задачи, имѣющія два рѣшенія.*

29. Всякій сфер. треугольникъ происходитъ отъ пересѣченія шара тремя плоскостями, чрезъ центръ проходящими. Пусть KMK′ (чер 9) представляетъ одну изъ упомянутыхъ плоскостей, служащую основаніемъ полу-сферѣ: двѣ другія пересѣкутъ поверхность ея по направленію полуокружностей ACα, BCB‴, представленныхъ на чертежѣ въ перспективѣ; плоскости сіи взаимно пересѣкаются по направленію радіуса CO, и образуютъ сфер. треуг. ABC. Дуги CA, Cα суть дополнительныя до 180°; уг. A измѣряетъ наклоненіе плоскости $AC\alpha$ къ основанію KK'. Проведя чрезъ радіусъ CO плоскость MCm, перпендикулярную къ основанію KK' и взявъ $MA' = MA$, по другую сторону сей плоскости MCm, получимъ вторую плоскость $A'C\alpha'$, симетрическую въ отношеніи къ $AC\alpha$, и будетъ

$$m\alpha = m\alpha',\ AC = A'C,\ C\alpha = C\alpha',\ A = A' = \alpha = \alpha'.$$

Если станемъ поворачивать плоскость $AC\alpha$ около радіуса CO, такъ, чтобы она принимала положеніе CK, CB, Cf, то плоскость сія будетъ перпендикулярна къ основанію, когда совпадетъ съ плоскостію MCm; во всякомъ же другомъ положеніи, она составитъ съ основаніемъ по два угла дополнительныхъ, изъ коихъ одинъ будетъ надъ сею плоскостію, а другой подъ оною. Дуги CB, CA, Cf, .. возрастаютъ по мѣрѣ отдаленія своего отъ перпендикулярной дуги $CM = \varphi$, до продолженія ея Cm, изъ коихъ первая есть наименьшая, а вторая наибольшая. Въ самомъ дѣлѣ, прямоуг. треуг. ACM, (въ коемъ $CA = b$), даетъ $\cos ACM = \cot b.\tang\varphi$; здѣсь множитель $\tang\varphi$ постоянный.

Когда уг. ACM возрастетъ до 90°, какъ на прим. при дугѣ CK, которой плоскость перпендикулярна къ MCm, тогда $\cot b = 0$, а дуга $CK = 90°$. Продолжая поворачивать плоскость къ $C\alpha'$, величина $\cos ACM$ сдѣлается отрицательною и будетъ возрастать вмѣстѣ съ $\cot b$, такъ что и дуга $C\alpha'$ будетъ также увеличиваться. Но какъ чертежъ построенъ симетрически по обѣимъ сторонамъ плоскости MCm, то соотвѣтствующія дуги и наклоненія будутъ между собою равны, а именно: если $CA = CA'$, то и уг. $A = A'$.

Сѣкущая плоскость обращаясь такимъ образомъ и принимая положенія CB, CA, CK, будетъ послѣдовательно составлять съ основаніемъ KMK', меньшіе углы наклоненія, ибо изъ прямоуг. треуг. ACM, выводимъ

$$\sin\varphi = \sin b \sin A \qquad (65),$$

уравненіе, въ которомъ первая часть постоянна, а $\sin b$, какъ выше сказано, увеличивается; слѣд. $\sin A$ долженъ въ тоже время уменьшаться. Но когда бокъ b достигнетъ до $90°$, (при чемъ CA обратится въ $CK = 90° = MK$), тогда $\sin b$ начнетъ уменьшаться, слѣд. $\sin A$ увеличиваться; и такъ, острый уг. A при основаніи, имѣвшій наименьшую величину при точкѣ K, начнетъ возрастать. Эта точка K есть полюсъ полу-окружности MCm; уг. K измѣряется дугою $CM = \varphi = K$, или на противоположной сторонѣ сѣкущей плоскости, дугою $Cm = 180° - \varphi$.

Изъ сего видимъ, что всѣ дуги, исходящія изъ точки C, и опирающіяся на одну изъ точекъ полу-окружности KMK', менѣе $90°$; дуги же оканчивающіяся на KMK', болѣе $90°$, и что $CK = CK' = 90°$ Сверхъ того, $CM = \varphi$ и $Cm = 180° - \varphi$ (величина φ опредѣлится уравненіемъ 65), суть предѣлы, между которыми сіи дуги CA заключаются. Чѣмъ дуга ближе къ CM, тѣмъ она менѣе; напротивъ того, чѣмъ ближе къ Cm, тѣмъ болѣе.

По мѣрѣ, какъ сѣкущая плоскость принимаетъ положенія CB, CA .., уг. наклоненія ея къ основанію уменьшается, начиная съ угла $90°$, соотвѣтствующаго положенію MCm, до положенія CK, гдѣ $K = \varphi$; потомъ отъ K, уголъ наклоненія увеличивается приближаясь къ m, и наконецъ въ положеніи Cm становится опять $= 90°$ Со стороны CM, углы сіи острые, а со стороны Cm тупые, ибо послѣдніе суть дополнительные первыхъ: всѣ такіе тупые углы $< 180° - \varphi$.

Наконецъ, всѣ части расположены симетрически по обѣимъ сторонамъ плоскости MCm, такъ что при равныхъ дугахъ MA и MA', углы наклоненій дугъ CA и CA' равны, и самыя дуги равны.

Въ слѣдствіе чего, если изъ вершины угла какого нибудь треугольника BCA или $B'CA$, опустимъ дугу CM перпендикулярную къ основанію AB, то легко будетъ узнать, упадетъ ли она внутрь треугольника, или внѣ онаго, и чрезъ то получится повѣрка слѣдствій чл. 21, относительно величинъ боковъ и угловъ прямоугольныхъ треугольниковъ.

Задачи, имѣющія двойныя рѣшенія и извѣстныя подъ именемъ *сомнительныхъ случаевъ,* суть тѣ, которыя въ числѣ данныхъ заключаютъ бокъ и уголъ ему противоположный, какъ это мы видѣли въ 6-мъ и 7-мъ случаяхъ чл. 27.

30. 1-й Случай. *Даны два бока* a, b, *и противолежащій уг.* A. Пересѣчемъ полу-сферу KMK′ (чер. 9) плоскостію $AC\alpha$, проходящею чрезъ центръ O и наклоненною къ основанію подъ угломъ A. Возьмемъ $AC = b$; C будетъ вершиною треугольника, который долженъ заключиться дугою $CB = a$, извѣстной величины. Изслѣдуемъ сіи условія.

Предположимъ сначала, что *уг.* A *острый;* $CA = b$ есть одинъ изъ боковъ треугольника, который замыкается стороною a, долженствующею находится въ пространствѣ $\alpha A'MA$, ибо если бы бокъ a находился въ положеніи Cf, $C\alpha'$, то треуг. CAf, $CA\alpha'$ .., вмѣсто остраго угла A, заключалъ бы въ себѣ дополнительный уголъ, находящійся по другую сторону плоскости CA. Слѣд. сей бокъ a, выходящій изъ вершины C, упрется въ какую нибудь точку дуги $AMA'\alpha$. Соотвѣтственныя дуги CB, CB′, по парно равны между собою, и одинаково наклонены къ основанію въ точкахъ B, B′, равно отстоящихъ отъ M. Если $MA' = MA$, $MB' = MB$, то и $CA' = CA = b$; $CB' = CB = a$.

Если бокъ $a < b$, то a упадетъ въ углѣ A′CA, подобно какъ CB, CB′, и тогда получимъ два треугольника BCA, B′CA, составленные изъ трехъ данныхъ частей A, b и a, т. е. задача будетъ имѣть *два рѣшенія.* Тогда одинъ изъ угловъ B при основаніи тупой, а другой B′ острый. Напротивъ, если $a > b$, то дуга a приметъ положеніе Cf', и одинъ только треуг. ACf' будетъ заключать въ себѣ три данныя части, потому что дуга Cf, симетрически соотвѣтствующая дугѣ Cf', какъ лежащая надъ плоскостію CA, не можетъ быть принята въ соображеніе. Въ семъ случаѣ получимъ только *одно рѣшеніе,* и уг. B треугольника ACf' будетъ острый въ f', равно какъ и b. Наконецъ, когда бокъ $a > C\alpha = 180° - b$, тогда дуга a будетъ находиться въ положеніи CB‴ надъ плоскостію $AC\alpha$, и задача не будетъ имѣть *ни одного возможнаго рѣшенія.*

Доселѣ мы принимали дугу $b < 90°$, потому что брали $CA = b$: но если бы $b = C\alpha > 90°$, и бокъ a имѣлъ положеніе подобно CB или CB′, то имѣли бы опять *два рѣшенія* BCα, B′Cα; въ первомъ, уголъ B при основаніи былъ бы острый, а въ другомъ B′ тупой. Напротивъ, будетъ существовать *одно только рѣшеніе* αCf′, если дуга *a* приметъ положеніе Cf′ въ пространствѣ A′Cα, при тупомъ углѣ f′ и бокѣ $b > 90°$; наконецъ, еслибы бокъ *a* принялъ положеніе CB‴ по другую сторону плоскости ACα, то задача *не имѣла бы ни одного рѣшенія.*

И такъ, если уголъ A острый, $b <$ или $> 90°$, то задача будетъ имѣть одно рѣшеніе только тогда, когда бокъ *a* падаетъ въ пространствѣ αCA′, т. е. когда величина дуги *a* заключается между *b* и $180° - b$: въ семъ случаѣ уголъ, составляемый стороною *a* съ основаніемъ, будетъ одного свойства съ бокомъ *b*, т. е. острый когда $b < 90°$, тупой когда $b > 90°$ Во всякомъ же другомъ случаѣ получатся или два рѣшенія, или ни одного: два рѣшенія будутъ тогда, когда *a* упадетъ на дугу AMA′, т. е. когда $a < b$, а ни одного, когда *a* упадетъ на дугу αmα′, т. е. когда $a > 180° - b$.

Перейдемъ теперь къ тому случаю когда *уг.* A *тупой*, т. е. когда бокъ *a*, ограничивающій треугольникъ, будетъ находиться по другую сторону плоскости αCA, на прим. въ положеніи Cf, CB‴ Посредствомъ предыдущаго разсужденія можно доказать, что если $b = C\alpha > 90°$, и если бокъ *a* падаетъ въ пространствѣ αCα′, то получимъ *два рѣшенія*, какъ на прим. треугольники αCB″, αCB‴, изъ коихъ въ одномъ уг. B‴ при основаніи острый, а въ другомъ уг. B″ тупой. Когда же бокъ *a* будетъ находиться въ углѣ α′CA, тогда получится только *одно рѣшеніе* KCα при чемъ уг. K при основаніи будетъ одинакого свойства съ бокомъ *b*, т. е. тупой, когда $b > 90°$ Наконецъ не представитъ *возможнаго рѣшенія*, когда *a* упадетъ на дугу αMA.

То же самое должно подразумѣвать и въ томъ случаѣ, когда $a = CA < 90°$

Изъ всего предыдущаго заключаемъ, что какой бы уг. A ни былъ, острый или тупой, задача будетъ имѣть одно рѣшеніе, когда величина бока *a*, противолежащаго данному углу A, заключается между *b* и $180° - b$: внѣ сихъ предѣловъ, вопросъ будетъ имѣть или два рѣшенія, или ни одного, смотря потому, одинаковаго ли свойства величины A и a (т. е. обѣ $>$ или $< 90°$), или различнаго. При одномъ рѣшеніи, B и b всегда одинаковаго свойства. Но какъ, намъ извѣстно (чл. 26), что перпендикуляръ, опущенный изъ вершины C на основаніе c, падаетъ внутрь или внѣ треугольника, смотря потому одинаковаго ли, или различнаго свойства углы A и B при основаніи, то въ уравненіяхъ $c = \psi \pm \psi'$, $C = \theta \pm \theta'$ должно брать знакъ $+$, когда величины A и b одинаковаго свойства, а — въ противномъ случаѣ. Это рѣшаетъ 6-й случай чл. 27, ибо дѣлается извѣстнымъ, которое одно изъ двухъ рѣшеній должно отбросить.

Слѣд. *если требуется рѣшить треугольникъ, по даннымъ двумъ бокамъ* a, b *и углу* A, *то должно сравнить* a *съ* b *и съ* $180° -$ b: *если* a *окажется равнымъ одному изъ сихъ предѣловъ, или между ними заключающимся, тогда задача будетъ имѣть одно рѣшеніе; въ семъ случаѣ* B *и* b *будутъ одинаковаго свойства, а* C *и* c *состоятъ изъ суммы или разности отрѣзковъ, смотря потому, одинаковаго ли свойства будутъ* A *и* b, *или различнаго. Если же* a *не заключается между вышесказанными предѣлами, то произойдетъ два рѣшенія когда* A *и* a *одинаковаго свойства, и ни одного, когда различнаго.*

Должно замѣтить, что поелику бокъ a не можетъ быть $< CM = \varphi$ и $> Cm = 180° - \varphi$; то, еслибы оный не заключался между сими двумя предѣлами, т. е. между двумя дополнительными величинами φ до $180°$, опредѣленными уравненіемъ (65) стр. 28, тогда предложенная задача была бы несообразна, ибо изъ трехъ данныхъ частей A, b и a невозможно было бы составить треугольника. Впрочемъ подобный случай не требуетъ особенныхъ вычисленій, ибо несообразность его ясно обнаруживается самыми условіями задачи.

31. 2-й Случай. *Даны два угла* A *и* B, *и противолежащій бокъ* b.

Повторяя предыдущее разсужденіе, мы бы дошли до заключенія, которое легче можно вывесть изъ полярнаго треугольника A′B′C′ (чер. 2 чл. 10). Въ немъ извѣстны бока $a' =$

$180^\circ - B$ и уг. $B' = 180^\circ - b$; изъ вышесказаннаго слѣдуетъ заключить, что сіи части могутъ входить въ составъ двухъ треугольниковъ, изъ коихъ только одинъ разрѣшаетъ задачу, т. е. когда бокъ b', противолежащій углу B', заключается между a' и $180^\circ - a'$, или что все равно, когда B заключается между A и $180^\circ - A$ (вычитая каждую дугу изъ 180°). Тогда A и a должны быть одинаковаго свойства; C и c состоять изъ суммы или разности отрѣзковъ, смотря потому одинаковаго ли, или различнаго свойства будутъ величины A и b.

И такъ, *при рѣшеніи треугольника, въ коемъ извѣстны* A, B *и* b, *должно сравнить* B *съ* A *и съ* $180^\circ - A$: *если* B *равно одному изъ сихъ предѣловъ,* или *заключается между ними, тогда получимъ одно рѣшеніе;* A *и* a *будутъ одинаковаго свойства; въ уравненіяхъ* $C = \theta \pm \theta'$, $c = \psi \pm \psi'$ *должно брать знакъ* $+$, *когда величины* A *и* b *одинаковаго свойства, а знакъ* $-$ *въ противномъ случаѣ; это послужитъ признакомъ, которое изъ двухъ рѣшеній удовлетворяетъ вычисленію* чл. 10, 7. *Если же* B *не заключается между вышесказанными предѣлами, тогда получимъ или два рѣшенія, или ни одного, смотря потому, одинаковаго ли свойства* B *и* b, *или различнаго.*

Сверхъ того, уг. B долженъ заключаться между дополнительными величинами φ до 180°, получаемыми изъ урав. (65); ибо безъ того, составленіе треугольника изъ данныхъ частей было бы не возможно, и условія задачи заключали бы въ себѣ несообразность.

32. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ,* коего одинъ изъ катетовъ есть CM или Cm (чер. 9), если дается уголъ и противолежащій катетъ, тогда задача имѣетъ два рѣшенія, обращающіяся въ нѣкоторыхъ случаяхъ въ одно.

1-е. По даннымъ гипотенузѣ a и катету b, опредѣлить противоположный уг. B? Изъ урав. (41), опредѣлится величина B, выраженная посредствомъ синуса, соотвѣтствующаго двумъ угламъ дополненія. Равнымъ образомъ, если по даннымъ гипотенузѣ a, и углу B, опредѣляется противолежащій катетъ b, то изъ того же самаго уравненія получатся двѣ дуги дополненія, соотвѣтствующія противоположному боку b. Однакоже въ обоихъ сихъ случаяхъ принимается одно только рѣшеніе, потому что дуги CA или CA′, заключающія треуг. CMA или CMA′ расположены симетрически; посему B и b одинаковаго свойства, и рѣшеніе перестаетъ быть сомнительнымъ.

2-е Если даны катетъ b и противоложный уг. B, тогда третьей искомой части соотвѣтствуютъ двѣ величины, потому, что когда требуется знать величину гипотенузы a, то изъ урав. (41) опредѣлится $\sin a$; если же отыскивается катетъ c, то урав. (44) дастъ $\sin c$; наконецъ, для опредѣленія угла C, прилежащую къ извѣстному катету b, возьмемъ урав. (45), изъ коего получится $\sin$ C. И такъ, для каждаго изъ сихъ синусовъ получимъ по двѣ дуги дополненія, служащія величинами неизвѣстными.

33. Вотъ нѣсколько численныхъ примѣровъ:

I. Пусть будетъ $a = 133^\circ 18'$, $b = 57^\circ 28'$, $A = 45^\circ 23'$ Треугольникъ невозможенъ, ибо a не заключается между $57^\circ 28'$ и дугою дополненія $122^\circ 32'$, а сверхъ того, A и a не одинаковаго свойства.

II. Тоже произойдетъ, если $A = 120^\circ$, $B = 51^\circ$, $b = 101^\circ$, ибо B не заключается между 120° и 60°, и кромѣ того, B и b не одинаковаго свойства.

III. Пусть $b = 40^\circ\, 0'\, 0''$, $a = 50^\circ\, 10'\, 30''$, $A = 42^\circ\, 15'\, 14''$: здѣсь будетъ только одно рѣшеніе, ибо a заключается между b и $180^\circ - b$; $B < 90^\circ$, и дуга, перпендикулярно опущенная изъ вершины падетъ внутрь треугольника; посему ψ и ψ' положительные, а c выражаетъ ихъ сумму. Вычисленіе урав. (54), (58) и (56), дастъ

$\tan b$.. .9. 9238563	$\cos a$....9. 8064817	$\psi = 31^\circ\, 50'\, 46''$
$\cos A$ 9. 8693330	$\cos\psi$ ..9. 9291471	$\psi' = 44.\ 44.\ 50$
$\tan\psi$ ...9. 7931893	$\cos b$..—9. 8842363	$c = 76.\ 35.\ 36$
	$\cos\psi'$...9. 8513925	

Уг. C при вершинѣ опредѣлится посредствомъ формулъ (55), (61) и (57)

$\cos b$ ... 9. 8842363	$\tang b$ 9. 9238563	$\theta = 55^\circ\ 9'\ 59''$
$\tang A$ .9. 9583058	$\cot a$ 9. 9211182	$\theta' = 66.\ 26.\ 21$
$\cot\theta$ 9. 8425421	$\cos\theta$ 9. 7567851	$C = 121.\ 36.\ 20$
	$\cos\theta$ 9. 6017596	

Наконецъ, по теоремѣ четырехъ синусовъ (урав. 34) опредѣлится $B = 34^\circ\ 15'\ 3''$

IV. Если $B = 42^\circ\ 15'\ 14''$, $A = 121^\circ\ 36'\ 20''$, $b = 50^\circ\ 10'\ 30''$, то получатся два рѣшенія, потому что B не заключается между A и дугою дополнительною, а B и b одинаковаго свойства. Уравненія (55), (59) и (34) приводятъ насъ къ слѣдующимъ вычисленіямъ:

$\cos b$..9. 8064817	$\cos B$. .9. 8693330	$\sin b$ ...9. 8853636
$\tang A$ 0. 2108864 —	$\sin\theta$....9. 8406262 —	$\sin A$ ...9. 9302745
$\cot\theta$ ..0. 0173681 —	$\cos A$ — 9. 7193880 —	$\sin B$ — 9. 8276379
	$\sin\theta'$ ..9. 9905712 +	$\sin a$ ...9. 9880002

$\theta = -43^\circ\ 51'\ 16''$

$\theta' = 78.\ 6.\ 19$ или $\theta' = 101^\circ\ 53'\ 41''$ $\qquad a = 76^\circ\ 35'\ 36''$

$C = 34.\ 15.\ 3$ или $C = 58.\ 2.\ 25$ $\qquad$ или $= 103.\ 24.\ 24$

$\tang b$....0. 0788818	$\cot B$....0. 0416956
$\cos A$.. ..9. 7193874 —	$\tang A$ ..0. 2108873 —
$\tang\psi$ ..9. 7982692 —	$\sin\psi$ ...9. 7259905 —
	$\sin\psi'$ ..9. 9785734 +

$\psi = -32^\circ\ 8'\ 50''$

$\psi' = 72.\ 9.\ 0$ или $= 107^\circ\ 51'\ 0''$

$c = 40.\ 0.\ 10$ или $= 75.\ 42.\ 10.$

Одно изъ сихъ двухъ рѣшеній даетъ намъ треуг. fCA' (чер. 9), а другое треуг. $f'CA'$.

V. *По тремъ даннымъ бокамъ, опредѣлить уголъ?*

$a = 76^\circ\ 35'\ 36''$	sin....9. 9880008	остальныя части
$b = 50.\ 10.\ 30$	sin....9. 8853636	треугольника суть:
$c = 40.\ 0.\ 10$	— 19. 8733644	$A = 121^\circ\ 36'\ 19'',8$
$2p = 166.\ 46.\ 16$		$B = 42.\ 15.\ 13.,7$
$p = 83.\ 23.\ 8$		$C = 34.\ 15.\ 2.,8$
$p - a = 6.\ 47.\ 32$	sin.....9. 0728716	$\varphi = 40.\ 51.\ 3.,0$
$p - b = 33.\ 12.\ 38$	sin.. ..9. 7385565	ψ, ψ' θ, θ' даны выше, ибо треуг. сей тотъ же.
	$\sin^2 \frac{1}{2} C$.8. 9380637	
$\frac{1}{2} C = 17^\circ\ 7'\ 31'',4$	sin.. ..9. 4690318	
$C = 34.\ 15.\ 2,8$		

Въ заключеніе, предлагаемъ всѣ части двухъ сфер. треугольниковъ, для упражненія въ вычисленіяхъ; если станемъ какія либо три изъ сихъ частей принимать за данныя, то чрезъ вычисленіе должны получиться остальныя.

части.	log. sin.	log. cos.	log. tang.
A = 121° 36′ 19″,81	9. 9302747	9. 7193874 —	0. 2108873 —
B = 42. 15. 13,66	9. 8276379	9. 8693336	9. 9583043
C = 34. 15. 2,76	9. 7503664	9. 9172860	9. 8330804
a = 76. 35. 36,0	9. 9880008	9. 3652279	0. 6227729
b = 50. 10. 30,0	9. 8853636	9. 8064817	0. 0788819
c = 40. 0. 10,0	9. 8080926	9. 8842363	9. 9238563
ψ = — 32. 8. 50,0	9. 7259905 —	9. 9277212	9. 7982693 —
ψ′ = 72. 9. 0,0	9. 9785741	9. 4864674	0. 4921067
θ = — 43. 51. 16,2	9. 8406263 —	9. 8579964	9. 9826249 —
θ′ = 78. 6. 19,0	9. 9905733	9. 3141076	0. 6764657
φ = 40. 51. 3,0	9. 8156388	9. 8787602	9. 9368787
a = 63. 39. 57,8	9. 9524165	9. 6469937	0. 3054227
b = 75. 0. 51,3	9. 9849727	9. 4125929	0. 5723798
c = 41. 9. 46,0	9. 8183582	9. 8767042	9. 9416540
A = 66. 57. 3,6	9. 9638682	9. 5927520	0. 3711162
B = 97. 20. 31,6	9. 9964244	9. 1065091 —	0. 8899153 —
C = 42. 30. 55,0	9. 8298097	9. 8675247	9. 9622849
ψ = 53. 38. 21,9	9. 9167182	9. 7515864	0. 1651318
ψ′ = — 14. 28. 35,9	9. 3979144 —	9. 9859874	9. 4119270 —
θ = 58. 42. 42,4	9. 9317454	9. 7154547	0. 2162907
θ′ = — 16. 11. 47,4	9. 4454990 —	9. 9824118	9. 4630873 —
φ = 62. 43. 55,7	9. 9488404	9. 6610088	0. 2878316

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЯ ПОНЯТІЯ

ОБЪ

АСТРОНОМІИ.

ВСТУПЛЕНІЕ.

34. Астрономія, (или, говоря точнѣе, *Астрономія Физическая),* занимается разсматриваніемъ небесныхъ тѣлъ относительно ихъ истиннаго вида, движенія и величины. Въ ней, въ настоящее время, между прочимъ доказывается: что 1) такъ называемыя неподвижныя звѣзды, суть тѣла самосвѣтящія, разсѣянныя въ пространствѣ на разстояніяхъ различныхъ, но всегда огромныхъ сравнительно съ нашими земными мѣрами; 2) къ числу такихъ тѣлъ, принадлежитъ и солнце; 3) солнце служитъ средоточіемъ нашей планетной системѣ, т. е. что вокругъ солнца, въ разномъ растояніи, обращается нѣсколько тѣлъ темныхъ, называемыхъ *планетами,* которыя, при томъ обращаются каждое около своей оси, а именно: *Меркурій, Венера, Земля, Марсъ, Церера, Паллада, Юнона, Веста, Юпитеръ, Сатурнъ и Уранъ;* 4) вокругъ четырехъ изъ планетъ обращаются другія темныя тѣла, называемыя ихъ спутниками и также имѣющія движеніе около своей оси. У Урана такихъ спутниковъ 6, у Сатурна 7, у Юпитера 4, а у Земли одинъ, т. е. *Луна.*

Зная, что земля есть тѣло шарообразное, обращающееся вокругъ солнца и около своей оси, мы ясно понимаемъ, что земному наблюдателю движеніе небесныхъ тѣлъ представляется не въ истинномъ своемъ видѣ, а такимъ, какимъ оно должно казаться ему, перемѣняющему въ пространствѣ свое мѣсто, именно такъ, а не иначе; взоръ человѣка, при томъ, во все не можетъ оцѣнивать большихъ разстояній: малыя, но близскія свѣтила видятся большими, нежели большія, но далекія; вообще же: мы почитая мѣсто своего стоянія за точку неподвижную, наблюдаемъ въ разные моменты только *видъ* небесныхъ тѣлъ и то *направленіе,* въ которомъ они находятся относительно насъ. Посему наблюденія даютъ намъ непосредственно какъ величину, такъ и движеніе свѣтилъ только *кажущіяся; истинныя* же познаются уже потомъ изъ соображенія разнаго рода наблюденій между собою и посредствомъ примѣненія къ нимъ законовъ тяготѣнія, то есть силы, съ которою небесныя тѣла взаимно дѣйствуютъ въ пространствѣ одно на другое.

35. Есть впрочемъ множество случаевъ, въ которыхъ для полученія желаемыхъ наукою результатовъ нѣтъ никакой надобности кажущіяся данности переводить на истинныя, а несравненно проще и короче оставлять ихъ въ томъ видѣ, какъ онѣ получаются изъ наблюденій, то есть: принимать землю за шарообразный неподвижный центръ, вокругъ котораго обращается небо, какъ пустая сфера, усѣянная на отдаленной своей поверхности различными свѣтилами. Часть Астрономіи, дѣйствующая въ такомъ предположеніи, называется *Астрономіею Сферическою,* и ее то, какъ главнѣйшую вспомогательную для Геодезіи науку, изложимъ мы въ слѣдующихъ главахъ, обращаясь къ нѣкоторымъ выводамъ Астрономіи Физической, только тогда, когда то окажется необходимымъ, для яснаго уразумѣнія дѣла.

ГЛАВА I.

О СУТОЧНОМЪ ДВИЖЕНІИ НЕБЕСНОЙ СФЕРЫ И О НЕБЕСНЫХЪ И ЗЕМНЫХЪ КРУГАХЪ.

36. Если наблюдатель будетъ находиться на мѣстѣ открытомъ и ровномъ, онъ увидитъ себя въ центрѣ круга, служащаго основаніемъ общирному полушару, именуемому (вмѣстѣ съ другою его половиною) *небесною сферою.* Кругъ сей называется *видимымъ горизонтомъ,* въ отличіе отъ *горизонта математическаго,* подъ коимъ разумѣютъ плоскость касательную къ землѣ, и которая всегда перпендикулярна къ направленію свободно падающихъ тѣлъ, (какъ это доказано строжайшими наблюденіями). Линія сія, именуемая *вертикальною* или *отвѣсною,* будучи продолжена въ обѣ стороны встрѣчаетъ небесную сферу въ двухъ точкахъ, изъ коихъ одна, находящаяся надъ головою наблюдателя, называется *зенитомъ,* а другая ей противоположная *надиромъ.* Зенитъ и надиръ служатъ полюсами *горизонту истинному,* или просто *горизонту,* подъ коимъ разумѣютъ большой кругъ небесной сферы, проходящій чрезъ центръ земли перпендикулярно къ линіи вертикальной, или что все равно, параллельно къ горизонту математическому Въ Астрономіи обыкновенно принимаютъ оба сіи горизонта сливающимися одинъ съ другимъ, по малости земнаго радіуса въ сравненіи съ безконечнымъ отдаленіемъ до неподвижныхъ звѣздъ.

37 Если мы обратимъ вниманіе на открытое небо, напримѣръ здѣсь въ Европѣ, во все продолженіе нашей длинной зимней ночи, то замѣтимъ слѣдующее: 1) блестящія точки, называемыя вообще звѣздами не перемѣняютъ своего относительно однѣ другихъ мѣста и кажутся какъ бы прикрѣпленными къ поверхности небесной сферы; 2) одна изъ звѣздъ, значительно возвышенная надъ горизонтомъ видится все почти совершенно на одномъ и томъ же мѣстѣ и относительно земныхъ предметовъ; — она называется звѣздою *полярною;* 3) остальныя звѣзды движутся отъ востока къ западу безпрерывно и однообразно, всѣ вмѣстѣ, описывая, около полярной звѣзды круги, большіе или меньшіе, смотря по отдаленности отъ ней каждой звѣзды на сферѣ. Посему: иныя звѣзды совершаютъ весь кругъ надъ горизонтомъ; иныя въ нижней части своего пути прикасаются къ горизонту; иныя же, еще болѣе отъ полярной звѣзды удаленныя, совсѣмъ подъ горизонтомъ скрываются на западѣ, и потомъ, чрезъ нѣкоторое время, появляютъ снова на востокѣ — т. е. *заходятъ* и *восходятъ.* Однимъ словомъ: намъ кажется обращающеюся самая небесная сфера, тѣмъ болѣе, что тоже явленіе продолжается и днемъ, какъ относительно солнца и луны, такъ и относительно звѣздъ, которыя днемъ невидимы только по причинѣ слабаго ихъ свѣта, а явственно замѣчаются въ зрительныя трубы или изъ глубокаго подземелья. Двѣ неподвижныя точки небесной сферы, т. е. одна находящаяся близь полярной звѣзды, а другая ей противоположная, гдѣ-то подъ нашимъ горизонтомъ, называются *небесными полюсами* или *полюсами міра;* діаметръ небесной сферы, точки сіи соединяющій, *осью міра,* а двѣ точки пересѣченія сей послѣдней съ земною поверхностью *земными полюсами.* Считаемъ излишнымъ доказывать, что видимое движеніе небесной сферы, есть не иное что, какъ призракъ, происходящій отъ обращенія земли около своей оси, (т. е. земнаго діаметра, соединяющаго земные полюсы) въ сторону противоположную видимаго движенія небесныхъ свѣтилъ. Это движеніе называется *суточнымъ;* продолжительность же времени, протекающаго при описаніи каждою изъ звѣздъ полнаго круга на небѣ *звѣздными сутками,* которыхъ раздѣляютъ на 24 часа, часъ на 60′, минуту на 60″.

38. Большой кругъ небесной сферы, коего плоскость проходитъ чрезъ центръ земли перпендикулярно къ оси міра, называется, *небеснымъ экваторомъ,* а пересѣченіе сей плоскости съ земною поверхностію *земнымъ экваторомъ.* Небесный экваторъ очевидно можетъ быть принимаемъ за кругъ, описываемый одною изъ точекъ небесной сферы, отстоящею на 90° отъ небесныхъ полюсовъ, и слѣд. за кругъ параллельный всѣмъ кругамъ, описываемымъ звѣздами при суточномъ обращеніи небеснаго свода. Такъ какъ экваторъ и горизонтъ суть большіе круги небесной сферы, то они будутъ дѣлить одинъ другой по поламъ, и потому всякая точка экватора, для каждаго мѣста на землѣ, въ продолженіи звѣздныхъ сутокъ будетъ столько же времени находиться надъ горизонтомъ, сколько находится подъ онымъ.

Вообразимъ себѣ, что наблюдатель находится на какой нибудь точкѣ земнаго экватора: его отвѣсная линія будетъ совпадать съ плоскостію небеснаго экватора, а его истинный горизонтъ съ осью міра и вмѣстѣ съ тѣмъ будетъ перпендикуляренъ ко всѣмъ кругамъ, описываемымъ звѣздами, которые слѣд. будутъ дѣлиться его горизонтомъ по поламъ. Но если вообразимъ себѣ, что мѣсто наблюдателя находится между земнымъ экваторомъ и полюсомъ, то горизонтъ его будетъ пересѣкать экваторъ подъ угломъ, тѣмъ болѣе острымъ, чѣмъ это мѣсто отстоитъ далѣе отъ экватора: одинъ изъ небесныхъ полюсовъ будетъ выше, а другой ниже его горизонта. Полюсъ, видимый нами, жителями Европы, называется *сѣвернымъ*, и противоположный *южнымъ*.

39. Пусть. P, P′, (чер. 10) будутъ небесные полюсы, EQ экваторъ, ZC отвѣстная линія наблюдателя, HH′ его горизонтъ: кругъ HZPH′, проходящій чрезъ отвѣсную ZC и ось міра PP′, или что все равно, чрезъ центръ C земли, зенитъ Z и полюсъ P, называется *меридіаномъ*, а прямая HH′ пересѣченія сего послѣдняго съ плоскостію горизонта *меридіанальною* или *полуденною линіею*. Плоскость меридіана перпендикулярна какъ къ горизонту, такъ и къ экватору: къ первому потому, что проходитъ чрезъ отвѣсную линію, а ко второму потому что проходитъ чрезъ ось міра. Такъ какъ всѣ круги, описываемые звѣздами при суточномъ обращеніи небесной сферы, паралельны съ экваторомъ, то они будутъ перпендикулярны къ плоскости меридіана, и будутъ имъ дѣлится по поламъ. Сверхъ того изъ чертежа очевидно, что *видимыя дуги*, описываемыя звѣздами, (т. е. находящіяся надъ горизонтомъ) дѣлятся также меридіаномъ по поламъ, а потому для каждой скрывающейся звѣзды подъ горизонтъ, проходитъ столько же времени отъ момента ея восхожденія до прохожденія чрезъ меридіанъ, сколько отъ прохожденія до захожденія.

40. Четыре точки горизонта, изъ коихъ двѣ H, H′, находятся на концахъ меридіанальной линіи, а другія двѣ O и W отстоятъ отъ нихъ на 90°, называются *странами свѣта*. Та изъ сихъ точекъ, которая находится на концѣ меридіанальной линій, обращенномъ къ сѣверному полюсу, именуется *сѣверомъ*, а противоположная ей *югомъ*; лежащая же влѣво, для наблюдателя обращеннаго лицемъ къ югу, называется *востокомъ,* а лежащая вправо *западомъ.* Должно при семъ замѣтить, что востокъ и западъ находятся на оконечностяхъ прямой OW сѣченія горизонта съ экваторомъ, ибо линія сія, какъ пересѣченіе двухъ плоскостей перпендикулярныхъ къ плоскости меридіана, перпендикулярна къ сей послѣдней, а съ тѣмъ вмѣстѣ и къ прямымъ HH′ и EQ; слѣд. каждая изъ дугъ OH, OE, OH′ и OQ равна 90°.

41. Всякій кругъ, какъ на прим. ZSMN (чер. 10), проходящій чрезъ отвѣсную ZC, называется *вертикаломъ,* а его плоскость *вертикальною.* Тотъ изъ вертикаловъ, который проходитъ чрезъ востокъ и западъ, именуется *первымъ* или *главнымъ вертикаломъ.* Вообразимъ себѣ, что чрезъ какое нибудь свѣтило S проведенъ кругъ вертикала ZSM: дуга его SM, заключающаяся между свѣтиломъ и горизонтомъ и измѣряющая уголъ, образуемый горизонтомъ съ лучемъ зрѣнія, направленнымъ на свѣтило, называется *высотою свѣтила,* а дуга его SZ, заключающаяся между симъ послѣднимъ и зенистомъ, *зенитнымъ* или *зенитальнымъ* его *разстояніемъ.* Поелику дуга ZM $= 90°$, то очевидно, что высота свѣтила есть величина дополнительная до 90° зенитнаго его разстоянія. Такъ какъ меридіанъ есть также вертикалъ, то дуга PH′ выразитъ *высоту полюса,* а дуга EH *высоту экватора.* При семъ слѣдуетъ замѣтить, что такъ какъ дуги ZH, PE и ZH′ суть четверти окружности, то будетъ $HE + EZ = EZ + ZP$, откуда $HE = ZP$; также $PH' = 90° - ZP$ или $= 90° - EH$; слѣд. *высота экватора равна зенитному разстоянію полюса и служитъ величиною дополнительною до 90° высотѣ сего послѣдняго.*

42. Двугранный уголъ, образуемый меридіаномъ съ плоскостію вертикала проходящаго чрезъ свѣтило, или что все равно сфер. уголъ HZM (чер. 10), называется *азимутомъ* свѣтила; онъ измѣряется дугою HM горизонта, заключающеюся между сими плоскостями, или что тоже, прямолинейнымъ угломъ HCM, образуемымъ полуденною линіею съ прямою CM, выражающею сѣченіе круга вертикала съ горизонтомъ. *Земнымъ* же *азимутомъ* какого либо *земнаго предмета;* именуется уголъ, образуемый полуденною линіею съ лучемъ зрѣнія, направленнымъ на сей предметъ. Это подало поводъ всѣ углы лежащіе на горизонтальной плоскости и коихъ вершины находятся въ точкѣ наблюденія, называть *азимутальными углами*. Азимуты свѣтилъ считаются иногда отъ сѣвера, иногда же отъ юга, въ обѣ стороны полуденной линіи до 180°. Земные же азимуты принято нашими русскими учеными постоянно считать отъ сѣвера чрезъ востокъ до 360°, а французскими — отъ юга чрезъ западъ также до 360°.

43. Если чрезъ ось міра и какое либо свѣтило S, проведемъ большой кругъ PSKP′ (чер. 10), то дуга SK заключающаяся между симъ свѣтиломъ и экваторомъ называется *склоненіемъ* онаго, а самый кругъ — *кругомъ склоненія* или *часовымъ кругомъ*. Склоненія свѣтилъ бываютъ *сѣверныя* и *южныя*, смотря потому въ сѣверной ли, или южной полусферѣ находится свѣтило. Такъ какъ при суточномъ обращеніи небесной сферы, всѣ звѣзды описываютъ дуги параллельныя экватору, то очевидно, что склоненіе для каждаго изъ сихъ свѣтилъ не измѣняется. Для опредѣленія величины склоненія какой нибудь звѣзды на прим. S, достаточно измѣрить его *меридіанальную высоту*, (т. е. въ тотъ моментъ когда она находится на меридіанѣ) и потомъ изъ сей высоты вычесть высоту EH экватора, ибо дуга $S'E = S'H - EH$; при чемъ очевидно, что когда $S'H < EH$, т. е. когда склоненія свѣтила южныя, тогда $S'E$ получится изъ этого уравненія со знакомъ —. Въ слѣдствіе чего принято сѣверныя склоненія означать со знакомъ +, а южныя со знакомъ —.

44. Высота и азимутъ служатъ координатами, опредѣляющими положеніе свѣтила на небѣ, для даннаго момента. Здѣсь сказано «для даннаго момента», ибо обѣ сіи координаты измѣняются безпрерывно въ продолженіи сутокъ: наибольшая высота свѣтила бываетъ тогда, когда свѣтило вступаетъ на меридіанъ, и если оно нескрывается подъ горизонтъ, то имѣетъ наименьшую свою высоту въ моментъ вторичнаго прохожденія чрезъ оный (*).

(*) Моментъ прохожденія свѣтила чрезъ меридіанъ, называется его *кульминаціею*, отъ слова culmen, т. е. вершина или достиженіе

Для опредѣленія же положенія свѣтила на сферѣ небесной въ отношеніи положенія другихъ свѣтилъ, достаточно знать склоненіе онаго и разстояніе круга склоненій отъ произвольно избранной и хорошо извѣстной точки экватора на прим. F, ибо если такое разстояніе FK, и склоненіе KS, соотвѣтствующее свѣтилу S будутъ извѣстны, то получится возможность отличить его отъ другаго свѣтила, имѣющаго иное склоненіе и находящагося на иномъ кругѣ склоненія. Дуга экватора KF, заключающаяся между кругомъ склоненія и упомянутою точкою F, называется *прямымъ восхожденіемъ* свѣтила. Въ послѣдствіи увидимъ, что для сей точки экватора берется та, въ коей солнце бываетъ во время весенняго равноденствія.

45. Уголъ EPK (чер. 10), заключающійся между меридіаномъ и кругомъ склоненія и измѣряющійся дугою EK экватора, называется *часовымъ* угломъ. Если станемъ число градусовъ этого угла, или вышесказанной дуги, считать постоянно отъ меридіана въ одну сторону до 360°, то очевидно, что возрастаніе этого числа градусовъ будетъ пропорціонально времени движенія звѣзды, ибо кругъ склоненія обходитъ по экватору равномѣрнымъ движеніемъ 360° въ 24 звѣзд. часа; а потому если изобразимъ время употребляемое звѣздою для описанія дуги SS' чрезъ t, а число градусовъ угла EPK или дуги EK чрезъ T°, то будетъ пропорція:

$$360^\circ : 24^ч \text{ или } 15^\circ : 1^ч = T^\circ : t^ч,$$

откуда

$$T^\circ = 15^\circ . t \text{ и } t^ч = \frac{T}{15}.$$

наибольшей высоты. Если свѣтило не заходитъ подъ горизонтъ, то одна изъ его кульминацій называется *верхнею*, а другая *нижнею*, случающеюся всегда между полюсомъ и сѣверомъ. При семъ должно замѣтить, что если склоненіе δ свѣтила равно $90^\circ - \varphi$, (гдѣ φ означаетъ высоту полюса), то такое свѣтило при суточномъ обращеніи небесной сферы будетъ касаться горизонта; всѣ свѣтила имѣющія склоненія $\delta > 90^\circ - \varphi$ не скрываются подъ горизонтъ, а всѣ прочія, т. е. имѣющія $\delta < 90^\circ - \varphi$, восходятъ и заходятъ подобно солнцу и лунѣ.

Оба сіи уравненія, весьма часто употребляемыя въ практикѣ, служатъ *для выраженія даннаго числа градусовъ дуги экватора*, или *часоваго угла, въ звѣздномъ времени* и обратно (*).

Далѣе изъ вышеизложеннаго явствуетъ, что подъ словами «дуга выраженная во времени,» можно подразумѣвать, что

(*) Должно при семъ замѣтить, что вышепредложенную пропорцію $15^\circ : 1^ч :: T^\circ : t^ч$, можно замѣнить слѣдующею: $60^\circ : 4^ч :: T^\circ : t^ч$, откуда $T^\circ = \frac{60\ t}{4}$; изъ чего заключаемъ, что вмѣсто умноженія даннаго числа часовъ, минутъ и секундъ на 15, достаточно *раздѣливъ* его на 4 *и частное умножить* на 60, или что тоже *перемѣнить минуты на градусы, а секунды на минуты.* Такъ на прим. для выраженія въ градусахъ ... . $11^ч\,14'\,18'',75$
раздѣлять на 4 и перемѣнять знаки $'$ на $^\circ$, и пр. $2.48^\circ.34',6875$
отдѣльно же стоящую слѣва цыфру 2, и десятичную дробь умноживъ на 6, приложать первое изъ сихъ двухъ произведеній къ десяткамъ градусовъ, а второе выразитъ искомые секунды, отдѣливъ въ немъ для десятичной столько цифръ справа, сколько ихъ находится въ данной безъ одной, и будетъ $168^\circ\,34'\,41'',250$.

Для рѣшенія обратнаго вопроса, т. е. для выраженія дуги во времени, *умножать данное число градусовъ, минутъ и секундъ на 4,* и *перемѣнивъ градусы на минуты, минуты на секунды, а секунды на терціи,* раздѣлять десятки минутъ и терцій на 6; первое изъ сихъ двухъ частныхъ выразитъ искомое число часовъ, а второе десятичную дробь секунды. Такъ на прим. вышепредложенный результатъ по умноженіи на 4, даетъ $674'\,18''\,45''',04$
а по раздѣленіи 67 десятковъ минутъ и $45'''$ на 6...$11^ч\,14'\,18'',75$

Впрочемъ рѣшеніе сего обратнаго вопроса можно съ нѣкоторымъ навыкомъ исполнить скорѣе дѣленіемъ даннаго числа на 15, не забывая, что каждый градусъ будучи раздѣленъ на 15 даетъ въ частномъ $4'$, а каждая минута $4''$. Такимъ образомъ для. .... $168^\circ\,34'\,41'',26$
пишемъ прямо частное 11 отъ дѣленія 168° на 15. .... $11^ч$
остатокъ 3 умноживъ на 4, $3 \times 4 = 12$ прикладываемъ къ частному 2 отъ дѣленія $34'$ на 15...$12 + 2 = 14'$
и наконецъ новый остатокъ 4 умноживъ на 4 придаемъ къ частному $2'',75$ отъ дѣленія $41'',25$ на 15, и будетъ........................ $16 + 2{,}75 = 18'',75$.

окружность круга раздѣлена не на 360°, но на 24 равныя между собою части, именуемыя *часами;* каждая изъ сихъ частей на 60 долей, называемыхъ *минутами,* а минута на 60 *секундъ,* и посредствомъ сихъ то именованныхъ чиселъ выражена данная. Въ послѣдствіи увидимъ, что въ практической Астрономіи не рѣдко примѣняютъ сей способъ выраженія не къ однимъ дугамъ экватора, но и ко всѣмъ дугамъ большихъ круговъ сферы.

46. Если предположимъ, что имѣемъ часы, кои совершаютъ 24 часа ровно въ звѣздныя сутки, и если на нихъ замѣчены будутъ моменты кульминаціи двухъ звѣздъ на пр. S и *s*, то промежутокъ времени между сими моментами выразитъ величину дуги К*k* экватора во времени, а по умноженіи этого промежутка на 15°, произведеніе выразитъ число градусовъ сей послѣдней, представляющей разность прямыхъ восхожденій наблюдаемыхъ звѣздъ. Если такимъ образомъ опредѣлены будутъ разности прямыхъ восхожденій всѣхъ свѣтилъ, то для опредѣленія величины самыхъ прямыхъ восхожденій, достаточно будетъ, чтобы величина прямаго восхожденія одного изъ нихъ, была извѣстна, что очевидно. Въ последующей главѣ увидимъ, какимъ образомъ поступаютъ для опредѣленія прямаго восхожденія одной какой нибудь звѣзды.

47. *Земнымъ меридіаномъ* называется всякій большой кругъ земной поверхности, проходящій чрезъ оба земные полюса; слѣд. земной меридіанъ мѣста наблюденія, можно разсматривать какъ пересѣченіе плоскости небеснаго меридіана съ поверхностію земли. Пусть p, p' (чер. 11), будутъ земные полюсы, eq земной экваторъ, pFp' меридіанъ проходящій чрезъ какое нибудь данное на землѣ мѣсто; положеніе всякой точки, на прим. М опредѣлится, если будутъ извѣстны во 1-хъ величина дуги экватора Fq, заключающейся между меридіанами даннымъ и проходящимъ чрезъ эту точку, и во 2-хъ величина угла МВq, образуемаго отвѣсною линіею МВ съ плоскостію экватора. Упомянутая дуга земнаго экватора, или что все равно, сферич. уголъ Fpq, образуемый двумя земными меридіанами, называется *географическою* или *земною долготою,* а уг. МВq, составляемый отвѣсною линіею съ экваторомъ, *географическою* или *земною широтою.* За меридіанъ pFp', отъ коего считаются долготы, и который носитъ названіе *перваго* или *главнаго меридіана*, принимаютъ вообще тотъ, который проходитъ чрезъ какую нибудь извѣстную обсерваторію; такимъ образомъ иные проводятъ его чрезъ Гриничь, другіе чрезъ Парижъ, третьи чрезъ Берлинъ и проч. Долготы считаются отъ перваго меридіана, или къ востоку до 360°, или къ востоку и западу до 180°; въ послѣднемъ случаѣ отличаютъ ихъ наименованіями *восточныхъ* и *западныхъ.* Географическія же широты бываютъ или *сѣверныя* или *южныя*, смотря потому къ сѣверу ли, или къ югу лежитъ точка отъ экватора. Очевидно, что всѣ точки земнаго меридіана, имѣютъ одну и туже географ. долготу, а всѣ точки малаго круга параллельнаго съ экваторомъ, и именуемаго *земною параллелью*, одну и туже географическую широту.

48. Географическая широта мѣста наблюденія, въ слѣдствіе сказаннаго въ предшествующемъ чл., измѣряется на сферѣ небесной (чер. 10) дугою ZE меридіана, заключающеюся между зенитомъ и экваторомъ и выражающею *склоненіе зенита.* Но какъ $EZ + ZP = ZP + PH'$, то $EZ = PH'$ т. е. *географич. широта мѣста наблюденія равна высотѣ полюса* и *служитъ величиною дополнительною* до 90° *высотѣ экватора*, или *зенитному разстоянію полюса*, (ибо $ZE = 90° - HE$ или $= 90° - ZP$). Въ слѣдствіе чего во всемъ послѣдующемъ, мы будемъ принимать выраженія: географическая широта, высота полюса и склоненіе зенита, за тожественныя.

ГЛАВА II.

О СОЗВѢЗДІЯХЪ.

49. Еще въ глубокой древности астрономы для доставленія возможности различать звѣзды однѣ отъ другихъ, придумали: раздѣлить ихъ на группы, именуемыя *созвѣздіями*; очертить каждое изъ нихъ изображеніемъ, заимствованнымъ изъ миоологіи, исторіи или котораго либо царства природы, и называть его именемъ этого изображенія; для различія же звѣзъ одного и того же созвѣздія, приняли означать каждую буквою греческаго или латинскаго алфавита, или даже цифрами; такъ наприм. говорятъ: *звѣзда* α *Большой Медвѣдицы*, α *Орла*, β *Оріона* и проч. По яркости же свѣта звѣздъ, дѣлятъ ихъ на классы, относя къ 1-му классу или къ *звѣздамъ 1-й величины* тѣ, коихъ яркость наибольшая, къ *звѣздамъ 2-й величины*, имѣющія блескъ нѣсколько меньшій и т. д. звѣзды начиная отъ 6-й величины простыми глазами невидимы. Сверхъ того каждой изъ звѣздъ, замѣчательныхъ по своему блеску, древніе астрономы дали особое наименованіе; такъ на прим. звѣзды 1-й величины называются: *Сиріусъ, правое плечо Оріона, Ригель* или *лѣвая нога Оріона, Алдебаранъ* или *глазъ Тельца, Капелла, Вега, Арктурусъ, Антаресъ* или *сердце Скорпіона, колосъ Дѣвы, сердце Гидры, хвостъ Льва, Регулъ* или *сердце Льва, Канопусъ, Фомальгоутъ* и *Ашарнаръ*. Впрочемъ многіе изъ астрономовъ двѣ изъ сихъ звѣздъ, именно: Колосъ и сердце Гидры, причисляютъ къ звѣздамъ 2-й величины; другіе же напротивъ относятъ четыре изъ звѣздъ 2-й величины: *Алтаиръ, Проціонъ, Касторъ* и *хвостъ Лебедя*, къ 1-му классу.

50. *Главными* или *фундаментальными* звѣздами, называются тѣ, которыхъ склоненія и прямыя восхожденія будучи опредѣлены съ строгою точностію помѣщаются въ эфемеридахъ. Такъ какъ таковыя преимущественно берутся для наблюденій при рѣшеніи разнаго рода вопросовъ практической Астрономіи, то мы считаемъ полезнымъ предложить здѣсь способъ распознаванія этого рода звѣздъ, и вообще замѣчательнѣйшихъ созвѣздій, видимыхъ у насъ въ Европѣ.

Достаточно двухъ ясныхъ ночей въ октябрѣ и мартѣ, чтобы съ помощію карты небесной сферы, (подобно предложенной на листѣ I чертежей) вполнѣ познакомиться съ наимянованіями главнѣйшихъ звѣздъ. Наблюдатель по положенію созвѣздія большой Медвѣдицы, какъ такого, которое извѣстно всякому, долженъ отыскать на небѣ полярную звѣзду, и созвѣздія Кассіопею, Пегасса, Андромеду, Персея, Льва, Оріона, Сиріуса, Близнецовъ, Тельца, Возничаго, Лиру, Лебедя, Скорпіона и Малаго Пса, одно послѣ другаго. Отыскиваніе всѣхъ прочихъ звѣздъ не потребуетъ объясненія.

1) *Большая Медвѣдица.* Это созвѣздіе одно изъ замѣчательнѣйшихъ въ сѣвер. полушаріи, и никогда не заходящихъ для насъ жителей Россіи, состоитъ изъ 7 звѣздъ, изъ коихъ четыре α, β, γ и δ образуютъ продолговатый четыреугольникъ, а три остальныя ε, ζ и η, именуемыя *хвостомъ* медвѣдицы ломаную. Всѣ сіи звѣзды суть 2-й величины исключая звѣзды δ, которая 3-я класная.

2) *Малая Медвѣдица.* Если чрезъ звѣзды α и β Большой Медвѣдицы умственно проведемъ линію, и отъ α отложимъ на ней часть, равную длинѣ этого созвѣздія, то легко замѣтимъ одну блестящую звѣзду: это есть *полярная* α, ближайшая отъ полюса міра. Она есть одна изъ созвѣздія Малой Медвѣдицы, состоящаго также изъ 7 звѣздъ, образующихъ фигуру подобную Больш. Медвѣдицѣ, но меньшаго вида и расположенныхъ въ обратномъ порядкѣ. Исключая звѣздъ α, β и γ, прочія звѣзды съ трудомъ бываютъ видимы.

3) *Кассіопея.* Это созвѣздіе противоположно отъ полюса Больш. Медвѣдицѣ, и находится на линіи, проходящей чрезъ звѣзду ε сей послѣдней и полярную. Оно состоитъ изъ 5 звѣздъ 3-й величины и замѣчательно свою фигурою сходствующею съ буквою W.

4) *Цефей,* состоитъ изъ 4-хъ звѣздъ α, β, γ, расположенныхъ въ видѣ дуги круга, имѣющаго свой центръ въ звѣздѣ β Кассіопеи, и находится близь линіи соединяющей сію послѣднюю съ полярною.

5) *Пегасъ.* Линія проходящая чрезъ α и β Больш. Медвѣдицы и полярную, будучи продолжена по другую сторону Кассіопеи пройдетъ чрезъ созвѣздіе Пегаса, состоящаго изъ 3-хъ звѣздъ 2-й величины α, β, γ; двѣ ближайшія къ экватору суть γ *Алгенибъ* и α *Маркабъ,* а третья лежащая къ полярной есть β *Шеатъ.* Сіи три звѣзды съ звѣздою α созвѣздія *Андромеды,* находящеюся надъ Алгенибомъ, образуютъ почти правильный четыреугольникъ, который противоположенъ отъ полюса четыреугольнику Больш. Медвѣдицы,

такъ что они оба проходятъ чрезъ меридіанъ ровно чрезъ 12 часовъ одинъ послѣ другаго.

6) *Андромеда.* Это созвѣздіе замѣчательно тѣмъ, что оно лежитъ на продолженной діагонали вышесказаннаго четыре-угольника, т. е. линіи проходящей чрезъ звѣзды $\alpha\alpha$, и состоитъ изъ 3-хъ звѣздъ α, β, γ, отстоящихъ въ равномъ разстояніи одна отъ другой, и образующихъ нѣсколько согнутую линію.

7) *Персей.* Если упомянутая линія будетъ продолжена еще далѣе, то она упрется въ созвѣздіе Персея, состоящаго изъ блестящей звѣзды α 2-й величины, находящейся между двумя другими δ и γ, образующими вогнутую дугу къ Большой Медвѣдицѣ; отъ звѣзды δ тянутся два ряда малыхъ звѣздъ: одинъ къ звѣздѣ Капеллѣ 1-й величины, а другой къ экватору, образуя кривую линію, выпуклостію своею противоположную первой, и въ концѣ имѣющую группу малыхъ звѣздъ, именуемыхъ созвѣздіемъ Плеядъ.

8) *Возничій.* Выше упомянуто, что дуга Персея приходитъ къ *Капеллѣ.* Эта блестящая звѣзда есть α созвѣздія *Возничаго,* образующаго большой неправильный пятиугольникъ, коего три звѣзды, болѣе блестящія, составляютъ равнобедренный треугольникъ; вершина сего послѣдняго есть звѣзда β созвѣздія *Тельца.*

9) *Сѣверный Треугольникъ.* Это созвѣздіе, состоящее изъ звѣзды α 3-й величины, и двухъ β и γ 4-й величины, находится на продолженіи линіи проходящей чрезъ полярную и γ Андромеды.

10) *Овенъ.* Главныя звѣзды этого созвѣздія, суть α и β 3-й величины, лежащія на продолженіи упомянутой линіи. 1-я изъ нихъ лежитъ къ востоку, а 2-я къ западу.

11) *Телецъ.* Если проведемъ линію чрезъ полярную и между созвѣздіями Возничаго и Персея, то увидимъ на ней красноватаго цвѣта звѣзду 1-й величины. Это *Алдебаранъ* или α Тельца; она вмѣстѣ съ другими 4-мя звѣздами весьма близко отъ нее находящимися образуетъ фигуру, сходствующую съ буквою V. Къ сѣверо-востоку отъ Алдебарана, на-

ходится звѣзда β Тельца, служащая вершиною пятиугольника созвѣздія Возничаго.

12) *Оріонъ.* Это созвѣздіе, замѣчательнѣйшее по своей величинѣ и числу блестящихъ звѣздъ, находится на продолженіи линіи, проходящей чрезъ полярную и средину созвѣздія Возничаго. Его четыре звѣзды образуютъ большой четыреугольникъ, изъ коихъ двѣ діагонально противоположныя суть 1-й величины; одна изъ нихъ есть α или *правое плечо* Оріона, а другая β или *Ригель;* остальныя же двѣ на концахъ другой діагонами суть звѣзды 2-й величины. Внутри четыреугольника, находятся еще три звѣзды δ, ε и ζ 2-й величины, по направленію прямой линіи. На продолженіи сей линіи къ сѣверу находится Алдебаранъ, а къ низу *Сиріусъ*, или α созвѣздія *Большаго Пса*, звѣзда 1-й величины.

13) *Близнецы.* Это созвѣздіе, имѣющее видъ косвеннаго параллелограмма, находится къ востоку отъ Алдебарана; въ немъ замѣчательны двѣ звѣзды: одна α или *Касторъ*, лежащая къ сѣверу, а другая β или *Полуксъ* къ юго востоку. Касторъ и Алдебаранъ служатъ основаніемъ равнобедреннаго треуг-ка, вершина коего находится въ *Капеллѣ*.

14) *Малый Песъ.* Между созвѣздіемъ Близнецовъ и Сиріусомъ къ востоку отъ α Оріона, замѣтна одна только блестящая звѣзда: это *Проціонъ* или α Малаго Пса.

15) *Левъ.* Это созвѣздіе, имѣющее видъ большой трапеціи, основаніемъ коей служатъ двѣ звѣзды 1-й величины, α или *Регулъ* и β или *хвостъ Льва*, находится на линіи проведенной изъ полярной чрезъ α и β Большой Медвѣдицы.

16) *Гидра.* Въ этомъ созвѣздіи замѣчательна звѣзда α 2-й величины, находящаяся на продолженіи западнаго бока трапеціи, созвѣздія Льва, т. е. линіи, проходящей чрезъ звѣзды α и γ сего послѣдняго.

17) *Боотесъ.* На продолженіи хвоста Больш. Медвѣдицы, т. е. на линіи ея звѣздъ ζ и η, находится одна изъ замѣчательнѣйшихъ звѣздъ сѣвернаго полушарія по своей величинѣ и силѣ блеска. Это *Арктурусъ* — звѣзда α созвѣздія *Боотеса*, прочія звѣзды коего находятся отъ ней къ сѣверо-востоку и образуютъ неправильный пятиугольникъ.

4*

18) *Сѣверный Вѣнецъ.* Это созвѣздіе влѣво отъ Боотеса и имѣетъ видъ полукруга вогнутостію своею обращеннаго къ полярной. Въ немъ замѣчательна звѣзда α Вѣнца 2-й величины, находящаяся на продолженіи линіи, проходящей чрезъ звѣзды β, δ, ε и ζ Большой Медвѣдицы.

19) *Лира,* замѣчательна по своей звѣздѣ α или *Вегѣ,* образующей съ полярною и Артурусомъ большой прямоугольный треугольникъ, вершина прямаго угла коего находится въ α Лирѣ. Эта звѣзда противоположна отъ полюса съ *Капеллою.*

20) *Лебедь* или *Крестъ.* Это созвѣздіе, противоположное отъ полюса съ Близнецами, и къ востоку отъ Лиры образуетъ большой Крестъ, и находится въ млечномъ пути. Въ немъ звѣзда α 2-й величины, находится на продолженіи діагонали $\beta\gamma$ Пегасса.

21) *Орелъ.* Къ югу отъ Лебедя и Лиры легко отличить три звѣзды, находящіяся близко одна отъ другой по направленію прямой, косвенной къ экватору; средняя между ними есть α Орла или звѣзда *Алтаиръ* 2-й величины, а ниже звѣзда β Орла 3-й величины.

22) *Геркулесъ.* Это созвѣздіе лежитъ по срединѣ между Лирою и Вѣнцомъ, и имѣетъ видъ неправильнаго четыреугольника, составленнаго изъ 4 звѣздъ 3-й величины. На продолженіи его діагонали $\eta\varepsilon$ лежитъ звѣзда α этого созвѣздія.

23) *Змѣеносецъ* (Ophicus) и *Змѣй.* Оба сіи созвѣздія, находящіяся ниже Вѣнца, Геркулеса и Лиры, занимаютъ на небѣ обширное пространство. Созвѣздіе *Змѣя* замѣчательно тѣмъ, что оно лежитъ ниже Вѣнца, и имѣетъ видъ буквы Y, въ хвостѣ коей находится звѣзда α (или сердце Змѣя) 2-й величины. Въ созвѣздіи же Змѣеносца замѣчательна звѣзда α 2-й величины, лежащая влѣво и не много ниже звѣзды α Геркулеса.

24) *Дѣва.* Это созвѣздіе замѣчательно по блестящей звѣздѣ 1-й величины, называемой *Колоссомъ* или α Дѣвы, находящейся по продолженію большой діагонали $\alpha\gamma$ Бол. Медвѣдицы, и образующей съ Арктурусомъ и β Льва, равносторонній Треугольникъ.

25) *Вѣсы.* Къ востоку отъ α Дѣвы, легко замѣтить двѣ звѣзды 2-й величины: это α и β Вѣсовъ; линія ихъ соединяющая будучи продолжена проходитъ чрезъ Лиру.

26) *Скорпіонъ.* На продолженіи линіи, проведенной чрезъ *Регулъ* (α Льва) и α Дѣвы, находится Антаресъ или α Скорпіона, звѣзда 1-й величины. Она вмѣстѣ съ Лирою и Арктурусомъ образуютъ равнобедренный треугольникъ, коего вершина находится въ Антаресѣ.

27) *Козерогъ.* Это созвѣздіе лежитъ на продолженіи линіи, проходящей чрезъ созвѣздія Лира и Орелъ; въ немъ заслуживаютъ вниманія двѣ весьма близкія звѣзды 3-й величины α и β, изъ коихъ первая есть звѣзда двойная; составляющія же ея звѣзды называются α' и α'' Козерога и принадлежатъ каждая къ 6-й величинѣ.

28) *Водолей.* Если проведемъ линію чрезъ α Козерога и α Пегаса, то по срединѣ ея замѣтимъ три звѣзды въ видѣ сдавленнаго треугольника, коего вершина есть α, а двѣ другія суть β и γ Водолея.

29) *Южныя рыбы.* Это созвѣздіе находится ниже предшествующаго и замѣчательно своею блестящею звѣздою α 1-й величины или *Фомальгоутъ.* Оно впрочемъ не видимо на горизонтѣ Петербурга, ибо склоненіе ея южное и болѣе 30°

30) *Китъ.* Въ этомъ созвѣздіи заслуживаетъ вниманіе звѣзда α 2-й величины, находящаяся ниже звѣзды α Овна, и образующая съ сею послѣднею и Плеядами равносторонній треугольникъ.

ГЛАВА III.

О КАЖУЩЕМСЯ ПОСТУПАТЕЛЬНОМЪ ДВИЖЕНІИ СОЛНЦА.

51. Если мы въ продолженіи нѣсколькихъ сутокъ сряду, станемъ замѣчать время прохожденія чрезъ меридіанъ солнца и звѣздъ, равно какъ ихъ восхожденіе и захожденіе, то увидимъ: 1) что всѣ звѣзды двигаясь отъ востока къ западу восходятъ и заходятъ на однихъ и тѣхъ же мѣстахъ, а чрезъ меридіанъ проходятъ въ одинаковое однѣ послѣ другихъ время, и на одинаковой надъ горизонтомъ высотѣ; 2) что солнце ежедневно перемѣняетъ мѣсто своего восхожденія и захожденія, (отчего дни и ночи дѣлаются то короче, то длиннѣе); чрезъ меридіанъ же послѣ звѣздъ проходитъ всякій день нѣсколькими минутами *позже* нежели наканунѣ, и на высотѣ надъ горизонтомъ различной отъ вчерашней. И такъ, солнце имѣетъ по видимому собственное по сферѣ отъ запада къ востоку движеніе, повинуясь коему, въ продолженіи опредѣленнаго времени, называемаго *звѣзднымъ годомъ*, совершаетъ на небѣ полный кругъ. Луна имѣетъ движеніе такое же, только гораздо быстрѣйшее, и планеты подобное, но болѣе сложное.

52. Изъ продолжительныхъ и точныхъ наблюденій какъ полуденныхъ высотъ солнца, такъ и времени его кульминаціи оказывается, что 1-е) склоненіе солнца въ продолженіи полугодія бываетъ сѣверное, а въ продолженіи другаго полугодія южное, а именно: 10 Декабря оно бываетъ наибольшее южное, почти въ 23° 28′; съ того же дня начинаетъ уменьшаться, между 8 и 9 Марта дѣлается = 0 и переходитъ въ сѣверное, постепенно увеличивается, достигаетъ 10 Іюля до 23° 28′ и переставъ увеличиваться, начинаетъ уменьшаться; 11-го Сентября опять переходитъ въ южное, и увеличивается потомъ до 10 Декабря и т. д. 2-е) Прямое восхожденіе ☉ ежесуточно увеличивается такъ, что при склоненіяхъ равныхъ, но противоположныхъ въ разсужденіи экватора, разность прямыхъ восхожденій бываетъ = $12^ч$ или 180° Отсюда явствуетъ, что на 180° отстоятъ одна отъ другой и тѣ двѣ точки экватора, въ которыхъ склоненіе ☉ переходитъ изъ сѣвернаго въ южное и обратно, т. е. бываетъ = 0.

53. Изъ сихъ изслѣдованій должно заключить, что видимое движеніе солнца совершается въ плоскости, которая проходитъ какъ бы чрезъ центръ земли и пересѣкаетъ экваторъ подъ угломъ, равнымъ почти 23° 28′ Плоскость сія именуется *эклиптикою*. Такъ какъ экваторъ дѣлится горизонтомъ по поламъ, то, когда солнце находится на экваторѣ и въ продолженіи суточнаго движенія описываетъ сей кругъ, тогда день бываетъ равенъ ночи. По сей причинѣ, двѣ точки пересѣченія экватора съ эклиптикою называются *точками равноденствія;* притомъ одна изъ нихъ, чрезъ которую солнце вступаетъ въ сѣверное полушаріе есть *точка весенняго,* а противоположная ей — *осенняго равноденствія.* Первая изображается знакомъ ♈ (Овна) и отъ ней считаются по экватору прямыя восхожденія къ востоку, т. е. въ противную сторону суточнаго движенія; вторая же знакомъ ♎ (Вѣсовъ).

Что же касается до крайнихъ предѣловъ солнечнаго пути, отъ коихъ оно возвращается къ экватору, то ихъ называютъ точками *поворота* или *солнцестоянія.* Послѣднее названіе употребляется потому, что около сихъ точекъ склоненіе ☉ перемѣняется весьма медленно, отъ чего разности полуденныхъ высотъ его, въ каждомъ солнцестояніи бываютъ почти непримѣтными въ продолженіи двухъ или трехъ дней. Круги, проводимые на сводѣ небесномъ чрезъ солнцестоянія и параллельно съ экваторомъ, также извѣстны подъ именемъ *круговъ поворотныхъ,* или *тропиковъ.* Изъ нихъ соотвѣтствующій лѣтнему солнце-стоянію, называется тропикомъ *Рака* (♋); а соотвѣтствующій зимнему солнцестоянію — тропикомъ *Козерога* (♑). Если чрезъ точки равноденствій и солнцестояній проведемъ двѣ прямыя линіи, т. е. *линію равноденствій* и *солнцестояній,* то онѣ пересѣкутся подъ прямымъ угломъ.

54. Если вообразимъ себѣ, что на сферѣ небесной по обѣ стороны эклиптики, проведены два малые круга, отстоящіе отъ ней на 9°, то сферическій поясъ, между сими параллельными кругами заключающійся, называется *зодіакомъ:* его раздѣляютъ, начиная отъ точки весенняго равноденствія на 12 равныхъ частей, каждую въ 30°, именуемыхъ *зодіакальными знаками.* Имена сихъ знаковъ суть: *Овенъ* (♈), *Телецъ* (♉), *Близнецы* (♊), *Ракъ* (♋), *Левъ* (♌), *Дѣва* (♍), *Вѣсы* (♎), *Скорпіонъ* (♏), *Стрѣлецъ* (♐), *Козерогъ* (♑), *Водолей* (♒) и *Рыбы* (♓). Не должно смѣшивать знаки зодіака съ созвѣздіями того же наименованія: первыя, суть равныя между собою части круга эклиптики, каждая величиною въ 30°; послѣднія же суть группы звѣздъ, находящіяся по направленію сего круга.

55. Выше упомянуто, что прямыя восхожденія свѣтилъ принято считать отъ точки ♈ весенняго равноденствія, какъ отъ такой, положеніе коей на небѣ опредѣляется съ строжайшею точностію. Для опредѣленія прямыхъ восхожденій всѣхъ свѣтилъ, достаточно найдти величину прямаго восхожденія одного изъ нихъ, и потомъ опредѣлить разность между временемъ прохожденія чрезъ меридіанъ сего свѣтила и всякаго другаго. Это достигается слѣдующимъ образомъ: измѣряютъ меридіанальную высоту солнца, т. е. въ моментъ его кульминаціи, и изъ ней вычитаютъ высоту экватора, соотвѣтствующую мѣсту наблюденія. Разность выразитъ склоненіе солнца въ моментъ кульминаціи (см. чл. 43). Пусть EQ (чер. 12) будетъ экваторъ, KK′ эклиптика, S солнце въ упомянутый моментъ: проведя кругъ склоненія PSM, изъ треугольника ♈SM, прямоугольнаго при M, по даннымъ $SM = \delta$, т. е. склоненію солнца, и углу S♈M, т. е. наклоненію эклиптики къ экватору, равному почти $23^\circ\ 28'$, получится дуга ♈M, выражающая прямое восхожденіе ☉. И такъ, если извѣстенъ будетъ промежутокъ звѣзднаго времени между кульминаціями ☉ и какой нибудь звѣзды S′, то онъ выразитъ дугу MM′ во времени, а приложивъ сію дугу, выраженную въ градусахъ къ Æ ☉ = ♈M, сумма будетъ = ♈M′, т. е. прямому восхожденію звѣзды S′

56. Пусть EQ (чер. 13) будетъ экваторъ, KK′ эклиптика. Концы перпендикуляра pp' возставленнаго изъ центра къ плоскости послѣдней, суть полюсы эклиптики. Кругъ проходящій чрезъ свѣтило S и оба ея полюса p и p', называется *кругомъ широты*, а самая дуга SN, или разстояніе свѣтила отъ эклиптики, его широтою, которая можетъ быть или *сѣверная*, или *южная*, смотря потому къ сѣверу ли, или къ югу отъ оной находится свѣтило. Разстояніе же круга широты отъ точки ♈ весенняго равноденствія, или дуга ♈N, именуется *долготою* свѣтила. Долготы свѣтилъ считаются, подобно прямымъ восхожденіямъ, къ востоку отъ 0° до 360° И такъ, широта и долгота свѣтилъ, служатъ также координатами для опредѣленія положенія оныхъ на небесной сферѣ. Координаты сіи опредѣляются непосредственно чрезъ вычисленія по извѣстнымъ склоненіямъ и прямымъ восхожденіямъ. И въ самомъ дѣлѣ, проведя кругъ PSM склоненія, дуга SM изобразитъ его склоненіе δ, а дуга ♈M прямое восхожденіе Ʀ. Если обѣ сіи дуги даны, то въ сфер. треуг-кѣ PpS будутъ извѣстны $PS = 90° - \delta$, уг. $pPS = 90° + Ʀ$ и $pP = QK'$ или $=$ углу наклоненія эклиптики къ экватору, который почти $= 23° 28'$; и такъ, рѣшивъ сей треугольникъ, получатъ дугу $pS = 90°$ — широта, и уг. PpS, измѣряющійся дугою $NK' = 90°$ — долгота.

57. Точнѣйшія наблюденія надъ солнцемъ, показали, что величина *видимаго его діаметра* (т. е. угла образуемаго лучами зрѣнія, направленными на противоположные края ☉) измѣняется ежедневно. Наибольшая величина онаго бываетъ около 20 Декабря и достигаетъ до $32' 35''$, а наименьшая около 20 Іюня и $= 31' 30''$. И такъ солнце бываетъ ближе отъ земли въ Декабрѣ и далѣе въ Іюнѣ. Кеплеръ, былъ первый, который основываясь на весьма строгихъ данныхъ, доказалъ, что кажущееся поступательное движеніе солнца совершается не по кругу, но по эллипсису, въ одномъ изъ фокусовъ коего находится земля. Точка его пути, ближайшая отъ земли, именуется *перигеемъ*, а отдаленнѣйшая — *апогеемъ*. По мѣрѣ приближенія ☉ къ первой изъ нихъ, движеніе его быстрѣе, а ко второй — медленнѣе, такъ, что площади, (какъ открыто Кеплеромъ), образуемые радіусами векторами, проведенными въ оконечности дугъ описываемыхъ солнцемъ во времена равныя, равны между собою.

ГЛАВА IV.

О ВРЕМЕНИ.

58. Изъ предшествующихъ главъ уже намъ извѣстно, что время, употребляемое какою либо звѣздою, для обтеченія суточнымъ движеніемъ полнаго своего круга, называется *звѣздными сутками*. Астрономы условились принимать за начало звѣздныхъ сутокъ тотъ моментъ, когда точка весенняго равноденствія вступаетъ на меридіанъ, и раздѣлять каждыя сутки на 24 часа, часъ на 60′, и т. д. Время такимъ образомъ считаемое именуется *звѣзднымъ.* Если ходъ часовъ совершенно согласенъ съ суточнымъ обращеніемъ, т. е. ежели часы показываютъ $0^ч\ 0'\ 0''$ въ моментъ кульминаціи точки весенняго равноденствія, то время, показываемое такими часами, по превращеніи въ градусы, выразитъ разстояніе сей точки отъ меридіана. Пусть EAF (чер. 15) представляетъ экваторъ, CA меридіанъ, F точку весенняго равноденствія, и s звѣзду въ моментъ ея кульминаціи: если время показываемое часами въ сей моментъ есть t, то число градусовъ дуги AF будетъ $= 15°t$ (чл. 45). Но дуга AF выражаетъ прямое восхожденіе звѣзды s, (ибо прямыя восхожденія считаются отъ ♈ къ востоку), то изъ сего заключаемъ, что *звѣздное время въ моментъ кульминаціи всякой звѣзды, равно ея прямому восхожденію, выраженному во времени.* И такъ, съ помощію зрительной трубы, поставленной въ плоскости меридіана, по даннымъ прямымъ восхожденіямъ звѣздъ, получается легкое средство опредѣлять звѣздное время, а по данному звѣздному времени, въ моментъ кульминаціи какой либо звѣзды, ея прямое восхожденіе.

59. Время употребляемое солнцемъ для обтеченія суточнымъ движеніемъ полнаго своего пути, называется *солнечными сутками,* которыя дѣлятся также на 24 часа, часъ на 60′ и т. д. Время кульминаціи солнца чрезъ меридіанъ надъ горизонтомъ, называется *полуднемъ,* а подъ горизонтомъ *полночью.* Въ гражданскомъ быту, сутки начинаютъ считать съ полночи, и ведутъ счетъ часамъ отъ 0 до 12 час., т. е. до полудня; послѣ чего счетъ начинается снова и продолжается до полуночи. Раздѣливъ, такимъ образомъ каждыя сутки на два періода, заключающіе по 12 часовъ, называютъ первый изъ нихъ *утромъ,* а вторый *вечеромъ.* Астрономы же принимаютъ начало сутокъ въ полдень, и ведутъ счетъ отъ 0 до 24 часовъ; посему, если въ гражданскомъ быту говорятъ, что солнце 17 Марта восходитъ въ 5 час. 42′, то астрономъ напротивъ скажетъ, что солнце восходитъ 16 Марта въ $17^ч$ 42′, ибо для него 17 Марта начинается съ полудня и продолжается до полудня 18 Марта гражданскаго времени.

60. Такъ какъ при суточномъ обращеніи, солнце отстаетъ отъ звѣздъ, то солнечныя сутки продолжительнѣе звѣздныхъ. Дабы узнать, на сколько именно первыя длиннѣе послѣднихъ, положимъ, что солнце находясь въ s (чер. 14) проходило вмѣстѣ съ точкою m экватора чрезъ меридіанъ. Если бы солнце не имѣло собственнаго движенія, то на другой день, оно вступило бы на меридіанъ въ одинъ моментъ съ тою же точкою m. Но какъ оно въ продолженіи протекшихъ сутокъ отодвинулось къ s', то уже не m, но точка m' будетъ проходить съ нимъ чрезъ меридіанъ, а посему дуга mm', представляющая суточное приращеніе прямаго восхожденія ☉, будучи выражена во времени, изобразитъ на сколько солнечныя сутки длиннѣе звѣздныхъ. Положимъ далѣе, что въ слѣдующія сутки, солнце отодвинулось въ точки s'', s''' .: если бы дуги mm', $m'm''$, $m''m'''$,. представляющія суточныя приращенія Æ☉, были между собою равны, то это означило бы, что избытокъ солнечныхъ сутокъ надъ звѣздными постоянно одинаковъ. Но строжайшія наблюденія показали, что дуги mm', $m'm''$,. не равны; это происходитъ отъ двухъ причинъ: отъ неравномѣрности поступательнаго движенія ○, и отъ непараллельности эклиптики съ экваторомъ. И дѣйствительно, еслибы суточныя приращенія ss', $s's''$ долготы, были и равны между собою, то по наклонности эклиптики къ экватору, соотвѣтствующія приращенія mm', $m'm''$, прямыхъ восхожденій не могли бы быть равными; по неравенству же сихъ послѣднихъ, происходитъ, что солнечныя сутки, не могутъ быть между собою равны, а потому происходитъ невозможность установить ходъ часовъ по времени суточнаго движенія солнца. Это побудило астрономовъ предположить, что въ тотъ моментъ, когда солнце находится въ своемъ апогеѣ, другое умственное тѣло, находящееся на экваторѣ и имѣющее свое прямое восхожденіе равнымъ долготѣ солнца, начинаетъ двигаться по экватору движеніемъ равномѣрнымъ и возвращается въ туже точку экватора, въ тотъ же самый моментъ, когда истинное достигаетъ вторично своего апогея. Такое умственное тѣло, называется *среднимъ солнцемъ*, а время по немъ считаемое *среднимъ временемъ;* время же считаемое по ходу истиннаго солнца, именуется *истиннымъ временемъ.* Разность между истиннымъ и среднимъ временемъ въ какой либо данный моментъ, называется *уравненiемъ времени.* Оно вычисляется предварительно для момента истиннаго полдня каждаго дня на меридiанѣ мѣста, для котораго составлены эфемериды (или астрономическiй календарь). Такимъ образомъ, если въ календарѣ находимъ на прим. что 8 Ноября, въ Петербургѣ урав. времени $= - 14' \, 14'',9$, то это значитъ, что въ моментъ истиннаго полдня, часы по среднему времени должны въ Петербургѣ показывать $12^ч - 14' \, 14'',9 = 11^ч \, 45' \, 45'',1$. Также, если для какого нибудь дня уравненiе времени $= + 9' \, 17''$, то это значитъ, что среднее время въ истинный полдень равно $12^ч \, 9' \, 17''$

61. Такъ какъ среднее солнце равномѣрнымъ движенiемъ описываетъ на небѣ полный кругъ или $360°$ въ $365,242218$ сред. сутокъ (каковой перiодъ времени называется *тропическимъ годомъ),* то длина дуги, которую оно пройдетъ поступательнымъ движенiемъ въ однѣ среднiя сутки по экватору, найдется изъ пропорцiи:

$$365,242218 \text{ сут.} : 360° :: 1 \text{ сут.} : x = 0°,985647 \text{ или}$$
$$= 0° \, 58' \, 8'',33.$$

Эта дуга, изображающая ежедневное приращенiе прямаго восхожденiя средняго солнца, называется *среднимъ движенiемъ солнца.* Теперь вообразимъ тѣло S (чер. 18), которое по экватору ES′SQ движется съ найденною скоростiю, и коего видимымъ суточнымъ обращенiемъ измѣряются *среднiя сутки.* Для опредѣленiя отношенiя сихъ сутокъ къ звѣзднымъ, положимъ, что AM′MD есть земной экваторъ, на который пролагается въ M мѣсто наблюдателя посредствомъ меридiана PM, а дуга ESQ часть небеснаго экватора, движущагося отъ E къ Q, т. е. отъ востока къ западу. Когда S проходитъ чрезъ меридiанъ PMS, тогда среднiя сутки начинаются; оканчиваются же онѣ во мгновенiе вторичнаго его прохожденiя чрезъ меридiанъ точки M. Если бы тѣло S было неподвижно, то сiи сутки равнялись бы звѣзднымъ, т. е. времени обращенiя небесной сферы; но какъ во время сего обращенія, оно отодвинулось въ S′, то въ продолженіи среднихъ сутокъ должно чрезъ меридіанъ пройдти 360° экватора, и сверхъ того дуга $SS' = 0°,985647$, т. е. всего $360°,985647$.

Поелику же среднія сутки, также какъ звѣдныя раздѣляются на 24 часа, часъ на 60′ и т. д., то въ одинъ часъ средняго времени, пройдетъ дуга $\frac{360°,98564721}{24} = 15°,0410686$ или $15° \ 2' \ 27'',847$.

Въ одну минуту $15' \ 2'',464$

Въ одну секунду $15'',014$.

Послѣ сего не трудно опредѣлить какимъ именно количествомъ среднія сутки длиннѣе звѣздныхъ: для сего нужно только знать въ какое время проходитъ чрезъ меридіанъ дуга SS′; оно найдется изъ пропорціи:

$360°,98564721 : 24$ часа сред. врем. $:: 0°,9856721 : x$ откуда $x = 0^ч,06553039$ или $= 3' \ 55'',9094$ сред. вр.

И такъ, когда окончатся звѣздныя сутки, тогда въ среднихъ будетъ недоставать еще $3' \ 55'',9094$, или 24 часа звѣзд. врем. $= 24$ часа сред. вр. — $3' \ 55'',9094 = 23^ч \ 56' \ 4'',0906$ средняго врем.

1 ч. звѣзд. врем.	= 1 ч. средн. вр.	— 9″,8295	средн. врем.	
2 « «	= 2 « «	— 19″,6590	« «	
3 « «	= 3 « «	— 29″,4885	и проч.	

1′ звѣзд. врем.	= 1′ — 0″,1638	сред. врем.	
2′ « «	= 2′ — 0″,3276	« «	
3′ « «	= 3′ — 0″,4914	« «	и проч.

1″ звѣзд. врем.	= 1″ — 0″,00273	сред. врем.	
2″ « «	= 2″ — 2″,00546	« «	
3″ « «	= 3″ — 0″,00819	« «	и проч.

Таблицы такимъ образомъ составленныя, доставляютъ возможность данный промежутокъ между двумя моментами въ звѣздномъ времени выражать въ среднемъ.

Такъ на прим. между двумя моментами протекло $3^ч \ 5' \ 43'',21$ звѣзднаго времени; требуется знать сколько протекло средняго времени между оными?

Имѣемъ 3 ч.	звѣзд.	врем.	$=$	$2^ч\,59'\,30'',511$	средн.	врем.
$5'$	«	«	$=$	$4'\,59,\,181$	«	«
$43''$	«	«	$=$	$42,\,883$	«	«
$0'',2$	«	«	$=$	$0,\,199$	«	«
$0'',01$	«	«	$=$	$0,\,010$	«	«

искомое средн. время $= 3^ч\,5'\,12'',784.$

Очевидно, что если бы не имѣли вышесказанныхъ таблицъ, то могли бы получить сей результатъ чрезъ вычитаніе $9'',8295$ изъ каждаго даннаго часа, $0'',1638$ изъ каждый данной минуты и $0'',00273$ изъ каждой данной секунды. Такимъ образомъ будетъ

$$\begin{aligned} 3 \times 9'',8295 &= 29'',488 \\ 5 \times 0,\,1638 &= 0,\,819 \\ 43,21 \times 0,00273 &= 0,\,118 \\ \hline \text{сумма} &= 30'',425; \end{aligned}$$

вычтя ее изъ $3^ч\;5'\;43'',21$ получимъ $3^ч\;5'\;12'',785$ какъ и прежде.

62. Обратный вопросъ, т. е. выраженіе средняго времени посредствомъ звѣзднаго, разрѣшается слѣдующимъ образомъ: въ продолженіи звѣздныхъ сутокъ наблюдателю въ M (чер. 18) представляется, что всякая неподвижная точка на небесномъ сводѣ описываетъ $360°$, и потому въ звѣздный часъ она проходитъ $\frac{360°}{24} = 15°$. Дабы найдти въ какое время проходитъ дуга $SS' = 0,985647$, составимъ пропорцію:

$$15° : 1^ч \text{ звѣзд. врем. } :: 0°,985647 : x,$$

откуда $\quad x = 0^ч0657098 = 3'\,56'',555316$ звѣзд. врем.

Слѣд. $24^ч$	средн.	врем.	$=$	$24^ч\,3'\,56'',5553$	«	«
1	«	«	$=$	1. 0. 9, 8565	«	«
2	«	«	$=$	2. 0. 19, 7130	«	«
3	«	«	$=$	3. 0. 29, 5695	«	« и проч.

$1'$	средн.	врем.	$=$	$1'\,0'',1643$	звѣзд.	врем.
$2'$	«	«	$=$	2. 0, 3286	«	«
$3'$	«	«	$=$	3. 0, 4928	«	« и проч.

1″ средн. врем		=	1″,00273	звѣзд. врем.		
2″	« «	=	2,0055	«	«	
3″	« «	=	3,0082	«	«	и проч.

Подобнаго рода таблицы доставляютъ возможность, данный промежутокъ между двумя моментами въ среднемъ времени выражать въ звѣздномъ. Такъ на прим. если на часахъ, коихъ ходъ соотвѣтствуетъ среднему времени, между двумя данными моментами прошло $2^ч\ 3'\ 43'',7$, то дабы узнать, сколько прошло между тѣми моментами звѣзднаго, беремъ изъ таблицы.

$2^ч$ средн. врем.		=	$2^ч\ 0'\ 19'',713$	звѣзд. врем.	
3′	« «	=	3. 0, 493	«	«
43″	« «	=	43, 118	«	«
0″,7	« «	=	0, 702	«	«
	сумма	=	$2^ч\ 4'\ 4'',026$ (*).		

63. Пусть ABD (чер. 16) будетъ земной экваторъ, EQ часть небеснаго, NAP и MBP два земныхъ меридіана, отстоящіе одинъ отъ другаго на T°, т. е. уг. APB или дуга AB = T°.

(*) Впрочемъ данный промежутокъ средняго времени можно легко выражать въ звѣздномъ, и обратно, безъ помощи таблицъ, слѣдующимъ образомъ: если означимъ промежутокъ звѣзднаго времени между какими нибудь моментами чрезъ s, а тотъ же промежутокъ, выраженнымъ въ среднемъ чрезъ m, то произойдетъ пропорція:

$$24 \text{ ч. звѣзд.} : 23^ч\ 56'\ 4'',0905 \text{ сред.} :: s : m = 0,99726956 . s,$$

$$24 \text{ ч. сред.} : 24^ч\ 3'\ 56'',5553 :: m : s = 1,0027379 . m,$$

или $$m = as, \text{ гдѣ } \log a = \bar{1}.9988126,$$
$$s = bm, \quad \log b = 0.0011874.$$

Очевидно, что коеффиціемъ a выражаетъ продолжительность 1 секунды звѣздн. времени въ среднемъ, а коеф. b продолжительность 1 сек. сред. врем. въ звѣздномъ.

Такъ на прим. если $s = 3^ч\ 5'\ 43'',21$ или $= 11143'',21$, то будетъ

$$\log s = 4.0470103$$
$$\log a = \bar{1}.9988126$$
$$\log m = 4.0458229, \qquad m = 3^ч\ 5'\ 12'',78.$$

Предположимъ, что наблюдатель находится на меридіанѣ AP и имѣетъ часы, поставленные по звѣздному времени сего меридіана, т. е. что въ моментъ кульминаціи точки ♈ весенняго равноденствія, часы его показываютъ $0^ч\ 0'\ 0''$. Если бы вообразили себѣ, что въ сей самый моментъ онъ перенесся съ своими часами на меридіанъ B, отстоящій къ западу, то очевидно, онъ увидѣлъ бы точку ♈ находящеюся къ востоку, и пока она вступитъ на меридіанъ B, пройдетъ столько времени, сколько нужно для описанія суточнымъ обращеніемъ дуги NM, число градусовъ коей $= T$, т. е. разности геогр. долготъ обоихъ мѣстъ A и B. Это время, которое изобразимъ чрезъ t, получится, если данное число градусовъ T, раздѣлимъ на 15, т. е. $15t = T$. И такъ, часы наблюдателя B будутъ показывать t время, тогда какъ мѣстное время на меридіанѣ B будетъ $0^ч\ 0'\ 0''$, а слѣд. t выразитъ разность мѣстныхъ временъ, считаемыхъ въ точкахъ A и B.

Все сказанное здѣсь о звѣздномъ времени, примѣняется и къ солнечному среднему или истинному времени, ибо хотя звѣздныя сутки не равны солнечнымъ среднимъ или истиннымъ, однакоже какъ звѣзды описываютъ около земли полный кругъ (360°) въ 24 звѣздные часа, такъ истинное солнце описываетъ 360° въ 24 часа истиннаго времени, а солнце среднее въ 24 часа времени средняго; слѣдственно разность долготъ, на прим. въ 15°, выраженная во времени будетъ $= 1^ч\ 0'\ 0''$ какъ звѣзднаго времени, такъ и истиннаго или средняго.

Изъ сего заключаемъ 1) что *разность мѣстныхъ временъ* (звѣзднаго, средняго или истиннаго) въ двухъ точкахъ земной поверхности, *равняется разности долготъ сихъ мѣстъ, выраженной во времени,* и 2) что *опредѣленіе разности долготъ двухъ меридіановъ, состоитъ въ опредѣленіи времени, считаемаго на оныхъ въ одинъ и тотъ же моментъ, и потомъ въ умноженіи разности между сими временами на* 15.

Такимъ образомъ, если требуется знать какое считается время въ Парижѣ, въ тотъ моментъ когда въ Петербургѣ $5^ч\ 43'$, то должно взять разность долготъ сихъ мѣстъ, которая $= 27°\ 58'$ и обратить ее во время: получимъ $1^ч\ 51'\ 52''$, что выразитъ разность мѣстныхъ временъ. Но какъ Парижъ лежитъ къ западу отъ Петербурга, то найденное количество слѣдуетъ вычесть изъ даннаго, и слѣд. $5^ч\ 43' - 1^ч\ 51'\ 52'' = 3^ч\ 51'\ 8''$ выразитъ время въ Парижѣ наименованія одинаковаго съ даннымъ въ Петербургѣ.

64. Опредѣленіе времени для даннаго момента въ мѣстѣ наблюденія, принадлежитъ къ одному изъ важнѣйшихъ вопросовъ Практической Астрономіи. Рѣшеніе онаго состоитъ въ опредѣленіи посредствомъ данныхъ, доставляемыхъ наблюденіями, величины часоваго угла свѣтила, соотвѣтствующей данному моменту, какъ это съ достаточными подробностями объяснено будетъ нами ниже (см. Высш. Геод., Отд. III., Главу II). Когда же величина час. угла будетъ найдена, тогда время звѣздное или истинное, опредѣлится слѣдующимъ образомъ:

Пусть EAF (чер. 15) представляетъ небесный экваторъ, C центръ, въ коемъ находится наблюдатель, AC меридіанъ, CM пересѣченіе экватора съ кругомъ склоненія, проходящимъ чрезъ свѣтило *b*, и F точку весенняго равноденствія. Уголъ ACM, измѣряющійся дугою AM, выразитъ величину час. угла свѣтила *b*, дуга MF его прямое восхожденіе, (которое предполагаемъ съ точностію извѣстнымъ), и наконецъ дуга AF разстояніе точки весенняго равноденствія отъ меридіана, или звѣздное время. Но $AF = MF + AM$; слѣд. для даннаго момента:

$$\textit{звѣзд. время} = \text{Æ}\star + \textit{час. уголъ} \qquad (1).$$

Очевидно, что если бы свѣтило находилось къ востоку отъ меридіана, какъ на прим. *a*, то будетъ $AF = M'F - M'A$, или

$$\textit{звѣзд. время} = \text{Æ}\star - \textit{час. уголъ} \qquad (2).$$

При семъ должно замѣтить, что если наблюдаемое свѣтило *b* есть истинное солнце, и находится къ западу отъ меридіана, то час. уг. ACM во времени выразитъ истинное время, соотвѣтствующее данному моменту, а если оно находится къ востоку, то уг. M'CA выразитъ $24^ч$ — истин. время, или то число часовъ, минутъ и секундъ истин. времени, которое остается до истиннаго полдня, что очевидно.

65. Такъ какъ Астрономы считаютъ трoякаго рода время: звѣздное, истинное и среднее, то весьма часто встрѣчается надобность опредѣлять одно изъ сихъ временъ, для какого либо момента, по данному другому. При рѣшеніи подобнаго рода задачь надобно имѣть, такъ называемые, эфемериды или Морскіе Мѣсяцословы, въ коихъ показываются разнаго рода астрономическія величины, необходимо нужныя для рѣшенія всякаго рода астрономическихъ вопросовъ въ практикѣ, и сочиняемые для какого нибудь одного меридіана. Издаваемый у насъ «*Морской Мѣсяцословъ*» и англійскій Nautical almanac, составляется на гринвическій меридіанъ.

При самомъ рѣшеніи вышесказанныхъ вопросовъ, предварительно переводятъ данное время на меридіанъ таблицъ, посредствомъ разности долготы (см. чл. 63); потомъ опредѣляютъ соотвѣтствующее ему время искомаго наименованія, по способамъ, кои будутъ изложены нами ниже, и наконецъ найденное время на меридіанѣ таблицъ, переводятъ на данный меридіанъ. Разсмотримъ это съ нѣкоторыми подробностями.

66. *По данному истинному времени* (*) *на меридіанѣ таблицъ, опредѣлить среднее время?*

Въ Морскомъ Мѣсяцословѣ, показано для каждаго дня *среднее время въ моментъ истиннаго полдня* (см. 1-й столбецъ стр. I. каждаго мѣсяца). Очевидно, что оно не иное что есть, какъ *уравненіе времени* въ истинный полдень, или дополненіе его до 24 час., смотря потому среднее ли, или истинное солнце переходитъ прежде чрезъ меридіанъ. Еслибы урав. врем. не измѣнялось отъ одного дня до другаго, то искомое среднее время, очевидно получилось бы чрезъ сложеніе даннаго числа часовъ, минутъ и проч. истиннаго времени, съ показаннымъ въ таблицѣ средняго времени, для истиннаго полдня. Но какъ оно измѣняется, то необходимо ввести поправку, выражающую на сколько измѣняется урав.

(*) Во всемъ послѣдующемъ мы будемъ подразумѣвать, что истинное и среднее время, разсматриваются по астрономическому счету, т. е. принимая полдень за начало сутокъ.

времени въ промежутокъ между истиннымъ полднемъ и даннымъ истиннымъ временемъ. Поправка сія найдется посредствомъ слѣдующей пропорціи

$$24^ч : d :: t : x = \frac{d.t}{24}$$

гдѣ t есть данное истинное время, а d суточное измѣненіе уравненія времени, или разность между уравненіемъ времени для полудней даннаго и послѣдующаго дня (*). Найдя величину сей поправки x, останется приложить ее къ суммѣ изъ средняго времени въ полдень и даннаго истиннаго времени, или вычесть изъ оной, смотря потому увеличиваются ли числа 1-го столбца въ мѣсяцословѣ отъ одного дня до другаго, или уменьшаются (**).

Такъ на прим. 1837 года $\frac{6}{18}$ Марта въ $20^ч\ 47'\ 22''$ истиннаго времени въ Гринвичѣ, требуется опредѣлить среднее время.

Въ Морскомъ Мѣсяцословѣ на 1837 годъ находимъ, что
6 Марта сред. время въ истин. полд. $= 0^ч\ 8'\ 14'',96$
7 « « « « « $= 0.\ 7.\ 56.,95$

разность $d = -0.\ 0.\ 18.,01$

По совершеніи вычисленія (***) найдемъ	$.x = -15'',60$
слѣд. данное истин. время	$= 20^ч\ 47'\ 22''$
среднее время въ истин. полдень.	$= 0.\ \ 8.\ 14,96$
поправка	$= -\ \ 15,60$
искомое среднее время въ Гринвичѣ	$= 20.\ 39.\ 21,36$

Вотъ еще примѣръ: 1837 года $\frac{4}{16}$ Октября въ $1^ч\ 32'\ 51''$ истин. врем. въ Петербургѣ, требуется опредѣлить среднее время?

(*) Разность сія показывается въ мѣсяцословѣ во 2-мъ столбцѣ стр. I.

(**) Или: достаточно принять за правило постоянно вычитать показанное въ таблицѣ среднее время изъ таковаго же послѣдующаго дня; поправка x получится съ тѣмъ же знакомъ какъ и d.

(***) Величину $x = \frac{dt}{24}$, удобнѣе вычислять посредствомъ логариѳмовъ, обративъ какъ $24^ч$, такъ и данное число часовъ, минутъ и проч. въ секунды. Для предложеннаго примѣра будетъ

Принимая географ. долготу Петербурга отъ Гринвича во времени равною $2^ч\ 1'\ 20''$, (точность сей величины не требуется), опредѣляется предварительно какой считается въ Гринвичѣ часъ истиннаго времени въ данный моментъ; получимъ

данное время въ Петербургѣ.	$=$	$1^ч\ 32'\ 51''$
долгота къ востоку	$=$	$-2.\ 1.\ 20.$
истинное время въ Гринвичѣ	$=$	$23.\ 31.\ 31 = t$
среднее время въ истин. полд. Гринв. 3-го Октяб. (*).	$=$	$23^ч\ 45'\ 51'',03$
данное истин. время	$=$	$23.\ 31.\ 31,00$
поправка (разность $= -12'',82$)	$=$	$-\ 12,57$
искомое среднее время въ Гринвичѣ	$=$	$23.\ 17.\ 9,46$
долг. Петербурга отъ Гринв. къ вост.	$=$	$+2.\ 1.\ 20,00$
иском. сред. время въ Петербургѣ	$=$	$1.\ 18.\ 29,46$

67. *По данному среднему времени, опредѣлить истинное.*

Въ Морскомъ Мѣсяцословѣ для средняго полдня Гринвича каждаго дня дано уравненіе времени (см. послѣдній столбецъ стр. II. каждаго мѣсяца); оно выражаетъ въ сей моментъ на сколько прям. восхожд. истин. ☉ болѣе прямаго восхожденія средняго. Пусть AC (чер. 15) будетъ меридіанъ, A среднее солнце, S истинное, F точка весен. равнод.; дуга SF будетъ ♈☉, AF = ♈ сред. ☉; посему AS выразитъ урав. врем. помѣщенное въ таблицѣ. И такъ, истинное время въ моментъ средняго полдня, получится чрезъ вычитаніе показаннаго урав. времени изъ $24^ч$, если урав. времени съ знакомъ $+$, и чрезъ приложеніе онаго къ $0^ч\ 0'\ 0''$, если оно со знакомъ $-$.

$$20^ч\ 47'\ 22'' = 74842'' \ldots\ \ldots \log = 4.\ 8741$$
$$18'',01 \ldots \log = 1.\ 2555$$
$$24^ч = 86400'' \ldots \text{доп.} \log = \bar{5}.\ 0635$$
$$\log x = 1.\ 1931$$
$$x = 15'',60$$

(*) Ибо въ Гринвичѣ въ данный моментъ еще не кончились сутки 3-го Октября.

При опредѣленіи же вообще истиннаго времени для даннаго момента средняго врем., надобно сперва найдти на сколько измѣнилось уравн. времени отъ средняго полдня до даннаго часа средняго времени, и приложивъ сію поправку къ означенному въ таблицѣ уравненію времени, или вычтя изъ онаго, смотря потому прибавляется ли оно отъ одного дня до другаго, или уменьшается, поступить какъ сказано выше. На прим. 8 Января 1837 года, дано $10^ч\ 25'\ 37''$ средняго времени, и требуется для сего момента знать истинное время: въ мѣсяцословѣ на сей годъ, значится, что

8-го Января уравн. врем.	$= + 7'\ 5'',98$
9 « « «	$= + 7.\ 31,12$
разность	$= 0.\ 25,14$

Упомянутая поправка будетъ $= \dfrac{25'',14 \times 10^ч\ 25'\ 37''}{24}$ $= 10'',92$; и такъ, искомое урав. врем. будетъ $= + 7'\ 16'',90$, а искомое истинное время $= 10^ч\ 18'\ 20'',1$.

68. *По данному среднему времени, опредѣлить звѣздное.* Данное среднее время, превращается посредствомъ таблицъ, о коихъ говорено было въ чл. 62, въ звѣздное, т. е. отыскивается сколько протекло звѣзднаго времени отъ средняго полудня до даннаго момента. Найденный результатъ складывается съ звѣзднымъ временемъ въ средній полдень, помѣщаемымъ въ Морскомъ Мѣсяцословѣ (см. 1-й столбецъ на стр. II. каждаго мѣсяца). Сумма очевидно выразитъ то число часовъ, минутъ и проч. звѣзднаго времени, которое протекло отъ начала звѣздныхъ сутокъ, и слѣд. будетъ искомое.

Вотъ примѣръ: 1837 года $\dfrac{\text{Мая 29}}{\text{Іюня 10}}$ дня, требуется опредѣлить звѣздное время для момента $7^ч\ 22'\ 31''$ средняго времени въ Петербургѣ?

данное среднее время въ Петербургѣ	$= 7^ч\ 22'\ 31''$
долгота отъ Гринвича къ востоку	$= 2.\ \ 1.\ 20.$
среднее время въ Гринвичѣ	$= 5.\ 21.\ 11.$

Поступая по правилу чл. 62, для превращенія этого промежутка въ звѣздное получимъ

$4^ч$ средн. врем.	$= 5^ч\ 0'\ 49'',28$		звѣзд. врем.
$21'$ « «	$21.\ 3,\ 45$		
$11''$ « «	$11,\ 03$		

звѣздное время въ Гринвичѣ въ средн. полдень для 29 Мая.	= 5. 14. 31,48
искомое звѣзд. время въ Гринв.	= 10. 36. 35,24
долгота Петерб. къ востоку	= + 2. 1. 20,00
искомое звѣзд. время въ Петерб.	= 12. 37. 55,24

69. *По данному звѣздному времени опредѣлить соотвѣтствующее среднее?*

Для рѣшенія этого вопроса, служащаго обратнымъ предшествующаго, *вычитаютъ изъ даннаго звѣздное время въ средній полдень* (заимствуя его изъ мѣсяцослова); разность выразитъ число часовъ, минутъ и проч. звѣзднаго времени, протекшихъ отъ средняго полдня до даннаго момента. Посему выразивъ сей промежутокъ времени въ среднемъ, какъ объяснено было въ чл. 61, результатъ будетъ искомое. Еслибы упомянутаго вычитанія нельзя было исполнить, то надлежало бы предварительно придать 24 часа къ данному звѣздному времени.

На прим. требуется опредѣлить среднее время для даннаго $7^ч\ 44'\ 51''$ звѣздн. времени на московскомъ меридіанѣ, $\frac{17}{29}$ Сентября 1837 года.

Принимая долготу Москвы отъ Гринвича во времени равною $2^ч\ 22'\ 30''$, получимъ

данное звѣзд. время въ Москвѣ.	= $7^ч\ 44'\ 51''$
разность долготъ	= 2. 22. 30
данное звѣзд. время въ Гринвичѣ	= 5. 22. 21
звѣздн. время въ сред. полд. $\frac{17}{29}$ Сент.	= 12. 32. 9,22
промежутокъ звѣзд. врем. отъ полдня	= 16. 50. 11,78

выражая сей промежутокъ въ среднемъ, найдемъ

$16^ч$ час. звѣзд. врем.	$=$	$15^ч$	$57'$	$22'',73$	средн. врем.
$50'$ « « «	$=$		$49.$	$51,81$	
$11''$ « « «	$=$			$10,97$	
$0,''78$	$=$			$0,78$	
искомое сред. врем. въ Гринв.	$=$	$16.$	$47.$	$26,29$	
разность долготъ	$=$	$2.$	$22.$	$30,00$	
иском. сред. время въ Москвѣ	$=$	$19.$	$9.$	$56,29$	

70. *По данному истинному времени опредѣлить звѣздное?*

Сей вопросъ можно рѣшать двоякимъ образомъ: или во 1-хъ) опредѣливъ по данному истинному времени среднее (по *чл.* 66), а потомъ по найденному среднему звѣздное (по чл. 68); или во 2-хъ) такъ какъ данное истинное время не иное что есть, какъ часовый уголъ солнца въ данный моментъ, то по урав. (1) стр. 65, получимъ

$$\text{звѣзд. время} = \text{истин. солн. врем.} + Æ\odot$$

Во всѣхъ эфемеридахъ дается для истиннаго полдня каждаго дня Æ истин. $\odot$, а посему получится возможность посредствомъ интерполяціи опредѣлить Æ$\odot$, соотвѣтствующее данному моменту. Эту величину надлежитъ подставить въ вышепредложенное урав. (*).

71. Обратный вопросъ, т. е. опредѣленіе *по данному звѣздному времени истиннаго*, можно рѣшать также двоякимъ образомъ, а именно: или во 1-хъ) опредѣляя по данному среднее (по чл. 69), а по найденному среднему истинное (по чл. 70); или во 2-хъ) опредѣляя истинное солнечное время изъ уравненія предшествующаго чл., именно:

$$\text{истин. солн. время} = \text{звѣзд. врем.} - Æ\odot.$$

(*) Должно при семъ замѣтить, что такимъ же образомъ, можно поступать при отыскаціи звѣзднаго времени по данному среднему, съ тою только разницею, что вмѣсто прям. восхожд. истиннаго $\odot$, надлежитъ вводить Æ сред. $\odot$; прямое же восхожденіе сего послѣдняго въ средній полдень, есть не иное что, какъ звѣздное время въ средній полдень, которое показывается въ эфемеридахъ.

Такъ какъ $Æ\odot$ должно здѣсь соотвѣтствовать моменту истиннаго времени, которое есть искомое, то предварительно вводятъ въ вычисленiе $Æ\odot$, показываемое въ эфемеридахъ для полдня того дня, чрезъ что получатъ истинное время приближенно; потомъ отыскавъ $Æ\odot$ для найденнаго, вводятъ его снова въ вычисленiе; результатъ выразитъ искомый.

На прим. если данное звѣздное время есть $11^ч\ 43'\ 24''$ на меридiанѣ Гринвича $\frac{1}{13}$ Iюня 1839, то для отысканiя истиннаго, беремъ изъ мѣсяцослова $Æ\odot$, которое $= 5^ч\ 23'\ 58'',48$, и получимъ приближенно истин. солн. время $= 6^ч\ 19'\ 25''$. Послѣ чего, найдя посредствомъ интерполированiя, (см. чл. 84), что $Æ\odot$ для сего момента есть $5^ч\ 25'\ 4'',09$, вычтемъ его изъ даннаго звѣзднаго времени $11^ч\ 43'\ 24''$, и получимъ для искомаго истиннаго времени $6^ч\ 18'\ 19'',9$.

ГЛАВА V.

О ЛУНѢ.

72. Продолжительныя и точныя наблюденiя надъ луною, подобно какъ изложено было въ чл. 52-мъ, т. е. опредѣленiе момента и высоты ея кульминацiи, съ измѣренiемъ притомъ величины видимаго дiаметра, нынѣ привели въ совершенную извѣстность какъ видимое лунное движенiе, такъ и истинное. Излагаемъ главнѣйшiе относительно того и другаго результаты, не входя въ подробности, которыя можно найти во всякомъ курсѣ Астрономiи.

Касательно видимаго движенiя и явленiй извѣстно, что:

1) Когда луна бываетъ *въ соединенiи* (*) съ солнцемъ, то къ намъ обращена только неосвѣщенная ея часть, а когда

(*) *Соединенiемъ* двухъ свѣтилъ называется то положенiе ихъ, когда они имѣютъ одну и туже долготу, а *противостоянiемъ*, когда разность ихъ долготъ равна 180°; первое изображается знакомъ ☌, а второе ☍.

въ *противостояніи,* то только освѣщенная. Первый моментъ называется *новолуніемъ,* а второй *полнолуніемъ.* Когда относительно насъ луна отклонена отъ солнца на 90°, то мы видимъ ровно половину ее освѣщенной части — это называется *первою* или *послѣднею четвертью,* смотря потому, находится ли солнце къ западу отъ луны, или къ востоку.

2) Луна движется, какъ и солнце, отъ запада къ востоку, но гораздо быстрѣе, такъ что проходитъ 360° въ $27^д\ 7^ч\ 43'\ 11'',53$. Періодъ такой называется *мѣсяцемъ звѣзднымъ;* промежутокъ же времени, между двумя одно за другимъ слѣдующими полнолуніями или новолуніями, именуется *мѣсяцемъ синодическимъ.*

3) Плоскость лунной орбиты проходитъ чрезъ центръ земли, какъ и плоскость эклиптики. Обѣ пересѣкаются подъ угломъ, измѣняющимся послѣ каждаго обращенія луны; средняя его величина $= 5°\ 8'\ 47''$ Точки лунной орбиты, находящіяся на эклиптикѣ, называются узлами: та, при прохожденіи которой луна перемѣняетъ южную свою долготу на сѣверную — *восходящимъ узломъ,* а другая *нисходящимъ.* Первый выражается знакомъ ☊, второй ☋.

4) Узлы не имѣютъ постояннаго положенія, а быстро отступаютъ къ западу. Средняя величина ихъ движенія $= 3'\ 10'',64$ въ среднія солнечные сутки, такъ что въ 6793,39 такихъ сутокъ (или около $18\frac{6}{10}$ лѣтъ), каждый узелъ проходитъ по эклиптикѣ полную окружность. Разумѣется, что въ половинѣ сего періода нисходящій узелъ занимаетъ мѣсто восходящаго и орбита находится въ положеніи совершенно противоположномъ тому, которое она имѣла въ началѣ. Такимъ образомъ луна, въ разныя времена этого періода находится относительно земнаго наблюдателя въ прямой линіи съ тою, или другою точкою неба на всей полосѣ, простирающейся почти на $5\frac{1}{2}$ градусовъ въ обѣ стороны отъ эклиптики. Слѣдовательно

5) Луна можетъ заслонять собою отъ насъ каждую изъ звѣздъ, на полосѣ той находящуюся. Такое явленіе называется *закрытіемъ звѣзды,* и служитъ для опредѣленія на землѣ

разности долготъ (см. Высш. Геод. Отд. III, Глава V). Если луна почти одновременно съ солнцемъ, проходитъ который либо свой узелъ, то она закрываетъ собою солнце: это называется *солнечнымъ затмѣніемъ* — *полнымъ* или *частнымъ*, смотря потому, все ли солнце заслоняется луною, или только часть солнца. Если во время полнаго затмѣнія видимый лунный діаметръ бываетъ меньшимъ солнечнаго, то затмѣніе превращается въ *кольцеобразное*.

73. Касательно движенія и явленій истинныхъ найдено, что:

1) Если луна почти одновременно съ солнцемъ проходитъ разныя узлы, то земля заслоняетъ отъ нее солнце, т. е. на луну падаетъ коническая тѣнь, бросаемая землею въ пространствѣ. Это называется *луннымъ* затмѣніемъ, которое бываетъ тоже полнымъ или частнымъ, смотря потому, всю ли луну покрываетъ земная тѣнь, или только часть ея.

2) Луна обращается по еллипсису, въ одномъ изъ фокусовъ котораго находится земля, съ такими измѣніями скорости, что радіусы векторы ея описываютъ плоскости пропорціональныя временамъ. Крайнія точки луннаго еллипсиса вообще называются *абсидами*, отдѣльно же: ближайшая къ землѣ — *перигеемъ*, отдаленнѣйшая — *апогеемъ*. Обѣ онѣ движутся безпрерывно отъ запада къ востоку такъ, что проходятъ 360° въ 3232,5753 среднихъ солнечныхъ сутокъ (около 9 лѣтъ), или около 3° въ звѣздный мѣсяцъ.

3) Среднее разстояніе центровъ земнаго и луннаго, т. е. полусуммы большой и малой полуосей луннаго еллипсиса равняется приблизительно 60 земнымъ радіусамъ; самый же лунный радіусъ составляетъ 0,2729 земнаго; но какъ разстояніе луны отъ земли измѣняется, то онъ смотря по удаленію намъ кажется, или большимъ, или меньшимъ (*) — отъ 33′ 31″,07 до 29′ 21″,91.

(*) Тоже для глаза находящагося на лунѣ происходитъ съ видимымъ діаметромъ земли, то есть нашимъ луннымъ горизонтальнымъ параллаксомъ, который бываетъ отъ 53′ до 62′.

4) Луна обращается около своей оси въ одинаковое время съ своимъ обращеніемъ вокругъ земли, и въ туже сторону. По сей причинѣ къ намъ обращена всегда одна и таже сторона луны, а другая пребываетъ для насъ невидимою. Въ точности впрочемъ этого сказать нельзя: тутъ происходитъ такъ называемое *качаніе,* по причинѣ котораго для насъ лунная поверхность открывается нѣсколько болѣе, то съ одной, то съ другой стороны.

ГЛАВА VI.

О ПРЕЦЕССІИ, НУТАЦІИ И АББЕРАЦІИ.

74. Говоря о суточномъ движеніи небесной сферы мы принимали, что она въ теченіи звѣздныхъ сутокъ, обращается около двухъ *постоянныхъ* точекъ или полюсовъ міра; но опредѣляя въ различныя времена, раздѣленныя между собою значительнымъ числомъ лѣтъ, положеніе полюса между звѣздами, астрономы открыли достопримѣчательное явленіе, что эта точка не сохраняетъ на небѣ постоянно одного и того же мѣста, но имѣетъ движеніе весьма медленное, и что оно сверхъ того двоякое: одно главное, совершающееся по малому кругу около полюса эклиптики, а другое волнообразное по направленію упомянутаго круга. Первое именуется *прецессіею* или *предвареніемъ равноденствій,* а другое *нутаціею* или *колебаніемъ оси.* Хотя оба сіи явленія тѣсно связаны одно съ другимъ и происходятъ отъ одной и той же причины, однакоже для объясненія оныхъ, разсмотримъ каждое изъ нихъ отдѣльно.

Предположимъ, что KK′ (чер. 17) есть эклиптика, EQ небесный экваторъ, P полюсъ міра въ какую нибудь эпоху и P*ab* малый кругъ, коего центръ находится въ точкѣ *p,* означающей полюсъ эклиптики. Если бы положеніе полюса P на небесной сферѣ не измѣнялось, то экваторъ пересѣкалъ бы эклиптику постоянно въ одной и той же точкѣ F, такъ, что отъ момента одного весенняго равноденствія до другаго, солнце описывало бы по эклиптикѣ ровно 360° Но строжайшія наблюденія, какъ упомянуто выше, показали, что полюсъ P перемѣняетъ свое мѣсто по кругу P*ab*, описывая его окружность въ 25868 лѣтъ и подвигаясь въ годъ отъ P къ *a* на дугу въ 50″,1. Такимъ образомъ, если предположимъ что точка *a* есть та, въ которую полюсъ міра перешелъ изъ P по прошествіи года, то и кругъ небеснаго экватора EQ приметъ на небесной сферѣ положеніе круга E′F′Q′ пересѣкая эклиптику въ точкѣ F′, отстоящей отъ F къ западу на дугу также въ 50″,1. Въ слѣдствіе чего, въ продолженіи періода времени между двумя послѣдовательными вступленіями солнца въ точку весенняго равноденствія, оно опишетъ кажущимся своимъ поступательнымъ движеніемъ не 360°, но 359° 59′ 9″,9, и потомъ вступитъ въ точку весенняго равноденствія прежде, чѣмъ совершитъ полный кругъ на небѣ. Этимъ объясняется, почему это явленіе именуется *прецессіею* или *предвареніемъ равноденствій.* Періодъ времени, употребляемый солнцемъ для описанія на небѣ полнаго круга, именуется *звѣзднымъ годомъ,* а отъ вступленія въ точку равноденствія до слѣдующаго, *тропическимъ годомъ* (*).

Сколь ни мала, кажется съ перваго взгляда, дуга, описываемая на небѣ точкою весенняго равноденствія, однакоже по прошествіи многаго числа лѣтъ, перемѣщеніе ея дѣлается ощутительнымъ. Такъ на прим. со времени составленія древнѣйшихъ каталоговъ звѣздъ, т. е. въ теченіи съ небольшимъ 2000 лѣтъ, она замѣтно передвинулась къ западу, ибо тогда точкою весенняго равноденствія служило начало созвѣздія Овна, при чемъ всѣ прочіе знаки зодіака, совпадали съ созвѣздіями того же имени. То же можно замѣтить въ разсужденіи положенія полюса міра, ибо нынѣ полярная звѣзда отстоитъ отъ него съ небольшимъ на 1° 20′, тогда какъ въ то время она удалена была на 12° Чрезъ 12000 лѣтъ, самою ближайшею отъ полюса будетъ *Вега* (α Лиры).

(*) Звѣздный годъ равенъ 365 сут. 6 ч. 9 м. 9,526 с. средн. врем., а тропическій годъ = 365 сут. 5 ч. 48 м. 49,7168 с. сред. врем.

75. Но выше упомянуто, что кромѣ поступательнаго движенія полюса міра по кругу Pab, замѣчено астрономами другое, состоящее въ томъ, что сія точка періодически приближается къ полюсу эклиптики и потомъ отъ него отдаляется. Это явленіе совершается такъ, что если бы предваренія равноденствій не было, то полюсъ міра описывалъ бы на небѣ въ теченіи каждыхъ 19 лѣтъ малый эллипсисъ, коего большая ось была бы въ $18'',5$, а малая въ $13'',74$, при чемъ первая обращена была бы къ полюсу эклиптики, а другая имѣла бы направленіе къ ней перпендикулярное. Слѣдствіемъ этого движенія служитъ то, что видимое движеніе звѣздъ подчиняется тому же періоду, такъ, что однѣ изъ нихъ въ теченіи каждыхъ 19 лѣтъ кажутся приближающимися къ полюсу, а другія отъ него удаляющимися. Сверхъ того, такъ какъ отъ положенія полюса на небесной сферѣ, зависитъ и положеніе точекъ равноденствій на эклиптикѣ, то отъ того происходитъ, что онѣ имѣютъ малое движеніе впередъ и назадъ, а вмѣстѣ съ тѣмъ долготы и прямыя восхожденія звѣздъ послѣдовательно то увеличиваются, то уменьшаются.

Но въ теченіи того времени, когда полюсъ міра, по закону нутаціи описалъ бы эллипсисъ имѣющій свой діаметръ въ $18'',5$, онъ подвигается между тѣмъ, въ слѣдствіи прецессіи, по малому кругу, имѣющему свой центръ въ полюсѣ эклиптики на дугу величиною въ $19 \times 50'',1$, что соотвѣтствуетъ дугѣ $6'\ 20''$ большаго круга, заключающейся между точками, въ коихъ находился полюсъ міра чрезъ 19 лѣтъ. Отъ этого двоякаго движенія происходитъ, что сей послѣдній, собственно говоря, описываетъ не кругъ и не эллипсисъ, но кривую въ видѣ волнообразнаго кольца.

76. Такъ какъ отъ прецессіи и нутаціи измѣняется на небѣ положеніе точки весенняго равноденствія, а вмѣстѣ съ тѣмъ и самаго экватора, то очевидно, что склоненія и прямыя восхожденія всѣхъ звѣздъ надобно принимать за величины также измѣняющіяся; такимъ образомъ, говоря на пр. что склоненіе и прямое восхожденіе звѣзды такія-то, необходимо должно присовокупить и для такого-то дня года. Эти координаты принято астрономами опредѣлять для какой нибудь одной и той же эпохи, на прим. начала года, а потомъ чрезъ вычисленіе отыскивать ихъ для даннаго другаго времени. Чтобы дать понятіе объ этого рода вычисленіи, предположимъ, что p (чер. 17) есть полюсъ эклиптики, s звѣзда и P полюсъ міра для какой нибудь данной эпохи: въ треугольникѣ pPs бокъ ps выразитъ дополненіе широты свѣтила, уг. Pps дополненіе его долготы и бокъ pP наклоненіе эклиптики. Такъ какъ отъ перемѣщенія полюса P въ точку a, 1-я изъ сихъ величинъ остается постоянно одинаковою, а другія двѣ измѣняются, то рѣшеніе нашего вопроса очевидно обращается въ опредѣленіе на сколько измѣняются бокъ Ps и уг. pPs, если бокъ pP и уг. Pps получатъ приращенія безконечно малыя, ибо Ps выражаетъ дополненіе склоненія свѣтила, а уг. $pPs = 90° + Æ$ (см. чл. 56). Изъ чего заключаемъ, что для опредѣленія склоненія и прямаго восхожденія, останется токмо найдти величину прецессіи и нутаціи въ *долготѣ* и *широтѣ*, что не затруднительно, ибо прецессія въ широтѣ равна нулю, а прецессія въ долготѣ возрастаетъ пропорціонально $50'',1$ въ годъ; величины же нутаціи въ долготѣ и широтѣ, суть абсциссы и ординаты малаго эллипсиса, описываемаго полюсомъ въ теченіи 19 лѣтъ. Мы не считаемъ за нужное болѣе распространяться объ этомъ предметѣ, ни предлагать аналитическія выраженія, служащія для опредѣленія склоненій и прямыхъ восхожденій свѣтилъ, ибо въ эфемеридахъ, (на прим. въ Морскомъ Мѣсяцословѣ), обѣ сіи координаты всѣхъ фундаментальныхъ звѣздъ даются уже совершенно исправленными для каждыхъ 10 дней года.

77. Сложность кажущагося движенія всей небесной сферы отъ востока къ западу, совершающагося въ 25868 лѣтъ около полюсовъ эклиптики, независимо отъ суточнаго движенія объясняется весьма просто тѣмъ, что при движеніи земли вокругъ солнца, ея ось не сохраняетъ въ строгомъ смыслѣ направленія параллельнаго самой себѣ. Это заслуживаетъ подробнѣйшаго разсмотрѣнія.

Подъ словомъ эклиптики мы доселѣ разумѣли кругъ небесной сферы, описываемый кажущимся движеніемъ солнца отъ запада къ востоку. Но какъ въ сущности солнце неподвижно, а только глазъ наблюдателя, относитъ его въ различныя точки небесной сферы по причинѣ движенія земли, то подъ эклиптикою должно разумѣть пересѣченіе небесной сферы плоскостію, проходящею чрезъ орбиту земли. Кривая сія, какъ замѣчено выше (чл. 57) есть не кругъ, но эллипсисъ въ одномъ изъ фокусовъ коего находится солнце. Не взирая на огромность разстоянія отъ насъ солнца, діаметръ орбиты земли, надобно принимать однако же величиною безконечно малою въ сравненіи съ разстояніемъ до неподвижныхъ звѣздъ, въ чемъ удостовѣряемся изъ того, что если какую нибудь звѣзду примемъ за вершину треугольника, а двѣ противоположныя точки земной орбиты за его основаніе, и измѣримъ оба его угла прилежащіе къ сему послѣднему, то третій уголъ (именуемый годичнымъ паралаксомъ земли), оказывается равнымъ почти нулю.

Пусть S (чер. 20) будетъ солнце, а T, *t* и T′ земля въ различныхъ мѣстахъ ея орбиты, обращающаяся около своей оси отъ запада къ востоку, и двигаясь по направленію знаковъ эклиптики, т. е. отъ T къ *t*, къ T′ и т. д. (*). Такъ какъ уголъ составляемый эклиптикою съ экваторомъ равенъ 23° 28′, то ось земли наклонена къ плоскости эклиптики подъ угломъ 66° 32′. Если бы предположили, что при годичномъ движеніи земли, ея ось вращенія сохраняетъ въ строгомъ смыслѣ слова направленіе параллельное самой себѣ, то

(*) Если земля находится въ A (чер. 19), и наблюдатель видитъ солнце S находящимся со звѣздою *s*, въ одной прямой линіи, то, по прошествіи 24 час. звѣзд. времени, (т. е. времени обращенія земли вокругъ оси), предположивъ, что она перешла въ точку B, онъ увидитъ эту звѣзду въ томъ же направленіи, т. е. по линіи B*s*′ параллельной къ AS, а солнце отодвинувшимся на уг. *s*′BS = уг. ASB; слѣд. на какой уг. подвинулась земля глядя изъ солнца, на такой уголъ, глядя съ земли, кажется подвинувшимся солнце.

по безконечному разстоянію звѣздъ, наблюдателю казалось бы, что продолженіе сей оси встрѣчаетъ небесную сферу въ одной и той же точкѣ, или говоря другими словами, положеніе небеснаго полюса остается постоянно одинаковымъ. Тоже самое произошло бы въ разсужденіи прямой пересѣченія эклиптики съ экваторомъ, или *линіи равноденствія*, такъ на прим. если прямыя T♈, t♈, T′♈ означаютъ направленія сей линіи при положеніи земли въ точкахъ T, t, T′ ., то въ случаѣ параллельности земной оси вращенія, линіи сіи будутъ также между собою параллельны, и потому наблюдателю будетъ казаться, что линія сія встрѣчаетъ небесную сферу въ одной и той же точкѣ. Далѣе очевидно, что когда земля будетъ находиться въ такой точкѣ t, что линія равноденствій проходитъ чрезъ солнце, то будетъ на землѣ равноденствіе, ибо обитателямъ ея будетъ казаться, что солнце находится на экваторѣ по направленію линіи tS♈; когда же земля обойдя свою орбиту достигнетъ вторично точки t, то будетъ опять равноденствіе, и слѣд. тропическій годъ равняться звѣздному. Но наблюденія показываютъ, что солнце по прошествіи года вступаетъ въ точку равноденствія, прежде чѣмъ опишетъ на небѣ полный кругъ, т. е. что если въ первый разъ земля во время равноденствія находилась въ t, то чрезъ годъ оно происходитъ тогда, когда земля достигаетъ точки t', отстоящей отъ t на дугу въ 50″,1, и измѣряющей величину угла ♈S♈′, т. е. на сколько измѣняется направленіе линіи равноденствія. Изъ такого кажущагося движенія точки весенняго равноденствія въ продолженіи года на 50″,1, въ противную сторону знаковъ эклиптики, заключаемъ, что земная ось pp', въ теченіи года не сохраняетъ въ строгомъ смыслѣ направленія сама себѣ параллельнаго, но измѣняясь на 50″,1, описываетъ въ теченіи 25868 лѣтъ коническую поверхность около прямой, проходящей чрезъ центръ земли, и перпендикулярной къ плоскости эклиптики. Если бы уголъ, составляемый сею прямою съ осью земли, оставался постоянно одинаковымъ, то этотъ конусъ былъ бы прямой и въ основаніи имѣлъ бы кругъ; но какъ выше замѣчено, что упомянутый уголъ измѣняется періодически, уменьшаясь и увеличиваясь послѣдовательно на 18″,5 каждыя 19 лѣтъ, то изъ сего заключаемъ, что ось земная описывая вышесказанную коническую поверхность колеблется то въ ту, то въ другую сторону, чрезъ что и отступленіе точки весенняго равноденствія происходитъ ежегодно не одинаково, иногда болѣе 50″,1, иногда же менѣе.

78. Въ заключеніи присовокупимъ, что въ большей части вопросовъ Практической Астрономіи встрѣчается надобность знать положеніе свѣтилъ не то, въ какомъ мы ихъ видимъ но то, въ какомъ они дѣйствительно находятся, и обратно. Видимое ихъ положеніе измѣняется отъ рефракціи, параллакса и абберацiи свѣта. Первыя два явленія будутъ нами разсмотрѣны съ достаточными подробностями въ Высшей Геодезіи въ отдѣленіи III, а теперь скажемъ о послѣднемъ, т. е. *абберацiи свѣта,* происходящемъ отъ быстроты движенія земли по своей орбитѣ. Причину этого явленія всего легче можно понять изъ слѣдующаго:

Предположимъ, что шарикъ A (чер. 22), падающій перпендикулярно къ горизонтальной линіи FQ на пути своемъ встрѣчаетъ отверстіе трубки CQ. Когда трубка сія остается неподвижною, тогда шарикъ скатится къ Q по нижней ея стенкѣ. Но если трубка, не измѣняя угла своего наклоненія двигается по QF съ такою скоростію, что проходитъ пространство QB въ тоже время, въ которое шарикъ свободнымъ паденіемъ можетъ спуститься по CB, то шарикъ неуклоняясь при своемъ паденіи отъ линіи AB, будетъ въ каждый моментъ находиться на оси RB трубки; слѣдовательно наблюдателю, имѣющему свой глазъ при отверстіи Q, и движущемуся также съ выше сказанною скоростію по линіи QF, будетъ казаться, что шарикъ скатывается по оси RB.

Земля движется въ пространствѣ почти по 7 миль въ секунду, описывая вокругъ солнца эллипсисъ, и слѣд измѣняя безпрерывно свое направленіе; свѣтъ же распространяется почти на 70000 миль въ секунду. Хотя эта скорость значительно болѣе скорости движенія земли, однакоже не можетъ быть принимаема относительно ея безконечно великою. И такъ, пространства, пробѣгаемыя въ данное время землею и лучемъ свѣта, находятся въ содержаніи какъ 1 къ 10000, или еще точнѣе, какъ $\tang 20'',5$ къ 1. Предположимъ теперь, что ACB (чер. 22) представляетъ лучь свѣта, исходящій изъ звѣзды A, а трубка CQ зрительную трубу, наклоненную подъ такимъ угломъ, что наблюдатель видитъ въ центрѣ пересѣченія натянутыхъ внутри ея нитей изображеніе свѣтила. Труба на основаніи сказаннаго, должна быть наклонена подъ такимъ угломъ, чтобы удовлетворялась пропорція

$$BC : BQ :: \text{скорость свѣта къ скорости земли, или}$$
$$:: 1 : \tang 20'',5.$$

И такъ, уг. BCQ или CBR выражающій на сколько ось трубы отклоняется отъ линіи направленія луча свѣта, долженъ быть равенъ 20″,5.

Подобное разсужденіе можно было бы также примѣнить къ тому случаю, когда лучь свѣта не имѣетъ направленія перпендикулярнаго къ линіи движенія земли. Пусть SB (чер. 21) будетъ истинное направленіе луча свѣта, AC видимое его направленіе, или то, какое надобно дать положенію зрительной трубы; получимъ

$$BC : BA :: 1 : \tang 20'',5 \text{ или } :: 1 : \sin 20'',5$$

ибо по малости дуги 20″,5 можно вмѣсто тангенса принимать синусъ. Но съ другой стороны имѣемъ

$$BC : BA = \sin CAB : \sin BCA \text{ или } \sin CBD,$$

и поелику сей послѣдній уголъ выражаетъ перемѣщеніе видимаго положенія звѣзды отъ абберацiи, то заключаемъ, что синусъ абберацiи, или что все равно самая абберація $= \sin CAB \times \tang 20'',5$, т. е. пропорціональна синусу угла, образуемаго лучемъ свѣта съ линіею направленія движенія земли, и слѣд. что наибольшая ея величина бываетъ въ томъ случаѣ, когда лучь свѣта падаетъ по направленію перпендикулярному къ выше сказанной линіи.

79. И такъ, дѣйствіе абберацiи состоитъ въ томъ, что всѣ небесныя свѣтила, кажутся сближающимися къ той точки неба, которая находится на продолженіи линіи направленія движенія земли; но какъ земля движется около солнца въ плоскости эклиптики, то упомянутая точка неба, всегда должна находиться въ сей плоскости и въ 90° отъ солнца. Въ слѣдствіе чего, если дѣлается наблюденіе какого либо свѣтила и для рѣшенія вопроса требуется ввести въ вычисленіе его склоненіе и прямое восхожденіе, то обѣ сіи координаты надобно исправить отъ дѣйствія абберацiи, т. е. обратить ихъ въ такія, какія бы получились чрезъ непосредственныя наблюденія. Мы не станемъ болѣе распространяться объ опредѣленіи величины абберацiи свѣта, потому, что величины склоненій и прямыхъ восхожденій всѣхъ фундаментальныхъ звѣздъ, помѣщаемыя въ эфемеридахъ, обращены уже въ видимыя, т. е. исправлены какъ отъ прецессіи и нутацiи, такъ и абберацiи.

=

ИНТЕРПОЛЯЦІЯ.

—

80. Пусть будетъ данъ рядъ чиселъ: $a, b, c, d.$ Вычтемъ каждое число изъ послѣдующаго: разности $a' = b - a$, $b' = c - b$, $c' = d - c$ составятъ рядъ, такъ называемыхъ, *первыхъ разностей* или *разностей перваго порядка.*

Поступая такимъ же образомъ съ числами $a', b', c', d'....$ получатъ рядъ *вторыхъ разностей*, $a'' = b' - a'$, $b'' = c' - b'$, $c'' = d' - c'$.; изъ нихъ найдутся *третьи разности* $a''' = b'' - a''$, $b''' = c'' - b''$, $c''' = d'' - c''$ Таковыя разности изображаются знакомъ Δ, съ боку коего ставится показатель означающій какого онъ порядка: Δ_n есть членъ изъ ряда разностей n-го порядка.

На прим. функція $y = x^3 - 9x + 6$, при послѣдовательномъ положеніи $x = 0, 1, 2, 3, 4$ даетъ рядъ чиселъ, коего y есть общій членъ, и изъ коего разности выводятся слѣдующимъ образомъ:

для $x =$	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,.
рядъ $y =$	6,	— 2,	— 4,	6,	34,	86,	168,	286,.
1-я разн. $\Delta_1 =$	— 8,	— 2,	10,	28,	52,	82,	118,.	
2-я разн. $\Delta_2 =$		6,	12,	18,	24,	30,	36,.	
3-я разн. $\Delta_3 =$			6,	6,	6,	6,	6,.	

Здѣсь разности 3-го порядка постоянны, а потому разности 4-го порядка равны нулю. Вообще доказывается, (см. *Курсъ Матем. Франкера*, чл. 942), что какая бы ни была цѣлая и раціональная функція степени m, разности ея порядка $m + 1$, будутъ равны нулю.

Отсюда выводимъ слѣдствіе, что если даны нѣсколько послѣдовательныхъ чиселъ ряда, и изъ оныхъ найдены постоянныя разности, то посредствомъ простаго сложенія, можно по произволенію продолжить данный рядъ. Такъ на пр.

$x =$	0,	1.	2,	3,	4,
$y =$	6,	— 2,	— 4,	6,	34,
$\Delta_1 =$	— 8,	— 2,	10,	28,	
$\Delta_2 =$		6,	12.	18,	
$\Delta_3 =$			6,	6,	

$\Delta_3 =$	6,	6,	6,	6,	6,	6,	6,...
$\Delta_2 =$	6,	12,	18,	24,	30,	36,	42,...
$\Delta_1 =$	— 8,	— 2,	10,	28,	52,	82,	118,...
$y =$	6,	— 2,	— 4,	6,	35,	86,	168,...

Эти ряды выводятся изъ ряда постоянныхъ разностей 6, 6, 6, 6,. и начальныхъ членовъ, уже найденныхъ для каждаго ряда: *каждый членъ получится, когда къ предшествующему придадутъ членъ, надъ нимъ стоящій.* Можно также продолжить ряды въ противную сторону: въ семъ случаѣ *каждый членъ найдется, когда членъ сверху стоящій вычтутъ изъ находящагося съ правой его стороны.*

81. Вообще пусть будетъ какой либо рядъ a, b, c, d, e, f Напишемъ его и послѣдовательныя разности слѣдующимъ образомъ:

рядъ	$a,$	$b,$	$c,$	$d,$	$e,$	$f,$	$g,$	$h,$	$i,$	$k,$
1-я разн.	a'	b'	c'	d'	e'	f'	g'	h'	i'	k'
2-я разн.	a''	b''	c''	d''	e''	f''	g''	h''	i''	k''
3-я разн.	a'''	b'''	c'''	d'''	e'''	f'''	g'''	h'''	i'''	k'''
4-я разн.	a^{IV}	b^{IV}	c^{IV}	d^{IV}	e^{IV}	f^{IV}	g^{IV}	h^{IV}	i^{IV}	k^{IV}
5-я разн.	a^{V}	b^{V}	c^{V}	d^{V}	e^{V}	f^{V}	g^{V}	h^{V}	i^{V}	k^{V}

Такъ какъ имѣемъ $b - a = a'$, $c - b = b'$.; также $b' - a' = a''$, $c' - b' = b''$., то будетъ

$b = a + a', \ c = b + b', \ d = c + c', \ e = d + d'$
$b' = a' + a'', \ c' = b' + b'', \ d' = c' + '', \ e' = d' + d''$
$b'' = a'' + a''', c'' = b'' + b''', d'' = c'' + c''', e'' = d'' + d'''$... и т. д.

По исключеніи b, b', b'' c, c', c'' d, d', d'' ., получимъ

$$b = a + a',$$
$$c = a + a' + a' + a'' = a + 2a' + a'',$$
$$d = a + 2a' + a'' + a' + a'' + a'' + a''' = a + 3a' + 3a'' + a''',$$
$$e = a + 4a' + 6a'' + 4a''' + a^{\text{IV}},$$
$$f = a + 5a' + 10a'' + 10a''' + 5a^{\text{IV}} + a^{\text{V}}, \text{ и т. д.}$$

Если бы стали последовательно отыскивать прочіе члены даннаго ряда, то увидѣли бы, что коеффиціенты слѣдуютъ закону Нютонова бинома, такъ что въ данномъ ряду 4-й членъ, который означимъ чрезъ y_n, будетъ

$$y_n = a + na' + \frac{n(n-1)}{2}a'' + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}a''' + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}a^{\text{IV}} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2.3.4.5}a^{\text{V}} + .. \quad (1)$$

Такова величина общаго члена ряда n-го порядка, выраженнаго посредствомъ начальнаго члена a, и начальныхъ разностей $a', a'', a''', a^{\text{IV}}$ .. Должно при семъ замѣтить что

1) Если бы данный рядъ $a, b, c, d.$ захотѣли продолжить въ противную сторону, то достаточно было бы въ урав. (1), послѣдовательно принимать $n = -1, -2, -3, -4$

2) Если бы въ данномъ ряду, какой либо членъ, на пр. 5-й, т. е. e, приняли за *начальный*, то для опредѣленія того же самаго члена y_n, достаточно было бы въ форм. (1) подставить $e, e', e'', e''', e^{\text{IV}}$ вмѣсто a, a', a'', a''' и получили бы

$$y_n = e + ne' + \frac{n(n-1)}{2}e'' + \frac{n(n-1)(n-2)}{2\ 3}e''' + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3\ 4}e^{\text{IV}} + \quad (2)$$

при чемъ n выразитъ мѣсто опредѣляемаго члена отъ сего начальнаго e. Такъ на прим. для опредѣленія члена k, надлежитъ принять $n = 5$, тогда какъ еслибы стали вычислять величину того же самаго члена посредствомъ урав. (1), то приняли бы $n = 9$, что очевидно.

82. Еслибы написали данный рядъ $a, b, c, d,$. въ обратномъ порядкѣ, т. е. $f, e, d, c, b, a,$ и составили послѣдовательныя разности, то числовыя величины сихъ послѣднихъ получились бы тѣже самыя какъ и прежде, съ тѣмъ только различіемъ, что разности нечетнаго порядка будутъ съ противными знаками, нежели какъ въ 1-мъ случаѣ, ибо если въ ряду $a, b, c, d,$ члены суть возрастающіе, то 1-я разности, $a' = b - a$, $b' = c - b$, $c' = d - c,$. будутъ положительныя; но въ обратномъ ряду $d, c, b, a,$ вычитая какъ и прежде предшествующій изъ послѣдующаго, разности $c - d = -c'$, $b - c = -b'$, $b - a = -a'$ будутъ со знакомъ —. Но вторыя разности получатся съ тѣмъ же самымъ знакомъ, какъ и прежде, ибо въ 1-мъ случаѣ, онѣ выводятся изъ a', b', c', d' и будетъ $b' - a' = a''$, $c' - b' = b''$, а во 2-мъ изъ ряда $-d', -c', -b', -a'$, который даетъ $d' - c' = c''$, $c' - b' = b''$, $b' - a' = a''$ И такъ, будемъ имѣть

$$\begin{array}{cccccccccc}
k & i & h & g & f & e & d & c & b & a \\
-i' & -h' & -g' & -f' & -e' & -d' & -c' & -b' & -a' & \\
& h'' & g'' & f'' & e'' & d'' & c'' & b'' & a'' & \\
& -g''' & -f''' & -e''' & -d''' & -c''' & -b''' & -a''' & & \\
& & f^{\text{IV}} & e^{\text{IV}} & d^{\text{IV}} & c^{\text{IV}} & b^{\text{IV}} & a^{\text{IV}} & & \\
& & -e^{\text{V}} & -d^{\text{V}} & -c^{\text{V}} & -b^{\text{V}} & -a^{\text{V}} & & &
\end{array}$$

Такъ какъ сей обратный рядъ можно принимать за первообразный, то очевидно всякій его членъ можно опредѣлять посредствомъ выведенной нами формулы (2). Такъ на прим. если примемъ членъ f за начальный, то достаточно будетъ въ урав. (2) вмѣсто e, e', e'', e''' подставить $f, -e', d'', -c''', b^{\text{IV}}, -a^{\text{V}}$, ибо сіи разности будутъ въ разсматриваемомъ нами случаѣ выражать начальныя. Далѣе очевидно, что для опредѣленія члена стоящаго слѣва отъ f, на прим. k, надобно въ урав. (2) положить $n = -4$; но какъ этотъ членъ въ прежнемъ ряду $a, b, c,$ занималъ 5-е мѣсто отъ члена e, который принимался за начальный и для опредѣленія онаго надлежало въ урав. (2) принимать $n = 5$, то заключаемъ, что для опредѣленія изъ обратнаго ряда вообще того же самаго члена, который выражался въ урав. (2) чрезъ y_n, необходимо подставить $1 - n$ вмѣсто n, и получимъ

$$y_n = f - (1-n)e' + \frac{(1-n)(1-n-1)}{2}d'' - \frac{(1-n)(1-n-1)(1-n-2)}{2.3}c'''$$
$$+ \frac{(1-n)(1-n-1)(1-n-2)(1-n-3)}{2.3.4}b^{\text{IV}} - \dots\dots$$

или $$yn = f + (n-1)e' + \frac{n(n-1)}{2}d'' + \frac{(n+1)n(n-1)}{2\ 3}c'''$$
$$+ \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{2\ 3.4}b^{\text{IV}} + \dots (3)$$

Такъ какъ численная величина y_n, опредѣляемая изъ этого уравненія, также и изъ урав. (2), одна и таже, то сложивъ оба сіи уравненія одно съ другимъ и раздѣливъ на 2, получимъ:

$$y_n = \tfrac{1}{2}(e+f) + ne' - \tfrac{1}{2}e' + \frac{n(n-1)}{2}\frac{(e''+d'')}{2}$$
$$+ \frac{Ae'''}{2} + \frac{A'c'''}{2} + \frac{Be^{\text{IV}}}{2} + \frac{B'b^{\text{IV}}}{2} \qquad (4)$$

положивъ для сокращенія

$$A = \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3},\quad B = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2\ 3\ 4}\dots$$

$$A' = \frac{(n+1)n.(n-1)}{2\ 3},\quad B' = \frac{(n+2)(n+1)n.(n-1)}{2.3\ 4}$$

Но $f - e = e'$, откуда $f + e = e' + 2e$, и слѣд. $\tfrac{1}{2}(f+e)$ $= \tfrac{1}{2}e' + e$;

также $e''' - d''' = d^{\text{IV}}$ даетъ $e''' = d''' + d^{\text{IV}}$,

$d''' - c''' = c^{\text{IV}}$ « $c''' = d''' - c^{\text{IV}}$,

$e^{\text{IV}} - d^{\text{IV}} = d^{\text{V}}$ « $e^{\text{IV}} = d^{\text{IV}} + d^{\text{V}}$,

$c^{\text{IV}} - b^{\text{IV}} = b^{\text{V}}$ « $b^{\text{IV}} = c^{\text{IV}} - b^{\text{V}}$

Подставя сіи величины вмѣсто $\tfrac{1}{2}(f+e)$, e''', c''', e^{IV}, b^{IV} урав. (4) обратится въ

$$y_n = e + ne' + \frac{n(n-1)}{2}\frac{(e''+d'')}{2} + A\frac{(d'''+d^{IV})}{2} + A'\frac{(d'''-c^{IV})}{2}$$
$$+ B\frac{(d^{IV}+d^{V})}{2} + B'\frac{(c^{IV}-b^{V})}{2} + $$

или $$y_n = e + ne' + \frac{n(n-1)}{2}\frac{(e''+d'')}{2} + \tfrac{1}{2}(A + A')d'''$$
$$+ \tfrac{1}{2}(A + B)d^{IV} + \tfrac{1}{2}(B' - A')c^{IV} + .$$

Если внесемъ сюда вмѣсто A, A′, B и B′ ихъ величины, то по преобразованіи и сокращеніи наконецъ найдемъ

$$y_n = e + ne' + \frac{n(n-1)}{2}\frac{(e''+d'')}{2} + \frac{n(n-1)(n-\frac{1}{2})}{2\ 3}d'''$$
$$+ \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{2\ 3\ 4}\frac{(d^{IV}+c^{IV})}{2} + \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)(n-\frac{1}{2})}{2.3\ 4.5}c^{V} + \ldots (5)$$

или вообще означивъ начальный членъ ряда чрезъ y_0, нечетнаго порядка разности e', d''', c^{V} чрезъ Δ_1, Δ_3, $\Delta_5 \ldots$, а *полсумму разностей четнаго порядка* чрезъ Δ_2, Δ_4, т. е. $\frac{1}{2}(e''+d'') = \Delta_2$, $\frac{1}{2}(d^{IV}+c^{IV}) = \Delta_4$., получимъ

$$y_n = y_0 + n\Delta_1 + \frac{n(n-1)}{2}\Delta_2 + \frac{n(n-1)(n-\frac{1}{2})}{2.3}\Delta_3$$
$$+ \frac{(n+1)n.(n-1)(n-2)}{2\ 3\ 4}\Delta_4 + \frac{(n+1)n.(n-1)(n-2)(n-\frac{1}{2})}{2\ 3\ 4\ 5}\Delta_5 + ..(6)$$

Такова формула, выражающая n-й членъ даннаго ряда, предложенная Бесселемъ въ Astron. Nachrichten № 33, и преимущественно употребляемая въ Германіи и у насъ въ Россіи астрономами.

83. Какой бы ни былъ данъ рядъ a, b, c, d можно всегда предполагать, что онъ выведенъ изъ другаго, въ которомъ періодически опущены нѣкоторые члены, какъ на пр. еслибы взяты были изъ него члены чрезъ каждые 2, или 3, или 4 Положимъ, что данъ 1-й рядъ a, b, c, d. . или его общій членъ y_n (урав. 6): найдемъ первообразный рядъ, который означимъ чрезъ

$$a, \alpha', \alpha'', \alpha''' \ldots \alpha^{h-1}, b, \beta', \beta'', \beta''' \ldots \beta^{h-1}, c, \gamma', \gamma'' \gamma''' \ldots \gamma^{h-1}, d, \ldots (7)$$

Очевидно, что здѣсь предполагаемъ $h-1$ опущенныхъ членовъ между a и b, столькоже между b и c, .. и выпущенные члены слѣдовали тому же закону какъ и въ ряду $a, b, c \ldots$, который составляетъ часть ряда (7). Цѣль *интерполяціи* состоитъ въ томъ, чтобы вставить между членами даннаго ряда, извѣстное число другихъ членовъ, подчиненныхъ тому же закону; и такъ, *интерполировать*, значитъ находить такіе промежуточные члены, или общій членъ ряда (7). Ясно, что достаточно ввести въ урав. (6), которое выражаетъ общій членъ ряда a, b, c .., условіе, что $n = \frac{t}{h}$, гдѣ t означаетъ мѣсто члена новаго ряда (7); ибо въ выраженіи $\frac{t}{h}$, полагая $t = 0, 1, 2, 3 \ldots h, (h+1), (h+2) \ldots, 2h$, и пр. получимъ $n = 0, \frac{1}{h}, \frac{2}{h}, \frac{3}{h} \cdot \; 1, 1 + \frac{1}{h}, 1 + \frac{2}{h}, \; 2$, и пр.

И такъ, найдемъ тѣже самыя числа a, b, c какія бы получились, еслибы въ урав. (6) положили $n = 0, 1, 2, 3$ .., и сверхъ того $h - 1$ промежуточныхъ членовъ между a и b, столько же между b и c, и т. д.

Урав. (6) отъ подстановки $\frac{t}{h}$ вмѣсто n, обратится въ

$$y_n = y_0 + \frac{t}{h}\Delta_1 + \frac{t(t-h)}{2h^2}\Delta_2 + \frac{t(t-h)(t-\frac{1}{2}h)}{2 \cdot 3h^3}\Delta_3$$
$$+ \frac{(t+h).t.(t-h)(t-2h)}{2.3\ 4.h^4}\Delta_4 + \frac{(t+h)t(t-h)(t-2h)(t-\frac{1}{2}h)\Delta_5}{2\ 3\ 4\ 5\ h^5} \ldots$$

Для удобства вычисленія по сей формулѣ, развернемъ скобки и расположимъ члены по восходящимъ степенямъ количества $\left(\frac{t}{h}\right)$: найдемъ

$$y_n = y_0 + A\left(\frac{t}{h}\right) + B\left(\frac{t}{h}\right)^2 + C\left(\frac{t}{h}\right)^3 + D\left(\frac{t}{h}\right)^4 + E\left(\frac{t}{h}\right)^5 \quad (8)$$

положивъ для сокращенія

$$A = \Delta_1 - \tfrac{1}{2}\Delta_2 + \tfrac{1}{12}\Delta_3 + \tfrac{1}{12}\Delta_4 - \tfrac{1}{120}\Delta_5,$$
$$B = \tfrac{1}{2}\Delta_2 - \tfrac{1}{4}\Delta_3 - \tfrac{1}{24}\Delta_4 + \tfrac{1}{48}\Delta_5,$$
$$C = \tfrac{1}{6}(\Delta_3 - \tfrac{1}{2}\Delta_4),$$

$$D = \frac{1}{24}\left(\Delta_4 - \frac{1}{2}\Delta_5\right),$$
$$E = \frac{1}{120}\Delta_5.$$

Въ большей части вопросовъ Практической Астрономіи, разности 4-го порядка равны нулю, или бываютъ столь малы, что можно ими пренебречь: для сихъ случаевъ положивъ $\Delta_4 = 0$ и $\Delta_5 = 0$, наши уравненія обратятся въ

$$y_n = y_0 + A\left(\frac{t}{h}\right) + B\left(\frac{t}{h}\right)^2 + C\left(\frac{t}{h}\right)^3 \qquad (9),$$

гдѣ $A = \Delta_1 - \frac{1}{2}\Delta_2 + \frac{1}{12}\Delta_3,$

$$B = \frac{1}{2}\left(\Delta_2 - \frac{1}{2}\Delta_3\right),$$
$$C = \frac{1}{6}\Delta_3$$

84. Изложенная нами теорія непосредственно примѣняется къ составленію таблицъ логариѳмовъ, тригонометрическихъ линій, и проч. Здѣсь ограничимся приложеніемъ ея къ астрономическимъ календарямъ.

Во всѣхъ эфемеридахъ показываются мѣста свѣтилъ отъ 24 до 24 час., или отъ 12 до 12, или даже отъ 3 до 3 часовъ. Такъ на прим. въ издаваемомъ у насъ *Морскомъ мѣсяцословѣ* прямое восхожденіе и склоненіе солнца дается для момента истиннаго и средняго полдня (въ Гринвичѣ) каждыхъ сутокъ; широта и долгота луны для средняго полдня и полночи, а прямое ея восхожденіе и склоненіе, также какъ и разстояніе луны отъ солнца и нѣкоторыхъ звѣздъ и планетъ для каждыхъ 3-хъ часовъ средняго времени, т. е. для 0, 3, 6, 9 час. Еслибы всѣ сіи величины возрастали или уменьшались пропорціонально времени, то мѣсто свѣтила для даннаго промежуточнаго момента опредѣлилось бы посредствомъ простой пропорціи. Но какъ этого не существуетъ, то необходимо разсматривать числа эфемеридъ за такія, между коими слѣдуетъ интерполировать другія, соотвѣтствующія даннымъ. Въ сихъ случаяхъ пріискиваютъ въ эфемеридахъ числа, между коими искомое должно заключаться; берутъ какъ предшествующія, такъ и непосредственно послѣдующія онымъ; выводятъ изъ нихъ разности 1-го, 2-го, 3-го, порядка, и принявъ въ выраженіи $\frac{t}{h}$, знаменатель h за промежутокъ времени между тѣми моментами, для коихъ показаны въ эфемеридахъ приисканныя величины, а t за промежутокъ времени, протекшій между даннымъ моментомъ и соотвѣтствующимъ предшествующему числу, (которое выразить въ форм. [6] и [8] членъ y_0), получать послѣ того возможность вычислить величину y_n въ формулѣ (8) или (9).

85. Объяснимъ это примѣрами:

I. Требуется $\frac{17}{29}$ Марта 1839 года найдти склоненіе солнца для $7^ч\ 35'\ 27''$ истин. врем. въ Гринвичѣ. Такъ какъ въ мѣсяцословѣ дано склоненіе ⊙ для момента полдня каждыхъ сутокъ, то $h = 24$ час., $t = 7^ч\ 35'\ 27''$ Изъ предшествующихъ величинъ искомому склоненію, соотвѣтствующихъ 16 и 17 Марту, и послѣдующихъ 18 и 19 Марта: составляемъ разности:

	склоненіе	1-я разн.	2-я разн.	3-я разн.
16 Марта..	.2° 50′ 7″,9			
		+ 0° 23′ 23″,9		
17 «	...3. 13. 31,8		— 3″,7	
		+ 0. 23. 20, 2		— 0″,3
18 «	....3. 36. 52,0		— 4,0	
		+ 0. 23. 16, 2		
19 «	...4. 0. 8,2			

Здѣсь $y_0 = 3°\ 13'\ 31'',8$, $\Delta_1 = 0°\ 23'\ 20'',2 = +\ 1400'',2$ $\Delta_2 = -\ 3'',85$ и $\Delta_3 = -\ 0'',3$. Вотъ ходъ вычисленія по урав. (9):

$\Delta_1 = +\ 1400'',200$
$\frac{1}{2}\Delta_2 = +\ \ \ 1,\ 925$
$\frac{1}{12}\Delta_3 = -\ \ \ 0,\ 025$
$A = +\ 1402,\ 100$

$\frac{1}{2}\Delta_2 = -\ 1'',925$
$\frac{1}{4}\Delta_3 = +\ 0,\ 075$
$B = -\ 1,\ 850$

$C = -\ 0'',05$

t....4. 4365920
доп. 24ч..$\bar{5}$. 0634865

$\frac{t}{h}$...$\bar{1}$. 5000785
A...3. 1467790
2. 6468575

2-я степ....$\bar{1}$. 00016
B.......0. 26717 —
$\bar{1}$. 26733 —
— 0″,19

3-я степ.....$\bar{2}$. 5002
C........$\bar{2}$. 6990 —
3. $\bar{1}$992 —
— 0″,001

1-й членъ $= +\ 0°\ 7'\ 23'',46$
2-й « $=$ — 0,19
$y_0 =$ + 3. 13. 31,80
3. 20. 55,07 = иском. склон. ⊙.

II. 1839 г. 1-го Января требовалось найдти для $7^ч\ 30'\ 27'',5$ сред. гринвическаго времени, прямое восхожденіе луны. Такъ какъ въ мѣсяцословѣ Æ☾ дано для каждыхъ трехъ часовъ, то приискиваемъ для 3, 6, 9 и 12 час. и потомъ беремъ последовательныя разности:

		1-я разн.	2-я разн.	3-я раз.
Января 1-го въ $3^ч$...	$Ꭿ☾ = 8^ч\ 14'\ 18'',89$			
		$+413'',24$		
6.......	..8. 21. 12,13		$-4'',14$	
		$+409,\ 10$		$-0''02$
9.........	8. 28. 1,23		$-4,16$	
		$+404,\ 94$		
12.........	8. 34. 46,17			

Здѣсь $t = 1^ч\ 30'\ 27'',5$, $h = 3^ч = 10800''$, $\Delta_1 = +409'',10$ $\Delta_2 = -4,15$, $\Delta_3 = -0'',02$; $A = 411'',173$, $B = -2'',07$, $C = -0'',003$.

t....3. 7345998			
доп. h....$\bar{5}$. 9665762			
$\bar{1}$. 7011760	2-я степ. $\bar{1}$. 40235	3-я степ. $\bar{1}$. 1035
A....2. 6140246	B.......0. 31597 —	C ... .$\bar{3}$. 4771 —
2. 3152006	$\bar{1}$. 71832 —	$\bar{4}$. 5816 —
	2-й чл. $= -0'',522$	3-й чл. $= 0,000$

1-й чл. $= 0^ч\ 3'\ 26'',633$
2-й » $= -\quad 0,522$
$y_0 \quad = 8.\ 21.\ 12,13$

8. 24. 38,241 $=$ Ꭿ☾ для $7^ч\ 30'\ 27'',5$.

86. Не рѣдко встрѣчается надобность рѣшать обратнаго рода вопросы, именно: отыскивать моментъ времени, соотвѣтствующій данному Ꭿ☾, или разстоянію ея отъ солнца или какой либо звѣзды: въ семъ случаѣ, приискавъ въ эфемеридахъ величины, между коими данная заключается и выведя изъ нихъ разности 1-го, 2-го, 3-го порядка, а потомъ величину коефиціентовъ A, B, C въ форм. (9), принимаютъ въ ней y_n за данное число, y_0 за ближайшее меньшее приисканное въ эфемеридахъ, и t за промежутокъ времени, протекшій между искомымъ и тѣмъ моментомъ, который соотвѣтствуетъ количеству y_0. Положивъ $y_n - y_0 = m$ и $\frac{t}{h} = x$, урав. (9) обратится въ

$$m = Ax + Bx^2 + Cx^3 \,.. \qquad .(10).$$

Для опредѣленія отсюда x, принимаютъ на 1-й разъ 2-й и послѣдующіе члены равными нулю, (ибо они всегда бываютъ весьма малы), и для 1-го приближенія получатъ

$$m = Ax, \text{ откуда } x = \frac{m}{A}.$$

Подставя сію величину во 2-й и 3-й членъ вмѣсто x, для 2-го приближенія будетъ

$$x = \frac{m}{A} - \frac{B}{A}\left(\frac{m}{A}\right)^2 - \frac{C}{A}\left(\frac{m}{A}\right)^3$$

Если величину x изъ сего урав. определяемую снова подставимъ въ члены Bx^2 и Cx^3 и совершимъ вычисленіе, то x получится съ строжайшею точностію; когда же величина x будетъ найдена, тогда изъ урав. $x = \frac{t}{h}$ получимъ

$$t = hx;$$

послѣ чего приложивъ это количество t къ времени τ, соотвѣтствующему ближайшей меньшей величинѣ y_0, сумма $\tau + t$ выразитъ искомое время T.

На прим. найдемъ моментъ средняго гринвическаго времени въ Январѣ 1839 года, въ который разстояніе луны отъ солнца было 41° 40′ 10″. Изъ Морск. Мѣсяцослова того года, видимъ, что разстоянія между коими данное заключается были 18 Января, а именно:

		1-я разн.	2-я разн.	3-я разн.
въ 3ч	....39° 20′ 14″			
		+1° 38′ 55″		
6	....40. 59. 9		+5″	
		+1. 39. 0		—1″,0
9	..42. 38. 9		+4.	
		+1. 39. 4		
12	...44. 17. 13			

Здѣсь $h = 3^ч$, $\tau = 6^ч$, $m = 41° 40' 10'' - 40° 59' 9'' = 0° 41' 1'' = 2461''$, $\Delta_1 = 1° 39' 0'' = 5940''$ $\Delta_2 = +4'',5$, $\Delta_3 = -1'',0$; послѣ чего получимъ $A = 5937'',667$, $B = +2'',5$, $C = -0,1666$. Вотъ ходъ вычисленія:

m. ..3. 3911116
доп. A ...$\bar{4}$. 2263842

$\bar{1}$. 6174958............ ..$\frac{m}{A} = 0,4144726$

$\left(\frac{m}{A}\right)^2$.$\bar{1}$. 23499 —
B 0. 39794
доп. A $\bar{4}$. 22638

$\bar{5}$. 85931 — .. 2-й чл. $= -0,0000723$

$\left(\frac{m}{A}\right)^3$. $\bar{2}$. 8525 —

С . . . . $\bar{1}$. 2217 —

доп. А . . . $\bar{4}$. 2264

$\bar{6}$. 3006 + ... 3-й чл. $= +$ 0,0000020

$x =$ 0,4144023 для 2-го прибл.

x . . . . $\bar{1}$. 6174221

h 4. 0334238

t . . . . 3. 6508459 . . . . . $t = 1^ч\ 14'\ 35'',55$

$\tau = 6$

$T = 7.\ 14.\ 35,55$

87 Въ заключеніе присовокупимъ, что не взирая на легкость вычисленія, изложеннаго нами въ чл. 85 и 86, многіе астрономы предпочитаютъ рѣшать вышепредложенные вопросы инымъ образомъ, а именно:

Взявъ урав. (6)

$$y_n = y_0 + n\,\Delta_1 + \frac{n(n-1)}{2}\,\Delta_2 + \frac{n(n-1)\left(n-\frac{1}{2}\right)}{2\ \ 3}\,\Delta_3 + .$$

изобразимъ его коеффиціенты, начиная со 2-го члена, чрезъ T′, T″, T‴ ., отъ чего оно приметъ видъ:

$$y_n = y_0 + T'\Delta_1 + T''\Delta_2 + T'''\Delta_3 + T^{IV}\Delta_4 + T^{V}\Delta_5.$$

Если вмѣсто $n = \frac{t}{h}$ станемъ послѣдовательно подставлять $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$. и потомъ возьмемъ логариѳмы ихъ, то получится слѣдующая таблица:

$h = 24^ч$	$12^ч$	15′	log T′	log T″	log T‴	log. T^{IV}	log. T^{V}
$2^ч$	$1^ч$	$0^ч15'$	8. 9208188	8. 58200—	7. 72467	7. 82013	6. 74095—
4.	2.	0. 30	9. 2218487	8. 84164—	7. 88739	8. 09264	6. 91655—
6.	3.	0. 45	9. 3979400	8. 97197—	7. 89279	8. 23274	6. 93171—
8.	4.	1. 0	9. 5228787	9. 04576—	7. 79048	8. 31336	6. 83624—
10.	5.	1. 15	9. 6197887	9. 08468—	7. 52837	8. 35633	6. 57818—
12.	6.	1. 30	9. 6989700	9. 09691—	— ∞	8. 36991	— ∞
14.	7.	1. 45	9. 7659167	9. 08468—	7. 52837—	8. 35633	6. 57818
16.	8.	2. 0	9. 8239087	9. 04576—	7. 79048—	8. 31336	6. 83624
18.	9.	2. 15	9. 8750613	8. 97197—	7. 89279—	8. 23274	6. 93171
20.	10.	2. 30	9. 9208187	8. 84164—	7. 88739—	8. 09264	6. 91655
22.	11.	2. 45	9. 9622115	8. 58200—	7. 72467—	7. 82013	6. 74095

Очевидно, что эта таблица доставляетъ легкое средство интерполировать 11 чиселъ между какими либо данными. Такимъ образомъ, если въ эфемеридахъ мѣста свѣтилъ даны отъ 24 до 24, то интерполируемыя числа будутъ соотвѣтствовать для каждыхъ 2-хъ часовъ; если отъ 12 до 12, то для каждаго часа, и наконецъ если отъ 3-хъ до 3-хъ, то для каждыхъ 15′.

Такъ на прим. $\frac{1}{13}$ Января 1839 года требовалось опредѣлить Æ☾, для $7^ч\ 30'$ и $7^ч\ 45'$: прискавъ въ Мор. Мѣсяцословѣ Æ☾ для $3^ч$, $6^ч$, $9^ч$ и $12^ч$ и возьмемъ послѣдовательныя разности:

	Æ☾	1-я разн.	2-я разн.	3-я разн.
Января $\frac{1}{13}$ въ $3^ч$..	.$8^ч$ 14′ 18″,89			
		+ 413″,24		
6 ..	.8. 21. 12,13		— 4″,14	
		+ 409,10		— 0,02
9 ..	.8. 28. 1,23		— 4,16	
		+ 404,94		
12	8. 34. 46,17			

Здѣсь $\Delta_1 = +409'',10$, $\Delta_2 = -4'',15$, $\Delta_3 = -0'',02$, $t = 1^ч\ 30'$ и $= 1^ч\ 45'$. Приискиваемъ въ таблицѣ T′, T″,... для сихъ величинъ t:

	для $7^ч\ 30'$		для $7^ч\ 45'$	
$\log\Delta_1 =$	2.6118295........		...2.6118295	
$\log T' =$	9.6989700....		.......9.7659167	
	2.3107995...	3′ 24″,550	2.3777462....	3′ 58″,642
$\log\Delta_2 =$	0.61805 —....		.......0.61805 —	
$\log T'' =$	9.09691 —. ..		... ..9.08468 —	
	$\bar{1}$.71496 +. .	+ 0,519	$\bar{1}$.70273 +.....	+ 0,504
	сумма =	3. 25″,069		3′ 59″,146
	y_0 =	8. 21. 12,13		8. 21. 12,13
	искомое =	8. 24. 37,199		8. 25. 11,276

88. Но еслибы требовалось найдти Æ☾ для моментъ промежуточнаго между $7^ч\ 30'$ и $7^ч\ 45'$, какъ на прим. для $7^ч\ 30'\ 27'',5$, то достаточно было бы вычесть одинъ изъ найденныхъ нами результатовъ изъ другаго, и разность $8^ч\ 25'\ 11'',276 - 8^ч\ 24'\ 37'',199 = 34'',077$ выразила бы движеніе луны въ прямомъ восхожденіи въ теченіи 15′; послѣ чего составляемъ пропорцію

$$15' \text{ или } 900'' : 34'',077 = 27'',5 : x$$

откуда $$x = \frac{34{,}077 \times 27'',5}{900} = 1'',041$$

и наконецъ получимъ: Æ☾ для $7^ч\ 30'$ .. $8^ч\ 24'\ 37'',199$
для 0. 0. 27'',5 ... 1, 041

искомое Æ☾ 8. 24. 38'',240

Изъ этого примѣра легко видѣть, что для отысканія по этому способу мѣста свѣтила для какого либо даннаго момента, надобно сперва, съ помощію вышепредложенной таблицы, интерполировать между приисканными въ эфемеридахъ числами такія два, между коими заключалось бы искомое: разность сихъ результатовъ выразитъ движеніе свѣтила въ теченіи $2^ч$, или $1^ч$ или 15', смотря потому даны ли въ эфемеридахъ мѣста свѣтилъ отъ 24 до 24, или отъ 12 до 12, или отъ 3 до 3 часовъ. Послѣ того останется посредствомъ простой пропорціи, опредѣлить движеніе свѣтила въ теченіи промежутка времени между даннымъ моментомъ и соотвѣтствующимъ найденному ближайшему меньшему.

Обратный вопросъ, т. е. опредѣленіе момента времени, соотвѣтствующаго данному мѣсту свѣтила, рѣшается такимъ же образомъ.

ГЕОДЕЗІЯ.

ВСТУПЛЕНІЕ.

—

Самое значеніе слова *Геодезія* (*Γεωδαισία, γῆ* — земля, *δαίω* — дѣлю, разрѣзываю), показываетъ, что нѣкогда симъ именемъ называлось искусство дѣленія земной поверхности на участки, и составляло часть Геометріи, подъ которою первоначально разумѣлось *землеизмѣреніе* (*); въ послѣдствіи времени Геометрія приняла видъ науки отвлеченной о свойствахъ протяженій вообще; Геодезія же въ своемъ видѣ оставалась весьма долго, и только въ концѣ прошедшаго столѣтія труды Французскихъ ученыхъ возвели ее на степень науки, занимающей важное мѣсто въ Прикладной Математикѣ.

Геодезія въ нынѣшнемъ своемъ состояніи, имѣетъ цѣлію *изслѣдованіе общаго вида земной поверхности и изображеніе ея на бумагѣ.* Она раздѣляется на *Высшую,* или собственно такъ называемую *Геодезію* и на *Низшую* или *Топографію.*

Высшая Геодезія занимается опредѣленіемъ положенія главнѣйшихъ точекъ значительно-большой страны, принимая во вниманіе общую кривизну земной поверхности.

Подъ названіемъ земной поверхности, здѣсь разумѣется умственно продолженная во всѣ стороны поверхность океана, какъ такая, кривизна которой можетъ быть подвергнута строгимъ математическимъ изслѣдованіямъ. На нее воображаютъ себѣ опущенные перпендикуляры изъ всѣхъ опредѣляемыхъ точекъ, находящихся на сушѣ; подошвы этихъ перпендикуляровъ составляютъ такимъ образомъ *проложенія* или

(*) *Γεωμετρία* — *γῆ* — земля; *μέτρον* — мѣра.

проэкціи точекъ на поверхности, неимѣющей никакихъ частныхъ неровностей.

На этой поверхности проложенія точекъ соединяются между собою линіями (дугами большихъ круговъ земнаго шара) такъ, что всѣ онѣ составляютъ непрерывную сѣть треугольниковъ. Углы и бока сихъ треугольниковъ, равно какъ и возвышенность точекъ надъ моремъ, опредѣляются посредсвомъ *дѣйствій,* собственно такъ называемыхъ, *геодезическихъ;* абсолютныя же мѣста точекъ на земномъ шарѣ, (широта и долгота) посредствомъ *дѣйствій астрономическихъ.*

Разумѣется, что астрономически можно опредѣлять широту и долготу *каждой* земной точки, и въ такомъ случаѣ, геодезическимъ дѣйствіямъ осталось бы только измѣреніе возвышенности точекъ надъ моремъ; но для сего потребовалось бы весьма много времени, и потому астрономическими дѣйствіями обыкновенно опредѣляется только одна точка сѣти (съ азимутомъ бока), да нѣкоторыя другія для повѣрки; положеніе же остальныхъ вычисляется изъ треугольниковъ, измѣренныхъ геодезически.

Дѣйствія геодезическія, вмѣстѣ съ принадлежащими къ нимъ астрономическими, имѣютъ цѣль двоякую: 1) изслѣдованіе общаго вида и величины земли, и 2) составленіе изображеній значительнаго пространства земной поверхности, т. е. *картъ* разнаго рода.

Подъ названіемъ общаго вида земли разумѣется тотъ видъ, который имѣетъ поверхность океана, умственно продолженная во всѣ стороны, какъ сказано выше. Изслѣдованіе свойствъ ея, производится посредствомъ измѣренія, въ различныхъ мѣстахъ, нѣсколькихъ дугъ меридіана — узнается длина каждой дуги, и число градусовъ въ дугѣ заключающееся: еслибы длины вездѣ были въ точности пропорціональны съ числомъ градусовъ, то слѣдовало бы заключить, что поверхность повсюду имѣетъ одинаковую кривизну, а это свойство принадлежитъ одному только шару; если же точной пропорціи между длинами и числомъ градусовъ не существуетъ (какъ это и есть дѣйствительно), то изъ найденныхъ разностей можно опредѣлить отступленія поверхности отъ правильнаго шара, длину ея осей, сжатость, и проч.

Касательно составленія картъ, должно замѣтить предварительно, что земная поверхность, будучи шаровидною, на плоскости развернута быть не можетъ, какъ коническая, или цилиндрическая. Слѣдственно всякое изображеніе ея на плоскости дѣлается не иначе, какъ съ нарушеніемъ вѣрности въ относительномъ расположеніи разныхъ точекъ. Уклоненія отъ истины возрастаютъ съ величиною изображаемаго участка и значительно зависятъ сверхъ того, отъ самой системы, т. е. проэкціи, по которой изображеніе выполняется. Проэкціи бываютъ различныя, болѣе или менѣе удобныя, смотря по величинѣ карты и ея назначенію; онѣ однако состоятъ существенно въ томъ, что на бумагу наносится, такъ называемая *географическая сѣтка,* т. е. два ряда линій, представляющихъ направленія меридіановъ и земныхъ параллелей; потомъ каждая изъ опредѣленныхъ точекъ соотвѣтственно ея широтѣ и долготѣ наносится на надлежащее мѣсто.

По начерченіи географической сѣтки и нанесеніи точекъ, остается еще, для полнаго составленія карты, означить на ней города, селенія, берега морей и озеръ, рѣки, дороги, границы и проч. Данности сіи заимствуются изъ такъ называемыхъ *плановъ* мѣстности.

Планомъ мѣстности называется подробное изображеніе на бумагѣ *горизонтальнаго* очерка предметовъ, находящихся на земной поверхности. При составленіи (или, такъ называемой, *съемкѣ)* плана, слѣдственно, должно бы было воображать опущенными изъ разныхъ точекъ на поверхность океана перпендикуляры, какъ то сказано выше, и подошвы перпендикуляровъ соединять линіями, соотвѣтствующими дѣйствительному очертанію каждаго предмета. Это такъ и дѣлается, съ одною только важною отмѣною, а именно: такъ какъ каждый планъ представляетъ пространство весьма малое въ сравненіи съ размѣрами земнаго шара, то на немъ кривизна поверхности океана бываетъ совершенно неощутительною, и потому она во все не принимается во уваженіе, а перпендикуляры опускаются просто на *горизонтальную плоскость.*

Чрезъ такую замѣну шаровой поверхности плоскостію, получается та выгода, что работа можетъ быть производима посредствомъ весьма легкихъ пріемовъ, основанныхъ на первыхъ простыхъ началахъ Геометріи; въ изображеніи же предметовъ не можетъ произойдти значительной погрѣшности — такъ что весьма многіе планы, будучи сложены вмѣстѣ, составляютъ часть многогранника, почти сливающуюся съ соотвѣтствующею ей частію земнаго шара.

Планъ представляетъ *горизонтальное* очертаніе предметовъ, и потому не можетъ выразить никакого ската земной поверхности, кромѣ обрывовъ, т. е. наклоновъ вертикальныхъ. Посему, для доставленія о мѣстности яснаго понятія, пополненіемъ плановъ служатъ такъ называемыя *разрѣзы* или *профили:* воображаютъ, что на данномъ мѣстѣ и въ данномъ направленіи проведена вертикальная плоскость, и сѣченіе ея съ земною поверхностію начертывается на бумагѣ. Дѣйствіе, посредствомъ коего получаются профили, называется *нивеллированіемъ* или *нивеллировкою.*

Видоизмѣненія земной поверхности, опредѣляемыя нивеллировкою (или даже просто глазомѣромъ), наносятся на планъ особенными условными знаками.

Правила выраженія мѣстности въ планѣ и профилѣ, равно какъ и употребленія при томъ разнаго рода инструментовъ, наконецъ рѣшеніе различныхъ вопросовъ касательно дѣленія снятыхъ участковъ земли въ данномъ содержаніи — все это составляетъ предметъ *Низшей Геодезіи* или *Топографіи.*

ВЫСШАЯ ГЕОДЕЗІЯ.

ОТДѢЛЕНІЕ I.

ИНСТРУМЕНТЫ.

ГЛАВА I.

Общія понятія объ устройствѣ инструментовъ.

§ 1. Инструменты, употребляемые при производствѣ астрономическихъ и геодезическихъ наблюденій бываютъ двоякаго рода: одни служатъ для доставленія возможности отсчитывать на часахъ моментъ прохожденія свѣтилъ чрезъ какой либо кругъ вертикала, другіе для измѣренія угловъ. Перваго рода орудія именуются *инструментами пасажными*, а другаго — *угломѣрными*.

§ 2. Пасажные инструменты состоятъ вообще изъ зрительной трубы съ придѣланною къ ней подъ прямымъ угломъ *осью вращенія*, концы коей кладутся на подпорки, утверждаемыя на твердомъ подножіи. Внутри трубы натягиваются нити. Очевидно, что если ось трубы будетъ приведена въ положеніе горизонтальное, а лучь зрѣнія, направленный чрезъ пересѣченіе нитей будетъ линія къ ней перпендикулярная, то при движеніи трубы, сія линія опишетъ плоскость отвѣсную, которая, будучи продолжена во всѣ стороны, пересѣчетъ небесную сферу по направленію круга вертикала.

§ 3. Устройство всѣхъ угломѣрныхъ снарядовъ основано на геометрическихъ началахъ измѣренія угловъ дугами круга, именно: если въ плоскости измѣряемаго угла ACB (чер. 23) помѣщенъ кругъ, раздѣленный на градусы, и имѣющій движущійся діаметръ, и если сей послѣдній будетъ направленъ сперва по линіи AC, а потомъ по линіи BC, то оконечность его опишетъ дугу *ab* или *a'b'*, число градусовъ коей изобразитъ величину угла ACB.

§ 4. Каждый угломѣрный инструментъ состоитъ:

Во 1-хъ) изъ мѣднаго круга (называемаго *лимбомъ*), въ видѣ плоскаго кольца, соединяемаго со своею срединою посредствомъ нѣсколькихъ спицъ. Верхняя поверхность сего кольца, дѣлаемая всегда изъ серебра, дѣлится со всевозможною точностію на 360 градусовъ, и каждый градусъ еще на нѣсколько частей, смотря по величинѣ круга.

Во 2-хъ) изъ другаго круга, называемаго *алидаднымъ кругомъ*, плотно входящаго въ кругъ лимба и своею внѣшнею окружностію прилежащаго къ дѣленіямъ послѣдняго. Къ сему кругу, (имѣющему также видъ кольца, соединяемаго съ своею срединою посредствомъ нѣсколькихъ спицъ), придѣлывается зрительная труба внутри коей натягиваются крестообразно шелковыя или паутинныя нити.

Въ 3-хъ) изъ треножника, служащаго подножіемъ выше сказанныхъ круговъ.

Самое же устройство каждаго угломѣрнаго снаряда зависитъ отъ цѣли назначенія онаго, такъ на прим.

a) Если онъ предназначается для измѣренія угла между самыми предметами, то необходимо, чтобы лимбъ могъ устанавливаться въ плоскости измѣряемаго угла, а труба была на глухо утверждена на алидадномъ кругѣ въ положеніи параллельномъ къ плоскости онаго. Очевидно, что если лимбъ будетъ укрѣпленъ неподвижно, а труба движеніемъ алидаднаго круга, будетъ наведена сперва на одинъ предметъ A (чер. 23), а потомъ на другой B, то каждая точка, на прим. *o*, окружности алидаднаго круга, опишетъ по окружности лимба дугу *oo'*, равную дугѣ *ab*, служащей мѣрою угла ACB. Съ сею цѣлію, для доставленія возможности отсчитывать упомянутое число градусовъ, на краю алидаднаго круга означается черточка, именуемая *показателемъ* или *индиксомъ.*

b) Если цѣль назначенія угломѣрнаго снаряда состоитъ въ измѣреніи *азимутельныхъ угловъ,* т. е. горизонтальныхъ проложеній угловъ между предметами, то къ трубѣ придѣлываются подобно какъ къ трубѣ пасажнаго инструмента (§ 2), ось вращенія, концы коей, вкладываются въ гнѣзда двухъ подпорокъ, утверждаемыхъ на глухо на алидадномъ кругѣ. Подпорки сіи должны имѣть одинаковую длину, для того, чтобы ось вращенія была параллельна къ лимбу, а слѣд. чтобы труба описывала плоскость перпендикулярную къ плоскости онаго. Изъ сего явствуетъ, что если лимбъ будетъ укрѣпленъ въ положеніи горизонтальномъ, а труба движеніемъ алидаднаго круга будетъ наведена сперва на предметъ А, (чер. 23), а потомъ на предметъ В, то упомянутый показатель, означенный на краю алидаднаго круга, опишетъ по окружности лимба дугу oo', равную дугѣ ab, измѣряющей двугранный уголъ, образуемый отвѣсными плоскостями, проходящими чрезъ данные предметы, а слѣд. изображающей величину требуемаго горизонтальнаго проложенія.

Наконецъ *c*) если угломѣрный снарядъ предназначается для измѣренія зенитныхъ разстояній, то устройство онаго, должно доставлять возможность приводить плоскость лимба въ положеніе отвѣсное, а труба должна быть укрѣплена къ алидадному кругу въ положеніи къ нему параллельномъ, подобно какъ въ инструментахъ 1-го разряда. Въ семъ случаѣ, если вообразимъ себѣ, что лимбъ приведенъ въ положеніе вертикальной плоскости, проходящей чрезъ наблюдаемый предметъ, а трубѣ дано направленіе отвѣсное, и замѣчено положеніе показателя o, то наведя ее потомъ на самый предметъ, показатель опишетъ по кругу лимба дугу, измѣряющую требуемое зенитное разстояніе.

§ 5. Въ заключеніе объ устройствѣ вообще всѣхъ угломѣрныхъ инструментовъ присовокупимъ, что

1) въ снарядахъ, предназначаемыхъ для измѣренія азимутальныхъ и зенитныхъ разстояній, приведеніе оси вращенія трубы въ горизонтальное положеніе, или оси вращенія лимба

въ отвѣсное, совершается посредствомъ особаго снаряда, именуемаго *уровнемъ.*

2) Для доставленія возможности опредѣлять величину измѣряемаго угла въ мелчайшихъ доляхъ градуса, съ боку показателя или индикса, означается на краю алидаднаго круга особаго рода дѣленіе, называемое *верньеромъ* или *поніусомъ.*

3) Къ числу принадлежностей каждаго угломѣрнаго снаряда принадлежатъ винты, изъ коихъ одни, называемые *ножными* или *подъемными,* служатъ для приведенія инструмента въ приличное положеніе; другіе, именуемые *крѣпительными* или *нажимательными,* для укрѣпленія лимба и алидаднаго круга въ положеніи неподвижномъ, и наконецъ третьи называемые *микрометрическими,* даютъ какъ лимбу, такъ и алидадному кругу весьма медленное или малое движеніе. Съ помощію сихъ послѣднихъ, пересѣченіе нитей трубы наводится съ совершенною точностію на наблюдаемый предметъ.

Займемся теперь объясненіемъ теоріи устройства и употребленія зрительныхъ трубъ, верньера и уровня, какъ главнѣйшихъ принадлежностей каждаго угломѣрнаго снаряда.

a) ТРУБЫ.

§ 6. Прежде чѣмъ приступимъ къ описанію устройства зрительныхъ трубъ, дѣлаемыхъ въ угломѣрныхъ снарядахъ, считаемъ полезнымъ предварительно изложить тѣ начала Оптики, которыя служатъ основаніемъ устройства и употребленія какъ зрительныхъ трубъ, такъ и нѣкоторыхъ другихъ снарядовъ, употребляемыхъ при дѣйствіяхъ астрономическихъ и геодезическихъ.

§ 7. Главный законъ преломленія лучей свѣта, служащій основаніемъ всей Діоптрики, состоитъ въ томъ, что если лучь свѣта AB (чер. 24) упадаетъ подъ какимъ нибудь острымъ угломъ на плоскость MN прозрачнаго вещества иной плотности, нежели то, въ коемъ онъ прежде находился, то въ точкѣ B, онъ уклоняется отъ прежняго своего направленія AA′, такимъ образомъ, что

1) Онъ остается послѣ уклоненія въ той же самой плоскости, проходящей чрезъ его первоначальное направленіе AB

и перпендикуляръ BP, возставленный къ плоскости MN изъ точки B прикосновенія.

2) При переходѣ изъ рѣдчайшей среды въ плотнѣйшую, направленіе преломленнаго луча приближается къ перпендикуляру BQ, отъ чего и уг. $CBQ < ABP$. Противное происходитъ при переходѣ луча свѣта изъ среды плотнѣйшей въ рѣдчайшую, т. е. онъ приметъ направленіе на прим. прямой BC′, образующей съ BQ уг. $C'BQ > ABP$. Уголъ ABP называется *угломъ паденія*, а уг. QBC′ *угломъ преломленія*.

3) Отношеніе синуса угла паденія ABP къ синусу угла преломленія CBQ или C′BQ, всегда постоянно, и зависитъ отъ степени плотности веществъ, взаимно касающихся (*). Отношеніе это, называется *показателемъ преломленія*.

4) Если лучь свѣта падаетъ на поверхность MN перпенпендикулярно, какъ на прим. PB, то въ семъ случаѣ преломленія не произойдетъ, т. е. лучь BQ не измѣнитъ своего первоначальнаго направленія.

§ 8. Лучь AB (чер. 24), упадающій на поверхность MN не весь преломляется, но часть онаго отражается отъ поверхности MN; отъ этого происходитъ, что преломленный лучь теряетъ часть своей ясности. Можетъ даже случиться, что при переходѣ изъ плотнѣйшей среды въ рѣдчайшую, преломленія во все не произойдетъ, ибо если предположимъ, что ABC′ (чер. 24) есть лучь свѣта, перешедшій изъ хрусталя въ воздухъ, то $\frac{\sin ABP}{\sin QBC'} = \frac{11}{17}$, отсюда $\sin C'BQ = \frac{17}{11}\sin ABP$. Но какъ всякій синусъ менѣе радіуса, то для возможности преломленія необходимо, чтобы $\sin C'BQ$ былъ < 1, или $\sin ABP < \frac{11}{17}$; поелику же уголъ, коего синусъ $= \frac{11}{17}$, соотвѣтствуетъ $40^\circ\,19'$, то уг. ABP долженъ быть $< 40^\circ\,19'$, или уг. $ABN > 49^\circ\,41'$ И дѣйствительно, опыты показываютъ, что если уг. $ABN < 49^\circ\,41'$ или уг. $ABP > 40^\circ\,19'$, то въ семъ случаѣ преломленіе не произойдетъ и лучь AB, упадающій

(*) При переходѣ луча изъ воздуха въ хрусталь, показатель преломленія будетъ $\frac{\sin ABP}{\sin CBQ} = \frac{17}{11}$.

на поверхность MN, отражается внутри стекла по направленію BD, образующему съ MN уг. $DBM = ABN$.

§ 9. Лучь, проходящій чрезъ стекло, ограниченное параллельными плоскостями, по выходѣ изъ онаго, остается параллельнымъ прежнему своему направленію. И въ самомъ дѣлѣ, если $MNN'M'$ (чер. 25) представляетъ такое стекло въ перпендикулярномъ разрѣзѣ и лучь AB переломляется при точкахъ B и B′, то проведя чрезъ сіи послѣднія прямыя PQ и P′Q′ перпендикулярныя къ MN, и изобразивъ показателя преломленія чрезъ *n*, получимъ

$$n = \frac{\sin ABP}{\sin B'BQ} = \frac{\sin A'B'P'}{\sin BB'Q'};$$

но какъ по условію уг. $B'BQ = BB'Q'$, то будетъ $\sin ABP = \sin A'B'P'$, или уг. $ABP = A'B'P'$, т. е. что линія A′B′ параллельна съ AB.

Вліяніе стекла въ семъ случаѣ будетъ состоять только въ томъ, что лучь B′A′ не будетъ продолженіемъ луча AB; но какъ толстота стекла въ сравненіи съ разстояніемъ отдаленныхъ предметовъ ничтожна, то ломанная ABB′A′ можетъ всегда быть принимаема за прямую.

§ 10. Возьмемъ прямоугольную призму, имѣющую въ основаніи равнобедренный прямоугольный треугольникъ ABC (чер. 26), т. е. коего уг. $A = B = 45^\circ$, и предположивъ, что лучь свѣта упадаетъ на бокъ AC параллельно основанію призмы, разсмотримъ свойства преломленія лучей, производимыхъ онюю:

1) Если падающій лучь, какъ на прим. *pm*, перпендикуляренъ къ сторонѣ AC, то (§ 7, 4-е) онъ войдетъ внутрь призмы безъ преломленія и встрѣтитъ сторону AB подъ угломъ $mqA = 45^\circ$; но какъ сей уг. $< 49^\circ\ 41'$, то лучь *pmq* (см. § 8) отразится отъ AB подъ угломъ $m'qB = mqA$ и выйдетъ изъ стороны CB также безъ преломленія, ибо уг. $qm'B = 90^\circ$ Въ семъ случаѣ, явленіе, производимое призмою, будетъ одинаково съ тѣмъ, какъ еслибы мы ее замѣнили плоскимъ зеркаломъ давъ ему положеніе по линіи AB, т. е. подъ угломъ въ 45° къ падающему лучу.

2) Если падающій лучь, какъ на прим. sm (чер. 27) находится въ углѣ pmA, (предполагая, что прямая pm перпендикулярна къ AC), то сей лучь преломившись стороною AC приблизится (§ 7, 2-е) къ перпендикуляру pq, и потому встрѣтитъ бокъ AB, подъ угломъ mkA $< 45°$, и потому *меньшимъ* чѣмъ $49°\ 41'$. Въ семъ случаѣ произойдетъ отраженіе подъ угломъ $m'k$B $= mk$A. Легко доказать, что сей отраженный лучь, преломившись стороною CB, приметъ направленіе линіи $s'm'$, составляющей съ стороною AB уголъ равный образуемому оною съ падающимъ лучемъ sm. И въ самомъ дѣлѣ, возставя изъ точки m' перпендикуляръ $p'q'$ къ CB, и изобразивъ углы паденія и преломленія при точкѣ m чрезъ α и β, а таковые же углы при m' чрезъ α' и β', въ слѣдствіе § 7, 3-е, получимъ $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'}$; но уг. $\beta = \beta'$, (что явствуетъ изъ подобства треугольниковъ mkq и $m'kq'$, какъ имѣющихъ углы при q и q' равные $180° - 45°$, а уг. mkA $= m'k$B); слѣд. и уг. $\alpha = \alpha'$, или что все равно уг. smA $= s'm'$B. Поелику же уг. A $=$ B $= 45°$, то заключаемъ, что падающій лучь sm и вторично переломленный $s'm'$ образуютъ съ стороною AB углы между собою равные.

Наконецъ 3-е) если лучь свѣта, какъ на прим. tm (чер. 28), упадаетъ въ углѣ pmC, т. е. по другую сторону перпендикуляра pq, возставленнаго къ AC изъ точки m прикосновенія, то преломленный лучь mn будетъ находиться въ углѣ mqA. Поелику уг. mkA $> mq$A $= 45°$, то можетъ произойдти одинъ изъ двухъ случаевъ: сей лучь или отразится отъ стороны AB, подобно какъ прежде, или преломившись стороною AB выйдетъ изъ призмы какъ kl, смотря потому будетъ ли уг. mkA $<$ или $>$ $49°\ 41'$ (см. § 8). Для изслѣдованія когда именно произойдетъ тотъ или другой случай, изобразимъ углы паденія и проломленія при m чрезъ α и β, т. е. уг. $pmt = \alpha$, $kmq = \beta$, и опредѣлимъ какой величины долженъ быть уг. α, чтобы уг. mkA былъ $= 49°\ 41'$. Изъ треугольника mkA, уг. Amk или $90° - \beta = 180° - (\mathrm{A} + k)$; отсюда $\beta = \mathrm{A} + k - 90° = 49°\ 41' + 45° - 90° = 4°\ 41'$; въ слѣдствіе же § 7, 3-е, имѣемъ $\sin\alpha = \frac{17}{11}\sin\beta$; подставя $4°\ 41'$

вмѣсто β, получимъ, по сдѣланіи вычисленія $\alpha = 7^\circ\,15'$. И такъ, всѣ лучи, образующіе съ перпендикуляромъ pm, углы α *меньшіе* чѣмъ $7^\circ\,15'$, будутъ отражаться отъ стороны AB, и потому свойства выведенныя для лучей, падающихъ въ углѣ pmA, имѣютъ здѣсь мѣсто; всѣ же прочіе лучи, т. е. кои образуютъ углы α *большіе* чѣмъ $7^\circ\,15'$, будутъ выходить изъ стороны AB преломляясь оною.

Вообще изъ всего вышеизложеннаго можемъ заключить, что всѣ лучи свѣта упадающіе на сторону AC равнобедренной прямоугольный призмы, и составляющіе углы Amt меньшіе $97^\circ\,15'$, по выходѣ изъ стороны BC, будутъ образовать съ стороною AB углы между собою равные, и потому дѣйствіе преломленія таковою призмою, одинаково съ явленіемъ отраженія лучей свѣта отъ плоскихъ зеркалъ съ тѣмъ только различіемъ, что плоскія зеркала не могутъ отражать лучей свѣта, падающихъ на нихъ подъ весьма острыми углами, тогда какъ призмы отражаютъ лучи не только параллельные съ ихъ наибольшею стороною, какъ dm (чер. 34) (*), но и находящіеся по другую сторону dm, какъ на прим. fm.

§ 11. Разсмотримъ теперь главныя свойства преломленія лучей свѣта стеклами, ограниченными сегментами сферическихъ поверхностей, какъ такихъ, которыя употребляются въ зрительныхъ трубахъ. Прямая линія, соединяющая геометрическіе центры сихъ поверхностей, называется *главною осью стекла.* Самыя же стекла бываютъ двоякія: *собирающія* и *разбрасывающія* или *разсѣевающія.* На чер. 30, представлены три различные рода первыхъ, а на чер. 33, вторыхъ.

Изъ началъ Оптики извѣстно, что

1) Въ каждомъ собирающемъ стеклѣ имѣется такая точка на главной оси стекла, что всякій лучь свѣта чрезъ оную проходящій не преломляется, т. е. по выходѣ изъ стекла не

(*) При семъ должно замѣтить, что если падающій лучь dm (чер. 34) параллеленъ съ стороною AB, то по отраженіи, вторично преломленный лучь будетъ имѣть направленіе $d'm'$ параллельное съ dm, и потому глазъ, приставленный въ d' будетъ видѣть предметъ d въ томъ же самомъ направленіи, какъ еслибы призмы во все не было.

измѣняетъ, прежняго своего прямолинейнаго направленія. Эта точка именуется *оптическимъ центромъ* стекла, а лучи свѣта, проходящіе чрезъ сію точку, *главными лучами.*

2) Если по направленію главной оси стекла помѣстится свѣтящаяся точка въ разстояніи безконечномъ отъ стекла, или говоря иными словами, если лучи свѣта, исходящіе изъ сей точки и упадающіе на стекло, имѣютъ направленіе параллельное оси стекла, то всѣ сіи лучи по выходѣ изъ онаго, по преломленіи, соединяются въ одной и той же точкѣ F (чер. 31), находящейся на главной оси стекла. Такая точка, именуется *главнымъ фокусомъ* стекла, а разстояніе FC оной отъ стекла *фокуснымъ разстояніемъ* (*).

3) Если свѣтящаяся точка, на прим. M (чер. 32) находится не по направленію главной оси стекла, но въ весьма близкомъ отъ ней разстояніи, или говоря иными словами, если лучи свѣта, исходящіе изъ сей точки образуютъ съ главною осью стекла весьма малые углы, то сіи лучи по преломленіи стекломъ, будутъ также соединяться въ одной и той же точкѣ m, которая будетъ всегда находиться на главномъ лучѣ M C m. Опустимъ изъ точекъ M и m перпендикуляры MO и mo на продолженіе главной оси стекла, и изобразимъ разстоянія подошвъ оныхъ, т. е. длину линій CO и Co чрезъ d и x, а фокусное разстояніе стекла чрезъ f: величина x опредѣлится изъ слѣдующаго уравненія:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f}, \text{ откуда } x=\frac{df}{d-f}.$$

§ 12. Поелику изъ этого уравненія величина x получается независимою отъ длины перпендикуляра OM, т. е. разстоянія свѣтящейся точки отъ направленія главной оси

(*) Если изобразимъ длину радіусовъ сферическихъ поверхностей собирательнаго стекла чрезъ R и r, а длину фокуснаго разстоянія чрезъ f, то сіе послѣднее, какъ доказывается въ Оптикѣ, опредѣляется уравненіемъ $f=\frac{11 \,.\, Rr}{6\,(R+r)}$. Изъ этого явствуетъ, что для двояко-выпуклаго стекла, имѣющаго $R=r$, будетъ $f=\frac{11}{12}\,.\,R$, а для плоско-выпуклаго стекла, для коего $r=\infty$, получимъ $f=\frac{11}{6}\,.\,R$.

стекла, то очевидно, что если на этомъ перпендикулярѣ будетъ помѣщенъ рядъ свѣтящихся точекъ, тогда соотвѣтствующія имъ точки соединенія лучей, будутъ находиться на перпендикулярѣ *om* въ обратномъ порядкѣ, или говоря другими словами, если MN (чер. 35) есть какой либо освѣщенный предметъ, то *mn* будетъ его дѣйствительное изображеніе за стекломъ въ превратномъ видѣ.

Далѣе вышепредложенное урав. показываетъ, что если положимъ

$d = \infty$, то получимъ $x = f$

$d = 100f$, « $x = f + \dfrac{f}{99}$,

$d = 2f$, « $x = 2f$,

$d = f$, « $x = \infty$,

$d < f$, « $x =$ отрицат. величинѣ.

Изъ сего явствуетъ, что 1-е) если удаленіе предмета безконечно, тогда происходитъ дѣйствительное изображеніе онаго въ главномъ фокусѣ. 2-е) Еслибы предметъ приблизился къ стеклу отъ разстоянія безконечнаго до ста фокусныхъ разстояній, то изображеніе онаго отодвинулось бы только на 99-ю долю прежняго разстоянія. 3-е) При приближеніи предмета на удвоенное фокусное разстояніе, изображеніе будетъ въ такомъ же разстояніи за стекломъ, въ какомъ предметъ впереди онаго, при чемъ величина изображенія *mn*, будетъ равна величинѣ самаго предмета MN, (что явствуетъ изъ равенства треугольниковъ MCN и *m*C*n*). 4-е) Если предметъ помѣстится въ самомъ фокусѣ, то изображеніе отодвинется отъ стекла на разстояніе безконечное, или что все равно, изображеніе изчезнетъ. Наконецъ 5-е), если предметъ находится ближе главнаго фокуса, тогда изображеніе переходитъ въ противную сторону, или собственно говоря, дѣйствительнаго изображенія не будетъ, а только мнимое, прямое и въ увеличенномъ видѣ.

§ 13. Послѣдній случай можно яснѣе видѣть изъ чертежа. Пусть AB (чер. 29) будетъ собирающее стекло, C оптическій центръ, F главный фокусъ. Если изъ точки M предмета проведемъ главный лучь MC и другой MA параллельный главной оси, то сей послѣдній по преломленіи пройдетъ чрезъ фокусъ F, и пересѣчетъ прямую MC въ точкѣ M′ на сторонѣ предмета. Слѣд. лучи изъ точки M, равно какъ изъ всякой другой, на прим. N, по преломленіи разойдутся такъ, какъ будто бы они выходили изъ точки M′ или N′, и потому глазъ, находящійся за стекломъ, увидитъ изображеніе предмета MN въ M′N′, въ прямомъ и увеличенномъ видѣ. Это изображеніе будетъ казаться тѣмъ болѣе, чѣмъ короче фокусное разстояніе стекла, или что все равно, чѣмъ выпуклость онаго болѣе. Собирающія стекла, употребляемыя съ тою цѣлію, чтобы разсматривать малые предметы въ прямомъ и увеличенномъ видѣ, именуются *простыми микроскопами* или *лупами*.

§ 14. Изъ изложеннаго въ § 11, не должно впрочемъ заключать, чтобы лучи свѣта, исходящіе изъ какой либо свѣтящейся точки и упадающіе на собирающее стекло, по преломленіи, соединялись съ математическою точностію въ одной и той же точкѣ. Это происходитъ отъ слѣдующихъ двухъ причинъ:

1) Изъ параллельныхъ лучей, падающихъ на выпуклое стекло AB (чер. 36), соединяются въ главномъ фокусѣ F только центральные лучи, т. е. тѣ, которые находятся въ весьма близкомъ разстояніи отъ оси стекла, какъ на прим. *sk, sc, sk′*; падающіе же на края стекла, какъ на прим. SA, SB, соединяются въ разстояніи ближайшемъ отъ стекла въ F′, а всѣ остальные тѣмъ ближе къ F, чѣмъ ближе находятся они отъ центральныхъ. Разстояніе главнаго фокуса F центральныхъ лучей отъ точки F′, въ коей соединяются лучи, падающіе на края стекла, называется *продольною сферическою абберацiею*, а длина перпендикуляра FF″, возставленнагó къ оси стекла и заключающагося между главнымъ фокусомъ и продолженіемъ луча AF′ *боковою сферическою абберацiею.* Отъ вліянія сферической абберацiи, происходитъ изображеніе предмета не совершенно яснымъ, ибо изображеніе каждой точки образуетъ небольшой кругъ, который закрываетъ круговыя изображенія смежныхъ точекъ. Для уменьшенія сферической абберраціи, помѣщаютъ позади

стекла, такъ называемыя, *діафрагмы,* или непозрачныя пластинки съ круглыми отверстіями, съ тою цѣлію, чтобы преграждать тѣ лучи, кои падаютъ на стекло близь края онаго.

2) Изъ опытовъ надъ стеклянною призмою извѣстно, что бѣлый лучь при прохожденіи сквозь оную, кромѣ преломленія, разлагается на 7 цвѣтныхъ лучей, изъ коихъ наименѣе преломляемый есть красный, а наиболѣе преломляемый фіолетовый. По сей причинѣ, лучи, исходящіе изъ свѣтлой точки k (чер. 40), по прохожденіи чрезъ стекло, не соединяются въ одной точкѣ, а именно: фіолетовые сходятся ближе, какъ на прим. въ v, красные далѣе, какъ на прим. въ r, а прочіе цвѣтные лучи въ промежуткѣ между v и r. Отъ этого происходитъ за стекломъ не одно изображеніе предмета МК (чер. 37), но множество цвѣтныхъ изображеній, изъ коихъ ближайшее vv', производится лучами фіолетоваго цвѣта, а наиболѣе отдаленнѣйшее rr' красными и т. д. Для уничтоженія происходящей отъ того неясности изображенія, именуемой *хроматическою аберраціею,* употребляютъ, такъ называемыя, *ахроматическія стекла,* состоящія обыкновенно изъ двухъ стеколъ: собирающаго стекла АВ (чер. 38) и разсѣевающаго CD. Первое дѣлается изъ *кронгласа* (самаго чистаго прозрачнаго стекла), а второе изъ *флинтгласа,* которое получается чрезъ прибавленіе свинцовой окиси къ кронгласу. Цѣль устройства сихъ стеколъ состоитъ въ томъ, чтобы лучи свѣта, разложенные первымъ стекломъ, получали противоположное разсѣяніе при прохожденіи чрезъ второе, такъ, чтобы различные цвѣтные лучи дѣлались параллельными, а слѣд. чтобы изображенія предметовъ не окрашивались красножелтою бахрамою.

§ 15. Зрительныя трубы во всѣхъ астрономическихъ и геодезическихъ снарядахъ устроиваются всегда о двухъ собирающихъ стеклахъ А и D (чер. 39). Одно изъ нихъ А, обращаемое къ предмету и называемое *предметнымъ,* дѣлается ахроматическимъ, мало выпуклымъ и по мѣрѣ возможности бо́льшаго діаметра, а другое D — *глазное,* имѣющимъ весьма короткое фокусное разстояніе. Цѣль назначенія перваго состоитъ въ томъ, чтобы лучи свѣта, исходящіе изъ разсматриваемаго предмета MN и упадающіе на стекло, преломившись, образовали внутри трубы дѣйствительное изображеніе *mn* сего предмета въ обратномъ видѣ; второе же D, есть не иное что какъ простой микроскопъ или лупа, служащее для разсматриванія сего изображенія въ увеличенномъ видѣ. Такая труба, именуемая *астрономическою* (*), состоитъ изъ двухъ коленъ, плотно одно въ другое входящихъ: въ концѣ наружнаго вправляется предметное стекло, а во внутреннее вдвигается маленькая трубочка съ глазнымъ стекломъ, главная ось коего должна находиться съ главною осью предметнаго по направленію прямой линіи, называемой *главною осью трубы.* Глазное стекло отодвигается отъ предметнаго на столько, чтобы изображеніе *mn* предмета представлялось наблюдателю съ ясностію: для близорукаго глазное стекло D болѣе придвигается къ изображенію *mn*, а для дальнозоркаго менѣе. Но, въ томъ и другомъ случаѣ, разстояніе D*q* глазнаго стекла отъ дѣйствительнаго изображенія *mn*, должно быть нѣсколько менѣе фокуснаго разстоянія сего стекла. Для уничтоженія сферич. абберраціи предметнаго стекла, помѣщаются внутри трубы діафрагмы (см. стр. 114).

§ 16. *Увеличиваніемъ* трубы, называется отношеніе угла, подъ коимъ мы видимъ предметъ въ трубѣ, къ величинѣ угла зрѣнія простымъ глазомъ. Такимъ образомъ, если MN (чер. 39) есть разсматриваемый предметъ, а *mn* дѣйствительное изображеніе онаго въ трубѣ, то сей предметъ будетъ видимъ простымъ глазомъ подъ угломъ MCN, (не принимая въ разчетъ длину CD трубы, которая въ отношеніи разстоянія QD можетъ быть разсматриваема безконечно малою), а въ трубѣ подъ угломъ $n'\mathrm{D}m'$ или $n\mathrm{D}m$; посему отношеніе $\frac{\mathrm{MCN}}{n\mathrm{D}m}$ или $\frac{n\mathrm{C}m}{n\mathrm{D}m}$ выразитъ увеличиваніе трубы. Опредѣлимъ величи-

(*) Такъ называемыя *земныя* трубы отличаются отъ астрономическихъ большимъ числомъ стеколъ, прибавляемыхъ съ тою цѣлію, чтобы предметы представлялись наблюдателю, визирующему въ трубу, въ прямомъ видѣ. Онѣ не употребляются въ угломѣрныхъ снарядахъ, по причинѣ большей своей длины и меньшей ясности.

ну сего отношенія, которое мы изобразимъ чрезъ W. Поелику для предметовъ весьма отдаленныхъ, дѣйствительное изображеніе mn, находится въ главномъ фокусѣ предметнаго стекла, и какъ разстояніе этого изображенія отъ глазнаго стекла, безъ чувствительной погрѣшности можетъ быть принимаемо равнымъ фокусному разстоянію сего стекла, то изобразивъ фокусныя разстоянія предметнаго и глазнаго стеколъ чрезъ F и f, т. е. $Cq = F$ и $qD = f$, получимъ изъ треугольниковъ Cnq и Dnq, $\tang \frac{1}{2} C = \frac{nq}{F}$, $\tang \frac{1}{2} D = \frac{nq}{f}$, и слѣд. $\frac{\tang \frac{1}{2} D}{\tang \frac{1}{2} C} = \frac{F}{f}$. Но какъ углы D и C весьма малы, то отношеніе тангенсовъ оныхъ можетъ быть принято равнымъ отношенію между самими углами, а потому будетъ.

$$W = \frac{D}{C} = \frac{F}{f}.$$

Изъ сего видимъ, что увеличиваніе трубы будетъ тѣмъ болѣе, чѣмъ фокусное разстояніе F предметнаго стекла длиннѣе, а фокусное разстояніе глазнаго короче.

§ 17. Для опредѣленія увеличиванія астрономической трубы имѣется слѣдующій простой способъ: выдвинувъ трубочку съ глазнымъ стекломъ на столько, чтобы весьма отдаленные предметы были съ ясностію видимы въ трубѣ, (т. е. чтобы разстояніе между предметнымъ и глазнымъ стекломъ равнялось $F + f$), отнимаютъ предметное стекло, и наводятъ ее на небо. Позади глазнаго стекла произойдетъ ограниченный свѣтлый кругъ, служащій дѣйствительнымъ изображеніемъ края отверстія трубы. Принявъ это изображеніе на листъ бѣлой бумаги, измѣряютъ со тщаніемъ величину діаметра онаго. Отношеніе діаметра отверстія трубы къ величинѣ сего послѣдняго изобразитъ требуемое увеличиваніе оной. И въ самомъ дѣлѣ, это увеличиваніе, какъ выше доказано, равно $\frac{F}{f}$, гдѣ F и f суть фокусныя разстоянія предметнаго и глазнаго стеколъ; но когда предметное стекло отнято, то происходящее изображеніе отверстія будетъ находиться отъ глазнаго стекла въ разстояніи

x, опредѣляемомъ уравненіемъ (см. стр. 111) $x = \frac{df}{d-f}$, или $= \frac{(F+f)f}{F}$, (подставя $F+f$ вмѣсто d, ибо d въ семъ случаѣ выражаетъ длину трубы); отсюда получаемъ $\frac{F}{f} = \frac{F+f}{x}$; поелику же $\frac{F+f}{x}$, равно отношенію діаметра отверстія къ величинѣ діаметра изображенія, то оно будетъ $= \frac{F}{f}$ или увеличиванію трубы.

§ 18. Такъ какъ цѣль употребленія зрительныхъ трубъ въ угломѣрныхъ инструментахъ состоитъ, кромѣ доставленія возможности разсматривать отдаленные предметы съ большею ясностію и подъ большими углами нежели простыми глазами, въ томъ, чтобы опредѣлять направленіе прямой линіи, которая бы служила истинною линіею визированія, то внутри выдвигающагося колена трубы, укрѣпляется, такъ называемая, *сѣтка,* т. е. плоское кольцо съ шелковичными или паутинными нитями (*). Прямая линія, проходящая чрезъ

(*) Наблюдатель долженъ умѣть самъ натягивать нити на сѣткѣ, ибо онѣ по чрезвычайной своей тонкости часто рвутся. Чтобы добыть пауковую нить достаточно посадить небольшаго паука на перо и въ то время, когда онъ побѣжитъ вдоль онаго, стряхнуть. Онъ повиснетъ на своей нити и обыкновенно взберется на перо по той же нити. Если стряхнуть его въ другой разъ, то онъ снова вползетъ на перо, но по нити уже вдвое толстѣйшей. Такимъ образомъ можно добыть отъ одного и того же паука нити различной толстоты. Дабы натянуть нить на сѣтку, прилѣпливаютъ къ одному ея концу шарикъ изъ воска, такой величины, чтобы только она могла его сдержать, а конецъ другой намотавъ на ножку раскрытаго циркуля, (покрытую лакомъ или воскомъ), и держа его горизонтально, снимаютъ ее такъ, чтобы упомянутый шарикъ перевѣшиваясь съ другой циркульной ножки натягивалъ ее своею тяжестію. Въ семъ положеніи немного подержавъ нить надъ паромъ кипятка, для доставленія ей необходимой упругости, накладываютъ ее потомъ на черточки, означенныя на кольцѣ сѣтки и приклѣиваютъ ее каплею растопленнаго воска, или что еще лучше, лака.

оптическій центръ предметнаго стекла и точку пересѣченія нитей именуется *оптическою осью трубы* (*). Сія прямая служитъ при наблюденіи линіею визированія.

§ 19. При употребленіи трубы необходимо должно соблюдать, чтобы нити сѣтки совпадали съ совершенною точностію съ плоскостію дѣйствительнаго изображенія наблюдаемаго предмета. Для приведенія нитей въ это положеніе, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: сперва выдвигаютъ одну трубочку съ глазнымъ стекломъ на столько, чтобы нити представлялись черными и рѣзкими черточками, а потомъ наведя трубу на наблюдаемый предметъ выдвигаютъ колено на столько, чтобы сей предметъ былъ видимъ въ ней съ совершенною ясностію. Послѣ того, оставя трубу неподвижно и перемѣщая положеніе глаза предъ глазнымъ стекломъ, замѣчаютъ не кажутся ли нити съ движеніемъ головы также движущимися, или закрывающими различныя точки предмета. Если это явленіе, именуемое *параллаксомъ нитей*, дѣйствительно окажется, то тѣмъ означится, что сѣтка находится не на мѣстѣ, и тогда надобно колено, содержащее въ себѣ оную выдвинуть или вдвинуть: выдвинуть въ томъ случаѣ, когда съ движеніемъ головы въ какую либо сторону, нити кажутся движущимися въ туже сторону, а вдвинуть, когда онѣ представляются движущимися въ сторону противоположную. Сло-

---

Для натягиванія сѣтки въ то время года, когда пауки не выпускаютъ изъ себя нитей, берутъ пауковый коконъ, въ коемъ сіи насѣкомыя кладутъ яйца, и выбросивъ ихъ, разматываютъ самый коконъ, поступая съ нитью какъ сказано было выше. Нити, добываемыя изъ шелковичныхъ коконовъ, съ одинаковою пользою можно употреблять для сѣтокъ трубъ.

(*) Такъ какъ въ хорошей трубѣ, нити, какъ бы тонки ни были, представляются глазу весьма толстыми, то для уничтоженія могущихъ произойдти отъ того погрѣшностей при визированіи, нынѣ по большей части вмѣсто двухъ нитей натягиваютъ четыре: двѣ отвѣсныя въ весьма близкомъ разстояніи одна отъ другой, и двѣ горизонтальныя, какъ представлено на чер. 48. Въ семъ случаѣ, подъ оптическою осью трубы должно разумѣть прямую, соединяющую оптическій центръ предметнаго стекла съ центромъ прямоугольника, образуемаго сими четырьми нитями.

вомъ, надлежитъ предъ употребленіемъ трубы установить трубочку съ глазнымъ стекломъ и сѣтку съ нитями такимъ образомъ, чтобы во 1-хъ) *нити представлялись рѣзкими* и *черными черточками;* во 2-хъ) *предметы отдаленные были съ ясностію видимы* и наконецъ въ 3-хъ), *чтобы не существовало параллакса нитей* (*).

§ 20. Одно изъ важнѣйшихъ усовершенствованій, сдѣланныхъ въ новѣйшее время, въ устройствѣ астрономической трубы, состоитъ въ прибавленіи еще одного собирающаго стекла, помѣщаемаго въ выдвижномъ коленѣ между предметнымъ стекломъ и сѣткою съ нитями, въ весьма близкомъ отъ ней разстояніи. Чрезъ прибавленіе этого стекла увеличивается поле трубы, доставляется большая ясность изображенію, а самая длина трубы дѣлается короче. Сверхъ того въ угломѣрныхъ инструментахъ, изготовляемыхъ нынѣ въ Мюнхенѣ, устройство зрительной трубы измѣнено тѣмъ, что глазное стекло вправляется не въ особую трубочку, какъ сказано было выше, но въ самое выдвигающееся колено, а на сіе послѣднее плотно надѣвается широкое кольцо, непосредственно соединяющееся съ сѣткою, такъ что съ передвиганіемъ или поворачиваніемъ сего кольца, передвигается и самая сѣтка. Такимъ образомъ, если это кольцо будетъ однажды навсегда придвинуто къ глазному стеклу на столько, чтобы нити представлялись въ немъ рѣзкими и черными черточками, то при употребленіи трубы достаточно будетъ выдвигать одно только колено (**), до тѣхъ поръ, пока разсматриваемый

(*) Такъ какъ при визированіи трубою на предметы весьма отдаленные, изображеніе, образуемое внутри трубы будетъ всегда находиться въ главномъ фокусѣ предметнато стекла (см. стр. 112), то при производствѣ астрономическихъ и геодезическихъ наблюденій, достаточно по уничтоженіи параллакса нитей для какого либо весьма отдаленнаго предмета, не измѣнять послѣ того положенія сѣтки, ибо никогда не встрѣтится надобности визировать на предметы въ недальнемъ разстояніи находящіеся.

(**) Для удобнѣйшаго же выдвиганія колена, на глухо придѣлывается къ нему снизу стальной брусочикъ съ зубцами входящими въ зубцы шестерни укрѣпляемой близь края трубы, какъ это яснѣе можпредметъ не будетъ съ ясностію видимъ, а параллаксъ нитей — уничтоженъ.

b) ВЕРНЬЕРЪ.

§ 21. *Верньеромъ* или *ноніусомъ*, называется особаго рода дѣленіе, означаемое на краю алидаднаго круга, для доставленія возможности отсчитывать величину измѣряемаго угла въ мелчайшихъ доляхъ градуса. Теорія онаго состоитъ въ слѣдующемъ:

Вообразимъ себѣ, что взяты двѣ линейки *ap* и AP (чер. 41) одинаковой длины, и что одна изъ нихъ *ap* раздѣлена на произвольное число *n* равныхъ между собою частей, а другая AP на число частей единицею менѣе, т. е. на $n - 1$. Изобразимъ величину каждой части линейки *ap* буквою t, а величину части другой буквою T. Такъ какъ вся длина нижней линейки AP, выразится чрезъ $(n - 1)\,T$, а длина верхней *ap* чрезъ nt; но по условію $AP = ap$; то

$$(n - 1)\,T = nt,$$

или

$$nT - T = nt,$$

$$T - \frac{T}{n} = t, \text{ откуда } T - t = \frac{T}{n}.$$

И такъ, избытокъ части T надъ величиною части t, равняется $\frac{T}{n}$, т. е. n-й долѣ части нижней линейки (*).

Такимъ образомъ, если на нижней линейкѣ AP будутъ означены десятыя доли дюйма, $T = \frac{1}{10}$ дюйм., а длина верхней *ap*, равная 9 такимъ частямъ, будетъ раздѣлена на 10 частей, то упомянутый избытокъ $T - t$ будетъ $= \frac{1}{10 \cdot 10} = \frac{1}{100}$ дюйма. Слѣд. если передвинемъ верхнюю линейку впра-

---

но видѣть изъ чер. 73, гдѣ *e* представляетъ упомянутое кольцо, а *e′* шляпку рукоятки шестерни.

(*) Если бы нижняя линейка AP была раздѣлена не на $n - 1$, но на $n + 1$ равныхъ между собою частей, то имѣли бы $nt = (n + 1)\,T$, откуда получили бы, какъ и прежде $t - T = \frac{T}{n}$.

во на столько, чтобы черта ея b, совпала съ чертою В нижней, то крайняя черта a, отойдетъ отъ черты А на сотую долю дюйма; если черта c будетъ совпадать съ чертою С, то a отойдетъ отъ А на двѣ сотыя, и вообще если m-я черта (считая ее отъ крайней), будетъ совпадать съ какою либо чертою нижней, то крайняя черта будетъ находиться отъ первой черты влѣво ея находящейся нижней линейки на $\frac{m}{100}$ дюйма.

§ 22. Для примѣненія сей остроумной теоріи къ угломѣрнымъ орудіямъ, предложенной португальцомъ *Нунисцомъ*, и усовершенствованной французскимъ ученымъ *Верные*, (по имени коихъ, дѣленіе верхней линейки именуется ноніусомъ или верньеромъ), достаточно на краю алидаднаго круга означить два штриха a и p (чер. 42), въ такомъ разстояніи одинъ отъ другаго, чтобы они въ одно и тоже время совпадали съ какими либо штрихами А и Р лимба, и потомъ раздѣлить всю дугу ap на равныя между собою части, число коихъ было бы единицею болѣе числа частей, заключающихся въ дугѣ АР. Если число частей верньера изобразимъ, какъ прежде, чрезъ n, а градусную величину части лимба чрезъ Т, то, въ слѣдствіе вышепредложеннаго, избытокъ сей послѣдней надъ частью верньера будетъ $=\frac{T}{n}$.

Такъ на прим. если лимбъ раздѣленъ на градусы и каждый градусъ по поламъ, а дуга ap верньера, (соотвѣтствующая 29 такимъ частямъ или $14\frac{1}{2}°$), раздѣлена на 30 долей, то очевидно, что избытокъ части лимба надъ частію верньера будетъ $=\frac{30'}{30}=1'$. И такъ, если 7-й штрихъ верньера (считая отъ штриха a вправо), будетъ совпадать съ какимъ либо штрихомъ лимба, то крайній штрихъ a перваго, будетъ отстоять отъ перваго штриха лимба влѣво его находящагося на $7'$

§ 23. Во всѣхъ угломѣрныхъ снарядахъ одинъ изъ крайнихъ штриховъ верньера означается нулемъ, и называется *показателемъ* или *индиксомъ* (см. стр. 105). Дѣленія верньeра располагаются отъ показателя въ ту сторону, въ которую означена на лимбѣ градусная подпись, а сію послѣднюю принято означать слѣво на право, (предполагая, что мы смотримъ на нее изъ средины круга) (*). При измѣреніи угловъ, число градусовъ и долей градуса, на которыя раздѣленъ каждый изъ нихъ, отсчитывается на лимбѣ по показателю, а число минутъ и секундъ опредѣляется, какъ выше объяснено, изъ того, какая именно черта верньера совпала съ дѣленіемъ лимба. Для удобнѣйшаго отсчитыванія тѣ штрихи верньера, совпаденіе коихъ даютъ минуты, означаются цифрами 1, 2, 3.

По большей части всѣ лимбы, коихъ діаметръ менѣе 14 дюймовъ дѣлятся отъ 10′ до 10′, (т. е. каждый градусъ на 6 частей), а для верньера берется дуга въ 9° 50′, которая дѣлится на 60 долей. Въ семъ случаѣ, $T = 10'$, $n = 60$; слѣд. $T - t = \frac{10'}{60} = 10''$ И такъ, если при измѣреніи угла показатель находится на 5-мъ дѣленіи 32-го градуса, а 26-я черта верньера совпадаетъ съ штрихомъ лимба, то это означитъ, что показатель отстоитъ отъ штриха, изображающаго $31° 40'$ на $10'' \times 26 = 260'' = 4' 20''$, и слѣд. показаніе верньера будетъ $31° 40' + 4' 20'' = 31° 44' 20''$

Лимбы, имѣющіе діаметръ въ 14 дюймовъ и болѣе, принято дѣлить отъ 5′ до 5′, (т. е. каждый градусъ на 12 долей), а для верньера брать дугу въ 6° 10′, т. е. соотвѣтствующую 74 частямъ лимба и дѣлить ее на 75 долей. Въ семъ случаѣ $T = 5'$, $n = 75$, $T - t = \frac{5'}{75} = 4''$. На такихъ верньерахъ 15-й, 45-й, 60-й и 75-й штрихи означаются цифрами 1, 2, 3, 4 и 5.

§ 24. Во всѣхъ геодезическихъ и астрономическихъ угломѣрныхъ снарядахъ, на краю алидаднаго круга означаютъ не одинъ, но два и даже четыре верньера; въ 1-мъ случаѣ

(*) Или говоря другими словами, на лимбахъ градусная подпись означается въ ту сторону, какъ считаются земные азимуты, т. е. отъ сѣвера къ востоку до полной окружности.

располагаютъ ихъ въ разстояніи 180° одинъ отъ другаго, а во 2-мъ въ 90° Это дѣлаютъ для того, чтобы внѣцентренность движенія алидаднаго круга не имѣла вліянія на точность измѣренія угла, что явствуетъ изъ ниже слѣдующаго: если вообразимъ себѣ, что въ угломѣрномъ инструментѣ вмѣсто алидаднаго круга, обращается линейка съ придѣланною къ ней трубою около точки C (чер. 23), находящейся внѣ центра лимба, то при наведеніи трубы сперва на одинъ предметъ A, а потомъ на другой B, уголъ aCb между 1-мъ и 2-мъ положеніемъ трубы очевидно будетъ равенъ измѣряемому углу ACB между предметами. Но сей уголъ будетъ измѣряться не дугою ab, заключающеюся между его боками, но полу-суммою дугъ ab и $a'b'$, т. е. $\frac{1}{2}(ab + a'b')$, а потому еслибы на противоположныхъ оконечностяхъ a и a' алидады означены были верньеры, то сочтя число градусовъ, минутъ и секундъ, пройденное каждымъ изъ нихъ по лимбу и взявъ среднее число $= \frac{1}{2}(ab + a'b')$, получили бы истинную величину угла ACB.

Все сказанное здѣсь о внѣцентренности движенія алидады, примѣняется къ тому случаю, когда центръ движенія алидаднаго круга не совпадаетъ съ центромъ лимба, или собственно говоря съ центромъ градусныхъ дѣленій на немъ означенныхъ.

§ 25. Если на алидадномъ кругѣ означены 4 верньера, то средняя величина изъ отсчитываній на нихъ принимается за то, какое бы получилось при одномъ верньерѣ, еслибы внѣцентренности движенія алидаднаго круга не существовало. Для опредѣленія же сей средней величины, достаточно будетъ вычесть 90° изъ отсчитыванія на 2-мъ верньерѣ, 180° на 3-мъ и 270° на 4-мъ, и потомъ сложивъ результаты раздѣлить сумму на 4. Такъ на прим. если отсчитано было на верньерахъ

I	II	III	IV
101° 31′ 40″,	191° 31′ 30″,	281° 32′ 10″,	11° 32′ 0″,

то вычтя 90, 180 и 270° изъ 191°, 281° и 11° (для послѣдняго прикладываемъ 360° къ 11°), будетъ

101° 31′ 40″, 101° 31′ 30″, 101° 32′ 10″, 101° 32′ 0″, а потомъ сложивъ сіи величины и раздѣливъ сумму на 4, получимъ $101° 31' 50''$ для искомаго результата.

Дѣйствіе будетъ проще, если вмѣсто вышесказаннаго вычитанія, запишемъ *полное отсчитываніе только на верньеръ* I, *а на прочихъ одни минуты и секунды,* т. е.

$$\begin{array}{cccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \\ 101° 31' 40'', & 31' 30'', & 32' 10'', & 32' 0'', \end{array}$$

послѣ чего взявъ среднюю величину минутъ и секундъ, т. е. $\frac{1}{4}(31' 40'' + 31' 30'' + 32' 10'' + 32' 0'') = 31' 50''$, припишемъ число градусовъ, показываемыхъ верньеромъ I, и будетъ $101° 31' 50''$.

§ 26. Въ заключеніе присовокупимъ, что для удобнѣйшаго отсчитыванія показаній верньеровъ, придѣлываются на концахъ линеечки, свободно движущейся около центра алидаднаго круга, два *простые микроскопа* (лупы). При отсчитываніи должно соблюдать, чтобы глазъ смотрѣлъ на совпадающій штрихъ верньера перпендикулярно, а для этого нужно устанавливать лупу такимъ образомъ, чтобы въ немъ было видно ровное число дѣленій по обѣ стороны совпадающаго штриха.

Сверхъ того, для освѣщенія дѣленій верньера, придѣлываютъ на алидадномъ кругѣ, противъ каждаго верньера въ косвенномъ положеніи, такъ называемые *иллюминаторы,* т. е. рамочки съ натянутыми бумажками, напитанными костянымъ масломъ (*).

(*) Въ позднѣйшее время во всѣхъ угломѣрныхъ инструментахъ большаго размѣра, употребляемыхъ на обсерваторіяхъ, вмѣсто верньеровъ, начали дѣлать особого рода сложные микроскопы (изобрѣтенные, если не ошибаемся, Троутономъ). Микроскопы сіи утверждаются неподвижно на алидадномъ кругѣ въ положеніи къ нему перпендикулярномъ, а внутри ихъ устроиваются двѣ нити по направленію штриховъ дѣленія лимба: одна изъ сихъ нитей натягивается на особомъ кольцѣ близь глазнаго стекла микроскопа, а другая движется ей параллельно посредствомъ обращенія винта, (придѣлываемаго къ микроскопу съ боку), имѣющаго на своей шляпкѣ нарѣзанныя дѣленія, при чемъ соблюдается, чтобы полный оборотъ сего винта, отодвигалъ подвижную нить на величину одного дѣле-

c) УРОВЕНЬ.

§ 27. *Уровнемъ* называется цилиндрическая стеклянная трубка, внутренняя поверхность коей, имѣетъ по направленію своей длины, кривизну, какъ бы происходящую отъ вращенія круговой дуги AB (чер. 43) весьма большаго радіуса, около прямой линіи PQ, именуемой *осью уровня* (*); на внѣшней же ея сторонѣ нарѣзываются дѣленія величиною около линіи (т. е. $\frac{1}{10}$, а иногда $\frac{1}{12}$ дюйма). Трубка сія наполняется виннымъ спиртомъ (алкоголемъ) или купоросною нефтью (aether vitrioli), но не полная, и герметически закупоривается; остающаяся въ ней небольшая пустота принимаетъ видъ пузырька, всплывающаго на верхъ (**). Трубку обдѣлываютъ мѣдною оправою, имѣющею сверху продолговатое отверстіе, сквозь которое разсматривается положеніе пузырька. Осталь-

---

нія лимба. При употребленіи, замѣчаютъ сперва на какомъ именно градусномъ дѣленіи остановилась неподвижная нить, а потомъ отодвинувъ неподвижную нить до совпаденія оной съ первымъ штрихомъ лимба, отсчитываютъ на сколько дѣленій, означенныхъ на шляпкѣ винта, оборотился сей винтъ, чрезъ что опредѣлится величина разстоянія между обѣими нитями. Такъ на прим. если лимбъ раздѣленъ отъ 5′ до 5′, а шляпка упомянутаго винта раздѣлена на 100 частей, то отъ оборота винта на одно дѣленіе подвижная нить будетъ отодвигаться на сотую долю 5′ или 300″, т. е. на 3″, а потому если отсчитано при совпаденіи подвижной нити съ 1-мъ штрихомъ 35 дѣленій, то тѣмъ означится, что неподвижная нить отстоитъ отъ этого штриха лимба на 1′ 45″. Дальнѣйшія подробности объ устройствѣ этого рода микроскоповъ, желающіе найдутъ въ Traité d'astronomie par Biot, 3e édition, Paris. 1842, p. 654.

(*) По большей части кривизна сія вытачивается въ трубкѣ, съ той только стороны, которую предназначаютъ быть верхнею.

(**) Уровни изготовляемые Эртелемъ, Репсольдомъ и другими лучшими художниками не закупориваются герметически, но въ оба отверстія трубки вставляются два стеклянныхъ кружечка, плотно въ нее вточенные. Сперва вкладывается одинъ изъ нихъ и обтянувъ его лоскутомъ мягкаго и тонкаго пузыря, приклеиваемаго къ стеклу яичнымъ бѣлкомъ, (или еще лучше рыбьимъ клеемъ), покрываютъ лакомъ. Потомъ наполнивъ всю трубку до верха алкоголемъ опускаютъ ее въ сосудъ съ теплою водою и подливая въ нее по исное устройство оправы дѣлается разнообразно: если уровень предназначается для приведенія въ горизонтальное положеніе какой либо плоскости, (на прим. мензульной доски), тогда уровень утверждается на дощечкѣ посредствомъ двухъ винтовъ и подпирается снизу пружиною. Въ инструментахъ же геодезическихъ а астрономическихъ, къ оправѣ уровня придѣлываются два рукава къ низу (чер. 60) или къ верху (чер. 85). Сими рукавами уровень становится на ось вращенія, или вѣшается на оную. Въ 1-мъ случаѣ уровень называется *накладнымъ* (Setz-libelle), а во 2-мъ *висячимъ* (Hängen-libelle). Одинъ изъ рукавовъ долженъ быть устроенъ такимъ образомъ, чтобы имѣлась возможность по произволенію возвышать или опускать одинъ конецъ уровня.

§ 28. Если ось уровня будетъ приведена въ положеніе горизонтальное, то пузырекъ всплыветъ на верхъ и займетъ средину трубки; при малѣйшемъ же уклоненіи оси отъ горизонтальнаго положенія, пузырекъ будетъ отдалятся отъ средины уровня, къ тому концу, который болѣе возвышенъ, занимая всегда наивысшую точку внутри трубки, по причинѣ имѣющейся въ ней кривизны. Пусть будетъ AO (чер. 57) горизонтальная линія; дуга AMB выпуклость трубки, имѣющая свой центръ въ C, прямая AB ось уровня, составляющая съ AO уг. BAO $= i$; точка M средина трубки, а точка N положеніе средины пузырька. Легко доказать, что *дуга MN будетъ измѣрять уг.* BAO. И въ самомъ дѣлѣ, поелику радіусы CM и CN будутъ соотвѣтственно перпендикулярны къ AB и AO (къ послѣдней потому, что прямая NS, касательная къ дугѣ AB при точкѣ N, какъ наивысшей, будетъ ли-

---

многу кипятку, до тѣхъ поръ, пока спиртъ закипитъ, немедленно вкладываютъ другой кружочикъ, обмазавъ его края рыбьимъ клѣемъ и обтягиваютъ сей конецъ также какъ первый, пузыремъ, покрываемымъ въ послѣдствіи лакомъ. По охлажденіи спирта, останется въ трубкѣ небольшое безвоздушное пространство въ видѣ пузырька.

Если пузырекъ, отъ испариванія спирта, сдѣлается очень длиненъ, то должно откупорить трубку и наполнить ее спиртомъ по вышесказанному.

нія горизонтальная, и посему параллельная съ АО), то изъ подобства треугольниковъ АКЕ и CFK, явствуетъ, что уг. i равенъ углу C, и слѣд. будетъ измѣряемъ дугою MN. И такъ, еслибы извѣстно было, какой именно угловой величинѣ равняется каждое изъ дѣленій, означенныхъ на верхней поверхности трубки, то по положенію пузырька, получится возможность узнать степень наклоненія оси уровня. Далѣе изъ вышесказаннаго слѣдуетъ, что чѣмъ радіусъ CN дуги AB длиннѣе, тѣмъ чувствительнѣе будетъ уровень (*).

§ 29. Уровни въ астрономическихъ и геодезическихъ снарядахъ, употребляются съ двоякою цѣлію, именно: для приведенія во 1-хъ) оси вращенія трубы въ горизонтальное направленіе, и во 2-хъ) вертикальной оси вращенія лимба и алидаднаго круга въ отвѣсное. Для выполненія перваго изъ сихъ дѣйствій, необходимо, чтобы ось уровня съ совершенною точностію была параллельна съ осью вращенія трубы, а для втораго, чтобы ось уровня была перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія.

a) Повѣрка параллельности оси уровня съ осью вращенія трубы, предполагая концы оси равнодіаметральными цилиндрами, производится слѣдующимъ образомъ: уровень становятъ на ось вращенія трубы, и дѣйствуя винтами треножника, поднимаютъ или опускаютъ одинъ конецъ сей оси, пока воздушный пузырекъ не займетъ средину трубки. Послѣ того, съ осторожностію снявъ уровень и переворотивъ, ставятъ его противоположными концами на ось вращенія трубы. Если при семъ 2-мъ положеніи уровня, пузырекъ будетъ находиться опять на срединѣ трубки, то это послужитъ признакомъ, что вышесказанная параллельность существуетъ,

---

(*) Изобразимъ угловую величину дѣленія чрезъ $(t)''$, коего линейная длина есть l, а радіусъ дуги AB чрезъ R, и вообразимъ изъ центра оной, радіусомъ равнымъ 1-цѣ описанную дугу: длина сей послѣдней, соотвѣтствующая угловой величинѣ $(t)''$ будетъ $(t)''\sin 1''$; посему получимъ $\frac{R}{l} = \frac{1}{(t)''\sin 1''}$, откуда $R = \frac{l}{(t)''\sin 1''}$. И такъ, если $l = 1$ линіи (0,1 дюйма), а $t = 2'',5$, то $R = 0{,}1$ д. : $2'',5 . \sin 1''$ $= 687$ фут.

или что все равно, рукова уравня одинаковой длины. Если же предположимъ, что B′A′ (чер. 49) представляетъ сіе 2-е положеніе уровня, при чемъ пузырекъ отошелъ отъ средины M и находится въ N, то для исправленія онаго, надобно посредствомъ винта, находящагося въ рукавѣ уровня, опустить или поднять конецъ его на столько, чтобы пузырекъ занялъ точку D, находящуюся на срединѣ разстоянія между точками N и M. Послѣ чего останется обращеніемъ винта треножника привести пузырекъ изъ D въ M, дабы ось приняла положеніе горизонтальное. Для большей точности, необходима сію повѣрку повторить нѣсколько разъ.

И въ самомъ дѣлѣ, пусть AB (чер. 44) будетъ ось уровня въ 1-мъ его положеніи и имѣющая горизонтальное положеніе, HP ось вращенія трубы, составляющая съ первою уголъ C; положимъ далѣе, что при 2-мъ положеніи уровня, ось его приняла направленіе B′A′: уголъ C′, составляемый ею съ осью вращенія HP, очевидно будетъ тотъ же какъ и прежде, т. е. $C = C'$; посему треуг. KCC′ равнобедренный и внѣшній его уг. $AKC' = C + C'$ или $= 2C'$ Но сей уг. AKC′, какъ образуемый осью A′B′ уровня съ горизонтальною AB, измѣряется дугою, заключающеюся между положеніемъ средины пузырька и срединою трубки (§. 28); слѣд. если посредствомъ исправительнаго винта рукава уровня, поднимемъ конецъ B′ или опустимъ конецъ A′ трубки, на столько, чтобы пузырекъ описалъ половину упомянутой дуги, то ось уровня приметъ положеніе EF, параллельное съ HP; если же наконецъ наклонимъ самую ось HP, такъ чтобы пузырекъ занялъ средину трубки, то она будетъ имѣть направленіе горизонтальное (*).

(*) Въ строгомъ смыслѣ, недостаточно одного вышеписаннаго дѣйствія для приведенія оси уровня въ положеніе параллельное съ повѣряемою осью, ибо не смотря на равную длину рукавовъ, оси могутъ находиться не въ одной плоскости и потому быть между собою не параллельны. По сей причинѣ необходимо по сдѣланіи повѣрки, какъ объяснено было выше, отвести уровень въ сторону, не снимая его съ оси, и посмотрѣть не трогается ли пузырекъ въ своего мѣста; если на прим. наблюдатель стоючи предъ уровнемъ *b*) Повѣрка *перпендикулярности* оси уровня съ вертикальною осью вращенія лимба производится подобнымъ образомъ, именно: пусть AB (чер. 50) будетъ ось уровня, приведенная посредствомъ винтовъ треножника въ горизонтальное положеніе, а RN вертикальная ось лимба. Чтобы удостовѣриться во взаимной перпендикулярности сихъ осей, не снимая уровня, обращаютъ весь инструментъ около оси RN на пол-оборота; если уг. ARN есть прямой, то при 2-мъ положеніи уровня, ось его займетъ прежнее направленіе и посему пузырекъ не сойдетъ со средины трубки; если же уг. $ARN < 90°$, то при 2-мъ положеніи уровня, ось его приметъ направленіе B'A', при чемъ углы A'RN и ARN очевидно будутъ равны, а уг. A'RB будетъ измѣряться дугою, заключающеюся между срединою пузырька и срединою трубки. И такъ, если не измѣняя направленія вертикальной оси RN и длины рукавовъ, наклонимъ ось уровня на столько, чтобы пузырекъ описалъ половину упомянутой дуги, то сія ось приметъ положеніе линіи EF, дѣлящей уголъ BRA' по поламъ, и посему перпендикулярной къ RN. Послѣ того останется винтомъ треножника привести пузырекъ на средину трубки, (чрезъ что вертикальная ось приметъ положеніе N'R, а ось уровня прямой AB), и повторить сію повѣрку снова.

§ 30. По чрезвычайной чувствительности уровней, устроиваемыхъ въ угломѣрныхъ астрономическихъ инструментахъ, весьма бываетъ затруднительно вывѣрять уровень съ совершенною строгостью, и если даже уровень вывѣренъ и ось вращенія трубы приведена въ положеніе горизонтальное, то невозможно бываетъ принять всѣ мѣры предосторожности, чтобы въ продолженіи наблюденія положеніе инструмента не измѣнилось отъ шаткости мѣста имъ занимаемаго и отъ иныхъ причинъ. Въ слѣдствіе чего, записываютъ всякій

отведетъ его къ себѣ и увидитъ, что пузырекъ перешелъ вправо, то это послужитъ признакомъ, что лѣвый конецъ уровня ближе къ нему, чѣмъ правый, и потому встрѣтится надобность посредствомъ особыхъ исправительныхъ винтовъ, дѣлаемыхъ нынѣ во всѣхъ лучшихъ уровняхъ, подвинуть конецъ трубки уровня отъ себя, не измѣняя длины рукавовъ.

разъ положеніе пузырька и потомъ чрезъ вычисленіе опредѣляютъ уголъ наклоненія оси вращенія, на коей онъ находится, (и даже, если угодно, погрѣшность уровня), чтобы можно было исправить результаты наблюденій, какъ это мы увидимъ въ послѣдствіи.

Положимъ, что AB (чер. 45) есть ось инструмента, составляющая съ горизонтальною прямою AO уг. BAO $= i$; AC ось уровня, составляющая съ AB уг. CAB $= \varepsilon$; точка d средина пузырька, отстоящая отъ средины M трубки на величину дуги $\mathrm{M}d = a$; посему (§ 28)

$$a = i + \varepsilon.$$

Переложивъ уровень, углы i и ε не измѣнятся, но средина пузырька положимъ займетъ точку d' (чер. 46), отстоящую отъ M на дугу $\mathrm{M}d' = a'$, которая очевидно будетъ

$$a' = i - \varepsilon,$$

откуда
$$\left.\begin{aligned} i &= \tfrac{1}{2}(a + a') \\ \varepsilon &= \tfrac{1}{2}(a - a') \end{aligned}\right\} \qquad (1).$$

Предположимъ теперь, что нуль шкалы уровня находится на срединѣ M (чер. 47) трубки; β и α дѣленія занимаемыя лѣвымъ и правымъ концами пузырька при 1-мъ положеніи уровня; t угловая величина частицы дѣленія; величины дугъ $\mathrm{M}\beta$ и $\mathrm{M}\alpha$, выразятся чрезъ $t\beta$ и $t\alpha$, и посему очевидно будетъ

$$\beta t - a = \alpha t + a,$$

откуда
$$a = \tfrac{1}{2}(\beta - \alpha)\,t.$$

Если изобразимъ чрезъ β' и α' дѣленія, занимаемыя лѣвымъ и правымъ концомъ пузырька по переложеніи уровня, то будетъ

$$a' = \tfrac{1}{2}(\beta' - \alpha')\,t.$$

Вставивъ теперь сіи величины a и a' въ урав. (1), получимъ

$$\left.\begin{aligned} i &= \tfrac{1}{4}[(\beta + \beta') - (\alpha + \alpha')]\,t \\ \varepsilon &= \tfrac{1}{4}[(\beta - \beta') + (\alpha' - \alpha)]\,t \end{aligned}\right\}\ldots\ldots (2)\,(*).$$

(*) При выводѣ сихъ формулъ, мы предполагали, что $i > \varepsilon$, и посему при 2-мъ положеніи уровня средина пузырька находится на той

Изъ чего заключаемъ, что

1-е) *уголъ i наклоненія оси вращенія трубы получится, если возьмемъ сумму отсчитываній лѣваго, и сумму отсчитываній праваго конца пузырька, и вычтя вторую изъ первой, умножимъ четверть разности на t;*

2-е) *уголъ ε, составляемый осью уровня съ осью вращенія, найдется, если къ разности отсчитываній лѣваго конца, приложимъ разность отсчитываній праваго конца, и потомъ возьмемъ четверть суммы, умноженной на t* (*).

Вотъ примѣръ:

1-е положеніе уровня	9,6	лѣв. кон.,	11,2	прав. кон.
2-е «	« 7,0	« «	14,0	« «
сумма	$=16{,}6$		25,2	
разность	$=2{,}6$		2,8	

же самой сторонѣ трубки, какъ при 1-мъ положеніи; но еслибы $i<\varepsilon$, то средина пузырька во 2-мъ положеніи перешла бы на другую сторону, и тогда урав. (1) обратились бы въ

$$i=\tfrac{1}{2}(a-a'),$$
$$\varepsilon=\tfrac{1}{2}(a+a');$$

но изображая, какъ прежде, дѣленія, занимаемыя лѣвымъ и правымъ краемъ пузырька, при 2-мъ положеніи уровня, чрезъ β' и α', будетъ $a'=\frac{1}{2}(\alpha'-\beta')\,t$, и посему по внесеніи получится для i и ε тѣже самыя величины, какъ было прежде найдено.

(*) Не должно забывать, что это правило относится къ тѣмъ уровнямъ, въ которыхъ нуль шкалы находится на срединѣ трубки; но еслибы нуль находился на концѣ уровня, (какъ это встрѣчаемъ въ Троутоновыхъ инструментахъ), то урав. (2) измѣнитъ свой видъ. Въ самомъ дѣлѣ, если предположимъ, что при 1-мъ положеніи уровня, подпись находится отъ правой руки къ лѣвой, то $(\beta-\alpha)$ изобразитъ число дѣленій занимаемыхъ длиною пузырька, а $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ мѣсто занимаемое срединою онаго; изобразивъ чрезъ γ, мѣсто, соотвѣтствующее срединѣ трубки, очевидно для угловой величины дуги Мd, получимъ

$$a=[\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)-\gamma].t.$$

Переложивъ уровень и принимая прежнія означенія, найдемъ

$$a'=[\gamma-\tfrac{1}{2}(\alpha'+\beta')]\,t,$$

слѣд. $$i=\tfrac{1}{2}(a+a')=\tfrac{1}{4}[(\alpha+\beta)-(\alpha'+\beta')].$$

И такъ, $i = \frac{1}{4}(16,6 - 25,2)\,t = -2,15\ \ t$

$\varepsilon = \frac{1}{4}(2,8 + 2,6)\,t = 1,35\,.\,t$

Если $t = 2'',35$, то будетъ $i = -2,15\ \ t = -5'',05$,

$\varepsilon = 1,35\ \ t = 3'',17.$

Знакъ —, означаетъ, что правый конецъ оси возвышенъ.

—

ГЛАВА II.

О Пасажныхъ инструментахъ.

А. УСТРОЙСТВО.

§ 31. Пасажные инструменты, какъ уже сказано было въ § 2, состоятъ вообще изъ зрительной трубы съ придѣланною къ ней подъ прямымъ угломъ осью вращенія, которой концы или *цапфы,* дѣлаемые въ видѣ цилиндровъ равныхъ діаметровъ, вкладываются въ гнѣзда двухъ подпорокъ, утверждаемыхъ на твердомъ подножіи. Внутри трубы натягиваются двѣ горизонтальныя и нечетное число (5, 7 и даже 9) отвѣсныхъ и въ равномъ одна отъ другой разстояніи находящихся нитей. Ось вращенія трубы, приводимая въ положеніе горизонтальное посредствомъ уровня, должна съ совершенною строгостію быть перпендикулярна къ оптической оси (*).

§ 32. Пасажные инструменты бываютъ двоякіе: неподвижные и переносные. Въ первыхъ цапфы трубы кладутся въ гнѣзда подушекъ, утверждаемыхъ на каменныхъ столбахъ и употребляются преимущественно на обсерваторіяхъ. Переносные же, предназначаемые собственно для путешествую-

---

(*) Здѣсь подъ оптическою осью должно разумѣть прямую, соединяющую оптическій центръ предметнаго стекла (см. стр. 111) съ точкою x (чер. 72), находящеюся на средней нити между обѣими горизонтальными. Сію точку впредь мы будемъ называть *центромъ нитей.*

щихъ астрономовъ, бываютъ двоякаго устройства: *Троутона* и *Эртеля.* Хотя инструментъ перваго нынѣ рѣдко употребляется, однакоже мы считаемъ не безполезнымъ предложить описаніе онаго, по той причинѣ, что что его устройство и употребленіе весьма много сходствуетъ съ неподвижными пасажными инструментами, различествуя отъ нихъ только меньшими своими размѣрами.

§ 33. Чер. 70 представляетъ пасажный инструментъ Троутона въ 6-ю долю настоящей его величины; части его составляющія суть:

1-е) Толстое мѣдное кольцо A, имѣющее поперечную перекладину. Въ это кольцо пропущены три винта *a, a,* образующіе взаимно равносторонній треугольникъ. Этими винтами весь снарядъ становится на кружки *b, b,* имѣющіе сверху углубленія, а снизу по три стальныхъ штифта, дабы они не сдвигались съ мѣста (*).

2-е) Подпорки B, B′, на глухо утверждаемыя на вышеупомянутомъ кольцѣ A. Одна изъ нихъ B′, представлена особо на чер. 69, изъ коего можно усмотрѣть устройство подушки *l,* имѣющей боковое движеніе, производимое посредствомъ обращенія винта *h.* Въ подушкахъ обѣихъ подпорокъ вырѣзаны гнѣзда, въ которыя вкладываются цапфы трубы. Поверхности каждаго гнѣзда образуютъ прямой уголъ и нѣсколько выпуклы, дабы цапфы трубы прикасались къ нимъ въ одной только точкѣ.

3-е) Зрительная труба E съ придѣланною къ ней подъ прямымъ угломъ осью вращенія D, оканчивающеюся стальными цапфами *k, k′.* На одномъ концѣ *k* сей оси утвержденъ небольшой кругъ F съ градуснымъ дѣленіемъ, а съ другаго конца *k′* ось просверлена вплоть до самой трубы для пропущенія свѣта отъ лампы, помѣщаемой въ нѣкоторомъ отдаленіи отъ инструмента во время ночныхъ наблюденій. Свѣтъ упадая на небольшую металлическую пластинку, прикрѣпленную внутри трубы подъ угломъ 45° посредствомъ вин-

(*) Подобнаго рода кружки нынѣ подкладываются подъ ножные винты всѣхъ угломѣрныхъ инструментовъ безъ исключенія.

тинка *m*, отражается отъ ней къ глазному стеклу и такимъ образомъ освѣщаетъ нити. Самое устройство трубы однаково съ описаннымъ нами въ § 15. Оптическая ось приводится въ положеніе перпендикулярное къ оси вращенія посредствомъ винтиковъ *o*, *o′*, передвигающихъ всю сѣтку съ нитями въ ту или другую сторону. Если наблюдаемое свѣтило находится близь зенита, то вмѣсто обыкновенной трубочки съ глазнымъ стекломъ вставляется трубочка, представленная на чер. 70; въ ней глазное стекло вправлено съ боку, а между нимъ и нитями укрѣплено зеркало подъ 45°, или что еще лучше прямоугольная равнобедренная призма, коей большій бокъ отражаетъ (см. § 10, 1-е) лучи свѣта прямо къ глазному стеклу. Впрочемъ не взирая на такое устройство трубочки съ глазнымъ стекломъ, невозможно наблюдать тѣхъ свѣтилъ, коихъ зенитныя разстоянія менѣе 20°, ибо нельзя приставлять глазъ къ глазному стеклу, что составляетъ одно изъ важнѣйшихъ неудобствъ этого пасажнаго инструмента.

4-е) Кругъ высотъ F придѣланъ на глухо къ цапфѣ *k*; онъ раздѣленъ на полу градусы; минуты же отсчитываются посредствомъ двухъ верньеровъ, означенныхъ на краю подвижной алидады, надѣтой на оконечность цапфы и прикрѣпляемой къ подпоркѣ B посредствомъ винта *q*. Къ сей алидадѣ придѣланъ уровень *r*, вывѣряемый посредствомъ винтика *s*. Градусная подпись означена на кругѣ отъ зенита влѣво, такимъ образомъ, что когда труба направлена въ зенитъ, то нуль градусной подписи занимаетъ высшую точку круга, а 90° крайнюю точку слѣва; отсюда градусная подпись начинается снова до 90°, означенное въ надирѣ и т. д. Изъ этого явствуетъ, что если труба имѣетъ положеніе влѣво отъ зенита, какъ на прим. AB (чер. 51), то показаніе верньеровъ означитъ величину дуги *om*, т. е. высоту свѣтила, на которое она наведена, а если вправо отъ зенита, какъ A′B′, то величину дуги *o′m′*, измѣряющей зенитное разстояніе B′CZ.

§ 34. Пасажный инструментъ Эртеля, представленъ на чер. 71 въ $\frac{1}{3}$ настоящей его величины. Части его составляющія суть:

1-е) Кругъ А лимба, раздѣленный отъ 15′ до 15′ Онъ укрѣпленъ на глухо на треножникѣ *f*, *f*, снабженнымъ тремя подъемными винтами *a*, *a*, образующими взаимно равносторонній треугольникъ; подъ сіи винты подкладываются кружки *b*, *b*, (см. прим. на стр. 133).

2-е) Другой кругъ Р, имѣющій въ центрѣ стальную ось *dc* въ видѣ усѣченнаго конуса, входящую въ ступицу С лимба А. Сей кругъ, имѣющій на краю верньеръ, коимъ можно отсчитывать углы отъ 1′ до 1′. Онъ прикрѣпляется къ лимбу посредствомъ винтовъ *g*, *g*, сжимающихъ клещи *h*, *h*, которыя обхватываютъ края лимба. Такимъ образомъ, если винты *g*, *g*, будутъ ослаблены, то верхній кругъ сдѣлается подвижнымъ около оси *dc*, и можно будетъ уставить трубу въ требуемомъ вертикалѣ.

3-е) Подпорки В, В, утвержденныя на глухо на верхнемъ кругѣ Р. Въ нихъ вырѣзаны гнѣзда, въ кои вкладываются цапфы оси вращенія трубы. Стороны каждаго гнѣзда образуютъ прямой уголъ и нѣсколько выпуклы, дабы цапфы прикасались къ нимъ въ одной только точкѣ.

4-е) Горизонтальная ось или ось вращенія DD′ имѣетъ видъ двухъ усѣченныхъ конусовъ D, D′, придѣланныхъ на глухо къ кубу Е. Конусы сіи оканчиваются двумя стальными цапфами, имѣющими видъ правильныхъ цилиндровъ равныхъ діаметровъ. Концы сихъ цапфъ выдаются изъ подпорокъ; конецъ *k* сдѣланъ конусообразнымъ; на него надѣвается вертикальный кругъ F, раздѣленный на полуградусы, и прикрѣпляемый къ ней посредствомъ круглой гайки *k′*, которая если будетъ ослаблена, то получится возможность измѣнять положеніе сего круга на оси. Индиксъ состоитъ изъ простой черточки означенной на пластинкѣ *l*, придѣланной къ подпоркѣ. Съ противоположнаго конца D, ось вращенія просверлена вплоть до куба Е; на выдающуюся изъ подпорки цапфу сего конца, навинчивается снарядъ О, заключающій въ себѣ сѣтку съ нитями и глазное стекло, а внутри куба Е укрѣплена хрустальная прямоугольная призма, замѣняющая зеркало подъ угломъ 45°, для отраженія лучей свѣта, исходящихъ изъ предметнаго къ глазному стеклу. Снарядъ О состоитъ изъ двухъ трубочекъ, плотно одна въ другую входящихъ. Внутренняя *n* навинчивается, какъ вышеупомянуто на конецъ цапфы, а внѣшняя *m*, дѣлаемая длиннѣе первой, заключаетъ сѣтку съ нитями и въ нее вдвигается третья трубочка *r*, въ коей вправлено глазное стекло. Къ внутренней *n* (чер. 72) придѣланъ стальной брусочикъ *a*, а внѣшняя *m* имѣетъ прорѣзъ и два винтика *q*, *q'*, оконечности коихъ упираются въ упомянутый брусочикъ. Посредсвомъ сихъ обоихъ винтиковъ, можно трубочочку *m* слегка поворачивать около горизонтальной оси; а если одинъ изъ нихъ будетъ ослабленъ, то получится возможность сію трубочку передвигать взадъ и впередъ.

5-е) Къ кубу E привинчена съ одной стороны труба G съ предметнымъ стекломъ; а съ противоположной стороны противовѣсъ H, для того, чтобы сохранялось равновѣсіе. Хрустальная призма Q прикрѣплена къ мѣдной оправѣ T, коей нижняя сторона сдѣлана изъ стали въ видѣ дощечки. Сія послѣдняя лежитъ на трехъ винтахъ α, α', (изъ коихъ только два видны на чер. 71); они ввинчиваются въ наружную сторону ee' куба E. По рединѣ оныхъ находится винтъ β болѣе толстый, входящій свободно въ круглое отверстіе наружной стороны ee'; онъ ввинчивается въ оправу T, и такимъ образомъ прикрѣпляетъ призму на упомянутыхъ трехъ винтахъ $\alpha\alpha'$. Изъ этого явствуетъ, что если винтъ β будетъ нѣсколько ослабленъ, то получится возможность посредствомъ трехъ винтовъ α, α', измѣнять наклоненіе отражающаго бока tt' призмы. Въ заключеніе надлежитъ упомянуть, что призма вмѣстѣ съ своею оправою, можетъ быть поворачиваема около оси трубы G посредствомъ двухъ противоположныхъ винтовъ δ, которыя ввинчиваются въ стороны куба E, а оконечности ихъ упираются въ стальной брусочикъ γ, придѣланный къ оправѣ T, какъ это яснѣе можно видѣть изъ чер. 65, представляющаго призму со стороны предметнаго стекла.

6-е) Кольцо M обхватываетъ поверхность оси D и прикрѣпляется къ ней посредствомъ винта K. Это кольцо сдѣлано изъ цѣльнаго куска металла съ рукавомъ N, въ нижній конецъ коего упираетъ съ одной стороны пружина, а съ другой оконечность винта S, ввинчиваемаго въ подпорку B. Такимъ образомъ, если винтъ K будетъ ослабленъ, то можно будетъ ось DD′ трубы свободно поворачивать внутри кольца M; если же винтъ K будетъ прикрѣпленъ, тогда винтъ S послужитъ микрометреннымъ для малаго возвышенія или пониженія трубы.

7-е) Уровень (чер. 60), накладываемый на цапфы оси вращенія трубы. Стеклянная трубка G уровня лежитъ въ цилиндрическомъ корытѣ MM′, имѣющемъ два рукава A и B, представленныя особо на чер. 59 и 61. Поправка уровня въ вертикальномъ направленіи дѣлается въ рукавѣ B, посредствомъ винтиковъ β, β', понижающихъ или возвышающихъ конецъ M′ корыта, а поправка по направленію горизонтальному въ рукавѣ A, посредствомъ винтиковъ α, α', передвигающихъ конецъ M въ ту или другую сторону. Въ обоихъ рукавахъ сдѣланы вырѣзы подъ угломъ 60°, коими уровень становится на цапфы.

8-е) Для освѣщенія ночью нитей, надѣвается на конецъ трубы, возлѣ предметнаго стекла рефлекторъ, т. е. кольцо R (чер. 68) къ которому придѣлана на тонкой проволокѣ небольшая высеребренная пластинка *x*. Это кольцо надѣвается такъ, чтобы отражающая поверхность была обращена къ глазному стеклу; самое же освѣщеніе производится посредствомъ ручнаго фонаря (*).

(*) За нѣсколько лѣтъ тому назадъ Эртель измѣнилъ устройство своего пасажнаго инструмента нами теперь описаннаго тѣмъ, что во 1-хъ) онъ далъ ему размѣръ почти въ $1\frac{1}{2}$ раза большій; во 2-хъ) лимбъ A онъ дѣлитъ не отъ 15′ до 15′, но отъ 5′ до 5′, и посредствомъ 4-хъ верньеровъ доставляетъ возможность отсчитывать отъ 4″ до 4″. Въ 3-хъ) вмѣсто двухъ клещей *g*, *g*, онъ началъ дѣлать только одни, снабдивъ ихъ микрометреннымъ винтомъ, для малаго движенія трубы въ азимутѣ; въ 4-хъ) одну изъ подушекъ, онъ сдѣлалъ подвижною, (какъ объяснено будетъ въ описаніи теодолита), для приведенія оси вращенія трубы въ положеніе перпендикулярное къ вертикальной оси *dc*, и наконецъ въ 5-хъ) вмѣсто описаннаго на стр. 136, снаряда O, онъ началъ устроивать трубочку съ глазнымъ стекломъ и нитями какъ объяснено было въ § 20, и

B. ПОВѢРКА ПАСАЖНАГО ИНСТРУМЕНТА.

§ 35. Дабы оптическая ось трубы пасажнаго инструмента, сходно съ цѣлію его назначенія, описывала плоскость вертикала, необходимо: во 1-хъ) чтобы *цапфы трубы были совершенно круглы,* ибо въ противномъ случаѣ продолженіе оптической оси, при обращеніи трубы, будетъ описывать на сферѣ небесной неправильную кривую линію; во 2-хъ) чтобы *оптическая ось трубы была перпендикулярна къ ея оси вращенія,* ибо въ противномъ случаѣ, оптическая ось будетъ описывать, вмѣсто большаго, малый кругъ ему параллельный; въ 3-хъ) чтобы ось вращенія имѣла направленіе горизонтальное, ибо въ случаѣ косвеннаго положенія оной, большой кругъ, описываемый трубою не будетъ проходить чрезъ зенитъ, и слѣд. не будетъ служить кругомъ вертикала.

Впрочемъ, въ послѣдствіи увидимъ, что наблюденія сдѣланныя инструментовъ, въ коемъ оба послѣднія условія несовершенно выполняются, имѣютъ одинаковое достоинство съ произведенными инструментомъ совершенно вывѣреннымъ, если только величины погрѣшностей будутъ съ строгостію извѣстны и введены въ вычисленіе. Чѣмъ эти погрѣшности менѣе, тѣмъ меньшее вліяніе будутъ производить онѣ на точность результата, а самое вычисленіе будетъ легче. Въ слѣдствіе чего, наблюдатель долженъ со всевозможною тщательностію вывѣрить свой инструментъ, и вмѣстѣ съ тѣмъ опредѣлить какія еще поправки онъ долженъ ввести въ вычисленіе, для совершенной точности дѣйствія. Въ слѣдствіе чего, разсмотримъ съ нѣкоторыми подробностями правила повѣрки пасажнаго инструмента въ томъ порядкѣ, какъ это дѣлается въ практикѣ.

какъ представлено на чер. 88. Этого рода пасажный инструментъ, кромѣ наблюденій надъ прохожденіями свѣтилъ чрезъ круги вертикала, съ пользою можно употреблять для измѣренія азимутальныхъ угловъ. Устройство этого инструмента, равно какъ и нами описанныхъ, съ бо́льшими подробностями изложено Г. Струве въ его сочиненіи sur l'emploie de l'instrument des passages, traduit par Schyanoff, St. Petersbourg. 1837.

§ 36. *Повѣрка уровня* производится переложеніемъ онаго на цапфахъ трубы, какъ это было изложено нами съ достаточными подробностями въ § 29, *a*. Такъ какъ въ случаѣ невѣрности уровня, половина погрѣшности уничтожается винтиками β, β' (чер. 61), а другая половина винтомъ треножника и потомъ повѣрка повторяется нѣсколько разъ, то для ускоренія этого дѣйствія означаютъ нынѣ на шляпкѣ каждаго винта треножника дѣленія, (сотыя доли полной окружности), а съ боку укрѣпляется пластинка L (чер. 71), которую мы будемъ впредь называть *показателемъ* (Zeiger). Самая повѣрка производится въ семъ случаѣ, слѣдующимъ образомъ: ослабивъ винты g, g, передвигаютъ верхній кругъ такъ, чтобы одинъ изъ концовъ оси вращенія находился надъ однимъ изъ винтовъ треножника (*). Обращеніемъ сего послѣдняго приведя пузырекъ уровня на средину трубки, или покрайней мѣрѣ такъ, чтобы оба конца пузырька находились на верху оной, перекладываютъ уровень на цапфахъ трубы. Если пузырекъ, при семъ 2-мъ положеніи уровня, займетъ иное мѣсто, то обращаютъ упомянутый винтъ треножника на столько, чтобы пузырекъ занялъ опять тоже самое положеніе, какое имѣлъ до переложенія уровня, и замѣчаютъ сколько дѣленій шляпки прошло мимо упомянутаго показателя. Если на прим. замѣчено было 82 дѣленія, то достаточно будетъ оборотить винтъ въ противную сторону на 41 дѣленіе, а потомъ привести пузырекъ на прежнее его мѣсто, посредствомъ винтиковъ β, β' (чер. 61) и повторить для большей точности все дѣйствіе снова.

§ 37. Нарѣзка дѣленій на шляпкахъ винтовъ треножника, доставляетъ сверхъ того легкое средство опредѣлять угловую величину дѣленій, означаемыхъ на верхней поверхности уровня. И въ самомъ дѣлѣ, если одинъ изъ концовъ оси вращенія трубы, находится съ точностію надъ какимъ либо винтомъ треножника, то при малѣйшемъ поворотѣ сего

(*) Въ Троутоновскомъ пасажномъ инструментѣ подпорки утверждены на глухо на треножникѣ такъ, что одна изъ нихъ находится надъ однимъ изъ его винтовъ.

послѣдняго, наклоненіе оси вращенія трубы, а слѣд. положеніе пузырька будетъ перемѣняться. Предположимъ, что отъ полнаго оборота сего винта, наклоненіе оси вращенія трубы измѣняется на уголъ $= u$, а отъ оборота онаго на одно дѣленіе, (т. е. 100-й доли полнаго оборота) на уголъ $= s$; величина $u = 100s$ найдется слѣдующимъ образомъ: такъ какъ нижнія оконечности трехъ винтовъ треножника образуютъ равносторонній треугольникъ, то изобразивъ длину разстоянія между двумя изъ нихъ чрезъ E, высота сего треугольника будетъ $= \mathrm{E}.\sin 60^\circ$; положивъ же широту нарѣзки винта треножника равною h, будетъ $\sin u = \frac{h}{\mathrm{E}.\sin 60^\circ}$ или $u = \frac{h}{\mathrm{E}.\sin 60^\circ \ \sin 1''} = 100s$, гдѣ h и E очевидно должны быть выражены въ частяхъ одной и той же линейной единицы.

И такъ, если измѣрять циркулемъ длину разстоянія E между оконечностями винтовъ треножника и широту h нарѣзки одного изъ нихъ, то вышепредложенная формула даетъ u, а слѣд. и s, т. е. величину угла, на какую наклонится ось уровня отъ сотой доли оборота сего винта. Послѣ чего, для опредѣленія угловой величины дѣленій, означенныхъ на поверхности трубки уровня, достаточно будетъ повернуть винтъ треножника на прим. на 10 дѣленій, и въ тоже время отсчитать на уровнѣ число n дѣленій пройденныхъ краемъ пузырька. Если угловая величина каждаго дѣленія уровня $= t$, то наклоненіе оси очевидно будетъ $10s = nt$, откуда $t = \frac{10.s}{n}$. Для опредѣленія величины t съ большею точностію, полезно посредствомъ обращенія винтиковъ β, β' (чер. 61) привести пузырекъ уровня на прежнее мѣсто, потомъ повернувъ винтъ треножника снова на 10 дѣленій отсчитать число n' дѣленій пройденныхъ пузырькомъ и повторить это дѣйствіе 10 разъ, т. е. до полнаго оборота винта треножника. Послѣ чего получать $100s$ или $u = (n + n' + n'' + \ldots\quad)t$, откуда $t = \frac{u}{n + n' + n'' + \ldots}$.

Такъ на прим. измѣреніемъ циркуля найдено было, что 54 нарѣзки винта треножника $= 12{,}4$ париж. линій; откуда $h = \frac{12{,}4}{54}$; разстояніе же E между оконечностями винтовъ $= 9$ дюйм. 3 лин. $=$ 111 лин.; слѣд. $u = \frac{12{,}4}{54.111.\sin 60^\circ \sin 1''}$, откуда, по сдѣланіи вычисленія, найдемъ $u = 492'',7$, а $s = 4'',927$. Здѣсь на сторонѣ предложенъ примѣръ, представляющій отсчитыванія, записанныя послѣ каждаго оборота винта на 10 дѣленій.

$$\begin{aligned}
10s &= 19{,}8.t\\
10s &= 19{,}8.t\\
10s &= 19{,}8.t\\
10s &= 20{,}7.t\\
10s &= 22{,}0.t\\
10s &= 21{,}5.t\\
10s &= 21{,}6.t\\
10s &= 21{,}5.t\\
10s &= 21{,}8.t\\
10s &= 21{,}8.t\\
\hline
u = 100s &= 210{,}3.t,
\end{aligned}$$

откуда $t = \frac{492'',7}{210{,}3} = 2'',25$.

§ 38. Прежде чѣмъ сдѣлана повѣрка, какъ было описано въ § 35, необходимо сперва удостовѣриться находится ли ось онаго съ осью вращенія трубы въ одной и той же плоскости, руководствуясь изложеннымъ въ примѣчаніи на стр. 128, и если окажется, что это не выполняется, то исправить погрѣшность винтиками α, α' (чер. 59). Въ случаѣ, если стороны гнѣздъ препятствуютъ наклонять уровень въ сторону, то достаточно будетъ подложить подъ цапфы трубы кусокъ бумаги въ нѣсколько разъ сложенной.

§ 39. *Повѣрка толстоты цапфъ.* Осью вращенія трубы именуется прямая линія, соединяющая центры обоихъ круговъ, въ которыхъ цапфы касаются къ гнѣздамъ подпорокъ. Въ круглотѣ цапфъ, или собственно говоря, въ правильности обоихъ упомянутыхъ круговъ, можно удостовѣриться изъ того, если пузырекъ уровня, поставленнаго на цапфы, не будетъ сходить съ мѣста въ то время, когда труба слегка будетъ поворачиваема. Если же съ обращеніемъ оси вращенія, пузырекъ будетъ двигаться то въ ту, то въ другую сторону, то тѣмъ означится, что цапфы выточены неправильно, и тогда такой инструментъ во все не годенъ въ практикѣ.

Предположимъ теперь, что круги соприкосновенія цапфовъ съ гнѣздами подпорокъ и вырѣзами въ рукавахъ совершенно правильны. Если діаметры сихъ круговъ равны между собою, то уровень, (предполагая его совершенно вывѣреннымъ), покажетъ непосредственно уголъ наклоненія оси вращенія. Если же напротивъ діаметры упомянутыхъ круговъ не равны между собою, то тотъ конецъ оси, коего діаметръ менѣе, будетъ отстоять отъ оси уровня ближе нежели другой, и тогда потребуется для опредѣленія истиннаго угла наклоненія оси, вводить въ показаніе уровня поправку. Изслѣдуемъ, какимъ образомъ повѣряютъ равенство діаметровъ цапфъ, и въ случаѣ неравенства оныхъ, какъ должно поступать для опредѣленія величины вышесказанной поправки.

§ 40. Пусть AB (чер. 52) будетъ ось уровня; CC′ ось вращенія трубы; n и n' вершины угловъ между касательными плоскостями рукавовъ уровня; m и m' вершины таковыхъ же угловъ въ гнѣздахъ. Вырѣзы въ рукавахъ и гнѣзда дѣлаются всегда такимъ образомъ, что отвѣсная плоскость проходящая чрезъ ось уровня дѣлитъ упомянутые углы по поламъ. Предположимъ, что уг. $ond = o'n'd' = 2f$, $emk = e'm'k'$ $= 2g$. Если діаметры цапфъ совершенно равны, то прямыя nn', CC′ и mm' будутъ между собою параллельны, и тогда для опредѣленія угла наклоненія оси вращенія CC′ достаточно будетъ перекладывать уровень на оси, и записывая положеніе пузырька поступать по правилу предложенному на стр. 131. Въ случаѣ же неравенства діаметровъ упомянутыхъ круговъ, прямыя nn', CC′ и mm', не будутъ между собою параллельны, и тогда переложеніе уровня на оси, даетъ величину угла наклоненія, не оси CC′, но прямой nn', ибо сія линія въ томъ и другомъ положеніи уровня, будетъ занимать одно и тоже мѣсто. Очевидно, что еслибы уголъ, образуемый прямыми nn' и CC′ былъ извѣстенъ, то по извѣстному углу наклоненія прямой nn' опредѣлился бы и уголъ наклоненія оси CC′ вращенія. Опредѣлимъ величину угловъ, образуемыхъ прямою nn' съ линіями CC′ и mm'.

Изобразимъ радіусъ круга C чрезъ r, а радіусъ круга C′ чрезъ r', и предположимъ, что $r > r'$. Пусть длина линіи nn', (т. е. разстоянія между рукавами уровня) будетъ $=$ F, а длина линіи mm', т. е. разстоянія между точками соприкосновенія оси съ гнѣздами) будетъ $=$ G. Уголъ x, образуемый прямою nn' съ осью CC′, получится изъ прямоуг. треуг-ка, коего одинъ катетъ $=\mathrm{F}$, а другой $=\mathrm{C}n-\mathrm{C}'n'$; изобразивъ сію разность чрезъ δ, получимъ $\tan g x=\frac{\delta}{\mathrm{F}}$, или $x=\frac{\delta}{\mathrm{F}\sin 1''}$. Также уг. x', образуемый осью CC′ съ прямою mm', получится изъ прямоуг. треуг-ка, коего одинъ катетъ $=\mathrm{G}$, а другой $\delta'=\mathrm{C}m-\mathrm{C}'m'$, и получимъ $\tan g x'=\frac{\delta'}{\mathrm{G}}$ или $x'=\frac{\delta'}{\mathrm{G}'\sin 1''}$. Сумма сихъ угловъ, т. е. $x+x'$ выразитъ величину угла α, составляемаго прямыми nn' и mm', и будетъ $\alpha=x+x'=\frac{\delta}{\mathrm{F}\sin 1''}+\frac{\delta'}{\mathrm{G}\sin 1''}$. Для опредѣленія δ и δ', проведемъ радіусы въ точки соприкосновенія a и a', b и b'; изъ прямоуг. треуг-въ $a\mathrm{C}n$ и $a'\mathrm{C}'n'$, имѣющихъ углы n и $n'=f$, имѣемъ

$$\mathrm{C}n=\frac{r}{\sin f},\ \mathrm{C}'n'=\frac{r'}{\sin f};\ \text{отсюда } \mathrm{C}n-\mathrm{C}'n' \text{ или } \delta=\frac{r-r'}{\sin f}.$$

Такимъ же образомъ изъ прямоуг. треуг-въ $b\mathrm{C}m$ и $b'\mathrm{C}'m'$, коихъ углы при m и m' равны g, получимъ

$$\mathrm{C}m=\frac{r}{\sin g},\ \mathrm{C}'m'=\frac{r}{\sin g'};\ \text{откуда } \mathrm{C}m-\mathrm{C}'m' \text{ или } \delta'=\frac{r-r'}{\sin g}.$$

Подставя сіи величины въ выраженіе x и α, получимъ

$$x=\frac{r-r'}{\mathrm{F}\sin 1''.\sin f}. \qquad (1).$$

$$\alpha=\frac{r-r'}{\mathrm{F}\sin 1''\ \sin f}+\frac{r-r'}{\mathrm{G}\sin 1''\ \sin g}$$

или $$\alpha=\frac{(r-r')(\mathrm{G}\sin g+\mathrm{F}\sin f)}{\mathrm{FG}.\sin 1''\ \sin f\ \sin g} \qquad (2).$$

Таковы выраженія величины угловъ x и α, образуемыхъ прямою nn' съ линіями CC′ и mm'. Замѣтимъ, что послѣдній изъ нихъ, т. е. α не измѣнится, если мы переложимъ ось вращенія трубы въ гнѣздахъ. Изобразимъ уголъ наклоненія прямой nn' въ 1-мъ положеніи оси чрезъ i', а при 2-мъ чрезъ i''. Величина сихъ угловъ i' и i'' опредѣлится, если мы переложимъ одинъ уровень, и записывая положеніе пузырька примѣнимъ правило § 30, 1-е. Разность $i' - i''$, которую мы изобразимъ чрезъ u, будетъ $= 2\alpha$, т. е. $u = 2\alpha = i' - i''$. И въ самомъ дѣлѣ, пусть HB (чер. 56) будетъ горизонтальная прямая, mB и nB направленіе линій mm' и nn' (чер. 52) при 1-мъ положеніи оси. Здѣсь очевидно уг. mBn $= \alpha$, а уг. nBH $= i'$, который, какъ сказано выше опредѣляется переложеніемъ одного уровня. Означивъ уг. mBH чрезъ y, получимъ $i' = y + \alpha$. Переложимъ теперь ось вращенія въ ея гнѣздахъ и предположимъ, что прямая nn' (чер. 52) приметъ направленіе линіи mB$'$, образующей уг. B$'m$B $= \alpha$. Двоякое переложеніе уровня, дастъ величину угла B$'$ $= i''$; но изъ черт. явствуетъ, что $i'' = y - \alpha$; слѣд. $i' - i'' = 2\alpha$ или u. И такъ, легко опредѣлить u изъ наблюденій. Умноживъ урав. (2) на 2 получимъ

$$2\alpha = u = \frac{2(r - r')(\mathrm{G}\sin g + \mathrm{F}\sin f)}{\mathrm{F}\ \mathrm{G}\ \sin 1''\ \sin f\ \sin g}$$

отсюда
$$r - r' = \frac{u\,.\,\mathrm{FG}\sin 1''\sin f\sin g}{2(\mathrm{G}\sin g + \mathrm{F}\sin f)} \qquad (3),$$

и наконецъ
$$x = \frac{u\mathrm{G}\sin g}{2(\mathrm{G}\sin g + \mathrm{F}\sin f)} \qquad (4).$$

Таково выраженіе величины искомой поправки, которую должно вводить постоянно въ вычисленіе, для опредѣленія истиннаго наклоненія оси вращенія трубы.

Въ инструментахъ новѣйшаго устройства, по большей части дѣлается F $=$ G, т. е. рукава уровня и гнѣзда, касаются цапфовъ въ однѣхъ и тѣхъ же точкахъ. Въ семъ случаѣ, урав. (4) обратится въ

$$x = \tfrac{1}{2}u\,.\,\frac{\sin g}{\sin g + \sin f} \qquad (5).$$

Если же углы самыхъ вырѣзовъ въ рукавахъ и въ гнѣздахъ равны между собою, т. е. $g = f$, то очевидно получимъ

$$x = \tfrac{1}{4}u \qquad (6).$$

Объяснимъ вышесказанное примѣромъ, заимствуемымъ нами изъ упомянутаго на стр. 138 сочиненія г. Струве:

При повѣркѣ пасажнаго инструмента, (въ коемъ $F = G = 8$ фр. дюйм. $= 96$ лин.; угл. вел. t уровня $= 2'',35$; уг. $2f = 60°$, уг. $2g = 90°$) ось трубы имѣла направленіе отъ запада къ востоку и была переложена 4 раза; при каждомъ положеніи уровень перекладывался по два раза. Положеніе пузырька записывалось во 2-й столбецъ слѣдующей таблицы:

	лимбъ къ	уровень	западный конецъ оси выше	$i' - i'' = u$
I	западу востоку	A. $9',4$ вост. $11',6$ зап. B. 11,4 « 9,6 « B. 9,1 « 11,9 « A. 8,2 « 12,8 «	$\frac{0',4}{4} = 0'',23 = i''$ $\frac{7',4}{4} = 4'',34 = i'$	$+ 4'',11$
II	востоку западу	A. $8',8$ вост. $12',2$ зап. B. 9,4 « 11,6 « B. 10,0 « 10,7 « A. 10,6 « 10,3 «	$\frac{5',6}{4} = 3'',29 = i'$ $\frac{0',4}{4} = 0'',23 = i''$	$+ 3'',06$
III	западу востоку	A. $10',4$ вост. $10',4$ зап. B. 10,3 « 10,6 « B. 8,8 « 11,9 « A. 8,5 « 12,4 «	$\frac{0',3}{4} = 0'',17 = i''$ $\frac{7',0}{4} = 4'',11 = i'$	$+ 3'',94$
IV	востоку западу	A. $8',2$ вост. $12',8$ зап. B. 8,0 « 13,2 « B. 10,3 « 10,7 « A. 10,3 « 10,7 «	$\frac{9',8}{4} = 5'',76 = i'$ $\frac{0',8}{4} = 0'',46 = i''$	$+ 5'',30$

При всякомъ положеніи оси, западный ея конецъ былъ выше, но наклоненіе было постоянно менѣе въ томъ случаѣ, когда лимбъ находился къ западу; изъ чего заключаемъ что та цапфа, къ коей придѣланъ лимбъ тонѣе, и ея радіусъ будетъ $= r'$. Средняя изъ 4-хъ величинъ u, будетъ $u = 4'',10$. Форм. (3), положивъ $F = G = 96$ лин. даетъ $r - r' = 2,05.96.\sin 1''\left\{\frac{\sin 30°.\sin 45°}{\sin 30° + \sin 45°}\right\}$ или $2,05.48.\sin 1''.\frac{\sin 30°.\sin 45°}{\sin 37°30'.\cos 7°30'}$ $= 0,000279$ лин.; искомая же поправка, которую слѣдуетъ вводить въ показаніе уровня, получится по форм. (5), и бу-

10

детъ $x = 2'',05 . \frac{\sin 45^\circ}{\sin 45^\circ + \sin 30^\circ} = \frac{1}{2} . 2'',05 . \frac{\sin 45^\circ}{\sin 37^\circ 30' . \cos 7^\circ 30'}$ $= 1'',20$.

§ 41. *Повѣрка трубы.* По приведеніи сѣтки съ нитями въ фокусъ предметнаго и глазнаго стекла, руководствуясь изложеннымъ въ § 19, необходимо повѣрить во 1-хъ) перпендикулярна ли оптическая ось къ оси вращенія и во 2-хъ), имѣютъ ли обѣ горизонтальныя нити направленіе параллельное плоскости, проходящей чрезъ ось вращенія трубы и оптическую ось, а слѣд. перпендикулярны ли всѣ 5 отвѣсныхъ нитей къ сей плоскости.

Перпендикулярность оптической оси къ оси вращенія повѣряется слѣдующимъ образомъ: наведя центръ нитей на какой либо отдаленный и ясно видимый предметъ, находящійся на краю горизонта, потомъ вынувъ трубу изъ гнѣздъ, вкладываютъ ее противоположными концами, т. е. такъ, чтобы правый конецъ оси вращенія занялъ мѣсто лѣваго и на оборотъ, и смотрятъ покрываетъ ли центръ нитей опять тотъ же самый предметъ; если покрываетъ, то тѣмъ означится, что оптическая ось перпендикулярна къ оси вращенія; если же нѣтъ, то не перпендикулярна, и тогда необходимо исправить направленіе оптической оси. Самое же исправленіе зависитъ отъ устройства повѣряемаго инструмента, ибо

a) Если труба *прямая,* какъ на прим. въ Троутоновомъ пасажномъ инструментѣ (чер. 70), то достаточно будетъ измѣнить положеніе сѣтки, посредствомъ винтовъ *o, o',* съ боку трубы находящихся (отвинчивая не много одинъ изъ нихъ, и привинчивая другой), на столько, чтобы центръ нитей занялъ средину промежутка между предметомъ и мѣстомъ, которое онъ занималъ (*). Послѣ того движеніемъ трубы въ

(*) Если KK' (чер. 55) представляетъ ось вращенія, а AB оптическую ось, направленную на предметъ M, то сія послѣдняя по переложеніи трубы, займетъ опять прежнее мѣсто въ томъ только случаѣ, когда уг. KCB = 90°; если же этотъ уг. < 90°, то по переложеніи трубы оптич. ось займетъ направленіе прямой A'B', составляющей азимутѣ (т. е. обращеніемъ винта h), наведя ее на самый предметъ, повторить все вышесказанное дѣйствіе нѣсколько разъ, пока въ обоихъ ея положеніяхъ, центръ нитей не будетъ закрывать съ совершенною точностію одну и туже точку предмета.

b) Если же труба *ломаная,* какъ на прим. въ Эртелевомъ пасажномъ инструментѣ, то должно предварительно замѣтить, что подъ именемъ оптической оси, должно разумѣть въ этого рода трубахъ, тотъ лучь свѣта, который исходя изъ оптическаго центра предметнаго стекла (см. стр. 111) по отраженіи отъ задней стороны призмы T (чер. 71) проходитъ чрезъ центръ нитей. Такъ какъ сѣтка съ нитями не имѣетъ въ сихъ трубахъ боковаго движенія, то приведеніе оптической оси, (или собственно говоря, той ея части, которая заключается между предметнымъ стекломъ и призмою), въ положеніе перпендикулярное къ оси вращенія, производится посредствомъ винтовъ α, α', измѣняющихъ направленіе отражающей стороны tt' призмы. Но прежде чѣмъ приступятъ къ сей повѣркѣ, необходимо сперва удостовѣриться имѣютъ ли ребра призмы направленіе перпендикулярное къ плоскости, проходящей чрезъ оптическую ось; это исполнить не трудно, ибо достаточно направить трубу на какую нибудь блестящую звѣзду, которая если видима будетъ въ срединѣ поля трубы совершенно круглою и хорошо окраенною, то вышесказанное условіе выполняется; если же напротивъ звѣзда будетъ представляться продолговатою въ одну сторону, то встрѣтится надобность поворотить призму около оси трубы G, посредствомъ винтиковъ δ, δ (чер. 65) немного ослабивъ предварительно винтъ β (см. § 34, 5-е). Послѣ того исполнивъ повѣрку перпендикулярности оптической оси къ оси вращенія, наведеніемъ центра нитей на точку горизонта, и переложеніемъ трубы въ гнѣздахъ (*), какъ объ-

---

уг. $B'CK' = BCK$, и тогда для исправленія погрѣшности необходимо измѣнить направленіе оптической оси на столько, чтобы она заняла положеніе прямой ab, дѣлящей уг. MCM' по поламъ.

(*) При перекладываніи трубы надобно тщательно соблюдать, чтобы яснено было выше, и если окажется, что центръ нитей не будетъ закрывать туже точку горизонта какъ прежде, то должно немного ослабить винтъ β, а потомъ посредствомъ винтовъ α, α', (т. е. отвинчивая α и ввинчивая другіе два α', или обратно), измѣнить положеніе отражающей стороны tt' призмы на столько, чтобы центръ нитей закрывалъ промежуточную точку горизонта. Послѣ того движеніемъ трубы въ азимутѣ, наведя ее на прежній предметъ повторить вышесказанное дѣйствіе, пока требуемое условіе не выполнится. Само собою разумѣется, что когда призмѣ дано будетъ требумое положеніе, то должно прикрѣпить винтъ β, дабы она своего оправою лежала плотно на винтахъ α, α'

§ 42. Для повѣрки перпендикулярности отвѣсныхъ нитей къ плоскости, проходящей чрезъ ось вращенія и оптическую ось, приводятъ со тщаніемъ ось вращенія трубы въ горизонтальное направленіе и поворачивая трубу на цапфахъ, смотрятъ закрываетъ ли средняя нить постоянно одну и туже точку какого либо предмета. Если закрываетъ, то тѣмъ означится, что положеніе сѣтки правильно; если же нѣтъ, то надобно исправить ея положеніе винтиками q, q (чер. 72), поворачивающими трубочку m, заключающую сѣтку (см. стр. 136) около ея оси (*).

Эту повѣрку, можно впрочемъ исполнить иначе въ томъ случаѣ, когда пасажный инструментъ поставленъ въ меридіанѣ: приведя ось вращенія въ горизонтальное положеніе, наводятъ трубу на звѣзду, находящуюся близь экватора, такимъ образомъ, чтобы она близь западнаго края поля трубы была видима между горизонтальными нитями. Поелику такая звѣзда близь меридіана описываетъ дугу параллельную горизонту, то въ случаѣ правильнаго положенія сѣтки, она будетъ ка-

---

винты g и g' (чер. 71) были крѣпко привинчены, дабы вся верхняя часть инструмента оставалась совершенно неподвижною.

(*) Если труба устроена какъ изложено было въ § 20, то исправленіе сѣтки выполняется поворачиваніемъ одного только кольца (чер. 88).

заться въ трубѣ движущеюся между нитями и параллельно направленію оныхъ.

§ 43. *Повѣрка круга высотъ.* Въ Троутоновомъ пасажномъ инструментѣ, уровень r (чер. 70), придѣланный на алидадѣ, долженъ быть вывѣренъ такимъ образомъ, чтобы всякій разъ, когда пузырекъ его находится на рединѣ трубки, верньеры, означенные на краю алидады показывали съ точностію на кругѣ высотъ F, зенитное разстояніе или высоту (см. § 33, 4-е) того свѣтила, на который наведена труба. Это повѣряютъ слѣдующимъ образомъ:

Прикрѣпивъ клещами q рукавъ p, придѣланный къ алидадѣ, въ въ то время, когда пузырекъ уровня r, находится на рединѣ трубки, наводятъ центръ нитей трубы, на какой либо земной предметъ. Если кругъ высотъ F, находится во время этого дѣйствія вправо отъ трубы, то отсчитанное показаніе верньеровъ выразитъ по приближенію зенитное разстояніе z наблюдаемаго предмета (см. стр. 134). Послѣ того перекладываютъ трубу въ гнѣздахъ, и приведя ось уровня въ горизонтальное положеніе, прикрѣпляютъ рукавъ p съ противоположной стороны. Если наведутъ трубу снова на тотъ же самый предметъ, то отсчитанное число градусовъ изобразитъ приближенную высоту H (см. § 33, 4-е). Здѣсь z и H будутъ ошибочны на одно и тоже количество x, ибо предполагаемъ, что уровень не вывѣренъ. Если изобразимъ истинное зенитное разстояніе наблюдаемаго предмета и истинную его высоту чрезъ z' и H', то будетъ $z' = z + x$, $H' = H + x$. Сумма сихъ уравненій, по причинѣ, что $z' + H' = 90^{\circ}$, даетъ

$$x = \tfrac{1}{2}[90^{\circ} - (z + H)].$$

Отыскавъ такимъ образомъ искомую погрѣшность x, достаточно будетъ ослабить клещи q, и поворотить рукавъ p на столько, чтобы верньеры показывали не H, но $H + x$, въ то время, когда труба наведена на вышесказанный предметъ. Послѣ того останется привести пузырекъ уровня на средину трубки посредствомъ винтика s.

Такъ на прим. Если отсчитано было на кругѣ, когда онъ находился вправо. $.z = 85°\,33'$

а влѣво. $.H = 4.\;57$

то $z + H = 90°\,30,\ x = -15',$

$z' = 85°\,33' - 15' = 85°\,18',\ H' = 4°\,42'.$

И такъ, надобно въ семъ случаѣ поворотить алидаду на столько, чтобы показаніе верньеровъ было $4°\,42'$

§ 44. Въ Эртелевомъ пасажномъ инструментѣ градусная подпись на кругѣ высотъ означается отъ надира вправо до 360°. *Мѣстомъ зенита* сего круга, называется то число градусовъ, которое отсчитывается посредствомъ индикса l (чер. 71), когда оптическая ось трубы направлена въ зенитъ. Очевидно, что если мѣсто зенита $= 0$, то при всякомъ визированіи трубою на какое либо свѣтило, число градусовъ, отсчитанное на кругѣ высотъ, изобразитъ зенитное разстояніе онаго, или дополненіе сего разстоянія до 360°, смотря потому вправо ли, или влѣво находится кругъ отъ трубы.

Для различія одного индикса l отъ другаго l', означаютъ ихъ римскими цифрами I и II. Повѣрка сего круга, состоитъ въ укрѣпленіи онаго на оси такъ, чтобы мѣсто зенита для индикса I было нуль, и потомъ въ опредѣленіи мѣста зенита для индикса II. Это исполняется слѣдующимъ образомъ:

Предположимъ, что кругъ до начала повѣрки находится вправо отъ трубы и при индиксѣ I. Приведя ее на глазъ въ отвѣсное положеніе и отвинтивъ немного гайку k', оборачиваютъ кругъ высотъ на его оси такъ, чтобы черта индикса находилась на нулѣ градусной подписи; послѣ чего прикрѣпивъ гайку k' и наведя центръ нитей трубы на какой либо земной предметъ, отсчитываютъ показаніе индикса, которое положимъ $= D$. Если AB (чер. 54) представляетъ оптическую ось, o нуль градусной подписи лимба, m индиксъ, то D выразитъ градусную величину дуги om, которая очевидно выразила бы зенитное разстояніе предмета, еслибы мѣсто зенита круга было съ совершенною точностію $= 0$. Но какъ кругъ былъ укрѣпленъ на глазъ, то предположимъ, что не o, но o' изображаетъ истинное мѣсто зенита, слѣд. требуемое зенитное разстояніе z будетъ равно дугѣ $mo' = mo - oo'$, или положивъ $oo' = x$, получимъ

$$z = D - x.$$

Для опредѣленія z и x оборачиваютъ трубу на $180°$ въ азимутѣ, и наведя ее вторично на тотъ же самый предметъ, отсчитываютъ показаніе индикса, которое положимъ $= G$. Если $A'B'$ (чер. 53) изображаетъ это положеніе трубы, а точки m, o и o' имѣютъ прежнія значенія, то число градусовъ дуги om будетъ $= 360° - G$, а слѣд.

$$z = 360° - G + x;$$

изъ сихъ обоихъ уравненій получимъ

$$z = \tfrac{1}{2}(360° + D - G). \qquad \ldots\ldots(1)$$
$$x = \tfrac{1}{2}(D + G - 360°) \qquad \ldots\ldots(2).$$

Опредѣливъ такимъ образомъ истинное зенитное разстояніе наблюдаемаго предмета, для исправленія положенія круга, достаточно ослабить гайку k', и потомъ повернуть его на оси на столько, чтобы индиксъ показывала найденное число z градусовъ.

Если послѣ этого, переложатъ трубу въ гнѣздахъ и сдѣлаютъ опять два наблюденія, какъ объяснено было выше, то по урав. (2) опредѣлится мѣсто зенита для индикса II.

Вотъ примѣръ:

При *индиксѣ* I; лимбъ влѣво $G = 271°12'$
лимбъ вправо $D = \underline{\;91.\;\;2\;}$
$D + G - 360° = \;\;2.\,14$, $x = \;1°\;\;7' =$ мѣсто зен.
$360° + D - G = 179.\,50$, $z = 89.\,55 =$ зен. разс.

И такъ, для исправленія положенія круга, надобно повернуть его на оси такъ, чтобы индиксъ показывалъ не $91°\,2'$, но $89°\,55'$. Исполнивъ это, ось трубы переложена была въ гнѣздахъ и сдѣлавъ два наблюденія, найдены были при индиксѣ II, слѣдующія величины:

при *индиксѣ* II; лимбъ влѣво. $G = 269°\,46'$
$D = \underline{\;89.\,36\;}$
$360° + D - G \;\; = 179.\,50$, $z = 89°\,55'$
$D + G - 360° = -0.\,38$, $x = -19'$

И такъ, мѣсто зенита ошибочно на $-19'$, и потому для визированія трубою на звѣзду, надобно ставить индиксъ II на градусное дѣленіе, соотвѣтствующее вычисленному предварительно зенитному разстоянію звѣзды, уменьшенному на $19'$. Такъ на прим. еслибы зенит. разстояніе вычисленіемъ найдено было равнымъ $40° 12'$, то надлежало бы индиксъ II ставить, когда кругъ вправо, на $40° 12' - 19' = 39° 53'$, а когда влѣво, на $(360° - 40° 12') - 19' = 319° 29'$.

—

ГЛАВА III.

О Теодолитѣ.

А. УСТРОЙСТВО.

§ 45. До конца прошедшаго столѣтія, углы измѣрялись при астрономическихъ и геодезическихъ наблюденіяхъ, весьма сложными инструментами. Несовершенство тогдашнихъ дѣлительныхъ машинъ, заставляло давать симъ инструментамъ огромные размѣры, что дѣлало переноску оныхъ весьма затруднительною. Для устраненія такого неудобства, германскій астрономъ Товій Мейеръ, предложилъ во второй половинѣ прошедшаго столѣтія, слѣдующій остроумный способъ уничтожать вліяніе погрѣшностей градуснаго дѣленія лимбовъ на результаты наблюденій:

Если окружность круга раздѣлена на градусы, а каждый изъ нихъ на нѣсколько равныхъ частей, и если начиная отъ какой либо точки станемъ на сію окружность послѣдовательно наносить опредѣляемую дугу до тѣхъ поръ, пока другой ея конецъ совершенно не совпадетъ съ однимъ изъ дѣленій, или по крайней мѣрѣ столь близко, что разность сія ускользнетъ отъ чувствъ, то градусная величина упомянутой дуги получится съ удовлетворительною точностію, коль скоро число частей, пройденныхъ дугою, раздѣлимъ на число наложеній; положимъ на прим., что кругъ раздѣленъ на 720 частей или полу-градусовъ, и что начиная отъ нуля, послѣ 9 наложенiй, дуга обойдя полную окружность совпала другимъ своимъ концомъ съ 31 дѣленiемъ, т. е. съ $15^\circ\,30'$ Пройденное дугою пространство, очевидно будетъ заключать 751 часть или $375^\circ\,30'$, а градусная величина дуги равняться $\frac{375^\circ\,30'}{9}$ $= \frac{360^\circ}{9} + \frac{15^\circ\,30'}{9} = 41^\circ\,43'\,20''$. Далѣе очевидно, что какiя бы грубыя погрѣшности въ дѣленiи круга ни были сдѣланы, результатъ будетъ зависѣть только отъ погрѣшности 31-го штриха, но и сiя погрѣшность войдетъ въ выраженiе величины дуги, уменьшенною въ 9 разъ.

§ 46. Первый, воспользовавшiйся сею остроумною теорiею Мейера былъ французскiй астрономъ *Борда,* примѣнивъ ее къ устройству *повторительнаго круга.* Услуга, оказанная симъ ученымъ чрезъ изобрѣтенiе этого инструмента, всегда будетъ считаться важною эпохою въ исторiи Геодезiи, ибо со времени появленiя онаго, оставлены безъ вниманiя всѣ огромные угломѣрные инструменты до того употреблявшiеся, а самыя наблюденiя получили строжайшую точность.

Прежде чѣмъ станемъ говорить какимъ образомъ повторительный кругъ доставляетъ возможность откладывать по окружности круга дугу, соотвѣтствующую измѣряемому углу, скажемъ въ краткихъ словахъ объ устройствѣ сего снаряда.

Составныя его части суть: 1-е) Лимбъ ММ (чер. 104); 2-е) верхняя труба АВ, придѣланная на глухо на алидадѣ, обращающейся около его центра, и имѣющей на оконечностяхъ своихъ два, (а иногда четыре), верньера, дѣленiя коихъ разсматриваются въ микроскопы *a* и *b*; 3-е) Нижняя труба A′B′, обращающаяся также около центра лимба, съ придѣланнымъ на ней съ боку уровнемъ. 4-е) Ось *m* лимба, имѣющая положенiе перпендикулярное къ его плоскости; ось сiя сдѣлана изъ цѣльнаго куска металла съ другою поперечною *nn* (параллельною къ поверхности лимба), и круглою коробкою R налитою свинцомъ, называемою барабаномъ: она служитъ противовѣсомъ лимбу съ обѣими трубами. 5-е)

Колонна S, на коей сверху придѣлана, такъ называемая вилка YY, поддерживающая поперечную ось *nn;* колонна со всею верхнею частію инструмента и съ придѣланною внизу алидадою *kk,* обращается около вертикальнаго стержня, укрѣпленнаго на неподвижномъ кругѣ N, называемомъ *азимутальнымъ.*

Въ заключеніе надлежитъ присовокупить, что оптическія оси трубъ параллельны къ плоскости лимба; обѣ трубы прикрѣпляются къ нему независимо одна отъ другой посредствомъ нажимательныхъ винтовъ, имѣющихъ съ боку микрометренные. Лимбъ съ обѣими трубами имѣетъ свободное движеніе около оси *m,* и по произволенію можетъ быть къ ней прикрѣпляемъ посредствомъ особаго винта, находящагося близь барабана R.

§ 47. Повторительнымъ кругомъ измѣряются двоякаго рода углы: *наклонные,* на прим. между земными предметами, и *зенитныя разстоянія.*

Въ 1-мъ случаѣ, приводятъ сперва лимбъ въ плоскость измѣряемаго угла слѣдующимъ образомъ: давъ одной изъ трубъ направленіе параллельное къ поперечной оси *nn,* поворачиваютъ колонну на азимутальномъ кругѣ до тѣхъ поръ, пока она войдетъ приближенно въ вертикальную плоскость, проходящую чрезъ одинъ изъ наблюдаемыхъ предметовъ; наведя, обращеніемъ винтовъ треножника, пересѣченіе ея нитей на сей предметъ, наклоняютъ послѣ того лимбъ около оси *nn* на столько, чтобы центръ нитей одной изъ трубъ покрылъ другой предметъ.

Вообразимъ себѣ теперь, что лимбъ повторительнаго круга приведенъ въ плоскость измѣряемаго угла GCD (чер. 102), и что верхнюю трубу AB навели на лѣвый предметъ G, а нижнюю $A'B'$ на правый D: если не измѣняя положенія обѣихъ сихъ трубъ на кругѣ, обращеніемъ сего послѣдняго, наведемъ нижнюю на лѣвый предметъ G, то верхняя AB, пріиметъ положеніе линіи $A''B''$, отойдя отъ прежняго своего положенія на уг. $B''CB$ равный измѣряемому углу GCD, а потому, если наведемъ сію трубу, собственнымъ ея движеніемъ на кругѣ, на правый предметъ D, то каждый изъ верньеровъ опишетъ по окружности лимба дугу, равную дугѣ $B'B''$, измѣряющей удвоенный уг. GCD. И такъ, еслибы при началѣ вышеописаннаго дѣйствія одинъ изъ верньеровъ находился на нулѣ градусной подписи, а самая градусная подпись означена была слѣво на право, т. е. отъ B'' къ B', то по совершеніи вышеизложеннаго, отсчитанное число градусовъ, показываемыхъ симъ верньеромъ, выразитъ удвоенное число градусовъ искомаго угла.

Далѣе очевидно, что если не измѣняя верхней трубы на лимбѣ, обращеніемъ сего послѣдняго наведемъ ее на лѣвый предметъ, а потомъ нижнюю на правый и повторимъ все дѣйствіе снова, то каждый изъ верньеровъ опять опишетъ по окружности лимба дугу, служащую мѣрою удвоеннаго угла GCD, а слѣд. средняя величина показаній верньеровъ выразила бы число градусовъ въ четыре раза большее, заключающагося въ измѣряемомъ углѣ.

Такимъ же образомъ получился бы шестерной, восмерной и т. д. уголъ.

Во 2-мъ случаѣ, т. е. для измѣренія зенитнаго разстоянія какого либо предмета наклоняютъ лимбъ въ положеніе вертикальное, а нижнюю трубу $A'B'$ приближенно въ горизонтальное; приводятъ посредствомъ уровня на ней находящагося, ось колонны въ отвѣсное положеніе, какъ объяснено было въ § 29, *b*, и поступаютъ потомъ подобно какъ при употребленіи вертикальнаго круга, какъ это будетъ изложено нами съ достаточными подробностями въ слѣдующей главѣ.

§ 48. Мы считаемъ за излишнее входить въ дальнѣйшія подробности касательно устройства и употребленія повторительнаго круга (*), потому что нынѣ сей инструментъ, исключая Франціи, нигдѣ болѣе не употребляется, по слѣдующимъ причинамъ:

(*) Устройство и употребленіе онаго описано съ большими подробностями въ Base du système métrique, par Delambre; Traité de Géodesie par Puissant и наконецъ въ Cours de Topographie et Géodesie par Salneuve, Paris. 1841.

1-е) Для дѣйствій геодезическихъ повторительный кругъ неудобенъ тѣмъ, что измѣряются имъ углы между самыми земными предметами, а не горизонтальныя проложенія этихъ угловъ; но какъ для опредѣленія сихъ послѣднихъ вычисленіемъ, надобно предварительно знать зенитныя разстоянія наблюдаемыхъ предметовъ, то при употребленіи сего инструмента встрѣчается надобность вмѣсто одного наблюденія дѣлать три, т. е. измѣрять одинъ наклонный уголъ и два зенитныя разстоянія.

2-е) Для дѣйствій астрономическихъ повторительный кругъ не приводитъ къ результатамъ достаточно строгимъ, ибо устройство его частей лишаетъ сей инструментъ той неподвижности, какая требуется отъ угломѣрнаго снаряда, предназначеннаго для наблюденій зенитныхъ разстояній свѣтилъ. Употребленіе же повторительнаго круга для опредѣленія азимутовъ земныхъ предметовъ, крайнѣ неудобно и могло быть допускаемо лишь въ концѣ прошедшаго столѣтія, когда кромѣ сего инструмента неимѣлось никакихъ лучшихъ.

§ 49. Неудобство повторительнаго круга для геодезическихъ дѣйствій побудило ученыхъ и художниковъ обратить вниманіе на усовершенствованіе теодолита, какъ такаго орудія, посредствомъ коего опредѣляются прямо *азимутальные* углы, т. е. горизонтальныя проэкціи наклонныхъ. Хотя устройство этого инструмента измѣнялось болѣе чѣмъ устройство всѣхъ прочихъ угломѣрныхъ орудій, однакоже въ сущности оставалось одинаковымъ. Первоначально теодолитъ былъ не иное что какъ усовершенствованная астролябія, въ которой четыре діоптра были замѣнены зрительною трубою, имѣвшею собственное движеніе въ вертикальной плоскости; въ послѣдствіи же времени, устройство онаго было приспособлено къ измѣренію многократныхъ угловъ по способу Мейера, и въ слѣдствіе чего это орудіе названо *повторительнымъ теодолитомъ*. Въ нынѣшнемъ столѣтіи теодолитъ доведенъ до такого совершенства Рейхенбахомъ, а особенно Эртелемъ, что можно считать его теперь наилучшимъ инструментомъ для дѣйствій геодезическихъ.

§ 50. Теодолитъ Эртеля (чер. 73) состоитъ, изъ 1-е) треножника A, A, A, съ тремя ножными *a, a, a;* 2) лимба B; 3-е) алидаднаго круга C съ 4-мя верньерами и иллюминаторами (см. § 26) и съ привинченною къ нему на глухо *вилкою* DD′, вь оконечностяхъ коей сдѣланы, гнѣзда для цапфъ трубы; 4-е) зрительной трубы EE′ съ придѣланною къ ней осью вращенія; 5-е) уровня F накладываемаго на цапфы трубы; и 6-е) другой зрительной трубы GG′, именуемой *повѣрительною,* находящейся подъ лимбомъ и къ нему прикрѣпляемой съ тою цѣлію, чтобы удостовѣряться не измѣнялось ли положеніе онаго въ продолженіе наблюденія.

Каждая же изъ сихъ частей устроена слѣдующимъ образомъ:

a) Снизу лимба, къ его срединѣ, привинчена на глухо мѣдная втулка, прéдставленная въ разрѣзѣ на чер. 82. Она состоитъ изъ двухъ пустыхъ цилиндровъ, изъ коихъ внутренній *b, b,* оканчивается усѣченнымъ конусомъ; треножникъ же A, A, сдѣланъ изъ цѣльнаго куска металла съ пустымъ цилиндромъ *a, a,* а въ срединѣ онаго просверлено конусообразное отверстіе. Упомянутая втулка лимба надѣвается на цилиндръ *a, a,* и такимъ образомъ сей послѣдній занимаетъ въ ней все пустое пространство между наружнымъ цилиндромъ *b′, b′* и внутреннимъ *b, b.* Къ алидадному кругу CC придѣлана также на глухо въ положеніи къ нему перпендикулярномъ, стальная ось *cc′,* вкладываемая въ отверстіе втулки *bb;* она имѣетъ фигуру цилиндрическую, оканчивающуюся вверху и внизу двумя усѣченными конусами. Для уменьшенія тренія, при обращеніи лимба и алидаднаго круга, снизу треножника придѣланы двѣ пружины: одна *β,* поднимаетъ къ верху втулку *bb* лимба, адругая *γ* стальную ось *cc′* алидаднаго круга.

b) На втулку *b′b′* лимба надѣтъ пустой цилиндръ *kk,* къ коему съ одной стороны придѣлана повѣрительная труба GG′ (чер. 73), имѣющая движеніе въ плоскости вертикальной, а съ другой противовѣсъ L. Дабы сей цилиндръ не спадалъ со втулки, навинчено на сію послѣднюю колечко *k′k′* (чер. 82). Посредствомъ винта *g* (чер. 73) цилиндръ этотъ прикрѣпляется къ втулкѣ, и такимъ образомъ когда онъ отвинченъ, то можно обращать цилиндръ вмѣстѣ съ трубою около втулки; когда же прикрѣпленъ, то труба будетъ не иначе поворачиваться какъ вмѣстѣ съ лимбомъ. Такъ какъ труба сія не имѣетъ микрометреннаго движенія, то для доставленія возможности наводить съ точностію пересѣченіе ея нитей на наблюдаемый предметъ, Эртель дѣлаетъ съ одного боку трубы, возлѣ глазнаго стекла, винтъ t со шляпкою, отъ поворачиванія коей передвигается вправо или влѣво вся сѣтка внутри трубы.

c) На нижнюю часть втулки $b'b'$ (чер. 82) надѣто кольцо, представленное въ планѣ на чер. 78; винтъ R прикрѣпляетъ его къ втулкѣ $b'b'$. Оно сдѣлано изъ цѣльнаго куска металла съ брускомъ r, имѣющимъ въ своемъ концѣ винтъ ϱ, который своею оконечностію упирается въ шпенекъ a, придѣланный на глухо на одной изъ вѣтвей треножника, и придавливается къ этому шпеньку толстою стальною пружиною s, прикрѣпленною къ бруску r. Изъ этого описанія явствуетъ, что если винтъ R будетъ ослабленъ, то втулка $b'b'$, вмѣстѣ съ лимбомъ получитъ свободное обращеніе около вертикальной оси. Если же винтъ R будетъ прикрѣпленъ и станутъ дѣйствовать винтомъ ϱ (чер. 78) въ ту или другую сторону, то брусокъ r будетъ приближаться къ шпеньку или отдаляться отъ него, а вмѣстѣ съ тѣмъ будетъ слегка поворачиваться весь лимбъ. Въ слѣдствіе чего винтъ R мы будемъ впредь называть *крѣпительнымъ винтомъ лимба*, а винтъ ϱ его *микрометреннымъ*.

d) Алидадный кругъ C (чер. 73) прикрѣпляется къ лимбу посредствомъ винта M, сжимающаго клещи m, т. е. двѣ толстыя мѣдныя дощечки, обхватывающія края лимба; на алидадномъ же кругѣ придѣлана на глухо мѣдная дощечка m' (чер. 81), въ которую ввинчиватся *микрометренный* винтъ μ алидаднаго круга; конецъ сего винта упирается въ стальной плоскій шпенекъ a, утвержденный на верхней поверхности клещей m, и придавливается къ винту μ подковообразною стальною пружиною b, коей одинъ конецъ утвержденъ на алидадномъ кругѣ. Изъ этого явствуетъ, что если винтъ M будетъ ослабленъ, то при обращеніи алидаднаго круга, клещи будутъ свободно скользить по краю лимба; если же онъ будетъ прикрѣпленъ и станутъ дѣйствовать винтомъ μ, то онъ упираясь своимъ концомъ въ шпенекъ a, будетъ отодвигать, или приближать пластинку m', а вмѣстѣ съ тѣмъ поворачивать и самый алидадный кругъ (*).

e) Устройство вилки DD′, укрѣпляемой на глухо на алидадномъ кругѣ, явствуетъ изъ чер. 73. Вверху сдѣланы вырѣзы, служащія гнѣздами для цапфъ трубы, подобно какъ въ пасажномъ инструментѣ (см. § 34, 3). Одна изъ подушекъ сдѣлана подвижною съ тою цѣлію, чтобы имѣть возможность приводить ось вращенія трубы въ положеніе параллельное къ поверхности лимба. Устройство сей подушки представлено особо на чер. 80, изъ коего видно, что она лежитъ на двухъ винтахъ α, α, и прикрѣпляется къ вилкѣ среднимъ винтомъ β. Такимъ образомъ, дабы поднять оную, надобно ослабить винтъ β и ввинтить два другіе α, α, а чтобы опустить, надобно ослабить ввинты α, α, а винтъ β прикрѣпить.

f) Ось вращенія трубы оканчивается стальными цапфами равныхъ діаметровъ. Обѣ сіи цапфы выдаются изъ подпорокъ вилки; на одну изъ нихъ надѣтъ вертикальный кругъ K, раздѣленный на градусы и прикрѣпляемый къ ней посредствомъ гайки какъ описано въ § 34,4-е, а на другой толстое кольцо K′, служащее противовѣсомъ кругу. Къ сему кольцу придѣланъ рукавъ k, коего одинъ конецъ придавливается къ оконечности винта n посредствомъ пружины упирающейся въ брусокъ, придѣланный къ вилкѣ. Кольцо прикрѣпляется къ цапфѣ посредствомъ винта N; такимъ образомъ, если сей послѣдній будетъ ослабленъ, то труба полу-

---

(*) Здѣсь описано новѣйшее устройство нажимательнаго и микрометреннаго винтовъ алидаднаго круга, дѣлаемыхъ нынѣ Эртелемъ, какъ гораздо удобнѣйшее для практики прежняго устройства микрометренныхъ винтовъ съ яблоками, о коихъ мы не считаемъ за нужное здѣсь распространяться, ибо вѣроятно они скоро выйдутъ во все изъ употребленія.

читъ свободное обращеніе въ вертикальной плоскости; если же онъ будетъ прикрѣпленъ, то винтъ *n* послужитъ микрометреннымъ для поворачиванія трубы на ея цапфахъ.

g) Обѣ зрительныя трубы устроены Эртелемъ, какъ описано нами было въ § 20 (*). Оптическая ось верхней EE′, приводится въ положеніе перпендикулярное къ ея оси вращенія посредствомъ винтика *e*, и другаго діаметрально ему противоположнаго, передвигающихъ сѣтку внутри трубы. Устройство уровня, накладываемаго на цапфы трубы одинаково съ находящимся въ пасажномъ инструментѣ (см. § 34, 7-е, чер. 59, 60 и 61).

Въ заключеніе надлежитъ присовокупить, что на верхней поверхности шляпки каждаго ножнаго винта означены сотыя дѣленія полной окружности, подобно какъ было описано § 36; показатель *y* (чер. 73) укрѣпляется на нижнемъ кружкѣ *b*.

B. ПОВѢРКА ТЕОДОЛИТА.

§ 51. Главныя условія, требуемыя отъ теодолита, какого бы то ни было устройства, состоятъ въ томъ, во 1-хъ) чтобы ось уровня параллельна была оси вращенія трубы; во 2-хъ) чтобы сія послѣдняя параллельна была поверхности лимба, или что все равно, перпендикулярна къ оси вращенія онаго, и наконецъ въ 3-хъ) чтобы оптическая ось была перпендикулярна къ оси вращенія трубы. Всѣ сіи условія повѣряются слѣдующимъ образомъ:

Прежде всего обращеніемъ лимба, или одного алидаднаго круга приводятъ ось вращенія трубы въ такое положеніе, чтобы конецъ ея находился надъ однимъ изъ винтовъ треножника. Прикрѣпивъ нажимательные винты (R и M) лимба (чер. 75) и алидаднаго круга, повѣряютъ уровень переложе-

---

(*) Нынѣ Эртель по большей части дѣлаетъ въ теодолитахъ верхнюю трубу EE′ ломаною, какъ представлено на чер. 71 и 88 (см. § 34, 4-е и 5-е). Этого рода трубы удобнѣе прямыхъ, ибо доставляютъ возможность измѣрять азимутальные углы между свѣтилами.

ніемъ его на цапфахъ трубы какъ было объясненно въ § 29, *a*, и § 36.

Послѣ того повѣряютъ параллельность оси вращенія трубы къ поверхности лимба, или что тоже, перпендикулярность оной къ оси вращенія сего послѣдняго. Предполагаемъ, что конецъ оси вращенія трубы, какъ сказано выше, находится надъ однимъ изъ винтовъ треножника, и что пузырекъ уровня приведенъ на средину трубки: оборотивъ алидадный кругъ на 180°, смотрятъ не измѣнилось ли положеніе пузырька: если пузырекъ сойдетъ съ средины трубки, то тѣмъ означится, что оси вращеній трубы и лимба не перпендикулярны одна къ другой, и тогда половину погрѣшности исправляютъ винтами α, β, α (чер. 80), поднимающими одну изъ цапфъ (см. § 50, *e*), а другую половину тѣмъ винтомъ треножника, надъ коимъ находится конецъ ось вращенія трубы, и потомъ все дѣйствіе повторятся нѣсколько разъ (*). Причина того объяснена въ § 29, *b* (**).

§ 52. Впрочемъ уровень и ось вращенія трубы можно повѣрять инымъ образомъ, а именно: давъ алидадному кругу такое положеніе, чтобы конецъ оси вращенія трубы находился надъ однимъ изъ винтовъ треножника, обращеніемъ сего послѣдняго, приводятъ пузырекъ уровня на средину трубки. Потомъ не снимая уровня, оборачиваютъ алидадный кругъ на 180° и если окажется, что пузырекъ удалился къ какому либу одному концу трубки, то тѣмъ означится, что ось уровня не перпендикулярна къ оси вращенія лимба (см. § 29, *b*),

---

(*) Такъ такъ нынѣ на шляпкахъ винтовъ всѣхъ угломѣрныхъ орудій означаютъ дѣленія, какъ изложено было въ § 36, то повѣрка уровня и оси вращенія трубы значительно ускоряется.

(**) Еслибы пожелали удостовѣриться въ равенствѣ діаметровъ цапфъ, то надлежало бы поступить какъ объяснено было въ § 40. Впрочемъ въ случаѣ незначительнаго неравенства оныхъ, погрѣшность сія, при употребленіи теодолита, не вводится въ вычисленіе подобно какъ при употребленіи пасажнаго инструмента, ибо незначительное наклоненіе оси вращенія трубы не имѣетъ вліянія на точность измѣренія угловъ между земными предметами.

и тогда половину погрѣшности уничтожаютъ упомянутымъ винтомъ треножника, а другую половину винтиками (β, β' чер. 61) въ рукавѣ уровня находящимися, и повторяютъ все дѣйствіе нѣсколько разъ пока вышесказанное не выполнится (*).

Послѣ того прикрѣпивъ нажимательный винтъ алидаднаго круга, перекладываютъ уровень на цапфахъ, и если окажется, что пузырекъ уровня сойдетъ со средины трубки, то половину погрѣшности уничтожаютъ винтами α, β, α (чер. 80), поднимающими ось вращенія трубы, а другую половину погрѣшности винтиками β, β' (чер. 61), находящимися въ рукавѣ уровня.

§ 53. Когда уровень и ось вращенія трубы повѣрены, руководствуясь изложеннымъ въ § 51 или 52, тогда приступаютъ къ повѣркѣ трубы. Сперва надлежитъ удостовѣриться *a*) находится ли вертикальная нить въ положеніи перпендикулярномъ къ плоскости, проходящей чрезъ ось вращенія трубы и оптическую ось и *b*) перпендикулярны ли обѣ сіи оси одна къ другой. Для повѣрки перваго, поступаютъ какъ объяснено въ § 42, а втораго, руководствуясь изложеннымъ въ § 41, т. е. наводятъ сперва трубу на какую либо точку горизонта, потому снявъ уровень и вынувъ съ осторожностію цапфы трубы изъ гнѣздъ, ослабляютъ винтъ N и переворотивъ рукавъ *k* на пол-оборота, вкладываютъ ось вращенія трубы противоположными ея концами въ гнѣзда подпорокъ. Если пересѣченіе нитей будетъ закрывать туже точку предмета, тогда положеніе сѣтки правильно; въ противномъ случаѣ исправляютъ ее положеніе, какъ описано было въ § 41, *a*.

Кругъ высотъ повѣряется, какъ изложено нами было въ § 44.

(*) По приведеніи такимъ образомъ оси уровня въ положеніе перпендикулярное къ оси вращенія лимба, прежде чѣмъ приступятъ къ дальнѣйшей повѣркѣ, полезно привести лимбъ въ положеніе горизонтальное, какъ это будетъ нами объяснено въ § 54.

C. УПОТРЕБЛЕНІЕ ТЕОДОЛИТА.

§ 54. Измѣреніе угла теодолитомъ, который предполагаемъ со всею точностію вывѣреннымъ, начинаютъ приведеніемъ его лимба въ горизонтальное положеніе. Это совершается слѣдующимъ образомъ: давъ алидадному кругу такое положеніе, чтобы конецъ уровня находился надъ однимъ изъ винтовъ треножника, приводятъ обращеніемъ сего послѣдняго пузырекъ на средину трубки; послѣ того поворачиваютъ алидадный кругъ на четверть окружности, и дѣйствуя другими двумя винтами треножника въ противныя стороны, приводятъ пузырекъ снова на средину трубки. Дѣйствіе это повторяется нѣсколько разъ, пока при обращеніи лимба, или алидаднаго круга пузырекъ уровня не будетъ сходить съ мѣста.

Или: давъ алидадному кругу такое положеніе, чтобы уровень по приближенію имѣлъ направленіе параллельное съ линіею, соединяющею два винта треножника, и дѣйствуя какимъ либо однимъ изъ нихъ, приводятъ пузырекъ уровня на средину. Послѣ того, оборотивъ алидадный кругъ на четверть окружности, приводятъ пузырекъ уровня на средину обращеніемъ третьяго винта и повторяютъ все вышесказанное нѣсколько разъ.

§ 55. Для самаго же измѣренія угловъ теодолитомъ имѣются два способа, изъ коихъ одинъ основанъ на теоріи Мейера (см. § 45) повторенія угловъ, а другой предложенъ г. Струве:

1-й *Способъ.* 1-е) Алидадный кругъ прикрѣпляютъ къ лимбу нажимательнымъ винтомъ (M, чер. 73) и записываютъ отсчитыванія на верньерахъ (см. § 25).

2-е) Ослабивъ нажимательный винтъ R и давъ свободное движеніе верхней трубѣ на ея оси вращенія, обращеніемъ лимба наводятъ верхнюю трубу на лѣвый предметъ такъ, чтобы онъ видимъ былъ въ ея полѣ. Нажимательные винты R и N прикрѣпляютъ и дѣйствуя микрометренными винтами ϱ и n, наводятъ пересѣченіе нитей со тщаніемъ на наблюдаемый предметъ.

3-е) Ослабивъ винтъ g повѣрительной трубы, движеніемъ ея около втулки лимба, наводятъ ее на какой нибудь отдаленный, но ясно видимый предметъ (см. § 50, b). Послѣ того, прикрѣпивъ винтъ g, смотрятъ въ верхнюю трубу, что не измѣнилось ли положеніе лимба, и если это дѣйствительно окажется, то сперва исправляютъ положеніе лимба винтомъ ϱ, а потомъ дѣйствуя винтомъ t наводятъ нити повѣрительной трубы на предметъ (*).

4-е) Ослабивъ нажимательный винтъ M алидаднаго круга и давъ свободное движеніе верхней трубѣ на ея оси вращенія, обращеніемъ алидаднаго круда наводятъ верхнюю трубу на правый предметъ; по прикрѣпленіи же нажимательныхъ винтовъ M и N, микрометренные винты m и n, доставятъ возможность съ совершенною точностію навести пересѣченіе нитей. Послѣ того смотрятъ въ повѣрительную трубу, находится ли оптическая ея ось по направленію на ту точку, на которую она была прежде наведена, и если положеніе лимба не измѣнилось (**), то каждый изъ верньеровъ очевидно опишетъ по лимбу дугу, измѣряющую уголъ между предметами. Величину сего угла не отсчитываютъ, но повторяютъ все вышесказанное дѣйствіе снова, т. е. наводятъ верхнюю трубу, сперва движеніемъ лимба на лѣвый предметъ, а потомъ на правый движеніемъ алидаднаго круга. Повѣрительная труба доставитъ возможность удостовѣриться не измѣнилось ли положеніе лимба въ продолженіе этого дѣйствія. Поелику каждый изъ верньеровъ снова опишетъ по лимбу дугу, измѣряющую требуемый уголъ, то очевидно, что если будетъ отсчитано показаніе верньеровъ, и изъ средней ихъ величины

(*) Во всѣхъ теодолитахъ прежняго устройства повѣрительная труба придѣлывалась къ самому треножнику инструмента; имѣя лишь микрометренное движеніе, она не могла свободно двигаться около втулки лимба. Очевидно, что труба такого устройства не выполняла цѣли своего назначенія.

(**) Если же окажется, что пересѣченіе нитей повѣрительной трубы сошло съ вышесказаннаго предмета, то надобно сперва навести оную микрометреннымъ винтомъ ϱ лимба, а потомъ верхнюю трубу микрометреннымъ винтомъ m алидаднаго круга.

(см. § 25) вычтено среднее показанiе верньеровъ до начала дѣйствiя, то разность изобразитъ величину удвоеннаго угла.

Такимъ же образомъ можно получить тройной, четверной и т. д. уголъ. Въ журналѣ принимаютъ за правило записывать показанiе верньеровъ чрезъ каждыя четыре или пять наблюденiй, дабы основываясь на теорiи Мейера, ошибочность градуснаго дѣленiя (§ 45) имѣла наименьшее влiянiе на среднюю величину результата.

Къ сему должно присовокупить, что въ дѣйствiяхъ, требующихъ строгой точности, исполнивъ нѣсколько наблюденiй, какъ описано выше, дѣлаютъ столькоже, движенiемъ алидаднаго круга въ сторону противоположную градусной подписи, т. е. наводятъ трубу сперва движенiемъ лимба на правый предметъ, а потомъ обращенiемъ алидаднаго круга на лѣвый. Изъ предлагаемаго здѣсь примѣра, яснѣе можно видѣть, какимъ образомъ записываются отсчитыванiя измѣряемаго угла и выводится величина его изъ всѣхъ наблюденiй:

число наблюденiй.	отсчитыванiя.				среднее изъ 4-хъ верньеровъ.	величина угла изъ каждыхъ 4-хъ наблюденiй.	величина угла изъ всѣхъ наблюденiй.
	верньеръ I	II	III	IV			
	по дѣленiю.						
	0° 0′16″	16″	28″	24″	0° 0′21″,0		
4	292.36.28	24	40	46	292.36.34,5	73° 9′ 3″,37	73°9′ 2″,67
8	225.12.32	40	48	56	226.12.44,0	2,38	
12	157.48.36	44	64	68	157.48.53,0	2,25	
	противъ дѣленiя.						
	228.26. 4	8	16	20	228.26.12		
4	295.49.44	44	68	64	295.49.55	4,25	73.9.2,88
8	3.13.46	52	56	60	3.13.53,5	0,38	
12	70.37.28	32	40	50	70.37.37,5	4,00	
					искомый уголъ	=	72.9.2,77

Числа предпослѣдняго столбца, (т. е. 4-го), выводятся вычитая каждое число 3-го столбца изъ послѣдующаго, если наблюденія дѣлались движеніемъ алидаднаго круга по дѣленію, и обратно, (т. е. послѣдующее изъ предшествующаго (*), если двигали алидадный кругъ противъ дѣленія), и потомъ раздѣляя разность на 4.

§ 56. 2-й *Способъ.* Пусть O (чер. 92) есть мѣсто занятое инструментомъ, точки A, B, C и D точки, между коими измѣряются углы AOB, BOC, COD. Ходъ дѣйствія состоитъ въ слѣдующемъ:

По приведеніи лимба въ горизонтальное положеніе, прикрѣпляютъ его въ произвольномъ положеніи къ треножнику, а повѣрительную трубу наводятъ на какой либо отдаленный предметъ, подобно какъ объяснено было въ § 55, 3-е. Послѣ того движеніемъ алидаднаго круга наводятъ верхнюю трубу сперва на лѣвую точку A, потомъ на слѣдующую точку B, далѣе на C и D. Послѣ каждаго визированія записываютъ отсчитыванія на верньерахъ. Повѣрительная труба доставитъ средство удостовѣриться оставался ли лимбъ неподвижнымъ при каждомъ визированіи верхнею трубою на упомянутыя точки. Очевидно, что если изобразимъ среднія величины изъ отсчитываній на верньерахъ при визированіи на точки A, B, C, D, чрезъ α, β, γ и δ, то разности $\beta-\alpha$, $\gamma-\beta$ и $\delta-\gamma$ выразятъ величину угловъ AOB, BOC и COD.

Послѣ того, измѣняютъ положеніе лимба и повторяютъ дѣйствіе снова, т. е. сперва наводятъ повѣрительную трубу на прежде избранный предметъ, а потомъ движеніемъ алидаднаго круга верхнюю трубу послѣдовательно на точки A, B, C и D, записывая каждый разъ отсчитыванія на верньерахъ. Если изобразимъ эти отсчитыванія чрезъ α', β', γ' и δ', то разности $\beta'-\alpha'$, $\gamma'-\beta'$, $\delta'-\gamma'$, выразятъ снова величину угловъ AOB, BOC, COD.

Сдѣлавъ такимъ образомъ нѣсколько наблюденій получатъ для угла AOB рядъ величинъ $\beta-\alpha$, $\beta'-\alpha'$, $\beta''-\alpha''$.; для угла BAC рядъ $\gamma-\beta$, $\gamma'-\beta'$, $\gamma''-\beta''$,. и т. д. Сложивъ величины каждаго ряда, (которыя всегда будутъ разн-

(*) Не забывая въ томъ и другомъ случаѣ, прикладывать 360° къ уменьшаемому числу, если оно менѣе вычитаемаго.

ствовать между собою, не болѣе какъ на нѣсколько секундъ), и сумму раздѣливъ на число наблюденій, частное выразитъ требуемую величину каждаго измѣряемаго угла.

Г. Струве для доставленія дѣйствію строжайшей точности принялъ сверхъ того за правило:

1-е) Наводить центръ нитей верхней трубы на каждый изъ наблюдаемыхъ предметовъ, по два раза, слѣдующимъ образомъ: приведя предметъ въ полѣ трубы свободнымъ обращеніемъ алидаднаго круга, положимъ первоначально такъ, чтобы онъ находился по правую сторону отвѣсной нити, укрѣпляютъ нажимательный винтъ алидаднаго круга и вводятъ предметъ на самую нить микрометреннымъ винтомъ; послѣ чего, крутымъ поворотомъ микрометреннаго винта сводятъ предметъ съ нити на лѣвую сторону, и наводятъ ея снова на предметъ, записывая какъ въ 1-мъ, такъ и во 2-мъ случаѣ, отсчитыванія на верньерахъ. Такое двоякое движеніе въ противоположныя стороны, уничтожаетъ погрѣшность, происходящую отъ того, что движеніе алидаднаго круга, производимое обращеніемъ микрометреннаго винта, передается, отъ гибкости спицъ, не равномѣрно всѣмъ точкамъ этого круга (*).

2-е) Сдѣлавъ такимъ образомъ по два визированія на предметы A, B, C и D (чер. 92), снова наводятъ трубу движеніемъ алидаднаго круга по направленію градусной подписи

(*) Къ сему должно присовокупить, что такъ какъ сѣтка въ лучшихъ угломѣрныхъ инструментахъ состоитъ изъ друхъ вертикальныхъ и двухъ горизонтальныхъ нитей (см. прим. на стр. 118), и какъ не всегда удается обращеніемъ микрометреннаго винта, центръ нитей навести сразу и вѣрно на наблюдаемый предметъ, то многіе искусные наблюдатели, слѣдуя г. Струве, оцѣниваютъ на глазъ, въ десятыхъ и даже въ дватцатыхъ доляхъ полу-разстоянія между вертикальными нитями, на сколько предметъ отстоитъ отъ центра оныхъ, и потомъ сію поправку вводять въ отсчитываніе на лимбѣ съ приличнымъ знакомъ. Такъ на прим. г. Струве, при производствѣ имъ градуснаго измѣренія въ 1824 году, найдя, что вертикальныя нити въ трубѣ натянуты были въ $20''$ одна отъ другой, вводилъ предметъ между 0,4 и 0,6 разстоянія между ними и оцѣнивалъ отстояніе предмета отъ 0,4 въ восьмыхъ доляхъ этого промежутка, выражавшаго $4''$ (см. Breitengradmessung, B. I, S. 94.)

на 1-й предметъ A, и дѣйствуютъ микрометреннымъ винтомъ какъ сказано выше. Послѣ того не измѣняя положенія лимба, опять повторяютъ все дѣйствіе съ тою только разницею, что наводятъ трубу, съ одного предмета на другой, движеніемъ алидаднаго круга уже въ сторону противоположную градусной подписи, какъ показываютъ на чер. 92, дуги, означенныя пунктиромъ. Въ слѣдствіе чего, для начальнаго предмета A записаны будутъ 6 отсчитываній, а для всѣхъ прочихъ по четыре.

3-е) Рядъ двойныхъ наблюденій, сдѣланныхъ при одномъ и томъ же положеніи лимба, какъ объяснено было выше, именуется *пріемомъ* (Satz). Такихъ пріемовъ дѣлаютъ шесть. При каждомъ новомъ пріемѣ лимбъ измѣняется на 15°, такъ, что если въ 1-мъ пріемѣ при визированіи на начальную точку A, верньеръ I былъ на нулѣ градусной подписи (или приближенно), то во 2-мъ пріемѣ онъ становится на 15°, въ 3-мъ на 30° и т. д. Это принято съ тою цѣлію, чтобы отсчитыванія сдѣланы были въ 6 различныхъ мѣстахъ четверти окружности лимба, и чрезъ то устранены вліянія погрѣшностей градуснаго его дѣленія на точность результата.

Наконецъ 4-е) Три изъ этихъ 6 пріемовъ дѣлаютъ имѣя вертикальный кругъ вправо отъ вертикальной оси, а другія три влѣво (*), для уничтоженія вліянія колимаціонной погрѣшности трубы на точность отсчитыванія (см. § 61).

§ 57. Въ заключеніе предлагаемъ примѣръ, изъ коего яснѣе можно понять весь ходъ дѣйствія, соблюдаемый при измѣреніи угловъ по способу г. Струве:

(*) Если въ теодолитѣ труба ломаная (см. прим. на стр. 160), подобно какъ въ Эртелевомъ пасажномъ инструментѣ, то сдѣлавъ три пріема имѣя кругъ вправо, снимаютъ уровень и переворачиваютъ трубу чрезъ зенитъ; послѣ того обращаютъ алидадный кругъ на 180° и дѣлаютъ остальные три пріема. Если же труба въ угломѣрномъ снарядѣ прямая какъ на чер. 75, то перекладываютъ ось трубы противоположными концами въ гнѣздахъ; или: вынувъ ее изъ гнѣздъ переворачиваютъ чрезъ зенитъ, и потомъ вложивъ тѣми же концами какъ прежде, оборачиваютъ алидадный кругъ на 180°.

названія предметовъ.	отсчитыванія на лимбѣ. вернъеръ I	II	III	IV	средняя величина изъ 2-хъ отсчитываній.	средняя отсчитываніе изъ цѣлаго пріема.	величина угла.
вертик. кругъ влѣво.							
A	359° 58′ 40″	36″	48″	46″	359°58′43″,25	359° 58′ 42″,0	
	42	36	50	48			62° 50′ 40″
B	60. 49. 14	16	30	28	62. 49. 22,50	62. 49. 22,0	
	16	16	30	30			
C	116. 23. 46	54	44	40	116. 23. 47,50	116. 23. 48,0	53. 34. 26
	48	56	48	44			
A	359. 58. 42	36	46	46	41,75		
	38	32	48	46			
B	60. 49. 14	16	24	26	21,5		
	16	18	28	30			
C	116. 23. 44	50	44	36	48,50		
	54	58	56	46			
A	359. 58. 56	32	48	46	41,0		
	38	32	48	48			
вертик. кругъ вправо.							
A	15° 0′ 6″	0″	10″	10″	15° 0′ 7″,00	15° 0′ 6″,66	
	8	2	10	10			62° 50′42″34
B	77. 50. 38	40	54	48	77. 50. 48,75	77. 50. 49,0	
	40	42	58	54			
C	131. 25. 8	10	12	8	131. 25. 11,25	131. 25. 11,75	53. 34. 22,75
	10	12	16	14			
A	4	0	8	10	6,25		
	6	4	8	10			
B	10	10	14	12	12,25		
	10	12	16	16			
C	40	40	58	52	49,25		
	42	48	60	54			
A	6	0	10	10	6,75		
	6	0	10	12			

Здѣсь предложено изъ шести пріемовъ только два. Первый какъ значится изъ заглавія сдѣланъ при положеніи вертикальнаго круга съ правой стороны, а другой съ лѣвой. Верньеръ I при визированіи на точку A находился въ 1-мъ пріемѣ близь нуля градусной подписи лимба, а во 2-мъ на 15°. Въ каждомъ пріемѣ первыя четыре пары отсчитываній сдѣланы были движеніемъ алидаднаго круга отъ одного изъ предметовъ къ слѣдующему по направленію градусной подписи, а остальныя три пары по направленію противоположному. Для вывода среднихъ величинъ, помѣщенныхъ въ предпослѣднемъ столбцѣ, поступаемъ слѣдующимъ образомъ: для точки A, складываемъ 43″,25 съ 41″,75 и съ 41″,0, взятыхъ изъ предшествующаго столбца, и выражающихъ среднія величины изъ 3-хъ паръ отсчитываній на всѣхъ верньерахъ: сумму 126″,00 дѣлимъ на 3; частное 359° 58′ 42″,0 принимаемъ за ту величину, которую бы дали четыре верньера при одномъ визированіи на точку A, еслибы не происходило взаимнаго сопротивленія различныхъ частей инструмента. Также для опредѣленія средней величины всѣхъ отсчитываній, соотвѣтствующей точкѣ B, складываемъ 22″,50 и 21″,50 и сумму дѣлимъ на 2 и получаемъ $\frac{44'',0}{2} = 22'',0$, и т. д.

Когда среднія величины отсчитываній будутъ такимъ образомъ выведены, то для опредѣленія изъ каждаго пріема величины измѣряемыхъ угловъ, вычитаемъ каждое число предпослѣдняго столбца изъ послѣдующаго; такъ на прим. для угла между A и B, вычитаемъ 359° 58′ 42″,0 изъ 62° 49′ 22″,0 и разность 62° 50′ 40″ помѣщаемъ въ послѣдній столбецъ; также разность 116° 23′ 48″,0 — 62° 49′ 22″,0 = 53° 34′ 26″ выразитъ изъ 1-го пріема уголъ между B и C. Такъ какъ изъ 2-го пріема эти углы оказались равными 62° 50′ 42″,34 и 53° 34′ 24″,75, то пол-сумма сихъ результатовъ 62° 50′ 41″,17 и 53° 34′ 24″,37 выразитъ среднюю величину измѣряемыхъ угловъ изъ обоихъ пріемовъ. Само собою разумѣется, что въ практикѣ требуемая величина угловъ выводится не изъ 2-хъ, но изъ 6 пріемовъ, какъ упомянуто выше.

ПОПРАВКА УГЛОВЪ, ИЗМѢРЕННЫХЪ ТЕОДОЛИТОМЪ.

§ 58. Говоря объ измѣреніи азимутальныхъ угловъ между предметами, мы предполагали, что ось вращенія трубы съ совершенною точностію горизонтальна, а самая труба не имѣетъ колимаціи. Разсмотримъ величину погрѣшности каждаго отсчитыванія на лимбѣ, если оба вышесказанныя условія не выполняются.

Пусть HH′ (чер. 95) будетъ горизонтъ, Z зенитъ, S одинъ изъ предметовъ, наблюдаемыхъ инструментомъ: еслибы труба не имѣла колимаціи, а ось ея вращенія приведена была съ совершенною точностію въ горизонтальное положеніе, то оптическая ось трубы описала бы кругъ вертикала ZS, а точка F, представляющая ту, гдѣ ось вращенія встрѣчаетъ небесную сферу, служила бы полюсомъ онаго, и слѣд. уг. FZS, равно какъ и дуга FS равнялись бы 90°. Но если труба имѣетъ колимацію, а ось ея вращенія наклонена, то предположивъ, что не точка F, но точка f находится по направленію сей оси, дуга Ff изобразитъ ошибочность положенія алидаднаго круга, или что все равно величину погрѣшности отсчитыванія. И въ самомъ дѣлѣ, еслибы не измѣняя положенія лимба, освободили инструментъ отъ обѣихъ сихъ погрѣшностей, то точка f заняла бы положеніе точки F, а вмѣстѣ съ тѣмъ каждый изъ верньеровъ передвинулся бы по лимбу на дугу равную дугѣ Ff. Это передвиженіе произошло бы по навравленію градусной подписи, (ибо она означается отъ сѣверу къ востоку), или говоря другими словами, величина дуги Ff выразила бы величину погрѣшности, которую слѣдуетъ придавать къ средней величинѣ изъ отсчитываній на верньерахъ. Дугу сію Ff безъ чувствительной погрѣшности можно принять равною дугѣ FQ, что явствуетъ изъ треугольника FfQ, который даетъ $\cos Ff = \cos FQ . \cos fQ$, откуда $\cos Ff = \cos FQ$, ибо дуга fQ, какъ представляющая наклоненіе оси, опредѣляемое состояніемъ уровня, весьма мала, и потому $\cos fQ = 1$. И такъ, изобразивъ искомую погрѣшность $Ff = FQ$ чрезъ x, колимацію трубы чрезъ c, наклоненіе оси чрезъ $i = fQ$, изъ сфер. треугольника fZS, въ коемъ $fS = 90^\circ - c$, $ZS = z$, $fZ = 90^\circ + i$, и уголъ $fZS = 90^\circ - x$, получимъ (см. урав. 46 Сфер. Тригон.)

$$\cos(90^\circ - x) = \frac{\cos(90^\circ - c) - \cos z . \cos(90^\circ + i)}{\sin z . \sin(90^\circ + i)},$$

или
$$\sin x = \frac{\sin c}{\sin z \cos i} + \cot z . \operatorname{tang} i.$$

Но какъ дуги i, c и x весьма малы, то безъ чувствительной погрѣшности можно принять $\sin x = x \sin 1''$, $\operatorname{tang} i = i \sin 1''$, $\cos i = 1$ и $\sin c = c \sin 1''$, а потому будетъ

$$x = \frac{c}{\sin z} + i \cot z \quad . (1).$$

Таково выраженіе поправки, которое должно вводить въ каждое отсчитываніе съ тѣмъ знакомъ, какой получится при x. Остается разсмотрѣть какимъ образомъ опредѣляются величины i и c.

§ 59. Наклоненіе i оси вращенія опредѣляется переложеніемъ на ней уровня. Такъ какъ урав. (1) выведено при томъ предположеніи, что правый конецъ ниже лѣваго, то еслибы возвышенъ былъ правый ея конецъ, надлежало бы предъ i знакъ $+$ перемѣнить на $-$, (ибо тогда въ треугольникѣ ZfS бокъ Zf былъ бы $= 90^\circ - i$). Изъ этого слѣдуетъ правило: *надобно всякій разъ записывать положеніе лѣваго края пузырька со знакомъ $+$, а праваго со знакомъ $-$*; послѣ чего опредѣливъ величину i по правилу изложенному въ § 30, вводить i съ тѣмъ знакомъ, какой даетъ вычисленіе. Такъ на прим. если одна часть уровня $= 3'',02$, а при наблюденіи записано было

$$\begin{array}{rrr}
 & +24,8, & -2,9 \\
 & +10,0, & -17,8 \\
\hline
\text{сумма} = & +34,8 & -20,7 \\
 & -20,7 & \\
\hline
\text{разность} = & +14,1 &
\end{array}$$

$\frac{1}{4}$ оной $= +3,7$; $i = +3,7 \times 3'',02 = +11'',74$.

Здѣсь сумма положительныхъ количествъ, болѣе суммы отрицательныхъ, слѣд. лѣвый конецъ оси выше праваго, и потому знакъ предъ 2-мъ членомъ не перемѣняется.

§ 60. При выводѣ урав. (1) мы предполагали, что дуга $fS < 90°$ (чер. 95), т. е. что оптическая ось трубы уклоняется къ правому концу ея оси вращенія. Еслибы она уклонялась въ противоположную сторону, т. е. Sf было $> 90°$, то надлежало бы въ упомянутомъ уравненіи перемѣнить знакъ предъ $\frac{c}{\sin z}$, ибо тогда въ треугольникѣ SfZ, бокъ fS былъ $= 90° + c$. Для опредѣленія сей величины c, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: наводятъ трубу на земной предметъ и отсчитавъ показаніе верньеровъ, переворачиваютъ трубу чрезъ зенитъ, не измѣняя положенія лимба. Если CS (чер. 96) представляетъ первое положеніе трубы а $f'f$ ея ось вращенія, то по оборотѣ чрезъ зенитъ она приметъ направленіе линіи CS', при чемъ уг. SCf будетъ $= fCS'$. Если движеніемъ алидаднаго круга, наведемъ ее вторично на предметъ и изобразимъ отсчитыванія на лимбѣ при 1-мъ визированіи на предметъ чрезъ a, а при 2-мъ чрезъ b, то разность $a - b$ выразитъ величину угла $S'CS$; вычтя же оную изъ 180°, разность $180° - (a - b)$ или $= 180 + b - a$ выразитъ величину удвоенной погрѣшности c. Она получится со знакомъ $+$, если $a - b < 180°$, а со знакомъ $-$, если $a - b > 180°$. Такъ на прим. если среднія отсчитыванія при 1-мъ и 2-мъ визированіи на предметъ были: $a = 200° 39' 29'',75$, $b = 20° 39' 11'',25$, то колимація c трубы будетъ $= \frac{1}{2}(180° + 20° 39' 11'',25 - 200° 39' 29'',75) = -9'',25$. Здѣсь c есть отрицательное, а слѣд. оптическая ось уклонялась при 1-мъ визированіи на предметъ къ лѣвому концу оси вращенія, а при 2-мъ къ правому, и потому надлежитъ при 1-мъ положеніи трубы вводить c со знакомъ $-$, а при 2-мъ со знакомъ $+$.

§ 61. Должно замѣтить, что если въ урав. (1) положимъ $z = 90°$, т. е. что *предметъ находится на горизонтѣ*, то будетъ $\cot z = 0$, $\sin z = 1$, а x обратится въ c, т. е. что погрѣшность отсчитыванія на лимбѣ будетъ равна колимаціи трубы; но если оборотимъ трубу чрезъ зенитъ и наведемъ ее вторично на предметъ, то сія погрѣшность c будетъ съ противнымъ знакомъ. Изъ этого заключаемъ, что нѣтъ никакой надобности исправлять каждое отсчитываніе на лимбѣ при *измѣреніи угловъ между земными предметами,* зенитное разстояніе коихъ равно 90°, если сдѣлано будетъ столько же наблюденій имѣя вертикальный кругъ справа, сколько сдѣлано было оныхъ, имѣя его слѣва, чѣмъ и объясняется правило § 56, 4-е.

Если же уголъ измѣряется между *земнымъ предметомъ и звѣздою,* (какъ это случается при опредѣленіи азимутовъ), то необходимо каждое отсчитываніе на лимбѣ, соотвѣтствующее визированію на звѣзду исправлять посредствомъ формулы (1); но и въ семъ случаѣ можно отбрасывать 1-й членъ $\frac{c}{\sin z}$ всякій разъ, когда сдѣлано будетъ два наблюденія, одно при положеніи вертикальнаго круга справа, а другое слѣва, и если при томъ зенитное разстояніе z звѣзды не измѣнилось, (или измѣнилось весьма мало) въ промежуткѣ времени между обоими наблюденіями, ибо тогда вышеупомянутый членъ войдетъ въ вычисленіе съ противными знаками, а слѣд. средняя величина измѣряемаго азимутальнаго угла будетъ независима отъ сей погрѣшности.

—

ГЛАВА IV.

О вертикальномъ кругѣ.

a) УСТРОЙСТВО.

§ 62. Вертикальный кругъ употребляется при производствѣ геодезическихъ и астрономическихъ дѣйствій для самыхъ точныхъ измѣреній зенитныхъ разстояній какъ земныхъ предметовъ, такъ и небесныхъ свѣтилъ.

Чер. 84 изображаетъ сей инструментъ въ томъ видѣ, въ какомъ онъ представится наблюдателю, когда онъ будетъ смотрѣть прямо на плоскость круга, а чер. 85 — съ боку. Устройство его есть слѣдующсе:

Къ треножнику A, устроиваемому подобно какъ въ теодолитѣ, привинчена на глухо труба B, имѣющая видъ слуховой трубы; сверху сдѣлано въ ней конусообразное отверстіе, какъ то яснѣе можно видѣть изъ чер. 87, представляющаго инструментъ въ разрѣзѣ. Въ это отверстіе вставляется стальная ось α, нижній конецъ коей пропускается чрезъ отверстіе, сдѣланное въ треножникѣ и подпирается снизу пружиною h для уменьшенія тренія. На выдающійся изъ треножника конецъ сей стальной оси, сдѣланный конусообразнымъ надѣтъ азимутальный кругъ a, (8-ми дюйм. въ діаметрѣ), прикрѣпляемый къ ней снизу навинчивающеюся гайкою e. Край сего круга, именуемаго *кругомъ искателемъ*, обхватываютъ клещи, сжимаемыя винтомъ b и прикрѣпляющія оный, а слѣд. и вертикальную ось α къ треножнику; съ боку имѣется микрометренный винтъ b' Сверхъ того, къ треножнику придѣланъ особый рукавъ съ верньеромъ, доставляющимъ возможность отсчитывать отъ $1'$ до $1'$. Градусная подпись на азимутальномъ кругѣ означена справо на лѣво (т. е. отъ сѣвера къ западу).

Къ вертикальной оси α придѣланъ сверху мѣдный параллелопипедъ D, въ который вставленъ другой D′ (чер. 86 и 87). Въ семъ послѣднемъ вытачено конусообразное отверстіе, въ которое вставляется втулка, придѣланная на глуху къ лимбу λ; во втулку же вставляется стальная ось вращенія vv алидаднаго круга, коей оба конца сдѣланы въ видѣ равныхъ цилиндровъ. Для приведенія сей послѣдней оси въ положеніе перпендикулярное къ вертикальной оси имѣются два винтика r, r, посредствомъ коихъ конецъ внутренняго параллелопипеда D′ передвигается въ наружномъ D. На оконечности какъ втулки, такъ и оси алидаднаго круга, навинчиваются небольшія гайки, между коими помѣщаются пружины для притягиванія обоихъ круговъ къ параллелопипеду D′.

Къ срединѣ алидаднаго круга привинченъ на глухо толстый мѣдный кружокъ, а къ сему послѣднему кубъ, въ который пропущена зрительная труба, имѣющая два рычага съ гирями *u*, *u'*, не допускающими трубу сгибаться, какое бы положеніе она не имѣла. Самая труба, надъ срединою алидаднаго круга просверлена, для того, чтобы свѣтъ отъ лампы P, освѣщалъ ночью нити (см. стр. 133); это отверстіе закрывается зеленымъ стекломъ *y* (чер. 84) и крышкою *z*. Въ кубѣ сдѣлано отверстіе *x* (чер. 85), съ тою цѣлію, чтобы при горизонтальномъ положеніи зрительной трубы, можно было чрезъ него просовывать рукавъ уровня (чер. 86) и вѣшая его на цилиндрическіе концы *v*, *v*, горизонтальной оси алидаднаго круга, приводить ее въ горизонтальное положеніе.

Снизу параллелопипеда D привинченъ на глухо пустой барабанъ C, надѣтый на верхъ тумбы B, но до него не касающійся; сверху же параллелопипеда придѣланъ уровень E (чер. 85), служащій для приведенія вертикальной оси въ отвѣсное положеніе. Онъ вывѣряется съ помощію трехъ винтиковъ *m*. На параллелопидѣ D утверждена также колонна F, поддерживающая стальные рычаги съ гирями G и H, обращающіеся около осей *n* и *o*. Гиря H поднимаетъ конецъ *o'* перваго рычага, а сей послѣдній рукавъ *c'* (чер. 84) придѣланный къ кольцу, обхватывающему кружокъ алидаднаго круга, и имѣющему снизу два колесца *d'*, *d'*, для уничтоженія тренія. Такимъ же образомъ гиря G, поднимаетъ къ верху *n'* другаго рычага, а сей послѣдній, придѣланный къ кольцу обхватывающему втулку лимба. Верхняя часть колонны F (чер. 85) поддерживаетъ третій рычагъ съ фонаремъ P и съ гирею K.

Алидадный кругъ прикрѣпляется къ лимбу винтомъ *s*, сжимающимъ клещи и имѣющимъ съ боку микрометренный винтъ *s'*. Для прикрѣпленія же лимба къ параллелопипеду служитъ винтъ L, входящій въ кольцо, обхватывающее втулку возлѣ параллелопипеда D, и имѣющее рукавъ N, подобно какъ въ теодолитѣ. Когда винтъ L прикрѣпленъ, то винтъ *t* даетъ микрометренное движеніе лимбу.

Къ закраинѣ лимба прикрѣпляется посредствомъ винтика *m'* уровень M, ось коего приводится въ горизонтальное положеніе обращеніемъ лимба на горизонтальной оси, а потомъ винтомъ *t*.

Въ заключеніе надлежитъ присовокупить, что для доставленія возможности приближенно наводить трубу подъ даннымъ зенитнымъ разстояніемъ, придѣланъ къ внутреннему параллелопипеду D' (чер. 87) полукругъ *g'* (чер. 85) раздѣленный отъ 15' до 15' Съ помощію же верньера, означеннаго на краю рукава, который прикрѣпленъ къ оси вращенія алидаднаго круга, можно отсчитывать отъ 1' до 1'. Этотъ рукавъ прикрѣпляется такимъ образомъ, чтобы верньеръ показывалъ 0°, когда труба направлена въ зенитъ.

b) ПОВѢРКА ВЕРТИКАЛЬНАГО КРУГА.

§ 63. При употребленіи вертикальнаго круга необходимо во 1-хъ), чтобы вертикальная ось имѣла положеніе отвѣсное; во 2-хъ) чтобы горизонтальная ось была къ ней перпендикулярна, и слѣд. имѣла направленіе горизонтальное, въ 3-хъ) чтобы уничтоженъ былъ параллаксъ нитей, и наконецъ въ 4-хъ) чтобы оптическая ось трубы была перпендикулярна къ горизонтальной оси, и слѣд. чтобы при обращеніи алидаднаго круга, описывала большой кругъ на небесной сферѣ.

Для приведенія вертикальной оси въ отвѣсное положеніе поступаютъ какъ объяснено было въ § 52, а именно: поворачиваютъ инструментъ на сей оси такъ, чтобы вертикальный кругъ имѣлъ направленіе параллельное съ двумя винтами треножника, (подобно какъ представлено на чер. 84) и дѣйствуя однимъ изъ нихъ приводятъ пузырекъ уровня E на средину. Потомъ отсчитавъ показаніе на верньерѣ азимутальнаго круга, поворачиваютъ инструментъ на 180° въ азимутѣ, и если пузырекъ сойдетъ со средины, то половину погрѣшности уничтожаютъ однимъ изъ упомянутыхъ винтовъ, а другую винтиками *m* (чер. 85) уровня и повторяютъ это дѣйствіе нѣсколько разъ. Послѣ того поворачиваютъ инструментъ на 90° въ азимутѣ и приводятъ пузырекъ уровня на средину трубки, дѣйствуя третьимъ ножнымъ винтомъ. Дѣленія означенныя на шляпкахъ ножныхъ винтовъ весьма ускоряютъ все это дѣйствіе (см. § 36).

§ 64. Повѣрка перпендикулярности горизонтальной оси къ вертикальной, совершается слѣдующимъ образомъ: приведя на глазъ трубу въ горизонтальное положеніе, просовываютъ рукава висячаго уровня сквозь отверстіе x (чер. 85), сдѣланное въ ея кубѣ и вѣшаютъ его на цапфахъ vv горизонтальной оси, при чемъ трубка уровня будетъ прикасаться къ боковой сторонѣ барабана C, проходя между спицами обоихъ круговъ. Послѣ того обращеніемъ того изъ винтиковъ уровня, который даетъ ему вертикальное движеніе, приводятъ пузырекъ на средину. Уровень снимаютъ и переворотивъ вѣшаютъ снова, такимъ образомъ, чтобы онъ тою же самою точкою трубки прикасался къ діаметрально противоположной сторонѣ барабана: если пузырекъ будетъ находиться опять на срединѣ трубки, то тѣмъ означится, что положеніе оси вращенія горизонтально: въ противномъ случаѣ половину погрѣшности уничтожаютъ упомянутымъ винтикомъ уровня, а другую четырьмя винтами r, r, измѣняющими наклоненіе внутренняго параллелопипеда D′ (чер. 87). Для удобнѣйшаго выполненія вышесказаннаго, полезно повѣрку сію дѣлать въ то время, когда одинъ конецъ горизонтальной оси находится надъ однимъ изъ винтовъ треножника, какъ представлено на чер. 84; по переложеніи же уровня сперва привести пузырекъ на средину обращеніемъ сего ножнаго винта, а потомъ повернувъ сей послѣдній въ противную сторону на половину разности обоихъ отсчетовъ на его шляпкѣ, уничтожить другую половину погрѣшности винтикомъ уровня. Хотя чрезъ это дѣйствіе ось уровня приведется въ положеніе параллельное съ горизонтальною осью, а сія послѣдняя въ направленіе горизонтальное, однакоже такъ какъ ножный винтъ былъ повернутъ на половину разности отсчетовъ, то отвѣсное положеніе вертикальной оси будетъ нарушено, а потому слѣдуетъ снова повернуть ножный винтъ, поставя указатель шляпки на то дѣленіе, какъ было при началѣ дѣйствія, а пузырекъ уровня привести на средину трубки дѣйствуя уже винтами *r, r*. Прежде чѣмъ приступать къ повторенію всего этого дѣйствія, полезно удостовѣриться находится ли ось уровня съ горизонтальною осью въ одной и той же плоскости, какъ было объяснено въ примѣч. на стр. 128, и если окажется, что это не выполняется, то исправить уровень винтикомъ β (чер. 86).

§ 65. Повѣрку трубы начинаютъ уничтоженіемъ параллакса нитей, руководствуясь изложеннымъ въ § 19; потомъ повѣряютъ имѣетъ ли сѣтка съ нитями такое положеніе, чтобы обѣ горизонтальныя нити были параллельны съ плоскостію, проходящею чрезъ горизонтальную ось вращенія и центръ нитей. Для этого наведя центръ нитей трубы на какую нибудь точку предмета, даютъ инструменту азимутальное движеніе микрометреннымъ винтомъ b', и если окажется, что упомянутая точка постоянно находится между обѣими горизонтальными нитями, то тѣмъ означится, что сѣтка имѣетъ требуемое положеніе; въ противномъ случаѣ исправляютъ ее положеніе двумя винтиками *z, z*, поворачивающими коробку, заключающую призму и сѣтку съ нитями около оси трубы.

§ 66. Повѣрка перпендикулярности оптической оси къ горизонтальной оси вращенія, дѣлается слѣдующимъ образомъ: центръ нитей трубы наводятъ на весьма отдаленный предметъ и отсчитавъ показаніе верньера на азимутальномъ кругѣ, повертываютъ инструментъ около вертикальной оси на пол-оборота. Если по наведеніи центра нитей снова на тотъ же предметъ, отсчитываніе на верньерѣ азимутальнаго круга въ семъ 2-мъ положеніи, разнствуетъ отъ 1-го отсчитыванія ровно на 180°, то тѣмъ означится, что требуемое условіе выполнится: если же въ 1-й разъ отсчитано было a градусовъ, а во 2-й разъ $180° + a'$, то величина погрѣшности направленія оптической оси очевидно будетъ $= \pm \frac{1}{2}(a' - a)$, и тогда надлежитъ поставить верньеръ на $180° + \frac{1}{2}(a' + a)$ градусной подписи, а потомъ передвинуть самую сѣтку на наблюдаемый предметъ, посредствомъ двухъ винтиковъ, находящихся возлѣ глазнаго стекла, значущихся на чер. 85.

Къ сожалѣнію этотъ способъ повѣрки оптической оси не имѣетъ строгой точности, ибо во 1-хъ) не льзя отсчитывать показаніе верньера менѣе какъ на $\frac{1}{4}'$, и потому погрѣшность въ направленіи оптической оси, по повтореніи вышеизложеннаго дѣйствія нѣсколько разъ, можетъ всегда превышать $5''$; во 2-хъ) поелику имѣется одинъ верньеръ, то внѣцентренность движенія азимутальнаго круга (см. § 24) будетъ имѣть вліяніе на точность отсчитыванія, а слѣд. и на самую повѣрку. Впрочемъ это вліяніе внѣцентренности будетъ уничтожено, если исполнивъ вышесказанную повѣрку, выберутъ на горизонтѣ предметъ, по приближенію діаметрально противоположный первому, и повторятъ эту повѣрку снова.

b) УПОТРЕБЛЕНІЕ ВЕРТИКАЛЬНАГО КРУГА.

§ 67. Для измѣренія зенитнаго разстоянія какого либо предмета, приводятъ вертикальную ось инструмента въ отвѣсное положеніе (см. § 63), а лимбъ въ плоскость вертикала, проходящаго чрезъ самый предметъ, и наведя на него трубу движеніемъ алидаднаго круга, отсчитываютъ показаніе верньеровъ; потомъ поворотивъ лимбъ на 180° въ азимутѣ, движеніемъ алидаднаго круга наводятъ снова трубу на предметъ и отсчитываютъ вторично показаніе верньеровъ. Послѣ чего *зенитное разстояніе предмета* получится, *если изъ средняго показанія верньеровъ, отсчитаннаго въ то время, когда кругъ находился вправо отъ колонны, вычтемъ среднее отсчитываніе при положеніи онаго слѣва, и эту разность раздѣлимъ по поламъ;* а *мѣсто зенита* (см. § 44) *найдется, если возьмемъ полу-сумму сихъ отсчитываній.*

И въ самомъ дѣлѣ, пусть M (чер. 89) будетъ данный предметъ, а Z зенитъ наблюдателя: если при первомъ визированіи трубою, кругъ находился *влѣво* отъ вертикальной оси, то по оборотѣ круга на 180° въ азимутѣ, труба приметъ направленіе линіи AB, отойдя отъ зенита на уг. BCZ равный измѣряемому углу ZCM $= z$, ибо предполагаемъ, что ось вращенія съ совершенною точностію имѣетъ направленіе отвѣсной линіи. Слѣд. если трубу AB наведемъ вторично на предметъ M, то каждый изъ верньеровъ опишетъ по лимбу дугу равную удвоенному зенитному разстоянію ZCM. Изобразивъ среднее отсчитываніе на лимбѣ при первомъ визированіи трубою чрезъ a, а при второмъ чрезъ b, очевидно, что величина угла $BCM = 2z$ получится, если вычтемъ a изъ b, (ибо градусная подпись означается отъ зенита вправо), и посему искомое зенитное разстояніе z будетъ $= \frac{1}{2}(b - a)$ (*); для опредѣленія же *мѣста зенита*, т. е. того отсчитыванія на кругѣ, какое бы получилось, когда труба имѣла направленіе отвѣсной линіи, достаточно къ отсчитыванію a придать $\frac{1}{2}(b - a)$ и будетъ $\frac{1}{2}(a + b)$.

§ 68. Приведеніе вертикальной оси инструмента въ отвѣсное положеніе дѣлается съ тою цѣлію, чтобы при обращеніи лимба около сей оси, одна и таже точка p круга находилась постоянно вверху онаго, а слѣд. чтобы по обращеніи лимба на 180° въ азимутѣ, труба AB отстояла отъ зенита Z на уг. BCZ равный углу ZCB′ Неизмѣняемость положенія упомянутой точки лимба, при обращеніи его около вертикальной оси узнается изъ положенія пузырька уровня ef, прикрѣпляемаго къ закраинѣ лимба: если пузырекъ, какъ при 1-мъ, такъ и 2-мъ наблюденіи, находился на срединѣ трубки, то тѣмъ означится, что упомянутое условіе соблюдено и потому найденное по вышесказанному зенитное разстояніе точно. Но если пузырекъ не находится на срединѣ трубки, то записанное отсчитываніе на верньерахъ будетъ ошибочно: оно будетъ *болѣе* истиннаго, если возвышенъ *правый* конецъ уровня, а *менѣе* если *лѣвый*. И въ самомъ дѣлѣ, предположимъ, что по наведеніи трубы A′B′ на предметъ, показатель o одного изъ верньеровъ совпадаетъ съ чертою a дѣленія лимба, и что въ это время лѣвый конецъ уровня выше праваго; еслибы неизмѣняя положеніе трубы поворотили лимбъ на столько, чтобы пузырекъ занялъ средину трубки, то показатель o совпалъ бы не со штрихомъ a,

---

(*) Еслибы на лимбѣ градусная подпись означена была отъ зенита влѣво, то было бы $z = \frac{1}{2}(a - b)$; но если при таковой градусной подписи труба обращается не съ алидаднымъ кругомъ, но съ лимбомъ, то $z = \frac{1}{2}(b - a)$ какъ и прежде.

но съ a'; а какъ градусная подпись располагается на лимбѣ отъ a къ a', то записанное показаніе верньера будетъ менѣе истиннаго на количество aa', величина коего опредѣлится уклоненіемъ средины пузырька отъ средины трубки (см. § 28). Такимъ образомъ, если изобразимъ угловую величину дѣленія шкалы уровня чрезъ t, показаніе лѣваго конца чрезъ α, а праваго чрезъ β, то $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)t$ выразитъ величину поправки для средняго отсчитыванія на верньерахъ; поправка сія получится со знакомъ $+$ если $\alpha > \beta$, а съ $-$ если $\alpha < \beta$. Отсюда слѣдующее правило: *при каждомъ визированіи трубою на предметъ, необходимо должно, кромѣ отсчитываній на верньерахъ записывать положеніе пузырька уровня*, прикрѣпленнаго къ закраинѣ лимба: *лѣваго края со знакомъ* $+$, *а праваго со знакомъ* $-$; вычтя меньшее изъ сихъ показаній изъ большаго, и половину разности умноживъ на угловую величину дѣленія шкалы уровня, произведеніе выразитъ величину поправки отсчитыванія на лимбѣ, которую надобно вводить съ тѣмъ знакомъ, какой при ней получится. Послѣ чего съ исправленными такимъ образомъ отсчитываніями должно поступать какъ объяснено было въ § 67.

Такъ на прим. предположимъ, что $t = 2'',8$, а при наблюденіи записано было:

кругъ вправо	I верньеръ	199° 11′ 30″	лѣв. кон. $\alpha = +4,5$
	II «	11. 45	прав. кон. $\beta = -9,0$
	III «	11. 20	разн. $\alpha - \beta = -4,5$
	IV «	11. 25	$\frac{1}{2}(\alpha - \beta = -2,25$
	среднее отсчитыв.	$=$ 199. 11. 30	поправка $= -2,25 \times 2'',8 =$
	поправка	$= -$ 6,3	$-6'',3$
	исправленное отсчитыв.	$=$ 199. 11. 23,7 $= b$	

кругъ влѣво	I верньеръ	20° 21′ 15″	лѣв. кон. $\alpha = +8,3$
	II «	21. 20	прав. кон. $\beta = -5,0$
	III «	20. 55	разн. $\alpha - \beta = +3,3$
	IV «	20. 50	$\frac{1}{2}(\alpha - \beta) = +1,65$
	среднее отсчит.	$=$ 20. 21. 5	поправка $= +1,65 \times 2'',8 =$
	поправка	$= +$ 4,62	$+4'',62$
	исправлен. отсчит.	$=$ 20. 21. 9,62 $= a$	

$$
\begin{aligned}
b &= 199^\circ\, 11'\, 23'',70 \\
a &= \;\;20.\; 21.\;\; 9,62 \\
\hline
b - a &= 178.\; 50.\; 14,08 \\
\tfrac{1}{2}(b - a) &= \;\;89.\; 25.\;\; 7,04 = z = \text{зенитн. разстоянію;} \\
\hline
b + a &= 219.\; 32.\; 33,32 \\
\tfrac{1}{2}(b + a) &= 109.\; 46.\; 16,66 = \mathrm{O} = \text{мѣсту зенита (*)}.
\end{aligned}
$$

§ 69. Въ заключеніе присовокупимъ, что въ практикѣ, для доставленія дѣйствію измѣренія зенитныхъ разстояній строжайшей точности, принято за правило 1-е) при всякомъ положеніи круга дѣлать по два наблюденія, подобно какъ при измѣреніи земныхъ угловъ (см. § 56, 1-е), т. е. наводя центръ нитей обращеніемъ микрометреннаго винта сперва въ одну сторону, а потомъ въ другую. Такимъ образомъ получится двѣ пары отсчитываній на верньерахъ. Исправивъ каждое изъ нихъ отъ состоянія уровня, берутъ среднюю величину каждой пары, а потомъ поступаютъ какъ выше сказано.

2-е) Для уничтоженія вліянія не точности градуснаго дѣленія круга, измѣнять мѣсто зенита приближенно на 15°, и потомъ дѣлать снова по двѣ пары наблюденій. Такимъ образомъ, если въ 1-мъ пріемѣ по оборотѣ круга на 180° въ азимутѣ и по визированіи трубою на предметъ, 1-й верньеръ находился на 3° 3′ 40″, то для 2-го пріема, надобно отнять уровень M (чер. 85) и прикрѣпивъ алидадный кругъ къ лимбу такъ, чтобы показаніе сего верньера было или 18° или 348°, ослабить нажимательный винтъ лимба и движеніемъ онаго навести трубу на предметъ. Потомъ привинтивъ уровень къ закраинѣ лимба, по приближенію въ положеніи горизонтальномъ, дѣлать наблюденіе, какъ объяснено было выше.

Для большей ясности предлагаемъ примѣръ:

(*) Должно при семъ замѣтить, что если вычтемъ найденное такимъ образомъ мѣсто O зенита изъ исправленнаго отсчитыванія b, или исправленное отсчитываніе a изъ мѣста O зенита, то каждая изъ разностей $b - \mathrm{O}$ и $\mathrm{O} - a$ выразить величину зенитнаго разстоянія z наблюдаемаго предмета. Этотъ способъ опредѣлять зенитное разстояніе употребляется преимущественно при астрономическихъ наблюденіяхъ, для доставленія возможности знать величину онаго, соотвѣтствующую моменту визированія на свѣтило.

пріемы.	положеніе круга.	среднія от-считыванія.	уровень $t = 2'',35$. +	—	поправка.	исправленныя отсчитыванія.	среднія величины.
I	вправо	359° 8′ 29″,5	20′,8	17′,2	+ 4″,23	33″,73	359° 8′28″02
		17,5	21,1	17,0	+ 4,82	22,32	
	влѣво	178. 58. 58,0	18,1	20,1	— 2,35	55,65	178. 58. 50,42
		40,5	20,0	17,0	+ 4,70	45,20	
II	влѣво	194. 12. 10,5	19,8	18,4	+ 1,65	11,65	194. 12. 7,92
		0,5	20,3	17,5	+ 3,29	3,79	
	вправо	14. 21. 43,5	19,0	21,0	— 2,35	41,15	14. 21. 40,61
		30,2	23,2	14,8	+ 9,87	40,07	

Изъ 1-го пріема:

кругъ вправо 359° 8′ 28″,02
кругъ влѣво 178. 58. 50,42

$2z = 180.\ 9.\ 37,60$
$z = 90.\ 4.\ 48,80$

Изъ 2-го пріема:

кругъ вправо 14° 21′ 40″,61
кругъ влѣво 194. 12. 7,72

$2z = 180.\ 9.\ 32,89$ (*)
$z = 90.\ 4.\ 46,44$
изъ 1-го пріема $z =$ 48,80

средн. велич. $z = 90.\ 4.\ 47,62.$

—

ГЛАВА V.

Объ астрономическомъ теодолитѣ.

§ 70. *Астрономическій теодолитъ* (чер. 88 и 94) различествуетъ отъ простаго, или такъ называемаго *земнаго* (terrestrische Theodolite) или *повторительнаго* теодолита, тѣмъ, что лимбъ его можно приводить не только въ горизонтальное, но и въ вертикальное положеніе и потому съ одинаковою пользою употреблять какъ для измѣренія азимутальныхъ

(*) Такъ какъ 14° менѣе 194°, то для возможности вычитанія надобно къ 14° прибавить 360°.

угловъ, такъ и зенитныхъ разстояній. Здѣсь предлагаемъ описаніе сего инструмента новѣйшаго устройства Эртеля.

Когда инструментъ свинченъ для измѣренія азимутальныхъ угловъ, какъ представлено на чер. 88, тогда онъ весьма сходствуетъ по своему устройству съ теодолитомъ, описаннымъ нами въ Главѣ III. Труба A, дѣлаемая ломаною, съ находящимся на оси ея вращенія кругомъ A′ искателемъ, устроивается одинаково какъ въ Эртелевомъ пасажномъ инструментѣ (см. § 34, 4-е) а вилка BB, алидадный кругъ C съ ея осью вращенія *c*, и лимбъ D съ привинченною къ нему на глухо втулкою *d*, какъ изложено нами было въ § 50 (*). Все различіе этого инструмента, отъ теодолита описаннаго нами въ Главѣ III, состоитъ въ томъ, что втулка лимба вкладывается тамъ въ отверстіе просверленное въ треножникѣ, тогда какъ здѣсь это отверстіе сдѣлано въ параллелопипедѣ EE, привинчиваемомъ двумя толстыми стальными винтами *e*, *e*, къ закраинѣ *ff*, коробки, придѣланной на глухо къ оконечности стальной оси F. Ось сія вложена въ отверстіе колонны G, имѣющей видъ усѣченнаго конуса и на глухо привинченной къ треножнику H. На выдающійся конецъ этой оси F надѣтъ азимутальный кругъ F′, прикрѣпляемый къ ней посредствомъ гайки подобно какъ въ вертикальномъ кругѣ (см. стр. 175). Упомянутая коробка *ff*, вмѣстѣ съ параллелопипедомъ E, прикрѣпляется къ колоннѣ G нажимательнымъ винтомъ, (который на чер. 94 означенъ буквою *g*), имѣющимъ возлѣ себя другой микрометренный. Лимбъ D, сверхъ того, можно укрѣплять къ параллелопипеду посредствомъ винта δ. Такимъ образомъ, если теодолитъ свинченъ для измѣренія азимутальныхъ угловъ, то для доставленія лимбу свободнаго движенія на оси, надобно ослабить или винтъ δ, или винтъ *g* (чер. 88); въ 1-мъ случаѣ, его втулка *d*, а во 2-мъ ось F, будетъ служить ему осью вращенія.

(*) Во избѣжаніе многосложности чертежа, на немъ не показана повѣрительная труба, которая прикрѣпляется къ пустому цилиндру, надѣваемому на внѣшнюю поверхность втулки *d′*, какъ изложено нами было въ § 50, *b*.

§ 71. Когда желаютъ астрономическимъ теодолитомъ измѣрять зенитныя разстоянія предметовъ, тогда снявъ уровень съ оси вращенія трубы A, вынувъ сію послѣднюю изъ гнѣздъ подпорокъ и отвинтивъ вилку B отъ алидаднаго круга, вкладываютъ особую трубу I (чер. 94) въ полукруглыя вырѣзы двухъ подпорокъ *a, a,* на глухо придѣланныхъ къ алидадному кругу (*), и наложивъ на трубу скобы, привинчиваютъ ихъ винтиками *α, α*. Самая труба, дѣлается, какъ видно изъ чертежа, прямою и имѣющею выдвижное колено ломанымъ, подобно какъ въ вертикальномъ кругѣ. Послѣ того вывинтивъ винты *e, e,* отнимаютъ параллелопипедъ EE, вмѣстѣ съ лимбомъ отъ закраинъ *ff* коробки, и наклонивъ кругъ вертикально, привинчиваютъ снова параллелопипедъ тѣми же самыми винтами *e, e,* къ закраинамъ коробки, такъ, чтобы та поверхность EE параллелопипеда, которая на чер. 88, показана обращенною къ наблюдателю, находилась вверху. На чер. 94, изображенъ астрон. теодолитъ свинченнымъ въ семъ положеніи и обращеннымъ около вертикальной оси на 90° Дабы лимбъ находясь въ вертикальномъ положеніи не перевѣшивалъ въ одну сторону, прикрѣпляется къ параллелопипеду двумя винтиками съ двухъ противоположныхъ его сторонъ рамка L, его обнимающая; къ одному концу сей рамки придѣлана гиря M, а къ другому колесцо *m,* подпирающее втулку лимба снизу. Эта рамка представлена особо на чер. 90 и 91; на чер. 91 показана она въ томъ видѣ, когда будемъ смотрѣть на нее сверху, а на чер. 90 со стороны лимба, гдѣ E означаетъ параллелопипедъ, *e* и *e* отверстія для винтовъ, коими онъ прикрѣпляется къ закраинамъ коробки, *d* втулку и *c* ось вращенія алидаднаго круга. Сверху параллелопипеда привинчивается цилиндръ O (чер. 94) съ придѣланною къ нему колонною N, поддерживающею рычагъ P, на одномъ концѣ коего имѣется гиря Q, а другой конецъ поднимаетъ рукавъ R, (представленный особо на чер. 93), который сдѣланъ изъ цѣльнаго куска металла съ кольцомъ *rr,* имѣющимъ снизу два колеца *s, s,* и надѣваемомъ на

(*) Подпорки сіи не показаны на чер. 88.

кружокъ *b* (чер. 94), привинченный на глухо къ срединѣ трубы I. Все это сдѣлано для того, чтобы гиря Q поднимала къ верху конецъ *p* рычага P, а вмѣстѣ съ тѣмъ и средину алидаднаго круга и чрезъ то уничтожала треніе сего послѣдняго въ лимбѣ.

Въ заключеніе надлежитъ присовокупить, что къ закраинѣ лимба снизу, прикрѣпляется винтомъ *k* уровень T, служащій для приведенія вертикальной оси вращенія F инструмента въ отвѣсное положеніе; посредствомъ онаго исправляются отсчитыванія на лимбѣ при измѣреніи зенитныхъ разстояній, какъ объяснено нами было въ § 68.

§ 72. Когда астрон. теодолитъ свинченъ для измѣренія азимутальныхъ угловъ, тогда онъ повѣрятся, какъ простой теодолитъ (*) (см. §§ 51—53); когда же онъ свинченъ для наблюденія зенитныхъ разстояній, тогда поступаютъ, подобно какъ при повѣркѣ вертикальнаго круга, а именно: сперва приводятъ вертикальную ось въ отвѣсное положеніе, посредствомъ уровня T (чер. 94), какъ объяснено было въ § 63; потомъ уничтоживъ параллаксъ нитей, повѣряютъ имѣетъ ли сѣтка такое положеніе, чтобы обѣ горизонтальныя нити были параллельны плоскости, проходящей чрезъ горизонтальную ось вращенія и оптическую ось, (поступая, какъ объяснено было въ § 65), и наконецъ перпендикулярны ли обѣ сіи оси одна къ другой, какъ изложено было въ § 66. Такъ какъ въ астрон. теодолитѣ, свинченномъ для наблюденія зенитныхъ разстояній, не льзя вѣшать уровня на ось вращенія алидаднаго круга, подобно какъ въ вертикальномъ кругѣ (§ 64), то перпендикулярность положенія оной къ вертикальной оси, не иначе возможно повѣрить какъ съ помощію, такъ называемаго *искусственнаго горизонта*, т. е. ящичка налитаго ртутью или постнымъ масломъ. Повѣрка въ семъ случаѣ состоитъ въ томъ, что по наведеніи центра нитей трубы на какую либо точку высокаго земнаго предмета, ставятъ искусственный горизонтъ предъ инструментомъ такимъ образомъ, чтобы этотъ

(*) При повѣркѣ ломаной трубы поступаютъ какъ изложено нами было въ § 41, *b*.

предметъ видимъ былъ въ немъ чрезъ отраженіе, и давъ алидадному кругу свободное движеніе на оси, смотрятъ будетъ ли центръ нитей вторично закрывать туже самую точку предмета, видимую въ отражающей поверхности. Если это выполняется, то это послужитъ признакомъ, что оптическая ось трубы описываетъ отвѣсную плоскость, а слѣд. что ось вращенія алидаднаго круга перпендикулярна къ вертикальной оси, ибо предполагаемъ, что сія послѣдняя приведена предварительно въ отвѣсное положеніе. Къ сожалѣнію устройство астрон. теодолита, лишаетъ возможности исправлять погрѣшности, въ случаѣ невыполненія вышесказаннаго.

Считаемъ за излишнее распространяться объ употребленіи астр. теодолита, ибо измѣреніе азимутальныхъ угловъ дѣлается какъ простымъ теодолитомъ (см. §§ 55—57), а зенитныхъ разстояній какъ вертикальнымъ кругомъ (см. § 67).

ГЛАВА VI.

Объ универсальныхъ инструментахъ.

А. БОЛЬШОЙ УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ИНСТРУМЕНТЪ.

§ 73. Единственное неудобство астрономическаго теодолита, состоящее въ томъ, что не льзя наблюдать имъ азимутальныхъ угловъ и зенитныхъ разстояній не перевинчивая инструмента, побудило Рейхенбаха устроить такой снарядъ, названный имъ *универсальнымъ инструментомъ*, который бы соединялъ въ себѣ свойства теодолита, вертикальнаго круга и пасажнаго инструмента. Универсальные инструменты бываютъ двоякаго рода: *большіе* и *малые*. Хотя они со времени своего появленія значительно измѣнены Эртелемъ, однакоже устройство ихъ въ сущности оставалось одинаковымъ. Чер. 98 и 99 представляетъ съ двухъ сторонъ перваго рода универсальный инструментъ. Онъ состоитъ изъ двухъ системъ круговъ: горизонтальныхъ и вертикальныхъ. Къ алидадному кругу А горизонтальной системы, придѣлана на глухо стальная ось В, (устроиваемая подобно какъ въ вертикальномъ кругѣ чер. 87), проходящая чрезъ треножникъ С, и подпирающаяся снизу пружиною *c* для уменьшенія тренія. Къ нижней части сей оси придѣланъ на глухо малый азимутальный кругъ искатель D. Посредствомъ верньера, означеннаго на пластинкѣ, придѣланной къ одной вѣтви треножника, отсчитываются на немъ дѣленія до 1′ точности. Посредствомъ винта *a*, который сжимаетъ клещи, обхватывающія края сего азимутальнаго круга, укрѣпляется вертикальная ось В, а слѣд. и алидадный кругъ А, со всею верхнею частію инструмента къ треножнику; посредствомъ же винта *a′* дается ему микрометренное движеніе.

Къ горизонтальному лимбу А′А′, придѣлана снизу цилиндрическая втулка, (подобно какъ въ теодолитѣ, см. стр. 157), а къ сей послѣдней двойной рукавъ, который лежитъ на кружкѣ FF, привинченномъ на глухо къ верхней части треножника. Посредствомъ винта *e*, сжимающаго клещи, которыя обхватываютъ края сего кружка, укрѣпляется лимбъ къ треножнику, а посредствомъ винта *e′* дается лимбу микрометренное движеніе.

На втулку лимба, надѣта цилиндрическая коробка, къ коей придѣлана повѣрительная труба Н. Винтъ *g* укрѣпляетъ ее къ втулкѣ лимба, а винтъ *g′* даетъ ей микрометренное движеніе въ азимутѣ.

Къ срединѣ алидаднаго круга АА, сверху, укрѣплена на глухо вилка I, I; въ оконечностяхъ сдѣланы вырѣзы, подобно какъ въ теодолитѣ (см. § 50, *e*), служащіе гнѣздами для оси вращенія ломаной трубы К. На одномъ концѣ сей оси находится система вертикальныхъ круговъ L и М. Лимбъ ея LL, укрѣпленъ на глухо на оси, а въ углубленіи его вложенъ алидадный кругъ ММ, свободно поворачивающійся на концѣ оси. Къ срединѣ сего алидаднаго круга прикрѣпляется посредствомъ двухъ винтовъ *n*, *n*, кольцо, сдѣланное изъ цѣльнаго куска металла съ рукавомъ Р, коего конецъ съ одной стороны упирается въ оконечность винта *m*, а съ другаго отталкивается стальною пружиною. Такъ какъ это кольцо привинчено крѣпко къ алидадному кругу и рукавъ его неподвиженъ, то при движеніи трубы въ вертикальной плоскости, обращается съ нею одинъ только лимбъ, а алидадный кругъ остается неизмѣняемо въ одномъ и томъ же положеніи. Для доставленія возможности узнать не измѣнилось ли положеніе алидаднаго круга во время наблюденія, привинчивается къ внутреннему краю онаго, уровень Q; пузырекъ его приводится на средину или винтомъ *q*, или винтомъ *m*, служащимъ микрометреннымъ для алидаднаго круга. Чтобы перемѣстить мѣсто зенита надобно сперва ослабить винты *n*, *n*, потомъ переворотить по произволу алидадный кругъ и по укрѣпленіи оныхъ, привинтить уровень Q.

На выдающійся другой конецъ *k* (чер. 99) оси вращенія трубы, заключающій трубочку съ глазнымъ стекломъ, надѣтъ другой вертикальный кругъ R, прикрѣпляемый къ ней посредствомъ круглой гайки. На этомъ вертикальномъ кругѣ, служащимъ противовѣсомъ вертикальному лимбу L и вмѣстѣ кругомъ искателемъ при наблюденіи зенитныхъ разстояній, означено градусное дѣленіе. Верньеръ находящійся на пластинкѣ, придѣланный къ вѣтви вилки, доставляетъ возможность отсчитывать на немъ отъ $1'$ до $1'$ Кругъ сей, вмѣстѣ съ осью вращенія трубы прикрѣпляется къ вилкѣ I, посредствомъ винта *r*, сжимающаго клещи, которыя обхватываютъ края онаго; винтъ же *r'* даетъ трубѣ микрометренное движеніе.

Въ заключеніе надлежитъ присовокупить, что нижняя часть вилки, сдѣлана въ видѣ корыта; въ ней помѣщены рычаги съ гирями G, G (чер. 99), поднимающими вверхъ стойки S, S, съ колесцами. На этихъ колесцахъ лежитъ ось вращенія трубы, и такимъ образомъ доставляется трубѣ плавное движеніе въ вертикальной плоскости, когда винтъ *r* будетъ ослабленъ. На цапфы трубы накладывается уровень TT, подобно какъ въ теодолитѣ: его снимаютъ, при визированіи трубою въ зенитъ или близь онаго. Оба лимба раздѣлены отъ $5'$ до $5'$, а посредствомъ верньеровъ можно отсчитывать на нихъ отъ $4''$ до $4''$. Такъ какъ вертикальный лимбъ обращается вмѣстѣ съ трубою, а алидадный кругъ остается неподвиженъ, то градусная подпись означается на немъ отъ зенита влѣво, т. е. въ противную сторону какъ на прочихъ инструментахъ (см. примѣч. на стр. 181). Такимъ же образомъ означена оная и на кругахъ искателяхъ.

§ 74. По цѣли назначенія универсальнаго инструмента, необходимо, чтобы во время наблюденія, вертикальная его ось имѣла направленіе отвѣсной линіи; чтобы ось вращенія трубы была горизонтальна, и наконецъ, чтобы оптическая ось трубы была перпендикулярна къ оси ея вращенія, а слѣд., чтобы при обращеніи трубы, описывала она кругъ вертикала. По сей причинѣ, предъ употребленіемъ этого инструмента всякій разъ повѣряютъ:

1-е) Уровень TT (чер. 99), переложеніемъ его на цапфахъ трубы (см. § 36) (*).

2-е) Перпендикулярность оси вращенія трубы къ вертикальной оси, обращеніемъ горизонтальнаго алидаднаго круга на 180° въ азимутѣ, какъ было объяснено въ § 51 и 52. Послѣ того приводятъ послѣднюю въ отвѣсное положеніе (см. § 54).

3-е) Совпаденіе нитей, съ фокусомъ предметнаго стекла и положеніе самыхъ нитей, руководствуясь изложеннымъ въ § 42.

4-е) Перпендикулярность отражающей поверхности призмы, внутри трубы находящейся, къ плоскости, проходящей чрезъ горизонтальную ось вращенія и оптическій центръ предметнаго стекла (см. § 41, *b*).

И наконецъ 5-е) перпендикулярность оптической оси къ оси вращенія трубы.

По невозможности перекладывать трубу въ ея гнѣздахъ, послѣднее условіе повѣряютъ слѣдующимъ образомъ: наводятъ центръ нитей трубы на весьма отдаленный предметъ, и отсчитавъ показаніе верньеровъ на горизонтальномъ лимбѣ, поворачиваютъ алидадный кругъ на 180° въ азимутѣ. Послѣ того переворотивъ трубу чрезъ зенитъ, смотрятъ по-

---

(*) Равенство діаметровъ цапфъ трубы, повѣряется руководствуясь изложеннымъ въ § 40.

крываетъ ли вторично центръ нитей тотъ же самый предметъ. Если покрываетъ, то тѣмъ означится, что направленіе оптической оси правильно; если же нѣтъ, то исправляютъ положеніе призмы, какъ объяснено на стр. 148.

§ 75. Измѣреніе универсальнымъ инструментомъ азимутальныхъ угловъ не иначе возможно, какъ по способу Струве, изложенному нами въ § 56, ибо такъ какъ при движеніи горизонтальнаго лимба, алидадный кругъ вмѣстѣ съ трубою остается неподвижнымъ, то не льзя измѣрять этимъ инструментомъ углы по способу Мейера (см. § 55). При наблюденіи же зенитныхъ разстояній поступаютъ какъ объяснено нами было въ § 69, т. е. дѣлая всегда по двѣ пары наблюденій: въ 1-й разъ имѣя вертикальный лимбъ вправо отъ трубы и дѣйствуя микрометреннымъ винтомъ r' сначала въ одну, и потомъ въ другую сторону; во 2-й же разъ влѣво. Для другаго пріема измѣренія зенитныхъ разстояній, перемѣщаютъ мѣсто зенита вертикальнаго круга на 15°, какъ объяснено было въ § 69, 2-е, и такимъ образомъ повторяютъ это дѣйствіе нѣсколько разъ. При выводѣ величины зенитнаго разстоянія и опредѣленія мѣста зенита на вертикальномъ кругѣ, поступаютъ какъ изложено нами было въ §§ 67 и 68.

МАЛЫЙ УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ИНСТРУМЕТЪ.

§ 76. Сей инструментъ, представленный на чер. 100 и 106, служитъ подобно какъ и предшествующій для опредѣленія азимутальныхъ угловъ и зенитныхъ разстояній. По легкости и удобности своей въ переноскѣ, онъ преимущественно употребляется путешествующими астрономами. Его горизонтальный лимбъ AA, имѣющій 6 париж. дюймовъ въ діаметрѣ раздѣленъ отъ 10′ до 10′, а верньеры, означенные на краю алидаднаго круга BB, доставляютъ возможность отсчитывать отъ 10″ до 10″. Самое устройство нижней части этого инструмента, т. е. треножника, лимба съ его втулкою, алидаднаго круга съ его вертикальною осью, повѣрительной трубы, (которая на черт. не показана), нажимательныхъ и микрометренныхъ винтовъ, ничѣмъ не разнствуетъ отъ теодолита, описаннаго въ Гл. III (см. § 50). Все различіе этого инструмента отъ сего послѣдняго состоитъ въ томъ, что труба K, дѣлаемая прямою, укрѣплена къ концу оси D, и такимъ образомъ находясь внѣ вилки CC, можетъ быть оборачиваема чрезъ зенитъ; къ другому же концу оси прикрѣпленъ на глухо вертикальный лимбъ EE, который равно какъ и его алидадный кругъ F съ уровнемъ G, устроиваются сходно какъ въ большомъ универ. инструментѣ (*). Ось D, опоясывается въ своей срединѣ кольцомъ H, сдѣланнымъ изъ цѣльнаго куска металла съ рычагомъ *h;* оно представлено особо на чер. 108, изображающемъ его въ разрѣзѣ. Изъ онаго видно, что конецъ рычага *h,* вставляется въ отверстіе горизонтальнаго бруска *aa,* коего одинъ конецъ придавливается пружиною *m* а другой винтомъ *b,* а винтъ *c,* укрѣпляетъ ось D въ кольцѣ H. Такимъ образомъ, если сей винтъ будетъ ослабленъ, то ось D вмѣстѣ съ трубою и вертикальнымъ лимбомъ получитъ въ кольцѣ свободное движеніе; а если онъ будетъ прикрѣпленъ, то винтъ *b* послужитъ для нее микрометреннымъ.

Въ заключеніе слѣдуетъ присовокупить, что для наблюденія свѣтилъ значительно возвышенныхъ надъ горизонтомъ, на трубочку M (чер. 106) съ глазнымъ стекломъ надѣвается другая съ хрустальною призмою. Винтъ P служитъ для прикрѣпленія инструмента къ штативу.

§ 77. Повѣрка этого инструмента совершенно одинакова съ изложеннымъ нами касательно большаго универсальнаго инструмента. Зенитныя разстоянія измѣряются имъ подобно

(*) На чер. 100 представлена эта часть инструмента въ разрѣзѣ: EE есть лимбъ съ придѣланною къ нему коническою осью *d;* FF алидадный кругъ съ втулкою *aa,* сдѣланною съ нимъ изъ одного куска металла; *bb* кольцо съ рычагомъ *c,* надѣтое на втулку; оно прикрѣпляется къ ней посредствомъ двухъ винтовъ *e, e; ff* другая втулка съ уровнемъ прикрѣпляемая къ втулкѣ *aa,* посредствомъ винтовъ *g, g.* Для перемѣщенія мѣста зенита, надобно сперва ослабить винты *e, e* и *g, g,* потомъ поворотить алидад. кругъ и уровень, и прикрѣпивъ сіи винты, привести пузырекъ уровня G на средину трубки, дѣйствуя микрометреннымъ винтомъ *q* (чер. 106).

какъ объяснено въ §§ 67 — 69, а азимутальные углы какъ простымъ теодолитомъ (см. §§ 54 — 57), почему мы и не станемъ распространяться объ употребленіи этого инструмента; но сдѣлаемъ замѣчаніе касательно погрѣшностей въ наблюденіяхъ горизонтальныхъ угловъ отъ внѣцентренности трубы K.

Пусть C (чер. 103) представляетъ центръ горизонтальнаго лимба, $CE = CK = e$ ексцентриситетъ трубы, т. е. разстояніе ея оси отъ вертикальной оси вращенія; точки A и B два предмета, между коими требуется измѣрить уг. $ACB = x$. Если предположимъ, что труба во время наблюденія, находилась по лѣвую сторону оси, то по визированіи сперва на предметъ A, а потомъ на B, она опишетъ уг. $AFB = ECK$, измѣряющійся дугою пройденною верньеромъ алидаднаго круга. Уголъ сей, который изобразимъ чрезъ α, будетъ разнствовать отъ требуемаго угла $ACB = x$. Для опредѣленія величины сего послѣдняго, замѣтимъ, что

$$ACB + ACE = ECK + KCB;$$

но $$ACE = 90^\circ - A,\ KCB = 90^\circ - B;$$

слѣд. $$x + 90^\circ - A = \alpha + 90^\circ - B,$$

откуда $$x = \alpha + A - B.$$

Изъ прямоугольныхъ же треугольниковъ ACE и BCK, положивъ $KC = G$, $CB = D$, имѣемъ

$$\sin A = \frac{e}{G},\ \sin B = \frac{e}{D};$$

или $$A = \frac{e}{G \sin 1''},\ B = \frac{e}{D \sin 1''},$$

ибо такъ какъ e не свыше 4 дюйм., а G и D представляютъ разстоянія до наблюдаемыхъ предметовъ, то вмѣсто $\sin A$ и $\sin B$, можно принять ихъ дуги, т. е. $\sin A = A \sin 1''$, $\sin B = B \sin 1''$ (см. стр. 6). Послѣ чего получимъ

$$x = \alpha + \frac{e}{G \sin 1''} - \frac{e}{D \sin 1''}. \qquad (1).$$

Не должно забывать, что это урав. выведено при томъ предположеніи, что труба находилась во время наблюденія влѣво отъ вертикальной оси; если же бы она находилась вправо, то при измѣреніи угла, она описала бы уг. AF′B, измѣряющійся дугою E′K′, которая будетъ равна описываемой верньеромъ. Изобразивъ ее буквою α', получимъ какъ выше

$$ACB + BCK' = ACE' + E'CK',$$

или

$$x + 90^\circ - B = \alpha' + 90^\circ - A,$$

откуда

$$x = \alpha' + \frac{e}{D\sin 1''} - \frac{e}{G\sin 1''}.$$

И такъ, погрѣшности, происшедшія при измѣреніи угла отъ внѣцентренности трубы какъ въ 1-мъ, такъ и во 2-мъ случаѣ, одинаковы, но съ противными знаками. По сложеніи сихъ двухъ уравненій, получимъ

$$x = \tfrac{1}{2}(\alpha + \alpha').$$

Отсюда заключаемъ, что если сдѣлано будетъ одинакое число наблюденій симъ инструментомъ имѣя трубу вправо, сколько сдѣлано было ихъ имѣя трубу влѣво отъ вертикальной оси, то средняя величина результатовъ будетъ независима отъ внѣцентренности трубы (*).

—

ГЛАВА VII.

Объ отражательныхъ инструментахъ.

§ 78. Инструменты, устроиваемые на законахъ отраженія лучей свѣта отъ плоскихъ поверхностей и потому именуемые *отражательными*, употребляются вообще въ тѣхъ случаяхъ, когда отъ наблюденій требуется не столько строгой точности, сколько скорости дѣйствія, какъ на прим. во

(*) При семъ должно замѣтить, что еслибы этимъ инструментомъ измѣрялись всѣ три угла треуг-ка ABC, при одномъ и томъ же положеніи трубы, то хотя каждый уголъ получился бы ошибочнымъ, однакожс не возможно было бы открыть сей погрѣшности время путешествій или въ военное время. Эти инструменты въ особенности замѣчательны тѣмъ, что наблюденія ими производятся безъ помощи штатива, и потому преимущественно употребляются на морѣ для производства астрономическихъ наблюденій. Здѣсь ограничимся описаніемъ секстанта, зеркальныхъ и призматическихъ круговъ; всѣ же прочіе отражательные инструменты разсмотрѣны будутъ нами въ Топографіи.

А. СЕКСТАНТЪ.

§ 79. Устройство секстанта основано на слѣдующихъ началахъ:

Вообразимъ себѣ два плоскія зеркала MM′, NN′ (чер. 64), утвержденныя на плоскости въ положеніи къ ней перпендикулярномъ: лучь свѣта GC падающій на зеркало параллельно къ упомянутой плоскости, (въ слѣдствіе основнаго закона Катоптрики), отразится отъ него во 1-хъ) въ плоскости GCR перпендикулярной къ зеркалу MM′ и во 2-хъ) составляя уголъ GCM *паденія,* равный углу RCM′ *отраженія.* Если отраженный лучь встрѣтитъ зеркало NN′, то онъ вторично отразится отъ него по тому же закону, т. е. уг. NRC будетъ = углу N′RL, при чемъ вторично отраженный лучь RL будетъ находиться съ лучемъ GC паденія въ одной и той же плоскости. Изобразимъ углы паденія и отраженія при зеркалѣ MM′ чрезъ α, а при зеркалѣ NN′ чрезъ β, и изслѣдуемъ по

въ суммѣ угловъ треугольника, ибо онѣ взаимно уничтожились бы. И въ самомъ дѣлѣ, изобразивъ бока даннаго треугольника чрезъ c, b, a, а ошибки въ углахъ C, B, A, чрезъ δ, δ', δ'', получимъ на основаніи уравненія (1):

$$\delta = \frac{e}{b\sin 1''} - \frac{e}{a\sin 1''},$$

$$\delta' = \frac{e}{a\sin 1''} - \frac{e}{c\sin 1''},$$

$$\delta'' = \frac{e}{c\sin 1''} - \frac{e}{b\sin 1''};$$

откуда
$$\delta + \delta' + \delta'' = 0.$$

какому закону отражаются вторично лучи, въ случаѣ параллельности и не параллельности зеркалъ.

Въ 1-мъ случаѣ, т. е. когда зеркала ***параллельны*** (чер. 64), уг. M′CR будетъ = уг. NRC, или $\alpha = \beta$; но уг. GCR $= 180^\circ - 2\alpha$, а уг. CRL $= 180^\circ - 2\beta$; слѣд. GCR = CRL, т. е. въ случаѣ *параллельности зеркалъ, вторично отраженный лучъ* RL *будетъ параллеленъ падающему лучу* GC, и обратно, т. е. въ случаѣ параллельности вышесказанныхъ лучей, зеркала будутъ между собою параллельны.

Во 2-мъ же случаѣ, т. е. когда *зеркала не параллельны* между собою (чер. 58) положимъ, что лучь свѣта DC, упадая на зеркало MM′, отражается отъ него по линіи CR, а потомъ отъ зеркала NN′ по линіи RL, и что вторично отраженный лучь RL пересѣкается съ продолженнымъ лучемъ DC въ точкѣ L. Это пересѣченіе непремѣнно воспослѣдуетъ, ибо оба луча, въ слѣдствіе вышесказаннаго, находятся въ одной и той же плоскости. Найдемъ величину угла CLR $= x$ ими составляемаго.

Изъ треугольника CRL имѣемъ $x =$ DCR — CRL или $= 180^\circ - 2\alpha - (180^\circ - 2\beta) = 2(\beta - \alpha)$. Но продолженныя зеркала съ отраженнымъ лучемъ CR составляютъ треуг. CRB, въ коемъ уг. B = NRC — RCB $= \beta - \alpha$, а слѣд. $x = 2$B, т. е. что *искомый уг.* x *равняется удвоенному углу* B *между продолженіемъ зеркалъ;* по равенству же сего послѣдняго съ угломъ BCA, заключающимся между направленіемъ зеркала MM′ и линіею CA параллельною къ положенію другаго зеркала NN′, заключаемъ, что уг. $x = 2$ACB.

И такъ, еслибы зеркало NN′ утверждено было неподвижно на плоскости въ положеніи перпендикулярномъ, а зеркало MM′ сохраняя перпендикулярное направленіе къ той же плоскости, могло поворачиваться около центра дуги ABE, раздѣленной на градусы, и наконецъ, еслибы къ сему зеркалу по направленію его длины придѣлана была алидада, то очевидно, что посредствомъ такого снаряда получилась бы возможность измѣрять не только уголъ DLR, составляемый падающимъ и вторично отраженнымъ лучемъ, но даже и уголъ между самыми предметами G и D, ибо для опредѣленія послѣдняго надлежало бы токмо привести весь снарядъ въ такое положеніе, чтобы вторично отраженный лучь RL совпадалъ съ лучемъ GL, исходящимъ отъ предмета G: число градусовъ дуги AB изобразило бы очевидно величину половины измѣряемаго угла DLG.

§ 80. На основаніи изложенной нами теоріи устроенъ въ 1737 году *Гадлеемъ* секстантъ, изобрѣтеніе коего принадлежитъ Ньютону. Секстантъ дѣлается въ видѣ круговаго сектора (чер. 76), котораго дуга ABE, раздѣленная на градусы немногимъ болѣе 6-й доли окружности. Около центра C дуги обращается алидада BC съ верньеромъ, нажимательнымъ винтомъ a и микрометреннымъ b. На алидадѣ утверждается надъ самымъ центромъ вращенія, и слѣд. надъ центромъ дуги, зеркало MM′, именуемое *большимъ*, въ положеніи перпендикулярномъ къ верхней плоскости секстанта. Другое же зеркальцо NN′, меньшей величины и потому называемое *малымъ*, утверждается неподвижно на радіусѣ CE; верхняя половина его подводки (амальгамы) соскабливается. Это зеркальцо утверждается въ такомъ положеніи, чтобы оно было параллельно зеркалу MM′ въ то время, когда нуль верньера находится на нулѣ градусной подписи лимба AE. При означеніи же сей послѣдней, каждый полуградусъ принимается за градусъ, такъ что вмѣсто цифръ 5, 10, 15.. .. вырѣзываются на лимбѣ 10, 20, 30. (*). Наконецъ по направленію линіи RL, представляющей отраженіе падающаго луча CR, утверждается зрительная трубочка LL′ въ положеніи параллельномъ къ верхней поверхности секстанта и съ соблюденіемъ, чтобы оптическая ось ея проходила чрезъ верхній край подводки малаго зеркальца NN′. Трубочка сія, заключающая внутри сѣтку изъ двухъ паръ нитей, взаимно перпендикулярныхъ, ввинчивается въ кольцо K, представленное особо на чер. 77, и состоящее изъ двухъ другихъ: внѣшняго k' и внутренняго k''. Внѣшнее сдѣлано изъ цѣльнаго

(*) Въ секстантахъ, по большей части, каждый такой полуградусъ дѣлится на шесть частей, а посредствомъ верньера получается возможность отсчитывать отъ 10″ до 10″

куска металла съ ручкою Q, которая вставляется въ гнѣздо, сдѣланное въ секстантѣ и съ помощію винта, снизу онаго находящагося, по произволу можетъ быть вмѣстѣ съ трубочкою приближаемо къ плоскости инструмента. Внутреннее же k'', въ которое ввинчивается трубочка, прикрѣпляется къ первому двумя винтиками a, b, находящимися по направленію оси ручки Q, и упирается въ него двумя шпильками i, i. Это дѣлается съ тою цѣлію, чтобы ославивъ одинъ изъ упомянутыхъ винтовъ, и прикрѣпивъ другой, внутреннее кольцо, вмѣстѣ съ трубочкою могло обращаться около прямой параллельной плоскости инструмента и такимъ образомъ оптическая ось зрительной трубы могла быть приводима въ направленіе параллельное плоскости секстанта.

Въ заключеніе надлежитъ присовокупить, что къ нижней поверхности секстанта придѣлывается ручка P для удобнѣйшаго держанія онаго, а для астрономическихъ наблюденій помѣщаются между малымъ и большимъ зеркалами, и сзади малаго зеркальца по три цвѣтныхъ стекла F и H. Стекла сіи свободно обращаются около своихъ осей и по произволенію могутъ быть поднимаемы предъ этими зеркалами или откидываемы въ сторону.

§ 81. Предполагая, что выполняются всѣ условія, о коихъ говорено было при описаніи устройства секстанта, разсмотримъ теперь употребленіе онаго. Секстантомъ можно измѣрять двоякаго рода углы: лежащіе въ наклонныхъ плоскостяхъ и высоты свѣтилъ.

Для измѣренія угла въ наклонной плоскости, на прим. между двумя земными предметами, наблюдатель взявъ секстантъ за рукоятку и приведя лимбъ (зеркалами вверхъ) въ плоскость предметовъ, наводитъ зрительную трубочку сквозь прозрачную часть малаго зеркальца NN′ на лѣвый предметъ G (чер. 76) и подвигаетъ алидаду, а слѣд. и большое зеркало MM′ до тѣхъ поръ, пока правый предметъ D, чрезъ вторичное отраженіе, войдетъ въ полѣ трубы. По прикрѣпленіи нажимательнаго винта a алидады, обращеніемъ микрометреннаго винта b, зеркало MM′ поворачиваетъ на столько, чтобы изображеніе праваго предмета D въ маломъ зеркалѣ совпадало съ совершенною точностію съ изображеніемъ лѣваго, видимаго сквозь стекло. Останется послѣ того отсчитать показаніе верньера, которое и изобразитъ величину измѣряемаго угла; причина тому явствуетъ изъ вышепредложенной теоріи (§ 79).

§ 82. При измѣреніи же высотъ свѣтилъ встрѣчаются два случая: когда наблюденіе дѣлается во 1-хъ) на морѣ, и во 2-хъ) на землѣ.

Въ 1-мъ случаѣ, взявъ секстантъ въ правую руку, должно держать его дугою внизъ и въ плоскости вертикала проходящаго чрезъ свѣтило; зрительную трубу навести сквозь прозрачную часть зеркальца на край моря; алидаду же подвигать до тѣхъ поръ, пока свѣтило чрезъ отраженіе войдетъ въ полѣ трубы. Послѣ того останется обращеніемъ микрометреннаго винта привести его въ соприкосновеніе съ краемъ видимаго горизонта. Чтобы удостовѣриться, дѣйствительно ли въ этомъ положеніи плоскость секстанта находится въ плоскости упомянутаго вертикала, достаточно въ моментъ соприкосновенія наклонять секстантъ то въ ту, то въ другую сторону, обращая его около оси зрѣнія, и если при этомъ движеніи, свѣтило будетъ представляться описывающимъ дугу, касающуюся края горизонта, и точка соприкосновенія находиться въ центрѣ сѣтки нитей, то вышесказанное выполняется; въ противномъ же случаѣ, встрѣтится надобность измѣнить положеніе алидады микрометреннымъ движеніемъ. Отсчитанное показаніе верньера изобразитъ величину угла лежащаго въ плоскости отвѣсной и заключающагося между краемъ горизонта и свѣтиломъ. Еслибы лучь зрѣнія, направленный на край горизонта былъ линія горизонтальная, то измѣренный уголъ выразилъ бы высоту свѣтила; но какъ наблюденія дѣлаются всегда съ палубы корабля, то сей уголъ будетъ нѣсколько болѣе требуемой высоты, и потому для опредѣленія оной необходимо изъ отсчитаннаго числа градусовъ вычесть поправку отъ такъ называемаго *пониженія горизонта,* выводъ коей будетъ помѣщенъ нами въ статьѣ о геодезическомъ нивеллированіи (*).

(*) При опредѣленіи высоты солнца, поднимаютъ предъ большимъ

§ 83. Во 2-мъ же случаѣ, т. е. когда наблюденія дѣлаются на землѣ, высоты свѣтилъ опредѣляются съ помощію *искусственнаго горизонта.* Такъ называется плоское зеркало, которое приводится со всею точностію въ горизонтальное положеніе; преимущественно же вмѣсто зеркала употребляется не большой и не глубокій ящичекъ налитый ртутью, которой верхняя поверхность, по свойству жидкостей всегда горизонтальна. Дабы она не колебалась отъ вѣтра, ящичекъ накрывается крышкою (чер. 79), имѣющею видъ прямоугольной трегранной призмы, которой двѣ параллельныя стороны дѣлаются изъ дерева, а другія двѣ a, b, изъ полированнаго стекла. Наблюдатель поставя этотъ ящичекъ предъ собою такъ, чтобы въ ртути видно было отраженіе свѣтила, измѣряетъ уголъ между свѣтиломъ и его изображеніемъ, слѣдующимъ образомъ: держа секстантъ правою рукою и давъ ему вертикальное положеніе, направляетъ трубу на изображеніе свѣтила во ртути и подвигая алидаду лѣвою рукою, приводитъ самое свѣтило къ нему до соприкосновенія, такъ, чтобы когда секстантъ стали обращать около оси визированія, свѣтило казалось въ маломъ зеркальцѣ описывающемъ дугу, касающуюся до изображенія онаго во ртути. Отсчитанное число градусовъ, минутъ и секундъ изобразитъ удвоенную высоту свѣтила. И въ самомъ дѣлѣ, предположимъ, что HH' (чер. 74) есть поверхность искусственнаго горизонта, точка C глазъ наблюдателя, S свѣтило и S' изображеніе его въ ртути; по равенству угла SAH паденія съ угломъ CAH' отраженія, а сего послѣдняго съ угломъ HAS', будетъ $SAH = HAS'$, или $SAS' = 2.SAH$. Но измѣренный уг. $C = SAS' - S$ или $2.SAH - S$, а посему искомая высота свѣтила $SAH = \frac{1}{2} C + \frac{1}{2} S$, или просто $= \frac{1}{2} C$, ибо по причинѣ безконечнаго отдаленія свѣтила, уг. S всегда можетъ быть принимаемъ равнымъ нулю (*).

зеркаломъ одно или нѣсколько цвѣтныхъ стеколъ F (чер. 76) и измѣряютъ высоту нижняго края свѣтила. При измѣреніи же высоты луны наблюдаютъ тотъ ея край, который круглъ и хорошо окраенъ.

(*) При семъ должно замѣтить, что если поверхности стеколъ a и b

При измѣреніи высоты солнца или луны по вышесказанному, приводятъ въ соприкосновеніе нижній край свѣтила съ верхнимъ краемъ изображенія онаго въ искусственномъ горизонтѣ или обратно, чрезъ что получатъ удвоенную высоту въ 1-мъ случаѣ нижняго края, а во 2-мъ верхняго края свѣтила.

§ 84. Прежде чѣмъ приступятъ къ употребленію секстанта, необходимо должно удостовѣриться выполняются ли всѣ условія, требуемыя отъ его устройства, а именно: *a*) перпендикулярны ли зеркала къ плоскости инструмента; *b*) параллельна ли оптическая ось трубы къ плоскости лимба; *c*) параллельны ли зеркала между собою въ то время, когда нуль верньера находится на нулѣ лимба, и наконецъ *d*) параллельны ли поверхности большаго зеркала и цвѣтныхъ стеколъ.

1) Для повѣрки перпендикулярности обоихъ зеркалъ, должно сперва удостовѣриться въ перпендикулярности большаго зеркала. Для этого употребляются особые два діоптра, представленные особо, на чер. 75. Это суть двѣ мѣдныя дощечки A и B, вышиною въ большое зеркало секстанта, согнутыя подъ прямымъ угломъ. Въ діоптрѣ A дѣлается отверстіе, а въ діоптрѣ B прорѣзъ, въ коемъ натягивается поперегъ нить. Скважина и нить устроены такъ, что когда діоптры поставлены будутъ на плоскость въ соприкосновеніи

(чер. 79) крышки искусственнаго горизонта не суть плоскости въ строгомъ смыслѣ между собою параллельныя, то лучи SA и AC проходя чрезъ сіи стекла измѣнятъ свое прямолинейное направленіе и потому измѣренный секстантомъ уголъ не выразитъ удвоенной высоты свѣтила. Но какъ весьма затруднительно выполировать стекло такъ, чтобы упомянутое условіе было соблюдено, то во избѣжаніе могущихъ произойдти отъ того погрѣшностей, должно принять за постоянное правило: по измѣреніи угла SCS′, перевернуть крышку, такъ, чтобы то ея стекло, которое было обращено къ свѣтилу, находилось къ сторонѣ наблюдателя, и потомъ измѣрить уголъ снова. Такъ какъ оба сіи наблюденія будутъ имѣть погрѣшности съ противными знаками, то останется взять пол-сумму результатовъ, которая и выразитъ искомую величину.

вертикальными сторонами, то нить покрывала бы скважину. Самая же повѣрка перпендикулярности большаго зеркала дѣлается слѣдующимъ образомъ: вынувъ кольцо K (чер. 76) вмѣстѣ съ трубочкою и отодвинувъ алидаду съ зеркаломъ, ставятъ діоптръ A, на радіусѣ AC близь дуги лимба, а діоптръ B на томъ же радіусѣ близь зеркала. Послѣ того, если наблюдатель смотря чрезъ скважину діоптра A, увидитъ въ зеркалѣ изображеніе нити на изображеніи скважины, то это будетъ признакомъ, что большое зеркало перпендикулярно къ плоскости инструмента. Если же изображеніе отверстія будетъ ниже или выше изображенія нити, то заключать, что зеркало наклонено назадъ или впередъ, и потому должно исправить этотъ недостатокъ подложеніемъ бумажки въ 1-мъ случаѣ подъ винтъ m, а во 2-мъ подъ винты m', m', и повторить сію повѣрку снова. Когда же положеніе большаго зеркала въ одномъ положеніи алидады будетъ такимъ образомъ исправлено, то полезно будетъ отодвигать слегка алидаду и смотря въ отверстіе, замѣчать будетъ ли казаться изображеніе скважины движущимся по изображенію нити, чрезъ что можно будетъ заключить, что зеркало при семъ движеніи оставалось постоянно перпендикулярнымъ къ упомянутой плоскости. Для большаго же въ томъ удостовѣренія, надобно перемѣстить діоптры, поставя ихъ на радіусъ CE и повторить все вышесказанное, и если зеркало окажется опять перпендикулярнымъ, то повѣрка кончена; въ противномъ же случаѣ заключать, что ось вращенія зеркала наклонена къ плоскости инструмента и тогда инструментъ не будетъ годенъ для употребленія.

Когда большое зеркало будетъ повѣрено, то приступаютъ къ повѣркѣ малаго, слѣдующимъ образомъ: наведя зрительную трубочку чрезъ прозрачную часть малаго зеркала на какой нибудь отдаленный и ясно видимый предметъ, поворачиваютъ алидаду пока тотъ же самый предметъ войдетъ въ полѣ трубы; послѣ того приведя обращеніемъ микрометреннаго винта прямое и отраженное изображеніе до совпаденія, замѣчаютъ будутъ ли обѣ части онаго, (т. е. видимыя въ стеклѣ и въ зеркальцѣ) казаться наблюдателю составляющими одно цѣлое изображеніе безъ удвоенія или скрытія нѣкоторыхъ изъ его частей, и если окажется, что это не выполняется, то встрѣтится надобность исправить положеніе малаго зеркальца.

2) Параллельность оптической оси трубы съ плоскостію инструмента, повѣряется съ помощію тѣхъ же самыхъ діоптровъ, о коихъ говорено было на стр. 202, а именно: положивъ секстантъ на какое либо твердое основаніе, такъ, чтобы въ трубу его можно было видѣть какой нибудь отдаленный предметъ, ставятъ діоптры на плоскость инструмента такимъ образомъ, чтобы глядя чрезъ отверстіе одного, нить другаго покрывала избранный предметъ. Послѣ того, дѣйствуя винтомъ снизу инструмента находящимся, возвышаютъ или понижаютъ трубу, двигая ее параллельно самой себѣ, и если при этомъ движеніи, предметъ будетъ постоянно казаться выше или ниже центра нитей, то встрѣтится надобность исправить направленіе трубы посредствомъ винтиковъ *a* и *b* (чер. 77), находящихся въ кольцѣ K (см. стр. 199).

3) *Для* повѣрки находится *ли* нуль верньера на нулѣ лимба въ то время, когда зеркала параллельны между собою, поступаютъ какъ при повѣркѣ перпендикулярности малаго зеркальца, а именно: наведя трубочку чрезъ стекло сего послѣдняго на какой нибудь отдаленный и хорошо окраенный предметъ и поставя алидаду на нулѣ, обращеніемъ микрометрическаго винта подвигаютъ ее до тѣхъ поръ, пока изображеніе того же предмета не будетъ совпадать съ прямо-видимымъ. Въ семъ положеніи зеркала будутъ между собою параллельны, ибо по чрезвычайной отдаленности предмета въ сравненіи съ разстояніемъ между зеркалами, лучь GC (чер. 64) падающій на большое зеркало, можно принять за параллельный лучу G′RL, идущему прямо отъ предмета къ глазу наблюдателя (см. § 79, 1-е). Если при этомъ положеніи зеркалъ, нуль верньера съ совершенною точностію, совпадаетъ съ нулемъ лимба, то всякій измѣренный секстантомъ уголъ не потребуетъ поправки; если же не совпадаетъ, то надобно будетъ отсчитать показаніе верньера, чрезъ что о-

предѣлится величина дуги, заключающейся между нулями лимба и верньера, и эту дугу, называемую *погрѣшностію секстанта* или *колимаціонною погрѣшностію*, необходимо вычитать изъ каждаго измѣреннаго угла, или прикладывать къ оному, смотря потому влѣво ли, или вправо отъ нуля лимба отходитъ нуль верньера. Такъ на прим. если A (чер. 58) есть нуль лимба, а точка a' нуль верньера, когда зеркала приведены въ параллельное между собою положеніе, то должно величину дуги вычитать изъ каждаго взятаго угла; если же нуль верньера будетъ находиться въ точкѣ *a*, то дугу A*a* прикладывать (*). Въ слѣдствіе чего отсчитываніе на верньерѣ записываютъ въ 1-мъ случаѣ со знакомъ —, а во 2-мъ съ +.

По затруднительности замѣтить съ строгою точностію совпаденіе изображеній, принято за правило величину колимаціонной погрѣшности секстанта опредѣлять чрезъ наблюденіе солнечнаго діаметра, слѣдующимъ образомъ: поставя предъ обоими зеркалами цвѣтныя стекла, приводятъ въ соприкосновеніе верхній край прямовидимаго съ нижнимъ краемъ отраженнаго изображенія солнца, и записавъ показаніе верньера, приводятъ въ соприкосновеніе нижній край прямовидимаго съ верхнимъ краемъ отраженнаго изображенія. Отсчитавъ снова показаніе верньера и принимая по прежнему величину дуги, заключающейся между нулемъ лимба и нулемъ верньера со знакомъ —, если сей послѣдній находится по лѣвую сторону, а со знакомъ +, когда онъ

(*) Съ сею цѣлію на всѣхъ секстантахъ означается по правую сторону нуля еще нѣсколько градусныхъ дѣленій. Такъ какъ верньеръ располагается на алидадѣ отъ *a* влѣво, то отсчитанное показаніе онаго выразитъ не величину дуги A*a*, но заключающейся между *a* и тѣмъ штрихомъ лимба, который находится вправо отъ *a*; для опредѣленія же требуемой A*a*, должно отсчитываніе вычесть изъ числа градусовъ и минутъ, заключающихся между симъ штрихомъ и нулемъ градусной подписи. Такъ на прим. если отсчитали на верньерѣ $6' \, 20''$, а упомянутый штрихъ отстоитъ отъ нуля на $1° \, 20'$, то разность $1° \, 20' - 6' \, 20'' = 1° \, 13' \, 40''$ выразитъ величину колимаціонной погрѣшности секстанта съ +.

находится вправо, берутъ пол-сумму сихъ величинъ. Такъ на прим. при 1-мъ наблюденіи записано было — $48' \, 20''$, а при 2-мъ $+ 13' \, 20''$; сумма сихъ выраженій будетъ $= - 35'$, а пол-сумма $= - 17' \, 30''$ выразитъ искомую погрѣшность, какая бы очевидно получилась, если бы привели въ соприкосновеніе прямовидимое съ отраженнымъ изображеніемъ центра солнца (*).

Колимаціонную погрѣшность секстанта надобно опредѣлять предъ каждымъ наблюденіемъ, и потомъ вторично послѣ наблюденія, для того, чтобы удостовѣриться не измѣни-

(*) При семъ должно замѣтить, что по опредѣленіи величины колимаціонной погрѣшности по солнцу, какъ описано выше, если переворотимъ цвѣтныя стекла предъ малымъ зеркаломъ, такъ, чтобы та ихъ сторона, которая была обращена къ зеркалу, приняла положеніе къ предмету, и повторимъ наблюденіе снова, то получимъ тотъ же самый результатъ какъ прежде только въ томъ случаѣ, когда поверхности сихъ стеколъ параллельны; если же сіи результаты будутъ между собою различествовать, то полу-разность оныхъ выразитъ погрѣшность отъ непараллельности сихъ поверхностей, а полу-сумма истинную величину колимаціонной погрѣшности. Для повѣрки же параллельности поверхностей тѣхъ стеколъ, кои находятся предъ большимъ зеркаломъ, должно откинуть сіи стекла въ сторону, а на глазную трубочку навинтить цвѣтное стекло и потомъ опредѣлить колимаціонную погрѣшность, и если она окажется равною выше найденной, то заключать, что поверхности упомянутыхъ стеколъ параллельны; если же не равною, то не параллельны и тогда разность между результатами изобразитъ величину происходящей отъ того погрѣшности, что очевидно. Впрочемъ не параллельность цвѣтныхъ стеколъ въ томъ только случаѣ можетъ имѣть вліяніе на точность наблюденія, когда по опредѣленіи колимаціонной погрѣшности по солнцу съ поднятыми стеклами предъ обоими зеркалами, дѣлаютъ наблюденія поднимая ихъ предъ какимъ либо изъ нихъ, какъ на прим. при измѣреніи разстоянія между солнцемъ и луною, или при измѣреніи высоты солнца на морѣ. При опредѣленіи же высоты солнца съ помощію искусственнаго горизонта непараллельность сихъ стеколъ не можетъ имѣть вліянія на точность наблюденія, ибо оно исправляется колимаціонною погрѣшностію, опредѣляемою съ тѣми же самыми стеклами, а потому заключающею въ себѣ туже самую ошибку, какъ и наблюденіе.

лась ли она въ продолженіи онаго. Ночью, вмѣсто солнца, наблюдають звѣзду при опредѣленіи сей погрѣшности.

4) Чтобы удостовѣриться параллельны ли между собою поверхности большаго зеркала, ставятъ нуль верньера на 120° или приближенно, и выбравъ отдаленный и ясно видимый предметъ, наводятъ трубу такъ, чтобы отраженное его изображеніе вошло въ полѣ трубы: если оно будетъ видимо одинокимъ и хорошо окраеннымъ, то заключатъ, что поверхности зеркала параллельны; если же напро́тивъ изображеніе будетъ видимо не хорошо окраеннымъ, или представится вдвойнѣ, то не параллельны, и тогда каждое наблюденіе сдѣланное такимъ секстантомъ не будетъ имѣть требуемой точности (*).

§ 85. Такъ какъ въ наблюденіяхъ секстантомъ, подобно какъ всѣми прочими угломѣрными снарядами (см. стр. 167) вкрадываются ошибки, происходящія при дѣйствіи микрометреннымъ винтомъ отъ гибкости и упругости алидады и отъ сопротивленія, претерпѣваемаго осью ея вращенія, то новѣйшими астрономами принято за правило, по сдѣланіи одного наблюденія, повторять его снова, но дѣйствуя микрометреннымъ винтомъ въ противную сторону, такъ, что если въ 1-й разъ отраженное изображеніе предмета приводилось въ соумѣщеніе съ прямовидимымъ двигая алидаду по дѣленію лимба, то во 2-й разъ противъ онаго. То же правило примѣняется и при опредѣленіи колимаціонной погрѣшности секстанта.

§ 86. Въ заключеніе присовокупимъ, что главнѣйшій недостатокъ секстанта состоитъ въ томъ, во 1-хъ), что при измѣреніи одного и того же угла не возможно отсчитать величину его на различныхъ частяхъ дуги лимба, и потому погрѣшности отъ ошибочнаго дѣленія онаго не могутъ быть уничтожены; во 2-хъ) что не возможно ни опредѣлять, ни уничтожать вліянія внѣцентреннаго движенія алидады, ибо имѣется

(*) Подробнѣйшее описаніе устройства, употребленія и повѣрки секстанта помѣщено *Г. Зеленымъ* въ его *Кораблевожденіи*, Часть II, С. Петербургъ. 1842 года.

одинъ только верньеръ (см. § 24), и наконецъ въ 3-хъ) не возможно измѣрять секстантомъ угловъ большихъ 120°.

В. ЗЕРКАЛЬНЫЕ КРУГИ.

§ 87. Всѣ мореходцы со временъ Гадлея употребляли секстантъ для астрономическихъ наблюденій, не подозрѣвая тѣхъ погрѣшностей, которыя могли происходить въ измѣренныхъ углахъ, отъ внѣцентренности оси движенія большаго зеркала. Всѣ ошибки, оказывавшіяся въ наблюденіяхъ приписывали не точности градуснаго дѣленія дуги, что и дѣйствительно могло быть главною причиною, по несовершенству прежнихъ дѣлительныхъ машинъ. Астрономъ Борда, имѣя въ виду уничтоженіе таковыхъ погрѣшностей, устроилъ инструментъ, основанный на теоріи секстанта и названный имъ *отражательнымъ кругомъ* (cercle à réflexion) (*), посредствомъ коего получалась возможность измѣрять углы двойные, тройные и т. д. и тѣмъ самымъ уничтожать погрѣшности, происходящія какъ отъ неточности градуснаго дѣленія, такъ и отъ внѣцентренности движенія оси зеркала. Но главный недостатокъ этого инструмента состоитъ въ томъ, что при движеніи алидады, другая, на коей утверждена малое зеркало, предполагается неподвижною, а это невозможно, ибо обѣ онѣ двигаются около одного центра. Этотъ недостатокъ производитъ гораздо большія погрѣшности нежели тѣ, кои проистекаютъ отъ неточности градуснаго дѣленія, а особенно при нынѣшнихъ усовершенствованіяхъ, сдѣланныхъ въ дѣлительныхъ машинахъ; въ слѣдствіе чего, отражательный кругъ Борда болѣе уже не употребляютъ нигдѣ, исключая только Франціи; вмѣсто же онаго нынѣ вводятся въ употребленіе новые отражательные инструменты, требующіе внимательнѣйшаго разсмотрѣнія.

§ 88. *Зеркальный* или *отражательный кругъ Эртеля* (чер. 83) различествуетъ отъ секстанта тѣмъ, что лимбъ

(*) Описаніе и употребленіе этого инструмента помѣщено въ Traité de Topographie par Puissant; въ Géodésie par Francoeur, и въ Topographie et Géodésie par Salneuve.

ея составляетъ не дугу, но полную окружность, а алидада, обращающаяся около его центра, имѣетъ два верньера, которые доставляютъ возможность отсчитывать градусы, минуты и секунды на двухъ противоположныхъ точкахъ окружности и чрезъ то уничтожать погрѣшность происходящую отъ внѣцентренности движенія алидады. Градусная подпись не удвоивается какъ на секстантѣ, но означается какъ на всѣхъ угломѣрныхъ снарядахъ слѣво на право (см. § 23). Надъ центромъ вращенія алидады утверждено большое зеркало M на особомъ кружкѣ, который вмѣстѣ съ этимъ зеркаломъ можно съ нѣкоторымъ усиліемъ поворачивать независимо отъ движенія алидады. Съ помощію особыхъ исправительныхъ винтовъ, можно приводить это зеркало въ положеніе перпендикулярное къ плоскости лимба. Устройство же малаго зеркала N и трубы сходствуетъ съ находящимися въ секстантѣ, съ тою только разницею, что оптическая ось трубы приводится въ направленіе параллельное съ плоскостію лимба посредствомъ передвиганія сѣтки съ нитями. Цвѣтныя стекла H и F не откидываются на шарнирѣ, какъ въ секстантѣ, но вставляются въ гнѣзда, сдѣланныя сзади малаго зеркала и впереди большаго, и такимъ образомъ легко могутъ быть переворачиваемы для уничтоженія погрѣшностей, происходящихъ отъ непараллельности ихъ поверхностей.

§ 89. Употребленіе этого инструмента сходствуетъ съ употребленіемъ секстанта: сперва опредѣляютъ *погрѣшность индикса,* т. е. то показаніе верньеровъ, которое соотвѣтствуетъ положенію зеркалъ, когда они параллельны; потомъ измѣряютъ уголъ какъ секстантомъ, и записавъ показаніе верньеровъ, вычитаютъ среднюю величину перваго отсчитыванія изъ таковой же втораго: разность изобразитъ величину угла между 1-мъ и 2-мъ положеніемъ алидады, и слѣд. большаго зеркала. Удвоенная величина сей разности, на основаніи теоріи секстанта (см. § 79, 2-е) выразитъ величину измѣряемаго угла. Такъ на прим. положимъ, что при опредѣленіи погрѣшности индикса, записано было:

$$\left.\begin{array}{lr} \text{I верн.} & 9^\circ\,58'\,40'' \\ \text{II} \;\;« & 59.\,20 \end{array}\right\}\text{средняя величина} = 9^\circ\,59'\,0'',$$

а при измѣреніи угла:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{I верн.} & 56^\circ 33' 40''\\ \text{II} \;\;« & \;\;\;\;\;\;34.10\end{array}\right\}\text{ средняя величина} = 56^\circ 33' 55'';$$

вычтя 1-е число изъ 2-го, и разность $56^\circ 33' 55'' - 9^\circ 59' 0'' = 46^\circ 34' 55''$ умноживъ на 2, получимъ $93^\circ 9' 50''$ для величины искомаго угла.

Такъ какъ для вывода средней величины отсчитываній, берется пол-сумма минутъ и секундъ показаній обоихъ верньеровъ, а число градусовъ пишется то, какое было отсчитано на I верньерѣ, послѣ же того упомянутая разность умножается на 2, то вычисленіе будетъ проще, если вмѣсто вывода средней величины отсчитываній взята будетъ сумма отсчитанныхъ минутъ и секундъ, а записанное число градусовъ по 1-му верньеру удвоится, чрезъ что разность результатовъ очевидно изобразитъ прямо искомый уголъ. Такимъ образомъ

изъ 1-хъ отсчитываній имѣемъ		$19^\circ 58'\ 0''$
а изъ 2-хъ «	«	112. 67. 50
	разность =	93. 9. 50 = искомому углу.

Само собою разумѣется, что еслибы число градусовъ погрѣшности индикса было болѣе соотвѣтствующаго измѣряемому углу, то для возможности вычитанія, надлежало бы къ меньшему числу прибавить 360°

§ 90. Если погрѣшность индикса опредѣляется по весьма отдаленному земному предмету или по звѣздѣ, то поступаютъ руководствуясь изложеннымъ въ § 84, 3, и отсчитанное показаніе верньеровъ выразитъ требуемое; если же по солнцу, то какъ было объяснено на стр. 205 и тогда пол-сумма среднихъ отсчитываній каждаго наблюденія изобразитъ то, которое дабы ввести въ вычисленіе, на основаніи сказаннаго въ предшествующемъ §, должно удвоить. Такъ на прим. если по приведеніи верхняго края прямовидимаго изображенія солнца съ нижнемъ краемъ отраженнаго записано было

I верн. $9^\circ 13' 20''$, II верн. $14' 10''$;

а по приведеніи нижняго края прямовидимаго съ верхнимъ краемъ отраженнаго имѣли:

I верн. $10^\circ 15' 50''$, II верн. $16' 30''$;

то средняя величина

$$\begin{array}{lrr} \text{1-го отсчитыванія будетъ} & & 9^\circ 13' 45'' \\ \text{2-го} \quad « & « & 10.\,16.\,10 \\ \hline & \text{пол-сумма} = & 9.\,44.\,57{,}5; \end{array}$$

удвоенное же это число, которое слѣдуетъ постоянно вычитать изъ суммы отсчитыванiй при измѣренiи угла будетъ $19^\circ 29' 55''$. Очевидно, что этотъ результатъ получится прямо если возьмемъ *сумму градусовъ при* 1-мъ и 2-мъ положенiи I верньера и придадимъ пол-сумму минутъ и секундъ всѣхъ четырехъ отсчитыванiй, т. е. $9^\circ + 10^\circ + \frac{1}{2}(13' 20'' + 14' 10'' + 15' 50'' + 16' 30'') = 19^\circ 29' 55''$.

§ 91. При употребленiи описываемаго нами инструмента, сдѣлавъ одно наблюденiе по вышесказанному, поворачиваютъ кружокъ съ большимъ зеркаломъ на алидадѣ, и потомъ опредѣливъ погрѣшность индикса въ семъ положенiи онаго, измѣряютъ уголъ снова. Повторивъ это дѣйствiе нѣсколько разъ, получатъ для измѣреннаго угла рядъ величинъ, опредѣленныхъ на различныхъ частяхъ окружности лимба, чрезъ что влiянiе ошибки дѣленiя круга на точность результата уменьшится. Для уничтоженiя же ошибокъ, происходящихъ отъ взаимнаго сопротивленiя частей инструмента, дѣлаютъ при всякомъ положенiи большаго зеркала на алидадѣ вмѣсто одного по парѣ наблюденiй, какъ изложено было въ § 85, и потомъ берутъ среднюю величину изъ отсчитыванiй.

C. ПРИЗМАТИЧЕСКIЕ КРУГИ.

§ 92. Призматическiе круги, изобрѣтенные докторомъ *Штеингелемъ* (Steinheil) по превосходству своему предъ всѣми отражательными инструментами, заслуживаютъ особеннаго вниманiя. Они бываютъ двухъ родовъ: *круги* съ *двумя призмами* и *круги съ тремя призмами.* Устройство призматическаго круга перваго рода, сдѣланнаго въ 1833 году, основано на слѣдующихъ началахъ:

Вообразимъ себѣ два плоскихъ зеркала *ab*, *a'b'* (чер. 101), находящихся одно надъ другимъ и обращающихся около общей оси O. Лучь свѣта LO упадая на зеркало ab будетъ отражаться по линіи GO, образуя уг. $GOa = LOb$, а упадая на зеркало $a'b'$ отразится подъ угломъ $a'OD$ равнымъ углу $b'OL$. Слѣд. сумма угловъ GOa и DOa', будетъ равна углу bOb'; но по равенству сего послѣдняго съ угломъ aOa', получимъ $GOD = 2.b'Ob$. И такъ, если въ точкахъ G и D находятся какіе либо предметы, то глазъ, помѣщенный въ L увидитъ въ зеркалахъ изображенія обоихъ предметовъ совпадающими, причемъ *уг.* GOD *между данными предметами будетъ равенъ удвоенному углу между зеркалами.* Слѣд. еслибы одно изъ сихъ зеркалъ было придѣлано къ лимбу AB, а другое къ алидадному кругу A′B′, коего верньеры означены были такимъ образомъ, чтобы одинъ изъ нихъ находился на нулѣ градусной подписи, когда зеркала параллельны, то очевидно, что такимъ инструментомъ получилась бы возможность опредѣлять величину угла bOb' между зеркалами, а слѣд. и между данными предметами G и D.

§ 93. Первоначально Штеингель дѣйствительно устроилъ такого рода инструментъ, извѣстный подъ именемъ *зеркальнаго круга Штеингеля.* Онъ имѣетъ ту выгоду предъ простымъ секстантомъ, что посредствомъ двухъ верньеровъ, означенныхъ на краю алидаднаго круга, уничтожается внѣцентренность движенія сего послѣдняго, и сверхъ того получается возможность измѣрять углы величиною до 180° и даже болѣе. Но съ другой стороны этотъ инструментъ имѣетъ тотъ важный недостатокъ, что невозможно имъ измѣрять величину весьма малыхъ угловъ, а слѣд. опредѣлять показаніе нуля верньера, когда зеркала между собою параллельны. Недостатокъ сей, заставилъ изобрѣтателя, замѣнить зеркала хрустальными равнобедренными и прямоугольными призмами, которые какъ уже намъ извѣстно (§ 10) дѣйствуютъ какъ плоскія зеркала, имѣя предъ ними то преимущество, что они отражаютъ съ одинаковою ясностію не только лучи падающіе подъ весьма малыми углами, но даже тѣ, кои имѣютъ направленіе параллельное съ отражающимъ бокомъ призмы (см. прим. на стр. 110).

§ 94. Призматическій кругъ перваго устройства, представленъ на чер. 112 и 116, въ планѣ и съ боку, уменьшеннымъ въ два раза, противъ настоящей своей величины. Онъ состоитъ изъ лимба A (чер. 112) и алидаднаго круга B съ двумя противоположными верньерами. Къ лимбу придѣлана на глухо снизу цилиндрическая втулка L (чер. 116) съ закраинами *rr*, и представленная въ разрѣзѣ на чер. 119. Ось движенія сихъ круговъ состоитъ изъ двухъ усѣченныхъ и противоположныхъ конусовъ R и S, сдѣланныхъ изъ цѣльнаго куска металла съ кружкомъ T между ними находящимся. Около верхняго конуса обращается алидадный кругъ BB, а нижній S служитъ осью вращенія лимба. Къ верхнему концу конуса R придѣланъ на глухо небольшой довольно толстый кружокъ *kk* въ положеніи перпендикулярномъ къ оси вращенія. Между симъ кружкомъ и алидаднымъ кругомъ помѣщена кольцеобразная пружина, нажимающая сей послѣдній къ лимбу, дабы при обратномъ положеніи инструмента, оба сіи круга не отдѣлялись одинъ отъ другаго. Къ мѣдному кружку *kk*, привинченъ другой *k'k'*, тремя винтами *d, d, d* (чер. 112); на немъ утверждена треугольная равнобедренная прямоугольная призма *abc*, коей гипотенуза или отражающая сторона обдѣлана дугообразною и внутри вычерненною ширмою; подлѣ каждаго же изъ винтовъ *d*, находится по одному винту *i* отталкивающему, такъ, что посредствомъ всѣхъ сихъ шести винтовъ можно приводить стороны призмы въ положеніе перпендикулярное къ поверхности круговъ. Къ алидадному кругу привинчена посредствомъ винтовъ *p, p, p*, цилиндрическая коробка *mm'm'm* (чер. 119) опрокинутая вверхъ дномъ, къ коему придѣлана другая призма *a'b'c'* (чер. 112), совершенно равная первой. Высота коробки, должна быть такова, чтобы верхняя призма, ею поддерживаемая, столь плотно лежала на нижней призмѣ, чтобы простымъ глазомъ не возможно было замѣтить между ними раздѣленія, но чтобы при томъ онѣ могли свободно двигаться одна надъ другою. Подлѣ каждаго изъ винтовъ *p, p, p,* имѣется еще по одному отталкивающему винту *q*, и такимъ образомъ посредствомъ сихъ трехъ паръ винтовъ получается возможность приводить коробку, а слѣд. и стороны верхней призмы $a'b'c'$ въ положеніо перпендикулярное къ плоскости круга. Стороны коробки прорѣзаны, дабы лучи свѣта отъ наблюдаемыхъ предметовъ могли упадать на призмы.

Втулка L лимба прикрѣпляется къ рукояткѣ M посредствомъ винта D (чер. 116 и 119), сжимающаго клещи, которыя обхватываютъ закраины *rr* и *vv*, изъ коихъ однѣ сдѣланы на втулкѣ, а другія на оправѣ рукоятки; алидадный же кругъ прикрѣпляется къ лимбу винтомъ g, а посредствомъ винта g' дается алидадному кругу микрометренное движеніе. Изъ чего слѣдуетъ, что если держа инструментъ за рукоятку M, ослабимъ винтъ D, то можно будетъ лимбъ вмѣстѣ съ алидаднымъ кругомъ свободно поворачивать на оси; если же винтъ D будетъ прикрѣпленъ, а винтъ g ослабленъ, то поворачивать одинъ алидадный кругъ вмѣстѣ съ верхнею призмою $a'b'c'$.

Къ рукояткѣ M придѣланъ на глухо брусокъ K, а къ нему пустой цилиндръ E, въ который вложенъ другой цѣльный съ просверленнымъ, по направленію его оси, отверстіемъ; въ сіе послѣднее вкладывается стальная подпорка N зрительной трубы F. Оба сіи цилиндра представлены въ планѣ на чер. 113, изъ коего можно усмотрѣть, что если винтикъ h будетъ ослабленъ, то внутренній цилиндръ вмѣстѣ съ вложенною въ него подпоркою трубы, получитъ вращательное движеніе около его оси; если же винтъ S будетъ ослабленъ, то можно будетъ двигать трубу параллельно самой себѣ. Труба, (внутри коей натягиваются пара вертикальныхъ и пара горизонтальныхъ нитей), съ помощію описаннаго нами теперь устройства, устанавливается такимъ образомъ, чтобы оптическая ея ось проходила чрезъ ось вращенія призмъ, а поле ея дѣлилось по поламъ продолженною плоскостію соприкосновенія призмъ; оптическая же ось трубы, приводится въ направленіе параллельное къ плоскости круга, посредствомъ двухъ винтиковъ x, x, передвигающихъ сѣтку съ нитями.

Въ заключеніе надлежитъ присовокупить, что на лимбѣ означается двоякое дѣленіе; одно располагается на внутреннемъ краѣ отъ 10′ до 10′, а другое на внѣшнемъ краѣ отъ

1° до 1° Съ боку цилиндра E (чер. 116) придѣлывается на шарнирѣ тонкая серебряная пластинка f, съ означенною на ней чертою, которую мы будемъ впредь называть *показателемъ* или *индиксомъ трубы.* Эта пластинка дѣлается такой длины, чтобы своею оконечностію достигала внѣшняго дѣленія лимба. Два противоположные верньера, означенные на краю алидаднаго круга, дозволяютъ отсчитывать на внутреннемъ дѣленіи лимба отъ 10″ до 10″. Градусная же подпись располагается такимъ образомъ, что если нуль I верньера будетъ поставленъ на нулѣ внутренняго дѣленія лимба, а показатель трубы на нулѣ наружнаго, то, чтобы обѣ отражающія поверхности ab, $a'b'$, призмъ, были между собою параллельны и въ тоже время параллельны съ оптического осью трубы. Впрочемъ это условіе никогда не выполняется съ совершенною точностію, ибо погрѣшность отъ того происходящая и называемая, какъ въ секстантѣ, *колимаціонною,* можетъ всегда быть опредѣлена, какъ показана будетъ ниже.

§ 95. Прежде чѣмъ приступятъ къ употребленію описаннаго нами теперь призматическаго круга необходимо повѣрить: во 1-хъ) параллельна ли каждая изъ сторонъ призмъ къ оси вращенія оныхъ; во 2-хъ) параллельна ли оптическая ось трубы къ гипотенузѣ нижней призмы, когда индиксъ трубы находится на нулѣ внѣшняго дѣленія лимба; въ 3-хъ) параллельна ли оптическая ось трубы къ плоскости круга, и наконецъ во 4-хъ) параллельны ли гипотенузы обѣихъ призмъ, когда верньеръ находится на нулѣ внутренняго дѣленія лимба.

Параллельность сторонъ *нижней* призмы къ оси вращенія, или что все равно перпендикулярность оныхъ къ плоскости круга, повѣряется слѣдующимъ образомъ: отвинтивъ винты p, p, p, (чер. 112) и отнявъ коробку съ верхнею призмою $a'b'c'$, равно какъ и дугообразную ширму, находящуюся предъ гипотенузою нижней призмы, утверждаютъ рукоятку инструмента приблизительно въ вертикальномъ положеніи. Послѣ того, смотря въ трубу поворачиваютъ лимбъ, пока лучь исходящій изъ какого либо ясно видимаго предмета, лежащаго по продолженію лимба и подъ прямымъ угломъ къ оси трубы, упавъ на одну изъ преломляющихъ сторонъ (катетовъ) призмы, обращенную къ наблюдателю, (обѣ другія должны быть въ это время чѣмъ нибудь заслонены) не отразится какъ отъ простаго зеркала и не войдетъ въ центръ нитей. Послѣ того продолжая обращать лимбъ, вводятъ въ полѣ трубы изображеніе того же предмета, отраженное отъ другой преломляющей стороны призмы, и если оно также будетъ находиться въ центрѣ нитей, то заключатъ, что обѣ преломляющія стороны перпендикулярны къ плоскости круга; но если изображеніе не будетъ падать въ центръ нитей, то приведутъ его въ оный посредствомъ одной изъ двухъ паръ винтовъ, находящихся подъ преломляющими поверхностями. Когда такимъ образомъ, дано будетъ этимъ плоскостямъ равное наклоненіе къ оси вращенія, то продолжаютъ обращать кругъ, пока не видно будетъ въ трубѣ изображенія предмета, отраженнаго внутреннею стороною гипотенузы; тогда приводятъ его въ центръ нитей посредствомъ винтовъ, находящихся сзади сей плоскости. Все вышесказанное повторяютъ нѣсколько разъ, пока слабыя изображенія, отраженныя катетами и обыкновенное отъ гипотенузы, не будутъ упадать въ центръ нитей, что и послужитъ признакомъ перпендикулярности сторонъ призмы къ плоскости круга (*).

§ 96. По выполненіи вышеизложеннаго дѣйствія повѣряютъ положеніе индикса трубы: для этого, не привинчивая верхней призмы, ставятъ индиксъ *f* (чер. 116) на нуль внѣшняго дѣленія лимба, и выдвигаютъ трубу, пока въ одной половинѣ предметнаго стекла надъ нижнею призмою видѣнъ будетъ предметъ прямо, а въ другой его половинѣ изображеніе онаго, отраженное гипотенузою призмы. Если оба сіи изображенія видимы будутъ въ соприкосновеніи одно съ другимъ, то оптическая ось трубы параллельна гипотенузѣ призмы; въ противномъ же случаѣ, ослабивъ винтъ D, подвигаютъ слегка лимбъ, пока вышесказанное невыполнится, и тогда по прикрѣпленіи винта D, съ помощію винтиковъ, прикрѣпляющихъ пластинку съ индиксомъ, передвигаютъ ее на нуль;

(*) Нѣтъ надобности повторять часто эту повѣрку, ибо нижняя призма утверждена въ инструментѣ весьма прочно.

или: оставя индиксъ на нулѣ, и не трогая винта D, но ослабивъ токмо винтикъ *h* (чер. 113), измѣняютъ направленіе трубы, поворачивая ее вмѣстѣ съ подпоркою около оси цилиндра E.

§ 97. Чтобы повѣрить перпендикулярность сторонъ верхней призмы къ плоскости круга, ставятъ индиксъ трубы на нулѣ внѣшняго дѣленія лимба, а I верньеръ на нулѣ внутренняго и поступаютъ какъ при повѣркѣ перпендикулярности малаго зеркала въ секстантѣ (см. § 84), именно: наводятъ центръ нитей трубы на какой нибудь предметъ и приводятъ, обращеніемъ микрометреннаго винта g', изображеніе онаго въ обѣихъ призмахъ до взаимнаго соприкосновенія. Если обѣ части его, видимыя въ обѣихъ призмахъ будутъ представлять одно цѣлое изображеніе, то положеніе верхней призмы правильно; въ противномъ же случаѣ исправляютъ ея положеніе тремя парами винтовъ *p* и *q*. Въ практикѣ, вмѣсто земнаго предмета, для сей повѣрки предпочтительнѣе берется какая либо ясно видимая звѣзда; въ семъ случаѣ, правильное положеніе призмы узнастся чрезъ то, когда обращеніемъ микрометреннаго винта, оба изображенія оной въ призмахъ могутъ быть приведены въ совершенное соумѣщеніе.

§ 98. При повѣркѣ параллельности оптической оси трубы къ плоскости инструмента поступаютъ одинаково съ тѣмъ, какъ объяснено нами было касательно повѣрки трубы секстанта (см. § 84, 2-е); самое же исправленіе косвеннаго направленія оптической оси, дѣлается посредствомъ винтиковъ *x*, *x*, передвигающихъ сѣтку внутри трубы. Такъ какъ труба при всякомъ наблюденіи, сверхъ того, должна на столько быть возвышена надъ поверхностію инструмента, чтобы плоскость раздѣленія призмъ дѣлила ее поле по поламъ, то это условіе узнается изъ того, если изображенія одного и того же предмета въ обѣихъ призмахъ будутъ усматриваемы съ одинаковою ясностію; въ противномъ случаѣ, ослабивъ винтъ S подвигаютъ ее или вверхъ или внизъ.

§ 99. Наконецъ для повѣрки параллельности обѣихъ отражающихъ сторонъ призмъ, когда верньеръ I стоитъ на нулѣ, надобно поставить нуль сего верньера на нулѣ внутренняго, а индиксъ трубы на нулѣ наружнаго дѣленія лимба и прикрѣпивъ винты D и *g*, направить трубу на какой нибудь ясно видимый предметъ (*). Если въ это время оба изображенія сего предмета въ призмахъ будутъ находиться въ соприкосновеніи одно съ другимъ, тогда обѣ отражающія поверхности призмъ будутъ между собою параллельны, и слѣд. не будетъ существовать колимаціонной погрѣшности; въ противномъ же случаѣ, надобно обращеніемъ микрометреннаго винта привести оба изображенія въ соумѣщеніе и отсчитать показаніе верньеровъ; средняя величина отсчитываній изобразитъ требуемую погрѣшность. Такимъ же образомъ ее опредѣляютъ по звѣздѣ; если же пожелаютъ опредѣлить ее по солнцу, то надобно поступать, какъ говорено было на стр. 205.

§ 100. Для измѣренія угла призматическомъ кругомъ между какими нибудь двумя предметами, должно сперва поставить верньеръ I на градусной подписи, соотвѣтствующей половинѣ измѣряемаго угла, (величина коего предварительно опредѣляется на глазъ), а лимбъ обратить на его оси такъ, чтобы индиксъ трубы находился на числѣ градусовъ внѣшней подписи онаго, соотвѣтствующемъ четверти величины измѣряемаго угла, при чемъ уголъ, образуемый отражающими поверхностями призмъ очевидно будетъ дѣлиться осью трубы почти по поламъ. Послѣ того, прикрѣпивъ нажимательные винты D и *g*, и взявъ инструментъ за рукоятку, приводятъ лимбъ въ плоскость измѣряемаго угла, а трубу направляютъ въ средину между предметами (**). Такъ какъ изображенія обоихъ предметовъ войдутъ тогда въ полѣ трубы (***),

---

(*) Здѣсь сказано на *какой нибудь* предметъ, ибо въ семъ инструментѣ не имѣется внѣцентреннаго движенія призмъ, подобно какъ малое зеркало находится въ секстантѣ, и потому для повѣрки можно выбирать предметъ не весьма отдаленный.

(**) Очевидно, что ей должно давать направленіе горизонтальное при измѣреніи высоты свѣтила съ помощію искусственнаго горизонта.

(***) Впрочемъ, еслибы оказалось, что оба предмета не были видимы въ трубѣ, то достаточно было бы ослабить винтъ *g* и двигать алидадный кругъ взадъ и впередъ, пока они не войдутъ въ полѣ трубы.

то останется посредствомъ обращенія микрометрическаго винта g', привести ихъ въ точное соприкосновеніе, такимъ образомъ, чтобы при поворачиваніи слегка инструмента около оси трубы, изображенія предметовъ, (которыя представятся описывающими дуги въ разныя стороны), не будутъ совпадать въ центрѣ нитей. Средняя величина изъ отсчитываній на верньерахъ выразитъ величину измѣряемаго угла въ томъ только случаѣ, когда не будетъ во все колимаціонной погрѣшности. Въ случаѣ же существованія оной, надобно изъ средняго отсчитыванія вычесть сію погрѣшность, и тогда удвоенная разность выразитъ величину искомаго результата.

Само собою разумѣется, что при измѣреніи высоты свѣтила съ помощію искусственнаго горизонта, нѣтъ надобности удвоивать эту разность, ибо измѣряемый уголъ въ семъ случаѣ, вдвое болѣе высоты свѣтила.

§ 101. Если опредѣляемый уголъ острый, или не многимъ болѣе 90°, то можно измѣрить его величину, какъ объяснено было въ § 81, а именно: поставя индиксъ на нулѣ внѣшняго дѣленія, направить трубу пересѣченіемъ ея нитей сквозь нижнюю призму на лѣвый предметъ, а алидадный кругъ подвигать пока отраженное изображеніе праваго предмета въ верхней призмѣ, не войдетъ въ полѣ трубы. Послѣ того прикрѣпивъ клещи сего круга, обращеніемъ микрометреннаго винта привести прямое изображеніе лѣваго въ совпаденіе съ отраженнымъ праваго. Среднее отсчитываніе на верньерахъ, безъ колимаціонной погрѣшности, выразитъ половину искомаго угла. Для большей точности повторяютъ это наблюденіе слѣдующимъ образомъ: ослабивъ винтъ D, поворачиваютъ лимбъ такъ, чтобы индиксъ трубы стоялъ на градусной подписи, равной отсчитанному числу показаній верньеровъ, исправленному отъ колимаціонной погрѣшности, и прикрѣпляютъ винтъ D. Поелику въ это время оптическая ось трубы приметъ направленіе параллельное съ гипотенузою вёрхней призмы, то направя оную по линіи на правый предметъ (или на лѣвый при обратномъ положеніи круга), онъ будетъ видимъ прямо въ верхней призмѣ, а другой въ нижней чрезъ отраженіе; и такъ, если приведутъ микрометреннымъ движеніемъ оба сіи изображенія до соприкосновенія, то отсчитанное показаніе верньеровъ безъ колимаціонной погрѣшности изобразитъ снова половину измѣряемаго угла. Такимъ образомъ, если означимъ величину колимаціонной погрѣшности чрезъ δ, среднюю величину показанія верньеровъ при 1-мъ наблюденіи чрезъ α, а втораго чрезъ α', то величина x искомаго угла будетъ $x = \alpha + \alpha' - 2\delta$, не забывая при послѣднемъ членѣ перемѣнять — на +, если при опредѣленіи колимаціонной погрѣшности верньеръ I находился по другую сторону нуля градусной подписи.

При измѣреніи по сему способу высотъ свѣтилъ на морѣ, надобно принимать за лѣвый предметъ край моря, а за правый самое свѣтило; при наблюденіи же съ помощію искусственнаго горизонта, за лѣвый предметъ принимается отраженіе свѣтила въ горизонтѣ. Въ томъ и другомъ случаѣ, удобнѣе при 2-мъ наблюденіи оборачивать инструментъ лимбомъ въ противоположную сторону, (т. е. если въ 1-й разъ держали его за рукоятку правою рукою, то во 2-й надобно держать его лѣвою), дабы имѣть возможность направлять трубу постоянно на край моря или въ искусственный горизонтъ.

§ 102. Изъ вышесказаннаго явствуетъ, что преимущество призматическаго круга предъ секстантомъ, состоитъ въ слѣдующемъ:

1-е) Этимъ инструментомъ можно измѣрять углы отъ 0° до 200° и такимъ образомъ получается возможность наблюдать высоты свѣтилъ близь зенита находящихся съ помощію искусственнаго горизонта; мореходцы же при наблюденіи высоты свѣтила, могутъ измѣрять разстояніе свѣтила отъ противоположной точки горизонта, т. е. дугу служащую дополненіемъ высоты до 180°, и чрезъ то освобождать результатъ отъ дѣйствія пониженія горизонта, какъ это будетъ объяснено нами въ послѣдствіи (см. Отд. II. Гл. VII).

2-е) Отраженныя изображенія въ призмахъ гораздо явственнѣе нежели въ зеркалахъ, а потому и наблюденія могутъ быть сдѣланы съ большею точностію, нежели секстантомъ.

3-е) Погрѣшности отъ внѣцентреннаго движенія алидаднаго круга, уничтожаются двумя противоположными верньерами.

§ 103. Единственное неудобство описаннаго нами теперь призматическаго круга состоитъ въ томъ, что при измѣреніи тупыхъ угловъ (см. § 100) встрѣчается надобность наводить трубу въ средину между предметами. Штеингель имѣя въ виду устранить это неудобство, устроилъ (въ 1836 году) свой новый призматическій кругъ, представленный на чер. 114 въ планѣ, а на чер. 120 въ разрѣзѣ по линіи НН. Предлагаемъ здѣсь описаніе его устройства:

Два круга *ccc* и *bbb* плотно входящіе одинъ въ другой, подобно какъ во всѣхъ прочихъ угломѣрныхъ снарядахъ. На внутреннемъ означено градусное дѣленіе, а на внѣшнемъ два верньера, доставляющіе возможность отсчитывать отъ 10″ до 10″. По сей причинѣ мы будемъ называть внѣшній кругъ *алидаднымъ кругомъ*, а внутренній *лимбомъ*.

Съ противной стороны градусной подписи, надъ срединою алидаднаго круга, придѣлывается круглая коробка *nn* (чер. 120) на глухо соединяемая съ стальнымъ брускомъ *dd*, загнутымъ подъ прямымъ угломъ. Къ сему загнутому концу бруска придѣлываются также на глухо, съ одной стороны ось *e*, параллельно плоскости лимба и называемая *осью переложенія*, а съ другой толстая пластинка *m*, въ коей утверждается неподвижно прямоугольная стеклянная призма E, такимъ образомъ, чтобы отражающая ея сторона (чер. 114) была перпендикулярна къ помянутой оси переложенія.

Чрезъ коробку *nn* и брусокъ *d*, пропущена ось *g* (чер. 120) придѣланная перпендикулярно къ лимбу *bb*. Къ одному концу сей оси придѣлана стальная пластинка *pp*, на которой утверждена другая призма D большей величины, а къ выдающемуся другому ея концу шляпка *ii*, посредствомъ коей поворачиваютъ рукою лимбъ вмѣстѣ съ призмою D. Винтъ *k*, пропущенный чрезъ коробку *nn* прикрѣпляетъ лимбъ къ алидадному кругу, а съ боку находящійся винтъ *l* (чер. 114) даетъ лимбу микрометренное движеніе.

На ось переложенія *e* надѣтъ мѣдный брусокъ BB′, который прижимается къ бруску *d* посредствомъ гайки *h*, которая если будетъ ослаблена, то брусокъ BB′ можно обращать около оси *e*. Къ сему бруску BB′ придѣлана призма C, имѣющая подобно какъ и двѣ первыя въ основаніи равнобедренный прямоуг. треугольникъ. Отражающая сторона оной должна быть параллельна гипотенузѣ призмы E, и слѣд. перпендикулярна къ оси переложенія HH. Въ оправу призмы C ввинчивается зрительная труба A. Оптическая ось ея должна образовать съ отражающею стороною призмы C уголъ въ 45°, и лежать въ плоскости соприкосновенія призмы E съ призмою D въ то время, когда труба приведена въ положеніе параллельное къ поверхности лимба.

Въ заключеніе надлежитъ присовокупить, что на трубу возлѣ предметнаго стекла, надѣвается кольцо *oo* (чер. 121) рукоятки, которое плотно обхватывая часть *q* (чер. 114) сжимается винтомъ *r* (чер. 121).

§ 104. Изъ вышеизложеннаго описанія видимъ, что если закрѣпивъ гайку *h*, будемъ держать инструментъ за рукоятку въ неизмѣнномъ предъ собою положеніи, то всякій отдаленный предметъ, находящійся по направленію оптической оси, будетъ видимъ въ трубѣ, ибо лучь свѣта исходящій изъ сего предмета, упадая на преломляющую сторону призмы E (чер. 114) отразится дважды: сперва отъ призмы E, а потомъ отъ призмы C. Преломленія въ семъ случаѣ не будетъ, но только одно отраженіе, ибо какъ падающій лучь, такъ и отраженный, будутъ перпендикулярны къ преломляющимъ сторонамъ каждой изъ сихъ призмъ.

Если потомъ неизмѣняя положенія трубы ослабимъ гайку *h* и оборотимъ весь инструментъ около оси переложенія HH, такъ чтобы при 2-мъ положеніи онаго, плоскость его была какъ и прежде параллельна трубѣ, то опять тотъ же самый предметъ будетъ видимъ въ трубѣ, ибо по причинѣ перпендикулярности оси HH переложенія къ отражающей сторонѣ призмы E направленіе сей стороны не измѣнится, и слѣд. та преломляющая сторона призмы, которая была обращена къ предмету, при оборотѣ круга приметъ положеніе параллельное къ оптической оси. Изъ чего явствуетъ, что цѣль устройства призмы E состоитъ въ доставленіи возможности видѣть въ трубѣ тотъ предметъ, который находится по направленію ея оптической оси.

§ 105. Предположимъ теперь, что прямая ab (чер. 115) представляетъ направленіе отражающей стороны призмы E въ то время, когда труба была наведена на предметъ M, а прямая cd направленіе отражающей стороны другой призмы D; предположимъ далѣе, что эта сторона отражаетъ лучь свѣта исходящій изъ предмета N, лежащаго вправо отъ M, такъ, что наблюдатель видитъ въ трубѣ оба сіи предмета одинъ подъ другимъ. Уголъ bOd между отражающими сторонами будетъ, какъ и прежде, равенъ половинѣ измѣряемаго угла MON между предметами, ибо уг. $MON = CON - COM$; но $CON = 180^\circ - 2.COc$, $CoM = 180^\circ - 2.COa$; слѣд. уг. $MON = 2.(COa - COc) = 2.cOa = 2.bOd$.

Но если вообразимъ, что мы обратили весь инструментъ на оси вращенія HH, то положеніе стороны ab, сходно съ вышесказаннымъ не измѣнится, и наблюдатель увидитъ опять въ трубѣ предметъ M; предметъ же N не будетъ видимъ, ибо сторона cd приметъ положеніе $d'c'$; но какъ уг. между сторонами призмъ не измѣнился, т. е. уг. $c'Ob = bOd$, а слѣд. уг. $c'Od$ будетъ равенъ углу MON между предметами.

§ 106. Отсюда проистекаетъ слѣдующій способъ измѣрять уголъ между предметами посредствомъ новаго призматическаго круга: наблюдатель держа инструментъ за рукоятку, такъ, чтобы кругъ находился вверху трубы, наводитъ ее на лѣвый предметъ M (чер. 115) и ослабивъ нажимательный винтъ k (чер. 114) поворачиваетъ за шляпку ii (чер. 120) лимбъ вмѣстѣ съ призмою D, до тѣхъ поръ, пока другой предметъ N не покажется въ полѣ трубы. Посредствомъ микрометреннаго винта l, изображенія обоихъ предметовъ сводятся до совершеннаго совпаденія. Отсчитавъ и записавъ показанія обоихъ верньеровъ, ослабляютъ гайку h и оборачиваютъ кругъ около оси переложенія такъ, чтобы онъ былъ внизу трубы. Послѣ того ослабивъ снова нажимательный винтъ k, и наведя трубу опять на лѣвый предметъ M, поворачиваютъ за шляпку ii

лимбъ вмѣстѣ съ призмою D, пока опять не произойдетъ совпаденія между изображеніями обоихъ предметовъ. Такъ какъ въ это время, каждая изъ точекъ лимба опишетъ дугу, измѣряющую уголъ, составляемый 1-мъ и 2-мъ положеніемъ отражающаго бока призмы D, т. е. уг. $c'Od$ (чер. 115) равный углу MON, то для опредѣленія величины онаго останется изъ средняго числа отсчитаннаго показанія верньеровъ при 2-мъ наблюденіи вычесть среднее ихъ показаніе при 1-мъ. Такъ на прим.

Если при 1-мъ наблюденіи отсчитыванія были

$$\left.\begin{array}{ll}\text{на I верньерѣ} & 338^\circ\ 45'\ 30''\\ \text{на II} \quad « & 46.\ 10\end{array}\right\}\ \text{средн. велич.} = 338^\circ\ 45'\ 50'',$$

а при 2-мъ наблюденіи

$$\left.\begin{array}{ll}\text{на I верньерѣ} & 20^\circ\ 60'\ 10''\\ & 59.\ 50\end{array}\right\}\ \text{средн. велич.} = 21^\circ\ 0'\ 0'',$$

то разность $21^\circ\ 0'\ 0'' - 338^\circ\ 45'\ 50'' = 42^\circ\ 14'\ 10''$ выразитъ величину искомаго угла.

§ 107. При измѣреніи высоты свѣтила, принимается его изображеніе въ ртути за лѣвый предметъ, а самое свѣтило за правый; въ слѣдствіе чего, изъ отсчитыванія на верньерахъ, когда кругъ находился вправо отъ трубы, должно вычесть отсчитыванія на нихъ, когда кругъ находился влѣво отъ оной. При измѣреніи высоты солнца на морѣ, приставляютъ къ передней сторонѣ призмы D цвѣтное стекло; при наблюденіи же онаго съ помощію искусственна-горизонта приставляютъ какъ къ призмѣ D, такъ и къ призмѣ E цвѣтныя стекла. Въ томъ и другомъ случаѣ, стекла при оборотѣ инструмента около оси переложенія, не переставляютъ, дабы при 1-мъ наблюденіи сіи стекла были обращены къ предметамъ, а при 2-мъ къ трубѣ, и чрезъ то уничтожалась бы погрѣшность отъ непараллельности ихъ поверхностей.

§ 108. Изъ сдѣланнаго нами описанія устройства и употребленія этого инструмента, легко можно видѣть, что выгоды его состоятъ въ слѣдующемъ:

1-е) Можно измѣрять углы отъ 0° до 200° съ одинаковою точностію.

2-е) При наблюденіи нѣтъ надобности знать величины колимаціонной погрѣшности.

3-е) Величина измѣряемаго угла бываетъ независима отъ внѣцентренности движенія лимба и отъ неравнобедренности призмъ: отъ внѣцентренности потому, что имѣются два діаметрально противоположные верньера, а отъ неравнобедренности потому, что тѣ изъ преломляющихъ сторонъ призмъ E и D, которыя при 1-мъ наблюденіи были обращены къ предметамъ, при 2-мъ наблюденіи обращаются къ трубѣ.

4-е) Погрѣшности отъ ошибочнаго дѣленія лимба имѣютъ меньшее вліяніе на точность измѣряемаго угла, нежели въ секстантѣ и прежнемъ призматическомъ кругѣ, ибо дуга описываемая верньеромъ при вторичномъ наблюденіи измѣряетъ цѣлый опредѣляемый уголъ; напротивъ того въ обоихъ упомянутыхъ орудіяхъ, найденное число градусовъ должно удвоивать, чѣмъ и самая погрѣшность удвоивается.

Наконецъ 5-е) измѣреніе угла производится столь же удобно какъ и секстантомъ.

ОТДѢЛЕНІЕ II.

ДѢЙСТВІЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКІЯ.

—

ГЛАВА I.

О составленіи тригонометрической сѣти.

§ 109. Когда желаютъ опредѣлить относительное положеніе замѣчательнѣйшихъ точекъ обширной страны, какъ на прим. цѣлаго государства, или значительной его части, провинціи и т. п., то выбираютъ въ ней предварительно мѣста столь возвышенныя и открытыя, чтобы съ каждаго можно было видѣть нѣсколько другихъ отъ него ближайшихъ. На сихъ мѣстахъ, если не имѣется какихъ либо высокихъ зданій съ островерхими крышами, строятъ такъ называемые, *сигналы* въ видѣ пирамидъ, которые бы можно было видѣть издали. Такія точки земной поверхности соединивъ умственно одну съ другою прямыми линіями, получатъ сѣть изъ непрерывнаго ряда треугольниковъ, покрывающихъ всю страну.

Если вообразимъ себѣ, что величина угловъ этихъ треугольниковъ опредѣлена угломѣрными снарядами, а длина одного бока измѣрена непосредственно какою либо линейною единицею, на прим. саженью, тоазомъ, метромъ и проч., то легко будетъ тригонометрическими способами вычислить послѣдовательно длину всѣхъ прочихъ боковъ; такъ на прим. предположимъ, что ABC, BCD, CDE, (чер. 126) суть таковые треугольники, въ которыхъ кромѣ величины всѣхъ ихъ угловъ извѣстна длина бока AB: въ треугольникѣ ABC по даннымъ тремъ его частямъ, найдется длина боковъ AC и CB; послѣ того, можно будетъ рѣшить треуг. CBD, ибо въ немъ кромѣ 3-хъ угловъ сдѣлалась извѣстною длина бока CB. Найдя изъ него бокъ CD, получатъ возможность рѣшить слѣдующій треуг. CDE, и т. д.

Еслибы дѣйствительно стали поступать такимъ образомъ въ практикѣ, то получили бы длину кратчайшихъ разстояній между точками земной поверхности. Но при производствѣ дѣйствій геодезическихъ (см. стр. 100), имѣется цѣлію опредѣлять не длину разстояній между этими точками, а между проложеніями ихъ на умственно продолженной подъ землею поверхности моря. Цѣль сія будетъ достигнута, если вмѣсто опредѣленія угловъ, образуемыхъ линіями, соединяющими однѣ точки съ другими, *измѣримъ проложеніе каждаго угла на горизонтальной плоскости*; и чрезъ вычисленіе найдя *длину проложенія измѣреннаго бока на поверхности моря*, примемъ эти величины за данныя при рѣшеніи вышесказанныхъ треугольниковъ. И въ самомъ дѣлѣ, предположимъ, что A, B, C, (чер. 125) суть три точки земной поверхности между собою видимыя, и что отвѣсныя линіи, чрезъ нихъ проведенныя, встрѣчаютъ продолженную поверхность моря въ точкахъ A′, B′, C′. Сферич. треуг. A′B′C′, будетъ служить проложеніемъ даннаго на сей поверхности, и для рѣшенія его достаточно знать длину одного его бока и величину угловъ. Но извѣстно (см. стр. 8), что каждый изъ угловъ сфер. треуг-ка, на прим. A′ измѣряется угломъ *nA′m* между касательными проведенными къ его бокамъ A′B′, A′C′; уголъ же этотъ, не иное что есть, какъ *азимутальный* даннаго угла A, или что все равно, его проложеніе на горизонтальной плоскости; слѣд. если по измѣреніи линіи AB, найдемъ чрезъ вычисленіе длину дуги A′B′, и опредѣлимъ горизонтальныя проложенія прямолинейныхъ угловъ A, B, C, то получится возможность рѣшить сфер. треуг. A′B′C′, и такимъ образомъ опредѣлить искомую длину дугъ A′C′ и B′C′.

§ 110. Эти начала достаточны, чтобы понять весь ходъ дѣйствія, соблюдаемый при опредѣленіи относительнаго положенія точекъ земной поверхности: сначала выбираютъ мѣстность не пересѣкаемую никакими естественными препятствіями, и измѣривъ на ней прямую линію, или собственно говоря, часть дуги большаго круга, называемую *основаніемъ* или *базисомъ,* находятъ чрезъ вычисленіе длину проложенія оной на поверхности моря. Потомъ тѣ земные предметы, относительное положеніе коихъ требуется опредѣлить, соединяютъ съ симъ основаніемъ посредствомъ ряда треугольниковъ, зависящихъ одинъ отъ другаго, и измѣривъ, на прим. теодолитомъ, проложеніе каждаго угла на соотвѣтствующей ему горизонтальной плоскости, рѣшаютъ всѣ треугольники послѣдовательно одинъ послѣ другаго. Такой рядъ треугольниковъ, называемый *тригонометрическою сѣтью* или *треангуляціею,* раздѣляется на разряды: сперва составляютъ непрерывный рядъ треугольниковъ сколь возможно большаго размѣра, и именуемый *сѣтью* 1-го *разряда* (*); потомъ, пространство ими занимаемое, наполняютъ другимъ рядомъ треугольниковъ, меньшаго размѣра, называемымъ *сѣтью* 2-го *разряда;* наконецъ каждый изъ треугольниковъ этой сѣти наполняютъ еще новымъ рядомъ треуг-въ меньшаго размѣра, или *сѣтью* 3-го *разряда.* Всѣ эти сѣти составляются такимъ образомъ, чтобы бока сѣти 1-го разряда служили базисами для треугольниковъ 2-го разряда, а бока сихъ послѣднихъ для треуг-въ 3-го разряда (**).

(*) Лапласомъ, посредствомъ вычисленія вѣроятностей строго доказана необходимость, чтобы вся страна была покрыта *наименьшимъ* числомъ треугольниковъ, а слѣд., чтобы ихъ бока имѣли длину *наибольшую,* какую только могутъ допускать свойства мѣстности и сила увеличенія зрительныхъ трубъ въ угломѣрныхъ снарядахъ. Круглота земли и различныя мѣстныя обстоятельства, рѣдко позволяютъ дѣлать бока этихъ треуг-въ болѣе 60 верстъ; вообще же признаются выгодными тѣ, у коихъ длина боковъ бываетъ отъ 20 до 40 верстъ.

(**) Собственно говоря къ сѣти 3-го разряда, причисляются всѣ тѣ треугольники, коихъ бока не принимаются за новые базисы для продолженія треангуляціи; такъ на прим. если ABC (чер. 137) представляетъ одинъ изъ треуг-въ сѣти 2-го разряда, то треуг-ки ADB, AEB, AFB, построенные на сторонѣ AB и независимые одинъ отъ другаго, должно принять за треуг-ки 3-го разряда.

Для рѣшенія ученыхъ вопросовъ, т. е. касательно вида и величины земнаго сфероида, встрѣчается надобность въ составленіи только сѣти 1-го разряда. Это обстоятельство и то, что погрѣшности, вкравшіяся при опредѣленіи боковъ одного изъ ея треуг-въ, будутъ имѣть вліяніе на точность всѣхъ послѣдующихъ, служитъ причиною, почему сѣть 1-го разряда составляютъ съ величайшимъ тщаніемъ. Составленіе же сѣтей 2-го и 3-го разрядовъ должно разсматривать какъ средство вспомогательное для построенія *картъ*, или собственно говоря, для *дѣйствій топографическихъ*, ибо при производствѣ сихъ послѣднихъ, принимаютъ линіи, соединяющія каждыя двѣ ближайшія точки сѣти за новыя основанія, и покрываютъ мѣстность новою сѣтью треуг-въ еще меньшаго размѣра, такъ, чтобы можно было, руководствуясь началами геометрическими, связать ихъ потомъ со всѣми предметами, коихъ желаютъ означить на планѣ.

§ 111. Выгоднѣйшіе треугольники для составленія сѣти суть *равносторонніе* или близко къ нимъ подходящіе, ибо отъ малыхъ погрѣшностей, неизбѣжно дѣлаемыхъ при измѣреніи угломѣрнымъ снарядомъ каждаго угла треуг-ка, произойдетъ невѣрность въ вычисленной длинѣ боковъ онаго, тѣмъ *большая*, чѣмъ треуг. *остроугольнѣе* или *тупоугольнѣе*, и напротивъ тѣмъ менѣе ощутительная, чѣмъ треуг. ближе подходитъ къ равностороннему. Это явствуетъ изъ слѣдующаго:

Изобразивъ чрезъ a, b, c, бока какого нибудь прямолинейнаго треуг-ка, коего углы, соотвѣтственно имъ противоположные суть A, B, C, имѣемъ (стр. 6 урав. 27).

$$a \sin B = b \sin A \qquad \ldots \qquad (1).$$

Изъ этого уравненія опредѣляемъ бокъ a, по извѣстнымъ A, B и b. Еслибы при измѣреніи угловъ сдѣланы были весьма малыя погрѣшности, какъ на прим. погрѣшность y въ углѣ A и погрѣшность y' въ углѣ B, то предполагая, что величина b съ точностію измѣрена, мы бы ввели въ вычисленіе вмѣсто A и B величины ошибочныя, а именно: $A + y$ и $B + y'$ вмѣсто A и B, отъ чего изъ урав. (1) получилась бы для бока a величина, имѣющая погрѣшность, которую мы означимъ чрезъ x. И такъ, будемъ имѣть урав.

$$(a+x)\sin(B+y') = b.\sin(A+y).$$

Развернувъ синусы, и по малости величинъ y и y', принявъ дуги вмѣсто ихъ синусовъ, а единицу вмѣсто ихъ косинусовъ, получимъ

$$(a+x)(\sin B + y'\cos B) = b(\sin A + y\cos A),$$

или $a\sin B + x\sin B + ay'\cos B + xy'\cos B = b\sin A + by\cos A$.

Уничтоживъ первые члены по равенству ихъ, выражаемому урав. (1) и отбросивъ членъ $xy'\cos B$, какъ членъ 2-го порядка, получимъ

$$x\sin B + ay'\cos B = by\cos A;$$

наконецъ внеся $\dfrac{a\sin B}{\sin A}$ вмѣсто b (изъ урав. 1), будетъ

$$x = a(y\cot A - y'\cot B).$$

Таково выраженіе погрѣшности бока a, происходящей отъ ошибокъ, сдѣланныхъ при измѣреніи угловъ A и B.

Но x очевидно будетъ тѣмъ менѣе, чѣмъ A будетъ менѣе разнствовать отъ B, равно какъ и y отъ y'; эта ошибка x обратится въ нуль, когда погрѣшности, сдѣланныя въ углахъ, будутъ между собою равны и съ одинакими знаками, когда $A = B$. И такъ, въ семъ случаѣ, хотя данныя величины будутъ ошибочны, но для бока a получится величина точная. Если же погрѣшности y и y' будутъ равныя, но съ противными знаками, то наше урав. обратится въ $x = ay(\cot A + \cot B)$. Чтобы убѣдиться въ томъ, что x будетъ имѣть опять величину наименьшую при $A = B$, представимъ его въ слѣдующемъ видѣ:

$$x = ay\left(\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\cos B}{\sin B}\right) = ay\,\frac{\sin(A+B)}{\sin A.\sin B}.$$

Взявъ же уравненія (3) (стр. 3), и вычтя одно изъ другаго, получимъ

$$2\sin A\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B) = \cos(A-B) + \cos C,$$

ибо $C = 180° - (A+B)$.

слѣд. $$x = ay\frac{2\sin C}{\cos(A - B) + \cos C}.$$

Это выраженіе очевидно будетъ имѣть величину наименьшую, когда $\cos(A - B) = 1$, или что все равно, когда $A = B$.

Отсюда можемъ заключить, что погрѣшности дѣлаемыя въ углахъ, съ одинакими или противными знаками, произведутъ наименьшее вліяніе на точность величинъ опредѣляемыхъ боковъ, тогда, когда *треугольникъ равносторонenъ*, и *напротивъ вліяніе отъ погрѣшностей въ углахъ будетъ тѣмъ большее, чѣмъ треуг. остроугольнѣе* или *тупоугольнѣе.*

Въ слѣдствіе чего принято за правило, чтобы треугольники 1-го разряда были по мѣрѣ возможности равносторонніе; при составленіи же сѣтей 2-го и 3-го довольствоваться тѣмъ, чтобы углы треуг-въ были по крайней мѣрѣ не $< 30^\circ$, а слѣд. и не $> 120^\circ$.

§ 112. Приступая къ составленію тригономет. сѣти, (дѣйствію, называемому *тригонометрическою съемкою),* дѣлается рекогносцировка, или обозрѣніе страны, для избранія мѣста, гдѣ слѣдуетъ измѣрить основаніе, и точекъ, кои служили бы вершинами треугольниковъ. При выборѣ мѣста для основанія, стараются, чтобы оно не имѣло никакихъ значительныхъ неровностей, кустарниковъ, болотъ и тому подобныхъ препятствій, и чтобы можно было измѣрить на немъ линію, сколь возможно большей длины, съ оконечностей коей были бы видимы два отдаленные предмета, могущіе служить вершинами треугольниковъ 1-го разряда (*). Если сѣть составляется

(*) Основаніе длиною отъ 6 до 12 верстъ можно считать весьма выгоднымъ. Но какъ начальные треуг-ки 1-го разряда, примыкающіе къ основанію, не могутъ имѣть боковъ слишкомъ великихъ, ибо въ такомъ случаѣ будутъ слишкомъ остроугольны, то при составленіи сѣти стараются по мѣрѣ удаленія отъ основанія постепенно увеличивать длину боковъ; или что еще лучше, составивъ по обѣ стороны базиса AB (чер. 142) треуг-ки ABC и ABD вычислять длину ихъ боковъ; потомъ рѣшивъ треуг-ки ACD и CBD, и опредѣливъ изъ нихъ длину бока CD, брать среднюю величину сего бока, и принимать ее за новый базисъ для продолженія тригонометрической сѣти.

съ тою цѣлію, чтобы снять какую либо опредѣленную часть страны, имѣющую протяженіе незначительное, то должно стараться по мѣрѣ возможности выбирать основаніе въ срединѣ оной, дабы въ случаѣ вкравшейся погрѣшности въ начальныхъ треугольникахъ, находящихся по одну его сторону, эта погрѣшность не имѣла вліянія на треугольники лежащіе по другую сторону. Этого впрочемъ не соблюдаютъ, коль скоро пространство, покрываемое сѣтью, весьма обширно, ибо въ подобномъ случаѣ, въ значительномъ отдаленіи отъ вымѣреннаго основанія измѣряютъ другое, и съ него начинаютъ снова составленіе сѣти, коею опредѣливъ, нѣкоторыя изъ точекъ уже опредѣленныхъ съ перваго и сравнивъ результаты общихъ боковъ одинъ съ другимъ, получаютъ возможность удостовѣриться въ вѣрности дѣйствія (*). Посему-то эти вторыя основанія и называются *повѣрительными*.

§ 113. Избирающій мѣста для тригонометрическихъ пунктовъ, снабжается хорошею зрительною трубою, какимъ нибудь малосложнымъ и удобнымъ для переноски угломѣрнымъ снарядомъ, (на прим. буссолью) (**) и наконецъ спеціальною картою страны, по возможности вѣрною. Рекогносцирующій, находясь на какомъ нибудь мѣстѣ, которое признаетъ удобнымъ для точки 1-го разряда, разсматриваетъ въ зритель-

(*) Въ геодезическихъ дѣйствіяхъ, произведенныхъ въ Россіи подъ начальствомъ генерала Шуберта, измѣрено 6 базисовъ, именно: 1-й въ окрестностяхъ Петербурга близь Московской Славянки, 2-й въ Новгородской губерніи на южномъ берегу озера Ильменя, 3-й въ Витебской губерніи близь мѣст. Освея, 4-й въ окрестностяхъ Москвы на Ходынскомъ полѣ, 5-й въ окрестностяхъ Смоленска и 6-й въ Калужской губерніи. Въ тригонометрической же съемкѣ, произведенной генераломъ Теннеромъ измѣрено четыре базиса: 1-й въ Виленской губерніи на Дрисвятскомъ озерѣ, 2-й при мѣстечкѣ Понедѣлы, 3-й при мѣст. Полангенѣ и 4-й близь границъ Минской и Волынской губерніи. Треангуляціи 1-го разряда составленныя на этихъ 10 базисахъ связаны между собою и общіе бока вычисленные съ оныхъ весьма мало разнствуютъ одинъ отъ другаго.

(**) Этотъ инструментъ описанъ нами будетъ въ Топографіи.

ную трубу ту сторону края видимаго горизонта, въ которую онъ намѣревается продолжать сѣть, замѣчаетъ не имѣется ли какихъ либо зданій съ бельведерами, башенъ, колоколенъ, горъ рѣзко выдающихся изъ черты горизонта (*) и т. п. распрашиваетъ у мѣстныхъ жителей о прозваніи замѣченныхъ пунктовъ, прискиваетъ ихъ на картѣ и выбравъ тѣ изъ нихъ, которые по его соображенію могутъ служить точками треангуляціи, измѣряетъ приближенную величину угловъ. Послѣ того, начертивъ эти углы на бумагѣ по транспортиру, отправляется далѣе и по прибытіи на одно изъ замѣченныхъ имъ мѣстъ, онъ поступаетъ такимъ же образомъ; проложивъ снова углы имъ измѣренные на бумагу, онъ получитъ возможность удостовѣриться изъ образовавшихся на бумагѣ треугольниковъ, выполняютъ ли избранные имъ пункты тѣ условія, кои необходимы для сѣти 1-го разряда.

§ 114. Если на избранныхъ мѣстахъ не имѣется, такъ называемыхъ, *естественныхъ сигналовъ*, т. е. зданій съ островерхими крышами и съ платформами на верху для удобнаго стоянія съ инструментомъ, то строятъ *искусственные сигналы*, изъ дерева и даже камня въ видѣ башенъ или пирамидъ, съ остроконечною вершиною, которую обшиваютъ тесомъ, и даже иногда покрываютъ краскою. Вершина сія служитъ точкою визированія при измѣреніи угла треугольника. Вышина подобнаго рода сигналовъ, дѣлается разнобразно: когда мѣсто, занимаемое онымъ возвышено и открыто, такъ что стоючи на землѣ, никакіе посторонніе предметы не заслоняютъ отъ наблюдателя тѣхъ точекъ, между коими въ послѣдствіи надобно измѣрять углы, тогда достаточно сигналамъ давать высоту отъ 3-хъ до 5 саж., т. е. такую, чтобы его можно было только усматривать съ ясностію въ трубы угломѣрныхъ снарядовъ изъ вокругъ лежащихъ вершинъ треугольниковъ (**). Ихъ строятъ у насъ въ Россіи изъ толстыхъ

(*) По сей причинѣ выборъ точекъ преимущественно дѣлаютъ зимою или весною, когда лѣса еще не покрыты листьями, ибо тогда легче можно усматривать вершины горъ сквозь деревья.

(**) Деламбръ совѣтуетъ дѣлать каждый сигналъ такой высоты, чтобы бревенъ въ видѣ четыре-угольныхъ пирамидъ. Когда же мѣсто, гдѣ долженъ быть построенъ сигналъ, окружено лѣсомъ, или какими либо иными предметами, тогда ихъ дѣлаютъ вышиною отъ 5 до 10 саж. и даже болѣе. На чер. 134 и 136 представлены сигналы принятые генераломъ Шубертомъ для означенія подобнаго рода пунктовъ, во всѣхъ геодезическихъ дѣйствіяхъ, произведенныхъ подъ его начальствомъ. Изъ сихъ чертежей можно усмотрѣть, что внутри этихъ сигналовъ, на толстыхъ перекладинахъ настилаются одинъ или два пола, соединяемые между собою лѣстницами, а подъ самою верхушкою вкапывается отвѣсно толстое бревно, утверждаемое со всѣхъ сторонъ подпорками. Это бревно дѣлается около $1\frac{1}{2}$ аршина выше верхняго пола, дабы наблюдатель, поставя на верхній его конецъ свой угломѣрный инструментъ, а самъ стоючи на полу, съ удобностію могъ дѣлать наблюденія. При построеніи сигнала соблюдаютъ, чтобы каждый полъ не прикасался ни до бревна, ни до его подпорокъ, по крайней мѣрѣ вершка на 2, для того, чтобы при колебаніи сигнала вѣтромъ, бревно вмѣстѣ съ стоящимъ на немъ инструментомъ, оставалось совершенно неподвижнымъ. Впрочемъ къ сожалѣнію, не взирая на эти предосторожности, по большей части не возможно бываетъ дѣлать наблюденій во время сильнаго вѣтра.

§ 115. Точки 2-го и 3-го разрядовъ преимущественно выбираются въ селеніяхъ. Если не имѣется естественныхъ сигналовъ, то означаютъ оныя, такъ называемыми *вѣхами*, т. е. прямыми и высокими деревьями, у коихъ всѣ сучья обрублены, исключая токмо находящихся на вершинѣ, дабы можно было съ ясностію ихъ видѣть издалека. Если такихъ деревьевъ не случится, то вѣхи составляются изъ нѣ-

---

его изъ самой отдаленной точки, откуда онъ будетъ наблюдаемъ, можно было видѣть не менѣе какъ подъ угломъ 31″. Въ слѣдствіе чего, если $AC = k$ (чер. 135) изображаетъ разстояніе до сигнала, то его высота h найдется изъ урав. $h = k.\tang 31'' = k.0,00015$. Такимъ образомъ, если $k = 50$ верст. или 25000 саж., то будетъ $h = 3,75$ сажен.

скольких высокихъ жердей, сверху коихъ привязывается пукъ хворосту или что либо иное. При выборѣ точекъ 3-го разряда, должно стараться, чтобы на каждыхъ 100 квадратныхъ верстахъ, если только мѣстность дозволяетъ, находилось не менѣе 2 или 3-хъ точекъ (*).

§ 116. Геодезисты при производствѣ тригоном. сѣти въ Англіи и Индіи, для полученія возможности съ большею ясностію усматривать весьма отдаленныя точки, производили наблюденія ночью, зажигая на всѣхъ визируемыхъ точкахъ бенгальскіе огни, какъ издающіе весьма яркій свѣтъ. Важныя неудобства, происходящія отъ кратковременнаго ихъ горѣнія, препятствовавшаго дѣлать продолжительныя наблюденія, заставили Біота и Араго при производствѣ ими градуснаго измѣренія въ Испаніи, замѣнить эти огни лампами съ параболическими зеркалами (**). Нынѣ однакоже ночныя наблюденія отвергнуты всѣми геодезистами, по той причинѣ, что во время ночи атмосфера бываетъ наполнена въ излишествѣ водяными парами, производящими весьма неправильное преломленіе лучей свѣта, отъ чего невозможно бываетъ дѣлать наблюденіе съ требуемою степенью точности.

§ 117. Знаменитый *Гауссъ* имѣя въ виду съ одной стороны устранить издержки, при постройкѣ сигналовъ, а съ другой желая доставить возможность съ большею точностію визировать на точки чрезвычайно отдаленныя, изобрѣлъ (въ 1823 году) особое орудіе, названное имъ *геліотропомъ*, цѣль коего состоитъ въ отраженіи лучей свѣта изъ точекъ, которыя желаютъ видѣть, на мѣсто занятое наблюдателемъ.

(*) Это дѣлается съ тою цѣлію, чтобы помѣщалось не менѣе этого числа тригонометрическихъ точекъ, на каждомъ изъ мензульныхъ листовъ, на кои пролагается сѣть, какъ это будетъ въ послѣдствіи изложено нами съ достаточными подробностями.

(**) Съ помощію такихъ лампъ, эти ученые имѣли возможность связать островъ Форментеру съ берегами Испаніи посредствомъ треугольника (Mongo, Campvey, Desierto) величайшаго изъ всѣхъ до нынѣ составленнаго, ибо одинъ изъ его боковъ простирался до 160900 метровъ (т. е. около 151 версты).

Предлагаемъ здѣсь описаніе устройства этого полезнаго снаряда:

Гауссовъ геліотропъ состоитъ изъ зрительной астрономической трубы съ натянутыми на крестъ нитями, утверждаемой на треножникѣ, на коемъ она можетъ свободно поворачиваться во всѣ стороны. Впереди предметнаго стекла придѣлываются два зеркальца aa' и bb' (чер. 117) не равной величины и взаимно перпендикулярныя (*); оба они имѣютъ двоякое движеніе: одно около линіи ихъ взаимнаго сѣченія, а другое около оси трубы. Наведя трубу пересѣченіемъ ея нитей на ту точку мѣстности, которая занята наблюдателемъ съ угломѣрнымъ снарядомъ, приводятъ потомъ зеркала въ такое положеніе, чтобы лучи свѣта, упадающіе на малое зеркальцо, отражались внутрь трубы по направленію оптической ея оси (**); въ это время всѣ лучи свѣта, упадающіе на большое зеркальцо aa' отразятся отъ него по направленіямъ параллельнымъ линіи, служащей продолженіемъ оптической оси (***). Но какъ оптическая ось предварительно была наведена на точку, занятую наблюдателемъ, желающимъ усмотрѣть мѣсто занятое геліотропомъ, то наблюдатель увидитъ его въ видѣ яркой звѣзды.

§ 118. Главное неудобство Гауссова геліотропа заключается въ трудности повѣрки перпендикулярности зеркалъ. Это обстоятельство послужило причиною, что нынѣ употребляютъ геліотропъ инаго устройства, а именно: сверху зри-

---

(*) Большое зеркальцо составляется изъ двухъ отдѣльныхъ половинокъ a и a' (чер. 118), а въ срединѣ промежутка между ними утверждается въ оправѣ малое зеркальцо bb' въ положеніи перпендикулярномъ къ плоскости двухъ первыхъ.

(**) Малое зеркальцо bb' дѣлается изъ матоваго стекла, дабы отраженные отъ него солнечные лучи не вредили зрѣнію наблюдателя.

(***) Если лучь Sc отражается отъ bb' по линіи cO, образуя углы bcS и $b'cO$ между собою равные, то тотъ же лучь Sc упавъ на зеркало aa', отразится отъ него подъ угломъ $a'cO'$ равнымъ углу Sca. И такъ, сумма угловъ $b'cO + a'cO' = bcS + Sca = 90^\circ$; но уг. $a'cb'$ также $= 90^\circ$, слѣд. $b'cO + a'cb' + a'cO' = 180^\circ$, условіе, выражающее, что линія $O'cO$ есть прямая.

тельной трубы (чер. 97) утверждаемой на треножникѣ, придѣлываются двѣ равныя длиною пластинки съ весьма малыми отверстіями *a* и *b*, и соблюдается, чтобы линія *ab* ихъ соединяющая, съ совершенною точностію была параллельна оптической оси трубы. Между же глазнымъ стекломъ трубы и пластинкою *a*, придѣлывается зеркало N, поворачивающееся во всѣ стороны. И такъ, если поставя геліотропъ на наблюдаемой точкѣ, наведемъ сперва оптическую ось трубы на мѣсто, занятое наблюдателемъ, а потомъ приведемъ зеркало N въ такое положеніе, чтобы одинъ изъ падающихъ на него лучей SN, по отраженіи своемъ прошелъ чрезъ оба отверстія, то очевидно, что всѣ лучи падающіе на это зеркало, отразятся по направленію параллельному оптической оси, а слѣд. наблюдатель увидитъ, какъ и прежде, въ точкѣ, занятой геліотропомъ, яркую звѣзду. Въ случаѣ же, если солнце находится сзади наводящаго трубу геліотропа, на прим. въ положеніи S′, то приставляютъ съ боку зрительной трубы другое зеркало R, и приводятъ его въ такое положеніе, чтобы отраженные отъ него лучи упадали на зеркало N, а потомъ это послѣднее такъ, чтобы одинъ изъ отраженныхъ отъ него лучей прошелъ какъ и прежде сквозь оба отверстія *a* и *b* пластинокъ.

Въ заключеніе присовокупимъ, что не взирая на многія важныя выгоды доставляемыя геліотропомъ, не льзя обойтиться, при производствѣ обширныхъ геодезическихъ дѣйствій, безъ постройки сигналовъ, съ одной стороны потому, что по свойствамъ мѣстности часто встрѣчается надобность, чтобы угломѣрный инструментъ при измѣреніи угла, значительно стоялъ выше земли; съ другой потому, что геліотропъ можно употреблять только при солнечномъ свѣтѣ, чрезъ что работа идетъ весьма медленно.

—

ГЛАВА II.

Объ измѣреніи основанія.

§ 119. Когда тригонометрическая сѣть составляется съ тою цѣлію, чтобы измѣрить дугу меридіана, или обнять ею обширное пространство земли, тогда основаніе измѣряется съ величайшею тщательностію. Малѣйшая небрежность въ этомъ дѣйствіи и упущеніе изъ виду способовъ исправлять вкрадывающіяся погрѣшности, кажущіяся съ перваго взгляда ничтожными, имѣютъ въ послѣдствіи времени значительное вліяніе на точность результатовъ, что видно изъ слѣдующаго:

Пусть a, b, c, будутъ углы треугольника, A, B, C углы имъ противоположные и съ точностію извѣстные. Положимъ далѣе, что бокъ b есть основаніе, при измѣреніи коего мы сдѣлали погрѣшность z: если изобразимъ чрезъ x, погрѣшность отъ того происходящую въ вычисленіи бока a, то надлежитъ въ урав. $a \sin B = b \sin A$, вмѣсто a и b, подставить $a + x$ и $b + z$; тогда

$$(a + x) \sin B = (b + z) \sin A,$$

откуда $$x \sin B = z \sin A, \quad x = z \frac{\sin A}{\sin B} = z \cdot \frac{a}{b}.$$

Изъ этого уравненія видимъ, что если $A = B$, то $x = z$; если же A не $= B$, то ошибка x въ опредѣляемомъ разстояніи a, будетъ равна сдѣланной ошибкѣ z въ основаніи, умноженной на содержаніе $\frac{a}{b}$. Но какъ погрѣшность x будетъ такимъ же образомъ имѣть вліяніе на длину сторонъ треугольника, построеннаго на бокѣ a, и т. д., то легко можемъ заключить, что величина погрѣшности въ разстояніи между какими либо двумя пунктами сѣти, на прим. A, L (чер. 126), будетъ въ столько разъ болѣе сдѣланной первоначально ошибки z, во сколько разъ это разстояніе болѣе основанія b.

§ 120. Если предположимъ, что мѣсто, выбранное для измѣренія основанія совершенно горизонтально, или собственно говоря параллельно поверхности океана, то для опредѣленія на немъ направленія дуги большаго круга, соединяющей два данные пункта, принятые за оконечности базиса, достаточно провѣшить между сими точками линію, т. е. поставить рядъ вѣхъ по направленію отвѣсной плоскости чрезъ нихъ проходящей; сѣченіе сей умственной плоскости съ поверхностію земли выразитъ требуемое направленіе. Самое же измѣреніе производится линейками или жезлами, дѣлаемыми изъ дерева, металла и даже хрусталя, и вывѣряемыми со всею строгостію съ опредѣленною единицею длины, какъ на прим. тоазомъ, метромъ, футомъ и т. п. Такихъ жезловъ надобно имѣть по крайней мѣрѣ два; обыкновенно же измѣреніе производится четырьмя, для того, чтобы всякій разъ, когда снимается задній изъ четырехъ, положенныхъ по направленію измѣряемой линіи въ непосредственномъ соприкосновеніи одинъ съ другимъ, для приложенія къ переднему, то оставалось бы на мѣстѣ три жезла, и чрезъ то соблюдена была бы большая точность въ дѣйствіи.

§ 121. При производствѣ измѣренія, необходимо класть каждый жезлъ совершенно горизонтально, дабы сумма жезловъ выразила не длину прямой, или какой либо кривой линіи, но именно дуги большаго круга, соединяющей обѣ оконечности основанія. Но какъ выполнить это въ практикѣ съ точностію весьма затруднительно (*), то принято за правило не приводить каждый изъ жезловъ въ горизонтальное направленіе, но опредѣлять только уголъ его наклоненія,

---

(*) Многіе геодезисты, для легчайшаго приведенія жезловъ въ горизонтальное положеніе, считали удобнѣйшимъ въ нашихъ сѣверныхъ странахъ измѣрять основанія по льду замерзшихъ озеръ, морскихъ заливовъ и т. п.; но дѣлающіяся нерѣдко отъ перемѣны температуры трещины, измѣняющія положеніе точекъ, на коихъ останавливалась дневная работа, а также невозможность соблюдать строгую точность при измѣреніи во время стужи, были главными причинами, почему нынѣ таковыя измѣренія весьма рѣдко употребляются.

соблюдая, чтобы сей уголъ былъ незначителенъ; послѣ чего чрезъ вычисленіе находятъ длину горизонтальнаго проложенія каждаго жезла, слѣдующимъ образомъ:

Пусть CB $= a$ (чер. 135) будетъ длина жезла, составляющаго съ горизонтальною линіею AC уг. BCA $= \theta$. Опустивъ изъ B перпендикуляръ AB, прямая AC будетъ искомымъ проложеніемъ жезла CB, которое опредѣлится изъ треугольника ACB, и получимъ AC $= a \cos\theta$. Но какъ для рѣшенія этого уравненія необходимо употреблять логариѳмы съ 7-ю десятичными знаками, то въ практикѣ удобнѣе, вмѣсто отыскиванія длины AC, опредѣлять избытокъ величины BC надъ AC или что все равно искомую погрѣшность $x = a -$ AC. Внеся $a\cos\theta$ вмѣсто AC, получимъ

$$x = a - a\cos\theta = a(1 - \cos\theta) = 2a\sin^2 \tfrac{1}{2}\theta.$$

Но какъ θ по условію есть величина весьма малая, то вмѣсто $\sin\frac{1}{2}\theta$ можно принять его дугу $\frac{1}{2}\theta\sin 1'$ (см. стр. 5), гдѣ θ есть число минутъ заключающихся въ дугѣ, а посему

$$x = 2a\,\tfrac{1}{4}\theta^2 \sin^2 1' \text{ или } = \tfrac{1}{2}a\theta^2 \sin^2 1'.$$

Таково выраженіе искомой поправки, которую очевидно надлежитъ всегда вычитать изъ длины жезла a. Для сокращенія вычисленія составляются таблицы, изъ коихъ для каждой величины θ, получается прямо искомая поправка x (*).

§ 122. Когда отъ составляемой треангуляціи не требуется строгой точности, тогда для измѣренія основанія употребляютъ деревянные жезлы, которые, чтобы предохранить отъ вліянія сырости дѣлаютъ изъ самаго сухаго дерева, проваренного въ маслѣ и потомъ покрываютъ лакомъ, а чтобы не коробились, даютъ имъ видъ, представленный на чер. 147. Оба ихъ конца оковываются желѣзомъ, а одинъ изъ нихъ скашивается, дабы отвратить погрѣшности отъ неплотнаго соприкосновенія жезловъ.

§ 123. Когда же при измѣреніи базиса, желаютъ соблюсти строгую точность, то самое измѣреніе дѣлаютъ метал-

(*) Подобнаго рода таблица помѣщена въ *Запискахъ Военно-Топограф. Депо*, Часть II, стр. 77.

лическими жезлами. Въ семъ случаѣ, кромѣ поправки отъ наклоненія, надлежитъ принимать въ соображеніе измѣненіе ихъ длины отъ вліянія температуры. По сей причинѣ, при повѣркѣ жезловъ съ нормальною мѣрою (*), надлежитъ замѣчать температуру металла, и къ этой уже температурѣ приводить все измѣреніе.

Изъ многихъ пирометрическихъ опытовъ оказалось, что при каждомъ градусѣ стоградуснаго или Цельсіева термометра, платина расширяется на 0,000008569, а мягкое желѣзо на 0,00001221 своей длины (**). Изъ чего явствуетъ, что если при 0° желѣзный жезлъ равнялся нормальной мѣрѣ, на прим. русской сажени, то при + 12° Цел. термомет., онъ увеличится на $\frac{12 \times 122}{10000000}$ или на 0,0001464 настоящей своей длины, а при — 10°, онъ уменьшится на $\frac{10 \times 122}{10000000}$ или на 0,000122. Слѣд. если измѣреніе было произведено при сихъ градусахъ температуры, то въ 1-мъ случаѣ, всякой разъ, какъ откладываемъ былъ жезлъ, надлежало подразумѣвать, что мѣрили не точною саженью, но увеличенною на 0,0001464, а во второмъ уменьшенною на 0,000122 ея настоящей длины (***),

---

(*) За главную нормальную единицу длины, принимается тоазъ, хранящійся въ Парижской обсерваторіи, ибо жезлы посредствомъ коихъ измѣряемы были, со времени Бугера, базисы для всѣхъ градусныхъ измѣреній, свѣрялись съ симъ тоазомъ или съ весьма вѣрными копіями онаго. Наша русская нормальная сажень принимается равною 7 анг. футамъ, разумѣя подъ футомъ 6-ю долю ярда, утвержденнаго Анг. Парламентомъ. По весьма точному опредѣленію ген. Теннера 1 тоазъ = 0,91353626 саж., чего $\log = \bar{1}.9607150$, служащій для приведенія даннаго числя тоазовъ въ сажени; изъ отношенія же фута къ тоазу, выведеннаго *Араго*, этотъ $\log = \bar{1}.9607152$.

(**) См. Baumgartners Naturlehre. Wien. 1829. S. 421.

(***) Можно равномѣрно узнать, при какомъ градусѣ термометра желѣзный жезлъ будетъ изображать нормальную сажень, когда на прим. при 15° теплоты онъ равнялся длиною съ платиннымъ, вывѣреннымъ при 0° температуры. Изобразивъ расширеніе платины на каждый градусъ чрезъ P, желѣза чрезъ F, длину жезловъ при

§ 124. Во избѣжаніе погрѣшностей, могущихъ происходить отъ неплотнаго соприкосновенія жезловъ, а также для доставленія возможности класть ихъ съ совершенною точностію по направленію вертикальной плоскости, проходящей чрезъ обѣ оконечности базиса, и опредѣлять температуру жезловъ, всѣ геодезисты, со времени Деламбра, измѣряли основаніе особымъ снарядомъ, именуемымъ *базиснымъ приборомъ.* Его устроиваютъ различно. Употреблявшійся при геодезическихъ дѣйствіяхъ, произведенныхъ у насъ въ Россіи подъ начальствомъ генерала Шуберта, представленъ на черт. 145, и состоялъ изъ 4-хъ желѣзныхъ цилиндрическихъ жезловъ, толщиною въ 9 линій, а длиною въ 2 сажени. Каждый жезлъ вложенъ въ жолобъ четверограннаго деревяннаго бруса *ab*, имѣющаго толщину около 3-хъ дюймовъ, а длину нѣсколько меньшую жезла, дабы одинъ конецъ *c* сего послѣдняго, изъ него выходилъ. Этотъ брусъ, дѣлаемый изъ самаго сухаго дерева и покрываемый масляною краскою, предохраняетъ жезлъ отъ вліянія температуры, и вмѣстѣ отъ поврежденія, могущаго произойдти, или отъ неосторожности рабочихъ, или отъ перевозки. Брусъ со вложеннымъ въ него жезломъ накрытъ доскою, привинченною къ нему на глухо, и не доходящею съ одной стороны до конца бруса на 4 дюй-

---

15° чрезъ a, искомое число градусовъ, при коемъ желѣзный жезлъ равняется нормальной сажени чрезъ x, будетъ

$$\text{норм. саж.} = a - 15^\circ\,P. \text{ для платин. жезла,}$$

$$\text{норм. саж.} = a - (15 - x)^\circ\,F \text{ для желѣз. жезла;}$$

слѣд. $$a - 15P = a - (15 - x)F, \quad \text{откуда } x = \frac{15(F - P)}{F}.$$

Но какъ $F = 0{,}0000122$, $P = 0{,}0000086$, то по вычисленіи

$$x = 15 \times 0{,}3 \text{ или } = 4^\circ{,}5.$$

И такъ, при $+ 4^\circ{,}5$ желѣзный жезлъ будетъ равенъ нормальной сажени. Слѣд. если основаніе измѣряется таковымъ жезломъ, то при всякомъ положеніи онаго должно замѣчать градусъ его температуры, и если она будетъ выше $4^\circ{,}5$, то умножая избытокъ градусовъ на 0,0000122, должно прикладывать къ 1-цѣ, а если температура ниже $+ 4^\circ{,}5$, то произведеніе недостающаго числа градусовъ на вышесказанную дробь вычитать изъ 1-цы.

ма. Не закрытый конецъ жезла дѣлается плоскимъ, и на немъ утверждаются два брусочка *h, h* (чер. 146), между коими по направленію длины жезла движется въ пазахъ, помощію рукоятки *d*, узкая линѣечка *f*, длиною въ 4 дюйма, дѣлаемая изъ серебра и называемая *высовкою* (languette); на ней означаются 3 анг. дюйма, раздѣленные на весьма мѣлкія доли, а на одномъ изъ брусочковъ верньеръ, посредствомъ коего можно отсчитывать тысячныя доли дюйма. Надъ верньеромъ придѣлывается лупа *g*, для разсмотрѣнія какая черта его дѣленія совпадаетъ съ дѣленіями высовки. При означеніи верньера, соблюдаютъ, чтобы разстояніе нуля онаго, отъ другой оконечности жезла, было со всею точностію равно двумъ нормальнымъ саженямъ, при какомъ нибудь опредѣленномъ градусѣ температуры (*). Изъ чего слѣдуетъ, что при употребленіи прибора, не должно приводить жезлы въ непосредственное между собою соприкосновеніе, но оставлять между ними промежутокъ отъ 1 до 3 дюйм., который потомъ измѣряется высовкою.

Для опредѣленія температуры жезла вырѣзывается въ верхней доскѣ бруса продолговатое отверстіе *m* (чер. 145), въ которое вкладывается термометръ, такъ, чтобы шарикъ его лежалъ на самомъ жезлѣ. Дабы предохранить термометръ отъ вліянія температуры внѣшняго воздуха, закрываютъ его шерстяною подушечкою, а потомъ крышкою.

Для измѣренія угла наклоненія жезла, привинченъ къ верхней плоскости бруса, особый приборъ, состоящій изъ дуги *p* (чер. 145) раздѣленной на градусы, въ центрѣ *q* коей движется алидада *oq* имѣющая сверху уровень. Сей послѣдній долженъ быть такимъ образомъ вывѣренъ, чтобы показатель алидады находился на нулѣ градусной подписи дуги, въ то время, когда воздушный пузырекъ стоитъ на срединѣ, а ось уровня параллельна съ поверхностію жезла (**). Изъ сего

(*) Генераломъ Шубертомъ принято вывѣрять жезлы при $+14^\circ$ реомюр. термомет., а расширеніе жезла на каждый градусъ считать $=0{,}0000144$. Въ Запис. Воен. Топ. Депо, Ч. II, стр. 216, помѣщено имъ подробное описаніе о повѣркѣ жезловъ.

(**) Эта повѣрка дѣлается посредствомъ особаго уровня, утвержденнаочевидно, что уголъ наклоненія жезла выразится числомъ градусовъ, показываемыхъ алидадою въ то время, когда воздушный пузырекъ уровня приведенъ будетъ на средину.

Наконецъ, дабы имѣть возможность класть жезлъ по направленію измѣряемой линіи, придѣлываются на верхней плоскости бруса два діоптра *n*, *n*, съ натянутымъ толстымъ волосомъ, имѣющіе вверху маленькія зрительныя трубочки *k*; оба сіи діоптра утверждены на шарнирахъ, чрезъ что могутъ быть поднимаемы и опускаемы по произволу. Сверхъ того имѣется малый уровень *l* (чер. 146), поперегъ длины бруса, для устанавливанія жезла такимъ образомъ, чтобы нить діоптра находилась въ отвѣсной плоскости, по направленію коей производится измѣреніе.

Каждый изъ таковыхъ жезловъ кладется на два низкіе штатива R, R, устройство коихъ можно видѣть изъ чертежа. На верхнюю плоскость каждаго изъ нихъ кладется чугунный треножникъ S, S, (представленный въ планѣ на чер. 148) съ тремя подъемными винтами V, V, V.

§ 125. Въ 1841 году сдѣланъ въ Механ. Зав. Глав. Штаба г. Рейссигомъ, новый базисный приборъ, который различествуетъ отъ вышеописаннаго тѣмъ, что

1) Каждый конецъ жезла выдается изъ деревяннаго бруса и весьма остро скошенъ, какъ представлено на чер. 152. Высовки отброшены, а вмѣсто оныхъ величина промежутка между жезлами опредѣляется посредствомъ хрустальнаго кли-

---

го на желѣзномъ брусѣ *bb'* (чер. 144), имѣющемъ длину $\frac{1}{2}$ саж., и коего оконечности согнуты подъ прямымъ угломъ: вынувъ термометръ изъ ящика *m*, и открывъ задвижки *u*, *u*, закрывающія круглыя отверстія въ доскѣ нарочно для этого въ ней сдѣланныя, вставляютъ вышесказанный уровень, такимъ образомъ, чтобы оконечности его *a*, *a'*, лежали на самомъ жезлѣ, и приведя его пузырекъ на средину, переворачиваютъ уровень; если онъ вѣренъ, то становятъ показатель алидады на нулѣ градусной подписи; если же не вѣренъ, то исправляютъ предварительно уровень, какъ сказано было въ § 29, *a*. Послѣ того останется привести уровень, находящійся на алидадѣ, посредствомъ его исправительныхъ винтовъ, въ такое положеніе, чтобы пузырекъ его занялъ средину трубки.

на *mmo* (*), имѣющаго видъ прямой призмы. На сторонѣ *mmo*, вырѣзанъ рядъ весьма тонкихъ штриховъ, параллельныхъ краю *mm* и равно отстоящихъ одинъ отъ другаго. Длина каждаго изъ нихъ различествуетъ отъ длины непосредственно за нимъ слѣдующаго на $\frac{1}{1000}$ дюйма. При производствѣ измѣренія, оставляется между концами жезловъ промежутокъ не шире бока *mm* клина; на оба конца M и N жезловъ предварительно накладывается особый уровень и дѣйствуя винтами треножника опускается или поднимается конецъ приставленнаго жезла, пока его конецъ N не будетъ находиться въ горизонтальной плоскости съ концомъ M другаго жезла. Тогда снявъ уровень, всовываютъ между концами жезловъ клинъ и съ помощію лупы, которую держатъ въ рукахъ, отсчитываютъ какой именно его штрихъ совпадаетъ съ краями жезловъ, чрезъ что опредѣлится величина промежутка въ $\frac{1}{1000}$ доляхъ дюйма (**).

(*) Первый, замѣнившій высовки хрустальными клиньями, если не ошибаемся былъ Шумахеръ, употребившій ихъ при измѣреніи базиса для Датскаго градуснаго измѣренія.

(**) Предположимъ, что штрихи, начиная отъ оконечности *o* (чер. 152) означены номерами 0, 1, 2, 3 .... *m*, гдѣ *m* означаетъ номеръ линіи *mm*, и что *n* есть номеръ того штриха, который совпадаетъ съ оконечностями жезловъ, приведенныхъ въ одну горизонтальную плоскость. Если изобразимъ длину верхняго основанія клина, выраженную въ доляхъ дюйма, чрезъ *l*, то очевидно, что длина разстоянія *nn* между клиньями, будетъ

$$nn = \frac{mm}{om} \times on = \frac{l}{m} \times n.$$

Но еслибы одинъ изъ жезловъ, на прим. M (чер. 153) былъ выше другаго N, а клинъ былъ вложенъ отвѣсно, т. е. что верхнее его основаніе горизонтально, и еслибы вообразили себѣ, что чрезъ точку *n* соприкосновенія нижняго жезла, проведена отвѣсная линія *kn*, то искомое разстояніе между оконечностями жезловъ выразилось бы линіею $n'k$. Если далѣе положимъ, что номеръ штриха *nn* есть *n*, а штриха $n'n''$ есть n', то въ слѣдствіе выше изложеннаго будетъ $nn = \frac{l}{m} \times n$, $n'n'' = \frac{l}{m} \times n'$; но искомое разстояніе $n'k =$

2) Діоптры *n, n,* о коихъ говорено было на стр. 244, замѣнены зрительною трубою, устроиваемою какъ въ простомъ пасажномъ инструментѣ. Цапфы ея вкладываются въ гнѣзда двухъ мѣдныхъ подставокъ, утверждаемыхъ на концѣ бруса. При повѣркѣ имѣютъ въ виду, чтобы оптическая ея ось, описывала плоскость вертикальную и проходящую вдоль жезла чрезъ его средину.

3) На концѣ одного изъ жезловъ, означеннаго цифрою I, сдѣлана высовка, подобно находящейся въ прежнемъ приборѣ, для измѣренія разстоянія края этого жезла отъ той точки, на которой остановилось измѣреніе, сдѣланное въ продолженіи предшедшаго дня, какъ о томъ будетъ изложено нами ниже (*).

§ 126. Въ заключеніе остается намъ изложить самый ходъ дѣйствія, соблюдаемый при измѣреніи основанія базиснымъ приборомъ:

1-е) Когда мѣсто для измѣренія основанія выбрано (руководствуясь сказаннымъ въ § 112), то означаютъ сперва оконечности измѣряемой линіи, а потомъ ея направленіе. Для означенія оконечностей складываютъ изъ камня, на прочномъ фундаментѣ, тумбы кубической фигуры; сверху каждой изъ нихъ вмазываютъ чугунную плиту съ серебрянымъ кружечкомъ, на которомъ означена точка. Обѣ такія точки принимаютъ за требуемыя оконечности базиса.

$\frac{1}{2}(nn + n'n'')$, слѣд. $n'k = \frac{l}{m}\left(\frac{n + n'}{2}\right)$. Изъ чего заключаемъ, что если клинъ будетъ опускаемъ между жезлами отвѣсно, то нѣтъ никакой надобности приводить оба конца жезла въ одну горизонтальную плоскость.

(*) Въ базисномъ приборѣ, которымъ измѣрялъ основаніе Бессель, при производствѣ имъ градуснаго измѣренія въ Пруссіи, разстояніе между жезлами опредѣлялось также посредствомъ хрустальныхъ клиньевъ. Этотъ приборъ, описанный имъ въ Gradmessung in Ostpreussen, Berlin, 1838, устроенъ Репсольдомъ. Единственное неудобство онаго, состоитъ въ томъ, что требуется много времени на установку жезловъ; во всѣхъ же прочихъ отношеніяхъ, онъ заслуживаетъ вниманія, по чрезвычайной своей точности.

Для опредѣленія же направленія линіи, становятъ на одной тумбѣ, надъ самою точкою геліотропъ (§ 117), а надъ точкою другой тумбы теодолитъ, и по приведеніи лимба въ горизонтальное положеніе, наводятъ трубу на геліотропъ; послѣ чего не трудно будетъ поставить рядъ тонкихъ кольевъ въ довольно близкомъ между собою разстояніи, какъ на прим. саженяхъ въ 50 одинъ отъ другаго, такимъ образомъ, чтобы всѣ они были покрыты отвѣсною нитью трубы теодолита, и слѣд. находились по направленію отвѣсной плоскости, описываемой ея оптическою осью (*).

2-е) Самое измѣреніе прежнимъ базиснымъ приборомъ производится слѣдующимъ образомъ: кладутъ жезлъ № 1 на чугунную доску такъ, чтобы конецъ его съ высовкою находился близь серебрянаго кружечка, а другой конецъ на штативъ, и приводятъ жезлъ въ такое положеніе, чтобы визируя въ трубочку задняго діоптра, нить другаго покрывала рядъ кольевъ, а воздушный пузырекъ поперечнаго уровня находился на срединѣ; потомъ приставляютъ къ высовкѣ весьма тонкую золотую нить съ небольшимъ остроконечнымъ отвѣсомъ и выдвигаютъ высовку до тѣхъ поръ, пока остріе отвѣса не упадетъ на самую точку тумбы. Останется записать уголъ наклоненія жезла, его температуру и длину высовки.

3-е) При устанавливаніи жезла № 2, а потомъ жезловъ № 3 и 4, поступаютъ точно такимъ же образомъ, съ тою только разницею, что для приведенія каждаго изъ нихъ въ направленіе измѣряемой линіи, визируютъ въ обѣ стороны такъ, чтобы нить одного діоптра покрывала рядъ кольевъ, а другаго совпадала съ нитью задняго діоптра предыдущаго жезла. Когда же по установленіи всѣхъ четырехъ жезловъ записаны длина ихъ высовокъ, температура и наклоненіе, тогда осторожно снимаютъ жезлъ № 1, и приставивъ предъ жезломъ № 4, поступаютъ по вышесказанному (**).

(*) Когда измѣреніе основанія окончено, и углы первыхъ треугольниковъ прилежащихъ къ основанію опредѣлены, тогда строятъ надъ тумбами пирамиды, которыя остаются навсегда.

(**) При употребленіи новаго базиснаго прибора, различіе въ дѣйствіи

4-е) Для означенія конца дневной работы, употребленъ былъ генераломъ Шубертомъ, при измѣреніи всѣхъ базисовъ, особый приборъ, который по точности и удобности, заслуживаетъ вниманія. Онъ состоитъ изъ чугуннаго клина (чер. 159) пирамидальной фигуры, на верхней части коего утверждаются въ положеніи отвѣсномъ серебряный кружечекъ *a* съ означенною въ центрѣ точкою, и микроскопъ *b* съ призмою *d*, коего ось составляетъ линію перпендикулярную къ плоскости кружечка. Между кружечкомъ и микроскопомъ вдѣлывается въ срединѣ клина стаканъ *c*. Клинъ вкапывается въ землю подъ оконечностію передняго жезла, такъ, чтобы плоскость кружечка находилась по направленію той плоскости, въ коей происходитъ измѣреніе. Послѣ того, съ конца жезла опускается на тонкой золотой нити отвѣсъ въ вышеупомянутый стаканъ, наполненный водою, и смотря въ микроскопъ, приводятъ кружечекъ посредствомъ винтовъ сзади его находящихся въ такое положеніе, чтобы золотая нить казалось покрывающею точку на немъ означенную. Клинъ такимъ образомъ врытый, остается въ землѣ не только на цѣлую ночь, но даже и на весь слѣдующій день, дабы въ случаѣ потрясенія жезловъ отъ неосторожности наблюдателя, или отъ другихъ причинъ, нужно было повторить работу только одного дня. Очевидно, чтобы начать измѣреніе на другой день, надлежитъ постановить жезлъ № I, какъ было сказано выше, и приложивъ къ концу высовки нить съ отвѣсомъ, опустить сей послѣдній опять въ стаканъ клина, выдвигая высовку до тѣхъ поръ, пока нить не покроетъ, какъ и прежде, точки, означенной на кружечкѣ (*).

состоитъ въ томъ, что жезлы приводятся по направленію данной плоскости посредствомъ трубы, (о коей говорено было въ § 125, 2-е), визируя ею сначала впередъ, а потомъ, по переложеніи, назадъ; разстояніе же между жезлами опредѣляется хрустальнымъ клиномъ.

(*) Въ новомъ базисномъ приборѣ, описанный нами теперь снарядъ укрѣпляется не на клинѣ, но на низкомъ и весьма твердомъ штативѣ, для того, чтобы опускаемая нить съ отвѣсомъ была короче.

5-е) Производя такимъ образомъ послѣдовательно измѣреніе, и не доходя на прим. саженей на 25, отъ другой оконечности основанія, прекращаютъ работу и врываютъ клинъ. Послѣ того начинаютъ работу съ противоположнаго конца основанія, и не дойдя до врытаго клина, или перейдя оный менѣе чѣмъ на сажень, врываютъ другой клинъ. Потомъ измѣряютъ рычажнымъ циркулемъ съ совершенною точностію разстояніе CB (чер. 155) между точками обоихъ клиньевъ, и по опредѣленіи высоты AB одного изъ нихъ надъ другимъ, находятъ чрезъ вычисленіе горизонтальное проложеніе AC.

§ 127. Число жезловъ, сложенное съ величинами ихъ высовокъ (или клиньевъ), съ суммою золотыхъ нитей, и съ вышесказаннымъ разстояніемъ между обѣими точками на кружечкахъ, исправленное отъ вліянія температуры и угловъ наклоненія, изобразитъ очевидно съ совершенною строгостію длину дуги большаго круга, соединяющаго обѣ оконечности базиса. Останется сію измѣренную дугу проложить на умственно продолженную подъ землею поверхность океана. Это достигается слѣдующимъ образомъ:

Пусть $AA' = B$ (чер. 154) будетъ измѣренная дуга основанія, имѣющая свой центръ въ точкѣ C; $aa' = b$ дуга съ нею одноцентренная, находящаяся на продолженной поверхности моря и посему представляющая искомое проложеніе; $Ca = R$ радіусъ кривизны, и наконецъ $Aa = h$ высота одной изъ оконечностей основанія надъ поверхностію моря. Имѣемъ слѣдующую пропорцію:

$$CA : Ca :: AA' : aa',$$

или $$R + h : R = B : b, \text{ откуда } b = \frac{BR}{R + h}.$$

Вычтя обѣ части уравненія изъ B, получимъ

$$B - b = \frac{Bh}{R + h} \text{ или } = \frac{Bh}{R},$$

отбрасывая h въ знаменателѣ, по причинѣ незначительности его величины въ сравненіи съ R.

Такова величина поправки, которую слѣдуетъ вычитать изъ B, чтобы получить горизонтальное проложеніе измѣреннаго основанія на поверхности океана. Величина h, изображающая высоту мѣстности, на коей измѣрено основаніе, надъ уровнемъ морской поверхности, опредѣляется посредствомъ нивеллированія.

Здѣсь слѣдуетъ присовокупить, что когда оконечности основанія не одинаково возвышены надъ морскою поверхностію, тогда для h берутъ высоту средины измѣреннаго основанія надъ оною, или что все равно, полу-сумму высотъ обѣихъ оконечностей.

ГЛАВА III.

Объ измѣреніи угловъ тригонометрической сѣти.

§ 128. Углы треугольниковъ сѣти 1-го разряда измѣряются нынѣ большимъ универсальнымъ инструментомъ, астрономическимъ теодолитомъ и простымъ теодолитомъ большаго размѣра, (т. е. отъ 8 до 14 дюйм. въ діаметрѣ). Первыя два орудія предпочтительно употребляются предъ послѣднимъ, въ томъ случаѣ, когда кромѣ измѣренія угловъ сѣти требуется дѣлать астрономическія наблюденія для опредѣленія азимутовъ ея боковъ и географической широты и долготы нѣкоторыхъ изъ точекъ. Если же при производствѣ треангуляціи не требуется дѣлать астрономическихъ наблюденій, то теодолитъ будетъ удобнѣе, по легкости своей и удобству въ переноскѣ. Углы треугольниковъ сѣти 2-го и 3-го разрядовъ, измѣряются всегда теодолитами меньшаго размѣра. Употребленіе же отражательныхъ инструментовъ, можетъ быть допущено лишь тогда, когда сѣть производится на скоро и не требуется отъ ней строгой точности; главная невыгода сихъ инструментовъ для дѣйствій геодезическихъ, состоитъ въ невозможности измѣрять ими угловыхъ высотъ наблюдаемыхъ точекъ, въ чемъ встрѣчается надобность при опредѣленіи горизонтальныхъ проложеній измѣренныхъ угловъ.

§ 129. Такъ какъ при составленіи сѣти 1-го разряда соблюдается строжайшая точность, то въ каждомъ изъ ея треугольниковъ измѣряются всегда всѣ три угла, для повѣрки точности дѣйствія, какъ объяснено нами будетъ въ статьѣ о вычисленіи треуг-въ. Самое же измѣреніе угловъ производится по способу г. Струве, изложенному нами въ §§ 56 и 57, по той причинѣ, что углы измѣренные по прежнему способу Мейера (§ 55), какъ доказано г-мъ Струве, (см. его Breitengradmessung, S. 78) заключаютъ въ себѣ постоянную погрѣшность, которая превосходитъ происходящую отъ невѣрности градуснаго дѣленія лимба (*) и отсчитываній на верньерахъ. Въ треуг-хъ же 2-го и 3-го разрядовъ по большей части измѣряютъ только по два угла; наблюденія для скорости дѣлаются по способу Мейера, ограничиваясь повтореніями каждаго угла отъ 10 до 15 разъ.

§ 130. При измѣреніи угловъ вообще, тщательно соблюдаютъ, чтобы мѣсто, гдѣ стоитъ инструментъ было столь твердо, чтобы онъ не могъ колебаться отъ движенія наблюдателя. По сей причинѣ въ однихъ только крайнихъ случаяхъ, надобно становить инструментъ на верху сигналовъ, гдѣ не взирая на прочное построеніе оныхъ, инструментъ подвергается большему или меньшему сотрясенію, а особенно во время вѣтра; всегда же должно становить инструментъ внизу, близь центра сигнала на твердомъ и крѣпко свинченномъ штативѣ. Если мѣсто наблюденія есть зданіе, какъ на прим. колокольня, то инструментъ ставятъ по большей части

(*) Здѣсь подразумѣваемъ, что наблюденія дѣлаются инструментами работы Эртеля или Репсольда, въ коихъ означеніе градуснаго дѣленія доведено до удивительнаго совершенства. Если же наблюденія производятся инструментами средняго достоинства, то углы опредѣлятся съ большею точностію, коль скоро станемъ поступать по способу Мейера. — При семъ слѣдуетъ упомянуть, что къ числу выгодъ наблюденій по способу г. Струве, надобно причислить то, что сумма измѣренныхъ угловъ лежащихъ около одной точки, всегда получается равною 360°, между тѣмъ какъ еслибы всѣ углы по одиначкѣ измѣрены были по способу Мейера, то сумма ихъ не составила бы 360°

на окошкѣ, или внѣ зданія на штативѣ; внутри же зданія употребленіе инструмента на штативѣ можетъ быть допущено лишь тогда, когда полъ каменный и не можетъ сотрясаться отъ движенія наблюдателя вокругъ инструмента.

§ 131. Точность измѣренія угловъ, кромѣ доброты инструмента, удобности мѣста стоянія и искусства наблюдателя, зависитъ также и отъ времени наблюденія. Въ жаркіе дни по утрамъ и около полудня, а иногда и при закатѣ солнца, происходитъ всегда сотрясеніе атмосферы, отъ чего наблюдаемые предметы кажутся въ трубѣ колеблющимися; во время же дождя происходитъ неправильное преломленіе лучей свѣта, уклоняющее ихъ отъ направленія отвѣсной плоскости. Лучшее время для наблюденій признается между 2-мя часами по полудни и захожденіемъ солнца, въ ясную и тихую погоду. Само собою разумѣется, что на это должно обращать вниманіе при производствѣ лишь треангуляціи 1-го разряда, особенно же когда составляютъ ее для градусныхъ измѣреній, ибо тогда надобно не выпускать ничего изъ виду, что можетъ доставить наблюденіямъ строжайшую точность.

§ 132. Если углы треуг-въ измѣряются такими угломѣрными инструментами, какъ повторительнымъ кругомъ, секстантомъ и проч., которые доставляютъ не горизонтальныя проложенія угловъ, но величину образуемыхъ линіями визированія на точки сѣти, то необходимо предварительно опредѣлить зенитное разстояніе каждаго изъ наблюдаемыхъ предметовъ, а потомъ чрезъ вычисленіе съ помощію сихъ данныхъ, величину горизонтальнаго проложенія каждаго угла. Это вычисленіе совершается слѣдующимъ образомъ:

Пусть O (чер. 122) будетъ точка стоянія, изъ коей измѣренъ уг. $MON = O$ между двумя предметами M и N: вообразимъ себѣ, что чрезъ каждый изъ нихъ и точку стоянія O, проведены отвѣсныя плоскости MOm, NOn, пересѣкающія горизонтальную плоскость, проходящую чрезъ точку O, по направленію прямыхъ Om и On. Уг. $mOn = O'$ ими образуемый, очевидно выразитъ искомое горизонтальное проложеніе угла MON.

Отвѣсныя плоскости MOm, NOn, пересѣкаясь по линіи OZ, проходящей чрезъ зенитъ Z, будутъ образовать съ плоскостію MON, трегранный уголъ, или что все равно сферич. треуг. ABC (см. стр. 8), въ коемъ всѣ три бока извѣстны, ибо дуга $AB = O =$ измѣренному углу MON, а дуги $AC = z$ и $BC = z'$ суть зенитныя разстоянія предметовъ M и N, которыя какъ сказано выше, опредѣляются также чрезъ наблюденія. Но какъ двугранный уг. $MOZN$, составляемый высказанными отвѣсными плоскостями, или ему равный сфер. уг. C, измѣряется искомымъ угломъ $mOn = O'$, то для опредѣленія сего послѣдняго, надлежитъ рѣшить сфер. треуг. ABC, по формулѣ (47) Сфер. Тригонометріи, и получимъ

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}O' = \frac{\sin(p-z)\sin(p-z')}{\sin z \,.\, \sin z'},\ \text{гдѣ}\ 2p = z + z' + O.$$

§ 133. Такъ какъ вычисленіе по сей формулѣ довольно продолжительно и требуетъ дѣйствія съ 7-ю десятичными знаками, то ее употребляютъ только тогда, когда наблюдаемые предметы значительно возвышены надъ горизонтомъ. Во всѣхъ же прочихъ случаяхъ, т. е. когда z и z' мало разнствуютъ отъ 90°, рѣшеніе разсматриваемаго нами вопроса достигается посредствомъ другой формулы, предложенной Лежандромъ, дозволяющей производить вычисленіе въ 5 десятичныхъ знакахъ и не взирая на то, приводящей къ результатомъ весьма строгимъ. Вотъ выводъ сей формулы:

Положимъ $z = 90^\circ - h$, $z' = 90^\circ - h'$, гдѣ h и h' изображаютъ угловыя высоты точекъ M и N (чер. 122), т. е. $NOn = h$, $MOm = h'$. Основное урав. (32) Сфер. Тригонометріи обращается здѣсь въ

$$\cos O = \sin h \sin h' + \cos h \cos h' \cos O'.$$

Но по малости величинъ h и h', разложимъ синусы и косинусы въ ряды, по формуламъ 18 и 19 стр. 4, отбрасывая 4-я степени, именно:

$$\sin h = h - \tfrac{1}{6}h^3,\ \cos h = 1 - \tfrac{1}{2}h^2,$$

получимъ $\sin h \,.\, \sin h' = hh'$, $\cos h \,.\, \cos h' = 1 - \frac{1}{2}(h^2 + h'^2)$,

и $$[1 - \tfrac{1}{2}(h^2 + h'^2)] \,.\, \cos O' = \cos O - hh'.$$

Дабы освободить $\cos O'$ отъ его коеффиціента, достаточно умножить 2-ю часть уравненія на $[1 - \frac{1}{2}(h^2 + h'^2)]^{-1}$, или $= 1 + \frac{1}{2}(h^2 + h'^2)$ и получимъ

$$\cos O' = \cos O - hh' + \tfrac{1}{2}(h^2 + h'^2)\cos O.$$

Вмѣсто отыскиванія величины O', удобнѣе опредѣлять малую разность δ, изображающую избытокъ угла O' надъ угломъ O, т. е. $\quad O' = O + \delta,\ \cos O' = \cos O - \delta\sin O.$

Здѣсь опускаемъ степени величины δ, ибо она, какъ увидимъ ниже, есть величина 2-го порядка. По сравненіи между собою сихъ двухъ выраженій $\cos O'$, получимъ

$$\delta\sin O = hh' - \tfrac{1}{2}(h^2 + h'^2)\cos O.$$

Подставя вмѣсто $\sin O$ и $\cos O$ ихъ величины $2\sin\frac{1}{2}O.\cos\frac{1}{2}O$ и $\cos^2\frac{1}{2}O - \sin^2\frac{1}{2}O$ (см. форм. 4 и 5 стр. 3), потомъ умноживъ членъ hh' на $\cos^2\frac{1}{2}O + \sin^2\frac{1}{2}O$, какъ на величину $= 1$, сдѣлавъ приведеніе и наконецъ выразивъ малыя дуги δ, h и h' въ секундахъ (т. е. умноживъ ихъ на $\sin 1''$, см. стр. 6), найдемъ

$$\delta = \left(\frac{h + h'}{2}\right)^2 \sin 1''.\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}O - \left(\frac{h - h'}{2}\right)^2 \sin 1''.\cot\tfrac{1}{2}O\ .\quad .(a).$$

Изъ сей формулы получится число секундъ дуги δ, съ соотвѣтствующимъ ей знакомъ, которое и изобразитъ искомую поправку измѣреннаго угла.

Возьмемъ примѣръ:

Пусть будетъ $O = 51°\,9'\,29'',744$, а дуги высотъ

$h = -1°\,32'\,45''$, $\frac{1}{2}(h + h') = -1°\,19'\,57'',5 = 4797'',5$,

$h' = -1.\ \ 7.10$, $\frac{1}{2}(h - h') = -0.\ 12.47,5 = 767,5$;

2 log 4797,5	7.36203	2 log 767,5	5.77016 —
log sin 1″	4.68557		4.68557
log tang ½O.	9.68004	дополн.	0.31996
	1.72764		0.77569 —
1-й членъ	= + 53″,413	2-й членъ	= — 5″,966

— 5, 966

O = 51° 9′ 29, 744 измѣр. уг.

O′ = 51. 10. 17, 191 уг. приведенный на плоск. горизонта (*).

(*) Такъ какъ при употребленіи повторительнаго круга, это вычисле-

§ 134. Часто встрѣчается невозможность становить инструментъ въ вершинѣ измѣряемаго угла, на прим. ACB (чер. 139), иногда отъ того, что точка C бываетъ неприступна, а иногда отъ того, что постороннів предметы заслоняютъ наблюдаемыя точки A и B. Въ подобнаго рода случаяхъ избираютъ въ недальнемъ разстояніи отъ C другую точку O, изъ коей бы можно было видѣть A и B, и по измѣреніи угломѣрнымъ снарядомъ угла AOB, опредѣляютъ уг. ACB вычисленіемъ. Это дѣйствіе называется *приведеніемъ угла къ центру стоянія.*

Пусть будетъ уг. $ACB = C$, уг. $AOB = O$, уг. COA (именуемый *дирекціональнымъ*) $= y$; разстояніе $OC = m$, $AC = G$, $BC = D$, уг. $CAO = \alpha$ и $CBO = \beta$. Такъ какъ уг. AKB служитъ внѣшнимъ угломъ треуг-въ ACK и BKO, и потому уг. $AKB = C + \alpha = O + \beta$, откуда

$$C = O + \beta - \alpha.$$

Здѣсь $\beta - \alpha = C - O$ выражаетъ искомую поправку для измѣреннаго угла O. Величины β и α входящія въ оную, опредѣлятся изъ треуг-въ CBO и CAO, ибо

изъ 1-го имѣемъ $$\frac{\sin\beta}{m} = \frac{\sin(O + y)}{D},$$

а изъ 2-го « $$\frac{\sin\alpha}{m} = \frac{\sin y}{G}.$$

Но какъ углы β и α весьма малы, (ибо по условію точка O должна находиться въ весьма недальнемъ разстояніи отъ центра C сигнала, а G и D суть бока триг. сѣти), то $\sin\beta$ и $\sin\alpha$ можно безъ чувствительной погрѣшности при-

---

ніе повторяется для каждаго измѣреннаго угла сѣти, то для сокращенія дѣйствія, составлены особыя таблицы логариѳмовъ выраженія $\frac{1}{4}a^2 \sin 1''$, (т. е. коэффиціентовъ предъ $\tan \frac{1}{2}O$ и $\cot \frac{1}{2}O$) для всѣхъ величинъ a, выраженныхъ въ секундахъ. Такія таблицы предложены Франкеромъ въ его Геодезіи; таблицы же Деламбра въ Base du système metr., перепечатанныя Пюиссаномъ, вычислены для сотеннаго дѣленія окружности, которое нигдѣ кромѣ Франціи доселѣ не принято.

нять равными ихъ дугамъ, выраженнымъ въ частяхъ радіуса принятаго за единицу, т. е. $\sin\beta = \beta \sin 1''$, $\sin\alpha = \alpha . \sin 1''$, (гдѣ подъ β и α разумѣемъ число секундъ заключающихся въ сихъ дугахъ). По внесеніи этихъ выраженій въ оба послѣднія уравненія, получимъ

$$\beta = \frac{m \sin(O + y)}{D \sin 1''},\ \alpha = \frac{m \sin y}{G \sin 1''},$$

а слѣд. искомая поправка измѣреннаго угла O, будетъ

$$C - O = \frac{m \sin(O + y)}{D \sin 1''} - \frac{m \sin y}{G . \sin 1''}. \quad ..(1).$$

§ 135. Эта формула, предложенная Деламбромъ, выведена при томъ предположеніи, что инструментъ находится по правую сторону сигнала, т. е. въ углѣ BCp (чер. 143). Но еслибы онъ поставленъ былъ внѣ сего угла, то въ выраженіи $C - O = \beta - \alpha$, знаки предъ β и α перемѣнятся. Такъ на прим.

1-е) Если инструментъ находится внутри угла ACB, на прим. въ точкѣ O′, то для искомой поправки получимъ

$$C - O = -\beta - \alpha \quad (2),$$

ибо въ семъ случаѣ уг. $AkB = C + \alpha = O - \beta$.

2-е) Если инструментъ поставленъ по лѣвую сторому сигнала, на прим. въ точкѣ O″, тогда будемъ имѣть

$$C - O = \alpha - \beta \quad .. \quad .. \quad (3),$$

ибо въ семъ случаѣ уг. $AIB = C + \beta = O + \alpha$.

Наконецъ 3-е) Если бы для мѣста стоянія была избрана точка, какъ O‴, находящаяся внутри угла образуемаго продолженными боками AC, CB, то получили бы

$$C - O = \beta + \alpha . \quad .... \quad .... \quad .. \quad ..(4).$$

Чтобы соединить всѣ сіи случаи въ одинъ, достаточно принять за правило, въ вышенайденномъ урав. (1), считать величину дирекціональнаго угла $y = COA$ (чер. 139) постоянно *отъ центра сигнала въ ту сторону, какъ означена на лимбѣ градусная подпись* (см. прим. на стр. 122), т. е. слѣво на право, до 360°; или, говоря иными словами, если при визированіи трубою угломѣрнаго снаряда на центръ сигнала, нуль верньера находился на нулѣ лимба, то по наведеніи трубы на лѣвый предметъ А, отсчитываніе на томъ же самомъ верньерѣ, надобно принимать за ту величину y, которую слѣдуетъ подставлять въ урав. (1). И въ самомъ дѣлѣ: 1-е) въ точкѣ O' (чер. 143) получать $y < 180°$, а $O + y > 180°$; слѣд. членъ $\beta = \frac{m \sin(O + y)}{D . \sin 1''}$ будетъ величина отрицательная, случай, соотвѣтствующій урав. (2).

2-е) Въ точкѣ O'', получать $y > 180°$ и $O + y > 180°$; слѣд. какъ предъ членомъ $\beta = \frac{m \sin(O + y)}{D \sin 1''}$, такъ и предъ $\alpha = \frac{m \sin y}{G . \sin 1''}$ знаки перемѣнятся, и такимъ образомъ произойдетъ урав., одинаковое съ урав. (3).

Наконецъ 3-е) въ точкѣ O''' будетъ $y > 180°$, а $O + y > 360°$; слѣд. $\sin y$ будетъ со знакомъ —, а $\sin(O + y)$ со знакомъ +, и потому въ урав. (1) знакъ перемѣнится только предъ послѣднимъ членомъ, подобно какъ въ урав. (4).

§ 136. Изъ вышеизложеннаго видимъ, что поправка въ измѣренномъ углѣ будетъ имѣть величину *наибольшую* въ томъ случаѣ, когда инструментъ находится внутри угла ACB или pCq (чер. 143), ибо тогда поправка C — O будетъ равна суммѣ величинъ β и α, а *наименьшую*, когда онъ поставленъ внутри угла BCp или ACq. Въ сихъ двухъ послѣднихъ случаяхъ, можетъ даже произойдти, что поправка обратится въ нуль. Это случится тогда, когда точка O или O'', находится на окружности круга, проходящаго чрезъ данные пункты A, B и C (*).

(*) Если въ урав. (1), положимъ $C - O = 0$, то будетъ

$$\frac{m \sin(O + y)}{D \sin 1''} = \frac{m \sin y}{G \sin 1''},$$

или $$\frac{\sin(O + y)}{D} = \frac{\sin y}{G}, \text{ откуда } \frac{D}{G} = \frac{\sin(O + y)}{\sin y};$$

§ 137. Такъ какъ въ урав. (1) входятъ бока G и D треугольника ACB, которые при измѣреніи угловъ сѣти, суть величины еще неизвѣстныя, то при составленіи треангуляціи необходимо соблюдать слѣдующій порядокъ дѣйствія: по измѣреніи угловъ въ каждомъ треуг-кѣ, предварительно рѣшать его, какъ прямолинейный, вводя въ вычисленіе неисправленные углы, и совершая оное въ 5 десятичныхъ знакахъ; послѣ того, съ помощію найденныхъ такимъ образомъ приближенныхъ величинъ G и D, приводить каждый изъ угловъ къ центру стоянія, и наконецъ рѣшать вторично треуг., разсматривая его уже какъ сферическій малаго изгиба. Хотя изъ перваго рѣшенія, получатъ длину боковъ G и D не точную, однакоже это не будетъ имѣть вліянія на величину искомой поправки C — O (урав. 1), ибо по чрезвычайной остроугольности треуг-въ ACO и BCO, всегда можно безъ чувствительной погрѣшности принимать, что отъ незначительнаго измѣненія длины боковъ G и D, углы β и α не будутъ перемѣняться (*).

но изъ треуг-ка ACB (чер. 139), $\frac{D}{G}=\frac{\sin(B+C)}{\sin B}$,

а слѣд. $\frac{\sin(B+C)}{\sin B}$ или $\frac{\sin(B+O)}{\sin B}=\frac{\sin(O+y)}{\sin y}$, ибо $C=O$

по условію. Развернувъ синусы, получимъ

$$\frac{\sin B\cos O+\sin O\cos B}{\sin B}=\frac{\sin O\cos y+\sin y\cos O}{\sin y},$$

а сокративъ:

$$\cos O+\sin O\cot B=\sin O\cot y+\cos O$$

откуда $$\cot B=\cot y=\cot(180^\circ+y).$$

И такъ, поправка обращается въ нуль, когда $B=y=180^\circ+y$, т. е. когда всѣ четыре точки A, C, B и O, находятся на окружности круга, что очевидно.

(*) Генералъ Шубертъ принялъ за правило, чтобы разстояніе m никогда не было болѣе 3 саж. Впрочемъ безъ всякой погрѣшности въ результатѣ, можно это разстояніе увеличивать въ тѣхъ случаяхъ когда G и D очень велики, или когда инструментъ становится вправо или влѣво отъ сигнала, ибо тогда поправка C — O будетъ равняться разности угловъ β и α (см. стр. 257).

§ 131. Возьмемъ примѣръ:

Пусть будетъ $\log D = 4.09272$, $\log G = 3.95192$; $m = 20^ф 9^д,2$ $= 249^д,2$ или $= \frac{249,2}{84}$ сажени (*); уг. $O = 72^\circ\, 32'\, 41'',57$ и $y = 120^\circ\, 30'$. Слѣд. $O + y = 193^\circ\, 2'\, 40''$ (отбрасывая единицы и десятичныя части секунды). Вычисленіе начинаемъ опредѣленіемъ постояннаго коеффиціента $M = \frac{m}{\sin 1''} = \frac{249,2}{84 . \sin 1''}$; логарномъ его будетъ 5.78669

$$\begin{array}{llll}
\log M = & 5.78669 \ldots\ldots & & 5.78669 - \\
\log\sin(O+y) = & 9.35354 - & \log\sin y = & 9.93532 \\
\log D = - & 4.09272 & \log G = - & 3.95192 \\
\hline
\log\beta = & 1.04751 - & \log\alpha = & 1.77009 - \\
\beta = & -11'',16 & \alpha = & -58'',90 \\
\alpha = & -58,\ 90 & & \\
\hline
C - O = & -70,\ 06 = -1'\,10'',06 & & \\
 & O = 72^\circ\,32.\,41,\ 57 & & \\
\hline
 & C = 72.\,31.\,31,\ 51 & & \text{исправленный уголъ.}
\end{array}$$

§ 132. Если изъ точки, на прим. O (чер. 138) измѣрялись нѣсколько послѣдовательныхъ угловъ $AOB = O$, $BOD = O'$, $DOE = O''$, $EOF = O'''$, то для приведенія оныхъ къ центру C сигнала, достаточно измѣрить токмо одинъ дирекціональный уг. y, между центромъ C и точкою A, т. е. первою изъ точекъ, лежащихъ отъ C по направленію градусной подписи лимба. Этотъ уг. y послужитъ для приведенія угла $AOB = O$ къ центру стоянія; дирекціональный же уг. y' для слѣдующаго уг. $BOD = O'$, будетъ $y + O$; для угла DOE дирикціональный уг. y'' будетъ $= y' + O' = y + O + O'$ и т. д., что очевидно.

При семъ должно замѣтить, что если въ точкѣ O измѣрялись всѣ углы O, O', O'', O''' ., лежащіе около оной, (т. е. составляющіе въ суммѣ 360°), то сумма соотвѣтствую-

(*) Разстояніе m инструмента отъ центра сигнала, въ практикѣ измѣряется въ футахъ и дюймахъ; но при вычисленіи не должно забывать выражать оное въ доляхъ сажени, т. е. въ тѣхъ же линейныхъ единицахъ какъ G и D.

щихъ имъ поправокъ, которыя мы означимъ чрезъ $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$, ε''' будетъ всегда $= 0$. И въ самомъ дѣлѣ, если изобразимъ исправленные углы при центрѣ сигнала чрезъ C, C', C'', C''',. то $C = O + \varepsilon$, $C' = O' + \varepsilon'$, $C'' = O'' + \varepsilon''$ По сложеніи же сихъ уравненій, будетъ

$$C + C' + C'' + \ldots = (O + O' + O'' + \ldots) + (\varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon'' + \ldots)$$

Но сумма угловъ C, C', C'' ., также какъ и O, O', O'',. равна 360°; слѣд. $\varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon'' + . = 0$. Изъ чего заключаемъ, что если всѣ поправки $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$ вычислены исключая послѣдней, на прим. ε^{IV}, то для опредѣленія оной достаточно взять сумму найденныхъ съ противнымъ знакомъ, ибо имѣемъ $\varepsilon^{\text{IV}} = -(\varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''')$.

§ 140. Касательно же численнаго вычисленія поправокъ $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$,. въ разсматриваемомъ нами случаѣ, должно замѣтить, что если изобразимъ разстоянія отъ точки C до предметовъ A, B, D. чрезъ a, b, d,. ., а дирекціональные углы чрезъ y, y', y'',. . то урав. (1) очевидно приметъ видъ

для угла AOB $$\varepsilon = \frac{m \sin y'}{b \sin 1''} - \frac{m \sin y}{a \sin 1''},$$

« « BOD. $$\varepsilon' = \frac{m \sin y''}{d \sin 1''} - \frac{m \sin y'}{b \sin 1''},$$

« « DOE.. $$\varepsilon'' = \frac{m \sin y'''}{c \sin 1''} - \frac{m \sin y''}{d . \sin 1''}, \text{ и т. д.}$$

Изъ чего видимъ, что 1-й членъ каждаго изъ сихъ уравненій, служитъ вторымъ для послѣдующаго уравненія, входя въ него съ противнымъ знакомъ, и потому, если измѣрено, на прим. n угловъ, то встрѣтится надобность вычислять только $n + 1$ различныхъ членовъ.

Вотъ тому примѣръ: измѣрено три послѣдовательныхъ угла между A и B, B и D, D и E (чер. 138), именно: $O = 63° 25' 37'',28$, $O' = 82° 10' 41'',54$, $O'' = 55° 45' 27'',51$; разстояніе $m = 16^ф\, 7^д,5 = 199^д,5 = \frac{199,5}{84}$ сажени. Логариѳмы боковъ найдены были: $\log a = 4.02449$, $\log b = 4.01636$, $\log d$

$= 3.98646$, $\log e = 4.06286$. Для бока a дирекцiональный уг. $y = 52^\circ\, 31'$.

Сперва опредѣляемъ величину прочихъ дирекцiональныхъ угловъ (см. § 139) и логариѳмъ постояннаго коеффицiента $M = \frac{m}{\sin 1''}$:

$$
\begin{aligned}
y &= 52^\circ\, 31'\;\; 0'' \\
O &= \;\; 63.\,25.\,37{,}28 \\
\hline
y' &= 115.\,56.\,37{,}28 \\
O' &= \;\; 82.\,10.\,41{,}54 \\
\hline
y'' &= 198.\;\; 7.\,18{,}82 \\
O'' &= \;\; 55.\,45.\,27{,}51 \\
\hline
y''' &= 253.\,52.\,46{,}33
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\log 199{,}5 &= 2.29994 \\
\text{доп.} \log\; 84 &= \bar{2}.07572 \\
\text{доп.} \log \sin 1'' &= 5.31443 \\
\hline
\log M &= 5.69009
\end{aligned}
$$

Самое же вычисленiе располагаемъ слѣдующимъ образомъ:

M....5.69009	........5.69009	.........5.69009	.........5.69009
$\sin y$..$\bar{1}.89956$	$\sin y'$...$\bar{1}.95386$	$\sin y''$...$\bar{1}.49282$—	$\sin y''$.$\bar{1}.98257$ —
доп.a...$\bar{5}.97551$	доп.b..$\bar{5}.98364$	доп.d..$\bar{5}.01354$	доп.e..$\bar{5}.83714$
1.56516	1.62759	1.19645 —	1.50980
$+36'',74$	$+42'',42$	$-15'',72$	$-32'',34$
	$-36,\ 74$	$-42,\ 42$	$+15,\ 72$
поправ. для уг.	AOB... $+5,\ 68$,	BOD... $-58,\ 14$,	DOE.. $-16,\ 62$
	$O = 63^\circ\, 25'\, 37,\ 28$	$O' = 82^\circ\, 10'\, 41,\ 54$	$O'' = 55^\circ\, 45'\, 27,\ 51$
	$C = 63.\,25.\,42,\ 96$	$C' = 82.\;\; 9.\,43,\ 40$	$C'' = 55.\,45.\,10,\ 89$

Таковы суть величины исправленныхъ угловъ.

§ 141. Остается намъ объяснить какимъ образомъ измѣряются величины m и y, при опредѣленiи коихъ встрѣчаются въ практикѣ не малыя затрудненiя, ибо по большей части случается, что изъ той точки, гдѣ стоитъ инструментъ, или центръ сигнала не видимъ, или измѣренiе разстоянiя до онаго невозможно.

1-й *Случай.* Предположимъ, что инструментъ поставленъ внутри зданiя, на прим. на окнѣ колокольни. Здѣсь измѣренiе возможно, но центръ не видимъ, ибо подъ словомъ центръ, должно въ семъ случаѣ разумѣть ту точку внутри зданiя, которая отвѣсно находится подъ шпилемъ. Для опредѣленiя положенія сей точки, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: выбираютъ въ нѣкоторомъ отдаленіи отъ зданія такія двѣ точки, на прим. M и N (чер. 151), чтобы отвѣсныя плоскости, проходящія чрезъ шпиль и каждую изъ нихъ, пересѣкались не подъ весьма острымъ угломъ. Такъ какъ линія сѣченія сихъ плоскостей будетъ служить вертикальною осью зданія, то достаточно сперва въ точкѣ M, а потомъ въ N, поставить теодолитъ, и замѣтить въ окнахъ зданія точки a, a' и b, b' находящіяся въ отвѣсныхъ плоскостяхъ, описываемыхъ трубою и проходящихъ чрезъ шпиль. По соединеніи сихъ точекъ, на прим. шнуромъ, точка C пересѣченія линій aa' и bb' означитъ положеніе искомой (*). Останется послѣ того измѣрить длину линіи m жезломъ, или что еще лучше, тесьмою, на которой означены футы и дюймы, а величину угла y тѣмъ же самымъ угломѣрнымъ снарядомъ, коимъ дѣлается наблюденіе, поступая, какъ изложено было на стр. 257. Но какъ по близости разстоянія, не льзя точку C видѣть въ трубѣ, то наводятъ сію послѣднюю чрезъ верхъ, какъ артиллерійское орудіе. Хотя величина угла y опредѣлится приближенно, однакоже это не будетъ имѣть вліянія на точность результата.

2-й *Случай.* Когда инструментъ помѣщенъ внѣ зданія, тогда центръ будетъ неприступенъ и не видимъ, а самое опредѣленіе величинъ m и y будетъ зависѣть отъ фигуры зданія; на прим.

1-е) Если сигналъ есть круглая башня IKC (чер. 160), а точка O мѣсто занимаемое инструментомъ, то отмѣривъ отъ ней по направленію касательныхъ OI, OK, произвольныя и равныя между собою части Ox, Ox', раздѣлятъ линію xx' по поламъ. Точка n дѣленія опредѣлитъ направленіе линіи OC, и потому доставитъ возможность инструментомъ измѣрить дирекц. уг. COA. Для опредѣленія же разстоянія OC $= m$, достаточно будетъ измѣрить разстояніе Oz и окруж-

(*) Такимъ же образомъ поступаютъ при опредѣленіи проекціи вершины сигнала, имѣющаго видъ пирамиды, или при повѣркѣ находится ли вкапываемое бревно (см. стр. 234) вертикально подъ оною.

ность башни; послѣ чего получатъ длину радіуса Cz, а слѣд. и величину $m = CO = Oz + zC$ (*).

Или: измѣрять углы KOA и IOA, составляемые линіею AO съ касательными OK и OI: такъ какъ CO дѣлитъ уг. IOK по поламъ, то уг. $COA = \frac{1}{2}(KOA + IOA)$; для опредѣленія же $CO = m$, должно сперва измѣрить или OI, или OK, а потомъ рѣшить прямоуг. треуг. COI, изъ коего $m = \frac{IO}{\cos IOC}$ или $= \frac{IO}{\cos\frac{1}{2}IOK}$.

2-е) Если башня имѣетъ видъ четыре-угольной башни и изъ точки O стоянія, видны оконечности ея діагонали MN (чер. 170), то по измѣреніи боковъ MO и NO треуг-ка MNO, раздѣлятъ ихъ прямою xx', на части xO и $x'O$ имъ пропорціональныя. Точка k, находящаяся на срединѣ xx', опредѣлитъ направленіе линіи CO, и слѣд. доставитъ возможность измѣрить величину дирек. угла y. Для опредѣленія же разстоянія CO, достаточно измѣрить длину kO; послѣ чего изъ подобныхъ треуг-въ CNO и $kx'O$, получимъ $CO = \frac{Ok \cdot ON}{Ox'}$.

Если же изъ точки O можно видѣть только одинъ бокъ MM' (чер. 169) четыреугольной башни, то сперва опредѣлятъ подошву p перпендикуляра Op, опущеннаго изъ точки O на линію MM'; послѣ чего вообразивъ, что проведены CO и перпендикуляръ Cn изъ центра C на MM', произойдутъ подобные треуг-ки Cnq и qpO, которые даютъ

$$\frac{nq}{Cn} = \frac{qp}{Op} = \frac{nq + qp}{Cn + Op},$$

откуда
$$nq = \frac{np \cdot Cn}{Cn + Op}.$$

Поелику точка n находится на срединѣ бока MM', а $Cn = \frac{1}{2}NM'$, то изъ сего уравненія опредѣлится длина nq, а слѣд. получится возможность измѣрить дирекціональный уг.

(*) Этотъ пріемъ можно примѣнять для опредѣленія y и m, когда сигналъ есть круглое бревно.

$y = \mathrm{COA}$. Для опредѣленія же $\mathrm{CO} = m$, должно сперва изъ прямоуг-го треуг-ка Cqn найдти величину $Cq = \sqrt{Cn^2 + nq^2}$, послѣ чего получать $\mathrm{CO} = Cq + q\mathrm{O}$.

Оба сіи способа непосредственно примѣняются къ тому случаю, когда основаніе башни есть какой либо правильный многоугольникъ, съ тою только разницею, что перпендикуляръ Cn (чер. 169), опущенный изъ C на MM' выразить не половину бока, но апотему, которая, какъ извѣсно $= \frac{1}{2}a\cot\frac{180^\circ}{n}$, гдѣ a означаетъ длину бока даннаго многоугольника, а n число его сторонъ.

§ 142. Въ заключеніе остается присовокупить, что для измѣренія угловъ между данными пунктами съ строгою точностію, необходимо исправлять ихъ, кромѣ погрѣшностей отъ внѣцентреннаго стоянія, также отъ тѣхъ ошибокъ, которыя происходятъ отъ косвеннаго освѣщенія солнцемъ наблюдаемыхъ сигналовъ; какъ на прим. это могло бы случиться, еслибы наблюдатель находился въ O (чер. 150) и желая измѣрить уг. AOB, по дальности разстоянія видѣлъ токмо освѣщенный бокъ nn', и потому визируя трубою инструмента на среднюю точку F, вмѣсто угла AOB измѣрилъ уг. FOB. Для исправленія угла отъ этой погрѣшности, очевидно надлежитъ опредѣлить уг. FOA, и потомъ вычесть его изъ FOB, или приложить къ оному: вычесть тогда, когда солнце и точка B находятся въ различныхъ сторонахъ отъ линіи AO, а приложить, когда по одну сторону. Для опредѣленія же угла $\mathrm{AOF} = \theta$, надлежитъ предварительно опредѣлить длину линіи $\mathrm{AF} = e$, уг. FAO и приближенно разстояніе $\mathrm{AO} = \mathrm{G}$; послѣ чего изъ треуг-ка AOF, получимъ

$$\sin\theta = \frac{e.\sin \mathrm{A}}{\mathrm{FO}};$$

по малости же угла θ, можно безъ всякой погрѣшности положить $\sin\theta = \theta\sin 1''$, (разумѣя подъ θ число секундъ онаго), и сверхъ того $\mathrm{FO} = \mathrm{AO} = \mathrm{G}$, (ибо эта величина приближенная); слѣд. искомый уголъ будетъ

$$\theta = \frac{e\sin \mathrm{A}}{\mathrm{G}.\sin 1''}. \quad .. \quad .(5).$$

Главнѣйшее затрудненіе при рѣшеніи подобнаго рода вопросовъ, состоитъ въ опредѣленіи положенія линіи AF, и слѣд. угла A, ибо это зависитъ отъ фигуры зданія и положенія солнца во время наблюденія (*). Впрочемъ нынѣ съ остроумнымъ изобрѣтеніемъ геліотропа (см. § 117) рѣшеніе разсматриваемаго вопроса сдѣлалось гораздо легче, ибо если устройство зданія или сигнала дозволяетъ становить геліотропъ въ самомъ центрѣ, тогда во все не будетъ надобности вводить поправку; если же случится надобность поставить его внѣ центра, на прим. въ точкѣ F (чер. 150), то достаточно будетъ измѣрить съ приближенною точностію длину перпендикуляра $Fm = p$, опущеннаго изъ F на линію AO; послѣ чего изъ прямоуг-го треуг-ка FmO, получимъ

(*) На прим. пусть наблюдаемый сигналъ будетъ круглая башня, на которую упадаютъ солнечные лучи по направленію SA (чер. 161): освѣщенный ея бокъ будетъ MFM', гдѣ MM' будетъ перпендикулярна къ SA. Если наблюдатель находится въ точкѣ O, то вмѣсто полукруга KFK', онъ увидитъ только часть MFK', ибо остальная его часть MK находится въ тѣни, и слѣд. визируя трубою на средину освѣщенной стороны, онъ направитъ лучь зрѣнія по линіи Oa, дѣлящей прямую HK' по поламъ. Здѣсь Aa очевидно $= \frac{1}{2}KH$, а уг. $AOa = \theta$, изображающій искомую поправку, опредѣлится изъ прямоуг-го треуг-ка AOa, и будетъ $\theta = \dfrac{Aa}{G \sin 1''}$ или $= \dfrac{KH}{2G . \sin 1''}$, (изображая какъ прежде чрезъ G разстояніе AO). Но какъ KH $= KA - HA = KA - MA . \cos MAK$, или изобразивъ радіусъ KA $= MA$ чрезъ r, а уг. MAK равный углу OAS чрезъ φ, получимъ

$$KH = r(1 - \cos\varphi) = 2r \sin^2 \tfrac{1}{2}\varphi,$$

а слѣд. $$\theta = \frac{r \sin^2 \frac{1}{2}\varphi}{G \sin 1''}.$$

Остается опредѣлить уг. $\varphi = OAS$, что не затруднительно, ибо поелику наблюдатель въ O видитъ солнце S' по направленію круга вертикала OS', параллельнаго съ OS, то достаточно будетъ измѣрить азимутальный уголъ $AOS' = a$; послѣ чего, уг. $\varphi = 180° - a$.

Поправка θ войдетъ при исправленіи угла AOB, со знакомъ $+$, если солнце и предметъ B находится по одну сторону отъ линіи OA, а со знакомъ $-$, въ случаѣ обратномъ.

$$\sin\theta = \frac{p}{G} \text{ или } \theta = \frac{p}{G \sin 1''}. \qquad (6).$$

Если же измѣреніе вышесказаннаго перпендикуляра окажется затруднительнымъ или даже невозможнымъ, то измѣрять разстояніе $FA = e$ и величину угла AFO, послѣ чего поправка будетъ

$$\theta = \frac{e.\sin AFO}{G \sin 1''}. \qquad (7).$$

Здѣсь уг. AFO, подобно дирекціональному углу y (см. § 135), удобнѣе считать отъ центра A въ ту сторону, какъ означена на лимбѣ градусная подпись, и вводя отсчитанную величину онаго въ сію формулу, брать θ со знакомъ — если наблюдаемый сигналъ есть лѣвый предметъ, а съ + когда правый, что очевидно.

§ 143. Наконецъ, если случится, что при внѣцентренномъ стояніи инструмента, на прим. въ O, визировали на геліотропы A′, B′ (чер. 138), стоявшіе не въ центрѣ наблюдаемыхъ предметовъ A, B, то необходимо сперва исправить измѣренный уг. $A'OB' = O$ отъ внѣцентреннаго положенія геліотроповъ, и по опредѣленіи угла AOB, привести его къ центру C стоянія. Впрочемъ для меньшей сбивчивости въ вычисленіи, удобнѣе опредѣлять полную поправку и потомъ исправлять ею величину измѣреннаго угла, слѣдующимъ образомъ: изобразивъ величину поправокъ отъ внѣцентреннаго положенія геліотроповъ чрезъ θ и θ', т. е. уг. $AOA' = \theta$, $BOB' = \theta'$, получимъ уг. $AOB = O + \theta' - \theta$; но поправка для приведенія угла къ центру стоянія, какъ уже намъ извѣстно, есть $C - AOB = \beta - \alpha$, (гдѣ β и α суть углы CBO и CAO); слѣд. по внесеніи $O + \theta' - \theta$ вмѣсто AOB, получимъ

$$C - O = (\beta + \theta') - (\alpha + \theta). \qquad (8).$$

Таково выраженіе полной поправки для приведенія измѣреннаго угла O къ центру стоянія и къ центру наблюдаемыхъ сигналовъ. При численномъ вычисленіи оной, не должно забывать величины θ и θ' вводить съ тѣми знаками, какіе получатся изъ урав. (7).

Изъ вышеизложеннаго видимъ, что если бы въ точкѣ O, измѣрено было нѣсколько послѣдовательныхъ угловъ, и визировано было на геліотропы, стоявшіе не въ центрѣ наблюдаемыхъ сигналовъ, то по опредѣленіи сперва поправокъ $\theta, \theta', \theta'', .$ надлежало бы приложить ихъ къ соотвѣтствующимъ величинамъ $\alpha, \beta, \gamma.$ и потомъ поступить, какъ объяснено было въ примѣрѣ, предложенномъ на стр. 261.

—

ГЛАВА IV.

О вычисленіи треугольниковъ.

§ 144. Когда измѣренное основаніе проложено на поверхность моря, а углы приведены къ центру стоянія, тогда имѣются всѣ данныя для вычисленія треугольниковъ. Это дѣйствіе не представило бы никакого затрудненія, еслибы всѣ треуг-ки сѣти были прямолинейные; но они суть *сферическіе малаго изгиба*, — сферическіе потому, что каждый изъ измѣренныхъ угловъ выражаетъ уг. между касательными къ сферѣ, и слѣд. всѣ три угла въ каждомъ треугольникѣ, находятся въ различныхъ плоскостяхъ; малаго же изгиба потому, что длина боковъ бываетъ всегда незначительна въ сравненіи съ длиною земнаго радіуса. Невозможность поступать съ сими треугольниками по общимъ правиламъ Сферич. Тригонометріи, (ибо въ формулы ея входитъ градусная величина боковъ треуг-въ, а не линейная ихъ длина), заставила Геометровъ изыскать особые пріемы, которые доводили бы до самыхъ точныхъ результатовъ.

§ 145. Для рѣшенія сферическихъ треугольниковъ малаго изгиба имѣются два способа, изъ коихъ одинъ предложенъ Деламбромъ, а другой Лежандромъ. Разсмотримъ каждый изъ сихъ способовъ отдѣльно.

Способъ Деламбра состоитъ въ вычисленіи прямолинейныхъ треугольниковъ, образуемыхъ хордами, стягивающими бока сферическихъ треуг-въ сѣти, чрезъ что сія послѣдняя замѣняется ребрами многогранника, вписаннаго въ умственно продолженной поверхности моря.

Положивъ, что ABC (чер. 140) представляетъ сфер. треуг. малаго изгиба, коего углы и бокъ a, выраженный въ линейной мѣрѣ, съ точностію извѣстны. Для опредѣленія длины хордъ α, β, γ, стягивающихъ дуги a, b, c, очевидно надлежитъ предварительно найдти длину хорды α, стягивающей данную дугу a, и величину прямолинейныхъ угловъ A′, B′, C′ треугольника, образуемаго сими тремя хордами, а потомъ рѣшить оный.

1-е) Длина хорды, стягивающей данную дугу, опредѣляется слѣдующимъ образомъ: пусть (чер. 128) будетъ $GaH = a$ дуга, выраженная въ саженяхъ; $G\alpha H = \alpha$ искомая хорда; $GO = R$ радіусъ круга. Опишемъ радіусомъ $Og = 1$ дугу a'; хорда $gh = \alpha'$ ее стягивающая будетъ $\alpha' = 2\sin\frac{1}{2}a'$; но по форм. 18, стр. 4,

$$\sin\tfrac{1}{2}a' = \frac{a'}{2} - \frac{a'^3}{2^3.2.3} + \frac{a'^5}{2^5.2.3.4.5} -$$

откуда $$\alpha' = a' - \frac{a'^3}{24} + \frac{a'^5}{1920} - .$$

Но какъ упомянутыя дуги и хорды содержатся какъ ихъ радіусы GO, gO, т. е. $1 : \alpha' = R : \alpha$, и $1 : a' = R : a$, то α' можемъ перемѣнить на $\frac{\alpha}{R}$, и a' на $\frac{a}{R}$, отъ чего будетъ

$$\alpha = a - \frac{a^3}{24.R^2} + \frac{a^5}{1920.R^4}$$

Отбрасывая всѣ члены выше 3-го порядка, по причинѣ ихъ незначительной величины, получимъ

избытокъ дуги надъ хордою $a - \alpha = \dfrac{a^3}{24R^2}$ (A) (*).

(*) Еслибы длина хорды α была дана и требовалось опредѣлить длину дуги ея стягивающей, то это урав. дало бы

$$a = \alpha + \frac{\alpha^3}{24R^2},$$

2-е) Для опредѣленія же угла, на прим. C′ (чер. 140) составляемаго хордами α и β, проведемъ отвѣсную линію CZ: она будетъ перпендикулярна къ касательнымъ IC, I′C дугъ CB, CA, при точкѣ C. Уголъ ZCn будетъ $=90^\circ-\frac{1}{2}a$, (ибо уг· ICn, какъ составляемый касательною и хордою, измѣряется дугою $\frac{1}{2}$CaB или $\frac{1}{2}a$). Такимъ же образомъ уг. ZCp $=90^\circ-\frac{1}{2}b$.

Вообразимъ сферу произвольнаго радіуса, имѣющую свой центръ въ C и коего поверхность пересѣкаетъ ребра трегранника ZCAB въ точкахъ m, p и n, чрезъ что произойдетъ сфер. треуг. mpn, въ которомъ, кромѣ уг. $m=$ C, составляемаго плоскостями ZCA, ZCB, будутъ также извѣстны бока, заключающіе сей уголъ, а именно: $mn=90^\circ-\frac{1}{2}a$, $mp=90^\circ-\frac{1}{2}b$. Слѣд. получается возможность по этимъ тремъ частямъ опредѣлить бокъ pn, который измѣряетъ искомый уг. C′ между хордами CA, CB.

Но какъ угловая величина дугъ a и b бываетъ весьма мала, ибо всегда бываетъ менѣе 1°, то при рѣшеніи треуг-ка mpn, должно поступать одинаково съ изложеннымъ нами (см. § 133) касательно приведенія наклонныхъ угловъ на плоскость горизонта, а именно: опредѣлить избытокъ угла C надъ C′, $C-C'=\varepsilon$. Примѣнивъ формулу (a) на стр. 254, къ треуг-ку mpn, очевидно получимъ:

$$\varepsilon=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\sin 1''.\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C'-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2\sin 1''.\cot\tfrac{1}{2}C';$$

поелику же въ разсматриваемомъ нами случаѣ, уг. C′ весьма мало разнствуетъ отъ угла C, то безъ всякой погрѣшности можно въ семъ урав. вмѣсто C′ подставить C, и найдемъ

$$\varepsilon=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\sin 1''\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2\sin 1''\cot\tfrac{1}{2}C. \qquad .(C).$$

Такова формула, опредѣляющая избытокъ сфер. угла треугольника надъ угломъ между хордами (*).

или подставя вмѣсто a^3 его приближенную величину α^3, получимъ

$$a=\alpha+\frac{\alpha^3}{24R^2}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (B).$$

(*) Для облегченія вычисленія по сей формулѣ, составлены Делам-

И такъ, опредѣливъ длину хорды, стягивающей дугу, служащую проложеніемъ измѣреннаго основанія по форм. (A), и найдя приближенную величину боковъ всякаго треугольника сѣти, (что дѣлается до приведенія угловъ къ центру стоянія, см. § 137), дѣлятъ длину каждаго бока на $R \sin 1''$, (гдѣ R означаетъ среднюю величину радіуса кривизны земли): частное выразитъ число секундъ въ ономъ заключающееся. Послѣ того опредѣляютъ во всякомъ треуг-кѣ ABC, углы A', B', C', образуемые хордами по формулѣ (C). Сумма этихъ угловъ, т. е. $A' + B' + C'$ должна составить 180°; но если она окажется равною $180° \pm y$, то $\pm y$ изобразитъ сумму погрѣшностей, сдѣланныхъ при измѣреніи сфер. угловъ A, B, C, и въ такомъ случаѣ, вычтя изъ каждаго угла A', B', C', или приложивъ къ онымъ треть сей погрѣшности, (смотря потому со знакомъ ли + или — она окажется), получатъ совершенно исправленные углы прямолинейнаго треугольника, а вычтя треть сей погрѣшности изъ угловъ A, B, C, или приложивъ къ онымъ найдутъ исправленные углы сфер. треугольника. Наконецъ рѣшивъ треуг., образуемый хордами по правиламъ Прямол. Тригонометріи, и найдя длину хордъ α, β, γ, для опредѣленія боковъ a, b, c, сфер. треугольника, останется, въ слѣдствіе урав. (B) къ величинамъ α, β, γ, приложить $\frac{\alpha^3}{24R^2}$, $\frac{\beta^3}{24R^2}$ и $\frac{\gamma^3}{24R^2}$.

§ 146. Способъ Деламбра точенъ, но крайнѣ неудобенъ въ практикѣ по чрезвычайной продолжительности вычисленія. Самъ Деламбръ, при производствѣ имъ градуснаго измѣренія, употреблялъ его вмѣсто повѣрки, рѣшавъ треугольники преимущественно по способу Лежандра, который по простотѣ и точности дѣйствія принятъ теперь повсюду для вычисленія сфер. треуг-въ малаго изгиба. Этотъ способъ состоитъ въ томъ, что *бока каждаго сферич. треуг-ка сѣти, разсматриваемаго отдѣльно, воображаютъ распрямленными, и отыскавъ величину угловъ сего прямолинейнаго треуг-ка, рѣ-*

бромъ таблицы, подобно какъ сказано было въ прим. на стр. 255. См. Геодезію Франкера, чл. 133 и 154.

шаютъ потомъ его на основаніи правилъ Прямолинейной Тригонометріи.

Вообразимъ, что изъ вершинъ угловъ сферич. треугольника ABC (чер. 129) весьма малаго изгиба проведены радіусы въ центръ O сферы; изобразимъ ихъ чрезъ R, а бока сего треуг-ка чрезъ a, b, c. Радіусы OA, OB, OC, составятъ трегранникъ, и другой сфер. треуг. $A_1B_1C_1$ на сферѣ одноцентренной съ первою, и имѣющей радіусъ $OA_1 = 1$. Пусть a', b', c', будутъ бока сего втораго треуг-ка, а A_1, B_1, C_1, углы онаго, кои соотвѣтственно равны угламъ A, B, C. Въ слѣдствіе основнаго урав. (32) Сфер. Тригонометріи, имѣемъ:

$$\sin a' \sin b' . \cos C = \cos c' - \cos a' \cos b',$$

а по формуламъ (18) и (19) стр. 4.

$$\sin a' = \frac{a}{R}\left(1 - \frac{a^2}{6R^2}\right), \ \cos a' = 1 - \frac{a^2}{2R^2} + \frac{a^4}{24R^4};$$

и дѣйствительно, надлежитъ въ разложеніяхъ синусовъ и косинусовъ (урав. 18 и 19), вмѣсто a', b', c', подставить $\frac{a}{R}$, $\frac{b}{R}$, $\frac{c}{R}$, и сверхъ того можно отбросить всѣ члены, превышающіе 4-ю степень, по малости дугъ a, b, c, въ сравненіи съ величиною R.

Разложивъ такимъ образомъ синусы и косинусы дугъ a', b', c', въ основномъ уравненіи, совершивъ умноженіе и опустивъ члены 5-го порядка, найдемъ

$$ab\left(1 - \frac{a^2 + b^2}{6R^2}\right)\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} + \frac{c^4 - a^4 - b^4 - 6a^2b^2}{24R^2}.$$

Дабы освободить $\cos C$ отъ его коеффиціента, раздѣлимъ обѣ части сего уравненія на $ab\left(1 - \frac{a^2 + b^2}{6R^2}\right)$, или что все равно, сперва умножимъ на выраженіе $\left(1 - \frac{a^2 + b^2}{6R^2}\right)$ возвышенное въ степень -1, которая $= \left(1 + \frac{a^2 + b^2}{6R^2}\right)$, а потомъ раздѣлимъ на ab. Сдѣлавъ приведеніе и ограничиваясь членами 4-го порядка, получимъ

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + \frac{(a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2}{24ab \cdot R^2},$$

Далѣе, вообразимъ прямолинейный треугольникъ $A'B'C'$, составленный изъ боковъ a, b, c, соотвѣтственно равныхъ бокамъ даннаго сфер. треуг-ка ABC. Для опредѣленія одного изъ его угловъ, на прим. C' этого новаго треуг-ка, имѣемъ (урав. 28 стр. 6)

$$\cos C' = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab},$$

откуда $$\cos^2 C' = 1 - \sin^2 C' = \frac{(a^2 + b^2 - c^2)^2}{4a^2b^2}$$

потомъ $$-4a^2b^2 \sin^2 C' = (a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2$$

Но 2-я часть сего послѣдняго уравненія совершенно одинакова съ числителемъ 2-й дроби вышенайденнаго уравненія, которое посему обратится въ

$$\cos C = \cos C' - \frac{ab \sin^2 C'}{6R^2},$$

а изобразивъ площадь сего прямолинейнаго треуг-ка, чрезъ $S = \frac{1}{2} ab \sin C'$, получимъ

$$\cos C = \cos C' - \frac{S \cdot \sin C'}{3R^2}.$$

Здѣсь должно замѣтить, что такъ какъ площадь даннаго треуг-ка ABC, весьма мало разнствуетъ отъ площади прямолинейнаго треуг-ка $A'B'C'$, то подъ величиною S мы можемъ подразумѣвать какъ ту, такъ и другую.

Изобразимъ чрезъ δ весьма малый избытокъ угла C надъ соотвѣтствующимъ ему угломъ C', т. е. $C = C' + \delta$; отсюда $\cos C = \cos C' - \delta \sin 1'' . \sin C'$ (см. стр. 6). Сравнивъ это уравненіе съ предыдущимъ, найдемъ, что $\delta = \frac{S}{3R^2 \sin 1''}$. Поелику это выраженіе независимо отъ боковъ a, b, c, то очевидно, что будетъ также $B = B' + \frac{S}{3R^2 \sin 1''}$, $A = A' + \frac{S}{3R^2 \sin 1''}$; сложивъ эти три уравненія, получимъ

$$A + B + C = 180^\circ + \frac{S}{R^2 \sin 1''}.$$

И такъ, сумма угловъ каждаго сферическаго треугольника малаго изгиба, превышаетъ 180° *весьма малымъ количествомъ* $\varepsilon = \frac{S}{R^2 \sin 1''}$, называемымъ *сферическимъ избыткомъ,* для опредѣленія коего, надлежитъ площадь даннаго треуг-ка раздѣлить на $R^2 \sin 1''$, т. е.

$$\varepsilon = \frac{S}{R^2 \sin 1''} = \frac{ab \sin C}{2R^2 \sin 1''} = kab \sin C \qquad . (D),$$

полагая постоянный коеффиціентъ $k = \frac{1}{2R^2 \sin 1''}$.
$\log k = \bar{8}.0613276$ (*).

Далѣе заключаемъ, что *существуетъ всегда прямолинейный треугольникъ, коего бока* a, b, c, *соотвѣтственно равны бокамъ даннаго сфер. треуг-ка малаго изгиба, а каждый уголъ сего послѣдняго равенъ соотвѣтственному углу перваго, сложенному съ третью сфер. избытка.* Слѣд. если вычтемъ

(*) Здѣсь R изображаетъ радіусъ кривизны, т. е. радіусъ такой сферы, которая почти сливается съ частью земной поверхности, занимаемой тригонометрическою сѣтью. Радіусъ кривизны по причинѣ сжатости земли при полюсахъ, измѣняется вмѣстѣ съ геогр. широтою; въ послѣдствіи мы изложимъ точные способы для опредѣленія величины онаго, но здѣсь ограничимся замѣчаніемъ, что для вычисленія сфер. избытка, нѣтъ никакой надобности вводить точную величину радіуса кривизны, но достаточно знать среднюю его длину для пространства занимаемаго сѣтью, и посредствомъ сего радіуса кривизны опредѣлять сфер. избытокъ каждаго треугольника сѣти. Самое вычисленіе величины сфер. избытка совершается въ 5 десятичныхъ знакахъ, ибо онъ бываетъ всегда столь малъ, что послѣдніе два знака логариѳмовъ, не могутъ имѣть вліянія на точность результата. При вычисленіи вышепредложенной величины $\log k$, мы приняли $R = 2992500$ саж., что соотвѣтствуетъ почти 55° сѣв. широты.

$\frac{1}{3}\varepsilon$ изъ каждаго сфер. угла, то треуг. ABC обратится въ другой прямолинейный A′B′C′, составленный изъ тѣхъ же самыхъ боковъ; но какъ въ семъ послѣднемъ извѣстны одинъ бокъ и углы, то по формуламъ Прямол. Тригонометріи получится возможность опредѣлить другіе его два бока, которые и будутъ равны искомымъ бокамъ сферич. треуг-ка.

§ 147. Такимъ образомъ, когда измѣрены всѣ три угла A, B и C треуг-ка, и опредѣлены посредствомъ неисправленныхъ еще угловъ приближенныя величины его боковъ, то для приложенія теоремы Лежандра надлежитъ рѣшить урав. (D), т. е. найдти величину сферическаго избытка ε, а потомъ его треть вычесть изъ каждаго угла A, B, C; разности выразятъ углы A′, B′, C′, прямолинейнаго треугольника. Сумма сихъ угловъ, т. е. $A' + B' + C'$, должна составить 180°; если же окажется, что $A' + B' + C' = 180° \pm y$, то $\pm y$ изобразитъ сумму погрѣшностей въ измѣренныхъ углахъ, происшедшихъ или отъ невѣрности угломѣрнаго орудія, или отъ неточности наблюденій. Когда y есть величина незначительная, тогда вычтя $\frac{1}{3}y$ изъ угловъ A′, B′ C′, или приложивъ къ каждому изъ оныхъ, (смотря потому положительна ли сія погрѣшность, или отрицательна), получатся совершенно исправленные углы прямолинейнаго треуг-ка; а вычтя треть сей погрѣшности изъ сфер. угловъ A, B, C, или приложивъ къ онымъ, найдутся совершенно исправленные углы сфер. треуг-ка. Когда же $\pm y$ окажется величиною значительною, тогда надлежитъ снова измѣрить углы треугольника, или тотъ изъ нихъ, который подверженъ большему сомнѣнію.

§ 148. Хотя по извѣстнымъ тремъ угламъ сфер. треугольника, можно найдти сфер. избытокъ, вычитая 180° изъ суммы $A + B + C$ угловъ, а потомъ чрезъ вычитаніе трети сей разности изъ каждаго угла, получить за одинъ пріемъ совершенно исправленные углы прямолинейнаго треугольника, однакоже въ практикѣ опредѣляютъ сфер. избытокъ, и исправляютъ углы по вышесказанному каждый разъ, когда вычисленіе треугольниковъ требуетъ строгой точности, какъ на прим. при рѣшеніи треуг-въ 1-го разряда, дабы чрезъ это съ одной стороны удостовѣриться въ вѣрности наблюденій, а съ другой имѣть возможность исправить сфер. углы треуг-ка ABC, точную величину коихъ бываетъ необходимо знать, какъ это мы увидимъ въ послѣдствіи (*). Этимъ объясняется причина, почему всегда измѣряютъ въ каждомъ треугольникѣ 1-го разряда, всѣ три угла (см. § 129).

Объяснимъ вышеизложенное примѣромъ:

Пусть будутъ: $A = 57^\circ\ 5'\ 37'',1$, точная величина $\log a = 4.4512173$,
$B = 64.\ 22.\ 46{,}5$, приближ. велич. $\log b = 4.48201$.
$C = 58.\ 31.\ 49{,}03$,

вычисленіе начинаемъ опредѣленіемъ сферическаго избытка $\varepsilon = k.ab\sin C$:

$a \ldots 4.45122$	$A - \frac{1}{3}\varepsilon = A' = 57^\circ\ 5'\ 34'',29$
$b \ldots 4.48201$	$B - \frac{1}{3}\varepsilon = B' = 64.\ 22.\ 43,69$
$\sin C \ldots 9.93091$	$C - \frac{1}{3}\varepsilon = C' = 58.\ 31.\ 46,22$
$k \ldots \bar{8}.06133$	сумма $= 180.\ 0.\ 4,20$
$\varepsilon \ldots 0.92546$	
$\varepsilon = 8'',423$, $\frac{1}{3}\varepsilon = 2'',81$	погрѣшн. $y = + 4'',2$, $\frac{1}{3}y = + 1'',4$

Совершенно исправленные углы:

$A = 57^\circ\ 5'\ 35'',7$	$A' = 57^\circ\ 5'\ 32'',89$
$B = 64.\ 22.\ 45{,}1$	$B' = 64.\ 22.\ 42,\ 29$
$C = 58.\ 31.\ 47{,}63$	$C' = 58.\ 31.\ 44,\ 82$

(*) Зная до какого совершенства доведены теперь угломѣрныя орудія, съ перваго взгляда можетъ показаться, что вышесказанная погрѣшность $\pm y$ въ суммѣ $A' + B' + C'$ угловъ происходитъ не столько отъ невѣрнаго измѣренія оныхъ, сколько отъ неточной величины получаемаго сфер. избытка $\varepsilon = k.ab.\sin C$, опредѣляемаго посредствомъ приближенныхъ величинъ a, b и $\sin C$; но не трудно опровергнуть ложность сего заключенія, ибо поелику нами строго было доказано (см. Сфер. Триг. чл. 14), что точная величина сферич. избытка равняется площади сферич. треугольника, раздѣленной на $R^2 \sin 1''$, то предположивъ, что приближенная величина площади $\frac{1}{2}ab\sin C$ прямолинейнаго треуг-ка, разнствуетъ отъ площади сфер. треуг-ка на 100000 квад. саж., получимъ для истинной величины $\varepsilon = k(ab\sin C + 200000)$; слѣд. искомая погрѣшность будетъ $k\ 200000$ или $\frac{100000}{R^2 \sin 1''} = 0'',003$, величина совершенно ничтожная.

Длину боковъ b и c опредѣляемъ изъ пропорцій

$\sin A' : a :: \sin B' : b$,		$\sin A' : a :: \sin C' : c$	
a	4.4512173		4.4512173
доп. $\sin A'$	0.0759542		0.0759542
$\sin B'$	9.9550475	$\sin C'$	9.9309009
b	4.4822190	c	4.4580724
$b = 30354{,}22$		$c = 28712{,}60$.	

§ 149. Для рѣшенія сферич. треуг-въ малаго изгиба, а особенно въ тѣхъ случаяхъ, когда треуг-ки были весьма велики, Деламбръ и многіе другіе французскіе геодезисты, кромѣ двухъ вышепредложенныхъ способовъ, употребляли еще слѣдующій:

Отыскавъ сперва величину сферич. избытка посредствомъ площади треуг-ка, и исправивъ углы A, B, C, отъ погрѣшностей наблюденій, какъ изложено было въ предшествующемъ способѣ, разлагаютъ потомъ синусъ даннаго бока a по формулѣ (18) стр. 4:

$$\sin a = \frac{a}{R}\left(1 - \frac{a^2}{6R^2}\right)$$

или

$$R \sin a = a\left(1 - \frac{a^2}{6R^2}\right);$$

взявъ логариѳмъ этого уравненія, получимъ по формулѣ (23) стр. 4.

$$\log(R \sin a) = \log a - q a^2 \qquad .(E)$$

положивъ для краткости $q = \frac{M}{6R^2}$, гдѣ M есть модуль. Здѣсь $\log q = \overline{15}.90756$.

Но по теоремѣ синусовъ, (стр. 15), имѣемъ

$$\sin b = \frac{\sin B}{\sin A}.\sin a \text{ или } R \sin b = \frac{\sin B}{\sin A}.R \sin a \qquad (F)$$

подставя величину $R \sin a$, опредѣляемую уравненіемъ (E), получимъ отсюда величину $R \sin b$; но по формулѣ (21) стр. (4) имѣемъ

$$\frac{b}{R} = \sin b\left(1 + \frac{\sin^2 b}{6}\right), \text{ или } b = R \sin b\left(1 + \frac{(R \sin b)^2}{6R^2}\right)$$

откуда

$$\log b = \log(R \sin b) + q(R \sin b)^2.$$

Такъ на прим. для треуг-ка, рѣшеннаго въ предшествующемъ §, получимъ:

a.. .4.45122

a^2... 8.90244 — a....4.4512173

q....$\overline{15}$.90756 — поправка — 0.0000065

ka^2.... $\overline{6}$.81000 — (R sin$a$)....4.4512108

поправка для log$a$ = — 0,0000065

(R sin$a$)....4.4512108 ....4.4512108

доп sin A....0.0759504 ....0.0759504

sin B....9.9550503 sin C....9 9309045

(R sin$b$)....4.4822115 (R sin$c$)....4.4580657

Остается выразить дуги b и c въ саженяхъ:

(R sin$b$)^2.... 8.96442 (R sin$c$)^2.... 8.91613

q....$\overline{15}$.90756 ....$\overline{15}$.90756

$\overline{6}$.87198 $\overline{6}$.82369

поправка для b = 0.0000074 поправ. для c = 0.0000067

(R sin$b$)....4.4822115 (R sin$c$)....4.4580657

b....4.4822189 b....4.4580724

величины одинаковыя какъ и на стр. 276.

§ 150. При рѣшеніи треугольниковъ 2-го и 3-го разряда не принимается во вниманіе ихъ сферическій избытокъ, но разсматриваютъ ихъ какъ прямолинейные, ибо по незначительной величинѣ ихъ боковъ, сфер. избытокъ бываетъ всегда весьма малъ; къ тому же и самое рѣшеніе сихъ треуг-въ не требуетъ такой строгой точности, какъ треуг-въ 1-го разряда. Въ слѣдствіе чего, еслибы въ какомъ либо изъ сихъ треугольниковъ были измѣрены три угла, то вычтя изъ суммы оныхъ 180°, треть разности вычитаютъ изъ каждаго угла, или прикладываютъ къ оному, смотря потому со знакомъ ли +, или — она получится. Впрочемъ по большей части измѣряютъ въ сихъ треуг-хъ только по два угла (§ 129).

§ 151. При составленіи сѣтей 2-го и 3-го разрядовъ часто случается, что изъ опредѣляемой точки D (чер. 123), видны три данныя A, B, C, но изъ сихъ послѣднихъ за мѣстными препятствіями не видно первой. Въ семъ случаѣ точка D опредѣлится слѣдующимъ образомъ (*):

Пусть A, B, C, будутъ углы даннаго треуг-ка, а a, b, c бока онаго. Изобразимъ измѣренные углы ADC, ADB, чрезъ β и γ, а искомые углы ABD, ACD чрезъ ψ, ψ'. Изъ треугольниковъ ACD и ADB, имѣемъ:

$$\text{AD} = \frac{b \sin\psi'}{\sin\beta} = \frac{c \sin\psi}{\sin\gamma},$$

откуда
$$\frac{\sin\psi'}{\sin\psi} = \frac{c.\sin\beta}{b.\sin\gamma}.$$

Найдемъ такой уголъ φ, чтобы

$$\tan\varphi = \frac{c \sin\beta}{b \sin\gamma} \qquad (1),$$

чрезъ что получимъ

$$\frac{\sin\psi'}{\sin\psi} = \tan\varphi, \text{ или } \frac{\sin\psi}{\sin\psi'} = \frac{1}{\tan\varphi},$$

откуда
$$\frac{\sin\psi + \sin\psi'}{\sin\psi - \sin\psi'} = \frac{1 + \tan\varphi}{1 - \tan\varphi},$$

что по урав. (8) стр. 3, и урав. (15), обратится въ

$$\frac{\tan\frac{1}{2}(\psi + \psi')}{\tan\frac{1}{2}(\psi - \psi')} = \tan(45^\circ + \varphi). \qquad (2).$$

Положимъ для краткости $m = \frac{1}{2}(\psi + \psi')$, $n = \frac{1}{2}(\psi - \psi')$; здѣсь m будетъ извѣстно, ибо сумма угловъ четыреугольника ABCD равна 360°, и будетъ $2m = \psi + \psi' = 360^\circ - (\text{A} + \text{BDC})$, или

(*) Въ рѣшеніи этого вопроса, извѣстнаго подъ названіемъ *задачи трехъ точекъ*, встрѣчается въ особенности надобность при производствѣ морскихъ съемокъ для опредѣленія подводныхъ камней, мѣлей и т. п., находящихся близь берега, покрытаго тригонометрическою сѣтью. Въ семъ случаѣ, изъ каждаго опредѣляемаго пункта, измѣряютъ отражательнымъ снарядомъ величину угловъ ADB, ADC, между точками A, B, C, триг. сѣти, и потомъ разстоянія BD, AD и CD вычисляютъ, по способу здѣсь предлагаемому.

$$m = \tfrac{1}{2}(\psi + \psi') = 180^\circ - \tfrac{1}{2}(A + \beta + \gamma) \ldots\ldots\ldots (3).$$

И такъ, изъ урав. (1) получится величина вспомогательной дуги φ, изъ урав. (3) дуга m, а наконецъ изъ урав. (2)

$$\operatorname{tang} n = \operatorname{tang} m . \cot(45^\circ + \varphi) \quad .. \quad (4).$$

По опредѣленіи такимъ образомъ m и n, найдемъ

$$\psi = m + n, \ \psi' = m - n;$$

послѣ чего разстоянія AD, BD, CD, которыя мы изобразимъ чрезъ d, d', d'', будутъ

$$\left.\begin{aligned} d &= \frac{c \sin\psi}{\sin\gamma} = \frac{b . \sin\psi'}{\sin\beta} \\ d' &= \frac{c \sin(\psi + \gamma)}{\sin\gamma} = \frac{a \sin(\psi' - C)}{\sin(\beta + \gamma)} \\ d'' &= \frac{b \sin(\psi' + \beta)}{\sin\beta} = \frac{a \sin(\psi - B)}{\sin(\beta + \gamma)} \end{aligned}\right\} \quad .. \quad .(5).$$

При семъ должно замѣтить, что

1-е) Если точка A будетъ находиться внутри треуг-ка BCD, какъ на чер. 124, то необходимо въ урав. (3) вмѣсто A, подставить $360^\circ - A$, и получимъ

$$m = 180^\circ - \tfrac{1}{2}(360^\circ - A + \beta + \gamma) = \tfrac{1}{2}(A - \beta - \gamma),$$

а въ урав. (5) при опредѣленіи d' и d'' надобно $\psi' - C$ и $\psi - B$, перемѣнить на $C + \psi'$ и $B + \psi$, ибо углы B и C будутъ въ семъ случаѣ находиться внѣ четыреуг-ка ABDC, тогда какъ въ 1-мъ случаѣ, они предполагались внутри онаго.

2-е) Если точка D находится внутри треуг-ка ABC (чер. 123), то сумма измѣренныхъ угловъ β и γ будетъ $> 180^\circ$: тогда въ урав. (5) надобно вмѣсто $\psi' - C$ и $\psi - B$ подставить $C - \psi'$ и $B - \psi$, что очевидно.

3-е) Еслибы точка D находилась на линіи $BC = a$, то $\beta + \gamma$ было бы $= 180^\circ$, и посему

$$\sin\beta = \sin\gamma, \ \operatorname{tang}\varphi = \frac{c}{b}, \ \psi = B, \ \psi' = C,$$

$$d' = \frac{c \sin(B + \gamma)}{\sin\gamma}, \ d'' = \frac{b \sin(C + \beta)}{\sin\gamma}.$$

Наконецъ 4-е) Если $\psi + \psi' = 180°$, то будетъ также $A + \gamma + \beta = 180°$; слѣд. всѣ четыре точки A, B, C и D находятся на окружности одного и того же круга. Вопросъ въ семъ случаѣ неопредѣленный, что явствуетъ также и изъ уравненій, ибо тогда $\sin\psi = \sin\psi'$, $\operatorname{tang}\varphi = \frac{c\sin\beta}{b\sin\gamma} = \frac{\sin\psi'}{\sin\psi}$ обратится въ 1, откуда $\varphi = 45°$; слѣд. $\operatorname{tang}(45° + \varphi) = \operatorname{tang}90° = \infty$, $\operatorname{tang} n = \frac{\operatorname{tang} m}{\operatorname{tang}(45° + \varphi)} = \frac{\infty}{\infty}$.

При вычисленіи вышепредложенныхъ формулъ, надобно обращать особенное вниманіе на знаки предъ тригонометрическими линіями; такъ на прим. если изъ урав. (1) получимъ $\varphi < 45°$, а изъ урав. (3) $m > 90°$, то въ урав. (4) $\operatorname{tang} n$ будетъ со знакомъ —, а слѣд. дуга n будетъ величина отрицательная, и тогда $\psi = m - n$, $\psi' = m + n$.

Возьмемъ примѣръ:

$A = 73° 23' 42'',5$, $\beta = 32° 43' 41'',3$, $\gamma = 49° 54' 10'',2$; $\log b = 4.0339063$, $\log c = 4.1596345$. Вотъ ходъ вычисленія:

$$\begin{array}{rl}
A = & 73° 23' 42'',5 \\
\beta = & 32.\ 43.\ 41,3 \\
\gamma = & 49.\ 54.\ 10,2 \\ \hline
A + \beta + \gamma = & 156.\ \ 1.\ 34,0 \\
\tfrac{1}{2}(A + \beta + \gamma) = & 78.\ \ 0.\ 47,0 \\ \hline
m = & 101.\ 59.\ 13,0 \\
n = & -\ 7.\ 42.\ 51,1 \\ \hline
\psi = & 94.\ 16.\ 21,9 \\
\psi' = & 109.\ 42.\ \ 4,1 \\ \hline
\psi = & 94.\ 16.\ 21,9 \\
\gamma = & 49.\ 54.\ 10,2 \\ \hline
\psi + \gamma' = & 144.\ 10.\ 32,1 \\
\psi = & 109.\ 42.\ \ 4,1 \\
\beta = & 32.\ 43.\ 41,3 \\ \hline
\psi' + \beta = & 142.\ 25.\ 45,4
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
\log c = & 4.1596345 \\
\log\sin\beta = & 9.7329190 \\
\text{доп.} \log b = & \bar{5}.9660937 \\
\text{доп.} \log\sin\gamma = & 0.1163652 \\ \hline
\log\operatorname{tang}\varphi = & 9.9750124 \\
\varphi = & 43° 21' 9'',43 \\ \hline
45° + \varphi = & 88.\ 21.\ 9,43 \\
\log\cot(45° + \varphi) = & 8.4587910 \\
\log\operatorname{tang} m = & 0.6730123\ - \\ \hline
\log\operatorname{tang} n = & 9.1318033\ - \\
n = & -7° 42' 51'',1 \\
\log c = & 4.1596345 \\
\log\sin\psi = & 1.9987913 \\
\text{доп.} \log\sin\gamma = & 0.1163652 \\ \hline
\log d = & 4.2747910 \\
d = & 18827,4
\end{array}$$

$$\log c = 4.1596345 \qquad \log b = 4.0339063$$
$$\log \sin(\psi + \gamma) = 9.7673811 \qquad \log \sin(\psi' + \beta) = 9.7851450$$
$$\text{доп.} \log \sin\gamma = 0.1163652 \qquad \text{доп.} \log \sin\beta = 0.2670810$$
$$\log d' = 4.0433808 \qquad \log d'' = 4.0861323$$
$$d' = 11050{,}5 \qquad d'' = 12193{,}6.$$

§ 152. При производствѣ тригонометрической съемки, кромѣ вышепредложеннаго вопроса иногда встрѣчается надобность въ рѣшеніи слѣдующаго: по даннымъ тремъ пунктамъ C, A, B, (чер. 107) опредѣлить такія двѣ точки D и D′, изъ которыхъ видны только по двѣ данныхъ и другая опредѣляемая, т. е. изъ D точки C, A и D′, а изъ D′ точки A, B и D. Въ семъ случаѣ измѣренные углы будутъ $CDA = \beta$, $ADD' = \gamma$, $DD'A = \beta'$ и $AD'B = \gamma'$ Положивъ данные бока $AC = b$, $AB = c$, а искомые углы $ACD = \psi$, $ABD' = \psi'$, получимъ

изъ треуг-ка ACD $\qquad \dfrac{b}{AD} = \dfrac{\sin\beta}{\sin\psi}$,

« « ADD′ $\qquad \dfrac{AD}{AD'} = \dfrac{\sin\beta'}{\sin\gamma}$,

« « AD′B $\qquad \dfrac{AD'}{c} = \dfrac{\sin\psi'}{\sin\gamma'}$.

Перемноживъ всѣ сіи три уравненія между собою, будетъ

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta . \sin\beta' \sin\psi'}{\sin\psi . \sin\gamma \sin\gamma'},$$

откуда
$$\frac{\sin\psi'}{\sin\psi} = \frac{b \sin\gamma . \sin\gamma'}{c \sin\beta . \sin\beta'}.$$

Означивъ чрезъ φ дугу, коей тангенсъ равенъ 2-й части сего уравненія, т. е.

$$\frac{b \sin\gamma . \sin\gamma'}{c \sin\beta . \sin\beta'} = \tang\varphi \qquad (6)$$

получимъ подобно, какъ на стр. 278,

$$\frac{\sin\psi}{\sin\psi'} = \frac{1}{\tang\varphi}, \quad \frac{\sin\psi + \sin\psi'}{\sin\psi - \sin\psi'} = \frac{1 + \tang\varphi}{1 - \tang\varphi}$$

или $$\frac{\tang\frac{1}{2}(\psi + \psi')}{\tang\frac{1}{2}(\psi - \psi')} = \tang(45^\circ + \varphi),$$

откуда $$\tang n = \tang m . \tang(45^\circ + \varphi) \;..\;\; .. \qquad (7)$$

положивъ $\frac{1}{2}(\psi - \psi') = n$, $\frac{1}{2}(\psi + \psi') = m$, гдѣ m извѣстно, ибо въ пятиугольникѣ CABD′D сумма угловъ равна 6 прямымъ или 540°, и потому

$$\tfrac{1}{2}(\psi + \psi') \text{ или } m = 270^\circ - \tfrac{1}{2}(A + \beta + \gamma + \beta' + \gamma') \ldots . (8).$$

И такъ, опредѣливъ изъ урав. (6) величину вспомогательной дуги φ, найдутъ сперва величину m изъ урав. (8), а потомъ величину n изъ урав. (7); послѣ чего будетъ

$$\psi = m + n, \; \psi' = m - n,$$

и наконецъ получатъ

изъ треуг-ка ACD. $CD = \frac{b \sin(\psi + \beta)}{\sin\beta}$, $AD = \frac{b \sin\psi}{\sin\beta}$

« « AD′B.... $BD' = \frac{c . \sin(\psi' + \gamma')}{\sin\gamma'}$, $AD' = \frac{c . \sin\psi'}{\sin\gamma'}$

« « DD′A... $DD' = \frac{AD . \sin(\gamma + \beta')}{\sin\beta'} = \frac{AD' . \sin(\gamma + \beta')}{\sin\gamma}$.

Еслибы случилось, что вмѣсто точки A, дана была точка, находящаяся съ D и D′, по одну сторону линіи CB, то различіе въ рѣшеніи сего вопроса, состояло бы только въ томъ, что надлежало бы въ урав. (8) вмѣсто угла A подставить 360° — CAB, т. е. дополненіе до 360° угла даннаго треугольника тригонометрической сѣти.

Наконецъ, еслибы изъ D видны были не точки C, A и D′, но C, B и D′, а изъ D′ какъ и прежде, D, A и B, то для рѣшенія сего случая, достаточно было бы на чер. 107, перемѣстить буквы A и B, a и b однѣ на другія, какъ представлено на чер. 108, а во всѣхъ вышепредложенныхъ формулахъ вмѣсто угловъ γ', ψ' и A подставить $-\gamma'$, $-\psi'$ и 360° — A, чрезъ что урав. (8) обратится въ

$$\tfrac{1}{2}(\psi - \psi') \text{ или } m = 90^\circ - \tfrac{1}{2}(\beta + \gamma + \beta' - \gamma' - A).$$

Здѣсь (чер. 108) уг. CDA $= \beta$, ADD′ $= \gamma$, DD′A $= \beta'$, BD′A $= \gamma'$, ACD $= \psi$ и ABD′ $= \psi'$.

§ 153. Въ заключеніе присовокупимъ, что при составленіи триг. сѣти 2-го и 3-го разрядовъ, можетъ встрѣтиться надобность опредѣлить такіе два пункта C и D (чер. 141), изъ коихъ видны двѣ данныя точки A и B сѣти, но изъ сихъ послѣднихъ за мѣстными препятствіями нельзя видѣть опредѣляемыхъ. Въ семъ случаѣ, по измѣреніи угловъ ACB, BCD, CDA и ADB, приняли бы линію CD за извѣстную, т. е. равную какой либо произвольной длинѣ m, и рѣшили бы сперва треуг-ки ACD и CBD, а потомъ изъ треуг-ка ACB по найденнымъ бокамъ AC, CB и измѣренному углу ACB, или изъ треуг-ка ABD по бокамъ AD, BD и углу ADB, получили бы для линіи AB такую величину x, которая будетъ содержаться къ истинной ея длинѣ k, (предполагаемой нами съ точностію извѣстною), какъ m къ истинной длинѣ линіи CD, т. е.

$$x : k :: m : \mathrm{CD}, \text{ откуда } \mathrm{CD} = \frac{km}{x}.$$

По опредѣленіи же длины линіи CD, останется снова рѣшить треуг-ки ACD и CDB, чрезъ что найдется окончательно положеніе линіи CD, относительно данныхъ пунктовъ.

—

ГЛАВА V.

О градусныхъ измѣреніяхъ.

§ 154. Подъ именемъ *градуснаго измѣренія,* разумѣютъ опредѣленіе длины какой либо дуги меридіана и географическихъ широтъ ея оконечностей. Разность сихъ географическихъ широтъ, выражающая градусную величину дуги, называется ея *амплитудою.*

Длина дуги меридіана не иначе можетъ быть измѣрена съ строгою точностію, какъ чрезъ составленіе тригон. сѣти, располагаемой по направленію оной. Предположимъ, что (чер. 126) ABC, BCD, CDE,.. суть треуг-ки сѣти 1-го разряда, составленной по направленію меридіана AV, проходящаго чрезъ точку A, и что географ. широты крайнихъ точекъ A и L сей сѣти, равно какъ и азимутъ $CAV = \alpha$ бока AC, опредѣлены посредствомъ астрономическихъ наблюденій. Проведемъ чрезъ точку L, дугу LX перпендикулярную къ меридіану AV, и опредѣлимъ длину его дуги AX, заключающуюся между точкою A и подошвою X перпендикуляра. Очевидно, что если точка L находится въ весьма близскомъ разстояніи отъ меридіана, то разность широтъ точекъ A и L изобразитъ число градусовъ дуги AX.

Продолживъ бокъ CD до точки M пересѣченія съ меридіаномъ, опредѣлимъ сначала AM: въ сферич. треуг-кѣ ACM весьма малаго изгиба, извѣстны бокъ AC, уг. $ACM = \gamma$ и азимутъ $CAM = \alpha$ перваго бока AC изъ наблюденій астрономическихъ. По способу Лежандра (§ 146) опредѣлится сферич. избытокъ ε сего треуг-ка. Сумма угловъ будетъ $180° + \varepsilon = \alpha + \beta + \gamma$, откуда найдется величина угла $M = \beta$. Для превращенія сего треуг-ка въ прямолинейный $\alpha'\beta'\gamma'$, вычтемъ $\frac{1}{3}\varepsilon$ изъ каждаго угла α и γ; дополненіе ихъ суммы до 180° изобразитъ уг. $M = \beta'$; послѣ чего составимъ пропорцію

$$\sin\beta' : \sin\gamma' :: AC : AM = \frac{\sin\gamma'}{\sin\beta'} . AC.$$

Чрезъ вычисленіе получимъ также длину CM, а потомъ $MD = CM - CD$.

Такимъ же образомъ опредѣлится изъ четыре-угольника MDFO бокъ MO; ибо діагональ FM дѣлитъ сію фигуру на два треуг-ка DMF, FMO, изъ коихъ въ первомъ по извѣстнымъ DF, DM и уг. D, какъ дополненію уг. CDF до 180°, найдутся прочія части; въ треуг-кѣ же MFO по извѣстнымъ FM и двумъ прилежащимъ угламъ, опредѣлится бокъ MO. Для рѣшенія каждаго изъ сихъ треуг-въ надлежитъ предварительно опредѣлить соотвѣтствующій имъ сферическій избытокъ, а потомъ превратить ихъ въ прямолинейные.

Въ треуг-кѣ OHP извѣстны бокъ $OH = FH - FO$ и углы прилежащіе. Чрезъ вычисленіе получимъ остальныя части.

Наконецъ рѣшивъ треуг-ки PHK, PKT, XLT, найдемъ PZ, ZT, TX. Сложивъ всѣ части дуги, получится полная длина AX меридіана. При семъ необходимо, чтобы вся сѣть треуг-въ удалялась мало отъ сего меридіана, особенно же, чтобы послѣдняя точка L находилась въ близкомъ отъ онаго разстояніи, ибо въ противномъ случаѣ, дугу LX, перпендикулярную къ AV, не возможно будетъ безъ чувствительной погрѣшности принимать за дугу, параллельную къ экватору. Впрочемъ въ послѣдствіи мы изложимъ способы исправлять роисходящія отъ сего погрѣшности.

§ 154. Сей способъ опредѣленія дуги AX въ линейной ѣрѣ, предложенъ Лежандромъ. Единственный его недостаокъ состоитъ въ томъ, что онъ не есть аналитическій, и то для производства вычисленія необходимо нужно имѣть ертежъ предъ глазами. Впрочемъ можно измѣнять дѣйствіе, водя различные углы и бока треуг-въ, что самое послужитъ овѣркою вычисленія, ибо какъ въ него не войдетъ никакая овая данная величина, взятая изъ наблюденій, то точность о всѣхъ вычисленіяхъ будетъ одинакова, и окончательно для уги AX получится таже самая длина. Въ послѣдствіи мы зложимъ другіе способы опредѣлять длину дуги меридіана, олѣе сообразные съ духомъ анализа, а теперь сдѣлаемъ приоженіе описаннаго нами способа къ первымъ треуг-камъ, оставленнымъ по направленію меридіана во Франціи. На ер. 127, точка A представляетъ Дюнкирхенъ, гдѣ былъ оредѣленъ азимутъ $CAM = \alpha$. Данныя величины были слѣующія:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Дюнкирхенъ} \ldots\ldots\ \alpha = 16^\circ\, 46'\, 27'',59 \\ \text{Кассель C} \ldots ACM = \gamma = 143.\,13.\,41,\,52\end{array}\right\} \text{бокъ } AC = 27458{,}60 \text{ мст.}$$

Такъ какъ приближенная величина 3-го сфер. уг. $M = \beta$ реуг-ка ACM, разсматриваемаго за прямолинейный, извѣстна, то легко опредѣлить сфер. избытокъ $\varepsilon = 0'',96$; посему

$$M = \beta = 180^\circ\, 0'\, 0'',96 - (\alpha + \gamma) = 19^\circ\, 59'\, 51'',85.$$

Для превращенія треуг-ка ACM въ прямолинейный, надлежитъ вычесть изъ каждаго угла онаго $\frac{1}{3}\varepsilon = 0'',32$; слѣд. они обратятся въ

$\alpha' =$	$16^\circ\, 46'\, 27'',27$	AC.......	4.4386784
$\gamma' =$	$143.\ 13.\ 41,\ 20$	$\sin\gamma'$....	9.7771589
$\beta' =$	$19.\ 59.\ 51,\ 33$	$\sin\beta'$....	9.5340026
AM = 48065,63 метр.....		AM....	4.6818347.

Также найдется .. CM = 23170,97 мет.; откуда DM = CD — CM = 11993,11 метр.

Изъ треуг-ка DMR, по извѣстнымъ DM, углу DMR $= \beta = 19^\circ\, 59'\, 51'',85$ и измѣренному углу MDR $= 134^\circ\, 11'\, 14'',78$ опредѣлится MR = 19745,90 метр.

Поступая послѣдовательно такимъ же образомъ получится наконецъ длина всѣхъ отдѣльныхъ дугъ, а потомъ и цѣлаго меридіана. При семъ должно замѣтить, что хотя сфер. углы, противоположные при вершинѣ, какъ на прим. M, между собою и равны, но будучи частями различныхъ треугольниковъ имѣютъ сфер. избытокъ не одинаковый, а посему когда треуг-ки обратятся въ прямолинейные, то эти углы сдѣлаются не равными.

Объяснивъ какимъ образомъ можно, съ помощію тригонометрической сѣти, опредѣлять длину дугъ меридіана, сдѣлаемъ теперь взглядъ на исторію градусныхъ измѣреній.

§ 155. Пока ученые принимали землю за правильный шаръ не зная объ ея сжатости, они считали достаточнымъ сдѣлать одно градусное измѣреніе для опредѣленія длины окружности земли, ея радіуса и проч. ибо если положимъ на прим. длину измѣренной дуги равною s, и изобразимъ разность геогр. широтъ ея оконечностей, или что все равно, число въ ней заключающихся градусовъ чрезъ d, то длину радіуса r, очевидно получимъ изъ пропорціи

$$\pi r : s :: 180^\circ : d^\circ, \text{ откуда } r = \frac{180^\circ . s}{d . \pi}.$$

Первая попытка опредѣленія такимъ образомъ величины земли, сдѣлана была *Эратосфеномъ*, еще въ III вѣкѣ до Р. Х. Этотъ ученый, зная, что солнце во время лѣтняго своего поворота освѣщало въ Сіеннѣ дно глубокаго колодца, (т. е. находилось въ моментъ полдня въ зенитѣ сего города), и что въ Александріи, въ тоже время, оно отстояло отъ зенита на $7^\circ 12'$, принялъ оба сіи мѣста лежащими подъ однимъ меридіаномъ, и (на основаніи разсказовъ путешественниковъ) въ разстояніи 5000 стадій отстоящими одно отъ другаго. Изъ сихъ данныхъ онъ вывелъ, что окружность земли равна 250000 стадіямъ. Сто лѣтъ спустя, вычисленіе это подтверждено было *Гиппархомъ;* чрезъ два же столѣтія послѣ Эратосфена, *Посидоній* снова предпринялъ опредѣлить величину земли, принявъ за данныя во 1-хъ разность геогр. широтъ Александріи и Родоса въ $7\frac{1}{2}^\circ$ (*), и во 2-хъ разстояніе между сими мѣстами, со словъ мореходцевъ, равнымъ 5000 стадіямъ: величину окружности онъ нашелъ равною въ 240000 стадій.

Считая безполезнымъ распространяться о недостовѣрности сихъ результатовъ, упомянемъ, что первое опредѣленіе длины дуги меридіана чрезъ непосредственное измѣреніе было исполнено въ IX столѣтіи на обширныхъ равнинахъ Месопотаміи арабскими учеными по повѣленію Калифа *Альмамона.* Хотя къ сожалѣнію мы не можемъ теперь повѣрить степень точности дѣйствія аравитянъ, ибо не знаемъ съ достовѣрностію отношенія тогдашней ихъ линейной мѣры къ нынѣшней, однакоже это градусное измѣреніе замѣчательно уже тѣмъ, что оно было единственное въ теченіи слишкомъ семнадцати столѣтій, и совершено въ то время, когда невѣжество европейскихъ народовъ въ естественныхъ наукахъ простиралась до такой степени, что мысль о шарообразности земли почиталась даже богопротивною. Изъ европейскихъ градусныхъ измѣреній, первое было сдѣлано въ половинѣ XVI столѣтія *Фернелемъ,* измѣрившимъ во Франціи, числомъ оборотовъ экипажнаго колеса, разстояніе между Парижемъ и

(*) Этотъ результатъ онъ нашелъ изъ того, что звѣзда Канопусъ во время прохожденія своего чрезъ меридіанъ Александріи имѣла высоту $7\frac{1}{2}^\circ$, а чрезъ меридіанъ Родоса видна была въ семъ послѣднемъ мѣстѣ на горизонтѣ.

Аміенемъ. Не взирая на не точность этого способа, полученный имъ результатъ оказался случайно почти однаковымъ съ выведеннымъ въ послѣдствіи времени Лакалемъ. Послѣ того, дуги меридіановъ измѣряемы были въ Голландіи (въ началѣ XVII столѣтія) *Снелліемъ* (*) и его родственникомъ (1629) *Мушенброкомъ,* въ Англіи *Норвудомъ* (1633) и во Франціи (1669 — 1670) *Пикаромъ* между Аміенемъ и Мальвуазиномъ. Это послѣднее измѣреніе исполнено было, по повѣленію Людовика XIV, лучшими того времени инструментами, и найденный Пикаромъ результатъ былъ удовлетворительнѣе всѣхъ ему предшествовавшихъ.

§ 156. Впрочемъ всѣ градусныя измѣренія, о коихъ говорено было выше, заслуживаютъ вниманія единственно какъ первыя попытки ученыхъ опредѣлить величину земли по длинѣ одной дуги меридіана. Только со времени Гюйгенса и Ньютона, градусныя измѣренія начали производить съ цѣлію обширнѣйшею, а именно, какъ средство для изслѣдованія самаго вида земли, что заслуживаетъ разсмотрѣнія подробнѣйшаго:

Гюйгенсъ первый замѣтилъ, что тѣла, при обращеніи своемъ около оси, пріобрѣтаютъ силу центробѣжную, т. е. стремящуюся удалять ихъ отъ оной. Такъ на прим. если къ одному концу нити привяжемъ какое либо тяжелое тѣло, и станемъ обращать его около другаго ея конца, то тѣло станетъ натягивать нить тѣмъ съ большею силою, чѣмъ обращеніе будетъ скорѣе, такъ, что когда сила превзойдетъ сцѣпленіе частицъ нити, то тѣло, разорвавъ ее, устремится по направленію касательной къ кругу вращенія.

Далѣе Гюйгенсъ предположивъ, что явленіе паденія тѣлъ происходитъ отъ дѣйствія *притяженія центра земли,* занялся первый умозрительнымъ рѣшеніемъ вопроса, какой видъ должна имѣть земля, какъ тѣло, имѣющее большую часть своей поверхности покрытою водою и обращающееся

(*) Это измѣреніе замѣчательно тѣмъ, что оно первое сдѣлано посредствомъ составленія триг. сѣти; не смотря на то работа была неудачна — Снеллій даже намѣревался ее передѣлать, но умеръ не успѣвши того исполнить.

постоянно около своей оси. Очевидно, что еслибы она находилась въ покоѣ, то всѣ частицы ея поверхности были бы подвержены вліянію токмо одной силы притяженія, и тогда она имѣла бы видъ правильнаго шара; но какъ она обращается около своей оси, то каждая изъ вышесказанныхъ частицъ подвергается сверхъ того вліянію силы центробѣжной, дѣйствующей въ плоскости перпендикулярной къ оси вращенія. Сила эта, какъ доказывается въ Механикѣ, при постоянной угловой скорости пропорціональна радіусу круга вращенія. Подъ экваторомъ сила центробѣжная прямопротивна силѣ притяженія и имѣетъ напряженіе наибольшее, а по мѣрѣ удаленія къ полюсамъ напряженіе ея постепенно уменьшается, такъ что въ самомъ полюсѣ она обращается въ нуль. Напротивъ напряженіе силы притягательной есть наименьшее подъ экваторомъ, а по мѣрѣ приближенія къ полюсамъ, оно увеличивается (*). Отсюда Гюйгенсъ заключилъ, что *земля подъ экваторомъ должна быть возвышена, а подъ полюсами сжата* (**), и даже посредствомъ анализа до-

(*) Доказательствомъ этого служатъ длины секунднаго маятника подъ различными широтами. Еще въ 1672 году, *Ришеромъ* замѣчено было на островѣ Кайеннѣ, (лежащемъ подъ 5° сѣв. широты), куда онъ посланъ былъ для разныхъ астрономическихъ наблюденій, что маятникъ часовъ, взятыхъ имъ изъ Парижа, дѣлалъ качанія медленнѣе, такъ что для полученія въ Кайеннѣ секундныхъ размаховъ, онъ былъ принужденъ укоротить его на $1\frac{1}{4}$ линій. Но какъ отъ дѣйствія сильнѣйшей теплоты въ экваторіальной странѣ, длина его, по замѣчанію Ньютона, могла расшириться только на $\frac{1}{6}$ линіи, то остальное количество, т. е. $1\frac{1}{12}$ лин., должно быть слѣдствіемъ уменьшенія въ напряженіи силы тяжести подъ экваторомъ.

(**) Все вышеизложенное яснѣе можно усмотрѣть изъ чертежа: пусть PC (чер. 133) будетъ ось вращенія земли, C ея центръ и M одна изъ точекъ ея поверхности. Центробѣжная сила дѣйствуетъ на сію точку въ плоскости круга MQ перпендикулярнаго къ PC. Изобразимъ эту силу линіею ME. Если опустимъ изъ E перпендикуляръ FE на продолженный радіусъ CM, и потомъ построимъ прямоугольникъ MFEG, то силу ME можно разсматривать какъ *равнодѣйствующую* двухъ силъ MF и MG, (т. е. происходящую отъ совокупнаго дѣйствія оныхъ). Сила MF, какъ прямопротивная сиказалъ, что она есть элипсоидъ вращенія, коего половина большой оси содержится къ половинѣ малой, какъ 578 : 577.

Вскорѣ послѣ изысканій Гюйгенса о фигурѣ земли, появилось (1666) твореніе знаменитаго Ньютона о приложеніи теоріи всеобщаго тяготѣнія къ естественнымъ явленіямъ. Глубокомысленный авторъ доказавъ, что всѣ частицы каждаго тѣла имѣютъ свойство притягивать однѣ другихъ, заключилъ, что паденіе тѣлъ происходитъ отъ притяженія не одного центра, какъ предполагалъ Гюйгенсъ, но всей массы земли, и потому линія направленія свободно падающаго тѣла, должна быть перпендикулярна (нормальна) къ земной поверхности. Это привело Ньютона къ слѣдствію, одинаковому съ Гюйгенсовымъ, а именно: что еслибы земля не обращалась около своей оси, то отъ взаимнаго притяженія частицъ матеріи,

---

лѣ MC притяженія, изображаетъ на сколько именно сія послѣдняя ослабляется отъ дѣйствія центробѣжной; но какъ центробѣжная ME уменьшается по мѣрѣ отдаленія точки M отъ экватора, то очевидно, что сила CM притяженія должна возрастать съ широтою мѣста.

Далѣе, если на силахъ центробѣжной ME и притягательной CM построимъ параллелограммъ, то его діагональ MD выразитъ равнодѣйствующую по направленію коей должна стремиться частица M; изъ чего слѣдуетъ, что 1-е) направленія MZ′ свободно падающихъ тѣлъ, или что тоже, отвѣсныя линіи, не суть продолженія земныхъ радіусовъ, какъ MZ, но пересѣкаютъ радіусъ экватора тѣмъ далѣе отъ центра, чѣмъ геогр. широта мѣста M менѣе, ибо CD = ME, а ME возрастаетъ къ экватору. 2-е) Всѣ частицы земной поверхности, отъ совокупнаго дѣйствія силъ притягательной и центробѣжной, стремясь не къ центру C, но къ плоскости экватора, сдавливаютъ его съ обѣихъ сторонъ, и такимъ образомъ, должны образовать подъ экваторомъ выпуклость. Сверхъ того, послѣднее очевидно изъ того, что поелику плоскость горизонта, какъ извѣстно, всегда перпендикулярна къ отвѣсной линіи, то возставя къ линіямъ MZ и MZ′ перпендикуляры MH и MH′, они изобразятъ направленія поверхностей воды, — первый въ случаѣ неподвижности земли, а вторый въ случаѣ обращенія ея около оси, а слѣд. отъ точки M къ полюсу жидкость должна приближаться къ центру C, а въ сторону къ экватору отъ него удаляться.

она приняла бы видъ шара, и тогда паденіе тѣлъ происходило бы по направленію продолженныхъ земныхъ радіусовъ; но какъ она обращается около оной, то отъ дѣйствія силъ притягательной и центробѣжной, она должна принять видъ эллипсоида вращенія около малой оси, коего половина большой оси, или радіусъ экватора, содержится къ половинѣ малой оси, какъ 230 : 229, что доказано имъ строгимъ анализомъ (*).

§ 157. И такъ, оставалось удостовѣриться изъ наблюденій, дѣйствительно ли земля имѣетъ тотъ видъ, который выведенъ былъ изъ умозрительныхъ изслѣдованій Гюйгенсомъ и Ньютономъ, а для того надлежало измѣрить подъ различными широтами дуги меридіановъ одинаковаго числа градусовъ. И въ самомъ дѣлѣ, какой бы видъ земля ни имѣла, если возьмемъ незначительную дугу AB (чер. 132) меридіана, и проведемъ отвѣсныя линіи AF и BF чрезъ ея оконечности, то безъ чувствительной погрѣшности можно ее разсматривать какъ сливающеюся съ дугою круга, описаннаго изъ точки F пересѣченія этихъ отвѣсныхъ линій, радіусомъ $AF = BF$; число градусовъ сей дуги будетъ одинаково съ заключащимся въ углѣ $BFA = BbE - AaE$, т. е. разности широтъ точекъ B и A, ибо подъ геогр. широтою мѣста, какъ извѣстно должно разумѣть уголъ, составленный отвѣсною линіею съ плоскостію экватора. Если далѣе вообразимъ себѣ, что взяты такія двѣ дуги AB и $A'B'$, подъ различными широтами, что углы F и F' между отвѣсными линіями проведенными чрезъ ихъ оконечности между собою равны, то изъ сравненія длины сихъ дугъ, можно будетъ заключить о свойствахъ самой кривизны; такъ на прим. еслибы оказалось, что длины сихъ дугъ не одинаковы, то та изъ нихъ, которая короче, имѣла бы большую выпуклость, ибо она была бы описана меньшимъ радіусомъ. Изъ чего слѣдуетъ, что въ случаѣ

(*) Это отношеніе, какъ оказалось изъ сдѣланныхъ въ послѣдствіи градусныхъ измѣреній, есть 300 : 299. Незначительная разность результата Ньютона съ симъ послѣднимъ, произошла вѣроятно отъ того, что онъ принялъ плотность земли повсюду одинаковою.

сжатости земли подъ полюсами, длины градусовъ меридіана должны возрастать отъ экватора къ полюсамъ.

§ 158. Градусное измѣреніе Пикара между Мальвуазиномъ и Аміенемъ, о коемъ упомянуто выше, сдѣлано было вскорѣ по изданіи въ свѣтъ Ньютономъ изслѣдованій его о фигурѣ земли. Это измѣреніе было продолжено къ сѣверу до Дюнкирхена *Лагиромъ*, а къ югу до Перпиньяна *Доминикомъ Кассини* и сыномъ его *Іаковомъ Кассини*, — первостепенными учеными тогдашнаго времени. Изъ результатовъ сихъ измѣреній, оказалось, что градусы меридіана возрастаютъ не отъ экватора къ полюсамъ, но отъ полюса къ экватору. Лагиръ и оба Кассини бывъ убѣждены теоріею Гюйгенса и Ньютона, что земля есть сфероидъ сжатый подъ полюсами поспѣшили издать въ свѣтъ, для подтвержденія этой истины, выводы, полученные изъ произведенныхъ ими измѣреній, не замѣтивъ, что эти выводы совершенно противорѣчили теоріи. Но вскорѣ увидѣвъ сами грубую ошибку въ своемъ заключеніи, и не подозрѣвая, чтобы противурѣчіе ихъ результатовъ съ теоріею, могло происходить отъ погрѣшностей въ сдѣланныхъ ими наблюденіяхъ, возстали противъ теоріи тяготѣнія Ньютона, доказывая своимъ градуснымъ измѣреніемъ, что земля есть сфероидъ продолговатый къ полюсамъ и сжатый подъ экваторомъ.

По этому случаю европейскіе ученые начала XVIII столѣтія раздѣлились на двѣ партіи. Одни бывъ убѣждены теоріею Ньютона, утверждали, что результаты Лагира и обоихъ Кассиніевъ ошибочны; другіе же, принимая дѣйствія сихъ послѣднихъ за истинныя, опровергали умозаключенія Ньютона. Споръ продолжался много времени и съ большимъ ожесточеніемъ, пока наконецъ усмотрѣли, что малая часть дуги, измѣренной во Франціи, не могла рѣшить его въ пользу Кассиніевъ, ибо не говоря уже о томъ, что весьма малыя и почти неизбѣжныя погрѣшности въ наблюденіяхъ могли имѣть значительное вліяніе на точность результатовъ, самая земля могла имѣть неправильный видъ и между тѣмъ быть сжатою у полюсовъ. Для удовлетворительнѣйшаго рѣшенія сего важнаго вопроса, французское правительство по представленію Парижской Академіи Наукъ, отправило двѣ ученыя экспедеціи: одну, состоявшую изъ *Бугера, Кондамина* и *Годеня* (въ 1735 году) въ Перу для измѣренія дуги меридіана подъ экваторомъ, а другую (1736) изъ академиковъ *Графа де Мопертюи, Клеро, Лемонье* и *Камюса* въ Лапландію. Первая изъ нихъ, встрѣтивъ разныя затрудненія и остановки, не въ состояніи была окончить своихъ занятій ранѣе семи лѣтъ; между тѣмъ, какъ вторая возвратилась во Францію, употребивъ на всѣ работы и переѣзды съ небольшимъ годъ.

Мопертюи, не дождавшись возвращенія экспедиціи изъ Перу, издалъ въ свѣтъ описаніе своего измѣренія, по коему оказалось, что градусъ измѣренный въ Лапландіи подъ 66° широты, длиннѣе средняго градуса во Франціи 377-ю тоазами, а слѣд. что земля дѣйствительно сжата при полюсахъ.

Послѣдователи Кассини, не взирая на столь ясныя доказательства, продолжали защищать свое мнѣніе, утверждая, что измѣреніе лапландской экспедиціи ошибочно; но потомъ рѣшились повѣрить снова измѣренія, произведенныя во Франціи. Повѣрка сія возложена была на *Франциска Кассини де Тюри* (сына Іакова Кассини), и на аббата *Лакаля*, и исполнена была ими въ 1739 и 1740 годахъ. Изъ этого новаго измѣренія оказалось, что въ дѣйствіяхъ ихъ предшественниковъ дѣйствительно были сдѣланы важныя погрѣшности, почему Кассини (сынъ) въ засѣданіи Академіи Наукъ, призналъ сдѣланное въ Лапландіи измѣреніе за точное, а сжатость земли при полюсахъ неоспоримою.

Чрезъ два года послѣ того возвратилась и перувіанская экспедиція, коей труды останутся навсегда незабвенны въ исторіи Геодезіи, ибо градусное измѣреніе Бугера и Кондамина, исполнено было съ такою тщательностію, что оно и по сіе время признается въ числѣ точнѣйшихъ, и потому вводится нынѣ въ вычисленіе для опредѣленія размѣровъ земнаго сфероида на ряду съ новѣйшими. Результатами этого измѣренія окончательно подтверждено было мнѣніе Гюйгенса и Ньютона, ибо длина градуса меридіана подъ экваторомъ оказалась 652 тоазами короче лапландскаго.

§ 159. Впрочемъ окончаніе трудовъ Перувіанской экспедиціи, надобно принимать за начало изслѣдованія вопроса объ истинной фигурѣ и величинѣ земли, ибо съ тѣхъ поръ видимъ цѣлый рядъ ученыхъ экспедицій, предпринятыхъ по повѣленію разныхъ правительствъ. Не говоря объ измѣреніяхъ *Лакаля* (въ 1750 году) на мысѣ доброй надежды, *Лемера, Босковича* (въ 1751 — 1753) и *Беккарія* (1768) въ Италіи, *Мессона* и *Диксона* (1764) въ Пенсильваніи, (при чемъ вся дуга въ 76868 саж. была вымѣрена цѣпью), и наконецъ *Лизганига* (1770) въ Венгріи, какъ о такихъ, которыя не заслуживаютъ довѣрія, упомянемъ вкратцѣ о замѣчательнѣйшихъ, потому болѣе, что съ исторіею градусныхъ измѣреній тѣсно связаны успѣхи Геодезіи и даже самой Астрономіи.

§ 160. Важнѣйшее градусное измѣреніе, служившее эпохою въ дѣйствіяхъ геодезическихъ и астрономическихъ было сдѣлано Деламбромъ и Мешенемъ между Дюнкирхеномъ и параллелью замка Монжуи близь Барцелоны, въ самое бурное время французской революціи (1792 — 1798). Поводомъ къ исполненію онаго, было желаніе тогдашняго правительства, въ слѣдствіе предложенія Парижской Академіи Наукъ, принять для линейной единицы (метра) десяти милліонную долю длины дуги меридіана, заключающейся между полюсомъ и экваторомъ, для того, чтобы въ случаѣ могущихъ въ послѣдствіи времени произойдти переворотовъ на земномъ шарѣ, длина сей единицы не могла изчезнуть, подобно мѣрамъ, употреблявшимся въ древности. Но какъ длина четверти меридіана, (какъ увидимъ ниже) не иначе можетъ быть опредѣлена вычисленіемъ, какъ изъ двухъ градусныхъ измѣреній, находящихся въ значительномъ отдаленіи одно отъ другаго, то имѣя уже Перувіанское измѣреніе, на точность коего можно было положиться, надлежало измѣрить съ самою строгою точностію дугу меридіана значительнаго протяженія. Впрочемъ тогдашняя Парижская коммиссія вѣсовъ и мѣръ не дождавшись окончанія дѣйствій Деламбра, приняла длину четверти меридіана $Q = 5130740$ тоазовъ, (при сжатости земли $\frac{1}{334}$), а метръ въ 443,296 линіи *Перувіанскаго железнаго тоаза при* 13° *реомюрова термометра*, тогда какъ изъ результатовъ Деламбра оказалось, что Q = 5131111 тоаза, а изъ новѣйшихъ градусныхъ измѣреній, по вычисленію Бесселя, Q = 5131179,81 тоаз.

Дугу, измѣренную Деламбромъ и Мешенемъ, продолжилъ Англійскій генералъ *Рой* до Гринвича, а *Біотъ* и *Араго* съ *Родригецомъ* въ 1806 году до острова Форментеры. Вся эта дуга простиралась до 12° 48′ 42″.

§ 161. Къ числу точнѣйшихъ градусныхъ измѣреній надобно сверхъ того причислить:

1-е) Лапландское измѣреніе (1801 — 1803) *Сванберга* и *Оферббома*, сдѣланное для повѣрки дѣйствій Мопертюи, при чемъ оказалось, что длина градуса меридіана у сего послѣдняго была увеличена слишкомъ на 200 тоазовъ.

2-е) Два Ост-Индскихъ измѣренія *Ламбтона* и *Евереста*, продолжавшіяся слишкомъ 22 года (1801 — 1823).

3-е) Англинское генерала *Роя* и капитана *Кеттера* между *Дюннозомъ* и *Клифтономъ*.

4-е) Ганноверское измѣреніе *Гаусса* между Гетингеномъ и Альтоною.

5-е) Датское измѣреніе *Шумахера* между Лауенбургомъ и Лизаббелемъ.

6-е) Два русскихъ: одно г. академика *Струве* въ Остьзейскихъ провинціяхъ между островомъ Гогландомъ и Якобштадтомъ, а другое генерала *Теннера* въ Литовскихъ губерніяхъ между Якобштадтомъ и Бѣлинымъ. Вся дуга меридіана у насъ измѣренная простирается до 8° 2′ 29″. Она продолжается нынѣ г. кап. *Врангелемъ* къ сѣверу до Лапландіи.

И наконецъ 7-е) Прусское *Бесселя* между Трунцомъ и Мемелемъ.

§ 162. Въ заключеніе предлагаемъ результаты всѣхъ точнѣйшихъ градусныхъ измѣреній, заимствуемые нами изъ двухъ статей Бесселя о фигурѣ земли, (помѣщенныхъ въ Astron. Nachrichten, №№ 333 и 438), съ показаніемъ всѣхъ промежуточныхъ пунктовъ, кои опредѣлены были астрономически и длины дугъ меридіана, считаемыхъ, въ каждомъ градусномъ измѣреніи, отъ крайней точки къ югу лежащей къ сѣверу.

1) *Перувіанское градусное измѣреніе.*

	Геогр. широта.	амплитуда.	длина дугъ.
Тарки …………	— 3° 4′ 32″,068		
Кочески ……….	+ 0. 2. 31, 387	3° 7′ 3″,455	176875,5 тоазовъ (*)

2) *Первое Ост-Индское измѣреніе.*

Трифандепорумъ…	11. 44. 52, 590		
Паудре …….	13. 19. 49, 018	1. 34. 56, 428	89813,01

3) *Второе Ост-Индское измѣреніе* (**).

Пунне…………	8. 9. 31, 132		
Пучапольамъ …..	10. 59. 42, 276	2. 50. 11, 144	160944,20
Додагунта …….	12. 59. 52, 165	4. 50. 21, 033	274694,30
Намтебадъ ……..	15. 5. 53, 562	6. 56. 22, 430	393828,09
Дамерагидда……	18. 3. 16, 245	9. 53. 45, 113	561690,06
Такалъ-Кера……	21. 5. 51, 532	12. 56. 20, 400	734570,43
Кульаппуръ ……	24. 7. 11, 860	15. 57. 40, 728	906171,67

4) *Французское измѣреніе* (***).

Форментера ……	38. 39. 56, 11		
Монжуи ………	41. 21. 44, 96	2. 41. 48, 85	153673,61
Барцелона……..	41. 22. 47, 90	2. 42. 51, 79	154616,74
Каркассона…….	43. 12. 54, 30	4. 32. 58. 19	259172,61
Ево……… …	46. 10. 42, 54	7. 30. 46, 43	428019,31
Пантеонъ ……..	48. 50. 49, 37	10. 10. 53, 26	580312,41
Дюнкирхенъ……	51. 2. 8. 85	12. 22. 12, 74	705257,21

5) *Англійское измѣреніе.*

Дюннозъ ………	50. 37. 7, 633		
Гринвичь ……..	51. 28. 39, 000	0. 51. 31, 367	49059,89
Блендгеймъ…….	51. 50. 27, 632	1. 13. 19, 999	69829,19
Арбуригиль…….	52. 13. 28, 031	1. 36. 20, 398	91696,39
Клифтонъ ……..	53. 27. 31, 130	2. 50. 23, 497	162075,93

(*) Эти данныя приняты Бесселемъ среднія изъ выведенныхъ Деламбромъ и Цахомъ, ибо у перваго (см. Base du Syst. metr. T. III. p. 133) высоты полюса значатся — 3° 4′ 31″,9 и + 0° 2′ 31″,22 въ слѣдствіе чего амплитуда = 3° 7′ 3″,12; а у Цаха (см. Mon. Corresp. XXVI. S. 52) принята амплитуда = 3° 7′ 3″,79. Бессель взявъ среднюю величину изъ сихъ амплитудъ, измѣнилъ соотвѣтственно съ тѣмъ высоты полюса, кои даны Деламбромъ. Разстояніе же между параллелями принято Деламбромъ = 176877 тоаз, а Цахомъ = 176874 тоаз.

(**) Географ. широты здѣсь предложенныя, вычислены Бесселемъ.

(***) Длины дугъ меридіановъ вычислены имъ же.

6) *Ганноверское измѣреніе.*

	Геогр. широта.	амплитуда.	длина дуг.
Геттингенъ	51° 31′ 47″,85		
Альтона..........	55. 32. 45, 27	2° 0′ 57″,42	115163,725 тоазовъ.

7) *Датское измѣреніе.*

Лауенбургъ.......	53. 22. 17, 046		
Лизаббель........	54. 54. 10, 352	1. 31. 53, 306	87436,538

8) *Прусское измѣреніе.*

Трунцъ	54. 13. 11, 466		
Кенигсбергъ	54. 42. 50, 500	0. 29. 39, 034	28211,629
Мемель	55. 43. 40, 446	1. 30. 28, 980	86176,975

9) *Русское измѣреніе.*

Бѣлинъ	52. 2. 40, 864		
Немежъ..........	54. 39. 4, 519	2. 36. 23, 655	148811,418
Якобштадтъ	56. 30. 4, 562	4. 27. 23, 698	254543,454
Бристенъ.........	56. 34. 51, 550	4. 32. 10, 686	259110,085
Дерптъ	58. 22. 47, 280	6. 20. 6, 416	361824,461
Гогландъ.........	60. 5. 9, 771	8. 2. 28, 907	459363,008

10) *Шведское измѣреніе.*

Малёрнъ.........	65. 31. 30, 265		
Патавара.........	67. 8. 49, 830	1. 37. 19, 565	92777,981.

—

ГЛАВА VI.

О видѣ и величинѣ земли.

§ 163. Изъ возрастанія градусовъ меридіана отъ экватора къ полюсамъ (см. § 158), можно было токмо заключить, что земля есть сфероидъ сжатый при полюсахъ. Для точнѣйшаго же опредѣленія фигуры онаго, займемся сперва изслѣдованіемъ геометрическихъ свойствъ эллипсоида вращенія, какъ такого тѣла, коего видъ должна принять земля по законамъ Гидростатики (*), а потомъ примѣнимъ практическія данныя къ выведеннымъ формуламъ, выражающимъ различныя части эллипсоида; это доставитъ намъ возможность убѣдиться въ томъ, что видъ земли дѣйствительно весьма мало различествуетъ отъ упомянутаго тѣла.

Предположимъ, что разсматриваемый нами эллипсоидъ происходитъ отъ вращенія эллипсиса APA′ (чер. 130) около малой оси въ коемъ $CA = A$ изображаетъ половину большой оси или радіусъ экватора, $CP = B$ половину малой оси, F фокусъ, CF эксцентриситетъ, TM касательную и MN нормальную линіею въ точкѣ M, коей координаты суть $CQ = y'$, $MQ = x'$.

Уравненія эллипсиса, касательной и нормали суть (см. Курсъ Матем. Франкера чл. 386, 408)

$$A^2 y'^2 + B^2 x'^2 = A^2 B^2,$$

$$A^2 y y' + B^2 x x' = A^2 B^2,$$

$$B^2 x' (y - y') = A^2 y' (x - x').$$

Изобразимъ чрезъ e отношеніе эксцентриситета CF къ половинѣ большой оси CA, или $e = \frac{CF}{CA}$; поелику $CF = \sqrt{(A^2 - B^2)}$, то

$$e^2 = \frac{A^2 - B^2}{A^2} = 1 - \frac{B^2}{A^2} \quad .. \quad .(1).$$

Сжатостію называется отношеніе разности полу-осей къ половинѣ большой оси. Пусть μ будетъ сжатость земли, предполагаемой эллипсоидальною, или

$$\mu = \frac{A - B}{A} = 1 - \frac{B}{A} \qquad (2)$$

отсюда $e^2 = 1 - (1 - \mu)^2 = 2\mu - \mu^2$

Такъ какъ величина μ весьма мало разнствуетъ отъ $\frac{1}{300}$, то весьма часто отбрасываютъ величину μ^2, принимая $e^2 = 2\mu$: и такъ, *квадратъ величины e*, или e^2 *почти вдвое болѣе сжатости.*

(*) См. Traité de Mécanique par Poisson. T. II. p. 591.

§ 164. Пусть географическая широта точки M (x', y') будетъ φ; это есть уголъ MDA, образуемый нормальною съ плоскостію экватора и опредѣляемый дѣйствіями астрономическими, какъ это съ достаточными подробностями будетъ изложено нами въ послѣдствіи. Но $\tang \mathrm{MTD} = \frac{B^2 x'}{A^2 y'}$, а уг. $\mathrm{MTD} = 90° - \mathrm{MDT}$ или $90° - \varphi$, посему $\tang \varphi = \frac{A^2 y'}{B^2 x'}$, или

$$B^2 x' . \tang \varphi = A^2 y' \quad .. \quad (3).$$

Выведя отсюда Ay' и подставя въ урав. эллипсиса, получимъ

$$x' = \frac{A^2}{\sqrt{(A^2 + B^2 \tang^2 \varphi)}},\ y' = \frac{B^2 \tang \varphi}{\sqrt{(A^2 + B^2 \tang^2 \varphi)}};$$

поелику же $A^2 e^2 = A^2 - B^2$, откуда $B^2 = A^2(1 - e^2)$; то по внесеніи сей величины въ выраженія x' и y', и по сокращеніи будетъ

$$x' = \frac{A \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}},\ y' = \frac{A(1 - e^2)\sin \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \ldots\ .. \quad (4).$$

§ 165. *Радіусомъ* R земли, называется прямая CM, соединяющая центръ C съ точкою M ея поверхности; сей радіусъ измѣняется вмѣстѣ съ широтою φ: при полюсѣ P онъ $= B$, а при экваторѣ $= A$; отъ точки же P до A онъ послѣдовательно увеличивается. Не должно смѣшивать радіусъ R земли съ радіусомъ ея кривизны, подъ коимъ разумѣютъ часть отвѣсной линіи, равную длинѣ радіуса круга, коего дуга сливается съ частію земной поверхности при точкѣ M. Для опредѣленія радіуса $\mathrm{CM} = R$, изъ треуг-ка CMQ имѣемъ

$$R^2 = x'^2 + y'^2, \text{ откуда}$$

$$R = A\sqrt{\left(\frac{1 - e^2(2 - e^2)\sin^2 \varphi}{1 - e^2 \sin^2 \varphi}\right)} .\ ..\ ..\ .(5).$$

§ 166. *Большою нормалью*, или просто *нормалью*, называется часть $\mathrm{MN} = N$ отвѣсной линіи, заключающаяся между точкою M земной поверхности и малою осью, а *ма-*

лою нормалью часть $MD = N'$ той же линіи, заключающаяся между точкою M и большою осью. Для опредѣленія первой, возьмемъ треуг. MNV, въ коемъ $MN = N$, уг. $MNV = \varphi$ и $NV = x' = N.\cos\varphi$, откуда (см. урав. 4)

$$N = \frac{x'}{\cos\varphi} = \frac{A}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} \dots \quad \dots (6).$$

Длина же малой нормали $MD = N'$, опредѣляется изъ треуг-ка MDG, который даетъ

$$N' = \frac{MG}{\sin\varphi} = \frac{y'}{\sin\varphi} = \frac{A(1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} \dots\dots \quad .(7).$$

При семъ должно замѣтить. что если въ урав. нормальной линіи $B^2x'(y - y') = A^2y'(x - x')$ положимъ $x = 0$, то соотвѣтствующій y выразитъ разстояніе CN, въ какомъ сія линія пересѣкаетъ малую ось отъ центра C земли. Это разстояніе будетъ

$$CN = -y'.\frac{A^2 - B^2}{B^2} = -\frac{A^2e^2y'}{B^2} = -\frac{e^2y'}{1 - e^2},$$

или подставя вмѣсто y' его величину, выражаемую урав. (4) получимъ

$$CN = -\frac{A^2e^2\sin\varphi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} = -Ne^2\sin\varphi \quad \dots\dots\dots (8).$$

Здѣсь знакъ — означаетъ, что нормаль пересѣкаетъ малую ось по другую сторону большой оси.

Если же въ урав. нормальной линіи положимъ $y = 0$, то соотвѣтствующій x выразитъ длину линіи CD, т. е. разстояніе центра C отъ точки пересѣченія нормали съ большою осью, и получимъ

$$CD = \frac{A^2 - B^2}{A^2}.x' = e^2.x' = \frac{Ae^2\cos\varphi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} \dots \quad .(9).$$

§ 167. Изслѣдуемъ теперь свойства кривой, происходящей отъ сѣченія эллипсоида вращенія вертикальною плоскостію, т. е. проходящею чрезъ нормальную линію.

Пусть PMA (чер. 131) будетъ меридіанъ; MDN нормальная линія при точкѣ M, коей широта есть $\varphi = MDA$; MOM' сѣченіе эллипсоида упомянутою плоскостію, образующею съ меридіаномъ PMA уг. $AMO = \omega$, который очевидно выражаетъ азимутъ линіи MOM'. *Для* изслѣдованія свойствъ сей кривой, выведемъ ея уравненіе въ отношеніи прямоугольныхъ осей, имѣющихъ начало въ D, ось x'-въ по линіи DM, а ось y'-въ въ плоскости разсматриваемаго сѣченія. Опустивъ перпендикуляръ OK изъ произвольной точки O сей кривой, на прямую DM, будетъ $OK = y'$, $DK = x'$.

Но общее урав. поверхности эллипсоида вращенія около малой оси, въ разсужденіи прямоугольныхъ осей, имѣющихъ начало въ центрѣ C, ось x-въ по линіи CA, ось y-въ по линіи CP, а ось z-въ по линіи перпендикулярной къ PCA, есть

$$A^2y^2 + B^2(x^2 + z^2) = A^2B^2 \ldots\ldots \qquad .(a).$$

Для вывода искомаго урав. кривой, остается x, y и z выразить въ функціи величинъ x', y' и угловъ ω и φ.

Опустивъ изъ точки O перпендикуляръ OE на плоскость PCA, изъ E и K перпендикуляры EQ и KL на линію CA, изъ E перпендикуляръ EG къ KL и проведя прямую EK, очевидно уг. OKE будетъ $= \omega$, $OE = z$, $EQ = y$. Сверхъ того, изъ прямоуг. треуг-ка DLK будетъ $DL = x'\cos\varphi$; изъ треуг-ка GKE, $GE = KE.\sin EKG$ или $= KE.\sin\varphi$, (ибо уг. $EKG = 90° - LKD = \varphi$); но треуг. OKE прямоугольный при E даетъ $KE = y'\cos\omega$, слѣд. $GE = y'\cos\omega.\sin\varphi$. Послѣ чего получимъ

$$CQ = CD + DL + GE$$

или $$x = \eta + x'\cos\varphi + y'\sin\varphi.\cos\omega,$$

положивъ прямую $CD = \eta$, которая по уравненію (9) есть $\dfrac{Ae^2\cos\varphi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}}$.

Также EQ или $y = KL - KG$; но треуг-ки DKL и EKG даютъ $KL = x'\sin\varphi$, $KG = KE.\cos\varphi = y'\cos\omega.\cos\varphi$, слѣд.

$$y = x'\sin\varphi - y'\cos\omega.\cos\varphi.$$

Наконецъ изъ треуг-ка KOE, имѣемъ

$$OE \text{ или } z = y'\sin\omega.$$

Подставимъ сіи величины x, y и z въ урав. (a), которое по приведеніи приметъ видъ

$$mx'^2 + ny'^2 - px'y' + qx' + ry' = s \,.. \qquad .(b),$$

гдѣ

$$\left.\begin{array}{ll} m = A^2\sin^2\varphi + B^2\cos^2\varphi & n = B^2 + (A^2 - B^2)\cos^2\varphi\cos^2\omega \\ p = 2(A^2 - B^2)\sin\varphi\cos\varphi\cos\omega & q = 2\eta B^2\cos\varphi \\ r = 2\eta B^2\sin\varphi . \cos\omega & s = (A^2 - \eta^2)B^2 \end{array}\right\} \ldots (c).$$

Выведенное нами теперь урав. (b) представляетъ урав. эллипсиса; изъ чего заключаемъ, что въ сѣченіи эллипсоида вращенія какою бы то ни было плоскостію, проходящею чрезъ нормальную линію, происходитъ всегда *эллипсисъ.*

§ 168. Выведемъ теперь выраженіе длины радіуса ϱ кривизны разсматриваемаго нами сѣченія, при точкѣ M. Для сего возьмемъ общее выраженіе радіуса кривизны, которое какъ извѣстно изъ Диффер. Изчисленія есть

$$\varrho = \frac{-\left[1 + \left(\frac{dx'}{dy'}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2x'}{dy'^2}} \qquad .(d);$$

здѣсь dy' принимаемъ за постоянное. Дабы ввести сюда вмѣсто $\frac{dx'}{dy'}$ и $\frac{d^2x'}{dy'^2}$ соотвѣтствующія величины, одифференцируемъ послѣдовательно два раза урав. (b), и потомъ положимъ $y' = 0$ для того, чтобы результатъ соотвѣтствовалъ точкѣ M. По совершеніи этого получимъ:

$$\frac{dx'}{dy'} = \frac{px' - r}{q + 2mx'}, \quad \frac{d^2x'}{dy'^2} = \frac{-2m\left(\frac{dx'}{dy'}\right)^2 + 2p\left(\frac{dx'}{dy'}\right) - 2n}{q + 2mx'}.$$

Но прежде чѣмъ станемъ сіи выраженія подставлять въ урав. (d), замѣтимъ, что въ разсматриваемомъ нами случаѣ x' означаетъ абсциссу точки M, т. е. длину прямой DM, которая есть малая нормаль N$'$, выраженная урав. (7). Сверхъ того, если въ числитель $px' - r$, подставимъ вмѣсто p и r ихъ величины, данныя уравненіями (c), а вмѣсто η длину CD изъ урав. (9), то увидимъ, что оно обратится въ нуль,

$px' - r = 0$; отъ чего будетъ

$$\frac{dx'}{dy'} = 0,\ \frac{d^2x'}{dy'^2} = -\frac{2n}{q + 2mx'},\ \text{а слѣд.}$$

$$\varrho = \frac{q + 2mx'}{2n}.$$

Но q, m и n, выражаемыя уравненіями (c), отъ подстановки $A^2(1 - e^2)$ вмѣсто B^2 (см. урав. 1), обратятся въ

$$m = A^2 \sin^2\varphi + A^2(1 - e^2)\cos^2\varphi = A^2(1 - e^2\cos^2\varphi),$$

$$n = A^2(1 - e^2) + A^2e^2\cos^2\varphi.\cos^2\omega = A^2(1 - e^2 + e^2\cos^2\varphi.\cos^2\omega),$$

$$q = 2\eta\, A^2(1 - e^2)\cos\varphi = \frac{2A^3e^2(1 - e^2)\cos^2\varphi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}},\ \text{по урав. (9),}$$

гдѣ $CD = \eta$.

По внесеніи сихъ величинъ въ выраженіе ϱ, и по сокращеніи получимъ

$$\varrho = \frac{A(1 - e^2)}{(1 - e^2 + e^2\cos^2\varphi.\cos^2\omega)\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}}. \quad \ldots.(10).$$

Таково общее выраженіе длины радіуса кривизны, соотвѣтствующаго сѣченію эллипсоида вертикальною плоскостію, коей азимутъ есть ω. Если положимъ сей уг. $\omega = 0$, то $\cos\omega$ будетъ $= 1$, и тогда получимъ

$$\varrho' = \frac{A(1 - e^2)}{(1 - e^2\sin^2\varphi)\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} = \frac{A(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2\sin^2\varphi)^3}} = N^3.\frac{1 - e^2}{A^2} \ldots(11)$$

урав. выражающее длину *радіуса кривизны меридіана*, при точкѣ, коей широта есть φ.

Если же положимъ $\omega = 90°$, условіе, выражающее, что сѣкущая плоскость перпендикулярна къ меридіану, тогда $\cos\omega = 0$, и слѣд. урав. (10) обратится въ

$$\varrho = \frac{A}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} = N.$$

Это урав. одинаково съ урав. (6), и потому выражаетъ длину большой нормали.

Изъ этого заключаемъ, что для всякой данной точки, взятой на земномъ сфероидѣ и имѣющей широту $= \varphi$, соотвѣтствуетъ безконечное число радіусовъ кривизны: наименьшій изъ нихъ принадлежитъ дугѣ меридіана, а наибольшій, (который не иное что есть какъ нормаль), сѣченію 1-го вертикала. Для сѣченій же промежуточныхъ длина радіуса кривизны возрастаетъ съ азимутомъ ω онаго (*).

§ 169. Внеся въ урав. (10) N вмѣсто $\frac{A}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}$, получимъ

$$\varrho = \frac{N(1-e^2)}{1-e^2+e^2\cos^2\varphi\cos^2\omega};$$

если же раздѣлимъ числителя и знаменателя на $(1-e^2)$, то будетъ

$$\varrho = \frac{N}{1+\frac{e^2}{1-e^2}.\cos^2\varphi\cos^2\omega};$$

откуда $$\log\varrho = \log N - \log\left(1+\frac{e^2}{1-e^2}\cos^2\varphi\cos^2\omega\right).$$

Но какъ вообще $\log(1\pm z) = \pm Mz - \frac{1}{2}Mz^2 \pm \frac{1}{3}Mz^3$ .., гдѣ M есть модуль (см. *введ.* чл. 3), то положивъ $\frac{e^2}{1-e^2}\cos^2\varphi\cos^2\omega = z$, и по незначительности сей величины ограничиваясь членами 4-го порядка, получимъ

$$\log\varrho = \log N - M\left(\frac{e^2}{1-e^2}\right)\cos^2\varphi\cos^2\omega + \frac{1}{2}M\left(\frac{e^2}{1-e^2}\right)^2\cos^4\varphi\cos^4\omega,$$

(*) Не должно забывать, что выведенныя нами уравненія выражаютъ, радіусы круговъ наиболѣе соприкасающихся съ дугами эллипсисовъ, находящихся на земномъ сфероидѣ. Но еслибы потребовалось найдти длину радіуса такой *сферы* которая наиболѣе соприкасается съ поверхностію этого сфероида, то надлежало бы взять средній пропорціональный между наименьшимъ и наибольшимъ радіусами кривизны, т. е. радіусомъ кривизны меридіана ϱ' и нормалью N. Такой радіусъ, который изобразимъ чрезъ R будетъ $= \sqrt{N\varrho'}$ или $= \frac{A\sqrt{1-e^2}}{1-e^2\sin^2\varphi}$. Его должно вводить въ вычисленіе въ тѣхъ случаяхъ, когда разсматривается не дуга, но часть земной поверхности, какъ на прим. при опредѣленіи сферич. избытка треуг-ка, (см. примѣч. на стр. 273).

$$\left.\begin{array}{l}\text{или } \log \varrho = \log N + C \cos^2\varphi \cos^2\omega + D \cos^4\varphi \cos^4\omega \ldots \\ \text{положивъ} \\ C = -M\left(\frac{e^2}{1-e^2}\right), D = \frac{1}{2}M\left(\frac{e^2}{1-e^2}\right)^2, \log M = \bar{1}.6377843\ldots\end{array}\right\}(12).$$

И такъ, если таблица логариѳмовъ нормалей составлена, то эта формула доставитъ легкое средство вычислять логариѳмы требуемыхъ радіусовъ кривизны.

§ 170. Займемся теперь разложеніемъ выведенныхъ нами уравненій, по восходящимъ степенямъ величины e. Отбрасывая всѣ члены 5-го порядка, выраженіе радіуса R (урав. 5)

$$R = A[1 - e^2(2 - e^2)\sin^2\varphi]^{\frac{1}{2}}(1 - e^2\sin^2\varphi)^{-\frac{1}{2}}$$

по формулѣ бинома, обратится въ

$$R = A(1 - e^2\sin^2\varphi + \tfrac{1}{2}e^4\sin^2\varphi - \tfrac{1}{2}e^4\sin^4\varphi).(1 + \tfrac{1}{2}e^2\sin^2\varphi + \tfrac{3}{8}e^4\sin^4\varphi)$$

$$= A(1 - \tfrac{1}{2}e^2\sin^2\varphi + \tfrac{1}{8}e^4\sin^2\varphi[4 - 5\sin^2\varphi]). \qquad .(13).$$

Если подставимъ $2\mu - \mu^2$ вмѣсто e^2 (см. урав. 2), развернемъ и ограничимся членами 2-го порядка, то получимъ

$$R = A(1 - \mu\sin^2\varphi + \tfrac{5}{8}\mu^2\sin^2 2\varphi). \qquad .(14)$$

отсюда $$A - R = A\mu(\sin^2\varphi - \tfrac{5}{8}\mu\sin^2 2\varphi).$$

Таково выраженіе *избытка радіуса экватора надъ всякимъ инымъ земнымъ радіусомъ.* Во многихъ случаяхъ можно отбрасывать послѣдній членъ формулы, и будетъ

$$A - R = A\mu.\sin^2\varphi;$$

изъ этого уравненія можно легко составить таблицы, посредствомъ коихъ по извѣстной широтѣ φ можно опредѣлять длину радіуса R.

§ 171. Такимъ же образомъ развернувъ по формулѣ бинома знаменателей въ выраженіяхъ нормали N (урав. 6) и радіуса кривизны ϱ' меридіана (урав. 11), получимъ

$$N = A(1 - e^2\sin^2\varphi)^{-\frac{1}{2}} = A(1 + \tfrac{1}{2}e^2\sin^2\varphi + \tfrac{3}{8}e^4\sin^4\varphi)$$

$$\varrho' = A(1 - e^2)(1 - e^2\sin^2\varphi)^{-\frac{3}{2}}$$

$$= A(1 - e^2)(1 + \tfrac{3}{2}e^2\sin^2\varphi + \tfrac{15}{8}e^4\sin^4\varphi).$$

но по урав. (7) стр. 3,

$$\sin^2\varphi = \tfrac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi),$$

а возведя это урав. во 2-ю степень и преобразовавъ, найдемъ

$$\sin^4\varphi = \tfrac{1}{8}(3 - 4\cos 2\varphi + \cos 4\varphi).$$

Подставя сіи выраженія въ выведенныя нами уравненія вмѣсто $\sin^2\varphi$ и $\sin^4\varphi$, по сокращеніи найдемъ

$$N = A\left[1 - \tfrac{1}{4}e^2 + \tfrac{9}{64}e^4 - \tfrac{1}{4}(e^2 + \tfrac{3}{4}e^4)\cos 2\varphi + \tfrac{3}{64}e^4\cos 4\varphi\right]. \quad .(15)$$

$$\varrho' = A(1 - e^2)\left[1 + \tfrac{3}{4}e^2 + \tfrac{45}{64}e^4 - (\tfrac{3}{4}e^2 + \tfrac{15}{16}e^4).\cos 2\varphi + \tfrac{15}{64}e^4.\cos 4\varphi\right]..(16).$$

§ 172. Хотя оба сіи уравненія весьма употребительны въ практикѣ, однакоже для опредѣленія длины нормалей и радіусовъ кривизны, или собственно говоря, логариѳмовъ этихъ линій, удобнѣе употреблять слѣдующія уравненія предложенныя Бесселемъ:

Положивъ $e\sin\varphi = \sin\psi$, выраженіе $\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}$ обратится въ $\sqrt{1 - \sin^2\psi} = \cos\psi$. Подставя эту величину въ урав. (6) и (11), получимъ

$$\left.\begin{array}{l} N = \dfrac{A}{\sqrt{(1 - e^2\sin^2\varphi)}} = \dfrac{A}{\cos\psi},\ \log N = \log A - \log\cos\psi \\ \varrho' = \dfrac{A(1 - e^2)}{\cos^3\psi},\ \log\varrho' = \log[A(1 - e^2)] - 3\log.\cos\psi \end{array}\right\}(17).$$

Оба эти уравненія замѣчательны по своей простотѣ и удобству для вычисленія.

§ 173. *Геодезическою линіею* называется кратчайшее разстояніе между двумя точками земной поверхности. Еслибы земля была правильный шаръ, то эта линія была бы дуга большаго круга. Но какъ поверхность сія имѣетъ видъ эллипсоида вращенія, то геодезическая линія будетъ кривая двойной кривизны, которой свойства будутъ нами въ послѣдствіи подробно разсмотрѣны. Теперь же ограничимся замѣчаніемъ, что если данныя на землѣ точки находятся въ недальнемъ разстояніи одна отъ другой, какъ на прим. точки тригон. сѣти, то геодезическая линія ихъ соединяющая, безъ чувствительной погрѣшности можетъ быть разсматриваема, какъ происходящею отъ сѣченія поверхности земнаго сфероида отвѣсною плоскостію, а длина сей линіи принимаема за дугу круга, коего радіусъ равенъ длинѣ радіуса кривизны, соотвѣтствующаго упомянутому сѣченію, при точкѣ промежуточной между данными. Предположимъ теперь, что G и H (чер. 128) будутъ двѣ точки взятыя на поверхности земли, а $GH = k$ дуга упомянутаго круга, коей центръ находится въ точкѣ O: опишемъ изъ сей послѣдней радіусомъ $Og = 1$, дугу $gh = a$, и принимая, что величины k, $OG = R$ и a выражены въ частяхъ одной и той же линейной единицы $= Og$, на прим. сажени, тоаза, метра и т. п. получимъ

$$k : R :: a : 1, \text{ откуда } k = Ra = R\,(a)'' \sin 1'',$$

означая чрезъ $(a)''$ число секундъ сей дуги.

Это уравненіе служитъ для опредѣленія градусной величины $(a)''$ дуги по данной ея длинѣ и обратно, не забывая вмѣсто R вводить длину соотвѣтствующаго ей радіуса кривизны, а именно: 1-е) величину ϱ', выраженную однимъ изъ уравненій (11), (16) и (17), если обѣ точки G и H находятся на меридіанѣ; 2-е) длину нормали N (урав. 6, 15 и 17), если онѣ находятся на дугѣ перпендикулярной къ меридіану и наконецъ 3-е) длину ϱ, выраженную формулами (10) или (12), если азимутъ дуги ихъ соединяющей есть ω (*).

(*) Если въ выраженіе $\frac{1}{R \sin 1''}$ вмѣсто R подставимъ ϱ' и N, взятыя изъ формулъ (11), (6), то получимъ

$$\frac{1}{\varrho' \sin 1''} = \frac{(1 - e^2 \sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}{A\,(1 - e^2) \sin 1''},$$

$$\frac{1}{N \sin 1''} = \frac{(1 - e^2 \sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}{A \sin 1''}.$$

§ 174. Изобразимъ чрезъ s длину дуги земнаго меридіана, заключающейся между экваторомъ и точкою M (чер. 130), коей широта есть φ. Одифференцировавъ урав. (4), найдемъ

$$\mathrm{d}x' = -\mathrm{A}\,\frac{(1-e^2)\sin\varphi\,.\,\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin^2\varphi)^3}}\,;$$

знакъ — означаетъ здѣсь, что съ увеличиваніемъ дуги φ, абсцисса x' уменьшается.

Но какъ изъ безконечно малаго треуг-ка Mmo, имѣемъ Mm или $ds = -\dfrac{\mathrm{d}x'}{\sin\varphi}$, то

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{A}(1-e^2)\,.\,\mathrm{d}\varphi}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} = \varrho'\,.\,\mathrm{d}\varphi. \qquad .(18).$$

Подставя вмѣсто ϱ' его величину, выраженную урав. (16), получимъ

$$\mathrm{d}s = \mathrm{A}(1-e^2)(\alpha - \beta\cos 2\varphi + \gamma\,.\cos 4\varphi)\,\mathrm{d}\varphi$$

положивъ для сокращенія

$$\alpha = 1 + \tfrac{3}{4}e^2 + \tfrac{45}{64}e^4,$$

$$\beta = \tfrac{3}{4}e^2 + \tfrac{15}{16}e^4,\quad \gamma = \tfrac{15}{64}e^4.$$

Разложивъ дробныя степени количества $(1-e^2\sin^2\varphi)$ по формулѣ бинома и выразивъ квадраты синусовъ, косинусами кратныхъ дугъ, получимъ послѣ всѣхъ преобразованій

1-е) $$\frac{1}{\varrho'\sin 1''} = a + b\,.\cos 2\varphi + c\,.\cos 4\varphi$$

гдѣ $$a = \frac{1-\frac{3}{4}e^2+\frac{9}{64}e^4}{\mathrm{A}(1-e^2)\sin 1''},\quad b = \frac{\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{16}e^4}{\mathrm{A}(1-e^2)\sin 1''},\quad c = \frac{\frac{3}{64}e^4}{\mathrm{A}(1-e^2)\sin 1''};$$

2-е) $$\frac{1}{\mathrm{N}\sin 1''} = a' + b'\cos 2\varphi + c'\cos 4\varphi,$$

гдѣ $$a' = \frac{1-\frac{3}{4}e^2-\frac{3}{64}e^4}{\mathrm{A}\sin 1''},\quad b' = \frac{\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{16}e^4}{\mathrm{A}\sin 1''},\quad c' = -\frac{\frac{1}{64}e^4}{\mathrm{A}\sin 1''}.$$

Впрочемъ вычисленія будутъ малосложнѣе, если вмѣсто ϱ' и N введемъ величины, выраженныя формулами (17).

По интегрированіи найдемъ

$$s = A(1 - e^2)(\alpha\varphi - \tfrac{1}{2}\beta.\sin 2\varphi + \tfrac{1}{4}\gamma.\sin 4\varphi). \quad .(19).$$

Мы не прибавляемъ здѣсь постоянной, ибо предполагаемъ, что опредѣляемая дуга начинается при экваторѣ и оканчивается при широтѣ φ, такъ что $\varphi = 0$ даетъ и $s = 0$.

§ 175. Для другой дуги s', начинающейся при экваторѣ, но оканчивающейся при широтѣ φ', получимъ такимъ же образомъ:

$$s' = A(1 - e^2)(\alpha\varphi' - \tfrac{1}{2}\beta.\sin 2\varphi' + \tfrac{1}{4}\gamma.\sin 4\varphi');$$

разность этихъ двухъ уравненій выражаетъ дугу $s - s'$ меридіана между широтами φ и φ', т. е.

$$s - s' = A(1 - e^2)[\alpha(\varphi - \varphi') - \tfrac{1}{2}\beta(\sin 2\varphi - \sin 2\varphi') + \tfrac{1}{4}\gamma(\sin 4\varphi - \sin 4\varphi')],$$

а положивъ $s - s' = S$, $\varphi - \varphi' = l$, $\varphi + \varphi' = L$, по урав. (12) стр. 4, получимъ

$$S = A(1 - e^2)(\alpha l - \beta\sin l.\cos L + \tfrac{1}{2}\gamma\sin 2l.\cos 2L). \quad .(20).$$

Изъ этаго уравненія опредѣляется длина S дуги меридіана, оканчивающейся широтами φ и φ'

Но для приложенія сего уравненія, надлежитъ предварительно знать величины постоянныхъ A и e^2 Дуга S выражается въ частяхъ той же самой единицы какъ и A. Членъ αl изображаетъ произведеніе постояннаго числа α на длину дуги $l = \varphi - \varphi'$, выраженной въ частяхъ радіуса принятаго за единицу. При численномъ вычисленіи необходимо вмѣсто l подставлять $l\sin 1''$, и тогда подъ l надобно подразумѣвать число секундъ въ сей дугѣ заключающихся.

§ 176. Если въ урав. (20), положимъ $\varphi = \varphi' + 1^\circ$, то S выразитъ *длину* H *дуги одного градуса меридіана*, коей южная оконечность имѣетъ широту φ' (*):

$$H = A(1 - e^2)[\alpha.\text{дуг.}1^\circ - \beta\sin 1^\circ.\cos(2\varphi' + 1) + \tfrac{1}{2}\gamma\sin 2^\circ.\cos 2(2\varphi' + 1^\circ)].....(21).$$

(*) Если же широту средины такой дуги изобразимъ чрезъ $\lambda, \varphi' = \lambda - \frac{1}{2}^\circ$,

§ 177. Радіусъ параллели подъ широтою φ, есть $x' = \mathrm{N}\cos\varphi$ (см. § 166), гдѣ N изображаетъ нормаль. Длина сей полу-окружности есть $\pi x' = \pi\mathrm{N}.\cos\varphi$; слѣд.

$$\textit{дуга } 1^\circ \textit{ долготы} = d = \frac{\pi}{180}.\mathrm{N}\cos\varphi = \frac{\mathrm{N}\cos\varphi}{\mu^\circ},$$

полагая $\mu^\circ = \frac{180^\circ}{\pi}$, доп. $\log\mu^\circ = \bar{2}\cdot 24187737$ (см. стр. 6).

Если вмѣсто N введемъ его величину, выраженную урав. (17), то будетъ

$$d = \frac{\mathrm{A}.\cos\varphi}{\mu^\circ.\cos\psi}. \qquad .(22)$$

гдѣ $\sin\psi = e\sin\varphi$. Это урав. весьма удобно для вычисленія длины градусовъ долготъ.

§ 178. Урав. (20) можетъ служить для опредѣленія постояннаго количества e^2 и величины сжатости земли, ибо если измѣрены двѣ дуги S и S′ меридіана, то каждая изъ нихъ выразится уравненіемъ, подобнымъ урав. (20). По раздѣленіи одного уравненія на другое, множитель $\mathrm{A}(1 - e^2)$ уничтожится и получится отношеніе, содержащее одно токмо неизвѣстное e^2, входящее въ выраженіе постоянныхъ α, β и γ, а именно:

$$\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{S}'} = \frac{\alpha l - \beta.\sin l.\cos\mathrm{L} + \frac{1}{2}\gamma\sin 2l.\cos 2\mathrm{L}}{\alpha l' - \beta.\sin l'.\cos\mathrm{L}' + \frac{1}{2}\gamma.\sin 2l'.\cos 2\mathrm{L}'};$$

здѣсь l' означаетъ разность, а L′ сумму широтъ оконечностей дуги S′

Остается вывесть отсюда величину e^2 Приведя это урав. къ одному знаменателю, и положивъ

$$m = \mathrm{S}l' - \mathrm{S}'l,$$

$$n = \mathrm{S}.\sin l'.\cos\mathrm{L}' - \mathrm{S}'.\sin l.\cos\mathrm{L},$$

то будетъ $2\varphi' + 1^\circ = 2\lambda$, $2(2\varphi' + 1) = 4\lambda$, и слѣд. эта формула обратится въ

$$\mathrm{II} = \mathrm{A}(1 - e^2)(\alpha.\text{дуг}.\,1^\circ - \beta\sin 1^\circ\cos 2\lambda + \tfrac{1}{2}\gamma\sin 2^\circ.\cos 4\lambda).$$

$$q = S.\sin 2l'.\cos 2L' - S'.\sin 2l.\cos 2L,$$

получимъ $\alpha m - \beta n + \frac{1}{2}\gamma.q = 0.$

Подставя вмѣсто α, β, γ, ихъ величины (см. стр. 308), по преобразованіи найдемъ

$$m - \frac{3}{4}e^2(n - m) + \frac{15}{64}e^4(3m - 4n + \frac{1}{2}q) = 0,$$

уравненіе, имѣющее видъ

$$m - Ce^2 + De^4 = 0.$$

Для рѣшенія сего уравненія не должно дѣйствовать по общему способу уравненій 2-й степени, потому, что величина e^2 будетъ имѣть видъ $g \mp \sqrt{h}$, отъ чего e^2 будетъ разностію между двумя частями g и $\sqrt{h}$, почти между собою равными; а дабы разность $g - \sqrt{h}$, имѣла величину точную, надлежитъ весьма далеко продолжать приближеніе. Въ слѣдствіе чего, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: сначала выводятъ

$$e^2 = \frac{m}{C - De^2}, \text{ потомъ } e^2 = \frac{m}{C},$$

откидывая послѣдній членъ Ce^2 для 1-го приближенія. По подстановкѣ $\frac{m}{C}$ вмѣсто e^2 въ знаменателѣ перваго выраженія, получатъ величину e^2 болѣе приближенную, которую снова вносятъ въ членъ De^2, продолжая это дѣйствіе до тѣхъ поръ, пока не получатся въ двухъ послѣдовательныхъ подстановкахъ одинаковыя величины e^2, при томъ числѣ десятичныхъ знаковъ, которое было принято въ продолженіи всего вычисленія. Способъ сей, именуемый *способомъ послѣдовательныхъ подстановокъ*, обыкновенно употребляется во всѣхъ подобныхъ случаяхъ, т. е. когда членъ De^2 весьма малъ въ отношеніи къ C.

Самая же сжатость можетъ быть выведена изъ величины e^2 посредствомъ урав. (2) стр. 298, а именно:

$$1 - \mu = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{8}e^4,$$

откуда $$\mu = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{8}e^4 \qquad .(23);$$

но какъ сжатость μ представляютъ обыкновенно въ видѣ дроби $\frac{1}{p}$, коей числитель есть 1, то искомый знаменатель будетъ

$$p = \frac{2}{e^2 (1 + \frac{1}{4}e^2)} \qquad .(24).$$

§ 179. Займемся теперь опредѣленіемъ радіуса A экватора, принимая количество e^2 извѣстнымъ.

Изобразивъ чрезъ Q *четверть эллиптическаго меридіана*, заключающагося между экваторомъ и полюсомъ, и положивъ въ урав. (19), $\varphi = 90^\circ = \frac{1}{2}\pi$, получимъ

$$Q = A(1 - e^2)\tfrac{1}{2}\alpha\pi = \tfrac{1}{2}\pi A(1 - \tfrac{1}{4}e^2 - \tfrac{3}{64}e^4). \qquad .(25),$$

уравненіе, опредѣляющее одно изъ постоянныхъ A или Q, когда другое извѣстно; обѣ эти величины выражены въ одной и той же линейной мѣрѣ.

§ 180. Раздѣливъ урав. (25) на урав. (20), найдемъ

$$Q = \frac{\frac{1}{2}\alpha\pi S}{\alpha l - \beta \sin l . \cos L + \frac{1}{2}\gamma \sin 2l . \cos 2L}. \qquad .(26).$$

Изъ этаго уравненія опредѣляется длина четверти меридіана Q по даннымъ e^2 и дуги S меридіана, оканчивающейся при широтахъ φ и φ'

При семъ должно замѣтить, что для приближеннаго опредѣленія величины Q, достаточно для S взять такую дугу, широты оконечностей коей составляли бы $\varphi + \varphi' = 90^\circ = L$, ибо тогда $\cos L = 0$, а отбросивъ 3-й членъ въ знаменателѣ, по его незначительности, формула съ приближенною точностію обратится въ

$$Q = \frac{\frac{1}{2}\pi S}{\varphi - \varphi'}, = \frac{90^\circ . S}{(\varphi - \varphi')^\circ} \qquad (27).$$

Здѣсь Q и S выражаются въ частяхъ одной и той же линейной единицы; $\varphi - \varphi'$ въ первой дроби представляетъ длину дуги, выраженной въ частяхъ радіуса принятаго за единицу, а во 2-й число градусовъ въ оной заключающагося.

Это выраженіе замѣчательно тѣмъ, что оно независимо отъ A и e^2; но оно представляетъ величину приближенную, ибо мы отбросили членъ заключающій γ, который не равенъ нулю. Однакоже не менѣе того справедливо, что если мы изъ урав. (27) опредѣлимъ Q избравъ φ и φ' такимъ образомъ, чтобы сумма $\varphi + \varphi'$ разнствовала весьма мало отъ 90°, то погрѣшность, сдѣланная въ величинѣ e^2, почти не будетъ имѣть вліянія на Q.

Принимая же въ урав. (25) Q извѣстнымъ, величина A опредѣлится, а именно:

$$A = \frac{2Q}{\pi}\left(1 + \tfrac{1}{4}e^2 + \tfrac{7}{64}e^4\right). \qquad (28).$$

§ 181. Дабы примѣнить эту теорію къ опредѣленію сжатости земнаго сфероида, возьмемъ двѣ дуги меридіана: одну измѣренную въ Перу, а другую въ Россіи (см. стр. 297). Данныя сихъ двухъ измѣреній суть:

Гогландъ $\varphi = 60°\,5'\,9'',771$	Кочески $\varphi = 0°\,2'\,31'',387$
Бѣлинъ $\varphi' = 52.\,2.\,40,\ 864$	Тарки $\varphi' = -\,3.\,4.\,32,\ 068$
$l = 8.\,2.\,28,\ 907 = 28948,''907$,	$l' = 3.\,7,\ 3,\ 455 = 11223'',455$
$L = 112.\,7.\,50,\ 635$	$L' = -\,3.\,2.\ 0,\ 681$
$S = 459363,008$ тоаз.	$S' = 176875,5$ тоаз.

Предлагаемъ здѣсь весь ходъ вычисленія, на основаніи изложеннаго въ § 178.

S... 5.6621561	S'... 5.2476677	
l'....4.0501267	l....4.4616322	
sin 1''...4.6855749	sin 1'' ..4.6855749	$Sl' = 24995,263$
Sl'...4.3978577	$S'l$...4.3948748..........	— 24824,169
$Sl = 24995,263$		$m = 171,094$
S....5.6621561	S' ..5.2476677	
sin l'....8.7354871	sin l. ..9.1457803	
cos L'....9.9993910	cos L....9.5760200 —	24947,912
4.3970342	3.9694680 —....	..+ 9321,116
24947,912		$n = 34269,028$
S....5.6621561	S'....5.2476677	
sin 2l'....9.0358738	sin 2l....9.4425189	
cos 2L'....9.9975606	cos 2L....9.8550115 —	24947,43
4.6955905	4.5451981 —.....	+ 35091,20
49612,43		$q = 84703,63$
		$\frac{1}{2}q = 42351,81$

$C = \frac{3}{4}(n - m) = 25573{,}45$, $D = \frac{15}{64}(3m - 4n + \frac{1}{2}q) = -22080{,}7$

1-е *приближ.*	2-е *приближ.*	3-е *приближ.*
$e^2 = 0{,}0066903$,	$e^2 = 0{,}0066519$	$e^2 = 0{,}0066521$

и наконецъ $e^2 = 0{,}0066521$, а сжатость $\mu = \frac{1}{300{,}16}$.

Если же возьмемъ русское градусное измѣреніе и 2-е остъ-индское, коего данныя суть (см. стр. 296):

$$\begin{aligned} &\text{Куліаппуръ} \ldots\ldots \varphi = 24^{\circ}\ 7'\ 11'',860 \\ &\text{Понне} \ldots\ldots\ldots \varphi' = 8.\ 9.\ 31,\ 132 \\ &l' = 15.\ 57.\ 40,\ 728 = 57460'',728 \\ &L' = 32.\ 16.\ 42,\ 992 \\ &S' = 906171{,}67\ \text{тоаз.}, \end{aligned}$$

то получимъ

$$m = 759{,}12,\ n = 154660{,}90,\ \tfrac{1}{2}q = 142065{,}76$$
$$C = 115426{,}33,\ D = -111164{,}17$$

1-е *приближ.*	2-е *приближ.*	3-е *приближ.*
$e^2 = 0{,}0065767$	$e^2 = 0{,}0065354$	$e^2 = 0{,}00653552$

и наконецъ сжатость $\mu = \frac{1}{305{,}52}$.

Такимъ же образомъ, если введемъ въ вычисленіе дуги, измѣренныя въ Перу и во Франціи между Дюнкирхеномъ и Форментерою, то получимъ $\mu = \frac{1}{303{,}02}$ (*), а измѣренныя въ Перу и Швеціи, $\mu = \frac{1}{307}$ (**).

(*) Этотъ результатъ выведенъ Пюиссаномъ, (см. Mémoires de l'Académie des Sciences, T. XVI, 1838), принявшимъ въ соображеніе ошибку, вкравшуюся въ вычисленіи при измѣреніи дуги между Монжуи и Форментерою. Пока сія ошибка не была замѣчена, величина сжатости, выводимая изъ Французскаго и Перувіанскаго измѣреній была около $\frac{1}{309}$, которая и была принята французскими учеными при составленіи новой карты Франціи.

(**) Лапласомъ доказано, что между неравенствами луннаго движенія, одно зависитъ отъ сфероидальности земли. Изъ вычисленій Бурк-

§ 182. Для численнаго опредѣленія длины четверти меридіана Q и осей A и B земнаго сфероида, возьмемъ дугу между Гринвичемъ и Форментерою, которая почти удовлетворяетъ условію $\varphi + \varphi' = 90^\circ$ (см. § 180), ибо геогр. широта Гринвича $\varphi = 51^\circ\, 28'\, 40'',00$, а Форментеры $\varphi' = 38^\circ\, 39'\, 56'',11$. Такъ какъ длина сей дуги по вычисленію Пюиссана есть $S = 730532,8$ тоаз., а $l = 12^\circ\, 48'\, 43'',89$, то по форм. (27) получимъ $Q = 5131670$ тоаз. Послѣ чего принявъ сжатость $\mu = \frac{1}{303,02}$ и $e^2 = 0,00658939$ по формулѣ (28) найдемъ

$A = 3272363$ тоаз. $B = 3261562$ тоаз., разность $A - B = 10802$ тоаз.

Если же возьмемъ дугу измѣренную въ Россіи и введемъ ее въ формулы (26) и (28), то при $\mu = \frac{1}{300,16}$ получимъ въ тоазахъ

$$Q = 5131645,\ A = 3272353,\ B = 3261451.$$

§ 183. Разногласіе результатовъ, хотя впрочемъ и весьма незначительное, сжатости и длины полу-осей земнаго сфероида, происходитъ отъ того, что земля не есть въ строгомъ смыслѣ эллипсоидъ вращенія, но тѣло, коего поверхность неправильна. Это требуетъ внимательнѣйшаго разсмотрѣнія.

Если станемъ принимать меридіанъ за эллипсисъ, то амплитуда измѣренной дуги будетъ уголъ, образуемый двумя

харда оказалось, что сжатость μ должна быть $= \frac{1}{304,6}$ лабы соотвѣтствовала неравенствамъ въ долготѣ, и $= \frac{1}{305,05}$ неравенствамъ въ широтѣ. По сей причинѣ, французскіе геодезисты принимаютъ сжатость $= \frac{1}{305}$, какъ изъятою ихъ всѣхъ вліяній мѣстности и вводятъ это количество во всѣ астрономическія изчисленія, гдѣ разсматривается цѣлый земной шаръ. Должно замѣтить, что выведенныя нами выше результаты сжатости весьма мало разнствуютъ отъ $\frac{1}{305}$.

нормалями, проходящими чрезъ ея обѣ оконечности, и который какъ извѣстно (см. § 157) равенъ разности угловъ, сосоставляемыхъ ими съ плоскостію экватора. Еслибы направленіе отвѣсной линіи въ каждомъ мѣстѣ дѣйствительно совпадало съ направленіемъ нормали, то уголъ, образуемый отвѣсною съ экваторомъ выразилъ бы истинную величину высоты полюса, а разность опредѣленныхъ высотъ полюсовъ обѣихъ оконечностей измѣренной дуги меридіана истинную ея амплитуду.

Но изъ неоднакратно сдѣланныхъ наблюденій, какъ на прим. Бугеромъ въ Кордильерахъ, Беккаріемъ въ Апенинахъ и Маскелиномъ въ Шотландіи, оказалось, что отъ дѣйствія притяженія массы вблизи находящихся горъ, отвѣсныя линіи дѣйствительно уклоняются отъ направленія нормалей (*). Не должно впрочемъ предполагать, чтобы на пространныхъ равнинахъ отвѣсная линія была во все безъ уклоненія; ибо весьма часто можетъ случиться, какъ замѣчаетъ Шмидтъ (см. его Lehrbuch der mathematischen und physischen Geographie, B. I, § 223), что на ровныхъ мѣстахъ происходитъ большее уклоненіе нежели въ странахъ гористыхъ, потому что при постоянной лишь плотности слоевъ земли и при однообразномъ ихъ расположеніи во внутренности обитаемой нами планеты, отвѣсныя линіи могутъ совпадать съ направленіями нормалей.

Отъ неравенства же притягательныхъ силъ внутреннихъ слоевъ земли, самая поверхность моря подвержена большимъ или меньшимъ неправильностямъ, такъ, что нѣкоторыя части оной, по мнѣнію Пулье, возвышены, а другія углублены, (см. его Elémens de Physique, T. I, n° 55). При этихъ воз-

---

(*) Бугеромъ найдено было при подошвѣ горы Чимборазо, что отвѣсная линія уклоняется отъ 7″ до 8″, а Маскелиномъ, дѣлавшимъ строжайшія наблюденія при подошвѣ горы Шехаліенъ (Shehallien) въ провинціи Пертширѣ (Pertshire), до 54″ Причиною этой разности въ результатахъ, надобно приписать то, что гора Чимборазо не взирая на свою огромность, будучи волканическаго происхожденія, имѣетъ массу значительно не столь плотную, какъ сія послѣдняя.

вышеніяхъ и углубленіяхъ, хотя и можно разсматривать землю по главному направленію столько же сжатою, сколько то показываетъ теорія, но уже геометрическій ея видъ нѣсколько измѣняется и не можетъ быть въ строгомъ смыслѣ эллипсоидомъ вращенія.

§ 184. Отъ такого уклоненія отвѣсныхъ линій бока треугольниковъ тригон. сѣти мы пролагаемъ уже не на поверхность эллипсоида вращенія, но на поверхность неправильную (*), а амплитуды измѣряемыхъ дугъ меридіановъ получаемъ до нѣсколькихъ секундъ ошибочными. Такъ на прим. если отвѣсная линія при южной оконечности измѣренной дуги меридіана уклоняется къ сѣверу, а при сѣверной оконечности къ югу, то амплитуда дуги получится болѣе истинной; въ случаѣ же уклоненія въ противную сторону — менѣе. Этимъ объясняются не только разногласія въ результатахъ сжатости земнаго сфероида, длинѣ радіуса экватора и проч., получаемыхъ изъ каждыхъ двухъ градусныхъ измѣреній, но также и оказывающіяся отступленія измѣренныхъ дугъ меридіановъ отъ эллиптическаго вида. Самый разительной тому примѣръ представляетъ французское градусное измѣреніе, какъ это видно изъ предлагаемой здѣсь таблицы результатовъ, взятой нами изъ Геодезіи Пюиссана (см. его Traité de Géodésie, 3me édition, 1842, T. II, p. 341), исправившаго измѣреніе Деламбра отъ несогласія въ основаніяхъ при Мелюнѣ и Перпиньянѣ, равно какъ и ошибку въ вычисленіи длины дуги, измѣренной между Монжуи и Форментерою Біотомъ и Араго.

(*) Эту поверхность можно разсматривать, какъ говоритъ Бессель, (см. его Gradmessung in Ostpreussen, S. 427), за такую, которая бы образовалась поверхностію воды, еслибы весь материкъ земнаго шара мы вообразили покрытымъ сѣтью каналовъ, соединяющихся съ океаномъ. Но при этомъ должно замѣтить, что такъ какъ она была бы въ семъ случаѣ перпендикулярна къ отвѣснымъ линіямъ взятымъ во всѣхъ точкахъ земли, то выраженія: *уклоненіе отвѣсныхъ линій* и *отступленіе поверхности земли отъ эллипсоидальнаго вида*, будутъ *тожественныя*.

	географич. широты.	амплитуды.	длины промежуточн. дугъ.	длина градус.	широты средины.	измѣненія для 1°.
Гринвичь...	51°28′40″,00	0°26′31″,50	мет. 49197,39	мет. 111284,5	51°15′24″	м.
Дюнкирхенъ	51. 2. 8, 50	2.11.19, 13	243521,99	111266,0	49.56.29	—14,0
Пантеонъ...	48.50.49, 37	2.40. 6, 83	296848,02	111238,8	47.30.46	—11,0
Ево........	46.10.42, 54	2.57,48, 24	329113,93	111060,5	44.41. 8	—63,2
Каркассонъ.	43.12.54, 30	1.51. 7, 72	205637,39	111026,7	42.17.21	—13,9
Монжуи....	41.21.46, 58	2.41.50, 47	299516.25	111040,6	40. 0.52	+ 5,1
Форментера.	38.39.56, 11					

Легко усмотрѣть изъ сей таблицы, что въ градусахъ меридіана не существуетъ того отношенія, какое бы происходило, еслибы дуга меридіана имѣла видъ правильнаго эллипсиса, ибо начиная отъ третьей, градусы уменьшаются отъ сѣвера къ югу весьма неправильно, а отъ Монжуи къ Форментерѣ даже увеличиваются. Причина этой несообразности, по всей вѣроятности заключается въ уклоненіи отвѣсной линіи въ Монжуи къ сѣверу, происходящему отъ притяженія Пиринейскихъ горъ и уменьшающему амплитуду дуги между двумя послѣдними пунктами.

§ 185. Отступленіе поверхности земнаго сфероида, отъ эллипсоида вращенія, или собственно говоря той поверхности, которую мы принимаемъ за основную при проложеніи треуг-въ триг. сѣти, видно также изъ опредѣленія сжатости, соотвѣтствующей каждой странѣ, въ коей были произведены градусныя измѣренія. Рѣшеніе такого рода вопросовъ, основано на изысканіи, посредствомъ способа наименьшихъ квадратовъ, сжатости того эллипсиса, коего дуга сливается съ измѣренными частями одного какого либо градуснаго измѣренія. Такимъ образомъ изъ новѣйшихъ градусныхъ измѣреній, произведенныхъ во Франціи, по изысканіямъ Пюиссана, оказалось, что вся Франція состоитъ изъ двухъ главныхъ полъ (nappes), раздѣляемыхъ почти Парижскимъ меридіаномъ одна отъ другой; что обѣ сіи полы принадлежатъ двумъ неправильнымъ эллипсоидамъ, имѣющимъ различныя сжатости: сжатость западнаго весьма мала, будучи почти равна нулю, а сжатость восточнаго достигаетъ до $\frac{1}{134}$; и наконецъ, что сжатость эллипсоида соприкасающагося меридіану и дугѣ параллели, проходящимъ чрезъ Парижскую обсерваторію есть $\frac{1}{269}$.

§ 186. И такъ, по причинѣ неправильности вида земнаго сфероида, подъ сжатостію земли, длиною ея осей, и проч. должно разумѣть соотвѣтствующія тому изъ эллипсоидовъ вращенія, коего поверхность отдаляется отъ точекъ земнаго сфероида, менѣе чѣмъ поверхность всякаго другаго. Вообразимъ себѣ, что дѣйствительно существуетъ такой эллипсоидъ и что мы крайнія и промежуточныя точки каждаго градуснаго измѣренія, опредѣленныя астрономическими способами, проложили на его поверхность посредствомъ нормалей: тогда въ слѣдствіе вышеизложеннаго географическія широты, образуемыя сими послѣдними, равно какъ и длины дугъ на нашей умственной поверхности, будутъ разнствовать отъ найденныхъ непосредственно чрезъ дѣйствія астрономическія и геодезическія. Таковыя разности, принимая за погрѣшности, происходящія отъ мѣстнаго уклоненія отвѣсныхъ линій и отъ погрѣшностей самыхъ наблюденій, будутъ менѣе тѣхъ, какія бы получились, еслибы вмѣсто вышесказаннаго эллипсоида вращенія взяли какой либо другой, не выполняющій упомянутаго условія.

Это замѣчаніе приводитъ насъ къ рѣшенію обратнаго вопроса, именно: къ опредѣленію сжатости и длины осей такого эллипсоида вращенія, который ближе всякаго другаго совпадаетъ съ поверхностію земнаго сфероида. И въ самомъ дѣлѣ, въ § 180 выведены нами формулы, выражающія длину радіуса экватора и четверти меридіана въ функціи длины дуги и географич. широтъ ея оконечностей: если въ одну изъ сихъ формулъ введемъ послѣдовательно данныя изъ всѣхъ градусныхъ измѣреній, и предположимъ, что каждая изъ сихъ величинъ имѣетъ неизвѣстную погрѣшность, то получимъ столько уравненій, сколько измѣрено было дугъ; послѣ чего останется по способу наименьшихъ квадратовъ опредѣлить величину постоянныхъ количествъ входящихъ въ формулу, такъ, чтобы вышесказанныя погрѣшности были наименьшія. Результаты выразятъ соотвѣтствующія разсматриваемому эллипсоиду.

Первый опредѣлявшій сжатость и величину земли такимъ образомъ былъ Абовскій профессоръ *Валбекъ.* Этотъ ученый вывелъ (*) изъ градусныхъ измѣреній Перувіанскаго, обоихъ Ост-индскихъ, Французскаго, Англійскаго и Лапландскаго, что сжатость $= \frac{1}{302,78}$, а средняя длина градуса меридіана $=$ 57009,758 тоаза. Но онъ при вычисленіи вводилъ только однѣ крайнія точки каждаго градуснаго измѣренія, не обративъ вниманія на промежуточныя, хотя онѣ съ неменьшею точностію опредѣляются дѣйствіями астрономическими. Этотъ недостатокъ пополнилъ Гетингенскій профессоръ Шмидтъ, (см. его Lehrbuch der mathematischen und physischen Geographie), присоединивъ къ вышесказаннымъ измѣреніямъ также Ганноверское между Гетингеномъ и Альтоною. По его выводу оказалась сжатость $= \frac{1}{297,479}$, средняя длина четверти меридіана $= 57008,655$ тоаз., длина половины большой оси $A = 3271852,318$, а половина малой оси $B = 3260853,703$ тоаз. Бессель передѣлалъ это вычисленіе снова, находя результаты Шмидта неудовлетворительными, съ одной стороны по ошибочности многихъ данныхъ, которыя онъ ввелъ въ свое вычисленіе, а съ другой потому, что въ позднѣйшее время произведены четыре новыхъ градусныхъ измѣреній, замѣчательныхъ по своей строгой точности, именно: два Русскихъ, Датское, и имъ самимъ сдѣланное въ Пруссіи (**). По важности рѣшенія этого вопроса для Геодезіи, какъ вывода сто-

---

(*) См. его Dissertation de forma et magnitudine telluris, ex dimensis arcubus meridiani definiendis.

(**) Все вычисленіе Бесселя помѣщено въ Astron. Nachrichten № 333, 1837 года, но какъ послѣ того, найдена Парижскою академіею наукъ упомянутая ошибка въ вычисленіи дуги между Монжуи и Форментерою (см. прим. на стр. 314), простиравшаяся до 69 тоаз., то это заставило Бесселя исправить свое вычисленіе. Послѣдніе его результаты помѣщены въ № 438 astron. Nachrichten 1841.

лѣтняго труда первокласныхъ ученыхъ Европы, предлагаемъ весь способъ вычисленія знаменитаго германскаго астронома.

§ 187. Положивъ $\frac{A - B}{A + B} = n$, и внеся $A\sqrt{1 - e^2}$ вмѣсто B (урав. 1) по совершеніи преобразованія получимъ

$$1 - e^2 = \frac{(1 - n)^2}{(1 + n)^2}, \quad e^2 = \frac{4n}{(1 + n)^2}.$$

Подставя сіи выраженія въ урав. $ds = \frac{A(1 - e^2)d\varphi}{\sqrt{(1 - e^2\sin^2\varphi)^3}}$ (см. § 174), а потомъ $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\varphi$ вмѣсто $\sin^2\varphi$, найдемъ

$$ds = A\frac{(1 - n)^2}{(1 + n)^2} \cdot \frac{d\varphi}{\left[\frac{1 + n^2 + 2n\cos 2\varphi}{(1 + n)^2}\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$= A(1 - n)^2(1 + n)\frac{d\varphi}{(1 + n^2)^{\frac{3}{2}}\left[1 + \frac{2n}{1 + n^2} \cdot \cos 2\varphi\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \tfrac{1}{2}C.(1 + n^2)^{-\frac{3}{2}}(1 + m\cos z)^{-\frac{3}{2}}.dz,$$

положивъ для краткости $C = A(1 - n)^2(1 + n)$, $m = \frac{2n}{1 + n^2}$ и $2\varphi = z$.

Если разложимъ $(1 + n^2)^{-\frac{3}{2}}$ и $(1 + m\cos z)^{-\frac{3}{2}}$ въ ряды по Нютонову биному, выразимъ степени $\cos z$ посредствомъ косинусовъ кратныхъ дугъ z (*), подставимъ вмѣсто m его величину $\frac{2n}{1 + n^2}$, то по совершеніи всѣхъ дѣйствій получимъ:

$$ds = A(1 - n^2)(1 + n)M(\tfrac{1}{2} - \alpha\cos z + \alpha'\cos 2z - \alpha''.\cos 3z + \ldots)dz,$$

(*) Эти разложенія предложены Пюиссаномъ въ его Traité de Géodésie, 3e édit., T. I, p. 310.

где
$$\left.\begin{aligned}
M &= 1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 n^2 + \left(\frac{3.5}{2.4}\right)^2 n^4 + . \\
M\alpha &= \frac{3}{2}n + \frac{3.5}{2.4}.\frac{3}{2}n^3 + \frac{3.5.7}{2.4.6}.\frac{3.5}{2.4}n^5 + . \\
M\alpha' &= \frac{3.5}{2.4}n^2 + \frac{3.5.7}{2.4.6}.\frac{3}{2}n^4 + . \\
M\alpha'' &= \frac{3.5.7}{2.4.6}n^3 + \frac{3.5.7.9}{2.4.6.8}.\frac{3}{2}n^5 + . \quad ..
\end{aligned}\right\} (29).$$

Подставя 2φ вмѣсто z въ выведенное нами уравненіе, и по интегрированіи онаго, наконецъ найдемъ:

$$s = A(1-n^2)(1+n)M(\varphi - \alpha\sin 2\varphi + \tfrac{1}{2}\alpha'\sin 4\varphi - \tfrac{1}{3}\alpha''\sin 6\varphi + ...) .. (30)$$

Это урав., выражающее длину дуги меридіана, заключающейся между экваторомъ и широтою φ, имѣетъ бóльшую сходимость, нежели урав. (18). Положивъ въ немъ $\varphi = 90^\circ$, дуга s обратится въ $Q = 90^\circ.g$, (означая чрезъ g длину средняго градуса меридіана) и будетъ

$$180^\circ g = A(1-n)^2(1+n)M\pi;$$

послѣ чего урав. (30) обратится въ

$$s = \frac{180.g}{\pi}(\varphi - \alpha\sin 2\varphi + \tfrac{1}{2}\alpha'\sin 4\varphi - \tfrac{1}{3}\alpha''.\sin 6\varphi + . \quad ..)$$

Для другой дуги s', оканчивающейся подъ широтою φ', очевидно получимъ

$$s' = \frac{180.g}{\pi}(\varphi' - \alpha\sin 2\varphi' + \tfrac{1}{2}\alpha'\sin 4\varphi'' - \tfrac{1}{3}\alpha''.\sin 6\varphi' ...),$$

вычтя предшествующее изъ сего послѣдняго, разность $s' - s$ выразитъ длину разстоянія S между двумя разсматриваемыми параллелями и будетъ

$$S = \frac{180.g}{\pi}[(\varphi' - \varphi) - 2\alpha.\sin(\varphi' - \varphi)\cos(\varphi' + \varphi)$$
$$+ \tfrac{2}{2}\alpha'\sin 2(\varphi' - \varphi)\cos 2(\varphi' + \varphi). \quad];$$

если положимъ для краткости $\varphi' - \varphi = l$, $\varphi' + \varphi = L$, и подставимъ вмѣсто 1-го члена въ скобкѣ $(\varphi' - \varphi)$ длину дуги

$l \sin 1''$, (гдѣ l означаетъ число секундъ амплитуды, см. стр. 309), то

$$S = \frac{180 . g}{\pi} . \sin 1'' \left(l - \frac{2\alpha \sin l . \cos L}{\sin 1''} \right.$$
$$\left. + \tfrac{2}{2} \alpha' \frac{\sin 2l . \cos 2L}{\sin 1''} - \tfrac{2}{3} \alpha'' . \frac{\sin 3l \cos 3L}{\sin 1''} \right).$$

Но какъ $\frac{1}{\sin 1''} = \frac{648000}{\pi}$ (см. стр. 5), то $\frac{180 . g}{\pi} . \sin 1''$ будетъ $= \frac{g}{3600}$, а слѣд.

$$\frac{3600}{g} . S = l - \frac{2\alpha \sin l . \cos L}{\sin 1''} + \tfrac{2}{2} . \frac{\alpha' \sin 2l . \cos 2L}{\sin 1''} - \tfrac{2}{3} \alpha'' \frac{\sin 3l . \cos 3L}{\sin 1''}.$$

Дабы величины g и α, α', α'' .соотвѣтствовали требуемому эллипсоиду вращенія, надлежитъ сходно съ изложеннымъ въ § 186, найденныя чрезъ наблюденія высоты полюсовъ φ, φ', φ'' измѣнить такими количествами x, x', x'' . . . ., чтобы сумма ихъ квадратовъ

$$x^2 + x'^2 + x''^2 + .$$

была наименьшая. И такъ, если подставимъ $\varphi + x$ и $\varphi' + x'$ вмѣсто φ и φ', и не приемемъ во вниманіе вліянія сихъ измѣненій на величину L, также какъ и квадраты и произведенія количествъ x и x', то вышенайденное выраженіе обратится въ

$$\frac{3600}{g} . S = l - \frac{2\alpha \sin l \cos L}{\sin 1''} + \frac{\alpha' \sin 2l \cos 2L}{\sin 1''} - \ldots + (x' - x)\,\omega,$$

гдѣ $\quad \omega = 1 - 2\alpha \cos l \cos L + 2\alpha' \cos 2l . \cos 2L - \ldots;$

отсюда получаемъ

$$x' - x = \frac{1}{\omega} \left[\frac{3600 . S}{g} - \left(l - \frac{2\alpha \sin l \cos L}{\sin 1''} + \frac{\alpha' \sin 2l \cos 2L}{\sin 1''} \ldots \right) \right] \ldots (31)$$

Выразимъ теперь α' въ функціи отъ α. Для сего раздѣлимъ выраженіе $M\alpha'$ на $M\alpha$ (см. урав. 29); частное будетъ

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{5}{4} n - \frac{5}{2.4.4} n^3,$$

но изъ ряда $M\alpha = \frac{3}{2}n + \frac{3.5}{2.4}.\frac{3}{2}n^3 + \ldots\ldots,$

по внесеніи $1 + (\frac{3}{2})^2 n^2 + .$ вмѣсто M получимъ

$$n = \tfrac{2}{3}\alpha + \tfrac{1}{9}\alpha^3 + \frac{23}{486}\alpha^5 + . \qquad .(32),$$

а слѣд. $\alpha' = \frac{5}{6}\alpha^2 + \frac{5}{54}\alpha^4 -$

Примемъ g' и α_1 за приближенныя величины количествъ g и α, положивъ

$$g = \frac{g_1}{1 + i}, \; \alpha = \alpha_1 (1 + k);$$

подставя это послѣднее въ выраженіе α', и отбрасывая квадраты величины k, получимъ

$$\alpha' = \tfrac{5}{6}\alpha_1^2 + \tfrac{5}{54}\alpha_1^4 + k(\tfrac{5}{3}\alpha_1^2 + \tfrac{10}{27}\alpha_1^4).$$

Урав. (31) отъ внесенія сихъ величинъ g, α, α', обратится въ

$$x' - x = \frac{1}{\omega}\left(\frac{3600}{g_1}S - l\right) + \frac{1}{\omega \sin 1''}[2\alpha_1 \sin l \cos L$$
$$- (\tfrac{5}{6}\alpha_1^2 + \tfrac{5}{54}\alpha_1^4)\sin 2l.\cos 2L] + \frac{1}{\omega}.\frac{3600}{g_1}Si$$
$$+ \frac{1}{\omega.\sin 1''}[2\alpha_1 \sin l \cos L - (\tfrac{5}{3}\alpha_1^2 + \tfrac{10}{27}\alpha_1^4)\sin 2l \cos 2L]k,$$

или положивъ для сокращенія

$$\left.\begin{aligned}
m &= \frac{1}{\omega}\left(\frac{3600}{g_1}S - l\right) + \frac{1}{\omega.\sin 1''}[2\alpha_1 \sin l.\cos L \\
&\qquad - (\tfrac{5}{6}\alpha_1^2 + \tfrac{5}{54}\alpha_1^4)\sin 2l \cos 2L], \\
a &= \frac{1}{\omega}\,\frac{3600}{g_1}.S, \\
b &= \frac{1}{\omega \sin 1''}[2\alpha_1 \sin l \cos L - (\tfrac{5}{3}\alpha_1^2 + \tfrac{10}{27}.\alpha_1^4)\sin 2l.\cos 2L]
\end{aligned}\right\} ..(33)$$

получимъ

$$x' - x = m + ai + bk.$$

Здѣсь x изображаетъ величину измѣненія географ. широты южной оконечности какого либо одного градуснаго измѣренія, а x' таковое же для 1-й промежуточной его точки, лежащей къ сѣверу. Для 2-й, 3-й и т. д. точекъ того же градуснаго измѣренія будетъ

$$x'' - x = m' + a'i + b'k,$$

$$x''' - x = m'' + a''i + b''k \text{ и проч.}$$

Сумма квадратовъ измѣненій географическихъ широтъ всѣхъ точекъ одного и того же градуснаго измѣренія будетъ

$$x^2 + x'^2 + x''^2 + . \quad . = x^2 + (x + m + ai + bk)^2$$
$$+ (x + m' + a'i + b'k)^2 + (x + m'' + a''i + b''k)^2 + . \; . .$$

Для другихъ градусныхъ измѣреній, такимъ же образомъ получимъ

$$x_1^2 + x_1'^2 + x_1''^2 + . \quad . = x_1^2 + (x_1 + m_1 + a_1 i + b_1 k)^2$$
$$+ (x_1 + m'_1 + a'_1 i + b'_1 k)^2 + .$$

$$x_2^2 + x_2'^2 + x_2''^2 + . \quad . = x_2^2 + (x_2 + m_2 + a_2 i + b_2 k)^2$$
$$+ (x_2 + m'_2 + a'_2 i + b'_2 k)^2 + . \quad . . \text{ и проч.}$$

Каждое изъ сихъ уравненій, даетъ для x, соотвѣтствующей наименьшей величинѣ вышесказанной суммѣ квадратовъ, слѣдующее:

$$0 = \mu x + [m] + [a]i + [b]k,$$

гдѣ μ означаетъ сумму точекъ одного градуснаго измѣренія, коихъ высоты полюсовъ опредѣлены астрономическими способами, а выраженія $[m]$, $[a]$ и $[b]$, слѣдуя Гауссу сумму количествъ $m + m' + m'' + . \; . . .$, $a + a' + a'' + \quad .$, $b + b' + b'' + \quad . .$ Такимъ же образомъ для опредѣленія величинъ i и k, соотвѣтствующихъ наименьшей суммѣ квадратовъ, будетъ

$$0 = [a]\,x + [am] + [a^2]\,i + [ab]\,k,$$

$$0 = [b]\,x + [bm] + [ab]\,i + [b^2]\,k;$$

по исключеніи отсюда x, получимъ

$$\left.\begin{aligned}0=[am]-\frac{[a][m]}{\mu}+\left([a^2]-\frac{[a][a]}{\mu}\right)i+\left([ab]-\frac{[a][b]}{\mu}\right)k,\\ 0=[bm]-\frac{[b][m]}{\mu}+\left([ab]-\frac{[a][b]}{\mu}\right)i+\left([b^2]-\frac{[b][b]}{\mu}\right)k\end{aligned}\right\}(34).$$

Оба сіи уравненія имѣютъ видъ

$$Ci+Dk+E=0,$$
$$C'i+D'k+E'=0.$$

Для другаго градуснаго измѣренія, такимъ же образомъ будемъ имѣть

$$C_1i+D_1k+E_1=0,$$
$$C'_1i+D'_1k+E'_1=0;$$

для третьяго

$$C_2i+D_2k+E_2=0,$$
$$C'_2i+D'_2k+E'_2=0.$$

Останется послѣ того величины i и k опредѣлить изъ всѣхъ уравненій по способу наименьшихъ квадратовъ.

§ 188. Примѣнимъ сію теорію къ одному русскому градусному измѣренію, т. е. опредѣлимъ сжатость и среднюю величину градуса, соотвѣтствующаго дугѣ меридіана, заключающейся между Бѣлинымъ и Гогландомъ. Введя послѣдовательно величины, предложенныя на стр. 296 въ уравненіе (33) и принимая

$$g=\frac{57008\text{ тоаз.}}{1+i},\quad \alpha=\frac{1+k}{400},$$

и наконецъ положивъ для сокращенія

$$10000.i=p,\quad 10.k=q.$$

По опредѣленіи m, a и b для каждой дуги S, получимъ слѣдующія условныя уравненія:

$$x'-x=+0'',248+0,9384.p-1,3293.q,$$
$$x''-x=+5'',110+1,6049.p-2,5184.q,$$
$$x'''-x=+5'',939+1,6337.p-2,5741.q,$$
$$x^{\text{IV}}-x=+2'',909+2,2809.p-3,9289.q,$$
$$x^{\text{V}}-x=+5'',276+2,8953.p-5,3824.q.$$

Сумма коэффиціентовъ и сумма сочетаній будетъ

$$[m] = + 19{,}482,\ [a] = 9{,}3532,\ [b] = - 15{,}7331,$$
$$[am] = + 40{,}0469,$$
$$[a^2] = + 19{,}7106,\ [ab] = - 34{,}0396,\ [bm] = - 68{,}3130,$$
$$[b^2] = 59{,}1418.$$

По внесеніи сихъ чиселъ въ урав. (34) и по совершеніи вычисленія получимъ:

$$9{,}6770 + 5{,}1302.p - 9{,}5138.q = 0,$$
$$- 17{,}2276 - 9{,}5138.p + 17{,}8867.q = 0;$$

откуда $$p = - \frac{9{,}18966}{1{,}24996} = - 7{,}35196,$$

$$q = - \frac{3{,}68401}{1{,}24996} = - 2{,}9473023;$$

послѣ чего будетъ

$$i = \frac{p}{10000} = - 0{,}000735196$$

$$k = \frac{q}{10} = - 0{,}29473023$$

$$g = \frac{57008}{1 - 0{,}000735196} = 57008\,(1 + 0{,}000735196)$$
$$= 57008 + 41{,}893 = 57049{,}893$$

$$\alpha = \frac{1 - 0{,}29473023}{400} = 0{,}00176318.$$

Подставя сію величину α въ выраженіе (см. урав. 32)

$$n = \tfrac{2}{3}\alpha + \tfrac{1}{9}\alpha^3 + \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

получимъ $$n = 0{,}00117545$$

но $$n = \frac{A - B}{A + B},\ \text{откуда}\ \frac{A}{B} = \frac{1 + n}{1 - n} = \left(\frac{1}{2n} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{2n} - \frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{424{,}89}{423{,}89},$$

слѣд. $$\frac{A-B}{A}=\mu=\frac{1}{424,89}\ (*).$$

§ 189. Бессель поступивъ съ каждымъ изъ десяти градусныхъ измѣреній, (результаты коихъ предложены нами въ § 162), какъ показано въ предшествующемъ §, получилъ десять паръ уравненій по p и q, изъ коихъ по способу наименьшихъ квадратовъ, найдено имъ

$$p=-0,896192,\ q=-0,00459098,$$

которыя даютъ

$$g=\frac{57008}{1-0,0000896192}=57013,109 \text{ тоаз.}$$

$$\alpha=\frac{1-0,00459098}{400}=0,0025112745$$

$$n=0,0016741848$$

$$\frac{A}{B}=\frac{299,1528}{298,1528},\ \mu=\frac{1}{299,1528}.$$

Подставя сіи величины въ урав.

$$A=\frac{180.g}{\pi(1-n)^2(1+n)M},\ B=\frac{180.g}{\pi(1+n)^2(1-n)M},$$

(*) Не должно удивляться, что выведенные нами теперь результаты сжатости и длины средняго градуса меридіана, значительно разнствуютъ отъ тѣхъ, кои получаются изъ двухъ градусныхъ измѣреній, находящихся въ значительномъ отдаленіи одно отъ другаго, ибо повторяемъ, что части меридіана, отдѣльно разсматриваемыя, значительно отступаютъ отъ эллиптическаго вида. Такимъ же образомъ, изъ дуги меридіана, заключающагося между Дюнкирхеномъ и Монжуи, сжатость, по вычисленію Лежандра, найдена $=\frac{1}{148}$, а изъ Остъ-Индскаго градуснаго измѣренія $=\frac{1}{120}$. Впрочемъ, для опредѣленія сжатости, соотвѣтствующей какой либо странѣ, вышеизложенные способы неудовлетворительны; точнѣйшіе же получаются изъ сравненія длины дуги меридіана съ дугою параллели или дугою перпендикуляра къ меридіану, какъ это будетъ нами изложено въ Отдѣл. IV Высш. Геодезіи.

получимъ $A = 3\,272\,077{,}14$ тоазовъ......log $= 6.5148235\ 337$

$= 2\,989\,086$ саженей........log $= 6.4755385\ 237$

$B = 3\,261\,139{,}33$ тоаз.........log $= 6.5133693\ 539$

$= 2\,979\,095$ сажен..........log $= 6.4740843\ 439$

$\log e = \bar{2}.9122052$, $\quad \log\sqrt{1-e^2} = \bar{1}.9985458\ 202$

$\log e^2 = \bar{3}.8244104$ $\quad \log(1-e^2) = \bar{1}.9970916\ 404$

и наконецъ длина четверти меридіана

$Q = 5\,131\,179{,}81$ тоаз......log $= 6.7102173\ 389$

$= 4\,687\,403{,}6$ саж.. ....log $= 6.6709323\ 289$

$= 10\,000\,855{,}76$ метр....log $= 7.0000371\ 600$

§ 190. Принимая сіи результаты Бесселя за данные, получимъ для численнаго вычисленія различныхъ частей земнаго сфероида, слѣдующія уравненія:

1-е) Формулы (17), выражающія длину *нормали* и *радіуса кривизны меридіана (въ саженяхъ)*, обратятся отъ подстановки величинъ A и e^2, въ

$$\log N = 6.4755385\ 237 - \log.\cos\psi$$

$$\log\varrho' = 6.4726301\ 641 - 3\log.\cos\psi$$

гдѣ $\log\sin\psi = \bar{2}.9122052 + \log\sin\varphi.$

Такъ на прим. если $\varphi = 59°\ 56'\ 30''$, то ходъ вычисленія будетъ слѣдующій:

e....$\bar{2}$.9122052	пост.....6.4755385	пост.....6.4726302
$\sin\varphi$....9.9372751	$\cos\psi$..— 9.9989115	$\cos^3\psi$..— 9.9967345
$\sin\psi$. ..8.8494803	logN....6.4766270	$\log\varrho'$....6.4758957

$\psi = 4°\ 3'\ 17'',1.$

2-е) въ формулѣ (12), выражающей *логариѳмъ радіуса кривизны* ϱ (въ саженяхъ) *дуги, коей азимутъ есть* ω,

$$\log\varrho = \log N + C\cos^2\varphi\cos^2\omega + D\cos^4\varphi\cos^4\omega$$

логариѳмы C и D, будутъ

$$\log C = \bar{3}.4651031 -,\ \log D = \bar{6}.9913919.$$

Такъ на прим. если $\varphi = 59°\ 56'\ 30''$, $\omega = 43°\ 21'\ 10''$, то получимъ:

$$
\begin{array}{rl}
\cos\varphi \ldots & 9.6997349 \\
\cos\omega \ldots & 9.8616185 \\
\hline
\cos\varphi\cos\omega \ldots & 9.5613534 \\
\hline
\cos^2\varphi\cos^2\omega \ldots & \bar{1}.1227068 \\
C \ldots & \bar{3}.4651031 - \qquad \log N \text{ (см. выше)} = 6.4766270 \\
\hline
 & \bar{4}.5878099 - \ldots \ldots \ldots \text{2-й чл.} = -0{,}0003871 \\
\hline
\cos^4\psi\cos^4\omega \ldots & \bar{2}.24541 \\
D \ldots & \bar{6}.99139 \\
\hline
 & \bar{7}.23680 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{3-й чл.} = +\ 0{,}0000002 \\
 & \log\rho = 6.4762401
\end{array}
$$

3-е) Логариѳмъ *множителя* служащаго *для опредѣленія числа секундъ дуги меридіана,* выраженной въ саженяхъ, будетъ (см. § 173):

$$\log\left(\frac{1}{\rho'\sin 1''}\right) = \bar{2}.8417950 + 3\log\cos\psi,$$

а *для дуги перпендикулярной къ меридіану:*

$$\log\left(\frac{1}{N\sin 1''}\right) = \bar{2}.8388866 + \log\cos\psi,$$

гдѣ ψ имѣетъ значеніе какъ выше.

Такъ на прим. если широта средины дуги есть $\varphi = 57°\,30'$, а логариѳмъ ея длины k, выраженной въ саженяхъ есть $\log k = 4.3745165$, то получимъ:

	для меридіана:	*для перпендикуляра:*
$e \ldots \bar{2}.9122052$	$\cos\psi \ldots 9.9989667$	$\cos\psi \ldots 9.9989667$
$\sin\varphi \ldots 9.9260292$	$\cos^3\psi \ldots 9.9969001$	постоян. $\ldots \bar{2}.8388866$
$\sin\psi \ldots 8.8382344$	постоян. $\ldots \bar{2}.8417950$	$k \ldots 4.3745165$
$\psi = 3°\,57'\,3'',4$	$k \ldots 4.3745165$	3.2123698
	3.2132116	
	$(k)'' = 1633'',85$	$(k'') = 1630'',68$

Если же возьмемъ формулы, предложенныя въ примѣчаніи на стр. 307, то для дуги меридіана множитель будетъ

$$\frac{1}{\rho'\sin 1''} = 0'',06912224 + b\cos 2\varphi + c\cos 4\varphi$$

гдѣ $\qquad \log b = \bar{4}.54054,\ \log c = \bar{7}.1461$

а для дуги перпендикулярной къ меридіану:

$$\frac{1}{N \sin 1''} = 0'',06889068 + b' \cos 2\varphi + c' \cos 4\varphi,$$

гдѣ $\log b' = \bar{4}.06196$, $\log c = \bar{8}.6021$

Для вышепредложеннаго примѣра 1-я изъ сихъ формулъ даетъ:

$b \ldots \bar{4}.54054$ 1-й чл. $= 0'',06912224$
$\cos 2\varphi \ldots 9.62595 -$
$\bar{4}.16649 - \ldots$ 2-й чл. $= -0,00014638$
$c \ldots \bar{7}.1461$
$\cos 4\varphi \ldots 9.8081 -$
$\bar{8}.9542 - \ldots$ 3-й чл. $= -0,00000009$ $\log k = 4.3745165$
множит. $= 0,06897577 \ldots \log = \bar{2}.8386965$
$(k)'' \ldots 3.2132130$
$(k)'' = 1633'',85$

вычисленіе 2-й формулы даетъ:

$b \ldots \bar{4}.06196$ 1-й чл. $= 0'',06889068$
$\cos 2\varphi \ldots 9.62595 -$
$\bar{5}.68791 - \ldots$ 2-й чл. $= -0,00004874$
$c' \ldots \bar{8}.6021$
$\cos 4\varphi \ldots 9.8081 -$ $\log k = 4.3745165$
$\bar{8}.4102 - \ldots$ 3-й чл. $= -0,00000003 \ldots \log = \bar{2}.8378530$
$0,06884191$ $(k)'' \ldots 3.2123695$
$(k)'' = 1630,68$ (*).

4-е) Длина (въ саженяхъ) *градуса меридіана,* географическая широта средины коего есть φ, по формулѣ предложенной въ примѣчаніи на стр. 310, будетъ

$$H = 52082'',25 - 261'',573 . \cos 2\varphi + 0'',558 \cos 4\varphi - 0'',001 . \cos 6\varphi.$$

Такъ на прим. если $\varphi = 57^\circ\, 30'$, то вычисленіе будетъ:

коеф. 2-го чл. $\ldots 2.41759 -$ 1-й чл. $= 52082,25$
$\cos 2\varphi \ldots 9.62595 -$
$2.08354 +$ 2-й чл. $= +110,05$

(*) Изъ сихъ примѣровъ вычисленій, легко видѣть, что 1-й способъ

коеф. 3-го чл.... $\bar{1}.7466$ +
cos 4φ... 9.8081 —
$\bar{1}.5547$ — .... 3-й чл. = — 0,36
H = 52191,94

5-е) Длина (въ саженяхъ) *градуса параллели*, подъ широтою φ по урав. (22), будетъ

$$\log d = 4.7174156 + \log\cos\varphi - \log\cos\psi,$$

гдѣ ψ имѣетъ значеніе какъ выше.

Такъ на прим. для $\varphi = 57°\,30'$, получимъ

постоян..... 4.7174156
cos φ.... 9.7302165
доп. cos ψ... 0.0010333 (см. стр. 330)
d.... 4.4486654
d = 28097,35 саж.

ГЛАВА VII.

О геодезическомъ нивеллированіи.

§ 191. *Точками одного уровня* называются точки, находящіяся на поверхности параллельной поверхности земнаго сфероида, (которую будемъ принимать сферическою), а *линіею уровня* — всякая дуга большаго круга, взятая на той же самой поверхности. Если точки, на прим. О и М (чер. 155) находятся не на одной линіи уровня, тогда часть ON отвѣсной линіи, заключающаяся между точкою О и линіею MN уровня, называется высотою точки О надъ точкою М, или *разностію ихъ уровней.* Опредѣленіе таковыхъ высотъ, или разностей уровней точекъ земной поверхности, составляетъ предметъ особой отрасли Геодезіи, именуемой *нивеллированіемъ* или *нивеллировкою.*

обращенія данной дуги въ секунды, гораздо проще и удобнѣе въ практикѣ нежели 2-й.

§ 192. Для опредѣленія разности уровней двухъ точекъ M и O (чер. 155) имѣются три главныхъ способа:

1-й *Способъ,* извѣстный подъ именемъ *топографическаго нивеллированія,* состоитъ въ непосредственномъ измѣреніи части MD отвѣсной линіи, заключающейся между точкою M и горизонтальнымъ лучемъ зрѣнія OD, направленнымъ изъ точки O. Искомая величина ON = AM, очевидно найдется, если изъ MD вычтемъ часть AD отвѣсной линіи, заключающейся между точкою D и линіею уровня. Эта часть AD, можетъ быть принимаема равною нулю, коль скоро M и O находятся въ недальнемъ одна отъ другой разстояніи, ибо тогда дуга AO по малой своей кривизнѣ, будетъ сливаться съ горизонтальнымъ лучемъ зрѣнія OD. Слѣд. въ семъ случаѣ часть MD непосредственно измѣренная, изобразитъ искомую разность уровней данныхъ точекъ.

2-й *Способъ,* называемый *тригонометрическимъ* или *геодезическимъ нивеллированіемъ,* состоитъ въ опредѣленіи высоты ON вычисленіемъ, по измѣренному въ одной изъ точекъ, на прим. M, зенитальному разстоянію OMD другой точки O, и по найденной посредствомъ дѣйствій геодезическихъ длинѣ дуги MN.

3-й *Способъ,* именуемый *барометрическимъ нивеллированіемъ,* основывается на разности давленій столбовъ воздуха въ опредѣляемыхъ точкахъ, изъ чего опредѣляется величина ON.

Здѣсь ограничимся изложеніемъ только двухъ послѣднихъ способовъ, какъ употребляемыхъ преимущественно для опредѣленія разностей уровней точекъ тригонометрической сѣти, или высотъ замѣчательнѣйшихъ горъ и т. п. Топографическое же нивеллированіе, служащее для выраженія мѣстности въ профилѣ, будетъ нами съ достаточными подробностями изложено въ Топографіи.

§ 193. Пусть M и O (чер. 149) будутъ двѣ точки земной поверхности между собою видимыя, разность уровней коихъ, т. е. высоту ON $= x$ требуется опредѣлить. Принимаемъ за данныя во 1-хъ) горизонтальное разстояніе между сими точками, т. е. дугу MN, и во 2-хъ) измѣренный посредствомъ угломѣрнаго снаряда, (какъ на прим. астрономическаго теодолита, вертикальнаго круга или универсальнаго инструмента) въ одной изъ нихъ, на прим. M, уг. OMP, выражающій зенитное разстояніе другой точки.

Такъ какъ отъ дѣйствія *рефракціи* точка O кажется выше дѣйствительнаго своего положенія, какъ на прим. въ точкѣ i, то измѣренный уголъ будетъ не OMP, но уг. $iMP = z$, который менѣе перваго; разность между ними есть уг. $iMO = r$; слѣд. истинное зенитное разстояніе будетъ уголъ $OMP = z + r$, гдѣ z представляетъ дѣйствительно измѣренную величину, а r рефракцію, которая есть величина неизвѣстная.

По малому изгибу дуги MAN, можемъ принять хорду $MBN = k$ равною сей дугѣ. Въ равнобедренномъ треугольникѣ CMN, уг. $NMC = 90° - \frac{1}{2}C$, а хорда $MBN = k = 2R \sin \frac{1}{2}C$, гдѣ R представляетъ земной радіусъ, или собственно говоря, радіусъ кривизны, соотвѣтствующій дугѣ MN (см. § 168), чрезъ что принята будетъ во вниманіе сжатость земли. По незначительности угла C, можемъ вмѣсто $\sin \frac{1}{2}C$ принять его дугу $\frac{1}{2}C \sin 1''$, (гдѣ C выражаетъ число секундъ заключающихся въ углѣ MCN), получимъ $k = RC \sin 1''$.

Изъ треуг-ка OMN имѣемъ

$$\sin O : MN \text{ или } k :: \sin OMN : ON \text{ или } x,$$

откуда
$$x = k . \frac{\sin OMN}{\sin O};$$

но
$$OMN = 180° - OMP - NMC = 90° - z - r + \tfrac{1}{2}C,$$

$$NOM = O = OMP - C = z + r - C,$$

слѣд.
$$x = k . \frac{\cos(z + r - \frac{1}{2}C)}{\sin(z + r - C)} \quad . (1),$$

гдѣ C выраженное въ секундахъ получится изъ уравненія

$$C = \frac{k}{R \sin 1''} \text{ (смот. стр. 307)} \quad . (2).$$

Если уг. C весьма малъ, то урав. (1) не измѣнится, когда въ знаменателѣ вмѣсто C подставимъ $\frac{1}{2}C$, потому что синусъ дуги $z + r - C$ какъ разнствующей весьма мало отъ 90°, при незначительныхъ измѣненіяхъ дуги, будетъ также весьма мало измѣняться: урав. (1) обратится тогда въ

$$x = k.\cot(z + r - \tfrac{1}{2}C). \qquad .(3).$$

И такъ, для полученія возможности вычислить величину x изъ урав. (1) или (3) остается опредѣлить рефракцію r.

§ 194. Лучь свѣта, исходящій изъ точки O (чер. 149) и достигая до точки M, проходитъ чрезъ слои атмосферы различной плотности, описывая особаго рода кривую линію, обращенную своею вогнутостію къ землѣ и называемую *траекторіею* (*). Если при точкахъ M и O проведемъ касательныя къ сей кривой, то углы ими составляемые съ хордою MO выразятъ на какое количество точки O и M будутъ казаться выше наблюдателямъ, находящимся въ одно и тоже время въ сихъ точкахъ. Когда разстояніе между точками M и O не велико, равно какъ и разность уровней оныхъ, то безъ чувствительной погрѣшности можно принять траекторію за дугу круга, и тогда вышесказанные углы будутъ между собою равны. На основаніи этого, для опредѣленія рефракціи r, или собственно говоря, для полученія возможности не вводить ее въ вычисленіе, измѣряются *взаимныя зенитныя разстоянія:* одинъ изъ наблюдателей находясь на точкѣ O измѣряетъ уг. $i'OZ$, представляющій видимое зенитное разстояніе точки M, тогда какъ другой находясь на точкѣ M, въ тоже время измѣряетъ уг. iMP, т. е. види-

(*) Предполагая, что слои воздуха на равныхъ разстояніяхъ отъ уровня морской поверхности имѣютъ одинаковую плотность, лучь свѣта чрезъ нихъ проходящій будетъ находиться въ вертикальной плоскости, ибо эта плоскость пересѣкаетъ всѣ слои атмосферы на части симетрическія. Однакоже иногда случается, а особенно въ жаркихъ странахъ, что плотность воздуха близь земной поверхности измѣняется столь неправильно, что траекторія вмѣсто выпуклой линіи бываетъ вогнутою, и тогда земные предметы представляются намъ ниже ихъ дѣйствительнаго положенія; иногда даже случается, что траекторія бываетъ кривою двойной кривизны. Деламбръ и другіе геодезисты, объясняютъ тѣмъ несогласіе результатовъ измѣренія одного и тогоже угла между земными предметами, исполненнаго въ различное время.

мое зенит. разст. точки O. Пусть будетъ OMP $= z + r$, MOZ $= z' + r$, гдѣ $z = i$MP, $z' = i'$OZ суть углы изъ наблюденій, а r рефракція, которую въ слѣдствіе вышесказаннаго предполагаемъ одинаковою для обѣихъ точекъ O и M. И такъ, MOZ + OMP $= z + z' + 2r$, но какъ оба угла MOZ и OMP суть внѣшніе треугольника MOC, и одинъ изъ нихъ MOZ = OMC + C, а другой OMP = MOC + C, то сумма сихъ угловъ равняется суммѣ всѣхъ трехъ угловъ треуг-ка MOC, сложенной съ угломъ C, т. е. 180° + C, почему и будетъ

$$180^\circ + C = z + z' + 2r,$$

откуда $$r = \tfrac{1}{2}C - \tfrac{1}{2}(z + z' - 180^\circ) \quad .(4).$$

Подставя сію величину r въ урав. (1), получимъ

$$x = k.\frac{\sin\frac{1}{2}(z' - z)}{\cos\frac{1}{2}(z' - z + C)} \quad .(5).$$

Если же внесемъ величину r въ приближенное урав. (2), которое большею частію бываетъ достаточно для практическаго употребленія, то будетъ

$$x = k.\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(z' - z) = \tfrac{1}{2}k\,(z' - z)\sin 1'' \quad .(6).$$

Здѣсь $\operatorname{tang}\frac{1}{2}(z' - z)$ мы приняли равнымъ дугѣ $\frac{1}{2}(z' - z)$, по причинѣ незначительной ея величины, а потомъ длину ея выразили въ секундахъ. Если же z' и z значительно между собою разнствуютъ и k имѣетъ величину большую, тогда необходимо должно употреблять урав. (5).

§ 195. Такъ какъ бываетъ затруднительно удвоивать число наблюденій, съ тою единственно цѣлью, чтобы опредѣлить рефракцію r, то геодезисты неоднократно пытались опредѣлить r à priori, ибо тогда получилась бы возможность употреблять одно токмо урав. (1) или (3).

Предположимъ, что изъ весьма строгихъ взаимныхъ наблюденій найдены по формулѣ (4) для r различныя величины, изъ коихъ каждая соотвѣтствуетъ углу C, съ точностію извѣстному. По раздѣленіи этихъ величинъ r, на соотвѣтствующія имъ величины угловъ C, оказалось, что частныя весьма мало различествуютъ отъ 0,08. И такъ, если взаимныя зенитныя разстоянія не были измѣрены, то при обыкновенномъ состояніи атмосферы можно приближенно положить $r = 0{,}08 . C$. Вполнѣ же не должно полагаться на это уравненіе, потому что рефракція значительно измѣняется отъ перемѣнъ происходящихъ въ различныхъ слояхъ атмосферы. Для большей точности надлежитъ принять $r = mC$ и избрать для m величину, приличествующую состоянію атмосферы во время наблюденія.

Перемѣнное количество m, называется *коеффиціентомъ рефракціи:* оно зависитъ отъ температуры, степени давленія атмосферы и множества другихъ причинъ почти не подходящихъ подъ вычисленіе. Деламбромъ найдено было (см. его Astronomie, T. III, p. 575) изъ многихъ наблюденій, что величина m достигаетъ лѣтомъ отъ 0,05 до 0,06, а зимою въ пасмурную погоду, отъ 0,14 до 0,15; но почти всегда для m можно принимать количество 0,08, уменьшающееся лѣтомъ на 0,02 и на столько же увеличивающееся зимою.

Гораздо замѣчательнѣйшіе результаты найдены были нашимъ г. академикомъ Струве, дѣлавшимъ въ Дерптѣ строжайшія наблюденія въ продолженіи 15 мѣсяцовъ. Имъ открыто было, что земная рефракція измѣняется въ продолженіи каждыхъ сутокъ, и что такія суточныя ея измѣненія гораздо значительнѣе періодическихъ годовыхъ. При восхожденіи и захожденіи солнца рефракція бываетъ наибольшею, а во время полдня наименьшею; переходъ же отъ наибольшей величины къ наименьшей и обратно дѣлается постепенно. Всего же замѣчательнѣе найдено было симъ ученымъ, что рефракція во всякомъ мѣсяцѣ года, (исключая тѣхъ, когда земля покрыта снѣгомъ), бываетъ почти одинакова при равныхъ высотахъ солнца; такъ на прим. при высотѣ 10° рефракція будетъ таже самая въ Іюлѣ и въ Ноябрѣ. Въ тѣ же мѣсяцы, когда земля покрыта снѣгомъ, рефракція оказывается нѣсколько значительнѣе (*).

(*) См. Breitengradmessung von Struve, B. I, S. 343 — 360. Весьма любопытно было бы знать, что выполняется ли этотъ замѣчательный законъ въ странахъ, лежащихъ подъ другими широтами.

§ 196. Изъ всего сказаннаго о коефиціентѣ рефракціи можно заключить, что для совершенно точнаго опредѣленія разности уровней двухъ точекъ, необходимо должно измѣрять взаимныя зенитныя разстоянія. Когда исполненіе этого въ одно и тоже время окажется невозможнымъ, или затруднительнымъ, тогда можно довольствоваться наблюденіями взаимными, но не одновременными, соблюдая однакоже по мѣрѣ возможности, чтобы эти наблюденія дѣлаемы были при равныхъ высотахъ солнца и при одинаковомъ состояніи атмосферы.

Когда случится надобность опредѣлять изъ какой либо точки стоянія зенитныя разстоянія нѣсколькихъ точекъ, тогда для ускоренія дѣйствія, достаточно измѣрять *одновременно* взаимныя зенитныя разстоянія только для одной изъ нихъ, а для прочихъ простыя зенитныя разстоянія. Такъ какъ безъ значительной погрѣшности, можно предполагать, что въ продолженіи всего этого дѣйствія рефракція не измѣнилась, то опредѣливъ сперва изъ взаимныхъ наблюденій количество m, получать потомъ возможность вычислить съ требуемою степенью точности высоты всѣхъ точекъ посредствомъ урав. (1), вводя въ него вмѣсто r величину, получаемую изъ урав. $r = mC$ и подставляя вмѣсто m найденное количество.

§ 197. Впрочемъ урав. (1) можетъ быть развернуто и приспособлено, именно для этого случая: вставивъ въ него $r = mC$, и изобразивъ для сокращенія величину $z - (\frac{1}{2} - m)C$ чрезъ ψ, получимъ

$$x = k\frac{\cos\psi}{\sin(\psi - \frac{1}{2}C)} = \frac{k.\cot\psi}{\cos\frac{1}{2}C\,(1 - \cot\psi.\tang\frac{1}{2}C)},$$

развернувъ выраженіе $\sin(\psi - \frac{1}{2}C)$, и сокративъ всю дробь на $\sin\psi.\cos\frac{1}{2}C$. Перенесемъ множитель $1 - \cot\psi.\tang\frac{1}{2}C$, изъ знаменателя въ числитель, возведя его въ степень -1, и какъ ψ весьма мало разнствуетъ отъ z (и отъ 90°), а величины $\cot\psi$ и C суть весьма малыя, то можемъ отбросить вторыя ихъ степени:

$$x = \frac{k.\cot\psi}{\cos\frac{1}{2}C} = \frac{k}{\cos\frac{1}{2}C}.\cot[z - (\tfrac{1}{2} - m)\,C]$$

$$= \frac{k}{\cos\frac{1}{2}C}.\frac{\cot z + \tan g(\frac{1}{2} - m)\,C}{1 - \cot z.\tan g\,(\frac{1}{2} - m)C}.$$

Возведя знаменатель опять въ степень -1, отбросивъ члены содержащіе въ себѣ $\tan g(\frac{1}{2} - m)\,C$ въ степени выше первой, а потомъ принявъ $\tan g(\frac{1}{2} - m)\,C$ равнымъ длинѣ его дуги, получимъ

$$x = \frac{k}{\cos\frac{1}{2}C}\left[\cot z + (\tfrac{1}{2} - m).\frac{k.\operatorname{cosec}^2 z}{R}\right]$$

подставя $\frac{k}{R}$ вмѣсто $C\sin 1''$. Наконецъ

$$x = \frac{k.\cot z}{\cos\frac{1}{2}C} + \frac{k^2\,(\frac{1}{2} - m)}{R\cos\frac{1}{2}C.\sin^2 z}. \quad .. \quad .(7).$$

Поелику въ большей части случаевъ можно принять $\cos\frac{1}{2}C$ за единицу, и даже $\sin^2 z = 1$, то

$$x = k.\cot z + \frac{k^2}{R}.(\tfrac{1}{2} - m) \quad .. \quad .. \quad ..(8).$$

Въ послѣдствіи мы предложимъ примѣръ вычисленія по этой формулѣ.

§ 198. Урав. (5) выражаетъ разность уровней $x = ON$ (чер. 149) двухъ точекъ M и O, изъ коихъ наблюдаемы были взаимныя зенитныя разстоянія z и z'. Оно было выведено изъ рѣшенія прямолинейнаго треуг-ка MON; k представляло въ немъ хорду MN. Тоже можно сказать объ урав. (1), (7) и (8). Для приложенія сихъ формулъ къ нивеллированію точекъ триг. сѣти, должно положить хорду MBN равною дугѣ *mn*, которая есть не что иное, какъ одинъ изъ боковъ сѣти, проложенной на сфероидальную поверхность морскаго уровня. Ясно, что такое предположеніе не имѣетъ ощутительнаго вліянія на точность величины x, весьма малой въ отношеніи къ общей величинѣ земли.

Но въ самомъ дѣлѣ, дуга *mn* различествуетъ отъ хорды MN; ибо если примемъ $k =$ дугѣ *mn*, то точность величины x

22 *

въ томъ только случаѣ не измѣнится, когда обѣ точки мало возвышены надъ поверхностію моря. Изобразимъ длину дуги *man* чрезъ *a;* величина сія будетъ извѣстна изъ вычисленія треуг-въ сѣти; будемъ имѣть

$$Cm : mbn :: CM : MBN, \text{ или } R : \alpha :: R + h : k,$$

положивъ хорду $mbn = \alpha$, и высоту $Mm = h$ надъ поверхностію моря; сія высота есть величина извѣстная, по крайней мѣрѣ приближенно. И такъ

$$k = \frac{\alpha(R + h)}{R} = \alpha\left(1 + \frac{h}{R}\right);$$

но выраженіе длины хорды α стягивающей дугу a, какъ извѣстно (см. § 145), есть слѣдующее:

$$\alpha = a - \frac{a^3}{24 . R^2};$$

а посему $$k = a\left(1 + \frac{h}{R}\right)\left(1 - \frac{a^2}{24R^2}\right) \qquad (9).$$

Такова величина k, которую должно вводить въ предыдущія уравненія. Но какъ, вычисленія производятся обыкновенно посредствомъ логариѳмовъ, то развернемъ логариѳмы обоихъ двучленовъ по формулѣ 23 стр. 4, и отбрасывая члены 2-го порядка, какъ величины весьма малыя, получимъ

$$\log k = \log a + \frac{Mh}{R} - \frac{Ma^2}{24R^2}. \qquad (10),$$

гдѣ M есть модуль. Подъ широтою 45°, найдемъ въ метрахъ

$$\log\frac{M}{R} = \bar{8}.8338670, \ \log\frac{M}{24R^2} = \overline{16}\ 6497385$$

сіи же величины, выраженныя въ саженяхъ, будутъ

$$\log\frac{M}{R} = \bar{7}\ 1629719, \ \log\frac{M}{24R^2} = \overline{15}.3079483 \ (*).$$

Вычислимъ теперь примѣръ по урав. (8):

(*) Здѣсь принимаемъ $R = \frac{2Q}{\pi}$ и вмѣсто Q подставляемъ величину предложенную на стр. 329.

Въ Парижѣ изъ Пантеона, наблюдаемо было зенитное разстояніе верхней точки колокольни въ Vêlizy, и найдено было $z = 89^\circ\,48'\,33''$; длина же проложенія дуги, соединяющей обѣ сіи точки, изъ дѣйствій геодезическихъ оказалась $a = 13321$ метр. Требуется опредѣлить разность x уровней обѣихъ данныхъ точекъ. Примемъ $m = 0{,}08$, и $h = 144$ метр. (по точнѣйшимъ наблюденіямъ, высота вершины купола Пантеона надъ поверхностію океана, найдена $= 143{,}8$).

a	4.1245368	постоян.	$\bar{8}.83387$	3-й членъ урав. (10) не даетъ никакого результата.	
поправ. $=$	0.0000098	$h = 144$	2.15836		
k .	4.1245466		$\bar{6}.99223$		
cot$z$	7.5225332	поправка $=$ 0,0000098			
	1.6470798	44,369 метр.		k^2	8.2490932
		11,707		0,42	$\bar{1}.6232493$
				R .	. — 6.8039173
		разность уровней $x =$ 56,076		11,707	1.0684252

Такъ какъ дуга $\frac{1}{2}$C составляетъ здѣсь только $3'\,36''$, то знаменатель cos$\frac{1}{2}$C можетъ быть принятъ за 1-цу, а потому и можно употреблять урав. (8).

§ 199. Въ странахъ гористыхъ, высота точекъ надъ поверхностію океана бываетъ такъ значительна, что невозможно принимать длину хорды k равною боку a тригоном. сѣти, въ истинѣ чего можемъ убѣдиться изъ урав. (10), въ коемъ высота h имѣетъ значительное вліяніе на длину опредѣляемой хорды k. Тоже можно сказать и о томъ случаѣ, когда разстояніе a между двумя точками весьма велико. Слѣд. можно предположить $k = a$ только въ странахъ ровныхъ, и когда разстояніе точекъ не превышаетъ 15000 метр. (около 15 верстъ). Впрочемъ изъ урав. (10) можемъ узнать, дѣйствительно ли можно принимать $k = a$.

§ 200. Займемся теперь доставленіемъ урав. (5) вида, болѣе удобнаго для вычисленія. Положивъ $v = \frac{1}{2}(z' - z) =$ уг. OMN (чер. 149), урав. (5) обратится въ

$$x = \frac{k \sin v}{\cos(v + \frac{1}{2}C)} = \frac{k \sin v}{\cos v . \cos \frac{1}{2}C - \sin v \sin \frac{1}{2}C}$$

$$= \frac{k \operatorname{tang} v}{\cos \frac{1}{2}C\,(1 - \operatorname{tang} v \operatorname{tang} \frac{1}{2}C)}.$$

Развернувъ степень -1 двучлена, получимъ

$$x = \frac{k . \operatorname{tang} v}{\cos \frac{1}{2}C}(1 + \operatorname{tang} v . \operatorname{tang} \frac{1}{2}C + \text{и пр.}) . \quad ..(11).$$

Углы v и $\frac{1}{2}C$ столь малы, что 2-й членъ почти всегда можетъ быть отброшенъ, а потому

$$x = k . \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2}(z' - z)}{\cos \frac{1}{2}C} . \qquad \qquad (12).$$

Возьмемъ для примѣра наблюденіе г. Пейтье на Pic-du-Midi de Bigorre и въ Monterpé. Измѣренныя имъ зенитныя разстоянія оказались

1-й точки	$z' = 92°\,14'\,32'',5$	
2-й	$z = 87.\ 58.\ 27,\ 4$	разстоян. $a = 27570,4$ метр.
	$z' - z = 4.\ 16.\ 5,\ 1$	высота h надъ поверхностію моря почти $= 1850$ метр.
	$v = \frac{1}{2}(z' - z) = 2.\ 8.\ 2,\ 5$	

1-й чл. a	4.4404486	пост.	$\overline{8}.83387$	пост.	$\overline{16}.6497-$
2-й.	0.0001262	h	3.26717	a^2	8.8809
3-й	$-$ 0.0000003		$\overline{4}.10104$		$\overline{7}.5306-$
k	4.4405745		0,0001262		$-$ 0,0000003
tang v	8.5712783				
$\cos\frac{1}{2}C$	$-$ 9.9999990	a	4.44057		
x.	3.0118538	доп. $\sin 1''$	5.31443		
		R	$-$ 6.80388		
		C	2.95112		

$x = 1027,67$ метр.
$=$ разности уровней обѣихъ точекъ

$C = 893'',55 = 14'\,53'',55$
$\frac{1}{2}C = 7'\,26'',77.$

§ 201. До сихъ поръ мы предполагали, что при измѣреніи зенитныхъ разстояній, лучи зрѣнія направлялись на мѣста занятыя инструментами. Выполнить это съ совершенною строгостію, можно не иначе, какъ съ помощію геліотроповъ (§ 117). Но если на опредѣляемыхъ пунктахъ находятся сигналы въ видѣ пирамидъ, башни, колокольни и т. п., то верхушки ихъ принимаются по большей части за точки визированія, а наблюдатели помѣщаясь внизу съ угломѣрными орудіями, измѣряютъ углы, которые потомъ требуютъ поправки. Пусть будетъ C (чер. 110) вершина сигнала, наблюдаемаго изъ A, а O то мѣсто, гдѣ находится наблюдатель визирующій на A. Это мѣсто ниже точки C величиною OC $= h$, и измѣренный уг. $AOZ = Z$ долженъ быть замѣненъ угломъ $ACZ = z$. Требуется опредѣлить разность A сихъ угловъ. Поелику $AC : OC :: \sin O : \sin A$, то по выраженіи малой дуги A въ секундахъ (стр. 6), и положивъ $AC = a$, получимъ

$$A = \frac{h \sin Z}{a \sin 1''},\ ZCA = z = Z + A.$$

Такъ на прим. предположимъ, что дѣлая взаимныя и одновременныя наблюденія, инструментъ ставили въ точкахъ M и O (чер. 149), и изъ M визировали не на O, но на точку i, а изъ O на точку i', при чемъ было $Oi = h' = 89{,}9$ дюйм., а $Mi' = h = 88{,}6$ дюйм. Измѣренное зенитное разстояніе найдено было при точкѣ M, т. е. уг. $PMi = Z = 89°\ 41'\ 30'',6$, а при точкѣ O, т. е. уг. $i'OZ = Z' = 90°\ 21'\ 43'',6$. Здѣсь очевидно надлежитъ измѣренные углы привести къ точкамъ i и i', т. е. опредѣлить при точкѣ i' уг. $z = Z + \frac{h \sin Z}{k \sin 1''}$, а при точкѣ i уг. $z' = Z' + \frac{h' \sin Z'}{k \sin 1''}$, гдѣ k означаетъ разстояніе между обѣими точками, которое было $= 397050$ дюйм., а по выраженіи его въ секундахъ дуги, найдено было $C = 0°\ 5'\ 26'',8$. Предлагаемъ здѣсь весь ходъ вычисленія:

h....	1.94743	h' ..	1.95376
$\sin Z$..	.9.99999	$\sin Z'$....	9.99999
доп. k....	$\bar{6}$.40116	.	$\bar{6}$.40116
доп. $\sin 1''$....	5.31443		5.31443
A....	1.66301	A'....	1.66934

$$Z = 89^\circ\,41'\,30'',6 \qquad Z' = 90^\circ\,21'\,43'',6$$
$$A = \quad +46,\,03 \qquad A' = \quad +46,\,7$$
$$z = 89.\,42.\,16,\,63 \qquad z' = 90.\,22.\,30,\,3$$

Разность же уровней и величину рефракціи между точками i и i', вычисляемъ по формуламъ (5) и (4)

$$z' = 90^\circ\,22'\,30'',30$$
$$z = 89.\,42.\,16,\,63$$
$$z'-z = 0.\,40.\,13,\,67 \qquad k\ldots 5.5988452$$
$$\tfrac{1}{2}(z'-z) = 0.\,20.\,\;6,\,835 \ldots\ldots \sin\ldots 7.7672203$$
$$\tfrac{1}{2}C = 0.\;\;2.\,43,\,400$$
$$\tfrac{1}{2}(z'-z+C) = 0.\,22.\,50,\,235 \ldots \text{доп.}\cos\ldots 0.0000096$$
$$x\ldots 3.3660751$$

$x = 2323{,}14$ дюйм. $= 27$ с. 4 ф. $7{,}14$ д.

$$z+z' = 180^\circ\,4'\,46'',93$$
$$\tfrac{1}{2}(z+z'-180) = 0.\,2.\,23,\,465$$
$$\tfrac{1}{2}C = 0.\,2.\,43,\,400$$
$$r = 0.\,0.\,19,\,935$$
$$m = \frac{r}{C} = \frac{19{,}935}{326{,}8} = 0{,}061.$$

§ 202. Если же встрѣтится невозможность дѣлать наблюденіе изъ точки O, находящейся на вертикальной линіи OZ сигнала, тогда должно помѣстить инструментъ сколь можно ближе отъ онаго въ точкѣ O (чер. 111), лежащей въ плоскости вертикальной BOA, проходящей чрезъ точку A и чрезъ сигналъ B, который предположимъ находящимся въ одной горизонтальной плоскости съ точкою O. Эта вертикальная плоскость пересѣкаетъ горизонтъ по линіи BO. Для полученія величины угла ABZ′, надобно исправить наблюдаемый уг. AOZ $=$ Z; проведя OD параллельно къ AB, уг. DOA $=$ OAB изобразитъ искомую разность A.

Но $\qquad AB : OB :: \sin AOB : \sin A,$

откуда $\qquad A = \dfrac{m.\cos Z}{a.\sin 1''},\quad ABZ' = DOZ = Z + A,$

положивъ OB $= m$. Когда точка стоянія O позади B, то

$\cos Z$ сдѣлается отрицательнымъ, и тогда $ABZ' = Z - A$. Очевидно, что если вершина сигнала находится не въ точкѣ B, (т. е. не на одномъ уровнѣ съ точкою O), но въ точкѣ C, то должно найденный результатъ, исправить какъ выше показано.

Наконецъ, если нѣтъ возможности помѣститься и въ вертикальной плоскости, проходящей чрезъ сигналы A и B, и представляется необходимость занять точку G, то можно предположить, что точка стоянія находится въ O, принявъ $AO = AG$, ибо линіи AO и AG равно наклонены къ горизонтальной плоскости BOG. Величина AG получится изъ треуг-ка ABG, (по извѣстнымъ $AB = a$, BG и углу BGA), посему OB будетъ равно разности горизонтальныхъ проложеній AB и OA (*).

Такъ какъ по малой величинѣ поправки A, не требуется при опредѣленіи оной знать длину разстоянія $AB = a$ съ строгою точностію, то достаточно вмѣсто сей величины a подставлять длину горизонтальнаго проложенія между обѣими нивеллируемыми точками.

§ 203. Когда съ вершины O (чер. 149) виденъ горизонтъ моря M, тогда по измѣренному углу $MOZ = z$, между отвѣсною OZ и касательною OM, проведенною изъ точки наблюденія къ поверхности моря, можно будетъ опредѣлить высоту точки O надъ сею поверхностію; эта высота называется *альтитудою* (altitude, ou hauteur absolue). И въ самомъ дѣлѣ, въ треуг-кѣ MOC, прямоугольномъ въ M, внѣшній уг. $MOZ = z + r$ и также $= 90° + C$, откуда

$$z + r = 90° + C;$$

(*) Легко замѣтить, что какое бы мѣсто ни было занято инструментомъ, при вычисленіи поправки измѣреннаго зенитнаго разстоянія, встрѣтится всякой разъ надобность знать предварительно высоту сигнала. Эта высота найдется посредствомъ простыхъ началъ простой Геометріи, почему мы и не считаемъ за нужное распространяться о способахъ опредѣленія оной (см. Lehrbuch der praktischen Geometrie von Ulrich, § 560).

но изъ того же треуг-ка MOC, $CM = CO.\cos C$, и какъ ON $= x = CO - CN$, то

$$x = \frac{CM}{\cos C} - CN = CM\left(\frac{1 - \cos C}{\cos C}\right),$$

откуда въ слѣдствіе формулы (9) стр. 3, получимъ

$$x = R\,\frac{\tang\frac{1}{2}C.\sin C}{\cos C} = R\tang\tfrac{1}{2}C.\tang C = \tfrac{1}{2}R\tang^2 C,$$

ибо если имѣемъ весьма малую дугу, какъ на прим. αy, то $\tang \alpha y = \alpha \tang y$. Но мы прежде получили

$$C = z + r - 90°,$$

и какъ r есть величина весьма малая, то вмѣсто $r = mC$, можно взять $r = m(z - 90°)$. Подставя сію величину въ выраженіе C, получимъ $C = (m + 1)(z - 90°)$, а сію послѣднюю въ выраженіе x, будетъ

$$x = \tfrac{1}{2}R(m + 1)^2 \tang^2(z - 90°). \quad .. \quad (14).$$

Это уравненіе даетъ величину *альтитуды*. При рѣшеніи надлежитъ величину коеффиціента m, опредѣлить изъ современнаго наблюденія зенитныхъ разстояній (§ 196), или просто положить $= 0{,}08$. Если примемъ сію послѣднюю величину, то получимъ

$$x = 0{,}5832.R\tang^2(z - 90°). \quad .. \quad (15).$$

§ 204. Но какъ поверхность океана подвержена измѣненію отъ *прилива* и *отлива*, то уг. z долженъ быть измѣренъ какъ во время возвышенія, такъ и во время пониженія воды, и изъ сихъ наблюденій должна быть взята средняя величина для z, которую потомъ надлежитъ вводить въ вычисленіе. Таковъ способъ для опредѣленія высоты точки O надъ среднимъ уровнемъ моря, который бы оно имѣло, еслибы не было подвержено вліянію солнца и луны.

Впрочемъ, по причинѣ чрезвычайной измѣняемости коеффиціента m, происходящей отъ испареній надъ поверхностію моря, нельзя безусловно полагаться на этотъ способъ, и должно ему предпочитать нивеллированіе топографическое.

§ 205. Положивъ $m = 0{,}08$ въ урав. (14) (чер. 149), получимъ

$$\text{tang}(z - 90^\circ) = \frac{1}{1{,}08}\sqrt{\left(\frac{2}{R}\right)} \times \sqrt{x}.$$

Если чрезъ точку O проведемъ горизонтальную линію (перпендикулярную къ отвѣсной ZC), то уг. θ, образуемый ею съ MO, будетъ $= z - 90^\circ$. Сей уголъ между видимымъ и истиннымъ горизонтами точки O, называется *пониженіемъ горизонта* (dépression de l'horizon). Но какъ уг. θ всегда весьма малъ, то можно замѣнить тангенсъ дугою. И такъ, предполагая, что θ означаетъ число секундъ сей дуги, подстановимъ $\theta \sin 1''$ вмѣсто $\text{tang}(z - 90^\circ)$ и получимъ

$$\theta = \frac{1}{1{,}08 . \sin 1''}\sqrt{\left(\frac{2}{R}\right)}\sqrt{x} = \text{H}.\sqrt{x} \qquad (16).$$

Здѣсь R и x должны быть выражены въ одной и той же линейной мѣрѣ. Такимъ образомъ, если примемъ $R = 20888652$ англійс. футамъ, то получимъ $\log H = 1.7715610$.

И такъ, когда на морѣ наблюдаютъ высоту свѣтила, измѣряя уголъ между нимъ и видимымъ горизонтомъ, то должно вычесть малый уг. θ, для опредѣленія истинной высоты, относительно къ истинному горизонту точки наблюденія. Сначала опредѣляется въ англійс. футахъ, высота x палубы корабля надъ поверхностію воды, потомъ вычисляется поправка θ. Какъ высота x, такъ и поправка θ постоянна для одного и того же корабля, при предположеніи, что коеффиціентъ рефракціи $m = 0{,}08$ (*).

(*) Пусть h будетъ измѣренное съ палубы корабля разстояніе свѣтила отъ края моря: видимая высота этого свѣтила, исправленная отъ пониженія горизонта будетъ $y = h - \theta$. Но если въ тотъ же самый моментъ измѣримъ разстояніе того же свѣтила отъ противоположной точки горизонта и положимъ величину сей дуги $= h'$, то видимая величина сей дуги, исправленная отъ той же погрѣшности, будетъ $180^\circ - y = h' - \theta$. Сумма сихъ уравненій даетъ

$$2\theta = (h + h') - 180^\circ.$$

И такъ, если изъ суммы вышесказанныхъ дугъ вычтемъ 180°, то

Для мореходства, эта формула превращается въ таблицы, изъ которыхъ прямо получается величина θ по извѣстной высотѣ x (см. Astron. pratique par Francoeur; также Кораблевожденіе соч. Зеленаго, стр. 110).

§ 206. Для опредѣленія длины земной дуги $MN = k$ (чер. 155), на разстояніи которой лучь зрѣнія MO достигаетъ края моря, должно замѣтить, что число секундъ сей дуги будетъ равно углу $DOM = \theta$, а потому (§ 193) $k = \theta R \sin 1''$. Подставя вмѣсто θ выраженіе изъ урав. (16), получимъ

$$k = \frac{\sqrt{2R}}{1{,}08} . \sqrt{x} = B\sqrt{x} \qquad \ldots \quad .(17).$$

Выражая x въ англ. футахъ, а k въ саженяхъ получимъ

$$\log B = 2.9319484.$$

Очевидно, что урав. (17) служитъ для опредѣленія разстоянія k, на какомъ низьменный берегъ начинаетъ быть видимъ съ корабельной палубы.

§ 207. Если вникнемъ надлежащимъ образомъ въ теорію нивеллированія, то легко поймемъ, что разности уровней всѣхъ точекъ триг. сѣти, могутъ быть вычислены, когда будутъ измѣрены ихъ зенитныя разстоянія, если возможно взаимныя и даже одновременныя. Доведя сѣть до такой точки, изъ коей можно видѣть поверхность моря, опредѣлится высота этой точки надъ среднимъ его уровнемъ, а потомъ высоты и всѣхъ прочихъ точекъ. Такимъ образомъ Корабёфъ составленною имъ триг. сѣтью, чрезъ всю цѣпь Пиринеевъ, доказалъ вопреки господствовавшему дотолѣ мнѣнію, что уровни Западнаго океана и Средиземнаго моря находятся совершенно на одной высотѣ.

разность выразитъ удвоенную величину погрѣшности отъ пониженія горизонта; при чемъ должно замѣтить, что результатъ такимъ образомъ найденный во все не будетъ зависѣть отъ коеффиціента рефракціи. Этимъ объясняется одно изъ важныхъ преимуществъ употребленія на морѣ призматическаго круга предъ секстантомъ (см. § 102).

§ 208. Въ заключеніе считаемъ полезнымъ присовокупить, что Лапласъ въ 3-мъ прибавленіи къ своему сочиненію: Théorie analytique des probabilités, доказалъ необходимость брать точки стоянія при геодезическомъ нивеллированіи сколько возможно ближе однѣ отъ другихъ. Такимъ образомъ, если страна покрыта всѣми 3-мъ разрядами триг. сѣти, то для опредѣленія разностей уровней всѣхъ точекъ, преимущественно должно брать за послѣдовательныя точки стоянія вершины треуг-въ 3-го разряда, что составляетъ правило совершенно противное тому, которымъ руководствуются при составленіи тригоном. сѣти.

§ 209. Иногда встрѣчается надобность произвести геодезическую нивеллировку въ такой странѣ, которая не покрыта тригонометрическою сѣтью, подобно какъ случилось у насъ въ Россіи, когда Императорская Академія наукъ для рѣшенія возникшаго спора о разности уровней морей Чернаго и Каспійскаго, отправила въ 1836 году ученую коммиссію, состоявшую изъ гг. Савича, Саблера и Фусса, для пронивеллированія всего пространства между сими морями. Такъ какъ эту нивеллировку надобно было дѣлать въ степи, большею частію безлѣсной и безлюдной, и на протяженіи почти 700 верстъ, то г. Струве, имѣя въ виду съ одной стороны устранить издержки на постройку сигналовъ триг. съемки, а съ другой ускорить самую работу, предложилъ опредѣлять разстоянія между нивеллируемыми пунктами посредствомъ особаго пріема, заслуживающаго вниманія.

Нивеллируемые пункты выбирались въ разстояніи отъ 6 до 7 верстъ одинъ отъ другаго. На каждой изъ этихъ точекъ, ставили двухъ саженный брусъ, сверху коего прикрѣплена была жестяная бляха съ обѣихъ сторонъ вычерненная; по срединѣ ее означенъ былъ бѣлою краскою кружокъ, служившій мѣтою для визированія, а на брусѣ начиная отъ центра кружка сдѣланы были дѣленія, выражавшія англ. дюймы. При измѣреніи зенитныхъ разстояній, угломѣрный инструментъ ставили на штативѣ, подлѣ такого сигнальнаго бруса, и по сдѣланіи наблюденія замѣчали какое его дѣленіе находилось на одной высотѣ съ центромъ инструмента.

Узнавъ такимъ образомъ, на сколько именно точка визированія выше инструмента, легко было потомъ каждое измѣренное зенитное разстояніе привести къ сей точкѣ, руководствуясь изложеннымъ въ § 201 и 202.

Пусть M, N, P (чер. 105) будутъ избранные пункты: для опредѣленія между ними разстояній MN, NP измѣрялись базисы AB, A′B′ около 200 саж. длины. Каждый изъ нихъ, на прим. AB, выбирался такъ, чтобы онъ находился по мѣрѣ возможности по рединѣ между точками M, N, и въ направленіи почти перпендикулярномъ къ линіи MN ихъ соединяющей. Въ треуг-хъ MAB, ABN, NA′B′..... измѣрялись угломѣрнымъ снарядомъ всѣ углы, (при чемъ соблюдалось, чтобы острые углы сихъ треуг-въ опредѣлены были съ особенною тщательностію и точнѣйшими инструментами), и сверхъ того въ каждомъ изъ опредѣляемыхъ пунктовъ, на прим. N, углы между линіями MN и NP. Послѣ чего получалась возможность чрезъ вычисленіе опредѣлить не только длину линій MN, NP ., но и положеніе самыхъ точекъ M, N, P ..

На оконечностяхъ каждаго базиса ставили по весьма прочному треножнику въ $\frac{1}{2}$ сажени высоты, имѣвшему снизу перекладины, которыя прикрѣплялись колушками къ землѣ, дабы онъ не измѣнялъ своего положенія. По срединѣ его доски имѣлось круглое отверстіе, въ которое, при измѣреніи горизонтальныхъ угловъ, вставлялся цилиндрическій брусокъ съ кружкомъ, одинаковымъ съ описаннымъ выше. Послѣ того провѣшивъ измѣряемую линію кольями, которые ставили вертикально въ разстояніи около 30 шаговъ одинъ отъ другаго, натягивали насмоленый шнуръ между обѣими концами базиса, какъ представлено на чер. 173, при чемъ соблюдалось, во 1-хъ) чтобы сей шнуръ проходилъ надъ срединою вышесказанныхъ отверстій, сдѣланныхъ въ треножникахъ, и во 2-хъ) чтобы точки N, N′, N″ въ которыхъ колья обвязывались шнуромъ находились по направленію одной и той же прямой линіи. Длина сего шнура, заключающаяся между центрами отверстій треножниковъ, принимаемыми за оконечности базиса, измѣрялась двухъ саженымъ деревяннымъ жезломъ (въ 2 дюйма шириною и 4 толщиною) (*). Но какъ шнуръ по собственной своей тяжести образовалъ между каждыми двумя кольями N, N′, вогнутую линію, то для опредѣленія искомой длины базиса, необходимо было чрезъ вычисленіе сперва найдти избытокъ длины сей кривой линіи надъ хордою, соединяющею ея концы, а потомъ сумму тѣхъ хордъ, выражающую длину прямой ANN′N″ привести на плоскость горизонта.

Линія NBN′ (чер. 163), образуемая шнуромъ между каждыми двумя кольями, есть собственно цѣпная линія; но въ разсматриваемомъ нами случаѣ безъ чувствительной погрѣшности можно ее принимать за дугу круга, коего радіусъ изобразимъ чрезъ R. Пусть a будетъ измѣренная длина сей линіи NBN′, α длина хорды NCN′, и наконецъ b высота CB сегмента, выражающая на сколько средина шнура ниже линіи NN′, соединяющей ея концы (**). Для опредѣленія избытка y длины дуги надъ ея хордою, имѣемъ (см. урав. [A] § 145)

$$y \text{ или } a - \alpha = \frac{a^3}{24R^2}.$$

Для исключенія отсюда R, замѣтимъ, что хорда NB есть средняя пропорціональная между діаметромъ 2R и отрѣзкомъ CB, (ибо линія CB перпендикулярна къ NN′), т. е.

$$(BN)^2 = 2R \times b, \text{ откуда } R = \frac{(NB)^2}{2b};$$

(*) При самомъ измѣреніи жезлъ приставлялся снизу шнура, а сей послѣдній слегка натягивался вдоль его длины; послѣ чего означали на немъ, остріемъ перочиннаго ножа, черту, возлѣ оконечности жезла.

(**) Высота каждаго изъ таковыхъ сегментовъ CB опредѣлялась тотчасъ по измѣреніи длины всего шнура, слѣдующимъ образомъ: одинъ изъ наблюдателей приставя вертикально къ срединѣ шнура между каждыми двумъ кольями линейку, на коей означены были дюймы, поднималъ ее къ верху до тѣхъ поръ, пока верхній ея конецъ не касался до луча зрѣнія другаго наблюдателя, направлявшаго его чрезъ точки N, N′.

но по малой выпуклости дуги, можно хорду BN принимать равною дугѣ $= \frac{1}{2}a$, отъ чего будетъ

$$R = \frac{a^2}{8b}.$$

Подставя сію величину въ вышепредложенное урав., по сокращеніи получимъ

$$y = \frac{8b^2}{3a}.$$

Таково выраженіе поправки длины измѣреннаго шнура между какими либо двумя кольями. Сумма таковыхъ поправокъ, будучи вычтена изъ всей длины шнура выразитъ длину d прямой, сѣединяющей оба конца базиса. Если означимъ уголъ наклоненія сей прямой чрезъ i, то длина искомаго базиса, получится если изъ d вычтемъ $2d \sin^2 \frac{1}{2}i$ (см. § 121).

Касательно же наблюденія зенитныхъ разстояній должно присовокупить, что они дѣлаемы были въ слѣдующемъ порядкѣ: въ то время, когда одинъ изъ наблюдателей въ N (чер. 105) измѣрялъ зенитныя разстоянія точекъ B и B′, т. е. оконечностей двухъ базисовъ, другіе два наблюдателя изъ B и B′ измѣряли зенитное разстояніе точки N. Сверхъ того, изъ N опредѣлялось зенитное разстояніе какъ точки M, такъ и точки P; изъ B′ точки P, а изъ B точки M. Такимъ образомъ найдя коеффиціентъ рефракціи изъ наблюденій взаимныхъ и одновременныхъ, дѣланныхъ въ точкахъ B, N и N B′, опредѣлялась величина рефракціи $r = mC$ при точкѣ N для измѣренныхъ зенитныхъ разстояній точекъ M и P. Изъ чего явствуетъ, что разность уровней оконечностей нивеллированія выводилась изъ нѣсколькихъ рядовъ наблюденій, изъ коихъ одинъ былъ взаимный и одновременный, а другіе хотя и не взаимные, однако будучи основаны на наблюденіяхъ, произведенныхъ изъ точекъ, находящихся по срединѣ между сигналами, приводили къ окончательному результату, имѣвшему удовлетворительную точность, ибо на него дѣйствовала лишь разность между рефракціями. Еслибы наблюдатель каждый разъ находился дѣйствительно по срединѣ между сигналами, и коеффиціенты рефракціи были бы въ обѣ стороны равные, то очевидно, что погрѣшность въ рефракціи не имѣла бы никакого вліянія на результатъ.

—

ГЛАВА VIII.

О барометрическомъ нивеллированіи.

а) УСТРОЙСТВО БАРОМЕТРОВЪ.

§ 210. *Барометромъ* называется инструментъ, служащій для измѣренія давленія атмосферы. Все устройство барометра основано на томъ, чтобы одна часть поверхности какой нибудь жидкости, на прим. ртути, была освобождена отъ давленія воздуха, и возвышаясь надъ уровнемъ остальной ея части, высотою столба чрезъ то образовавшагося, могла служить мѣрою давленія атмосферы на прочія части ртути (*). Для достиженія этого, употребляется: или во 1-хъ) прямая стеклянная трубка, длиною нѣсколько болѣе 30 дюймовъ, съ одного конца запаянная, наполненная ртутью, и опрокинутая открытымъ своимъ концемъ въ сосудецъ наполненный также ртутью; или во 2-хъ), стеклянная же трубка одинаковой длины съ вышеупомянутою, съ одного конца запаянная, а съ другаго загнутая въ видѣ сифона и наполненная ртутью. Если та или другая трубка будетъ приведена въ отвѣсное положеніе, то ртуть не много опустится въ запаянномъ ея концѣ, а ртутный столбецъ, коего высота измѣряемая въ 1-мъ случаѣ отъ поверхности ртути въ чашечкѣ,

(*) Должно замѣтить, что нѣтъ надобности, чтобы часть ртути служащая основаніемъ ртутному столбу и освобожденная отъ давленія воздуха, была равна поверхности претерпѣвающей давленіе, и слѣд. служащей основаніемъ воздушному столбу, ибо на основаніи *Паскалева парадокса* (см. Физику Перевощикова § 49, 3-е) давленіе жидкости пропорціонально только высотѣ столба, но не его основанію.

а во 2-мъ отъ уровня поверхности ея въ маломъ рукавѣ, будетъ очевидно равенъ вѣсу всего атмосфернаго столба, давящаго на ртуть въ чашечкѣ, или въ открытомъ рукавѣ трубки. Перваго устройства барометръ называется *барометромъ съ чашечкою* (à cuvette), а втораго *барометромъ сифоннымъ*. Ясно, что сей послѣдній, совершенно сходствуетъ съ вѣсами, на одну чашку коихъ давитъ столбъ атмосферы и приводится въ равновѣсіе давленіемъ столба ртути на другую чашку.

§ 211. Примѣненіе сихъ общихъ идей къ техническому устройству барометровъ весьма разнообразно. Общія же правила соблюдаемыя при устройствѣ всѣхъ барометровъ безъ исключенія, суть слѣдующія:

1-е) Ртуть, употребляемая вообще́ для дѣланія барометровъ, по причинѣ значительнаго вѣса въ сравненіи съ другими жидкостями, и потому не требующаго длинныхъ трубокъ, должна быть совершенно очищена отъ постороннихъ веществъ, какъ то: олова, свинца и проч.

2-е) Воздухъ долженъ быть совершенно извлеченъ изъ трубки запаянной сверху герметически, ибо это составляетъ главное условіе, на которомъ основывается все устройство барометровъ. Для достиженія этого, сперва кипятятъ ртуть, чрезъ что изгоняется весь воздухъ въ ней находящійся; потомъ нагрѣвается самая трубка еще не наполненная ртутью, для освобожденія ея отъ паровъ, приставшихъ къ внутреннимъ ея стѣнкамъ, и наконецъ при наполненіи трубки ртутью наливаютъ се по частямъ, и всякой разъ снова нагрѣваютъ трубку, дабы тѣмъ самымъ извлечь воздухъ попадающій въ нее во время описаннаго дѣйствія (*).

Остальное устройство барометровъ дѣлается весьма разнообразно. Здѣсь предлагаемъ описаніе тѣхъ, которые преимущественно употребляются нынѣ для измѣренія горъ.

§ 212. Простѣйшій изъ барометровъ *съ чашечкою*, есть барометръ *Фортеня* (чер. 165.) Въ немъ для опредѣленія

(*) Смот. Baumgartner's Naturlehre, Supplementband, S. 136, гдѣ изложено съ большими подробностями объ изготовленіи барометровъ вообще.

столба ртути, стеклянная трубка оправляется латунью, въ коей дѣлается продольный прорѣзъ, для разсматриванія высоты ртути. На латуни нарѣзываются дѣленія, означающія миллиметры или линіи, и по всей длинѣ трубки движется кольцо съ придѣланнымъ къ нему верньеромъ, устанавливаемое всегда такъ, чтобы плоскость, проходящая чрезъ нижніе его края была касательною къ поверхности ртути, которая по причинѣ *волосности*, какъ ниже будетъ объяснено, не есть плоскость, но выпуклая поверхность. Къ нижней части латуни прикрѣпляется стеклянная чашечка съ подвижнымъ дномъ, служащая вмѣстилищемъ ртути и покрытая сверху пластинкою. Въ сей послѣдней дѣлается отверстіе, въ которое пропускается отвѣсно шпилька *b* изъ слоновой кости, касающаяся поверхности ртути и по причинѣ своей скважимости, безпрепятственно пропускающая воздухъ. Шпилька сія дѣлается для того, чтобы поверхность ртути въ чашечкѣ могла быть всегда приводима къ одной высотѣ, ибо отъ нижняго конца сей шпильки начинаются дѣленія на латунной оправѣ. Но какъ по мѣрѣ возвышенія или пониженія ртутнаго столба, поверхность ртути въ чашечкѣ должна понижаться или возвышаться, то дабы вышесказанное соприкосновеніе всегда существовало, передвигаютъ дно чашечки посредствомъ винта *v*. Для переноски сего барометра, наклоняютъ его и когда вся трубка наполнится ртутью, посредствомъ того же винта придвигаютъ дно чашечки и такимъ образомъ придавливаютъ плотно ртуть къ стѣнкамъ сей послѣдней.

§ 213. Наши русскіе ученые преимущественно употребляютъ *барометръ Паррота*, заслуживающій по своей точности особеннаго вниманія. Онъ устроивается также съ чашечкою, дѣлаемою изъ дерева. По срединѣ ея укрѣпляется на глухо пробка, въ которой дѣлается два отверстія: въ одно всовывается плотно трубка барометра, а другое, узкое, для выхода ртути изъ нижней части чашечки, и при переноскѣ затыкаемое плотно шпилькою, дабы ртуть не могла изъ ней выливаться. Шкала съ означенными на ней дѣленіями, устраивается подвижною. Для доставленія возможности приводить нижнюю ея оконечность съ совершенною точностію въ соприкосновеніе съ поверхностію ртути въ чашечкѣ, дѣлается нижняя часть шкалы изъ слоновой кости, и просверливается въ ней цилиндрическое отверстіе по направленію длины шкалы. Въ это отверстіе всовывается поплавокъ также изъ слоновой кости, т. е. тонкая шпилька оканчивающаяся снизу кружечкомъ. Какъ на шкалѣ, такъ и на шпилькѣ означается по черточкѣ a, b (чер. 174). При употребленіи барометра опустивъ поплавокъ на ртуть въ чашечкѣ, передвигаютъ шкалу посредствомъ микрометрическаго винта до тѣхъ поръ, пока черточка a означенная на шкалѣ не придетъ въ соприкосновеніе съ черточкою b на поплавкѣ. Въ это время нижняя поверхность поплавка будетъ служить началомъ дѣленій, означенныхъ на шкалѣ. Для отсчитыванія же длины ртутнаго столба, дѣлается передвижная пластинка съ верньеромъ и съ придѣланнымъ къ ней кольцомъ, обхватывающимъ трубку барометра. Такимъ образомъ, когда шкала будетъ приведена въ вышесказанное положеніе, тогда останется передвинуть пластинку, на столько, чтобы нижній край упомянутаго кольца, находился въ плоскости касательной съ поверхностію ртути и отсчитать показаніе верньера, которое и выразитъ искомую высоту столбца.

§ 214. Изъ сифонныхъ барометровъ наиболѣе простѣйшій устроенъ *Ге-Люссакомъ;* онъ такъ малосложенъ, что преимущественно предъ другими носитъ названіе *дорожнаго,* и даже можетъ укладываться въ трости. Главная отличительная черта его устройства (чер. 166 и 167) состоитъ въ томъ, что оба конца сифонной трубки запаяны герметически, а въ короткомъ рукавѣ съ боку сдѣлано отверстіе столь узкое, что не позволяетъ ртути выливаться, а между тѣмъ не препятствуетъ воздуху проникать внутрь трубки. Короткій рукавъ соединенъ съ длиннымъ весьма тонкою трубкою, подобно дѣлаемой въ термометрахъ, чрезъ что воздухъ никогда не можетъ проникнуть сквозь ртуть въ длинный рукавъ. Для переноски сего барометра, его поворачиваютъ верхнимъ концомъ внизъ, при чемъ ртуть наполнитъ весь длинный рукавъ трубки, а остальная часть ртути опустится въ короткій рукавъ, какъ представлено на чер. 168. Иногда для большей еще предосторожности, дѣлается въ томъ мѣстѣ, гдѣ оба рукава соединяются, кранъ, которымъ запирается ртуть при переноскѣ барометра.

Такъ какъ въ сифонныхъ барометрахъ давленіе атмосферы измѣряется высотою столбца, заключающагося между поверхностями ртути въ обоихъ рукавахъ, или что все равно разностію столбцевъ *ac* и *ab* ртути (чер. 166), то для сего, по большей части дѣлается на оправѣ сифонныхъ барометровъ неподвижная шкала, вдоль которой движется пластинка съ верньеромъ. Такимъ образомъ приведя нуль сего послѣдняго въ положеніе плоскости касательной къ поверхности ртути сперва въ нижнемъ рукавѣ *m*, а потомъ въ верхнемъ *n*, разность отсчитываній на верньерѣ изобразитъ высоту *mn* въ миллиметрахъ или линіяхъ. Но Ге-Люссакъ желая сколь возможно болѣе приспособить свой барометръ къ переноскѣ, означалъ шкалу на самой трубкѣ.

§ 215. Изъ сифонныхъ барометровъ кромѣ Ге-Люссакова, замѣчательнѣе прочихъ по прочности и малосложности своего устройства барометръ дерптскаго художника *Брюкера*. Онъ дѣлается изъ двухъ отдѣльныхъ трубокъ не равной длины, къ низу съуживающихся въ видѣ волосныхъ и на глухо вдѣланныхъ въ деревянной чашечкѣ со всѣхъ сторонъ закрытой, служащей резервуаромъ ртути. Меньшая изъ сихъ трубокъ служащая короткимъ рукавомъ барометра дѣлается открытою сверху и затыкается при перевозкѣ остроконечною пробкою изъ слоновой кости, обтянутою кожею. Къ сей пробкѣ придѣлана шкала съ означенными на ней дѣленіями, начало коихъ считается отъ нижняго конца пробки. При употребленіи барометра, сперва выдвигаютъ шкалу съ съ пробкою на произвольную высоту, и повѣсивъ барометръ, ожидаютъ когда ртуть успокоится; послѣ того, посредствомъ микрометреннаго винта, опустивъ шкалу на столько, чтобы оконечность упомянутой пробки прикоснулась до поверхности ртути, приводятъ пластинку съ верньеромъ и кольцомъ обхватывающимъ трубку барометра на высоту столбца ртути, подобно какъ сказано было въ § 213, чрезъ что и опредѣлится длина онаго.

§ 216. Высота ртути барометра подвержена нѣкоторымъ измѣненіямъ, отъ причинъ не имѣющихъ связи съ давленіемъ атмосферы, и потому при всякомъ наблюденіи, должно высоту ртути исправлять отъ сихъ погрѣшностей. Онѣ суть слѣдующія:

1-е) *Дѣйствія температуры.* Такъ какъ отъ дѣйствія теплоты, всѣ тѣла болѣе или менѣе расширяются, то и высота ртути, при одномъ и томъ же давленіи атмосферы, будетъ болѣе при высшей температурѣ и менѣе при низшей; слѣд. каждую длину ртутнаго столбца должно приводить къ 0° термометра. Для узнанія температуры ртути, вдѣлывается въ самую оправу барометра термометръ, независимо отъ того, который служитъ для опредѣленія температуры атмосферы, ибо послѣдняя весьма часто различествуетъ отъ температуры ртути. Самая же поправка производится слѣдующимъ образомъ: по опытамъ, сдѣланнымъ *Пети* и *Дюлономъ* найдено, что ртутный столбецъ расширяется на 5550-ю долю своей высоты, при каждомъ градусѣ Цельсіева или стоградуснаго термометра (*). Слѣд. если изобразимъ длину ртутнаго столбца при нулѣ градусовъ чрезъ h, а длину столбца при n° Ц. Т. чрезъ H, (предполагая, что давленіе атмосферы въ обоихъ случаяхъ одинаково), то будетъ $H = h + \frac{h.n^\circ}{5550}$

или $= h\left(1 + \frac{n^\circ}{5550}\right)$, откуда

$$h = \frac{H}{1 + \frac{n}{5550}} = H\left(1 + \frac{n}{5550}\right)^{-1}$$

$$= H\left[1 - \frac{n}{5550} + \left(\frac{n}{5550}\right)^2 - \qquad\right],$$

(*) По опытамъ же сдѣланнымъ знаменитымъ *Лавуазье*, расширеніе ртути найдено $= \frac{1}{5412}$; но величина предложенная выше признана новѣйшими физиками точнѣйшею.

или довольствуясь только первыми двумя членами сего ряда, по малости остальныхъ, найдемъ вообще

$$h = \mathrm{H}\left(1 - \frac{n^{\circ}}{5550}\right).$$

Такова формула для приведенія всякой высоты H столбца ртути въ барометрѣ къ температурѣ 0°

2-е) *Дѣйствіе волосности.* Изъ Физики извѣстно, что по причинѣ *притяженія на безконечно малыхъ разстояніяхъ*, каждое тѣло имѣетъ свойство притягивать или отталкивать частицы какого либо другаго тѣла: такъ на прим. стекло притягиваетъ къ себѣ частицы воды, и отталкиваетъ частицы ртути.

Но какъ дѣйствіе сіе обнаруживается только на безконечно малыхъ разстояніяхъ, то оно оказывается тѣмъ явственнѣе, чѣмъ болѣе точекъ жидкости приближено къ стеклу, и слѣд. подвержено дѣйствію его силы. Изъ этого слѣдуетъ, что въ трубкахъ, имѣющихъ весьма малый діаметръ, дѣйстіе внутреннихъ стѣнокъ обнаруживается на наибольшее число точекъ поверхности жидкости, а потому и явленіе нами объясненное названо *волосностію* (capillarité), а самыя трубки *волосными.*

Въ стеклянныхъ трубкахъ дѣйствіе волосности обнаруживается слѣдующимъ образомъ: вода, притягиваемая стекломъ поднимается выше естественнаго своего уровня, и при томъ, какъ это дѣйствіе обнаруживается на ближайшія точки болѣе нежели на дальнія, то вода будетъ выше по краямъ и ниже въ срединѣ, т. е. образуетъ поверхность *вогнутую.* Напротивъ того, какъ ртуть отталкивается стекломъ, то дѣйствіе волосности обнаруживается въ обратномъ видѣ, т. е. ртуть стоитъ въ трубкѣ ниже естественнаго уровня и при томъ образуетъ поверхность *выпуклую*, что легко можно замѣтить во всякомъ барометрѣ.

И такъ при каждомъ наблюденіи, дѣлаемымъ барометромъ съ чашечкою (*), должно высоту ртутнаго столбца увеличи-

(*) При употребленіи сифонныхъ барометровъ нѣтъ надобности вводить сію поправку, ибо такъ какъ высота ртутнаго столбца въ вать на столько, на сколько дѣйствіе волосности понижаетъ его, ибо поправка, какъ доказано въ Физикѣ, постоянна для одной и той же трубки, и не зависитъ отъ высоты ртутнаго столбца. Здѣсь предлагаемъ таблицу, вычисленную въ милиметрахъ Лапласомъ, изображающую величины поправки для каждаго діаметра (*) трубки, которую слѣдуетъ придавать къ отсчитанной длинѣ столбца:

діам.	пониж.	діам.	пониж.	діам.	пониж.	діам.	пониж.
2	4,5599	7	0,8813	12	0,2602	17	0,0754
3	2,9023	8	0,6815	13	0,2047	18	0,0586
4	2,0388	9	0,5354	14	0,1597	19	0,0430
5	1,5055	10	0,4201	15	0,1245	20	0,0352
6	1,1482	11	0,3506	16	0,0970		

нихъ опредѣляется разностію высотъ ртути въ обоихъ рукавахъ, то очевидно, что на сколько одинъ столбецъ будетъ ошибоченъ, на столько будетъ ошибоченъ и другой, а потому разность ихъ высотъ не измѣнится.

(*) Точная величина внутренняго діаметра барометрической трубки опредѣляется въ то время, когда она еще не наполнена ртутью, слѣдующимъ образомъ:

Взвѣшивается сперва пустая трубка, а потомъ наливъ въ нее нѣсколько ртути взвѣшивается снова. Разность обоихъ вѣсовъ изобразитъ вѣсъ налитой ртути, который пусть будетъ $=$ P. Если искомый радіусъ трубки, выраженный въ милиметрахъ, изобразимъ чрезъ r, а высоту столбца налитой ртути чрезъ h, то объемъ сего цилиндрическаго столбца ртути будетъ $=\pi r^2 h$ кубич. миллиметровъ. Но если положимъ, что вѣсъ кубич. миллиметра ртути равняется m, то будетъ $P=\pi r^2 h.m$, откуда

$$r=\sqrt{\frac{P}{\pi h m}}.$$

Біотомъ и Араго найдено, что при температурѣ $3^{\circ},42$, вѣсъ кубуч. миллиметра ртути $=0,01358597$ грам. И такъ, эту величину должно вводить въ нашу формулу вмѣсто m, не забывая предварительно исправлять высоту h отъ температуры, т. е. приводить ее къ $3^{\circ},42$, а вѣсъ P выражать въ граммахъ.

Наконецъ 3-е) высота ртути въ барометрѣ покажетъ не точную мѣру давленія атмосферы въ томъ случаѣ, когда трубка повѣшена не вертикально, такъ на прим. отъ уклоненія на 1° отъ отвѣсной линіи, высота столбца будетъ увеличена почти на 0,005 дюйма, почему и полагается необходимымъ условіемъ, чтобы во все время наблюденія барометрическая трубка сохраняла со всею строгостію вертикальное положеніе.

§ 217. Вѣроятно каждому изъ читателей нашихъ извѣстно, что первое изобрѣтеніе барометра принадлежитъ *Торичелли,* ученику знаменитаго *Галилея.* Этотъ инструментъ послужилъ ему только средствомъ для опроверженія нелѣпаго мнѣнія древнихъ, что вода поднимается въ насосахъ отъ того, что *природа не терпитъ пустоты (natura horret vacuum).* *Паскаль* первый, возъимѣлъ счастливую мысль употребить барометръ для измѣренія горъ; убѣдившись въ справедливости той истины, что сей инструментъ измѣряетъ давленіе воздуха, онъ заключилъ, что съ отвѣснымъ удаленіемъ отъ уровня океана, ртуть въ барометрѣ должна опускаться, ибо въ высшихъ слояхъ атмосферы давленіе воздуха должно уменьшаться. Сдѣланные имъ опыты на колокольнѣ Св. Іакова (въ Парижѣ), а родственника его Перье на вершинѣ горы Пюи-де-домъ (близь Клермона), оправдали вполнѣ справедливость сдѣланнаго имъ предположенія, потому, что ртуть барометра дѣйствительно понижалась по мѣрѣ, какъ они поднимались на большую высоту. Паскаль не могъ однакоже открыть закона, по которому уменьшается высота ртутнаго столба, и потому въ его время невозможно было употребить барометръ для измѣренія горъ. Это приложеніе шло медленными шагами къ усовершенствованію вмѣстѣ съ успѣхами прочихъ физическихъ наукъ; даже въ то время, когда *Маріотъ* во Франціи, а *Бойль* въ Англіи, открыли законъ упругости воздуха, формула барометрическая во все не могла еще быть употребляема. *Галлей* далъ ей другой видъ, который хотя и остался по сіе время существеннѣйшею ея частію, однакоже, по тогдашнему несовершенству наукъ физическихъ, формула барометрическая не могла быть удовлетворительною. Не прежде, какъ съ половины прошедшаго столѣтія, когда *Ньютонъ, Брадлей, Клеро* и другіе, подвинули впередъ науку своими изслѣдованіями объ уменьшеніи напряженія тяжести, и о вліяніи температуры на давленіе воздуха, введены были въ барометрическую формулу поправки, зависящія отъ сихъ причинъ. Не смотря, однакоже на всѣ усилія и труды ученыхъ, барометрическое измѣреніе до самаго *Делюка* не сдѣлало важныхъ успѣховъ. Окончательная же слава усовершенствованія сего остроумнаго измѣренія высотъ безспорно принадлежитъ глубокомысленнаго автору «Небесной Механики», который воспользовавшись открытіями по части наукъ физическихъ, сдѣланными *Лавуазье, Біотомъ, Ге-Люссакомъ* и другими, доставилъ формулѣ тотъ видъ, въ какомъ мы ее теперь употребляемъ. Наблюденія *Соссюра, Гумбольдта* и *Рамона* служатъ доказательствомъ, что формула Лапласа имѣетъ ту степень совершенства, которой можно ожидать при нынѣшнемъ состояніи естественныхъ наукъ.

§ 218. Мы бы излишне отдалились отъ сущности нашего предмета, еслибы стали излагать полную теорію давленія атмосферы, постепеннаго уменьшенія плотности слоевъ воздуха, съ удаленіемъ отъ поверхности океана; законовъ, коимъ слѣдуетъ это уменьшеніе; вліяніе на давленіе воздуха постороннихъ причинъ, какъ то: вѣтровъ, гигроскопическаго состоянія атмосферы и т. д. Ограничиваясь изложеніемъ главной идеи, на коей основанъ остроумный способъ барометрическаго нивеллированія, мы коснемся вышеупомянутыхъ предметовъ только тамъ, гдѣ изложеніе самой теоріи барометрическаго нивеллированія того потребуетъ.

b) БАРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА.

§ 219. Пусть *cabd* (чер. 156) будетъ столбъ атмосферическаго воздуха, который начиная отъ поверхности океана, раздѣленъ на равные слои *af, eh, gk,*. столь тонкіе, что въ каждомъ изъ нихъ можно принять постоянную плотность $\alpha, \beta, \gamma, \delta,$. Если изобразимъ

вѣсъ столба $cabd$ чрезъ p,
« $cefd$ « p',
« $cghd$ « p'',
« $cikd$ « p''', и проч.

то очевидно, что

$p - p'$ означитъ вѣсъ слоя af,
$p' - p''$ « « eh,
$p'' - p'''$ « « gk,
$p''' - p^{IV}$ « « im, и проч.

Но какъ плотности тѣлъ равныхъ объемовъ, пропорціональны ихъ массамъ (*), или что все равно, ихъ вѣсамъ, то

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{p - p'}{p' - p''},\ \frac{\beta}{\gamma} = \frac{p' - p''}{p'' - p'''},\ \frac{\gamma}{\delta} = \frac{p'' - p'''}{p''' - p^{IV}},.$$

Сверхъ того, поелику *Маріотомъ* найдено, что плотность воздуха пропорціональна давленію (**), то

(*) *Плотностію тѣла*, называется *отношеніе массы къ объему.* Если изобразимъ массу тѣла чрезъ m, объемъ его чрезъ v, и плотность чрезъ d, то будетъ $= \frac{m}{v}$ или $dv = m$. Изъ сего уравненія явствуетъ, что *при равенствѣ объемовъ двухъ тѣлъ, плотности будутъ содержаться какъ ихъ массы, а при равенствѣ массъ, плотности будутъ состоять въ обратномъ отношеніи объемовъ.*

(**) Сей законъ открытъ и доказанъ Маріотомъ, посредствомъ снаряда, состоящаго изъ кривой трубки $abcd$ (чер. 164), имѣющей вездѣ одинаковый діаметръ, и прикрѣпленной къ доскѣ, на которой означены дюймы и линіи. Длинный ея рукавъ ab открытъ, а другой короткій cd запаенъ сверху. При началѣ опыта въ трубку $abcd$ наливаютъ ртути, которая пришедъ въ равновѣсіе въ самомъ сгибѣ bc, запираетъ часть воздуха въ cd, выдерживающаго давленіе атмосферы. Когда въ длинный рукавъ нальется ртути столько, что высота ея mn надъ уровнемъ mf ртути въ маломъ рукавѣ, будетъ равна высотѣ ртути барометра, тогда окажется, что пространство fd занятое воздухомъ, претерпѣвающимъ двойное давленіе, будетъ вдвое менѣе того, которое было занято имъ прежде, т. е. что $fd = \frac{1}{2}\ cd$. Если опять нальемъ въ длинный рукавъ

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{p'}{p''},\ \frac{\beta}{\gamma}=\frac{p''}{p'''},\ \frac{\gamma}{\delta}=\frac{p'''}{p^{\mathrm{IV}}},\ldots,$$

а слѣд. $\frac{p'}{p''}=\frac{p-p'}{p'-p''},\ \frac{p''}{p'''}=\frac{p'-p''}{p''-p'''},\ \frac{p'''}{p^{\mathrm{IV}}}=\frac{p''-p'''}{p'''-p^{\mathrm{IV}}},\ldots$

откуда $\frac{p}{p'}=\frac{p'}{p''}=\frac{p''}{p'''}=\frac{p'''}{p^{\mathrm{IV}}}=.$

или $\div\!\!\div\ p : p' : p'' : p''' : p^{\mathrm{IV}} :$

т. е. *давленіе атмосфернаго воздуха*, начиная *отъ поверхности океана, уменьшается въ геометрической прогрессіи.* Но давленіе каждаго воздушнаго столба измѣряется высотою ртути въ барометрѣ; слѣд. изобразивъ чрезъ H, H$'$, H$''$, H$'''$.... высоты ртути соотвѣтствующія давленіемъ $p, p', p'', p''',$. можемъ также составить геом. прогрессію:

$$\div\!\!\div\ \mathrm{H} : \mathrm{H}' : \mathrm{H}'' : \mathrm{H}''' : \mathrm{H}^{\mathrm{IV}} :$$

Здѣсь должно замѣтить, что эта прогрессія есть уменьшающаяся, и что знаменатель содержанія оной есть величина неизвѣстная. Изобразивъ его чрезъ $\frac{1}{\mu}$, очевидно получимъ

$$\mathrm{H}'=\frac{\mathrm{H}}{\mu},\ \mathrm{H}''=\frac{\mathrm{H}}{\mu^2},\ \mathrm{H}'''=\frac{\mathrm{H}}{\mu^3},\ \mathrm{H}^{\mathrm{IV}}=\frac{\mathrm{H}}{\mu^4}\ \text{и проч.}$$

Изъ сихъ уравненій, въ коихъ H, H$'$, H$''$, H$'''$,. ., изображаютъ послѣдовательныя высоты ртути въ точкахъ a, e, g. (чер. 156), явствуетъ, что *высота каждаго ртутнаго столбца, равняется высотѣ* H ртути при поверхности океана, *умноженной на знаменателя содержанія* $\frac{1}{\mu}$, *возвышенна-*

столько ртути, чтобы весь ея столбецъ надъ уровнемъ ея въ маломъ рукавѣ, былъ равенъ утроенному барометрическому столбу, тогда усмотримъ, что пространство занятое воздухомъ въ короткомъ рукавѣ, (который очевидно претерпѣваетъ четверное давленіе), будетъ въ четверо менѣе перваго cd. Продолжая повторять сіи опыты убѣдимся, что *объемъ воздуха уменьшается*, а слѣд. что *плотность онаго увеличивается, въ такомъ же содержаніи, въ какомъ увеличивается давленіе имъ претерпѣваемое.*

го въ степень, коей показатель *равенъ соотвѣтствующему числу воздушныхъ слоевъ,* считая ихъ отъ поверхности моря до точки, на которой находится барометръ. Въ слѣдствіе чего, если число сихъ слоевъ въ высотѣ as есть n, а толстота слоя $= \varphi$, то as будетъ $= n\varphi$, а высота ртутнаго столба

$$H^{(n)} = \frac{H}{\mu^n} \text{ откуда } \mu^n = \frac{H}{H^{(n)}}.$$

Взявъ логариѳмъ обѣихъ частей послѣдняго уравненія, будетъ

$$n \log\mu = \log H - \log H^{(n)},$$

отсюда $$n = \frac{1}{\log\mu}(\log H - \log H^{(n)}).$$

Изобразивъ же отвѣсное разстояніе $as = n\varphi$ чрезъ z, получимъ

$$z = \frac{\varphi}{\log\mu}(\log H - \log H^{(n)}).$$

Такимъ же образомъ, если положимъ, что въ отвѣсной высотѣ $al = z'$, заключается n' воздушныхъ слоевъ, т. е. $z' = n'\varphi$, тогда

$$z' = \frac{\varphi}{\log\mu}(\log H - \log H^{(n')}).$$

Вычтя это уравненіе изъ предшествующаго, разность 1-хъ частей, т. е. $z - z'$ изобразитъ разстояніе sl, которое положивъ равнымъ x, выйдетъ

$$z - z' = x = \frac{\varphi}{\log\mu}(\log H - \log H^{(n)} - \log H + \log H^{(n')})$$

или $$x = \frac{\varphi}{\log\mu}(\log H^{(n')} - \log H^{(n)}),$$

и вообще, изобразивъ величину коеффиціента $\frac{\varphi}{\log\mu}$ чрезъ A, высоту ртути въ нижней точкѣ стоянія чрезъ h, а въ верхней чрезъ h', найдемъ для разности уровней обѣихъ точекъ

$$x = A(\log h - \log h'). \quad \ldots (1).$$

Остается опредѣлить величину коеффиціента A, который можетъ быть разсматриваемъ, какъ количество постоянное при одинаковомъ состояніи атмосферы и силы тяжести. И въ самомъ дѣлѣ, принявъ толстоту φ каждаго изъ вышесказанныхъ слоевъ атмосферы за величину постоянную, коеффиціентъ $A = \frac{\varphi}{\log \mu}$ очевидно будетъ зависѣть токмо отъ μ, т. е. отъ знаменателя содержанія $\frac{1}{\mu}$ прогрессіи $H : H' : H'' : H''' :$ Но знаменатель содержанія подвергнется измѣненію только отъ перемѣны въ давленіи воздуха, или что все равно, отъ степени плотности воздушныхъ слоевъ af, eh, gk. (чер. 156), что можетъ въ особенности происходить (какъ извѣстно изъ Физики), отъ вліянія температуры и дѣйствія силы тяжести. Изъ всего вышесказаннаго явно проистекаетъ обратное заключеніе, что при одной и той же температурѣ, и при одинаковомъ дѣйствіи силы тяжести, знаменатель содержанія $\frac{1}{\mu}$ прогрессіи, а вмѣстѣ съ тѣмъ и коеффиціентъ A не перемѣнитъ своей величины; слѣд. если бы мы предположили, что температура воздуха не измѣняется, и что сила тяжести на всѣхъ точкахъ земной поверхности имѣетъ напряженіе одинаковое, то для самаго опредѣленія коеффиціента A, надлежало бы токмо измѣрить посредствомъ дѣйствій геодезическихъ высоту x какой нибудь высокой горы, и замѣтить высоты h и h' барометра при ея подошвѣ и на вершинѣ; послѣ чего получится возможность изъ выведеннаго уравненія, по даннымъ x, h и h' найдти величину A. Такимъ образомъ *Рамономъ*, изъ непосредственно сдѣланныхъ имъ наблюденій выведено, что если x выразится въ метрахъ, а барометрическія наблюденія будутъ произведены подъ 45° широты и при температурѣ 0°, то $A = 18336$ метровъ (*).

(*) Величина A можетъ быть опредѣлена еще слѣдующимъ образомъ: вообразимъ, что основаніе столба *abcd* (чер. 156) атмосферическаго воздуха, раздѣленнаго какъ и прежде на весьма тонкіе и равные

§ 220. Но какъ весьма рѣдко можетъ случится, чтобы температура ртути обоихъ барометровъ и температура воз-

---

слои, одинаково съ основаніемъ ртутнаго столбца барометра. Если H и H' представляютъ высоту ртути въ точкахъ a и e, то вѣсъ разности $H - H'$ ртутныхъ столбцовъ, очевидно будетъ равенъ вѣсу слоя *ae*. Но какъ при равенствѣ вѣсовъ двухъ тѣлъ, плотности находятся въ обратномъ содержаніи ихъ объемовъ, а объемы при равенствѣ основаній находятся въ прямомъ содержаніи ихъ высотъ, то изобразивъ толстоту чрезъ φ, очевидно получимъ

$$\frac{H - H'}{\varphi} = \frac{d}{d'},$$

гдѣ d означаетъ плотность воздуха, а d' плотность ртути. По опытамъ же сдѣланнымъ *Біотомъ* и *Араго* въ Парижѣ, оказалось что при давленіи 0,76 метровъ и при 0° температуры, *сухой воздухъ* въ 10463 раза легче ртути, или что все равно $\frac{d}{d'} = \frac{1}{10463}$, а потому если положимъ, что толстота воздушнаго слоя $= 0{,}10463$ метр., то изъ послѣдняго уравненія получимъ $H - H' = 0{,}00001$ метр. И такъ, если на нижней точкѣ стоянія высота H ртути простирается до 0,76 мет., то на верхней точкѣ e, высота столба H' уменьшается на 0,00001 метра и будетъ $H' = 0{,}75999$. По внесеніи сихъ величинъ въ $H' = \frac{H}{\mu}$ получимъ

$$\log \mu = \log \frac{0{,}76}{0{,}75999} = 0{,}0000057145;$$

слѣд.
$$A = \frac{\varphi}{\log \mu} = \frac{0{,}10463 \text{ м.}}{0{,}0000057145} = 18309{,}5.$$

Не должно забывать, что сей результатъ получился изъ опытовъ надъ сухимъ воздухомъ, сдѣланныхъ въ Парижѣ, который находится подъ $48^\circ\ 50'\ 14''$ широты, на высотѣ 60 метровъ надъ уровнемъ океана. Но если введемъ въ вычисленіе вліяніе паровъ на плотность воздуха при 0°, и припомнимъ, что сія плотность зависитъ также отъ силы тяжести, которая измѣняется не только съ перемѣною широты, но и съ отвѣснымъ отдаленіемъ отъ поверхности моря, то введя всѣ нужныя поправки, получимъ для 45° широты, $A = 18334{,}11$. Такова величина коефиціента, выведенная Біотомъ и Араго. См. Addition au Traité d'Astron. Phys. par. Biot, t. III, p. 24.

духа находились при 0°, а при томъ степень плотности воздуха, какъ зависящая также и отъ дѣйствія тяжести, которая измѣняется не только съ широтою мѣста наблюденія, но и по мѣрѣ возвышенія надъ поверхностію океана, то очевидна надобность вводить въ вышесказанную формулу поправки, кои бы доставили тѣже самые результаты, какъ еслибы наблюденія были сдѣланы при вышесказанныхъ условіяхъ. Эти поправки заключаются въ слѣдующемъ:

1-е) Изъ § 216, намъ уже извѣстно, что замѣчаемыя въ барометрахъ высоты ртути, будутъ болѣе или менѣе истинныхъ, смотря потому выше ли, или ниже 0° показываютъ термометры, вдѣланные въ оправы барометровъ, а потому для вычисленія нашей формулы надлежитъ, или руководствуясь изложеннымъ въ помянутомъ §, исправить предварительно замѣченныя высоты барометровъ отъ вліямія температуры, и потомъ уже ввести ихъ въ вычисленіе, или въ самую формулу (1) вмѣсто h и h' подставить

$$h - \frac{T.h}{5550},\ h' - \frac{T'h'}{5550};$$

гдѣ T и T′ изображаютъ температуры ртути нижняго и верхняго барометровъ. Сдѣлавъ эту подстановку (*) величина $\frac{h}{h'}$ обратится въ

$$\frac{h}{h'}\left(\frac{1-\frac{T}{5550}}{1-\frac{T'}{5550}}\right)=\frac{h}{h'}\left(1-\frac{T-T'}{5550}\right),$$

а слѣд. наша формула обратится въ

$$x = 18336\left[\log\frac{h}{h'} + \log\left(1-\frac{T-T'}{5550}\right)\right]. \qquad .(2).$$

2) Изъ многочисленныхъ наблюденій найдено, что отъ дѣй-

(*) Кромѣ сей поправки не должно забывать исправлять высоты ртутныхъ столбовъ отъ волосности трубокъ всякій разъ, когда наблюденія дѣлаются не сифоннымъ барометромъ (см. § 216, 2-е).

ствія температуры объемъ воздуха, на каждый градусъ цельсіева термометра увеличивается на 250-ю долю, (принимая въ разчетъ и гигроскопическое состояніе онаго). Слѣд. если a (чер. 157) есть положеніе нижняго барометра, а b верхняго, то при $+n^\circ$, барометръ въ точкѣ b будетъ претерпѣвать точно такое же давленіе, какое бы происходило при 0°, на прим. въ точкѣ c, которая находится ниже точки b. Такимъ образомъ величина x, выводимая изъ формулы (2), изобразитъ не отвѣсную высоту ab, но ac. Дабы опредѣлить искомую $ab = \mathrm{X}$, очевидно надлежитъ къ найденной высотѣ $x = ac$ придать $cb = \frac{ac \,.\, n^\circ}{250} = \frac{xn^\circ}{250}$, т. е.

$$\mathrm{X} = x\left(1 + \frac{n^\circ}{250}\right),$$

или $$\mathrm{X} = 18336\left[\log\frac{h}{h'} + \log\left(1 - \frac{\mathrm{T} - \mathrm{T}'}{5550}\right)\right]\left(1 + \frac{n}{250}\right).$$

При семъ слѣдуетъ замѣтить, что если бы температура воздуха была одинакова, какъ въ нижнихъ, такъ и въ верхнихъ слояхъ атмосферы, тогда вмѣсто n° надлежало бы токмо подставить то число градусовъ, какое было замѣчено на одной изъ точекъ стоянія. Но какъ температура атмосферы съ удаленіемъ отъ поверхности океана измѣняется, и законъ этого уменьшенія съ точностію неизвѣстенъ, то принято за правило полагать, что весь столбъ воздуха между барометрами имѣетъ среднюю температуру изъ температуръ t и t' нижней и верхней точки стоянія, такъ что $n^\circ = \frac{1}{2}(t + t')$, а посему наша формула обратится въ

$$\mathrm{X} = 18336\left[\log\frac{h}{h'} + \log\left(1 - \frac{\mathrm{T} - \mathrm{T}'}{5550}\right)\right][1 + 0{,}002\,(t + t')] \ldots (3).$$

3-е) Намъ уже извѣстно (§ 156), что сила тяжести отъ вліянія силы центробѣжной, не одинаково дѣйствуетъ на всѣхъ точкахъ земнаго шара, и что напряженіе ея возрастаетъ по мѣрѣ удаленія отъ экватора къ полюсамъ. Отъ этаго измѣненія въ дѣйствіи силы тяжести, весь атмосферный воздухъ очевидно долженъ имѣть плотность большую въ странахъ полярныхъ, нежели въ экваторіальныхъ, такъ, что еслибы мы вообразили себѣ всю атмосферу раздѣленною на такіе слои, чтобы ихъ части въ отвѣсныхъ столбахъ равныхъ основаній и взятыхъ подъ разными широтами, заключали одинаковую массу воздуха, то оказалось бы, что упомянутые слои дѣлаются тонѣе по мѣрѣ своего приближенія къ полюсамъ, какъ представлено на чер. 158. Слѣд. если примемъ землю за шаръ, то при уровнѣ морской поверхности PM′ME, на прим. въ точкахъ M, M′, давленіе атмосфернаго воздуха на ртуть барометра при одной и той же температурѣ будетъ одинаково; но поднимаясь съ барометромъ на равныя высоты, ртуть будетъ опускаться не одинаково, ибо равныя ея высоты окажутся токмо въ точкахъ N, N′, лежащихъ на поверхности одного и того же слоя.

И такъ, вообразимъ себѣ, что при поверхности океана взяты два столба MN, M′N′ (чер. 158) воздуха, одинъ подъ широтою φ, а другой подъ широтою φ', и что давленіе претерпѣваемое ртутью барометровъ на оконечностяхъ сихъ столбовъ одинаковы; массы сихъ столбовъ очевидно будутъ между собою равны, но высоты ихъ различны. Высота южнаго будетъ болѣе нежели сѣвернаго. Изобразимъ высоту и объемъ столба подъ широтою φ чрезъ x и v, а высоту и объемъ столба подъ широтою φ' чрезъ x' и v'. Поелику ихъ основанія предполагаются равныя, то будетъ $\frac{x'}{x}=\frac{v'}{v}$; но при равенствѣ массъ, объемы двухъ тѣлъ находятся въ обратномъ содержаніи ихъ плотностей, т. е. $\frac{v'}{v}=\frac{d}{d'}$, или $\frac{x'}{x}=\frac{d}{d'}$; плотность же воздуха возрастаетъ пропорціонально силѣ тяжести, а потому если изобразимъ силы тяжести, соотвѣтствующія мѣстамъ наблюденій чрезъ g и g', то будетъ $\frac{x'}{x}=\frac{g}{g'}$, откуда $x'=x.\frac{g}{g'}$. И такъ, остается опредѣлить величины g и g'. Въ Механикѣ выводится изъ длины секунднаго маятника, и принимая во вниманіе сжатость земнаго сфероида, что

$g = 9^{\text{м}},80557\,(1 - 0{,}002588\cos 2\varphi)$ (*), то $\frac{1 - 0{,}002588.\cos 2\varphi}{1 - 0{,}002588.\cos 2\varphi'}$ $= \frac{g}{g'}$, а потому, если положимъ, что $\varphi = 45°$, то $\cos 2\varphi = 0$, а x' будетъ $= x.\frac{1}{1 - 0{,}002588\cos 2\varphi'}$ или $= x\,(1 - 0{,}002588\cos 2\varphi')^{-1}$ $= x\,(1 + 0{,}002588\cos 2\varphi')$. Слѣд. дабы примѣнить формулу (3), выведенную при предположеніи, что наблюденія дѣлаются подъ $45°$ широты къ наблюденіямъ, дѣлаемымъ подъ какою бы то ни было широтою φ, надлежитъ умножить ее на множителя $(1 + 0{,}002588\cos 2\varphi)$, почему и будетъ

$$X = 18336\,(1 + 0{,}002588.\cos 2\varphi)\,[1 + 0{,}002\,(t + t')] \times \left[\log\frac{h}{h'} + \log\left(1 - \frac{T - T'}{5550}\right)\right] \quad .(4).$$

Само собою разумѣется, что если $\varphi > 45°$, тогда второй членъ новаго множителя сдѣлается отрицательнымъ.

4-е) Наконецъ для доставленія нашей формулѣ совершенной точности, надлежитъ ввести еще двѣ поправки, зависящія отъ уменьшенія силы тяжести съ отвѣснымъ отдаленіемъ отъ уровня морской поверхности, а именно:

a) 1-я поправка состоитъ, въ исправленіи длины ртутныхъ столбовъ отъ уменьшенія вѣса, ибо извѣстно, что вѣсъ каждаго тѣла уменьшается вмѣстѣ съ силою тяжести, а напряженіе сей послѣдней *уменьшается въ обратномъ содержаніи квадратовъ разстояній.* И такъ, ртутный столбъ h' на высотѣ $= X$, вѣситъ дѣйствительно менѣе, нежели такой же длины ртутный столбъ на уровнѣ моря, а потому можемъ сдѣлать обратное заключеніе, что если бы тяжесть не измѣнялась въ отвѣсномъ направленіи, тогда на той же высотѣ X, ртутный столбъ былъ бы короче, ибо претерпѣвая тоже самое давленіе, имѣлъ бы одинаковый вѣсъ со столбомъ h'. Изъ сего дѣлается очевиднымъ, что дабы длины

(*) См. Traité de Mecanique, par Poisson $n°$ 193.

ртутныхъ столбовъ можно было принимать пропорціональными соотвѣтствующимъ давленіямъ, надлежитъ обратить ихъ въ такіе, какими бы они оказались, если бы сила тяжести на различныхъ высотахъ, имѣла дѣйствіе одинаковое.

Пусть длина ртутнаго столба въ барометрѣ, дѣйствительно замѣчаемая на высотѣ X, будетъ $=h'$, а длина ртутнаго столба на той же самой высотѣ и предполагая, что сила тяжести одинакова, какъ на нижней точкѣ стоянія, такъ и на высотѣ X, равна h_1, (давленіе и температура воздуха подразумѣвается въ томъ и другомъ случаѣ одинаковыми). При сихъ предположеніяхъ вѣсъ ртутнаго столба h', долженъ быть равенъ вѣсу столба h_1, но длина перваго будетъ болѣе длины втораго, т. е. $h' > h_1$. Поелику изъ началъ Механики извѣстно, что *вѣсъ каждаго тѣла равняется его массѣ умноженной на силу тяжести*, то по равенству вѣсовъ, будетъ $m'g' = mg$, гдѣ m и m' означаютъ массы ртутныхъ столбовъ h' и h_1, а g' и g силы тяжести, соотвѣтствующія высотѣ X и нижней точкѣ стоянія. Но массы тѣлъ при одинаковой плотности, содержатся какъ ихъ объемы, а объемы при равенствѣ основаній, какъ высоты, слѣд. $\frac{h_1}{h'} = \frac{g'}{g}$. Далѣе, поелику мы уже сказали, что тяжесть уменьшается въ обратномъ содержаніи квадратовъ разстояній, т. е. $\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+X)^2}$, (гдѣ R означаетъ радіусъ земли), то

$$h_1 = h' . \frac{R^2}{(R+X)^2}.$$

Такова длина ртутнаго столба, которая должна быть введена въ формулу вмѣсто h'; слѣд. выраженіе $\log\left(\frac{h}{h'}\right)$ обратится въ

$$\log\left[\frac{h}{h'}\left(\frac{R+X}{R}\right)^2\right] = \log\left(\frac{h}{h'}\right) + 2\log\left(\frac{R+X}{R}\right)$$
$$= \log\frac{h}{h'} + 2\log\left(1+\frac{X}{R}\right).$$

b) Причиною же второй поправки служитъ то, что отъ вышесказаннаго уменьшенія силы тяжести, уменьшается также и плотность каждаго воздушнаго слоя, а вмѣстѣ съ тѣмъ и давленіе производимое на слои подъ нимъ лежащіе. И такъ, если *a* (чер. 157), представляетъ положеніе нижняго барометра, а *b* верхняго, то послѣдній будетъ претерпѣвать тоже самое давленіе, какое бы происходило въ точкѣ *c*, находящейся ниже, если бы сила тяжести не измѣнялась съ отвѣснымъ отдаленіемъ отъ уровня моря, а потому численное рѣшеніе формулы (4), изобразитъ не *ab*, но высоту *ac*.

Для опредѣленія истинной высоты $ab = X'$, должно предварительно замѣтить, что безъ чувствительной погрѣшности можемъ принимать среднюю плотность всего воздушнаго столба *ab*, равною плотности слоя, лежащаго по срединѣ онаго, т. е. отстоящаго отъ центра земли на разстояніи $R + \frac{1}{2}X'$ Если изобразимъ сію плотность чрезъ d', а ту плотность, которая бы оказалась, если бы сила тяжести не измѣнялась съ отвѣснымъ отдаленіемъ отъ уровня моря, и слѣд. соотвѣтствующую столбу *ac*, чрезъ d, то по равенству массъ столбовъ *ab* и *ac*, будетъ $vd = v'd'$, (гдѣ v и v' суть объемы оныхъ), или $Xd = X'd'$; откуда $X' = X\frac{d}{d'}$; но плотности d и d' содержатся какъ дѣйствія силы тяжести g и g' на нижней точки стоянія и на высотѣ $\frac{1}{2}X$, а тяжесть уменьшается въ обратномъ содержаніи квадратовъ разстояній, то $X' = X.\frac{g}{g'}$ или $= X\left(\frac{R + \frac{1}{2}X}{R}\right)^2$ Сокративъ и отбросивъ членъ 2-го порядка, получимъ

$$X' = X\left(1 + \frac{X}{R}\right).$$

И такъ, искомая поправка состоитъ въ умноженіи выведенной нами формулы на двучленнаго множителя $\left(1 + \frac{X}{R}\right)$, а потому полная формула будетъ

$$X = 18336^{\text{м}} (1 + 0{,}002588 \cos 2\varphi) [1 + 0{,}002 (t + t')] . \left[\log \frac{h}{h'} \right.$$

$$\left. + \log \left(1 - \frac{T - T'}{5550}\right) + 2 \log \left(1 + \frac{X}{R}\right) \right] . \left(1 + \frac{X}{R}\right) \quad . (5) \ (*).$$

§ 221. При семъ считаемъ полезнымъ присовокупить нѣкоторыя замѣчанія:

1) Изъ формулы (5) величина X получится въ метрахъ; но если потребуется, чтобы опредѣляемыя высоты были выражены въ тоазахъ, саженяхъ и проч. надобно только обратить коефиціентъ 18336 въ эти единицы мѣры. Такимъ образомъ найдемъ, что сей коефиціентъ будетъ соотвѣтствовать 9407,3 тоазамъ = 8594,08 саж. = 60158,6 анг. футовъ.

2) Если температура воздуха и ртути опредѣляется по реомюрову термометру, то при вычисленіи формулы (5) должно предварительно замѣченное число n градусовъ, обратить

(*) Въ строгомъ смыслѣ эта формула будетъ справедлива только въ томъ случаѣ, когда между нижнею и верхнею точкою стояній не находится никакого вещества увеличивающаго силу тяжести, какъ на прим. это бы случилось, если бы одинъ изъ наблюдателей находился на поверхности земли, а другой поднялся на воздушномъ шарѣ. Но какъ при измѣреніи высотъ, верхній наблюдатель находится на вершинѣ горы, то масса сей послѣдней будетъ нѣсколько увеличивать принятый законъ умсньшенія силы тяжести. Въ слѣдствіе чего Поассонъ посредствомъ анализа доказалъ (см. его Traité de Mecanique, n^{o} 255 и 629), что формула тогда получитъ наибольшую точность, когда вмѣсто члена $\frac{X}{R}$ подставимъ $\frac{5X}{8R}$. Его формула есть слѣдующая:

$$X = 18337^{\text{м}},46 \ (1 + 0{,}002588 \cos 2\varphi) \ [1 + 0{,}002 (t + t')]$$

$$+ \log \left[\frac{h}{h'} + 2 \log \left(1 + \frac{5X}{8R}\right) \right] \left(1 + \frac{5X}{8R}\right),$$

гдѣ h и h' изображаютъ длины ртутныхъ столбовъ, исправленныхъ отъ дѣйствія температуры. Впрочемъ, по малому вліянію коефиціентовъ $\frac{5}{8}$, мы можемъ безъ значительной погрѣшности ихъ отбросить, и оставить нашу формулу въ томъ видѣ, какъ мы ее предположили.

въ градусы цельсіева термометра, посредствомъ пропорціи $80:100$ или $4:5::n^\circ:y = \frac{5}{4}n^\circ$, или что все равно коефиціенты стоящіе предъ $(t + t')$ и $(T - T')$ умножить на $\frac{5}{4}$, а потомъ вмѣсто t, t', T и T' вводить замѣченные числа градусовъ по реомюрову термометру.

3) Такъ какъ во 2-й части уравненія имѣются два члена, содержащіе X, то при численномъ рѣшеніи формулы, опредѣляется приближенная величина X, отбрасывая эти члены; послѣ чего вставляютъ найденную величину X въ выше сказанные члены, и производятъ вычисленіе снова. Впрочемъ *Рамономъ* изъ сдѣланныхъ имъ многочисленныхъ наблюденій доказано, что если опредѣляемая высота горы не весьма значительна, то можно совсѣмъ не вводить въ вычисленіе членовъ содержащихъ X, но за то вмѣсто коефиціента 18336 должно взять 18393.

Впрочемъ въ справедливости послѣдняго замѣчанія всего легче убѣдиться изъ самаго вычисленія. Возьмемъ для примѣра наблюденія *А. Гумбольта* въ Перу на горѣ *Гуанаксуатъ*.

$h = 763{,}15$ милим.	$T = 25^\circ{,}3$ Цел. тер.	$t = 25^\circ{,}3$ Цел. тер.	
$h' = 600{,}95$	$T' = 21{,}\ 3$	$t' = 21{,}\ 3$	$\varphi = 21^\circ$
	$T - T' = \ 4{,}\ 0$	$t + t' = 46{,}\ 6$	

$$\log\left(1 - \frac{T - T'}{5550}\right) = \bar{1}.99969,\quad 1 + 0{,}002\,(t + t') = 1{,}0932$$

h 2.88261	0,002588 . . . . $\bar{3}$.41296	коеф. 4.26330
h' . . . . . — 2.77884	$\cos 2\varphi$ . . . . . $\bar{1}$.87107	1,0932 . . . . 0.03870
поправ. + $\bar{1}$.99969	0,00192 . . . . $\bar{3}$.28403	1,00192 . . . 0.00083
4-й множ. 0.10346 . . .	. . . .	. . . . $\bar{1}$.01477
		X 3.31760

Приближенная велич. $X = 2077{,}8$ метр.

$$R = 6366698$$
$$R + X = 6368775{,}8$$
$$\log(R + X) = 6.80405$$
$$\log R \quad = -\,6.80391$$
$$\log\left(1 + \frac{X}{R}\right) = 0.00014$$

$$2\log\left(1+\frac{X}{R}\right)=0.00028 \qquad \text{коеф.}\ldots\ldots 4.26330$$

2-й множ. . . . 0.03870

два 1-е чл. 4-го множ. = 0.10346 | 3-й множ. . . . 0.00083

0.10374 . . . . $\bar{1}$.01595

3.31878

$\left(1+\frac{X}{R}\right)$ . . . 0.00014

X 3.31892

X = 2084,1 точная величина.

Если же отбросимъ въ нашей формулѣ члены содержащіе X и возьмемъ 18393 вмѣсто 18336, то получимъ

18393 . . . . 4.26465
2-й множит. . . . 0.03870
3-й множит. . . . 0.00083
4-й множит. . . . . $\bar{1}$.01477

X . . . . 3.31895, X = 2084,25.

Изъ сего явствуетъ, что погрѣшность не простирается до 0,2 метр.

§ 222. По сложности этого вычисленія, займемся преобразованіемъ выведенной нами формулы, для полученія возможности разложить ее въ таблицы.

Развернемъ сперва члены $2\log\left(1+\frac{X}{R}\right)$, и $\log\left(1-\frac{T-T'}{5550}\right)$, какъ имѣющіе видъ $\log(1\pm z)$, по формулѣ (23) стр. 4, и отбрасывая всѣ члены имѣющіе степени выше 1-й, по ихъ незначительности, получимъ

$$2\log\left(1+\frac{X}{R}\right)=\frac{2MX}{R} \qquad \ldots (a),$$

$$\log\left(1-\frac{T-T'}{5550}\right)=-\frac{M(T-T')}{5550}=-0,00008\,(T-T')\ldots\ldots(b)$$

подстановя вмѣсто модуля M его величину, $\log M=\bar{1}.6377843$.

Если изобразимъ для сокращенія выраженіе $\log\frac{h}{h'}-0,00008$ $(T-T')$ чрезъ $\log\frac{H}{H'}$, (гдѣ H и H' очевидно будутъ означать высоты ртути, исправленныя отъ вліянія температуры), то по сдѣланіи подстановки, формула (5) обратится въ

$$X = 18336\,(1 + 0{,}002588\cos 2\varphi)\,[1 + 0{,}002\,(t + t')] \times \left(\log\frac{H}{H'} + \frac{2MX}{R}\right)\left(1 + \frac{X}{R}\right). \qquad (6).$$

Для 1-го приближенія можемъ отбросить члены

$$(1 + 0{,}002588\cos 2\varphi),\ \frac{2MX}{R}\ \text{и}\ \left(1 + \frac{X}{R}\right),$$

отъ чего $$X = 18336\,[1 + 0{,}002\,(t + t')]\log\frac{H}{H'},$$

по умноженіи же на $\frac{2M}{R}$,

$$\frac{2MX}{R} = \frac{2M.18336}{R}\,[1 + 0{,}002\,(t + t')]\log\frac{H}{H'}$$

или $$= 0{,}0025\,[1 + 0{,}002\,(t + t')]\log\frac{H}{H'},$$

положивъ $$R = 6366698 \text{ метр.}$$

Приложимъ теперь $\log\frac{H}{H'}$ къ обѣимъ частямъ сего уравненія и по преобразованіи получимъ

$$\log\frac{H}{H'} + \frac{2MX}{R} = [1{,}0025 + 0{,}000005\,(t + t')]\log\frac{H}{H'}$$

$$= 1{,}0025\,[1 + 0{,}00000499\,(t + t')]\log\frac{H}{H'}.$$

Если внесемъ сію величину въ формулу (6), то она обратится въ

$$X = 18382\,(1 + 0{,}002588.\cos 2\varphi)\,[1 + 0{,}002\,(t + t')]\,[1 + 0{,}00000499(t + t')]\left(1 + \frac{X}{R}\right).\log\frac{H}{H'},$$

откуда $$\log X = 4.2643928 + \log(1 + 0{,}002588.\cos 2\varphi) + \log[1 + 0{,}002\,(t + t')] + \log(1 + 0{,}00000499\,(t + t')] + \log.\log\frac{H}{H'} + \log\left(1 + \frac{X}{R}\right).$$

Здѣсь t и t' представляютъ число градусовъ цельсіева термометра; но дабы имѣть возможность вводить въ вычисленіе градусы реомюрова, надлежитъ сходно съ сказаннымъ на стр. 375, умножить на $\frac{5}{4}$ коэффиціенты предъ $(t+t')$, равно какъ и коэффиціентъ 0,00008 стоящій предъ $(T-T')$ въ урав. (b). Сверхъ того развернувъ логариѳмы втораго, четвертаго и послѣдняго членовъ по формулѣ 23 (стр. 4), наконецъ получимъ

$$\log X = 4.2643928 + \log[1+0{,}0025(t+t')] + 0{,}0000027(t+t') + 0{,}00112395.\cos 2\varphi + \log\left[\log\frac{h}{h'} - 0{,}0001(T-T')\right] + \frac{MX}{R}. \qquad (7)\ (*).$$

Эта формула, не только дѣлается весьма удобною для вычисленія, но даже можетъ быть разложена въ таблицы, какъ то сдѣлано знаменитымъ Гауссомъ. Мы сочли полезнымъ приложить здѣсь его таблицы, какъ заслуживающія преимущество предъ всѣми прочими по своей краткости. Первая таблица содержитъ сумму трехъ первыхъ членовъ соотвѣтственно величинѣ $(t+t')$; вторая поправку отъ широты (**), а третья расположенная по первымъ двумъ знакамъ $\log X$, поправку отъ уменьшенія тяжести.

(*) Должно при семъ замѣтить, что еслибы мы вмѣсто формулы (5), взяли предложенную въ примѣч. на стр. 374, и поступили бы съ нею какъ выше, то получили бы

$$\log X = 4.2640162 + \log[1+0{,}0025(t+t')] + 0{,}0000017(t+t') + 0{,}00112395.\cos 2\varphi + \log\left[\log\frac{h}{h'} - 0{,}0001(T-T')\right] + \frac{5MX}{8R}.$$

(**) Предлагаемая здѣсь таблица II нѣсколько различествуетъ отъ Гаусовой тѣмъ, что имъ принятъ былъ, слѣдуя Лапласу, коэффиціентъ предъ $\cos 2\varphi$ въ форм. (5) равнымъ 0,002837, который не столь точенъ, какъ 0,002588 выведенный Поассономъ.

Таблица I.

$t+t'$	A въ метр.	A′ въ англ. ф.	разн.	$t+t'$	A въ метр.	A′ въ англ. ф.	разн.
— 19°	4.25337	4.76937	111	+ 21°	4.28667	4.80267	103
— 9	4.25448	4.77048	112	22	4.28770	4.80370	104
— 8	4.25560	4.77160	111	23	4.28874	4.80474	102
— 7	4.25671	4.77271	110	24	4.28976	4.80576	103
— 6	4.25781	4.77381	111	25	4.29079	4.80679	102
— 5	4.25892	4.77492	110	26	4.29181	4.80781	102
— 4	4.26002	4.77602	109	27	4.29283	4.80883	102
— 3	4.26111	4.77711	109	28	4.29385	4.80985	102
— 2	4 26220	4.77820	110	29	4.29487	4.81087	101
— 1	4.26330	4.77930	109	30	4.29588	4.81188	101
0	4.26439	4.78039	109	31	4.29689	4.81289	101
+ 1	4.26548	4.78148	108	32	4.29790	4.81390	101
2	4.26656	4.78256	108	33	4.29891	4.81491	100
3	4.26754	4.78364	108	34	4.29991	4.81591	101
4	4.26872	4.78472	108	35	4.30092	4.81692	100
5	4.26980	4.78580	108	36	4.30192	4.81792	99
6	4.27088	4.78688	107	37	4.30291	4.81891	100
7	4.27195	4.78795	106	38	4.30391	4.81991	99
8	4.27301	4.78901	107	39	4.30490	4.82090	99
9	4.27408	4.79008	106	40	4.30589	4.82189	99
10	4.27514	4.79114	106	41	4.30688	4.82288	99
11	4.27620	4.79220	106	42	4.30787	4.82387	98
12	4.27726	4.79326	106	43	4.30885	4.82485	99
13	4.27832	4.79432	105	44	4.30984	4.82584	98
14	4.27937	4.79537	105	45	4.31082	4.82682	97
15	4.28042	4.79642	105	46	4.31179	4.82779	98
16	4.28147	4.79747	104	47	4.31277	4.82877	97
17	4.28251	4 79851	105	48	4.31374	4.82974	97
18	4.28356	4.79956	104	49	4.31471	4.83071	97
19	4.28460	4.80060	104	+ 50	4.31568	4.83168	
+ 20	4.28564	4.80164	103				

Таблица II.

Шир.	Съ +		Шир.	Съ +	
0°	0.00113	90°	23°	0.00078	67
1	112	89	24	75	66
2	112	88	25	72	65
3	112	87	26	69	64
4	111	86	27	66	63
5	111	85	28	63	62
6	110	84	29	60	61
7	109	83	30	56	60
8	108	82	31	53	59
9	107	81	32	49	58
10	105	80	33	45	57
11	104	79	34	42	56
12	103	78	35	38	55
13	101	77	36	34	54
14	0.00099	76	37	31	53
15	97	75	38	27	52
16	95	74	39	23	51
17	93	73	40	19	50
18	91	72	41	15	49
19	88	71	42	12	48
20	86	70	43	08	47
21	84	69	44	04	46
22	0.00081	68	45	0.00000	45
	Съ —	Шир.		Съ —	Шир.

Таблица III.

$\log x$	+	$\log x'$	$\log x$	+	$\log x'$
1,9	0.00001	2.4	3.2	0.00011	3.7
2,3	1	2.8	3.3	14	3.8
2,4	2	2.9	3.4	17	3.9
2,5	2	3.0	3.5	22	4.0
2,6	3	3.1	3.6	28	4.1
2,7	3	3.2	3.7	35	4.2
2,8	4	3.3	3.8	44	4.3
2,9	5	3.4	3.9	55	4.4
3,0	7	3.5	4.0	70	4.5
3,1	9	4.5	4.1	00.0088	4.6
3,2	0.00011	3.7	4.2	0.00113	4.7

§ 223. Вотъ употребленіе сихъ таблицъ:

Все дѣйствіе совершается въ пяти десятичныхъ знакахъ. Вмѣсто T, T′, t и t' подставляется число градусовъ реомюрова термометра; если же наблюденія дѣлались по стоградуснымъ термометрамъ, тогда замѣченные градусы слѣдуетъ обратить въ градусы реомюрова, умноживъ ихъ на $\frac{8}{10}$. Высоты h и h' ртути барометровъ должны быть выражены въ какой нибудь одной и той же мѣрѣ, на прим. линіяхъ, милиметрахъ и т. п. (*). Самое же вычисленіе начинается опредѣленіемъ величины члена (въ форм. 7), содержащаго высоты ртути, т. е. $\left[\log\frac{h}{h'} - 0{,}0001\,(T - T')\right]$, и для сего по умноженіи на 0,0001 разность температуръ T и T′ ртути, (не забывая вводить въ вычисленіе градусы съ соотвѣтствующими имъ знаками), произведеніе вычитается изъ разности $\log h - \log h'$, (или прикладывается если $T < T'$), и берется логариѳмъ результата, котораго величину изобразимъ чрезъ u. Послѣ того приискивается въ таблицѣ I, соотвѣтственно величинѣ $(t + t')$, число A или A′, смотря потому въ метрахъ ли или въ англ. футахъ требуется опредѣлить высоту, а во II-й таблицѣ поправку отъ широты. Всѣ эти три числа, т. е. $\log u$, A или A′ и поправка отъ широты складываются, (послѣдняя должна быть введена въ вычисленіе отрицательною, коль скоро широта мѣста наблюденія $> 45°$). Найденная сумма означитъ логариѳмъ приближенной высоты, которую изобразимъ чрезъ x или x', смотря потому въ метрахъ ли, или въ англійс. футахъ оная выражается. Наконецъ изъ втораго столбца III-й таблицы берется число соотвѣтствующее первымъ двумъ знакамъ $\log x$ или $\log x'$, и прикладывается къ найденному результату. Сумма изобразитъ точный логариѳмъ искомой высоты.

(*) Если дѣленіе шкалы на одномъ барометрѣ представляетъ милиметры, а на другомъ парижскія или англійск. дюймы, тогда обѣ замѣченныя высоты h и h' ртути должны быть приведены въ какую нибудь одну изъ этихъ мѣръ, руководствуясь тѣмъ, что 1000 милим. = 443,296 париж. линій = 393,708 англ. линій.

Объяснимъ вышесказанное примѣрами:

I. Взявъ примѣръ, предложенный на стр. 375, и обративъ въ немъ градусы цельсіева термометра, въ градусы реомюрова, будемъ имѣть

$$h = 763{,}15 \text{ милим.} \qquad T = 20^\circ{,}2 \text{ Р. т.} \qquad t = 20^\circ.2$$
$$h' = 600{,}95 \qquad T' = 17{,}0 \qquad t' = 17 \qquad \varphi = 21^\circ$$
$$T - T' = 3{,}2 \qquad t + t' = 37{,}2$$
$$0{,}0001\,(T - T') = 0{,}00032$$

$$\log h = 2.88261 \qquad \log u = \bar{1}.01473$$
$$\log h' = -2.77884 \qquad A = +4.30311 \text{ (I табл.)}$$
$$0.10377 \qquad \text{1-я попр.} = +0.00084 \text{ (II табл.)}$$
$$-0.00032 \qquad \log x = 3.31868$$
$$u = 0.10345 \qquad \text{2-я попр.} = 0.00014 \text{ (III табл.)}$$
$$\log X = 3.31882$$
$$X = 2083{,}6 \text{ метр.}$$

II. По наблюденіямъ сдѣланнымъ А. Гумбольтомъ на горѣ Чимборазо, найдены были имъ слѣдующія величины:

$$h = 337{,}79 \qquad T = +20{,}2 \text{ Р. т.} \qquad t = +20{,}2$$
$$h' = 167{,}20 \qquad T' = +8{,}0 \qquad t' = -1{,}3 \qquad \varphi = 1^\circ 45'$$
$$T - T' = 12{,}2 \qquad t + t' = 18{,}9$$
$$0{,}0001\,(T - T') = 0{,}00122$$

$$\log h = 2.52865 \qquad \log u = \bar{1}.48329$$
$$\log h' = 2.22324 \qquad A = 4.28450$$
$$0.30541 \qquad \text{1-я попр.} = 112$$
$$-\ 122 \qquad \log x = 3.76891$$
$$u = 0.30419 \qquad \text{2-я попр.} = 35$$
$$\log X = 3.76926 \qquad X = 5879 \text{ метр.}$$

III. По наблюденіямъ, сдѣланнымъ *Соссюромъ* на Монбланѣ, найдено:

$$h = 738{,}5 \qquad T = 22^\circ{,}6 \text{ Р. т.} \qquad t = 22^\circ{,}6 \text{ Р. т.}$$
$$h' = 434{,}2 \qquad T' = -2{,}3 \qquad t' = -2{,}3 \qquad \varphi = 46^\circ 12'$$
$$T - T' = 24{,}9 \qquad t + t' = 20{,}3$$
$$0{,}0001\,(T - T') = 0{,}00249$$

$$
\begin{array}{rr}
\log h = 2.86835 & \log u = \bar{1}.35826 \\
\log h' = 2.63769 & A = 4.28595 \\
\hline
0.23066 & \text{1-я попр.} = -0.00005 \\
-249 & \log x = 3.64416 \\
\hline
u = 0.22817 & \text{2-я попр.} = +\quad 28 \\
 & \log X = 3.64444 \qquad X = 4410{,}0 \text{ метр. (*)}.
\end{array}
$$

IV. По наблюденіямъ сдѣланнымъ на горѣ Таганаѣ надъ Златоустомъ (въ Уралѣ), были получены слѣдующія данныя:

$$
\begin{array}{llll}
h = 319{,}7 \text{ Пар. лин.} & T = 18^\circ{,}0 \text{ Т. Р.} & t = 21^\circ{,}9 & \\
h' = 295{,}5 & T' = 18,\,8 & t' = 18,\,8 & \varphi = 55^\circ
\end{array}
$$

$$
T - T' = -\ 0,\,8 \qquad t + t' = 40,\,7
$$

$$
0{,}0001\,(T - T') = -\,0{,}0008
$$

$$
\begin{array}{rr}
\log h = 2.50474 & \log u = \bar{2}.53479 \\
\log h' = 2.47056 & A' = 4.82259 \\
\hline
0.03418 & \text{1-я попр.} = -0.00053 \\
+\quad 8 & \log x = 3.35685 \\
\hline
u = 0{,}03426 & \text{2-я попр.} = +\quad 4 \\
 & \log X = 3.35689 \qquad X = 2274{,}5 \text{ анг. фут.}
\end{array}
$$

§ 224. Въ заключеніе считаемъ полезнымъ присовокупить нѣкоторыя практическія замѣчанія, касательно барометрическихъ наблюденій. Они бываютъ двухъ родовъ: *a*) *соотвѣтственныя*, т. е. производимыя въ одно и тоже время въ обѣихъ точкахъ, разность уровней коихъ опредѣляется, и *b*) *самобытныя* (абсолютныя), т. е. производимыя въ одномъ только мѣстѣ, для опредѣленія высоты его надъ поверхностію океана. Въ 1-мъ случаѣ, т. е. для производства соотвѣтственныхъ наблюденій, должно соблюдать:

1-е) Чтобы каждый изъ наблюдателей былъ снабженъ кромѣ термометра, вдѣланнаго въ оправу барометра, еще

(*) Нижняя точка стоянія была избрана выше поверхности женевскаго озера 37-ю метрами, а какъ сіе послѣднее выше океана 362 метр., то вся высота Монблана отъ поверхности океана будетъ 4809 метр.

другимъ отдѣльнымъ, для опредѣленія температуръ t и t' атмосферы. Предъ наблюденіями, также и по окончаніи оныхъ, надобно повѣрить барометры и термометры. Если окажется, что показанія ихъ не согласны, то необходимо обратить вниманіе на то, постоянна ли разность, или непостоянна; въ послѣднемъ случаѣ, результатъ наблюденія будетъ не надеженъ.

2-е) На самомъ мѣстѣ наблюденія, какъ барометръ, такъ и термометръ, должны быть повѣшены отвѣсно (см. стр. 361), на открытомъ мѣстѣ, и по крайней мѣрѣ фута на 3 отъ поверхности земли. Если на точкахъ стоянія имѣются деревья, или выдающіяся скалы, то втыкаютъ въ нихъ желѣзный крюкъ и вѣшаютъ на немъ барометръ; если же подобнаго рода естественныхъ подставокъ не имѣется, тогда берутъ съ собою складной треножникъ, служащій штативомъ.

3-е) Термометры должны быть повѣшены въ тѣни, и при томъ такъ, чтобы они не прикасались, по крайней мѣрѣ на дюймъ, до поверхности предметовъ нагрѣтыхъ уже солнечными лучами. Барометры также лучше вѣшать въ тѣни, и потому если на мѣстѣ стоянія не имѣется какого либо предмета, который бы заслонялъ его отъ дѣйствія солнечныхъ лучей, то полезно обвертывать вышесказанный треножникъ кускомъ полотна.

4-е) Повѣсивъ инструменты на мѣстахъ наблюденій, надобно оставить ихъ нѣкоторое время въ покоѣ и не прикасаться къ нимъ: къ барометрамъ для того, чтобы ртуть перестала колебаться и показала точное давленіе атмосферы, а къ термометрамъ для того, чтобы температура ртути уравновѣсилась съ температурою воздуха.

5-е) Часы наблюдателей предварительно должны быть свѣрены между собою. Они должны условиться въ какой именно часъ и даже въ какую минуту, будутъ замѣчать состояніе ртути въ барометрѣ и въ термометрѣ. Эти наблюденія они записываютъ въ свой журналъ, и повторяютъ ихъ чрезъ каждую четверть часа и даже чрезъ каждые пять минутъ: чѣмъ болѣе будетъ сдѣлано наблюденій, тѣмъ среднія высоты ртутныхъ столбовъ и температуры будутъ вѣрнѣе.

Эти-то среднія высоты и выразятъ величины h и h', t и t', коихъ надобно вводить въ формулу.

6-е) Наилучшее время для производства наблюденій по словамъ Рамона, есть полдень. Д'Обюиссонъ же напротивъ совѣтуетъ дѣлать наблюденія въ 8 час. утра и въ 4 часа по полудни, (какъ въ такое время, въ которое по словамъ его, перемѣны въ состояніи воздуха бываютъ самыя медленныя), но съ тѣмъ, чтобы въ формулу вмѣсто коефиціента 18336 вводить 18513. Вообще же въ раннѣе утро, или поздній вечеръ состояніе атмосферы бываетъ различно отъ испареній въ ней находящихся. Погода тихая, при небѣ немного пасмурномъ, и несклонная къ перемѣнѣ, признается всѣми наблюдателями наиболѣе выгодною; напротивъ должно избѣгать всѣми мѣрами дней вѣтренныхъ, потому что ничто столь не измѣняетъ правильнаго давленія атмосферы, какъ вѣтеръ. Само собою разумѣется, что во все не должно дѣлать наблюденій во время дождя, снѣга, грозы или какихъ либо особенныхъ явленій атмосферы.

7-е) Опытомъ доказано, что измѣренныя барометромъ высоты горъ, оказываются *меньшими* истинныхъ: *a*) когда наблюденія произведены утромъ или вечеромъ; *b*) когда нижній барометръ находится на равнинѣ, а верхній въ узкомъ ущельѣ или глубокой котловинѣ и *c*) при южныхъ вѣтрахъ. Напротивъ того измѣренныя барометромъ высоты горъ, оказываются *большими* истинныхъ: *a*) когда наблюденія будутъ дѣлаемы лѣтомъ при солнечномъ сіяніи, между полуднемъ и 3 часами; *b*) когда верхній барометръ находится на открытомъ мѣстѣ, а нижній въ ущельѣ, и *c*) при сильномъ сѣверномъ вѣтрѣ. Наконецъ ошибка будетъ весьма значительна, когда разность уровней обѣихъ точекъ стоянія весьма мала, а горизонтальное между ними разстояніе значительно велико, особенно же если между обѣими точками находятся значительныя возвышенія или цѣпь горъ.

§ 225. Когда обстоятельства не дозволяютъ дѣлать одновременныхъ наблюденій, или не имѣется двухъ барометровъ, и наблюдатель находится въ крайности вывесть высоту горы изъ наблюденій не одновременныхъ, тогда для доставленія результату по возможности большей точности, необходимо сдѣлать барометрическія наблюденія сперва на нижней точкѣ стоянія, потомъ на верхней и по возвращеніи оттуда опять на нижнюю точку, сдѣлать тутъ вторично наблюденія. Послѣ чего изъ разности показаній барометра и термометра на сей послѣдней, выведя на сколько именно измѣнились высоты ртутныхъ столбовъ въ продолженіи каждаго часа, можно будетъ опредѣлить приближенно чрезъ вычисленіе, какое было состояніе ртути на нижней точкѣ въ то время, когда дѣлалось наблюденіе на верхней. Эти величины останется ввести въ формулу вмѣсто h и t. (*) Впрочемъ повторяемъ, что къ этому пріему можно прибѣгать только въ крайнихъ случаяхъ, ибо онъ имѣлъ бы удовлетворительную степень точности только въ томъ случаѣ, еслибы ртуть барометра и термометра возвышалась или понижалась въ промежуткѣ времени между обоими наблюденіями на нижней точкѣ стоянія постепенно; но опытъ показываетъ, что это случается весьма рѣдко.

§ 226. Для опредѣленія же абсолютной высоты какого либо мѣста надъ поверхностію океана, выводятся среднія величины высоты барометра и температуры изъ наблюденій, производимыхъ въ семъ мѣстѣ ежедневно и въ продолженіи нѣсколькихъ мѣсяцовъ и даже лѣтъ (**). Эти величины вво-

---

(*) См. Die Naturlehre von Baumgartner, Wien, 1830. Supplementband, S. 243.

(**) Нѣтъ надобности для опредѣленія средней высоты барометра въ какомъ нибудь мѣстѣ, записывать всѣ измѣненія высоты ртути въ продолженіи сутокъ, ибо неправильныя колебанія ея, случающіяся во всѣ часы дня взаимно выравниваются, такъ, что достаточно будетъ, если станемъ замѣчать состояніе барометра въ опредѣленный часъ, или что еще лучше въ полдень. По наблюденіямъ, сдѣланнымъ въ Парижѣ, пол-сумма баром. стояній въ 9 час. утра и въ 3 часа вечера оказалась превышающею полуденное только 0,1 милиметра, а въ Гюарѣ только 0,15 милим. При семъ должно присовокупить, что чѣмъ мѣсто далѣе лежитъ отъ экватора, тѣмъ болѣе и продолжительнѣе бываютъ неправильныя колебанія ртути, и потому подъ бóльшими широтами среднія высоты барометра необходимо должны быть выведены не иначе какъ изъ гододятся въ нашу формулу смѣсто h', T' и t'; вмѣсто же h, T и t подставляются величины соотвѣтствующія той же широтѣ при уровнѣ океана. Здѣсь предлагаемъ таблицу для среднихъ высотъ барометра (въ париж. линіяхъ и милиметрахъ) при уровнѣ океана, подъ различными широтами, приведенныхъ къ 0° температуры (*).

шир.	высоты барометры.		шир.	высоты барометра.	
	париж. лин.	миллимет.		париж. лин.	миллимет.
0°	337,0000	760,214	40°	337,7694	761,951
10	337,0560	760,341	50	338,0930	762,682
20	337,2177	760,706	60	338,3967	763,367
30	337,4655	761,266	70	338,6445	763,927

Вычислимъ для примѣра высоту обсерваторіи императорскаго Московскаго Университета. По наблюденіямъ профессора Перевощикова (**) въ теченіи 1831 года, сдѣланнымъ на сей обсерваторіи по 8 разъ въ день, начиная съ 8 час. утра до 10 час. вечера, среднiй результатъ для высоты ба-

выхъ наблюденій; въ странахъ же тропическихъ онѣ могутъ быть опредѣлены въ меньшее время.

(*) Эта таблица заимствована нами изъ 1-й части (стр. 918) Gehler's physikalisches Wörterbuch von Brandes, Gmelin, Muncke und Pfaff; Leipzig, 1825. Предложенныя величины взяты изъ достовѣрнѣйшихъ наблюденій и приведены къ нулю градусовъ температуры ртути и атмосферы. Не взирая однакоже на это, не возможно безусловно полагаться на точность сихъ чиселъ, ибо строгое опредѣленіе средней баром. высоты при уровнѣ океана встрѣчаетъ не малыя затрудненія, ибо съ одной стороны всѣ наблюденія дѣлаются на кораблѣ, что не допускаетъ строгой точности, а съ другой, чѣмъ мѣсто сѣвернѣе, тѣмъ для вывода результатовъ преимущественно требуется болѣе многолѣтнихъ наблюденій. Сверхъ того на высоту барометра имѣютъ вліяніе многія мѣстныя причины, не подходящія подъ вычисленіе, изъ коихъ главныя суть воздушныя теченія, зависящія отъ близости береговъ. Отъ того самаго при сравненіи точныхъ наблюденій не рѣдко оказываются чувствительныя разности.

(**) См. его «Руководство къ опытной Физики.» Москва 1833, стр. 226.

рометра при 0° температуры ртути, оказался $h' = 745{,}24$ миллиметр., а для температуры воздуха $t' = + 3^{\circ}{,}9$. И такъ,

$$h = 763{,}076 \text{ миллим.} \qquad T = 0^{\circ} \qquad t = 0 \qquad \varphi = 55^{\circ}\,45'$$
$$h' = 745{,}23 \qquad T' = 0 \qquad t' = + 3^{\circ}{,}9$$

$$\begin{array}{rr}
\log h = & 2.88257 \\
\log h' = & -\,2.87229 \\
\hline
u = & 0.01028
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr}
\log u = & \bar{2}.01199 \\
A = & 4.26861 \\
\text{1-я попр.} = & -\quad 41 \\
\hline
\log x = & 2.28019 \\
\text{2-я попр.} = & +\quad 1 \\
\hline
\log X = & 2.28020
\end{array}$$

$X = 190{,}6$ метр. $= 625{,}5$ англ. фут. $= 89{,}4$ саж.

ОТДѢЛЕНІЕ III.

ДѢЙСТВІЯ АСТРОНОМИЧЕСКІЯ.

—

ГЛАВА I.

Предварительныя понятія объ астрономическихъ наблюденіяхъ вообще.

§ 227. Наблюденія, дѣлаемыя для опредѣленія географическаго положенія мѣстъ земной поверхности и азимутовъ линій, могутъ быть раздѣлены на три главные рода: 1-е) опредѣленіе момента времени прохожденія какого либо свѣтила, чрезъ нити пасажной трубы, уставляемой въ плоскости меридіана или въ плоскости 1-го вертикала; 2-е) опредѣленіе момента времени какого либо мгновеннаго явленія, на прим. вспышки пороха, закрытія и вскрытія звѣздъ луною, начала и конца затмѣнія и проч. и 3-е) измѣреніе посредствомъ угломѣрныхъ снарядовъ зенитныхъ разстояній, высотъ, азимутовъ и разстояній между свѣтилами, съ отсчитываніемъ на часахъ момента наблюденія. Сверхъ того, измѣренныя высоты и зенитныя разстоянія нельзя вводить прямо въ вычисленіе, но необходимо величины найденныя чрезъ наблюденія предварительно исправить отъ дѣйствія рефракціи и параллакса, ибо мы увидѣли бы свѣтила въ иныхъ точкахъ неба, еслибы смотрѣли на нихъ изъ центра земли, и если бы атмосферы во все не было. Въ слѣдствіе чего, прежде чѣмъ приступимъ къ объясненію какимъ образомъ опредѣляются географическое положеніе мѣстъ и азимуты линій, разсмотримъ каждое изъ упомянутыхъ дѣйствій особо.

A. АСТРОНОМИЧЕСКІЕ ЧАСЫ.

§ 228. Астрономическіе часы бываютъ: 1-е) большіе съ висячимъ маятникомъ и 2-е) малые съ маятникомъ колесовымъ. Первые называются просто *часами* (pendule, Pendeluhr), а вторые *хронометрами.* Послѣдніе бываютъ двоякіе: или такъ называемые *карманные,* имѣющіе видъ обыкновенныхъ карманныхъ часовъ, или *ящичные* (box chronometre), назначаемые предпочтительно для употребленія на морѣ.

Часы и хронометры имѣютъ всегда три стрѣлки: часовую, минутную и секундную. Маятникъ какъ въ тѣхъ, такъ и въ другихъ устроенъ съ такъ называемою *компенсаціею,* устраняющею ходъ ихъ отъ вліянія температуры (*). Часы различествуютъ отъ обыкновенныхъ стѣнныхъ часовъ кромѣ особенности своего хода, тѣмъ во 1-хъ), что кругъ ихъ циферблата раздѣленъ не на 12, но обыкновенно на 24 часа; во 2-хъ) они идутъ не по солнечному среднему, но по звѣздному времени, и въ 3-хъ) бой маятника или продолжительность его удара бываетъ ровно въ секунду (**). Хронометры же наружнымъ своимъ видомъ различествуютъ отъ обыкновенныхъ карманныхъ часовъ тѣмъ во 1-хъ) что они дѣлаются не столь плоскими, но въ видѣ большихъ старинныхъ англійскихъ часовъ; во 2-хъ) можно явственно слышать и считать удары маятника въ моменты при концѣ его качаній въ сторону по направленію волоска, (но не въ сторону противоположную); наконецъ въ 3-хъ) секундная стрѣлка перескакиваетъ при каждомъ ударѣ маятника на ту долю секунды, которая выражаетъ продолжительность удара. Наименьшая продолжительность удара маятника есть $\frac{1''}{5}$, а наибольшая $\frac{1''}{2}$; по

(*) См. *Кораблевожденіе* соч. Зеленаго, § 291, гдѣ изложено съ достаточными подробностями устройство этого рода маятниковъ.

(**) *Полусекундные,* встрѣчающіеся рѣдко, дѣлаются иногда въ видѣ столовыхъ часовъ, т. е. съ пружиною вмѣсто гирь.

большей же части хронометры дѣлаютъ пять ударовъ въ двѣ секунды; каждый ударъ въ семъ случаѣ, составляетъ слѣд. $\frac{2}{5}''$ или $= 0'',4$, и тогда секундная стрѣлка очевидно чрезъ каждые пять ударовъ должна совпадать съ точностію съ однимъ изъ дѣленій на циферблатѣ. Опредѣлить значеніе каждаго удара весьма легко: надобно замѣтить моментъ, въ который секундная стрѣлка совпала съ однимъ изъ секундныхъ на циферблатѣ дѣленій, счесть удары до одного изъ слѣдующихъ такихъ же совпаденій и на сосчитанное число раздѣлить число секундъ между чертами совпаденій заключающееся; на прим. стрѣлка совпала на $9''$ и $15''$, а между совпаденіями послѣдовало 16 ударовъ; слѣд. $\frac{15''-9''}{16} = 0'',375$ выразитъ значеніе одного удара. Для опредѣленія же значенія удара съ большею точностію, надобно сосчитать число ударовъ въ продолженіи цѣлой минуты, и потомъ $60''$ раздѣлить на это число.

§ 229. Для удобства астрономовъ путешествующихъ, еще въ недавнее время наблюдавшихъ почти исключительно секстантомъ, весьма рѣдко звѣзды, а по большей части солнце, хронометрамъ давался ходъ по времени среднему; теперь же, когда секстантъ замѣненъ другими инструментами болѣе совершенными, не рѣдко даютъ и хронометрамъ ходъ по звѣздному времени (*).

§ 230. Часы заводятъ обыкновенно разъ въ недѣлю; хронометръ каждыя сутки. Замѣчено, что по неравномѣрности напряженія пружины, ходъ хронометра бываетъ не совершенно однообразенъ, а нѣсколько быстрѣе въ первые часы по заведеніи и медленнѣе къ концу сутокъ. Какъ ни мала такая разница, но почитаютъ за нужное избѣгать наблюденій къ заведенію близкихъ, и такъ какъ наблюдаютъ по большей части ночью, то и принято за правило заводить

(*) Это не относится впрочемъ до тѣхъ хронометровъ, которые предназначаются для употребленія мореходцевъ, ибо они и нынѣ преимущественно наблюдаютъ солнце, по невозможности видѣть ночью край видимаго горизонта.

хронометры въ полдень. Дознано также, что ходъ правильнѣе, когда въ хронометрѣ ежедневно сходитъ одинаковая часть пружины, т. е. когда онъ заводится ровно чрезъ каждые 24 часа. Опытный наблюдатель не пренебрѣгаетъ въ этомъ отношеніи даже немногими минутами.

§ 231. Вообще при обращеніи съ хронометромъ требуется много осторожности. Правильность хода нарушается отъ всякаго внезапнаго движенія, отъ всякаго толчка; вреднѣе же всего движеніе круговое, потому что неизбѣжно или ускоряетъ или замедляетъ качаніе маятника на нѣкоторое время. И дѣйствительно, немногими таковыми круговыми поворотами, можно умышленно, не только разстроить ходъ, но и совершенно остановить маятникъ.

Хронометръ почитается хорошимъ, когда онъ даетъ въ сутки время по крайней мѣрѣ до $1''$ вѣрности; хорошіе часы должны быть надежны до $\frac{1}{3}$ секунды (*).

§ 232. Случается, что опредѣленіе времени сдѣлано съ одними часами или хронометромъ, а другое какое либо наблюденіе съ другими часами или другимъ хронометромъ. Въ такихъ случаяхъ время переводится на первые часы или на первый хронометръ, посредствомъ сравненія слѣдующимъ образомъ:

a) *Сравненіе хронометра съ часами.* Наблюдатель глядя на часы выжидаетъ совпаденія ударовъ: замѣтивъ на прим. что ударъ часовъ на $8^ч\ 15'\ 8''$ послѣдовалъ въ тотъ же самый моментъ какъ и одинъ изъ ударовъ хронометра, говоритъ въ сей моментъ *нуль* и глядя на хронометръ считаетъ его удары до совпаденія секундной стрѣлки съ какимъ либо секунднымъ дѣленіемъ. Если сосчитано было 6 ударовъ, когда показаніе хронометра было $8^ч\ 18'\ 20''$, то онъ записы-

(*) Если часы значительно отстаютъ или бѣгутъ, то усоразмѣрить ходъ ихъ можно весьма легко убавляя или прибавляя длину маятника посредствомъ винта, на концѣ его находящагося; въ хронометрѣ же нѣсколько ввинчивая или вывинчивая два винтика, на наружной сторонѣ маятника, нарочно для того помѣщенные. Но это можетъ быть съ успѣхомъ сдѣлано только рукою искусною; не будучи же въ себѣ увѣрену, лучше до маятника не прикасаться.

ваетъ $8^ч\ 18'\ 20'' - 6$, т. е. $17'',6$, (предполагая ударъ хронометра въ $0'',4$). И такъ, хронометръ показывалъ $8^ч\ 18'\ 17'',6$, когда на часахъ было $8^ч\ 15'\ 8''$ (*), а слѣд. хронометръ впереди на $3'\ 9'',6$.

b) Сравненiе часовъ съ часами. Одни часы съ другими сравниваются обыкновенно посредствомъ хронометра, хотя бы тѣ и другiе находились въ одной и той же комнатѣ, потому, что желая сравнивать ихъ непосредственно иногда довелось бы ожидать весьма долго пока удары сдѣлаются одновременными, и даже при правильности ихъ хода этого момента во все нельзя было бы дождаться.

c) Сравненiе между собою двухъ хронометровъ. Если продолжительность ударовъ обоихъ хронометровъ *неодновременна*, то наблюдатель поступаетъ какъ въ 1-мъ случаѣ, т. е: выжидаетъ момента пока они сойдутся, (на что по различiю хода хронометровъ, рѣдко потребуется много времени); въ сей моментъ замѣтивъ показанiе одного изъ нихъ, говоритъ *нуль*, и глядя на другой хронометръ считаетъ удары до совпаденiя на немъ секундной стрѣлки съ какимъ либо секунднымъ дѣленiемъ.

Но если продолжительность ударовъ *одновременна*, то могутъ быть два случая, смотря потому совпадаютъ ли они въ одни и тѣже моменты, или нѣтъ. Если *совпадаютъ*, то поступаютъ какъ сказано выше, съ тѣмъ только различiемъ, что для легчайшаго удержанiя въ памяти показанiя одного изъ нихъ, наблюдатель говоритъ *нуль* въ тотъ моментъ, ког-

(*) Если наблюдатель не надѣется удержать въ памяти это число, т. е. показываемое часами въ моментъ совпаденiя ударовъ, то по прошествiи этого момента, онъ тотчасъ записываетъ не $8''$, но одно изъ послѣдующихъ совпаденiй; такъ на прим. если хронометръ дѣлаетъ 5 ударовъ въ двѣ секунды, то совпаденiя произойдутъ на $10''$, $12''$, $14''$, почему и записываетъ $12''$ или $14''$; въ моментъ же удара часовъ на дѣйствительно записанномъ числѣ секундъ, онъ говоритъ нуль и не обращая болѣе вниманiя на часы, считаетъ удары хронометра, какъ сказано выше. Такимъ же образомъ, поступаютъ при сравненiи между собою двухъ хронометровъ, коихъ удары не одновременны.

да стрѣлка его совпадаетъ съ круглымъ числомъ секундъ, на прим. 0, 10, 20,. и потомъ считаетъ удары другаго. Если же удары двухъ хронометровъ одновременны, но не совпадаютъ одни съ другими, а хронометры имѣютъ почти одинаковый ходъ, то этотъ случай сходствуетъ съ сравненіемъ часовъ съ часами, и тогда всего удобнѣе можно сравнить ихъ съ помощію третьяго хронометра, коего продолжительность ударовъ не одинакова съ сравниваемыми (*). Если же такого хронометра не имѣется, то необходимость заставляетъ прибѣгнуть къ оцѣниванію долей секунды, что впрочемъ не надежно. Въ семъ случаѣ, наблюдатель поступаетъ какъ при сравненіи хронометровъ, коихъ удары сходятся, а потомъ записываетъ поправку, происходящую отъ того, что удары одного упреждаютъ удары другаго, или происходятъ послѣ нихъ.

B. ОТСЧИТЫВАНІЕ ВРЕМЕНИ.

§ 233. При различнаго рода наблюденіяхъ, отсчитываніе времени требуетъ пріемовъ значительно различныхъ, зависящихъ отъ устройства инструментовъ, движенія свѣтила и боя маятника. Слѣдующій обзоръ представляетъ по сему предмету замѣчательнѣйшія подробности и облегченія, указанныя изъ опыта.

I. ОТСЧИТЫВАНІЕ ВРЕМЕНИ ПРИ НАБЛЮДЕНІИ ПАСАЖНОЮ ТРУБОЮ.

§ 234. *a) Пасажная труба въ меридіанѣ; часы секундные.* Звѣзды близь полюсныя движутся весьма медленно. Когда наблюдается на прим. полярная звѣзда, то часто кажется глазу, что она приблизившись, какъ будто нѣсколько прискакиваетъ къ нити, медлитъ за нею нѣсколько времени и

(*) Во время хронометрической экспедиціи 1843 года, Г. Струве ежедневно сравнивалъ 70 своихъ хронометровъ посредствомъ одного *ящичнаго*, дѣлавшаго 13 ударовъ въ 6 секундъ, какъ такого, коего продолжительность ударовъ разнствовала отъ всѣхъ прочихъ.

потомъ разомъ отъ нити отрывается. Всего лучше въ семъ случаѣ записывать секунду прикосновенія и отторженія; среднее число будетъ временемъ прохожденія. Когда труба увеличиваетъ весьма сильно, нити очень тонки, и притомъ спокоенъ воздухъ, то наблюденіе можетъ имѣть по крайней мѣрѣ до $2''$ вѣрности.

§ 235. Если звѣзда значительно удалена отъ полюса и слѣд. движется быстро, то отсчитываніе времени представляетъ трудность другаго рода. Весьма рѣдко случается, что прохожденіе совпадаетъ съ моментомъ удара которой либо секунды: надлежитъ опредѣлить, какая доля секунды протекла отъ послѣдняго удара маятника, до момента прохожденія. Дознано, что самый опытный слухъ тутъ не можетъ отличить съ увѣренностію и за $\frac{1}{4}$ секунды, и какъ этого не достаточно, то придуманы были особые вспомогательные часы, называемые *терціонными* и имѣющіе видъ обыкновенныхъ карманныхъ. Стрѣлка въ нихъ описываетъ свой кругъ въ одну секунду времени, но идетъ только тогда, когда прижата особая пружина, выдающаяся изъ часовъ внаружу. Наблюдатель ставитъ стрѣлку на нуль, прижимаетъ пружину въ моментъ удара послѣдней предъ прохожденіемъ секунды и пускаетъ ее въ моментъ самаго прохожденія, съ чѣмъ вмѣстѣ останавливается и стрѣлка. Оказалось однако, что чрезъ это отсчитыванія дѣлаются никакъ не вѣрнѣе, чѣмъ на слухъ, и потому терціонные часы въ употребленіе не вошли; оцѣниваніе же долей секунды предоставлено не какому либо инструменту или слуху, но глазу.

Наблюденіе по сему способу дѣлается такъ: наблюдатель 1-е) замѣчаетъ и твердо удерживаетъ въ памяти положеніе двухъ точекъ, на прим. *a, b* (чер. 66), тѣхъ, въ которыхъ находилась звѣзда въ моменты ударовъ предъидущаго прохожденія и за нимъ послѣдующаго; 2-е) дѣлитъ *ab,* т. е. линейное выраженіе одной секунды времени на десятичныя доли и опредѣляетъ по глазомѣру сколько такихъ долей заключаетъ въ себѣ *ac,* разстояніе отъ *a* до нити. Послѣ чего онъ записываетъ число ихъ, равно какъ и число секундъ, означенное послѣднимъ предъ прохожденіемъ ударомъ маятника.

Точность, до которой такимъ образомъ можно легко достигнуть глазомѣромъ простирается въ наблюденіяхъ походною пасажною трубою до $0'',2$, а большою трубою до $0'',1$. Отличные наблюдатели дѣлятъ въ послѣднемъ случаѣ десятичныя доли по поламъ и записываютъ $0'',05$ съ довольно большою увѣренностію (*).

При наблюденіяхъ солнца и луны глазъ легко подвергается оптическому обману при прохожденіи втораго края: пространство *ac* (чер. 63) кажется бо́льшимъ, когда оно свѣтло, т. е. занято свѣтиломъ, и меньшимъ, когда потемнѣетъ, т. е. когда свѣтило уйдетъ за нить. Чтобы не ошибиться въ опредѣленіи мѣста точки *a*, надлежитъ искусно соразмѣрять освѣщеніе поля трубы съ степенью свѣтлости луны, и тусклости стекла, сквозь которое наблюдается солнце.

§ 236. *b*) *Пасажная труба въ главномъ вертикалѣ.* Въ трубѣ установленной въ главномъ вертикалѣ время прохожденія отсчитывается такимъ же образомъ, какъ сказано выше. Различіе наблюденій состоитъ только въ томъ, что звѣзды движутся чрезъ вертикалъ въ направленіи не перпендикулярномъ къ нитямъ, и тѣмъ болѣе косвенномъ, чѣмъ прохожденіе ближе къ зениту. Наблюдатель долженъ ставить трубу для каждой нити на иную высоту, а именно на такую, чтобы звѣзда пересѣкала нити въ точкахъ b, b', b''.. (чер. 67).

(*) Подобная точность возможна только тогда, когда наблюдатель въ состояніи дѣлить какую либо линію *на десятичныя доли мгновенно* и *весьма вѣрно.* Для пріученія къ тому глаза предлагается слѣдующее простое средство: надобно начертить на бумагѣ двѣ взаимно перпендикулярныя линіи AB, CD (чер. 66); потомъ близь линіи AB наносить карандашемъ по двѣ какія либо точки *a* и *b*, и стараться опредѣлить съ одного взгляду, сколько десятичныхъ заключается въ *ac* или *cb*, повѣряя каждый разъ свое оцѣниваніе особымъ маштабомъ, представленнымъ на чер. 62, и чертимымъ на прозрачной бумагѣ. Въ немногіе дни, глазъ научится уловлять не только десятыя, но и дватцатыя части линіи *ab*, не смотря на измѣненіе длины ея при каждомъ опытѣ.

близкихъ къ нити поперечной. Чѣмъ острѣе уголъ *abc*, тѣмъ точность опредѣленія десятичныхъ долей секундъ затруднительнѣе, такъ что оно почти невозможно, когда уг. составляетъ не многіе градусы. За то въ подобныхъ случаяхъ погрѣшность не имѣетъ на результатъ значительнаго вліянія, хотя бы она составляла и болѣе нежели одну секунду, какъ это мы увидимъ въ послѣдствіи.

§ 237. Доселѣ говорено было о наблюденіяхъ съ часами секундными. Казалось бы, что при ударахъ маятника болѣе частыхъ, въ $0'',5$ и $0'',4$, отсчитываніе времени прохожденій должно быть еще надежнѣе; опытъ однакоже показываетъ, что въ одной и той же трубѣ, одинъ и тотъ же наблюдатель точнѣе отсчитываетъ двадцатыя части съ часами секундными, нежели десятыя съ полу-секундными. Частые удары представляютъ слѣдственно выгоду только въ тѣхъ случаяхъ, когда по неопытности глаза, или по слабости увеличенія трубы записываются не десятичныя части, а только половины ударовъ.

Отсчитываніе съ полусекундными часами дѣлается такимъ же образомъ, какъ и съ секундными а именно: при приближеніи звѣзды къ нити, наблюдатель считаетъ удары, говоря на прим. «пять, нуль, шесть, нуль » (или: пять, полъ, шесть, полъ. ..); потомъ оцѣниваетъ десятичныя доли удара и записываетъ, такъ на прим. $6'',5 + 8$; здѣсь 8 ставится для сокращенія вмѣсто 0,8 пол-секунды, а потому записанное число $= 6'',5 + 0,8 \times 0'',5 = 6'',9$. Десятичное дѣленіе сохраняется и въ тѣхъ случаяхъ, когда нельзя отвѣчать за одну, даже за двѣ десятичныя доли для того, чтобы не имѣть надобности пріучать глазъ къ дѣленію другому, на прим. на 3 или на 4 части.

§ 238. Многіе наблюдатели примѣняютъ этотъ же счетъ и къ наблюденіямъ съ хронометромъ, а именно: передъ прохожденіемъ звѣзды замѣчаютъ совпаденіе стрѣлки съ однимъ изъ секундныхъ дѣленій круга и считаютъ (предполагая, что хронометръ бьетъ $0'',4$ и стрѣлка совпала на $12''$) «разъ, два, три, четыре, 14, разъ, два, три, четыре, 16, разъ два. .» до послѣдняго предъ прохожденіемъ удара включительно; потомъ оцѣниваютъ обыкновеннымъ образомъ десятичныя доли и записываютъ на прим. $16'' + 2{,}3$, что значитъ $16''$ и 2,3 удара или $16'' + 2{,}3 \times 0'',4 = 16'',92$.

Иные поступаютъ иначе, а именно: до прохожденія не считаютъ ударовъ, а только говорятъ «нуль, нуль, нуль,..... оцѣняютъ десятичныя доли отъ прохожденія до перваго удара за тѣмъ слѣдующаго; произносятъ при семъ ударѣ *нуль*, а потомъ при слѣдующихъ: одинъ, два, три.. и глядя на хронометръ замѣчаютъ съ которымъ секунднымъ дѣленіемъ совпадаетъ стрѣлка. Записывается цифра того дѣленія съ вычетомъ сосчитанныхъ ударовъ и оцѣненныхъ частей. Такъ въ предыдущемъ примѣрѣ, по этому способу было бы записано: $18'' - 2{,}7$, или $20'' - 7{,}7$ или $22'' - 9{,}7$, (смотря потому на 18 ли, или на 20, или на 22 уловилъ наблюдатель совпаденіе стрѣлки) и слѣд. моментъ прохожденія звѣзды будетъ $18'' - 2{,}7 \times 0'',4 = 18'' - 1''08 = 16''92$ какъ и прежде.

Труднѣйшимъ изъ сихъ двухъ способовъ кажется для учащагося первый; но по пріобрѣтеніи опытности онъ представляетъ ту выгоду, что числа секундъ и его ударовъ надобно держать въ памяти только на одинъ, такъ сказать мигъ, на время оцѣниванія долей; во второмъ же, число оцѣненныхъ долей, должно помнить до уловленія совпаденій стрѣлки, слѣдственно въ продолженіи нѣсколькихъ секундъ. Впрочемъ, какъ въ прохожденіяхъ, такъ и во всѣхъ наблюденіяхъ, о которыхъ будетъ говорено ниже, предпочтеніе того или другаго способа зависитъ отъ навыка.

II. Отсчитываніе времени при измѣреніи зенитныхъ разстояній и азимутовъ.

§ 239. По медленности движенія каждой изъ звѣздъ близь полюсныхъ, какъ на прим. полярной, можно считать ее за неподвижную точку по крайней мѣрѣ на $1''$ времени. И такъ, наблюдатель наводитъ трубу инструмента микрометрическими винтами и въ моментъ когда увидитъ звѣзду въ срединѣ разстоянія между двумя параллельными нитями и вблизи нитей поперечной, просто записываетъ цѣльный ударъ маятника, какого бы достоинства удары ни были (*). Часто однако не удается довести винтомъ звѣзду до надлежащаго мѣста сразу и вѣрно: въ такихъ случаяхъ почитается за наилучшее опредѣлять глазомѣромъ на одну десятую, или на одну двадцатую долю разстоянія между нитями, звѣзда уклоняется отъ средины сего разстоянія и записывать эту поправку въ отсчитываніе на лимбѣ съ надлежащимъ знакомъ, какъ было нами объяснено въ примѣчаніи на стр. 167.

§ 240. Въ примѣненіи этого способа къ звѣздамъ движущимся быстро представляется та трудность, что движеніемъ винта должно привести звѣзду на надлежащее мѣсто, именно: въ моментъ одного изъ ударовъ маятника, что требуетъ необыкновенной снаровки и ловкости въ рукѣ. Иные однако предпринимаютъ это съ успѣхомъ, особенно наблюдая съ хронометромъ; если же которое изъ наведеній окажется не совсѣмъ удачнымъ, то для поправленія ошибки при записываніи, отмѣчаютъ половину или даже четверть удара съ плюсомъ или съ минусомъ. Такимъ образомъ работа идетъ весьма быстро, отсчитыванія могутъ отстоять одно отъ другаго только на 1′ или даже на 50″, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ составляетъ значительную выгоду.

§ 241. Кто не рѣшается наводить сразу, тотъ посредствомъ винтовъ даетъ звѣздѣ такое положеніе, что она при-

---

(*) При отсчитываніи удара хронометра, соотвѣтствующаго моменту визированія трубою на звѣзду, поступаютъ подобно какъ сказано было въ § 238, т. е. или во 1-хъ) когда звѣзда уже видна въ полѣ трубы, то замѣтивъ совпаденіе секундной стрѣлки съ однимъ изъ секундныхъ дѣленій на циферблатѣ, на прим. 12″, считаютъ удары говоря: «нуль, разъ, два, три, четыре, 14, разъ,два, три, четыре, 16 разъ....» и въ то же время дѣйствуя микрометренными винтами наводятъ съ точностію трубу на звѣзду; или во 2-хъ) при дѣйствіи микрометренными винтами, при каждомъ ударѣ хронометра, говорятъ «нуль, нуль,.... и въ тотъ моментъ, когда звѣзда войдетъ въ центръ нитей, сказавъ *нуль,* считаетъ удары глядя между тѣмъ на циферблатъ хронометра до совпаденія секундной стрѣлки. Въ послѣднемъ случаѣ, число отсчитанныхъ на циферблатѣ секундъ безъ числа сосчитанныхъ ударовъ выразитъ время момента наблюденія.

ходитъ потомъ на надлежащее мѣсто собственнымъ своимъ движеніемъ; при чемъ разумѣется должно или *a*) опредѣлять слухомъ время, отдѣляющее моментъ наблюденія отъ сосѣдняго съ нимъ удара маятника; или *b*) оцѣнивать глазомъ отстояніе звѣзды отъ нитей въ моментъ такого сосѣдняго удара. Въ разныхъ случаяхъ предпочитается тотъ или другой способъ, смотря по величинѣ инструмента, бою маятника, степени вѣрности требуемой отъ наблюденія, и наконецъ по увѣренности въ себѣ самаго наблюдателя.

III. Отсчитываніе времени при наблюденіи инструментами отражательными.

§ 242. Какое бы измѣреніе инструментомъ отражательнымъ ни дѣлалось, отсчитываніе времени всегда относится къ тому моменту, въ который соприкасаются въ полѣ трубы два предметныя изображенія. Самое отсчитываніе производится какъ объяснено было нами въ примѣчаніи на стр. 399. При дѣйствіи же самымъ инструментомъ должно замѣтить, что искусная рука съумѣетъ всегда поворотить микрометрическій винтъ такъ, что соприкосновеніе послѣдуетъ если не въ самый моментъ удара, то очень къ нему близко.

IV Отсчитываніе времени при наблюденіи явленій мгновенныхъ.

§ 243. При всѣхъ наблюденіяхъ явленій мгновенныхъ, какъ то пороховыхъ сигналовъ, закрытій звѣздъ и проч. хронометръ предпочитается часамъ, потому что части удара могутъ быть оцѣниваемы только посредствомъ слуха. Такъ какъ моментъ явленія въ подобнаго рода случаяхъ по приближенію бываетъ извѣстенъ, то наблюдатель поступаетъ какъ сказано на стр. 398, т. е. не задолго до появленія онаго, говоритъ, при каждомъ ударѣ хронометра, нуль нуль,. а въ моментъ самаго явленія сказавъ окончательно нуль, считаетъ удары, смотря между тѣмъ на хронометръ до совпаденія стрѣлки съ какимъ либо секунднымъ дѣленіемъ, которое и записываетъ съ вычетомъ сосчитанныхъ ударовъ.

C. ПРИВЕДЕНІЕ НА СРЕДНЮЮ НИТЬ.

§ 246. Говоря объ устройствѣ пасажныхъ инструментовъ, мы упоминали (см. § 31), что въ нихъ натягивается обыкновенно нечетное число нитей: въ большихъ 7 и даже 9, а въ походныхъ 5. При наблюденіяхъ отсчитываютъ время прохожденія свѣтила чрезъ каждую нить, съ тою цѣлію, чтобы изъ многократнаго наблюденія брать среднее. Еслибы нити натянуты были въ совершенно равномъ разстояніи одна отъ другой, и предположили, что t, t', t'', t''' и t^{IV} суть отсчитанныя времена прохожденія звѣзды чрезъ оныя, то $\frac{1}{5}(t + t' + t'' + t''' + t^{IV})$ выразило бы среднюю величину времени изъ всѣхъ наблюденій, соотвѣтствующую тому случаю, какъ еслибы звѣзда была 5 разъ наблюдаема на средней нити и изъ сихъ наблюденій взята была средняя. Но какъ упомянутаго равенства между нитями никогда не бываетъ, то изобразивъ чрезъ k промежутокъ времени, въ который звѣзда проходитъ отъ 1-й крайней до средней нити, чрезъ k' отъ 2-й до средней и т. д., выраженія $t + k$, $t' + k'$, $t'' + 0$, $t''' - k'''$, $t^{IV} - k^{IV}$, означатъ приведенія отсчитываній съ боковыхъ нитей на среднюю; средняя же величина будетъ $= \frac{1}{5}(t + t' + t'' \quad) + \frac{1}{5}(k + k' - k''' - k^{IV})$. И такъ, для рѣшенія нашего вопроса, остается разсмотрѣть, какимъ образомъ опредѣляются величины k, k', k''' ., соотвѣтствующія наблюдаемой звѣздѣ, коей склоненіе есть δ.

§ 247. Пусть будетъ ASB (чер. 185) большой кругъ инструмента (*), F полюсъ сего круга, P небесный полюсъ, PE меридіанъ и S звѣзда наблюдаемая на средней нити. Соединимъ точки

(*) Большимъ кругомъ пасажнаго инструмента, называется кругъ небесн. сферы, описываемый оптическою осью трубы, когда сія ось съ совершенною точностію перпендикулярна къ оси вращенія. Полюсами сего круга очевидно будутъ служить точки небесн. сферы, лежащія на продолженіи оси вращенія. Если упомянутая перпендикулярность не выполняется, то средняя нить опишетъ на сферѣ малый кругъ подобно какъ каждая изъ боковыхъ нитей.

F и P другую FBP большаго круга, (который будетъ перпендикуляренъ къ ASB, ибо проходитъ чрезъ его полюсъ F), и проведя кругъ склоненія AP перпендикулярный къ дугѣ FBP, положимъ уг. $APS = t = 90° - SPF$. Прямоуг. треуг. SPB, въ коемъ $BP = N$, $SP = 90° - \delta$, даетъ

$$\cos BPS = \sin t = \tan N . \tan \delta . \qquad .(1).$$

Для другой звѣзды S', для коей уг. $S'PA = t'$, а склоненіе $= \delta'$, найдемъ также

$$\sin t' = \tan N . \tan \delta' .$$

Если $d = t - t'$, то $\sin t' = \sin(t - d) = \tan N . \tan \delta'$ и

$$\frac{\sin t}{\sin(t-d)} = \frac{\tan \delta}{\tan \delta'}, \text{ откуда } \tan t = \frac{\tan \delta \sin d}{\tan \delta \cos d - \tan \delta'} \ldots (2).$$

Здѣсь d есть количество извѣстное, ибо оно выражаетъ разность угловъ SPA и S'PA, которая равна разности временъ наблюденія $\pm$ разность прямыхъ восхожденій звѣздъ, (знакъ $+$ должно брать тогда, когда наблюдали сперва восточную, а $-$ западную). Слѣд. изъ урав. (2) получится уг. t, а потомъ изъ урав. (1) величина дуги N. Замѣтимъ, что изъ сего послѣдняго, будемъ имѣть

$$\cos t = \sqrt{1 - \sin^2 t} = \sqrt{1 - \tan^2 N \tan^2 \delta}$$

или $$\cos t = \frac{\sqrt{\cos(\delta + N)\cos(\delta - N)}}{\cos N \cos \delta} . \qquad .(3).$$

Проведемъ большой кругъ Fsr чрезъ F и точку s, показывающую мѣсто звѣзды S на одной изъ боковыхъ нитей ab. Слѣд. разстояніе сей нити отъ средней ASB выразится чрезъ $sr = f$, а время прохожденія отъ s до S чрезъ уг. $sPS = k$; зная k опредѣлимъ f и обратно, при предположеніи, что пасажная труба далеко уклоняется отъ меридіана. Въ сферич. треуг-кѣ FsP имѣемъ $sP = 90° - \delta$, $Fs = 90° - f$, $FP = 90° + N$, уг. $sPF = 90° - (k + t)$; посему

$$\cos Fs = \cos sP . \cos FP + \sin sP . \sin FP . \cos FPs,$$

или $$\sin f = \cos \delta . \cos N . \sin(k + t) - \sin \delta \sin N \qquad \ldots (\alpha)$$

$$= \cos\delta \cos N\,[\sin(k + t) - \tang\delta . \tang N],$$

или по урав. (1)

$$\sin f = \cos\delta \cos N\,[\sin(k + t) - \sin t];$$

но $\quad \sin(k + t) - \sin t = 2\cos(t + \tfrac{1}{2}k).\sin\tfrac{1}{2}k$

$$= 2\cos t \cos\tfrac{1}{2}k . \sin\tfrac{1}{2}k - 2\sin t \sin^2\tfrac{1}{2}k$$

$$= \cos t \sin k - 2\sin t \sin^2\tfrac{1}{2}k;$$

слѣд. $\quad \sin f = \cos\delta \cos N \cos t \sin k - 2\cos\delta . \cos N . \sin t \sin^2\tfrac{1}{2}k.$

Для краткости положимъ

$\beta = \cos\delta \cos N . \cos t = \sqrt{\cos(\delta + N)\cos(\delta - N)}$, по урав. (3),

$\gamma = \cos\delta . \cos N . \sin t = \sin N . \sin\delta$, по урав. (1).

Послѣ чего предыдущее урав. обратится въ

$$\sin f = \beta \sin k - 2\gamma \sin^2\tfrac{1}{2}k.$$

Развернемъ $\sin f$, $\sin k$ и $\sin\tfrac{1}{2}k$ въ ряды, ограничиваясь членами 3-го порядка

$$f - \tfrac{1}{6}f^3 \sin^2 1'' = \beta k - \tfrac{1}{6}\beta k^3 \sin^2 1'' - \tfrac{1}{2}\gamma k^2 \sin 1''.$$

Поелику 1-я приближенная величина f, есть

$f = \beta k - \tfrac{1}{6}\beta k^3 \sin^2 1'' - \tfrac{1}{2}\gamma k^2 \sin 1''$, то $f^3 = \beta^3 k^3$,

слѣд. по внесенiи и по преобразованiи получимъ

$$f = \beta k - \tfrac{1}{2}\gamma \sin 1'' . k^2 - \tfrac{1}{6}\beta(1 - \beta^2)\sin^2 1'' . k^3 \quad . (4).$$

Дабы вывесть отсюда k въ функцiи f, приравнядемъ k ряду $Af + Bf^2 + Cf^3$: подставя сюда вмѣсто f величину, взятую изъ урав. (4), и отбрасывая члены заключающiе f въ степени выше 3-й, по способу неопредѣленныхъ коефицiентовъ получимъ:

$$k = \frac{f}{\beta} + \tfrac{1}{2}.\frac{\gamma . \sin 1''}{\beta^3}f^2 + \tfrac{1}{2}\frac{\sin^2 1''}{\beta^5}[\gamma^2 + \tfrac{1}{3}(\beta^2 - \beta^4)]f^3 \ldots (5).$$

Въ оба сiи уравненiя k и f входятъ выраженными въ угловой величинѣ, (т. е. въ секундахъ); для выраженiя же оныхъ во времени, надлежитъ вмѣсто k и f подставить $15k$ и $15f$, и получимъ

$$f = \beta k - 7{,}5\gamma.\sin 1''.k^2 - 37{,}5.\beta(1-\beta^2).\sin^2 1'' k^3 \ldots\ldots (6).$$

$$k = \frac{f}{\beta} + 7{,}5.\frac{\gamma \sin 1''}{\beta^3}.f^2 + 112{,}5\frac{\sin^2 1''}{\beta^5}[\gamma^2 + \tfrac{1}{3}\beta^2(1-\beta^2)]f^3 \ldots (7).$$

Вотъ употребленіе сихъ формулъ:

Труба становится въ произвольномъ положеніи, (преимущественно же близь меридіана) и наблюдается время прохожденія различныхъ звѣздъ чрезъ каждую изъ боковыхъ нитей и среднюю. Для наблюденій съ большими пасажными инструментами, берутся звѣзды близко отстоящія отъ полюса, по причинѣ медленнаго ихъ движенія, доставляющаго возможность опредѣлять время прохожденія съ большею точностію (*). Съ походными же пасажными инструментами преимущественно наблюдаются звѣзды близь экватора, дабы по причинѣ быстраго ихъ движенія, можно было въ продолженіи не долгаго времени сдѣлать нѣсколько наблюденій. Каждое изъ нихъ доставитъ въ звѣздномъ времени величину k, которую введя въ формулу (6), получимъ величину разстоянія f между нитями (**), ибо предполагаемъ, что дуга N (см. урав. 1) и склоненіе каждой звѣзды, а слѣд. и величины β и γ предварительно извѣстны.

По опредѣленіи такимъ образомъ изъ многихъ наблюденій разстоянія f между нитями, останется потомъ вводить сію величину f въ урав. (7), которое даетъ k для приведенія отсчитываній на хронометрѣ съ боковыхъ нитей на среднюю.

§ 248. Въ заключеніе присовокупимъ, что 1-е) если наблюденія пасажною трубою дѣлаются въ *меридіанѣ*, то будетъ $N = 0$; выраженіе $\beta = \sqrt{\cos(\delta + N)\cos(\delta - N)}$ обратится въ $\cos\delta$, $\gamma = \sin N \sin\delta$ въ нуль, а уравненія (6) и (7) въ

(*) См. Sur l'emploi de l'instrument des passages par Struve, p. 50.

(**) Не должно забывать, что разстояніе f между нитями получится изъ урав. (6) выраженнымъ во времени. Это есть дуга экватора, заключающаяся между среднею и боковою нитями во времени.

$$f = k\cos\delta - 37{,}5 . k^3 . \cos\delta \sin^2\delta . \sin^2 1'' \quad . \qquad (8)$$

$$k = f . \sec\delta + 37{,}5 . f^3 . \sec^3\delta . \sin^2\delta . \sin^2 1'' . \quad .. \qquad (9).$$

При вычисленіи величины k, посредствомъ сего послѣдняго уравненія, 2-й членъ удерживается только въ томъ случаѣ, когда склоненіе δ звѣзды $> 80°$; если же $\delta < 80°$, то сей членъ отбрасываютъ, по причинѣ его незначительности.

2-й) Если же пасажная труба находится въ 1-мъ *вертикалѣ*, то будетъ $N = 90° - \varphi$, а слѣд. β обратится въ $\sqrt{\sin(\varphi + \delta)\sin(\varphi - \delta)}$, γ въ $\sin\delta\cos\varphi$. Въ семъ случаѣ, безъ чувствительной погрѣшности, можно отбросить послѣдній членъ въ урав. (7), которое посему обратится въ

$$k = \frac{f}{\beta} \pm \frac{7{,}5 . \gamma . \sin 1''}{\beta^3} . f^2 + \frac{112{,}5 . \gamma^2 . \sin^2 1'' . f^3}{\beta^5} .. \qquad (10).$$

Второй членъ должно брать со знакомъ +, когда звѣзда наблюдается на одной изъ боковыхъ нитей, отстоящихъ отъ средней къ сѣверу, а знакъ — къ югу (*).

§ 249. Выведенныя нами теперь уравненія (8), (9) и (10) предложены г. Струве (см. его Breitengradmessung). Бессель для приведенія отсчитываній съ боковыхъ нитей на среднюю, употребляетъ иную формулу, заслуживающую также вниманія. Выводъ оной есть слѣдующій:

Изобразимъ час. уг. звѣзды въ моментъ прохожденія ея чрезъ боковую нить чрезъ p, а час. уг. APE (чер. 185) чрезъ M,

---

(*) Это явствуетъ изъ того, что всѣ вышепредложенныя уравненія выведенныя прилично чер. 185, въ коемъ малый кругъ ab, т. е. описываемый боковою нитью, предполагается отстоящимъ отъ полюса далѣе большаго круга инструмента; если же кругъ ab будетъ находиться между B и P, то дуга $Fs = 90° + f$, т. е. f войдетъ въ вычисленіе съ противоположнымъ знакомъ. Введя это условіе въ урав. (10), 1-й и 3-й членъ получится со знакомъ —, а 2-й съ +; но дабы k не было отрицательнымъ въ урав. (10) вся 2-я часть помножена на -1. И такъ, членъ $\frac{7{,}5}{\beta^3}\gamma \sin 1'' . f^2$ войдетъ со знакомъ —, когда звѣзда находится между зенитомъ и полюсомъ, а слѣд. въ трубѣ будетъ видна на боковой нити, лежащей отъ средней къ югу.

т. е. $p = \mathrm{EP}s$, $\mathrm{M} = \mathrm{APE}$. Треуг. $\mathrm{FP}s$, въ коемъ $\mathrm{FP} = 90^\circ + \mathrm{N}$, $\mathrm{F}s = 90^\circ - f$, $s\mathrm{P} = 90^\circ - \delta$ и уголъ $s\mathrm{PF} = 90^\circ - (\mathrm{M} + p)$, даетъ

$$\sin f = -\sin\mathrm{N}\sin\delta + \cos\mathrm{N}\cos\delta.\sin(\mathrm{M}+p).$$

Но если означимъ час. уг. звѣзды въ моментъ прохожденія ея чрезъ среднюю нить чрезъ p_1, $\mathrm{EPS} = p_1$, то изъ треуг. SPF, получимъ

$$0 = -\sin\mathrm{N}\sin\delta + \cos\mathrm{N}\cos\delta\sin(\mathrm{M}+p_1).$$

Разность сихъ уравненій даетъ

$$\sin f = \cos\mathrm{N}\cos\delta\,[\sin(\mathrm{M}+p) - \sin(\mathrm{M}+p_1)],$$

что по урав. (10) (стр. 4), обратится въ

$$\sin f = \cos\mathrm{N}\cos\delta.2\sin\tfrac{1}{2}(p-p_1)\cos[\mathrm{M}+\tfrac{1}{2}(p+p_1)],$$

откуда

$$2\sin\tfrac{1}{2}(p-p_1) = \frac{\sin f}{\cos\mathrm{N}\cos\delta\cos[\mathrm{M}+\frac{1}{2}(p+p_1)]},$$

или по малости дугъ f и $\frac{1}{2}(p-p_1) = \frac{1}{2}k$, получимъ

$$k = \frac{f}{\cos\mathrm{N}\cos\delta\cos[\mathrm{M}+\frac{1}{2}(p+p_1)]} \ldots \ldots (a).$$

Здѣсь уг. M измѣряется дугою AE экватора. Для опредѣленія сего угла замѣтимъ, что если ось вращенія инструмента горизонтальна, и слѣд. если большой кругъ инструмента проходитъ чрезъ зенитъ, то въ треуг. AEQ, бокъ $\mathrm{EQ} = \varphi$, уг. $\mathrm{EAQ} = 90^\circ - \mathrm{QAP} = 90^\circ - \mathrm{N}$, и потому получимъ

$$\sin\mathrm{M} = \tang\mathrm{N}.\tang\varphi \quad \ldots (b).$$

Наконецъ прямоуг. треуг. QPB, въ коемъ $\mathrm{PB} = \mathrm{N}$, $\mathrm{PQ} = 90^\circ - \varphi$ и уг. $\mathrm{PQB} = \omega$ (изображающій азимутъ трубы), даетъ

$$\sin\mathrm{N} = \sin\omega.\cos\varphi. \quad \ldots (c).$$

Если труба находится въ меридіанѣ, то будетъ $\omega = 0$, $\mathrm{N} = 0$ и $p_1 = 0$, а урав. (a) обратится въ

$$k = \frac{f}{\cos\delta\cos\frac{1}{2}p} \text{ или } = \frac{f}{\cos\delta},$$

ибо по малости угла $\frac{1}{2}p$, $\cos\frac{1}{2}p$ можетъ быть принятъ $= 1$.

Если же труба находится въ 1-мъ вертикалѣ, то $\omega = 90°$; урав. (c) обратится въ

$$\sin N = \cos\varphi, \text{ откуда } N = 90° - \varphi;$$

послѣ чего урав. (b) даетъ

$$\sin M = \cot\varphi . \operatorname{tang}\varphi = 1, \; M = 90°,$$

и наконецъ урав. (a) обратится въ

$$k = \frac{f}{\cos\delta\cos\varphi\cos[90° + \frac{1}{2}(p + p_1)]}. \qquad .(11)$$

§ 250. При употребленіи универсальнаго инструмента вмѣсто пасажной трубы, разстояніе f между нитями можно опредѣлять проще, а именно: выбравъ отдаленный и ясно видимый предметъ на краю горизонта, движеніемъ алидаднаго круга достаточно наводить на него сперва среднюю нить, а потомъ каждую изъ боковыхъ. Разность среднихъ отсчитываній на лимбѣ выразитъ очевидно угловую величину f; сдѣлавъ нѣсколько такихъ наблюденій на различныхъ частяхъ лимба, средняя величина результата, будучи раздѣлена на 15, выразитъ ту, которую надобно вводить въ формулы (7), (9) и (10). Такимъ же образомъ можно поступать при употребленіи астрономическаго теодолита въ горизонтальномъ положеніи, и даже новаго пасажнаго инструмента Эртеля (см. примѣч. на стр. 137), ибо сей послѣдній доставляетъ возможность измѣрять азимутальные углы съ строгою точностію.

§ 251. При наблюденіи *луны* пасажною трубою не льзя непосредственно примѣнять выведенныя нами формулы (7), (9), (10) и (11), служащія для приведенія отсчитываній съ боковыхъ нитей на среднюю, но необходимо вводить въ нихъ поправку отъ поступательнаго движенія сего свѣтила въ сторону противоположную суточнаго обращенія небесной сферы. И въ самомъ дѣлѣ, пусть P (чер. 198) будетъ полюсъ, SB дуга описываемая среднею нитью, а sb одною изъ боковыхъ: еслибы вообразили себѣ, что луна вступаетъ на боковую нить въ точку s въ одинъ и тотъ же моментъ съ звѣздою, то когда сія послѣдняя перейдетъ на среднюю нить въ точку S, луна по причинѣ своего поступательнаго движенія будетъ находиться въ точкѣ l; когда же луна вступитъ на среднюю, то звѣзда будетъ въ точкѣ a. Положивъ во времени час. уголъ $\mathrm{SP}s = k$, а уг. $a\mathrm{P}s = k'$, первый выразитъ величину приведенія отсчитыванія для звѣзды, а второй для луны, ибо дѣйствительно протечетъ k' звѣзднаго времени, пока луна перейдетъ съ одной изъ сихъ нитей на другую. Для опредѣленія k' по данному k, должно замѣтить, что $k = k' - \mathrm{SP}a$; но уг. $\mathrm{SP}a$ выражаетъ количество поступательнаго движенія луны въ k' время, и получится, если $\Delta\alpha$, означающее движеніе луны въ 1 звѣздную секунду, умножимъ на k', $\mathrm{SP}a = k'.\Delta\alpha$; слѣд. $k = k'\ (1 - \Delta\alpha)$, откуда

$$k' = \frac{k}{1 - \Delta\alpha}. \qquad .(12).$$

Такъ какъ въ Морскомъ мѣсяцословѣ, дается движеніе луны въ прямомъ восхожденіи для каждыхъ 3-хъ часовъ средняго времени, то изобразивъ это количество чрезъ $\Delta'\alpha$, и раздѣливъ $\Delta'\alpha$ на 3.3600, частное $\frac{\Delta'\alpha}{108000}$ изобразитъ движеніе луны въ Æ въ $1''$ средняго времени. Но $1''$ средняго врем. $= 1'',003$ звѣзднаго врем; слѣд. составивъ пропорцію:

$$1'',003 : \frac{\Delta'\alpha}{108000} = 1'' : \Delta\alpha,$$

откуда получимъ $$\Delta\alpha = \frac{\Delta'\alpha}{108324},$$

для величины, которую надобно вводить въ урав. (12).

Въ статьѣ о параллаксахъ мы возвратимся къ сему предмету, ибо величину k не удобно опредѣлять ни по одной изъ вышепредложенныхъ формулъ, ибо въ оныя входитъ склоненіе δ свѣтила, которое неизвѣстно; въ эфемеридахъ дается для луны истинное склоненіе, а въ эти формулы должно входить видимое.

Въ заключеніе остается присовокупить, что если пасажною трубою наблюдается солнце, и моменты наблюденія отсчитываются на часахъ, кои идутъ по среднему времени, то во все нѣтъ надобности вводить поправку при приведеніи отсчитываній на среднюю нить; если же они идутъ по звѣздному времени, то достаточно по опредѣленіи величины k по формулѣ (7) или (9) или (10) или (11), привести ее на звѣздное время.

D. ИЗМѢРЕНІЕ ЗЕНИТНЫХЪ РАЗСТОЯНІЙ СВѢТИЛЪ И АЗИМУТАЛЬНЫХЪ УГЛОВЪ.

§ 252. Говоря объ употребленіи вертикальнаго круга (см. §§ 67 — 69) изложено нами было, съ достаточными подробностями, весь ходъ дѣйствія при измѣреніи зенитнаго разстоянія какого бы то ни было предмета. При измѣреніи зенитнаго разстоянія свѣтила, поступаютъ такимъ же образомъ съ тою только разницею, что послѣ каждаго визированія трубою сперва отсчитываютъ на хронометрѣ моментъ наблюденія, какъ объяснено было въ § 239, потомъ записываютъ состояніе уровня и отсчитыванія на лимбѣ; сверхъ того замѣчаютъ состояніе барометра и термометра, для доставленія возможности исправить въ послѣдствіи найденное зенитное разстояніе отъ дѣйствія рефракціи. Когда наблюденіе кончено, то для вывода величины видимаго зенитнаго разстоянія, можно поступать двоякимъ образомъ:

Или во 1-хъ) какъ объяснено было въ § 67, т. е. изъ полсуммы среднихъ отсчитываній на лимбѣ при положеніи онаго справа вычитать пол-сумму таковыхъ же при положеніи онаго слѣва, и найденную разность дѣлить на 2. Частное выразитъ зенитное разстояніе свѣтила, для момента, соотвѣтствующаго среднему ариѳметическому изъ 4-хъ отсчитываній на хронометрѣ. И въ самомъ дѣлѣ, свѣтило ва продолженіи наблюденія, по причинѣ суточнаго обращенія сферы, перемѣняетъ свое мѣсто на небѣ и слѣд. свою высоту: предположимъ что точки s, s', s'' и s''' (чер. 181) представляютъ положеніе онаго въ тѣ моменты, когда на него визировали трубою, и что дуги ss', $s's''$ и $s''s'''$, или что все равно промежутки между наблюденіями, были между собою не равные. Означимъ чрезъ a и a' среднія отсчитыванія на лимбѣ при положеніи круга слѣва, чрезъ b и b' таковыя же при положеніи онаго справа и наконецъ чрезъ t, t', t'' и t''' времена наблюденій. Пол-сумма среднихъ отсчитываній 1-й пары наблюденій, т. е. $\frac{1}{2}(a + a')$ будетъ соотвѣтствовать времени $\frac{1}{2}(t + t')$, т. е. когда свѣтило находилось въ точкѣ m, лежащей на срединѣ дуги ss'. Такимъ же образомъ, $\frac{1}{2}(b + b')$ выразитъ отсчитываніе, соотвѣтствующее времени $= \frac{1}{2}(t'' + t''')$, т. е. когда оно находится въ точкѣ m' на срединѣ дуги $s''s'''$. Разность $\frac{1}{2}(b + b') - \frac{1}{2}(a + a')$ очевидно изобразитъ удвоенное зенитное разстояніе свѣтила для того момента, когда оно находится въ точкѣ M, лежащей на срединѣ между точками m и m'; но время по хронометру, соотвѣтствующее сему моменту будетъ среднее число изъ $\frac{1}{2}(t + t')$ и $\frac{1}{2}(t'' + t''')$, т. е. $= \frac{1}{4}(t + t' + t'' + t''')$, среднему числу изъ всѣхъ 4-хъ отсчитываній на хронометрѣ.

Или во 2-хъ) бравъ разности между каждымъ отсчитываніемъ на лимбѣ, (исправленнымъ отъ состоянія уровня), и мѣстомъ зенита на инструментѣ (см. прим. на стр. 183), опредѣленномъ предварительно по какому нибудь земному предмету. Такимъ образомъ, если изобразимъ мѣсто зенита чрезъ O, а среднія отсчитыванія какъ и прежде чрезъ a, a', b и b', то разности $b - O$, $b' - O$, $O - a$ и $O - a'$, изобразятъ зенитныя разстоянія свѣтила соотвѣтственно моментамъ t, t', t'' и t''', отсчитаннымъ на хронометрѣ.

§ 253. Сей послѣдній способъ опредѣленія зенитныхъ разстояній изъ наблюденій приводитъ къ сложнѣйшимъ дѣйствіямъ нежели 1-й, ибо доставляя четыре данныхъ, заставляетъ дѣлать четыре различныя вычисленія при всякомъ рѣшеніи вопроса, требующаго предварительно знать зенитное разстояніе и время наблюденія. Слѣдуя же 1-му способу, всѣ 4 наблюденія сводятся въ одно, и потому встрѣтится надобность дѣлать только одно вычисленіе. Для путешествующаго астронома 2-й способъ можетъ даже быть неудобопримѣняемъ, ибо мѣстныя обстоятельства, или недостатокъ времени, могутъ недозволить предварительно опредѣлить мѣсто зенита на инструментѣ по какому либо отдаленному предмету. Но не взирая на это въ дѣйствіяхъ, требующихъ строгой точности, сей способъ предпочитается 1-му, съ одной стороны потому, что въ случаѣ сдѣланной погрѣшности въ какомъ либо отсчитываніи на лимбѣ, или на хронометрѣ, она скорѣе можетъ обнаружиться изъ несогласія результата вычисленія съ другими; съ другой же потому, что онъ не требуетъ быстроты въ наблюденіи, которая пріобрѣтается лишь долговременнымъ навыкомъ. Дѣлая же наблюденія медленно и вычисляя зенитное разстояніе по 1-му способу, могутъ произойдти погрѣшности отъ того, что точки s, s', s'' и s''' (чер. 181) представляющія положеніе звѣзды въ моменты наблюденія, будутъ находиться не по направленію прямой линіи, но дуги круга.

§ 254. При наблюденіяхъ солнца, ходъ дѣйствія разнствуетъ отъ вышеписаннаго только тѣмъ, что наблюдается попеременно нижній и верхній край солнца. Такимъ образомъ при всякомъ положеніи круга, наводя трубу движеніемъ алидаднаго круга сперва по направленію градусной подписи, отсчитывается на хронометрѣ моментъ визированія на нижній край солнца, а потомъ движеніемъ упомянутаго круга въ сторону противоположную, замѣчается моментъ визированія на верхній край онаго. По сдѣланіи же наблюденія, если зенитное разстояніе будетъ вычисляемо по 1-му способу § 152, то результатъ выразитъ зенитное разстояніе центра солнца для момента, служащаго среднимъ ариѳметическимъ изъ всѣхъ 4-хъ отсчитываній на хронометрѣ; если же по 2-му, то разность между мѣстомъ зенита и каждымъ изъ среднихъ отсчитываній на лимбѣ, исправленнымъ отъ уклоненія уровня, изобразитъ попеременно зенитныя разстоянія верхняго и нижняго края солнца; послѣ того останется къ каждому изъ результатовъ приложить видимый полудіаметръ ☉, или вычесть изъ онаго, смотря потому былъ ли наблюдаемъ нижній, или верхній его край.

§ 255. При измѣреніи азимутальнаго угла между какимъ нибудь земнымъ предметомъ и звѣздою, поступаютъ совершенно одинаково какъ при измѣреніи угла между двумя земными предметами (см. § 56) съ тою только разницею, что послѣ всякаго визированія на звѣзду отсчитываютъ сперва на хронометрѣ моментъ наблюденія (§ 239), потомъ записываютъ состояніе уровня находящагося на оси вращенія трубы) и отсчитыванія на лимбѣ. Послѣ чего каждое изъ сихъ послѣднихъ исправляютъ отъ уклоненія уровня и колимаціи трубы руководствуясь изложеннымъ въ § 58.

Если наблюдаемое свѣтило есть солнце, то вся разница въ дѣйствіи состоитъ въ томъ, что визируютъ попеременно то на правый, то на лѣвый его край: въ 1-й разъ движеніемъ алидаднаго круга по направленію градусной подписи, а во 2-й въ сторону противоположную, или обратно. Пол-сумма каждой пары отсчитыванія на лимбѣ, исправленная отъ состоянія уровня и колимаціи трубы, выразитъ соотвѣтствующее центру солнца для момента, служащаго среднимъ ариѳметическимъ изъ отсчитываній на хронометрѣ въ моменты наблюденія. Если наконецъ, наблюдается луна, то само собою разумѣется, что труба наводится только на одинъ правый или лѣвый ея край, смотря потому находится ли луна въ двухъ первыхъ своихъ четвертяхъ или двухъ послѣднихъ.

E. ПОПРАВКИ НАБЛЮДЕНІЙ.

I. РЕФРАКЦІЯ.

§ 256. Лучи свѣта проходя чрезъ слои атмосферы, имѣющіе плотность постепенно бо̀льшую, по общему закону преломленія, измѣняютъ свое прямолинейное направленіе, образуя кривую линію выпуклую къ зениту и находящуюся въ плоскости вертикала, проходящаго чрезъ свѣтило. Пусть O (чер. 180) будетъ мѣсто наблюденія, C центръ земли, Z зенитъ и SKO лучь свѣта, исходящій изъ свѣтила S и вступающій въ атмосферу въ точкѣ K: глазъ зрителя, относитъ положеніе свѣтила по направленію касательной OS' къ кривой OK; между тѣмъ еслибы атмосферы во все не было, то онъ увидѣлъ бы свѣтило по направленію прямой OS'' параллельной къ KS. Слѣд. измѣренное зенитное разстояніе будетъ уг. $ZOS' = z$, а истинное было бы уг. $ZOS'' = z'$: разность сихъ угловъ, т. е. $S'OS'' = r$ именуется *рефракцією.* И такъ, отъ дѣйствія рефракціи всѣ свѣтила кажутся намъ выше дѣйствительнаго ихъ положенія, и для опредѣленія *истинныхъ зенитныхъ разстояній, необходимо ко всѣмъ измѣреннымъ прикладывать рефракцію r,* а для опредѣленія *высотъ свѣтилъ, должно изъ измѣренныхъ вычитать r.*

Такъ какъ преломленіе лучей свѣта, при одномъ и томъ же состояніи атмосферы, бываетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ косвеннѣе они падаютъ къ преломляющимъ поверхностямъ (см. § 7), то дѣйствіе рефракціи будетъ тѣмъ сильнѣе чѣмъ свѣтило находится ближе къ горизонту, и тѣмъ слабѣе чѣмъ ближе къ зениту. Для свѣтила находящагося въ самомъ зенитѣ, лучь свѣта ZO будучи перпендикуляренъ ко всѣмъ слоямъ атмосферы, во все не будетъ преломляться и слѣд. для $z = 0$, рефракція r будетъ также $= 0$.

§ 257. Самая точнѣйшая формула для опредѣленія рефракціи, предложена Лапласомъ (см. Méc. celeste, t. IV, p. 271) (*). Мы не станемъ входить въ подробности вывода оной, но упомянемъ, что по сложности ея, она развернута многими учеными въ таблицы, аргументами коихъ служатъ величина измѣреннаго зенитнаго разстоянія свѣтила, давленіе атмосферы, опредѣляемое барометромъ, и температура воздуха и ртути. Эта формула, развернутая Бесселемъ, есть слѣдующая:

$$\log r = \log \tang z + \alpha + A\beta + \lambda\gamma - \frac{70}{8}A\tau,$$

гдѣ α, A и λ суть величины зависящія отъ зенитнаго разстоянія z; количество β отъ высоты барометра, γ отъ температуры воздуха и наконецъ τ есть температура ртути барометра. Таблицы имъ составленныя по сей формулѣ помѣщены въ Fundam. Astronomiae. Онѣ были перечислены Г. Струве, нашедшимъ чрезъ строгія астрономическія наблюденія постоянный коефиціентъ нѣсколько разнствующимъ отъ найденнаго Бесселемъ (**). Здѣсь помѣщаемъ таблицы Г. Стру-

(*) Выводъ сей формулы со всею подробностію помѣщенъ Пюиссаномъ во 2-й части его Traité de Géodésie.

(**) По наблюденію Бесселя сей коефиціентъ $= 57'',65$, а по наблюденіямъ Г. Струве $= 57'',51$.

ве, заимствуемыя нами изъ его Breitengradmessung, (стр. 208), какъ преимущественно употребляемыя нашими наблюдателями:

Z	a	A	λ	Z	a	A	λ
0°	1.75968	1,0000	1,0000	74° 0′	1.75355		1.0175
5	1.75967			75. 0	1.75269		1.0197
10	1.75966			76. 0	1.75167		1.0220
15	1.75964			77. 0	1.75041	1.0026	1.0252
20	1.75961			78. 0	1.74884	1.0030	1.0299
25	1.75957			20	1.74825	1.0031	1.0318
30	1.75950			40	1.74759	1.0033	1.0338
35	1.75943			79. 0	1.74688	1.0035	1.0357
40	1.75933			20	1.74611	1.0037	1.0377
45	1.75915		1,0018	40	1.74526	1.0039	1.0398
50	1.75893		1,0023	80. 0	1.74435	1.0041	1.0420
55	1.75862		1,0032	20	1.74333	1.0043	1.0442
60	1.75812		1,0046	40	1.74224	1.0046	1.0466
61	1.75800		1,0049	81. 0	1.74100	1.0049	1.0493
62	1.75785		1,0054	20	1.73967	1.0052	1.0523
63	1.75769		1,0058	40	1.73819	1.0056	1.0559
64	1.75751		1,0063	82. 0	1.73657	1.0060	1.0600
65	1.75731		1,0068	20	1.73475	1.0065	1.0646
66	1.75708		1,0075	40	1.73271	1.0070	1.0697
67	1.75683		1,0083	83. 0	1.73042	1.0075	1.0754
68	1.75654		1,0092	20	1.72786	1.0081	1.0815
69	1.75620		1,0101	40	1.72493	1.0088	1.0879
70	1.75583		1,0111	84. 0	1.72158	1.0096	1.0951
71	1.75538		1,0124	20	1.71773	1.0105	1.1036
72	1.75488		1,0139	40	1.71334	1.0115	1.1130
73	1.75427		1,0156	85. 0	1.70832	1.0127	1.1229

h	β	h	β	h	β	h	β	h	β	h	β
312	—2796	318	—1968	324	—1156	330	—360	336	+ 423	342	+1192
313	—2657	319	—1832	325	—1023	331	—228	337	+ 552	343	+1318
314	—2518	320	—1696	326	— 889	332	— 97	338	+ 681	344	+1445
315	—2380	321	—1560	327	— 756	333	+ 33	339	+ 809	345	+1571
316	—2242	322	—1425	328	— 624	334	+164	340	+ 937	346	+1697
317	—2105	323	—1291	329	— 491	335	+293	341	+1064	347	+1822
318	—1968	324	—1156	330	— 360	336	+425	342	+1192	348	+1947

t	γ	t	γ	t	γ	t	γ	t	γ	t	γ
$-24°$	$+6709$	$-15°$	$+4680$	-6	$+2743$	$+3°$	$+888$	$+12°$	-891	$+21$	-2600
-23	$+6479$	14	$+4461$	5	$+2533$	4	$+686$	13	-1085	22	-2786
22	$+6250$	13	$+4242$	4	$+2324$	5	$+486$	14	-1277	23	-2971
21	$+6022$	12	$+4025$	3	$+2115$	6	$+286$	15	-1468	24	-3155
20	$+5795$	11	$+3808$	2	$+1909$	7	$+88$	16	-1659	25	-3338
19	$+5570$	10	$+3593$	-1	$+1703$	8	-110	17	-1849	26	-3521
18	$+5346$	9	$+3379$	0	$+1497$	9	-306	18	-2038	27	-3703
17	$+5123$	8	$+3166$	$+1$	$+1293$	10	-502	19	-2226	28	-3885
16	$+4901$	7	$+2954$	$+2$	$+1090$	11	-697	20	-2414	29	-4065

Все вычисленіе дѣлается въ пяти десятичныхъ знакахъ. Сперва приискиваютъ изъ 1-й таблицы величины α, A и λ соотвѣтственно данному зенитному разстоянію z; потомъ изъ 2-й величину β, соотвѣтствующую высотѣ h барометра выраженной въ парижскихъ линіяхъ, и наконецъ въ 3-й величину γ по данной температурѣ воздуха, опредѣляемой по реомюрову термометру. Составивъ произведенія $A\beta$, $\lambda\gamma$ и $-\frac{70}{8}A\tau$, откидываютъ десятичные знаки, а цѣлыя вмѣстѣ съ α прикладываютъ къ $\log \operatorname{tang} z$, или вычитаютъ изъ онаго, если сіи произведенія получатся со знакомъ — Результатъ выразитъ логариѳмъ рефракціи выраженной въ секундахъ.

Это яснѣе можно видѣть изъ предлагаемыхъ здѣсь двухъ примѣровъ:

1-е) Высота баром. $h = 336{,}51$ пар. лин.; температура воздуха $t = +15°{,}5$ Р. т; температура ртути $\tau = 13°$ и зенит. разст. свѣтила $= z = 40°\,21'$

$$\begin{aligned}
\log \operatorname{tang} z &= 9.81121 \\
\alpha &= 1.75932 \\
\beta &= +\quad 489 \quad \text{(здѣсь } A = 1\text{, и потому } A\beta = \beta) \\
\gamma &= -\quad 1563 \quad \text{(здѣсь } \lambda = 1\text{; слѣд. } \lambda\gamma = \gamma) \\
-\frac{70}{8}\tau &= -\quad 114 \\
\hline
\log r &= 1.55865 \\
r &= 36'',19
\end{aligned}$$

2-е) Высота баром. $h = 341{,}12$ пар. лин.; температура воздуха $t = -4°,4$; температура ртути $\tau = -2°{,}0$ и $z = 78°40'$

$$\log \operatorname{tang} z = 0.69805$$
$$a = 1.74759$$
$$A\beta = 1{,}0033 \times 1079 = + 1083$$
$$\lambda\gamma = 1{,}0338 \times 2408 = + 2489$$
$$-\frac{70}{8} A r = + \quad 18$$
$$\log r = 2.48154$$
$$r = 303'',07 = 5'\,3'',07$$

§ 258. Въ заключеніе присовокупляемъ здѣсь таблицу для приведенія рефракціи вычисленной по Струве, къ рефракціи получаемой по таблицамъ Бесселя. Аргументомъ въ ней служитъ температура t воздуха по реомюрову термометру.

— 24°	— 20°	— 16°	— 12°	— 8°	— 4°	0°	+ 4°
+0″,25	+0″,17	+0″,10	+0″,03	—0″,03	—0″,11	—0″,17	—0″,23
+ 8°	**+ 12°**	**+ 16°**	**+ 20°**	**+24°**			
—0″,29	—0″,35	—0″,40	—0″,46	—0″,51			

Числа верхней строки суть отсчитанныя на реомюровомъ термометрѣ градусы температуры воздуха, а числа нижней строки соотвѣтствующія приведенія. Такимъ образомъ для 1-го изъ двухъ вышепредложенныхъ примѣровъ, приискиваемъ приведеніе соотвѣтствующее + 15°, и находимъ — 0″,39; слѣд. по Бесселю будетъ $r = 36'',19 - 0'',39 = 35'',80$; а для 2-го примѣра, гдѣ $t = -4°,4$, получимъ $r = 5'\,3'',07 - 0'',10 = 5'\,2'',97$.

II. ПАРАЛАКСЫ.

§ 259. Два наблюдателя, находящіеся въ двухъ отдаленныхъ мѣстахъ земной поверхности, видятъ солнце, луну и планеты не въ однѣхъ и тѣхъ же точкахъ неба, потому что продолженные лучи зрѣнія на сіи свѣтила встрѣчаютъ небесный сводъ въ различныхъ мѣстахъ. Но какъ при составленіи астрономическихъ таблицъ, для доставленія возможности употреблять ихъ повсюду, предполагается, что наблюдатель находится въ центрѣ земли, то необходимо всѣ найденныя чрезъ наблюденія зенитныя разстоянія, склоненія и прямыя восхожденія, долготы и широты, приводить въ такія, какія бы получились, еслибы наблюденія дѣлаемы были изъ центра земли. Первыя именуются *видимыми*, а другія *истинными* или *геоцентрическими*.

§ 260. Наблюдатель изъ мѣста O (чер. 175), смотря на свѣтило a, относитъ его въ точку s' небесной сферы, находящуюся по направленію луча зрѣнія Oa. Еслибы онъ находился въ центрѣ C земли, то увидѣлъ бы его по направленію Ca въ точкѣ s. Уголъ a, образуемый прямыми Oa и Ca называется *паралаксомъ высоты*, или просто *паралаксомъ*. Положивъ *истинное* или *геоцентрическое зенитное разстояніе* $ZCa = z$, а *видимое* $ZOa = z'$, изъ треуг-ка OaC, получимъ

$$z = z' - a$$

Отсюда заключаемъ, 1-е) что параллаксъ подобно рефракціи, дѣйствуетъ въ плоскости вертикала, но имѣетъ вліяніе на высоту свѣтила обратнымъ образомъ, т. е. понижая его; и 2-е) что для приведенія *видимыхъ зенитныхъ разстояній* въ *истинныя*, надобно вычитать изъ нихъ паралаксъ, а къ видимымъ высотамъ прикладывать, разумѣя здѣсь подъ видимыми зенитными разстояніями или высотами свѣтилъ, найденныя чрезъ наблюденія и исправленныя отъ рефракціи.

§ 261. Положивъ (чер. 175) паралаксъ OaC свѣтила $= a$, земной радіусъ $=$ R, и разстояніе Ca $=$ D, изъ треуг-ка OCa получимъ

$$\sin a : \sin(180^\circ - z') = R : D$$

откуда
$$\sin a = \frac{R}{D} \cdot \sin z' \qquad \ldots\ldots (13).$$

Изъ сего уравненія заключаемъ, что 1-е) чѣмъ D болѣе, т. е. чѣмъ свѣтило отъ насъ отдаленнѣе, тѣмъ параллаксъ a будетъ менѣе; если $D = \infty$, то $a = 0$. И такъ, неподвижныя звѣзды паралакса не имѣютъ.

2-е) Съ уменьшеніемъ зенитнаго разстоянія z', паралаксъ уменьшается: если $z' = 0$, то и a будетъ $= 0$. Напротивъ при $z' = 90^\circ$, т. е. когда свѣтило находится на горизонтѣ, паралаксъ a приметъ наибольшую величину. Въ семъ случаѣ, паралаксъ называется *горизонтальнымъ*. Изобразивъ его чрезъ H, получимъ

$$\sin H = \frac{R}{D}$$

подставя сію величину въ урав. (1), оно обратится въ

$$\sin a = \sin H . \sin z' \quad .. \qquad .(14).$$

Но какъ дуги a и H по большей части бываютъ весьма малы, то можно принять ихъ равными синусамъ, и потому получимъ

$$a = H \sin z' \qquad (15).$$

Таково урав., опредѣляющее величину паралакса свѣтила по данному горизонтальному. Впрочемъ, если свѣтило есть луна и отъ вычисленія требуется строгая точность, то вмѣсто урав. (14) полезно употреблять урав. (15), ибо горизонтальный паралаксъ луны довольно значителенъ, измѣняясь отъ 53′ 48″ до 61′ 24″, вмѣстѣ съ разстояніемъ отъ насъ сего свѣтила.

§ 262. Поелику земные радіусы по сфероидальности земли между собою не равны, то очевидно, что и горизонтальные паралаксы при одномъ и томъ же D, но въ разныхъ мѣстахъ наблюденія, будутъ между собою различествовать. Изобразивъ радіусы земли подъ широтами 0° и φ чрезъ A и R, а соотвѣтствующіе горизонтальные паралаксы луны чрезъ E и H, получимъ уравненія

$$D \sin H = R$$

$$D \sin E = A$$

откуда

$$\sin H = \frac{R}{A} . \sin E.$$

Но на стр. 305, урав. (14), выведено нами было, что длина земнаго радіуса подъ широтою φ, есть $R = A\ (1 - \mu\sin^2\varphi + \frac{5}{8}\mu^2\sin^2 2\varphi)$,гдѣ μ означаетъ сжатость земли; почему подставя это выраженіе вмѣсто R въ наше урав. получимъ

$$\sin H = \sin E\,[1 - \mu\sin^2\varphi + \tfrac{5}{8}\mu^2\sin^2 2\varphi],$$

или отбрасывая послѣдній членъ, по его малости будетъ

$$\left.\begin{aligned}\sin H &= \sin E\,[1 - \mu\sin^2\varphi],\\ H &= E\,(1 - \mu\sin^2\varphi\end{aligned}\right\}\quad .(16)$$

Величина E называется *горизонтальнымъ экваторіальнымъ паралаксомъ*. Это есть тотъ уголъ, подъ коимъ видима была бы большая полуось земли, еслибы наблюдатель находился въ центрѣ луны. Во всѣхъ эфемеридахъ дается величина этого паралакса для каждыхъ 12 час., т. е. для полдня и полночи каждыхъ сутокъ; посредствомъ же интерполяціи получать величину онаго для всякаго даннаго часа. По опредѣленіи изъ урав. (16) величины горизонтальнаго паралакса H, останется внести ее въ урав. (14) или (15), которое дастъ паралаксъ a для даннаго зенитнаго разстоянія z', т. е.

$$\sin a = \sin E\,(1 - \mu\sin^2\varphi).\sin z'$$

§ 263. По малости горизонтальнаго паралакса солнца, въ большой части случаевъ, можно принимать оный равнымъ его средней величинѣ, которая по наблюденіямъ астронома *Енке* есть $H = 8'',5776$. Но въ вычисленіяхъ требующихъ строгой точности, надобно въ урав. (15) вмѣсто H вводить величину, соотвѣтствующую дню наблюденія. Съ этою цѣлію составлены таблицы, дающія величину горизонтальнаго паралакса на каждое число мѣсяца.

§ 264. Урав. (14) и (15) даютъ величину паралакса свѣтила по данному видимому зенитному его разстоянію $z' = aOZ$ (чер. 175). Но еслибы дано было геоцентрическое зенитное разстояніе $z = ZCa$, и требовалось опредѣлить паралаксъ a, то надлежало бы въ урав. (14) вмѣсто z' подставить его величину $z + a$. Развернувъ $\sin(z + a)$, получимъ

$$\sin a = \sin H\,[\sin z \cos a + \sin a \cos z],$$

а по раздѣленіи на $\cos a$, и по перенесеніи будетъ

$$\operatorname{tang} a\,(1 - \sin H \cos z) = \sin H . \sin z$$

откуда $\operatorname{tang} a = \dfrac{\sin H \sin z}{1 - \sin H \cos z} = \sin H \sin z (1 + \sin H \cos z + ...)$,

разложивъ въ рядъ выраженіе $(1 - \sin H \cos z)^{-1}$ Вмѣсто $\operatorname{tang} a$ и $\sin H$ подставя $a \sin 1''$ и $H \sin 1''$, получимъ

$$a = H \sin z + \tfrac{1}{2} H^2 \sin 2z \sin 1'' + . \qquad .(17).$$

§ 265. При выводѣ всѣхъ вышепредложенныхъ формулъ, мы предполагали, что отвѣсная линія проходитъ чрезъ центръ земли; но если станемъ разсматривать землю за эллипсоидъ вращенія, и примемъ, что pMe (чер. 176) представляетъ эллиптическій меридіанъ, то наблюдатель находящійся въ M будетъ имѣть свой зенитъ въ Z' по направленію нормали $Z'MN$, а находящійся въ центрѣ C земли по направленію радіуса CM въ Z. Точка Z называется *геоцентрическимъ* или *истиннымъ зенитомъ*, въ отличіе отъ видимаго, подъ коимъ разумѣютъ точку Z'. Также уг. $MCe = \varphi'$, образуемый радіусомъ земли съ экваторомъ, именуется *истинною* или *геоцентрическою* широтою мѣста наблюденія, въ отличіе отъ *видимой* или *географической широты* $MDe = \varphi$. Если изобразимъ разстояніе истиннаго зенита отъ видимаго, т. е. уг. ZMZ', чрезъ i, то будетъ

$$\varphi = \varphi' + i, \quad \varphi' = \varphi - i.$$

Прежде чѣмъ займемся опредѣленіемъ величины угловъ i и φ' замѣтимъ, что если свѣтило, какъ на прим. L находится на меридіанѣ, то разстояніе его отъ истиннаго зенита, т. е. уг. $ZML = Z$ будетъ $= Z'ML - Z'MZ = z' - i$, (полагая уг. $Z'ML = z'$), а для свѣтила L', находящагося къ сѣверу, видимое разстояніе отъ истиннаго зенита, или уг. $L'MZ = Z$ будетъ $L'MZ' + Z'MZ = z' + i$. Умѣя такимъ образомъ опредѣлять по данной величинѣ i, видимое разстояніе свѣтила отъ истиннаго зенита, величина угла $MCL = z$, выражающая геоцентрическое зенитное разстояніе свѣтила, получится какъ и прежде

$$z = Z - a,$$

разумѣя подъ a параллаксъ свѣтила.

Но если предположимъ, что свѣтило L находится внѣ плоскости меридіана $PZ'ZE$ (чер. 177), то наблюдатели M и C пролагаютъ его на небесную сферу въ s' и s по направленію лучей зрѣнія MLs' и CLs. Проведя большіе круги Zs' и $Z's'$, дуга $Z's' = z'$ выразитъ видимое зенитное разстояніе свѣтила, дуга $s'Z = Z$ видимое его разстояніе отъ геоцентрическаго зенита, и наконецъ дуга $sZ = z$ геоцентрическое зенитное разстояніе (*). Положивъ азимутъ $s'Z'P = \omega$ и принявъ какъ его, такъ и дуги $ZZ' = i$ и $Z's' = z'$ извѣстными, изъ сферич. треуг-ка $ZZ's'$, по формулѣ Сфер. Триг., получимъ

$$\begin{aligned} \cos s'Z \text{ или } \cos Z &= \cos i \cos z' - \sin i \sin z' \cos\omega \\ &= \cos z' - i \sin 1'' \sin z' \cos\omega \\ &= \cos z' (1 - i \sin 1'' \operatorname{tang} z . \cos\omega). \end{aligned}$$

Таково выраженіе видимаго разстоянія свѣтила отъ истиннаго или геоцентрическаго зенита. По опредѣленіи онаго, для полученія величины геоцентрическаго зенитнаго разстоянія $Zs = z$, достаточно будетъ, какъ и прежде, изъ Z вычесть дугу ss', выражающую паралаксъ a свѣтила.

§ 266. Остается опредѣлить величину угла i, которую мы предполагали въ вышеизложенномъ извѣстными. Поелику изъ треуг-ка CMD (чер. 176) имѣемъ $i = \varphi - \varphi'$, то будетъ

$$\operatorname{tang} i = \frac{\operatorname{tang}\varphi - \operatorname{tang}\varphi'}{1 + \operatorname{tang}\varphi . \operatorname{tang}\varphi'};$$

(*) Отсюда явствуетъ что паралаксъ, въ строгомъ смыслѣ, понижаетъ свѣтило не въ плоскости круга вертикала, но въ плоскости проходящей чрезъ геоцентрическій зенитъ, и потому азимутъ свѣтила измѣняется, исключая только того случая, когда свѣтило находится на меридіанѣ, какъ такой плоскости, которая проходитъ чрезъ геоцентрическій зенитъ.

но опустивъ изъ M перпендикуляръ MQ на Ce и положивъ $MQ = y$, $CQ = x$, изъ прямоуг. треуг-ка CMQ, имѣемъ

$$\operatorname{tang}\varphi' = \frac{y}{x} = \frac{B^2}{A^2}\operatorname{tang}\varphi \text{ (по урав. 3, стр. 299)}. \qquad .(18)$$

слѣд.
$$\operatorname{tang} i = \frac{(A^2 - B^2)\operatorname{tang}\varphi}{A^2 + B^2\operatorname{tang}^2\varphi} = \frac{(A^2 - B^2)\sin\varphi\cos\varphi}{A^2\cos^2\varphi + B^2\sin^2\varphi}$$

$$= \frac{(A^2 - B^2)\sin 2\varphi}{2A^2 - 2(A^2 - B^2)\sin^2\varphi},$$

или подставя $\frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi)$ вмѣсто $\sin^2\varphi$, получимъ

$$\operatorname{tang} i = \frac{(A^2 - B^2)\sin 2\varphi}{A^2 + B^2 + (A^2 - B^2)\cos 2\varphi}.$$

Если положимъ $\frac{A^2 - B^2}{A^2 + B^2} = k$, то будетъ

$$\operatorname{tang} i = \frac{k\sin 2\varphi}{1 + k\cos 2\varphi};$$

развернувъ степень $(1 + k\cos 2\varphi)^{-1}$, и по малости дуги i принявъ $\operatorname{tang} i = i\sin 1''$, получимъ

$$i = \frac{k\sin 2\varphi}{\sin 1''} - \frac{k^2\sin 4\varphi}{2\sin 1''} + \frac{k^3\sin 6\varphi}{3\sin 1''} - \qquad .(19).$$

Если же пожелаютъ выразить величину i по возрастающимъ степенямъ сжатости μ земнаго сфероида, то должно предварительно замѣтить, что изъ урав. $\frac{A - B}{A} = \mu$, имѣемъ

$\frac{B}{A} = 1 - \mu$, а посему $k = \dfrac{1 - \frac{B^2}{A^2}}{1 + \frac{B^2}{A^2}}$, обратится въ

$$k = \frac{1 - (1 - \mu)^2}{1 + (1 - \mu)^2} = \frac{2\mu - \mu^2}{2 - 2\mu + \mu^2},$$

или совершивъ дѣленіе, и ограничиваясь членами 2-го порядка получимъ

$$k = \mu + \tfrac{1}{2}\mu^2$$

Подставя сію величину въ урав. (19), по преобразованіи найдемъ

$$i = \frac{\mu \sin 2\varphi}{\sin 1''} + \frac{1}{2}\frac{\mu^2}{\sin 1''}(\sin 2\varphi - \sin 4\varphi),$$

что по урав. 10 стр. 4, обращается въ

$$i = \frac{\mu \sin 2\varphi}{\sin 1''} - \frac{\mu^2 \sin\varphi \cos 3\varphi}{\sin 1''}. \qquad \ldots(20).$$

Таково выраженіе разстоянія истиннаго зенита отъ видимаго; послѣ чего геоцентрическая широта φ' будетъ $= \varphi - i$.

Впрочемъ для опредѣленія сей послѣдней, удобнѣе брать урав. (6), которое отъ внесенія $1 - \mu$ вмѣсто $\frac{B^2}{A^2}$, обратится въ

$$\operatorname{tang}\varphi' = (1 - 2\mu + \mu^2)\operatorname{tang}\varphi \text{ или } = (1 - 2\mu)\operatorname{tang}\varphi$$

$$\log\operatorname{tang}\varphi' = \bar{1}.9950916 + \log\operatorname{tang}\varphi. \qquad \ldots(21).$$

§ 267. Пусть будетъ HZPR (чер. 178) меридіанъ, s истинное положеніе свѣтила, которое отъ дѣйствія паралакса кажется намъ ниже въ точкѣ s' на кругѣ вертикала, или собственно говоря на кругѣ Zss' проходящимъ чрезъ геоцентрическій зенитъ Z. Дуга $ss' = a$ выразитъ величину паралакса, опредѣляемаго урав. (14, 15 и 17). Проведя круги склоненія PsM, $Ps'M'$, перпендикулярные къ экватору $EMM'Q$, и принявъ точку ♈ за начало прямыхъ восхожденій, считаемыхъ отъ ♈ къ Q, дуга ♈M выразитъ *геоцентрическое* или *истинное прямое восхожденіе* свѣтила, а дуга ♈M′ *видимое* Æ; разность $MM' = \pi$ между сими дугами, измѣряющая уг. MPM' называется *паралаксомъ прямаго восхожденія.* Также дуга $sM = \delta$ будетъ *геоцентрическое* или *истинное склоненіе,* а дуга $s'M' = \delta - \sigma = \delta'$ *видимое склоненіе,* отличающееся отъ истиннаго количествомъ σ, называемымъ *паралаксомъ склоненія.* Займемся опредѣленіемъ π и σ.

I. Положивъ *геоцентрическую широту мѣста* наблюденія $EZ = \varphi$, истинный час. уг. $EPM = p$, видимый час. уг. $EPM' = p' = p + \pi$, и наконецъ истинное зенитное разстояніе $Zs = z$, а видимое $Zs' = z'$, изъ треуг-въ ZPs' и sPs', имѣемъ

$$\frac{\sin s'}{\sin ZPs'} = \frac{\sin ZP}{\sin Zs'} \text{ и } \frac{\sin s'}{\sin sPs'} = \frac{\sin Ps}{\sin ss'},$$

или $$\frac{\sin s'}{\sin(p+\pi)} = \frac{\cos\varphi}{\sin z'} \text{ и } \frac{\sin s'}{\sin\pi} = \frac{\cos\delta}{\sin a}.$$

Раздѣливъ сіи уравненія одно на другое, получимъ

$$\frac{\sin\pi}{\sin(p+\pi)} = \frac{\cos\varphi.\sin a}{\cos\delta.\sin z'} = \frac{\cos\varphi.\sin H}{\cos\delta} \text{ (по урав. 14)}$$

отсюда $$\sin\pi = \frac{\sin H.\cos\varphi}{\cos\delta}\sin(p+\pi)\ldots \quad .(a).$$

Развернувъ $\sin(p+\pi)$ и раздѣливъ на $\cos\pi$, найдемъ

$$\tan\pi = \frac{\sin H \cos\varphi \sin p}{\cos\delta - \sin H \cos\varphi \cos p} \quad .(22),$$

что обращается въ

$$\tan\pi = \frac{\beta\sin p}{1-\beta\cos p}, \text{ полагая } \beta = \frac{\sin H\cos\varphi}{\cos\delta},$$

или развернувъ $(1-\beta\cos p)^{-1}$, получимъ

$$\tan\pi = \beta\sin p + \beta^2 \sin p.\cos p + \beta^3 \sin p.\cos^2 p + \ldots$$

но (по урав. 23 стр. 4)

$$\text{дуга } \pi \text{ или } \pi\sin 1'' = \tan\pi - \tfrac{1}{3}\tan^3\pi + .$$

подставя сюда вмѣсто tang, вышевыведенное выраженіе получимъ, отбрасывая члены выше 3-го порядка

$$\pi\sin 1'' = \beta\sin p + \tfrac{1}{2}\beta^2\sin 2p + \tfrac{1}{3}\beta^3(3\sin p.\cos^2 p - \sin^3 p)$$

откуда $$\pi = \frac{\beta\sin p}{\sin 1''} + \frac{1}{2}\frac{\beta^2\sin 2p}{\sin 1''} + \frac{1}{3}\frac{\beta^3\sin 3p}{\sin 1''}. \quad .(23)$$

гдѣ $\beta = \dfrac{\sin H.\cos\varphi}{\cos\delta}$; послѣ чего будетъ *видимое прям. восхожд.* $Æ' =$ *истин. прям. восхожд.* $Æ + \pi$.

II. Изъ треуг-въ ZPs и ZPs', имѣемъ

$$\cos sZP = \cos s'ZP = \frac{\cos Ps - \cos ZP \cos Zs}{\sin ZP . \sin Zs} = \frac{\cos Ps' - \cos ZP . \cos Zs'}{\sin ZP . \sin Zs'},$$

или $$\frac{\sin\delta - \sin\varphi . \cos z}{\sin z} = \frac{\sin(\delta - \sigma) - \sin\varphi \cos z'}{\sin z'},$$

изъ чего $$\sin\delta \sin z' - \sin\varphi \cos z . \sin z' = \sin(\delta - \sigma)\sin z - \sin\varphi \cos z' \sin z,$$

или $$\sin\delta . \sin z' = \sin(\delta - \sigma)\sin z + \sin\varphi \sin(z' - z).$$

Но $\sin(z' - z) = \sin a = \sin H \sin z'$ (по урав. 14); посему

$$\sin\delta \sin z' = \sin(\delta - \sigma)\sin z + \sin\varphi \sin H \sin z',$$

откуда $$\sin(\delta - \sigma) = \frac{\sin z'}{\sin z}(\sin\delta - \sin\varphi \sin H). \quad \ldots \text{(A)}.$$

Изъ тѣхъ же треуг-въ имѣемъ

$$\frac{\sin z'}{\cos(\delta - \sigma)} = \frac{\sin(p + \pi)}{\sin s'ZP}, \quad \frac{\sin z}{\cos\delta} = \frac{\sin p}{\sin sZP},$$

а по раздѣленіи одного на другое,

$$\frac{\sin z'}{\sin z} = \frac{\sin(p + \pi)\cos(\delta - \sigma)}{\sin p . \cos\delta} \ldots\ldots\ldots \text{(B)};$$

если подставимъ это выраженіе въ урав. (A), и раздѣлимъ на $\cos(\delta - \sigma)$, то получимъ

$$\tang(\delta - \sigma) = \frac{\sin(p + \pi)}{\sin p}\left(\tang\delta - \frac{\sin\varphi \sin H}{\cos\delta}\right) \ldots\ldots \text{(C)}.$$

Но $\dfrac{\sin(p + \pi)}{\sin p} = \cos\pi + \sin\pi \cot p = \cos\pi(1 + \tang\pi \cot p)$;

подставя сюда вмѣсто $\tang\pi$ его величину выражаемую урав. (22), по сокращеніи получимъ

$$\frac{\sin(p + \pi)}{\sin p} = \frac{\cos\pi \cos\delta}{\cos\delta - \sin H \cos\varphi \cos p},$$

а слѣд. $\tan g(\delta - \sigma)$ или $\tan g \delta' = \frac{(\sin\delta - \sin\varphi \sin H)\cos\pi}{\cos\delta - \sin H \cos\varphi \cos p}$ ...... (D).

Хотя это урав. достаточно для опредѣленія величины $\sigma' = \delta - \delta'$ однакоже въ практикѣ для удобства вычисленія, выражаютъ оную въ видѣ ряда, слѣдующимъ образомъ:

Освободя 2-ю часть уравненія (C) отъ коеффиціента, а потомъ вычтя изъ обѣихъ частей $\tan g(\delta - \sigma)$, получимъ

$$\tan g(\delta - \sigma)\frac{\sin p}{\sin(p + \pi)} - \tan g(\delta - \sigma)$$

$$= \tan g\delta - \tan g(\delta - \sigma) - \frac{\sin\varphi \sin H}{\cos\delta},$$

или $$\tan g(\delta - \sigma)\left[\frac{\sin p - \sin(p + \pi)}{\sin(p + \pi)}\right]$$

$$= \frac{\sin\delta\cos(\delta - \sigma) - \cos\delta\sin(\delta - \sigma)}{\cos\delta\cos(\delta - \sigma)} - \frac{\sin\varphi . \sin H}{\cos\delta},$$

что по урав. 10 стр. 4, обращается въ

$$-\frac{\sin(\delta - \sigma)}{\cos(\delta - \sigma)} . \frac{2\sin\frac{1}{2}\pi . \cos(p + \frac{1}{2}\pi)}{\sin(p + \pi)} = \frac{\sin\sigma}{\cos\delta . \cos(\delta - \sigma)} - \frac{\sin\varphi\sin H}{\cos\delta},$$

отсюда $$\sin\sigma = \sin\varphi . \sin H . \cos(\delta - \sigma)$$

$$- \frac{2\cos\delta}{\sin(p + \pi)}\sin\tfrac{1}{2}\pi\cos(p + \tfrac{1}{2}\pi)\sin(\delta - \sigma);$$

но по формулѣ (*a*) стр. 424

$$\frac{\cos\delta}{\sin(p + \pi)} = \frac{\sin H \cos\varphi}{\sin\pi} \text{ или } = \frac{\sin H \cos\varphi}{2\sin\frac{1}{2}\pi . \cos\frac{1}{2}\pi}; \text{ слѣд.}$$

$$\sin\sigma = \sin\varphi\sin H . \cos(\delta - \sigma) - \frac{\cos(p + \frac{1}{2}\pi)\sin(\delta - \sigma)}{\cos\frac{1}{2}\pi} . \cos\varphi\sin H$$

$$= \sin\varphi . \sin H\left[\cos(\delta - \sigma) - \frac{\sin(\delta - \sigma) . \cos(p + \frac{1}{2}\pi)\cot\varphi}{\cos\frac{1}{2}\pi}\right]$$

Положивъ $\cot y = \frac{\cos(p + \frac{1}{2}\pi)\cot\varphi}{\cos\frac{1}{2}\pi}$, получимъ

$$\sin\sigma = \sin\varphi . \sin H\left[\frac{\cos(\delta - \sigma)\sin y - \sin(\delta - \sigma)\cos y}{\sin y}\right]$$

$$= \frac{\sin\varphi . \sin H}{\sin y} . \sin(y - \delta + \sigma). \qquad . .. . (E).$$

Дабы вывесть отсюда σ, развернемъ $\sin(y - \delta + \sigma)$, принимая $y - \delta$ за дугу извѣстную, найдемъ

$$\sin\sigma = \frac{\sin\varphi . \sin H}{\sin y} . \sin(y-\delta)\cos\sigma + \frac{\sin\varphi\sin H}{\sin y} . \cos(y-\delta)\sin\sigma,$$

а потомъ раздѣливъ на $\cos\sigma$ и сокративъ, выйдетъ

$$\tan g\sigma = \frac{\gamma . \sin(y-\delta)}{1 - \gamma . \cos(y-\delta)}.$$

Поступая съ симъ уравненіемъ, подобно какъ сдѣлано нами было на стр. 424, наконецъ получимъ

$$\left.\begin{array}{l} \sigma = \dfrac{\gamma\sin(y-\delta)}{\sin 1''} + \dfrac{\gamma^2 . \sin 2(y-\delta)}{2\sin 1''} + \dfrac{\gamma^3 \sin 3(y-\delta)}{3\sin 1''} (^*) + . \\ \text{гдѣ} \quad \gamma = \dfrac{\sin\varphi\sin H}{\sin y}, \cot y = \dfrac{\cot\varphi . \cos(p + \frac{1}{2}\pi)}{\cos\frac{1}{2}\pi}; \end{array}\right\} (24)$$

послѣ чего *видимое склоненіе* $\delta' =$ *истин. склоненію* $\delta - \sigma$.

§ 268. Выведенныя нами теперь формулы (23) и (24) непосредственно примѣняются къ опредѣленію паралакса долготы и широты свѣтила. И въ самомъ дѣлѣ, пусть будетъ HERQ (чер. 179) горизонтъ, Z зенитъ, P полюсъ экватора EMQ, p полюсъ эклиптики K♈NK′, s и s' истинное и видимое положеніе свѣтила, на прим. луны. Проведя круги широтъ psn и $ps'n'$, и принимая ♈ за точку весенняго равноденствія, дуга ♈$n = l$ выразитъ *истинную долготу* свѣтила, а дуга ♈$n' = l'$, видимую, различествующею отъ истинной количествомъ $nn' = \pi'$, именуемымъ *паралаксомъ долготы.* Также, дуга $sn = \lambda$ выразитъ *истинную широту* свѣтила, а дуга $s'n' = \lambda - \sigma'$ *видимую*, различествующую отъ первой величиною σ', называемою *паралаксомъ широты.*

Проведя кругъ широты pZN и положивъ ♈N$=$L, ZN$= \varDelta$, для опредѣленія искомыхъ π' и σ' достаточно въ урав. (23) и (24) подставить π' и σ' вмѣсто π и σ, $\varDelta$ вмѣсто φ, уг. N$pn = l -$ L вмѣсто час. угла p, и наконецъ λ и $\lambda - \sigma'$ вмѣсто δ и $\delta - \sigma$. И такъ, сдѣлавъ сіи подстановки, урав. (23) обратится въ

(*) Послѣдній членъ какъ въ этомъ, такъ и въ урав. (23) можно всегда отбрасывать по причинѣ его малости.

$$\pi' = \frac{x\sin(l - L)}{\sin 1''} + \frac{x^2 \sin 2(l - L)}{2\sin 1''} \quad \ldots \quad (25),$$

гдѣ $\quad x = \dfrac{\sin H . \cos \varLambda}{\cos \lambda}$, послѣ чего

видимая долгота $l' =$ *истинной долготѣ* $l + \pi'$;

уравненіе же (12) обратится въ

$$\sigma' = \frac{v\sin(\gamma - \lambda)}{\sin 1''} + \frac{v^2 \sin 2(\gamma - \lambda)}{2\sin 1''} \quad \ldots \quad (26),$$

гдѣ $\quad \cot\gamma = \dfrac{\cos(l - L + \frac{1}{2}\pi')\cot \varLambda}{\cos \frac{1}{2}\pi'}$, $v = \dfrac{\sin H . \sin \varLambda}{\sin \gamma}$;

послѣ чего

видимая широта $\lambda' =$ *истин. широтѣ* $\lambda - \sigma'$.

§ 269. Дуги $\varLambda$ и L, означающія широту и долготу зенита, опредѣляются чрезъ рѣшеніе сфер, треуг-ка ZpP. И въ самомъ дѣлѣ, точка ♈, какъ лежащая на экваторѣ и на эклиптикѣ будетъ находиться въ разстояніи 90° отъ точекъ P и p, и потому будетъ служить полюсомъ круга pPi чрезъ сіи точки проходящаго; слѣд. дуги ♈i и ♈c, каждая въ 90°, а дуги $Mi = 90° -$ ♈$M = 90° - \tau$, означая чрезъ τ величину дуги ♈M, которая не иное что есть, какъ *звѣздное время*, выраженное въ градусахъ. И такъ, въ сфер. треуг-кѣ pPZ извѣстныя части суть: 1-е) $Pp = \varepsilon$, т. е. наклоненіе эклиптики къ экватору, 2-е) $PZ = 90° - \varphi$, т. е. дополненіе высоты полюса и 3-е) уг. $pPZ = 180° - MPi = 180° - Mi = 90° + \tau$; для опредѣленія $pZ = 90° - \varLambda$ и угла $PpZ = Nc = 90° - L$, примѣнимъ къ этому треуг-ку формулы (54), (58) и (42) Сфер. Триг. и получимъ

$$\operatorname{tang}\psi = \cot\varphi . \sin\tau \quad \ldots \quad (27)$$

$$\sin \varLambda = \frac{\sin\varphi . \cos(\varepsilon + \psi)}{\cos\psi} \quad \ldots \quad (28)$$

$$\sin L = \operatorname{tang}\varLambda . \operatorname{tang}(\varepsilon + \psi) \quad \ldots \quad (29).$$

Первое изъ сихъ уравненій даетъ величину вспомогательной дуги ψ, которую потомъ вводятъ въ послѣдующее уравненіе съ соотвѣтствующимъ ей знакомъ. Когда $\tau > 12^ч$ или 180°, то ψ получится отрицательнымъ и $\varepsilon + \psi$ обратится въ $\varepsilon - \psi$.

Сверхъ того, поелику дуга L считается отъ ♈ къ N до 360°, то съ перваго взгляда представляется, что изъ послѣдняго уравненія получатся всегда двѣ дуги, удовлетворяющія оному. Однакоже этого сомнительнаго случая не произойдетъ, ибо достаточно замѣтить, что при суточномъ обращеніи небесной сферы полюсъ p эклиптики будетъ описывать около полюса P экватора кругъ, и что сія точка p будетъ всегда находиться къ востоку отъ меридіана, когда точка N, (называемая *нонагезимомъ*) (*) находится отъ него къ западу, и обратно, какъ это явствуетъ изъ чертежа. Далѣе очевидно, что въ $6^ч$ и $18^ч$ звѣзднаго времени, точка ♈ будетъ на горизонтѣ, а точка N на меридіанѣ, и тогда $L = 90^\circ$ въ 1-мъ случаѣ, и $L = 270^\circ$ во 2-мъ. Въ продолженіи сего промежутка времени нонагезимъ будетъ находиться въ западной части неба, и для дуги τ, возрастающей отъ $6^ч$ до $18^ч$, получится L между 90° и 270°. До $6^ч$ дуга L будетъ $< 90^\circ$, а послѣ $18^ч$ звѣзд. врем. $L > 270^\circ$ Между $18^ч$ и $0^ч$ и потомъ до $6^ч$, нонагезимъ будетъ находиться къ востоку отъ меридіана. Изъ этого заключаемъ, что

1-е) Если звѣздн. время τ менѣе $6^ч$, то для L должно брать дугу $< 90^\circ$, т. е. ту, которую даютъ логариѳмическія таблицы.

2-е) Когда $\tau > 6^ч$ и $< 18^ч$, тогда L будетъ заключаться между 90° и 270°, и слѣд. въ случаѣ $\sin L$ *положительнаго*, должно для L брать дугу служащую дополненіемъ до 180°, доставляемой таблицами, а въ случаѣ $\sin L$ *отрицательнаго*, прикладывать сію послѣднюю къ 180°, т. е. $L = 180^\circ +$ дуга, доставляемая таблицами.

Наконецъ 3-е) когда $\tau > 18^ч$, то будетъ $L > 270^\circ$, и пото-

---

(*) Эта точка N эклиптики есть наивысшая надъ горизонтомъ, ибо точки K и K′ лежащія на семъ послѣднемъ, служатъ полюсами круга pZN, а слѣд. дуги KN и K′N равны 90°.

му должно брать $L = 360^\circ$ — дуга, которая бы получилась, еслибы $\sin L$ былъ положительный.

§ 270. Изъ § 265 мы видѣли, что отъ дѣйствія паралакса, свѣтило, а въ особенности луна, понижается не по кругу вертикала, но по большому кругу сферы, проходящему чрезъ геоцентрическій зенитъ, чрезъ что самый азимутъ онаго измѣняется. Но какъ геоцентрическій зенитъ находится всегда въ плоскости меридіана, къ югу отъ видимаго зенита, то предположимъ, что Z (чер. 183) есть геоцентрическій зенитъ, точка Z' видимый, s истинное положеніе свѣтила и s' видимое. Проведя круги $Z's$ и $Z's'$ вертикаловъ, уг. $PZ'S = \omega$ выразитъ *истинный азимутъ* свѣтила, считаемый отъ сѣвера къ востоку, а уг. $PZ'S' = \omega - \xi$ *видимый*, отличающійся отъ 1-го угломъ $SZ'S' = \xi$ именуемымъ *паралаксомъ азимута.* Положивъ разстояніе ZZ' истиннаго зенита отъ видимаго $= i$, зенитное разстояніе $SZ' = z$, для опредѣленія паралакса ξ, достаточно въ урав. (23), выражающимъ паралаксъ прямаго восхожденія, подставить $90^\circ - i$ вмѣсто φ, величину $180^\circ - \omega$ вмѣсто час. угла p, и наконецъ $90^\circ - z$ вмѣсто δ. Совершивъ это, урав. (23) обратится въ

$$\xi = \frac{\sin H . \sin i}{\sin z} . \frac{\sin \omega}{\sin 1''} - \tfrac{1}{2} \left(\frac{\sin H . \sin i}{\sin z} \right)^2 . \frac{\sin 2\omega}{\sin 1''} + . \; \ldots$$

или по малости величины i, (ибо она не превосходитъ никогда $12'$), можно $\sin i$ принимать равнымъ $i \sin 1''$, и потому сія формула обратится въ

$$\xi = \frac{i . \sin H}{\sin z} . \sin \omega - \tfrac{1}{2} \left(\frac{i \sin H}{\sin z} \right)^2 \sin 1'' . \sin 2\omega . \qquad (30)$$

гдѣ i выражаетъ число секундъ.

При вычисленіи всегда можно отбрасывать послѣдній членъ по причинѣ его малости, и такимъ образомъ будетъ

$$\textit{истинный азимутъ } \omega = \textit{видим. азим. } \omega' + \frac{i \sin H . \sin \omega}{\sin z} .$$

§ 271. Въ § 251 говоря о приведеніи отсчитываній времени прохожденія луны чрезъ боковую нить на среднюю мы упомянули, что опредѣленіе величины k въ урав. (12) по формулѣ (7) или (9) или (10), (см. стр. 404) неудобно, ибо такъ какъ въ сіе послѣднее входитъ видимое склоненіе свѣтила, которое въ разсматриваемомъ случаѣ есть величина неизвѣстная, то надлежало бы предварительно опредѣлить паралаксъ склоненія для времени наблюденія по форм. (24) стр. 427, а потомъ видимое склоненіе и наконецъ подставить сію величину въ урав. (12) стр. 408. Вотъ способъ, устраняющій это многосложное вычисленіе, и потому всегда употребляемый въ практикѣ:

Пусть P (чер. 184) будетъ полюсъ, Z истинный зенитъ, l' видимое положеніе края луны въ моментъ прохожденія его чрезъ одну изъ крайнихъ нитей пасажной трубы, (которую предполагаемъ находящеюся близь меридіана); l таковое же положеніе онаго въ моментъ прохожденія чрезъ среднюю; L′ и L истинныя положенія сего края въ оба эти момента. Час. уг. lPl' выразитъ искомую величину k, которая очевидно будетъ равна углу LPL′, $lPl' = k = \mathrm{LPL'}$ Означимъ истинное склоненіе ☾ чрезъ δ, $\mathrm{PL} = 90° - \delta$; истинное зенитное разстояніе чрезъ $z = \mathrm{ZL} = \mathrm{ZL'}$, а видимое чрезъ $z' = \mathrm{Z}l = \mathrm{Z}l'$, и наконецъ паралаксъ высоты чрезъ a, $l\mathrm{L} = a$. Изъ треуг-въ $l\mathrm{Z}l'$ и LZL′ прямоуг-хъ при l и L имѣемъ

$$\sin l\mathrm{Z}l' = \frac{ll'}{\sin z'},\quad \sin \mathrm{LZL'} = \frac{\mathrm{LL'}}{\sin z};$$

но $$l\mathrm{Z}l' = \mathrm{LZL'},\ \text{посему}\ \mathrm{LL'} = ll'\frac{\sin z}{\sin z'} = f.\frac{\sin z}{\sin z'},$$

означая чрезъ f разстояніе ll' между нитями.

Изъ прямоуг-го же треуг-ка LPL′, имѣемъ

$$\sin \mathrm{LL'} = \sin k . \cos \delta$$

или $$k = \frac{\mathrm{LL'}}{\cos\delta},$$

слѣд. $$k = \frac{f}{\cos\delta}.\frac{\sin z}{\sin z'}.$$

Остается опредѣлить отношеніе $\frac{\sin z}{\sin z'}$. Но $z' = z + a$, посему

$$\frac{\sin z}{\sin z'} = \frac{\sin z}{\sin(z + a)} = \frac{\sin z}{\sin z \cos a + \sin a \cos z}$$

или $$= \frac{\sin z}{\sin z + a \sin 1'' \cos z} = \frac{1}{1 + a \sin 1''.\cot z}.$$

Подставя $\frac{\sin H \sin z}{1 - \sin H \cos z}$ (см. стр. 420) вмѣсто $a \sin 1''$, по сокращеніи получимъ

$$\frac{\sin z}{\sin z'} = 1 - \sin H \cos z \text{ или } = 1 - \sin H \cos(\varphi - \delta),$$

ибо луна предполагается близь меридіана и потому безъ чувствительной погрѣшности можно принять $z = \varphi - \delta$. Послѣ чего

$$k = \frac{f}{\cos \delta}[1 - \sin H \cos(\varphi - \delta)] \quad \text{или}$$

$k = \frac{f}{\cos\delta} C$, положивъ для сокращенія $C = 1 - \sin H \cos(\varphi - \delta)$.

Таково урав., выражающее искомую величину угла k, независимую отъ видимаго склоненія луны, и которую надлежитъ подставлять въ урав. (12) стр. 408; и слѣд. искомое приведеніе прохожденія луны съ боковой нити на среднюю будетъ

$$k' = \frac{fC}{\cos\delta(1 - \Delta\alpha)} \quad \dots\dots \quad (31),$$

гдѣ $\Delta\alpha = \frac{\Delta'\alpha}{108324}$, выражая чрезъ $\Delta'\alpha$ движеніе ☾ въ Æ въ $3^ч$ средняго времени.

III) Полу-діаметры свѣтилъ.

§ 272. *Полу-діаметромъ свѣтила* называется вообще уголъ, образуемый лучами зрѣнія, направленными въ центръ свѣтила и одну изъ точекъ его края. Если вершина сего угла предполагается находящеюся въ мѣстѣ наблюденія, то онъ именуется *видимымъ полудіаметромъ,* а если въ центрѣ земли, то — *истиннымъ* или *геоцентрическимъ.*

Для луны видимый полу-діаметръ увеличивается по мѣрѣ возвышенія ея надъ горизонтомъ, такъ, что когда она находится на горизонтѣ, то видимый ея полу-діаметръ бываетъ наименьшій, а когда въ зенитѣ, то наибольшій. И въ самомъ дѣлѣ, если C (чер. 180) есть центръ земли, O мѣсто наблюденія, H луна на горизонтѣ, то по незначительности угла OHC, (ибо онъ есть ея горизонтальный паралаксъ, который бываетъ немногимъ болѣе 1°), безъ чувствительной погрѣшности можно принимать въ треуг-кѣ OHC линіи OH и CH между собою равными, и въ семъ случаѣ видимый полу-діаметръ будетъ равенъ истинному. Но какъ среднее разстояніе луны отъ центра земли почти равно 60 земнымъ радіусамъ, то отъ наблюдателя, находящагося въ точкѣ I, луна будетъ отстоять на 60-ю долю ближе, чѣмъ отъ наблюдателя O. И такъ, наблюдатель O будетъ видѣть луну на своемъ горизонтѣ въ меньшемъ видѣ нежели наблюдатель I въ своемъ зенитѣ. Разность между видимыми полу-діаметрами въ семъ случаѣ будетъ простираться почти до $15''$.

§ 273. Пусть O (чер. 182) будетъ мѣсто наблюденія, C центръ земли, L свѣтило: положивъ видимый полу-діаметръ $LON = \varrho'$, а истинный $LCM = \varrho$, изъ прямоуг-хъ треуг-въ CLM и OLN, имѣемъ $\sin LCM$ или $\sin\varrho = \frac{LM}{CL}$, $\sin LON$ или $\sin\varrho' = \frac{LN}{OL}$; посему

$$\sin\varrho : \sin\varrho' = OL : CL.$$

Но изъ треуг-ка LOC будетъ $OL : CL = \sin OCL : \sin LOC$ или $= \sin z : \sin z'$, полагая $OCL = z$, $ZOL = z'$; слѣд.

$$\sin\varrho : \sin\varrho' \text{ или } \varrho : \varrho' = \sin z : \sin z';$$

здѣсь принимаемъ $\sin\varrho$ и $\sin\varrho'$ равными ихъ дугамъ, по причинѣ незначительности величины оныхъ.

Хотя изъ сей пропорціи получается возможность по данному ϱ найдти ϱ' и обратно, однакоже для удобства вычисленія, видимый полу-діаметръ луны опредѣляется чрезъ отыскиваніе избытка x величины ϱ' надъ ϱ, слѣдующимъ образомъ: взявъ уравн.

$$\varrho' = \varrho . \frac{\sin z'}{\sin z};$$

и вычтя ϱ изъ обѣихъ частей, получимъ

$$\varrho' - \varrho = x = \varrho \frac{\sin z' - \sin z}{\sin z} = 2\varrho \frac{\sin \frac{1}{2}(z' - z) \cos \frac{1}{2}(z' + z)}{\sin z}$$

или $$x = 2\varrho . \frac{\sin \frac{1}{2} a . \cos(z' - \frac{1}{2} a)}{\sin(z' - a)},$$

подставя $z' - a$ вмѣсто z, гдѣ $a = \text{OLC}$ выражаетъ паралаксъ высоты.

Если развернемъ $\cos(z' - \frac{1}{2}a)$ и $\sin(z' - a)$, и по малости дуги a примемъ $\sin \frac{1}{2} a = \frac{1}{2} a \sin 1''$, $\cos \frac{1}{2} a = 1$, то получимъ

$$x = \frac{\varrho a \sin 1'' (\cos z' + \frac{1}{2} a \sin 1'' . \sin z')}{\sin z' - a \sin 1'' . \cos z'}.$$

Но по урав. (15) стр. 418, $a = \text{H} \sin z'$, (гдѣ H есть горизонтальный паралаксъ); слѣд.

$$x = \varrho \text{H} \sin 1'' . \frac{\cos z' + \frac{1}{2} \text{H} \sin 1'' \sin^2 z'}{1 - \text{H} \sin 1'' . \cos z'}.$$

Дабы освободить это урав. отъ величины H, возьмемъ треуг. OCL, изъ коего при $z' = 90°$, имѣемъ $\sin \text{H}$ или $\text{H} \sin 1''$ $= \frac{\text{OC}}{\text{CL}}$; изъ прямоугольнаго же треуг-ка CLM, $\text{CL} = \frac{\text{ML}}{\sin \varrho}$ или $\frac{\text{LM}}{\varrho . \sin 1''}$, а посему $\text{H} = \frac{\text{OC}}{\text{LM}} . \varrho$. Но найдено, что это отношеніе радіуса LM луны къ радіусу OC земли $= 0{,}2725$; слѣд. $\text{H} = \frac{\varrho}{0{,}2725} = k\varrho$, положивъ $k = \frac{1}{0{,}2725} = 3{,}6697$. Внеся это выраженіе H въ наше урав. и принявъ для краткости $k \sin 1''$ $= \text{M}$, получимъ

$$x = \frac{\text{M}\varrho^2 (\cos z' + \frac{1}{2} \text{M}\varrho \sin^2 z')}{1 - \text{M}\varrho \cos z'};$$

наконецъ развернувъ степень $(1 - M\varrho \cos z')^{-1}$, и ограничиваясь членами 3-го порядка, по сокращеніи найдемъ

$$x = M\varrho^2 \cos z' + \tfrac{1}{2}M^2\varrho^3 \cos^2 z' + \tfrac{1}{2}M^2\varrho^3 \quad .. \qquad .. (32)$$

гдѣ $\qquad M = 0{,}0000179133,\ \log M = \bar{5}.2502084.$

§ 274. Въ заключеніе присовокупимъ, что въ эфемеридахъ дается величина геоцентрическаго полу-діаметра ϱ луны для каждыхъ $12^ч$ средняго времени, т. е. для полдня и полночи каждыхъ сутокъ; посредствомъ же интерполяціи отыскивается величина онаго для даннаго часа. Послѣ чего введя ее въ формулу (32) и вычисливъ величину x, видимый полудіаметръ луны будетъ $\varrho' = \varrho + x$.

Такъ на прим. пусть измѣренное зенитное разстояніе верхняго края луны, исправленное отъ рефракціи, будетъ $z' = 36^\circ\ 59'\ 58'',2$, а изъ эфемеридъ для соотвѣтствующаго времени наблюденія найдено $\varrho = 15'\ 24'',7$. Предлагаемъ здѣсь весь ходъ вычисленія величины видимаго полудіаметра ϱ':

M......$\bar{5}$.25021	0,5.... $\bar{1}$.69897	
ϱ^2.. ...5.93200	M^2...$\overline{10}$.50042	$\tfrac{1}{2}M^2\varrho^3$.......$\bar{1}$.09739
cosz'....9.90235	ϱ^3.... 8.89800	
1.08456	cos$^2z'$.... 9.80470	3-й членъ $= 0'',125$
	$\bar{2}$.90209	
1-й членъ $= 12'',15$	2-й членъ $= 0'',08$	

2-й « $=$ 0, 08
3-й « $=$ 0, 12
$x = 12,\ 35$
$\varrho = 15'\ 24,\ 70$
$\varrho' = 15.37,\ 05$

Изъ этого примѣра легко можно видѣть, что все вычисленіе можно дѣлать только въ 4-хъ десятичныхъ знакахъ, и что въ дѣйствіяхъ не требующихъ строгой точности, можно отбрасывать послѣдніе два члена въ урав. (32), и тогда

$$\varrho' = \varrho + M\varrho^2 \cos z' \qquad .(33).$$

§ 275. При вычисленіи параллаксовъ прямаго восхожденія, склоненія и проч. не рѣдко зенитное разстояніе луны бываетъ неизвѣстно. Въ слѣдствіе чего займемся выводомъ выраженія приращенія x полу-діаметра луны, посредствомъ склоненія и его паралакса.

Взявъ урав. (см. стр. 433)

$$\sin\varrho' = \sin\varrho \,.\, \frac{\sin z'}{\sin z}$$

и подставя вмѣсто $\frac{\sin z'}{\sin z}$ величину, выражаемую уравненіемъ (B) (стр. 425), получимъ

$$\sin\varrho' = \sin\varrho \,.\, \frac{\sin(p+\pi)}{\sin p} \,.\, \frac{\cos\delta'}{\cos\delta}.$$

По сдѣланіи преобразованія подобнаго тому, которое дѣлали для вывода урав. (D) стр. 426, найдемъ

$$\sin\varrho' = \frac{\sin\varrho \,.\cos\delta' \cos\pi}{\cos\delta - \sin\mathrm{H}\cos\varphi\cos p} \quad . (34).$$

Это урав. весьма удобно для вычисленія видимаго полу-діаметра ϱ' луны, а особенно когда паралаксы π и $\sigma = \delta - \delta'$ прямаго восхожденія и склоненія опредѣлялись по формуламъ (22) стр. 424 и (D) стр. 426.

§ 276. Если же пожелаютъ величину $\varrho' = \varrho + x$ опредѣлять посредствомъ ряда, то она найдется слѣдующимъ образомъ:

Пусть Z (чер. 178) будетъ зенитъ, P полюсъ, EMQ экваторъ, s и s' истинное и видимое положеніе луны. Проведемъ кругъ PG чрезъ средину угла sPs', т. е. $s\mathrm{PG} = \mathrm{GP}s' = \frac{1}{2}\pi$, (означая чрезъ π уг. sPs' представляющій паралаксъ Æ☾), и опустимъ дугу $\mathrm{Z}g$ перпендикулярную къ PG. Очевидно, что треуг. $k\mathrm{P}k'$ будетъ равнобедренный, въ коемъ $\mathrm{P}k = \mathrm{P}k'$ и уг. $k = k'$. Но треуг-ки $\mathrm{PZ}g$ и $\mathrm{P}kg$, прямоугольные при g, даютъ

$$\operatorname{tang}\mathrm{P}g = \operatorname{tang}\mathrm{PZ}\,.\cos\mathrm{ZP}g = \cot\varphi\,.\cos(p + \tfrac{1}{2}\pi)$$

$$\operatorname{tang}\mathrm{P}k = \frac{\operatorname{tang}\mathrm{P}g}{\cos k\mathrm{P}g} = \cot.k\mathrm{M},$$

гдѣ $p =$ уг. $\mathrm{ZP}s$, а φ высота полюса. Положивъ дугу $k\mathrm{M} = y$, получимъ

$$\cot y = \frac{\cot\varphi . \cos(p + \frac{1}{2}\pi)}{\cos\frac{1}{2}\pi}.$$

Такъ какъ это урав. одинаково съ однимъ изъ урав. (24) стр. 427, выражающимъ величину вспомогательной дуги y, то заключаемъ, что сія дуга y выражаетъ разстояніе точки k отъ экватора.

Но $\quad sk = Mk - Ms = y - \delta$

$$s'k' = M'k' - M's' = y - \delta' = y - \delta + \sigma.$$

Въ сфер. треуг-хъ sZk, $s'Zk'$, въ коихъ уг. Z общій, а уг. $k = 180° - k'$ или $\sin k = \sin k'$, по теоремѣ синусовъ имѣемъ

$$\frac{\sin Zs}{\sin sk} = \frac{\sin k}{\sin sZk} = \frac{\sin Zs'}{\sin s'k'},$$

или $$\frac{\sin z}{\sin(y - \delta)} = \frac{\sin z'}{\sin(y - \delta + \sigma)},$$

отсюда $$\frac{\sin z'}{\sin z} = \frac{\sin(y - \delta + \sigma)}{\sin(y - \delta)} = \frac{\sin \varrho'}{\sin \varrho}$$

въ слѣдствіе § 273. Подставя вмѣсто синусовъ ϱ' и ϱ ихъ дуги, получимъ

$$\varrho' = \varrho . \frac{\sin(y - \delta + \sigma)}{\sin(y - \delta)}.$$

И такъ, приращеніе $x = \varrho' - \varrho$ полу-діаметра луны, будетъ

$$x = \varrho \frac{\sin(y - \delta + \sigma) - \sin(y - \delta)}{\sin(y - \delta)},$$

откуда по урав. 10 стр. 4

$$x = \varrho . 2\sin\tfrac{1}{2}\sigma\,[\cot(y - \delta)\cos\tfrac{1}{2}\sigma - \sin\tfrac{1}{2}\sigma]$$

$$= \varrho\,[\sin\sigma\cot(y - \delta) - 2\sin^2\tfrac{1}{2}\sigma];$$

наконецъ подставя $\sigma \sin 1''$ вмѣсто $\sin\sigma$, получимъ

$$x = \varrho\sigma\sin 1'' . \cot(y - \delta) - \tfrac{1}{2}\varrho\,(\sigma\sin 1'')^2 \quad .. \qquad (35).$$

§ 277. При вычисленіи паралаксовъ долготы и широты, достаточно въ сію формулу подставить $l - \mathrm{L}$ вмѣсто p, λ вмѣсто δ и проч. какъ объяснено было въ § 268, и получимъ

$$x = \varrho\sigma' \sin 1'' \cot(y - \lambda) - \tfrac{1}{2}\varrho.(\sigma' \sin 1'')^2 \quad .. \quad .(36).$$

—

ГЛАВА II.

Опредѣленіе времени.

§ 278. *Ходомъ* хронометра, называется то количество времени, на какое онъ уходитъ или отстаетъ въ каждыя звѣздныя или среднія сутки; *состояніемъ* же или *поправкою* хронометра то, на сколько онъ показываетъ впередъ или назадъ для даннаго момента противъ звѣзднаго, солнечнаго истиннаго или средняго времени въ мѣстѣ наблюденія. Опредѣленіе состоянія или поправки, и хода хронометра, составляетъ цѣль повѣрки онаго.

§ 279. Предположимъ, что суточный ходъ хронометра на среднее время есть $\pm u$, (т. е. что $24^ч$ сред. врем. $= 24^ч$ по хроном. $\pm u$), и что въ тотъ моментъ, когда отсчитано на немъ было $t^ч$, поправка найдена была $= v$, (т. е. что въ этотъ моментъ въ мѣстѣ наблюденія было $t + v$ сред. врем.): Для опредѣленія состоянія хронометра въ тотъ моментъ когда отсчитано было на немъ время t', достаточно найдти на сколько измѣнился его ходъ въ промежуткѣ времени между t и t', по слѣдующей пропорціи:

$$24^ч : \pm u = t' - t : x, \text{ откуда } x = \pm \frac{u(t' - t)}{24}.$$

И такъ, когда хронометръ показывалъ t, то было $t + v$ сред. врем; а когда отсчитано на немъ t', то было

$$t' + v \pm \frac{(t' - t)u}{24} \quad .. \quad .. \qquad (1)$$

§ 280. Ходъ хронометра опредѣляется слѣдующимъ образомъ: посредствомъ способовъ, которые изложены будутъ нами въ сей главѣ, отыскивается состояніе или поправка онаго противъ звѣзднаго или средняго времени, для какого нибудь момента. Это повторяется нѣсколько дней сряду, или покрайней мѣрѣ чрезъ нѣсколько дней. Предположимъ, что въ 1-й день, когда отсчитано на немъ было $t^{ч}$, поправка $= v$, а во 2-й день для t' час. поправка $= v'$ Еслибы оказалось, что $v = v'$, то заключили бы, что онъ не ушелъ и не отсталъ, и что ходъ его согласуется съ тѣмъ временемъ, коему соотвѣтствуютъ найденныя поправки. Но этого почти никогда не случается, и потому если предположимъ, что $v <$ или $> v'$, то суточный его ходъ опредѣлится изъ пропорціи:

промежутокъ времени между t и t' : $v' - v = 24^{ч} : u$,

откуда $$u = \frac{(v' - v)\, 24}{d} \tag{2}$$

означая чрезъ d промежутокъ времени между t и t'.

При семъ должно замѣтить, что если примемъ за постоянное правило *записывать поправку хронометра* v и v' *съ* $+$ *когда онъ назади, а съ* $-$ *когда впереди, и вычитать предшествующее состояніе* v *изъ послѣдующаго* v', то u получится изъ урав. (2) съ тѣмъ же знакомъ, какъ и разность $v' - v$, и тогда $+ u$ выразитъ, что онъ въ сутки отстаетъ, а $- u$ уходитъ.

Такъ на прим. 5 Мая въ $23^{ч}\ 56'$ средняго времени, хронометръ былъ впереди на $10'\ 2'',48$, а 19-го Іюня въ $12^{ч}\ 4'$ назади на $1'\ 23'',13$. Здѣсь $v = -10'\ 2'',48$, а $v' = +1'\ 23'',13$. Вычисленіе располагаемъ слѣдующимъ образомъ:

5 Мая $23^{ч}\ 56'$	$v = -0^{ч}\ 10'\ 2'',48$
19 Іюня или 50 Мая 12. 4	$v' = +0.\ 1.\ 23,\ 13$
$d = 44^{д}\ \ 12^{ч}\ 8' = 64088'$	$v - v' = 0.\ 11.\ 25,\ 61 = 685'',61$

$\log 685'',61 = 2.83608 +$

$24^{ч} = 1440' \ldots \log = 3.15836$

доп. $\log d = \bar{5}.19322$

$\log u = 1.18766 + \quad u = +15'',406.$

Еслибы состояніе хронометра опредѣляемо было нѣсколько разъ, то изъ каждыхъ двухъ смежныхъ наблюденій, выведя по вышесказанному величину u, взяли бы потомъ среднюю, которая и выразила бы средній ходъ хронометра.

Опредѣленіе же состоянія или поправки хронометра требуетъ наблюденій астрономическихъ. Здѣсь предлагаемъ наиболѣе употребительные способы, для того служащіе:

А. ОПРЕДѢЛЕНІЕ ВРЕМЕНИ ПО ИЗМѢРЕННОМУ ЗЕНИТНОМУ РАЗСТОЯНІЮ (ИЛИ ВЫСОТѢ) СВѢТИЛА.

§ 281. Пусть Z будетъ зенитъ (чер. 187), P полюсъ, (коего высоту φ предполагаемъ извѣстною), S свѣтило, имѣющее склоненіе $= \delta$. Означимъ чрезъ z измѣренное его зенитное разстояніе, исправленное отъ рефракціи и паралакса, и чрезъ t время на хронометрѣ, соотвѣтствующее моменту наблюденія. Величина часоваго угла $ZPS = p$ опредѣлится изъ сфер. треуг-ка PZS, (въ коемъ данныя части суть $ZP = 90° - \varphi$, $PS = 90° - \delta$ и $ZS = z$), посредствомъ одного изъ уравненій (46) или (47) Сфер. Триг., именно:

$$\cos p = \frac{\cos ZS - \cos PS . \cos ZP}{\sin PS . \sin ZP},$$

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} p = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(ZS + PS - ZP) \sin \tfrac{1}{2}(ZS + ZP - PS)}{\sin PS \sin ZP};$$

сіи уравненія отъ внесенія вмѣсто ZS, PS и ZP ихъ величинъ обратятся въ

$$\cos p = \frac{\cos z - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\delta \cos\varphi}. \qquad .(3)$$

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} p = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(z + \varphi - \delta) \sin \tfrac{1}{2}[z - (\varphi - \delta)]}{\cos\varphi . \cos\delta}. \qquad (4)$$

Если наблюдаемое свѣтило есть звѣзда, то по опредѣленіи отсюда угла p и по выраженіи его во времени, звѣздное время τ въ моментъ наблюденія, получится изъ урав.

$$\tau = Ꮭ\!R * \pm \tfrac{1}{15} p \ldots \qquad \ldots \qquad .(5),$$

гдѣ знакъ $+$ соотвѣтствуетъ тому случаю, когда звѣзда находится къ западу отъ меридіана, а знакъ — къ востоку.

Послѣ чего вычтя изъ найденнаго звѣзднаго времени τ, отсчитанное время t на хронометрѣ, соотвѣтствующее моменту наблюденія, разность $\tau - t$ выразитъ состояніе онаго на звѣздное время. Для опредѣленія же состоянія хронометра на среднее время, должно по найденному звѣздному времени τ, найдти соотвѣтствующее среднее время τ', руководствуясь изложеннымъ на стр. 70: разность $\tau' - t$ выразитъ искомую поправку.

§ 282. Если же наблюдаемое свѣтило есть солнце, то найденный по вышесказанному часовой уголъ во времени выразитъ *истинное время* τ въ моментъ наблюденія, или дополненіе онаго до $24^ч$, смотря потому въ западной ли или восточной сторонѣ неба солнце было наблюдаемо. Посему для опредѣленія состоянія хронометра на среднее или звѣздное время останется найдти часъ средняго или звѣзднаго времени, соотвѣтствующаго данному моменту τ истин. времени, (см. стр. 71), а потомъ вычесть изъ результата отсчитанное на хронометрѣ время t, какъ сказано въ предшествующемъ §.

§ 283. Для наблюденія преимущественно должно брать то изъ свѣтилъ, которое находится ближе 1-го вертикала и отстоитъ отъ зенита далѣе, по той причинѣ, что ошибка при измѣреніи зенитнаго разстоянія z, будетъ имѣть тогда наименьшее вліяніе на точность величины опредѣляемаго часоваго угла, а слѣд. и отыскиваемаго времени момента наблюденія. Справедливость этого явствуетъ изъ слѣдующаго:

Изобразимъ чрезъ β погрѣшность, сдѣланную нами при измѣреніи зенитнаго разстоянія z, а чрезъ π ошибку отъ того происходящую при вычисленіи величины час. угла p. Подставя $z + \beta$ и $p + \pi$ въ урав. (3) вмѣсто z и p, получимъ

$$\cos(p + \pi) = \frac{\cos(z + \beta) - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\delta \cos\varphi}.$$

Развернувъ косинусы, принявъ косинусы дугъ π и β равными 1-цѣ, а синусы длинѣ сихъ дугъ, и наконецъ вычтя результатъ изъ урав. (3), найдемъ

$$\pi \sin p = \frac{\beta \sin z}{\cos\delta \cos\varphi}, \text{ откуда } \pi = \frac{\beta \sin z}{\cos\delta . \cos\varphi . \sin p} \, (*) \qquad (6).$$

Но изъ треуг-ка ZPS (чер. 187), по теоремѣ синусовъ, [см. урав. (34) Сфер. Триг.] имѣемъ

$$\frac{\sin z}{\sin p} = \frac{\cos\delta}{\sin\omega} = \frac{\cos\varphi}{\sin v},$$

положивъ азимутъ $PZS = \omega$ и уг. $ZSP = v$. Подставя въ урав. (6) каждую изъ сихъ двухъ послѣднихъ величинъ вмѣсто $\frac{\sin z}{\sin p}$, будетъ

$$\pi = \frac{\beta}{\cos\varphi . \sin\omega} = \frac{\beta}{\sin v \cos\delta}.$$

Изъ сихъ двухъ выраженій величины π, заключаемъ, что при одной и той же погрѣшности β наблюденія, она будетъ имѣть величину наименьшую, когда $\cos\varphi$, $\sin\omega$ и $\cos\delta$ будутъ имѣть величины наибольшія, и потому наивыгоднѣйшій случай, будетъ тогда, когда въ 1-хъ) *географ. широта* φ *мѣста* наблюденія *менѣе;* во 2-хъ) *азимутъ свѣтила мало различествуетъ отъ* 90°, или что все равно, оно находится близко 1-го вертикала, и наконецъ въ 3-хъ) *склоненіе* δ свѣтила *не значительно,* или что все равно *разстояніе его отъ зенита болѣе.*

Сверхъ того должно замѣтить, что дабы погрѣшность въ рефракціи, имѣла наименьшее вліяніе на точность результата, полезно всякій разъ наблюдать двѣ звѣзды: одну въ сторонѣ восточной, а другую въ западной, и по мѣрѣ возможности на одинаковыхъ высотахъ; послѣ чего выведя изъ каждаго наблюденія состояніе хронометра, должно брать среднюю величину. И дѣйствительно, если изобразимъ истинную величину час. угла для звѣзды восточной чрезъ p а для звѣзды западной чрезъ p', то отъ ошибки въ рефракціи, зе-

(*) Очевидно этотъ результатъ также бы получился, еслибы одифференцировавъ урав. (3) въ отношеніи p и z, приняли $dp = \pi$ и $dz = \beta$.

нитныя разстоянія обѣихъ звѣздъ, будутъ или увеличины, или уменьшены, а потому вмѣсто угловъ p и p', получатся $p \pm x$ и $p' \pm x'$, означая чрезъ $\pm x$ и $\pm x'$ происходящія отъ того въ нихъ погрѣшности. Но какъ при опредѣленіи времени наблюденія по урав. (5) уг. p войдетъ въ вычисленіе со знакомъ —, а уг. p' съ +, то среднее состояніе хронометра получится ошибочнымъ на количество $\pm \frac{1}{30}(x - x')$, которое очевидно будетъ равно нулю, ибо x' и x весьма мало разнствуютъ между собою.

§ 284. И такъ не трудно понять весь ходъ дѣйствія повѣрки хронометра по сему способу, при наблюденіи вертикальнымъ кругомъ, астрономическимъ теодолитомъ или универсальнымъ инструментомъ:

Избравъ свѣтило, находящееся близъ 1-го вертикала и отстоящее отъ зенита далѣе, (однакоже не свыше 80°, ибо въ противномъ случаѣ опредѣленіе рефракціи будетъ ненадежно), измѣряютъ зенитное его разстояніе, какъ описано нами было въ § 252. Если вышесказанныя наблюденія дѣлались быстро одно послѣ другаго, то возьмутъ среднюю величину z изъ измѣренныхъ зенитныхъ разстояній z какъ сказано было на стр. 409, которую по исправленіи отъ рефракціи останется ввести въ одну изъ формулъ (3) или (4); средняя же величина изъ всѣхъ 4-хъ отсчитываній на хронометрѣ выразитъ величину t. Если же наблюденія произведены были съ недостаточною скоростію, то для вывода зенитнаго разстоянія удобнѣе поступить руководствуясь изложеннымъ въ § 252, 2-е, т. е. вычитать мѣсто зенита на кругѣ изъ каждаго средняго отсчитыванія на лимбѣ, исправленнаго отъ состоянія уровня. Въ семъ случаѣ, получится для каждаго изъ четырехъ отсчитанныхъ моментовъ на хронометрѣ по одному зенитному разстоянію свѣтила, и потому если введемъ каждое изъ нихъ въ одну изъ формулъ (3) или (4), и поступивъ какъ описано было выше, то получимъ четыре результата, выражающіе состояніе хронометра. Средняя величина изъ оныхъ, выразитъ соотвѣтствующую среднему изъ отсчитываній на семъ послѣднемъ.

§ 285. Объяснимъ это примѣромъ, заимствуемымъ нами изъ Breitengradmessung г. Струве (см. B. I, S. 214): 1826 года Мая 26 подъ широтою $\varphi = 56^\circ\, 30'\, 5'',5$, наблюдаема была до кульминаціи звѣзда α Орла; ея прямое восхожденіе Æ $= 19^ч\, 42'\, 20'',46$, склоненіе $\delta = 8^\circ\, 24'\, 59'',47$; мѣсто зенита найдено было $O = 119^\circ\, 58'\, 5'',3$. Отсчитыванія на хронометрѣ и среднія отсчитыванія на лимбѣ, исправленныя отъ состоянія уровня найдены были слѣдующія:

круг. вправо	$180^\circ\, 36'\, 18'',3$	$16^ч\, 29'\ \ 1'',3$
	20. 38, 0	16. 31. 17, 8
круг. влѣво	60. 8. 7, 4	16. 36. 4, 0
	32. 36, 4	16. 39. 40, 6

Вычисленіе совершаемъ по форм. (3), которой очевидно можно дать слѣдующій видъ:

$$\cos p = \sec\delta . \sec\varphi\,(\cos z - \sin\delta \sin\varphi)$$

или положивъ $m = \sec\delta . \sec\varphi$, $n = \sin\delta \sin\varphi$, получимъ

$$\cos p = m\,(\cos z - n).$$

Вычисленіе m *и* n: $\log \sec\delta = 0.0047026$ $\qquad$ $\log \sin\delta = 9.1654440$

$\log \sec\varphi = 0.2581280$ $\qquad$ $\log \sin\varphi = 9.9211142$

$\log m = 0.2628306$ $\qquad$ $\log n = \bar{1}.0865582$

$n = 0,1220557$

	кр. вправо.	кр. вправо.	кр. влѣво.	кр. влѣво.
исправл. отсчит. $= a$	$180^\circ 36' 18'',3$	$180^\circ 20' 38'',0$	$60^\circ\ 8'\ 7'',4$	$60^\circ 32' 56'',4$
$z' = \mp (O - a)$....	60.38.13, 0	60.22.32, 7	59. 49. 57, 9	59. 25. 28, 9
рефракція	+ 1.41, 8	+ 1.40, 7	+ 1. 38, 5	+ 1.36, 9
испр. зенит. разст. z.	60.39.54, 8	60.24.13, 4	59. 51. 36, 4	59. 27. 5, 8
$\cos z$	0,4899112	0,4938854	0,5021129	0,5082659
$\cos z - n$..........	0,3678555	0,3718297	0,3800572	0,3862102
$\log(\cos z - n)$......	9.5656773	9.5703440	9.5798490	9.5868237
$\log m$..............	0.2628306	0.2628306	0.2628306	0.2628306
$\log \cos p$...........	9.8285079	9.8331746	9.8426796	9.8496543
p	$47^\circ 38' 30'',30$	$47^\circ\ 4'\ 29'',25$	$45^\circ 53'\ 2'',50$	$44^\circ 58' 39'',57$
p во времени......	$3^ч 10' 34'',02$	$3^ч\ 8' 17'',95$	$3^ч\ 3' 32'',17$	$2^ч 59' 54'',64$
Æ$\star - p = \tau$.....	16.31.46, 44	16.34. 2, 51	16.38.48, 29	16.42.25, 82
отсчит. на хрон. $= t$	16.29. 1, 3	16.31.17, 8	16.36. 4, 0	16.39.40, 60
сост. хрон. $= \tau - t =$...	+ 2.45, 14	+ 2.44, 71	+ 2.44, 29	+ 2.45, 22
	$+ 2'\, 44'',92$		$+ 2'\, 44'',75$	

среднее состояніе хронометра $= + 2'\, 44'',835$ на звѣзд. время.

§ 286. Въ заключеніе остается присовокупить, что если наблюденіе дѣлается какимъ либо отражательнымъ инструментомъ, то измѣряютъ нѣсколько высотъ свѣтила сколь возможно быстрѣе одну послѣ другой и отсчитываютъ моменты на хронометрѣ. Изобразивъ среднюю величину измѣренныхъ высотъ, исправленную отъ рефракціи и паралакса, (если наблюдалось солнце) чрезъ h, а среднюю величину изъ отсчитанныхъ моментовъ на хронометрѣ чрезъ t, подставятъ $90^\circ - h$ вмѣсто z въ одну изъ формулъ (3) и (4). По опредѣленіи часоваго угла p, поступятъ какъ сказано выше.

Вотъ примѣръ изъ наблюденій г. Вронченко въ Малой Азіи въ 1834 году. Для повѣрки хронометра въ м. *Токмакъ* 26 Мая, наблюдаемы были призматическимъ кругомъ двѣ звѣзды: на востокѣ α Лиры, и на западѣ α Льва. Искуственный горизонтъ былъ безъ крышки. Широта мѣста наблюденія $\varphi = 39^\circ\ 56'\ 20''$, долгота $l = 1^ч\ 57''$ къ вост. отъ Гринвича. Колимац. погрѣшность круга $c = 180^\circ\ 46'\ 0''$ Здѣсь предлагаемъ данныя изъ наблюденій и весь ходъ вычисленія по формулѣ (4):

	хронометръ.	призм. кругъ. верньеръ I.	II.	среднія отсчитыванія.
α Лиры.	$10^ч 42' 14'' - 5УА$	$221^\circ\ 2' 30''$	50	$221^\circ 18' 20''$
Æ $= 18^ч 31' 20'',6$	43. 2. —4	11. 5	25	$c = 180.46.\ 0$
$\delta = 38^\circ\ 37.50,\ 5$	44.22. —5	25.30	45	$h = 40.32.20$
	45. 4. —2	33.40	55	
	$t = 10.\ 43.38,\ 9$			
α Льва.	$10^ч 34' 10'' - 6УА$	$211^\circ 24' 10''$	20	$210^\circ 54' 32''$
Æ $= 9^ч 59' 31'',4$	35.34. —7	7.40	60	$c = 180.46.\ 0$
$\delta = 12^\circ\ 46.31,\ 2$	37.32. —5	210.44. 0	15	$h = 30.\ 8.32$
	39.28. —3	21.50	65	
	$t = 10.\ 36.38,\ 9$			

вычисленіе угла p *по урав.* (4).

α Лиры.	*α Льва.*
$h = 40^\circ\ 32'\ 20''$	$h = 30^\circ\ \ 8'\ 32''$
$r = \quad 1.\ \ 6$	$r = \quad 1.36$
$h' = 40.\ 31.\ 14$	$h' = 30.\ \ 6.\ 56$
$90^\circ - h' = 49.\ 28.\ 46$	$90^\circ - h = 59.\ 53.\ \ 4$
$\varphi - \delta = \ 0.\ 11.\ \ 3,5$	$\varphi - \delta = 25.\ 40.\ 15,8$

(*) $a =$	$49^\circ\ 17'\ 42'',5$	$a = 85^\circ\ 33'\ 19'',8$
$\frac{1}{2}a =$	24. 38. 51, 25	$\frac{1}{2}a =$ 42. 46. 39, 9
$b =$	49. 39. 49, 5	$b =$ 34. 12. 48, 2
$\frac{1}{2}b =$	24. 49. 54, 75	$\frac{1}{2}b =$ 17. 6. 24, 1
$\sin\frac{1}{2}a$	....9.6201730	$\sin\frac{1}{2}a$....9.8319698
$\sin\frac{1}{2}b$	....9.6232048	$\sin\frac{1}{2}b$....9.4685718
$\sec\varphi$	....0.1061327	$\sec\varphi$....0.1061327
$\sec\delta$	....0.1072454	$\sec\delta$....0.0108865
$\sin^2\frac{1}{2}p$	...19.4567559	$\sin^2\frac{1}{2}p$...19.4175608
$\sin\frac{1}{2}p$	....9.7283779	$\sin\frac{1}{2}p$....9.7087804
$\frac{1}{2}p =$	$32^\circ\ 20'\ 45'',36$	$\frac{1}{2}p = 30^\circ\ 45'\ 31'',2$
$p =$	64. 41. 30, 72	$p =$ 61. 31. 2, 4
во врем. $p =$	$4^ч$ 18. 46, 05	во вр. $p = 4^ч$ 6. 4, 2
Æ $=$	18. 31. 20, 6	Æ $=$ 9. 59. 31, 40
$\tau =$	14. 12. 34, 55	$\tau =$ 14. 5. 35, 6
$l =$	1. 57.	$l =$ 1. 57.
въ Гринв. $\tau =$	12. 15. 34, 55	$\tau =$ 12. 8. 35, 6
звѣзд. вр. въ сред. полд.	4. 14. 17, 90	4. 14. 17, 9
	8. 1. 16, 65	7. 54. 17, 7
прив. на средн. время	7. 59. 57, 80	7. 53. 0, 0
$l =$	1. 57.	1. 57.
сред. время $=$	9. 56. 57, 80	9. 50.
$t =$	10. 43. 38, 90	10. 36. 38, 9
состояніе хрон. $=$	— 46. 41, 10	— 46. 38, 9
		$=$ — 46. 41, 1

среднее $=$ — $46'\ 40''\,0$ хрон. впереди.

B. ОПРЕДѢЛЕНІЕ ВРЕМЕНИ ПО СООТВѢТСТВЕННЫМЪ ВЫСОТАМЪ СВѢТИЛА.

§ 287. Сей способъ состоитъ въ отсчитываніи на хронометрѣ моментовъ, когда свѣтило находится на *равныхъ высотахъ* по обѣ стороны меридіана, а потомъ въ опредѣленіи чрезъ вычисленіе показанія хронометра въ моментъ его кульминаціи.

(*) Здѣсь для сокращенія означаемъ чрезъ a и b выраженія $90^\circ - h + (\varphi - \delta)$ и $90^\circ - h - (\varphi - \delta)$.

Пусть P (чер. 189) будетъ полюсъ, Z зенитъ, t и t' отсчитанные моменты на хронометрѣ, когда свѣтило находилось въ A и B на равныхъ высотахъ по обѣ стороны меридіана PM; предполагаемъ $t' > t$, и потому еслибы въ промежуткѣ между сими моментами, час. стрѣлка миновала $12^ч$, то надлежало бы считать $13^ч$, $14^ч$,. вмѣсто $1^ч$, $2^ч$,. Время протекшее между сими наблюденіями будетъ $= t' - t$, а половина онаго $= \frac{1}{2}(t' - t)$ выразитъ по хронометру промежутокъ времени, въ который свѣтило описало дугу AM. Если приложимъ къ сему послѣднему отсчитанное время t, то сумма $t + \frac{1}{2}(t' - t) = \frac{1}{2}(t + t')$, которую мы означимъ чрезъ T, выразитъ очевидно по хронометру моментъ кульминаціи свѣтила, и будетъ

$$T = \tfrac{1}{2}(t + t').$$

Предположимъ теперь, что наблюдаемое свѣтило есть *звѣзда:* звѣздное время α ея кульминаціи извѣстно изъ эфемеридъ, ибо равно ея прямому восхожденію (см. *введ.* чл. 58), но хронометръ въ сей моментъ показывалъ T; слѣд. разность $\alpha - T$ выразитъ состояніе хронометра на звѣздное время. Если же требуется опредѣлить состояніе хронометра на среднее время, то достаточно опредѣлить какой въ моментъ α звѣзд. времени, считается τ часъ средняго времени, и тогда $\tau - T$ выразитъ искомое.

§ 288. Этотъ способъ повѣрки хронометра замѣчателенъ въ томъ отношеніи, что не требуетъ дѣлать никакихъ логариѳмическихъ вычисленій, ни знать высоту полюса, даже съ приближенною точностію. Онъ не зависимъ ни отъ ошибочности градуснаго дѣленія инструмента ни отъ погрѣшности рефракціи: отъ градуснаго дѣленія потому, что цѣль дѣйствія состоитъ въ опредѣленіи лишь тѣхъ моментовъ, въ кои свѣтило находилось на равныхъ высотахъ, но не самыхъ высотъ; отъ рефракціи же потому, что при обыкновенномъ состояніи атмосферы, рефракція при равныхъ высотахъ свѣтила бываетъ одинакова (*). Единственный недостатокъ этого

(*) Впрочемъ ниже будетъ изложена нами поправка отъ вліянія по-способа состоитъ въ томъ, что промежутокъ времени между 1-мъ и 2-мъ наблюденіями бываетъ довольно великъ, и потому часто состояніе неба недозволяетъ сдѣлать наблюденія соотвѣтствующаго. Самыя же наблюденія производятся преимущественно отражательными инструментами, и для уменьшенія вліянія неизбѣжныхъ погрѣшностей дѣлаютъ сряду нѣсколько наблюденій до кульминаціи свѣтила и столькоже соотвѣтственныхъ послѣ онаго. Ходъ дѣйствія въ семъ случаѣ состоитъ въ слѣдующемъ; измѣривъ, на прим. секстантомъ, высоту какой либо звѣзды, находящейся въ восточной сторонѣ неба и преимущественно близь 1-го вертикала (см. § 283), подвигаютъ алидаду нѣсколько впередъ по направленію градусной подписи, такъ, чтобы нуль верньера совпалъ съ точностію, съ слѣдующимъ штрихомъ лимба и направивъ трубу на изображеніе свѣтила въ искуственномъ горизонтѣ, ожидаютъ момента когда отраженное изображеніе его въ маломъ зеркальцѣ съ нимъ соумѣститься. Этотъ моментъ отсчитываютъ на хронометрѣ и записываютъ. Послѣ того подвигаютъ алидаду на $10'$, или $15'$, или $20'$ и поступивъ такимъ же образомъ нѣсколько разъ, ожидаютъ того времени, когда звѣзда пройдя чрезъ меридіанъ, будетъ имѣть высоту нѣсколько бо́льшую послѣднеизмѣренной: тогда поставя верньеръ сперва на то дѣленіе, на коемъ онъ находился во время послѣдняго наблюденія, потомъ предпослѣдняго и т. д. записываютъ всякій разъ отсчитанные на хронометрѣ моменты соумѣщеній прямовидимаго съ отраженнымъ изображеніемъ свѣтила (*). Такимъ образомъ для каждой его высоты получатъ по парѣ отсчитываній на хронометрѣ; пол-сумма каждой изъ нихъ выразитъ по хронометру время кульминаціи звѣзды. Если какой либо изъ сихъ результатовъ окажется значительно

грѣшностей на точность результата, если рефракція въ оба наблюденія была не одинакова.

(*) Само собою разумѣется, что во время наблюденія не надобно переворачивать крышку искуственнаго горизонта (см. прим. стр. 201) ибо какъ замѣчено выше, цѣль дѣйствія состоитъ здѣсь въ опредѣленіи лишь моментовъ, въ которые свѣтило достигало одинаковыхъ высотъ.

разнствующимъ отъ прочихъ, то его отбросятъ, а изъ остальныхъ возьмутъ среднее ариѳметическое, которое и выразитъ искомое время T.

§ 289. Во всемъ вышеизложенномъ предполагалось, что наблюдали какую нибудь звѣзду. Въ разсужденіи солнца произойдетъ иначе, ибо если сдѣланъ будетъ рядъ соотвѣтственныхъ наблюденій, то средняя величина $T = \frac{1}{2}(t + t')$ выразитъ по хронометру моментъ истиннаго полдня только во время солнце-стоянія, т. е. когда склоненіе солнца въ продолженіи наблюденія можно безъ чувствительной погрѣшности разсматривать неизмѣняющимся, а потому въ продолженіи сутокъ описывающимъ кругъ параллельный экватору. Во всѣ же прочіе дни года, такъ какъ солнце при суточномъ своемъ движеніи описываетъ дугу непараллельную кругу экватора, то при равныхъ его высотахъ до и послѣ полудня, часовые углы будутъ между собою не равны. Такъ на прим. предположимъ, что наблюденіе дѣлается между 10-мъ Декабремъ и 10-мъ Іюнемъ: въ это полугодіе, солнце при суточномъ своемъ движеніи постепенно приближается къ сѣверному полюсу. Пусть Z (чер. 189) будетъ зенитъ, P полюсъ, PZM меридіанъ, A положеніе солнца утромъ въ моментъ наблюденія, AB дуга параллели и AMC дуга, описываемая суточнымъ движеніемъ солнца; проведемъ кругъ склоненія BP, образующій час. уг. $BPM = MPA = p$: еслибы склоненіе солнца не измѣнялось, то второе наблюденіе сдѣлано было бы въ тотъ моментъ, когда оно вступитъ на кругъ склоненія PB въ точку B; но какъ оно въ сей моментъ приблизилось къ полюсу на дугу Bi, то по прошествіи лишь нѣкотораго времени, когда вступитъ на прим. въ точку C, оно будетъ имѣть высоту одинаковую какую имѣло въ A, ибо предполагаемъ, что $CZ = BZ = AZ$. И такъ, когда отсчитаны были на хронометрѣ время t и t', солнце находилось въ точкахъ A и C; но градусная величина угла $APC = 2p + CPB$ или $= 2p + \pi$, (положивъ уг. $CPB = \pi$), а во времени

$$\tfrac{1}{15}(2p + \pi) = t' - t,$$

откуда $$\tfrac{1}{15}p = \tfrac{1}{2}(t' - t) - \tfrac{1}{30}\pi. \qquad (8)$$

Здѣсь $\frac{1}{15}p$ очевидно выражаетъ по хронометру промежутокъ времени между 1-мъ наблюденіемъ и моментомъ истиннаго полдня; слѣд. приложивъ его къ t, сумма выразитъ по хронометру искомое время T истиннаго полдня, и будетъ

$$\left.\begin{aligned} T &= \tfrac{1}{2}(t + t') + x \\ \text{положивъ} \quad x &= -\tfrac{1}{30}\pi \end{aligned}\right\} \quad .(9).$$

Остается опредѣлить величину угла $CPB = \pi$.

Изъ сфер. треуг-ка PZA, въ коемъ $ZA = z$, $PA = 90° - \delta$, $PZ = 90° - \varphi$ и уг. $ZPA = p$, по урав. (32) Сферич. Триг., получимъ

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta . \cos p.$$

Когда солнце будетъ находиться въ точкѣ C, то изъ всѣхъ величинъ, входящихъ въ это урав. измѣнятся только уг. p количествомъ π, и склоненіе δ величиною $Cf = y$. И такъ, подставя $p + \pi$ вмѣсто p, и $\delta + y$ вмѣсто δ, развернемъ косинусы и синусы и по малости величинъ π и y примемъ ихъ синусы равными дугамъ, а косинусы равными единицѣ; наконецъ вычтя изъ результата выраженіе $\cos z$, и отбросивъ членъ 2-го порядка, т. е. содержащій произведеніе πy, найдемъ

$$(\sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi . \sin\delta . \cos p)\, y = \cos\varphi . \cos\delta \sin p . \pi,$$

откуда $$\pi = y\left(\frac{\tan\varphi}{\sin p} - \tan\delta . \cot p\right) (*),$$

здѣсь π и y выражены въ секундахъ дуги.

Для опредѣленія y, означимъ чрезъ v суточное измѣненіе склоненія δ, выраженное также въ секундахъ: въ промежуткѣ времени $t' - t = 2\theta$, оно измѣнится количествомъ y, и потому получимъ пропорцію

$$24^{ч} : v = 2\theta : y, \text{ откуда } y = \tfrac{1}{12}\theta v.$$

Здѣсь θ должно быть выражено въ часахъ и десятичныхъ доляхъ. Подставя эту величину y въ предшествующее урав. будетъ

(*) Это урав. получилось бы скорѣе, еслибы одифференцировали данное, принимая δ и p за перемѣнныя и потомъ положили бы $y = d\delta$ и $\pi = dp$.

$$\pi = \tfrac{1}{12}\theta v\left(\frac{\text{tang}\,\varphi}{\sin p} - \text{tang}\,\delta.\cot p\right),$$

а слѣд. $$x = \tfrac{1}{360}\theta v\left(\text{tang}\,\delta.\cot p - \frac{\text{tang}\,\varphi}{\sin p}\right).$$

Хотя изъ урав. (8) явствуетъ, что час. уг. p во времени не равенъ $\frac{1}{2}(t' - t)$, однакоже по малости величины π, безъ чувствительной погрѣшности, можемъ въ выведенную нами теперь формулу вмѣсто угла p подставить $\frac{15}{2}(t' - t) = 15\theta$, а посему получимъ

$$x = \tfrac{1}{360}\theta v\left(\text{tang}\,\delta.\cot 15\theta - \frac{\text{tang}\,\varphi}{\sin 15\theta}\right). \qquad .(10).$$

Въ заключеніе присовокупимъ слѣдующія замѣчанія:

1) Хотя δ выражаетъ по условію величину склоненія солнца въ моментъ 1-го наблюденія, т. е. когда оно находилось въ точкѣ A (чер. 189), однако по малости величины x, можно всегда вводить вмѣсто δ, соотвѣтствующее моменту истиннаго полдня.

2) Когда склоненіе δ солнца южное, то не должно забывать $\text{tang}\,\delta$ брать со знакомъ $-$, ибо оно будетъ не $+\delta$, но $-\delta$.

3) Если наблюденіе дѣлается между 10-мъ Іюнемъ и 10-мъ Декабремъ, т. е. когда солнце въ продолженіи сутокъ отдаляется отъ полюса, то необходимо при вычисленіи урав. (10) вводить v со знакомъ $-$, что очевидно.

4) Такъ какъ въ эфемеридахъ дается склоненіе солнца для момента полдня, а наблюденія, въ разсматриваемомъ нами случаѣ, дѣлаются между двумя полуночами, то для опредѣленія величины v, надобно брать среднюю величину изъ измѣненій склоненія солнца въ продолженіи двухъ послѣдовательныхъ сутокъ, раздѣляемыхъ полднемъ дня наблюденія.

§ 290. Еслибы погода не дозволила сдѣлать утромъ наблюденія, то сдѣлали бы въ 1-й разъ вечеромъ, а во 2-й утромъ слѣдующаго дня. Въ семъ случаѣ прохожденіе солнца чрезъ меридіанъ между наблюденіями произойдетъ въ моментъ полночи. Все различіе при вычисленіи съ вышеизложеннымъ будетъ состоять въ томъ, что во 1-хъ) въ урав. (10) вмѣсто δ надобно вводить склоненіе, соотвѣтствующее полночи; во 2-хъ) для опредѣленія величины v, достаточно взять измѣненіе склоненія между полуднями предшествующимъ и послѣдующимъ наблюденіямъ, и въ 3-хъ) второй членъ величины x въ урав. (10) будетъ не съ —, но съ +, ибо $2\theta = t' - t$, выразитъ въ семъ случаѣ не уг. СРА, но дополненіе онаго до 360°

§ 291. Здѣсь предлагаемъ два примѣра (*):

1-е) 1840 года Мая $\frac{6}{18}$, дѣлано было въ Петербургѣ секстантомъ наблюденіе нижняго края солнца. Широта мѣста наблюденія $\varphi = 59° 59' 26''$, а долгота къ востоку отъ Гринвоча $= 1° 59' 6''$. Записаны были слѣдующія величины:

двойныя высоты ⊙.	востокъ t.	западъ t'.	полу-суммы $\frac{1}{2}(t + t')$.
47° 15'.........	6ч 58' 53"	17ч 14' 7"	12ч 6' 30"
47. 30	6. 59. 54	17. 13. 7, 5	30, 75
47. 45	7. 0. 53, 5	17. 12. 8	30, 75
48. 0	7. 1. 54	17. 11. 7	30, 5
48. 15	7. 2. 53	17. 10. 8	30, 5
48. 30	7. 3. 53, 5	17. 9. 8, 5	31
среднія величины	7. 1. 23, 5	17. 11. 37, 7	12. 6. 30, 58

$$t' = 17^ч 11' 37'',7,$$
$$t = 7.\ 1.23,5$$
$$t' - t = 10.\ 10.14,\ 2 = 2\theta$$
$$\tfrac{1}{2}(t' - t) = 5.\ 5.\ 7,1 = 5^ч,0853 = \theta$$
$$15\theta = 76° 16' 46'',5.$$

Склоненіе ⊙ въ истинный полдень въ мѣстѣ наблюденія,

$$\tfrac{7}{19}\ \text{Мая}\ \delta = +19° 49' 45'' \qquad \tfrac{6}{18}\ \text{Мая}\ \delta = +19° 36' 48''$$
$$\tfrac{5}{17}\ \text{«}\ \delta = 19.\ 23.\ 32$$
$$\text{разность}\ 2v = 0.\ 26.\ 13,\quad v = 13' 6'',5 = +786'',5$$

(*) Они заимствованы нами изъ «Кораблевожденія» соч. *Зеленаго.*

Вычисленіе урав. (10)

θ.........0.70632	коеф.....1.04577	.............1.04577 —
v........2.89575	cot15θ...9.38766	tangφ.....0.23840
360....— 2.55630	tangδ....9.55187	sin15θ..—9.98742
коеф......1.04577	$\bar{1}$.98530	1.29675 —
	1-й членъ $= 0'',97$	2-й членъ $= -19'',80$
		1-й « $= +\ 0,97$
		$x = -18,83$

Слѣд. моментъ T истиннаго полдня по хронометру будетъ $12^ч\ 6'\ 30'',58 - 18'',83 = 12^ч\ 6'\ 11'',75$. Но для момента истиннаго полдня въ мѣстѣ наблюденія, урав. времени $= -3'$ $50'',66$; слѣд. въ моментъ истиннаго полдня, среднее время будетъ $0^ч\ 0'\ 0'' - 3'\ 50'',66 = 11^ч\ 56'\ 9'',34$, а по хронометру въ тоже время $12^ч\ 6'\ 11'',75$. И такъ, состояніе хронометра будетъ $11^ч\ 56'\ 9'',34 - 12^ч\ 6'\ 11'',75 = -0^ч\ 10'\ 2'',41$, т. е. онъ впереди на $10'\ 2'',41$.

2-е) 1840 года, $\dfrac{12 - 13}{24 - 25}$ Іюля, подъ широтою $\varphi = 59°$ $59'\ 26''$; долгота $= 1^ч\ 59'\ 6''$ къ востоку отъ Гринвича, наблюдаемы были секстантомъ нижній край ☉; отсчитыванія были слѣдующія:

двойныя высоты ☉.	западъ t.	востокъ t'	полу-суммы $\frac{1}{2}(t + t')$.
49° 0′	$5^ч 1' 57'',0$	$18^ч 56' 36'',0$	$11^ч 59' 16'',5$
48. 45	5. 2. 57, 5	18. 55. 35, 5	16, 5
48. 30	5. 3. 58, 0	18. 54. 36, 0	17, 0
48. 15	5. 4. 57, 5	18. 53. 35, 0	16, 25
48. 0	5. 5. 58, 0	18. 52. 36, 5	17, 25
47. 45	5. 6. 58, 0	18. 51. 35, 5	16, 75
среднія величины	5. 4. 27, 7	18. 54. 5, 8	11. 59. 16, 71

$$t' = 18^ч 54'\ 5'',8$$
$$t = 5.\ 4.\ 27,7$$
$$t' - t = 13.\ 49.\ 38,\ 1 = 2\theta$$
$$\tfrac{1}{2}(t' - t) = 6.\ 54.\ 49,\ 05 = 6^ч,9136 = \theta$$
$$15\theta = 103°\ 42'\ 16'',0$$

Склоненіе ☉ 12-го Іюля въ полночь, $\delta = +19^\circ 44' 27''$

$\frac{12}{24}$ Іюля въ полдень, $\delta = 19^\circ 49' 48'',6$
$\frac{13}{25}$ « « $\delta = 19.\ 36.\ 56\ ,4$

$v = -12.\ 52,\ 2 = -772'',2$

θ........0.83970	коеф....1.17113 —	...........1.17113 —
v.......2.88773 —	tangδ...9.55493	tangφ....0.23839
360...—2.55630	cot15θ . 9.38712 —	sin15θ...—9.98746
коеф.....1.17113 —	0.11318 +	1.42206 —

1-й членъ $= +\ 1'',30$ 2-й членъ $= -26'',43$
2-й « $= -26,\ 43$

$x = -25,\ 13$
$\frac{1}{2}(t + t') = 11^ч\ 59' 16'',71$
среднее время въ полночь $= 12.\ \ 6.\ \ 8,\ 80$

состояніе хронометра $= +\ \ 7.\ 17,\ 22$

§ 292. Еслибы случилось, что по какимъ нибудь обстоятельствамъ пропустили одно изъ соотвѣтствующихъ наблюденій, то найдя изъ двухъ предшедствующихъ или двухъ послѣдующихъ, на сколько понижается или возвышается свѣтило въ данный промежутокъ времени, можно будетъ посредствомъ вычисленія опредѣлить показаніе хронометра въ моментъ пропущеннаго. Такъ на прим. положимъ что отсчитано было t время по хронометру въ моментъ измѣренія высоты $= h$; требуется же знать отсчитываніе для соотвѣтственной высоты h'; но найдено, что для пониженія свѣтила на дугу s, проходитъ τ время по хронометру. Очевидно, что промежутокъ времени y для пониженія его на дугу $h - h'$ получится изъ пропорціи

$$s : \tau = h - h' : y,\ \text{откуда}\ y = \frac{\tau(h - h')}{s},$$

послѣ чего искомое отсчитываніе будетъ $t + \frac{\tau(h - h')}{s}$.

Въ примѣненіи этого способа можетъ встрѣтиться надобность путешествующему астроному, ибо не рѣдко можетъ случиться, что не имѣя возможности пробыть въ мѣстѣ наблюденія долѣе однѣхъ сутокъ и сдѣлавъ утромъ рядъ наблюденій, онъ предвидитъ, что облака часто скрывающія солнце изъ виду, могутъ ему помѣшать вечеромъ сдѣлать рядъ наблюденій соотвѣтственныхъ. Тогда полезно будетъ, если онъ минутъ за 10 или даже за 15, до того момента, когда солнце достигнетъ высоты на какой оно наблюдалось въ послѣдній разъ утромъ, сдѣлаетъ нѣсколько наблюденій, и опредѣлитъ изъ оныхъ время τ, употребляемое солнцемъ для описанія дуги s въ вертикалѣ. Для доставленія этому дѣйствію большей точности, полезно сдѣлать такимъ же образомъ еще нѣсколько наблюденій не много позже, такъ, чтобы пропущенныя заключались между первыми и сими послѣдними.

§ 293. Въ заключеніе остается присовокупить, что для доставленія дѣйствію повѣрки хронометра по соотвѣтственнымъ высотамъ свѣтилъ, строжайшей точности, полезно принять во вниманіе погрѣшности въ наблюденіяхъ отъ различнаго состоянія атмосферы утромъ и вечеромъ. И дѣйствительно, если оно не одинаково, то и рефракція будетъ также не одинакова, и потому отсчитыванія на хронометрѣ сдѣланы будутъ не на равныхъ высотахъ свѣтила. Вотъ какимъ образомъ вычисляется эта малая поправка.

Пусть h будетъ истинная высота свѣтила до его кульминаціи и r рефракція въ моментъ наблюденія; видимая высота свѣтила будетъ $= h + r$. Подобнымъ же образомъ, если $h' + r'$ выражаетъ таковую же въ моментъ наблюденія послѣ кульминаціи, то по условію

$$h + r = h' + r', \text{ или } h = h' - (r - r').$$

Предположивъ $r > r'$, дѣлается очевиднымъ, что во время 2-го наблюденія, отсчитано было на хронометрѣ въ тотъ моментъ, когда свѣтило имѣло высоту болѣе требуемой количествомъ $r - r'$. И такъ, къ этому отсчитыванію на хронометрѣ необходимо приложить малую поправку c, выражающую время, въ которое свѣтило понижается на $r - r'$.

Но какъ всегда дѣлается по нѣскольку наблюденій, то всегда можно изъ нихъ опредѣлить въ какое время τ, понижается свѣтило на s секундъ дуги; послѣ чего время c имъ употребляемое для описанія дуги $r - r'$ найдется, какъ въ предшествующемъ §, т. е.

$$s : \tau = r - r' : c, \text{ откуда } c = \frac{\tau(r - r')}{s}.$$

Таково выраженіе требуемой поправки, которую слѣдуетъ придавать къ отсчитыванію на хронометрѣ для момента наблюденія на западѣ. Само собою разумѣется, что эта поправка войдетъ въ вычисленіе со знакомъ —, если $r < r'$, ибо тогда наблюденіе было бы сдѣлано позже нежели какъ слѣдовало.

Очевидно, что вмѣсто исправленія самаго отсчитыванія будетъ удобнѣе прикладывать половину выведенной величины къ выраженію T и будетъ $T = \frac{1}{2}(t + t') + \frac{\tau(r - r')}{2s}$.

Для примѣра предложеннаго на стр. 452 взявъ разность крайнихъ высотъ и разность крайнихъ временъ наблюденія находимъ, что солнце въ $5'\ 1''$ времени измѣняется въ высотѣ на $1^\circ\ 15' = 4500''$ Здѣсь $\tau = 301''$, $s = 4500''$ и $z = 66^\circ$ Предположивъ, что на барометрѣ и на Реомюр. термометрѣ замѣчено было утромъ 354,4 пар. лин. и $+ 2^\circ$, а вечеромъ 355,55 пар. лин. и $+ 16^\circ$, получимъ (стр. 415) $r = 136'',6$, $r' = 124'',2$, $r - r' = + 12'',4$, откуда $\frac{1}{2}c = + \frac{12'',4 \times 301}{2.4500}$ $= + 0'',40$. И такъ, къ найденному на стр. 453, истинному полдню по хронометру $= 12^ч\ 6'\ 11'',75$, надобно еще приложить $0'',4$ и будетъ $12^ч\ 6'\ 12'',15$, а слѣд. поправка хронометра на среднее время равна не $- 10'\ 2'',41$, но $- 10'\ 2'',81$. При семъ должно замѣтить, что при томъ же самомъ состояніи атмосферы вышесказанная поправка $\frac{1}{2}c$ оказалась бы гораздо значительнѣе и даже могла бы превзойдти $1''$, еслибы наблюденія сдѣланы были при высотахъ меньшихъ. Такъ на прим. еслибы высота солнца была не 24° но 8°, то получили бы $r = 466'',72$, $r' = 422,''37$, $r - r' = + 44'',35$, а слѣд. $\frac{1}{2}c = + 1'',5$.

C. ОПРЕДѢЛЕНІЕ ВРЕМЕНИ ПОСРЕДСТВОМЪ ПАСАЖНОЙ ТРУБЫ.

§ 294. Одинъ изъ точнѣйшихъ способовъ повѣрки часовъ, состоитъ въ наблюденіи прохожденія свѣтила чрезъ нити пасажной трубы, поставленной въ плоскости меридіана: отсчитываютъ на хронометрѣ моменты прохожденія какого либо свѣтила, коего прямое восхожденіе извѣстно, чрезъ всѣ нити пасажной трубы, и по приведеніи отсчитываній на среднюю нить (§§ 246 и 248), опредѣляютъ потомъ чрезъ вычисленіе звѣздное, среднее или истинное время соотвѣтствующее моменту кульминаціи, что не затруднительно, ибо 1-е) если наблюдали звѣзду, то звѣзд. время кульминаціи равно ея прямому восхожденію; по данному же звѣзд. времени найдется среднее и истинное, какъ объяснено было на стр. 70; 2-е) если же наблюдали солнце, то моментъ кульминаціи его центра, будетъ истинный полдень; а посему, среднее и звѣздное опредѣлится какъ изложено было на стр. 66 и 68. Послѣ чего разность между временемъ найденнымъ чрезъ наблюденіе, и отсчитаннымъ на хронометрѣ выразитъ искомое состояніе хронометра.

§ 295. На обсерваторіяхъ пасажныя трубы единожды навсегда становятся въ плоскости меридіана, и въ такомъ случаѣ, самое дѣйствіе повѣрки часовъ не требуетъ поясненія. Путешествующему же астроному встрѣчается надобность самому устанавливать инструментъ: въ слѣдствіе чего изложимъ различные способы для того служащіе.

Если пасажный инструментъ не имѣетъ свободнаго движенія въ азимутѣ, подобно какъ инструментъ Троутона (см. § 33), то можно поступать двоякимъ образомъ:

1-й *Способъ.* Опредѣливъ сперва съ помощію какого нибудь угломѣрнаго снаряда, (на прим. секстанта), состояніе хронометра и зная приближенно его суточный ходъ, вычисляютъ предварительно его показаніе въ моменты кульминаціи нѣсколькихъ звѣздъ, коихъ прямыя восхожденія извѣстны. Если положимъ прям. восхожд. звѣзды $= \alpha$, звѣздное время въ среднiй полдень для меридiана эфемеридъ $= \sigma$, географ. долготу мѣста наблюденiя, считаемую къ востоку отъ онаго и выраженную во времени $= l$, то среднее время въ моментъ кульминацiи, которое мы изобразимъ чрезъ τ, будетъ $\tau = \alpha - \sigma - k$, гдѣ k означаетъ приведенiе $\alpha - \sigma - l$ звѣзднаго времени на среднее (см. *введ.* чл. 61).

И такъ, если состоянiе хронометра въ моментъ средняго полдня есть $+ v$, а суточный его ходъ $= + u$, то (см. § 279) въ моментъ кульминацiи звѣзды, хронометръ будетъ показывать

$$\tau' = \tau - v - \frac{\tau . u}{24}.$$

Такъ на прим. въ Дерптѣ 31 Марта 1831 года, состоянiе хронометра на среднее время въ среднiй полдень было $v = + 5^ч\ 41'',3$, а суточный ходъ $u = + 5'',6$ и требовалось опредѣлить по сему хронометру моментъ кульминацiи звѣзды α Льва. Изъ Морскаго мѣсяцослова, видимъ, что 31 Марта въ Гринвичѣ $\sigma = 1^ч\ 19'\ 45'',32$, $\alpha = 9^ч\ 59'\ 22'',83$. Долгота Гринвича отъ Дерпта есть $l = 1^ч\ 46'\ 55'',6$. Вычисленiе располагаемъ слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{array}{rl}
\alpha = & 9^ч\,59'\,22'',83 \\
\sigma = & 1.\ 19.\,45,\,32 \\
\hline
\alpha - \sigma = & 8.\ 39.\,37,\,51 \\
k = & -\ \ 1.\ \ 7,\,61 \\
\hline
\tau = & 8.\ 38.\,29,\,90 \\
v = & -\ \ 5.\,41,\,30 \\
\dfrac{\tau . u}{24} = & -\ \ \ \ \ \ 2,\,20 \\
\hline
\tau' = & 8.\ 32.\,46,\,58
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
\alpha - \sigma = & 8^ч\,39'\,37'',51 \\
l = & 1.\ 46.\,55,\,6 \\
\hline
\alpha - \sigma - l = & 6.\ 52.\,41,\,91 \\
k = & 1'\,7'',61
\end{array}$$

По вычисленiи такимъ образомъ времени кульминацiи по хронометру нѣсколькихъ звѣздъ, получится возможность поставить пасажную трубу въ меридiанѣ, ибо достаточно будетъ навести ее сперва перестановкою всего инструмента на первую звѣзду въ соотвѣтствующiй ей моментъ кульминацiи по хронометру; потомъ подложивъ кружки подъ ножные винты и по приведеніи оси вращенія трубы въ горизонтальное направленіе, исправить ея положеніе въ азимутѣ посредствомъ микрометреннаго винта h (чер. 69) въ моменты кульминаціи другихъ звѣздъ. Приведеніе такимъ образомъ пасажной трубы въ плоскость меридіана, всего удобнѣе дѣлать по звѣздамъ, находящимся въ недальнемъ разстояніи отъ полюса и преимущественно по полярной, по причинѣ медленности движенія оныхъ.

§ 296. 2-й *Способъ.* Опредѣляютъ сперва азимутъ какого нибудь отдаленнаго предмета, по способамъ, кои будутъ нами въ послѣдствіи изложены, а потомъ отложивъ посредствомъ угломѣрнаго снаряда отъ этого предмета уголъ, равный найденному азимуту, замѣчаютъ на краю горизонта точку, лежащую по направленію луча зрѣнія (*); если же по направленію сей линіи никакой замѣтной точки не случится, то выставляютъ въ нѣкоторомъ отдаленіи отъ мѣста стоянія сигналъ, или такъ называемую марку (**). Послѣ того становятъ пасажную трубу такимъ образомъ, чтобы по приведеніи оси вращенія трубы въ горизонтальное положеніе, центръ нитей покрывалъ вышесказанную точку. Если величина азимута, и слѣд. направленіе меридіана, найдено было приближенно, то необходимо исправить положеніе пасажной трубы, поступая какъ изложено было выше, т. е. вычисливъ по хронометру моменты кульминаціи нѣсколькихъ звѣздъ, и

(*) Если наблюденіе для опредѣленія азимута земнаго предмета, и отложеніе этого угла дѣлается секстантомъ, то полезно соблюдать, чтобы предметъ находился въ сѣверо-восточной или юго-западной сторонѣ горизонта, для того, чтобы, по прикрѣпленіи алидады секстанта, на томъ градусномъ дѣленіи, которое выражаетъ величину найденнаго азимута, отыскиваемая точка горизонта находилась по направленію его зрительной трубы, а данный предметъ видимъ былъ въ ней чрезъ отраженіе.

(**) *Маркою* называется продолговатая дощечка, покрытая черною краскою съ узкою полосою по срединѣ, бѣлаго цвѣта. Для доставленія возможности видѣть ночью сію полосу, служащую цѣлью для визированія трубою, дѣлается на ней небольшая скважина или прорѣзъ, а сзади становятъ лампу.

потомъ наводя въ сіи моменты центръ нитей, обращеніемъ микрометреннаго винта h.

§ 297. Если же пасажная труба, подобно какъ въ инструментѣ Эртеля или во всякомъ универсальномъ инструментѣ, имѣетъ свободное движеніе въ азимутѣ, то приведеніе трубы въ плоскость меридіана, можно исполнить скорѣе, слѣдующимъ образомъ: поставя ее приближенно близь меридіана, отсчитываютъ на хронометрѣ, (коего ходъ и состояніе предполагаемъ извѣстнымъ), моментъ прохожденія чрезъ среднюю нить какого либо свѣтила, а потомъ чрезъ вычисленіе опредѣляется азимутъ большаго круга инструмента. Пусть Z (чер. 190) будетъ зенитъ, P полюсъ, S свѣтило въ моментъ наблюденія, $ZS = z$ зенитное его разстояніе и BZS большой кругъ инструмента. Если изобразимъ отсчитанное на хронометрѣ время наблюденія чрезъ τ, а вычисленное время кульминаціи чрезъ τ', то разность $\tau' - \tau$ выразитъ величину часоваго угла P во времени, а $15(\tau' - \tau)$ въ градусахъ. Проведя дугу SK перпендикулярную къ меридіану изъ прямоуг-го треуг-ка KSZ, въ коемъ уг. $KZS = \omega$ (искомый азимутъ дуги BZS), и $ZS = z$ получимъ $\sin\omega = \frac{\sin KS}{\sin z}$; но изъ прямоуг. треуг-ка KSP, по даннымъ $PS = 90° - \delta$ и уг. $P = 15(\tau' - \tau)$, будетъ $\sin Kz = \sin P . \cos\delta$; послѣ чего будетъ $\sin\omega = \frac{\sin P . \cos\delta}{\sin z}$

Такъ какъ азимутъ ω и уг. P, по условію весьма малы, то безъ чувствительной погрѣшности можно синусы замѣнить ихъ дугами, а слѣд.

$$\omega = \frac{P . \cos\delta}{\sin z} \text{ или } = \frac{15(\tau' - \tau)\cos\delta}{\sin z}.$$

Таково выраженіе искомаго азимута, по опредѣленіи коего, останется подвинуть пасажную трубу около вертикальной оси на величину найденнаго угла въ ту сторону, какъ означена на горизонтальномъ лимбѣ градусная подпись, или что все равно, по направленію движенія свѣтила если $\tau' > \tau$; если же $\tau' < \tau$, то въ сторону противоположную. Здѣсь предполагаемъ, что наблюдаемое свѣтило находится въ южной сторонѣ неба, ибо будетъ противное, *для* свѣтила, находящагося между полюсомъ и зенитомъ.

Такъ на прим. 18 Мая 1831 года въ Дерптѣ, моментъ по хронометру вычисленной кульминаціи солнца былъ въ $0^ч$ $23'$ $17'',5 = \tau'$, отсчитанное же на хронометрѣ время прохожденія чрезъ среднюю нить было $0^ч$ $23'$ $39'',7 = \tau$. Принимая высоту полюса $\varphi = 58°$ $23'$ и склоненіе $\delta = +19°$ $36'$, будетъ $z = \varphi - \delta = 38°$ $47'$; послѣ чего искомый азимутъ ω получимъ $= -\dfrac{15.22'',2.\cos 19°\ 36'}{\sin 38°\ 47'} = -496'' = -8'\ 3''$. И такъ, въ семъ случаѣ надобно подвинуть трубу на $8'$ $3''$ въ азимутѣ къ востоку, ибо $\tau' < \tau$.

§ 298. Если наблюдаемое свѣтило находится близь экватора, то поступая какъ изложено было въ предшедшемъ §, необходимо, чтобы состояніе хронометра было предварительно опредѣлено до одной секунды точности. Но этого условія не нужно, если для наблюденія взята будетъ полярная звѣзда, ибо пасажную трубу можно поставить, во всякое время сутокъ, до $2'$ точности въ дугѣ, даже тогда, когда ошибка въ состояніи хронометра простирается до $2'$ (*). Ходъ дѣйствія въ семъ случаѣ состоитъ въ томъ, что трубу наводятъ на полярную звѣзду движеніемъ ея въ азимутѣ, и отсчитавъ время на хронометрѣ, примѣняютъ вышепредложенную формулу, или что еще лучше, опредѣляютъ чрезъ вычисленіе азимутъ ω полярной звѣзды, по данному ея склоненію и высотѣ полюса, какъ это будетъ нами изложено въ главѣ IV. Послѣ чего останется подвинуть алидадный кругъ на величину дуги ω, какъ сказано было на стр. 460.

§ 299. Излагая выше, способъ повѣрки хронометра посредствомъ пасажной трубы, мы предполагали, что оптическая ея ось описываетъ со всею строгостію плоскость меридіана. Но это условіе со всею точностію никогда не выполняется и даже не рѣдко на самыхъ обсерваторіяхъ, гдѣ бе-

(*) Какъ на прим. это можетъ случиться, если астрономъ прибылъ изъ мѣста весьма отдаленнаго и отъ тряски ѣзды ходъ хронометра измѣнился.

рутся всѣ предосторожности, чтобы положеніе инструмента не измѣнялось. Въ слѣдствіе чего, разсмотримъ какимъ образомъ повѣряютъ хронометръ, когда пасажная труба находится близь меридіана, ось вращенія нѣсколько наклонена и даже самая колимація трубы не уничтожена.

Пусть Z будетъ зенитъ (чер. 192), P полюсъ, S звѣзда въ моментъ ея прохожденія чрезъ среднюю нить пасажной трубы и имѣющая прямое восхожденіе $=\alpha$, а склоненіе $=\delta$; t отсчитанное время на хронометрѣ въ моментъ наблюденія, v состояніе онаго въ сей моментъ въ разсужденіи звѣзднаго времени, т. е. $t+v=$ звѣздн. времени наблюденія. Если означимъ величину часоваго угла $ZPS=P$ въ градусахъ, а чрезъ p во времени, $P=15p$, то очевидно будетъ (см. *введ.* чл. 64), $p=\alpha-(t+v)$, откуда

$$v=\alpha-p-t. \qquad (11)$$

Займемся опредѣленіемъ величины угла $P=15p$.

Предположимъ, что O есть точка востока, а F та точка, гдѣ восточный конецъ оси вращенія трубы встрѣчаетъ небесную сферу, дуга OH край горизонта и наконецъ дуга OK экваторъ. Соединимъ F съ точками S, Z и P: дуга FK выразитъ разстояніе точки F отъ экватора, или что все равно, большаго круга инструмента отъ полюса P, (ибо сей кругъ отстоитъ на 90° отъ точки F); дуга DF наклоненіе оси вращенія, опредѣляемое переложеніемъ уровня, а дуга DO азимутъ большаго круга инструмента, ибо еслибы сія дуга равна была нулю, то упомянутый кругъ проходилъ бы чрезъ точки сѣвера и юга, и посему азимутъ его равнялся бы нулю. Положивъ $FK=N$, $FD=I$, $OD=\omega$ и означая колимацію трубы чрезъ C, очевидно будетъ

$$PF=90^\circ+N,\ ZF=90^\circ+I,\ \text{уг.}\,PZF=90^\circ+\omega \text{ и } SF=90^\circ-C.$$

Изъ треуг-ка SZF, имѣемъ

$$\cos SF=\cos SZ.\cos ZF+\sin SZ.\sin ZF.\cos SZF,$$

или положивъ $SZ=z$, уг. $SZP=\omega'$ (азимутъ звѣзды), $SZF=\omega'-FZP$, получимъ

$$\sin C = -\cos z.\sin I + \sin z.\cos I.\cos(\omega' - FZP).$$

Развернувъ $\cos(\omega' - FZP)$, и такъ какъ $FZP = 90° + \omega$, будетъ

$$\sin C = -\cos z.\sin I - \sin z \cos I.\cos\omega' \sin\omega$$

$$+ \sin z.\cos I \sin\omega'.\cos\omega. \qquad .(a).$$

Для исключенія z и ω', изъ треуг-ка SZP, по формуламъ (32), (39) и (34) Сфер. Триг. имѣемъ

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi.\cos\delta.\cos P$$

$$\sin z \cos\omega' = \sin\delta \cos\varphi - \cos P \cos\delta \sin\varphi$$

и $$\frac{\sin z}{\sin P} = \frac{\cos\delta}{\sin\omega'}, \text{ или } \sin z \sin\omega' = \sin P.\cos\delta.$$

Подставя 1-е изъ сихъ трехъ уравненій въ 1-й членъ урав. (a), 2-е во второй членъ, а 3-е въ послѣдній членъ онаго, получимъ

$$\left.\begin{aligned} \sin C = &- \sin I (\sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi.\cos\delta \cos P) \\ &- \cos I \sin\omega (\sin\delta \cos\varphi - \cos P \cos\delta.\sin\varphi) \\ &+ \cos I \cos\omega \cos\delta \sin P \end{aligned}\right\} \ldots (12).$$

Таково урав., предложенное Бесселемъ, (см. Astr. Nachrichten, № 131) и выражающее отношеніе между величинами P, C, I и ω. Для примѣненія онаго къ разсматриваемому нами вопросу, припомнимъ, что пасажная труба предполагается находящеюся весьма близко отъ меридіана, и потому величины P, C, I и ω будутъ весьма малыя; въ слѣдствіе чего можно ихъ синусы принять за дуги, а косинусы за 1-цу, и потому выведенное нами урав. обратится въ

$$C = -I (\sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi.\cos\delta)$$

$$- \sin\omega (\sin\delta.\cos\varphi - \cos\delta.\sin\varphi) + P \cos\delta \qquad (13).$$

Если азимутъ ω пасажной трубы есть количество неизвѣстное, то для исключенія онаго, возьмемъ треуг. ZPF, который даетъ

$$\cos PZF = \frac{\cos PF - \cos ZP.\cos ZF}{\sin ZP.\sin ZF};$$

но $PZF = 90° + \omega$, $PF = 90° + N$, $ZF = 90° + I$, $ZP = 90° - \varphi$; слѣд.

$$\sin\omega = \frac{\sin N - \sin\varphi . \sin I}{\cos\varphi . \cos I},$$

или по малости величинъ ω, N и I, будетъ

$$\omega = \frac{N}{\cos\varphi} - I \tan\varphi. \qquad ..(14).$$

Таково урав., опредѣляющее азимутъ трубы по извѣстному разстоянію N большаго инструмента отъ полюса. Введя его въ урав. (13), оно обратится въ

$$C = - I . \sin\varphi \sin\delta - I \cos\varphi \cos\delta - N \sin\delta + N \cos\delta \tan\varphi$$
$$+ I \sin\delta \sin\varphi - I \frac{\cos\delta \sin^2\varphi}{\cos\varphi} + P \cos\delta,$$

или подставя $1 - \cos^2\varphi$ вмѣсто $\sin^2\varphi$, сокративъ и раздѣливъ на $\cos\delta$, наконецъ получимъ

$$P = \frac{C}{\cos\delta} + N \tan\delta - N \tan\varphi + \frac{I}{\cos\varphi},$$

а во времени, положивъ $\frac{C}{15} = c$, $\frac{N}{15} = n$, $\frac{I}{15} = i$, будетъ

$$p = \frac{c}{\cos\delta} + n \tan\delta - n \tan\varphi + \frac{i}{\cos\varphi}. \qquad .(15)$$

Наконецъ подставя это выраженіе угла p въ урав. (11), получимъ для требуемаго состоянія хронометра

$$v = \alpha - t - \frac{c}{\cos\delta} - n \tan\delta + n \tan\varphi - \frac{i}{\cos\varphi} \qquad (16).$$

Должно замѣтить, что для примѣненія сей формулы къ тому случаю, когда наблюдается звѣзда близь нижней ея кульминаціи, достаточно вмѣсто δ подставлять дополненіе оной до 180°, т. е. считать склоненіе отъ экватора чрезъ полюсъ свыше 90° Сверхъ того не должно забыватъ, что формула сія выведена нами при томъ предположеніи, что точка F (чер. 192) находится ниже горизонта; но еслибы она находилась выше, то надобно предъ послѣднимъ членомъ перемѣнить знакъ; изъ чего слѣдуетъ правило: записывать западный край пузырька уровня со знакомъ $+$, а восточный съ $-$, и поступивъ какъ объяснено было въ § 30, вводить i съ тѣмъ знакомъ, какой дастъ вычисленіе.

§ 300. Количество n, входящее въ формулу (16), не иначе можетъ быть опредѣлено, какъ чрезъ вторичное наблюденіе, а именно: чрезъ отсчитываніе на хронометрѣ времени въ моментъ прохожденія другой какой либо звѣзды чрезъ среднюю нить. Положивъ ея прямое восхожденіе $=\alpha'$, склоненіе $=\delta'$, отсчитанное время на хронометрѣ $=t'$, очевидно получимъ

$$v+\mathrm{d}u=\alpha'-t'-\frac{c}{\cos\delta'}-n\tang\delta'+n\tang\varphi-\frac{i}{\cos\varphi}. \qquad .(17),$$

гдѣ $\mathrm{d}u$ означаетъ измѣненіе хода хронометра въ данный промежутокъ $t'-t$ времени. Это количество должно разсматривать извѣстнымъ, ибо если изобразимъ суточный ходъ хронометра чрезъ u, то будетъ $24:t'-t=u:\mathrm{d}u=\frac{u(t'-t)}{24}$.

Величину колимаціонной погрѣшности c, можно также принимать извѣстною, ибо она опредѣлится чрезъ переложеніе оси вращенія трубы въ ея гнѣздахъ, какъ это будетъ объяснено ниже (см. § 305). Положивъ $t+c.\sec\delta=\tau$ и $t'+c\sec\delta'=\tau'$, и вычтя урав. (16) изъ урав. (17), получимъ

$$n=\frac{(\alpha'-\alpha)-(\tau'-\tau)-\mathrm{d}u}{\tang\delta'-\tang\delta} \qquad .(18).$$

Такъ какъ изъ сего уравненія получится n тѣмъ точнѣе, чѣмъ знаменатель, т. е. разность тангенсовъ склоненій болѣе, то наивыгоднѣйшій случай будетъ тогда, когда станутъ наблюдать звѣзды отстоящія весьма близко отъ полюса: одну въ верхней ея кульминаціи, а другую въ нижней, или двѣ звѣзды, изъ коихъ одна находится близь полюса въ верхней кульминаціи, а другая близь экватора. Послѣдній случай выгоднѣе перваго, ибо если наблюдаемы будутъ двѣ звѣзды близь полюса находящіяся, то не взирая, что n опредѣлится вѣрно, количество v будетъ лишено точности, по причинѣ невозможности отсчитать со всею строгостію на хронометрѣ моментъ прохожденія звѣзды чрезъ нить трубы (см. § 234). Если въ урав. (15) не обратимъ вниманія на 1-й членъ $c\sec\delta$ (ибо колимація c трубы, чрезъ переложеніе въ ея гнѣздахъ, можетъ быть сдѣлана почти $=0$, и вообще должна быть принимаема извѣстною), то получимъ $p=i\sec\varphi+n\,(\tang\delta-\tang\varphi)$. Здѣсь членъ $i\sec\varphi$ остается постояннымъ для всѣхъ звѣздъ, а второй обращается въ нуль для $\delta=\varphi$. Изъ чего слѣдуетъ, что опредѣленіе времени будетъ тѣмъ менѣе зависимо отъ величены n, т. е. отъ погрѣшности положенія трубы въ азимутѣ, чѣмъ наблюдаемая звѣзда кульминируетъ ближе отъ зенита, ибо для звѣзды кульминирующей въ самомъ зенитѣ точность опредѣленія времени будетъ зависѣть только отъ точности наблюденія и отъ наклоненія оси. По сей причинѣ, кромѣ двухъ звѣздъ назначаемыхъ для опредѣленія n и находящихся близь полюса, полезно наблюдать еще двѣ звѣзды, кульминирующія въ наименьшемъ разстояніи отъ зенита въ южной сторонѣ неба.

§ 301. Если количество c, входящее въ вычисленіе нѣсколько ошибочно, то и величины n и v не будутъ точны. Но если переложатъ трубу въ ея гнѣздахъ и повторятъ наблюденіе надъ другими приличными звѣздами для опредѣленія n и v, то средняя величина v будетъ независима отъ c, и самая величина c опредѣлится. Сверхъ того, всѣ постоянныя вліянія, происходящія отъ неравенства толстоты цапфъ, или гибкости оси будутъ почти или совершенно уничтожены.

Въ слѣдствіе чего, для полнаго опредѣленія величинъ n, c и v, надобно при наблюденіи соблюдать слѣдующій порядокъ:

I. *Положеніе оси, лимбъ къ востоку* (или западу).

a) Опредѣленіе угла $\mathrm{I}=15i$ наклоненія оси вращенія, посредствомъ переложенія уровня.

b) Наблюденіе 4-хъ звѣздъ, именно: 2-хъ близь полюса и 2-хъ близь зенита къ экватору.

c) Опредѣленіе угла I наклоненія оси.

II. *Положеніе оси, лимбъ къ западу* (или востоку).

d) Опредѣленіе угла I наклоненія оси.

e) Наблюденіе 4 звѣздъ.

f) Опредѣленіе угла I наклоненія оси.

§ 302. При выводѣ вышепредложенныхъ формулъ, мы предполагали, что пасажная труба находится столь близко отъ меридіана, что по малости величинъ P, N и ω, синусы ихъ можно принять равными дугамъ, а косинусы единицѣ. Разсмотримъ теперь, какимъ образомъ должно поступать при опредѣленіи времени въ томъ случаѣ, когда упомянутое условіе не выполняется.

Пусть P (чер. 185) будетъ полюсъ, Z зенитъ, bsa кругъ описываемый среднею нитью трубы, имѣющей колимацію $C = 15c$, BSA большой кругъ инструмента, F полюсъ сего послѣдняго (т. е. точка, въ коей продолженная ось вращенія трубы встрѣчаетъ небесную сферу); s и s' положеніе двухъ звѣздъ въ моменты прохожденія оныхъ чрезъ среднюю нить, а S и S′ въ моменты прохожденія оныхъ чрезъ большой кругъ инструмента AB; α и α' прямыя восхожденія сихъ звѣздъ, а δ и δ' ихъ склоненія. Если положимъ во времени уг. $s\mathrm{PS} = k$, уг. $s'\mathrm{PS}' = k'$, а времена, отсчитанныя на хронометрѣ въ моменты наблюденія звѣздъ s и s', означимъ чрезъ t и t', то $t + k$ и $t' + k'$ выразятъ время по хронометру въ моменты прохожденія сихъ звѣздъ чрезъ большой кругъ инструмента, ибо предполагаемъ, что средняя нить уклоняется къ востоку отъ сего круга, а наблюденіе дѣлается близь верхней кульминаціи звѣздъ. Изобразимъ сіи величины чрезъ τ и τ', т. е. $\tau = t + k$, $\tau' = t' + k'$. Такъ какъ въ разсматриваемомъ нами случаѣ принимаемъ, что большой кругъ инструмента далеко уклоняется отъ меридіана, то для опредѣленія k и k' слѣдуетъ взять урав. (7) стр. 404, замѣстивъ въ немъ f чрезъ c; отбрасывая члены высшаго порядка, получимъ

$$k = \frac{c}{\beta}, \quad k' = \frac{c}{\beta'},$$

гдѣ $\beta = \sqrt{\cos(\delta + \mathrm{N})\cos(\delta - \mathrm{N})}$, $\beta' = \sqrt{\cos(\delta' + \mathrm{N})\cos(\delta' - \mathrm{N})}$;

слѣд. $\tau = t + \frac{c}{\beta}, \ \tau' = t' + \frac{c}{\beta'} \ldots \qquad \ldots (19).$

Проведемъ кругъ склоненія PA чрезъ точку A, пересѣченія большаго круга съ экваторомъ, и полагая во времени уг. $APE = m$; уг. $APS = x$, уг. $APS' = x'$, уг. $EPS = p$ и уг. $EPS' = p'$, займемся опредѣленіемъ угловъ x, x' и m.

Такъ какъ всякій час. уг. $=$ Æ — звѣзд. время, то изображая состояніе хронометра на звѣздное время чрезъ v, будетъ

$$p \text{ или } x - m = \alpha - (\tau + v), \ p' \text{ или } x' - m = \alpha' - (\tau' + v);$$

разность сихъ уравненій даетъ

$$x - x' = \alpha - \alpha' + (\tau' - \tau)$$

Здѣсь принимали, что ходъ хронометра въ промежутокъ между двумя наблюденіями не измѣнился противъ звѣзднаго времени; въ противномъ же случаѣ, надлежитъ въ членъ $\tau' - \tau$ ввести поправку $+ du$, или умножить $(\tau' - \tau)$ на μ, полагая 1 сек. хронометра $= \mu$ звѣзд. времени; и такъ, въ семъ случаѣ будетъ

$$x - x' = (\alpha - \alpha') + (\tau' - \tau)\mu = e. \qquad .(20),$$

отсюда $x = x' + e$ во времени

$$15x = 15(x' + e) \text{ въ угловой величинѣ.}$$

Поелику точка A какъ находящаяся и на экваторѣ и на кругѣ BSA отстоитъ отъ P и F на 90°, то она будетъ полюсомъ дуги PF, а слѣд. уг. BPA будетъ прямой, а уг. SPB $= 90° - 15x$, уг. S′PB $= 90° - 15x'$. Изъ треуг-въ SPB и S′PB, въ коихъ PB $=$ N, имѣемъ

$$\left.\begin{aligned} \cos SPB &= \sin 15x = \operatorname{tang} N . \operatorname{tang} \delta \\ \cos S'PB &= \sin 15x' = \operatorname{tang} N . \operatorname{tang} \delta' \end{aligned}\right\} \qquad (21).$$

Раздѣливъ 1-е на 2-е, получимъ

$$\frac{\sin 15x}{\sin 15x'} \text{ или } \frac{\sin 15(x' + e)}{\sin 15x'} = \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang}\delta'},$$

откуда $\quad \sin 15(x'+e).\operatorname{tang}\delta' = \sin 15x' \operatorname{tang}\delta.$

Развернувъ $\sin 15\,(x'+e)$ и раздѣливъ на $\cos 15x'$, будетъ

$$\operatorname{tang} 15x' = \frac{\sin 15e.\operatorname{tang}\delta'}{\operatorname{tang}\delta - \cos 15e.\operatorname{tang}\delta'} \ldots\ldots\ldots (22).$$

Таково урав., опредѣляющее величину угла $S'PA = 15x'$; послѣ чего изъ урав. (21) получимъ

$$\operatorname{tang} N = \frac{\sin 15(x'+e)}{\operatorname{tang}\delta} \ldots\ldots\ldots (23).$$

Наконецъ для опредѣленія величины угла $EPA = M = 15m$, возьмемъ прямоуг. треуг. AEQ, въ коемъ $AE = M$, (ибо AE измѣряетъ уг. APE), уг. $QAE = 90° - QAP = 90° - N$, (ибо A есть полюсъ дуги PB) и $EQ = ZE - ZQ = \varphi - y$, полагая $ZQ = y$. Найдемъ

$$\sin M = \operatorname{tang} N.\operatorname{tang}(\varphi - y). \qquad .(24);$$

величина же дуги $\varphi - y = EQ$, выражающей склоненіе точки Q пересѣченія меридіана съ большимъ кругомъ инструмента, легко можно опредѣлить изъ урав. (12), ибо достаточно въ немъ положить $C = 0$ и $P = 0$ и потомъ вывести величину δ, которая и выразитъ требуемую $\varphi - y$. И дѣйствительно, первое изъ сихъ двухъ условій, т. е. $C = 0$, означаетъ, что колимація трубы не существуетъ, или что все равно, этотъ случай соотвѣтствуетъ тому, какъ еслибы положеніе звѣзды разсматривалось въ тотъ моментъ, когда она находится на большемъ кругѣ инструмента; условіе же $P = 0$ соотвѣтствуетъ тому, что звѣзда находится на меридіанѣ, а слѣд. въ точкѣ пересѣченія бол. круга инструмента съ меридіаномъ. И такъ, введя оба сіи условія, урав. (12) обратится въ

$$0 = -\sin I\,(\sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta)$$
$$+ \cos I.\sin\omega\,(\sin\varphi.\cos\delta - \cos\varphi.\sin\delta)$$

или $\quad 0 = -I \cos(\varphi - \delta) + \sin\omega \sin(\varphi - \delta)$

откуда $\quad \operatorname{tang}(\varphi - \delta)$ или $\operatorname{tang} y = \dfrac{I}{\sin\omega}.$

Подставя вмѣсто $\sin\omega$, его величину, выраженную урав. (14) получимъ

$$\tan g\gamma = \frac{\mathrm{I}.\cos\varphi}{\sin \mathrm{N} - \mathrm{I}\sin\varphi}. \qquad \ldots.(25).$$

§ 303. Выведенныя нами теперь уравненія весьма употребительны въ практикѣ, а особенно путешествующими астрономами. Ходъ самаго дѣйствія, соблюдается слѣдующій:

1-е) Движеніемъ алидаднаго круга, наведя пасажную трубу на полярную звѣзду и по приведеніи оси ея вращенія приближенно въ горизонтальное положеніе, отсчитываютъ время t на хронометрѣ въ моментъ прохожденія оной чрезъ среднюю нить трубы.

2-е) Послѣ того, не измѣняя положеніе трубы въ азимутѣ, оборачиваютъ ее чрезъ зенитъ и отсчитываютъ на хронометрѣ время прохожденія чрезъ всѣ пять нитей какой либо другой звѣзды, кульминирующей близъ зенита.

3-е) По приближенно извѣстной величинѣ часоваго угла полярной звѣзды, ея склоненію и высотѣ полюса, опредѣляется азимутъ ω оной (см. гл. IV); послѣ чего получать приближенную величину N по формулѣ $\mathrm{N} = \omega\cos\varphi$ (*). Величину сію введя въ выраженіе $\beta = \sqrt{\cos(\delta' + \mathrm{N})\cos(\delta' - \mathrm{N})}$ и $\gamma = \sin \mathrm{N}\sin\delta'$, получатъ возможность отсчитыванія на хронометрѣ въ моменты прохожденія упомянутой звѣзды чрезъ пять нитей, привести на среднюю, посредствомъ формулы $k = \frac{f}{\beta} \pm \frac{7{,}5.\gamma.\sin 1''.f^2}{\beta^3}$. Результатъ выразить время t'

4-е) Предполагая, что оптическая ось уклоняется къ востоку отъ большаго круга инструмента на количество $= 15c$, время τ и τ' прохожденія обоихъ наблюдаемыхъ звѣздъ чрезъ большой кругъ инструмента опредѣлится по уравненіямъ (19), именно: $\tau = t + \frac{c}{\beta}$, $\tau' = t' + \frac{c}{\beta'}$, гдѣ $\beta = \sqrt{\cos(\delta + \mathrm{N})\cos(\delta - \mathrm{N})}$.
Если же оптическая ось уклоняется къ западу, то c должно

(*) Это выраженіе найдется изъ урав. (14), положивъ въ немъ уголъ наклоненія оси $\mathrm{I} = 0$.

быть введено со знакомъ —; будетъ обратное, если полярная звѣзда наблюдается близь нижней кульминацiи.

5-е) По опредѣленiи τ и τ', приступаютъ къ послѣдовательному вычисленiю e, x', N, y и m по уравненiямъ (20), (22), (23), (25) и (24). Послѣ чего введя найденныя величины x' и m, въ выраженiе величины час. угла $p' = x' - m$, наконецъ получатъ искомое состоянiе v хронометра для момента τ' по урав.

$$v = \alpha - \tau' - p'.$$

§ 304. Дабы не происходилъ значительный промежутокъ времени между обоими вышесказанными наблюденiями, дѣлаютъ ихъ тогда, когда полярная и другая звѣзда, которую желаютъ наблюдать, находятся въ одно и тоже время на одномъ вертикалѣ. Для опредѣленiя этого времени, предположимъ, что P (чер. 191) есть полюсъ, Z зенитъ, и B звѣзда на меридiанѣ, имѣющая прямое восхожденiе $= \alpha'$, а склоненiе $= \delta'$. Если въ сей моментъ, полярная, (коей прям. восхожд. и склоненiе мы изобразимъ, какъ и прежде чрезъ α и δ), находится въ S, то величина час. угла ZPS будетъ $= \alpha - \alpha'$, ибо звѣздное время въ разсматриваемый моментъ будетъ $= \alpha'$. Слѣд. по данному час. углу ZPS, склоненiю δ и высотѣ полюса φ, легко будетъ опредѣлить азимутъ PZS $= \omega$ (см. гл. IV). Проведемъ кругъ вертикала SZS′ и изобразимъ чрезъ θ время, употребляемое звѣздою B для описанiя дуги BS′, т. е. протекающее отъ момента ея кульминацiи, до вступленiя на сей вертикалъ. Количество θ не будетъ превышать нѣсколькихъ минутъ времени (*). Уголъ BPS′ $= 15\theta$ опредѣлится изъ треуг-ка PZS′, въ которомъ S′P $= 90° - \delta'$, уг. S′ZP $= 180° - \omega$, а бокъ ZS′ безъ чувствительной погрѣшности можетъ быть принятъ равнымъ дугѣ ZB $= \varphi - \delta'$;

(*) На прим. подъ широтою 60°, наибольшая величина азимута полярной звѣзды $= 3°\ 6'$, а звѣзда близь южной части горизонта, будетъ проходить чрезъ вертикалъ полярной, находящейся въ наибольшемъ отдаленiи своемъ къ востоку, около 15′ послѣ своей кульминацiи. Это количество значительно бываетъ менѣе для звѣзды ближайшей къ зениту.

слѣд. получимъ $\frac{\sin 15\theta}{\sin(\varphi - \delta')} = \frac{\sin\omega}{\cos\delta'}$, откуда $\theta = \frac{\omega . \sin(\varphi - \delta')}{15\cos\delta'}$, ибо θ и ω по условію весьма малы.

И такъ, для наблюденія пасажнымъ инструментомъ звѣзды, коей прям. восхожд. $= \alpha'$, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: по вычисленіи азимута ω полярной звѣзды, для момента звѣзднаго времени $= \alpha'$ (*) и по опредѣленіи промежутка времени θ посредствомъ вышепредложеннаго уравненія, наводятъ минутъ за пять до $\alpha' + \theta$ звѣзднаго времени, обращеніемъ алидаднаго круга, пасажную трубу на полярную звѣзду, такъ, чтобы чрезъ минуту она достигла до средней нити. Послѣ того приводятъ ось вращенія трубы въ горизонтальное положеніе и отсчитавъ на хронометрѣ время t въ моментъ прохожденія оной чрезъ среднюю нить, ставятъ потомъ трубу на зенитное разстояніе $= \varphi - \delta'$ другой звѣзды, для того, чтобы она появилась въ полѣ трубы. Тогда отсчитываютъ на хронометрѣ моменты ея прохожденія чрезъ всѣ пять нитей, (между обѣими горизонтальными) и съ совершенною строгостію опредѣливъ уг. I наклоненія оси вращенія трубы, поступаютъ въ дальнѣйшемъ дѣйствіи руководствуясь изложеннымъ въ предшествующемъ §.

§ 305. Во всѣхъ вышепредложенныхъ формулахъ, мы предполагали колимацію $C = 15c$ извѣстною. Если наблюденія дѣлаются универсальнымъ инструментомъ, или теодолитомъ, имѣющимъ ломаную трубу, или наконецъ такимъ пасажнымъ инструментомъ, которымъ можно измѣрять азимутальные углы съ строгою точностію, то величина колимаціи трубы опредѣляется руководствуясь изложеннымъ въ § 60. Но если наблюденія дѣлаются троутоновымъ инструментомъ,

(*) Для наблюдателя, употребляющаго часто этотъ способъ опредѣленія времени въ одномъ и томъ же мѣстѣ, весьма полезно будетъ, если онъ предварительно вычислитъ таблицу, дающую азимуты и зенитныя разстоянія полярной звѣзды, для каждыхъ $10'$ звѣзд. времени. Подобнаго рода таблица, (о составленіи коей мы будемъ говорить въ гл. IV), необходима при наблюденіи днемъ зенитныхъ разстояній полярной звѣзды вертикальнымъ кругомъ, астроном. теодолитомъ и универсальнымъ инструментомъ.

или даже малымъ пасажнымъ инструментомъ Эртеля, посредствомъ коего азимутальные углы измѣряются только до $1'$ точности, то величина сей погрѣшности не иначе можетъ быть опредѣлена какъ изъ наблюденій одной изъ околополюсныхъ звѣздъ, слѣдующимъ образомъ: отсчитываютъ на хронометрѣ моменты прохожденія, на прим. полярной звѣзды, чрезъ первыя двѣ крайнія нити; потомъ немедля переложивъ трубу въ ея гнѣздахъ, отсчитываютъ моменты прохожденія оной чрезъ среднюю и опять чрезъ тѣже самыя крайнія нити. Эти отсчитыванія приводятъ на среднюю по форм. (7) или (9) стр. 405. Изобразимъ среднюю величину результатовъ изъ первыхъ двухъ наблюденій чрезъ t, а изъ трехъ послѣднихъ чрезъ t': еслибы колимація трубы равнялась нулю, то очевидно получили бы $t = t'$ или весьма близко. Но если окажется $t' > t$, то $t' - t$ выразитъ промежутокъ времени, который протекаетъ отъ прохожденія звѣзды чрезъ среднюю нить при 1-мъ положеніи трубы до прохожденія оной чрезъ туже нить при 2-мъ ея положеніи. Половина сего количества, т. е. $\frac{1}{2}(t' - t)$, выразитъ время употребляемое звѣздою отъ прохожденія звѣзды чрезъ среднюю нить до большаго круга инструмента, или что все равно, величину час. угла $s\mathrm{PS} = k$ (чер. 185) во времени, предполагая, что ab есть кругъ описываемый среднею нитью, а ASB бол. кругъ инструмента; но дуга rs, которую прежде мы означали чрезъ f (§ 247), а въ разсматриваемомъ нами случаѣ, выражающая искомую колимацію $C = 15c$ трубы, опредѣляется урав. (8) стр. 405, а именно: $f = k\cos\delta$; слѣд. получимъ $c = \frac{1}{2}(t' - t)\cos\delta$ во времени, или $15c = C = 7{,}5\,(t' - t)\cos\delta$ въ секундахъ дуги.

§ 306. Въ заключеніе присовокупимъ, что если уровень накладываемый на ось трубы недостаточно чувствителенъ или не вѣренъ, или наконецъ разбитъ, то при наблюденіи пасажною трубою въ меридіанѣ, уг. наклоненія оси вращенія, $\mathrm{I} = 15i$, можно будетъ опредѣлить съ помощію ртутнаго горизонта слѣдующимъ образомъ:

Приведя ось вращенія приближенно въ горизонтальное положеніе въ плоскости 1-го вертикала, и наведя трубу на полярную звѣзду близь верхней ея кульминаціи, отсчитываютъ на хронометрѣ моментъ ея прохожденія чрезъ среднюю нить; потомъ визируя трубою въ искуственный горизонтъ, ожидаютъ того момента, когда полярная звѣзда чрезъ отраженіе будетъ видима опять на средней нити. Если изобразимъ 1-е отсчитываніе на хронометрѣ чрезъ t, а 2-е чрезъ t', то уг. I будетъ $= \frac{7{,}5\,(t' - t)\cos\delta}{\cos z}$, гдѣ δ есть склоненіе полярной звѣзды, а z ея зенитное разстояніе. И въ самомъ дѣлѣ, пусть OZW (чер. 195) будетъ кругъ перваго вертикала, Z зенитъ, O'W' направленіе оси вращенія трубы, Z'SN кругъ описываемый среднею нитью, и слѣд. перпендикулярный къ O'W'; OW направленіе горизонтальной линіи и S полярная звѣзда. Искомый уг. I есть $OCO' = ZZ' =$ сфер. углу $Z'NZ$: еслибы средняя нить описывала кругъ вертикала, а труба наведена была на полярную звѣзду, то направя оную въ ртутный горизонтъ, звѣзда была бы видима на средней нити, ибо по медленности ея движенія можно принимать ее въ продолженіи вышесказаннаго дѣйствія за неподвижную. Если же оптическая ось трубы описываетъ наклонный кругъ Z'SN, то звѣзда будетъ видима на средней нити въ ртутномъ горизонтѣ лишь тогда, когда она перейдетъ въ точку S', отстоящую по другую сторону меридіана на дугу $hS' = hS$, при чемъ уг. $SPh = S'Ph = \frac{1}{2}(t' - t)$ во времени, или $= 7{,}5\,(t' - t)$ въ секундахъ дуги. Но изъ треуг-ка SPN, въ коемъ уг. $N = I$, уг. $SPN = 180^\circ - 7{,}5\,(t' - t)$, $SP = 90^\circ - \delta$ и $SN = 90^\circ - z$, (ибо SZ' почти $= SZ$), имѣемъ

$$\sin SNP = \frac{\sin SPN \, . \, \sin SP}{\sin SN}, \text{ или } I = \frac{7{,}5 \, . \, (t' - t) \, . \cos\delta}{\cos z},$$

принимая $\sin I$ и $\sin[7{,}5\,(t' - t)]$ равными своимъ дугамъ.

Одинъ взглядъ на чер. 195, показываетъ, что если наблюденіе дѣлается близь верхней кульминаціи полярной звѣзды, то I будетъ имѣть знакъ одинаковый, какъ предъ $t' - t$, при чемъ $+$ I выразитъ, что запад. конецъ оси вращенія выше другаго, а $-$ I восточный выше западнаго. Если же наблюдаютъ полярную звѣзду близь нижней кульминаціи, то при $t' > t$, величина I будетъ имѣть знакъ —, а при $t' < t$ знакъ +.

—

ГЛАВА III.

Опредѣленіе географической широты.

A. ПО МЕРИДІАНАЛЬНЫМЪ ВЫСОТАМЪ СВѢТИЛЪ.

§ 307. Одинъ изъ простѣйшихъ способовъ опредѣленія широты мѣста, состоитъ въ измѣреніи высоты или зенитнаго разстоянія одной изъ близь полюсныхъ звѣздъ, въ моменты верхней и нижней ея кульминаціи. Пусть Z (чер. 187) будетъ зенитъ, P полюсъ, H′ точка горизонта на меридіанѣ, a и a' положеніе звѣзды въ эти моменты. По равенству дугъ Pa и Pa', очевидно будемъ имѣть

$$PH' = H'a - Pa \text{ и } PH' = H'a' + Pa',$$

откуда
$$PH' = \tfrac{1}{2}(H'a + H'a'),$$

или изображая высоту PH′ полюса чрезъ φ, измѣренныя высоты, исправленныя отъ рефракціи чрезъ h и h', получимъ

$$\varphi = \tfrac{1}{2}(h + h').$$

Если же измѣрены будутъ не высоты, но зенитныя разстоянія звѣзды, которыя, исправленныя отъ рефракціи, мы изобразимъ чрезъ z и z', то такимъ же образомъ докажется что

$$\varphi = 90^\circ - \tfrac{1}{2}(z + z').$$

Для этого рода наблюденій преимущественно берется полярная звѣзда, частію по медленности ея движенія, частію же и потому, что рефракція какъ для z, такъ и для z' будетъ почти одинакова, (ибо $z' - z < 3^\circ$). Предварительно опредѣляется по хронометру моменты ея кульминаціи, и въ сіи моменты измѣряютъ высоты или зенитныя разстоянія.

Сей способъ опредѣленія высоты полюса замѣчателенъ тѣмъ, что при употребленіи онаго не требуется знать склоненія наблюдаемаго свѣтила. Но съ другой стороны онъ неудобенъ по невозможности дѣлать многократныхъ наблюденій.

§ 308. Другой способъ опредѣленія широты мѣста по меридіанальной высотѣ свѣтила, состоитъ въ слѣдующемъ: Пусть Z (чер. 187) будетъ зенитъ, P полюсъ, EO экваторъ, HH′ горизонтъ. Изобразимъ величину исправленнаго отъ рефракціи зенитнаго разстоянія свѣтила въ моментъ кульминаціи, чрезъ z, а склоненіе его чрезъ δ:

1-е) Если свѣтило, какъ на прим. b кульминируетъ между экваторомъ и зенитомъ, то будетъ

$$EZ = bZ + Eb \text{ или } \varphi = z + \delta;$$

2-е) если же между горизонтомъ и экваторомъ, какъ на прим. b', то

$$EZ = b'Z - b'E \text{ или } \varphi = z - \delta.$$

3-е) Но если свѣтило кульминируетъ между полюсомъ и зенитомъ, какъ на прим. a, то

$$EZ = Ea - Za \text{ или } \varphi = \delta - z,$$

и наконецъ 4-е) когда наблюденіе дѣлается въ моментъ нижней кульминаціи, какъ на прим. для a', тогда

$$EZ = Ea' - Za' \text{ или } \varphi = 180^\circ - \delta - z,$$

т. е. дополненію склоненія до 180° звѣзды безъ зенитнаго ея разстоянія.

§ 309. Если бы наблюденіе дѣлаемо было однимъ изъ отражательныхъ инструментовъ, то получили бы не зенитное разстояніе свѣтила, но его высоту, и тогда во всѣ вышепредложенныя уравненія, надлежало бы подставить $90^\circ - h$ вмѣсто z, означая чрезъ h высоту исправленную отъ рефракціи. Такимъ образомъ получимъ

для звѣзды b. . $\varphi = 90^\circ + \delta - h$,
« « b' . $\varphi = 90^\circ - \delta - h$ или $= 90^\circ - (\delta + h)$,
« « a. . $\varphi = \delta + h - 90^\circ$,
« « a' . $\varphi = 90^\circ + h - \delta$.

Сей способъ (*) замѣчателенъ по своей простотѣ, какъ не требующій почти никакихъ вычисленій, но не точенъ, ибо не возможно дѣлать многократныхъ наблюденій.

B. ПО ИЗМѢРЕНІЮ БЛИЗЪ МЕРИДІАНАЛЬНЫХЪ ВЫСОТЪ СВѢТИЛЪ.

§ 310. 1-й *Способъ.* *Для* опредѣленія высоты полюса съ строжайшею точностію, измѣряютъ нѣсколько зенитныхъ разстояній свѣтила, находящагося близъ меридіана, и принимая высоту полюса по приближенію извѣстною, отыскиваютъ чрезъ вычисленіе величину зенитнаго разстоянія этого свѣтила въ моментъ его кульминаціи; послѣ чего высота полюса опредѣлится руководствуясь изложеннымъ въ двухъ предшествовавшихъ §§.

Пусть Z (чер. 196) будетъ зенитъ, P полюсъ, S свѣтило близъ меридіана, коего зенитное разстояніе $ZS = z$ измѣрено угломѣрнымъ снарядомъ. Предположивъ, что въ моментъ кульминаціи оно находится въ S', изобразимъ зенитное разстояніе ZS' чрезъ z' и отыщемъ избытокъ x дуги z надъ z', $z - z' = x$. Изъ сфер. треуг-ка ZPS, въ коемъ $ZS = z$, $ZP = 90^\circ - \varphi$, $SP = 90^\circ - \delta$ и уг. $ZPS = p$, имѣемъ (см. урав. 32 Сфер. Триг.)

$$\cos ZS = \cos ZP . \cos SP + \sin ZP . \sin SP . \cos p,$$

или $$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi . \cos\delta . \cos p.$$

Подставя $1 - 2\sin^2\frac{1}{2}p$ вмѣсто $\cos p$, получимъ

$$\cos z = \sin\varphi . \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta - 2\cos\varphi . \cos\delta \sin^2\tfrac{1}{2}p$$
$$= \cos(\delta - \varphi) - 2\cos\varphi \cos\delta \sin^2\tfrac{1}{2}p;$$

(*) Его употребляютъ преимущественно мореходцы: они измѣряютъ секстантомъ высоту солнца (§ 82) не задолго до истиннаго полдня, и не отсчитывая показаній верньера, подвигаютъ алидаду слѣдя за возвышеніемъ свѣтила. Когда же замѣтятъ, что солнце остановилось, записываютъ отсчитываніе на верньерѣ, и исправляютъ его отъ колимаціонной погрѣшности, рефракціи, паралакса, видимаго полудіаметра и отъ пониженія горизонта (см. § 205).

но $\delta - \varphi = z'$, есть зенитное разстояніе свѣтила въ моментъ кульминаціи; слѣд.

$$\cos z = \cos z' - 2\cos\varphi.\cos\delta.\sin^2\tfrac{1}{2}p$$

или $$\cos z' - \cos z = 2\cos\varphi.\cos\delta.\sin^2\tfrac{1}{2}p. \quad \ldots\ .(1);$$

по уравненію же (12) стр. 4, будетъ

$$2\sin\tfrac{1}{2}(z + z')\sin\tfrac{1}{2}(z - z') = 2\cos\varphi.\cos\delta.\sin^2\tfrac{1}{2}p,$$

откуда $$\sin\tfrac{1}{2}(z - z') \text{ или } \sin\tfrac{1}{2}x = \frac{\cos\varphi.\cos\delta.\sin^2\tfrac{1}{2}p}{\sin\tfrac{1}{2}(z + z')}. \quad \ldots(2).$$

Такъ какъ x по условію есть дуга весьма малая, то $\sin\frac{1}{2}x$ можно принять равнымъ дугѣ, т. е. $\sin\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x.\sin 1''$; посему подставя получимъ

$$x = 2\sin^2\tfrac{1}{2}p \times \frac{\cos\varphi.\cos\delta}{\sin\tfrac{1}{2}(z + z')\sin 1''}. \quad \ldots\ .(3).$$

Таково выраженіе величины x, служащей для *приведенія измѣреннаго зенитнаго разстоянія на меридіанъ* (*), т. е. дуги, которую слѣдуетъ вычесть изъ z, чтобы получить z'. Вмѣсто φ подставляется приближенная высота полюса, а вмѣсто

(*) Деламбромъ выведена иная формула для выраженія величины x, употребляемая часто въ практикѣ астрономами. Его формула есть слѣдующая:

Возьмемъ урав. (1) и вмѣсто $\cos z$ подставя $\cos(z' + x) = \cos z'\cos x - \sin x.\sin z'$, и какъ x есть дуга по условію весьма малая, то развернувъ $\cos x$ и $\sin x$ въ ряды по возрастающимъ степенямъ дуги x, можно ограничиться членами 2-го порядка, т. е. положить $\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2\sin^2 1''$, $\sin x = x\sin 1''$ Сдѣлавъ эту подстановку, получимъ

$$\cos z' - \cos z'(1 - \tfrac{1}{2}x^2\sin^2 1'') + x\sin 1''.\sin z' = 2\cos\varphi.\cos\delta.\sin^2\tfrac{1}{2}p,$$

или, по сокращеніи,

$$x\sin 1''.\sin z' + \tfrac{1}{2}x^2\sin^2 1''.\cos z' = 2\cos\varphi.\cos\delta.\sin^2\tfrac{1}{2}p,$$

откуда $$x = \frac{2\cos\varphi.\cos\delta.\sin^2\tfrac{1}{2}p}{\sin z'\sin 1''} - \tfrac{1}{2}x^2.\sin 1''\cot z'$$

или $$x = \frac{2\sin^2\tfrac{1}{2}p}{\sin 1''} \times \frac{\cos\varphi.\cos\delta}{\sin(\delta - \varphi)} - \tfrac{1}{2}x^2\sin 1''.\cot(\delta - \varphi).$$

z' зенитное разстояніе свѣтила въ моментъ его кульминаціи, величина коего по приближенію также извѣстна, ибо $z' = \delta - \varphi$.

Если наблюдаемое свѣтило находится близь нижней его кульминаціи, то не должно забывать при численномъ вычисленіи формулы (3) считать час. уг. p отъ сѣвера къ востоку или западу, а подъ z' принимать дугу $180° - \delta - \varphi$; искомое зенитное разстояніе z' въ моментъ кульминаціи, въ семъ случаѣ будетъ $= z + x$.

§ 311. Когда измѣряется не зенитное разстояніе свѣтила, но его высота h, (какъ на прим. при наблюденіи отражательными снарядами), тогда надобно въ урав. (3) вмѣсто z и z' подставить $90° - h$ и $90° - h'$, и получимъ

$$x = 2\sin^2\tfrac{1}{2}p \times \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\cos\frac{1}{2}(h + h')\sin 1''}. \qquad .(6).$$

Ходъ дѣйствія въ семъ случаѣ состоитъ въ слѣдующемъ: незадолго до кульминаціи звѣзды измѣряютъ нѣсколько ея высотъ вскорѣ одну послѣ другой, и отсчитываютъ на хронометрѣ моментъ каждаго наблюденія. Средняя изъ найденныхъ высотъ, исправленная отъ рефракціи, выразитъ величину h, а среднее изъ отсчитываній на хронометрѣ, по исправленіи отъ состоянія онаго и по приведеніи на звѣздное вре-

---

Для 1-го приближенія, отбрасывая послѣдній членъ, будетъ

$$x = \frac{2\sin^2\frac{1}{2}p}{\sin 1''} \times \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\delta - \varphi)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4);$$

возведя же сію величину во 2-ю степень и подставя вмѣсто x^2, получимъ

$$x = \frac{2\sin^2\frac{1}{2}p}{\sin 1''} \cdot \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin(\delta - \varphi)} - \frac{2\sin^4\frac{1}{2}p}{\sin 1''} \cdot \left(\frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\delta - \varphi)}\right)^2 \cot(\delta - \varphi) \ldots (5).$$

Такова формула дающая x съ строгою точностію. Въ большей части случаевъ, урав. (4) бываетъ достаточно для опредѣленія x, особенно же когда наблюдается звѣзда весьма незадолго до своей кульминаціи. Если звѣзда находится близь нижней своей кульминаціи, то въ выраженія $\sin(\delta - \varphi)$ и $\cot(\delta - \varphi)$ надобно вмѣсто δ вводить $180° - \delta$.

мя, изобразитъ звѣзд. время, соотвѣтствующее тому моменту, когда наблюдаемая звѣзда имѣла высоту h. Если означимъ это время чрезъ t, то величина часоваго угла будетъ $p = \pm 15(\alpha - t)$, гдѣ α есть прямое восхожденіе звѣзды.

Введя сіи величины h и p въ урав. (3), а вмѣсто h' подставя $90^\circ - (\varphi - \delta)$ или $90^\circ - (\delta - \varphi)$, (смотря потому кульминируетъ ли звѣзда между экваторомъ и зенитомъ, или между зенитомъ и полюсомъ), получатъ величину x; послѣ чего истинная высота h' будетъ $= h \pm x$, гдѣ знакъ $+$ соотвѣтствуетъ для верхней кульминаціи, а знакъ $-$ для нижней. Наконецъ искомая высота полюса получится по уравненіямъ, предложеннымъ въ § 309, не забывая, что h означаетъ въ нихъ меридіанальную высоту свѣтила, которую въ разсматриваемомъ случаѣ мы изображали чрезъ h'.

§ 312. Если же наблюденіе производится вертикальнымъ кругомъ, универсальнымъ инструментомъ или астрономическимъ теодолитомъ, то высоту полюса φ выводятъ отдѣльно изъ каждаго пріема (см. § 252, 2-е), послѣ чего берутъ среднюю изъ результатовъ. Самый же ходъ вычисленія, соблюдается въ семъ случаѣ, слѣдующій:

Пусть a и a' будутъ отсчитыванія на лимбѣ (исправленныя отъ состоянія уровня) при положеніи его справа, а b и b' таковыя же при положеніи его слѣва и наконецъ О мѣсто зенита на кругѣ: разности $a - O$, $a' - O$, $O - b$ и $O - b'$, выражающія зенитныя разстоянія каждаго визированія, исправивъ отъ рефракціи, (которая берется приближенно), вводятъ послѣдовательно вмѣсто z въ знаменатель урав. (3), а вмѣсто p величину часоваго угла, соотвѣтствующаго каждому наблюденію. Такимъ образомъ получатъ четыре величины x, которыя если означимъ чрезъ x', x'', x''' и x^{IV}, то $A = a - x'$, $A' = a' - x''$, $B = b + x'''$, $B' = b' + x^{IV}$, очевидно выразятъ тѣ отсчитыванія на лимбѣ, какія бы получились, еслибы сдѣлано было четыре наблюденія звѣзды на меридіанѣ (*). Слѣд. для опредѣленія зенитнаго разстоянія z'

(*) Здѣсь подразумѣваемъ, что звѣзда наблюдается при верхней ея кульминаціи; но еслибы она наблюдалась при нижней, то надлежало бы x', x'', x''' и x^{IV} ввести съ противными знаками.

въ моментъ ея кульминаціи, достаточно изъ пол-суммы А и А′ вычесть пол-сумму В и В′ и полуразность исправить отъ рефракціи, и будетъ $z' = \frac{1}{2}[\frac{1}{2}(A + A') - \frac{1}{2}(B + B')] + r$. Послѣ чего высота φ полюса найдется по уравненіямъ § 308, вводя въ нихъ найденную величину z' вмѣсто z.

Выведя такимъ же образомъ высоту полюса φ изъ втораго, третьяго. пріема наблюденій, берутъ потомъ среднюю величину результатовъ.

Объяснимъ вышесказанное примѣромъ, заимствуемымъ нами изъ Breitengradmessung г. Струве (B. I, S. 272): 29 Мая 1826 года въ Якобштадтѣ наблюдаема была полярная звѣзда при нижней ея кульминаціи; $Æ \star = 0^ч\ 58'\ 22'',66$, $\delta = 88°\ 22'\ 46'',87$; мѣсто зенита $= 165°\ 56'\ 2'',0$, приближ. выс. полюса $\varphi = 56°\ 30'$

	отсчитыванія.		состояніе хроном.	звѣздное время.
	на лимбѣ.	на хронометр.		
кругъ слѣва	131° 6′ 58″,0	15ч 19′ 27″	+ 1′ 1″,74	15ч 20′ 28″,74
	7. 36, 9	22. 6, 5	+ 1. 1, 75	23. 8, 25
кругъ справа	200. 38. 52, 4	43. 46, 5	+ 1. 1, 83	44. 48, 33
	37. 56, 0	47. 8, 5	+ 1. 1, 84	48. 10, 34

Вычисленіе часоваго угла p:

$t =$	15ч20′28″,74	15ч23′ 8″,25	15ч44′48″,33	15ч48′10″,34
$Æ + 12^ч =$	12. 58.22, 66	12. 58.22, 66	12. 58.58, 66	12. 58.58, 66
уг. p во вр. $=$	2. 22. 6, 08	2. 24.45, 59	2. 46.25, 67	2. 49.47, 68
уг. $p =$	35°31′31″,20	36°11′23″,85	41°36′25″,05	42°26′55″,20
$\frac{1}{2}p =$	17. 45.45, 60	18. 5.41, 92	20. 48.12, 52	21. 13.27, 60

Вычисл. зенит. разст. z *и* $\frac{1}{2}(z + z')$, гдѣ $z' = 180° - \delta - \varphi$:

	кругъ слѣва.		кругъ справа.	
отсчит. на лимбѣ $=$	131° 6′58″,0	131° 7′36″,9	200°38′52″,4	200°37′56″,0
мѣсто зенита $=$	165. 56. 2, 0	165. 56. 2, 0	165. 56. 2, 0	165. 56. 2, 0
рефракція r $=$	+ 40, 0	+ 40, 0	+ 40, 0	+ 40, 0
$z =$	34. 49.44, 0	34. 49. 5, 1	34. 43.30, 4	34. 42.34, 0
$z' =$	35. 7.13, 1	35. 7.13, 1	35. 7.13, 1	35. 7.13, 1
$z + z' =$	69. 56.57, 1	69. 56.18, 2	69. 50.43, 5	69. 49.47, 1
$\frac{1}{2}(z + z') =$	34. 58.28, 5	34. 58. 9, 1	34. 55.21, 7	34. 54.53, 5

Вычисленіе величины x по урав. (3), полагая $\frac{2\cos\varphi.\cos\delta}{\sin 1''} = C$

$\sin\frac{1}{2}p$....	9.48440	9.49219	9.55043	9.55873
$\sin^2\frac{1}{2}p$. ..	8.96881	8.98438	9.10086	9.11746
доп. $\sin\frac{1}{2}(z + z')$....	0.24168	0.24174	0.24225	0.24233
C....	3.80876	3.80876	3.80876	3.80876
x....	3.01925	3.03488	3.15187	3.16855
$x =$	17′ 25″,3	18′ 3″,6	23′ 38″,63	24′ 34″,2
отсчитыванія =	131° 6′58″,00	131° 7′36″,90	200°38′52″40	200°37′56″00
$x =$	— 17.23, 34	— 18. 3, 62	+ 23.38, 60	+ 24.34, 17
прив. на мер. =	130.49.32, 66	130.49.33, 28	201. 2.31, 00	201. 2.30, 17

$\frac{1}{2}(B + B') = 130°\ 49'\ 32'',97$ $\qquad \frac{1}{2}(A + A') = 201°\ 2'30'',59$

$\frac{1}{2}(B + B') = 130.49.32,\ 97$

$180° - \delta = 91°\ 37'\ 13'',13$	разность = 70.12.57, 62
$z = 35.\ 7.\ 8,\ 28$	полу-разн. = 35. 6 28, 81
$\varphi = 56.\ 30.\ 4,\ 85$	рефрак. = + 39, 47
	$z' = 35.\ 7.\ 8,\ 28$

§ 313. Когда наблюденія производятся быстро одно послѣ другаго, тогда при вычисленіи можно поступать какъ сказано было въ § 252, 1-е, т. е. изъ каждаго пріема наблюденій выводить среднее зенитное разстояніе и среднее изъ отсчитываній на хронометрѣ. Первое по исправленіи отъ рефракціи, выразить величину z, а второе по исправленіи отъ состоянія хронометра, выразить звѣздное время t, соотвѣтствующее тому моменту, когда зенитное разстояніе есть z. По опредѣленіи час. угла $p = 15\,(t - \alpha)$, останется вычислить величину x по урав. (3), и потомъ $z' = z \pm x$, гдѣ знакъ — соотвѣтствуетъ верхней кульминаціи, а + нижней (*).

(*) Впрочемъ къ этому способу вычисленія можно прибѣгать только въ тѣхъ случаяхъ, когда не требуется высоту полюса опредѣлять съ строгою точностію, ибо произойдутъ всегда погрѣшности тѣмъ значительнѣйшія, чѣмъ наблюденіе дѣлаемо будетъ медленнѣе. Такъ на прим. подъ широтою 60°, наблюдая полярную звѣзду, при часовомъ ея углѣ около 30°, ошибка въ вычисленіи высоты полюса будетъ достигать до 0″,08 если наблюденія дѣлаемы бу-

§ 314. Для самаго наблюденія преимущественно берутся звѣзды близь полюсныя, а въ особенности полярная по слѣдующимъ причинамъ:

1-е) Наблюденіе можно дѣлать во всякое время въ продолженіи цѣлыхъ сутокъ, ибо по близскому ея разстоянію отъ полюса, какой бы часовый уголъ ни былъ, разность $z - z' = x$ будетъ величина незначительная (*), тогда какъ звѣзды близь экватора находящіяся можно наблюдать только не задолго до ихъ кульминаціи, или вскорѣ послѣ оной.

2-е) По медленности движенія полярной звѣзды ошибка во времени, а слѣд. и въ величинѣ час. угла будетъ имѣть наименьшее вліяніе на точность результата.

3-е) Если сдѣлано будетъ два наблюденія, одно близь верхней, а другое близь нижней кульминаціи, то ошибка въ склоненіи, данномъ въ эфемеридахъ, не можетъ имѣть вліянія на результатъ. И въ самомъ дѣлѣ, если изобразимъ чрезъ z' и z_1 зенитныя разстоянія въ моменты верхней и нижней кульминаціи, опредѣляемыя посредствомъ вышеизложеннаго способа, а чрезъ e ошибку въ данномъ склоненіи δ, то истинная высота полюса

при верхней кульминаціи будетъ $\varphi = \delta + e - z'$

а при нижней. . . . . $\varphi = 180° - \delta - e - z_1$;

но если въ вычисленіе вмѣсто $\delta + e$ введено будетъ δ, то получатъ двѣ различныя величины φ' и φ_1 для высоты полюса, именно:

$$\varphi' = \delta - z' = \varphi - e,$$

$$\varphi_1 = 180° - \delta - z' = \varphi + e;$$

откуда $$\tfrac{1}{2}(\varphi' + \varphi_1) = \varphi,$$

изъ чего очевидно, что средняя величина независима отъ погрѣшности e, которая опредѣлится изъ урав. $e = \frac{1}{2}(\varphi' - \varphi_1)$.

дутъ чрезъ $1^м$; до $0'',25$ если чрезъ $2^м$, и до $0'',5$ если чрезъ $3^м$.

(*) Впрочемъ если час. уг. мало разнствуетъ отъ $90°$, то x будетъ $> 1°$, и тогда для доставленія вычисленію большей точности полезно опредѣлять x не изъ урав. (3) или (5), но изъ урав. (2).

§ 315. При наблюденіи звѣздъ близь экватора находящихся, необходимо соблюдать, чтобы оно дѣлаемо было въ то время, когда онѣ находятся близко ихъ кульминаціи, ибо въ противномъ случаѣ величина x будетъ значительно велика, и потому получится не точною отъ приближенныхъ величинъ φ и z', входящихъ въ урав. (3) или (5). Сверхъ того если состояніе хронометра извѣстно съ приближенною точностію, то полезно дѣлать всякій разъ столько же наблюденій послѣ кульминаціи сколько сдѣлано ихъ было до оной, ибо часовые углы получатся съ противоположными погрѣшностями, а потому средняя величина результатовъ будетъ во все не зависима (или по крайней мѣрѣ весьма мало) отъ сихъ погрѣшностей.

§ 316. Для уничтоженія вліянія погрѣшности въ рефракціи на точность опредѣленія высоты полюса, полезно, по наблюденіи одной изъ звѣздъ близь полюсной, сдѣлать столько-же наблюденій надъ одною изъ звѣздъ, кульминирующей въ южной части неба, и по мѣрѣ возможности находящейся на той же высотѣ, ибо какъ изъ 1-го ряда наблюденій, такъ и изъ 2-го, погрѣшности въ зенитныхъ разстояніяхъ получатся съ одинаковыми знаками, а въ результатахъ высоты полюса съ противными, (что явствуетъ изъ уравненій § 308), а слѣд. средняя величина будетъ отъ нихъ во все не зависима, или зависима весьма мало. Самыя наблюденія можно въ этомъ случаѣ располагать такъ: исполнивъ два наблюденія на прим. полярной звѣзды при положеніи круга справа, дѣлать полный пріемъ наблюденій звѣзды на югѣ, а потомъ остальныя два наблюденія полярной при положеніи круга слѣва.

§ 317. Если наблюдается солнце, то при измѣреніи зенитныхъ разстояній, поступаютъ какъ сказано было въ § 254. Каждое отсчитываніе на лимбѣ исправляется отъ рефракціи, паралакса и видимаго полу-діаметра солнечнаго. Величина час. угла во времени, соотвѣтствующаго каждому наблюденію, будетъ равна разности между отсчитаннымъ моментомъ на хронометрѣ и показаніемъ его въ истинный полдень, (предполагая, что онъ идетъ по среднему времени). Вычислять величину x, въ семъ случаѣ, удобнѣе по формулѣ (5), вводя вмѣсто δ склоненіе солнца, соотвѣтственно моменту наблюденія. Сверхъ того, для доставленія вычисленію строжайшей точности, надобно въ выраженіе $z' = z - x$ вводить поправку отъ измѣнившагося склоненія между моментами наблюденія и истиннымъ полднемъ, ибо еслибы изъ какого-либо зенитнаго разстоянія z, измѣреннаго за y минутъ времени до полудня, вычли соотвѣтствующую ему величину x, опредѣляемую урав. (5), то разность $z - x$ выразила бы зенитное разстояніе солнца въ моментъ полдня лишь тогда, когда склоненіе солнца не измѣнилось въ упомянутый промежутокъ времени y. Но какъ между зимнимъ и лѣтнимъ солнцестояніями, оно приближается къ полюсу, а между лѣтнимъ и зимнимъ, отдаляется, то очевидно, что для опредѣленія истинной величины z', должно въ первомъ случаѣ изъ выраженія $z - x$ вычесть приращеніе склоненія въ промежутокъ времени y, а во 2-мъ къ $z - x$ приложить. Произойдетъ противное, если наблюденіе дѣлаемо было послѣ полудня. Величина упомянутаго приращенія, которое мы изобразимъ чрезъ $\mathrm{d}\delta$, опредѣлится если взявъ суточное приращеніе склоненія солнца, и означивъ его чрезъ μ, составимъ пропорцію

$$24^{\text{ч}}.60 \text{ или } 1440' : \mu = y : \mathrm{d}\delta = \frac{\mu y}{1440}.$$

Послѣ чего зенитное разстояніе въ моментъ истиннаго полдня будетъ

$$z' = z - x - \frac{\mu y}{1440}, \text{ когда } \odot \text{ приближается къ полюсу,}$$

$$z' = z - x + \frac{\mu y}{1440}, \text{ когда оно отъ него отдаляется.}$$

Эта поправка войдетъ въ вычисленіе съ противнымъ знакомъ, если опредѣляется не зенитное разстояніе, но меридіанальная высота солнца, именно:

въ 1-мъ случаѣ будетъ $h' = h + x + \frac{\mu y}{1440}$,

а во 2-мъ. $h' = h + x - \frac{\mu y}{1440}$,

Мы не станемъ входить въ дальнѣйшія подробности объ опредѣленіи высоты полюса посредствомъ солнечныхъ наблюденій, дѣлаемыхъ близь меридіана, ибо сей способъ при дѣйствіяхъ геодезическихъ нынѣ рѣже прочихъ употребляется.

§ 318. 2-й *Способъ*. Пусть Z (чер. 196) будетъ зенитъ, P полюсъ и S свѣтило коего зенитное разстояніе z или высота h, также какъ и величина час. угла p извѣстны изъ наблюденія; въ треуг-кѣ ZPS имѣемъ: $PS = 90° - \delta$, $ZS = z = 90° - h$ и уг. $ZPS = p$; для опредѣленія бока $ZP = 90° - \varphi$, опустимъ изъ S дугу SS′ перпендикулярную къ ZP и положимъ $S'P = \psi$ и $ZS' = \psi' = 90° - (\varphi + \psi)$. По формуламъ (54) и (58) Сфер. Триг., получимъ

$$\tang \psi = \cos p . \tang PS \text{ и } \frac{\cos \psi'}{\cos \psi} = \frac{\cos ZS}{\cos PS},$$

или $$\tang \psi = \cos p . \cot \delta. \qquad .. \qquad .(7)$$

и $$\sin(\varphi + \psi) = \frac{\cos z . \cos \psi}{\sin \delta} = \frac{\sin h . \cos \psi}{\sin \delta}. \qquad .(8).$$

И такъ, измѣривъ нѣсколько зенитныхъ разстояній (или высотъ), какой нибудь звѣзды находящейся близь меридіана (*),

(*) Здѣсь сказано *близь меридіана*, потому что погрѣшность въ высотѣ h свѣтила и величинѣ его часоваго угла p, будетъ тогда имѣть наименьшее вліяніе на точность результата, въ чемъ можно убѣдиться изъ слѣдующаго:

Изъ треуг-ка ZSP имѣемъ

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi . \cos \delta . \cos p.$$

О дифференцировавъ это урав. принимая h, φ и p за перемѣнныя, получимъ

$$\cos h . dh = (\cos \varphi . \sin \delta - \sin \varphi . \cos \delta \cos p)\, d\varphi - \cos \varphi \cos \delta \sin p . dp.$$

Но изъ того же треуг-ка, полагая уг. $PZS = \omega$, по урав. (34) и (39) Сфер. Триг., имѣемъ возьмутъ среднюю ихъ величину и исправятъ ее отъ рефракціи; результатъ выразитъ z или h; по средней же величинѣ изъ отсчитанныхъ моментовъ на хронометрѣ, найдутъ среднее, потомъ звѣздное время, и наконецъ величину соотвѣтствующаго час. угла. Послѣ того рѣшатъ урав. (7) и (8): первое дастъ величину вспомогательной дуги ψ, которую введя въ послѣднее, получатъ величину дуги $\varphi + \psi = a$; откуда будетъ $\varphi = a - \psi$.

При численномъ рѣшеніи сихъ уравненій надобно тщательно обращать вниманіе на знаки стоящіе предъ тригонометрическими линіями; въ противномъ случаѣ произойдутъ грубыя погрѣшности. Должно сверхъ того замѣтить, что такъ какъ дуга $\varphi + \psi = a$, опредѣляется изъ урав. (8) посредствомъ синуса, то будетъ два рѣшенія если $p < 90°$, а дуга $PS > ZS$, или $\delta < h$ (см. стр. 25); но не трудно выбрать изъ сихъ рѣшеній приличествующее вопросу, ибо отбросятъ то изъ нихъ, которое даетъ для φ дугу $> 90°$ или величину отрицательную.

$$\sin p = \frac{\cos h \sin \omega}{\cos \delta} \text{ и } \cos\varphi \sin\delta - \sin\varphi \cos\delta \cos p = \cos h . \cos\omega;$$

подставя сіи выраженія въ предшествующее урав. получимъ

$$\cos h . dh = \cos h . \cos\omega \; d\varphi - \cos\varphi . \cos h . \sin\omega . dp$$

откуда
$$d\varphi = \frac{dh}{\cos\omega} + \cos\varphi \tan\omega . dp.$$

Изъ сего уравненія заключаемъ, что величина $d\varphi$, выражающая погрѣшность въ опредѣляемой высотѣ полюса, будетъ тѣмъ незначительнѣе, чѣмъ азимутъ ω свѣтила менѣе разнствуетъ отъ $0°$ и $180°$, т. е. чѣмъ ближе находится оно отъ меридіана. Сверхъ того должно замѣтить, что если мы вмѣсто $\sin p$ подставимъ $\frac{\sin v . \cos h}{\cos\varphi}$, полагая уг. $ZSP = v$, то будетъ

$$d\varphi = \sec\omega . dh + \sec\omega . \sin v \cos\delta . dp.$$

Отсюда очевидно, что $d\varphi$ будетъ тѣмъ менѣе, чѣмъ δ болѣе. Это служитъ причиною, почему преимущественно въ семъ случаѣ наблюдаютъ звѣзды около полюсныя, особенно полярную, какъ такую, которая не удаляется отъ меридіана болѣе какъ на $1° 20'$, и имѣетъ склоненіе наибольшее.

Этотъ способъ съ пользою употребляется путешествующими астрономами. Для уменьшенія вліянія погрѣшности въ рефракціи на точность результата (см. стр. 442 и 443), полезно наблюдать, сперва одну изъ около полюсныхъ звѣздъ, а потомъ одну изъ экваторіальныхъ близь ея кульминаціи; послѣ чего выведя φ изъ каждаго наблюденія, брать среднюю величину результатовъ.

Объяснимъ примѣромъ, заимствуемымъ нами изъ наблюденій г. Вронченко въ Малой Азіи: 9-го Іюня 1834 года въ Ангорѣ, коей долгота отъ Гринвича $= 2^ч\ 12'$ онъ наблюдалъ призматическимъ кругомъ *полярную* и *α Скорпіона;* состояніе хронометра было $= -26'\ 24'',7$. Здѣсь предлагаемъ среднія величины изъ отсчитываній на хронометрѣ и на кругѣ, также какъ и весь ходъ вычисленія:

полярная $\delta = 88^\circ 25' 9'',6$, Æ $= 1^ч\ 0'\ 15'',3$.

хронометръ	$= 12^ч\ 9'\ 12''$	призм. кр.	$219^\circ 53' 16''$
поправка	$= -\ 26.\ 24,\ 7$	колим. погрѣш.	$180.\ 46.\ 0$
сред. время	$= 11.\ 42.\ 47,\ 3$		$39.\ 7.\ 16$
долгота	$= 2.\ 12.$	рефракція $=$	$1.\ 10$
сред. врем. въ Гринв.	$= 9.\ 30.\ 47,\ 3$	$h =$	$39.\ 6.\ 6.$
прив. на звѣзд. врем.	$= 1.\ 33,\ 8$		
	$= 9.\ 32.\ 21,\ 1$	*вычисленіе урав.* (7).	
звѣзд. время въ пол.	$= 5.\ 9.\ 29,\ 7$	$\cos p \ldots$	$9.7193453-$
звѣзд. время	$= 14.\ 41.\ 50,\ 8$	$\cot\delta \ldots$	8.4408279
долгота	$= 2.\ 12.$	$\operatorname{tang}\psi \ldots$	$8.1601732-$
иском. звѣзд. время	$= 16.\ 53.\ 50,\ 8$	$\psi =$	$-0^\circ 49' 42'',4$
Æ	$= 1.\ 0.\ 15,\ 3$		
во врем. уг. p	$= 15.\ 53.\ 35,\ 5$	*вычисленіе урав.* (8).	
уг. p	$= 238^\circ 23' 52'',5$	$\sin h \ldots$	9.7998218
или уг. p	$= 58.\ 23.\ 52,\ 5$	$\cos\psi \ldots$	$9.9999547+$
(считаемый отъ нижней кульм.)		доп. $\sin\delta \ldots$	0.0001653
		$\sin(\varphi+\psi) \ldots$	$9.7999418+$
		$\varphi+\psi = a =$	$39^\circ\ 6'\ 52'',4$
		$\psi =$	$-\ 0.\ 49.\ 42,\ 4$
		$\varphi = a - \psi =$	$39.\ 56.\ 34,\ 8$

α Скорпіона $\delta = -26^\circ 3' 19'',15$, Æ $= 16^ч\ 19'\ 13'',36$

хронометръ $= 11^ч\ 48'\ 40''$, призм. кругъ...$204^\circ 43' 34''$

Отсюда найдемъ, какъ выше, уг. $p = 3°30'30''$, $h = 23°55'27''$.

выч. урав. (7).	*урав.* (8).
$\cos p \ldots 9.9991853$	$\sin h \ldots 9.6080201$
$\cot\delta \ldots 0.3107547 -$	$\cos\psi \ldots 9.6435582 +$
$\operatorname{tang}\psi \ldots 0.3099400 -$	доп. $\sin\delta \ldots 0.3572993 -$
$\psi = -63°\,54'\,8''$	$\sin(\varphi + \psi) \ldots 9.6086776 -$
	$\varphi + \psi = a = -23°\,57'\,45'',7$
	$\psi = -63.\,54.\;\,8,\,0$
	$\varphi = a - \psi = 59.\,56.\,22,\,3$
	$59.\,56.\,34,\,8$
	среднее $= 59.\,56.\,28,\,5 =$ геогр. шир. φ.

§ 319. 3-й *Способъ.* Предполагая, какъ и прежде, что Z (чер. 197) есть зенитъ, P полюсъ и S одна изъ около полюсныхъ звѣздъ, изъ треуг-ка ZSP, въ коемъ $ZP = 90° - \varphi$, $PS = 90° - \delta$, уг. $ZPS = p$ и $ZS = z = 90° - h$, по урав. (32) Сфер. Триг. имѣемъ

$$\sin h = \sin\varphi . \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta . \cos p.$$

Еслибы высота полюса φ была съ совершенною точностію извѣстна, то изъ этого урав. получили бы для h дугу одинаковую съ тою, которая найдена была изъ наблюденія по исправленіи ее отъ рефракціи. Но если въ это урав. подставимъ приближенную величину φ' высоты полюса, то для h получится величина также приближенная, которую мы изобразимъ чрезъ h': разность $\varphi' - h'$ изобразитъ поправку, которую слѣдуетъ придать къ найденной чрезъ наблюденіе величинѣ h, чтобы получить φ, т. е. $\varphi = h + c$, гдѣ $c = \varphi' - h'$.

И дѣйствительно, если въ вышепредложенное урав. подставимъ h' и φ' вмѣсто h и φ, то оно обратится въ

$$\sin h' = \sin\varphi' \sin\delta + \cos\varphi' \cos\delta \cos p. \qquad (9),$$

и будетъ соотвѣтствовать не треуг-ку ZSP, но треуг-ку Z$S'P'$, въ коемъ $ZP' = 90° - \varphi'$, $ZS' = 90° - h'$, $P'S' = 90° - \delta$ и уг. $ZP'S' = ZPS = p$. Но какъ по условію звѣзда находится близь меридіана, то безъ значительной погрѣшности, можно принимать, что точка S' на столькоже ниже S, на сколько P′ ниже P, а слѣд. $\varphi - \varphi' = h - h'$, откуда $\varphi = \varphi' - h' + h$ или $= h + c$.

Еслибы наблюдаемая звѣзда была одна изъ экваторіальныхъ и близь своей кульминаціи, то разница въ вычисленіи состояла бы лишь въ томъ, что φ равнялось бы $\varphi' - h + h'$, или $\varphi = h' + c'$, полагая $c' = \varphi' - h$.

§ 320. Этотъ способъ опредѣленія высоты полюса φ, хотя не имѣетъ строгой точности, однакоже по простотѣ своего вычисленія съ пользою употребляется путешествующими астрономами. Ходъ же самаго дѣйствія, состоитъ въ томъ, что по измѣреніи угломѣрнымъ снарядомъ, нѣсколькихъ высотъ сперва одной изъ звѣздъ около полюсныхъ, на прим. полярной, а потомъ находящихся близь меридіана по другую сторону зенита, и по мѣрѣ возможности далѣе отъ сего послѣдняго, (т. е. имѣющую склоненіе весьма малое и даже южное), берутъ среднюю величину изъ сихъ высотъ и исправляютъ ее отъ рефракціи, а изъ средней величины отсчитыванiй на хронометрѣ, выведя величину час. угла p, поступаютъ какъ сказано выше.

Такъ на прим. примемъ за данныя, величины предложенныя на стр. 488, и положимъ приближенную высоту полюса $\varphi' = 39° 56'$:

Полярная.		*α Скорпіона.*	
уг. $p = 238° 23' 50'',5$		уг. $p = 3° 30' 30''$	
$h = 39. 6. 6$		$h = 23. 55. 27$	
$\delta = 88. 25. 9, 6$		$\delta = -26. 3. 19, 15$	
$\sin\delta$ . . 9.9998347		$\sin\delta$ . . . 9.6427007 —	
$\sin\varphi$ . . . 9.8074646		$\sin\varphi$ . . . 9.8074646	
$\bar{1}$.8072993 . . .	+ 0,6416516	$\bar{1}$.4501653 — . . .	— 0,2819456
$\cos\delta$ . . . 8.4406625		$\cos\delta$ . . . 9.9534554	
$\cos\varphi$ . . . 9.8846775		$\cos\varphi$ . . . 9.8846775	
$\cos p$ . . . 9.7193453 —		$\cos p$ . . 9.9991853	
$\sin h$ . . . $\bar{2}$.0446852 — ...	— 0,0110837	$\bar{1}$.8373182	+ 0,6875720
	$\sin h' = 0,6305679$		$\sin h' = 0,4056264$
$\log\sin h' = 9.7997318$			$\log\sin h' = 9.6081262$
			$h' = 23° 55' 49'',4$

$h' = 39^\circ\ 5'\ 31'',3$	$\varphi' = 39^\circ\ 56'\ 0''$
$\varphi' = 39.\ 56.\ 0,\ 0$	$h = 23.\ 55.\ 27$
$c = 0.\ 50.\ 28,\ 7$	$c' = 16.\ 0.\ 33$
$h = 39.\ 6.\ 6,\ 0$	$h' = 23.\ 55.\ 49,\ 4$
$\varphi = 39.\ 56.\ 34,\ 7$	$\varphi = 39.\ 56.\ 22,\ 4$

среднее $\varphi = 39^\circ\ 56'\ 28'',5$.

C. ПО НАБЛЮДЕНІЯМЪ ВЪ 1-МЪ ВЕРТИКАЛѢ.

§ 321. Сей способъ, опредѣленія высоты полюса, предложенный Бесселемъ, употребляется, подобно какъ и изложенный въ § 310, при самыхъ строжайшихъ геодезическихъ дѣйствіяхъ. Онъ состоитъ въ томъ, что ось вращенія пасажной трубы приводятъ въ горизонтальное положеніе въ плоскости меридіана, и отсчитываютъ на хронометрѣ моменты прохожденія какой либо звѣзды чрезъ всѣ ея нити (см. § 236) сперва въ восточной части неба, а потомъ оборотивъ трубу чрезъ зенитъ, повторяютъ тоже самое въ западной. Пусть P (чер. 186) будетъ полюсъ, Z зенитъ, SDS′ кругъ описываемый суточнымъ движеніемъ звѣзды, коей склоненіе $= \delta$, WZO 1-й вертикалъ: если пасажная труба не имѣетъ не имѣетъ колимаціи, а ось вращенія ея приведена съ совершенною точностію въ горизонтальное положеніе и поставлена въ меридіанѣ, то средняя нить будетъ описывать кругъ WZO, а отсчитанныя моменты прохожденія звѣзды приведенныя на среднюю, (руководствуясь изложеннымъ въ § 248, 2-е) выразятъ тѣ моменты, когда звѣзда находилась въ точкахъ S и S′. Если означимъ чрезъ t и t', показанія хронометра въ сіи моменты и предположимъ, что ходъ онаго соотвѣтствуетъ звѣздному времени, то разность $t' - t$ выразитъ величину удвоеннаго часоваго угла ZPS во времени; означая же чрезъ p величину сего угла въ градусахъ, получимъ $2p = 15\,(t' - t)$, откуда $p = \frac{15}{2}\,(t' - t)$. Послѣ чего высота полюса φ, опредѣлится изъ прямоуг-го треуг-ка ZPS, въ коемъ ZP $= 90^\circ - \varphi$, PS $= 90^\circ - \delta$ и уг. ZPS $= p = \frac{15}{2}\,(t' - t)$ и получимъ:

$$\tan\varphi = \frac{\tan\delta}{\cos p}. \qquad (10).$$

Главнѣйшія выгоды сего способа, состоятъ въ томъ, что во 1-хъ) не требуется для наблюденія употреблять угломѣрныхъ снарядовъ и знать состояніе хронометра по мѣстному времени, но достаточно, чтобы только ходъ онаго былъ равномѣренъ и извѣстенъ, и во 2-хъ) рефракція не имѣетъ никакого вліянія на точность результата, ибо хотя отъ дѣйствія ея, звѣзда кажется выше истиннаго своего положенія, однако отсчитанное время t или t' на хронометрѣ будетъ въ моментъ дѣйствительнаго ея вступленія на кругъ 1-го вертикала, что и требуется только знать для рѣшенія вопроса.

§ 322. Если одифференцируемъ урав. (10) въ отношеніи φ и δ, то получимъ

$$d\varphi = \frac{\cos^2\varphi}{\cos^2\delta . \cos p} . d\delta;$$

но какъ изъ урав. (10), $\cos p = \frac{\tang\delta}{\tang\varphi}$, то

$$d\varphi = \frac{\cos^2\varphi \tang\varphi}{\cos^2\delta \tang\delta} . d\delta = \frac{\cos\varphi . \sin\varphi}{\cos\delta . \sin\delta} . d\delta,$$

или $$d\varphi = \frac{\sin 2\varphi}{\sin 2\delta} . d\delta.$$

Изъ сего уравненія заключаемъ, что если склоненіе звѣзды взятое изъ эфемеридъ, ошибочно на количество $d\delta$, то сія погрѣшность будетъ имѣть тѣмъ меньшее вліяніе на точность опредѣленія высоты полюса, чѣмъ знаменатель $\sin 2\delta$ ближе къ единицѣ, или что все равно, чѣмъ склоненіе δ ближе къ 45°

Если же одифференцируемъ урав. (10) въ отношеніи φ и p, то будетъ

$$\frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} = \frac{\tang\delta . \sin p}{\cos^2 p} . dp = \frac{\tang\delta \tang p}{\cos p} . d\delta,$$

или подставя $\frac{\tang\delta}{\tang\varphi}$ вмѣсто $\cos p$, по сокращеніи получимъ

$$d\varphi = \sin\varphi \cos\varphi \tang p . dp. \qquad \ldots (11)$$

Отсюда явствуетъ, что ошибка dp въ часовомъ углѣ, будетъ имѣть тѣмъ меньшее вліяніе на точность опредѣленія высоты полюса, чѣмъ $\tan p$, или что все равно уг. p менѣе, а слѣд. чѣмъ звѣзда будетъ ближе проходить отъ зенита чрезъ 1-й вертикалъ.

§ 323. Еслибы положеніе инструмента удовлетворяло съ совершенною точностію условіямъ, упомянутымъ въ § 321, а ходъ хронометра согласовался съ звѣзднымъ временемъ, то урав. (10) дало бы со всею строгостію высоту полюса. Но какъ въ практикѣ весьма затруднительно, и даже невозможно соблюсти, чтобы ось вращенія не имѣла никакого наклоненія, труба коллимаціи, и азимутъ ея съ совершенною точностію равнялся 90°, то необходимо всякій разъ результатъ исправлять отъ невыполненія сихъ условій. Разсмотримъ это со всею подробностію.

§ 324. *а) Поправка отъ наклоненія оси вращенія трубы.* При опредѣленіи сей поправки, можно поступать двоякимъ образомъ: или во 1-хъ отыскивая на сколько именно ошибочна высота φ полюса, получаемая изъ урав. (10) отъ наклоненія оси вращенія, или во 2-хъ) опредѣляя величину отъ того происходящей погрѣшности въ час. углѣ p, и потомъ вводить исправленную его величину въ урав. (10).

1-й *Способъ.* Пусть ZPN (чер. 194) будетъ меридіанъ, CN горизонтальная линія въ плоскости онаго и Z зенитъ: если сѣв. конецъ оси вращенія возвышенъ на дугу NN′, (опредѣляемую уровнемъ), то оптическая ось, предполагаемая перпендикулярною къ CN′, опишетъ не 1-й вертикалъ ZO, но большой кругъ Z′O, разстояніе коего отъ зенита будетъ ZZ′ = NN′ Отсчитываемое въ семъ случаѣ на хронометрѣ время прохожденія звѣзды чрезъ среднюю нить будетъ въ тотъ моментъ, когда она находится въ s, а потому если въ урав. (10) вмѣсто угла p внесемъ уг. $sPZ = p'$, то оно обратится въ

$$\tan\varphi' = \frac{\tan p'}{\cos\delta},$$

приличествующее не треуг-ку SPZ, но треуг-ку sPZ′, и дуга φ' выразитъ не дугу $PN = \varphi = 90° - ZP$, но $90° - (ZP + ZZ')$

$= PN'$; слѣд. получимъ $\varphi = \varphi' + NN'$, т. е. что *погрѣшность найденной высоты полюса φ' будетъ равна углу наклоненія оси вращенія трубы.*

И такъ, если изобразимъ состояніе уровня при восточномъ прохожденіи звѣзды чрезъ i, а при западномъ чрьзъ i', то $\frac{1}{2}(i + i')$ выразитъ среднюю величину наклоненія оси, т. е. дугу NN', а слѣд. истинная высота φ полюса, будетъ

$$\varphi = \varphi' + \tfrac{1}{2}(i + i'). \qquad (12),$$

не забывая вводить i и i' со знакомъ $-$, если южный конецъ оси вращенія возвышенъ, а слѣд. при наблюденіи *записывать положеніе свв. конца пузырька со знакомъ $+$, а южнаго съ $-$*, и поступая по правилу § 30, вводить въ урав. (12) i и i' съ тѣми знаками, какіе получатся изъ вычисленія.

§ 325. 2-й *Способъ.* Изобразимъ погрѣшность SPs въ час. углѣ p отъ наклоненія оси вращенія трубы чрезъ dp, а погрѣшность отъ того же происходящую въ вычисленной по урав. (10) высотѣ φ полюса чрезъ $d\varphi$. Изъ вышеизложеннаго видѣли, что сія послѣдняя равна углу i наклоненія оси, т. е. $d\varphi = i$. Зависимость между $d\varphi$ и dp, выразится уравненіемъ (11), именно:

$$d\varphi = \sin\varphi \cos\varphi \operatorname{tang} p . dp,$$

откуда
$$dp = \frac{d\varphi}{\sin\varphi \cos\varphi . \operatorname{tang} p};$$

но $\operatorname{tang} p = \frac{\sin p}{\cos p} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 p}}{\cos p}$, или подставя вмѣсто $\cos p$ его величину изъ урав. (10), по преобразованіи, получимъ

$$\operatorname{tang} p = \frac{\sqrt{\operatorname{tang}^2\varphi - \operatorname{tang}^2\delta}}{\operatorname{tang}\delta} = \frac{1}{\operatorname{tang}\delta} . \frac{\sqrt{\sin(\varphi - \delta)\sin(\varphi + \delta)}}{\cos\varphi \cos\delta},$$

или положивъ $\sqrt{\sin(\varphi - \delta)\sin(\varphi + \delta)} = \beta$, будетъ

$$\operatorname{tang} p = \frac{\beta}{\cos\varphi \sin\delta}$$

слѣд.
$$dp = \frac{\sin\delta . d\varphi}{\beta \sin\varphi} . \quad .. \qquad (13).$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{или, во времени } dp = \mu i, \\ \text{гдѣ} \quad \mu = \dfrac{\sin\delta}{15\beta\sin\varphi}, \text{ а } i = d\varphi\end{array}\right\} \quad \cdot\cdot \qquad (14)$$

вводя вмѣсто φ неисправленную высоту полюса.

И такъ, предполагая какъ и прежде, что сѣв. конецъ оси вращенія трубы возвышенъ, и изображая отсчитанное на часахъ время прохожденія чрезъ среднюю нить трубы въ восточной и западной части вертикала буквами t и t', а моменты прохожденія чрезъ 1-й вертикалъ буквами τ и τ', очевидно получимъ

$$\tau = t - \mu i, \ \tau' = t' + \mu i' \qquad .(15);$$

послѣ чего исправленный часов. уг. p во времени будетъ $= \frac{1}{2}(\tau' - \tau)$, а въ градусахъ $p = \frac{15}{2}(\tau' - \tau)$.

Таково выраженіе угла p, которое надлежитъ вводить въ урав. (10) для полученія изъ онаго высоты полюса φ, исправленной отъ наклоненія оси.

§ 326. *b*) *Поправка отъ коллимаціи трубы.* Если оптическая ось уклоняется отъ большаго круга инструмента къ къ югу, а посему описываетъ малый кругъ *wo* (чер. 186), разстояніе коего отъ WO означимъ чрезъ $C = 15c$, то часов. уголъ p очевидно будетъ уменьшенъ количествомъ $dp = k = SPs$. Погрѣшность сія опредѣлится уравненіемъ (10) стр. 405, если мы подставя въ него c вмѣсто f, отбросимъ членъ заключающій c^2 по причинѣ его малости, и будетъ k или $dp = \frac{c}{\beta}$. Но если часов. уг. будетъ менѣе истиннаго количествомъ dp, то на основаніи изложеннаго въ § 325, докажется, что найденная высота полюса будетъ менѣе истинной количествомъ $d\varphi$, которая опредѣлится изъ урав. (13), именно:

$$d\varphi = \frac{\beta\sin\varphi}{\sin\delta}dp$$

или по внесеніи $\frac{c}{\beta}$ вмѣсто dp, получимъ

$$d\varphi = \frac{c\sin\varphi}{\sin\delta},$$

а исправленная высота полюса $\varphi = \varphi' + d\varphi$ будетъ

$$\varphi = \varphi' + \frac{\sin\varphi'}{\sin\delta}\,c. \qquad ..(16).$$

гдѣ φ' означаетъ высоту полюса, исправленную отъ состоянія уровня.

Остается исключить неизвѣстную величину c, которая перемѣняетъ свой знакъ съ переложеніемъ инструмента, ибо если оптическая ось уклоняется отъ 1-го вертикала къ югу, то она будетъ описывать малый кругъ wo (чер. 186), а если къ сѣверу, то кругъ $w'o'$; въ 1-мъ случаѣ найденная высота полюса φ' отъ вліянія сей погрѣшности будетъ менѣе истинной на количество $\frac{c\sin\varphi'}{\sin\delta}$, а во 2-мъ болѣе. Изъ чего видимъ, что если сдѣлавъ наблюденіе въ восточной части вертикала, переложимъ трубу въ ея гнѣздахъ, и сдѣлаемъ потомъ наблюденіе въ западной части онаго, то полуразность отсчитаннаго времени изобразитъ дугу $\frac{1}{2}ss''$, которая безъ чувствительной погрѣшности будетъ равна часовому углу SPZ, а потому найденная высота полюса будетъ не зависима отъ колимаціонной погрѣшности (*).

(*) Впрочемъ вотъ средство опредѣлять сію погрѣшность вычисленіемъ:

Сперва дѣлаютъ восточное и западное наблюденіе звѣзды не перекладывая трубы, потомъ переложивъ трубу въ гнѣздахъ дѣлаютъ другія два наблюденія надъ какого либо другою звѣздою. Изображая исправленную высоту полюса чрезъ φ, найденную его высоту изъ перваго наблюденія чрезъ φ', а изъ втораго чрезъ φ_1 получимъ два уравненія:

$$\varphi = \varphi' + \frac{c\sin\varphi'}{\sin\delta},$$

$$\varphi = \varphi_1 - \frac{c\sin\varphi_1}{\sin\delta'}.$$

Разность сихъ уравненій даетъ

$$c\left(\frac{\sin\varphi'}{\sin\delta} + \frac{\sin\varphi_1}{\sin\delta'}\right) = \varphi_1 - \varphi',$$

§ 327. с) *Поправка отъ погрѣшности положенія трубы въ азимутѣ.* Означая, какъ и прежде, чрезъ t и t' отсчитанное время на хронометрѣ въ моменты прохожденія звѣзды чрезъ среднюю нить трубы, пол-сумма сихъ величинъ, которую мы изобразимъ чрезъ T, $T = \frac{1}{2}(t + t')$, выразитъ показаніе хронометра въ моментъ ея кульминаціи, если средняя нить съ совершенною точностію описываетъ 1-й вертикалъ. Но если средняя нить описываетъ не 1-й вертикалъ WO (чер. 199), но кругъ W'O', то $T = \frac{1}{2}(t + t')$ изобразитъ показаніе хронометра въ тотъ моментъ, когда звѣзда проходитъ чрезъ кругъ склоненія PD' перпендикулярный къ W'O'. Если означимъ состояніе хронометра для сего момента противъ звѣзднаго времени чрезъ λ, то $T + \lambda = T'$ выразитъ звѣздное время прохожденія звѣзды чрезъ упомянутый кругъ, а величина час. угла ZPD', которую положимъ $= \pi$, будетъ $\pi = 15(Æ - T')$. Эта величина будетъ положительная для час. круга PD', уклоняющагося отъ меридіана къ востоку, и отрицательная къ западу. И такъ, величина уг. π будетъ

$$\left.\begin{array}{ll} \text{откуда} & c = \dfrac{1}{m}(\varphi_1 - \varphi') \\ \text{положивъ} & m = \dfrac{\sin\varphi'}{\sin\delta} + \dfrac{\sin\varphi_1}{\sin\delta'} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17).$$

Очевидно, что если въ обоихъ положеніяхъ инструмента наблюдалась одна и таже звѣзда, то $\delta = \delta'$ и тогда

$$c = \frac{\sin\delta}{\sin\varphi' + \sin\varphi_1}\cdot(\varphi_1 - \varphi') = \frac{(\varphi_1 - \quad ')\sin\delta}{2\sin\frac{1}{2}(\varphi' + \varphi_1)\cos\frac{1}{2}(\varphi' - \varphi_1)}$$

Но какъ φ' и φ_1 весьма мало разнствуютъ одно отъ другаго, то безъ чувствительной погрѣшности можно положить $\frac{1}{2}(\varphi' + \varphi_1) = \varphi'$, а $\cos\frac{1}{2}(\varphi' - \varphi_1) = 1$, и будетъ

$$c = \frac{(\varphi_1 - \varphi')\sin\delta}{2\sin\varphi'}$$

Подставя сію величину въ урав. (16), получимъ

$$\varphi = \varphi' + \tfrac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi') \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

Таково выраженіе высоты полюса, исправленное отъ колимаціонной погрѣшности.

извѣстна. Послѣ чего, самая погрѣшность положенія трубы въ азимутѣ или $OZO' = \varepsilon$, получится изъ прямоуг. треуг-ка PZu, въ коемъ бокъ $PZ = 90° - \varphi$, а уг. $PZu = 90° - \varepsilon$ и будетъ

$$\operatorname{tang}\varepsilon = \operatorname{tang}\pi . \sin\varphi;$$

но какъ углы ε и π предполагаются весьма малыми, то получимъ

$$\varepsilon = \pi \sin\varphi. \qquad ..(19).$$

Очевидно, что точность опредѣленія π, зависитъ отъ $T' = \frac{1}{2}(t + t')$ т. е. отъ точности отсчитываемаго на часахъ времени прохожденія звѣзды. Но какъ моментъ прохожденія звѣзды чрезъ нить, можно отсчитать тѣмъ съ большею точностію, чѣмъ звѣзда пересѣкаетъ нить подъ менѣе острымъ угломъ, то для опредѣленія ε и π полезно наблюдать звѣзды, отстоящія далѣе отъ зенита.

Далѣе очевидно, что всякій разъ, когда ε и π не равны нулю, получаемая высота полюса будетъ болѣе истинной, ибо вводя въ урав. (10), уг. $p = \frac{1}{2}(t' - t)$, рѣшится не треуг. PZS, но треуг. Psu, а потому получится не φ, но дуга $90° - Pu = \varphi'$; поелику же Pu всегда будетъ $< PZ$, то $\varphi' > \varphi$. Опредѣлимъ происходящую отъ того погрѣшность x, $\varphi = \varphi' - x$.

Изъ прямоуг. треуг-ка ZPu, имѣемъ

$$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\varphi' . \cos\pi;$$

вычтя изъ $\operatorname{tang}\varphi'$, будетъ

$$\operatorname{tang}\varphi' - \operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\varphi' (1 - \cos\pi),$$

или $$\frac{\sin(\varphi' - \varphi)}{\cos\varphi \cos\varphi'} = 2\operatorname{tang}\varphi' \sin^2\tfrac{1}{2}\pi;$$

но $$\varphi = \varphi' - x,\ \varphi' - \varphi = x,$$

слѣд. $$\sin x = 2\sin^2\tfrac{1}{2}\pi \sin\varphi' \cos(\varphi' - x);$$

но какъ x и π суть величины весьма малыя, то можно принять $\sin x = x\sin 1''$, $\cos x = 1$ и $\sin\frac{1}{2}\pi = \frac{1}{2}\pi\sin 1''$, а потому

$$x = \tfrac{1}{2}\pi^2\sin 1'' \sin\varphi' \cos\varphi' + \tfrac{1}{2}\pi^2 . \sin^2 1'' . \sin^2\varphi' . x,$$

или $$x\,(1 - \tfrac{1}{2}\pi^2\sin^2 1''.\sin^2\varphi') = \tfrac{1}{4}\pi^2\sin 1''\,\sin 2\varphi',$$

откуда $$x = \tfrac{1}{4}\pi^2\sin 1''.\sin 2\varphi'\,(1 + \tfrac{1}{2}\pi^2\sin^2 1''.\sin^2\varphi')$$

или отбрасывая послѣдній членъ, по причинѣ незначительной его величины, получимъ

$$x = \tfrac{1}{4}\pi^2\sin 1''\,\sin 2\varphi'$$

а слѣд. $$\varphi = \varphi' - \tfrac{1}{4}\pi^2\sin 1''.\sin 2\varphi' \qquad .(20)$$

Подставя же $\frac{\varepsilon}{\sin\varphi}$, вмѣсто π (см. урав. 19), по сокращеніи будетъ

$$\varphi = \varphi' - \tfrac{1}{2}\varepsilon^2\sin 1''.\cot\varphi' \qquad (21).$$

Впрочемъ эта поправка рѣдко вводится въ вычисленіе, ибо всегда можно поставить пасажную трубу въ 1-мъ вертикалѣ до 1′ точности; величина же $\varepsilon = 1'$ не будетъ имѣть на x почти никакого вліянія; такъ на прим. положивъ $\varphi' = 50°$, $\varepsilon = 1' = 60''$, будетъ $x = \tfrac{1}{2}.60^2.\sin 1''\cot 50° = 0'',007$.

§ 328. Объяснимъ все вышеизложенное примѣромъ, заимствуемымъ нами изъ наблюденій г. Струве въ Якобштадтѣ 24, 25, 26 и 27-го Мая 1826 года надъ звѣздою η Большой Медвѣдицы.

полож. оси.	отсчитыванія.	i.	поправка.	исправ. отсчит. τ и τ'.	$\tau' - \tau + 1'',128$.	час. уг. p.	$\delta = 50° 11'$.	φ.
I	t=11ч10′36″,71 t'=16. 10. 9, 95	−0″,06 −0 ,15	+0″,015 −0, 028	36″,725 9, 918	4ч 59′ 34″,321	37°26′ 47″,40	1″,68	56°30′ 4″,99
II	t=11. 10.30, 83 t'=16. 10. 4, 41	−0, 54 −1, 12	+0, 102 −0, 212	30, 932 4, 202	34, 398	47, 98	1, 90	5, 40
I	t=11. 10.26, 01 t'=16. 9.58, 59	+1, 73 +0, 72	−0, 327 +0, 136	25, 687 58, 722	34, 163	46, 22	2, 13	4, 99
II	t=11. 10.20, 07 t'=16. 9.53, 63	+1, 31 +0, 47	−0, 248 +0, 089	19, 818 53, 723	35, 033	52, 75	2, 35	7, 50

Здѣсь во 2-мъ столбцѣ помѣщено среднее изъ отсчитываній времени на 5 нитяхъ; въ 3-мъ наклоненіе i оси вращенія трубы; въ 4-мъ поправка μi въ отсчитываніи времени отъ наклоненія оси, гдѣ $\mu = 0{,}189$ (см. урав. 14); въ 5-мъ исправленныя секунды отсчитываній по урав. (15); въ 6-мъ разность чиселъ предшествующаго столбца, исправленная отъ суточнаго хода хронометра, и выражающая удвоенный час. уголъ во времени; въ 7-мъ величина час. угла p въ градусахъ; въ 8-мъ склоненіе звѣзды η, и наконецъ въ 9-мъ высота φ полюса, вычисленная по урав. (10).

Для исправленія найденныхъ результатовъ отъ колимаціи трубы, беремъ среднюю величину оныхъ, соотвѣтствующихъ положенію I оси и потомъ положенію II; изобразивъ первую чрезъ φ', а вторую чрезъ φ_1, получимъ $\varphi' = 56^\circ\ 30'\ 4'',99$, $\varphi_1 = 56^\circ\ 30'\ 6'',45$; послѣ чего $\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi') = 0'',73$ выразитъ величину поправки, которую надобно прикладывать къ числамъ послѣдняго столбца, соотвѣтствующимъ положенію I, и вычитать изъ остальныхъ: результаты выразятъ высоту полюса изъ каждаго наблюденія, исправленную отъ колимаціи трубы, а средняя величина $\varphi = 56^\circ\ 30'\ 5'',72$ изъ всѣхъ 4-хъ наблюденій.

Наконецъ для исправленія высоты полюса отъ погрѣшности трубы въ азимутѣ, поступаемъ какъ объяснено было въ § 327, располагая вычисленіе слѣдующимъ образомъ:

Мая.	$\frac{1}{2}(\tau + \tau') = T.$	$\lambda.$	$T + \lambda =$ $13^ч\ 40'$	Æ для $13^ч\ 40'$	$\frac{1}{15}\pi.$
24	$13^ч 40'\ 23'',32$	$+ 28'',88$	$52'',20$	$43'',33$	$-\ 8'',80$
25	17, 57	+ 34, 69	52, 26	43, 31	— 8, 92
26	12, 20	+ 40, 17	52, 37	43, 30	— 9, 04
27	6, 77	+ 45, 73	52, 50	43, 28	— 9, 18

Числа во 2-мъ столбцѣ означаютъ время на часахъ въ моментъ прохожденія звѣзды чрезъ кругъ склоненія, перпендикулярный къ большому кругу инструмента; въ 3-мъ столбцѣ состояніе часовъ на звѣздное время для сего момента; въ 4-мъ столбцѣ звѣзд. время прохожденія чрезъ вышесказанный кругъ склоненія; въ 5-мъ столбцѣ прямыя восхожд. звѣзды; въ 6-мъ час. уг. во времени Æ — (T + λ) сего круга склоненія. Отрицательность сихъ чиселъ показываетъ, что труба отклоняется отъ востока къ югу. Умноживъ числа послѣдняго столбца на 15, каждое изъ произведеній выразитъ величину вышесказаннаго час. угла, а подставляя его въ форм. (20), получатъ величину поправки для каждой изъ найденной высотѣ полюса. Впрочемъ, такъ какъ углы π весьма мало разнствуютъ между собою, то вычисленіе будетъ малосложнѣе, если возьмемъ среднюю величину оныхъ и потомъ введемъ ее въ урав. (20): вычисленіе дастъ для сей поправки $x = 0{,}02$, а слѣд. искомая высота полюса φ будетъ $= 56°$ $30'\ 5'',70$ (*).

Должно при семъ замѣтить, что еслибы не обратили во все вниманія на сію послѣднюю поправку, по незначительности ея, то вычисленіе было бы проще, коль скоро поступили бы, какъ изложено было въ § 324, что можно усмотрѣть изъ слѣдующаго вычисленія высоты полюса, принимая за данныя наблюденія 24 Мая (стр. 499):

$t' =$	$16^ч\ 10'\ 9'',95$	$\text{tang}\,\delta \ldots$	0.0790174	$i =$	$-\ 0'',06$
$t =$	$11.\ 10.\ 36,\ 71$	$\cos p \ldots$	9.8997770	$i' =$	$-\ 0,\ 15$
$t' - t =$	$4.\ 59.\ 33,\ 24$	$\text{tang}\,\varphi \ldots$	0.1792404	$i + i' =$	$-\ 0,\ 21$
попр. $=$	$+\ 1,\ 128$			$\frac{1}{2}(i + i') =$	$-\ 0,\ 105$
	$4.\ 59.\ 34,\ 368$	$\varphi =$	$56°\ 30'\ 5'',098$		
$\frac{1}{2}(t' - t) =$	$2.\ 29.\ 47,\ 184$		$-\ 0,\ 105$		
уг. $p =$	$37°\ 26'\ 47'',76$	$\varphi' =$	$56.\ 30\ 4,\ 993$		

§ 329. Этотъ способъ, какъ замѣчено выше, принадлежитъ къ числу самыхъ строжайшихъ. Единственная его невыгода для путешествующаго астронома состоитъ въ томъ, что промежутокъ времени межу обоими прохожденіями звѣзды чрезъ 1-й вертикалъ бываетъ довольно продолжителенъ, потому болѣе, что часовый уголъ p возрастаетъ весьма быстро съ величиною $\varphi - \delta$; (такъ на прим. если широта $\varphi = 60°$, а склоненіе $\delta = 50°$, то пройдетъ болѣе $6^ч$ между этими прохожденіями); по малому же числу блестящихъ звѣздъ, проходящихъ близъ зенита, въ практикѣ встрѣчается весьма часто

(*) Не должно забывать, что этотъ результатъ выведенъ только изъ 4-хъ наблюденій; найдено же г. Струве, изъ множества наблюденій, что высота полюса Якобштадта $\varphi = 56°\ 30'\ 4'',562$.

надобность наблюдать такія звѣзды, коихъ склоненіе δ достигаетъ до $\varphi - 15^\circ$ (*). Сверхъ того для путешествующаго астронома затруднительно бываетъ соблюсти, чтобы инструментъ не измѣнился въ азимутѣ въ теченіи такого значительнаго промежутка времени. Наконецъ, къ числу неудобствъ этого способа можно причислить то, что въ мѣстахъ сѣверныхъ по краткости ночей лѣтомъ, невозможно бываетъ сдѣлать оба наблюденія.

Для устраненія такихъ неудобствъ, путешествующіе астрономы, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: сдѣлавъ наблюденіе восточное, оборачиваютъ трубу чрезъ зенитъ и наблюдаютъ немедля прохожденіе какой нибудь звѣзды на западѣ. Послѣ того перекладываютъ ось вращенія трубы въ гнѣздахъ и наблюдаютъ снова какія нибудь двѣ звѣзды, одну на востокѣ, а другую на западѣ. Посредствомъ сихъ 4-хъ наблюденій (**), дѣлаемыхъ въ теченіи весьма не долгаго времени, и по извѣстному состоянію хронометра, получится возможность опредѣлить съ удовлетворительною точностію высоту полюса, вводя въ вычисленіе и колимацію трубы и ошибку отъ положенія ея въ азимутѣ. Самое вычисленіе располагается въ семъ случаѣ, слѣдующимъ образомъ:

Пусть t будетъ отсчитываніе на хронометрѣ момента прохожденія 1-й звѣзды чрезъ восточный вертикалъ, исправленное отъ уклоненія уровня (по урав. 14) и состоянія хронометра на звѣздное время; t' таковое же для 2-й звѣзды чрезъ западный вертикалъ; α и α' прямыя восхожденія сихъ звѣздъ, а δ и δ' ихъ склоненія. Величина час. угловъ p и p' этихъ звѣздъ въ моменты наблюденія, получится изъ уравненій

$$p = 15\,(\alpha - t),\ p' = 15\,(t' - \alpha').$$

Такимъ же образомъ для другихъ двухъ звѣздъ, час. углы будутъ

$$p_1 = 15\,(\alpha_1 - t_1),\ p_1' = 15\,(t_1' - \alpha_1).$$

(*) См. Sur l'emploi de l'instrument des passages, par Struve, p. 69.

(**) Само собою разумѣется, что при производствѣ каждаго изъ нихъ надобно записывать состояніе уровня для опредѣленія угла наклоненія оси вращенія трубы.

Если погрѣшность въ азимутѣ весьма незначительна, то достаточно будетъ каждый изъ сихъ час. угловъ подставить въ урав. (10). Средняя величина результатовъ выразитъ искомую, независимую отъ погрѣшности колимаціи.

Если же труба значительно уклоняется отъ 1-го вертикала, то будетъ удобнѣе опредѣлять высоту полюса слѣдующимъ образомъ: пусть W′O′ (чер. 199) будетъ кругъ, описываемый среднею нитью и s звѣзда наблюдаемая на востокѣ. Изъ треуг-ка PZs, по формулѣ (35) Сфер. Триг. имѣемъ

$$\cot Ps . \sin PZ = \cos PZ . \cos ZPs + \sin ZPs . \cot sZP,$$

или положивъ $Ps = 90° - \delta$, $PZ = 90° - \varphi$, $ZPs = p$, получимъ $\cot sZP = \dfrac{\tan g\,\delta \cos\varphi - \sin\varphi \cos p}{\sin p}$.

Такимъ же образомъ, для другой звѣзды, наблюдаемой на западѣ, и коей час. уг. есть p', а склоненіе $= \delta'$, найдемъ

$$\cot s'ZP = \frac{\tan g\,\delta' \cos\varphi - \sin\varphi . \cos p'}{\sin p'};$$

Но уг. $s'ZP = 180° - sZP$, или $\cot s'ZP = - \cot sZP$; слѣд.

$$\frac{\tan g\,\delta \cos\varphi - \sin\varphi \cos p}{\sin p} = \frac{\sin\varphi \cos p' - \tan g\,\delta' \cos\varphi}{\sin p'}$$

Приведя къ одному знаменателю, раздѣливъ на $\cos\varphi$, получимъ по преобразованіи

$$\tan g\,\varphi = \frac{\tan g\,\delta \sin p' + \tan g\,\delta' \sin p}{\sin (p + p')} (*).$$

Подобнымъ образомъ выведя величину φ изъ другихъ двухъ наблюденій, сдѣланныхъ по переложеніи трубы, останется потомъ взять среднiй изъ результатовъ, который очевидно будетъ не зависимъ отъ вліянія колимаціи.

§ 330. Въ заключеніе присовокупимъ, что прежде чѣмъ приступятъ къ опредѣленію высоты полюса по изложенному нами теперь способу, полезно предварительно вычислить при-

(*) При семъ должно замѣтить, что если въ этомъ урав. положимъ $p = p'$ и $\delta = \delta'$, то оно обратится въ урав. (10).

ближенно зенитныя разстоянія и время прохожденія тѣхъ звѣздъ чрезъ 1-й вертикалъ, которыя желаютъ наблюдать, дабы не торопиться при производствѣ самаго дѣйствія. Уг. p и зенитное разстояніе z каждой изъ звѣздъ опредѣлится по уравненіямъ

$$\cos p = \frac{\operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang}\varphi} \text{ (см. урав. 10) и } \cos z = \frac{\sin\delta}{\sin\varphi};$$

если же звѣзды проходятъ очень близко отъ зенита, то величины p и z будутъ весьма малы, и потому нельзя ихъ получить изъ этихъ уравненій съ требуемою точностію. Но если подставимъ $1 - 2\sin^2\frac{1}{2}p$ и $1 - 2\sin^2\frac{1}{2}z$ вмѣсто $\cos p$ и $\cos z$, то будетъ

$$2\sin^2\tfrac{1}{2}p = \frac{\operatorname{tang}\varphi - \operatorname{tang}\delta}{\operatorname{tang}\varphi} \text{ и } 2\sin^2\tfrac{1}{2}z = \frac{\sin\varphi - \sin\delta}{\sin\varphi}$$

или, по преобразованіи, получимъ

$$\sin\tfrac{1}{2}p = \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \delta)}{2\cos\delta.\sin\varphi}}, \quad \sin\tfrac{1}{2}z = \sqrt{\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi - \delta)\cos\frac{1}{2}(\varphi + \delta)}{\sin\varphi}}.$$

И такъ, если α есть прямое восхожденіе звѣзды, то $\alpha \pm \frac{1}{15}p$ выразитъ звѣздное время момента прохожденія чрезъ среднюю нить.

D. ПО РАВНЫМЪ ВЫСОТАМЪ ТРЕХЪ ЗВѢЗДЪ.

§ 331. Сей способъ, предложенный Гауссомъ, состоитъ въ опредѣленіи высоты полюса, состоянія часовъ и погрѣшностей градуснаго дѣленія употребляемаго инструмента, по отсчитаннымъ на часахъ моментовъ, въ которые три какія либо звѣзды достигаютъ до равныхъ высотъ.

Пусть α, α' и α'' будутъ прямыя восхожденія трехъ наблюдаемыхъ звѣздъ, δ, δ' и δ'' склоненіе оныхъ, t, t' и t'' показанія хронометра въ моменты наблюденія, и наконецъ u состояніе хронометра въ моментъ 1-го наблюденія въ разсужденіи звѣзднаго времени. Предполагаемъ, что суточный ходъ хронометра съ точностію извѣстенъ, и что отсчитыванія t' и t'' исправлены отъ суточнаго хода, т. е. что $t' - t$ и $t'' - t'$ выражаютъ со всею точностію оба промежутка между наблюденіями въ звѣздномъ времени. И такъ, звѣздное время въ моменты наблюденія будутъ $t + u$, $t' + u$, и $t'' + u$, а часовые углы выразятся чрезъ $t + u - \alpha$, $t' + u - \alpha'$ и $t'' + u - \alpha''$, или положивъ для краткости $t - \alpha = p$, $t' - \alpha' = p'$ и $t'' - \alpha'' = p''$, эти углы будутъ $p + u$, $p' + u$ и $p'' + u$.

Въ сфер. треуг-кѣ ZPS (чер. 187), имѣемъ

$$\cos ZS = \cos ZP.\cos PS + \sin ZP.\sin PS.\cos ZPS;$$

примѣняя сію формулу къ наблюдаемымъ звѣздамъ получимъ

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos(p + u). \quad .(1)$$

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta' + \cos\varphi.\cos\delta'.\cos(p' + u). \quad .(2)$$

$$\sin h = \sin\varphi.\sin\delta'' + \cos\varphi.\cos\delta''.\cos(p'' + u). \quad .(3)$$

Здѣсь 1-я части между собою равны, ибо по условію наблюденія дѣлаются въ тѣ моменты, когда высоты звѣздъ одинаковы.

Вычтя (1) изъ (2), получимъ

$$0 = \sin\varphi(\sin\delta' - \sin\delta) + \cos\varphi[\cos\delta' \cos(p' + u) - \cos\delta \cos(p + u)],$$

откуда

$$\tan g\varphi(\sin\delta' - \sin\delta) = \cos\delta\cos(p + u) - \cos\delta'\cos(p' + u).$$

Положивъ $\cos\delta - \cos\delta' = 2a$ и $\cos\delta + \cos\delta' = 2b$, будетъ

$$\cos\delta = a + b \text{ и } \cos\delta' = b - a;$$

подставя $a + b$ и $b - a$ вмѣсто $\cos\delta$ и $\cos\delta'$, получимъ

$$\tan g\varphi(\sin\delta' - \sin\delta) = (a + b)\cos(p + u) - (b - a)\cos(p' + u),$$

или $$\tan g\varphi(\sin\delta' - \sin\delta) = a[\cos(p + u) + \cos(p' + u)] + b[\cos(p + u) - \cos(p' + u)];$$

Но какъ $\sin\delta' - \sin\delta = 2\cos\frac{1}{2}(\delta' + \delta)\sin\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$,

$$a = \tfrac{1}{2}(\cos\delta - \cos\delta') = \sin\tfrac{1}{2}(\delta' + \delta)\sin\tfrac{1}{2}(\delta' - \delta),$$

$$b = \tfrac{1}{2}(\cos\delta + \cos\delta') = \cos\tfrac{1}{2}(\delta' + \delta)\cos\tfrac{1}{2}(\delta' - \delta),$$

и сверхъ того

$$\cos(p + u) + \cos(p' + u) = 2\cos\tfrac{1}{2}(p + p' + 2u)\cos\tfrac{1}{2}(p' - p),$$

$$\cos(p + u) - \cos(p' + u) = 2\sin\tfrac{1}{2}(p' + p + 2u)\sin\tfrac{1}{2}(p' - p),$$

то, по внесеніи и сокращеніи, будетъ

$$\begin{aligned}\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\delta' + \delta)\cos\tfrac{1}{2}(p' + p + 2u)\cos\tfrac{1}{2}(p' - p)\\ + \cot(\delta' - \delta)\sin\tfrac{1}{2}(p' + p + 2u)\sin\tfrac{1}{2}(p' - p).\end{aligned}$$

Это уравненіе приметъ удобнѣйшій видъ для опредѣленія величины *u*, если введемъ въ немъ двѣ вспомогательныя величины A и B, выполняющія слѣдующимъ уравненіямъ:

$$\left.\begin{aligned}A\sin B &= \cot\tfrac{1}{2}(\delta' - \delta)\sin\tfrac{1}{2}(p' - p)\\ A\cos B &= \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\delta' + \delta)\cos\tfrac{1}{2}(p' - p)\end{aligned}\right\} \quad .(4)$$

Раздѣливъ же одно изъ сихъ уравненій на другое, будетъ

$$\operatorname{tang} B = \frac{\cot\frac{1}{2}(\delta' - \delta)}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(\delta' + \delta)} . \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(p' - p). \qquad .(5).$$

По опредѣленіи отсюда величины B, останется внести ее въ одно изъ предшествующихъ уравненій, которыя дадутъ A.

Отъ подстановки же уравненій (4) въ выраженіе $\operatorname{tang}\varphi$, получимъ

$$\begin{aligned}\operatorname{tang}\varphi &= A\left[\cos\tfrac{1}{2}(p + p' + 2u)\cos B + \sin\tfrac{1}{2}(p' + p + 2u)\sin B\right]\\ &= A . \cos\left[\tfrac{1}{2}(p + p') + u - B\right].\end{aligned}$$

Если положимъ $\tfrac{1}{2}(p + p') - B = C$. $\qquad$.(6)

то $\qquad \operatorname{tang}\varphi = A . \cos(C + u)$.. $\qquad$.(7)

Такимъ же образомъ изъ соединенія уравненій (1) съ (3), и полагая

$$A'\sin B' = \cot\tfrac{1}{2}(\delta'' - \delta)\sin\tfrac{1}{2}(p'' - p),$$

$$A'\cos B' = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\delta'' + \delta)\cos\tfrac{1}{2}(p'' - p),$$

и $\qquad \tfrac{1}{2}(p + p'') - B' = C'$,

получимъ $\qquad \operatorname{tang}\varphi = A'\cos(C' + u)$.. $\qquad$.(8).

Уравненія (7) и (8) даютъ

$$A\cos(C + u) = A'\cos(C' + u),$$

или $$\frac{\cos(C + u)}{\cos(C' + u)} = \frac{A'}{A},$$

откуда $$\frac{\cos(C + u) - \cos(C' + u)}{\cos(C + u) + \cos(C' + u)} = \frac{A' - A}{A' + A}$$

или по урав. (16) стр. 4, будетъ

$$\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}(C' + C + 2u)\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}(C' - C) = \frac{A' - A}{A' + A};$$

но положивъ $\frac{A}{A'}, = \mathrm{tang}\,\eta$, 2-я часть обратится въ $\mathrm{tang}(45° - \eta)$; слѣд.

$$\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}(C' + C + 2u) = \mathrm{tang}(45° - \eta).\cot\tfrac{1}{2}(C' - C). \quad .(9)$$

или изобразивъ чрезъ ψ дугу, коей тангенсъ равенъ 2-й части, т. е. $\mathrm{tang}\,\psi = \mathrm{tang}(45° - \eta).\cot\tfrac{1}{2}(C' - C)$, и опредѣливъ оную, будетъ

$$\tfrac{1}{2}(C' + C + 2u) = \psi$$

откуда $$u = \psi - \tfrac{1}{2}(C' + C). \quad .. \quad (10).$$

По опредѣленіи изъ сего уравненія величины u, высота полюса φ получится изъ урав. (7) или (8).

Должно замѣтить, что сей способъ опредѣленія высоты полюса и состоянія хронометра во все независимъ отъ неточности градуснаго дѣленія. Весь ходъ дѣйствія состоитъ въ томъ, что измѣряютъ высоту звѣзды, однимъ изъ отражательныхъ инструментовъ, на прим. секстантомъ, и не измѣняя алидады, ожидаютъ когда двѣ другія какія либо звѣзды достигнутъ до высоты одинаковой съ измѣренною, подобно какъ при наблюденіи соотвѣтственныхъ высотъ (§ 288). Отсчитыванія на хронометрѣ моментовъ наблюденій записываютъ. Для доставленія дѣйствію строжайшей точности необходимо соблюдать, чтобы для наблюденія выбирались звѣзды, азимутальные углы между вертикалами коихъ въ моменты наблюденій не были остры (*). По опредѣленіи же φ и u, если рѣшимъ урав. (1) или (2) или (3), то получатъ высоту h. Разность между сею послѣднею и найденною чрезъ наблюденіе, (которую должно предварительно исправить отъ рефракціи), выразитъ погрѣшность градуснаго дѣленія.

§ 332. Объяснимъ вышесказанное примѣромъ: 27 Августа 1808 года, сдѣланы были въ Гетингенѣ наблюденія секстантомъ, на высотѣ $h = 52^\circ\ 39'\ 20''$, трехъ звѣздъ. Данныя были слѣдующія:

Назван. звѣздъ.	*отсчитыв.*	*прям. восхожд.*	*склоненія.*
α Андромеды...	$t = 21^ч\ 33'\ 26''$	$\alpha = 23^ч\ 58'\ 33'',33$	$\delta = 28^\circ\ 1'\ 14'',8$
α Мал. Медвѣд.	$t' = 21.\ 47.\ 30$	$\alpha' = 0.\ 55.\ 4,\ 70$	$\delta' = 88.\ 17.\ 5,\ 7$
α Лиры	$t = 22.\ 5.\ 21$	$\alpha'' = 18.\ 30.\ 28,\ 96$	$\delta'' = 38.\ 37.\ 6,\ 6$

$$t - \alpha = p = 21^ч\ 34'\ 52'',67 = 323^\circ\ 43'\ 10'',05$$
$$t' - \alpha' = p' = 20.\ 52.\ 25,\ 30 = 313.\ 6.\ 19,\ 50$$
$$t'' - \alpha'' = p'' = 3.\ 34.\ 52,\ 04 = 53.\ 43.\ 0,\ 60$$

$$p' - p = -10^\circ\ 36'\ 50'',55 \qquad p'' - p = 89^\circ\ 59'\ 50'',55$$
$$\tfrac{1}{2}(p' - p) = -\ 5.\ 18.\ 25,\ 27 \qquad \tfrac{1}{2}(p'' - p) = 44.\ 59.\ 55,\ 27$$

$$p' + p = -83.\ 10.\ 30,\ 45 \qquad p'' + p = 17.\ 26.\ 10,\ 65$$
$$\tfrac{1}{2}(p' + p) = -41.\ 35.\ 15,\ 23 \qquad \tfrac{1}{2}(p'' + p) = 8.\ 43.\ 5,\ 32$$

$$\tfrac{1}{2}(\delta' - \delta) = 30.\ 7.\ 25,\ 45 \qquad \tfrac{1}{2}(\delta'' - \delta) = 5.\ 17.\ 25,\ 9$$
$$\tfrac{1}{2}(\delta' + \delta) = 58.\ 9.\ 40,\ 25 \qquad \tfrac{1}{2}(\delta'' + \delta) = 33.\ 19.\ 40,\ 7$$

Вычисленіе урав. (5).

$$\cot\tfrac{1}{2}(\delta' - \delta) \ldots 0.2363974 \qquad \cot\tfrac{1}{2}(\delta'' - \delta) \ldots 1.0333869$$
$$\cot\tfrac{1}{2}(\delta' + \delta) \ldots 9.7930669 \qquad \cot\tfrac{1}{2}(\delta'' + \delta) \ldots 0.1820539$$
$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(p' - p) \ldots 8.9679721 - \qquad \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(p'' - p) \ldots 9.9999801$$

$$\operatorname{tang} B \ldots 8.9974364 - \qquad \operatorname{tang} B' \ldots 1.2154209$$

(*) Еслибы сдѣланы были наблюденія двухъ звѣздъ на равныхъ высотахъ, а третье по какимъ либо обстоятельствамъ нельзя было исполнить, то измѣрили бы двѣ высоты третьей звѣзды, вскорѣ одну послѣ другой, не задолго до того момента, когда она достигаетъ до высоты данной, или вскорѣ послѣ сего момента; послѣ чего можно будетъ по данному количеству, на которое она понижается въ извѣстный промежутокъ времени, чрезъ вычисленіе опредѣлить моментъ хронометра, соотвѣтствующій пропущенному наблюденію, поступая руководствуясь изложенымъ въ § 292.

$$B = -\ 5°\,40'\,37'',98 \qquad B' = 86°\,30'\,55'',07$$
$$\tfrac{1}{2}(p+p') = -41.\,35.\,15,\,23 \qquad \tfrac{1}{2}(p+p'') = 8.\,43.\,5,\,32$$

$C = -35\ 54.\ 37,\ 25$ (урав. 6)

$$C' = -77.\,47.\,49,\,75$$
$$C = -35.\,54.\,37,\,25$$
$$C' - C = -41.\,53.\,12,\,50$$
$$\tfrac{1}{2}(C' - C) = -20.\,56.\,36,\,25$$
$$C' + C = -113.\,42.\,27,\,00$$
$$\tfrac{1}{2}(c' + c) = -\ 56.\,51.\,13,\,50$$

Вычисленіе урав. (4).

$\cot\tfrac{1}{2}(\delta' - \delta)\ldots0.2363974$
$\sin\tfrac{1}{2}(p' - p)\ldots8.9661069 -$
доп. $\sin B\ldots1.0046981 -$
$A\ldots0.2072024 +$
$A'\ldots-0.8836656$
$\tan\eta\ldots9.3235368$
$\eta = 11°\,53'\,41'',24$
$45° - \eta = 33.\ 6.\ 18,\ 76$

$\cot\tfrac{1}{2}(\delta'' - \delta)\ldots1.0333869$
$\sin\tfrac{1}{2}(p'' - p)\ldots9.8494750$
доп. $\sin B'\ldots0.0008037$
$A'\ldots0.8836656$

Выч. урав. (9).

$\tan(45° - \eta)\ldots9.8142619$
$\cot\tfrac{1}{2}(C' - C)\ldots0.4171063 -$
$\tan\psi\ldots0.2313682 -$
$\psi = -59°\,35'\,14'',77$
$\tfrac{1}{2}(C' + C) = -56.\ 51.\ 13,\ 50$
$\psi - \tfrac{1}{2}(C + C') = -\ 2.\ 44.\ 1,\ 27 = u$
состояніе хрон. $= -0^{ч}\ 10'\ 56'',08$

$C = -35°\,54'\,37'',25$
$u = -\ 2.\ 44.\ 1,\ 27$
$C + u = -38.\ 38.\ 38,\ 52$

Вычис. урав. (7).

$A\ldots0.2072024$
$\cos(C + u)\ldots9.8926737$
$\tan\varphi\ldots0.0998761$
$\varphi = 51°\,31'\,51'',35$

Примѣчаніе. Не должно забывать, что во всѣ формулы предложенныя какъ въ двухъ предшествующихъ, такъ и въ послѣдующихъ главахъ, вмѣсто δ и Æ должно вводить видимое склоненіе и вид. прямое восхожденіе свѣтилъ. Въ эфемеридахъ, какъ на прим. Морскомъ мѣсяцословѣ, даны сіи величины исправленныя отъ прецессіи, нутаціи и годовой аббераціи; но какъ вид. положеніе свѣтилъ измѣняется также и отъ суточнаго обращенія земли, то необходимо въ склоненія и прямыя восхожденія, данныя въ эфемеридахъ, вводить поправки отъ суточной аббераціи. Поправки сіи выражаются слѣдующими формулами:

$$d\delta = +0'',31.\cos\varphi\sin\delta\sin p,$$
$$d\text{Æ} = +0'',021.\cos\varphi\ \sec\delta\cos p,$$

гдѣ φ есть широта мѣста наблюденія, а p час. уголъ, считаемый отъ юга къ западу до $360°$.

ГЛАВА IV.

Объ опредѣленіи азимутовъ.

А. ПОСРЕДСТВОМЪ ИНСТРУМЕНТОВЪ ИЗМѢРЯЮЩИХЪ АЗИМУТАЛЬНЫЕ УГЛЫ.

§ 333. Пусть Z будетъ зенитъ (чер. 200), P полюсъ, HN полуденная линія и A земной предметъ, коего азимутъ, т. е. $ACN = A$ требуется опредѣлить. Изъ многихъ способовъ для того служащихъ, наиболѣе точнѣйшій и употребительнѣйшій въ практикѣ состоитъ въ измѣреніи посредствомъ угломѣрнаго снаряда, на прим. универсальнаго инструмента или теодолита, (имѣющаго ломаную трубу), величины азимутальнаго угла $AZS = \gamma$ между предметомъ A и одною изъ близь полюсныхъ звѣздъ S, (преимущественно полярною), и въ отсчитываніи на хронометрѣ момента наблюденія; послѣ чего по извѣстному состоянію онаго на звѣздное время и высотѣ полюса, опредѣляютъ чрезъ вычисленіе азимутъ звѣзды, т. е. уг. $PZS = \omega$. Искомый уг. $ACN = A$, получится чрезъ сложеніе или вычитаніе угловъ γ и ω, $A = \gamma \pm \omega$.

Уголъ же $PZS = \omega$ найдемъ изъ треуг-ка PZS, по даннымъ $ZP = 90^\circ - \varphi$, $PS = 90^\circ - \delta$ и час. углу $ZPS = p$, посредствомъ формулъ (55) и (64) Сфер. Тригоном. Первая изъ нихъ будучи примѣнена къ сему треуг-ку даетъ

$$\cot PS . \sin PZ = \cos PZ . \cos p + \sin p . \cot SZP,$$

или $$\operatorname{tang}\delta . \cos\varphi = \sin\varphi . \cos p + \sin p . \cot\omega;$$

подставя $\dfrac{1}{\operatorname{tang}\omega}$ вмѣсто $\cot\omega$, получимъ

$$\operatorname{tang}\omega . \operatorname{tang}\delta \cos\varphi = \operatorname{tang}\omega . \sin\varphi . \cos p + \sin p,$$

откуда $$\operatorname{tang}\omega = \frac{\sin p}{\operatorname{tang}\delta . \cos\varphi - \sin\varphi . \cos p} \qquad .(1).$$

По формуламъ же (64) Сфер. Триг., положивъ уг. ZSP $= v$, получимъ

$$\tang\tfrac{1}{2}(v-\omega)=\frac{\sin\frac{1}{2}(ZP-SP)}{\sin\frac{1}{2}(ZP+SP)}.\cot\tfrac{1}{2}p,$$

$$\tang\tfrac{1}{2}(v+\omega)=\frac{\cos\frac{1}{2}(ZP-SP)}{\cos\frac{1}{2}(ZP+SP)}\cot\tfrac{1}{2}p;$$

но $\frac{1}{2}(ZP-SP)=\frac{1}{2}(90^\circ-\varphi-90^\circ+\delta)=\frac{1}{2}(\delta-\varphi)$, а $\frac{1}{2}(ZP+SP)=\frac{1}{2}(90^\circ-\varphi+90^\circ-\delta)=90^\circ-\frac{1}{2}(\delta+\varphi)$; посему оба уравненія обратятся въ

$$\left.\begin{aligned}\tang n&=\frac{\sin\frac{1}{2}(\delta-\varphi)}{\cos\frac{1}{2}(\delta+\varphi)}\cot\tfrac{1}{2}p,\\ \tang m&=\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta-\varphi)}{\sin\frac{1}{2}(\delta+\varphi)}\cot\tfrac{1}{2}p\end{aligned}\right\}\quad\ldots(2),$$

положивъ $n=\frac{1}{2}(v-\omega)$, $m=\frac{1}{2}(v+\omega)$; послѣ чего искомый азимутъ будетъ $\omega=m-n$.

Какъ въ урав. (1), такъ и въ урав. (2), час. уг. p извѣстенъ, ибо онъ опредѣляется изъ урав.

$$p=\pm15\,(t+u-Ꝝ).\quad\ldots\quad.(3)$$

гдѣ t означаетъ отсчитываніе на хронометрѣ момента наблюденія, а u состояніе его для сего момента въ разсужденіи звѣзд. времени; знакъ $+$ соотвѣтствуетъ тому случаю, когда звѣзда находится къ западу отъ меридіана, а — къ востоку.

§ 334. Въ § 333 было упомянуто, что для опредѣленія азимута преимущественно наблюдаютъ полярную звѣзду. Это дѣлаютъ для того, чтобы по медленности движенія ея, ошибка во времени, а слѣд. и въ часовомъ углѣ, имѣла наименьшее вліяніе на точность опредѣляемаго угла. Это вліяніе будетъ почти ничтожно, если наблюденіе станемъ дѣлать въ то время, когда звѣзда находится въ самомъ наибольшемъ своемъ отдаленіи отъ меридіана, или собственно говоря, когда уг. ZSP будетъ $=90^\circ$, ибо тогда кругъ вертикала, проходящій чрезъ звѣзду будетъ служить касательнымъ къ кругу, описываемому звѣздою, а слѣд. движеніе звѣзды будетъ происходить почти по направленію этого вертикала (*).

§ 335. При производствѣ самаго наблюденія и вычисленія соблюдается слѣдующій порядокъ:

1-е) По приведеніи лимба въ горизонтальное положеніе визируютъ два раза на предметъ, наводя трубу микрометреннымъ движеніемъ сперва по направленію градусной подписи, а потомъ въ сторону противоположную (см. § 56, 1-е), и записываютъ отсчитыванія на верньерахъ.

(*) Все это яснѣе можно видѣть изъ уравненія: изъ треугольника ZSP имѣемъ

$$\sin\omega = \frac{\cos\delta . \sin p}{\sin z}.$$

Одифференцировавъ это выраженіе въ отношеніи къ ω и p, получимъ

$$d\omega = \frac{\cos\delta . \cos p . dp}{\cos\omega \sin z}.$$

Отсюда видимъ, что величина $d\omega$, выражающая погрѣшность въ азимутѣ, получится тѣмъ незначительнѣе во 1-хъ) чѣмъ $\sin z$ болѣе, т. е. чѣмъ звѣзда далѣе отстоитъ отъ зенита, и въ 2-хъ) чѣмъ $\cos\delta$ менѣе, а слѣд. чѣмъ склоненіе δ звѣзды болѣе.

Если же одифференцируемъ урав. (1), то будетъ

$$\frac{d\omega}{\cos^2\omega} = \frac{\tang\delta \cos\varphi \cos p - \sin\varphi \cos^2 p - \sin\varphi \sin^2 p) dp}{(\tang\delta \cos\varphi - \sin\varphi \cos p)^2},$$

или
$$\frac{d\omega}{\cos^2\omega} = \frac{(\tang\delta \cos\varphi . \cos p - \sin\varphi) dp}{(\tang\delta \cos\varphi - \sin\varphi \cos p)^2}.$$

Здѣсь $d\omega$ получится тѣмъ незначительнѣе, чѣмъ числитель менѣе. Погрѣшность сія даже обратится въ нуль, когда

$$\tang\delta \cos\varphi \cos p - \sin\varphi = 0$$

откуда
$$\cos p = \tang\varphi \cot\delta.$$

Но это урав. выражаетъ тотъ случай, когда треуг. ZSP прямоуголенъ при S. И такъ, если желаютъ наблюдать звѣзду тогда, когда ошибка въ отсчитанномъ времени не будетъ имѣть никакого вліянія на точность опредѣляемаго азимута, достаточно изъ послѣдняго уравненія вывести величину час. угла p; послѣ чего искомое время будетъ $= Æ \pm \frac{1}{15} p$.

2-е) Наводятъ трубу на звѣзду также два раза и при всякомъ визированіи записываютъ отсчитываніе на хронометрѣ, состояніе уровня, показаніе верньеровъ и приближенную величину зенитнаго разстоянія звѣзды.

3-е) Переворотивъ трубу чрезъ зенитъ, повторяютъ снова оба вышесказанныя дѣйствія, т. е. сперва визируютъ два раза на звѣзду, а потомъ два раза на предметъ, поступая какъ упомянуто было выше.

4-е) Изъ двухъ паръ отсчитываній на лимбѣ при визированіи на предметъ, выводятъ величину колимаціи c трубы, руководствуясь изложеннымъ въ § 60, и исправляютъ сіи отсчитыванія отъ сей погрѣшности. Среднія же отсчитыванія на лимбѣ соотвѣтствующія визированіямъ на звѣзду исправляютъ отъ состоянія уровня и колимаціи трубы, по формулѣ (см. § 58)

$$x = \frac{c}{\sin z} \pm i \cot z,$$

гдѣ знакъ + соотвѣтствуетъ тому случаю, когда западный конецъ оси выше восточнаго, а — обратно.

5-е) Такъ какъ азимуты земныхъ предметовъ принято у насъ считать отъ сѣвера къ востоку до цѣлой окружности, и какъ въ туже сторону означается на лимбахъ градусная подпись, то для опредѣленія величины азимутальнаго угла γ между предметомъ и звѣздою, вычитаютъ исправленное отсчитываніе на лимбѣ, соотвѣтствующее визированію на звѣзду, изъ отсчитыванія, которое было получено при визированіи на предметъ, а не обратно. Такъ на прим. если первое изобразимъ буквою b, а второе буквою a, то будетъ $\gamma = a - b$. Само собою разумѣется, что еслибы a было $< b$, то надлежало бы къ a приложить 360°.

6-е) По отысканіи величины угла γ и по вычисленіи азимута ω звѣзды, вычитаютъ сей послѣдній изъ 1-го, если звѣзда во время наблюденія находилась къ западу отъ меридіана, и прилажатъ если къ востоку.

§ 336. Впрочемъ во избѣжаніе сбивчивости вычисленія удобнѣе принять за правило:

1-е) Часовые углы наблюдаемой звѣзды считать отъ верхней кульминаціи къ западу до 360°, или собственно говоря вводить въ формулу (1) вмѣсто p, то число градусовъ, какое получится изъ выраженія $p = 15\,(t + u - Ꭿ)$; отъ сего условія, уг. ω получится изъ форм. (1) со знакомъ $+$ или $-$, смотря потому будетъ ли уг. $p <$ или $> 180°$

2-е) Найденную такимъ образомъ величину азимута ω прикладывать къ исправленному отсчитыванію b на лимбѣ, соотвѣтствующему визированію на звѣзду. Сумма очевидно выразитъ на инструментѣ мѣсто меридіана, т. е. то отсчитываніе M, которое бы получилось, еслибы труба находилась въ меридіанѣ, $M = b \pm \omega$.

И наконецъ 3-е) взявъ среднюю изъ величинъ M, соотвѣтствующихъ каждому положенію инструмента, вычитать ее изъ исправленнаго отсчитыванія a, соотвѣтствующаго визированію на предметъ; разность $a - M$ выразитъ величину искомаго азимута A предмета, считаемаго отъ сѣвера къ востоку до 360°

§ 337. Для объясненія всего вышеизложеннаго предлагаемъ примѣръ: 25 Мая 1826 года, г. Струве для опредѣленія азимута въ Якобштадтѣ, наблюдалъ полярную звѣзду, коей видимое Ꭿ $= 0^ч\,58'\,21'',11$, а склоненіе $\delta = 88°\,22'\,47'',34$; высота полюса $\varphi = 56°\,30'\,4'',7$; угловая величина каждаго дѣленія уровня была $= 2'',70$. При наблюденіи записано было:

полож. круга.	что наблюд.	хронометръ.	состояніе хроном.	среднія отсчитыванія.	уровень.	наклон. оси i.	зенит. разст.
кр. справа.	полярная звѣзда.	$9^ч58'24''$	$+1'1'',3$	$225°38'57'',8$	$+23',4$ $-28,0$	$-6'',15$	$34°40'$
		10. 2.16	+1.1, 38	41.10, 3	$+49,3$ $-53,8$		
	предметъ.			180. 0.48, 0 0.49, 8			
кр. слѣва.				359.59.47, 8 59.49, 8			
	поляр. звѣзда.	$10^ч46'59''$	$+1'2'',34$	46. 5.55, 3	$+25',4$ $-27,0$	$-2'',02$	$34°52'$
		51.52	+1.2, 45	8.55, 8	$+52,4$ $-55,7$		

Вычисленіе часовыхъ угловъ и исправленныхъ отсчитываній на лимбѣ.

пол. кр.	звѣздн. вр.	$t+u-Æ$.	уг. p.	$\frac{c}{\sin z}$ (*)	$\frac{i}{\operatorname{tang} z}$	исправлен. отсчитываціа.
кр. впр.	9ч59′25″,30 10. 3.17, 38	9ч 1′ 4″,19 9. 4.56, 27	135°16′ 2″,85 136.14. 4, 05	—52″,82	—8″,89	225°37′56″,09 40. 8, 59
	предметъ ..	....	.. .. ..	—30, 05	.....	180. 0.18, 85
кр. влѣв.	тоже.. .	....	.. .	+30, 05	... ..	360. 0.18, 85
	10ч48′ 1″,34 10. 52.54, 45	9ч49′40″,23 9. 54.33, 34	147°25′ 3″,45 148.38.20, 10	+52, 57	—2, 91	46. 6.42, 96 9.45, 46

Уголъ ω вычисляемъ по форм. (1), которая имѣетъ видъ $\operatorname{tang}\omega = \frac{\sin p}{m-n}$, гдѣ $m = \operatorname{tang}\delta \cos\varphi$, $n = \sin\varphi \cos p$.

$$\log \operatorname{tang}\delta = 1.5484427$$
$$\log \cos\varphi = 9.7418746$$
$$\log m = 1.2903173$$
$$m = 19{,}5126940$$

	Кругъ вправо.		Кругъ влѣво.	
$\log\sin\varphi =$	9.9211131	9.9211131	9.9211131	9.9211131
$\log\cos p =$	9.8515029—	9.8586433—	9.9256308—	9.9314093—
$\log n =$	$\bar{1}$.7726160—	$\bar{1}$.7797564—	$\bar{1}$.8467439—	$\bar{1}$.8525224—
$n =$	— 0,5924014	— 0,6022217	— 0,7026578	— 0,7120695
$m =$	19,5126940	19,5126940	19,5126940	19,5126940
$m-n =$	20,1050954	20,1149157	20,2153518	20,2247635
$\log(m-n) =$	1.3033062	1.3035181	1.3056813	1.3058836
$\log\sin p =$	9.8474482	9.8599234	9.7311950	9.7163622
$\log\operatorname{tang}\omega =$	8.5441420	8.5564053	8.4255137	8.4104786
уг. $\omega =$	+2° 0′17″,55	+1°58′10″,21	+1°31′33″,54	+1°28′26″,50
$b =$	225.37.56, 09	225.40. 8, 59	46. 6.42, 96	46. 9.45, 46
мѣсто мер. M =	227.38.13, 66	227.38.18, 80	47.38.16, 30	47.38.11, 96
среднее M =	227° 38′ 16″,23		47° 38′ 14″,13	
$a =$	180. 0. 18, 85		360. 0. 18, 85	
$a - M = A =$	312. 22. 2, 62		312. 22. 4, 72	

среднее A = 312° 22′ 3″,67.

(*) Здѣсь $c = -30''{,}05$, что получимъ на основаніи изложеннаго въ §§ 60 и 335, 4-е.

Здѣсь предложено вычисленіе азимута изъ одного пріема, т. е. изъ наблюденій при одномъ и томъ же положеніи лимба; въ практикѣ же слѣдуя г. Струве, дѣлаютъ шесть такихъ пріемовъ, измѣняя при каждомъ положеніе лимба на 15°.

§ 338. Такъ какъ ночью земной предметъ бываетъ не видимъ, то въ нѣкоторомъ отдаленіи отъ мѣста стоянія ставятъ марку, (см. примѣч. на стр. 459), и опредѣляютъ азимутъ ея какъ сказано было выше; послѣ чего измѣривъ днемъ горизонтальный уг между ею и тѣмъ предметомъ, коего азимутъ желаютъ найдти, прикладываютъ сей уголъ къ найденному азимуту, или вычитаютъ изъ онаго, смотря потому вправо ли или влѣво поставлена была марка отъ сего послѣдняго.

§ 339. По большей части случается, что при вышесказанномъ наблюденіи инструментъ становится въ нѣкоторомъ отдаленіи отъ центра сигнала; такъ на прим. положимъ, что C и A (чер. 202) представляютъ точки тригоном. сѣти, линія CN полуденную, и требовалось опредѣлить азимутъ линіи CA, т. е. уг. NCA; инструментъ же былъ поставленъ въ точкѣ O, и потому найденъ были азимутъ не линіи CA, но прямой OA, т. е. уг. N′OA. Въ семъ случаѣ, необходимо, найденный азимутъ N′OA привести къ *центру* C *стоянія* подобно какъ при измѣреніи угловъ триг. сѣти. Изъ треуг-ка OKA, имѣемъ уг. KAO или $x = \text{N}'\text{KA} - \text{N}'\text{OA}$; но по параллельности линій N′O и NC, уг. $\text{N}'\text{KA} = \text{NCA}$, т. е. искомому азимуту; слѣд. x выразитъ поправку, которую надобно ввести въ найденный, для полученія требуемаго. Поправка сія получится изъ треуг-ка CAO, который даетъ

$$\sin x = \frac{\text{CO}.\sin\text{COA}}{\text{CA}},$$

или
$$x = \frac{m\sin y}{\text{D}\sin 1''},$$

положивъ $\text{CO} = m$, $\text{CA} = \text{D}$, уг. $\text{COA} = y$, и принявъ $\sin x = x\sin 1''$, по причинѣ его малости. При измѣреніи угла y надобно считать его отъ центра C въ ту сторону, какъ означена на лимбѣ градусная подпись до 360° (см. § 135); x получится съ тѣмъ самымъ знакомъ, съ какимъ надобно его вводить въ вычисленіе.

§ 340. Когда азимутъ земнаго предмета съ точностію извѣстенъ, то измѣреніе угла между симъ предметомъ и какою либо звѣздою, находящеюся отъ зенита къ югу близь своей кульминаціи, доставляетъ одинъ изъ строжайшихъ способовъ опредѣлять состояніе хронометра, а особенно подъ большими широтами, гдѣ опредѣленіе времени по измѣреннымъ зенитнымъ разстояніямъ свѣтилъ (§ 281), какъ уже нами было доказано не имѣетъ удовлетворительной точности (см. § 283).

Пусть Z будетъ зенитъ, P полюсъ и S наблюдаемая звѣзда (чер. 187): если измѣримъ величину азимутальнаго угла $AZS = ACB$ и въ моментъ наблюденія отсчитаемъ на хронометрѣ, (коего состояніе требуется опредѣлить) время t, то въ треуг-кѣ ZSP извѣстны будутъ $ZP = 90° - \varphi$, $SP = 90° - \delta$, и азимутъ звѣзды SZP: по этимъ даннымъ получится возможность опредѣлить час. уг. $ZPS = p$; послѣ чего звѣздное время τ будетъ $= Æ - \frac{1}{15}p$, а искомое состояніе хронометра $= \tau - t$.

Для рѣшенія же этого треугольника, условимся въ разсматриваемомъ нами случаѣ считать азимутъ звѣзды отъ юга къ западу и къ востоку, и положимъ его $= \omega = HZS$, а уг. $ZSP = v$; величина сего послѣдняго получится изъ урав.

$$\sin v = \frac{\sin ZP . \sin SZP}{\sin PS}$$

или

$$\sin v = \frac{\cos\varphi . \sin\omega}{\cos\delta} . \quad \dots\dots\dots \quad (4).$$

Послѣ чего час. уг. $ZPS = p$ опредѣлится посредствомъ неперовыхъ аналогій (см. урав. 64 Сфер. Триг.), которыя будучи примѣнены къ треуг-ку SZP даютъ

$$\tan g \tfrac{1}{2}(SZP + v) = \frac{\cos\frac{1}{2}(SP - ZP)}{\cos\frac{1}{2}(SP + ZP)} \cot \tfrac{1}{2}p,$$

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}(\text{SZP} - v) = \frac{\sin\tfrac{1}{2}(\text{SP} - \text{ZP})}{\sin\tfrac{1}{2}(\text{SP} + \text{ZP})}\cot\tfrac{1}{2}p;$$

но $\tfrac{1}{2}(\text{SP} - \text{ZP}) = \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)$, $\tfrac{1}{2}(\text{SP} + \text{ZP}) = 90^\circ - \tfrac{1}{2}(\varphi + \delta)$ и уг. $\text{SZP} = 180^\circ - \omega$; слѣд. оба наши уравненія обратятся въ

$$\cot\tfrac{1}{2}(\omega - v) = \frac{\cos\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\sin\tfrac{1}{2}(\varphi + \delta)}\cot\tfrac{1}{2}p,$$

$$\cot\tfrac{1}{2}(\omega + v) = \frac{\sin\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\cos\tfrac{1}{2}(\varphi + \delta)}\cot\tfrac{1}{2}p,$$

откуда
$$\left.\begin{aligned} \text{tang}\tfrac{1}{2}p &= \frac{\cos\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\sin\tfrac{1}{2}(\varphi + \delta)}\text{tang}\tfrac{1}{2}(\omega - v) \\ \text{и}\quad \text{tang}\tfrac{1}{2}p &= \frac{\sin\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\cos\tfrac{1}{2}(\varphi + \delta)}\text{tang}\tfrac{1}{2}(\omega + v) \end{aligned}\right\} \quad (5).$$

Каждое изъ сихъ двухъ уравненій даетъ искомый уг. p, по опредѣленіи коего, звѣзд. время τ будетъ $= Æ \pm \tfrac{1}{15}p$, гдѣ знакъ $+$ соотвѣтствуетъ тому случаю, когда звѣзда находится отъ меридіана къ западу, а $-$ къ востоку. При семъ должно замѣтить, что если примемъ за правило азимутъ ω звѣзды считать со знакомъ $+$, когда она находится отъ меридіана къ западу и со знакомъ $-$ къ востоку, то тотъ же самый знакъ будетъ имѣть и час. уг. p.

§ 341. Наиболѣе выгоднѣйшій случай для опредѣленія времени по измѣренію азимутальныхъ угловъ, есть тотъ, когда наблюдаемая звѣзда находится отъ зенита къ югу близь своей кульминаціи, и имѣетъ склоненіе большее, ибо погрѣшность при измѣреніи угла будетъ имѣть тѣмъ меньшее вліяніе на величину искомаго часоваго угла, чѣмъ движеніе звѣзды въ азимутѣ быстрѣе; движеніе же каждой звѣзды въ азимутѣ тѣмъ быстрѣе, чѣмъ ближе она отстоитъ отъ меридіана и ближе отъ зенита (*).

(*) Треуг. SZP даетъ

$$\sin\omega = \frac{\cos\delta.\sin p}{\sin z}, \text{ откуда } d\omega = \frac{\cos\delta.\cos p.dp}{\cos\omega.\sin z}.$$

§ 342. Если время по изложенному нами теперь способу определяется за одинъ пріемъ съ опредѣленіемъ самаго азимута земнаго предмета, то сдѣлавъ наблюденіе, описанное нами въ § 335, наводятъ немедля трубу инструмента два раза на звѣзду, находящуюся отъ зенита къ югу, и записываютъ отсчитываніе на лимбѣ и на хронометрѣ, также какъ и состояніе уровня. Потомъ переворотивъ трубу чрезъ зенитъ, а алидадный кругъ на 180°, наводятъ ее снова два раза на звѣзду и записавъ отсчитыванія на лимбѣ и хронометрѣ и состояніе уровня, визируютъ опять два раза на предметъ. При чемъ полезно соблюдать, чтобы 1-я пара визированій на звѣзду, сдѣлана была не задолго до ея кульминаціи, а другая пара вскорѣ послѣ оной, дабы изъ четырехъ час. угловъ два были съ +, а другія два съ — (см. стр. 443).

При вычисленіи же азимута и состоянія часовъ, соблюдается слѣдующій порядокъ:

Изъ трехъ паръ визированій на предметъ выведя величину колимаціи трубы, исправляютъ всѣ отсчитыванія на лим-

---

Если звѣзда находится близь самаго меридіана, то $\cos p$ и $\cos\omega$ безъ чувствительной погрѣшности можно принять равными 1-цѣ, а $z = \varphi - \delta$, получимъ

$$d\omega = \frac{\cos\delta . dp}{\sin(\varphi - \delta)}.$$

Если положимъ здѣсь $dp = 15''$, то $d\omega$ выразитъ движеніе звѣзды въ азимутѣ въ $1''$ времени, и будетъ

$$d\omega = \frac{15''.\cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}.$$

Такъ на прим. если $\varphi = 60°$, а $\delta = 0$, то $d\omega = \frac{15}{\sin 60°} = 17'',30$; если же $\delta = 50°$, то $d\omega = \frac{15''.\cos 50°}{\sin 10°} = 555'',2 = 9'\ 15'',2$. Изъ этого примѣра достаточно можно усмотрѣть, что движеніе звѣздъ въ азимутѣ быстро увеличиваются съ возрастаніемъ склоненія, изъ чего слѣдуетъ обратное заключеніе, что одна и таже ошибка въ отсчитываніи при измѣреніи азимутальнаго угла, будетъ имѣть тѣмъ меньшее вліяніе на точность величины p, чѣмъ кульминирующая звѣзда находится ближе отъ зенита.

бѣ отъ сей погрѣшности и уклоненія уровня; потомъ опредѣляютъ величину час. угла полярной звѣзды, вводя въ вычисленіе приближенное состояніе хронометра, которое бываетъ почти всегда извѣстно, до нѣсколькихъ секундъ точности. Послѣ того вычисливъ величину азимута A земнаго предмета, считаемаго отъ сѣвера къ востоку до 360°, какъ объяснено было въ § 135, отыскиваютъ на инструментѣ мѣсто южной оконечности меридіана, (т. е. того отсчитыванія M', которое бы получилось, еслибы труба наведена была на югъ), слѣдующимъ образомъ:

Въ § 136 видѣли, что если на инструментѣ мѣсто предмета есть a, а азимутъ его $= A$, то $a - A$ выразитъ мѣсто M сѣв. оконечности меридіана, т. е. то отсчитываніе, которое бы имѣли, еслибы труба наведена была на сѣверъ. Но если оборотимъ алидадный кругъ на 180°, т. е. направимъ ее на точку юга, то отсчитываніе на лимбѣ будетъ $180° + a - A = M' = 180° + M$. И такъ для опредѣленія M' достаточно *приложить* 180° *къ мѣсту* a *предмета на инструментѣ, и потомъ вычесть азимутъ его* A.

Когда же мѣсто M' на лимбѣ будетъ найдено, то вычитая его изъ каждаго отсчитыванія b, соотвѣтствующаго визированію на звѣзду, разность $b - M'$ выразитъ азимутъ ея ω, считаемый отъ юга къ западу; разность сія очевидно получится со знакомъ $+$, если звѣзда находится отъ меридіана къ западу, и съ $-$ если къ востоку. Послѣ того останется вводить эту величину ω въ урав. (4) и (5), изъ коихъ получится уг. p, съ тѣмъ же самымъ знакомъ, какой находится предъ ω.

§ 343. Объяснимъ примѣромъ: 15 августа 1826 года въ Гогландѣ, г. Струве для опредѣленія времени наблюдалъ звѣзду α Тельца; ея $Æ = 4^ч\ 25'\ 59'',55$, $\delta = 16°\ 9'\ 8'',4$; азимутъ земнаго предмета найденъ былъ предварительно $A = 335°\ 56'\ 28'',5$; высота полюса $\varphi = 60°\ 4'\ 26'',8$. При наблюденіи записано было:

пол. кр.	что наблюдалось.	время на хронометра.	отсчитыван. на лимбѣ.	уровень.	наклоненіе оси и коллимац.	$\frac{c}{\sin z}$	$\frac{i}{\tan g z}$
вправо.	предм.		134°51'13'',5	+23',4 —17, 5	i = + 7'',965	—33'',55	
			15, 5	+60, 4 —54, 5	c = —33, 55		
	α Тельца	18ч 0'51'',8	328.45.53, 0			—48, 9	+8'',0
		18. 3.23, 2	329.37.49, 0			—48, 9	+8, 0
влѣво.	α Тельца	18.54.38, 3	167.20.51, 0	+24, 5 —20, 0	i = + 5, 805	+48, 9	+5, 7
		19. 0.16, 4	169.17.14, 0	+59, 0 —54, 9	c = +33, 55	+48, 9	+5, 7
	предм.		314.50. 7, 0			+33, 55	
			7, 8			+33, 55	

Вычисленіе азимута ω звѣзды и уг. р.

	Кругъ вправо.		Кругъ влѣво.	
мѣсто предм. =	134°51'14'',50		314°50' 7'',40	
поправка =	— 33, 55		+ 33, 55	
испр. м. пр. = a =	134.50.40, 95		314.50.40, 95	
азим. пред. = A =	335.56.28, 50		335.56.28, 50	
M' =	338.54.12, 4		158.54.12, 4	
мѣсто звѣзды =	328.45.53, 0	329°37'49'',0	167.20.51, 0	169°17'14'',0
поправка =	— 40, 9	— 40, 9	+ 54, 6	+ 54, 6
испр. м. зв. = b =	328.45.12, 1	329.37. 8, 1	167.21.45, 6	169.18. 8, 6
b — M' = ω =	— 10. 9. 0, 3	—9.17. 4, 3	+8.27.33, 2	+10.23.56, 2
$\log \sin \omega$ =	9.2460730 —	9.2077349 —	9.1676289	9.2564797
$\mathrm{l.}\, \cos \varphi - \mathrm{l.}\, \cos \delta$ =	9.7154867	9.7154867	9.7154867	9.7154867
$\log \sin v$ =	8.9615597 —	8.9232216 —	8.8831156	8.9719664
уг. v =	—5° 15' 5'',7	—4°48'24'',4	+ 4°22'54'',8	+5°22'45'',5
$\omega - v$ =	—4. 53. 54, 6	—4.28.39, 9	+ 4. 4.38, 4	+5. 1.10, 7
$\frac{1}{2}(\omega - v)$ =	—2. 26. 57, 3	—2.14.19, 95	+ 2. 2.19, 2	+2.30.35, 35
$\log \cos \frac{1}{2}(\varphi - \delta)$ =	9.9672916			
$\log \sin \frac{1}{2}(\varphi + \delta)$ =	9 7904382			
разность =	0.1768534	0.1768534	0.1768534	0.1768534
$\log \mathrm{tg} \frac{1}{2}(\omega - v)$ =	8.6311751 —	8.5921283 —	8.5514069	8.6417977
$\log \mathrm{tang} \frac{1}{2} p$ =	8.8080285 —	8.7689817 —	8.7282603	8.8186511
$\frac{1}{2} p$ =	—3°40'59'',05	-3°21'43'',417	+3° 3'42'',29	+3°46' 6'',00
p =	—7. 21.18, 10	-6.43.26, 83	+6. 7.24, 58	+7.32.12, 00
во врем. $\frac{1}{15} p$ =	— 0ч 29'25'',20	—0ч26'53'',79	+0.24.29, 64	+0ч30. 8, 8
AR ✶ =	4. 25.59, 55	4. 25.59, 55	4.25.59, 55	4. 25.59, 55
звѣздн. время =	3. 56.34, 35	3. 59. 5, 76	4.50.29, 19	4. 56. 8, 55
вр. на хроном. =	18. 0.51, 8	18. 3.23, 20	18.54.38, 30	19. 0.16, 40
состоян. хрон. =	9. 55.42, 55	9. 55.42, 56	9.55.50, 89	9. 55.51, 95

§ 344. Говоря объ опредѣленіи высоты полюса, такъ и въ § 335 объ опредѣленіи азимута посредствомъ полярной звѣзды, мы предполагали, что наблюденіе дѣлается ночью; но если желаютъ наблюдать ее *днемъ*, то необходимо сдѣлать пріуготовительное наблюденіе, для опредѣленія на инструментѣ мѣста зенита и мѣста меридіана съ *приближенною точностію*, дабы съ помощію предварительно составленныхъ таблицъ зенитныхъ разстояній и азимутовъ сей звѣзды, можно было отыскивать ее во всякое данное время сутокъ (*).

(*) Обѣ эти таблицы составляются чрезъ вычисленіе z и ω изъ уравненій

$$\cos z = \sin\varphi . \sin\delta + \cos\varphi . \cos\delta . \cos p,$$

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\sin p}{\operatorname{tang}\delta\cos\varphi - \sin\varphi\cos p},$$

въ которыя подставляются послѣдовательно вмѣсто p величины часовыхъ угловъ отъ $1'$ до $10'$ времени, т. е. принимая p равнымъ $2^\circ 30'$, $5^\circ 0'$, $7^\circ 30'$, 10° и т. д. до 180°

Впрочемъ въ разсматриваемомъ нами случаѣ, уг. ω получится скорѣе, если мы послѣднее урав. представимъ въ иномъ видѣ, именно:

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{1}{\operatorname{tang}\delta\cos\varphi}\left(\frac{\sin p}{1 - \operatorname{tang}\varphi\cot\delta\cos p}\right),$$

или
$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\sin p}{\operatorname{tang}\delta\cos\varphi}\left(1 - \operatorname{tang}\varphi\cot\delta . \cos p\right)^{-1}$$

Подставя $\omega\sin 1''$ вмѣсто $\operatorname{tang}\omega$, развернувъ $(1 - \operatorname{tang}\varphi\cot\delta\cos p)^{-1}$ и по причинѣ незначительности величины члена $\frac{\operatorname{tang}\varphi\cos p}{\operatorname{tang}\delta}$, (ибо δ весьма мало разнствуетъ отъ 90°), ограничиваясь членами 2-го порядка, получимъ

$$\omega = \frac{\sec\varphi . \sin p}{\operatorname{tang}\delta\sin 1'}\left(1 + \frac{\operatorname{tang}\varphi\cos p}{\operatorname{tang}\delta} + \frac{\operatorname{tang}^2\varphi\cos^2 p}{\operatorname{tang}^2\delta}\right)$$

или наконецъ, положивъ величину 1-го члена $\frac{\sin p}{\operatorname{tang}\delta\sin 1'} = \mathrm{P}$, а сумму остальныхъ, умноженныхъ на $\frac{\sin p}{\operatorname{tang}\delta\sin 1'}$ означивъ чрезъ Q, будетъ

$$\omega = (\mathrm{P} + \mathrm{Q})\sec . \varphi.$$

Отыскавъ предварительно на вертикальномъ лимбѣ, (или на кругѣ отыскивателѣ) мѣсто зенита, какъ изложено было въ § 67, наводятъ трубу инструмента сперва на какой нибудь весьма отдаленный предметъ, а потомъ на солнце, такъ, чтобы средняя вертикальная нить проходила по мѣрѣ возможности чрезъ средину солнечнаго круга въ то время, когда горизонтальная будетъ касаться до верхняго или нижняго его края. Записавъ отсчитыванія какъ на азимутальномъ, такъ и на вертикальномъ кругѣ и выведя величину зенитнаго разстоянія наблюдаемаго края солнца, исправляютъ отъ его видимаго полудіаметра и рефракціи; послѣ чего легко будетъ вычислить приближенную величину азимута ω солнца для момента наблюденія, ибо принявъ высоту полюса приближенно извѣстною, изъ треуг-ка PZS по даннымъ $ZP = 90^\circ - \varphi$, $PS = 90^\circ - \delta$, $PS = z$, получимъ по урав. (47) Сфер. Триг.

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}\omega = \frac{\cos \frac{1}{2}(\delta + \varphi + z) \sin \frac{1}{2}(z + \varphi - \delta)}{\cos \varphi \sin z}.$$

Здѣсь уг. ω выразитъ азимутъ $\odot$, считаемый отъ сѣвера къ востоку если наблюденіе дѣлается утромъ, и отъ сѣвера къ западу — если вечеромъ. Опредѣливъ такимъ образомъ уг. ω, мѣсто меридіана получится въ 1-мъ случаѣ, если сей уголъ вычтемъ изъ отсчитаннаго числа b градусовъ на азимут. кругѣ при визированіи на $\odot$, а во 2-мъ если приложимъ. Послѣ чего приближенная величина A земнаго предмета будетъ $= a - M$ (см. § 336, 3-е), означая чрезъ a мѣсто предмета на лимбѣ.

Такъ на прим. подъ широтою $\varphi = 58^\circ\ 23'$ дѣлаемо было наблюденіе вечеромъ 22 августа 1837 года, и записаны были отсчитыванія на азимутальномъ кругѣ:

$a = 289^\circ\ 52'$ (на предметъ)

$b = 212.16$ (на нижній край $\odot$)

Таково урав. предложенное г. Струве въ его статьѣ: Sur l'emploi de l'instrum. des passages, (p. 48), гдѣ помѣщены таблицы величинъ P и Q, имѣющія своими аргументами час. уг. p и высоту полюса φ и склоненіе δ поляр. звѣзды.

а на вертик. лимбѣ, который находился вправо.		.188° 56′
но мѣсто зенита предварительно найдено было.		.108.46
слѣд. зенит. разстояніе нижняго края ⊙ было. ..		80.10
	видимый полудіам. ⊙. ...	— 0.16
	рефракція. .	+ 5
	зенит. разстояніе центра ⊙. .	$z = 79.59$

Введя эту величину въ вышепредложенное урав. и принявъ $\delta = 12°\ 3'$, по совершеніи вычисленія въ 4-хъ десятичныхъ знакахъ, получимъ $\omega = 83°\ 15'$; но $b = 212°\ 16'$; слѣд. $M = b + \omega = 295°\ 31'$; наконецъ азимутъ A земнаго предмета будетъ $289°\ 52' - 295°\ 31'$ или $360° + 289°\ 52' - 295°\ 31' = 354°\ 21'$

По опредѣленіи такимъ образомъ приближенной величины азимута земнаго предмета можно будетъ уже безъ затрудненія дѣлать днемъ какого бы то ни было рода наблюденіе полярной звѣзды, т. е. измѣрять ли ея зенитное разстояніе (для опредѣленія высоты полюса), или азимутальный уголъ между ею и предметомъ. Дѣйствіе въ семъ случаѣ располагается слѣдующимъ образомъ:

1-е) Поставя инструментъ на томъ мѣстѣ, гдѣ дѣлано было пріуготовительное наблюденіе, наводятъ трубу на предметъ и отсчитываютъ на горизонтальномъ лимбѣ (или кругѣ отыскивателѣ) показаніе верньера. Пусть это число будетъ $= 10°\ 32'$.

2-е) Опредѣляютъ на инструментѣ мѣсто меридіана, вычитая изъ этого числа градусовъ азимутъ предмета, который найденъ былъ $= 354°\ 21'$, и получимъ $370°\ 32' - 354°\ 21' = 16°\ 11'$.

3-е) Приискиваютъ въ составленной таблицѣ зенитныхъ разстояній и азимутовъ полярной звѣзды величины соотвѣтствующія времени наблюденія. Такъ на прим. если желаютъ наблюдать въ $16^ч\ 30'$, а въ таблицѣ значится для этого момента $z = 32°\ 33'$, а $\omega = 2°\ 23'$ (восточный), то для отысканія полярной звѣзды прибавляемъ $32°\ 33'$ къ мѣсту зенита, (если вертикальный кругъ справа), или вычитаемъ изъ онаго, (если слѣва), а $2°\ 23'$ придаемъ къ $16°\ 11'$, т. е. мѣсту меридіана. И такъ, предполагая, что мѣсто зенита $= 108° 46'$, а верт. кругъ справа, ставимъ верньеръ сего послѣдняго на $108° 46' + 32° 33' = 141° 19'$, а верньеръ азимутальнаго круга на $16° 11' + 2° 23' = 18° 34'$. Въ семъ положеніи трубы, наблюдатель увидитъ въ ея полѣ полярную звѣзду (*).

4-е) Такъ какъ при производствѣ наблюденій встрѣчается надобность неоднократно наводить трубу на звѣзду, то дабы не ставить всякій разъ верньеръ азимутальнаго круга на найденное по вышесказанному число градусовъ, полезно по отысканіи въ 1-й разъ полярной звѣзды въ трубѣ, замѣтить какой именно предметъ на горизонтѣ, находится въ плоскости вертикала проходящаго чрезъ звѣзду. Послѣ чего достаточно будетъ при всякомъ наблюденіи наводить трубу сперва на этотъ предметъ, а потомъ не измѣняя положеніе алидадн. круга поставить верньеръ вертик. круга по вышесказанному. По медленности движенія полярной звѣзды, можно будетъ такимъ образомъ въ продолженіи значительнаго промежутка времени отыскивать ее въ полѣ трубы.

B. ПОСРЕДСТВОМЪ ПАСАЖНАГО ИНСТРМУЕНТА.

§ 345. Когда всѣ снаряды наблюдателя состоятъ изъ теодолита, (имѣющаго трубу прямую, а не ломаную), пасажнаго инструмента и хронометра, тогда для опредѣленія азимута земнаго предмета поступаютъ слѣдующимъ образомъ: ставятъ пасажную трубу близь меридіана, (руководствуясь изложеннымъ въ §§ 295—298) а въ нѣкоторомъ отдаленіи отъ мѣста наблюденія марку, такъ чтобы ея черта, (см. стр. 459) была съ совершенною точностію покрываема среднею нитью

(*) По отысканіи полярной звѣзды въ полѣ трубы, если наведутъ пересѣченіе нитей на звѣзду и отсчитаютъ время на хронометрѣ и показаніе верньера на азимут. кругѣ, то съ помощію таблицы азимутовъ, можно будетъ опредѣлить мѣсто меридіана съ большею точностію; такъ на прим. если отсчитано было на кругѣ $18° 38'$, а на хронометрѣ $16^ч 43'$; въ таблицѣ же значится для этого момента $2° 23'$, то разность $18° 38' - 2° 23' = 16° 15'$ выразитъ исправленное мѣсто меридіана.

трубы, и сдѣлавъ наблюденіе подобное какъ для повѣрки хронометра (§ 301), опредѣляютъ разстояніе N большаго круга инструмента отъ полюса. Послѣ чего азимутъ трубы, а слѣд. и поставленной марки, получится по формулѣ (см. стр. 464)

$$\sin\omega = \frac{N - i\sin\varphi}{\cos\varphi}.\sin 1'',$$

или если уг. ω весьма малъ, то по формулѣ (14) см. стр. 464,

$$\omega = \frac{N}{\cos\varphi} - i\tan g\,\varphi.$$

гдѣ i есть уголъ наклоненія оси вращенія трубы, опредѣляемое переложеніемъ уровня; если восточный конецъ сей оси будетъ выше западнаго, то послѣдній членъ войдетъ со знакомъ $+$.

И такъ, когда азимутъ марки будетъ опредѣленъ, то останется измѣрить теодолитомъ уголъ между оною и предметомъ, а потомъ взять сумму или разность сихъ угловъ, смотря потому къ востоку ли, или къ западу находится марка отъ меридіана, и наконецъ привести сей уголъ къ ценру сигнала (см. § 339).

C. Посредствомъ отражательныхъ инструментовъ.

§ 346. Пусть Z (см. чер. 200) будетъ зенитъ, P полюсъ, S свѣтило, на прим. солнце, и A какой либо земной предметъ; для опредѣленія его азимута $AZP = A$ посредствомъ одного изъ отражательныхъ инструментовъ поступаютъ слѣдующимъ образомъ: измѣряютъ разстояніе AS отсчитывая время на хронометрѣ, коего состояніе предполагается извѣстнымъ, и повторяютъ это нѣсколько разъ дѣлая наблюденія вскорѣ одно послѣ другаго. Изобразивъ среднюю величину изъ измѣренныхъ разстояній AS (исправленную отъ видимаго полудіаметра) чрезъ D, а среднюю величину изъ отсчитываній на хронометрѣ, исправленныхъ отъ состоянія его чрезъ t, опредѣляютъ величину часоваго угла $ZPS = p$, соотвѣтствующую времени t; послѣ чего изъ треуг-ка ZSP по даннымъ $ZP = 90° - \varphi$, $PS = 90° - \delta$ и час. углу p, вычисляютъ азимутъ свѣтила, т. е. уг. $SZP = \omega$ и зенитное разстояніе $ZS = z$. Такъ какъ оно получится изъ вычисленія *истиннымъ*, то вычтя изъ онаго рефракцію и приложивъ паралаксъ, результатъ выразитъ видимое зенитное разстояніе, которое мы изобразимъ чрезъ z' Послѣ чего изъ треуг-ка AZS по даннымъ $AZ = Z$, $AS = D$ и $ZS = z'$ можно будетъ опредѣлить величину угла $SZA = \gamma$; наконецъ искомый азимутъ A предмета получится, если возьмемъ сумму или разность угловъ ω и γ смотря по положенію свѣтила въ отношеніи предмета.

§ 347. Для опредѣленія же изъ треуг-ка ZSP угла $SZP = \omega$ и бока $ZS = z$, опустимъ изъ Z на SP перпендикулярную дугу Zq и положимъ отрѣзокъ $qP = \psi$. Прямоуг. треуг. ZPq даетъ

$$\operatorname{tang}\psi = \cos p . \cot\varphi . \qquad .(6),$$

$$\cos Zq = \frac{\sin\varphi}{\cos\psi}.$$

Изъ прямоуг-го треуг-ка SZq, въ коемъ $qS = \pm(SP - qP) = \pm[90° - (\delta + \psi)]$, имѣемъ

$$\cos z = \cos Sq . \cos Zq = \sin(\delta + \psi)\cos Zq$$

или
$$\cos z = \frac{\sin(\delta + \psi)\sin\varphi}{\cos\psi}. \qquad .. \quad (7).$$

Наконецъ изъ треуг-ка SZP по урав. (34) Сфер. Триг. получимъ

$$\sin\omega = \frac{\cos\delta . \sin p}{\sin z}. \qquad .(8).$$

И такъ, найдя изъ урав. (6) величину вспомогательной дуги ψ, рѣшать по урав. (7) и (8): первое изъ нихъ дастъ величину истиннаго зенитнаго разстоянія z свѣтила, а 2-е величину его азимута.

Величина же азимутальнаго угла $AZS = \gamma$ между свѣтиломъ и предметомъ опредѣлится изъ треуг-ка SZA, по даннымъ $AS = D$, $SZ = z' = z -$ рефрак. $+$ парал., и зенитному разстоянію AZ = Z, которое предполагаемъ измѣреннымъ, какимъ либо угломѣрнымъ снарядомъ. Примѣнивъ къ сему треуг-ку одну изъ формулъ (47) и (46) Сфер. Триг., получимъ

$$\sin\tfrac{1}{2}\gamma = \sqrt{\frac{\sin\frac{1}{2}(D + Z - z')\sin\frac{1}{2}(D + z' - Z)}{\sin z' \sin Z}} \quad .(9).$$

$$\cos\gamma = \frac{\cos D - \cos z' \cos Z}{\sin z' \sin Z}. \quad .(10)$$

Если предметъ съ точкою стоянія находится въ одной и той же горизонтальной плоскости, то Z будетъ $= 90^\circ$ и тогда урав. (10) обратится въ

$$\cos\gamma = \frac{\cos D}{\sin z'}. \quad . (11).$$

§ 348. Одифференцировавъ урав. (10) принимая γ и D за перемѣнныя, получимъ

$$d\gamma = \frac{\sin D . dD}{\sin\gamma . \sin z' \sin Z};$$

но изъ треуг-ка ZAS имѣемъ $\frac{\sin D}{\sin\gamma} = \frac{\sin z'}{\sin ZAS}$, слѣд.

$$d\gamma = \frac{dD}{\sin ZAS . \sin Z}$$

Отсюда заключаемъ, что dD, т. е. погрѣшность въ измѣренномъ разстояніи между предметомъ и свѣтиломъ, будетъ имѣть тѣмъ меньшее вліяніе на точность опредѣляемаго угла γ, чѣмъ уг. ZAS менѣе разнствуетъ отъ 90°, т. е. чѣмъ уголъ образуемый дугою SA съ краемъ горизонта острѣе, а слѣд. чѣмъ зенитное разстояніе z' свѣтила болѣе.

—

ГЛАВА V.

Объ опредѣленіи географической долготы.

§ 349. Всѣ способы, служащіе для опредѣленія разности долготъ двухъ меридіановъ, состоятъ вообще (см. *введ.* чл. 63) въ опредѣленіи времени звѣзднаго, средняго или истиннаго, считаемаго на нихъ въ одинъ и тотъ же моментъ, и потомъ въ умноженіи 15° на разность между сими временами. Такъ какъ погрѣшность, сдѣланная въ разности мѣстныхъ временъ, перейдетъ въ искомую разность долготъ увеличенною въ 15 разъ, то этимъ объясняется, почему опредѣленіе долготы съ строгою точностію причисляется къ числу труднѣйшихъ вопросовъ практической Астрономіи. Здѣсь предлагаемъ различные способы, употребляемые въ практикѣ для опредѣленія долготы точекъ земной поверхности.

А. ПО ПЕРЕВОЗКѢ ХРОНОМЕТРОВЪ.

§ 350. Этотъ способъ опредѣленія разности долготы, употребляемый преимущественно мореходцами и путешествующими астрономами основанъ на опредѣленіи времени въ нѣсколькихъ мѣстахъ однимъ и тѣмъ же хронометромъ, продолжающимъ между тѣмъ идти безпрерывно: наблюдатель до отправленія своего въ путь опредѣляетъ состояніе хронометра противъ звѣзднаго, или средняго времени мѣста своего пребыванія по одному изъ способовъ изложенныхъ во 2-й главѣ. Потомъ по прибытіи въ другое мѣсто опредѣляетъ опять время; но какъ показаніе хронометра, (принимая во вниманіе суточный его ходъ и состояніе прежде найденное), выразитъ время, считаемое въ этотъ моментъ на меридіанѣ его отъѣзда, то разность между симъ временемъ и временемъ найденнымъ чрезъ наблюденіе будетъ равна разности долготъ во времени.

Такъ на прим. предположимъ, что наблюдатель отправляясь изъ Петербурга повѣрялъ свой хронометръ 4 Ноября и нашелъ, что въ среднiй полдень онъ былъ впереди на $3'$ $52'',6$; предварительно же было имъ найдено, что сей хронометръ въ каждыя среднiя сутки уходитъ на $10'',42$. По прибытiи 15 Ноября въ г. Пермь онъ опредѣлялъ время и оказалось, что въ моментъ наблюденiя хронометръ его показывалъ $7^ч\ 18'\ 58''$ вечера, а мѣстное время въ г. Перми было $8^ч\ 57'\ 34'',75$. Требуется знать долготу Перми отъ Петербургскаго меридiана?

Рѣшенiе сего вопроса очевидно состоитъ въ опредѣленiи времени на Петербургскомъ меридiанѣ въ моментъ наблюденiя. Если бы суточный ходъ хронометръ былъ $=0$, т. е. совершенно согласовался съ среднимъ временемъ, то для опредѣленiя искомаго времени, было бы достаточно найденное въ Петербургѣ состоянiе онаго, т. е. $3'\ 52'',6$ вычесть изъ отсчитаннаго показанiя его, т. е. $7^ч\ 18'\ 58''$ и получили бы $7^ч\ 15'\ 5'',4$. Но какъ хронометръ уходитъ въ сутки на $10'',52$, то отъ полдня 4-го Ноября до $7^ч\ 15'\ 5'',4$ вечера 15 Ноября, или въ $11^д\ 7^ч\ 15' = 11^д,3021$ онъ уйдетъ на $10''42 \times 11,3021 = 1'\ 57''77$ (*). И такъ, въ моментъ наблюденiя на меридiанѣ Петербурга будетъ $7^ч\ 15'\ 5'',4 - 1'\ 57'',77 = 7^ч\ 13'\ 7'',63$. Вычтя это число изъ найденнаго времени въ мѣстѣ наблюденiя, т. е. $8^ч\ 57'\ 34''75$ получимъ $1^ч\ 44'\ 27'',12$, что выразитъ искомую разность долготы во времени или $26^o\ 6'\ 46'',8$ въ градусахъ экватора.

§ 351. Опытъ показываетъ, что хронометръ при перемѣщенiи измѣняетъ ходъ болѣе или менѣе смотря по своему качеству и потому, какъ перемѣщенiе производится — верхомъ, пѣшкомъ, въ экипажѣ рессорномъ или тряскомъ; водою же — на суднѣ маломъ или большомъ, при бóльшей

(*) При семъ должно замѣтить, что для опредѣленiя съ строжайшею точностiю, на сколько хронометръ ушелъ въ продолженiи промежутка времени между обоими наблюденiями, надлежитъ опредѣлить на сколько ходъ его измѣняется въ $1'\ 57'',77$, и эту величину вычесть изъ результата, ибо между обоими наблюденiями протекло не $11^д\ 7^ч\ 15'\ 5'',4$, но $11^д\ 7^ч\ 15'\ 5,''4 - 1'\ 57'',77$. Въ выше предложенномъ примѣрѣ, мы не ввели сей поправки, ибо она менѣе сотой доли секунды.

или меньшей качкѣ. Наилучшее средство для опредѣленія каковъ именно былъ ходъ хронометра во время пути состоитъ въ возвращеніи на прежнее мѣсто. На прим. предположимъ, что наблюдатель изъ A (чер. 171) совершилъ поѣздку чрезъ C въ B, а отсюда чрезъ D возвратился опять въ A. Время опредѣлялъ секстантомъ по соотвѣтственнымъ высотамъ солнца и въ моментъ средняго полдня каждаго дня, нашелъ:

въ A	Іюня 15-го	состояніе	хронометра	$= + 0^ч 7' \ 3'',4$
B	18	«	«	$= - 0.9.43,\ 71$
B	20	«	«	$= - 0.9.32,\ 11$
A	23	«	«	$= + 0.8.58,\ 4$

отсюда видимъ, что отъ 15-го до 23-го Іюня хронометръ отсталъ на $8'\ 58'',4 - 7'\ 3'',4 = 1'\ 55'',0$; но какъ наблюдатель пробылъ въ B двое сутокъ и изъ сдѣланныхъ тутъ наблюденій оказалось, что въ сіи двое сутокъ хронометръ его отсталъ на $9'\ 43'',71 - 9'\ 32''11 = 11'',6$, то вычтя это число изъ вышенайденнаго разность $1'\ 55'',0 - 11'',6 = 1'\ 43'',4$ выразитъ то, на сколько хронометръ отсталъ въ 6 дней проведенныхъ наблюдателемъ въ ѣздѣ, а частное $\frac{1'\ 43'',4}{6} = 17'',23$ въ каждыя сутки (*). Послѣ чего для опредѣленія разности

(*) Суточный ходъ хронометра во время ѣзды, можно также опредѣлить съ удовлетворительною точностію и въ томъ случаѣ, когда наблюдатель вмѣсто возвращенія на прежнее мѣсто A, прибудетъ на такую точку G (чер. 171), которой долгота отъ меридіана A съ достаточною точностію извѣстна. Такъ на прим. пусть долгота точки G отъ A будетъ $1°23'33''$ (къ вост.) или $5'34'',2$ во времени; состояніе же хронометра въ среднiй полдень найдено было:

въ A	Іюня	15-го	.... $+ 7'\ 3'',4$
B	«	18	.... $- 9.43,\ 71$
B	«	20	.... $- 9.32,\ 11$
G	«	24	.... $+ 14.48,\ 90.$

Такъ какъ на меридіанѣ A въ моментъ средняго полдня въ G, считалось $12^ч - 0^ч\ 5'\ 34'',2 = 11^ч\ 54'\ 25'',8$, а въ этотъ моментъ на хронометрѣ было $12^ч - 0^ч\ 14'\ 48'',9 = 11^ч\ 45'\ 11'',1$, то разность $11^ч\ 54'\ 25'',8 - 11^ч\ 45'\ 11'',1 = + 9'\ 14'',7$ выразитъ состояніе хронометра въ разсужденіи меридіана A, а слѣд. $9'\ 14'',7 - 7'\ 3'',4$

долготъ точекъ А и В, поступаемъ какъ объяснено было на стр. 530, а именно:

18-го Іюня на хрон. въ моментъ сред. полдня было	$12^ч\ 9'\ 43'',71$
состояніе хронометра въ точкѣ А. ..	$+\ 7.\ 3,\ 40$
отъ 15 до 18 Іюня онъ отсталъ на $17'',23 \times 3 =$	$+\ 51,\ 69$
время на меридіанѣ А.	12.17.38, 80
« « B..	12. 0. 0, 0
разность долготъ во времени. ..	$+\ 0^ч\ 17'\ 38'',80$
« « а въ градусахъ. ..	$4°\ 24'\ 42'',0$

Еслибы наблюдатель во время своего путешествія дѣлалъ наблюденія въ точкахъ C, D и проч., то вычисленіе разности ихъ долготъ сдѣлано было бы тѣмъ же образомъ; такъ на прим. предположивъ, что на мѣстѣ C онъ опредѣлялъ время 16 Іюня, измѣряя высоту какой либо звѣзды близь 1-го вертикала, и вычисленіе дало $8^ч\ 22'\ 40'',5$ сред. врем., а на хронометрѣ отсчитано было въ моментъ наблюденія $8^ч\ 21'\ 16'',79$

состояніе хроном. въ точкѣ А.	$+\ 7.\ 3,\ 40$
хронометръ отсталъ въ $1^c\ 8^ч\ 28'\ 20'' = 1^c,353$ на....	$+\ 23,\ 31$
время на меридіанѣ А.	8. 28. 43, 50
« « C.	8. 22. 40, 50
разность долготъ во времени	0. 6. 3, 0
« « а въ градусахъ.	$1°\ 30'\ 45'',0$

§ 352. Если наблюдатель опредѣляя время на каждомъ пунктѣ посѣтитъ одинъ какой либо изъ нихъ два раза, то

$= 2'\ 11'',3$ на сколько хронометръ отсталъ въ теченіи отъ 15 до 24 Іюня; послѣ чего останется какъ и прежде изъ $2'\ 11'',3$ вычесть $11'',6$, т. е. на сколько онъ отсталъ во время пребыванія на пунктѣ B, и потомъ разность раздѣлить на число сутокъ проведенныхъ въ пути.

При семъ должно замѣтить, что вмѣсто предложеннаго нами теперь вычисленія, результатъ $+ 9'\ 14'',7$ получится скорѣе если изъ найденнаго въ G состоянія хронометра $14'\ 48'',90$ *вычтемъ* разность долготъ $5'\ 34'',2$, (или *приложимъ* оную, если G лежитъ отъ А къ *западу*).

въ кругѣ его поѣздки образуется чрезъ то другой кругъ, который и вычисляется сперва независимо отъ всего прочаго; такъ на прим. если онъ отправясь изъ A (чер. 171) чрезъ C въ B, а отсюда чрезъ E и F возвратился опять въ B, а потомъ чрезъ D въ A, то изъ двухъ наблюденій, сдѣланныхъ въ B, найдя суточный ходъ хронометра, вводитъ его въ вычисленіе для опредѣленія разности долготы точекъ E и F, а изъ двухъ наблюденій на пунктѣ A узнавъ на сколько онъ ушелъ или отсталъ въ продолженіи всей поѣздки, вычитаютъ то количество, на сколько онъ ушелъ или отсталъ въ продолженіи поѣздки BEF, и разность раздѣливъ на число сутокъ проведенныхъ наблюдателемъ въ пути изъ A чрезъ C въ B, и изъ B чрезъ D въ A, частное выразитъ суточный ходъ, который и вводится въ вычисленіе для опредѣленія долготы точекъ C, B и D отъ меридіана A.

Тутъ однако надлежитъ обратить вниманіе на слѣдующій случай, не рѣдко встрѣчающійся:

	на A наблюдаемо было	5-го числа,
	B. ..	.. ... 8-го
опять на	B.	.. 12-го
опять на	A...	16-го

оказалось, что отъ 8-го до 12-го хронометръ отставалъ въ сутки по 7″ (въ четыре же дня 28″); изъ вычисленія же всей поѣздки оказалось, что отъ 5-го до 16-го, т. е. вь 11 дней онъ отсталъ 63″; вычтя 28″ остается на семь дней 35″, т. е. по 5″ въ сутки.

Весьма не вѣроятно, чтобы вь первые 4 дня поѣздки хронометръ отставалъ на 5″, въ слѣдующіе 4 дня по 7″, а въ остальные за тѣмъ 4 дня опять по 5″; но какъ узнать когда и на сколько именно ходъ измѣнялся? — Опредѣлить это съ большею или меньшею приблизительностію возможно только тогда, когда поѣздка дѣлается съ нѣсколькими хронометрами, которые служатъ одинъ другому повѣркою; на наблюденія же болѣе одного разу на которой либо изъ точекъ C, E, F, D и даже на испытываніе хода на пунктѣ A прежде и послѣ поѣздки полагаться не льзя, потому что весьма часто хронометръ на мѣстѣ идетъ *постоянно иначе,* нежели на пути.

§ 353. Такое испытываніе служитъ однако единственнымъ средствомъ полученія результата въ случаѣ, когда наблюдатель не возвратится на пунктъ отъѣзда и не прибываетъ къ какому либо другому съ пунктомъ отъѣзда долготою связанному, и потому не имѣетъ никакихъ надежнѣйшихъ данностей.

Въ подобныхъ обстоятельствахъ: если — случай почти не бывалый — хронометръ шелъ одинаково прежде и послѣ поѣздки, то тотъ же ходъ принимается на время пути; если же ходъ измѣнился, на прим. до поѣздки хронометръ уходилъ въ сутки на a секундъ, а послѣ поѣздки на a'; поѣздка же продолжается n дней, то на время поѣздки принимается ходъ

или во 1-хъ) *средній,* т. е. $\frac{1}{2}(a + a')$,

или во 2-хъ) *постепенный,* т. е. въ 1-й день на $a + x$ секундъ

во 2-й . . . . . $a + 2x$ . .

въ 3-й . $a + 3x$

въ n-й . $a + nx = a'$

Такъ какъ въ теченіи всей поѣздки ходъ хронометра измѣнился на количество $a' - a$, то положивъ сію разность $a' - a = \text{E}$, для опредѣленія x будетъ

$$\text{E} = x + 2x + 3x. \quad + nx = x(1 + 2 + 3. \quad . + n)$$

$$\text{или } \text{E} = x \,.\, n \,.\, \frac{n+1}{2}, \text{ откуда } x = \frac{\text{E}}{\frac{1}{2}n(n+1)}.$$

Въ слѣдствіе чего, если наблюдатель во время своего путешествія опредѣлялъ долготу какого нибудь мѣста чрезъ n' дней по своемъ отъѣздѣ, то количество, на какое хронометръ ушелъ въ продолженіи сего промежутка времени будетъ $n'a + \text{E}'$, гдѣ $\text{E}' = \frac{1}{2}n'(n' + 1)x$.

Объяснимъ примѣромъ: хронометръ въ мѣстѣ отъѣзда А уходилъ въ сутки на $4'',5$; Мая 3-го состояніе его было въ средній полдень $= - 5'\ 35''2$; Мая 13 прибылъ въ мѣсто В лежащее къ востоку, гдѣ хронометръ оказался постоянно уходящимъ на $14'',6$. Здѣсь $a = 4'',5$, $a' = 14'',6$, $E = a' - a = 10'',1$, $n = 10$ и $x = \frac{10'',1}{5.11} = 0'',184$; такова величина на какую ходъ хронометра ускорялся въ сутки. И такъ, предположивъ, что наблюдатель 9 Мая находясь въ мѣстѣ С опредѣлялъ среднее время и нашелъ его $= 4^ч\ 59'\ 42'',6$, а на хронометрѣ было въ моментъ наблюденія отсчитано $4^ч\ 25'\ 35'',5$; слѣд. отъ полдня 3-го Мая до этого момента протекло $6^д\ 4^ч\ 20'\ 0'',2 = 6^д,1805 = n'$, а хронометръ ушелъ на $4'',5 \times 6,1805 + \frac{1}{2} \times 6,1805 \times 7,1805 \times 0,184 = 27'',81 + 4'',08 = 31,89$. И такъ,

время на хронометрѣ въ С.... .	$4^ч\ 25'\ 35'',5$
состояніе его въ А ..	— 5. 35, 2
хронометръ ушелъ въ $6,^д1805$.....	— 31, 89
время на меридіанѣ А.	4. 19. 28, 41
« « С. ..	4. 59. 42, 6
разность долготы во времени. ..	0. 40. 14, 19
а въ градусахъ.	$10°\ 3'\ 32'',85$

Но если примемъ суточный ходъ хронометра во время поѣздки *среднимъ*, т. е. $\frac{1}{2}(4'',5 + 14'',6) = 9'',55$, то въ $6^д,18$ онъ уйдетъ на $9'',55 \times 6,18 = 59'',02$; послѣ чего введя это число въ сдѣланное нами вычисленіе вмѣсто $31'',89$, получимъ для разности долготъ во времени $0^ч\ 40'\ 41'',3$, а въ градусахъ $= 10°\ 10'\ 19'',5$.

Трудно рѣшить который изъ сихъ двухъ рѣшеній точнѣе, ибо измѣненіе хода хронометра происходитъ всего чаще отъ случайностей, отъ внезапнаго потрясенія, толчка и т. п.

§ 354. Изъ всего сказаннаго видно, что разность долготы посредствомъ перевозки хронометровъ опредѣляется съ удовлетворительною точностію только при обстоятельствахъ весьма благопріятныхъ. Тутъ впрочемъ, все зависитъ отъ качества самыхъ хронометровъ: иные изъ нихъ сохраняютъ въ пути ходъ довольно хорошо; другіе же хотя на мѣстѣ идутъ ровно, но при перемѣщеніи даютъ измѣненія большія, дѣлающія результаты почти никуда негодными. Но и при наилучшихъ хронометрахъ наблюдатель долженъ въ обращеніи съ ними быть крайнѣ осторожнымъ, особенно при поѣздкѣ верхомъ и въ безрессорномъ экипажѣ.

Не должно однако предполагать, чтобы этотъ способъ слѣдовало во всѣхъ случаяхъ принимать за приближенный; напротивъ если взято будетъ большее число хронометровъ лучшаго достоинства, и они будутъ со тщаніемъ свѣряемы ежедневно одни съ другими, то можно будетъ опредѣлить долготу съ строжайшею точностію, нежели всякимъ другимъ способомъ (*), а особенно при морскихъ поѣздкахъ. Результаты хронометрической экспедиціи подъ начальствомъ генерала Шуберта въ 1833 и 1834 годахъ для составленія карты Балтійскаго моря, и хронометрической экспедиціи г. Струве въ 1843 и 1844 году, для опредѣленія долготы Пулковской обсерваторіи отъ Альтоны и Гринвича, доказали, что этимъ способомъ можно опредѣлить долготу почти до сотой доли секунды во времени. (см. Expédition Chronométrique executée en 1843. St. Pétersb. 1844).

B. ПО СИГНАЛАМЪ.

§ 355. Когда два мѣста отстоятъ одно отъ другаго въ въ незначительномъ разстояніи, то разность ихъ долготъ опредѣлится съ строгою точностію, если изъ промежуточнаго между ними пункта подастся сигналъ вспышкою пороха, или пущенною ракетою, или наконецъ геліотропами, а наблюдатели, находящіеся въ тѣхъ мѣстахъ, имѣя при себѣ хронометры, вывѣренные предварительно, каждый по мѣстному времени, тщательно замѣтятъ по нимъ моментъ появленія сигнала (см. § 243). Такъ какъ свѣтъ передается мгновенно, то оба наблюдателя узнаютъ какое считается время на обоихъ меридіанахъ въ одинъ и тотъ же моментъ, и слѣд. получатъ возможность опредѣлить разность долготъ.

Дабы уменьшить вліяніе погрѣшностей наблюденій, вышесказанное повторяется нѣсколько разъ: каждый подаваемый сигналъ дастъ одну величину для искомой относитель-

---

(*) При чемъ получится возможность наилучшимъ образомъ испытать и достоинство самыхъ хронометровъ.

ной долготы. Изъ ряда результатовъ, полученныхъ такимъ образомъ и разнствующихъ незначительно одинъ отъ другаго берутъ потомъ среднюю величину.

Точность сего способа зависитъ преимущественно отъ той тщательности, съ какою опредѣляется состоянiе и ходъ хронометровъ. Касательно же самыхъ наблюденiй присовокупимъ слѣдующiя замѣчанiя:

Отсчитыванiе на хронометрѣ бываетъ гораздо удобнѣе и надежнѣе, если время и мѣсто появленiя сигнала извѣстны предварительно съ нѣкоторою точностiю; иначе же утомляется вниманiе слишкомъ долго напряженнаго слуха и развлекается вниманiе глаза. По сей причинѣ пороховые сигналы должно зажигать въ одинаковомъ одинъ послѣ другаго времени до немногихъ секундъ вѣрности. Днемъ слѣдуетъ означать направленiе, въ которомъ наблюдатель увидитъ вспышки. Если разстоянiе очень велико, то на мѣсто вспышекъ полезно навести зрительную трубу самою срединою ея поля. Впрочемъ въ этомъ встрѣчается надобность весьма рѣдко: огонь отъ 6 лотовъ пороху видѣнъ хорошему глазу при чистомъ воздухѣ верстъ за сто (*), и далѣе, какъ то не разъ дознано на опытѣ. Чѣмъ слабѣе видѣнъ наблюдателю сигналъ, тѣмъ онъ кажется ему мгновеннѣе. Въ разстоянiи весьма маломъ, блескъ такъ силенъ и на взглядъ продолжителенъ, что можно ошибиться на два удара хронометра.

§ 356. Но когда данныя мѣста столь удалены одно отъ другаго, что огонь изъ мѣста промежуточнаго не можетъ быть видимъ обоимъ наблюдателямъ, тогда увеличиваютъ число точекъ стоянiя и промежуточныхъ огней, поступая слѣдующимъ образомъ:

(*) Разрывъ ракеты видѣнъ слишкомъ за 75 морскихъ миль или около 150 верстъ. Впрочемъ для сигналовъ преимущественно употребляютъ пороховые вспышки, вѣроятно по мгновенности появленiя огня. При употребленiи гелiотроповъ, труба одного изъ нихъ наводится на мѣсто занимаемое однимъ наблюдателемъ, а труба другаго на мѣсто втораго наблюдателя: зеркала обоихъ гелiотроповъ открываются и закрываются мгновенно.

Пусть Y и X (чер. 172) будутъ крайнія точки, коихъ разность долготъ отыскивается. Огни зажигаются въ разныхъ мѣстахъ, какъ на прим. f, f', f'' и т. д. Наблюдатели, снабженные хронометрами, занимаютъ промежуточные пункты A, B, C. и замѣчаютъ какъ выше сказано, время появленія огня. Нѣтъ надобности, чтобы хронометры промежуточныхъ мѣстъ показывали время, соотвѣтствующее ихъ меридіанамъ: нужно только, чтобы ходъ ихъ не измѣнялся ощутительно въ продолженіи наблюденій, требующихъ со всѣми повтореніями не болѣе часу. Одни только хронометры оконечностей Y и X должны быть вывѣрены по ихъ мѣстному времени. Разумѣется, что точки f, A, f' .. выбираются совершенно произвольно и независимо ни отъ какого опредѣленнаго направленія. Положимъ, что огни начинаются постепенно отъ востока Y къ западу X.

Огонь точки f будетъ видимъ въ Y и A, гдѣ и замѣчаютъ время его появленія. Тоже самое соблюдается для огня f', видимаго изъ A и B, для огня f'' изъ B и C и т. д. Если наблюдатель A увидѣлъ огонь f минутою прежде огня f', то прибавя $1'$ къ тому моменту, въ который огонь f явился для Y, получится часъ, въ который f' былъ бы видимъ въ Y, если бы разстояніе тому не препятствовало: и все происходитъ точно такимъ образомъ, какъ еслибы огонь f во все несуществовалъ, а наблюдатель въ Y видѣлъ прямо огонь f', ибо ему въ точности извѣстно время момента появленія f'. Подобну тому, если B замѣтитъ f' двумя минутами ранѣе f'', то прибавя сіи $2'$ къ вышеупомянутому времени, получится часъ, показываемый хронометромъ Y при появлени огня f'' и т. д.

Изъ сего явствуетъ, что время на меридіанѣ Y въ моментъ вспышки послѣдняго огня f''', получится, если къ времени появленія въ Y перваго огня f, приложимъ сумму наблюдаемыхъ въ точкахъ A, B, C и проч. разностей временъ, между тѣмъ моментомъ, когда блеснулъ огонь со стороны X западной и тѣмъ, въ который блеснулъ огонь со стороны Y восточной. Разность сія очевидно должна быть взята со знакомъ —, когда западный огонь мелькнетъ прежде восточнаго.

И такъ, все приводится къ тому случаю, какъ еслибы огонь f''' былъ видимъ вдругъ изъ точекъ Y и X, а искомая разность долготъ сихъ оконечностей получится по предъидущему чрезъ вычитаніе.

Если вообще предположимъ, что въ A огонь f явился a секундами ранѣе огня f', въ B огонь f' видимъ былъ b секундами ранѣе f'' и проч. и если означимъ чрезъ y точное время считаемое на восточномъ меридіанѣ Y въ моментъ появленія огня f, а чрезъ x считаемое на меридіанѣ X въ моментъ появленія огня f''', то искомая разность L долготъ во времени будетъ

$$L = y + a + b + c. \qquad . - x,$$

не забывая вводить тѣ изъ величинъ a, b, c. со знакомъ —, относительно коихъ восточный огонь появляется послѣ западнаго. Само собою разумѣется, что промежуточные члены a, b, c.. должны входить въ вышепредложенное уравненіе выраженными въ томъ же самомъ времени, какое выражаютъ крайніе члены y и x.

Еслибы Y было мѣсто, лежащее къ западу, а X къ востоку, и огни зажигались отъ Y къ X, то искомая разность долготъ была бы

$$L = x - (y + a + b + c + \ldots \quad .),$$

что очевидно.

Этотъ способъ былъ употребленъ къ измѣренію градусной величины многихъ дугъ параллелей. Отъ Бреста до Страсбурга были выбраны четыре промежуточныхъ пункта, а именно: два между Брестомъ и Парижемъ, и два между Парижемъ и Страсбургомъ. Между всѣми этими мѣстами подавались сигналы. Огни зажигались на высотахъ, такъ что видимы были съ двухъ ближайшихъ точекъ; разстоянія же между ними, были взяты сколь возможно большія, во избѣжаніе издержекъ и поводовъ къ погрѣшностямъ. Когда одно изъ такихъ наблюденій бываетъ пропущено, то не принимаютъ во вниманіе этотъ неполный рядъ наблюденій. Для уменьшенія вліянія погрѣшностей въ наблюденіяхъ на результаты, тѣже самые пріемы повторялись отъ 5′ до 5′ и предварительно составлена была таблица моментамъ вспышекъ по извѣстному ходу хронометровъ, дабы безъ пользы не утомлялось вниманіе наблюдателей.

Въ заключеніе предлагаемъ примѣръ вычисленія, въ коемъ показанъ одинъ только рядъ огней между Парижемъ и Страсбургомъ въ трехъ промежуточныхъ пунктахъ, при двухъ точкахъ стоянія A и B. Въ крайнихъ столбцахъ означены звѣздныя времена появленія ближайшихъ огней послѣ всѣхъ поправокъ; въ двухъ среднихъ выставлены часы средняго времени, показываемые хронометрами въ моменты вспышекъ:

Парижъ Y.	точка A.	точка B.	Страсбургъ X.
f.... $19^ч 5' 44''$,1	f... $8^ч 49' 48''$,2 f' ...8. 54.10, 8 $a = + 4.22, 6$	f....$9^ч 16'\ 0''$,2 f''...9. 30.37, 8 $b = + 14.37, 6$	f''...$19^ч 46' 23''$,7

Вотъ ходъ вычисленія:

$$
\begin{array}{rl}
a = & 4' 22'',6 \\
b = & 14.\ 37,\ 6 \\
\hline
\text{сумма} = & 19.\ \ 0,\ 2 \text{ сред. время} \\
\text{приведеніе въ звѣзд. (стр. 63)}\ldots + & 3,\ 1 \\
y = & 19^ч\ 5.\ 44,\ 1 \\
\hline
\text{сумма} = & 19.\ 24.\ 47,\ 4 \\
x = & 19.\ 46.\ 23,\ 7 \\
\hline
L = & 21.\ 36,\ 3
\end{array}
$$

Поступая такимъ же образомъ для каждаго ряда огней и взявъ среднюю величину изъ результатовъ, найдено было 21′ 35″,48 для долготы Страсбурга отъ Парижской обсерваторіи.

§ 357. Къ числу явленій, видимыхъ въ одинъ и тотъ же моментъ изъ двухъ отдаленныхъ мѣстъ, можно причислить падающія звѣзды. Такъ какъ этого рода явленія случаются весьма часто, а особенно въ нѣкоторые дни года, какъ на прим. въ Маѣ и въ Ноябрѣ, то для опредѣленія по онымъ разности долготы, въ каждомъ изъ опредѣляемыхъ мѣстъ дѣлаются наблюденія двумя наблюдателями: одинъ отсчитываетъ время въ моментъ когда такая звѣзда потухаетъ, а другой замѣчаетъ мѣсто, на которомъ она вспыхнула и то, на которомъ потухла, — что необходимо для отысканія наблюденій соотвѣтствующихъ. Разумѣется, что второй наблюдатель долженъ знать небесную карту весьма подробно (*).

C. По разстояніямъ луны отъ солнца или звѣздъ.

§ 358. Сей способъ, преимущественно употребляемый на морѣ и путешествующими астрономами, имѣющими при себѣ только отражательные инструменты, состоитъ въ томъ, что измѣряютъ разстояніе края луны отъ края солнца, или отъ одной изъ звѣздъ, находящейся близъ лунной орбиты, и въ тоже время высоты обоихъ свѣтилъ. Послѣ того посредствомъ сихъ данныхъ опредѣляютъ чрезъ вычисленіе во 1-хъ) геоцентрическое разстояніе между ними, т. е. какое бы нашли, если бы наблюденіе сдѣлано было въ тотъ же самый

(*) Затмѣнія луны и спутниковъ Юпитера можно также принимать за естественные сигналы, ибо явленія сіи случающіяся въ самыхъ небесныхъ тѣлахъ, бываютъ видимы въ одинъ моментъ изъ разныхъ мѣстъ земной поверхности. Время начала и конца затмѣнія, погруженія въ тѣнь и выхожденіе изъ ней нѣкоторыхъ примѣчательнѣйшихъ лунныхъ пятенъ, или спутниковъ Юпитера, предварительно вычисляется чрезъ способы астрономическіе для какого нибудь одного извѣстнаго мѣста, на прим. Берлина, Парижа и проч. Въ слѣдствіе чего для опредѣленія долготы мѣста наблюденія достаточно на немъ замѣтить мѣстное время, въ которое бываетъ видимо одно изъ этихъ явленій. Мы не считаемъ за нужное распространяться о сихъ способахъ, ибо нынѣ ихъ во все не употребляютъ, по той причинѣ, что при наблюденіи лунныхъ затмѣній происходятъ важныя погрѣшности въ отсчитанномъ времени отъ невозможности замѣчать явственно предѣлы тѣни, и слѣд. моменты самыхъ явленій; а при наблюденіи юпитеровыхъ спутниковъ точность наблюденій зависитъ отъ степени зоркости наблюдателей и даже отъ самаго состоянія атмосферы.

моментъ изъ центра земли и во 2-хъ) мѣстное время въ моментъ наблюденія. Но какъ во всѣхъ эфемеридахъ дается геоцентрическое разстояніе луны отъ солнца и звѣздъ для каждыхъ трехъ часовъ средняго времени, то чрезъ интерполированіе получится возможность опредѣлить тотъ моментъ времени на меридіанѣ эфемеридъ, въ который разстояніе луны отъ свѣтила было одинаково съ найденнымъ въ мѣстѣ наблюденія. Опредѣливъ такимъ образомъ времена, считаемыя въ одинъ и тотъ же моментъ какъ на меридіанѣ эфемеридъ, такъ и въ мѣстѣ наблюденія, останется потомъ вычесть ихъ одно изъ другаго, и разность выразитъ искомую разность долготы во времени.

Пусть Z (чер. 162) будетъ зенитъ, l видимое положеніе центра луны, и s солнца или звѣзды. Измѣренное разстояніе между краями луны и солнцемъ (или звѣздою), исправленное отъ ихъ полудіаметровъ, выразитъ величину дуги $sl = d$. Но какъ отъ соединеннаго дѣйствія рефракціи и паралакса солнце или звѣзда кажется выше, а луна ниже дѣйствительнаго своего положенія, то предположивъ, что S и L суть истинныя ихъ мѣста, дуга $SL = D$ выразитъ искомое геоцентрическое разстояніе. Изобразивъ измѣренныя высоты луны l и солнца (или звѣзды) s, исправленныя отъ ихъ полудіаметровъ чрезъ h и h', а тѣже величины исправленныя отъ соединеннаго дѣйствія рефракціи и параллакса чрезъ H и H′, изъ треуг-ка slZ, по даннымъ $lZ = 90° - h$, $sZ = 90° - h'$ и $sl = d$ получимъ (см. форм. (46) Сфер. Триг.)

$$\cos SZL = \frac{\cos d - \sin h . \sin h'}{\cos h . \cos h'}.$$

Но изъ треуг-ка SZL, въ коемъ $LZ = 90° - H$, $SZ = 90° - H'$ и $SL = D$, имѣемъ

$$\cos SZL = \frac{\cos D - \sin H \sin H'}{\cos H \cos H'};$$

слѣд.
$$\frac{\cos d - \sin h \sin h'}{\cos h \cos h'} = \frac{\cos D - \sin H \sin H'}{\cos H . \cos H'}.$$

Для опредѣленія отсюда дуги D, приложимъ 1 къ обѣимъ частямъ сего уравненія, и по приведеніи каждой изъ нихъ къ одному знаменателю, получимъ

$$\frac{\cos d + \cos(h + h')}{\cos h \cos h'} = \frac{\cos D + \cos(H + H')}{\cos H . \cos H'}.$$

Положивъ для краткости $h + h' + d = 2m$, числитель 1-й части уравненія, обратится въ

$$2\cos\tfrac{1}{2}(h + h' + d)\cos\tfrac{1}{2}(h + h' - d) = 2\cos m \cos(m - d);$$

для преобразованія же числителя 2-й части уравненія подставимъ $1 - 2\sin^2\frac{1}{2}D$ и $2\cos^2\frac{1}{2}(H + H') - 1$ вмѣсто $\cos D$ и $\cos(H + H')$, и получимъ

$$\cos D + \cos(H + H') = 2\cos^2\tfrac{1}{2}(H + H') - 2\sin^2\tfrac{1}{2}D;$$

слѣд. вышепредложенное урав. обратится въ

$$\frac{\cos m . \cos(m - d)}{\cos h . \cos h'} = \frac{\cos^2\frac{1}{2}(H + H') - \sin^2\frac{1}{2}D}{\cos H \cos H'},$$

откуда

$$\sin^2\tfrac{1}{2}D = \cos^2\tfrac{1}{2}(H + H') - \frac{\cos H . \cos H'}{\cos h . \cos h'} . \cos m . \cos(m - d).$$

Это урав. приметъ видъ удобный для логариѳмическихъ дѣйствій, если положимъ

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{\frac{\cos H . \cos H'}{\cos h \cos h'} . \cos m . \cos(m - d)}}{\cos\frac{1}{2}(H + H')} \ldots\ \ldots\ldots (1)$$

откуда $\sin^2\theta\cos^2\frac{1}{2}(H + H') = \frac{\cos H \cos H'}{\cos h . \cos h'} . \cos m \cos(m - d)$;

послѣ чего получимъ

$$\sin^2\tfrac{1}{2}D = \cos^2\tfrac{1}{2}(H + H')(1 - \sin^2\theta)$$

или $\sin\frac{1}{2}D = \cos\frac{1}{2}(H + H')\cos\theta . \quad \ldots\ \ldots\ \ldots (2)$

$$2m = h + h' + d. \quad \ldots\ \ldots\ldots\ \ldots \quad (3).$$

По опредѣленіи изъ сего послѣдняго величины m, подставятъ ее въ урав. (1), которое дастъ величину вспомогательной дуги θ, послѣ чего изъ урав. (2) получится искомое.

§ 359. Самое наблюденіе дѣлается по большей части тремя наблюдателями: одинъ измѣряетъ разстояніе между освѣщеннымъ краемъ луны и тѣмъ свѣтиломъ (т. е. солнцемъ, планетою или звѣздою), до коего геоцентрическое разстояніе въ день наблюденія показано въ эфемеридахъ, а другіе два измѣряютъ въ тотъ же самый моментъ высоты обоихъ свѣтилъ. Впрочемъ за неимѣніемъ трехъ наблюдателей или трехъ исправныхъ инструментовъ, все наблюденіе можетъ сдѣлано быть однимъ наблюдателемъ и даже съ большею точностію, ибо результатъ будетъ независимъ отъ погрѣшностей, происходящихъ отъ неодновременности наблюденій. Въ семъ случаѣ, наблюдатель измѣряетъ высоту обоихъ свѣтилъ, одного послѣ другаго, потомъ разстояніе между ними, и наконецъ снова высоты ихъ, отсчитывая на хронометрѣ моментъ каждаго наблюденія. Положимъ, что на хронометрѣ отсчитано было

время t_1 въ моментъ измѣренія высоты h_1 звѣзды,
« t « « разстоянія ☾ отъ ✶,
« t_2 « « высоты h_2 звѣзды;

количество измѣненія высоты звѣзды въ промежутокъ $t-t_1$, опредѣлится изъ пропорціи

$$t_2-t_1 : h_2-h_1 = t-t_1 : x \text{ откуда } x=\frac{h_2-h_1}{t_2-t_1}(t-t_1).$$

Послѣ чего высота звѣзды, соотвѣтствующая моменту t, будетъ

$$h_1+\frac{h_2-h_1}{t_2-t_1}(t-t_1).$$

Очевидно, что если h_2 будетъ $<h_1$, то 2-й членъ войдетъ въ вычисленіе со знакомъ —.

Такимъ же образомъ поступаютъ при приведеніи измѣренныхъ высотъ луны въ одновременныя.

Для доставленію дѣйствію большей точности выводятъ какъ каждую высоту, такъ и разстояніе между ними изъ нѣсколькихъ наблюденій: такъ на прим. сперва измѣрятъ раза три или четыре высоту звѣзды, столькоже разъ луны, потомъ нѣсколько разстояній между ними и наконецъ опять высоту луны и звѣзды; послѣ чего взявъ среднюю величину каждаго изъ 5 полученныхъ рядовъ, и изъ соотвѣтствующихъ имъ отсчитываній на хронометрѣ, поступаютъ съ сими величинами какъ сказано выше.

§ 360. Въ заключеніе слѣдуетъ присовокупить, что мѣстное время, соотвѣтствующее моменту, въ который измѣрено было разстояніе между свѣтилами, опредѣляется по способу изложенному въ § 281, вводя въ вычисленіе ту высоту солнца или звѣзды исправленную отъ рефракціи и паралакса, которую имѣло это свѣтило въ моментъ измѣренія разстоянія. Такъ какъ въ эфемеридахъ показывается для трехъ часовъ каждаго дня геоцентрическое разстояніе луны отъ нѣсколькихъ свѣтилъ, то для наблюденія необходимо выбирать то изъ нихъ во 1-хъ), которое находится ближе отъ 1-го вертикала и не ниже 12°, для опредѣленія абсолютнаго времени (см. § 284) съ большею точностію и во 2-хъ) разстояніе коего отъ луны въ теченіи 3-хъ часовъ измѣняется наиболѣе. Сверхъ того, если обстоятельства дозволятъ, то для устраненія разнаго рода погрѣшностей, полезно наблюдать два свѣтила, изъ коихъ одно отстояло бы отъ луны къ востоку, а другое къ западу и выведя изъ каждаго ряда наблюденій географ. долготу, брать потомъ среднюю величину результатовъ.

§ 361. Объяснимъ все вышеизложенное примѣромъ: $\frac{7}{19}$ Іюля 1840 года, около 4-хъ часовъ утра, измѣряемо было разстояніе между Альдебараномъ, (коего $\delta = 16° \; 11' \; 5''$, $Æ = 4^ч \; 26' \; 46''$) и ближайшимъ краемъ луны, также какъ и высоты обоихъ свѣтилъ. Широта мѣста наблюденія была $\varphi = 59° \; 45' \; 0''$, приближенная долгота $1^ч \; 39'$ къ востоку отъ Гринвича. Величины данныя для вычисленія были слѣдующія:

высота ✶ $= 24° \; 25' \; 15''$	высота верх. края ☾	$= 25° \; 37' \; 45''$
высота верх. края ☾ $= 25° \; 37' \; 45''$	полу-діам. ☾	$= - 15.33$
разст. края ☾ отъ ✶ $= 80° \; 58' \; 8''$	вид. выс. ☾	$= 25.22.12 = h$
парал. ☾ $= 50' \; 56''$	параллаксъ	$= + 50.56$
полу-діам. ☾ $= 15' \; 33''$	рефракція	$= - 1.59$
склоненіе ✶ $= \delta = 16° \; 11' \; 5''$	истин. выс. ☾	$= 26.11.9. = H$

$$Æ\ \star = 4^ч\ 26'\ 46''$$

$$\begin{aligned}
&\text{видим. выс. } \star & &= 24^\circ\ 25'\ 15'' = h' \\
&\text{рефракція} & &= -\quad 2.\ 6 \\
&\text{истин. выс. } \star & &= 24.\ 23\quad 9 = \mathrm{H}' \\
&\text{разст. края } ☾ \text{ отъ } \star & &= 80.\ 58.\ 8 \\
&\text{полу-діам. } ☾ & &= \quad 15.\ 33 \\
&\text{видим. разст.} & &= 81.\ 13.\ 41 = d
\end{aligned}$$

Вычисленіе урав. (1), (2) и (3).

$$\begin{aligned}
d &= 81^\circ\ 13'\ 41'' & & \\
h &= 25.\ 22.\ 12 & &\text{доп.} \cos h \ldots 0.0440431 \\
h' &= 24.\ 25.\ 15 & &\text{доп.} \cos h' \ldots 0.0407041 \\
2m &= 131.\ 1.\ 8 & & \\
m &= 65.\ 30.\ 34 & &\cos m \ldots 9.6175698 \\
m - d &= -15.\ 43.\ 7 & &\cos(m-d) \ldots 9.9834476 \\
\mathrm{H} &= 26.\ 11.\ 9 & &\cos \mathrm{H} \ldots 9.9529703 \\
\mathrm{H}' &= 24.\ 23.\ 9 & &\cos \mathrm{H}' \ldots 9.9594163 \\
\mathrm{H} + \mathrm{H}' &= 50.\ 34.\ 18 & &\ 9.5981512 \\
& & &\sqrt{} \ldots 9.7990756
\end{aligned}$$

$$\tfrac{1}{2}(\mathrm{H} + \mathrm{H}') = 25^\circ\ 17'\ 9'' \ldots\ldots \cos \ldots 9.9562588 \ldots\ldots\ldots 9.9562588$$

$$\sin\theta \ldots 9.8428168 \qquad \cos\theta \ldots 9.8559538$$

$$\theta = 44^\circ\ 8'\ 1'' \qquad \sin\tfrac{1}{2}\mathrm{D} \ldots 9.8122126$$

$$\tfrac{1}{2}\mathrm{D} = 40^\circ\ 27'\ 46''$$

$$\text{геоцент. разст. } \mathrm{D} = 80.\ 55.\ 32$$

Для опредѣленія средняго времени въ мѣстѣ наблюденія въ моментъ соотвѣтствующій найденному нами разстоянію D, вычисляемъ величину часоваго угла p по формулѣ (3) или (4) § 281, подставя $90^\circ - \mathrm{H}' = 35^\circ\ 36'\ 51''$ вмѣсто z. Послѣ чего найдемъ звѣзд. время, а потомъ искомое среднее время, которое будетъ $= 16^ч\ 2'\ 1''$.

Остается пріискать посредствомъ интерполированія моментъ средняго времени на меридіанѣ эфемеридъ, въ который разстояніе луны отъ звѣзды было равно найденному. Такъ на прим. для Гринвическаго меридіана видимъ изъ Морскаго мѣсяцослова, что $\frac{7}{19}$ Іюля 1840, разстояніе луны отъ Альдебарана заключалось между $12^ч$ и $15^ч$, именно:

		1-я разн.	2-я разн.	3-я разн.
въ	$9^ч \ldots 83^\circ 46' 58''$			
		$-1^\circ 35' 23''$		
	$12 \ldots .82.\ 11.\ 35$		$-12''$	
		$-1.\ 35.\ 35$		0
	$15 \ldots .80.\ 36.\ 0$		$-12.$	
		$-1.\ 35.\ 47$		
	$18 \ldots .79.\ 0.\ 13$			

Поступая какъ изложено было на стр. 93 найдемъ искомое среднее время въ Гринвичѣ $12^ч + 2^ч\ 23'\ 14'',75$ или

$14^ч\ 23'\ 14'',75$

Но въ мѣстѣ наблюденія найдено было $16.\ \ 2.\ \ 1,\ 00$

искомая долгота $= 1.\ 38.\ 46,\ 25$

D. ПО КУЛЬМИНАЦІИ ЛУНЫ.

§ 362. Пусть EQ (чер. 193) будетъ экваторъ, AC и BC меридіаны, проходящіе чрезъ два мѣста земной поверхности, разность долготъ L коихъ, т. е. уг. ACB требуется опредѣлить. Если въ обоихъ сихъ мѣстахъ будетъ наблюдаема кульминація одной и той же звѣзды, то звѣздное время, считаемое въ моментъ наблюденія на каждомъ изъ нихъ будетъ одинаково и равно ея прямому восхожденію; промежутокъ же протекшаго времени между сими моментами будетъ равенъ долготѣ L во времени (см. *введ.* чл. 63).

Въ разсужденіи луны происходитъ иначе; ибо если вообразимъ, что въ моментъ прохожденія луны чрезъ меридіанъ A, кульминировала точка s экватора, то въ моментъ прохожденія сей послѣдней чрезъ меридіанъ B, луна, по причинѣ безпрерывно измѣняющагося ея прямаго восхожденія, отодвинется отъ запада къ востоку, и потому въ моментъ прохожденія луны чрезъ B, упомянутая точка экватора будетъ находиться, на прим. въ s' И такъ, между моментами кульминацій луны чрезъ A и B, пройдетъ L звѣзд. времени $+$ дуга Bs' (во врем.), выражающая приращеніе прямаго восхожденія луны въ продолженіи промежутка времени между обоими наблюденіями. Это приращеніе, которое мы изобразимъ чрезъ θ, будетъ извѣстно, ибо если звѣзд. время на меридіанѣ B въ моментъ кульминаціи точки s' означимъ чрезъ t, а въ моментъ кульминаціи луны чрезъ t', то $\theta = t' - t$;

но какъ замѣчено выше въ моментъ кульминаціи луны чрезъ меридіанъ A считалось на немъ также t звѣзд. врем.; слѣд. θ выразитъ разность между мѣстными временами на обоихъ меридіанахъ въ моменты наблюденія луны; промежутокъ же протекшаго времени между сими наблюденіями будетъ $L + \theta$, а градусная величина дуги Bs' будетъ $= 15^{\circ}.\theta$.

Но въ астрономическихъ эфемеридахъ дается градусная величина приращенія прямаго восхожденія луны въ 1 часъ средняго времени; если изобразимъ это приращеніе чрезъ d, а продолжительность часа средняго времени въ звѣздномъ чрезъ $1^ч + m$, т. е. $1^ч$ сред. врем. $= 1^ч + m$ звѣзд. врем., (гдѣ $m = 0{,}002739$), то произойдетъ пропорція:

$$1^ч + m : d :: L + \theta : 15^{\circ}.\theta,$$

откуда $L = \dfrac{15\theta.(1^ч + m)}{d} - \theta = \dfrac{\theta(1^ч + m - \frac{1}{15}d)}{\frac{1}{15}d}$. . (4).

И такъ, если въ обоихъ мѣстахъ, разность долготъ коихъ отыскивается, сдѣланы пасажною трубою, приведенною со всею строгостію въ плоскость меридіана (*), наблюденія прохожденія края луны чрезъ всѣ нити трубы, и отсчитанные моменты прохожденія по *звѣздному времени* приведены на среднюю нить (§ 251 и 271), то вычтя изъ времени кульминаціи въ мѣстѣ наблюденія лежащемъ къ западу, найденное въ мѣстѣ восточномъ, разность изобразитъ величину θ. Послѣ того останется приискать въ эфемеридахъ посредствомъ интерполированія величину приращенія прямаго восхожденія луны въ $1^ч$ сред. врем.; но какъ движеніе луны въ прямомъ восхожденіи не возможно принять за равномѣрное, то необходимо брать изъ эфемеридъ величину часоваго движенія луны для той эпохи, которая служитъ среднею между временами наблюденій въ обоихъ мѣстахъ, а для того, сперва перевести оба отсчитанные моменты времени на меридіанъ таблицъ вводя въ вычисленіе приближенную долготу сихъ мѣстъ

(*) Здѣсь подразумѣваемъ, что въ случаѣ уклоненія трубы отъ меридіана, наблюденіе съ средней нити приведено на оный, посредствомъ урав. (12) стр. 408, подставя въ него вмѣсто k величину p взятую изъ урав. (15) стр. 464.

отъ этого меридіана, а потомъ взять средній между результатами. Такимъ образомъ, если оба мѣста наблюденія лежатъ отъ меридіана къ востоку, и приближенная долгота 1-го есть l, а 2-го l'; время же наблюденія въ 1-мъ было t, а во 2-мъ t', то $t - l$ и $t' - l'$ выразятъ на меридіанѣ таблицъ моменты времени, въ которыя сдѣланы были упомянутыя наблюденія, а слѣд. $\frac{1}{2}(t + t') - \frac{1}{2}(l + l')$ означитъ средній моментъ, для коего надобно отыскать въ таблицахъ количество d (*).

§ 363. Такъ какъ малыя погрѣшности въ положеніи пасажной трубы и въ отсчитываніи времени наблюденій имѣютъ значительныя вліянія на точность результата по способу, изложенному въ предшествующемъ §, то Мангеймскій профессоръ *Николаи* предложилъ выводить величину приращенія θ прямаго восхожденія луны изъ наблюденій кульминацій ея края и одной изъ звѣздъ, имѣющихъ почти одинаковое съ нею склоненіе. Такого рода звѣзды называются *лунными* или *звѣздами лунной кульминаціи.* Въ эфемеридахъ всегда дается по четыре таковыхъ звѣзды каждый день съ ихъ прямымъ восхожденіемъ и склоненіемъ.

И такъ, предположивъ, что въ обоихъ мѣстахъ, разность долготъ коихъ отыскивается, наблюдали въ одинъ и тотъ же день кульминацію края луны и одну изъ упомянутыхъ звѣздъ, докажемъ, что если труба нѣсколько уклоняется отъ меридіана, а состояніе часовъ извѣстно не съ строгою точностію, то результатъ будетъ независимъ отъ сихъ погрѣшностей, коль скоро луна и звѣзда имѣютъ склоненіе почти одинаковое.

Пусть α будетъ прямое восхожденіе звѣзды; А и А$'$ прямыя восхожденія (во времени) центра луны въ моменты куль-

(*) Нынѣ во всѣхъ эфемеридахъ дается движеніе луны для средняго времени; но за нѣсколько лѣтъ тому назадъ въ Conn. des Tems показывалась величина онаго для истиннаго. Въ семъ случаѣ для опредѣленія въ звѣздномъ времени, на сколько $1^ч$ истиннаго болѣе $1^ч$ звѣзднаго времени, слѣдуетъ найдти во времени величину приращенія $Æ\odot$ въ сутки, и раздѣливъ оную на 24, частное выразить на сколько $1^ч$ истиннаго времени продолжительнѣе звѣзднаго, или то количество, которое слѣдуетъ въ урав. (4) подставить вмѣсто m.

минацій ея края; p и p' часовые углы во времени въ сіи моменты, образуемые кругами склоненій, проходящими чрезъ край луны и ея центръ: $A \pm p$ и $A' \pm p'$ выразятъ звѣздныя времена кульминацій края луны, а α звѣзды. Означимъ чрезъ t промежутокъ звѣзднаго времени между обоими наблюденіями въ мѣстѣ западномъ, а чрезъ t' въ мѣстѣ восточномъ, и предположимъ, что звѣзда кульминировала прежде луны, т. е. что $\alpha < A$ и A'; въ случаѣ противномъ надлежитъ t и t' брать со знаками отрицательными.

Такъ какъ по условію пасаж. труба нѣсколько уклоняется отъ меридіана, а состояніе часовъ извѣстно не съ строгою точностію, то положимъ, что въ моментъ прохожденія звѣзды и потомъ края луны чрезъ среднюю нить въ мѣстѣ наблюденія западномъ, найдено было звѣздное время не α и $A \pm p$, но $\tau + \alpha$ и $\tau + A \pm p$. Здѣсь принимаемъ погрѣшность τ постоянною, ибо предполагаемъ, что промежутокъ времени между обоими наблюденіями незначителенъ. Разность сихъ выраженій будетъ

$$t = A \pm p - \alpha.$$

Такимъ же образомъ, если въ мѣстѣ восточномъ въ моменты прохожденія звѣзды и края луны найдено было звѣзд. время $\tau' + \alpha$ и $\tau' + A' \pm p'$, гдѣ τ' есть погрѣшность во времени, сдѣланную отъ неточнаго положенія трубы и состоянія часовъ, промежутокъ t' между обоими наблюденіями будетъ

$$t' = A' \pm p' - \alpha.$$

Вычтя это уравненіе изъ предшествующаго, получимъ

$$t - t' = A - A' \mp (p - p'),$$

откуда $$A - A' = t - t' \pm (p - p'). \qquad ..(5).$$

Таково выраженіе разности прямыхъ восхожденій центра луны, или что все равно, приращеніе его прямаго восхожденія въ продолженіи промежутка времени между моментами кульминацій луны въ обоихъ мѣстахъ, приращенія, которое выше мы означали буквою θ.

И такъ, количества t и t' данныя часами, независимы отъ погрѣшностей τ и τ', также какъ и искомая разность $A - A'$ отъ величины прямаго восхожденія α звѣзды.

Еслибы разстояніе луны отъ земли, и посему величина видимаго ея полу-діаметра, не измѣнялось въ продолженіи промежутка времени между ея кульминаціями въ обоихъ мѣстахъ, то было бы $p = p'$ и слѣд. послѣдній членъ урав. (5) равнялся бы нулю. Но какъ это можно допустить только въ томъ случаѣ, когда разстояніе между обоими мѣстами наблюденій слишкомъ незначительно, то остается опредѣлить количества p и p'.

Пусть P будетъ (чер. 188) полюсъ, Z зенитъ, A край луны на меридіанѣ ZP мѣста наблюденія западнаго; C положеніе центра луны въ сей моментъ. Часовой уголъ CPA во времени выразитъ искомую величину p, $CPA = 15p$. Если изобразимъ величину полудіаметра CA въ дугѣ чрезъ r, а склоненіе луны чрезъ δ, то въ треуг-кѣ CPA прямоугольномъ при A, будутъ извѣстны $CA = r$ и $CP = 90° - \delta$, и получимъ $\sin r = \sin 15p \cos\delta$, или принявъ $\sin r$ и $\sin 15p$ равными ихъ дугамъ будетъ $p = \frac{r}{15 . \cos\delta}$.

Такимъ же образомъ докажется, что если r' и δ' означаютъ видимый полудіаметръ луны и ея склоненіе въ моментъ наблюденія въ мѣстѣ лежащемъ къ востоку, то будетъ $p' = \frac{r'}{15 \cos\delta'}$. Подставя сіи выраженія вмѣсто p и p' въ урав. (5), получимъ

$$A - A' = \theta = t - t' \pm \tfrac{1}{15}\left(\frac{r}{\cos\delta} - \frac{r'}{\cos\delta'}\right). \quad \ldots (6)$$

Знакъ $+$ предъ послѣднимъ членомъ, соотвѣтствуетъ тому случаю, когда наблюдаема была кульминація края I (западнаго), а $-$ края II (восточнаго); 1-й случай бываетъ, когда наблюденіе дѣлается между новолуніемъ и полнолуніемъ, а 2-й когда луна бываетъ въ ущербѣ.

§ 364. Самый ходъ вычисленія, изложеннаго нами теперь способа Николаи состоитъ въ слѣдующемъ: по приближенной долготѣ мѣстъ наблюденія отъ меридіана эфемеридъ, отыскиваютъ сперва какой считался на немъ въ моментъ кульминаціи луны часъ средняго или истиннаго времени (смотря потому для средняго ли, или истиннаго времени дано въ эфемеридахъ движеніе луны). Пусть найденные сіи часы будутъ T и T′: приискиваютъ въ эфемеридахъ величины r, δ для момента T, и r', δ' для T′; послѣ чего посредствомъ строгаго интерполированія опредѣляютъ часовое движеніе d луны для эпохи соотвѣтствующей $\frac{1}{2}(T + T')$. Останется потомъ вычислить величину θ по формулѣ (6) и искомую разность L долготы по урав. (4).

Объяснимъ вышесказанное примѣромъ: 3-го Марта 1822 года дѣланы были наблюденія въ Дерптѣ и Мангеймѣ кульминацій западнаго края луны и звѣзды 309 близнецовъ, находившейся отъ ней къ западу; промежутки звѣзднаго времени, протекшаго между прохожденіями, найдены были въ

Мангеймѣ	*Дерптѣ*
$t = 13'\ 18'',30$	$t' = 10'\ 17'',56$

откуда $t - t' = 3'\ 0'',74 = 180'',74$.

Вычисленіе станемъ дѣлать по *Conn. des Tems.* Такъ какъ въ сихъ эфемеридахъ движеніе луны показывалось для истиннаго времени, то найдено, что въ Парижѣ, въ моментъ наблюденія въ Дерптѣ, считалось $7^ч\ 9'$, а въ моментъ наблюденія въ Мангеймѣ $8^ч\ 25'$ истин. врем.; среднее изъ оныхъ будетъ $7^ч\ 47'$. Для двухъ первыхъ моментовъ находимъ, что

для $7^ч\ 9'$ истин. врем. $r' = 15'\ 45'',4 = 945'',4$, $\delta' = 24°\ 6'\ 42''$
$8.25.$ $\quad r = 15.\ 45,0 = 945,0$, $\delta = 23.\ 55.10.$

Далѣе, посредствомъ интерполированія опредѣляемъ, что для $7^ч\ 47'$ часовое движеніе луны было $d = 35'\ 45''$, а посему $\frac{1}{15}d = 2'\ 23'' = 143''$. Сверхъ того, въ Conn. des Tems находимъ, что приращеніе прям. восхожденія солнца въ сутки есть $3'\ 43'',4$, а слѣд. въ $1^ч$ будетъ $9'',31$; и такъ, (см. прим. на стр. 549) въ $1^ч$ истин. врем. $= 1^ч + m = 1^ч\ 0'\ 9''31$ звѣзд. времени, $1^ч + m - \frac{1}{15}d = 3466'',31$. Вотъ самый ходъ вычисленія урав. (6) и (4).

$r \ldots 2.9754318$
$\sec\delta \ldots 0.0389985$

$3.0144303 \ldots\ldots 1033'',78$
$r' \ldots 2.9756156$
$\sec\delta' \ldots 0.0396477$

$3.0152633 \ldots\ldots 1035,\ 77$

разн. $= -\ 1,\ 99$
$p - p' = \frac{1}{15}$ разн. $= -0'',13$

$t - t' = 180'',74$
$p - p' = -0,\ 13$

$\theta = 180,\ 61$
$\log 3466'',21 = 3.5398674$
$\log\theta = 2.2567418$

$\log\frac{1}{15}d = -2.1553360$

$\log L = 3.6412732$
$L = 1^{ч}\,12'\,57'',97 =$
долг. Дерпта отъ Мангейма.

§ 365. Для опредѣленія долготы по способу Николаи съ строжайшею точностію надобно наблюдать въ тотъ же день кульминаціи нѣсколькихъ звѣздъ. Каждая изъ нихъ дастъ величину θ, которая получилась бы одинаковою изъ всѣхъ наблюденій въ томъ только случаѣ, еслибы не происходило малыхъ погрѣшностей въ отсчитываніи времени на часахъ и не измѣнялось положеніе пасажной трубы. Но если положимъ, что наблюденія дали для θ рядъ величинъ θ', θ'', θ''' весьма мало между собою разнствующихъ, то возьмутъ среднюю величину оныхъ за истинную и подставятъ ее въ урав. (4) вмѣсто θ.

§ 366. Такъ какъ нынѣ на большей части извѣстныхъ обсерваторій постоянно дѣлаются наблюденія какъ кульминацій луны, такъ и лунныхъ звѣздъ и даже многихъ фундаментальныхъ, то г. Струве, желая доставить путешествующимъ астрономамъ съ большимъ успѣхомъ опредѣлять разность долготъ изъ наблюденій переносными пасажными инструментами, предложилъ нижеслѣдующій способъ (*), заслу-

(*) Онъ заимствованъ нами изъ Astron. Beobachtungen von Preuss, herausgegeben von W. Struve, Dorpat, 1830, а также изъ любопытной статьи его же, (еще не напечатанной), хранящейся въ Архивѣ В. Т. Депо, подъ заглавіемъ: Astronomische Ortsbestimmungen, nach den, von den Officieren des Kaiserlichen Generalstabes in den Jahren 1828 bis 1832 in der Europäischen Türkei, in Kaukasien und Klein-Asien angestellten astronomischen Beobachtungen, abgeleitet und zusammengestellt von W. Struve.

живающій по простотѣ своего дѣйствія и строгой точности особеннаго вниманія:

Предварительно замѣтимъ, что еслибы на разныхъ пунктахъ при наблюденіи луны и какой либо звѣзды найдено было для момента прохожденія звѣзды чрезъ среднюю нить трубы одно и тоже мѣстное время, то это послужило бы признакомъ точности наблюденій, а потому могли бы заключить, что и найденное время въ каждомъ мѣстѣ момента кульминаціи луны, а слѣд. и ея прям. восхожденіе, не имѣло погрѣшности. Теперь вообразимъ себѣ, что на опредѣляемомъ пунктѣ, и на нѣкоторыхъ постоянныхъ обсерваторіяхъ въ одинъ и тотъ же день наблюдаемы были кульминаціи луны и однѣхъ и тѣхъ же звѣздъ: такъ какъ по строгой установки пасажныхъ инструментовъ на обсерваторіяхъ и той точности, съ каковою дѣлаются нынѣ на нихъ наблюденія, найденные моменты времени кульминаціи каждой изъ звѣздъ, не могутъ различествовать между собою, какъ величинами весьма незначительными, то безъ чувствительной погрѣшности можно принимать среднюю величину сихъ результатовъ за истинное прям. восхожд. звѣзды. Изъ сравненія же сей величины съ каждою отдѣльно найденною какъ на обсерваторіяхъ, такъ и на опредѣляемомъ пунктѣ, найдутся погрѣшности наблюденія, зная которыя, легко можно будетъ исправить найденное прям. восхожденіе луны въ каждомъ пунктѣ.

Для объясненія этого примѣромъ, возьмемъ наблюденія въ крѣп. Журжѣ, сдѣланныя г. Вронченко 22 Мая 1831 года, и имъ соотвѣтственныя въ Дерптѣ, Краковѣ и Гринвичѣ:

названіе свѣтилъ.	Журжа.	Дерптъ.	Краковъ.	Гринвичъ.
θ Дѣвы	$13^ч\ 1'\ 14'',16$	$13^ч\ 1'\ 13'',83$	$13^ч\ 1'\ 13'',90$	
I край луны	13. 46, 60	13. 40, 93	14. 34, 05	$13^ч\ 17'\ 10'',37$
l^3 Дѣвы	26. 45, 64	26. 45, 80	26. 45, 75	26. 45, 77
174 Дѣвы	35. 8, 90	35. 8, 61	35. 8, 87	35. 8, 81

Такъ какъ въ Дерптѣ и Краковѣ, дѣланы были наблюденія всѣхъ трехъ звѣздъ, то для величины Æ каждой изъ нихъ, принимаемъ среднюю изъ наблюденій въ сихъ двухъ мѣстахъ, именно:

$$
\begin{array}{lcl}
\text{Æ} \ \theta \text{ Дѣвы} & = & 13^{ч} \ 1' \ 13'',86 \\
l^{3} & = & 26. \ 45, \ 77 \\
174 & = & 35. \ 8, \ 74
\end{array}
$$

Сравнивая каждое отдѣльно взятое Æ звѣзды въ 4-хъ различныхъ мѣстахъ, получаемъ для Æ☾, слѣдующія поправки:

названіе свѣт.	Журжа.	Дерптъ.	Краковъ.	Гринвичь.
θ Дѣвы	— 0'',30	+ 0'',03	— 0'',04	
l^{3} «	+ 0, 13	— 0, 03	+ 0, 02	0'',00
174 «	— 0, 16	+ 0, 13	— 0, 13	— 0, 07
среднее	— 0, 11	+ 0, 04	— 0, 05	— 0, 33

Введя сіи результаты въ найденныя Æ☾, получимъ:

въ Журжѣ	$13^{ч}$ 13' 46'',49
Дерптѣ	13. 40, 97
Краковѣ	14. 34, 00
Гринвичѣ	17. 10, 34

Таковы суть величины, выражающія Æ кульминировавшаго края луны, исправленныя отъ малыхъ погрѣшностей наблюденій.

Остается теперь обьяснить, какимъ образомъ выводится искомая долгота по способу г. Струве изъ результатовъ такимъ образомъ нами найденныхъ.

Пусть t будетъ звѣздн. время момента кульминаціи края луны въ мѣстѣ лежащемъ къ западу, а t' къ востоку; означимъ чрезъ r и r' геоцентрическіе полудіаметры луны, чрезъ A и A' прямыя восхожденія (въ дугѣ) центра ея и чрезъ δ и δ' склоненія онаго въ упомянутые моменты. Получимъ

во времени: $\frac{1}{15}A = t \pm \frac{r}{15\cos\delta}$, $\frac{1}{15}A' = t' \pm \frac{r'}{15\cos\delta'}$,

а въ дугѣ: $A = 15t \pm \frac{r}{\cos\delta}$, $A' = 15t' \pm \frac{r}{\cos\delta'}$. . .(7).

Изобразимъ долготу, считаемую отъ меридіана эфемеридъ, мѣста западнаго чрезъ l, а мѣста восточнаго чрезъ l', и условимся принимать долготу со знакомъ $+$, если мѣсто лежитъ къ западу отъ упомянутаго меридіана, а съ — къ востоку. Предположимъ далѣе l долготу съ точностію извѣстною, а долготу l' приближенно, и означимъ чрезъ $\mathrm{d}l'$ погрѣшность въ сей послѣдней; слѣд. $l'+\mathrm{d}l'$ выразитъ искомую долготу мѣста наблюденія. Опредѣлимъ сію поправку $\mathrm{d}l'$

Отыщемъ посредствомъ l и l' моменты на меридіанѣ таблицъ, соотвѣтствующія найденнымъ t и t', въ томъ времени, для коего показаны мѣста луны въ эфемеридахъ. Пусть они будутъ T и T': здѣсь T' есть величина приближенная, ибо если бы время t' перевели на меридіанъ таблицъ посредствомъ истинной долготы $l'+\mathrm{d}l'$, то оно было бы $\mathrm{T}'+\mathrm{d}l'$. Найдемъ изъ эфемеридъ посредствомъ точнаго интерполированія прямое восхожденіе луны и означимъ его чрезъ α для T и чрезъ α' для T'. Для момента времени $\mathrm{T}'+\mathrm{d}l'$ прямое восхожденіе луны будетъ $=\alpha'+\mu\mathrm{d}l'$, гдѣ μ означаетъ движеніе луны въ прямомъ восхожденіи въ одну секунду звѣзднаго времени, соотвѣтствующую моменту T'.

Если бы величины прямаго восхожденія луны, показанныя въ эфемеридахъ не заключали въ себѣ никакихъ погрѣшностей, то получили бы $\mathrm{A}=\alpha$ и $\mathrm{A}'=\alpha'+\mu\mathrm{d}l'$. Но какъ это не выполняется, то изобразимъ погрѣшность эфемеридъ для момента T чрезъ $\mathrm{d}\alpha$, а для момента T' чрезъ $\mathrm{d}\alpha'$ Здѣсь безъ чувствительной погрѣшности можно принять $\mathrm{d}\alpha=\mathrm{d}\alpha'$, т. е. что погрѣшность въ эфемеридахъ въ продолженіи протекшаго времени между наблюденіями въ обоихъ мѣстахъ остается постоянною; слѣд. получимъ

$$\mathrm{A}=\alpha+\mathrm{d}\alpha,\ \mathrm{A}'=\alpha'+\mathrm{d}\alpha+\mu\mathrm{d}l'$$

откуда $$\mathrm{d}\alpha=\mathrm{A}-\alpha. \quad (8),$$

и $$\mathrm{d}l'=\frac{\mathrm{A}'-\alpha'-\mathrm{d}\alpha}{\mu}. \quad (9);$$

послѣ чего искомая долгота будетъ $=l'+\mathrm{d}l'$

Въ вышеизложенномъ предполагали, что наблюденія дѣлаемы были въ мѣстѣ опредѣляемомъ и на одной только обсерваторіи; но еслибы наблюдалось не на одной, а на многихъ обсерваторіяхъ, какъ сказано было на стран. 554, тогда разница въ дѣйствіи состояла бы только въ томъ, что опредѣлили бы $d\alpha$ изъ наблюденія на каждой изъ нихъ, и потомъ выведя среднюю, ввели бы ее въ урав. (9).

Такъ на прим. опредѣлимъ изъ результатовъ предложенныхъ на стр. 555, долготу Журжи отъ Парижскаго меридіана, приближенную величину коей примемъ равною $l' = -1^ч\ 34'\ 0'',00$. Самое вычисленіе станемъ дѣлать по берлинскимъ эфемеридамъ. Истинная долгота меридіана таблицъ отъ Парижа $= 44'\ 12'',6$ къ востоку; долготы же мѣстъ наблюденій отъ Берлина, суть:

Приближенная долгота Журжи	$= 0^ч\ 49'\ 47'',4$	къ вост.
Истинная долгота Дерпта.	. $=$ 0. 53. 21, 4	къ вост.
Кракова.	. $=$ 0. 26. 18, 4	къ вост.
Гринвича.	. $=$ 0. 53. 34, 1	къ зап.

Такъ какъ въ берлинскихъ эфемеридахъ мѣста луны показаны для средняго времени, то съ помощію этихъ долготъ отыскиваемъ среднее время, считавшееся въ Берлинѣ въ каждый изъ моментовъ звѣзднаго времени наблюденія Æ края ☾ на всѣхъ пунктахъ; потомъ найдя для найденныхъ моментовъ средняго времени геоцентрическій полудіаметръ и склоненіе луны, и чрезъ точное интерполированіе прям. восхожд. ея центра; обращаемъ полученныя изъ наблюденій Æ края луны въ градусы и получимъ:

мѣста наблюд.	сред. время въ Берлинѣ.	Æ I край ☾ изъ наблюд.	$\frac{r}{\cos\delta}$	Æ центра ☾. изъ наблюд.	Æ центра ☾. изъ эфсрид.
			14′		
Журжа	$8^ч25'17'',39$	$198^\circ26'37'',25$	$54'',49$	$198^\circ41'31'',84$	$198^\circ41'53'',57$
Дерптъ	8. 21.38, 48	198.25.14, 55	54, 50	198.40. 9, 05	198.40. 9, 46
Краков.	8. 49.29, 95	198.38.30, 00	54, 46	198.53.24, 46	198.53.24, 47
Гринв.	10.11.45, 25	199.17.35, 10	54, 34	199.32.29, 44	199.32.31, 68

Вычитая числа послѣдняго столбца изъ чиселъ предшествующаго, разности очевидно выразятъ:

для Журжи $A' - \alpha' = -21'',73$; для Дерпта $A - \alpha = -0'',41$
Кракова.. $= -0,01$
Гринвича $= -2,24$

Среднее $d\alpha = -0,88$

Для опредѣленія количества μ, т. е. движенія луны въ $1''$ звѣзд. врем. для $8^ч\ 25'\ 17''$, посредствомъ интерполированія отыскиваемъ движеніе луны между $8^ч\ 15'$ и $8^ч\ 30'$; вычисленіе дастъ $428'',13$; раздѣливъ же это число на $15' \times 60$ или $= 900$, частное $0''4757$ выразитъ движеніе луны въ $1''$ средн. времени; но $1''$ сред. врем. $= 1'',00274$ звѣзд. врем., а посему искомое μ найдется изъ пропорціи:

$$1'',00274 : 1'' = 0'',4757 : \mu = \frac{0,4757}{1,00274} = 0'',4744.$$

Послѣ чего формула (9) даетъ:

$$dl' = \frac{-21'',73 + 0,88}{0,4744} = -44'',0$$

и наконецъ искомая долгота Журжи отъ Парижа будетъ

$$l' + dl' = -1^ч\ 34'\ 44'',0.$$

§ 367. Изложенный нами теперь способъ г. Струве вообще удобнѣе способа Николаи, ибо онъ имѣя туже точность какъ сей послѣдній въ томъ случаѣ, когда на многихъ обсерваторіяхъ наблюдаемы были тѣже самыя звѣзды, какъ на опредѣляемомъ мѣстѣ, приводитъ къ результатамъ весьма удовлетворительнымъ даже и тогда, если въ одномъ или другомъ мѣстѣ не всѣ звѣзды вполнѣ были наблюдены, а особенно когда самыя наблюденія были произведены инструментами не одинаковаго достоинства. Къ сему должно присовокупить, что хотя выше предположенное равенство погрѣшностей $d\alpha$ и $d\alpha'$ (см. стр. 556) будетъ справедливо только тогда, когда разность долготъ между мѣстами наблюденій незначительна, однако въ большей части случаевъ можно избѣгнуть малыхъ погрѣшностей отъ того происходящихъ въ результатѣ, ибо можно всегда принять, что погрѣшность $d\alpha$ въ продолженіи сутокъ измѣняется равномѣрно, а слѣд. ежели на одной или нѣсколькихъ обсерваторіяхъ сдѣланы были два послѣдовательныя наблюденія кульминацій луны между коими наблюденіе въ опредѣляемомъ пунктѣ служитъ промежуточнымъ, тогда получится возможность опредѣлить величину поправки $d\alpha'$ для даннаго момента (*). Это замѣчаніе приводитъ къ весьма важному для путешествующаго астронома слѣдствію, что получается возможность опредѣлять долготу мѣста даже и въ томъ случаѣ, когда въ одинъ и тотъ же день не дѣлалось наблюденій ни на одной обсерваторіи, а дѣлаемы были въ предшествующій и послѣдующій дни.

§ 368. Въ заключеніе остается присовокупить, что если для сдѣланнаго наблюденія кульминаціи луны не найдется во все соотвѣтствующаго, съ помощію коего можно было бы узнать величину погрѣшности въ эфемеридахъ, то для опредѣленія приближенно долготы мѣста наблюденія, можно прибѣгнуть къ одному изъ слѣдующихъ двухъ способовъ:

a) Принявъ въ урав. (9) погрѣшность $d\alpha$ эфемеридъ равною нулю, получимъ

$$dl = \frac{A - \alpha}{\mu},$$

не забывая, что A означаетъ здѣсь въ дугѣ Æ центра ☾, найденное изъ наблюденій, α таковое же изъ эфемеридъ посредствомъ интерполяціи для момента наблюденія, и наконецъ dl поправку для принятой долготы мѣста наблюденія отъ меридіана таблицъ, или какого либо другаго даннаго.

Такъ на прим. 25 Іюня 1831 въ Журжѣ наблюдаема была кульминація II края луны и найдено было $t = 18^ч\ 47'\ 1'',84$ звѣздн. врем. Дѣлая вычисленіе по берлинскимъ эфемеридамъ, и принявъ долготу Журжи (какъ на стран. 557) $l = -0^ч\ 49'\ 47'',4$ найдемъ что на меридіанѣ оныхъ соотвѣтствующее среднее время $11^ч\ 43'\ 57'',23$. Для этого момента находимъ изъ эфемеридъ посредствомъ интерполяціи Æ☾ $= \alpha = 281^\circ\ 29'\ 54'',81$, полудіам. $r = 14'\ 50'',54$, $\delta = -19^\circ\ 35',7$, и $\log\mu = 9.72633$. И такъ,

(*) Въ Nautical almanac помѣщается нынѣ $d\alpha$ изъ наблюденій дѣлаемыхъ въ Гринвичѣ и Кембриджѣ.

$t = 18^{ч}\,47'\,1'',84$	$\log(A - a) = 1.06032\,-$
$15t^{\circ} = 281^{\circ}\,45'\,27'',60$	доп. $\log\mu = 0.27367$
$r\sec\delta = -\quad 15.\,45,\,28$	$\log dl = 1.33399\,-$
$A = 281.\,29.\,42,\,32$	$dl = -\quad 21'',58$
$a = 281.\,29.\,54,\,81$	$l = -\,0^{\circ}\,49'\,\,47,\,40$
$A - a = -\,0.\;0.\,11,\,49$	$l = 0.\,50.\;\;8,\,98$ отъ Берлин.
	или $= 1^{\circ}\,34'\,21'',58$ отъ Парижа (*).

b) Предположивъ, что въ какомъ либо мѣстѣ, дѣлаемы были наблюденія кульминаціи края луны и какой либо звѣзды, если означимъ найденный промежутокъ звѣзд. времени между сими моментами чрезъ t, то прямое восхожденіе A центра луны въ моментъ наблюденія, будетъ

$$A = Æ\star \pm t \pm \frac{r}{15\cos\delta}. \qquad .(10)$$

гдѣ знакъ + предъ 2-мъ членомъ берется, когда звѣзда кульминировала прежде луны, а — послѣ оной; предъ 3-мъ же членомъ знакъ + соотвѣтствуетъ тому случаю, когда наблюдали западный край, а — восточный.

Сперва вычисляютъ часъ T средняго времени соотвѣтствующій моменту наблюденія, т. е. $Æ\star \pm t$ звѣзд. времени; послѣ того посредствомъ строгаго интерполированія, опредѣляютъ изъ эфемеридъ, какое считается среднее время T′ на

(*) При семъ должно замѣтить, что изъ многочисленныхъ наблюденій, сдѣланныхъ офицерами Генеральнаго Штаба въ Турціи, обоихъ Княжествахъ и Кавказѣ въ 1828 — 1832, оказалось что долгота каждаго мѣста, опредѣлявшагося изъ наблюденій кульминаціи II края луны, была постоянно *менѣе* выводившейся изъ наблюденій I ея края. «Эта разность, (какъ говоритъ г. Струве въ упомянутой на стр. 553 статьѣ) происходитъ отъ того, что въ опредѣляемыхъ мѣстахъ употребляемы были пасажныя трубы меньшей величины, нежели на постоянныхъ обсерваторіяхъ. Но какъ извѣстно, что въ трубахъ меньшаго увеличиванія лунной діаметръ кажется большимъ, то слѣдуетъ, что изъ сравненія прямаго восхожденія луны наблюденнаго малымъ инструментомъ съ наблюденнымъ большимъ инструментомъ, получится по I краю луны долгота мѣста восточнѣе, а по II краю западнѣе.»

ихъ меридіанѣ въ тотъ моментъ, когда $Æ$☾ есть A. И такъ, сдѣлаются извѣстными времена T′ и T, считаемыя на двухъ меридіанахъ въ одинъ и тотъ же моментъ: разность T′ — T выразитъ искомую долготу l мѣста наблюденія отъ меридіана таблицъ. Если мѣсто наблюденія лежитъ отъ сего послѣдняго къ востоку, то $l = T' - T$ будетъ со знакомъ —.

Само собою разумѣется, что еслибы движеніе луны въ эфемеридахъ показано было для истиннаго времени, то надлежало бы опредѣлить T и T′ не въ среднемъ, но въ истинномъ времени.

Такъ на прим. 30 Мая 1825 года въ *Калькуттѣ* дѣлаемо было наблюденіе пасажною трубою, и на хронометрѣ, коего ходъ былъ по среднему времени, отсчитано было въ моментъ

кульминаціи края I луны	11ч 33′ 10″,50
кульминаціи *Антареса*... ..	12. 38. 23, 20
промежутокъ сред. врем..	1. 5. 12, 70
приведеніе на звѣзд. время .	+ 10, 72
промежутокъ въ звѣзд. врем. $t =$	1. 5. 23, 42
прям. восхожд. Антареса. . $Æ$✶ $=$	16. 18. 45, 82
прямое восхожд. запад. края ☾ $=$	15. 13. 22, 40
склон. $\delta = 21° 22' 46''$, $r = 16' 10''$; $r \sec\delta =$	+ 1. 9, 48
$Æ$ центра ☾ $=$	15. 14. 31, 88 $=$ A
	или A $= 228° 37' 58'',2$

Такъ какъ долгота Калькуты отыскивалась отъ Парижа, и въ Conn. des Tems движеніе луны дано было въ истинномъ времени, то найдено было 10ч 44′ 37″,34 истин. врем. для момента 15ч 13′ 22″,40 звѣзднаго.

Но посредствомъ интерполированія, вводя въ вычисленіе 2-я разности, найдено было, что на парижскомъ меридіанѣ, въ тотъ моментъ когда $Æ$ центра ☾ было 228° 37′ 58″,2, считалось

	T′ $=$ 5ч 0′ 56″,5	истин. времени
въ мѣстѣ наблюденія	T $=$ 10. 44. 37, 3	
долгота отъ Парижа	$l =$ 5. 43. 40, 8	къ востоку.

E. ПО ИЗМѢРЕНІЮ АЗИМУТОВЪ И ЗЕНИТНЫХЪ РАЗСТОЯНІЙ ЛУНЫ.

§ 369. Кромѣ кульминацій края луны, съ пользою могутъ служить для опредѣленія Æ☾, а слѣд. и долготы мѣста, тѣ наблюденія, кои доставляютъ возможность съ строгою точностію опредѣлять величину часоваго угла центра луны для даннаго момента звѣзднаго времени, ибо тогда Æ☾ будетъ = *звѣздн. врем.* ± *час. уг. во врем;* абсолютная же величина часоваго угла можетъ быть выведена изъ наблюденій или азимутовъ луны, или зенитныхъ ея разстояній. Оба сіи способа, предложенные г. Струве, требуютъ внимательнѣйшаго разсмотрѣнія.

§ 370. 1-й Способъ. *Измѣреніе азимутовъ луны* (*).

Наблюденіе состоитъ въ томъ, что труба угломѣрнаго снаряда наводится попеременно то на край луны, то на звѣзду, имѣющую прямое восхожд. мало разнствующее отъ Æ☾, соблюдая, чтобы промежутки между наблюденіями были по мѣрѣ возможности между собою равные. При каждомъ изъ этихъ наблюденій записываютъ отсчитыванія на хронометрѣ, (коего ходъ и состояніе съ строгою точностію извѣстны) моментовъ прохожденій свѣтила чрезъ всѣ нити трубы, состояніе уровня, (находящагося на ея оси вращенія), отсчитыванія на горизонтальномъ лимбѣ и на кругѣ высотъ, на коемъ мѣсто зенита опредѣляется предварительно. Послѣ того переворотивъ трубу чрезъ зенитъ, а алидадный кругъ на 180° повторяютъ все вышесказанное снова. Въ продолженіи всего наблюденія повѣрительная труба должна быть наведена на марку, для полученія возможности удостовѣряться не измѣнилось ли положеніе лимба.

§ 371. Послѣ того приступаютъ къ вычисленію, которое совершается въ слѣдующемъ порядкѣ:

1-е) Отсчитанные на хронометрѣ моменты прохожденія звѣзды чрезъ всѣ нити трубы, приводятъ на среднюю по фор-

(*) Мы заимствовали описаніе этого способа изъ статьи г. Савича: über die Bestimmung der geographischen Länge aus Mondazimuthen, напечатанной въ № 471 Astr. Nachrichten.

мулѣ (7) § 247 или (*a*) § 249 и потомъ исправляютъ результаты отъ хода и состоянія хронометра на звѣздное время. Положимъ это время въ моментъ прохожденія чрезъ среднюю нить для звѣзды $= \tau$, а для луны $= t$.

2-е) По данному склоненію δ звѣзды, высотѣ φ полюса и час. ея углу $p = Æ✶ \pm \tau$ вычисляютъ величину азимута ω звѣзды, считаемаго отъ юга, посредствомъ формулы (см. стр. 518):

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\omega - v) &= \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}p\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi + \delta)}{\cos\frac{1}{2}(\varphi - \delta)} \\ \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\omega + v) &= \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}p\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi + \delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varphi - \delta)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

3-е) Среднее отсчитываніе на горизонтальномъ лимбѣ, соотвѣтствующее каждому наблюденію звѣзды, исправляютъ отъ наклоненія оси вращенія трубы и ея колимаціи по формулѣ (1) стр. 172. Если означимъ это исправленное отсчитываніе чрезъ β, то мѣсто южнаго меридіана на лимбѣ будетъ $= \beta \pm \omega$, гдѣ знакъ $+$ соотвѣтствуетъ азимуту звѣзды восточному, а $-$ западному.

4-е) Выведя такимъ образомъ мѣсто меридіана изъ каждаго отдѣльнаго наблюденія, берутъ потомъ среднюю величину результатовъ, соотвѣтствующихъ каждому положенію инструмента. Если окажется, что мѣсто меридіана, выведенное изъ наблюденій при одномъ положеніи инструмента не одинаково съ выведеннымъ изъ таковыхъ же при другомъ, то полуразность можно принимать за слѣдствіе отъ ошибочно принятой колимаціи c трубы; опредѣливъ сію погрѣшность исправляютъ окончательно найденное мѣсто O меридіана.

5-е) По приближенной долготѣ мѣста наблюденія отъ меридіана эфемеридъ, приискиваютъ въ нихъ геоцентрическій полудіаметръ ϱ луны, ея экваторіальный паралаксъ и геоцентрическое склоненіе ея центра, соотвѣтствующее моменту каждаго наблюденія.

6-е) Среднее отсчитываніе на горизонтальномъ лимбѣ при каждомъ наблюденіи края луны исправляютъ сперва отъ наклоненія оси вращенія и колимаціи трубы, какъ сказано выше, а потомъ отъ видимаго полудіаметра луны, для опредѣленія на инструментѣ мѣста ея центра. Это послѣдняя поправка будетъ $= \pm \frac{\varrho}{\sin z}$ (*), гдѣ знакъ — соотвѣтствуетъ наблюденію западнаго края, а + восточнаго.

7-е) Если означимъ исправленное такимъ образомъ мѣсто на лимбѣ центра луны чрезъ b, то $\pm$ (O — b) выразитъ видимый его азимутъ ω', величину коего исправляютъ отъ дѣйствія паралакса по формулѣ (30) стр. 430.

$$\text{истин. азим. } \omega = \text{видим. азим. } \omega' + \zeta. \qquad .(12)$$

гдѣ $\zeta = \frac{H\mu . \sin 2\varphi'}{\sin 1''} . \frac{\sin \omega'}{\sin z} = u . \frac{\sin \omega'}{\sin z}$, полагая $u = \frac{H\mu \sin 2\varphi}{\sin 1''}$, а μ = сжатости земли, и z = геоцентр. зенит. разстоянію луны.

8-е) По найденному истинному азимуту ω луны, опредѣляютъ час. уголъ ея центра посредствомъ формулы (4) и (5) стр. 517 и 518.

$$\sin v = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta} \sin \omega, \tan g \tfrac{1}{2} p = \frac{\cos \frac{1}{2}(\varphi - \delta)}{\sin \frac{1}{2}(\varphi + \delta)} . \tan g \tfrac{1}{2}(\omega - v) .. \qquad 13)$$

послѣ чего $\quad Æ☾ = \text{звѣзд. врем. } t \pm \tfrac{1}{15} p.$

9-е) Выведя такимъ образомъ величину Æ☾ изъ каждаго отдѣльнаго наблюденія, соотвѣтствующаго моменту t звѣзд. врем., приведутъ результаты къ одному моменту T, что не затруднительно, ибо достаточно отыскать изъ эфемеридъ ве-

(*) Пусть Z (чер. 188) будетъ зенитъ, A наблюдаемый край луны и C ея центръ, коего видимое зенитное разстояніе ZC положимъ $= z'$; дуга AC $= \varrho'$ выразитъ видимый ея полудіаметръ, а уг. AZC $= x$ вышесказанную поправку; сфер. треуг. ACZ, прямоугольный при A даетъ $\sin \varrho' = \sin x \sin z'$ или $\varrho' = x \sin z'$, откуда $x = \frac{\varrho'}{\sin z'}$; но если положимъ геоцентрическій полудіаметръ $= \varrho$, а геоцентрич. зенит. разстояніе $= z$, то въ слѣдствіе доказаннаго въ § 273, будетъ $\frac{\varrho'}{\sin z'} = \frac{\varrho}{\sin z}$.

личину движенія μ луны въ Æ для 1″ звѣзднаго времени, и потомъ умноживъ μ на $T - t$, приложить произведеніе къ каждому отдѣльно выведенному Æ: сумма выразитъ Æ☾ для момента T. Послѣ чего взявъ среднюю величину результатовъ, останется поступить съ нею, какъ объяснено было на стр. 561.

§ 372. Для примѣра предлагаемъ наблюденія г. Савича малымъ универсальнымъ инструментомъ, 20 августа 1842 года на Петербургской академической обсерваторіи. Для наблюденія онъ выбралъ β Водолея; время отсчитывалъ на часахъ, на коихъ

$$11^ч\ 28'\ 6'',10 = 21^ч\ 23'\ 18'',64 \text{ звѣзд. врем.};$$

ходъ же ихъ былъ: $1^ч = 1^ч$ звѣзд. врем. $+ 9'',70$.

Данныя, доставленныя наблюденіями были слѣдующія:

кругъ высотъ.	свѣтила.	прохожденія чрезъ среднюю нить.	отсчитыван. на горизон. лимбѣ.	наклонен. оси $= i$.	видим. зен. раз-ст. $= z'$.
къ востоку.	β Водолея.	10ч 56′ 31″,10	125° 0′ 25″	+ 3″,20	66° 27′
		11. 1. 55, 79	126. 28. 19	+ 4, 30	66. 21
		11. 7 17, 60	127. 55. 49	+ 4, 25	66. 17
	I край ☾	11. 16. 1, 89	124. 54. 28	+ 6, 49	71. 27
		11. 24. 19, 32	127. 0. 10	+ 4, 20	71. 18
		11. 32. 57, 85	129. 11. 28	+ 5, 90	71. 11
къ западу.	β Водолея	11. 55. 56, 40	320. 9. 30	— 2, 75	293. 49
		12. 1. 19, 20	322. 36. 58	— 0, 60	293. 30
		12. 6. 26, 37	324. 0. 2	— 3, 60	293. 23
	I край ☾	12. 13. 14, 80	319. 24. 50	— 5, 7	288 56
		12. 20. 18, 70	321. 12. 28	— 0, 9	288. 52
		12. 27. 4, 30	322. 55. 21	— 1, 3	288. 45

По данной высотѣ полюса $\varphi = 59°\ 56'\ 30'',5$, видим. склоненію звѣзды $\delta = -6°\ 15'\ 24'',8$, ея видим. $Æ = 21^ч\ 23'\ 18'',64$ и по принятой колимаціонной погрѣшности $c = 0°\ 0'\ 0''$, найдено было на лимбѣ мѣсто меридіана:

	въ положеніи I	II
	133° 35′ 37″,9	313° 35′ 10″,8
	30, 0	5, 8
	3, 36	6, 2
среднее =	133. 35. 34, 9	313. 35. 7, 6

Отсюда видимъ, что погрѣшность отъ ошибочно принятой колимаціи, будетъ $= \frac{1}{2}.27'',3$; величина колимаціонной погрѣшности $c = \pm 13'',6 . \sin z' = \pm 12'',5$, а истинное мѣсто меридіана

въ положеніи I II

$$O = 133° 35' 21'',2 \qquad O = 313° 35' 21'',2$$

Принимая приближенную долготу Петербурга отъ Гринвича $l = 2^{ч}\ 1'\ 13''$ (къ вост.), отыскиваемъ въ Naut. Almanac истинное склоненіе центра ☾, соотвѣтствующее моментамъ наблюденій, и сверхъ того тамъ же находимъ, что геоцент. полудіам. $\varrho = 14'\ 43'',2$; гориз. паралаксъ при экваторѣ $= 54'\ 1'',0$; введя величину его въ урав. (16) § 262, получимъ

горизонт. парал. мѣста наблюденія $H = 53'\ 53'',0$

Послѣ чего по урав. (12), найдя что $u = 9'',311$ вычисляемъ величину истиннаго азимута луны:

пол. кр.	отсчитываніе на лимбѣ.	поправки. $= \frac{c}{\sin z'}$	поправки. $\frac{i}{\mathrm{tang}\, z'}$	поправки. $\frac{\varrho}{\sin z}$	исправленное отсчит. $= b$.	видимый азим. $= \pm(O - b)$.	пар. азим = [illegible]	сек. исти. ази. ω
				—15′		SO.	съ—	SO.
I	124°54′28″,0	—13″,2	+2″,1	36″,1	124°38′40″,8	8°56′40″,4	1″,5	38″,9
	127. 0.10, 0	—13, 2	+1, 4	36, 9	126.44.21, 3	6.50.59, 9	1, 2	58, 7
	129.11.28, 0	—13, 2	+2, 0	37, 6	128.55.39, 2	4.39.42, 0	0, 7	41, 3
						SW.		SW.
II	319.24.50, 0	+13, 2	—1, 9	38, 2	319. 9.23, 1	5.34. 1, 9	1, 0	0, 9
	321.12.28, 0	+13, 2	—0, 3	37, 8	320.57. 3, 1	7.21.41, 9	1, 3	40, 6
	322.55.21, 0	+13, 2	—0, 5	37, 3	322.39.56, 4	9. 4.35, 2	1, 5	33, 7

Изъ эфемеридъ найдено было, что движеніе ☾ въ Æ въ 1 часъ средняго времени было $110'',725$, а слѣд. въ 1 часъ звѣздн. врем. $\mu = 110'',47$ (см. стр. 558). Тамъ же приискано было посредствомъ интерполированія склоненіе δ центра луны, соотвѣтствующее каждому изъ моментовъ наблюденія. Съ помощію сихъ величинъ δ, вычислены были величины час. уг. p центра ☾, по урав. (13), а потомъ приведенія прям. восхожд. ☾ къ $21^{ч}\ 45'\ 34'',6 = T$, по урав. $x = (T - t)\mu$:

истинный азим. ☾	склоненіе ☾.	час. уголъ p во времени.	звѣзд. время наблюд. $= t$.	приведеніе Æ☾ къ Т.	истин. Æ☾ въ $21^ч 45' 34'',6$.
	-10°				
$8^\circ 56' 38'',9$	$23'\ 2'',4$	$+0^\circ 34' 18'',52$	$21^ч 11' 12'',60$	$+1'\ 3'',26$	$21^ч 46' 34'',38$
6. 50.58, 7	21.24, 6	+0.26.14, 96	21. 19.31, 31	+0.48, 02	21. 46.34, 29
4. 39.41, 3	19.29, 0	+0.17.50, 92	21. 28.11, 30	+0.31, 99	21. 46.34, 22
5. 34. 0, 9	11.39, 6	−0.21.17, 60	22. 8.34, 60	−0.42, 35	21. 46.34, 65
7. 21.40, 6	10.15, 1	−0.28. 9, 77	22. 15.39, 73	−0.55, 40	21. 46.34, 56
9. 4.33, 7	8.54, 4	−0.34.43, 77	22. 22.26, 40	−1. 7, 87	21. 46.34, 76
			среднее Т = 21. 45.34, 60		Æ☾ = 21. 46.34, 48

Согласіе результатовъ послѣдняго столбца, ясно показываетъ степень точности, какой можно достигнуть посредствомъ этого способа. Не должно забывать, что наблюденіе дѣлалось малымъ универсальнымъ инструментомъ (см. § 76), коего лимбъ имѣлъ въ діаметрѣ только 6 париж. дюймовъ, и лишь два верньера; не смотря на то выведенный результатъ весьма разнствовалъ отъ найденнаго Г. Савичемъ въ тотъ же день изъ наблюденій большимъ меридіанальнымъ кругомъ, ибо сей послѣдній далъ Æ☾ $= 21^ч\ 46'\ 34'',45$.

§ 373. Такъ какъ величина час. угла свѣтила получится по данному азимуту, съ тѣмъ большею точностію (см. § 341), чѣмъ оно находится ближе отъ своей кульминаціи, то изъ этого заключаемъ, что выгоднѣйшее время для опредѣленія долготы по изложенному нами теперь способу бываетъ тогда, когда луна находится близь меридіана. Впрочемъ подъ большими широтами, гдѣ сей способъ въ особенности приноситъ пользу не произойдетъ значительной погрѣшности, если луна будетъ наблюдаема въ наибольшемъ своемъ отдаленіи отъ онаго. Этимъ объясняется преимущество сего способа предъ способомъ опредѣленія долготы по наблюденіямъ кульминаціи луны, ибо здѣсь получается возможность повторять число наблюденій по произволенію, и чрезъ то уменьшать вліяніе погрѣшностей оныхъ на результатъ, между тѣмъ какъ въ вышеупомянутомъ способѣ долгота выводилась изъ одного лишь наблюденія. Для изслѣдованія же степени вліянія погрѣшностей эфемеридъ въ склоненіи δ луны на величину час. угла p, возьмемъ урав. (1) § 333, которое даетъ

$$\sin p = \tan\omega\,(\cos\varphi \tan\delta - \sin\varphi \cos p)$$

и одиференцировавъ его, принимая p и δ за перемѣнныя, получимъ

$$dp = \frac{\tan g\omega . \cos\varphi . d\delta}{\cos^2\delta\,(\cos p - \tan g\omega \sin\varphi \sin p)},$$

Подставя сюда вмѣсто $\tan g\omega$ его величину, взятую изъ перваго уравненія, по сокращеніи, найдемъ

$$dp = \frac{\sin p . d\delta}{\cos^2\delta\,(\tan g\delta . \cos p - \tan g\varphi)}.$$

Отсюда заключаемъ, что dp будетъ равно нулю, когда уг. $p = 0$, т. е. когда луна находится въ меридіанѣ; величину же наибольшую будетъ имѣть при $\omega = 90°$, какъ это явствуетъ изъ предшествующаго уравненія, т. е. когда наблюденіе дѣлается въ 1-мъ вертикалѣ; но какъ въ семъ случаѣ $\cos p = \frac{\tan g\delta}{\tan g\varphi}$, а $\sin p = \sqrt{1 - \cos^2 p} = \frac{\sqrt{(\tan g^2\varphi - \tan g^2\delta)}}{\tan g\varphi}$, то подставя сіи величины вмѣсто $\cos p$ и $\sin p$, по преобразованіи получимъ

$$dp = \frac{d\delta}{\cos^2\delta\sqrt{(\tan g^2\varphi - \tan g^2\delta)}}$$

Изъ этого уравненія видимъ, что dp будетъ тѣмъ менѣе, чѣмъ высота полюса φ болѣе. Въ нашихъ лунныхъ таблицахъ, погрѣшность въ склоненіи можетъ достигать до $10''$; если примемъ $\varphi = 60°$ и $\delta = +30°$, то будетъ $dp = 8''$ въ дугѣ или не свыше $0'',5$ во времени.

§ 374. 2-й Способъ. ***Измѣреніе зенитныхъ разстояній луны.*** Этотъ способъ въ сущности сходствуетъ съ предшествующимъ. Наблюденіе состоитъ въ томъ, что труба угломѣрнаго инструмента наводится попеременно то на звѣзду, (коей азимутъ мало разнствуетъ отъ луннаго), то на верхній или нижній край луны. Послѣ каждаго визированія записываютъ отсчитываніе на хронометрѣ, (коего ходъ и состояніе извѣстны) и на вертикальномъ лимбѣ, а также состояніе уровня, прикрѣпленнаго къ его закраинѣ. Сдѣлавъ такимъ образомъ рядъ наблюденій имѣя на прим. лимбъ влѣво, оборачиваютъ его около вертикальной оси на 180° и повторяютъ дѣйствіе снова.

Изобразимъ звѣздное время въ моментъ одного изъ наблюденій звѣзды чрезъ τ: изъ треуг-ка ZPS (чер. 187) по даннымъ $ZP = 90° - \varphi'$, $PS = 90° - \delta$ и уг. $p = 15° (Æ * \mp \tau)$, получится величина истиннаго ея зенитнаго разстоянія по формулѣ

$$\cos z = \sin\varphi' \sin\delta + \cos\varphi' \cos\delta \cos p,$$

послѣ чего видимое зенитное разстояніе z' звѣзды будетъ $z' = z + r$, гдѣ r есть рефракція.

Но если положимъ, что для этого наблюденія среднее отъ считываніе на лимбѣ, исправленное отъ состоянія уровня было a, то мѣсто зенита O на инструментѣ, соотвѣтствующее сему наблюденію будетъ

$$O = a \mp z',$$

гдѣ знакъ — соотвѣтствуетъ наблюденію, дѣлаемому при лимбѣ вправо, а + влѣво.

Найдя такимъ образомъ мѣсто зенита на инструментѣ изъ каждаго отдѣльнаго наблюденія звѣзды, берутъ среднюю величину изъ всѣхъ результатовъ, которая и выразитъ искомое.

Послѣ того приступаютъ къ вычисленію Æ☾, соблюдая слѣдующій порядокъ:

1-е) По приближенной долготѣ мѣста наблюденія отъ меридіана эфемеридъ, приискиваютъ въ нихъ: геоцентрическій полудіаметръ луны, ея экваторіальный паралаксъ и наконецъ истинное склоненіе ея центра, соотвѣтствующее моменту каждаго наблюденія.

2-е) Изъ средняго отсчитыванія на лимбѣ, при наблюденіи края луны, по исправленіи отъ состоянія уровня вычитаютъ прежде найденное мѣсто зенита на кругѣ, или обратно, смотря потому вправо ли, или влѣво находился кругъ во время наблюденія: разность выразитъ видимое зенитное разстояніе z' наблюдаемаго края.

3-е) Это зенитное разстояніе z' исправляютъ отъ рефракціи, параллакса высоты и видимаго полудіаметра луны, результатъ выразитъ истинное зенитное z ея центра.

4-е) Вычисляютъ геоцентрическую высоту φ полюса по урав. (21) стр. 423, а потомъ величину час. угла p центра луны по формулѣ

$$\cos p = \frac{\cos z - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta};$$

послѣ чего AR☾ будетъ $= t \pm \frac{1}{15} p$,

гдѣ t означаетъ звѣзд. время въ моментъ наблюденія; знакъ $+$ соотвѣтствуетъ тому случаю, когда ☾ находилась къ востоку отъ меридіана, а — къ западу.

5-е) Найденныя такимъ образомъ величины прямаго восхожденія, соотвѣтствующія моментамъ t, t', t'' приводятъ къ среднему промежуточному моменту $T = \frac{t + t' + t'' +}{n}$ звѣзд. врем., руководствуясь изложеннымъ въ § 370, 9; а потомъ вычисляютъ долготу какъ объяснено было на стр. 561.

Географическая долгота опредѣлится посредствомъ этого способа тѣмъ съ большею точностію, чѣмъ луна во время наблюденія находится ближе отъ 1-го вертикала, а высота полюса мѣста наблюденія менѣе; подъ широтами свыше 45°, сей способъ теряетъ свою точность, и потому въ сихъ случаяхъ необходимо употреблять предшествующій.

F. ПО СОЛНЕЧНЫМЪ ЗАТМѢНІЯМЪ И ЗАКРЫТІЯМЪ ЗВѢДЪ ЛУНОЮ.

§ 375. Солнечныя затмѣнія и закрытія звѣздъ луною доставляютъ одинъ изъ строжайшихъ способовъ опредѣлять разность долготъ двухъ мѣстъ. Сущность хода дѣйствія въ семъ случаѣ состоитъ въ наблюденіи начала и конца затмѣнія, (или закрытія и вскрытія звѣзды), а потомъ въ опредѣленіи чрезъ вычисленіе, времени ихъ *соединенія*, т. е. момента, въ который оба свѣтила имѣютъ одну и туже истинную долготу, или одно и тоже истинное прямое восхожденіе. Если тоже самое сдѣлано будетъ въ какомъ либо другомъ мѣстѣ земной поверхности, то разность найденныхъ временъ очевидно выразитъ искомую разность долготъ меридіановъ наблюденій; если же наблюденіе дѣлаемо было только въ одномъ мѣстѣ, то достаточно прискать въ эфемеридахъ, какое считается время на ихъ меридіанѣ въ моментъ соединенія обоихъ свѣтилъ, принявъ во вниманіе погрѣшность эфемеридъ, изъ издаваемыхъ наблюденій на постоянныхъ обсерваторіяхъ.

§ 376. Пусть P (чер. 201) будетъ полюсъ эклиптики, AB ея видимая дуга, точка A видимое положеніе центра солнца, а C луны, въ моментъ наблюденія, т. е. соприкосновенія краевъ сихъ свѣтилъ. Дуга $AC = \varDelta$ выразитъ видимое разстояніе между сими центрами, которое будетъ равно суммѣ видимыхъ полу-діаметровъ; $BC = \lambda'$ видимую широту луны, а $AB = a$ разность видимыхъ долготъ обоихъ свѣтилъ. По малости сихъ дугъ, треуг. ABC прямоугольный при B, можно разсматривать какъ плоскій и прямолинейный, и потому будетъ $\varDelta^2 = a^2 + \lambda'^2$, откуда

$$a = \sqrt{(\varDelta + \lambda')(\varDelta - \lambda')}. \qquad (14)$$

Выражая $\varDelta$ и λ' въ секундахъ, дуга a получится изъ этого уравненія также въ секундахъ.

Означивъ истинныя долготы солнца и луны чрезъ η и l, видимыя чрезъ η' и l', паралаксы долготы обоихъ свѣтилъ чрезъ b и π, получимъ для соприкосновенія съ западнымъ краемъ солнца, т. е. въ моментъ начала затмѣнія:

$$\eta = \eta' - b,\ l = l' - \pi,\ a = \eta' - l'$$

откуда $$\eta - l = \eta' - l' + \pi - b = a + (\pi - b)$$

При 2-мъ внѣшнемъ соприкосновеніи краевъ обоихъ свѣтилъ, т. е. въ моментъ конца затмѣнія, по причинѣ $l > \eta$, надобно брать $l - \eta$. Это выраженіе впрочемъ будетъ различествовать только однимъ знакомъ предъ $(\pi - b)$, ибо тогда a будетъ $= l' - \eta'$. И такъ, въ обоихъ случаяхъ, принимая $\varDelta$ равнымъ суммѣ видимыхъ полудіаметровъ, получимъ

$$\textit{разность истинныхъ долготъ} = a \pm (\pi - b) = k. \qquad .(15).$$

гдѣ знакъ $+$ соотвѣтствуетъ началу затмѣнія, а $-$ концу онаго.

Тоже выраженіе приличествуетъ для случая, соотвѣтствующаго соприкосновенію внутреннему, при полномъ затмѣніи; но тогда Δ выразитъ разность видимыхъ полудіаметровъ.

§ 377. Изобразимъ часовое движеніе солнца въ долготѣ чрезъ M, а луны чрезъ m: если въ разсматриваемомъ нами случаѣ, примемъ солнце за неподвижное въ эклиптикѣ, то часовое движеніе луны относительно солнца выразится чрезъ m — M. И такъ, если въ $1^ч$ или $3600''$ средняго времени, движеніе луны въ долготѣ есть m — M, то посредствомъ пропорціи получится T секундъ времени, употребляемыхъ ею для описанія дуги a, т. е. разстоянія въ долготѣ, именно:

$$m - \mathrm{M} : 3600'' = a : \mathrm{T}$$

откуда
$$\mathrm{T} = \frac{3600''}{m - \mathrm{M}}[a \pm (\pi - b)]. \qquad .(16).$$

Таково уравненіе, опредѣляющее промежутокъ времени между моментами наблюденія начала или конца затмѣнія и истиннаго соединенія обоихъ свѣтилъ, не забывая брать + для соприкосновенія съ западнымъ краемъ солнца, а — съ восточнымъ. Слѣд. если означимъ время наблюденія чрезъ t, а искомое время въ моментъ соединенія чрезъ τ, то будетъ

$$\tau = t \pm \mathrm{T}.$$

§ 378. Самый ходъ вычисленія, соблюдаемаго при опредѣленіи долготы по солнечнымъ затмѣніямъ, состоитъ въ слѣдующемъ:

1-е) По приближенной долготѣ мѣста наблюденія отъ меридіана эфемеридъ, опредѣляютъ, какое считается среднее время на этомъ меридіанѣ въ моментъ t наблюденія затмѣнія; послѣ чего приискиваютъ въ эфемеридахъ посредствомъ интерполяціи, для найденнаго момента средняго времени истинную долготу η и l солнца и луны; широту λ и горизонтальный экваторіальный паралаксъ E луны; наконецъ геоцентрическіе полу-діаметры R и ϱ солнца и луны, равно какъ и часовыя движенія M и m въ долготѣ обоихъ свѣтилъ.

2-е) Опредѣляютъ геоцентрическую широту φ' мѣста наблюденія и горизонтальный паралаксъ H луны въ ономъ, по формуламъ (см. урав. (21) стр. 423, и (16) стр. 419)

$\tang \varphi' = (1 - 2\mu) \tang \varphi, \sin H = \sin E (1 - \mu \sin^2 \varphi').$. (A)

гдѣ μ есть сжатость земли.

3-е) По данному звѣздному времени s (выраженному въ градусахъ) момента наблюденія и геоцентрической широтѣ φ', отыскиваютъ широту $\varLambda$ и долготу L зенита по уравненіямъ (27) (28) и (29) (стр. 428)

$$\tang \psi = \cot \varphi' . \sin s,$$

$$\sin \varLambda = \frac{\sin \varphi'}{\cos \psi} \cos(\varepsilon + \psi),$$

$$\sin L = \tang \varLambda . \tang(\varepsilon + \psi),$$

гдѣ ψ есть вспомогательная дуга, а ε наклоненіе эклиптики.

4-е) По даннымъ горизонтальному паралаксу H луны, ея широтѣ λ и широтѣ $\varLambda$ зенита опредѣляютъ *паралаксъ* π долготы l и паралаксъ σ широты λ луны, по уравненіямъ (25) и (26) (см. стр. 428)

$$x = \frac{\sin H . \cos \varLambda}{\cos \lambda},$$

$$\pi = \frac{x \sin(l - L)}{\sin 1''} + \frac{x^2 \sin 2(l - L)}{2 \sin 1''},$$

видим. долг. l'☾ $=$ *истин. ея долготѣ* $l + \pi$.

$$\cot y = \frac{\cos(l - L + \frac{1}{2}\pi) \cot \varLambda}{\cos \frac{1}{2}\pi}, \quad v = \frac{\sin H . \sin \varLambda}{\sin y},$$

$$\sigma = \frac{v \sin(y - \lambda)}{\sin 1''} + \frac{v^2 \sin 2(y - \lambda)}{2 \sin 1''},$$

видим. широта λ'☾ $=$ *истин. шир.* $\lambda - \sigma$.

Здѣсь x, y и v суть вспомогательныя дуги, которыя вводятся въ вычисленіе съ тѣми знаками, какія получаются изъ уравненій ихъ опредѣляющихъ.

5-е) По приисканному въ эфемеридахъ геоцентрическому полудіаметру ϱ луны и истинной ея широтѣ λ, вычисляютъ величину видимаго ея полудіаметра ϱ' по формуламъ (см. § 277)

$$x = \varrho\,(\sigma \sin 1'') \cot(y - \lambda) - \tfrac{1}{2}\varrho(\sigma \sin 1'')^2,$$

$$x = \varrho' - \varrho,\ \varrho' = \varrho + x,$$

послѣ чего будетъ $\Delta = R + \varrho$, гдѣ R есть видимый полудіаметръ солнца.

6-е) Въ заключеніе слѣдуетъ присовокупить, что во всѣ вышепредложенныя формулы вмѣсто горизонт. парал. H луны, вводится H — горизонт. парал. ☉, дабы чрезъ то избѣгнуть надобности вычислять параллаксы долготы и широты солнца. Въ слѣдствіе чего найденная по вышесказанному величина π выразитъ $\pi - b$, и потому урав. (16) обратится въ

$$T = \frac{3600''}{m - M}(a \pm \pi). \qquad (17)$$

§ 379. Считаемъ излишнимъ распространяться болѣе объ опредѣленіи геогр. долготы по солнечнымъ затмѣніямъ, какъ такимъ явленіямъ, которыя случаются весьма рѣдко и потому для геодезиста приносятъ мало пользы. Но изложенный нами ходъ дѣйствія важенъ въ томъ отношеніи, что онъ служитъ основаніемъ опредѣленію долготы по *закрытіямъ звѣздъ луною*, — явленіямъ, весьма часто случающимся, и потому часто употребляемому въ практикѣ.

Такъ какъ звѣзды не имѣютъ ни паралакса, ни видимыхъ діаметровъ, ни поступательнаго движенія, то достаточно во всѣхъ вышепредложенныхъ формулахъ, сіи величины, относящіяся къ солнцу, принять равными нулю; все различіе въ вычисленіи будетъ состоять въ томъ, что дуга AB (чер. 201) не выразитъ разности между долготою звѣзды и долготою центра луны, ибо звѣзда находится внѣ эклиптики, но сія дуга будетъ равна разности долготъ a умноженной на косинусъ широты звѣзды.

§ 380. Впрочемъ по причинѣ сложности вышепредложеннаго вычисленія всѣ астрономы опредѣляютъ нынѣ долготу мѣста по закрытіямъ звѣздъ отыскивая моментъ *соединенія* звѣзды съ центромъ луны не въ долготѣ, но въ *прямомъ восхожденіи*.

И такъ, пусть P будетъ полюсъ міра, A′B′ дуга экватора, C видимое положеніе центра луны и A звѣзды въ моменты закрытія или вскрытія. Дуга $AC = \varrho'$ выразитъ видимый полудіаметръ луны, $CB' = \delta'$ видимое ея склоненіе, $AA' = \delta*$ склоненіе звѣзды и дуга $A'B' = a$ разность между видимыми прям. восхожд. звѣзды и луны.

Изъ треуг-ка PAC, въ коемъ $PA = 90° - \delta*$, $PC = 90° - \delta'$ и уг. $P = a$, имѣемъ по формулѣ (32) Сфер. Тригон.

$$\cos\delta* \cos\delta' \cos a = \cos\varrho' - \sin\delta* \sin\delta';$$

Подставя $1 - 2\sin^2\frac{1}{2}a$ вмѣсто $\cos a$, по преобразованіи получимъ

$$2\cos\delta* \cos\delta' \sin^2\tfrac{1}{2}a = \cos(\delta* - \delta') - \cos\varrho'$$

или положивъ $\delta* - \delta' = e$, по формулѣ (12) стр. 5, будетъ

$$2\cos\delta* \cos\delta' \sin^2\tfrac{1}{2}a = 2\sin\tfrac{1}{2}(\varrho' + e)\sin\tfrac{1}{2}(\varrho' - e).$$

Примемъ $\sin\frac{1}{2}a$, $\sin\frac{1}{2}(\varrho' + \varrho)$ и $\sin\frac{1}{2}(\varrho' - e)$, равными ихъ дугамъ и по сокращеніи получимъ

$$\cos\delta* \cos\delta' . a^2 = (\varrho' + e)(\varrho' - e)$$

откуда $$a = \sqrt{\frac{(\varrho' + e)(\varrho' - e)}{\cos\delta* \cos\delta'}}. \quad .. \quad (18).$$

Послѣ чего докажется, одинаково какъ на стр. 572, что

$$\left.\begin{aligned} T &= \frac{3600}{\mu}(a \pm \pi) \\ \tau &= t \pm T \end{aligned}\right\} .(19)$$

гдѣ π означаетъ паралаксъ Æ☾, μ часовое движеніе ☾ въ прямомъ восхожденіи, T промежутокъ времени между моментами наблюденія и соединенія, t время наблюденія и τ искомое, въ моментъ соединенія.

§ 381. И такъ для опредѣленія геогр. долготы по закрытіямъ звѣздъ луною, сдѣлавъ наблюденіе времени моментовъ закрытія и вскрытія звѣзды, а потомъ найдя по приближенной долготѣ среднее время, считаемое на меридіанѣ эфемеридъ въ сіи моменты, и наконецъ приискавъ въ нихъ истинное Æ и склоненіе δ луны, ея геоцентрическій полудіаметръ ϱ и экваторіальный параллаксъ E, вычисляютъ

во 1-хъ) Геоцентрическую высоту полюса φ мѣста наблюденія и горизонтальный паралаксъ H луны, по формуламъ стр. 423 и 419.

во 2-хъ) Паралаксъ π прямаго восхожденія, видимое склоненіе δ' и величину видимаго полу-діаметра ϱ', по формуламъ (см. урав. (22) на стр. 424, урав. D на стр. 426 и урав. (34) на стр. 436)

$$\left.\begin{aligned}
\tang \pi &= \frac{\sin H \cos\varphi \sin p}{F} \\
\tang \delta' &= \frac{(\sin\delta - \sin\varphi \sin H)\cos\pi}{F} \\
\sin \varrho' &= \frac{\sin\varrho \cos\pi \cos\delta'}{F} \\
\text{гдѣ } F &= \cos\delta - \sin H \cos\varphi \cos p
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (20)$$

или по формуламъ (см. урав. (23) и (24) на стр. 424 и 427, и урав. (35) на стр. 437)

$$\left.\begin{aligned}
\pi &= \left(\frac{\sin H \cos\varphi}{\cos\delta}\right)\frac{\sin p}{\sin 1''} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\sin H \cos\varphi}{\cos\delta}\right)^2 \frac{\sin 2p}{\sin 1''} \\
&\qquad + \tfrac{1}{3}\left(\quad\right)^3 \frac{\sin 3p}{\sin 1''} \\
&\textit{видим. склон. } \delta' = \textit{истин. склон. } \delta - \sigma \\
\sigma &= \frac{\sin\varphi \sin H}{\sin\gamma}\cdot\frac{\sin(\gamma-\delta)}{\sin 1''} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\sin\varphi \sin H}{\sin\gamma}\right)^2\cdot\frac{\sin 2(\gamma-\delta)}{\sin 1''}, \\
\text{гдѣ}\quad \cot\gamma &= \frac{\cot\varphi . \cos(p + \tfrac{1}{2}\pi)}{\cos\tfrac{1}{2}\pi} \\
\varrho' &= \varrho + \varrho\sigma \sin 1'' \cot(\gamma - \delta) - \tfrac{1}{2}\varrho(\sigma \sin 1'')^2
\end{aligned}\right\} (21)$$

и наконецъ въ 3-хъ) Разность склоненій $e = \delta' - \delta*$, потомъ величину a по урав. (18) и время T и τ по урав. (19).

§ 382. Для примѣра возьмемъ одно изъ наблюденій закрытія звѣзды γ *Вѣсовъ*, сдѣланныхъ 21 Іюня 1831 года въ крѣп. Журжи. Данныя были: въ моментъ закрытія звѣзды, звѣздное время $= 17^ч\ 45'\ 50'',2$; $Æ\,\star = 231°\ 31'\ 49'',8$, склоненіе $\delta\,\star = -14°\ 13'\ 3'',0$; географ. широта мѣста $\varphi' = 43°\ 53'\ 29'',1$; приближенная долгота $l = 0^ч\ 50'\ 22'',9$ къ вост. отъ Берлина: находимъ, что на его меридіанѣ въ моментъ наблюденія считалось $10^ч\ 58'\ 3'',82$ средн. времени; посредствомъ же интерполированія было получено для сего момента истинное $Æ☾ = 231°\ 40'\ 0'',00$, истинное ея склоненіе $\delta = -13°\ 32'\ 48'',44$; экваторіальный параллаксъ $E = 54'\ 2'',00$, геоцентр. полудіаметръ $\varrho = 14'\ 43'',43$. Послѣ чего, чрезъ вычисленіе получимъ час. уг. $p = -34°\ 47'\ 33'',0$, геоцент. высота полюса $\varphi = 43°\ 42'\ 1'',00$ горизонт. парал. или $H = 53'\ 56'',82$.

Вотъ ходъ вычисленія, по урав. (21):

Вычисл. парал. π въ $Æ$.

$$\begin{array}{rl}
\sin H \ldots & 8.1956750 \\
\cos\varphi \ldots & 9.8591166 \\
\text{доп.}\cos\delta \ldots & 0.0122544 \\
\hline
\beta \ldots & 8.0670460 \\
\sin p \ldots & 9.7565363\ - \\
\text{доп.}\sin 1'' \ldots & 5.3144251 \\
\hline
& 3.1378074\ - \ldots \text{1-й чл.} = -\ 1373'',433 \\
\hline
\beta^2 \ldots & 6.1340820 \\
0,5 \ldots & 9.6989700 \\
\sin 2p \ldots & 9.9718280\ - \\
\text{доп.}\sin 1'' \ldots & 5.3144251 \\
\hline
& 1.1193051\ - \ldots \text{2-й чл.} = -\ 13,161 \\
\hline
\beta^3 \ldots & 4.2011 \\
\sin 3p \ldots & 9.9862\ - \\
\tfrac{1}{3} \ldots & 9.5229 \\
\text{доп.}\sin 1'' \ldots & 5.3144 \\
\hline
& \bar{1}.0246\ - \ldots \text{3-й чл.} = -\ 0,106
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
\pi &= -1386,70 = -23'\ 6'',70 \\
\tfrac{1}{2}\pi &= -\ 11'\ 33'',35 \\
p &= -34°\ 47.\ 33,\ 00 \\
\hline
p + \tfrac{1}{2}\pi &= -34.\ 59.\ 6,\ 35
\end{aligned}$$

Выч. пар. σ въ склон.

$$\begin{array}{rl}
\cot\varphi \ldots & 0.0197101 \\
\cos(p + \frac{1}{2}\pi) \ldots & 9.9134436 \\
\text{доп.} \cos\frac{1}{2}\pi \ldots & 0.0000024 \\
\hline
\cot y \ldots & 9.9331561 \\
\hline
\sin\varphi \ldots & 9.8394063 \\
\sin H \ldots & 8.1956750 \\
\text{доп.} \sin y \ldots & 0.1196550 \\
\hline
\gamma \ldots & 8.1547363 \\
\sin(y - \delta) \ldots & 9.9496442 \\
\text{доп.} \sin 1'' \ldots & 5.3144251 \\
\hline
 & 3.4188056 \ldots\ldots \text{1-й чл.} = 2623'',04 \\
\hline
\gamma^2 \ldots & 6.3094726 \\
\sin 2(y - \delta) \ldots & 9.9086281 \\
0,5 \ldots & 9.6989700 \\
\hline
\text{доп.} \sin 1'' \ldots & 5.3144251 \\
\hline
 & 1.2314958 \ldots\ldots \text{2-й чл.} = +17'',04
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
y = & 49^\circ\,23'\,31'',20 \\
\delta = & -13.\ 32.\ 48,\ 44 \\
\hline
y - \delta = & 62.\ 56.\ 19,\ 64 \\
\hline
2(y - \delta) = & 125.\ 52.\ 39,\ 28
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
\sigma = & 2640,\ 08 \\
\text{или } \sigma = & 44'\ \ 0'',08 \\
\delta = & -13^\circ\,32.\ 48,\ 44 \\
\hline
\delta - \sigma = \delta' = & -14.\ 16.\ 48,\ 52
\end{array}$$

Выч. вид. полуд. $\varrho' = \varrho = x$.

$$\begin{array}{rl}
\varrho \ldots & 2.9461708 \\
\sigma \ldots & 3.4216170 \\
\sin 1'' \ldots & 4.6855749 \\
\cot(y - \delta) \ldots & 9.7083083 \\
\hline
 & 0.7616710 \ldots\ldots \text{1-й чл.} = \quad 5'',77 \\
0,5 \ldots & 9.6990 - \\
\varrho \ldots & 2.9462 \\
(\sigma \sin 1'')^2 \ldots & 6.2144 \\
\hline
 & \bar{2}.8596 - \ldots\ldots \text{2-й чл.} = -0,\ 07
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
x = & 5,\ 70 \\
\varrho = & 14'\,43,\ 43 \\
\hline
\varrho + x = \varrho' = & 14.\ 49,\ 13
\end{array}$$

$\delta' = -14^\circ 16' 48'',52$	$a = \quad 887'',35$
$\delta \star = -14.\ 13.\ \ 3,\ 00$	$\pi = -1386,\ 70$
$\delta' - \delta \star = -\quad 3.\ 43,\ 52$	$a + \pi = -\quad 499,\ 35$
$\varrho' + e = \quad 18.\ 18.\ 34,\ 65$	$\log(a+\pi) = 2.6984051 -$
$\varrho' - e = \quad 11.\ \ 3,\ 61$	$\log(1800) = 3.2552725$
Выч. урав. (18) *и* (19).	доп. $\log\frac{1}{2}\mu = \bar{3}.0537443$
$\varrho' + e \ldots 3.0471386$	$\log T = 3.0074219 -$
$\varrho' - e \ldots .2.8219129$	$T = -1017'',24 = -16' 57'',24$
доп. $\cos\delta' \ldots 0.0136308$	$t = 11^ч 48.\ 26,\ 72$
доп. $\cos\delta\star \ldots 0.0135103$	$\tau = 11.\ 31.\ 29,\ 48$
$a^2 \ldots 5.8961926$	средн. время.
$a \ldots 2.9480963$	
$a = 887'',35$	

Изъ сдѣланныхъ наблюденій въ тотъ же день въ Гринвичѣ найдено было, что въ моментъ соединенія ☾ съ γ *Вѣсовъ*, $\tau = 9^ч\ 47'\ 40'',04$ сред. врем.; слѣд. долгота крѣп. Журжи отъ Гринвича, есть $l = 1^ч\ 43'\ 49'',44$ во времени.

§ 382. Здѣсь предложено нами вычисленіе искомой разности долготы только изъ наблюденій въ Журжѣ и Гринвичѣ; въ практикѣ же рѣшеніе подобнаго рода вопросовъ выводится по большей части изъ наблюденій, дѣлаемыхъ на многихъ обсерваторіяхъ, подобно какъ при опредѣленіи долготы изъ наблюденій кульминацій луны (см. § 336). Это доставляетъ ту выгоду, что получается возможность исправлять результатъ, отъ данныхъ доставляемыхъ эфемеридами.

Замѣтимъ предварительно, что если въ урав. (19) вмѣсто t подставимъ время считаемое на меридіанѣ эфемеридъ въ моментъ наблюденія, то τ выразитъ время на семъ меридіанѣ въ моментъ геоцент. соединенія центра луны со звѣздою. Пусть $\tau' = t' \pm T'$, $\tau'' = t'' \pm T''$ будутъ моменты времени такимъ образомъ найденные изъ наблюденій на постоянныхъ обсерваторіяхъ. Еслибы оказалось, что τ', τ'', τ'''... значительно между собою разнствуютъ, то заключили бы, что это происходитъ отъ неточности данныхъ, доставляемыхъ эфемеридами, посредствомъ коихъ опредѣляютъ T', T'', T'''..., ибо предполагаемъ, что t', t'', t''' какъ выражающіе моменты времени наблюденій на обсерваторіяхъ и переведенные на меридіанъ эфемеридъ посредствомъ разности долготы съ строгою точностію извѣстной, не заключаютъ въ себѣ погрѣшностей, или имѣютъ ихъ весьма малыя. И такъ, если изобразимъ чрезъ dT', dT'', dT''' , погрѣшности величинъ T', T'', T''' , то получимъ

$$\tau' + dT' = \tau'' + dT'' = \tau''' + dT''' = \quad .. \qquad (22).$$

Но урав. (18) даетъ $a^2 \cos\delta * \cos\delta' = \varrho'^2 - (\delta * - \delta')^2$; одифференцировавъ его въ отношеніи a и δ', получимъ

$$2a\cos\delta * \cos\delta' . da - a^2 \cos\delta * \sin\delta' . \sin 1'' \, d\delta' = 2(\delta * - \delta')d\delta',$$

откуда $\quad da = \dfrac{(\delta * - \delta')\, d\delta'}{a \cos\delta * \cos\delta'}$,

отбрасывая 2-й членъ по незначительной его величинѣ.

Если же одифференцируемъ урав. (19), то будетъ

$$dT = \frac{3600}{\mu} da;$$

подставя вмѣсто da его величину, получимъ

$$dT = B \; d\delta', \text{ гдѣ } B = \frac{3600}{\mu} \cdot \frac{(\delta * - \delta')}{a . \cos\delta * \cos\delta'}.$$

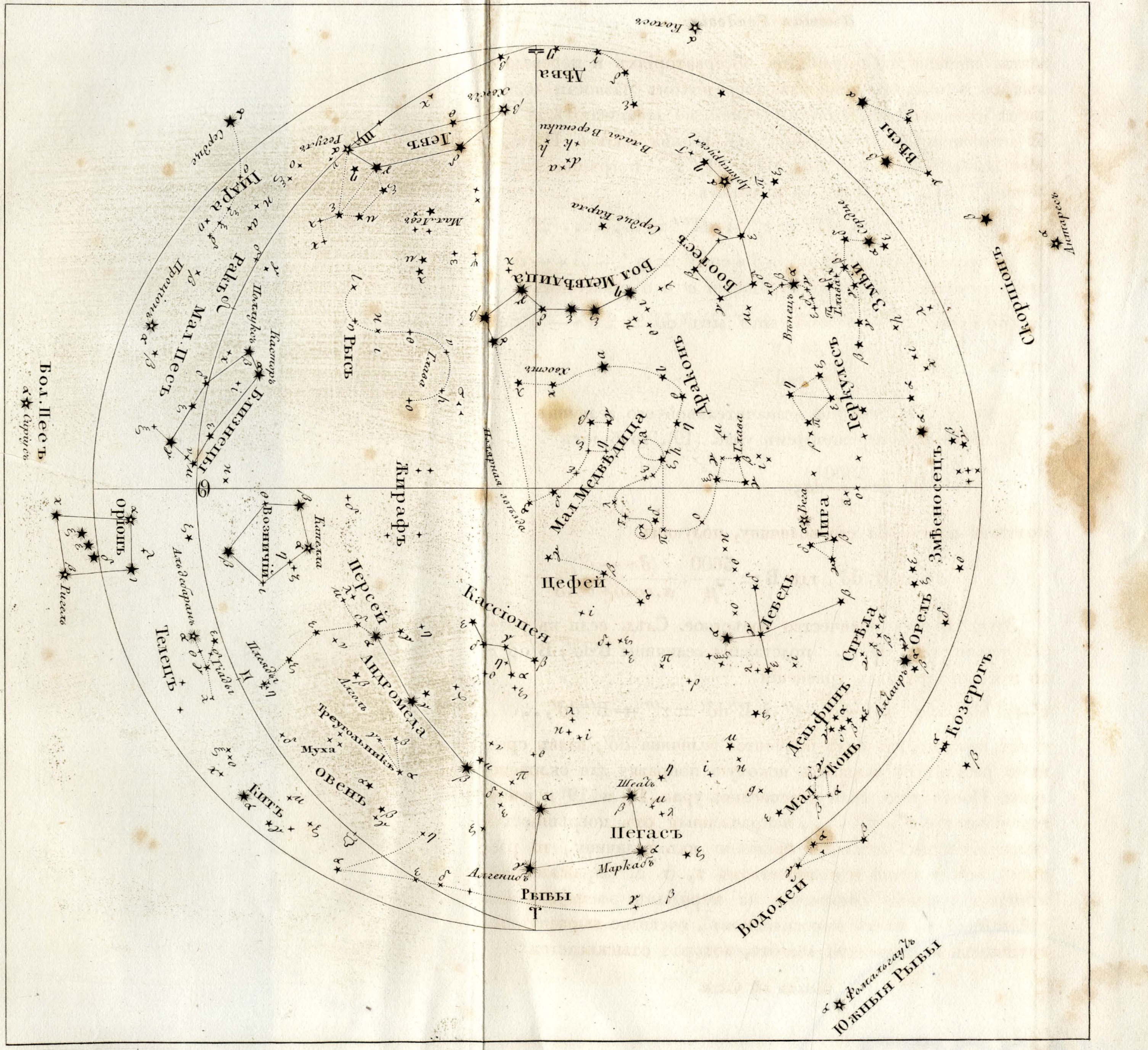
Здѣсь B есть количество извѣстное. Слѣд. если въ урав. (22) вмѣсто dT', dT'' подставимъ величины $B'd\delta'$, $B''d\delta''$... то произойдетъ рядъ уравненій

$$\tau' + B'd\delta' = \tau'' + B''d\delta', \; \tau'' + B''d\delta' = \tau''' + B'''d\delta',$$

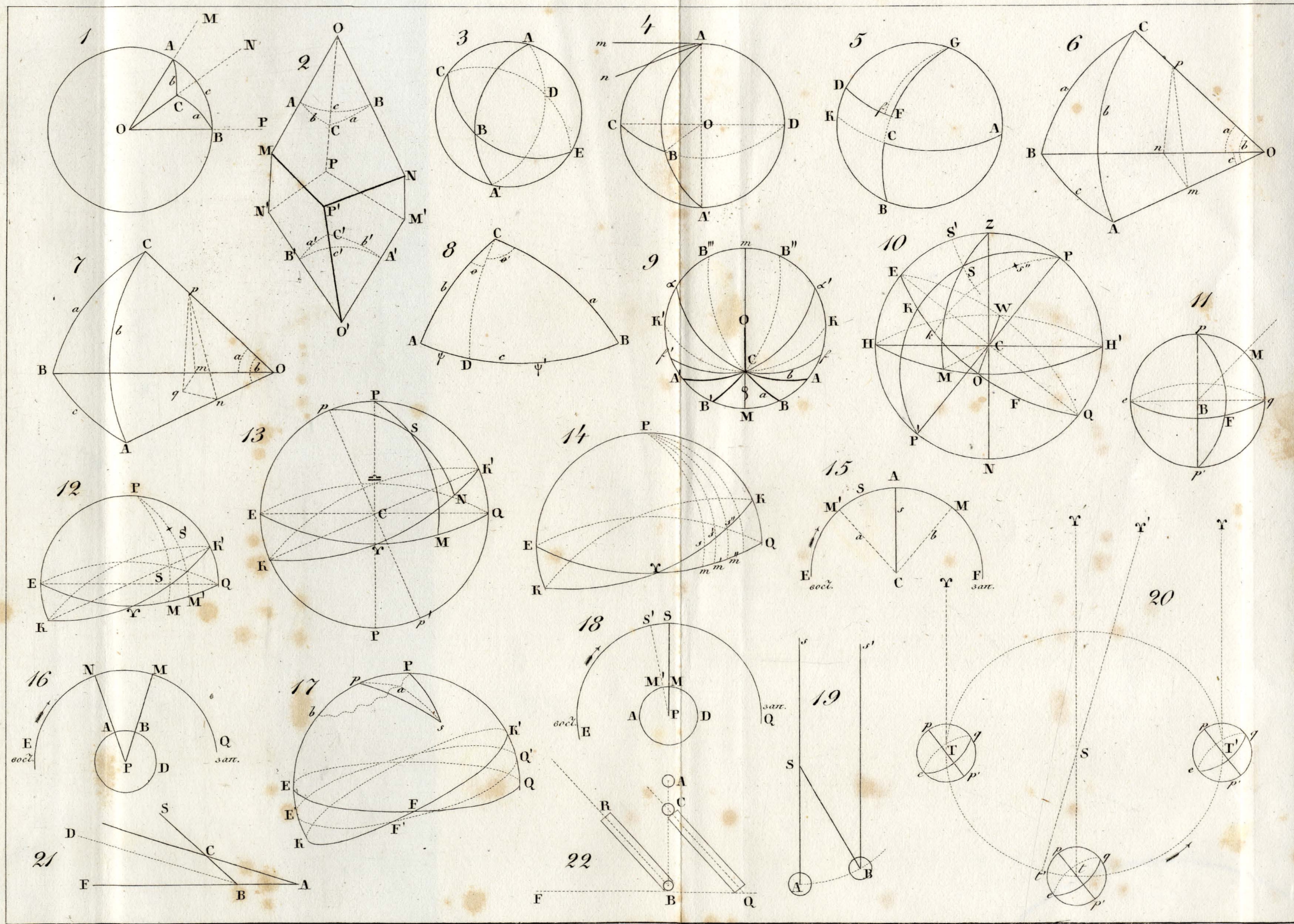
и изъ каждаго изъ нихъ получится величина $d\delta'$; взявъ среднюю результатъ выразитъ искомую поправку для склоненія луны. Послѣ чего, если перечисливъ урав. (18) и (19) и найдя величины τ', τ'', τ''' , исправленныя отъ погрѣшностей склоненія луны, возьмемъ среднюю ихъ величину, то разность между оною и количествомъ τ, (т. е. выражающимъ моментъ времени соединенія на меридіанѣ эфемеридъ изъ наблюденій въ мѣстѣ опредѣляемомъ), очевидно выразитъ погрѣшность въ принятой долготѣ, которая отыскивается.

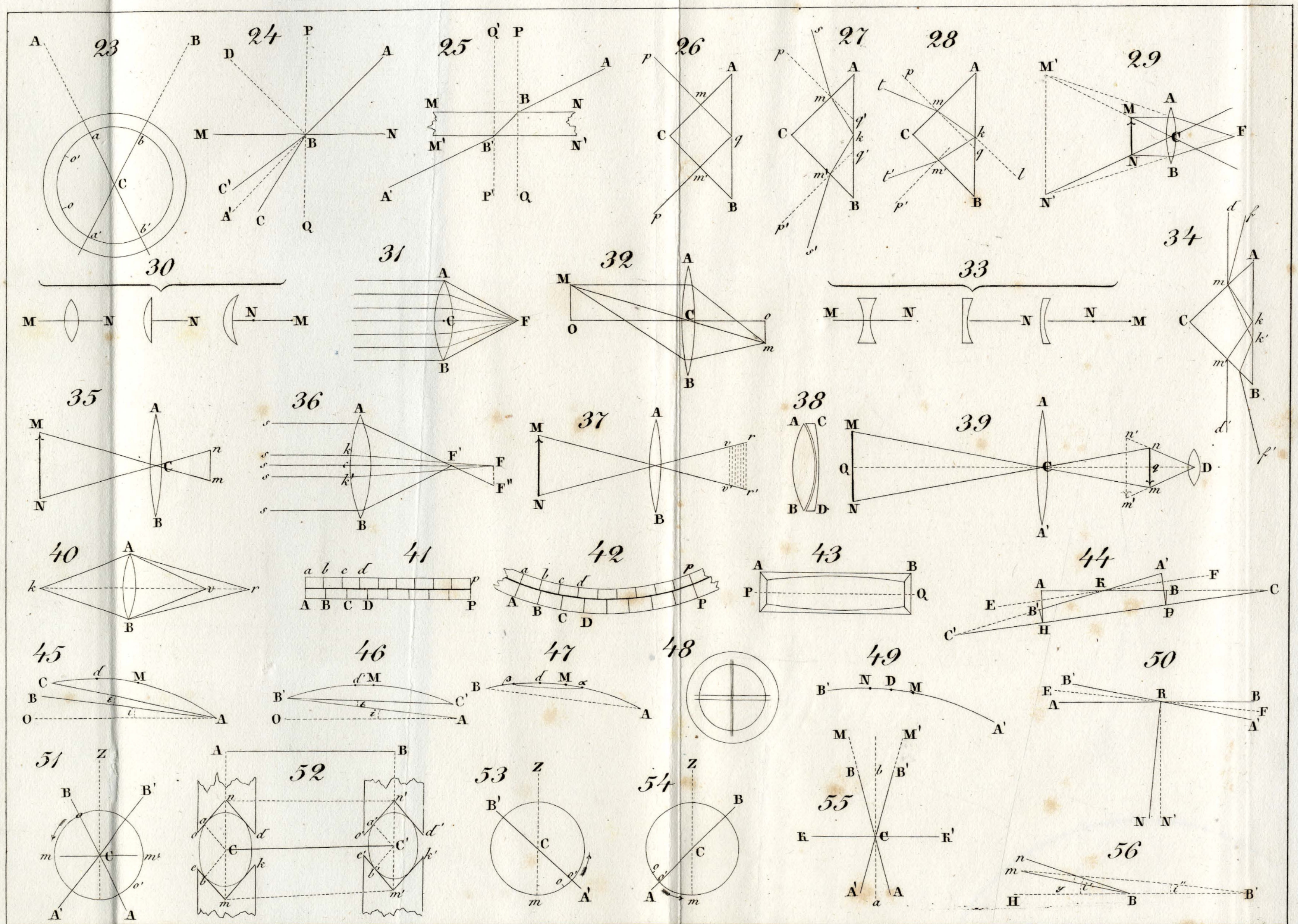
КОНЕЦЪ 1-Й ЧАСТИ.

I.

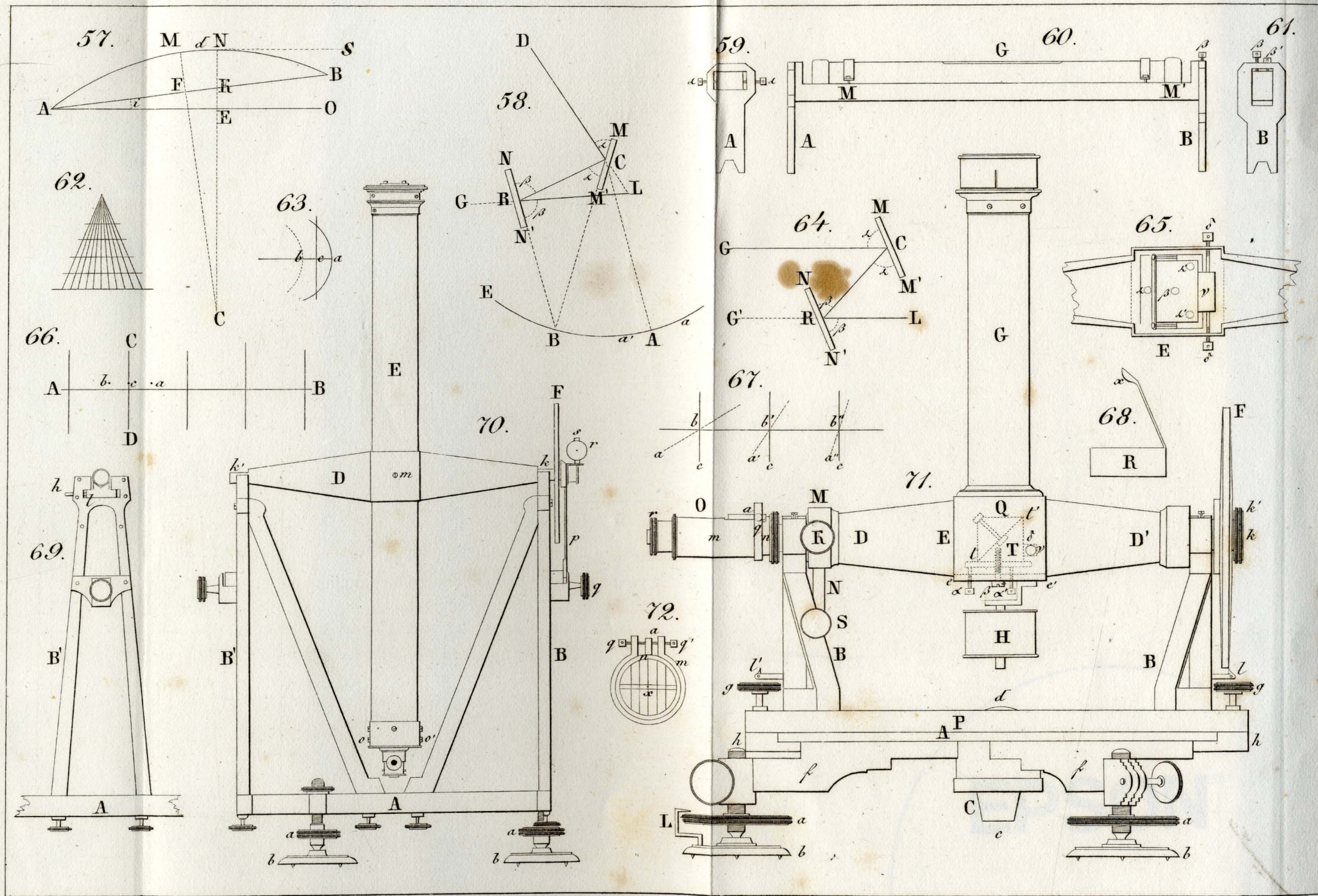

Дѣва
Левъ
Регулъ
Гидра
Сердце
Ракъ
Мал. Песъ
Проціонъ
Бол. Песъ
Сиріусъ
Близнецы
Касторъ
Поллуксъ
Рысь
Мал. Левъ
Бол. Медвѣдица
Сердце Карла
Власы Вереники
Арктурусъ
Боотесъ
Вѣсы
Скорпіонъ
Антаресъ
Змѣй
Геркулесъ
Дракон
Мал. Медвѣдица
Полярная звѣзда
Жирафъ
Возничій
Капелла
Оріонъ
Ригель
Тѣлецъ
Альдебаранъ
Персей
Андромеда
Кассіопея
Цефей
Лира
Вега
Змѣеносецъ
Лебедь
Стрѣла
Орелъ
Альтаиръ
Дельфинъ
Мал. Конь
Козерогъ
Пегасъ
Маркабъ
Шеабъ
Алгенибъ
Рыбы
Овенъ
Треугольникъ
Муха
Китъ
Водолей
Южныя Рыбы
Фомальгаутъ
Колосъ

II.

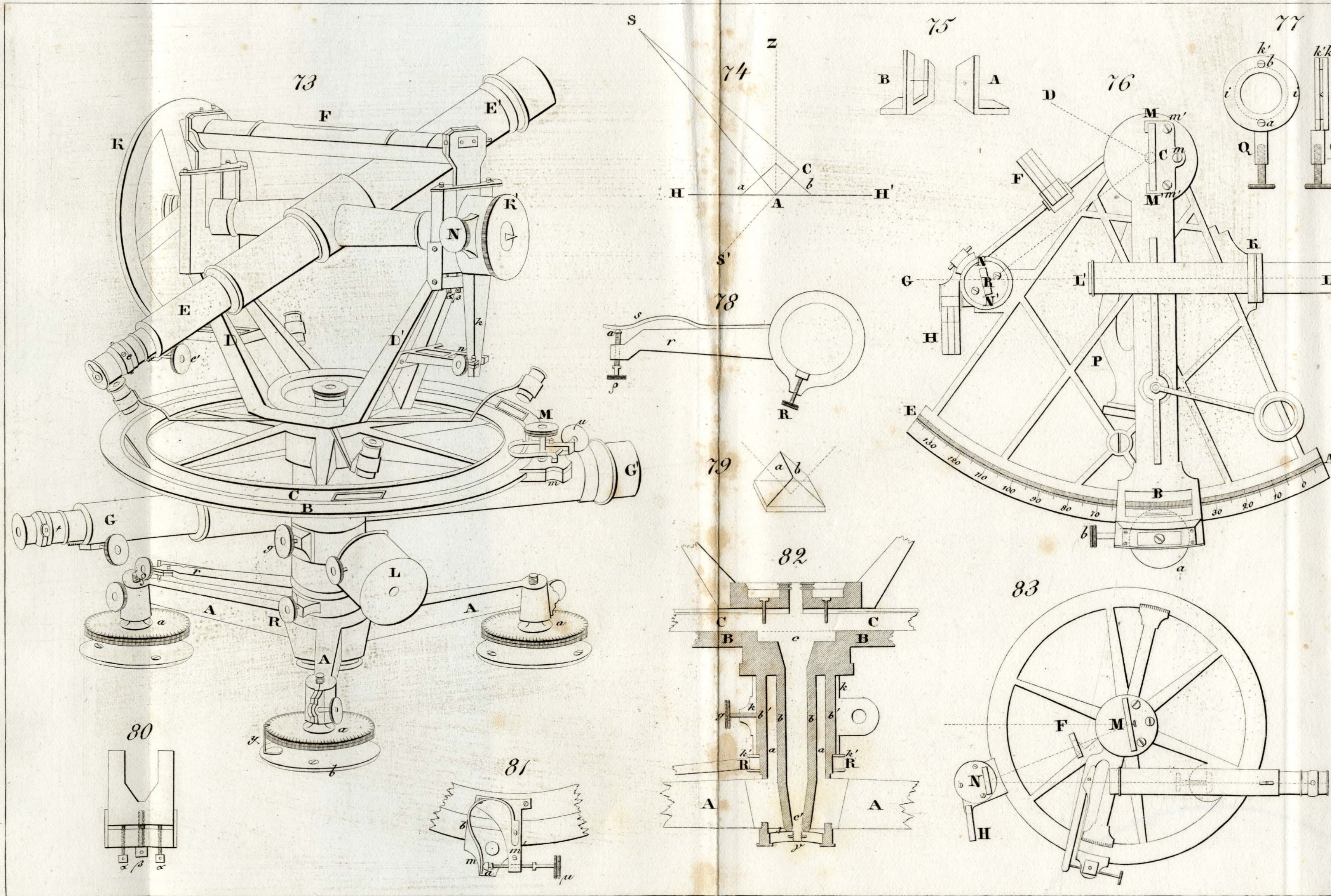



23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56

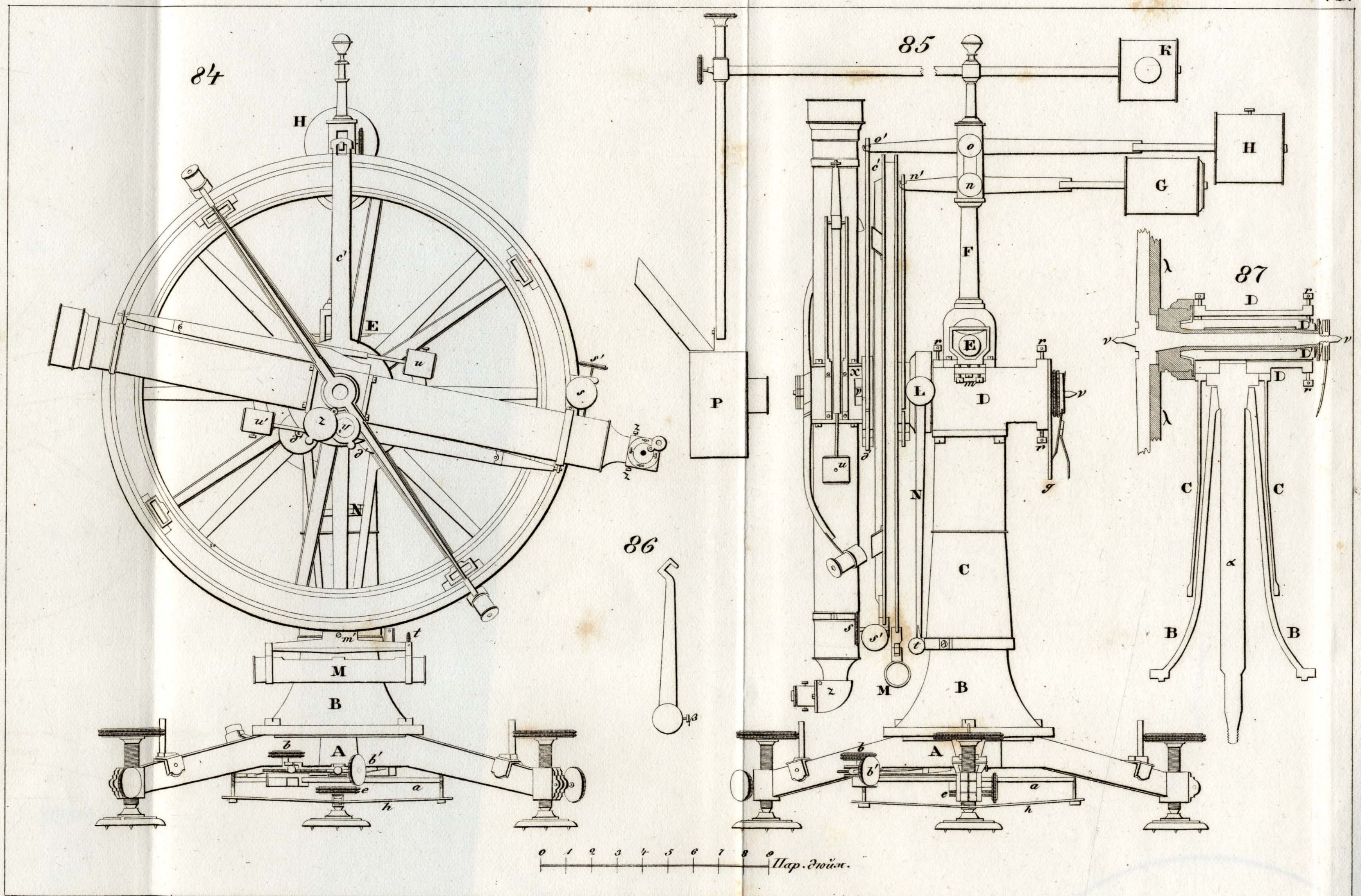
IV.

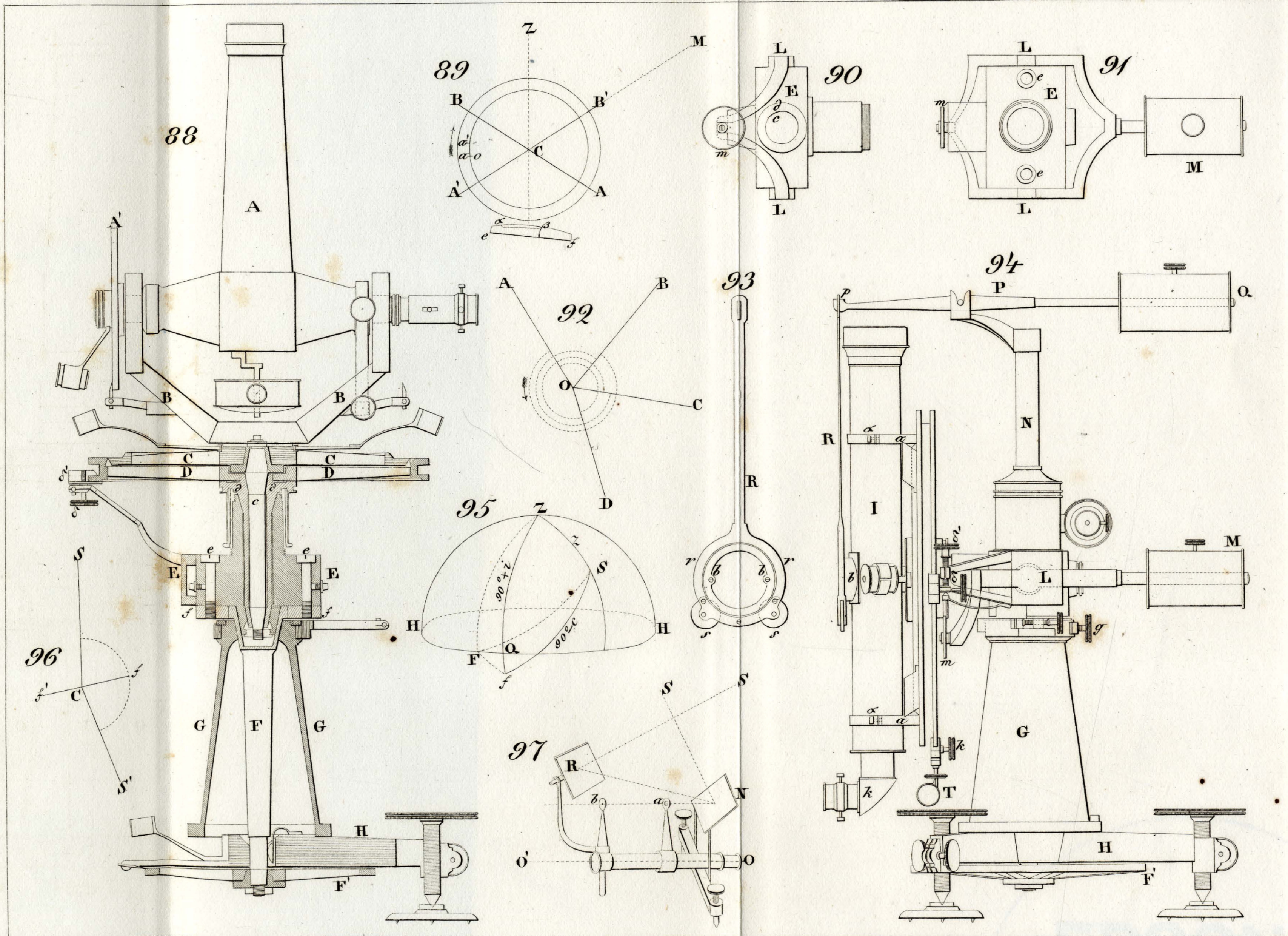


V.

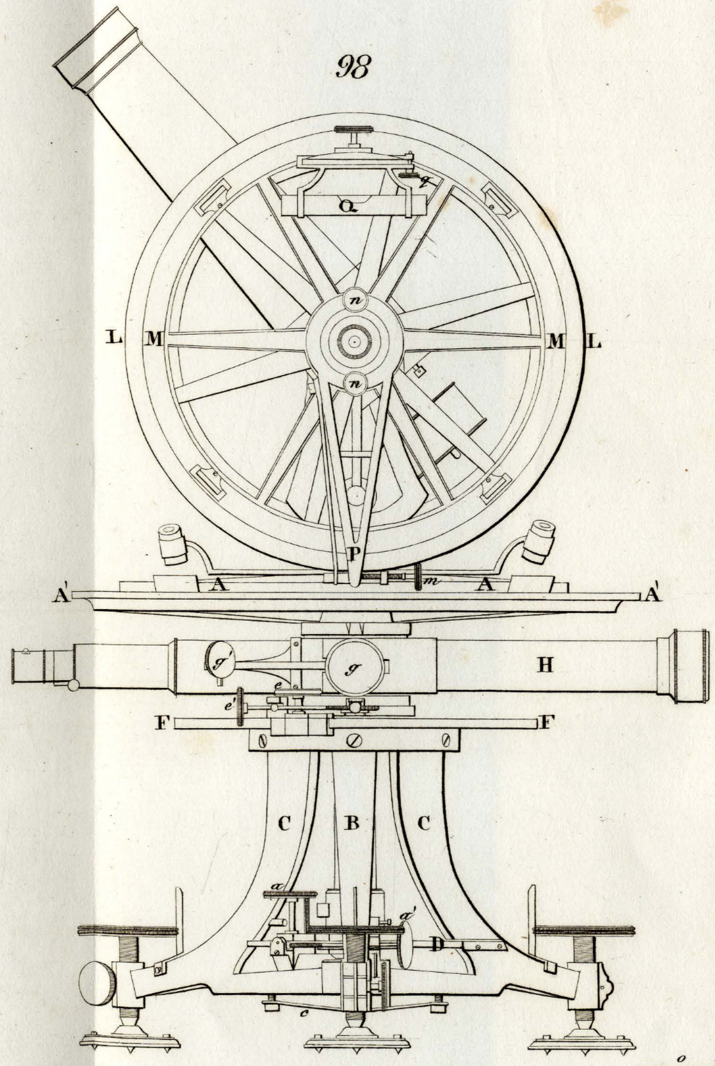


VI.

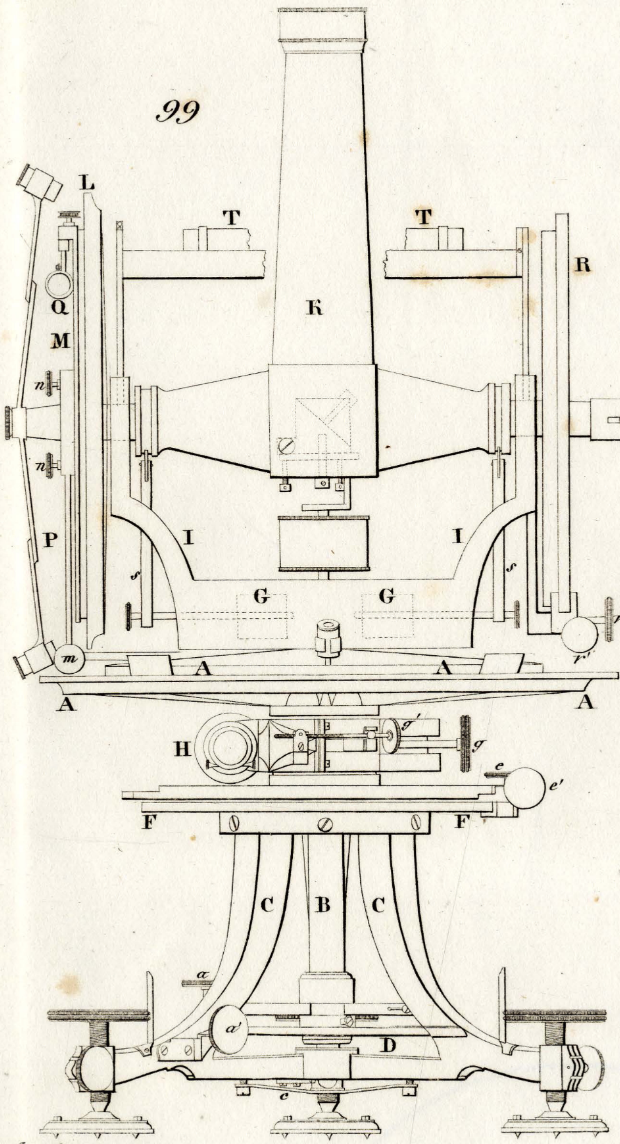



88
89
90
91
92
93
94
95
96
97

98

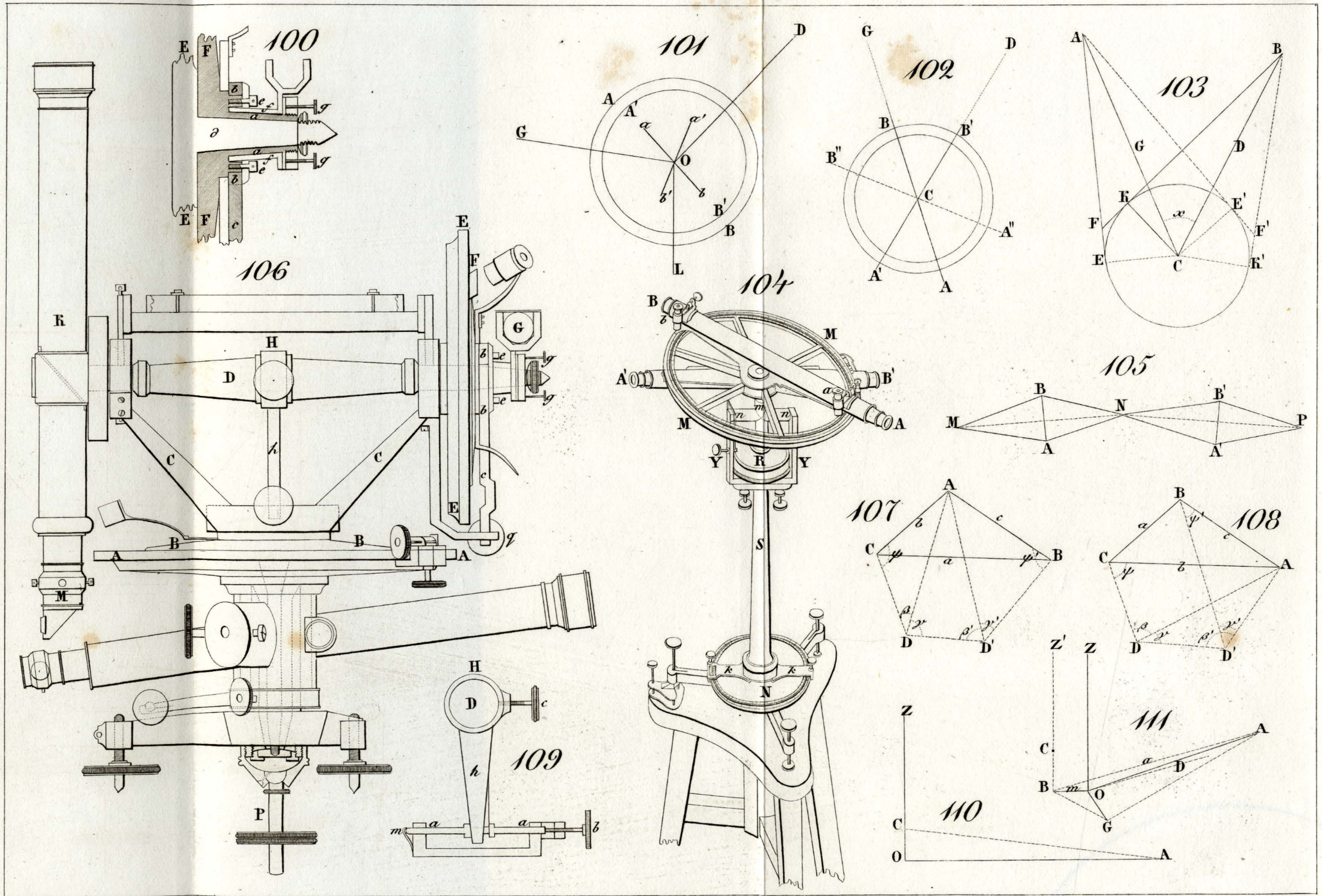


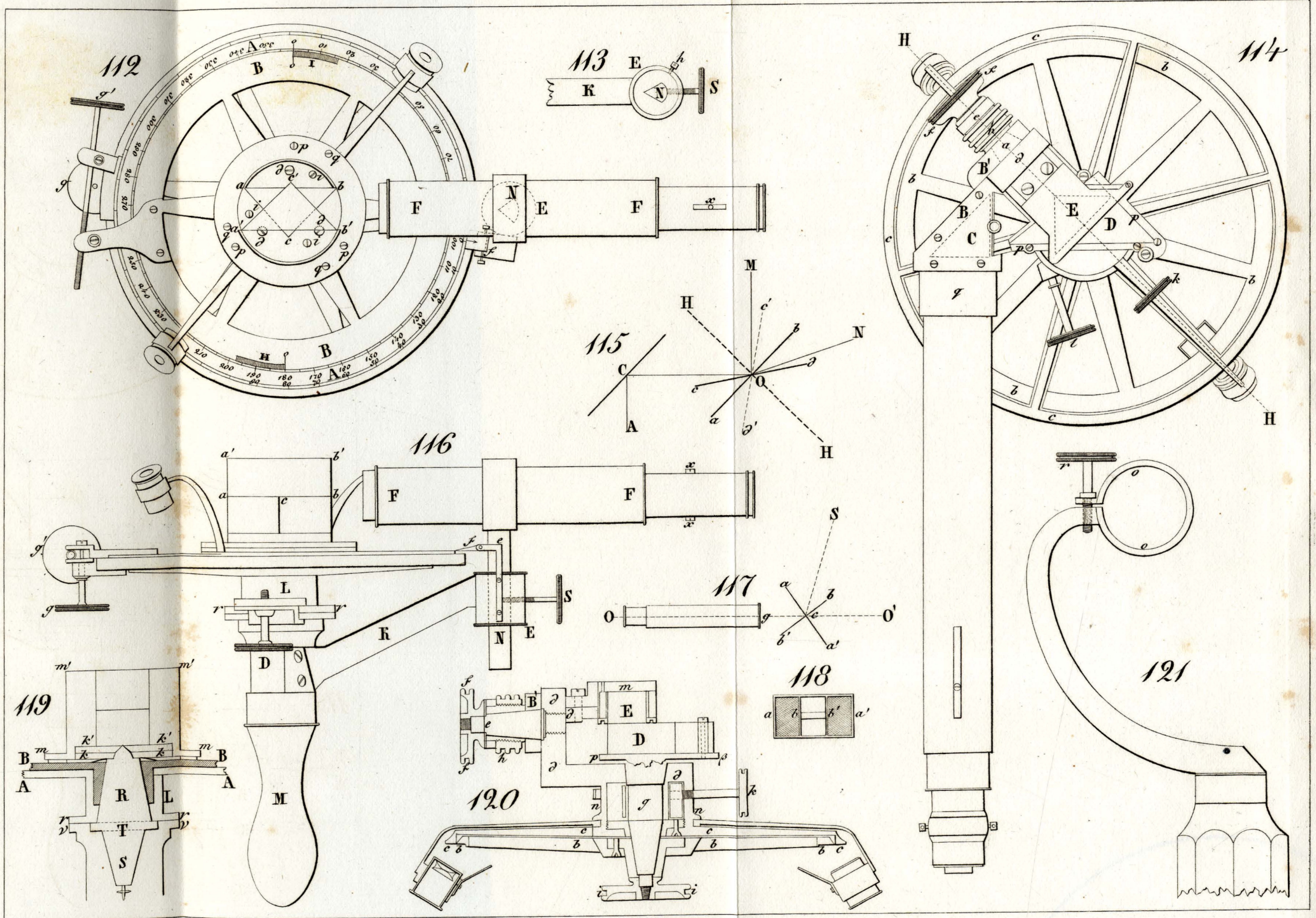
99

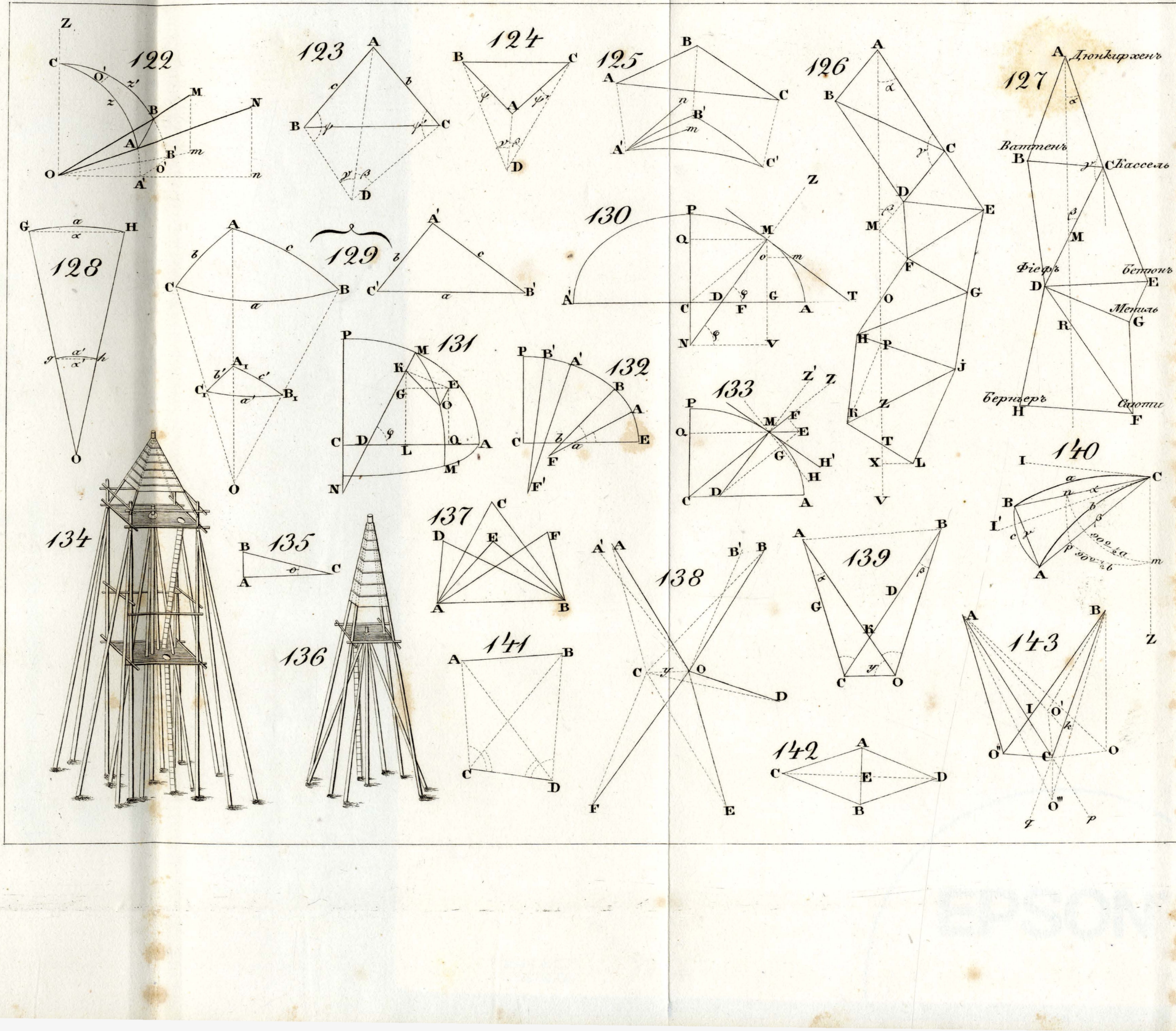


0 1 2 3 4 5 6 Париж. дюйм.

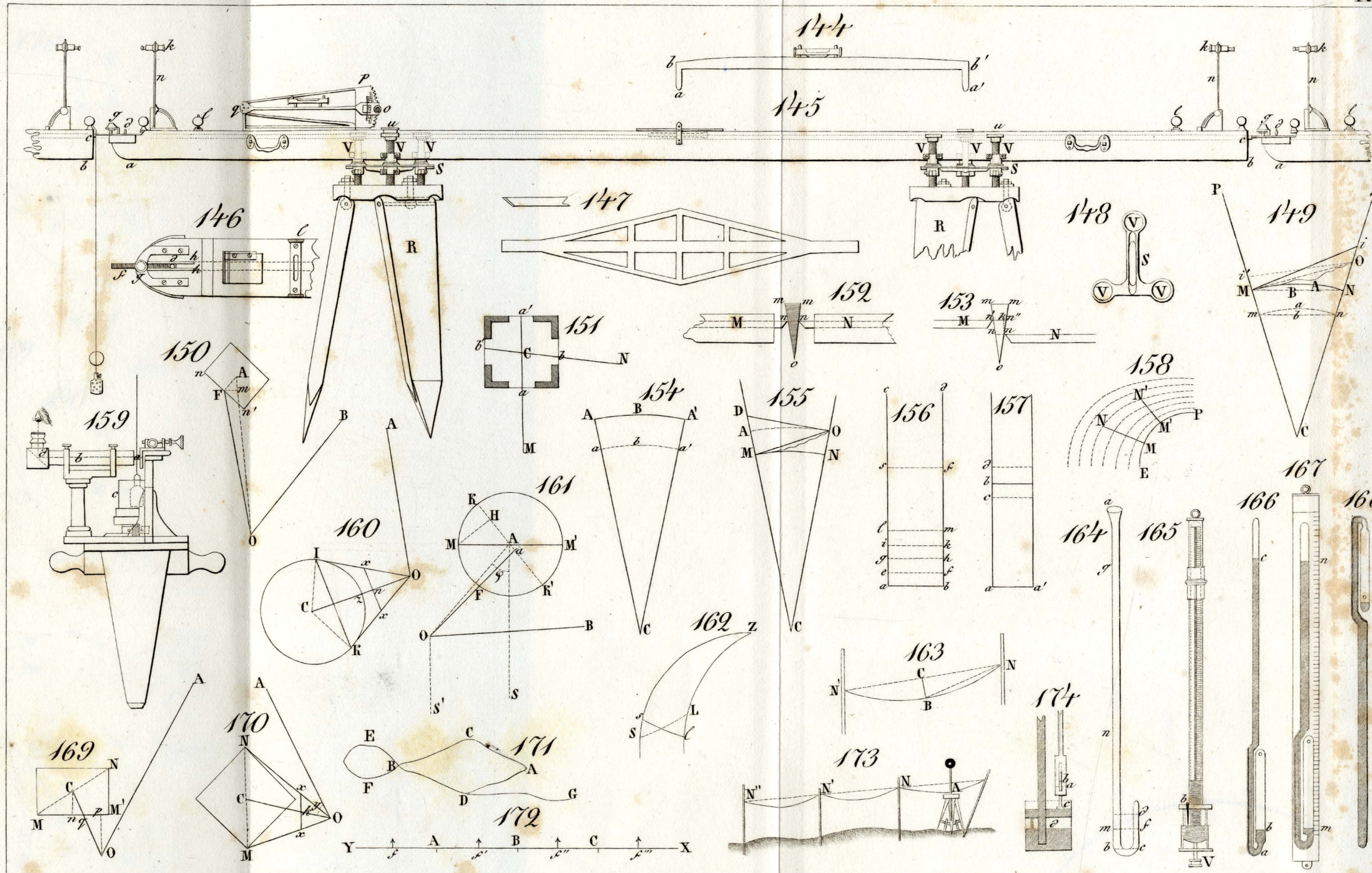
IX.

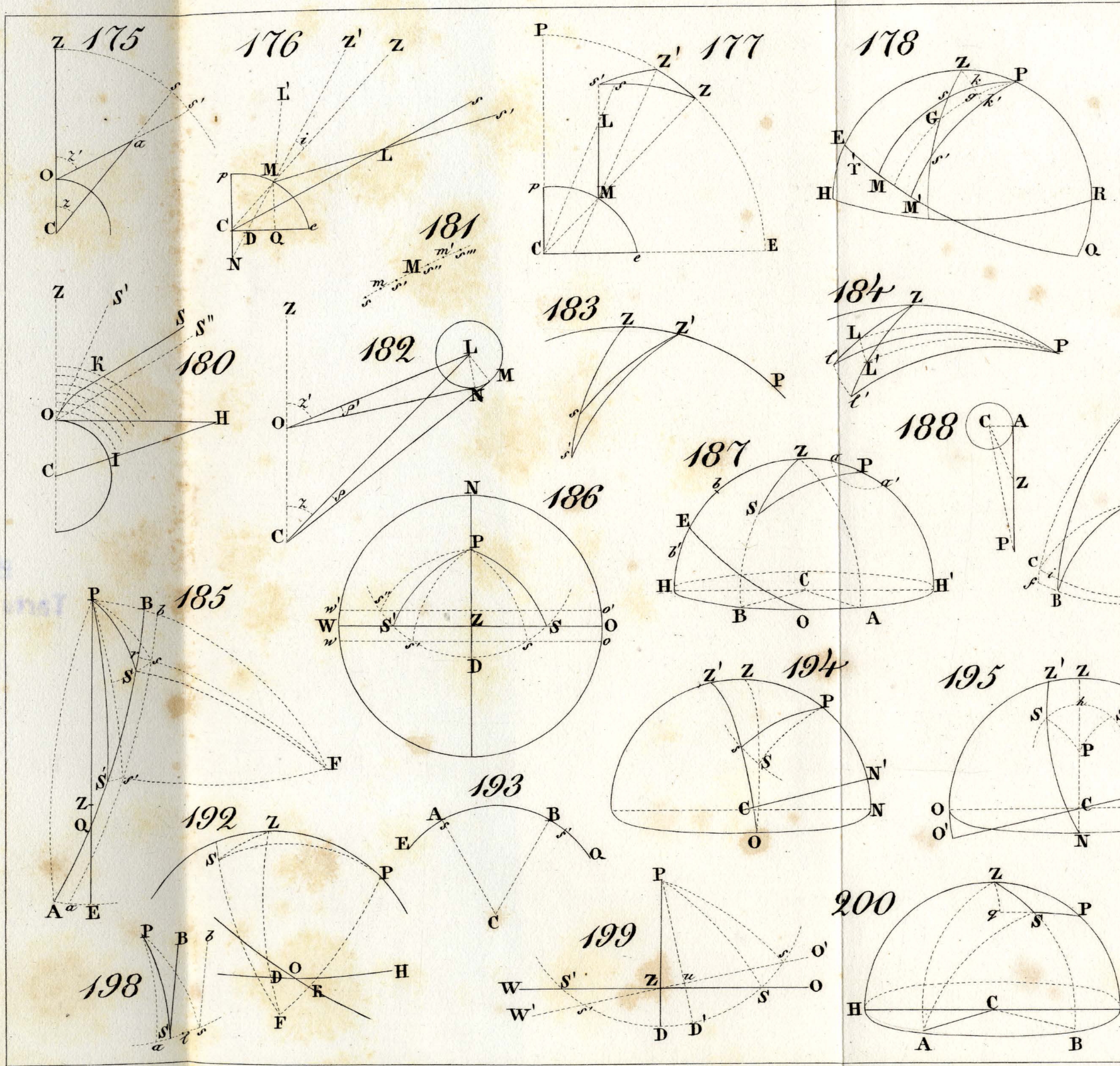



112
113
114
115
116
117
118
119
120
121


122
123
124
125
126
127
Дюнкирхенъ
Ваттенъ
Кассель
Фіефъ
Бетонъ
Менель
Бернеръ
Саоти
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143

XII.


144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174


175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
221
222