

Tartu Ülikool
Loodus- ja täppisteaduste valdkond
Matemaatika ja statistika instituut

Getter Põru

**Isejuhtiva auto objektivastusmudeli riski jaotuse
hindamine Poissoni protsessiga**

Matemaatika ja statistika õppekava

Matemaatilise statistika eriala

Magistritöö (30 EAP)

Juhendaja: Meelis Kull, PhD

Tartu 2020

Isejuhtiva auto objektituvastusmudeli riski jaotuse hindamine
Poissoni protsessiga
Magistritöö
Getter Põru

Lühikokkuvõte. Magistritöö eesmärk on isejuhtiva auto objektituvastusriskide jaotuse hindamine kaamerapildilt. Eraldi käsitletakse sõidukeid ja jalakäijaid. Objektide tuvastamata jätmiste hindamiseks on kasutatud tuvastatud objektide esimese tuvastuse kaadreid teadmise, et mõningates olukordades on objekt olemas ja tuvastatav juba ka esimesele tuvastusele eelnevas kaadris. Seega esimesele tuvastusele eelnevas kaadris toimus potentsiaalne tuvastamata jätmise ning kuna objekti asukoht kahe järjestikuse kaadri korral on väga sarnane, siis on tuvastamata jätmist hinnatud esimese tuvastamise asukohaga. Parema hinnangu saamiseks objektide tuvastamata jätmisest on välja filtreeritud olukorrad, kus objekt on ilmunud mõne teise objekti tagant või väljastpoolt kaadrit. Selline lähenemine võimaldab objektituvastusmudeli tuvastamata jätmiste jaotust hinnata ka kasutusjärgus uudes olukorras, mille kohta annoteeritud andmed puuduvad. Töö teoreetilises osas antakse ülevaade Poissoni protsessidest ja Gaussi segumudeli ning gammajaotuse tihedusfunktsiooni hindamisest. Töö praktilises osas sobitatakse andmetele Poissoni protsesside intensiivsusefunktsioonid. Intensiivsusefunktsiooni defineerimiseks kasutatakse objektide asukohtade koordinaatide marginaaljaotustele sobitatud gammajaotust ning Gaussi segumudelit.

CERCS teaduseriala: P160 Statistika, operatsioonanalüüs, programmeerimine, finants- ja kindlustusmatemaatika

Märksõnad. Statistiline analüüs, isejuhtivad autod, juhuslikud protsessid, ruumipõhine statistika

Estimating the distribution of risks of a self-driving car's object detection model with a Poisson process

Master's thesis

Getter Põru

Abstract. The aim of this thesis is to estimate the distribution of a self-driving car's object detection risks from camera image. Vehicles and pedestrians are analysed separately. Objects left undetected by an object detection model are estimated by their first occurrence in a frame as in some situations the object exists and is detectable already in the frame preceding the first detection. Therefore, in the frame preceding the first detection a potential undetection can occur. As the location of an object is very similar for two consecutive frames the undetection location is estimated with its first detection location. Situations where an object has emerged from behind another object or from outside of the frame are left out to get a better estimate of undetections. This kind of approach makes it possible to estimate the distribution of objects that are left undetected by the object detection model in a new situation without the need of annotated data. The theoretical part of this thesis gives an overview of Poisson processes as well as the estimation of the probability density functions of Gaussian mixture models and gamma distribution. The practical side of this thesis involves fitting Poisson process intensity functions to existing data. To define the intensity function, gamma distribution and Gaussian mixture models are fitted to the coordinates of the locations of objects.

CERCS research specialisation: P160 Statistics, operation research, programming, actuarial mathematics

Key words. Statistical analysis, self-driving cars, random processes, spatial statistics

Sisukord

Sissejuhatus	5
1 Kasutatav metoodika	7
1.1 Poissoni protsessid	7
1.1.1 Mittehomogeensed Poissoni protsessid ruumis \mathbb{R}^d	9
1.1.2 Parameetrite hindamine suurima tõepära meetodil	10
1.2 Gammajaotuse parameetrite hindamine	11
1.3 Gaussi segumudeli parameetrite hindamine	12
2 Poissoni protsessi sobitamine isejuhtiva sõiduki andmetele	14
2.1 Andmestiku ülevaade	14
2.1.1 Sobilike andmete välja filtreerimine	14
2.2 Andmestiku teisendus	16
2.3 Kirjeldav analüüs	17
2.3.1 Annoteeritud objektide andmestik	17
2.3.2 Objektivastusmudeli poolt tuvastatud objektide andmestik	18
2.4 Marginaaljaotuste tihedusfunktsioonide hindamine	19
2.4.1 Sõidukite y-koordinaadid	19
2.4.2 Sõidukite x-koordinaadid	20
2.4.3 Jalakäijate y-koordinaadid	21
2.4.4 Jalakäijate x-koordinaadid	21
2.5 Poissoni protsessi intensiivsusefunktsioonide sobitamine	23
2.5.1 Sõidukid	23
2.5.2 Jalakäijad	30
Kokkuvõte	34
Viited	36
Lisad	38
Lisa 1. Gaussi segumudeli komponentide arvu määramine	38
Lisa 2. Sõidukite esialgsete intensiivsusefunktsioonide parameetrid	39
Lisa 3. Sõidukite lõplike intensiivsusefunktsioonide parameetrid	40
Lisa 4. Silutud jäägid	41
Lisa 5. Jalakäijate lõplike intensiivsusefunktsioonide parameetrid	42

Sissejuhatus

Esimesed katsetused isejuhtivate autode arendamisega tehti juba 1920. aastatel. Praeguseks on selle valdkonna populaarsus tunduvalt kasvanud tänu tehnoloogia kiirele arengule ning isejuhtivate sõidukite arendamisega tegelevad mitmed autotootjad. Täielikult isejuhtivaid sõidukeid, mille tehisintellekt oleks samaväärne inimesega, teadaolevalt veel siiski liikluses ei ole.

Isejuhtiv auto sisaldab keerukaid tehnoloogilisi süsteeme, kogudes ümbritseva keskkonna kohta infot kaamerate ja sensorite abil. Üks olulisimaid osasid isejuhtiva sõiduki tehnoloogia juures on autole paigaldatud kaamerapildilt objektide tuvastamine kokkupõrgete vältimiseks. Mudelid, mis objekte tuvastavad, teevad aga vigu ning seega on suurema turvalisuse tagamiseks tarvis hinnata objektide tuvastamisega seotud riske.

Objektituvastusmudelid teevad kahte tüüpi vigu – tuvastavad objekti kohas, kus seda pole ning jätavad tuvastamata kohas, kus see tegelikult on. Turvalisuse vaatepunktist on olulisem viimane. Et leida mudeli eksimusi, on tüüpiliselt vaja teada tegelikke objekte ja nende asukohti, see tähendab vaja on annoteeritud andmeid. Kuid isegi kui annoteeritud andmeid on palju ja need on varieeruvad, kattes ära suure hulga erinevaid olukordi, võib ikkagi kasutusjärgus ette tulla olukordi, mis on objektituvastusmudeli jaoks tundmatud ning mille kohta puuduvad annoteeritud andmed.

Käesoleva töö idee on hinnata tuvastamata jäänud objektide asukohtade jaotust annoteerimata andmestikul. Selleks leitakse iga objekti jaoks kaader, kus see objekt on tuvastatud esimest korda. See tähendab, et sellele kaadrile eelnevas kaadris antud objekti ei tuvastatud. Mõningates olukordades aga oli objekt juba selles esimesele tuvastusele eelnevas kaadris olemas ja seda oli võimalik tuvastada. Sellises olukorras on tegemist tuvastamata jätmisega ning objekti asukoht viimases tuvastamata jäänud kaadris on ilmselt väga lähedal objekti asukohale esimeses tuvastatud kaadris. Seega saame hinnata objektide tuvastamata jätmiste asukohti nende esmatuvastuste asukohtade põhjal.

Objektide esmatuvastused on juba iseenesest potentsiaalselt ohtlikud olukorrad, kuna reageerimisaeg ei pruugi olla piisav, kuid paremaks tuvastamata jätmise imiteerimiseks on välja jäetud objektid, mis on ilmunud kas mõne teise objekti tagant või väljastpoolt

kaadrit. Samuti ei ole vaatluse alla võetud objekte, mille kaugust ei ole olnud võimalik piisavalt usaldusväärset hinnata.

Eelnevalt kirjeldatud viisil on võimalik hinnata objektituvastusmudeli tuvastamata jätmiste jaotust kasutusjärgus. Kui objektituvastusmudel väljastab tuvastatud objektide kohta infot reaajas, siis tuvastamata jäänud objektide asukohti on võimalik kirjeldatud viisil hinnata väikese viivitusega. Siiski aitab selliste olukorrale vastavate tuvastamata jätmiste hinnangu lisamine tuvastatud objektidele muuta isejuhtiva auto süsteemi otsuseid turvalisemaks.

Hinnates tuvastamata jäänud objektide jaotust, on võimalik hinnata objektituvastusmudeli usaldusväärset vastavalt olukorrale. Objektituvastusmudeli usaldusväärse hindamine on oluline turvalisuse seisukohast. Mida lähemal asuvad objekte objektituvastusmudel tuvastamata jätab, seda ettevaatlikumalt peaks käituma isejuhtiva sõiduki süsteem.

Käesolevas töös on kasutatud objektituvastusmudelit YOLOv3 [11], mis suudab tuvastada reaajas 9000 erinevat tüüpi objekte. Praeguse kontekstis huvitavad meid enim kahte tüüpi liikuvad objektid – sõidukid ja jalakäijad. Huvipakkuvad sündmused on objektide tuvastamata jätmised ning magistritöö eesmärk on hinnata nende jaotust kaamerapildil sõidukite ja jalakäijate jaoks eraldi.

Töö esimeses pooles antakse ülevaade Poissoni protsessidest ning Gaussi segumudelite ja gammajaotuse tihedusfunktsiooni hindamisest. Töö teises pooles kirjeldatakse isejuhtiva sõiduki tehnoloogiat arendava ettevõtte Waymo [13] andmete näitel Gaussi segumudelite ja gammajaotuse tihedusfunktsiooni hindamist ning sobitatakse nende abil Poissoni protsesside intensiivsusefunktsioonid. Samuti analüüsitakse saadud tulemusi.

Töö on vormistatud kasutades tarkvaraprogrammi LaTeX ning andmete analüüsimiseks ja jooniste tegemiseks on kasutatud statistikatarkvara R.

Magistritöö on valminud Bolt Technology OÜ ja Tartu Ülikooli teadusarendusprojekti „Isejuhtivate autode rakendusuring“ (2014-2020.4.02.19-0174) raames. Projekti eesmärk on töötada välja sobiv meetoodika isejuhtiva auto tehnoloogia arendamiseks.

Käesolevaga tänab autor magistritöö juhendajat pühendatud aja ja heade nõuannete eest.

1 Kasutatav meetoodika

Isejuhtiva auto objektituvastusmudel tuvastab objektide asukohad kaamerapildil. Turvalisuse seisukohalt pakuvad rohkem huvi objektituvastusmudeli poolt tuvastamata jäänud objektide asukohad ning nende jaotus kaamerapildil. Erinevates kaadrites tuvastamata jäänud objektide asukohad loeme omavahel sõltumatuteks.

Käesoleva töö eesmärk on hinnata tuvastamata jäänud objektide keskpunktide paiknemise jaotust sõidutee tasandil. Et uuritavaid punkte loeme omavahel sõltumatuteks, siis sobib jaotuse hindamiseks kasutada Poissoni protsesse. Poissoni protsessi iseloomustab täielikult tema intensiivsusefunktsioon, mis kirjeldab nii punktide jaotumist kui ka nende arvukust.

Intensiivsusefunktsiooni sobitamisel hinnatakse parameetrite väärtused etteantud liikmetega funktsioonile. Vastavalt andmete jaotusele kasutame intensiivsusefunktsiooni defineerimiseks nii Gaussi segumudeleid kui ka gammajaotuse tihedusfunktsiooni.

1.1 Poissoni protsessid

Käesolev alajaotus põhineb J. F. C. Kingmani raamatul „Poisson Processes“ [6] ning A. Baddeley jt raamatul „Spatial Point Patterns: Methodology and Applications with R“ [2], kui pole viidatud teisiti.

Poissoni protsessid on üks tavalisemaid viise, kuidas hinnata sõltumatute punktide paiknemist mingis ruumis S (tavaliselt $S = \mathbb{R}^d, d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$) ning need on aluseks mitmete teistele keerukamatele protsessidele.

Uurides punktisarve (*point pattern*) mingis ruumis S , huvitavad meid punktide muustrid ja punktide paiknemise tihedus selles ruumis ning seega ei ole huvipakkuvad objektid mitte punktid ise, vaid juhuslik protsess, mis need punktid genereerib. Juhuslik protsess on juhuslik alamhulk hulgas S , mille realisatsioonid on punktisarved.

Olgu $S = \mathbb{R}^d, d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Defineerime esmalt lokaalselt lõplikud juhuslikud protsessid.

Definitsioon 1. *Lokaalselt lõplik punktisarv on alamhulk $\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots\} \subset S$, kus iga tõkestatud kinnise hulga $A \subset S$ korral hulka A kuuluvate punktide arv $n(\mathbf{x} \cap A)$ on lõplik.*

Definitsioon 2. *Lokaalselt lõplik juhuslik protsess $\Pi \subset S$ on juhuslik alamhulk, mille poolt iga võimalik genereeritud punktide arv on lokaalselt lõplik ja iga tõkestatud kinnise hulga A korral on hulga A kuuluvate punktide arv $N(A) = n(A \cap \Pi)$ juhuslik suurus.*

Vaatame tasandil $S = \mathbb{R}^2$ lokaalselt lõplikku protsessi, kus punktid paiknevad vaadeldavas hulgas $W \subset S$ täiesti juhuslikult, see tähendab täidavad homogeensuse ja sõltumatuse tingimusi.

1. Homogeensus tähendab siin, et iga tõkestatud kinnise hulga $A \subset S$ korral on hulga A kuuluvate punktide arvu keskväärts võrdeline hulga A pindalaga $|A|$ ehk

$$E[N(A)] = \lambda|A|,$$

kus λ on mingi konstant.

2. Sõltumatus tähendab, et kinniste tõkestatud ühisosata hulkade $A \subset S$ ja $B \subset S$ korral juhuslikud suurused $N(A)$ ja $N(B)$ on sõltumatud.

Rõhutame, et sõltumatuse nõue kehtib igasuguste lõikumatu hulkade korral. Jagades vaadeldava osa W järjest väiksemateks ja väiksemateks ruudukesteks, ei sisalda enamik ruudukesi mingist hetkest enam ühtegi juhuslikku punkti ning mõned ruudukesed sisaldavad ühte punkti. Siiski jääb ka võimalus, et mõned ruudukesed sisaldavad enam kui ühte punkti. Lisame homogeensuse ja sõltumatuse tingimusele veel kolmanda tingimuse.

3. Kui hulga pindala (ruumis \mathbb{R}^d hulga Lebesgue'i mõõt) läheneb nullile, siis tõenäosus, et sinna hulka kuulub rohkem kui üks punkt, läheneb kiiremini nullile. Teisisõnu, punkti hulga sattumise tõenäosuse jagatis selle hulga pindalaga läheneb nullile.

Vaadates nüüd mingit kinnist tõkestatud hulka $A \subset S$, mis on jagatud pisikesteks ruudukesteks, on hulga A kuuluvate punktide arv $N(A)$ võrdne hulgas A sisalduvate ruudukestesse kuuluvate punktide summaga. Kui hulk A sisaldab endas n ruudukest ja punkti sisaldumise tõenäosus igas ruudukeses on p_n , siis on juhuslik suurus $N(A)_n$ binoomjaotusega $N(A)_n \sim \mathcal{B}(n, p_n)$. Jagades hulga A järjest pisemateks ruudukesteks hakkab hulgas A

sisalduvate ruudukeste arv n kasvama ja punkti sattumise tõenäosus igasse ruudukesse p_n kahanema. Poissoni piirteoreemi [10] kohaselt, kui $EN(A)_n = np_n \rightarrow \lambda > 0$, siis koonduvad binoomjaotuste tõenäosused Poissoni jaotuse tõenäosusteks:

$$\mathbf{P}\{N(A)_n = k\} = \binom{n}{k} p_n^k (1 - p_n)^{n-k} \rightarrow \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad n \rightarrow \infty.$$

Tuletame siinkohal meelde Poissoni jaotuse definitsiooni.

Definitsioon 3. *Juhuslik suurus X on Poissoni jaotusega $X \sim Po(\lambda)$, kui tema võimalikud väärtused on mittenegatiivsed täisarvud ning*

$$\mathbf{P}\{X = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda},$$

kus $k \geq 0$ ja $\lambda > 0$.

Poissoni jaotuse keskvärtus ja dispersioon on $EX = DX = \lambda$.

Eelneva aruteluga jõudsimme tasandil täiesti juhuslikult paiknevatest punktidest tulemuse ni, et iga kinnise tõkestatud hulga korral on sellesse hulka kuuluvate punktide arv Poissoni jaotusega. Seega on põhjendatud ka asjaolu, et täielikult juhuslikku protsessi nimetatakse ka homogeenseks Poissoni protsessiks ning konstanti λ nimetatakse selle protsessi intensiivsuseks. Eelnevat arutelu on lihtne üldistada tasandilt \mathbb{R}^2 d -mõõtmelisse ruumi \mathbb{R}^d .

1.1.1 Mittehomogeensed Poissoni protsessid ruumis \mathbb{R}^d

Mitthehomogeensed Poissoni protsessid on homogeensete Poissoni protsesside üldistus, kus punktide tihedus uuritavas ruumis S on varieeruv. Sellisel juhul pole intensiivsus λ mitte konstant, vaid punkti $\mathbf{x} \in S$ asukohast sõltuv funktsioon $\lambda(\mathbf{x})$. Järgnevalt defineerime mittehomogeensed Poissoni protsessid ruumis \mathbb{R}^d .

Olgu $d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ ja $\mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ Boreli σ -algebra hulgal \mathbb{R}^d . Defineerime funktsiooni

$$\Lambda(A) = \int_A \lambda(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d). \quad (1)$$

Definitsioon 4. Olgu Λ defineeritud kui (1) ning $\lambda: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ selline mittenegatiivne mõõtv funktsioon, et iga tõkestatud hulga A korral $\Lambda(A) < \infty$. Juhuslikku loenduvat alamhulka $\Pi \subset \mathbb{R}^d$ nimetatakse mittehomogeenseks Poissoni protsessiks intensiivsusefunktsiooniga λ , kui iga $A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ korral juhuslik suurus $N(A) = n(A \cap \Pi)$ rahuldab tingimusi:

(a) $N(A)$ on Poissoni jaotusega parameetriga $\Lambda(A)$;

(b) lõikumatu hulkade $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ korral on juhuslikud suurused $N(A_1), N(A_2), \dots, N(A_n)$ sõltumatud

Funktsiooni $\Lambda(A)$, $A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ nimetatakse Poissoni protsessi Π keskmiseks mõõduks (*mean measure*).

1.1.2 Parameetrite hindamine suurima tõepära meetodil

Intensiivsusefunktsioon $\lambda(\mathbf{u})$ võib olla mis tahes mittenegatiivne funktsioon, mille integraal vaadeldavas tõkestatud aknas W on lõplik. Enamasti vaadatakse log-lineaarset mudelit,

$$\lambda_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{u}) = \exp(\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{Z}(\mathbf{u})) = \exp(\theta_1 Z_1(\mathbf{u}) + \theta_2 Z_2(\mathbf{u}) + \dots + \theta_p Z_p(\mathbf{u})), \quad (2)$$

kus $\mathbf{u} \in W$, $Z_1(\mathbf{u}), \dots, Z_p(\mathbf{u}) : W \rightarrow \mathbb{R}$ on teadaolevad funktsioonid ning $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ on hinnatavad parameetrid ja $\mathbf{Z}(\mathbf{u}) = (Z_1(\mathbf{u}), \dots, Z_p(\mathbf{u}))$ on vektorfunktsioon.

Log-lineaarse mudeli üks eeliseid on tema mittenegatiivsus. Poissoni protsessi intensiivsusefunktsioon peab olema mittenegatiivne ning log-lineaarne mudel on mittenegatiivne mis tahes parameetri $\boldsymbol{\theta}$ väärtuse ning funktsioonide Z_1, \dots, Z_p väärtuste korral. Seega funktsioonid Z_1, \dots, Z_p võivad olla suvalised funktsioonid, mille korral protsessi keskmine mõõt $\Lambda_{\boldsymbol{\theta}}(A) = \int_A \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$ on iga Boreli hulga $A \subset W$ korral lõplik. Eelnevat arvesse võttes on log-lineaarsete mudelite klass väga lai ja paindlik.

Olgu meil mingi vaadeldud punktiparv $\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$, mis koosneb n sõltumatust punktist vaadeldavas aknas W . Siis parameetrite vektori $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ tõepärafunktsioon on

$$L(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}) = \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(x_1) \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(x_2) \dots \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(x_n) \exp\left(\int_W (1 - \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(u)) du\right)$$

ja log-tõepära on

$$l(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \ln \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(x_i) - \int_W \lambda_{\boldsymbol{\theta}}(u) du,$$

kus konstant $\int_W du = |W|$ on ära jäetud.

Asendades $\lambda_{\boldsymbol{\theta}}$ valemi (2) järgi, saame parameetrite vektori $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ log-tõepäraks

$$l(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{Z}(x_i) - \int_W \exp(\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{Z}(u)) du.$$

Saadud funktsiooni maksimeerimine $\boldsymbol{\theta}$ suhtes ei ole üldiselt analüütiliselt lahendatav ning seega leitakse lahend numbriliselt. Töös kasutatavas statistikatarkvara R pakettis `spatstat` [2] kasutatakse selleks Berman-Turneri algoritmi [3].

1.2 Gammajaotuse parameetrite hindamine

Vastavalt G. R. Grimmetti ja D. R. Stirzakeri raamatule „*Probability and Random Processes*“ [5] defineerime gammajaotuse.

Definitsioon 5. *Mittenegatiivne juhuslik suurus X on gammajaotusega kujuparameetriga $\alpha > 0$ ja pöördskaalaparameetriga $\beta = \frac{1}{\theta} > 0$, kus θ on skaalaparameeter ($X \sim \Gamma(\alpha, \beta)$), kui tema tihedusfunktsioon $f(x)$ on kujul*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \beta^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, & \text{kui } x > 0, \\ 0, & \text{kui } x \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

kus $\Gamma(\alpha)$ on gammafunktsioon, mis on määratud valemiga

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx.$$

Tõepärafunktsioon n sõltumatu vaatluse x_1, \dots, x_n korral on

$$L(\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \beta^\alpha x_i^{\alpha-1} e^{-\beta x_i}$$

ja log-tõepära

$$l(\alpha, \beta) = -n \ln \Gamma(\alpha) + n\alpha \ln \beta + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - \beta \sum_{i=1}^n x_i.$$

Leides osatuletise log-tõepärast $l(\alpha, \beta)$ parameetri β järgi ning pannes selle võrduma nulliga, saame

$$\frac{n\alpha}{\beta} - \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

ehk pöördskaalaparameetri β suurima tõepära hinnang $\hat{\beta}$ on

$$\hat{\beta} = \frac{\alpha}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}. \quad (4)$$

Asendades saadud tulemuse (4) log-tõepära avaldisse, saame

$$l(\alpha, \hat{\beta}) = -n \ln \Gamma(\alpha) + n\alpha \ln \frac{\alpha}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i} + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n x_i - n\alpha. \quad (5)$$

Parameetri α suurima tõepära hinnangu $\hat{\alpha}$ saamiseks maksimeeritakse avaldist (5) numbriliselt. Töös kasutatavas statistikatarkvara R pakettis MASS [12] kasutatakse parameetri väärtuse hindamiseks Nelder-Meadi meetodit [8].

1.3 Gaussi segumudeli parameetrite hindamine

Käesolev alajaotus põhineb C. M. Bishopi raamatul „*Pattern Recognition and Machine Learning*“ [4].

Jaotused, mis on saadud mingite muude jaotuste lineaarkombinatsioonina, on segujaotused. Jaotuseid, mis on normaaljaotuste lineaarkombinatsioonid, nimetatakse Gaussi segumudeliteks.

Definitsioon 6. *Juhuslik suurus X on K komponendiga Gaussi segumudel, kui tema tihedusfunktsioon on kujul*

$$f(x) = \sum_{k=1}^K \pi_k f_k(x | \mu_k, \sigma_k^2), \quad (6)$$

kus f_k , $k = 1, \dots, K$ on normaaljaotuse tihedusfunktsioon

$$f_k(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-\frac{(x-\mu_k)^2}{2\sigma_k^2}}$$

ja $\pi_1, \dots, \pi_K \in [0, 1]$, $\sum_{i=1}^K \pi_i = 1$ on komponentide kaalud.

Valimi $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ korral on log-tõepära

$$\ln(L) = \ln \left(\prod_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \pi_k f_k(x_i | \mu_k, \sigma_k) \right) = \sum_{i=1}^n \ln \left(\sum_{k=1}^K \pi_k f_k(x_i | \mu_k, \sigma_k) \right)$$

Saadud log-tõepära maksimumkohti ei ole võimalik analüütiliselt leida. Tavaliselt kasutatakse parameetrite π_k, μ_k, σ_k , $k = 1, \dots, K$ hinnangute leidmiseks iteratiivset EM (*expectation maximization*) algoritmi.

2 Poissoni protsessi sobitamine isejuhtiva sõiduki andmetele

2.1 Andmestiku ülevaade

Mudeli loomisel on kasutatud Waymo avatud andmestikku, mis koosneb Waymo isesõitva auto sensorite andmetest [13]. Käesolevas töös on keskendunud esikaameraga seotud andmetele. Andmestik koosneb 20-sekundilistest videolõikudest sagedusega 10Hz ehk iga lõik koosneb 200-st kaadrist, mille laius on 1920 pikslit ja kõrgus 1280 pikslit. Kõik videolõigud on annoteeritud ehk teada on tegelikud objektide asukohad. Mudeli loomisel on kasutatud vaid valitud lõike, mis on salvestatud sirgel teel sõites.

Objektituvastusmudel YOLOv3 [11] on reaajas toimiv objektituvastusmudel, mis tuvastab ette antud pildil (näiteks videolõigu igal kaadril) asuvate objektide asukohad. YOLOv3 suudab tuvastada 9000 erinevat objekti, kuid meile pakuvad antud projekti kontekstis huvi vaid kahte tüüpi liikuvad objektid – sõidukid ja jalakäijad.

Eraldi on vaadatud andmestikku, kus objektide koordinaadid ja tüübid on saadud annoteerimise teel (andmestik $\mathbf{d}_{\text{annot}}$), ning andmestikku, kus objektide koordinaadid ja tüübid on tuvastatud objektituvastusmudeli YOLOv3 poolt (andmestik \mathbf{d}_{YOLO}). Lisaks koordinaatidele ja tüübile on iga objekti jaoks kaadris võimalusel hinnatud ka tema kaugus kaamerast kasutades LiDARi (*Light Detection and Ranging*) [9] andmeid.

2.1.1 Sobilike andmete välja filtreerimine

Kuna eesmärgiks on hinnata tuvastamata jäänud objektide jaotust kaamerapildil, siis uurime objektide esmaste tuvastuste asukohti. See tähendab, et teame, et objekt tuvastati esimest korda mingis kindlas kaadris k_1 , kuid sellele kaadrile eelnevas kaadris k_0 seda objekti ei tuvastatud. Kusjuures mõningates olukordades oli objekt juba eelnevas kaadris k_0 olemas ja seda oli võimalik tuvastada (näide joonisel 1).

Seega iga objekti jaoks on leitud kaader k_1 , kus see objekt on tuvastatud või annoteeritud esimest korda ning leitud selle objekti keskpunkt. Välja on jäetud juhud, kus objekt

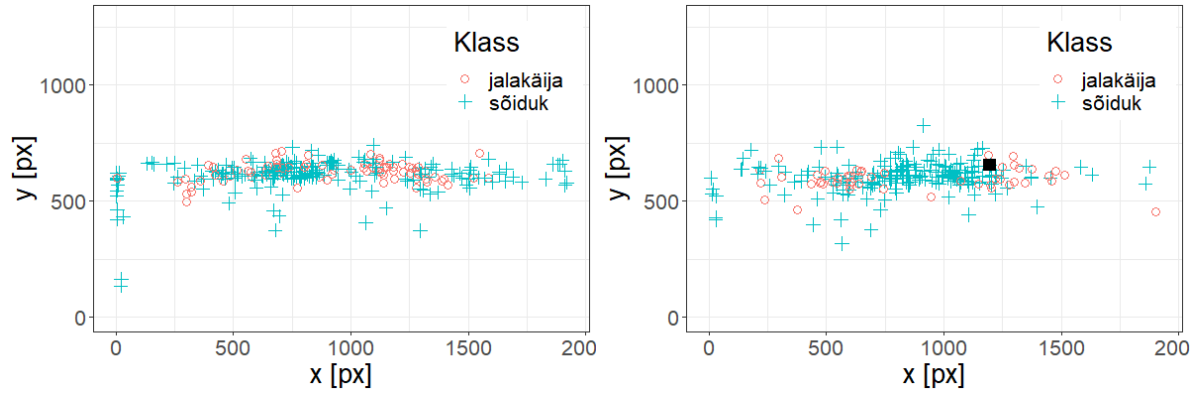


Joonis 1. Näide objekti esmakordsest tuvastamisest: vasakul ühe videolõigu neljas kaader, kus objektituvastusmudel YOLOv3 pole veel valget bussi paremal teeservas tuvastanud ning paremal sama videolõigu viies kaader, kus valge buss juba on tuvastatud

tuvastatakse esimest korda videolõigu kõige esimeses kaadris, kuna sellele eelnevat kaadrit k_0 ei ole olemas ning seega ei ole ka mudel saanud teha viga. Ei saa olla tuvastamata jätmist, kui pole kaadrit, kus oleks objekt, mida tuvastada. Samuti on välja jäetud juhud, kus objekt on olnud esmasele annoteerimisele või tuvastamisele eelnevas kaadris mõne teise tuvastatud objekti taga. Täpsemalt on objekti kolme esimese kaadri k_1, k_2, k_3 põhjal lineaarselt prognoositud objekti keskpunkt kaadris k_0 ning jäetud see objekt andmestikust välja, kui keskpunkt asub mõne teise tuvastatud või annoteeritud objekti taga.

Uurimise alt on välja jäetud ka objektid, mille kaugust kaamerast ei ole võimalik adekvaatselt hinnata. Selleks on esmalt otsitud esimesed 20 LiDARilt tuvastatavat kaugust kogu objekti teekonna vältel. Seejärel, kui on tuvastatud vähemalt viis kaugust, jäetakse 25% kõige ekstreemsematest kaugustest müra vähendamiseks välja. Allesjäänud 75% kauguste põhjal prognoositakse lineaarse mudeliga objekti kaugus kaamerast kaadris k_1 ehk kaadris, kus hetkel analüüsitav objekt annoteeriti või tuvastati esimest korda. Samuti on välja jäetud objektid, mille kaugus kaamerast lineaarse mudeli põhjal kasvab. Vastasel juhul oleksid lähtuvalt andmetest paljud kaugused olnud negatiivsed.

Töös on käsitletud eelnevalt kirjeldatud viisil leitud objektide koordinaatide (anoteeritud ja tuvastatud) keskpunkte (visualiseeritud joonisel 2) ja kaugusi. Anoteeritud objektide andmestikus on 298 punkti 47-st videolõigust ja 281-st kaadrist ning objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide andmestikus 258 punkti 52-st videolõigust ja 248-st kaadrist.

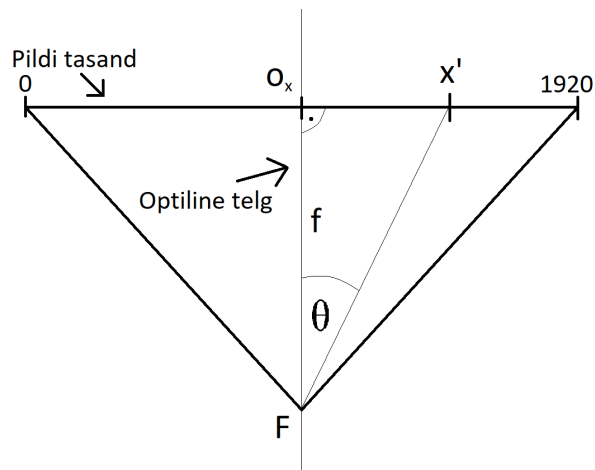


Joonis 2. Objektide esmaste märkimiskohtade keskpunktid andmestikus d_{annot} (vasakul) ja andmestikus d_{YOLO} (paremal); musta ruuduga on tähistatud joonisel 1 toodud buss

2.2 Andmestiku teisendus

Teades kaamera fookuskaugust $f \approx 2071.4$ pikslit (kaamera fookuse F kaugus pildi tasandist) ja x -telje suunalist optilist keskpunkti $o_x \approx 952.4$ pikslit, saame iga andmestikus oleva punkti (x', y') jaoks leida x -telje suunalise nurga θ (vt joonis 3). Teisisõnu, saame leida punkti (x', y') projektsiooni x' ja fookust F läbiva kiire ning optilise telje vahelise nurga

$$\theta = \arctan \frac{x - o_x}{f}.$$



Joonis 3. Objekti x -telje suunalise nurga θ leidmine

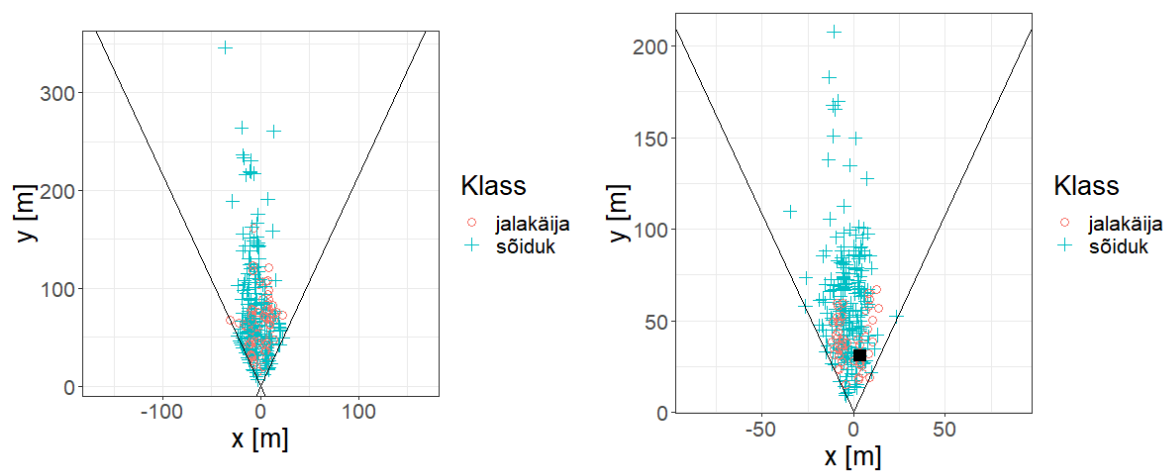
Nüüd on iga punkti jaoks olemas LiDARI abil saadud kaugus keskpunktist (kaamerast) d

ja nurk θ , mis tähendab, et meil on sisuliselt polaarkoordinaadid autotee tasandil. Nendest saame üle minna uuesti ristkoordinaatidele, kus x-telg on isejuhtiva auto sõidusuunaga risti olev telg ning y-telg on isejuhtiva auto sõidusuunaga samasuunaline telg.

$$x_{uus} = d \cdot \sin \theta;$$

$$y_{uus} = d \cdot \cos \theta.$$

Uute koordinaatidega näeme andmestikus olevaid punkte justkui pealtvaates (joonis 4).



Joonis 4. Objektide esmaste märkimiskohtade keskpunktid uutes koordinaatides annoteeritud objektide korral (vasakul) ja objektituvastusmudeli YOLOv3 poolt tuvastatud objektide korral (paremal); musta ruuduga on tähistatud joonisel 1 toodud buss

2.3 Kirjeldav analüüs

2.3.1 Annoteeritud objektide andmestik

Annoteeritud objektide andmestikus d_{annot} on 215 sõidukit ning 198 kaadrit, kus leidub vähemalt üks sõiduk, mis on annoteeritud esimest korda selles kaadris. Need kaadrid jagunevad 38 videolõigu peale ning keskmiselt on igas lõigus 6.5 sellist kaadrit. Andmestikus on 83 jalakäijat ning kaadreid, kus leidub vähemalt üks jalakäija, kes on annoteeritud esimest korda selles kaadris, on 83. Need kaadrid jagunevad 9 videolõigu peale ning keskmiselt on igas videolõigus 5.5 sellist kaadrit.

Tabelis 1 on toodud andmestiku d_{annot} sõidukite ning jalakäijate (uute) x- ja y-koordinaadi ning kauguse ja nurga kirjeldavad suurused. Üldiselt on näha, et kõigi tunnuste jaoks varieeruvad sõidukite tunnuste väärtused rohkem kui jalakäijate omad. Samuti on sõidukite nurga mediaanväärtuse põhjal näha, et üle poolte sõidukitest asub vasakul pool optilist telge. See tähendab ootuspäraselt, et enamus sõidukeid ilmub kaamera vaatevälja vasakult teepoolelt.

Tabel 1. Annoteeritud andmestiku d_{annot} kirjeldav analüüs

	Annoteeritud							
	Sõidukid				Jalakäijad			
Tunnus	x	y	kaugus	nurk	x	y	kaugus	nurk
Mõõtühik	m	m	m	rad	m	m	m	rad
Keskmine	-4.23	76.06	77.07	-0.05	-0.29	63.08	63.85	-0.02
Mediaan	-5.71	62.14	63.02	-0.08	2.05	63.21	63.87	0.02
Min	-36.39	6.76	7.42	-0.43	-30.78	14.90	15.18	-0.43
Max	22.79	345.99	347.90	0.44	21.97	161.77	161.91	0.30
Standardhälve	10.44	53.17	52.90	0.21	9.56	26.71	26.57	0.17

2.3.2 Objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide andmestik

Objektituvastusmudeli YOLOv3 poolt tuvastatud objektide andmestikus d_{YOLO} on 208 sõidukit ning 197 kaadrit, kus leidub vähemalt üks sõiduk, mis on tuvastatud esimest korda selles kaadris. Need kaadrid jagunevad 46 videolõigu peale ning keskmiselt on igas lõigus 6.6 sellist kaadrit. Andmestikus on 50 jalakäijat ning kaadreid, kus leidub vähemalt üks jalakäija, kes on tuvastatud esimest korda selles kaadris, on 50. Need kaadrid jagunevad 5 videolõigu peale ning keskmiselt on igas videolõigus 6 sellist kaadrit.

Tabelis 2 on toodud andmestiku d_{YOLO} sõidukite ning jalakäijate x- ja y-koordinaadi ning kauguse ja nurga kirjeldavad suurused. Nagu annoteeritud objektide andmestikus, on ka tuvastatud objektide korral üldiselt sõidukite tunnuste väärtuste varieeruvus suurem. Erandiks on nurk ja x-koordinaat, kuid erinevus sõidukite ja jalakäijate vahel pole väga suur. Samuti on üle poole sõidukitest esmatuvastatud vasakul pool kaamera optilist telge ehk vasakul pool teed. Kuid erinevalt annoteeritud objektide andmestikust d_{annot} , kehtib see ka tuvastatud jalakäijate jaoks.

Võrreldes objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide andmestiku d_{YOLO} näitajaid

Tabel 2. Objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide andmestiku d_{YOLO} kirjeldav analüüs

	YOLOv3 tuvastatud							
	Sõidukid				Jalakäijad			
Tunnus	x	y	kaugus	nurk	x	y	kaugus	nurk
Mõõtühik	m	m	m	rad	m	m	m	rad
Keskmine	-3.06	60.34	60.92	-0.06	-1.74	39.54	40.29	-0.05
Mediaan	-3.15	56.06	57.15	-0.05	-5.47	38.32	39.20	-0.15
Min	-34.75	9.30	10.18	-0.43	-11.98	15.24	15.82	-0.34
Max	23.34	207.78	208.06	0.42	13.50	67.17	68.36	0.43
Standardhälve	7.55	32.30	32.23	0.15	7.65	13.46	13.47	0.20

annoteeritud objektide andmestiku d_{annot} näitajatega on näha, et üldiselt on andmestiku d_{annot} objektide uuritavate tunnuste väärtused suurema amplituudiga ning rohkem varieeruvad kui andmestiku d_{YOLO} objektide väärtused. Samuti võib tähele panna, et andmestiku d_{YOLO} objektidel on nii keskmine kui mediaankaugus jalakäijate ja autode jaoks väiksemad kui andmestiku d_{annot} objektidel. See tähendab, kasutatav objektituvastusmudeli YOLOv3 objektide tuvastamata jätmised toimuvad kaamerale lähedamal kui annoteeritud objektide tuvastamata jätmised.

2.4 Marginaaljaotuste tihedusfunktsioonide hindamine

Marginaaljaotuste tihedusfunktsioonide hindamise eesmärk siinkohal ei ole mitte leida jaotust, millest andmed potentsiaalselt olla võivad, vaid leida üldisem trend tunnuste jaotuse kirjeldamiseks, et kasutada neid hiljem Poissoni protsesside tihedusfunktsioonide sobitamisel. Seega ei ole oluline uurida andmete sobivust leitud jaotusega (näiteks Kolmogorov-Smirnovi testiga). Eelnevat arvesse võttes on x- ja y-koordinaadi jaotuste uurimisel histogrammilt (joonised 5, 6, 7, 8) leitud, et y-koordinaadi jaotuse kirjeldamiseks sobib gamma-jaotus ning x-koordinaadi jaotuse kirjeldamiseks sobib Gaussi segujaotus.

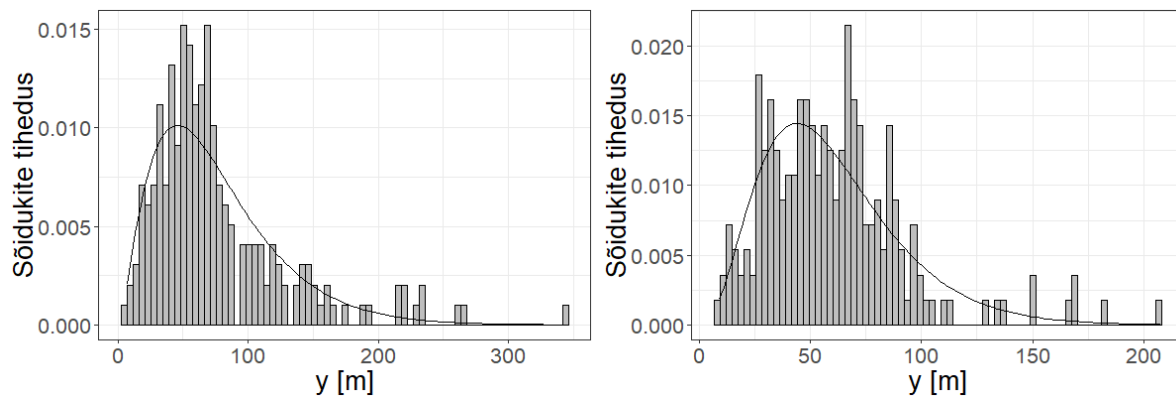
2.4.1 Sõidukite y-koordinaadid

Joonisel 5 on toodud andmestike d_{annot} ja d_{YOLO} sõidukite y-koordinaatide jaotused koos sobitatud gammajaotuse tihedusfunktsioonidega. Suurima tõepära meetodil hinnatud gamma-jaotuse tihedusfunktsioonide kujuparameetri α ja pöördskaalaparameetri β väärtused on

toodud tabelis 3.

Tabel 3. Sõidukite y -koordinaatide jaotusele sobitatud gammajaotuse tihedusfunktsioonide parameetrid

	α	β
d_{annot}	2.509	0.033
d_{YOLO}	3.710	0.006



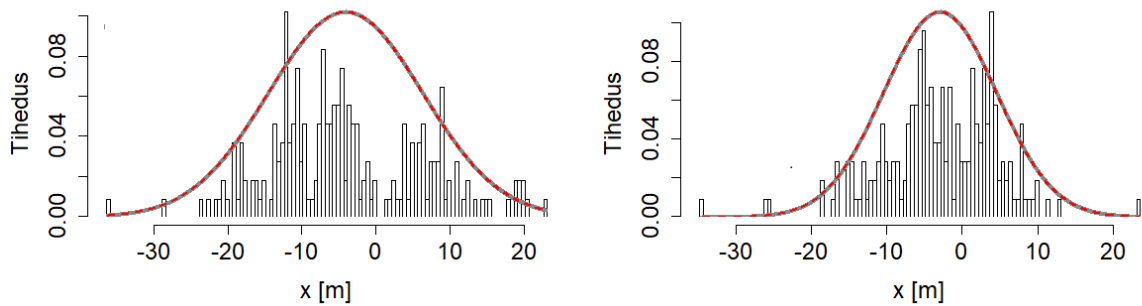
Joonis 5. Sõidukite y -koordinaatide histogramm ja sobitatud gammajaotus (andmestik d_{annot} vasakul ja d_{YOLO} paremal)

2.4.2 Sõidukite x -koordinaadid

Sõidukite x -koordinaatide jaotust on hinnatud Gaussi segumudeliga, kus komponentide arv on valitud $1, \dots, 4$ komponendiga tihedusfunktsiooni hulgast BIC kriteeriumi järgi (lisa 1) järgi. Mõlema andmestiku, nii d_{annot} kui ka d_{YOLO} jaoks on BIC järgi x -koordinaatide jaotuse hindamiseks parim ühe komponendiga Gaussi segujaotus ehk lihtsalt tavaline normaaljaotus. Tihedusfunktsioonide osakaalu π , keskväärtuse μ ja standardhälbe σ väärtused on toodud tabelis 4 ning mõlema andmestiku sõidukite x -koordinaatide jaotus ja hinnatud normaaljaotused on toodud joonisel 6.

Tabel 4. Sõidukite x -koordinaatide jaotusele sobitatud Gaussi segujaotuse tihedusfunktsiooni parameetrid

	Komponendi nr	π	μ	σ
d_{annot}	1	1	-4.23	10.42
d_{YOLO}	1	1	-3.07	7.53



Joonis 6. Sõidukite andmestike x-koordinaatide histogramm ja sobitatud Gaussi segujaotus (andmestik d_{annot} vasakul ja d_{YOLO} paremal)

2.4.3 Jalakäijate y-koordinaadid

Jalakäijate andmeid on tunduvalt vähem kui sõidukite omasid. Proovime ka jalakäijate y-koordinaatide jaotusele sobitada gammajaotuse tihedusfunktsiooni ning x-koordinaatidele Gaussi segujaotuse tihedusfunktsiooni.

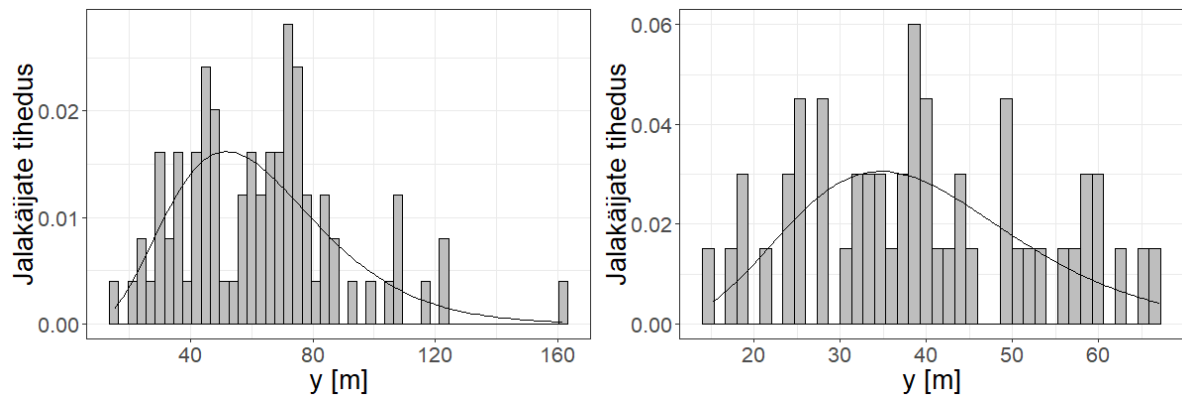
Joonisel 7 on toodud andmestike d_{annot} ja d_{YOLO} jalakäijate y-koordinaatide jaotused koos sobitatud gammajaotuse tihedusfunktsioonidega. Suurima tõepära meetodil hinnatud gammajaotuse tihedusfunktsioonide kujuparameetri α ja pöördskaalaparameetri β väärtused on toodud tabelis 5.

Tabel 5. Jalakäijate y-koordinaatide jaotusele sobitatud gammajaotuse tihedusfunktsioonide parameetrid

	α	β
d_{annot}	5.565	0.088
d_{YOLO}	8.255	0.042

2.4.4 Jalakäijate x-koordinaadid

Jalakäijate x-koordinaatide jaotust on samuti hinnatud Gaussi segumudeliga, kus komponentide arv on valitud $1, \dots, 4$ komponendiga tihedusfunktsiooni hulgast BIC kriteeriumi järgi (lisa 1). Andmestiku d_{annot} jaoks on BIC kriteeriumi järgi x-koordinaatide jaotuse hindamiseks parim kolme komponendiga Gaussi segujaotus ning andmestiku d_{YOLO} jaoks on BIC järgi x-koordinaatide jaotuse hindamiseks parim kahe komponendiga Gaussi segu-

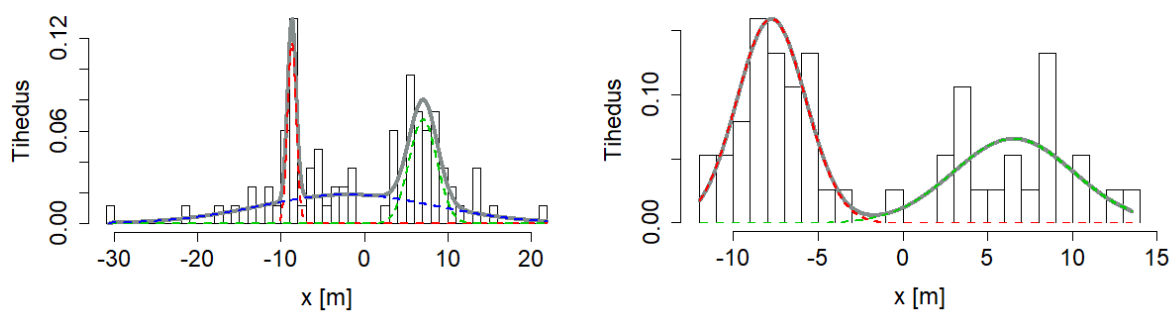


Joonis 7. Jalakäijate y-koordinaatide histogramm ja sobitatud gammajaotus (andmestik d_{annot} vasakul ja d_{YOLO} paremal)

jaotus. Tihedusfunktsioonide hinnatud osakaalu π , keskväärtuse μ ja standardhälbe σ väärtused on toodud tabelis 6 ning mõlema andmestiku sõidukite x-koordinaatide jaotus ja hinnatud Gaussi segujaotused on toodud joonisel 8.

Tabel 6. Sõidukite x-koordinaatide jaotusele sobitatud Gaussi segujaotuse tihedusfunktsiooni parameetrid

	Komponendi nr	π	μ	σ
d_{annot}	1	0.16	-8.66	0.52
	2	0.31	7.10	1.69
	3	0.53	-1.99	10.59
d_{YOLO}	1	0.42	6.52	3.57
	2	0.58	-7.75	2.03



Joonis 8. Jalakäijate andmestike x-koordinaatide histogramm ja sobitatud Gaussi segujaotus (andmestik d_{annot} vasakul ja d_{YOLO} paremal)

2.5 Poissoni protsessi intensiivsusefunktsioonide sobitamine

Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni sobitamiseks on vaja esmalt määrata tõkestatud aken W , milles funktsioon defineeritud on. Töös kasutatavate andmestike puhul on akna kuju kaamera ehituse tõttu piiratud kaamera poolt vaadatuna kaamera nurga laiusel (mustad jooned joonisel 4). Ülevaalt poolt pole vaadeldav aken W teoreetiliselt piiratud millegagi, kuid piirame seda objektide maksimaalsetest kaugustest veidi kaugemal oleva piiriga. Seega autode jaoks piirame seda annoteeritud ja tuvastatud objektide maksimaalsete kauguste maksimumi juurest ehk kaugusel $d = 400$ meetrit ning jalakäijate jaoks kaugusel $d = 200$ meetrit.

Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni (2) sobitamisel leitakse hinnangud parameetrite väärtustele, kuid liikmed, millele parameetreid otsida, on vaja ise defineerida. Eelnevas osas leidsime hinnangud marginaaljaotustele. Kuna joonise 4 põhjal pole selget sõltuvust x - ja y -koordinaadi vahel näha, siis võib arvata, et enam-vähem võiks sobida ühisjaotuseks marginaaljaotuste korrutis.

Seega sobitame mudelit kujul

$$\lambda_{\theta}(x, y) = \exp(\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{Z}(x, y)) = \exp(\theta_1 Z_1(x, y) + \theta_2 Z_2(x, y) + \theta_3 Z_3(x, y)), \quad (7)$$

kus $Z_1(x, y) = 1$ on ühikfunktsioon, $Z_2(x, y) = Z_2(y) = \ln Z_2'(y)$ on naturaallõgaritm gammajaotuse tihedusfunktsioonist $Z_2'(y)$ valemist (3) ja $Z_3(x, y) = Z_3(x) = \ln Z_3'(x)$ on naturaallõgaritm Gaussi segujaotuse tihedusfunktsioonist $Z_3'(x)$ valemist (6). Logaritm võetakse funktsioonidest Poissoni protsessi hinnatava intensiivsusefunktsiooni log-lineaarsuse tõttu.

2.5.1 Sõidukid

Hindame intensiivsusefunktsiooni (7) parameetrite $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ väärtused andmestike $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ ja \mathbf{d}_{YOLO} sõidukitele.

Andmestiku $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ sõidukitele ja andmestiku \mathbf{d}_{YOLO} sõidukitele sobitatud Poissoni protsessi

intensiivsusefunktsioonid kujuga (7) on vastavalt (lisa 2):

$$\begin{aligned} \lambda_{\theta_{as1}} = & \exp \left(4.82 + 1.01 \cdot \ln \left(\frac{1}{\Gamma(2.509)} \cdot 0.033^{2.509} \cdot y^{2.509-1} \cdot e^{-0.033y} \right) \right) \\ & + 0.83 \cdot \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 10.42} \cdot \exp \left(-\frac{(x + 4.23)^2}{2 \cdot 10.42^2} \right) \right); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\theta_{ys1}} = & \exp \left(4.56 + 0.98 \cdot \ln \left(\frac{1}{\Gamma(3.71)} \cdot 0.006^{3.71} \cdot y^{3.71-1} \cdot e^{-0.006y} \right) \right) \\ & + 0.8 \cdot \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 7.53} \exp \left(-\frac{(x + 3.07)^2}{2 \cdot 7.53^2} \right) \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Poissoni protsessi definitsioon 4 sisaldas kahte tingimust – sõltumatuse tingimust ja Poissoni jaotuse tingimust. Kontrollime esmalt Poissoni jaotuse tingimust. Et teha kindlaks, kas andmetes on mingi tunnuse suhtes sobitatud intensiivsusefunktsiooniga võrreldes kirjeldamata trend, uurime intensiivsusefunktsiooni jääke antud tunnuse suhtes.

Olgu $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ valim tõkestatud hulgast $W \subset \mathbb{R}^2$ ning $\lambda_{\theta}(\mathbf{u})$ olgu andmete sobitatud intensiivsusefunktsioon. Defineerime funktsiooni $Q: \mathbb{R} \rightarrow P(W)$, kus $P(W)$ on hulga W kõigi alamhulkade hulk, iga funktsiooni $Z(\mathbf{u})$, $\mathbf{u} \in W$ jaoks järgmiselt:

$$Q(z) = \{\mathbf{u} \in W : Z(\mathbf{u}) \leq z\}.$$

Teisisõnu $Q(z)$ on hulga W selline alamhulk, mille elementide väärtuste korral on valitud funktsiooni $Z(\mathbf{u})$, $\mathbf{u} \in W$ väärtused väiksemad argumendist z . Näiteks valides funktsiooniks ristkoordinaadi x ehk $Z(\mathbf{u}) = Z(x, y) = x$, on $Q(z)$ vertikaalsirgest $x = z$ vasakule jäävate punktide hulk hulgas W . [1]

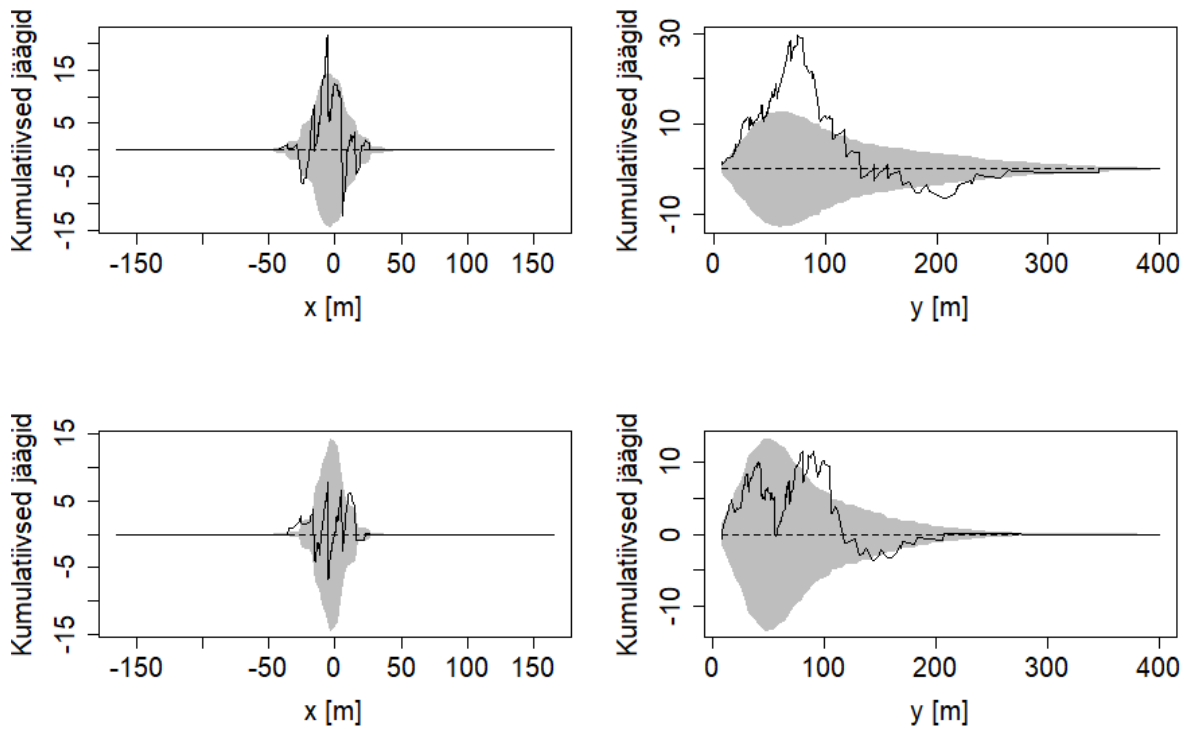
Sellest saame omakorda defineerida nii-öelda kumulatiivse jäägi funktsiooni

$$A(z) = n(\mathbf{x} \cap Q(z)) - \int_{Q(z)} \lambda_{\theta}(\mathbf{u}) d\mathbf{u}.$$

Seega $A(z)$ on alamhulka $Q(z) \subset W$ kuuluvate valimi vaadeldud punktide \mathbf{x} arvu ja sobitatud Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni λ_{θ} poolt alamhulka $Q(z) \subset W$ prognoositavate punktide arvu vahe. Kui sobitatud intensiivsusefunktsioon on õige, siis peaksid

funktsiooni $A(z)$ väärtused olema nullilähedased. [1]

Näiteks joonisel 9 parempoolsel ülemisel joonisel on toodud x-teljel y-koordinaadi väärtus (seega $Z(x,y) = y$) ning y-teljel funktsiooni $A(y)$ väärtused. Jooniselt on näha, et funktsiooni $A(y)$ maksimumväärtus on umbes 30 kohal umbes $y = 75$. See tähendab, et punktide y-koordinaadi väärtuste vahemikku 0 kuni 75 jäävate vaadeldud punktide arv on 30 võrra suurem kui sobitatud mudeli poolt y-koordinaatide vahemikku 0 kuni 75 prognoositavate punktide arv keskmiselt. Halli alaga on tähistatud sobitatud mudeli pealt arvatud kahe standardhälbe piirid.



Joonis 9. Kumulatiivsed jäägid x- ja y-koordinaatide suhtes andmestiku d_{annot} sõidukitele sobitatud mudeli (8) korral üleval ja andmestiku d_{YOLO} sõidukitele sobitatud mudeli (9) korral all; halli ala märgib jääkide punktiivisilisi kahe standardhälbe piire

Uurides sobitatud mudelite kumulatiivseid jääke $A(z)$ x- ja y-koordinaatide suhtes joonisel 9, on y-koordinaatide jääkide paiknemisest näha, et mudelis on kirjeldamata jäänud mingi trend. Kumulatiivsed jäägid lähevad oluliselt välja hallist alast, mis tähistab sobitatud mudeli põhjal arvatud kahekordseid standardhälbe piire. Mõlema andmestiku sõidukite mudeli jaoks on y-koordinaadi intensiivsust ligikaudu enne $y = 130$ alahinnatud

ning pärast $y = 130$ ülehinnatud. Täpsed väärtused on andmestiku $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ sõidukitele sobitatud mudeli jaoks vahemikus 130.65 kuni 131.25 ning andmestiku \mathbf{d}_{YOLO} sõidukitele sobitatud mudeli jaoks vahemikus 112.57 kuni 118.75.

Sobitame sõidukite punktidele uue mudeli, kus lisame eelmisele intensiivsusefunktsiooni kujule (7) uue tunnuse $Z_4(x, y) = |y - 130|$ parameetriga θ_4 . Seega uue intensiivsusefunktsiooni kuju on järgmine:

$$\lambda_{\boldsymbol{\theta}}(x, y) = \exp(\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{Z}(x, y)) = \exp(\theta_1 Z_1(x, y) + \theta_2 Z_2(x, y) + \theta_3 Z_3(x, y) + \theta_4 Z_4(x, y)), \quad (10)$$

kus $Z_1(x, y) = 1$ on ühikfunktsioon, $Z_2(x, y) = Z_2(y) = \ln Z_2'(y)$ on naturaalloogarithm gammajaotuse tihedusfunktsioonist $Z_2'(y)$ valemist (3), $Z_3(x, y) = Z_3(x) = \ln Z_3'(x)$ on naturaalloogarithm Gaussi segujaotuse tihedusfunktsioonist $Z_3'(x)$ valemist (6) ja $Z_4(x, y) = |y - 130|$.

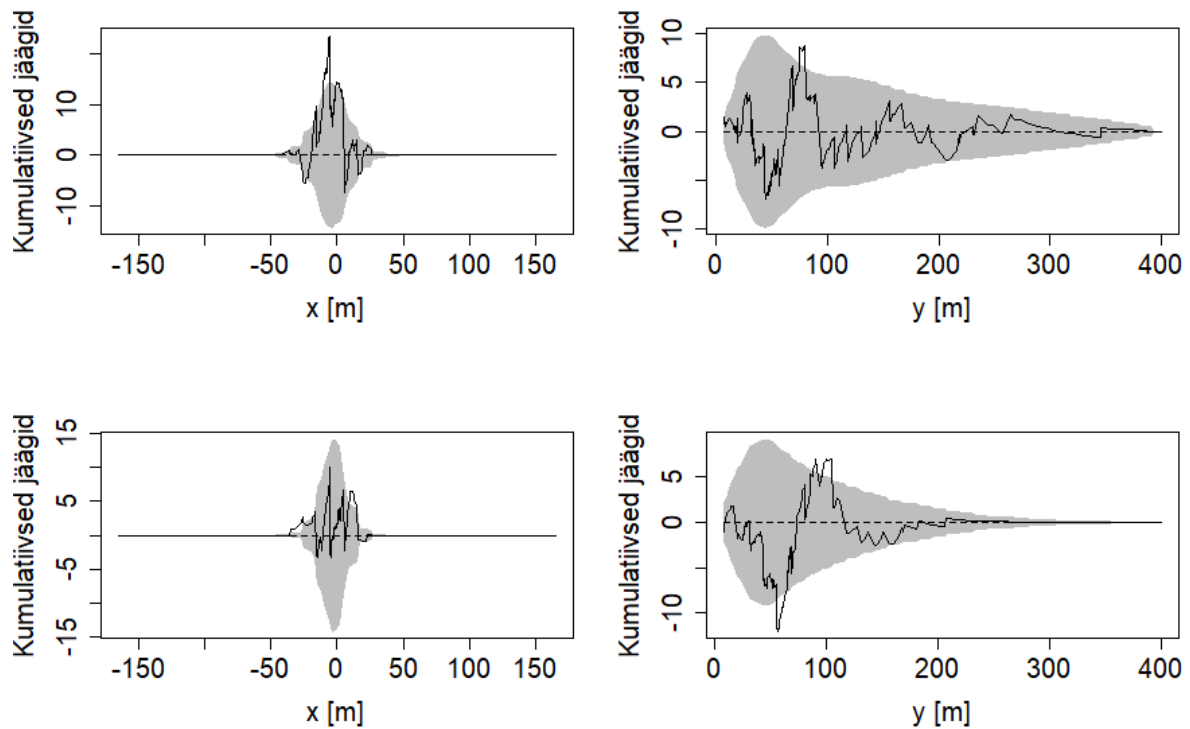
Andmestiku $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ sõidukitele ja andmestiku \mathbf{d}_{YOLO} sõidukitele sobitatud Poissoni protsessi intensiivsusefunktsioonid kujuga (10) on vastavalt (lisa 3):

$$\begin{aligned} \lambda_{\boldsymbol{\theta}_{as}} = \exp & \left(3.88 + 0.98 \cdot \ln \left(\frac{1}{\Gamma(2.509)} \cdot 0.033^{2.509} \cdot y^{2.509-1} \cdot e^{-0.033y} \right) \right. \\ & \left. + 0.78 \cdot \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 10.42} \cdot \exp \left(-\frac{(x + 4.23)^2}{2 \cdot 10.42^2} \right) \right) + 0.01 \cdot |y - 130| \right); \end{aligned} \quad (11)$$

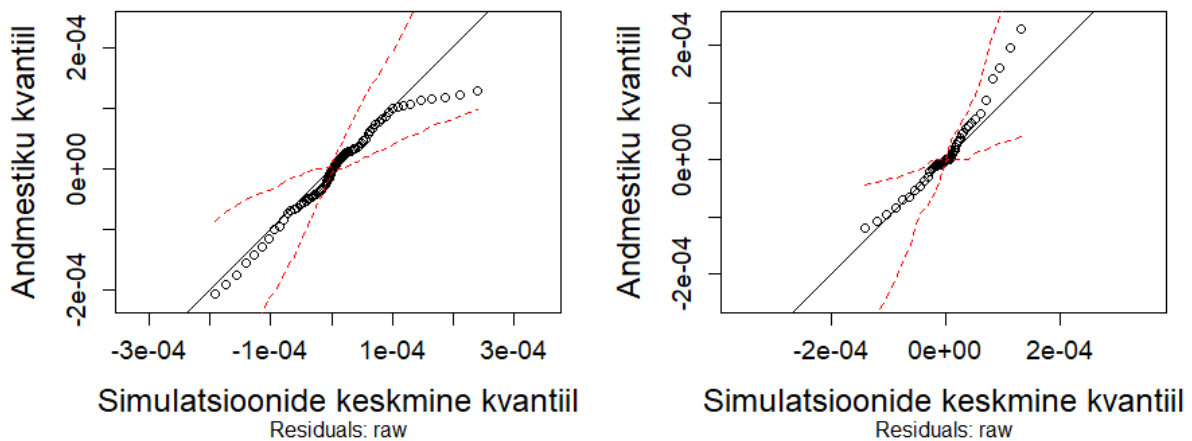
$$\begin{aligned} \lambda_{\boldsymbol{\theta}_{rs}} = \exp & \left(3.32 + 0.85 \cdot \ln \left(\frac{1}{\Gamma(3.71)} \cdot 0.006^{3.71} \cdot y^{3.71-1} \cdot e^{-0.006y} \right) \right. \\ & \left. + 0.77 \cdot \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} + 7.53} \exp \left(-\frac{(x + 3.07)^2}{2 \cdot 7.53^2} \right) \right) + 0.007 \cdot |y - 130| \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Uue mudeli kumulatiivsete jääkide graafikud joonisel 10 x- ja y-koordinaadi suhtes mingist suurest lihtsasti mõistetavast kirjeldamata trendist märku ei anna. Kumulatiivne trend püsib nii x-koordinaadi kui ka y-koordinaadi jaoks peaaegu iga väärtuse juures kahe standardhälbe vahel (hallis alas).

Poissoni protsessi definitsiooni 4 teise tingimuse, sõltumatuse kontrollimiseks on võimalik kasutada kvantiil-kvantiil graafikut.



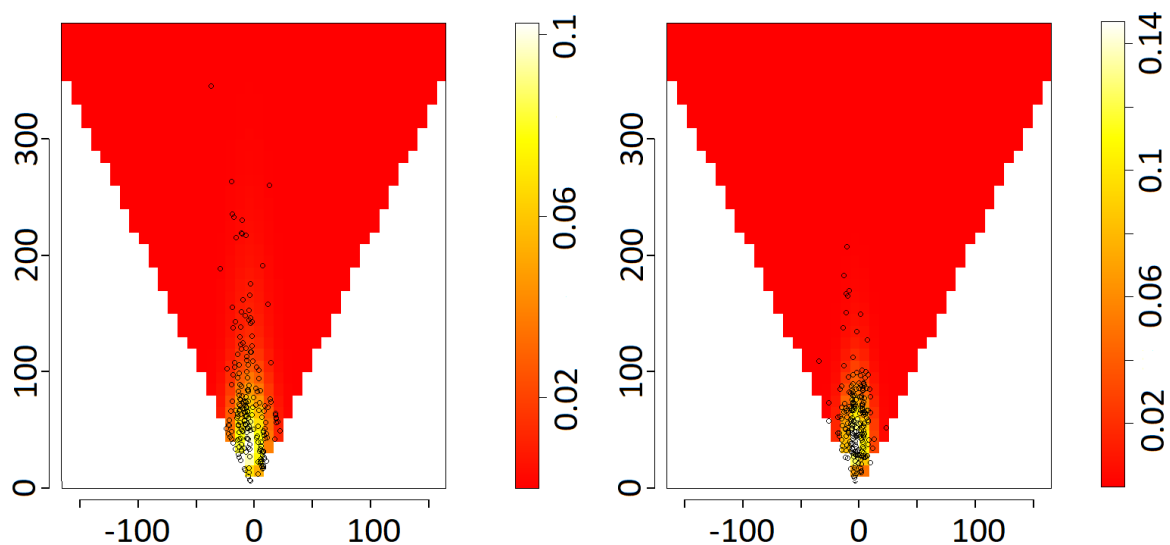
Joonis 10. Kumulatiivsed jäägid x- ja y-koordinaatide suhtes andmestiku d_{annot} sõidukitele sobitatud uuendatud mudelikuju (10) korral üleval ja andmestiku d_{VOLO} sõidukitele sobitatud mudeli (10) korral all; hall ala märgib jääkide punktiviisilisi kahe standardhälbe piire



Joonis 11. Andmepunktide silutud jääkide kvantiilid ning uuendatud mudeli poolt prognoositud 100 simulatsiooni keskmised silutud jääkide kvantiilid (vasakul d_{annot} , paremal d_{VOLO}); punase katkendliku joonega on toodud 95%-usaldusintervall

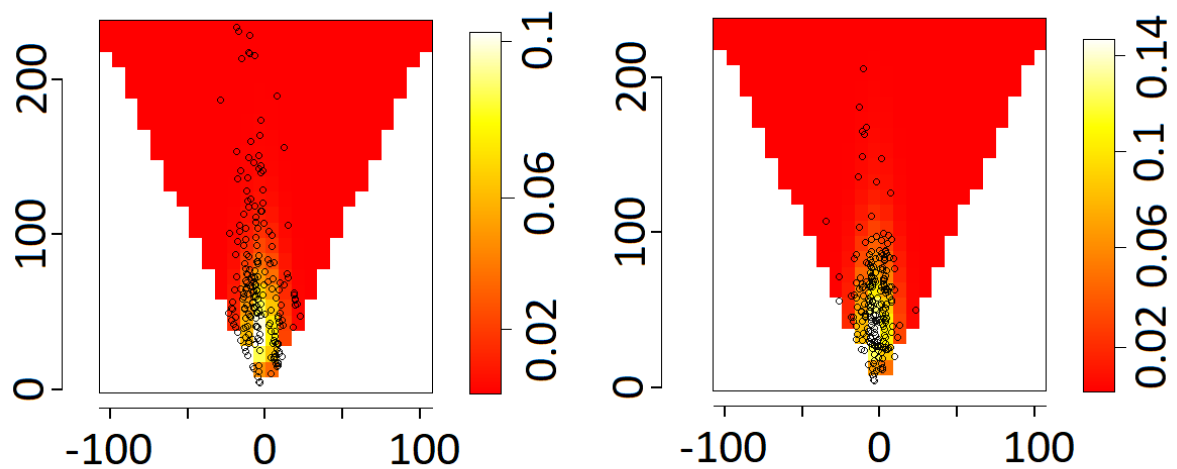
Kvantiil-kvantiil graafikul võrdleme andmestiku punktide silutud jääkide $s(u)$ kvantiile oodatavate silutud jääkide kvantiilidega. Oodatavad jäägid leitakse sobitatud intensiivsusefunktsiooniga Poissoni protsessist punktide simuleerimisel. Silutud jääkide kohta on täpsem selgitus lisa 4.

Sobitatud sõidukite mudeli (10) kvantiil-kvantiil graafikud (joonis 11) kinnitavad sobitatud mudeli sobivust andmetega. Seega sõidukite andmetele sobivateks lõplikeks mudeliteks on valitud Poissoni protsessid intensiivsusefunktsiooni kujuga (10).



Joonis 12. Sõidukitele sobitatud Poissoni protsesside intensiivsusefunktsioonid (andmestik d_{annot} vasakul, andmestik d_{VOLO} paremal)

Joonisel 12 on visualiseeritud sõidukitele sobitatud intensiivsusefunktsioonid (11) ja (12) koos andmepunktidega ning joonisel 13 on samad intensiivsusefunktsioonid koos andmepunktidega sisse suunitult. Joonistelt on näha, et intensiivsusefunktsiooni põhjal paikneb enim tuvastamata jäänud sõidukitest isejuhtiva auto kaamerale üsna lähedal, y-telje suunal umbes 30-70 meetri kaugusel. Sellest autole lähemal, y-telje suunal kaugusel 0-30 meetrit intensiivsus veidi langeb. Sellest autost kaugemal, y-telje suunal kaugemal kui 70 meetrit intensiivsus samuti langeb ning alates umbes kaugusest 150 meetrit muutub nullilähedaseks. Sobitatud intensiivsus on y-telje suunal rohkem hajunud x-telje keskosas – intensiivsus langeb y-telje kasvavas suunas nullilähedaseks aeglasemalt x-telje keskosas



Joonis 13. Sõidukitele sobitatud Poissoni protsesside sisse suumitud intensiivsufunktsioonid isejuhtiva auto kaamera lähedasse alasse (andmestik d_{annot} vasakul, andmestik d_{VOLO} paremal);

ning kiiremini x-telje äärtes.

Isejuhtiva auto kaamerast vasakul on intensiivsus nii annoteeritud kui ka objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide jaoks veidi suurem kui kaamerast paremal. Intensiivsus on tugev x-koordinaadi keskpunkti 0 ümbruses ning alates umbes -25 meetrist väiksemate ning 25 meetrist suuremate x-telje väärtuste korral langeb nullilähedaseks. See on ootuspärane tulemus, sest enamasti mööduvad sõidukid isejuhtivast autost vasakult. Vastutulevad sõidukid vahelduvad rohkem ning tekib rohkem uusi esmakordseid tuvastusi kui samas suunas liikuvate sõidukite korral.

Võrreldes annoteeritud andmestiku ja objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide andmestiku intensiivsusi, on näha, et annoteeritud andmestikule d_{annot} sobitatud intensiivsufunktsiooni hajuvus on suurem kui tuvastatud andmestikule d_{VOLO} sobitatud intensiivsufunktsiooni hajuvus. See on kooskõlas kirjeldava analüüsi tulemustega alapeatükis 2.3. Üldiselt väga suuri erinevusi andmestikule d_{annot} ja andmestikule d_{VOLO} sobitatud Poissoni protsesside intensiivsustes ei ole.

2.5.2 Jalakäijad

Hindame intensiivsusefunktsiooni (7) parameetrite $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ väärtused andmestike $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ ja \mathbf{d}_{YOLO} jalakäijatele.

Jalakäijate andmetele sobiva Poissoni protsessi intensiivsusefunktsioonid on määratud kujuga (7). Sobitatud intensiivsusefunktsioonid jalakäijatele on andmestiku $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ ja andmestiku \mathbf{d}_{YOLO} jaoks vastavalt (lisa 4):

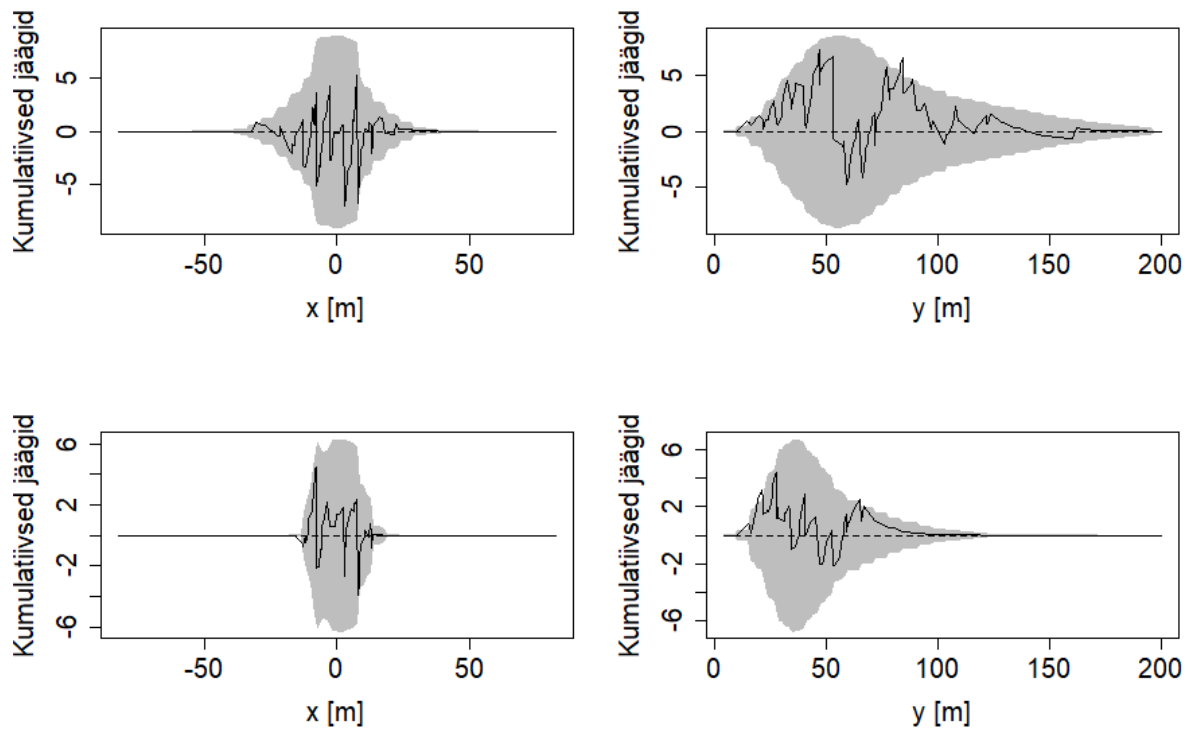
$$\begin{aligned} \lambda_{\theta_{aj}} = & \exp\left(3.45 + 0.93 \cdot \ln\left(\frac{1}{\Gamma(5.565)} \cdot 0.088^{5.565} \cdot x^{5.565-1} \cdot e^{-0.088x}\right)\right) \\ & + 0.83 \cdot \ln\left(0.16 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 0.52} \cdot \exp\left(-\frac{(x+8.66)^2}{2 \cdot 0.52^2}\right)\right) \\ & + 0.31 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1.69} \cdot \exp\left(-\frac{(x-7.10)^2}{2 \cdot 1.69^2}\right) \\ & + 0.53 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 10.59} \cdot \exp\left(-\frac{(x+1.99)^2}{2 \cdot 10.59^2}\right) \right). \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\theta_{Yj}} = & \exp\left(3.05 + 0.91 \cdot \ln\left(\frac{1}{\Gamma(8.255)} \cdot 0.042^{8.255} \cdot x^{8.255-1} \cdot e^{-0.042x}\right)\right) \\ & + 0.85 \cdot \ln\left(0.42 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 3.57} \cdot \exp\left(-\frac{(x-6.52)^2}{2 \cdot 3.57^2}\right)\right) \\ & + 0.58 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 2.03} \cdot \exp\left(-\frac{(x+7.75)^2}{2 \cdot 2.03^2}\right) \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Hinnatud mudeli kumulatiivsete jääkide graafikutel joonisel 14 x- ja y-koordinaadi suhtes mingit mudelis kirjeldamata trendi näha ei ole ning kumulatiivsed jäägid püsivad enamjaolt kahe standardhälbe sees. Seega Poissoni protsessi Poissoni jaotuse nõue on täidetud.

Sobitatud mudelite silutud jääkide kvantiil-kvantiil graafikid on toodud joonisel 15. Annoteeritud andmestiku $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ jalakäijate jaoks sobivad empiirilised kvantiilid simuleeritud oodatavate kvantiilidega paremini kui tuvastatud objektidega andmestiku \mathbf{d}_{YOLO} jaoks. Siiski on mõlemal juhul silutud jäägid 95%-usaldusintervalli sees ning seega on ka Poissoni protsessi sõltumatuse nõue täidetud.

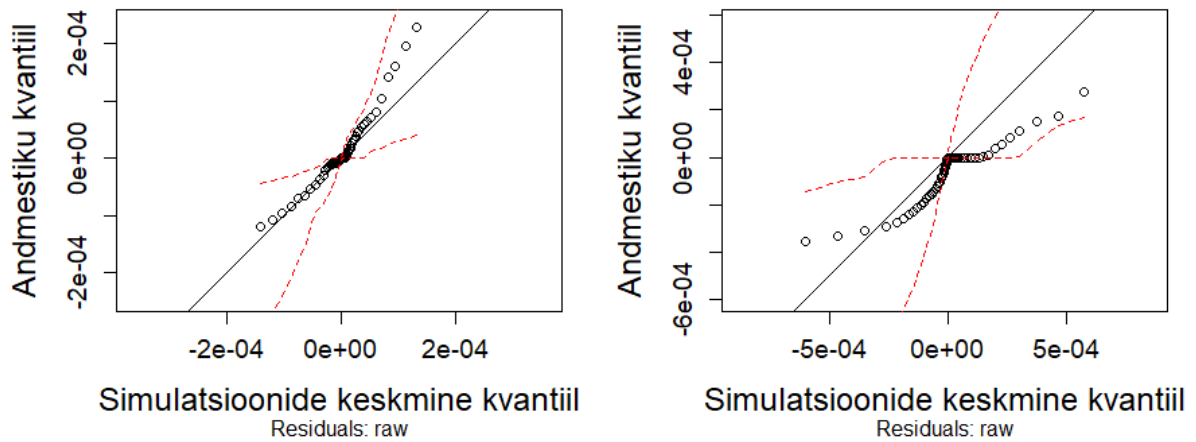
Joonisel 16 on visualiseeritud jalakäijatele sobitatud intensiivsusefunktsioonid (13) ja (14) koos andmepunktidega ning joonisel 17 on samad intensiivsusefunktsioonid koos andme-



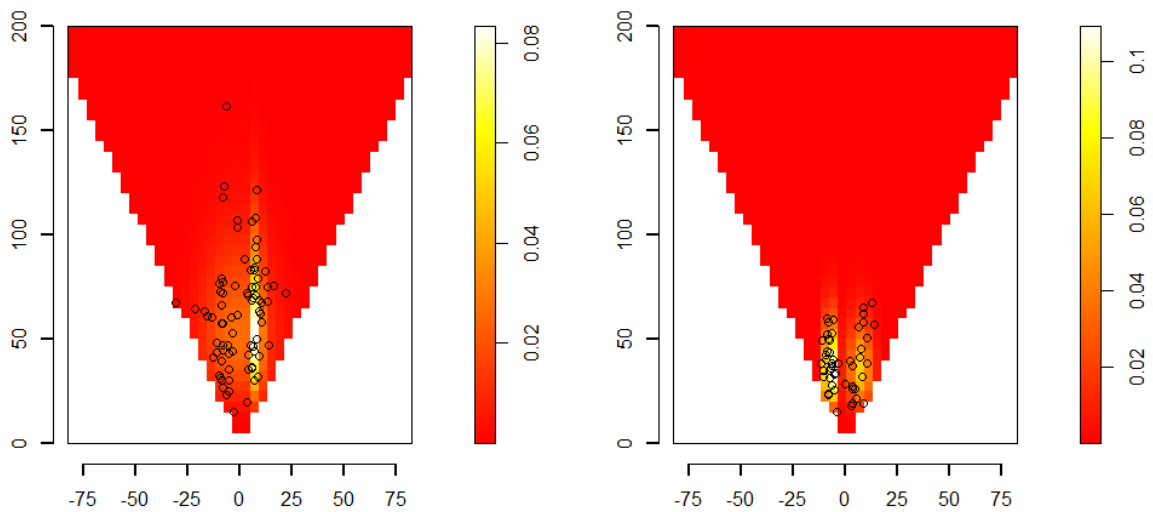
Joonis 14. Kumulatiivsed jäägid x- ja y-koordinaatide suhtes andmestiku d_{annot} jalakäijatele sobitatud mudelikuju (7) korral üleval ja andmestiku d_{YOLO} jalakäijatele sobitatud mudeli (7) korral all; hall ala märgib jääkide punktiviisilisi kahe standardhälbe piire

punktidega sisse suunitult. Võrreldes sõidukitele sobitatud Poissoni protsessidega on jalakäijate intensiivsusefunktsioonid annoteeritud andmestiku d_{annot} ja objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide andmestiku d_{YOLO} jaoks palju erinevamad.

Annoteeritud jalakäijate intensiivsus on tugevaim isejuhtiva auto keskpunktist paremal pool umbes 10 meetri kaugusel x-telje suunal. Sellest veidi paremal ning kuni -20 meetri kaugusele vasakul on intensiivsused keskmised ning edasi vaadeldava akna parem- ja vasakpoolse ääre suunas on intensiivsus nullilähedane. Andmestiku d_{YOLO} jalakäijate intensiivsus on suurim keskpunktist vasakul pool x-telje suunal umbes -10 meetri kaugusel ning veidi madalam intensiivsus on keskpunktist umbes sama kaugel paremal pool. Isejuhtiva auto kaamera keskpunktist paremal pool asuv kõrgema intensiivsusega osa on veidi rohkem hajunud kui vasakpoolne osa. Nii annoteeritud kui ka tuvastatud objektide x-telje suunalise keskosa madalam intensiivsus erinevalt sõidukitest on jalakäijate jaoks ootuspärane, kuna jalakäijad üldiselt ei paikne sõiduteel.

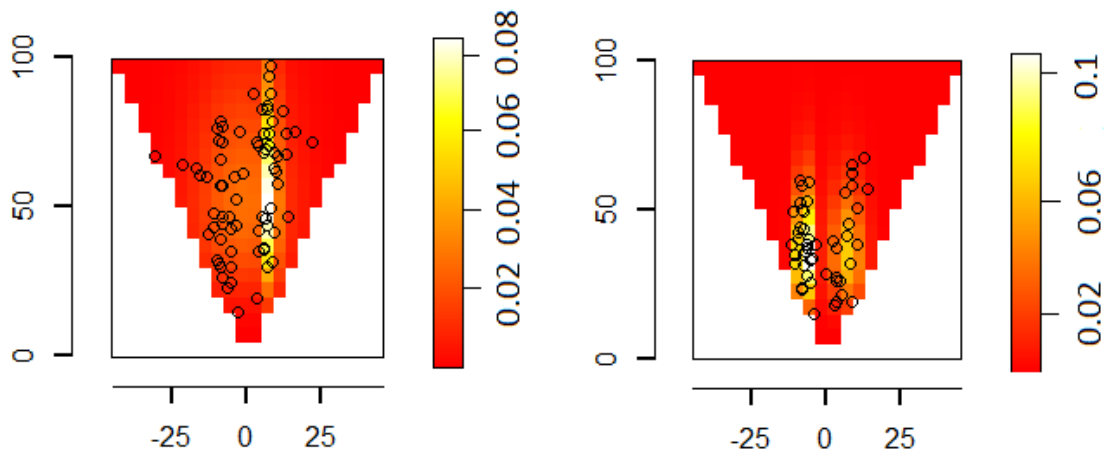


Joonis 15. Jalakäijate andmepunktide silutud jääkide kvantiilid ning sobitatud mudeli poolt prognoositud 100 simulatsiooni keskmised silutud jääkide kvantiilid (vasakul d_{annot} , paremal d_{YOLO}); punase katkendliku joonega on toodud 95%-usaldusintervall



Joonis 16. Jalakäijatele sobitatud Poissoni protsesside intensiivsufunktsioonid (andmestik d_{annot} vasakul, andmestik d_{YOLO} paremal)

Jalakäijate y-telje suunalise kauguse suhtes on andmestikule d_{annot} sobitatud intensiivsufunktsiooni väärtus suurim 50 meetri ümbruses ning andmestikule d_{YOLO} sobitatud intensiivsufunktsiooni väärtus suurim veidi lähemal, umbes 35 meetri ümbruses. Andmestiku d_{YOLO} protsessi intensiivsus on oluliselt kontsentreeritum kui andmestiku d_{annot} protsessi



Joonis 17. Jalakäijatele sobitatud Poissoni protsesside sisse suumitud intensiivsusefunktsioonid isejuhtiva auto kaamera lähedasse alasse (andmestik d_{annot} vasakul, andmestik d_{YOLO} paremal)

intensiivsus, mis on ka kooskõlas kirjeldava analüüsi tulemustega alapeatükis 2.3. Samuti on objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide intensiivsus nullilähedane y-telje suunal kaugemal kui umbes 65 meetrit. Seega objektituvastusmudel YOLOv3 tuvastab inimesi alles oluliselt lähemalt kui annoteringute järgi see võimalik peaks olema.

Kokkuvõte

Magistritöö eesmärk oli hinnata isejuhtiva auto visuaalse objektituvastusmudeli tuvastamata jätmiste jaotust kaamerapildil. Seda tüüpi vead on turvalisuse seisukohalt olulisemad kui vead, kus tuvastatakse objekt, mida tegelikult ei eksisteeri. Töös on kasutatud isejuhtiva auto tehnoloogiat arendava ettevõtte Waymo [13] andmeid ning objektide tuvastamiseks on kasutatud eeltreenitud mudelit YOLOv3 [11].

Igal tuvastatud objektil on kaader, kus ta tuvastati esimest korda. On teada, et mõningatel juhtudel on objekt esimesele tuvastusele eelnevas kaadris olemas ning tuvastatav, kuid objektituvastusmudel ei leia seda üles. Objekti asukoht esimeses kaadris, kus see tuvastati on ilmselt väga lähedal objekti asukohale eelnevas kaadris, kus teda veel ei tuvastatud. Seega töös on tuvastamata jäänud objektide asukohtadeks võetud objektide esmaste tuvastamiste asukohtade keskpunktid.

Et imiteerida paremini tuvastamata jätmisi, siis ei ole tuvastamata jäänud objektide hulka arvestatud olukordi, kus objekti esmane tuvastamine toimub esimeses kaadris ning olukordi, kus objekt ilmub tõenäoliselt mõne teise tuvastatud objekti tagant. Sellisel juhul on teada, et objekti polnudki võimalik eelnevas kaadris tuvastada, kuna teda sisuliselt ei eksisteerinud seal. Samuti ei ole uuritud objekte, mille kaugust ei ole olnud võimalik piisavalt usaldusväärselt hinnata. Töös on paralleelselt objektituvastusmudeli YOLOv3 poolt tuvastatud objektide andmestikule kasutatud ka annoteeritud andmestikku.

Punktide jaotuse hindamiseks on kasutatud Poissoni protsesse. Esmalt on uuritavad punktid teisendatud pealtvaatesse. Seejärel on leitud koordinaatide marginaaljaotused – y-koordinaatide jaotusele on sobitatud gammajaotus ning x-koordinaatidele Gaussi segumudel. Marginaaljaotusi on kasutatud Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni defineerimiseks.

Poissoni protsessi intensiivsusefunktsioon on defineeritud eraldi sõidukite ja jalakäijate jaoks ning parameetrid on hinnatud omakorda veel nii annoteeritud kui ka objektituvastusmudeli poolt tuvastatud objektide andmestikele. Töös sobitatud intensiivsusefunktsioonidega Poissoni protsessid sobivad andmetega kõigil neljal eelmainitud juhul. Seega töö käigus on saadud teadmine, et märgitud objekte käsitleda genereerituna Poissoni protses-

side poolt, mille intensiivsusefunktsiooni osadena on kasutatud marginaaljaotuste gamma-jaotust ja Gaussi segumudeleid. Samuti on leitud, et nii annoteeritud kui ka tuvastatud sõidukite andmetele sobib sama kujuga intensiivsusefunktsioon. Jalakäijate andmetele sobiva intensiivsusefunktsiooni kuju on erinev sõidukite omast, kuid on jällegi nii annoteeritud kui ka tuvastatud jalakäijate korral sama.

Käesoleva magistritöö tulemusena hinnatud mudelitel on oluline osa isejuhtiva auto tehnoloogia turvalisuse arendamisel. Üldistuste tegemiseks oleks edaspidises töös vaja uurida suuremat ning rohkem varieeruvat andmehulka. Samuti tasuks uurida, kui paljude andmete pealt on mõistlik hakata sobitama sõidu ajal uut olukorrakeskset mudelit ning mis hetkest eelistada seda eelsobitatud mudelile.

Viited

- [1] Baddeley, A., Turner, R., Møller, J., Hazelton, M. (2005). Residual Analysis for Spatial Point Processes (with Discussion). *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology)*, 67(5), 617-666. doi:10.1111/j.1467-9868.2005.00519.x
- [2] Baddeley, A., Rubak, E., Turner, R. (2015). *Spatial Point Patterns: Methodology and Applications with R*. London: Chapman and Hall/CRC Press
- [3] Berman, M., Turner, R. (1992). Approximating Point Process Likelihoods with GLIM. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, 41(1), 31-38. doi:10.2307/2347614
- [4] Bishop, C.M. (2006). *Pattern Recognition and Machine Learning* (Information Science and Statistics). New York: Springer
- [5] Grimmett, G.R., Stirzaker, D.R. (2001). *Probability and Random Processes*. (Third Edition) New York: Oxford University Press.
- [6] Kingman, J.F.C. (1993). *Poisson Processes* (Oxford Studies in Probability, 3). Oxford: Clarendon Press.
- [7] Lebet, R., Iovleff, S., Langrognet, F., Biernacki, C., Celeux, G., Govaert, G. (2015). Rmixmod: The R Package of the Model-Based Unsupervised, Supervised, and Semi-Supervised Classification Mixmod Library. *Journal of Statistical Software*, 67(6), 1-29. doi: 10.18637/jss.v067.i06
- [8] Nelder, J. A., Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7(4), 308-313. doi:10.1093/comjnl/7.4.308
- [9] NOAA. What is lidar? National Ocean Service website. (2020). <https://oceanservice.noaa.gov/facts/lidar.html> (18.05.2020)
- [10] Pärna, K. (2013). *Tõenäosusteooria algkursus*. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus
- [11] Redmone, J., Farhadi, A. (2018). YOLOv3: An Incremental Improvement. <https://arxiv.org/abs/1804.02767> (09.05.2020)

- [12] Venables, W.N., Ripley, B.D. (2002). *Modern Applied Statistics with S*. (Fourth Edition) New York: Springer
- [13] Waymo Open Dataset: An autonomous driving dataset. (2019). <https://www.waymo.com/open> (09.05.2020)

Lisad

Lisa 1. Gaussi segumudeli komponentide arvu määramine

Definitsioon 7. *BIC kriteerium* (Bayesian Information Criterion) on valimi $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ korral defineeritud kui

$$BIC = -2L(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \nu \ln n,$$

kus L on tõepärafunktsioon, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ on parameetri $\boldsymbol{\theta}$ suurima tõepära hinnang, ν on hinnatavate parameetrite arv ja n on valimi elementide arv.

Oma artiklis väidavad R. Lebre et al. [7], et tihedusfunktsiooni hindamisel tuleks valida mudel, mille komponentide arvu K korral on BIC kriteeriumi väärtus vähim. Tabelis 7 on toodud BIC kriteeriumi väärtused 1, ..., 4 komponendiga segumudeli jaoks nii sõidukite kui ka jalakäijate ja nii andmestiku $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ kui ka andmestiku \mathbf{d}_{YOLO} jaoks.

Tabelist 7 selgub, et nii annoteeritud kui ka objektituvastusmudeli poolt tuvastatud sõidukite x-koordinaatide parim Gaussi segujaotuse hinnang saadakse $K = 1$ komponendi korral. Küll aga võib tähele panna, et BIC kriteeriumi väärtused on üsna sarnased komponentide arvu $K = 1, K = 2$ ja $K = 3$ jaoks.

Jalakäijatel saavutatakse parim Gaussi segumudel annoteeritud andmestiku $\mathbf{d}_{\text{annot}}$ korral $K = 3$ komponendiga ning objektituvastusmudeli YOLOv3 poolt tuvastatud objektide andmestiku \mathbf{d}_{YOLO} korral $K = 2$ komponendiga segumudeli korral.

Tabel 7. Andmete x-koordinaatidele sobitatud Gamma segujaotuste BIC väärtused erineva arvu komponentide korral

Komponentide arv K	Sõidukid		Jalakäijad	
	$\mathbf{d}_{\text{annot}}$	\mathbf{d}_{YOLO}	$\mathbf{d}_{\text{annot}}$	\mathbf{d}_{YOLO}
1	1628.61	1440.70	609.04	352.20
2	1629.95	1445.35	609.05	323.31
3	1630.09	1453.36	597.67	335.04
4	1638.81	1458.27	606.79	336.99

Lisa 2. Sõidukite esialgsete intensiivsusefunktsioonide parameetrid

Joonistel 18 ja 19 tähistab $f_x_{gmm}(x)$ vastavalt andmestiku d_{annot} või d_{YOLO} sõidukite x-koordinaadi jaotusele sobitatud Gaussi segumudeli tihedusfunktsiooni (6), mille parameetrid on hinnatud alapeatükis 2.4.2. Analoogselt tähistab $f_y_{\text{gamma}}(y)$ vastavalt andmestiku d_{annot} või d_{YOLO} sõidukite y-koordinaadi jaotusele sobitatud gammajaotuse tihedusfunktsiooni (3), mille parameetrid on hinnatud alapeatükis 2.4.1.

```

Nonstationary Poisson process

Log intensity: ~log(f_x_gmm(x)) + log(f_y_gamma(y))

Fitted trend coefficients:
  (Intercept)  log(f_x_gmm(x))  log(f_y_gamma(y))
      4.8243050         0.8254914         1.0068775

  Estimate      S.E.    CI95.lo  CI95.hi  ztest    Zval
(Intercept)    4.8243050  0.56291986  3.7210023  5.927608  ***   8.570145
log(f_x_gmm(x))  0.8254914  0.09580740  0.6377124  1.013270  ***   8.616156
log(f_y_gamma(y)) 1.0068775  0.08803058  0.8343407  1.179414  ***  11.437815

```

Joonis 18. R-i väljund annoteeritud sõidukitele hinnatud esialgse Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni parameetritest

```

Nonstationary Poisson process

Log intensity: ~log(f_x_gmm(x)) + log(f_y_gamma(y))

Fitted trend coefficients:
  (Intercept)  log(f_x_gmm(x))  log(f_y_gamma(y))
      4.5630578         0.7977665         0.9830202

  Estimate      S.E.    CI95.lo  CI95.hi  ztest    Zval
(Intercept)    4.5630578  0.53957498  3.5055103  5.6206053  ***   8.456763
log(f_x_gmm(x))  0.7977665  0.09240475  0.6166565  0.9788765  ***   8.633392
log(f_y_gamma(y)) 0.9830202  0.09204413  0.8026170  1.1634233  ***  10.679879

```

Joonis 19. R-i väljund objektituvastusmudeli YOLOv3 poolt tuvastatud sõidukitele hinnatud esialgse Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni parameetritest

Lisa 3. Sõidukite lõplike intensiivsusefunktsioonide parameetrid

Joonistel 20 ja 21 tähistab $f_{x_gmm}(x)$ vastavalt andmestiku d_{annot} või d_{YOLO} sõidukite x-koordinaadi jaotusele sobitatud Gaussi segumudeli tihedusfunktsiooni (6), mille parameetrid on hinnatud alapeatükis 2.4.2. Analoogselt tähistab $f_{y_gamma}(y)$ vastavalt andmestiku d_{annot} või d_{YOLO} sõidukite y-koordinaadi jaotusele sobitatud gammajaotuse tihedusfunktsiooni (3), mille parameetrid on hinnatud alapeatükis 2.4.1.

```
Nonstationary Poisson process
Log intensity: ~log(f_x_gmm(x)) + log(f_y_gamma(y)) + abs(y - 130)
Fitted trend coefficients:
      (Intercept)  log(f_x_gmm(x)) log(f_y_gamma(y))      abs(y - 130)
      3.880329547      0.774839820      0.979759301      0.009648025

      Estimate      S.E.      CI95.lo      CI95.hi Ztest      Zval
(Intercept)      3.880329547  0.521888662  2.857446564  4.90321253 ***  7.435167
log(f_x_gmm(x))  0.774839820  0.096781865  0.585150850  0.96452879 ***  8.006043
log(f_y_gamma(y)) 0.979759301  0.070921129  0.840756442  1.11876216 ***  13.814773
abs(y - 130)     0.009648025  0.002136647  0.005460275  0.01383578 ***  4.515499
```

Joonis 20. R-i väljund annoteeritud sõidukitele hinnatud lõpliku Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni parameetritest

```
Nonstationary Poisson process
Log intensity: ~log(f_x_gmm(x)) + log(f_y_gamma(y)) + abs(y - 130)
Fitted trend coefficients:
      (Intercept)  log(f_x_gmm(x)) log(f_y_gamma(y))      abs(y - 130)
      3.324175404      0.764851249      0.854268661      0.007258955

      Estimate      S.E.      CI95.lo      CI95.hi Ztest      Zval
(Intercept)      3.324175404  0.677540018  1.996221370  4.65212944 ***  4.906242
log(f_x_gmm(x))  0.764851249  0.092669656  0.583222062  0.94648044 ***  8.253524
log(f_y_gamma(y)) 0.854268661  0.092418467  0.673131794  1.03540553 ***  9.243484
abs(y - 130)     0.007258955  0.002870337  0.001633198  0.01288471 *  2.528956
```

Joonis 21. R-i väljund objektituvastusmudeli YOLOv3 poolt tuvastatud sõidukitele hinnatud lõpliku Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni parameetritest

Lisa 4. Silutud jäägid

Käesolev alajaotus põhineb Baddeley jt materjalidel [2] ja [1].

Vaatleme punktiprotsessi mingis tõkestatud hulgas $W \subset \mathbb{R}^2$ ja olgu $\mathbf{u} \in W$.

Definitsioon 8. *Poissoni protsessi jääk hulgal $B \subset W$ on*

$$\mathcal{R}(B) = n(\mathbf{x} \cap B) - \int_B \hat{\lambda}(\mathbf{u}) d\mathbf{u},$$

kus $\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ vaadeldud punktisarv, $n(\mathbf{x} \cap B)$ on hulka B kuuluvate vaadeldud punktide arv ja $\hat{\lambda}(\mathbf{u})$ on sobitatud Poissoni protsessi intensiivsusfunktsioon.

Defineerime silutud jäägid.

Definitsioon 9. *Silutud jääkide väli punktis \mathbf{u} on*

$$s(\mathbf{u}) = \frac{1}{e(\mathbf{u})} \left[\sum_{i=1}^{n(\mathbf{x})} \kappa(\mathbf{u} - \mathbf{x}_i) - \int_W \kappa(\mathbf{u} - \hat{\lambda}(\mathbf{v})) d\mathbf{v} \right],$$

kus κ on siluv tuumafunktsioon (antud juhul normaaljaotuse tihedusfunktsioon) ja $e(\mathbf{u}) = \int_W \kappa(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v}$ on servakorrektsioon.

Lisa 5. Jalakäijate lõplike intensiivsusefunktsioonide parameetrid

Joonistel 22 ja 23 tähistab $f_x_{gmm}(x)$ vastavalt andmestiku d_{annot} või d_{YOLO} jalakäijate x-koordinaadi jaotusele sobitatud Gaussi segumudeli tihedusfunktsiooni (6), mille parameetrid on hinnatud alapeatükis 2.4.4. Analoogselt tähistab $f_y_{\text{gamma}}(y)$ vastavalt andmestiku d_{annot} või d_{YOLO} jalakäijate y-koordinaadi jaotusele sobitatud gammajaotuse tihedusfunktsiooni (3), mille parameetrid on hinnatud alapeatükis 2.4.3.

```
Nonstationary Poisson process
Log intensity: ~log(f_x_gmm(x)) + log(f_y_gamma(y))
Fitted trend coefficients:
      (Intercept)  log(f_x_gmm(x))  log(f_y_gamma(y))
      3.4530829      0.8286725      0.9259777

      Estimate      S.E.      CI95.lo  CI95.hi  Ztest      Zval
(Intercept)      3.4530829  0.7527890  1.9776435  4.928522  ***  4.587053
log(f_x_gmm(x))  0.8286725  0.1013494  0.6300314  1.027314  ***  8.176395
log(f_y_gamma(y)) 0.9259777  0.1472841  0.6373062  1.214649  ***  6.287018
```

Joonis 22. R-i väljund annoteeritud jalakäijatele hinnatud Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni parameetritest

```
Nonstationary Poisson process
Log intensity: ~log(f_x_gmm(x)) + log(f_y_gamma(y))
Fitted trend coefficients:
      (Intercept)  log(f_x_gmm(x))  log(f_y_gamma(y))
      3.0473022      0.8484185      0.9054827

      Estimate      S.E.      CI95.lo  CI95.hi  Ztest      Zval
(Intercept)      3.0473022  0.9130774  1.2577035  4.836901  ***  3.337398
log(f_x_gmm(x))  0.8484185  0.1661918  0.5226885  1.174148  ***  5.105056
log(f_y_gamma(y)) 0.9054827  0.1865277  0.5398951  1.271070  ***  4.854414
```

Joonis 23. R-i väljund objektituvastusmudeli YOLOv3 poolt tuvastatud jalakäijatele hinnatud Poissoni protsessi intensiivsusefunktsiooni parameetritest

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Getter Põru,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose „Isejuhtiva auto objektituvastusmudeli riski jaotuse hindamine Poissoni protsessiga“, mille juhendaja on Meelis Kull, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni;
2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Getter Põru 26.05.2020