J. LANG, H. MARRAN, A. MITT,
H. MÜRK, A. PAE

FÜÜSIKA

ÜLDKURSUS

I

Eesti Riiklik Kirjastus

A-22786

J. LANG, H. MARRAN, A. MITT,
H. MÜRK, A. PAE

FÜÜSIKA ÜLDKURSUS

I

TEINE, ÜMBERTÖÖTATUD JA TÄIENDATUD TRÜKK

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS
TALLINN 1959

EESSÕNA TEISELE TRÜKILE

«Füüsika üldkursuse» I osa 2. trükk on eelmise trükiga võrreldes tublisti ümber töötatud, parandatud ja täiendatud, arvestades seejuures praegu kehtivate õppekavade nõudeid. Käesolev trükk nagu eelminegi on mõeldud kasutamiseks Nõukogude Eesti kõrgemate koolide kõigile nendele üliõpilastele, kellele füüsika ei ole põhiaineks. Kuigi vastavad füüsika üldkursuse õppekavad erinevad üksteisest tunduvalt mitte üksnes temaatikalt, vaid ka nende käsitluseks määratud tundide arvult, on autorid siiski püüdnud kõigi nende erinevate rühmade vajadusi võimalust mööda arvestada. Tervikluse huvides pole mööda pääsetud ka mõningate lisaküsimuste käsitlusest, kuigi need pole otseselt dikteeritud õppekavade nõudeist.

Aine käsitlemisel on autorid püüdnud hoiduda konspektiivsusest, et soodustada seega raamatu kasutamist ka mittestatsionaarsete üliõpilaste poolt. Matemaatika rakendamisel on piirdutud ainult keskkoolis käsitletava matemaatikakursusega.

Käesoleva töö peatükid I—VI on kirjutanud J. Lang, peatüki X H. Marran, peatükid XII—XVII A. Mitt, peatüki VIII H. Mürk ning peatükid VII, IX ja XI A. Pae.

Autorid

SISSEJUHATUS

1. Mateeria ja liikumine. Mateeria on väljaspool meie teadvust olev objektiivne reaalsus, mida me kas otseselt või kaudselt, s. o. vastavate aparaatide abil, tajume oma aistinguis. Iga keha, olgu see surnud kivi või elav organism, koosneb millestki ja iga nähtus, iga protsess (valgus, raadiolained, soojuskiirgus) on tingitud millestki, mis on selle nähtuse kandjaks. See midagi, mis on kõigi looduslike esemete ja looduses toimuvate protsesside ainsaks lätteks ja algpõhjuseks, ongi mateeria ning ta eksisteerib olenematult sellest, kas meie teda tajume või mitte.

Loodus kogu oma mitmekesisuses on mateeria mitmesuguste esinemisvormide avaldus. Füüsikas käsiteldavad mateeria esinemisvormid jagunevad tänapäeva kujutluste kohaselt kahte rühma: aine ja väli. Kivi, vesi, õhk, puit, raud jne. on mateeria aine kujul; valguse, raskuse, soojuskiirguse, raadiolainete jne. puhul on tegemist mateeriaga välja kujul.

Nii praktikas kui ka teaduslikus töös tajub inimene oma meeltega alati mateeria mitmesuguseid konkreetseid avaldusvorme, milledega ta antud juhul tegeleb, mitte aga mateeriat «üldse».

Liikumine on mateeria põhiline, lahutamatu omadus, ta on n. ö. mateeria olemise viis ehk vorm. Ei ole mateeriat ilma liikumiseta ja liikumist ilma mateeriata. Järelikult kui on olemas mõni konkreetne mateeria esinemise vorm, siis peab see paratamatult olema ka mõnesuguses liikumises ja ümberpöördult: kui on olemas mõnesugune liikumine, siis paratamatult peab olema ka midagi, mis liigub, s. o. mateeria.

Nii mateeria kui ka liikumine on igavene ja hävimatu; ta ei kao ega teki uuesti, vaid ainult muudab oma vorme. Midagi pole

igavest peale igavesti muutuva, igavesti liikuva mateeria ja tema liikumise ning muutumise seaduste.[1]

2. Füüsika ülesanne. Füüsika kuulub loodusteaduste valdkonda. Loodusteaduste ülesandeks on uurida meid ümbritseva maailma ehitust ja tema arengu seadusi, et allutada loodus inimesele, rakendada loodusjõud ühiskonna teenistusse.

Vanal ajal mõisteti füüsika all (kreeka keeles *füsis* — loodus) kogu tolleaegseid teadmisi loodusest, loodusteadust üldse. Vastavalt teaduse arenemisele toimus järk-järgult loodusteaduse hargnemine üksikuteks iseseisvateks teadusharudeks, nagu astronoomia, füüsika, keemia, geoloogia, bioloogia, botaanika jt., millest igaüks uurib teatavat piiratud nähtuste valdkonda.

Kaasaegse füüsika ülesandeks on mateeria kõige üldisemate omaduste ja mateeria liikumise lihtsaimate vormide tundmaõppimine. Üheks selliseks mateeria üldiseks omaduseks on näiteks gravitatsioon, sest kõik mateeria vormid graviteeruvad — tõmbuvad üksteise poole — olenematult sellest, kas see mateeria on keemiliselt liht- või liitaine, elav organism või elutu kivi, elementaarosake või kosmiline keha. Nii ka energia jäävuse seadus kehtib kõigis nähtustes ja protsessides, toimugu need orgaanilise või anorgaanilise maailma nähtuste valdkonnas.

Mateeria lihtsaimate liikumisvormide hulka kuuluvad mehaaniline liikumine, molekulaarne soojusliikumine, elektrilised ja elektromagnetilised protsessid ning aatomisisene liikumine.

3. Füüsika meetod. Objektiivne maailm eksisteerib väljaspool meie teadvust ning tunnetusprotsessi kaudu ta ainult peegeldub meie teadvuses. Tunnetamise tee määrab Lenin järgmiselt: «Elavalt kaemuselt abstraktsele mõtlemisele ja sellelt praktikale — niisugune on tõe tunnetamise, objektiivse reaalsuse tunnetamise dialektiline tee.»[2]

Esemest või nähtusest «elava kaemuse» saamiseks peame seda eset või nähtust tähelepanelikult vaatlema. Seega on vaatlus füüsika esimesi ja lihtsamaid meetodeid. Ta seisneb nähtuste iseloomulike tunnuste teadlikus jälgimises ja registreerimises. Temperatuuri muutusi näiteks jälgime termomeetri abil, õhurõhku baromeetri abil, valguse peegeldumist otseselt silmaga jne. Vaat-

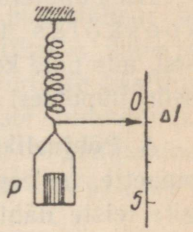
[1] Vt. Фр. Энгельс, Диалектика природы, Государственное издательство политической литературы, 1955, стр. 18.

[2] В. И. Ленин, Философские тетради, Госполитиздат, 1947, стр. 146—147.

luse tulemused võetakse kokku kas nähtuse käigu täpseks kirjelduseks või korraldatakse saadud andmed tabeliteks, mida kasutatakse vastava nähtuse edaspidisel uurimisel.

Vaatlusmeetod leiab rakendamist mitte üksnes füüsikas, vaid ka teistes loodusteaduse harudes, eriti astronoomias ja meteoroloogias, kus vaatlus on peamiseks materjali hankimise meetodiks.

Füüsika peamiseks uurimismeetodiks on katse ehk eksperiment. Kui vaatlus toimub meile looduse poolt antud tingimustes, siis katse on kunstlik nähtuse tekitamine kindla, ettemääratud eesmärgiga. See on nagu küsimus loodusele, et teada saada looduse käitumist teatavates ette kindlaks määratud tingimustes. Kui näiteks tahame teada, kuidas oleneb vedru pikenemine teda venitava tungi suurusest, siis teeme järgmise katse (joon. 1). Riputame vedru statiivi külge ja märgime kõrval oleval skaalal osuti tasakaaluasendi. Nüüd asetame vedru otsas rippuvale alusele koormise raskusega P. Selle mõjul vedru pikeneb Δl võrra.[1] Kui asetame alusele koormise $2P$, pikeneb vedru, nagu näitab katse, $2\Delta l$ võrra jne. Katse tulemused registreerime tabelisse järgmiselt:



Joon. 1. Vedru pikenemine on võrdeline venitava tungiga.

Venitav tung	Vedru pikenemine
$1P$	$1\Delta l$
$2P$	$2\Delta l$
$3P$	$3\Delta l$

. . . . . .

Sellest tabelist nähtub, et vedru pikenemine on võrdeline venitava tungiga (Hooke'i seadus). See katseliselt leitud seaduspärasus annab meile võimaluse juba ette arvutada vedru pikenemise, kui on teada venitav tung, muidugi selle seaduspärasuse kehtivuse piirides.

Füüsikaliste nähtuste seletamiseks luuakse hüpoteese ehk oletusi, millede abil püütakse mitmekesiseid nähtusi seletada mõne üldisema kujutluse põhjal. Nii näiteks tahke või vedela keha

[1] Kreeka keele täht Δ (delta) tähistab temale järgneva suuruse muutust ehk juurdekasvu (harilikult väikest). Sel juhul Δ pole arv ja teda tuleb alati käsitleda koos temale järgneva suurusega, näiteks ajavahemik Δt, teevahemik Δs, pikkuse muutus Δl jne.

molekulide koospüsimist teatud tasakaaluasendis seletame molekulide vahel mõjuvate tõmbe- ja tõuketungide abil; magnetilisi kehasid (teras, raud) kujutleme koosnevatena üksikutest nn. molekulaarmagnetitest jne. Üldse on hüpoteesi rakendamine paratamatult tarvilik iga uue nähtuse seletamisel.

Suurema nähtuste hulga seletamine, lähtudes teatavatest hüpoteesidest või seadustest, toimub teooria abil. Näitena mainime siin gaaside kineetilist teooriat (vt. ptk. XIV), mis võimaldab rahuldavalt seletada meile tuntud gaaside põhinähtusi, samuti taevakehade liikumiste seletamist Newtoni gravitatsiooniteooria alusel, mis on võimaldanud koguni uute planeetide avastamist (Neptuun 1846 ja Pluuto 1930).

Nii hüpotees kui ka teooria on õigustatud seni, kuni nad on kooskõlas faktidega, praktikaga; kui aga ilmnevad nähtused, mis pole kooskõlas vastava hüpoteesi või teooriaga, siis tuleb seda hüpoteesi või teooriat muuta või see hoopis kõrvale heita.

4. Põhjuslikkus. Füüsika seadused. Loodusnähtused ei esine omaette, isoleeritult, vaid iga nähtus on teatud viisil seotud mingite teiste nähtustega. Kuigi me nendevahelisi sidemeid igakord ei tunne, ei tähenda see kaugeltki nende olemasolu puudumist, sest maailmas pole seosetuid, põhjuseta nähtusi.

Füüsika seadused, samuti kui teisedki teaduse seadused, peegeldavad inimeste tahtest sõltumatult toimuvaid objektiivseid protsesse. Nad väljendavad nähtuste oluliste tunnuste — karakteristikute — vahel esinevat püsivat seost, mis on kehtiv laiemas või kitsamas piirkonnas.

Nii näiteks eelmises paragrahvis kirjeldatud katseist tuletasime seose vedru pikenemise ja venitava tungi vahel (Hooke'i seadus), mis on kehtiv ainult teatud pikenemise või venitava tungi vahemikus. Samuti Boyle'i-Mariotte'i seadus, mis määrab seose antud gaasihulga rõhu ja ruumala vahel jääval temperatuuril, on õige teatud rõhuvahemikus, mitte aga igasuguste rõhkude puhul.

Selline kehtivuse piiratus aga ei vähenda põrmugi füüsika seaduste väärtust, sest kui mitte täies ulatuses, siis vähemalt teatud piirides nad peegeldavad õigesti objektiivset maailma. Loodusseaduste vastavus objektiivsele reaalsusele on seda suurem, mida enam me maailma tunnetame, olgugi et maailm oma mitmekesisuses jääb ammendamatuks.

Kõrvuti eelmist laadi seadustega esineb füüsikas rida seadusi, mis on kehtivad üldiselt, ilma kitsendavate tingimusteta. Selliste

seaduste hulka kuuluvad gravitatsiooni seadus ning aine, liikumishulga ja energia jäävuse seadus. Uued avastused, nagu ütleb Engels, võivad anda seda laadi seadustele uusi tõestusi, anda neile uue, rikkama sisu, kuid seadustele endile nad ei saa enam midagi lisada.

5. Marksistlik dialektika füüsikaliste nähtuste õige mõistmise alusena. Loodusteaduste arengus etendab väga tähtsat osa materialistlik maailmavaade. Selle järgi on mateeria primaarne ja teadvus sekundaarne ning kogu maailm on liikuv mateeria tema mitmesugustes avaldusvormides.

Materialistliku maailmavaate kõrgeimaks vormiks on dialektiline materialism. Oma teoses «Dialektilisest ja ajaloolisest materialismist» kirjutab J. V. Stalin: «Dialektiline materialism on marksistlik-leninliku partei maailmavaade. Dialektiliseks materialismiks nimetatakse teda sellepärast, et looduse nähtuste käsitlus, looduse nähtuste uurimise meetod, nende nähtuste tunnetamise meetod on tal d i a l e k t i l i n e, looduse nähtuste tõlgendamine, looduse nähtuste mõistmine, teooria aga — m a t e r i a l i s t l i k.»[1]

Füüsikaliste nähtuste tundmaõppimisel, nende tunnetamisel, me peame juhinduma marksistliku dialektilise meetodi põhimõtteist. Need pole kehtivad üksi füüsikaliste nähtuste uurimisel, vaid igasuguses teaduslikus uurimistöös üldse.

Uute nähtuste avastamise puhul tekib sageli raskusi nende õige tõlgendamisega, kui ei osata seda teha vastavalt marksistlikule dialektilisele meetodile. Selline olukord esines XIX sajandi lõpul, kui avastati röntgenikiired, radioaktiivsuse nähtused ja elektron. Selgus näiteks, et 1 g raadiumi kiirgab igas tunnis ligi 140 kalorit soojust, ilma et kiirgavas aines seejuures ilmneks väiksemaidki muutusi. Näis, et energia tekib eimillestki.

Edasi selgus aatomi ehituse lähemal tundmaõppimisel, et aatom koosneb elektriliselt laetud osakestest — negatiivsetest elektronidest ja positiivsetest tuumadest, seega aine näis nagu asenduvat millegi mitteainelisega. Eeltoodust püüdsid mõned füüsikud ja filosoofid järeldada, nagu lööks kõikuma senine loodusteaduse alus: aine ja energia jäävuse seadus.

Seda kõikuvat olukorda füüsikas püüdsid ära kasutada idealistliku filosoofia esindajad, kelle põhiliseks lähtekohaks on matee-

[1] J. S t a l i n, Dialektilisest ja ajaloolisest materialismist, 1952, lk. 7.

ria objektiivse reaalsuse eitamine ja teadvuse primaarsuse tunnistamine. Mitte tundes marksistlikku dialektilist meetodit, püüdsid nad uute füüsikaliste nähtuste väära tõlgendamisega ümber lükata dialektilise materialismi aluseid. Üheks idealistide väärõpetuseks oli väide mateeria kadumisest seoses elektroni elektromagnetilise loomusega. Kõik sellised idealistlikud moonutused võttis Lenin purustava kriitika alla oma geniaalses töös «Materialism ja empiriokritiitsism», kus ta kodanlike filosoofide õpetuse kohta «mateeria kadumisest» kirjutab: ««Mateeria kaob» — see tähendab, et kaob see piir, milleni me tundsime mateeriat seni, meie teadmus tungib sügavamale; kaovad sellised mateeria omadused, mis varem näisid absoluutsetena, muutumatuina, esmalistena (läbitungimatus, inerts, mass jms.), ja mis osutuvad nüüd suhtelisteks, omasteks ainult mateeria mõnele olekule. Sest ainus mateeria «omadus», mille tunnustamisega on seotud filosoofiline materialism, on omadus olla objektiivne reaalsus, eksisteerida väljaspool meie teadvust.»[1] Elektron pole mittemateriaalne, vaid on mateeria esinemise uus vorm. Vastavalt teaduse arenemisele nihkub mateeria tundmise piir järjest sügavamale ja kaugemale, sest «maailmas ei ole tunnetamatuid asju, vaid on ainult veel tunnetamata asjad, mis avastatakse ja tunnetatakse teaduse ja praktika jõududega»[2].

6. Füüsika seos teiste teadusharude ja tehnikaga. Et füüsika uurib mateeria kõige üldisemaid omadusi ja liikumise lihtsamaid vorme, siis on füüsikaliste nähtuste esinemine väga laialatuslik ja füüsikalised nähtused on tihedasti läbi põimitud nähtustega, mida uurivad teised loodusteaduse harud. Sellest tingituna on kujunenud rida distsipliine, kus füüsikalised seaduspärasused ja uurimismeetodid mängivad väga tähtsat osa. Niisugusteks teadusharudeks on astrofüüsika, geofüüsika, füüsikaline keemia, füsioteraapia, füüsikaline geograafia, merefüüsika, atmosfäärifüüsika, biofüüsika jt. Suurt tähtsust omab füüsika ka bioloogilistes teadustes.

Eriti tähtsat osa etendab füüsika tehnikas, kus füüsikalised seaduspärasused leiavad otsest rakendamist üksikute konkreetsete ülesannete lahendamisel igapäevases elus (valgustus, soojendusvahendid), transpordis (vedur, laev, auto, lennuk), ehitustehnikas, side alal (telegraaf, telefon, raadio), sõjaasjanduses ja mitmesuguste tööstuses kasutatavate masinate ehitamisel.

[1] V. I. Lenin, Teosed, 14. kd., lk. 240.

[2] J. Stalin, Dialektilisest ja ajaloolisest materialismist, 1952, lk. 27—28.

Teisest küljest tehnika areng omalt poolt soodustab füüsika arengut. Nii näiteks täpsemate mõõteriistade ehitamine soodustab füüsikaliste uurimiste teostamist, seega füüsika arengut, mitmesuguste tehniliste probleemide lahendamine aga nõuab füüsikaliste seaduspärasuste lähemat tundmist vastaval alal.

7. Füüsika tähtsus sotsialistlikus ülesehitustöös. Vastavalt sotsialismi põhilisele majandusseadusele toimub sotsialistliku ühiskonna majanduslik areng kogu ühiskonna järjest kasvavate materiaalsete ja kultuuriliste vajaduste rahuldamise kindlustamise suunas. Selleks on vaja pidevalt suurendada sotsialistlikku tootmist, mis omakorda eeldab tootmiseks kasutatava tehnika kõrget taset. Kõrgetasemelise tehnika loomine ja rakendamine aga toetub füüsikaliste seaduspärasuste sügavale tundmisele.

Nii näiteks selline tähtis tootmisharu kui põllumajandus on tihedalt seotud füüsikaliste seaduspärasuste tundmisega. Kõnelemata tööde mehhaniseerimisest (traktorid, kombainid, lüpsi- ja pügamismasinad, veepumbad, söötade ettevalmistamine, separaatorid jne.), leiavad põllumajanduses rakendamist ka mitmesugused füüsikalised üksiknähtused. Niisuguste nähtuste hulka kuuluvad näiteks kapillaarsus ja soojuse levimine. Põllumajanduses kasutatakse röntgenikiiri, märgitud aatomite meetodit, mikroskoopilisi uurimisi jne.

Ilma füüsikalistel seaduspärasustel põhineva kõrgetasemelise tehnikata pole mõeldavad ka erakorraliselt kiired tempod hiiglaslike suurehituste püstitamisel, kosmilised lennud jms.

8. Jooni füüsika arengust. Kodumaiste teadlaste panus füüsika arengusse. Füüsika, samuti teistegi teaduste areng on kõige tihedamalt seotud tegeliku elu vajadustega, praktikaga. Nii on ehitustegevuse, sõjaasjanduse ja meresõidu vajadused juba vanal ajal olnud peamisteks füüsika, eriti mehaanika arengut põhjustavateks teguriteks.

Keskaja kirik, toetudes valitsevale feodaalkorrale, allutas teaduse oma võimule ja pidurdas selle vaba arengut. Teadus oli sallitav ainult sedavõrd, kuivõrd temast oli otsest kasu kirikule.

Kodanluse esilekerkimisega uue aja algul hakkas kiiresti arenema tööstus ja kaubandus, mis andis uue tõuke ka füüsika hoogsaks arenguks (Galilei). Eriti intensiivne oli see areng XIX sajandil tootlike jõudude ja tööstuskapitali õitsengu ajal, kus näiteks aurumasina kasuteguri tõstmise võimaluste uurimine (Carnot)

viis termodünaamika printsiipide avastamisele ja molekulaar-kineetilise teooria väljaarendamisele (Clausius).

Elektromagnetilise induktsiooni nähtuse avastamine Faraday poolt (1831) võimaldas konstrueerida uut tüüpi elektrigeneraatori — dünamo — ning laiaulatuslikult rakendada elektrienergiat, mis omakorda soodustas elektriõpetuse kiiremat arengut. Faraday vaateid matemaatiliselt edasi arendades andis J. C. Maxwell (1831—1879) üldise elektromagnetiliste lainete teooria, millele taanduvad ka valgusnähtused. Elektromagnetiliste lainete olemasolu tõestas katseliselt Heinrich Hertz (1857—1894).

Suurel määral on füüsika kui teaduse arenemisele kaasa aidanud vene ja nõukogude füüsikud. Esimeseks suureks vene füüsikuks ja üldse vene loodusteaduse isaks oli mitmekülgne geenius M. V. Lomonossov (1711—1765), kes esimesena selgesõnaliselt formuleeris üldise (aine, liikumishulga jne.) jäävuse seaduse, rajas molekulaar-kineetilise teooria alused, seletas õigesti soojusnähtusi «siseliikumisena» ja õhuelektri tekkimist püstvoolude abil. Järgmiseks suureks teadlaseks oli D. I. Mendelejev (1834—1907), kes oma keemiliste elementide perioodsuse süsteemiga (1869) pani aluse aatomi ehituse lähemale tundmaõppimisele.

Väärikas koht kuulub kodumaistele teadlastele elektrinähtuste praktilise rakendamise alal. Nii avastas V. V. Petrov (1761—1834) kaarleegi, B. S. Jakobi (1804—1874) avastas galvanoplastika ja ehitas esimese elektrimootori, E. Lenz (1804—1865) andis valemi elektrivoolu soojuse arvutamiseks ja reegli induktsioonivoolude suuna määramiseks, A. N. Lodõgin (1847—1923) leiutas hõõglambi, A. G. Stoletov (1839—1896) avastas fotoelektrilise efekti, A. S. Popov (1859—1905) leiutas raadio ning P. N. Lebedev (1866—1912) tõestas katseliselt valgusrõhu olemasolu.

Nende ja suure hulga teiste eesrindlike füüsikute tööga tutvume edaspidi lähemalt kogu füüsika kursuse jooksul.

9. Mõõtmine ja mõõtühikud. Põhisuurused. Nähtuse lähem tundmaõppimine eeldab tema iseloomulike tunnuste mõõtmist. Mõõtmine on võrdlemine mõõtühikuga. Mõõtühikuks võib olla iga mõõdetava suuruse alalt võetud, s. o. sama liiki suuruse väärtus: nii võime pikkust võrrelda ehk mõõta mõne pikkuse väärtusega, aega mõne aja väärtusega jne. Kuigi me võime valida mõõtühikuid täiesti meelevaldselt, nõuab otstarbekohasus, et need oleksid kõigil tarvitajail samad, oma suuruselt mitmekesised, üksteisega lihtsalt seotud, kergesti

rekonstrueeritavad ja muutumatud. Kõige suuremal määral rahuldab neid nõudeid XVIII sajandi lõpul prantsuse teadlaste poolt loodud meetermõõdustik.

Füüsikalisi nähtusi iseloomustavaid tunnuseid ehk füüsikalisi suurusi on palju: kiirus, temperatuur, rõhk, kaal, voolutugevus, töö jne. Füüsikalised suurused ei esine nähtustes isoleeritult, vaid üksteisega seotult, mis võimaldab üht suurust väljendada teiste abil. Suurusi, mille abil on võimalik väljendada teisi füüsikalisi suurusi, nimetatakse põhisuurusteks. Sellisteks põhisuurusteks on füüsikas võetud pikkus, mass ja aeg, sest kõik nähtused toimuvad ruumis ja ajas ning kõik nad on ühel või teisel viisil seotud massi kui materiaa ühe väga olulise karakteristikuga. Seepärast tutvume kõige enne nende põhisuuruste mõõtmiseks vajalike ühikutega. Konkreetset keha, mille abil me mõne füüsikalise suuruse mõõtühikut fikseerime, nimetatakse selle mõõtühiku etalooniks ehk standardiks.

10. Pikkusühikud. Pikkuse põhiühikuks meetermõõdustikus on meeter. Meetrit defineeriti esialgu kui üht kümnemiljondikku (10^{-7}) Pariisi läbiva veerandmeridiaani pikkusest. Sellega taheti teha võimalikuks restaureerida meetri pikkust, kui mõnesugustel põhjustel peaks tema algetaloon kaotsi minema. Edasised täpsemad meridiaani pikkuse määramised aga näitasid, et valmistatud etaloon ei vasta täpselt oma esialgsele definitsioonile, vaid on sellest ligi 0,2 mm võrra lühem. Seepärast loobuti meetri definitsioonist kui kümnemiljondikust veerandmeridiaani pikkusest, sest meridiaani pikkust on siiski võimalik määrata ainult ligikaudselt. Nüüd defineeritakse meetrit kui rahvusvahelise meetri etaloonile tõmmatud kahe rööpse kriipsu vahet temperatuuril 0° C.

Esimene meetri etaloon, nn. arhiivmeeter *(mètre des archives)* valmistati 1799. aastal plaatinast varvana ristlõikega 25×4 mm. Selle varva pikkus temperatuuril 0° C pidigi täpselt vastama defineeritud meetri pikkusele.

Praegu tarvitusel olev nn. rahvusvaheline meeter on pärit 1889. aastast. Selle etaloon on valmistatud plaatina (90%) ja iriidiumi (10%) sulamist joonisel 2 loomulikus suuruses kujutatud ristlõikega. Arhiivmeeter on täpselt 1 m pikk (otsamõõt), rahvusvahelise meetri etalooni pikkus aga on 102 cm ja meetri pikkuseks on sellele tõmmatud kahe rööpse kriipsu vahe (kriipsumõõt).



Joon. 2. Rahvusvahelise meetri etalooni ristlõige.

Rahvusvahelise meetri etalooni säilitatakse Rahvusvahelises Kaalude ja Mõõtude Kojas Sèvres'is Pariisi lähedal.

Meetri algpikkuse jäädvustamiseks tehti XIX sajandi lõpul (1895) ettepanek võrrelda seda mõne looduses esineva konstantse suurusega, näiteks valguslaine pikkusega. Nii ongi täpsete mõõtmiste tulemusena fikseeritud (1927), et

$$1 \text{ m} = 1\,553\,164{,}13\ \lambda,$$

kusjuures λ on element kadmiumi punase spektrijoone lainepikkus kuivas õhus 15° C ja 760 mm Hg puhul. Seega on meetri pikkus ühendusse viidud valguslaine pikkusega ning selle seose kaudu on võimalik meetri pikkust alati laboratoorselt täpselt restaureerida. Igatahes on see viis meetri algpikkuse säilitamiseks hoopis lihtsam ja täpsem kui esialgne ettepanek siduda meetri pikkus Maa suurusega.

Meetrist on tuletatud teised pikkusühikud kümnendsüsteemi alusel. Igapäevases elus tarvitame harilikult järgmisi meetermõõdustiku pikkusühikuid:

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = 10^5 \text{ cm} = 10^6 \text{ mm}.$$

Väga väikeste pikkuste mõõtmiseks kasutatakse mikronit (μ), millimikronit (mμ) ehk nanomeetrit (nm) ja ongströmit (Å):

$$1 \text{ mm} = 10^3\ \mu = 10^6\ \text{m}\mu = 10^6 \text{ nm} = 10^7 \text{ Å},$$

$$1 \text{ cm} = 10^4\ \mu = 10^7\ \text{m}\mu = 10^7 \text{ nm} = 10^8 \text{ Å}.$$

Nähtava valguse lainepikkuseks on 0,4—0,8 μ ehk 400—800 mμ ehk 4000—8000 Å. Molekuli läbimõõdu suurusjärguks on 1 Å. Keedusoola kristalli ruumvõre kahe naabertasandi vahe on 2,8 Å.

Kui mistahes pikkuse mõõtmise tulemust tahaksime väljendada võrdlemisi väikese arvuga, siis peaksime kasutama õige palju mitmesuguse suurusega pikkusühikuid. See aga pole praktiline. Hoopis lihtsam ja võrreldavuse poolest praktilisem on väljendada kõiki mõõtmistulemusi ainult ühe ühiku kaudu. Sellise ühikuna kasutatakse sageli sentimeetrit. Maa keskmine kaugus Päikesest näiteks on $15 \cdot 10^{12}$ cm, molekuli raadius 10^{-8} cm jne. Üleminek sentimeetrist mistahes teistesse ühikutesse ja ümberpöördult toimub vastavate lihtsate üleminekukoefitsientide kaudu.

11. Pindala- ja ruumalaühikud. Pindala mõõdame ruut- ja ruumala kuupühikutega. Need tuletatakse vastavatest joonühikutest. Nii on 1 ruutsentimeeter (cm^2) selline ruut, mille külje pikkus on 1 cm; 1 kuupmeeter (m^3) on kuup, mille serva pikkus on 1 m, jne. Ülemineku puhul ühest pindalaühikust teise tuleb vastavate pikkusühikute suhe

võtta ruudus, ruumalaühikute puhul kuubis. Nii on näiteks:

$$1\ m = 100\ cm;\ 1\ m^2 = 100^2\ cm^2;\ 1\ m^3 = 100^3\ cm^3 \text{ jne.}$$

Ruumalaühikuna tarvitusel olev liiter samastatakse praktikas harilikult 1 kuupdetsimeetri ruumalaga. Tegelikult aga on liiter 1 kilogrammi puhta vee ruumala 4° C ja 760 mm Hg puhul. Et 1 dm^3 puhta vee mass temperatuuril 4° C on ligi 28 mg väiksem kui 1 kilogramm, siis järelikult kilogramm-massi alusel defineeritud ruumalaühik 1 liiter on 28 mm^3 (umbes poole tilga) võrra suurem kui 1 dm^3 ehk

$$1 \text{ liiter} = 1{,}000028\ dm^3.$$

Liiter jagatakse kümnendsüsteemi alusel detsi-, senti- ja milliliitriteks. Seega

$$1\ l = 10\ dl = 100\ cl = 1000\ ml.$$

Eelmisest järeldub, et 1 cm^3 pole sama mis 1 ml, kuigi erinevus on väga väike (0,003%).

12. Kaalu- ja massiühikud. Keha kaaluks on tema raskustungi suurus, s. o. kehale Maa raskusväljas mõjuv tung Maa poole, keha massiks aga tema inertsusemõõt, vastupanu liikumisoleku muutmisele. Mõlemad suurused — kaal ja mass — on aine üldised omadused ja võimaldavad otsustada kehas oleva aine hulga üle. Nii kaalu- kui ka massiühiku etalooniks meetermõõdustikus on eriliselt valmistatud silindriline keha (90% plaatinat, 10% iriidiumi), mida säilitatakse Rahvusvahelises Kaalude ja Mõõtude Kojas.

Kaaluühikuks 1 kilogramm (kG) on rahvusvahelise kilogrammi etalooni kaal raskuskiirenduse puhul 980,665 $\frac{cm}{sek^2}$ (selline kiirendus esineb kilogrammi etalooni säilitamise kohas Sèvres'is Pariisi lähedal). Massiühikuks 1 kilogramm (kg) on rahvusvahelise kilogrammi etalooni mass. Et mõlema suuruse — kaalu ja massi — lähteühiku (kilogrammi) etalooniks on sama konkreetne keha — rahvusvahelise kilogrammi etaloon, siis väljenduvad sama keha kaal ja mass samanimelistes ühikutes alati samade arvudega, kuigi mõõdetavad suurused on põhiliselt erinevad. Seepärast tuleb alati sisuliselt hoolega jälgida, missuguse suuruse — kas kaalu või massi — mõõtmisega on ühel või teisel puhul tegemist. Massi-

ühikute eristamiseks kaaluühikutest kirjutatakse massiühikud vastavalt tähe g, kaaluühikud aga tähe G abil. Niisiis 5 g tähendab 5 grammi massi, 5 G aga 5 grammi kaalu. Ühe liitri puhta vee mass temperatuuril 4° C võrdub 1 kilogrammiga (1 dm^3 mass on 28 mg võrra väiksem). Kilogrammist tuhat korda suuremaks massiühikuks on tonn (t) ja tuhat korda väiksemaks ühikuks gramm (g). Tuhandik grammi on üks milligramm (mg) ja tuhandik milligrammi üks mikrogramm (μg) ehk gamma (γ). Seega kokkuvõttes

$$1\ t = 10^3\ kg = 10^6\ g = 10^9\ mg = 10^{12}\ \mu g.$$

13. Kümnendsüsteemi mõõtühikute tuletamine. Peaaegu kõigi füüsikaliste suuruste mõõtühikud põhinevad kümnendsüsteemil, s.o. mõõtühikute suhted väljenduvad 10 positiivsete või negatiivsete täisastmetega. See hõlbustab arvutamist ja uute mõõtühikute nimetuste tuletamist ning meelespidamist. Lähtudes põhiühiku nimetusest, saadakse põhiühikust 10, 100, 1000 või 10^6 korda suuremate ühikute nimetused põhiühiku nimetusele vastavate eesliidete — deka-, hekto-, kilo-, mega- — lisamisega, näiteks dekaluumen, hektoliiter, kilomeeter, megadüün. Põhiühikust 10, 100, 1000 või 10^6 korda väiksemate ühikute tuletamiseks kasutatakse vastavalt eesliiteid detsi-, senti-, milli- ja mikro-, näiteks detsigramm, sentimeeter, milliamper, mikrofarad. Kõige rohkem kasutatakse liiteid kilo-, milli- ja mikro-. Ülevaate kümnendsüsteemi ühikute tuletamisest annab tabel 1.

Vahel kasutatakse ka liiteid giga- (G) — 10^9, tera- (T) — 10^{12} ja nano- (n) — 10^{-9}.

14. Ajaühikud. Aja mõõtühikuna kasutatakse sekundit (s ja sek), mis on $1:(24 \cdot 60 \cdot 60)$ ehk $\frac{1}{86\,400}$ keskmisest päikese-ööpäevast. Viimase all mõeldakse aritmeetilist keskmist kõigist tõelistest päikese-ööpäevadest ühe aasta jooksul. Tõeline päikese-ööpäev (ajavahemik Päikese kahe teineteisele järgneva samanimelise kulminatsiooni vahel) ei ole konstantne, seepärast ei sobi ta aja mõõtühikuks ja tema asemel kasutatakse keskmist päikese-ööpäeva, mis jagatakse 24 tunniks (h); tund jagatakse 60 minutiks (min) ja minut 60 sekundiks (s).

Keskmisest ööpäevast suuremaks looduslikuks ajavahemikuks

Kümnendsüsteemi mõõtühikute tuletamine

Põhiühiku nimetuse ja tähise liide	Suhe põhiühikusse	Näiteid
Mega — M	10^6	MV; megadüün
Kilo — k	10^3	kg; kJ; kW; kV; kHz
Hekto — h	10^2	hl; hW; ha; hg
Deka — D	10	Dm; Dlm; Dg
Põhiühik	1	meeter — m; gramm — g; volt — V; amper — A; vatt — W; džaul — J; farad — F; aar — a; luumen — lm
Detsi — d	10^{-1}	dm; dg; dl
Senti — c	10^{-2}	cm; cg; cl
Milli — m	10^{-3}	mm; mμ; mV; mA; mW
Mikro — μ	10^{-6}	μV; μF; μm ehk μ
Piko — p ehk mikro-mikro — μμ	10^{-12}	pF

on nn. troopiline aasta, s. o. ajavahemik Päikese kahe teineteisele järgneva kevadpunktist läbimineku vahel. Just see periood on tähtis, sest sellega hakkavad korduma päeva pikkus ning soojuse ja valguse hulk. Troopiline aasta on 365,2422 keskmist ööpäeva ehk 31 556 925,975 sekundit. Sekundit defineeritaksegi nüüd troopilise aasta kaudu.

Ajavahemike mõõtmiseks kasutatakse ühtlaselt või perioodiliselt toimuvaid nähtusi (protsesse), nagu pendli võnkumine, kellaosuti pöörlemine või Maa pöörlemine ümber telje. Viimane ongi selleks looduslikuks nähtuseks, mille kaudu toimub aja täpne mõõtmine.

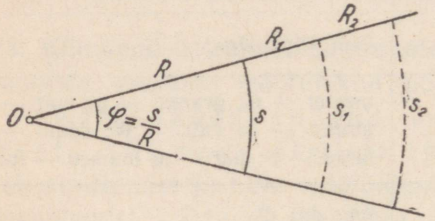
15. Nurga mõõtühikud. Nurga suuruse määramiseks kasutatakse harilikult kahesuguseid mõõtühikuid:

a) kuuekümnendsüsteemi alusel kraade (°), minuteid (′) ja sekundeid (″) ning

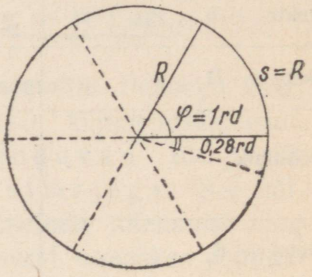
b) radiaane.

Olgu meelevaldse raadiusega R tõmmatud ringjoone kaar s ja sellele vastav kesknurk φ (joon. 3). Et sama kesknurga puhul on kaare pikkus võrdeline raadiusega, siis vastavalt joonisele 3

$$\frac{s}{R} = \frac{s_1}{R_1} = \frac{s_2}{R_2} = \ldots = \text{const.}$$



Joon. 3. Nurga mõõtmine radiaanides.



Joon. 4. Täispööre on 6,28 rd.

Seetõttu võime kaare ja temale vastava raadiuse konstantset suhet (φ) kasutada nurgamõõduna valemi

$$\varphi = \frac{s}{R} \qquad (1)$$

alusel. Kui $s = R$, siis vastav nurk $\varphi = 1$ radiaan (lühidalt rd). Et raadius (R) mahub ringjoone pikkusse ($2\pi R$) 2π korda, siis täispööre ehk 360° on 2π radiaani (joon. 4), 180° — π radiaani, 90° — $\frac{\pi}{2}$ radiaani jne. Ümberpöördult:

$$1 \text{ rd} = \frac{360°}{2\pi} = 57°17'45'' = 57°,3.$$

Valemist $\varphi = \frac{s}{R}$ nähtub, et radiaanides mõõdetud nurga puhul

$$s = \varphi R, \qquad (2)$$

s. o. kaare pikkus võrdub sellele kaarele vastava kesknurga ja raadiuse korrutisega. Kui näiteks $R = 10$ cm, siis nurgale $\varphi = 1{,}5$ rd vastav kaare pikkus $s = 1{,}5 \cdot 10 = 15$ cm. Nurk $20' = \frac{20}{60 \cdot 57{,}3} = 0{,}0058$ rd.

16. Mõõtmise täpsus. Nii põhi- kui ka teiste suuruste mõõtmine toimub nende võrdlemise teel vastavate mõõtühikutega. Praktiliselt teostatakse seda mitmesuguste mõõteriistade (mõõtjoonlate, varbsirklite, mikromeetrite, mensuuride, kaalude, kellade jt.) abil. Nende mõõteriistadega tutvumine ja tegeliku mõõtmise harjutamine on füüsika praktikumi ülesandeks.

Mõõtmistulemuse täpsust hinnatakse nn. absoluutse ja relatiivse vea abil. Absoluutse vea all mõeldakse mõõtmisvigade hinnatavat ülemmäära. Kui näiteks raamatu rea pikkus on 11 cm absoluutse veaga 0,1 cm, siis see tähendab, et rea pikkuse mõõtmisel tehtud viga ei ole suurem kui 0,1 cm ja rea pikkus l rahuldab võrratust

$$(11 - 0{,}1)\ \text{cm} \leqslant l \leqslant (11 + 0{,}1)\ \text{cm}.$$

Mõõtmistulemuse relatiivse vea all mõeldakse mõõtmistulemuse absoluutse vea ja mõõtmistulemuse enda suhet. Kui näiteks mõne pikkuse mõõtmisel saadud tulemus $l = 27{,}5$ cm ja absoluutne viga $\Delta l = 0{,}1$ cm, siis sel juhul relatiivne viga

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{0{,}1\ \text{cm}}{27{,}5\ \text{cm}} = \frac{1}{275} = 0{,}36\%.$$

Absoluutne viga iseloomustab eeskätt mõõtmistulemusena saadud arvu, relatiivne viga aga mõõtmisprotsessi ennast.

Nagu nägime paragrahvis 10, võimaldab praeguse aja mõõtmistehnika määrata meetri pikkust kadmiumi spektri punaste kiirte lainepikkuse abil järgmiselt: 1 m = 1 553 164,13 λ. Eeldades, et viimane arv on antud standardkirjutusviisis, s. o. viimase kümnendkoha poole ühiku täpsusega, saame absoluutse vea ülemmääraks 0,005 λ ja selle mõõtmistulemuse relatiivne viga on $0{,}005\,\lambda : 1\,553\,164{,}13\,\lambda \approx 1 : (3 \cdot 10^8) \approx 3 \cdot 10^{-9}$. Sellest nähtub, et praeguse aja mõõtmistehnika võimaldab määrata pikkusi relatiivse veaga ligi 10^{-9}. Enam-vähem samasuguse täpsusega on võimalik määrata ka massi ning aega.

17. Mõõtühikute süsteemid. Mõõtühikute süsteemi all mõeldakse füüsikaliste mõõtühikute kogumit, mille tuletamisel on lähtutud mingitest kindlatest põhisuurustest ja põhiühikutest. Niisugune tuletamine on võimalik, sest kõiki füüsikalisi suurusi saab väljendada teatud väikese hulga lähte- ehk põhisuuruste abil. Nii näiteks kiirus $\left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)$ on pikkuse jagatis

ajaga; kiirendus $\left(\frac{cm}{s^2}\right)$ — pikkus, jagatud ajaga ruudus; tihedus $\left(\frac{g}{cm^3}\right)$ — mass, jagatud pikkusega kuubis jne.

Põhisuuruste valiku määrab otstarbekohasus. Põhisuurustena kasutatakse harilikult mateeria kolme olulist karakteristikut: pikkust, massi ja aega.

Kui põhisuuruste valik on tehtud, siis tuleb veel valida neile vastavad lähte- ehk põhiühikud ja kasutada igal antud suuruse esinemisel ainult seda valitud ühikut, näiteks pikkuse puhul sentimeetrit, aja puhul sekundit jne.

Et põhiühikute valik võib toimuda väga mitmel viisil, siis on praktikas kasutusel kaks mõõtühikute süsteemi, kus põhisuurusteks on pikkus, mass ja aeg. Need süsteemid on esitatud tabelis 2. Sama tabeli lõpus on toodud nn. tehniline mõõtühikute süsteem, kus massi kui põhisuuruse asemel on võetud põhisuuruseks tung (kG).

Tabel 2

Mõõtühikute süsteemid

Põhisuurused	Pikkus — L	Mass — M	Aeg — T	Tung	Mõõtühikute süsteemi nimetus
Põhiühikud	cm	g	s	—	cgs-süsteem
„	m	kg	s	—	mks- „
„	m	—	s	kG	mkGs- „

Mõõtühikute süsteemi tähis koostatakse põhiühikute esimestest tähtedest, välja arvatud tehniline süsteem, kus kilogramm-tungi tähis esineb süsteemi tähises muutmatul kujul.

Olgu tähendatud, et cgs-süsteemi nimetatakse vahest ka absoluutseks mõõtühikute süsteemiks. Et siin sõna absoluutne mingit sisulist tähendust ei oma, küll aga võib raskendada arusaamist mõõtühikute süsteemidest, siis käesolevas õpikus seda sõna mõõtühikute süsteemide nimetustes ei kasutata.

Rahvusvaheline mõõtude ja kaalude komitee oma resolutsioonis 6. oktoobrist 1956 soovitab «Rahvusvahelise ühikute süsteemi» põhiühikuteks võtta järgmiste suuruste ühikud: pikkus — meeter (m), mass — kilogramm (kg), aeg — sekund (s), temperatuur — Kelvini kraad (°K), elektrivoolu tugevus — amper (A) ja valgusallika valgustugevus — küünal (cd).

Eeltoodust nähtub, et mks-süsteem kuulub «Rahvusvahelisse ühikute süsteemi», mis võetakse tulevikus ainsa süsteemina üldiselt kasutusele. Rööbiti selle

süsteemiga kasutatakse lähemas tulevikus ka cgs- ja mkGs-süsteemi. Seetõttu tuleb kõiki neid kolme ühikute süsteemi hästi tunda.

Praktika nõudeist lähtudes leiavad kasutamist ka mitmed väljaspool süsteeme olevad ühikud, nagu liiter, kalor, mikron, atmosfäär, hobujõud, elektronvolt jt.

Ülesannete lahendamisel on põhiliseks nõudeks, et kõik suurused oleksid väljendatud sama mõõtühikute süsteemi ühikutes. Kui see nõue ei ole täidetud, siis tuleb ülesande lahendamisel kõik andmed ümber arvutada vastava süsteemi ühikutesse.

18. Mõõtühikute tähised ja füüsikaliste suuruste dimensioonid. Füüsikalisi mõõtühikuid on õige rohkesti. See teeb raskeks neile kõigile ühesõnaliste erinimetuste andmise. Kuid seda pole vajagi, sest me suudame sageli ära tunda ja eristada mõõtühikuid ka nende põhiühikute tähistest koosnevate liittähiste järgi. Nii nähtub otseselt, et $\frac{cm}{s}$ on kiiruse ühiku tähis, $\frac{g}{cm^3}$ tiheduse ühiku tähis jne.

Uute mõõtühikute tähiste tuletamisel käiakse juhise järgi: toimetada tähistega vormiliselt samasuguseid tehteid kui neile vastavate suuruste arvväärtustega. Kui näiteks kiirenduse arvulise väärtuse saamiseks jagame kiiruse muutuse vastava aja muutusega, siis ka kiirenduse tähise saamiseks peame jagama kiiruse tähise $\left(\frac{cm}{s}\right)$ vastava ajaühiku tähisega (s), s. o.

$$\frac{cm}{s} : s = \frac{cm}{s \cdot s} = \frac{cm}{s^2} = cm \cdot s^{-2}.$$

Samuti peame tungiühiku düüni tähise saamiseks massiühiku tähise (g) korrutama kiirendusühiku tähisega $\left(\frac{cm}{s^2}\right)$, mille tulemusena saame düüni jaoks tähise $g \cdot \frac{cm}{s^2}$ ehk $\frac{g \cdot cm}{s^2}$.

Selliste tähiste kasutamine on väga otstarbekohane, sest neist nähtub sageli otseselt, missugustest põhiühikutest ja missuguste olenevuste kaudu on antud ühik tuletatud. Nende tähiste kasutamisel on hõlpus ka üleminek ühest mõõtühikust teise, samuti valemite kontrollimine, sest iga füüsikalise valemi mõlemad pooled peavad omama sama tähist.

Nii näiteks nimetame aine tiheduseks ühe ruum-

a l a ü h i k u m a s s i. Tähistades massi grammides m, ruumala kuupsentimeetrites V ja tihedust ϱ abil, saame

$$\varrho = \frac{m}{V}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\ . \qquad (1)$$

Siit $m = \varrho V$ ja selle valemi vasaku poole (m) tähis (g) peab võrduma sama valemi parema poole (ϱV) tähisega, nagu see tõepoolest ongi: $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot \mathrm{cm}^3 = \mathrm{g}$.

Füüsikalise suuruse d i m e n s i o o n i k s nimetatakse avaldist, millest nähtub, kuidas see suurus oleneb p õ h i s u u r u s t e s t.

Lühiduse otstarbel tähistatakse põhisuurusi ainult ühe tähega: pikkust tähega L (lad. k. *longitudo* — pikkus), massi tähega M (lad. k. *massa* — mass) ja aega tähega T (lad. k. *tempus* — aeg). Sellele vastavalt saame füüsikalise suuruse dimensiooni väljendada ü l d k u j u l valemiga $L^aM^bT^c$, kus a, b ja c on positiivsed, negatiivsed või nulliga võrdsed astmenäitajad. Sellise tähistusviisi puhul on kiiruse dimensiooniks LT^{-1}, kiirenduse dimensiooniks LT^{-2}, pindala dimensiooniks L^2, ruumala dimensiooniks L^3, tiheduse dimensiooniks ML^{-3} jne. Dimensiooni väljendavat avaldist nimetatakse sageli ka d i m e n s i o o n i v a l e m i k s.

Eksituste vältimiseks tuleb silmas pidada, et vahel on üksteisest erinevatel füüsikalistel suurustel sama dimensioon, näiteks tööl ja pöördemomendil (vt. § 92), kus mõlemate dimensiooniks on L^2MT^{-2}.

Et põhisuuruse mõõtühiku tähisest otseselt nähtub ka põhisuurus ise, mille mõõtmiseks seda ühikut kasutatakse, näiteks cm — pikkuse mõõtmiseks, s — aja mõõtmiseks jne., siis kasutatakse sageli mõne suuruse dimensioonivalemi asemel sama suuruse mõõtühiku tähist. Tõepoolest, kiirusühiku $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$ tähisest nähtub otseselt, et kiiruse suuruse saamiseks tuleb pikkus (L) jagada ajaga (T), s. o. kiiruse dimensiooniks on $\frac{L}{T}$ ehk LT^{-1}. Seega ongi õigustatud kiiruse tähise $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$ kasutamine kiiruse dimensioonivalemi asemel. Samuti võime kasutada kiirenduse tähist $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ kiirenduse dimensioonivalemi asemel, tiheduse tähist $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ tiheduse dimensioonivalemi asemel jne.

Kui mõne suuruse puhul tahetakse märkida ainult dimensiooni, siis paigutatakse selle suuruse tähis nurksulgudesse. Tiheduse dimensiooni puhul näiteks võime valemi (1) põhjal kirjutada

$$[\varrho] = \left[\frac{\dot{m}}{V}\right] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{M}{L^3} = ML^{-3}.$$

Kui mõne suuruse dimensioon saadakse kahe samanimelise ja samas astmes võetud suuruse dimensiooni jagamisel, siis loetakse sellise suuruse dimensioon nulliks. Nurga suuruse radiaanides näiteks saame kahe pikkuse (kaare ja raadiuse) jagamise teel. Seega nurk radiaanides on suurus dimensiooniga null ehk dimensioonita suurus. Samuti on dimensioonita suurused kõik abstraktsed arvud, nagu näiteks trigonomeetrilised funktsioonid (siinus, koosinus, tangens jt.).

MEHAANIKA

I. KINEMAATIKA ALGMÕISTED

Sirgliikumine

19. Mehaanika liigitus. Mehaanika (kreeka k. *mehhane* — tööriist, masin, kaval võte) on õpetus kehade liikumisest ja tasakaalust. Mehaanika jagatakse harilikult kinemaatikaks, dünaamikaks ja staatikaks.

Kinemaatikas (kr. k. *kinema* — liikumine) käsitletakse liikumisi, jättes arvestamata põhjused, mis neid liikumisi esile kutsuvad, s. o. tungid.

Dünaamika (kr. k. *dünamis* — tung, jõud) uurib tungi mõju keha liikumisele.

Staatika (kr. k. *statikos* — paigalseisev, tasakaalus) käsitleb kehade tasakaalu küsimusi.

20. Liikumine, ruum ja aeg. Liikumine kõige laiemas mõttes tähendab igasugust muutumist üldse, toimugu see looduses või ühiskonnas. Liikumine on mateeria põhiline, lahutamatu omadus. Fr. Engels iseloomustab seda järgmiselt: «Liikumine on mateeria olemise vorm. Mitte kunagi ega kuskil pole olnud ega saa olla mateeriat ilma liikumiseta.»[1]

Lihtsaimaks liikumise vormiks on mehaaniline liikumine. Selle all mõeldakse kogu keha või osakese asendi muutumist ruumis mõne teise keha suhtes. Mehaanika uuribki mehaanilist liikumist kui lihtsaimat liikumise vormi. Mehaanilise liikumise eri vormidena esinevad kulg- ning pöördliikumine ja võnk- ning lainetusliikumine. Neile järgnevad füüsikas soojusliikumine, elekter, valgus ja aatomisisene liikumine kui omaette mateeria liikumise vormid. Keerukamateks liikumisvormideks on orgaaniline liikumine ehk elu ja ühiskondlik liikumine, teadvus. Igal liikumisvormil on ainult temale omased iseärasused ja seepärast ei saa kõrge-

[1] Fr. Engels, Anti-Dühring, ERK, Tallinn, 1954, lk. 53.

maid liikumisvorme täielikult taandada madalamatele, näiteks mõtlemist seletada mehaanilise liikumise abil.

Kõneldes keha mehaanilisest liikumisest, peame alati silmas pidama mõnda teist keha, mille suhtes vaadeldav keha oma asendit muudab. Seega mehaaniline liikumine on suhteline ehk relatiivne — näiteks auto liigub tänava suhtes, jõevesi kallaste suhtes, Maa Päikese suhtes jne. Samuti on ka paigalolek ainult suhteline. Kuitahes «liikumatult» me ka paigal oleksime, meie kehas toimub siiski alaline liikumine elutegevuse tõttu, me liigume ümber Maa telje ja koos Maaga ümber Päikese, koos Päikesega maailmaruumis jne.

Mateeria on alalises liikumises. Liikumine aga toimub ruumis ja ajas. Seega on ruum ja aeg mateeriast lahutamatud, on mateeria olemasolu objektiivsed vormid.

Vastupidiselt sellele dialektilise materialismi seisukohale peab subjektiivne idealism ruumi ja aega ainult inimmõtlemise produktiks. Newtoni seisukoht ruumi ja aja küsimuses oli materialistlik, kuid metafüüsiline — ta pidas ruumi ja aega objektiivseteks, kuid mateeriast sõltumatuiks. Selle seisukoha kummutas Einstein oma relatiivsusteooriaga XX sajandi algul.

Liikumisnähtuste sellise põhilise iseloomu tõttu on mehaanika aluseks kõigi teiste füüsikaliste nähtuste tundmaõppimisel, samuti nende tehnilisel rakendamisel.

21. Ainepunkt. Looduses ja praktikas esinevad kehad on liialt keerukad, et nendest alustada mehaanika käsitlemist. Lihtsuse otstarbel kasutame algul ainult kujutletavaid kehasid, mis on tuletatud tõelistest, reaalsetest kehadest, abstraheerides suurema osa nende omadustest. Selliste kujutletavate kehade hulka kuulub ka ainepunkt, s. o. punkt, millesse me kujutleme koondununa kogu keha aine. Nii näiteks taevakehade (Maa, Päikese jt.) liikumiste käsitlemisel asendame suured taevakehad punktidega, milledesse kujutleme koondununa kogu nende aine. Siin me loobume keha kuju ja mõõtmete arvestamisest ning säilitame ainult tema põhilise omaduse — ainehulga.

Et aine saab eksisteerida ainult ruumis, siis on selge, et iialgi pole võimalik ainet, olgu teda nii vähe kui tahes, mahutada geomeetrilisse punkti, millel ei ole mingit ruumala. Seega ainepunkti kui konkreetset keha tegelikkuses ei esine ning see mõiste ainult esindab keha tema põhilise omaduse — ainehulga — poolest.

Üldiselt tuleb silmas pidada, et reaalse keha asendamine aine-

punktiga on õigustatud juhul, kui keha mõõtmed võrreldes teiste samas probleemis esinevate suurustega on sedavõrd väikesed, et me võime nad arvestamata jätta (näiteks Maa raadius võrreldes tema orbiidi raadiusega Maa ja Päikese vahelise gravitatsiooni arvestamisel).

Tegelikkuses esinevaid kehi võime vaadelda koosnevana üksikutest väikestest osakestest, mida võime käsitleda kui ainepunkte. Kui tunneme keha üksikute osakeste liikumist, siis saame selle kaudu kirjeldada ka kogu keha liikumist. Seepärast käsitleb mehaanika kõigepealt ainepunkti liikumist ja alles siis asub reaalsete kehade liikumise uurimisele.

Peame meeles, et ainepunkti nimetatakse vahel ka *materiaalseks punktiks* ning *masspunktiks* ja et ta on siiski makroskoopilise keha esindaja, mitte aga mikroosake.

22. Liikumiste liigitus. Ainepunkti liikumise tundmaõppimisel tuleb meil tähele panna: 1) liikumise *tee* ehk *trajektoori kuju*, 2) liikumise *suunda*, 3) läbitud *tee pikkust* ja 4) sellele vastavat *aega*.

Tee kuju suhtes liigitame liikumised *sirgliikumisteks* ja *kõverliikumisteks*. Esimesel juhul on liikumise tee sirgjooneline, teisel juhul kõverjooneline.

Liikumine on täiesti määratud, kui teame tee kuju, liikumise suunda ja seost ehk valemit, mis määrab iga ajamomendi kohta liikuva keha kauguse mõnest tee punktist. Kui näiteks raudteerong lähtub Tartu jaamast Tallinna suunas ja tema kaugus Tartu jaamast väljendub valemiga $s = 15\,t$, kus s on mõõdetud meetrites ja t sekundites, siis võime iga momendi kohta arvutada rongi asukoha.

Arvestades liikumisel läbitud tee pikkust (s) ja sellele vastavat aega (t), võime kõik liikumised jagada *ühtlasteks* ja *mitteühtlasteks*. Keha liigub ühtlaselt, kui ta *mistahes* võrdsetes ajavahemikes läbib võrdsed teeosad. Keha liigub mitteühtlaselt, kui liikumisel võrdsetele ajavahemikele vastavad mittevõrdsed teeosad.

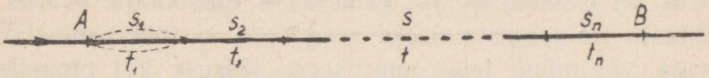
Nii näiteks ei saa kõnelda ühtlasest liikumisest, kui keha igas sekundis liigub edasi 8 m, kuid igas pooles sekundis ei liigu edasi 4 m, vaid näiteks mõnes 3 m, teises 5 m. Liikumine pole ühtlane ka siis, kui sama keha liigub igas pooles sekundis edasi 4 m, kuid igas veerandsekundis ta ei läbi 2 m, vaid rohkem või vähem. Ühtlase liikumise puhul — olgu ajavahemikud kuitahes väikesed, kuid võrdsed — peavad võrdsed olema ka nende jooksul läbitud teepikkused.

Looduses esinevad liikumised on kõik mitteühtlased. Ainult lühemas ajavahemikus võime mõnda neist pidada praktiliselt ühtlaseks, nagu Maa liikumist ümber Päikese, Maaga seotud punktide liikumist ümber Maa telje jt.

23. Ühtlane sirgliikumine. Liikugu ainepunkt mööda sirget AB (joon. 5) ja läbigu ta mistahes võrdsetes ajavahemikes $t_1 = t_2 = t_3 = \ldots = t_n$ vastavalt võrdsed teeosad $s_1 = s_2 = s_3 = \ldots = s_n$. Neist võrdustest saame jagamise teel järgmised võrdsed suhted:

$$\frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2} = \frac{s_3}{t_3} = \ldots = \frac{s_n}{t_n} = \text{const.}$$

Läbitud tee pikkuse (s) jagamine vastava ajaga (t) annab siin ühes ajaühikus läbitud tee pikkuse, mis on konstantne. Seda üht-



Joon. 5. Ühtlane sirgliikumine.

lasel liikumisel läbitud tee pikkuse ja vastava aja konstantset suhet nimetatakse ühtlase liikumise kiiruseks ning tähistatakse harilikult tähega v (lad. k. *velocitas* — kiirus). Niisiis kiirus mõõtub ühes ajaühikus läbitud tee pikkusega ehk tee pikkuse muutusega ühes ajaühikus ning väljendub valemiga

$$v = \frac{s}{t},$$

millest

$$\underline{s = vt.}$$

Need valemid määravad kiiruse suuruse ning läbitud tee pikkuse, jättes arvestamata liikumise suuna.

Kiiruse kui liikumist iseloomustava suuruse mõõtühikud tuletame valemist $v = \frac{s}{t}$. Kui $t = 1$ ja $s = 1$, siis ka $v = 1$, s. o. kiiruse ühikuks on võetud sellise keha kiirus, kus keha ühes ajaühikus liigub edasi ühe pikkusühiku võrra. Mõõtes aega (t) sekundites ja pikkust (s) sentimeetrites, saame vastavaks kiirusühikuks $1\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Kui aga mõõdame aega tundides (h, lad. k. *hora* — tund) ja tee pikkust kilomeetrites, siis saame vastavaks kiirusühikuks $1\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Niiviisi

pikkus- ja ajaühikuid kombineerides võime saada väga mitmesuguseid kiirusühikuid, nagu $\frac{m}{s}$; $\frac{mm}{s}$; $\frac{m}{min}$ jt.; cgs-süsteemi kiirusühikuks on $\frac{cm}{s}$, mks- ja mkGs-süsteemi ühikuks $\frac{m}{s}$.

Kiirus 1 meremiil (geograafilise meridiaani 1 minuti pikkus) tunnis, s. o. 1852 $\frac{m}{h}$, kannab nimetust 1 sõlm ja seda kiirusühikut kasutatakse meresõidul laevade kiiruse määramisel.

Kiirusühikut 1 $\frac{cm}{s}$ nimetatakse vahel ka *kin*'iks ja *cel*'iks, kuid viimast kahte nimetust pole seni siiski laiemas ulatuses tarvitusele võetud. Harilikult kasutatakse kiirusühikute nimetuste asemel nende tähiseid, nagu $\frac{cm}{s}$, $\frac{km}{s}$, $\frac{km}{h}$ jt.

Kiirus on iseloomustamiseks ning teda ei tohi samastada tee pikkusega või mõne teise suurusega. Kiiruse kui omaette füüsikalise suuruse definitsioon annab seose kiiruse ja teiste suuruste (antud juhul tee pikkuse ja aja) vahel, millest kiirus oleneb, nimelt: kiirus on võrdeline läbitud tee pikkusega eeldusel, et liikumise aeg on konstantne, ja pöördvõrdeline ajaga eeldusel, et läbitud tee pikkus on konstantne. Seda väljendame sümboolselt valemiga $v = k\frac{s}{t}$, kus k on võrdetegur, mis oleneb valemis esineva kolme suuruse (v, s ja t) mõõtühikute valikust. Kui aga valime kiiruse mõõtühiku nõnda, et võrdetegur k on üks, s. o. võtame kiiruse mõõtühikuks sellise kiiruse, mille puhul keha ühes ajaühikus läbib ühe teepikkuse ühiku, siis omandab kiiruse valem oma lihtsaima kuju: $v = \frac{s}{t}$, nagu teda harilikult kasutatakse. Valemist nähtub, et kiiruse a r v u l i n e suurus võrdub ühes ajaühikus läbitud tee pikkusega, kuid see ei vähenda sugugi kiiruse kui füüsikalise suuruse iseloomustust.

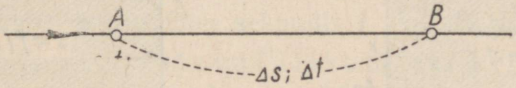
Eeltoodud mõttekäigud kehtivad üldjoontes ka teiste füüsikaliste suuruste (kiirenduse, tungi, töö, võimsuse, rõhu jt.) ning nende mõõtühikute defineerimisel, kus me alati lähtume uue füüsikalise suuruse funktsionaalsest seosest teiste, juba tuntud füüsikaliste suurustega.

24. Mitteühtlane sirgliikumine. Mitteühtlast liikumist iseloomustab nn. k e s k m i n e k i i r u s (v_k), milleks on kogu läbitud tee

pikkuse (s) ja sellele vastava aja (t) suhe. Seega keskmise kiiruse valem $v_k = \frac{s}{t}$ on täiesti sarnane ühtlase liikumise kiiruse valemiga.

Keskmine kiirus iseloomustab liikumist ainult antud tee- või ajavahemikus, mitte sellest väljaspool. Ta näitab ühtlasi, et kui keha liiguks ühtlaselt kiirusega, mis võrdub keskmise kiirusega, siis läbiks ta antud tee sama ajaga kui ebaühtlasel liikumiselgi.

25. Kiirus antud punktis. Olgu ebaühtlasel sirgliikumisel momendil t keha punktis A (joon. 6). Väikese ajavahemiku Δt jooksul nihkub keha edasi teevahemiku Δs võrra ja jõuab punkti B.



Joon. 6. Kiirus antud punktis.

Keskmine kiirus $v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ iseloomustab liikumist vahemikus AB. Kui tahame iseloomustada liikumist kiiruse poolest võimalikult lähedal punktile A, siis vähendame järjest ajavahemikku Δt. Selle tagajärjel väheneb ka vastav teevahemik Δs, nende mõlema suhe aga läheneb kindlale suurusele — piirväärtusele, mida nimetataksegi kiiruseks antud punktis. Seega kiirus antud punktis

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} v_k = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

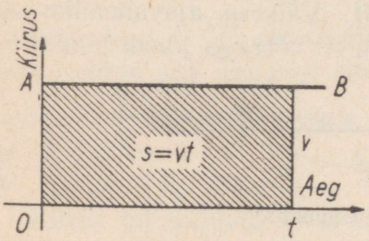
s. o. kiirus antud punktis on tee muutuse ja sellele vastava aja muutuse suhte piir, kui aja muutus Δt piiramatult läheneb nullile.

Väljendi «kiirus antud punktis» asemel tarvitatakse mõnikord ka väljendit «kiirus antud momendil» ehk «hetkel». Sisult on need väljendid täiesti üheväärsed.

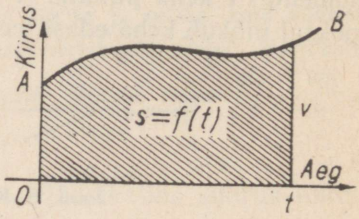
Tähis «lim» on lühend ladinakeelsest sõnast *limes* — piir. Selle asemel et kirjutada «piirväärtus suhtest $\frac{\Delta s}{\Delta t}$», kirjutatakse lühidalt: $\lim \frac{\Delta s}{\Delta t}$, kusjuures tähise «lim» alla märgitakse noole abil, missugusele piirile läheneb sõltumatu muutuja. Näiteks $\Delta t \to 0$ väljendab seda, et aja muutus piiramatult läheneb nullile.

26. Kiiruse suuruse muutumise graafiline kujutamine. Et igale ajamomendile vastab teatav kiiruse suurus, siis võime kiiruse suu-

rust kujutada koordinaatide tasandil, võttes üheks koordinaadiks aja (t) ja teiseks kiiruse suuruse (v). Ühendades kõik sel viisil saadud punktid, saame pideva joone, mis kujutab graafiliselt kiiruse suuruse olenevust ajast. Ühtlase liikumise puhul on selleks ajateljega paralleelne sirge AB (joon. 7), mitteühtlase liikumise puhul kõver AB (joon. 8). Mõlemal juhul kujutab selle kõveraga, rõhtteljega ja alg- ning lõppordinaadiga piiratud pindala läbitud tee pikkust s.



Joon. 7. Ühtlase liikumise kiiruse graafik.



Joon. 8. Mitteühtlase liikumise kiiruse graafik.

27. Ühtlaselt kiirenev või aeglustuv sirgliikumine. Kiirendus. Ühtlaselt kiirenevaks nimetatakse sellist mitteühtlast sirgliikumist, mille kiiruse suurus mistahes võrdsetes ajavahemikes võrdselt kasvab. Seega

$$(\Delta v)_1 = (\Delta v)_2 = (\Delta v)_3 = \ldots = (\Delta v)_n$$

kui $(\Delta t)_1 = (\Delta t)_2 = (\Delta t)_3 = \ldots = (\Delta t)_n$.

Neist võrdustest saame:

$$\frac{(\Delta v)_1}{(\Delta t)_1} = \frac{(\Delta v)_2}{(\Delta t)_2} = \ldots = \frac{(\Delta v)_n}{(\Delta t)_n} = \text{const.}$$

Siit näeme, et ühtlaselt kiireneval liikumisel on kiiruse muutuse (Δv) ja sellele vastava aja muutuse (Δt) suhe konstantne. Seda Δv ja Δt konstantset suhet, s. o. kiiruse muutust ühes ajaühikus, nimetatakse kiirenduseks ja tähistatakse harilikult tähega a (lad. k. *acceleratio* — kiirendus). Seega

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Kiirenduse kui mitteühtlast liikumist iseloomustava suuruse mõõtühikud tuletame valemist (1). Kui $\Delta v = 1$ ja $\Delta t = 1$, siis ka $a = 1$, s. o. kiirenduse ühikuks on võetud sellise lii-

kumise kiirendus, kus keha liikumise kiirus muutub ühes ajaühikus ühe kiirusühiku võrra. Seega cgs-süsteemis on kiirendusühikuks võetud kiirendus, mille puhul ühes sekundis keha kiirus muutub 1 $\frac{cm}{s}$ võrra.

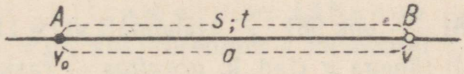
Valemist (1) tuletame ka kiirenduse tähise. Näiteks cgs-süsteemis jagame selleks kiiruse tähise $\frac{cm}{s}$ aja tähisega s $\left(\frac{cm}{s} : s = \right.$ $= \frac{cm}{s \cdot s} = \left.\frac{cm}{s^2}\right)$. Saame sümboli $\frac{cm}{s^2}$, mis ongi antud juhul kiirendusühiku tähiseks.

mks- ja mkGs-süsteemis on kiirendusühikuks 1 $\frac{m}{s^2}$. Siin muutub keha liikumise kiirus ühes sekundis 1 $\frac{m}{s}$ võrra.

Ühtlaselt aeglustuval liikumisel kiirus kahaneb võrdselt mistahes võrdsetes ajavahemikes. Järelikult on sel juhul võrdsed kiiruse muutused negatiivsed ning negatiivne on ka kiirendus.

Ühtlaselt kiirenevat ja ühtlaselt aeglustuvat sirgliikumist nimetatakse ühise nimega ka ühtlaselt muutuvaks sirgliikumiseks, sest mõlemal juhul on kiiruse muutus, s. o. kiirendus, konstantne.

28. Ühtlaselt muutuva liikumise valemid. Tähistame ühtlaselt muutuva liikumise kiiruse liikumise algul tähega v_0, kiirenduse tähega a, läbitud tee pikkuse tähega s ja vastava aja tähega t



Joon. 9. Ühtlaselt muutuvat liikumist iseloomustavad suurused.

(joon. 9). Kiirus muutub ühes sekundis a ühiku võrra, t sekundis at ühiku võrra. Järelikult kiirus v momendil t väljendub valemiga:

$$v = v_0 + at. \qquad (1)$$

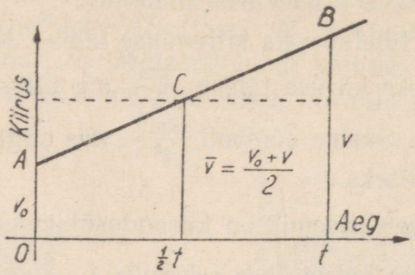
See valem võimaldab arvutada ühtlaselt muutuva sirgliikumise kiirust.

Tee pikkuse s arvutamiseks kasutame keskmist kiirust v_k (ka $\bar{v}$), mis on alg- ja lõppkiiruse aritmeetiline keskmine, sest liikumine on ühtlaselt muutuv (joon. 10). Järelikult.

$$v_k = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{at}{2}.$$

Läbitud tee pikkus

$$s = v_k \cdot t = \left(v_0 + \frac{at}{2}\right) \cdot t = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$



Joon. 10. Ühtlaselt muutuva liikumise keskmine kiirus.

Saadud seos

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad (2)$$

määrab ühtlaselt muutuval liikumisel läbitud tee pikkuse.

Valemites (1) ja (2) on ühtlaselt kiireneva liikumise korral kiirendus a positiivne, aeglustuva liikumise korral aga negatiivne.

Valemid (1) ja (2) seovad viit ühtlaselt muutuva liikumise karakteristikut: v_0, v, a, t ja s. On mistahes 3 neist antud, siis saame valemitest (1) ja (2) kui võrranditest arvutada 2 ülejäänut.

Tühjas ruumis langevad raskustungi mõjul kõik kehad võrdse kiirendusega 9,81 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ehk 981 $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ (lähemalt vt. § 118), mida tähistatakse harilikult tähega g (lad. k. *gravitas* — raskus). Seega algkiirusega v_0 püsti ülalt alla tõugatud keha liikumine, mis on ühtlaselt kiirenev, on määratud valemitega

$$v = v_0 + gt$$

ja

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

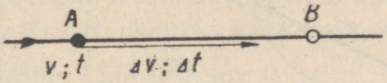
Püsti üles visatud keha liikumine on ühtlaselt aeglustuv, järelikult tema kiirendus on $-9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Näide. Kui kõrgele tõuseks vintpüssist algkiirusega 800 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ otse üles lastud kuul, kui õhk tema liikumist ei takistaks?

Et lõppkiirus $v = 0$, siis $v_0 - gt = 0$, millest tõusu aeg $t = \frac{v_0}{g}$.

Tõusu kõrgus $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g \cdot v_0^2}{2g^2} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{800^2}{2 \cdot 9{,}8} =$
$= 33\,000$ m $= 33$ km.

29. Kiirendus antud punktis. Analoogiliselt kiirusele võime määrata ka kiirenduse antud punktis. Selleks võtame ajavahemikule Δt vastava kiiruse muutuse Δv ja leiame nende suhte. See



Joon. 11. Kiirendus antud punktis.

suhe iseloomustab keskmist kiiruse muutumist ajavahemikus Δt. Kui tahame saada keskmist kiiruse muutust ehk kiirendust võimalikult antud punkti lähedal, siis vähendame järjest ajavahemikku Δt, millele vastavalt väheneb ka kiiruse muutus Δv. Nende suhe $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ aga läheneb kindlale piirväärtusele, mida nimetamegi kiirenduseks (a) antud punktis. Seega

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

s. o. kiirendus antud punktis on kiiruse muutuse ja sellele vastava aja muutuse suhte piir, kui aja muutus piiramatult läheneb nullile. Kui näiteks kiirus $v = gt$, siis kiirendus a momendil t on

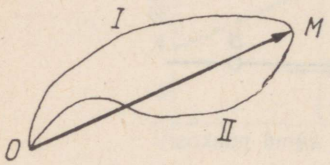
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta(gt)}{\Delta t} = g.$$

Vektorid ja skaalarid

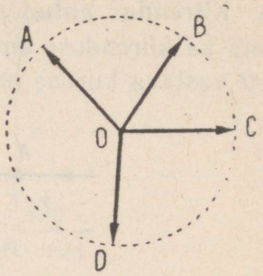
30. Nihe. Ruumi antud punktist O (joon. 12) võime liikuda mõnda teise punkti M väga mitmeid teid mööda, nagu tee I, II jt. Kõige lühemaks ja otsemaks teeks punktist O punkti M on sirglõik OM, mis iseloomustab liikuva punkti asendi muutumist ehk nihkumist ruumis algasendist lõppasendisse ja seetõttu kannab ruumnihke ehk lihtsalt nihke nimetust.

Nihke iseloomustamiseks ei piisa ainult sellest, kui me anname ainepunkti edasiliikumise suuruse, vaid me peame teadma ka seda, missuguses suunas nihe toimus. Seega on nihe suunaga suu-

r u s. Nihke graafiliseks tähistamiseks kasutatakse noolt, mille terav ots on suunatud lõppasendisse. Joonisel 13 on antud rida suuruselt võrdseid, kuid suunalt erinevaid nihkeid.

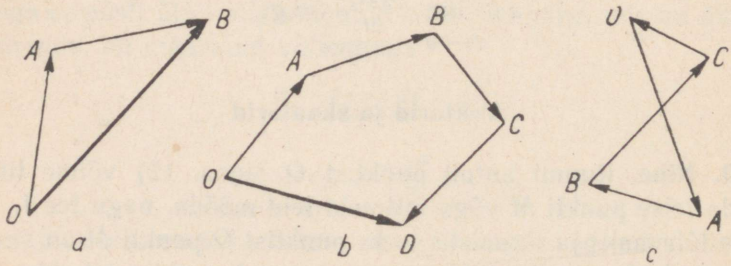


Joon. 12. Nihe.



Joon. 13. Suuruselt võrdsed, kuid suunalt erinevad nihked.

31. Nihete liitmine ja lahutamine. Kui ainepunkt võtab osa mitmest ü k s t e i s e l e j ä r g n e v a s t nihkest, siis on selle tulemusena saadud kogunihe antud üksiknihete ehk komponentnihete s u m m a. Kui näiteks ainepunkt nihkub esiteks punktist *O* punkti *A* ja seejärel punktist *A* punkti *B*, siis on ta nende kahe nihke tulemusena nihkunud punktist *O* punkti *B*. Siin on nihe *OB* nihke *OA* ja nihke *AB* summa. Kasutades eelmist võtet, on hõlpus määrata mistahes arvu nihete summat, nagu see nähtub jooniselt 14, *b*, kus nihe *OD* on nihete *OA*, *AB*, *BC* ja *CD* summa. Kui nihete liitmisel jõuame tagasi algasendisse, siis on nende nihete summa null (joon. 14, *c*).



Joon. 14. Nihete liitmise näiteid.

Nihke lahutamise all üksikuteks komponentideks mõeldakse ühe nihke asendamist kahe või rohkema nihkega. Nagu käsitletud liitmisjuhtudest nähtub, on seda võimalik teha väga mitmel viisil.

Küsimuse üheseks lahendamiseks tuleb anda vajalik hulk lisatingimusi.

32. **Skalaarsed ja vektorilised suurused.** Füüsikalised suurused võime jagada kahte suurde rühma: skalaarsed ja vektorilised suurused ehk lühidalt skaalarid ja vektorid[1]. Esimeste hulka kuuluvad näiteks mass, töö, temperatuur, erisoojus, tihedus, ruumala jt. Nende suuruste iseloomustamiseks on küllalt vastusest küsimusele: kui palju? Näiteks keha mass on 5 grammi, temperatuur $+15°C$, tihedus $13{,}6\ \frac{g}{cm^3}$ jne.

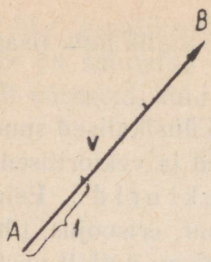
Vektoriliste suuruste iseloomustamiseks on vähe vastusest küsimusele: kui palju? Sellele lisaks peame veel andma vastuse küsimusele: missuguses suunas? Selliste suuruste hulka kuuluvad nihkumine ruumis, kiirus, kiirendus, tung ja rida teisi füüsikalisi suurusi, millega tutvume hiljem. Tõepoolest, on vähe, kui teame, et tuule kiirus on näiteks $5\ \frac{m}{s}$, — peale selle on veel tarvis teada, missuguses suunas tuul puhub. Samuti ei olene tungi mõju kehasse ainult tungi suurusest, vaid ka tungi mõjumise suunast.

Ka nihke üheseks määramiseks pole küllalt öelda, kui palju on keha edasi nihkunud, vaid sellega koos peame andma nihkumise suuna. Seega nihe on vektoriline suurus ehk vektor, mistõttu me, kasutades nihke mõistet koos vektori mõistega, kõneleme vahel nihkevektorist.

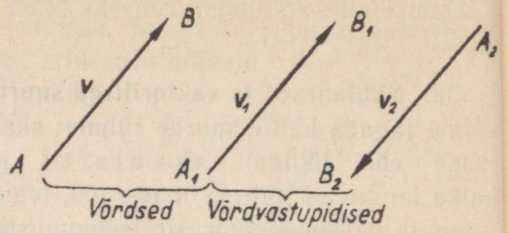
33. **Vektorite tähistamine ja võrdsus.** Skalaarsete suuruste tähistamine on võimalik aritmeetiliste või algebraliste (positiivsete, negatiivsete) arvude abil (a, b, $c \ldots x$, y, z jne.). Vektoriliste suuruste graafiliseks kujutamiseks kasutatakse nooli. Seejuures on noole pikkus võrdeline antud vektorilise suuruse absoluutse väärtusega, kuna noole suund vastab antud vektorilise suuruse suunale. Näiteks joonisel 15 kujutab nool AB vektorit, mille suurus võrdub kolme ühikuga.

Suunda ei tule ära segada sihiga, mille all mõeldakse sirget teed, mida mööda võib liikuda nii ühes kui ka teises suunas. Näiteks Tartu—Tapa raudtee sihil võime liikuda kas Tartu või Tapa suunas, põhja—lõuna sihil kas põhja või lõuna suunas jne. Suuna fikseerimisega on antud ka siht, kuid ainult sihi andmine ei määra veel suunda.

[1] Sõna *vector* tähendab ladina keeles kandjat, vedajat. Seega vektor nagu kannab mõne suuruse arvulist väärtust teatud kindlas suunas. Sõna skaalar tuletub lad. k. sõnast *scalae* — trepp, astmed.



Joon. 15. Vektori kujutamine.



Joon. 16. Võrdsed ja võrdvastupidised vektorid.

Vektorite tähistamiseks kirjas paneme vektori absoluutset suurust tähistava sümboli kohale väikese noole või kirjutame selle sümboli rasvaselt ja püstkirjas. Nii kujutab tähis $\vec{v}$ või **v** vektorit v, kusjuures täht v tähistab selle vektori absoluutset suurust ehk moodulit, s. o. vektori skalaarset ehk arvulist väärtust. Samuti sümbol $\overrightarrow{AB}$ tähistab vektorit AB, kus AB on lõik, mis määrab vektorit kujutava noole pikkust. Seejuures vasakpoolne (esimene) täht kirjutatakse noole algusse, parempoolne lõppu.

Käesolevas töös on kasutatud vektorite tähistamiseks peamiselt püstkirjas rasvaseid tähti, väiksemal määral ka nooli vektorit tähistavate tähtede kohal.

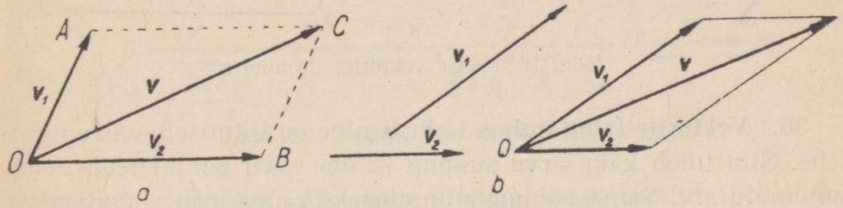
Vektorid loetakse võrdseteks (ekvivalentseteks ehk ühe-väärseteks), kui nad, järelikult ka neid kujutavad nooled, on ühepikkused (moodulid võrdsed), rööpsed ja samasuunalised. Selle järgi on joonisel 16 kujutatud vektorid $\overrightarrow{AB}$ (**v**) ja $\overrightarrow{A_1B_1}$ ($\mathbf{v}_1$) võrdsed.

Vektorid $\overrightarrow{A_1B_1}$ ja $\overrightarrow{A_2B_2}$ samal joonisel aga ei ole võrdsed, vaid võrdvastupidised ehk antiparalleelsed. Nende nooled on küll ühepikkused ja rööpsed, kuid vastassuunalised.

Vektorite võrdsuse definitsioonist järeldub, et me võime vektorit tema suurust muutmata ruumis vabalt ühest kohast teise kanda, s. o. asendada antud vektori mõne teise temaga võrdse vektoriga, mis lähtub mistahes punktist ruumis. Selliseid vektoreid nimetatakse ka vabadeks vektoriteks.

34. Vektorite liitmine. Samast punktist lähtuvate vektorite $\mathbf{v}_1$ ja $\mathbf{v}_2$ summaks nimetatakse vekto-

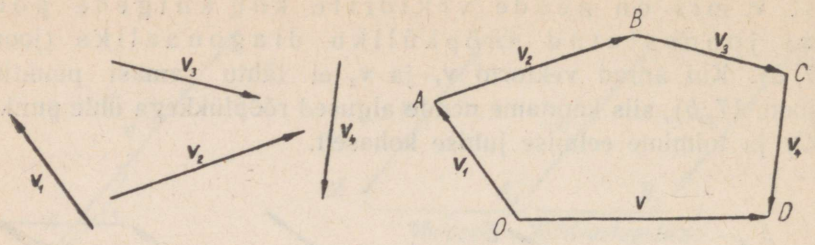
rit **v**, mis on nende vektorite kui külgede põhjal joonestatud rööpküliku diagonaaliks (joon. 17, *a*). Kui antud vektorid $\mathbf{v}_1$ ja $\mathbf{v}_2$ ei lähtu samast punktist (joon. 17, *b*), siis kanname nende algused rööplükkega ühte punkti (*O*) ja toimime eelmise juhise kohaselt.



Joon. 17. Kahe vektori liitmine.

Joonisest 17, *a* nähtub, et vektorite $\mathbf{v}_1$ ja $\mathbf{v}_2$ resultantvektori **v** leidmiseks pole vajadust konstrueerida tervet rööpkülikut *OACB*, vaid jätkub selle ühest poolest: kolmnurgast *OAC* või *OBC*. Nende konstrueerimiseks tuleb ühe vektori lõpust, näiteks punktist *A*, joonestada vektor $\overrightarrow{AC}$, mis on võrdne teise antud vektoriga ($\mathbf{v}_2$). Seega taandub kahe vektori liitmine neile vastavate nihete liitmisele. Kas joonestada vektori $\mathbf{v}_1$ otsa vektor $\mathbf{v}_2$ või, ümberpöördult, vektori $\mathbf{v}_2$ otsa vektor $\mathbf{v}_1$, ikka jõuame samasse punkti *C*, s. o. saame resultandina sama vektori $\overrightarrow{OC}$ ehk **v**. Sellest järeldub, et vektorite summa (resultant) ei olene komponentvektorite liitmise järjekorrast, samuti vektorite liitmise juhis: kahe antud vektori liitmiseks joonestame ühe vektori lõpust vektori, mis on võrdne teise antud vektoriga, ja ühendame esimese vektori alguse teise vektori lõpuga. Sel viisil saadud vektor ongi kahe antud vektori summa ehk resultant.

Hulga vektorite summa leidmiseks liidame esiteks kaks neist, saadud summaga liidame kolmanda vektori jne. kuni viimaseni (joon. 18). Esimese liidetava vektori ($\mathbf{v}_1$) alguspunkti (*O*) ja viimase liidetava vektori ($\mathbf{v}_4$) lõppu (*D*) ühendav vektor (**v**) ongi otsitav resultant. Vastav arutlus näitab, et ka hulga vektorite liitmisel saadud resultantvektor ei olene komponentide liitmise järjekorrast.

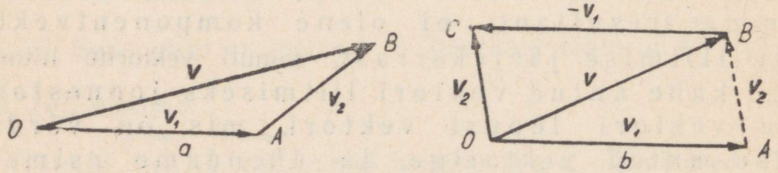


Joon. 18. Hulga vektorite liitmine.

35. **Vektorite lahutamine.** Lahutamine on liitmisele vastupidine tehe. Siin tuleb kahe arvu summa ja ühe arvu põhjal leida teine, tundmatu arv. Sama põhimõte on aluseks ka vektorite lahutamisel. Lahutada vektorist $\mathbf{v}$ vektor $\mathbf{v}_1$ tähendab leida selline vektor $\mathbf{v}_2$, mis liidetult vektoriga $\mathbf{v}_1$ annab vektori $\mathbf{v}$, s. o. $\mathbf{v} - \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2$, kui $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$.

Lähtugu nii vähendatav ($\mathbf{v}$) kui ka lahutatav ($\mathbf{v}_1$) vektor samast punktist O (joon. 19, *a*). Joonisest ja vektorite lahutamise definitsioonist järeldub vektorite lahutamise juhis: et vektorist $\mathbf{v}$ lahutada vektor $\mathbf{v}_1$, selleks ühendame vektori $\mathbf{v}_1$ lõpu vektori $\mathbf{v}$ lõpuga. Sel teel saadud vektor $\mathbf{v}_2$ ehk $\overrightarrow{AB}$ ongi otsitav vektorite vahe, sest $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$.

Juhul, kui antud vektorid ei lähtu samast punktist, tuleb nad enne lahutamist üle kanda samasse lähtepunkti.

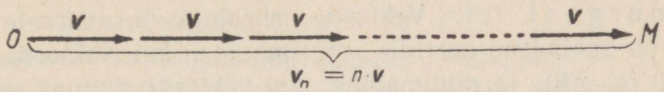


Joon. 19. Vektorite lahutamine.

Algebrast teame, et lahutamisel tuleb vähendatavaga liita lahutatav, mis on võetud vastasmärgiga. Nii näiteks $5 - (+3) = 5 + (-3) = 2$. See juhis kehtib ka vektorite lahutamise kohta, nimelt: vektorite lahutamiseks tuleb vähendatava vektoriga liita lahutatavale vektorile võrdvastupidine vektor. Joonisest 19, *b* nähtub, et, liites vektoriga $\mathbf{v}$ vektori, mis on võrdvastupidine vektoriga $\mathbf{v}_1$, saame

vektori $\overrightarrow{OC}$, mis on võrdne vektoriga $\overrightarrow{AB}$. Seega siis $\mathbf{v} - \mathbf{v}_1 = \mathbf{v} + (-\mathbf{v}_1)$.

36. Vektorite korrutamine ning jagamine skaalariga. Korrutada vektor **v** täisarvuga n tähendab liita n vektorit, mis on võrdsed **v**-ga, s. o. $n \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{v} + \ldots + \mathbf{v} = \mathbf{v}_n$. Et kõik liidetavad



Joon. 20. Vektori korrutamine skaalariga.

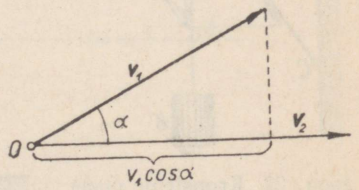
vektorid on võrdsed, siis nende liitmisel, nagu nähtub joonisest 20, kanduvad nad kõik samale sirgele. Seega korrutise absoluutne suurus (OM) võrdub korrutatava mooduli ja n korrutisega, s. o. $OM = v_n = nv$. Korrutise suund langeb ühte korrutatava suunaga.

Jagamine on korrutamisele vastupidine tehe. Kui vektori korrutamisel täisarvuga n tema absoluutne väärtus suurenes n korda, siis ümberpöördult, vektori jagamisel täisarvuga n tuleb selle vektori pikkust lühendada n korda. Järelikult,

$$\text{kui } \frac{OM}{n} = \frac{v_n}{n} = v, \text{ siis ka } \frac{\overrightarrow{OM}}{n} = \frac{\mathbf{v}_n}{n} = \mathbf{v}.$$

Täisarvu kohta tuletatud vektori korrutamise ning jagamise juhised on kehtivad ka juhul, kui korrutajaks on murdarv $\frac{m}{n}$. Taandub ju murruga korrutamine lugejaga korrutamisele ja nimetajaga jagamisele. Mõlemal juhul vektori suund ei muutu, küll aga muutub tema absoluutne väärtus.

37. Vektorite skalaarne korrutis. Vektorite $\mathbf{v}_1$ ja $\mathbf{v}_2$ skalaarseks korrutiseks nimetatakse avaldist $v_1 \cdot v_2 \cos \alpha$, kus v_1 ja v_2 on antud vektorite absoluutsed väärtused ja α nurk nende vektorite suundade vahel (joon. 21). Et korrutis $v_1 \cos \alpha$ väljendab vektori $\mathbf{v}_1$ projektsiooni vektori $\mathbf{v}_2$ sihile, siis võime kahe vektori skalaarset kor-



Joon. 21. Vektorite skalaarne korrutis.

rutist vaadelda ka kui ühe vektori mooduli korrutist teise vektori projektsiooniga esimese vektori sihile. Nagu nähtub skalaarse korrutise definitsioonist

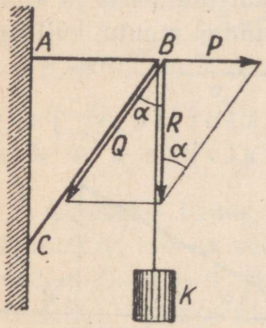
$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = v_1 \cdot v_2 \cos \alpha,$$

sõltub skalaarse korrutise suurus a) vektorite absoluutsest suurusest (v_1 ja v_2) ning b) vektorite suundade vahelisest nurgast (α). Vektorite absoluutsete suuruste samaks jäädes on skalaarne korrutis maksimaalne, kui vektorite suunad ühtivad ($\alpha = 0$), ja minimaalne, kui vektorite suunad on vastupidised ($\alpha = 180°$), sest siis $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = v_1 \cdot v_2 \cos 180° = -v_1 \cdot v_2$. Skalaarse korrutise tulemuseks on skaalar — sellest tema nimetuski. Skalaarne korrutis on null: a) kui ühe vektori absoluutne suurus on null või b) kui vektorid on üksteise suhtes risti, sest siis $\alpha = 90°$, $\cos 90° = 0$ ja $v_1 \cdot v_2 \cos 90° = 0$.

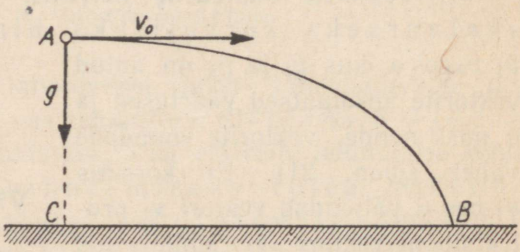
Vektorite $\mathbf{v}_1$ ja $\mathbf{v}_2$ skalaarset korrutist tähistatakse $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2$ asemel sageli ka $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$.

Nagu hiljem näeme (vt. § 65), on töö tungi ja tee kui nihke skalaarne korrutis.

38. Vektori lahutamine komponentideks. Sageli on vaja lahutada antud vektoriline suurus, näiteks tung või kiirendus, kaheks komponendiks. Praktilise näitena vaatleme kandetoe (kronsteini) *ABC* otsas rippuva koormise *K* raskuse *R* lahutamist kaheks komponendiks (joon. 22), et näha, kuidas mõjub see koormis punktides *A* ja *C*. Selleks lahutame tungi *R* kui vektori kaheks komponendiks sihtides *AB* ja *BC*. Et komponentideks lahutamisel peab antud tung *R* olema rööpküliku diagonaaliks, siis ehitame rööpküliku nõnda, et tema punktist *B* väljuvad küljed kulgeksid antud sihte *AB*



Joon. 22. Kronsteini otsas rippuva koormise raskuse lahutamine komponentideks.



Joon. 23. Rõhtsalt visatud keha liikumine.

ja BC mööda. Saame kaks vektorit P ja Q, millega võime asendada antud vektori R. Neist komponent P määrab koormise raskuse R mõju punktis A ja Q punktis B.

Nagu nähtub joonisest 22,

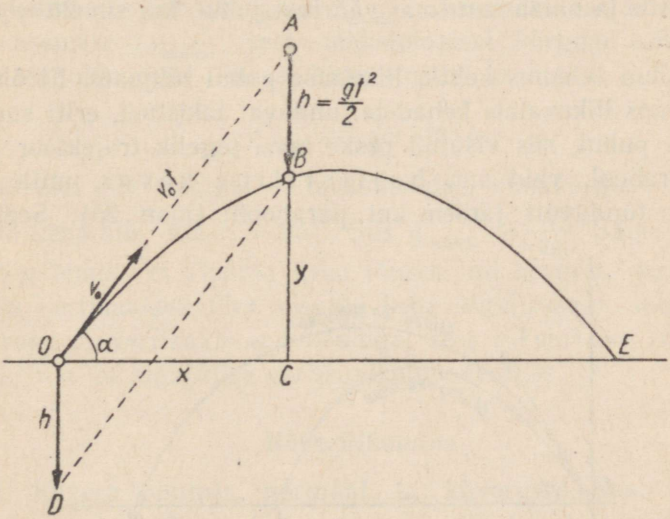
$$P = R \tan \alpha \text{ ja } Q = R : \cos \alpha.$$

Nurk α on määratud seosest $\sin \alpha = AB : BC$.

Komponentideks lahutamise üheseks lahendamiseks on vaja anda küllaldasel määral lisatingimusi, näiteks mõlema komponendi sihid nagu eelmisel juhul või ühe komponendi suund ja suurus (siis taandub teise komponendi leidmine esimese lahutamisele resultandist) jne.

39. Horisondi suhtes kaldu visatud keha liikumine. Maksimaalne lennukaugus. Maa tõmbe mõjul langeb iga keha vertikaalsihis Maa poole kiirendusega g. Kui aga rõhtsihilise tõukega anda kehale veel lisaks kiirus v_0 (joon. 23), siis kahe liikumise liitumise tulemusena liigub see keha mööda kõverat AB ja langeb viimaks maapinnale.

Vaatame nüüd, kuidas liigub horisondi suhtes nurga α all visatud keha (joon. 24). Selleks võtame liikumise alguspunkti koordinaatide alguspunktiks ja määrame liikuva keha koordinaa-



Joon. 24. Horisondi suhtes kaldu visatud keha liikumine.

did x ja y t sekundit pärast liikumise algust. Joonisest nähtub, et abstsiss x on määratud valemiga

$$x = v_0 t \cos \alpha. \tag{1}$$

Samast joonisest näeme, et ordinaat $y = BC = AC - AB$, millest vastava asendamisega saame

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \tag{2}$$

Valemid (1) ja (2) määravad horisondi suhtes kaldu visatud keha asendi igal momendil.

Trajektoori võrrandi saamiseks elimineerime aja t. Selleks määrame võrrandist (1) t ja asetame võrrandisse (2). Saame:

$$y = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2. \tag{3}$$

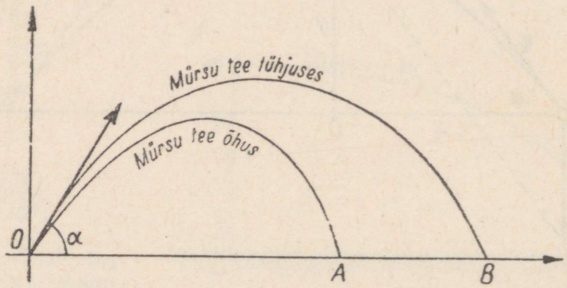
Et α, v_0 ja g on antud liikumise puhul konstantsed, siis võrrand (3) kui x suhtes teise astme võrrand kujutab parabooli. Järelikult horisondi suhtes kaldu visatud keha liigub mööda parabooli, muidugi eeldusel, et õhkkond liikumist ei takista.

Lennukauguse $x_{\text{maks.}} = OE$ saame võrrandist (3), kui võrdsustame y nulliga ja lahendame saadud võrrandi x suhtes:

$$x_{\text{maks.}} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha. \tag{4}$$

Siit näeme, et antud algkiiruse puhul oleneb lennukaugus kaldenurgast α ja omab suurimat väärtust juhul, kui $\sin 2\alpha = 1$, s. o. $\alpha = 45°$.

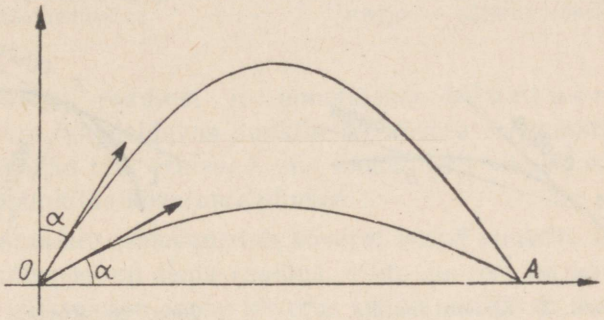
Saadud tulemus kehtib liikumise puhul tühjuses. Et õhk avaldab temas liikuvatele kehadele tunduvat takistust, eriti suuremate kiiruste puhul, siis visatud raske keha tegelik trajektoor õhus ei ole parabool, vaid nn. b a l l i s t i l i n e k õ v e r, mille langev haru on tunduvalt järsem kui paraboolil (joon. 25). Seetõttu ka



Joon. 25. Mürsu tee õhus ja tühjuses.

tegelik lennukaugus on tunduvalt väiksem valemi (4) põhjal arvutatust. Nii näiteks suurtükimürsk, mille algkiirus $v_0 = 550 \frac{m}{s}$ ja kaldenurk $\alpha = 20°$, lendaks tühjuses 19,5 km kaugusele, tegelikult aga on 82-kilogrammise mürsu lennukaugus neil tingimusil ainult 8,1 km.

Et $\sin 2 (90° - \alpha) = \sin (180° - 2\alpha) = \sin 2\alpha$, siis valemi (4) põhjal saame sama lennukauguse $x_{maks.}$, kui kaldenurk on kas α või $90° - \alpha$ (joon. 26). Seda asjaolu kasutatakse kahurväes, kus vajaduse järgi võib tulistada kas kõrgelt (üle mägede) või madalalt (merel).



Joon. 26. Seos kaldenurkade vahel sama lennukauguse puhul.

Maksimaalse lennukõrguse $y_{maks.}$ saamiseks asetame valemis (3) x asemele $\frac{1}{2} x_{maks.}$, sest maksimaalset kõrgust omab keha poolel lennukaugusel. Pärast lihtsustamist saame

$$y_{maks.} = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha. \qquad (5)$$

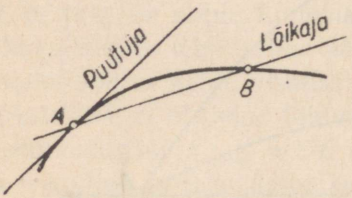
Valemist (5) nähtub, et maksimaalse lennukõrguse saavutab visatud keha siis, kui $\alpha = 90°$. Siis $y_{maks.} = \frac{v_0^2}{2g}$. Samuti nähtub sellest valemist, et visatud keha tõuseb nii kõrgele, kui kõrgele tõuseks vertikaalselt üles visatud keha algkiirusega, mis võrdub algkiiruse v_0 vertikaalkomponendiga, sest $v_0^2 \sin^2 \alpha = (v_0 \sin \alpha)^2$, kus $v_0 \sin \alpha$ on algkiiruse vertikaalkomponendiks.

Kõverliikumine

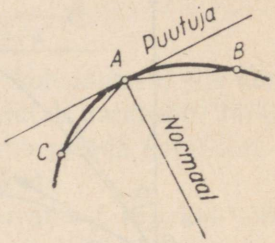
40. Kõvera puutuja, normaal ja kõverusraadius. Tutvume mõnede geomeetriliste mõistetega, mida läheb vaja kõverliikumise kirjeldamisel.

Tõmbame kõverale läbi lähestikku asetsevate punktide A ja B lõikaja (joon. 27). Kui lähendame mööda kõverat punkti B punktile A, siis muudab lõikaja järjest oma asendit. Piirasendis, kui punkt B piiramatult läheneb punktile A, nimetatakse lõikajat kõvera puutujaks punktis A. Seega on kõvera puutuja antud punktis seda punkti läbiva lõikaja piirasend, kui teine lõikepunkt (B) mööda kõverat piiramatult läheneb antud punktile (A).

Võtame kõveral kahel pool antud punkti A kõõlud AB ja AC (joon. 28). Paneme läbi kõõlude AB ja AC tasandi. See on alati võimalik, sest need kõõlud lähtuvad samast punktist. Kui punkte



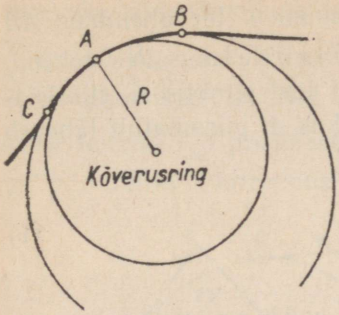
Joon. 27. Kõvera puutuja.



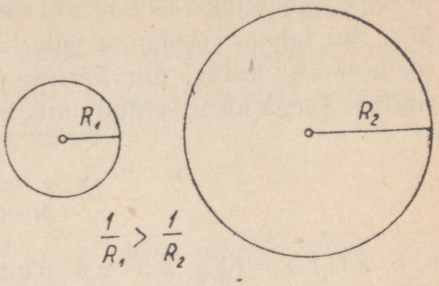
Joon. 28. Kõvera normaal.

B ja C järjest lähendame punktile A, siis lühenevad vastavad kõõlud ja ühes sellega muudab oma asendit kõõlusid läbiv tasand. Piirasendis, kui punktid B ja C piiramatult lähenevad punktile A, nimetatakse seda tasandit kõvera kooldumistasandiks punktis A. Kõverale punktis A tõmmatud puutuja asetseb samuti kooldumistasandis. Puutujale kooldumistasandis ning puutepunktis tõmmatud ristjoont nimetatakse kõvera peanormaaliks selles punktis, kõiki teisi puutujale puutepunktis tõmmatud ristjooni aga lihtsalt normaalideks.

Geomeetriast teame, et läbi kolme punkti, kui need ei asetse samal sirgel, saab joonestada ringjoone. Võtame kõveral punkti A ja temast kahel pool punktid B ja C (joon. 29). Joonestame läbi nende kolme punkti ringjoone. Punkte B ja C punktile A lähendades saame järjest uued ringjooned, mis piirasendis, kui punktid B ja C piiramatult lähenevad punktile A, muutuvad nn. kõverusringiks. Kõverusringi kaareelement kohas A ühtib hoopis paremini kui puutuja antud kõvera kaareelemendiga samas kohas.



Joon. 29. Kõverusring ja kõverusraadius.

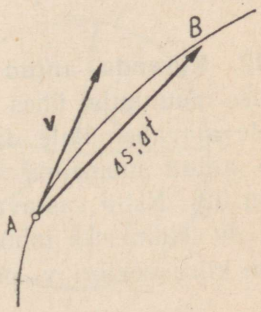


Joon. 30. Raadiuse suurenemisel ringjoone kõverus väheneb.

Kõverusringi raadiust R nimetatakse kõverusraadiuseks kõvera vaadeldavas punktis. Et kõvera eri punktide kõverusringid võivad olla erinevad, siis loomulikult võivad erineda ka kõvera eri punktide kõverusraadiused.

Kõverusraadius iseloomustab kõverat antud punktis. Ringjoone kõverusraadiuseks on tema raadius. Mida suurem on kõverusraadius, seda väiksem on joone kõverus selles punktis ja ümberpöördult. Seega on joone kõverus pöördvõrdeline kõverusraadiusega (joon. 30). Sirget võime vaadelda kui ringjoont, mille kõverusraadius on lõpmata suur.

41. Kiirus antud punktis. Liikumist kõverjoonelise tee antud punktis iseloomustab samuti kui sirgliikumist kiirus ja kiirendus selles punktis. Olgu ainepunkt antud momendil punktis A (joon. 31). Väikese ajavahemiku Δt jooksul liigub ainepunkt edasi AB võrra ja jõuab punkti B. Seda üleminekut punktist A punkti B võime teostada ka nihkevektori $\overrightarrow{AB}$ ehk Δs kaudu. Kui ajavahemik Δt järjest väheneb, siis lüheneb järjest ka nihkevektor $\overrightarrow{AB}$ ja tema pikkus läheneb piiramatult vastavale teepikkusele AB. Seejuures nihkevektori $\overrightarrow{AB}$ suund läheneb tee kõvera puutuja suunale punktis A.



Joon. 31. Kiirus antud punktis.

Vektoriline suhe $\frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta t}$ iseloomustab liikumist teevahemikus AB ja teda nimetatakse keskmiseks kiiruseks selles vahemikus. Kui tahame iseloomustada liikumist just punktis A, siis leiame keskmise kiiruse piirväärtuse juhul, kus Δt piiramatult läheneb nullile. Seega kiirus antud punktis

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta t}, \tag{1}$$

s. o. kiirus tee antud punktis või antud momendil on nihkevektori ($\Delta \mathbf{s}$) ja sellele vastava aja muutuse (Δt) suhte piir, kui aja muutus piiramatult läheneb nullile. Et siin kiirus on määratud vektorilise suhte kaudu, siis loomulikult on kiirus ise ka vektor.

Juhul aga, kui meil on tegemist ainult kiiruse suurusega, siis kasutame selle arvutamiseks valemit

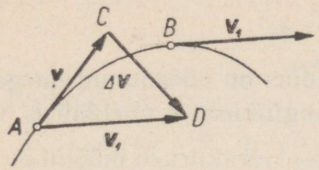
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}, \tag{2}$$

kus Δs, järelikult ka v, esineb skaalarina. Valemist (2) saame kiiruse suuruse, tema skalaarse väärtuse, kuna kiiruse kui vektori suund ühtib tee kõvera puutuja suunaga antud punktis. Puutuja suund aga loetakse ühtivaks liikumise suunaga antud punktis. Sirgliikumise puhul ühtib kiiruse suund liikumissuunaga.

Olgu näiteks $s = 2 + 3t$. Siis $\Delta s = 2 + 3(t + \Delta t) - s = 2 + 3t + 3\Delta t - 2 - 3t = 3\Delta t$ ja $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3\Delta t}{\Delta t} = 3$. Kui aeg oli mõõdetud sekundites ja tee pikkus sentimeetrites (cgs-süsteem), siis sel juhul $v = 3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

42. Kiirendus antud punktis. Kiirendus iseloomustab liikumise kiiruse muutumist ühes ajaühikus. Selle määramiseks leiame väikesele ajavahemikule Δt vastava kiirusemuutuse $\Delta \mathbf{v}$. Olgu liikuv keha antud momendil punktis A ja t sekundi pärast punktis B (joon. 32). Neile vastavad kiirusvektorid on $\mathbf{v}$ ja $\mathbf{v}_1$. Kiiruse muutuse $\Delta \mathbf{v}$ leidmiseks lahutame vektorist $\mathbf{v}_1$ vektori $\mathbf{v}$. Selleks kanname kiirusvektori $\mathbf{v}_1$ punkti A ja ühendame vektori $\mathbf{v}$ lõpu (C) vektori $\mathbf{v}_1$ lõpuga (D). Sel viisil saadud vektor $\overrightarrow{CD}$ ehk $\Delta \mathbf{v}$ ongi

otsitavaks ajavahemikule Δt vastavaks kiiruse muutuseks. Suhe $\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$ annab keskmise kiirusemuutuse (kiirenduse) ajavahemikus Δt või teevahemikus AB. Kui tahame teada kiirendust punktis A, siis peame leidma $\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$ piirväärtuse juhul, kui Δt piiramatult läheneb nullile. Järelikult kiirendus antud punktis



$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t},$$

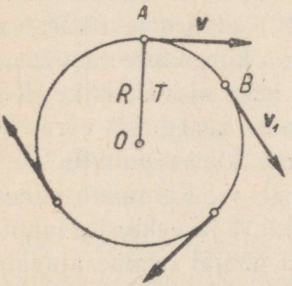
Joon. 32. Kiirendus antud punktis.

s. o. kiirendus tee antud punktis või antud momendil on kiiruse muutuse ja sellele vastava aja muutuse suhte piir juhul, kui aja muutus Δt piiramatult läheneb nullile. Et kiirus on vektor, siis on vektorid ka kiiruse muutus $\Delta \mathbf{v}$ ning suhe $\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$ kui vektori jagatis skaalariga. Järelikult kiirendus on samuti vektor, mis on suunatud vastavalt $\Delta \mathbf{v}$ piirasendile.

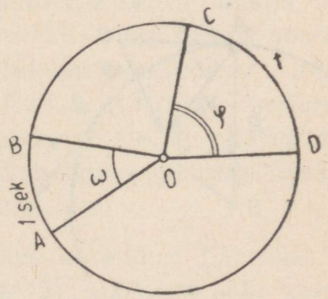
43. Ühtlane ringliikumine. Ühtlane ringliikumine (joon. 33) on selline liikumine, kus keha mööda ringjoont liikudes mistahes võrdsetes ajavahemikes läbib võrdsed kaared. See liikumine on täiesti määratud, kui on antud ringi raadius R ja ühe täistiiru vältus ehk periood T. Neist andmeist saame kiiruse suuruse

$$v = \frac{2\pi R}{T}. \qquad (1)$$

Sageli on otstarbekohane iseloomustada ühtlast ringliikumist



Joon. 33. Ühtlane ringliikumine.



Joon. 34. Nurkkiirus.

nn. nurkkiiruse ω abil. Selle all mõeldakse nurka, mille võrra raadius pöördub ühes sekundis (joon. 34). Et raadius ühe perioodi (T sek) jooksul pöördub ühe täispöörde ehk 2π radiaani võrra, siis ühe sekundi jooksul pöördub ta $\frac{2\pi}{T}$ radiaani võrra. Järelikult ühtlase ringliikumise nurkkiirus

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \qquad (2)$$

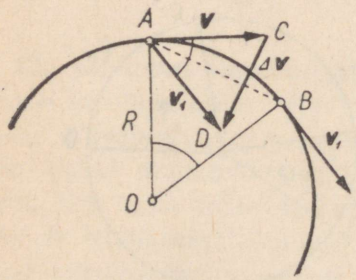
Üldjuhul, kui t sek jooksul raadius on pöördunud nurga φ radiaani võrra, väljendub ühtlase ringliikumise nurkkiirus valemiga $\omega = \frac{\varphi}{t}$. Sellest valemist tuletub ka nurkkiiruse mõõtühik: kui $\varphi =$ $= 1$ radiaan ja $t = 1$ sek, siis $\omega = 1 \frac{\text{rd}}{\text{sek}}$. Et nurk radiaanides kui kaare pikkuse ja vastava raadiuse pikkuse suhe on nimeta arv, siis põhiühikute abil väljendatuna on nurkkiiruse mõõtühiku tähiseks $\frac{1}{\text{sek}}$.

Seose joon- ja nurkkiiruse vahel saame valemitest (1) ja (2). Tõepoolest, $\frac{2\pi}{T} = \omega$. Paigutades selle valemisse (1), saame:

$$v = \omega R, \qquad (3)$$

s. o. ühtlase ringliikumise kiiruse suurus võrdub nurkkiiruse ja raadiuse korrutisega. Nurkkiirusega kui vektoriga tutvume hiljem (vt. § 91).

Nagu definitsioonist ja valemist (1) näha, on ühtlase ringliikumise kiiruse suurus konstantne. Kiiruse suund aga muutub järjest, sest ringjoone puutujad on igas punktis isesuunalised. Järelikult ühtlane ringliikumine omab kiirendust.



Joon. 35. Ühtlase ringliikumise kiirendus.

Kiirenduse ülddefinitsiooni põhjal (§ 42) määrame ühtlase ringliikumise kiirenduse (joon. 35). Liikugu keha ajavahemiku Δt jooksul edasi kaare AB võrra ning olgu tema kiirus punktis A $\mathbf{v}$ ja punktis B $\mathbf{v}_1$. Kanname kiiruse $\mathbf{v}_1$ üle punkti A ja vektorite lahutamise reegli põhjal leiame ajavahemikule Δt vastava kiiruse muutuse $\Delta\mathbf{v}$.

Kiiruse muutuse $\Delta \mathbf{v}$ suuruse määramiseks kasutame kolmnurki ACD ja OAB, mis on sarnased, sest nad on võrdhaarsed ($AC = AD$ ja $OA = OB$) ning võrdsete tippnurkadega ($\angle A = \angle O$ kui vastastikku risti olevate haaradega nurgad). Selle põhjal

$$\frac{\Delta v}{AB} = \frac{AC}{OA},$$

millest

$$\Delta v = \frac{AB \cdot AC}{OA} = \frac{AB \cdot v}{R}.$$

Kiirendus $a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{AB \cdot v}{\Delta t \cdot R} = \frac{v}{R} \cdot \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{AB}{\Delta t}$.

Et ajavahemiku Δt piiramatul vähenemisel kõõl AB läheneb kaarele AB, siis $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{AB}{\Delta t} = v$ ja

$$a = \frac{v^2}{R}. \tag{4}$$

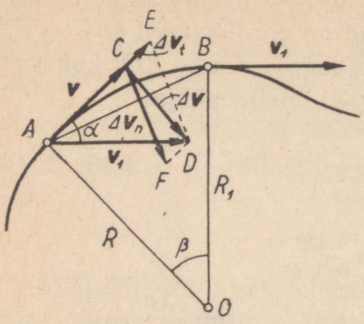
Asendades valemis (4) kiiruse suuruse v tema väärtusega valemeist (1) ja (3), saame ühtlase ringliikumise kiirenduse suuruse jaoks valemid kujul:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \omega^2 R. \tag{5}$$

Valemid (5) määravad ühtlase ringliikumise kiirenduse suuruse. Neist nähtub, et kiirenduse suurus a on määratud suurustega v, R, T ja ω.

Kiirenduse **a** suuna määramiseks tuleb leida $\Delta \mathbf{v}$ suund piirväärtuses, kui $\Delta t \to 0$. Joonisest 35 nähtub, et $\Delta \mathbf{v}$ on võrdhaarse kolmnurga ACD aluseks. Kui $\Delta t \to 0$, siis $\angle A$ samuti $\to 0$, järelikult $\angle C \to 90°$. Tähendab, piirväärtuses $\Delta \mathbf{v}$ on risti kiirusega antud punktis ning järelikult ka ringi puutujaga selles punktis, s. t. on suunatud piki raadiust (mööda normaali) ringi tsentri poole. Seepärast nimetataksegi ühtlase ringliikumise kiirendust t s e n t r i p e t a a l s e k s k i i r e n d u s e k s (lad. k. *centrum* — keskpunkt ja *petere* — püüdma). Mõnikord kannab see ka k e s k t õ m b e k i i r e n d u s e nimetust, sest tema põhjustajaks on ringi keskpunkti suunatud kesktõmbe- ehk tsentripetaaltung.

44. Tangentsiaalne ja normaalne kiirendus. Lähtudes kõverliikumise kiirenduse üldvalemist (§ 42), määrame selle kiirenduse komponendid kahes teineteisega risti võetud sihis, nimelt p u u-



Joon. 36. Tangentsiaalne ja normaalne kiirendus.

tuja ja normaali sihis. Neid komponente nimetatakse vastavalt tangentsiaalseks ja normaalseks, ringliikumise puhul aga viimast neist ka radiaalseks kiirenduseks.

Olgu ajamomendil t keha punktis A (joon. 36) ja väikese ajavahemiku Δt pärast punktis B. Vastavad kiirused on kujutatud vektoritega $\mathbf{v}$ ja $\mathbf{v}_1$: Punkt O on puutujaile punktides A ja B tõmmatud ristjoonte lõikepunktiks ning vastab kõverusringi tsentrile, kui punktid A ja B on teineteisele küllalt lähedal. Vektorite lahutamise reegli põhjal leiame ajavahemikule Δt vastava kiiruse muutuse $\Delta\mathbf{v}$. Nüüd lahutame kiiruse muutuse $\Delta\mathbf{v}$ kui vektori kaheks komponendiks nõnda, et üks neist komponentidest, nimelt $\Delta\mathbf{v}_t$, oleks suunatud samuti kui vektor $\mathbf{v}$ mööda puutujat ja tema moodul võrduks vektorite $\mathbf{v}_1$ ja $\mathbf{v}$ moodulite vahega. Järelikult $\Delta v_t = CE = v_1 - v = \Delta v$. Teise komponendi $\Delta\mathbf{v}_n = \overrightarrow{CF}$ suurus ja suund tulenevad vektori $\Delta\mathbf{v}$ lahutamisel saadud rööpkülikust $(CEDF)$.

Tangentsiaalne kiirendus määrab kiiruse suuruse muutuse ja on suunatud mööda puutujat. Kiirenduse definitsioonist järeldub, et

$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Normaalse kiirenduse suuruse saamiseks toimime analoogiliselt tsentripetaalkiirenduse määramisega. Rööpkülikust $CEDF$ $\Delta v_n = CF = ED$. Edasi ühendame punktid A ja B kõõluga AB. Siis $\triangle AED \sim \triangle OAB$ kui võrdhaarsed kolmnurgad, millede tippnurgad α ja β on võrdsed (haarad vastastikku risti). Järelikult

$$\frac{ED}{AB} = \frac{AE}{OA} \text{ ehk } \frac{\Delta v_n}{AB} = \frac{v_1}{R}\ ;\ \text{siit } \Delta v_n = \frac{AB \cdot v_1}{R}$$

ja

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{AB \cdot v_1}{\Delta t \cdot R} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{AB}{\Delta t} \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_1}{R}.$$

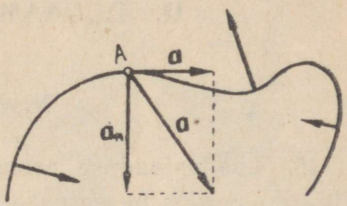
Et kõõlu AB ja temale vastava aja Δt suhte piiriks on kiirus v ja

kiiruse v_1 piirväärtuseks, kui $\Delta t \to 0$, samuti kiirus v, siis saame normaalse kiirenduse suuruse jaoks avaldise

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

kus v on kiiruse suurus antud punktis ja R tee kõverusraadius samas punktis. Nagu näeme, on saadud valem identne (samane) tsentripetaalkiirenduse valemiga ühtlasel ringliikumisel (vt. § 43).

Teades kõverliikumise kiirenduse tangentsiaalse (a_t) ja normaalse (a_n) komponendi suurust, võime nende põhjal (joon. 37) arvutada kogukiirenduse a suuruse järgmiselt:



Joon. 37. Normaalse kiirenduse suunad kõverliikumisel.

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2, \quad \text{millest} \quad a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}.$$

Et kiirendus a_t on suunatud mööda puutujat, siis kiirenduse normaalkomponent ei muuda kiiruse suurust, vaid ainult tema suunda ja on alati suunatud antud teepunkti kõverusringi tsentri poole.

Kasutades funktsiooni tuletise mõistet, võime kiiruse suurust defineerida kui tee esimest tuletist aja suhtes, s. o. $v = \frac{ds}{dt} = f'(t)$. Teine tuletis aja suhtes määrab tangentsiaalse kiirenduse suuruse, s. o.

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = f''(t),$$

kuna normaalkiirenduse suuruse saame tsentripetaalkiirenduse valemite abil.

TRÜ TARTU ÜLIKOOLI

II. DÜNAAMIKA PÕHISEADUSED

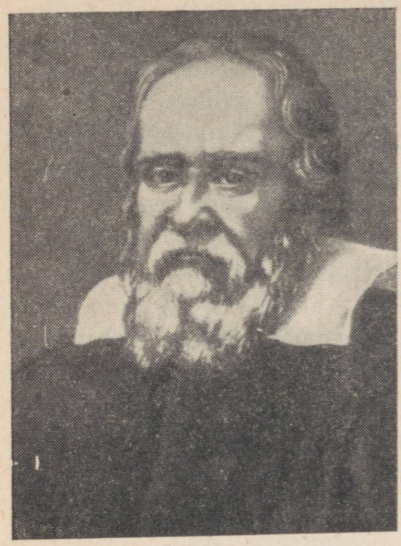
Newtoni seadused

45. Loodusteaduse arengukäigust enne Newtonit. Vanaaja ühiskonnas, mis baseerus orjapidamisel, tegid füüsilist tööd ainult orjad. Seepärast kandis ka vana-kreeka teadus peamiselt spekulatiivset ehk mõtisklevat iseloomu, sest katsetamist kui füüsilise tööga seotud ja ainult orjadele kohast tegevust rakendati loodusnähtuste uurimiseks suhteliselt vähe. Lähtuti ainult üldistest spekulatsioonidest. Nii näiteks arvati Maa olevat kerakujuline sellepärast, et kera on kõige täiuslikum kehade vorm; taevakehad liiguvad ringjoonelisi teid mööda sellepärast, et ringjoon on kõige täiuslikum, kõige ideaalsem kõverjoon, jne. Vanaaja suurim filosoof Aristoteles (384—322 e. m. a.) käsitleb oma *Füüsikas* loodusnähtusi just seda laadi üldistest seisukohtadest lähtudes.

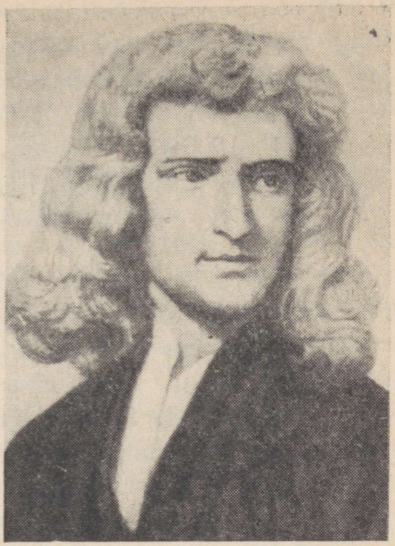
Keskaegsele feodaalsele ühiskonnale oli iseloomulik iseseisva mõtlemise puudumine. Toetuti autoriteetidele, kelleks loodusteaduse alal olid Aristoteles ja Ptolemaios, viimane taevakehade liikumisse puutuvates küsimustes. Keskaja kiriku võim soodustas seda olukorda, sest kiriku seisukohalt oli teadus vaid teoloogia abiline ja seetõttu sallitav ning soodustatav ainult sedavõrd, kuivõrd ta oli tarvilik kirikule.

Alles uusaja algul, kui iseseisva klassina kujuneş välja kodanlus, pääses mõjule ka iseseisev mõtlemine. Ei lepitud enam Aristotelese autoriteediga, vaid taheti ise kogemuste najal veenduda nähtuste tõelisuses. Võeti tarvitusele katse, mille abil vabaneti Aristotelese ekslikest seisukohtadest, näiteks vaba langemise küsimuses, ja asuti hoopis uuele teele loodusnähtuste tundmaõppimisel.

Suurimaks füüsika teerajajaks uusaja algul oli kuulus Galileo Galilei (1564—1642), itaalia füüsik ja astronoom, uue loodusteadusliku maailmavaate eest võitleja. Tema järgi viib ainult looduse konkreetne tundmaõppimine loodusseaduste tunnetamisele ja kogemus on meie teadmiste ainukeseks allikaks.



Joon. 38. Galileo Galilei.



Joon. 39. Isaac Newton.

Isaac Newtoni (1643—1727) suureks teeneks oli seniste teadmiste kokkuvõtmine ühtseks süsteemiks. Newtoni peateos *Philosophiae naturalis principia mathematica* («Loodusfilosoofia matemaatilised printsiibid» ehk meie aja terminoloogia seisukohalt «Loodusteaduse matemaatilised alused») ilmus trükist a. 1687. See teos sisaldabki nn. klassikalise mehaanika põhiseadused, millega järgnevalt tutvume.

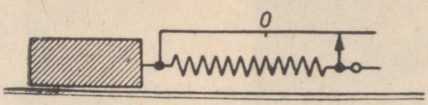
46. Tung ja selle mõõtmisviise. Nii meie igapäevases elus esinevates kui ka looduslikes protsessides toimub alatasa ühtede kehade mõjustamine teiste kehade poolt: vee kandmisel veepang venitab kätt, traktor tõmbab atra, tuul tõukab puude latvu jne. Kahe keha vastastikuse mõju määra iseloomustame tungi[1] mõiste abil.

Esialgse kujutluse tungist kui teatavast tõmbest või tõukest saame töötamisel oma lihaseid pingutades, kuid sel teel saadud kujutlus on subjektiivne ja ebamäärane ega anna kindlat alust tungi täpseks mõõtmiseks.

Hoopis täpsem on tungi suuruse väljendamine raskustungi ühikutes. Katse näitab, et võrdse suurusega ainehulgad, näiteks

[1] Samas tähenduses kasutatakse ka terminit «jõud». Vt. § 84.

1 dm^3 vett ja 1 dm^3 vett, tungivad võrdselt Maa poole. Siit saame tungi mõõtmiseks ühikud (raskusühikud), milledega võrdlemise teel saame mõõta mistahes teisi tunge.



Joon. 40. Dünamomeetri skeem.

Hea praktilise vahendi tungi suuruse mõõtmiseks annab meile elastne vedru nn. vedrukaalu ehk dünamomeetri näol. Kui tahame näiteks hinnata tõmbe tugevust koorma vedamisel, siis rakendame tõmbetungi dünamomeetri kaudu (joon. 40). Dünamomeetri skaalalt, mis on kaliibritud näiteks raskustungi ühikutes, loemegi rakendatava tungi suuruse. Seda tungi mõõtmise viisi nimetatakse staatiliseks tungi mõõtmise viisiks.

Füüsikas kasutatavaks põhiliseks tungi mõõtmise viisiks aga on Newtoni poolt esitatud mõõtmismeetod keha liikumisoleku muutuse, nimelt kiiruse muutuse ehk kiirenduse põhjal, mis vabale kehale mõjuv tung sellele kehale annab. Järgnevas käsitluses tutvumegi lähemalt selle nn. dünaamilise tungi mõõtmise viisiga.

47. Newtoni I seadus. Newton ehitas oma mehaanika üles kolmele lausele ehk printsiibile, mis kannavad nüüd Newtoni kolme seaduse nime. Newtoni I seadust, mida nimetatakse ka inertsiseaduseks, sõnastatakse järgmiselt:

Iga keha püsib kas paigal või ühtlases sirgliikumises seni, kuni temasse mõjuvad tungid seda olekut ei muuda.

Inertsus (lad. k. *inertia* — tegevusetus, laiskus) on aine, üldse mateeria põhiline ning lahutamatu omadus, mis seisneb vastupanus liikumisoleku (kiiruse) muutumisele. Inertsiseaduse järgi keha iseendast, ilma välise põhjuseta oma liikumisolekut ei muuda: on ta paigal, jääb ta ka edasi paigale; on ta ühtlases sirgliikumises, liigub ta samal viisil edasi.

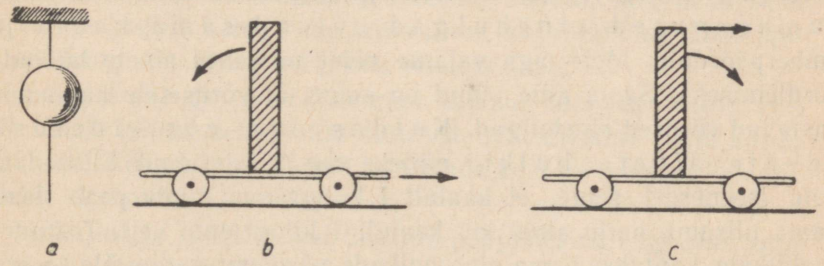
Keha paigal- või sirgliikumisoleku säilimist võime tähele panna nii igapäevases elus kui ka vastavatel katsetel. Nii näiteks puu raputamisel rebeneb õun oksa küljest; rongi või omnibussi järsul liikumahakkamisel kalduvad reisijad tahapoole, seismajäämisel

ettepoole; vabajooksuga jalgrattal mööda rõhtsat siledat teed sõites pole vajadust kiiruse säilitamiseks kogu aeg sõtkuda; kiirel jooksul nõuab liikumissuuna muutmine tublit pingutust jne.

Et praktikas esinevad kehad pole täiesti vabad, s. o. sellised, millede liikumisolekut ei mõjusta ükski teine keha, siis ei saa me nii-öelda puhtal kujul demonstreerida kehade omadust säilitada ühtlast sirgliikumist, nagu see järeldub Newtoni I seadusest. Kogemustest teame aga, et mida rohkem suudame kõrvaldada takistusi, seda ühtlasemaks muutub liikumine. Nii jääb liivasel rõhtsal teel liikuma tõugatud kivi varsti seisma, libedal jääl aga liigub ta õige kaugele. Newtoni suureks teeneks on, et ta suutis praktika nähtustest abstraheerida kehade üldise omaduse.

Keha liikumisoleku muutumine ei toimu iseenesest, vaid seda põhjustab alati mõni teine keha, mis antud keha ühel või teisel viisil mõjustab. Seda kehade vastastikust mõju liikumisoleku muutumisel iseloomustabki tung. Kui tahame saavutada keha ühtlast sirgliikumist, siis peame rakendama sellele kehale tungid, mis tasakaalustavad kõiki liikumise takistusi. Kui näiteks raudteerongi liikumisel veduri tõmme just võrdub kõigi rongi liikumistakistuste (hõõrdumise, keskkonnatakistuse) kogusummaga, siis liigub rong ühtlaselt kiirusega, mis tal oli liikumistakistuste tasakaalustumise momendil.

Eelmine mõttekäik kehtib ka paigaloleku kohta, sest paigalole-



Joon. 41. Katseid inertsi illustreerimiseks: a) järsul tõmbel katkeb niit altpoolt, aeglasel tõmbel ülaltpoolt kera; b) vankri järsul liikumahakkamisel kukub klopp tahapoole, c) liikuva vankri seismajäämisel ettepoole.

kut võib vaadelda kui liikumist, mille kiirus on null. Tuleb aga kindlasti meeles pidada, et kehad säilitavad iseendast, ilma väliste tungide mõjuta, ainult eelmainitud kahte liikumisolekut: paigalolekut ja ühtlast sirgliikumist. Keha ühtlane ringliikumine

näiteks ei toimu enam ilma väliste tungide mõjuta, samuti pendli võnkumine.

48. Ainehulk, kaal ja mass. Kõik füüsikalised kehad koosnevad *ainest*, mis on üheks mateeria esinemise vormiks. Kui kehad koosnevad samast ainest, siis on neid võrdlemisi lihtne võrrelda neis sisalduva ainehulga poolest. Me ei kahtle näiteks, et samadel tingimustel 2 liitrit vett sisaldab «vee ainet» 2 korda rohkem kui 1 liiter vett jne. Niisugune *ainehulkade võrdlemine ruumalade kaudu* on rakendatav ühtlase (homogeense) koostisega samast ainest kehade puhul.

Juhul aga, kui kehad koosnevad erinevatest ainetest, näiteks veest ja rauast, ei ole eelmine võte nende kehade ainehulkade võrdlemiseks (ruumalade kaudu) rakendatav. Sel juhul peame otsima aine uusi üldomadusi, uusi tunnuseid, millede alusel saame kehasid võrrelda ainehulga poolest.

Sellisteks aine üldomadusteks on *vastastikune tõmbumine* (*gravitatsioon*), mis väljendub kehade raskuses, ja *inerts*.

Katsed näitavad, et kui tasakaalustame kaalul kinnises anumas teatud hulga vett, siis tasakaal ei muutu, kui see vesi näiteks jääks külmub või auruks muutub. Siin eeldame, et aine hulk ei muutu, kuigi muutub selle aine olek (vesi, jää, aur). Samuti ei muutu tasakaal, kui asendame näiteks ühe liitri vett teise niisama suure veehulgaga (1 liitriga). Neist katsetest järeldame, et sama aine puhul *samasugused ainehulgad evivad sama kaalu* ja ümberpöördult. Meie aga vajame võtet mistahes ainete hulkade võrdlemiseks. Sama aine puhul on selge, et võrdsetele kaaludele vastavad võrdsed ainehulgad. *Kuidas aga võrrelda erinevate ainete hulki*, näiteks vee ja raua omi? Siin enam pole iseenesest selge, et kaalult 1 kilogramm rauda peab sisaldama niisama palju ainet kui kaalult 1 kilogramm vett. Toetudes praktikale, kantakse sama aine hulkade võrdlemise alus üle ka erinevatele ainetele ja lähtutakse seisukohast, et *samakaalulised kehad sisaldavad võrdse hulga ainet*.

Teise aluse kehade ainehulkade võrdlemiseks annab aine inerts. Kui näiteks *samale vabale kehale* (joon. 42) mõjub üks-



Joon. 42. Tungi ja kiirenduse suhe on konstantne.

haaval rida tunge f_1, f_2, ..., f_n ja nendest tungidest tingitud kiirendused on a_1, a_2, ..., a_n, siis katsetulemused näitavad, et

$$\frac{f_1}{a_1} = \frac{f_2}{a_2} = \ldots = \frac{f_n}{a_n} = \frac{f}{a} = \text{const.}$$

Siit nähtub, et kehasse mõjuva tungi ja tema poolt kehale antava kiirenduse suhe on antud keha iseloomustav suurus, mida nimetatakse selle keha massiks ja tähistatakse tähega *m* (lad. k. *massa* — hulk, mass). Et me tungi ja kiirendust oskame mõõta, siis on mõõdetav ka keha mass.

Et inerts on kogu aine üldine omadus, siis on ka mass kui inertsuse mõõt üldiseks aluseks mistahes kehade ainehulkade mõõtmisel.

49. Mass ja raskus. Massi ja raskuse mõiste kasutamisel tuleb alati silmas pidada, et need on kaks põhiliselt erinevat suurust: mass mõõdab keha inertsuse määra, mis väljendub keha vastupanus liikumisoleku muutumisele, raskus (kaal) aga mõõdab selle keha tungi Maa poole. Mass on skalaarne, raskus vektoriline suurus. Vedrukaalude abil kaaludes võiksime tähele panna, kuidas maapinnast kõrgemale tõusva keha kaal järjest väheneb, sest iga keha tung Maa poole on pöördvõrdeline tema kauguse ruuduga Maa tsentrist. Niiviisi Maast õige kaugele maailmaruumi minnes jõuaksime kohani, kus keha kaal Maa suhtes hoopis kaob, kuna tema mass kui inertsuse mõõt igasuguses kauguses Maast endisena püsima jääb.

Kangkaalude abil eelmisi katseid korrates poleks võimalik tähele panna keha kaalu muutust, sest niisama palju kordi, kui väheneb keha kaal, väheneb ka vihtide kaal ja seetõttu kaalude tasakaal ei muutu.

Maa kujust ja pöörlemisest tingitud põhjustel on 1 kg aine tung Maa poole ekvaatoril 0,5% (5 grammi) võrra väiksem kui poolusel, samuti 1 km võrra maapinnast kõrgemale tõusmisel väheneb tung Maa poole ümmarguselt 0,03% võrra. Võrdluseks olgu tähendatud, et Kuu pinnal on raskustung 6 korda väiksem ja Päikese pinnal 28 korda suurem kui Maa pinnal.

Et nii raskus- kui ka massiühiku etalooniks on sama konkreetne keha — rahvusvaheline kilogramm, siis väljenduvad keha raskus ja mass sama arvuga, mis aga kuidagi ei õigusta nende mõistete samastamist (vt. § 12).

50. Newtoni II seadus. Newtoni II seadus annab seose vaba keha liikumishulga muutuse ja sellesse kehasse mõjuva tungi vahel. Mehaanikas mõeldakse keha liikumishulga $(\vec{mv})$ all selle keha massi ja kiiruse korrutist. Et kiirus on vektor ja mass skaalar, vektori korrutis skaalariga aga on vektor, siis loomulikult on ka liikumishulk vektor, mille suund ühtib kiiruse suunaga. Liikumishulga definitsioonist järeldub, et tema suurus on võrdeline massiga ja kiiruse suurusega: mida suurem on liikuva keha mass või kiirus, seda suurem on ka selle keha liikumishulk.

See mehaanikas kasutatav liikumishulga mõiste on täielikus kooskõlas tavalise arusaamisega liikumishulgast. Kui näiteks rongkäigus on rohkesti inimesi ja nad liiguvad hoogsalt, siis on selle rongkäigu liikumishulk suur; väikesearvulise, aeglaselt liikuva inimesterühma liikumishulk seevastu on väike. Samalaadne võrdlus kehtib ka kiiresti liikuva koormatud omnibussi ning aeglaselt liikuva hobuveoki kohta jne.

Liikumishulga kui füüsikalise suuruse mõõtühik kujundatakse vastavatest massi ja kiiruse mõõtühikutest. Kui näiteks keha, mille mass on 10 g, liigub kiirusega 800 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, siis on tema liikumishulk 8000 $\frac{\text{g} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ ehk $8 \cdot 10^5 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}}$.

Kasutades liikumishulga mõistet, võime Newtoni II seaduse sõnastada järgmiselt:

Liikumishulga muutus on võrdeline mõjuva tungiga ja toimub suunas, milles see tung mõjub.

Sama keha puhul oleneb tungi mõju kehasse muidugi ka ajast, mille jooksul see tung mõjub. Seepärast peame liikumishulga muutuse võrreldavuse otstarbel taandama alati samale ajavahemikule, harilikult 1 sekundile. Siis võime Newtoni II seaduse matemaatiliselt väljendada järgmiselt:

$$\frac{\Delta(\vec{mv})}{\Delta t} = \vec{kf}, \qquad (1)$$

kus k on võrdeteguriks, mis oleneb ühikute valikust. Et massi, aja ja kiiruse ühikud on juba fikseeritud, siis võime tungi mõõtühiku valida nõnda, et valem (1) oleks õige võrdeteguriga $k = 1$. Sel juhul valem (1) omandab lihtsama kuju, nimelt:

$$\frac{\Delta(\vec{mv})}{\Delta t} = \vec{f}. \qquad (2)$$

Kui keha mass m lugeda konstantseks, siis

$$\frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}$$ ja valemist (2) saame:

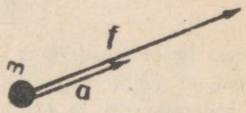
$$\vec{f} = m\vec{a}, \tag{3}$$

nagu see praktikas sageli esineb. Viimase valemi võime sõnastada järgmiselt: tungivektor võrdub kiirendusvektori ja massi korrutisega. Arvestades ainult tungi ja kiirenduse suurust, võime valemi (3) kirjutada kujul:

$$f = ma, \tag{4}$$

s. o. tungi suurus võrdub massi ja kiirenduse suuruse korrutisega.

Sidudes kolm erinevat suurust (tungi, massi ja kiirenduse) ühise valemiga, annab Newtoni II seadus valemite (2)—(4) näol võimaluse määrata üht neist suurustest, kui kaks teist on teada. Seetõttu leiab Newtoni II seadus väga laialdast rakendamist nii loodusnähtuste seletamisel kui ka tehnikas.



Joon. 43. Tungi- ja kiirendusvektor.

Eespool vaatlesime ainult ühe tungi mõju kehasse. Newtoni II seadus on kehtiv ka siis, kui samasse kehasse mõjub mitu tungi, sest iga ainepunktisse mõjuv tung annab sellele ainepunktile kiirenduse, mis ei olene sellest, kas samasse ainepunktisse mõjuvad veel mõned teised tungid või mitte. Liites kõik üksikud komponentkiirendused, saame resultantkiirenduse, mille korrutis massiga moodustabki kehasse mõjuva resultanttungi. Sama resultanttungi saame ka juhul, kui liidame kõik kehasse mõjuvad komponenttungid.

Kuigi harilikult loeme keha massi konstantseks, ei ole see õige igas olukorras. Nagu relatiivsusteooriast teada, oleneb keha mass selle keha kiirusest. Kui tähistame keha massi paigalolekus m_0-ga, sama keha massi kiiruse v puhul m-ga ja valguse kiiruse c-ga, siis on need suurused seotud valemiga

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{5}$$

Valemist (5) nähtub, et keha mass on seda suurem, mida suurem on tema

kiirus. Kui kiirus v läheneb valguse kiirusele c, siis suhe $\frac{v^2}{c^2}$ läheneb ühele ja $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ läheneb nullile, seega keha mass m muutub lõpmata suureks, sest murru lugeja m_0 on konstantne, kuna nimetaja piiramatult väheneb.

Arvutame valemi (5) põhjal näiteks ühekilogrammise paigalolekumassiga keha massi liikumise puhul kiirusega $v = 1\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$ (kahurikuuli kiirus). Saame

$$m = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{(3\cdot 10^5)^2}}} = 1{,}000\,000\,000\,006 \text{ kg}.$$

Katoodkiirtes liiguvad elektronid kiirusega kuni $200\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Sel juhul on liikuva elektroni massi erinevus elektroni paigalolekumassist juba õige tunduv, nimelt

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{200\,000}{300\,000}\right)^2}} = 1{,}34\ m_0.$$

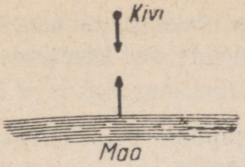
Meie igapäevases elus esinevate kiiruste puhul on massi muutused niivõrd väikesed, et võime lugeda keha massi praktiliselt konstantseks ning järelikult on ka valemite (3) ja (4) kasutamine õigustatud. Juhul aga, kui on tegemist muutuva massiga, tuleb rakendustes lähtuda valemist (2).

51. Newtoni III seadus. Oma kolmanda seaduse sõnastas Newton järgmiselt:

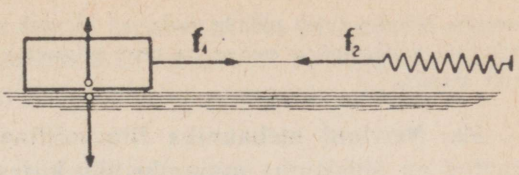
Igale mõjule (aktsioonile) on alati olemas vastassuunaline vastumõju (reaktsioon) ehk: kahe keha vastastikused mõjud on alati võrdsed ja vastupidi suunatud.

Newtoni III seadus väidab, et tungid esinevad looduses ainult paarikaupa. Kui mõnesse kehasse mõjub mingi tung, siis peab tingimata kuskil leiduma mõni teine keha, millesse mõjub esimesega suuruselt võrdne, kuid otse vastupidi suunatud tung. Kumba neist tungidest lugeda mõjuks ja kumba vastumõjuks, on täiesti ükskõik. Tuleb aga kindlasti silmas pidada, et mõju ja vastumõju ei ole kunagi rakendatud samasse kehasse, vaid erinevatesse kehadesse ning erinevates punktides. Seetõttu pole võimalik mõju ja vastumõju kui vektoreid üle kanda ühte punkti ning liita — neil puudub resultant, sest nad on rakendatud erinevatesse kehadesse.

Näiteks kivi raskus pole midagi muud kui Maa ja kivi vahel mõjuv gravitatsioonitung (joon. 44). Niisama tugevasti, kui Maa tõmbab kivi, tõmbab kivi ka Maad. Et Maa mass on kivi massiga võrreldes väga suur, siis on kivi tõmbetungi mõjul Maale antud kiirendus kivi poole praktiliselt null.



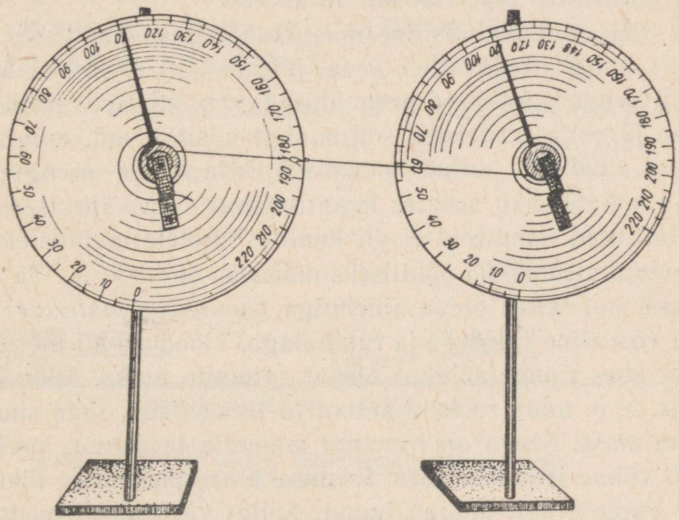
Joon. 44. Maa ja kivi mõju ning vastumõju.



Joon. 45. Mõju ja vastumõju liikumisel.

Koorma vedamisel on hobuse tõmme kui mõju rakendatud koormasse (f_1), koorma vastumõju (f_2) aga hobusesse, nagu see skemaatiliselt on kujutatud joonisel 45.

Ühendades kaks vedrukaalu nööriga (joon. 46), näeme, et nööri pingutamisel näitavad mõlemad vedrukaalud sama tõmmet, s. o. nööri mõlemas otsas on rakendatud võrdse suurusega tungid.



Joon. 46. Katse Newtoni III seaduse demonstreerimiseks.

Eeltoodud kolm Newtoni seadust kannavad mehaanika põhiseaduste nime. Nad moodustavad kindla aluse mehaaniliste liikumiste praktiliselt küllalt täpseks kvantitatiivseks kirjeldamiseks, sest neist tuletatud järeldused ja tehnilised rakendused on kooskõlas katsete ja vaatluste teel saadud tulemustega. Järelikult ei ole Newtoni mehaanika põhiseadused mitte paljad definitsioonid ja spekulatiivsed väited, vaid looduse reaalsust sügavasti haaravad kokkuvõtted. Juba Galilei ja Huygens olid enam-vähem tuttavad nende seadustega. Newtoni

suureks teeneks tuleb pidada seda, et ta oma teoses *Philosophiae naturalis principia mathematica* esimesena need selgesti väljendas ja neid kaugeleulatuvalt arendas.

52. Newtoni mehaanika filosoofiline tagapõhi. Filosoofilised vaated on ühiskonna majandusliku korra — baasi — pealisehituseks ühiskonna arengu antud etapil. Seetõttu on igal baasil oma, temale vastav pealisehitus. Kuigi baas loob pealisehituse, on see omakorda ülisuureks aktiivseks jõuks, mis aitab kujundada ja tugevdada baasi.

Newtoni teaduslik tegevus toimus peamiselt XVII sajandi teisel poolel ja osalt XVIII sajandi algul. See oli feodaalse korra languse aeg, ühtlasi ka aeg, kus arenev kodanlus järjest tugevamaks muutus. Tolle aja progressiivseks filosoofiliseks vaateks oli mehhanistlik ehk metafüüsiline materialism. Ka Newtoni loodusteaduslikud vaated mahuvad selle mehhanistliku ehk metafüüsilise materialismi raamesse.

Mis siis on metafüüsilise maailmakäsitluse põhiliseks tunnuseks? Fr. Engels määratleb seda järgmiselt: «Metafüüsikule on asjad ja nende mõttelised peegeldused, s. o. mõisted, eraldiolevad, üksteise järel ja üksteisest sõltumatult käsitatavad, muutumatud, tardunud, lõplikult antud uurimisobjektid.»[1] Ka arenguprotsess taandub metafüüsiku arvates kvantitatiivsele kasvuprotsessile, kus kvantitatiivsed muutused ei vii kvalitatiivsetele muutustele.

Newtoni mehaanika põhiliseks mõisteks on mass. Ta defineerib massi kui kehas oleva ainehulga *(quantitas materiae)* mõõtu, mis on võrdeline tiheduse ja ruumalaga. Tiheduse all mõtleb Newton siin ühes ruumalaühikus olevat aatomite hulka. Mida tihedam on keha, s. o. mida rohkem aatomeid ta sisaldab, seda suurem on ka tema mass. Seega on Newtoni mateeria tardunud, inertne. Tal puudub võime iseliikumiseks. Esimese tõuke planeetide liikumiseks ümber Päikese pidi andma jumal. Selles väljendub Newtoni filosoofia metafüüsiline iseloom.

Ruum eksisteerib Newtoni järgi mateeriast lahus. See on just nagu tühi kast, mida täidab mateeria.

Ka aeg on Newtoni järgi absoluutne, omaette, mateeriast lahus eksisteeriv metafüüsiline kategooria.

Hoolimata tema ekslikest filosoofilistest vaadetest oli Newtoni mõju loodusteaduse arengule määratu suur. Fr. Engels ütleb, et

---

[1] F. Engels, Anti-Dühring, ERK, Tallinn, 1954, lk. 20.

Newton viis loodusteaduses lõpule mehhanistliku ja metafüüsilise perioodi, mis dialektilise materialismi perioodi eelkäijatena olid omal ajal inimmõtlemise progressiivseteks arenguetappideks.

Newtoni seaduste rakendusi

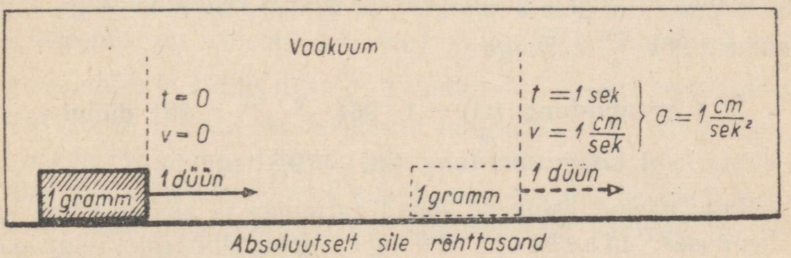
53. Tungi dünaamiline mõõtmine. Tungi mõõtmist kaalude abil raskustungi ühikutes (gramm-raskus, kilogramm-raskus jt.) nimetatakse staatiliseks tungi mõõtmiseks.

Newtoni II seadus võimaldab mõõta tungi suurust kiirenduse kaudu, mida see tung teatud massiga kehale annab. See on nn. dünaamiline tungi mõõtmise viis. Siin rakendatavad tungi suuruse ühikud tuletame valemist $f = ma$. Tõepoolest,

kui $m = 1$ ja $a = 1$, siis ka $f = 1$,

s. o. tungiühikuks võetakse selline tung, mis kehale massiga üks massiühik annab kiirenduse üks kiirendusühik.

cgs-süsteemis on massiühikuks 1 g ja kiirendusühikuks $1\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$.



Joon. 47. Skeem düüni definitsiooni selgitamiseks.

Neile vastav tungiühik kannab nimetust düün (kr. k. *dünamis* — tung). Seega 1 düün (dn) on tung, mis kehale massiga 1 g annab kiirenduse $1\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$. Kui aga keha mass on m grammi ja tung annab talle kiirenduse $a\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$, siis selle tungi suurus $f = ma$ düüni.

Et tungi suurus mõõtub massi ja kiirenduse korrutisega, siis tuletatakse ka düüni kui ühiku nimetuse tähis massiühiku tähise (g) ja kiirendusühiku tähise $\left(\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\right)$ korrutisena, s. o.

$$\text{düün} = \text{g} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2} = \text{g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Saadud düüni tähisest nähtub, et tungi dimensioonivalemiks on LMT^{-2}.

Düünist suurema ühikuna kasutatakse vahel ka megadüüni:

1 megadüün = 10^6 düüni.

mks-süsteemis on tungiühikuks njuuton (nj ja N). Njuuton on tung, mis kehale massiga 1 kg annab kiirenduse 1 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Järelikult

1 njuuton = 1000 g · 100 $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ = **10^5 düüni.**

Tungiühik njuuton on Nõukogude Liidus elektriliste ja magnetiliste mõõtühikute tuletamisel ametlikult tarvitusele võetud alates 1. maist 1948.

mkGs- ehk tehnilises süsteemis esineb tungiühik üks kilogramm-tung põhiühikuna ja seetõttu langeb sellest süsteemis ära vajadus tungiühiku tuletamiseks.

Üleminek staatilistest tungiühikutest (1 gramm-tung) dünaamilistesse tungiühikutesse (1 düün) toimub valemi $f = ma$ abil. Me teame, et tung 1 gramm-raskus annab kehale massiga 1 g kiirenduse 981 $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$. Seega

1 gramm-tung (G) = 1 · 981 $\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2}$ = **981 düüni** ja

1 kilogramm-tung (kG) = 9,81 **njuutonit.**

Nagu näeme, esinevad sõnad «gramm» ja «kilogramm» kahes tähenduses: massi ja tungi ühiku tähistena. Selguse mõttes kasutame edaspidi gramm-massi tähistamiseks sümbolit g ja gramm-tungi tähistamiseks sümbolit G. Samal põhimõttel kasutame ka sümboleid kg (kilogramm-mass) ja kG (kilogramm-tung).

Massi ja kaalu mõiste paremaks eristamiseks on vajalik, et nende suuruste mõõtühikud kannaksid erinevaid nimetusi. Saksakeelses füüsikaalases kirjanduses näiteks tähistatakse gramm-kaalu (G) juba sõnaga pond (p, lad. k. *pondus* — kaal). Sellest järeldub, et kilogramm-kaal (kG) on kilopond (kp), milligramm-kaal (mG) millipond (mp) jne. Kahjuks ei ole see ratsionaliseerimisettepanek veel üldiselt kasutusele võetud.

54. Massi tehniline ühik. cgs- ja mks-süsteemis on mass antud põhisuurusena, kuna tungi suurust väljendatakse neis süsteemides kasutatava kolme põhisuuruse abil (vt. tabel 2).

mkGs- ehk tehnilises süsteemis aga, ümberpöördult, on tung antud põhisuurusena, kuna massi mõõtmine toimub selle süsteemi põhisuuruste (pikkus, tung ja aeg) abil järgmiselt. Newtoni II seaduse valemist $f = ma$ saame:

$$m = \frac{f}{a}. \qquad (1)$$

Kui siin $f = 1$ kG ja $a = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, siis $m = 1$ tehnilise süsteemi massiühik (lühidalt: mtü). Seega 1 mtü on sellise keha mass, millele tung 1 kG annab kiirenduse $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Lühidalt võime seda valemi (1) abil üles kirjutada nõnda:

$$1\ \text{mtü} = \frac{1\ \text{kG}}{1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{9{,}81\ \text{nj}}{1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 9{,}81\ \frac{\text{nj} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = 9{,}81\ \text{kg},$$

sest njuutoni tähiseks on $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$.

Seega

1 mtü = 9,81 kg.

Samale tulemusele jõuame ka järgmise lihtsa mõttekäigu abil. mks-süsteemis on valemis $f = ma$ f väljendatud njuutonites, m kilogrammides ja a ühikutes $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Tehnilises süsteemis on tungiühik kG 9,81 korda suurem mks-süsteemi tungiühikust njuuton, kiirendust a aga mõõdame mõlemas süsteemis sama ühikuga, järelikult et valem $f = ma$ oleks õige ka tehnilises süsteemis, peame tehnilise süsteemi massiühikut samuti kui tungiühikutki suurendama 9,81 korda, s. o. 1 mtü = 9,81 kg.

Kilogrammides antud massi väljendamiseks massi tehnilistes ühikutes tuleb kilogrammide arv jagada 9,81-ga.

Massi tehnilise ühiku tähise saame valemist (1), kui asendame f ja a nende mõõtühikute tähistega: kG ja $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Siis $[m] = \left[\frac{f}{a}\right] = \frac{\text{kG}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{kG} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$.

N ä i d e. Missugune tung f annab kehale massiga 20 kg kiirenduse $5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$? Lahendades tehnilises süsteemis, saame:

$$f = \frac{20}{9{,}81} \cdot 5 \approx 10\ \text{kG}.$$

55. Tsentripetaal- ja tsentrifugaaltungid. Kui ainepunkt liigub ühtlaselt mööda ringjoont, siis omab ta kogu aja ringjoone tsentri poole suunatud ehk nn. tsentripetaalset kiirendust, mille suurus

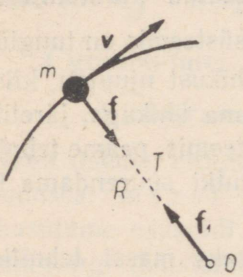
$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \omega^2 R.$$

Siin v on ainepunkti kiiruse suurus ringjoonel, R ringi raadius, T tiirlemisperiood ja ω raadiuse pöörlemise nurkkiirus.

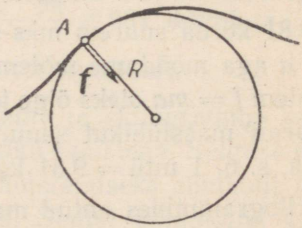
Kui ainepunkt, mille mass on m, evib kiirendust, siis peab olema ka tung, mis seda kiirendust tekitab. Tsentripetaalset kiirendust tekitav tung kannab **tsentripetaaltungi** nime ja tema suurus

$$f = ma = \frac{mv^2}{R} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} = m\omega^2 R.$$

Newtoni II seaduse põhjal on tung samasuunaline kiirendusega. Järelikult on tsentripetaaltung suunatud ringjoonel liikuvalt kehalt radiaalselt ringjoone tsentri poole. Tsentripetaaltung ongi selleks tungiks, mis ringjoonel liikuvat keha ringjoonel hoiab, sest selle tungi puudumisel hakkaks keha liikuma mööda sirget puutuja suunas. Seepärast nimetatakse seda tungi tsentripetaal- ehk **kesktõmbetungiks,** sest ilma keskpunkti poole suunatud tungita ei saa olla ringliikumist.



Joon. 48. Tsentripetaal- ja tsentrifugaaltungid.

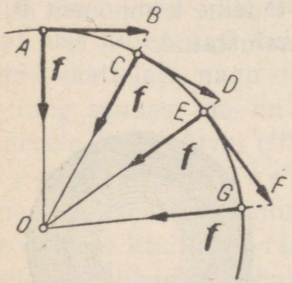


Joon. 49. Tsentripetaaltung üldjuhul.

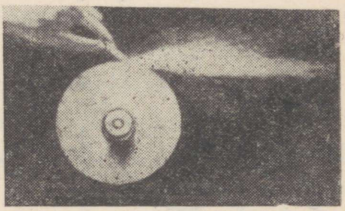
Kui tahame määrata tsentripetaaltungi suurust kõverliikumise tee mistahes vabalt valitud punktis (joon. 49), siis leiame tee selle punkti jaoks kõverusringi, mille raadius on tee kõverusraadiuseks antud punktis. Kiirus v ja kõverusraadius R määravad tsentripetaalse kiirenduse antud punktis, tsentripetaalse kiirenduse korrutis keha massiga aga annab tsentripetaaltungi.

Newtoni III seaduse põhjal võivad tungid esineda ainult paari-

kaupa. Kui ringjoonel liikuvale kehale on rakendatud tsentripetaaltung, siis peab kuskil leiduma mõni teine keha, millele on rakendatud tsentripetaaltungiga suuruselt võrdne ja otse vastupidi suunatud tung, mida nimetatakse **tsentrifugaal-** ehk **kesktõuketungiks.** Seega tsentrifugaaltung on reaktsioon tsentripetaaltungile Newtoni III seaduse mõttes ja ta mõjub ainult seni, kuni mõjub tsentripetaaltung. Samuti tuleb kindlasti meeles pidada, et tsentrifugaaltung on rakendatud mõnele teisele kehale, mitte aga sellele, mis liigub mööda ringjoont ja millele on rakendatud tsentripetaaltung. Kui näiteks tiirutame käega mõnd keha nööri otsas, siis tõmbub nöör pingule ja nööri pingsus antud juhul moodustabki nii tsentripetaal- kui ka tsentrifugaaltungi. Tsentripetaaltungina tõmbab nöör ringjoonel liikuvat keha käe poole ja, ümberpöördult, tsentrifugaaltungina tõmbab nöör kätt ringjoonel liikuva keha poole. Kui tiirude arv sekundis on küllalt suur, ei suuda nööri pingsus tasakaalustada tsentrifugaaltungi, nöör katkeb ja keha liigub edasi ringjoone puutuja suunas nööri katkemise momendil.



Joon. 50. Tsentripetaaltung hoiab keha pidevalt ringjoonel.



Joon. 51. Sädemed smirgelkäiast.

Tsentripetaaltungi vajadust keha liikumiseks ringjoonel põhjustab aine inerts. Asugu keha mõnel momendil punktis *A* (joon. 50). Kui tsentripetaaltungi ei oleks, siis liiguks keha edasi puutuja suunas ja jõuaks ajavahemiku Δt lõpul punkti *B*. Kui tahaksime keha sealt jälle ringjoonele tuua, peaksime teda tõmbama *BC* võrra ringi tsentri *O* poole. Selleks ongi vaja tsentripetaaltungi (f). Järelikult selleks, et keha liiguks pidevalt mööda ringjoont, peab pidevalt mõjuma ka tsentripetaaltung.

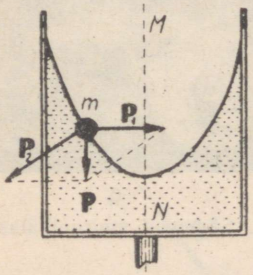
Tsentripetaal- ja tsentrifugaaltungi olemasolu ning suurust tõendavad igapäevase elu kogemused, rohkearvulised katsed ja tehnilised rakendused. Toome neist mõned näited.

Sädemed smirgelkäia tarvitamisel liiguvad puutuja suunas, sest siin puudub tsentripetaaltung, mis neid hõõrdumisest hõõguma löönud vabu osakesi ringjoonel (käia küljes) hoiaks (joon. 51).

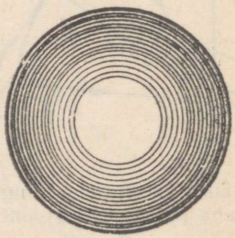
Maa liikumisel ümber Päikese ja lunoidide liikumisel ümber Maa on tsentripetaaltungiks gravitatsioonitung. Samuti kulub kehadel Maa pöörlemisel ümber telje osa raskustungist ringjoonel liikumiseks vajaliku tsentripetaaltungi tekitamiseks, mistõttu näiteks sama keha kaalub ekvaatoril 0,35% vähem kui poolusel (lähemalt vt. § 118).

Seome teeklaasi nööri otsa, täidame ta veega ja tiirutame teda paraja kiirusega püsttasandis. Vesi ei lange klaasist välja ka siis, kui klaas on püstasendis avausega otse allapoole, sest vee raskustung moodustab sel momendil tsentripetaaltungi, mis hoiab vett ringjoonelisel liikumisel.

Silindrilist anumat koos temas oleva vedelikuga pöörlema pannes näeme, et vedelik tõuseb anuma äärtes kõrgemale ja tema välispind võtab erilise kõverpinnalise (pöördparaboloidilise) kuju, mis oleneb pöörlemise kiirusest. Tsentripetaaltungi moodustab antud juhul ainepunkti raskuse **P** pöörlemisteljega risti olev komponent $\mathbf{P}_1$ (joon. 52), kuna raskustungi **P** teine komponent $\mathbf{P}_2$ on risti vedeliku pinnaga ja seetõttu tasakaalustatud.



Joon. 52. Vedeliku tasakaal pöörlemisel.



Joon. 53. Pöörlev vedelik jaguneb tiheduse järgi kihtideks (pealtvaade).

Kui samas anumas pöörlevad mitu vedelikku, näiteks petrooleum ja elavhõbe, siis on tihedama vedeliku — elavhõbeda — tsentripetaaltung suurem kui petrooleumil ja ta asetub pöörlemisteljest kaugemale, moodustades välise rõnga, kuna petrooleum kui kergem vedelik jääb sissepoole (joon. 53). Seega toimub vedelike kihitumine tiheduse järgi nagu raskustungigi mõjul. Sel nähtusel põhinevad mitmesugused s e p a r a a t o r i d (lad k. *separatio* — eralda-

mine, lahutamine) või tsentrifuugid, nagu koorelahutid, meevurrid, pesukuivatid, tsentrifugaalpumbad jt.

Koorelahuti trumlis pannakse piim kiiresti pöörlema. Koor kui kergem vedelik koguneb silindrilise kihina trumli teljele lähemale kui lahja piim (lõss). Mõlemad juhitakse eri teid pidi trumlist välja.

Viimasel ajal on ehitatud kiiresti pöörlevaid tsentrifuuge, milles esinevad väga tugevad tsentripetaaltungid. Nii näiteks 2000 tiiru puhul sekundis peab pöörlemisteljest 6 mm kaugusel asetseva keha ringliikumises hoidmiseks vajalik tsentripetaaltung olema ligi 100 000 korda suurem ringi liikuva keha raskusest. Sellised nn. ultratsentrifuugid võimaldavad vedelikust eraldada baktereid ja teisi võõrkehi, koguni sadestada kolloide (munavalge).

Eespool me vaatlesime ringjoonel liikuvale kehale rakendatud tsentripetaaltungi ja selle reaktsiooni — tsentrifugaaltungi — paigalolevas teljestikus. Samalaadne nähtus esineb ka juhul, kui keha on paigal või liigub ühtlaselt sirgjooneliselt, teljestik ise aga, milles me liikumist kirjeldame, liigub kiirenevalt — pöörleb või võtab osa kiirenevast kulgliikumisest. Sel juhul näib teljestikuga seotud vaatlejale, nagu oleks vaadeldavale kehale rakendatud teatav tung suunas, mis on otse vastupidine teljestiku liikumise kiirendusele. Seda näivat (fiktiivset) tungi nimetatakse sageli tsentrifugaalseks inertstungiks. Viimast ei tohi aga samastada tsentrifugaaltungiga kui reaktsiooniga tsentripetaaltungile eespool käsitletud tähenduses, mis pole kunagi rakendatud ringjoonel liikuvale kehale.

Tsentrifugaalse inertstungi näitena vaatleme järgmisi praktikast tuntud nähtusi. Kui buss sõidab ühtlaselt sirgel teel ja me vaatleme bussis oleva keha liikumist bussiga kindlalt ühendatud teljestikus, siis see liikumine toimub täiesti vastavalt varem käsitletud Newtoni seaduste rakendustele. Kui aga buss hakkab liikuma kiirenevalt, siis näib, nagu oleks vaadeldavale kehale rakendatud bussi kiirendusele vastassuunas mõjuv tung. Kui näiteks buss liigub käänakul mööda ringjoont, siis näib bussis olevale kehale rakendatud tung suunatud radiaalselt väljapoole. Seda näivat tungi nimetataksegi tsentrifugaalseks inertstungiks. Lähemalt vt. § 60 jj.

56. Liikumishulk ja tungi impulss. Newtoni II seaduse valemist üldisemal kujul (vt. § 50)

$$\frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = \vec{f} \qquad (1)$$

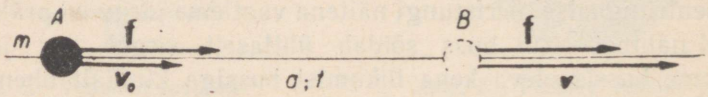
järeldub, et

$$\Delta(m\vec{v}) = \vec{f}\Delta t. \qquad (2)$$

Selle valemi vasakul poolel on keha liikumishulga muutus $\Delta(m\vec{v})$, paremal poolel aga tungi $\vec{f}$ korrutis selle tungi mõjumiskestusega Δt, s. o. $\vec{f}\Delta t$. Seda korrutist — $\vec{f}\Delta t$ — nimetatakse tungi impulsiks. Tungi impulss kui vektori (tung) ja skaalari (aeg) korrutis on vektor, mille suund ühtib tungi suunaga. Kasutades liikumishulga ja tungi impulsi mõistet, võime valemi (2) sõnastada järgmiselt: liikumishulga muutus võrdub vastava tungi impulsiga.

Liikumishulk $(m\vec{v})$ ja tungi impulss $(\vec{f}\Delta t)$ on mõisted, mida mehaanikas rakendatakse väga sagedasti. Olgu tähendatud, et vahel nimetatakse liikumishulka ka impulsiks ja seost (2) impulsslauseks.

Sirgliikumise puhul võime liikumishulga ja tungi impulsi kui vektorite asemel kasutada valemis (2) nende skalaarseid väärtusi. Siis liikumishulga suuruse juurdekasv võrdub mõjuva tungi impulsi suurusega selles ajavahemikus.



Joon. 54. Jääva tungi mõju vabasse kehasse.

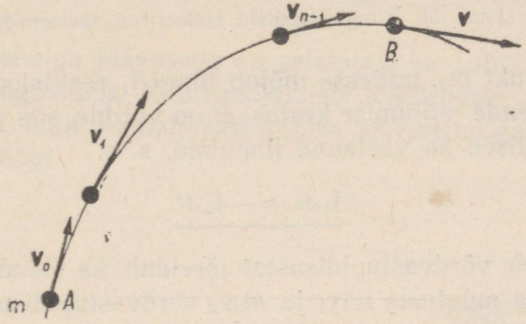
Näitena rakendame valemit (2) keha ühtlaselt muutuva sirgliikumise kohta (joon. 54), kus kiirendus a on konstantne ning järelikult on konstantne ka tung f. Valemist $\Delta(mv) = f\Delta t$ saame:

$$\begin{aligned} m\Delta v &= f\Delta t; \\ m(v - v_0) &= f\Delta t; \\ mv - mv_0 &= f\Delta t, \end{aligned} \qquad (3)$$

mis väljendabki liikumishulga muutuse ja tungi impulsi võrdsust.

Eelmine arutlus on kehtiv sirgliikumise kohta jääva tungi mõjul.

Vaatleme nüüd juhtu, kus ainepunkt liigub kõverjoonel. Olgu punktis A ainepunkti m kiirus $\mathbf{v}_0$ ja punktis B $\mathbf{v}$ (joon. 55). Jagame kogu ajavahemiku t, mille jooksul ainepunkt jõudis punktist A



Joon. 55. Liikumishulga muutus kõverliikumisel.

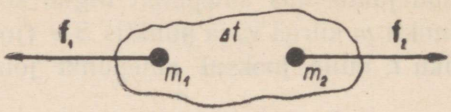
punkti B, n võrdseks osaks $\Delta t = \frac{t}{n}$. Olgu iga Δt lõpul ainepunkti kiirus vastavalt $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots \mathbf{v}$ ja nende ajavahemikkude vältel mõjuvad tungid tähistame vastavalt $\mathbf{f}_0, \mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \ldots, \mathbf{f}_{n-1}$. Küllalt suure n puhul võime liikumist iga ajaelemendi Δt jooksul pidada sirgjooneliseks ning toimuvaks jääva tungi mõjul. Rakendades iga ajaelemendi kohta valemit (3), saame:

$$\begin{aligned}
m\mathbf{v}_1 - m\mathbf{v}_0 &= \mathbf{f}_0 \cdot \Delta t,\\
m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1 &= \mathbf{f}_1 \cdot \Delta t,\\
m\mathbf{v}_3 - m\mathbf{v}_2 &= \mathbf{f}_2 \cdot \Delta t,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
m\mathbf{v} - m\mathbf{v}_{n-1} &= \mathbf{f}_{n-1} \cdot \Delta t,\\
\hline
m\mathbf{v} - m\mathbf{v}_0 &= \Sigma \mathbf{f} \cdot \Delta t.
\end{aligned}$$

Siit näeme, et liikumishulga muutus ajavahemikus t võrdub elementaarsete tungiimpulsside summaga sama ajavahemiku kestel ja ümberpöördult.

57. Liikumishulga jäävus. Võtame nn. isoleeritud ehk suletud süsteemi, s. o. kehade (ainepunktide) kompleksi, millesse ei mõju väliseid tunge. See tähendab, et kõigi selles süsteemis mõjuvate tungide kui mõjude (aktsioonide)

vastumõjud (reaktsioonid) on rakendatud sama süsteemi ainepunktidele. Kui näiteks ainepunktisse m_1 mõjub tung f_1 (joon. 56), siis leidub samas süsteemis mõni



Joon. 56. Tungi impulsid isoleeritud süsteemis.

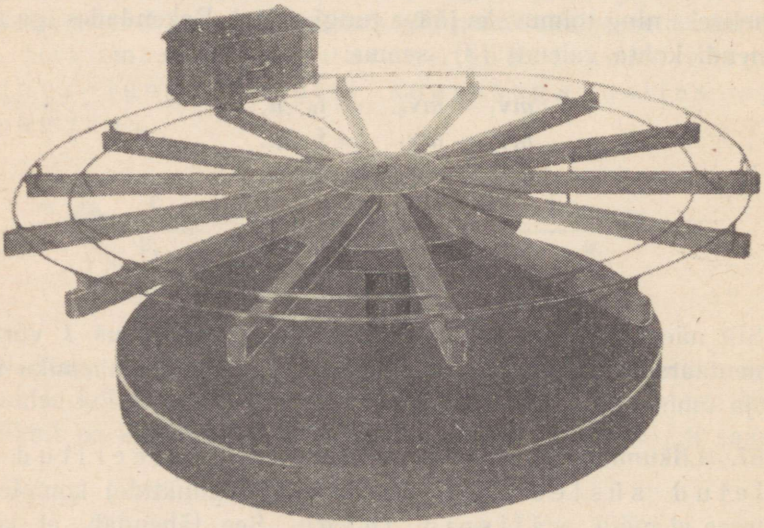
teine ainepunkt m_2, millesse mõjub tungi f_1 reaktsioon f_2. Et $f_1 = -f_2$ ja nende mõjumise kestus Δt on võrdne, siis peavad olema võrdvastupidised ka vastavad impulsid, s. o.

$$f_1 \Delta t = -f_2 \Delta t.$$

Impulsside võrdvastupidisusest järeldub ka nendega võrdsete liikumishulga muutuste $m_1 v_1$ ja $m_2 v_2$ võrdvastupidisus, s. o.

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2, \text{ millest } m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0.$$

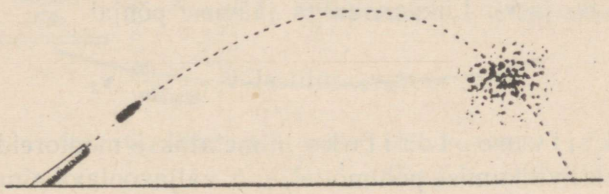
Saadud valemist nähtub, et isoleeritud süsteemis tekkinud tungide mõju ei muuda kogu süsteemi liikumishulka, järelikult **isoleeritud süsteemi liikumishulk on jääv.**



Joon. 57. Veduri liikumine pöörleval alusel.

Katseliselt võime seda isoleeritud süsteemi omadust demonstreerida väikese hõõrdumisega pöörleval kettal (joon. 57), millele asetatud ringikujulisel rööbasteel saab liikuda elektrivedur. Katse algul on ketas ja vedur paigal, järelikult mõlema liikumishulk on null. Elektriveduri liikumahakkamisel hakkab ketas pöörlema veduri liikumisele v a s t a s s u u n a s, sest muidu ei saaks nende liikumishulkade summa võrduda nulliga, nagu see oli enne liikumise algust.

Liikumishulga jäävusega on seletatav ka tulirelvade (kahuri, püssi jt.) tagasilöök. Kuuli väljumisel püssirauast saab püss kuuliga võrdse, kuid suunalt vastupidise liikumishulga, mis tekitabki nn. tagasilöögi.

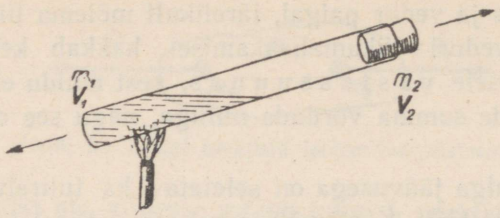


Joon. 58. Mürsu liikumishulk on jääv.

Liikumishulga jäävusel põhinevad ka nähtused, mis esinevad liikuva mürsu lõhkemisel õhus (joon. 58). Paisuvad gaasid annavad kahuri torus olevale mürsule tõuke ja ta liigub selle mõjul kõverat (üldiselt paraboolset) teed pidi. Mürsu lõhkemisel saavad killud igas suunas mõjuvaid tungide impulsse. Seetõttu paiskuvad killud laiali igas suunas: nii mürsu liikumise suunas kui ka sellele otse vastassuunas, samuti külgedele. Seega osal kildudel liikumishulk suureneb, osal väheneb, kogu mürsu kildude liikumishulkade summa aga võrdub mürsu liikumishulgaga enne lõhkemist. Mürsu lõhkemisel tekkinud kildude parv, kui mitte arvestada õhu takistust, jätkab liikumist nõnda, et selle parve raskuspunkt püsib lõhkemata mürsu teel.

58. **Reaktiivliikumine.** Liikumine on r e a k t i i v n e, kui ta toimub mõnd liikumist põhjustava tungi vastumõju ehk reaktsiooni toimel. Kui näiteks kuumutame vett metalltorus (joon. 59), mis on korgiga tugevasti suletud, siis lendab teatava aururõhu juures kork ühele ja toru teisele poole. Kui korgile mõjuv tung lugeda aktsioo-

niks, siis torule on rakendatud reaktsioontung ja selle mõjul toimuv toru liikumine ongi reaktiivliikumine.

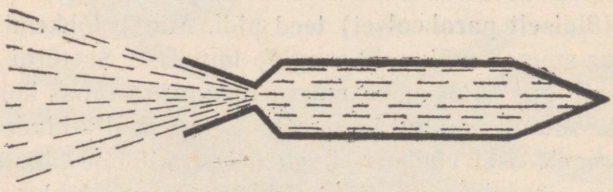


Joon. 59. Katse reaktiivliikumise põhimõtte selgitamiseks.

Kvantitatiivse seose siin esinevate suuruste vahel saame liikumishulga jäävuse lausest. Olgu toru mass m_1 ja kiirus $\mathbf{v}_1$, korgil vastavalt m_2 ja $\mathbf{v}_2$. Liikumishulga jäävuse põhjal

$$m_1\mathbf{v}_1 = m_2\mathbf{v}_2, \text{ millest } \mathbf{v}_1 = \frac{m_2}{m_1}\,\mathbf{v}_2.$$

R e a k t i i v m o o t o r i t e k s nimetatakse mootoreid, mis töötavad reaktiivliikumise põhimõttel, s. o. väljavoolava ainejoa reaktsiooni mõjul. Lihtsaimateks seda tüüpi mootoriteks on nn. r a k e t t m o o t o r i d, mille skemaatilist ehitust kujutab joonis 60. Energia allikaks on neis kas püssirohi või mõni teine põletisaine koos vastavate oksüdeerijate ehk hapendajatega. Peale püssirohu kasutatakse põletisainetena naftasaadusi, etüül- ja metüülpiiritust, ben-

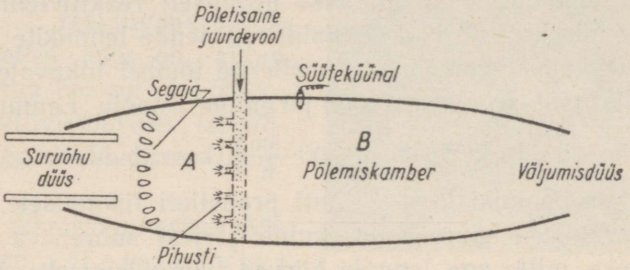


Joon. 60. Rakettmootori põhimõtteline skeem.

sooli, vedelat vesinikku ja muid aineid. Oksüdeerijatena esinevad harilikult vedel hapnik, lämmastikhape ja vesinikülihapend. Põlemisproduktid moodustavad rakettmootorist suure kiirusega välja voolava ainejoa, mille reaktsioon panebki rakettmootori liikuma. Lihtsaimaks püssirohu-rakettmootori näiteks on harilik signaalrakett.

Eelmist tüüpi reaktiivmootor sisaldab nii põletisainet kui ka

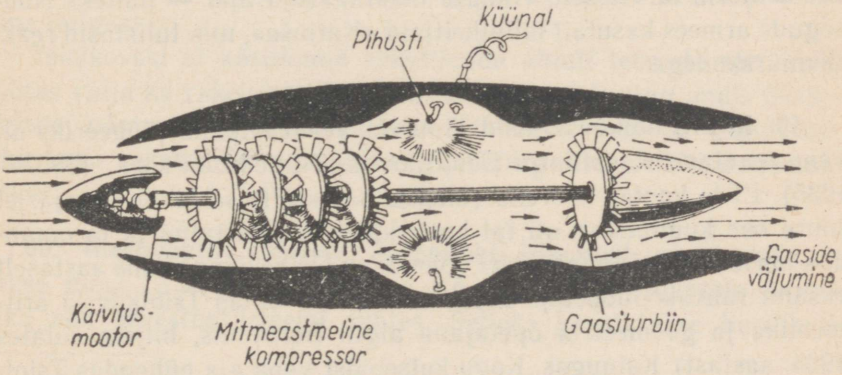
oksüdeerijat. Selle kõrval aga on kasutusel ka rohkesti reaktiivmootoreid, kus oksüdeerijaks on atmosfääri õhk. Põletisainetena kasutatakse neis mitmesuguseid nafta destillaate, nagu petrooleumi, gasoliini, ligroiini jt. Seda tüüpi reaktiivmootorite ehitust kujutab skemaatiliselt joonis 61. Tugev õhuvool tungib kambrisse *A*, kus ta seguneb sinna pihustatud põletisainega. Põletisaine ja õhu segu surutakse põlemiskambrisse *B*, millest suure kiirusega väljuvad põlemisproduktid põhjustavadki reaktiivmootori liikumise.



Joon. 61. Õhu-reaktiivmootori ehituse skeem.

Kirjeldatud õhu-reaktiivmootor kuulub ehituselt lihtsaimate hulka. Ta ei saa töötada paigal olles, sest siis puudub õhu juurdevool. Seetõttu tuleb sellise mootori käivitamiseks kasutada mõnd teist tüüpi mootorit, mis ei vaja õhu juurdevoolu, vaid milles põletisaine kõrval on olemas ka oksüdeerija, nagu me seda nägime rakettmootori puhul.

Eelmises mootoritüübis esinevad puudused on kõrvaldatud nn. turbokompressorilises õhu-reaktiivmootoris (joon. 62).



Joon. 62. Turbokompressorilise õhu-reaktiivmootori skeem.

Eriline kompressor (kokkusuruja) surub sellesse mootorisse voolava õhu kokku, nii et põlemiskambrisse läheb juba kokkusurutud õhk. Põlemiskambrist suunatakse põlemisproduktid gaasiturbiini, mis on samal võllil kui kompressorgi ja paneb töötama ka kompressori. Turbiinist lähevad gaasid väljumisdüüsi. Väljuvate gaaside reaktsioon panebki mootori liikuma.

Ka siin on mootori töölepanemiseks vaja erilist käivitajat, milleks kasutatakse väikest bensiinimootorit.

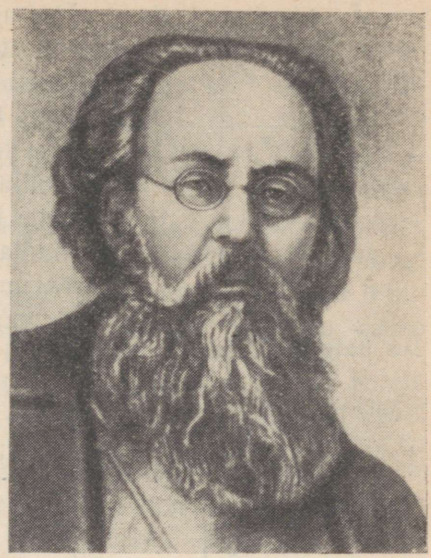
Reaktiivmootoreid kasutatakse peamiselt reaktiivlennukite liikumapanemiseks, sest nad võimaldavad nende lennukite tunduvalt kiiremat liikumist võrreldes propellerite tõmbel liikuvate lennukitega. Selle nähtuse põhjuseks on järgmine asjaolu. Lennuki kiiruse lähenemisel hääle kiirusele $\left(1200 \frac{km}{h}\right)$ kasvab ühtlasi kiiresti ka õhu takistus lennuki kere, samuti propelleri liikumisele. Seetõttu mootori võimsuse suurenemine kulub järjest suureneva takistuse ületamiseks, mitte aga lennuki kiiruse suurendamiseks. Propellerlennukite kiiruse ülemmääraks on $800 \frac{km}{h}$, samal ajal kui reaktiivlennukid võivad kaugelt ületada hääle kiiruse.

Reaktiivmootorid kuuluvad vanimate soojusmasinate hulka. Hiinas tunti püssirohurakette õige ammu. Indias kasutati rakette sõjaliseks otstarbeks võitlustes Inglise kolonisaatoritega XVIII sajandil. Vene sõjaväes võeti signaalraketid kasutusele Peeter I poolt. Kuni XIX sajandi lõpupooleni (1880) kasutati Euroopa sõjavägedes rakette õige rohkesti, pärast kaugelaskesuurtükkide tarvituselevõtmist aga loobuti nende kasutamisest. Uuesti võeti reaktiivmootorid tarvitusele viimase maailmasõja ajal — näiteks Nõukogude armees kasutati miiniheitjaid «Katjuša», mis tulistasid reaktiivmürskudega.

59. K. E. Tsiolkovski tööd. Suureks reaktiivlennu pioneeriks oli vene teadlane Konstantin Eduardovitš Tsiolkovski (1857—1935). Et ta kaotas noorena (üheksa aastaselt) sarlakite tagajärjel suure osa kuulmisest, oli tal kooliskäimine takistatud ja ta omandas hariduse iseõppimise teel. Õiendanud kahekümne kahe aastaselt eksami rahvakooliõpetaja kutse saamiseks, töötas Tsiolkovski aritmeetika ja geomeetria õpetajana algul Borovskis, hiljem (alates 1904. aastast) Kaluugas. Kogu kutsetööst vaba aja pühendas Tsiolkovski lennuasjanduse uurimisele. Esimese tööna sel alal valmis tal

«Aerostaadi teooria ja praktika»[1], milles ta teoreetiliselt põhjendab juhitava metallist õhulaeva (aerostaadi) konstruktsiooni.

Tsiolkovski peamiseks saavutuseks on aga uurimised reaktiivlennu teooria alal, mille kohta tal 1903. aastal ilmus töö «Maailmaruumi uurimine reaktiivaparaatide abil»[2]. Selles töös on antud reaktiivlennu teooria ja põhjendatud reaktiivlennukite kasutamist planeetidevahelises liiklemises.



Joon. 63. K. E. Tsiolkovski.

Erilist tähelepanu selles töös väärib nn. Tsiolkovski seadus, mis käsitleb raketi liikumist vaakuumis ainult reaktiivtungi mõjul ja väljendub valemiga

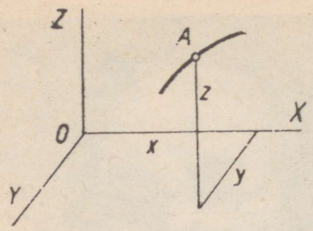
$$e^{\frac{v}{c}} = \frac{M_0}{M}.$$

Siin v on raketi liikumise kiirus, c — põlemisproduktide liikumise kiirus raketi suhtes, e — naturaallogaritmide alus, M_0 — raketi algmass ja M — raketi mass antud momendil. Kui eeldada, et düüsist välja voolavate osakeste kiirus on konstantne, siis eelmisest valemist järeldub, et raketi lõppkiirus oleneb ainult põletisaine hulgast.

Tsiolkovski ei käsitlenud rakettlendu ainult teoreetiliselt, vaid töötas välja ka rakettlennuki läbimõeldud mudeli ning andis üksikasjalisi näpunäiteid konstruktorile. Ühtlasi koostas ta laiaulatusliku kava rakettlennu edaspidiseks järkjärguliseks väljaarendamiseks.

60. Inertsiaalne süsteem. Ainepunkti liikumist ruumis määratakse mõne paigalolevana võetud koordinaatide teljestiku ehk arvestussüsteemi suhtes. Selleks kasutatakse harilikult

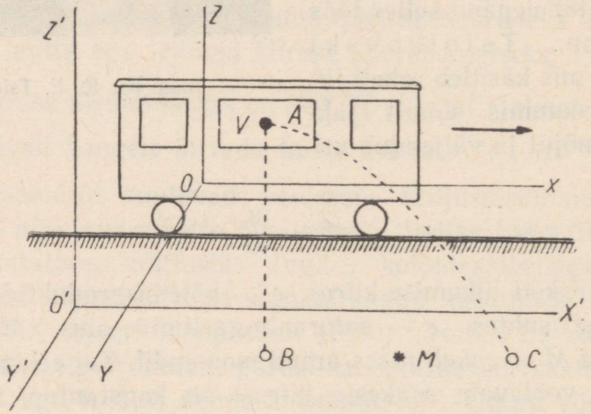
[1] Теория и опыт аэростата.
[2] Исследование мировых пространств реактивными приборами.



Joon. 64. Koordinaatide teljestik.

Descartes'i täisnurkset koordinaatide teljestikku. Nii näiteks ainepunkti A (joon. 64) nihkumise ruumis määrab tema koordinaatide x, y, z muutumine.

Oletame, et meie teljestik $OXYZ$ on kindlalt seotud vaguniga. Ühtlasi kasutame teist teljestikku $O'X'Y'Z'$, mis on kindlalt seotud Maaga (joon. 65). Kui vagun on Maa suhtes paigal, siis on ka mõlemad teljestikud teineteise suhtes paigal. Laseme nüüd vaguni paigal olles vaguni aknast punktist A vabalt langema mõne keha. See langeb alla püstsihis AB. Seda liikumist kirjeldavad ühteviisi niihästi vagunis asuv vaatleja V kui ka maapinnal asuv vaatleja M.



Joon. 65. Liikuv ja liikumatu teljestik.

Nüüd eeldame, et vagun hakkab ühtlaselt sirgjooneliselt liikuma noole suunas. Kordame eelmist katset. Siis vaguniga kaasa liikuvale vaatlejale V näib, et tema suhtes keha langeb endiselt otse püstsihis, sest inertsi tõttu evib langev keha sama kiirust kui vagun. Maa peal seisev vaatleja M aga, kes on paigal teljestikus $O'X'Y'Z'$ ja kirjeldab langeva keha liikumist selle teljestiku suhtes, näeb, et langev keha liigub mööda kõverat (parabooli) AC.

Eelmistest näidetest järeldub, et liikumistee kuju (trajektoor) oleneb sellest, missuguse teljestiku — kaasaliikuva või paigalseisva — suhtes me seda liikumist kirjeldame. Nii ei ole liikuvas

vagunis paigal olevad esemed, mis loomulikult on paigal ka vaguniga liikumatult ühendatud teljestiku suhtes, paigal Maaga liikumatult seotud teljestiku suhtes. Koos vaguniga võtavad nad kõik osa liikumisest Maa suhtes.

Samuti näitavad kogemused ja katsed, et ühtlaselt sirgjooneliselt liikuvas vagunis või laeval saab niisama hästi palli või piljardit mängida kui maapinnal. Selle nähtuse põhjuseks on asjaolu, et kõik esemed, mis on kindlalt seotud ühtlaselt sirgjooneliselt liikuva vaguni või laevaga, jätkavad inertsi tõttu liikumist endise kiirusega ka siis, kui nad otseselt ei puutu kokku liikuva vaguni või laevaga.

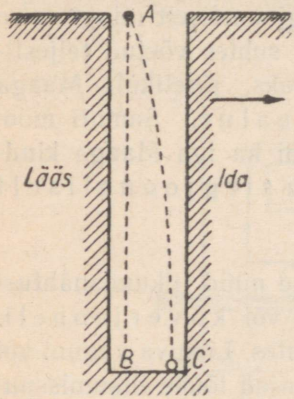
Teljestik, milles toimuvate liikumiste kohta on kehtiv inertsiseadus, kannab inertsiaalse süsteemi nime. Inertsiaalteljestik kas on paigal või liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt mingi teise inertsiaalteljestiku suhtes. Me peame Maa suhtes võetud teljestikus inertsiseadust praktiliselt kehtivaks, järelikult Maaga kindlalt ühendatud teljestik on inertsiaalne. Samuti moodustab eelmise põhjal inertsiaalse süsteemi ka iga Maaga kindlalt seotud teljestiku suhtes ühtlaselt ja sirgjooneliselt ning ilma pöörlemiseta liikuv teljestik.

61. Mitteinertsiaalne süsteem. Vaatleme nüüd liikumisnähtusi teljestikus, mis liigub mitteühtlaselt või kõverjooneliselt mõne teise, inertsiaalse teljestiku suhtes. Liikuva vaguni või omnibussi pidurdamisel näiteks saavad reisijad tõuke liikumissuunas, liikumise kiirendamisel aga vastassuunas. Liikumissuuna järsul muutmisel esineb tõuge külje suunas väljapoole. Vabalt langema lastud pall langeb kiirenevalt liikuvas vagunis püstjoonest tahapoole, aeglustuvalt liikuvas vagunis ettepoole jne. Kõik need tähelepanekud näitavad, et sirgjooneliselt mitteühtlaselt (kiirenevalt, aeglustuvalt) või kõverjooneliselt liikuvas teljestikus inertsiseadus ei kehti, sest siin esinevad liikumise muutused, ilma et selle teljestiku seisukohalt oleks kehadele rakendatud mingisuguseid tunge. Vastandina inertsiaalsele süsteemile kannab mitteühtlaselt või kõverjooneliselt liikuv teljestik, kus inertsiseadus ei kehti, mitteinertsiaalse süsteemi nime.

Selgitame nüüd lähemalt, missugune on Maaga kindlalt seotud teljestik. Nagu eespool (§ 60) nägime, on inertsiaalse süsteemi puhul vajalik, et teljestik liiguks ühtlaselt sirgjooneliselt. Seda nõuet aga ükski Maaga kindlalt seotud teljestik ei rahulda, sest

Maa võtab osa õige mitmest kõverliikumisest, milledest olulisemad on pöörlemine ümber telje ja tiirlemine ümber Päikese. Viimane neist on praktiliselt väiksema mõjuga. Tõepoolest, Maa nihkub 1 tunni jooksul oma orbiidil ümber Päikese ainult 2,5′ võrra, mis raadiuse puhul $149{,}5 \cdot 10^6$ km (Maa kaugus Päikesest) annab sirglõigust praktiliselt mitte palju erineva kaare. Hoopis suuremat mõju avaldab kehade liikumisele Maa pöörlemine ümber telje.

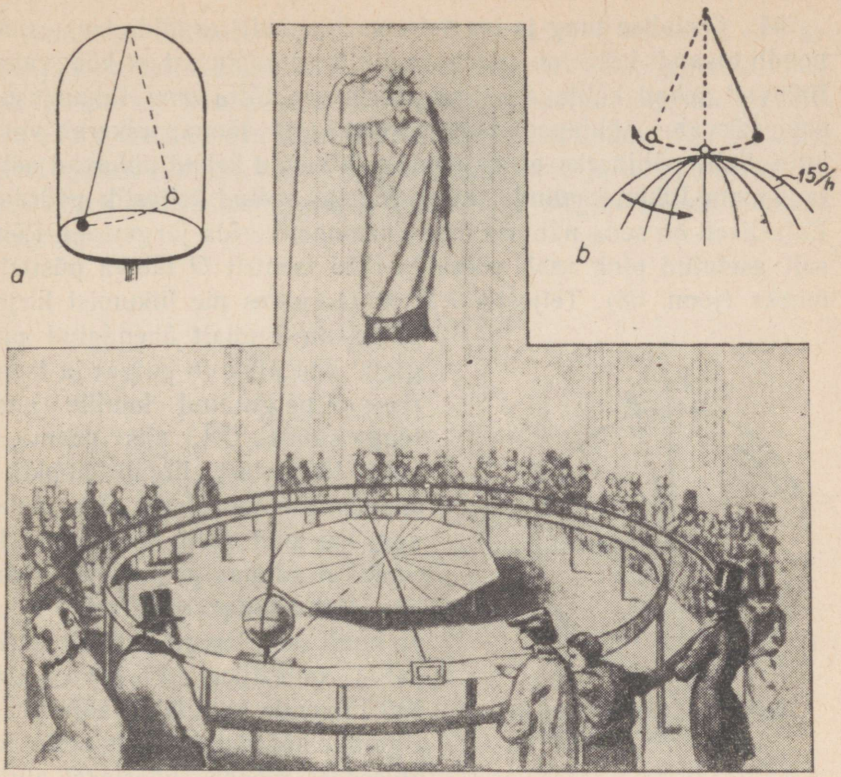
Järgnevalt tutvumegi kolme sellest tingitud nähtusega, nimelt vertikaalselt vabalt langevate kehade hälbega ida poole, vabalt võnkuva pendli võnkumistasandi pöördumisega päripäeva (Foucault' pendlikatse) ja üldse vabalt liikuva keha hälbega tema liikumissuunast.



Joon. 66. Vabalt langeva keha hälve ida suunas.

62. Vabalt langevate kehade hälve ida suunas. Lastes mõnest kõrgest tornist või sügavas kaevanduses punktist A vabalt langeda kuuli (joon. 66), näeme, et see ei lange mööda vertikaaljoont AB, vaid mööda kõverjoont (parabooli) AC analoogiliselt kuuli langemisega liikuvast vagunist (joon. 65). Et vabalt langev keha annab alati hälbe ida suunas, tuleb sellest, et Maa pöörlemise tõttu on punkti A kiirus suurem kui punkti B kiirus. See katse on Maa läänest itta pöörlemise tõestuseks ning ühes sellega tõestuseks, et Maaga seotud koordinaadistik pole inertsiaalne süsteem.

63. Foucault' pendlikatse. Foucault' pendlikatse põhineb pendli omadusel säilitada oma võnkumistasandit ruumis. Kui riputame pendli raami külge, mida võib pöörlema panna näiteks tsentrifugaalmasinal (joon. 67, *a*), siis näitab katse, et võnkuma pandud pendel säilitab oma võnkumistasandi, olenemata sellest, kas pendlit hoidev raam pöörleb või mitte. Kujutleme, et pendel on pandud võnkuma Maa põhjapoolusel (joon. 67, *b*). Et pendel säilitab oma võnkumistasandi, Maa (horisont) aga pöördub positiivses («vastupäeva») suunas, siis selle tulemusena näib meile, nagu pöörduks pendli võnkumistasand horisondi suhtes negatiivses suunas («päripäeva») igas tunnis 15° võrra. Vastav arutelu näitab,



Joon. 67. Foucault' pendlikatse Pariisi Panthéonis 1851. aastal.
(Pilt tolleaja prantsuse ajakirjast *L'Illustration.*)

et pendli tasandi pöördumisnurk α oleneb katsekoha geograafilisest laiusest ja 1 tunni kohta laiuskraadil φ väljendub valemiga

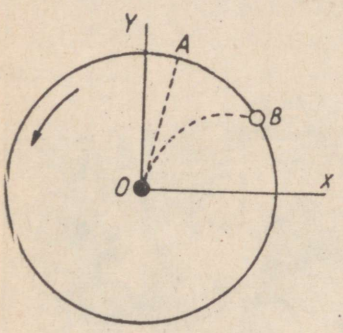
$$\alpha = 15° \sin \varphi.$$

Selle põhjal pöördub Tartus ($\varphi = 58°23'$) pendli tasand tunnis 12°46′, Moskvas ($\varphi = 55°45'$) 12°24′, Pariisis ($\varphi = 48°50'$) $\sim 11°$, ekvaatoril 0°.

Esimesena korraldas seda laadi katse suurejooneliselt prantsuse füüsik Foucault 1851. aastal Pariisis Panthéonis, kasutades selleks pendlit, mille pikkus oli 67 m ja mass 28 kg. Katse tulemused olid teooriaga kooskõlas.

Nõukogude Liidus demonstreeritakse Foucault' pendlikatset Leningradis Iisaku katedraalis, kus kasutatakse pendlit, mille pikkus on 98 m.

64. Coriolise tung ja inertstung. Foucault' pendlikatses esinev pendli tasandi hälve on erijuhtum üldisest nähtusest, et kõik vabalt liikuvad kehad kalduvad Maa pöörlemise tõttu oma liikumissuunast kõrvale: põhjapoolkeral paremale ja lõunapoolkeral vasakule. Selle põhjuseks on asjaolu, et liikuvad kehad püüavad säilitada oma liikumissuunda, kuna Maaga seotud teljestik pöördub. Katseliselt on seda nähtust lihtne demonstreerida järgmiselt. Rõhtsalt asetatud pink saab pöörelda oma tsentrit O läbiva püsttelje ümber (joon. 68). Teljestik XY, mille suhtes me liikumist kirjeldame, on kindlalt ühendatud pingiga. Kui pink on paigal ja tsentrisse O paigutatud kuulile anda tõuge suunas OA, siis näeme, et kuul tõepoolest liigub punkti A suunas mööda sirget OA. Juhul aga, kui kuul saab tsentris tõuke punkti A suunas ja pink ise pöörleb noole suunas, moodustab liikuva kuuli tee pingiga kindlalt ühendatud teljestikus XY kõvera OB. Kui liikuvale kuulile ei mõju peale algtõuke hõõrdumine, siis peaks ta, libisedes mööda pöörlevat alust, liikuma sirgjooneliselt ja ta liigubki nõnda, kuid Maaga kindlalt seotud teljestiku suhtes. Pingiga seotud pöörleva teljestiku suhtes aga on liikumistee kõverjoon.



Joon. 68. Liikuva keha hälve pöörlevas teljestikus.

Kuidas viimasel juhul rakendada liikuva keha kohta Newtoni seadusi? Vaadeldav liikumine on kõverjooneline (OB), järelikult toimub see kiirendusega, mis on liikumissuunaga risti ja põhjapoolkeral suunatud alati paremale. Siin esinev kiirendus kannab Coriolise[1] kiirenduse nime ja seda kiirendust tekitavat tungi nimetatakse Coriolise tungiks. Coriolise tung kuulub niinimetatud inertstungide liiki, mis esinevad mitteinertsiaalses süsteemis liikuvate kehade puhul teljestiku liikumise tõttu.

Looduses esinevad Coriolise tungist tingitud nähtustena hälbed õhu- ja veemasside liikumisel, näiteks tsüklonites, antitsüklonites, vee voolamisel jõgedes ja merehoovustes.

---

[1] G. G. Coriolis (1792—1843), prantsuse insener ning füüsik, kes esimesena juhtis tähelepanu Maa pöörlemisest tingitud inertstungile.

Eelmised nähtused on rahuldavalt seletatavad eeldusel, et Päikese ja kinnistähtedega kindlalt seotud teljestik püsib tegelikult paigal. Seepärast kannabki kinnistähtedega seotud teljestik *inertsiaalse süsteemi* ehk *põhisüsteemi* nime. Iga põhisüsteemi suhtes ühtlane sirgliikumine on ühtlane ja sirgjooneline ka igas teises põhisüsteemi suhtes ühtlaselt ja sirgjooneliselt liikuvas teljestikus.

III. TÖÖ JA ENERGIA

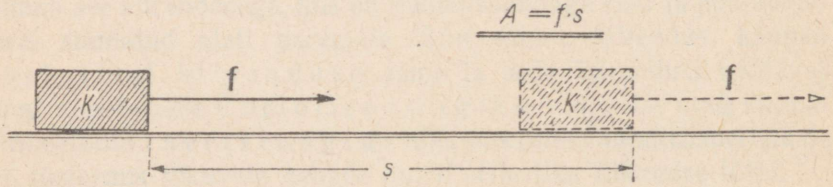
Töö ja võimsus

65. Töö mõiste. Praktikas ja looduses võime alatasa tähele panna liikumisprotsesse, mis toimuvad mõne tungi mõjul. Nii näiteks ader liigub traktori tõmbel, kivi langeb alla raskustungi mõjul, kahurimürsk hakkab liikuma gaaside tõukel jne. Kõiki selliseid tungi mõjul toimuvaid liikumisprotsesse iseloomustame töö mõiste abil.

Olgu kehale K rakendatud jääv tung f, mis paneb selle keha liikuma (joon. 69). Kui tungi suund langeb ühte tungi rakenduspunkti liikumissuunaga, siis sel juhul nimetame tungi tööks (A) tungi suuruse (f) ja tema rakenduspunkti poolt läbitud tee pikkuse (s) korrutist. Seega töö

$$A = f \cdot s. \tag{1}$$

Antud definitsiooni põhjal on töö kahe skalaarse suuruse (tungi suuruse f ja tee pikkuse s) korrutis, järelikult on töö ise ka skalaarne suurus.

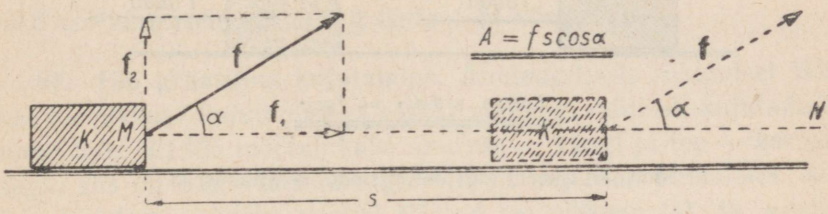


Joon. 69. Tungi töö erijuhul.

Valemist (1) nähtub, et töö hulk on võrdeline töötava tungi suurusega (f) ja tema rakenduspunkti poolt läbitud tee pikkusega (s). Seega on töö definitsioon füüsikas kooskõlas arusaamisega tööhulgast igapäevases elus. Nii hindame koorma vedamisel teh-

tud töö hulka koorma raskusega, millest oleneb koorma vedamiseks vajalik tung, ja koorma edasiliikumise tee pikkusega. Kivi tõstmisel on tehtava töö hulk seda suurem, mida raskem on kivi ja mida kõrgemale teda tõstame, jne.

Üldjuhul, näiteks kelgu vedamisel, moodustab tungi suund tema rakenduspunkti edasiliikumise suunaga teatud nurga α. Lahutame antud tungi f kaheks komponendiks (joon. 70):



Joon. 70. Tungi töö üldjuhul.

$\mathbf{f}_1$ — rakenduspunkti M edasiliikumise suunas ja $\mathbf{f}_2$ — sellega risti. Keha saab liikuda ainult sihil MN; seetõttu mõjub keha liikuma panevalt ainult komponent $\mathbf{f}_1$, kuna komponent $\mathbf{f}_2$ kui liikumissuunaga risti olev tung ei mõju edasiviivalt, küll aga muudab rõhumist alusele. Et $f_1 = f \cos \alpha$, siis saame töö jaoks üldjuhul valemi

$$A = f_1 s = fs \cos \alpha. \qquad (2)$$

Valemi (2) järgi on tungi f töö positiivne (> 0), kui $0 \leqslant \alpha < 90°$, ja negatiivne, kui $90° < \alpha \leqslant 180°$. Kui tõstame kivi üles, siis teeb käelihaste tung positiivset, Maa raskustung aga negatiivset tööd; keha allalangemisel seevastu on raskustungi töö positiivne. Tähendab, üldjuhul, kui tung teeb negatiivset tööd, siis omab keha sellele tungile vastassuunalist liikumiskomponenti.

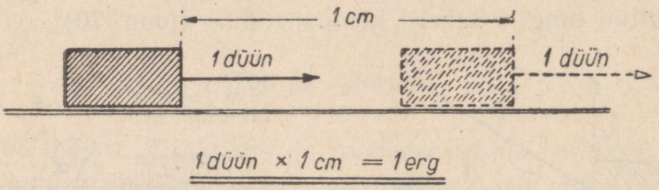
Kui tungi suund on kogu aja r i s t i tungi rakenduspunkti edasiliikumise teega, siis on tungi töö null, sest $\cos 90° = 0$. Sellise olukorra näitena võime vaadelda tsentripetaaltungi tööd keha ringliikumisel või gravitatsioonitungi tööd Maa liikumisel ümber Päikese.

Silmas pidades vektorite skalaarse korrutise definitsiooni (vt. § 37), saame valemi (2) kirjutada kujul

$$A = \mathbf{f} \cdot \mathbf{s},$$

kus tung ja tee kui nihe on võetud vektoritena. Seega on töö võrdne tungi ja tee skalaarse korrutisega.

66. Tööühikud. Töö valemist $A = fs$ järeldub, et kui $f = 1$ ja $s = 1$, siis ka $A = 1$, s. o. tööhulga ühikuks võetakse selline tööhulk, mille teeb üks tungiühik, kui tema rakenduspunkt liigub tungi suunas edasi ühe pikkusühiku võrra.



Joon. 71. Skeem ergi definitsiooni selgitamiseks.

Vastavalt sellele tööühiku ülddefinitsioonile tuletame nüüd mõõtühikute süsteemidele vastavad tööühikud.

cgs-süsteemis on $f = 1$ dn ja $s = 1$ cm. Siis $A = 1$ dn · 1 cm = 1 dn · cm = 1 erg (kr. k. *ergon* — töö, tegevus), seega 1 erg on töö, mille teeb tung 1 dn, kui tema rakenduspunkt liigub tungi suunas edasi 1 cm võrra.

mks-süsteemis on $f = 1$ nj ja $s = 1$ m, seega $A = 1$ nj · 1 m = 1 nj · m = 1 džaul (lühendid dž ja J). Niisiis 1 džaul on töö, mille teeb tung 1 nj, kui tema rakenduspunkt liigub tungi suunas edasi 1 m võrra.

Džauli definitsioonist järeldub:

1 dž = 1 nj · 1 m = 10^5 dn · 100 cm = 10^7 dn · cm = **10^7 ergi**.

Analoogiliselt saame ka mkGs- ehk tehnilise süsteemi tööühikud:

A = 1 kG · 1 m = 1 kG · m = 1 kilogramm-meeter (kGm).

Et 1 kG = 9,81 nj, siis **1 kGm** = 9,81 nj · 1 m = 9,81 nj · m = **9,81 dž**.

Eelmistest tööühikute definitsioonidest järelduvad ka nende nimetuste tähised. Ergi tähise näiteks saame järgmiselt:

$$\text{dn} \cdot \text{cm} = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \text{cm} = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^2}.$$

Seega töö dimensioonivalemiks on L^2MT^{-2}.

Näide. Kui kõrgele tuleks tõsta koormis 1 kg, et seejuures tehtud töö hulk oleks 1 dž?

Lahendame ülesande mks-süsteemis. Siis koormise raskus $P = 1$ kG $= 9{,}81$ nj. Olgu tõstekõrgus h m. Tehtud töö väljendub:

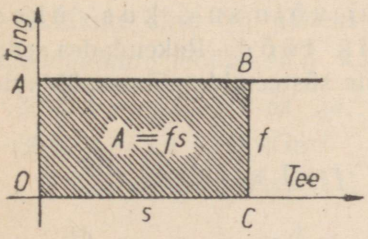
$$9{,}81 \text{ nj} \cdot h \text{ m} = 1 \text{ dž},$$

millest

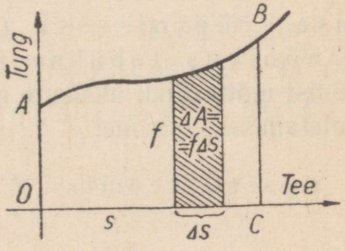
$$h = 0{,}102 \text{ m ehk } 10{,}2 \text{ cm}.$$

Saadud tulemusest nähtub, et 1 dž tööd toimub, kui 1 kg tõsta 10,2 cm kõrgusele või 102 g tõsta 1 m kõrgusele.

67. Töö graafiline kujutamine. Analoogiliselt liikumisel läbitud tee pikkuse kujutamisega (§ 26) võime graafiliselt kujutada ka tungi tööd. Et töö mõõtub kahe suuruse — tungi ja tee — korrutisega, siis on sobiv tööhulka graafiliselt kujutada pindalana. Selleks kujutame näiteks x-teljel läbitud tee pikkuse (s) ja y-teljel sellele vastava tungi (f) väärtuse. Kui tungi suurus on jääv (joon. 72), siis on tungi suuruse olenevust tee pikkusest kujutav joon sirge (AB), mis on rööpne rõhtteljega, ja ristküliku $OABC$ pindala $A = fs$ kujutabki graafiliselt jääva tungi f tööd teevahemikus s.



Joon. 72. Jääva tungi töö graafik.



Joon. 73. Tungi töö graafik üldjuhul.

Üldjuhul (joon. 73), kui tungi suurusel f on tee igas punktis eri väärtus, saame tungi suuruse muutumist kujutavaks jooneks kas sirge või kõvera. Selle joone (AB) ja temale vastava teeosa (OC) vahel olev p i n d a l a (kujund $OABC$) ongi sel juhul tungi f töö graafiliseks väljendajaks teevahemikus OC. Selle pindala arvutamiseks lahutame teevahemiku OC suureks hulgaks võrdseteks elementideks Δs. Kui need tee-elemendid on küllalt väikesed, võime iga tee-elemendi jooksul mõjuva tungi f lugeda konstantseks, ja tema poolt sel eeldusel tehtud töö element $\Delta A = f \cdot \Delta s$. Tungi töö

kogu teevahemikus s võrdub kõigi üksikute tööelementide summaga, s. o.

$$A = \Sigma \Delta A = \Sigma f \cdot \Delta s.$$

Mida rohkem on võetud tee-elemente Δs, seda täpsemalt väljendab eelmine valem tungi f töö hulka. Piirväärtuses, kui tee-elementide arv piiramatult kasvab, muutub $\Sigma \Delta A$ kogu tehtud töö täpseks väärtuseks.

68. Võimsus. Võimsusühikud. Tööprotsessi (koorma vedamist, kündmist, kraavi kaevamist jne.) ei iseloomusta ainuüksi tehtud töö hulk, vaid ka aeg, mille jooksul see töö ära tehakse, s. o. töötegemise kiirus ehk võimsus, mida mõõdetakse ühes ajaühikus tehtud töö hulgaga. Kui kogu töö hulk on A ja aeg, mille jooksul see töö tehti, on t, siis keskmiselt ühe ajaühiku kohta tulev tööhulk ehk võimsus N väljendub üldkujul valemiga:

$$N = \frac{A}{t}. \qquad (1)$$

Valemist (1) on lihtne tuletada võimsusühikuid. Kui $A = 1$ ja $t = 1$, siis $N = 1$, s. o. võimsusühikuks võetakse sellise tööprotsessi (masina) võimsus, kus ühes ajaühikus tehakse üks ühik tööd. Rakendades seda üldist mõttekäiku üksikute mõõtühikute süsteemide võimsusühikute tuletamiseks, saame:

cgs-süsteemis: $A = 1$ erg; $t = 1$ s; $N = 1 \frac{\text{erg}}{\text{s}}$.

mks-süsteemis: $A = 1$ dž; $t = 1$ s; $N = 1 \frac{\text{dž}}{\text{s}}$ ehk vatt (W).

mkGs- ehk tehnilises süsteemis: $A = 1$ kGm; $t = 1$ s; $N = 1 \frac{\text{kGm}}{\text{s}}$.

Eespool tuletatud võimsusühikud on süsteemipärased. Peale nende kasutatakse praktikas veel õige rohkesti ajalooliselt esimest võimsusühikut — hobujõudu, mis võeti kasutusele esimeste aurumasinate võimsuse hindamisel.

Praegu tehnikas kasutatav võimsusühik

$$1 \text{ hobujõud (lühidalt hj ehk HJ)} = 75 \frac{\text{kGm}}{\text{s}}.$$

Et 1 kGm = 9,81 dž (täpselt: 9,80665 dž), siis

$$\textbf{1 hj} = 75 \cdot 9{,}81 \frac{\text{dž}}{\text{s}} = \textbf{735 W} = \textbf{0,735 kW.}$$

Võimsusühik $75 \frac{\text{kGm}}{\text{s}}$ on n. ö. meetermõõdustiku ehk rahvusvaheline «hobujõud». Inglise-ameerika mõõtühikute süsteemis kasutatakse võimsusühikuna «hobujõud» (hp ja HP, inglise keele sõnadest *horse* — hobune ja *power* — võimsus, jõud) võimsust $550 \frac{\text{jalg} \cdot \text{nael}}{\text{sekund}}$, seega 1 hp = 1,0139 hj = 746 W. Ainult tugev hobune suudab pikemat aega töötada võimsusega $75 \frac{\text{kGm}}{\text{s}}$ ja enamgi. Hariliku hobuse keskmiseks võimsuseks on ~ 0,6 hj. Inimese keskmine võimsus pikemaajalisel töötamisel on $5—8 \frac{\text{kGm}}{\text{s}}$. Lühemat aega ennast tugevasti pingutades, näiteks hüpete puhul, võib inimene arendada võimsust kuni 10 hj. Ka trepist kiiresti üles joostes töötame võimsusega umbes 1 hj.

Valemist (1) järeldub, et $A = Nt$, s. o.

$$\underline{\text{töö} = \text{võimsus} \times \text{aeg.}}$$

Eelmine seos võimaldab moodustada tööühikuid võimsus- ja ajaühikute abil. Nii näiteks $1 \text{ Ws} = 1 \frac{\text{dž}}{\text{s}} \cdot \text{s} = 1$ dž. Samuti on moodustatud tööühikud 1 kilovatt-tund (kWh) = 1000 W · · 3600 s = $3{,}6 \cdot 10^6$ dž ja 1 hobujõud-tund = $75 \frac{\text{kGm}}{\text{s}}$ · · 3600 s = $2{,}7 \cdot 10^5$ kGm.

Edasi võime seosest (1) tuletada:

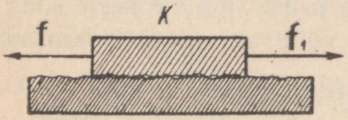
$$\underline{N = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot v,}$$

s. o. võimsus võrdub mõjuva tungi ja kiiruse korrutisega. Kui näiteks hobune tõmbab vankrit jääva tungiga $F = 40$ kG ja seejuures liigub edasi kiirusega $v = 1{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, siis sel juhul hobuse võimsus $N = 40 \cdot 1{,}2 = 48 \frac{\text{kGm}}{\text{s}}$.

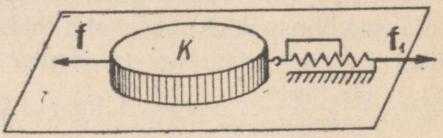
Hõõrdumine

69. Hõõrdumine. Hõõrdumistung. Asetame rõhtsale lauale vabalt ümmarguse klopi K (joon. 74 ja 75) ja rakendame sellele vedrukaalude abil tungi f_1. Kui tung f_1 pole küllalt suur, jääb klopp

laual paigale, kuigi Newtoni II seaduse põhjal peaks iga tung, olgu see suur või väike, andma vabale kehale teatava kiirenduse, mille suurus järeldub valemist $f = ma$. Nähtuse seletamiseks peame oletama, et peale tungi f_1 mõjub klopisse veel mõni teine tung **f**,



Joon. 74. Hõõrdumist tekitavad pinnakonarused.



Joon. 75. Hõõrdumine liugumisel.

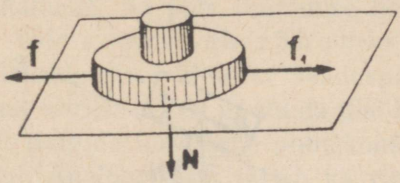
mis tasakaalustab esimese mõju. Siis on tungide mõju kehasse null ja laual olev keha jääb paigale. Nimetame tungi **f** hõõrdumistungiks. Seda põhjustavad klopi ja laua kokkupuutepindade konarused, mis nagu väikesed haagikesed jäävad üksteise taha ja seega takistavad liikumist. Peale selle on siin veel mõjumas molekulaar-tõmbetungid kokkupuutuvate pindade osakeste vahel ja kokkupuutepindade deformatsioon, näiteks kivi vedamisel liival.

Suurendame klopisse mõjuvat välist tungi f_1. Kui väline tung pisutki ületab hõõrdumistungi, hakkab klopp liikuma — liuguma temasse mõjuva välise tungi suunas. Kui liugumine toimub ühtlaselt, ilma kiirenduseta, siis on kehasse mõjuvate tungide summa null, järelikult võrdub mõjuv väline tung (f_1) suuruselt hõõrdumistungiga (**f**). Eksituste vältimiseks tuleb alati kindlasti meeles pidada, et keha ühtlaselt liikumas hoidev tung ei ole hõõrdumistung, vaid temaga suuruselt võrdne ja suunalt vastupidine väline tung, mis hõõrdumistungi tasakaalustab.

Katsed näitavad, et hõõrdumistung ühtlasel liugumisel on väiksem kui maksimaalne hõõrdumistung sama keha paigal olles. Seda tõendavad ka igapäevased kogemused. Koorma liikuma tõmbamine näiteks nõuab hobuselt suuremat pingutust kui hiljem vedamine.

70. Hõõrdumiskoefitsient. Olgu tung, millega klopp rõhub risti (normaalselt) vastu lauda, **N** ja hõõrdumistung ühtlasel liugumisel **f** (joon. 76). Kui suurendame rõhumistungi **N**, siis suureneb ka hõõrdumistung **f**, kuid nende suuruste suhe $\frac{f}{N}$ jääb

enam-vähem konstantseks. Seda hõõrdumis- ja rõhumistungi konstantset suhet nimetatakse liugumise hõõrdumiskoefitsiendiks (k). Järelikult $\frac{f}{N} = k$, millest $f = kN$.



Joon. 76. Hõõrdumistungi suurus oleneb rõhumisest.

Paigaloleku hõõrdumiskoefitsiendi all mõeldakse paigaloleku maksimaalse hõõrdumistungi ja normaalse rõhumise suhet.

Paigaloleku, samuti ka liugumise hõõrdumiskoefitsient k kui samanimeliste suuruste suhe on nimeta arv, järelikult dimensiooniga null. Ta on väiksem kui 1 ja näitab, missuguse osa moodustab hõõrdumistung ristirõhumisest.

Järgnev tabel annab ülevaate hõõrdumiskoefitsientide suurusest mõnede tuntud liikumiste puhul.

Tabel 3

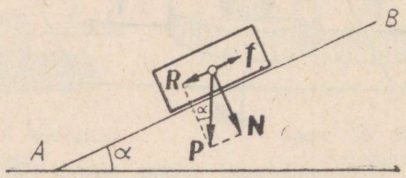
Hõõrdumiskoefitsiente

Hõõrdumiskoefitsient liugumisel	k
Raud vastu rauda	0,3
„ „ valgevaske	0,2
Teras vastu terast	0,17
Nahkrihm vastu puitu	0,4
„ „ malmi	0,28
Tellis vastu tellist	0,7
Teras vastu jääd	0,02
Puit vastu jääd	0,035

71. Hõõrdumiskoefitsiendi määramine. Nii liugumise kui ka paigaloleku hõõrdumiskoefitsiendi määramiseks võib kasutada eespool kirjeldatud hõõrdumistungi otsest mõõtmist vedrukaalude abil. Kui näiteks klopp rõhub vastu lauda 4 kG tugevuselt ja tema

ühtlaseks liugumiseks mööda lauda on vajalik tung 1 kG, siis sel juhul on liugumise hõõrdumiskoefitsient $k = \frac{f}{N} = \frac{1}{4} = 25\%$.

Liugumise hõõrdumiskoefitsienti on hõlpus määrata kaldpinna abil. Selleks asetame pinna, mida mööda keha liigub, sedavõrd kaldu, et keha hakkaks ühtlaselt allapoole liuguma (joon. 77).



Joon. 77. Hõõrdumiskoefitsiendi määramine kaldpinna abil.

Lahutame kaldpinnal asuva keha raskuse **P** kaheks komponendiks: **R** — rööbiti kaldpinnaga, **N** — sellega risti. Siis ühtlase liugumise korral keha raskuse komponent **R** võrdub suuruselt hõõrdumistungiga **f**, komponent **N** moodustab keha rõhumise vastu liugumispinda (normaalne komponent) ja hõõrdumiskoefitsient liugumisel

$$k = \frac{R}{N} = \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha.$$

Nurka α nimetatakse h õ õ r d u m i s n u r g a k s. Määrates katsest α, saame määrata hõõrdumiskoefitsiendi k. Kirjeldatud kaldpinna-võte on rakendatav ka paigaloleku hõõrdumiskoefitsiendi määramiseks. Selleks tuleb mõõta kaldenurk α, mille juures algab keha ühtlane liugumine.

72. Hõõrdumisseadused. Uurides hõõrdumisnähtusi, leidis Coulomb (1785. a.) katseliselt järgmised hõõrdumisseadused:

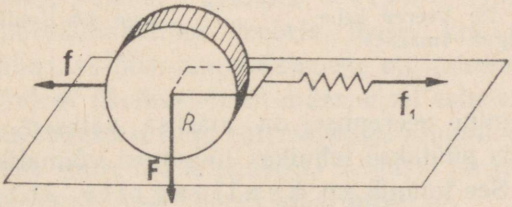
1) Hõõrdumistungi suurus liugumisel:
   a) e i o l e n e h õ õ r d u v a t e k e h a d e k o k k u p u u t e p i n d a d e s u u r u s e s t e g a l i i k u m i s e k i i r u s e s t;
   b) o l e n e b k o k k u p u u t e p i n d a d e i s e l o o m u s t (ainest, siledusest, määritusest) ja r õ h u v a s t t u n g i s t (normaalrõhumisest) ning on sellega võrdeline.
2) Hõõrdumistungi suurus on p a i g a l o l e k u s s u u r e m k u i l i i k u m i s e l.

Need hõõrdumisseadused on kehtivad a i n u l t piiratud ulatu-

ses. Lähemad uurimised on näidanud, et kiiruse suurenemisel hõõrdumiskoefitsient väheneb. Nii näiteks raudteerongi liikumisel kiirusega 100 $\frac{km}{h}$ on hõõrdumine 4 korda väiksem kui liikumisel kiirusega 10 $\frac{km}{h}$ ja 5 korda väiksem kui rongi liikumahakkamisel. Ka pole liugumise hõõrdumiskoefitsient päris konstantne, vaid suureneb rõhumise suurenemisel. Need kõrvalekaldumised üldisest seaduspärasusest on arusaadavad. Suurema kiiruse puhul ei suuda ühe keha pinnakonarused nii põhjalikult tungida teise keha pinnakonarustesse kui väiksema kiiruse puhul. Analoogiliselt jälgib ka vankri ratas väikese kiiruse korral kõiki tee lohukesi, suurema kiiruse puhul aga hüppab mõnedest neist üle. Suurte rõhumiste puhul hakkab kokkupuutepind purunema, mis suurendab hõõrdumist.

Katsed on samuti näidanud, et hõõrdumine erisugustest ainetest pindade vahel on väiksem kui samast ainest pindade vahel. See on üks põhjusi, mispärast masinate laagrid (võllitoed) tehakse teisest materjalist kui võll ise.

73. Hõõrdumine veeremisel. Asetame eelmistes katsetes kasutatud ümmarguse klopi lauale veerevasse asendisse (joon. 78) ja määrame tema ühtlaselt liikuma panemiseks vajaliku tungi suu-



Joon. 78. Hõõrdumine veeremisel.

ruse f_1, mis võrdub hõõrdumistungi suurusega f. Katse tulemused näitavad, et veeremisel on hõõrdumistung märksa väiksem kui liugumisel. Nii näiteks raudratta veeremisel mööda raudrööbast on hõõrdumistung umbes 100 korda väiksem kui liugumisel samades tingimustes.

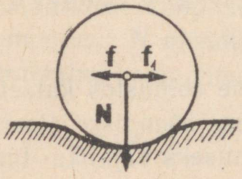
Hõõrdumistungi suurus f veeremisel on võrdeline rõhuva tungiga (normaalrõhumisega) N ja pöördvõrdeline veereva keha raadiusega R.

$$f = k_v \frac{N}{R}, \qquad (1)$$

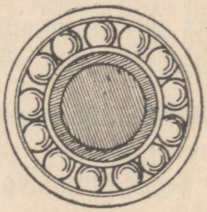
kus k_v on veeremise hõõrdumiskoefitsient.

Valemist (1) nähtub, et veeremise hõõrdumiskoefitsient pole nimeta arv nagu liugumise hõõrdumiskoefitsient, vaid tal peab olema sama nimetus kui raadiusel R, näiteks cm. Vastasel korral ei ole valemi (1) mõlema poole nimetused samad, nagu see peab olema.

Veeremisel ei liugu ühe keha pind mööda teise keha pinda, vaid on kokkupuutekohal paigal. Rõhuva tungi **N** mõjul vajutab veerev keha aluse pisut lohku ja ka ise osalt deformeerub. Veeremisel toimub nagu alatine «mäkke» tõusmine (joon. 79) veeremise suunas ja kokkupuutepindade üksteisest lahtirebimine selle vastaspoolel. Need takistused moodustavadki hõõrdumistungi veeremisel.



Joon. 79. Veerev keha liigub «mäkke».



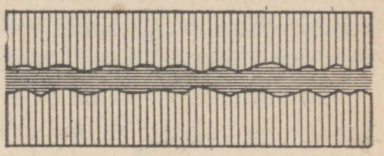
Joon. 80. Kuullaager.

Et hõõrdumine veeremisel on märksa väiksem hõõrdumisest liugumisel, siis püütakse tehnikas liugumist võimalikult asendada veeremisega. See toimub nn. k u u l l a a g r i t e a b i l (joon. 80). Siin ei liugu pöörlemistelg (võll) mööda laagrit, nagu vankritelg ratta pussis, vaid veereb mööda siledaid teraskuule, mistõttu hõõrdumine on tunduvalt väiksem (umbes 50 korda).

74. Kuiv ja märg hõõrdumine. N. P. Petrovi tööd. Eespool käsitlesime hõõrdumist juhul, kui ühe tahke keha kuiv pind liugub mööda teise tahke keha kuiva pinda. See on nn. k u i v h õ õ r d u m i n e. Kui aga kahe tahke keha pinna vahel on mingi vedelik — määre —, siis on tegemist m ä r j a h õ õ r d u m i s e g a. Nagu nähtub joonisest 81, on sel juhul hõõrduvad pinnad eraldatud vedelikukihiga ja liugumine ei toimu tahkete kehade kokkupuutu-

vate pindade vahel, vaid määrdeaine üks kiht nihkub mööda sama aine teist kihti. See vähendab hõõrdumist 8—10 korda, sest vedelike sisehõõrdumine on suhteliselt väike.

Vedelike sisehõõrdumine oleneb ainest ja temperatuurist ning väheneb tunduvalt temperatuuri tõusmisel. Glütseriini sisehõõrdumine näiteks on 10° puhul 1600 korda suurem vee sisehõõrdumisest, 20° puhul aga on see vahekord umbes 850. Kuigi vee sisehõõrdumine on väike, ei kõlba vesi üldiselt siiski määrdeaineks, sest ta valgub kokkupuutuvate pindade vahelt kergesti välja ning aurustub kergesti. Küll aga on vesi heaks määrdeaineks ree (kelgu) jalaste libisemisel mööda lund pehme ilmaga, sest siis hakkab rõhumise mõjul lumi jalaste all sulama ja toimubki veega määrimine. Samalaadne nähtus esineb ka uisutamisel.



Joon. 81. Märja hõõrdumise mudelkujutis.

Määrdeõlide sisehõõrdumine on üldiselt 100 korda suurem vee sisehõõrdumisest. Määrdeõlide kasutamisel tuleb alati arvestada nende vastavust antud liikumisolukorra tingimustele (rõhumine, temperatuur, kiirus jt.).

Määriva vedeliku mõju mitmesugustes tingimustes uuris põhjalikult vene füüsik Nikolai Pavlovitš Petrov (1836—1920) — määrimise hüdrodünaamilise teooria looja, kes ajavahemikus 1882—1905 pühendas hõõrdumisküsimuste uurimisele ligi 20 tööd. Neis käsitles Petrov üksikasjaliselt määrimisel esineva hõõrdumise olenevust mitmesugustest tingimustest, nagu rõhumine, kiirus, temperatuur jt. Selle suure töö tulemusena selgusid järgmised seaduspärasused: hõõrdumistungi suurus määrimisel on

a) võrdeline kiirusega;

b) võrdeline hõõrdumispinna suurusega;

c) pöördvõrdeline määrdekihi paksusega ja

d) oleneb määrde füüsikalistest omadustest, nimelt on võrdeline määrdeaine sisehõõrdumiskoefitsiendiga.

75. Hõõrdumistungi rakendusi. Kõik meie liikumised toimuvad hõõrdumisega. Hõõrdumistung pidurdab liikumist ja me peame hõõrdumise ületamiseks kulutama tööd. Kui hobune veab koormat rõhtsal teel jääva kiirusega, siis kulub hobuse tõmme hõõrdumis- ja keskkonnatakistuse tasakaalustamiseks. Ainult sel juhul, kui hobuse

tõmme võrdub liikumistakistusega, on nende resultant null ja koorem liigub ühtlaselt, samuti kui tungivaba liikumise puhul.

Teisest küljest on hõõrdumine teguriks, mis teeb meie liikumise üldse võimalikuks. Teame ju, kui raske on kõndida libedal pinnal ja kuidas autorattad libedal teel koha peal ringi käivad («puksivad»), suutmata autot liikuma tõmmata.

Kõndimisel asetame jala vastu maad nõnda, et ta peaks tahapoole liuguma. Hõõrdumine takistab seda. Hõõrdumise puudumisel puuduks meil maapinnal vajalik toetuspunkt, mistõttu liikumine osutuks võimatuks.

Hõõrdumistungita ei saaks ka teostada tungi edasikandmist rihmadega, sest rihm libiseks rattal, samuti ei püsiks seinas naelad ega kruvid, ei saaks sõidukeid liikuma ega seisma panna jne.

Energia

76. Energia mõiste. Kui keha teeb tööd, siis toimuvad temas muutused, mistõttu selle keha võime töötegemist jätkata väheneb. Autosõidul näiteks väheneb järjest bensiinivaru ja seda tuleb aegajalt täiendada, kui ei taheta, et auto lõpuks hoopis seisma jääb.

Füüsikalist suurust, mis iseloomustab keha võimet teha tööd, nimetatakse energiaks. Olgu keha energia tööprotsessi algul E_1 ja lõpul E_2. Siis selle keha energia muutust tööprotsessi kestel $\Delta E = E_2 - E_1$ iseloomustab tehtud töö hulk ΔA. Järelikult

$$\Delta E = k\Delta A, \qquad (1)$$

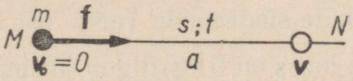
kus k on ühikute valikust olenev võrdetegur. Seosest (1) näeme, et keha energia muutus (ΔE) on võrdeline selle keha poolt tehtava töö hulgaga. Kui $k = 1$, siis $\Delta E = \Delta A$, s. o. keha energia muutus on arvuliselt võrdne selle keha poolt tehtava töö hulgaga. Eelnevast ei järeldu sugugi, et energia ja töö mõisted on identsed, kuigi mõlemaid suurusi mõõdetakse samades, nimelt töö ühikutes. Energia mõiste iseloomustab keha tema võime suhtes teha tööd, kuna töö abil iseloomustatakse tööprotsessi ennast, s. o. liikumist tungide toimel. Traktori energia näiteks oleneb tema põletisaine varust, traktori poolt tehtav töö aga väljendub adra vedamisel jne. Energia iseloomustab keha olekut (traktor), töö liikumisprotsessi (adra vedamine).

Energiat võivad omada väga mitmesugused kehad: pingutatud kellavedru, kokkusurutud aur, liikuv püssikuul, elektrilaengut kan-

dev keha jne. Järgnevalt käsitleme ainult liikumis- ehk kineetilise ja asendi- ehk potentsiaalse, üldse mehaanilise energiaga seotud nähtusi.

Kineetilise energia puhul on keha võime teha tööd tingitud sellest, et keha omab teatavat kiirust, potentsiaalse energia puhul aga on keha energeetiline olukord tingitud selle keha asendist mõnede teiste kehade suhtes. Et nii ühel kui ka teisel juhul on tegemist mehaaniliste protsessidega, siis nimetatakse kineetilist ja potentsiaalset energiat ühise nimega mehaaniliseks energiaks.

77. Kineetiline energia. Oletame, et paigalolevale vabale kehale, mille mass on m grammi, hakkab mõjuma jääv tung **f** düüni (joon. 82).



Joon. 82. Keha liikumine jääva tungi mõjul.

Selle mõjul hakkab keha liikuma jääva kiirendusega $\mathbf{a}\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ ja t sek pärast on tema kiirus $\mathbf{v} = \mathbf{a}t$. Sama aja jooksul aga on keha edasi liikunud teepikkuse $s = \frac{at^2}{2}$ cm võrra. Tungi **f** töö selles teevahemikus on

$$fs = \frac{f \cdot at^2}{2} = \frac{ma \cdot at^2}{2} = \frac{m \cdot (at)^2}{2} = \frac{mv^2}{2}.$$

Avaldise

$$\underline{fs = \frac{mv^2}{2}} \qquad (1)$$

vasak pool väljendab tungi **f** tööd, kuna valemi paremal poolel esinev avaldis $\frac{mv^2}{2}$ kannab keha kineetilise energia ehk hoo nime. Valemist (1) nähtub, et jääva tungi töö takistusvaba keha liikumapanemisel tungi suunas võrdub liikumise lõpul saavutatud kineetilise energia ehk hooga.

Siin evib keha energiat oma liikumise tõttu, millega ongi põhjendatud nimetus kineetiline energia (kr. k. *kinema* — liikumine). Nagu hiljem näeme, saab kineetilise energia arvel teha nii palju tööd, kui palju tööd on kulunud vabale kehale selle hulga kineetilise energia andmiseks (vt. § 79).

Töö on skalaarne suurus, järelikult peab ka hoog olema skalaarne suurus. See nähtub samuti otseselt valemist $\frac{mv^2}{2}$, kus mass m ja kiiruse ruut v^2 mõlemad on skalaarsed suurused.

Samale tulemusele jõuame ka sel juhul, kui vaatleme kiirust vektorina, sest siis $\mathbf{v}^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = v \cdot v \cos 0° = v^2$, nagu see järeldub vektorite skalaarse korrutise definitsioonist (vt. § 37).

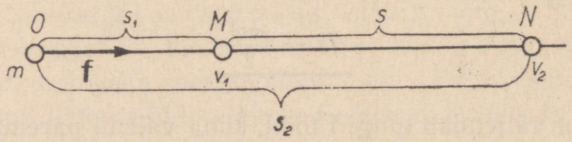
Töö (fs) ühiku düün · cm (erg) tähiseks on $\frac{g \cdot cm^2}{s^2}$. Sama tähise saame ka hoo jaoks: $g \cdot \left(\frac{cm}{s}\right)^2 = \frac{g \cdot cm^2}{s^2}$. Tähendab, ka hoog mõõtub ergides, kui mass m on väljendatud grammides ja kiirus v sentimeetrites sekundis.

Kui aga tahame saada hoogu džaulides või kilogramm-meetrites, siis peame hoo valemis $\frac{mv^2}{2}$ väljendama massi m ja kiiruse v vastavatel mõõtühikute süsteemide (mks või mkGs) ühikutes. Kui näiteks keha, mille mass on 5 kg, liigub kiirusega 10 $\frac{m}{s}$, siis tema hoog džaulides on $\frac{5 \cdot 10^2}{2} = 250$ dž, kilogramm-meetrites aga

$$\frac{5 \cdot 10^2}{9{,}81 \cdot 2} = \frac{250}{9{,}81} \approx 25 \text{ kGm}.$$

Jagamine 9,81-ga on tarvilik, et väljendada massi tehnilise süsteemi massiühikutes.

78. Hoo valem üldjuhul. Oletame, et keha, mille mass on m, alustab liikumist jääva tungi f mõjul punktist O (joon. 83).



Joon. 83. Hoog üldjuhul.

Läbinud tee s_1, jõuab ta punkti M ja omab kiirust v_1; järelikult

$$fs_1 = \frac{mv_1^2}{2}.$$

Jõudes punkti N, on sama keha läbinud tee s_2 ja omab kiirust v_2. Järelikult tehtud töö $fs_2 = \frac{mv_2^2}{2}$ ning tungi f töö teevahemikus

MN ehk s on

$$fs_2 - fs_1 = f(s_2 - s_1) = fs = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Seega

$$fs = \underline{\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}}, \qquad (1)$$

s. o. jääva tungi töö antud teevahemikus võrdub hoo muutusega selles vahemikus.

Samale tulemusele jõuame ka, lähtudes otse ühtlaselt kiireneva liikumise valemitest: $v_2 = v_1 + at$ ja $s = v_1 t + \frac{at^2}{2}$. Selleks elimineerime tee valemist aja t. Kiiruse valemist $v_2 = v_1 + at$ saame: $t = \frac{v_2 - v_1}{a}$. Asetame saadud t väärtuse tee valemisse; siis

$$s = v_1 \cdot \frac{v_2 - v_1}{a} + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{v_2 - v_1}{a}\right)^2 = \frac{v_1 v_2 - v_1^2}{a} + \frac{(v_2 - v_1)^2}{2a} =$$

$$= \frac{2(v_1 v_2 - v_1^2) + (v_2 - v_1)^2}{2a} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}.$$

Tungi **f** töö teevahemikus s on $fs = \frac{f(v_2^2 - v_1^2)}{2a} = \frac{ma(v_2^2 - v_1^2)}{2a} =$

$= \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$, s. o. sama tulemusega nagu varemgi.

79. Mõningaid hoo valemi rakendusi. a) Keha suudab teha oma hoo arvel alati nii palju tööd, kui palju tööd on kulunud vabale kehale selle hoo andmiseks.

Olgu keha mass m ja kiirus v_0; siis tema hoog on $\frac{mv_0^2}{2}$. Kui sellesse kehasse hakkab mõjuma liikumisele vastassuunas jääv tung $-f$, näiteks hõõrdumine, siis on see tung ületatavaks takistuseks ja ta teeb kogu aja negatiivset tööd, mistõttu keha liikumine muutub ühtlaselt aeglustuvaks. Lõpuks jääb keha seisma ja tema kiirus $v = 0$. Rakendades hoo valemit (1) saame: $-fs = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$. Et lõppmomendil hoog $\frac{mv^2}{2} = 0$, siis $-fs = -\frac{mv_0^2}{2}$ ja $fs = \frac{mv_0^2}{2}$. Siin ületatakse kehasse mõjuv liikumist pidurdav tung $(-f)$ hoo arvel ja pidurdamiseks kulunud töö

$(-fs)$ võrdub suuruselt tööga (fs), mis kulub kehale selle hoo andmiseks. Seega olemegi tõestanud algul püstitatud väite.

b) Raudteerong, mille mass on m, liigub ühtlase kiirusega v. Missugune on sel juhul seos veduri tõmbe (f) ja kogutakistuse (f_1) vahel?

Rongi liikumist kiirendav tung peab võrduma veduri tõmbe ja kogutakistuse (hõõrdumise, keskkonnatakistuse) vahega, s. o. $f - f_1$. Järelikult

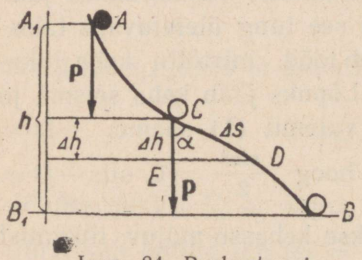
$$(f - f_1)s = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \qquad (1)$$

Et siin $v = v_0$, siis $(f - f_1)s = 0$, millest $f - f_1 = 0$ ja $f = f_1$, sest $s \neq 0$. Järelikult rongi ühtlasel liikumisel võrdub veduri tõmme takistuste kogusummaga. Kui aga veduri tõmme on suurem kogutakistusest f_1, siis läheb sel puhul tungi $(f - f_1)$ töö rongi kiiruse suurendamiseks. Juhul, kui $f < f_1$, toimub takistuste ületamine rongi kiiruse vähenemise arvel.

c) Kui kõrgele tõuseb keha, mis on püsti üles visatud algkiirusega v_0?

Olgu tõusu kõrgus h ja keha mass m; siis $f = mg$ ning töö $-mgh = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$. Et $v = 0$, siis $\frac{mv^2}{2} = 0$ ja $-mgh = -\frac{mv_0^2}{2}$, millest $h = \frac{v_0^2}{2g}$. Siit $v_0^2 = 2gh$. Kui lasta keha vabalt langeda kõrguselt h, siis tema lõppkiiruse ruut väljendub vaba langemise valemite põhjal (vt. § 28) samuti valemiga $2gh$. Sellest järeldame, et algkiirusega v_0 püsti üles visatud keha tõuseb sellisele kõrgusele, millelt vabalt alla langedes ta saavutab sama kiiruse v_0.

80. Raskustungi töö. Raskustungi võime antud kohas lugeda nii suuruselt kui ka suunalt konstantseks. See võimaldab mõningaid lihtsustamisi raskustungi töö arvutamisel. Liikugu näiteks keha raskustungi toimel mööda kõverat pinda punktist A punkti B (joon. 84). Vaatleme raskustungi **P** tööd ühel tee-elemendil Δs. Töö üldvalemi põhjal tööelement ΔA sel tee-elemendil Δs väljendub:



Joon. 84. Raskustungi töö.

$$\Delta A = P \cdot \Delta s \cos\alpha = P\Delta h,$$

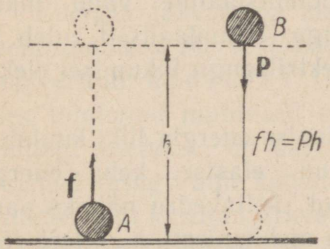
sest väikest tee-elementi Δs võime pidada sirglõiguks ja täisnurksest kolmnurgast CDE $\Delta h = \Delta s \cdot \cos \alpha$. Järelikult

$$A = \Sigma \Delta A = \Sigma P \Delta h = P \Sigma \Delta h = Ph,$$

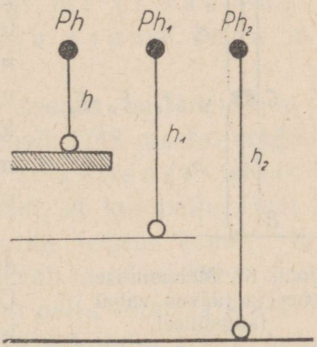
sest tungi suurus P on konstantne ja kõigi tee-elementide Δs projektsioonide Δh summa võrdub kogu liikumistee AB projektsiooniga h raskustungi sihile.

Siit näeme, et raskustungi töö ei olene liikuva keha tee kujust, vaid ainult tema alg- ja lõppasendite kõrguste vahest. Sama keha mööda teed BA punktist B punkti A viies teeme tööd raskustungi vastu, seega raskustungi seisukohalt negatiivset tööd. Selle töö hulk aga võrdub töö hulgaga, mida teeb raskustung keha liikumisel punktist A punkti B.

81. Potentsiaalne energia. Eelmises paragrahvis nägime, et keha maapinnast kõrgemale tõstes teeme tööd, mille suurus mõõtub keha raskuse (P) ja tõstekõrguse (h) korrutisega. Ümberpöördult, endisele tasemele alla langedes teeb keha niisama palju tööd, kui palju tööd me kulutasime varem selle keha ülestõstmiseks. Järelikult neis protsessides toimunud keha asendi muutused muudavad ka keha energia hulka. Me ütleme, et kohas B (joon. 85) omab keha oma asendi tõttu nn. potentsiaalset (lad. k. *potentia* — jõud, vägevus) energiat Ph võrra rohkem kui asendis A.



Joon. 85. Keha energia muutumine asendi muutumisel.



Joon. 86. Keha potentsiaalse energia olenevus nulltasemest.

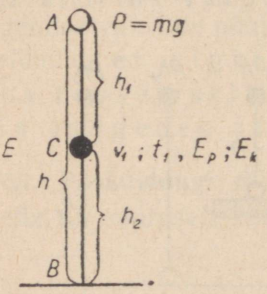
Analoogiliselt eelmise näitega võib iga Maa suhtes ülestõstetud keha langedes teha tööd seni, kuni ta jälle jõuab kokkupuu-

tesse Maaga või mõne teise kehaga, mis teda enam edasi liikuda ei lase. Seepärast on vajalik ülestõstetud keha potentsiaalse energia muutuste arvestamisel silmas pidada selle keha madalamale langemise võimalust, s. o. taset, mille me tingimisi loeme keha potentsiaalse energia nulltasemeks.

Joonisel 86 on kujutatud kolm keha samas rõhttasandis, kuid igaüks erisuguse suhtelise nulltasemega ehk madalamale langemise võimalusega: h, h_1 ja h_2. Järelikult omab antud suhteliste nulltasemete suhtes igaüks neist kehadest potentsiaalset energiat erisugusel määral ja selle energia hulk mõõtub vastavalt korrutisega Ph, Ph_1 ja Ph_2.

Eksituste vältimiseks tuleb silmas pidada, et potentsiaalsest energiast kõneldes vaatlesime eespool tegelikult ainult neis protsessides toimuvaid keha potentsiaalse energia muutusi, s. o. suurenemisi või vähenemisi algasendiga võrreldes. Kui palju keha potentsiaalset energiat üldse sisaldab, seda küsimust me siin ei käsitle. Et eelmiste küsimuste käsitluse puhul meid huvitasid ainult keha potentsiaalse energia muutused ehk vahed, siis pole nulltaseme valik oluline.

Lihtsa valemi (Ph) potentsiaalse energia muutuste väljendamiseks keha liikumisel raskusväljas saime seetõttu, et lugesime keha raskuse (P) konstantseks. Kui see nõnda ei ole, siis peame arvutama alg- ja lõppasendi gravitatsioonipotentsiaali, s. o. töö, mida teeb gravitatsiooniväli 1 massühikuga keha toomiseks lõpmatusest antud punkti, ning korrutama alg- ja lõppasendi gravitatsioonipotentsiaalide vahe liikuva keha massiga. Samalaadselt tuleb toimida ka elektrilaengu liikumisel elektriväljas.



Joon. 87. Mehaanilise energia jäävus vabal langemisel.

Potentsiaalse energia liiki kuulub ka deformeeritud elastse keha energia. Üleskeeratud kellavedru näiteks paneb käima kella mehhanismi, s. o. teeb tööd, kusjuures tema olek järjest muutub.

82. Mehaanilise energia jäävus vabal langemisel. Tõstes keha, mille mass on m, aluselt kõrgusele h (joon. 87), teeme tööd $P \cdot h$ ergi, kui h on väljendatud sentimeetrites ja P düünides ($P = mg$). Tähendab, asendis A on keha potentsiaalne energia

aluse suhtes Ph ergi. Laseme nüüd kehal sellest asendist vabalt alla langeda, mispuhul tema potentsiaalne energia järjest väheneb, selle asemel aga tekib kineetilist energiat kiiruse suurenemise tõttu vabal langemisel. Arvutame mõnes vahepealses asendis, näiteks punktis C, selle keha potentsiaalse (E_p) ja kineetilise (E_k) energia summa (E), rakendades seejuures hoo valemit:

$$E_p = Ph_2 = P(h - h_1) = Ph - Ph_1; \qquad E_k = \frac{mv_1^2}{2} = Ph_1;$$

$$E = E_p + E_k = Ph - Ph_1 + Ph_1 = Ph = \text{const.}$$

Järelikult vabalt langeva keha kineetilise ja potentsiaalse energia summa mistahes langemispunktis on konstantne suurus ja võrdub potentsiaalse energiaga, mida langev keha omab langemise algul, või kineetilise energiaga, mida see keha omab langemise lõpul.

83. **Energia jäävus.** Mehaanilise energia jäävus ei esine ainult vabal langemisel, nagu nägime eelmises paragrahvis, vaid ka kõigis teistes mehaanilistes protsessides: niisama palju kui mõni keha kaotab mehaanilist energiat, peab mingi teine keha mehaanilist energiat juurde saama. Üldse on suletud (isoleeritud) süsteemis potentsiaalse ja kineetilise energia summa konstantne. See on erijuhtum üldisest energia jäävuse seadusest, mille järgi me ei saa energiat luua ega hävitada, küll aga saame teda muundada ühest liigist teise.

Energia jäävuse ja muundumise seadus on erijuhtum suure vene teadlase M. V. Lomonossovi poolt 1748. aastal selgesti formuleeritud üldisest jäävuse seadusest: «Kõik looduses toimuvad muutused on seda laadi, et kui palju ühelt kehalt midagi võetakse, nii palju tuleb juurde teisele kehale. Kui sel kombel kusagil aine kahaneb, siis kasvab ta teises kohas; kui palju tunde keegi kasutab ärkvelolekuks, nii palju võtab ta ära uneajast. See üldine loodusseadus on kehtiv ka liikumise kohta: keha, mis oma jõuga paneb liikuma teise keha, kaotab oma liikumisest nii palju, kui palju ta annab teisele, mis temalt liikumist saab.» Ei tule imestada, et Lomonossov oma üldise jäävuse seaduse sõnastuses ei kasuta energia mõistet, sest viimane võeti tarvitusele alles sada aastat hiljem.

Energia jäävuse ja muundumise seadus on üldine looduseseadus, mis kehtib kõikide liikumisvormide muundumisel ühest teise. Seda energia jäävuse seaduse üldist iseloomu tõstis esimesena esile Fr. Engels oma «Looduse dialektikas», kus ta käsitab energiat kui liikumisvorme iseloomustavat kvantitatiivset karakteristikut, mis jääb konstantseks üleminekutel ühest liikumisvormist teise. Energia jäävuse seaduse puhul on tegemist kõige üldisemat liiki otsustusega, mida Engels iseloomustab järgmiselt: «Mistahes liikumisvorm osutus võimeliseks ja sunnituks muunduma mistahes teiseks liikumisvormiks. Jõudnud selle vormini, saavutas seadus oma lõpliku väljenduse. Uute avastuste abil võime talle muretseda uusi tõendeid, anda talle uue rikkama sisu, kuid seadusele endale, nagu ta siin on väljendatud, ei saa me lisada enam midagi. Oma üldsuses, milles nii vorm kui ka sisu on ühteviisi üldised, pole ta enam võimeline mingisuguseks edaspidiseks avardumiseks: ta on looduse absoluutne seadus.»[1]

84. Massi, töö ja energia mõiste arengust. Sõna mass leiab kõnekeeles õige laialdast ja mitmekesist kasutamist: me kõneleme näiteks rahvamassist, massiüritustest, kosest alla langevatest veemassidest jne. Igal juhul on selle sõna kasutamisel tegemist mingisuguse suuruse esinemise hulgaga.

Praegusaja füüsikas kasutatakse massi kui aine üht väga üldist ja põhilist karakteristikut — inertsuse mõõtu. Et inertsus on aine üldiseks omaduseks, siis sellega ühtlasi on mass ka ainehulga mõõduks.

Massi mõiste lõplikuks väljakujunemiseks füüsikas on kulunud ligi 300 aastat. Esimesi algmeid massist kui aine karakteristikust leiame juba Kepleri, Galilei, Descartes'i ja Huygensi töödest. Kindlalt fikseeritud tähenduses kasutas füüsikas sõna mass esmakordselt Newton oma kuulsas *Principia*'s, mis ilmus trükist 1687. aastal. Enne liikumisseaduste käsitlemisele asumist annab Newton rea definitsioone hiljem kasutatavate mõistete täpseks piiritlemiseks. Esimene neist definitsioonidest kõlab järgmiselt: *«Quantitas materiae est mensura ejusdem orta ex illius densitate et magnitudine conjunctim»*, s. o. «aine hulk on aine mõõduks, mille määravad üheskoos tema tihedus ja ruumala». Definitsioonile järgnevas

[1] Ф. Энгельс, Диалектика природы, Государственное издательство политической литературы, 1955, стр. 178.

seletuses ütleb Newton, et «sedasama — ainehulka — ma mõistan edaspidi nimetuste all keha (*corpus*) ehk mass (*massa*)». Seega on Newton defineerinud massi kui kehas oleva ainehulga (*quantitas materiae*), õieti selle ainehulga mõõdu, ja rakendabki hiljem massi selles tähenduses.

Et praktikas on meil alatasa tegemist ainehulgaga ja kõnelda ainehulgast on hoopis konkreetsem kui aine mõnest üldisest omadusest, antud juhul inertsusest, mille abil me ainehulga üle otsustame, siis on arusaadav, mispärast massi samastamine ainehulgaga esineb sageli nii õppe- kui ka teaduslikus kirjanduses Newtonist meie päevini, kuigi ainehulk on massist hoopis erinev mõiste. Üleminek massi praegusele definitsioonile, s. o. massile kui inertsuse mõõdule, on toimunud peamiselt möödunud sajandi jooksul.

Töö on inimestele tuntud juba nende teadliku elu algusest saadik. Seda tõendab ka asjaolu, et kõigis keeltes esineb sõna «töö» juba õige varasel arenemisastmel, s. o. kuulub kõige põhilisema sõnavara hulka. Nii näiteks eestikeelse sõna *töö* (murretes *tüö, tüü*) algkuju *tev* leiame juba ühissoome ajastust tuhandeid aastaid tagasi. See on ka loomulik, sest inimlik tegevus, praktika seisnebki töö tegemises ühel või teisel kujul. Füüsikas iseloomustame töö mõiste abil tööprotsessi, s. o. liikumisprotsessi, mis on seotud mingisuguste takistuste (hõõrdumise, raskuse, keskkonna takistuse jt.) ületamisega. Füüsikas kasutatavas tähenduses on töö mõiste välja kujunenud võrdlemisi hilja. Suured teadlased Newton ja Lomonossov näiteks ei kasuta veel oma teostes töö mõistet, kuigi juba Kepleri ja Galilei teostes on algmeid selleks olemas. Nii Kepler oma töös *Harmonices mundi,* mis ilmus 1619. aastal, kasutab sõnu *dünamis* (tung, jõud) ja *energia* (töö, energia), et teha vahet tungi ning töö vahel, kuna teised tolle aja autorid kasutasid ainult sõna *dünamis*. Ka esineb selles töös algmeid tööhulga hindamiseks raskuse ja kõrguse abil.

Käsitledes kangi, näitab Galilei, et kangile rakendatud tungi ja tungi rakenduspunkti poolt läbitud tee korrutis on kangi mõlema õla puhul sama, s. o. et kangi kasutamisel me ei võida tööhulga poolest.

Kuulus Euler ühes oma 1772. aastal ilmunud teoses mõõdab rammimisel tehtavat tööd raskuse ja tee pikkuse korrutisega.

Fr. Engelsi arvates on töö mõiste füüsikalises tähenduses saa-

nud oma alguse inglise inseneridelt.[1] Pärast aurumasina tarvituselevõtmist XVIII sajandi lõpul tekkis vajadus hinnata aurumasina poolt tehtavat tööhulka, mis viiski töö mõiste täpse piiritlemise vajadusele, samuti töö ning võimsuse mõõtühikute (nael-jalg, hobujõud) kujundamisele. Neid mõisteid kasutas oma töödes ka J. Watt.

XIX sajandi esimesel poolel ilmub rida teoseid, kus juba selgelt kasutatakse füüsikalist töö mõistet. Nii kasutab prantsuse füüsik Coriolis (1792—1843) oma teostes tungi ja tee korrutist kui tööd ja teine prantsuse füüsik Poncelet (1788—1867) jätkab töö mõiste kasutamist, võttes esimesena tarvitusele paralleelselt inglise nael-jalaga meetermõõdustiku tööühiku kilogramm-meetri (*Mécanique appliquée aux machines*, 1826). Masinate poolt tehtava töö mõõtmise menetelu andis prantslane Prony temanimelise piduri näol (*Sur un moyen de mesurer l'effet dynamique*, 1835).

Füüsika õpikutest me aga XIX sajandi esimesel poolel veel töö mõistet ei leia. Alles XIX sajandi keskpaigast alates pääses töö mõiste mehaaniliste protsesside käsitluse põhilise mõistena üldiselt tarvitusele, kuigi selle mõiste üksikud algmed esinesid juba tunduvalt varem.

Keha energeetilist olukorda iseloomustab selle keha võime teha tööd, tema töövaru. Järelikult energia mõiste on tihedalt seotud töö mõistega ja seetõttu ei saanud ka energia mõiste välja kujuneda enne töö mõiste kujunemist või lahus sellest. Inimese praktiline tegevus on vahetult seotud tööprotsessiga, järelikult ka kehade energeetiliste olukordade muutustega. Seetõttu on arusaadav, et energia mõiste kujunemise algperioodil kasutati selle mõiste tähistamiseks keeles juba olemas olevaid sõnu, mis tähistavad tööd iseloomustavaid suurusi (eesti k. *jõud*, vene k. *сила*; saksa k. *Kraft*). Nii näeme, et energia jäävuse seaduse põhjendajad R. Mayer (*Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur*, 1842) ja H. Helmholtz (*Über die Erhaltung der Kraft*, 1847) kasutavad sõna *Kraft* ka energia tähenduses. Sama esineb eesti keele praktikas, kus sõnaga *jõud* varem tähistati nii tungi kui ka energia mõistet. Kui me kõneleme *jõu*jaamast, *jõu*toidust, *jõu*allikast, tuule- ning vee*jõust* jne., siis esineb siin *jõud* peamiselt ener-

[1] Ф. Энгельс, Диалектика природы, Государственное издательство политической литературы, 1955, стр. 73.

gia tähenduses. Sama näeme ka varem kasutatud väljendis *elav jõud* kineetilise energia $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ vastena.

Sõna e n e r g i a tema praeguses tähenduses esineb kirjanduses esmakordselt inglise füüsiku R a n k i n e'i teoses *On the Reconcentration of the Mechanical Energy*, mis ilmus 1852. aastal. Samaaegselt hakkas seda sõna kasutama ka teine tuntud inglise füüsik W. T h o m s o n (hilisema nimega K e l v i n). Õppekirjandusse ja üldisele kasutamisele aga pääses sõna e n e r g i a koos vastava mõistega alles tunduvalt hiljem. Nii näiteks 1877. aastal ilmunud tuntud saksakeelses Mülleri-Pouillet' kolmeköitelises füüsika kursuses (*Lehrbuch der Physik und Meteorologie*) käsitletakse küll töö mõistet koos võimsusega, kuid mitte energiat. Sama olukord esineb ka gümnaasiumidele määratud venekeelses Malinini-Burenini õpikus, mis ilmus 1887. aastal kaheksandas trükis. Alles XIX sajandi lõpu poole pääses energia mõiste kasutusele laiemas ulatuses.

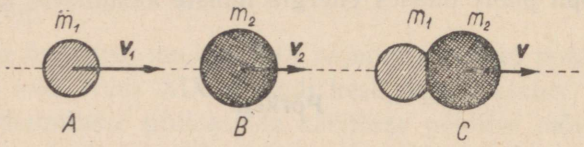
Põrked

85. Energia edasikandumine. Mehaanilise energia edasikandumine ühelt kehalt teisele toimub kas tõmbe, konvektsiooni, laine või põrke kaudu. Vedur t õ m b a b rongi ja oma tõmbega kas tasakaalustab kõiki rongisse mõjuvaid takistustunge (hõõrdumine, õhutakistus jt.) või sellele lisaks veel kiirendab rongi liikumist. Püssikuul kannab ruumis edasi kuuli kineetilist energiat ja rakendab seda ettetuleva takistuse puhul (tungib takistusse). Siin on meil tegemist energia edasikandumisega koos ainega ehk k o n v e k t s i o o n i g a. Energia konvektsiooniks võib nimetada ka keemilise energia, näiteks puu- või turbakoorma ühest kohast teise viimist. Et l a i n e t u s l i i k u m i n e omab energiat ja võib seda ühest kohast teise kanda, seda teame vee-, hääle-, valgus- ja raadiolainetest. Ka p õ r k e puhul toimub liikuva keha energia osaline või täielik edasiandmine teisele kehale. See on samuti energia konvektsiooni nähtus, sest siin energia kandub edasi koos ainega.

86. Elastne ja mitte-elastne deformatsioon. Väliste tungide mõjul mitte üksnes ei muutu keha liikumisolek (kiirus), vaid võivad muutuda ka keha kuju ja suurus. Niisugust muutust nimetatakse keha d e f o r m a t s i o o n i k s. Kui pärast tungide mõju lakkamist keha taastab oma esialgse kuju või suuruse, siis nime-

tatakse sellist deformatsiooni *elastseks*; kui keha seda ei tee, siis nimetatakse deformatsiooni *mitte-elastseks* ehk *plastiliseks*. Terasvedru näiteks deformeerub venitamisel (pikeneb), venitava tungi lakkamisel aga saab ta jälle oma esialgse pikkuse tagasi. Õhuga täidetud kummipall muutub kokkusurumisel kujult ja väheneb ruumalalt. Deformeerivate tungide lakkamisel taastab kummipall jälle oma esialgse kuju ja suuruse. Tinakuulike aga, langedes kõvale alusele (alasile), küll deformeerub, kuid ei taasta pärast langemist oma kuju, samuti ei tee seda pehme kititükk, savi, vaha jt. Viimasel juhul on tegemist mitte-elastse ehk plastilise deformatsiooniga.

87. Mitte-elastne põrge. Olgu antud kaks mitte-elastset kera A ja B (joon. 88). Nende massid ja kiirused on vastavalt m_1 ja



Joon. 88. Mitte-elastsete kehade põrge.

$\mathbf{v}_1$ ning m_2 ja $\mathbf{v}_2$. Mõlema kera tsentrid liiguvad samal sirgel ja samas suunas. Kui kera A kiirus on suurem kera B kiirusest, siis jõuab ta sellele lõpuks järele (asend C). Vastastikuse rõhumisimpulsi mõjul deformeeruvad mõlemad kerad, tungides osalt teineteise sisse. Et deformatsioon on mitte-elastne, siis säilib kerade maksimaalne deformatsioon ja nad jätkavad pärast põrget liikumist ühise kiirusega $\mathbf{v}$. Selle kiiruse suuruse võime arvutada liikumishulga jäävuse lause põhjal. Tõepoolest, kerasid A ja B võib vaadelda kui isoleeritud süsteemi, järelikult selle süsteemi liikumishulk enne põrget on niisama suur kui pärast põrget, s. o.

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2)\mathbf{v}, \text{ millest}$$

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}. \qquad (1)$$

Et kerade tsentrid liiguvad samal sirgel, s. o. kerade põrge toimub, nagu öeldakse, *tsentraalselt*, siis on lihtsuse otstarbel

kiirused eelmises valemis ning ka hiljem võetud skalaarselt, mitte vektoriliselt.

Valemist (1) nähtub, et

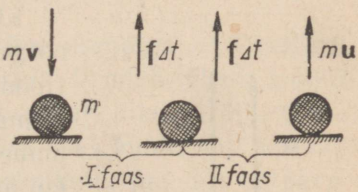
a) kui $m_1 = m_2$, siis $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$,

s. o. võrdsete massidega mitte-elastsete kehade tsentraalsel põrkel on lõppkiirus võrdne nende kehade kiiruste aritmeetilise keskmisega;

b) kui $m_1 = m_2$ ja $v_1 = -v_2$, siis $v = \frac{v_1 + v_2}{2} = 0$,

s. o. võrdsete masside ja kiirustega teineteisele tsentraalselt vastu liikuvad mitte-elastsed kehad jäävad pärast põrget seisma.

88. Elastne põrge. Katsest teame, et teatud kõrguselt rõhtsale alusele lastud kera tõuseb elastse põrke puhul umbes samale kõrgusele, järelikult peab põrkava keha kiirus **v** suuruselt võrduma sama keha kiirusega **u** pärast põrkamist (joon. 89). Samuti peavad olema suuruselt võrdsed ka neile vastavad liikumishulgad *m***v** ja *m***u**, sest keha mass põrkamisel ei muutu. Vaatleme nüüd, missugused muutused toimuvad kahe keha elastse põrke puhul. Kui alus on paigal ja kera langeb alusele, siis kokkupuutekohas toimub mõlema keha deformeerumine liikuva keha kineetilise energia arvel. Deformeerumine kestab seni, kuni kiirus **v**, samuti liikumishulk *m***v** muutub nulliks. See on põrkamise I faas, mis kestab kera kokkupuutest alusega kuni nende maksimaalse deformeerumiseni.



Joon. 89. Elastse põrke faasid.

Põrkamise II faasis toimub vastupidine nähtus. Elastsusest tingitud tungi impulsid (f Δt), mis nüüd korduvad samas suuruses ja samas suunas kui I faasis, suurendavad järjest keha kiirust ning ühes sellega ka liikumishulka. Viimases kokkupuutepunktis omab kera kiirust **u**, mis on otse vastupidine kiirusele **v**. Kokku põrganud kehad on meie eelduste kohaselt täiesti elastsed, s. o. sellised, mis pärast põrget täiel määral taastavad endise olukorra. Et kerasse mõjuvad tungi impulsid (f Δt) on nii põrkamise I kui ka II faasis alati vas-

tavalt võrdsed, siis peavad võrdsed olema ka nende poolt tekitatud liikumishulga muutused $\Delta(m\mathbf{v})$ ja $\Delta(m\mathbf{u})$. Seega

$$\Sigma \mathbf{f}\Delta t = m \cdot 0 - m\mathbf{v} = m\mathbf{u} - m \cdot 0, \text{ millest } -m\mathbf{v} = m\mathbf{u} \text{ ja}$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{v},$$

s. o. põrkava keha kiirused enne ja pärast põrkamist on võrdvastupidised.

Vaadeldes kiirusi enne ($\mathbf{v}$) ja pärast ($\mathbf{u}$) põrkamist kui vektoreid (joon. 90), saame nende vahe

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = -\mathbf{v} - \mathbf{v} = -2\mathbf{v}.$$

Järelikult keha liikumishulga muutus põrkamisel vastu paigalseisvat alust

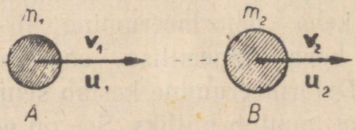
$$\Delta(m\mathbf{v}) = m\mathbf{u} - m\mathbf{v} = -2m\mathbf{v}. \qquad (1)$$

Miinusmärk võrduse (1) paremal poolel tähendab, et niihästi kiirusvektorite $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ kui ka neile vastavate liikumishulkade suund on otse vastupidine.



Joon. 90. Kiiruste vahe põrkel.

Kui kera A, mille kiiruse suurus enne põrget on $v_1 > v_2$, jõuab järele kerale B (joon. 91), siis toimub nende elastne deformatsioon ja selle I faasi lõpul nende ühine kiirus $\mathbf{v}$ väljendub sama valemiga kui mitte-elastsete kerade põrke puhul, s. o.



Joon. 91. Elastsete kerade põrge.

$$\mathbf{v} = \frac{m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Elastse deformatsiooni II faasi jooksul kehad taastavad oma esialgse kuju ja nende kiirused pärast põrget on vastavalt $\mathbf{u}_1$ ja $\mathbf{u}_2$. Põrke I faasis muutub kera A kiirus $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}$ võrra, II faasis veel niisama palju, järelikult on kera A kiiruse muutus põrke mõlemas faasis kokku $2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v})$. Samuti muutub kera B kiirus põrkel

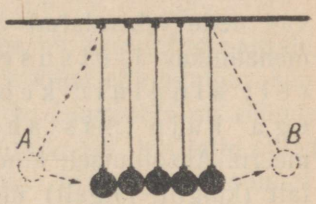
$2(\mathbf{v} - \mathbf{v}_2)$ võrra. Seega kehade A ja B kiirused $\mathbf{u}_1$ ja $\mathbf{u}_2$ pärast põrget väljenduvad:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1 - 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}) = 2\mathbf{v} - \mathbf{v}_1 = \frac{2m_2\mathbf{v}_2 + (m_1 - m_2)\mathbf{v}_1}{m_1 + m_2}; \qquad (2)$$

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_2 + 2(\mathbf{v} - \mathbf{v}_2) = 2\mathbf{v} - \mathbf{v}_2 = \frac{2m_1\mathbf{v}_1 + (m_2 - m_1)\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (3)$$

Valemeist (2) ja (3) järeldub, et kui $m_1 = m_2$, siis $\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_2$ ja $\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_1$, s. o. kerad vahetavad oma kiirused. Kui $m_1 = m_2$ ja $\mathbf{v}_2 = 0$, siis $\mathbf{u}_1 = 0$ ja $\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_1$, s. o. liikuv kera jääb paigale ja paigalolev hakkab liikuma.

Vaatleme nüüd juhtu, kus hulk elastseid kuule ripub nõnda, et nende tsentrid on samal sirgel ja tasakaaluasendis nad puudutavad üksteist (joon. 92). Kui viime ühe neist vasakult tasakaaluasendist kõrvale (asend A) ja laseme lahti, siis annab ta põrkel oma liikumishulga ($m\mathbf{v}$) ja hoo $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ edasi järgmisele kuulile, see omakorda järgmisele jne. Viimane neist saab vabalt liikuda ja nihkub asendisse B, mis on sümmeetriline asendiga A. Järelikult nii liikumishulk kui ka kineetiline energia kandub ühelt kuulilt edasi teisele kuni viimaseni, mis pääseb vabalt liikuma. Kui viime sel viisil vasakult kõrvale ja laseme lahti kaks kuuli, siis lähevad paremalt põrke mõjul liikuma samuti kaks kuuli jne. See on paratamatu järeldus nii liikumishulga kui ka energia jäävuse seadusest.



Joon. 92. Põrke edasikandumine hulga elastsete kuulide puhul.

IV. KINDLA KEHA PÖÖRLEMINE

Pöörleva keha tasakaal

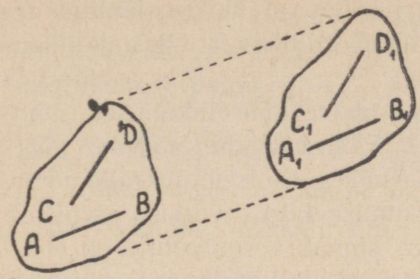
89. Absoluutselt kindel keha. Kõik tahked kehad deformeeruvad neile rakendatud tungide mõjul. Seepärast käsitletaksegi mehaanikas lihtsuse otstarbel esialgu nn. absoluutselt kindlaid kehi, mis ei muuda oma ruumala ega kuju mistahes tungide mõjul, s. o. ei deformeeru. Absoluutselt kindlat keha võime seega käsitleda kui kindlalt (kalgilt, jäigalt) ühendatud ainepunktide kogu. Nagu teame, ühelgi reaalsel kehal seda omadust ei ole. Iga tõelise, reaalse keha ruumala või kuju muutub mingil määral tungide mõjul.

Lühiduse otstarbel tarvitatakse termini absoluutselt ehk ideaalselt kindel keha asemel ka väljendit kindel keha. Samas tähenduses on kasutatud väljendeid kõva ning jäik keha.

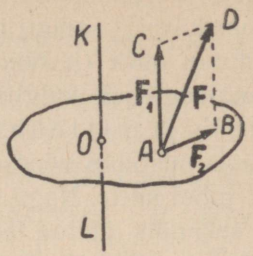
90. Kulg- ja pöördliikumine. Kulgliikumiseks ehk translatoorseks liikumiseks nimetatakse liikumist, kus keha mistahes kahte punkti läbiv sirge (joon. 93, *AB*) jääb kogu liikumise kestel oma esialgse asendiga rööpseks. Siin nihkuvad keha üksikud punktid ühest kohast teise omavahel rööpseid teid mööda, mis võivad olla kas sirg- või kõverjoonelised. Teades kulgevalt liikuva keha ühe punkti liikumisteed, teame sellega juba ka kõigi teiste punktide liikumisteid. Seega on ühe punkti trajektoor ühtlasi nagu kõigi teiste punktide trajektooride esindajaks. Seetõttu taandub kulgevalt liikuva keha liikumise käsitlus ühe ainepunkti liikumise käsitlusele, kusjuures selleks punktiks harilikult võetakse antud keha raskuspunkt.

Pöördliikumise ehk rotatoorse liikumise puhul püsivad nn. pöörlemisteljel asetsevad punktid paigal, kuna kõik teised keha punktid liiguvad ümber pöörlemistelje ringjoonelisi teid mööda.

Nii pöörd- kui ka kulgliikumise muutuse põhjuseks on tung. Kui



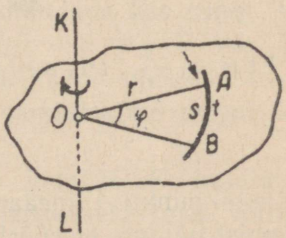
Joon. 93. Kulgliikumine.



Joon. 94. Pöördliikumine.

mõjuva tungi siht läbib pöörlemistelje, mis on kinnitatud paigale, siis tasakaalustub selline tung telje reaktsiooniga ega avalda pöörlema panevat mõju. Pöörlemist ei tekita ka tung, mis on rööpne teljega. Ta võib keha piki telge edasi nihutada või, kui telje otsad on paigale kinnitatud, tasakaalustuda telje otste reaktsiooniga. Üldjuhul, kui kehasse mõjuv tung pole rööpne pöörlemisteljega ja tungi siht ei lõiku pöörlemisteljega, lahutame sellise tungi (**F**) kaheks komponendiks (joon. 94): teljega rööbiti ($\mathbf{F}_1$) ja teljega risti ($\mathbf{F}_2$). Rööbitine komponent $\mathbf{F}_1$ ei mõju pöörlema panevalt, küll aga teeb seda teljega risttasandis olev komponent $\mathbf{F}_2$ (viimane ka ainult sel juhul, kui tema siht ei läbi pöörlemistelge). Et selline mõttekäik on rakendatav iga pöörlevasse kehasse mõjuva tungi kohta, siis vaatlemegi edaspidi ainult tunge, mis on antud pöörlemisteljega risti olevas tasandis.

91. Nurkkiirus ja nurkkiirendus. Teeme pöörlevast kehast lõike risti pöörlemisteljega (joon. 95) ja võtame selles tasandis punkti A, mille kaugus pöörlemisteljest $OA = r$. Ajavahemiku t sek jooksul pöördub raadius r asendist OA asendisse OB, moodustades nurga φ (radiaanides!). Et kindlas kehas kõik ainepunktid on üksteisega liikumatult (kalgilt) ühendatud, siis sama nurga φ võrra pöördub t sek jooksul ka iga teine pöörlemisteljest tõmmatud raadius. Seega pöörlemisteljega risti oleva sirge pöördumisnurk on kogu pöörleva keha pöördumisnurgaks, mis seda liikumist iseloomustab. Kulgliikumisega võrreldes vastab pöördumisnurgale φ läbitud tee pikkus s.

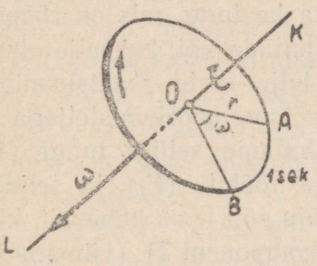


Joon. 95. Nurkkiirus.

Nagu kulgliikumist iseloomustab ühes ajaühikus läbitud tee pikkus (kiirus), samuti iseloomustab pöördliikumist ühes ajaühikus pöördutud nurk (nurkkiirus).

Analoogiliselt kulgliikumistega jagame pöördliikumised *ühtlasteks* ja *mitteühtlasteks*. Esimesel juhul pöördub pöörlev keha mistahes võrdsetes ajavahemikes võrdsete nurkade võrra, teisel juhul mitte. Nagu ühtlase liikumise kiirus võrdub arvuliselt ühes sekundis läbitud tee pikkusega, samuti võrdub ühtlaselt pöörleva keha nurkkiirus (ω) arvuliselt pöörleva keha pöördumisnurga suurusega ühes sekundis, s. o.

$$\omega = \frac{\varphi}{t}, \text{ millest } \varphi = \omega t \text{ ja } t = \frac{\varphi}{\omega}.$$



Joon. 96. Nurkkiirus vektorina.

Nurkkiirust kui vektorit kujutatakse noolena pöörlemisteljel suunaga, mis on kooskõlas kruvireegliga (joon. 96), nimelt: kui asetada parema käe kruvi pöörlemisteljele ja pöörata kruvipead keha pöörlemise suunas, nihkub kruvi edasi suunas, mis võetakse ka nurkkiiruse suunaks.

Siin antud reegel on koostatud harilikult kasutatava nn. *parema käe kruvi* seisukohalt. Nende kruvide keermed on tehtud nõnda, et kruvi liigub edasi siis, kui kruvipead pöörata päripäeva. Eriotstarbeiks kasutatakse ka nn. *vasaku käe* kruvisid, mis liiguvad edasi kruvipea pööramisel vastupäeva.

Nurkkiiruse ω mõõtühiku tähise tuletame valemist $\omega = \frac{\varphi}{t}$. Siin pöördumisnurk φ on mõõdetud radiaanides ning seetõttu nimeta arv. Kui aega mõõdame sekundites, siis saame nurkkiiruse mõõtühiku tähiseks $\frac{1}{\text{sek}}$, minuti puhul $\frac{1}{\text{min}}$ jne.

Et $\varphi = \frac{s}{r}$, siis $s = \varphi r$ ja $\frac{s}{t} = \frac{\varphi}{t} r$ ehk

$$v = \omega \cdot r, \qquad (1)$$

kus v on punkti A lineaarse kiiruse ehk joonkiiruse suurus. Saadud valemist nähtub, et pöörleva keha punktide joonkiirus (v) on võrdeline nurkkiirusega (ω) ja kaugusega pöörlemisteljest (r).

Mitteühtlase pöörlemise puhul defineerime keskmist nurkkiirust ja nurkkiirust antud punktis või antud momendil samuti kui kiirust kulgliikumise puhul, s. o.

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}.$$

Nurkkiirendus (ε) näitab nurkkiiruse muutust ühes ajaühikus, seega keskmine nurkkiirendus ($\bar{\varepsilon}$) ajavahemikus Δt väljendub: $\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ ja nurkkiirendus antud momendil: $\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$. Et keskmine tangentsiaalne joonkiirendus

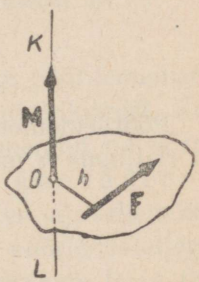
$$\bar{a}_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta (r\omega)}{\Delta t} = \frac{r \Delta \omega}{\Delta t} = r \bar{\varepsilon},$$

siis analoogiliselt valemiga (1)

$$a_t = \varepsilon r,$$

kus a_t on joonkiirenduse tangentsiaalseks komponendiks antud punktis.

92. Pöördemoment. Nagu nägime paragrahvis 90, tekitab pöördliikumist ainult pöörlemisteljega risti olevas tasandis mõjuv tungikomponent. Olgu see **F** (joon. 97) ja pöörlemistelje lõikepunkt mainitud tasandiga *O*. Siis tungi **F** moment (lad. k. *movimentum* — liikumine, mõju) punkti *O* suhtes ehk nn. pöördemoment **M** on vektor, mille suuruse määrab võrdus



Joon. 97. Pöördemoment.

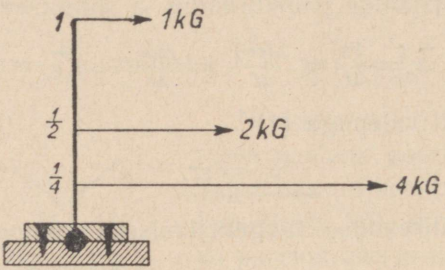
$$M = Fh, \qquad (1)$$

kus h on antud punktist (O) tungi sihile tõmmatud ristjoone pikkus. Seda ristjoont nimetatakse ka tungi õlaks. Valemist (1) nähtub, et pöördemoment on võrdeline tungiga ja tungi õlaga. Pöördemomendi suurendamiseks tuleb suurendada kas tungi või tungi õlga. Pöördemoment võrdub nulliga, kui $F = 0$ või kui $h = 0$, s. o. kui rakendatud tungi siht läbib pöörlemistelge. Olgu tähendatud, et pöördemoment on samasisuline mõiste kui tungimoment.

Pöördemomendi mõistet iseloomustab joonisel 98 kujutatud katse. Kui võlli ühtlaselt pöörlema panemiseks tuleb võlliga kindlalt ühendatud varva otsast risti varvaga rakendada näiteks tung 1 kG, siis varva keskelt kulub selleks 2 kG ja alumi-

selt veerandilt 4 kG. Tungi suuruse ja vastava kauguse korrutis jääb iga kord samaks: $1 \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{1}{4} \cdot 4$.

Pöördemomenti kui vektorit kujutatakse pöörlemisteljel suunas *OK* (joon. 97), mis vastab parema käe kruvi reeglile, s. o. pöördemomendi suund tuleb valida nõnda, et kruvides selles suunas kruvi pea pöörduks antud tungi suunas.



Joon. 98. Katseskeem pöördemomendi mõiste selgitamiseks.

Pöördemomendi mõõtühiku tähise cgs-süsteemis saame tungi F ja ristjoone h mõõtühikute vastavatest tähistest, nimelt:

$$\frac{g \cdot cm \cdot cm}{s^2} = \frac{g \cdot cm^2}{s^2}.$$

Nagu näeme, on pöördemomendi mõõtühikul sama tähis kui tööühikul ergilgi.

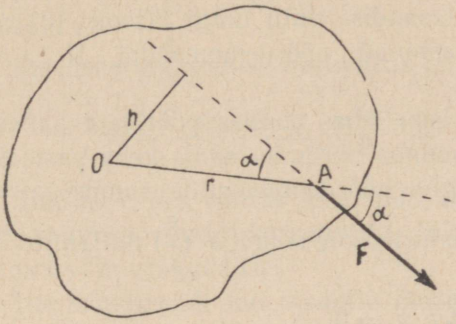
Pöördemomendi mõiste leiab väga laialdast rakendamist keha pöörlemise iseloomustamisel, sest keha pöörlemise efekti ei tekita mitte kehale rakendatud tung, vaid selle tungi pöördemoment. Selles võime hõlpsasti veenduda näiteks ukse pöörlema panemisel, tõugates teda sõrmega mitmesuguses kauguses pöörlemisteljest.

Pöördemomendi suurust võib väljendada ka teisiti. Nagu nähtub joonisest 99:

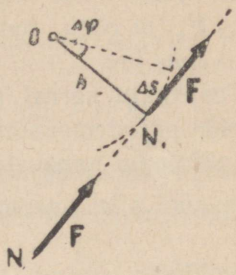
$$M = F \cdot h = F \cdot r \sin \alpha \,. \qquad (2)$$

Saadud valemist selgub, et pöördemomendi suurus väljendub korrutisega, milles teguriteks on tungi suurus (F), tungi raken-

duspunkti kaugus pöördeteljest (r) ja nende mõlema sihi vahelise nurga (α) siinus. Valemist (2) nähtub ühtlasi, et pöördemoment võrdub nulliga, kui üks neist kolmest tegurist, s. o. rakendatud tung, selle rakenduspunkti kaugus pöörlemisteljest või α võrdub nulliga. Kahel viimasel juhul tungi siht läbib pöörlemistelge.



Joon. 99. Skeem pöördemomendi väljendamiseks.



Joon. 100. Pöördemomendi töö.

93. Tungi töö keha pöörlema panemisel. Tungi pöördemoment iseloomustab pöördliikumist samuti nagu tung kulgliikumist. Kui samale kehale rakendatud kahe tungi pöördemomendid on võrdsed, siis on need tungid pöörlemise seisukohalt *üheväärsed* ehk *ekvivalentsed*, sest nad teevad võrdsetes ajavahemikes võrdselt tööd. Selle tõestamiseks võtame tungi **F** pöörlemisteljega risti olevas tasandis (joonise 100 tasand) ja arvutame tema töö keha pööramisel nurga $\Delta\varphi$ võrra. Tõmbame pöörlemistelje ja joonise tasandi lõikepunktist O ristjoone h tungi sihile, mispuhul antud tungi **F** pöördemomendi suurus $M = Fh$. Kanname tungi **F** rakenduspunkti N tungi sihis punkti N_1 ja arvutame tööelemendi ΔA, mida teeb tung **F**, kui tema rakenduspunkt N_1 nihkub edasi pikkuse Δs võrra. Siis $\Delta A = F \cdot \Delta s$. Et aga väikese nihkumise puhul võime Δs pidada võrdseks rakenduspunkti N_1 poolt kujutatud kaare pikkusega keha pöördumisel nurga $\Delta\varphi$ võrra, siis $\Delta s = h\Delta\varphi$ ja

$$\Delta A = Fh\Delta\varphi = M \cdot \Delta\varphi.$$

Saadud valemist nähtub, et pöörlevasse kehasse rakendatud *tungi töö keha pööramisel võrdub pöördemomendi suuruse ja pöördumisnurga korruti-*

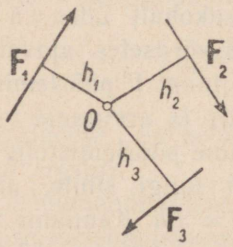
sega. Kui tungide pöördemomendid ja pöördumisnurgad on võrdsed, siis on võrdsed ka nende tungide poolt keha pööramisel tehtavad tööhulgad. Selliseid tunge nimetataksegi *ühevääarseteks* ehk *ekvivalentseteks*, sest tehtava töö hulga seisukohalt võib neid üksteisega asendada.

94. Pöörleva keha tasakaal. Mõjugu pöörlevasse kehasse pöörlemisteljega risti olevas tasandis mitu tungi (joon. 101): F_1, $F_2 \ldots F_n$ ja olgu neile vastavad pöördemomendid $M_1 = F_1 h_1$, $M_2 = F_2 h_2$ jne.

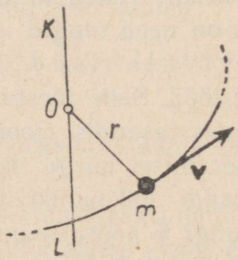
Tasakaalu korral peab keha ühes suunas pöörlema panevate tungide pöördemomentide summa võrduma sama keha vastassuunas pöörlema panevate tungide pöördemomentide summaga. Siis on pöördemomentide kui vektorite kogusumma $(\sum_1^n)$ null, s. o.

$$\sum_1^n F_i h_i = 0$$

ja puudub põhjus keha pöörlemisoleku muutumiseks: kui keha on paigal, ei pöörle, jääb ta endiselt paigale; pöörleb aga keha ühtlaselt, jätkab ta endiselt pöörlemist samal viisil.



Joon. 101. Hulga tungide pöördemoment.



Joon. 102. Ainepunkti kineetilise energia määramine.

Eelmisest järeldub, et pöörlevasse kehasse mõjuvate tungide resultandi leidmine taandub nende pöördemomentide summa leidmisele. Et sama pöördemomendiga tunge võib olla väga palju, siis ka antud tungide asendamine ühe resultanttungiga võib toimuda väga mitmel viisil.

95. Pöörleva keha kineetiline energia. Keha pöörlemisel liiguvad tema osakesed kui ainepunktid ringjoonelisi teid mööda ümber pöörlemistelje, järelikult omavad need osakesed kineetilist energiat. Kui vaadeldava osakese mass on m, joonkiirus v ja kaugus pöörlemisteljest r (joon. 102), siis selle osakese kineetiline energia $E = \frac{mv^2}{2}$.

Kui keha pöörlemise nurkkiirus on ω, siis $v = r\omega$ (vt. § 91) ja

$$E = \frac{m(r\omega)^2}{2} = \frac{mr^2\omega^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2}, \text{ kus } I = mr^2.$$

Suurust I, mis võrdub ainepunkti massi ja pöörlemisteljest võetud kauguse ruudu korrutisega, nimetatakse selle ainepunkti i n e r t s i m o m e n d i k s.

Inertsimomendi kui omaette füüsikalise suuruse mõõtühiku ja selle tähise saame valemist $I = mr^2$. Nii näiteks cgs-süsteemis, kui $m = 1$ g ja $r = 1$ cm, siis $I = 1\ \text{g} \cdot \text{cm}^2$, s. o. selles süsteemis on inertsimomendi ühikuks selline inertsimoment, mida omab ainepunkt massiga 1 g, kui ta 1 cm kaugusel pöörleb ümber telje.

Valemist

$$E = \frac{I\omega^2}{2}$$

nähtub, et ümber telje ringleva ainepunkti kineetilise energia valem on oma kujult täiesti sarnane kineetilise energia valemiga kulgliikumise puhul, kus

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

Massile m vastab inertsimoment I ja joonkiirusele v nurkkiirus ω. Ka avaldise $\frac{I\omega^2}{2}$ mõõtühiku tähis on sama, mis avaldisel $\frac{mv^2}{2}$. Tõepoolest, inertsimomendi (mr^2) mõõtühiku tähiseks on $\text{g} \cdot \text{cm}^2$ ja nurkkiiruse ruudu (ω^2) tähiseks $\frac{1}{\text{s}^2}$, seega $\frac{I\omega^2}{2}$ tähiseks on $\frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^2}$ nagu avaldise $\frac{mv^2}{2}$ puhulgi.

Valemist $\frac{I\omega^2}{2}$ nähtub, et ümber pöörlemistelje ringleva ainepunkti kineetiline energia on võrdeline inertsimomendiga ($I = mr^2$) ja nurkkiiruse (ω) ruuduga. Et inertsimoment omakorda on võrdeline kauguse (r) ruuduga, siis võime öelda, et ainepunkti ringle-

misel ümber telje on tema kineetilise energia hulk võrdeline kauguse ruuduga pöörlemisteljest. Sellest järeldub, et sama nurkkiiruse puhul võib väikese massiga, kuid pöörlemisteljest kaugel asuv ainepunkt omada niisama palju ja rohkemgi kineetilist energiat kui suure massiga ainepunkt pöörlemistelje lähedal. Ainepunkte, milledel sama nurkkiirusega (ω) pöörlemisel on võrdselt kineetilist energiat, nimetatakse ekvivalentseteks. Tähendab, ekvivalentsete ainepunktide puhul

$$\frac{I_1 \cdot \omega^2}{2} = \frac{I_2 \cdot \omega^2}{2}.$$

Et nurkkiirus ω on mõlemal juhul sama, siis $I_1 = I_2$, s. o. ainepunktid on ekvivalentsed, kui nende inertsimomendid on võrdsed.

Kui pöörlev keha koosneb hulgast ainepunktidest m_1, $m_2 \ldots m_n$, millede inertsimomendid on vastavalt I_1, $I_2 \ldots I_n$ ja pöörlemise nurkkiirus ω, siis nende ainepunktide kineetilised energiad E_1, $E_2 \ldots E_n$ väljenduvad:

$$E_1 = \frac{I_1\omega^2}{2},$$

$$E_2 = \frac{I_2\omega^2}{2},$$

. . . . . .

$$E_n = \frac{I_n\omega^2}{2}.$$

Kogu pöörleva keha kineetiline energia E võrdub tema ainepunktide kineetilise energia summaga, s. o.

$$E = E_1 + E_2 + \ldots + E_n = \frac{I_1\omega^2}{2} + \frac{I_2\omega^2}{2} + \ldots + \frac{I_n\omega^2}{2} =$$

$$= \frac{(I_1 + I_2 + \ldots + I_n)\omega^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2},$$

kus

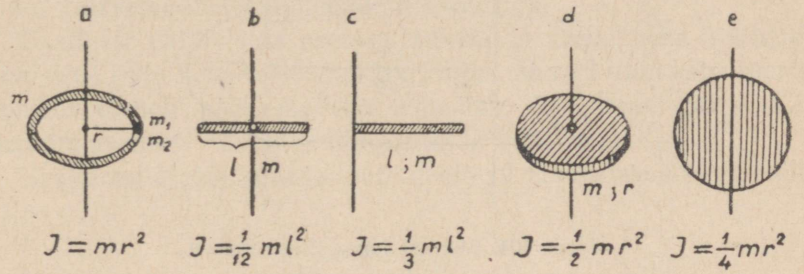
$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n.$$

Eespool toodust nähtub, et pöörleva keha kineetilise energia määramiseks peab teadma tema inertsimomenti.

96. Inertsimomendi määramine. Näitena arvutame inertsimomendi ühtlase rõnga puhul, mis pöörleb tema tsentrit läbiva ja rõnga tasandiga risti oleva telje ümber (joon. 103, *a*). Olgu selle rõnga raadius r ja mass m. Lahutame kogu rõnga üksikuteks elementideks massidega m_1, $m_2 \ldots m_n$. Siis kogu rõnga inertsimoment võrdub tema üksikute elementide inertsimomentide summaga, s. o.

$$I = m_1 r^2 + m_2 r^2 + \ldots + m_n r^2 =$$

$$= (m_1 + m_2 + \ldots + m_n) r^2 = mr^2.$$



Joon. 103. Inertsimomendi määramise juhud.

Anname järgnevalt ilma tuletamata mõnede pöörlevate kehade inertsimomendid (vt. joon. 103) lihtsamatel juhtudel:

ühtlane sirge varb, kus telg läbib varva tsentrit risti varvaga (*b*): $\frac{1}{12} ml^2$;

ühtlane sirge varb, kus telg läbib varva otsa risti varvaga (*c*): $\frac{1}{3} ml^2$;

ühtlane ketas, kus telg läbib ketta tsentrit risti ketta tasandiga (*d*): $\frac{1}{2} mr^2$;

ühtlane ketas, kus telg läbib ketta tsentrit ketta tasandis (*e*): $\frac{1}{4} mr^2$;

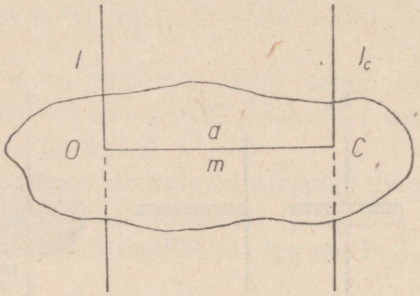
ühtlane kera teljega läbi kera tsentri: $\frac{2}{5} mr^2$.

Kehade inertsimomendi määramisel on sageli kasulik rakendada nn. Steineri lauset, mille me toome siin ilma tõestuseta: keha inertsimoment I meelevaldset punkti O läbiva telje suh-

tes (joon. 104) võrdub sama keha inertsimomendiga I_c raskuskeset C läbiva ja esimese teljega rööpse telje suhtes, millele on liidetud korrutis ma^2, kus m on pöörleva keha mass ja a raskuskeskme kaugus pöörlemisteljest, s. o.

$$I = I_c + ma^2.$$

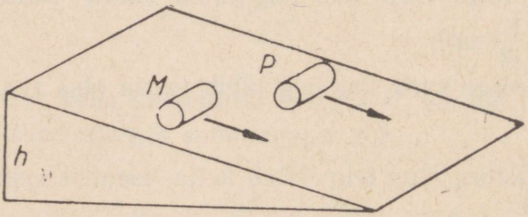
Steineri lausest järeldub, et omavahel rööpsete telgede puhul



Joon. 104. Steineri lause illustratsioon.

on pöörleva keha inertsimoment kõige väiksem siis, kui pöörlemistelg läbib keha raskuskeset.

Inertsimomendi suuruse mõju keha veeremisel iseloomustab järgmine katse (joon. 105).



Joon. 105. Silindri veeremine mööda kaldpinda.

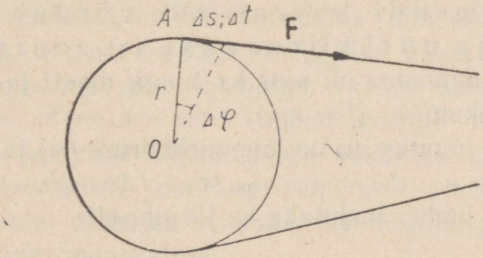
On antud kaks ühesuguse kõrgusega, läbimõõduga ja massiga silindrit. Üks neist (puidust — P) on kogu ulatuses enam-vähem sama tihedusega (umbne), teine (metallist — M) on seest õõnes. Järelikult esimene neist silindritest omab telje suhtes väiksemat inertsimomenti kui teine, sest temal on aine pöörlemisteljele suhteliselt lähemal. Mõlemaid silindreid samal momendil ja samast

kõrgusest mööda kaldpinda veerema lastes näeme, et puitsilinder jõuab alati metallsilindrist ette. Mispärast?

Algasendis kõrgusel h on mõlema silindri potentsiaalne energia võrdne, nimelt mgh. Veeremisel muundub see potentsiaalne energia pidevalt nii kulgliikumise $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ kui ka pöördliikumise $\left(\frac{I\omega^2}{2}\right)$ kineetiliseks energiaks. Et suurema inertsimomendiga silindril (seest õõnsal) kulub pöördliikumise kineetiliseks energiaks rohkem potentsiaalset energiat kui väiksema inertsimomendiga silindril, siis jääb tal kulgliikumise kineetiliseks energiaks vähem järele, millest ongi tingitud tema väiksem edasiliikumiskiirus võrreldes väiksema inertsimomendiga silindriga.

Eksituste vältimiseks peetagu silmas, et antud keha inertsimoment pole seda keha iseloomustav kindel suurus, vaid keha inertsimoment oleneb pöörlemistelje asendist. Seepärast tuleb keha inertsimomendist kõneldes ühtlasi anda pöörlemistelg.

Ebakorrapäraste kehade inertsimoment määratakse katseliselt.



Joon. 106. Hooratta ümbervedamine rihmaga.

97. Pöördeimpulss ja pöörlemishulk. Olgu antud hooratas, mida veab ümber rihm (joon. 106). Varem (§ 93) nägime, et tungi töö keha pöörlema panemisel võrdub selle tungi pöördemomendi M ja pöördumisnurga $\Delta\varphi$ korrutisega, s. o.

$$\Delta A = M \cdot \Delta\varphi = M \cdot \omega\Delta t,$$

sest

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t.$$

Teiselt poolt muudab tung pöörleva keha nurkkiirust $\Delta\omega$ võrra, mis omakorda väljendub pöörleva keha kineetilise energia muutumises. Arvutame selle, lahutades pöörleva keha kineetilise energia

lõppväärtusest $\frac{I(\omega+\Delta\omega)^2}{2}$ selle algväärtuse $\frac{I\omega^2}{2}$:

$$\frac{I(\omega+\Delta\omega)^2}{2}-\frac{I\omega^2}{2}=\frac{I}{2}\left[(\omega+\Delta\omega)^2-\omega^2\right]=$$

$$=\frac{I}{2}\left[2\omega\Delta\omega+(\Delta\omega)^2\right]=I\omega\Delta\omega,$$

sest $(\Delta\omega)^2$ kui õige väikese suuruse võime jätta arvestamata.

Et pöörlevasse kehasse mõjuva tungi töö peab võrduma selle keha kineetilise energia muutusega, siis

$$M\cdot\omega\Delta t=I\omega\Delta\omega,$$

millest

$$M\cdot\Delta t=I\cdot\Delta\omega. \qquad (1)$$

Valemist (1) saame:

$$M=I\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\text{ ehk }M=I\varepsilon,$$

s. o. pöördemomendi suurus (M) võrdub inertsimomendi (I) ja nurkkiirenduse (ε) suuruste korrutisega. Samalaadne oli seos ka tungi, massi ja joonkiirenduse vahel kulgliikumisel ($f=ma$).

Et nurkkiiruse muutus $\Delta\omega$ on lõppnurkkiiruse (ω) ja algnurkkiiruse (ω_0) vahe, s. o. $\Delta\omega=\omega-\omega_0$, siis $I\Delta\omega=I\omega-I\omega_0$, ja me võime valemi (1) ümber kirjutada ka järgmiselt:

$$M\Delta t=I\omega-I\omega_0. \qquad (2)$$

Analoogiliselt kulgliikumisega nimetatakse $M\Delta t$ pöördeimpulsiks ja $I\omega$ pöörlemishulgaks. Nende mõistete abil võime valemi (2) sõnastada järgmiselt: pöördeimpulsi suurus võrdub pöörlemishulga suuruse muutusega. Kulgliikumise puhul võrdub kehasse mõjuva tungi impulss ($f\Delta t$) liikumishulga (mv) muutusega. Et pöördliikumisel pöördemoment vastab tungile, inertsimoment massile ja nurkkiirus joonkiirusele, siis on analoogia tungi impulsi ja pöördeimpulsi ning liikumishulga ja pöörlemishulga vahel täielik.

Kui pöördemoment $M=0$, muutub valemi (2) vasak pool nulliks, järelikult peab võrduma nulliga ka tema parem pool, s. o.

$I\omega-I\omega_0=0$, millest $I\omega=I\omega_0$ ja $\omega=\omega_0$.

Sellest näeme, et kui pöörlevasse kehasse mõjuvate tungide pöördeimpulss on null, siis see keha pöörleb jääva nurkkiirusega.

Samast valemist (2) järeldub ka ümberpöördud väide: kui keha pöörleb jääva nurkkiirusega ($\omega = \omega_0$), siis sellesse kehasse mõjuvate tungide pöördeimpulss $M\Delta t = 0$, samuti pöördemoment $M = 0$. Tõepoolest, et korrutises $M\Delta t\ \Delta t \neq 0$, korrutis ise aga võrdub nulliga, sest $I\omega = I\omega_0$, siis peab nulliga võrduma teine tegur, M, s. o. pöördemoment.

Valemis (2) on eeldatud, et pöörleva keha inertsimoment (I) on konstantne. Üldjuhul aga võib pöörlemise kestel muutuda ka pöörleva keha inertsimoment. Siis, analoogiliselt kulgliikumisega (vt. § 50), võime pöördliikumise põhivõrrandi kirjutada järgmiselt:

$$\frac{\Delta(I\vec{\omega})}{\Delta t} = \vec{M},$$

s. o. pöörlemishulga muutus ühes ajaühikus võrdub pöördemomendiga.

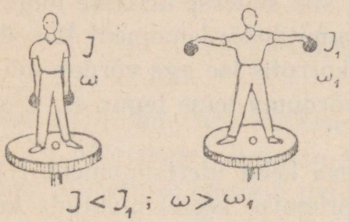
Olgu tähendatud, et pöörlemishulka nimetatakse ka liikumishulga momendiks. Et selline nimetus on õigustatud, nähtub järgnevast pöörlemishulga valemi ümberkujundamisest: $I\omega = mr^2\omega = m(r\omega)r = mvr$. Saadud avaldis annabki liikumishulga (mv) korrutise liikumishulga vektorile tõmmatud ristjoonega, milleks antud juhul on raadius r, s. o. liikumishulga momendi. Nagu näha, on viimane mõiste kujundatud täiesti analoogiliselt tungi momendiga.

Nagu tungi impulss ja liikumishulk, samuti on ka pöördeimpulss ja pöörlemishulk vektorilised suurused, mis kujutatakse pöörlemisteljel pöördemomendi suunas.

98. Pöörlemishulga jäävus. Pöörleva keha pöörlemishulk võib muutuda ainult välistungide mõjul. Pöörlevas kehas endas tekkinud tungid kutsuvad alati reaktsioonina esile võrdvastupidised tungid, järelikult nende pöördemomentide ja ühtlasi pöördeimpulsside summa võrdub nulliga. Seega võivad sisetungid muuta ainult keha üksikute osade, mitte aga kogu keha kui terviku liikumisolekut. Et isoleeritud süsteemi pöördeimpulss võrdub nulliga, siis temaga võrdne pöörlemishulga muutus $\Delta(I\omega)$ ehk $I\omega - I_0\omega_0 = 0$, millest

$$I\omega = I_0\omega_0 = \text{const.},$$

s. o. **isoleeritud süsteemi pöörlemishulk on jääv.** Viimasest võrdusest järeldub, et pöörleva keha inertsimomendi I suurenemisel nurkkiirus ω vastavalt väheneb, sest nende korrutis on konstantne.



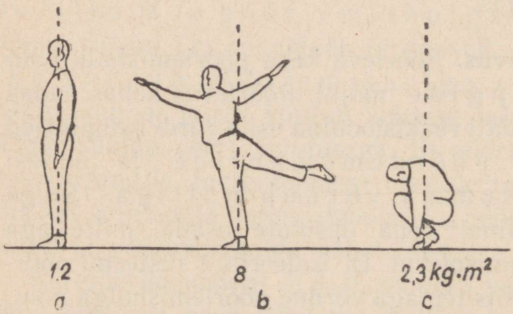
Joon. 107. Pöörlemishulga jäävus.

Seda pöörleva keha omadust on lihtne demonstreerida pöörleval pingil. Asetudes püsti pöörlevale pingile, mille telg on vertikaalne (joon. 107), ja võttes kätte mingid koormised, paneme pingi pöörlema nurkkiirusega ω. Kui tõstame käed rõhtasendisse, suureneb meie keha inertsimoment (I_1), järelikult peab vähenema keha nurkkiirus (ω_1), mis ka tõepoolest nähtub katsest. Ümberpöördult, kui langetame käed uuesti keha ligi, väheneb inertsimoment, mistõttu suureneb nurkkiirus.

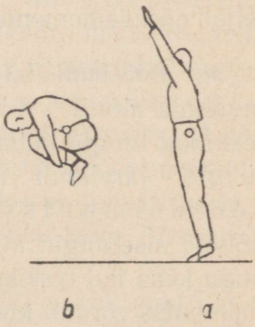
Eelmise katse korraldamisel on väga oluline, et pöörlemistelg oleks vertikaalne, sest siis pingil oleva inimese keha raskus mõjub rööbiti teljega, raskuse pöördemoment telje suhtes on null ega põhjusta pingi pöörlemist.

Inertsimomendi muutmise võimalust kasutavad sportlased ja tantsijad mitmesuguste «numbrite» sooritamisel (saltod, piruetid), samuti loomad (kass) jalgadele kukkumiseks.

Nagu nähtub joonisest 108, oleneb inimese keha inertsimoment õige suurel määral keha asendist pöörlemisel. Asendis *b* näiteks on inertsimoment ligi 7 korda suurem kui asendis *a* ning üle 3 korra suurem kui asendis *c*.



Joon. 108. Inimese keha inertsimomendi suurus pöörlemisel püsttelje ümber mitmesuguses asendis.



Joon. 109. Inertsimomendi muutmine salto puhul.

Kui sportlane tahab teha saltot, siis annab ta maast üles hüpates oma kehale võimalikult suure pöörlemishulga (joon. 109, *a*). Seejärel vähendab ta asendi muutmisega inertsimomenti (joon. 109, *b*), mistõttu nurkkiirus ω suureneb, võimaldades kehal teha õhus ühe või mitu täispööret. Kui sportlane nüüd jalad ja käed välja sirutab, siis inertsimoment suureneb ja pöörlemiskiirus väheneb sedavõrd, et võimaldab sportlasel jälle hädaohuta «maanduda».

99. Kulg- ja pöördliikumise võrdlus. Eelmisest kulg- ja pöördliikumise käsitlusest selgub, et nende liikumisnähtuste kirjeldamine toimub täiesti sarnaselt ja analoogiliste suuruste kaudu. Kokkuvõttena kõrvutame vastavad suurused:

Tabel 4

Kulgliikumine		Pöördliikumine	
Läbitud tee pikkus	s	Pöördumisnurk	φ
Kulgemisaeg	t	Pöörlemisaeg	t
Kiirus (joon-)	$v = \frac{s}{t}$	Nurkkiirus	$\omega = \frac{\varphi}{t}$
Kiirendus (joon-)	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Nurkkiirendus	$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
Tung	$f = ma$	Tungi pöördemoment	$M = I\varepsilon$
Tungi impulss	$f \cdot \Delta t$	Pöördeimpulss	$M \cdot \Delta t$
Mass	m	Inertsimoment	I
Liikumishulk	mv	Pöörlemishulk	$I\omega$
Tungi tööelement	$\Delta A = f \cdot \Delta s$	Tungi tööelement	$\Delta A = M \cdot \Delta \varphi$
Kineetiline energia	$E = \frac{mv^2}{2}$	Kineetiline energia	$E = \frac{I\omega^2}{2}$

Nagu sellest tabelist nähtub, asendab pöördliikumisel läbitud tee pikkust (s) pöördumisnurk (φ), tungi (f) tungi pöördemoment (M) ja massi (m) inertsimoment (I). Valemite kuju on mõlemal juhul sama.

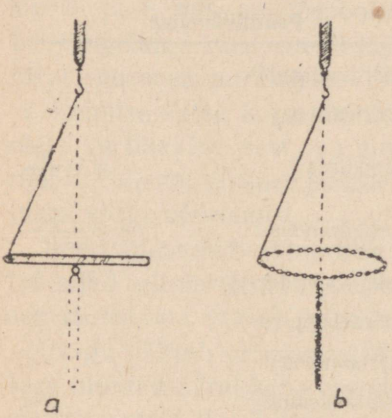
100. Vabad teljed. Pöörleva keha telg (võll) toetub harilikult mingile alusele, nn. laagrile, mis on paigale kinnitatud. Kuid pöörlemistelg võib olla ka täiesti vaba, mitte millelegi toetuv, nagu me seda teame Maa pöörlemisest.

Mehaanikas mõeldakse v a b a t e l j e all sirget, mille suhtes tasakaalustuvad pöörlevasse kehasse mõjuvad tsentripetaaltungid.

Selliseid vabu telgi on igas kehas kolm, nad on vastastikku risti ja läbivad kõik raskuskeset.

Keha pöörlemine nende kolme vaba telje ümber pole ühteviisi püsiv. Kõige püsivam on keha pöörlemine vaba telje ümber, mille suhtes pöörleva keha inertsimoment on kõige suurem või kõige väiksem. Selgitame seda järgmiste katsetega.

Riputame vertikaalselt monteeritud elektrimootori telje otsa mõne metallpulga (joon. 110, *a*) ja paneme mootori telje kiiresti pöörlema. Siis pulga kinnitusnöör paneb pöörlema ka pulga teda pikuti läbiva telje ümber. Selles asendis omab pulk kõige väiksemat inertsimomenti, sest tema osakesed on pöörlemisteljele kõige lähemal. Kuid väikese tõuke mõjul võtab pulk uue tasakaaluasendi ja hakkab pöörlema keskelt läbiva telje ümber, kus ta inertsimoment on kõige suurem. Selles asendis on pulga tasakaal pöörlemisel täiesti püsiv.



Joon. 110. Ühtlase varva ja keti pöörlemine vaba telje ümber.

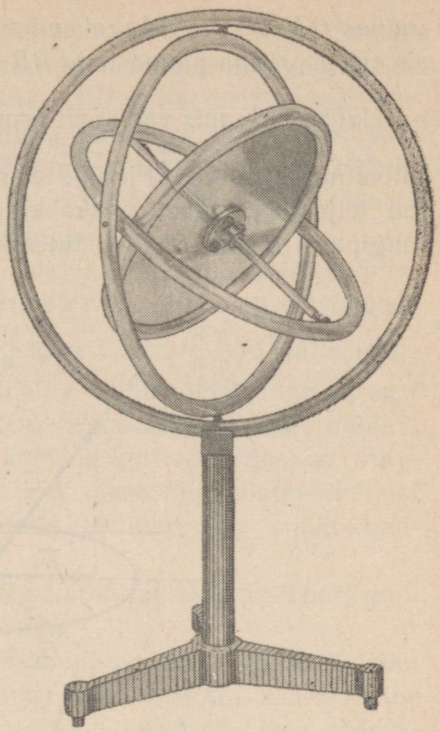
Samalaadselt võib rõngana pöörlema panna ka raudketi tema tsentrit läbiva telje ümber (joon. 110, *b*). Siingi on selles asendis pöörleva keti inertsimoment kõige suurem, järelikult tasakaal kõige püsivam. Keti lülide ringjoonel liikumiseks vajalikud tsentripetaaltungid tekivad pingetest keti aines.

Tehnikas on oluline, et pöörlevate masinaosade pöörlemine toimuks vaba telje ümber, sest siis on pöörlevasse kehasse mõjuvad tsentripetaaltungid tasakaalustatud. Kui pöörlemine ei toimu vaba telje ümber, siis tekivad tõuked laagritele, mis suure kiiruse puhul võivad masinale ohtlikuks muutuda.

101. Güroskoopiline efekt. Güroskoobiks ehk vurriks nimetatakse tahket keha, mis võib kiiresti pöörelda raskuskeset läbiva telje ümber. Meie Maa on tüüpiline vurr. Vaatlused ja katsed näitavad, et igasihiliste telgede ümber vabalt pöörelda saav güroskoop säilitab kiirel pöörlemisel oma pöörlemisteljesihi. Seda nähtust nimetataksegi güroskoopiliseks efektiks

ehk vurri efektiks. Üldiselt nimetatakse füüsikas efektiks (lad. k. *effectus* — tegevus, mõju, tulemus) uusi iselaadseid nähtusi, näiteks fotoefekt, Faraday efekt jt., mis leiavad hiljem mitmesugust praktilist rakendust.

Et Maa on suur vurr, mis pööreldes säilitab oma pöörlemistelje sihi ruumis, seda tõendab taevapooluste asendi jäävus taevaskeral. Ilma selleta oleks võimatu korrapärane aastaaegade vaheldus ja orgaanilise elu stabiilsus Maal.



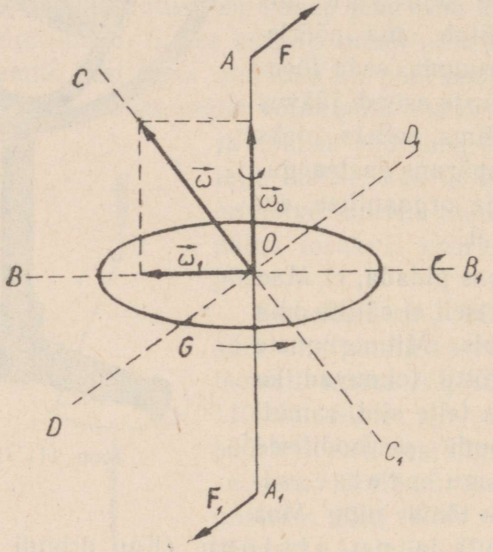
Joon. 111. Güroskoop.

Tuleb silmas pidada, et Maa telg siiski päriselt ei säilita oma asendit ruumis. Mitmesuguste välismõjude tõttu toimuvad ka vastavad Maa telje sihi, samuti pooluste asendi perioodilised muutused, nagu p r e t s e s s i o o n (Päikese tõmbe ning Maa lapikuse mõjul) ja n u t a t s i o o n (Kuu orbiidi asendi mõjul).

Katseliselt saab güroskoopilist efekti demonstreerida joonisel 111 kujutatud riista abil. Selle keskel on massiivne ketas, mis võib väikese hõõrdumisega pöörelda raskuspunkti läbiva telje ümber. Et see keskmine ketas saaks pöörelda igasihilise telje ümber, on tema telg toetatud rõngasse, mis omakorda võib vabalt pöörelda järgmises rõngas jne. Selline nn. C a r d a n o seadis võimaldabki keskmise massiivse pöörleva ketta teljel kergesti asetuda mistahes sihis. Pannes mõnes telje asendis keskmise ketta kiiresti pöörlema ja muutes väliste rõngaste asendit, näeme, et see ei muuda keskmise ketta pöörlemistelje asendit.

Vaatleme nüüd, missugust mõju avaldab pöörleva güroskoobi teljele rakendatud tungipaar. Pöörelgu massiivne ketas — güroskoop G — telje AA_1 ümber (joon. 112) noole suunas nurkkiirusega $\vec{\omega}_0$. Vastavalt kruvireeglile kujutame nurkkiiruse $\vec{\omega}_0$ teljel

suunas OA. Teljele AA_1 rakendatud tungipaar $\mathbf{F}$ ja $\mathbf{F}_1$ püüab güroskoopi pöörlema panna telje BB_1 ümber, s. o. annab talle teatava nurkkiiruse $\vec{\omega}_1$, mis vastavalt kruvireeglile on kujutatud teljel BB_1. Liites nurkkiirused $\vec{\omega}_0$ ja $\vec{\omega}_1$, saame nurkkiiruse $\vec{\omega}$, mille sihis võetud telje CC_1 ümber hakkabki pöörlema güroskoop rakendatud tungipaari mõjul. Saadud tulemusest järeldame, et pöörlev güro-



Joon. 112. Tungipaari mõju pöörlevale güroskoobile.

skoop ei pöördu temale rakendatud tungipaari mõjul mitte ümber tungipaari pöörlemistelje (BB_1), nagu see esialgu näib, vaid sellega ning güroskoobi pöörlemisteljega (AA_1) risti oleva kolmanda telje (DD_1) ümber. Seejuures güroskoobi pöörlemistelg püüab asetuda nõnda, et ta moodustaks võimalikult väikese nurga rakendatud tungipaari mõjul tekkinud pöörlemisteljega (BB_1).

Güroskoopiline efekt leiab mitmekesist praktilist rakendamist. Nii on vintpüssi- ja kahuritorudesse tehtud kruvitaolised sooned, millest tugeva rõhu all läbi liikudes kuul või mürsk hakkab kiiresti pöörlema. Kiiresti pöörlev kuul aga säilitab õhus liikudes oma pöörlemistelje sihi ja seetõttu ei kaldu õhu takistuse juhuslike muutuste tõttu oma esialgsest liikumissihist kõrvale. Tulemuseks on see, et pöörlev kuul tabab paremini märki kui mittepöörlev

kuul. Sellepärast ongi sõjaväes tarvitusel vintpüss. Samuti kasutatakse güroskoope torpeedode liikumissihi säilitamiseks.

Güroskoopilist efekti kasutatakse peale selle merelaevade kõikumise vähendamiseks tugeva külglainetuse puhul. Selleks pannakse laevas kiiresti pöörlema võimsad güroskoobid, nn. stabilisaatorid, millede pöörlemisteljed on risti laeva kere pikkusega ja mis seetõttu pidurdavad laeva külgkõikumist.

Meresõitu soodustab ka güroskoopilise efekti põhimõttel ehitatud nn. güroskoopiline kompass. Selleks on elavhõbeda pinnal ujuv kiiresti pöörlev vurr (kuni 25 000 $\frac{\text{tiir}}{\text{min}}$), mille pöörlemistelg Maa pöörlemise tõttu püüab asetuda rööbiti Maa teljega, s. o. asetuda geograafilise meridiaani tasandisse ja seega näidata põhja—lõuna sihti. Magnetilise kompassiga võrreldes on vurrkompassi suureks eeliseks see, et ta ei olene Maa magnetiväljast ja selle anomaaliatest, mis on küllalt keerukad ning sageli tundmatud.

Vurrkompasse kasutatakse ka õhusõidul nn. kunstliku horisondi tekitamiseks ja lennukursi jälgimiseks.

Teatud juhtudel avaldab güroskoopiline efekt ka kahjulikku mõju. Nii näiteks laeva pöördumisel tekib seetõttu lisarõhumine turbiini pöörlemistelje laagritele, sest sel juhul on laeva pöördumise nurkkiiruse vektor risti laeva turbiinide kui güroskoopide nurkkiiruse vektoritega.

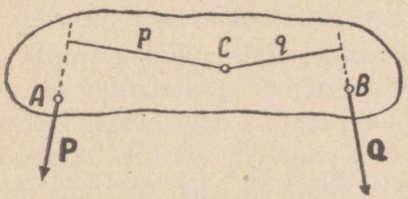
V. MEHHANISMIDE TASAKAAL

102. Masinad ja mehhanismid. Inimlik tegevus seisneb töös ühel või teisel kujul. Tööprotsessis toimub energia muundumine ja edasikandumine ühest kohast teise. Seadiseid, millede kaudu toimub energia muundumine või ülekanne, nimetatakse *masinateks*. Masinad jagatakse kahte suurde rühma: a) *jõumasinad*, nn. energiageneraatorid, nagu aurumasin ja dünamo, ning b) *töömasinad* eriliste tööülesannete täitmiseks.

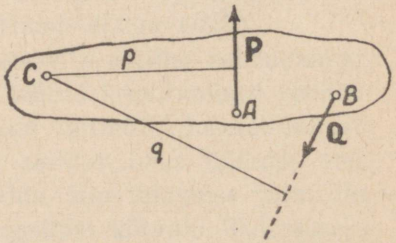
Iga masin koosneb reast üksikosadest ehk mehhanismidest, millede kaudu toimub tungide edasiandmine. Mõjuvad tungid tekitavad mehhanismi osades pingeid, millede kaudu toimubki tungi edasiandmine. Sageli rakendatakse masinates tungide edasiandmiseks ka hõõrdumist, näiteks rihmade kasutamisel.

Lihtsamate mehhanismide hulka kuuluvad kang, plokk, pöör, kaldpind, kiil ja kruvi. Neid nimetatakse ka *lihtmasinateks*.

103. Tasakaal kangil. Kangiks on kindel keha, mis võib pöörduda mingi telje ümber ja millesse rakendatud tungid (**P** ja **Q**) püüavad teda selle telje ümber pöörata kahes vastupidises suunas (joon. 113 ja 114). Tasakaalu korral peavad rakendatud tungide **P** ja **Q** pöörlemistelje suhtes võetud pöördemomendid olema võrdsed, s. o. $Pp = Qq$, mis ongi kangide tasakaalu tingimuseks.



Joon. 113. Kahepoolne kang.



Joon. 114. Ühepoolne kang.

104. Kangkaalud. Kaalusid tarvitame kehade massi ja raskustungi suuruse määramiseks. Newtoni II seaduse põhjal väljenduvad massidele m_1 ja m_2 vastavad raskused P_1 ja P_2 järgmiselt:

$$P_1 = m_1 g \text{ ja } P_2 = m_2 g.$$

Neist võrdustest saame jagamise teel:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2},$$

s. o. sama raskuskiirenduse puhul kehade raskused suhtuvad samuti nagu nende massid. Järelikult võime kehade raskuse suhet määrata nende kehade masside suhte abil ja ümberpöördult. Sel alusel toimubki kehade massi määramine kaalumise teel.

Et kaaluühiku (kilogramm-kaal — kG, gramm-kaal — G) ja massiühiku (kilogramm-mass — kg, gramm-mass — g) määramisel on lähtutud samast konkreetsest kehast (rahvusvahelise kilogrammi etaloonist), siis väljenduvad keha mass ja kaal sama arvuga: keha, mille mass on näiteks 5 kg, kaalub 5 kG jne.

Kangkaaludeks on võrdõlgne kang, mis kõvast ainest prisma kaudu toetub kõvast ainest alusele. Kangi otstes ripuvad samuti prismade abil kaalu- ehk vaekausid.

Kaalukang toetub ülalpool raskuspunkti, järelikult on kaalukangi tasakaal püsiv; kui me ta sellest asendist välja viime, tuleb ta sumbuvate võnkumistega ise sinna jälle tagasi.

Tasakaalu korral peab kaalukangi mõlemale poolele mõjuvate tungide pöördemomentide summa võrduma nulliga. Selle põhjal määrame kaalude tundlikkuse, s. o. tasakaalutäpi edasinihkumise määra (jaotiste arvu) tasakaalus oleva vaekausi lisakoormamisel 1 mg võrra.

Tõepoolest, lisakoormise p mõjul võtab kaalukang uue tasakaaluasendi, mis moodustab endisega nurga α (joon. 115). Kui kaalukangi õla pikkus on l, kaalukangi raskus Q ja tema raskuspunkti kaugus toetuspunktist d, siis pöördemomentide võrdusest (vt. § 103) järeldub seos: $Pl \cos \alpha + Qd \sin \alpha = Pl \cos \alpha + pl \cos \alpha$,

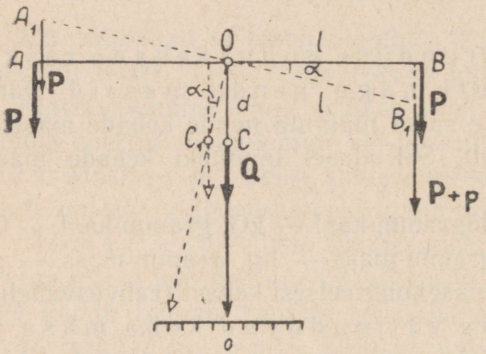
millest $Qd \sin \alpha = pl \cos \alpha$ ja $\tan \alpha = \frac{pl}{Qd}$.

Et väikeste nurkade puhul, kui nurk α on mõõdetud radiaani-

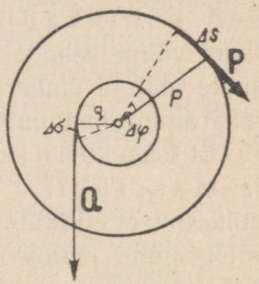
des, $\tan\alpha = \alpha$ ning viimane omakorda on võrdeline osuti otsa nihkega, siis kaalude

$$\text{tundlikkus} = \frac{\alpha}{p} = \frac{\tan\alpha}{p} = \frac{l}{Qd}.$$

Tuletatud valemist nähtub, et kaalude tundlikkus on võrdeline kaalukangi õla pikkusega (l) ja pöördvõrdeline kaalukangi raskusega (Q) ning raskuspunkti kaugusega toetuspunktist (d).



Joon. 115. Kaalukangi tasakaaluasendi muutumine lisakoormise p mõjul.



Joon. 116. Pööra tasakaal.

105. Võimaliku nihke printsiip. Mehhanismide, nagu kangi, ploki, tali, pööra, kaldpinna, kruvi jt. ülesandeks on tungide, ühtlasi aga ka töö edasiandmine. Nii kangi kui ka ühegi teise mehhanismi abil ei saa luua tööd eimillestki, vaid saab ainult edasi anda juba olemasolevat töövaru. Seejuures töötava tungi töö võrdub alati takistuse tööga. See mehaanika põhiprintsiip on sobivaks lähtekohaks mehhanismide tasakaalu tingimuste määramisel.

Olgu näiteks (joon. 116) pööra võllile rakendatud tung **Q** ja rattale tung **P**, mis on tasakaalus. Need tungid püüavad pööra liikuma panna vastassuunas. Oletame, et pööra mehhanism töötab ilma hõõrdumiseta ja tema ratta raadius p nihkub edasi (pöördub) väikese nurga $\Delta\varphi$ võrra; siis sama nurga $\Delta\varphi$ võrra pöördub ka pööra võlli raadius q. Olgu pöördenurgale $\Delta\varphi$ vastavad võlli ja ratta kaared vastavalt $\Delta\sigma$ ja Δs. Siis töötava tungi **P** töö tee-elemendil Δs on $P \cdot \Delta s = Pp\Delta\varphi$, sest $\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{p}$, millest $\Delta s = p\Delta\varphi$. Samal viisil leiame ka takistuse Q töö tee-elemendil $\Delta\sigma$, nimelt

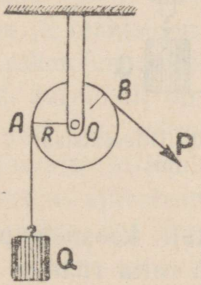
$Qq\Delta\varphi$. Et töötava tungi töö võrdub takistuse tööga, siis $Pp\Delta\varphi = Qq\Delta\varphi$, millest

$$Pp = Qq,$$

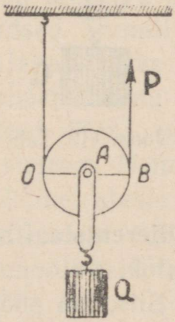
s. o. pööra tasakaalu korral on pööra rattasse ja võllisse mõjuvate tungide suurused pöördvõrdelised pööra rattaga ja võlli raadiusega.

See mehhanismi tasakaalu tingimuste määramise võte kannab võimaliku (virtuaalse) nihke printsiibi nime. Võttes töötava tungi töö positiivseks ja takistuse töö negatiivseks, võime öelda, et võimalikult väikesel nihkumisel on mehhanismile rakendatud tungide töö null, millest tuletuvad ka mehhanismi tasakaalu tingimused.

106. Plokid. Liikumatut plokki (joon. 117) võib vaadelda kui kahepoolset võrdõlgset kangi, mille õla pikkus võrdub ploki ketta raadiusega. Järelikult siin tasakaalustav tung P võrdub koormise raskusega Q, muidugi eeldusel, et plokk pöörleb ilma hõõrdumiseta. Hõõrdumise tõttu on tasakaalustav tung P alati väiksem koormise raskusest Q, sest osa sellest tasakaalustab hõõrdumistung.



Joon. 117. Liikumatu plokk.

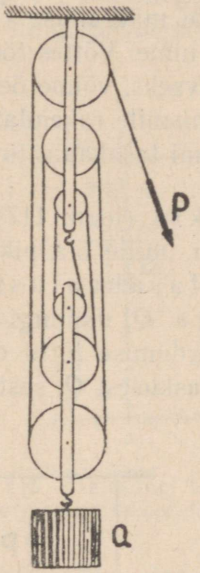


Joon. 118. Liikuv plokk.

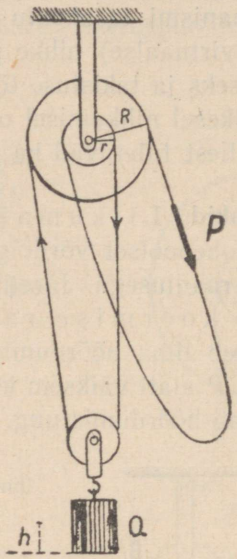
Liikuva ploki puhul ripub koormis (koos plokiga) kahe nööri otsas (joon. 118), järelikult kumbki neist kannab poole koormise raskusest, s. o. $P = \frac{Q}{2}$. Samale tulemusele jõuame ka, vaadeldes liikuvat plokki kui ühepoolset kangi.

Praktikas kasutatakse sageli nn. liitplokki ehk tali, mis koosneb mitmest kettast ühes hargis, näiteks joonisel 119 kujutatud viisil. Siin ripub koormis 6 nööri otsas, üldiselt aga nii

mitme nööri otsas, kui mitu ketast on talis. Kõik need nöörid on ühetugevuselt pingul, järelikult igaüks neist kannab $\frac{1}{6}$ koormise raskusest Q. Üldjuhul, kui talis on n ketast, siis tasakaalustav tung $P = \frac{Q}{n}$.



Joon. 119. Tali.

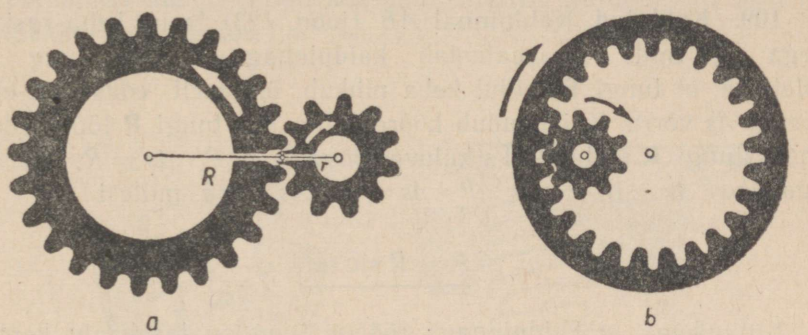


Joon. 120. Diferentsiaaltali.

107. Diferentsiaaltali. Diferentsiaaltali koosneb pöörast ja liikuvast plokist (joon. 120). Olgu pööra ratta raadius R ja võlli raadius r. Siis, kui pööra ratas teeb ühe täispöörde, nihkub tasakaalustava tungi P rakenduspunkt edasi $2\pi R$ võrra ja seejuures tehtud töö on $2\pi RP$. Et pööra ratas ja võll on kindlalt ühendatud, siis kerib ratta ühe täispöörde puhul võlli ümber käiv nöör end allapoole lahti $2\pi r$ võrra, seega lühenevad ümber liikuva ploki käivad nöörid $2\pi R - 2\pi r$ võrra ja koormise Q tõus $h = \frac{1}{2}(2\pi R - 2\pi r) = \pi(R - r)$. Eeldusel, et puudub hõõrdumine, peab tasakaalustava tungi P töö võrduma takistuse Q tööga, s. o. $2\pi RP = \pi(R - r)Q$, millest

$$P = \frac{R - r}{2R} Q.$$

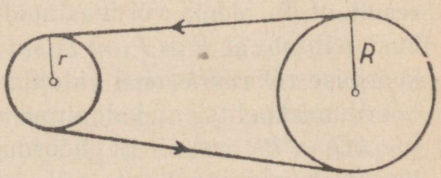
Saadud valemist nähtub, et tasakaalustav tung P on seda väiksem, mida rohkem pööra võlli raadius läheneb ratta raadiusele. Et hoiduda libisemisest, kasutatakse nööri asemel harilikult ahelat.



Joon. 121. Hammasrattad.

108. Hammasrattad ja rihm. Töö ülekandeks või pöörlemiskiiruse ja -suuna muutmiseks kasutatakse hammasrattaid (joon. 121) ja rihma (joon. 122). Hammaste kaudu ülekantavad tungid kui aktsioon ja reaktsioon on omavahel võrdsed. Samuti on võrdsed nende rakenduspunktide poolt samas ajavahemikus läbitavad teepikkused. Järelikult on võrdsed ka hammaste kaudu ülekantavad tööhulgad ning võimsused. Et sama teed läbida, peab väiksem hammasratas kiiremini pöörlema kui suurem. Nende tiirude arvu suhe samas ajavahemikus on pöördvõrdeline rataste raadiuste suhtega, viimane aga omakorda võrdub hammaste arvu suhtega, sest mida rohkem on rattas hambaid, seda vähem tiire ta teeb, seda aeglasemalt ta pöörleb. Seejuures tuleb silmas pidada, et üksteisest väljapoole asetatud hammasrattad pöörlevad alati vastassuunas (joon. 121, *a*), üksteise sisse asetatud hammasrattad aga samas suunas (joon. 121, *b*).

Rihma (joon. 122) kasutatakse samuti kui hammasrattaidki töö ülekandeks või pöörlemiskiiruse ja -suuna muutmiseks. Hammaste aset täidab siin hõõrdumine. Kui hõõrdumistung on ülekantavast tungist väiksem, tekib libisemine. Selle väl-



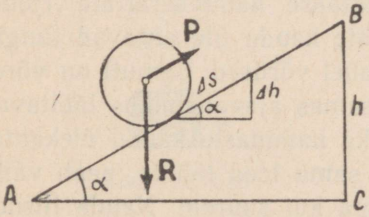
Joon. 122. Rihm.

timiseks tuleb hõõrdumist kunstlikult suurendada, näiteks kampoli abil. Rihma, samuti kui hammasrataste puhul on rataste (seibide) pöörlemiskiirus pöördvõrdeline nende raadiustega ja pöörlemissuund oleneb rihma asetusest.

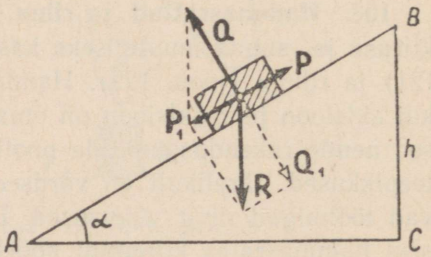
109. Kaldpind. Kaldpinnal AB (joon. 123) lasub keha raskusega **R**, mida tasakaalustab kaldpinnaga rööpne tung **P**. Oletame, et tungi **P** mõjul keha nihkub ühtlaselt edasi tee-elemendi Δs võrra. Kui puudub hõõrdumine, siis tungi **P** töö võrdub raskustungi **R** ületamiseks kuluva tööga, s. o. $P \cdot \Delta s = R \cdot \Delta h$. Et aga $\Delta h = \Delta s \cdot \sin \alpha$, siis $P \cdot \Delta s = R \cdot \Delta s \sin \alpha$, millest

$$P = R \sin \alpha.$$

Siit näeme, et kaldpinnaga rööpne tung on tasakaalu korral võrdeline kaldenurga siinusega. Kui $\alpha = 0°$, siis $P = R \cdot \sin 0° = 0$; kui $\alpha = 90°$, siis $P = R$.



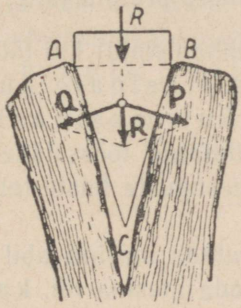
Joon. 123. Tasakaal kaldpinnal, kui puudub hõõrdumine.



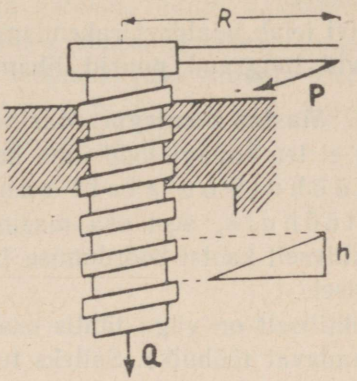
Joon. 124. Tasakaal kaldpinnal hõõrdumise arvestamisel.

Samale tulemusele jõuame, vaadeldes kaldpinnal lasuvale kehale reaalselt mõjuvaid tunge (joon. 124), milledeks on keha raskus **R** ja kaldpinna reaktsioon **Q**. Kui keha on kaldpinnal tasakaalustatud kaldpinnaga rööpse tungiga **P**, siis peab **R** ja **Q** resultant $\mathbf{P}_1$ olema võrdvastupidine tungiga **P**. Ehitatud rööpkülikust nähtub, et $P = P_1 = R \sin \alpha$. Samast joonisest nähtub, et koormise rõhumine risti kaldpinnaga $Q_1 = R \cos \alpha$. Kui koormise hõõrdumiskoefitsient kaldpinna suhtes on k, siis hõõrdumistung $f = kQ_1 = kR \cos \alpha$. Et hõõrdumistung f aitab tasakaalustada koormist kaldpinnal, siis selle koormise tasakaalustamiseks läheb vaja kaldpinnaga rööpset tungi suurusega $P_1 - f = R \sin \alpha -$

$-kR\cos\alpha = R\cos\alpha\,(\tan\alpha - k)$. Siit näeme, et keha tasakaalustamiseks kaldpinnal tuleb rakendada tungi $P_1 - f$, kui $\tan\alpha - k > 0$, s. o. kui kaldenurga tangens on suurem hõõrdumiskoefitsiendist. Kui $\tan\alpha - k \leqslant 0$, siis $P_1 - f \leqslant 0$ ja keha püsib kaldpinnal tasakaalus ainult hõõrdumise tõttu. Kaldpinnana esineb tee mäkke, trepp, katus jm.



Joon. 125. Kiil.



Joon. 126. Kruvi.

110. Kiil. Kiilu (joon. 125) kasutatakse tugeva külgrõhumise tekitamiseks (kirves, noatera, peitel, lumesahk, puulõhkumiskiilud jm.). Lahutades kiilu silmale mõjuva tungi **R** kaheks komponendiks **P** ja **Q** risti kiilu külgtahkudega, saame otsitava külgrõhumise suuruse. Sarnastest kolmnurkadest nähtub, et $P : R = BC : AB$, millest

$$P = R \cdot \frac{BC}{AB}.$$

Siit näeme, et külgrõhumine P on seda suurem, mida suurem on kiilu külje pikkus võrreldes kiilu silma paksusega.

111. Kruvi. Kruvi võib vaadelda kui kaldpinda, mis on mähitud ümber silindri (joon. 126). Kaldpinna kõrgus h võrdub kahe teineteisele järgneva kruvikeerme vahega ja kannab kruvisammu ehk kruvikäigu kõrguse nime. Ühe täispöörde puhul nihkub kruvi mutri suhtes edasi ühe kruvisammu võrra. Kruvipeale rakendatud tung **P** teeb ühe täispöörde puhul tööd

$2\pi R \cdot P$, rõhumine kruvi telje sihis aga $Q \cdot h$. Kui puudub hõõrdumine, siis $2\pi RP = Qh$, millest

$$P = Q \cdot \frac{h}{2\pi R} \text{ ja } Q = \frac{2\pi RP}{h}.$$

Siit näeme, et suure rõhumise (Q) tekitamiseks peame võtma kruvisammu võimalikult väikese ja tungi pöördemomendi (RP) võimalikult suure.

Kruvi leiab laialdast rakendamist tehnikas (kinnitus- ja pingutuskruvid, tungraud, puurid, lihamasin, marjapressid jm.).

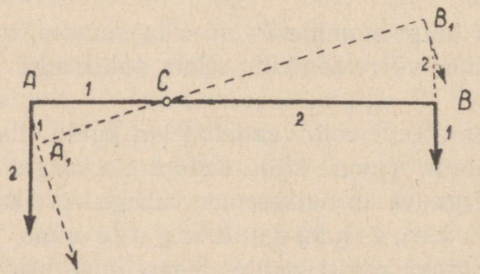
112. Masina kasutegur. Masinad (mehhanismid) kui töö edasiandjad ei tee kunagi tööd ilma kadudeta. Masinale kulutatud tööhulk on alati suurem kui masinast saadud tööhulk, sest osa masinale kulutatud tööst läheb ebaproduktiivselt kaotsi hõõrdumise ja mitmesuguste teiste takistuste ületamisel.

Praktiliselt on väga tähtis osata arvutada masina abil tegelikult saadavat tööhulka. Selleks tuleb teada masina nn. kasutegurit (η) ehk efektiivsust, mille all mõeldakse masinast saadud kasuliku töö ja masinale kulutatud töö suhet, s. o.

$$\text{kasutegur } (\eta) = \frac{\text{saadud töö}}{\text{kulutatud töö}}.$$

Seega masinast saadud töö = kasutegur × kulutatud töö.

Energiat produtseerivate (muundavate) masinate kasutegur on üldiselt väga madal (10—20%), kuna töömasinate kasutegur on küllalt kõrge (80—90%). Igal juhul aga on masina kasutegur väiksem kui üks, sest masinast saadud tööhulk on alati väiksem kui masinale kulutatud tööhulk — vastasel korral saaksime tööd eimillestki.



Joon. 127. «Mehaanika kuldreegel» kangi suhtes.

Masina (mehhanismi) *töö kasuteguri*t ei tohi ära vahetada masina nn. *tungi kasuteguriga*, mille all mõeldakse masina, näiteks kangi abil saadud ja masinale (kangile) rakendatud tungi suhet. Nagu mehhanismide tasakaalust teame, võib see suhe omada mistahes väärtusi olenevalt antud tungide rakenduspunktide ja suundade valikust. Olgu näiteks kangi kasutamisel tungi kasuteguriks 2 (joon. 127). Siis võidame kangi abil tungi suuruselt 2 korda, seejuures aga kaotame tungi rakenduspunkti poolt läbitud tee pikkuselt samuti 2 korda, järelikult tungi poolt tehtud tööhulk ei muutu. Selles seisnebki juba vanaaja teadlastele tuntud «mehaanika kuldreegel»: *nii mitu korda kui võidame tungis, kaotame tees ja kiiruses.*

VI. GRAVITATSIOON

113. Taevakehade liikumine. Vanaaja teadmised astronoomiast on kokku võetud nn. ptolemaiose süsteemis, mille järgi Maa on maailma kesksek kehaks, kuna kõik teised taevakehad — Päike, Kuu, planeedid, kinnistähed — liiguvad ümber Maa ringjoonelisi teid mööda.

Keskajal inimeste mõttemaailma valitsenud ristiusu kirik keelas ära teaduste uurimise kui patuse tegevuse. Seetõttu olid kujutlused maailma ehitusest keskajal veelgi algelisemad kui vanaajal. Alles merekaubanduse arenemisega uusaja algul, kui tekkis praktiline vajadus astronoomiliste teadmiste järele, hakkas hoogsalt arenema ka astronoomia.

Revolutsioonilise pöörde astronoomia arengusse tõi poola astronoom Mikolaj Kopernik (1473—1543), kes kummutas vaate, nagu oleks Maa maailma tsentriks, ja seletas kõik taevakehade näivad liikumised Maa pöörlemisega ümber telje ning tiirlemisega ümber Päikese. Fr. Engels hindab kõrgelt Koperniku teeneid astronoomias: «Milleks usuvallas oli paavsti bulla põletamine Lutheri poolt, selleks oli loodusteaduses Koperniku suur looming, milles ta — kuigi aralt, pärast 36-aastast kõhklemist ja nii-öelda surivoodil — heitis väljakutse kiriklikule ebausule. Sellest ajast looduse uurimine põhiliselt vabanes usust, kuigi kõigi üksikasjade lõplik väljaselgitamine on kestnud kuni praeguse ajani . . .»[1]

Koperniku heliotsentrilist süsteemi propageerisid ja arendasid edasi filosoof Giordano Bruno (1548—1600), kes selle eest inkvisitsioonikohtu otsusel põletati elusalt tuleriidal Roomas aastal 1600; loodusteadlane Galileo Galilei (1564—1642), keda inkvisitsioonikohus 1633. aastal selle eest süüdi mõistis ja määras talle karistuseks eluaegse vangistuse; Johann Kepler (1571—

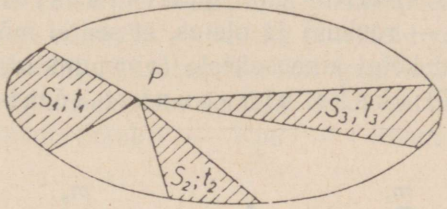
[1] Фр. Энгельс, Диалектика природы, Государственное издательство политической литературы, 1955, стр. 153.

1630), kelle suureks teeneks on planeetide ümber Päikese liikumise lähem määramine kolme temanimelise seaduse abil. Kepleri seadused on järgmised:

I. Planeedid liiguvad ümber Päikese mööda ellipseid, mille ühes fookuses asub Päike.

II. Planeetide raadiusvektorid katavad liikumisel pindalad, mis on võrdelised nende liikumise ajaga.

Kui tähistada nimetatud pindalad S_1, S_2, S_3 ... ja neile vastavad ajad t_1, t_2, t_3 ..., siis $S_1:S_2:S_3:\ldots = t_1:t_2:t_3:\ldots$.



Joon. 128. Kepleri II seaduse selgituseks.

Sellest näiteks järeldub, et Maa liigub ümber Päikese talvel kiiremini kui suvel, sest jaanuari algul on Maa Päikesele kõige lähemal, juuli algul aga temast kõige kaugemal.

III. Planeetide tiirlemisperioodide ruudud suhtuvad nagu nende keskmiste kauguste (Päikesest) kuubid.

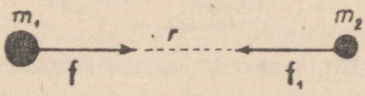
Tähistades tiirlemisperioodid T_1, T_2, T_3 ..., neile vastavad keskmised kaugused aga r_1, r_2, r_3 ..., saame Kepleri III seaduse põhjal seose:

$$T_1^2:T_2^2:T_3^2:\ldots = r_1^3:r_2^3:r_3^3:\ldots$$

Kogu senine töö oli enam-vähem geomeetrilist laadi: otsiti üksikute nähtuste kirjeldamiseks sobivaid geomeetrilisi vorme ja püüti neid kooskõlastada, ilma et oleks olnud võimalik seletada kõiki planeetide liikumise nähtusi, lähtudes mõnest üldisemast põhimõttest. Selles mõttes astus suure sammu edasi Isaac Newton (1643—1727), kes oma gravitatsiooniseadusega rajas aluse, millest saab matemaatiliselt tuletada kõik planeetide liikumise seaduspärasused.

114. Gravitatsiooniseadus. Lähtudes mehaanika põhiseadustest, jõudis Newton gravitatsiooniseaduse avastamisele järgmiste mõttekäikude varal.

Kuu liigub ümber Maa, samuti liiguvad Maa ja teised planeedid ümber Päikese ringjoonelisi, õigemini ellliptilisi teid mööda. Me teame, et ringjooneline liikumine ei toimu iseendast, vaid selleks läheb vaja nn. kesktõmbe- ehk tsentripetaaltungi, mis hoiab keha ringliikumisel. Järelikult peab Kuu ja Maa, Maa ja Päikese, samuti Päikese ja teiste planeetide vahel mõjuma mingisugune tung, mis on võrdne kesktõmbetungiga, sest muidu kalduksid planeedid oma teedelt kõrvale. Newton nimetas selle tungi üldiseks tõmbe- ehk gravitatsioonitungiks (lad. k. *gravitas* — raskus) ja oletas, et see ei mõju mitte ainult taevakehade, vaid kõigi aineosakeste (ainepunktide) vahel järgmiselt (joon. 129): kaks ainepunkti tõmbuvad neid



Joon. 129. Ainepunktide tõmbumine.

ühendava sirge sihis võrdeliselt nende masside (m_1 ja m_2) korrutisega ning pöördvõrdeliselt nende kauguse (r) ruuduga, s. o. tõmbetung

$$f = k \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} . \qquad (1)$$

cgs-süsteemis mõõtub gravitatsioonitung f düünides, massid m_1 ja m_2 grammides ja kaugus r sentimeetrites. Siis võrdetegur ehk nn. gravitatsioonikonstant

$$k = 6{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{s}^2} = \frac{1}{15\,000\,000} \frac{\text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{s}^2} .$$

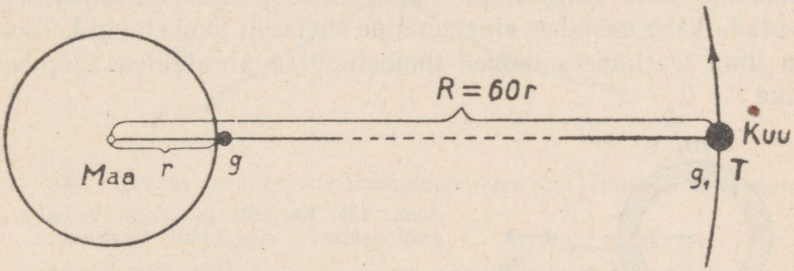
Valemist (1) ja gravitatsioonikonstandi väärtusest järeldub, et kaks teineteisest 1 cm kaugusel olevat ainepunkti massiga à 1 g tõmbuvad vastastikku $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ düüni tugevuselt.

Gravitatsioonikonstandi mõõtühiku tähis $\frac{\text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{s}^2}$ tuletub vale-

mist (1), kui selle mõlemale poolele asetada tungi, massi ja kauguse asemele neile vastavate mõõtühikute tähised.

Gravitatsiooniseaduse järgi on keha *tung Maa poole* ehk *raskus* tingitud gravitatsioonitungist keha aine ja Maa aine vahel. Et mõju ja vastumõju on võrdsed, siis tungib näiteks kivi Maa poole niisama tugevasti kui Maa kivi poole. Tegelikult aga langeb kivi Maa poole, sest samast tungist tingitud kiirendused on pöördvõrdelised massidega, järelikult on Maa kiirendus kivi kiirendusega võrreldes tegelikult null.

115. Gravitatsiooniseaduse tõepärasuse kontrollimine. Gravitatsiooniseaduse katseline tõestamine maapealses ulatuses polnud Newtoni ajal veel võimalik — selleks puudusid vajaliku täpsusega mõõteriistad. Seetõttu kasutas Newton gravitatsiooniseaduse tõepärasuse kontrollimiseks taevakehade liikumise nähtusi, esmajärjekorras meie lähema naabri — Kuu — liikumist ümber Maa (joon. 130).



Joon. 130. Kuu liikumine ümber Maa.

Newtoni mõttekäik oli seejuures järgmine. Ta oletas, et gravitatsioonitung on oma loomult seesama mis raskustungki. Maapinnal on raskustungi kiirendus $g = 981 \frac{cm}{s^2}$. Kuu tiirleb ümber Maa 60 Maa raadiuse kaugusel, järelikult Kuu kaugusel Maast on raskuskiirendus

$$g_1 = \frac{g}{60^2} = \frac{981}{60^2} = 0{,}27 \frac{cm}{s^2},$$

sest gravitatsiooniseaduse järgi on raskuskiirendus pöördvõrdeline kauguse ruuduga Maa tsentrist.

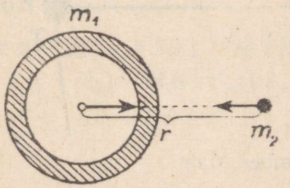
Teiselt poolt aga teame, et Kuu tiirleb ümber Maa keskmiselt 384 400 km kaugusel ja teeb ühe täistiiru ümber Maa 27,3 päe-

vaga. Neist andmeist saab meile tuntud valemite põhjal (vt. § 43) arvutada tsentripetaalse kiirenduse suuruse (a) Kuu tiirlemisel ümber Maa järgmiselt:

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 \, 384\,400 \cdot 10^5}{(27{,}3 \cdot 24 \cdot 60^2)^2} = 0{,}27 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

Saadud tulemusi võrreldes näeme, et $g_1 = a$, s. o. Maa raskuskiirendus Kuu kaugusel Maast võrdub Kuu tsentripetaalse kiirendusega tema tiirlemisel ümber Maa. Seega on raskustung oma loomult seesama mis gravitatsioonitungki. Raskustungi mõju ei piirdu ainult maapinnaga, vaid see ulatub kaugele maailmaruumi, vähenedes pöördvõrdeliselt kauguse ruuduga Maa tsentrist. Selle mõttekäiguga tõestas Newton korraga kaks asja: 1) gravitatsioonitung on oma loomult sama mis raskustungki ja 2) gravitatsioonitungi suurus muutub pöördvõrdeliselt kauguse ruuduga.

116. Gravitatsioonitungi arvutamise erijuhud. Teades, kuidas tõmbuvad kaks ainepunkti, saame selle põhjal matemaatiliselt arvutada kahe mistahes ainepunktide süsteemi tõmbetungid. Toome siin ilma tõestamata mõned tõmbetungide arvutamise tüüpilised juhud.

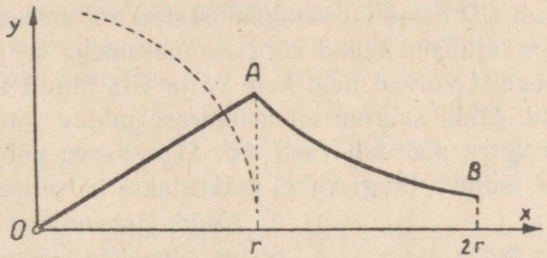


Joon. 131. Kerakihi ja sellest väljaspool asetseva ainepunkti tõmbumine.

Juba Newton ise tõestas, et ühtlane kerakiht (joon. 131) tõmbab temast väljaspool olevat ainepunkti nõnda, nagu oleks selle kerakihi kogu aine koondunud kerakihi tsentrisse. Et ühtlast kera võime kujutada koosnevana üksikutest kerakihtidest, siis võime ka väita, et ühtlase kera aine tõmbab sellest kerast väljaspool asetsevat aine punkti nõnda, nagu oleks kogu selle kera aine koondunud kera tsentrisse. Sama tulemus kehtib kera kohta, mis koosneb üksikutest ühtlastest kerakihtidest, kuigi viimased omavahel tiheduselt erinevad. Selline olukord vastab kõige rohkem Maa ja teiste taevakehade tegelikule olukorrale, sest nende tihedus oleneb kaugusest taeva-

keha tsentrist ja on üldiselt samas kauguses tsentrist ühesugune. Sel alusel võib taevakehade vahel mõjuvate gravitatsioonitungide arvutamisel vaadelda taevakehi kui nende tsentris võetud ainepunkte, millesse on koondunud taevakeha kogu aine.

Ühtlase kerakihi sees asetsevale ainepunktile on selle kerakihi tõmbetungide resultant null. Sellest järeldub, et näiteks Maa sisemusse tungimisel ei avalda meist väljapoole jääv maakera kiht meisse enam mingit graviteerivat mõju. Jääb järele ainult meist seespool olev maakera osa. Kui me niimoodi järjest sügavamale Maa sisemusse tungime, jääb gravitatsioonitung järjest nõrgemaks ja võrdub Maa tsentris nulliga.



Joon. 132. Ühtlase kera gravitatsioonitungi olenevus kaugusest kera tsentrist.

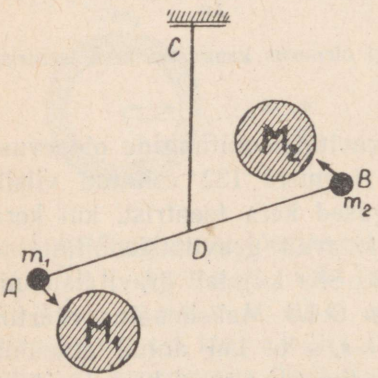
Graafiliselt võib ühtlase kera gravitatsioonitungide olenevust kaugusest kera tsentrist kujutada joonisel 132 esitatud viisil. Rõhtteljel (Ox) on kujutatud kaugused kera tsentrist, kui kera raadius on r, ja püstteljel neile vastavad gravitatsioonitungide suurused ühe ainehulga ühiku kohta. Siis kujutab gravitatsioonitungi suuruse muutumise käiku joon OAB. Maksimaalne väärtus on gravitatsioonitungil siis, kui $x = r$, s. o. kui antud aineühik asetseb kera pinnal. Kahekordse raadiuse kaugusel kera tsentrist on gravitatsioonitung maksimaalsest väärtusest 4 korda väiksem jne.

Maa puhul on kõver, mis kujutab gravitatsioonitungi suuruse olenevust kaugusest Maa tsentrist, erinev joonisel 132 toodust, sest Maa pole ühtlase tihedusega, vaid tema tihedus suureneb Maa tsentri suunas. Seetõttu ka gravitatsioonitungi maksimum nihkub lähemale Maa tsentrile.

117. Gravitatsioonikonstandi määramine. Kui gravitatsiooniseaduse valemisse $f = k\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ paigutada $m_1 = m_2 = 1$ g ja $r = 1$ cm, siis $f = k$ düüni, s.o. gravitatsioonikonstant võrdub arvuliselt kahe 1-grammise massiga ja teineteisest 1 cm kaugusel oleva ainepunkti tõmbetungi suurusega düünides.

Kui tahame kasutada gravitatsiooniseadust antud ainepunktide vahel mõjuva tõmbetungi suuruse konkreetseks arvutamiseks, siis peame selleks teadma gravitatsioonikonstandi suurust.

Nagu eelnevast nähtub, on gravitatsioonikonstandi määramiseks vaja tegelikult mõõta kahe tuntud massiga keha vahel mõjuv gravitatsioonitung. Esimesena teostas sellise mõõtmise inglise füüsik Henry Cavendish (1731—1810) torsioonkaalude abil. Cavendishi meetodi põhimõte selgub joonisel 133 antud skeemist. Elastse traadi CD otsas on tasakaalustatud rõhtne varb AB, mille otstes on kerakujulised kehad võrdsete massidega m_1 ja m_2. Sellest tasakaaluasendist võivad neid kehi välja viia ainult neisse rakendatud tungid. Mida suurem on kehadesse mõjuv tung, seda suurema nurga võrra pöördub varb AB. Seos varva pöördumisnurga ja kehadesse mõjuva tungi vahel määratakse katseliselt.



Joon. 133. Cavendishi katse skeem.

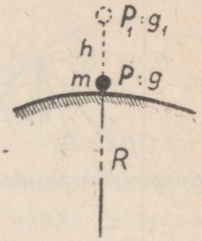
Nüüd lähendame varva AB otstes olevatele kehadele suured võrdsete massidega (M_1 ja M_2) kehad — seatinakerad, millede tõmbe mõjul varb AB pöördub teatava nurga võrra. Pöördumisnurga põhjal saame arvutada antud kehade (massidega m_1 ja M_1 ning m_2 ja M_2) vahel mõjuva gravitatsioonitungi suuruse ning sellest gravitatsioonikonstandi k väärtuse, sest katses kasutatavate kehade massid ning nendevahelised kaugused on teada. Korduvate katsete tulemusena sai Cavendish (1798. a.) gravitatsioonikonstandi keskmiseks väärtuseks $k = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ cm^{3}g^{-1} sek^{-2}, mis on tolle aja kohta väga hea saavutus.

Torsioonkaalude meetodit on kasutanud ka mitmed hilisemad uurijad. Praegusel ajal peetakse gravitatsioonikonstandi tõenäoseimaks väärtuseks

$$k = (6{,}670 \pm 0{,}007) \cdot 10^{-8}\ \text{cm}^3\text{g}^{-1}\ \text{sek}^{-2}.$$

Sellele gravitatsioonikonstandi arvulisele väärtusele vastab kaunis täpselt $\frac{1}{15\,000\,000}$. Viimane arv on meelespidamise ja arvutamise seisukohalt väga sobiv.

118. Keha kaalu olenevus koha kõrgusest ja geograafilisest laiusest. Lugedes Maad paigalseisvaks ühtlaseks keraks, mille raadius R on keskmiselt 6371 km, ja eeldades, et raskuskiirendus Maa pinnal on g, saame arvutada mistahes keha raskuse igasuguses kauguses Maa pinnast või Maa tsentrist. Olgu vaadeldava keha raskuskiirendus kõrgusel h maapinnast g_1 ja raskus P_1 (joon. 134).



Joon. 134. Keha kaalu olenevus kõrgusest.

Gravitatsiooniseaduse põhjal on kahe keha tõmbumine pöördvõrdeline nendevahelise kauguse ruuduga. Seetõttu

$$\frac{P}{P_1} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2 \approx 1 + \frac{2h}{R},$$

sest $\left(\frac{h}{R}\right)^2$ võime tema väiksuse tõttu jätta arvestamata. Saadud seosest järeldub, et

$$P_1 \approx P\left(1 - \frac{2h}{R}\right), \tag{1}$$

sest $1 : \left(1 + \frac{2h}{R}\right) \approx 1 - \frac{2h}{R}$.

Samalaadne seos kehtib ka vastavate kiirenduste (g ja g_1) vahel, sest $P_1 = mg_1$ ja $P = mg$, nimelt:

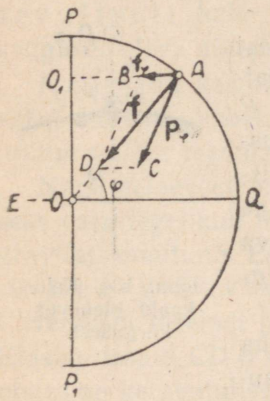
$$g_1 \approx g\left(1 - \frac{2h}{R}\right). \tag{2}$$

Kui kõrgus h on väljendatud meetrites, siis võime valemi (2) avaldada kujul

$$g_1 \approx g\,(1 - 3{,}14 \cdot 10^{-7}\,h). \tag{3}$$

Kasutades valemit (1), arvutame, kui palju väheneb 1 kg aine kaal maapinnast näiteks 1 km võrra kõrgemale tõusmisel. Sel

juhul $h = 1$ km ja 1 kg aine kaalu vähenemine on $\frac{2h}{R} = \frac{2}{6371} =$ $= 0{,}0003$ kG ehk 0,3 G. Et väiksemates kõrgusevahemikes on kaalu muutumine võrdeline kõrguse suurenemisega, siis 10 km võrra kõrgemale tõusmisel väheneb 1 kg aine kaal juba 3 G võrra jne.



Joon. 135. Maa pöörlemise tõttu kaotab keha osa oma kaalust.

Kuid aine kaalu ei mõjusta ainult kaugus Maa tsentrist, vaid ka Maa ööpäevane pöörlemine ümber telje. Selles liikumises teevad kõik maapealsed esemed ümber Maa telje ööpäeva jooksul ühe täistiiru. Iga ringliikumise jaoks aga läheb tarvis tsentripetaaltungi, mis hoiab keha ringliikumises. Antud juhul annab ringliikumiseks vajaliku kesktõmbe- ehk tsentripetaaltungi raskustung (joon. 135). Kui gravitatsioonitungist f lahutame kesktõmbetungiks kuluva osa — $\mathbf{f}_\varphi$ —, siis ülejäänud osa — $\mathbf{P}_\varphi$ — ongi see tung, mida me nimetame keha kaaluks ehk raskuseks. Järelikult ei ole sama keha kaal igal pool maapinnal ühesugune, vaid oleneb koha geograafilisest laiusest (φ). Tõepoolest, kesktõmbetungi suurus Maa pöörlemisel ümber telje väheneb ekvaatorilt pooluse poole minnes, sest vähenevad vastavad pöörlemisraadiused, kuna pöörlemisperiood jääb endiseks.

Arvutame tsentripetaalkiirenduse Maa ekvaatoril. Siin $\mathbf{R} = 6378{,}4$ ja $T = 24$ h $- 4$ min, sest Maa teeb ühe täistiiru ümber telje ühe tähe-ööpäeva jooksul, mis on 4 min võrra lühem keskmisest päikese-ööpäevast. Saame $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2\, 6\,378{,}4 \cdot 10^5}{[(24 \cdot 60 - 4)60]^2} =$ $= 3{,}39 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$.

Seega on 1 g aine kaal ekvaatoril 3,39 düüni võrra väiksem sama ainehulga gravitatsioonitungist Maa tsentri poole. See 3,39 düüni kulub 1 g aine ringjoonel hoidmiseks tema liikumisel ekvaatori tasandis ümber Maa telje.

Eelnevast järeldub, et poolusel peaks iga gramm ainet olema 3,39 düüni võrra raskem kui ekvaatoril, sest seal on tsentripetaaltungi suurus null. Tegelikult aga on raskuskiirendus poolusel 5,3 $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ suurem kui ekvaatoril, sest Maa pole päris kerakujuline,

vaid on pöörlemistelje sihis lapik. Seetõttu on pooluse ümbruses maapind Maa tsentrile lähemal kui ekvaatoril (21,5 km) ning järelikult on ka raskuskiirendus vastavalt suurem.

Geograafilisel laiusel φ saame raskuskiirenduse suuruse merepinnal arvutada järgmise valemi põhjal:

$$g_\varphi = g_0 (1 + 0{,}0053 \sin^2\varphi),$$

kus g_0 on raskuskiirendus ekvaatoril $\left(978{,}05 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\right)$ ning φ on antud koha geograafiline laius.

Raskuskiirendust $g = 980{,}665 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$, mis on raskuskiirenduseks rahvusvahelise kilogrammi etalooni säilitamise kohas Sèvres'is Pariisi lähedal, kasutatakse vastava kokkuleppe alusel kilogrammtungi määramiseks. Seetõttu nimetatakse seda raskuskiirendust ka standardraskuskiirenduseks.

119. Inertsus- ja raskusmass. Erisuguste massidega paigalolevate kehade liikumapanemiseks sama kiirendusega läheb vaja seda suuremat tungi, mida suurem on keha mass. See nähtub otseselt Newtoni II seaduse valemist $f = ma$, mille järgi jääva kiirenduse puhul tungi f suurus on võrdeline massiga m. Siin keha mass m on keha inertsuse mõõduks, mispärast sel alusel mõõdetud keha mass kannab ka inertsusmassi nime.

Raskusmassi mõistele jõuame Newtoni gravitatsiooniseadusest, mille järgi

$$f = k \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}. \qquad (1)$$

Siin M_1 ja M_2 tähistavad teatavat kehast olenevat karakteristikut, mis iseloomustab keha võimet tekitada gravitatsioonivälja ja reageerida sellele. Nimetame seda karakteristikut raskus- ehk gravitatsioonimassiks.

Raskusmassi mõõtühiku saame järgmiselt. Kui $k = 1$, $f = 1$ ja $r = 1$, siis ka $M_1 = M_2 = 1$, s. o. raskusmassi ühikuks võetakse sellise keha raskusmass, mis temast 1 pikkusühiku kaugusel olevat teist samasugust keha mõjutab 1 tungiühiku tugevuselt. Et f ja r on iseseisvalt mõõdetavad, siis ühenduses sellega on mõõdetav ka raskusmass. Juhul, kui $k = 1$, omandab valem (1) lihtsama kuju, nimelt:

$$f = \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}. \qquad (1a)$$

Valemist (1) järeldub raskusmassi M dimensioon:

$$[M] = \left[\sqrt{f \cdot r^2}\right] = \left[f^{\frac{1}{2}} r^1\right] = \underline{F^{\frac{1}{2}} L}, \qquad (2)$$

kus tung (F) ja pikkus (L) esinevad põhisuurustena.

Lähtudes Newtoni II seaduse valemist $f = ma$, kus m väljendab keha nn. inertsusmassi, leiame keha inertsusmassi (m) dimensiooni:

$$\left[m \right] = \left[\frac{f}{a} \right] = \left[f \cdot a^{-1} \right] = F L^{-1} T^2. \qquad (3)$$

Nagu nähtub valemite (2) ja (3) võrdlusest, omavad raskus- ja inertsusmass kui kehade karakteristikud samade põhisuuruste puhul erinevaid dimensioone.

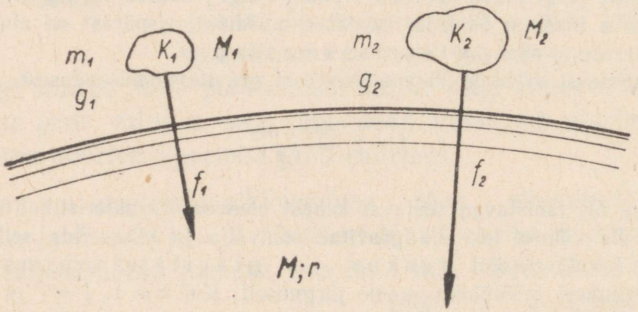
Lähtudes aga gravitatsiooniseaduse väljendamisel Newtoni II seadusest, saame valemi kujul

$$f = k \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \qquad (4)$$

kus k on gravitatsioonikonstant, mis cgs-süsteemis omab väärtust $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ ja mille dimensiooniks eelmiste põhisuuruste puhul on $F^{-1}L^4T^{-4}$. Tõepoolest:

$$\left[k \right] = \left[\frac{f \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2} \right] = \frac{FL^2}{(FL^{-1}T^2)^2} = \frac{FL^2}{F^2L^{-2}T^4} = F^{-1}L^4T^{-4}.$$

Keha inertsus- ja raskusmassi omavahelise seose saamiseks võtame maapinna läheduses kaks keha: K_1 ja K_2 (joon. 136). Olgu nende inertsus- ja



Joon. 136. Skeem raskus- ja inertsusmassi võrdlemiseks.

raskusmassid vastavalt m_1 ja m_2 ning M_1 ja M_2, Maa raskusmass M. Antud kehade K_1 ja K_2 tungi Maa poole tähistame tähtedega f_1 ja f_2; nende tungide poolt kehadele antud raskuskiirendused olgu vastavalt g_1 ja g_2. Siis võime kirjutada:

$$f_1 = k \frac{M \cdot M_1}{r^2} = m_1 g_1;$$

$$f_2 = k \frac{M \cdot M_2}{r^2} = m_2 g_2.$$

Neist võrdustest saame jagamise teel:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{m_1 \cdot g_1}{m_2 \cdot g_2} . \tag{5}$$

Et mistahes pendlikehade puhul sama pendli pikkuse juures on võnkeperioodid võrdsed, siis sellest järeldub, et kõik kehad langevad samas kohas sama kiirendusega, s. o. $g_1 = g_2$ ($T_1 = T_2$, järelikult $2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}}$ ja $g_1 = g_2$) ja

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{m_1}{m_2} , \tag{6}$$

s. o. kahe keha raskusmasside suhe võrdub nende kehade inertsusmasside suhtega.

Kui võtame sama konkreetse keha (rahvusvahelise kilogrammi etalooni) nii raskus- kui ka inertsusmassi mõõtühiku etalooniks, siis väljenduvad keha raskus- ja inertsusmass sama arvuga, sest sel juhul $M_2 = m_2 = 1$ ja $M_1 = m_1$.

Eelmistest mõttekäikudest järeldub, et raskus- ja inertsusmassi võrdluse eelduseks on vaba langemise kiirenduse võrdsus kõikidel kehadel samas kohas. Galilei vaba langemise seadused tõendavad seda. Mitmed hilisemad täpsemad mõõtmised (Newton, Bessel, Eötvös jt.) kinnitavad seda samuti. Seepärast on raskusmass alati arvuliselt võrdne inertsusmassiga, mistõttu ühtlasi kaob tegelikult vajadus inertsus- ja raskusmassi eristamiseks. Newton ise neid mõisteid ei kasutanud, vaid mõistis massi all kehas oleva aine hulga *(quantitas materiae)* mõõtu.

120. Klassikalise mehaanika rakendatavuse piirid. Newtoni poolt formuleeritud mehaanika põhiseadused moodustavad nn. klassikalise mehaanika baasi. Need seadused pole mingi väljamõeldis, vaid praktika ja katseandmete oskusliku üldistamise tulemus. Klassikalise mehaanika seadusi võib rakendada kehade puhul, millede mõõtmed on suhteliselt suured, liikumiskiirused aga suhteliselt väikesed, s. o. makroskoopiliste kehade puhul, millede liikumiskiirus võrreldes valguse kiirusega on väike.

Juhul aga, kui on tegemist üksikute aatomite või teiste elementaarosakeste (mikroskoopiliste kehade ehk mikroosakeste) liikumisega, ei ole klassikalise mehaanika seadused otseselt rakendatavad. Mikroosakeste liikumisi käsitleb nn. kvantmehaanika.

Klassikalise mehaanika seadused pole rakendatavad ka juhul, kui makroskoopilised kehad liiguvad kiirusega, mis on lähedane valguse kiirusele.

VII. ELASTSUS

121. Elastsus ja plastilisus. Seni käsitletud küsimustes kasutasime absoluutselt kindla keha mõistet, kuid kogemused näitavad, et kõik kehad erinevad tunduvalt sellisest idealiseeritud kehast. Välise tungi mõjul ei tarvitse keha tervikuna liikuma hakata, vaid ta võib muuta oma ruumala ja kuju, s. o. deformeeruda. Kui kehad pärast tungi mõju lakkamist taastavad oma esialgse kuju ja ruumala, siis nimetatakse kehi *elastseteks* ja kehade niisugust omadust *elastsuseks*. Elastsuse silmapaistvamaks rakenduseks on mitmesugused vedrud.

Deformatsiooni, mis mõjuva tungi lakkamisel kaob, nimetatakse *elastseks deformatsiooniks*. Seega oleks kehade elastsuse hindamiseks võimalik kasutada elastse deformatsiooni suurust. Elastsemad on need kehad, millede elastne deformatsioon on suurem.

Osal kehadest jääb tekkinud deformatsioon püsima ja neid nimetatakse *mitte-elastseteks* ehk *plastilisteks* kehadeks. Elastsed kehad on näiteks kummi, teras, puit; mitte-elastsed — savi, vaha, seatina. Terava vahe tegemine elastsete ja mitte-elastsete kehade vahel on raske, sest küllalt väikesed deformatsioonid kaovad; teisest küljest küllalt suurt igakülgset rõhumistungi rakendades on võimalik isegi terast muuta plastiliseks ja teda vormida tahkes olekus. Ka oleneb kehade elastsus nende temperatuurist. Nii näiteks kummi elastsus kahaneb temperatuuri langusega, kuid seatina muutub vedela õhu temperatuuril (ca —190° C) elastsete omadustega kehaks.

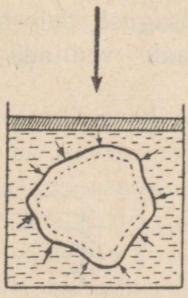
Ainete omadust, mis võimaldab neist vormida mitmesuguse kujuga esemeid, nimetatakse *plastilisuseks*. Savist voolitakse anumaid ja kujusid, mis kuivatatakse ja põletatakse. Põletamisel kaotavad saviesemed oma plastilisuse ja nende kuju pole enam

võimalik muuta. Tänapäeval on laialt tuntud mitmesugused niinimetatud plastmassid, millest valmistatud esemed pärast antud massile vastavat töötlemist enam oma kuju ei muuda.

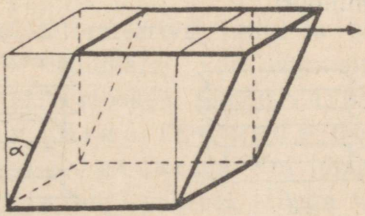
122. Elastse deformatsiooni põhiliigid. Üldiselt muutub elastse deformatsiooni korral nii keha kuju kui ka ruumala. Nähtuse lihtsamaks käsitlemiseks vaatleme neid juhte eraldi.

Ainult ruumala muutuse tekitamiseks korraldame järgmise katse. Asetame uuritava keha vedelikku ja vedeliku kokkusurumisega avaldame keha pinnale igakülgset survet (vt. Pascali seadus § 136). Selle surve mõjul väheneb keha ruumala, kuid ei muutu tema kuju, ja surve lakkamisel taastab keha oma endise ruumala (joon. 137). Analoogiline nähtus esineb näiteks jalgpalli õhukummi täispumpamisel, kus vähese õhuhulga lisamisel või väljalaskmisel muutub palli ruumala, kuid püsima jääb tema ümar kuju.

Niisugust nähtust nimetatakse ruumalaelastsuseks ja see esineb mitte üksnes tahkete kehade, vaid ka vedelike ning gaaside puhul.



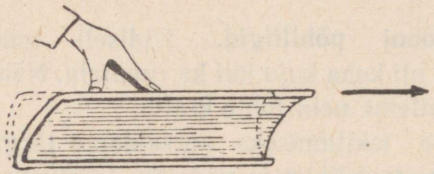
Joon. 137. Ruumalaelastsus.



Joon. 138. Kujuelastsus.

Erinevalt eelmisest juhust saab keha deformeerida ka nii, et tema ruumala ei muutu. Selleks võtame kindlalt alusele kinnitatud kuubi ja rakendame deformeeriva tungi kuubi pealmisele tahule sellega paralleelselt (joon. 138). Siis nihkub pealmine tahk alumise suhtes kõige rohkem ja temaga paralleelsed lõikepinnad seda vähem, mida lähemal nad on alustahule. Alustahuga risti olevad servad moodustavad siis esialgse asendiga nurga α. Samasugust katset saab demonstreerida iga hästi köidetud paksema raamatuga, asetades raamatu lauale ja nihutades pealmist kaant kas raamatu

esiserva või tagaserva poole (joon. 139). Tungi lakkamisel taastavad kirjeldatud kehad oma esialgse kuju. Siin esineb selgesti kujuelastsus, sest keha ruumala jääb endiseks.



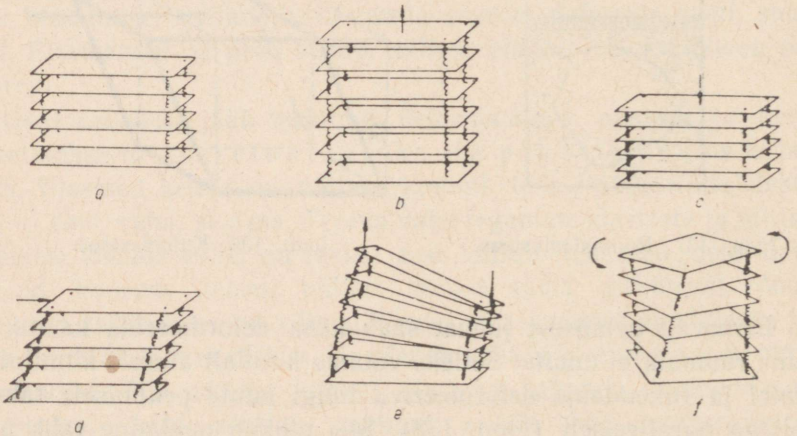
Joon. 139. Raamatu kujuelastsus.

Nii kuju kui ka ruumala deformatsioon esineb harva üksikult. Enamikul juhtudel tekivad nad koos. Seetõttu võib eristada viit deformatsiooni tüüpi, mida selgitavad joonisel 140 kujutatud katsed mudeliga.

Kasutatav mudel koosneb kuuest plaadist, mis on nurkadest ühendatud nelja kruvivedruga (joon. 140, *a*).

Deformatsioonide teostamiseks kinnitame mudeli alumise plaadi alusele ja rakendame pealmisele plaadile mitmesuguseid tunge.

Kui tõstame pealmist plaati joonisel 140, *b* märgitud noole suunas, siis tõusevad ka teised plaadid (seda vähem, mida lähemal nad on alusele) ning mudel pikeneb. Niisugust deformatsiooni nimetatakse venituseks. Tunduvalt saab venitada näiteks kumminööri.



Joon. 140. Deformatsiooni tüübid: *a* — mudel normaalolekus, *b* — venitus, *c* — surve, *d* — nihe, *e* — paine ja *f* — vääne.

Pealmist plaati joonisel 140,*c* kujutatud noole suunas alla surudes nihutame kõiki plaate allapoole, nende vahekaugus vähe-

neb ja mudel lüheneb. Tekkinud deformatsiooni nimetatakse s u r v e k s. Surve esineb näiteks mitmesuguste tugisammaste puhul, kui neid sambaid koormatakse.

Tõugates pealmist plaati paralleelselt alusega, nagu seda kujutab joonis 140, *d*, nihutame kõiki plaate alumise suhtes ja seda deformatsiooni nimetatakse n i h k e k s (vrd. joon. 139).

Kui tõstame pealmise plaadi üht otsa üles ja surume teist otsa alla, nagu seda näitavad nooled joonisel 140, *e*, siis kõverdub mudel ja deformatsiooni nimetatakse p a i n d e k s. Paindele alluvad näiteks lehtvedrud ja talad (vt. § 126).

Joonisel 140, *f* on kujutatud deformatsioon, mida nimetatakse v ä ä n d e k s ehk t o r s i o o n i k s (lad. k. *torsio* — pööramine). See deformatsioon tekib siis, kui pöörame pealmist plaati paralleelselt alumisega nii, nagu seda näitavad joonisel kõvernooled. Ülemine plaat pöördub alumise suhtes kõige rohkem ja teised seda vähem, mida lähemal nad on alusele.

Väändele alluvad näiteks puurid. Sügavate puuraukude puurimisel võib puuri ülemine ots pöörduda alumise suhtes mitme ringi võrra.

Sageli esineb samal kehal korraga kaks või rohkem deformatsioonitüüpi.

123. Hooke'i seadus. Jälgides deformeeriva tungi ja sellest tingitud deformatsiooni suurust — ruumala- või kujumuutust, leiame seaduspärasuse, mida tuntakse Hooke'i[1] seadusena, nimelt: d e f o r m a t s i o o n i s u u r u s o n v õ r d e l i n e s e d a d e f o r m a t s i o o n i t e k i t a v a t u n g i s u u r u s e g a. Kui tähistame deformatsiooni suuruse tähega D ja tungi suuruse tähega F, siis avaldub Hooke'i seadus valemina järgmiselt:

$$D = kF,$$

kus k on võrdetegur.

Seadus kehtib elastsete deformatsioonide kohta, välja arvatud malmi, betooni ja kivimite deformatsioonid, mis ei ole võrdelised tungi esimese astmega.

124. Kompressiooni- ja elastsusmoodulid. Lähtudes Hooke'i seadusest, määrame tegurid, mis seovad tungi ja deformatsiooni suu-

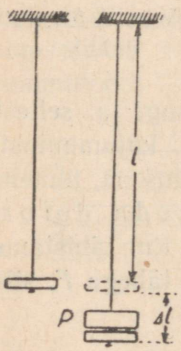
[1] R o b e r t H o o k e (1635—1703), inglise teadlane ja leidur; oletas esimesena, et valgus on ristlainetus; avastas taimerakud.

rust mitmesugustel juhtudel. Joonisel 137 kujutatud ruumalamuutuse kohta võime kirjutada Hooke'i seaduse järgmise seosena:

$$-\frac{\Delta V}{V_0} = q\Delta p, \qquad (1)$$

kus V_0 on keha algruumala rõhul p_0 ja ΔV ruumala muutus rõhu muutuse Δp mõjul ning miinusmärk tuletub ruumala vähenemisest rõhu suurenemisel. Relatiivne ruumalamuutus $\frac{\Delta V}{V_0}$ on võrdeline rõhu muutusega Δp ja ainest oleneva teguriga q, mida nimetatakse kokkusurutavus- ehk kompressiooniteguriks (lad. k. *compressio* — kokkusurumine); pöördväärtust $\frac{1}{q} = Q$ nimetatakse kokkusurutavus- ehk kompressiooni-mooduliks (lad. k. *modulus* — mõõt).

Tegur q mõõtub rõhu pöördväärtusega, sest ruumalade suhe valemi (1) vasakul poolel on nimeta arv. Mooduli Q mõõtühikuks on rõhu mõõtühik, milleks cgs-süsteemis on $\frac{\text{düün}}{\text{cm}^2}$ ehk $\text{g}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{s}^2$.



Joon. 141. Traadi pikenemine koormise mõjul.

Et survest tingitud ruumalamuutus on tahkete kehade ja vedelike puhul väga väike, siis ka q on arvuliselt väike, Q seevastu väga suur. Seepärast jäävad tegelikus elus rõhuga tekitatud ruumalamuutused enamasti tähelepanematuks.

Märgatavamaks osutub järgmisena kirjeldatav deformatsioon. Kinnitame traadi ühe otsa näiteks seinas asetseva konksu külge ja riputame traadi teise otsa väikese koormise (joon. 141). Kui suurendame koormist, siis pikeneb traat. Katsetest nähtub, et pikenemine Δl on võrdeline lisatud raskusega P. Mitmesuguste pikkuste ja ristlõigetega traatide uurimisel ilmneb võrdelisus pikenemise Δl ja traadi pikkuse l vahel ning Δl pöördvõrdelisus ristlõikega S. Võttes samade mõõtmetega teistest ainetest traadid ja teha samad katsed, näeme, et on kehtivad samad seaduspärasused, kuid pikenemine Δl on iga aine puhul erinev. Matemaatiliselt väljenduvad eelmised seaduspärasused järgmiselt:

$$\Delta l = \varepsilon \frac{Pl}{S}, \qquad (2)$$

kus ε on traadi ainele iseloomulik konstant, mida nimetatakse elastsuskoefitsiendiks ehk -teguriks.

Avaldises esinev suurus $\frac{P}{S}$ väljendab venitavat tungi traadi ristlõike ühiku kohta. Seda suurust nimetatakse pingeks.

Kui $P = 1$, $l = 1$ ja $S = 1$, siis $\Delta l = \varepsilon$. Sellest järeldub, et elastsustegur on cgs-süsteemis võrdne 1 cm pikkuse ja 1 cm² ristlõikega keha pikenemisega sentimeetrites 1-düünise venitava tungi mõjul.

Et ε arvuline väärtus on cgs-süsteemis väga väike, siis tehnikas on võetud ε mõõtühiku tuletamisel pikkuse l mõõtühikuks 1 meeter, ristlõike S mõõtühikuks 1 mm² ja tungi P mõõtühikuks 1 kG.

Elastsusteguri ε pöördväärtust $\frac{1}{\varepsilon} = E$ nimetatakse elastsusmooduliks ehk Youngi[1] mooduliks.

Seosest (2) leiame teisendades, et Youngi moodul

$$E = \frac{Pl}{S\Delta l} . \qquad (3)$$

Mooduli E mõõtühikuks on tung pinnaühikule, s. o. cgs-süsteemis $\frac{\text{düün}}{\text{cm}^2}$. Tehnikas kasutatakse E mõõtühikuna $\frac{\text{kG}}{\text{mm}^2}$. Seega E on tung kilogrammides, mis 1 mm² ristlõikega traati pikendaks $\Delta l = l$ võrra, s. o. venitaks teda 2 korda pikemaks. Tegelikult ei leidu ühtegi sellist traati, vaid kõik nad katkevad enne.

Elastsusmoodul on antud aine puhul konstantne suurus. Kristallidel oleneb E tungi sihist telgede suhtes.

Kasulik on meeles pidada, et suurema elastsusmooduliga ained avaldavad deformeerivale tungile suuremat vastupanu.

125. Nihkemoodul. Joonisel 138 kirjeldatud kujumuutust iseloomustab nurk α kuubi servade endise ja uue asendi vahel. Katsetest selgub, et α on võrdeline mõjuva tungiga F, pöördvõrdeline kuubi tahu pindalaga S ja oleneb veel kuubi ainest. Seda valemina kirjutades saame

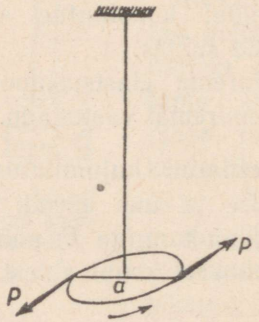
$$\alpha = \frac{F}{GS} . \qquad (1)$$

Jagatis $\frac{F}{S}$ tähendab tungi pinnaühiku kohta ja G ainele iseloo-

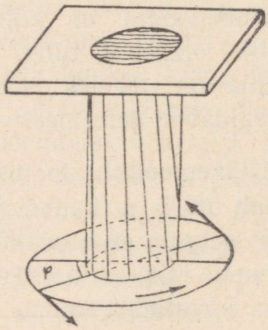
[1] Thomas Young (1773—1829), inglise füüsik; seletas valguse difraktsiooni.

mulikku konstanti, nn. nihke-, samuti väändemoodulit. Nagu ilmneb jooniste 140, *d* ja 140, *f* võrdlusest, on nii nihke kui ka väände puhul tegemist naaberkihtide nihkumisega üksteise suhtes ja seepärast võib mõlemaid deformatsioone iseloomustada sama mooduliga. Nihkemoodul $G = \frac{F}{S}$ on võrdne pinnaühikule rakendatud tungi suurusega, mis tekitab deformatsiooninurga $\alpha = 1$ radiaan, s. o. 57°17′45″. cgs-süsteemis on G mõõtühikuks rõhu mõõtühik $\frac{\text{düün}}{\text{cm}^2}$, kuid selle ühikuga mõõtes on G liiga suur arv ja seepärast kasutatakse tehnikas ühikuna $\frac{\text{kG}}{\text{mm}^2}$.

Joonisel 138 kujutatud seadet pole aga võimalik kasutada G määramiseks. Lihtsaimaks nihkemooduli määramise vahendiks osutub joonisel 142 kujutatud katseseade. Kinnitame traadi ühe otsa kindlalt paigale ja teise otsa külge kinnitame ketta läbimõõduga *a*. Läbimõõdu mõlemasse otsa rakendame traati pikitelje ümber pööravad tungid *P*. Siis on tungide pöördemoment $M = Pa$. Pöördemomendi mõjul pöörduvad kõik traadi ristlõikepinnad üksteise suhtes, toimub nende vastastikune nihkumine, kuid traadi ruumala jääb konstantseks. Ümmarguse traadi puhul jääb isegi väliskuju endiseks. Tekib väliselt varjatud deformatsioon. Joonistades traadi pinnale teljega paralleelsed sirged, märkame, et need deformeeruvad kruvijoonteks (joon. 143).



Joon. 142. Nihkemooduli määramine.



Joon. 143. Traadi pinna deformatsioon.

Tähistame nurga, mille võrra alumine ristlõikepind on pöördunud ülemise suhtes, tähega φ (joon. 143), kusjuures φ on mõõdetud radiaanides. Siis võime tuletada seose

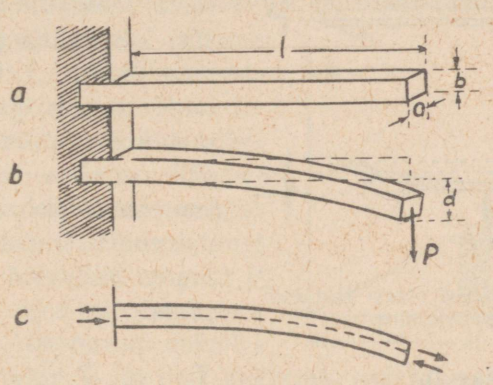
$$\varphi = \frac{2Ml}{\pi r^4 G},$$

kus M tähendab pöördemomenti, l traadi pikkust ja r raadiust. Siit avaldub nihkemoodul järgmiselt:

$$G = \frac{2Ml}{\pi r^4 \varphi}.$$

Pöördemomendi M väärtust, mis tekitab pöördenurga $\varphi = 1$, nimetatakse direktsioontungiks ja selle kaudu avaldub lihtsalt torsioonvõnkumise periood (vt. § 181). Et võnkeperiood on määratav lihtsal viisil suure täpsusega, siis kasutatakse seda sageli traadi nihkemooduli määramiseks.

126. Paine. Tehnikas omab tähtsust elastne deformatsioon, mida nimetatakse paindeks.



Joon. 144. Paine.

Kui riputame horisontaalpinnas ühest otsast kinnitatud kepi või lati vabasse otsa koormise P, siis langeb lati vaba ots läbipaindumiseks nimetatava pikkuse d võrra madalamale (joon. 144, *b*). Sirge latt paindub kõveraks, kusjuures lati ülemine pind pikeneb kõige rohkem ja alumine pind surutakse kõige rohkem kokku. Lati keskel leidub kiht, mis säilitab oma pikkuse, ja seda nimetatakse neutraalseks kihiks. Kõik kihid ülalpool neutraalset kihti pikenevad ja allpool lühenevad. Ülal valitseb tõmme ja all surve (joon. 144, *c*).

Läbipaindumise suurus on võrdeline tungiga P. Olulist tähtsust omavad veel lati aine elastsusmoodul ja lati mõõtmed.

Teoreetilise arutluse tulemusena on leitud, et ühest otsast kin-

nitatud lati puhul, mille pikkus on l, laius a ja paksus b, on läbipaindumine

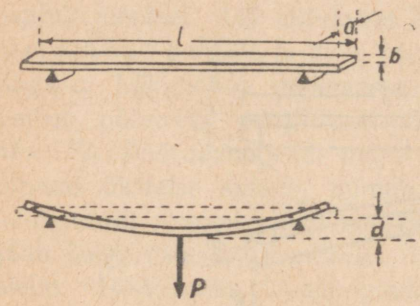
$$d = \frac{4P}{E} \cdot \frac{l^3}{ab^3} \cdot \qquad (1)$$

Kahest otsast toetatud lati puhul (joon. 145)

$$d = \frac{P}{4E} \cdot \frac{l^3}{ab^3} \cdot \qquad (2)$$

Valemeid (1) ja (2) võib edukalt kasutada ka E määramiseks.

Valemitest nähtub, et läbipaindumise d suurus oleneb lati ristlõike kujust. Vaadeldud juhtudel on läbipaindumine pöördvõrdeline lati laiuse esimese ja paksuse kolmanda astmega.

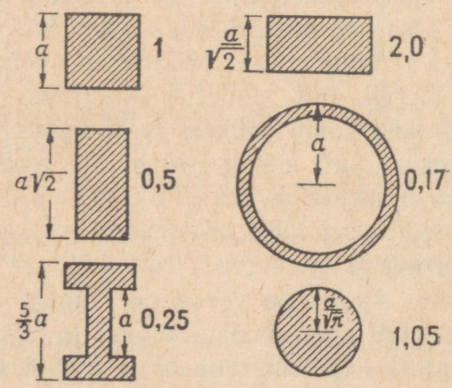


Joon. 145. Kahest otsast toetatud lati paindumine.

Siit nähtub, et sama materjalikuluga saab ehitada väiksema läbipaindumisega talasid siis, kui valida paksus suur ja laius väike. Kitsaste paksude talade puhul aga tekib oht, et tala koormamisel mitte täpselt paksuse sihis tala väändub ja koormatud kohas paksus pöördub endise laiuse asendisse. See juures läbipaindumine suureneb järsult ja kogu konstruktsioon võib puruneda. Väändumisohu vältimiseks kasutatakse tehnikas T- või I-kujulise ristlõikega talasid.

Tabel 5

Läbipaindumise sõltuvus lati ristlõike kujust



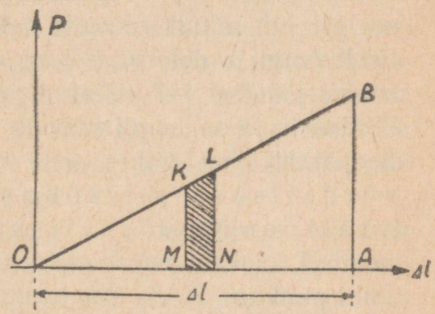
Igasihilisele paindele on vastupidavad õõnsad konstruktsioonid, sest painutatava materjali sisemistele kihtidele mõjuvad suhteliselt väikesed tungid ja seesmise materjali arvel võib tugevdada väliskihte.

Looduslikes konstruktsioonides näeme sellelaadset materjali kokkuhoidu taimeriigis kõrte ja loomariigis pikkade luude ehituses.

Tabelis 5 on esitatud samast ainest võrdse pikkusega ja võrdsete ristlõikepindadega lattide läbipaindumine, kusjuures ühikuks on võetud ruudukujulise ristlõikega lati läbipaindumine.

127. Elastse deformatsiooni energia. Venitades või väänates traati või mõnd keha, teeme tööd. Tehtud töö arvel tekib kehas energiavaru, mille võime tungi lakkamisel tagasi saada. Keerates näiteks üles kella vedru, varume sellesse teatava hulga potentsiaalset energiat, mis kulub kella mehhanismi käigus hoidmiseks.

Energia arvutamiseks jälgime joonist 146, kus on graafiliselt esitatud deformeeriva tungi P ja deformatsiooni, näiteks traadi pikenemise Δl vaheline seos. Pikenemise võrdelist olenevust tungist kujutab sirge OB. Tähistagu punkt B olukorda, kus venitav tung on P ja pikenemine Δl. Siis vastab tehtud tööle $\triangle OAB$ pindala. Selles veendumiseks võtame sirgel OB kaks punkti K ja L ning tõmbame nendest ristjooned KM ja LN sirgele OA. Kui need kaks punkti K ja L on väga lähestikku, siis võime deformatsiooni MN vältel pidada mõjuvat tungi konstantseks ja võrdseks KM-ga. Seega avaldub tehtud töö korrutisena $KM \cdot MN$ ja mõõtub nelinurga $KLNM$ pindalaga. Nii võime kogu kolmnurga OAB jagada sellisteks nelinurkadeks ja arvutada vastava töö. Kogu töö avaldub siis nelinurkade pindalade summana, s. o. $\triangle OAB$ pindalana. Elastselt deformeeritud keha energia muutus ehk töö



Joon. 146. Elastselt deformeeritud keha energia arvutamine.

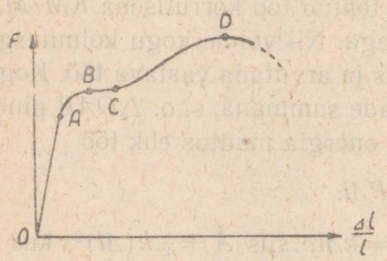
$$A = \tfrac{1}{2} P\Delta l.$$

Et Hooke'i seaduse põhjal $P = k\Delta l$, siis $A = \frac{1}{2} k(\Delta l)^2$, kus k on võrdetegur. Elastsel deformatsioonil keha energia muutus on võrdeline deformatsiooni ruuduga.

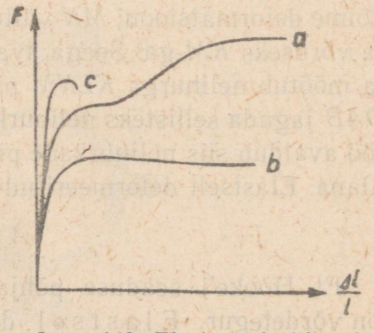
128. Elastsuse järelmõju ja hüsterees. Eelmistes paragrahvides kirjeldatu on kehtiv eeldusel, et deformatsioonid kaovad tungi lakkamisel. Tegelikult aga märkame, eriti suure elastsusega kehade, näiteks kummi puhul, et tungi lakkamisel ei taastu endine olukord silmapilkselt, vaid selleks kulub aega. Seesugust nähtust nimetatakse elastsuse järelmõjuks. See põhjustab ajakulu, kuid ei tekita energiakadu, sest deformatsiooni kadumisega saame ka kulutatud energia tagasi, kuigi hilinemisega.

Täpsemalt uurides leiame aga, et endise oleku taastumine ei toimu iseendast täielikult, vaid alati jääb väike osa deformatsioonist püsima ning selle saame kaotada alles endisele vastassuunalise tungi rakendamisega. Sellist nähtust nimetatakse elastsuse hüstereesiks (kr. k. *hüsteresis* — mahajäämine, hilinemine).

129. Proportsionaalsuse, elastsuse ja voolavuse piir; tugevus; elastsuse väsimus. Jälgides Hooke'i seaduse kehtivust, näeme, et see piirdub ainult väikeste deformatsioonidega. Kujutades graafiliselt tungi ja deformatsiooni vahelist seost näiteks venitamisel, saame joonisel 147 esitatud pildi. Kõvera osa *OA* vastab Hooke'i seadusele ja selles piirkonnas on pikenemine võrdeline tungiga. Seepärast nimetatakse seda osa proportsionaalsuse ehk võrdelisuse piirkonnaks ja punkti *A* proportsionaalsuse ehk võrdelisuse piiriks. Edasisel tungi suurenemisel kasvab deformatsioon kiiremini kui eelmises piirkonnas kuni punktini *B*, kus traat tungi märgatava suurenemiseta pikeneb tunduvalt, just nagu voolates punktini *C*. Seepärast nimetatakse punkti *B* voolavuse piiriks. Punktide *A* ja *B* vahel asetseb punkt, millele vastavast deformatsioonist väiksemad deformatsioo-



Joon. 147. Tungi ja pikenemise graafik.



Joon. 148. Elastse, plastilise ja rabeda keha deformatsioonikõverad.

nid on taastuvad, s. o. elastsed. Seda punkti nimetatakse elastsuse piiriks. Seni olemegi käsitlenud ainult elastseid deformatsioone. Elastsuse piiri on raske täpselt määrata, sest mida rohkem läheneme punktile B, seda aeglasemalt taastub deformatsioon (elastsuse järelmõju). Punktist *C* edasi avaldab traat jälle tugevamat vastupanu kuni punktini *D*. Seni pikenesid ja peenenesid kõik traadi osad ühtlaselt, kuid nüüd peeneneb traat ootamatult ühest kohast ja katkeb, kui me tungi ei vähenda. Seda punkti nimetatakse tugevuse piiriks. Kui tahame traati punktist *D* edasi pikemaks venitada, siis piisab selleks juba väiksemast tungist. Tugevuse piirile vastavat ristlõikeühikule mõjuvat tungi nimetatakse tugevuseks. Vaadeldud juhul on meil tegemist tõmbega, mispärast vastavat tungi nimetatakse tõmbetugevuseks, kuid analoogiliselt on määratud ka surve-, painde- jt. tugevused. Tugevuse mõõtühikuna on tehnikas tarvitusel $\frac{kG}{mm^2}$.

Üldiselt on deformatsioonikõverad erinevatel ainetel vägagi erinevad. Joonis 148 kujutab iseloomulikumaid deformatsioonikõveraid. Kõver *a* vastab suure elastsusega ainele, kus kõik kirjeldatud piirkonnad on selgesti eristatavad. Kõver *b* tähistab plastilise keha deformatsiooni tungi mõjul ja kõver *c* vastab rabedale kehale, mis puruneb juba elastsuse piiri ületamisel.

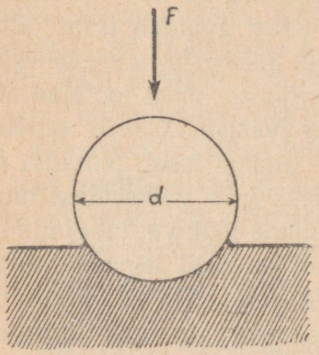
Korduvate deformatsioonide puhul võib katkemine toimuda palju väiksema tungi mõjul, kui seda on tugevus. Sellel põhineb traadi katkemine korduvatel painutustel. Ka elastsuse piir muutub korduvate deformatsioonide tagajärjel. Viimatimainitud nähtusi nimetatakse elastsuse väsimuseks.

130. Kõvadus. Tehnikas ja mineraloogias omab tähtsust veel aine kõvadus. Kõvadus tähendab vastupanu teise keha sissetungimisele.

Mineraloogid on järjestanud kehad kõvaduse järgi selle põhjal, kuidas üks keha kriimustab teist. Selline kriimustuskõvaduse skaala, nn. Mohsi skaala, on koostatud nõnda, et iga järgmine aine kriimustab eelmist, järelikult on sellest kõvem. Skaala aluseks on järgmised ained suureneva kõvaduse järjekorras: 1 — talk, 2 — kips, 3 — lubjapagu, 4 — sulapagu, 5 — apatiit, 6 — päevakivi, 7 — kvarts, 8 — topaas, 9 — korund, 10 — teemant.

Kui tahame teada mingi aine kõvadust, siis püüame teda nimetatud ainetega kriimustada. Nii saame uuritava aine asetada skaala kahe aine vahele, millest üks teda kriimustab ja teine ei

kriimusta, ning seega tähistada kõvadust numbriga. Nimetatud meetod on küll praktiline ja lihtne, kuid tal puudub füüsikalise mõõtmise sisu.



Joon. 149. Kõvaduse määramine Brinelli järgi.

Metallide kõvaduse määramiseks kasutatakse seepärast Brinelli poolt esitatud menetlust. Selleks surutakse heast terasest 5—20 mm läbimõõduga kuul proovitava aine poleeritud pinnale tuntud tungiga F kG ja mõõdetakse tekkinud lohu pind S mm² (joon. 149). Kui jagame tungi F kG pinna suurusega S mm², siis saame aine kõvaduse Brinelli skaala järgi. Kahjuks on ka see mõõtmisviis küllaltki meelevaldne, kuid seni pole sobivamat leitud.

Tabel 6

Elastsuskonstandid

Aine	Elastsusmoodul $\frac{kG}{mm^2}$	Nihkemoodul $\frac{kG}{mm^2}$	Kompressioonimoodul $\frac{kG}{mm^2}$	Tõmbetugevus $\frac{kG}{mm^2}$
Alumiinium . . .	7 400	2 700	7 500	17—27
Iriidium	52 000		37 000	
Klaas	5 000—8 000	2 000—3 000	3 000—7 000	
Kvartsklaas . . .	6 000		3 700	80
Kuld	8 100	2 800	17 000	27
Kummi	0,02—0,08			
Plaatina	17 000	6 200	25 000	30
Puit, piki kiudu .	900—1 300	1 000—1 600		7—13
Puit, risti kiudu .	40—110			0,75—1,5
Raud	21 700	8 300	17 000	40—60
Teras	21 900	8 300	17 000	38—190
Seatina	1 700	650	4 400	1,7—2,2
Valgevask . . .	10 500	4 300	10 000	50—61
Vask	12 000	4 600	14 000	40—45

VIII. HÜDRO- JA AEROMEHAANIKA

Vedelike ja gaaside üldisi omadusi

131. Sissejuhatus hüdro- ja aeromehaanikasse. Mehaanika seda osa, mis uurib tasakaalu tingimusi või liikumisega seotud protsesse ja nähtusi vedelikes ja gaasides, nimetatakse vedelike puhul hüdromehaanikaks ja gaaside puhul aeromehaanikaks.

Analoogiliselt kindla keha mehaanikale liigitatakse hüdro- ja aeromehaanika hüdro- ja aerostaatikaks ning hüdro- ja aerodünaamikaks. Esimene neist, s. o. hüdro- ja aerostaatika, tegeleb vedelike ja gaaside tasakaalu tingimuste uurimisega, hüdro- ja aerodünaamika aga uurib liikumisega seotud nähtusi vedelikes ja gaasides.

Vedelikel ja gaasidel on küll rida teineteisest erinevaid omadusi, kuid paljude hüdro- ja aeromehaanika küsimuste käsitlemise seisukohalt leidub neil ka rida ühiseid omadusi. Sel juhul ei tehta tavaliselt vahet vedeliku ja gaasi vahel ning «vedeliku» all mõistetakse ka gaasi. Ka meie oma kursuse käsitlemisel mõistame «vedelikku» laiemas tähenduses (vedelik ja gaas); neil juhtudel aga, millal vedelike ja gaaside hüdromehaanilised omadused tunduvalt erinevad, kasutame nimetatud mõisteid eraldi.

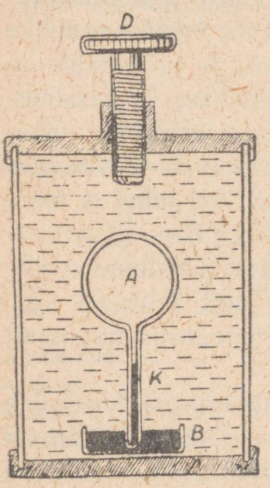
Kasvades välja tegeliku elu vajaduste rahuldamisest, teenindab hüdromehaanika mitmesuguseid rahvamajanduse harusid. Näitena võiks mainida lennuasjandust, mille teoreetilised alused ulatuvad hüdromehaanikasse. Et tegelik elu ja teadus on tihedalt teineteisega seotud, siis hüdromehaanika ei abista ainult praktikat, vaid ka vastupidi — tegelik elu aitab kaasa hüdromehaanika arengule, esitades talle uusi probleeme lahendamiseks ja andes selleks ka vastavaid vahendeid.

Hüdromehaanika mõisted ja seadused leiavad rakendamist ka teistes teadusharudes, nagu meteoroloogias ja hüdroloogias. Ilma hüdromehaanikata pole võimalik vee ja õhu tasakaalu tingimuste ja liikumise sügavam mõistmine.

Tegelikes ehk reaalseis vedelikes esinevate liikumisnähtuste ja

protsesside käsitlemine osutub võrdlemisi keerukaks, mistõttu lihtsustamise otstarbel on hüdromehaanikas kasutusele võetud ideaalse vedeliku mõiste. Vedelikku nimetatakse ideaalseks, kui temas puudub sisehõõrdumine (vt. § 154). Ükski reaalne vedelik ei ole ideaalne, sest kõigis neis esineb sisehõõrdumine. Siit aga järeldub, et ideaalse vedeliku kohta leitud seadused ei ole rangelt kehtivad reaalse vedeliku puhul; ideaalse vedeliku seadused kehtivad reaalse vedeliku puhul seda paremini, mida väiksem on vedeliku sisehõõrdumine.

132. Vedelike kokkusurutavus. Kogemustest on teada, et antud vedelikuhulga väiksemal määralgi kokku surumiseks tuleb tarvitada suurt tungi. Antud vedelikuhulga ruumala vähenemist väljastpoolt rakendatud tungi toimel nimetatakse vedeliku kokkusurutavuseks.



Joon. 150. Piesomeeter.

Vedelike kokkusurutavust mõõdetakse erilise riistaga, nn. piesomeetriga (kr. k. *piezein* — rõhuma; *metron* — mõõt). Uuritav vedelik on valatud kapillaartoruga *K* varustatud kerakujulisse klaasanumasse *A* (joon. 150). Toru *K* alumine, lahtine ots on asetatud elavhõbedaga täidetud anumasse *B*. Kogu seadeldis on paigutatud tugevate seintega klaasanumasse, mis on täidetud veega. Kruvi *D* abil avaldatakse veele suurt rõhku *p*, mis kandub edasi igas suunas. Rõhu suurenemise tõttu surutakse anumas *A* vedelik koomale. Selle tagajärjel tõuseb elavhõbe torus *K*. Teades toru läbimõõtu ja elavhõbeda nivoo tõusu, saab arvutada vedeliku ruumala vähenemise väljastpoolt avaldatud rõhu toimel.

Kirjeldatud seadeldise kasutamisel on välditud kera *A* ruumala muutumine, sest kera rõhutakse ühesuguselt nii seest kui ka väljast.

Vedeliku kokkusurutavust iseloomustatakse kokkusurutavuskoefitsiendi *q* abil, mille all mõistetakse arvu, mis näitab, missuguse osa võrra, võrreldes algruumalaga, muutub vedeliku ruumala rõhu muutumisel ühe rõhuühiku võrra. Matemaatiliselt saab kokkusurutavuskoefitsienti *q* avaldada valemiga

$$q = \frac{\Delta V}{\Delta p \cdot V}, \qquad (1)$$

kus V on vedeliku ruumala, ΔV — ruumala muutus kokkusurumisel ja Δp — vedelikule avaldatava rõhu muutus.

Vedelike kokkusurutavust näitab tabel 7, kus on toodud mõnede vedelike kokkusurutavuskoefitsiendid mitmesuguste temperatuuride ja normaalrõhu puhul. Võrdluseks tahkete kehadega on tabeli lõppu lisatud terase ja klaasi kokkusurutavuskoefitsiendid.

Nagu nähtub tabelist 7, on vedelikel q keskmiselt ca 10—100 korda suurem kui tahketel kehadel. Edasi paistab silma, et kokkusurutavus oleneb vedelikust, temperatuurist ja algrõhust. Temperatuuri tõusmisel kasvab, kuid rõhu suurenemisel kahaneb kokkusurutavus. See on ka arusaadav, kui silmas pidada, et temperatuuri tõusmisel molekulide kaugus üksteisest kasvab, rõhu suurenemisel aga kahaneb.

Tabel 7

Vedelike kokkusurutavuskoefitsiente (normaalrõhu puhul)

Vedelik	Temperatuur (°C)	Kokkusurutavuskoefitsient
Alkohol	0°	0,000100
„	40°	0,000129
Eeter	0°	0,000152
Elavhõbe	0°	0,000004
Vesi	0°	0,000050
„	10°	0,000048
„	20°	0,000046
„	60°	0,000045
„	80°	0,000048
Vesi 10 000 at rõhu puhul	20°	0,000010
Teras		0,0000007
Klaas		0,0000017

133. Gaaside kokkusurutavus. Gaaside kokkusurutavuse määramisel tuleb arvestada tõsiasja, et gaasi ruumala V sõltub peale rõhu p veel õige oluliselt temperatuurist T. Et vältida temperatuuri mõju ruumala muutusele, tuleb gaaside kokkusurutavust käsitleda jääva temperatuuri juures ehk teiste sõnadega — gaaside kokkusurutavust tuleb määrata isotermilise protsessi puhul (vt. § 235).

Gaaside kokkusurutavuskoefitsienti q saab määrata katseliselt

ja teoreetiliselt. Katselisel määramisel tuleb mõõta jääva temperatuuri juures antud gaasihulga ruumala mitmesuguste rõhkude puhul ja neist andmeist arvutada q valemi abil

$$q = \frac{\Delta V}{\Delta p \cdot V}. \qquad (1)$$

Kui on teada gaasi oleku võrrand, mis seob omavahel ruumala, rõhku ja temperatuuri, saab kokkusurutavuskoefitsiendi q tuletada teoreetiliselt. Näitena leiame ideaalse gaasi (vt. § 234) kokkusurutavuskoefitsiendi. Selleks lähtume Boyle'i-Mariotte'i võrrandist

$$pV = \text{const.} \qquad (2)$$

Rõhu suurenemisel Δp võrra väheneb ruumala ΔV võrra. Seega pärast kokkusurumist on rõhk $p + \Delta p$ ja ruumala $V - \Delta V$. Kui kokkusurumine toimus jääva temperatuuri juures, siis Boyle'i-Mariotte'i seadus säilitab oma kehtivuse ja seega

$$(p + \Delta p)(V - \Delta V) = pV$$

ehk

$$-p\Delta V + V\Delta p - \Delta p\Delta V = 0.$$

Et Δp ja ΔV on väikesed, siis nende korrutis $\Delta p\Delta V$ on teiste liikmetega võrreldes samuti väike ja me võime jätta selle arvestamata. Sel korral kujuneb eelmine võrrand järgmiseks:

$$-p\Delta V + V\Delta p = 0,$$

millest

$$\frac{1}{p} = \frac{\Delta V}{\Delta p \cdot V}.$$

Kui võrrelda saadud avaldist valemiga (1), siis selgub, et

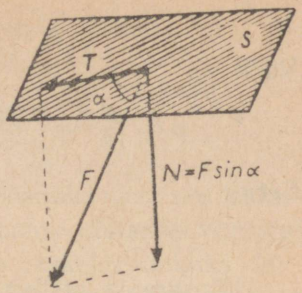
$$q = \frac{1}{p}, \qquad (3)$$

s. t. ideaalse gaasi kokkusurutavuskoefitsient on pöördvõrdeline rõhuga.

Rõhk vedelikes ja gaasides

134. Rõhumine, rõhk ja rõhuühikud. Rõhumine on tungi edasiandmine pinna kaudu. Rakendame pindalale S tungi F, mis moodustab pinnaga S kaldenurga α (joon. 151). Lahutame tungi F pinnaga paralleelseks (T) ja normaalseks (N) komponendiks.

Nagu joonisest nähtub, on tangentsiaalne komponent $T = F \cos \alpha$ ja normaalne komponent $N = F \sin \alpha$. Rõhumistungi ehk lihtsalt rõhumise all mõistetakse pinnaga risti olevat tungi — normaaltungi N. Rõhuks p nimetatakse ühele pindalaühikule rakendatud rist- ehk normaaltungi. Kui pindalale S on rakendatud ühtlaselt üle kogu pinna normaaltung N, siis pinnaühikule mõjuv tung ehk rõhk



Joon. 151. Pinnale mõjuva tungi tangentsiaalne ja normaalne komponent.

$$p = \frac{N}{S} . \qquad (1)$$

Rõhk on seega võrdeline pinnale mõjuva tungi normaalkomponendiga ja pöördvõrdeline pinna suurusega. Kui $N = 1$ tungiühik ja $S = 1$ pindalaühik, siis valemi (1) järgi

$$p = \frac{1 \text{ tungiühik}}{1 \text{ pindalaühik}} = 1 \frac{\text{tungiühik}}{\text{pindalaühik}} = 1 \text{ rõhuühik},$$

s. o. rõhuühikuks on rõhk, mida avaldab üks tungiühik ühele pindalaühikule. Vastavalt valitud tungi- ja pindalaühikutele võib saada mitmesuguseid rõhuühikuid. Tavaliselt valitakse pindalaühikuks 1 cm^2.

Tehnikas kasutatav rõhuühik — tehniline atmosfäär (at) — on rõhk, mille puhul pinnale 1 cm^2 mõjub normaaltung 1 kG. Seega

$$\textbf{1 tehniline atmosfäär (at)} = 1 \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2} .$$

Õhurõhk normaaltingimustel (45-kraadisel geograafilisel laiusel, merepinnal ja temperatuuril 0° C), mis suudab tasakaalustada 760 mm kõrguse elavhõbedasamba rõhumise, loetakse kokkuleppeliselt normaalseks. Vastavat rõhku nimetatakse füüsikaliseks atmosfääriks (At). Seega

1 füüsikaline atmosfäär (At) = 760 mm kõrguse elavhõbedasamba rõhk.

Missugune on seos tehnilise ja füüsikalise atmosfääri vahel? Olgu baromeetri toru ristlõike pindala S cm^2. Tung, millega 760 mm kõrgune Hg-sammas rõhub tähendatud pindala, on selle samba raskus. Selle leiame, kui samba ruumala $V = 76S$ cm^3 korrutame elavhõbeda erikaaluga $e = 13{,}6 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$:

$$N = 76 \cdot 13{,}6 \cdot S = 1033\,S\ (\mathrm{G}).$$

Rõhk

$$p = \frac{N}{S} = \frac{1033\,S}{S}\ \frac{\mathrm{G}}{\mathrm{cm}^2} = 1{,}033\ \frac{\mathrm{kG}}{\mathrm{cm}^2} = 1{,}033\ \text{at}.$$

Seega

1 At = 1,033 at.

Hõlpsam ja otstarbekohasem on rõhku avaldada elavhõbedasamba kõrgusega millimeetrites, mille all mõeldakse vastava kõrgusega elavhõbedasamba rõhku. Et leida rõhku füüsikalistes atmosfäärides, tuleb Hg-samba kõrgus millimeetrites jagada 760-ga. Kui näiteks õhurõhk on *h* mm Hg, siis

$$h\ \text{mm Hg} = \frac{h}{760}\ \text{At} = \frac{1{,}033}{760}\ h\ \text{at} = 0{,}00136\ h\ \text{at}.$$

Rõhku 1 mm Hg nimetatakse mõnikord 1 t o r r i k s (tuletatud Torricelli nimest).

Seega

$$1\ \text{torr} = 1\ \text{mm Hg} = 0{,}00136\ \text{at}.$$

Peale eespool nimetatud ühikute kasutatakse rõhuühikuna veel baari (b) (kr. k. *barüs* — raske):

$$1\ \text{baar (b)} = 1\,000\,000\ \frac{\text{düün}}{\mathrm{cm}^2}.$$

Väiksemad, sagedamini tarvitatavad rõhuühikud selles süsteemis on millibaar (mb) ja mikrobaar (μb):

$$1\ \text{mb} = 0{,}001\ \text{b} = 1000\ \frac{\text{düün}}{\mathrm{cm}^2};$$

$$1\ \text{mikrobaar (1 μb)} = 0{,}001\ \text{mb} = 1\ \frac{\text{düün}}{\mathrm{cm}^2}.$$

Meteoroloogias kasutatakse tänapäeval õhurõhu mõõtmiseks peamiselt millibaari kui kõige sobivamat rõhuühikut.

Seose mb ja mm Hg vahel annab alljärgnev lihtne arvutus:

$$\text{et normaalrõhk 760 torri} = 1033\ \frac{\mathrm{G}}{\mathrm{cm}^2} = 1033 \cdot 981\ \frac{\text{düün}}{\mathrm{cm}^2} =$$

$$= 1\,013\,000\ \frac{\text{düün}}{\mathrm{cm}^2} = 1013\ \text{mb, siis}$$

$$1 \text{ mb} = \frac{760}{1013} \text{ torri} = 0{,}7501 \text{ torri} \approx \frac{3}{4} \text{ torri}$$

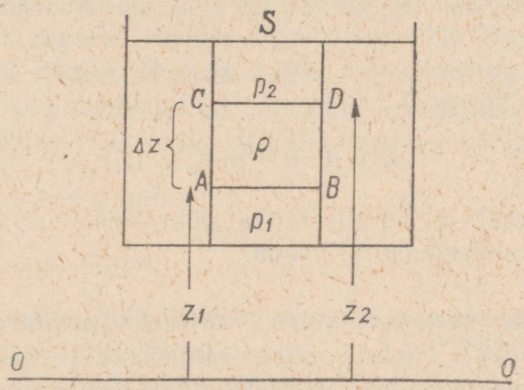
ehk siit

$$1 \text{ torr} \approx \frac{4}{3} \text{ mb}.$$

Suure tähtsusega on rõhu vähendamise küsimus moodsas liiklustehnikas. Rasked sõidukid on rõhu vähendamise otstarbel varustatud laia toetuspinnaga — lintidega. Nii on rasketel tankidel, lint-traktoritel ja maastikuautodel võimalik liikuda ka niisugusel pehmel pinnal, kus tavaline sõiduk vajub sisse.

135. Hüdrostaatika põhivõrrand. Hüdrostaatika põhivõrrand käsitleb rõhu muutumist raskes vedelikus. Raskeks nimetatakse vedelikku, mis Maa raskusväljas asudes omab raskust.

Hüdrostaatika põhivõrrandi tuletamiseks vaatleme antud vedelikus püstsammast ristlõike pindalaga S cm² (joon. 152). Teeme nimetatud sambast kaks ristlõiget, mis asuvad teineteisele küllalt



Joon. 152. Skeem hüdrostaatika põhivõrrandi tuletamiseks.

lähedal. Asugu alumine ristlõige mingist meelevaldsest horisontaalsest pinnast kõrgusel z_1 ja teine kõrgusel z_2. Tähistame lühiduse pärast vahet $z_2 - z_1 = \Delta z$. Kui rõhk alumisele ristlõikele on p_1 ja ülemisele p_2, siis rõhumine alumisele pinnale on Sp_1 ja ülemisele pinnale Sp_2. Edasi leiame vedelikusamba $ABDC$ kaalu. Selleks tuleb vedeliku ruumala korrutada tihedusega ϱ ja raskuskiirendusega g. Joonise järgi saame kirjutada, et püstsamba $ABDC$ ruumala $V = S\Delta z$ ja seega vaadeldava vedelikuhulga kaal $P = V\varrho g =$

$= S\Delta z\varrho g$. Et rõhumiste vahe antud pindade vahel on võrdne nende pindade vahel asuva vedelikusamba kaaluga, siis

$$Sp_1 - Sp_2 = S\Delta z\varrho g,$$

millest

$$p_2 - p_1 = -\varrho g\Delta z. \tag{1}$$

Miinusmärk valemi (1) paremal poolel tuleneb sellest, et $p_2 - p_1 < 0$. Tähistades $p_2 - p_1 = \Delta p$, saame

$$\Delta p = -\varrho g\Delta z. \tag{2}$$

Saadud võrrandit nimetatakse hüdrostaatika põhivõrrandiks.

Hüdrostaatikas avaldatakse mõnikord võrrand (1) Maa raskusvälja potentsiaali Π kaudu järgmiselt. Korrutis $g\Delta z$ mõõdab raskustungi tööd, kui massiühik on nihutatud raskusväljas Δz võrra kõrgemale. Mehaanikast on teada, et raskustungi töö on võrdne raskusvälja potentsiaalse energia vahega lõpp- ja lähteasendi vahel. Kui raskusvälja potentsiaalne energia lähteasendis on Π_1 ja lõppasendis Π_2, siis eespool öeldu põhjal $\Pi_2 - \Pi_1 = g\Delta z$. Silmas pidades seda, saame võrrandi (1) kirjutada järgmiselt:

$$p_2 - p_1 = -\varrho(\Pi_2 - \Pi_1). \tag{3}$$

Saadud võrrand on hüdrostaatika põhivõrrand avaldatuna Maa raskusvälja potentsiaali Π kaudu.

136. Rõhu edasikandumine mittekokkusurutavas vedelikus (Pascali seadus). Hüdrostaatika põhivõrrandi rakendamise näitena käsitleme rõhu edasikandumist mittekokkusurutavas vedelikus. Valime sellises vedelikus kahes kohas, näiteks punktides A ja C (joon. 152) pinnaelemendid. Olgu esimeses punktis rõhk p_1 ja potentsiaalne energia massiühiku kohta Π_1 ning teises kohas vastavad suurused p_2 ja Π_2. Suurendame esimeses kohas rõhku Δp_1 võrra ning muutugu rõhk seetõttu teises kohas Δp_2 võrra. Et potentsiaalne energia on ainult kohast sõltuv suurus, siis rõhkude muutumise tagajärjel jääb mõlemates kohtades potentsiaalne energia muutumatuks, sest punktide A ja C asukohad ei muutu. Seega hüdrostaatika põhivõrrand enne rõhkude muutmist on

$$p_2 - p_1 = -\varrho(\Pi_2 - \Pi_1)$$

ja pärast rõhkude muutmist

$$(p_2 + \Delta p_2) - (p_1 + \Delta p_1) = -\varrho(\Pi_2 - \Pi_1).$$

Lahutades teisest võrrandist esimese, saame

$$\Delta p_2 - \Delta p_1 = 0$$

ehk

$$\Delta p_2 = \Delta p_1.$$

See võrrand väljendab lõsiasja, et mittekokkusurutavas vedelikus kandub rõhu muutus vedeliku igas punktis ühesuguse tugevusega edasi. See tulemus on füüsikas tuntud Pascali[1] seadusena (1659. a.), mis sõnastatakse tavaliselt järgmiselt: vedelikule avaldatud rõhk kandub vedelikus edasi igas suunas ühteviisi.

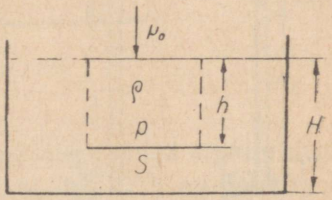
137. Hüdrostaatiline rõhk anuma seinale ja põhjale. Hüdrostaatika põhivõrrandist saame lihtsalt tuletada mittekokkusurutava vedeliku rõhu anuma seinale ja põhjale. Asugu vedelikus, mille tihedus $\varrho = \text{const}$. sügavusel h pindala S (joon. 153). Vedeliku nivoole mõjugu väline rõhk p_0. Valides vedeliku nivoo ülemiseks ja pindala S alumiseks pinnaks, saame kirjutada nimetatud pindade vahel valitseva rõhkude vahe kohta hüdrostaatika põhivõrrandi

$$p_0 - p = -\varrho g h,$$

millest

$$p = p_0 + \varrho g h. \qquad (1)$$

Sellest võrdusest nähtub, et rõhk vedeliku sees on võrdne välise rõhu ja vedelikusamba kaalu (arvutatud ühe pindalaühiku kohta) summaga.



Joon. 153. Rõhk vedelikus.

Et vedelikud annavad rõhku edasi igas suunas, siis avaldab vedelik niisama suurt rõhku ka anuma seinale sügavusel h.

Kui väline rõhk puudub, s. o. $p_0 = 0$, omab valem (1) kuju

$$p = \varrho g h. \qquad (2)$$

[1] Blaise Pascal (1623—1662), prantsuse matemaatik, filosoof ja kirjanik. Noorena tegeles matemaatikaga, kus saavutas silmapaistvaid tulemusi. Füüsika alal on tema suurimateks saavutusteks seadus rõhu edasikandumise kohta vedelikes ja riist hüdrostaatilise paradoksi demonstreerimiseks.

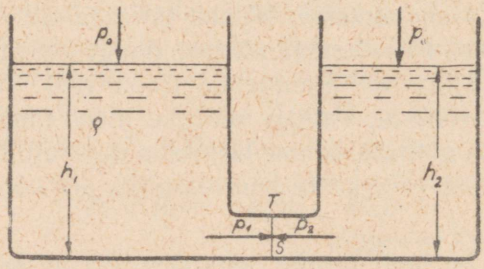
Sel korral on rõhk vedelikus põhjustatud ainult vaadeldava pinnaühiku kohal asuva vedeliku raskusest. Lastes pinnal S laskuda kuni anuma põhjani, tuleb valemis (1) h asendada põhja sügavusega H ja rõhku anuma põhjale väljendab valem

$$p = p_0 + \varrho g H. \tag{3}$$

Viimasest valemist nähtub, et rõhk anuma põhjale sõltub 1) välisest rõhust p_0, 2) vedeliku tihedusest ϱ ja 3) põhja sügavusest H, kuid ei sõltu anuma kujust.

Seisvas vedelikus valitsevat rõhku nimetatakse hüdrostaatiliseks rõhuks.

138. Ühendatud anumad. Valame kahte anumasse vedelikku tihedusega ϱ. Ühendades need anumad toru T abil, näeme, et vedeliku nivoo mõlemas anumas asetseb samal kõrgusel. Teeme ühendus-



Joon. 154. Ühendatud anumad.

toru mingis kohas ristlõike pindalaga S. Vedelik rõhub seda vasakult tungiga $F_1 = Sp_1$ ja paremalt tungiga $F_2 = Sp_2$, kus p_1 ja p_2 on rõhud vasakul ja paremal pool pinda S. Kui väline õhurõhk on p_0, siis avalduvad p_1 ja p_2 järgmiselt:

$$p_1 = p_0 + h_1 \varrho g$$

ja

$$p_2 = p_0 + h_2 \varrho g.$$

Seega

$$F_1 = Sp_1 = S(p_0 + h_1 \varrho g)$$

ja

$$F_2 = Sp_2 = S(p_0 + h_2 \varrho g).$$

Et vedelik torus ei liigu, siis rõhumine pinnale S on mõlemalt poolt võrdne.

Öeldu põhjal $S(p_0 + h_1\varrho g) = S(p_0 + h_2\varrho g)$, millest järeldub, et $h_1 = h_2$, s. o. sama tihedusega vedelike nivood on ühendatud anumais ühesugusel kõrgusel.

Kui aga vedeliku tihedus on ühes anumas ϱ_1, kuid teises anumas ϱ_2, siis

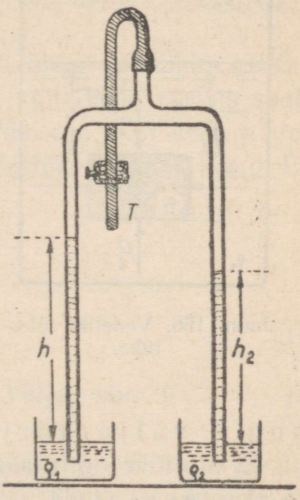
$$S(p_0 + h_1\varrho g) = S(p_0 + h_2\varrho_2 g).$$

Seda avaldist lihtsustades leiame, et

$$h_1\varrho_1 = h_2\varrho_2 \text{ ehk } \frac{h_1}{h_2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}, \qquad (1)$$

s. o. erinevate tihedustega vedelike nivoode kõrgused ühendatud anumais on pöördvõrdelised vedelike tihedustega.

Viimase seose põhjal on hõlpus määrata vedelike tiheduste suhet, mõõtes nende nivoode kõrgused ühendatud anumas. Kõrgusi tuleb lugema hakata vedelike kokkupuutepinnast. Teades ühe vedeliku tihedust, on valemi (1) järgi kerge arvutada teise oma.



Joon. 155. Vedeliku tasakaal n-torus.

Juhul, kui vedelikud segunevad ja seega nende eralduspind on ebamäärane, kasutatakse tiheduse määramiseks joonisel 155 kujutatud riista, kus n-kujulise klaastoru otsad on paigutatud erineva tihedusega vedelikega täidetud anumaisse. Õhu hõrendamisel toru T kaudu tõusevad torudes nivood kõrgustele h_1 ja h_2. Kui hõrendatud õhu rõhk on p_3, siis tasakaalu korral

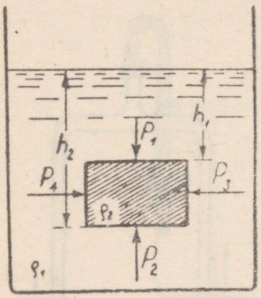
$$p_3 + h_1\varrho_1 g = p_3 + h_2\varrho_2 g,$$

kust

$$h_1\varrho_1 = h_2\varrho_2 \text{ ehk } \frac{h_1}{h_2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}, \qquad (2)$$

s. t. vedelike tihedused on pöördvõrdelised vedelikusammaste kõrgustega.

139. Üleslüke ja Arhimedese seadus. Kui mõõdame ühe ja sama keha raskuse üks kord õhus ja teine kord vedelikus, siis osutub keha raskus viimases väiksemaks. Raskuste vahet, mida nimetatakse üleslükkeks, põhjustab vedeliku poolt keha pinnale avaldatavate hüdrostaatiliste rõhkude vahe. Missugust rõhku avaldab vedelik tema sisse asetatud kehale? Küsimuse lahendamiseks vaatleme lihtsuse mõttes risttahukakujulist keha, mille põhitahud suurusega S asetsevad nivoost arvates sügavusel h_1 ja h_2 (joon. 156). Vedeliku tihedus olgu ϱ_1 ja keha tihedus ϱ_2. Rõhumised külgtahkudele tasakaalustavad vastastikku üksteist ja seega neid käesoleval juhul arvestada ei tarvitse. Ülemist põhitahku rõhutakse tungiga $P_1 = Sh_1\varrho_1 g$ ja alumist tungiga $P_2 = Sh_2\varrho_1 g$. Et $h_2 > h_1$, siis $P_2 > P_1$ ja seepärast tekib ülessuunatud rõhumiste vahe



Joon. 156. Vedeliku üleslüke.

$$P_2 - P_1 = S(h_2 - h_1)\varrho_1 g = Q,$$

mida nimetataksegi üleslükkeks. Siin korrutis $S(h_2 - h_1)$ on keha ruumala V ja selle korrutis vedeliku tihedusega ϱ_1 ning raskuskiirendusega g annab keha poolt välja tõrjutud vedeliku kaalu P. Seega

$$Q = V\varrho_1 g = Mg = P, \qquad (1)$$

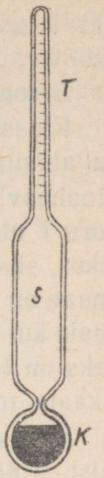
s. o. vedelikku asetatud keha üleslüke on võrdne keha poolt välja tõrjutud vedelikuhulga kaaluga.

Et üleslüke on raskusega vastassuunaline, siis iga vedelikku asetatud keha kaotab oma kaalust nii palju, kui suur on selle keha üleslüke vedelikus. See tõik oli teada juba Arhimedesele[1] ja kannab seepärast Arhimedese seaduse nimetust.

---

[1] Arhimedes Sürakuusast (287—212 e. m. a.), antiikaja suurim matemaatik ja füüsik. Töötas peamiselt geomeetria ja aritmeetika, osalt ka hüdromehaanika alal. Füüsikas peetakse tema suurimaks avastuseks temanimelist seadust. Arhimedese kavandite järgi valmistati terve rida riistu, viskemasinaid jm. Sürakuusa kaitseks roomlaste rünnakute vastu. Surmati roomlaste poolt Sürakuusa linna vallutamisel.

140. Kehade ujumine. Areomeeter. Arhimedese seadusest saab hõlpsasti tuletada vedelikku asetatud kehade sukeldumise, ujumise ja hõljumise tingimused. Kui keha ruumala on V, tema keskmine tihedus ϱ_2 ja vedeliku keskmine tihedus ϱ_1, siis keha kaal $P = V\varrho_2 g$, üleni vedelikku asetatud keha üleslüke $Q = V\varrho_1 g$ ning keha kaal vedelikus $P' = P - Q = Vg(\varrho_2 - \varrho_1)$. Võrreldes omavahel P ja Q suurusi, võime siin eristada 3 juhtu:



Joon. 157. Areomeeter.

1) Kui $P > Q$, siis $P' > 0$ ja järelikult keha vajub vedelikus sügavamale — ta sukeldub. Avaldades P ja Q ruumala, tiheduse ja raskuskiirenduse kaudu, saame sukeldumise tingimuseks $\varrho_2 > \varrho_1$.

2) Kui $P = Q$, siis $P' = 0$ ja keha ei vaju vedelikus sügavamale ega tõuse ka ülespoole, vaid on vedelikus ükskõikses tasakaalus — ta hõljub vedelikus. Vastav tingimus on $\varrho_2 = \varrho_1$.

3) Kui $P < Q$, siis $P' < 0$, ja järelikult üleni vedelikku asetatud keha hakkab vedelikust välja tõusma, kuni keha raskus saab võrdseks tema vedelikku jäänud osa üleslükkega. Kui keha vedelikku sukeldunud osa ruumala on V_1, siis üleslüke on $Q = V_1\varrho_1 g$. Et ujuva keha puhul $Q = P$, siis

$$V_1\varrho_1 g = V\varrho_2 g$$

ehk

$$\varrho_1 = \frac{V}{V_1}\,\varrho_2. \qquad (1)$$

Et ujumisel osa kehast ulatub vedelikust välja, siis $V > V_1$ ja järelikult $\varrho_1 > \varrho_2$.

Kehade ujumise kaudu saame lihtsalt määrata vedeliku erikaalu e_1. Korrutades valemi (1) mõlemaid pooli raskuskiirendusega ja silmas pidades, et tiheduse ja raskuskiirenduse korrutis annab erikaalu ($\varrho g = e$), saame

$$e_1 = \frac{V}{V_1}\,e_2. \qquad (2)$$

Sellest valemist järeldub, et teades keha erikaalu e_2, keha koguruumala V ja keha vedelikku sukeldunud osa ruumala V_1, saab arvutada vedeliku erikaalu e_1. Tegelikult pole tarvis teostada eespool nimetatud arvutust, sest vedeliku erikaalu määramiseks on konstrueeritud eriline riist, mida nimetatakse areomeetriks

(kr. k. *araios* — õhuke, ülekantud tähenduses sula, vedel; *metron* — mõõt).

Areomeetri ehitus on järgmine (joon. 157).

Klaassilindri S ülemine ots on varustatud peenikese toruga T ja alumine keraga K, millesse on paigutatud raskuseks nii palju tinahaavleid või elavhõbedat, et areomeetri vedelikku asetamisel toru T ulatuks üle vedeliku nivoo välja. Kui areomeeter ujub vedelikus, siis on üleslüke tasakaalustatud areomeetri raskusega. Et viimane on konstantne, vajub areomeeter kergemas vedelikus sügavamale kui raskemas, mille põhjal on võimalik määrata erikaalu. Selleks on toru T sisse paigutatud katseliselt määratud jaotustega skaala, millelt erikaal on otseselt loetav.

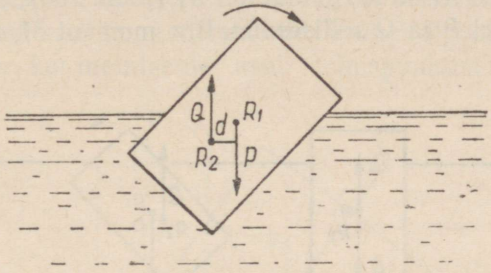
Lahuste erikaal oleneb peale temperatuuri ka kontsentratsioonist. Määrates areomeetriga teatava kindla temperatuuri puhul lahuse erikaalu, saab selle järgi leida tema kontsentratsiooni. Otstarbekohane on sel korral skaalale märkida erikaalude asemel vastavad kontsentratsioonid.

141. Ujuva keha tasakaal. Metatsenter. Kui asetada mingi ujuv keha, näiteks prismakujuline puitklots vedelikku kaldu ja lasta ta seejärel lahti, siis ei jää klots esialgsesse kaldasendisse püsima, vaid langeb küljeli, missuguses asendis ta võib püsida ükskõik kui kaua aega. Sellist ujuva keha asendit, kus ta võib püsida ükskõik kui kaua aega, nimetatakse keha tasakaaluasendiks. Eelmises paragrahvis käsitlesime küll keha ujumise tingimusi, kuid jätsime lahtiseks ujuva keha tasakaaluoleku küsimuse. Vastuse sellele küsimusele saame, kui jälgime raskustungi ja üleslükke rakenduspunktide vastastikust asendit.

Mehaanikast teame, et raskustungi rakenduspunktiks on keha raskuspunkt R_1 (joon. 158). Üleslükke rakenduspunkti R_2 saame, kui asendame sukeldunud osa kehast vaadeldava vedelikuga ja leiame selle raskuspunkti. Viimane ongi üleslükke Q rakenduspunktiks R_2. Olles leidnud R_1 ja R_2, saame juba otsustada keha tasakaaluoleku üle. Selgituseks vaatleme mingi konkreetse, näiteks risttahukakujulise keha tasakaalu.

Ühtlase risttahuka raskuspunkt R_1 asub tema geomeetrilises keskpunktis. Kui asetame selle risttahuka kaldu vedelikku, nagu on näidatud joonisel 158, siis asub üleslükke Q rakenduspunkt R_2 madalamal kui R_1. Olgu raskustungi P ja üleslükke Q vaheline kaugus (õla pikkus) d. Et ujumisel $P = Q$, siis moodustavad need

tungid paari, mille moment $M = Pd$. Viimase mõjul hakkab keha pöörduma — pöördumine kestab seni, kuni M on muutunud nulliks. Et $M = Pd$ ja $P \neq 0$, siis M muutub nulliks ainult sel juhul,



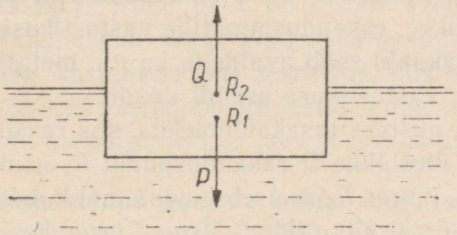
Joon. 158. Ujuva keha pöördumine.

kui $d = 0$, s. t. kui P ja Q sihid ühtivad. Seega olemegi jõudnud ujuva keha tasakaalu tingimusele ja nimelt — ujuv keha on tasakaalus, kui tungipaari P ja Q moment $M = 0$ ehk teisiti öeldes — ujuv keha on tasakaalus, kui P ja Q rakenduspunktid asuvad samal vertikaalsel sirgel.

Nagu mehaanikas, nii ka hüdromehaanikas eristatakse kolme tasakaaluolekut: 1) stabiilset, 2) labiilset ja 3) indiferentset tasakaaluolekut.

Leiame nimetatud tasakaaluolekute tunnused.

1) S t a b i i l n e t a s a k a a l u o l e k. Olgu keha sellises tasakaaluasendis, et R_1 on madalamal kui R_2 (joon. 159). Kui pöörame

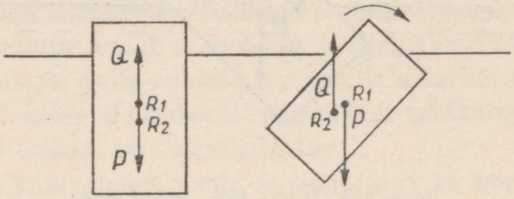


Joon. 159. Ujuva keha stabiilne tasakaaluolek.

keha sellest asendist välja, siis tekib tungipaari P ja Q moment, mis pöörab keha endisse asendisse tagasi. Tasakaaluolekut, millesse keha sellest välja viimise järel uuesti tagasi tuleb, nimetatakse

stabiilseks ehk püsivaks tasakaaluolekuks. Viimase tunnuseks ongi, et R_1 on madalamal kui R_2.

2) Labiilne tasakaaluolek. Kui keha on sellises tasakaaluasendis, et R_1 on kõrgemal kui R_2 (joon. 160), siis pööramisel tekib tungipaari P ja Q sellisesuunaline moment M, mis teda endi-



Joon. 160. Ujuva keha labiilne tasakaaluolek.

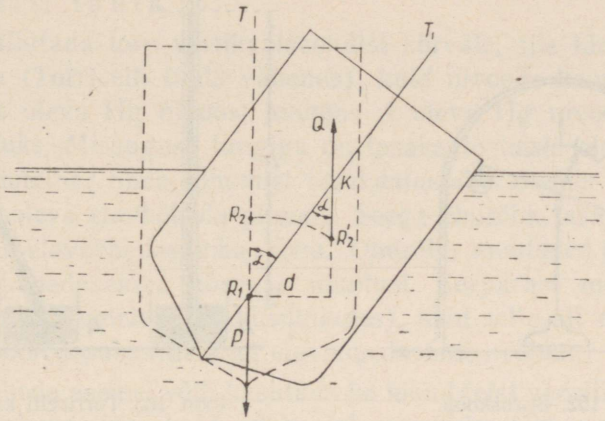
sest tasakaaluasendist veelgi rohkem eemale pöörab; tähendab, keha ei tule enam tagasi endisse tasakaaluasendisse. Sellist tasakaaluolekut nimetatakse labiilseks ehk püsimatuks. Selle tunnuseks on, et R_1 on kõrgemal kui R_2.

3) Indiferentne tasakaaluolek. Juhul, kui R_1 ja R_2 langevad ühte ja jäävad ühte ka pööramisel, on tungipaari moment $M = 0$ ja seega ei toimu M toimel keha pöördumist; keha jääb igasse asendisse püsima. Sellist tasakaaluolekut nimetatakse indiferentseks ehk ükskõikseks. Viimase tunnuseks on, et R_1 ja R_2 ühtivad.

Äsja avaldasime ujuva keha tasakaaluoleku tunnused raskustungi ja üleslükke rakenduspunktide vastastikuse asendi kaudu. Ujuva keha tasakaalu saab avaldada ka nn. metatsentri K ja keha raskuspunkti R_1 vastastikuse asendi kaudu.

Kui keha on püsivas tasakaaluolekus, siis raskustungi P rakenduspunkt R_1 ja üleslükke Q rakenduspunkt R_2 asuvad samal vertikaalsirgel T, kusjuures R_1 asetseb madalamal kui R_2. Kui kallutame keha nurga α võrra, siis nihkub sirge T asendisse T_1 ja R_2 asendisse R_2'. Kallutatud asendi puhul esineva üleslükke sihi (vertikaalsiht läbi R'_2) ja sirge T_1 lõikepunkti K nimetatakse metatsentriks (kr. k. *meta* — taga, väljaspool; *kentron* — keskkoht). Kui metatsenter K asub ülalpool raskuspunkti, nagu see on kujutatud joonisel 161, siis tungipaari P ja Q moment $M = Qd$ on sellise suunaga, et ta pöörab keha kallutatud asendist tagasi lähteasen-

disse — keha ei kuku vedelikus ümber. Kui aga K asub raskuspunktist madalamal (praegusel juhul punktist R_1 vasakul), siis tungipaari P ja Q momendi suund on vastupidine ja keha kukub vedelikus ümber. Eespool käsitletust järeldub, et vedelikus ujuv keha ei kuku ümber seni, kuni tema metatsenter asub ülalpool raskuspunkti, ja kukub ümber, kui metatsenter asub raskuspunktist madalamal.



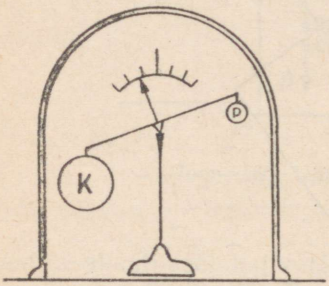
Joon. 161. Skeem metatsentri mõiste selgitamiseks.

Metatsentri tundmisel on suur praktiline tähtsus laevaehituses. Kui laeva ehitamisel ei ole silmas peetud metatsentri õiget asukohta, siis selline laev kõigub tugevasti lainetes ja võib hõlpsasti ümber minna. Õpetuse laevade kõikumisest lainete mõjul töötasid välja vene teadlased L. Euler ja A. N. Krõlov (1863—1945). Krõlovi uurimiste tulemusena võeti vigastada saanud laevade tasakaalu säilitamiseks kasutusele uus menetlus, mis seisab selles, et vigastatud koha suhtes vastaspoolele lastakse laeva voolata vastavate luukide kaudu nii palju vett, et laev saavutab uuesti tasakaalu.

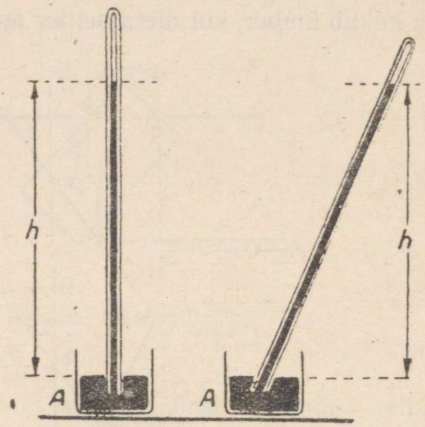
142. Arhimedese seadus gaaside kohta. Nagu eespool nägime, tekib vedelikku asetatud kehadel üleslüke, mille suurus on võrdne keha poolt välja tõrjutud vedeliku kaaluga. Ka gaasi asetatud kehad kaotavad oma kaalust nii palju, kui palju kaalub keha poolt välja tõrjutud gaas. Selles seisabki Arhimedese seadus gaaside kohta.

Üleslüket gaasides saab demonstreerida järgmise lihtsa katsega (joon. 162). Kangkaalu ühe vaekausi asemele on pandud väikese

ruumalaga keha P ja teise asemele suure ruumalaga õõnes kera K. Tasakaalustame kaalu tavalise rõhu juures. Kui nüüd paigutame sellise riista õhupumba kupli alla ja pumpame osa õhku välja, siis näeme, et kera K vajub allapoole. Seega hõrendatud õhus osutub



Joon. 162. Baroskoop.



Joon. 163. Torricelli katse.

suurema ruumalaga keha raskemaks. Seda nähtust põhjustab gaaside üleslüke, mille suurus $Q = V\varrho g$ [vt. § 139, valem (1)]. Hõrendatud õhus kahaneb suurema ruumalaga keha K üleslüke rohkem kui väiksema ruumalaga keha P oma. Seega tavalise rõhu puhul saavutatud tasakaal ei jää püsima hõrendatud õhus — suurema ruumalaga keha osutub seal raskemaks väiksema ruumalaga kehast.

Kui laseme kupli alla raskemat gaasi, näiteks CO_2, siis tõuseb keha K kõrgemale, sest süsihappegaasis on üleslüke õhuga võrreldes suurem (CO_2 relatiivne tihedus õhu suhtes on 1,529). Suurema ruumalaga keha üleslüke suureneb rohkem kui väiksema ruumalaga keha oma ning seetõttu kaob tasakaal, mis valitses õhus tavalise rõhu puhul.

Kirjeldatud riista nimetatakse b a r o s k o o b i k s (kr. k. *baros* — raskus; *skopein* — vaatama).

143. Torricelli katse. Juba Galilei arvas, et õhul on kaal ning seega avaldab õhkkond rõhku analoogiliselt vedelikuga. Et meie viibime atmosfääri «põhjas», on õhu rõhk siin suurim. Kuidas aga kindlaks teha selle rõhu suurust? Kujukalt demonstreeris ja või-

maldas mõõta õhurõhu suurust esmakordselt Galilei õpilase Torricelli[1] näpunäidetel korraldatud katse. 90 cm pikkune ühest otsast kinnine klaastoru täidetakse puhta ja kuiva elavhõbedaga. Toru lahtine ots suletakse hoolikalt, toru keeratakse kummuli ja paigutatakse otsapidi elavhõbedaanumasse (joon. 163). Kui nüüd toru ots avatakse, siis langeb elavhõbe torus ja jääb peatuma umbes 76 cm kõrgusele. Toru ülemisse otsa tekib õhutühi ruum — nn. Torricelli tühik.

Kui kallutada toru vertikaalasendist kõrvale, siis tõuseb elavhõbe torus (Torricelli tühik väheneb), kuid nivoode kaugus (ristjoon torus oleva Hg nivoost anumas *A* oleva Hg nivooni) jääb muutumatuks. Missuguse tungiga on tasakaalustatud elavhõbedasamba rõhumine? Seda rõhumist tasakaalustab välisõhu rõhumine anumas *A* oleva elavhõbeda pinnale. Seega õhurõhk tasakaalustab torus oleva elavhõbedasamba rõhu. Õhurõhu muutused kutsuvad esile elavhõbedasamba kõrguse muutusi. Seepärast mõõdetakse õhurõhku millimeetrites (pikkusühikutes), kuid selle all mõeldakse välisõhu poolt tasakaalustatud elavhõbedasamba rõhku.

Elavhõbeda asemel võib kasutada ka mõnd teist vedelikku, nagu vett, petrooleumi jne., kuid sel korral on samba pikkus tunduvalt suurem, vee korral näiteks umbes 10 m.

Peale õhurõhu mõõtmise on Torricelli katsel füüsika seisukohalt veel teine tähtsus — tema abil on võimalik hõlpsasti saavutada küllalt suure hõrendusega vaakuumi (Torricelli tühik). Viimase saamiseks on vajalik puhas elavhõbe, milles ei ole vett, happeid ega teisi vedelikke, mis hõrenduse puhul kergesti aurustuvad ja täidavad ruumi küllastatud auruga.

144. Baromeetrid. Riistu, millega mõõdetakse õhurõhku, nimetatakse baromeetriteks (kr. k. *baros* — raskus; *metron* — mõõt). Õhurõhu mõõtmine toimub vedelikusamba kõrguse, metallide elastse deformatsiooni ja vedeliku keemistemperatuuri määramise kaudu.

Vedelikbaromeetritest omab praktilist tähtsust elavhõbebaromeeter. Selle peamiseks põhjuseks on 1) elavhõbeda küllalt suur

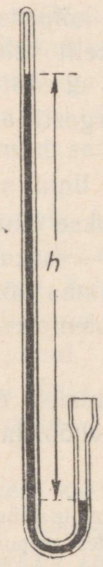
[1] Evangelista Torricelli (1608—1647), itaalia füüsik ja matemaatik, Galilei õpilane, oli professoriks Firenzes. Katsetades veepumbaga, asendas ta vee elavhõbedaga ja seletas õhurõhuga sellest tulenevaid nähtusi. Hüdrodünaamikas püstitas seaduse vedeliku väljavoolamise kohta väikesest avast.

erikaal ($e = 13{,}6$), mille tõttu baromeetri pikkus ei ületa 90—100 cm, 2) küllastunud elavhõbedaauru rõhu väiksus tavaliste temperatuuride puhul ja 3) puhta elavhõbeda lihtne saamine.

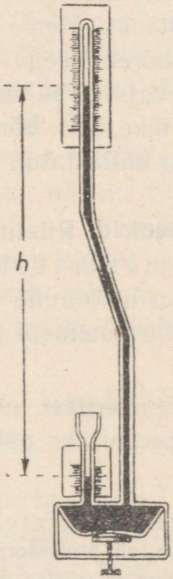
Vaatleme tähtsamaid elavhõbebaromeetrite tüüpe.

a) Anumbaromeetrit on kirjeldatud eelmises paragrahvis Torricelli katse käsitlemisel (joon. 163). Nivoode kõrguse hõlpsaks mõõtmiseks tuleb juurde ehitada mõõtskaala, mille nullpunkt peab mõõtmisel ühtima anumas oleva elavhõbeda nivooga. See nõue on tingitud asjaolust, et õhurõhu muutumisel kõigub anumas elavhõbeda nivoo — rõhu tõusmisel surutakse osa elavhõbedat torusse, mille tagajärjel anumas nivoo langeb; rõhu langemisel esineb vastupidine nähtus. Et skaala nullpunkti viia ühtimiseni anumas oleva nivooga, võib 1) reguleerida mõõtskaalat, nihutades seda vastava kruvi abil üles või alla, või 2) reguleerida nivoo pinda anumas, nihutades elastsest materjalist anumapõhja erilise seadeldise — vastava kruvi — abil soovitud kõrgusele. Lugemise täpsuse tõstmiseks on skaala varustatud nooniusega. Piisavaks täpsuseks on 0,1 mm. Üldiselt tuleb vedelikbaromeetrite ülesseadmise puhul hoolitseda, et nad oleksid asetatud vertikaalselt. Kolmekraadine kallak näiteks suurendab lugemit 0,1 mm võrra.

b) Sifoonbaromeetril ei lõpe lahtine toruots anumas,



Joon. 164. Sifoonbaromeeter

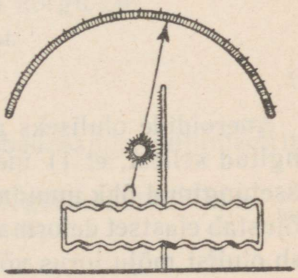


Joon. 165. Anumsifoonbaromeeter.

vaid on pööratud U-kujuliselt tagasi üles, nagu on kujutatud joonisel 164. Nivoodevahelise kauguse mõõtmiseks on baromeeter varustatud liikuva skaalaga, mille nullpunkt viiakse lahtises torus oleva nivoo kõrgusele. Kapillaarsuse mõju vältimiseks on mõlemate harude läbimõõdud nivoode kohal võrdsed.

c) Anum-sifoonbaromeeter on anum- ja sifoonbaromeetri kombinatsioon. Tema ehitus on skemaatiliselt kujutatud joonisel 165. Sifoonbaromeetri mõlemad harud on asetatud reguleeritava põhjaga elavhõbeda-anumasse, mis on pealt kaetud kinnise kaanega. Õhurõhu suurus määratakse nivoodevahelise kauguse mõõtmise teel. Tavaliselt kasutatakse selleks liikumatut skaalat; nullpunkti reguleeritakse nivoo kõrguse muutmisega lahtises torus, mis toimub anuma põhjas oleva kruvi abil. Lugemistäpsuse suurendamiseks on skaala varustatud nooniusega. Anum-sifoonbaromeeter omab niihästi anum- kui ka sifoonbaromeetri paremusi ning on vaba mõlematel nimetatud tüüpidel esinevatest puudustest. Teda kasutatakse ilmajaamades normaalinstrumendina teiste baromeetritüüpide võrdlemiseks.

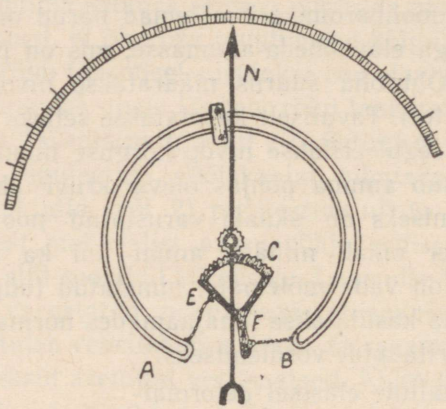
On veel metallide elastsel deformatsioonil põhinevaid baromeetreid, mida nimetatakse metallbaromeetriteks ehk aneroidbaromeetriteks (kr. k. *a* — mitte; *neron* — märg) või lühidalt aneroidideks. Karpaneroidi (joon. 166) oluliseks osaks on õhukese elastse kaanega karp, milles õhk on hõrendatud. Õhurõhu muutus kutsub esile kaane deformatsiooni. See deformatsioon kantakse kangisüsteemi kaudu vastava skaala kohal liikuvale osutile.



Joon. 166. Karpaneroid.

Teist liiki aneroid, nn. toruaneroid on varustatud erilise toruga. Õhukese elastse seinaga ja hõrendatud õhuga metalltoru on painutatud peaaegu ringiks, mis on keskkohalt alusele kinnitatud (joon. 167); toru mõlemad otsad *A* ja *B* on liikuvad. Õhurõhu vähenemisel nihkuvad kõverdatud toruotsad *A* ja *B* teineteisest eemale (toru sirgestub); see liikumine kantakse kangi *EF* ja hammasrataste *C* kaudu vastava skaala kohal liikuvale nõelakesele *N*. Skaala gradueeritakse elavhõbebaromeetriga võrdlemise teel.

Aneroidide paremuseks elavhõbebaromeetritega võrreldes on nende käsitsemise lihtsus, kerge kaal, odavus, tugevam vastupanu mehaanilistele raputustele ja transportimise hõlpsus; ka on nad vabad raskustungi korrektsioonist. Loetletud omaduste tõttu leiavad aneroidid kasutamist kõrgemate õhkkonnakihtide uurimisel (aeroloogias) ja igapäevases elus tavaliste toabaromeetritena.



Joon. 167. Toruaneroid.

Aneroidide oluliseks puuduseks on nende väike täpsus, mis on tingitud sellest, et 1) metallide elastsus aja jooksul muutub ja 2) sissetunginud õhk muudab hõrendust karbis või torus; viimane aga mõjustab elastset deformatsiooni. Ka temperatuuri muutumine avaldab olulist mõju torus või karbis oleva õhu paisumise näol. Tähendatud puuduste tõttu on tarvis aneroide aeg-ajalt võrrelda elavhõbe-normaalbaromeetriga.

145. Õhurõhu muutumine kõrguse muutumisel. Baromeetriline kõrgusaste. Nagu juba Torricelli katsest selgus (vt. § 143), on õhurõhk pinnaühiku kohal asuva õhusamba kaal. Et kõrguse suurenemisel väheneb pinnaühiku kohal oleva õhu hulk ja seega ühtlasi tema kaal, siis järelikult peab vähenema ka õhurõhk. Nagu lähem kaalutlus näitab, langeb õhurõhk kõrguse suurenemisel eksponentsiaalselt valemi

$$p = p_0 e^{-\frac{gz}{RT_m}} \qquad (1)$$

järgi, kus p tähendab rõhku vaadeldaval kõrgusel, p_0 — rõhku maapinnal, $e = 2{,}718$ — loomulike logaritmide alust, g — raskuskiirendust, z — kõrgust, R — õhu erikonstanti ja T_m — õhusamba keskmist absoluutset temperatuuri. Paigutades g ja R asemele vastavad väärtused ja võttes $T_m = 273° K$, saame valemi (1) kirjutada kujul

$$p = p_0 e^{-\frac{z}{8000}}, \qquad (2)$$

kus z on kõrgus maapinnast meetrites.

Olgu tähendatud, et valem (1) on kehtiv atmosfääris, kus temperatuur kõrguse suurenemisel ei muutu. Peale selle pole siin arvestatud õhu niiskuse mõju õhurõhule. Seega valem (1) on ainult lähisvalem.

Praktikas kasutatakse rõhu taandamisel merepinnale sagedasti nn. baromeetrilist kõrgusastet. Baromeetriliseks kõrgusastmeks a nimetatakse kõrgust, mille võrra tuleb tõusta, et õhurõhk muutuks ühe rõhuühiku võrra. Baromeetrilise kõrgusastme valemi saame järgmiselt: kui tõusmisel Δz võrra õhurõhk langeb Δp rõhuühiku võrra, siis selleks, et rõhk langeks ühe rõhuühiku võrra, tuleb tõusta kõrgusele

$$a = -\frac{\Delta z}{\Delta p}. \qquad (3)$$

Mõõtes kõrgust meetrites ja rõhku elavhõbedasamba millimeetrites või millibaarides, saame baromeetrilise kõrgusastme tähiseks $\frac{\text{m}}{\text{mm}}$. või $\frac{\text{m}}{\text{mb}}$.

Kasutades hüdrostaatika põhivõrrandit $\Delta p = -\varrho g \Delta z$ ja Clapeyroni-Mendelejevi võrrandit $\varrho = \frac{p}{RT}$, saame avaldada baromeetrilise kõrgusastme rõhu ja temperatuuri kaudu järgmiselt:

$$a = -\frac{\Delta z}{\Delta p} = \frac{1}{\varrho g} = \frac{RT}{pg}.$$

Et $T = 273 + t$, siis

$$a = \frac{R(273 + t)}{pg} = \frac{273\,R}{pg}\left(1 + \frac{t}{273}\right).$$

Paigutades R ja g asemele vastavad väärtused ja võttes $\frac{1}{273} \approx$ $\approx 0{,}004$, saame

$$a = \frac{8000}{p}(1 + 0{,}004\, t). \qquad (4)$$

Valemist (4) nähtub, et baromeetriline kõrgusaste on pöördvõrdeline rõhuga ja kasvab lineaarselt temperatuuriga. Et kõrguse suurenemisel õhu tihedus ϱ kahaneb, siis valemist $a = \frac{1}{\varrho g}$ järeldub, et kõrguse suurenemisel baromeetriline kõrgusaste kasvab. Vastavate arvutuste teostamisel selgub, et maapinna lähedal on $a = 10 - 11$ m/mm, kuid 10 km kõrgusel umbes $35 - 40$ m/mm, seega üle 3 korra suurem. Oma lihtsuse tõttu leiab baromeetriline kõrgusaste kasutamist õhurõhu taandamisel ühelt kõrguselt teisele, näiteks merepinnale, ja kahe punkti vahelise kõrguse määramisel õhurõhkude vahe kaudu. Kõrguse määramist õhurõhkude vahe kaudu nimetatakse baromeetriliseks nivelleerimiseks.

Kujutluse andmiseks õhurõhu kohta atmosfääri mitmesugustel kõrgustel on esitatud tabel 8. Nagu sellest nähtub, langeb rõhk kõrguse suurenemisel õige kiiresti. Nii on rõhk 10 km kõrgusel umbes 4 korda, 20 km kõrgusel 18 korda, 36 km kõrgusel 100 korda ja 100 km kõrgusel 250 000 korda väiksem kui maapinnal.

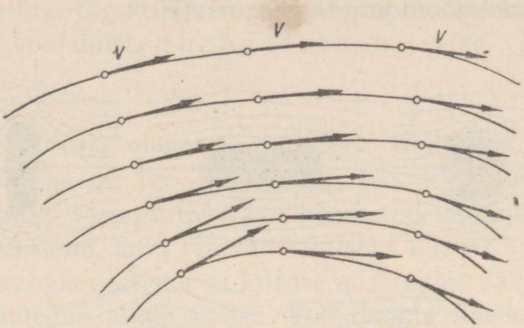
Tabel 8

Õhurõhu olenevus kõrgusest

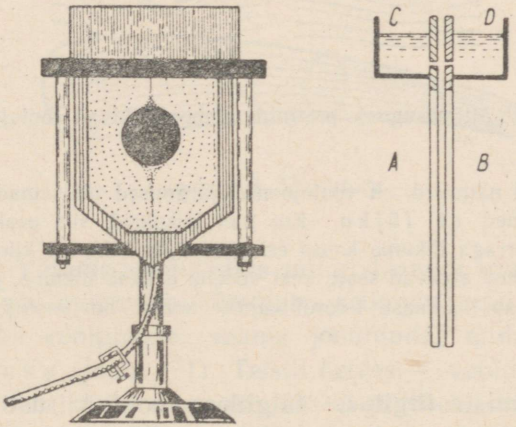
Kõrgus km	0	10	20	30	40	50	60	80	100
Rõhk mb	1000	260	55	12	3	1,3	0,3	0,03	0,004

Lõpuks olgu tähendatud, et inimene suudab taluda õhurõhu muutusi võrdlemisi laiades piirides — ½ kuni 8 at. Kestvalt tuleb normaalsest rõhust tunduvalt madalama rõhu juures viibida mägilastel ja lenduritel, suurema rõhu juures aga vee all töötajatel, tuukritel. Inimene suudab eespool nimetatud rõhke taluda tingimusel, et rõhu muutus toimub aeglaselt — kiired rõhu muutused on tervisele ohtlikud, kutsudes esile tõsiseid häireid vereringes ja siseelundites. Õhurõhu kiiretest muutustest tingitud haiguste all kannatavad lendurid.

146. Vooluväli ja voolujooned. Voolamisnähtuste tundmaõppimisel on üheks tähtsamaks ülesandeks määrata vedelikuosakeste liikumise kiirus. Vedelikuosakeste liikumise kiiruse ruumilist jaotust nimetatakse voolu kiirusväljaks ehk lühidalt *vooluväljaks*. Et kiirus on vektor, siis on vooluväli vektoriline väli. Ülevaatlik ja lihtne on vooluvälja iseloomustada voolujoontega (joon. 168). *Voolujooneks* nimetatakse kõverat, mille



Joon. 168. Voolujooned.

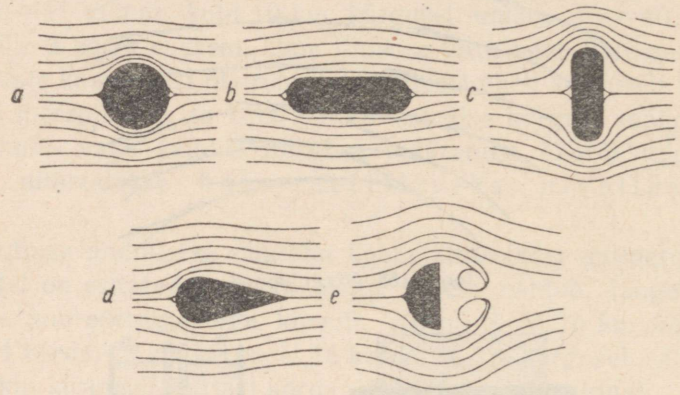


Joon. 169. Voolujoonte demonstreerimise riist.

puutuja kõvera igas punktis ühtib vedelikuosakese kiirusega selles punktis. Seega määrab voolujoon temal asetsevate vedelikuosakeste liikumise suuna teataval hetkel.

Voolujoonte demonstreerimiseks kasutatakse erilist riista, mille skemaatiline ehitus on kujutatud joonisel 169. Teineteisest paari

millimeetri kaugusel asetsevate paralleelsete klaasplaatide *A* ja *B* vahele lastakse voolata väikeste avade kaudu anumaist *C* ja *D* eri värvi vedelikke, näiteks anumast *C* tavalist ja anumast *D* värvitud vett. Mõlemaist anumaist tulnud veejoad asetsevad teineteise kõrval ja on kergesti vaadeldavad. Liikumise paremaks jälgimiseks projekteeritakse see projektsioonilaterna abil ekraanile. Plaatide *A* ja *B* vahele võib paigutada õige mitmesuguseid kujundeid, nagu ringi-, poolringi-, lennukitiiva-, tilga- ja muukujulisi profiile. Sel teel saadud voolujooni kujutab joonis 170.



Joon. 170. Mitmesuguste profiilide ümber tekkivad voolujooned.

Nagu katsed näitavad, on voolujoontel järgmised tähtsamad omadused.

1) Voolujooned ei lõiku. Kui nad lõikuksid, siis peaks lõikepunktis vedelikuosake korraga liikuma kahes eri suunas ja kahe eri kiirusega.

2) Voolujooned algavad sealt, kust vedelik hakkab liikuma, ja lõpevad seal, kus vedelik lakkab liikumast. Pöördliikumise korral on voolujooned kinnised kõverad.

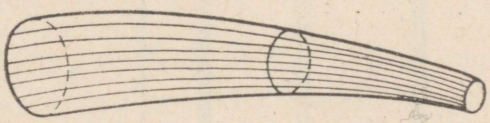
147. Voolamiste liigitus. Jälgides voolu kiirust vooluvälja mingis kindlas kohas, leiame, et kiirus võib olla 1) püsiv, s. t. ajaliselt mitte muutuv, või 2) ebapüsiv, s. t. ajaliselt muutuv. Voolamist, mille kiirus ei olene ajast, nimetatakse statsionaarseks (lad. k. *statim* — kindlalt püsiv) ja voolamist, mille kiirus muutub ajaliselt, mittestatsionaarseks. Statsionaarsel voolamisel võib kiirus muutuda ühest kohast teise minnes. Nii näiteks ebaühtlase läbimõõduga torus on statsionaarse voolamise korral kiirus kitsamas kohas suurem kui

laiemas kohas, kuid seejuures peab voolu kiirus ühes ja samas kohas jääma konstantseks.

Statsionaarset voolamist esineb looduses harva, sest on raske hoida konstantsena kõiki neid põhjusi, mis mõjustavad voolu kiirust. Lühikese aja vältel võib pidada statsionaarseks näiteks jõe voolamist.

Voolamist, mille puhul vedelik liigub paralleelsete kihtidena, nimetatakse laminaarseks (lad. k. *lamina* — plaadike, õhuke kiht); liigub aga vedelik korrapäratute keeristena, siis nimetatakse voolamist turbulentseks (lad. k. *turbo* — keeris).

148. Voolu kiiruse olenevus voolutoru ristlõikest. Vooluvälja iseloomustamiseks on tarvis määrata igas tema punktis kiiruse suurus ja suund. Paragrahvis 146 käsitletud voolujooned määravad küll kiiruse sihi, kuid jätavad lahtiseks kiiruse suuruse. Käesolevas paragrahvis näitame, et kiiruse absoluutse väärtuse määrab voolujoonte tihedus antud kohas. Voolujoonte tiheduseks nimetatakse voolujoontega risti asetatud üht pinnaühikut läbivate voolu-



Joon. 171. Voolutoru.

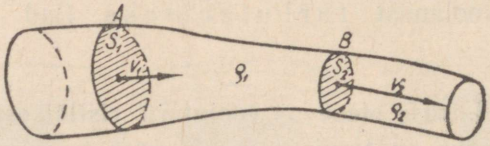
joonte arvu. Võtame vooluväljas mingi tasandi osa pindalaga S, mis on risti voolujoontega. Tõmmates selle pinna piirjoone (serva) igast punktist voolujoone, saame joonpinna, mida nimetatakse voolutoruks (joon. 171). Teisiti öeldes — voolutoru on vooluväljas olev toru, mille seina moodustavad voolujooned. Et voolujooned ei lõiku ja statsionaarsel voolamisel voolujoon on ühtlasi vedelikuosakese liikumise teeks, siis voolutoru seinast ei tungi statsionaarsel voolamisel vedelikku sisse ega ka välja. Seega sama voolutoru iga ristlõiget läbib sama aja jooksul sama vedelikuhulk. See asjaolu võimaldabki siduda voolu kiirust voolutoru ristlõikega. Selleks teeme voolutorus kahes vabalt valitud kohas ristlõiked pindaladega S_1 ja S_2 (joon. 172). Olgu vastavad voolu kiirused v_1 ja v_2 ning vedeliku tihedused esimesel ristlõikel ϱ_1 ja teisel ϱ_2.

Ajavahemiku Δt jooksul voolab läbi pinna S_1 vedelikuhulk massiga $m_1 = S_1 v_1 \varrho_1 \Delta t$ ja läbi pinna S_2 vedelikuhulk $m_2 = S_2 v_2 \varrho_2 \Delta t$. Statsionaarse voolamise puhul $m_1 = m_2$, seega

$$S_1 v_1 \varrho_1 \Delta t = S_2 v_2 \varrho_2 \Delta t$$

ehk

$$S_1 v_1 \varrho_1 = S_2 v_2 \varrho_2. \tag{1}$$



Joon. 172. Voolu kiiruse olenevus voolutoru ristlõikest.

Mittekokkusurutava vedeliku puhul $\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho = \text{const.}$; sel tingimusel

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \tag{2}$$

ehk

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}, \tag{3}$$

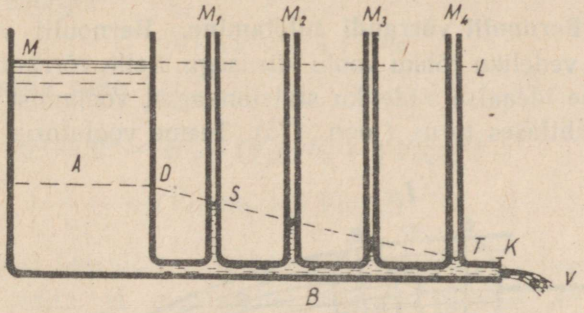
s. o. mittekokkusurutava vedeliku statsionaarsel voolamisel on voolu kiirused pöördvõrdelised ristlõigete pindaladega.

Valemit (3) saab teisendada nii, et kiiruste suhe avaldub voolujoonte tiheduse kaudu. Kui tähistada vaadeldavas voolutorus olevate voolujoonte arvu N, siis voolujoonte tihedus pinnal S_1 on $d_1 = \frac{N}{S_1}$ ja pinnal S_2 $d_2 = \frac{N}{S_2}$ ning nende suhe $\frac{d_1}{d_2} = \frac{S_2}{S_1}$. Võrreldes viimati leitud suhet valemiga (3), saame kirjutada

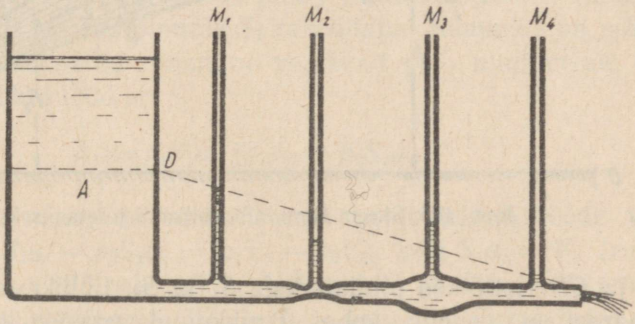
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2}, \tag{4}$$

s. o. mittekokkusurutava vedeliku statsionaarsel voolamisel suhtuvad voolu kiirused nagu voolujoonte tihedused vastavates kohtades.

149. Voolava vedeliku rõhk seintele ühtlases ja ebaühtlases torus. Voolava vedeliku poolt toru seintele avaldatava rõhu selgitamiseks laseme anumast A läbi ühtlase ja horisontaalselt asetatud toru B voolata vedelikku (joon. 173). Rõhu mõõtmiseks on toru B



Joon. 173.

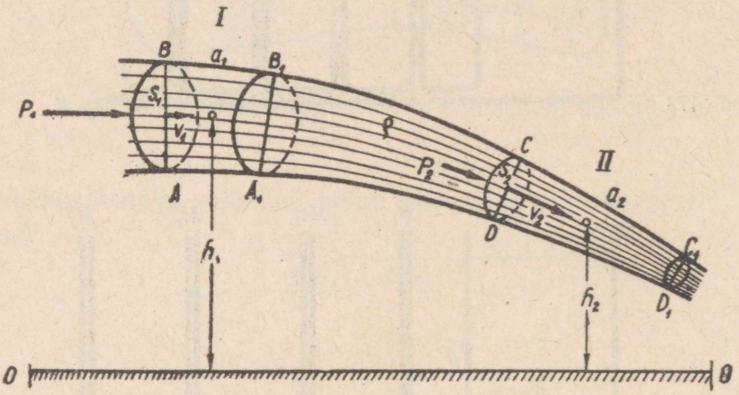


Joon. 174.

küljes kahtise otsaga manomeetrid M_1, M_2, M_3 ja M_4. Voolu kiiruse reguleerimiseks on toru B varustatud kraaniga K. Seisva vedeliku puhul on nivood ühendatud anumate seaduse kohaselt kõigis anumais ühesugusel kõrgusel ML. Kraani K avamisel näeme, et nivood manomeetrites langevad: anumale A lähemates manomeetrites vähem, kaugemates rohkem. Paistab silma, et nivood manomeetrites asetsevad ühel sirgel ST. Seega ühtlases torus voolava vedeliku rõhk toru seintele langeb voolamise suunas ühtlaselt. Pikendame sirget ST kuni lõikumiseni anumaga A punktis D. Voolu kiiruse suurenemisel nivood manomeetrites langevad madalamale, jäädes siiski ühele sirgele, kuna seejuures D nihkub allapoole. Seega sõltub D asend väljavoolu kiirusest v.

Kui asendame B ebaühtlase toruga (joon. 174), siis osutub rõhkude jaotus teistsuguseks. Kitsamas kohas, kus kiirus on suurem, avaldab vedelik toru seintele väiksemat rõhku kui laiemas kohas. Voolava vedeliku rõhk toru seinale sõltub hõõrdumisest ja voolu kiirusest; viimase suurenemisel kahaneb rõhk ja vastupidi. Seose voolu kiiruse ja rõhu vahel annab Bernoulli võrrand.

150. Bernoulli võrrandi tuletamine. Bernoulli võrrand seob voolava vedeliku rõhku voolu kiirusega. Selle võrrandi tuletamisel käsitleme ideaalse vedeliku statsionaarset voolamist kaldu asetatud ebaühtlases torus (joon. 175). Teeme voolutorus kahes kohas



Joon. 175. Skeem Bernoulli võrrandi tuletamiseks.

AB ja CD ristlõiked pindaladega S_1 ja S_2. Lühikese ajavahemiku Δt pärast on vedelik kohas A nihkunud edasi a_1 ja kohas D a_2 võrra. Kui ajavahemik Δt on nii väike, et mõlemates kohtades võime liikumist vaadelda ühtlasena, siis $a_1 = v_1 \Delta t$ ja $a_2 = v_2 \Delta t$, kus v_1 ja v_2 on vedeliku voolamise kiirused ristlõigetes AB ja CD.

Vaatleme energia muutusi, mis on tekkinud vedelikusamba nihkumisel ruumalast $ABCD$ ruumalasse $A_1B_1C_1D_1$. Energia muutuste leidmiseks võime käsitleda voolamist nii, nagu oleks vedelik ruumalast ABB_1A_1 üle kantud ruumalasse CDD_1C_1. Tähistame ruumala ABB_1A_1 tähega V_1, selles oleva vedeliku massi tähega m_1, kõrguse mingist vabalt valitud horisontaaltasandist OO tähega h_1 ja voolamiskiiruse tähega v_1. Vastavad suurused ruumala CDD_1C_1 kohta olgu: V_2, m_2, h_2 ja v_2. Ruumalas V_1 oleva vedeliku kineetiline energia $E'_{kin} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ ja potentsiaalne energia horisontaaltasandi OO suhtes $E'_{pot} = m_1 g h_1$, seega · potentsiaalse ja kineetilise energia

summa $E' = m_1gh_1 + \frac{1}{2} m_1v_1^2$. Asendades $m_1 = V_1\varrho_1$, kus ϱ on vedeliku tihedus, saame eelmise avaldise kujul

$$E' = V_1\varrho gh_1 + \tfrac{1}{2} V_1\varrho v_1^2.$$

Analoogiliselt võime kirjutada ruumalas V_2 oleva vedeliku mehaanilise energia

$$E'' = V_2\varrho gh_2 + \tfrac{1}{2} V_2\varrho v_2^2$$

ja seega energia vahe

$$\Delta E = E'' - E' = (V_2\varrho gh_2 + \tfrac{1}{2} V_2\varrho v_2^2) -$$
$$- (V_1g\varrho h_1 + \tfrac{1}{2} V_1\varrho v_1^2).$$

Et käsitleme ideaalset vedelikku, siis energia jäävuse seaduse alusel võime väita, et mehaanilise energia muutus ΔE võrdub rõhumistungi poolt tehtud tööga. Viimase leiame järgmiselt.

Kui tähistada ristlõigetel S_1 ja S_2 valitsevad rõhud vastavalt tähtedega p_1 ja p_2, siis pinnale S_1 rakendatud rõhumine on p_1S_1 ja pinnale S_2 rakendatud rõhumine vastavalt p_2S_2 ning nende tungide poolt tehtud tööd on

$$A_1 = p_1S_1a_1 \text{ ja } A_2 = p_2S_2a_2.$$

Nagu siit näha, on rõhumistungi poolt tehtud tööde vahe $A_1 - A_2 = p_1S_1a_1 - p_2S_2a_2 = p_1V_1 - p_2V_2$, sest $S_1a_1 = V_1$ (ruumala voolutorus ristlõigete AB ja A_1B_1 vahel) ja $S_2a_2 = V_2$ (ruumala voolutorus ristlõigete CD ja C_1D_1 vahel). Võrrandades eespool öeldu põhjal mehaanilise energia muutuse ΔE rõhumistungi poolt tehtud tööga, saame

$$(V_2\varrho gh_2 + \tfrac{1}{2} V_2\varrho v_2^2) - (V_1\varrho gh_1 + \tfrac{1}{2} V_1\varrho v_1^2) = p_1V_1 - p_2V_2$$

ehk

$$V_1(p_1 + \tfrac{1}{2} \varrho v_1^2 + \varrho gh_1) = V_2(p_2 + \tfrac{1}{2} \varrho v_2^2 + \varrho gh_2).$$

Silmas pidades, et vedelik on mittekokkusurutav, s. o. $V_1 = V_2$, saame eelmise võrrandi kirjutada kujul

$$p_1 + \tfrac{1}{2} \varrho v_1^2 + \varrho gh_1 = p_2 + \tfrac{1}{2} \varrho v_2^2 + \varrho gh_2. \qquad (1)$$

Et ristlõiked S_1 ja S_2 on tehtud voolutorus vabalt valitud kohtades, siis leitud võrrand kehtib ühe ja sama voolutoru igas kohas.

Järelikult võime kirjutada

$$p + \tfrac{1}{2}\varrho v^2 + \varrho g h = \text{const.} \qquad (2)$$

Selle võrrandi tuletas esmakordselt Peterburi akadeemik Daniel Bernoulli[1] 1738. aastal ja seda nimetatakse Bernoulli võrrandiks.

Võrrand (2) lihtsustub, kui vaadelda horisontaalselt asetatud voolutoru, kus kogu toru ulatuses $h = \text{const.}$ ja seega ka liige $\varrho g h = \text{const.}$, järelikult

$$p + \tfrac{1}{2}\varrho v^2 = c, \qquad (3)$$

kus c on ühe ja sama toru puhul konstantne.

Konstandi c määramiseks tuleb antud voolutoru mingis kohas mõõta p ja v ning asetada leitud väärtused võrrandisse (3), mille vasak pool annabki c väärtuse. Lihtsam on c määrata seisva vedeliku korral ($v = 0$). Kui tähistada torus seisva vedeliku rõhk tähega p_0 ja nimetada seda kogurõhuks, siis $c = p_0$.

Sellega saame Bernoulli võrrandi horisontaalselt asetatud voolutoru korral kirjutada kujul

$$p + \tfrac{1}{2}\varrho v^2 = p_0. \qquad (4)$$

Leiame liikme $\frac{1}{2}\varrho v^2$ mõõtühiku tähise. Et $[\varrho] = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ja $[v] = \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, siis $[\frac{1}{2}\varrho v^2] = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{dn}}{\text{cm}^2}$.

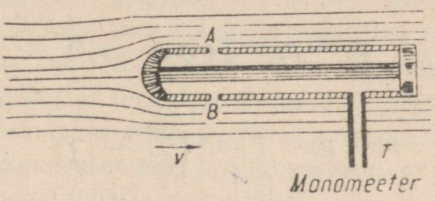
Liiget $\frac{1}{2}\varrho v^2$ nimetatakse dünaamiliseks rõhuks ja p staatiliseks rõhuks.

Kasutades neid mõisteid, võime Bernoulli lause sõnastada horisontaalselt asetatud toru korral järgmiselt: ideaalse vedeliku statsionaarsel voolamisel on staatilise ja dünaamilise rõhu summa konstantne ning võrdne kogurõhuga.

Bernoulli võrrandist järeldub, et voolu kiiruse v kasvamisel suureneb dünaamiline rõhk $\frac{1}{2}\varrho v^2$ ja väheneb sama võrra staatiline rõhk p, nii et nende summa — kogurõhk p_0 — jääb konstantseks.

[1] Daniel Bernoulli (1700—1782), hüdrodünaamika ja gaaside kineetilise teooria rajaja, põlvnes kuulsast šveitsi matemaatikute perekonnast. Oli Peterburi Teaduste Akadeemia liige. Tema tähtsaim töö käsitleb hüdrodünaamika küsimusi.

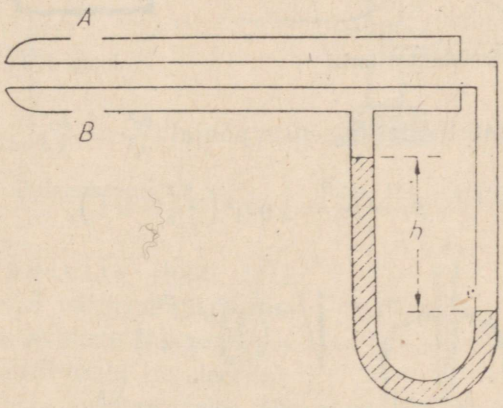
151. Rõhkude mõõtmine voolavas vedelikus. Staatilise rõhu otseseks mõõtmiseks kasutatakse *rõhusondi* (joon. 176). See on ümara esiosaga õõnes silinder, mille külgavaused *A* ja *B* on



Joon. 176. Staatilise rõhu mõõtmise sond.

ühendatud toru *T* kaudu manomeetriga. Voolava vedeliku staatiline rõhk antakse avauste ja toru *T* kaudu edasi manomeetrile.

Dünaamilise rõhu $\frac{1}{2}\varrho v^2$ mõõtmiseks tuleb leida kogurõhu ja staatilise rõhu vahe. See on hõlpsasti teostatav *Prandtli toruga*, mille skemaatiline ehitus on kujutatud joonisel 177. Dünaamiline rõhk $\frac{1}{2}\varrho v^2 = p_0 - p$ on tasakaalustatud rõhuga $\varrho_1 gh$, kus ϱ_1 on manomeetri vedeliku tihedus ja h nivoode vahe manomeetris.



Joon. 177. Prandtli toru.

152. Rakendusi ja järeldusi Bernoulli võrrandist. a) Vedelike ja gaaside kiiruste määramiseks kasutatakse *Venturi toru*, mille ehitus selgub jooniselt 178. Ebaühtlase läbimõõduga voolutorus mõõdetakse manomeetriga *M* staatiliste rõhkude vahe laiemas ja kitsamas kohas, mille kaudu saab leida voolu kiirust v.

Kui horisontaalselt asetatud Venturi toru laiemas kohas on

ristlõike pindala S_1, kiirus v_1 ja staatiline rõhk p_1 ning vastavad suurused kitsamas kohas S_2, v_2, p_2, siis Bernoulli võrrandi järgi

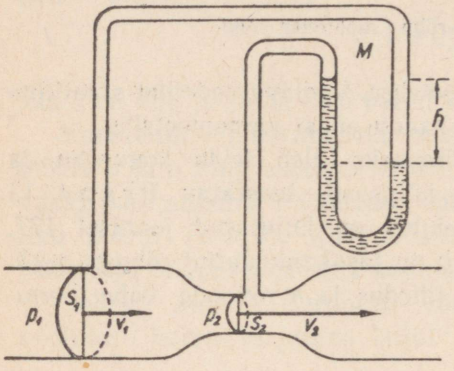
$$p_1 + \tfrac{1}{2}\varrho v_1^2 = p_2 + \tfrac{1}{2}\varrho v_2^2,$$

millest

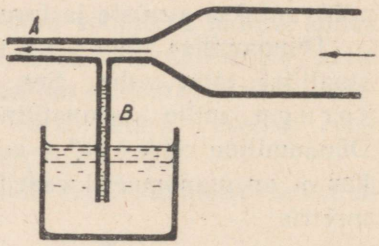
$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{2}\varrho(v_2^2 - v_1^2)$$

ehk

$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{2}\varrho v_1^2\left(\frac{v_2^2}{v_1^2} - 1\right).$$



Joon. 178. Venturi toru.



Joon. 179. Imemine.

Paragrahvis 148 tuletatud seoste põhjal $\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$; seega

$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{2}\varrho v_1^2\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right),$$

kust

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\,(p_1 - p_2)}{\varrho\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)}}\,. \qquad (1)$$

Et S_1 ja S_2 on jäävad suurused, siis on $\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 = k$ konstantne. Seega saame kiiruse jaoks valemi

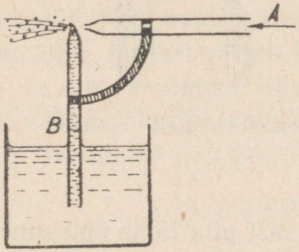
$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\varrho k}}\,, \qquad (2)$$

kus $p_1 - p_2$ on määratav manomeetri abil.

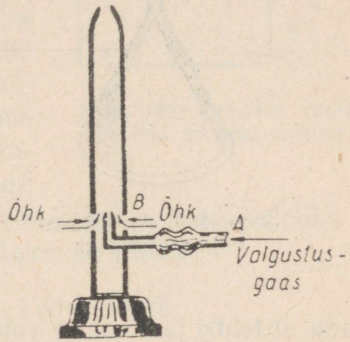
Staatilise rõhu p vähenemisega dünaamilise rõhu $\frac{1}{2}\varrho v^2$ võrra saame hõlpsasti seletada imemisnähtust. Selleks võtame ebaühtlase toru A (joon. 179) ja kinnitame selle kitsamasse kohta lisatoru B.

Kui asetame toru B lahtise otsa vedelikku ja puhume torust A õhku läbi, siis märkame, et vedelik kerkib torus B — voolav õhujuga imeb vedelikku enda poole. Imemine on seda suurem, mida kiiremini liigub õhk toru B ülemise ava kohal. Imemist seletame sellega, et toru B ülemise ava kohal on staatiline rõhk p kahanenud dünaamilise rõhu $\frac{1}{2}\varrho v^2$ võrra, kuid väline õhurõhk on jäänud endiseks. Välise õhurõhu ja toru A sisemuses valitseva staatilise rõhu vahe ($\frac{1}{2}\varrho v^2$) põhjustabki vedeliku tõusu torus B. Imemisnähtusega saab seletada igapäevases elus tuntud riistade, nagu pulverisaatori, gaasipõleti, veejoapumba ja teiste tööd.

b) Pulverisaatoris ehk pihustajas (joon. 180) imetakse torust A suure kiirusega väljuva õhujoa poolt vedelik toru B mööda üles. Sattudes õhujoa sisse, pihustub vedelik peenikesteks piiskadeks.



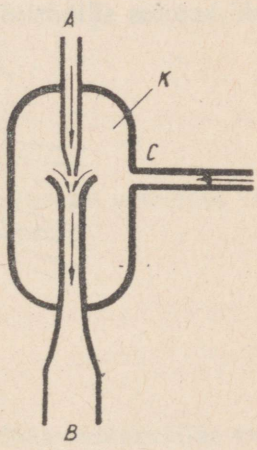
Joon. 180. Pulverisaator.



Joon. 181. Gaasipõleti.

c) Gaasipõletis (joon. 181) imetakse torust A väljuva valgustusgaasi poolt õhk avauste B kaudu põletisse. Õhu juurdevoolu reguleerimine toimub avauste suurendamise või vähendamise teel.

d) Veejoa-hõrenduspumbas (joon. 182) tekitatakse hõrendus torust A väljuva ja torusse B suubuva veejoa poolt. Torusid ümbritsev kamber K on C kaudu ühendatud hõrendatava ruumiga. Mida suurema kiirusega liigub veejuga, seda suurem on

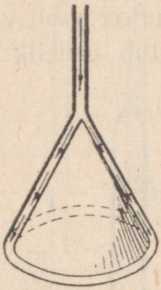


Joon. 182. Veejoapump.

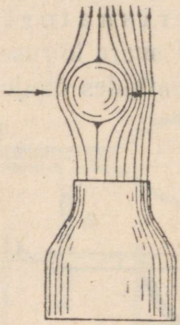
tekkiv hõrendus. Heade veejoapumpadega saavutatav hõrendus ei erine palju küllastatud veeauru rõhust. Nimetatud pumpa ei saa kasutada suurte hõrenduste saavutamiseks.

e) Imemisega saab seletada ka nn. aerodünaamilist paradoksi, palli «tantsu» õhujoas, katuse tõstmist tormi poolt ja muud.

Kui asetada lehtri alla lauale paberist koonus (joon. 183) ja puhuda tugevasti õhku lehtrisse, siis tõmbub koonus lehtri sisse. See näiliselt paradoksaalne nähtus seletub lihtsalt, kui silmas

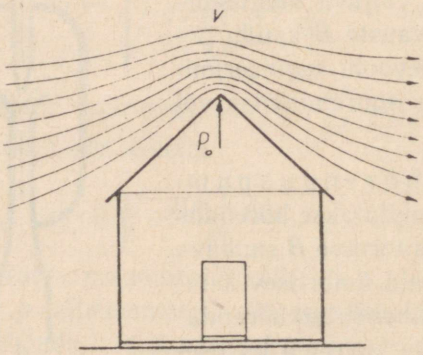


Joon. 183. Aerodünaamiline paradoks.



Joon. 184. Palli «tants».

pidada, et lehtri ja koonuse vahelist kitsast pilu läbib õhk suure kiirusega. Seega joa staatiline rõhk osutub väiksemaks koonuse sisemuses valitsevast õhurõhust. Tähendatud rõhkude vahe mõjul tõusebki koonus silindrisse.

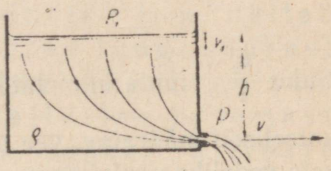


Joon. 185. Katuse tõstmine.

Kui asetada kerge pall õhujoa ühele servale, siis tõmbub ta joa sisse, kuhu ta «tantsides» püsima jääb (joon. 184). Nähtus seletub järgmiselt: joa servale asetatud pallist mööduva õhu kiirus on sisemisel poolel suurem kui välisel. Selle tagajärjel avaldab juga seest väljapoole väiksemat staatilist rõhku (kiirus suurem) kui väljast sisse ning pall liigub sissepoole.

Tugeva tuule ja tormi korral suureneb tuule kiirus katuse harja kohal, seega väheneb seal staatiline rõhk. Et katuse all seisva õhu rõhk on välisõhu rõhust dünaamilise rõhu võrra suurem, siis kerkib katus sarikatelt ja kandub tuules edasi.

153. Torricelli valem. Bernoulli võrrandi rakendamise näitena käsitleme vedeliku voolamist läbi väikese avause raskustungi mõjul. Lihtsuse pärast vaatleme hõõrdumisvaba vedelikku. Vedelikuga täidetud anuma seina on tehtud sügavusel h väike avaus (joon. 186), millest väljub juga kiirusega v; nivoo alaneb kiirusega v_1. Olgu väline rõhk joa kohal p ja nivoo kohal p_1 ning vedeliku tihedus ϱ. Bernoulli võrrandi alusel saame kirjutada:



Joon. 186. Vedeliku voolamine läbi väikese avause.

$$p + \tfrac{1}{2}\varrho v^2 = p_1 + \tfrac{1}{2}\varrho v_1^2 + \varrho g h.$$

Et välised rõhud avause ja nivoo kohal erinevad teineteisest väikese kõrguse h puhul vähe, võime neid pidada praktiliselt võrdseiks: $p = p_1$. Seega lihtsustub eelmine võrrand ja me saame:

$$\tfrac{1}{2}\varrho v^2 = \tfrac{1}{2}\varrho v_1^2 + \varrho g h,$$

millest

$$v^2 - v_1^2 = 2gh.$$

Et nivoo alanemiskiirus v_1 on väljavoolu kiirusega võrreldes väike, siis võime esimese jätta arvestamata. Sel korral

$$v^2 \approx 2gh$$

ja siit

$$v \approx \sqrt{2gh}. \qquad (1)$$

Mehaanikast aga teame, et kõrguselt h Maa raskusväljas vabalt langev keha omab lõppkiirust $v = \sqrt{2gh}$. Niisiis ideaalse

vedeliku väljavoolu kiirus läbi väikese avause on võrdne vabalt langeva keha lõppkiirusega, mida see omaks langemisel vedeliku nivoost kuni avauseni. Leitud valemit nimetatakse Torricelli valemiks (1646. a.).

Valemist (1) nähtub, et vedeliku väljavoolu kiirus ei olene vedeliku tihedusest, vaid avause sügavusest nivoo all.

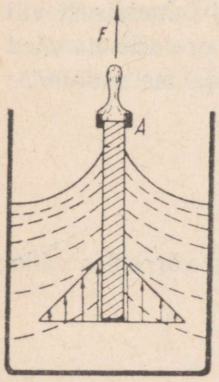
Katsed näitavad, et reaalsete vedelike kiirus on sisehõõrdumise tõttu Torricelli valemi (1) põhjal arvutatud kiirusest väiksem. Olgu valemi (1) järgi arvutatud kiirus v ja tegelik kiirus v_t. Siis

$$\frac{v_t}{v} = c < 1. \tag{2}$$

Suhe $\frac{v_t}{v}$, mida nimetatakse kiirusekoefitsiendiks, on katseliselt määratav; vee puhul on see umbes 0,87. Järelikult reaalsete vedelike voolukiirus

$$v_t = c\sqrt{2gh}. \tag{3}$$

Esimeses lähenduses võime vee väljavoolu kiirust arvutada Torricelli valemi (1) järgi, kuid suurema sisehõõrdumisega vedelike, nagu õlide, siirupi jt. kiiruse määramisel tuleb arvestada, et mainitud vedelike puhul on c tunduvalt väiksem ühest.



Joon. 187. Vedeliku sisehõõrdumine.

Sisehõõrdumine

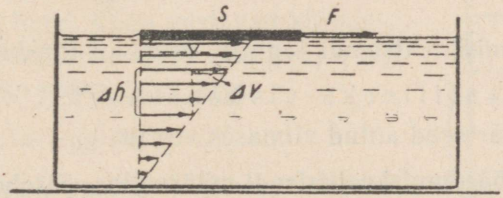
154. Vedelike sisehõõrdumine. Tõmmates mingisse sitkesse vedelikku (näiteks glütseriini) asetatud plaati A (joon. 187), märkame, et plaat rebib enesega kaasa vedelikku. Plaadiga vahetult kokku puutuv vedelikukiht kleepub selle külge ja liigub sama kiirusega nagu plaat; kaugemad vedelikukihid liiguvad aeglasemalt, teatud kaugusel aga lakkab vedeliku liikumine. Kirjeldatud katsest selgub, et plaadi A ühtlases liikumises hoidmiseks sitkes vedelikus on tarvis rakendada konstantset tungi F. Viimast tasakaalustab liikumisele vastassuunaline tung R, mida nimetatakse vedeliku sisehõõrdumistungiks. Seega sisehõõrdumis-

tung on reaalses vedelikus liikumise puhul esinev tung, mis takistab vedelikuosakeste liikumist.

Millest oleneb vedeliku sisehõõrdumistung R? Nagu katsed näitavad, on sisehõõrdumistung võrdeline liikuva pinna suurusega S ja kiiruse kahanemisega ühe pikkusühiku kohta ning oleneb vedelikust. Nimetatud suuruste vahelist seost väljendab Newtoni sisehõõrdumisvalem

$$R = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta h}, \qquad (1)$$

kus Δv on kiiruse kahanemine Δh paksuses kihis; seega $\frac{\Delta v}{\Delta h}$ määrab kiiruse kahanemise 1 cm paksuses kihis. Võrdetegurit η nimetatakse sisehõõrdumiskoefitsiendiks ja ta näitab pinnaga paralleelselt rakendatud tungi suurust düünides, mis on vajalik, et hoida liikvel 1 cm² suurust pinda teise, temaga paralleelse ja temast 1 cm kaugusel oleva pinna suhtes kiiruste vahega 1 $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.



Joon. 188. Kiiruse kahanemine vedelikukihtides.

Sisehõõrdumiskoefitsient η on vedeliku sisehõõrdumist ehk viskoossust (püdelust) iseloomustav suurus. Sisehõõrdumist mõõdetakse puaasides. Puaas (P) on sellise vedeliku sisehõõrdumine, kus tung 1 düün, rakendatud pindalale 1 cm², paneb selle liikuma teise, temaga paralleelse ja temast 1 cm kaugusel oleva pinna suhtes kiiruste vahega 1 $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Puaasi tähiseks cgs-süsteemis on $\frac{\text{düün} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2}$ ehk $\frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}}$. Ühte sajandikku sellest nimetatakse sentipuaasiks (cP).

Nagu katsed näitavad, oleneb vedeliku sisehõõrdumine 1) vedelikust, nimelt igal vedelikul on temale omane sisehõõrdumiskoefitsient, ja 2) temperatuurist: temperatuuri tõusmisel väheneb η. See

on ka arusaadav, kui silmas pidada, et temperatuuri tõusmisel nõrgenevad molekulidevahelised tungid.

Järgnevas tabelis on antud mõnede ainete sisehõõrdumiskoefitsiendid mitmesugustel temperatuuridel.

Tabel 9

Vedelike sisehõõrdumiskoefitsiendid mitmesugustel temperatuuridel

Aine	Temperatuur (C°)	η puaasides	$\nu \left[\frac{cm^2}{s}\right]$
Vesi	0	0,018	0,018
	20	0,010	0,010
	98	0,003	0,003
Elavhõbe	—21,4	0,019	
	0	0,016	0,00125
	100	0,012	0,00091
	300	0,010	
Glütseriin	0	46	
	20	8,5	6,8
Pigi	20	10^8	

Sisehõõrdumiskoefitsiendi jagatist vedeliku tihedusega nimetatakse kinemaatiliseks viskoossuseks: $\nu = \frac{\eta}{\varrho}$. Tabelis 9 on ν väärtused antud viimases veerus.

155. Sisehõõrdumiskoefitsiendi määramine. Sisehõõrdumiskoefitsienti saab katseliselt määrata mitmel viisil, näiteks a) Poiseuille'i ja b) Stokes'i järgi.

a) Poiseuille'i viis. Ajavahemiku t jooksul läbi kapillaartoru voolava vedeliku ruumala V määrab Poiseuille'i[1] valem

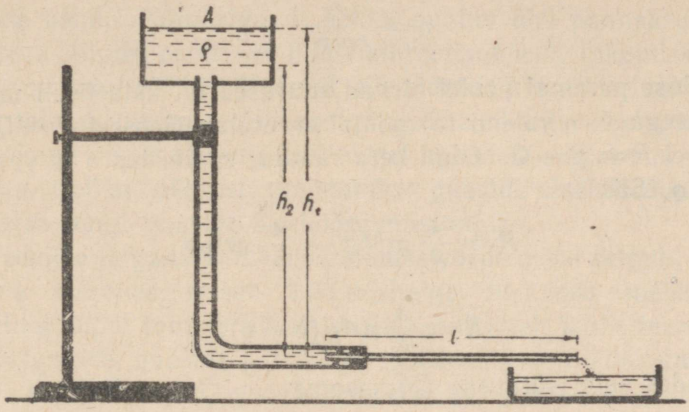
$$V = \frac{\pi r^4 p t}{8 \eta l}, \qquad (1)$$

kus r on kapillaartoru raadius, l — kapillaartoru pikkus, p — rõhkude vahe ja η — vedeliku sisehõõrdumiskoefitsient.
Sellest valemist

$$\eta = \frac{\pi r^4 p t}{8 V l}. \qquad (2)$$

[1] Jean Louis Marie Poiseuille (1799—1869), prantsuse füsioloog ja füüsik, kes esimesena teostas uurimisi vedelike sisehõõrdumise kohta voolamisel kapillaartorudes.

Paremal pool võrdusmärki esinevad suurused on mõõtmise teel määratavad, seega on η arvutatav. Riista sisehõõrdumise määramiseks Poiseuille'i järgi kujutab joonis 189. Rõhu p määramiseks



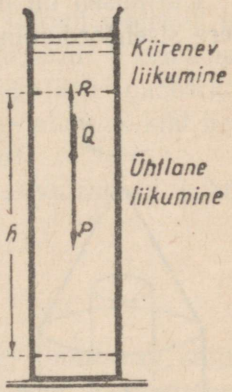
Joon. 189. Riist sisehõõrdumiskoefitsiendi määramiseks Poiseuille'i järgi.

tuleb mõõta nivoo kõrgus kapillaartoru otsast katse algul ja lõpul. Olgu vastavad kõrgused h_1 ja h_2; siis keskmine kõrgus on $\frac{1}{2}(h_1 + h_2)$ ja hüdrostaatika põhivalemi järgi

$$p = \tfrac{1}{2}\varrho g\,(h_1 + h_2),$$

kus ϱ on vedeliku tihedus.

b) Stokes'i viis. Kui lasta kerakujulisel kuulil vedelikus langeda väikese kiirusega, siis on kuuli liikumine algul kiirenev, hiljem aga ühtlane (joon. 190). Sel korral on kehale mõjuvad tungid — raskustung P, üleslüke Q ja vedeliku takistus R — tasakaalus:



Joon. 190. Kera langemine vedelikus.

$$P = Q + R. \qquad (1)$$

Kui kera raadius on r, langemise kiirus v ja vedeliku sisehõõrdumiskoefitsient η, siis vedeliku takistus R avaldub Stokes'i[1]

[1] George Gabriel Stokes (1819—1903), inglise füüsik ja matemaatik; oli 1841. aastast alates professor Cambridge'is. Töötas teoreetilise füüsika ja selle matemaatilise aparatuuri arendamise alal. Stokes'i avastatud on temanimeline seadus fluorestsentsi kohta; ta uuris kerakujulise kera takistust püdelas vedelikus liikumisel, mille tulemused on kokku võetud Stokes'i seaduses.

valemiga

$$R = 6\pi r v \eta, \tag{2}$$

millest

$$\eta = \frac{R}{6\pi r v}. \tag{3}$$

Võrduse paremal poolel olevad suurused on katseliselt määratavad, seega on η valemi (3) põhjal arvutatav. Seosest $P = Q + R$ leiame, et $R = P - Q$. Olgu kera raadius r, tihedus δ ja vedeliku tihedus ϱ. Siis

$$R = \frac{4}{3}\pi r^3 \delta g - \frac{4}{3}\pi r^3 \varrho g$$

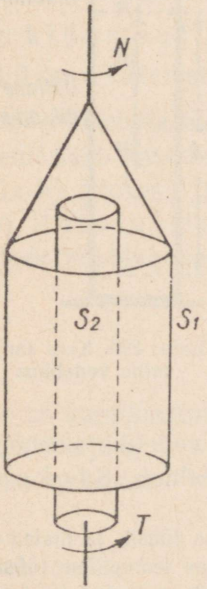
ehk

$$R = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\delta - \varrho). \tag{4}$$

Paigutades selle võrdusse (3), saame

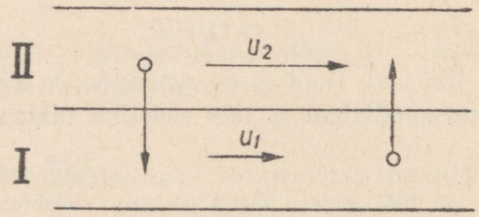
$$\eta = \frac{2gr^2(\delta - \varrho)}{9v}. \tag{5}$$

Uurimised on näidanud, et mõnede haiguste korral muutub vere sisehõõrdumine, ja seepärast kasutatakse arstiteaduses vere viskoossuse määramist haiguste diagnoosimisel. Vere sisehõõrdumiskoefitsienti määratakse tavaliselt kapillaartoru (Poiseuille'i) meetodiga.



Joon. 191. Gaaside sisehõõrdumise mõjul hakkab väline silinder pöörlema.

156. Gaaside sisehõõrdumine. Gaaside sisehõõrdumise selgitamiseks korraldame järgmise katse. Asetades niidi N otsa riputatud kerge silindri S_1 sisse teise, väiksema silindri S_2, mis kiiresti pöörleb telje T üm-



Joon. 192. Liikumishulga ülekandumine ühelt gaasikihilt teisele.

ber, märkame, et väline silinder S_1 hakkab pöörlema samas suunas kui sisemine silindergi (joon. 191). Viimase pöörlemine kandub üle välisele silindrile nende vahel asuva keskkonna — õhu — sisehõõrdumise kaudu. Silindriga S_2 kokku puutuv õhk pannakse liikuma pöörleva silindri poolt; see liikuv kiht kutsub esile liikumise naaberkihis jne. kuni välise silindrini. Kirjeldatud katsest selgub, et gaasides toimub liikumise ülekandumine ühelt kihilt teisele, kusjuures see toimub nii, et kiirema kihi kiirus kahaneb, aeglasema oma aga kasvab. Sellist nähtust nimetatakse gaaside sisehõõrdumiseks ja vastavat tungi gaaside sisehõõrdumistungiks.

Vedelike ja gaaside sisehõõrdumise võrdlemisel selgub, et nende oluline erinevus seisab liikumishulga ülekande mehhanismis. Vedeliku puhul toimub liikumise ülekanne ühelt kihilt teisele molekulaartungide, gaaside puhul aga gaasiosakeste liikumishulga ülekande teel. Liikugu II gaasikiht kiirusega u_2 ja I kiht kiirusega u_1, kusjuures $u_2 > u_1$ (joon. 192). Molekulide kaootilise liikumise tagajärjel satub osa I kihi molekule II kihti ja vastupidi. Koos sellise molekulide vahetusega naaberkihtide vahel toimub ka liikumishulkade vahetus, sest aeglasemalt liikuvast kihist tulnud molekuli liikumishulk on väiksem kiiremini liikuva kihi molekuli liikumishulgast. Molekulide liikumishulkade vahetamise tagajärjel naaberkihtide vahel toimub nende kiiruste ühtlustumine — alumine kiht hakkab liikuma kiiremini, ülemine aga aeglasemalt.

Vedelike kohta kehtiv Newtoni sisehõõrdumisvalem on kehtiv ka gaaside kohta:

$$R = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta h} . \qquad (1)$$

Nagu lähem teoreetiline arutlus näitab ja katsed kinnitavad, sõltub gaaside sisehõõrdumine temperatuurist ja nimelt temperatuuri tõusmisel sisehõõrdumine suureneb, kuna vedelike puhul see väheneb. Selle põhjuseks on asjaolu, et temperatuuri tõusmisel suureneb gaasi molekulide kiirus ja seega suurenevad ka ühelt kihilt teisele üle kanduvad liikumishulgad. Vedelikus aga põhjustavad sisehõõrdumist molekulaartungid, mis temperatuuri tõusmisel nõrgenevad ja seega vähendavad ka vedeliku sisehõõrdumist.

Lõpuks esitame mõne gaasi η väärtused 0°C juures: kuiv õhk — 0,00017; vesinik — 0,00008; lämmastik — 0,00017 (puaasi).

157. Laminaarne voolamine. Nagu katsed näitavad, pole eespool käsitletud Poiseuille' valem kehtiv suuremate kiiruste puhul. Sel korral esineb tunduv erinevus tegelikult välja voolanud ja teoreetiliselt valemi (§ 155) järgi arvutatud vedelikuhulkade vahel. Nagu Reynoldsi uurimused (1883. a.) näitasid, on selle põhjuseks voolamise iseloom — laminaarne või turbulentne voolamine. Voolamine on laminaarne, kui vedelik liigub paralleelsete kihtidena.

Väikeste kiiruste puhul kleepub toruga kokku puutuv vedelikukiht liikumatult seina külge; ta seisab paigal. Teised vedelikuosad liiguvad paralleelsete kihtidena, kusjuures nende kiirused toru keskkoha poole suurenevad; suurima kiirusega voolavad toru teljel asetsevad vedelikuosakesed. Kiiruste jaotus laminaarsel voolamisel on kujutatud joonisel 193. Laminaarsel voolamisel on kiiruste jaotus paraboolne.

Kui voolamine toimub eri kihtides erineva kiirusega, mida tuleb siis lugeda voolu kiiruseks?

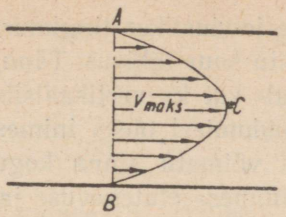
Voolu keskmiseks kiiruseks nimetatakse seda ühtlast kiirust, millega peaks voolama vedelik, et toru ristlõiget läbinud vedeliku ruumala oleks võrdne tegelikult läbinud vedeliku ruumalaga. Seega on keskmine kiirus $\overline{v}$ ühe sekundi jooksul toru ristlõiget läbinud vedeliku ruumala V jagatis ristlõike pindalaga S. Valemina avaldatult on keskmine kiirus

$$\overline{v} = \frac{V}{S}. \qquad (1)$$

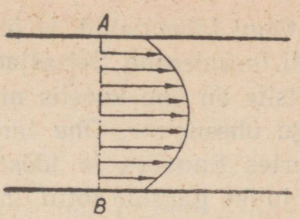
Nagu näitavad katsed ja teoreetiline arutlus, on laminaarsel voolamisel keskmine kiirus $\overline{v}$ pool maksimaalsest kiirusest v_{maks} (kiirus toru teljel), s. o. $\overline{v} = \frac{1}{2} v_{maks}$. Seega $\frac{v_{maks}}{\overline{v}} = 2$ on laminaarset voolamist iseloomustav suurus.

Looduses esineb laminaarne voolamine aeglase vooluga jõgedes, põhjavete ja laava voolamisel, vere ringlemisel kapillaarsoontes, vedeliku nõrgumisel läbi filtrite jm. Üldse esineb laminaarne voolamine väikeste kiiruste puhul.

158. Turbulentne voolamine. Antud vedelik voolab laminaarselt kuni teatava kiiruseni, mida nimetatakse kriitiliseks kiiruseks. Kiiruse suurenemisel üle kriitilise lakkab laminaarne voolamine ja



Joon. 193. Kiiruste jaotus laminaarsel voolamisel.

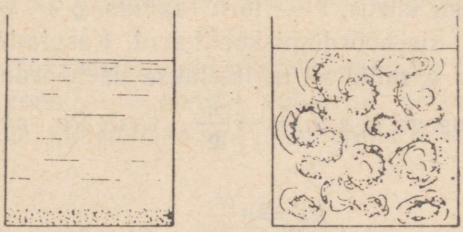


Joon. 194. Kiiruste jaotus turbulentsel voolamisel.

ilmub uue iseloomuga liikumine, mida nimetatakse turbulentseks ehk keeriseliseks voolamiseks. Selle iseloomustavaks tunnuseks on vedelikukihtide korrapäratu segunemine ja üksteise sisse tungimine, mille tulemusel vedeliku ebaühtlaselt jaotatud omadused ja tunnused ühtlustuvad. Selles seisabki turbulentsi suur tähtsus looduses.

Kiiruste jaotus voolutorus turbulentsel voolamisel on kujutatud joonisel 194, kust näeme, et kiiruse järsk muutumine leiab küll aset toru seinte läheduses, kuid mujal on kiiruse jaotus ühtlasem kui laminaarsel voolamisel.

Turbulentne liikumine ei esine ainult voolamisel torudes, vaid ka mujal, kus kiirus on küllalt suur (ületab kriitilise kiiruse). Turbulentset liikumist ja selle tagajärjel toimuvat ühtlustumisprotsessi näitab järgmine katse. Klaaspurki on valatud vett ja sellesse on raputatud alumiiniumipuru, mis mõne aja pärast sadestub kihina purgi põhja (joon. 195). Seega on puru jaotus vees ebaüht-



Joon. 195. Turbulentne liikumine.

lane. Segades pulgaga vett, näeme puru korrapäratut — turbulentset — liikumist. Edasi võiksime mainida turbulentse liikumisena suitsu, tolmu ja teiste õhus hõljuvate osakeste liikumist tuule käes.

Olgu tähendatud, et õhu liikumine looduslikes tingimustes on alati turbulentne. Sel asjaolul on tohutu suur tähtsus. Tänu turbulentsile on õhu koostis nii horisontaal- kui ka vertikaalsihis peaaegu ühesugune. Õhu turbulentsi puudumisel oleks inimeste elu suurtes linnades ja tööstuskeskustes võimatu sinna kogunevate kahjulike gaaside tõttu, mis tekivad inimese elutegevuse ja vabrikute töötamise tagajärjel.

159. Kriitiline kiirus. Reynoldsi arv. Vedeliku või gaasi voolamise laminaarsuse või turbulentsuse määravad voolu kiirus, keskkonna tihedus, sitkus ja toru raadius. Peatume nimetatud tegurite juures lähemalt. Kiirust, mille juures laminaarne voolamine muutub järsku turbulentseks, nimetatakse kriitiliseks kiiruseks v_{kr}. Selle abil saab voolamist iseloomustada järgmiselt:

$$\begin{array}{l} \text{voolu kiiruse puhul } v < v_{kr} \text{ on voolamine laminaarne} \\ \text{„ \quad „ \quad „ } v > v_{kr} \text{ „ \quad „ \quad turbulentne} \end{array} \qquad (a)$$

Kasutades siin voolamise iseloomustamiseks kriitilist kiirust, piirdusime ainult ühe teguriga, jättes teised arvestamata. Kõigi voolamise laminaarsust või turbulentsust määravate tegurite — v, ϱ, η ja r — mõju arvestamiseks on O. Reynoldsi[1] poolt 1883. aastal tuletatud eriline arv, mida nimetatakse Reynoldsi arvuks Re (Reynoldsi nime kaks esimest tähte). Reynoldsi arvu defineeritakse järgmiselt:

$$Re = \frac{vr\varrho}{\eta}, \qquad (1)$$

kus v on vedeliku kiirus, r — toru raadius, ϱ — vedeliku tihedus ja η — vedeliku sisehõõrdumiskoefitsient. Kasutades kinemaatilist sitkuskoefitsienti ν, mille all mõistetakse sisehõõrdumiskoefitsiendi η jagatist tihedusega ϱ, s. o. $\nu = \frac{\eta}{\varrho}$, saab Re avaldada järgmiselt:

$$Re = \frac{vr}{\nu}. \qquad (2)$$

Asendades Re avaldises $v = v_{kr}$, saame kriitilise Reynoldsi arvu

[1] Osborne Reynolds (1842—1912), inglise insener, töötas vedeliku kavitatsiooni teooria alal suurte kiiruste puhul. Tema tähtsamaks saavutuseks füüsika alal on uurimused vedeliku sisehõõrdumise kohta, mille tulemused on põhilise tähtsusega moodsas aero- ja hüdrodünaamikas.

$$Re' = \frac{v_{kr} r \varrho}{\eta} \tag{3}$$

ehk

$$Re' = \frac{v_{kr} r}{\nu}. \tag{3a}$$

Silmas pidades v_{kr} mõistet, selgub, et Re' juures laminaarne voolamine muutub järsku turbulentseks.

Nagu mõõtmised näitavad, ei ole Re' konstantne suurus, vaid sõltub suurel määral vedeliku liikumise laminaarsusest või turbulentsusest torusse sisenemisel. Viimane aga omakorda oleneb teatavasti toru suu siledusest — mida siledam on toru suu, seda «rahulikum» on vedeliku torru voolamine. Tavaliste torude korral ja vedeliku «rahulikul» sisenemisel kõigub Re' 1000—2000 piirides.

Silmas pidades Re' füüsikalist tähendust, saame Re kaudu voolamist iseloomustada järgmiselt:

$$\begin{aligned} &\text{kui } Re < Re', \text{ on voolamine laminaarne} \\ &\text{„ } Re > Re' \text{ „ „ turbulentne} \end{aligned} \tag{b}$$

Kui võrrelda kriitilist Reynoldsi arvu Re' kriitilise kiirusega v_{kr}, siis selgub, et Re' on üldisem tunnus voolamise laminaarsuse või turbulentsuse kohta kui v_{kr}. Viimast saab kasutada siis, kui $r = \text{const.}$, $\varrho = \text{const.}$ ja $\eta = \text{const.}$, s. t. kui samas torus voolab muutumatu tiheduse ja sitkusega vedelik. Sel korral Re' kaudu määratud laminaarse või turbulentse voolamise tingimused (b) taanduvad kriitilise kiiruse kaudu avaldatud tingimustele (a). Kui aga r, ϱ ja η ei ole konstantsed, siis tuleb kasutada tingimusi (b) kui üldisemaid.

Tingimuste (b) kaudu saab näidata, et sama kiiruse ja sama vedeliku ($\varrho = \text{const.}$, $\eta = \text{const.}$) puhul on voolamine peenemas torus laminaarne, jämedamas aga turbulentne. Tõepoolest, valemist (1) saame:

$$r = \frac{\eta Re}{v\varrho}. \tag{4}$$

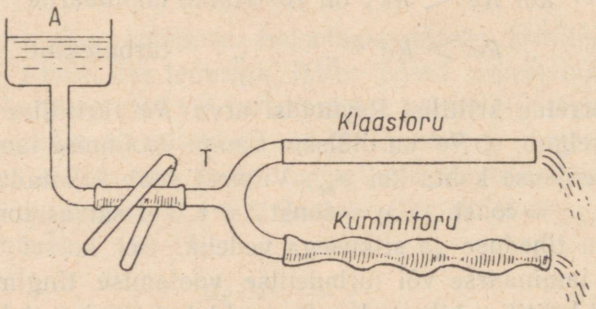
Paigutades sellesse valemisse η, ϱ ja v asemele vastavad väärtused ja võttes $Re = Re'$, saame sellise toru raadiuse, kus laminaarne voolamine muutub turbulentseks:

$$r_{kr} = \frac{\eta Re'}{v\varrho}. \tag{5}$$

Kui vaadeldava toru raadius $r > r_{kr}$, siis sellele vastav $Re > Re'$ ja järelikult voolamine on turbulentne; on aga $r < r_{kr}$, siis $Re < Re'$ ja voolamine on laminaarne.

Nagu valemite (1) või (2) kaudu võib veenduda, on Re dimensioonita suurus.

160. Vere voolamine soontes. Kui võrrelda hüdrodünaamika seisukohalt vere voolamist soontes vedeliku voolamisega torudes, siis esimese erinevused seisavad selles, et 1) sooned on kummitorudega sarnanevad elastsete seintega torud ja 2) veri paisatakse soontesse südame rütmilise kokkutõmbumise tagajärjel tõugete kaupa. Kuidas tõuked levivad elastsete ja mitte-elastsete seintega torudes, seda näitab järgmine katse. Võtame kummist jätkuga varustatud kaheharulise toru T, mille ühe haru külge on kinnitatud mitte-elastsete seintega toru, näiteks klaastoru, ja teise haru külge elastsete seintega toru, näiteks kummitoru (joon. 196). Toru T teine



Joon. 196. Tõugete levimine elastsete ja mitte-elastsete seintega torus.

ots on ühendatud vedelikuanumaga A. Kui tekitame vedelikus tõukeid toru T kummist jätku perioodilise kokkusurumise teel, siis näeme, et klaastorust voolab vedelik välja tõukeliselt, kummitorust aga peaaegu ühtlaselt. Sellest katsest nähtub, et elastsete seintega torudes tõuked vaibuvad. Tõugete puhul vedeliku suhteliselt suurem kineetiline energia (tõugetes on vedeliku kiirus suurem kui tõugete vahel) kulub toru seinte elastse deformatsiooni tekitamiseks, s. o. toru paisutamiseks tõuke kohal.

Analoogiline olukord valitseb vere voolamisel soontes. Siin on tõugete tekitajaks rütmiliselt kokku tõmbuv ja paisuv süda, elastsete seintega torudeks aga arterid. Südamest väljub üks jäme arter, mis järk-järgult hargneb peenemateks arteriteks (arterioolideks) ja

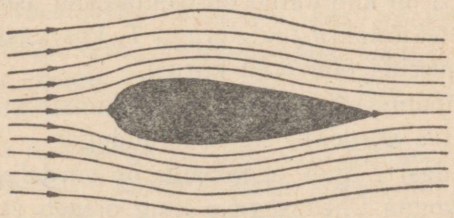
need omakorda kapillaarsoonteks. Kui võrrelda südamelähedase arteri ristlõiget südamest kusagil kaugemal asuvate arterioolide ja kapillaarsoonte ristlõigete summaga, siis selgub, et viimane on esimesest mitu tuhat korda suurem. Siit aga järeldub hüdrodünaamika seaduste põhjal, et peenemates soontes on vere kiirus väiksem. Seda tõsiasja kinnitavad vere kiiruse mõõtmised — inimesel on vere kiirus maksimaalne südame lähedal (umbes 50 cm/s) ja minimaalne kapillaarsoontes (umbes 0,05 cm/s).

Keskkonna takistus ja lennuasjanduse algmed

161. Keskkonna takistuse põhjus. Vees liikuma tõugatud paadi kiirus väheneb järjest kuni seismajäämiseni. Kiiresti liikudes või tuule käes seistes tunneme õhu survet. Need ja rida teisi kogemusi näitavad, et keskkond avaldab liikuvale kehale takistust. Samuti avaldab liikuv keskkond survet selles asetsevatele kehadele. Takistuse seisukohalt ei ole oluline, kas liigub keha ja seisab keskkond või vastupidi.

Keskkonna takistuse põhjuste selgitamiseks segame klaasanumasse valatud vette alumiiniumipulbrit. Liigutades vees mingit keha, näeme veekeeriseid keha järel. Nende tekitamiseks on vaja energiat, mis on saadud liikuvalt kehalt. Kui keha ei saaks väljastpoolt energiat juurde, siis kahaneks tema kineetiline energia ja seega ühtlasi kiirus. Et säilitada keha ühtlast liikumist keskkonnas, tuleb talle energiat juurde anda.

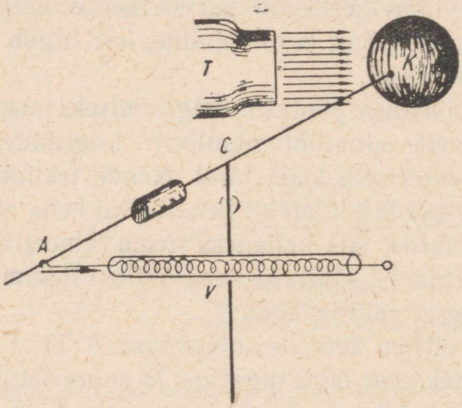
Millest aga oleneb keeriste intensiivsus? 1) Liigutades keha kiiresti, näeme tekkivat õige tugevaid ja suure läbimõõduga keeriseid. Aeglasemal liikumisel vähenevad need ja võivad hoopis kaduda väikeste kiiruste puhul. 2) Edasi olenevad keerised keha frontlõikest, mille all mõistame keha projektsiooni liikumise sihiga risti olevale tasandile. Samakujulistel ja võrdsete kiirustega liikuvatel kehadel on keerised seda suuremad, mida suurem on frontlõige. 3) Katsetades mitmekujuliste kehadega, veendume, et keeriste tek-



Joon. 197. Voolujooneline keha.

kimisel on olulise tähtsusega nii keha taga- kui ka esikülg. Valides sobivalt keha kuju, võime peaaegu vältida keeriseid. Sellise keha kuju ühtib enam-vähem teda ümbritsevate voolujoontega. Niisuguseid kehi nimetatakse voolujoonelisteks kehadeks (joon. 197). Teiste sama kiiruse ja frontlõikega kehadega võrreldes on nende takistus liikumisel väikseim.

Mõõtes liikuvasse keskkonda paigutatud keha pinnale avaldatavat rõhku, näeme, et esiküljel valitseb suurem ja tagaküljel väiksem rõhk. See on ka arusaadav, kui silmas pidada, et vastu esikülge sattuvad vedelikuosad kaotavad osaliselt oma kineetilist energiat, avaldades selle arvel kehale suuremat rõhku. Teiselt poolt ilmneb tagaküljel tekkivates keeristes imemisnähtus. Keha esi- ja tagaküljel valitsevate rõhkude vahest tingitud takistust nimetatakse rõhutakistuseks.



Joon. 198. Ühe komponendiga õhutakistuskaalud.

162. Newtoni takistusvalem. Kehade takistuse mõõtmiseks õhus kasutatakse õhutakistuskaale (joon. 198). Keskelt toetuva horisontaalse kangi ühte otsa on paigutatud uuritav keha K ja teise otsa A on kinnitatud horisontaalselt asetatud vedrukaalud V. Õhuvool tekitatakse tuuletoruga T, kus vastava seadeldise abil saab reguleerida õhuvoolu kiirust.

Mõõtmised näitavad, et keskmiste kiiruste puhul on sama keha takistus võrdeline kiiruse ruuduga.

Edasi selgub, et takistus on võrdeline keha frontlõikega S ja keskkonna tihedusega ϱ ning oleneb oluliselt keha kujust. Nii on

näiteks keral 8 ja ruudukujulisel plaadil 20 korda suurem takistus kui niisama suure frontlõikepindalaga voolujoonelisel kehal.

Keskkonna takistuse R olenevuse keha liikumise kiirusest v, frontlõikest S ja keskkonna tihedusest ϱ määrab Newtoni poolt 1687. aastal tuletatud keskkonna takistuse valem

$$R = c \frac{\varrho v^2}{2} S, \qquad (1)$$

kus võrdetegur c oleneb keha kujust, mistõttu teda nimetatakse keha kujuteguriks.

Tabelis 10 on esitatud katseliselt määratud c väärtused mitmesuguse kujuga kehade puhul. Nool profiili juures näitab liikumissuunda.

Tabel 10

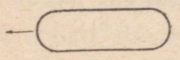
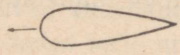
Kujuteguri c olenevus keha kujust

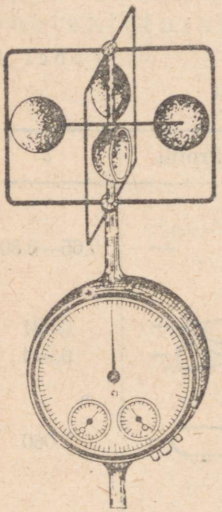
Keha kuju	Profiil	c	Keha kuju	Profiil	c
Õhuke ruudukujuline plaat		0,55—0,60	Poolkera, õõnsus ees		0,66—0,80
Silinder liigub piki telge		0,42—0,52	Koonus poolkerakujulise põhjaga		0,081 0,044
Koonus kinnise põhjaga		0,17	Silinder, kerakujuliste põhjadega		0,060
Kera		0,20—0,24			
Poolkera, kumerus ees		0,16—0,17	Voolujooneline keha		0,023

Sageli on otstarbekohasem kasutada suhtelist ehk relatiivset kujutegurit $C_r = \frac{c}{c_0}$, kus c on antud keha ja c_0 võrdlusaluseks võetud keha kujutegur. Võrdlusaluseks võetakse kas voolujooneline või mõni teine keha, nagu kera, ruudukujuline plaat vms. Tabelis 11 on antud mõnede kehade suhtelised kujutegurid voolujoonelise kehaga võrreldes.

Kui võrrelda kumeruse ja õõnsusega ees liikuvaid poolkerasid, siis selgub, et esimestel on takistus 4 korda väiksem kui teistel. See asjaolu on rakendamist leidnud tuulekiirusmõõtjate, nn. a n e m o-

Suhtelise kujuteguri C_r väärtused voolujoonelise keha kujuteguriga võrreldes

Keha profiil	C_r	Keha profiil	C_r
	1		8
			6
	2		20
			24



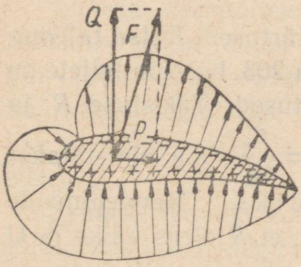
Joon. 199. Anemomeeter.

meetrite ehitamisel (joon. 199). Risti asetatud ja keskelt võlli külge kinnitatud varraste otsa on paigutatud poolkerad nii, et nende õõnsused on pööratud joonisel näidatud suunas (vastu kellaosuti liikumissuunda). Õhuvoolu asetatud tuulik hakkab tiirlema, kusjuures tema kiirus oleneb lineaarselt tuule kiirusest. Võlli pöörlemine kantakse hammasrataste kaudu anemomeetri osutitele. Skaalalt loeme tuuliku tiirude arvu. Mõõtes vastavat aega, on võimalik arvutada kiirust.

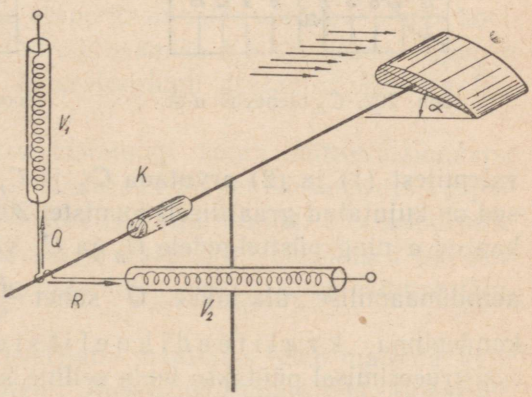
Nagu näitavad katsed ja teoreetilised uurimised, kulub kiiresti liikuvate sõidukite energiast suur osa keskkonna takistuse ületamiseks. Energia kokkuhoidmiseks püütakse sõidukeid konstrueerida selliselt, et nende takistus oleks minimaalne. Selleks tuleb neile anda voolujoonelise keha kuju. Moodsad autod, vedurid ja lennukid ongi ehitatud voolujooneliselt.

163. Lennuki kandepinnale mõjuvad tungid. Meie üht kiiremat liiklemisvahendit — lennukit — hoiavad õhus tema kandepindadele ehk tiibadele mõjuvad aerodünaamilised tungid (viimaste all mõistetakse õhus liikuvale kehale mõjuvaid tunge). Aerodünaamilisi tunge põhjustavad liikuva keha poolt õhus tekitatavad keerised. Nende keeriste koosmõju tulemuseks on, et tiiva kohal ülal on õhu relatiivne kiirus tiiva suhtes suurem kui tiiva all. Siit aga järeldub

Bernoulli võrrandi järgi, et staatiline rõhk tiiva ülemisele pinnale on väiksem kui alumisele pinnale. Seetõttu on rõhk tiiva kohal ülal väiksem ja tiiva all suurem kui ümbritsevas seisvas õhus. Nimetatud asjaolu ongi aerodünaamilise tõstetungi tekkimise peamiseks põhjuseks. Et saada ülevaadet rõhu jaotuse kohta lennuki tiival, asetame viimase kiiresse õhuvoolu ja mõõdame erilise rõhusondiga rõhku tiiva mitmesugustes kohtades. Mõõtmise tulemused on esitatud graafiliselt joonisel 200, kus nooled näitavad rõhu suuruse ja suuna jaotust tiival. Sellelt graafikult paistab silma, et tiiva ülemisel pinnal on alarõhk (võrreldes seisva õhu rõhuga) peaaegu niisama suur kui alumisel pinnal valitsev ülerõhk. Liites need rõhud, saame resultandina aerodünaamilise tungi F, mis on suunatud üles ja pisut tahapoole. Lahutame F kaheks komponendiks, millest üks on paralleelne ja teine risti liikumise sihiga. Esimest, mille suund on vastupidine liikumise suunale, nimetame aerodünaamiliseks takistustungiks R ja teist, mis on suunatud üles, aerodünaamiliseks üleslükkeks Q. Lennuasjanduses on nimetatud tungidel suur tähtsus. Tiibu püütakse konstrueerida nii, et Q oleks võimalikult suur ja R väike. Sellised lennukid omavad suurt kandevõimet ja väikest keskkonna takistust.



Joon. 200. Rõhkude jaotus kandepinnal.



Joon. 201. Kandepinnale mõjuvate tungide R ja Q mõõtmine.

Aerodünaamilise üleslükke Q ja takistuse R mõõtmiseks kasutatakse erilisi õhutakistuskaale. Need koosnevad horisontaalse võlli otsas pöörlevast kangist (joon. 201), mille ühte otsa on kinnitatud uuritav tiiva mudel ja teise otsa kaks vedrukaalu, milledest vertikaalne (V_1) mõõdab üleslüket Q ja horisontaalne (V_2) takistust R.

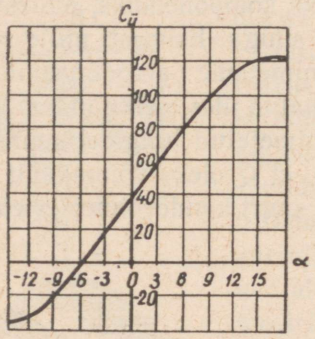
Katse tulemused näitavad, et Q ja R sõltuvad kandepinna suurusest S, kiirusest v, keskkonna tihedusest ϱ ning tiiva kujust ja ründenurgast α (nurgast tiiva ja liikumissuuna vahel). Matemaatilise seose nimetatud suuruste vahel annavad valemid

$$Q = C_{ü} \frac{\varrho v^2}{2} S \qquad (1)$$

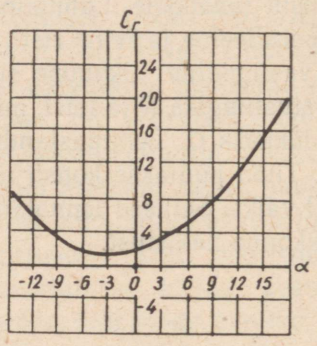
ja

$$R = C_r \frac{\varrho v^2}{2} S, \qquad (2)$$

kus $C_{ü}$ ja C_r on kandepinna kujust ja ründenurgast olenevad takistustegurid vastavalt üleslükke ja takistuse puhul. Muutes pidevalt ühe ja sama kandepinna ründenurka α ning mõõtes Q ja R, saame



Joon. 202. $C_{ü}$ olenevus α-st.



Joon. 203. C_r olenevus α-st.

valemitest (1) ja (2) arvutada $C_{ü}$ ja C_r väärtused. Katse tulemused on kujutatud graafiliselt joonistel 202 ja 203, kus rõhtteljele on kantud α ning püsttelgedele $C_{ü}$ ja C_r väärtused. Takistuse R ja aerodünaamilise üleslükke Q suhet $\frac{R}{Q} = \frac{C_r}{C_{ü}} = \varepsilon$ nimetatakse kandepinna kvaliteedikoefitsiendiks. Kandepindade konstrueerimisel püütakse leida selline kuju, et R oleks väike ja Q suur, s. o. ε võimalikult väike.

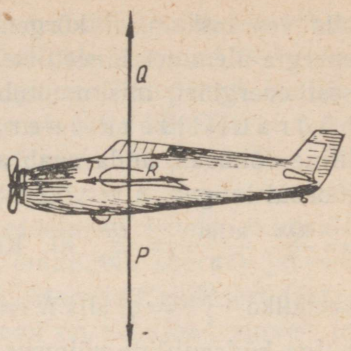
164. Tungide tasakaal lennul. Rõhtsalt ja ühtlase kiirusega lendavasse lennukisse mõjuvad tungid — lennuki raskus **P**, mootori tõmbetung **T**, aerodünaamiline üleslüke **Q** ja keskkonna takistus **R** — on tasakaalus, s. o. $\mathbf{P} + \mathbf{T} + \mathbf{Q} + \mathbf{R} = 0$. Nagu kergesti nähtub, on see tingimus täidetud, kui

$$\mathbf{Q} = -\mathbf{P} \text{ ja } \mathbf{T} = -\mathbf{R}$$

ehk, arvestades tungide absoluutseid väärtusi,

$$Q = P \text{ ja } T = R. \qquad (1)$$

Ühtlase kiirusega rõhtsalt lendamisel on lennuki raskus võrdne aerodünaamilise üleslükkega ja mootori tõmbetung võrdne keskkonna takistusega.



Joon. 204. Horisontaalne lend.

165. Vene ja nõukogude teadlaste töid lennuasjanduse alal. Suurel määral on aerodünaamikat ja lennuasjandust arendanud vene ja nõukogude silmapaistvad teadlased ja konstruktorid. Aerodünaamilise tõstetungi teooria rajajaks ja edasiarendajaks oli kuulus teadlane Nikolai Jegorovitš Žukovski (1847—1921), kes uuris kandepinna geomeetrilise kuju mõju aerodünaamilisele tõstetungile ja leidis sobivaima tiiva profiili, mida nimetatakse tema nime järgi Žukovski profiiliks. Edasi tuleb Žukovski teeneks lugeda kuulsa vene eksperimentaalse aerodünaamika koolkonna rajamist, Aero- ja Hüdrodünaamika Keskinstituudi rajamist (1918) ja aerodünaamika laboratooriumi asutamist Moskva Ülikooli juurde.

Teooria aerodünaamilise tõstetungi kohta mittestatsionaarse liikumise puhul töötas välja akadeemik Sergei Aleksejevitš Tšaplõgin (1869—1942). Samuti töötas ta välja meetodi õhu kokkusurutavuse arvestamiseks. Žukovski ja Tšaplõgini uurimused teoreetilise aerodünaamika ja lennuasjanduse alal on ülemaailmse tähtsusega.

Esimese lennuki konstrueerijana maailmas tuleb mainida Vene sõjalaevastiku I järgu kaptenit Aleksandr Fjodorovitš Možaiskit, kelle lennuk esmakordselt lendas 1882. aastal.

166. Vee energia ja selle kasutamine. Veekogudest Päikese kiirguse mõjul aurustunud vesi kantakse õhuvoolude poolt maismaa kohale, kus ta jahtumisel kondenseerub ja sademetena maapinnale langeb ning jõgede kaudu tagasi suurematesse veekogudesse voolab. Seda vee looduslikku tsirkulatsiooni nimetatakse vee suureks ringkäiguks. Et vee suur ringkäik toimub Maa raskusväljas,

siis vee laskumisel kõrgemalt madalamale toimub potentsiaalse energia üleminek kineetiliseks energiaks. Seda osa vee potentsiaalsest energiast, mis muutub kineetiliseks energiaks, nimetatakse hüdrauliliseks energiaks. Viimast iseloomustab hüdrauliline võimsus, mida saab arvutada järgmiselt. Kui Q kg vett t s jooksul langeb h m võrra madalamale, siis tema võimsus $N = \frac{Qh}{t} \frac{\text{kGm}}{\text{s}} = \frac{Qh}{75t}$ hj. Kui tähistada ühes sekundis langenud veehulka $\frac{Q}{t} = q$, siis $N = \frac{qh}{75}$ hj. Siit selgub, et vaadeldava veehulga hüdrauliline võimsus on võrdeline 1 s jooksul laskunud vee massi ja langemise kõrguse korrutisega.

Et vee suurest ringkäigust looduses võtab osa tohutu veehulk — kogu maakeral voolab jõgede kaudu meredesse aasta jooksul umbes 36 biljonit tonni vett —, siis hüdraulilise energia näol on meil tegemist tohutu suure energiahulgaga. Praegu hinnatakse kogu maakera ulatuses hüdraulilist võimsust, mida oleks võimalik tehniliselt kasutada, umbes $^1/_2$ miljardile hobujõule.

Hüdraulilist energiat on inimkond rakendanud enese teenistusse juba ammust ajast. Algul kasutati veejõu rakendamiseks vesiratta, mille vahendusel hüdrauliline energia kanti üle töömasinatele. Hiljem astus vesiratta asemele turbiin ja hüdrauliline energia muudeti elektrienergiaks, mida on parem juhtida kaugemale ja kergem muuta teisteks energialiikideks. Jõujaamu, kus hüdrauliline energia muudetakse elektrienergiaks, nimetatakse hüdroelektrijaamadeks.

Kuigi Nõukogude Liit on hüdraulilise energia reservide poolest esimesel kohal maailmas, kasutati tsaari-Venemaal väga väikesel määral seda «valget sütt» (nii nimetatakse sageli hüdraulilist energiat). Otsustava pöörde tõi siin Suur Sotsialistlik Oktoobrirevolutsioon — sotsialismi ja kommunismi sammuv ühiskond sai aru elektrienergia suurest tähtsusest rahvamajanduse ülesehitamisel. Meie maal on juba ehitatud või praegu ehitamisel maailma võimsamad hüdroelektrijaamad, nagu Kuibõševi hüdroelektrijaam võimsusega umbes 2 000 000 kW, Stalingradi hüdroelektrijaam võimsusega 2 100 000 kW jt.

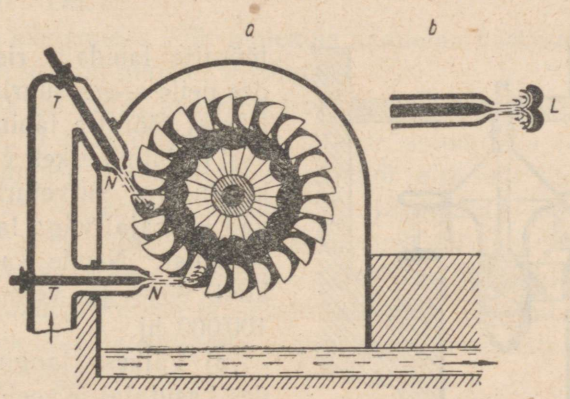
Meil ei kasutata hüdroelektrijaamadest saadud elektrit ainult tööstuses, vaid ka põllumajanduses mitmesuguste tööde tegemiseks.

Turbiinid. Seadeldisi, mis muudavad hüdraulilist energiat tööks, nimetatakse veejõumasinateks. Nendes on oluliseks osaks liikuv ratas, mille külge on kinnitatud labidad. Veejõumasinad jagu-

nevad kahte rühma: 1) vesirattad ja 2) turbiinid. Esimesse rühma kuuluvad sellised veejõumasinad, kus labidale sattunud vee r a s k u s paneb ratta liikuma, teise rühma aga veejõumasinad, kus liikuva vee k i n e e t i l i n e e n e r g i a paneb ratta liikuma.

Tänapäeval kasutatakse veejõumasinatena turbiine (lad. k. *turbo* — keeris), milledel on suurem kasutegur kui vesiratastel. Turbiinis juhitakse vesi vastavate seadeldiste kaudu liikuvale jooksurattale. Seal muutub vee kiirus (suund ja suurus) ja vesi annab osa oma energiast jooksurattale. Olenevalt ehitusest jaotatakse turbiinid mitmesse liiki. Levinumad on vabajoa-, surve- ja propellerturbiinid.

a) Suurelt kõrguselt tuleva vee hüdraulilise energia rakendamiseks kasutatakse vabajoaturbiini (joon. 205). Toru *T* kaudu juhitakse vesi tööratta labidatele, millele on antud joonisel 205, *b* näidatud kuju (*L*). Juga jaguneb kahte ossa ja muudab suunda pea-

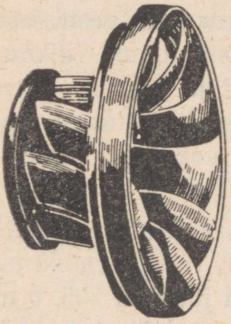


Joon. 205. Vabajoaturbiin.

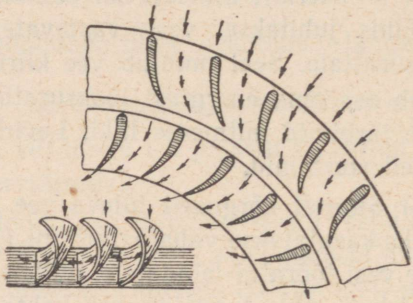
aegu 180° võrra. Seejuures annab juga oma kineetilise energia jooksurattale. Lähem kaalutlus näitab, et turbiini võimsus on maksimaalne, kui tööratta labidate lineaarne kiirus on pool joa kiirusest. Turbiini kiirust saab reguleerida ventiili *N* kaudu. Vabajoaturbiini kasutegur on kuni 90%. Teda ei saa kasutada väikeselt kõrguselt tuleva joa korral, sest siis ei saavutata tarvilikku kiirust ja seega ühtlasi ka soovitud tiirude arvu. Vabajoaturbiinid pöörlevad kiiresti — kuni 200 tiiru minutis. Nende võimsus on mõnikümmend tuhat hj.

b) Väikeselt kõrguselt tulevate veemasside energia ärakasutamiseks rakendatakse surve- ja propellerturbiine.

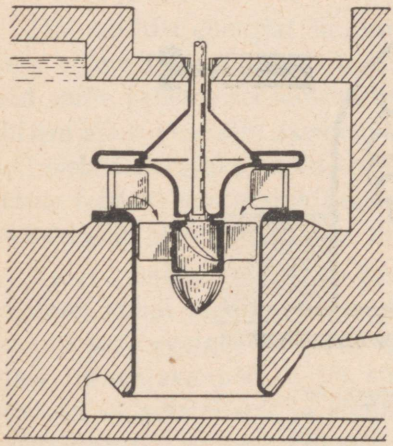
Surveturbiini puhul (joon. 206 ja 207) juhitakse radiaalselt tulev vesi juhtratta labidate abil töörattale selliselt, et ta langeb



Joon. 206. Surveturbiin.



Joon. 207. Juht- ja tööratta skeem.



Joon. 208. Propellerturbiini skeem.

tööratta labidaile risti, avaldades neile seega suurimat survet. Pärast tööratta läbimist voolab vesi turbiini keskelt vastava toru kaudu ära. Surveturbiinid leiavad kaasajal väga laialdast kasutamist. Nende kasutegur on kuni 95% ja võimsus ületab 100 000 hj.

c) Väikese langusega jõgedes kasutatakse veejõu rakendamiseks propellerturbiine (joon. 208), mille tööratas meenutab laevakruvi (propellerit). Propellerturbiini kasutegur sõltub suurel määral propelleri tiibade asetusest ja voolu kiirusest. Et saavutada võimalikult suurt kasutegurit mitmesuguste voolukiiruste puhul, on propelleri tiivad pööratavad.

IX. MOLEKULAARSED NÄHTUSED

167. Molekulid ja aatomid. Kõik kehad koosnevad väikestest osakestest, mida nimetatakse molekulideks (lad. k. *moles* — mass, *molecula* — väike mass). Mitmesuguste katsete varal on määratud molekulide suurust ja leitud, et erinevate ainete molekulid on erineva suurusega. Keemiliselt lihtsamate ainete molekulide läbimõõdu suurusjärguks on 10^{-8} cm. Näiteks $H_2 — 3{,}8 \cdot 10^{-8}$ cm, $N_2 — 3{,}9 \cdot 10^{-8}$ cm.

Paljudes küsimustes võib molekule vaadelda väikeste elastsete kuulikestena, mis on alalises liikumises.

Molekulid omakorda koosnevad väiksematest osakestest ja keemiast teame, et neid osakesi nimetatakse aatomiteks (kr. k. *atomos* — jagamatu). Kuni käesoleva sajandi alguseni oldi veendunud, et aatomid on kõige lihtsamad ja jagamatud aineosakesed. Praegu teame, et aatom omakorda koosneb mitmest nn. elementaarosakesest. Käesoleva kursuse I osas ei esine probleeme, mis nõuaksid aatomite ehituse täpsemat tundmist. Seetõttu piirdume esialgu molekulide ja aatomite üldisemate füüsikaliste omaduste tundmaõppimisega.

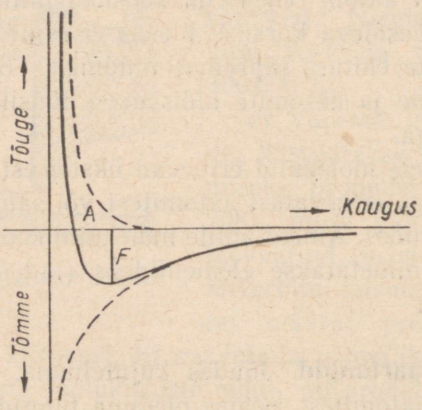
Erinevate ainete molekulid erinevad üksteisest selle poolest, et nad koosnevad kas erinevatest aatomitest või samadest aatomitest eri kombinatsioonides. Aineid, mille molekulid koosnevad ainult üht liiki aatomitest, nimetatakse elementideks (lad. k. *elementum* — algaine).

168. Molekulaartungid. Jõudes kujutelmale, et aine koosneb molekulidest ja aatomitest, peame oletama tungide olemasolu, mis neid koos hoiavad. Molekulide vahel valitsevaid tunge nimetatakse molekulaartungideks.

Molekulaartungidest oleneb kehade vastupanu jaotamisele ja kuju ning ruumala muutmisele. Molekulaartungide suurusest sõl-

tuvalt esinevadki kehad kolmes agregaatolekus — tahkes, vedelas ja gaasilises.

Gaasides on molekulidevahelised kaugused nii suured, et võime molekulaartungid arvestamata jätta. Tahketes kehades ja vedelikes seevastu on molekulid tavaliselt paigutatud üle 1000 korra tihedamalt kui gaasides, mistõttu molekulaartungid määravad vedelikel ruumala ja tahketel kehadel nii ruumala kui ka kuju. Et kehad avaldavad vastupanu nii ruumala suurendamisele kui ka vähendamisele, siis tuleb järeldada, et molekulaartungid tõukavad molekule normaalsest väiksematel kaugustel ja tõmbavad suurematel kaugustel. Joonis 209 kujutab kirjeldatud nähtust ideaaljuhul. Punktiirjooned tähistavad tõmbe- ja tõuketunge iseseisvatena, kuna pidev kõver on nende tungide summa ja vastab mõjuvale tungile. Kõver lõikab horisontaaltelge punktis A, mille kaugus koordinaatide algusest vastab normaalsele molekulidevahelisele kaugusele. Molekulidevahelise kauguse vähendamisele, s. o. survele, avaldab keha tugevat vastupanu. See nähtub kõvera järsust tõusust tõuketungide suunas. Surve lakkamisel taastub endine molekulidevaheline kaugus. Seega seletuvad elastsusnähtused molekulaartungidega. Ka molekulidevahelise kauguse suurendamisele, s. o. tõmbele, avaldab keha teatud piirini vastupanu. Kui molekule üksteisest eemaldav tõmbetung ületab joonisel 209 näidatud tungi F, siis katkeb keha.



Joon. 209. Molekulaartungide olenevus kaugusest.

Molekulaartungid mõjuvad märgatavalt ainult väikestel kaugustel. Nende mõju ulatus (raadius) on umbes $5 \cdot 10^{-6}$ cm. Seega

avaldab iga molekul mõju enese ümbruses kerakujuliselt ja seda piirkonda nimetatakse molekuli mõjusfääriks ehk mõjupiirkonnaks.

Molekulaartungid pole seletatavad gravitatsioonitungidega. Gravitatsioonitungide mõju on umbes 10^{40} korda väiksem molekulide vahel mõjuvatest tungidest, mis on elektrilise ja magnetilise iseloomuga.

Molekulaartunge, mis hoiavad koos sama aine molekule, nimetatakse kohesioonitungideks (lad. k. *cohaerere* — seoses olema, ühenduses olema). Tõmbetunge erinevate kehade molekulide vahel nimetatakse adhesioonitungideks (lad. k. *adhaerere* — kinni hoidma).

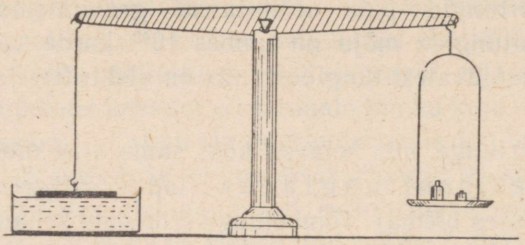
Kohesioonitung avaldub aine vastupanus osadeks jaotamisele. Kord juba üksteisest eemaldatud aineosakeste kokkuliitmine ei õnnestu meil tavaliselt sellepärast, et me ei saa kuigi palju molekule üksteisele lähendada molekulaartungide mõjupiirkonnani. Kergemini õnnestub see tasaseks poleeritud pindade puhul. Lihtsal viisil saab näidata, et terava noaga tasaseks lõigatud tinapulgad liituvad kokkusurumisel niivõrd tugevasti, et nende eemaldamiseks on vaja kümnete kilogrammide suurust tungi. Kui kasutada eriti suuri rõhke (kuni 30 000 at), siis on võimalik metallipulbrit tervikmassiks liita. Seda meetodit kasutatakse kõrge sulamistemperatuuriga metallidest traatide ja tööriistade valmistamiseks.

Tasaseks poleeritud pindade liitumist võib märgata ka erinevate ainete puhul. Sel puhul on tegemist adhesioonitungidega. Adhesioonitungidel põhinevad kriidi jäämine tahvlile, igasugused liimimised, kittimised, jootmised jne.

Adhesioonitungid esinevad silmapaistvalt ka tahkete ja vedelate kehade vahel ning tahkete ja gaasiliste kehade vahel. Viimasel juhul nimetatakse nähtust adsorptsiooniks (lad. k. *adsorbere* — külge imema).

Adhesioonitungide olemasolu näitamiseks kasutame järgmist katseseadeldist (joon. 210). Võtame võrdõlgse kangkaalu ja asendame ühe vaekausi nööri otsa riputatud puhta horisontaalse klaasplaadiga. Tasakaalustame kaalu ja asetame plaadi alla anuma elavhõbedaga, mille viime plaadiga kokkupuutesse. Selgub, et teisele vaekausile tuleb nüüd tunduvalt raskust lisada, enne kui plaat elavhõbeda pinnalt lahti rebeneb. Nii saab mõõta adhesioonitungi klaasi ja elavhõbeda vahel.

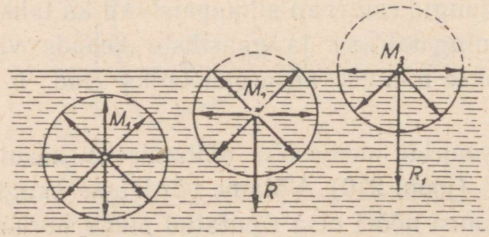
Kordame sedasama katset, võttes elavhõbeda asemel vee. Selgub, et plaadi lahtirebimiseks piisab sel juhul kaks korda väiksemast tungist. Ühtlasi selgub aga, et klaasi pind on märg. Katsel



Joon. 210. Adhesioonitungi mõõtmine kaaluga.

elavhõbedaga elavhõbedat klaasi külge ei jäänud. Viimase katse puhul ei mõõtnud me seega mitte klaasi ja vee vahelist adhesioonitungi, vaid vee kohesioonitungi. Vee ja klaasi vaheline adhesioonitung on seega suurem kui vee molekulide vaheline kohesioonitung.

169. Pindpinevus ja molekulaarrõhk. Igaüks on märganud putukate jooksmist veepinnal, ilma et nad sisse vajuksid. Samuti on teada, et rasvatatud nõel ettevaatlikult asetatuna ujub veepinnal, hoolimata Arhimedese seadusest. Kui aga torkame nõela otsa läbi veepinna, siis vajub ta otsekohe põhja. Tihe rasvatatud ca 1 dm^2 suurune traatsõel võib veepinnale asetatult ilma põhja vajumata kanda kuni 30-grammist koormist. Katsed õnnestuvad ühteviisi, hoolimata sellest, kas veepinna all on madal või sügav veekiht. Sellest järeldame, et vedeliku pinnal on vedeliku sisemusega võrreldes eriomadusi.



Joon. 211. Molekulide mõjupiirkonnad vedelikus.

Nende nähtuste selgitamiseks vaatleme molekulaartunge vedelikus. Joonisel 211 on kujutatud vedeliku kolm molekuli: M_1, M_2 ja

M_3. Molekul M_1 asetseb kogu oma mõjupiirkonnaga vedelikus ja temale mõjuvad igast küljest naabermolekulid, nii et ta on tasakaalus. Molekuli M_2 puhul ulatub osa mõjupiirkonnast vedelikust välja, seega puudub punktiirjoonega märgitud osas naabermolekulide külgetõmme ning M_2 omab resultandina tõmmet R vedeliku sisemusse. Molekul M_3 asetseb vedeliku pinnal ja omab seetõttu maksimaalset tõmmet vedeliku sisemusse R_1. Tõmbetung on risti vedeliku pinnaga ja teda nimetatakse molekulaarrõhuks.

Vedeliku pinnal asetsevatele molekulidele mõjuvad pealtpoolt küll ka õhu molekulide külgetõmbetungid, kuid need on tunduvalt väiksemad, nii et resultant jääb ikkagi suunatuks vedeliku sisse. Selle resultanttungi suurus oleneb muidugi vedelikust ja tema pinna kohal olevast gaasist või aurust, seega kokkupuutuvatest ainetest. Sama nähtus esineb ka erinevate vedelike, näiteks õli ja vee kokkupuutepinnal. Kahe vedeliku kokkupuutepinnal mõjuvad vedeliku molekulidele mõlema vedeliku molekulaartungid ja seega erinevad tungide suurused vaba vedeliku pinna tungide suurustest (vt. tabel 12).

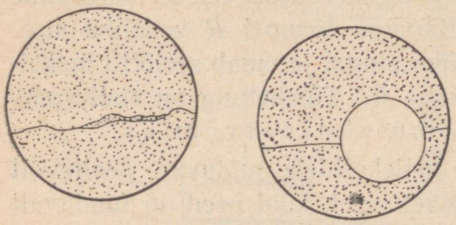
Vedeliku pinnal asuvate molekulide vahel mõjuvad tungid, mis on paralleelsed vedeliku pinnaga. Nende tungide toimel käitub vedeliku pindkiht pingutatud kile taoliselt ja avaldab vastupanu pinna suurendamisele. Kirjeldatud tunge nimetatakse pindpinevustungideks ja nähtust pindpinevuseks. Pindpinevustungid on paralleelsed vedeliku pinnaga.

Pindpinevustungide abil saab seletada vedeliku pinna omadust kokku tõmbuda, milles veendumiseks teeme järgmised katsed. Kastame traatrõnga seebilahusesse, millele on aurustumise aeglustamiseks lisatud glütseriini. Lahusest välja võtmisel on rõnga poolt piiratud pind kaetud õhukese seebikilega. Kui purustame kile kas sõrmega või kuivatuspaberi nurgakesega torgates, siis tõmbub vedelik kokku traatrõngale.

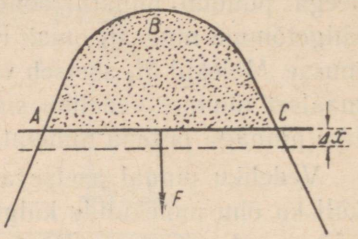
Kinnitame eelmisele rõngale niidi, millest osa on silmusena kahekordne (joon. 212). Tekitame kile ja purustame selle silmuse vahelt endisel viisil. Näeme, et silmus tõmbub rõngaks, sest tõmbetung niidi osakestele on ühtlane.

Pindpinevuse mõjul käitub seebikile kummikelme taoliselt. Pärast venitamist tõmbub ta tungi lakkamisel jälle kokku. Kui tekitame traatrõngas seebikile ja liigutame rõngast edasi-tagasi, siis hõljub kile elastse membraanina kontuuri tasapinnast ühele ja teisele poole.

Vedeliku pindkile erineb aga kummimembraanist selle poolest, et tema venitamiseks vajalik tung on konstantne ega kasva venituse suurenemisel nagu elastsetel kehadel, s. o. kummil.



Joon. 212. Seebikile traatrõngal.



Joon. 213. Pindpinevuse määramine.

Pindpinevustungide suuruse määramiseks kasutame järgmist katseseadeldist (joon. 213). Võtame painutatud traatlooga *ABC*, asetame sellele horisontaalse traadi *AC* ja tekitame nende vahele uuritava vedeliku kile. Traat *AC* vajub raskuse mõjul allapoole, kuni kile pindpinevusest tingitud tung tasakaalustab traadi raskuse. Kui tähistame traadi *AC* loogavahelise pikkuse tähega l, raskuse tähega F ja pindpinevustungi traadi pikkusühiku kohta tähega α, siis

$$F = 2\alpha l.$$

Kordaja 2 tuleb sellest, et kilel on kaks pinda — eesmine ja tagumine.

Suurust α nimetatakse vedeliku pindpinevusteguriks ehk -koefitsiendiks.

Paralleelsete külgedega traatkontuuri puhul ei saavutaks me stabiilset tasakaalu, sest kui $F > 2\alpha l$, siis traat *AC* langeb, ja kui $F < 2\alpha l$, siis kile tõmbub kokku.

Sel teel määratud pindpinevuskoefitsiendi mõõtühiku määramiseks cgs-süsteemis lähtume valemist kujul

$$\alpha = \frac{F}{2l}$$

ning mõõdame F düünides ja l sentimeetrites. Siit leiame, et α mõõtühikuks on $\frac{\text{düün}}{\text{cm}}$. Järelikult pindpinevuskoefitsient α on tung düünides, mis hoiab koos 1 cm pikkust vedelikupinna piirjoont.

170. Vaba pinnaenergia. Kõik vedeliku pinnal ja molekulaartungide mõjupiirkonnas pinna all asetsevad molekulid omavad tungi vedeliku sisemusse. Selleks, et tuua vedelikuosakest vedeliku seest pinnale, tuleb kulutada tööd, kuna vastupidisel protsessil see töö jälle vabaneb. Sellest järeldub, et vedeliku pinnal olevad vedeliku molekulid omavad potentsiaalset energiat.

Peale kirjeldatud energia omavad kõik molekulid nii pinnal kui ka vedeliku sees liikumisest tingitud kineetilist energiat, mille suurus antud vedelikus sõltub vedeliku temperatuurist. Vedeliku pinnal asuvate molekulide molekulaartungidest tingitud potentsiaalset energiat nimetatakse *vabaks pinnaenergiaks*, sest ta võib teha tööd ilma vedeliku temperatuuri muutuseta.

Järgnevalt vaatlemegi vaba pinnaenergiat. Pinnaenergia suurus on võrdeline pinnal asuvate molekulide arvuga, seega ka pinna suurusega. Kui suurendame vedeliku pinda, siis suureneb ka pinnaenergia ja selleks kulub tööd. Kui aga pind väheneb, siis väheneb ka pinnaenergia.

Mehaanikast teame, et süsteem on püsivas tasakaalus, kui tema potentsiaalne energia on minimaalne. Seega vedelik on püsivas tasakaalus, kui tema pinnaenergia on võimalikult väike, s. o. pind minimaalne. Seepärast omandab iga vedelik antud olukorras võimalikult väikese pinna. Kui vedelikule ei mõju välised tungid, siis omandab ta kera kuju, sest kera pind on vastavat ruumala piiravatest pindadest väikseim ja seega pindkihi energia minimaalne. Selles, et see on nii, saab katseliselt veenduda, lastes alkoholi ja vee segusse tilga oliiviõli. Kui vedelike erikaalud on võrdsed, siis jääb kerakujuline õlitilk alkoholi ja vee segusse hõljuma.

Kui tilgutame puhtale klaasplaadile elavhõbedat, siis näeme, et esialgu tekkinud hulk väikesi piisku moodustab kokku puutudes ja ühinedes suuremaid piisku, mis omakorda jällegi ühinevad. Hulk väikesi piisku omab suuremat pinda kui üks suur. Ka siin näeme, et pinnaenergia püüab miinimumväärtuse poole.

Vedeliku pihustamiseks peame kulutama tunduvalt energiat, mis on vajalik tekitatud piisakeste pinnaenergiaks.

Joonisest 213 lähtudes saab arvutada seose pinna suurendamiseks kulutatud töö ja pinna suurenemise vahel. Tehtud töö

$$\Delta A = F\Delta x \qquad (1)$$

kulub uute molekulide pinnale toomiseks, mille võrra suureneb ka

pinnaenergia. Samal ajal suureneb kile pindala ΔS võrra. Et Δx on väike ja kilel kaks pinda, siis võime kirjutada:

$$\Delta S = 2l\Delta x. \tag{2}$$

Kilet venitav tung $F = 2l\alpha$, millest järeldub koos seosega (1), et töö

$$\Delta A = 2l\alpha\Delta x. \tag{3}$$

Seostest (2) ja (3) järeldub, et $\Delta A = \alpha\Delta S$, millest

$$\alpha = \frac{\Delta A}{\Delta S}.$$

Siit näeme, et koefitsient α osutub ühtlasi võrdeteguriks pinnaenergia ja pindala vahel, ning seetõttu võime teda nimetada ka pinnaenergia koefitsiendiks ehk pinnaenergia tiheduseks.

Kui pindala mõõdame ruutsentimeetrites ja tööd ergides, siis koefitsiendi α mõõtühik on $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$.

Seega α mõõdab tööd ergides, mis kulub pindala suurendamiseks 1 cm² võrra.

Pinnaenergia 1 cm² kohta ergides on arvuliselt võrdne pindpinevuskoefitsiendiga $\frac{\text{düün}}{\text{cm}}$. Tegelikult tähendavadki mõlemad mõõtühikud samu suurusi, sest $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{düün} \cdot \text{cm}}{\text{cm} \cdot \text{cm}} = \frac{\text{düün}}{\text{cm}}$.

Vedelike pindpinevuskoefitsiendid määratakse tavaliselt sama vedeliku küllastatud auru või õhu suhtes, mis asub vedeliku pinna kohal. Et nii õhu kui ka auru tihedus on vedeliku tihedusega võrreldes väike, siis mõjustavad need vähe tegelikku pindpinevust, mis tuleks arvutada vaakuumi suhtes. Kahe mitteseguneva vedeliku kokkupuutepinnal aga muutub vedeliku pindpinevus tunduvalt.

Pindpinevuskoefitsient sõltub temperatuurist ja väheneb temperatuuri tõusuga, muutudes nulliga võrdseks mõni kraad allpool kriitilist temperatuuri. Pindpinevuse sõltuvust temperatuurist kasutatakse praktiliselt näiteks rasvaplekkide eemaldamiseks riietest. Plekiga koht asetatakse kahe kuivatuspaberi vahele ja kuumutatakse pealt triikrauaga. Sulanud rasva pealmisel küljel on pindpinevus kõrgema temperatuuri tõttu väiksem ja seetõttu rändab rasv külmemale poole, kuni imbub riidest paberisse.

Enamik vees lahustuvaid aineid vähendab tunduvalt vee pinnaenergiat. Mõned ained, näiteks NaCl, tärklis, glütseriin jt., suurendavad vee pinnaenergiat, kuid suhteliselt vähe. Pinnaenergiat vähendavaid aineid nimetatakse pindaktiivseteks ja pinnaenergiat suurendavaid aineid pindinaktiivseteks aineteks.

Tabel 12

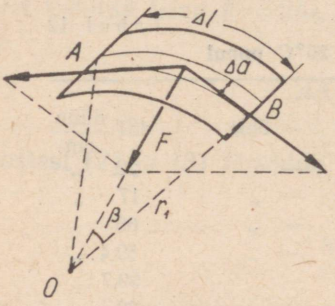
Pindpinevuskoefitsiente 20°C puhul

Elavhõbe	— õhk	487	düün/cm
Etüülalkohol	— „	22	„
Etüüleeter	— „	17	„
Glütseriin	— „	66	„
Lämmastikhappe vesilahus 70%	— „	59,4	„
Naatriumhüdroksüüdi vesilahus 55%	— „	99,7	„
Oliiviõli	— „	32	„
Petrooleum	— „	26	„
Plaatina 2000°C	— „	1720	„
Seatina 335°C	— „	473	„
Seebilahus	— „	30	„
Soolhappe vesilahus 25%	— „	70,7	„
Tärpentin	— „	27	„
Vesi	— „	72,5	„
Vesi	— bensool	35	„
Vesi	— eeter	12,2	„
Vesi	— oliiviõli	18,2	„
Vesi	— petrooleum	48	„
Elavhõbe	— eeter	379	„
Elavhõbe	— oliiviõli	335	„
Elavhõbe	— alkohol	364	„
Elavhõbe	— vesi	375	„

Lahustunud ainete erinevat mõju saab seletada pinnaenergia miinimumi seadusega. Pinnaenergiat vähendavad ained kogunevad enamikus pindkihti, nii et lahustunud aine kontsentratsioon pinnal on suurem kui vedeliku sees ja seetõttu on nende ainete mõju pinnaenergiale suur. Pinnaenergiat suurendavad ained tõrjutakse sama printsiibi põhjal vedeliku sisemusse, mille tulemusena lahustunud aine kontsentratsioon on vedeliku sees palju suurem kui pinnal ja seega pinnaenergia suureneb vähe.

Ka tahkete kehade puhul võib kõnelda pinnaenergiast ja see omab märkimisväärset suurust. Pinnaenergia mõju ilmneb tahkete ainete peenestamisel, sest peente osakeste pind on palju suurem kui esialgse massiivse eseme pind. Seetõttu kulub näiteks puurimi-

sel ja lihvimisel palju energiat just uue pinna moodustamiseks. Kattes aga peenestatava tahke aine pinna vedelikuga, mis vähendab pinnaenergiat, saame vähendada töötlemisel kulutatavat energiat. Akadeemik Rebinderi ettepanekul rakendati seda meetodit naftapuuraukude puurimisel.



Joon. 214. Silindrilisel pinnal mõjuva pindpinevustungi arvutamine.

171. Laplace'i valem. Lähtudes pindpinevusest, saab lihtsalt seletada vedeliku pinna kõverusest tingitud lisarõhku vedelikus. Vaatleme esialgu silindrilist pinnatükki (joon. 214). Olgu silindri raadius r_1 ja sellest silindrist teljega risti olevate tasanditega lõigatud riba AB, mille pikkus on Δl ja laius Δa. Sellele ribale mõjub punktides A ja B pindpinevustung suurusega $\alpha\Delta a$. Nende tungide resultant on suunatud punkti O. Tungide liitmise seaduse põhjal leiame resultanttungi $F = 2\alpha\Delta a \sin\beta$, kus β on pool kaarele AB vastavast nurgast. Kui valida A ja B nii, et nad on teineteisele lähedal, siis on nurk β väike ja võime kirjutada $\sin\beta \approx \beta$ ning edasi $F = 2\alpha\Delta a\beta$. Teisest küljest on aga $\beta = \frac{1}{2}\frac{\Delta l}{r_1}$. Paigutame tulemuse eelmisse valemisse ja leiame tungi $F = 2\alpha\Delta a\,\frac{1}{2}\frac{\Delta l}{r_1} = \frac{\alpha}{r_1}\Delta a\Delta l$. Korrutis $\Delta a\Delta l$ tähendab riba pindala ΔS. Seega $F = \frac{\alpha}{r_1}\Delta S$, millest leiame selle pinnatüki poolt tekitatud rõhu

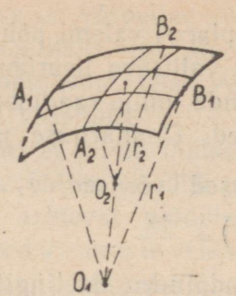
$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{\alpha}{r_1}.$$

Sellest näeme, et pinna kõveruse tõttu tekib rõhk p, mille suurus on võrdeline pindpinevuskoefitsiendiga ja pöördvõrdeline pinna kõverusraadiusega.

Kui pind on üldine kõverpind, siis geomeetriast tuntud lausete põhjal saab leida pinnal kaks risti lõikuvat kõverat, mille kõverusraadiustest üks on antud kohas minimaalne ja teine maksimaalne. Sel juhul tuleb lisarõhu arvutamisel arvestada ka teisesuunalist kõverust ja sellest tingitud rõhku, mis liitub esimesega. Joonisel 215 on kujutatud lõiked kõverpinnast vastavalt maksimaalse ja minimaalse kõverusraadiusega r_1 ja r_2. Lõigete A_1B_1 ja A_2B_2 rõh-

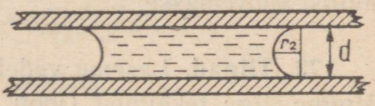
kude arvutuskäik on samane eelmisega ja seepärast kirjutame kohe tulemuse $p = \alpha\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$.

Saadud tulemus on nn. L a p l a c e'i v a l e m. Suurust $\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ nimetatakse pinna k e s k m i s e k s k õ v e r u s e k s vastavas punktis. Kasutades keskmise kõveruse mõistet, saab Laplace'i valemi sõnastada järgmiselt.



Joon. 215. Kaheli kumera pinnatüki poolt tekitatava rõhu arvutamine.

V e d e l i k u p i n n a k õ v e r u s e s t t i n g i t u d l i s a r õ h k võrdub p i n d p i n e v u s t e g u r i j a k e s k m i s e k õ v e r u s e k o r r u t i s e g a.



Joon. 216. Veetilk kahe plaadi vahel.

Silinderpinnal on ühes sihis kõverusraadius lõpmata suur ja seega $\frac{1}{r_2} = 0$. Võimalik on ka sadulataoline kahes suunas kõver pind. Siis on kõverusraadiused vastassuunalised ja üks neist tuleb arvestada negatiivsena.

Laplace'i valemi põhjal saab arvutada näiteks rõhu, millega surutakse kokku kaks klaasplaati, mille vahele on sattunud tilk vett (joon. 216). Tasaste plaatide ühtlase vahekauguse puhul laieneb tilk ringikujuliselt. Tähistame laialivalgunud tilga raadiuse tähega r_1. Tilga servas plaatide vahel on vedelikupinna kõverusraadius $r_2 = \frac{d}{2}$, kus d tähendab plaatidevahelist kaugust. Seega vedelikutilgas pinna kõverusest tingitud rõhk $p = \alpha\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$. Et r_1 on r_2-ga võrreldes suur, siis võime ilma suurema veata kirjutada $p = -\frac{\alpha}{r_2}$. Plaatide teineteisest eemaldamiseks peame ületama sellest rõhust tingitud tungi.

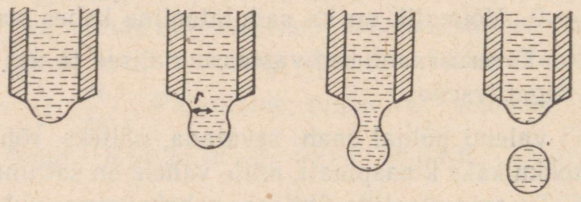
Kui näiteks $d = 10^{-4}$ mm ja märgunud pindala $S = 10$ cm^2, siis vastav tung $F = \frac{2\alpha}{d} S = 10 \cdot \frac{2 \cdot 75}{10^{-5}} = 1{,}5 \cdot 10^6$ düüni ehk umbes 150 kG. Seepärast pole võimalik näiteks märgi fotoplaate üksteisest eemale rebida ilma neid purustamata.

Laplace'i valemi põhjal saab arvutada ka ümmarguses seebimullis valitseva lisarõhu. Mullis olevat õhku piiravad kaks vedelikupinda, mille raadiused on seebikile õhukesuse tõttu praktiliselt võrdsed. Ümmarguse mulli puhul on ka ristsihiliste suurringide raadiused võrdsed: $r_1 = r_2 = r$. Seega lisarõhk $p = 2\alpha \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{4\alpha}{r}$.

Pindpinevusest tingitud lisarõhk on pöördvõrdeline mulli raadiusega.

Kui ühendame toruga kaks erineva suurusega seebimulli, siis väiksem mull hakkab kahanema ja suurem kasvama, sest väiksemas mullis valitseva suurema rõhu tõttu voolab õhk väiksemast mullist suuremasse.

172. Tilgad. Laseme vedelikku pipetist aegamööda tilkuda ja jälgime tilga tekkimist (joon. 217). Selgub, et tilk kasvab teatava suuruseni ja langeb alla, kui tilga raskus P ületab teda toru avause küljes hoidva pindpinevuse $2\pi r\alpha$, kus r on tilka toru küljes hoidva



Joon. 217. Tilga tekkimine.

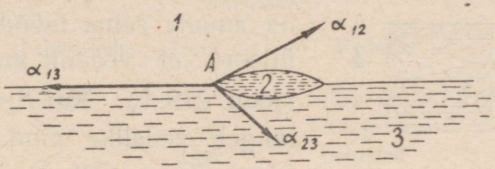
vedelikusamba raadius momendil, kui tilk hakkab torust eemalduma. Tilga suuruse määrab seos $P = 2\pi r\alpha$ ehk $mg = 2\pi r\alpha$, kus m on tilga mass ja g raskuskiirendus. Seega

$$m = \frac{2\pi r\alpha}{g}.$$

Sama vedeliku puhul konstantsel temperatuuril on pindpinevus jääv suurus ja seega on sama toruga tekitatud tilgad võrdse raskusega. See võimaldab mõõta vedeliku hulka tilkades. Mida väiksem on vedeliku pindpinevus, seda väiksemad ja kergemad on tilgad. Kirjeldatud katse annab võimaluse pindpinevuste võrdlemiseks tilkade arvu kaudu. Selleks lastakse sama toru kaudu tilkuda võrdsed ruumalad tuntud pindpinevusega ja uuritava pindpinevusega vede-

likku. Samast ruumalast saadav tilkade arv on võrdeline vedeliku tihedusega ja pöördvõrdeline pindpinevuskoefitsiendiga. Ka on sel viisil võimalik määrata ühe vedeliku pindpinevust teise vedeliku suhtes, lastes üht vedelikku tilkuda teises vedelikus.

Veepinnal olevat õlitilka jälgides näeme, et tal on läätse kuju. Tilga servas kohtuvad kolm erinevat pinda: õhk ja õli, õhk ja vesi, õli ja vesi. Seega kohtuvad seal ka kolm erinevat pindpinevust, mida tähistame α_{12}, α_{13} ja α_{23}. Märgime need vastavate vektoritena punktis A (joon. 218). Et tilk jääks püsima, peab kahe pindpine-



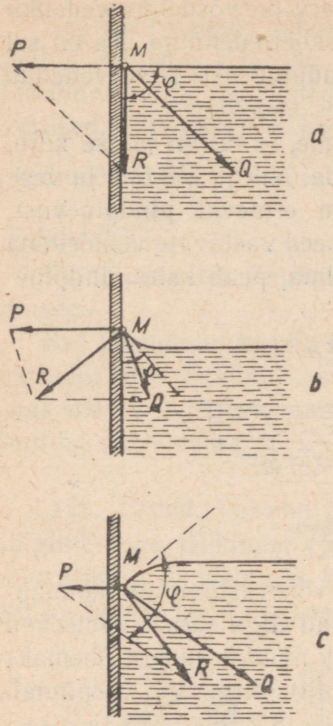
Joon. 218. Õlitilk veepinnal.

vuse tungide vektoriline summa olema võrdvastupidine kolmandaga. Kui aga $\alpha_{13} > \alpha_{12} + \alpha_{23}$, siis liiguvad tilga servas asetsevad molekulid pindpinevuse α_{13} suunas. Õlitilk muutub järjest õhemaks ja katab kogu veepinna. Nii on lugu oliiviõlitilgaga veepinnal. Vastavad pindpinevuse väärtused on $\alpha_{23} = 18{,}2$, $\alpha_{12} = 32$ ja $\alpha_{13} = 72$, millest näeme, et $72 > 32 + 18{,}2$.

Kui veepind on küllalt lai, siis valgub õli laiali kuni ühe molekuli paksuse kihini. Niisugust kihti nimetatakse monomolekulaarseks (kr. k. *monos* — üks) kihiks. Mõõtmised näitavad, et sellise kihi paksus on ca 10^{-8} cm, ja võimaldavad sel teel määrata molekulide suurusjärku.

173. Äärenurk. Vaatleme molekulaartungide avaldusi tahkete kehade ja vedelike vahel piirjoonel, kus puutuvad kokku vedeliku pealiskiht ja tahke keha. Kokkupuutekohal mõjuvad nii tahke keha kui ka vedeliku molekulaartungid. Et tahke keha molekulaartungide mõjul kuju ei muuda, siis on oodata ainult vedeliku pinna kuju muutumist. Võtame anuma vedelikuga ja vaatleme anuma seina lähedal vedeliku pinnal asetsevat molekuli M (joon. 219). Temale mõjuvad tungid on anuma seina tõmbetung P suunaga risti seinale ja vedeliku tõmbetung Q, mis on suunatud vedeliku sisse, sest ainult $^1/_4$ molekuli mõjupiirkonnast on vedelikus. Tungide P ja Q resultant on R. Vedeliku pind asetub risti selle tungiga.

Olenevalt tungidest P ja Q võib resultant R olla suunatud paral-



Joon. 219. Vedeliku pind anuma seina ääres.

leelselt anuma seinaga vedeliku sisse (joon. 219, *a*), anumast välja (joon. 219, *b*) või anuma sisse (joon. 219, *c*).

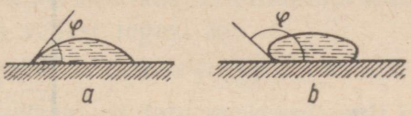
Juhu *a* tunnuseks on, et vedeliku pind on risti anuma seinaga. Geomeetrilistest kaalutlustest leiame, et sel juhul $P = \frac{1}{2}\sqrt{2}Q$, sest Q moodustab anuma seinaga nurga 45°.

Kui $P > \frac{1}{2}\sqrt{2}Q$, siis tõuseb vedelik anuma seina mööda üles ja me ütleme, et vedelik märgab anumat (joon. 219, *b*). Kui $P < \frac{1}{2}\sqrt{2}Q$, siis langeb vedeliku pind anuma seina ääres (joon. 219, *c*) ja vedelik ei märga anumat.

Olenevalt tungidest P ja Q erinevad nurgad φ, mille moodustab vedeliku pind anuma seinaga. Seda nurka nimetatakse äärenurgaks. Joonisel 219, *a* on äärenurk $\varphi = 90°$, joonisel 219, *b* on $\varphi < 90°$ ja joonisel 219, *c* on $\varphi > 90°$. Kui äärenurk on null või nullile lähedane, siis on tegemist nn. täielikult märgava vedelikuga. Sel juhul on seina molekulaartungide mõju väga palju suurem vedeliku molekulide vahel valitsevatest tungidest ja vedelikuosakesed rändavad piiramatult mööda nõu seina üles. Seesugust nähtust märkame mõnikord petrooleumi ja mõnede õlide puhul, kui need asetsevad klaasnõus.

Nagu matemaatiline arutlus näitab, on äärenurk aine molekulaartungidest olenev suurus ja vaadeldavale ainepaarile iseloomulik. Kui näiteks anumat kallutada, ei muutu äärenurga suurus. Sellest omadusest lähtudes on võimalik seletada ka horisontaalpinnal lamava tilga kuju. Kui vedelik märgab tahket keha täielikult, siis ei jää tilk üldse püsima, vaid valgub laiali üle kogu pinna. Nii käitub vesi täiesti puhtal klaaspinnal. Tavaliselt aga on klaas enamvähem rasvane ja seepärast tekib märgatav äärenurk, mis takistab tilga edasist laienemist (joon. 220, *a*). Kui aga vedelik ei märga

aluspinda, siis äärenurk on nürinurk, nagu seda näeme elavhõbeda puhul mittepuhtal klaasil (joon. 220, *b*).

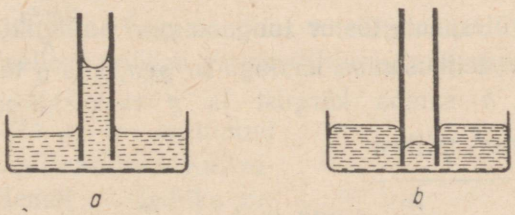


Joon. 220. Vedelikutilk horisontaalpinnal.

Tabel 13

Vedelik	Tahke keha	Äärenurk	Vedelik	Tahke keha	Äärenurk
Alkohol	Klaas	0°	Glütseriin	Klaas	0°
Eeter	„	0°	Vesi ja vesilahused	„	0°
Elavhõbe	„	139°	Vesi	Parafiin	107°

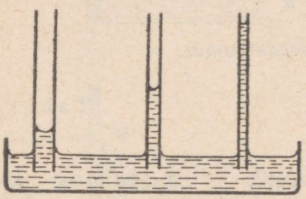
174. Kapillaarsus. Kui asetame puhta peene klaastoru vette, siis näeme, et vesi tõuseb torus anuma nivoost kõrgemale. Asetades aga sama toru elavhõbedasse, leiame, et elavhõbeda pind torus on madalamal kui anumas. Vedelikud, mis märgavad toru seinu, tõu-



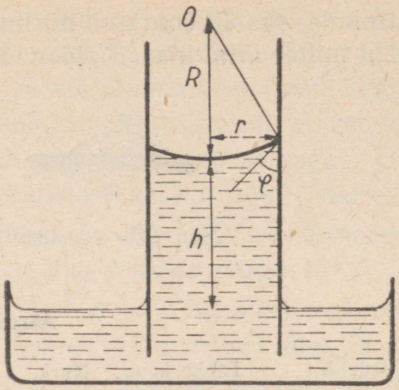
Joon. 221. Vedelik kapillaartorus.

sevad torus üles ja vedeliku pind torus on nõgus (joon. 221, *a*), kuna mittemärgavate vedelike pind jääb torus madalamale (joon. 221, *b*) ja vedeliku pind torus on kumer. Niisuguseid peeni torusid nimetatakse kapillaartorudeks ja nähtust kapillaarsuseks (lad. k. *capillus* — juus).

Kasutades mitmesuguse jämedusega kapillaartorusid, näeme, et märgav vedelik tõuseb torus seda kõrgemale, mida peenem on toru (joon. 222), ja mittemärgav vedelik jääb peenemas torus vastavalt madalamale. Vedeliku tõusu või languse põhjustajaks on molekulaartungid. Vedelikusamba tõusu või langust kapillaartorus saab arvutada mitmeti: näiteks lähtudes pindpinevustungist, vedeliku



Joon. 222. Vedelik mitmesuguse jämedusega kapillaartorudes.



Joon. 223. Vedeliku tõusu arvutamine kapillaartorus.

pinnaenergiast või rõhu muutustest, mis on tingitud kapillaartorus oleva vedeliku pinna kumerusest või nõgususest.

Teostame arvutusèd viimase lähtekoha põhjal. Olgu kapillaartoru raadius r ja torus tõusnud vedeliku pinna kõverusraadius R (joon. 223). Pinna kõverusest tingitud rõhk on suunatud ülespoole ja on arvutatav Laplace'i valemi põhjal: $p = \frac{2\alpha}{R}$. Seega vedelikusammast ülespoole tõstev tung on $p\pi r^2 = \frac{2\pi r^2 \alpha}{R}$, mis võrdub ülestõstetud vedelikusamba kaaluga $\pi r^2 \varrho g h$, kus ϱ tähendab vedeliku tihedust, h samba kõrgust ja g raskuskiirendust. Seega $\frac{2\pi r^2 \alpha}{R} = \varrho g h \pi r^2$, millest

$$\frac{2\alpha}{R} = \varrho g h \text{ ja } h = \frac{2\alpha}{Rg\varrho}.$$

Et vedeliku pinna kõverusraadius on raskesti mõõdetav, siis arvutame selle toru raadiuse r ja äärenurga φ kaudu. Joonisest näeme, et $R = \frac{r}{\cos\varphi}$ ja seega tõusu kõrgus $h = \frac{2\alpha \cos\varphi}{rg\varrho}$.

Kui vedelik märgab toru täielikult, siis on $\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$ ja

$$h = \frac{2\alpha}{rg\varrho}. \qquad (1)$$

Valemist (1) näeme, et vedeliku tõus kapillaartorus on pöördvõrdeline toru raadiusega ja vedeliku tihedusega ning võrdeline pindpinevuskoefitsiendiga.

Nii näiteks tõuseb vesi 1-millimeetrise läbimõõduga klaastorus 3 cm, 0,1-millimeetrise läbimõõduga torus aga juba 30 cm.

Valemit (1) saame kasutada ka pindpinevuskoefitsiendi määramiseks, avaldades sellest teguri α:

$$\alpha = \tfrac{1}{2} r h \varrho g.$$

Sageli nimetataksegi pindpinevuskoefitsienti kapillaarsuskoefitsiendiks.

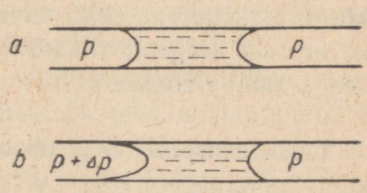
Valemi tuletamisel arvestasime vedelikusamba kõrguse kuni nõgusa pinnani torus. Täpsetel mõõtmistel tuleb arvestada ka vedelikusammast toru seinte lähedal, mille mass täieliku märgamise puhul on $\varrho(\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3) = \frac{1}{3}\pi\varrho r^3$ ja tuleb lisada samba silindrilise osa massile. Seega on kogu samba kaal $\varrho g\,(\pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^3)$, mille tõttu $h = \dfrac{2\alpha}{\varrho g r} - \frac{1}{3} r$.

175. Näiteid kapillaarsuse kohta. Kapillaarsus ei esine ainult peenikestes torudes, vaid ka mitmesugustes kitsastes vahemikes ja lõhedes, ning see mõjustab tunduvalt vedelike liikumist.

Pinnase kuivamises etendavad tähtsat osa mulla kapillaarid, mida mööda vesi tõuseb sügavamatest kihtidest pinnale. Kapillaaride purustamine mulla kohendamisel näiteks aitab säilitada pinnase niiskust.

Mahlade liikumine organismides toimub mööda kitsaid kanaleid. Tutvume sellega, kuidas gaasimullikesed mõjustavad niisugust liikumist.

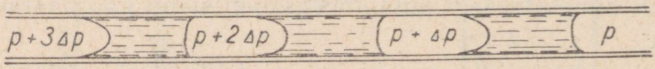
Joonisel 224, *a* on kujutatud vedelikutilk kapillaartorus. Kui rõhud torus mõlemal pool tilka on võrdsed, siis on võrdsed ka tilka piiravate vedelikupindade kõverusraadiused. Suurendame nüüd rõhku näiteks vasakul pool tilka Δp võrra. Toru külge liibunud tilk ei hakka edasi liikuma, küll aga väheneb kõverusraadius vasakul pool ja suureneb paremal pool (joon. 224, *b*). Kõveruste erinevusest tingitud rõhkude vahe tasakaalustab rõhu Δp. Tilk hakkab edasi liikuma alles siis, kui rõhkude vahe Δp ületab teatud suuruse. Liikumapanekuks vajalik rõhk Δp on seda suurem, mida kitsam on toru ja mida suurem on vedeliku pindpinevuskoefitsient.



Joon. 224. Märgav tilk kapillaartorus.

Kui torus on terve rida üksteisele järgnevaid tilku, siis iga

üksiku tilga liikumapanekuks kulub rõhkude vahe Δp ja kogu rea liikumapanekuks vajalik rõhk on võrdne tilkade arvu ja rõhkude vahe Δp korrutisega. Niisugune tilkade rida tekib, kui kapillaari satub õhumullikesi (joon. 225).



Joon. 225. Õhumullikeste rida kapillaartorus.

Liikumapanekuks vajalik rõhk võib osutuda nii suureks, et praktiliselt on võimatu suruda vedelikku läbi niisuguse õhumullidega kapillaari. Seepärast ei tohi veeni süstimisel süstlas olla õhku.

Edasi selgitame kapillaarsuse abil, miks päikese kätte kuivama laotud puuriidas halgude päikesepoolsed otsad on kuivad ja varjus olevad otsad märjad. Päikesepaistel soojenenud otstes on vee pindpinevuskoefitsient väiksem kui külmemates otstes. Seega on puidu kapillaarides pinna kõverusest tingitud rõhu vähenemine külmemates otstes suurem ja vesi rändab mööda kapillaare külmemate otste poole.

Mittemärgavate vedelike nivoo alanemine torudes omab praktilist tähtsust elavhõbedasamba õige kõrguse määramisel baromeetrites (vt. § 144). Rõhule vastav samba kõrgus on mõõdetud kõrgusest suurem, sest elavhõbeda pind on torus kumer, mistõttu kõverusest tingitud lisarõhk on suunatud allapoole ja suurendab seega samba rõhku.

176. Adsorptsioon ja absorptsioon. Gaaside lahustumist vedelikes nimetatakse absorptsiooniks (lad. k. *absorbere* — neelama). Katsed näitavad, et temperatuuri tõusmisel gaaside lahustuvus väheneb.

Võttes kaevust või kraanist värsket vett ja jättes selle klaasnõus seisma sooja tuppa, märkame, et anuma siseseinale tekivad vedelikus mullid, mis koosnevad õhust ja süsihappegaasist. Õhk ja süsihappegaas, olles lahustunud vees, vabanevad temperatuuri tõusmisel. Nii osutub võimalikuks vett keetes temast eemaldada lahustunud õhk. Vees lahustunud õhk ja süsihappegaas võimaldavad seal elada loomadel ja taimedel.

Kui gaasi rõhk suureneb, siis lahustub vedelikus rohkem gaasi.

Selle kohta on kehtiv Henry[1] lahustuvusseadus, mis väidab, et *gaasi küllastatud lahuse kontsentratsioon on võrdeline selle gaasi rõhuga*. Rõhku suurendades on võimalik gaasi vedelikus lahustada suuremal hulgal, rõhu vähenemisel aga eraldub osa lahustunud gaasi mullikestena. Limonaadivõi õllepudeli avamisel eraldub sealt lahustunud süsihappegaas, sest rõhk väheneb.

Gaaside lahustuvus vedelikes ei olene sellest, kas vedelikus on juba mõni gaas lahustunud või ei ole. Gaaside segust lahustuvad üksikud gaasid vastavalt nende osarõhkudele, nii nagu teised gaasid üldse ei lahustuks (Daltoni seadus).

Tabel 14

Gaaside lahustuvus vees

Aine	20° C	0° C
H_2	18,1	21,1
O_2	31,0	48,9
N_2	15,4	23,5
CO_2	900	1800
NH_3	$0{,}7 \cdot 10^6$	$1{,}2 \cdot 10^6$

Tabelis 14 on antud mõnede gaaside lahustuvus vees. Esitatud arvud tähendavad 1 liitris vees lahustunud gaasi hulka kuupsentimeetrites 760 mm Hg rõhu puhul tabelis märgitud temperatuuril.

Tabelis esitatud arvudest ja Daltoni seadusest (vt. § 242) järeldub, et vees lahustunud õhk on palju hapnikurikkam kui atmosfääri õhk. Õhus on hapniku ja lämmastiku suhe 1:4, vees lahustunud õhus on see aga 1:2. (Mitte unustada, et lämmastiku rõhk vee pinnal on neli korda suurem hapniku rõhust!) Eriti suurel hulgal, 0°C puhul 1200-kordses ruumalas, absorbeerib vesi ammoniaaki, nimelt üks cm^3 vett lahustab 1,2 l ammoniaaki. Temperatuuri tõusmisel ja rõhu vähenemisel eraldub ammoniaak. Nuuskpiiritus, s. o. ammoniaagi vesilahus, lõhnab alati, kui pudeli avame, sest siis kahaneb vedeliku pinnal NH_3 rõhk.

Ka tahketel kehadel on omadus endas gaase lahustada. Pallaadium näiteks võib mahutada endast 800 korda suurema ruumala vesinikku. Enamikul juhtudest pole siin aga tegemist lahustumi-

[1] William Henry (1775—1836), inglise keemik. Avaldas oma seaduse 1803. aastal.

sega, vaid gaasid liituvad sageli ainult keha pinnaga, moodustades sellel õhukese kihi.

Juhul, kui gaas jaotub tahkes kehas ühtlaselt, nimetatakse nähtust **okl usi ooniks** (lad. k. *occludere* — sisse sulgema). Kui aga gaas jääb keha pealispinnale, siis on tegu **adsorptsiooniga**.

Adsorptsiooni puhul liituvad gaasi molekulid molekulaartuugide mõjul väga tugevasti tahkete kehadega, nii et nende eemaldamine on seotud suurte raskustega. Nii näiteks klaasi täielikuks kuivatamiseks on tarvis eemaldada tema pinnalt õhuke veekiht, mis õnnestub alles kuumutamisel temperatuurini 500°C. Eriti suurel hulgal adsorbeerivad gaase poorsed ja pulbrilised kehad, mille pind on suur. Adsorbeerimisvõime suureneb temperatuuri langemisel ja väheneb temperatuuri tõusmisel. Peenike söepuru sisaldab õhus seistes suurel hulgal õhku, mida saab eemaldada, kuumutades sütt hõõgumiseni. Seesugune värskelt kuumutatud süsi adsorbeerib gaase märgataval hulgal ja kui kuumutamist teostada vaakuumis, siis selle söe uuesti õhu kätte sattumisel toimub niivõrd intensiivne adsorptsioon, et süsi võib hõõguma hakata.

Ka okludeerunud gaaside eraldamine tahkest kehast on raske. Enamiku ainete puhul õnnestub see pikaajalise vedelas olekus kuumutamisega madala rõhu all.

Adsorptsiooni ja absorptsiooni rakendatakse paljudes tehnika- ja teadusharudes.

Nii kasutatakse õhu niiskusest vabastamiseks kaltsiumkloriidi ($CaCl_2$) või fosforhappe anhüdriidi (P_2O_5). Need ained neelavad intensiivselt veeauru molekule ja võimaldavad saada täiesti kuiva õhku.

Kõrgvaakuumi saamiseks paigutatakse hõrendatavasse ruumi aineid (Na, Ca, Mg, Ba jt.), mis seovad gaasi molekule ja suurendavad seega hõrendust.

Gaasitorbikus kasutatakse hingamiseks vajaliku õhu puhastamiseks peamiselt sütt. Sissehingatav õhk juhitakse läbi paksu söekihi, milles neelduvad mürgised gaasid.

Eriti suurt tähtsust omavad adsorptsiooni- ja absorptsiooninähtused keemias, kus nendega seletatakse katalüsaatorite toimet.

X. VÕNKUMISED JA LAINED

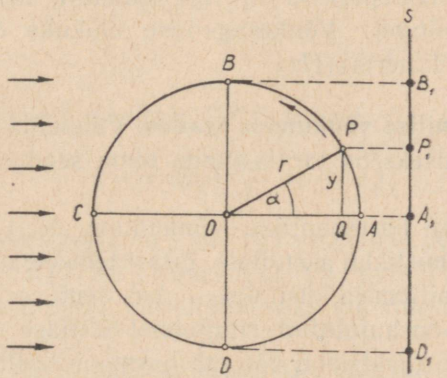
Harmooniline võnkumine

177. Võnkliikumine. Võnkliikumist võime näha pendli puhul. Samuti teame, et helihark võib sooritada kiireid võnkumisi. Valjuhääldaja põhjustab õhu võnkumisi. Valjuhääldajale endale antav elektripinge muutub võnkuvalt. Valguse levimisel toimub elektrining magnetiväljade võnkumine jne.

Järgnevalt tutvume võnkliikumist iseloomustavate suurustega.

178. Harmoonilise võnkumise tekitamine. Lihtsaim ning ühtlasi põhilise tähtsusega mitmekesiste võnkumise liikide uurimisel on harmooniline võnkumine (kr. k. *harmonikos* — kokkukõlav, ühtlane).

Kui tiirutada nööri otsa seotud kehakest ja jälgida seinal tema varju üles-alla liikumist, hoides lampi tiirutamise tasapinnas, siis võib saada esialgse ettekujutuse harmoonilisest võnkumisest, mille tekkimist aitab selgitada joonis 226.



Joon. 226. Harmoonilise võnkumise tekitamine.

Liikugu punkt P ringjoonel noolega näidatud suunas jääva kiirusega. Ringi tasandis olgu valitud mingi sirge s. Projekteerime

punkti liikumise ringjoonel sellele sirgele s. Punkti P liikumisel kohast A, millest võime alustada vaatlust, läbi B, C, D, uuesti läbi A jne., liigub tema projektsioon punktist A_1 punktini B_1, sealt tagasi läbi punkti A_1 punktini D_1, siis jälle tagasi läbi punkti A_1 jne. Joonisel 226 on punkti P projektsioon sirge s lõigul B_1D_1 harmoonilises võnkumises.

Siit definitsioon: ringjoonel ühtlaselt liikuva punkti projektsiooni liikumist ringi tasandil oleval sirgel nimetatakse harmooniliseks võnkumiseks.

Nimetame

1) täisvõnkeks projektsiooni teekonda alates mistahes punktist (näiteks punktist P_1 joonisel 226) kuni äärmise asendini (B_1), tagasi teise äärmise asendini (D_1) ning uuesti lähteasendisse (P_1);

2) võnkeperioodiks T seda aega, mille kestel toimub üks täisvõnge;

3) võnkesageduseks ν täisvõngete arvu ühes sekundis;

4) võnkeamplituudiks (lad. k. *amplitudo* — ulatus, laius) projektsiooni suurimat kaugust keskasendist.

Definitsioonist selgub, et võnkesagedus on pöördvõrdeline võnkeperioodiga, s. t.

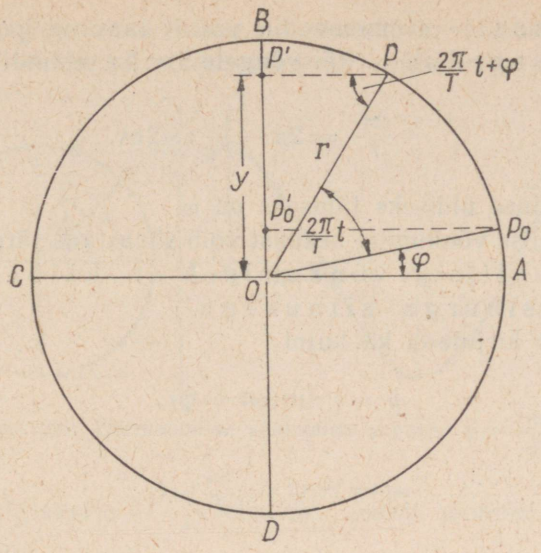
$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Kui näiteks võnkeperiood on $^1/_{1000}$ sekundit, siis 1 sekundis toimub 1000 täisvõnget. Võnkesageduse ühikuks on 1 täisvõnge 1 sekundis ehk 1 herts (Hz).

179. Harmoonilise võnkumise seadus. Vaadeldava nähtuse täielikuks kirjeldamiseks on tarvis tunda tema seadust. Sellega mõeldakse järgmist.

Toimub punkti harmooniline võnkumine. Kell lastakse käiku punkti jõudes juhuslikku asendisse. Edasi tehakse n. ö. momentülesvõte t sekundit hiljem ja küsitakse — kus asub see punkt nüüd?

Joonisel 227 on kujutatud ringjoonel ühtlase kiirusega liikuv punkt P. Tema projektsioon võngub harmooniliselt diameetril BD. Projektsiooni liikudes kohast P'_0 algab aja mõõtmine. Projektsiooni asend P' vastab mistahes ajale t. Kui teame P' kaugust punktist O mistahes ajal t ehk teiste sõnadega y ja t seost valemis, siis on nõutud seadus leitud.



Joon. 227. Harmoonilise võnkumise seaduse tuletamine.

Olgu antud tiirlemisperiood T (seega ka võnkeperiood), ringi raadius r (seega ka võnkeamplituud) ja nurk φ, mille võrra aja mõõtmise algul OP_0 asend erineb OA asendist.

Järelikult

T sekundile vastab nurk 360° ehk 2π radiaani

1 „ „ „ $\frac{2\pi}{T}$ „

t „ „ „ $\frac{2\pi}{T}\cdot t$ „

Täisnurksest kolmnurgast $OP'P$ saame, et

$$y = r \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi\right). \qquad (1)$$

Rõhutame veel kord: et t oli mistahes aeg, siis valem (1) ongi harmoonilise võnkumise seadus.

Lühidaks ja täpseks väljendumiseks anname järgmised definitsioonid:

1) hälve — projektsiooni kaugus keskasendist mistahes ajamomendil (y, joon. 227);

2) faas ehk faasinurk (kr. k. *fasis* — ilmumine, tekkimine) — hälbele vastav kesknurk ($\widehat{AOP}$, joon. 227);

3) algfaas — algmomendile vastav faas (φ, joon. 227);
4) ringsagedus — täisvõngete arv 2π sekundi jooksul:

$$\frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi\nu.$$

Ringsageduse üldiseks tähiseks on ω.

Harmoonilise võnkumise seadust võib sõnastada järgmiselt.

Harmoonilisel võnkumisel on hälbed võrdelised faasinurga siinusega.

Seda võib kirjutada ka kujul

$$y = r \cdot \sin(\omega t + \varphi), \qquad (2)$$

sest

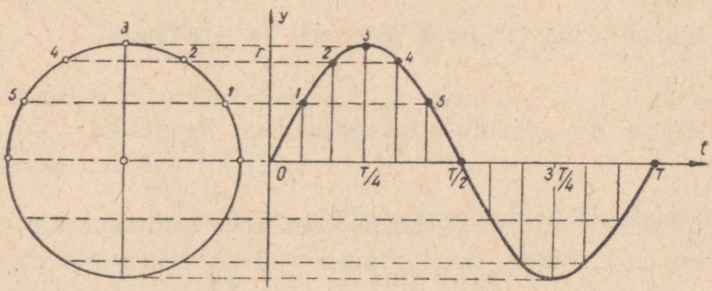
$$\omega t = 2\pi\nu t = \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

ehk

$$y = r \cdot \sin \alpha,$$

kui faasi $\omega t + \varphi$ üldiseks tähiseks valida α.

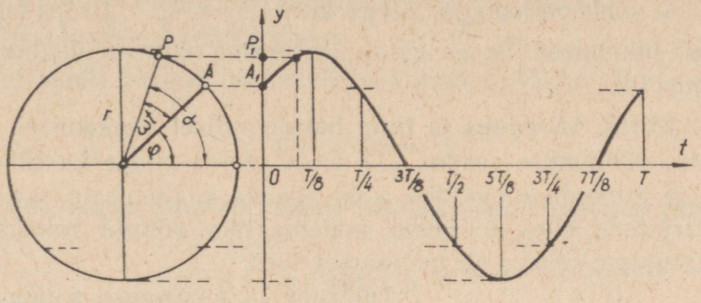
Seaduse graafilisest vastest annab ligikaudse ettekujutuse järgmine katse. Võttes kätte pliiatsi ja hoides käe võnkliikumises,



Joon. 228. Harmoonilise võnkumise graafik. Algfaas $\varphi = 0$.

nagu järele aimates ühest otsast kinnitatud õhukese terasjoonla võnkumist, tõmmatagu lauale asetatud paber teise käega ühtlaselt liikuma. Nii saadakse selgitav viide joonisel 228 kujutatud graafikule. See graafik esitab seadust kujul $y = r \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$. Nagu näha, on algfaasiks valitud null, s. t. alghetk on tabatud siis, kui punkt

jõudis just algasendisse. Kõver on siinuskõver. Harmoonilist võnkumist nimetatakse sel põhjusel ka sinusoidaalseks võnkumiseks.

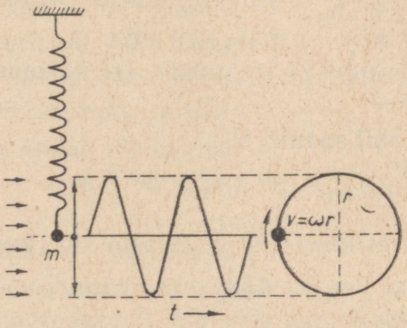


Joon. 229. Harmoonilise võnkumise graafik. $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Valides algfaasi $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ehk 45°, saame joonisel 229 toodud graafiku. Siin

$$y = r \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \frac{\pi}{4}\right).$$

Kui algfaas $\varphi = \frac{\pi}{2}$, siis $y = r \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = r \cdot \cos \omega t$. Sageli antaksegi harmoonilise võnkumise seadus kujul $y = r \cdot \cos \omega t$. Et aga siinus- ja koosinuskõverad on kattuvad, siis ei ole tarvidust viimasel kujul peatuda. Peame ainult meeles, et sel juhul on algmomendiks valitud hetk, mil võnkuv punkt on jõudnud äärmisse asendisse.

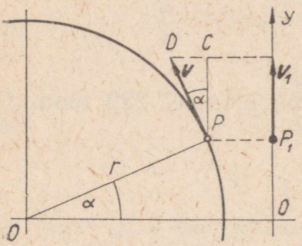


Joon. 230. Elastse vedru võnkumise seos ringjoonel tiirleva punkti liikumisega.

Joonisel 230 on näha elastse terasvedru otsa riputatud kehakese m võnkumine. Tasakaaluasendist välja viiduna ja siis lahti lastuna võngub see keha harmooniliselt läbi tasakaaluasendi üles-alla.

Kõrval on näidatud niisuguse kehakese tiirlemine ringjoonel raadiusega r, mis on võrdne võnkeamplituudiga. Ringliikumise periood on võrdne võnkeperioodiga. Seega kiirus $v = \frac{2\pi r}{T}$. Projekteerides mõlemad liikumised ühisele ekraanile, peame nägema ühtelangevat võnkumispilti.

180. Kiirus, kiirendus ja tung harmoonilisel võnkumisel. Harmoonilise võnkumise seadus (1) n. ö. varjab endas ka liikumise kiiruse ja kiirenduse avaldisi, kuid pikema kaalumiseta saab neid välja kirjutada alles kõrgema matemaatika võtteid rakendades. Meie kasutame selleks elementaarset teed.



Joon. 231. Võnkliikumise kiirus antud teepunktis.

Kui suur ja missuguse suunaga on harmooniliselt võnkuva punkti kiirus *mistahes ajal* t?

Joonis 231 näitab võnkuva punkti asukohta P_1 sel meelevaldsel hetkel. Ringliikumisel vastaku sellele punkt P ja faas α. Kiirus punktis P on kujutatav puutujasihilise vektorina **v**. Viimase projektsioon sihile y annab 1) kiiruse suuruse $v_1 = v \cdot \cos\alpha$ ja 2) kiiruse suuna, mis ikka on ühtiv liikumise enda suunaga.

Uurime kiiruse suuruse muutumist lähemalt.

Suurus v on konstantne ja võrdub punkti P ühtlase ringliikumise kiirusega: $v = \frac{2\pi r}{T}$. Kiiruse suuruse avaldises $v_1 = v \cdot \cos\alpha$ tähendab v *kiiruse amplituudi*, s. o. kiiruse suurimat väärtust. Kuid missuguses teepunktis on harmoonilise võnkumise kiirus suurim?

Trigonomeetria abil saame, et

$$v_1 = v \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right).$$

Siit järeldame, et kiirus v_1 on suurim siis, kui faas $\alpha = 0$, sest $v_1 = v \cdot \sin\frac{\pi}{2} = v \cdot 1 = v$. Seega tasakaaluasendit läbib punkt P suurima kiirusega $v = \frac{2\pi r}{T}$ ehk $v = \omega r$. Kiirus v_1 muutub nulliks punkti P jõudes äärmisse asendisse, s. o. kui faas $\alpha = \frac{\pi}{2}$, sest siis $v_1 = v \cdot \sin\pi = v \cdot 0 = 0$. Samuti $\alpha = \frac{3}{2}\pi$ puhul jne.

Paragrahvis 178 soovitatud lihtsa katse puhul võib näha, kuidas

tiirleva kehakese vari saab märgatavaks alles äärmistes seisudes, sest varju liikumine (võnkumine) seal aeglustub. Keskseisust lendab vari suure hooga läbi ja seal me teda ei märka.

Üldiselt võib öelda järgmist.

Kui punkt võngub harmooniliselt seaduse järgi

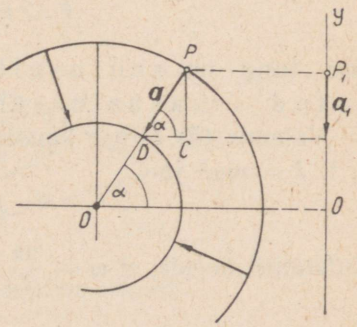
$$y = r \cdot \sin \alpha, \tag{1}$$

siis tema kiirus muutub samuti harmooniliselt seaduse järgi

$$v_1 = \omega r \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right). \tag{2}$$

Siin omandame väga tähtsa mõiste. Nimelt on liikumise faas α [valemist (1)], kiiruse faas aga $\alpha + \frac{\pi}{2}$ [valemist (2)]. Liikumine ja kiirus evivad faaside vahet $\frac{\pi}{2}$. Kiirus on oma faasilt liikumisest ees $\left(\frac{\pi}{2}\right.$ võrra$\left.\right)$, s. t. kui hälve $v = 0$, siis kiirus v_1 on juba maksimaalne jne. Seda faaside vahet nimetatakse f a a s i n i h k e k s.

Harmooniliselt võnkuva punkti kiirenduse suurus ja suund mistahes ajal t on leitav joonise 232 abil. Võnkuva punkti asukoht P_1 on meelevaldne. Ringliikumisel vastab sellele punkt P. On teada, et ringjoonel ühtlaselt liikuva punkti kiirendus on suuruselt jääv ning suunatud alati keskpunkti poole (vt. § 43). Kiirendusvektori **a** projektsioon sihile y annab võnkumise 1) kiirenduse suuruse $a_1 = a \cdot \cos (90° - \alpha) = a \cdot \sin \alpha$ ja 2) kiirenduse suuna — alati tasakaaluasendi poole. Seega, kui hälve y on positiivne, siis a_1 on negatiivne ja ümberpöördult. Valemis peame seda näitama miinusmärgiga: $a_1 = -a \cdot \sin \alpha$ ehk trigonomeetriliselt teisendades $a_1 = a \cdot \sin (\alpha + \pi)$. Et ringjoonel ühtlaselt liikuva punkti kiirendus $a = \omega^2 r$ [§ 43, valem (5)], siis



Joon. 232. Võnkliikumise kiirendus antud teepunktis.

$$a_1 = \omega^2 r \cdot \sin (\alpha + \pi). \tag{3}$$

Suurus $a = \omega^2 r$ on kiirenduse amplituud, s. o. suurim kiirenduse väärtus.

Seega, kui punkt võngub harmooniliselt seaduse järgi $y = r \cdot \sin \alpha$ (1), siis ka kiirendus muutub harmooniliselt. Esinev faasinihe π aga näitab, et need võnkumised on vastasfaasis, s. t. kui näiteks hälve y on jõudnud maksimumini, kasvades positiivselt ($\alpha = \frac{\pi}{2}$ puhul), siis ka kiirendus a_1 on jõudnud maksimumini, kuid kasvades negatiivselt $\left(\alpha = \frac{3\pi}{2} \text{ puhul}\right)$.

Valemist $y = r \cdot \sin \alpha$ [valem (1)] ja kiirenduse valemist $a_1 = -a \cdot \sin \alpha$ ehk $a_1 = -\omega^2 \cdot r \cdot \sin \alpha$ järeldame, et

$$a_1 = -\omega^2 y, \tag{4}$$

s. t. võnkumise kiirendus on võrdeline võnkumise hälbega, kuid suunatud alati tasakaaluasendi poole.

Newtoni teise seaduse põhjal on tung suuruselt võrdne massi ja kiirenduse suuruse korrutisega ning ühtib suunalt kiirendusega (§ 50). Seega on harmooniliselt võnkuvale punktile rakendatud tung

$$F = ma_1 = -m\omega^2 \cdot y. \tag{5}$$

See tung on suuruselt võrdeline hälbega ja suunatud tasakaaluasendi poole.

Valemis (5) esineb konstant $m\omega^2$. Tähistame selle sümboliga k, s. t. $k = m\omega^2$ ja

$$F = -ky.$$

Tuletame meelde, et $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Pärast asendamist saame

$$k = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

ja siit

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{6}$$

Seega harmoonilise võnkumise periood on võrdeline ruutjuurega võnkuva keha massist ja pöördvõrdeline ruutjuurega konstandist k.

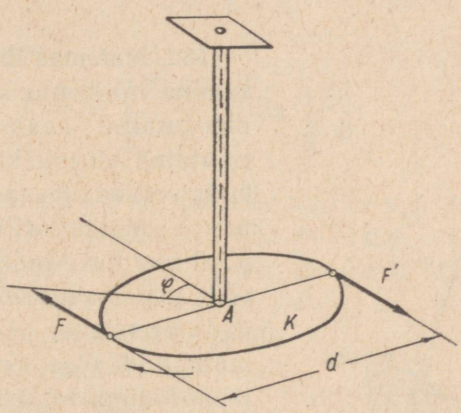
Tegur k iseloomustab võnkuvat süsteemi. Tema füüsikaline tähendus selgub valemist (5). Kui seal võtta hälve $y = 1$, siis $F = k \cdot 1 = k$. Seega näitab k selle tungi suurust, mis mõjub võn-

kuvale massile (punktile), kui viimane asetseb ühikulise hälbe kaugusel tasakaaluasendist. Konkreetsetel juhtudel on konstandil k konkreetne tähendus.

181. Näiteid harmoonilise võnkumise kohta elastsustungi mõjul. Paragrahvis 179 (joon. 230) toodud näites võngub elastse terasvedru otsa riputatud keha harmooniliselt läbi tasakaaluasendi, kuni kehtib Hooke'i seadus (§ 123). Valemist (6) võib saada ka võnkeperioodi

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

kus m on võnkuva keha mass ja k on v e d r u j ä i k u s. Viimane on võrdne tungiga, mille mõjul vedru venib ühe pikkusühiku võrra pikemaks.



Joon. 233. Torsioonvõnkeid sooritav süsteem.

Kui vankri vedrud on liialt kõvad (jäigad) ja mass, koormis seejuures väike, siis vanker raputab sõitjat, s. t. võnkeperiood on väike.

Teise näitena peatume nn. t o r s i o o n v õ n k u m i s e l.

Süsteem, mis koosneb elastsest vardast ja selle otsa A külge kinnitatud kettast K, on võimeline sooritama torsioonvõnkeid, kui kinnitada varda teine ots kindlalt, viia siis ketas mingi tungipaari (**F**, **F'**) mõjul teatava nurga φ võrra tasakaaluasendist kõrvale ning katkestada seejärel tungipaari mõju. Tungipaar asetsegu ketta K tasandis (joon. 233).

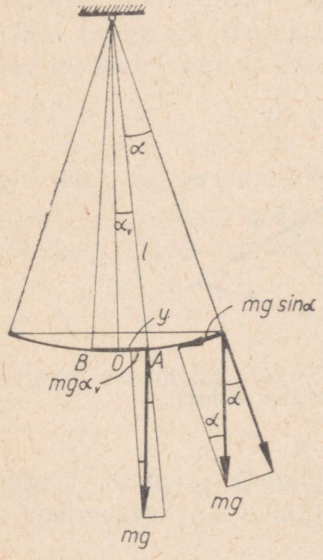
Varda elastsustungide mõjul hakkab ketas edasi-tagasi võnkuma varda kui telje ümber, jäädes seejuures ketta algseisuga määratud tasandisse. Katsetest selgub (vt. § 125), et ka torsioonvõnkumised on harmoonilised. Võnkumise seadus $F = -ky$ asendub käesolevas näites järgmisega:

$$M = -D \cdot \varphi, \qquad (1)$$

kus M on pöördemoment, D — direktsioontung ja φ — pöördenurk (vt. §§ 92 ja 125).

Torsioonvõnkumise perioodi T saame valemist $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, kui massi m asendame inertsimomendiga I (vt. § 95) ja teguri k teguriga D (vt. § 125):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}. \qquad (2)$$



Joon. 234. Matemaatilise pendli väikesed võnked.

182. Matemaatilise pendli võnkumine. Matemaatiliseks pendliks nimetatakse kaaluta niidi otsa riputatud ainepunkti, mis võib liikuda vertikaaltasandis raskustungi mõjul. Matemaatiline pendel on idealiseeritud seadeldis. Tegelikult võib matemaatiliseks pendliks pidada peenikese, võimalikult venimatu niidi otsa riputatud väikese läbimõõduga rasket kuulikest, mis võngub vertikaaltasandis.

Tasakaaluasendist kõrvale viidud pendlikehale mõjuva raskustungi mg (joon. 234) saab lahutada kaheks komponendiks, millest üks mõjub niidi l sihis ja teine puutuja sihis. Esimene neist tasakaalustub niidi pingega, teine ongi pendlit võnkuma panevaks tungiks. Selle tungi ($mg \cdot \sin\alpha$) mõjul võngub pendel mööda k a a r t läbi tasakaaluasendi O.

Kui aga võtta nurk α küllalt väike (α_v, joon. 234), siis võib pendli võnkumist pidada toimuvaks mööda sirget (kõõlu AB) läbi

tasakaaluasendi O tungi $mg \cdot \sin \alpha_v$ mõjul. Siin on $\sin \alpha_v \approx \alpha_v$ (näiteks $\sin 5° = 0{,}087$ ja $5° = 0{,}087$ radiaani) ja

$$mg \cdot \sin \alpha_v = mg \cdot \frac{y}{l},$$

kus y on pendli hälve pendli väikestel võngetel. Seega on tung võrdeline hälbega ja suunatud tasakaaluasendi poole. Me kirjutame seda nii:

$$F = -\frac{mg}{l} \cdot y \quad \text{(vt. lk. 252)}$$

ja sõnastame: pendli võnkumine toimub väikeste võngete puhul harmooniliselt (seda täpsemalt, mida väiksema amplituudi valime).

Kasutame seepärast matemaatilise pendli võnkeperioodi T leidmiseks valemit (6) paragrahvist 180; konstandi k osas esineb nüüd $\frac{mg}{l}$.

Saame

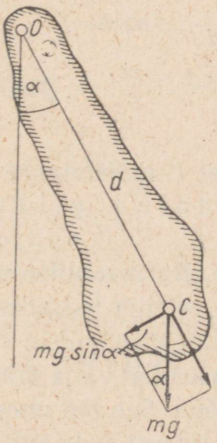
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (1)$$

ja järeldame, et pendli võnkeperiood on väikeste amplituudide puhul võrdeline ruutjuurega pendli pikkusest ja pöördvõrdeline ruutjuurega raskuskiirendusest.

Pendli võnkeperiood ei sõltu pendli massist ega amplituudist, kui ainult amplituud on küllalt väike.

183. Füüsikaline pendel. Füüsikaliseks pendliks võib olla iga kindel keha, mis raskustungi mõjul võib võnkuda ümber horisontaalse pöörlemistelje.

Kui see telg läbib keha ülevalpool keha raskuspunkti, siis on keha stabiilses tasakaalus ning sellest asendist välja viiduna hakkab ta raskustungi mõjul võnkuma. Joonisel 235 tähendab d keha raskuskeskme kaugust pöörlemisteljest. Kui pendel on



Joon. 235. Füüsikalise pendli võnkumine.

tasakaaluasendist kõrvale viidud nurga α võrra, siis mõjub temasse raskustungi komponent $mg \cdot \sin \alpha$.

Rakendatuna kaugusel d pöörlemisteljest, annab viimane pöördemomendi $M = mg \cdot \sin \alpha \cdot d$ ja mõjustab pendli liikumist tasakaaluasendi poole. Piirdudes jälle väikeste hälvetega, võime asendada $\sin \alpha$ nurgaga α. Sel korral

$$M = -D \cdot \alpha = -mgd\alpha.$$

Pendli tagasipööret mõjustava tungi moment on võrdeline nurgaga α, kusjuures

$$D = mgd.$$

Seega võime ka käesoleval korral käsitleda pendli võnkumist harmoonilise võnkumisena.

Rakendame valemit (2) paragrahvist 181, tähistades eelnevalt pendli inertsimomendi pöörlemistelje suhtes tähega I ja direktsioontungi tähega D. Saame valemi füüsikalise pendli võnkeperioodi jaoks eeldusel, et nurk α ei ole suur:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}. \qquad (1)$$

On võimalik määrata niisuguse matemaatilise pendli pikkust, mille võnkumine toimuks sama perioodiga, millega võngub füüsikaline pendel. Nimelt võttes matemaatilise pendli pikkuseks $l' = \frac{I}{md}$, saame

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{md} \cdot \frac{1}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}. \qquad (2)$$

Suurust l' nimetatakse füüsikalise pendli redutseeritud ehk taandatud pikkuseks.

184. Harmoonilise võnkliikumise energia. Energeetilisest seisukohast seletub harmooniline võnkumine järgmiselt. Kui võnkumisvõimeline mehhanism (näiteks vedru otsa riputatud keha) viia tasakaaluasendist välja mingisse uude asendisse, siis selleks tuleb kulutada tööd. See töö muundub elastse süsteemi potentsiaalseks energiaks. Pärast seda kui välise tungi mõju on lakanud ja süsteem on jäetud ainult seesmiste tungide hooleks, hakkab potentsiaalne ener-

gia muunduma süsteemi kineetiliseks energiaks. Momendil, mil süsteem läbib esialgset tasakaaluasendit, on kogu potentsiaalne energia muundunud kineetiliseks energiaks, mistõttu keha läbib seda asendit maksimaalse kiirusega. Siitpeale hakkab kineetiline energia jälle teisenduma potentsiaalseks energiaks. See kestab momendini, mil kineetiline energia võrdub nulliga. Nüüd on keha jõudnud vastaspoolsesse äärmisse asendisse. Ja nii kordub nähtus perioodiliselt. Ideaalses olukorras säilib kehale antud energiavaru määramata aja jooksul ehk, nagu öeldakse: võnkumisenergia ei haju. Reaalse süsteemi puhul on see kehtiv ainult ligikaudu, sest ikka toimub osa energia hajumine ümbrusse (keskkonna takistus jm.). Ideaalsel juhul on kineetilise ja potentsiaalse energia summa võnkuva keha igas asendis jääv suurus, mis võrdub võnkumise täieliku energiaga.

Tuletame avaldise võnkumise koguenergia E jaoks. Olgu m võnkuva ainepunkti mass, v selle punkti kiirus ja a kiirendus mingil hetkel. Paragrahvis 180 toodud võrrandite (2) ja (4) põhjal $v = \omega r \cdot \cos \omega t$ ja $a = -\omega^2 r \sin \omega t = -\omega^2 y$, kui algfaas võtta võrdseks nulliga. Selle ainepunkti kineetiline energia on

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \omega^2 r^2 \cos^2 \omega t$$

ja potentsiaalne energia

$$E_p = -\frac{ma \cdot y}{2} = \frac{m}{2} \cdot \omega^2 r^2 \sin^2 \omega t.$$

Seega võnkuva ainepunkti koguenergia

$$E = E_k + E_p = \frac{m}{2} \omega^2 r^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{m}{2} \omega^2 r^2.$$

Paigutades siia $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ja lisaks veel $\frac{1}{T} = \nu$, saame

$$E = \frac{m}{2} \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r^2 = \frac{2\pi^2 m r^2}{T^2} = 2\pi^2 m r^2 \nu^2. \qquad (1)$$

Võnkumisenergia on seega võrdeline massiga, amplituudi ruuduga ja sageduse ruuduga.

185. Samasihiliste ja sama sagedusega võnkumiste liitmine. Ainepunkt võib samaaegselt osa võtta mitmest võnkliikumisest. Sel korral paigalseisev välisvaatleja jälgib punkti r e s u l t a n t- ehk l i i t v õ n k u m i s t, mis võib olla hoopis erinev liidetavatest võnkumistest.

Olgu näiteks vardale kinnitatud terasvedru, mille otsas on väike kuulike. Seisku esialgu varras paigal ja võnkugu ainult vedru kuulikesega. Seejärel hakaku võnkuma ka varras. Võnkugu kumbki neist sama amplituudiga, sama perioodiga ja puudugu ka faasinihe. Seega on mõlema võnkumise seadus meile teada:

$$y_1 = r \cdot \sin \omega t,$$

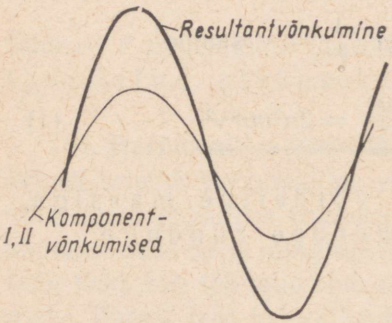
$$y_2 = r \cdot \sin \omega t.$$

Küsimus on nüüd selles, missuguse seaduse järgi toimub selle kuulikese liikumine liitvõnkumises. Võnkumised on samasihilised, seepärast

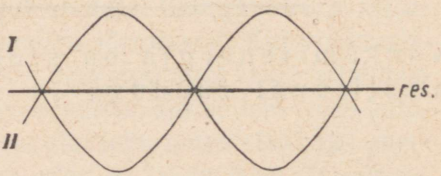
$$y = y_1 + y_2 = 2r \cdot \sin \omega t.$$

Kuulike võngub sama sagedusega (seega ka sama perioodiga), kuid kahekordse amplituudiga. Joonisel 236 on see võnkumiste liitmine teostatud graafiliselt: punkti hetkeliste asendite määramiseks resultantvõnkumisel on liidetavate võnkumiste vastavad hälbed liidetud a l g e b r a l i s e l t.

Liitvõnkumise puhul on olulise tähtsusega faasinihe. Leiame kahe võnkumise summa ehk, nagu ka öeldakse, s u p e r p o s i t s i o o n i juhul, kui esineb faasinihe π. Võtame jälle liidetavad võnkumised sama amplituudiga ja valime alghetke nii, et esimesel võnkumisel oleks lähtefaas võrdne nulliga.



Joon. 236. Võnkumiste liitmine.



Joon. 237. Võnkumiste kustumine liitmisel.

Siis

$$y_1 = r \cdot \sin \omega t,$$

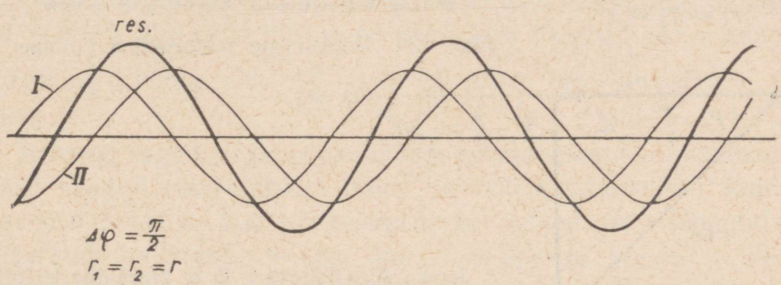
$$y_2 = r \cdot \sin (\omega t + \pi).$$

Nagu varem

$$y = y_1 + y_2 = r \cdot \sin \omega t - r \cdot \sin \omega t = 0.$$

Näeme, et kaks võnkumist võivad superponeerumisel teineteist kustutada. See on võimalik siis, kui nad on sama sagedusega ja vastasfaasilised (faasinihe π). Joonis 237 annab käesoleva juhu graafilise lahenduse: kahe võnkumise koosmõjul jääb ainepunkt paigale ja resultantvõnkumist esindab sirge.

Kui liidetavad võnkumised on sama sagedusega, siis nimetatakse nende koosmõju kitsamas mõttes võnkumise interferentsiks[1] (lad. k. *interfere* — vahele segama).



Joon. 238. Kahe samasihilise ja sama sagedusega võnkumise interferents.

Kui eelmises näites valida faasinihe $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} = 90°$ (joon. 238), siis

$$y_1 = r \cdot \sin \omega t,$$

$$y_2 = r \cdot \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

ja seega superpositsioon

$$y = y_1 + y_2 = r \cdot \sin \omega t - r \cdot \cos \omega t.$$

Pärast teisendamist saame

$$y = r \sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right).$$

[1] Joonisel 237 on näidatud kahe võnkumise kustumine interfereerumisel.

Kokkuvõttes:

kahe samasihilise ja sama sagedusega harmoonilise võnkumise superponeerimisel saame sama sagedusega harmoonilise võnkumise, mille amplituud ja faas olenevad liidetavate võnkumiste amplituudidest ja faasidest.

Joonis 239 näitab, kuidas selle paragrahvi küsimusi lahendada graafiliselt, nn. vektordiagrammi abil. r ja φ on otsitava liitvõnkumise amplituud ja faas. OO' on algsiht.

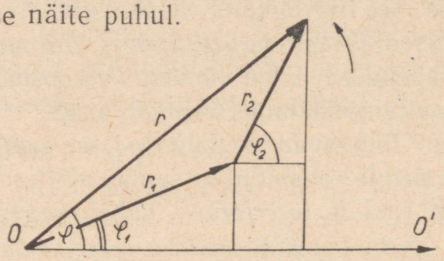
Rakendame seda viimase näite puhul.

Antud on:

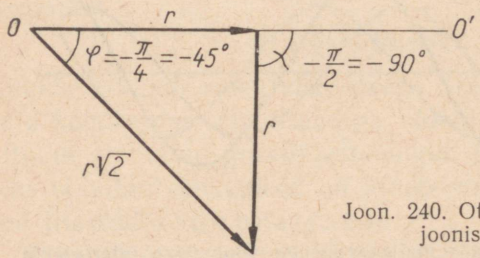
$$\varphi_1 = 0,$$

$$\varphi_2 = -\frac{\pi}{2},$$

$$r_1 = r_2 = r.$$

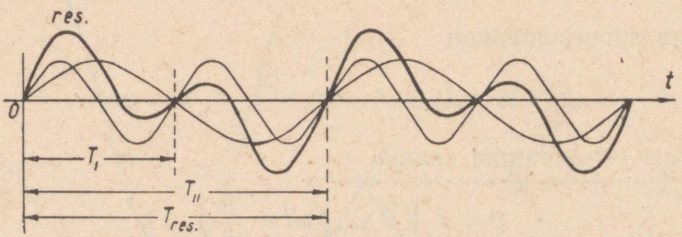


Joon. 239. Võnkumiste vektoriaalne liitmine.



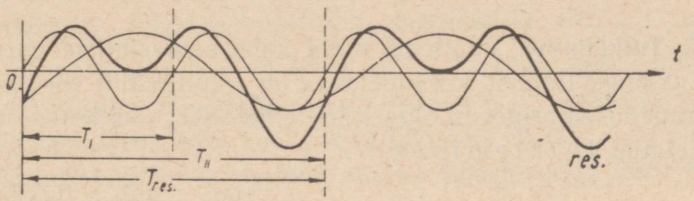
Joon. 240. Otsitava r ja φ graafiline leidmine joonisel 238 toodud näite puhul.

186. Samasihiliste erineva sagedusega võnkumiste liitmine. Erineva sagedusega harmooniliste võnkumiste (ehk mittesünkroonsete harmooniliste võnkumiste) puhul ei saa rääkida faasinihkest. Siin algfaaside vahe ($\varphi_1 - \varphi_2$) muutub niipea, kui lähteaeg ($t = 0$) valida erinev, s. t. faasinihe oleneb siin lähteajast.



Joon. 241. Võnkumiste liitmine. Võnkesageduste suhe $\nu_1 : \nu_2 = 2 : 1$; ühine algfaas võrdne nulliga.

Joonisel 241 on $y_1 = r \cdot \sin(2\omega t)$ ja $y_2 = r \cdot \sin(\omega t)$, joonisel 242 aga $y_1 = r \cdot \sin(2\omega t)$ ja $y_2 = r \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$. Nagu näha, on juba kahe liidetava puhul, kus pealegi amplituudid ja ka sageduste suhted on jäänud muutmata, liitvõnkumise kuju (seda võiks ka ost-



Joon. 242. Võnkumiste liitmine. $\nu_1 : \nu_2 = 2 : 1$; esineb vahe algfaasides.

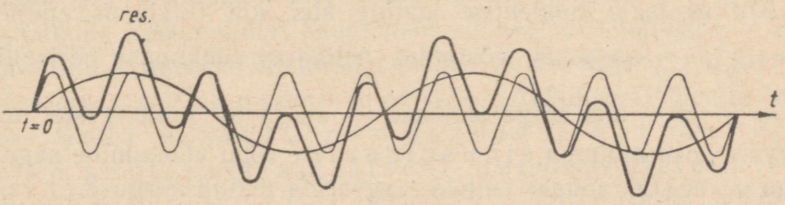
sillogrammiks nimetada) tunduvalt moondunud, olenevalt ainult muutusest algfaasis. Nimelt on joonisel 242 võnkumine y_2 alghetkel ($t = 0$) algfaasis hilinenud, võrreldes joonisel 241 näidatuga, nurga $\frac{\pi}{4}$ võrra ehk $\frac{\pi}{4\omega}$ sekundi võrra ehk $^1/_8$ perioodi $\left(\frac{T_2}{8}\right)$ võrra.

Erineva sagedusega samasihiliste harmooniliste võnkumiste liitmisel saadud resultantvõnkumine on mitteharmooniline, kuid on perioodiline, kui võnkesageduste suhted on väljendatavad täisarvude suhtena, seega kui $y = y_1 + y_2 + y_3 + \ldots = r_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + r_2 \cdot \sin(2\omega t + \varphi_2) + r_3 \cdot \sin(3\omega t + \varphi_3) + \ldots$

Seejuures on perioodiks $T = \frac{2\pi}{\omega}$, sest iga üksik liidetav jääb muutmatuks, kui asendada t suurusega $t + T$. Järelikult jääb ka summa y muutmatuks. Näiteks

$$y_1 = r \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) = r \cdot \sin[\omega(t + T) + \varphi_1] = r \cdot \sin[\omega t + \omega T + \varphi_1] = r \cdot \sin[\omega t + 2\pi + \varphi_1] = r \cdot \sin(\omega t + \varphi_1).$$

Funktsiooni y perioodilisus paistab joonistelt 241 ja 242 kergesti silma.



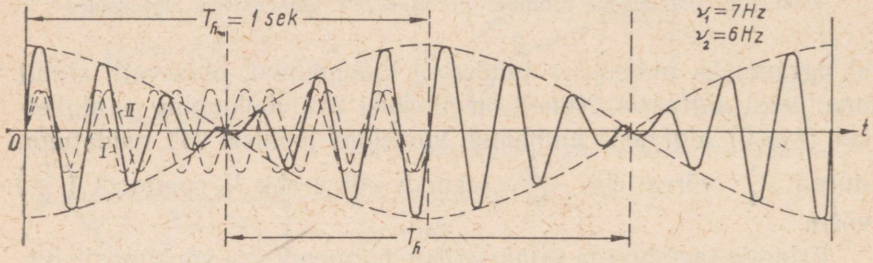
Joon. 243. Võnkumiste liitmine. $\nu_1 : \nu_2 = 9 : 2$; algfaas ühine.

Joonisel 243

$$y = y_1 + y_2 = r \cdot \sin(2\omega t) + r \cdot \sin(9\omega t).$$

Siin on resultantvõnkumine joonisel esitatud ainult ühe perioodi ulatuses, sest $T = 9T_1 = 2T_2$.

187. Tuiklemine. Vaatleme nüüd kahe samasihilise harmoonilise võnkumise liitmist, kui liidetavad on amplituudilt võrdsed, kuid võnkesagedused erinevad õige vähe teineteisest. Sel korral on tegu niinimetatud t u i k l e m i s e g a.



Joon. 244. Tuiklemine.

Joonis 244 selgitab tuiklemise tekkimist juhul, kus ühe liidetava võnkumise sagedus on valitud $\nu_1 = 7$ Hz, teise sagedus $\nu_2 = 6$ Hz. Võnkumiste algfaas on võetud võrdseks nulliga. Nagu jooniselt näha, kahaneb resultantvõnkumise amplituud algul kuni nullini ja kasvab siis absoluutselt väärtuselt teatava maksimumini, millest uuesti algab kahanemine.

Käsitleme tuiklemise küsimust lühidalt ka meie kõrva seisukohalt.

Olgu kaks ühesugust heliharki, milledest üks on varustatud väikese lisamassiga. Seega on tema võnkesagedust veidi vähendatud. Tekitagu need helihargid õhurõhu võnkumisi meie lähedal.

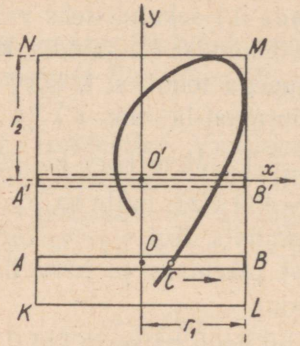
Kõrvas tekib tuiklemise aisting siis, kui tuiklemise periood $T_h = \frac{1}{\nu_1 - \nu_2}$ on suur, võrreldes helihargi võnkumise perioodiga $T_1 = \frac{1}{\nu_1}$ ja — mis kõige olulisem — ajaga τ_0, mille kestel meie kõrvale peab mõjuma s i n u s o i d a a l n e rõhu võnkumine sagedusega ν_1, et kõrv jõuaks sellele reageerida teatud kõrguse ja valjusega tooni aistinguga. Selle ajavahemiku τ_0 suurusjärk on 0,1

sekundit. Teisiti öeldes, tuiklemise tajumiseks on oluline, et tuiklemise sagedus $\nu_1 - \nu_2$ oleks palju väiksem arvust $\frac{1}{\tau_0} = 10$. Kui nii, siis võime tuiklemise perioodi jagada 0,1-sekundisteks vahemikeks ja väita, et kõrv tajub seda liitvõnkumist kui kindla kõrgusega, kuid perioodiliselt muutuva valjusega tooni, s. t. kõrv tajub siin tuiklemist. Olgu $\nu_1 = 440$ Hz (normaal-la ehk a') ja $\nu_2 = 438$ Hz. Siis $\nu_1 - \nu_2 = 2$ Hz $\left(2 \ll \frac{1}{\tau_0}\right)$. Meie kõrv kuuleb siis kindla kõrgusega vahepealset tooni (~ 439 Hz), mille valjus muutub maksimaalseks kaks korda igas sekundis. Kui $\nu_1 - \nu_2$ väheneb, siis muutub tuiklemise periood järjest pikemaks ja kõrv hakkab lõpuks tajuma ka kindla valjusega tooni.

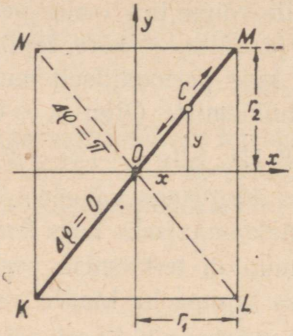
Muudame nüüd perioodi nii, et see on veidi väiksem kui 0,1 sek. Katse näitab, et sel juhtumil tekib meie kõrvale ebameeldiv dissonantsi aisting. Kui näiteks $\nu_1 = 440$ Hz ja $\nu_2 = 425$ Hz, siis $\nu_1 - \nu_2 = 15$ Hz ja $T_h = \frac{1}{15} = 0{,}07$ sek. Kõrvas tekib siis terav dissonantsi aisting. Kui $\nu_1 - \nu_2$ veelgi suureneb, siis lõpuks kaob dissonantsi aisting ja tekib juba muusikalise intervalli tajumine.

188. Ristsihiliste harmooniliste võnkumiste liitmine. Vaatleme üldjuhuna erisihiliste võnkumiste liitmist. Peatume nendel juhtudel, kus ainepunkt võtab osa kahest harmoonilisest võnkumisest, mis toimuvad samas tasandis, kuid on teineteise suhtes risti suunatud. Muidugi ei saa ainepunkt sooritada kumbagi võnkumist eraldi, vaid näiteks punkt C (joon. 245) võib võnkuda harmooniliselt sirge AB sihis läbi võnkumistsentri O, sirge AB ise aga võib võnkuda oma keskasendi $A'B'$ suhtes risti AB poolt määratud sihiga. Võtame x-teljeks sirge, mis läbib asendit $A'B'$, ja y-teljeks sirge, mis on risti x-teljega punktis O. Vastavalt mingile ajamomendile t võime siis liikuvale punktile C alati määrata kindla koha xy-teljestiku suhtes. Võnkuva punkti trajektoor ei ole üldjuhul enam sirge nagu senistes näidetes, vaid mingi kõver. See kõver ei või ulatuda välja ristküliku $KLMN$ raamist, sest harmooniliselt võnkuv punkt ei või eemalduda keskasendist kaugemale võnkeamplituudidega r_1 ja r_2 määratud kaugusest. Ristküliku $KLMN$ küljed aga on paralleelsed telgedega x ja y ning viimased on selle ristküliku sümmeetriatelgedeks. Seda kõverat, mis saadakse kahest teineteise suhtes ristsihilisest harmoonilisest võnkumisest osa võtva punkti resultantliikumise

trajektoorina, nimetatakse Lissajous'[1] kujundiks.



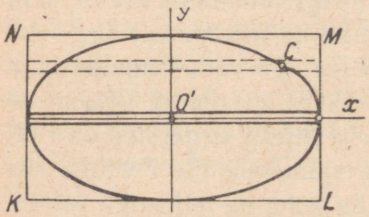
Joon. 245. Punkti C resultantliikumine.



Joon. 246. Võnkumiste liitmine, kui $\Delta\varphi = 0$ või $\Delta\varphi = \pi$.

Käsitleme Lissajous' kujundeid juhul, kui liidetavad võnkumised on sama sagedusega.

Lihtsuse mõttes olgu võnkumised ka samafaasilised, s. t. faaside vahe $\Delta\varphi = 0$. Olgu algmomendil sirge AB asendis $A'B'$ ja punkt C temal kohas O (joon. 246). Ajal, mil C on jõudnud sirgel AB äärmisse parempoolsesse seisu, on ka sirge AB ise äärmises ülemises asendis. See on toimunud veerandperioodi $\left(\frac{T}{4}\right)$ lõpuks. Punkt C on siis punktis M. Sellest momendist pool perioodi hiljem on C ristküliku vastasnurgas K ja siit veerand perioodi hiljem jälle algasendis. Vaadeldud juhul on Lissajous' kujundiks ristküliku $KLMN$ diagonaal KM.



Joon. 247. Võnkumiste liitmine, kui $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Võnkeamplituud on suuruselt võrdne OM-ga ja sagedus ühine liidetavate sagedusega. On kerge näha, et siis, kui $\Delta\varphi = \pi$, on Lissajous' kujundiks diagonaal NL.

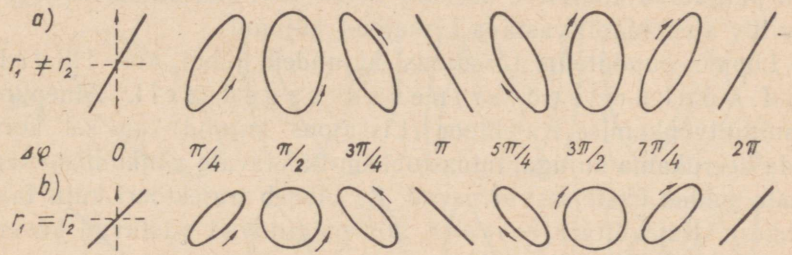
Joonis 247 vastab juhule, kus faaside vahe $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. Siis on Lissajous' kujundiks ellips.

---

[1] Jules Antoine Lissajous (1822—1880), prantsuse teadlane, kes esimesena uuris ja kirjeldas neid kujundeid.

Juhul, kui ka $r_1 = r_2 = r$, saame punkti C võnkumise trajektoorina ringjoone. Varem (paragrahvis 178) nägime, et kui punkt liikus mööda ringjoont ühtlaselt, siis selle punkti projektsioon sama ringjoone mistahes diameetril võnkus harmooniliselt. Kui seejuures punkti liikumisel ringjoonel oli nurkkiirus $\frac{2\pi}{T} = \omega$, siis ka harmoonilise võnkumise ringsagedus oli ω. Nüüd võime vastupidiselt kinnitada, et kui punkt võtab osa kahest teineteise suhtes risti olevast harmoonilisest võnkumisest, mis on sama perioodiga (niisiis on samad ka sagedus ja ringsagedus), sama amplituudiga ja faasinihkega $\frac{\pi}{2}$, siis saame liitmise tulemusena punkti ühtlase liikumise ringjoonel nurkkiirusega ω.

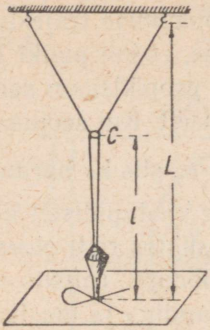
Esitame rea jooniseid (joon. 248), mis kujutavad punkti C resultantvõnkumise trajektoore (Lissajous' kujundeid) ka neil juhtudel, kus faasinihe (algfaaside vahe) $\Delta\varphi$ omab vahepealset väärtust 0 ja 2π vahel.



Joon. 248. Resultantvõnkumiste trajektoorid.

Kokku võttes joonisel 248 esitatu, võime öelda:

Kaks teineteise suhtes ristuvat harmoonilist võnkumist, millel on sama sagedus, kuid erinev amplituud, annavad elliptilise võnkumise, mis erandjuhul (kui $\Delta\varphi = 0$ või $\Delta\varphi = \pi$) võib manduda sirgjooneliseks võnkumiseks. Koos faasivahe muutumisega muutub niihästi ellipsi pikema telje siht kui ka ellipsite telgede suhe. Sel korral aga, kui ka võnkeamplituudid on võrdsed, võib üldjuhuline elliptiline võnkumine erandjuhul $\left(\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ või } \frac{3\pi}{2}\right)$ teisenduda ringjooneliseks võnkumiseks või manduda (kui $\Delta\varphi = 0$ või π) sirgjooneliseks võnkumiseks. Koos faasivahega muutub sel korral ka ellipsite telgede suhe, kuid ellipsi pikem telg jääb alati $\pm 45°$ all x-telje suhtes kaldu.



Joon. 249. Pendel Lissajous' kujundite demonstreerimiseks.

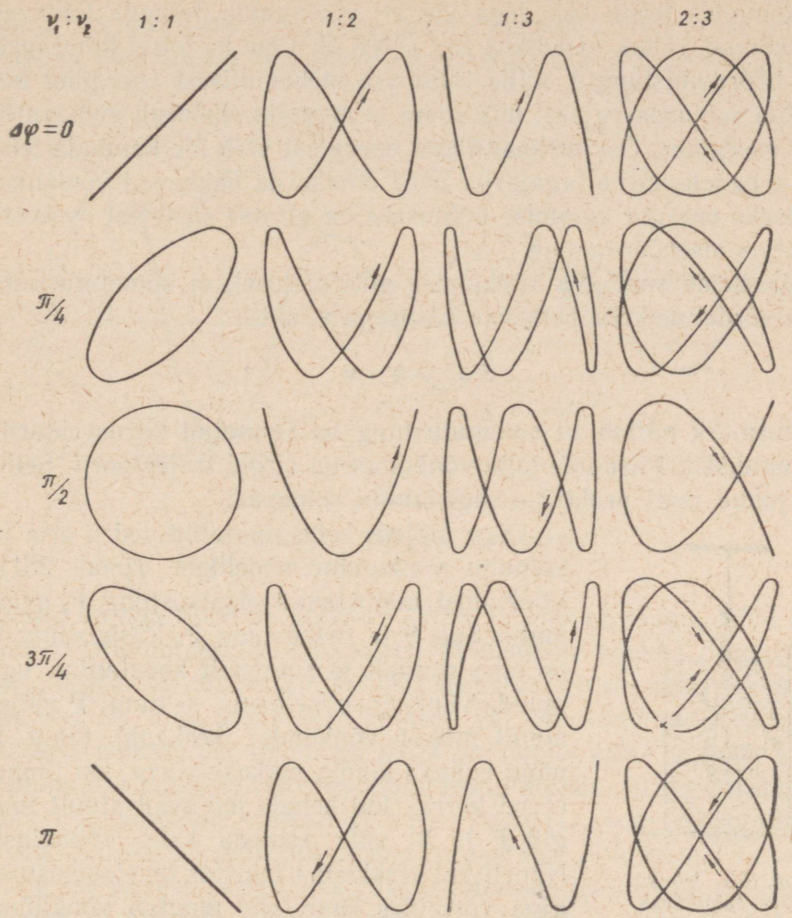
Senikäsitletud Lissajous' kujundeid saab katseliselt tekitada lihtsa pendli abil. Kui lasta pikema niidi otsa riputatud kuulike võnkuma ja anda talle hiljem tõuge risti esialgse võnkumissuunaga, siis võib selline pendel võnkuda joonisel 248 esitatud trajektooridel. Kui näiteks anda risttõuge pendlile sel momendil, mil ta just läbib tasakaaluasendit, hakkab pendel võnkuma endiselt sirgjooneliselt, kuid juba kaldu esialgse võnketasandi suhtes. Tõuke intensiivsusest oleneb, missuguse nurga uus võnketasand moodustab alg-võnketasandiga. Kui aga anda tõuge pendlile sel hetkel, mil viimane on just jõudnud pöördepunkti, siis on võnketrajektooriks kas ring või ellips, jälle olenevalt tõuke tugevusest. Kui paigutada kuulikese asemele liivalehter, siis annab väljajooksev liiv alusplaadil vastava Lissajous' kujundi.

Lõpuks puudutame Lissajous' kujundeid juhul, kui liidetavad võnkumised erinevad sageduselt. Ainepunkti resultantvõnkumise trajektoor (Lissajous' kujund) on sel korral seda keerukama kujuga, mida rohkem liidetavate võnkumiste sageduste suhted üksteisest erinevad. Ka oleneb trajektoori kuju faasinihkest. Kui võtta $r_1 = r_2 = r$, siis paigutuvad vastavad kõverad kõik ruutu, mille külje pikkus on $2r$.

Neid võnkekõveraid saab katseliselt demonstreerida joonisel 249 näidatud pendli abil.

Pendli kogupikkus L määrab selle võnkesageduse, millega pendel võngub risti joonise pinnaga. Joonise pinnal endal aga on võimalikud ainult pikkusega l määratud sagedused. Mõlemate võnkesageduste suhe on arvutatav pendli valemi põhjal suuruse $\sqrt{\frac{l}{L}}$ kaudu. Rõngas C võimaldab muuta l suurust, seega saada iga sageduste suhet. Selle järgi, missugusel hetkel ja missuguse tugevusega tõugatakse pendlit, saab vastavaid Lissajous' kujundeid (joon. 250).

Mida lihtsam on perioodide suhe, seda lihtsama kujuga on ka vastav Lissajous' kujund. Kui liidetavate võnkumiste perioodid (ka sagedused) on ratsionaalses vahekorras, siis on trajektoorid kinnised kõverad.



Joon. 250. Lissajous' kujundid.

Välistungist mõjustatud võnkumised

189. Sumbuvad võnkumised. Seni oleme vaadelnud ainult ideaalolukorras toimuvaid võnkumisi. Tegelikult ei võngu tasakaaluasendist välja viidud süsteem piiramatu aja kestel sama amplituudiga. Võnkeamplituudid vähenevad järjest ning lõpuks jääb keha seisma, kui väljastpoolt ei lisandu uusi kineetilise või potentsiaalse energia varusid. Seesuguseid kahaneva amplituudiga võnkumisi nimetatakse s u m b u v a t e k s v õ n k u m i s t e k s.

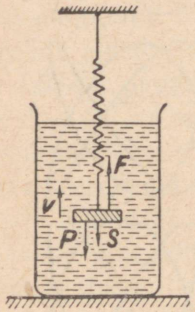
Võnkumiste sumbumise põhjuseks on võnkuva süsteemi mehaanilise energia hajumine seeläbi, et iga keha on tegelikus olukorras

kokkupuutes teiste kehadega või et võnkumine toimub teatavas keskkonnas (õhus, vedelikus jms.). Nii ühel kui ka teisel juhul tekivad hõõrdumistungid, mille tõttu osa mehaanilisest energiast teisendub soojusenergiaks, mis enam ei muundu süsteemi mehaaniliseks energiaks. Osa mehaanilisest energiast võib üle kanduda teistele kehadele, mille tagajärjel need omakorda hakkavad võnkuma. Tähtsaks energia hajumise põhjuseks on elastse süsteemi osakeste vaheline sisehõõrdumine.

Vaatleme sumbuva võnkumise pilti oletusel, et summutustung **S** on võrdeline keha hetkelise kiirusega **v**, s. t.

$$\mathbf{S} = -k' \cdot \mathbf{v}.$$

Miinusmärk näitab, et summutustung on suunatud kiirusvektorile vastupidiselt. Piirdume jälle võnkumisega sirgel trajektooril. Sellised juhud ongi praktikas sagedamini esinevad.

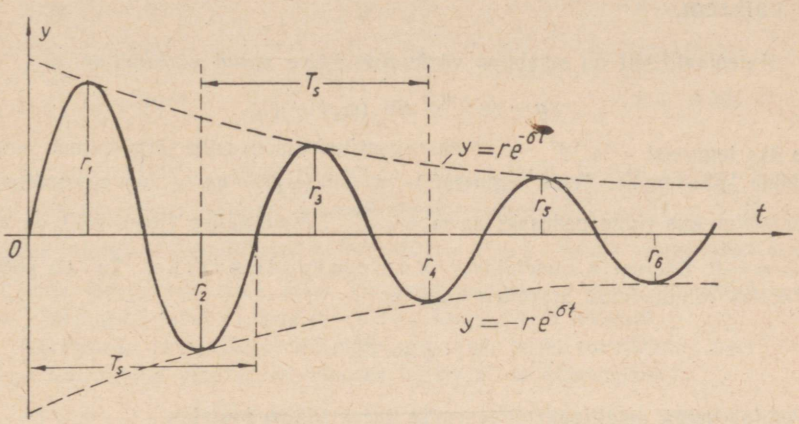


Joon. 251. Võnkumine takistavas keskkonnas.

Olgu näiteks keha riputatud vedru otsa ja toimugu võnkumine vedelikus (joon. 251). Võnkumist mõjustavad elastsustung **F**, summutustung **S** ja raskustung **P**. Raskustung **P** on oma suunalt ja suuruselt konstantne ega muuda võnkumise iseloomu — tungi **P** mõjul ainult nihkub võnkumise keskkoht tungi **P** mõju suunas kindla pikkuse võrra. On ilmne, et sel korral, kui kehale mõjuvad ainult tungid **F** ja **S**, võib esineda kaks võimalust. Nimelt kui keskkonna takistus on elastsustungiga võrreldes suur, siis muutub võnkliikumine võimatuks: tasakaaluasendist välja viidud keha läheneb sellele asendile ühelt või teiselt poolt, s. t. ilma teist korda tasakaaluasendit läbimata. On aga summutustung elastsustungiga võrreldes küllalt mõõdukas, siis võib esineda sumbuv võnkumine. Joonis 252 esitabki ühe sellise võnkumise käiku.

Sumbuv võnkumine ei ole enam perioodiline võnkumine täpses mõttes, sest võrdsete ajavahemike järel ei jõua võnkuv süsteem täpselt endisse olukorda. Hälbed näiteks muutuvad küll nulliks võrdsetes ajavahemikes, kuid liikumise k i i r u s vastavates kohtades on erinev. Kokkuleppel nimetatakse siiski sumbuva võnkumise perioodiks T_s ajavahemikku, mille kestel võnkuv süsteem saavutab samas suunas liikudes teistkordselt hälbe null (või jõuab maksi-

maalse hälbeni). Ka amplituudi mõistet kasutatakse täpses mõttes ainult harmoonilise võnkumise puhul. Sumbuva võnkumise amplituudiks nimetatakse ühe poolperioodi maksimaalset hälvet. Ampli-



Joon. 252. Sumbuv võnkumine.

tuudid on aga nüüd muutuvad — nad vähenevad ajaga. Mida suurem on summutustung, seda kiiremini kustuvad võnked. Summutustung aeglustab süsteemi liikumist; seepärast on sumbuvate võngete periood T_s ikka mõnevõrra pikem kui omavõngete periood T_0. Väikese summutuse puhul on mõju perioodile väike. Küllalt suure summutuse puhul ei saa võnkumist enam pidada perioodiliseks. Sel korral nimetatakse võnkumist aperioodiliseks võnkumiseks. Seda võib näha pendli puhul, mis on asetatud õhu asemel vette või mingisse püdelasse vedelikku. Tasakaaluasendist kõrvale kallutatud pendel läheneb sel juhul aeglaselt nullasendile ja ülimalt ühel korral läbib selle.

190. Sumbuvaid võnkumisi iseloomustavad suurused. Sumbuvate võnkumiste sagedamini esinevatel juhtudel on summutustung võrdeline kiirusega. Neil juhtudel võnkeamplituudid kahanevad geomeetrilises progressioonis, s. t. iga järgneva amplituudi suhe eelmisse on ühest väiksem jääv arv.

Niisugust võnkumist iseloomustab see ajavahemik τ, mille kestel amplituud väheneb esialgsega võrreldes teatav arv kordi. Mida pikem on see ajavahemik, seda kauem kestab võnkumine ning seda väiksem on järelikult sumbumine, kui on tegemist ühe ja sama süsteemi võnkumisega, kus võnkeperiood jääb endiseks.

Sumbuvaid võnkumisi iseloomustab ka see võngete arv N, mille toimumisel amplituud väheneb teatav arv kordi. On loomulik pidada kiiremini sumbuvaks seda võnkumist, mille puhul see arv on väiksem.

Matemaatiliselt on sumbuva võnkumise hälve antud võrrandiga

$$y = re^{-\sigma t} \cdot \sin(\omega_s t - \varphi), \qquad (1)$$

kus üks tegureist — $e^{-\sigma t}$ — on eksponentfunktsioon, mille järgi toimub amplituudide kahanemine. Teine tegureist — $r \cdot \sin(\omega_s t - \varphi)$ — on sinusoidaalne funktsioon, kus ringsageduseks on $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$. Meie näites (joon. 252) on algfaas $\varphi = 0$. Suurust σ nimetatakse summutustegu r i k s. Ta on pöördvõrdeline eelnimetatud ajavahemikuga τ:

$$\sigma = \frac{1}{\tau}$$

ja näitab seega amplituudi kahanemist ühe ajaühiku kestel.

Eespool nimetatud võngete arvuga N pöördvõrdeline suurus on võngete sumbumise l o g a r i t m i l i n e d e k r e m e n t δ:

$$\delta = \frac{1}{N}.$$

See näitab amplituudi kahanemist võnkumise ühe perioodi T_s puhul. Vastöeldu selgitab dekremendi δ füüsikalist mõtet.

Definitsiooni järgi on l o g a r i t m i l i n e d e k r e m e n t naaberamplituudide r_{t+T_s} ja r_t suhte[1] naturaallogaritm.

$$\text{Et } \frac{r_{t+T_s}}{r_t} = e^{-\sigma T_s}, \text{ siis}$$

$$\ln \frac{r_{t+T_s}}{r_t} = -\sigma T_s \text{ ehk } \ln \frac{r_{t+T_s}}{r_t} = -\delta.$$

$$\underline{\text{Seega } \delta = \sigma T_s}.$$

Täienduseks eespool antud suurustele τ ja N lisame, et need tähendavad vastavalt ajavahemikku ja võngete arvu, mille kestel amplituud väheneb e korda. Arv e on naturaallogaritmide alus ($e \approx 2{,}718$).

$$\text{Et } \sigma = \frac{1}{\tau} \text{ ja } \delta = \frac{1}{N}, \text{ siis}$$

$$\delta = \sigma T_s = \frac{T_s}{\tau} = \frac{1}{N}.$$

[1] Võib aga defineerida ka suhte r_t ja r_{t+T_s} naturaallogaritmi abil.

Näiteks võrdleme mõningaid võnkumisi, mida iseloomustavad arvud

1) $T_s = 10^{-6}$ sek	$\sigma = 10^3 \frac{1}{\text{sek}}$	$\delta = 10^{-3}$
2) $T_s = 10^{-4}$ „	$\sigma = 10^3$ „	$\delta = 10^{-1}$
3) $T_s = 10^{-4}$ „	$\sigma = 10$ „	$\delta = 10^{-3}$
4) $T_s = 10^{-2}$ „	$\sigma = 0{,}5$ „	$\delta = 0{,}005$

Summutustegur on kõige suurem juhtudel 1) ja 2). Et siin $\tau = \frac{1}{\sigma} = 0{,}001$, siis juba tuhandiku sekundi jooksul kahaneb amplituud e korda, s. t. 37 protsendini esialgsest amplituudist $\left(\frac{1}{e} \approx 0{,}37 = 37\%\right)$. Seega tuleks kahel esimesel juhul lugeda võnkumisi kõige kiiremini sumbuvaiks. Kõige kauemini kestavad võnkumised juhul 4), kus $\sigma = 0{,}5$ ja seega $\tau = 2$ sekundit.

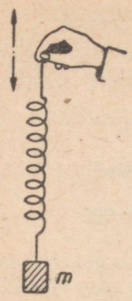
Võrdlemise loomulikuks mõõduks aga tuleb siiski tunnistada periood. Seepärast võtame võrdlemisel aluseks logaritmilise dekremendi δ.

Et $N = \frac{1}{\delta}$, siis juhtudel 1) ja 3) alles 1000 võnke järel amplituud väheneb e korda. Seega tuleks neid võnkumisi pidada kõige aeglasemalt sumbuvateks. Kõige kiiremini sumbuvad võnked juhul 2), kus juba 10 võnke järel on amplituud kahanenud 37 protsendini $\left(\frac{1}{e}\right)$ esialgsest amplituudist.

191. Sundvõnkumine. Seni oleme käsitlenud juhtumeid, kus mingi võnkuv süsteem, näiteks kruvivedru otsa riputatud koormis, sooritas võnkumisi kas ainult elastsustungi mõjul või kaasnes viimasega veel mingi takistustung (meie näites keskkonna takistus). Esimesel juhtumil on tegu süsteemi omavõngetega, teisel puhul nimetatakse nähtust sumbuvaks võnkumiseks. Et tegelikus olukorras ikka esineb summutustung, siis tuleb omavõnkumist käsitada piirjuhuna, kus summutustung läheneb nullile.

Nüüd asume vaatlema praktikas väga sageli esinevat juhtumit, kus lisaks praegu nimetatud kahele tungile mõjub veel kolmas tung, mis aga pärineb väljastpoolt antud süsteemi (näit. vedru ja koormis) ja mõjub perioodiliselt. Me nimetame seda tungi lihtsalt välistungiks. Käsitleme ainult juhtumit, kus perioodiline välistung muutub harmooniliselt, s. t. tal on oma sagedus jne., nagu teame seda harmoonilise võnkumise nähtusest. Nimetatud välistungi mõjul hakkab võnkumisvõimelises süsteemis ainepunkt sooritama sundvõnkeid.

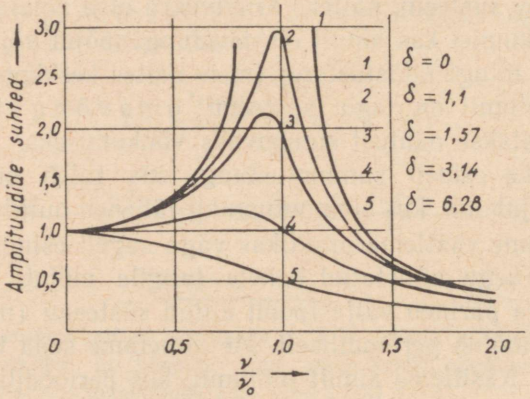
Võtame näiteks kätte vedru, mille teises otsas ripub mingi koormis (joon. 253). Hoiame käe paigal, venitame teise käega vedru välja ja laseme ta kohe lahti. Siis hakkab koormis sooritama vaba-



Joon. 253. Sundvõngete tekkimine.

võnkeid omasagedusega ν_0, mille suurus oleneb vetruvustegurist k ja massist m. Nüüd alustame ka käe üles-alla liigutamist mingi sagedusega ν. Seejuures võime tähele panna, et süsteemi sumbuvus väheneb, sest käe kaudu saab süsteem energiat juurde. Veel näeme, et teatava aja möödumisel sundvõnked stabiliseeruvad ja koormis m võngub sunniviisiliselt just sagedusega ν, mitte enam sagedusega ν_0 nagu algul.

Jälgime sundvõngete amplituudi muutumist olenevalt välistungi sagedusest ν. Kui liigutame kätt väga aeglaselt, s. t. kui $\nu \ll \nu_0$, siis koormise m võnkumine järgib hästi käe liikumist. Muutub aga ν järjest suuremaks, siis suureneb ka sundvõngete amplituud ja saavutab viimaks maksimumi, kui sundvõngete sagedus on võrdne süsteemi omavõnkesagedusega, s. o. kui $\nu = \nu_0$. Sel korral räägitakse resonantsinähtusest (lad. k. *resonare* — vastu kõlama). Väga kiirete üles-alla liigutuste puhul ($\nu \gg \nu_0$) paneme tähele ainult vaevaltmärgatavat koormise m vabisemist; sundvõngete amplituud läheneb sel korral nullile.

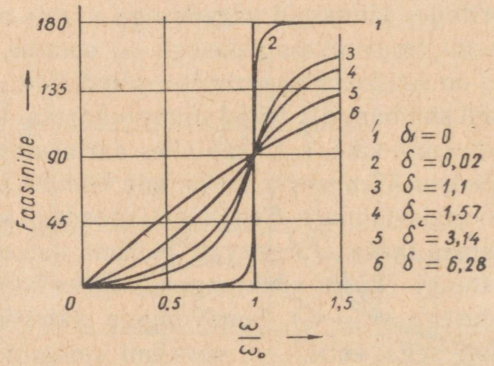


Joon. 254. Amplituudide resonantsikõverad mitmesuguste summutuste puhul.

Joonisel 254 on graafiliselt kujutatud stabiliseerunud sundvõngete amplituudi olenevus välistungi sagedusest ν. Abstsissteljele kantud arvud näitavad, missuguses vahekorras on välistungi sagedus süsteemi omavõnkesagedusega. Ordinaatteljel on näha, mitu

korda ületab sundvõnke amplituud välistungi amplituudi. Kõver nr. 1 vastab juhule, kus puudub süsteemi summutus. Sundvõngete amplituud võiks sel korral sageduse lähenemisel omavõnkesagedusele ν_0 kasvada piiramatult, kui ainult süsteemi vastupidavus siin piiri ette ei seaks. Järgnevad kõverad näitavad, kuidas mõjub süsteemi summutus ($\delta > 0$) sundvõngete amplituudile. Nüüd on maksimaalne amplituud igal juhul lõplik suurus. Seejuures võib kõverate nr. 3 ja 4 puhul märgata, et sundvõngete maksimaalne amplituud on saavutatav niisugustel ν väärtustel, mis on mõnevõrra väiksemad kui ν_0. Ka selles avaldub summutuse mõju. Mida suurem on süsteemi summutus, seda lamedam on vastava amplituudi resonantsikõver ning seda raskem on eristada resonantsi piirkonda. Kõvera nr. 5 puhul on summutus niivõrd suur, et ei saa enam rääkida resonantsiefektist; siin vähenevad amplituudid alates algväärtusest kuni nullini. Joonis lubab järeldada, et välistungi väga väikese sageduse korral ($\nu \ll \nu_0$) on sundvõngete amplituud sõltumatu välistungi sagedusest. Summutustungil on sundvõnkumise nähtuses veel teine toime. Selle selgitamiseks korraldame katse. Võtame kätte vedru, mille otsas ripub koormis (vt. joon. 253). Pannes selle süsteemi võnkuma, alustame käe võnkliigutustega. Sooritades viimaseid sagedusega ν, mis on väga väike võrreldes süsteemi omavõnkesagedusega ν_0, ootame, kuni teatava aja möödumisel on sundvõnked stabiliseerunud (s. t. kuni omavõnked on praktiliselt sumbunud). Nüüd võime märgata, et koormis liigub samas suunas kui käsi, s. t. käe olles äärmises asendis on ka koormis samapoolses äärmises asendis; käe läbides tasakaaluasendit läbib ka koormis viimast. Teisiti väljendades: sundvõnked ja välistung on samas faasis. Järgnevalt püüame katsekorraldust nii muuta, et välistungi (käsi) võnkesagedus oleks võrdne süsteemi omavõnkesagedusega ($\nu = \nu_0$). Sundvõngete stabiliseerumine võib sel korral küllalt aega võtta, kui süsteemi summutus on väike. Nüüd võime aga tähele panna, et koormis on just siis nullasendis (tasakaaluasendis), kui käsi sooritab maksimaalse väljalöögi; samuti ümberpöördult: koormise hälve on maksimaalne, kui käsi läbib tasakaaluasendit. Sel korral, s. t. resonantsi korral jääb sundvõngete faas täpselt veerand perioodi $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ maha välistungi faasist ehk teiste sõnadega: resonantsi korral on faasinihe $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. Võnkumine toimub selliselt, et elastselt võnkuv süsteem saab kogu aja välistungi mõjul juurde energiat, mis kulub selleks, et tasakaa-

lustada summutusest tingitud kaotusi. Selgitame seda nähtust lähemalt. Olgu käsi liikumas just tasakaaluasendist allapoole; siis on koormis oma võnkumisel kõrgeimas punktis ja hakkab ka allapoole liikuma. Ta saab järelikult käe liikumise kaudu kiirenduse samas suunas (tähendab: välistung hakkab kasvama nullväärtuselt negatiivses suunas, olles veerand perioodi ees võnkuvast koormisest, sest koormis alles hakkab liikuma tasakaaluasendisse). Kui koormis liigub tasakaaluseisust allapoole, siis on välistung maksimaalne ja hakkab siitpeale kahanema, jäädes aga suunalt endiselt negatiivseks, seega mõjustades koormise edasist liikumist äärmisse seisu. Kui koormis on jõudnud sellesse äärmisse seisu, siis on välistung jälle muutunud nulliks ja vahetab nüüd oma suunda. Koormis saab nüüd kiirenduse suunaga ülespoole; samas suunas tõmbab ka elastsustung teda tasakaaluasendi poole. Kui välistung muutub sama sagedusega, mis on süsteemi omavõnkesageduseks ($\nu = \nu_0$), ja kui see võrdsus ka edasi püsib, siis jääb veerandperioodiline faasinihe ka edasi püsima, s. t. välistungi poolt tehtav töö on kogu aja positiivne ja energia juurdevool üles-alla liikuvalt käelt võnkuvale koormisele on maksimaalne.



Joon. 255. Faasinihke olenevus suhtest $\frac{\omega}{\omega_0}$ mitmesuguste summutuste puhul.

Joonisel 255 on graafiliselt esitatud olenevus faasinihke ja sageduse vahel. Siit nähtub asjaolu, et mida väiksem on süsteemi summutus, seda järsemalt toimub faasinihke muutus. Kõver nr. 1 vastab juhule, kus puudub süsteemi summutus. Sel korral ühtib välistungi faas täpselt sundvõngete faasiga, kuni veel $\nu < \nu_0$. Niipea aga, kui $\nu > \nu_0$, on sundvõngete faas täpselt vastupidine välistungi

faasile, s. t. faasinihe $\Delta\varphi = \pi$. Faasinihet π saame demonstreerida võtmekimbuga — käe kiirel edasi-tagasi liigutamisel näeme massi täpselt vastassuunalist liikumist käeliigutustega võrreldes. Teised faasinihke kõverad joonisel 255 näitavad aeglasemat faasinihke muutust. Igal juhul on sundvõnke faas järel välistungi faasist.

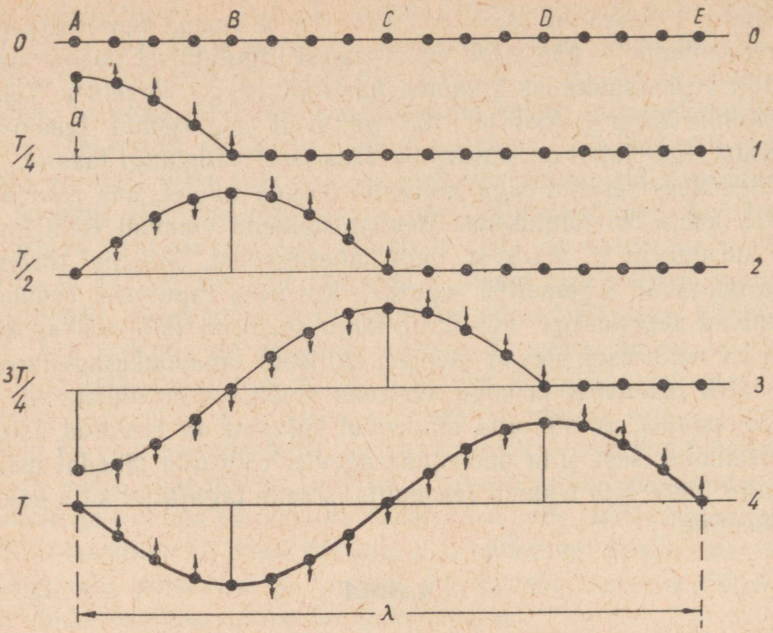
Ühenduses resonantsiga mainime mõnda näidet, kus resonants esineb kahjuliku nähtusena. Mehhanismidena omavad elektrimootor, aurumasin jt. teatavat omavõnkesagedust. Masina tiirlevad osad tekitavad perioodilisi raputusi. Kui need raputused (võnked) toimuvad sagedusega, mis ühtib kogu süsteemi (siia võivad kuuluda ka naabruses olevad esemed, ehitised) omavõnkesagedusega, siis tekib resonants ja kogu süsteemi stabiilsus on ohustatud. On tuttav asjaolu, et üle silla marssival kolonnil on keelatud astuda taktisammul, sest silla omavõnkesagedus võib olla lähedal marsirütmile. Jälle võib tekkida resonants ja selle tagajärjel silla kokkuvarisemine.

Lained

192. Ristlained. Oleme peatunud üksiku materiaalse punkti võnkumise juures. Ideaalses olukorras oli tegu kinnise süsteemiga, mis energiat ei hajutanud: elastse terasvedru otsa riputatud kuulike võib võnkuda teoreetiliselt piiramatu aja kestel eeldusel, et puudub hõõrdumine või keskkonna takistus. Viimase esinemisel on tegu energiat hajutava süsteemiga.

Üksiku materiaalse punkti asemel olgu nüüd homogeenne, elastne keskkond. Kui selle keskkonna üksik element — ainepunkt — satub võnkliikumisse, siis peab see mõju avaldama ka naaberpunktidele. Et viimased on seotud esimesega elastsustungide kaudu, siis satuvad nad sunniviisiliselt samalaadsesse võnkliikumisse ja mõjustavad niiviisi järjest kaugemal asetsevaid ainepunkte. Need aga, omades massi ja seega ka inertsi, alustavad võnkumist teatava lühikese ajavahemiku võrra hiljem. See hilinemine on seda suurem, mida kaugemal on mingi ainepunkt võnkliikumist ergutavast ainepunktist. Niisugust võnkumise levimist keskkonnas nimetatakse laineliikumiseks. Kui keskkonna ainepunktid asetsevad sirgjoonel, võib tekkivat laineliikumist nimetada *lineaarseks laineks* ehk ka *lainekiireks*, mõeldes sellega laine levimissuunda.

Joonisel 256 ongi esitatud sirgreas asetsevate punktide kogu, elastne punktirida (pingutatud kummivoolik, keel). Vaatleme



Joon. 256. Ristlaine tekkimine.

võnkeolukorra levimist ehk lainetamist selles reas, kui punkt A hakkab võnkuma harmooniliselt amplituudiga a ja perioodiga T (sagedus ν). Võnkumise suund aga olgu risti selle punktireaga. Niisuguseid laineid, kus aineosake võngub risti laine levimissuunaga, nimetatakse ristlaineteks (transversaallaineteks).

Eeldame, et lähim naaberosake meie punktireas alustab oma võnkumist ikka $\frac{1}{16}$ T võrra hiljem kui eelmine (T on ühe osakese võnkeperiood). Kui nüüd viia vaatluse algul punkt A tasakaaluasendist välja risti punktireaga, alustab ta harmoonilist võnkumist. Et rea punktid on omavahel seotud elastsustungidega, siis levib võnkumine piki punktirida edasi. Ajavahemiku $\frac{1}{4}T$ kestel levib võnkumine punktini B. Punkt A on siis äärmises asendis ülal (joon. 256, 1). Samal hetkel haarab võnkumine ka punkti B ja täpselt $\frac{1}{4}T$ võrra hiljem $\left(\frac{1}{2}T \text{ võrra alghetkest arvates}\right)$ on võnkumine levinud punktini C, mis on punktist B niisama kaugel, kui B on punktist A. Punkt B on nüüd samas faasis, milles oli A veerand perioodi tagasi, s. o. äärmises ülemises asendis (joon. 256, 2). Nii levib

laine ehk täpsemalt võnkumise faas selles sirgreas edasi konstantse kiirusega. Faasi levimiskiirust nimetatakse faasikiiruseks. Laine levimiskiiruse all mõeldakse just faasikiirust, mis alati ei ühti impulsi ehk energia levimise kiirusega. Kui A on jõudnud jälle tasakaaluasendisse ja alustab liikumist ülespoole, siis on laine levinud punktini E. See punkt E on punktile A lähim punkt, mis võngub samas faasis punktiga A. Selleks on kulunud aega täpselt periood T ja laine on levinud pikkuse võrra, mida nimetatakse lainepikkuseks λ. Üldse nimetatakse lainepikkuseks kahe lähima samas faasis oleva punkti vahelist kaugust. Seega laine levimiskiirus $v = \frac{\lambda}{T}$, millest omakorda

$$\lambda = vT. \tag{1}$$

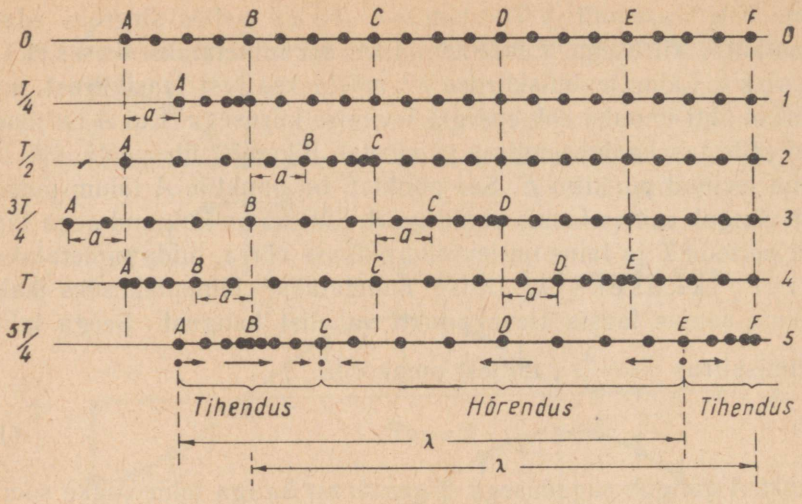
Punkt A võngub sagedusega ν, seepärast ka iga teine osake sooritab ν võnget sekundis ja et laine jõuab ühe täisvõnke vältel edasi täpselt ühe lainepikkuse võrra, siis

$$v = \lambda \cdot \nu = \frac{\lambda}{T}. \tag{2}$$

Punkt A võngub harmooniliselt, seepärast on lainekõveraks siinuskõver. Joonisel 256, 4 kujutab kõvera osa AC laine orgu ja CE laine harja; mõlemad kokku annavad täislaine.

193. Pikilained. Pikilained (longitudinaallained) tekivad siis, kui aineosakesed võnguvad laine levimissuunas.

Sellise laine tekkimist selgitab joonis 257, mis kujutab jälle punktirida, kus üksikute ainepunktide vahel on mõjumas elastsustungid. Liikumise algul (joon. 257, 0) on need tungid omavahel tasakaalus. Järgnevalt hakaku punkt A harmooniliselt võnkuma ja alustagu liikumist piki punktirida paremale. Naaberpunkt alustab sedasama liikumist, kuid hetk hiljem. Hilinemise põhjuseks on selle osakese mass, inerts. Joonisel on valitud $\frac{1}{16}\ T$ (T on osakese võnkeperiood) selleks ajavahemikuks, mille kestel impulss levib punktireas järgmise osakeseni. Veerandperioodi $\left(\frac{1}{4}\ T\right)$ lõpul on A äärmises asendis (amplituud a). Sel hetkel peab B alustama liikumist paremale. Punktireas on nüüd esialgne ainepunktide ühtlane paigutus muutunud: punktid A ja B on minimaalses kauguses teineteisest ja punktireas on tekkinud tihendus. Poole perioodi lõpul

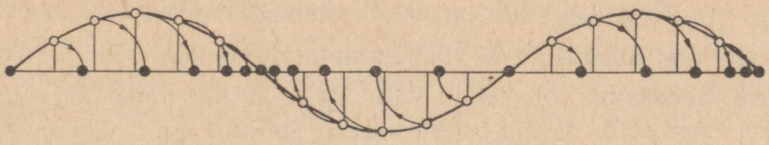


Joon. 257. Pikilaine tekkimine.

on tihendus levinud punktini *C*. Punkt *A* on $\frac{1}{2}$ *T* lõpul jälle algasendis, kuid faasilt vastupidises, võrreldes tema liikumise algfaasiga. Punkti *A* liikumine oli teise veerandperioodi kestel vastupidine tihenduse levimise suunale ja ta jätkab seda vastassuunalist liikumist ka kolmanda veerandperioodi jooksul. $\frac{3}{4}$ *T* lõpuks on tihendus levinud punktini *D*. Punktid *A* ja *C* on aga nüüd suurimas kauguses teineteisest: punktireas on tekkinud h õ r e n d u s. Selle hõrenduse keskkoht on sel hetkel punktis *B*. Veel veerand perioodi hiljem on hõrendus punktide *B* ja *D* vahel, keskkohaga punktis *C*. Näeme, et ka hõrendus levib piki punktirida. Tihendus on perioodi lõpul punktis *E*. Nüüd on aga punkt *A* jälle algfaasis; ta on sooritanud täisvõnke (võrdle *A* liikumist pendli võnkumisega!) ja alustab samaaegselt punktiga *E* liikumist paremale. *A* ja *E* kui kaks lähimat samas faasis olevat punkti määravad lainepikkuse λ. Lainepikkust võib mõõta tihenduse keskkohast järgmise tihenduse keskkohani (vt. joon. 257, 5) või hõrenduse keskkohast järgmise hõrenduse keskkohani. Pikilainete korral vahelduvad hõrendused tihendustega (poole perioodi tagant). On näha, et tihendused ja hõrendused on keskkohtadega just neis punktides, mis läbivad tasakaaluasendit. Seega ei või tihendust (hõrendust) vastavusse seada ristlaine harjaga (oruga). Ka paneme tähele, et seal, kus osake liigub laine levimise suunas, kujuneb tihendus, hõrenduses aga võnguvad

osakesed vastassuunaliselt laine levimise suunale. Osakeste liikumiskiirus on kõige suurem hõrenduse ja tihenduse keskkohas; nendes kohtades on kineetiline energia maksimaalne.

Sisuliselt ei ole mõtet pikilainet ristlainega vastavusse seada, kuid kokkuleppel, puhtvormiliselt, võib pikilaine ülevaatlikumaks ja hõlpsamaks graafiliseks kujutamiseks toimida järgmiselt. Joonestame hariliku siinusjoone (joon. 258) ning pöörame selle punktid



Joon. 258. Pikilaine graafiku valmistamine.

90°-se pöördega tasakaalusirgele. Seejuures pöörame positiivse hälbega punktid laine levimissuunda (paremale), teised vasakule. Nii saame hõlpsasti joonisel 257 esitatud pikilaine kujutise. Punktid, mis vastavad ristlaine harjale ja orule, on minimaalse kineetilise energiaga, näiteks joonisel 257, 4 punktid B ja D. Joonisel 257, 5 aga on punkt B muutunud tihenduse, punkt D hõrenduse keskkohaks. Tihendused ja hõrendused levivad konstantses kauguses teineteisest. Ka pikilaine korral kehtivad seosed

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu \text{ ja } \lambda = vT = \frac{v}{\nu}.$$

Need on laineõpetuse põhiseosed.

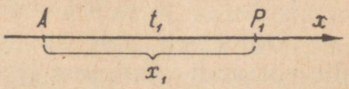
Pikilainete tihendused ja hõrendused on ruumalalised muutused ehk ruumala deformatsioonid. Pikilained võivad esineda igas kehas, millel on ruumelastsus, s. o. mis ruumala muutusele reageerib elastsustungidega. Ruumelastsust aga omavad niihästi tahked, vedelad kui ka gaasilised kehad. Ristlainete korral toimub üksikute osade nihkumine risti laine levimissuunaga ja see on võimalik ainult kujuelastsetes kehades. Seepärast võivad ristlained esineda ainult tahketes ainetes. Vedelikes ja gaasides on ristlained võimalikud ainult vahepinnal, nagu seda võib tähele panna vee puhul, kus lainetus tekib vee ja õhu kokkupuutepinnal.

194. Lainevõrrand. Võnkugu punkt A (joon. 259) harmooniliselt seaduse järgi

$$y = a \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right)$$

ehk

$$y = a \cdot \sin\left(2\pi\nu t + \varphi\right),$$



Joon. 259.

kus y on ainepunkti hälve, a — amplituud, φ — algfaas. Piki punktirida levigu ristlaine konstantse kiirusega v. Meie ülesandeks on tuletada seos, mis võimaldaks määrata sellest punktist A mingil kaugusel x asetseva punkti võnkumisoleku mistahes ajamomendil. Arutleme järgmiselt. Kui võtta laine esimese osakese A jaoks ajale $t = 0$ vastav algfaas $\varphi = 0$, s. t. kui eeldada, et ajal $t = 0$ läbib A just tasakaaluasendit, siis väljendab A liikumist võrrand $y = a \cdot \sin 2\pi\nu t$. Kaugusel x_1 olev punkt P_1 (joon. 259) võngub ka harmooniliselt, kuid temani jõuab võnkumine ajavahemiku $t_1 = \frac{x_1}{v}$ võrra hiljem. Sedasama võib teisiti väljendada ka nii: punkt P_1 võngub hetkel t just selles faasis, milles asetses punkt A aja t_1 võrra varem, s. t. momendil $t - t_1$. Seega hetkel t on P_1 võnkefaas $2\pi\nu\ (t - t_1)$ ehk $2\pi\nu \left(t - \frac{x_1}{v}\right)$ ning P_1 hälve y_1 hetkel t

$$y_1 = a \cdot \sin 2\pi\nu \left(t - \frac{x_1}{v}\right).$$

Et P_1 on meelevaldselt valitud punkt, siis saame üldise valemi mistahes punkti P hälbe ja faasi arvutamiseks vastavalt mistahes ajamomendile t:

$$y = a \cdot \sin 2\pi\nu \left(t - \frac{x}{v}\right). \qquad (1)$$

Seega oleme saanud otsitava lainevõrrandi lineaarse ristlaine jaoks. See võrrand sisaldab kaht muutujat x ja t. Kui võtame $x =$ const., siis saame võnkeseaduse kaugusel x asetseva punkti jaoks. Selle graafiliseks kujuks on sinusoid. Võttes $t =$ const., saame nii-öelda momentülesvõtte kõigist punktidest, mille graafiliseks kujuks on sama sinusoid. Võrrand (1) esindab positiivse x suunas liikuvat lainet. Kui laine levib negatiivse x suunas, siis asendub märk miinus märgiga pluss. Lainevõrrandi kuju võime teisendada, arvestades, et $v = \lambda\nu$, ja viies võrrandis (1) ν sulgudesse. Saame

$$y = a \cdot \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{x \cdot \nu}{\lambda \cdot \nu}\right) = a \cdot \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)$$

ehk ka

$$y = a \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right). \qquad (2)$$

Selle võrrandi vaatlusest järeldub meile juba tuttav asjaolu, et teineteisest lainepikkuse λ kaugusel asetsevad osakesed on samas

liikumisfaasis. Nimelt võttes t jaoks mingi kindla väärtuse t_1 ja andes x-le järjest väärtused $0, \lambda, 2\lambda \ldots n\lambda$ (n olgu täisarv), näeme, et vastavad siinuse argumendi väärtused erinevad üksteisest suuruse $2\pi n$ võrra. Seega on kõik vastavad hälbed y üksteisega võrdsed, s. t. vaadeldavad punktid võnguvad samas faasis. Lainevõrrand kehtib ka pikilainetuse korral.

195. Laineenergia. Iga laine tekitamiseks tuleb kulutada tööd. Lained on energia kandjaiks läbi ruumi. Laineprotsessist osa võttev ainepunkt on seotud naaberpunktidega nende vahel mõjuvate tungide kaudu; see ainepunkt saab energia oma naabrilt ja annab selle jälle teisele edasi. Laine levimisel kandub kogu aja energia antud punkti kaudu laine levimise suunas. Kui lainest haaratud osake omab maksimaalset kiirust (nagu see on pikilaine tihenduse või hõrenduse keskkohas), siis esineb seal energia ainult kineetilise energia kujul, kiiruse puhul null aga potentsiaalse energia kujul. Energia teiseneb perioodilises vahelduses kineetiliseks ja potentsiaalseks energiaks, kusjuures harmoonilise rist- või pikilaine korral pool koguenergiast on kineetiline, teine pool potentsiaalne.

Et laineliikumises iga osake võngub läbi oma tasakaaluasendi, siis toimub energia levimine nii-öelda ilma massitranspordita. Nii on lained ideaalsed energia ülekandjad. Öeldus ja järgnevas on juttu niisugustest lainetest, kus laine ainult kujuelastses keskkonnas järjest edasi liigub. Neid laineid nimetame *edasiliikuvaiks ehk kulgevaiks laineiks*. On kerge näidata, et *kulgeva laine puhul on laineenergia proportsionaalne amplituudi ruuduga, sageduse ruuduga ning võnkuvate punktide massiga*.

Paragrahvis 184 juba leidsime ainsa võnkuva punkti kineetilise ja potentsiaalse energia suuruse ning nende kaudu arvutasime võnkuva ainepunkti koguenergia E. Kui laine kogu ulatuses jääb võnkuvate ainepunktide mass ja amplituud samaks, siis omab ka iga punkt laineliikumises sama energia koguväärtust. Seepärast on eelmine lause kehtiv lainegi korral.

Kui laine levib homogeenses, isotroopses keskkonnas, lähtudes punktikujulisest allikast, siis toimub tema levimine ühtlaselt igas suunas. Kõik punktid, mis võnguvad samas faasis, moodustavad *lainefrondi*. Lainefrondi iga punkt evib sama energiat, kui ainult punkti mass ja võnkeamplituud jääb piki lainefronti samaks.

Segamatu leviku puhul kannavad lained energiat ikka sirges joones edasi, arvates võnkumiskeskkohast läbi lainefrondi, ja nimelt homogeenses, isotroopses keskkonnas risti lainefrondiga, s. t. normaali suunas. Ruumis moodustavad lainefrondi ehk lainepinna kontsentrilised kerapinnad. Niisuguste keralainete puhul on normaalideks võnkumiskeskkohast väljuvad raadiused. Tasapinnal (näiteks veepinnal) on lainefrondiks kontsentrilised ringjooned ja normaalideks seega nende ringlainete raadiused. Seepärast võib öelda, et energia levib piki normaale «kiirtena», s. t. sirgjooneliselt. Neid lainepinna normaale nimetatakse seetõttu ka *lainekiirteks* (valguskiir, röntgenikiir jne.). Kiir ei ole loomulikult mingi füüsikaline tõsiasi, vaid on lihtsalt geomeetriline sirge. Tõeliselt eksisteerib ainult lainefront või selle osa. Kus kiirest rääkimine tundub liiga abstraktsena, seal võetakse tarvitusele *kiirtekimbu* mõiste. Kiir — sirge — märgib ikka ainult laine levimise suunda.

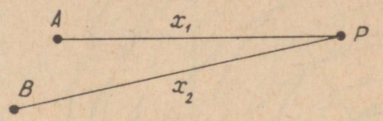
196. Lainete interferents. Kui keskkonnas levib kaks või rohkem lainet, siis tekib küsimus nende vastastikusest toimest. Siin on tegu lainete liitumise juhtumiga. Liikumiste olenematuse printsiip on kehtiv selgi korral: keskkonnas võib levida mitu lainet, kusjuures üks laine ei sega teist. Veepinnal näiteks võib tähele panna kahe laine läbitungimist teineteisest, kui need lained lähtuvad kahest eri punktist. Samuti võivad ruumis levida mitmed häälelained, mida kõrv kuuleb eraldatuna. Mingi keskkonna punkt võib harmoonilise laine mõjul sattuda harmoonilisse võnkumisse. Samasse punkti võib aga jõuda ka teine laine ja nende koosmõjul satub punkt resultantvõnkumisse, mis võib olla esialgse võnkumisega võrreldes tugevdatud või ka nõrgendatud. Selle resultantvõnkumise leidmiseks liidame lihtsalt komponentnihkumised antud punktis.

Laiemas mõttes tähendab *interferents* just kohtuvate lainete vastastikust toimet. See vastastikune toime võib olla ka selline, et kaks lainet teineteist vastastikku kustutavad. Sel korral räägitakse interferentsist kitsamas mõttes, s. t. mõistetakse interferentsi all lainete kustumist. Selgitava näitena käsitleme kahe lineaarse ristlaine kohtumist punktis P (joon. 260). Lained lähtugu punktidest A ja B ja võnkumine toimugu risti joonise pinnaga. Tegu olgu kahe harmoonilise lainega, mis on perioodilt võrdsed, kuid amplituudilt erinevad. Punktis P liituvad need lained ja selle

punkti võnkumine võib olla erinev naaberpunktide omast. Lainevõrrandi abil väljendame P võnkumise lainete A ja B mõjul järgmiselt:

$$y_1 = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right),$$

$$y_2 = a_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right).$$



Joon. 260. Kahe lineaarse ristlaine kohtumine punktis P.

Harmooniliste võnkumiste liitmise juhtumist teame, et liitvõnkumise amplituud oleneb faaside vahest ning võib muutuda suuruste vahel $a_1 + a_2$ ja $a_1 - a_2$. Juhul, kui faaside vahe on null või 2π või üldiselt π paarisarv-kordne, saame võnkumise maksimaalse amplituudiga $a = a_1 + a_2$, s. t.

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) = 2n\pi,$$

kus n tähendab mistahes täisarvu. Lihtsustades ja koondades saame siit

$$\frac{x_1 - x_2}{\lambda} = n \text{ ehk } x_1 - x_2 = n \cdot \lambda = 2n \cdot \frac{\lambda}{2}, \qquad (1)$$

kusjuures $x_1 - x_2$ nimetatakse lainete k ä i g u v a h e k s. Niisiis on maksimaalse amplituudi $a = a_1 + a_2$ puhul lainete käiguvahe võrdne poollainepikkuste paarisarvuga. Sel korral hilineb üks laine teise suhtes täisarvu perioodide võrra. Seega siis punktis P ühinevad lained samas faasis ja tugevdavad vastastikku teineteist.

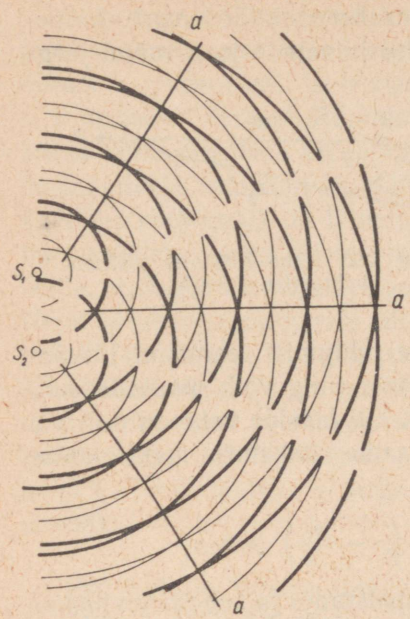
Samalaadne arutlus viib otsusele, et minimaalse amplituudi $a = a_1 - a_2$ korral võrdub lainete käiguvahe poollainepikkuste paaritu arvuga:

$$x_1 - x_2 = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}. \qquad (2)$$

Nüüd on lained punktis P vastasfaasides (näiteks laine hari ühtib laine põhjaga) ja nõrgendavad vastastikku teineteist.

Kui erijuhul on amplituudid võrdsed, siis võib punkt P võnkuda kahekordse amplituudiga või ka hoopis paigale jääda.

Esitatud näites moodustasid lainete levimissuunad teatava nurga. Kui kaks lainet kulgevad ühist sirget mööda, siis võib nende koosmõjul laineliikumine hoopis hävida, kui lainete käiguvahe on võrdne poollainepikkuste paaritu arvuga. Kui liituvate lainete perioodid ei ole võrdsed, siis tekib tuiklemine.

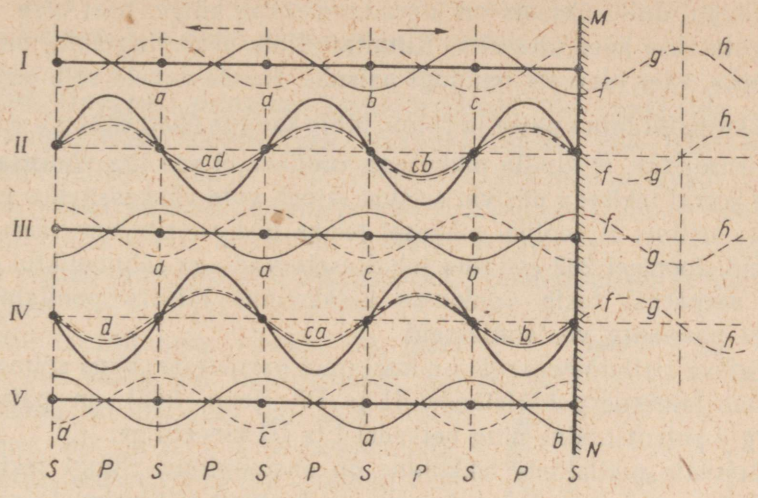


a - amplituudide maksimumi kohad

Joon. 261. Interferents.

Joonis 261 selgitab lainete interferentsi üldisemat juhtu. Tasapinna kahest punktist levib kaks sama sagedusega ringlainet. Kui lained lähtuvad neist punktidest samas faasis, siis võib tasapinnal ikka leida kõveraid, mille kõik punktid rahuldavad tingimust, et lainete käiguvahe $x_1 - x_2$ neis oleks $2n \cdot \frac{\lambda}{2}$, s. t. paarisarv poollainepikkust. Geomeetriast teame, et geomeetriliseks kohaks neile punktidele on hüperbool. Neis hüperbooli punktides tugevdavad lained vastastikku üksteist. Samuti leiame hüperboole, kus lained nõrgendavad üksteist.

197. Seisvad lained. Lainete interferentsi tähtsa erijuhtumiga on tegu siis, kui kaks muidu identset, kuid vastassuunas levivat lainet kohtuvad ühisel sirgel. Praktiliselt saab niisuguseid laineid tekitada sel teel, et kulgev laine lastakse peegelduda mingilt teiselt keskkonnalt. Joonis 262 selgitab nn. s e i s v a t e ristlainete tekkimist. Pideva joonega on tähistatud vasakult paremale liikuv laine. See peegeldub tihedamalt keskkonnalt faasi vastupidiseks muutumisega, s. t. faasi muutumisega π võrra ehk — nagu ka öeldakse — poollaine kaotusega. Viimase mõiste, s. o. poollaine kaotuse selgitamiseks on joonist 262, I täiendatud järgmiselt. On pikendatud paremale liikuvat lainet haru *fgh* võrra. Kui kaotada selles poollaine *fg*, nihutada ülejäänud haru *h* peegeldava pinna juurde ja pöörata seda haru 180° võrra ümber *MN*, siis ühtib *h* täielikult peegelduva lainega. Seisus I on esitatud see moment, kus lained on jõudnud teineteise suhtes asendisse, mil hari ja org on kohakuti ja ümberpöördult. Sel korral, nagu teame, kustutavad lained vastastikku teineteist ja kõik punktid on sel hetkel tasakaaluasendis. Seis II näitab olukorda veerand perioodi hiljem. Selle ajaga on esimene laine liikunud veerandlainepikkuse võrra paremale, teine nii-



Joon. 262. Seisvate ristlainete tekkimine.

sama palju vasakule. Seega kohtub nüüd (hetk II) kulgeva laine org *a* peegeldunud laine orúga *d*; samuti kohtuvad laineorud *b* ja *c*. Interfereerumisel tekkiv laine on nüüd kõikjal kahekordse hälbega. Järgmise $\frac{1}{4}$ *T* lõpul lähevad jälle kõik punktid samaaegselt läbi tasakaaluasendi (seis III) — laineliikumine on interfereerumisel kustunud. Edasi saame seisud IV ja V, milledes olukorra muutus on kergesti jooniselt loetav. Üldpildist näeme, et märgitud kohtades toimub kestev üles-alla võnkumine kahekordse amplituudiga. Neid kohti nimetatakse seisva laine p a i s u d e k s. Paisukohad on üksteisest eraldatud tähega *S* märgitud punktidega; need on seisva laine s õ l m p u n k t i d ehk s õ l m e d, kus võnkliikumist kunagi ei esine. Naaberpaisudes toimub võnkumine vastasfaasis.

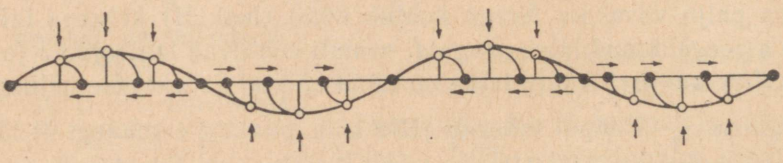
Kulgev laine erineb seisvast lainest selle poolest, et seisva laine korral läbivad kõik punktid samaaegselt tasakaaluasendi, kuna kulgeva laine puhul see toimub kindla perioodilise hilinemisega. Ka ei liigu seisva laine korral laine hari ja org edasi, vaid nende punktid võnguvad üles-alla («seisev laine»!). Maksimaalset amplituudi omab laine just neis harjale või orule vastavates punktides. Kahe sõlmpunkti vahel asetsevad punktid võnguvad kõik samas faasis, kusjuures igal punktil on oma võnkeamplituud. Kahe sõlmpunkti kaugus teineteisest on pool kulgeva laine pikkusest, s. o. $\frac{1}{2}\lambda$.

Seisvaid laineid saab katseliselt demonstreerida köie või kummi-

voolikuga, mille üks ots on kinnitatud seina külge, teist otsa aga võngutatakse käes üles-alla. Kinnitatud ots peab tingimata olema sõlmeks, käes olev ots muidugi paisuks. Nende vahele võib paigutuda kuipalju tahes paise ja sõlmi, mille kaugus üksteisest on $\frac{1}{4}\lambda$. On arusaadav, et kindla pikkusega voolikus ei saa iga võnkesageduse korral tekitada püsivat seisvat lainet, vaid võnkesagedus peab olema selline, et vooliku pikkusel tekiks just paaritu arv veerandlaineid. Joonisel 262 esitatud juhul asetsevad aga sõlmpunktid otstes; seepärast tekib võnkuvas keskkonnas täisarv poollaineid, seega paarisarv veerandlaineid.

Seisva ristlaine energia on kuhjunud paisudesse, kuna sõlmedes puudub laineenergia. Hetkedel II ja IV (joon. 262) on paisude energia potentsiaalne ning hetkedel I ja III kineetiline.

Seisvate pikilainete tekkimine on analoogiline. Siingi tekivad paisud, s. o. kohad, kus liikumine on kestvalt tugevaim, ja sõlmpunktid, kus liikumine puudub.



Joon. 263. Seisva pikilaine graafiku valmistamine.

Joonise 258 juures antud seletuse põhjal on kerge valmistada seisva pikilaine graafikut. Joonisel 263 on seisva ristlaine hälbeid pööratud 90°-se nurga võrra. Seejuures on ülespoole suunatud hälbed pööratud tasakaaluasendist paremale, teised vasakule.

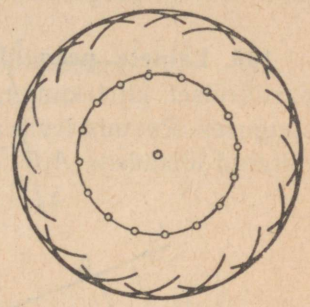
Paisudes tekib keskkonna osakeste edasi-tagasi võnkumine; sõlmedes liikumine puudub. Naaberpaisudes toimub see edasi-tagasi võnkumine vastasfaasiga (nagu ristlainegi korral, kuid nüüd pikuti). Nooled joonisel näitavad võnkumise suunda.

Sõlmpunktides esineb suurim keskkonna tiheduse muutus; suurima tihedusega kohtadest liiguvad aineosakesed väikseima tihedusega kohtadesse. Pool perioodi hiljem on suurima tiheduse koht muutunud väikseima tiheduse kohaks. Paisudes on tiheduse muutus minimaalne ehk, teisiti öeldes, paisudes on rõhu muutus minimaalne. Seega on liikumise pais rõhu sõlmeks ja liikumise sõlm rõhu paisuks.

Seisva pikilaine liikumise paisus on energia kineetiline, liikumise sõlmes, s. o. rõhu paisus, aga potentsiaalne.

198. Huygensi printsiip. Laine levimisel piki punktirida võngub lainepikkuse ulatusel iga punkt ise faasis. Kui laine levib punktikujulisest allikast vedeliku pinnal, siis moodustavad samas faasis võnkuvad punktid lainefrondina ringjoone. Ruumis moodustavad samas faasis võnkuvad punktid kerapinna. Lainepindade kuju oleneb laine levimise tingimustest, levimissuunast ja levimiskiirusest.

Kui lainepinnaks ruumis on tasapind, siis säilib see kuju (nimelt kui keskkond on ühtlane) ja laine liigub suunas, mis on risti selle tasapinnaga. Reaalses olukorras ei saa muidugi rääkida piiramatust tasapinnalisest lainest.



Joon. 264. Huygensi printsiip.

Sfäärilised lained on kinnise kujuga ja nende levimissuund (lainekiir) ühtib sfääri keskpunktist tõmmatud raadiusega. Ka keralaine säilitab ühtlases keskkonnas levimisel oma kuju. Kui sfääri raadius on küllalt suur, siis võib keralaine osa käsitada tasapinnalise laine ehk tasalaine osana.

Praktiliselt ei saa kunagi kõnelda punktikujulisest võnkumisallikast. Seepärast on keralaine õieti abstraktsioon, kuid võnkumisallika iga üksikut punkti võime siiski käsitada keralaine keskpunktina. Nende lainete liitmise tulemus määrabki tegeliku lainepinna. Sel juhul, kui liidame eri punktidest väljunud laineid, peame teadma nende lainete amplituudi ja ka faasi.

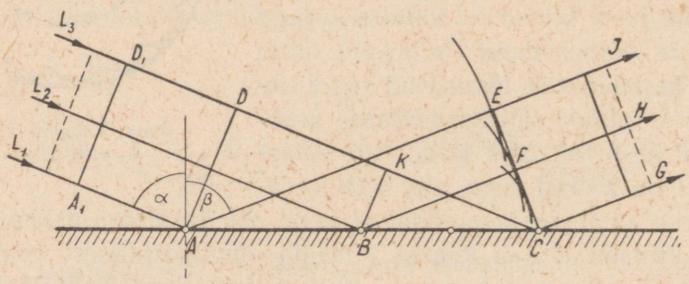
Lainefront liigub edasi laine levimise kiirusega, ühtlasi muutes üldjuhul samaaegselt ka oma kuju. Huygensi printsiip võimaldab lainefrondi kuju ja asendi määramist mistahes hetkel, kui on teada andmed algmomendi kohta. Huygens[1] arendas oma vaadet järgmiselt. Kui elastse keskkonna mingis kohas tekib deformatsioon, siis satuvad ka selle koha naaberpunktid võnkliikumisse, kuid kõigist neist punktidest levivad nüüd uued lained, sekundaarlained, kontsentriliselt ruumis laiali. Neid sekun-

[1] Christiaan Huygens (1629—1695), hollandi teadlane; teostas põhjapanevaid uurimisi füüsikalise pendli alal; leiutas pendelkella ja on valguse lainetamise teooria põhjendajaid.

daarlaineid nimetatakse elementaarlaineteks. Et aga Huygens ei olnud tuttav interferentsinähtustega, mis avastati alles hiljem, siis väitis ta edasi järgmist. Lainefront, tegelik lainepind, ei ole muud midagi kui elementaarlainete mähispind (joon. 264). See on Huygensi printsiibi sisu tema esialgsel kujul. Huygensi printsiip on õieti geomeetriline abikujutelm, milles sekundaarlained ei esinegi reaalsete kujunditena. Lainepinna ehitamiseks kasutatakse sekundaarlainete neid punkte, mis ühtivad mähispinnaga.

Rakendame seda Huygensi printsiipi tema algkujul kahe nähtuse, lainete peegeldumise ja murdumise selgitamiseks.

199. Lainete peegeldumine. Joonisel 265 esitagu L_1, L_2, L_3 paralleelset kiirtekimpu, s. t. lainete lähtekoht asetsegu suures kauguses. Ruumis levib sel korral tasalaine, mis joonise pinnal on esitatud lõikudena A_1D_1 ja AD. Levimissuunda märgivad nooled.

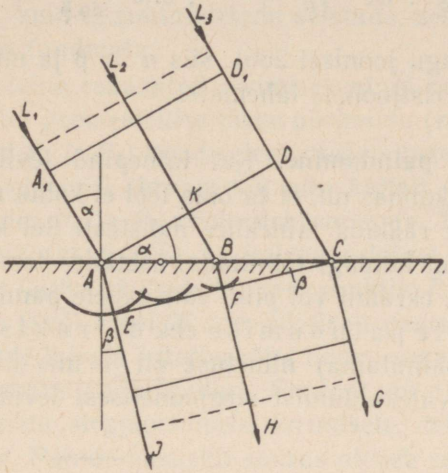


Joon. 265. Lainete peegeldumine.

Punkt D on punktiga A samas faasis, sest nad on sama lainefrondi punktid. Selle aja jooksul, mil lainekiir L_3 jõuab levida punktist D punktini C, tekib Huygensi printsiibi põhjal punktis A elementaarlaine levimisraadiusega $AE = DC$, samuti punktis B laine vastavalt raadiusega $BF = KC$. Need elementaarlained ja samuti ka kõik teised, mis lähtuvad A ja C vahelistest punktidest, omavad ühist puutetasapinda. Viimane kujutab endast peegeldunud laine fronti. Sellega on risti raadiused AE ja BF; need on järelikult peegeldunud lainekiired. Peegeldunud lainepinna ehitamiseks ei ole punkt F muidugi vajalik, sest E ja C juba määravad selle lainepinna.

Kolmnurgad ACD ja ACE on kongruentsed, sest $AC = AC$, $AE = DC$ ja $\angle D = \angle E = 90°$. Seega $\angle CAD = \angle ACE$. Et nende nurkade haarad on risti nurkade α ja β haaradega, siis $\alpha = \beta$, s. t. langemisnurk on võrdne peegeldumisnurgaga.

200. Lainete murdumine. Vaatleme tasalaine murdumist kaht keskkonda eraldaval tasapinnal. Neis keskkondades olgu laine levimiskiirused erinevad, nimelt v_1 ja v_2.



Joon. 266. Lainete murdumine.

Joonisel 266 on L_1, L_2, L_3 jälle lainekiirte kimbu esindajaiks, s. t. tasalaine levib nende kiirtega näidatud suunas, kusjuures vastav kiirus olgu v_1. On võimalik näidata, et ka teises keskkonnas levib laineliikumine tasalainena, kuid juba muutunud lainekiirte suunas. Seda nähtust nimetatakse murdumiseks. Huygensi printsiibi põhjal näitame, et kehtib murdumisseadus: langemisnurga siinuse ja murdumisnurga siinuse suhe on jääv arv. See jääv arv, nn. suhteline murdumisnäitaja on võrdne nende lainete levimiskiiruste suhtega.

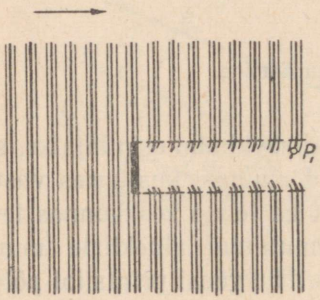
Ajal, mil laineliikumine levib punktist D punktini C, on punktist A teise keskkonda leviva elementaarlaine levimisraadius võrdne lõiguga AE, kusjuures $DC : AE = v_1 : v_2$, sest DC ja AE väljendavad kummaski keskkonnas võrdseil ajavahemikel läbitud teeosi. $AE = DC \cdot \frac{v_2}{v_1}$. Sama aja jooksul on punktist B lähtuva elementaarlaine raadius BF saanud võrdseks suurusega $KB \cdot \frac{v_2}{v_1}$. Kõik need elementaarlained omavad uues keskkonnas ühist puutetasapinda CE. See on murdunud laine front. Temaga risti asetsevad raadiused AE ja BF on järelikult murdunud lainekiired.

Kolmnurkadest ACD ja AEC järeldub, et $DC = AC \cdot \sin\alpha$ ja $AE = AC \cdot \sin\beta$ ehk pärast jagamist

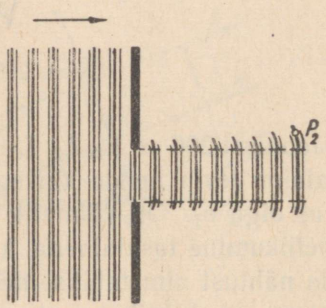
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{DC}{AE}. \text{ Et } \frac{DC}{AE} = \frac{v_1}{v_2}, \text{ siis } \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1,2}.$$

Kui $v_1 > v_2$ (nagu joonisel 266), siis $\alpha > \beta$ ja murdumisel lainekiired kalduvad ristjoonele lähemale.

201. Lainete paindumine. Kui lainepind levib homogeenses, isotroopses keskkonnas nii, et ta oma teel ei kohta mingit takistust, siis on võimalik rääkida lainekiire mõistest. Sel korral aga, kui lainepinna levikut kuidagi tõkestada, asetades tema teele kas lõplike mõõtmetega ekraani või pilu, võib tähele panna nähtust, mida tuntakse lainete paindumise ehk difraktsiooni (lad. k. *diffringere* — painutama) nimetuse all ja mis üldiselt tähendab just lainete kõrvalekaldumist sirgjoonelisest levimisteest.



Joon. 267. Veelainete paindumine ekraani taha.



Joon. 268. Veelainete paindumine pilu taha.

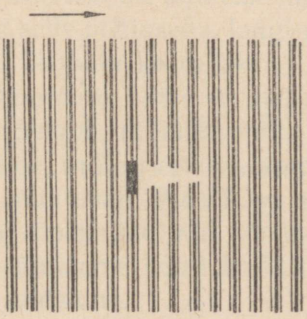
Joonised 267 ja 268 annavad pildi veelainete paindumisest. Nimelt kohtab tasapinnaline veelaine tasast ekraani või ekraanis olevat pilu. On näha lainete paindumist tõkketagusesse ruumi ehk nn. geomeetrilise varju piirkonda.

Selle nähtuse seletamine sai võimalikuks, kui Fresnel[1] täiendas Huygensi printsiipi interferentsinähtuse abiksvõtuga ja arendas välja nn. Huygensi-Fresneli printsiibi. Fresnel jõudis 1819. aastal selgusele, et ruumis, kus laine levib, tuleb iga punkti võnkeolekut seletada kui kõigi seda

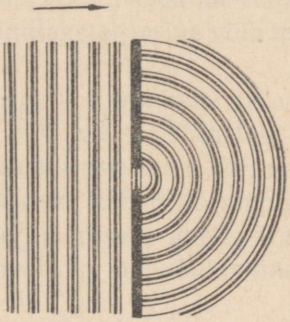
[1] Augustin Jean Fresnel (1788—1827), prantsuse teadlane; viis oma töödega valguse lainetamise teooria tunnustamisele.

punkti läbivate elementaarlainete interferentsi tulemust. Nii läks tal korda põhjalike arutluste abil näidata, et lainepinna tõkestamatul levikul homogeenses keskkonnas tõepoolest võnguvad ainult elementaarlainete mähispinna punktid. Seda väitiski Huygens, kuid ei suutnud seda seletada, sest interferentsinähtus oli temale tundmata.

Kui vaatleme laine takistatud levimisel mingi punkti võnkeolekut ruumis seespool geomeetrilise tõkke piirkonda (näiteks jooniseil 267 ja 268 punktid P_1 *ja* P_2) nende elementaarlainete liitumise tulemusena, mis levivad eriti ekraani või pilu äärtelt, siis ei tarvitse igal juhul punktides P_1 ja P_2 võnkeolek puududa. Teame ju interferentsi käsitlusest (vt. § 196), et kui kaks lainet levivad samas faasis võnkuvaist allikaist ja kohtuvad punktis P nii, et nende käiguvahe on kas 0 või λ või 2λ jne. (üldiselt paarisarv poollainepikkust), siis nende lainete interferentsi tulemusena tekib punkti P võnkumine tugevdatud amplituudiga. Ekraani või pilu ääred mõjuvad segavalt lainete sirgjoonelisele levimisele, tekitades lainete paindumisnähtuse. Paindumisefekti suurus oleneb sellest, missuguses vahekorras on ekraani mõõtmed lainepikkusega λ. Kui lainepikkus on ekraani mõõtmetega võrreldes suur, siis ei suuda ekraan üldse takistada lainete levikut. Niisugune olukord ongi akustikas üldine, sest siin esinevad lainepikkused ulatuvad meetritesse või on selle lähedal, ja ekraan või pilu, mis mõõtmeilt on lainepikkusega



Joon. 269. Veelainete paindumine väga väikese ekraani korral.



Joon. 270. Veelainete paindumine väga väikese pilu korral.

võrreldav, ei takista enam lainete levikut. Difraktsioon on seepärast akustikas harilik nähtus. Valguslainete pikkus ulatub ainult tuhandikesse millimeetritesse, ent kui ekraan või pilu valida suurusjärgult selle lähedane, siis ilmneb ka siin paindumisefekt sel määral,

et üldse ei saa enam rääkida lainete sirgjoonelisest levimisest. Jooniseil 269 ja 270 on ekraan ja pilu mõõtmeilt valitud just lainepikkuse lähedased. Jooniseil näeme tasapinnalise veelaine levikut. Nähtuse seletamisel piirdume järgmisega.

Kui ekraan või avaus on lainepikkusega võrreldes väga väike, siis võib avause või ekraani üksikutest punktidest väljunud elementaarlaineid käsitada peaaegu ühestainsast punktikujulisest võnkumisallikast lähtunud lainetena, millede puhul käiguvahe on ikka väike, võrreldes lainepikkusega λ, ja lained interfereerumisel tugevdavad üksteist vastastikku. Ka siis, kui avaus või ekraan on suuruselt lähedane λ-le, on interferentsil tähtis koht esinevate mitmekesiste paindumisnähtuste seletamisel. On aga avaus või ekraan λ-ga võrreldes hoopis suur, siis võib nähtuse seletamisel interferentsi pidada tähtsusetuks ja rääkida jälle lainete sirgjoonelisest levimisest. Selline ongi lugu optikas, kus ekraanid ja pilud on λ-st ikka kaugelt suuremad. Siin ei ole difraktsioon sugugi harilik nähtus, nagu ta seda on akustikas.

XI. AKUSTIKA

Hääle olemus, liigitus ja omadusi

202. Võnkumine ja hääl. Kõrvaga kuuldavaid loodusnähtusi käsitlevat füüsikaosa nimetatakse *akustikaks*. Praegusel ajal käsitleb akustika ka kõrvaga kuuldamatuid, kuid olemuselt kuuldavaist mitte erinevaid nähtusi.

Kõrvaga kuuldavad nähtused — hääled — on väga mitmesugused ja me nimetame neid erinevalt mulje järgi, mida nad tekitavad. Me kõneleme tuule vingumisest, lehtede kahinast, klaasi klirinast, püssi paukumisest, kella helisemisest, vile vilistamisest, inimese häälest jne. Füüsika ülesandeks on uurida nähtusi väljaspool kõrva, mis põhjustavad niisuguseid aistinguid.

Helisevat kella või pillikeelt jälgides märkame kohe, et nad võnguvad. See võnkumine tekitab õhulainetuse, mis levib meie kõrvani. Kui me kuuleme mingit häält, siis võime leida ka võnkuva keha selle põhjusena, kuigi võnkumise kindlakstegemine võib mõnikord osutuda keerukaks.

Kuuldava hääle mitmekesisuse põhjuseks on võnkumiste erinevus. Selgub, et häält, mida nimetatakse *müraks*, põhjustab võnkumine, mille sagedus, amplituud ja faas kiiresti ning korrapäratult muutuvad. *Pauk* on suure, kuid kiiresti kahaneva amplituudiga võnkumine. Kui võnkumised on perioodilised, korrapärased, siis nimetame häält *heliks*, ning *tooniks*, kui võnkumine on sinusoidaalne.

Uurimisel selgub, et mitte iga perioodiline võnkumine ei tekita kõrvas hääleaistingut, vaid selleks peab võnkumine olema teatava amplituudi ja sagedusega. Katsetest selgub, et heliaistingu tekitamiseks vajalik minimaalne võnkesagedus on olenevalt inimesest umbes 16 Hz. Seda kuuleme madalaima helina. Väiksema sagedusega võnkumine, ükskõik missugune on tema amplituud, pole kuuldav helina. Samuti kaob kuuldavus, kui võnkesagedus ületab 20 000 Hz, mis osutub kõrgeimaks kuuldavaks heliks. Sagedusi 16

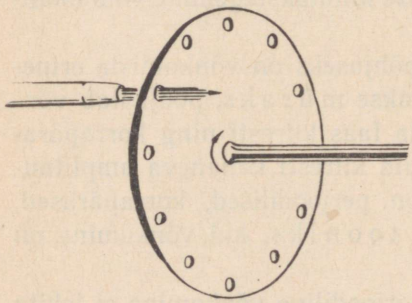
ja 20 000 Hz nimetatakse alumiseks ja ülemiseks kuuldavuse piiriks. Ülemine piir oleneb samuti inimesest ja kahaneb vanadusega, olles umbes 50-aastasel inimesel 13 000 Hz. Koerad näiteks kuulevad heli, mille võnkesagedus ulatub 35 000 hertsini.

Helisid suurema sagedusega kui 20 000 Hz nimetatakse ultrahelideks ja väiksema sagedusega kui 16 Hz infrahelideks.

Hoolimata kuuldamatusest käsitletakse ultrahelisid ja infrahelisid akustikas, sest neid tekitavad võnkumised erinevad kuuldavaid helisid tekitavatest võnkumistest ainult sageduselt.

Merelainetusest tekkivat infraheli, mille sagedus on 10—12 Hz, tajuvad kirpvähid ja meduusid. Tormi lähenedes, kuigi rannikul veel lainetus puudub, põgenevad vähid kaugemale kuivale ja meduusid sügavamale vette, et mitte hävineda rannakividel.

203. Heli tugevus, sagedus ja kõrgus. Tekitades helihargiga tooni, märkame varsti selle nõrgenemist ja samaaegset helihargi võnkeamplituudi kahanemist. Katsest selgub, et tooni, heli ja üldiselt hääle tugevus oleneb võnkeamplituudist. Sama sagedusega võnkumistest tekitab suurema amplituudiga võnkumine tugevamat häält. Lähtudes võnkumisenergiast, mis on võrdeline amplituudi ruuduga, võime väita, et *hääle tugevus ehk intensiivsus on võrdeline teda tekitava võnkumise amplituudi ruuduga.*



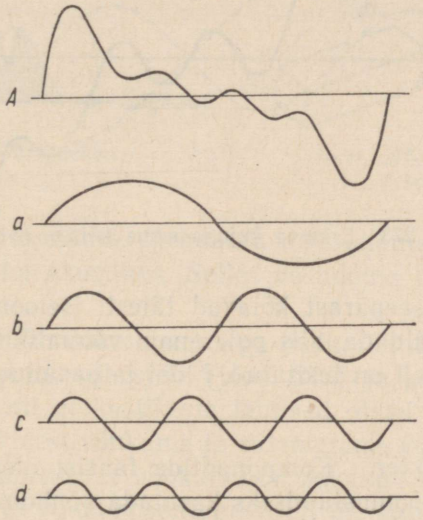
Joon. 271. Ketassireen.

Kõrvaga eristame helisid ka kõrguse järgi, ja katsetest selgub, et erinevate kõrgustega helidele vastavad erinevad võnkesagedused. Seost heli kõrguse ja võnkesageduse vahel saame näidata lihtsal viisil ketassireeniga (joon. 271). Ketassireen on telje ümber pöörlev auguridadega varustatud ketas, millele puhutakse toru kaudu õhku. Pöörleva ketta augud lasevad õhutõukeid läbi perioodiliselt, tekitades niiviisi õhulainetusena heli, mille kõrgus suureneb ketta pöörlemiskiiruse suurenemisel. Pöörlemiskiiruse suurenemisel suureneb ja kiiruse vähenemisel väheneb õhuvoolu katkestuste arv, seega ka võnkesagedus. Selgub, et igale võnkesagedusele vastab kindla kõrgusega heli.

204. Kõla ehk tämber. Sama tugevuse ja kõrgusega helisid saab eristada t ä m b r i ehk k õ l a järgi. Nii saab eristada üht muusikariista teisest ja ka inimeste hääli üksteisest.

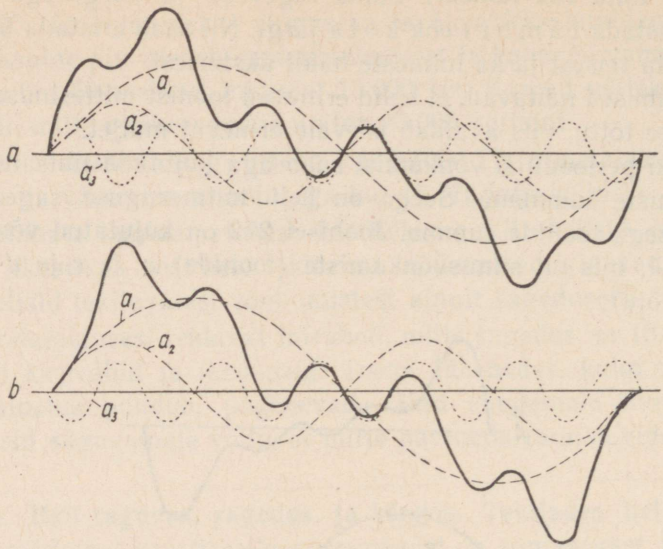
Uurimised näitavad, et helid erinevad toonist mittesinusoidaalse lainetuse tõttu, mis avaldab kõrvale erinevat muljet.

Kõiki perioodilisi võnkumisi saab aga kujutada lihtsate siinusvõnkumiste summana. Seega on heli mitmesuguse sageduse ja tugevusega toonide summa. Joonisel 272 on kujutatud võnkumine (heli) *A*, mis on siinusvõnkumiste (toonide) *a*, *b*, *c* ja *d* summa (koosmõju).



Joon. 272. Heli *A* jaotamine põhitooniks *a* ja ülemtoonideks *b*, *c*, *d*.

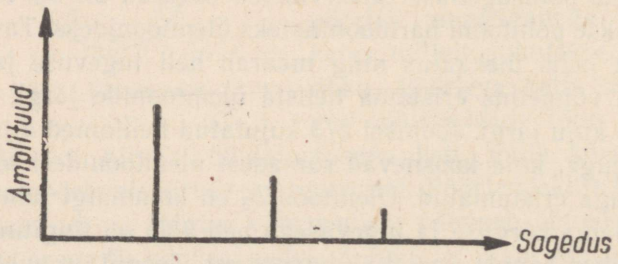
Heli väikseimat sagedust n nimetatakse tema põhisageduseks ja sellele vastavat tooni põhitooniks. Koos põhisagedusega esinevad üldiselt ka põhisageduse täisarvulised kordsed 2n, 3n, 4n jne. Neid nimetatakse põhitooni harmoonilisteks ülemtoonideks. Tavaliselt on põhitoon helis ülekaalus ning määrab heli tugevuse ja kõrguse. Kõrv on võimeline eristama helisid ülemtoonide järgi, mitte aga helilaine kuju järgi. Joonisel 273 kujutatud helilained *a* ja *b* on erineva kujuga, kuid koosnevad samadest ülemtoonidest a_1, a_2, a_3 ja on kõrvaga eristamatud. Ülemtoon a_3 on kummalgi juhul erinevas faasis. Sama kõrguse ja tugevusega heli kõla on tingitud helis leiduvate ülemtoonide arvust ja tugevusest. Toonid on puhtad siinus-



Joon. 273. Erineva kujuga sama kõlaga helilained.

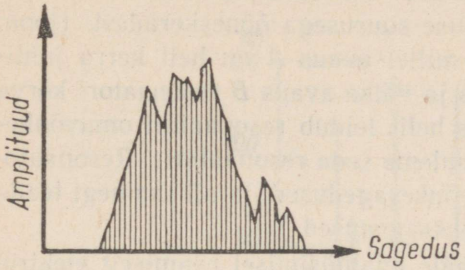
võnkumised ja seepärast kõlavad täiesti iseloomutult. Kui helist ülemtoonid eemaldada, siis pole enam võimalik kõrvaga määrata riista, millega heli on tekitatud. Flööt ja pasun kõlavad siis täiesti ühesuguselt.

205. Helispekter. Komponentide faasist olenevuse tõttu pole sobiv helide iseloomustamiseks kasutada võnkumiste summa kõverat, vaid optika eeskujul nn. helispektrit. Helispektris kujutame graafiliselt sageduse ja amplituudi teljestikus osatoonide amplituude ordinaatidena neile vastavatel sagedustel. Niisugune kujutusviis ei sisalda olenevust komponentide faasist, kuid iseloomustab täiesti heli. Helispektrid on joonspektrid ja joonisel 274 on kujutatud eelmisel joonisel esitatud heli spekter.

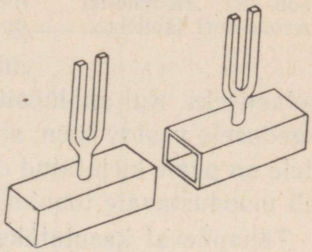


Joon. 274. Helispekter.

Üldiselt sisaldavad helid palju rohkem ülemtoone ja seega on helispektris palju rohkem jooni. Paukude ja mürade spektrid on enam-vähem pidevad, sest nad sisaldavad suure hulga sageduselt üksteisest väga vähe erinevaid toone. Joonisel 275 on esitatud müraspekter.



Joon. 275. Müraspekter.



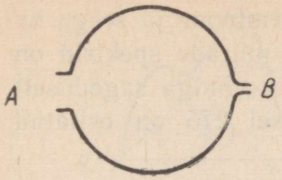
Joon. 276. Heliharkide resonants.

206. Akustiline resonants. Mehaanilise resonantsiga analoogiline nähtus esineb ka akustikas. Selles veendume järgmise katse varal.

Valime kaks võrdse võnkesagedusega heliharki, mis on kinnitatud lahtise otsaga puitkastikestele (joon. 276) ja paigutame nad teineteise lähedale, nii et kastikeste lahtised otsad on vastamisi. Paneme ühe heliharkidest võnkuma ja summutame võnkumise vähe aja pärast. Nüüd kuuleme, et võnkuma on hakanud teine helihark. Osa esimese helihargi võnkumisenergiast on üle kandunud teisele. Kui kordame katset heliharkidega, mille võnkesagedused on erinevad, siis ühe helihargi võnkumine ei pane teist võnkuma. Et helihargi võnkumise sumbuvus on väike, siis on resonantsikõver teravatipuline ja viimase katse jaoks pole vaja uusi heliharke. Võnkesageduse muutmiseks piisab helihargi harule lisaraskuse asetamisest. Sellega muudame võnkuva süsteemi massi, mille tõttu muutub ka võnkesagedus (vt. § 180). Akustilise resonantsiga seletub ka nähtus, et avatud pedaaliga klaveri keeled hakkavad helisema klaveri lähedal tehtavate häälte mõjul.

Hästi hakkavad kaasa võnkuma torudes ja õõnsustes asuvad õhusambad (vt. § 219). Seepärast kinnitataksegi eespool kirjeldatud katses helihargid sobiva suurusega kastikestele.

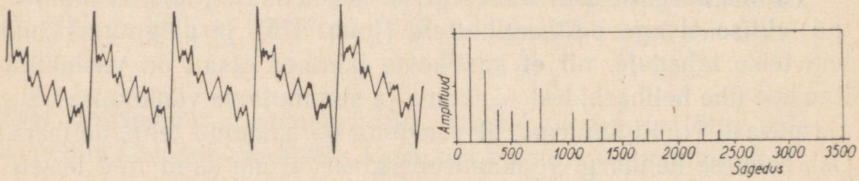
Katsetest selgub, et resonants tekib mitte ainult võrdsete võnkesageduste puhul, vaid ka siis, kui võnkesagedused erinevad üksteisest täisarv kordi, s. o. ülemtoonide mõjul.



Joon. 277. Helmholtzi resonaatori läbilõige.

207. Hääle analüüs. Hääle analüüsiks nimetatakse hääle või heli lahutamist teda moodustavateks põhi- ja ülemtoonideks. Vanemad hääle analüüsi meetodid põhinevad akustilisel resonantsil. Nii näiteks Helmholtzi[1] resonaatorid koosnevad mitmesuguse suurusega õõneskeradest (joon. 277), millel avaus *A* on heli kerra juhtimiseks ja väike avaus *B* resonaatori kõrva asetamiseks. Kui analüüsitavas helis leidub resonaatori omavõnkesagedusele vastav toon, siis kuuleme seda resonaatoris. Resonaatoritele on peale kirjutatud omavõnkesagedused ja nii saamegi teada heli moodustavate toonide võnkesagedused.

Tänapäeval kasutatakse hääle analüüsimisel peamiselt elektroakustilisi meetodeid, mille põhimõte seisab selles, et uuritav häälelaine muudetakse samakujuliseks elektrivõnkumiseks ja edasi analüüsitakse elektrivõnkumiste spektrit. Meetodite lähem käsitlemine nõuab põhjalikumaid elektrotehnilisi teadmisi ja seepärast tutvume ainult mõnede analüüsi tulemustega.



Joon. 278. Klaverikeele võnkumise diagramm ja helispekter.

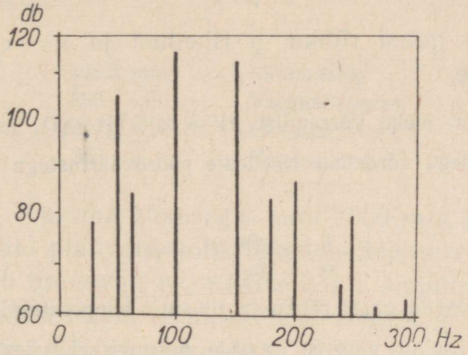
Joonisel 278 on esitatud klaverikeele võnkumise diagramm (sagedus 128 Hz) ja sellele vastav helispekter, mis koosneb 16 toonist, kusjuures põhitoon on maksimaalse amplituudiga ja ülemtoonid on põhitooni täisarvulised kordsed.

Analüüsi näitena tutvume veel lennuki müra spektriga. Joonisel 279 on esitatud lennuki mootori ja propelleri müra spekter, millest nähtub, et väikseima sagedusega toon pole maksimaalse intensiivsusega, nagu see oli eelmises näites, ja üldiselt pole ka toonide sageduste suhted täisarvulised. Seega pole antud juhul

[1] Hermann Helmholtz (1821—1894), saksa füüsik, füsioloog ning arst; avaldas põhjapanevaid uurimusi füsioloogilises optikas ja akustikas.

tegu põhi- ja ülemtoonidega, vaid mitmesuguste üksteisest sõltumatute võnkumiste poolt tekitatud helide seguga.

Teades, missugustest ülemtoonidest koosneb heli, s. o. tundes helispektrit, saame vastavaid toone liites tekitada soovitud kõlaga helisid, s. o. sünteesida häält.

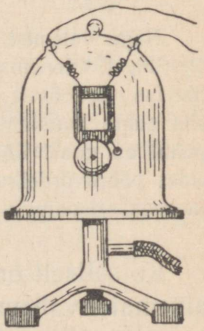


Joon. 279. Lennuki müra spekter. Ordinaadi mõõtühiku seletust vt. § 225.

Sellel põhimõttel on ehitatud elektrilised muusikariistad ja nende abil on võimalik imiteerida teisi muusikariistu. On võimalik tekitada igasuguse sagedusega elektrilisi võnkumisi ja nende abil ka vastava kõrgusega helisid. Liites sobiva sageduse ja amplituudiga elektrivõnkumisi, saame tekitada soovitud kõlaga liitheli. Et elektriliste võnkumiste valik on praktiliselt piiramatu, siis on ka elektriliste muusikariistade väljendusvõimalused äärmiselt suured.

Hääle levimine

208. Hääle levimiskiirus ja lainepikkus. Hääl levib õhus või mingis teises keskkonnas pikilainetusena. Levikuks on vajalik, et hääleallika poolt võnkuma pandud keskkonna osakesed annaksid oma võnkumisenergiat üle naaberosakestele ja need omakorda edasi. Kui keskkond on väga hõre, nii et üksikud osakesed üksteist enam ei mõjusta, siis ei levi ka hääl. Seda tõestab lihtne katse heliseva elektrikellaga



Joon. 280. Hääl ei levi õhuta ruumis.

õhust tühjaks pumbatava klaaskupli all (joon. 280). Küllaldase hõrenduse puhul ei kuule me enam helisemist, kuigi vasar endiselt liigub.

Hääle kiirust gaasides saame arvutada Laplace'i valemi järgi:

$$v = \sqrt{\frac{p\varkappa}{\varrho}}, \qquad (1)$$

kus p tähendab gaasi rõhku, ϱ tihedust ja $\varkappa = c_p / c_v$ on gaasi erisoojuste suhe.

Lähtudes gaasi oleku võrrandist $pV = p_0 V_0 (1 + \gamma t)$, asendame ruumalad V ja V_0 ruumaladega võrdeliste tiheduste pöördväärtustega $\frac{1}{\varrho}$ ja $\frac{1}{\varrho_0}$ ning saame seose

$$\frac{p}{\varrho} = \frac{p_0}{\varrho_0} (1 + \gamma t), \qquad (2)$$

kus p ja ϱ tähendavad gaasi rõhku ja tihedust temperatuuril t, p_0 ja ϱ_0 rõhku ja tihedust 0° C puhul ning γ gaaside paisumiskoefitsienti. Asendades $\frac{p}{\varrho}$ valemis (1) vastava suurusega valemist (2), võime kirjutada

$$v = \sqrt{\frac{p_0 \varkappa}{\varrho_0} (1 + \gamma t)}. \qquad (3)$$

Kuivas atmosfääri õhus, kui $p_0 = 760$ mm Hg, $\varrho = 0{,}001293 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ja $\varkappa = 1{,}40$, on hääle levimiskiirus

$$v = 331{,}3 \sqrt{1 + \gamma t} \frac{\text{m}}{\text{s}}. \qquad (4)$$

Normaalse niiskusega õhus sobib tegelikuks arvutuseks valem

$$v = 331 \sqrt{1 + 0{,}004\, t} \frac{\text{m}}{\text{s}}. \qquad (5)$$

Nagu valemist näha, oleneb hääle kiirus õhu temperatuurist, kuid ei olene õhurõhust. Olenematus rõhust selgub valemist (1). Rõhu suurenemisel suureneb tihedus võrdeliselt rõhuga, ja kuna rõhk esineb lugejas ja tihedus nimetajas, siis suhte konstantsuse tõttu tulemus ei muutu. Jääva rõhu ja temperatuuri puhul on gaasi tihedus võrdeline molekulkaaluga. Seega on hääle kiirus gaasides pöördvõrdeline ruutjuurega molekulkaalust ja peale selle võrdeline ruutjuurega erisoojuste suhtest $c_p/c_v = \varkappa$.

Katseliselt on võimalik määrata hääle kiirust õhus lihtsal viisil pikematel vahemaadel. Andes ühes mõõtmispunktis ühel ajal hääle- ja valgussignaali, mõõdame aja, mis kulub hääle jõudmiseks teise punkti. Et valguse levimiskiirus on ligi miljon korda suurem hääle

levimiskiirusest, siis võime levimisajaks pidada ajavahemikku valgus- ja häälesignaali registreerimise vahel teises mõõtmispunktis.

Peale selle leidub veel mitmeid laboratoorseid meetodeid hääle levimiskiiruse määramiseks, nagu näiteks Kundti toru (vt. Füüsika praktikum).

Järgnevas tabelis on esitatud hääle levimiskiirused mõnedes gaasides 0°C puhul.

Tabel 15

Kloor	205,3 m/s	Lämmastik	377 m/s
Süsihappegaas	258 „	Valgustusgaas	490 „
Hapnik	317,2 „	Heelium	970 „
Vingugaas	337 „	Vesinik	1269,5 „

Märgatavalt suurema kiirusega, kuni 1000 m/s, levib plahvatusest tekkinud hääl plahvatuskoha lähedal. Seejuures tekkiva laine amplituud ületab tunduvalt normaalse hääle amplituudi.

Üldiselt ei sõltu hääle levimiskiirus võnkesagedusest ja kõik sagedused levivad võrdse kiirusega. Mitmeaatomiliste molekulidega gaaside puhul on siiski avastatud levikukiiruse sõltuvus sagedusest. Nii näiteks süsihappegaasis suureneb hääle (ultraheli) levimiskiirus sageduste vahemikus 30 000—1 000 000 Hz väärtuselt 258 m/s väärtuseni 268 m/s ja jääb sageduse edasisel suurenemisel konstantseks. Levikukiiruse muutumist põhjustab siin molekuli moodustavate aatomite kaasavõnkumine häälelaine teatud sagedustel.

Enamikus vedelikes levib hääl kiiremini kui gaasides. Järgnev tabel näitab hääle levimiskiirusi vedelikus 20° C puhul.

Tabel 16

Etüüleeter	1010 m/s	Petrooleum	1330 m/s
Väävelsüsinik	1160 „	Vesi 17° C	1430 „
Etüülalkohol	1170 „	Elavhõbe	1450 „
Bensool	1320 „	Glütseriin	1920 „

Hääl levib ka tahketes kehades. Seda võib järeldada nähtustest, et koputused keskkütte- või veetorustikule on kuuldavad läbi mitme majakorruse.

Hääle levimiskiiruse arvutamiseks tahketes varbades võib kasutada valemit

$$v = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}, \qquad (6)$$

kus E tähendab varva elastsusmoodulit ja ϱ tihedust.

Järgnevas tabelis esitatud arvud tähendavad hääle levimiskiirusi varvakujulistes tahketes ainetes piki varba.

Tabel 17

Seatina	1250 m/s	Nikkel	4760 m/s
Tina	2730 „	Raud	5170 „
Valgevask	3420 „	Alumiinium	5240 „
Vask	3580 „	Flintklaas	4000 „
Graniit	3950 „	Kroonklaas	5300 „

Esitatud arvud on keskmised väärtused. Tegelikult olenevad elastsusmoodul E ja tihedus ϱ suurel määral aine puhtusest ja ka valmistusviisist ning mõjustavad seega hääle kiirust.

Teades heli võnkesagedust ν ja levimiskiirust v, saab arvutada vastava lainepikkuse λ valemi $\lambda = \frac{v}{\nu}$ põhjal. Nii on madalaima kuuldava heli lainepikkus õhus 0°C puhul $\lambda_1 = \frac{331}{16} = 20{,}7$ m ja kõrgeima kuuldava heli lainepikkus $\lambda_2 = \frac{331}{20\,000} = 0{,}0165$ m = = 1,65 cm. Vastavate helide lainepikkused rauas on

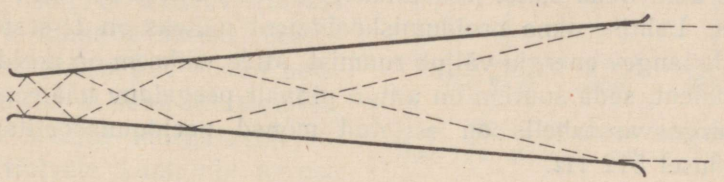
$$\lambda_1 = \frac{5100}{16} = 325 \text{ m ja } \lambda_2 = \frac{5100}{20\,000} = 0{,}255 \text{ m.}$$

209. Hääle peegeldumine. Hääle peegeldumine toimub paragrahvis 199 kirjeldatud lainete peegeldumise seaduste põhjal. Häält peegeldavad pinnad ei tarvitse olla eriti tasased, sest häälelaine pikkus on suhteliselt suur ja lainepikkusega võrdsed või väiksemad konarused osutuvad peegeldamisel tähtsusetuks. Seetõttu peegeldub hääl ka metsaservalt.

Hääl peegeldub peale tahkete kehade ja vedelike pindade ka gaaside vahepindadelt, kus puutuvad kokku gaasid, milles hääle levimiskiirus on erinev. Niisuguseks nähtamatuks häält peegeldavaks pinnaks võib olla õhus mõne soojema või niiskema õhumassi pind. Müristamisel näiteks toimub mitmekordne hääle peegeldumine pilvedelt.

Kasutades peegeldavate pindadena kõverpindu, saame hääle levimiskaugust tunduvalt suurendada. Asetades hääleallika sfäärilise peegli fookusse, saame peegeldada häälelained soovitud suunas suurtele kaugustele, sest siis levib energia peamiselt ühes suunas. Sel põhjusel ehitatakse näiteks muusikapaviljonide tagaseinad kumerad.

Peegeldumist kasutatakse hääle suunamiseks ka kõnetoru ehk ruupori puhul. Ruupor (joon. 281) on 1—2 m pikkune papist või karrast kooniline toru, mille peenem ots on varustatud kõnelemiseks sobiva avausega. Kõneleja suust väljunud häälelained peegelduvad mitmekordselt koonuse sisepinnalt ja väljuvad torust kitsa kimbuna. Sel viisil saavutatakse tunduvalt suurem (kuni 1500 m) kuuldekaugus kui ilma toruta, millal hääl saab levida igas suunas.



Joon. 281. Kõnetoru.

Kõnetoruga sarnast toru võib kasutada parema kuuldavuse saavutamiseks. Sel juhul koonduvad toru laiemasse otsa sattunud häälelained peegeldudes toru peenemasse otsa, mis asetatakse kõrva. Toru peenemas otsas on energia tihedus suurem kui ümbritsevas keskkonnas ja seega ka kuuldavus parem. Niisugust toru nimetatakse kuuldetoruks ja teda kasutatakse eriti arstiteaduses mitmesugustes erivormides organismis esinevate nõrkade häälte kindlakstegemiseks.

Tuntud hääle peegeldumisnähtus on kaja, mis pole midagi muud kui mõnelt metsalt või seinalt peegeldunud häälelained. Et kaja oleks tajutav iseseisva häälena, peab hääle ja kaja vahe olema vähemalt $^1/_{10}$ s, sest inimese kõrv on võimeline eraldatult kuulma sekundis umbes 10 häält. Seega peab peegeldava pinna kaugus olema nii suur, et hääle levimiseks pinnani ja tagasi kuluv aeg oleks $^1/_{10}$ s. Lugedes hääle levimiskiiruseks õhus 17°C puhul 340 m/s, leiame, et see kaugus on 17 m. Kui peegeldav pind asub lähemal, siis pole kaja eraldi kuuldav, vaid esineb esialgse hääle pikendajana ja teda nimetatakse järelkajaks.

210. Ruumide akustika. Kinnises ruumis tekitatud hääl peegeldub enne kustumist mitmesugustelt pindadelt ning põhjustab järelkaja. Järelkaja on kõne kuuldavuse ja selguse suhtes suure tähtsusega. Teatava kestusega järelkaja soodustab kuuldavust ja tugevdab kinnistes ruumides hääleaistingut. Lagedal väljal kõlab hääl

seepärast jõuetult. Suurtes ruumides aga võib järelkaja mitmekordse peegeldumise tõttu osutuda ka väga segavaks ning muuta kõne arusaamatuks. Vastavalt sellele, kas järelkaja soodustab või segab kuuldavust, kõneldakse hea ja halva akustikaga ruumidest.

Kogu pinnale langev hääleenergia ei peegeldu. Osa energiast neeldub ja osa läbib pinda. Mida väiksem on peegelduv hääleenergia osa, seda kiiremini kustub järelkaja. Erinevaid pindu võib iseloomustada ja võrrelda pinda läbiva ja pinnale langeva energia suhte abil. Seda suhet nimetatakse neeldumiskoefitsiendiks. Lahtise akna neeldumiskoefitsient näiteks on 1, sest kogu aknale langev energia väljub ruumist. Mida väiksem on neeldumiskoefitsient, seda suurem on antud pinnalt peegelduv hääleenergia.

Järgnevas tabelis on esitatud mõned neeldumiskoefitsiendid sagedusel 512 Hz.

Tabel 18

Neeldumiskoefitsiente

Betoon	0,02	Voltidega aknaeesriided	0,20
Klaas	0,03	Kuulajaid täis saal	0,95
Krohvitud sein	0,03	Lahtine aken	1,00
Parkettpõrand	0,06		

Kui tähistame neeldumiskoefitsiendi tähega α ja neelava pinna suuruse tähega S, siis kogu pinna neelamisvõime $A = \alpha S$.

Kogu ruumi pindade neelamisvõime leidmiseks tuleb arvutada üksikute pindade neelamisvõimed ja need liita:

$$A = \alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 + \ldots = \Sigma \alpha_n S_n .$$

Ruumide akustikat iseloomustab nn. reverberatsiooniaeg, s. o. aeg, mille vältel kustub järelkaja. Et järelkaja kestus sõltub tekitatud hääle esialgsest tugevusest, siis nimetatakse standardreverberatsiooniajaks aega, mille vältel järelkaja nõrgeneb miljon korda.

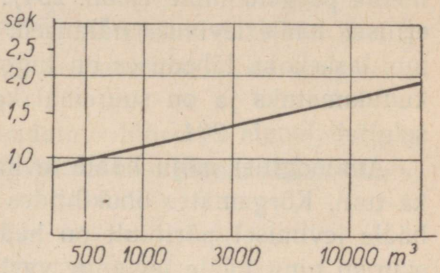
Reverberatsiooniaeg on seda pikem, mida suurem on ruum ja mida paremini peegeldub hääl ruumi sisepindadelt. Antud ruumi standardreverberatsiooniaega T saab arvutada järgmise valemi põhjal:

$$T = 0{,}16 \frac{V}{A} ,$$

kus V tähendab ruumi mahtu (m^3) ja A neelamisvõimet (m^2).

Kuuldavust maksimaalselt soodustavat reverberatsiooniaega nimetatakse optimaalseks reverberatsiooniajaks. Joonisel 282 on kujutatud optimaalse reverberatsiooniaja sõltuvus ruumi mahust.

Optimaalse reverberatsiooniaja saavutamiseks antud ruumalaga saalis tuleb ruumi sisepindu vastavalt kohandada ja hoolitseda, et reverberatsiooniaeg ei sõltuks näiteks ruumis olevate inimeste arvust. Teatri- ja kontserdisaalide toolid polsterdatakse, et saali neelamisvõime ei sõltuks märgatavalt istmeid täitvate kuulajate arvust, sest polstri neelamisvõime ei erine oluliselt kuulajate neelamisvõimest.



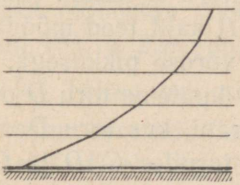
Joon. 282. Optimaalse reverberatsiooniaja sõltuvus ruumi mahust.

211. Hääle murdumine. Üleminekul ühest keskkonnast teise, kui hääle levimiskiirused nendes keskkondades on erinevad, muutub hääle levimissuund. Seejuures on kehtiv paragrahvis 200 kirjeldatud lainete murdumise seadus:

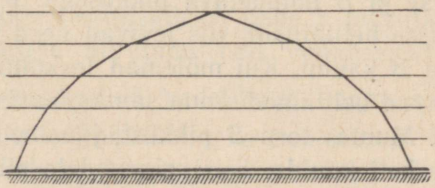
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2},$$

kus α tähendab lainekiire langemis- ja β murdumisnurka ning v_1 ja v_2 hääle levimiskiirusi vastavates keskkondades.

Suurema levimiskiirusega keskkonnast väiksema levimiskiirusega keskkonda siirdumisel toimub murdumine langemisristjoonele lähemale. Niisugune nähtus esineb näiteks õhus, kui kõrgemate õhukihtide temperatuur on madalam. Sel juhul on kuuldekaugus maapinnal väike, sest hääl murdub ülespoole (joon. 283). Vastupidine



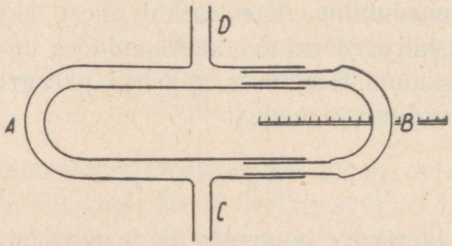
Joon. 283. Hääle levimissuuna muutumine õhus, kui kõrgemal on madalam temperatuur.



Joon. 284. Hääle levimissuuna muutumine õhus, kui kõrgemal on kõrgem temperatuur.

nähtus esineb hääle siirdumisel keskkonda, kus levimiskiirus on suurem. Siis toimub murdumine langemisristjoonest eemale. Teatava langemisnurga α puhul murdumisnurk $\beta = 90°$, seega esineb täielik peegeldumine (joon. 284). Sellega on seletatavad mõned erilised hääle levimise nähtused. Nii näiteks muutub kahurimürin, mis laskekoha läheduses on tugevasti kuulda, teataval kaugusel kuuldamatuks ja on suuremal kaugusel jällegi kuuldav. Nähtust selgitab joonis 284.

Analoogilist mõju hääle levimissuunale ja -kaugusele avaldab ka tuul. Kõrgemates õhukihtides on tuule kiirus suurem. Seega hääle levimisel pärituult on hääle kiirus kõrgemates õhukihtides suurem ning hääle levimine vastab siis joonisel 284 esitatud olukorrale. Vastutuult levimisel on nähtus vastupidine ja vastab joonisel 283 kirjeldatule. Üldiselt on hääle levimiskaugus maksimaalne vaikse ilma ja ühtlase õhutemperatuuri puhul, sest siis puuduvad hääleenergiat korrapäratult hajutavad tegurid.



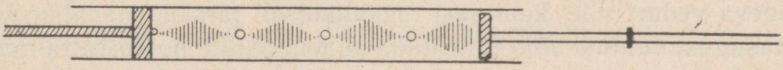
Joon. 285. Quincke toru.

212. Quincke toru. Heli levimisel tekkivaid interferentsinähtusi kasutatakse sageli helilaine pikkuse määramiseks nn. Quincke[1] toru abil, mida kujutab joonis 285 ja mis koosneb kahest umbes 3-sentimeetrise läbimõõduga painutatud torust, millest *A* on konstantse ja *B* muudetava pikkusega. Kui harutoru *C* kaudu juhtida torusse helilaineid, siis levivad need toruni *D* kaht teed mööda — *A* ja *B* kaudu. Kui mõlemad teekonnad on võrdse pikkusega, siis jõuavad helilained sinna samas faasis ja me kuuleme toru *D* otsas heli. Muutes toru *B* pikkust, jõuame olukorrani, kus toru *D* otsas pole heli kuulda. Siis erinevad teepikkused torudes *CAD* ja *CBD* poole lainepikkuse võrra, mistõttu nad interfereerudes hävivad. Toru *B* pikkust endises suunas muutes võime jälle leida koha, kus

[1] Georg Quincke (1834—1924), saksa füüsik.

heli tugevus on maksimaalne. Siis on lainete käiguvahe torudes terve lainepikkus λ, järgmises miinimumis $\frac{3}{2}\lambda$ jne. Toru B asupaigad kõrvuti asetsevate miinimumide või maksimumide korral erinevad $\frac{\lambda}{2}$ võrra (toru nihutamine $\frac{\lambda}{2}$ võrra pikendab toru $2 \cdot \frac{\lambda}{2}$ võrra). Seda võime mõõta toru B all asetsevalt skaalalt ning arvutada helilaine pikkuse.

See meetod on lihtsalt rakendatav lühemate lainepikkuste puhul. Pikemate lainete mõõtmiseks peaks riist olema mitmekümne meetri pikkune.



Joon. 286. Kundti toru.

213. Kundti toru. Helilainete uurimisel leiab mitmekülgset rakendamist nn. Kundti[1] toru (joon. 286), mis kujutab endast umbes 1 meetri pikkust ja 3—5-sentimeetrise läbimõõduga klaastoru, milles tekitatakse õhuvõnkumisi. Heli tekitamiseks kasutatakse enamasti metall- või klaasvarba, mille ots asetatakse torusse. Suurema energiaülekande saavutamiseks on varva otsas torus korkketas. Varvas tekitatakse vastava lapiga pikuti hõõrudes pikivõnkumised, millede heli on kõrge ja lainepikkus väike. Tekkinud helilained peegelduvad toru teises otsas asetsevalt korkkettalt, mille kaugus heliseva varva otsast on muudetav. Õhusamba teatava pikkuse puhul tekivad torus seisvad häälelained.

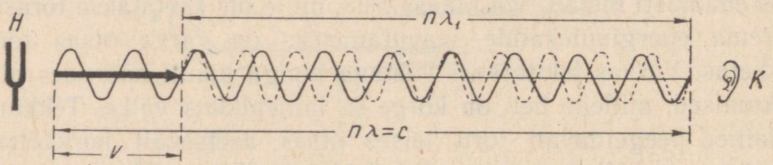
Võnkumiste nähtavaks tegemiseks kasutatakse toru põhja riputatud peent korgi- või mõnd muud kerget puru, mis seisvate lainete korral võnkumise paisudes elavalt liigub ja sõlmpunktides paigal seisab. Seisva laine puhul on kahe sõlme vaheline kaugus $\frac{\lambda}{2}$ torus kergesti mõõdetav. Teades hääle levimiskiirust õhus v [arvutatav valemi (5), § 208 põhjal], saame arvutada heli võnkesageduse $n = \frac{v}{\lambda}$. Täites toru mingi teise gaasi või vedelikuga, saame arvutada sama meetodi järgi hääle levimiskiiruse ka neis aineis. Kui heli tekitamiseks kasutatav varb on kinnitatud keskelt, siis kogu varva pikkus vastab heli poollaine pikkusele varvas. Nii saab määrata ka hääle levimiskiirust varvas. Et hääle levimiskiirus tahkes

[1] August Kundt (1838—1894), saksa füüsik.

aines sõltub aine elastsusmoodulist E, siis saab paragrahvis 208 esitatud valemi (6) põhjal arvutada ka varva elastsusmooduli.

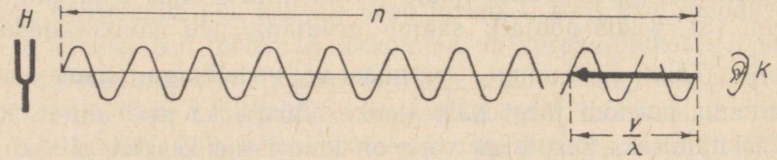
Rakendades Laplace'i valemit (§ 208), saab arvutada gaasi erisoojuste suhte $\varkappa$ ja teha järeldusi gaasi molekulaarse koostise kohta. Meetod on kasutatav ka ultraheli lainepikkuse määramiseks.

214. Doppleri efekt. Jälgides liikuvaid heliallikaid, märkame, et nende heli kõrgus erineb sellest kõrgusest, mida nad omavad paigal olles. Kuulajale läheneva heliallika heli on kõrgem ja kuulajast kaugeneva oma madalam. Sedasama märkab ka heliallikale lähenev või sellest kaugenev kuulaja. Nii näiteks muutub kuulajale läheneva veduri vile kuulajast möödumisel järsku madalamaks. Samasugust nähtust võib täheldada ka lennuki ja mootorratta möödumisel. Nähtust nimetatakse avastaja nime järgi Doppleri[1] efektiks. Doppleri printsiip väidab, et lainetuse võnkesagedus vaatluskohas muutub, kui vaatleja ja laineallikas teineteise suhtes liiguvad. Et heli kõrgus oleneb võnkesagedusest, siis muutub võnkesageduse muutumisel ka heli kõrgus.



Joon. 287. Kuulajale K kiirusega v lähenev heliallikas H.

Printsiip on rakendatav teistelegi lainetusnähtustele. Doppler kasutas seda esmakordselt 1842. aastal tähtede liikumisel esineva spektrivärvuse muutumise seletamiseks.



Joon. 288. Heliallikale H kiirusega v lähenev kuulaja K.

[1] Christian Doppler (1803—1853), matemaatika professor Prahas ja Viinis.

Efekti seletamiseks kasutame jooniseid 287 ja 288. Olgu laineallikast väljuva laine levimiskiirus c, võnkesagedus n ja lainepikkus λ. Siis $n\lambda = c$. Kui see laineallikas läheneb vaatlejale kiirusega v, siis sekundis katavad n lainet pikkuse $c - v$ (joon. 287). Allika lähenemise tõttu on lainepikkus lühenenud ja uus lainepikkus λ_1 on arvutatav seosest $n\lambda_1 = c - v$ kujul $\lambda_1 = \frac{c-v}{n}$.

Kuulajale näiv sagedus $n_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{\frac{c-v}{n}} = \frac{c}{c-v} \cdot n$; et $\frac{c}{c-v} > 1$, siis näiv sagedus on suurem allika sagedusest.

Kui allikas kaugeneb, siis leiame analoogiliselt, et

$$n_2 = \frac{c}{c+v} \cdot n.$$

Sel juhul on näiv sagedus allika sagedusest väiksem.

Seisvale võnkeallikale kiirusega v lähenev kuulaja võtab sekundis vastu $n + \frac{v}{\lambda}$ lainet (joon. 288). Seega võnkesagedus

$$n'_1 = n + \frac{v}{\lambda} = n + \frac{vn}{c} = n\left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

on suurem kui n.

Kaugenevale kuulajale näiva sageduse leiame analoogiliselt:

$$n'_2 = n\left(1 - \frac{v}{c}\right),$$

mis on väiksem kui n.

Kui $v \ll c$, võib liikuva allika puhul kasutada lähendusvalemina avaldist $n_1 = n\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$, kus plussmärk on kasutatav allika lähenemisel ja miinusmärk kaugenemisel.

Tehtud eeldusel ($v \ll c$) on vastuvõtja ja allika vahelise kauguse muutumisel kehtiv ühine valem

$$n'' = n\left(1 \pm \frac{v}{c}\right),$$

kus plussmärk kuulub rakendamisele vahemaa vähenemisel ja miinusmärk vahemaa suurenemisel.

215. Heliallikad. Heliallikaks võib olla iga keha, mis oma kuju või ruumala perioodiliselt muudab. Seejuures on tähtis, et perioodilised muutused — võnkumised — kantaks üle ümbritsevasse keskkonda. Enamikul juhtudest on võnkuva keha amplituud väga väike ja õhu väikese tiheduse tõttu on õhule üle kantav energia ning seega heli intensiivsus väike. Suuremate õhumasside võnkuma panekuks ühendatakse võnkuv keha teise kehaga, mis on suurema pindala või ruumalaga. Valides ühendatava keha omavõnkesageduse võrdseks võnkuva keha sagedusega, võime resonantsi tõttu saavutada suurema amplituudiga võnkumisi. Juhtudel, kui primaarne võnkuv keha võngub mitmesuguse erineva sagedusega, püütakse resonantsi vältida ja kasutatakse kaasa võnkuva süsteemina kehi, mille omavõnkesagedus ei ühti võnkeallika ühegi sagedusega (valjuhääldajad, keelpillide puitalused). Vastupidisel juhul toimuks omavõnkesagedustega ühtivate sageduste ebanormaalselt suur võimendamine, võrreldes teiste sagedustega.

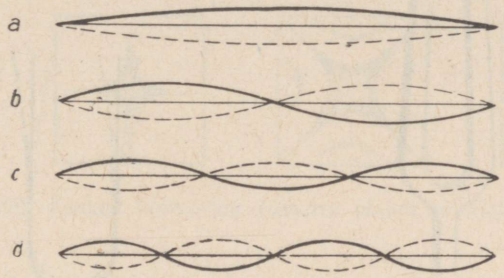
216. Keeled ja varvad heliallikatena. Lihtsamateks heliallikateks on võnkuvad keeled ja varvad. Keeleks nimetatakse varba, mis ei avalda märgatavat vastupanu painutustele.

Heli tekitamiseks kinnitatakse keel otstest ja pingutatakse teda, viies mõne punkti kinnituskohtade vahel tasakaaluasendist välja. Punkti järsul vabastamisel hakkab keel võnkuma tasakaaluseisu ümber. Ükskõik kuidas me keelt võnkuma paneme, ikka asetsevad kinnituskohtades liikumise sõlmed. Võnkumine, kus ainult keele otstes on sõlmed (joon. 289, *a*), omab väikseimat sagedust n, mida nimetatakse põhisageduseks. Sellele vastav heli on põhitoon. Põhisagedus $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{S\varrho}}$, kus F tähendab keelt pingutavat tungi, l keele pikkust, S keele ristlõiget ja ϱ keele tihedust.

Lisaks põhisagedusele võngub keel veel suuremate sagedustega, nagu on kujutatud joonisel 289, *b*, *c*, *d*. Nendele võnkumistele vastavaid helisid nimetatakse ülemtoonideks. Esimene ülemtoon sagedusega $2n$ tekib, kui hoiame keelt võnkuma pannes keskelt kinni. Siis tekib ka keskele sõlm (joon 289, *b*). Kui hoiame keelt kinni $\frac{1}{3}$ kauguselt otsast, siis tekivad $\frac{1}{3}\,l$ kaugusel kummastki otsast sõlmed ja keel võngub sagedusega $3n$. Seda nimetatakse teiseks

ülemtooniks. Nii on võimalik tekitada järjest suureneva sagedusega ülemtoone.

Et vabalt võnkuma pandud keeled ei võngu üksnes põhisagedusega n, vaid sellele lisanduvad põhisageduse täisarvuliste kordsetega võnkumised, siis osutub keele võnkumine kujult vägagi keerukaks. Olenevalt põhi- ja ülemtoonide intensiivsusest on võnkumisel tekkivad helid erineva kõlaga.



Joon. 289. Keele võnkumine.

Keeli kasutatakse paljudes muusikariistades heli tekitamiseks. Võnkuma panemiseks kasutatakse lööke (klaver), tõmbeid (mandoliin, kitarr, kannel) või tõmbeid poognaga (viiul, tšello).

Et keeled oma väikeste dimensioonide tõttu suudavad võnkuma panna ainult väikesi õhuhulki, siis kasutatakse heli suurema intensiivsuse saavutamiseks resonantsikehi, mis hakkavad keeltega kaasa võnkuma, kusjuures on oluline, et kaasavõnkumisel ükski sagedus poleks eelistatud.

Jämedamaid keeli nimetatakse varbadeks ja neid saab võnkuma panna ilma esialgse pingutuseta. Kinnitus- või toetuskohtades tekivad sõlmed. Ühest otsast kinnitatud varbu kasutatakse heli tekitamiseks suupillis, harmoonikas, harmooniumis jm.

Lisaks ristvõnkumistele võivad keeled ja varvad võnkuda ka pikuti. Pikutivõnkumist saab tekitada näiteks kampoliga määritud lapiga piki keelt hõõrudes. Tekkiva võnkumise põhisagedus $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$, kus E on keele aine elastsusmoodul, ϱ keele tihedus ja l keele pikkus.

217. Helihark. Rakendusliku tähtsusega on painutatud varva, nn. helihargi (joon. 290) võnkumine, sest see on väga puhas siinus-

võnkumine. Seetõttu kasutatakse heliharki sageli võnkesageduse normaalina ja muusikas normaaltooni kõrguse määramiseks. Helihark pannakse võnkuma kas pehme vasaralöögiga või viiulipoognaga tõmmates. Seejuures hakkab helihark võnkuma joonisel 291 kujutatud viisil. Maksimaalse amplituudiga võnguvad vabad otsad, kuna painutuskohtade läheduses tekivad sõlmpunktid. Painutatud osa ise on võnkumise pais ja seda ei häiri varrest kinnihoidmine



Joon. 290. Helihark.



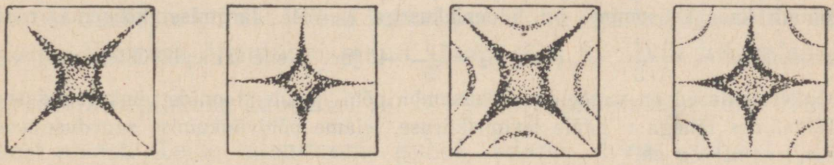
Joon. 291. Helihargi võnkumise skeem.

ega kinnitamine. Suuremate õhuhulkade võnkuma panemiseks kinnitatakse või toetatakse vars alusele, mis hakkab kaasa võnkuma. Kui aluseks valida näiteks kast, mille omavõnkesagedus ühtib hargi võnkesagedusega, nn. resonantsikast, siis tugevneb heli eriti palju.

Helihargi võnkesageduse määravad hargi massi paigutus ja elastsus. Kui viilida näiteks hargi võnkuvad otsad õhemaks, siis suureneb võnkesagedus võnkuva massi vähenemise tõttu. Kui aga viilida hark võnkumissõlmedest õhemaks, siis väheneb võnkesagedus, sest painde-elastsusest tingitud tung väheneb. Kinnitades hargi harude külge nihutatavaid masse, saame hargi võnkesagedust teatavates piirides muuta.

218. **Membraanid ja plaadid.** Paremini kui keeled ja varvad annavad võnkumisi keskkonnale üle võnkuvad membraanid ja plaadid. Membraaniks nimetatakse pinda, mille võnkuma panemiseks tuleb teda enne pingutada, kuna plaat võib võnkuda oma elastsusest tingitud tungide tõttu. Sama plaat annab väga mitmesuguseid helisid, olenevalt sellest, kuhu tekivad võnkumise paisud ja sõlmed.

Selles võime veenduda, kui kinnitame ruudu- või ringikujulise plaadi keskelt ja tõmbame viiulipoognaga risti mööda plaadi serva. Plaat hakkab helisema. Võnkumise nähtavakstegemiseks katame plaadi õhukeselt liivaga, mis koguneb võnkumise sõlmedesse, moodustades plaadil omapäraseid kujundeid (joon. 292). Olenevalt poogna tõmbe tugevusest ja kohast erinevad ka tekkivad kujundid ja helid.

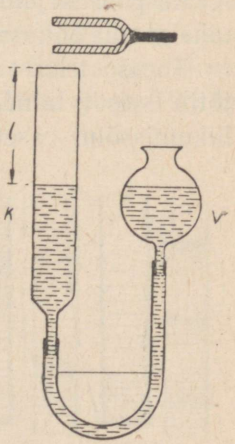


Joon. 292. Keskelt kinnitatud võnkuva plaadi sõlmjooned.

Kumeraid võnkuvaid plaate kasutatakse kelladena. Kella võnkumine vastab mõningal määral helihargi võnkumisele, kuid kella serv ei ole tervikuna võnkumispais, vaid omab võrdsete vahemaade järel sõlmi. Üldiselt on kella võnkumiste sõlmjooned väga keerukad ja kellade helid ülemtoonidest rikkad.

Muusikas kasutatakse võnkuvaid plaate ja membraane heli tekitamiseks löökpillides.

219. Õhusammaste võnkumine. Õhusammaste võnkumised torudes on võrreldavad keelte ja varbade võnkumistega. Ühest otsast suletud torus oleva õhusamba võnkuma panemiseks teeme järgmise katse. Koostame ühendatud anumad mõnesentimeetrise läbimõõduga klaastorust K ja sellega kummitoru abil ühendatud veereservuaarist V (joon. 293). Reservuaari tõstmise ja langetamisega on võimalik muuta torus K asetseva õhusamba pikkust l.



Joon. 293. Õhusamba võnkumine.

Asetame toru ülemise avause kohale heliseva helihargi. Muutes õhusamba pikkust, kuuleme, et mõnede sambapikkuste korral hakkab õhk torus kaasa helisema. Siis ühtib helihargi võnkesagedus õhusamba omavõnke-

sagedusega ja tekib resonants. Teades helihargi võnkesagedust ja hääle levimiskiirust õhus, saame arvutada heli lainepikkuse. Võrreldes seda torus kaasa võnkuva õhusamba pikkusega l, leiame, et kaasavõnkumise puhul $l = \frac{1}{4}\lambda$; $\frac{3}{4}\lambda$; $\frac{5}{4}\lambda$ jne., üldiselt paaritu arv heli veerandlaine pikkust õhus.

Hoides l konstantsena ja muutes helihargi võnkesagedust (kasutades mitmesuguse võnkesagedusega heliharke), leiame, et madalaim toon, mille puhul toimub kaasahelisemine, on lainepikkusega $\lambda_0 = 4l$. Järgmise kõrgema tooni lainepikkus $\lambda_1 = \frac{1}{3} \cdot 4l$, edasi $\lambda_2 = \frac{1}{5} \cdot 4l$ jne. Neile lainepikkustele vastavad võnkesagedused on vaadeldava õhusamba põhi- ja ülemtoonide võnkesagedused. Tähistades tähega v hääle levimiskiiruse, leiame põhivõnkumise sageduse seose $\lambda_0 n_0 = 4ln_0 = v$ abil:

$$n_0 = \frac{v}{4l}.$$

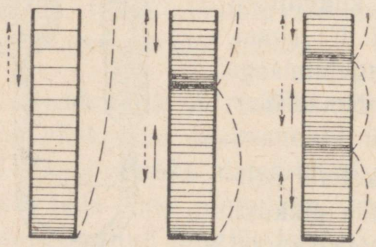
Esimese ülemtooni sageduse arvutame valemist $n_1 = \frac{3v}{4l}$, teise ülemtooni sageduse valemist $n_2 = \frac{5v}{4l}$, üldiselt niisuguse ühest otsast suletud õhusamba omavõnkesageduse valemist

$$n_k = \frac{(2k+1)v}{4l}, \text{ kus } k = 1, 2, 3.$$

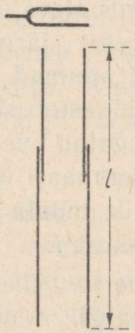
Seega võime väita, et ühest otsast suletud õhusamba ülemtoonide võnkesagedused on põhivõnkumise sageduse paarituarvulised kordsed.

Eespool kirjeldatud katsete tulemuste põhjendamiseks pöörame tähelepanu õhuosakeste liikumisele ja rõhu muutustele torus.

Torus tekib laine peegeldumise tõttu seisev laine, mille õhuosakeste liikumissõlm asetseb toru suletud



Joon. 294. Õhusamba võnkumine suletud otsaga torus.



Joon. 295. Mõlemast otsast lahtine muudetava pikkusega õhusammas.

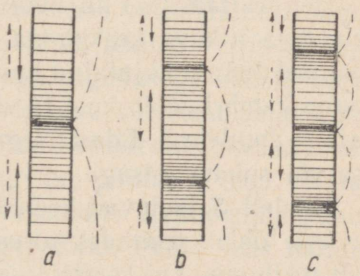
otsas. Liikumissõlmele aga vastab rõhu pais ning vastupidi. Seega võib väita, et toru kinnises otsas asetseb rõhu pais. Toru lahtises otsas võib õhk vabalt sisse ja välja liikuda, seega on lahtises otsas liikumispais ja rõhu sõlm. Edasisel arutlusel võime kasutada nii liikumise kui ka rõhu sõlmi ja paise, sest mõlemad nähtused on samaväärsed. Joonisel 294, *a* on kujutatud suletud otsaga torus oleva õhu põhivõnkumine, kusjuures viirutuse tihedus iseloomustab rõhu muutust ja kõrvale joonistatud kõvera kaugus torust osakeste kiirust. Toru keskel pole rõhu ega kiiruse sõlmi ega paise. Esimese ülemtooni puhul (joon. 294, *b*) tekib liikumispais poole lainepikkuse kaugusel (s. o. $\frac{2}{3}$ toru pikkusest) toru ülemisest otsast. Teise ülemtooni puhul leiame torus juba 2 paisu (joon. 294, *c*), ja üldiselt nii palju paise, mitmes ülemtoon torus parajasti tekib.

Korrates eespool kirjeldatud katset mõlemast otsast lahtise, muudetava pikkusega toruga (joon. 295), leiame, et torus olev õhusammas hakkab kaasa võnkuma, kui toru pikkus $l = \frac{1}{2}\lambda$; $2\frac{\lambda}{2}$; $3\frac{\lambda}{2}$ jne. Sellest järelduvad torus oleva õhu võimalikud omavõnkesagedused $n_0 = \frac{v}{2l}$, $n_1 = \frac{v}{l}$, $n_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{v}{l}$ ehk üldiselt $n_k = \frac{(k+1)}{2l} v$, kus $k = 0, 1, 2, 3 \ldots$

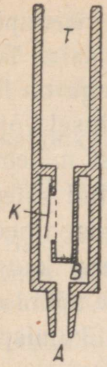
Sellest näeme, et lahtiste otstega toru tekitab kõiki põhisagedusega harmoonilisi ülemtoone. Toru otstes tekivad liikumispaisud ja rõhusõlmed. Põhisageduse puhul on toru keskel sõlm (joon. 296, *a*). Esimese ülemtooni puhul tekib torus 2 sõlme (joon. 296, *b*), teise puhul 3 sõlme (joon. 296, *c*) jne.

Valemitest ja joonistest järeldub, et avatud otstega õhusamba põhivõnkumise sagedus on kaks korda suurem suletud otsaga õhusamba põhivõnkumise sagedusest.

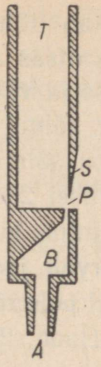
Esitatud valemid ei vasta täpselt tegelikkusele, sest liikumispaisud ei asetse täpselt toru otstes, vaid ulatuvad ümbritsevasse õhku seda kaugemale, mida jämedam on toru.



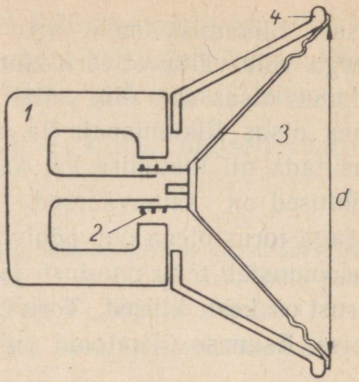
Joon. 296. Õhusamba võnkumine lahtiste otstega torus.



Joon. 297. Keelvile.



Joon. 298. Huulvile.



Joon. 299. Elektrodünaamiline valjuhääldaja.

220. Viled. Võnkuvaid õhusambaid kasutatakse heli tekitamiseks viledes. Olenevalt võnkumiste tekitamise viisist eristatakse keel- ja huulvilesid, mis omakorda jagunevad lahtise ja suletud otsaga viledeks vastavalt sellele, kas vile teine ots on lahtine või suletud. Joonis 297 kujutab läbilõiget keelvilest. Avause *A* kaudu puhutakse õhku kambrisse *B*, mis on keelekesega *K* mittetihedalt suletud avause kaudu ühendatud toruga *T*. Õhuvoolu mõjul hakkab keeleke võnkuma, sulgedes ja avades perioodiliselt avaust, kui keelekese võnkesagedus ühtib torus *T* oleva õhusamba omavõnkesagedusega. Et keeleke võib lisaks põhisagedusele võnkuda ka suurema sagedusega, siis on võimalik toru *T* pikkust muutes muuta ka tekkiva heli kõrgust.

Muusikariistadest on keelviled klarnet, oboe ja fagott. Ka vaskpillid, nagu pasunad, trompetid ja sarved, kuuluvad keelvilede hulka, kusjuures võnkuvad keelekesed moodustuvad puhuja huultest.

Heli tekitamiseks nn. huulviledes kasutatakse nähtust, et paigalseisva ja liikuva keskkonna piiril tekivad perioodiliselt keerised. Joonisel 298 on kujutatud huulvile läbilõige. Õhk puhutakse toru *A* kaudu kambrisse *B*, kust ta väljub kitsa pilu *P* kaudu teravale servale — huulele *S*. Edasi järgneb vile toru *T*, mis võib olla kas lahtise või suletud otsaga.

Huulelt *S* jaotuvad keerised perioodiliselt torusse *T* ja ümbritsevasse õhku, tekitades torus perioodilisi õhutõukeid. Intensiivne heli tekib siis, kui keeriste sagedus ühtib torus *T* oleva õhusamba omavõnkesagedusega. Selle saavutamiseks tuleb *P* ja *S* vaheline

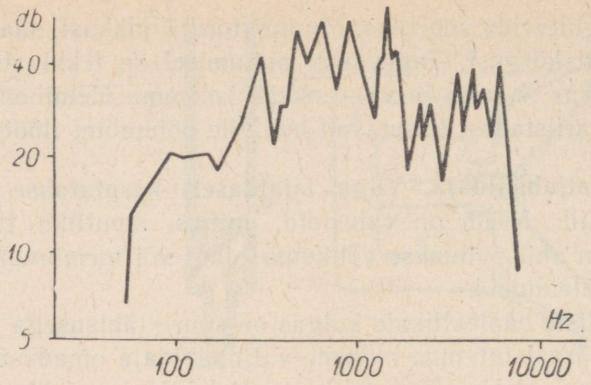
kaugus reguleerida sobivaks. Muutes toru *T* pikkust, saame muuta tekkiva heli kõrgust. Tugevamal puhumisel on tekkivate keeriste arv ajaühikus suurem ja vile hakkab helisema ülemtoonides.

Muusikariistadest kasutavad huulvile põhimõtet flööt ja orel.

221. Valjuhääldaja. Väga laialdaselt kasutatakse elektrilisi hääleallikaid. Need on vahendid, milles muutliku tugevusega elektrivoolu abil pannakse võnkuma plaat või membraan, mis siis tekitab häälelaineid.

Elektriliste hääleallikate hulgas on suure tähtsusega valjuhääldaja. Seepärast tutvume mõnede valjuhääldaja omadustega. Levinuim on nn. elektrodünaamiline valjuhääldaja, mille läbilõiget kujutab joonis 299. Püsivmagneti (1) silindrilise keskmise pooluse ümber silindrilises pilus asub pool (2), millest juhitakse läbi häält tekitav elektrivool. Sellele poolile nagu igale magnetiväljas asuvale elektrijuhtmele mõjub tung, mille suurus sõltub antud juhul voolutugevusest poolis. Muutliku tugevusega voolu mõjul hakkab pool võnkuma ja paneb võnkuma ka pooliga ühenduses oleva paberist koonuse, nn. difuusori (3). Difuusori väline serv on kinnitatud metallraamile (4).

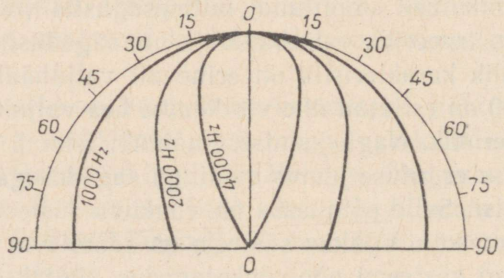
Valjuhääldajaga tekitatud hääle tugevus sõltub difuusori võnkeamplituudist ja see omakorda elektrivoolu tugevuse muutuse amplituudist poolis. Healt valjuhääldajalt nõutakse, et see muudaks konstantse amplituudiga voolutugevuse muutused konstantse tugevusega hääleks sõltumatult võnkesagedusest. Katsed aga näitavad, et valjuhääldajaga tekitatud hääle tugevus sõltub suurel määral hääle võnkesagedusest. Kui hoiame võnkumisi tekitava elektrienergia konstantsena ja mõõdame näiteks valjuhääldaja poolt tekitatud õhurõhu muutuse amplituudi mitmesugustel võnkesagedustel, siis saame konstrueerida valjuhääldaja nn. sagedusliku karakteristiku. Sageduslik karakteristik on erinevail valjuhääldajail erinev ja joonisel 300 on esitatud ühe võrdlemisi hea valjuhääldaja sageduslik karakteristik. Nagu joonisest nähtub, tekitab valjuhääldaja sama elektrilise ergutuse juures mõninga sagedusega helisid tugevamini kui teisi. Selle põhjuseks on võnkuva süsteemi omavõnkesageduste olemasolu. Võnkuv süsteem on käesoleval juhul keeruka kujuga ja kuigi süsteemi põhivõnkesagedus püütakse teha võimalikult väikeseks (alla 100 Hz), tekib resonants ülemtoonide puhul ja difuusor võngub neil sagedusil tugevamini. Peale selle nähtub graafikust, et valjuhääldaja ei anna edasi võnkumisi, mille sagedus on alla 50 Hz ja üle 7000 Hz. Seega valjuhääldaja ei tekita mada-



Joon. 300. Valjuhääldaja sageduslik karakteristik.

laid ega kõrgeid helisid ja juba selle tõttu on valjuhääldajast kuuldavad helid suuremal või väiksemal määral moonutatud. Madalate ja kõrgete helide tekitamine sama valjuhääldajaga osutub tehniliselt raskeks ja seepärast kasutatakse parema heliülekande saavutamiseks sageli kaht valjuhääldajat, millest üks kohandatakse madalatele ja teine kõrgetele helidele.

Võib märgata, et valjuhääldajast väljuv hääl ei levi igas suunas ühtlaselt. Hääle tugevuse maksimum asub otse valjuhääldaja ees ja kõrvalsuundades kahaneb tugevus märgatavalt. Valjuhääldajat iseloomustab seega ka suunakarakteristik, mis näitab, kuidas jaotub hääle tugevus valjuhääldajat ümbritsevas ruumis. Valjuhääldaja suunav mõju sõltub valjuhääldaja läbimõõdu d ja tekitatud häälelaine pikkuse λ suhtest. Mida suurem on suhe d/λ, seda rohkem on hääl suunatud.



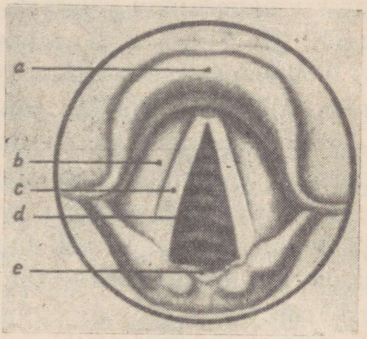
Joon. 301. Valjuhääldaja suunakarakteristik.

Joonisel 301 on esitatud ühe valjuhääldaja suunakarakteristik. Punktis O asuva valjuhääldaja ümber on joonestatud poolring, kuhu

on märgitud levikusuund kraadides. Otsesuunda tähistab 0°. Hääle tugevus otsesuunas on võetud ühikuks ning joonestatud hääle tugevuse jaotus kolmel erineval sagedusel. Pidev joon ühendab hääle sama tugevusega kohti.

Graafikust nähtub, et kuuldava heli iseloom sõltub kuulaja asukohast valjuhääldaja suhtes. Külgsuundades on kõrgemad helid tunduvalt nõrgemad.

222. **Inimese hääl.** Inimese hääleorgan koosneb kolmest osast: kopsudest õhuvoolu tekitajana, häälehuultest heli tekitajana ja neelu-, suu- ning ninakoopast resonantsiruumina. Organ on võrreldav keelvilega. Keelteks on häälehuuled, mis asetsevad kõris hingetoru ülemises osas (joon. 302). Tavalise hingamise puhul on häälehuuled pingutamata ja lasevad õhuvoolu vabalt läbi. Hääle tekitamisel pingutatakse häälehuuli vastavate lihaste abil nii, et nende vahele jääb ainult kitsas pilu, nn. häälepilu. Kopsudest tulev õhuvool surub häälehuuled teineteisest eemale. Suurenenud ava tõttu väheneb rõhk ja elastsed häälehuuled sulguvad, takistades õhu läbipääsu. Seetõttu suureneb rõhk ja surub häälehuuled uuesti laiali. Nii kordub nähtus perioodiliselt ja tekitab ülemtoonide-rikka heli, mille kõrgus oleneb häälehuulte pingest. Häälehuulte võnkumisest tingitud helist võimenduvad resonantsiruumis need ülemtoonid, mille võnkesagedus on lähedane resonantsiruumis oleva õhu omavõnkesagedusele.



Joon. 302. Kõri. *a* — kõripealis, *b* — eba-häälehuuled, *c* — häälehuuled, *d* — hingetoru, *e* — kõri tagasein.

Muutes ninaneeluruumi ja suukoopa suurust ning kuju, saame võimendada erinevaid ülemtoone ja seega muuta heli kõla. Sel viisil toimubki erinevate häälikute hääldamine. Uurides vokaalides leiduvaid ülemtoone, leiame need jagunevat teatavatele sagedus-piirkondadele, mida nimetatakse formantideks. Igal vokaalil on üks temale iseloomulik formant, mille sagedus märgatavalt ei muutu, ükskõik missuguse kõrgusega me vokaali ka hääldaksime. Et formantide võnkesagedused on võrdlemisi suured, siis hääle tavalise kõrguse puhul esinevad nad ülemtoonidena. Sellest järel-

dub, et kõnet edasi andvad aparaadid peavad loomutruult edasi andma ka suurema võnkesagedusega helisid, kui on kõneleja hääle kõrgus. Vastasel korral kaotavad häälikud oma iseloomuliku kõla ja kõne muutub arusaamatuks.

Praktiliselt on kõne veel hästi arusaadav, kui kantakse üle võnkumised kuni 4000 Hz, kuid kõne osutub vaevalt mõistetavaks, kui ülekantav sagedus langeb alla 2000 Hz.

Hääle tajumine

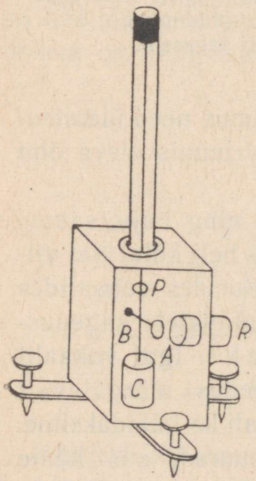
223. Hääle tugevuse mõõtmine. Häälelainetuse olemasolu objektiivseks määramiseks võib kasutada lainetuse mitmesuguseid omadusi. Häälelainetuse tugevuse määramiseks antud punktis kasutatakse sagedamini järgmisi omadusi: 1) võnkuva osakese amplituudi A, 2) võnkuva osakese liikumiskiiruse amplituudi A_v, 3) häälelaines esineva rõhu muutuse amplituudi A_p ja 4) rõhku p, mida häälelaine avaldab lainetuse teel olevale pinnale.

Nende suuruste kaudu saab arvutada häälelainetusega edasi kantavat energiat. Energiahulka, mis läbib häälelaine levimisel 1 s vältel levikusuunaga risti olevat pinnaühikut, nimetatakse hääle intensiivsuseks ehk tugevuseks. Vastavalt valitud mõõtühikutele kasutatakse hääle tugevuse mõõtühikuna 1 erg/s · cm² või 1 W/cm².

Arvutuste põhjal leiame, et hääle tugevus I sõltub võnkumise, kiiruse või rõhu amplituudist järgmiselt:

$$I = \tfrac{1}{2}\varrho\omega^2 v A^2 = \tfrac{1}{2}\varrho v A_v^2 = \tfrac{1}{2}\frac{A_p^2}{\varrho v},$$

kus ϱ tähendab keskkonna tihedust, v hääle levimiskiirust keskkonnas ja ω võnkumise nurksagedust.



Joon. 303. Radiomeeter.

Lainetust kandva keskkonna osakeste võnkeamplituudi saab määrata keskkonnas leiduvate peente tolmuterakeste kaasavõnkumise kaudu, mida võib jälgida mikroskoobiga. Meetodi rakendatavus väheneb sageduse suurenemisel, sest tolmuterakesed ei suuda suurtel sagedustel järgneda õhuosakeste liikumissuuna muutustele ja võnguvad väiksema amplituudiga kui õhuosakesed.

Võnkuvate õhuosakeste kiiruse amplituudi

A_v määramiseks kasutatakse kerget ümmargust niidi otsa riputatud kettakest, mis häälelainetuse mõjul püüab pöörduda hüdrodünaamikas põhjendatud seaduste kohaselt pinnaga risti laine levikusuunale. Kui kettale mõjuv pöördemoment on M, ketta raadius r, keskkonna tihedus ϱ ja ketta pöördenurk häälelainetuse mõjul α, siis

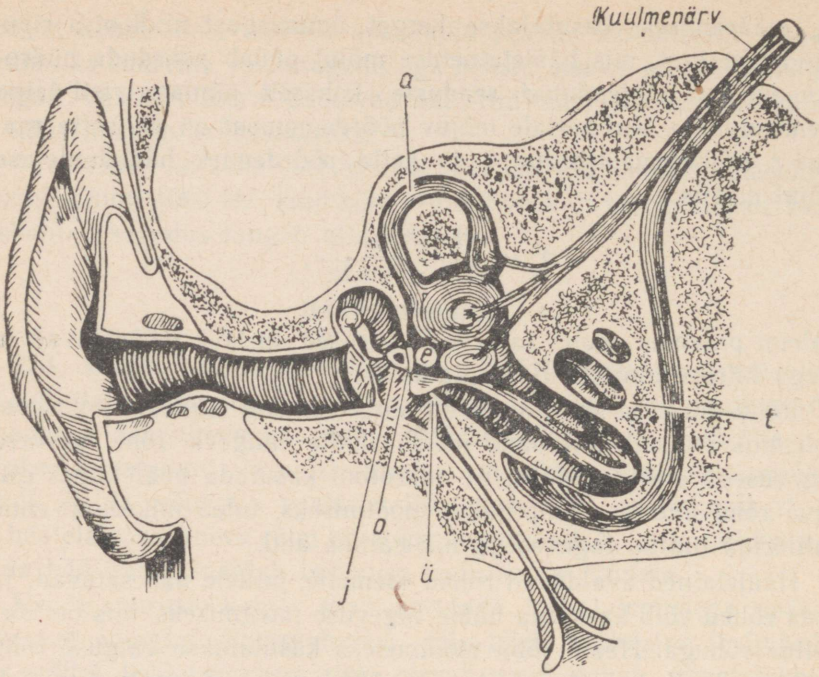
$$A_v^2 = \frac{3}{2} \frac{M}{\varrho r^2 \sin 2\alpha}.$$

Valemi paremas pooles esinevad suurused on kõik mõõdetavad ja seega kiiruse amplituud arvutatav.

Rõhu muutuse amplituudi on kõige lihtsam määrata mikrofoni abil, mis muudab mikrofoni membraanile langeva rõhu vastava tugevusega elektrivooluks. Et mikrofoni kasutada häälelaines esineva rõhu muutuse amplituudi mõõtmiseks, tuleb mikrofon enne kaliibrida tuntud tugevusega häälleallika abil.

Häälelained avaldavad rõhku esemeile, millele nad satuvad, ja seda rõhku võib kasutada hääle tugevuse mõõtmiseks, mis on võrdeline rõhuga. Hääle rõhu mõõtmiseks kasutatakse valguse rõhu avastaja P. N. Lebedevi õpilase V. Altbergi konstrueeritud seadeldist — radiomeetrit, mida kujutab joonis 303. Radiomeeter töötab torsioonkaalu põhimõttel. Klaasseintega kastis pronkslindi küljes ripub horisontaalasendis kaalukang, mille ühes otsas on kerge alumiiniumplaadike A ja teises otsas tasakaalustav koormis B. Mõõdetav hääl juhitakse ava R kaudu plaadile A. Hääle rõhu mõjul pöördub kang ja pöördumist registreeritakse riputuslindi küljes oleva peegli P abil optiliselt. Riputuslindi alumises otsas on plaadike, mis on sukeldatud õliga täidetud anumasse C ja summutab kaalu võnkumise. Peegli pöördenurk on võrdeline rõhuga ja seega ka hääle tugevusega.

224. Kõrv ja kuuldavuse piirid. Kõrva ülesandeks on õhulainetuse vastuvõtmine, edasiandmine ja muutmine hääleaistinguks. Vastavalt funktsioonidele jaotatakse kõrv (joon. 304) perifeerseks — heli edasi kandvaks ja tsentraalseks — heli vastu võtvaks osaks. Heli edasi kandva osa moodustavad väliskõrv ja keskkõrv (kuulmekile ja sellele kinnituv kolmest kuulmeluukesest koosnev kangisüsteem). Heli vastu võtva aparaadi moodustavad sisekõrv ehk labürint, kuulmenärv ja suuraju oimusagara koores asetsev kuulmistsentrum. Sisekõrv jaguneb esikuks (e), kolmeks poolring-

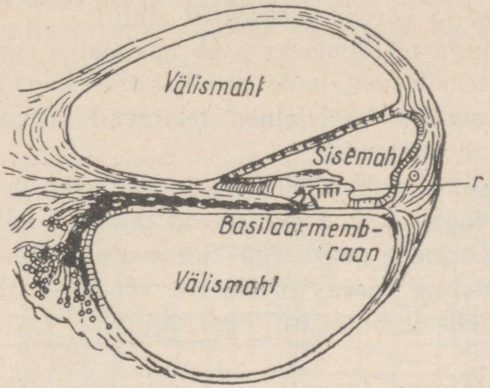


Joon. 304. Kõrva läbilõige.

kanaliks (*a*) ja teoks (*t*) ning koosneb luulisest labürindist ehk labürindi kapslist ja selle sees asetsevast pehmest labürindist, mis ei täida luulist labürinti täiesti. Luulise ja pehme labürindi vahel asetseb vedelik — välismahl, ja pehmet labürinti, mis on suletud ruum, täidab sisemahl. Keskkõrva-poolses osas on luulisel labürindil kaks akent: esikuaken ehk ovaalne aken (*o*), millesse kinnitub jalus (*j*), mis on viimane lüli kuulmeluukeste ahelas, ja teoaken ehk ümmargune aken (*ü*), mis on kaetud elastse membraaniga ja võimaldab vedeliku liikumist. Pehme labürindi teo-osas asetsevad helitundlikud rakud, mis on kuulmenärvi lõppkiud ja moodustavad kuulmiselundi. Esiku ja poolringkanalite osas asetsevad tunderakud moodustavad tasakaaluelundi.

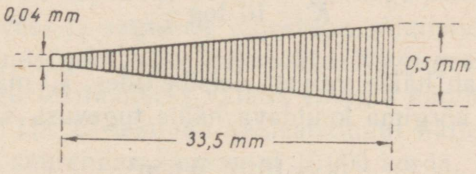
Helilainete tõttu muutuv õhurõhk paneb võnkuma kuulmekile (*k*), mille võnkumine kandub kuulmeluukeste ahela kaudu luulise labürindi ovaalsesse aknasse. Kuulmeluukeste kangisüsteemi ülesandeks on kuulmekile suhteliselt suure amplituudiga, kuid väikese tungiga võngete muutmine väikese amplituudi ja suure tungiga võngeteks. Seejuures suureneb tung üle 60 korra. Jaluse võn-

kumine ovaalses aknas põhjustab välismahla võnkumist, mis kandub üle pehmele labürindile. Pehme labürindi alumisel seinal, nn. basilaarmembraanil asetsevad helitundlikud rakud (*r*) (joon. 305) erutuvad sisemahla liikumisest. Nende rakkude erutus kandub kuulmenärvi kaudu suuraju oimusagarate koorde. Helitundlikud



Joon. 305. Teo ristlõige.

rakud on ühenduses basilaarmembraanis asetsevate, alt ülespoole suureneva pikkusega kiududega (joon. 306), mis resoneerivad vedeliku vastava sagedusega võngetele. Nende kiudude arv on 13 000—24 000. Et lühemate kiudude omavõnkesagedus on suurem, siis kuuleme kõrgemaid helisid teos allpool asetsevate rakkudega ja madalamaid kõrgemal asetsevatega. Kogu elund on võrreldav keel-sagedusmõõtjaga, mille üksikud keeled resoneerivad ainult kindlale sagedusele. Sellega on ka seletatav, et kõrv ei erista



Joon. 306. Kiudude süsteemi skeem.

häälelaineid kuju, vaid just osavõnkumiste sageduse järgi. Katsetest on selgunud, et kõrguse määramiseks peab heli kestma vähemalt kaks võnget. Sellest piisab resonantsis olevate kiukeste võnkuma panemiseks. Madalaimate helide puhul kulub selleks $6 \cdot 10^{-2}$ s ja kõrgeimate puhul $6 \cdot 10^{-4}$ s.

Kõrv on väga tundlik meeleelund. Ta on võimeline reageerima 2000 Hz sageduse puhul häälelainele, mille amplituud õhus on umbes $\frac{1}{10}$ õhu molekuli läbimõõdust, s. o. 10^{-9} cm, ja kõrguselt eristama toone, mille sagedus erineb 0,3%, s. o. 500 Hz puhul 1,5 võnget sekundis. Veel suurema tundlikkuse korral kuuleksime juba Browni liikumist ja kõrvad kohiseksid alati.

Kuulmisaistingu tekitamiseks peab häälelaine omama teatavat minimaalset intensiivsust, mida nimetatakse *ärritusläveks*. Suure intensiivsusega häälelained tekitavad kõrvas valutunnet ega ole tajutavad häälena.

Kõrv võib tajuda umbes 300 000 erinevat tooni ja eristada neid kõrguselt ning tugevuselt. Seejuures on tajutava hääle tugevused kuni 10^{13} korda erineva suurusega. See osutub võimalikuks ainult selle tõttu, et aisting kõrvas ei suurene võrdeliselt hääle tugevusega, vaid võrdeliselt tugevuse logaritmiga.

225. Hääle tugevus ja valjus. Katsetest selgub, et nõrgima kuuldava hääle tugevus on umbes 10^{-16} W/cm^2 ja tugevaima tugevus 10^{-3} W/cm^2. Et nende äärmiste piiride suhe on 10^{13}, siis pole kohane kasutada hääle tugevuse mõõduks lineaarset skaalat. Palju kohasemaks osutub logaritmiline skaala, sest inimene tajub Weberi-Fechneri seaduse kohaselt hääle tugevust võrdeliselt energia logaritmiga. Subjektiivselt tajutavat hääle tugevust nimetatakse hääle valjuseks. Kasutades hääle tugevuse mõõduks logaritmilist skaalat, saame hääle valjuse mõõduks lineaarse skaala. Skaala mõõtühikuks on detsibell (db), mis määratakse järgmise valemi abil:

$$K = 10 \log \frac{I_1}{I_0}.$$

Siin K tähendab hääle valjust detsibellides, I_1 määratava hääle tugevust ja I_0 nõrgima kuuldava hääle tugevust, s. o.

$$I_0 = 10^{-16} \text{ W/cm}^2.$$

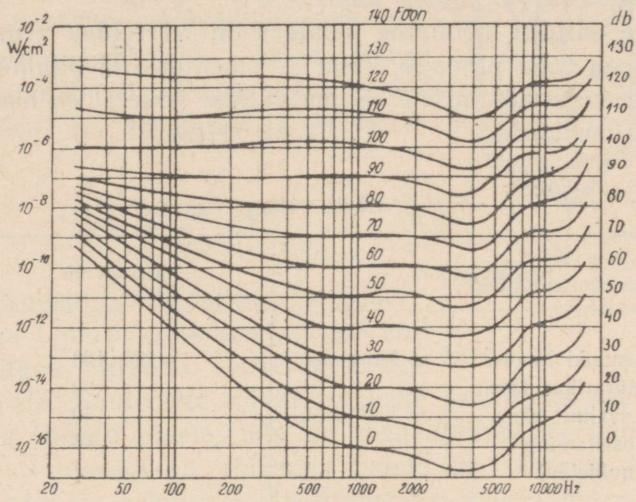
Nagu valemist nähtub, on nõrgima kuuldava hääle valjus 0 db, sest $10 \log \frac{I_0}{I_0} = 0$, ja tugevaima hääle valjus

$$10 \log \frac{10^{-3}}{10^{-16}} = 130 \text{ db}.$$

Kõik kuuldavad hääled mahuvad valjusevahemikku 0—130 db.

Seejuures osutub detsibell parajasti minimaalseks valjusevaheks, mida kõrv veel suudab eristada. Arvutusest näeme, et hääle tugevuse suurenemisel 10^{13}-kordseks suureneb valjus ainult 130 ühiku võrra. Selles avaldub kõrva imetlusväärne omadus kuulda häälena õhuvõnkumisi, mille intensiivsused on nii tohutult erinevad.

Esitatud valjuseskaala suureks vooruseks on äärmine lihtsus. Tegelikult aga oleneb inimese kõrva tundlikkus suurel määral ka võnkesagedusest.



Joon. 307. Hääle valjuse olenevus sagedusest.

Joonisel 307 on kujutatud pidevate joontega sama valjuse kõverad hääle tugevuse ja sageduse teljestikus. Alumine kõver kujutab kuuldavuse alumist piiri, s. o. ärritusläve. Nagu graafikust nähtub, on hääleaistingu tekitamiseks vajalik energia minimaalne sagedusel umbes 3500 Hz. Et tekitada hääleaistingut näiteks sagedusega 100 Hz, peame suurendama energiat 10 000 korda. Ainult sagedusel 1000 Hz vastab kõrva tundlikkus detsibelli tuletamisel kasutatud hääle tugevusele.

Rahvusvahelise kokkuleppe põhjal on toon sagedusega 1000 Hz võetud normaaltooniks hääle tugevuse ja valjuse mõõtmisel. Kõikidel teistel sagedustel erineb hääle tugevus kõrvaga registreeritavast valjusest. Nii näiteks toon sagedusega 1000 Hz ja tugevusega 10^{-14} W/cm² kuuldub niisama valjuna kui toon sagedusega 200 Hz, kuid tugevusega 10^{-12} W/cm². Kõrvale sobiva skaala saa-

miseks, mis on eriti oluline mürade valjuse määramisel, peame arvestama valjuse olenevust sagedusest ja tugevusest.

Selleks võrdleme kõrva abil uuritavat häält tooniga, mille sagedus on 1000 Hz, ja muudame viimase tugevust, kuni ta kuuldub niisama valjuna kui mõõdetav hääl. Määrame normaaltooni (1000 Hz) valjuse detsibellides ja väidame, et ka uuritav hääl omab sama valjust. Niisuguse võrdlusega saame mõõta igasuguse hääle valjust, kuid siis ei nimetata mõõtühikut enam detsibelliks, vaid fooniks (kr. k. *fone* — hääl).

Hääle valjuse mõõtmine foonides on võrreldav temperatuuri mõõtmisega keha pinnaga, kuna detsibellides mõõtmine vastaks termomeetriga mõõtmisele. Sama valjuse kõveral on hääle valjus foonides konstantne.

Tabel 19

Hääle valjus

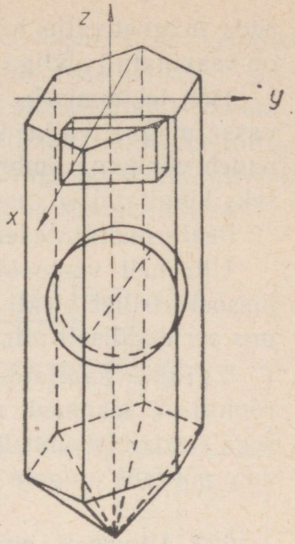
Hääleallikas	Valjus db
Lennuki mootor 5 m kaugusel	120–130
Mürarikas tänav	90
Tavaline kõne 1 m kaugusel	50
Sosistamine 1 „ „	10
Kuuldelävi	0

Ultraheli

226. Ultraheli saatjad ja vastuvõtjad. Ultraheli tekitamiseks ei kasutata tavalise hääle tekitamise meetodeid, sest need ei võimalda tekitada suurema võnkesagedusega helisid küllalt suure intensiivsusega. Ultraheli tekitamise peamiseks meetodiks on piesoelektrilise pöördefekti rakendamine. Piesoelektriline efekt seisab selles, et polaarsete telgedega kristallides (näiteks kvarts, turmaliin, senjeti sool, roosuhkur jt.) polaarsete telgede vastasotstes tekivad elektrilaengud, kui neid kristalle teatud suunas venitada või kokku suruda. Pöördefekti puhul deformeerub kristall, kui teda paigutada polaarse telje sihiga paralleelsesse elektrivälja. Joonisel 308 on kujutatud kvartsikristall telgedega *XYZ*, kusjuures *X*-telg on polaarne telg. Ultraheli tekitamiseks kasutatakse tavaliselt kristallist risti *X*-teljega lõigatud ümmargust või nelinurkset plaadikest.

Niisugust plaati nimetatakse *X*-lõikeks. Plaat kaetakse kummaltki poolt õhukese metallilehekesega ja lehekesed ühendatakse vahelduvpingeallika poolustega. Vahelduvas elektriväljas muudab plaat perioodiliselt oma paksust ning paneb ka ümbritseva keskkonna sama sagedusega võnkuma. Plaat võngub maksimaalse amplituudiga siis, kui vahelduvpinge sagedus ühtib plaadi mehaanilise omavõnkesagedusega. Seda resonantsiolukorda kasutataksegi ultraheli tekitamisel. Kvartsplaadi omavõnkesagedus on arvutatav järgmise valemi abil:

$$f = \frac{288\,000}{d}\ (\text{Hz}),$$



Joon. 308. Kvartsikristalli nelinurkne ja ümmargune *X*-lõige.

kus d tähendab plaadi paksust sentimeetreis. Seega 1 mm paksuse kvartsplaadi abil saab tekitada ultraheli võnkesagedusega $2{,}88 \cdot 10^6$ Hz. Suuremate võnkesageduste saamiseks tuleks kasutada väga õhukesi plaate, mis on mehaaniliselt nõrgad. Paksu plaadi saab intensiivselt võnkuma panna ka suurema kui omavõnkesagedusega, ergutades plaati pingega, mille sagedus on paarituarvuline kordne omavõnkesagedusest. Siis tekivad ülemtoonidele vastavad võnkumised.

Ultraheli võimsus on võrdeline võnkuva pinna suurusega. Looduses leidub vähe suuri kvartsikristalle, mistõttu suuremate võimsuste saavutamiseks liidetakse samalõikelised võrdse paksusega plaadid mosaiigina ja saadakse sel teel suurepinnaline heliallikas.

Peale kvartsikristallide kasutatakse heliallikana ka senjeti soola kristallist lõigatud plaate. Et senjeti sool on kvartsist tunduvalt pehmem, siis ei saa seda kasutada nii suure sagedusega helide tekitamiseks kui kvartsi. Võimaliku sageduse ülemiseks piiriks on mõnisada tuhat hertsi. Tänapäeval leiab ultraheli tekitajana järjest laialdasemat kasutamist baariumtitanaat $BaTiO_3$. Sellest valmistatakse keraamilisel teel kiirgajaid, mis nii mõneski suhtes ületavad kvartsikristalle.

Ultraheli tekitatakse ka magnetostriktsiooni abil. Magnetostriktsiooniks nimetatakse ferromagnetiliste ainete omadust deformee-

ruda magnetivälja toimel. Parimaid tulemusi ultraheli tekitamisel on saavutatud nikliga ning nikli ja koobalti sulamitega.

Heli tekitamiseks paigutatakse nikkelvarb perioodiliselt muutuvasse magnetivälja, kus ta perioodiliselt muudab oma pikkust ja paneb võnkuma ümbritseva keskkonna. Kiirgusvõime suurendamiseks kinnitatakse varva otsa kettake.

Peale mainitute leidub veel teisigi ultraheli tekitamise meetodeid.

Ultraheli vastuvõtuks ja kindlakstegemiseks võib rakendada piesoelektrilist efekti. Kvartsplaat laadub ultraheli levikupiirkonnas perioodiliselt ultraheli poolt tekitatud rõhumuutuste mõjul.

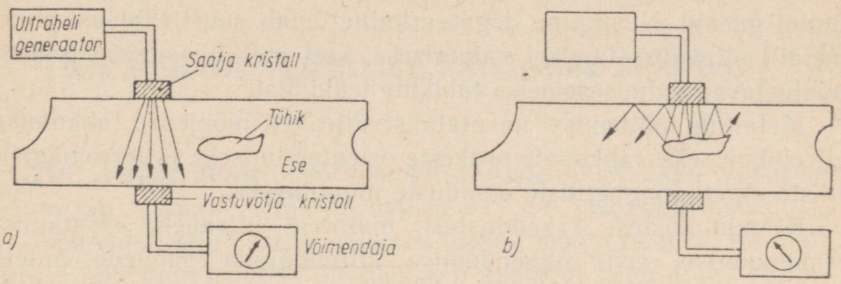
Ultraheli saatjates ja vastuvõtjates lisanduvad kristallile elektroonilised seadmed, mida saatjates kasutatakse soovitud sagedusega elektrivõnkumiste tekitamiseks ja vastuvõtjates kristallil tekkivate nõrkade pingete võimendamiseks.

227. Ultraheli omadusi ja rakendusi. Suure võnkesageduse tõttu on ultraheli lainepikkus väike ning keskkonnas järgnevad tihedalt üksteisele tihendused ja hõrendused. Kui arvestada ultraheli võnkesageduse vahemikuks 20 000 kuni 500 000 000 Hz, siis vastavad sellele lainepikkused gaasides umbes 1,5 kuni $0{,}6 \cdot 10^{-4}$ cm, vedelikes 6 kuni $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ cm ja tahketes kehades 20 kuni $8 \cdot 10^{-4}$ cm. Seega suure sagedusega ultraheli lainepikkus õhus võrdub kollase valguse lainepikkusega.

Lainepikkuse väiksuse tõttu on lainete difraktsioon väike ja ultraheli suunatav teravapiirilise kimbuna. Kuuldamatute signaalide saatmine õhus pole praktiliselt teostatav, sest ultraheli intensiivsus kahaneb õhus kiiresti ja suuremad sagedused ei levigi seal märkimisväärselt. Seevastu on vees ultrahelisignaalidel tähtsaid rakendusi nii kuuldamatul sidepidamisel kui ka kauguste mõõtmisel. Selleks kasutatakse ultraheli sageduste vahemikus 20 000 kuni 100 000 Hz.

Tuntuim mainitud rakendusist on kajalood, mille abil on võimalik väga kiiresti mõõta näiteks mere sügavust. Selleks juhitakse laevalt lühike ultrahelisignaal merepõhja; sealt signaal peegeldub ja peegeldus registreeritakse laeval asuvas vastuvõtjas. Teades hääle kiirust vees, saab signaali teeloleku ajast arvutada peegeldava pinna kauguse. Tavaliselt teeb seda vastav aparatuur automaatselt ja joonistab üles isegi merepõhja profiili. Analoogiliselt saab avastada laeva teel olevaid jäämägesid ja allveelaevu ning isegi kalaparvi.

Ultraheli peegeldumist tahketes kehades kasutatakse kehade paksuse mõõtmiseks ja neis leiduvate defektide avastamiseks. Esemetes leiduvate defektide kindlakstegemist ultraheli abil nimetatakse ultraheli-defektoskoopiaks. Meetod on viljakas eriti selle tõttu, et ultraheli abil saab avastada tühikuid ja pragusid mitme meetri paksustes metalldetailides, mida ei suuda läbida röntgenikiired.



Joon. 309. Ultraheli-defektoskoopia läbikiirgamise meetodil: a) heli läbib eseme ja jõuab vastuvõtjani; b) heli peegeldub tühikult ega jõua vastuvõtjani.

Joonisel 309 on skemaatiliselt kujutatud defekti otsimine metallesemes. Saatjat ja vastuvõtjat nihutatakse mööda eseme vastaspindu. Kui esemes leidub lõhe või tühik, siis heli peegeldub sellelt ega jõua enam vastuvõtjani. On võimalik mõõta isegi defekti kaugust eseme pinnast. Selleks paigutatakse saatja ja vastuvõtja eseme samale küljele ning mõõdetakse heli levikuaega saatjast peegeldava defektini ja tagasi nagu kajaloodi puhulgi. Et heli levikuaeg väljendub siin mikrosekundeis, siis mõõdetakse aega ostsillograafi abil.

Mitmed ultraheli omadused on seletatavad võnkuma pandud osakeste suure kiirendusega, mis sageli ületab kümneid ja sadu tuhandeid kordi tavalise raskuskiirenduse. Selle tõttu pihustuvad vedelikes paljud metallid, kui seal tekitatakse ultraheli. Eriti hästi pihustub metall, kui elektrolüüsiprotsessil katoodi raputada ultraheliga. Siis paiskub sadestuv metall katoodist eemale ja pihustub vedelikus veelgi peenemaks.

Häid tulemusi on saavutatud ultraheli abil peeneteralise, suuri suurendusi võimaldava fotoemulsiooni valmistamisel.

Ultraheli toimel segunevad paljud tavaliselt mitte segunevad vedelikud. On õnnestunud valmistada õlist ja veest ning isegi elavhõbedast ja veest kauapüsivaid segusid — emulsioone. Analoogilisi

tulemusi saavutatakse ka mitteseguneVate sulade metallide segamisel, mis seejärel tahkumisel säilitavad peeneteralisuse.

Mõnikord esineb ka vastupidine nähtus: peened osakesed liituvad ultraheli toimel suurematekS ja sadestuvad. See nähtus esineb nii vedelikes kui ka gaasides ning on praktiliselt kasutatav ruumide tolmust ja suitsust puhastamiseks.

Ultraheli mõjul eralduvad tahketes ja vedelates kehades lahustunud gaasid. Niisugune degaseerimine omab suurt tähtsust sulametalli ettevalmistamisel valamiseks, sest metallis olevad gaasid põhjustavad valmisesemetes tühikute tekkimist.

Metallide töötlemisel kasutatakse ultraheli mõnikord tahkumise kiirendamiseks, tahkuvate osakeste orienteerimiseks ja ferromagnetiliste ainete magnetiliste omaduste muutmiseks.

Keemia-alastest rakendustest mainime ultraheli kasutamist reaktsioonide, eriti hapendumise kiirendajana, mõnede ainete lagundajana, kristallisatsiooni kiirendajana ning suurte molekulahelate purustajana — depolümerisaatorina.

Ultraheli tekitab huvitavaid ja osalt veel selgitamata bioloogilisi efekte. Juba esimesed katsed ultraheliga vees vigastasid ja surmasid väikesi kalu, konni ja konnapoegi. Seda mõju võib seletada peamiselt kolme liiki — mehaanilise, soojusliku ja füüsikalis-keemilise — toimega.

Edasised uurimised näitasid, et ultraheli põhjustab suurte rakkude purunemist ja punaste verelibledе hävingut. Nähtuse põhjuseks on ilmselt suured rõhuvahed, mis tekivad väga väikestel vahekaugustel asuvate rõhu maksimumide ja miinimumide vahel. Rõhu miinimumides tekivad sageli tühikud: toimub kavitatsioon. Et ultraheli toimel hukkuvad bakterid, siis kasutatakse ultraheli veereservuaaride steriliseerimiseks.

Teatud sageduse ja intensiivsusega ultraheli sageli soodustab organismi arengut, suuremad intensiivsused aga mõjuvad hävitavalt. Et mõju on erinevaile elundeile ja kudedele erinev, siis on võimalik ultraheli rakendada paljude haiguste raviks. Tänapäeval on välja kujunenud laiaulatuslik ultraheliteraapia, mis on tulemusrikas paljude närvihaiguste ravimisel.

Ultraheli mõjub ka taimedele, kiirendades nende kasvu ja seemnete idanemist.

SOOJUS

XII. KEHADE TERMILISE PAISUMISE SEADUSI

228. **Temperatuuri mõõtmise viise.** Keha soojuslikku olekut iseloomustab esijoones tema temperatuur ehk soojusaste.

Juba vanal ajal osati võrdlemisi täpselt mõõta raskust, ruumala, kiirust jne., kuid soojuse üle otsustati kauemat aega ainult subjektiivse tunnetamise varal. Alles Galilei ja Huygensi ajast peale õpiti tundma, kuigi väga algeliselt, kehade soojusliku oleku objektiivset hindamist nende temperatuuri mõõtmise teel. Galilei ehitas esimesena primitiivse termomeetri, kuna Huygens põhjendas jäävate punktide olemasolu vajaduse temperatuuride mõõtmisel.

Kui kaks keha puutuvad ühesuguste välistingimuste puhul pikemat aega kokku, siis saavutavad nad nn. soojusliku tasakaalu ehk, nagu me tavaliselt väljendame, omandavad «ühesuguse temperatuuri».

Seega kahe keha temperatuuri võrdsus tehakse kindlaks selle järgi, et ühelt poolt lakkab ühe kokkupuutuva keha jahtumine ja teiselt poolt teise kokkupuutuva keha soojenemine.

Hoopis raskemaks muutub ülesanne, kui osutub vajalikuks võrrelda kaht erinevat temperatuuri. Selleks on kõigepealt vaja fikseerida kindel temperatuuriskaala, mille saab luua, toetudes mingile kindlale, soojusest põhjustatud kehade omaduste muutusele. Kõige praktilisemaks osutub siin kasutada kehade termilist paisumist. Nimelt näitavad mõõtmised, et püsival rõhul on keha ruumala sama temperatuuri puhul konstantne suurus.

Riistu, mida kasutatakse temperatuuri mõõtmiseks, nimetatakse termomeetriteks (kr. k. *therme* — soojus). Termomeetri skaala valmistamisel kasutatakse jäävate punktidena jää sulamistemperatuuri ja vee keemistemperatuuri. Vaatlused on näidanud, et antud rõhu korral toimub nii jää sulamine kui ka vee keemine alati

ühel ja samal temperatuuril. Vastavalt sellele, mitmeks võrdseks osaks, nn. kraadiks, jaotatakse vahemik jäävate punktide vahel, saadakse erinevad astmikud ehk skaalad.

Esmakordselt (1709. a.) ehitas praktikas laialdast kasutamist leidnud piiritustermomeetri G. D. Fahrenheit (1686—1736). Tutvudes elavhõbeda väga ühtlase paisumisega soojendamisel, konstrueeris Fahrenheit ka elavhõbetermomeetri. Skaala nullpunktiks valis ta tol ajal tuntud madalaima kunstlikult saadud temperatuuri (jää ja salmiaagi segu sulamistemperatuur: ca —17,8°C). Jää sulamispunkt oli tema skaalal märgitud +32°-ga, inimese keha temperatuur +96°-ga ning vee keemispunkt +212°-ga. Seega oli Fahrenheiti skaalal jää sulamispunkti ja vee keemispunkti vahemik jaotatud 180 võrdseks osaks ehk kraadiks (lad. k. *gradus* — aste, samm).

1730. aastal jaotas R. A. Réaumur piiritustermomeetril vahemiku jäävate punktide vahel 80 kraadiks.

Venemaal kasutati 1730. aasta paiku kõige rohkem Peterburi akadeemiku J. N. De l'Isle'i (1688—1768) termomeetreid, millel jää sulamispunkt oli märgitud 150°-ga ja vee keemispunkt 0°-ga. Vene füüsika rajaja M. V. Lomonossov kasutas oma töödes ümberpööratud De l'Isle'i skaalat, s. t. skaalat, kus jää sulamispunkt oli tähistatud 0°-ga ja vee keemispunkt 150°-ga.

1742. aastal tegi A. Celsius ettepaneku võtta kasutusele 100-kraadine skaala, tähistades 0°-ga vee keemispunkti ja 100°-ga jää sulamispunkti. Praegusel ajal Celsiuse nimega seotud termomeetriastmik on tegelikult Celsiuse ümberpööratud astmik ja see võeti tarvitusele tuntud botaaniku K. Linné ettepanekul 1745. aastal. Seda skaalat nimetatakse käesoleval ajal sentikraadskaalaks ning seda kasutatakse igapäevases elus NSV Liidus ja paljudes teistes riikides. Fahrenheiti skaala leiab veel kasutamist Ameerika Ühendriikides ja Inglismaal, Réaumuri skaala Prantsusmaal. Teaduslikes uurimustes kasutatakse eranditult sentikraadskaalat ning selle skaala järgi väljendatud temperatuure tähistatakse tähega C, näiteks —12°C.



Joon. 310. Meditsiiniline termomeeter.

Termomeetri kasutamisel tuleb silmas pidada, et termomeeter näitab tegelikult enese temperatuuri, mistõttu peab hoolsasti jälgima, et termomeeter omaks sama temperatuuri, mis on mõõdetaval esemel või keskkonnal. Selleks tuleb hoida teda küllalt kaua keskkonnas, mille temperatuuri mõõdetakse. Paksude seinte ja suure vedelikureservuaariga termomeetrid vajavad ümbritseva keskkonna temperatuuri saavutamiseks 5—10 minutit, meditsiinilised termomeetrid 3—5 minutit.

Harilike, toa- ja välisõhu temperatuuri mõõtmiseks kasutatavate termomeetrite kõrval tarvitatakse vas-

tavalt otstarbele eritüübilisi termomeetreid, näiteks meditsiinilist termomeetrit (joon. 310). Meditsiinilise termomeetri kapillaaris on reservuaari kohal ülikitsas läbikäik, millesse on paigutatud peenike metallnõelake. Paisumisel tekkiva suure rõhu tõttu surub elavhõbe end sellest peenenduskohast läbi, täites kapillaari temperatuurile vastava kõrguseni. Jahtumisel aga ei lange elavhõbe alla, sest peenenduskohas on hõõrdumine nii suur, et elavhõbedasammas kokkutõmbumise alguses katkeb allpool peenenduskohta. Nii näitab meditsiiniline termomeeter maksimaaltemperatuuri, milleni ta soojenes. Kapillaari jäänud elavhõbe raputatakse hiljem alla reservuaari. Et elava inimese keha temperatuur ei lange alla 35° C ega tõuse üle 42° C, siis algab meditsiinilise termomeetri astmik harilikult 34,5°-ga ja lõpeb 42°-ga. Kõrgema temperatuurini soojendamine on meditsiinilisele termomeetrile ohtlik, sest paisumisruumi lõppemisel purustab elavhõbe reservuaari.

Mööndaminnes olgu mainitud, et imetajatel on keha normaalne temperatuur 35° kuni 40,5° C, lindudel 39,5° kuni 44° C. Kalade keha temperatuur on tunduvalt madalam, kuid pisut ikkagi ületab ümbritseva keskkonna temperatuuri.

Kõrgeima ja madalaima temperatuuri märkimiseks teatud ajavahemiku, näiteks ööpäeva, jooksul tarvitatakse nn. maksimum- ja miinimumtermomeetreid.

Kirjeldatud termomeetrite puhul kasutatakse temperatuuri määramiseks vedelike ruumpaisumist. On aga olemas ka termomeetreid, milledes temperatuuri määramiseks kasutatakse

1) kindla gaasihulga rõhku konstantse ruumala puhul või ruumala konstantse rõhu puhul — gaastermomeetrid,

2) tahkete kehade joonpaisumist — bimetalltermomeetrid,

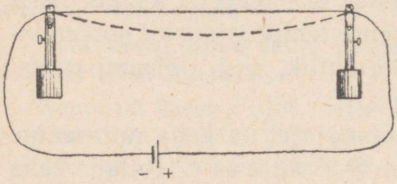
3) termoelektrilisi nähtusi — termoelemendid,

4) metalljuhtmete või pooljuhtide takistuse muutumist olenevalt temperatuurist — takistustermomeetrid,

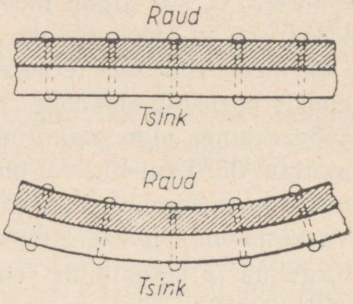
5) uuritava keha poolt kiiratava valguse heledust — optilised püromeetrid, jm.

229. Tahkete kehade joonpaisumine. Temperatuuri tõusmisel suureneb keha molekulide liikumise kiirus ja võnkeamplituud keskasendi suhtes. Järelikult eemalduvad molekulid üldiselt üksteisest — keha paisub. Et molekulaarne liikumine on kaootiline, s. t. molekulid liiguvad igasugustes suundades, siis paisub keha soojenemi-

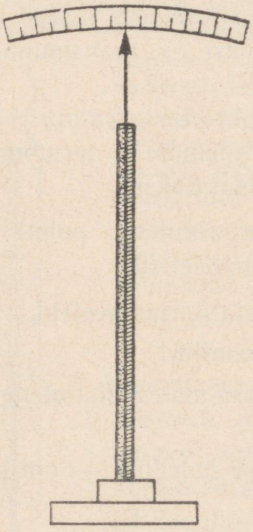
sel igas suunas. Isotroopsetes[1] kehades on paisumine igas suunas ühtlane, anisotroopsetes kehades aga oleneb suunast. Katsed ja vaatlused näitavad, et rõhuv enamik kehi paisub temperatuuri tõusmisel ja tõmbub kokku temperatuuri langemisel. Katseliselt on seda lihtne demonstreerida, asetades kahe statiivi vahele pinguletõmmatud traadi (rauast või mõnest teisest ainest). Soojendame traati, juhtides temast läbi elektrivoolu. See võimaldab traadi ühtlast soojendamist kogu ulatuses. Me näeme, et traat pikeneb ja vajub keskelt looka (joon. 311). Voolu katkestamisel traat jahtub ning lüheneb, tõmbudes jälle sirgeks. Soojenemisel suureneb mitte ainult keha pikkus,



Joon. 311. Soojendamisel elektrivooluga vajub traat looka.



Joon. 312. Ülal kokkuneeditud raud- ja tsinkplaat toatemperatuuril; all sama plaat kuumendatult.



Joon. 313. Bimetalltermomeeter.

vaid ka tema teised joonmõõtmed — laius, paksus. Keha joonmõõtmete suurenemist soojenemisel nimetatakse keha termiliseks joonpaisumiseks.

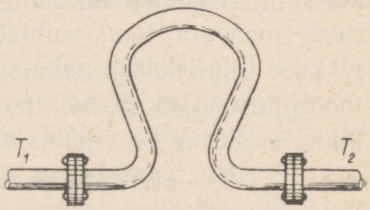
Erinevate ainete joonpaisumine on erinev. Kui toatemperatuuril neetida tugevasti kokku rauast ja tsingiribad, siis soojenedes kaarduvad kokkuneeditud ribad nii, et

[1] Kr. k. *isos* — sama; *tropos* — iseloom. Isotroopse keha füüsikalised omadused, nagu soojusjuhtivus, elastsus, kõvadus, valguse levimiskiirus jt., on igas suunas ühesugused. Anisotroopse ehk heterotroopse keha füüsikalised omadused aga sõltuvad suunast; üldiselt kuuluvad viimasesse liiki kristallilised kehad.

tsink jääb väljapoole ja raud sissepoole (joon. 312). See on tingitud sellest, et soojenemisel tsink paisub umbes 2 korda rohkem kui raud ja kaardumisel moodustab välimise, s. t. pikema kaare. Jahtumisel alla toatemperatuuri kaardub selline bimetallriba nii, et tsingiriba jääb sissepoole. Erinevate metallide joonpaisumise erinevust kasutatakse bimetalltermomeetrite ehitamisel (joon. 313). Bimetallriba üks ots kinnitatakse alusele ja teine ots varustatakse osutiga, mis võib liikuda kraadideks jaotatud skaala ees. Bimetalltermomeetreid kasutatakse näiteks termograafides (temperatuuri iseregistreerijad).

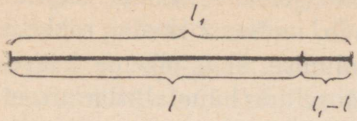
Erinevast paisumisest on tingitud ka emaili ärapudenemine raudkatla küljest tugeval kuumutamisel. Kui valada keeva vett teeklaasi, võib see puruneda. Seda põhjustab klaasi kihtide erinev paisumine kuuma vee valamisel klaasi. Nimelt paisuvad veega kokku puutuvad seesmised klaasikihid sissevalatud kuuma vee mõjul otsekohe, välised aga mitte, sest klaasi halva soojusjuhtivuse tõttu ei jõua soojus kuigi kiiresti nendeni levida. Seepärast valmistatakse kiireks kuumutamiseks määratud klaasnõud õhukesest klaasist, mis soojeneb küllalt ruttu kogu oma paksuses (katseklaasid, kolvid jne.).

Paisumistungid on väga suured. Näiteks selleks, et takistada ruutsentimeetrise ristlõikega raudvarva pikenemist soojendamisel 0°—20°, on tarvis umbes 0,5-tonnist tungi. Paisumistungi hiiglasuuruse tõttu tuleb hoolitseda, et suurtel kehadel oleks küllaldaselt paisumisruumi [vahemikud raudteerööbaste vahel, raudsildade osad, kompensaatorid aurutorustikus (joon. 314) jne.].



Joon. 314. Aurutorustiku kompensaator võimaldab torudel T_1 ja T_2 paisuda.

Teataval temperatuuril tõmbuvad paljud ained soojendamisel kokku. Vesi tõmbub kokku soojendamisel 0°C kuni +4°C. Teemant hakkab paisuma, jahtudes alla —42°C, vaskoksüüd ja smaragd paisuvad jahtumisel alla —4°C. Kummivoolik lüheneb, kui temast läbi juhtida kuuma veeauru. Soojendamisel tõmbub raud 768°C juures järsku kokku ja hakkab edasisel soojendamisel jälle paisuma. See on tingitud raua üleminekust ühest kristallivormist teise selle temperatuuri puhul.



Joon. 315. Keha joonpaisumine.

230. Joonpaisumiskoefitsient. Täpsed mõõtmised näitavad, et üks ja sama aine paisub erinevatel temperatuuridel erinevalt. Tavaliselt on kõrgemate temperatuuride puhul paisumine suurem, madalamate puhul väiksem. Siiski on paisumise erinevus nii väike, et mitte eriti suurte temperatuurivahemike ulatuses võime seda jätta arvestamata ja pidada keha mõõtmete kasvu võrdeliseks temperatuuri kasvuga.

Kui keha pikkus (joon. 315) algtemperatuuri t puhul on l ja lõpptemperatuuri t_1 puhul l_1, siis temperatuuri tõus $\Delta t = t_1 - t$ ja sellele vastav pikkuse juurdekasv $\Delta l = l_1 - l$.

Arvutame nüüd keha pikkuse juurdekasvu temperatuuri tõusu puhul 1°C võrra. See on Δt korda väiksem, s. o.

$$\frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{l_1 - l}{t_1 - t}.$$

Saadud suhe kujutab keha pikkuse kasvu keha soojendamisel 1°C võrra; see kasv on loomulikult seda suurem, mida pikem on keha. Et iseloomustada mingi aine termilist paisumist, tuleb määrata tema suhteline pikenemine, s. t. tuleb määrata pikkuse juurdekasvu suhe selle keha algpikkusega teatavates normaaltingimustes. Keha normaalpikkuseks peetakse tema pikkust $t_0 = 0°C$ puhul, mida tähistatakse tähega l_0. Suurust $\alpha = \frac{l_1 - l_0}{l_0(t_1 - t_0)}$ nimetatakse antud aine joonpaisumiskoefitsiendiks.

Seega võime joonpaisumiskoefitsienti defineerida kui keha pikkuse juurdekasvu suhet tema normaalpikkusega temperatuuri tõusul 1°C võrra.

Joonpaisumiskoefitsiendi avaldisest võime väljendada keha lõpp-pikkuse l_1:

$$l_1 = l_0 [1 + \alpha (t_1 - t_0)].$$

Et $t_0 = 0°C$, siis

$$l_1 = l_0 (1 + \alpha t_1).$$

See valem võimaldab praktiliselt arvutada mitte eriti suurte t_1 väärtuste puhul (kuni 100°C) keha lõpp-pikkust tema algpikkuse, joonpaisumiskoefitsiendi ja temperatuuri kasvu kaudu.

Joonpaisumiskoefitsiente

Aine	α (kr^{-1})	Aine	α (kr^{-1})
Alumiinium	0,000025	Raud	0,000012
Betoon	0,000012	Seatina	0,000029
Hõbe	0,000019	Tantaal	0,0000066
Invar	0,0000009	Teras	0,000010
Jää	0,000057	Tsink	0,000026
Klaas	0,000009	Valgevask	0,000018
Kuld	0,000014	Vask	0,000016
Kvarts (kristalliline)	0,0000075	Vismut	0,000013
Kvarts (sulatatud)	0,0000003	Volfram	0,0000044
Portselan	0,000003	Väävel	0,00006
Puit (piki kiudu)	0,000005		

Et raua ja betooni paisumiskoefitsiendid on võrdsed ($\alpha = 0{,}000012$), siis paisuvad nad soojenemisel ja tõmbuvad kokku jahtumisel ühesuguselt ega eraldu teineteisest. See tähtis omadus on raudbetoonkonstruktsioonide suure mehaanilise vastupidavuse üheks põhjuseks.

Sulatatud kvartsi paisumine on erakordselt väike ($\alpha = 0{,}0000003$), mistõttu sulatatud kvartsist nõud on väga vastupidavad järskudele temperatuurimuutustele. Hõõgumiseni kuumutatud kvartstoru ei purune isegi siis, kui teda pista külma vette.

Sulamite paisumine on tavaliselt tunduvalt väiksem sulamite koostisse kuuluvate metallide paisumisest. Eriti väikese paisumiskoefitsiendiga on terase ja nikli sulam (64% terast, 36% niklit), mida tuntakse i n v a r i nime all (lad. k. *in* — mitte, *varius* — muutuv). Seda sulamit kasutatakse seal, kus on oluline, et temperatuuri muutused mõjustaksid esemete dimensioone minimaalselt, näiteks täpsuskellade pendlite valmistamisel.

231. Kehade ruumpaisumine. Soojendamisel suurenevad tegelikult keha kõik mõõtmed. Arvestades seda kõigi mõõtmete suurenemist, räägime keha ruumpaisumisest. Nagu joonpaisumise korral, nii on ka ruumpaisumisel keha ruumala muutus võrdeline temperatuuri muutusega.

Olgu keha lõppruumala temperatuuril t_1 tähistatud tähega V_1.

Keha normaalruumala temperatuuril 0°C olgu V_0. Ruumpaisumiskoefitsienti tähistame tähega γ. Siis

$$\gamma = \frac{V_1 - V_0}{V_0(t_1 - t_0)},$$

kus $t_0 = 0°C$.

Avaldame ruumpaisumiskoefitsiendi valemist lõppruumala V_1:

$$V_1 = V_0 [1 + \gamma (t_1 - t_0)].$$

Et $t_0 = 0°C$, siis

$$\underline{V_1 = V_0 (1 + \gamma t_1)}.$$

Valem on kehtiv mitte eriti suurte t_1 väärtuste korral (umbes 100° piirides).

On arusaadav, et termilisel paisumisel suureneb ainult keha ruumala, mass aga jääb endiseks. See põhjustab aine tiheduse, samuti ka erikaalu muutumist soojendamisel. Lähtudes tiheduse valemist $\varrho_0 = \frac{m}{V_0}$, võime kirjutada:

$$\varrho_1 = \frac{m}{V_1};$$

$$\varrho_1 = \frac{m}{V_0(1 + \gamma t_1)} = \frac{\varrho}{1 + \gamma t_1}.$$

Arvestades, et γt_1 on ühega võrreldes tavaliselt väga väike, saame:

$$\varrho_1 \approx \varrho_0 (1 - \gamma t_1).^1$$

Leiame nüüd seose joonpaisumiskoefitsiendi α ja ruumpaisumiskoefitsiendi γ vahel. Selleks kujutleme kuupi serva pikkusega l. Tema normaalruumala $V_0 = l^3$. Kui kuupi soojendada t_1 kraadi võrra, siis omandab tema serv pikkuse $l (1 + \alpha t_1)$, millest järeldub, et tema uus ruumala

$$V_1 = l^3 (1 + \alpha t_1)^3.$$

---

[1] Selle lähendusvalemi saame, lähtudes kahe arvu ruutude vahe valemist $(1 + \delta)(1 - \delta) = 1 - \delta^2$. Kui δ on väga väike, siis δ^2 on tähtsusetu suurus, mis ei mõjusta märgatavalt arvutuste tulemusi. Seetõttu oleme praktiliste ülesannete lahendamisel õigustatud teda arvutustest ära jätma; nii saame: $(1+\delta)(1-\delta) \approx \approx 1$ ja $1 - \delta \approx \frac{1}{1 + \delta}$.

Niisiis:

$$\gamma = \frac{V_1 - V_0}{V_0 \cdot t_1} = \frac{l^3(1 + \alpha t_1)^3 - l^3}{l^3 \cdot t_1} = \frac{1 + 3\alpha t_1 + 3\alpha^2 t_1^2 + \alpha^3 t_1^3 - 1}{t_1} =$$

$$= 3\alpha + 3\alpha^2 t_1 + \alpha^3 t_1^2.$$

Et $3\alpha^2 t_1$ ja $\alpha^3 t_1^2$ on 3α-ga võrreldes tähtsusetult väikesed, siis võime praktiliselt pidada

$$\gamma = 3\alpha.$$

Niisiis antud aine ruumpaisumiskoefitsient võrdub selle aine kolmekordse joonpaisumiskoefitsiendiga.

Vedelike termiline ruumpaisumine on tunduvalt (keskmiselt 10—100 korda) suurem kui tahkete kehade oma. Vedelike ruumpaisumiskoefitsiendi katselist määramist raskendab see, et mõõtmistel asetseb vedelik anumas, mis soojenemisel ise ka paisub. Täpsemate arvutuste puhul tuleb seda asjaolu tingimata arvestada.

Vee iseärasuseks on tema kokkutõmbumine temperatuurivahemikus 0°C kuni +4°C. Vee tihedus on suurim temperatuuril +4°C ja alles soojenemisel üle +4°C (täpsemalt 3,98°C) hakkab ta paisuma. See kehtib muidugi puhta vee kohta, sest näiteks merevee tihedus on suurim umbes +3°C puhul.

Tabel 21

Vedelike ruumpaisumiskoefitsiente (temperatuuril 18° C)

Aine	γ (kr^{-1})	Aine	γ (kr^{-1})
Atsetoon	0,00132	Glütseriin	0,00053
Bensiin	0,00118	Petrooleum	0,00090
Bensool	0,00124	Tärpentin	0,00094
Broom	0,00104	Vesi	0,00018
Etüülalkohol	0,00110	Väävelsüsinik	0,00121
Etüüleeter	0,00163	Äädikhape	0,00107
Elavhõbe	0,000182		

Vee paisumise iseärasus etendab tähtsat osa suurte lahtiste veekogude (jõed, järved, mered) talvise temperatuurirežiimi kujunemisel. Vee jahtumine temperatuurini 4°C toimub suhteliselt kiiresti konvektsiooni (vt. § 265) tõttu, sest külma välise õhu poolt jahuta-

tud ja seega tihedamad veekihid vajuvad põhja ning asenduvad allpool olevate soojemate veemassidega, mis omakorda jahtudes põhja vajuvad, jne. Kui aga vesi on sel teel jahtunud temperatuurini 4°C, siis pinnal veelgi jahenenud kihid on juba väiksema tihedusega ega vaju enam põhja, vaid jäävadki pinnale või isegi külmuvad jääks ning veekogu edasine jahtumine toimub juba ainult soojusjuhtivuse teel. Et jää ja vee soojusjuhtivus on väike, siis toimub veekogu jahtumine alla 4° C väga aeglaselt.

XIII. PÕHIMÕISTEID KALORIMEETRIAST

232. **Keha siseenergia.** Keha molekulid on alatises liikumises: nii translatoorses ja rotatoorses liikumises kui ka võnkliikumises teatud keskasendite suhtes; samaaegselt mõjuvad nende vahel molekulaarsed tõmbe- ja tõuketungid. Seetõttu peitub igas kehas teatud varu molekulaarkineetilist ja molekulaarpotentsiaalset energiat.

Käsitletava soojuse ja termodünaamika kursuse ulatuses võimegi piirduda nende kahe komponendiga, mõistes keha siseenergia all selle keha molekulaarkineetilise ja molekulaarpotentsiaalse energia summat.

Selgitame nüüd, kuidas on võimalik keha siseenergiat muuta. Me teame, et keha temperatuuri tõusmisel tema molekulide kiirus kasvab, s. t. keha molekulaarkineetiline energia suureneb; ühtlasi kasvab keha paisumisel molekulidevaheline keskmine kaugus, mistõttu suureneb ka keha molekulaarpotentsiaalne energia. Siit järeldame, et temperatuuri tõusmisel suureneb keha siseenergia. Ümberpöördult, temperatuuri langus on keha siseenergia kahanemise tunnuseks.

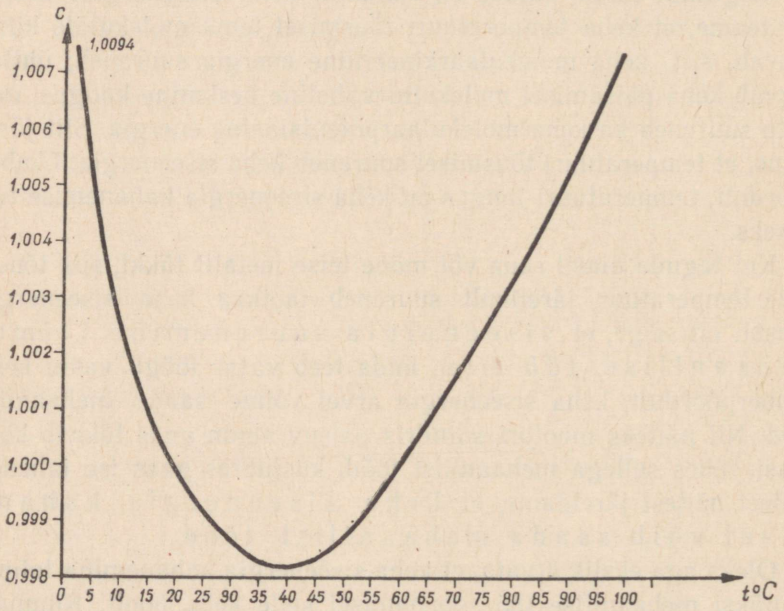
Kui taguda alasil raua või mõne teise metalli tükki, siis tõuseb selle temperatuur, järelikult suureneb taotava keha siseenergia. Ilmselt on selge, et siseenergia suurenemine toimub mehaanilise töö arvel, mida teeb vasar löögil vastu keha. Ümberpöördult, keha siseenergia arvel võime saada mehaanilist tööd. Nii näiteks mootori silindris paisuv kuum gaas lükkab kolbi edasi, tehes sellega mehaanilist tööd, kusjuures gaas ise jaheneb. Sellest näitest järeldame, et keha siseenergia kahanemisel võib saada mehaanilist tööd.

Oleks aga ekslik arvata, et keha siseenergia kahanemine toimub ainuüksi mehaanilise töö sooritamisel selle keha poolt. Kuumaks köetud ahi näiteks jahtub teatava aja jooksul toatemperatuurini, s. t.

tema siseenergia kahaneb, ilma et ahi oleks mehaanilist tööd teinud. Selle eest soojenevad aga toas olev õhk, toa seinad ning toas olevad esemed; järelikult nende siseenergia kasvab. Vaadeldaval juhul oleme harjunud ütlema, et ahi andis ära teatava soojushulga ja ümbruskond sai endale selle soojushulga juurde. Me teame, et soojus kandub alati kõrgema temperatuuriga kehalt madalama temperatuuriga kehale kuni temperatuuride ühtlustumiseni. Seejuures kuumema keha siseenergia kahaneb, kuna külmema keha siseenergia kasvab. Nii tuleb meil soojuse ülekandumise all mõista siseenergia ülekandumist ühelt kehalt teisele mehaanilise töö sooritamiseta. Seejuures ülekandunud siseenergia samastatakse tavaliselt ülekandunud soojushulgaga ja seda mõõdetakse kalorites.

233. Soojushulkade mõõtmine. Richmanni valem. Soojushulga ühikuks on kalor (cal, lad. k. *calor* — soojus). See on soojushulk, mis kulub 1 g puhta vee temperatuuri tõstmiseks 19,5°C kuni 20,5°C.

Soojushulk, mis kulub 1 g vee soojendamiseks 1°C võrra, pole täpselt ühesugune kogu temperatuurivahemikus 0°C kuni 100°C,



Joon. 316. Vee erisoojuse olenevus temperatuurist.

vaid temperatuurini umbes +37,5°C kahaneb see pidevalt, kuigi väga väikeses ulatuses, ja alates temperatuurist +37,5°C hakkab kasvama (joon. 316). Et iga mõõtühiku defineerimine peab toimuma maksimaalse võimaliku täpsusega, siis peab kalori defineerimisel antud olema ka see temperatuur, mille juures kalorit kui soojushulga ühikut defineeritakse. Peale eespool esitatud nn. 20° kalori (cal_{20}) kasutatakse veel 15° kalorit (cal_{15}). Erinevus nende vahel on praktiliste ülesannete lahendamisel tähtsusetu. Sageli nimetatakse kalorit ka grammkaloriks.

Soojushulka, mis kulub 1 kg puhta vee temperatuuri tõstmiseks 19,5°C kuni 20,5°C nimetatakse kilokaloriks (kcal).

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}.$$

Katsed näitavad, et keha soojendamiseks kuluv soojushulk sõltub keha massist, temperatuuride vahest, mille võrra keha soojendatakse, ja ainest, millest keha koosneb (vähesel määral ka keha algtemperatuurist). See soojushulk, nagu juba teame, kulub ühelt poolt keha siseenergia suurendamiseks, teiselt poolt aga keha paisumisega seotud välisrõhu tungide ületamisel tehtavaks tööks. Tahkete kehade ja vedelike puhul, silmas pidades nende suhteliselt väga väikest paisumist soojenemisel, on välisrõhu tungide ületamise töö siseenergia suurenemisega võrreldes tähtsusetu, samuti ei tule see kõne alla kinnises anumas soojendatavate gaaside korral, ja me võime väita, et mainitud juhtumeil kulub kogu soojushulk ainult keha siseenergia, peamiselt just tema molekulaarkineetilise energia suurendamiseks. Soojushulka kalorites, mis kulub keha temperatuuri tõstmiseks 1°C võrra, nimetatakse selle keha soojusmahtuvuseks.

Vastavalt sellele definitsioonile on soojusmahtuvuse ühikuks $1 \frac{\text{cal}}{\text{kraad}}$ või $1 \frac{\text{kcal}}{\text{kraad}}$.

Me nägime, et keha siseenergia kasv soojendamisel on sõltuv keha massist ja ainest. Et näidata, kuidas oleneb siseenergia kasv ainuüksi ainest, tuleb võrrelda sama massiga kehi, soojendades neid sama kraadide arvu võrra. Aine soojuslike omaduste iseloomustamisel võetakse sellise võrdlemise aluseks massiühikulise keha soojusmahtuvus, mida nimetatakse aine erisoojuseks.

Seega aine erisoojus mõõtub soojushulgaga kalorites, mis kulub 1 g aine temperatuuri tõstmiseks 1°C võrra.

Erisoojused on vähesel määral sõltuvad aine algtemperatuurist, suurenedes temperatuuri tõusuga. Näiteks vee erisoojus on 20°C puhul 1,0000 ja 90°C puhul 1,0053. Raua erisoojus on 0°C puhul 0,112; 100°C puhul 0,114; 200°C puhul 0,119 ja 300°C puhul 0,127. Nendest näidetest selgub ühtlasi, et kitsamas temperatuurivahemikus on see erinevus praktiliselt tähtsusetu ja me ei tarvitse seda arvestada. Suuremate temperatuurivahemike korral (üle 50°C) või eriti täpsete uurimiste puhul aga tuleb seda erisoojuste muutumist arvestada.

Keha soojendamiseks kuluv soojushulk on võrdeline keha massiga ja temperatuuri tõusuga:

$$Q = cm\Delta t.$$

Selles valemis esinev võrdetegur c on soojendatava aine erisoojus. Q mõõtub kalorites, kui mass on väljendatud grammides ja temperatuuri tõus kraadides. Avaldades sellest seosest $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t}$, näeme, et erisoojuse ühikuks on $\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{kr}}$ või $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{kr}}$.

Tabel 22

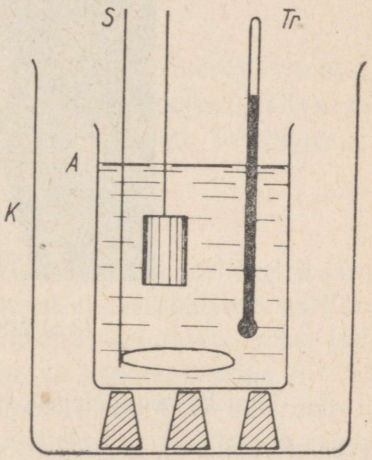
Ainete erisoojused (keskmised väärtused temperatuurivahemikus 0—100°C, kui temperatuur pole eriti märgitud)

Aine	Erisoojus $\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{kr}}$	Aine	Erisoojus $\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{kr}}$
Alumiinium	0,214	Klaas (flint-)	0,12
Antimon	0,050	Kuld	0,031
Asbest	0,020	Liha (looma-, kala-)	0,7
Bensiin (0°C)	0,41	Liiv	0,19
Elavhõbe	0,033	Magneesium	0,25
Etüülalkohol (0°C)	0,547	Männipuit	0,65
Etüüleeter (0°C)	0,54	Nikkel	0,107
Glütseriin	0,58	Petrooleum	0,51
Hõbe	0,056	Piim	0,92
Jää (—5°C)	0,49	Plaatina	0,032
Kadmium	0,055	Raud	0,11
Kanamunad	0,8	Seatina	0,031

Aine	Erisoojus cal / g·kr	Aine	Erisoojus cal / g·kr
Tantaal	0,036	Veeaur	0,48
Teemant	0,13	Vesi (20°C)	1,000
Teras	0,114	Vesinik (vabalt paisudes 25°C juures)	3,45
Tina	0,054	Väävel (rombiline)	0,18
Tsink	0,093	Väävelsüsinik	0,16
Tärpentin (18°C)	0,42	Õhk (vabalt paisudes)	0,24
Valgevask	0,092		
Vask	0,093		

Tabeli 22 vaatlemisel võib tähele panna, et vee erisoojus on teiste ainete rõhuva enamikuga võrreldes suur. Elementidest omavad veest suuremat erisoojust ainult liitium (100° C puhul 1,04) ja vesinik.

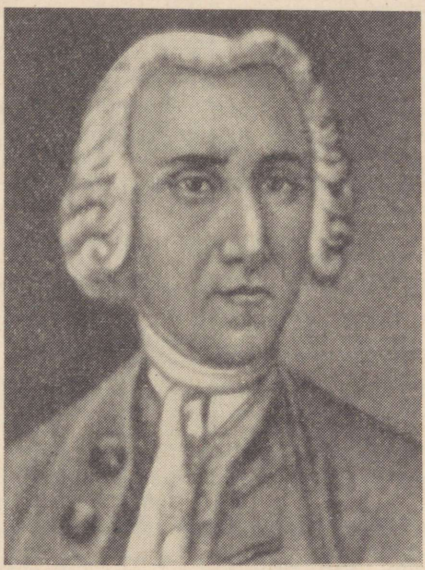
Vee suur erisoojus põhjustab merelise kliimaga piirkondades (nagu Eesti NSV) pikaldast üleminekut suvelt talvele ja talvelt suvele. Kontinentaalse kliimaga piirkondades (Uraal) toimub see üleminek palju kiiremini. See on tingitud merevee tohutute masside aeglasest jahtumisest või soojenemisest vee suure erisoojuse tõttu.



Joon. 317. Lihtne kalorimeeter.

Ühelt kehalt teisele üle minevate soojushulkade mõõtmiseks kasutatakse võimalikult väikese soojusmahtuvusega klaasist või õhukesest metallplekist anumaid, nn. kalorimeetreid. Et vähendada soojusvahetust ümbritseva keskkonnaga, mis mõjustab mõõtmistulemusi, paigutatakse kalorimeetri anum *A* korgist või vildist alusele (halb soojusjuhtivus!) teise, nn. katteanuma *K* sisse õhu konvektsiooni takistamiseks (joon. 317). Anumas *A* oleva vedeliku temperatuuri mõõtmiseks kasutatakse termomeetrit (*Tr*) ja temperatuuri kiireks ühtlustamiseks kogu vedeliku ulatuses segajat *S*.

Esimesi ulatuslikumaid kalorimeetrilisi uurimisi teostas M. V. Lomonossovi kaastöötaja, Peterburi akadeemik G. V. Richmann[1], kes uuris kahe sama, kuid erineval temperatuuril oleva vedeliku hulga segunemisel kujunevat temperatuuri.



Joon. 318. G. V. Richmann.

1. Olgu kalorimeetrisse valatud vee mass m_1 ja temperatuur t_1 (vee erisoojus on $1\ \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{kr}}$). Valame sinna juurde veehulga massiga m_2 temperatuuril t_2, kusjuures $t_2 > t_1$. Segaja S (joon. 317) kaasabil segame mõlemad veehulgad kiiresti läbi, mille tulemusena segu omandab ühtlase temperatuuri t nii, et segu temperatuur on kõrgem jahedama veehulga temperatuurist ning madalam soojema veehulga temperatuurist ($t_1 < t < t_2$). Lähtudes tõsiasjast, et jahedam veehulk saab juurde kogu selle soojushulga, mida soojem temale kuni temperatuuri ühtlustumiseni ära annab, tuletas Richmann segu temperatuuri määramiseks valemi, mida kinnitasid ka tema katsed:

[1] G. V. Richmann (1711—1753) sündis Pärnus. Töötas Peterburis akadeemikuna. Saavutas silmapaistvaid tulemusi soojusõpetuse küsimustes ja atmosfääri elektri alal. Konstrueeris esimese algelise elektromeetri. Suri Peterburis piksetabamuse tõttu äikeseelektri nähtuste uurimisel.

$$m_2 (t_2 - t) = m_1 (t - t_1),$$

millest segu temperatuur

$$t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}.$$

2. Erinevate erisoojustega vedelike segu temperatuuri määramisel lähtume samuti Richmanni valemist. Segades vedelikku, mille mass on m_1, temperatuur t_1 ja erisoojus c_1, vedelikuga, mille mass on m_2, temperatuur t_2 ($t_2 > t_1$) ja erisoojus c_2, saame segu temperatuuriga t ($t_1 < t < t_2$), kusjuures

$$c_2 m_2 (t_2 - t) = c_1 m_1 (t - t_1),$$

$$t = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}.$$

Sama valemit on võimalik kasutada ka ühe vedeliku erisoojuse (näiteks c_2) määramiseks, kui teise vedeliku erisoojus (näiteks c_1) on tuntud ja segu temperatuur mõõdetakse otseselt. Sel juhul

$$c_2 = \frac{c_1 m_1 (t - t_1)}{m_2 (t_2 - t)}.$$

3. Metallide erisoojuse määramisel kasutame kalorimeetrit järgmiselt. Paigutame kindla temperatuurini t_2 soojendatud uuritava metallitüki, mille mass on m_2, kalorimeetri anumasse, kuhu juba varem on valatud veehulk massiga m_1 ja temperatuuriga t_1. Hea soojusjuhtivuse tõttu annab metall kiiresti soojust üle teda ümbritsevale külmale veele, kuni mõlemate temperatuur ühtlustub suurusel t. Sel korral

$$c m_2 (t_2 - t) = m_1 (t - t_1),$$

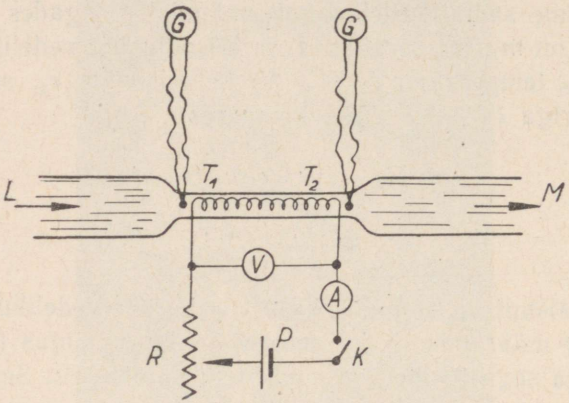
kus c on metalli erisoojus. Eelmisest valemist

$$c = \frac{m_1 (t - t_1)}{m_2 (t_2 - t)}.$$

Praegu käsitletud nn. segamismeetodi kirjeldamisel me ei arvestanud kalorimeetri anuma, segaja ja termomeetri temperatuuri tõstmiseks kulunud soojushulka. Täpsemate mõõtmiste puhul tuleb seda paratamatult arvesse võtta, sest alati kulub teatud osa soojust ka nende esemete temperatuuri muutmiseks.

4. Segamismeetodi kõrval kasutatakse vedelike erisoojuste täpsel mõõtmisel nn. elektrilist meetodit.

Toru *LM* keskmises, peenemas osas (joon. 319) asetseb kuumendusspiraal, mida mõõtmise ajal läbib patareist *P* võetav vool. Pinget spiraalis ja spiraali läbiva voolu tugevust mõõdetakse vastavalt voltmeetriga *V* ja ampermeetriga *A*. Voolu lülitamine toimub lüliti *K* abil ja voolu tugevust reguleeritakse reostaadiga *R*.



Joon. 319. Vedeliku erisoojuse mõõtmine elektrilisel meetodil.

Läbi toru voolav vedelik saab kuumendusspiraalilt soojust, mille tõttu vedeliku temperatuur voolamisel läbi toru peenema osa tõuseb. Seda temperatuuri tõusu saab mõõta toru peenema osa algusse ja lõppu paigutatud termoelementidega T_1 ja T_2 galvanomeetrite *G* abil. Kui ajavahemiku τ kestel voolab läbi toru vedelikuhulk massiga *m* ja termopaaride abil mõõdetud temperatuuride vahe on $t_2 - t_1$, siis vedeliku poolt juurde saadud soojushulk on

$$cm\,(t_2 - t_1),$$

kus *c* on otsitav vedeliku erisoojus.

Joule'i-Lenz'i voolusoojuse seaduse põhjal on spiraalis eraldunud soojushulk

$$0{,}24\,UI\tau,$$

kus *U* on pinge spiraali otste vahel ja *I* voolutugevus spiraalis. Et spiraalis eraldunud soojushulk kandub täielikult vedelikule üle, siis

$$cm\,(t_2 - t_1) = 0{,}24\,UI\tau,$$

$$c = \frac{0{,}24\,UI\tau}{m\,(t_2 - t_1)}.$$

Praktikas ja teaduses tuntakse väga mitmekesiseid kalorimeetriliste mõõtmiste menetlusi. Suure teadusliku panuse selles osas andis prof. V. F. Luginin (1834—1911), kes organiseeris Moskva ülikooli juurde eeskujuliku termilise laboratooriumi, mis tugevasti edasiarendatult töötab ka tänapäeval. Prof. Luginini mõõtmiste tulemused suure hulga ainete erisoojuste määramisel paistavad silma oma suure täpsuse poolest, mille tõttu paljud neist on praegugi vastavates rahvusvahelistes tabelites kasutamisel.

XIV. GAASIDE KINEETILINE TEOORIA

234. Ideaalne gaas. Asudes gaasidesse puutuvate küsimuste lähemale tundmaõppimisele, tuleb kõigepealt tähelepanu pöörata gaaside järgmistele omadustele.

Gaaside molekulide ruumala on molekulidevaheliste tühikutega võrreldes väga väike, s. t. keskmised kaugused üksikute molekulide vahel on molekulide eneste mõõtmetega võrreldes suured. Näiteks 0°C ja 760-torrise rõhu puhul võtavad 1 dm^3 õhu ruumalast õhu molekulid enda alla kõigest 0,4 cm^3, seega ainult 0,04% kogu ruumalast. Seepärast on molekulaartungid gaaside molekulide vahel kaduvväikesed. Piltlikult võib gaase võrrelda «aine lahusega tühjuses». Gaaside molekulid on kiires kaootilises liikumises, s. t. ükski liikumissuund pole eelistatud. Molekulide liikumise kaootilisus põhjustab kaootilisust ka molekulide ruumilises asetuses, mis on vahetpidamata kiiresti muutuv. Molekulaartungide peaaegu täieliku puudumise ning molekulide liikumise tõttu püüavad gaasid piiramatult laiali valguda.

Liikumisel põrkavad molekulid üksteisega kokku ja ka vastu gaasi piirava anuma seinu, avaldades sellele rõhumist. Kahe teineteisele järgneva põrke vahel on molekuli tee sirgjooneline, sest molekulaartungide peaaegu täieliku puudumise tõttu võib molekulide liikumist kahe põrke vahel pidada ühtlaseks.

Gaaside kohta kehtivad seadused on eriti lihtsad, kui on tegemist nn. i d e a a l s e t e g a a s i d e g a. Gaasi nimetatakse ideaalseks, kui

1) tema molekulid kujutavad endast geomeetrilistesse punktidesse koondunud masse (s. t. ideaalse gaasi molekulidel olemasoleva massi puhul puudub ruumala);
2) molekulidel puudub raskus;
3) molekulaartungid puuduvad täielikult;
4) molekulide põrge on täiesti elastne.

On arusaadav, et niisuguste omadustega gaase looduses ei esine ja ideaalne gaas on ainult fiktsioon, mis võimaldab looduses esinevate nn. reaalsete gaaside kohta kehtivate seaduste käsitlemist lihtsustatud kujul. Nagu katsed näitavad, on ideaalsete gaaside kohta kehtivate seaduste rakendatavus reaalsete gaaside puhul seda parem, mida väiksem on reaalse gaasi rõhk ja mida kõrgem on tema temperatuur. Niisiis reaalse gaasi omadused lähenevad ideaalse gaasi omadustele väikeste rõhkude (molekulide suhteliselt suurem kaugus üksteisest) ja kõrgemate temperatuuride puhul (kiirenenud liikumise tõttu viibivad molekulid põrke korral üksteise mõjuväljas lühemat aega).

235. Ideaalse gaasi oleku võrrandeid. Mingi gaasihulga oleku iseloomustamiseks on vaja teada tema massi m, ruumala V, rõhku p ja temperatuuri t. Selliseid iseloomustavaid suurusi nimetatakse parameetriteks (kr. k. *parametron* — mõõtev); seega gaasi oleku parameetriteks on m, V, p ja t. Kõik need suurused on omavahelises seoses ning vastavaid valemeid, mis seovad omavahel gaasi oleku parameetreid, nimetatakse gaasi oleku võrranditeks. Kõigi edaspidi käsitletavate olekuvõrrandite puhul vaatleme gaasihulga massi konstantsena.

a) Boyle'i-Mariotte'i seadus. Uurimised näitavad, et konstantsel temperatuuril on antud gaasihulga ruumala pöördvõrdeline rõhuga. See tõsiasi oli kõigepealt teada Boyle'il[1] (joon. 320) ja Mariotte'il[2] ning sõnastatud seadust tuntaksegi Boyle'i-Mariotte'i seaduse nime all.

Temperatuuri konstantsus on seejuures oluliseks eeltingimuseks, sest temperatuuri muutumine põhjustab omaette gaasi ruumala muutumist paisumise tõttu. Protsesse, mis kulgevad konstantse temperatuuri puhul, nimetatakse isotermilisteks protsessideks (kr. k. *isos thermos* — niisama soe).

Vastavalt Boyle'i-Mariotte'i seadusele

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} \text{ ehk } p_1V_1 = p_2V_2, \text{ kui } t = \text{const.},$$

[1] Robert Boyle (1627—1691), inglise füüsik; avastas ülalsõnastatud seaduse 1662. aastal.

[2] Edme Mariotte (1620—1684), prantsuse füüsik; avastas sama seaduse 1676. aastal, tõenäoliselt mitte teades Boyle'i töödest.



Joon. 320. Robert Boyle.

kus V_1 tähendab gaasihulga algruumala, p_1 algrõhku, V_2 lõppruumala ja p_2 lõpprõhku.

Siit näeme, et gaasihulga rõhu ja ruumala korrutis on konstantne.

$$pV = \text{const.}$$

Täpselt Boyle'i-Mariotte'i seaduse kohaselt käituvad ainult ideaalsed gaasid. Reaalsete gaaside korral on seaduse kehtivus seda halvem, mida suurem on gaasi rõhk ja mida madalam on tema temperatuur (reaalse gaasi omadused erinevad sel korral ikka rohkem ja rohkem ideaalse gaasi omadest).

b) Gay-Lussac'i seadus. Uurides paljude gaaside ruumpaisumist, jõudis Gay-Lussac[1] (joon. 321) otsusele, et konstantsel rõhul on iga gaasi paisumine soojendamisel võrdeline temperatuuriga ja gaasi algruumalaga 0°C puhul:

$$V - V_0 = \gamma t V_0, \text{ kui } p = \text{const.},$$

[1] Joseph Louis Gay-Lussac (1778—1850), prantsuse füüsik ning keemik; uuris gaaside paisumist ja atmosfääri omadusi, avastas boori ja tsüaani.



Joon. 321. Joseph Louis Gay-Lussac.

kusjuures V_0 on gaasi algruumala 0° C puhul, V tema ruumala temperatuuril t, γ gaasi ruumpaisumiskoefitsient, t gaasi temperatuur.

Eelmisest avaldisest saame gaaside ruumpaisumiskoefitsiendi:

$$\gamma = \frac{V - V_0}{tV_0}.$$

Kui määrata γ mitmesuguste gaaside jaoks, siis selgub tõsiasi, mida sõnastatakse järgmiselt:

Konstantse rõhu puhul paisuvad kõik gaasid ühteviisi.

Temperatuuri tõusmisel 1°C võrra suureneb iga gaasi ruumala $\frac{1}{273}$ (ehk 0,00366) võrra selle gaasi ruumalast temperatuuril 0°C.

Ka Gay-Lussac'i seadus kehtib ainult ideaalsete gaaside kohta, kuna reaalsete gaaside suhtes on tema kehtivus ligikaudne.

Protsesse, mis kulgevad konstantse rõhu puhul, nimetatakse isobaarilisteks protsessideks.

Gay-Lussac'i seaduse alusel on lihtne määrata iga gaasi lõppruumala temperatuuril t, kui gaasi algruumala 0°C puhul on teada:

$$V - V_0 = \gamma t V_0;$$
$$V = V_0 + \gamma t V_0;$$
$$V = V_0 (1 + \gamma t).$$

c) Boyle'i-Mariotte'i — Gay-Lussac'i ühendatud valem. Seni vaatlesime gaasi oleku muutumist, s. t. parameetrite omavahelist seost eeldusel, et üks neist püsis katse kestel konstantsena. Nii näiteks eeldasime Boyle'i-Mariotte'i seaduse korral temperatuuri konstantsust ja Gay-Lussac'i seaduse korral rõhu konstantsust. On aga ilmselt selge, et näiteks temperatuuri muutus võib põhjustada nii ruumala kui ka rõhu muutust korraga. Seamegi nüüd endale eesmärgiks avaldada üldine seos kõigi kolme parameetri vahel.

Olgu mingi gaasihulga algolek määratud parameetritega: V_0 — algruumala, p_0 — algrõhk ja 0°C — algtemperatuur. Hoiame esialgu tema temperatuuri konstantsena ja muudame rõhu abil ainult ruumala. Siis käitub gaas Boyle'i-Mariotte'i seaduse kohaselt:

$$p_0 V_0 = pV'. \qquad (1)$$

Selle gaasihulga olekut määravad nüüd juba parameetrid p, V' ja 0°C, kus p jäägu gaasihulga lõpprõhuks ja V' olgu tema mingi vahepealne ruumala. Kui nüüd jätame saadud rõhu p konstantseks ja muudame temperatuuri 0 kraadist t kraadini, s. t. t kraadi võrra, siis käitub gaas Gay-Lussac'i seaduse kohaselt ja lõppruumala

$$V = V' (1 + \gamma t). \qquad (2)$$

Avaldades seosest (1) V', saame:

$$V' = \frac{p_0 V_0}{p}.$$

Paigutades saadud tulemuse valemisse (2), saame:

$$V = \frac{p_0 V_0}{p} (1 + \gamma t)$$

ning lõpptulemusena

$$\underline{pV = p_0 V_0 (1 + \gamma t).}$$

Nüüd on gaasihulk saavutanud lõppoleku, mis on määratud parameetritega p, V ja t.

Saadud avaldis kujutabki Boyle'i-Mariotte'i — Gay-Lussac'i ühendatud valemit.

d) Charles'i seadus. Boyle'i-Mariotte'i seadus ja Gay-Lussac'i seadus kujutavad endast erijuhtumeid eespool tuletatud ühendatud valemist. Tõepoolest, kasutades seda valemit gaaside oleku isotermilisel muutumisel (temperatuuri muutus 0), saame Boyle'i-Mariotte'i seaduse:

$$pV = p_0V_0(1 + \gamma \cdot 0);$$

$$pV = p_0V_0.$$

Rakendades seda valemit gaaside oleku isobaarilisel muutumisel, kui $p = p_0$, saame Gay-Lussac'i seaduse:

$$pV = p_0V_0(1 + \gamma t);$$

$$p_0V = p_0V_0(1 + \gamma t);$$

$$V = V_0(1 + \gamma t).$$

Kasutades seda valemit aga isokoorilisel protsessil (kr. k. *hora* — ruum), kui $V = V_0$ saame Charles'i[1] seaduse:

$$pV = p_0V_0(1 + \gamma t);$$

$$pV_0 = p_0V_0(1 + \gamma t);$$

$$\underline{p = p_0(1 + \gamma t).}$$

Ka Charles'i seadus on antud kujul kehtiv ainult ideaalsete gaaside kohta.

Charles'i seadusest nähtub, et gaasi rõhk soojendamisel kinnises anumas (konstantne ruumala) suureneb ning jahutamisel väheneb. Seda võib jälgida, soojendades või jahutades gaasi manomeetriga varustatud kinnises anumas. Igapäevastest tähelepanekutest teame, et päikesepaiste kätte jäetud jalgratta kummid võivad isegi lõhkeda.

---

[1] Jacques Alexandre César Charles (1746—1822), füüsika professor Pariisis. Mainitud seaduse avastas 1787. aastal katselisel teel.

236. Absoluutne temperatuur ja absoluutne temperatuuriskaala. Vastavalt Charles'i seadusele kahaneb gaasi rõhk temperatuuri langemisel. Seame enesele eesmärgiks määrata temperatuur, mille puhul ideaalse gaasi rõhk muutub nulliks. Olgu antud gaasihulga algrõhk p_0 ja temperatuur 0°C. Meie eesmärgile vastavalt peab olema selle gaasihulga lõpprõhk $p = 0$. Lähtume Charles'i seadusest:

$$p = p_0 (1 + \gamma t);$$

$$0 = p_0 (1 + \gamma t);\ \text{jagame } p_0\text{-ga } (p_0 \neq 0);$$

$$1 + \gamma t = 0;$$

$$\gamma t = -1;$$

$$t = -\frac{1}{\gamma}.$$

Et $\gamma = \frac{1}{273}$, siis $t = -\frac{1}{\frac{1}{273}} = -273°C$.

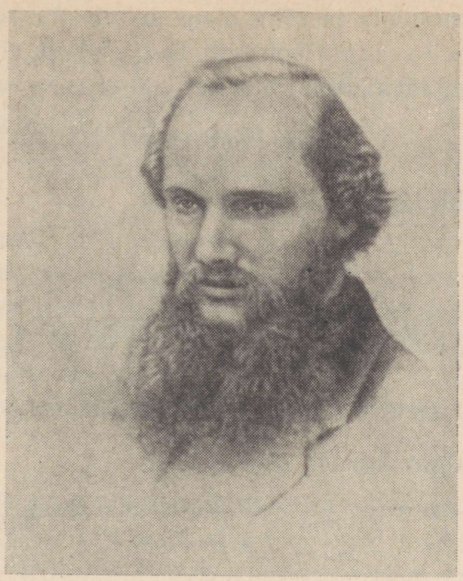
Tähendab, temperatuuril —273°C, täpsemalt —273,16°C, muutuks ideaalse gaasi rõhk võrdseks nulliga.

Ideaalne gaas on absoluutse nulli puhul ikkagi gaas, mitte tahke või vedel aine, nagu tihti eksitakse, pidades silmas reaalseid gaase.

Et gaasi rõhk on tingitud tema molekulide kaootilisest liikumisest, siis võime järeldada, et temperatuuril —273,16°C ideaalse gaasi molekulide translatoorne liikumine lõpeb — molekulid ei muuda ruumis enam oma vastastikust asendit. Seda temperatuuri nimetatakse füüsikas absoluutseks nulliks. Seega on absoluutne null teoreetiliselt madalaim mõeldav temperatuur.

Celsiuse skaala on loodud, toetudes ühe valitud aine (vee) omadustele, seepärast on selle skaala sidumine gaaside ja kõigi teiste ainete omadustega teatavas mõttes meelevaldne ning termodünaamiliste seaduste matemaatiline formuleerimine vastavalt Celsiuse skaalale on keerukam.

Võttes temperatuuride mõõtmisel skaala nullpunktiks absoluutse nulli ja kraadi suuruseks sentikraadi, saame nn. absoluutse skaala, mida tema kasutuselevõtja (joon. 322) järgi



Joon. 322. W. Thomson (Kelvin).

sageli nimetatakse Kelvini[1] skaalaks. Et absoluutne null on madalaim mõeldav temperatuur, siis avalduvad kõik temperatuuri mõõtmise tulemused Kelvini skaala kraadides positiivsete arvudena. Füüsikas tähistatakse Celsiuse skaala kraadides mõõdetud temperatuure tähega t ja Kelvini skaala kraadides mõõdetud temperatuure tähega T ning Kelvini skaala tunnuseks märgitakse kraadide arvu taha K ehk abs., näiteks $T = 354°$ K ehk $T = 354°$ abs.

Seejuures Celsiuse skaala 0° tähistatakse absoluutses skaalas tähega T_0; $T_0 = 273{,}16°$ K.

Seos Kelvini ja Celsiuse skaala vahel avaldub järgmiselt:

$$T = t + T_0 = t + 273{,}16;$$

$$t = T - T_0 = T - 273{,}16.$$

Vastavates madalate temperatuuride laboratooriumides on saavutatud temperatuure, mis ületavad absoluutse nulli kõigest mõne tuhandiku sentikraadi võrra (umbes 0,004°), kuid absoluutse nullini ei ole võimalik ühtki keha jahutada.

[1] William Thomson (Kelvin) (1824—1907), füüsika professor Glasgow's; teostas põhjapanevaid teoreetilisi uurimisi termodünaamika alal.

237. Gaasi ruumala ja rõhu olenevus absoluutsest temperatuurist. Gay-Lussac'i seaduse kohaselt on gaasihulga ruumala temperatuuril t_1 ning jääval rõhul

$$V_1 = V_0(1 + \gamma t_1).$$

Et $\gamma = \frac{1}{273}$ ehk täpsemalt $\frac{1}{273{,}16}$, siis

$$V_1 = V_0\left(1 + \frac{t_1}{273{,}16}\right)$$

ja sama gaasihulga ruumala temperatuuril t_2

$$V_2 = V_0\left(1 + \frac{t_2}{273{,}16}\right).$$

Teisendades sulgavaldised, saame

$$V_1 = V_0\left(\frac{273{,}16 + t_1}{273{,}16}\right) \text{ ja } V_2 = V_0\left(\frac{273{,}16 + t_2}{273{,}16}\right);$$

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{T_1}{T_0} \text{ ja } V_2 = V_0 \cdot \frac{T_2}{T_0};$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_0 \cdot \frac{T_1}{T_0}}{V_0 \cdot \frac{T_2}{T_0}};$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Saadud tulemus näitab, et konstantsel rõhul on gaasihulga ruumala võrdeline tema absoluutse temperatuuriga.

Analoogiliselt saab näidata, et konstantse ruumala puhul on gaasi rõhk võrdeline tema absoluutse temperatuuriga:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

238. Gaasi tiheduse olenevus rõhust. Tiheduseks nimetatakse massihulka ruumalaühiku kohta. Muutes antud gaasihulga ruumala, muudame ühtlasi ka tema tihedust. Vähendades näiteks gaasihulga ruumala 3 korda, suurendame tema tihedust 3 korda, kuid vastavalt Boyle'i-Mariotte'i seadusele suureneb ka rõhk 3 korda.

Siit näeme, et isotermilise protsessi korral on antud gaasi tihedus võrdeline rõhuga.

Olgu teatava gaasihulga tihedused rõhkudel p_1 ja p_2 tähistatud tähtedega ϱ_1 ja ϱ_2; siis

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Saadud tulemus on kehtiv ühe ja sama gaasi kohta. See ei tähenda kaugeltki seda, et erinevad gaasid, näiteks vesinik ja hapnik, omavad samades temperatuuri- ja rõhutingimustes sama tihedust. Nende tihedused on erinevad. Allpool esitatud tabelis on antud mõningate gaaside tihedused temperatuuril 0° C ning 760-torrisel rõhul. Ühtlasi on antud vastavate gaaside molekulkaalud.

Tabel 23

Gaaside tihedused ja suhtelised tihedused vesinikuga võrreldes

(0° C; 760 torri)

Gaas	Tihedus $\varrho\left(\frac{g}{cm^3}\right)$	Tihedus vesiniku suhtes	Molekulkaal M
Vesinik (H_2)	0,0000899	1	2
Heelium (He)	0,000178	2	4
Ammoniaak (NH_3)	0,000771	8,5	17
Lämmastik (N_2)	0,00125	14	28
Hapnik (O_2)	0,00143	16	32
Väävelvesinik (H_2S)	0,001539	17,1	34,1

239. Avogadro seadus. Kui võrrelda eelmises paragrahvis esitatud tabelis gaaside tihedusi vesiniku tiheduse suhtes vaadeldavate gaaside molekulkaaludega, siis ilmneb selgesti, et samadel tingimustel on gaaside tihedused võrdelised nende molekulkaaludega:

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{M_1}{M_2}. \qquad (1)$$

Teiselt poolt on võrdsetes ruumalades samades tingimustes viibivate gaasihulkade massid (m) võrdelised gaaside tihedustega (ϱ):

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}. \qquad (2)$$

On ilmselt selge, et antud gaasihulga mass on kõigi tema molekulide masside summa. Olgu ühe gaasi molekulide arv antud ruumalas ja selle gaasi molekuli mass tähistatud tähtedega N_1 ja M_1 ning teise gaasi vastavad suurused tähtedega N_2 ja M_2. Siis $m_1 = N_1 \cdot M_1$ ja $m_2 = N_2 \cdot M_2$, millest seose (2) kaudu järeldub, et

$$\frac{N_1 M_1}{N_2 M_2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \tag{3}$$

ehk

$$\frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{M_1}{M_2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}. \tag{4}$$

Teiselt poolt aga nägime seosest (1), et

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}.$$

Niisiis

$$\frac{N_1}{N_2} = 1 \text{ ja}$$

$$N_1 = N_2.$$

Järelikult *samal rõhul ja temperatuuril on võrdsetes ruumalades ühepalju ükskõik missuguse gaasi molekule.*

Seda gaaside omadust, mille avastas *Avogadro*[1], tuntakse *Avogadro seaduse* nime all. Ta on täpselt kehtiv ainult ideaalsete gaaside korral, kuna reaalsete gaaside kohta on ta kehtiv ainult väiksemate rõhkude puhul.

1 cm³ gaasi molekulide arvu temperatuuril 0°C ja 760-torrisel rõhul nimetatakse *Loschmidti*[2] *arvuks*. See arv $n = 2{,}687 \cdot 10^{19} \approx 2{,}7 \cdot 10^{19}$.

240. Aine aatomkaal, molekulkaal ja mooli mõiste. Füüsikas ja keemias puutume kokku nn. *molekulkaalu* ja *aatomkaalu* mõistega.

On iseenesest arusaadav, et erinevate ainete aatomid ja molekulid on erineva ehitusega, mistõttu nad erinevad üksteisest suuruse ja massi, seega ka kaalu poolest. Kuid mida tuleb mõista mingi elemendi aatomkaalu all? Ekslik oleks samastada aatomkaalu mõistet

[1] *Amadeo Avogadro* (1776—1856), itaalia füüsik. Töötas Torinos esialgu juristina, hiljem asus loodusteaduse ja matemaatika uurimisele. Oli matemaatilise füüsika professoriks Torinos.

[2] *Joseph Loschmidt* (1821—1895), austria füüsik; teostas põhjalikke uurimisi gaaside kineetilise teooria alal.

sellega, mida me nimetame igapäevases elus ühe või teise eseme kaaluks. On ju tõsi, et iga aine puhul on võimalik määrata selle aine üheainsa aatomi või molekuli kaalu näiteks grammides, kuid arvuliselt on need suurused nii väikesed, et nendega on täiesti ebaotstarbekohane opereerida. Kõige väiksem aatom on vesinikuaatom, mille mass on $1{,}67 \cdot 10^{-24}$ g, kuna ühe suurima aatomi — uraaniaatomi — mass on $3{,}88 \cdot 10^{-22}$ g, järelikult umbes 200 korda suurem vesinikuaatomi massist.

Seetõttu on kokku lepitud ainete aatomkaale väljendada mitte grammides või milligrammides, vaid suhetena **aatomkaalu ühikusse**, milleks on valitud $\frac{1}{16}$ hapnikuaatomi kaalust. Hapnik on valitud lähteaineks tema suure ühinemisvõime tõttu teiste ainetega, mis võimaldab ühendite kaudu hõlpsasti määrata teiste ainete aatomkaale. Vastavalt mainitud kokkuleppele on hapniku enda aatomkaal 16 niisugust ühikut, s. t. hapniku aatomkaal $A_O = 16$; heeliumiaatomi kaal vastab ~ 4 aatomkaalu ühikule, seega tema aatomkaal $A_{He} \approx 4$ jne.

Kui kaks või rohkem lihtainet ühinevad mingiks liitaineks, siis tekkinud liitaine **molekulkaal** võrdub liitunud lihtainete **aatomkaalude summaga**.

Teades, et vesiniku aatomkaal $A_H \approx 1$ ja hapniku aatomkaal $A_O = 16$, võime öelda, et vee (H_2O) molekulkaal on $2 \cdot 1 + 16 = 18$. Molekuliks võivad aga liituda mitte ainult erinevate lihtainete aatomid, vaid ka ühe ja sama lihtaine aatomid. Nii näiteks liituvad kaks hapnikuaatomit (O) hapniku molekuliks (O_2). Seega hapniku molekulkaal on $2 \cdot 16 = 32$.

Massi grammides, mis arvuliselt võrdub vastava aine molekulkaaluga, nimetatakse selle aine gramm-molekuliks (gramm-mooliks ehk lihtsalt mooliks). Näiteks hapniku molekulkaal on 32, järelikult 32 g hapnikku on 1 mool hapnikku. Vee täpne molekulkaal on 18,0156; seega tuleb 1 mooli saamiseks võtta 18,0156 g vett.

Elemendi massi grammides, mis arvuliselt võrdub tema aatomkaaluga, nimetatakse selle elemendi gramm-aatomiks. Näiteks elavhõbeda aatomkaal on 200,61, niisiis elavhõbeda gramm-aatom on 200,61 g.

Ka molekulkaalu mõõtühikuks on $\frac{1}{16}$ hapnikuaatomi kaalust. Tähistame $\frac{1}{16}$ hapnikuaatomi kaalust tähega μ (grammi). Kui

mingi aine molekulkaal on a, siis tähendab see, et selle aine ühe molekuli kaal on $a\mu$ (grammi). Võtame 1 mooli seda ainet, s. t. a grammi. Et iga molekuli kaal on $a\mu$ grammi, siis molekulide arv selle aine moolis on

$$\frac{a}{a\mu} = \frac{1}{\mu} = N.$$

Kui mingi teise aine molekulkaal on b, siis selle aine ühe molekuli kaal on $b\mu$ (grammi), kuna mooli mass on b (grammi); seega molekulide arv moolis on

$$\frac{b}{b\mu} = \frac{1}{\mu} = N.$$

Nii näeme, et 1 mool ükskõik missugust ainet sisaldab ühepalju molekule. Ühe mooli aine molekulide arvu nimetatakse Avogadro arvuks. Avogadro arv $N = 6{,}023 \cdot 10^{23}$.

Avogadro seadusest järeldub, et samadel temperatuuri- ja rõhutingimustel mistahes ideaalse gaasi sama molekulide hulk omab võrdset ruumala. Et 1 mool ükskõik missugust ainet sisaldab ühepalju molekule, siis 1 mool ükskõik missugust ideaalset gaasi omab sama ruumala, ja nimelt 22,414 l (temperatuuril 0° C ja 760-torrisel rõhul).

Seda ruumala nimetatakse ideaalse gaasi moolruumalaks. Määrame mingi reaalse gaasi, näiteks lämmastiku moolruumala. Lämmastiku molekulkaal on 28,016 ja tihedus 0,00125 $\frac{g}{cm^3}$. Üks mool lämmastikku on 28,016 g, järelikult ühe mooli lämmastiku ruumala on $\frac{28{,}016}{0{,}00125} = 22\,410\ cm^3 = 22{,}41$ l. Kontrollides teiste reaalsete gaaside moolruumalasid, näeme, et need kõiguvad 22,4 l läheduses, kusjuures ka suurim erinevus ei ületa 2%.

241. Clapeyroni-Mendelejevi võrrand. Universaalne gaasikonstant. Gaasidega seotud teoreetiliste ja praktiliste ülesannete lahendamisel leiab gaasi oleku võrranditest eriti sagedat rakendamist Clapeyroni-Mendelejevi võrrand.

Lähtudes Boyle'i-Mariotte'i—Gay-Lussac'i ühendatud valemist

$$pV = p_0V_0(1 + \gamma t)$$

ning pidades silmas, et $t = T - T_0$ ja $\gamma = \frac{1}{T_0}$, saame:

$$pV = p_0V_0\left(1 + \frac{T - T_0}{T_0}\right);$$

$$pV = p_0 V_0 \frac{T_0 + T - T_0}{T_0};$$

$$pV = p_0 V_0 \frac{T}{T_0};$$

$$pV = \frac{p_0 V_0}{T_0} T;$$

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}. \qquad (1)$$

Saadud tulemusest ilmneb, et antud gaasihulga oleku muutumisel suurus $\frac{pV}{T}$ püsib konstantsena, seega:

$$\frac{pV}{T} = A, \qquad (2)$$

kus A on mingi konstantne suurus, mida nimetatakse gaasikonstandiks. Esmakordselt tuletas selle seose 1834. aastal prantsuse insener Clapeyron.[1]

Konstandi A suurus sõltub vaadeldavast gaasihulgast ning p ja V mõõtühikutest.

Kui rakendada seda võrrandit ühe mooli ideaalse gaasi kohta, siis V_0 kujutab endast ideaalse gaasi moolruumala temperatuuril 0°C ja rõhul $p_0 = 760$ torri. Tähistame selle ruumala tähega ω. Seega ühe mooli ideaalse gaasi korral $V_0 = \omega = 22{,}41$ l ja suurus $\frac{p_0 \omega}{T_0}$ on konstantne iga ideaalse gaasi jaoks. Seda konstanti nimetatakse universaalseks gaasikonstandiks ja tähistatakse tähega R. Niisiis

$$\frac{p_0 \omega}{T_0} = R$$

ja võrrand (1) omandab kuju

$$R = \frac{pV}{T},$$

millest

$$\underline{pV = RT.} \qquad (3)$$

Võrrand (3) on võrrandi (2) üldistatud kuju ning on tuletatud kuulsa vene keemiku D. I. Mendelejevi poolt (1874. aastal),

[1] Benoit Pierre Émile Clapeyron (1799—1864), prantsuse insener ning füüsik. Töötas aastatel 1820—1830 Peterburis Teede Instituudi professorina.

mille tõttu seda võrrandit nimetataksegi Clapeyroni-Mendelejevi võrrandiks.

Ka sel juhul, kui vaadeldav gaasihulk erineb ühest moolist, saame tema ruumala V_0 avaldada moolruumala ω kaudu. Sel korral $V_0 = n\omega$, kus n on gaasihulga moolide arv, ja võrrand (3) väljendub kujul:

$$pV = nRT.$$

R arvuline väärtus sõltub p_0 ja ω mõõtühikutest.

Tabel 24

Universaalse gaasikonstandi arvulised väärtused sõltuvalt rõhu ja ruumala mõõtmisel kasutatud ühikutest

Normaalrõhk p_0	Ideaalse gaasi moolruumala	Universaalne gaasikonstant
1 013 200 $\frac{\text{düün}}{\text{cm}^2}$	22 414 cm^3	$8{,}314 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$
1,0332 $\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$	22 414 cm^3	$84{,}78 \frac{\text{kG} \cdot \text{cm}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$
10 332 $\frac{\text{kG}}{\text{m}^2}$	0,022414 m^3	$0{,}8478 \frac{\text{kGm}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$
1 At	22 414 cm^3	$82{,}05 \frac{\text{At} \cdot \text{cm}^3}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$
1 At	22,414 l	$0{,}08205 \frac{\text{At} \cdot \text{l}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$
760 torri	22 414 cm^3	$6{,}236 \cdot 10^4 \frac{\text{torr} \cdot \text{cm}^3}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$

Kui $R = 0{,}848 \frac{\text{kGm}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$ avaldame soojusühikutes, siis saame $R = 1{,}986 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}} \left(\approx 2 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}} \right)$.

Reaalsete gaaside korral ei ole universaalkonstant kõikide gaaside jaoks täpselt ühesugune, sest reaalsete gaaside moolruumala erineb teataval määral 22,41 liitrist. Nii näiteks hapniku jaoks $R = 8{,}315 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$, lämmastiku jaoks $R = 8{,}314 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$ ja vesiniku jaoks $R = 8{,}316 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$.

Tehnilistes rakendustes ei väljendata gaasi massi tavaliselt moolides, vaid kilogrammides. Kui ruumalas V sisaldub d kg gaasi

ja võrrandis $pV = nRT$ n tähendab moolide arvu, siis $n = \frac{1000\,d}{\mu}$, kus μ on vaadeldava gaasi molekuli mass. Sel juhul Clapeyroni-Mendelejevi võrrand avaldub kujul:

$$pV = \frac{1000\,R}{\mu} RT$$

ehk

$$pV = dBT,$$

kus $B = \frac{1000\,R}{\mu}$ on antud gaasi e r i k o n s t a n t. On selge, et igale gaasile vastab ainult temale omane erikonstant.

T a b e l 25

Mõningate gaaside erikonstante

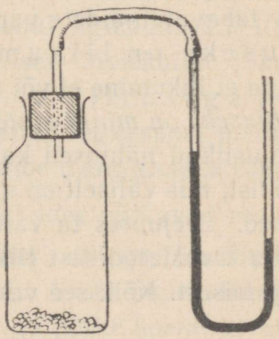
Gaas	Erikonstant $\frac{kGm}{kr \cdot kg}$
Hapnik	26,47
Lämmastik	30,13
Metaan	52,95
Süsihappegaas	19,14
Veeaur	47,06
Vesinik	422,6
Õhk	29,27

Esitatud tabeli andmed on saadud eeldusel, et gaasi rõhk on mõõdetud ühikutes $\frac{kG}{m^2}$ ja gaasi ruumala ühikutes m^3.

242. Daltoni seadus. Nii looduses kui ka tehnikas esineb mitmesuguseid gaaside segusid. Õhk näiteks kujutab enesest peamiselt lämmastiku, hapniku, argooni ja süsihappegaasi segu.

Millest sõltub g a a s i d e s e g u rõhk?

Viskame õhuga täidetud kolbi mingit ainet, mis keemiliselt seob endaga hapnikku (näit. fosforit). Suleme seejärel kolvi korgiga, mida läbib elavhõbemanomeetriga ühendatud toru (joon. 323).



Joon. 323. Rõhu kahanemine hapniku kõrvaldamisel pudelist fosfori abil.

Mone aja jooksul ühineb fosfor hapnikuga ja me märkame, et manomeeter näitab madalamat rõhku. Järelikult hapniku olemasolu tõttu on õhu rõhk suurem. Täpsemaid uurimisi gaaside segude rõhkude kohta teostas Dalton[1]. Seda rõhku, mida omaks iga segusse kuuluv gaas antud ruumalas, kui teised gaasid sealt kõrvaldataks, nimetatakse selle gaasi *osa-* ehk *partsiaalrõhuks*. Dalton leidis, et *gaaside segu rõhk võrdub segusse kuuluvate gaaside osarõhkude summaga*. Seda tõsiasja tuntakse *Daltoni seadusena*.

243. M. V. Lomonossovi vaated soojuse olemusele. Juba enne Newtonit kujunesid kaks vaadet soojuse olemusele. Ühe vaate kohaselt pidi soojus endast kujutama mingit *kaalutut vedelikku*, nn. soojusvedelikku, mis kehade kokkupuutumisel valgub soojemast kehast külmemasse. Teise vaate pooldajad väitsid, et soojus kujutab endast mingit keha osakeste või maailma eetri osakeste *liikumise avaldust*. Viimasel seisukohal asus näiteks inglise filosoof Bacon (1561—1626), hiljem Newton ja Huygens ning XVIII sajandi esimesel poolel Voltaire, D. Bernoulli ja M. V. Lomonossov. Siiski kujunes XVIII sajandi esimesel poolel domineerivaks õpetus soojusest kui kaalutust vedelikust, ning see püsis isegi veel kuni XIX sajandi keskpaigani. Terve rea väljapaistvate teadlaste uurimiste tulemusena leidis soojuse kineetiline teooria üldist tunnustust alles XIX sajandi teisel poolel, pealegi põhimõtteliselt enam-vähem samal kujul, nagu M. V. Lomonossov selle esitas 1749. aastal Peterburi Teaduste Akadeemiale oma väitekirjas «Meditationes de caloris et frigoris causa» (Mõtiskelud soojuse ja külmuse põhjustest). Juba selle teose esimeses paragrahvis jõuab Lomonossov tabavate näidete varal otsusele, et *soojuslike nähtuste aluseks on liikumine*. Selle kohta märgib Lomonossov: «Aga et liikumine ei või toimuda mateeriata, siis on selge et *soojuse põhjuseks on mingi mateeria liikumine*». Edasi jõuab ta otsusele, et soojuslikud nähtused kajastavad keha koostisosakeste sisemist liikumist, mis väliselt on märkamatu, sest need osakesed on väga väikesed. Seejuures ta väidab, et keha koostisosakesed võivad osa võtta translatoorsest liikumisest, rotatoorsest liikumisest ja võnkliikumisest. Kõik see vastab meie täielikku kinnitust leidnud kaas-

[1] *John Dalton* (1766—1844), inglise füüsik ning keemik; tegi kindlaks, et keemilised elemendid moodustavad ühendeid ainult kindlates kaalulistes suhetes; avastas värvipimeduse (daltonism).

aegsetele vaadetele soojuslike nähtuste kohta. Ainsa olulise erinevusena tuleb nimetada, et soojuslike nähtuste aluseks pidas Lomonossov keha osakeste rotatoorset liikumist, kuna tegelikult võivad selleks olla kõik molekulide liikumisviisid.

Täiesti õigesti seob Lomonossov kehade temperatuuri tõusu ja langust keha osakeste liikumise kiirenemisega ja aeglustumisega, juhtides tähelepanu sellele, et soojema ja külmema keha kokkupuutumisel soojema keha osakeste liikumine aeglustub ja külmema keha osakeste liikumine kiireneb.

Erakordse selgusega jõuab Lomonossov välja temperatuuri absoluutse nulli mõisteni, sidudes keha jahtumist tema osakeste liikumise aeglustumisega kuni seismajäämiseni. Et keha jahtumisel tema osakeste liikumine aeglustub, siis osakeste seismajäämisel ei ole võimalik enam keha jahutada, teisiti öeldes: kehade jahutamist on võimalik teostada ainult teatava madalaima temperatuurini, s. t. meie terminoloogia kohaselt absoluutse nullini. Alles 100 aastat hiljem (1851. a.) jõudis W. Kelvin Inglismaal uuesti absoluutse nulli mõisteni, jättes seejuures aga «õrna küsimuse» soojuse olemusest puudutamata.

Seega rajas M. V. Lomonossov esimesena teaduse ajaloos soojuse molekulaarkineetilise teooria alused ning paljastas tol ajal üldiselt valitsenud kaalutu soojusvedeliku õpetuse ekslikkuse.

Molekulaarkineetilise teooria võidulepääs avaldas väga soodsat mõju füüsika ja keemia ning ka nende naaberteaduste kiirele edasiarenemisele.

244. Gaasi molekulide liikumisest. 1 cm^3 õhku, samuti iga teist gaasi sisaldab 0° C puhul ja 760-torrisel rõhul ligikaudu $2{,}7 \cdot 10^{19}$ molekuli, mis on alatises kaootilises liikumises. Molekulide liikumise uurimisel kerkib küsimus: m i s s u g u s e k i i r u s e g a toimub ühe või teise molekuli liikumine? On leitud, et eespool mainitud tingimuste korral on näiteks õhu molekulide translatoorse liikumise keskmine kiirus $\sim 450 \frac{m}{s}$. Ruumis liikudes põrkavad molekulid alatasa kokku nii omavahel kui ka anuma seintega. Arvutused näitavad, et iga õhu molekul põrkab sekundis teiste molekulidega kokku umbes $7{,}5 \cdot 10^9$ korda; seejuures tuleb iga põrke korral arvestada põrkavate m o l e k u l i d e k i i r u s t e m u u t u m i s t.

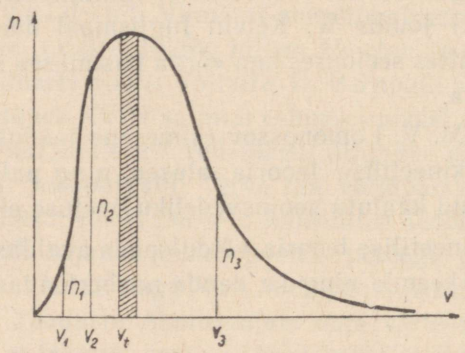
Põrgete arvu tundmine võimaldab arvutada molekuli v a b a

tee keskmist pikkust, s. o. vahemiku keskmist pikkust kahe teineteisele järgneva põrke vahel:

$$\frac{450 \cdot 10^2}{7{,}5 \cdot 10^9} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ cm.}$$

Gaasi molekuli translatoorse liikumise kiirus mõõtub gaasi molekuli poolt ajaühikus kulgetud vaba tee pikkuste summaga.

Molekulid aga ei liigu kõik ühesuguse kiirusega. Inglise füüsik Maxwell esitas seaduspärasuse, mis iseloomustab molekulide kiiruste esinemise sagedust sõltuvalt kiiruse suurusest. Kahtlemata võib teatav arv molekule vaadeldavast gaasihulgast liikuda ka võrdse kiirusega; näiteks kiirusega v_1 võib liikuda n_1 molekuli, mingi teine kiirus, näiteks v_2, on n_2 molekulil; kiirusega v_3 liigub n_3 molekuli jne.[1] Märkides abstsissteljel kiirusi ja ordinaatteljel



Joon. 324. Molekulide kiiruste sagedusjaotuse kõver.

vastava kiirusega liikuvate molekulide arvu, saame nn. kiiruste sagedusjaotuse kõvera (joon. 324). Graafikult näeme, et teatava kiirusega v_t ja sellele lähedaste kiirustega liigub kaugelt suurem hulk molekule kui mingi teise kiirusega.

Seda kiirust v_t, mis esineb kõige sagedamini, nimetatakse molekulide tõenäoseimaks kiiruseks.

---

[1] Täpsemalt öeldes mõistetakse antud juhul kiiruste v_1; v_2... all teatava kitsa ulatusega kiirusvahemike $v_1 - \Delta v < v_1 < v_1 + \Delta v$; $v_2 - \Delta v < v_2 < v_2 + \Delta v$... keskmiste kiiruste suurusi ning n_1; n_2... tähendavad selliste molekulide hulki, millede kiirused langevad vastavate piiridega kiirusvahemikesse.

Tabel 26

Lämmastiku molekulide kiiruste jaotus 20° C puhul

Kiiruste piirkond $\frac{m}{s}$	Sellesse kiiruste piirkonda kuuluvate molekulide arv %-des gaasihulga molekulide koguarvust
$0 < v < 100$	1%
$100 < v < 300$	25%
$300 < v < 500$	42%
$500 < v < 700$	24%
$700 < v < 900$	7%
$v > 900$	1%

Nii gaafikult kui ka tabelist näeme, et

1) väga väikeste kiirustega liikuvate molekulide arv on väike;

2) samuti on väike väga suurte kiirustega liikuvate molekulide arv;

3) on olemas teatav kiirus v_t, mis esineb kõige sagedamini; see on tõenäoseim kiirus;

4) suur protsent kõigist molekulidest omab kiirusi, mis on lähedased tõenäoseimale kiirusele.

Tõenäoseima kiiruse kõrval kasutatakse molekulide *keskmist kiirust*. Keskmise kiiruse saame, liites kõikide molekulide tõeliste kiiruste absoluutväärtused ning jagades saadud summa molekulide arvuga:

$$v_k = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_n}{n},$$

kus n on molekulide arv. Seega on keskmine kiirus molekulide tõeliste kiiruste aritmeetiline keskmine.

Eriti sageli tuleb molekulaarkineetiliste nähtuste uurimisel kokku puutuda *ruutkeskmise kiiruse* mõistega. Ruutkeskmiseks kiiruseks nimetatakse ruutjuurt molekulide tõeliste kiiruste ruutude aritmeetilisest keskmisest:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_n^2}{n}}.$$

Nagu saab tõestada, on

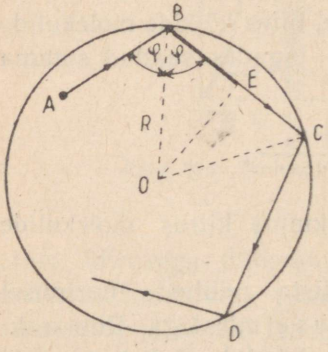
$$v_k = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \cdot \bar{v} \approx 0{,}92\,\bar{v} \quad \text{ja}$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \bar{v} \approx 0{,}82\,\bar{v}.$$

Tabel 27

Andmeid gaaside molekulaarse liikumise kohta

Gaas	0° C ja 1 At puhul						
	Molekulide ruut-keskmine kiirus $\sqrt{\bar{v}^2}$ $\frac{m}{s}$	Molekulide keskmine kiirus $\bar{v}_k$ $\frac{m}{s}$	Molekulide tõenäoseim kiirus v_t $\frac{m}{s}$	Vaba tee keskmine pikkus $\times 10^{-6}$ cm	Põrgete arv sekundis $\times 10^9$	Ajavahemik kahe põrke vahel $\times 10^{-10}$ s	Molekuli läbimõõt $\times 10^{-8}$ cm
Vesinik H_2 . . .	1845	1700	1507	11,2	15,2	0,66	2,3
Heelium He . . .	1305	1202	1066	18,0	6,67	1,5	1,9
Veeaur H_2O . . .	615	566	502	4,0	5,84	1,71	2,6
Lämmastik N_2 . .	493	454	403	6,0	7,55	1,32	3,1
Süsinikoksüüd CO .	493	454	403	5,8	7,8	1,28	3,2
Hapnik O_2 . . .	461	425	377	6,5	6,55	1,53	2,9
Argoon Ar . . .	414	381	338	6,35	6,02	1,66	2,8
Süsihappegaas CO_2	393	362	321	4,0	9,05	1,10	3,2



Joon. 325. Gaasi molekuli vaba liikumine kerakujulises anumas.

245. Gaaside kineetilise teooria põhivõrrand.[1] Asetsegu mingi gaas kerakujulises anumas raadiusega R (joon. 325) ja olgu tema hõrendus viidud vaakuumini (reaalse gaasi lähenemine omadustelt ideaalsele gaasile). Füüsikas mõistetakse v a a k u u m i all gaasi hõrendusolekut, mille puhul molekulide keskmine vaba tee ulatub anuma seinast seinani, s. t. molekulide omavahelised põrked peaaegu puuduvad ja vaatluse

[1] Gaaside kineetilise teooria põhivõrrandi tuletas esmakordselt D. Bernoulli 1738. aastal. Käesolevas õpikus antud tõestus on esmakordselt esitatud prof. F. N. Švedovi poolt Novorossiiski Loodusuurijate Seltsi matemaatika osakonnale ning seejärel tema poolt trükis avaldatud ajakirjades «Zeitschrift f. d. Physik. u. Chem. Unterricht», Heft 4, 1903 ja «Вестник Опытной Физики и Элементарной Математики», № 1 (361), 1904.

alla jäävad ainult molekulide põrked vastu anuma seinu. Tuleb aga kohe mainida, et lõppvõrrand, mille saame, ei nõua sugugi anuma kerakujulisust, vaid ta kehtib, nagu seda saab tõestada, ka teisekujuliste anumate korral. Nõue hõrendamise kohta vaakuumini lihtsustab küll arvutuskäiku, kuid ei muuda samuti lõpptulemust, mille saaksime ka hõrendamata gaasi korral samasugusel kujul. Molekulide põrkeid anuma seina vastu vaatleme absoluutselt elastsete kuulide põrgetena (ideaalne gaas).

Molekulide põrgete summaarne mõju avaldub gaasi rõhumises anuma seina vastu ja me seamegi endale esialgseks ülesandeks määrata gaasi r õ h u p olenevus gaasi molekulide kiirusest, massist ja arvust.

Olgu anumas n gaasi molekuli, igaüks neist massiga m (sama gaasi molekulid on massilt võrdsed). Edasi eeldame, et molekulide liikumine on täiesti kaootiline. Võtame ühe neist vaatluse alla. Liikugu see molekul kiirusega v mööda sirget AB, põrgates anuma seinaga kokku punktis B. Et absoluutselt elastse põrke korral on põrkenurk võrdne langemisnurgaga, siis on molekuli liikumisteeks rida võrdseid kõõlusid BC, CD jne.

Määrame nüüd molekuli põrke korral anuma seinale mõjuva impulsi (tõuke) suuruse. Me teame, et kui absoluutselt elastne keha põrkab risti vastu mingit pinda, siis see pind saab impulsi $ft = 2mv$. Kui aga sellise keha põrge vastu pinda toimub langemisnurga φ all, siis on saadud impulss

$$ft = 2mv \cos \varphi.$$

Molekuli kiirus on v, mis tähendab, et 1 s kestel molekuli poolt läbitud tee pikkus on v. Tee pikkus põrkest põrkeni $BC = 2BE = 2R \cos \varphi$. Järelikult põrgete arv sekundis on

$$\frac{v}{2R \cos \varphi}$$

(sekundis läbitud tee pikkus jagatud kahe naaber-põrkekoha vahemiku pikkusega).

Seega anuma sein saab ühe molekuli arvel sekundis impulsi

$$2mv \cos \varphi \frac{v}{2R \cos \varphi} = \frac{mv^2}{R}.$$

Anumas on n molekuli, mis liiguvad aga, nagu eespool nägime, erinevate kiirustega (vt. § 244). Kui tähistame üksikute moleku-

lide kiirused v_1; v_2; v_3; ... v_n, siis kõigi molekulide poolt ühes suunas anuma seinale antud summaarne impulss on

$$\frac{mv_1^2}{R} + \frac{mv_2^2}{R} + \frac{mv_3^2}{R} + \ldots + \frac{mv_n^2}{R} =$$

$$= \frac{m}{R}\left(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_n^2\right).$$

Ühe sekundi kestel saadud impulsi suurus määrab aga tungi suuruse (kui $t = 1$ s, siis $ft = \mathrm{f} \cdot 1 = f$). Seinaga kokku põrgates rõhuvad molekulid seda järelikult tungiga

$$f = \frac{m}{R}\left(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_n^2\right).$$

Korrutame ja jagame saadud avaldise parema poole molekulide arvuga n. Saame

$$f = \frac{nm}{R} \cdot \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_n^2}{n}.$$

Et

$$\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_n^2}{n} = \overline{v}^2$$

on molekulide ruutkeskmise kiiruse ruut, siis

$$f = \frac{nm\overline{v}^2}{R}.$$

Määrame nüüd anuma seina ühele pinnaühikule mõjuva tungi suuruse. Et kera pindala on $4\pi R^2$, siis pinnaühikule mõjuv tung ehk rõhk on

$$p = \frac{f}{4\pi R^2} = \frac{nm\overline{v}^2}{R \cdot 4\pi R^2};$$

$$p = \frac{nm\overline{v}^2}{4\pi R^3}.$$

Korrutame saadud murru lugejat ja nimetajat $\frac{1}{3}$-ga:

$$p = \frac{\frac{1}{3} nm\overline{v}^2}{\frac{1}{3} 4\pi R^3} = \frac{\frac{1}{3} nm\overline{v}^2}{\frac{4}{3} \pi R^3}.$$

Et $\frac{4}{3}\pi R^3$ on kera ruumala V, siis

$$p = \frac{1}{3}\frac{n m \overline{v}^2}{V}.$$

Nii oleme jõudnud esialgselt püstitatud eesmärgile. Arendades saadud avaldist edasi, saame:

$$pV = \frac{1}{3} n m \overline{v}^2.$$

Et molekuli mass m ja molekulide arv n kinnises anumas ei muutu, ja et molekulide ruutkeskmise kiiruse ruut $\overline{v}^2$ on konstantse temperatuuri puhul samuti konstantne suurus, siis ka nende suuruste korrutis on konstantne:

$$pV = \text{const.}$$

Konstantse temperatuuri puhul on ideaalse gaasi rõhu ja ruumala korrutis konstantne suurus.

Oleme teoreetiliste kaalutluste najal välja jõudnud juba varem tundma õpitud Boyle'i-Mariotte'i seadusele. Tõsiasi, et jõudsime Boyle'i-Mariotte'i seadusele, lähtudes eeldusest, et gaas kujutab endast kaootiliselt liikuvate molekulide kogu, kinnitab selle eelduse tõepärasust.

246. Järeldusi gaaside kineetilise teooria põhivõrrandist. Korrutades ja jagades eelmises paragrahvis tuletatud võrduse

$$pV = \frac{1}{3} n m \overline{v}^2$$

parema poole 2-ga, saame:

$$pV = \frac{2}{3} n \frac{m\overline{v}^2}{2},$$

kus $\frac{m\overline{v}^2}{2}$ on ühe molekuli translatoorse liikumise keskmine kineetiline energia ja $n\frac{m\overline{v}^2}{2}$ on kõigi ruumalas V olevate molekulide translatoorse liikumise keskmine kineetiline energia.

Tähistame

$$n \frac{\overline{mv^2}}{2} = E.$$

Siis

$$pV = \frac{2}{3} E.$$

Konstantsel temperatuuril antud ideaalse gaasi hulga rõhu ja ruumala korrutis võrdub kahe kolmandikuga tema molekulide translatoorse liikumise keskmisest kineetilisest energiast.

Me nägime, et $pV = \frac{2}{3} E$. Kui vaadeldava gaasi hulk on 1 mool, siis Clapeyroni-Mendelejevi võrrandi kohaselt $pV = RT$ ja järelikult

$$\frac{2}{3} E = RT;$$

$$E = \frac{3}{2} RT.$$

Et $\frac{3}{2} R$ on konstantne suurus, siis on ilmne, et ideaalse gaasi molekulide translatoorse liikumise keskmine kineetiline energia sõltub ainult absoluutsest temperatuurist ja on sellega võrdeline.

E on ühe mooli gaasi molekulide translatoorse liikumise keskmine kineetiline energia. Jagame selle avaldise mõlemad pooled Avogadro arvuga $N = 6{,}023 \cdot 10^{23}$:

$$\varepsilon = \frac{E}{N} = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T.$$

Universaalse gaasikonstandi jagatist Avogadro arvuga nimetatakse Boltzmanni[1] konstandiks ja tähistatakse tähega k:

$$k = \frac{R}{N} = 1{,}38 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{kr}}.$$

Vastavalt sellele

$$\varepsilon = \frac{E}{N} = \frac{3}{2} kT,$$

[1] Ludwig Boltzmann (1844—1906), väljapaistev austria füüsik; tuntud oma teoreetiliste uurimuste poolest termodünaamika ja kiirgusoptika valdkonnas.

kus $\frac{E}{N}$ on ühe molekuli translatoorse liikumise keskmine kineetiline energia.

247. Gaasi molekulide ruutkeskmise kiiruse arvutamine. Vastavalt gaaside kineetilise teooria põhivõrrandile, kusjuures vaadeldava gaasi mass olgu 1 mool,

$$pV = \frac{1}{3} N m \bar{v}^2.$$

Teiselt poolt, vastavalt Clapeyroni-Mendelejevi võrrandile,

$$pV = RT.$$

Järelikult

$$\frac{1}{3} N m \bar{v}^2 = RT.$$

Et m on vaadeldava gaasi ühe molekuli mass ja N ühe mooli gaasi molekulide arv, siis Nm on selle gaasi ühe mooli mass, mis arvuliselt võrdub selle gaasi molekulkaaluga M.

Saadud seosest avaldame $\bar{v}$:

$$\frac{1}{3} M \bar{v}^2 = RT;$$

$$\bar{v}^2 = \frac{3RT}{M};$$

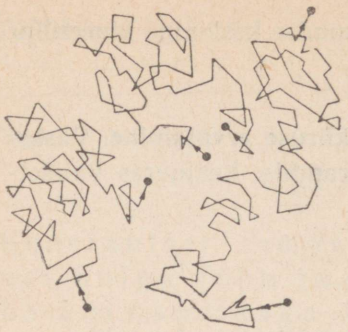
$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Gaasi molekulide ruutkeskmine kiirus on võrdeline ruutjuurega gaasi absoluutsest temperatuurist ja pöördvõrdeline ruutjuurega gaasi molekulkaalust.

Tuletatud valem võimaldab määrata ükskõik missuguse gaasi molekulide ruutkeskmist kiirust antud temperatuuril T.

248. Browni liikumine. Kuigi soojuse molekulaarkineetiline teooria oli M. V. Lomonossovi ja D. Bernoulli töödega kaugele välja arendatud juba XVIII sajandi keskpaiku, puudusid selle teooria kindlad eksperimentaalsed kinnitused veel XIX sajandil.

Vaadeldes läbi suure lahutusvõimega mikroskoobi vees hõljuvat



Joon. 326. Browni liikumine.

õietolmu, märkas inglise botaanik Brown 1827. aastal, et tolmukübemekesed liiguvad vahetpidamata kiiresti ning kaootiliselt (joon. 326). Esialgu tõlgendati seda nähtust täiesti vääralt, püüdes tolmukübemekeste liikumist veetilgas seletada mikroskoobi alusplaadi märkamatu rappumisega väliste häirete mõjul, mikroskoopiliste konvektsioonvooludega veetilgas, valgustusest ja elektrilistest nähtustest tingitud mõjudega jne.

Edasised uurimised aga näitasid, et see liikumine ei sõltu ülalmainitud kõrvaltingimustest ning ilmneb mitte ainult vees hõljuva õietolmu puhul, vaid alati, kui mingis vedelikus või gaasis leidub väga väikeste mõõtmetega hõljuvaid osakesi. Pealegi märgati, et see nn. Browni liikumine elavneb vastava keskkonna soojenemisel ning vaibub jahtumisel.

Esmakordselt vihjati nähtuse õige tõlgenduse suunas alles 50 aastat hiljem, vaadeldes Browni liikumist kui vedeliku molekulide kaootilise liikumise avaldust. Lõplikult lahendas selle küsimuse prantsuse teadlane Perrin[1] (1909. a.), kes teostas ulatuslikke uurimisi mitmesuguste vedelikes hõljuvate pisikübemekestega ning määras eksperimentaalsel teel Avogadro arvu.

Kui vaadelda Browni liikumist kolloidsetes vesilahustes, siis torkab otsekohe silma, et eriti intensiivselt liiguvad väiksemad osakesed, kuna suuremad liiguvad hoopis aeglasemalt ja «väga suured» osakesed, mille läbimõõt on üle 4μ, ei liigu üldse. Molekulaarkineetilise teooria seisukohast lähtudes seletub Browni liikumine järgmiselt.

Lahusti molekulid liiguvad suurte kiirustega igasugustes võimalikes suundades. Tõugete arv, mida suuremate mõõtmetega ja seega ka suurema massiga osake lahusti molekulidelt saab, on niivõrd suur, et üksiku tõuke mõju pole märgatav ja ka juhuslik tõugete ülekaal ühes või teises suunas ei tule ilmsiks. Mida väiksem aga on osake, seda vähem tõukeid ta saab molekulidelt, ja kui osakese läbimõõt on alla 4μ, siis on tõugete arv ja ka osakese enese

[1] Jean Perrin (1870—1942), prantsuse füüsik ja keemik.

mass nii väike, et juhuslik tõugete ülekaal ühes või teises suunas muutub juba märgatavaks ning osake paisatakse kaootiliselt ühest kohast teise.

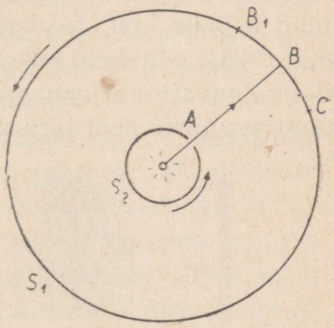
Niisugune kolloidlahuses hõljuv aineosake ise koosneb ikkagi veel miljonitest molekulidest; järelikult Browni liikumine ei kujuta endast otseselt ühe või teise molekuli liikumist, vaid ainult kajastab lahusti molekulide tõugete juhuslikku ülekaalu ühes või teises suunas. Siiski on ta kindlaks molekulaarse liikumise olemasolu indikaatoriks nagu laeva kõikumine merel on kindlaks lainetuse olemasolu indikaatoriks.

Browni liikumist võib märgata ka õhus hõljuvate ülipeente suitsukübemekeste puhul. Tõugete andjaiks on siin õhu molekulid.

249. Molekulide kiiruse mõõtmine. Browni liikumine tõestab, et molekulaarne liikumine tõepoolest eksisteerib, kuid tema abil ei saa anda vastust küsimusele, missuguste kiirustega molekulid liiguvad.

Teoreetiliselt oleme tuletanud valemi molekulide ruutkeskmise kiiruse määramiseks $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ (vt. § 247). Teades ruutkeskmist kiirust, saame arvutada nii molekulide tõenäoseima kui ka keskmise kiiruse. Samuti saame molekulide kiiruste sagedusjaotuse kohaselt (vt. § 244) arvutada, missugused kiirused molekulide liikumisel üldse esinevad ja missugune osa molekulide koguarvust leidub vastavas kiirustevahemikus.

Sterni poolt esitatud meetod (1920. a.) võimaldab molekulide kiirusi katseliselt mõõta. Katseseadeldis koosneb kahest ühisteljelisest, erinevate raadiustega metallsilindrist S_1 ja S_2 (joon. 327). Väiksema silindri S_2 seinas on teljega paralleelne kitsas pilu A. Silindrite teljeks on hõbetatud volframtraadike. Mõlemates silindrites on õhk hõrendatud vaakuumini molekulide omavaheliste põrgete häiriva mõju vältimiseks. Kui volframtraadikest elektrivoolu abil kuumutada, hakkab hõbe tema pinnalt küllalt kõrge temperatuuri puhul (1200° C) aurustuma. Seesmisest silindrist pääseb



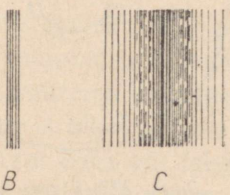
Joon. 327. Sterni katse skeem.

hõbeda-auru «molekulaarsete kiirte» kitsas kimp avause A kaudu suuremasse silindrisse, kus ta sadestub terava kitsa ribana suurema silindri seinal kohas B.

Kui nüüd paneme mõlemad silindrid pöörlema ümber telje suure konstantse nurkkiirusega (25—40 tiiru sekundis), siis selgub, et molekulid ei sadestu enam kohas B, vaid B suhtes pöörlemisele vastassuunas asetsevas kohas C. See on ka arusaadav, kui arvestada, et molekulid vajavad pilust A suurema silindri seinani liikumiseks teatavat aega. Selle ajavahemiku kestel nihkub B uude asendisse B_1 ja koht C jõuab parajasti asendisse B, kuhu sadestuvad molekulid. Teades suurema silindri pöörlemise kiirust, saab arvutada aja t, mis kulub selleks, et C jõuaks asendisse B. See võrdub ajaga, mis kulub hõbeda-auru molekulidel täpselt mõõdetava vahemiku $AB = s$ läbimiseks. Nende andmete kaudu leiame hõbeda-auru molekulide kiiruse temperatuuril 1200° C:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Teoreetiline arvutus annab hõbeda-auru molekulide ruutkeskmiseks kiiruseks $\overline{v} = 584 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (temperatuuril 1200° C), Sterni katsete tulemused aga näitasid kiirusi 560 — 640 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ piirides. Seega leidis molekulaarkineetiline teooria hiilgava eksperimentaalse kinnituse. Sterni katse tulemused kinnitavad teataval määral ka molekulide liikumiskiiruste sagedusjaotuse tõepära Maxwelli poolt esitatud kujul. Nimelt on silindrite paigalseisu korral kohas B sadestunud hõbeda kiht teravate piirjoontega ja ühtlase paksusega (joon. 328), silindrite pöörlemisel kohas C sadestunud kiht aga on laialivalguvate piirjoontega ning enam-vähem keskkohas paksem, muutudes äärte pool järjest õhemaks. See vihjab asjaolule, et kõik

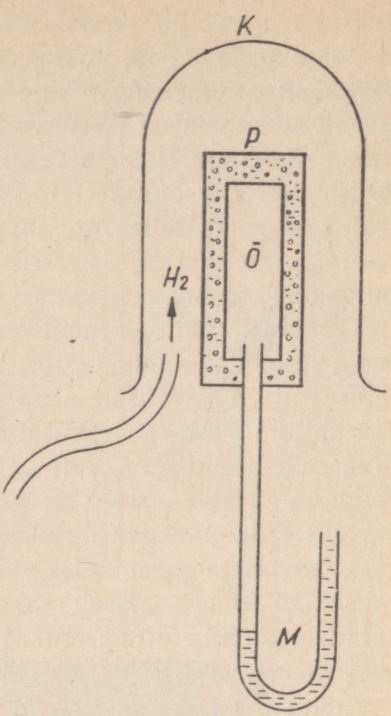


Joon. 328. Molekulide sadestumine Sterni katses: kohas B silindrite paigalseisu korral, kohas C silindrite pöörlemise korral.

molekulid ei liigu ühesuguse kiirusega. Kiiremad molekulid sadestuvad B-le lähemale ja aeglasemad B-st kaugemale; suurem hulk neist liigub aga mingisuguse vahepealse kiirusega (tõenäoseim kiirus).

250. Gaaside difusioon. Üheks iseloomustavaks nähtuseks, mis kajastab gaaside molekulide liikumise iseärasusi, on gaaside difusioon, s. o. kahe või mitme gaasi vastastikune segunemine molekulide kaootilise liikumise tõttu.

Asetame kinnise, poorsete seintega silindri P kohale klaaskupli K (joon. 329), kusjuures silindri õõnsus $\bar{O}$ on temas valitseva õhurõhu mõõtmiseks ühendatud vedelikmanomeetriga M.



Joon. 329. Gaaside difusioon.

Et kuppel K on alt lahtine, siis õhurõhk nii kupli all kui ka poorse silindri õõnes võrdub välisõhu rõhuga ja vedeliku nivood manomeetri mõlemas harus asetsevad ühesugusel kõrgusel. Kui nüüd juhtida kummivooliku abil kupli alla mõnda õhust kergemat gaasi, näiteks vesinikku või valgustusgaasi, siis kupli all jääb rõhk ikkagi võrdseks ümbritseva õhu rõhuga, sest vesinik ainult tõrjub kupli alt õhu välja. Samas aga manomeeter näitab, et poorse silindri õõnsuses rõhk esialgu tõuseb märgatavalt, peatub veidi hiljem teataval maksimaalsel suurusel ning hakkab siis uuesti langema, kuni muutub lõpuks võrdseks välisrõhuga.

Sulgedes vesiniku juurdevoolu ja eemaldades kupli K, märkame vastupidist nähtust. Rõhk õõnsuses esialgu väheneb, siis aga hakkab uuesti suurenema, kuni saab jälle võrdseks välisrõhuga.

Kirjeldatud nähtused on seletatavad erinevate gaaside molekulide erinevate liikumiskiirustega. Samal temperatuuril sõltub gaasi molekulide ruutkeskmine kiirus (seega ka keskmine kiirus) ainult gaasi molekulkaalust: $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$. Et vesiniku molekulkaal on tunduvalt väiksem kui õhu koostiselementide lämmastiku ja hapniku molekulkaalud, siis on ilmne, et samal temperatuuril on vesiniku molekulide keskmine kiirus märgatavalt suurem hapniku või läm-

mastiku molekulide keskmisest kiirusest. Selle tõttu tungib kupli all olev vesinik läbi poorse silindri seinte õõnsusse kiiremini, kui õhk sealt väljub, ning rõhk õõnsuses tõuseb. Vesiniku kontsentratsiooni suurenemisel õõnsuses hakkab tema juurdevool kompenseeruma õõnsusest lahkuva vesinikuga — rõhk õõnsuses esialgu stabiliseerub ning hakkab siis langema. Kui kogu õhk on õõnsusest väljunud ning selles on ainult vesinik, siis õõnsusse tungivate vesiniku molekulide arv võrdub sealt väljuvate molekulide arvuga ning rõhk õõnsuses muutub võrdseks välisrõhuga.

Ümberpöördult — kupli eemaldamisel tungib õõnsusse kogunenud vesinik kiiremini välja, kui välisõhk teda asendada suudab, mille tõttu rõhk õõnsuses langeb.

Esitatud katses kirjeldasime nn. gaaside difusiooni läbi poorse vaheseina, kuid on täiesti selge, et difusioon toimub veelgi kiiremini ka gaaside otsesel kokkupuutumisel, mil mingisuguseid tõkestavaid vaheseinu gaasi molekulide teel ei ole.

Vaatamata gaasi molekulide suurtele kiirustele toimub difusioon siiski küllaltki aeglaselt, sest molekulid ei liigu otsejoones, vaid alatiste põrgete tõttu keerukat siksakilist joont mööda ja nihkumine otsesuunas osutub võrdlemisi väikeseks. Katseliselt saab selles veenduda, paigutades toa ühte nurka mingi lõhnava aine — toa teise nurka mõne meetri kaugusele levib lõhn sel juhul alles mõne minuti jooksul.

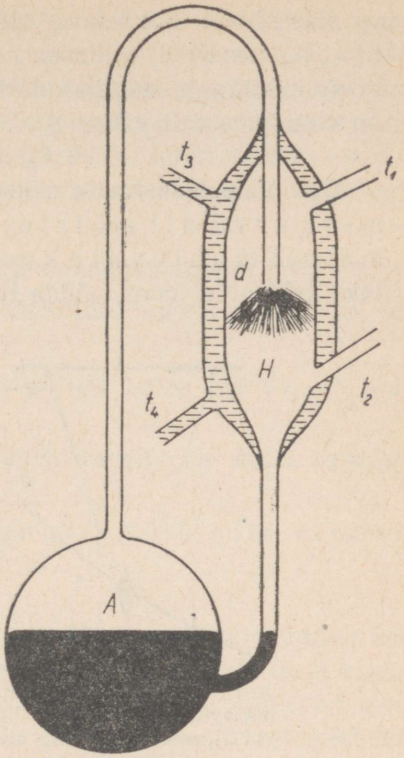
Molekulaarse liikumise tõttu difundeeruvad ka teineteisega kokku puutuvad vedelikud. Eriti hästi on see jälgitav nn. segunevate vedelike, näiteks piirituse ja vee puhul. Vedelike difusioon kulgeb aga hoopis aeglaselt, sest aine suurema tiheduse tõttu põrkavad vedelike molekulid omavahel kokku võrratult sagedamini kui gaaside molekulid.

Ka tahkete kehade puhul on kindlaks tehtud difusiooniprotsessi olemasolu. Hoides paar aastat vastamisi surutult poleeritud seatina- ja kuldplaate temperatuuril umbes 200° C, on võimalik kindlaks teha, et kullaga kokku puutunud tina pindkihis leidub kulda ja ümberpöördult — kulla pindkihis leidub tina.

Gaaside difusioon leiab tehnilist rakendamist aatomifüüsikas, näiteks gaasi rikastamisel ühe või teise tema isotoobiga. Seda võtet kasutati varem ka aatomikütuse tootmisel.

251. Difusioonpump. Gaaside difusiooni nähtust kasutatakse tehnikas kõrgvaakuumi saamiseks difusioonpumpade abil. Kirjeldame

elavhõbe-difusioonpumba ehitust. Anumas *A* keema aetud elavhõbeda aur suunatakse läbi düüsi *d* kinnisesse hõrendusanumasse *H* (joon. 330). Düüsist *d* väljuv aur suundub koonusekujuliselt anuma *H* seintele, eraldades auru-vahekihiga selle anuma ülemise poole alumisest. Anuma *H* kahekordsete seinte vahel voolab jahutusvesi, mis siseneb toru t_4 ja väljub toru t_3 kaudu. Vastu jahutatud seina põrgates kondenseerub elavhõbeda-aur otsekohe ja tilgub tagasi anumasse *A*, kust ta võib uuesti alustada ringkäiku.



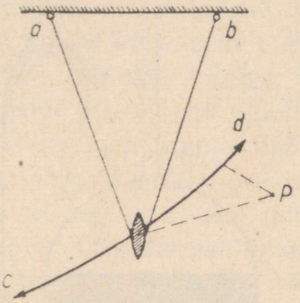
Joon. 330. Elavhõbe-difusioonpump.

Anumasse *H* viiv toru t_1 on ühendatud nõuga, milles tahetakse õhku hõrendada. *H* ülemises osas olev õhk difundeerub intensiivselt elavhõbeda-auru koonusesse, kistakse selle poolt kaasa ja paisatakse anuma alumisse ossa. Elavhõbeda-auru molekulid aga difundeeruvad oma suure massi tõttu *H* ülemisse ossa väga vähesel määral, seda enam, et nad paisatakse düüsist väljumisel küllaltki suure kiirusega allapoole. Selle tõttu hakkab *H* ülemises osas, torus t_1 ja sellega ühendatud nõus õhurõhk langema. Et teoreetiliselt võib difusioon toimuda seni, kuni anumas *H* ja temaga ühendatud nõus üldse veel leidub õhu molekule, võib praktiliselt saavutada suuri hõrendusi.

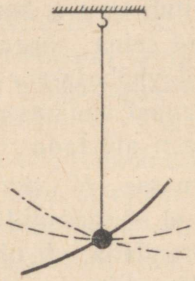
Õhu vastassuunalise difusiooni (s. t. *H* alumisest osast ülemisse) praktiliseks vältimiseks ühendatakse anuma *H* alumisest osast väljuv toru t_2 *eelvaakuumpumbaga* (näiteks rotatsioonpumbaga), mis hoiab alumises osas rõhu umbes 0,1 torri kõrgusel. Eriti suurte hõrenduste (10^{-7}—10^{-8} torri) tekitamisel kasutatakse *H* ülemisse ossa sattunud elavhõbeda-auru hõrendatavasse nõusse edasitungimise vältimiseks toru t_1 jahutamist vedela õhuga (elavhõbeda-auru «lõks»).

Käesoleval ajal leiavad üha suuremat levikut nn. õli-difusioonpumbad, milledes raske ning mürgine elavhõbe asendatakse mõningate mineraalõlidega, mille aururõhk toatemperatuuril on silmapaistvalt väike.

252. Vabadusastmete mõiste. Ainepunkti vabadusastmete arvu all mõistetakse tema liikumisel sõltumatult muutuvate koordinaatide arvu. Ruumis kindlaks määratud joont mööda liikuval ainepunktil on üksainus vaba-



Joon. 331. Ruumis kindlaks määratud joont mööda liikuval ainepunktil on üks vabadusaste.



Joon. 332. Ruumis kindlaks määratud pinda mööda liikuval ainepunktil on kaks vabadusastet.

dusaste, sest sõltumatult muutub üksainus koordinaat, kuna teised muutuvad kindlas olenevuses sellest koordinaadist.

Näitena võime vaadelda joonisel 331 esitatud pendli võnkumist. Vaadeldes pendli kuulikest, mis asetseb kahe mitte muutuva pikkusega varva ühenduskohas, näeme otsekohe, et sellise pendli võnkumisel telje *ab* ümber võib kuulike liikuda ruumis ainuüksi ringjoone kaart *cd* mööda, seega on tal ainult üks iseseisvalt muutuv koordinaat. Tõepoolest, näiteks kuuli kõrgus põrandapinnast sõltub kuuli kaugusest tasakaaluasendist, samuti ka tema kaugus ringjoonest väljaspool olevast ruumipunktist *P*.

Kui ainepunkt võib ruumis liikuda kindlaks määratud pinda mööda, siis on tal kaks sõltumatult muutuvat koordinaati, seega kaks vabadusastet. Nii näiteks võib mitteveniva niidi otsas võnkuv pendlikuulike liikuda kerapinda mööda ükskõik missugust suurringi kaart pidi (joon. 332). Selle näite korral on ainsaks sõltuvaks koordinaadiks kuulikese kõrgus.

Kui aga mingi ainepunkt, näiteks kaootiliselt liikuv gaasi aatom, liigub teiste ainepunktide (aatomite) seas täiesti vabalt, s. t. kui tema liikumise iseloom ei ole määratud mingisuguste kindlate tingimustega, siis muutuvad üksteisest sõltumatult selle ainepunkti kõik kolm koordinaati ja seega on tal kolm vabadusastet.

Teeme kokkuvõtte ühe ainepunkti vabadusastmete arvu võimalustest:

1) kinnistatud üksikpunktil ei ole vabadusastmeid;

2) üksikpunktil, mis liigub etteantud joont mööda, on üks vabadusaste;

3) üksikpunktil, mis liigub etteantud pinda mööda, on kaks vabadusastet;

4) üksikpunktil, mis liigub ruumis vabalt, on kolm vabadusastet.

Nii näeme, et *ühel ainepunktil võib olla ülimalt kolm vabadusastet.*

253. Molekulide vabadusastmed. Me nägime paragrahvis 240, et paljude gaaside aatomid liituvad kahe-, kolme- või isegi rohkemakaupa molekulideks. Nii näiteks hapniku korral ühinevad tavaliselt kaks aatomit üheks molekuliks (O_2), püsides teineteisest teataval kindlal kaugusel. Nii tekivad kaheaatomilised molekulid. Vastavalt sellele nimetatakse selliseid gaase *kaheaatomilisteks gaasideks.* Analoogiliselt ühinevad ka vesiniku (H_2) ja lämmastiku korral (N_2) kaks aatomit üheks molekuliks. Kui teatavatel tingimustel ühinevad kolm hapniku aatomit üheks molekuliks, siis tekib kolmeaatomiline osooni molekul (O_3). Ka süsihappegaasi molekul (CO_2) on kolmeaatomiline. Vastavaid gaase nimetatakse *kolmeaatomilisteks gaasideks.*

Esineb ka nelja-aatomilisi molekule — ammoniaak (NH_3), viieaatomilisi — metaan (CH_4) jne. Nelja-, viie- ja rohkema-aatomiliste molekulidega gaase nimetatakse üldiselt *mitmeaatomilisteks gaasideks.*

Tehes oletuse, et molekulis püsivad aatomid üksteisest kindlal kaugusel, loome endale kujutluse, nagu oleksid molekuli moodustavad aatomid omavahel ühendatud mittevenivate ning paindumatute varbadega, moodustades püsiva, omavahel kindlalt seotud terviku.

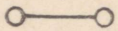
Leidub aga ka niisuguseid gaase, nagu näiteks heelium (He) ja

argoon (Ar), mille aatomid jäävad iseseisvaks ega ühine molekulideks. Need on *üheaatomilised gaasid*.

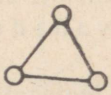
Eelmises paragrahvis tehtud kokkuvõttest näeme, et üheaatomilise gaasi igal aatomil on 3 vabadusastet (joon. 333). Kaheaatomilise gaasi molekulidel on 5 vabadusastet (joon. 334). See selgub järgmistest kaalutlustest. Kui vaadelda ühte neist aatomeist iseseisva ainepunktina, annaks see 3 vabadusastet. Kui kinnistada esimene aatom, siis teine, mida kujutleme esimesega seotud olevat kindla varva abil, võib esimese ümber tiirelda ainult kindlal kaugusel, seega liikuda kerapinda mööda. Et teise aatomi liikumine toimub kindlat pinda mööda, siis toob see juurde veel 2 vabadusastet. Seega molekulil kui tervikul on $3+2=5$ vabadusastet, neist 3 molekuli translatoorse ja 2 rotatoorse liikumise arvel. Kaheaatomilise molekuli võimalikku pöörlemist aatomeid ühendava sirge ümber ei arvestata, sest pöörlemisel selle telje ümber molekuli asend ruumis ei muutu.



Joon. 333. Üheaatomilise gaasi aatomil on 3 vabadusastet.



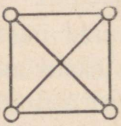
Joon. 334. Kaheaatomilise gaasi molekulil on 5 vabadusastet.



Joon. 335. Kolmeaatomilise gaasi molekulil on 6 vabadusastet.

Kolmeaatomiliste gaaside molekulidel (kui aatomid ei asetse ühel sirgel) on 6 vabadusastet (joon. 335), sest kaks aatomit sellises molekulis omavad 5 vabadusastet; kinnistades esimesed kaks aatomit, näeme, et kolmas, olles alati kindlal kaugusel kahest esimesest, võib liikuda ainult ringjoont mööda, tuues seega juurde veel ühe vabadusastme. Et juurdetulnud vabadusaste on tingitud molekuli rotatoorsest liikumisest, siis kolmeaatomilise molekuli kuuest vabadusastmest 3 on saadud translatoorse ja 3 rotatoorse liikumise arvel.

Vaadeldes nelja-aatomilise gaasi molekuli koostisse kuuluvate aatomite liikumise võimalusi (joon. 336), märkame, et ka sellisel



Joon. 336. Nelja-aatomilise gaasi molekulil on 6 vabadusastet.

molekulil on ainult 6 vabadusastet. Me nägime, et juba kolmest aatomist koosnev süsteem omab 6 vabadusastet. Kui need kolm

aatomit kinnistada ning pidada silmas, et aatomite vastastikused kaugused molekulis on püsivad, siis on ilmselt selge, et neljas aatom ei saagi liikuda, sest vastasel korral tema kaugused teistest aatomitest muutuksid. Seega neljanda aatomi olemasolu molekulis ei too kaasa vabadusastmete arvu suurenemist. Arusaadav on, et ka viienda, kuuenda jne. aatomi juurdetulek molekuli koostisse ei saa suurendada vabadusastmete arvu. Järelikult kolme- ja mitmeaatomilistel molekulidel on 6 vabadusastet — 3 translatoorse ja 3 rotatoorse liikumise arvel.

Kui kahe-, kolme- või mitmeaatomiline molekul liigub väga suure kiirusega, siis molekulide omavahelised põrked on küllalt tugevad selleks, et põhjustada aatomite võnkumist keskasendi suhtes. See asjaolu võib esile kutsuda uute vabadusastmete tekkimist. Niisuguste täiendavate vabadusastmete tekkimine võib toimuda näiteks küllalt kõrgetel temperatuuridel, mil molekulide kiirused kasvavad nii suureks, et põrgetel ilmneb tunduv molekulide deformatsioon.

Uurides gaasi molekulide liikumise kineetilise energia jagunemist vabadusastmete vahel, leidis Maxwell, et iga vabadusastme kohta tuleb keskmiselt sama kineetilise energia hulk ε, mis on võrdeline keha absoluutse temperatuuriga. Võrdeteguriks on pool Boltzmanni konstandi väärtusest, seega

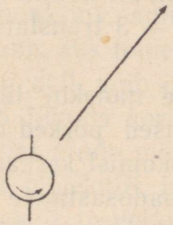
$$\varepsilon = \frac{1}{2} kT.$$

Et igasuguse gaasi molekulil on kolm translatoorse liikumise vabadusastet, siis Maxwelli seadustest nähtub, et mistahes gaasi molekuli translatoorse liikumise keskmine kineetiline energia peab olema ühesugune, ja nimelt $\frac{3}{2} kT$, missugune järeldus vastab varem saadud tulemustele (vt. § 246).

254. Gaaside moolsoojused ja erisoojused. Gaasi moolsoojuse all mõistetakse soojushulka kalorites, mis kulub ühe mooli gaasi temperatuuri tõstmiseks 1° C võrra.

See soojushulk pole aga veel täiesti määratud ühe mooli gaasi olemasoluga ja tema temperatuuri tõusuga 1° C võrra, vaid sõltub väga suurel määral tingimustest, milledes toimub gaasi soojendamine. Gaasi soojendamiseks kinnises (konstantse ruumalaga) anumas 1° C võrra kulutame teatava

soojushulga, kusjuures suureneb gaasi rõhk. Sama gaasihulka võime aga soojendada ka nii, et tema rõhk jääb konstantseks, s. t. et tema ruumala suureneb paisumise tõttu. Sel korral kulub sama gaasihulga soojendamiseks 1° C võrra tunduvalt rohkem soojust. Muidugi on mõeldavad ka igasugused vahepealsed võimalused, kus gaasi soojendamisel muutuvad koos niihästi ruumala kui ka rõhk.



Joon. 337. Aatomi vaba liikumine ruumis. Tema rotatoorse liikumise energia on translatoorse liikumise energiaga võrreldes tähtsusetu.

Seetõttu määratakse gaaside moolsoojused eraldi konstantse ruumala ja konstantse rõhu puhul. Gaasi moolsoojust konstantse ruumala puhul tähistame edaspidi C_v ja konstantse rõhu puhul C_p.

Määrame kõigepealt teoreetiliselt üheaatomilise ideaalse gaasi moolsoojuse konstantse ruumala puhul C_v.

Üheaatomiliste gaaside valik arvutuste lähtekohana on tingitud sellest, et nende molekulaarkineetiline energia on määratud ainult gaasi aatomite translatoorse liikumisega. Rotatoorse liikumise kineetilist energiat aatomite pöörlemisel ümber oma telje meil ei tule arvesse võtta, sest ideaalsete gaaside korral, millede aatomid kujutavad endast ainepunkte (vt. § 234), ei saagi juttu olla nende pöörlemisest, kuna reaalsete gaaside puhul, silmas pidades aatomite väga väikesi mõõtmeid, on see energiakomponent tähtsusetult väike, võrreldes translatoorse liikumise energiaga (joon. 337). Nii muutuvad arvutuste põhimõtteline külg ja tehniline käik lihtsaks.

Vastavalt paragrahvis 246 saadud tulemusele on ühe mooli gaasi molekulide translatoorse liikumise keskmine kineetiline energia temperatuuril T

$$E = \frac{3}{2} RT.$$

Temperatuuri tõusmisel suureneb gaasi molekulide kineetiline energia. Vastaku konstantse ruumalaga anumas oleva gaasi temperatuuri tõusule 1° C võrra tema molekulaarkineetilise energia kasv ΔE. Seega temperatuurile $(T + 1)°$ vastav keskmine molekulaarkineetiline energia on $E + \Delta E$:

$$E + \Delta E = \frac{3}{2} R\ (T + 1);$$

$$E = \frac{3}{2} RT.$$

Avaldame ΔE:

$$\Delta E = \frac{3}{2} R\ (T + 1) - \frac{3}{2} RT;$$

$$\Delta E = \frac{3}{2} R.$$

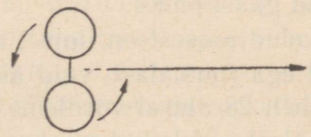
Seega ühe mooli üheaatomilise gaasi soojendamiseks 1° C võrra konstantse ruumala puhul kuluv soojushulk C_v, mis vastab gaasi keskmise molekulaarkineetilise energia kasvule ΔE, on $\frac{3}{2} R$.

Soojusühikutes avaldatult $R \approx 2 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$. Järelikult

$$\Delta E = C_v = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}.$$

Saadud tulemus määrab kõigi üheaatomiliste ideaalsete gaaside moolsoojuse, sest nende puhul kulub kogu juurdetulev soojus ainuüksi molekulide translatoorse liikumise energia suurendamiseks.

Kaheaatomiliste gaaside korral ei saa enam arvestamata jätta molekulide rotatoorse liikumise energia kasvu gaasi soojenemisel, sest kaheaatomilise molekuli rotatoorne liikumine kujutab endast kahe ainepunkti tiirlemist teataval kaugusel teljest, mistõttu rotatoorse liikumise energia moodustab tunduva osa molekuli kogu kineetilisest energiast (joon. 338). Juurdeantav soojus kulub nüüd



Joon. 338. Kaheaatomilise molekuli liikumine ruumis. Rotatoorse liikumise energia ei ole enam tähtsusetult väike.

ainult osaliselt molekuli translatoorse liikumise energia suurendamiseks, kuna teine osa kulub molekuli rotatoorse liikumise energia suurendamiseks. Seetõttu peab kaheaatomiliste gaaside moolsoojus olema suurem kui üheaatomiliste gaaside oma. Et kaheaatomilise gaasi molekuli vabadusastmete arv on 5, siis

$$C_v = \frac{5}{2} R = 5 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}.$$

Kolme- ja mitmeaatomilistel gaasidel peab moolsoojus olema veelgi suurem kui kaheaatomilistel gaasidel, sest nende gaaside molekulide rotatoorse liikumise energia osatähtsus molekulide kogu kineetilises energias on veelgi suurem kui kaheaatomiliste gaaside puhul. Tõepoolest ongi kolme- ja mitmeaatomiliste gaaside vabadusastmete arv 6 ja moolsoojus

$$C_v = \frac{6}{2} R = 3R = 6 \ \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}} .$$

Neist tulemustest näeme, et gaasi moolsoojus konstantse ruumala puhul võrdub universaalse gaasikonstandi ja vastava gaasi molekulide vabadusastmete arvu poole korrutisega.

Ideaalse gaasi siseenergia kujutab endast tema molekulide translatoorse ja rotatoorse liikumise kineetilise energia kogusummat. Et gaasi isokoorilisel soojendamisel kogu juurdeantav soojus kulub gaasi molekulide translatoorse ja rotatoorse liikumise energia — seega ainuüksi gaasi siseenergia — suurendamiseks, siis võime järeldada, et gaasi isokooriline moolsoojus C_v määrab ühe mooli gaasi siseenergia kasvu tema soojendamisel 1° C võrra. Silmas pidades tõsiasja, et ideaalse gaasi siseenergia absoluutse nulli juures on null, võime järeldada, et ideaalse gaasi siseenergia on võrdeline tema absoluutse temperatuuriga:

$$E = C_v T$$

ühe mooli gaasi puhul ehk

$$E = nC_v T$$

n mooli gaasi puhul.

Saadud seosest on ilmne, et ideaalse gaasi siseenergia ei sõltu rõhust ega ruumalast, vaid ainult temperatuurist.

Tabeli 28 alusel võrdleme saadud teoreetilisi tulemusi eksperimentaalsel teel leitud moolsoojustega C_v.

Me näeme, et eksperimentaalsel teel saadud andmed kinnitavad esimeses lähenduses võrdlemisi hästi teoreetiliselt saadud tulemusi. Kõrgete ja madalate temperatuuride puhul aga on erinevused teoreetiliste ja eksperimentaalsete tulemuste vahel hoopis suuremad, mis on tingitud molekulaarse liikumise iseärasustest selliste temperatuuride puhul.

Vaatleme lühidalt gaaside moolsoojusi konstantse rõhu korral. Teoreetilised ja eksperimentaalsed uurimised näitavad, et üheaato-

Tabel 28

Gaaside moolsoojused

Gaas	Molekuli koostis	Vabadus-astmete arv	C_v	
			teoreetiline	eksperimentaalne
Argoon	Ar	3	2,98	2,98
Heelium	He	3	2,98	3,01
Hapnik	O_2	5	4,97	4,99
Lämmastik	N_2	5	4,97	4,98
Süsinikoksüüd	CO	5	4,97	5,01
Vesinik	H_2	5	4,97	4,86
Veeaur	H_2O	6	5,96	5,95

miliste gaaside moolsoojus konstantse rõhu puhul $C_p = 5 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$, kaheaatomiliste gaaside $C_p = 7 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$, kolme- ja mitmeaatomiliste gaaside $C_p = 8 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$.

Võrreldes C_p ja C_v väärtusi, näeme, et sama-aatomiliste gaaside korral

$$C_p - C_v = 2 \text{ ehk}$$

$$C_p - C_v = R,$$

$$C_p = C_v + R.$$

Iga gaasi korral moolsoojus konstantse rõhu puhul (isobaariline moolsoojus) ületab moolsoojuse konstantse ruumala puhul (isokooriline moolsoojus) universaalse gaasikonstandi võrra.

Et $C_p > C_v$, on tingitud sellest, et rõhu konstantsuse säilimiseks soojendamisel peab gaasil olema võimalus paisumiseks. Paisuv gaas teeb aga tööd välisrõhu tungide ületamisel, milleks kulub täiendav soojushulk 2 kalori ulatuses ühe mooli gaasi isobaarilisel soojendamisel 1° C võrra.

Tähistame gaasi molekuli vabadusastmete arvu tähega n. Siis

$$C_v = \frac{nR}{2} \text{ ja}$$

$$C_p = \frac{nR}{2} + R.$$

Tähistades gaasi moolsoojuste C_p ja C_v suhte tähega $\varkappa$ ja rakendades eelmisi seoseid, võime kirjutada:

$$\varkappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{nR}{2} + R}{\frac{nR}{2}} = \frac{nR + 2R}{nR} = \frac{n+2}{n}.$$

Siit näeme, et suhe $\frac{C_p}{C_v} = \varkappa$ sõltub iga gaasi puhul ainuüksi selle gaasi molekulide vabadusastmete arvust. Niisiis üheaatomiliste gaaside korral

$$\varkappa = \frac{3+2}{3} = 1{,}67;$$

kaheaatomiliste gaaside korral

$$\varkappa = \frac{5+2}{5} = 1{,}40;$$

kolme- ja mitmeaatomiliste gaaside korral

$$\varkappa = \frac{6+2}{6} = 1{,}33.$$

Allpool esitatud tabeli alusel võrdleme saadud teoreetilisi väärtusi eksperimentaalsete tulemustega.

Tabel 29

$\varkappa$ väärtused mitmesuguste gaaside puhul

Gaas	Vabadusastmete arv	$\varkappa$ väärtus	
		teoreetiline	eksperimentaalne
Argoon	3	1,67	1,67
Heelium	3	1,67	1,66
Neoon	3	1,67	1,64
Hapnik	5	1,40	1,40
Lämmastik	5	1,40	1,41
Vesinik	5	1,40	1,41
Metaan	6	1,33	1,30
Süsihappegaas	6	1,33	1,30

Ka siin leiab teooria eksperimentaalset kinnitust.

Vastavalt erisoojuse definitsioonile (vt. § 233) mõistetakse mingi gaasi erisoojuse all soojushulka kalorites,

mis kulub 1 g selle gaasi temperatuuri tõstmiseks 1° C võrra.

Gaasi erisoojus aga oleneb sellest, kas gaasi soojendatakse konstantse ruumala või konstantse rõhu puhul.

Kui teatud gaasi molekulkaal on M ja moolsoojus konstantse ruumala puhul C_v, siis tähendab see, et M grammi antud gaasi temperatuuri tõstmiseks 1° C võrra kulub C_v kalorit soojust. Olgu selle gaasi erisoojus konstantse ruumala puhul c_v .

Siis

$$Mc_v = C_v;$$

$$c_v = \frac{C_v}{M}.$$

Analoogiliselt

$$c_p = \frac{C_p}{M}.$$

Alljärgnevas tabelis võime jälgida kooskõla teoreetiliselt ja praktiliselt määratud c_p väärtuste vahel.

Tabel 30

Gaaside erisoojused

Gaas	c_p	
	teoreetiline	eksperimentaalne
Argoon	0,124	0,125
Heelium	1,24	1,25
Hapnik	0,217	0,217
Lämmastik	0,248	0,248
Vesinik	3,45	3,39
Kloor	0,098	0,115
Metaan	0,495	0,53
Süsihappegaas	0,181	0,199

255. Dulong'i-Petit' reegel. Aine aatomsoojuse all mõistetakse soojushulka kalorites, mis kulub ühe gramm-aatomi aine soojendamiseks 1° C võrra.

Korrutades tahkete elementide aatomkaale vastavate erisoojustega, jõudsid Dulong ja Petit järeldusele, et tahkete elementide

aatomsoojused C peavad olema ligikaudu $6 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{g-aatom}}$. Sellekohaselt ongi sõnastatud Dulong'i-Petit'i[1] reegel: enamiku tahkete elementide aatomsoojus on ligikaudu $6 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{g-aatom}}$.

Enamiku tahkete keemiliste ühendite kohta on kehtiv Koppi-Neumanni reegel: tahkete ühendite moolsoojus võrdub neid moodustavate elementide aatomsoojuste summaga.

Mõlemad reeglid kehtivad teatud temperatuuripiirkonnas, kusjuures mõnede tahkete elementide aatomsoojused erinevad tunduvalt 6-st (näiteks süsinik teemandi kujul, boor, räni ja mõned teised elemendid).

Tabel 31

Mõningate tahkete elementide aatomsoojused toatemperatuuril

Aine	Aatomsoojus	Aine	Aatomsoojus
Alumiinium	5,80	Plaatina	6,25
Antimon	6,00	Raud	6,29
Hõbe	5,93	Seatina	6,42
Kuld	6,12	Teemant	1,35
Nikkel	6,22	Vask	5,72

Kõigi ainete aatomsoojused (seega ka erisoojused) kahanevad temperatuuri langemisel ja muutuvad kaduvväikesteks absoluutse nulli läheduses.

256. Reaalsed gaasid. Seni käsitletud olekuvõrrandid on kehtivad ideaalsete gaaside kohta. Reaalsete gaaside kohta on need rakendatavad gaasi hõrendusoleku ja kõrgemate temperatuuride puhul. Kõrgemate rõhkude ja madalamate temperatuuride korral ei käitu reaalsed gaasid seni tundmaõpitud olekuvõrrandite kohaselt.

Tabel 32 illustreerib Boyle'i-Mariotte'i seaduse kehtivust reaalsete gaaside kohta madalate rõhkude korral ja suuremate erinevuste tekkimist kõrgete rõhkude puhul.

Olgu algrõhk $p = 1$ At ja gaasihulga algruumala $V = 1$ dm^3; siis $pV = 1$.

[1] Pierre Louis Dulong (1785—1838), prantsuse füüsik ning keemik. Alexis Thérèse Petit (1791—1820), prantsuse füüsik.

Tabel 32

Boyle'i-Mariotte'i seaduse kehtivus mõningate gaaside puhul

Rõhk At	Vesinik pV	Õhk pV	Süsihappegaas pV
0,01	1,000	1,000	1,007
0,1	1,000	1,000	1,006
1	1,000	1,000	1,000
50	1,031	0,975	1,105
100	1,069	0,967	1,202
300	1,209	1,097	1,560
1000	1,776	1,992	1,556

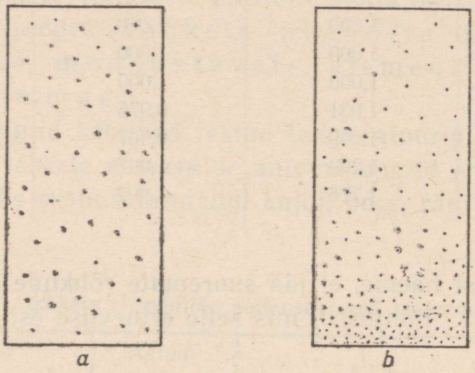
Nagu tabelist näeme, ei jää suuremate rõhkude korral korrutis pV konstantseks. Põhjused, mis selle erinevuse esile kutsuvad, on järgmised.

Ideaalse gaasi molekulide vahel puuduvad molekulaartungid olenematult molekulidevahelisest kaugusest. Reaalse gaasi molekulaartungid on madalate rõhkude puhul suure molekulidevahelise kauguse tõttu kaduvväikesed, kuid hakkavad tunduvat mõju avaldama siis, kui molekulidevaheline keskmine kaugus väheneb alla 10^{-7} cm. Teiseks ei oma ideaalse gaasi molekulid ise ruumala, s. t. ideaalne gaas on kokkusurutav kuitahes väikese ruumalani. Reaalse gaasi molekulid aga omavad kindlat ruumala. Seetõttu on kokkusurutav ainult molekulidevaheline tühi ruumala ja gaas tervikuna, nagu seda näitavad teoreetilised kaalutlused, on kokkusurutav ülimalt molekulide ligikaudu neljakordse koguruumalani.

Peale selle võivad reaalsetes gaasides ilmneda veel mõningad iseärasused, mis on tingitud nende molekulide struktuurist.

257. Reaalne gaas Maa raskusväljas. Baromeetriline valem. Gaasi molekulide kaootilise soojusliikumise tõttu raskusvälja puudumisel püüab nende jaotumus kujuneda keskmiselt ühtlaseks ükskõik kui suures kinnises ruumis. Vabalt olles valguks gaas piiramatult laiali. Sootuks teine olukord kujuneb raskusvälja olemasolu korral, mil gaasi molekulid omavad kaalu. Kuigi iga üksiku molekuli kaal Maa raskusväljas on väga väike (suurusjärgus 10^{-24}—10^{-22} grammi), osutub see siiski küllaldaseks atmosfääri moodustavate gaaside eemalevalgumise vältimiseks maakera lähedusest. Seejuures soojusliikumine püüab ühtlustada molekulide jaotust

atmosfääris, kuna raskustung sunnib neid kogunema just maapinna lähedusse. Nende kahe vastupidise mõju tulemusena kujuneb välja liikuv tasakaal, kusjuures gaasi molekulide kontsentratsioon, s. t. õhu tihedus, kahaneb kõrgusega (joon. 339).



Joon. 339. Gaasi molekulide kontsentratsioon pikas püstsambas: a) raskusvälja puudumise korral, b) raskusvälja olemasolu korral.

Toetudes eespoolöeldule, tuletame õhurõhu olenevuse kõrgusest. Hüdrostaatikas näitasime (vt. § 137), et rõhk vedelikes suureneb võrdeliselt sügavusega:

$$p = \varrho g h,$$

kus p on vedeliku rõhk sügavusel h, arvates vedeliku vabast nivoost, ϱ — vedeliku tihedus ja g — raskuskiirendus.

Tuleb tähendada, et selline olenevus kehtib ainult juhul, kui keskkonna tihedus ise ei sõltu rõhust, nagu see vedelike puhul praktiliselt ka on (mitte eriti suurte rõhkude puhul). Gaaside tihedus aga sõltub rõhust, mistõttu rõhu sõltuvus kõrgusest kujuneb sootuks keerukamaks.

Vaatleme väga õhukest õhukihti paksusega Δh, mille ulatuses võime õhu tiheduse ϱ lugeda konstantseks. Rõhu muutus Δp selle kihi alumiselt pinnalt ülemisele minnes on

$$\Delta p = -\varrho g \Delta h.$$

Miinusmärk avaldise paremal poolel näitab õhurõhu k a h a n e m i s t tõusul Δh võrra.

Et gaasi tihedus jääva temperatuuri puhul on võrdeline rõhuga, siis

$$\frac{\varrho}{\varrho_n} = \frac{p}{p_n},$$

kus ϱ_n on õhu tihedus 0° C juures ja 760-torrisel rõhul (p_n) ja ϱ — õhu tihedus mingil rõhul p.

$$\varrho = \varrho_n \frac{p}{p_n}.$$

Seega

$$\Delta p = -\varrho_n \frac{p}{p_n} \cdot g\Delta h.$$

Kui tähistame:

$$-\varrho_n \frac{g}{p_n} = k,$$

siis

$$\Delta p = kp\Delta h,$$

millest

$$\frac{\Delta p}{p} = k\Delta h.$$

Edasi, minnes üle piiramatult kahanevatele suurustele ning kasutades integraalarvutust, saame:

$$\int \frac{dp}{p} = \int k dh;$$

$$\ln p = kh + C,$$

kus C on integreerimise konstant, mille määramiseks kasutame järgmist mõttekäiku: kui maapinnal ($h = 0$) on rõhk p_0, siis

$$\ln p_0 = k \cdot 0 + C,$$

seega

$$C = \ln p_0$$

ja

$$\ln p = kh + \ln p_0,$$

millest

$$p = p_0 e^{kh}$$

ehk

$$p = p_0 e^{-\frac{g\varrho_n}{p_n} h}.$$

Saadud valemit nimetatakse baromeetriliseks valemiks isotermilise atmosfääri jaoks. Paigutades astendajasse vastavate suuruste arvulised väärtused: $g = 981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$;

$p_n = 1{,}012 \cdot 10^6 \frac{\text{düün}}{\text{cm}^2}$ ja $\varrho_n = 1{,}293 \cdot 10^{-3}$ g/cm³ ning väljendades kõrgust h maapinnast sentimeetrites, saame:

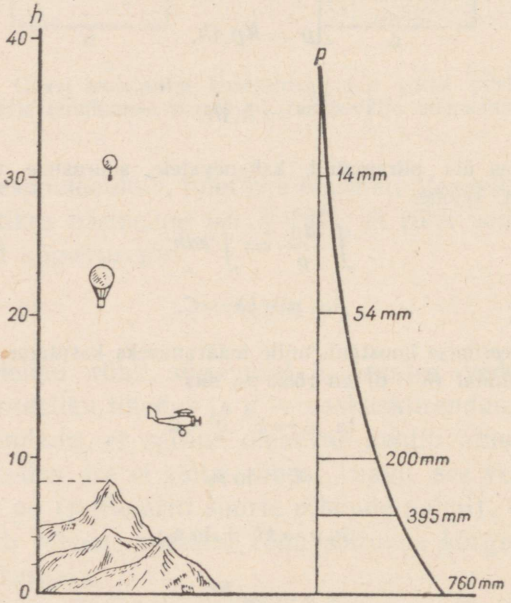
$$p = p_0 e^{-0{,}127 \cdot 10^{-5} h}$$

ehk mõõtes kõrgust kilomeetrites:

$$p = p_0 e^{-0{,}127 h},$$

kusjuures p_0 ja p võib väljendada mistahes ühesugustes rõhuühikutes.

Kujutades graafiliselt seost kõrguse ja õhurõhu vahel, saame joonisel 340 esitatud kõvera, millest näeme, et õhurõhk langeb 0,5 atmosfäärini umbes 5,4 km kõrgusel (eeldusel, et maapinnal on



Joon. 340. Õhurõhu sõltuvus kõrgusest.

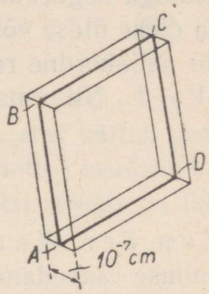
normaalrõhk); 25 km kõrgusel on õhurõhk umbes 0,05 At jne. Ilmselt ei ole atmosfääril mingit kindlat piiri ning me võime leida gaase väga hõrendatud olekus isegi 1000 km kõrgusel ja kõrgemal.

Eespool esitatud valem on ainult lähendusvalem, sest tema tuletamisel on lihtsuse mõttes lähtutud eeldusest, et õhu tempera-

tuur on konstantne (0° C) kogu atmosfääri ulatuses ja Maa raskuskiirendus g ei sõltu kõrgusest.

258. Van der Waalsi võrrand. Kujutleme reaalse gaasi sees 1 cm² suurust pinda $ABCD$ (joon. 341). Olgu see gaas kokku surutud nii, et molekulidevaheline keskmine kaugus on vähenenud alla 10^{-7} cm. Gaasile avaldatav välisrõhk p_v mõjub ka sellele pinnale vastavalt Pascali seadusele, s. t. selle pinnaga risti mõjub tung suurusega p_v. See pole aga veel kogu tung, mis mõjub sellele pinnale. Kujutleme pinnale $ABCD$ kui aluseje ehitatud kahte püstprismat kõrgusega $^1/_2 \cdot 10^{-7}$ cm — üks pinnast $ABCD$ vasakul, teine paremal. Vaatleme prismade sees olevate molekulide vahel mõjuvate tõmbetungide toimet pinnale $ABCD$.

Suurendame gaasi molekulide arvu parempoolses prismas näiteks kolmekordseks. Selle tõttu kasvab nende molekulide poolt vasakpoolses prismas olevatele molekulidele avaldatav tõmme kolmekordseks, kuid Newtoni III seaduse kohaselt kolmekordistub ka parempoolses prismas olevatele molekulidele avaldatav tõmme. Seega molekulide arvu suurenemisel kolmekordseks ainult ühel pool pinda $ABCD$ kasvab nn. molekulaarne lisarõhk sellele pinnale samuti kolm korda.



Joon. 341. Van der Waalsi seaduse tuletamine.

Suurendame nüüd gaasi molekulide arvu ka vasakpoolses prismas kolmekordseks. Selle mõjul suureneb eelmisega analoogilise arutluse põhjal molekulaarne lisarõhk pinnale $ABCD$ veel kolm korda; seega kokku suureneb lisarõhk üheksa korda, samal ajal kui molekulide arv prismades suureneb ainult kolm korda. Gaasi molekulide arvu suurenemine kindlas ruumalas tähendab sisuliselt gaasi tiheduse suurenemist. Seega on molekulide arvu kolmekordistumise tõttu gaasi tihedus prismades samuti kolmekordistunud. Nii näeme, et lisarõhk p_s, mida nimetatakse siserõhuks, on võrdeline gaasi tiheduse ruuduga:

$$p_s = k\varrho^2.$$

Gaasihulga tihedus on pöördvõrdeline ruumalaga — järelikult võime öelda, et gaasi siserõhk p_s on pöördvõrdeline selle gaasihulga ruumala ruuduga:

$$p_s = \frac{a}{V^2}.$$

Nii näeme, et gaasi küllaldasel kokkusurumisel lisandub välisrõhule veel siserõhk, mis suurendab rõhku gaasi sees. Siserõhu mõju muutub seda tundvamaks, mida rohkem gaasi kokku surutakse:

$$p = p_v + p_s.$$

Kui reaalse gaasi molekulid kujutaksid enesest geomeetrilisi punkte (poolideaalne gaas), siis omandaks Boyle'i-Mariotte'i seadus kuju $\left(p + \frac{a}{V^2}\right) \cdot V = \text{const}$. Et aga reaalse gaasi molekulid omavad ikkagi teatavat ruumala, siis tuleb ka seda arvestada. Olgu gaasihulga koguruumala V ja minimaalne ruumala, milleni gaasihulka oleks üldse võimalik kokku suruda, b (gaasi molekulide ligikaudu neljakordne ruumala). Seega on gaasi kokkusurutav ruumala $V - b$. Nii omandaks Boyle'i-Mariotte'i seadus teisendatud kuju:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \text{const}.$$

Van der Waals[1] esitas Clapeyroni-Mendelejevi võrrandi teisenduse rakendamiseks reaalsete gaaside korral:

$$\underline{\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT,}$$

kus a ja b on igale gaasile omased konstandid.

Tabelis 33 on toodud näiteid selle kohta, kuidas käitub vesinik van der Waalsi ja Clapeyroni-Mendelejevi võrrandi kohaselt eeldusel, et temperatuur on konstantne (0° C).

Olgu antud 1 mool vesinikku temperatuuril 0° C ning rõhul $p = 1$ At. Neil tingimustel on selle vesinikuhulga ruumala 22,41 l, seega korrutis $pV = 22{,}41$. Kui vesinik käituks Boyle'i-Mariotte'i seaduse kohaselt, siis rõhu muutumisel peaks vesiniku ruumala muutuma nii, et korrutis pV jääks konstantseks (22,41). Katseliselt on uuritud vesiniku ruumala olenevust rõhust ning saadud tulemused on esitatud tabeli 33 esimeses ja teises veerus, kuna vastavad korrutised on antud tabeli kolmandas veerus. Neljandas veerus on vesiniku kohta rakendatud samade rõhu- ja ruumala-

[1] Johannes Diderik van der Waals (1837—1923), hollandi füüsik. Oma võrrandi esitas ta 1873. aastal.

andmete korral van der Waalsi seadust, kusjuures vesiniku puhul $a = 1{,}91 \cdot 10^5$ At $\cdot$ cm^6 ja $b = 21{,}8 \frac{\text{cm}^3}{\text{mool}}$.

Tabel 33

Vesiniku käitumine Boyle'i-Mariotte'i ja van der Waalsi seaduse kohaselt

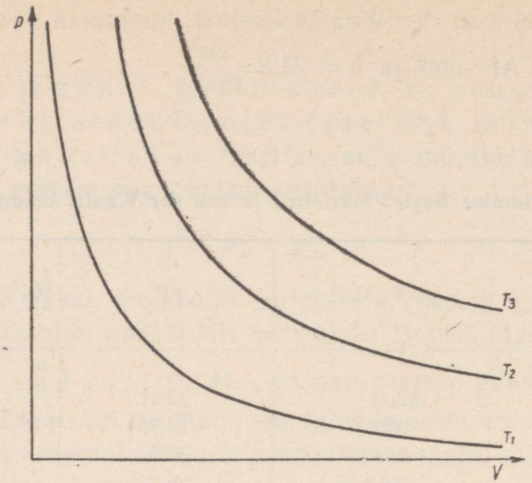
p (At)	V (l)	pV	$\left(p + \frac{a}{V_2}\right)(V - b)$
1	22,41	22,41	22,41
100	0,2400	24,00	22,6
500	0,0617	30,85	22,0
1000	0,03855	38,55	18,9

Sellest tabelist ilmneb, et suurte rõhkude korral käitub vesinik palju paremini van der Waalsi kui Boyle'i-Mariotte'i seaduse kohaselt, kuid ühtlasi on näha, et ka van der Waalsi seadus on ikkagi ainult teatav lähendusseadus.

259. Isotermilised protsessid ja ideaalse gaasi isotermid. Isotermiliste protsesside all mõistetakse konstantsel temperatuuril kulgevaid protsesse. Seame endale ülesandeks kujutada graafiliselt ideaalse gaasi oleku isotermilist muutumist vastavalt Boyle'i-Mariotte'i seadusele rõhu ja ruumala ehk pV diagrammis. Kõveraid, mis kujutavad mingi protsessi käiku konstantsel temperatuuril, nimetatakse isotermideks.

Boyle'i-Mariotte'i seadus kajastab pöördvõrdelist olenevust antud gaasihulga rõhu ja ruumala vahel. Matemaatikast teame, et pöördvõrdelist olenevust kujutab graafiliselt võrdhaarne hüperbool. Seega mingil kindlal temperatuuril antud gaasihulga rõhu p olenevus selle gaasihulga ruumalast V avaldub graafiliselt võrdhaarse hüperboolina, mis kujutabki endast ideaalse gaasi isotermi.

Clapeyroni-Mendelejevi võrrandist $pV = RT$ võib järeldada, et temperatuurile $T_2 > T_1$ vastav isoterm asetseb kõrgemal esimesest isotermist (joon. 342) ja temperatuurile $T_3 > T_2$ vastav isoterm omakorda kõrgemal teisest isotermist. Seega iga isoterm kujutab



Joon. 342. Ideaalse gaasi isotermid.

graafiliselt ideaalse gaasi rõhu ja ruumala vahelist olenevust teatava kindla temperatuuri puhul.

260. Van der Waalsi isotermid. Reaalsete gaaside oleku muutumine toimub erinevalt sellest, mida võib ennustada Boyle'i-Mariotte'i seaduse kohaselt. Nagu eespool nägime, määrab reaalsete gaaside oleku muutumist paremini van der Waalsi võrrand. Lähemal vaatlusel selgub, et van der Waalsi võrrand on V suhtes kolmanda astme võrrand.

$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = c$ (konstantse temperatuuri korral on $c = RT$ konstantne).

Vabastades algvõrrandi murrust, saame:

$$(pV^2 + a)\ (V - b) = cV^2;$$

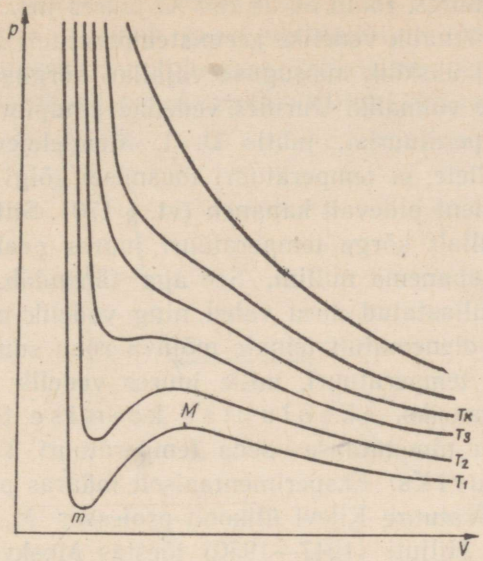
$$pV^3 - pbV^2 + aV - ab = cV^2;$$

$$pV^3 - pbV^2 - cV^2 + aV - ab = 0;$$

$$pV^3 - (pb + c)\ V^2 + aV - ab = 0.$$

Saadud tulemus näitab, et van der Waalsi võrrand on V suhtes tõepoolest kolmanda astme võrrand.

Kujutades nüüd graafiliselt seost V ja p vahel mingi valitud kindla temperatuuri T_1 puhul, saame võrdhaarsest hüperboolist täiesti erineva kõvera (joon. 343).



Joon. 343. Van der Waalsi isotermid.

Graafikust näeme, et ruumala vähenemisel gaasi rõhk p esialgu kasvab, kuid seda ainult kuni teatava momendini (graafikul punkt M), mil rõhk hakkab koos ruumalaga kahanema.

Saavutanud miinimumi (graafikul punkt m), hakkab rõhk ruumala kahanemisel kiiresti kasvama — kõver tõuseb väga järsult. Nii näeme, et van der Waalsi isotermi kuju on hoopis keerukam kui ideaalse gaasi oma. Analoogiliselt võib saada temperatuurile T_2 vastava isotermi, mis asetseb esimesest isotermist kõrgemal, kui $T_2 > T_1$. Jälgides sel viisil järjest kõrgematele temperatuuridele vastavaid isoterme, märkame, et miinimumid ja maksimumid hakkavad järjest üksteisele lähenema — erinevused nende vahel muutuvad üha väiksemaks, kuni ühel, küllalt kõrgele temperatuurile vastaval isotermil sulavad maksimum ja miinimum kokku ühiseks käänupunktiks. Veel kõrgematele temperatuuridele vastavad isotermid on juba peaaegu võrdhaarsed hüperboolid nagu ideaalse gaasi korral.

261. Kriitiline olek. Normaalrõhul keeb iga vedelik temale omase kindla keemistemperatuuri juures. Rõhu suurenemisel aga tõuseb ka vedelike keemistemperatuur. Nii näiteks keeb vesi rõhul

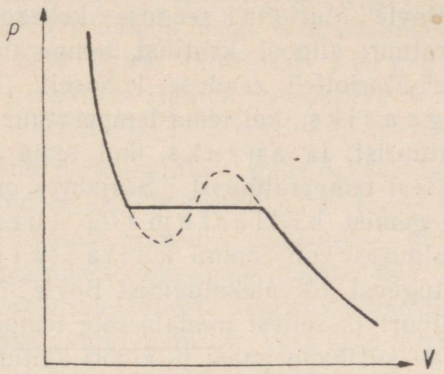
15 at 200° C juures, rõhul 50 at 280° C juures jne. Tekib küsimus, kas ei oleks võimalik vedelike keemistemperatuuri tõsta rõhu suurendamise teel ükskõik missuguse vajaliku kõrguseni? Nagu selgub, ei ole see võimalik. Uurides vedelike pindpinevuskoefitsiendi sõltuvust temperatuurist, juhtis D. I. Mendelejev 1860. aastal tähelepanu sellele, et temperatuuri tõusmisel kõigi vedelike pindpinevuskoefitsient pidevalt kahaneb (vt. § 170). Siit järeldas Mendelejev, et küllalt kõrge temperatuuri juures peab iga vedeliku pindpinevus kahanema nullini. See aga tähendab, et kaob vahe vedeliku ja küllastatud auru vahel ning vedelik muutub auruks, õieti gaasiks, olenematult temale mõjuva rõhu suurusest. Mendelejev nimetas temperatuuri, mille juures vedelik muutub vaatamata rõhule gaasiks, absoluutse keemise temperatuuriks. Praegu nimetatakse seda temperatuuri kriitiliseks temperatuuriks. Eksperimentaalselt määras paljude vedelike kriitilisi temperatuure Kiievi ülikooli professor M. P. Avenarius (1835—1895). Hiljuti (1947—1950) tõestas Moskva Riikliku Ülikooli professor B. K. Sementšenko, et tegelik kriitiline temperatuur, mille juures kaob erinevus vedeliku ja gaasi vahel, on veidi kõrgem temperatuurist, mille juures kaob nähtav kindel lahutuspind nende vahel. Vastavate katsete puhul ilmneb selles üleminekujärgus uuritava keskkonna lühiajaline häguseks muutumine.

Aine oleku järsk muutumine kriitilisel temperatuuril on kujukaks näiteks selle kohta, kuidas looduses võivad toimuda järsud, hüppelised üleminekud ühelt kvaliteedilt teisele järjekindlalt toimuvate kvantitatiivsete muutuste tulemusena (vedeliku muutumine auruks temperatuuri tõusu, seega molekulide kiiruste suurenemise tulemusena).

Inglise füüsik Andrews[1] uuris vastupidiseid üleminekuid, s. o. auru muutumist vedelikuks (1869. a.). Van der Waalsi isotermide üksikasjalisemal analüüsimisel nimelt torkab silma, et madalamatele temperatuuridele vastavate isotermide puhul esineb meie kogemustele mitte vastav nähtus, nimelt gaasi rõhu kahanemine koos ruumala kahanemisega. Uurimiste tulemusena selgus, et reaalsete gaaside tegelikud isotermid siiski ei ühti van der Waalsi isotermidega. Nimelt reaalse gaasi kokkusurumisel küllalt madala temperatuuri puhul esialgu gaasi rõhk kasvab kuni teatava momendini, sellest peale aga jääb ruumala kahanemisel rõhk teatava

[1] Thomas Andrews (1813—1885), inglise füüsik ning keemik.

vahemiku vältel konstantseks. Füüsikalisest seisukohast vastab see vahemik gaasi veeldumisele (joon. 344). Selle vahemiku alguseks muutub gaas kokkusurumise tõttu küllaltki madala temperatuuri puhul tegelikult küllastatud auruks



Joon. 344. Reaalse gaasi isoterm.

ja vahemiku kestel toimub küllastatud auru veeldumine, mille jooksul küllastatud auru rõhk püsib teatavasti konstantsena. Veeldumise lõpul pole kokkusurutavas ruumalas enam auru — see on veeldunud — ja isotermi järsk tõus vastab juba vedeliku kokkusurumisele, mille puhul väikesed ruumalamuutused on seotud väga suurte rõhumuutustega.

Seega ei oma reaalse gaasi isoterm maksimumi ega miinimumi, vaid tema käigus on horisontaalne sirge osa, mis vastab gaasi veeldumise käigule.

Edasi näeme, et mida kõrgema temperatuuri isotermi me vaatleme, seda kiiremini toimub auruks muutunud gaasi veeldumine — isotermi sirge osa muutub järjest lühemaks. Isotermil, mis vastab temperatuurile T_k, on sirge osa kahanenud punktiks, s. o. gaasi veeldumine toimub praktiliselt silmapilkselt. Nimetame seda isotermi kriitiliseks isotermiks ja temale vastavat temperatuuri kriitiliseks temperatuuriks (vt. joon. 343).

Nagu näeme, on gaaside veeldamine võimalik ainult kriitilisest madalamatel temperatuuridel ja piirjuhuna kriitilisel temperatuuril. Seega on kriitiline temperatuur kõrgeim temperatuur, mille puhul on võimalik gaasilise aine veeldamine. Gaasi kriitilisele punktile

vastavat rõhku (p_k) nimetatakse kriitiliseks rõhuks ja vastavat ruumala (V_k) kriitiliseks ruumalaks.

Kriitiline temperatuur määrab teatava vahe gaasi käitumises. Nimelt käitub reaalne gaas kriitilisest temperatuurist kõrgemal seda paremini Boyle'i-Mariotte'i seaduse kohaselt, mida kõrgem on tema temperatuur; allpool kriitilist temperatuuri ei käitu ta kaugeltki Boyle'i-Mariotte'i seaduse kohaselt. Nii nimetatakse gaasilist ainet *gaasiks*, kui tema temperatuur on kõrgem kriitilisest temperatuurist, ja *auruks*, kui tema temperatuur on madalam kriitilisest temperatuurist. Seejuures on veeldumisprotsessi alguseni tegemist *küllastamata auruga* ja veeldumise vahemiku algusest kuni lõpuni *küllastatud auruga*.

Erakordselt tugevat kõrvalekaldumist Boyle'i-Mariotte'i seadusest toatemperatuuri ja sellest madalamate temperatuuride puhul näeme (vt. § 256) süsihappegaasi ja kloori käitumises isegi väga madalatel rõhkudel. See on tingitud sellest, et mõlemate gaaside kriitilised temperatuurid on, nagu seda võib näha tabelist 34, kõrgemad kui toatemperatuur. Seega ei ole need ained toatemperatuuril tegelikult veel gaasid, vaid küllastamata aurud, mistõttu ilmnevadki suured kõrvalekaldumised Boyle'i-Mariotte'i seadusest.

Tabel 34

Kriitilised temperatuurid ja rõhud

Gaas	Kriitiline temperatuur °C	Kriitiline rõhk At
Elavhõbe	> 1550	> 200
Veeaur	374,0	217,7
Alkohol	243,1	63,1
Eeter	193,8	35,5
Kloor	144,0	76,1
Ammoniaak	132,4	111,5
Süsihappegaas	31,1	73,0
Hapnik	—118,8	49,7
Õhk	—140,7	37,2
Lämmastik	—147,1	33,5
Vesinik	—239,9	12,8
Heelium	—267,9	2,26

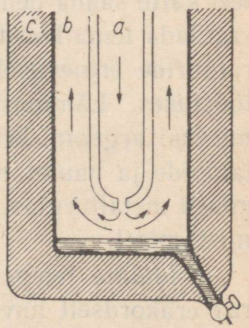
Nagu sellest tabelist nähtub, on ained, mis tavaliselt esinevad gaasidena, väga madalate kriitiliste temperatuuridega.

262. Gaaside veeldamine. Gaaside veeldamise probleemiga tegeles juba Faraday. Tal õnnestus veeldada kõigepealt kloori ja seejärel ka tervet rida teisi gaase. Mõningaid gaase, näiteks hapnikku, lämmastikku, vesinikku jt. aga ei õnnestunud kuidagi veeldada, vaatamata sellele, et neid väga tugevasti kokku suruti. Õhku ei õnnestunud veeldada isegi 5000-atmosfäärise rõhu abil. Seetõttu hakati neid gaase nimetama p e r m a n e n t s e t e k s, s. t. püsivateks gaasideks (lad. k. *permanere* — püsima, jääma, kestma).

Nõndanimetatud permanentsete gaaside veeldamise ebaõnnestumine oli tingitud sellest, et teadlased ei tundnud veel kriitilise temperatuuri osatähtsust gaaside veeldamise puhul ja püüdsid gaase veeldada peamiselt rõhu suurendamise teel. Kriitilise temperatuuri mõiste kasutuselevõtmisel selgus, et gaaside veeldamiseks ei piisa üksnes rõhu suurendamisest, vaid neid tuleb enne jahutada allapoole nende kriitilisi temperatuure, mis on aga üldiselt väga madalad. Senised õnnestumised gaaside veeldamise alal (kloor, süsihappegaas) olid tingitud sellest, et nende gaaside kriitilised temperatuurid olid küllalt kõrged, nii et neid kas ei tarvitsenud üldse jahutada või nende puhul tuldi toime suhteliselt väikese jahutamisega (kaltsiumkloriidi ja lume segu).

Kui selgusid «permanentsete» gaaside veeldamise tingimused, konstrueeris saksa teadlane Linde (1895. a.) õ h u v e e l d a m i s e m a s i n a.

Põhimõtteliselt töötab Linde masin järgmiselt. Õhk surutakse kompressoris tugevasti kokku ja juhitakse jahutavasse segusse paigutatud tugevaseinalise torustiku kaudu edasi. Õhu adiabaatilisel (vt. § 272) kokkusurumisel tekkinud soojus eemaldatakse jahutava segu abil ning kokkusurutud õhk jahutatakse alla tema esialgset temperatuuri. Nüüd lastakse jahtunud õhul suure rõhu alt (kuni 250 at) torust *a* väljuda kitsa avause kaudu toru *a* ümbritsevasse laiemasse torru *b*, milles valitseb suhteliselt madal rõhk — umbes 20 at (joon. 345). Toru *b* on soojuse juurdevoolu vältimiseks ümbritsetud soojust hästi isoleeriva kattega *c* (vilt). Kui õhk voolab avause kaudu välja, siis väheneb tema rõhk rohkem kui 200 at võrra, ja et ta paisub seejuures adiabaatili-



Joon. 345. Linde masina töötamise põhimõtteline skeem.

selt, siis peab tema temperatuur tugevasti langema. Nüüd suundub külm õhk toru *b* mööda tagasi kompressorisse, voolates torus *a* liikuva õhu suhtes vastupidises suunas ning jahutades viimast omakorda veelgi madalama temperatuurini (nn. vastuvoolu printsiip). Selle tõttu langeb järjekindlalt nii torus *a* kui ka *b* liikuvate õhuhulkade temperatuur kuni alla selle temperatuuri, mil avausest välja voolav õhk hakkab osaliselt juba veelduma. Seejuures veelduv õhk koguneb toru *b* põhja, kust ta hiljem lastakse vastava kraani kaudu termospudelisse (vt. § 266).

Nõukogude teadlane Kapitsa konstrueeris Linde kompressormasinast võrratult võimsama, turbiini põhimõttel töötava õhuveeldamismasina — turbodetandri.

Vedelat õhku säilitatakse õhku läbi laskva vildist või puuvillast korgiga suletud termospudelis (Dewari anumas), sest tihedalt suletud anuma korral purustaks õhk pideva aurustumise tõttu anuma. Nii püsivad suuremad vedela õhu kogused (10 l) termospudelis mitu päeva temperatuuril umbes —192° C (vedela õhu keemistemperatuur normaalrõhul).

Vedel õhk on läbipaistev, pisut sinakas vedelik, mille tihedus on umbes 1, ja ta kujutab endast õhu koostisainete, peamiselt muidugi veeldunud lämmastiku ja hapniku segu.

Sellest segust on neid gaase kerge võrdlemisi puhtal kujul kätte saada. Nagu naftast on võimalik fraktsioneeriva destillatsiooni teel kätte saada bensiini, petrooleumi jne., nii saab vedelast õhust eraldada tema koostisse kuuluvaid gaase tänu nende keemistemperatuuride erinevusele. Saadavaid gaase kasutatakse laialdaselt tööstuses. Lämmastikku tarvitatakse peamiselt väetisainete tootmiseks; argooni, krüptooni ja teisi väärisgaase kasutatakse hõõglampide ja huumlampide täitmiseks; hapnik leiab kasutamist peamiselt metallurgias, keevitustöödel ja suurejõuliste lõhkeainete valmistamisel.

Madalate temperatuuride saavutamise oskus tõi ilmsiks terve rea erakordselt huvitavaid loodusnähtusi, mida tavaliste temperatuuride puhul ei esine. Nii selgus, et vedelas õhus muutub rõhuv enamik aineid väga hapraks. Seatina näiteks on toatemperatuuril plastiline pehme aine, kuid vedela õhu temperatuuril on ta habras. Vedelas õhus jahutatud puuvili, näiteks õun, puruneb löögi toimei või kukkumisel kildudeks; vedelas õhus jahutatud kummivooliku küljest võib kepiga kilde ära lüüa nagu klaastoru küljest. Selliste madalate temperatuuride puhul ei erista inimene enam «külma»

«kuumast». Tilk vedelat õhku peopesal põhjustab tavalist põletustunnet, nagu oleks sinna valatud sula tina.

Ka vesiniku ja seejärel heeliumi veeldamine osutus võimalikuks, kui õpiti tootma vedelat õhku. Nende gaaside veeldamiseks ei piisa eeljahutamisest nn. jahutussegudega (vt. § 285), vaid vesinikku tuleb jahutada torustikus, mis on asetatud vedelasse õhku (heeliumi korral vedelasse vesinikku).

XV. SOOJUSE LEVIMINE

Soojuse levimise all mõistetakse *soojuse ülekandumist keskkonna ühest kohast teise või ühelt kehalt teisele*. Loomuliku protsessina toimub soojuse levimine keskkonnas kõrgema temperatuuriga kohast madalama temperatuuriga kohta.

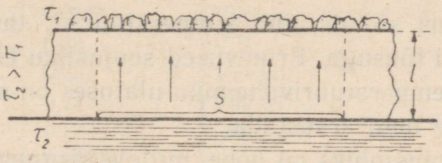
263. Soojusjuhtivus. Juba oma igapäevastest kogemustest teame, et tahkete ainete seas on eriti headeks soojusjuhtideks metallid. Teised tahked ained, nagu puit, klaas, eboniit jne. on halvemad soojusjuhid.

Selgitame algul soojuse levimise füüsikalist olemust halvemates soojusjuhtides, näiteks klaasis. Hoides klaaspulka üht otsa pidi tules, märkame, et aegamööda hakkavad soojenema ka tulest eemal olevad pulgaosad. Molekulaarteooria seisukohast seletub see nähtus järgmiselt. Leegi hõõguvate gaaside väga kiiresti ning suure hooga liikuvad molekulid põrkavad kokku klaasi molekulidega. Kokkupõrkeil annavad nad osa oma kineetilisest energiast üle klaasi molekulidele. Nii hakkavad ka klaasi molekulid võnkuma kiiremini ning suurema amplituudiga, andes energilisi tõukeid järgmistele molekulikihtidele, need omakorda järgmistele jne. Klaaspulk hakkab soojenema. Seejuures tuleb silmas pidada, et klaaspulga kui tahke keha molekulid ise ei lahku oma asukohast, vaid hakkavad ainult suuremate amplituudidega oma keskasendi suhtes võnkuma. Et molekulide järkjärguline ergutamine intensiivsemale võnkumisele üksikute kihtide kaupa toimub suhteliselt väga aegamööda, siis osutuvad sellised kehad halbadeks soojusjuhtideks.

Metallides etendab eespool kirjeldatud soojuse levimise viisi kõrval võrratult suuremat osa elektroonne soojusjuhtivus. Nimelt leidub metallides kindlate aatomitega otseselt mitte seotud, nn. *vabu elektrone*, mis võivad hõlpsasti liikuda metalli sees

ühest kohast teise. Saades kuumendatavas kohas energiat juurde, kannavad vabad elektronid seda kiiresti metalli sees edasi. Põrgates eemal kuumendatavast kohast kokku metalli aatomitega (õieti ioonidega), annavad vabad elektronid oma energia aatomitele üle, sundides viimaseid omakorda intensiivsemale võnkumisele, seega põhjustades metalli soojenemist. Et vabad elektronid liiguvad metalli aatomite vahel suure kiirusega, siis toimub ka soojuse levimine nende kaasabil kiiresti.

Vaatleme kvantitatiivsest küljest soojuse levimist juhtivuse teel läbi tasaplaadi. Hoiame plaadil, mille paksus on l, pealmise pinna temperatuuril τ_1 ja alumise pinna temperatuuril τ_2. Vastaspindade püsiva temperatuuri säilitamiseks paigutame pealmisele pinnale sulava jää tükikesi (joon. 346), kuna alumine pind puutugu kokku sooja voolava veega, mille temperatuuri võib iga katse korral muuta.



Joon. 346. Soojusjuhtivus

Et alumise pinna temperatuur (τ_2) on kõrgem ülemise pinna temperatuurist (τ_1), siis hakkab soojus, nagu alati, levima kõrgema temperatuuriga kohast madalama temperatuuriga kohta, s. t. antud juhul alt üles.

Plaati läbinud soojushulga (Q) saab määrata ülemisel pinnal sulanud jäähulga järgi (eeldusel, et katse kestel ei esine soojuskadusid).

Kasutades uuritavast ainest plaate mitmesuguste paksustega l ja pinna suurustega S ning muutes pindadevahelist temperatuuride vahet $\tau_2 - \tau_1$ ja katse kestust t, saame näidata, et plaati läbinud soojushulk Q on võrdeline plaadi vastaspindade temperatuuride vahega $\tau_2 - \tau_1$, pinna suurusega S ja soojuse levimise kestusega t ning pöördvõrdeline plaadi paksusega l:

$$Q = \lambda \cdot \frac{(\tau_2 - \tau_1) t S}{l}.$$

Valemis esinevat ainest ja ühikute valikust sõltuvat võrdetegurit λ nimetatakse soojuslikuks erijuhtivuseks ehk soojusjuhtivuskoefitsiendiks.

Avaldame eespool toodud valemist λ:

$$\lambda = \frac{Ql}{St\,(\tau_2 - \tau_1)}.$$

Sellest avaldisest saab välja lugeda soojusjuhtivuskoefitsiendi füüsikalise tähenduse. See on soojushulk kalorites, mis voolab 1 s kestel läbi 1 cm² suuruse pinna temperatuuri languse korral 1° C võrra 1 cm kohta. Tema mõõtühikuks on $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{kr}}$. Tehnikas mõõdetakse λ väärtust sageli ühikutes $\frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{tund} \cdot \text{kr}}$.

Erinevatel materjalidel on soojuslik erijuhtivus erinev. Parimad soojusjuhid on metallid, hoopis halvemad on vedelikud ja eriti halvad on gaasid.

Soojusjuhtivus sõltub aine temperatuurist, tavaliselt kahanedes temperatuuri tõusuga. Erinevused soojusliku erijuhtivuse väärtustes kitsama temperatuurivahemiku ulatuses on siiski nii tühised, et me ei tarvitse neid arvestada.

Parimaks soojusjuhiks on hõbe, millele järgnevad vask, alumiinium, tsink; halvad soojusjuhid on puuvill, kohev lumi, õhk jne. Villa, riide, puuvilla ja teiste kohevate ainete soojusjuhtivus sõltub suurel määral nende ümbertöötamisolekust. Selliste ainete soojusjuhtivus muutub vastavalt sellele, kuivõrd nad on kokku pressitud või keerutatud. Tabelis toodud andmed vastavate materjalide kohta on seepärast ainult orienteerivat laadi. Mainitud ainete väike soojusjuhtivus seletub peamiselt nende kohevuse ning poorsusega, sest poorid on täidetud õhuga, mis juhib soojust eriti halvasti. Rõivaste «soojapidamine» seletubki peamiselt riide omadusega säilitada oma poorides õhku, mis takistab soojuse levimist kehalt ümbruskonda. Tuulise ilma korral puhutakse poorides olev soojenenud õhk pidevalt välja ja see asendub uute jahedate õhuhulkadega — riie «ei pea enam sooja».

Talvel kasutatavate kahekordsete akende soojapidavus seletub just soojust väga halvasti juhtiva õhukihi olemasoluga akende vahel.

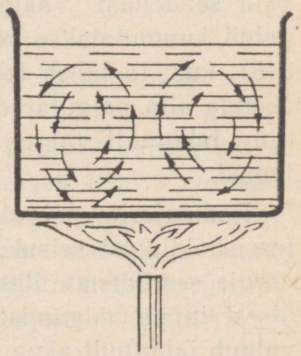
Kristallide soojusjuhtivus sõltub soojuse levimise suunast. Kui katta teatud kindlas suunas lõigatud kvartsplaadike õhukese vahakihiga ja soojendada plaati ühes punktis kuuma metallvarda

Ainete soojuslikud erijuhtivused (0°—30° C)

Aine	Soojuslik erijuhtivus λ $\frac{cal}{cm \cdot s \cdot kr}$	Aine	Soojuslik erijuhtivus λ $\frac{cal}{cm \cdot s \cdot kr}$
Alumiinium	0,48	Raud	0,14—0,17
Betoon	0,002	Seatina	0,083
Eboniit	0,0004	Telliskivi	0,002
Flanellriie	0,00004	Teras	0,11
Grafiit	0,012	Tina	0,155
Hõbe	1,006	Tsink	0,27
Jää	0,005	Valgevask	0,20
Kadmium	0,22	Vask	0,918
Klaas	0,001—0,0025	Vatt	0,0009
Kuld	0,70	Vesi	0,00143
Lumi (kohev)	0,0003	Vesinik	0,0004
Magneesium	0,38	Vill	0,00009
Marmor	0,007	Vismut	0,019
Nikkel	0,14	Väävel	0,0007
Plaatina	0,17	Õhk	0,000057
Puuvill	0,00004		

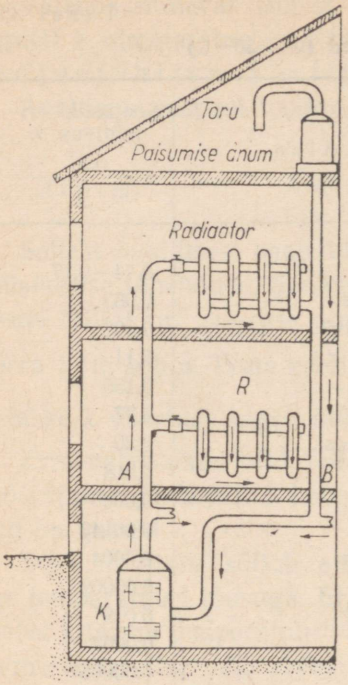
otsaga, siis toimub vaha sulamine kuumenduspunkti ümber mitte ringikujuliselt, vaid elliptiliselt, mis kinnitab tõsiasja, et kvartskristallis levib soojus ühes suunas kiiremini kui teises.

Vedelike ja gaaside soojusjuhtivust on konvektsiooni tõttu hoopis raskem uurida. Vedelike korral saab konvektsiooni vältida, soojendades vedelikke ülalt, mistõttu soojenenud väiksema erikaaluga kihid jäävad peale ja segunemine alumiste, jahedamate kihtidega võib toimuda juhtivuse teel, mida soodustab difusioon, kuid mis toimub vedelikes siiski küllalt aeglaselt. Nii saame enam-vähem täpselt määrata vedelike soojuslikke erijuhtivusi.



Joon. 347. Konvektsioon vedelikus.

264. Konvektsioon. Soojuse levimine vedelikes ja gaasides toimub peamiselt konvektsiooni teel. Kui



Joon. 348. Vesikeskküttе skeem.

soojendada veega täidetud anuma põhja (joon. 347), siis sellega otseselt kokku puutuvad veekihid kuumenedes paisuvad ja seetõttu nende tihedus kahaneb. Ülalpool asetsevad külmad, veel soojenemata veekihid on tihedamad (seega raskemad) ja tõrjuvad soojemaid veekihte kõrgemale — enda peale, vajudes ise põhja, kus nad soojenevad ja tõrjutakse omakorda külmade veemasside poolt üles. Nii tekib kuumutatavas anumas vee pidev ringkäik, mille kestel soojenenud vesi vahetpidamata seguneb külma veega, tõstes järjekindlalt ning võrdlemisi kiiresti temperatuuri kogu anuma ulatuses. Sellist soojuse laialikandumist soojenenud vedelikuosakeste kaudu nimetatakse k o n v e k t s i o o n i k s (lad. k. *convectio* — kohaletoimetamine).

Konvektsioon on võimalik ainuüksi neis aineis, milledes on võimalik molekulide ümberpaigutumine üksteise suhtes, s. t. vedelikes ja gaasides, mitte aga tahketes kehades.

Konvektsioonil põhineb terve rida igapäevases elus kasutatavaid seadeldisi. Vaatleme mõningaid neist. V e s i k e s k k ü t t e puhul kuumutatakse vett keldris asetsevas keskküttekatlas (joon. 348), kust ta läheb torustikus mööda maja laiali, annab tubades akende alla paigutatud radiaatorite kaudu oma soojuse õhule üle ning jahtunult valgub teist torustikku mööda kuumenduskatlasse tagasi.

Radiaatorite paigutamine akende alla on eriti otstarbekohane tervishoidlikust seisukohast: soojenenud õhk tõuseb akende kohal «sooja eesriidena» üles, takistades akende poolt tuleva külma õhu otsest tuppa valgumist. Edasi liigub soe õhk lae all toa suunas, valgub jahtunult akna vastasseina poolel alla ja tuleb sealt põrandat mööda akna suunas tagasi. Seega ei satu toasolijate jalad

külma õhuvoolu kätte, sest antud juhul erineb põrandat mööda liikuva õhu temperatuur võrdlemisi vähe õhu temperatuurist inimese keha kõrgusel.

Tavalise ahjukütte korral on pilt sootuks vastupidine. Ahju juures soojenenud õhk tõuseb akna poolt tuleva külma õhuvoolu mõjul ahju läheduses üles. Soe õhk liigub lae all akna suunas, seguneb akna juurest tuleva külma õhuga, jahtub, langeb alla ja liigub mööda põrandat jälle ahju suunas. Seetõttu on akna poolt tuleva õhuvoolu temperatuur tihti mitu kraadi madalam kui õhu temperatuur inimese keha kõrgusel. Nii on toasõlijate jalad pidevalt jahutatud, mis võib põhjustada mitmesuguseid külmetushaigusi.

Ventilaatorid paigutatakse toas kõrgele sellepärast, et inimese poolt tarvitatud õhk on soe ja tõuseb üles, kust ta ventilaatori ava kaudu pääseb tõmbetorru.

Korstna tõmme on samuti seletatav konvektsiooniga.

Vedelike, näiteks piima jahutamisel peab silmas pidama, et vedeliku anum tuleb igalt poolt ümbritseda jahutava ainega. Otstarbetu on vedeliku anuma paigutamine jahutamise otstarbel jääle, sest sel juhul jääb põhjas jahtunud vedelik kui tihedam ikkagi põhja, pealmised kihid aga ei jahtu peaaegu üldse vedelike väikese soojusjuhtivuse tõttu.

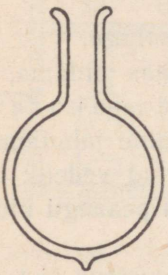
Looduses esinevad konvektsioonvoolud merehoovustena ja tuultena (õhu püstvoolud, passaat-tuuled, monsuunid, briisid). Soe Golfi hoovus saab alguse Kariibi merest, kust ta voolab laia «jõena» läbi Atlandi ookeani Euroopa suunas, kandes sinna ekvaatori läheduses saadud soojust ja leevendades Põhja-Euroopa kliimat. Tänu Golfi hoovusele on Põhja-Euroopa keskmine temperatuur vastava laiuskraadi all olevate Põhja-Ameerika piirkondade keskmisest temperatuurist ligikaudu 10° võrra kõrgem.

265. Kiirgamine. Soojuse kiirgamise all mõistetakse soojuse levimist elektromagnetiliste lainete näol, mida kõik kehad alatasa välja saadavad. Vastavad arvutused ja katsed näitavad, et temperatuurideni kuni umbes 4000° C toimub kehade kiirgamine maksimaalse intensiivsusega spektri infrapunases osas. Et me oma igapäevases elus puutume kokku ainult madalamate temperatuuridega kui 4000° C, siis nimetataksegi infrapunaseid kiiri sageli soojuskiirteks (üksikasjaliselt käsitletakse kiirgamisnähtusi käesoleva õpiku II osas).

Soojushulk, mida keha ajaühiku kestel kiirgab, sõltub keha

temperatuurist, keha pinna ehitusest ja värvusest. Samadel tingimustel kiirgab kõige rohkem must, kõige vähem valge pind; karedad pinnad kiirgavad rohkem kui siledad pinna suurenemise tõttu kareduse arvel. Temperatuuri tõusmisel suureneb soojuse kiirgamine kehadest väga kiiresti.

Nagu mõned ained on valguskiirte suhtes läbipaistvad, teised läbipaistmatud, nii on mõned ained, nagu kivisool, kvarts, sülviin, õhk jne. ka soojuskiirte suhtes läbipaistvad — diatermaansed (kr. k. *dia* — läbi; *therme* — soojus), teised aga, nagu vesi, klaas jne. läbipaistmatud või halvasti läbilaskvad — atermaansed (kr. k. *a* — mitte; *therme* — soojus). Atermaansetes keskkondades intensiivistub neeldunud soojuskiirguse arvel molekulaarne liikumine ning keskkonna temperatuur tõuseb.



Joon. 349. Termospudel.

266. Termospudel. Praktiliselt on sageli väga tähtis säilitada mingi keha temperatuuri pikemat aega enam-vähem ühtlasena. Nii ollakse näiteks majapidamises toiduainete säilitamisel huvitatud, et püsiks kas sama madal (jäätise säilitamine) või jälle sama kõrge temperatuur (kohvi, tee kaitsmine jahtumise vastu). Üks selliseid temperatuuri säilitamise vahendeid on termospudel ehk Dewari[1] anum (joon. 349). See on kahekordsete seintega anum, mille vastamisi asetsevad küljed on hõbetatud ning seinte vahel on õhutühi ruum. Õhutühi ruum väldib soojuskadusid juhtivuse ja konvektsiooni teel, kuna seinte hõbetamine vähendab tunduvalt soojuskadu kiirgamise teel. Termospudeli ava on suletav korgiga (väga halb soojusjuht). Kaitseks purunemise vastu on termospudelid harilikult ümbritsetud plekk-kestaga. Termospudelis kestab vee jahtumine keemistemperatuurilt toatemperatuurile paar päeva.

Laboratooriumides kasutatakse termospudeleid peamiselt veeldatud gaaside säilitamiseks.

[1] James Dewar (1842—1923), professor Cambridge'i ülikoolis, termospudeli leiutaja.

XVI. TERMODÜNAAMIKA

267. Termodünaamika aine ja ülesanne. Termodünaamika tekkimine ja kiire areng langeb ühte tootlike jõudude kiire kasvuga tööstusliku kapitalismi õitsengu haripunktis XIX sajandi esimesel poolel. Tööstusliku toodangu suurendamine nõudis kõige muu kõrval järjest võimsamaid soojusmasinaid, mille konstrueerimine aga eeldas soojuslike protsesside põhjalikku tundmaõppimist. Praktilise elu nõudeist tingitult arenes nii füüsika eriharuna välja termodünaamika (kr. k. *therme* — soojus; *dünamis* — tung, jõud), mille esialgseks ülesandeks oli selgitada soojuse ja töö ning nende vastastikuse muundumise vahekordi. Termodünaamika seaduste tundmaõppimine võimaldas omakorda konstrueerida üha võimsamaid, üha ökonoomsemaid soojusmasinaid (auruturbiinid, sisepõlemismootorid, raskeõlimootorid jne.).

Olles tulemusrikkalt lahendanud oma esialgse ülesande, asus termodünaamika käsitlema võrratult laialdasemaid nähtuste valdkondi füüsikast, keemiast ja isegi bioloogiast. Nii näiteks uurib termodünaamika *difusiooni* ja üldse ühe aine molekulide tungimist teise aine molekulide vahele; *soojenemist* ning *jahtumist* kui nähtusi, mis on seotud aine molekulide liikumise intensiivsuse muutumisega; *kristallisatsiooni*, *sulamist*, *aurustumist*, *keemilisi reaktsioone* jne.

Põhimõisteiks, millega opereeritakse termodünaamikas, on keha, protsessi, energia, töö ja soojuse mõisted.

Keha mõiste termodünaamikas ei ühti vastava geomeetria-alase mõistega; keha kuju näiteks ei etenda termodünaamikas mingisugust osa. Termodünaamikas mõistame keha all mingis ruumalas olevat ainehulka. Seda ainehulka iseloomustavad teatavad füüsikalised omadused: tihedus, temperatuur, elastsus, agregaatolek jne.

Kui kõik omadused keha igas kohas on ühesugused, siis ütleme, et see keha on füüsikaliselt *homogeenne*. Kui aga sama keha

erinevates kohtades ilmneb omaduste erinevus, siis on see keha vastavate omaduste suhtes mittehomogeenne ehk heterogeenne.

Kehi termodünaamika seisukohast iseloomustavaid objektiivselt mõõdetavaid omadusi nimetatakse nende kehade oleku termodünaamilisteks parameetriteks (temperatuur, ruumala, rõhk, elastsus, mitmesuguste ainete protsentuaalne vahekord segus jne).

Keha termodünaamiline olek ehk lihtsalt keha olek muutub, kui muutub kas või ainult üks neist parameetritest. Seega keha oleku muutumine seisab näiteks tema temperatuuri, ruumala, tiheduse, rõhu, magneetumuse astme jne. muutumises. Jäädes klassikalise termodünaamika raamidesse, piirdume kitsama parameetrite hulgaga, millesse põhiliselt kuuluvad keha ruumala, rõhk ja temperatuur.

Keha oleku parameetrite muutumist, kas või üheainsa parameetri ulatuses, nimetatakse termodünaamiliseks protsessiks.

268. Energia, töö ja soojuse mõisted termodünaamikas. Kui mingi füüsikaline keha või kehade süsteem võib teha mehaanilist tööd, omades seega nagu mingi varuna seni veel mitte tehtud tööd, siis me väidame, et see süsteem omab energiat (kr. k. *energeia* — tegevus, aktiivsus). Üldiselt mõistetakse energia all füüsikalist suurust, mille mõõduks võib olla mehaaniline töö ja mille muutusi üksikutes kehades või kehade süsteemides võib saavutada kas kulutatud või saadud töö arvel. Looduses esineb palju selliseid suurusi ja neid nimetatakse üldiselt «energialiikideks».

Tuntuimate energialiikide hulka kuuluvad: 1) mehaaniline (kineetiline ja potentsiaalne) energia, 2) elektrostaatiline energia, 3) elektrodünaamiline energia, 4) keemiline energia jne.

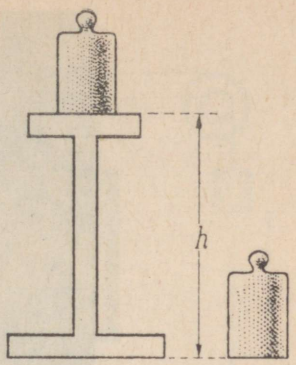
Looduslike protsesside käigus toimub alatasa energia muundumine, s. t. üleminek ühest liigist teise. Mitmesuguste energialiikide vastastikuste muundumiste tingimusi ja vastavaid kvantitatiivseid vahekordi käsitletaksegi termodünaamikas.

Kuigi me energiat, tööd või soojust mõõtes võime mõõtmistulemusi avaldada samades mõõtühikutes (kas töö- või soojusühikutes), ei ole neid suurusi siiski võimalik sisuliselt samastada.

Energiat käsitleme võimaliku, kuid veel mitte tehtud töö

varuna. Alljärgnevast näeme, et ei tööd ega ka soojust ei ole võimalik käsitleda mingisuguse varuna.

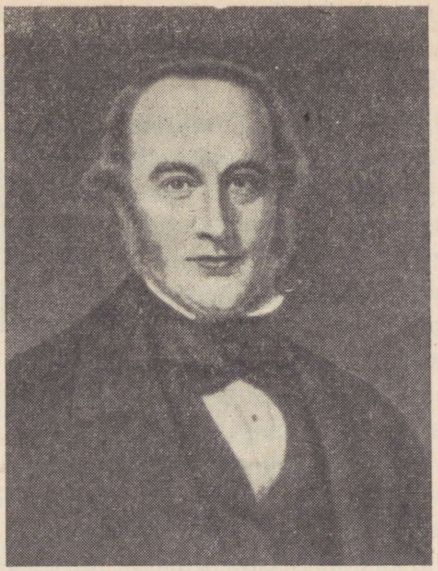
Energia mõiste kasutamisel võime kõnelda ka üheainsa keha energiast (töövarust), töö tegemisel aga peab eksisteerima vähemalt kaks keha: üks, mis arendab tööd tegevaid tunge; teine, millele need tungid on rakendatud. Esimene keha teeb oma energia arvel tööd, seega annab energiat ära; teine saab energiat ühel või teisel kujul juurde. Tõstes näiteks mingi eseme põrandalt lauale, teeme tööd (joon. 350); seejuures väheneb tõstva keha energia, kuna tõstetava eseme potentsiaalne energia suureneb. Seega läheb teatav osa tõstva keha energiast üle tõstetavasse esemesse protsessi kaudu, mida nimetatakse tööks. Sisuliselt kujutab töö endast niisiis mingit toimingut, mingit protsessi — energia ülekandmist ühelt kehalt teisele.



Joon. 350. Energia ülekandmine tööprotsessi kaudu.

Loodusnähtuste metafüüsilise käsitluse ajastul, mil tehti tohutu hulk avastusi, kuid ei osatud leida vastavate nähtuste põhjusi ning vastastikusi seoseid ega osatud neid nähtusi üldistada, püüti tekkinud raskusi ületada, toetudes «kaalutute vedelike» olemasolule (XVII ja XVIII sajand). Nii seletati elektrinähtusi «elektrivedelikega» ja magnetismi «magnetivedelikega», valgusnähtusi vaadeldi kulgevatena «maailmaeetris» ja soojusnähtusi püüti seletada kaalutu «soojusvedelikuga», mis erinevate temperatuuridega kehade kokkupuutumisel pidi voolama soojemast kehast külmemasse. Just sellest ajastust on säilinud sellised mõisted, nagu «soojusmahtuvus» ja «varjatud» sulamissoojus, samuti ka kujutlus soojusest kui mingist (soojusvedeliku) varust.

Soojusnähtuste käsitlemisega lahutamatult seotud mõisted «külm», «jahe», «leige», «soe», «kuum» jne. aga eeldavad paratamatult vähemalt kahe keha olemasolu ja ühtlasi soojuse üleminekut ühelt kehalt teisele. Võimatu on kõnelda mingi keha soojuslikust olukorrast, kui puudub võimalus muuta mingi teise keha (termomeetri, inimese keha jne.) soojuslikku olukorda soojuse üleminekú protsessi kaudu esimeselt kehalt teisele. Niisiis soojus nagu töögi ei kujuta endast sisuliselt mingit varu, seega mitte mingi-



Joon. 351. James Prescott Joule.

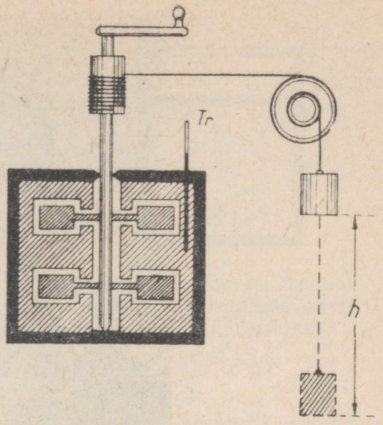
sugust energia erivormi, vaid protsessi — keha siseenergia ülekandumist ühelt kehalt teisele.

Paragrahvis 232 juba nägime, et keha siseenergia võib üle kanduda ühelt kehalt teisele, ilma et seejuures sooritataks mehaanilist tööd. Jälgides mitmesuguseid loodusnähtusi termodünaamika seisukohalt, võime üldiselt väita, et *töö ja soojus on energia ühelt kehalt teisele ülekandumise vormid*. Seejuures ühelt kehalt teisele üle läinud energiat mõõdetakse kas tehtud tööhulgaga või üle kandunud soojushulgaga.

Töö ja soojus kui energia ülekandumise vormid võivad olla kvantitatiivselt ekvivalentsed, kuigi nende vahel on sügav kvalitatiivne erinevus. *Soojus kujutab endast energia ülekandumise mikrofüüsikalist vormi* (energia ülekandumine molekulide kokkupõrkamisel, soojusjuhtivus, difusioon või kiirgus), *kuna töö on energia ülekandumise makrofüüsikaline vorm*.

269. Töö muundumine soojuseks. M. V. Lomonossov andis sisuliselt õige kujutluse soojuse olemusest juba XVIII sajandi keskpaiku (vt. § 243), kuid vastavaid eksperimentaalseid uurimisi

hakati korraldama alles XVIII sajandi viimastel aastatel. Nii näiteks B. Rumford (1753—1814), jälgides kahuritorude puurimisi, juhtis 1798. aastal tähelepanu sellele, et puurimise algul olid puuritava toru ja puuri temperatuurid võrdsed. Seega puudus igasugune põhjus ja võimalus soojusvedeliku voolamiseks puuritavast torust puuri või ümberpöördult, kuid puurimise tulemusena tekkis siiski soojust. Rumford tegi õige järelduse, et sel juhul muundus tehtud töö soojuseks. Ta püüdis isegi umbkaudselt määrata **soojuse mehaanilist ekvivalenti,** s. t. kulutatud tööhulga A ja saadud soojushulga Q suhet $\frac{A}{Q}$.



Joon. 352. Joule'i katse soojuse mehaanilise ekvivalendi määramiseks.

Järgneval aastal (1799) näitas Davy[1], et kaks jäätükki, millede temperatuur oli —2° C, sulasid soojuse juurdevooluta ümbrusest vastastikuse hõõrdumise tõttu, s. t. tehtud töö tulemusena.

Joule[2] (joon. 351) määras aastatel 1849—1850 teostatud arvukate katsete najal soojuse mehaanilise ekvivalendi $\frac{A}{Q}$, kasutades selleks tööd, mida teevad tiirlevad labidakesed hõõrdumisel vastu vett.

Kinnise nõu keskkohas pöörleb püstvõll (joon. 352), mille külge on kinnitatud labidakesed. Nõu seinte küljes on radiaalsed vaheseinad, millesse labidatele vastavalt on lõigatud avaused. Kui nõu täita veega või mõne teise vedelikuga, siis takistavad vaheseinad vedeliku kaasatiirlemist, mille tagajärjel labidate ja vedeliku vahel ilmneb tunduv hõõrdumine. Seetõttu vedelik soojeneb, kusjuures tekkivat soojushulka saab arvutada vedeliku temperatuuri tõusu kaudu.

Võll pannakse pöörlema tema ümber keritud nööri abil, mille

[1] Humphry Davy (1778—1829), inglise keemik ning füüsik; avastas kaaliumi, naatriumi, kaltsiumi, baariumi, strontsiumi ja magneesiumi. Tõestas, et kloor on element.

[2] James Prescott Joule (1818—1889), inglise füüsik.



Joon. 353. Julius Robert Mayer.

otsas ripub raske koormis. Viimane langeb teatavalt tasemelt madalamale ning teeb sel puhul tööd, mille hulk on arvutatav koormise ja tema langemistee pikkuse korrutisena. See töö muundubki kalorimeetris soojuseks.

Joule'i arvukad katsed olid eksperimentaalsest seisukohast laitmatult läbi viidud (ta arvestas ka anuma ja labidakeste soojenemist) ning nende tulemusena leidis ta, et 1 kilokalori soojuse saamiseks kulub alati 423 kGm tööd.

Hiljem sai Joule teistsuguste katsete najal tulemuseks 425 $\frac{\text{kGm}}{\text{kcal}}$.

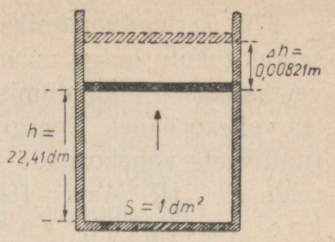
Praegu teame täpsemate mõõtmismeetodite rakendamise tulemusena, et soojuse mehaaniline ekvivalent

$$\frac{A}{Q} = 427 \ \frac{\text{kGm}}{\text{kcal}}.$$

Juba enne Joule'i määras soojuse mehaanilise ekvivalendi Robert Mayer[1] (1842. a.), lähtudes gaaside paisumise tööst. Mayeri (joon. 353) arutluskäik on skemaatiliselt järgmine. Olgu normaalrõhu puhul õhutihedalt liikuva kaane abil välisõhust eral-

[1] Julius Robert Mayer (1814—1878), saksa füüsik ning arst.

datud 1 mool 0°C juures olevat ideaalset gaasi anumas, mille põhja pindala on 1 dm² ja kõrgus 22,41 dm (joon. 354). Soojushulk, mis kulub selle gaasi soojendamiseks 1°C võrra konstantse ruumala puhul, on C_v ja sama gaasi soojendamiseks konstantsel rõhul kuluv soojushulk on C_p. Nagu eespool nägime, $C_p - C_v \approx 2 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$. Põhjus, miks C_p on suurem kui C_v, seisab selles, et konstantse rõhu puhul teeb paisuv gaas kaane tõstmisel tööd välisrõhu vastu. Et Gay-Lussac'i seaduse kohaselt paisuvad kõik gaasid ühteviisi, siis 1 mool ideaalset gaasi, paisudes soojenemisel 0°-st 1°-ni, teeb käesoleva näite korral tööd



Joon. 354. Mayeri meetod soojuse mehaanilise ekvivalendi määramiseks.

$$100\,\text{cm}^2 \cdot 1{,}033 \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2} \cdot (22{,}41 \cdot \frac{1}{273} \cdot 0{,}1)\,\text{m} = 103{,}3\,\text{kG} \cdot 0{,}00821\,\text{m} =$$

$$= 0{,}848\,\text{kGm}.$$

Teiselt poolt on $C_p - C_v$ samuti kõikide gaaside korral ühesugune, ja nimelt $\sim 2 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$, täpsemalt $1{,}986 \frac{\text{cal}}{\text{kr} \cdot \text{mool}}$. Mayer tegi õige järelduse, et need 1,986 kalorit muunduvad paisumistööks ühe mooli gaasi isobaarilisel soojendamisel 1° C võrra. Niisiis 1,986 cal soojust on ekvivalentne 0,848 kGm tööga; siit

$$\frac{A}{Q} = \frac{0{,}848}{1{,}986} \frac{\text{kGm}}{\text{cal}} = \frac{0{,}848}{0{,}001986} \frac{\text{kGm}}{\text{kcal}} = 427 \frac{\text{kGm}}{\text{kcal}} = 4{,}18 \frac{\text{J}}{\text{cal}}.$$

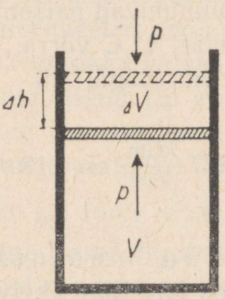
Ümberpöördult, tööks muundunud soojushulga suhe saadud tööhulgaga ehk **töö termiline ekvivalent**

$$\frac{Q}{A} = \frac{1{,}986}{0{,}848} \frac{\text{cal}}{\text{kGm}} = 2{,}34 \frac{\text{cal}}{\text{kGm}} = \mathbf{0{,}239} \frac{\text{cal}}{\text{J}}.$$

Et $C_p - C_v = R$, siis selgub ka universaalse gaasikonstandi füüsikaline tähendus. Universaalne gaasikonstant tähendab sisuliselt ühe mooli gaasi paisumise tööd tema isobaarilisel soojendamisel ühe kraadi võrra.

270. Termodünaamika I printsiip. XIX sajandi esimesel poolel selgus tohutu hulga uurimiste varal, et erinevate energialiikide vastastikused muundumised toimuvad alati kindlates ekvivalentsetes vahekordades. Energialiikide vastastikuste muundumiste kvantitatiivsete vahekordade täpne selgitamine viis lõpuks kindlale järeldusele (R. Mayer 1842. a.), et looduses ei teki ega kao energiat; energia võib ainult muunduda ühest liigist teise.

Sellele üldisele loodusseadusele, mida me praegu nimetame energia jäävuse ja muunduvuse seaduseks, vihjas juba M. V. Lomonossov oma kirjas L. Eulerile 5. juulist 1748. a. Energia jäävuse seadus kujutabki endast termodünaamika I printsiibi sisu ja väljendab ainult laiemas ulatuses juba varem käsitletud tõsiasja (vt. § 268), et mingi keha või kehade süsteemi ükskõik missuguse energialiigi varu kahanemisel lahkub energia temast töö või soojuse näol. Seejuures töö võib täiendada ekvivalentses hulgas mingi teise keha või kehade süsteemi ükskõik missuguse energialiigi varu, soojus aga võib vahetult täiendada ainult teise keha või kehade süsteemi siseenergiat; kuna teistel juhtumitel muundub ta vahepeal tööks. Energia jäävuse seadusest järeldub, et on võimatu ehitada nn. I liiki perpetuum mobilet, s. t. niisugust iseliikuvat masinat, mis oleks võimeline pidevalt tööd tegema, ilma et ta saaks selleks väljastpoolt energiat ükskõik missugusel kujul, või mis teeks rohkem tööd, kui ta ise energiat kusagilt juurde saab. Kesk-, uus- ja isegi kõige uuemal ajal on paljud loodusseadusi mittetundvad inimesed kulutanud tohutut aega katsetele konstrueerida niisugust masinat; on esitatud loendamatul hulgal igasuguseid projekte, on ehitatud mudeleid, millel kõigil oli üks ühine puudus: nad ei töötanud nii, nagu taheti. Paljud inimesed kaotasid kogu oma varanduse ja lõpuks kibeda pettumuse tõttu ka mõistuse, kuid perpetuum mobile on ja jääb võimatuks, sest tema tegevus on vastuolus termodünaamika I printsiibiga kui põhilise loodusseadusega.



Joon. 355. Seletuseks Clausiuse termodünaamika I printsiibi formulatsioonile.

Vastavalt sellele andis W. Ostwald[1] termodünaamika I printsiibile järgmise sõnastuse: esimest liiki perpetuum mobile on võimatu.

Matemaatiliselt formuleeris termodünaamika I printsiibi R. Clausius[2], lähtudes tulemusist, mida annab mingi gaasihulga soojendamine. Võtame vaatluse alla gaasiga täidetud silindri, milles võib õhutihedalt liikuda kaas (joon. 355). Olgu selle kaane pindala S, tema abil eraldatud gaasi ruumala V ja rõhk p. Soojendame silindri kaane all olevat gaasi, andes talle ΔQ kalorit soojust juurde. Selle tõttu tõuseb gaasi temperatuur, molekulide kiirus suureneb, nende põrked kaane vastu tugevnevad ja kaas kerkib Δh võrra ülespoole. Nii näeme, et juurde antud soojuse arvel ühelt poolt suureneb gaasi siseenergia, sest suureneb molekulide kiirus, teiselt poolt aga teeb gaas paisumisel tööd, ületades kaane tõstmisel välisrõhu. Tähistame gaasi siseenergia kasvu ΔU ja arvutame gaasi paisumisel tehtava töö.

Tung, mida ületab paisuv gaas teepikkusel Δh, on $f = pS$, seega paisumise töö

$$\Delta A = pS\Delta h.$$

Et $S\Delta h$ on gaasi ruumala juurdekasv ΔV, siis

$$\Delta A = p\Delta V.$$

Arvestades tõsiasja, et soojushulga ΔQ arvel toimus ainult gaasi siseenergia kasv ΔU ja gaas tegi paisumisel tööd suuruses ΔA, on

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \quad \text{ehk}$$

$$\underline{\Delta Q = \Delta U + p\Delta V.}$$

See Clausiuse poolt esitatud termodünaamika I printsiibi matemaatiline formulatsioon näitab, et saadud või kulutatud soojushulk on alati ekvivalentne keha siseenergia muutuse ja välistöö summaga. Antud juhul vaatlesime gaasi käitumist soojendamisel, üldiselt võttes

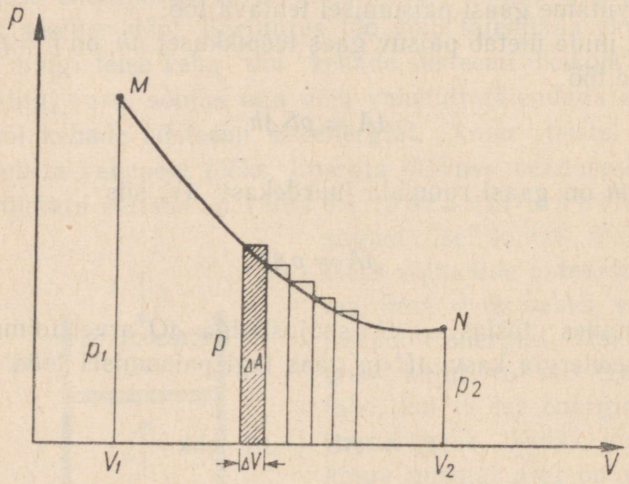
[1] Wilhelm Ostwald (1853—1932), saksa füüsikokeemik ja filosoof; õppis Tartu Ülikoolis, oli Peterburi Teaduste Akadeemia korrespondeeriv liige.

[2] Rudolf Clausius (1822—1888), saksa füüsik.

pole aga oluline, missuguse keha termodünaamilist olekut me jälgime.

271. Gaaside paisumise töö arvutamine ja graafiline kujutamine. Eelmises paragrahvis nägime, et gaasi paisumise tööd väljendab seos $\Delta A = p\Delta V$. Mingi gaasihulga paisumisel tehtava töö graafiliseks kujutamiseks vaatleme seda gaasihulka algolekus, mida määravad parameetrid p_1 ja V_1. Need kaks suurust määravad pV diagrammil ühe kindla punkti M.

Gaasi paisumisel muutuvad pidevalt tema olekut määravad parameetrid (näiteks ruumala suureneb, rõhk väheneb). Olgu gaasi lõppolekule vastavad parameetrid p_2 ja V_2, mis määravad pV diagrammil punkti N. Kõver MN kujutab sel juhul gaasi paisumise protsessi käiku (joon. 356).



Joon. 356. Gaasi paisumise töö graafiline kujutamine üldjuhul.

Määrame algul paisumise töö väga väikese ruumala muutuse ΔV puhul, mille ulatuses me võime rõhku praktiliselt lugeda konstantseks. Sel juhul võime paisumise tööd ΔA suurema veata väljendada graafiliselt ristkülikuna, mille aluseks on ΔV ja kõrguseks p. Selliste elementaarsete ristkülikute pindalade summa kujutab gaasi paisumisel tehtud tööd seda paremini, mida kitsamad on need ristkülikud, s. t. mida väiksemad ruumala kasvud võtame vaatluse alla. Seega gaasi paisumisel tehtud töö $A = \Sigma\Delta A = \Sigma p\Delta V$.

Tulemusena võime öelda, et gaasi paisumise tööd väljendab graafiliselt pV diagrammil alati pindala, mis on piiratud abstsissteljega, alg- ja lõppoleku ordinaatidega ning protsessi käiku kujutava joonega.

Analoogilisel viisil saab graafiliselt kujutada välistungide tööd gaasi kokkusurumisel, pidades seda tööd negatiivseks.

Gaasi paisumise töö arvutamiseks avaldame piiramatult kahaneva paisumisprotsessi ulatuses tehtud töö dA:

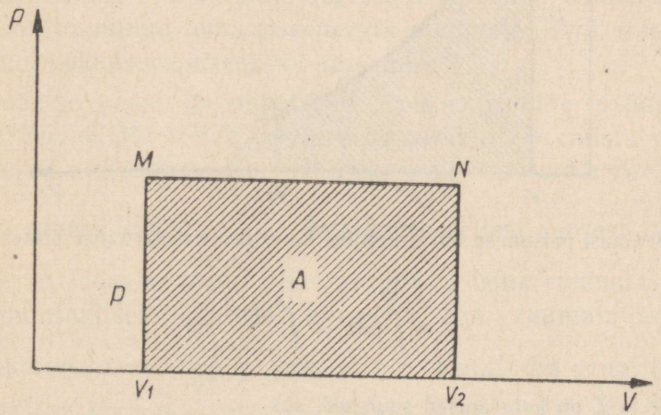
$$dA = p\,dV.$$

Siis kogu paisumise käigus gaasi poolt tehtud töö

$$A = \int_{V_1}^{V_2} dA = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV.$$

Avaldame gaasi paisumise töö üksikutel lihtsamatel juhtudel.

a) Gaasi isobaarilise paisumise töö. Gaasi isobaarilist paisumist iseloomustab rõhu p konstantsus kogu paisumise vältel (joon. 357). Gaasi paisumise töö suurust määrav pindala on ristkülik alusega $V_2 - V_1$ ja kõrgusega p. Seega paisumise töö $A = p(V_2 - V_1)$.



Joon. 357. Gaasi paisumise töö graafiline kujutamine isobaarilise protsessi korral.

Et $A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$ ja $p = \text{const.}$, siis

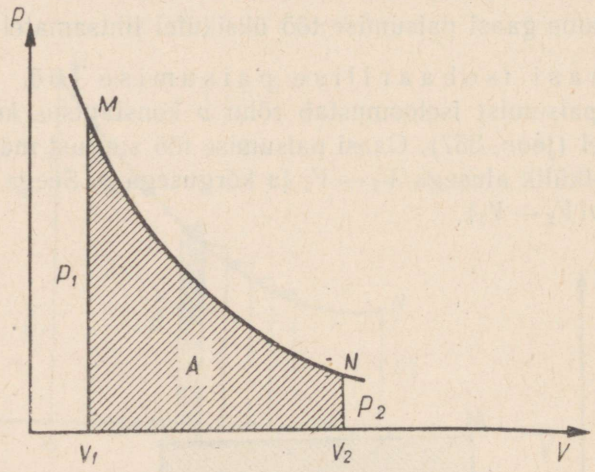
$$A = p \int_{V_1}^{V_2} dv = p\,(V_2 - V_1).$$

b) Gaasi isotermilise paisumise töö. Gaasi isotermilise paisumise protsessi kujutab isoterm. Paisumise tööd A mõõdab üldiselt pindala, mis on piiratud abstsissteljega, alg- ja lõppoleku ordinaatidega (p_1 ja p_2) ning protsessi käiku kujutava kõveraga (joon. 358). Selle pindala suuruse avaldamine graafikust on võimalik ainult pindala suuruse otsese mõõtmise teel.

Käesoleval juhul ei ole p konstantne, vaid on ruumala funktsioon, olles seotud ruumalaga Clapeyroni-Mendelejevi võrrandi kaudu:

$$pV = RT,$$

$$\text{kust} \qquad p = \frac{RT}{V}.$$



Joon. 358. Gaasi paisumise töö graafiline kujutamine isotermilise protsessi korral.

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V}\,dV.$$

Et R ja T on konstantsed suurused, siis

$$A = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

ehk rõhu kaudu $A = RT \ln \frac{p_1}{p_2}$.

c) Isokooriliste protsesside korral on gaasi ruumala konstantne, s. t. $\Delta V = 0$ ja sellise protsessi puhul gaas tööd ei tee: $A = 0$.

272. Adiabaatilised protsessid. Poisson'i võrrand. Protsesse, mis kulgevad mingis süsteemis soojuse vahetuseta ümbruskonnaga, nimetatakse **adiabaatilisteks** protsessideks (kr. k. *adiabatos* — mitteläbitav).

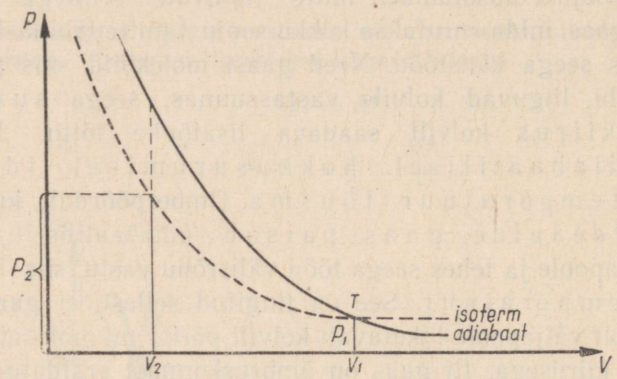
Olgu soojust absoluutselt mitte juhtivate seintega silindris ideaalne gaas, mida surutakse kokku soojust mitte läbi laskva kolvi abil, tehes seega välistööd. Need gaasi molekulid, mis põrkavad vastu kolbi, liiguvad kolvile vastassuunas, seega suureneb nende kiirus kolvilt saadava lisatõuke tõttu. Järelikult peab adiabaatilisel kokkusurumisel ideaalse gaasi temperatuur tõusma. Ümberpöördult, kui kokkusurutud ideaalne gaas paisub adiabaatiliselt, lükates kolbi väljapoole ja tehes seega tööd välisrõhu vastu, siis langeb tema temperatuur. See on tingitud sellest, et gaasi molekulide poolt väljapoole lükatavalt kolvilt põrkavad molekulid tagasi väiksema kiirusega. Et gaas on ümbruskonnast eraldatud soojust mitte juhtivate seintega, siis pole nende protsesside kestel temasse ümbruskonnast soojust juurde tulnud, samuti pole ta ise seda ümbruskonnale ära andnud. Järelikult esinenud temperatuurimuutused on toimunud tema siseenergia muutuste arvel, mis olid põhjustatud kokkusurumisest või paisumisest.

Ideaalse gaasi adiabaatiline kokkusurumine ja paisumine ei toimu Boyle'i-Mariotte'i seaduse kohaselt $pV = \text{const.}$, vaid, nagu uurimised näitavad, nn. Poisson'i[1] seaduse kohaselt: $\boldsymbol{pV^{\varkappa} = \text{const.}}$, kus $\varkappa = \frac{C_p}{C_v}$. Avaldades sellest seosest $p = \frac{\text{const.}}{V^{\varkappa}}$, näeme, et ideaalse gaasi rõhu muutused tema ruumala adiabaatilisel muutumisel toimuvad kiiremini kui ruumala isotermilisel muutumisel $\left(p = \frac{\text{const.}}{V^{\varkappa}}\right)$, sest $\varkappa > 1$. Kujutades graafiliselt seost p ja V vahel adiabaatilise protsessi korral, ei saa me enam, nagu isotermilise protsessi puhul, võrdhaarseid hüperboole, vaid hoopis järsemini tõusvaid kõveraid, nn. adiabaate.

---

[1] Siméon Denis Poisson (1781—1840), prantsuse füüsik ning matemaatik.

Joonisel 359 on kujutatud ühelt poolt mingi gaasihulga isotermilise kokkusurumise käik (punktiir) ja teiselt poolt sama gaasihulga adiabaatilise kokkusurumise käik (pidev joon). Olgu selle gaasihulga algruumala V_1, algrõhk p_1 ja algtemperatuur T. Et isotermilisel kokkusurumisel jääb temperatuur kogu katse vältel konstantseks, siis selle gaasihulga lõpptemperatuur on samuti T, lõppruumala V_2 ja lõpprõhk p_2. Adiabaatilisel kokkusurumisel aga tõuseb gaasihulga temperatuur, mille tõttu rõhk kasvab nüüd



Joon. 359. Ideaalse gaasi isoterm ja adiabaat.

mitte ainult gaasihulga ruumala vähenemise, vaid ka gaasi rõhu termilise suurenemise arvel. Seega ruumalani V_2 adiabaatiliselt kokku surutud gaasi rõhk on suurem kui p_2. Ümberpöördult, gaasi adiabaatilisel paisumisel langeb tema temperatuur ja rõhk väheneb mitte ainult ruumala suurenemise, vaid ka rõhu termilise kahanemise arvel.

273. Temperatuuri arvutamine adiabaatilistel protsessidel. Nagu nägime eelmises paragrahvis, muutub ideaalse gaasi oleku adiabaatilisel muutumisel tema temperatuur. Ka reaalsete gaaside puhul esineb tihti protsesse, kus gaasi kokkusurumist või hõrendamist võib vaadelda adiabaatilise protsessina. Niisugused protsessid toimuvad näiteks plahvatusmootori silindris, Linde õhuveeldamismasinas, aurumasinas jm. Neis masinais gaasidega toimuvaid protsesse oleme õigustatud käsitlema adiabaatilistena selle tõttu, et nad kulgevad väga kiiresti, mistõttu märgatavat soojusvahetust ümbruskonnaga ei toimu.

Ideaalse gaasi temperatuuri muutumise arvutamiseks adiabaatilise protsessi kestel lähtume Poisson'i võrrandist

$$pV^{\varkappa} = \text{const.}, \tag{1}$$

kus p ja V on vaadeldava gaasihulga rõhk ning ruumala, kuna tema temperatuur algolekus olgu T.

Gaasi rõhk, ruumala ja temperatuur on omavahel seotud Clapeyroni-Mendelejevi võrrandiga

$$pV = RT;$$

siit

$$\frac{pV}{T} = R. \tag{2}$$

Et siduda temperatuuri gaasi ruumala ja rõhuga adiabaatilise protsessi korral, jagame võrrandi (1) pooled võrrandi (2) vastavate pooltega

$$\frac{pV^{\varkappa}}{\frac{pV}{T}} = \frac{\text{const.}}{R}.$$

Tähistades $\frac{\text{const.}}{R} = K$, saame

$$T \cdot V^{\varkappa - 1} = K. \tag{3}$$

Saadud seos väljendab gaasihulga temperatuuri ja ruumala vahelist olenevust adiabaatilisel protsessil.

Temperatuuri sidumiseks rõhuga võtame võrrandi (2) mõlemad pooled astmesse $\varkappa$:

$$\frac{p^{\varkappa} V^{\varkappa}}{T^{\varkappa}} = R^{\varkappa}$$

ning jagame saadud tulemuse vasaku ja parema poole võrrandi (1) vastavate pooltega:

$$\frac{p^{\varkappa} V^{\varkappa}}{T^{\varkappa} p V^{\varkappa}} = \frac{R^{\varkappa}}{\text{const.}}.$$

Tähistades $\frac{R^{\varkappa}}{\text{const.}} = K'$, saame

$$\frac{p^{\varkappa - 1}}{T^{\varkappa}} = K'.$$

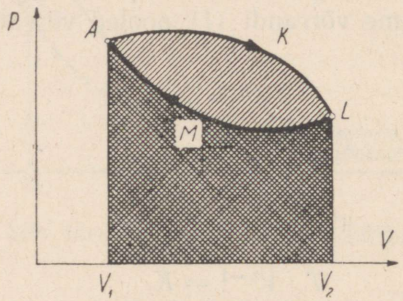
Siit

$$p^{\varkappa-1} = K'T^{\varkappa}. \qquad (4)$$

Viimast seost kasutatakse temperatuuri muutuste määramiseks gaaside kokkusurumisel või hõrendamisel.

274. Ringprotsessid. Termodünaamilise protsessi kulgemisel mingis kehas või kehade süsteemis muutuvad termodünaamilised parameetrid p, V ja T. Kui aga protsessi teostada nii, et keha lõppoleku parameetrid ühtivad algoleku parameetritega, siis nimetatakse protsessi ringprotsessiks ehk tsükliliseks protsessiks.

Olgu antud teatav hulk gaasi, mille algoleku parameetrid määravad pV diagrammil punkti A (joon. 360).



Joon. 360. Ringprotsessil tehtud töö hulk.

Kui selle gaasihulga parameetrid muutuvad mingi termodünaamilise protsessi tõttu, siis lõppoleku parameetrid määravad samal diagrammil teise punkti L. Protsessi ennast kujutab kõver AKL, kuna sel protsessil gaasi poolt tehtud tööhulka kujutab pindala, mida piiravad abstsisstelg, ordinaadid AV_1 ja LV_2 ning kõver AKL.

Viime nüüd gaasi mingi teise protsessi abil tagasi algolekusse A, teostades seega ringprotsessi. Kujutagu seda protsessi kõver LMA. Selle protsessi kestel tehtud tööhulka kujutab siis pindala, mida piiravad abstsisstelg, ordinaadid LV_2 ja AV_1 ning kõver LMA.

Nagu jooniselt näeme, on vaadeldaval juhul gaas teinud paisumisel ($V_2 > V_1$) rohkem tööd (positiivne töö), kui seda kulus tema tagasiviimiseks algolekusse (negatiivne töö). Järelikult peab sel ringprotsessil vabanema teatav tööhulk, mida saab ära kasutada (kasulik töö). Seda kasulikku tööd kujutab pindala, mida piirab kinnine kõver $AKLMA$ (ühekordselt viirutatud pindala).

275. Pööratavad ja mittepööratavad protsessid. Ringprotsesside seas eristame nn. p ö ö r a t a v a i d ja m i t t e p ö ö r a t a v a i d protsesse. Käsitledes ringprotsessi mõistet, seadsime tingimuseks, et temast osa võtva keha või kehade süsteemi termodünaamilised parameetrid oleksid protsessi lõpul samased lähteoleku parameetritega, kuid ei seadnud seejuures mingisuguseid tingimusi protsessist osa võtvat keha ümbritsevate kehade (ümbruskonna) suhtes. Tõepoolest, paragrahvis 274 käsitletud ringprotsessi puhul juhiti gaasi kokkusurumisel vabanenud soojushulgad ümbruskonda, mille tõttu ü m b r u s k o n n a t e r m o d ü n a a m i l i s e d p a r a m e e t r i d m u u t u s i d; samuti m u u t u s i d s o o j u s a l l i k a t e r m o d ü n a a m i l i s e d p a r a m e e t r i d soojuse ülekandumisel gaasi selle vajaliku paisumise esilekutsumiseks. Sisuline erinevus mittepööratava ja pööratava protsessi vahel seisabki selles, et pööratava protsessi lõpul peavad olema nii v a a t l u s a l u s e s t p r o t s e s s i s t o s a v õ t n u d k e h a kui ka ü m b r u s k o n n a t e r m o d ü n a a m i l i s e d ja e n e r g e e t i l i s e d p a r a m e e t r i d s a m a s e d. Niisiis on p ö ö r a t a v a p r o t s e s s i a i n s a k s l õ p p t u l e m u s e k s k õ i g i p r o t s e s s i g a s e o s e s o l n u d k e h a d e t a g a s i p ö ö r d u m i n e l ä h t e o l e k u s s e.

Pööratavate protsesside näiteina võib tuua 1) p e n d l i ideaalset, s. t. h õ õ r d u m i s v a b a v õ n k u m i s t, mida uurib teoreetiline mehaanika (matemaatilise pendli seadused); võnkeperioodi kestel toimub pendli potentsiaalse energia muundumine kineetiliseks energiaks ja vastupidi, kuid täisperioodi lõpul on nii pendli enese kui ka ümbruskonna kõik parameetrid samased nende lähteoleku parameetritega; 2) kindlalt suunatud kiirte levikut valgust mitte neelavas keskkonnas, kui nendele kiirtele anda a b s o l u u t s e l t p e e g e l d a v a p i n n a abil täpselt vastupidine suund; sellistel tingimustel peegeldunud kiired jõuavad lähtekohta tagasi, ilma et nende enestega või ümbruskonnaga oleks toimunud mingisuguseid energeetilisi või termodünaamilisi muutusi.

Mittepööratavatest protsessidest tuleb kõigepealt nimetada s o o j u s e l e v i m i s t. Me teame, et soojus levib ainult kõrgema temperatuuriga kehast madalama temperatuuriga kehasse ega ole mingit võimalust teda enam kõrgema temperatuuriga kehasse tagasi viia, nii et protsessi ainsaks lõpptulemuseks oleks mõlemate kehade termodünaamiliste ja energeetiliste parameetrite identsus lähteoleku parameetritega. Teiseks kuulub mittepööratavate prot-

sesside hulka iga hõõrdumisega liikumine. Hõõrdumise mittepööratavus seisab selles, et hõõrdumistungi ületamisel tehtav töö muundub soojuseks, mis levib madalama temperatuuri suunas laiali, põhjustades kogu protsessi mittepööratavust. Vedelike ja gaaside difusioon, samuti ka valguskiirte neeldumine keskkondades on mittepööratavad protsessid.

Nagu näeme, on looduses toimuvad reaalsed protsessid tegelikult mittepööratavad, kuna pööratavateks protsessideks võivad olla ainult idealiseeritud protsessid (näiteks pendli hõõrdumisvaba võnkumine).

276. Termodünaamika II printsiip. Termodünaamika I printsiibi kohaselt looduses toimuvate energialiikide vastastikuste muundumiste korral kasvab kahaneva energialiigi arvel ekvivalentselt mingi teise energialiigi hulk, kusjuures energia ühelt kehalt teisele ülekandumise vormiks on töö või soojus.

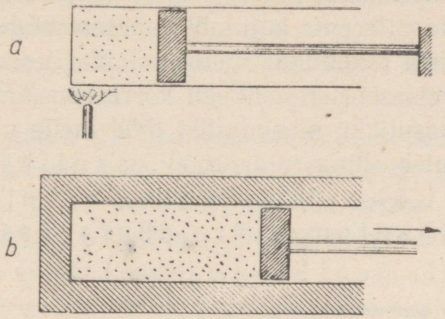
Termodünaamika II printsiip aga väidab, et kuigi töö ja soojus on ekvivalentsed, ei ole nad siiski võrdväärsed, sest kui töö võib alati kogu ulatuses muunduda soojuseks, siis soojus ei ole alati täies ulatuses tööks muundatav (ka idealiseeritud tingimusis), nagu näiteks soojusmasinate korral. Vastavalt sellele saab termodünaamika II printsiipi formuleerida järgmiselt: ei ole võimalik ehitada soojusmasinat, mille tegevuse ainsaks tulemuseks oleks soojuse muundumine tööks.

Nagu sellest sõnastusest näha, ei eita termodünaamika II printsiip soojuse täieliku tööks muundumise võimalust igal juhul, vähemalt idealiseeritud olukorras. Tõepoolest, sellised protsessid võivad esineda.

Olgu näiteks antud mingi silinder, milles kolvi abil on eraldatud välisõhust teatav hulk gaasi (töötav keha) rõhul, mis ületab välisrõhku. Ühtlasi tõkestame esialgu kolvi liikumist, mistõttu gaas ei saa paisuda ega mehaanilist tööd teha (joon. 361, *a*). Seejärel ühendame silindri soojusallikaga, samaaegselt kõrvaldades tõkke, mis takistas seni kolvi liikumist. Gaas, saanud võimaluse paisuda, lükkab kolbi edasi ning teeb välisrõhu tungide ületamisel mehaanilist tööd. Kui seejuures reguleerida soojuse juurdevoolu selliselt, et paisuva gaasi temperatuur püsib konstantsena (isotermiline paisumine: $\Delta T = 0$), siis muundub sellise idealiseeritud protsessi käigus kogu juurdeantav soojus tööks: $\Delta Q = \Delta A$. Gaasi pai-

sumine muidugi lõpeb niipea, kui tema rõhk on langenud välisrõhuni (joon. 361, *b*).

Kuid soojuse muundumine tööks ei ole sellel soojusmasina tegevuse ainsaks tulemuseks; teiseks tulemuseks osutub paisunud gaasi ruumala muutus.



Joon. 361. Seletuseks soojuse muundumise kohta tööks.

Ükski soojusmasin ei saa kestvalt töötada gaasi ühesuunalise paisumise arvel. Et kolvi abil eraldatud gaasihulk paisub, siis kahaneb tema rõhk varem või hiljem välisrõhuni ja kolb jääb seisma. Et seda gaasihulka sundida järjekindlalt töötama, tuleb ta viia jälle lähteolekusse (joon. 361, *a*). Surudes selleks gaasihulka isotermiliselt kokku, kulutame tema lähteolekusse viimiseks tööd täpselt niisama palju, kui palju seda teeb gaas paisudes. Korraldades kirjeldatud protsessi perioodiliselt, s. t. teostades korduvalt sama ringprotsessi, ei saa me gaasi paisumise arvel järelikult mingit võitu ning sellist masinat ei ole võimalik kasutada soojuse arvel saadava mehaanilise energia pideva allikana.

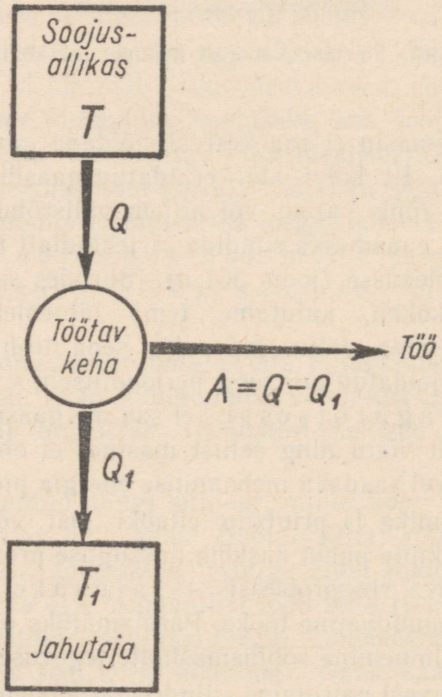
Termodünaamika II printsiip eitabki just võimalust ehitada soojusmasinat, mille puhul ükskõik missuguse protsessi — ka perioodiliselt korduva ringprotsessi — ainsaks tulemuseks oleks soojuse muundumine tööks. Paratamatuks osutub veel mingi teise tulemuse ilmnemine soojusmasinate tegevuse käigus.

Hetkel, mil gaasi paisumine silindris on lõppenud (joon. 361, *b*) ja algab tema kokkusurumine välistungide abil, tuleb silinder ühendada jahutajaga (kehaga, mille temperatuur on silindris oleva gaasi omast madalam), mis võimaldab gaasi kokkusurumist teostada algtemperatuurist madalama temperatuuri juures.

Sel juhul kulutame kokkusurumisel vähem tööd, kui gaas tegi paisudes kõrgemal temperatuuril.

Kui gaas on madalamal temperatuuril kokku surutud oma algruumalani, kõrvaldame jahutaja, ühendame silindri jälle soojusallikaga ning tõstame gaasi temperatuuri tema algtemperatuurini. Sellega taastub täielikult gaasi algolek.

Gaasi paisumisel vabanevate ja tema kokkusurumiseks kulutatavate tööhulkade diferents kujutabki enesest nüüd kasulikku tööd, mida võime rakendada meile vajalike eesmärkide saavutamiseks. Seda protsessi perioodiliselt korrates saame soojuse arvel vahetpidamata kasulikku mehaanilist tööd meile vajalikus hulgas, kuid seejuures tuleb silmas pidada, et kasulikku tööd saadakse ainult ühe osa soojuse arvel, kuna teine osa läheb kasutamatult jahutajasse üle.



Joon. 362. Soojusmasina tegevuse põhimõtteline skeem.

Niisiis perioodiliselt ringprotsessi teostava soojusmasina tegevuse teiseks tulemuseks on soojuse osaline üleminek töö-

tavalt kehalt (gaas) ümbruskonda (jahutaja), mille tõttu see osa soojusest jääb tööks muundamata.

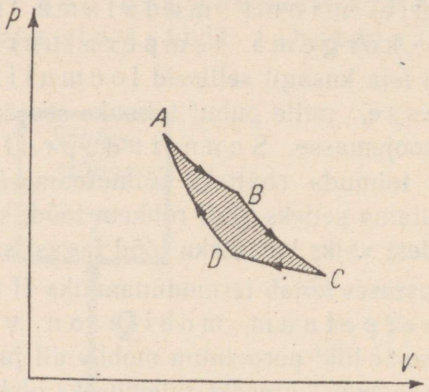
Vastavalt kirjeldatule võib iga soojusmasina ehitust ja tegevust skemaatiliselt kirjeldada alljärgnevalt (joon. 362). Soojusallikast, mille temperatuur on T, antakse töötavale kehale (näiteks gaas või aur) üle teatav soojushulk Q. Et soojusmasin võiks perioodiliselt töötada, tuleb paratamatult osa sellest soojusest Q_1 üle anda jahutajale, mille temperatuur on T_1, kusjuures $T_1 < T$. Kasulik töö A saadakse soojusallikalt saadud ja jahutajale üle antud soojushulkade vahe $Q - Q_1$ arvel.

Termodünaamika II printsiip on mitmeti sõnastatav. Näiteks Clausius formuleeris seda tõsiasja järgmiselt: soojus ei või iseenesest üle minna madalama temperatuuriga kehast kõrgema temperatuuriga kehasse. Tõepoolest, me ei leia kusagil selliseid loomulikke looduslikke protsesse, mille puhul toimuks soojuse üleminek külmemast kehast soojemasse. Sunnitud protsessina võib selline üleminek toimuda (näiteks külmutusmasinates), kuid sel juhul peame kulutama selleks alati rohkem tööd, kui sel viisil saadud soojushulkadest võiks kasulikku tööd tagasi saada.

Ostwaldi sõnastuses kõlab termodünaamika II printsiip järgmiselt: II liiki perpetuum mobile on võimatu. Seejuures mõistetakse II liiki perpetuum mobile all just niisugust soojusmasinat, mille tegevuse ainsaks tulemuseks oleks soojuse muundumine tööks. See masin võimaldaks hõlpsasti teisendada näiteks ookeanivetes peituvaid tohutuid soojushulki mehaaniliseks tööks, mida saaks kasutada praktiliselt piiramatutes hulkades, sest kui tarvitada soojust niisuguses ulatuses, nagu see toimub praegu kogu maakera tööstusmasinate käitamiseks, langeks ookeanide temperatuur umbes 1500 aasta jooksul 0,01° C võrra. Termodünaamika I printsiibiga ei ole selline masin vastuolus, sest energia jäävuse seaduse kohaselt võib teatav soojushulk muunduda temaga ekvivalentseks tööhulgaks. Termodünaamika II printsiibiga aga on selline masin täiesti vastuolus, sest merevee soojuse muundamisel tööks peaksime omama jahutajat madalama temperatuuriga kui merevee temperatuur, kuhu peaksime paratamatult ära juhtima ühe osa soojusest. Sellega on merevee soojuse praktiline kasutamine mõeldav ainult neis tingimusis, kus õhu temperatuur on tunduvalt madalam kui merevee temperatuur, mille puhul oleks võimalik õhku kasutada jahutajana (näiteks maakera polaaraladel).

277. Carnot' ringprotsess. Prantsuse füüsik Carnot[1] arendas esimesena välja ideaalsel gaasil töötava soojusmasina teooria ja näitas, et täiuslikem soojusmasin on selline, milles tööd saadakse pööratava ringprotsessi kaudu. Carnot' ringprotsess koosneb vaheldumisi kulgevatest isotermilistest ja adiabaatilistest protsessidest.

Iga soojusmasin võib kestvalt tööd teha, kui tema koosseisu kuuluvad soojusallikas, töötav keha ja jahutaja. Olgu soojusallika temperatuur T_1 ja jahutaja temperatuur T_2 ($T_1 > T_2$); seejuures olgu nende soojusmahtuvused väga suured, nii et masina töötamiseks vajaliku soojuse äravõtmine soojusallikast või juurdelisamine jahutajale ei muuda märgatavalt nende temperatuuri.



Joon. 363. Carnot' ringprotsess.

Esitame Carnot' ringprotsessi graafiliselt pV diagrammil (joon. 363). Olgu töötava keha — ideaalse gaasi — algoleku rõhk ja ruumala määratud diagrammil punktiga A, kuna tema temperatuur kokkupuutumise tõttu soojusallikaga on T_1. Võimaldame esialgu gaasil paisuda isotermiliselt; seejuures teeb gaas välistungide ületamisel tööd, ja et tema temperatuur selle tõttu ei langeks, peab soojusallikast temasse soojust vastavalt tehtud töö hulgale pidevalt juurde tulema.

Gaasi paisumise käiku kujutab pV diagrammil isoterm AB. Kui gaas on saavutanud temperatuuril T_1 oleku, mille ruumala ja rõhk on diagrammil määratud punktiga B, isoleerime gaasi soojusalli-

[1] Nicolas Leonard Sadi Carnot (1796—1832), prantsuse füüsik; kirjutas põhjapaneva töö termodünaamika alal.

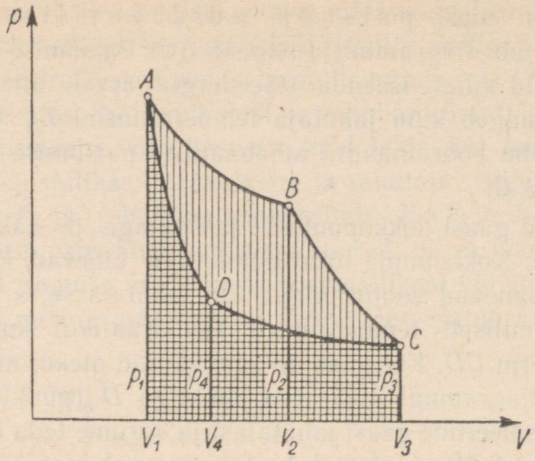
kast, lastes tal edasi paisuda adiabaatiliselt, millist protsessi kujutab diagrammil adiabaat BC. Paisumise kestel teeb gaas tööd nüüd ainult iseenda siseenergia arvel, mistõttu tema temperatuur langeb kuni jahutaja temperatuurini T_2. Olgu gaasi ruumala ja rõhu koordinaadid adiabaatilise paisumise lõpul määratud punktiga C.

Viime nüüd gaasi kokkupuutesse jahutajaga ja hakkame teda kokku suruma. Kokkupuute tõttu jahutajaga lähevad kõik kokkusurumisel vabanevad soojushulgad üle jahutajasse, s. t. protsess kulgeb isotermiliselt temperatuuril T_2. Graafikul kujutab seda protsessi isoterm CD. Kui gaas on saavutanud oleku, mille rõhk ja ruumala on diagrammil määratud punktiga D (punkti A läbival adiabaadil), isoleerime gaasi jahutajast ja surume teda edasi kokku adiabaatiliselt. Selle protsessi kestel suureneb gaasi siseenergia, mistõttu tema temperatuur tõuseb. Kui gaasi temperatuur on tõusnud T_1-ni, siis on saavutatud gaasi algolek nii temperatuuri kui ka kõigi teiste parameetrite mõttes (sest kokkusurumine toimus lähtudes punktist D, mis asetseb algolekut kujutavat punkti A läbival adiabaadil). Seda protsessi kujutab adiabaat DA. Seega oleme teostanud ringprotsessi, sest protsessist osa võtnud töötava keha termodünaamilised parameetrid on protsessi lõpul võrdsed lähteoleku parameetritega. Pealegi on vaadeldud protsess pööratav ringprotsess, sest eeldasime, et soojusallika ning jahutaja soojusmahtuvused on nii suured, et nende termodünaamiliste ja energeetiliste parameetrite muutumine protsessi vältel on kaduvväike, mistõttu võime ka väita, et nende alg- ja lõppoleku kõik parameetrid on samad, s. t. vaadeldud termodünaamilise protsessi ainsaks tulemuseks on tagasipöördumine lähteolekusse.

278. Soojusmasinate kasutegur. Eespool nägime, et soojust ei ole võimalik soojusmasinate abil täies ulatuses muuta kasulikuks tööks. Tekib küsimus, kui suur osa ühes või teises protsessis kasutada olevatest soojushulkadest muutub kasulikuks tööks ja millest sõltub selle osa suurus.

Olgu Q soojusallika poolt töötavale kehale antud soojushulk ja A selle arvel töötavalt kehalt saadud kasulik töö. Siis suhet $\eta = \frac{A}{Q}$ nimetatakse soojusmasina kasuteguriks.

Carnot' tsükli kohaselt töötava soojusmasina poolt ühe täisperioodi kestel tehtud tööhulga graafilisel määramisel (joon. 364)



Joon. 364. Carnot' tsükli kohaselt töötava soojusmasina poolt ühe tsükli kestel tehtud kasuliku töö graafiline määramine.

peame silmas, et gaasi paisumise kestel saadud tööd väljendab pindala, mida piiravad paisumise käiku väljendavad kõverad (isoterm AB ja adiabaat BC), ordinaadid p_1 ja p_3 ning abstsisstelje lõik V_1V_3. Gaasi kokkusurumisel tema viimiseks algolekusse teevad välistungid tööd, mis omakorda mõõtub pindalaga, mida piiravad isoterm CD ja adiabaat DA, ordinaadid p_3 ja p_1 ning abstsisstelje lõik V_3V_1. Kulutatud töö on väiksem saadud tööst, sest gaasi kokkusurumine toimub madalamal temperatuuril kui tema paisumine. Gaasi paisumisel saadud töö ja tema kokkusurumisel kulutatud töö diferents määrab saadava kasuliku töö ühe tsükli kestel. Jooniselt näeme otsekohe, et kasulik töö mõõtub pindalaga, mida piiravad protsessi käiku kirjeldavad kõverad, s. o. isotermid AB ja CD ning adiabaadid BC ja DA (joonisel ühekordselt viirutatud pindala).

Et tööks muundub ainult see osa soojusest, mis kujutab endast soojusallikalt saadud soojushulga Q ja jahutajale antud soojushulga Q_1 vahet, siis

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q - Q_1}{Q}.$$

Edasiseks aruteluks jaotame Carnot' tsükli üksikuteks osadeks (vt. joon. 364).

1) Gaas on soojusallika temperatuuril T ja paisub isotermiliselt (isoterm AB) ruumalalt V_1 ruumalani V_2. Kogu soojusallikalt

saadav soojushulk Q muundub sel ajal tööks, kusjuures saadud tööhulk

$$Q = A_1 = RT \ln \frac{V_2}{V_1} \text{ (vt. § 271).}$$

2) Gaas, omades algtemperatuuri T, paisub adiabaatiliselt ruumalalt V_2 ruumalani V_3 (adiabaat BC), tehes seejuures tööd oma siseenergia kahanemise arvel ning jahtudes paisumise kestel jahutaja temperatuurini T_1. Saadud tööhulk $A_2 = C_v\ (T - T_1)$, nagu seda nägime paragrahvis 254.

3) Gaas on jahutaja temperatuuril T_1 ja teda surutakse isotermiliselt kokku ruumalalt V_3 ruumalani V_4 (isoterm CD), kulutades selleks välistööd, mis kõik muutub soojuseks. Gaasi kokkusurumisel tekkiv soojushulk Q_1 juhitakse jahutajasse. Gaasi kokkusurumiseks kulunud tööhulk

$$Q_1 = A_3 = RT_1 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

4) Gaas, mille temperatuur on algul T_1, surutakse adiabaatiliselt kokku ruumalalt V_4 algruumalani V_1 (adiabaat DA). Kokkusurumiseks kulutatakse välistööd, mis muundub gaasi siseenergiaks, ning gaasi temperatuur tõuseb lähtetemperatuurini T. Kulutatud tööhulk $A_4 = C_v\ (T_1 - T)$.

Et adiabaatiliste protsesside käigus saadud tööhulk $A_2 = C_v\ (T - T_1)$ ja kulutatud tööhulk $A_4 = C_v\ (T_1 - T)$ on suuruselt võrdsed, kuid märgilt vastupidised, siis nende algebraline summa on null, s. t. Carnot' tsükli adiabaatiliste protsesside arvel me ei saa üldse kasulikku tööd.

Carnot' tsüklis esinevate adiabaatiliste protsesside üksikasjalisema analüüsi kaudu aga jõuame edasises arutelus väga vajalikule seosele. Tuletame meelde, et Poisson'i seaduse kohaselt on adiabaadil asetsevad punktid omavahel seotud võrrandi $TV^{\varkappa-1} = K$ kaudu. Ruumalad V_2 ja V_3 on ühel adiabaadil, kusjuures ruumala V_2 vastab temperatuurile T ja ruumala V_3 vastab temperatuurile T_1. Järelikult

$$TV_2^{\varkappa-1} = T_1V_3^{\varkappa-1}. \qquad (1)$$

Et ruumalad V_4 ja V_1 asetsevad samuti ühel adiabaadil ja vastavad samadele temperatuuridele T_1 ja T, siis

$$TV_1^{\varkappa-1} = T_1V_4^{\varkappa-1}. \qquad (2)$$

Jagades võrrandi (1) mõlemad pooled võrrandi (2) vastavate pooltega, saame:

$$\frac{TV_2^{\varkappa-1}}{TV_1^{\varkappa-1}} = \frac{T_1V_3^{\varkappa-1}}{T_1V_4^{\varkappa-1}},$$

millest

$$\frac{V_2^{\varkappa-1}}{V_1^{\varkappa-1}} = \frac{V_3^{\varkappa-1}}{V_4^{\varkappa-1}}$$

ehk

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}. \qquad (3)$$

Pöörame nüüd tähelepanu Carnot' tsüklis esinevate isotermiliste protsesside kestel saadud ja kulutatud tööhulkade (A_1 ja A_3) vahekorrale.

Saadud tööhulk $A_1 = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ ning kulutatud tööhulk $A_3 = RT_1 \ln \frac{V_3}{V_4}$, kusjuures $A_1 > A_3$, sest $T > T_1$. Seega kasulik töö Carnot' tsükli kohaselt töötavas soojusmasinas saadakse isotermiliste protsesside kaudu ning kasulik töö $A = A_1 - A_3 = Q - Q_1$.

$$\eta = \frac{Q - Q_1}{Q} = \frac{RT \ln \frac{V_2}{V_1} - RT_1 \ln \frac{V_3}{V_4}}{RT \ln \frac{V_2}{V_1}}.$$

Taandamisel R-ga:

$$\eta = \frac{T \ln \frac{V_2}{V_1} - T_1 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T \ln \frac{V_2}{V_1}}.$$

Et aga seose (3) kohaselt $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$, siis ka

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \frac{V_3}{V_4} \text{ ja}$$

$$\underline{\eta = \frac{T - T_1}{T}},$$

kus T ja T_1 on vastavalt soojusallika ning jahutaja absoluutsed temperatuurid.

Seega Carnot' soojusmasina kasutegur sõltub ainuüksi soojusallika ning jahutaja temperatuurist.

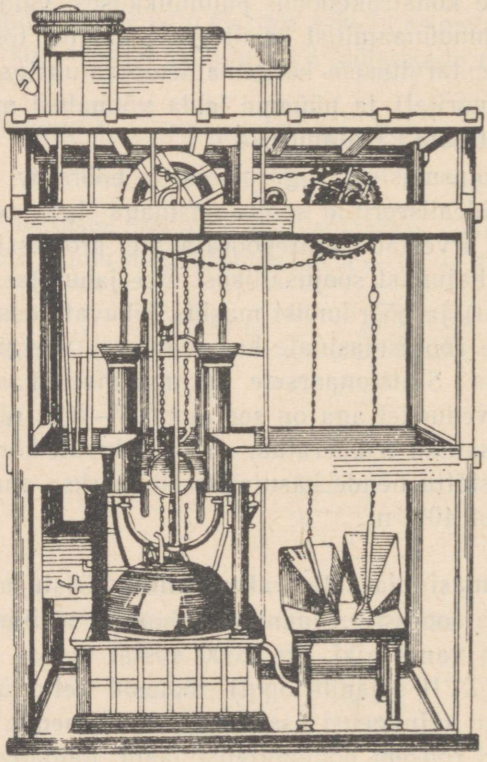
Et absoluutne null on praktiliselt saavutamatu, siis on alati $T_1 > 0$ ja $T - T_1 < T$; seega nende jagatis $\eta = \frac{T - T_1}{T} < 1$, missugune tulemus samuti vastab tõsiasjale, et soojus ei muundu praktiliselt kunagi täies ulatuses tööks. Soojuse täies ulatuses tööks muundumine oleks võimalik näiteks siis, kui jahutaja temperatuur $T_1 = 0°\ K$. Sel korral oleks ka $\eta = \frac{T - 0}{T} = 1$.

Nagu näeme, ei oleks ka ideaalsetes soojusmasinates, kus puuduksid igasugused soojuslikud kaod ja hõõrdumised, võimalik soojust täies ulatuses kasulikuks tööks muundada; selle põhjus peitub mitte masinate konstruktsiooni puudulikkuses, vaid soojuse enda olemuses. Termodünaamilist kasutegurit saame tõsta ainult sel teel, et võtame tarvitusele kõrgema temperatuuriga soojusallikad (plahvatusmootoritel) ja püüame leida võimalusi madalatemperatuuriliste jahutajate kasutamiseks.

Carnot' soojusmasina ringprotsess on pööratav, seega on meil siin tegemist idealiseeritud soojusmasinaga. Igas reaalses soojusmasinas tuleb arvestada mittepööratavate protsesside olemasolu, nagu soojuse hajumist soojusallikast otse jahutajasse (katlast või mootorist õhku) ja hõõrdumist masina liikuvate osade vahel. Seetõttu reaalsete soojusmasinate kasutegur on veelgi väiksem kui ideaalsete oma. Statsionaarsete aurumasinate kasutegur ulatub kuni 15%-ni, veduritel aga on see ainult 7—8%; plahvatusmootoritel on soojusallika temperatuur (T) tunduvalt kõrgem kui aurumasinatel, mistõttu nende kasutegur on märksa suurem, ulatudes diiselmootoritel 40%-ni.

279. Aurumasin ja selle rakendamine tööstusmasinana. Katseid rakendada soojust mehaanilise liikumise tekitamiseks veeauru abil tehti juba vanal ajal, ligi 2000 aastat tagasi (Heroni kuul). Uuemal ajal (XVII sajandi lõpul) töötasid selle ülesande kallal Boyle ja Papin (Huygensi assistent), kuid nende poolt saadud tulemused olid rohkem põhimõttelist laadi, näidates, et soojus on kasutatav mehaanilise liikumise tekitamiseks; praktilist kasutamist nende leiutised oma ebaotstarbeka konstruktsiooni tõttu ei leidnud. Pealegi ei pühendatud nendele katsetele üldsuse poolt erilist tähelepanu, sest tootlikud jõud olid feodalismi lõpuaastail Lääne-Euroopas siiski veel niivõrd madalal tasemel, et puudus konkreetne vajadus suurema võimsusega energiaallika järele, kui seda oli vesiratas või töötajate lihaste jõud. Kapitalistlik tootmisviis oma kiiresti kas-

vava kaubatoodanguga aga nõudis paratamatult võimsamaid seadeldisi massiliselt kasutusele võetud tööstusmasinate käitamiseks. Kivisöe kaevandamisel näiteks oli üheks põhiliseks raskuseks see, et kaevanduskäikudesse valgus põhjavesi, mida ei suudetud küllalt kiiresti sealt ära pumbata. 1711. aastal konstrueeris inglise tööline Newcomen auru jõul töötava veepumba kaevanduste jaoks. Kuigi ka selle masina konstruktsioon oli veel äärmiselt ebatäiuslik, kuigi ta oli kohmakas ja nõudis väga suurt kütteaine kulu, täitis ta siiski oma ülesannet, kinnitades seega võimalust soojuse rakendamiseks tootmisprotsessis.



Joon. 365. Polzunovi kahesilindriline aurumasin.

Esimene, kes mõistis, et soojusmasin ei ole ainuüksi veepumba lahutamatu osa, vaid on palju otstarbekamalt rakendatav universaalse jõuallikana mitmesuguste tööstusmasinate käitamisel, oli vene mehaanik I. I. Polzunov (1728—1766). Seoses oma pro-

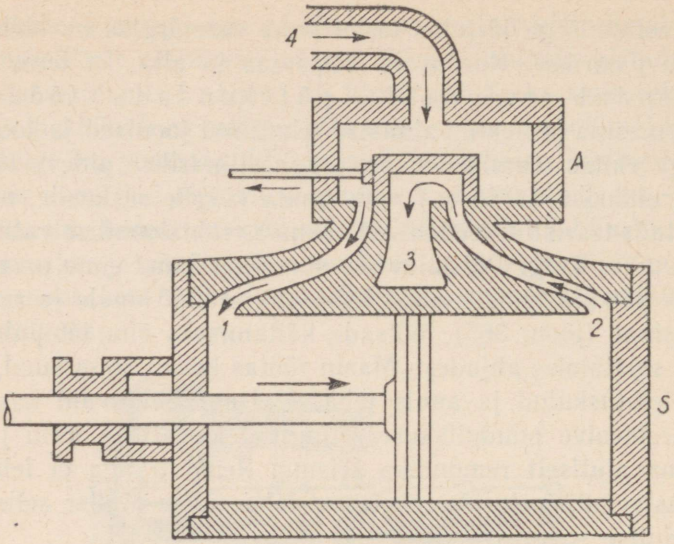
jektide esitamisega kirjutas ta, et tema eesmärgiks on «teha tuld inimeste teenriks». Korduvalt kriipsutas ta alla, et tema masin «kergendab tulevaste põlvkondade tööd». Ta koostas masina projekti, valmistas tehnilised joonised ja koos kahe abilisega ehitas maailma esimese kahesilindrilise pideva töötsükliga aurumasina (1766. a.), vaatamata kõigile raskusile, mis tal tuli ületada tsaristlik-feodaalse Venemaa reaktsioonilise valitsemiskorra juures. Kuigi Polzunov ise suri paar kuud enne oma «tulemasina» käikulaskmist, viisid tema abilised töö lõpule ja rakendasid masinat (joon. 365) lõõtsade käitamiseks õhu läbipuhumisel hõbeda sulatamise ahjudest. Masin töötas kokku kolm kuud, kattis kiiresti ehituskulud ja andis tehasele isegi tunduvaid kasumeid, kuid järelevalve puudulikkusest tingitud katlarikke tõttu jäeti ta «esialgu» ajutiselt remondiks seisma. Remonti aga ei tehtud ja kaks aastat hiljem laskis sakslasest tehaseülem Möller selle suure vene leiutise sootuks lammutada.

Alles 20 aastat pärast Polzunovi konstrueeris inglane J. Watt aurumasina, mida hakati laialdaselt kasutama jõuallikana tööstusmasinate käitamiseks.

Varsti leidis aurumasin kasutamist ka transpordis. Ilmusid esimesed aurumasinatega rataslaevad (Fulton 1807. a.) ja vedurid (Stephenson 1829. a.).

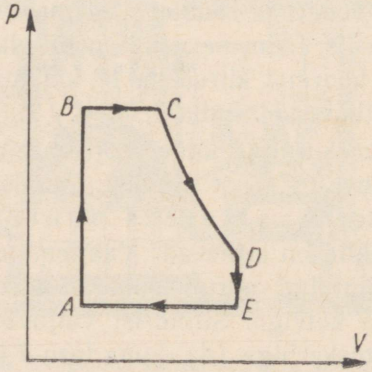
Mõni aasta hiljem (1834. a.) ehitasid isa ja poeg Tšerepanovid iseseisvalt esimese veduri ja raudtee Venemaal maagi veoks Nižni Tagili tehastes Uraalis. Esimene nende poolt ehitatud vedur suutis vedada 3,5-tonnist koormat kiirusega 15 km tunnis. 1835. aastal ehitatud vedur suutis vedada juba 7 tonni.

Aurumasin on veeauruga töötav soojusmasin ja tema tegevustsükkel erineb tunduvalt Carnot' tsüklist. Reaalsete soojusmasinate tsükleid nimetatakse reaalseteks tsükliteks ja eri liiki soojusmasinate tsüklid on erinevad. Vaatleme aurumasina tsüklit. Joonisel 366 on kujutatud aurumasina silinder (*S*) koos temas edasi-tagasi liikuva kolviga. Silindrist väljuvad torud *1* ja *2* on ühenduses aurujaotuskarbiga (*A*), kuna toru *3* ühendab aurujaotajaga kaetud ruumi välisõhuga. Toru *4* kaudu on aurujaotuskarp ühendatud aurukatlaga. Hetkel, mil aurujaotaja avab toru *1*, satub silindris kolviga eraldatud vasakpoolne osa otseühendusse aurukatlaga, mille tõttu selles osas aururõhk järsult tõuseb katlas valitseva rõhuni ja temperatuur suureneb katla temperatuurini. Rõhu kasv maksimaalse suuruseni toimub aga nii kiiresti, et kolb oma



Joon. 366. Aurumasina silinder ja aurujaotaja.

inertsi tõttu ei suuda veel märgatavalt paigast liikuda. Seega rõhu suurenemine silindri vasakpoolses osas toimub praktiliselt konstantse ruumala juures — protsess on isokooriline ja seda kujutab joonisel 367 isokoor *AB*.



Joon. 367. Aurumasina tsükkel.

Auru survel hakkab kolb liikuma paremale, kuid rõhk silindri vasakpoolses osas püsib konstantsena, sest katlast läbi aurujaotuskarbi silindri vasakpoolsesse ossa tulev aur hoiab rõhu

suuruse võrdsena rõhuga aurukatlas — protsess on isobaariline ja seda kujutab joonisel 367 isobaar *BC*. Ka temperatuur jääb võrdseks katla temperatuuriga. Kui kolb on jõudnud umbes silindri keskele, suleb aurujaotaja auru juurdevoolu toru *1* kaudu silindri vasakpoolsesse ossa, kuid kõrge rõhu tõttu jätkub sinna eraldatud auru paisumine ja nimelt adiabaatiliselt, sest kolvi väga kiire edasiliikumise, seega paisumise lühikese kestuse tõttu osutub soojuse üleminek ümbruskonda läbi silindri seinte tähtsusetuks. Joonisel 367 kujutab seda protsessi osa adiabaat *CD*. Adiabaatilise paisumise kestel langeb paisuva auru temperatuur.

Hetkel, mil kolb on jõudnud äärmisse parempoolsesse asendisse, ühendab aurujaotaja toru *1* väliskeskkonnaga (näiteks õhuga) ja toru *2* aurukatlaga. Silindri vasakpoolses osas langeb auru rõhk järsult välisrõhuni ja temperatuur väliskeskkonna (jahutaja) temperatuurini. Arvesse võttes seda, et rõhu järsk langus toimub hetkel, mil kolb, muutes oma liikumise suuna vastupidiseks, praktiliselt seisatab, seega eraldatud auru ruumala ei muutu, saame seda protsessi vaadelda isokoorilisena ja seda kujutab joonisel 367 isokoor *DE*.

Kolvi tagasiliikumisel on silindri vasakpoolne osa aurujaotaja kaudu kogu aeg ühenduses väliskeskkonnaga, mille tõttu kolvi poolt väljatõugatava «töötanud» auru rõhk püsib välisrõhu suuruses ja temperatuur jahutaja temperatuuril. Seega on tegemist isobaarilise protsessiga, mida joonisel 367 kujutab isobaar *EA*.

Kolvi jõudmisel lähteasendisse kordub algusest peale kogu tsükkel.

Tavaliste silinderaurumasinate kasutegur on suhteliselt väike (vt. § 278) ja nad leiavad käesoleval ajal suhteliselt väikest kasutamist peamiselt raudteel (auruvedurid) ning teatud määral ka põllumajanduses statsionaarsete jõuallikatena (lokomobiilid).

XVII. AGREGAATOLEKUTE MUUTUSI

Aine agregaatolek sõltub füüsikalistest tingimustest, mis valitsevad vaatlusmomendil selles aines. Üldiselt määravad aine agregaatolekut peamiselt *temperatuur* ja *rõhk*. Absoluutse nulli vahetus läheduses on kõik ained tahkes olekus, välja arvatud heelium, mida ei saa rõhku kasutamata (~26 at) tahkestada. Temperatuuri tõusmisel hakkavad tahked ained *veelduma*, s. t. üle minema vedelasse olekusse, ja veel kõrgemate temperatuuride puhul lähevad nad vedelast olekust gaasilisse.

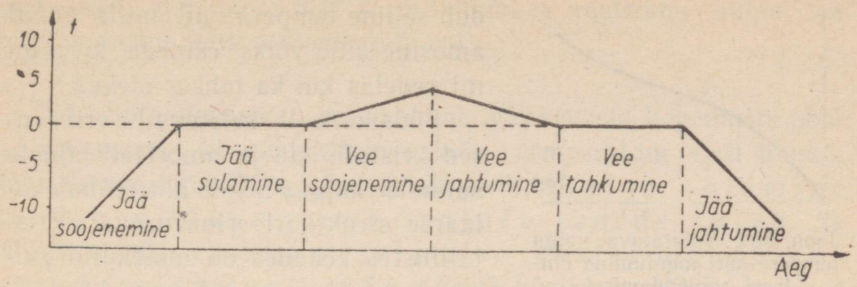
Temperatuure, millede puhul toimub aine üleminek ühest agregaatolekust teise, nimetatakse selle aine *teisendumistäppideks*.

280. Kristalliliste ja amorfsete ainete sulamine ning tahkumine. Aine üleminekut tahkest olekust vedelasse nimetatakse *sulamiseks*.

Uurides suurt hulka aineid, leiame, et kristalliliste ainete sulamise käik erineb amorfsete ainete omast. Vaatleme kõigepealt mingi kristallilise aine, näiteks jää sulamist. Olgu meil jäätükk, mille algtemperatuur on —10°C. Seda jäätükki ühtlaselt soojendades märkame, et tema temperatuur tõuseb samuti kaunis ühtlaselt. Jõudes aga 0°-ni, lõpeb jäätüki temperatuuri tõusmine, vaatamata edasisele soojendamisele; jääst tekkinud vee temperatuur on samuti 0° C. Nii näeme, et 0° C puhul võib vesi esineda nii tahkes kui ka vedelas olekus.

Edasi tõuseb juba jääst tekkinud vee temperatuur, kuigi tunduvalt aeglasemalt jää omast (joon. 368), sest vee erisoojus on üle kahe korra suurem jää erisoojusest.

Aine üleminekut vedelast olekust tahkesse nimetatakse *tahkumiseks*. Vett pidevalt jahutades märkame, et tema temperatuur langeb esialgu kuni 0°-ni, kuhu jääb püsima, vaatamata edasisele jahutamisele, kuni kogu vee hulk on muutunud jääks. Siis alles jätkub juba jää temperatuuri langus (joon. 368).



Joon. 368. Temperatuuri muutumise käik jäätüki ühtlasel soojendamisel ning temast tekkinud vee jahutamisel.

Nagu katsetest selgub, on temperatuuri püsivus sulamise ja tahkumise kestel omane just kristallilistele ainetele, kusjuures seda püsivat temperatuuri, mille puhul antud aine sulab, nimetatakse selle aine sulamistemperatuuriks. Et aga rõhu muutumisel muutub teatavas ulatuses ka aine sulamistemperatuur (vt. § 283), siis antakse tabelites ühtluse mõttes sulamistemperatuurid normaalrõhu korral.

Võttes kokku põhilised tõsiasjad, mis on seotud kristalliliste ainete sulamise ja tahkumise nähtusega, võime öelda, et:

1) Iga aine sulab (tahkub) temale omasel kindlal sulamis- (tahkumis-) temperatuuril, mis oleneb rõhust.

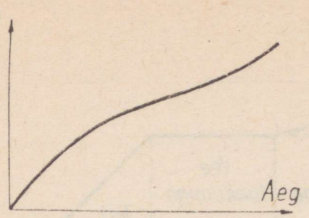
2) Sulamine (tahkumine) kestab niikaua, kuni soojust juurde tuleb (ära võetakse).

3) Sulamise (tahkumise) kestel on sulava (tahkuva) aine temperatuur jääv.

4) Aine sulamistemperatuur on võrdne tema tahkumistemperatuuriga.

Nagu juba eespool tähendatud, toimub amorfsete ainete sulamine teisiti kui kristalliliste ainete sulamine. Soojendades näiteks vaigutükki, märkame, et see hakkab järjest pehmenema kuni täieliku veeldumiseni. Seejuures ei leidu, vastandina kristallilistele ainetele, soojendamise kestel niisugust kindlat peatust temperatuuri tõusus, mida võiks arvesse võtta näiteks vaigu sulamistemperatuurina (joon. 369).

Kokku võttes võib öelda, et amorfse aine sulamine toimub järkjärguliselt, kindla oleku muutumise momendi olemasoluta, s. t. puu-



Joon. 369. Sulatatava vaigu temperatuuri muutumine ühtlasel soojendamisel.

dub selline temperatuur, mille puhul amorfne aine võiks esineda korraga nii vedelas kui ka tahkes olekus.

Füüsikaliselt seletuvad erinevused kristalliliste ja amorfsete ainete sulamise käigus nende ainete molekulaarse struktuuri erinevusega. Kristallilistes kehades on molekulid paigutatud korrapäraselt — ruumvõrena — ja see korrapärasus jääb püsima ka soojendamise kestel. Soojendamine kajastub esialgu ainult ruumvõret moodustavate molekulide võnkumisamplituudide suurenemises ja keskmise kiiruse kasvus, seega molekulide eemaldumises üksteisest ning nende vahel valitsevate molekulaartõmbetungide nõrgenemises. See kestab teatava kriitilise momendini, mil ruumvõret koos hoidvad molekulaartõmbetungid vähenevad sedavõrd, et ruuumvõre «variseb kokku» kaootiliseks molekulide kogumiks, mis kujutab endast juba vedelikku.

Tahke amorfse aine molekulide paigutus aga on juba iseenesest kaootiline ja mingit molekulaar-struktuurilist muutumist molekulide paigutuse kaotiseerumise näol ei saa enam kõne alla tulla. Soojendamise kestel molekulidevahelised tõmbetungid järjest nõrgenevad — aine pehmeneb, tema molekulid omandavad suurema liikuvuse ning ta muutub lõpuks tavaliseks vedelikuks. Jahtumisel hakkavad selle vedeliku molekulid üksteisele lähenema ja tõmbetungid nende vahel suurenevad, mis omakorda põhjustab vedeliku viskoossuse kasvu, kuni keha saab iseseisvalt säilitada oma kuju. Need tõsiasjad võimaldavad meil vaadelda tahkeid amorfseid aineid kui väga suure viskoossusega vedelikke.

Tavaliselt on metallide sulami sulamistemperatuur madalam kui sulami koostisse kuuluvate metallide sulamistemperatuurid. Nii näiteks sulab jootetina, mis koosneb ligi kahest osast tinast ja ühest osast seatinast (63% Sn ja 37% Pb), temperatuuril 181° C, tema mõlemad komponendid aga sulavad hoopis kõrgematel temperatuuridel (sulamistemperatuure vt. tabel 36). Sulam, mis kannab Woodi metalli nimetust, koosneb kadmiumist, tinast, seatinast ja vismutist vahekorras 4,5:6,0:10,3:10,4. Ta sulab juba 65,5° C puhul, kuigi ühegi tema komponendi sulamis-

temperatuur pole alla 230° C. Kaaliumi ja naatriumi sulam on vedelas olekus juba toatemperatuuril.

281. Sulamissoojus. Me kaldume igapäevaste kogemuste põhjal arvamusele, et soojendatava keha temperatuur alati tõuseb, kuid paragrahvis 280 nägime ühelt poolt, et *aine sulamine kestab niikaua, kuni soojust juurde tuleb*, ja teiselt poolt, et *kogu sulamise kestel on sulava aine temperatuur jääv*. Tekib küsimus, milleks kuluvad sulamise kestel ainele juurde antavad soojushulgad, kui nende mõju ei kajastu aine temperatuuri tõusus. Kuidas toimuvad sulamisel molekulaarsed protsessid, pole veel täies ulatuses selgitatud, kuid üldjoontes võib asja kujutleda järgmiselt.

Keha soojenemisel sulamistemperatuurini kasvavad molekulide kiirused sedavõrd, et tahkes kehas valitsevad tugevad molekulaartõmbetungid ei suuda enam molekule kindla tasakaaluasendi piirkonnas hoida ja kindlakujuline ruumvõre hakkab lagunema kaootiliseks molekulide kogumiks, mis kujutab endast vedelikku. Aine ruumvõre purustamiseks kulub aga teatav hulk tööd, mida saadakse soojuse arvel. Nii näeme, et sulamise kestel juurde antavad soojushulgad kuluvad tahke keha molekulaartõmbetungide ületamiseks, mitte aga molekulide kiiruste suurendamiseks, mistõttu ei tõuse ka sulava keha temperatuur. Järelikult aine sulatamiseks kuluvate soojushulkade arvel suureneb aine *molekulaarpotentsiaalne*, mitte aga *molekulaarkineetiline energia*. Et määrata ühe või teise keha sulatamiseks vajalikke soojushulki, antakse tabelites vastavate ainete sulamissoojused kalorites 1 g aine kohta, mõistes *aine sulamissoojuse all soojushulka kalorites, mis kulub 1 g selle aine sulatamiseks tema sulamistemperatuuril*. Aine sulamissoojust defineeritakse selle aine sulamistemperatuuril selle tõttu, et sulamissoojus sõltub teataval määral temperatuurist, mille puhul aine sulab.

Tahkumisprotsessi kestel vabaneb sulatamiseks kulunud soojus *tahkumissoojuse* näol, s. t. aine tahkumissoojus võrdub sulamissoojusega.

282. Keha ruumala muutumine sulamisel. Juba sulatatava keha soojendamisel suureneb molekulidevaheline keskmine kaugus. Nagu nägime, on see kaugus sulamise alguseks kasvanud nii suu-

Tabel 36

Sulamistemperatuurid ja sulamissoojused

Aine	Sulamis-temperatuur °C	Sulamis-soojus $\frac{cal}{g}$	Aine	Sulamis-temperatuur °C	Sulamis-soojus $\frac{cal}{g}$
Alkohol (etüül-)	—114,4	24,9	Plaatina	1768	27,2
Alumiinium	659,7	76,8	Raadium	960	—
Bensool	5,4	30,3	Raud	1535	30
Broom	—7,3	16,2	Seatina	327,4	5,9
Eeter (etüül-)	—117,6	23,5	Süsihappegaas	—57	45,3
Elavhõbe	—38,87	2,82	Süsinik (amorfne)	3900 (subl.)	—
Gallium	29,75	—			
Glütseriin	17	—	Tantaal	2850	—
Hapnik	—218,4	3,3	Teras	1300—1400	49
Heelium	—272,2	—			
Hõbe	960,5	21	Tina	231,9	14
Kadmium	320,7	13,7	Tsink	419,5	28,1
Klaas	800—1400	—	Vask	1083	42
Kuld	1063	15,8	Vesi	0	79,7
Lämmastik	—209,9	6,1	Vesinik	—259,1	14,0
Nikkel	1455	73,8	Vismut	271,3	12,6
Osmium	2700	—	Volfram	3370	—

reks, et molekulaartõmbetungid ei suuda keha molekule enam korrapärase ruumvõrena koos hoida. Sulamisel, s. t. ruumvõre täielikul lagunemisel, suurenevad molekulidevahelised kaugused veelgi. Siit tuleb järeldada, et s u l a m i s e l k e h a r u u m a l a k a s v a b. Ümberpöördult, t a h k u m i s e l k e h a r u u m a l a k a h a n e b.

Ainehulga ruumala muutumine sulamisel ja tahkumisel kajastub selle aine tiheduses. Kui võtta arvesse, et sulamisel suureneb ainult keha ruumala, kuna tema mass jääb muutumatuks, siis on ilmne, et sulanud aine tihedus on väiksem kui sama aine tihedus tahke oleku korral. Visates näiteks vedelasse naftaliini tüki tahket naftaliini, näeme, et see vajub põhja.

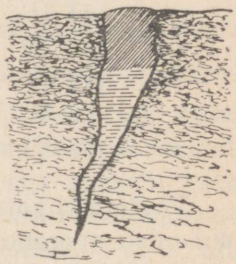
Selline ruumala ja tiheduse muutumine sulamisel on omane rõhuvale enamikule ainetest, kuid esineb siiski ka erandeid. Nii näiteks jää tihedus on väiksem kui vee tihedus, s. t. jää sulamisel kahaneb ruumala (umbes 11%). Sama omadusega on veel malm, vismut, gallium ja rida teisi aineid. Lähemal uurimisel selgub, et

siingi ei ole tegemist mingi sisulise erandlikkusega. Nimelt ei paikne nende ainete kristallikesed kehas küllalt tihedalt üksteise kõrval, mistõttu nende vahel esinevad tühikud. Sulamisel need tühikud täituvad ja aine ruumala väheneb.

Vee paisumine tahkumisel omab looduses erakordselt suurt tähtsust. Nii näiteks ei vaju jõgedel, järvedel ja teistel veekogudel tekkiv jää põhja, vaid jääb tahke kattena veepinnale püsima. Jää halva soojusjuhtivuse tõttu ei külmu küllalt sügavad looduslikud veekogud põhjani, mis võimaldab kaladel ja teistel vees leiduvatel elusolenditel vigastamatult talve üle elada.

Vee paisumisest tingitud rõhumine tahkumisel on väga suur. Seda võime demonstreerida, täites umbes 1 cm paksuste seintega õõnsa malmkuuli ääreni veega ja sulgedes tema avause erilise malmist kruvikorgiga. Vee külmumisel jääks puruneb kuul.

Vee jõuline paisumine tahkumisel põhjustab aja jooksul isegi kaljude purunemist. Sügisel väikestesse kaljulõhedesse kogunenud vesi külmub esialgu pealt, moodustades seega kindla korgi (joon. 370). Alumised veekihid osutuvad lõhesse suletuks ja nende külmumisel tekkiva paisumisrõhu tõttu lõhe suureneb. Aastate jooksul võib selline järkjärguline lõhestumine põhjustada suurte kivipankade eraldumist kaljude küljest. Hiljem lagunevad need eraldunud kivimürakad samal põhjusel järjest väiksemateks ja peenemateks tükkideks. Nii toimub looduses alatiselt kaljude murenemine.



Joon. 370. Kivi lõhestumine tahkuva vee mõjul.

Külma kahjustav mõju elusorganismidele on põhjustatud peamiselt rakkudes leiduvate mahlade külmumisest ja sellega seotud paisumisest, mis põhjustab elusorganismide kudede purunemist.

283. **Sulamistemperatuuri olenevus rõhust.** Suurendades rõhku sulatatavale kehale, takistame molekulide eemaldumist üksteisest, seega pidurdame sulamisprotsessi ennast. Järelikult peab rõhu suurenemisel aine sulamistemperatuur tõusma. Katsed tõepoolest kinnitavadki seda arutlust, kuigi sulamistemperatuuri tõus rõhu tõttu on väga väike — mõni tuhandik kraadi rõhu suurenemisel 1 at võrra.

Katsed näitavad, et sulamistemperatuur tõuseb rõhu kasvades

nendel ainetel, millede ruumala sulamisel suureneb. Ümberpöördult, nende ainete puhul, millede ruumala sulamisel väheneb, langeb sulamistemperatuur rõhu kasvades. Nii näiteks langeb jää sulamistemperatuur ca 0,008° C rõhu suurenemisel 1 at võrra. Suurte rõhkude mõjul võib aine sulamistemperatuur tunduvalt muutuda. Juba rõhul 630 at sulab jää —5° C juures, rõhul 1160 at sulab ta —10° C juures ja rõhul 2200 at —22° C juures.

Tuleb lisaks veel tähendada, et meile igapäevasest elust tuntud, normaaltingimustel tekkinud jää on ainult üks tahke vee liike. Jälgides vee tahkumist järjest suurenevatel rõhkudel (kuni 30 000 at), on leitud, et jää võib esineda kuue eri liigina. Neist on veest väiksema tihedusega ainult meile tuntud modifikatsioon jää I (ujub veepinnal), kuna kõik teised on veest tihedamad (vajuvad vees põhja), ja nimelt:

jää I	veest	väiksema	tihedusega	(ca 11%)
jää II	„	suurema	„	(ca 20%)
jää III	„	„	„	(ca 3%)
jää IV	„	„	„	(ca 12%)
jää V	„	„	„	(ca 8%)
jää VI	„	„	„	(ca 12%)

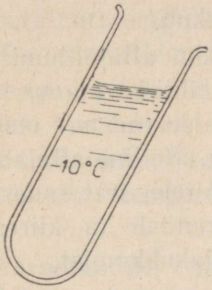
Vastavatel katsetamistel selgus, et mõningate nende jää liikide sulamistemperatuurid on märksa kõrgemad kui 0° C. Nii näiteks püsib jää VI rõhul 20 000 at tahkena veel +75° C puhul.

Jää I teisendub jääks II või jääks III (olenevalt temperatuurist, mille puhul toimub üleminek) rõhul umbes 2200 at.

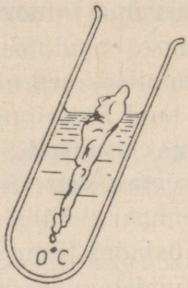
284. Allajahutamine. Kui soojendada normaalrõhu puhul kristallilist ainet tema sulamistemperatuurini, siis hakkab see aine kindlasti sulama. Kui aga temast tekkinud vedelikku ettevaatlikult põrutusteta jahutada, võib tema temperatuuri viia *tahkumistemperatuurist* tunduvalt *allapoole*. Seda nähtust nimetatakse vedeliku *allajahutamiseks*.

Täiesti puhast vett on hõlpus jahutada alla —10° C (joon. 371) ja kõigi ettevaatusabinõude tarvituselevõtmisel isegi kuni —42° C. Kui katseklaasis allajahutatud vett pisut põrutada või visata sellesse pisike jäätükike, siis muutub osa sellest veest silmapilkselt jääks, kuna teise osa temperatuur tõuseb null kraadini (joon. 372). Kui kontrollida samas ka jää temperatuuri, siis selgub, et see on samuti 0° C.

Katsume selgusele jõuda, miks tahkub ainult osa allajahutatud veest ja miks tõuseb allajahutatud vee, samuti ka temast tekkinud jää temperatuur.



Joon. 371. Allajahutatud vesi katseklaasis.



Joon. 372. Allajahutatud vee tahkumine.

Me teame, et vee muutumisel jääks vabaneb tahkumissoojus $\left(\text{ca } 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}\right)$. Just see vabanev tahkumissoojus põhjustabki allajahutatud vee ja jää temperatuuri tõusu. Nüüd on ühtlasi selge, miks ei tahku kogu vesi. Sel korral peaks jää temperatuur vabanenud soojuse arvel tõusma kaugelt üle 0° C, mis on aga võimatu, sest jää hakkab 0° puhul otsekohe sulama, tarvitades ära vabaneva soojuse ja tekitades sulamisel 0°-se vee. See tähendabki, et ainult osa allajahutatud veest tahkub, kuna jää ja ülejäänud vee temperatuur tõuseb 0°-ni.

Missugust osa etendab allajahutatud vee põrutamine või kuitahes väikese jääkristallikese viskamine temasse tahkumise esilekutsujana? Asi seisab selles, et tahkumisel toimub vedeliku molekulide koondumine korrapärastesse gruppidesse (ruumvõre). Igasugune kindlakujuline korraldamine on raskemalt teostatav kui kaotiseerimine. Seetõttu ei toimu jahutatava vedeliku tahkumine kaugeltki sellise järjekindlusega nagu tahke keha sulamine. Ruumvõre kasvamine toimub hõlpsasti, kui tahkuvasse vedelikku visata mingi tahke kübemeke (kristallisatsioonitsenter), mille ümber vedeliku molekulid hakkavad ruumvõrena korralduma. Kõige paremini toimub see siis, kui vedelikku paigutada tükike vastavat ruumvõret, näiteks vee korral kübemeke jääd. Tahkuva vedeliku molekulid koonduvad nüüd selle ümber, jätkates jääkübemekese ruumvõret, kuni kristall on kasvanud teatava suuruseni.

Ka allajahutatud vesi aurustub. Selle tõttu anuma külmadele

seintele sadestunud auru molekulid moodustavad üksteisega liitudes mikrokristalle. Anuma põrutamisel need mikrokristallid kas langevad ise vedelikku või uhab loksuv vedelik neid endasse ja nad saavad sel viisil kristallisatsioonitsentriteks, mille ümber hakkab otsekohe kasvama ruumvõre — vesi tahkub.

Ka looduses puutume mõnikord kokku allajahtumisega. Õhus hõljuvad udupiisakesed näiteks ei tahku tihti ka tugeva külma käes (—40° C), kuid maapinnale langedes tahkuvad nad otsekohe, kattes maapinna äärmiselt libeda jääkihiga. Selline allajahtunud udu on eriti kardetav õhus viibivatele lennukitele, sest sadestudes ning jäätudes lennuki tiibadel ja kerel suurendab ta kiiresti lennuki kaalu, põhjustades tihtipeale lennuki allakukkumist.

Allajahtumist on võimalik jälgida paljude vedelike puhul. Laboratoorseks katsetamiseks on väga sobiv naatriumtiosulfaat, mille sulamistemperatuur on 48° C. Seega on toatemperatuuril vedel naatriumtiosulfaat allajahutatud olukorras ja muutub kergel loksutamisel kiiresti tahkeks, kusjuures tema temperatuur tõuseb ajutiselt 48°-ni.

285. **Lahuste tahkumine.** Lahused tahkuvad madalamatel temperatuuridel kui puhtad lahustid. Merevesi näiteks ei külmu 0° C puhul nagu puhas vesi, vaid madalamal temperatuuril, sest temas sisaldub lahustunud aineid, peamiselt keedusoola.

Uurimised on näidanud, et mitte eriti suurte kontsentratsioonide puhul on lahuste tahkumistemperatuuri langused võrdelised lahustunud aine hulgaga.

Jälgides täpsemalt lahuste tahkumist, leiame, et madalamate kontsentratsioonide korral tahkub esialgu ainult puhas lahusti, kuna lahustunud aine jääb veel mitte tahkunud lahusesse. Seetõttu viimase kontsentratsioon suureneb, kuid ühtlasi langeb ülejääva lahuse tahkumispunkt teatava minimaalse temperatuurini, mille puhul lahus juba täielikult tahkub. See on madalaim temperatuur, mille puhul antud lahus normaaltingimustel tahkub. Keedusoola vesilahuste puhul on madalaim tahkumistemperatuur —21° C, mis vastab umbes 30% kaalulisele kontsentratsioonile.

Teiselt poolt aga 30% tahkunud keedusoolalahus hakkab sulama juba temperatuuril —21° C. Kui segada null kraadi juures olevat lund või peeneks tambitud jääd keedusoolaga (vahekorras 3 osa jääd ja 1 osa soola), siis kujutab selline segu endast teataval määral tahkunud keedusoolalahust, mille sulamistemperatuur on 21°

allpool tema esialgset tegelikku temperatuuri (0° C). Seetõttu hakkab segu algul nii kiiresti sulama, et ümbrusest (õhust) juurde tulevatest soojushulkadest ei piisa ja sulamine toimub peamiselt segu enese siseenergia kahanemise arvel. See omakorda põhjustab segu temperatuuri langust, mis kestab seni, kuni on saavutatud tema tegelik sulamistemperatuur, s. o. —21° C.

Lume segu kaltsiumkloriidiga (vahekorras 4 : 5) võimaldab temperatuuri alandamist —40° C-ni.

Niisuguseid *jahutussegusid* kasutatakse peamiselt laboratoorses tehnikas temperatuuri kiireks alandamiseks.

286. Aurustumine. Oma igapäevastest tähelepanekutest teame, et toatemperatuuril lahtises anumas asuva vedeliku hulk kahaneb aja jooksul. See on tingitud vedeliku molekulide üleminekust neid ümbritsevasse ruumi, s. o. *vedeliku aurustumisest*, mis sisuliselt tähendab *aine üleminekut vedelast olekust gaasilisse*. Mõned vedelikud, nagu eeter, etüülkloriid, piiritus jne., aurustuvad kiiresti, teised, näiteks vesi, aeglasemalt, ja mõnede vedelike aurustumine toimub nii aeglaselt, et palja silmaga on seda võimatu isegi pikema aja jooksul märgata. Selliste vedelike hulka kuuluvad elavhõbe, mitmesugused õlid jne. Nende aurustumist saab kindlaks teha ainult täpsete mõõtmiste abil. Aurustumise kiirus sõltub vedeliku molekulaarsest struktuurist.

Sisuliselt seisab aurustumine selles, et vedeliku pinnakihi molekulid võivad oma liikumise kineetilise energia arvel ületada naabermolekulide tõmbetunge ja lahkuda vedelikust ümbritsevasse ruumi, moodustades vedeliku auru. On arusaadav, et kõige hõlpsamini lahkuvad vedelikust just suuremate kiirustega liikuvad molekulid. Vedelikku jäävad aeglasemalt liikuvad molekulid, mistõttu vedeliku molekulide keskmine kiirus kahaneb, mis peab kajastuma vedeliku temperatuuri languses. Tõepoolest, niisutades kätt kiiresti aurustuva vedelikuga, näiteks eetriga, tunneme niisutatud kohal külma. Seda kiiresti aurustuvate vedelike, eriti etüülkloriidi ja eetri jahutavat omadust kasutatakse arstiteaduses väikeste lõikuste puhul lokaalseks *anesteseerimiseks*, s. o. lõikuskoha valutundetuks tegemiseks (näiteks igemete operatsioonide puhul). Nimelt on tähele pandud, et inimeste ja loomade tugevasti jahutatud kudede piirkonnad kaotavad ajutiselt valutunde. Selle aja kestel võib sooritada selles piirkonnas valutult kergeid operatsioone.

Et vältida aurustuva vedeliku temperatuuri langust, peame temale pidevalt soojust juurde andma. See soojus kulub ainuüksi aurustumisprotsessi kiiruse alalhoidmiseks, mitte aga vedeliku temperatuuri tõstmiseks. Seetõttu nimetatakse teda *aurustumissoojuseks*. Tavaliselt defineeritakse aurustumissoojust kui *soojushulka kalorites, mis kulub 1 g vedeliku aurustamiseks aurustumistemperatuuril*.

Et temperatuuri tõusmisel suurenevad ka vedeliku molekulide kiirused, siis on loomulik, et kõrgemate temperatuuride puhul peab aurustumine toimuma kiiremini.

Aurustumissoojus oleneb vedeliku temperatuurist. Võttes arvesse, et temperatuuri tõusmisel suurenevad vedeliku molekulide vahelised keskmised kaugused, mille tõttu vähenevad molekulaartõmbetungid, tuleb järeldada, et kõrgema temperatuuri puhul kulub vedeliku aurustumiseks vähem soojust kui madalama temperatuuri puhul. Nii näiteks on vee aurustumissoojus 0° C puhul 598 $\frac{\text{cal}}{\text{g}}$, 100° C puhul aga kõigest 539 $\frac{\text{cal}}{\text{g}}$. Sama tõsiasja võib tähele panna ka kõigi teiste vedelike puhul.

Aurustuda võivad mitte ainult vedelikud, vaid ka tahked ained. Nii näiteks talvel külma kätte jäetud pesu jäätub, kuid mõne päeva pärast on ta siiski kuivanud, vaatamata sellele, et jää ei sulanud vahepeal veeks. Puistates mõnda ruumi nurka naftaliini või kamprit, tunneme varsti nende ainete lõhna kogu ruumis. Tähendab, nende ainete molekulid on lahkunud tahkest kehast ja moodustanud auru.

Nii näeme, et on võimalik aine otsene üleminek tahkest olekust gaasilisse vahepealse vedela olekuta. Seda nähtust nimetatakse *sublimatsiooniks* (lad. k. *sublimare* — üles tõstma).

On võimalik ka aine otsene üleminek gaasilisest olekust tahkesse vahepealse vedela olekuta.

287. Küllastatud ja küllastamata aur. Oma igapäevastest tähelepanekutest teame, et lahtises anumas olev vesi aurustub lühema või pikema aja vältel täielikult (näiteks tindi kuivamine korkimata jäetud pudelis). Seda aga ei juhtu, kui anum on kindlalt suletud. Ekslik oleks oletada nende tähelepanekute põhjal, et vedelikud aurustuvad ainult lahtistes anumates. Tegelikult aurustub vedelik nii lahtises kui ka kinnises anumas, kuid vahe seisab selles, et lahtise anuma korral võivad vedelikust väljunud mole-

kulid täielikult eemalduda vedeliku lähemast ümbruskonnast, kuna suletud anumas jäävad nad kinnisse ruumi vedeliku pinna kohale. Aurustumisel lahtises anumas langeb suur hulk vedelikust väljunud molekule küll vedelikku tagasi, kuid teatud osa neist eemaldub vedelikust, mistõttu vedelik pikapeale aurustub täielikult. Kinnise anuma korral langeb samuti osa molekule vedelikku tagasi, kuid aurustumise algul, kuni vedeliku kohal olevas ruumis on veel vähe auru molekule, langeb neid vedelikku tagasi palju vähem, kui neid vedelikust juurde tuleb, mistõttu selles ruumis auru molekulide arv kogu aja kasvab ning sellega seoses kasvab ka vedelikku tagasi langevate auru molekulide arv. Et vedelikust väljuvate molekulide arv püsib enam-vähem konstantsena, vedelikku tagasi langevate molekulide arv aga suureneb, siis teatavast momendist peale tekib nn. auru molekulide liikuv tasakaal vedeliku suhtes, s. o. olukord, mil vedelikku tagasi langevate molekulide arv on võrdne vedelikust väljuvate molekulide arvuga. Sel korral ütleme, et vaadeldavas ruumis on aur küllastatud.

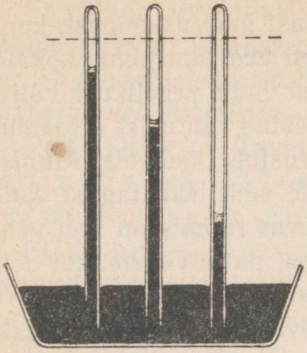
Peab tähendama, et aurustumisel vedeliku pinna kaudu lahkuvate või pinnale tagasi langevate molekulide arv on tohutu suur. Nii näiteks lahkub toatemperatuuril 1 s kestel vee pinna 1 cm^2 kaudu umbes 10^{21} molekuli, s. o. umbes 0,2 g vett.

Rõhuv enamik neist molekulidest langeb siiski vette tagasi, mille tõttu vee aurustumine toimub küllaltki aeglaselt.

Küllastusoleku saabumiseni nimetatakse auru küllastamata auruks.

288. **Küllastatud auru rõhk.** Eespool öeldust järeldub, et kinnises ruumis on auru molekulide arv küllastusoleku korral maksimaalne. Põrgates oma kaootilisel liikumisel vastu anuma seinu, avaldavad auru molekulid seintele rõhumist, mille suurus sõltub ühelt poolt auru molekulide kiirusest ja teiselt poolt vaadeldavas ruumis eksisteerivate molekulide arvust. Konstantsel temperatuuril sõltub auru rõhk ainuüksi anumas olevate molekulide arvust (molekulide keskmine kiirus on jääv). Sellest järeldame, et mingi kindla temperatuuri puhul on küllastatud auru rõhk alati suurem kui küllastamata auru rõhk. Niisiis mingi kindla temperatuuri korral vaadeldava auru rõhk on maksimaalne küllastusoleku puhul.

Selgitame, millest sõltub küllastatud auru rõhk. Täidame kolm baromeetritoru elavhõbedaga ja pöörame nad kõik lahtist otsa pidi



Joon. 373. Küllastatud auru rõhk sõltub auru ainest.

elavhõbedasse (joon. 373). Kõigis neis torudes jääb elavhõbe püsima samale kõrgusele, arvates kausis oleva elavhõbeda nivoost. Asetame kõigile torudele kummirõngad nii, et nende alumised ääred märgiksid elavhõbeda nivoo kõrgust torudes. Pritsides nüüd kõverdatud pipeti abil ühte baromeetritorusse vett, teise piiritust ja kolmandasse eetrit, näeme, et need väiksema erikaaluga vedelikud tõusevad torus elavhõbeda pinnale ning kiiresti aurustudes täidavad Torricelli tühiku kuni küllastumiseni vastava vedeliku auruga. Seejuures märkame, et elavhõbe surutakse kõigis torudes tekkinud auru rõhu tõttu allapoole, nimelt toatemperatuuri (20° C) korral küllastatud veeauru mõjul 18 mm, piirituseauru mõjul 44 mm ja eetriauru mõjul 442 mm. Sellest võime järeldada, et küllastatud auru rõhk teataval kindlal temperatuuril sõltub auru ainest.

Baromeetritorudes tekkiv nn. Torricelli tühik polegi tegelikult tühik, vaid on täidetud küllastatud elavhõbeda-auruga, mille rõhk on toatemperatuuril väga väike. Isegi kui meil õnnestuks saavutada absoluutset vaakuumi (s. t. täiesti ainevaba ruumi) mingisuguses kinnises tahkete seintega anumas, tekiks seal aja jooksul tahke aine sublimeerumise tõttu (vt. § 286) selle aine küllastatud aur.

Kui nüüd torusse, kus elavhõbeda kohal olev ruum on täidetud küllastatud veeauruga, juhime omakorda veel eetrit, siis näeme, et elavhõbeda nivoo alaneb lisaks esialgsele alanemisele küllastatud veeauru mõjul (18 mm võrra) veel 442 mm, kuigi see alanemine toimub nüüd palju aeglasemalt kui eetri pritsimisel otse Torricelli tühikusse. Sellest järeldame, et mingi aine küllastatud auru rõhk ei sõltu sellest, kas vaadeldavas ruumis on juba olemas mõnda teist auru või gaasi või mitte: aurude segu kogu rõhk võrdub segu moodustavate aurude rõhkude summaga (Daltoni seadus). See seadus on kehtiv eeldusel, et aurud ei moodusta segunemisel keemilisi ühendeid. Aurustumise kiirus on väiksem ruumis juba ees olevate molekulide mõju tõttu.

Kui nüüd soojendame ükskõik missuguses torus olevat auru, siis leiame, et elavhõbeda nivoo alaneb veelgi. Järelikult küllastatud auru rõhk kasvab temperatuuri tõusmisel auru molekulide keskmise kiiruse suurenemise ja uute auru molekulide juurdetuleku tõttu (tabel 37).

Tabel 37

Küllastatud vee- ja elavhõbeda-auru rõhud erinevatel temperatuuridel

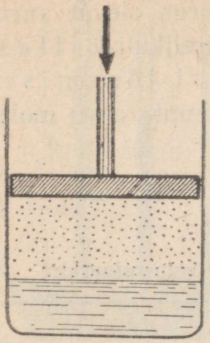
Temperatuur °C	Rõhk torrides		Temperatuur °C	Rõhk torrides	
	Vesi	Elavhõbe		Vesi	Elavhõbe
—60	0,008	—	80	355	0,089
—40	0,097	—	100	760	0,273
—20	0,776	—	120	1489	0,746
0	4,58	0,00019	140	2710	1,85
20	17,5	0,0012	200	11 659	17,29
40	55,3	0,0061	300	64 432	246,8
60	149,4	0,025	374	165 467	1028,9

Eri ainete küllastatud auru rõhke võrreldakse omavahel alati mingi kindla temperatuuri puhul. Tabelis 38 on antud mitmesuguste küllastatud aurude rõhud 0° C puhul.

Tabel 38

Küllastatud aurude rõhud 0° C puhul

Aine	Rõhk torrides	Aine	Rõhk At-des
Broom	65,9	Ammoniaak	4,24
Elavhõbe	0,00019	Atsetüleen	26,3
Etüülalkohol	12,2	Etaan	23,56
Etüüleeter	185,3	Etüleen	40,6
Jood	0,03	Kloor	3,65
Kloorsüsinik	32,9	Metüüleeter	2,54
Kloroform	61,0	Süsihappegaas	34,38
Tärpentin	2,1	Vääveldioksüüd	1,53
Vesi	4,58	Väävelvesinik	10,2
Väävelsüsinik	127,3		



Joon. 374. Küllastatud auru veeldamine rõhu abil.

Küllastatud aurude kohta ei kehti Boyle'i-Mariotte'i ega Gay-Lussac'i seadused, samuti nagu kõik teisedki ideaalsetele gaasidele rakendatavad seadused. Kui näiteks hakata mingisugust küllastatud auru kinnises silindris kolvi abil kokku suruma, siis selgub (joon. 374), et kolvi liikumisel allapoole jääb auru rõhk muutumatuks, sest ruumala vähendamisel küllastatud aur kondenseerub vedelikuks (veeldub). Järelikult küllastatud auru rõhk ei sõltu tema ruumalast.

Ideaalsete gaaside kohta kehtivad seadused on küllastamata auru puhul seda paremini rakendatavad, mida kaugemal on aur küllastusolekust.

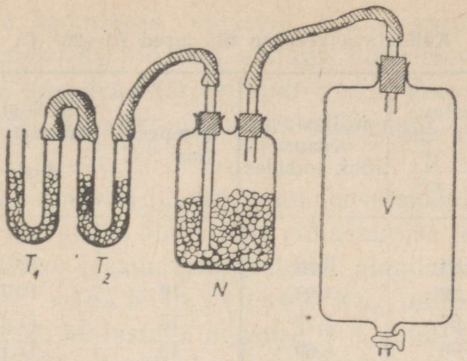
289. Õhu niiskus. Pideva aurustumise tõttu suuremate lahtiste veekogude pinnalt (mered, jõed jne.) leidub õhkkonnas tohutul hulgal veeauru ehk, nagu seda igapäevases kõnes nimetatakse, niiskust.[1] Õhus sisalduv veeaur etendab väga suurt osa nii loomade kui ka taimede elus.

Veeauru hulka õhus väljendatakse tavaliselt absoluutse niiskuse kaudu, mõistes selle all veeauru hulka grammides 1 m³ õhu kohta. Absoluutset niiskust saab otseselt määrata aspiratsioonimeetodil.

Kindla ruumalaga (V) plekkanum täidetakse veega (joon. 375). Anuma ülemises osas asetsev metalltoru ühendatakse kummivooliku kaudu kaltsiumkloriidi või mingit teist hügroskoopilist ainet sisaldava nõuga N. See nõu on omakorda klaastorude ja kummivoolikute abil ühendatud kahe U-kujulise toruga T_1 ja T_2, mis on samuti täidetud kaltsiumkloriidiga (mõlemad torud kaalutakse täidetult enne katset täpselt ära). Kui nüüd avada plekkanuma põhjas olev kraan, siis voolab vesi temast välja, kuna vee asemele pääseb anumasse õhk läbi torude T_1 ja T_2.

On arusaadav, et anuma tühjenemisel veest on temasse U-torude kaudu sisse voolanud õhu ruumala V. U-torudes olev kaltsiumkloriid imeb endasse kogu veeauru, mis selles õhuhulgas sisal-

[1] Kondenseerunud veeauru arvel langeb igas sekundis maapinnale ligi 16 000 000 tonni sademeid.



Joon. 375. Absoluutse niiskuse mõõtmine aspiratsioonimeetodil.

dus, mistõttu torud muutuvad raskemaks. Kaalu juurdekasv P mõõdab veeauru hulka ruumalas V. Nende andmete kaudu leiame absoluutse niiskuse:

$$A = \frac{P}{V}\left(\frac{g}{m^3}\right).$$

Saadud seosest näeme, et absoluutne niiskus tähendab sisuliselt veeauru tihedust $\left(\text{ühikutes } \frac{g}{m^3}\right)$.

Nõu N on vajalik selleks, et vältida niiskuse või veetilkade juhuslikku sattumist veega täidetud anumast U-torudesse. Vastasel korral oleks mõõtmise tulemus ekslik.

Õhus leiduv veeaur tavaliselt ei ole küllastatud. Absoluutne niiskus aga ei iseloomusta veel seda, kuivõrd lähedal on aur küllastusolekule, sest mingit kindlat ruumala küllastava veeauru hulk sõltub temperatuurist.

Nimetame veeauru hulka $\left(\frac{g}{m^3}\right)$ küllastusmomendil mingi temperatuuri puhul küllastavaks niiskuseks sellel temperatuuril. Tabelist 39 on näha, et temperatuuri tõusmisel küllastav niiskus suureneb ja ümberpöördult. Kuivõrd lähedal on õhus leiduv veeaur küllastusolekule, seda iseloomustab paremini relatiivne ehk suhteline niiskus. Selle all mõistetakse vastaval temperatuuril õhus tegelikult oleva veeauru hulga suhet küllastatud veeauru hulgaga samal temperatuuril (absoluutse niiskuse suhet küllastava niiskusega). Relatiivset niiskust väljendatakse tavaliselt protsentides.

Küllastava veeauru tihedused (0—20° C)

Temperatuur ° C	Küllastava veeauru tihedus $\frac{g}{m^3}$	Küllastava veeauru rõhk torrides	Temperatuur ° C	Küllastava veeauru tihedus $\frac{g}{m^3}$	Küllastava veeauru rõhk torrides
0	4,84	4,58	11	10,0	9,84
1	5,22	4,93	12	10,7	10,52
2	5,60	5,29	13	11,4	11,23
3	5,98	5,69	14	12,1	11,79
4	6,40	6,10	15	12,8	12,79
5	6,84	6,54	16	13,6	13,63
6	7,3	7,01	17	14,5	14,53
7	7,8	7,51	18	15,4	15,48
8	8,3	8,05	19	16,3	16,48
9	8,8	8,61	20	17,3	17,54
10	9,4	9,21			

Olgu temperatuuril t mõõdetud absoluutne niiskus a $\left(\frac{g}{m^3}\right)$. Tabelist leiame sellele temperatuurile vastava küllastava niiskuse A $\left(\frac{g}{m^3}\right)$. Siis relatiivne niiskus

$$R = \frac{a}{A}\ 100\%.$$

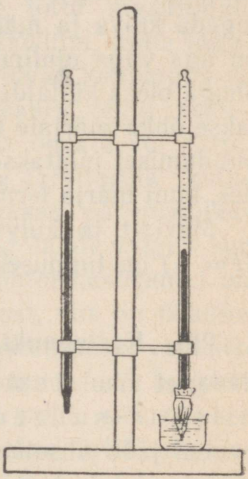
Atmosfääri maapinnalähedastes kihtides on relatiivne niiskus väga erinev, olenedes vaadeldava koha klimaatilistest tingimustest. Kõrbetes kõigub relatiivne niiskus 10% ümber, merelise kliimaga troopilistes piirkondades on ta üle 90%. Eesti NSV territooriumil valitsevate klimaatiliste tingimuste juures kõigub ta normaalselt 50—80% vahel. Inimese elufunktsioonide normaalseks kulgemiseks on sobivaim relatiivne niiskus 50—60% piirides.

Uurimised on näidanud, et temperatuuri alandamisel algab küllastatud veeauru kondensatsioon ainult nn. kondensatsioonituumade, s. t. mingisuguste pisikübemekeste olemasolu korral õhus. Sellisteks kondensatsioonituumadeks, mille ümber kujunevad algul miniatuursed veepiisakesed, võivad olla kas tolmuvõi suitsukübemekesed, samuti ka mitmesuguste soolade mikroskoopilised osakesed, mida alati tohutul arvul õhus hõljub. Niisugu-

sed kübemekesed, eriti kui nad on elektriliselt laetud, adsorbeerivad vee molekule, koondades viimaseid algul elementaarseteks piisakesteks, mis omakorda liidavad endaga ümbritseva küllastatud auru molekule ja kasvavad järjest suuremaks. Veepiisakeste omavahelisel liitumisel kujunevad lõpuks suuremad või väiksemad tilgad.

Kui aga õhus puuduvad täielikult kondensatsioonituumad, mida võib kunstlikult saavutada õhu erilise puhastamise teel, siis ei kondenseeru küllastatud veeaur temperatuuri alandamisel tilkadeks, vaid saavutab nn. *ülekküllastusoleku*, mille puhul absoluutne niiskus ületab küllastava niiskuse, s. t. relatiivne niiskus on suurem kui 100%. Õhu hoolikal puhastamisel saab sel viisil relatiivset niiskust tõsta 300%-ni, ilma et algaks kondenseerumine.

290. Augusti psühromeeter. Absoluutse niiskuse määramine aspiratsioonimeetodil on tülikas ning aegaviitev, sest kogu seadeldis on võrdlemisi mahukas ja iga üksiku katse puhul tuleb teostada kaks kaalumist analüütiliste kaaludega.



Joon. 376. Augusti psühromeeter.

Hoopis lihtsamalt ja kiiremini saab absoluutset niiskust määrata *Augusti psühromeetriga* (kr. k. *psühros* — külm, värske), mis koosneb kahest täiesti ühesugusest termomeetrist, milledest üks on kuiv ja näitab teda ümbritseva õhu temperatuuri, kuna teise termomeetri kuulike on ümbritsetud marliga, mis on otsapidi vette kastetud (joon. 376). Seetõttu on teise termomeetri kuulike alati niiske ja teda ümbritseva marli pinnalt toimuva vee aurustumise tõttu näitab see termomeeter madalamat temperatuuri kui kuiv. Olgu vaatlusmomendil õhu temperatuur t, mida loeme kuiva termomeetri skaalalt; samal ajal näidaku märg termomeeter temperatuuri t_1, kusjuures $t \geqslant t_1$.

Vee aurustumise intensiivsus märjalt termomeetrilt, ühes sellega kuiva ja märja termomeetri lugemite vahe, oleneb õhu relatiivsest niiskusest, õieti niiskuse defitsiidist ehk vajakust õhus. Viimase all mõistetakse küllastava ja õhus oleva absoluutse niiskuse vahet temperatuuril t.

On leitud, et absoluutne niiskus temperatuuril t on väljendatav järgmise valemi kaudu:

$$a = A_1 - 0{,}64\ (t - t_1),$$

kus A_1 on küllastav niiskus temperatuuril t_1 (märg termomeeter); A_1 leiame tabelist 39.

Relatiivse niiskuse arvutame seose kaudu

$$R = \frac{a}{A}\ 100\%,$$

kus A on küllastav niiskus temperatuuril t.

Me näeme, et niihästi absoluutse kui ka relatiivse niiskuse määramiseks Augusti psühromeetriga on vaja teha kaks lugemit: lugeda kuiva ja märja termomeetri seisud t ja t_1. Viimase puhul on aga väga oluline, et märja termomeetri kontakt ümbritseva õhuga oleks küllaldane nii kestuselt kui ka ulatuselt. Selleks puhutakse õhku märjale termomeetrile erilise ventilaatori abil, või selle puudumisel juhitakse temale ümbritsevat õhku papitükiga lehvitades, kuni märja termomeetri seis stabiliseerub.

Märjalt ja kuivalt termomeetrilt saadud lugemite võrdsus ($t = t_1$) on tunnuseks, et õhus olev aur on küllastusolekus.

291. Kastepunkt. Lähtudes seosest $R = \frac{a}{A}\ 100\%$, võime järeldada, et õhu temperatuuri langemisel relatiivne niiskus suureneb. See on tingitud sellest, et auru küllastumiseni jääb absoluutne niiskus a kogu aja samaks, sest kinnises ruumis ei tule temperatuuri muutumise tõttu auru juurde ega kao ära. Samal ajal aga küllastav niiskus A väheneb temperatuuri langemisel (vt. tabel 39). Et murru lugeja jääb konstantseks, nimetaja aga väheneb, siis murru väärtus (relatiivne niiskus) suureneb. Temperatuuri järjekindlal langemisel kasvab relatiivne niiskus lõpuks 100%-ni, s. t. aur küllastub. Siitpeale algab temperatuuri edasisel langemisel auru kondensatsioon, s. t. tema koondumine veepiisakesteks (udu tekkimine). Sellist nähtust paneme looduses sageli tähele suviti, kui öösel õhu jahenemise tõttu tekib kaste. Nii nimetataksegi temperatuuri, mille puhul toimub auru kondensatsioon, kastepunktiks.

Absoluutne niiskus on kastepunkti juures küllastavaks niiskuseks.

Olgu õhu temperatuur t. Jahutame mingit läikivat keha, kuni tema pind muutub tuhmiks, s. t. kattub kastekihiga (akende «higistamine» välisõhu temperatuuri langemisel). Olgu selle pinna temperatuur kaste tekkimise momendil t_1. Tabelist leiame sellele temperatuurile vastava küllastava niiskuse A_1. See on aga absoluutseks niiskuseks (a) temperatuuril t. Küllastav niiskus temperatuuril t olgu A, ja me võime määrata relatiivse niiskuse

$$R = \frac{A_1}{A}\ 100\%.$$

Kastepunkti määramine võimalike öökülmade ennustamiseks on oluline põllumajanduses, eriti aianduses. Kevadel ja sügisel, peamiselt selgetel öödel, võib soojuse kiirgumise tõttu maapinnalt maailmaruumi õhk jahtuda alla nulli — tekib öökülm, mille tagajärjel viljapuude pungad või taimede võrsed võivad kannatada ja tugevamate öökülmade puhul isegi hävida. Teades õhtul kastepunkti, on võimalik ennustada, kas öökülma on oodata või mitte. Öökülma tõenäolise võimaluse korral võetakse tarvitusele vastuabinõud: õrnemad taimed, nagu tomatid, kaetakse pabertorbikutega ning aedades süüdatakse lõkked, milledest laiali valguv soe õhk kaitseb puude pungi külmumise eest. Kui õhtul kastepunkt on üle nulli, s. t. õhus on võrdlemisi palju niiskust, siis on öökülm ebatõenäoline, sest suure hulga veeauru kondenseerumisel vabaneb niivõrd palju kondenseerumissoojust, et temperatuur ei saa langeda alla nulli. On aga kastepunkt õhtul allpool nulli, siis on see hoiatuseks, et õhus on vähe niiskust ja öökülma tulek on tõenäoline.

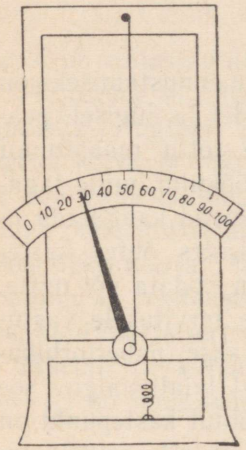
Tegelikult sõltub öökülma võimalus veel paljudest teistest meteoroloogilistest teguritest, nagu pilvitus, tuule suund, tuule kiirus jne., mistõttu on võimatu täie kindlusega ennustada, kas öösel temperatuur langeb alla nulli või mitte. Siiski on olemas mitmesuguseid matemaatilisi seoseid õhtuse õhutemperatuuri ja öise temperatuuri miinimumi vahel. Üks sellistest lihtsamatest seostest on leitud H. Liidemaa[1] poolt. See valem, mida võib võrdlemisi hea eduga kasutada aprillist oktoobri lõpuni kogu Eesti NSV territooriumi ulatuses, seob õhtusi (kell 20) psühromeetri andmeid öise temperatuuri miinimumiga. Näidaku õhtusel vaatlusel psühromeetri kuiv termomeeter t kraadi ja märg termo-

[1] Tartu Riikliku Ülikooli õppejõud.

meeter t' kraadi; siis ennustatav öine temperatuuri miinimum t_{min} avaldub t ja t' kaudu järgmiselt:

$$t_{min} = 0{,}03\,t + 0{,}82\,t' - 0{,}41.$$

Nagu juba tähendatud, ei saa ka seda valemit pidada absoluutselt usaldatavaks, kuid seniste kogemuste kohaselt läheb 85% ennustustest täide.[1]



Joon. 377. Juushügromeeter.

292. Juushügromeeter. Relatiivse niiskuse lihtsaim ning kiireim määramine toimub juushügromeetri (joon. 377) abil, mille tegevus põhineb tõsiasjal, et mõned hügroskoopilised orgaanilised ained paisuvad relatiivse niiskuse suurenemisel, imedes endasse üha suuremal määral veeauru. Ümberpöördult, relatiivse niiskuse vähenemisel aurustub nendesse imetud vesi ja nende mõõtmed vähenevad uuesti. Sellise omadusega on näiteks inimese puhas ning rasvavaba juus, samuti ka kapronniit.

Niit kinnitatakse tavaliselt ühte otsa pidi aparaadis mingi toe külge, kuna niidi alumine osa juhitakse üle väikese võlli, mille küljes on osuti. Niidi alumine ots on kinnitatud väikese vedrukese külge, mis hoiab teda nõrga ühtlase venituse all.

Relatiivse niiskuse suurenemisel pikeneb niit teda pingutava vedru tõmbe suunas ja pöörab võlli, mille ümber ta on mähitud. Võll pöördub, koos temaga pöördub ka osuti ning osuti taga olevalt skaalalt loeme vastava relatiivse niiskuse protsentides.

Kuigi juushügromeetri tundlikkus on muutlik ja saadud mõõtmistulemused kaunis ligikaudsed, kasutatakse teda ehituse ja käsitsemise lihtsuse tõttu siiski väga laialdaselt praktikas ja relatiivse niiskuse automaatregistreerijates (hügrograaf).

293. Keemine. Me teame ühelt poolt, et aurustumisel tekib aur ainult vedeliku pinnal, ja teiselt poolt, et küllastatud auru rõhk

[1] Veelgi paremaid tulemusi saame, kasutades ennustusvalemeid üksikute kuude jaoks, näiteks aprillis $t_{min} = -0{,}72t + 1{,}56t' - 0{,}65$; mais $t_{min} = 0{,}00t + 0{,}80t' - 0{,}33$; oktoobris $t_{min} = -0{,}40t + 1{,}21t' - 0{,}50$.

suureneb temperatuuri tõusmisel. Teatava temperatuuri puhul saab küllastatud auru rõhk võrdseks välisrõhuga. Sel juhul tekib aur mitte ainult pinnal, vaid juba kogu kuumendatava vedelikuhulga ulatuses. See toimub nii, et vedeliku sees eraldunud auru molekulid moodustavad mulli, milles küllastatud auru rõhk võrdub välisrõhu ja mulli kohal asetseva vedelikusamba rõhu summaga. Mull tõuseb üles ja paiskab temas oleva auru vedeliku kohal olevasse ruumi.

Tuleb silmas pidada, et veeaur on täiesti värvitu. Valget «auru», mis tõuseb keeva vee kohal üles, ei tohi ära segada veeauruga. See «aur» — õieti udu — on juba veeauru kondenseerumise tulemus, s. t. kujutab endast auru molekulide liitumisel tekkinud ülipeente veepiisakeste kogu.

Nii näeme, et põhimõtteliselt toimub vedeliku keemine temperatuuril, mil tema küllastatud auru rõhk on võrdne välisrõhuga. Vastavalt sellele nimetatakse keeva vedeliku küllastatud auru temperatuuri selle vedeliku keemistemperatuuriks.

Et välisrõhu tingimused on muutlikud, siis vastavalt eespool öeldule võib ühe ja sama vedeliku keemistemperatuur olla erinev, olenevalt sellest, missuguse rõhu all vedelik parajasti on. Seepärast antakse erinevate vedelike keemistingimuste omavaheliseks võrdlemiseks tabelites keemistemperatuur normaalrõhu korral.

Võttes kokku põhilised tähelepanekud, mis on seotud puhaste vedelike keemisega (kindla rõhu puhul), võime sõnastada järgmised tõsiasjad:

1) Iga vedelik keeb (aur veeldub) temale omasel kindlal keemis- (veeldumis-) temperatuuril.

2) Keemine (veeldumine) kestab niikaua, kuni soojust juurde tuleb (ära võetakse).

3) Keemise (veeldumise) kestel on vedeliku (auru) temperatuur jääv.

Nagu sulamisel (vt. § 280), nii ka keemisel on temperatuur kogu protsessi kestel jääv, vaatamata pidevale soojuse juurdetulekule. Sisuline põhjus on mõlema nähtuse korral ühine, ja nimelt see, et juurde antav soojus kulub molekulidevaheliste tõmbetungide ületamiseks, mitte molekulide kiiruse suurendamiseks, seega mitte keha molekulaarkineetilise, vaid molekulaarpotentsiaalse energia suurendamiseks ja paisumistööks. Seepärast ei avaldugi keemise kestel juurde antav soojus vedeliku temperatuuri tõusus.

Et määrata ühe või teise vedelikuhulga ärakeetmiseks vajalikke soojushulki, antakse tabelites vedelike keemissoojused kalorites 1 g vedeliku kohta, mõistes vedeliku keemissoojuse all soojushulka kalorites, mis kulub 1 g selle vedeliku aurustamiseks tema keemistemperatuuril.

Tabel 40

Keemistemperatuurid ja keemissoojused 760-torrisel rõhul

Vedelik	Keemis-tempe-ratuur °C	Keemis-soojus $\frac{cal}{g}$	Vedelik	Keemis-tempe-ratuur °C	Keemis-soojus $\frac{cal}{g}$
Alkohol (etüül-)	78,32	201,88	Kloor	—34,7	62
Alumiinium	1800	—	Kuld	2600	—
Bensool	80,5	94,48	Lämmastik	—195,81	47,74
Broom	58,8	43,7	Nikkel	2900	—
Eeter (etüül-)	34,6	84,8	Plaatina	~4300	—
Elavhõbe	356,95	72,23	Raud	3000	—
Hapnik	—183	51,01	Seatina	1620	220
Heelium	—268,9	6,0	Tina	2260	621
Glütseriin	290	—	Tsink	905,7	436
Hõbe	1955	517	Vask	2310	1110
Kadmium	767	~200	Vesi	100	539,5
			Vesinik	—252,8	109,5

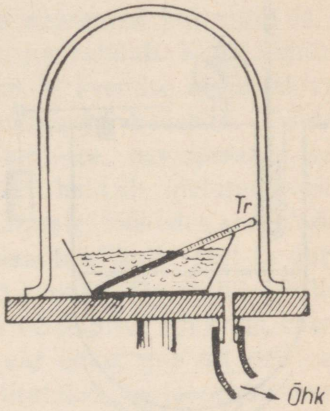
Vedelike keemissoojused sõltuvad tunduval määral temperatuurist, mille puhul keemine toimub, ja nimelt temperatuuri tõusmisel väheneb keemissoojus. See on tingitud järgmisest asjaolust: vedeliku muutumisel auruks suurenevad tunduvalt molekulidevahelised kaugused (1 l vee keetmisel normaalrõhu puhul võtab temast tekkiv aur enda alla 1700 l!), mistõttu kulub väga palju soojust vedeliku molekulide vahel valitsevate tõmbetungide peaaegu täielikuks ületamiseks. Me näemegi ülalantud tabelist, et vedelike keemissoojused on, võrreldes näiteks samade ainete sulamissoojustega (vt. tabel 36), silmatorkavalt suured. Mida suuremad on molekulidevahelised keskmised kaugused vaadeldavas vedelikus, seda nõrgemad on nendevahelised tõmbetungid ning seda vähem tööd kulub nende ületamiseks. Seega tuleb sama vedelikuhulga keetmisel kõrgema temperatuuri puhul, mil vedeliku molekulide vahelised kaugused on suuremad (termi-

line paisumine), kulutada vähem soojust kui tema keetmisel madalama temperatuuri puhul.

Kriitilise temperatuurini (vt. § 261) jõudes on vedeliku molekulid eemaldunud üksteisest nii kaugele, et nende vahel tõmbetungid praktiliselt juba puuduvad ja vedelik ei vaja enam aurustumiseks märgatavaid soojushulki, mistõttu ta muutub järsult auruks. Kriitilisel temperatuuril on vedeliku keemissoojus null.

Auru kondenseerumisel (sama rõhu puhul, millel toimus keemine) vabaneb aurustamiseks kulunud soojus veeldumis- ehk kondensatsioonisoojusena.

294. Keemistemperatuuri olenevus rõhust. Eelmises paragrahvis nägime, et vedelik keeb temperatuuril, mille puhul tema küllastatud auru rõhk on võrdne välisrõhuga. Et aga välisrõhk võib olla väga muutlik, siis jälgides küllastatud aurude rõhke mitmesugustel temperatuuridel (vt. tabel 37), võime järeldada, et suuremate rõhkude korral on keemistemperatuurid kõrgemad ja ümberpöördult. Nii näiteks temperatuuril 100°C on küllastatud veeauru rõhk 760 torri, s. t. vesi keeb 100°C juures ainult normaalrõhu korral. Kui rõhk langeb 355 torrini, siis toimub vee keemine juba 80°C puhul, 55-torrisel rõhul 40°C puhul, 4,58-torrisel rõhul 0°C puhul. Katseliselt võime seda kontrollida, paigutades toatemperatuuril (20°C) veega täidetud nõu õhuhõrenduspumba kupli alla (joon. 378). Kupli all oleva õhu rõhu langemisel 17,5 torrini hakkab vesi keema 20°C juures.

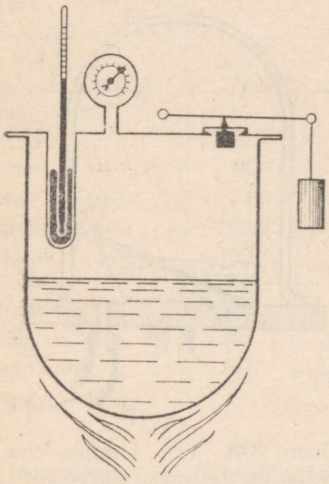


Joon. 378. Vee keemine õhu hõrendamisel toatemperatuuril.

Et ümbruskonnast vee keemiseks vajalikku soojust peaaegu üldse juurde ei tule, saab vesi seda nüüd peamiselt oma siseenergia, eriti molekulaarkineetilise energia kahanemise arvel, s. t. molekulaarne liikumine temas aeglustub, mille loomuliku tulemusena vee temperatuur langeb. Kuplialuse õhu edasisel hõrendamisel jätkub vee keemine ja seega ka tema temperatuuri alanemine, kuni 4,58-torrisel rõhul jääb keeva vee temperatuur püsima 0°-le ning

hakkab tekkima jää. Seejuures vee keemiseks vajalik soojus saadakse jääks muutuvate veehulkade tahkumissoojuse vabanemise arvel. Nii on võimalik vett külmutada 0°-seks jääks, keetes teda samal ajal vastaval küllalt madalal rõhul.

Ümberpöördult, normaalatmosfäärist kõrgemate rõhkude puhul keeb vesi temperatuuridel üle 100° C, näiteks rõhul 15 at 200° C puhul. Üldiselt tõuseb iga vedeliku keemistemperatuur rõhu suurenemisel, kuid niipea kui jõutakse soojendamisega selle aine kriitilise temperatuurini, muutub vedelik järsku auruks, olenemata sellest, kui suurt rõhku kasutatakse.



Joon. 379. Autoklaav.

Vedeliku keemistemperatuuri olenevust rõhust on võimalik ära kasutada mitmesugusteks otstarveteks, näiteks rõhu mõõtmiseks. Asudes mingi kõrge mäe otsas ning keetes seal vett, leiame, et keemistemperatuur on näiteks 90° C; vee keemistemperatuuride tabelist näeme, et vastav rõhk on 526 torri. Kui meil on veel teada, kui suur rõhk on samal ajal mäe jalal, siis saame määrata ka mäe kõrguse. Keemistemperatuurist tunduvalt kõrgematel temperatuuridel saab vedelikke keeta erilistes kinnistes anumates, kust tekkinud aur ei pääse välja ning kus rõhk selle tõttu järjest suureneb. Vastavaid seadeldisi (joon. 379), mida tavaliselt varustatakse manomeetriga, termomeetriga ja kaitseventiiliga, nimetatakse autoklaavideks. Neid kasutatakse tööstuses näiteks liimaine väljakeetmiseks kontidest, samuti mitmesuguste teiste tehnoloogiliste protsesside korral, kus osutub vajalikuks vedelikku kuumutada tema keemistemperatuurist kõrgema temperatuurini.

Haiglates kasutatakse autoklaave pesu, marli, vati jne. steriliseerimiseks (neil leiduvate mikroorganismide hävitamiseks).

295. Vedeliku ülekuumendamine. Kui jälgime vee keemaajamise protsessi, alates soojendamisega näiteks toatemperatuurist,

siis märkame, et vees asetsevale anuma seina osale hakkavad kõigepealt eralduma väikesed mullikesed, mis pisut suuremaks kasvades tõusevad üles. Need on vees absorbeerunud ning soojenemisel vabanevad õhumullid.

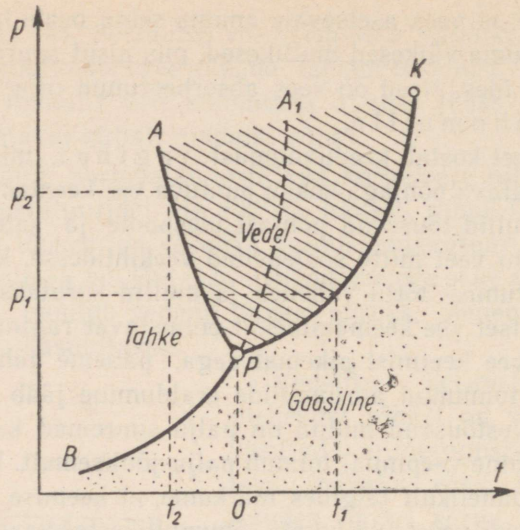
Keemise eel kostab keeduanumast raginat, mis on tingitud tulel kuumutatava põhjaga kokku puutuva vee keemaminekust. Tekkinud aurumullid tõusevad põhjast ülespoole ja satuvad keemistemperatuurini veel mitte soojenenud veekihtidesse, kus auru rõhk mullides jahtumise tõttu väheneb ja mullid surutakse kokku. See tekitabki peatset vee keemaminekut ennustavat raginat.

Jätkates vee keetmist pikemat aega, paneme tähele, et algul intensiivselt toimunud aurumullide eraldumine jääb aeglasemaks, et üksikud ülestõusvad mullid on palju suuremad kui algul ja et nende lõhkemine veepinnal toimub palju jõulisemalt. Kogu nähtuse käiku tähelepanelikult jälgides märkame, et keemise algul tekivad aurumullid just veest väljuvate õhumullikeste kaasabil. Nimelt kogunevad veeauru molekulid õhumullikestesse, moodustades seal küllastatud veeauru, mille rõhk keemisel hakkab ületama välist õhurõhku. Mull paisub ning kerkib veepinnale, lõhkedes seal. Mõne aja jooksul aga eraldub õhk enam-vähem täielikult veest ja aurumullide tekkimist soodustavad keskused kaovad. Me võime mullide eraldumist jälle elustada, visates keeva vette pisut liiva või kuivatuspaberitükikesi (sellega viime vette uut õhku, mis oli neil esemeil adsorbeerunud). Analoogiliselt talitatakse ka laboratooriumides, visates keemise soodustamiseks vette puhtaid poorseid portselankuulikesi.

Nagu näha, takistab õhu kadumine keevast veest aurumullide tekkimist, seega keemist ennast, mille tõttu vee temperatuur tõuseb mõni kraad üle keemispunkti ja me saame nn. ülekuumendatud vee.

Ka teisi vedelikke on võimalik üle kuumendada.

296. Aine agregaatolekute diagramm. Kolmikpunkt. Kujutame graafiliselt küllastatud veeauru rõhu olenevust temperatuurist (joon. 380). Saame tõusva kõvera, nn. aurustumiskõvera, millel olev punkt K määrab veeauru rõhu kriitilisel temperatuuril. Graafikult näeme, et mingile temperatuurile t_1 vastav küllastatud auru rõhk on p_1. Selle rõhu ja temperatuuri juures võivad liikuvas tasakaalus üheskoos eksisteerida küllastatud veeaur ja vesi. Kui rõhk on sama temperatuuri korral väiksem kui p_1, siis



Joon. 380. Vee agregaatolekute diagramm.

peab aur olema küllastamata olekus, sest küllastatud auru rõhk antud temperatuuril on maksimaalne. Vastupidi, kui rõhk on temperatuuri t_1 puhul suurem kui p_1, s. t. suurem kui küllastatud auru rõhk, peab aur samal põhjusel olema kondenseerunud veeks. Analoogiline arutelu kehtib iga punkti kohta aurustumiskõveral.

Teiselt poolt teame, et ka jää sulamistemperatuur sõltub rõhust, nimelt rõhu suurenemisel jää sulamistemperatuur langeb. Seost jää sulamistemperatuuri ja rõhu vahel kujutab langev kõver (joon. 380), mis lõikub aurustumiskõveraga punktis *P*. Seda kõverat *AP* nimetatakse sulamiskõveraks. Selle kõvera punktid, näiteks t_2, p_2, määravad olekuid, mille puhul vee tahke ja vedel olek on liikuvas tasakaalus. Rõhu vähendamisel alla p_2 temperatuuril t_2 on vesi tahkes olekus; ümberpöördult, rõhu suurendamisel üle p_2 samal temperatuuril jää sulab ja meil on tegemist vee vedela olekuga. Sulamiskõver langeb silmatorkavalt järsku, sest rõhu muutumise tõttu sulamistemperatuur muutub väga vähe (langeb 1° C rõhu suurendamisel 130 at võrra).

Aurustumiskõvera ja sulamiskõvera lõikepunkti *P* nimetatakse kolmikpunktiks, sest sellele punktile vastava temperatuuri (0,0075° C) ja rõhu (4,58 torri) puhul võib vesi eksisteerida liikuva tasakaalu olekus kõigis kolmes agregaatolekus, s. t. tahkes, vedelas ja gaasilises olekus.

Piltlikult väljendades võime öelda, et kõver PK on «lahutuspiir» vee gaasilise ja vedela oleku vahel, kuna kõver PA on «lahutuspiir» vee vedela ja tahke oleku vahel. Kõvera jätk PB kujutab endast «lahutuspiiri» vee tahke ja gaasilise oleku vahel (sublimatsioon, vt. § 286).

Antud olekute diagramm on esitatud meelevaldses mõõdustikus vee jaoks. Sisuliselt analoogilisi diagramme saame nende ainete jaoks, millede sulamistemperatuur langeb rõhu suurenemisel. Ainete korral, millede sulamistemperatuur tõuseb rõhu suurenemisel, kujutab lahutuspiiri tahke ja vedela oleku vahel kõver A_1P.

Mingi aine olekute diagrammi tundmise tähtsus seisab selles, et me võime sealt otsekohe välja lugeda, missuguses põhiolekus see aine on teatava kindla temperatuuri ja rõhu puhul.

Kui vaatleme mingi aine olekute diagrammi, siis torkab meile silma, et sulamine (kõver PA või PA_1) võib toimuda ainult kolmikpunktile vastavast rõhust kõrgemate rõhkude korral. Allpool seda rõhku on mõeldav ainult sublimatsioon. Nii näiteks on CO_2 kolmikpunkti koordinaadid $t = -57°C$ ja $p = 5$ at, kuid normaalrõhul ei sula tahke CO_2 isegi toatemperatuuril, vaid ainuüksi sublimeerub, ja seda kiiremini, mida kõrgem on ümbruskonna temperatuur. Seetõttu nimetatakse teda vahel «kuivaks jääks».

Rõhuva enamiku metallide ja kivimite kolmikpunktide temperatuurid on toatemperatuurist palju kõrgemad, mille tõttu nende auru rõhk toatemperatuuril on tähtsusetult väike, s. t. tavalistes tingimustes nad praktiliselt ei sublimeeru.

REGISTER

A

Aasta, troopiline 17
Aatomid 225
Aatomkaal 360—361
Aatomkaalu ühik 361
Aatomsoojus 391
Absoluutne mõõtühikute süsteem 20
— niiskus 460—461
— null 356, 367
— skaala 356
— temperatuur 356—357
— viga 19
Absoluutse keemise temperatuur 402
Absoluutselt kindel keha 112
Absorptsioon 242
Adhesioonitungid 227
Adiabaadid 427—428
Adiabaatilised protsessid 427—429
Adsorptsioon 227, 244
Aerodünaamika 167
Aerodünaamiline paradoks 202
— üleslüke 219—220
Aerodünaamilised tungid 218—219
Aeromehaanika 167
Aerostaatika 167
Agregaatolekud 226, 446
Aine 5, 56
— agregaatolek 446
— agregaatolekute diagramm 471—473
Ained, amorfsed 446—447
— atermaansed 414
— diatermaansed 414
— kristallilised 446—448
— pindaktiivsed 233
— pindinaktiivsed 233
Ainehulk 56, 104—105, 153
Ainepunkt 25—26
Ainepunktide ekvivalentsus 120
Ajaühikud 16
Akustika 293
Akustiline resonants 297
Algfaas 248
Allajahutamine 452—454
Altberg 321
Amorfsed ained 446—448
Andrews 402
Anemomeeter 217—218
Aneroidbaromeetrid (aneroidid) 187—188
Anesteseerimine 455
Anisotroopne keha 334
Anumbaromeeter 186
Anum-sifoonbaromeeter 187
Aperioodilised võnkumised 269
Aeromeeter 179—180
Arhiivmeeter 13
Arhimedes 178
Arhimedese seadus 178, 183—184
Aristoteles 52
Arv, Avogadro 362
— Loschmidti 360
— Reynoldsi 212—213
Asendienergia 97
Aspiratsioonimeetod 460—461
Atermaansed ained 414
Atmosfäär, füüsikaline 171
— tehniline 171
Augusti psühromeeter 463—464
Aur 404, 457
— küllastamata 404, 457
— küllastatud 404, 457
Aurumasin 441—445
Aurustumine 455—456
Aurustumisköver 471—472
Aurustumissoojus 456
Autoklaavid 470
Avenarius 403
Avogadro 360
— arv 362
— seadus 360

B

Baar 172
Bacon 366
Ballistiline köver 42
Baromeetrid 185—188
— aneroid- 187—188
— anum- 186

— anum-sifoon- 187
— elavhõbe- 185—187
— metall- 187—188
— sifoon- 186—187
— vedelik- 185—187
Baromeetriline kõrgusaste 189—190
— nivelleerimine 190
— valem 395
Baroskoop 184
Bernoulli (D.) 198, 366, 370, 375
— võrrand 196—198
Bessel 153
Bimetalltermomeetrid 333, 335
Boltzmann 374
Boltzmanni konstant 374
Boyle 351, 441
Boyle'i-Mariotte'i seadus 351—352, 354, 373
Brinell 166
Brinelli menetlus 166
Brown 376
Browni liikumine 376—377
Bruno 142

C

Cardano seadis 129
Carnot 11, 436
Carnot' ringprotsess 436—437
Cavendish 148
Cel 28
Celsius 332
Celsiuse skaala 332
Charles 355
Charles'i seadus 355
Clapeyron 363
Clapeyroni-Mendelejevi võrrand 362—365
Clausius 12, 423, 435
Coriolis 82, 106
Coriolise kiirendus 82
— tung 82
Coulomb 92

D

Dalton 366
Daltoni seadus 243, 366, 458
Davy 419
Deformatsioon 107—108
— elastne 108, 154—155
— mitte-elastne 108
— plastiline 108
— varjatud 160
Dekrement, logaritmiline 270
De l'Isle 332
De l'Isle'i skaala 332
Descartes 104
Detsibell 324
Dewar 414
Dewari anum 414
Diatermaansed ained 414
Diferentsiaaltali 136—137
Difraktsioon 290
Difusioon 379—380
Difusioonpumbad 380—382
Dimensioon 22
Dimensioonita suurus 23
Dimensioonvalem 22
Direktsioontung 161
Doppler 308
Doppleri efekt 308—309
— printsiip 308
Džaul 86
Dulong 391—392
Dulong'i-Petit' reegel 392
Dünaamika 24
— aero- 167
— hüdro- 167
Dünaamiline rõhk 198
— tungi mõõtmine 54, 63
Dünamomeeter 54
Düün 63

E

Edasiliikuvad lained 281
Efekt 129
— Doppleri 308—309
— güroskoopiline 128—131
— piesoelektriline 326, 328
— vurri 129
Einstein 25
Eksperiment 7
Ekvivalent, soojuse mehaaniline 419—421
— töö termiline 421
Ekvivalentsed ainepunktid 120
— tungid 117—118
Elastne deformatsioon 108, 154—157
— keha 154
— põrge 109—111
Elastse deformatsiooni energia 163
Elastsus 154
— kuju- 156
— ruumala- 155
Elastsuse hüsterees 164
— järelmõju 164
— piir 165
— väsimus 165
Elastsuskoefitsient 159
Elastsusmoodul 159, 166
Elastsustegur 159
Elavhõbebaromeetrid 185—187
Elavhõbe-difusioonpump 381
Elavhõbetermomeeter 332
Elektrodünaamiline valjuhääldaja 317
Elektronid, vabad 408—409
Elemendid 225
Elementaarlained 288

Elementaarosakesed 225
Elliptiline võnkumine 265
Energia 96—97, 106—107, 416—418
— elastse deformatsiooni 163
— harmoonilise võnkumise 256—257
— hüdrauliline 222
— jäävus 102—104
— jäävuse seadus 103, 422
— kineetiline 97
— laine- 281—282
— liikumis- 97
— mehaaniline 97
— molekulaarkineetiline 341
— molekulaarpotentsiaalne 341
— molekuli vabadusastme kineetiline 385
— mõiste termodünaamikas 416—418
— pinna- 231—234
— potentsiaalne 97, 101—102
— pöörleva keha kineetiline 119—120
— sise- 341—342
— ülekandumine 418
Energiageneraatorid 132
Engels 9, 62, 104—105, 142
Erg 86
Erijuhtivus, soojuslik 410—411
Erisoojus 390—391
Euler 105, 183, 422
Eötvös 153

F

Faas 247
Faasikiirus 277
Faasinihe 251
Faasinihke kõverad 274
Faasinurk 247
Fahrenheit 332
Fahrenheiti skaala 332
Faraday 12, 405
Foon 326
Formandid 319
Foucault 81
Foucault' pendlikatse 80—81
Fresnel 290
Frontlõige 215
Fulton 443
Füüsika meetod 6
— seadused 8—9
— ülesanne 6
Füüsikaline atmosfäär 171
— pendel 255
Füüsikalised põhisuurused 13
— suurused 13

G

Gaas 404
— ideaalne 350—351, 356
— poolideaalne 398
— reaalne 351, 392—393
Gaasi erikonstant 365
— erisoojus 390—391
— moolsoojus 385—390
— — isobaariline 389
— — isokooriline 389
— — konstantse ruumala puhul 386—389
— — — rõhu puhul 386, 389
— oleku parameetrid 351
— — võrrandid 351—355
— paisumise töö graafiline kujutamine 424—426
— ruumala olenevus absoluutsest temperatuurist 358
— rõhu olenevus absoluutsest temperatuurist 358
— tiheduse olenevus rõhust 358—359
— siserõhk 397—398
Gaasid, kaheaatomilised 383
— kolmeaatomilised 383
— mitmeaatomilised 383
— permanentsed 405
— üheaatomilised 384
Gaaside difusioon 379—380
— kineetilise teooria põhivõrrand 370—373
— kokkusurutavus 169—170
— lahustuvus 243
— sisehõõrdumine 208—209
— tihedused 359
— veeldamine 403, 405—407
Gaasikonstant 363
— universaalne 363—364
Gaasipõleti 201
Gaastermomeetrid 333
Galilei 11, 52, 61, 104—105, 142, 184—185, 331
Gamma 16
Gay-Lussac 352
Gay-Lussac'i seadus 352—354
Gramm 16
Gramm-aatom 361
Grammkalor 343
Gramm-molekul 361
Gramm-mool 361
Gravitatsioon 56
Gravitatsioonikonstant 144, 148—149
Gravitatsioonimass 151
Gravitatsiooniseadus 144—146
Gravitatsioonitung 144
Güroskoop 128
Güroskoopiline efekt 128—131
— kompass 131

H

Hammasrattad 137
Harmooniline võnkumine 246
— — mittesünkroonne 260

Harmoonilise võnkumise energia 256—257
— — seadus 247
Heli 293
— kõrgus 294
— põhisagedus 295
— sagedus 294
— tugevus 294
Heliallikad 310
Helihark 311—312
Helispekter 296
Helmholtz 106, 298
Helmholtzi resonaatorid 298
Henry 243
— seadus 243
Herts 246
Hertz 12
Heterogeenne keha 416
Hetrotroopne keha 334
Hobujõud 88—89
Hobujõud-tund 89
Homogeenne keha 415
Hoo valem 98—100
Hoog 97—100
Hooke 157
Hooke'i seadus 7, 157
Huulviled 316
Huygens 61, 104, 287, 331, 366, 441
Huygensi printsiip 287—288
Huygensi-Fresneli printsiip 290
Hõõrdumine, kuiv 94
— liugumisel 90
— märg 94—95
— veeremisel 93—94
Hõõrdumiskoefitsiendi määramine 91—92
Hõõrdumiskoefitsient 90—92, 94
— liugumise 91
— paigaloleku 91
— veeremise 94
Hõõrdumisnurk 92
Hõõrdumisseadused 92—93
Hõõrdumistung 90, 95—96
Hälve 247
Hääl, inimese 319—320
Hääle analüüs 298—299
— intensiivsus 294, 320
— levimiskiirus 300—302
— murdumine 305—306
— peegeldumine 302—303
— tugevus 294, 320, 324
— valjus 324—326
Hääled 293
Häälepilu 319
Hüdrauliline energia 222
Hüdrodünaamika 167
Hüdroelektrijaamad 222
Hüdromehaanika 167
Hüdrostaatika 167
— põhivõrrand 173—174
Hüdrostaatiline rõhk 175—176
Hügrograaf 466
Hüpotees 7—8
Hüsterees, elastsuse 164

I

Ideaalne gaas 350—351, 356
— vedelik 168
Ideaalse gaasi isotermid 399—400
Ideaalselt kindel keha 112
Imemine 201
Impulsslause 70
Indiferentne tasakaaluolek 182
Inerts 54—57
Inertsiaalne süsteem 77—79, 83
Inertsimoment 119—123
Inertsiseadus 54
Inertstungid 82
Inertsusmass 151—153
Infraheli 294
Inimese hääl 319—320
Interferents 259, 282—284
— lainete 282—284
Invar 337
Isobaarilised protsessid 353
Isokoorilised protsessid 355
Isoleeritud süsteem 71
Isoterm, kriitiline 403
Isotermid 399
— ideaalse gaasi 399—400
— reaalse gaasi 400—401, 403
— van der Waalsi 400—401
Isotermilised protsessid 351, 399
Isotroopne keha 334

J

Jahutaja 433
Jahutussegud 454—455
Jakobi 12
Joonpaisumine 333—335
Joonpaisumiskoefitsient 336—337
Jootetina 448
Joule 419—420
Juushügromeeter 466
Jõumasinad 132
Jäik keha 112
Järelkaja 303
Jää 452
— kuiv 473
Jäävus, energia 102—104
— liikumishulga 71—73
— pöörlemishulga 125—126

K

Kaal 56—57
Kaalude tundlikkus 133—134
Kaaluühikud 15—16
Kaheaatomilised gaasid 383
Kaja 303

Kajalood 328
Kaldpind 138—139
Kalor 342—343
Kalorimeeter 345
Kandepinna kvaliteedikoefitsient 220
Kang 132
Kangkaalud 133—134
Kapillaarsus 239—242
Kapillaarsuskoefitsient 241
Kapillaartorud 239
Kapitsa 406
Karpaneroid 187
Kastepunkt 464—465
Kasutegur, masina 140—141
— soojusmasina 437—441
Katse 7
— Sterni 377—378
— Torricelli 184—185
Keeled 310—311
Keelviled 316
Keemine 466—469
Keemissoojus 468
Keemistemperatuur 467—468
Keemistemperatuuri olenevus rõhust 469—470
Keerised 215
Keeriseline voolamine 211
Keha, absoluutselt kindel 112
— anisotroopne 334
— elastne 154
— heterogeenne 416
— heterotroopne 334
— homogeenne 415
— ideaalselt kindel 112
— isotroopne 334
— jäik 112
— kaal 15
— kindel 112
— kõva 112
— mass 15
— mõiste termodünaamikas 415
— normaalpikkus 336
— olek 416
— plastiline 154
— voolujooneline 216
Kehade oleku termodünaamilised parameetrid 416
— ujumine 179
Kelvin 107, 357, 367
Kelvini skaala 357
Kepler 104—105, 142
Kepleri seadused 143
Keskkonna takistus 215—216
Keskmine kiirus 28—29, 46
— päikese-ööpäev 16
Kesktõmbekiirendus 49
Kesktõmbetung 66
Kesktõuketung 67
Ketassireen 294
Kiht, monomolekulaarne 237
— neutraalne 161
Kiil 139
Kiirendus 30—31
— antud punktis 33, 46—47
— Coriolise 82
— harmoonilisel võnkumisel 251—252
— kesktõmbe- 49
— normaalne 50
— nurk- 117
— radiaalne 50
— raskus- 32, 150—151
— standardraskus- 151
— tangentsiaalne 50
— tsentripetaalne 49, 66
Kiirtekimp 282
Kiirus 27
— antud punktis 29, 45—46
— harmoonilisel võnkumisel 250—251
— keskmine 28—29, 46
— molekulide 367—370, 377—378
— — keskmine 369
— — ruutkeskmine 369, 375
— — tõenäoseim 368—369
— nurk- 48, 114—115
— voolu keskmine 210
— — kriitiline 212
— — maksimaalne 210
Kiiruse amplituud 250
— graafiline kujutamine 29—30
Kiirusekoefitsient 204
Kilogramm 15
— rahvusvaheline 15
Kilogramm-meeter 86, 106
Kilokalor 343
Kilopond 64
Kilovatt-tund 89
Kin 28
Kindel keha 112
Kineetiline energia 97
— — molekuli vabadusastme 385
— — pöörleva keha 119—120
Kinemaatika 24
Kinemaatiline sitkuskoefitsient 212
— viskoossus 206
Klassikaline mehaanika 153
Koefitsient, elastsus- 159
— hõõrdumis- 90—92, 94
— joonpaisumis- 336—337
— kandepinna kvaliteedi- 220
— kapillaarsus- 241
— kiiruse- 204
— kinemaatiline sitkus- 212
— liugumise hõõrdumis- 91
— neeldumis- 304
— paigaloleku hõõrdumis- 91
— pindpinevus- 230, 232—233
— pinnaenergia 232
— ruumpaisumis- 338—339

— sisehõõrdumis- 205
— soojusjuhtivus- 410
— veeremise hõõrdumis- 94
Kohesioonitungid 227
Kokkusurutavus, gaaside 169—170
— vedelike 168—169
Kokkusurutavusmoodul 158
Kokkusurutavustegur 158
Kolmeaatomilised gaasid 383
Kolmikpunkt 472
Kompass, güroskoopiline 131
Kompressioonimoodul 158, 166
Kompressioonitegur 158
Kondensatsioonisoojus 469
Kondensatsioonituumad 462
Konstant, Boltzmanni 374
— gaasi- 363
— gravitatsiooni- 144, 148—149
— universaalne gaasi- 363—364
Konvektsioon 107, 411—413
Kopernik 142
Koppi-Neumanni reegel 392
Kraad 331
Kriimustuskõvadus 165
Kriimustuskõvaduse skaala 165
Kriitiline isoterm 403
— kiirus 212
— olek 401—404
— ruumala 404
— rõhk 404
— temperatuur 402—404
Kristallilised ained 446—448
Kristallisatsioonitsenter 453
Kruvi 139—140
Kruvikäigu kõrgus 139
Kruvisamm 139
Krõlov 183
Kuiv hõõrdumine 94
— jää 473
Kujuelastsus 156
Kujutegur 217
— relatiivne 217
— suhteline 217—218
Kulgevad lained 281
Kulgliikumine 112, 127
Kundt 307
Kundti toru 301, 307—308
Kuuldavuse piirid 293—294, 324
Kuuldetoru 303
Kuullaagrid 94
Kvantmehaanika 153
Kõla 295
Kõnetoru 303
Kõrgusaste, baromeetriline 189—190
Kõrv 321—324
Kõva keha 112
Kõvadus 165—166
Kõver, ballistiline 42
— sulamis- 472
Kõvera kooldumistasand 44
— normaalid 44
— peanormaal 44
Kõverad, faasinihke 274
— resonantsi- 272
Kõverusraadius 45
Kõverusring 44
Küllastamata aur 404, 457
Küllastatud aur 403—404, 457
— auru rõhk 457—460
Küllastav niiskus 461

L

Labiilne tasakaaluolek 182
Lahuste tahkumine 454—455
Laine, lineaarne 275
— tasa- 287
Laine hari 277
— org 277
Lained, edasiliikuvad 281
— kulgevad 281
— longitudinaal- 277
— rist- 275—277
— seisvad 284—287
— transversaal- 276
Laineenergia 281—282
Lainefront 281, 287
Lainekiired 275, 282
Lainepikkus 277
Lainepind 282—287
Lainete difraktsioon 290
— interferents 282—284
— käiguvahe 283
— murdumine 289—290
— paindumine 290—292
— peegeldumine 288
Lainevõrrand 279—281
Laminaarne voolamine 193, 210
Langemishälve 80
Laplace'i valem (vedeliku pinna kõverusest tingitud lisarõhk) 235—236
— — (hääle kiirus gaasides) 300
Lebedev 12, 321
Lenin 6, 10
Lennuki kandepind 218—220
Lenz 12
Lihtmasinad 132
Liidemaa 465
Liikumatu plokk 135
Liikumine 5, 24—25
— kulg- 112, 127
— mehaaniline 24—25
— molekulide 367—370
— pöörd- 112, 127
— reaktiiv- 73—76
— rotatoorne 112
— translatoorne 112
— võnk- 245
— ühtlane pöörd- 114
— — ring- 47—49

— — sirg- 27—28
— ühtlaselt aeglustuv 31
— — kiirenev 30
— — muutuv 31—32
Liikumisenergia 97
Liikumishulga jäävus 71—73
— moment 125
Liikumishulk 58, 70—71
Liikumiste liigitus 26
Liikuv plokk 135—136
Liiter 15
Liitplokk 135
Liitvõnkumine 258
Linde 405
— õhu veeldamise masin 405—406
Lineaarne laine 275
Linné 332
Lissajous 264
Lissajous' kujundid 264—267
Liugumise hõõrdumiskoefitsient 91
Lodõgin 12
Logaritmiline dekrement 270
Lomonossov 12, 103, 105, 332, 346, 366—367, 375, 418, 422
Longitudinaallained 277
Loschmidt 360
Loschmidti arv 360
Luginin 349
Läbipaindumine 161—162.

M

Magnetostriktsioon 327—328
Maksimum- ja miinimumtermomeetrid 333
Mariotte 351
Masina efektiivsus 140
— kasutegur 140—141
— tungi kasutegur 141
— töö kasutegur 141
Masinad 132
Mass 57, 59—60, 62, 104—105
Massi tehniline ühik 64—65
Massiühikud 15—16
Masspunkt 26
Mateeria 5
Matemaatiline pendel 254—255
Materiaalne punkt 26
Maxwell 12, 368, 378, 385
Mayer 106, 420, 422
Meditsiiniline termomeeter 333
Meeter 13
— arhiiv- 13
— rahvusvaheline 13
Meetermõõdustik 13
Megadüün 64
Mehaanika 24
— klassikaline 153
— kuldreegel 141
— kvant- 153
— põhiseadused 61
Mehaaniline energia 97
— liikumine 24—25
Mehhanismid 132
Membraanid 312—313
Mendelejev 12, 363, 402
Metafüüsiline (mehhanistlik) materialism 62
Metallbaromeetrid 187—188
Metatsenter 182—183
Mikrobaar 172
Mikrogramm 16
Mikron 14
Millibaar 172
Milligramm 16
Millimikron 14
Millipond 64
Minut 16
Mitmeaatomilised gaasid 383
Mitte-elastne deformatsioon 108
— põrge 108—109
Mitteinertsiaalne süsteem 79
Mittepööratavad protsessid 431—432
Mittestatsionaarne voolamine 192
Mittesünkroonsed harmoonilised võnkumised 260
Mitteühtlane pöördliikumine 114
— sirgliikumine 28—29
Mohsi skaala 165
Molekulaarkineetiline energia 341
Molekulaarpotentsiaalne energia 341
Molekulaarrõhk 229
Molekulaartungid 225—228
Molekuli mõjupiirkond 227
— mõjusfäär 227
— vaba tee 367—368
— vabadusastme kineetiline energia 385
Molekulid 225
Molekulide keskmine kiirus 369
— kiirus 367—370, 377—378
— liikumine 367—370
— ruutkeskmine kiirus 369, 375
— tõenäoseim kiirus 368—369
— vabadusastmed 383—385
Molekulkaal 360—361
Moment, liikumishulga 125
— pöörde- 115—117
Monomolekulaarne kiht 237
Moodul, elastsus- 159, 166
— kokkusurutavus- 158
— kompressiooni- 158, 166
— nihke- 160, 166
— vektori 36
— väände- 160
— Youngi 159
Mool 361
Moolruumala 362
Moolsoojus 385—390
— isohaariline 389

— isokooriline 389
— konstantse ruumala puhul 386—389
— — rõhu puhul 386, 389
Možaiski 221
Murdumine, hääle 305—306
— lainete 289—290
Murdumisnäitaja 289
Murdumisseadus 289
Mõõtmine 12
Mõõtmise täpsus 19
Mõõtmistulemuse absoluutne viga 19
— relatiivne viga 19
Mõõtühiku etaloon 13
— standard 13
Mõõtühikud 12—18
Mõõtühikute süsteemid 19—21
— tähised 21
Märg hõõrdumine 94—95
Määrimine 94—95
Müra 293
Müraspekter 297

N

Nanomeeter 14
Neeldumiskoefitsient 304
Neutraalne kiht 161
Newcomen 442
Newton 25, 53—54, 60—63, 104—105, 143—146, 153, 366
Newtoni I seadus 54—55
— II seadus 58—59
— III seadus 60—61
— sisehõõrdumisvalem 205, 209
— takistusvalem 217
Nihe 33—34
Nihete lahutamine 34
— liitmine 34
Nihkemoodul 160, 166
Nihkevektor 35
Niiskus 460
— absoluutne 460—461
— küllastav 461
— relatiivne 461
— suhteline 461
— õhu 460—463
Nivelleerimine, baromeetriline 190
Njuuton 64
Normaalne kiirendus 50
Normaaltung 171
Nurkkiirendus 115
Nurkkiirus 48, 114—115
Nutatsioon 129

O

Oklusioon 244
Olekute diagramm 473
Omavõnked 271
Ongström 14
Optilised püromeetrid 333
Optimaalne reverberatsiooniaeg 305
Osarõhk 366
Ostsillogramm 261
Ostwald 423, 435

P

Paigaloleku hõõrdumiskoefitsient 91
Paindetugevus 165
Paine 157, 161—163
Paisumine, joon- 333—335
— ruum- 337—340
— sulamite 337
Papin 441
Parameetrid, gaasi oleku 351
— kehade oleku termodünaamilised 416
Parema käe kruvi 114
Partsiaalrõhk 366
Pascal 175
Pascali seadus 174—175
Pauk 293
Peegeldumine, hääle 302—303
— lainete 288
Pendel, füüsikaline 255
— matemaatiline 254—255
Permanentsed gaasid 405
Perpetuum mobile, I liiki 422—423
— — II liiki 435
Perrin 376
Petit 391—392
Pefrov (N. P.) 95
Petrov (V. V.) 12
Piesoelektriline efekt 326, 328
Piesomeeter 168
Pihustaja 201
Piir, elastsuse 165
— proportsionaalsuse 164
— tugevuse 165
— voolavuse 164
— võrdelisuse 164
Piiritustermomeeter 332
Piirkond, proportsionaalsuse 164
— võrdelisuse 164
Pikilaine hõrendus 278
— tihendus 277
Pikilained 277—279
— seisvad 284—286
Pikkusühikud 13—14
Pindaktiivsed ained 233
Pindalaühikud 14
Pindinaktiivsed ained 233
Pindpinevus 229—230
Pindpinevuskoefitsient 230, 232—233
Pindpinevustegur 230
Pindpinevustungid 229—230
Pinge 159
Pinna keskmine kõverus 235
Pinnaenergia 231—234

— koefitsient 232
— tihedus 232
Plaadid 312—313
Plastiline deformatsioon 108
— keha 154
Plastilisus 154
Plastmassid 155
Plokk 135—136
— liikumatu 135
— liikuv 135—136
— liit- 135
Poiseuille 206
Poisson 427
Poisson'i seadus 427
Polzunov 442—443
Poncelet 106
Pond 64
Poolideaalne gaas 398
Poollaine kaotus 284
Popov 12
Potentsiaalne energia 97, 101—102
Prandtli toru 199
Pretsessioon 129
Printsiip, Doppleri 308
— Huygensi 287—288
— Huygensi-Fresneli 290
— vastuvoolu 406
— virtuaalse nihke 135
— võimaliku nihke 134—135
Prony 106
Propellerturbiin 224
Proportsionaalsuse piir 164
— piirkond 164
Protsessid, adiabaatilised 427—429
— isobaarilised 353
— isokoorilised 355
— isotermilised 351, 399
— mittepööratavad 431—432
— pööratavad 431—432
— ring- 430
— termodünaamilised 416
— tsüklilised 430
Psühromeeter, Augusti 463—464
Ptolemaios 52
Puaas 205
Pulverisaator 201
Põhisagedus 295, 310
Põhisuurused 13
Põhisüsteem 83
Põhitoon 295, 310
Põhjuslikkus 8
Põrge 107—111
— elastne 109—111
— mitte-elastne 108—109
Päikese-ööpäev, keskmine 16
Pööra tasakaal 134—135
Pööratavad protsessid 431—432
Pöördeimpulss 124
Pöördemoment 115—117
Pöördliikumine 112, 127
— mitteühtlane 114
— ühtlane 114
Pöörlemishulga jäävus 125—126
Pöörlemishulk 124—126
Pöörlemistelg 112
Pöörleva keha kineetiline energia 119—120
— — tasakaal 118
Püsimatu tasakaaluolek 182
Püsiv tasakaaluolek 182

Q

Quincke 306
Quincke toru 306—307

R

Radiaalne kiirendus 50
Radiaan 18
Radiomeeter 321
Rahvusvaheline kilogramm 15
— meeter 13
Rakettmootor 74
Rankine 107
Raskus 57, 145
Raskuskiirendus 32, 150—151
— standard- 151
Raskusmass 151—153
Raskustungi töö 100—101
Reaalne gaas 351, 392—393
Reaalse gaasi isotermid 400—401, 403
Reaalsed tsüklid 443
Reaktiivliikumine 73—76
Reaktiivmootorid 74—76
Réaumur 332
Réaumuri skaala 332
Rebinder 234
Reegel, Dulong'i-Petit' 392
— Koppi-Neumanni 392
Relatiivne kujutegur 217
— niiskus 461
— viga 19
Resonaatorid 298
Resonants 272—275
— akustiline 297
Resonantsikast 312
Resonantsikõverad 272
Resultantvõnkumine 258
Reverberatsiooniaeg 304—305
— optimaalne 305
— standard- 304
Reynolds 210, 212
Reynoldsi arv 212—213
Richmann 346
Richmanni valem 346—347
Rihm 137—138
Ringliikumine 47—49
Ringprotsess, Carnot' 436—437
Ringprotsessid 430

Ringsagedus 248
Ristlained 275—277
— seisvad 286—287
Ristsihiliste võnkumiste liitmine 263—266
Rotatoorne liikumine 112
Rumford 419
Ruumala, kriitiline 404
Ruumalaelastsus 155
Ruumalaühikud 14—15
Ruumide akustika 303—305
Ruumnihe 33
Ruumpaisumine 337—340
— vedelike 339
Ruumpaisumiskoefitsient 338—339
Ruupor 303
Rõhk 171
— dünaamiline 198
— hüdrostaatiline 175—176
— kriitiline 404
— küllastatud auru 457—460
— osa- 366
— partsiaal- 366
— staatiline 198
— õhu- 190
Rõhumine 170
Rõhusond 199
Rõhutakistus 216
Rõhuühikud 171—172
Ründenurk 220

S

Sagedus, ring- 248
— võnke- 246
Samasihiliste võnkumiste liitmine 258—261
Seadus, Arhimedese 178, 183—184
— Avogadro 360
— Boyle'i-Mariotte'i 351—352, 354, 373
— Charles'i 355
— Daltoni 243, 366, 458
— energia jäävuse 103, 422
— Gay-Lussac'i 352—354
— gravitatsiooni- 144—146
— harmoonilise võnkumise 247
— Henry 243
— Hooke'i 7, 157
— inertsi- 54
— murdumis- 289
— Newtoni I 54—55
— — II 58—59
— — III 60—61
— Pascali 174—175
— Poisson'i 427
— Tsiolkovski 77
— Weberi-Fechneri 324
— üldine jäävuse 103
Seadused, hõõrdumis- 92—93
— Kepleri 143
Seisva laine paisud 285
— — sõlmed 285
— — sõlmpunktid 285
Seisvad lained 284—287
— pikilained 284—286
— ristlained 286—287
Sekund 16
Semetšenko 402
Sentikraad 332, 356
Sentikraad-skaala 332
Sentipuaas 205
Separaatorid 68
Sifoonbaromeeter 186—187
Siinusoidaalne võnkumine 249
Sirgliikumine, mitteühtlane 28—29
— ühtlane 27—28
Siseenergia 341—342
Sisehõõrdumine, gaaside 208—209
— vedelike 204—206
Sisehõõrdumiskoefitsiendi määramine 206—208
— — Poiseuille'i järgi 206—207
— — Stokes'i järgi 207—208
Sisehõõrdumiskoefitsient 205
Sisehõõrdumistung 204—205
Siserõhk 397—398
Skaala, Celsiuse 332
— De l'Isle'i 332
— Fahrenheiti 332
— Kelvini 357
— kriimustuskõvaduse 165
— Mohsi 165
— Réaumuri 332
Skaalarid 35
Skalaarsed suurused 35
Soojus, keemis- 468
— kondensatsiooni- 469
— mool- 385—390
— sulamis- 449—450
— tahkumis- 449
— veeldumis- 469
Soojuse kiirgamine 413—414
— levimine 408
— mehaaniline ekvivalent 419—421
— mehaanilise ekvivalendi määramine Joule'i järgi 419—420
— — — — Mayeri järgi 420—421
— mõiste termodünaamikas 416—418
— ülekandumine 342
Soojushulkade mõõtmine 342—349
Soojusjuhtivus 408—411
Soojusjuhtivuskoefitsient 410
Soojuslik erijuhtivus 410—411
— tasakaal 331
Soojusmahtuvus 343
Soojusmasina kasutegur 437—441
Soojusmasinad 436—445
Staatika 24

— aero- 167
— hüdro- 167
Staatiline rõhk 198
— tungi mõõtmine 54, 63
Stabiilne tasakaaluolek 181—182
Stabiliseerunud sundvõnked 273
Stalin 9
Standardraskuskiirendus 151
Standardreverberatsiooniaeg 304
Statsionaarne voolamine 192
Steineri lause 121—122
Stephenson 443
Stern 377
Sterni katse 377—378
Stokes 207
Stokes'i valem 207—208
Stoletov 12
Sublimatsioon 456
Suhteline kujutegur 217—218
— murdumisnäitaja 289
— niiskus 461
Sulamine 446—447
Sulamiskõver 472
Sulamissoojus 449—450
Sulamistemperatuur 447, 450
Sulamistemperatuuri olenevus rõhust 451—452
Sulamite paisumine 337
— sulamistemperatuurid 448—449
Suletud süsteem 71
Sumbuvad võnkumised 267—271
Summutustegur 270
Summutustung 268
Sundvõnked 271
— stabiliseerunud 273
Sundvõnkumine 271—275
Surve 157
Survetugevus 165
Surveturbiin 224
Suurused, skalaarsed 35
— vektorilised 35
Sõlm 28
Süsteem, inertsiaalne 77—79, 83
— isoleeritud 71
— mitteinertsiaalne 79
— põhi- 83
— suletud 71

Š

Švedov 370

Ž

Žukovski 221
Žukovski profiil 221

T

Tahkumine 446—447
Tahkumissoojus 449
Takistustermomeetrid 233
Tali 135—136
Tangentsiaalne kiirendus 50
Tasakaal kangil 132
— pööra 107—111
— pöörleva keha 118
— soojuslik 331
— ujuva keha 181—183
Tasakaaluolek, indiferentne 182
— labiilne 182
— püsimatu 182
— püsiv 182
— stabiilne 181—182
— ükskõikne 182
Tasalaine 287
Tegur, elastsus- 159
— kokkusurutavus- 158
— kompressiooni- 158
— kuju- 217
— pindpinevus- 230
— summutus- 270
Tehniline atmosfäär 171
Teisendumistäpid 446
Temperatuur 331
— absoluutne 356—357
— absoluutse keemise 402
— keemis- 467—468
— kriitiline 402—404
— sulamis- 447, 450
Temperatuuri mõõtmine 331—333
Teooria 8
Termodünaamika 415—416
— I printsiip 422—423
— II printsiip 432—435
Termodünaamilised protsessid 416
Termoelemendid 333
Termograafid 335
Termomeetrid 331—333
— bimetall- 333, 335
— elavhõbe- 332
— gaas- 333
— maksimum- ja miinimum- 333
— meditsiinilised 333
— piiritus- 332
Termospudel 414
Thomson 107, 357
Tihedus, pinnaenergia 232
— voolujoonte 194
Tilgad 236—237
Tonn 16
Toon 293
— põhi- 295, 310
— ülem- 295, 310—311
Torr 172
Torricelli 185
— katse 184—185
— tühik 185, 458
— valem 203—204
Torsioon 157
Torsioonvõnkumine 253—254
Toru, Kundti 301, 307—308

— kuulde- 303
— kõne- 303
— Prandtli 199
— Quincke 306—307
— Venturi 199
— voolu- 193
Toruaneroid 187
Translatoorne liikumine 112
Transversaallained 276
Troopiline aasta 17
Tsentrifugaalne inertstung 69
Tsentrifugaaltung 67
Tsentripetaalne kiirendus 49, 66
Tsentripetaaltung 66
Tsiolkovski 76—77
— seadus 77
Tsüklilised protsessid 430
Tšaplõgin 221
Tšerepanovid 443
Tugevus 165
— hääle 294, 320, 324
— painde- 165
— surve- 165
— tõmbe- 165
Tugevuse piir 165
Tuiklemine 262—263
Tund 16
Tung 53—54
— Coriolise 82
— direktsioon- 161
— gravitatsiooni- 144
— harmoonilisel võnkumisel 252
— hõõrdumis- 90, 95—96
— kesktõmbe- 66
— kesktõuke- 67
— normaal- 171
— sisehõõrdumis- 204—205
— summutus- 268
— tsentrifugaal- 67
— tsentrifugaalne inerts- 69
— tsentripetaal- 66
— üldine gravitatsiooni- 144
— — tõmbe- 144
Tungi impulss 70
— mõõtmine, dünaamiline 54, 63
— — staatiline 54, 63
Tungid, adhesiooni- 227
— aerodünaamilised 218—219
— ekvivalentsed 117—118
— inerts- 82
— kohesiooni- 227
— molekulaar- 225—228
— pindpinevus- 229—230
— üheväärsed 117—118
Turbiinid 222—224
Turbodetander 406
Turbokompressoriline õhu-reaktiivmootor 75—76
Turbulentne voolamine 193, 210—211
Tuulekiirusmõõtja 217
Tõmbetugevus 165
Täielikult märgav vedelik 238
Täisvõnge 246
Tämber 295
Töö 84—85, 105—106, 416—418
— graafiline kujutamine 87
— muundumine soojuseks 418—421
— mõiste termodünaamikas 416—418
— raskustungi 100—101
— termiline ekvivalent 421
Töömasinad 132
Tööühikud 86

U

Ujuva keha tasakaal 181—183
Ultraheli 294, 326—330
Ultraheli-defektoskoopia 329
Ultraheliteraapia 330
Ultratsentrifuugid 69
Universaalne gaasikonstant 363—364
Universaalse gaasikonstandi füüsikaline tähendus 389, 421

V

Vaakuum 370
Vaatlus 6—7
Vaba pinnaenergia 231
Vabad elektronid 408—409
— teljed 127—128
— vektorid 36
Vabadusastmed 382—385
— molekulide 383—385
Vabajoaturbiin 223
Valem, baromeetriline 395
— dimensiooni- 22
— hoo 98—100
— Laplace'i 235—236
— — 300
— Newtoni sisehõõrdumis- 205, 209
— — takistus- 217
— Richmanni 346—347
— Stokes'i 207—208
— Torricelli 203—204
Valjuhääldaja 317—319
— karakteristikud 317—319
Valjus 324—326
Van der Waals 398
Van der Waalsi isotermid 400—401
— võrrand 398
Varjatud deformatsioon 160
Varvad 310—311
Vasaku käe kruvi 114
Vastuvoolu printsiip 406
Vatt 88
Vedel õhk 406
Vedelik 167
— ideaalne 168

— täielikult märgav 238
Vedelikbaromeetrid 185—187
Vedelike kokkusurutavus 168—169
— ruumpaisumine 339
— sisehõõrdumine 204—206
— ülekuumendamine 470—471
Vedru jäikus 253
Vedrukaal 54
Vee agregaatolekute diagramm 472
— energia kasutamine 221—224
Veejoa-hõrenduspump 201—202
Veejõumasinad 222—224
Veeldumine 446
Veeldumissoojus 469
Veeremise hõõrdumiskoefitsient 94
Vektori lahutamine komponentideks 40—41
— moodul 36
Vektorid 35
— vabad 36
Vektorilised suurused 35
Vektorite graafiline kujutamine 35
— korrutamine ning jagamine skaalariga 39
— lahutamine 38
— liitmine 36—37
— skalaarne korrutis 39—40
— tähistamine 36
— võrdsus 36
— võrdvastupidisus 36
Venitus 156
Venturi toru 199
Vesikeskküte 412
Vesirattad 223
Viga, absoluutne 19
— relatiivne 19
Viled 315—317
— huul- 316
— keel- 316
Virtuaalse nihke printsiip 135
Viskoossus, kinemaatiline 206
Voltaire 366
Voolamine 192—193
— keeriseline 211
— laminaarne 193, 210
— mittestatsionaarne 192
— statsionaarne 192
— turbulentne 193, 210—211
Voolavuse piir 164
Voolu keskmine kiirus 210
— kriitiline kiirus 212
— maksimaalne kiirus 210
Voolujooned 191—192
Voolujooneline keha 216
Voolujoonte tihedus 194
Voolutoru 193
Vooluväli 191
Vurr 128
Vurri efekt 129
Võimaliku nihke printsiip 134—135
Võimsus 88—89
Võimsusühikud 88—89
Võnkeamplituud 246
Võnkeperiood 246
Võnkesagedus 246
Võnkumine, elliptiline 265
— harmooniline 246
— liit- 258
— resultant- 258
— sinusoidaalne 249
— sund- 271—275
— torsioon- 253—254
— õhusammaste 313—315
Võnkumised, aperioodilised 269
— mittesünkroonsed harmoonilised 260
— sumbuvad 267—271
Võnkumiste liitmine 258—261, 263—266
Võrdelisuse piir 164
— piirkond 164
Võrrand, Bernoulli 196—198
— Clapeyroni-Mendelejevi 362—365
— gaaside kineetilise teooria põhi- 370—373
— laine- 279—281
— van der Waalsi 398
Võrrandid, gaasi oleku 351—355
Väli 5
Väändemoodul 160
Vääne 157

W

Watt 106, 443
Weberi-Fechneri seadus 324
Woodi metall 448

Õ

Õhk, vedel 406
Õhu niiskus 460—463
Õhu-reaktiivmootor 75
Õhurõhk 190
Õhusammaste võnkumine 313—315
Õhutakistuskaalud 216, 219
Õli-difusioonpump 382

Ä

Ärrituslävi 324
Äärenurk 237—239

Ö

Öökülmad 465

Ü

Üheaatomilised gaasid 384
Ühendatud anumad 176—177
Üheväärsed tungid 117—118

Ühik, aatomkaalu 361
Ühikud, aja- 16
— kaalu- 15—16
— massi- 15—16
— pikkus- 13—14
— pindala- 14
— ruumala- 14—15
— töö- 86
Ühtlane pöördliikumine 114
— ringliikumine 47—49
— sirgliikumine 27—28
Ühtlaselt aeglustuv liikumine 31
— kiirenev liikumine 30
— muutuv liikumine 31—32
Ükskõikne tasakaaluolek 182
Ülekuumendatud vesi 471
Üleküllastusolek 463
Ülemtoonid 295, 310—311
Üleslüke 178
Üldine gravitatsioonitung 144
— jäävuse seadus 103
— tõmbetung 144

Y

Young 159
Youngi moodul 159

SISUKORD

Eessõna teisele trükile 3

SISSEJUHATUS

1. Mateeria ja liikumine 5
2. Füüsika ülesanne 6
3. Füüsika meetod 6
4. Põhjuslikkus. Füüsika seadused 8
5. Marksistlik dialektika füüsikaliste nähtuste õige mõistmise alusena 9
6. Füüsika seos teiste teadusharude ja tehnikaga 10
7. Füüsika tähtsus sotsialistlikus ülesehitustöös 11
8. Jooni füüsika arengust. Kodumaiste teadlaste panus füüsika arengusse 11
9. Mõõtmine ja mõõtühikud. Põhisuurused 12
10. Pikkusühikud 13
11. Pindala- ja ruumalaühikud 14
12. Kaalu- ja massiühikud 15
13. Kümnendsüsteemi mõõtühikute tuletamine 16
14. Ajaühikud 16
15. Nurga mõõtühikud 17
16. Mõõtmise täpsus 19
17. Mõõtühikute süsteemid 19
18. Mõõtühikute tähised ja füüsikaliste suuruste dimensioonid . . . 21

MEHAANIKA

I. KINEMAATIKA ALGMÕISTED

Sirgliikumine

19. Mehaanika liigitus 24
20. Liikumine, ruum ja aeg 24
21. Ainepunkt 25
22. Liikumiste liigitus 26
23. Ühtlane sirgliikumine 27
24. Mitteühtlane sirgliikumine 28
25. Kiirus antud punktis 29
26. Kiiruse suuruse muutumise graafiline kujutamine 29
27. Ühtlaselt kiirenev või aeglustuv sirgliikumine. Kiirendus 30
28. Ühtlaselt muutuva liikumise valemid 31
29. Kiirendus antud punktis 33

Vektorid ja skaalarid

30. Nihe 33
31. Nihete liitmine ja lahutamine 34
32. Skalaarsed ja vektorilised suurused 35

33. Vektorite tähistamine ja võrdsus 35
34. Vektorite liitmine 36
35. Vektorite lahutamine 38
36. Vektorite korrutamine ning jagamine skaalariga 39
37. Vektorite skalaarne korrutis 39
38. Vektori lahutamine komponentideks 40
39. Horisondi suhtes kaldu visatud keha liikumine. Maksimaalne lennukaugus 41

Kõverliikumine

40. Kõvera puutuja, normaal ja kõverusraadius 43
41. Kiirus antud punktis 45
42. Kiirendus antud punktis 46
43. Ühtlane ringliikumine 47
44. Tangentsiaalne ja normaalne kiirendus 49

II. DÜNAAMIKA PÕHISEADUSED

Newtoni seadused

45. Loodusteaduse arengukäigust enne Newtonit 52
46. Tung ja selle mõõtmisviise 53
47. Newtoni I seadus 54
48. Ainehulk, kaal ja mass 56
49. Mass ja raskus 57
50. Newtoni II seadus 58
51. Newtoni III seadus 60
52. Newtoni mehaanika filosoofiline tagapõhi 62

Newtoni seaduste rakendusi

53. Tungi dünaamiline mõõtmine 63
54. Massi tehniline ühik 64
55. Tsentripetaal- ja tsentrifugaaltungid 66
56. Liikumishulk ja tungi impulss 70
57. Liikumishulga jäävus 71
58. Reaktiivliikumine 73
59. K. E. Tsiolkovski tööd 76
60. Inertsiaalne süsteem 77
61. Mitteinertsiaalne süsteem 79
62. Vabalt langevate kehade hälve ida suunas 80
63. Foucault' pendlikatse 80
64. Coriolise tung ja inertstung 82

III. TÖÖ JA ENERGIA

Töö ja võimsus

65. Töö mõiste 84
66. Tööühikud 86
67. Töö graafiline kujutamine 87
68. Võimsus. Võimsusühikud 88

Hõõrdumine

69. Hõõrdumine. Hõõrdumistung 89
70. Hõõrdumiskoefitsient 90
71. Hõõrdumiskoefitsiendi määramine 91
72. Hõõrdumisseadused 92

73. Hõõrdumine veeremisel 93
74. Kuiv ja märg hõõrdumine. N. P. Petrovi tööd 94
75. Hõõrdumistungi rakendusi 95

Energia

76. Energia mõiste 96
77. Kineetiline energia 97
78. Hoo valem üldjuhul 98
79. Mõningaid hoo valemi rakendusi 99
80. Raskustungi töö 100
81. Potentsiaalne energia 101
82. Mehaanilise energia jäävus vabal langemisel 102
83. Energia jäävus 103
84. Massi, töö ja energia mõiste arengust 104

Põrked

85. Energia edasikandumine 107
86. Elastne ja mitte-elastne deformatsioon 107
87. Mitte-elastne põrge 108
88. Elastne põrge 109

IV. KINDLA KEHA PÖÖRLEMINE

Pöörleva keha tasakaal

89. Absoluutselt kindel keha 112
90. Kulg- ja pöördliikumine 112
91. Nurkkiirus ja nurkkiirendus 113
92. Pöördemoment 115
93. Tungi töö keha pöörlema panemisel 117
94. Pöörleva keha tasakaal 118

Pöörleva keha energia

95. Pöörleva keha kineetiline energia 119
96. Inertsimomendi määramine 121
97. Pöördeimpulss ja pöörlemishulk 123
98. Pöörlemishulga jäävus 125
99. Kulg- ja pöördliikumise võrdlus 127
100. Vabad teljed 127
101. Güroskoopiline efekt 128

V. MEHHANISMIDE TASAKAAL

102. Masinad ja mehhanismid 132
103. Tasakaal kangil 132
104. Kangkaalud 133
105. Võimaliku nihke printsiip 134
106. Plokid 135
107. Diferentsiaaltali 136
108. Hammasrattad ja rihm 137
109. Kaldpind 138
110. Kiil 139
111. Kruvi 139
112. Masina kasutegur 140

VI. GRAVITATSIOON

113. Taevakehade liikumine 142
114. Gravitatsiooniseadus 144
115. Gravitatsiooniseaduse tõepärasuse kontrollimine 145
116. Gravitatsioonitungi arvutamise erijuhud 146
117. Gravitatsioonikonstandi määramine 148
118. Keha kaalu olenevus koha kõrgusest ja geograafilisest laiusest . . 149
119. Inertsus- ja raskusmass 151
120. Klassikalise mehaanika rakendatavuse piirid 153

VII. ELASTSUS

121. Elastsus ja plastilisus 154
122. Elastse deformatsiooni põhiliigid 155
123. Hooke'i seadus 157
124. Kompressiooni- ja elastsusmoodulid 157
125. Nihkemoodul 159
126. Paine 161
127. Elastse deformatsiooni energia 163
128. Elastsuse järelmõju ja hüsterees 164
129. Proportsionaalsuse, elastsuse ja voolavuse piir; tugevus; elastsuse väsimus 164
130. Kõvadus 165

VIII. HÜDRO- JA AEROMEHAANIKA

Vedelike ja gaaside üldisi omadusi

131. Sissejuhatus hüdro- ja aeromehaanikasse 167
132. Vedelike kokkusurutavus 168
133. Gaaside kokkusurutavus 169

Rõhk vedelikes ja gaasides

134. Rõhumine, rõhk ja rõhuühikud 170
135. Hüdrostaatika põhivõrrand 173
136. Rõhu edasikandumine mittekokkusurutavas vedelikus (Pascali seadus) 174
137. Hüdrostaatiline rõhk anuma seinale ja põhjale 175
138. Ühendatud anumad 176

Arhimedese seadus ja selle rakendusi

139. Üleslüke ja Arhimedese seadus 178
140. Kehade ujumine. Areomeeter 179
141. Ujuva keha tasakaal. Metatsenter 180
142. Arhimedese seadus gaaside kohta 183
143. Torricelli katse 184
144. Baromeetrid 185
145. Õhurõhu muutumine kõrguse muutumisel. Baromeetriline kõrgusaste 188

Hüdro- ja aerodünaamika

146. Vooluväli ja voolujooned 191
147. Voolamiste liigitus 192
148. Voolu kiiruse olenevus voolutoru ristlõikest 193

Bernoulli võrrand ja järeldusi sellest

149. Voolava vedeliku rõhk seintele ühtlases ja ebaühtlases torus . . 195
150. Bernoulli võrrandi tuletamine 196
151. Rõhkude mõõtmine voolavas vedelikus 199
152. Rakendusi ja järeldusi Bernoulli võrrandist 199
153. Torricelli valem 203

Sisehõõrdumine

154. Vedelike sisehõõrdumine 204
155. Sisehõõrdumiskoefitsiendi määramine 206
156. Gaaside sisehõõrdumine 208

Laminaarne ja turbulentne voolamine

157. Laminaarne voolamine 210
158. Turbulentne voolamine 210
159. Kriitiline kiirus. Reynoldsi arv 212
160. Vere voolamine soontes 214

Keskkonna takistus ja lennuasjanduse algmed

161. Keskkonna takistuse põhjus 215
162. Newtoni takistusvalem 216
163. Lennuki kandepinnale mõjuvad tungid 218
164. Tungide tasakaal lennul 220
165. Vene ja nõukogude teadlaste töid lennuasjanduse alal 221
166. Vee energia ja selle kasutamine 221

IX. MOLEKULAARSED NÄHTUSED

167. Molekulid ja aatomid 225
168. Molekulaartungid 225
169. Pindpinevus ja molekulaarrõhk 228
170. Vaba pinnaenergia 231
171. Laplace'i valem 234
172. Tilgad 236
173. Äärenurk 237
174. Kapillaarsus 239
175. Näiteid kapillaarsuse kohta 241
176. Adsorptsioon ja absorptsioon 242

X. VÕNKUMISED JA LAINED

Harmooniline võnkumine

177. Võnkliikumine 245
178. Harmoonilise võnkumise tekitamine 245
179. Harmoonilise võnkumise seadus 246
180. Kiirus, kiirendus ja tung harmoonilisel võnkumisel 250
181. Näiteid harmoonilise võnkumise kohta elastsustungi mõjul . . . 253
182. Matemaatilise pendli võnkumine 254
183. Füüsikaline pendel 255
184. Harmoonilise võnkliikumise energia 256

Harmooniliste võnkumiste liitmine

185. Samasihiliste ja sama sagedusega võnkumiste liitmine 258
186. Samasihiliste erineva sagedusega võnkumiste liitmine 260
187. Tuiklemine 262
188. Ristsihiliste harmooniliste võnkumiste liitmine 263

Välistungist mõjustatud võnkumised

189. Sumbuvad võnkumised 267
190. Sumbuvaid võnkumisi iseloomustavad suurused 269
191. Sundvõnkumine 271

Lained

192. Ristlained 275
193. Pikilained 277
194. Lainevõrrand 279
195. Laineenergia 281
196. Lainete interferents 282
197. Seisvad lained 284
198. Huygensi printsiip 287
199. Lainete peegeldumine 288
200. Lainete murdumine 289
201. Lainete paindumine 290

XI. AKUSTIKA

Hääle olemus, liigitus ja omadusi

202. Võnkumine ja hääl 293
203. Heli tugevus, sagedus ja kõrgus 294
204. Kõla ehk tämber 295
205. Helispekter 296
206. Akustiline resonants 297
207. Hääle analüüs 298

Hääle levimine

208. Hääle levimiskiirus ja lainepikkus 299
209. Hääle peegeldumine 302
210. Ruumide akustika 303
211. Hääle murdumine 305
212. Quincke toru 306
213. Kundti toru 307
214. Doppleri efekt 308

Heli tekitamine

215. Heliallikad 310
216. Keeled ja varvad heliallikatena 310
217. Helihark 311
218. Membraanid ja plaadid 312
219. Ühusammaste võnkumine 313
220. Viled 315
221. Valjuhääldaja 317
222. Inimese hääl 319

Hääle tajumine

223. Hääle tugevuse mõõtmine 320
224. Kõrv ja kuuldavuse piirid 321
225. Hääle tugevus ja valjus 324

Ultraheli

226. Ultraheli saatjad ja vastuvõtjad 326
227. Ultraheli omadusi ja rakendusi 328

SOOJUS

XII. KEHADE TERMILISE PAISUMISE SEADUSI

228. Temperatuuri mõõtmise viise 331
229. Tahkete kehade joonpaisumine 333
230. Joonpaisumiskoefitsient 336
231. Kehade ruumpaisumine 337

XIII. PÕHIMÕISTEID KALORIMEETRIAST

232. Keha siseenergia 341
233. Soojushulkade mõõtmine. Richmanni valem 342

XIV. GAASIDE KINEETILINE TEOORIA

234. Ideaalne gaas 350
235. Ideaalse gaasi oleku võrrandeid 351
236. Absoluutne temperatuur ja absoluutne temperatuuriskaala . . . 356
237. Gaasi ruumala ja rõhu olenevus absoluutsest temperatuurist . . 358
238. Gaasi tiheduse olenevus rõhust 358
239. Avogadro seadus 359
240. Aine aatomkaal, molekulkaal ja mooli mõiste 360
241. Clapeyroni-Mendelejevi võrrand. Universaalne gaasikonstant . . 362
242. Daltoni seadus 365
243. M. V. Lomonossovi vaated soojuse olemusele 366
244. Gaasi molekulide liikumisest 367
245. Gaaside kineetilise teooria põhivõrrand 370
246. Järeldusi gaaside kineetilise teooria põhivõrrandist 373
247. Gaasi molekulide ruutkeskmise kiiruse arvutamine 375
248. Browni liikumine 375
249. Molekulide kiiruse mõõtmine 377
250. Gaaside difusioon 379
251. Difusioonpump 380
252. Vabadusastmete mõiste 382
253. Molekulide vabadusastmed 383
254. Gaaside moolsoojused ja erisoojused 385
255. Dulong'i-Petit' reegel 391
256. Reaalsed gaasid 392
257. Reaalne gaas Maa raskusväljas. Baromeetriline valem 393
258. Van der Waalsi võrrand 397
259. Isotermilised protsessid ja ideaalse gaasi isotermid 399
260. Van der Waalsi isotermid 400
261. Kriitiline olek 401
262. Gaaside veeldamine 405

XV. SOOJUSE LEVIMINE

263. Soojusjuhtivus 408
264. Konvektsioon 411
265. Kiirgamine 413
266. Termospudel 414

XVI. TERMODÜNAAMIKA

267. Termodünaamika aine ja ülesanne 415
268. Energia, töö ja soojuse mõisted termodünaamikas 416
269. Töö muundumine soojuseks 418
270. Termodünaamika I printsiip 422
271. Gaaside paisumise töö arvutamine ja graafiline kujutamine . . 424
272. Adiabaatilised protsessid. Poisson'i võrrand 427
273. Temperatuuri arvutamine adiabaatilistel protsessidel 428
274. Ringprotsessid 230
275. Pööratavad ja mittepööratavad protsessid 431
276. Termodünaamika II printsiip 432
277. Carnot' ringprotsess 436
278. Soojusmasinate kasutegur 437
279. Aurumasin ja selle rakendamine tööstusmasinana 441

XVII. AGREGAATOLEKUTE MUUTUSI

280. Kristalliliste ja amorfsete ainete sulamine ning tahkumine . . . 446
281. Sulamissoojus 449
282. Keha ruumala muutumine sulamisel 449
283. Sulamistemperatuuri olenevus rõhust 451
284. Allajahutamine 452
285. Lahuste tahkumine 454
286. Aurustumine 455
287. Küllastatud ja küllastamata aur 456
288. Küllastatud auru rõhk 457
289. Õhu niiskus 460
290. Augusti psühromeeter 463
291. Kastepunkt 464
292. Juushügromeeter 466
293. Keemine 466
294. Keemistemperatuuri olenevus rõhust 469
295. Vedeliku ülekuumendamine 470
296. Aine agregaatolekute diagramm. Kolmikpunkt 471
Register 474

Ланг Юхан Якобович, Марран Хуго Эдуардович, Митт Анатолий Мартинович, Мюрк Херман Юрьевич, Паэ Александер Янович

ОБЩИЙ КУРС ФИЗИКИ I

На эстонском языке

Эстонское Государственное Издательство
Таллин, Пярнуское шоссе, 10

*

Toimetaja R. Toming

Kunstiline toimetaja H. Keigo

Tehniline toimetaja K. Einberg

Korrektorid M. Sepp ja F. Hiie

Ladumisele antud 8. V 1957. Trükkimisele antud 24. VIII 1959. Paber 60×92, 1/16. Trükipoognaid 31. Arvutuspoognaid 27,1. Trükiarv 3000. MB-08012. Tellimise nr. 615. Trükikoda «Kommunist», Tallinn, Pikk tn. 2.

Hind rbl. 11.—

2—3

Rbl. 11.—

1.
A
22786
1757220

TÜ RAAMATUKOGU
1 0300 00175722 0