Труды Астрономической Обсерваторіи
Юрьевскаго Университета
Т. XXIV, часть III.

Publications
de
l'Observatoire astronomique de l'Université
de Juriev (Dorpat).

Tome XXIV, cahier III.

Publié par **Prof. K. Pokrowski,** Directeur de l'Observatoire.

Dorpat.
Imprimerie Ch. Mattiesen.
1917.

Положенія къ диссертаціи Э. Шенберга

„Объ освѣщеніи планетъ."

1. Оптическій микрофотометръ является въ настоящее время единственнымъ приборомъ пригоднымъ къ изученію поверхностныхъ яркостей планетъ и долженъ сыграть большую роль въ астрофизикѣ.
2. Электрическій микрофотометръ Дерптской Обсерваторіи, гораздо болѣе точный приборъ, служащій для тѣхъ же цѣлей, не можетъ замѣнить оптическаго фотометра при изученіи слабыхъ объектовъ.
3. Планеты, покрытыя непрозрачнымъ слоемъ облаковъ, имѣютъ распредѣленіе яркости на поверхности въ широкой области опредѣляемое формулой $e^{A(\sec i + \sec \varepsilon)} \cos \varepsilon$.
4. У планетъ, не имѣющихъ атмосферы или имѣющихъ прозрачную атмосферу, изученіе поверхностныхъ яркостей частей поверхности при разныхъ условіяхъ освѣщенія можетъ послужить къ отождествленію ихъ съ земными субстанціями.
5. Чтобы получить представленіе о вліяніи разсѣяннаго въ атмосферѣ планеты свѣта на освѣщеніе ея поверхности слѣдуетъ изучить на разныхъ высотахъ надъ уровнемъ моря путемъ фотометрическихъ измѣреній измѣненія яркости земного предмета (напримѣръ бѣлаго картона) при разныхъ высотахъ солнца, при освѣщеніи его солнца и въ тѣни.
6. Для лунной поверхности, исключая моря, при любой фазѣ яркость въ любыхъ точкахъ, для которыхъ углы i и ε не превышаютъ 60^0, постоянна. Законъ отраженія можетъ быть для луны представленъ въ видѣ $f(i, \varepsilon) = \varphi_1(i) \cdot \varphi_2(\varepsilon) \cos \varepsilon$.

   Для представленія кривой фазы эту формулу необходимо дополнить множителемъ $\varphi_3(\alpha)$.
7. Методъ Пѣвцова опредѣленія широтъ при примѣненіи безличнаго микрометра значительно выиграетъ какъ въ отношеніи легкости наблюденій, такъ и въ отношеніи точности.

8. Средняя широта меридіаннаго круга Дерптской Обсерваторіи есть 58° 23′ 47″,16 ± 0″,01.

9. При опредѣленіи орбитъ двойныхъ звѣздъ путемъ графическимъ слѣдуетъ параллельно съ кривой позиціонныхъ угловъ пользоваться кривой разстояній, исправляя обѣ на основаніи существующихъ между ними соотношеній.

10. Электромагнитныя возмущенія, исходящія отъ солнца и вызывающія магнитныя бури на землѣ распространяются нормально къ поверхности солнца, какъ это слѣдуетъ изъ статистики внезапныхъ измѣненій формы и яркости кометъ.

Одобрено къ печатанію физико-математическимъ факультетомъ Юрьевскаго Университета.
13 марта 1918 года.

Деканъ Тарасенко.

Типографія К. Маттисена, Дерптъ.

Изслѣдованія по фотометріи неба. Часть I.

Объ освѣщеніи планетъ

Э. Шенберга
Астронома наблюдателя Юрьевскаго Университета.

Researches in the photometry of the heavens. Part I.

On the illumination of planets

by

E. Schoenberg
Astronomer of the University of Jourjeff (Dorpat).

Юрьевъ.
Типографія К. Маттисена.
1917.

Предисловіе.

Свѣтила, принадлежащія къ нашей солнечной системѣ, съ древнѣйшихъ временъ ставили пытливой мысли человѣка глубочайшія и интереснѣйшія проблемы. До изобрѣтенія телескопа проблемы эти относились исключительно къ движенію планетъ. Онѣ нашли геніальное разрѣшеніе въ трудахъ Коперника, Кеплера и Ньютона. Но этимъ кругъ вопросовъ, относящихся къ планетамъ, не исчерпанъ. Когда Галилей впервые направилъ на нихъ астрономическій телескопъ, ему неожиданно открылся новый міръ, — міръ физической жизни планетъ. Намъ понятно то глубокое волненіе, высшее счастье мыслителя, которое имъ овладѣло, когда передъ его мысленнымъ взоромъ впервые возсталъ новый и широкій кругъ задачъ, не менѣе интересныхъ, чѣмъ задачи движенія; задачи эти вотъ уже 300 лѣтъ занимаютъ астрономовъ, но еще весьма далеки отъ своего разрѣшенія.

Успѣхъ въ области вопросовъ, относящихся къ физической природѣ планетъ, существенно связанъ съ усовершенствованіемъ телескопа и тѣхъ добавочныхъ приборовъ, которые позволяютъ подвергнуть фокусное изображеніе планеты детальному микрометрическому, спектральному и фотометрическому изслѣдованію. Одно разсматриваніе черезъ окуляръ и зарисовываніе не можетъ поднять вопроса о физической природѣ планетъ изъ области догадокъ и гипотезъ въ область точнаго знанія. Гипотезы эти сравнимы съ остроумными теоріями древнихъ о строеніи солнечной системы, теоріями, основанными на гурбыхъ наблюденіяхъ движеній; онѣ пали послѣ тонкихъ наблюденій Тихо де Браге, и кто знаетъ, не ожидаетъ ли такая же участь нынѣшнія гипотезы о физической жизни Марса, если мы будемъ въ состояніи подвергнуть всякую деталь его поверхности точному спектральному и фотометрическому изслѣдованію.

Въ настоящей работѣ сдѣлана первая попытка подвергнуть численному фотометрическому изслѣдованію распредѣленіе яркости на поверхностяхъ планетъ при помощи новаго поверхностнаго фотометра, построеннаго по нашимъ указаніямъ механикомъ университета Б. А. Мессеромъ. Мы пользовались при этомъ тремя различными рефракторами: 8-мидюймовымъ рефракторомъ Цейсса съ апохроматическимъ объективомъ, 10-тидюймовымъ рефракторомъ Фраунгофера и 15-тидюймовымъ рефракторомъ Репсольда въ Пулковѣ.

Нашъ фотометръ оказался приборомъ высокой чувствительности, хорошо приспособленнымъ къ наблюденіямъ планетъ; онъ позволяетъ измѣрять яркости весьма малыхъ площадокъ (до 1″ въ діаметрѣ на рефракторѣ Репсольда), а также общія яркости планетъ въ сравненіи со звѣздами внѣ фокуса астрономической трубы.

Въ послѣдующихъ работахъ мы покажемъ его пригодность и высокую точность при наблюденіяхъ звѣздъ внѣ фокуса, позволившую намъ изслѣдовать перемѣнность блеска съ амплитудою меньшею 0.1 зв. вел. При помощи его намъ удалось изслѣдовать перемѣнность кольца Сатурна, теоретически обоснованную Зелигеромъ, но не доступную измѣренію другими приборами.

При обработкѣ наблюденій поверхностныхъ яркостей планетъ Венеры, Марса Юпитера и Сатурна, составляющей тему настоящей работы, мы ставили себѣ цѣлью найти функцію уговъ паденія свѣта *(i)* и отраженія *(ε)*, опредѣляющую разпредѣленіе яркости на видимой поверхности планеты.

Яркость въ разныхъ точкахъ диска планеты, предполагая поверхность ея однородной, зависитъ отъ закона диффузнаго отраженія свѣта; форма этого закона не извѣстна, но можетъ быть найдена изъ наблюденій относительной яркости разныхъ точекъ поверхности. Если планета окружена атмосферою, то послѣдняя видоизмѣняетъ этотъ законъ и выдѣленіе вліянія атмосферы представляетъ значительныя трудности. Поглощеніе свѣта атмосферою определяется функціей $e^{A \sec z}$, гдѣ А коэффиціентъ прозрачности, но помимо поглощенія вліяніе на яркость видимыхъ сквозь атмосферу частей поверхности оказываетъ и разсѣянный въ атмосферѣ[1]) свѣтъ. Усчитать вліяніе этого фактора при отсутствіи данныхъ о составѣ планетныхъ атмосферъ пока не возможно. Судя по виду планетъ, атмосферы ихъ весьма различно поглощаютъ и разсѣиваютъ свѣтъ. У Венеры, вѣроятно, солнечный свѣтъ цѣликомъ поглощается и разсѣивается въ толщѣ окружающихъ ее облаковъ, у Марса атмосфера настолько прозрачна, что на поверхности планеты видны рѣзкія очертанія.

Не имѣя данныхъ относительно вліянія разсѣянія свѣта, мы при обработкѣ нашихъ наблюденій въ основу теоріи положили функцію опредѣляющую поглощеніе свѣта $e^{A \sec z}$ и опредѣляли коэффиціентъ А при разныхъ гипотезахъ относительно вида закона диффузнаго отраженія, разумѣя подъ нимъ функцію, которая совмѣстно съ поглощеніемъ опредѣляетъ видимую яркость поверхности. Видъ этой функціи для Венеры, Юпитера и Сатурна въ предѣлахъ угловъ отъ 0^0 до 60^0 оказался весьма близкимъ къ виду $f(i\varepsilon) = \cos \varepsilon$, т. е. планета при отсутствіи поглощенія представлялась бы намъ равномѣрно яркою въ изслѣдованной области. При отсутствіи атмосферы такой законъ диффузнаго отраженія для всѣхъ угловъ i и ε очевидно не возможенъ. Онъ не одинаково хорошо согласуется съ наблюденіями разныхъ планетъ, а для Марса примѣнимость его даже въ указанныхъ предѣлахъ остается подъ сомнѣніемъ. Мы поэтому для численной характеристики яркости планетъ переходимъ къ новой функціи $(1 + \mu \cos i + \nu \cos 2i)\ (1 + \mu_1 \cos \varepsilon + \nu_1 \cos 2\varepsilon)$, вводя такимъ образомъ новыя постоянныя, не предрѣшая ихъ физическаго толкованія.

Оказалось, что распредѣленіе яркости на поверхностяхъ Сатурна и Юпитера опредѣляется однимъ постояннымъ $\mu = \mu_1 = 2$, у Венеры и Марса требуется большее число ихъ.

Впрочемъ, наблюденія Марса недостаточны для точнаго опредѣленія названныхъ постоянныхъ и разрѣшеніе выступающихъ несогласій съ теоріей мы должны были отложить до новыхъ наблюденій. Эти послѣднія мы намѣрены выполнить новымъ электрическимъ микрофотометромъ, нами построеннымъ, и снабженнымъ свѣтофильтрами для изученія избирательнаго поглощенія. Новый приборъ позволитъ намъ въ значительной степени избѣжать систематическихъ ошибокъ наведеній, представляющихъ главный недостатокъ наблюденій оптическимъ фотометромъ.

Приводимъ содержаніе отдѣльныхъ главъ работы.

Глава I содержитъ описаніе оптическаго микрофотометра, снабженное чертежемъ въ масштабѣ 1 : 2. Указана литература и типы приборовъ, изъ которыхъ почерпнута идея нашей конструкціи.

§§ 4—8 содержатъ постоянныя фотометра.

Въ § 9 даются формулы для вычисленія вліянія фона на измѣренія относительныхъ яркостей.

Глава II разсматриваетъ значеніе для науки, а также исторію вопроса о распредѣленіи яркости на поверхностяхъ планетъ.

Въ § 4 указывается путь изслѣдованій при помощи поверхностныхъ микрофотометровъ.

Въ § 5 выдѣляется та часть этихъ изслѣдованій, которымъ посвящена настоящая работа.

Въ § 6 разсматривается важный источникъ ошибокъ подобныхъ изслѣдованій, вліяніе диффракціи свѣта на изображенія планетъ.

Глава III содержитъ очеркъ теоріи освѣщенія планетъ.

Въ § 1 даются формулы для планомѣрнаго выдѣленія вліянія поглощенія изъ наблюденныхъ поверхностныхъ яркостей и для опредѣленія коэффиціента прозрачности атмосферы.

Въ §§ 2—5 вводятся новыя постоянныя, опредѣляющія распредѣленіе яркости на поверхности планеты, независимо отъ того, имѣетъ ли она атмосферу или не имѣетъ.

Въ § 6 разсматривается тотъ частный случай, когда законъ отраженія близко выражается формулой $f(i\varepsilon) = \cos \varepsilon$, случай сыгравшій весьма важную роль при обработкѣ нашихъ наблюденій. Въ этомъ случаѣ постоянныя, опредѣляющія яркость на поверхности, получаютъ другое значеніе, чѣмъ въ предыдущемъ.

1) На вліяніе разсѣяннаго свѣта наше вниманіе обратилъ нашъ коллега Т. А. Банахевичъ.

Возможно, что при дальнѣйшихъ изслѣдованіяхъ формулы для этого частнаго случая окажутся удобопримѣнимыми для всѣхъ планетъ.

§§ 7 и 8 содержатъ выраженія для общаго количества отраженнаго планетою свѣта въ двухъ разсмотрѣнныхъ случаяхъ, а также формулы для исправленія постоянныхъ, выведенныхъ изъ относительныхъ яркостей, по отклоненіямъ наблюденной кривой фазы отъ теоретической.

Глава IV трактуетъ о вычисленіи угловъ паденія и отраженія свѣта по линейнымъ координатамъ изслѣдованныхъ точекъ поверхности.

Въ §§ 1—3 разсматривается случай планеты со значительнымъ сжатіемъ, каковы Юпитеръ и Сатурнъ, и даются всѣ необходимыя формулы, какъ общія, такъ и частныя для точекъ поверхности нами наблюденныхъ. При изслѣдованіяхъ подобнаго рода, обладающихъ сравнительно малою точностью, можно бы пренебрегать сжатіемъ планетъ при вычисленіи угловъ паденія и отраженія свѣта, и мы признаемъ, что при обработкѣ нашихъ наблюденій это было бы возможно безъ ущерба для точности результатовъ; но мы имѣемъ въ виду дальнѣйшія работы въ этой области, выполненныя съ бо́льшими трубами и съ большею точностью и распространенныя на точки болѣе близкія къ краю, въ которыхъ вліяніе сжатія значительнѣе, и поэтому нашли нужнымъ привести строгія формулы.

Въ § 4 даются соотвѣтствующія формулы для шара, которыя мы примѣняли въ случаѣ Марса и Венеры.

Главы V, VI, VII, VIII содержатъ обработку наблюденій Сатурна, Юпитера, Венеры и Марса съ примѣненіемъ изложенной теоріи освѣщенія.

Въ концѣ работы даются таблицы интеграловъ, необходимыхъ при вычисленіи кривой фазы для двухъ случаевъ, разобранныхъ въ теоріи. Далѣе слѣдуютъ полныя копіи журнала наблюденій. Подъ каждымъ наблюденіемъ приведены также вычисленныя относительныя яркости, при чемъ среднія, вошедшія въ дальнѣйшія вычисленія, напечатаны жирнымъ шрифтомъ.

Въ заключеніе считаю своимъ долгомъ выразить свою глубокую благодарность директору Юрьевской Обсерваторіи, профессору К. Д. Покровскому, за то содѣйствіе, которое онъ оказалъ моей работѣ, предоставляя мнѣ средства Обсерваторіи для пріобрѣтенія приборовъ и оплаты вычисленій. Ученикамъ моимъ, студентамъ К. Купфферу и Э. Свенсону, выполнившимъ совмѣстно со мною эти вычисленія, я сердечно благодаренъ за тщательность ихъ работы, первому также за чтеніе корректуръ; покойному директору Пулковской Обсерваторіи О. А. Баклунду и астроному Л. В. Окуличу — за предоставленіе мнѣ для наблюденій прекраснаго 15-тидюймоваго рефрактора.

Оглавленіе.

Предисловіе.

Свѣтила, принадлежащія къ нашей солнечной системѣ, съ древнѣйшихъ временъ ставили пытливой мысли человѣка глубочайшія и интереснѣйшія проблемы. До изобрѣтенія телескопа проблемы эти относились исключительно къ движенію планетъ. Онѣ нашли геніальное разрѣшеніе въ трудахъ Коперника, Кеплера и Ньютона. Но этимъ кругъ вопросовъ, относящихся къ планетамъ, не исчерпанъ. Когда Галилей впервые направилъ на нихъ астрономическій телескопъ, ему неожиданно открылся новый міръ, — міръ физической жизни планетъ. Намъ понятно то глубокое волненіе, высшее счастье мыслителя, которое имъ овладѣло, когда передъ его мысленнымъ взоромъ впервые возсталъ новый и широкій кругъ задачъ, не менѣе интересныхъ, чѣмъ задачи движенія; задачи эти вотъ уже 300 лѣтъ занимаютъ астрономовъ, но еще весьма далеки отъ своего разрѣшенія.

Успѣхъ въ области вопросовъ, относящихся къ физической природѣ планетъ, существенно связанъ съ усовершенствованіемъ телескопа и тѣхъ добавочныхъ приборовъ, которые позволяютъ подвергнуть фокусное изображеніе планеты детальному микрометрическому, спектральному и фотометрическому изслѣдованію. Одно разсматриваніе черезъ окуляръ и зарисовываніе не можетъ поднять вопроса о физической природѣ планетъ изъ области догадокъ и гипотезъ въ область точнаго знанія. Гипотезы эти сравнимы съ остроумными теоріями древнихъ о строеніи солнечной системы, теоріями, основанными на гурбыхъ наблюденіяхъ движеній; онѣ пали послѣ тонкихъ наблюденій Тихо де Браге, и кто знаетъ, не ожидаетъ ли такая же участь нынѣшнія гипотезы о физической жизни Марса, если мы будемъ въ состояніи подвергнуть всякую деталь его поверхности точному спектральному и фотометрическому изслѣдованію.

Въ настоящей работѣ сдѣлана первая попытка подвергнуть численному фотометрическому изслѣдованію распредѣленіе яркости на поверхностяхъ планетъ при помощи новаго поверхностнаго фотометра, построеннаго по нашимъ указаніямъ механикомъ университета Б. А. Мессеромъ. Мы пользовались при этомъ тремя различными рефракторами: 8-мидюймовымъ рефракторомъ Цейсса съ апохроматическимъ объективомъ, 10-тидюймовымъ рефракторомъ Фраунгофера и 15-тидюймовымъ рефракторомъ Репсольда въ Пулковѣ.

Нашъ фотометръ оказался приборомъ высокой чувствительности, хорошо приспособленнымъ къ наблюденіямъ планетъ; онъ позволяетъ измѣрять яркости весьма малыхъ площадокъ (до 1″ въ діаметрѣ на рефракторѣ Репсольда), а также общія яркости планетъ въ сравненіи со звѣздами внѣ фокуса астрономической трубы.

Въ послѣдующихъ работахъ мы покажемъ его пригодность и высокую точность при наблюденіяхъ звѣздъ внѣ фокуса, позволившую намъ изслѣдовать перемѣнность блеска съ амплитудою меньшею 0.1 зв. вел. При помощи его намъ удалось изслѣдовать перемѣнность кольца Сатурна, теоретически обоснованную Зелигеромъ, но не доступную измѣренію другими приборами.

При обработкѣ наблюденій поверхностныхъ яркостей планетъ Венеры, Марса Юпитера и Сатурна, составляющей тему настоящей работы, мы ставили себѣ цѣлью найти функцію уговъ паденія свѣта (i) и отраженія (ε), опредѣляющую разпредѣленіе яркости на видимой поверхности планеты.

Яркость въ разныхъ точкахъ диска планеты, предполагая поверхность ея однородной, зависитъ отъ закона диффузнаго отраженія свѣта; форма этого закона не извѣстна, но можетъ быть найдена изъ наблюденій относительной яркости разныхъ точекъ поверхности. Если планета окружена атмосферою, то послѣдняя видоизмѣняетъ этотъ законъ и выдѣленіе вліянія атмосферы представляетъ значительныя трудности. Поглощеніе свѣта атмосферою опредѣляется функціей $e^{A\sec z}$, гдѣ А коэффиціентъ прозрачности, но помимо поглощенія вліяніе на яркость видимыхъ сквозь атмосферу частей поверхности оказываетъ и разсѣянный въ атмосферѣ [1]) свѣтъ. Усчитать вліяніе этого фактора при отсутствіи данныхъ о составѣ планетныхъ атмосферъ пока не возможно. Судя по виду планетъ, атмосферы ихъ весьма различно поглощаютъ и разсѣиваютъ свѣтъ. У Венеры, вѣроятно, солнечный свѣтъ цѣликомъ поглощается и разсѣивается въ толщѣ окружающихъ ее облаковъ, у Марса атмосфера настолько прозрачна, что на поверхности планеты видны рѣзкія очертанія.

Не имѣя данныхъ относительно вліянія разсѣянія свѣта, мы при обработкѣ нашихъ наблюденій въ основу теоріи положили функцію опредѣляющую поглощеніе свѣта $e^{A\sec z}$ и опредѣляли коэффиціентъ А при разныхъ гипотезахъ относительно вида закона диффузнаго отраженія, разумѣя подъ нимъ функцію, которая совмѣстно съ поглощеніемъ опредѣляетъ виднмую яркость поверхности. Видъ этой функціи для Венеры, Юпитера и Сатурна въ предѣлахъ угловъ отъ 0^0 до 60^0 оказался весьма близкимъ къ виду $f(i\varepsilon) = \cos\varepsilon$, т. е. планета при отсутствіи поглощенія представлялась бы намъ равномѣрно яркою въ изслѣдованной области. При отсутствіи атмосферы такой законъ диффузнаго отраженія для всѣхъ угловъ i и ε очевидно не возможенъ. Онъ не одинаково хорошо согласуется съ наблюденіями разныхъ планетъ, а для Марса примѣнимость его даже въ указанныхъ предѣлахъ остается подъ сомнѣніемъ. Мы поэтому для численной характеристики яркости планетъ переходимъ къ новой функціи $(1 + \mu\cos i + \nu\cos 2i)\ (1 + \mu_1\cos\varepsilon + \nu_1\cos 2\varepsilon)$, вводя такимъ образомъ новыя постоянныя, не предрѣшая ихъ физическаго толкованія.

Оказалось, что распредѣленіе яркости на поверхностяхъ Сатурна и Юпитера опредѣляется однимъ постояннымъ $\mu = \mu_1 = 2$, у Венеры и Марса требуется большее число ихъ.

Впрочемъ, наблюденія Марса недостаточны для точнаго опредѣленія названныхъ постоянныхъ и разрѣшеніе выступающихъ несогласій съ теоріей мы должны были отложить до новыхъ наблюденій. Эти послѣднія мы намѣрены выполнить новымъ электрическимъ микрофотометромъ, нами построеннымъ, и снабженнымъ свѣтофильтрами для изученія избирательнаго поглощенія. Новый приборъ позволитъ намъ въ значительной степени избѣжать систематическихъ ошибокъ наведеній, представляющихъ главный недостатокъ наблюденій оптическимъ фотометромъ.

Приводимъ содержаніе отдѣльныхъ главъ работы.

Глава I содержитъ описаніе оптическаго микрофотометра, снабженное чертежемъ въ масштабѣ 1 : 2. Указана литература и типы приборовъ, изъ которыхъ почерпнута идея нашей конструкціи.

§§ 4—8 содержатъ постоянныя фотометра.

Въ § 9 даются формулы для вычисленія вліянія фона на измѣренія относительныхъ яркостей.

Глава II разсматриваетъ значеніе для науки, а также исторію вопроса о распредѣленіи яркости на поверхностяхъ планетъ.

Въ § 4 указывается путь изслѣдованій при помощи поверхностныхъ микрофотометровъ.

Въ § 5 выдѣляется та часть этихъ изслѣдованій, которымъ посвящена настоящая работа.

Въ § 6 разсматривается важный источникъ ошибокъ подобныхъ изслѣдованій, вліяніе диффракціи свѣта на изображенія планетъ.

Глава III содержитъ очеркъ теоріи освѣщенія планетъ.

Въ § 1 даются формулы для планомѣрнаго выдѣленія вліянія поглощенія изъ наблюденныхъ поверхностныхъ яркостей и для опредѣленія коэффиціента прозрачности атмосферы.

Въ §§ 2—5 вводятся новыя постоянныя, опредѣляющія распредѣленіе яркости на поверхности планеты, независимо отъ того, имѣетъ ли она атмосферу или не имѣетъ.

Въ § 6 разсматривается тотъ частный случай, когда законъ отраженія близко выражается формулой $f(i\varepsilon) = \cos\varepsilon$, случай сыгравшій весьма важную роль при обработкѣ нашихъ наблюденій. Въ этомъ случаѣ постоянныя, опредѣляющія яркость на поверхности, получаютъ другое значеніе, чѣмъ въ предыдущемъ.

1) На вліяніе разсѣяннаго свѣта наше вниманіе обратилъ нашъ коллега Т. А. Банахевичъ.

Возможно, что при дальнѣйшихъ изслѣдованіяхъ формулы для этого частнаго случая окажутся удобопримѣнимыми для всѣхъ планетъ.

§§ 7 и 8 содержатъ выраженія для общаго количества отраженнаго планетою свѣта въ двухъ разсмотрѣнныхъ случаяхъ, а также формулы для исправленія постоянныхъ, выведенныхъ изъ относительныхъ яркостей, по отклоненіямъ наблюденной кривой фазы отъ теоретической.

Глава IV трактуетъ о вычисленіи угловъ паденія и отраженія свѣта по линейнымъ координатамъ изслѣдованныхъ точекъ поверхности.

Въ §§ 1—3 разсматривается случай планеты со значительнымъ сжатіемъ, каковы Юпитеръ и Сатурнъ, и даются всѣ необходимыя формулы, какъ общія, такъ и частныя для точекъ поверхности нами наблюденныхъ. При изслѣдованіяхъ подобнаго рода, обладающихъ сравнительно малою точностью, можно бы пренебрегать сжатіемъ планетъ при вычисленіи угловъ паденія и отраженія свѣта, и мы признаемъ, что при обработкѣ нашихъ наблюденій это было бы возможно безъ ущерба для точности результатовъ; но мы имѣемъ въ виду дальнѣйшія работы въ этой области, выполненныя съ бóльшими трубами и съ большею точностью и распространенныя на точки болѣе близкія къ краю, въ которыхъ вліяніе сжатія значительнѣе, и поэтому нашли нужнымъ привести строгія формулы.

Въ § 4 даются соотвѣтствующія формулы для шара, которыя мы примѣняли въ случаѣ Марса и Венеры.

Главы V, VI, VII, VIII содержатъ обработку наблюденій Сатурна, Юпитера, Венеры и Марса съ примѣненіемъ изложенной теоріи освѣщенія.

Въ концѣ работы даются таблицы интеграловъ, необходимыхъ при вычисленіи кривой фазы для двухъ случаевъ, разобранныхъ въ теоріи. Далѣе слѣдуютъ полныя копіи журнала наблюденій. Подъ каждымъ наблюденіемъ приведены также вычисленныя относительныя яркости, при чемъ среднія, вошедшія въ дальнѣйшія вычисленія, напечатаны жирнымъ шрифтомъ.

Въ заключеніе считаю своимъ долгомъ выразить свою глубокую благодарность директору Юрьевской Обсерваторіи, профессору К. Д. Покровскому, за то содѣйствіе, которое онъ оказалъ моей работѣ, предоставляя мнѣ средства Обсерваторіи для пріобрѣтенія приборовъ и оплаты вычисленій. Ученикамъ моимъ, студентамъ К. Купфферу и Э. Свенсону, выполнившимъ совмѣстно со мною эти вычисленія, я сердечно благодаренъ за тщательность ихъ работы, первому также за чтеніе корректуръ; покойному директору Пулковской Обсерваторіи О. А. Баклунду и астроному Л. В. Окуличу — за предоставленіе мнѣ для наблюденій прекраснаго 15-тидюймоваго рефрактора.

Оглавленіе.

Introduction and contents.

The celestial bodies belonging to our solar system have always from the earliest times afforded to the inquiring human mind the deepest and most interesting problems. Before the invention of the telescope these problems referred exclusively to the motion of the planets. They found their genial solution in the works of Kopernikus, Kepler and Newton. But therewith the range of problems dealing with planets was not exausted.

When Galilei for the first time pointed a telescope at them, a new world was discovered, the world of the physical life of a planet.

We can easily comprehend his emotion, supreme delight for a thinker, when before his mind's eye there arose a new series of questions, no less interesting than the questions of motion; these questions have been occupying the astronomers now for 300 years, but are still far from being solved.

The progress in the questions relating to the physical nature of planets, is essentially connected with the perfection of the telescope and those supplementary apparatus, which enable us to submit the focal image of a planet to a detailed micrometrical, spectroscopical and photometrical investigation. The observation through an ocular alone can never raise the problem in question from the dominion of hypothesis and speculation into the sphere of exact knowledge.

We can compare these speculations with the ingenious theories of the Ancients on the structure of the solar system, theories built up on rough observations. They were bound to fall after the brilliant observations of Tycho de Brahe, and, who knows, whether the same fate is not awaiting our present views of the physical life of Mars after a minute and thorough investigation of its surface by spectroscopical and photometrical methods.

In the present work the first attempt has been made to submit the distribution of light on the visible disks of the planets to a numerical investigation by the help of a new surface photometer constructed according to our plans by the mechanician of the University Mr. B. Messer.

Our photometer proved an instrument of high accuracy and well adapted for observations of planets. It enabled us to measure the brightness of very small parts of a planet's disk (to 1″ in diameter on the refractor of Repsold), and also their total brightnesses by comparison with stars outside the focus.

In our next paper we shall show its high accuracy in observations of stars outside the focus, accuracy which enables us to study variabilities with amplitudes below a 0.1 of a st. magn.

We succeeded in our observations of the variability of the rings of Saturn, which founded on theory, could be proved by no other instrument.

In the present study, dealing with the planets Venus, Mars, Jupiter and Saturn our aim was not to find the brightness of striking details for the purpose of computing their albedoes, but the general distribution of light at different distances from the centre in order to find the laws of the diminution of light as functions of the angles of incidence (i) and reflection (ε).

The brightness in different points of a planet's disk, provided the surface be homogeneous, depends on the law of diffuse reflection, the shape of which, as yet unknown, can be found from observations of the relative intensity of different points of the surface.

In the case of the planet being surrounded by an atmosphere the latter alters this law, and the separating of the causes determining the brightness of the surface becomes very difficult. The extinction of the light in the atmosphere is determined by the function $e^{A \sec \varepsilon}$, where A is the coefficient of transparency, but besides of the extinction there exists also an influence of the diffused light in the atmosphere*) on the brightness of the observed points. As nothing is known of the constitution of the atmospheres, we have no possibility of taking into account the influence in question. For this reason we took the function $e^{A \sec \varepsilon}$ for extinction as basis of the theory, and computed the constants A with different hypotheses on the law of diffuse reflection. By this latter we understand therefore a function which together with the extinction determines the brightness of the surface. This function proved to be very nearly expressed by the formula $f(i\varepsilon) = \cos\varepsilon$ for the planets Venus, Jupiter and Saturn and angles from 0^0 to 60^0. These planets therefore in the mentioned limits would appear uniformly bright if the influence of extinction were removed.

If there were no atmosphere, this law, at any rate for all angles from 0^0 to 90^0, would be impossible. It does not agree equally well with the observations of the different planets, and in the case of Mars its application even in the mentioned limits remains questionable.

We pass therefore to another function $(1 + \mu \cos i + \nu \cos 2i)\,(1 + \mu_1 \cos\varepsilon + \nu_1 \cos 2\varepsilon)$; introducing for the numerical characterization of the brightness new constants; these can be found from the observed relative intensities and must satisfy to the observed light curve of the planet.

It appeared that the surface brightness of Saturn and Jupiter is determined by one constant $\mu = \mu_1 = 2$; in the case of Venus and Mars more constants were necessary to represent the observations. Moreover our observations of Mars are unsufficient for an exact determination of these constants and we must postpone the solution of the resulting discrepancies with the theory till new observations.

These observations we shall make with a new electrical microphotometer, which we have constructed and which is provided with light filters for the study of the selective absorption.

Chapter I contains the description of the optical microphotometer, provided with a drawing in the scale 1:2. The literature is mentioned with the types of the instruments which have suggested the idea of our construction.

§§ 4—8 contain the constants of the photometer.

§ 9 gives the formulae for computation of the influence of the background on the measured relative intensities.

Chapter II deals with the question of the distribution of light on the disks of planets, its scientific importance and its history.

In § 4 the development of further investigations with surface photometers is exposed.

§ 5 deals separately with that part of those investigations which forms the subject of the present work.

§ 6 treats of an important source of errors in such investigations, the influence of diffraction on the images of planets.

Chapter III contains the outline of a general theory of the illumination of planets.

In § 1 formulae are given for the systematical elimination of the influence on the observed intensities of the extinction of light in the atmosphere of a planet.

In the §§ 2—5 are introduced new constants determining the distribution of light on the surface of a planet, independent of the fact of the planet possessing an atmosphere or not.

In § 6 we consider the special case, when the reflection law is expressed by the formula $f(i\varepsilon) = \cos\varepsilon$, a case which is of great importance in our computations. In this case the constants determining the distribution of light receive a different meaning, to that in the former case. It is possible, that in further investigations these constants will appear generally applicable.

*) To the influence of the diffused light our attention has been called by our colleague Mr. T. Banachiewicz.

§§ 7 and 8 contain the expressions for the total amount of the reflected light in both cases considered above; they contain besides a formula for the corrections of the constants, deduced from the relative intensities, by means of the deviations of the observed light curve of the planet from the theoretical one.

Chapter IV deals with the computation of the angles of incidence and reflection in the observed points of the surface.

In the §§ 1—3 we consider the case of a planet with great oblateness, as Jupiter and Saturn, and give all necessary formulae, the general ones as well as those especially applying to the observed points.

Researches of this kind being of a comparatively small exactness, one might neglect the oblateness entirely when computing the angles of incidence and reflection, and we admit that in calculating our observations this could have been done without diminishing the accuracy of the results. But we bear in mind more exact researches of this kind which might be executed with larger instruments and might refer to points nearer the edges in which the influence of the oblateness is greater; therefore we give here the exact formulae.

In § 4 the corresponding formulae are given for the sphere; these we applied in the case of Mars and Venus.

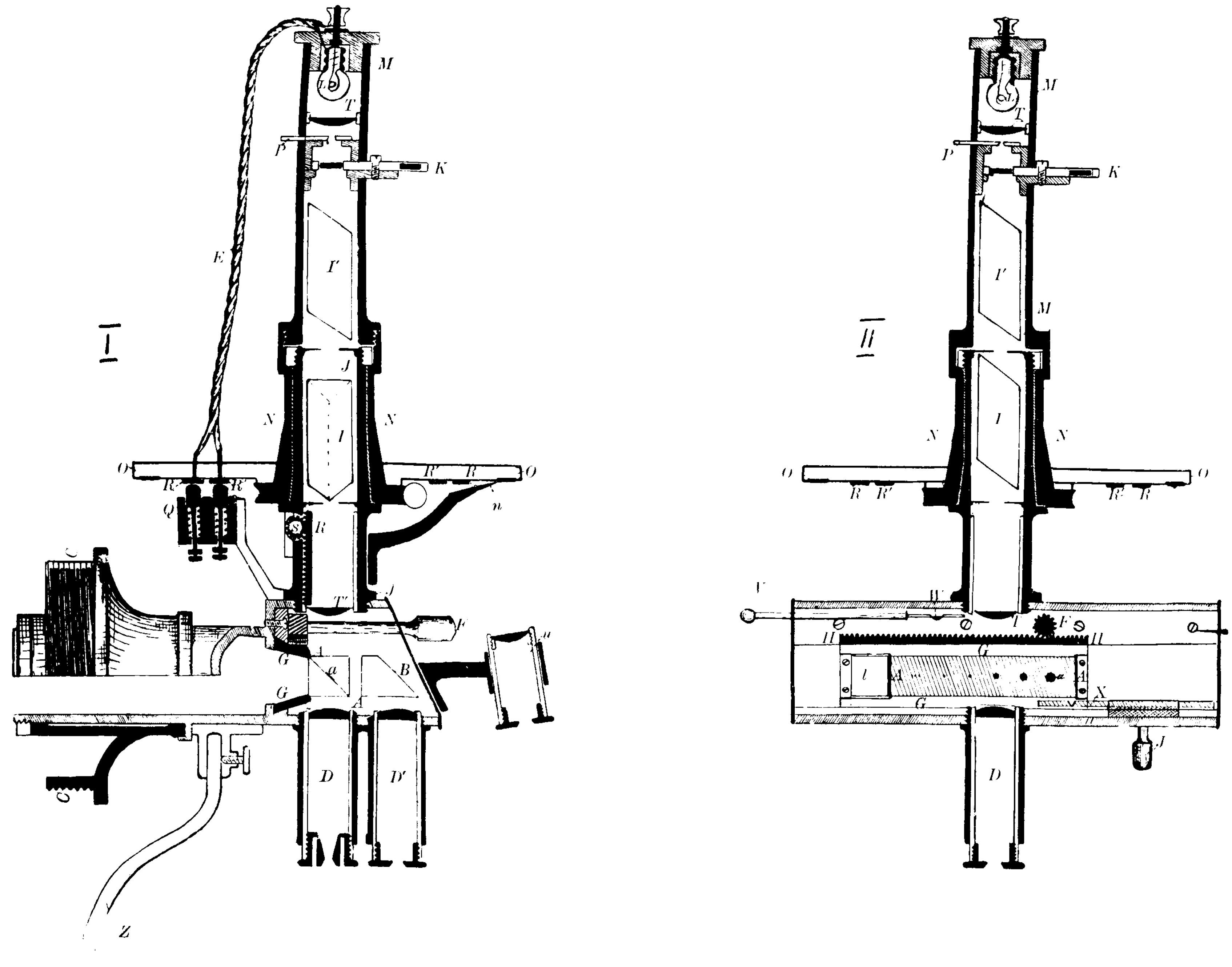
Chapters V, VI, VII and VIII contain the working up of the observations of Saturn, Jupiter, Venus and Mars with the application of the theory discussed above.

At the end of the work we give tables of integrals necessary for the computation of the light curve, for the two cases mentioned. Then follow exact copies of the journal o observations. Under every observation the computed relative intensities are printed, and those which are used in further computations are printed in thick-faced type.

We wish to express our thanks to Professor K. Pokrowski, director of the Observatory of Jourieff, for his kind help in supplying us with the means for the instruments and other necessary expenses.

To my pupils, Mr. K. Kupffer and Mr. E. Svenson, students of the University, who have executed with me the computations, we have to express our hearty thanks for the accuracy of their work, and to the former again for the reading of the proofs.

We wish also to acknowledge the kindness of the late director of the Observatory of Poulkovo O. Backlund, and the astronomer Mr. L. Okoulitsh, who allowed us to make use of the excellent 15-inch refractor.



Оптическій микрофотометръ.

Масштабъ 1 : 2.

I.

Оптическій микрофотометръ.

§ 1. Проф. В. К. Цераскій еще въ 1906-омъ году[1]) предложилъ приспособить фотометръ Цёлльнера для измѣренія поверхностныхъ яркостей. Онъ ставилъ въ фокусѣ трубы на мѣсто плоскопараллельной пластинки зеркальце съ отверстіемъ, черезъ которое видна была часть фокальнаго изображенія неба; остальная часть поля зрѣнія закрывалась зеркаломъ, освѣщеннымъ свѣтомъ лампы фотометра. Измѣняя силу этого освѣщенія при помощи николей, можно было добиться одинаковой яркости искусственнаго освѣщенія и изслѣдуемой площади неба, видимой черезъ отверстіе. Такимъ приборомъ Цераскій сдѣлалъ нѣсколько пробныхъ измѣреній яркости окрестности солнца, туманности Оріона, лунной поверхности и пр. Подобный приборъ, но съ клиномъ вмѣсто николей, позднѣе, въ 1910 г.[2]), предлагалъ Гартманнъ и измѣрилъ имъ яркость разныхъ частей кометы Галлея. Естественно зеркальце замѣнить призмой Lummer-Brodhun'a, примѣняемой во многихъ фотометрахъ физиками, а также въ извѣстномъ микрофотометрѣ Гартманна.

Единичныя измѣренія Цераскаго и Гартманна не дали представленія о точности этого способа измѣренія поверхностныхъ яркостей и объ области примѣненія построенныхъ ими приборовъ.

Необходимость ввести въ астрономію приборъ, которымъ можно бы помѣрить яркость произвольной части фокальнаго изображенія планеты, кометы, туманности и т. п. такъ очевидна, что нѣтъ основанія ее доказывать; многіе наблюдатели задумывались надъ его конструкціей. Въ зависимости отъ преслѣдуемой цѣли предлагаемые ими приборы были различны. Такъ, Фесенковъ для изученія яркости небеснаго фона и зодіакальнаго свѣта построилъ оригинальный приборъ, пригодный повидимому только для измѣренія яркостей большихъ площадей[3]).

Относительная оцѣнка разныхъ попытокъ въ этой непочатой области астрономіи пока преждевременна. Большинство фотометровъ, употребляемыхъ въ физикѣ, основано на сравненіи яркостей площадей, и не представляетъ труда примѣнить тотъ или иной принципъ къ измѣренію яркостей въ фокусной плоскости астрономической трубы.

Описываемый здѣсь оптическій микрофотометръ былъ построенъ по моимъ указаніямъ механикомъ Юрьевской Обсерваторіи Б. А. Мессеромъ для цѣлей относительной

1) Astron. Nachrichten № 4106, 4164.
2) Astron. Nachrichten. № 4431.
3) Въ докторской его диссертаціи: La lumière zodiacale. Paris. Gauthier Villars. 1914.

фотометріи поверхностей планетъ и туманностей. Достигнутые результаты оправдываютъ его конструкцію. Названіе микрофотометра дано ему по главной его задачѣ измѣрять яркости малыхъ площадокъ; идея микрофотометра Гартманна для измѣренія зачерненія пластинокъ, прибора сыгравшаго уже важную роль въ астрофотометріи, легла въ основу конструкціи нашего прибора, начатой еще въ 1910 году.

§ 2. На чертежѣ I-омъ инструментъ представленъ въ разрѣзѣ по оптической оси трубы; на чертежѣ II-омъ — въ разрѣзѣ перпендикулярномъ къ этой оси.

Въ фокусѣ трубы, къ которой весь приборъ привинчивается при помощи винта C и около которой онъ свободно вращается, находится призма Lummer-Brodhun'a, на діагональной плоскости которой AA наклеено 5 малыхъ зеркалъ изъ тонкаго серебра, полированнаго съ обѣихъ сторонъ. Эти зеркала эллиптической формы съ отношеніемъ осей $\sqrt{2}:1$, такъ что въ окулярахъ D и D' они кажутся кругами. Въ окулярѣ D видна только отраженная отъ зеркала a часть поля зрѣнія объектива; вокругъ круга a виденъ свѣтъ отъ лампы фотометра L. Черезъ ломаный окуляръ D' съ призмою B, имѣющій большее фокусное разстояніе, видно все поле зрѣнія объектива съ изъяномъ въ мѣстѣ зеркала a, освѣщеннаго свѣтомъ лампы. Оба окуляра такимъ образомъ могутъ служить для фотометрированія площадки a, наведенной смѣщеніемъ трубы на часть планеты, кометы или туманности. Во второмъ окулярѣ D' изъянъ на планетѣ заполняется неравнымъ по цвѣту и яркости свѣтомъ лампы, такъ что исчезаетъ для глаза; въ первомъ окулярѣ свѣтъ части планеты, отраженный отъ зеркала, приравнивается къ окружающему его свѣту лампы.

Призма Lummer-Brodhun'a смѣщается по высотѣ при помощи винта F, который двигаетъ всю оправу ея GG, хватая за зубцы кремольеры H. Такимъ образомъ въ центръ поля зрѣнія можно ввести любое изъ пяти зеркалъ a, при чемъ остальныя тогда находятся внѣ поля зрѣнія.

Окраску свѣта электрической лампы L, постоянство которой контролируется миллиамперметромъ, можно мѣнять двояко. Если свѣтъ небеснаго объекта желтѣе свѣта лампы при полномъ горѣніи, то при помощи реостата вводятъ малое сопротивленіе. Въ большинствѣ случаевъ лампа желтѣе небесныхъ тѣлъ; тогда желтые и красные лучи лампы можно въ произвольной степени ослабить, ставя вращеніемъ эксцентрично укрѣпленнаго диска K синія стекла различной густоты на пути лучей. Ослабленіе свѣта производится двояко: при помощи диска P съ различной величины діафрагмами и при помощи николей. Первый николь I неподвиженъ въ цилиндрѣ J, наглухо ввинченномъ въ коробку фотометра; второй I' вращается вмѣстѣ съ цилиндромъ M, скрѣпленной съ нимъ втулкой N и раздѣленнымъ кругомъ O.

Во избѣжаніе ослабленія контактовъ при вращеніи николя I' провода отъ аккумуляторовъ идутъ къ пружинному контакту Q, скрѣпленному съ коробкой фотометра; отсюда токъ идетъ по кольцамъ R и R', изолированнымъ отъ круга O, къ проводу E, вращающемуся вмѣстѣ съ лампою L и кругомъ O.

Чтобы избѣжать неравномѣрности искусственнаго освѣщенія, примѣняется матовая электрическая лампа; при помощи короткофокусной линзы T свѣтъ лампы собирается въ параллельный, или почти параллельный пучекъ, проходящій затѣмъ діафрагму P. Пройдя николи, свѣтъ падаетъ на подвижную при помощи зубчатки S линзу T'. Послѣдняя даетъ изображеніе діафрагмы P за зеркаломъ a; такимъ образомъ въ окулярѣ D, фокусированномъ на зеркало a, видно внѣфокусное, равномѣрно яркое изображеніе діафрагмы P; это изображеніе смѣщеніемъ линзы T' можетъ быть притомъ измѣняемо въ размѣрахъ и яркости.

Мѣняя діафрагмы P и смѣщая линзу T', можно измѣнять яркость лампы при неподвижныхъ николяхъ въ довольно широкихъ предѣлахъ. Конечно, передъ наблюденіемъ, послѣ того какъ цвѣтъ и подходящая сила свѣта подобраны, всѣ вспомогательные приборы, какъ реостатъ, дискъ K, діафрагмы P и линза T' закрѣпляются, и измѣреніе производится только вращеніемъ круга O съ николемъ I', положеніе котораго относительно неподвижнаго ноніуса n отсчитывается при помощи лупы U. Малая электрическая лампа, не изображенная на чертежѣ и скрѣпленная съ коробкой фотометра, бросаетъ слабый пучекъ свѣта на дѣленія круга и ноніуса.

§ 3. Добавочныя приспособленія.

a) Вмѣсто призмы съ зеркалами a, нами выше описанной, въ ту же оправу можно вставить призму съ посеребренною діагональной плоскостью и малыми эллиптическими отверстіями въ серебрѣ. Тогда въ окулярѣ D видно все поле зрѣнія объектива съ изъяномъ на мѣстѣ отверстія; послѣднее освѣщается искусственнымъ свѣтомъ. Въ окулярѣ D' картина обратная. Черезъ отверстіе a видна часть неба, кругомъ его — освѣщеніе искусственное.

Большинство наблюденій планетъ, при которыхъ приходилось фотометрировать площадки, меньшія 0.1 миллиметра, сдѣлано именно съ такой призмой, ибо легче сдѣлать въ серебрѣ весьма малое отверстіе, чѣмъ равной величины зеркальце. Обѣ призмы работы Цейсса.

Обѣ системы призмъ имѣютъ одинъ недостатокъ. Какъ ни тонокъ слой серебра, все же толщина его достаточна, чтобы край его при паденіи на него свѣта подъ угломъ въ 45° давалъ одностороннюю тѣнь; помимо этого диффракція даетъ темное колечко вокругъ отверстія или зеркальца. Такимъ образомъ между искусственно освѣщеннымъ зеркальцемъ или отверстіемъ и окружающимъ его свѣтомъ планеты, при сильныхъ увеличеніяхъ окуляра и яркихъ объектахъ, видно тонкое темное колечко, и полнаго исчезновенія площади на площади нельзя наблюдать.

Для слабыхъ объектовъ это темное кольцо не замѣтно.

b) Описанный фотометръ вполнѣ пригоденъ для наблюденій звѣздъ. Достаточно вывести звѣзду изъ фокуса объектива и фотометрировать ее какъ площадь.

Но помимо этого имѣется возможность обратить нашъ фотометръ въ фотометръ Цёлльнера. Надъ призмой Lummer-Brodhun'a въ ея діагональной плоскости закрѣплена въ особой рамѣ прозрачная плоскопараллельная пластинка l, которая вращеніемъ винта F вводится въ поле зрѣнія окуляровъ. Вспомогательная короткофокусная линза W, вдвигаемая при помощи стержня V, даетъ въ фокусѣ въ серединѣ пластинки l сильно уменьшенное изображеніе діафрагмы P, которое и служитъ искусственной звѣздой.

c) Фотометръ нашъ примѣнимъ и какъ спектрофотометръ. Для этого на окуляръ D надѣвается окулярный спектроскопъ; кромѣ того при помощи винта J въ поле зрѣнія окуляра D вводится подвижная щель X, ширину которой можно произвольно мѣнять, вращая головку винта J. Тогда часть планеты или кометы, отраженная отъ зеркальца a, будетъ растянута въ спектръ, который можно сравнивать со спектромъ искусственнаго свѣта, проходящаго черезъ щель.

d) На окуляры надѣвается оправа для 5-ти свѣтофильтровъ работы Цейсса: краснаго, желтаго, зеленаго, синяго и фіолетоваго.

Постоянныя фотометра.

§ 4. Призмы.

Размѣры зеркалъ призмы Lummer-Brodhun'a были измѣрены на измѣрительномъ приборѣ Репсольда. Для малыхъ осей эллипсовъ получены были слѣдующія значенія:

№ зеркала	Малая ось въ mm.	Въ секундахъ дуги	
		на рефр. Цейсса.	на рефракт. Фраунгоф.
	mm.	″	″
I	0.136	7.8	6.6
II	0.403	23.1	19.2
III	0.763	43.7	36.3
IV	1.294	74.1	61.6
V	2.062	118.2	98.2

Такъ же были измѣрены малыя оси отверстій на діагональной плоскости другой призмы, при чемъ наименьшія изъ нихъ, которыя и не могутъ служить для наблюденій поверхностныхъ яркостей, по малости своей не поддавались измѣренію.

№ отверстія	Малая ось въ mm.	Въ секундахъ дуги		
		рефр. Цейсса.	Фраунгоф.	Пулковск. 15-ти дюйм.
	mm.	″	″	″
I	0.031	1.8	1.6	1.0
II	0.152	8.7	7.8	4.6
III	0.250	14.3	11.9	7.5
IV	1.053	60.3	50.2	31.6

§ 5. Діафрагмы.

Искусственный свѣтъ виденъ въ окулярахъ фотометра, какъ внѣфокусное изображеніе діафрагмъ. Изображенія эти значительно разнятся по яркости. Устанавливая трубу на яркую звѣзду или планету внѣ фокуса, мы изслѣдовали отношеніе поверхностной яркости искусственнаго свѣта при разныхъ діафрагмахъ. Обозначая діафрагмы номерами I до VIII въ порядкѣ возрастанія ихъ діаметровъ, мы имѣемъ, какъ среднія изъ 3-хъ вечеровъ наблюденій, слѣдующія отношенія яркостей въ звѣздныхъ величинахъ:

	m.		
II : I	—2.19	VI : V	—0.50
III : II	—1.09	VII : VI	—0.25
IV : III	—0.98	VIII : VII	—1.77
V : IV	—0.57		m.
		Сумма	—7.35

Итакъ, мѣняя діафрагмы, можно измѣрять объекты, отличающіеся по яркости болѣе чѣмъ на 7 звѣздныхъ величинъ.

Полагаться на полное постоянство приведенныхъ чиселъ даже въ продолженіе одного вечера рисковано, такъ какъ малѣйшее смѣщеніе діафрагмъ относительно лампы и запыленіе малыхъ отверстій можетъ чувствительно измѣнить яркость центральной части внѣфокуснаго ихъ изображенія. Поэтому мы никогда не пользовались діафрагмами, какъ средствомъ измѣренія яркостей, а выбравъ одну изъ нихъ соотвѣтственно объекту, не касались уже діафрагмъ во время измѣреній.

§ 6. Провѣрка закона Малюса.

Діафрагмы даютъ намъ прекрасное средство для провѣрки, слѣдуетъ ли яркость искусственнаго освѣщенія при вращеніи николя *I′* закону Малюса.

Мы пользовались при этомъ діафрагмами IV и V, измѣряя при помощи николей отношеніе яркости даваемаго ими свѣта при различныхъ начальныхъ отсчетахъ круга. Соотвѣтствующее измѣненіе яркости звѣзды, на которую труба была направлена, достигалось смѣщеніемъ фотометра на различныя разстоянія отъ фокуса.

Въ среднемъ изъ 2-хъ до 4-хъ измѣреній мы получили слѣдующія значенія для отношенія яркостей:

Средній начальн. и конечн. отсчеты	Отнош. яркостей IV : V.
	m.
72°—48°	0.55
63 —44	0.55
52 —37	0.56
49 —36	0.54
31 —24	0.52
16 —12	0.56
14 —11	0.56
13 —10	0.57

Получающіяся разности лежатъ въ предѣлахъ ошибокъ наблюденій.

Мы поэтому можемъ заключить, что въ предѣлахъ отсчетовъ круга отъ 10° до 72° яркости внѣфокусныхъ изображеній діафрагмъ при вращеніи николей слѣдуютъ закону Малюса, ибо по этому закону вычислены при различныхъ начальныхъ и конечныхъ отсчетахъ круга числа 2-го столбца нашей таблицы, а они вполнѣ подтверждаютъ постоянство отношенія яркостей.

§ 7. Миллиамперметръ.

Лампочка, дающая искусственное освѣщеніе была обыкновенная 4-хвольтовая, какою пользуются для карманныхъ фонарей. Въ послѣднее время въ такихъ фонаряхъ пользуются для достиженія большей яркости $3^1/_2$ вольтовыми лампочками. Мы пользовались и тѣми и другими, послѣдними — при наблюденіяхъ особенно яркихъ объектовъ, какъ Венера, такъ какъ при пользованіи батареей изъ двухъ аккумуляторовъ онѣ горѣли съ перекаливаніемъ особенно яркимъ бѣлымъ свѣтомъ. Постоянство яркости контролировалось миллиамперметромъ фирмы Hartmann и Braun съ дѣленіями отъ 0 до 50 на интервалѣ въ 0.5 ампера, такъ что 0.1 дѣленія соотвѣтствовала 0.001 ампера. Вообще за время одного сравненія двухъ объектовъ отсчеты амперметра не мѣнялись или же измѣнялись на 0.001, 0.002 ампера. Располагая наблюденія всегда симметрично, мы имѣли для средняго момента каждаго объекта тождественные отсчеты.

Вводя сопротивленіе при помощи реостата и измѣряя николями ослабленіе свѣта, мы нашли, что

0.001 амперъ у 4-хвольтовой лампочки соотвѣтствуетъ 0.022 зв. вел.
" " $3^1/_2$ " " " 0.027 зв. вел.

При помощи этихъ данныхъ легко ввести необходимую поправку, но намъ почти не приходилось примѣнять ихъ. Контроль лампочки амперметромъ безусловно необходимъ, такъ какъ при порчѣ контактовъ, перегораніи лампочки или исчерпаніи аккумуляторовъ яркость лампочки мѣняется быстро, и наблюденія надо прервать.

§ 8. Клинъ и его постоянныя.

Поляризаціонный аппаратъ, какъ измѣритель яркости искусственнаго свѣта, былъ приспособленъ къ фотометру только въ концѣ 1914 года. До этого времени, на его мѣстѣ былъ клинъ длиною въ 10 сант., шириною въ 1 сант. работы Цейсса съ интерваломъ яркости въ 7.5 зв. величинъ. Зеленая окраска клина побудила насъ перейти на николи.

Этимъ клиномъ сдѣлано много измѣреній, вошедшихъ въ настоящій трудъ, поэтому мы приведемъ здѣсь его постоянныя.

Отсчеты шкалы клина производились съ точностью до 0.1 миллиметра, что соотвѣтствовало 0.008 зв. величины.

Для опредѣленія постоянной клина было произведено большое число наблюденій яркихъ звѣздъ въ разныхъ разстояніяхъ отъ фокуса, при чемъ эти разстоянія отъ фокуса отсчитывались, и такимъ образомъ имѣлись точныя значенія измѣренныхъ интерваловъ яркости.

Кромѣ этого способа измѣрялись также яркости разныхъ звѣздъ въ томъ же разстояніи отъ фокуса, при чемъ отношенія яркостей ихъ брались изъ каталоговъ. Способъ этотъ значительно менѣе точенъ, ибо кромѣ ошибокъ каталожныхъ яркостей въ результаты входили еще ошибки, происходящія отъ разнаго цвѣта ихъ.

По первому способу изъ 5-ти вечеровъ наблюденій Марса, α Lyrae и α Ursae minoris получено въ среднемъ:

$$1^{\text{mm.}}\ \text{клина} = 0^{\text{m.}}.07579 \pm 0.00022\,.$$

По второму способу изъ 7 различныхъ паръ звѣздъ, наблюденныхъ въ различные вечера зимою 1913 и весною 1914 года получено въ среднемъ:

$$1^{\text{mm.}}\ \text{клина} = 0^{\text{m.}}.07695 \pm 0.00158\,.$$

Второму числу данъ вѣсъ ¼ и какъ постоянная клина принято было:

$$1^{\text{mm.}} = 0^{\text{m.}}.07602\,.$$

Отсчеты клина однако шли не пропорціонально звѣзднымъ величинамъ. Отклоненія отъ пропорціональности были тщательно изслѣдованы путемъ подобнымъ тому, какимъ изслѣдуются поступательныя ошибки винтовъ и шкалъ.

Инструментъ наводился на Полярную звѣзду и измѣрялась клиномъ яркость ея внѣфокуснаго изображенія въ двухъ, всегда одинаковыхъ, разстояніяхъ отъ фокуса послѣдовательно разными частями клина. Притомъ перемѣной діафрагмы или иначе ослабляя свѣтъ лампы помимо клина, мы достигали того, что 2-ой отсчетъ перваго измѣренія совпадалъ съ 1-ымъ отсчетомъ второго, 2-ой отсчетъ второго измѣренія съ 1-ымъ отсчетомъ третьяго, и т. д.

Такія же измѣренія были потомъ произведены въ лабораторіи на оптической скамьѣ, гдѣ постоянный интервалъ яркости, измѣряемый разными частями клина, достигался смѣщеніемъ источника свѣта на скамьѣ на одно и то же разстояніе. Послѣднія измѣренія были произведены дважды мною, и разъ студентомъ К. В. Купфферомъ. Принимая за 0 поправки отсчетовъ $3.5^{\text{mm.}}$ и $85.0^{\text{mm.}}$, мы получили 4 кривыя поправокъ промежуточныхъ отсчетовъ клина, по одной изъ каждаго ряда наблюденій. Эти кривыя потомъ были соединены въ одну среднюю, съ которой взяты слѣдующія окончательныя поправки, точныя примѣрно до 0,05 миллиметра.

Поправка отсчетовъ клина въ звѣздныхъ величинахъ.

Отсчетъ mm.	Поправка m.	Отсчетъ mm.	Поправка m.	Отсчетъ mm.	Поправка m.	Отсчетъ mm.	Поправка m
0.0	+ 0.24	22.0	— 1.55	44.0	— 2.47	66.0	— 1.90
1.0	+ 0.21	23.0	— 1.61	45.0	— 2.47	67.0	— 1.84
2.0	+ 0.18	24.0	— 1.67	46.0	— 2.47	68.0	— 1.78
3.0	+ 0.06	25.0	— 1.72	47.0	— 2.45	69.0	— 1.71
4.0	— 0.07	26.0	— 1.77	48.0	— 2.44	70.0	— 1.65
5.0	— 0.18	27.0	— 1.82	49.0	— 2.42	71.0	— 1.57
6.0	— 0.29	28.0	— 1.87	50.0	— 2.39	72.0	— 1.48
7.0	— 0.40	29.0	— 1.92	51.0	— 2.36	73.0	— 1.38
8.0	— 0.50	30.0	— 1.96	52.0	— 2.33	74.0	— 1.29
9.0	— 0,59	31.0	— 2.00	53.0	— 2.30	75.0	— 1.19
10.0	— 0.63	32.0	— 2.05	54.0	— 2.26	76.0	— 1.09
11.0	— 0.76	33.0	— 2.09	55.0	— 2.23	77.0	— 0.98
12.0	— 0.85	34.0	— 2.14	56.0	— 2.20	78.0	— 0.88
13.0	— 0.93	35.0	— 2.19	57.0	— 2.17	79.0	— 0.77
14.0	— 1.00	36.0	— 2.24	58.0	— 2.14	80.0	— 0.66
15.0	— 1.08	37.0	— 2.29	59.0	— 2.12	81.0	— 0.54
16.0	— 1.15	38.0	— 2.33	60.0	— 2.10	82.0	— 0.43
17.0	— 1.22	39.0	— 2.36	61.0	— 2.07	83.0	— 0.29
18.0	— 1.29	40.0	— 2.40	62.0	— 2.05	84.0	— 0.15
19.0	— 1.36	41.0	— 2.42	63.0	— 2.03	85.0	+ 0.00
20.0	— 1.43	42.0	— 2.45	64.0	— 2.00	86.0	+ 0.16
21.0	— 1.49	43.0	— 2.46	65.0	— 1.95		

О вліяніи фона на измѣренія поверхностныхъ яркостей.

§ 9. Въ описанномъ нами фотометрѣ къ свѣту небеснаго тѣла прибавляется свѣтъ фона, на которомъ виденъ объектъ въ трубѣ, въ то время какъ на искусственное освѣщеніе зеркалъ фонъ этотъ не дѣйствуетъ.

Яркость фона, видимаго въ трубѣ, различна отъ яркости фона небеснаго, видимаго простымъ глазомъ; разсѣянный въ трубѣ оптическими частями инструмента свѣтъ яркихъ небесныхъ объектовъ составляетъ значительную часть видимаго въ трубѣ фона. Измѣренныя относительныя яркости нуждаются въ поправкѣ, которую легко вычислить, если яркость фона измѣрена вблизи объекта. Обозначимъ черезъ

J_0 яркость внѣфокуснаго изображенія звѣзды, зв. величины 0 на темномъ фонѣ,
J_1 „ „ „ „ „ m_1 „ „
J „ „ „ „ „ m „ „
$\varkappa_1$ яркость фона вблизи звѣзды m_1; f_1 его звѣздную величину;
$\varkappa$ „ „ „ „ m; f „ „ „ ;

μ_1 и μ поправки m_1 и m за вліяніе фона.

$N = 2.512 = \text{num}\log 0.4.$

Тогда

$$J + \varkappa = J_0 N^{-m-\mu} \quad\Big|\quad J = J_0 N^{-m} \quad\Big|\quad \varkappa = J_0 N^{-f}$$

$$J_1 + \varkappa_1 = J_0 N^{-m_1-\mu_1} \quad\Big|\quad J_1 = J_0 N^{-m_1} \quad\Big|\quad \varkappa_1 = J_0 N^{-f_1}$$

откуда слѣдуетъ

$$J_1 = J_0 \left(N^{-m_1-\mu_1} - N^{-f_1} \right) \quad \text{и} \quad N^{m-m_1} = N^{f-f_1} \frac{N^{-(m_1+\mu_1-f_1)} - 1}{N^{-(m+\mu-f)} - 1} .$$
$$J = J_0 \left(N^{-m-\mu} - N^{-f} \right)$$

$$(m - m_1)\,0.4 = \log\left[N^{-(m_1+\mu_1-f_1)} - 1\right] - \log\left[N^{-(m+\mu-f)} - 1\right] + 0.4\,(f - f_1) \qquad (1)$$

Если обозначимъ отсчеты круга при измѣреніи звѣздъ m и m_1 черезъ α и α_1, а при измѣреніи фона вблизи нихъ черезъ β и β_1, то

$$-(m_1 + \mu_1 - f_1)\,0.4 = \log \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \beta_1}$$
$$-(m + \mu - f)\,0.4 = \log \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$
$$-(f - f_1)\,0.4 = \log \frac{\sin \beta}{\sin \beta_1}$$

Подставляя эти формулы въ формулу I), мы приведемъ ее къ виду весьма удобному для вычисленія:

$$(m - m_1)\,0.4 = \log\left[\operatorname{num}\left(2 \log \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1}\right) - 1\right] - \log\left[\operatorname{num}\left(2 \log \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}\right) - 1\right] - 2 \log \frac{\sin \beta}{\sin \beta_1} \qquad (A)$$

Если фонъ одинаковъ у обѣихъ звѣздъ, то послѣдній членъ пропадаетъ, и мы имѣемъ

$$(m - m_1)\,0.4 = \log\left[\operatorname{num}\left(2 \log \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta}\right) - 1\right] - \log\left[\operatorname{num}\left(2 \log \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}\right) - 1\right] \qquad (A^*)$$

Послѣднюю формулу мы примѣняли также при всѣхъ редукціяхъ наблюденій планетъ, въ которыхъ фонъ вообще былъ замѣтенъ, что фактически имѣло мѣсто только вблизи полной луны и въ бѣлыя ночи. Очевидно фонъ можно было считать одинаковымъ въ двухъ близкихъ точкахъ диска планеты, яркость которыхъ сравнивалась, и равнымъ по яркости фону, измѣренному вблизи планеты.

II.

О распредѣленіи яркости на видимыхъ поверхностяхъ планетъ.

§ 1. Значеніе вопроса.

Изученіе вопроса о распредѣленіи яркости на видимыхъ поверхностяхъ планетъ имѣетъ для астрофизики большой интересъ. Оно позволитъ намъ пополнить наши скудныя знанія о природѣ планетъ новыми физическими данными, каковы: коэффиціенты прозрачности планетныхъ атмосферъ, законы диффузнаго отраженія и альбедо ихъ поверхностей. Изученіе альбедо и законовъ диффузнаго отраженія представляетъ сейчасъ единственный научный методъ для рѣшенія вопросовъ о составѣ отражающихъ солнечный свѣтъ поверхностей планетъ и можетъ дать много интересныхъ результатовъ, если фотометрія поверхностей планетъ съ одной стороны, и лабораторное изученіе земныхъ субстанцій съ другой стороны, получать широкое развитіе.

Называя черезъ $\varkappa$ нѣкоторую характерную для разсѣивающей свѣтъ матовой субстанціи постоянную, можно опредѣлять различныя тѣла выраженіемъ

$$\varkappa f(i\,\varepsilon) \sec i\,,$$

выражающемъ отношеніе количества свѣта, отражённаго отъ плоской поверхности субстанціи подъ угломъ ε къ количеству павшаго на нее подъ угломъ i. Функція $f(i\,\varepsilon)$ или, такъ называемый, законъ диффузнаго отраженія, какъ показываетъ опытъ, не тождественна для различныхъ тѣлъ. Видъ ея можетъ быть найденъ изъ наблюденій относительной яркости субстанціи при различныхъ углахъ i и ε. Для опредѣленія же постоянной $\varkappa$, когда видъ функціи $f(i\,\varepsilon)$ будетъ извѣстенъ, надо еще произвести абсолютныя измѣренія количества отраженнаго свѣта, притомъ отдѣльно въ разныхъ частяхъ спектра при помощи свѣтофильтровъ. Только тогда можно будетъ строго опредѣлять альбедо, какъ характерную для субстанціи постоянную, ибо альбедо, выражающее отношеніе количества отраженнаго во всѣхъ направленіяхъ (въ тѣлесномъ углѣ π) къ количеству падающаго на площадку матовой субстанціи свѣта, выражается формулой

$$A = 2\pi\varkappa \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(i\,\varepsilon) \frac{\sin \varepsilon}{\cos i}\, d\varepsilon$$

и зависитъ какъ отъ вида функціи $f(i\,\varepsilon)$, такъ и отъ постоянной $\varkappa$.

Наиболѣе подходящимъ опредѣленіемъ альбедо планеты является опредѣленіе Бонда[1]), по которому оно есть отношеніе количества разсѣяннаго шаромъ во всѣхъ направленіяхъ свѣта къ количеству павшаго на него параллельнымъ пучкомъ. Такимъ образомъ альбедо планеты выражается формулой:

1) Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences N. S. 8. 1861, и Astrophysical Journal. April 1916, стр. 175.

$$A_1 = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} A \cos i \operatorname{sn} i \, di = 4\pi\varkappa \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(i\,\varepsilon) \operatorname{sn} \varepsilon \operatorname{sn} i \, d\varepsilon \, di$$

и при извѣстномъ видѣ функціи $f(i\varepsilon)$ опредѣляетъ собой $\varkappa$. Видъ функціи $f(i\varepsilon)$ для планеты съ однородною поверхностью находится сравненіемъ яркости разныхъ ея точекъ; величина же альбедо, A_1, получается изъ отношенія общей яркости планеты къ яркости солнца[1]), и для его опредѣленія достаточны сравненія яркости планеты съ яркостью звѣздъ. Выполняя такія опредѣленія отдѣльно въ разныхъ цвѣтахъ, получимъ разныя значенія альбедо, а значитъ, и постоянной $\varkappa$. Согласіе ихъ, а также вида функціи $f(i\varepsilon)$, съ соотвѣтственными значеніями для земной субстанціи будетъ достаточной гарантіей правильнаго отождествленія.

§ 2. Данныя наблюденій.

Если исключить луну, которая доступна и не разъ подвергалась детальному фото-
метрическому изслѣдованію, то данныя, относительно яркости на поверхностяхъ пла-
нетъ, надо признать чрезвычайно скудными, и такъ какъ они представляютъ собою не
измѣренія, а субъективныя оцѣнки, то и не имѣющими серьезнаго научнаго значенія.
Со времени введенія въ астрономію телескопа, изученіе поверхностей планетъ и зари-
совываніе деталей представляло и представляетъ излюбленное занятіе многихъ наблю-
дателей. Но малость планетныхъ дисковъ, а главное, отсутствіе соотвѣтствующаго инстру-
мента, не позволяли до сихъ поръ поставить вопросъ о распредѣленіи свѣта на видимой
поверхности планеты на научную основу.

Всякое фотометрическое измѣреніе на поверхности планеты должно содержать
два данныя: поверхностную яркость въ нѣкоторой точкѣ поверхности и ея координаты,
напримѣръ, линейныя относительно центра диска планеты, которыя даютъ возможность
вычислить углы паденія и отраженія свѣта въ измѣренной точкѣ. Въ противномъ
случаѣ наблюденіе не можетъ быть использовано для рѣшенія указанныхъ выше вопро-
совъ. Имѣющіяся въ литературѣ многочисленныя указанія наблюдателей на большую или
меньшую яркость какой нибудь части планеты мы поэтому обходимъ молчаніемъ.
Въ большинствѣ случаевъ эти указанія основаны на субъективной оцѣнкѣ относительной
яркости. Такая оцѣнка въ весьма высокой степени подвержена ошибкѣ контраста, со-
стоящей въ томъ, что впечатлѣніе о яркости объекта сильно зависитъ отъ яркости окру-
жающаго его фона. Наши измѣренія яркости колецъ Сатурна показали, что они всегда
менѣе ярки, чѣмъ центръ планеты[2]) т. е. прямо противоположное непосредственному
впечатлѣнію и общепринятому мнѣнію. Кромѣ того, грубая ошибка при оцѣнкѣ ярко-
стей возникаетъ при разной окраскѣ сравниваемыхъ объектовъ; и эта ошибка вполнѣ субъ-
ективная. Въ виду этого и тѣ оцѣнки яркостей, которыя благодаря прилагаемымъ
чертежамъ относятся къ достаточно точно оріентированнымъ точкамъ поверхности планетъ,
не могутъ быть использованы для теоріи.

Изъ наблюденій, носящихъ уже характеръ фотометрическихъ измѣреній, намъ
извѣстны опыты Араго[3]), который при помощи двоякопреломляющей призмы установилъ,
что полярная область Юпитера по крайней мѣрѣ въ два раза слабѣе экваторіальной
зоны. Наблюденіе это, очевидно, не удовлетворяетъ второму изъ указанныхъ выше
условій, точной оріентировки.

Бондъ, много работавшій въ области фотометріи планетъ, и заслужившій себѣ
весьма почетное имя въ этой области астрономіи, за отсутствіемъ соотвѣтствующаго

1) Müller. Photometrie der Gestirne, pag. 64.
2) Труды Астроном. Обсерваторіи Имп. Юрьевскаго Университета, томъ XXIII, тетрадь I, стр. 51.
3) Arago: Deutsche Ausgabe Hankel. B. 14. p. 281.

прибора, тоже не могъ поднять относительную фотометрію поверхностей планетъ изъ области грубыхъ оцѣнокъ въ область точнаго знанія. Данныя его[1]), касательно относительной яркости экваторіальной зоны Юпитера и темныхъ полосъ на планетѣ, мы на основаніи собственныхъ измѣреній, о которыхъ рѣчь впереди, считаемъ мало правдоподобными; при томъ и они страдаютъ отсутствіемъ точной оріентировки.

Единственно, наблюденные моменты исчезновенія спутниковъ Юпитера на фонѣ планеты при прохожденіи ихъ передъ его дискомъ могутъ быть использованы для теоріи освѣщенія Юпитера, такъ какъ линейныя координаты спутниковъ легко вычислить по таблицамъ.

§ 3. Теоретическія соображенія.

Теоретически вопросъ о распредѣленіи яркости на поверхности планетъ разсматривался Андингомъ[2]). Онъ принимаетъ планету за шаръ, безъ неровностей и одинаковаго всюду физическаго строенія; кромѣ того, онъ считаетъ ее лишенной атмосферы, такъ что яркость ея въ разныхъ частяхъ обусловливается исключительно закономъ диффузнаго отраженія свѣта отъ ея поверхности.

Для диффузнаго отраженія свѣта, т. е. отраженія отъ матовой поверхности, вполнѣ разсѣивающей свѣтъ и не дающей правильнаго отраженія, въ разное время были предложены три различныя формулы:

Если обозначить черезъ i и ε углы паденія и отраженія параллельныхъ лучей отъ элемента поверхности ds, то количество отраженнаго имъ свѣта выражается въ слѣдующемъ видѣ:

$$dq = \Gamma_1 ds \cos i \cos \varepsilon \qquad \text{по закону Ламберта}$$

$$dq = \Gamma_2 ds \frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon} \qquad \text{„ „ Зелигера}$$

$$dq = \Gamma_3 ds \cos i \qquad \text{„ „ Эйлера,}$$

гдѣ постоянныя Γ зависятъ отъ интенсивности падающихъ лучей и отъ свойствъ отражающей поверхности.

Соотвѣтственно этому видимая яркость разныхъ элементовъ поверхности планеты получится, если раздѣлить величины dq на видимую величину элементовъ, $ds \cos \varepsilon$.

$$h_1 = \Gamma_1 \cos i \qquad \text{по закону Ламберта}$$

$$h_2 = \Gamma_2 \frac{\cos i}{\cos i + \cos \varepsilon} \qquad \text{„ „ Зелигера}$$

$$h_3 = \Gamma_3 \frac{\cos i}{\cos \varepsilon} \qquad \text{„ „ Эйлера.}$$

Введемъ сюда на мѣсто угловъ i и ε долготу ω и широту ψ точекъ поверхности планеты, отнесенныя къ большому кругу, содержащему землю и солнце, при чемъ долготы будемъ считать отъ направленія къ землѣ, т. е. отъ видимаго центра планеты; мы будемъ имѣть тогда:

$$\cos i = \cos \psi \cos(\omega - \alpha)$$

$$\cos \varepsilon = \cos \psi \cos \omega$$

гдѣ α обозначаетъ уголъ фазы.

1) Memoirs of the American Academy. New Series. Vol. 8 p. 284.
2) Astron. Nachrichten. B. 129. № 3095.

Поверхностныя яркости по тремъ указаннымъ законамъ будутъ тогда выражаться въ видѣ:

$$h_1 = \Gamma_1 \cos\psi \cos(\omega - a)$$

$$h_2 = \Gamma_2\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\, tg\frac{a}{2}\, tg\left(\omega - \frac{a}{2}\right)\right]$$

$$h_3 = \Gamma_3\,[1 + tg\, a\; tg\, \omega]\cos a$$

Изъ этихъ формулъ слѣдуетъ, что при $a = 0$, т. е. во время оппозиціи планеты, яркость ея поверхности по первому закону равномѣрно уменьшается отъ центра къ краямъ и здѣсь обращается въ 0. По второму и третьему закону яркость во время оппозиціи одинакова на всей поверхности.

Вводя линейныя координаты съ началомъ въ видимомъ центрѣ планеты, легко найти кривыя равной яркости и такимъ образомъ получить полную картину распредѣленія свѣта.

Мы приведемъ здѣсь лишь важнѣйшіе результаты этого простого анализа, выполненнаго детально въ руководствѣ Müller'a „Photometrie der Gestirne", стр. 70. По закону Ламберта кривыя равной яркости суть круги съ центромъ въ центрѣ планеты, гдѣ яркость максимальная; при $0 < a < \frac{\pi}{2}$ кривыя эти переходятъ въ эллипсы съ отношеніемъ осей всегда одинаковымъ и равнымъ $\frac{1}{\cos a}$. Максимальная яркость находится тогда въ точкѣ планеты, имѣющей солнце въ своемъ зенитѣ; она 0 у отрицательнаго края планеты и отлична отъ 0 у ея положительнаго края. Для $a = \frac{\pi}{2}$ максимальная яркость находится на положительномъ краю и отсюда уменьшается до 0 на отрицательномъ, при чемъ изофоты суть прямыя, параллельныя отрицательному краю. При $a > \frac{\pi}{2}$, т. е. когда планета представляется серпомъ, яркость уменьшается отъ положительнаго края къ отрицательному, но вездѣ меньше, чѣмъ яркость центра во время оппозиціи, такъ какъ точка, на которую лучи падаютъ нормально, лежитъ на невидимой части планеты.

По закону Зелигера при $a < \frac{\pi}{2}$ кривыя равной яркости суть полуэллипсы съ центромъ въ видимомъ центрѣ планеты и большою осью, проходящею черезъ ея полюсы. Максимальная яркость всегда на положительномъ краѣ и остается постоянной, также и при $a \gtreqless 90$; она равна двойной яркости центра планеты въ оппозиціи. Паденіе яркости къ отрицательному краю происходитъ менѣе быстро, чѣмъ увеличеніе ея у положительнаго края.

Распредѣленіе яркости по третьему закону подобно предыдущему съ той разницей, что яркость здѣсь еще быстрѣе растетъ у положительнаго края, на которомъ даже достигаетъ безконечно большого значенія.

Законы Ламберта и Эйлера не получили теоретическаго обоснованія. Второй изъ нихъ безусловно не вѣренъ, какъ показали многочисленныя опытныя изслѣдованія надъ земными субстанціями.

Законъ Ламберта основанъ на предположеніи, что разсѣянное отраженіе отъ матовой поверхности происходитъ такимъ же образомъ, какъ и испусканіе свѣта раскаленной поверхностью, т. е. пропорціонально косинусу угла испусканія. И этотъ законъ не подтверждается вполнѣ наблюденіями.

Только третій законъ, данный въ болѣе позднее время Ломмелемъ [1]) и носящій названіе закона Ломмель-Зелигера, такъ какъ Зелигеръ [2]) привелъ его къ простому виду, основанъ на теоретическихъ соображеніяхъ. Ломмель предполагаетъ, что свѣтъ, падая на матовую субстанцію, проникаетъ въ глубь ея на нѣкоторое разстояніе, при чемъ часть его поглощается и часть разсѣивается равномѣрно во всѣхъ направленіяхъ. Вслѣдствіе этого, часть свѣта снова выходитъ наружу, испытавъ и на этомъ пути соотвѣтствующее поглощеніе. Общій видъ этого закона, если пренебречь диффузіей второго порядка, слѣдующій:

$$f(i\,\varepsilon) = \frac{\cos i\, \cos\varepsilon}{\cos i + \lambda\cos\varepsilon},$$

гдѣ λ есть отношеніе коэффиціентовъ поглощенія для входящихъ и выходящихъ изъ субстанцій лучей.

Фесенковъ [3]) видоизмѣняетъ эту формулу, предполагая тотъ же процессъ при диффузномъ отраженіи, но считая, что внутреннее разсѣяніе въ субстанціи происходитъ по формулѣ Rayleigh'я, т. е. пропорціонально $1 + \cos^2 a$, гдѣ a уголъ между падающимъ и отраженнымъ лучемъ. Формула его поэтому имѣетъ видъ

$$f(i\,\varepsilon) = \frac{\cos i\, \cos\varepsilon}{\cos i + \cos\varepsilon}(1 + \cos^2 a).$$

Если принять въ расчетъ взаимодѣйствіе между разсѣивающими свѣтъ частицами внутри субстанціи, или внутреннюю диффузію второго порядка, то обѣ предыдущія формулы чрезвычайно усложняются. Между тѣмъ, если даже предположить, что представленіе Ломмеля о процессѣ разсѣянія свѣта согласно съ дѣйствительностью для лучей, проникающихъ внутрь субстанціи, мы не можемъ ожидать подтвержденія предыдущихъ формулъ на опытѣ, такъ какъ онѣ не учитываютъ количества свѣта, отраженнаго отъ самой поверхности. Это же сдѣлать, какъ справедливо указываетъ Фесенковъ (l. c. стр. 77), фактически невозможно, такъ какъ поверхностное отраженіе можетъ быть различно не только для различныхъ субстанцій, но и для одной и той же въ зависимости отъ состоянія ея поверхности.

И дѣйствительно, многочисленные лабораторные опыты надъ разнообразными тѣлами показываютъ, что законъ Ломмель-Зелигера, по словамъ E. Liebenthal'я [4]), разобравшаго всю литературу по этому вопросу до 1907 года, не лучше согласуется съ дѣйствительностью, чѣмъ законъ Ламберта, а напротивъ того хуже.

Мы заключаемъ отсюда, что не существуетъ общаго для всѣхъ тѣлъ закона диффузнаго отраженія и что слѣдуетъ поэтому характеризовать это важное и для астрономіи свойство различныхъ тѣлъ эмпирическими формулами, выводимыми изъ лабораторныхъ опытовъ.

Если для земныхъ тѣлъ, спеціально препарированныхъ для лабораторнаго изслѣдованія, не имѣется общей формы для диффузнаго отраженія, то тѣмъ менѣе можно ожидать таковой для поверхностей планетъ, гдѣ не можетъ быть и рѣчи объ осуществленіи какихъ либо идеальныхъ условій. И дѣйствительно [5]), вычисленныя по указаннымъ

1) Münch. Ber. B. 17, p. 95 (1887) Wied. Ann. B. 36, p. 473 (1889).
2) Vierteljahrsschr. d. Astronom. Gesellschaft. B. 20 p. 267 (1885); B. 21 p. 216 (1886).
3) Изв. русск. Астр. Общ. Май 1916.
4) Praktische Photometrie. Braunschweig 1907 p. 87.
5) Фесенковъ l. c. стр. 79.

выше формуламъ общія количества свѣта, отраженнаго планетами при разныхъ углахъ фазы, весьма плохо согласуются съ наблюденными кривыми фазы; теоретическая формула Фесенкова, требующая болѣе быстраго паденія кривой съ увеличеніемъ фазы, чѣмъ другія, даетъ для Венеры худшее согласіе, чѣмъ формула Ламберта; лучшее же ея согласіе съ кривой фазы луны мало говоритъ въ ея пользу, такъ какъ быстрое паденіе яркости у такихъ планетъ, какъ луна и Меркурій, обусловливается въ значительной мѣрѣ тѣнями, бросаемыми значительными на этихъ планетахъ возвышенностями.

Что касается распредѣленія яркости на поверхности планеты, принимаемой за однородный шаръ, по упомянутой формулѣ Фесенкова, то оно очевидно тождественно съ таковымъ по формулѣ Зелигера, разсмотрѣннымъ нами въ началѣ этой главы. Фесенковъ въ указанной работѣ даетъ еще другую чисто эмпирическую формулу, дающую хорошее согласіе съ кривой фазы для Венеры.

Помимо указанныхъ причинъ, почему теоретическія формулы не могутъ представить наблюденныхъ кривыхъ фазы, нужно указать еще на одну важную причину. Всѣ эти формулы совершенно игнорируютъ вліяніе атмосферы, присутствіе которой у Венеры, Юпитера и Сатурна не подлежитъ сомнѣнію, и которая въ значительной степени можетъ вліять, какъ на распредѣленіе яркости на поверхности планеты, такъ и на кривую фазы.

§ 4. Путь дальнѣйшихъ изслѣдованій.

Имѣя въ распоряженіи инструментъ, позволяющій измѣрить поверхностную яркость въ произвольной точкѣ планеты, мы имѣемъ возможность поставить вопросъ о фотометріи планетъ на болѣе широкую и раціональную основу.

При этомъ мы, въ силу указанныхъ выше соображеній, должны различать двѣ группы планетъ.

Къ одной группѣ принадлежатъ планеты, лишенныя атмосферы и имѣющія на поверхности рѣзкія очертанія и, повидимому, неоднородное строеніе. Сюда относятся луна и Меркурій.

По изслѣдованію Пикеринга[1]) наиболѣе яркія мѣста лунной поверхности во время полнолунія въ 170 разъ ярче наиболѣе темныхъ мѣстъ. Первыми являются вершины горъ, вторыми долины и внутренности кратеровъ. Причину такихъ разностей нужно видѣть какъ въ различіи альбедо, такъ и въ различіи угловъ паденія и отраженія свѣта отъ сравниваемыхъ точекъ поверхности. Такъ какъ вычислить эти послѣдніе для горныхъ вершинъ невозможно, то очевидно невозможно раздѣлить эти двѣ причины и вывести законъ диффузнаго отраженія для составляющихъ всякія неровности лунной поверхности породъ. Средній для всей поверхности законъ диффузнаго отраженія, который можно бы вывести изъ наблюденій относительной яркости разныхъ точекъ поверхности луны, предварительно сгладивъ контрасты яркостей въ близкихъ точкахъ выведеніемъ трубы изъ фокуса, далъ бы намъ вѣроятно хорошее представленіе кривой фазы, но никакихъ разъясненій о природѣ составляющихъ поверхность разнообразныхъ породъ дать бы не могъ.

Въ виду этого изслѣдованіе нужно ограничить здѣсь отдѣльными наиболѣе ровными частями поверхности, измѣряя ихъ яркость при разныхъ углахъ фазы.

Для Меркурія такое изслѣдованіе чрезвычайно усложняется вслѣдствіе малости его диска и тѣхъ условій, которыя вообще затрудняютъ наблюденіе надъ нимъ.

1) Müller. Photometrie der Gestirne p. 345.

Ко второй группѣ планетъ мы причисляемъ тѣ, которыя не имѣютъ постоянныхъ очертаній на своей поверхности. Сюда относятся Венера, постоянно закрытая непрозрачнымъ и ровнымъ слоемъ облаковъ, Юпитеръ и Сатурнъ съ перемѣнными, будь то облачными или жидкими, формаціями на ихъ поверхности. У нихъ можно говорить о среднемъ альбедо и диффузномъ отраженіи для всей поверхности, такъ какъ измѣренія показываютъ, что даже полосы на Юпитерѣ (исключеніе составляетъ, быть можетъ, только красное пятно) незамѣтно искажаютъ законъ ослабленія яркости. Легкое неспокойствіе изображеній практически осуществляетъ названное предположеніе одинаковаго состава всей поверхности, такъ какъ всѣ детали ея исчезаютъ для глаза.

У этихъ планетъ выводъ общаго закона ослабленія свѣта, какъ функціи угла паденія и отраженія его, вполнѣ возможенъ изъ наблюденій относительной яркости разныхъ точекъ поверхности. Но у нихъ ослабленіе яркости къ краямъ обусловливается также вліяніемъ атмосферъ, отдѣленіе котораго отъ вліянія закона диффузнаго отраженія является возможнымъ, если вести изслѣдованіе путемъ послѣдовательныхъ приближеній, считаясь съ возможными формами для диффузнаго отраженія.

Марсъ занимаетъ промежуточное положеніе между двумя названными группами планетъ. Окруженный атмосферой, онъ однако имѣетъ рѣзкія и довольно постоянныя очертанія на своей поверхности, въ общемъ, повидимому, весьма ровной. Выдѣленіе вліянія атмосферы изъ наблюденій яркости по возможности тѣхъ же и не подвергающихся измѣненію частей его поверхности при различныхъ условіяхъ ихъ освѣщенія, въ центрѣ и вблизи краевъ, не представляется невозможнымъ. Послѣ опредѣленія коэффиціента прозрачности марсовой атмосферы можно будетъ приступить къ изученію диффузнаго отраженія и альбедо разныхъ на немъ образованій.

Для опредѣленія альбедо цѣлой планеты помимо названныхъ измѣреній очевидно понадобится точное знаніе общаго количества отраженнаго планетою свѣта, получающагося изъ сравненія ея со звѣздами извѣстной яркости. Нашъ фотометръ позволяетъ легко и точно производить такія сравненія съ любой трубою въ достаточномъ отдаленіи отъ фокуса, гдѣ и звѣзда и планета представляются совершенно ровными, круглыми дисками одинаковаго діаметра.

Для опредѣленія же альбедо отдѣльныхъ частей неоднородной поверхности планеты послѣ опредѣленія для нихъ вида функціи $f(i\varepsilon)$ необходимо будетъ измѣрить ихъ общую яркость по отношенію къ звѣздамъ, что опять таки вполнѣ выполнимо съ нашимъ фотометромъ.

Достаточно для этого фотометрировать площади столь малыя, чтобы онѣ были сравнимы со звѣздами. Зная діаметръ круговой площади, мы очевидно будемъ находиться въ тѣхъ же условіяхъ, какъ въ случаѣ опредѣленія альбедо цѣлой планеты.

Сравненія со звѣздами извѣстной яркости необходимо будетъ выполнять отдѣльно въ разныхъ цвѣтахъ спектра (см. § 1 этой главы).

§ 5. Задача настоящей работы.

Въ этой работѣ мы ограничиваемся изученіемъ распредѣленія свѣта на поверхностяхъ планетъ Сатурна, Юпитера, Марса и Венеры и выводомъ законовъ ослабленія свѣта въ функціи угловъ паденія и отраженія его, при чемъ это ослабленіе приписывается нами какъ дѣйствію атмосферы, такъ и общему для всей поверхности закону диффузнаго отраженія.

Для этой цѣли необходимы были измѣренія относительной яркости разныхъ точекъ поверхности съ извѣстными линейными координатами, которыя оцѣнивались на глазъ. Не имѣя возможности соединить фотометрическое измѣреніе съ микрометрическимъ точнымъ опредѣленіемъ координатъ измѣряемой точки, что возможно будетъ въ будущемъ на фотографическихъ снимкахъ планетъ, мы принуждены были ограничиваться раздѣленіемъ на глазъ какого-нибудь діаметра на двѣ или четыре части и въ нихъ производить измѣренія. Болѣе подробно объ оріентировкѣ нашихъ измѣреній будетъ сказано въ спеціальной главѣ.

Въ случаѣ Марса, гдѣ выдѣляющіяся по цвѣту и яркости детали, находились иногда въ подлежащихъ измѣренію точкахъ, мы держались правила выждать, пока, вслѣдствіе вращенія планеты, конфигурація не измѣнится.

У Юпитера наблюденія производились главнымъ образомъ на экваторіальномъ поясѣ. Здѣсь указанныхъ выше затрудненій никогда не встрѣчалось. Если отдѣльное измѣреніе и искажалось вслѣдствіе различія альбедо въ соотвѣтственной точкѣ поверхности, то вліяніе его на выводъ общаго закона ослабленія свѣта уничтожалось весьма многочисленными измѣреніями на опредѣленномъ поясѣ планеты, всѣ точки котораго благодаря быстрому ея вращенію постепенно подвергались измѣренію.

Изъ найденныхъ законовъ ослабленія свѣта путемъ интегрированія по всей видимой поверхности планеты вычислены были кривыя фазы, согласіе которыхъ съ наблюденными кривыми являлось критеріемъ правильности найденныхъ формулъ.

Для Юпитера, Сатурна и Венеры сдѣлана попытка изъ найденныхъ законовъ выдѣлить вліяніе атмосферы.

Но прежде чѣмъ перейти къ теоріи совмѣстнаго дѣйствія атмосферы и диффузнаго отраженія на распредѣленіе яркости на поверхности планеты, мы должны остановиться на одномъ важномъ источникѣ ошибокъ подобныхъ изслѣдованій, возникающемъ вслѣдствіе дѣйствія диффракціи на яркость планеты у ея краевъ.

§ 6. О вліяніи диффракціи на изображенія планетъ.

Вопросъ о вліяніи диффакціи на распредѣленіе яркости кругового равномѣрно яркаго диска, разсматриваемаго въ трубу, неоднократно подвергался теоретическому изслѣдованію. Schwerd въ своемъ извѣстномъ сочиненіи о диффракціи [1]) впервые поставилъ этотъ вопросъ и далъ приближенныя таблицы яркостей въ разныхъ разстояніяхъ отъ края кругового диска.

André [2]) методами болѣе изящными рѣшалъ ту же задачу и далъ болѣе полныя таблицы. Hermann Struve въ своемъ классическомъ сочиненіи, Über den Einfluss der Diffraction an Fernröhren auf Lichtscheiben [3]), далъ новое рѣшеніе задачи для кругового равномѣрно освѣщеннаго диска. Къ сожалѣнію для неравномѣрно яркихъ круговыхъ, а тѣмъ болѣе полукруглыхъ и серповидныхъ дисковъ, вопросъ пока не разрѣшенъ, отчасти вслѣдствіе математическихъ трудностей, а главное, потому, что пока не было практической необходимости рѣшать этотъ вопросъ въ общемъ видѣ; частные же виды законовъ распредѣленія яркости на поверхностяхъ планетъ не были извѣстны.

1) Schwerd. Die Beugungserscheinungen. Mannheim 1835.
2) André. Étude de la diffraction dans les instruments d'optique. Annales de l'École normale, 1876.
3) Mémoires de l'Académie de St. Pétersbourg, VII Série. Tome XXX № 8.

Вліяніе диффракціи искажаетъ истинное распредѣленіе свѣта въ замѣтной степени только на краяхъ дисковъ. Поэтому эти послѣдніе должны быть исключены при изученіи законовъ освѣщенія планетъ. Для равномѣрно яркаго диска яркость быстро падаетъ начиная приблизительно съ $1/10$ радіуса до геометрическаго края, гдѣ она достигаетъ половины яркости центра; далѣе за геометрическимъ краемъ паденіе яркости идетъ симметрично и такъ же быстро до разстоянія въ $1/10$ радіуса за краемъ, а потомъ медленно. Въ виду этого граница планеты, опредѣленно ощущаемая глазомъ, является фактически неопредѣленной и субъективной, потому что неизвѣстно, въ какой точкѣ быстро спадающей кривой яркости глазъ теряетъ ощущеніе свѣта. То же замѣчаніе относится и къ фотографіи. Понятно, что у краевъ невозможно ни фотометрированіе, ни точное опредѣленіе линейныхъ координатъ, необходимыхъ для вывода угловъ паденія и отраженія, которые здѣсь быстро мѣняются.

Паденіе яркости у краевъ круглаго диска, впрочемъ, зависитъ какъ отъ величины диска, такъ и отъ отверстія объектива. Чѣмъ меньше дискъ и чѣмъ меньше діаметръ объектива, тѣмъ дальше отъ края распространяется замѣтное дѣйствіе диффракціи.

Составленныя Струве таблицы позволяютъ оцѣнить вліяніе диффракціи и на наши измѣренія за исключеніемъ наблюденій Венеры, которая наблюдалась нами при большихъ углахъ фазы (отъ $\alpha = 70^0$ до $\alpha = 114^0$).

Но у Венеры при большихъ углахъ фазы паденіе яркости само по себѣ столь значительно, что искаженіе его вслѣдствіе диффракціи не могло значительно повліять на найденную нами для него формулу.

Таблицы Струве вычислены для аргументовъ

$$\frac{2\pi}{\lambda} R\varrho = 50 \text{ и } \frac{2\pi}{\lambda} R\varrho = 10,$$

гдѣ R есть радіусъ свободнаго отверстія объектива, ϱ видимый радіусъ кругового диска въ абсолютной мѣрѣ, λ длина волны свѣта. Приведемъ здѣсь первую изъ таблицъ Струве, перевычисленную для яркости центра, какъ единицы измѣреній.

Разстояніе отъ центра.	Яркость.	Разстояніе отъ центра.	Яркость.
0.00 радіуса	1.000	2.00 радіуса	0.001
. . .	. . . .	. . .	. . . .
0.80	0.987	1.20	0.012
0.90	0.962	1.10	0.034
0.92	0.948	1.08	0.044
0.94	0.938	1.06	0.055
0.96	0.893	1.04	0.098
0.98	0.744	1.02	0.243
1.00	0.492	1.00	0.492

Принимая за длину свѣтовой волны λ, наиболѣе чувствительную для глаза $\lambda = 0.00058$ милл., найдемъ что таблица эта соотвѣтствуетъ $R\varrho'' = 952$, гдѣ ϱ'' выражено въ секундахъ дуги.

Въ нижеслѣдующей таблицѣ сопоставлены данныя нашихъ наблюденій: радіусы планетъ, свободныя отверстія объективовъ (вслѣдствіе чрезмѣрной яркости планетъ намъ часто приходилось пользоваться діафрагмами) съ произведеніями $R\varrho''$ и разстояніями фотометрируемыхъ точекъ отъ края планеты.

Мѣсто набл.		Періодъ набл.	Радіусъ планеты.		Діаметръ діафрагмы.	$R\varrho''$		Разст. отъ края въ един. рад.
			наиб.	наим.		наиб.	наим.	
			"	"	mm.			
Венера	Юрьевъ	1916 23/III—25/IV	11.9	8.8	100			
	Пулково	30/IV—25/V	17.9	12.7	—			
Марсъ	Юрьевъ	1916 26/I—24/IV	6.9	4.2	125	431	263	0.5—0.44
	Пулково	29/IV—25/V	4.0	3.4	300	600	510	
Сатурнъ	Юрьевъ	1915 6/II—4/V	9.3	8.0	200	930	800	0.5 ; 0.25
		1916 27/I—24/IV	9.2	8.0	125	575	500	
	Пулково	1916 29/IV—9/V	7.9	7.8	300	1185	1170	
Юпитеръ	Юрьевъ	1914 3/VII—29/XI	22.2	18.0	200	2220	1800	0.5 ; 0.25
		1915/6 3/XI—27/I	21.7	18.0	125	2713	2225	

Наименьшее значеніе $R\varrho''$ получается для Марса равнымъ 263. Но таблицей Струве можно воспользоваться для приближенной оцѣнки вліянія диффракціи и для другихъ значеній $R\varrho$ на основаніи приведенныхъ имъ приближенныхъ формулъ (l. c. стр. 54). Нужно только войти въ таблицу съ аргументомъ разстояніе отъ края, увеличеннымъ пропорціонально увеличенію произведеній $R\varrho$.

Такимъ образомъ легко убѣдиться, что при наблюденіяхъ Марса, Юпитера и Сатурна вліяніе диффракціи только въ рѣдкихъ случаяхъ достигало 3%.

Но такъ какъ подсчетъ этотъ только весьма приближенный, и числа могли бы нѣсколько измѣниться въ виду неравномѣрной яркости диска, то мы пренебрегли совершенно поправкой за диффракцію. Для будущихъ, болѣе точныхъ, измѣреній таблицы вліянія диффракціи на неравномѣрно освѣщенные диски, вычисленныя съ найденными нами формулами для распредѣленія яркости на дискѣ, будутъ необходимы [1]).

1) Появившаяся во время печатанія этой работы статья В. Фесенкова „Опредѣленіе распредѣленія интенсивности въ экваторіальной зонѣ Юпитера“ (Извѣстія Импер. Русск. Астрон. Общества. Ноябрь 1916 г.) относится къ вопросу о вліяніи диффракціи на края неравномѣрно яркаго диска, ибо авторъ приводитъ въ ней измѣренія интенсивности въ предѣлахъ 0.0 до 0.2 радіуса отъ края. Къ сожалѣнію авторъ, умалчивая о диффракціи, рѣшается выводить заключенія объ яркости внѣ измѣренной области.

III.

Очеркъ общей теоріи освѣщенія планетъ.

§ 1. Мы будемъ здѣсь считать планеты сферами однороднаго строенія, окруженными прозрачными атмосферами, при чемъ границы этихъ атмосферъ тоже сферическія.

У планетъ, постоянно покрытыхъ непрозрачнымъ слоемъ облаковъ, каковы Венера и, вѣроятно, Сатурнъ и Юпитеръ, мы подъ поверхностью планеты будемъ разумѣть наружную границу этого облачнаго слоя и считать, что надъ нимъ имѣется еще слой прозрачной атмосферы.

Рефракціей лучей свѣта при прохожденіи атмосферы мы будемъ пренебрегать. Кромѣ того мы здѣсь будемъ считать солнце точкою т. е. будемъ пренебрегать видимыми съ планеты размѣрами солнца.

Вообразимъ элементъ поверхности планеты, не имѣющей атмосферы, ds; на него отъ солнца падаетъ параллельный пучекъ лучей свѣта подъ угломъ i къ нормали; часть его послѣ отраженія отъ ds подъ угломъ ε къ нормали попадаетъ въ глазъ наблюдателя. Если обозначимъ количество свѣта, падающаго на единицу поверхности нормально черезъ L, то количество отраженнаго отъ элемента ds свѣта будетъ:

$$dq = \varkappa L f(i\,\varepsilon)\,ds$$

гдѣ $f(i\,\varepsilon)$ есть законъ диффузнаго отраженія, а $\varkappa$ коэффиціентъ пропорціональности.

Если планета окружена атмосферою, то будемъ подразумѣвать подъ L количество свѣта, падающаго на единицу поверхности атмосферы; тогда свѣтъ при прохожденіи ея испытаетъ еще ослабленіе отъ поглощенія, измѣряемое функціей $e^{\varphi(z)}$, гдѣ z уголъ луча съ нормалью въ точкѣ паденія, такъ что количество свѣта, отраженнаго отъ ds и ослабленнаго при двукратномъ прохожденіи атмосферы, будетъ:

$$dq = \varkappa L e^{\varphi(i)} e^{\varphi(\varepsilon)} f(i\,\varepsilon)\,ds \tag{α}$$

Функція $\varphi(z)$ для угловъ z не слишкомъ близкихъ къ 90^0 вполнѣ опредѣлена въ теоріи поглощенія свѣта атмосферою, состоящей изъ однородныхъ концентрическихъ слоевъ.

Обозначая яркость луча внѣ атмосферы черезъ J, а яркость его послѣ прохожденія ея подъ угломъ z къ нормали черезъ J_z, будемъ имѣть

$$\varphi(z) = lg\,nat \frac{Jz}{J} = A \sec z + B \sec z\, tg^2 z + C \sec z\, tg^4 z + \ldots \tag{β}$$

гдѣ A есть натуральный логариѳмъ коэффиціента прозрачности атмосферы, или отношенія яркости луча прошедшаго ее нормально къ его яркости внѣ атмосферы:

$$A = lg\,nat\,\frac{J_o}{J} = lg\,nat\,p \tag{γ}$$

Видъ функціи $f(i\varepsilon)$, или закона диффузнаго отраженія, напротивъ того, неизвѣстенъ.

Напишемъ выраженіе для относительныхъ поверхностныхъ яркостей въ разныхъ точкахъ планетнаго диска на основаніи формулы (α).

Для этого дѣлимъ количество свѣта dq на видимую величину отражающаго элемента $ds\cos\varepsilon$; обозначая черезъ $i_o\, i_n\, \varepsilon_o\, \varepsilon_n$ углы паденія и отраженія свѣта въ двухъ точкахъ поверхности планеты, будемъ имѣть для отношенія поверхностныхъ яркостей въ этихъ точкахъ:

$$\frac{h_n}{h_o} = \frac{e^{\varphi(i_n) + \varphi(\varepsilon_n)} f(i_n \varepsilon_n) . \cos\varepsilon_o}{e^{\varphi(i_o) + \varphi(\varepsilon_o)} f(i_o \varepsilon_o)\ \cos\varepsilon_n} \tag{δ}$$

Логариѳмируя это выраженіе и ограничиваясь двумя членами въ выраженіи $\varphi(z)$ получимъ:

$$lg\,nat\,\frac{h_n}{h_o} = A\,[(\sec i_n + \sec\varepsilon_n) - (\sec i_o + \sec\varepsilon_o)] + B[\sec i_n\, tg^2 i_n + \sec\varepsilon_n\, tg^2\varepsilon_n - (\sec i_o\, tg^2 i_o + \sec\varepsilon_o\, tg^2\varepsilon_o)] +$$
$$+ lg\,nat\,\frac{\cos\varepsilon_o}{\cos\varepsilon} + lg\,nat\,\frac{f(i_n\,\varepsilon_n)}{f(i_o\,\varepsilon_o)}$$

или

$$\log\frac{h_n}{h_o} - \log\frac{\cos\varepsilon_o}{\cos\varepsilon_n} - \log\frac{f(i_n\,\varepsilon_n)}{f(i_o\,\varepsilon_o)} = A_1\,[(\sec i_n + \sec\varepsilon_n) - (\sec i_o + \sec\varepsilon_o)] + B_1\,[\sec i_n\, tg^2 i_n + \sec\varepsilon_n\, tg^2\varepsilon_n -$$
$$- (\sec i_o\, tg^2 i_o + \sec\varepsilon_o\, tg^2\varepsilon_o)] \tag{ε}$$

гдѣ обозначено $A_1 = MA$; $B_1 = MB$; M модуль $= 0.4343$.

Уравненіе это даетъ намъ возможность провѣрить, насколько извѣстныя формулы для диффузнаго отраженія удовлетворяютъ дѣйствительности.

Предположимъ, что мы измѣрили относительно центральной точки планеты $(i_o\varepsilon_o)$ поверхностныя яркости различныхъ другихъ ея точекъ и намъ извѣстны для нихъ углы паденія и отраженія свѣта $(i_1\varepsilon_1 i_2,\ \varepsilon_2 \ldots .\ i_n\varepsilon_n)$; тогда мы можемъ составить n уравненій типа (ε), принимая для $f(i\varepsilon)$ одинъ изъ извѣстныхъ законовъ, и рѣшить ихъ относительно неизвѣстныхъ коэффиціентовъ A_1 и B_1 по способу наименьшихъ квадратовъ.

Каждому изъ законовъ $f(i\varepsilon)$ будетъ соотвѣтствовать своя система значенія $A_1\,B_1$. Если ни одна изъ нихъ не дастъ достаточнаго согласія съ наблюденіями, т. е. если отклоненія вычисленныхъ отъ наблюденныхъ значеній относительныхъ яркостей будутъ превышать возможныя ошибки наблюденій, то ни одинъ изъ видовъ функцій $f(i\varepsilon)$ не согласенъ съ дѣйствительностью.

Можно продолжать пробы съ новыми гипотетическими законами диффузнаго отраженія.

Какъ видно изъ уравненія (ε), опредѣленіе вида функціи $f(i\varepsilon)$ изъ наблюденій относительной яркости въ разныхъ точкахъ планеты окруженной атмосферой, если эта функція совершенно произвольна, является задачей неопредѣленной. Но, распространяя наблюденія на возможно большое число точекъ поверхности и пользуясь данными физики относительно возможныхъ видовъ функціи $(fi\varepsilon)$, можно надѣяться путемъ послѣдовательныхъ приближеній строго выдѣлить вліяніе атмосферы и тѣмъ самымъ опредѣлить и видъ функціи $f(i\varepsilon)$.

Очевидно въ одномъ случаѣ выдѣленіе вліянія атмосферы при помощи уравненія (ε) было бы совершенно невозможнымъ и коэффиціентъ прозрачности атмосферы получался бы фиктивнымъ: это случай, когда,

$$f(i\varepsilon) = e^{\psi(i\varepsilon)} f_1(i\varepsilon)$$

ибо тогда намъ въ лучшемъ случаѣ удалось бы подыскать функцію $f_1(i\varepsilon)$, чтобы удовлетворить уравненіямъ (ε)

§ 2. Аналитическое выраженіе для совмѣстнаго дѣйствія атмосферы и диффузнаго отраженія.

Въ виду трудности отдѣлить двѣ причины, обусловливающія распредѣленіе яркости на видимой поверхности планеты, выразимъ функцію, опредѣляющую ослабленіе свѣта при прохожденіи атмосферы и паденіи, рядомъ Фурье

$$\lambda + \mu\cos i + \nu\cos 2i + \ldots$$

и такимъ же рядомъ, но съ другими коэффиціентами, функцію опредѣляющую ослабленіе его при отраженіи и вторичномъ прохожденіи атмосферы

$$\lambda_1 + \mu_1\cos\varepsilon + \nu_1\cos 2\varepsilon + \ldots$$

Въ случаѣ, если и законъ диффузнаго отраженія выражается формулой $f(i\varepsilon)$, симметричною относительно угловъ i и ε, очевидно будетъ

$$\lambda = \lambda_1;\ \mu = \mu_1;\ \nu = \nu_1\ \ldots$$

Итакъ мы имѣемъ равенство

$$e^{\varphi(i) + \varphi(\varepsilon)} f(i\varepsilon) = (\lambda + \mu\cos i + \nu\cos 2i)\,(\lambda_1 + \mu_1\cos\varepsilon + \nu_1\cos 2\varepsilon) \tag{ζ}$$

гдѣ мы, какъ и во всемъ дальнѣйшемъ, остановились на третьемъ членѣ разложенія. Практика не потребовала вводить дальнѣйшіе.

Коэффиціенты $\lambda\mu\nu$, $\lambda_1\mu_1\nu_1$, или величины имъ пропорціональныя, вполнѣ опредѣляютъ какъ распредѣленіе яркости на поверхности планеты, такъ и кривую фазы. Они будутъ служить намъ для характеристики физической природы планетъ.

Для планетъ, не имѣющихъ атмосферы въ уравненіи (ζ) $\varphi(z) = o$ и произведеніе нашихъ рядовъ есть наиболѣе общій видъ функціи $f(i\varepsilon)$, способный представить при произвольныхъ, подлежащихъ опредѣленію изъ наблюденій, коэффиціентахъ всякій законъ диффузнаго отраженія.

Для планетъ окруженныхъ атмосферою замѣна произведенія функцій $e^{\varphi(i) + \varphi(\varepsilon)}$ $f(i\varepsilon)$ произведеніемъ рядовъ даетъ намъ возможность выразить въ конечной формѣ и яркость у краевъ планеты ($z = 90^0$), для которыхъ формула поглощенія свѣта даетъ неопредѣленныя значенія.

Количество отраженнаго отъ элемента ds и прошедшаго атмосферу свѣта выразится теперь формулой

$$dq = \varkappa L(\lambda + \mu\cos i + \nu\cos 2i)\,(\lambda_1 + \mu_1\cos\varepsilon + \nu_1\cos 2\varepsilon)\,ds$$

Отношеніе поверхностныхъ яркостей въ двухъ точкахъ планеты будетъ

$$\frac{h_n}{h_0}=\frac{(\lambda+\mu\cos i_n+\nu\cos 2\,i_n)\,(\lambda_1+\mu_1\cos\varepsilon_n+\nu_1\cos 2\,\varepsilon_n)}{(\lambda+\mu\cos i_0+\nu\cos 2\,i_0)\,(\lambda_1+\mu_1\cos\varepsilon_0+\nu_1\cos 2\,\varepsilon_0)}\;\frac{\cos\varepsilon_0}{\cos\varepsilon_n} \qquad (\eta)$$

Опредѣленіе коэффиціентовъ $\mu'\nu'$, $\mu'_1\nu'_1$.

§ 3. Уравненія (η) могутъ служить для опредѣленія отношеній двухъ изъ коэффиціентовъ къ третьему, напримѣръ:

$$\mu'=\frac{\mu}{\lambda};\quad \nu'=\frac{\nu}{\lambda};\quad \mu'_1=\frac{\mu_1}{\lambda_1};\quad \nu'_1=\frac{\nu_1}{\lambda_1};$$

Для этого достаточно наблюдать относительныя яркости въ точкахъ планеты, въ которыхъ углы паденія i одинаковы, а также въ точкахъ съ одинаковыми углами отраженія ε. Первыми являются, напримѣръ, точки терминатора планеты, для которыхъ $i=90^0=\text{const.}$; вторыми могутъ служить точки положительнаго ея края, для которыхъ $\varepsilon=90^0=\text{const}$.

Для точекъ перваго рода $i=\text{const.}$ уравненія (η) принимаютъ видъ:

$$K_n=\frac{h_n}{h_0}=\frac{1+\mu_1'\cos\varepsilon_n+\nu_1'\cos 2\,\varepsilon_n}{1+\mu_1'\cos\varepsilon_0+\nu_1'\cos 2\,\varepsilon_0}\;\frac{\cos\varepsilon_0}{\cos\varepsilon_n} \qquad (\eta)_1$$

Для точекъ второго рода, $\varepsilon=\text{const}$, эти уравненія будутъ:

$$K_n=\frac{h_n}{h_0}=\frac{1+\mu'\cos i_n+\nu'\cos 2\,i_n}{1+\mu'\cos i_0+\nu'\cos 2\,i_0} \qquad (\eta)_2$$

Достаточно слѣдовательно наблюденій въ трехъ точкахъ ($i_0\varepsilon_0$, $i_1\varepsilon_1$, $i_2\varepsilon_2$) перваго рода и столькихъ же точкахъ второго рода для опредѣленія коэффиціентовъ $\mu'\nu'$; $\mu'_1\nu'_1$.

Въ частномъ случаѣ, когда функція $f(i\varepsilon)$ симметрична относительно i и ε и

$$\mu'=\mu'_1;\quad \nu'=\nu'_1, \qquad (\vartheta)$$

очевидно достаточно наблюденій въ точкахъ одного рода для опредѣленія коэффиціентовъ μ' и ν'.

Мы во всемъ дальнѣйшемъ ограничимся разсмотрѣніемъ именно этого частнаго случая, такъ какъ при обработкѣ нашихъ наблюденій не выяснилась съ опредѣленностью необходимость примѣненія къ нимъ общаго случая.

Опредѣленіе всѣхъ постоянныхъ ряда Фурье изъ наблюденій относительной яркости въ разныхъ точкахъ планеты очевидно невозможно и поэтому можно бы сразу исключить изъ разсмотрѣнія свободный членъ положивъ

$$\lambda=1.$$

Въ виду дальнѣйшаго однако оставимъ пока λ неопредѣленнымъ.

Найденныя значенія коэффиціентовъ являются первымъ приближеніемъ къ ихъ истиннымъ значеніямъ, удовлетворяющимъ всѣмъ точкамъ поверхности планеты. Исправленіе ихъ возможно по дифференціальнымъ формуламъ (ϑ) параграфа 5-го.

§ 4. Въ случаѣ планетъ, у которыхъ атмосфера имѣетъ замѣтное вліяніе на распредѣленіе яркости на дискѣ можно примѣнить еще другой способъ для опредѣленія приближенныхъ значеній коэффиціентовъ $\lambda\ \mu\ \nu$.

Въ формулѣ (ζ) полагаемъ въ первомъ приближеніи

$$f(i\,\varepsilon)=\text{const.} \qquad (i)$$

такъ что

$$C\,e^{\varphi(i)+\varphi(\varepsilon)}=(\lambda+\mu\cos i+\nu\cos 2\,i)\,(\lambda+\mu\cos\varepsilon+\nu\cos 2\,\varepsilon) \qquad (\zeta)^*$$

и

$$e^{\varphi(z)}=\frac{1}{\sqrt{C}}(\lambda+\mu\cos z+\nu\cos 2\,z)=\lambda_0+\mu_0\cos z+\nu_0\cos 2\,z \qquad (\varkappa)$$

въ уравненіяхъ ($\varkappa$), выписанныхъ для ряда произвольно заданныхъ угловъ z, мы имѣемъ систему линейныхъ уравненій для опредѣленія приближенныхъ значеній $\lambda_0\ \mu_0\ \nu_0$, если видъ функцій φ (z) будетъ намъ извѣстенъ.

Для нахожденія коэффиціентовъ послѣдней положимъ въ ураненіи (ε), согласно нашей гипотезѣ, что $f(i\,\varepsilon)=\text{const}$, третій членъ лѣвой части $=0$, а правую часть этого уравненія или функцію $\varphi(z)$ выпишемъ съ лишнимъ третьимъ коэффиціентомъ C_1.

Получимъ систему n уравненій вида

$$\lg\frac{h_n}{h_0}+\log\frac{\cos\varepsilon_n}{\cos\varepsilon_0}=A_1\,[(\sec i_n+\sec\varepsilon_n)-(\sec i_0+\sec\varepsilon_0)]+B_1\,[\sec i_n\,\text{tg}^2\,i_n+\sec\varepsilon_n\,\text{tg}^2\,\varepsilon_n-(\sec i_0\,\text{tg}^2\,i_0+$$

$$+\sec\varepsilon_0\,\text{tg}^2\,\varepsilon_0)]+C_1\,[\sec i_n\,\text{tg}^4\,i_n+\sec\varepsilon_n\,\text{tg}^4\,\varepsilon_n-(\sec i_0\,\text{tg}^4\,i_0+\sec\varepsilon_0\,\text{tg}^4\,\varepsilon_0)] \qquad (\varepsilon)^*$$

въ которыхъ коэффиціенты $A_1\ B_1\ C_1$ уже не будутъ имѣть прежняго физическаго значенія, а будутъ чисто эмпирическими соотвѣтствующими нашей гипотезѣ (i). Рѣшеніе системы уравненій (ε)* по способу наименьшихъ квадратовъ дастъ намъ такія значенія ихъ, которыя могутъ служить для подстановки въ лѣвую часть уравненій ($\varkappa$).

Рѣшеніе этой послѣдней системы уравненій относительно коэффиціентовъ, $\lambda_0\ \mu_0\ \nu_0$, приведетъ къ такимъ значеніямъ ихъ, которыя будутъ удовлетворять наблюденіямъ столь же точно, какъ и эмпирическая функція $\varphi(z)$, въ чемъ для контроля вычисленій слѣдуетъ убѣдиться, составивъ уравненія вида

$$\log\frac{h_n}{h_0}+\log\frac{\cos\varepsilon_n}{\cos\varepsilon_0}=\log\frac{(\lambda_0+\mu_0\cos i_n+\nu_0\cos 2\,i_n)\ (\lambda_0+\mu_0\cos\varepsilon_n+\nu_0\cos 2\,\varepsilon_n)}{(\lambda_0+\mu_0\cos i_0+\nu_0\cos 2\,i_0)\ (\lambda_0+\mu_0\cos\varepsilon_0+\nu_0\cos 2\,\varepsilon_0)} \qquad (\eta)^*$$

Но значенія эти конечно нуждаются въ поправкахъ, чтобы удовлетворять уравненіямъ (ζ) при дѣйствительномъ видѣ функцій $f(i\varepsilon)$. Строго говоря, при произвольномъ видѣ этой функціи, найденныя значенія $\lambda_0\,\mu_0\,\nu_0$ могутъ быть очень далеки отъ истины; но на практикѣ исправленіе ихъ по дифференціальнымъ формуламъ въ случаѣ, если атмосфера оказываетъ значительное вліяніе на наблюденное распредѣленіе яркостей, является возможнымъ.

§ 5. Исправленіе коэффиціентовъ. Раздѣливъ найденныя значенія $\mu_0\,\nu_0$ на λ_0 будемъ искать такихъ поправокъ къ значеніямъ $\mu'_0=\frac{\mu_0}{\lambda_0}$ и $\nu'_0=\frac{\nu_0}{\lambda_0}$, чтобы новыя ихъ значенія

$$\mu'=\mu'_0+\triangle\mu',\quad \nu'=\nu'_0+\triangle\nu'$$

въ точности удовлетворяли уравненіямъ (η)*.

Обозначимъ

$$1+\mu_o'\cos i_n+\nu_o'\cos 2\,i_n=\alpha_n$$

$$1+\mu_o'\cos\varepsilon_n+\nu_o'\cos 2\,i_n=\beta_n$$

Имѣемъ уравненія

$$\log\frac{h_n\cos\varepsilon_n}{h_o\cos\varepsilon_o}=\log\frac{(1+\mu'\cos i_n+\nu'\cos 2\,i_n)\,(1+\mu'\cos\varepsilon_n+\nu'\cos 2\,\varepsilon_n)}{(1+\mu'\cos i_o+\nu'\cos 2\,i_o)\,(1+\mu'\cos\varepsilon_o+\nu'\cos 2\,\varepsilon_o)}$$

и разлагая правую часть ихъ до первыхъ степеней поправокъ $\triangle\mu'$ и $\triangle\nu'$ получимъ

$$\log\frac{h_n\cos\varepsilon_n}{h_o\cos\varepsilon_o}-\log\frac{\alpha_n\,\beta_n}{\alpha_o\,\beta_o}=Mod.\Bigg[\frac{\alpha_o\,\beta_o\,(\beta_n\cos i_n+\alpha_n\cos\varepsilon_n)-\alpha_n\,\beta_n\,(\beta_o\cos i_o+\alpha_o\cos\varepsilon_o)}{\alpha_n\,\beta_n\,\alpha_o\,\beta_o}\triangle\mu'+$$
$$+\frac{\alpha_o\,\beta_o\,(\beta_n\cos 2\,i_n+\alpha_n\cos 2\,\varepsilon_n)-\alpha_n\,\beta_n\,(\beta_o\cos 2\,i_o+\alpha_o\cos 2\,\varepsilon_o)}{\alpha_n\,\beta_n\,\alpha_o\,\beta_o}\triangle\nu'\Bigg] \qquad (\vartheta)$$

Рѣшеніе этой системы уравненій относительно $\triangle\mu'$ и $\triangle\nu'$ по способу наименьшихъ квадратовъ приведетъ насъ къ искомымъ значеніямъ коэффиціентовъ μ' и ν'.

§ 6. Укажемъ еще на одинъ частный случай нахожденія коэффиціентовъ $\lambda\;\mu\;\nu$, представившійся въ нашей практикѣ.

Для планетъ покрытыхъ густымъ слоемъ облаковъ, каковы Венера, Юпитеръ и Сатурнъ, мы послѣ многочисленныхъ пробъ убѣдились, что законъ диффузнаго отраженія отъ такого слоя весьма близко представляется въ видѣ:

$$f(i\,\varepsilon)=\cos\varepsilon \qquad (\lambda)^{**}$$

Въ этомъ случаѣ въ уравненіяхъ (ε) второй и третій членъ лѣвой части сокращаются. Найденныя изъ системы n уравненій вида:

$$\log\frac{h_n}{h_o}=A_1[(\sec i_n+\sec\varepsilon_n)-(\sec i_o+\sec\varepsilon_o)]+B_1[\sec i_n\,\mathrm{tg}^2 i_n+\sec\varepsilon_n\,\mathrm{tg}^2\varepsilon_n-(\sec i_o\,\mathrm{tg}^2 i_o+\sec\varepsilon_o\,\mathrm{tg}^2\varepsilon_o)] \quad (\varepsilon)^{**}$$

значенія коэффиціентовъ A_1 и B_1 весьма близко удовлетворяютъ лѣвымъ частямъ этихъ уравненій.

Уравненіе $(\lambda)^{**}$ выражаетъ, что планета представлялась бы намъ равномѣрно яркою при всѣхъ углахъ фазы, если бы удалить всю атмосферу надъ названнымъ слоемъ облаковъ.

Въ этомъ частномъ случаѣ коэффиціентамъ $\lambda\;\mu\;\nu$ можно придать особое значеніе. Напишемъ уравненіе (ζ) въ видѣ:

$$e^{\varphi(i)+\varphi(\varepsilon)}f(i\,\varepsilon)=(\lambda+\mu\cos i+\nu\cos 2\,i)\,(\lambda+\mu\cos\varepsilon+\nu\cos 2\,\varepsilon)\cos\varepsilon \qquad (\zeta)^{**}$$

и опредѣлимъ $\lambda\;\mu\;\nu$ изъ уравненій вида

$$e^{\varphi(z)}=\lambda+\mu\cos z+\nu\cos 2\,z \qquad (\varkappa)^{**}$$

При такомъ условіи коэффиціенты $\lambda\;\mu\;\nu$ характеризуютъ только поглощеніе свѣта въ атмосферѣ планеты и мы имѣемъ, положивъ въ уравненіи $(\varkappa)^{**}$ $z=0$:

$$\lambda+\mu+\nu=e^{A}=\frac{J_o}{J}=\mathrm{p}=\text{коэфф. прозрачн. атмосферы.}$$

Если уравненіе $(\lambda)^{**}$ является строгимъ, то очевидно найденныя изъ системы уравненій $(\varkappa)^{**}$ значенія $\lambda\;\mu\;\nu$ такъ же точно удовлетворяютъ уравненіямъ вида:

$$\log\frac{h_n}{h_o}=\log\frac{(\lambda+\mu\cos i_n+\nu\cos 2\,i_n)\,(\lambda+\mu\cos\varepsilon_n+\nu\cos 2\,\varepsilon_n)}{(\lambda+\mu\cos i_o+\nu\cos 2\,i_o)\,(\lambda+\mu\cos\varepsilon_o+\nu\cos 2\,\varepsilon_o)} \qquad (\eta)^{**}$$

какъ коэффиціенты A_1 и B_1 удовлетворяютъ уравненіямъ $(\varepsilon)^{**}$ и въ поправкахъ очевидно не нуждаются.

Если же уравненіе $(\lambda)^{**}$ является лишь приближеннымъ, то предыдущее замѣчаніе относительно физическаго значенія суммы $\lambda+\mu+\nu$ теряетъ смыслъ. Въ этомъ случаѣ можно искать поправокъ коэффиціентовъ $\mu'=\frac{\mu}{\lambda}$ и $\nu'=\frac{\nu}{\lambda}$ при помощи системы уравненій аналогичныхъ уравненіямъ (ϑ), въ которыхъ только отброшенъ множитель $\frac{\cos\varepsilon_n}{\cos\varepsilon_o}$ лѣвой части.

Опредѣленіе всѣхъ трехъ постоянныхъ $\lambda\,\mu\,\nu$ изъ наблюденій относительной яркости, какъ уже сказано, невозможно. При рѣшеніи системы уравненій $(\varkappa)^{**}$, или аналогичныхъ имъ уравненій ($\varkappa$) §-а 4-го, выгодно однако имѣть три неопредѣленныхъ параметра, одинъ изъ которыхъ затѣмъ исключается дѣленіемъ. Во всемъ дальнѣйшемъ будемъ считать $\lambda=1$ и сохранимъ обозначенія μ и ν для $\frac{\mu}{\lambda}$ и $\frac{\nu}{\lambda}$.

Опредѣленіе общаго количества отраженнаго планетою свѣта.

§ 7. Считая планету сферою примемъ за основную плоскость ту, которая проходитъ черезъ центры солнца, земли и планеты.

Обозначимъ черезъ ψ широту элемента поверхности ds, считаемую отъ основной плоскости къ сѣверу и югу отъ 0 до $\pm\frac{\pi}{2}$.

Черезъ ω обозначимъ долготу элемента, считаемую въ основной плоскости отъ прямой, соединяющей центры планеты и земли, такъ что края видимой проекціи планеты будутъ имѣть долготы $\pm\frac{\pi}{2}$, при чемъ положительныя долготы считаются въ сторону положительнаго края планеты (т. е. въ сторону гдѣ находится солнце).

Точки терминатора имѣютъ тогда долготу $-\frac{\pi}{2}+\alpha$, гдѣ α уголъ фазы. Углы i и ε связаны съ нашими координатами уравненіями

$$\left.\begin{aligned}\cos\varepsilon&=\cos\psi\cos\omega\\ \cos i&=\cos\psi\cos(\omega-\alpha)\end{aligned}\right\} \qquad (\mu)$$

Элементъ поверхности ds выразится, какъ

$$ds=\varrho^2\cos\psi\,d\omega\,d\psi\,, \qquad (\nu)$$

гдѣ ϱ радіусъ планеты.

Количество отраженнаго отъ элемента ds и прошедшаго атмосферу свѣта будетъ

$$dq=\varkappa\,L\,(1+\mu\cos i+\nu\cos 2\,i)\,(1+\mu\cos\varepsilon+\nu\cos 2\,\varepsilon)\,ds=$$
$$=\varkappa\,L\varrho^2\,(1+\mu\cos i+\nu\cos 2\,i)\,(1+\mu\cos\varepsilon+\nu\cos 2\,\varepsilon)\cos\psi\,d\omega\,d\psi \qquad (\xi)$$

Общее же количество свѣта, отраженнаго планетою по направленію къ землѣ выразится двойнымъ интеграломъ:

$$Q = \varkappa L \varrho^2 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\psi\, d\omega\, (1 + \mu \cos i + \nu \cos 2 i)(1 + \mu \cos \varepsilon + \nu \cos 2 \varepsilon) \cos \psi.$$

Послѣ замѣны здѣсь угловъ i и ε перемѣнными интегрированія по формуламъ (μ), мы получимъ послѣ простыхъ преобразованій Q какъ сумму шести интеграловъ:

$$\begin{aligned} Q = \varkappa L \varrho^2 \Bigg\{ & (1-\nu)^2 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\omega + \\ & + \mu (1-\nu) \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos \omega (1 + \cos \alpha) + \sin \omega \sin \alpha)]\, d\omega + \\ & + 2 \nu (1-\nu) \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^2 \omega (1 + \cos^2 \alpha) + \sin^2 \omega \sin^2 \alpha + \sin \omega \cos \omega \sin 2 \alpha]\, d\omega + \\ & + 2 \nu \mu \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^3 \omega (\cos^2 \alpha + \cos \alpha) + \sin \omega \cos^2 \omega (\sin \alpha + \sin 2\alpha) + \sin^2 \omega \cos \omega \sin^2 \alpha]\, d\omega + \\ & + \mu^2 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^2 \omega \cos \alpha + \sin \omega \cos \omega \sin \alpha]\, d\omega + \\ & + 4 \nu^2 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^4 \omega \cos^2 \alpha + \sin^2 \omega \cos^2 \omega \sin^2 \alpha + \sin 2 \alpha \sin \omega \cos^3 \omega]\, d\omega \Bigg\} \end{aligned} \qquad (o)$$

Интегралы, стоящіе въ скобкахъ, всѣ легко берутся. Значенія ихъ слѣдующія:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{I} &= 2 (1 - \nu)^2 (\pi - \alpha) = (1 - \nu)^2 A \\ \mathrm{II} &= \mu (1 - \nu) \pi (1 + \cos \alpha) = \mu (1 - \nu) B \\ \mathrm{III} &= \frac{8}{3} \nu (1 - \nu) \left[\pi - \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right] = \nu (1 - \nu) C \\ \mathrm{IV} &= \frac{1}{2} \nu \mu \pi [1 + \cos \alpha)^2 = \nu \mu D \\ \mathrm{V} &= \frac{2}{3} \mu^2 [\sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha] = \mu^2 E \\ \mathrm{VI} &= \frac{16}{15} \nu^2 [(\pi - \alpha)(\cos^2 \alpha + {}^1\!/_2) + {}^3\!/_4 \sin 2 \alpha] = \nu^2 F \end{aligned}\right\} \qquad (\pi)$$

Выраженія A, B, C, D, E, F суть функціи одного только угла фазы α. Для нихъ въ концѣ настоящей работы даны таблицы черезъ каждый градусъ угла α отъ 0^0 до 180^0. При помощи этихъ таблицъ съ извѣстными коэффиціентами μ ν легко вычислить теоретическую кривую фазы.

Мы имѣемъ для отношеній количествъ отраженнаго свѣта

$$\frac{Q_\alpha}{Q_o} = \frac{(1-\nu)^2 A_\alpha + \mu (1-\nu) B_\alpha + \nu (1-\nu) C_\alpha + \nu \mu D_\alpha + \mu^2 E_\alpha + \nu^2 F_\alpha}{(1-\nu)^2 A_o + \mu (1-\nu) B_o + \nu (1-\nu) C_o + \nu \mu D_o + \mu^2 E_o + \nu^2 F_o} \qquad (\varrho)$$

гдѣ индексы o и α обозначаютъ углы фазы, для которыхъ вычисляется отношеніе яркостей планеты и съ которыми мы входимъ въ таблицы нашихъ интеграловъ.

§ 8. Въ частномъ случаѣ, когда законъ отраженія выражается формулой $f(i\varepsilon) = \cos \varepsilon$ (§ 6), количество отраженнаго отъ элемента ds и прошедшаго атмосферу свѣта выражается формулой

$$dq = \varkappa L \varrho^2 (1 + \mu \cos i + \nu \cos 2 i)(1 + \mu \cos \varepsilon + \nu \cos 2 \varepsilon) \cos \varepsilon \cos \psi\, d\omega\, d\psi$$

Общее же количество свѣта отраженнаго планетою къ землѣ, будетъ:

$$Q = \varkappa L \varrho^2 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\psi\, d\omega\, (1 + \mu \cos i + \nu \cos 2 i)(1 + \mu \cos \varepsilon + \nu \cos 2 \varepsilon) \cos \varepsilon \cos \psi.$$

И этотъ интегралъ послѣ замѣны угловъ i и ε углами ψ и ω распадается на 6 интеграловъ:

$$\begin{aligned} Q = \varkappa L \varrho^2 \Bigg\{ & (1-\nu)^2 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \omega\, d\omega + \\ & + \mu (1-\nu) \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^2 \omega (1 + \cos \alpha) + \sin \alpha \sin \omega \cos \omega]\, d\omega + \\ & + 2 \nu (1-\nu) \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^3 \omega (1 + \cos^2 \alpha) + \sin^2 \alpha \sin^2 \omega \cos \omega + 2 \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \omega \sin \omega]\, d\omega + \\ & + 2 \nu \mu \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^4 \omega (\cos \alpha + \cos^2 \alpha) + \cos^3 \omega \sin \omega (\sin \alpha + \sin 2\alpha) + \sin^2 \alpha \sin^2 \omega \cos^2 \omega]\, d\omega + \\ & + \mu^2 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^3 \omega \cos \alpha + \cos^2 \omega \sin \omega \sin \alpha]\, d\omega + \\ & + 4 \nu^2 \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 \psi\, d\psi \int\limits_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos^5 \omega \cos^2 \alpha + \cos^3 \omega \sin^2 \omega \sin^2 \alpha + \sin 2 \alpha \sin \omega \cos^4 \omega]\, d\omega \Bigg\} \end{aligned} \qquad (o)^*$$

Всѣ интегралы легко берутся. Обозначая ихъ, независимо отъ постояннаго множителя $\varkappa L \varrho^2$, по порядку римскими цифрами съ индексомъ, имѣемъ:

$$\left.\begin{aligned}
\mathrm{I}' &= (1-\nu)^2 \frac{\pi}{2} (1+\cos\alpha) = (1-\nu)^2 A' \\
\mathrm{II}' &= \frac{2\mu(1-\nu)}{3} (1+\cos\alpha)\,[(\pi-\alpha)+\sin\alpha] = \mu(1-\nu)\,B' \\
\mathrm{III}' &= \frac{1}{4}\nu(1-\nu)\,\pi\,[(1+\cos\alpha)(3+\cos^2\alpha)+\sin 2\alpha\sin\alpha] = \nu(1-\nu)\,C' \\
\mathrm{IV}' &= \frac{4}{15}\nu\mu\,[(\pi-\alpha+\sin\alpha)(3\cos\alpha+2\cos^2\alpha+1)+\sin^3\alpha] = \nu\mu D' \\
\mathrm{V}' &= \frac{\pi\mu^2}{8}(1+\cos\alpha)^2 = \mu^2 E' \\
\mathrm{VI}' &= \frac{1}{6}\nu^2\pi(1+\cos\alpha)^3 = \nu^2 F'
\end{aligned}\right\} \qquad (\pi)^*$$

Для выраженій A' B' C' D' E' F' тоже составлены таблицы черезъ каждый градусъ угла α отъ 0 до 180. Для вычисленія кривой фазы имѣемъ аналогично предыдущему:

$$\frac{Q_\alpha}{Q_0} = \frac{(\mathrm{I}'+\mathrm{II}'+\mathrm{III}'+\mathrm{IV}'+\mathrm{V}'+\mathrm{VI}')_\alpha}{(\mathrm{I}'+\mathrm{II}'+\mathrm{III}'+\mathrm{IV}'+\mathrm{V}'+\mathrm{VI}')_0} \qquad (\varrho)^*$$

Исправленіе коэффиціентовъ μ_0', ν_0' по кривой измѣненія общей яркости планеты.

Найденныя изъ наблюденій относительной яркости разныхъ точекъ планеты значенія коэффиціентовъ μ_0' и ν_0' могутъ быть не точны, съ одной стороны вслѣдствіе систематическихъ ошибокъ въ опредѣленіи линейныхъ координатъ фотометрируемыхъ точекъ и возникающихъ отсюда ошибокъ въ вычисленныхъ углахъ i и ε, съ другой стороны потому, что на краяхъ планеты дѣйствительное распредѣленіе яркости не доступно изслѣдованію и найденныя формулы могутъ плохо представлять паденіе яркости для угловъ i и ε большихъ примѣрно 70^0. Въ виду этого теоретическая, вычисленная по формулѣ $(\varrho)^*$ или (ϱ) кривая фазы будетъ отклоняться отъ наблюденной.

Исправленіе коэффиціентовъ μ_0' ν_0' по дифференціальнымъ формуламъ изъ названныхъ уклоненій пріобрѣтаетъ особое значеніе, открывая путь къ изученію указанныхъ ошибокъ.

Отбросивъ индексы у A', B'... въ формулѣ $(\varrho)^*$ будемъ трактовать тождественныя тогда формулы (ϱ) и $(\bar{\varrho})^*$ какъ одну.

Имѣемъ:

$$\frac{Q_\alpha}{Q_0} = \frac{(1-\nu_0')^2 A_\alpha + \mu_0'(1-\nu_0')\,B_\alpha + \nu_0'(1-\nu_0')\,C_\alpha + \nu_0'\mu_0' D_\alpha + \mu_0'^2 E_\alpha + \nu_0'^2 F_\alpha}{(1-\nu_0')^2 A_0 + \mu_0'(1-\nu_0')\,B_0 + \nu_0'(1-\nu_0')\,C_0 + \nu_0'\mu_0' D_0 + \mu_0'^2 E_0 + \nu_0'^2 F_0} = \frac{\psi_\alpha(\mu_0'\nu_0')}{\psi_0(\mu_0'\nu_0')}$$

Обозначимъ яркости планеты въ оппозиціи и при углѣ фазы α черезъ J_0 и J_α, и черезъ μ и ν истинныя значенія коэффиціентовъ, такъ что

$$\mu = \mu_0' + \triangle\mu\,; \quad \nu = \nu_0' + \triangle\nu.$$

Тогда $\dfrac{J_\alpha}{J_0} = \dfrac{N^{-m_\alpha}}{N^{-m_0}} = \dfrac{\psi_\alpha(\mu\nu)}{\psi_0(\mu\nu)}$ и пусть $K = \dfrac{N^{-m_0}}{\psi_0(\mu_0'\nu_0')} \cdot \dfrac{\psi_0(\mu_0'\nu_0')}{\psi_0(\mu\nu)} = K_0 \dfrac{\psi(\mu_0'\nu_0')}{\psi_0(\mu\nu)}$ гдѣ m есть яркость планеты въ зв. величинахъ, а $N = 2.512$.

Тогда имѣемъ

$$N^{-m_\alpha} = K\psi_\alpha(\mu\nu) = K_0\psi_\alpha(\mu_0'+\triangle\mu,\ \nu_0'+\triangle\nu)\,\frac{\psi_0(\mu_0'\nu_0')}{\psi_0(\mu_0'+\triangle\mu,\ \nu_0'+\triangle\nu)}$$

Логариѳмируя это выраженіе и разлагая функцію ψ въ рядъ до первыхъ степеней $\triangle\mu$ и $\triangle\nu$ получимъ:

$$-0.4\,m_\alpha - \log K_0\psi_\alpha(\mu_0'\nu_0') = M\left(\frac{\dfrac{\partial\psi_\alpha(\mu_0'\nu_0')}{\partial\mu_0'}}{\psi_\alpha(\mu_0'\nu_0')} - \frac{\dfrac{\partial\psi_0(\mu_0'\nu_0')}{\partial\mu_0'}}{\psi_0(\mu_0'\nu_0')}\right)\triangle\mu + M\left(\frac{\dfrac{\partial\psi_\alpha(\mu_0'\nu_0')}{\partial\nu_0'}}{\psi_\alpha(\mu_0'\nu_0')} - \frac{\dfrac{\partial\psi_0(\mu_0'\nu_0')}{\partial\nu_0'}}{\psi_0(\mu_0'\nu_0')}\right)\triangle\nu \quad (\sigma)$$

гдѣ

$$\frac{\partial\psi}{\partial\mu_0'} = B + 2\mu_0' E + \nu_0'(D-B)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\nu_0'} = C - 2A + 2\nu_0'(A+F-C) + \mu_0'(D-B)$$

Составивъ систему такихъ уравненій для разныхъ произвольно выбранныхъ угловъ, отъ α близкаго къ 0^0 до максимальнаго для данной планеты, и рѣшивъ ее по способу наименьшихъ квадратовъ, найдемъ поправки $\triangle\mu$ и $\triangle\nu$ къ исходнымъ значеніямъ коэффиціентовъ, причемъ точка совпаденія теоретической и наблюденной кривой фазы, лежавшая благодаря выбору значенія K_0 около $\alpha = 0$, очевидно перемѣстится.

Логариѳмическая форма уравненій выбрана съ цѣлью придать имъ одинаковый вѣсъ.

IV.

О вычисленіи угловъ паденія и отраженія свѣта.

§ 1. Опредѣленіе планетографическихъ[1]) координатъ точекъ поверхности планеты по линейнымъ координатамъ, измѣреннымъ на видимой проекціи его и считаемымъ отъ центра видимаго эллипса[2]).

Пусть будутъ xyz планетоцентрическія прямоугольныя координаты точки поверхности планеты, отнесенныя къ ея экватору, какъ плоскости xy;
$\xi\eta\zeta$ геоцентрическія координаты той же точки, отнесенныя къ системѣ параллельныхъ осей съ началомъ въ центрѣ земли;
rbl и $\varrho\beta\lambda$ соотвѣтствующія планетоцентрическія и геоцентрическія сферическія координаты;
RBL геоцентрическія, сферическія координаты центра планеты.

Тогда мы имѣемъ

$$\left.\begin{aligned}\xi &= \varrho\cos\beta\cos\lambda = r\cos b\cos l + R\cos B\cos L\\ \eta &= \varrho\cos\beta\sin\lambda = r\cos b\sin l + R\cos B\sin L\\ \zeta &= \varrho\sin\beta \qquad\ \ = r\sin b \qquad\ \ + R\sin B\end{aligned}\right\} \qquad \mathrm{I}$$

Направимъ ось x такъ, чтобы она имѣла долготу L, тогда предыдущія уравненія примутъ видъ:

$$\left.\begin{aligned}&\varrho\cos\beta\cos(\lambda-L) = r\cos b\cos(l-L) + R\cos B\\ &\varrho\cos\beta\sin(\lambda-L) = r\cos b\sin(l-L)\\ &\varrho\sin\beta \qquad\qquad\quad = r\sin b \qquad\qquad + R\sin B\end{aligned}\right\} \qquad \mathrm{II}$$

Вообразимъ, геоцентрическую сферу и пусть ζ будетъ полюсомъ планетнаго, π полюсомъ земного экватора, P центръ планеты. Тогда планетоцентрическія линейныя координаты точки F поверхности будутъ:

$$u = s\sin(p-P)$$
$$v = s\cos(p-P)$$

1) Подъ планетографическими координатами точекъ поверхности планеты будемъ разумѣть величины аналогичныя географическимъ координатамъ для земли.

2) При выводѣ формулъ §-а 1-го мы пользовались записками лекцій H. Struve, „Vorlesungen über Sattelitentheorie“.

гдѣ P и p суть позиціонные углы малой оси эллипсоида и дуги PF, длина которой равна s. Изъ сферическаго треугольника ζFP, въ которомъ

$$\left.\begin{aligned}\zeta P &= 90 - B\\ PF &= s\\ \angle\zeta PF &= p - P\end{aligned}\right| \quad \begin{aligned}\angle P\zeta F &= \lambda - L\\ \zeta F &= 90 - \beta\end{aligned}$$

получимъ:

$$\begin{aligned}\sin s\sin(p-P) &= \cos\beta\sin(\lambda-L)\\ \sin s\cos(p-P) &= \sin\beta\cos B - \cos\beta\sin B\cos(\lambda-L)\\ \cos s \qquad\quad &= \sin\beta\sin B + \cos\beta\cos B\cos(\lambda-L)\end{aligned}$$

Умножая эти уравненія на ϱ и полагая $\sin s = s$; $\cos s = 1$, при помощи уравненій вторыхъ приведемъ ихъ къ слѣдующему виду:

$$\left.\begin{aligned}&\varrho\sin s\sin(p-P) = \varrho u = r\cos b\sin(l-L)\\ &\varrho\sin s\cos(p-P) = \varrho v = r\sin b\cos B - r\cos b\cos(l-L)\sin B\\ &\varrho\cos s \qquad\qquad\quad = \varrho \quad = r\sin b\sin B + R + r\cos b\cos(l-L)\cos B\end{aligned}\right\} \qquad \mathrm{IV}$$

Такъ какъ

$$x = r\cos b\cos l$$
$$y = r\cos b\sin l$$
$$z = r\sin b$$

то мы можемъ уравненія IV написать въ видѣ:

$$\left.\begin{aligned}\varrho u &= y\cos L - x\sin L\\ \varrho v &= z\cos B - (x\cos L + y\sin L)\sin B\\ \varrho \ &= R + z\sin B + (x\cos L + y\sin L)\cos B\end{aligned}\right\} \qquad \mathrm{V}$$

Введемъ теперь приведенную широту ν и долготу μ при помощи уравненій

$$\begin{aligned}x &= a\cos\mu\cos\nu = r\cos b\cos l\\ y &= a\sin\mu\cos\nu = r\cos b\sin l\\ z &= c\sin\nu \qquad\ \ = r\sin b\end{aligned}$$

изъ которыхъ слѣдуетъ:

$$\frac{y}{x} = tg\, l = tg\,\mu;\quad \mu = l$$

$$\frac{z}{y} = \frac{c}{a}\, tg\,\nu\, \mathrm{cosec}\,\mu = tg\, b\, \mathrm{cosec}\, l;\quad tg\,\nu = \frac{a}{c}\, tg\, b$$

Тогда уравненія V примутъ слѣдующій видъ:

$$\left.\begin{aligned}\varrho u &= a\sin\mu\cos\nu\cos L - a\cos\mu\cos\nu\sin L = a\cos\nu\sin(\mu-L)\\ \varrho v &= c\sin\nu\cos B - a\cos(\mu-L)\sin B\cos\nu\end{aligned}\right\} \qquad \mathrm{VI}$$

Но замѣняя ϱ черезъ R и сохраняя обозначенія a и c для

$$\frac{a}{R} \text{ и } \frac{c}{R}$$

мы получаемъ:

$$\left.\begin{aligned} u &= a\cos\nu\sin(\mu - L) \\ v &= c\sin\nu\cos B - a\cos\nu\cos(\mu - L)\sin B \end{aligned}\right\} \qquad \text{VII}$$

Намъ остается только рѣшить эти уравненія относительно ν и $\mu - L$. Сначала мы исключимъ $\mu - L$.

Имѣемъ

$$u^2\sin^2 B + (v - c\sin\nu\cos B)^2 = a^2\sin^2 B\cos^2\nu = a^2\sin^2 B - a^2\sin^2 B\sin^2\nu$$

или

$$\sin^2\nu\,(a^2\sin^2 B + c^2\cos^2 B) - 2\,vc\sin\nu\cos B = a^2\sin^2 B - u^2\sin^2 B - v^2 = (a^2 - u^2)\sin^2 B - v^2$$

и такъ какъ

$$a^2\sin^2 B + c^2\cos^2 B = a^2(1 - e^2\cos^2 B) = p^2$$

гдѣ p есть длина перпендикуляра изъ центра эллипсоида на касательную къ его поверхности, проведенную съ земли, то

$$p^2\sin^2\nu - 2\,vc\sin\nu\cos B = (a^2 - u^2)\sin^2 B - v^2$$

или

$$\left(p\sin\nu - \frac{vc\cos B}{p}\right)^2 = (a^2 - u^2)\sin^2 B - v^2\left(1 - \frac{c^2\cos^2 B}{p^2}\right) =$$

$$= (a^2 - u^2)\sin^2 B - v^2\left(\frac{a^2 - a^2e^2\cos^2 B - a^2\cos^2 B + a^2e^2\cos^2 B}{p^2}\right) =$$

$$= (a^2 - u^2)\sin^2 B - \frac{v^2}{p^2}a^2\sin^2 B = a^2\sin^2 B\left(1 - \frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{p^2}\right)$$

Отсюда слѣдуетъ:

$$p\sin\nu = \frac{vc\cos B}{p} \pm \sqrt{1 - \frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{p^2}}\,a\sin B.$$

$$\sin\nu = \frac{vc\cos B}{p^2} \pm \frac{a\sin B}{p}\sqrt{Q}$$

гдѣ обозначено

$$Q = 1 - \frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{p^2}$$

Подставляя это значеніе $\sin\nu$ во второе изъ уравненій VII мы получимъ:

$$a\cos\nu\cos(\mu - L) = -\frac{v}{\sin B} + \frac{c\sin\nu\cos B}{\sin B} = -\frac{v}{\sin B} + \frac{vc^2\cos^2 B}{p^2\sin B} \pm \frac{ac\cos B}{p}\sqrt{Q} =$$

$$= \frac{v}{\sin B}\left(\frac{c^2\cos^2 B}{p^2} - 1\right) \pm \frac{ac\cos B}{p}\sqrt{Q} = -\frac{va^2\sin B}{p^2} \pm \frac{ac\cos B}{p}\sqrt{Q};$$

Такимъ образомъ окончательныя уравненія для приведенной широты ν и долготы μ точки F слѣдующія:

$$\left.\begin{aligned} \cos\nu\sin(\mu - L) &= \frac{u}{a} \\ \cos\nu\cos(\mu - L) &= \frac{a\sin B}{p^2}\,v - \frac{c\cos B}{p}\sqrt{1 - \frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{p^2}} \end{aligned}\right\} \qquad \text{VIII}$$

гдѣ знакъ + отброшенъ, потому что онъ соотвѣтствуетъ невидимой сторонѣ планеты.

Приведенная широта μ точки F преобразуется въ планетографическую φ по формулѣ:

$$tg\,\varphi = \frac{tg\,\nu}{\sqrt{1 - e^2}} \qquad \text{IX}$$

§ 2. Опредѣленіе угловъ паденія и отраженія свѣта.

Вообразимъ сферу съ центромъ въ точкѣ F поверхности планеты. Изъ треугольника между полюсомъ планеты ζ, зенитомъ F и землею E, въ которомъ сторона FE есть уголъ отраженія ε, а уголъ у полюса есть $\mu - L - 180^0$ имѣемъ

$$\cos\varepsilon = -\sin B\sin\varphi - \cos B\cos\varphi\cos(\mu - L) \qquad \text{X}$$

Изъ треугольника между солнцемъ S, зенитомъ F и полюсомъ ζ, въ которомъ сторона SF равна углу отраженія i, а уголъ у полюса есть $\mu - L' - 180^0$, заключаемъ, что

$$\cos i = -\sin B'\sin\varphi - \cos B'\cos\varphi\cos(\mu - L') \qquad \text{XI}$$

гдѣ черезъ $B'\,L'$ обозначены геліоцентрическія широта и долгота планеты.

Примѣнимъ теперь выведенныя формулы къ частнымъ случаямъ, встрѣчавшимся въ нашихъ наблюденіяхъ.

§ 3. Юпитеръ и Сатурнъ.

У этихъ планетъ, имѣющихъ большое сжатіе, мы оріентировали наблюденія по большей и малой оси видимаго эллипса. Обѣ планеты имѣютъ столь малые углы фазы, что центръ освѣщеннаго диска можно принять совпадающимъ съ центромъ всей ихъ проекціи (ошибка для Юпитера въ элонгаціи не превышаетъ 0.01 радіуса).

Кромѣ центра планеты (точка 1), относительно котораго измѣрялись всѣ яркости, наблюденія производились въ точкахъ:

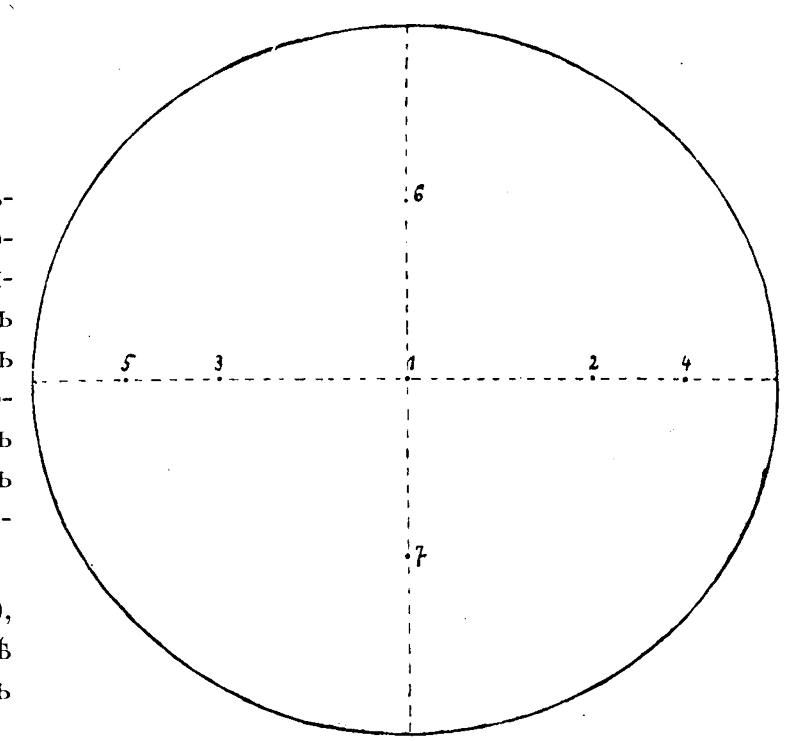


Рис. 1.

2 и 3 на разстояніи 1/2 большой полуоси отъ центра	}	Четныя точки въ сторону солнца.
4 и 5 „ 3/4 „ „ „ „		
6 и 7 „ 1/2 малой „ „ „		къ южному и сѣверному полюсу планеты.

Формула VIII для этихъ семи случаевъ принимаетъ слѣдующій видъ:

Точка 1. $u=0$; $v=0$; отсюда $\mu - L = \pi$; $\cos\nu = \frac{c\cos B}{p}$

2. $\frac{u}{a} = \pm 1/2$; $v=0$; „ $\cos\nu\sin(\mu-L) = \pm 1/2$; $\cos\nu\cos(\mu-L) = -\frac{c}{2p}\cos B\sqrt{3}$

3. $\frac{u}{a} = \mp 1/2$; $v=0$; „ $\cos\nu\sin(\mu-L) = \mp 1/2$; $\cos\nu\cos(\mu-L) = -\frac{c}{2p}\cos B\sqrt{3}$

4. $\frac{u}{a} = \pm 3/4$; $v=0$; „ $\cos\nu\sin(\mu-L) = \pm 3/4$; $\cos\nu\cos(\mu-L) = -\frac{c}{2p}\cos B\sqrt{7}$

5. $\frac{u}{a} = \mp 3/4$; $v=0$; „ $\cos\nu\sin(\mu-L) = \mp 3/4$; $\cos\nu\cos(\mu-L) = -\frac{c}{2p}\cos B\sqrt{7}$

6. $u=0$; $\frac{v}{p} = \frac{1}{2}$; „ $\mu - L = \pi$; $\cos\nu = -\frac{a\sin B}{2p} + \frac{c\cos B}{2p}\sqrt{3}$

7. $u=0$; $\frac{v}{p} = -\frac{1}{2}$; „ $\mu - L = \pi$; $\cos\nu = +\frac{a\sin B}{2p} + \frac{c\cos B}{2p}\sqrt{3}$

Такъ какъ ось u направлена къ востоку, то верхній знакъ относится къ наблюденіямъ до оппозиціи нижній къ наблюденіямъ послѣ оппозиціи.

§ 4. Марсъ и Венера.

Марса мы наблюдали двумя способами.

Вблизи оппозиціи, оріентировка производилась по большой оси видимой проекціи его, какъ и въ случаѣ Юпитера. Вслѣдствіе малости диска измѣренія производились только въ 3-хъ точкахъ (1, 2, 3 пред. черт.). При маломъ сжатіи Марса можно въ формулахъ VIII положить $p=c$. Но для точки 3 нельзя пренебрегать фазою, какъ въ случаѣ Юпитера. Достаточно положить для нея $\frac{u}{a} = \mp\frac{\cos\alpha}{2}$. Мы имѣемъ тогда слѣдующія формулы для угловъ μ и ν:

1. $u=0$; $v=0$; $\mu - L = \pi$; $\cos\nu = \cos B$;

2. $\frac{u}{a} = \pm\frac{1}{2}$; $v=0$; $\cos\nu\sin(\mu-L) = \pm\frac{1}{2}$; $\cos\nu\cos(\mu-L) = -\cos B\,\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\frac{u}{a} = \mp\frac{\cos\alpha}{2}$; $v=0$; $\cos\nu\sin(\mu-L) = \mp\frac{\cos\alpha}{2}$; $\cos\nu\cos(\mu-L) = -\cos B\,\frac{\sqrt{3+sn^2\alpha}}{2}$

При наблюденіяхъ Марса, начиная съ № 8, и наблюденіяхъ Венеры оріентировка производилась по большому кругу, проходящему черезъ землю и солнце (ось u).

Пренебрегая сжатіемъ направимъ на круговомъ дискѣ планеты положительную часть оси u въ сторону солнца и начало координатъ возьмемъ въ центрѣ круга.

Выведемъ для этого случая общія формулы для угловъ i и ε въ функціи линейныхъ координатъ. Вводя широту ψ надъ плоскостью u и долготу ω, считаемую отъ направленія къ землѣ и положительную въ сторону солнца, имѣемъ

$$u = \cos\psi\sin\omega$$
$$v = sn\,\psi,$$

гдѣ u и v выражены въ единицахъ радіуса; кромѣ того имѣемъ формулы (μ) (стр. 25):

$$\cos\varepsilon = \cos\psi\cos\omega$$
$$\cos i = \cos\psi\cos(\omega - \alpha)$$

Исключивъ изъ этихъ уравненій ω и ψ получимъ

$$\left.\begin{aligned} \cos i &= \cos\alpha\sqrt{1-(u^2+v^2)} + u\sin\alpha \\ \cos\varepsilon &= \sqrt{1-(u^2+v^2)} \end{aligned}\right\} \qquad \text{XII}$$

Для точекъ лежащихъ на большомъ кругѣ, проходящемъ черезъ землю и солнце, эти формулы принимаютъ видъ

$$\left.\begin{aligned} \cos\varepsilon &= \sqrt{1-u^2} \\ i &= \varepsilon \mp \alpha \end{aligned}\right\} \qquad \text{XII*}$$

гдѣ нижній знакъ соотвѣтствуетъ отрицательному u.

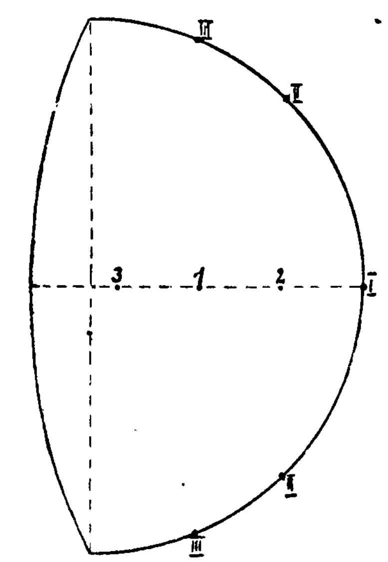


Рис. 2.

При указанныхъ выше наблюденіяхъ Марса и Венеры точка 1 бралась на оси u въ серединѣ между краями освѣщенной части диска, а точки 2, 3 на разстояніи 1/4 отъ краевъ (черт. 2). Для этихъ случаевъ формулы XII* даютъ:

1. $\sin\varepsilon = \frac{1-\cos\alpha}{2}$; $i = \varepsilon - \alpha$

2. $\sin\varepsilon = \frac{3-\cos\alpha}{4}$; „

3. $\sin\varepsilon = \frac{1-3\cos\alpha}{4}$; $i = \varepsilon \mp \alpha$

Въ послѣднихъ наблюденіяхъ Венеры измѣренія производились на ея положительномъ краю въ серединѣ его (точка I) и въ точкахъ, взятыхъ симметрично по обѣ стороны ея на половинѣ (точки II) и на 3/4 (точки III) дуги $\frac{\pi}{2}$. Для этихъ случаевъ формулы XII принимаютъ видъ:

I $u=1$; $v=0$; $\cos i = \sin\alpha$; $\varepsilon = 90^0$

II $u = \cos 45^0$; $v = \sin 45^0$; $\cos i = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{2}}$; $\varepsilon = 90^0$

III $u = \cos 67.5^0$; $v = \sin 67.5^0$; $\cos i = \sin\alpha\cos 67.5^0$; $\varepsilon = 90^0$.

V.

Сатурнъ.

§ 1. Для Сатурна имѣется 28 наблюденій, изъ которыхъ каждое состоитъ изъ 8 наведеній на каждую изъ фотометрируемыхъ точекъ. Первыя 9 наблюденій произведены на рефракторѣ Цейсса, слѣдующія 13 на рефракторѣ Фраунгофера, послѣднія 6 въ Пулковѣ на 15-тидюймовомъ рефракторѣ Репсольда.

Точность наблюденій поверхностныхъ яркостей на столь малыхъ дискахъ, какими представляются планеты въ фокусной плоскости трубы, зависитъ, главнымъ образомъ, отъ двухъ причинъ. Очевидно, точность возрастаетъ съ величиной изображенія планеты, т. е. съ фокуснымъ разстояніемъ объектива. Кромѣ того, существенную роль играетъ правильный ходъ часового механизма трубы, въ значительной степени облегчая пуантированіе.

Качество изображеній имѣетъ уже меньшее вліяніе на точность, такъ какъ въ среднемъ изъ восьми независимыхъ наведеній ошибки, возникающія вслѣдствіе дрожанія фокальнаго изображенія планеты, въ значительной степени исключаются, а размытость изображенія и отсутствіе рисунка облегчаютъ измѣреніе и даже желательны при изученіи общаго закона распредѣленія свѣта.

Этими соображеніями мы руководствовались при предварительной группировкѣ наблюденій, предпринятой для полученія приблизительно равноточныхъ среднихъ, менѣе искаженныхъ случайными ошибками наблюденій.

Девяти наблюденіямъ на рефракторѣ Цейсса съ фокуснымъ разстояніемъ 3.6 метра и съ хорошимъ часовымъ механизмомъ данъ такой же вѣсъ, какъ 13-ти наблюденіямъ на старомъ рефракторѣ Фраунгофера и 6-ти наблюденіямъ на Пулковскомъ рефракторѣ съ фокуснымъ разстояніемъ 6.9 метра.

Такимъ образомъ, наблюденія на трехъ рефракторахъ просто соединены въ среднія, что удобно для изученія систематическихъ отклоненій, связанныхъ съ инструментомъ.

Въ слѣдующей таблицѣ сопоставлены углы паденія и отраженія въ 5-ти фотометрированныхъ точкахъ планеты, вычисленныя по формуламъ VIII главы четвертой для всѣхъ отдѣльныхъ наблюденій. Такъ какъ уголъ фазы для Сатурна всегда малъ, то углы эти мѣняются мало. Они соединены въ среднія для каждаго рефрактора въ отдѣльности. Справа таблица содержитъ наблюденныя относительныя яркости, а также ихъ среднія для каждаго рефрактора.

№	Грин. ср. вр.	Углы паденія (i) и отраженія (ε). Точки: 1 i	1 ε	2 i	2 ε	3 i	3 ε	4 i	4 ε	5 i	5 ε	Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ. Точки: 2	3	4	5
	1915														
1	февраля 6.468	7.4°	5.4	25.0°	29.7	34.6°	29.7	43.1°	48.0	52.9°	48.0	0.188	0.260	0.432	0.696
2	марта 28.259	8.6	5.4	23.7	29.7	36.0	29.7	41.8	48.0	54.2	48.0	0.106	0.095	0.386	0.389
3	марта 30.249	8.5	5.4	23.8	29.7	35.9	29.7	41.9	48.0	54.2	48.0	0.174	0.272	0.444	0.698
4	марта 30.278	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.103	0.225	0.313	0.651
5	апрѣля 9.275	8.4	5.4	24.1	29.7	35.6	29.7	42.2	48.0	53.9	48.0	0.176	0.426	0.538	0.927
6	апрѣля 13.288	8.2	5.4	24.2	29.7	35.5	29.7	42.3	48.0	53.8	48.0	0.159	0.186	0.574	0.625
7	апрѣля 14.311	8.2	5.4	24.2	29.7	35.4	29.7	42.4	48.0	53.7	48.0	0.124	0.363	0.452	0.845
8	апрѣля 15.332	8.1	5.4	24.3	29.7	35.4	29.7	42.4	48.0	53.7	48.0	0.118	0.314	0.419	0.824
9	мая 4.336	7.6	5.4	25.3	29.7	34.3	29.7	43.5	48.0	52.6	48.0	0.131	0.385	0.340	0.813
	Среднія	8.2	5.4	24.3	29.7	35.4	29.7	42.4	48.0	53.7	48.0	0.142	0.281	0.433	0.719
	1916														
10	января 27.349	6.3	5.2	27.3	29.8	32.5	29.7	45.5	48.1	50.7	48.1	0.012	0.132	0.432	0.408
11	января 28.203	6.4	5.2	27.2	29.8	32.5	29.8	45.4	48.1	50.8	48.1	0.222	0.165	0.453	0.398
12	февраля 5.261	6.7	5.2	26.7	29.8	33.1	29.8	44.9	48.1	51.3	48.1	0.157	0.100	0.346	0.382
13	февраля 16.260	7.6	5.2	25.5	29.8	34.3	29.8	43.7	48.1	52.6	48.1	0.065	0.073	0.276	0.433
14	февраля 22.246	7.9	5.2	25.1	29.8	34.8	29.8	43.3	48.1	53.0	48.1	0.178	0.229	0.414	0.539
15	февраля 22.284	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.089	0.198	0.487	0.480
16	февраля 28.245	8.2	5.2	24.7	29.8	35.2	29.8	42.8	48.1	53.4	48.1	0.129	0.299	0.525	0.604
17	марта 4.252	8.4	5.3	24.5	29.8	35.5	29.8	42.6	48.1	53.7	48.1	0.176	0.156	0.473	0.573
18	марта 26.297	8.9	5.3	23.9	29.8	36.1	29.8	42.0	48.1	54.4	48.1	0.174	0.253	0.648	0.714
19	апрѣля 6.320	9.0	5.2	23.9	29.8	36.1	29.8	42.0	48.1	54.3	48.1	0.180	0.219	0.640	0.734
20	апрѣля 7.374	8.9	5.2	23.9	29.8	36.1	29.8	42.0	48.1	54.3	48.1	0.183	0.248	0.516	0.662
21	апрѣля 23.324	8.6	5.2	24.4	29.8	35.7	29.8	42.5	48.1	53.9	48.1	0.215	0.328	0.641	0.790
22	апрѣля 24.327	8.6	5.2	24.4	29.8	35.7	29.8	42.5	48.1	53.9	48.1	0.154	0.213	0.523	0.623
	Среднія	7.9	5.2	25.1	29.8	34.8	29.8	43.3	48.1	53.0	48.1	0.149	0.201	0.490	0.565
23	апрѣля 29.339	8.4	5.2	24.5	29.8	35.4	29.8	42.6	48.1	53.7	48.1	0.242	0.236	0.550	0.666
24	апрѣля 30.360	8.4	5.2	24.6	29.8	35.4	29.8	42.7	48.1	53.6	48.1	0.199	0.199	0.565	0.672
25	мая 1.321	8.3	5.2	24.6	29.8	35.4	29.8	42.7	48.1	53.6	48.1	0.169	0.140	0.473	0.542
26	мая 3.298	8.2	5.2	24.7	29.8	35.3	29.8	42.8	48.1	53.5	48.1	0.132	0.261	0.580	0.749
27	мая 8.303	8.1	5.2	25.0	29.8	35.0	29.8	43.1	48.1	53.3	48.1	0.151	0.107	0.663	0.622
28	мая 9.285	8.0	5.2	25.0	29.8	34.9	29.8	43.2	48.1	53.2	48.1	0.265	0.398	0.725	0.844
	Среднія	8.2	5.2	24.7	29.8	35.2	29.8	42.8	48.1	53.5	48.1	0.193	0.223	0.593	0.683

Такъ какъ у этой планеты мы a priori должны ожидать вліянія атмосферы на распредѣленіе яркости, вычислимъ правыя части уравненій (ε) и сопоставимъ ихъ съ наблюденными относительными яркостями въ точкахъ 2, 3, 4, 5, исправленными согласно различнымъ извѣстнымъ и гипотетическимъ законамъ диффузнаго отраженія (лѣвыя части уравненій ε). Вычисленіе проведемъ со средними углами i и ε для каждой группы наблюденій отдѣльно; такимъ образомъ изъ получающихся 12-ти уравненій номера 1, 4, 7 и 10 относятся къ наблюденіямъ на рефракторѣ Цейсса 2, 5, 8, 11 — къ рефрактору Фрауэнгофера 3, 6, 9, 12 — къ рефрактору Репсольда.

Правыя части уравненій равны

I при гипотезѣ Ламберта: $\log\frac{h_n}{h_1}-\log\frac{\cos i_n}{\cos i_1}$;

II „ „ Зелигера: $\log\frac{h_n}{h_1}-\log\frac{\cos i_n}{\cos i_1}-\log\frac{\cos\varepsilon_1+\cos i_1}{\cos\varepsilon_n+\cos i_n}$

III „ „ Эйлера: $\log\frac{h_n}{h_1}-\log\frac{\cos i_n}{\cos i_1}-\log\frac{\cos\varepsilon_1}{\cos\varepsilon_n}$

IV „ „ $f(i\varepsilon)=\text{const.}$: $\log\frac{h_n}{h_1}-\log\frac{\cos\varepsilon_1}{\cos\varepsilon_n}$

V „ „ $f(i\varepsilon)=\cos\varepsilon$: $\log\frac{h_n}{h_1}$

№	I		II		III		IV		V	
1.	$0.234\,A_1+0.568\,B_1=-0.0210$		-0.0684		-0.0802		-0.1160		-0.0568	
2.	$0.243\,A_1+0.593\,B_1=-0.0221$	-0.0277	-0.0713	-0.0761	-0.0819	-0.0873	-0.1207	-0.1246	-0.0609	-0.0650
3.	$0.239\,A_1+0.582\,B_1=-0.0401$		-0.0885		-0.0999		-0.1371		-0.0773	
4.	$0.366\,A_1+0.965\,B_1=-0.0356$		-0.1072		-0.0948		-0.1791		-0.1199	
5.	$0.357\,A_1+0.942\,B_1=+0.0005$	-0.0137	-0.0699	-0.0848	-0.0593	-0.0733	-0.1406	-0.1563	-0.0808	-0.0967
6.	$0.362\,A_1+0.958\,B_1=-0.0061$		-0.0774		-0.0659		-0.1491		-0.0893	
7.	$0.834\,A_1+2.944\,B_1=-0.0449$		-0.1943		-0.2174		-0.3446		-0.1721	
8.	$0.857\,A_1+3.051\,B_1=-0.0617$	-0.0712	-0.2146	-0.2224	-0.2352	-0.2444	-0.3683	-0.3745	-0.1948	-0.2013
9.	$0.847\,A_1+3.005\,B_1=-0.1070$		-0.2583		-0.2805		-0.4105		-0.2370	
10.	$1.162\,A_1+4.946\,B_1=-0.0676$		-0.2647		-0.2401		-0.4633		-0.2908	
11.	$1.149\,A_1+4.798\,B_1=-0.0099$	-0.0431	-0.2047	-0.2393	-0.1834	-0.2163	-0.4007	-0.4368	-0.2272	-0.2637
12.	$1.162\,A_1+4.895\,B_1=-0.0519$		-0.2485		-0.2254		-0.4465		-0.2730	

Справа, за скобками, приведены среднія для трехъ группъ наблюденій. Разсматривая ихъ, прежде всего заключаемъ, что ни одинъ изъ законовъ диффузнаго отраженія не въ состояніи объяснить наблюденныхъ яркостей, если не считаться съ вліяніемъ атмосферы, ибо въ такомъ случаѣ лѣвыя части уравненій должны бы равняться нулю.

Сравнивая величину коэффиціентовъ при A_1 (главномъ членѣ функціи $\varphi(z)$, равномъ логариѳму прозрачности атмосферы) съ правыми частями, сразу заключаемъ, что законы Ламберта и Эйлера не могутъ быть приведены въ согласіе съ наблюденіями ни при какомъ значеніи A_1. Гипотезы I и III такимъ образомъ отпадаютъ.

Вошедшія въ вычисленіе правыхъ частей уравненій среднія относительныя яркости въ нѣкоторыхъ случаяхъ отличаются отъ приведенныхъ въ таблицѣ на нѣсколько единицъ послѣдняго знака, что конечно при неточности его не могло повліять на результатъ рѣшенія.

Рѣшеніе системы предыдущихъ уравненій при гипотезахъ II, IV и V по способу наименьшихъ квадратовъ приводитъ къ слѣдующимъ значеніямъ неизвѣстныхъ A_1 и B_1:

	II	IV	V
A_1	$=-0.4083\pm0.0804$	$=-0.6510\pm0.0798$	$=-0.3141\pm0.0686$
B_1	$=+0.0463\pm0.0206$	$=-0.0636\pm0.0205$	$=+0.0206\pm0.0176$

Суммы квадратовъ отклоненій, наблюденныхъ отъ вычисленныхъ правыхъ частей уравненій, равны соотвѣтственно

0.0070 0.0069 0.0050

Мы имѣемъ два повода отбросить гипотезы II и IV. Во первыхъ наилучшее согласіе съ наблюденіями гипотезы V-ой.

Во вторыхъ большее правдоподобіе значеній A_1 и B_1 при гипотезѣ V. По гипотезѣ II и IV коэффиціенты прозрачности атмосферы Сатурна получаются равными 39% и 22%, по гипотезѣ V-ой — 49%. Первыя два числа и даже третье, наиболѣе правдоподобное, поражаютъ своей малостью. Для земной атмосферы коэффиціентъ прозрачности равенъ 83%.

По теоріи Bouguer'a

$$\frac{A_1}{B_1}=-\frac{2a}{L_o}$$

гдѣ L_o есть высота однородной атмосферы, имѣющей плотность, равную плотности у ея основанія, а a есть радіусъ планеты. Для земли отношеніе $-\frac{A_1}{B_1}$ равно приблизительно 1700, а L_o равно 8 километрамъ. Отношеніе $\frac{A_1}{B_1}$, при гипотезѣ V, а тѣмъ болѣе при гипотезахъ II и IV, безусловно слишкомъ мало. Это объясняется, вѣроятно, фиктивностью коэффиціента B_1 въ нашихъ уравненіяхъ, которыя для выдѣленія вліянія атмосферы слѣдовало бы рѣшать съ однимъ только членомъ въ лѣвой части. Выполнивъ такое рѣшеніе находимъ:

$$A=-0.2346\pm0.0088;\ \text{отсюда слѣдуетъ}$$

Коэффиц. прозр. $p=0.58$.

§ 2. Вычисленіе коэффиціентовъ $\lambda\,\mu\,\nu$.

Перейдемъ теперь отъ найденныхъ коэффиціентовъ A_1 и B_1 формулы (ε) къ коэффиціентамъ $\lambda\,\mu\,\nu$ формулы (η)**.

Составляемъ уравненія ($\varkappa$)** для каждыхъ 5-ти градусовъ угла z отъ 0^0 до 60^0.

z	$\cos z$	$\cos 2z$	$10^{-0.3141\sec z+0.0206\sec z\,\mathrm{tg}^2 z}$	δ_1	δ_2
0^0	$\lambda+\mu\,1.0000$	$+\nu\,1.0000$	$=0.4851$	0.0000	+0.0017
5^0	0.9962	0.9848	0.4840	+0.0001	+0.0015
10^0	0.9848	0.9397	0.4805	+0.0003	+0.0010
15^0	0.9659	0.8660	0.4746	+0.0004	+0.0003
20^0	0.9397	0.7660	0.4662	+0.0005	−0.0005
25^0	0.9063	0.6428	0.4553	+0.0006	−0.0013
30^0	0.8660	0.5000	0.4417	+0.0005	−0.0018
35^0	0.8192	0.3420	0.4254	0.0000	−0.0019
40^0	0.7660	0.1736	0.4063	−0.0006	−0.0014
45^0	0.7071	0.0000	0.3845	−0.0016	−0.0002
50^0	0.6428	−0.1736	0.3604	−0.0023	+0.0013
55^0	0.5736	−0.3420	0.3354	−0.0015	+0.0021
60^0	0.5000	−0.5000	0.3128	+0.0040	+0.0011

Отсюда получаемъ слѣдующую систему нормальныхъ уравненій:

$$
\begin{aligned}
13.0000\lambda + 10.6676\mu + 5.1993\nu &= 5.5122\\
10.6676\lambda + 9.0997\mu + 5.3338\nu &= 4.6442\\
5.1993\lambda + 5.3338\mu + 5.3970\nu &= 2.5771
\end{aligned}
$$

Рѣшеніе ея даетъ:

$$\lambda = +0.0622; \qquad \mu = +0.4580; \qquad \nu = -0.0351.$$

Подставляя эти значенія въ систему уравненій ($\varkappa$)**, находимъ написанныя въ предпослѣдней строкѣ подъ заголовкомъ δ_1 отклоненія отъ значеній функцій $e^{\varphi(z)}$. Сумма квадратовъ этихъ отклоненій равна $[\delta_1\delta_1] = 0.00002758$. Если же отбросить коэффиціентъ ν и рѣшить систему нормальныхъ уравненій относительно двухъ только неизвѣстныхъ λ и μ, то получается:

$$\lambda = 0.1367 \qquad \mu = 0.3501$$

и подставляя эти значенія въ условныя уравненія, имѣемъ отклоненія δ_2 послѣдняго столбца. Сумма квадратовъ ихъ равна $[\delta_2\delta_2] = 0.00002433$. Отсюда заключаемъ, что для представленія наблюденій достаточно двухчленной формулы.

Дѣйствительно, подставляя найденное значеніе

$$\mu' = \frac{\mu}{\lambda} = 2.561$$

въ уравненія вида

$$\log\frac{h_n}{h_1} = \log\frac{(1+\mu'\cos i_n)\,.\,(1+\mu'\cos\varepsilon_n)}{(1+\mu'\cos i_1)\ \ (1+\mu'\cos\varepsilon_1)}$$

находимъ слѣдующія отклоненія наблюденныхъ отъ вычисленныхъ логариѳмовъ относительныхъ яркостей

$$
\left(\log\frac{h_n}{h_1}\right)\text{набл.} - \left(\log\frac{h_n}{h_1}\right)\text{выч.} = \left\{
\begin{array}{lll}
\left.\begin{array}{r} +0.0104\\ +0.0101\\ -0.0089 \end{array}\right\} & +0.0039 & n=2\\
\left.\begin{array}{r} -0.0120\\ +0.0185\\ +0.0109 \end{array}\right\} & +0.0058 & n=3\\
\left.\begin{array}{r} +0.0308\\ +0.0129\\ -0.0308 \end{array}\right\} & +0.0043 & n=4\\
\left.\begin{array}{r} -0.0233\\ +0.0349\\ -0.0096 \end{array}\right\} & +0.0007 & n=5
\end{array}\right.
$$

Отклоненія для одной и той же точки и трехъ отдѣльныхъ группъ наблюденій соединены въ среднія. Эти среднія показываютъ, что найденная формула удовлетворительно опредѣляетъ относительныя яркости на поверхности Сатурна въ предѣлахъ угловъ i и ε отъ 0^0 до 60^0.

Изъ предыдущей таблицы нельзя усмотрѣть какой либо систематической разности между наблюденіями на различныхъ рефракторахъ.

Чтобы вывести среднюю ошибку найденнаго числа $\mu = 2.561$ и, если возможно, еще исправить его, примѣнимъ дифференціальныя формулы (ϑ) къ отдѣльнымъ наблюденіямъ и при томъ раздѣльно для трехъ группъ.

Формула (ϑ) для нашего случая имѣетъ видъ

$$\log\frac{h_n}{h_1} - \log\left(\frac{\alpha_n\beta_n}{\alpha_1\beta_1}\right) = \left\{\frac{M}{\alpha_n\beta_n}\left[\beta_n\cos i_n + \alpha_n\cos\varepsilon_n\right] - \frac{M}{\alpha_1\beta_1}\left[\beta_1\cos i_1 + \alpha_1\cos\varepsilon_1\right]\right\}\triangle\mu$$

гдѣ

$$\alpha_n = 1 + 2.561\cos i_n \qquad \beta_n = 1 + 2.561\cos\varepsilon_n$$

Вычисленныя для всѣхъ отдѣльныхъ наблюденій, эти уравненія имѣютъ слѣдующій видъ:

	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
1.	$-0.0079\triangle\mu = -0.0058$	$-0.0115\triangle\mu = -0.0058$	$-0.0259\triangle\mu = +0.0350$	$-0.0334\triangle\mu = -0.0184$
2.	$-0.0075\triangle\mu = +0.0230$	$-0.0120\triangle\mu = +0.0644$	$-0.0250\triangle\mu = +0.0466$	$-0.0346\triangle\mu = +0.1115$
3.	$-0.0075\triangle\mu = -0.0039$	$-0.0119\triangle\mu = -0.0067$	$-0.0251\triangle\mu = +0.0238$	$-0.0346\triangle\mu = -0.0121$
4.	$-0.0075\triangle\mu = +0.0245$	$-0.0119\triangle\mu = +0.0121$	$-0.0251\triangle\mu = +0.0762$	$-0.0346\triangle\mu = +0.0067$
5.	$-0.0076\triangle\mu = -0.0039$	$-0.0119\triangle\mu = -0.0693$	$-0.0253\triangle\mu = -0.0123$	$-0.0344\triangle\mu = -0.1054$
6.	$-0.0077\triangle\mu = +0.0033$	$-0.0119\triangle\mu = +0.0265$	$-0.0254\triangle\mu = -0.0260$	$-0.0343\triangle\mu = +0.0149$
7.	$-0.0077\triangle\mu = +0.0171$	$-0.0118\triangle\mu = -0.0449$	$-0.0254\triangle\mu = +0.0229$	$-0.0342\triangle\mu = -0.0738$
8.	$-0.0078\triangle\mu = +0.0198$	$-0.0118\triangle\mu = -0.0253$	$-0.0254\triangle\mu = +0.0361$	$-0.0342\triangle\mu = -0.0654$
9.	$-0.0080\triangle\mu = +0.0175$	$-0.0113\triangle\mu = -0.0570$	$-0.0261\triangle\mu = +0.0734$	$-0.0332\triangle\mu = -0.0674$
10.	$-0.0088\triangle\mu = +0.0716$	$-0.0107\triangle\mu = +0.0391$	$-0.0276\triangle\mu = +0.0476$	$-0.0316\triangle\mu = +0.0849$
11.	$-0.0087\triangle\mu = -0.0127$	$-0.0108\triangle\mu = +0.0261$	$-0.0276\triangle\mu = +0.0388$	$-0.0317\triangle\mu = +0.0896$
12.	$-0.0086\triangle\mu = +0.0119$	$-0.0109\triangle\mu = +0.0540$	$-0.0272\triangle\mu = +0.0790$	$-0.0322\triangle\mu = +0.0988$
13.	$-0.0081\triangle\mu = +0.0449$	$-0.0114\triangle\mu = +0.0682$	$-0.0263\triangle\mu = +0.1006$	$-0.0332\triangle\mu = +0.0854$
14.	$-0.0080\triangle\mu = -0.0015$	$-0.0116\triangle\mu = +0.0073$	$-0.0261\triangle\mu = +0.0433$	$-0.0336\triangle\mu = +0.0453$
15.	$-0.0080\triangle\mu = +0.0341$	$-0.0116\triangle\mu = +0.0197$	$-0.0261\triangle\mu = +0.0141$	$-0.0336\triangle\mu = +0.0689$
16.	$-0.0079\triangle\mu = +0.0169$	$-0.0117\triangle\mu = -0.0194$	$-0.0258\triangle\mu = -0.0036$	$-0.0339\triangle\mu = +0.0215$
17.	$-0.0078\triangle\mu = -0.0028$	$-0.0118\triangle\mu = +0.0387$	$-0.0255\triangle\mu = +0.0161$	$-0.0341\triangle\mu = +0.0356$
18.	$-0.0076\triangle\mu = -0.0036$	$-0.0121\triangle\mu = +0.0017$	$-0.0252\triangle\mu = -0.0570$	$-0.0349\triangle\mu = -0.0168$
19.	$-0.0076\triangle\mu = -0.0061$	$-0.0121\triangle\mu = +0.0151$	$-0.0252\triangle\mu = -0.0539$	$-0.0348\triangle\mu = -0.0256$
20.	$-0.0076\triangle\mu = -0.0072$	$-0.0121\triangle\mu = +0.0037$	$-0.0252\triangle\mu = -0.0042$	$-0.0348\triangle\mu = +0.0033$
21.	$-0.0078\triangle\mu = -0.0186$	$-0.0119\triangle\mu = -0.0296$	$-0.0255\triangle\mu = -0.0518$	$-0.0344\triangle\mu = -0.0502$
22.	$-0.0078\triangle\mu = +0.0058$	$-0.0119\triangle\mu = +0.0164$	$-0.0255\triangle\mu = -0.0046$	$-0.0344\triangle\mu = +0.0166$
23.	$-0.0078\triangle\mu = -0.0290$	$-0.0118\triangle\mu = +0.0063$	$-0.0256\triangle\mu = -0.0147$	$-0.0342\triangle\mu = -0.0016$
24.	$-0.0078\triangle\mu = -0.0115$	$-0.0118\triangle\mu = +0.0211$	$-0.0257\triangle\mu = -0.0202$	$-0.0341\triangle\mu = -0.0047$
25.	$-0.0078\triangle\mu = +0.0006$	$-0{,}0118\triangle\mu = +0.0448$	$-0.0257\triangle\mu = +0.0167$	$-0.0341\triangle\mu = +0.0474$
26.	$-0.0079\triangle\mu = +0.0157$	$-0.0118\triangle\mu = -0.0038$	$-0.0257\triangle\mu = -0.0256$	$-0.0340\triangle\mu = -0.0359$
27.	$-0.0079\triangle\mu = +0.0088$	$-0.0116\triangle\mu = +0.0566$	$-0.0259\triangle\mu = -0.0574$	$-0.0338\triangle\mu = +0.0137$
28.	$-0.0080\triangle\mu = -0.0367$	$-0.0116\triangle\mu = -0.0600$	$-0.0260\triangle\mu = -0.0816$	$-0.0338\triangle\mu = -0.0756$

Отсюда получаются слѣдующія ниже нормальныя уравненія:

Таблица I.

$n=2$	$-0.0691\triangle\mu = +0.0916$	$\varepsilon = +0.0126$	$p = 699$
3	$-0.1060\triangle\mu = -0.1060$	0.0427	61
4	$-0.2287\triangle\mu = +0.2757$	0.0341	96
5	$-0.3075\triangle\mu = -0.2094$	0.0650	26
$n=2$	$-0.1043\triangle\mu = +0.1327$	$\varepsilon = \pm 0.0256$	117
3	$-0.1506\triangle\mu = +0.2410$	0.0279	99
4	$-0.3388\triangle\mu = +0.1646$	0.0491	32
5	$-0.4372\triangle\mu = +0.4573$	0.0497	31
$n=2$	$-0.0472\triangle\mu = -0.0521$	$\varepsilon = +0.0209$	381
3	$-0.0704\triangle\mu = +0.0650$	0.0415	97
4	$-0.1546\triangle\mu = -0.1828$	0.0343	142
5	$-0.2040\triangle\mu = -0.0567$	0.0423	93

Эти уравненія мы рѣшили двумя способами. Разрѣшая ихъ въ отдѣльности и подставляя найденныя значенія $\triangle\mu$ въ условныя уравненія, мы изъ внутренняго согласія получили сначала стоящія во второмъ столбцѣ среднія ошибки ε условныхъ уравненій. Среднія ошибки каждаго изъ нормальныхъ уравненій получаются изъ нихъ умноженіемъ на $\sqrt{m}$, гдѣ m число условныхъ уравненій, вошедшихъ въ нормальныя. По среднимъ ошибкамъ нормальныхъ уравненій получены ихъ вѣса p; съ этими вѣсами предыдущая система уравненій даетъ:

$$\triangle\mu = -0.473 \pm 0.283.$$

Значенія $\triangle\mu$ по отдѣльнымъ нормальнымъ уравненіямъ сильно колеблются и вычисленные по нимъ вѣса не надежны. Мы поэтому рѣшили предыдущую систему съ одинаковыми вѣсами, послѣ чего получилось

$$\triangle\mu = -0.455 \pm 0.244.$$

Такимъ образомъ за окончательное значеніе слѣдуетъ принять $\mu = +2.1 \pm 0.24$ и для относительныхъ яркостей въ точкахъ поверхности Сатурна имѣемъ окончательно:

$$\frac{h_n}{h_1} = \frac{(1+2.1\cos i_n)\,(1+2.1\cos\varepsilon_n)}{(1+2.1\cos i_1)\,(1+2.1\cos\varepsilon_1)} \tag{𝔄}$$

Разсмотримъ теперь съ какой точностью приведенная формула воспроизводитъ относительныя яркости различныхъ точекъ. Вычисляя по ней всѣ отдѣльныя наблюденія и составивъ среднія отклоненія для каждой точки и каждаго рефрактора въ отдѣльности а также общія среднія, получаемъ слѣдующія числа:

Таблица II.

Рефракторъ	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
Цейсса	$+0.0061$	-0.0179	$+0.0174$	-0.0410
Фраунгофера. . .	$+0.0059$	$+0.0124$	-0.0010	$+0.0175$
Репсольда	-0.0128	$+0.0046$	-0.0440	-0.0273
Общее среднее . .	$+0.0020$	$+0.0010$	-0.0043	-0.0110
Средн. ошибка одн. наблюденія.	± 0.0221	± 0.0371	± 0.0466	± 0.0594
	± 0.0197	± 0.0371	± 0.0392	± 0.0523

Изъ приведенныхъ среднихъ заключаемъ, что наша формула даетъ относительныя яркости на разстояніи $^1/_2$ радіуса планеты съ ошибкою меньшею 0.01 зв. вел., внутри круга съ радіусомъ въ $^3/_4$ — съ точностью то 0.02, 0.03 зв. вел.

Далѣе заключаемъ, что между наблюденіями на различныхъ трубахъ нельзя усмотрѣть какой нибудь систематической разницы, ибо приведенныя среднія отклоненія для различныхъ точекъ въ своихъ знакахъ не показываютъ никакой правильности и поэтому они могутъ быть приписаны не исключеннымъ еще случайнымъ ошибкамъ наблюденій.

§ 3. О точности наблюденій.

Въ послѣдней строкѣ предыдущей таблицы приведены среднія ошибки одного наблюденія, выведенныя изъ внутренняго согласія для каждой точки, притомъ среднія для трехъ группъ наблюденій. (Въ отдѣльности для каждой группы онѣ приведены въ предпослѣднемъ столбцѣ таблицы I-ой). Эти ошибки ε складываются изъ трехъ составляющихъ: ошибки фотометрированія ε_1, ошибки, возникающей отъ различія альбедо, ε_2 и ошибки, возникающей отъ неправильнаго наведенія, ε_3. Между тѣмъ какъ первая и вторая составляющія должны быть одинаковы для точекъ 2, 3 и точекъ 4, 5, какъ лежащихъ на той же экваторіальной зонѣ планеты, третья составляющая ε_3 должна быть значительно больше для точекъ 4 и 5, гдѣ паденіе яркости происходитъ весьма быстро. Это и проявляется въ приведенныхъ числахъ. Обозначимъ $\varepsilon_1{}^2 + \varepsilon_2{}^2 = \eta^2$;

тогда

$$\varepsilon^2 = \eta^2 + \varepsilon_3{}^2 \tag{a}$$

Выведемъ среднюю ошибку наведенія ε_u, выраженную въ единицахъ радіуса. Для этой цѣли достаточно принять планету за шаръ и, въ виду малости максимальной фазы Сатурна, считать всѣ наблюденія произведенными въ оппозиціи. Тогда разница между точками 2 и 3, а также точками 4 и 5 исчезаетъ и мы имѣемъ какъ среднія ε изъ таблицы I-ой.

Таблица III.

Группа	Точки 2 и 3	Точки 4 и 5
I	0.0276	0.0495
II	0.0267	0.0494
III	0.0312	0.0383

Кромѣ того имѣемъ при $\alpha = 0$

$$i = \varepsilon;\ \log\frac{h_n}{h_1} = \log\frac{\alpha_n{}^2}{\alpha_1{}^2} = 2\log\frac{1+\mu\cos i_n}{1+\mu\cos i_1};$$

$$\varepsilon_3 = 2\left[\frac{d\log(1+\mu\cos i_n)}{di_n}\frac{di_n}{du} - \frac{d\log(1+\mu\cos i_1)}{di_1}\frac{di_1}{du}\right]\varepsilon_u$$

гдѣ черезъ ε_u обозначена средняя ошибка въ линейной координатѣ u. Всѣ наблюденія расположены на оси u, совпадающей съ большою осью видимаго эллипса, а при названныхъ упрощеніяхъ, съ большимъ кругомъ, проходящимъ черезъ землю и солнце.

Въ виду этого мы имѣемъ

$$u = \sin i;\ \frac{di}{du} = \sec i$$

$$\varepsilon_3 = -2\,\mathrm{Mod}\left[\frac{\mu\sin i_n}{1+\mu\cos i_n}\sec i_n - \frac{\mu\sin i_1}{1+\mu\cos i_1}\sec i_1\right]\varepsilon_u$$

и такъ какъ $i_1 = 0$, то

$$\varepsilon_3 = -2\,\mathrm{Mod}\,\frac{\mu\,\mathrm{tg}\,i_n}{1+\mu\cos i_n}\,\varepsilon_u \tag{b}$$

Такимъ образомъ имѣемъ, подставляя $\mu = 2.1$ и

$$\left.\begin{array}{llll} \text{для точекъ} & 2 \text{ и } 3 & i_u = 30^0\,; & \varepsilon_3 = -0.3736\ \varepsilon_u \\ \text{„} & 4 \text{ и } 5 & i_u = 48^0\!.6\,; & \varepsilon_3 = -0.8656\ \varepsilon_u \end{array}\right\} \qquad (c)$$

При помощи значеній таблицы III получаемъ теперь уравненія (a)

	I	II	III
$\eta^2 + 0.139577\,\varepsilon_u^2 =$	0.000762	0.000713	0.000973
$\eta^2 + 0.749263\,\varepsilon_u^2 =$	0.002450	0.002440	0.001467

Рѣшеніе этихъ системъ уравненій приводитъ къ слѣдующимъ значеніямъ ε_u и η

$\varepsilon_u =$	± 0.053	± 0.053	± 0.029
$\eta =$	± 0.019	$+ 0.018$	$+ 0.029$

Итакъ, средняя ошибка пуантированія на рефракторахъ Цейсса и Фраунгофера равна примѣрно 1/20 радіуса, на рефракторѣ Репсольда она значительно меньше, очевидно благодаря большему фокусному разстоянію и лучшему часовому механизму. Но число наблюденій на немъ мало и числа для него не надежны. Дѣйствительно, ошибка самого наблюденія η для него получилась больше, чѣмъ для меньшихъ рефракторовъ, для которыхъ она равна ± 0.05 зв. вел., а это невѣроятно.

Раздѣленіе ошибки отъ различія альбедо сравниваемыхъ точекъ и ошибки фотометрированія для Сатурна не представляется возможнымъ. Во всякомъ случаѣ, первая ошибка должна быть очень мала, ибо глазъ мой обыкновенно не различалъ на фотометрируемомъ поясѣ Сатурна какихъ либо очертаній, выдающихся по цвѣту и яркости.

О систематическихъ ошибкахъ пуантированія изъ имѣющагося у насъ матеріала трудно вывести заключеніе. Что онѣ не нуль, видно изъ предпослѣдней строки таблицы II, гдѣ приведены среднія ошибки одного наблюденія, выведенныя изъ отклоненій отдѣльныхъ наблюденій отъ теоретическихъ значеній яркости; ошибки эти нѣсколько больше среднихъ ошибокъ послѣдняго столбца, выведенныхъ изъ внутренняго согласія наблюденій каждой точки.

Если допустить, что вліяніе систематическихъ ошибокъ отдѣльныхъ точекъ въ результатѣ исключилось, то среднія отклоненія отдѣльныхъ точекъ, данныя въ той же таблицѣ, представляютъ собой вліяніе систематическихъ ошибокъ пуантированія на относительныя яркости. Они одинаковыхъ знаковъ для точекъ 2 и 3 и точекъ 4 и 5. Взявъ среднія и примѣняя къ нимъ выведенныя выше формулы (c), получимъ для систематическихъ ошибокъ пуантированія $\triangle u$

$$+0.0015 = -0.3736 \triangle u_{2.3}\,; \quad -0.0076 = -0.8656 \triangle u_{4.5}$$

откуда

$$\triangle u_{2.3} = -0.004\,; \quad \triangle u_{4.5} = +0.009 \ \text{радіуса.}$$

Но числа эти могутъ быть и меньше дѣйствительныхъ, если названное допущеніе не вѣрно.

§ 4. Вычисленіе кривой фазы.

Съ окончательными значеніями коэффиціентовъ

$$\lambda = 1\,; \qquad \mu = +2.1\,; \qquad \nu = 0$$

вычисляемъ теперь кривую измѣненія общей яркости Сатурна съ измѣненіемъ угла фазы. Формула (ϱ)* главы III для нашего случая принимаетъ видъ

$$\frac{Q_\alpha}{Q_o} = \frac{A'_\alpha + 2.1\,B'_\alpha + 2.1^2\,E'_\alpha}{A'_o + 2.1\,B'_o + 2.1^2\,E'_o}$$

При помощи таблицъ интеграловъ находимъ:

фаза	$\log \frac{Q_\alpha}{Q_o}$	$m_\alpha - m_o$
0^0	-0.0000	0.0000
1	-0.0000	0.0000
2	-0.0002	0.0005
3	0.0004	0.0010
4	-0.0007	0.0018
5	-0.0011	0.0028
6	-0.0016	0.0040
7	-0.0023	0.0058

Итакъ, измѣненіе общей яркости Сатурна съ измѣненіемъ угла фазы не достигаетъ 0.01 зв. вел.

VI.

Юпитеръ.

Наблюденія Юпитера распадаются на двѣ группы. Къ первой группѣ относятся 18 набюденій, произведенныхъ вблизи оппозиціи 1914-го года при помощи клина (см. главу I, стр. 5). Измѣрялись точки 2, 3, 6, 7 на $^1/_2$ большой и малой полуоси видимаго эллипса и кромѣ того 4 точки на концахъ осей у краевъ планеты. Эти послѣднія исключены изъ разсмотрѣнія въ этой работѣ по причинамъ указаннымъ въ § 6 главы II-ой.

Часть наблюденій этой группы сдѣлана черезъ фильтры: красный, желтый, зеленый и голубой. Попытка найти систематическія поправки для относительныхъ яркостей при разныхъ фильтрахъ не привела къ опредѣленнымъ числамъ. Для этого наблюденій въ разныхъ цвѣтахъ оказалось недостаточно. Всѣ наблюденія этой группы сдѣланы рефракторомъ Цейсса при полномъ отверстіи объектива. Почти всѣ наблюденія состоятъ изъ 8-и наведеній на центръ (точка 1), и изъ столькихъ же на другія точки.

Ко второй группѣ наблюденій принадлежатъ 17 наблюденій при помощи николей въ точкахъ 2, 3, 4, 5 на большой оси видимаго эллипса. Фильтры здѣсь не примѣнялись. Кромѣ перваго, всѣ наблюденія сдѣланы рефракторомъ Фрауэнгофера въ періодъ отъ 3 ноября 1915 года по 27 января 1916 года. Только первое наблюденіе этой группы сдѣлано рефракторомъ Цейсса, но такъ какъ относится къ экваторіальной зонѣ, то оно отнесено нами ко второй группѣ. И здѣсь каждое наблюденіе состоитъ изъ 8 наведеній на каждую точку.

Наблюденія каждой группы соединены въ среднія. Эти среднія можно считать приблизительно равноточными и свободными отъ случайныхъ ошибокъ наблюденій.

Въ нижеслѣдующей таблицѣ сопоставлены всѣ отдѣльныя наблюденія и соотвѣтственные углы i и ε, а также ихъ среднія для обѣихъ группъ, вошедшія въ дальнѣйшія вычисленія.

№	Грин. ср. вр.	Углы паденія (i) и отраженія (ε).					Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ.			
		Точки					Точки			
		1 i ε	2 i ε	3 i ε	6 i ε	7 i ε	2	3	6	7
	1914									
1	іюля 3.498	7°.5 0.0	22°.6 30.0	37°.4 30.0	32°.3 31.7	32°.85 31.7	0.08	0.34	0.10	0.18
2	іюля 10.503	6.3 0.0	23.7 30.0	36.3 30.0	32.1 31.7	32.6 31.7	0.14	0.20	0.19	0.20
3	іюля 13.502	5.8 0.0	24.2 30.0	35.8 30.0	31.9 31.7	32.4 31.7	0.31	0.30	0.17	0.29

№	Грин. ср. вр.	Углы паденія (i) и отраженія (ε).					Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ.			
		Точки					Точки			
		1 i ε	2 i ε	3 i ε	6 i ε	7 i ε	2	3	6	7
	1914									
4	іюля 14.531	5°.6 0.0	24°.4 30.0	35°.6 30.0	31°.85 31.7	32°.45 31.7	0.14	0.21	0.25	0.29
5	іюля 16.488	5.2 0.0	24.8 30.0	35.2 30.0	31.8 31.7	32.4 31.7	0.19	0.22	0.14	0.31
6	іюля 16.517	— —	— —	— —	— —	— —	0.23	0.14	0.25	0.27
7	іюля 18.485	4.8 0.0	25.2 30.0	34.8 30.0	31.75 31.7	32.3 31.7	0.33	0.26	0.42	0.30
8	іюля 19.482	4.6 0.0	25.4 30.0	34.6 30.0	31.7 31.7	32.3 31.7	0.14	0.23	0.19	0.26
9	іюля 19.517	— —	— —	— —	— —	— —	0.16	0.14	0.10	0.17
10	іюля 20.497	4.4 0.0	25.6 30.0	34.4 30.0	31.7 31.7	32.3 31.7	0.17	0.17	0.13	0.22
11	іюля 21.451	4.2 0.0	25.8 30.0	34.2 30.0	31.7 31.7	32.3 31.7	0.18	0.17	0.09	0.11
12	іюля 21.472	— —	— —	— —	— —	— —	0.15	0.30	0.21	0.22
13	іюля 23.507	3.8 0.0	26.2 30.0	33.8 30.0	31.6 31.7	32.25 31.7	0.16	0.16	0.20	0.29
14	іюля 23.533	— —	— —	— —	— —	— —	0.24	0.32	0.33	0.42
15	сентября 2.356	4.8 0.0	25.2 30.0	34.8 30.0	31.6 31.7	32.0 31.7	0.21	0.37	0.26	0.23
16	сентября 2.363	— —	— —	— —	— —	— —	0.20	0.28	0.25	0.36
17	сентября 4.321	5.2 0.0	24.8 30.0	35.2 30.0	31.65 31.7	32.1 31.7	0.14	0.19	0.16	0.20
18	сентября 4.356	— —	— —	— —	— —	— —	0.20	0.29	0.26	0.30
	Среднія	5.0 0.0	25.0 30.0	35.0 30.0	31.7 31.7	32.3 31.7	0.187	0.238	0.200	0.257

№	Грин. ср. вр.	Углы паденія (i) и отраженія (ε).					Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ.			
		Точки					Точки			
		1 i ε	2 i ε	3 i ε	4 i ε	5 i ε	2	3	4	5
	1914									
19	ноября 29.176	10°.6 0.0	19°.5 30.05	40°.65 30.05	38°.0 48.6	59°.2 48.6	0.146	0.329	0.664	0.754
	1915									
20	ноября 3.367	9.0 0.1	21.1 30.05	39.05 30.05	39.6 48.6	57.6 48.6	—0.010	0.228	0.400	0.692
21	ноября 12.363	10.0 0.1	20.1 30.05	40.05 30.05	38.6 48.6	58.6 48.6	0.187	0.196	0.394	0.630
22	ноября 15.360	10.3 0.1	19.9 30.05	40.35 30.05	38.3 48.6	58.9 48.6	0.093	0.287	0.403	0.627
23	декабря 10.214	11.5 0.1	18.7 30.05	41.45 30.05	37.2 48.6	60.0 48.6	0.114	0.265	0.512	0.730
24	декабря 10.247	— —	— —	— —	— —	— —	0.085	0.257	0.490	0.693
25	декабря 19.250	11.4 0.1	18.7 30.05	41.45 30.05	37.2 48.6	60.0 48.6	0.126	0.340	0.321	0.846

№	Грин. ср. вр.	Углы паденія (i) и отраженія (ε). Точки 1 i / ε	2 i / ε	3 i / ε	4 i / ε	5 i / ε	Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ. Точки 2	3	4	5
	1915	^{0}	^{0}	^{0}	^{0}	^{0}				
26	декабря 19.278	— —	— —	— —	— —	— —	0.180	0.191	0.376	0.671
27	декабря 24.247	11.2 0.1	18.9 30.05	41.25 30.05	37.4 48.6	59.8 48.6	—0.025	0.133	0.373	0.660
28	декабря 24.250	— —	— —	— —	— —	— —	0.145	0.257	0.533	0.691
29	декабря 28.180	11.0 0.1	19.1 30.05	41.05 30.05	37.6 48.6	59.6 48.6	0.042	0.126	0.410	0.612
30	декабря 28.207	— —	— —	— —	— —	— —	0.070	0.214	0.377	0.634
	1916									
31	января 17.221	9.7 0.1	20.4 30.05	39.75 30.05	38.9 48.6	58.3 48.6	0.091	0.220	0.441	0.738
32	января 25.181	8.9 0.1	21.2 30.05	39.0 30.05	39.7 48.6	57.5 48.6	0.141	0.151	0.332	0.615
33	января 26.189	8.8 0.1	21.3 30.05	38.9 30.05	39.8 48.6	57.4 48.6	0.039	0.227	0.329	0.552
34	января 26.212	— —	— —	— —	— —	— —	0.053	0.241	0.364	0.479
35	января 27.163	8.7 0.1	21.4 30.05	38.8 30.05	39.9 48.6	57.3 48.6	0.196	0.123	0.379	0.715
	Среднія	10.3 0.1	19.8 30.05	40.3 30.05	38.3 48.6	58.6 48.6	0.098	0.223	0.418	0.667

Вычисленные съ этими средними уравненія (ε) (стр. 20) имѣютъ слѣдующій видъ: справа выписаны лѣвыя части уравненій при 5-ти различныхъ видахъ функцій $f(i\varepsilon)$.

Группа	Точки		I $f(i\varepsilon) = \cos i \cos \varepsilon$	II $\frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon}$	III $\cos i$	IV const	V $\cos \varepsilon$
I	6	$0.346\,A_1 + 0.888\,B_1$	$= -0.0119$	-0.0812	-0.0821	-0.1506	-0.0804
	7	$0.355\,A_1 + 0.913\,B_1$	$= -0.0310$	-0.1017	-0.1012	-0.1726	-0.1024
	3	$0.372\,A_1 + 0.975\,B_1$	$= -0.0098$	-0.0833	-0.0723	-0.1573	-0.0948
	2	$0.254\,A_1 + 0.616\,B_1$	$= -0.0334$	-0.0850	-0.0959	-0.1369	-0.0744
II	2	$0.198\,A_1 + 0.490\,B_1$	$= -0.0205$	-0.0610	-0.0832	-0.1023	-0.0396
	3	$0.450\,A_1 + 1.295\,B_1$	$= +0.0215$	-0.0641	-0.0412	-0.1515	-0.0888
	4	$0.770\,A_1 + 2.704\,B_1$	$= -0.0693$	-0.2064	-0.2487	-0.3466	-0.1672
	5	$1.431\,A_1 + 7.228\,B_1$	$= +0.0128$	-0.2134	-0.1666	-0.4462	-0.2668

Непосредственно очевидно, что правыя части этихъ уравненій при гипотезѣ I и III несовмѣстимы съ лѣвыми частями ихъ. Для этого достаточно сравнить правыя части съ коэффиціентами при неизвѣстной A_1, которая согласно теоріи поглощенія свѣта является главной и для зенитныхъ разстояній, не слишкомъ близкихъ къ 90^0 одна опредѣляетъ поглощеніе свѣта. Гипотезы Ламберта и Эйлера такимъ образомъ отпадаютъ. Не вѣроятно также допущеніе отсутствія атмосферы, ибо въ такомъ случаѣ лѣвыя части нашихъ уравненій должны бы равняться нулю.

Рѣшимъ наши уравненія при гипотезахъ II, IV и V по способу наименьшихъ квадратовъ, при чемъ первымъ двумъ уравненіямъ припишемъ вѣсъ $^1/_2$, такъ какъ они соотвѣтствуютъ точкамъ внѣ экваторіальнаго пояса планеты. Въ результатѣ имѣемъ слѣдующія значенія A_1 и B_1:

	IV	II	V
A_1	$= -0.6121 + 0.0678$	$= -0.3754 + 0.0681$	$= -0.2941 + 0.0272$
B_1	$= +0.0588 + 0.0152$	$= +0.0441 + 0.0153$	$= +0.0214 + 0.0061$

Суммы квадратовъ отклоненій $[p\,\delta\delta]$, наблюденныхъ отъ вычисленныхъ правыхъ частей уравненій равны соотвѣтственно:

0.004228 0.004265 0.000678

Какъ и въ случаѣ Сатурна гипотеза V даетъ наилучшее согласіе. Сумма квадратовъ отклоненій для нея въ 6 разъ меньше, чѣмъ для другихъ двухъ гипотезъ. Коэффиціентъ прозрачности атмосферы получается наибольшимъ при гипотезѣ V-ой. Мы имѣемъ для него значенія 0.24, 0.42 и 0.51. Всѣ числа поражаютъ своей близостью къ соотвѣтствующимъ числамъ для Сатурна. Значеніе B_1 и здѣсь получается слишкомъ большимъ и опять оно меньше другихъ при гипотезѣ V. Такъ какъ углы i и ε, входящіе въ наши уравненія, не превышаютъ 60^0, то для полученія наиболѣе вѣроятнаго значенія A_1, слѣдуетъ отбросить второй членъ лѣвой части нашихъ уравненій. Такое рѣшеніе даетъ:

$$A_1 = -0.2009 + 0.0096$$

Коэф. прозр. $p = 0.63$

§ 2. Вычисленіе коеффиціентовъ λ, μ, ν.

Замѣнимъ теперь функцію

$$e^{\varphi(z)} = 10^{A_1 \sec z + B_1 \sec z \,\mathrm{tg}^2 z} = 10^{-0.2941 \sec z + 0.0214 \sec z \,\mathrm{tg}^2 z}$$

рядомъ $\lambda + \mu \cos z + [\nu \cos 2z]$, рѣшивъ систему уравненіи ($\varkappa$), составленную для каждыхъ 5^0 угла z, при чемъ мы отбрасываемъ третій членъ разложенія, такъ какъ и здѣсь, какъ и въ случаѣ Сатурна, двухчленная формула оказывается вполнѣ достаточной.

z		δ
0^0	$\lambda + 1.0000\,\mu = 0.5081$	-0.0009
5	$\lambda + 0.9962\,\mu = 0.5069$	-0.0008
10	$\lambda + 0.9848\,\mu = 0.5036$	-0.0004
15	$\lambda + 0.9659\,\mu = 0.4979$	$+0.0001$
20	$\lambda + 0.9397\,\mu = 0.4899$	$+0.0008$
25	$\lambda + 0.9063\,\mu = 0.4794$	$+0.0013$
30	$\lambda + 0.8660\,\mu = 0.4663$	$+0.0015$
35	$\lambda + 0.8192\,\mu = 0.4507$	$+0.0013$
40	$\lambda + 0.7660\,\mu = 0.4323$	$+0.0004$
45	$\lambda + 0.7071\,\mu = 0.4116$	-0.0009
50	$\lambda + 0.6428\,\mu = 0.3889$	-0.0024
55	$\lambda + 0.5736\,\mu = 0.3660$	-0.0015
60	$\lambda + 0.5000\,\mu = 0.3471$	$+0.0029$

Отсюда получаются нормальныя уравненія:

$$13.0000\,\lambda + 10.6676\,\mu = 5.8487$$
$$10.6676\,\lambda + 9.0997\,\mu = 4.9134$$

Рѣшеніе ихъ даетъ

$$\lambda = 0.1794 \qquad \mu = 0.3296.$$

Сумма квадратовъ отклоненій $[\delta\delta] = 0.00002528$.

Подставляя найденное значеніе $\mu' = \frac{\mu}{\lambda} = 1.8372$

въ уравненія

$$\log\frac{h_n}{h_1} = \log\frac{(1+\mu'\cos i_n)\,.\,(1+\mu'\cos \varepsilon_n)}{(1+\mu'\cos i_1)\,.\,(1+\mu'\cos \varepsilon_1)}$$

находимъ слѣдующія отклоненія наблюденныхъ отъ вычисленныхъ логариѳмовъ относительныхъ яркостей

$$\left(\log\frac{h_n}{h_1}\right)_{\text{н}} - \left(\log\frac{h_n}{h_1}\right)_{\text{в}} = \begin{array}{r} +0.0068 \\ -0.0136 \\ -0.0024 \\ -0.0088 \\ +0.0122 \\ +0.0186 \\ +0.0008 \\ -0.0010 \end{array}$$

Хотя отклоненія эти малы, попробуемъ исправить значеніе $\frac{\mu}{\lambda}$ по дифференціальной формулѣ, примѣненной къ каждому наблюденію всѣхъ точекъ отдѣльно. Условныя уравненія для $\triangle\mu$ получаются слѣдующія:

$n = 2$	$n = 3$	$n = 6$	$n = 7$
$-0.0118\,\triangle\mu = +0.0271$	$-0.0202\,\triangle\mu = -0.0370$	$-0.0177\,\triangle\mu = +0.0476$	$-0.0181\,\triangle\mu = +0.0172$
$-0.0124\,\triangle\mu = +0.0061$	$-0.0196\,\triangle\mu = +0.0161$	$-0.0178\,\triangle\mu = +0.0117$	$-0.0181\,\triangle\mu = +0.0092$
$-0.0127\,\triangle\mu = -0{,}0606$	$-0.0192\,\triangle\mu = -0.0254$	$-0.0177\,\triangle\mu = +0.0194$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0272$
$-0.0128\,\triangle\mu = +0.0079$	$-0.0191\,\triangle\mu = +0.0101$	$-0.0176\,\triangle\mu = -0.0126$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0269$
$-0.0130\,\triangle\mu = -0.0110$	$-0.0189\,\triangle\mu = +0.0050$	$-0.0176\,\triangle\mu = +0.0314$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0348$
$-0.0130\,\triangle\mu = -0.0270$	$-0.0189\,\triangle\mu = +0.0370$	$-0.0176\,\triangle\mu = -0.0126$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0188$
$-0.0132\,\triangle\mu = -0.0659$	$-0.0186\,\triangle\mu = -0.0128$	$-0.0177\,\triangle\mu = -0.0806$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0310$
$-0.0133\,\triangle\mu = +0.0106$	$-0.0185\,\triangle\mu = -0.0006$	$-0.0176\,\triangle\mu = +0.0114$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0149$
$-0.0133\,\triangle\mu = +0.0026$	$-0.0185\,\triangle\mu = +0.0354$	$-0.0176\,\triangle\mu = +0.0474$	$-0.0180\,\triangle\mu = +0.0211$
$-0.0134\,\triangle\mu = -0.0009$	$-0.0184\,\triangle\mu = +0.0228$	$-0.0176\,\triangle\mu = +0.0354$	$-0.0180\,\triangle\mu = +0.0011$
$-0.0135\,\triangle\mu = -0.0044$	$-0.0183\,\triangle\mu = +0.0222$	$-0.0177\,\triangle\mu = +0.0515$	$-0.0181\,\triangle\mu = +0.0452$
$-0.0135\,\triangle\mu = +0.0076$	$-0.0183\,\triangle\mu = -0.0298$	$-0.0177\,\triangle\mu = +0.0035$	$-0.0181\,\triangle\mu = +0.0012$
$-0.0137\,\triangle\mu = +0.0047$	$-0.0180\,\triangle\mu = +0.0252$	$-0.0176\,\triangle\mu = +0.0074$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0268$
$-0.0137\,\triangle\mu = -0.0273$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0388$	$-0.0176\,\triangle\mu = -0.0446$	$-0.0180\,\triangle\mu = -0.0788$
$-0.0132\,\triangle\mu = -0.0179$	$-0.0186\,\triangle\mu = -0.0561$	$-0.0176\,\triangle\mu = -0.0170$	$-0.0178\,\triangle\mu = -0.0038$
$-0.0132\,\triangle\mu = -0.0139$	$-0.0186\,\triangle\mu = -0.0201$	$-0.0176\,\triangle\mu = -0.0130$	$-0.0178\,\triangle\mu = -0.0558$
$-0.0130\,\triangle\mu = +0.0090$	$-0.0189\,\triangle\mu = +0.0170$	$-0.0175\,\triangle\mu = +0.0229$	$-0.0178\,\triangle\mu = +0.0083$
$-0.0130\,\triangle\mu = -0.0150$	$-0.0189\,\triangle\mu = -0.0230$	$-0.0175\,\triangle\mu = -0.0171$	$-0.0178\,\triangle\mu = -0.0317$

$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
$-0.0102\,\triangle\mu = -0.0073$	$-0.0225\,\triangle\mu = -0.0231$	$-0.0357\,\triangle\mu = -0.0988$	$-0.0610\,\triangle\mu = -0.0339$
$-0.0111\,\triangle\mu = +0.0593$	$-0.0214\,\triangle\mu = +0.0127$	$-0.0373\,\triangle\mu = +0.0139$	$-0.0585\,\triangle\mu = -0.0175$
$-0.0105\,\triangle\mu = -0.0221$	$-0.0220\,\triangle\mu = +0.0284$	$-0.0363\,\triangle\mu = +0.0119$	$-0.0600\,\triangle\mu = +0.0125$
$-0.0104\,\triangle\mu = +0.0149$	$-0.0223\,\triangle\mu = -0.0072$	$-0.0360\,\triangle\mu = +0.0070$	$-0.0605\,\triangle\mu = +0.0153$
$-0.0098\,\triangle\mu = +0.0034$	$-0.0229\,\triangle\mu = +0.0047$	$0.0349\,\triangle\mu = -0.0416$	$-0.0621\,\triangle\mu = -0.0203$
$-0.0098\,\triangle\mu = +0.0150$	$-0.0229\,\triangle\mu = +0.0079$	$-0.0349\,\triangle\mu = -0.0328$	$-0.0621\,\triangle\mu = -0.0055$
$-0.0098\,\triangle\mu = -0.0014$	$-0.0230\,\triangle\mu = -0.0252$	$-0.0350\,\triangle\mu = +0.0350$	$-0.0622\,\triangle\mu = -0.0665$
$-0.0098\,\triangle\mu = -0.0230$	$-0.0230\,\triangle\mu = +0.0344$	$-0.0350\,\triangle\mu = +0.0130$	$-0.0622\,\triangle\mu = +0.0035$
$-0.0099\,\triangle\mu = +0.0596$	$-0.0228\,\triangle\mu = +0.0570$	$-0.0352\,\triangle\mu = +0.0150$	$-0.0619\,\triangle\mu = +0.0068$
$-0.0099\,\triangle\nu' = -0.0084$	$-0.0228\,\triangle\mu = +0.0074$	$-0.0352\,\triangle\mu = -0.0490$	$-0.0619\,\triangle\mu = -0.0056$
$-0.0100\,\triangle\mu = +0.0333$	$-0.0227\,\triangle\mu = +0.0593$	$-0.0354\,\triangle\mu = +0.0011$	$-0.0616\,\triangle\mu = +0.0250$
$-0.0100\,\triangle\mu = +0.0220$	$-0.0227\,\triangle\mu = +0.0241$	$-0.0354\,\triangle\mu = +0.0143$	$-0.0616\,\triangle\mu = +0.0162$
$-0.0107\,\triangle\mu = +0.0171$	$-0.0218\,\triangle\mu = +0.0180$	$-0.0366\,\triangle\mu = -0.0056$	$-0.0596\,\triangle\mu = -0.0322$
$-0.0111\,\triangle\mu = -0.0008$	$-0.0214\,\triangle\mu = +0.0434$	$-0.0374\,\triangle\mu = +0.0416$	$-0.0584\,\triangle\mu = +0.0128$
$-0.0111\,\triangle\mu = +0.0403$	$-0.0213\,\triangle\mu = +0.0127$	$-0.0374\,\triangle\mu = +0.0432$	$-0.0582\,\triangle\mu = +0.0375$
$0.0111\,\triangle\mu = +0.0347$	$-0.0213\,\triangle\mu = +0.0071$	$-0.0374\,\triangle\mu = +0.0292$	$-0.0582\,\triangle\mu = +0.0667$
$-0.0112\,\triangle\mu = -0.0223$	$-0.0212\,\triangle\mu = +0.0540$	$-0.0376\,\triangle\mu = +0.0236$	$-0.0581\,\triangle\mu = -0.0282$

Такъ какъ коэффиціенты при неизвѣстной $\triangle\mu$ у этихъ уравненій для той же точки въ каждой группѣ отличаются весьма мало, то нормальныя уравненія получимъ простымъ суммированіемъ. Рядомъ съ ними выпишемъ среднія ошибки одного условнаго уравненія, получающіяся изъ внутренняго согласія послѣ рѣшенія каждаго изъ нормальныхъ уравненій относительно $\triangle\mu$ и подстановки найденнаго значенія въ отдѣльныя условныя уравненія. Въ послѣднемъ столбцѣ выписаны вѣса нормальныхъ уравненій, равные $\frac{1}{n\varepsilon^2}$, гдѣ n число условныхъ уравненій.

Таблица I.

		ε	p	ε
2.	$-0.2357\,\triangle\mu = -0.1683$	± 0.0241	95.8	± 0.0262
3.	$-0.3375\,\triangle\mu = -0.0528$	0.0281	70.3	0.0283
6.	$-0.3172\,\triangle\mu = +0.0921$	0.0340	47.8	0.0344
7.	$-0.3236\,\triangle\mu = -0.2472$	0.0295	63.7	0.0330
2.	$-0.1764\,\triangle\mu = +0.2143$	± 0.0263	85.0	± 0.0293
3.	$-0.3780\,\triangle\mu = +0.3156$	0.0255	90.4	0.0313
4.	$-0.6127\,\triangle\mu = +0.0210$	0.0372	42.5	0.0372
5.	$-1.0271\,\triangle\mu = -0.0134$	0.0312	60.6	0.0313

Рѣшеніе этой системы уравненій съ вѣсами предпослѣдняго столбца даетъ

$$\triangle\mu = -0.041 \pm 0.133$$

при равныхъ вѣсахъ всѣхъ уравненій получается:

$$\triangle\mu = -0.024$$

Такимъ образомъ имѣемъ окончательно

$$\underline{\mu = +1.8 \pm 0.13}$$

и для относительныхъ яркостей на поверхности Юпитера

$$\frac{h_n}{h_1} = \frac{(1+1.8\cos i_n)(1+1.8\cos\varepsilon_n)}{(1+1.8\cos i_1)\,(1+1.8\cos\varepsilon_1)} \qquad (\mathfrak{B})$$

§ 3. О точности наблюденій.

Раздѣлимъ тѣмъ же способомъ, какъ и у Сатурна, среднюю ошибку ε на двѣ составляющія. Первая составляющая η состоитъ изъ ошибки фотометрированія ε_1 и ошибки альбедо ε_2. Эта составляющая тождественна для всѣхъ точекъ экваторіальнаго пояса планеты.

Вторая составляющая ε_3 есть ошибка, возникающая отъ неправильнаго наведенія и различна для точекъ 2, 3 и 4, 5.

При тѣхъ же упрощеніяхъ, какія мы допустили въ случаѣ Сатурна, мы получаемъ по формулѣ (a) (стр. 43) при $\mu = 1.8$ и взявъ среднее ε для точекъ 2, 3 и точекъ 4, 5,

$$\varepsilon_{2,3} = \pm 0.0259 \qquad \varepsilon_{4,5} = \pm 0.0342\,,$$

уравненія:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{для точекъ } 2,\ 3 \ldots\ldots & 0.000671 = \eta^2 + 0.124468\,\varepsilon_n^2 \\ \quad\text{»}\qquad\text{»}\quad 4,\ 5 \ldots\ldots & 0.001170 = \eta^2 + 0.655614\,\varepsilon_n^2 \end{array}\right\} \qquad (d)$$

Рѣшая ихъ, находимъ

$$\eta = \pm 0.0235 \qquad \varepsilon_n = \pm 0.0306$$

Такимъ образомъ, средняя ошибка наведенія составляетъ для Юпитера всего $^1/_{30}$ радіуса планеты, т. е. меньше чѣмъ у Сатурна, что и слѣдовало ожидать, такъ какъ радіусъ Юпитера вдвое больше.

Напротивъ того, ошибка η для Юпитера больше чѣмъ для Сатурна, что объясняется конечно не ошибкой фотометрированія, а ошибкой отъ различія альбедо сравниваемыхъ точекъ: послѣдняя у Юпитера, имѣющаго и на экваторіальномъ поясѣ значительно больше деталей выдающихся по цвѣту и яркости, должна была оказать большее вліяніе.

Интересно сравнить среднія ошибки η для точекъ 6 и 7 на половинѣ малой полуоси эллипса съ таковыми для экваторіальнаго пояса планеты. При наблюденіи ихъ (исключительно лѣтомъ 1914 года) сѣверное полушаріе планеты (точка 7) было непрерывно закрыто слоемъ полощатыхъ облаковъ, южное полушаріе представляло перемѣнную облачность, и это проявилось въ величинѣ среднихъ ошибокъ для точекъ 7 и 6. Пренебрегая сжатіемъ Юпитера, мы найдемъ, что вліяніе ошибки наведенія ε_v для точекъ 6 и 7 должно быть такимъ же, какъ для точекъ 2 и 3 значеніе ε_n, и поэтому, подставляя въ первое изъ уравненій (d) слѣва значенія ε^2 для точекъ 6 и 7 и принимая $\varepsilon_v = \varepsilon_n$, найдемъ

$$\eta_6 = \pm 0.0322 \qquad \eta_7 = \pm 0.0274$$

Какъ видимъ, обѣ ошибки больше, чѣмъ для точекъ экваторіальнаго пояса, что объясняется большей перемѣнностью альбедо внѣ экватора планеты: кромѣ того точка 6, какъ лежавшая въ перемѣнномъ поясѣ, имѣетъ большую среднюю ошибку.

§ 3. О систематическихъ ошибкахъ наблюденій.

Вычисляя по формулѣ ($\mathfrak{B}$) теоретическія яркости для всѣхъ моментовъ наблюденій, мы изъ разностей, наблюденіе — вычисленіе, получили среднія ошибки въ послѣднемъ столбцѣ таблицы I-ой, въ которыя входятъ и систематическія ошибки наблюденій различныхъ точекъ. Только часть изъ этихъ ошибокъ больше соотвѣтствующихъ среднихъ ошибокъ ε, выведенныхъ изъ внутренняго согласія наблюденій данной точки.

Кромѣ того изъ названныхъ разностей выведены среднія отклоненія яркостей въ различныхъ точкахъ.

Таблица II.

Систематическія отклоненія отъ теоріи.

Точки	2	3	6	7	рефр. Цейсса.
	— 0.0099	— 0.0036	+ 0.0044	— 0.0144	
Точки	2	3	4	5	рефр. Фраунгофера
	+ 0.0122	+ 0.0177	— 0.0001	— 0.0031	
Среднія	+ 0.0012	+ 0.0065			

Для точекъ 2 и 3, которыя наблюдались на обоихъ рефракторахъ, взяты среднія. Какъ видно, систематическія отклоненія вездѣ очень малы, кромѣ развѣ точки 7, которая имѣла на 0.04 зв. вел. меньшую яркость, чѣмъ требуетъ наша формула. Какъ уже отмѣчено, эта точка за весь почти періодъ наблюденій лежала на темномъ поясѣ облаковъ, закрывавшихъ сѣверное полушаріе.

Этимъ доказано, что распредѣленіе яркости на поверхности Юпитера, несмотря на ея перемѣнность и разнообразіе деталей, съ большою точностью опредѣляется теоретической формулой.

Чертежи поверхности Юпитера при помощи одноцвѣтнаго карандаша даютъ намъ совершенно неправильную картину объ относительной яркости разныхъ его частей.

§ 4. Вычисленіе кривой фазы.

При помощи формулы (ϱ^*) главы III со значеніями

$$\mu = +1.8\,; \qquad \nu = 0$$

вычисляемъ кривую измѣненія общей яркости Юпитера съ фазою. Находимъ

α	$\lg \frac{Q_\alpha}{Q_0}$	$m_\alpha - m_0$
0°	0.0000	0.000
1	0.0001	0.000
2	0.0002	0.001
3	0.0004	0.001
4	0.0007	0.002
5	0.0011	0.003
6	0.0016	0.004
7	0.0022	0.006
8	0.0029	0.007
9	0.0037	0.009
10	0.0045	0.011
11	0.0054	0.014
12	0.0065	0.016

Итакъ, максимальное вліяніе фазы у Юпитера меньше 0.02 звѣздной величины.

Заключеніе о Юпитерѣ и Сатурнѣ.

Такъ какъ при законѣ отраженія, $f(i\varepsilon)=\cos\varepsilon$, планета должна представляться равномѣрно яркою при всѣхъ углахъ фазы, то уменьшеніе яркости къ краямъ у Юпитера и Сатурна обусловливается исключительно вліяніемъ ихъ атмосферъ. При малости максимальной фазы у этихъ планетъ и невозможности наблюденій у краевъ изъ нашихъ наблюденій нельзя заключить, справедливъ ли названный законъ и для угловъ большихъ 60^0.

Считаясь со средними ошибками значеній μ для Сатурна и Юпитера, можно принять для обѣихъ планетъ

$$\mu=2$$

и представлять относительныя яркости на поверхностяхъ ихъ тождественной формулой

$$\frac{h}{h_1}=\frac{(1+2\cos i)\,(1+2\cos\varepsilon)}{(1+2\cos i_1)\,(1+2\cos\varepsilon_1)}$$

Принимая для центра планеты $i_1=\varepsilon_1=o$, будемъ имѣть

$$h=\frac{4}{9}\,h_1\left(\frac{1}{2}+\cos i\right)\left(\frac{1}{2}+\cos\varepsilon\right) \tag{20*}$$

Эта формула будетъ строгой, если подъ h_1 разумѣть яркость центра планеты въ оппозиціи.

Простое выраженіе для яркости произвольной точки поверхности въ функціи линейныхъ координатъ u, v, считаемыхъ отъ видимаго центра диска, можно получить, если пренебречь сжатіемъ планетъ. Въ самомъ дѣлѣ, при помощи формулъ XII (стр. 35) и вводя обозначенія

$$u^2+v^2=\varrho^2; \qquad \sqrt{1-\varrho^2}=m$$

имѣемъ

$$h=\frac{4}{9}\,h_1\left(\frac{1}{2}+m\cos\alpha+u\sin\alpha\right)\left(\frac{1}{2}+m\right)=\frac{4}{9}\,h_1\left[\left(\frac{1}{2}+m\right)^2+\left(\frac{1}{2}+m\right)\left(u\,\alpha-m\frac{\alpha^2}{2}\right)\right]$$

если ограничиться точностью до α^2 включительно.

Здѣсь координаты u считаются положительными въ сторону солнца, а уголъ фазы α всегда принимается положительнымъ.

VII.

Венера.

Наблюденія Венеры произведены въ двухмѣсячный періодъ съ конца марта по конецъ мая 1916 года въ почти одинаковомъ числѣ на рефракторѣ Фраунгофера и на рефракторѣ Репсольда въ Пулковѣ.

За это время уголъ фазы измѣнился отъ 71^0 до 115^0. Кромѣ трехъ послѣднихъ наблюденій, въ которыхъ измѣрялась яркость положительнаго края планета, наблюденія производились на большомъ кругѣ, проходящемъ черезъ землю и солнце (см. стр. 35). Въ зависимости отъ качества наблюденій и другихъ условій, отдѣльныхъ наведеній на различныя точки производилось въ разные вечера неодинаковое число.

Въ „наблюденіяхъ“ приведены относительныя яркости, вычисленныя изъ каждыхъ восьми наведеній. Въ нижеслѣдующей таблицѣ мы приводимъ среднія для отдѣльныхъ вечеровъ, отмѣчая въ особомъ столбцѣ количество вошедшихъ въ нихъ отдѣльныхъ измѣреній. Кромѣ того таблица содержитъ вычисленные по формуламъ даннымъ на стр. 35 углы паденія и отраженія свѣта.

При предварительной группировкѣ наблюденій мы руководствовались соображеніемъ, чтобы внутри каждой группы уголъ фазы мѣнялся незначительно; для полученія приблизительно равноточныхъ среднихъ мы приписали наблюденіямъ на Пулковскомъ рефракторѣ примѣрно двойной вѣсъ.

Отдѣльныя группы, соединенныя въ среднія, отдѣлены чертами. Такимъ образомъ первая и вторая группа содержатъ наблюденія на рефракторѣ Фраунгофера съ общимъ числомъ наведеній 112 и 96; 3-ья, 4-ая и 5-ая группа относятся къ рефрактору Репсольда и содержатъ наведеній 56, 60 и 48, при чемъ въ 5-ой группѣ соединены наблюденія на положительномъ краю планеты.

№	Грин. ср. вр.	Углы паденія (i) и отраженія (ε). Точки 1 i ε	2 i ε	3 i ε	Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ. Точки 2	3	Замѣтки. Число наведеній		Качество изобр. и наблюд.	
	1916									
1	марта 23.248	$51\overset{0}{.}5$ 19.95	$29\overset{0}{.}4$ 42.1	$70\overset{0}{.}8$ 0.7	— 0.142	+ 0.595	16	16	2	4
2	марта 26.267	52.3 20.7	30.4 42.6	71.25 1.75	— 0.188	0.531	8	8	2	3
3	марта 28.228	52.75 21.25	31.05 42.95	71.5 2.5	— 0.090	0.529	16	16	2	3
4	марта 30.250	53.25 21.75	31.75 43.25	71.8 3.2	— 0.074	0.475	16	16	1	2

Углы паденія (i) и отраженія (ε).					Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ.		Замѣтки.			
№	Грин. ср. вр.	Точки 1 i ε	Точки 2 i ε	Точки 3 i ε	Точки 2	Точки 3	Число наведеній		Качество изобр. и наблюд.	
	1916									
5	апрѣля 1.236	53°.8 22.3	32°.5 43.6	72°.1 4.0	— 0.084	0.567	24	24	3	4
6	апрѣля 4.253	54.55 23.15	33.55 44.15	72.55 5.15	— 0.085	0.505	16	16	4	—
7	апрѣля 6.285	55.05 23.75	34.25 44.55	72.8 6.0	— 0.085	0.374	16	16	3	4
8	апрѣля 16.281	57.65 26.85	37.95 46.55	74.25 10.25	— 0.095	0.656	16	16	1	3
9	апрѣля 16.300	— —	— —	— —	— 0.075	0.605	16	16	1	3
10	апрѣля 17.271	57.9 27.2	38.3 46.8	74.4 10.7	— 0.147	0.691	16	16	3	3
11	апрѣля 23.276	59.5 29.3	40.65 48.15	75.25 13.55	— 0.260	0.599	16	16	2	3
12	апрѣля 24.298	59.8 29.7	41.1 48.4	75.4 14.1	— 0.248	0.556	16	16	3	3
13	апрѣля 25.306	60.05 30.05	41.45 48.65	75.6 14.5	— 0.158	0.575	16	16	1	2
14	апрѣля 30.310	61.45 32.05	43.55 49.95	76.3 17.2	— 0.245	0.742	8	8	3	3
15	мая 1.285	61.75 32.45	44.0 50.2	76.45 17.75	— 0.329	0.729	16	16	3	3
16	мая 3.278	62.35 33.35	44.9 50.8	76.8 18.9	— 0.303	0.679	8	8	3	4
17	мая 8.203	63.8 35.5	47.10 52.20	77.55 21.80	— 0.399	0.727	24	24	5	3
18	мая 9.212	64.05 35.95	47.6 52.4	77.65 22.35	— 0.321	0.620	16	16	4	4
19	мая 13.299	65.4 38.1	49.55 53.95	78.45 25.15	— 0.218	0.856	16	16	2	3
20	мая 18.261	67.1 40.8	52.1 55.8	79.2 28.7	— 0.308	0.845	12	12	2	3
21	мая 25.171	69.5 45.1	55.9 58.7	80.35 34.25	— 0.138	0.788	16	16	2	3

Наблюденія на положительномъ краю планеты.

		I	II	III	II	III				
22	мая 9.176	10.0 90.0	45.8 90.0	67.84 90.0	0.345	0.981	16	16	4	4
23	мая 18.233	17.9 90.0	47.7 90.0	68.65 90.0	0.292	0.988	16	16	3	3
24	мая 25.134	24.6 90.0	50.0 90.0	69.64 90.0	0.262	0.855	16	16	2	3

Какъ видно изъ таблицы, наименьшіе углы i, ε и наибольшія яркости соотвѣтствуютъ точкѣ 2. При составленіи уравненій (ε) (стр. 20) мы приняли точку 2 за основную. Уравненія эти вычислены нами для всѣхъ наблюденій отдѣльно, притомъ съ тремя членами функціи φ (z), такъ какъ углы z достигаютъ 80°; правыя части ихъ суть логариѳмы относительныхъ яркостей.

№	$n = 1$	$n = 3$
1.	$0.174\,A_1 + 1.222\,B_1 + 3.011\,C_1 = -0.0568$	$1.545\,A_1 + 23.617\,B_1 + 205.861\,C_1 = -0.2948$
2.	$0.186\,A_1 + 1.340\,B_1 + 3.492\,C_1 = -0.0752$	$1.593\,A_1 + 25.451\,B_1 + 233.222\,C_1 = -0.2876$
3.	$0.192\,A_1 + 1.412\,B_1 + 3.782\,C_1 = -0.0360$	$1.619\,A_1 + 26.556\,B_1 + 250.401\,C_1 = -0.2476$
4.	$0.199\,A_1 + 1.501\,B_1 + 4.150\,C_1 = -0.0288$	$1.655\,A_1 + 27.968\,B_1 + 272.956\,C_1 = -0.2188$
5.	$0.207\,A_1 + 1.608\,B_1 + 4.597\,C_1 = -0.0292$	$1.689\,A_1 + 29.462\,B_1 + 297.627\,C_1 = -0.2636$
6.	$0.217\,A_1 + 1.760\,B_1 + 5.283\,C_1 = -0.0356$	$1.744\,A_1 + 31.912\,B_1 + 340.014\,C_1 = -0.2264$
7.	$0.226\,A_1 + 1.869\,B_1 + 5.790\,C_1 = -0.0340$	$1.775\,A_1 + 33.376\,B_1 + 366.543\,C_1 = -0.1936$
8.	$0.268\,A_1 + 2.554\,B_1 + 9.412\,C_1 = -0.0380$	$1.978\,A_1 + 43.965\,B_1 + 580.190\,C_1 = -0.3004$
9.	$0.268\,A_1 + 2.554\,B_1 + 9.412\,C_1 = -0.0300$	$1.978\,A_1 + 43.965\,B_1 + 580.190\,C_1 = -0.2720$
10.	$0.271\,A_1 + 2.627\,B_1 + 9.855\,C_1 = -0.0588$	$2.003\,A_1 + 45.304\,B_1 + 609.897\,C_1 = -0.3352$
11.	$0.300\,A_1 + 3.200\,B_1 + 13.443\,C_1 = -0.1040$	$2.140\,A_1 + 53.880\,B_1 + 814.292\,C_1 = -0.3436$
12.	$0.306\,A_1 + 3.324\,B_1 + 14.258\,C_1 = -0.0992$	$2.165\,A_1 + 55.612\,B_1 + 858.487\,C_1 = -0.3220$
13.	$0.311\,A_1 + 3.429\,B_1 + 14.991\,C_1 = -0.0632$	$2.207\,A_1 + 58.076\,B_1 + 922.146\,C_1 = -0.2932$
14.	$0.338\,A_1 + 4.083\,B_1 + 19.811\,C_1 = -0.0980$	$2.335\,A_1 + 67.693\,B_1 + 1191.070\,C_1 = -0.3948$
15.	$0.346\,A_1 + 4.251\,B_1 + 21.084\,C_1 = -0.1316$	$2.366\,A_1 + 70.030\,B_1 + 1260.256\,C_1 = -0.4232$
16.	$0.358\,A_1 + 4.588\,B_1 + 23.869\,C_1 = -0.1212$	$2.442\,A_1 + 75.961\,B_1 + 1442.676\,C_1 = -0.3928$
17.	$0.393\,A_1 + 5.563\,B_1 + 32.454\,C_1 = -0.1588$	$2.596\,A_1 + 89.771\,B_1 + 1906.600\,C_1 = -0.4492$
18.	$0.398\,A_1 + 5.757\,B_1 + 34.297\,C_1 = -0.1284$	$2.635\,A_1 + 93.146\,B_1 + 2026.917\,C_1 = -0.3760$
19.	$0.433\,A_1 + 6.912\,B_1 + 46.162\,C_1 = -0.0872$	$2.859\,A_1 + 114.477\,B_1 + 2853.490\,C_1 = -0.4296$
20.	$0.484\,A_1 + 8.846\,B_1 + 68.646\,C_1 = -0.1232$	$3.070\,A_1 + 140.458\,B_1 + 4017.265\,C_1 = -0.4612$
21.	$0.563\,A_1 + 12.756\,B_1 + 125.045\,C_1 = -0.1040$	$3.467\,A_1 + 197.799\,B_1 + 7114.144\,C_1 = -0.3700$

Наблюденія на положительномъ краю планеты.

	$n = \text{II}.$	$n = \text{III}.$
22.	$0.421\,A_1 + 1.493\,B_1 + 1.616\,C_1 = -0.1380$	$1.637\,A_1 + 15.979\,B_1 + 95.033\,C_1 = -0.3920$
23.	$0.435\,A_1 + 1.685\,B_1 + 2.156\,C_1 = -0.0952$	$1.696\,A_1 + 17.869\,B_1 + 115.494\,C_1 = -0.3744$
24.	$0.456\,A_1 + 1.980\,B_1 + 3.092\,C_1 = -0.1316$	$1.774\,A_1 + 20.643\,B_1 + 148.726\,C_1 = -0.3664$

Ниже приведены среднія уравненія для 5 группъ, при чемъ правыя части вычислены для 5 различныхъ гипотезъ относительно вида функціи $f(i\varepsilon)$.

Точки	Группа	$f(i\varepsilon) =$	I $\cos i \cos \varepsilon$	II $\dfrac{\cos i \ \cos\varepsilon}{\cos i + \cos\varepsilon}$	III $\cos i$	IV const.	V $\cos\varepsilon$
1	1	$0.200\,A_1 + 1.530\,B_1 + 4.300\,C_1 =$	+0.1107	+0.0963	+0.2165	+0.0636	−0.0422
	2	$0.287\,A_1 + 2.948\,B_1 + 11.895\,C_1 =$	+0.1069	+0.0924	+0.2219	+0.0495	−0.0655
	3	$0.359\,A_1 + 4.621\,B_1 + 24.305\,C_1 =$	+0.0556	+0.0425	+0.1770	−0.0060	−0.1274
	4	$0.470\,A_1 + 8.568\,B_1 + 68.538\,C_1 =$	+0.0846	+0.0732	+0.2124	+0.0171	−0.1107
II	5	$0.437\,A_1 + 1.719\,B_1 + 2.288\,C_1 =$	+0.0306	−0.1216	+0.1859	−0.1216	−0.1216
3	1	$1.660\,A_1 + 28.335\,B_1 + 280.946\,C_1 =$	+0.1872	+0.1066	+0.2969	−0.1102	−0.2475
	2	$2.079\,A_1 + 50.134\,B_1 + 727.533\,C_1 =$	+0.1600	+0.0925	+0.2365	−0.1506	−0.3110
	3	$2.435\,A_1 + 75.864\,B_1 + 1450.151\,C_1 =$	+0.0764	+0.0190	+0.2776	−0.2398	−0.4150
	4	$3.008\,A_1 + 136.470\,B_1 + 4002.954\,C_1 =$	+0.1023	+0.0575	+0.2341	−0.2181	−0.4092
III	5	$1.702\,A_1 + 18.164\,B_1 + 119.751\,C_1 =$	+0.0417	−0.3776	+0.0417	−0.3776	−0.3776

Сравнивая правыя части этихъ уравненій съ величиной коэффиціента при A_1, заключаемъ, что только при гипотезѣ IV и V мы получимъ A_1 отрицательнымъ. Первыя три гипотезы такимъ образомъ отпадаютъ и мы можемъ на нихъ не останавливаться. Рѣшеніе системы нашихъ уравненій приводитъ къ слѣдующимъ значеніямъ:

	IV	$[\delta\delta]$	V	$[\delta\delta]$
	$A_1 = -0.2520 \pm 0.0917$		$A_1 = -0.2489 + 0.0444$	
	$B_1 = +0.00971 + 0.00665$	0.050986	$B_1 = +0.00442 + 0.00314$	0.011988
	$C_1 = -0.000200 \pm 0.000160$		$C_1 = -0.000068 \pm 0.000079$	

Мы рѣшили тѣ же уравненія, отбросивъ третій членъ въ лѣвой части ихъ. Результаты слѣдующіе:

	IV	$[\delta\delta]$	V	$[\delta\delta]$
	$A_1 = -0.1539 + 0.0460$	0.062986	$A_1 = -0.2157 + 0.0212$	0.013410
	$B_1 = +0.00197 + 0.00139$		$B_1 = +0.00180 \pm 0.00064$	

При обоихъ рѣшеніяхъ результаты при гипотезѣ V, какъ и въ случаѣ Юпитера и Сатурна, несравненно надежнѣе и мы имѣемъ полное основаніе остановиться именно на этой гипотезѣ. Она выражаетъ предположеніе, что планета, лишенная прозрачной атмосферы окружающей тотъ слой облаковъ, отъ котораго происходитъ отраженіе свѣта, представлялась бы намъ равномѣрно яркою. Формула $f(i\varepsilon) = \cos\varepsilon$ для диффузнаго отраженія, не содержитъ угла паденія i: если можно считать ее строгой для всѣхъ угловъ i и ε, то это обозначаетъ, что освѣщенный солнцемъ шаровой слой облаковъ свѣтитъ въ пространство, какъ самосвѣтящее тѣло.

§ 2. Вычисленіе постоянныхъ λ μ ν.

Для перехода отъ постоянныхъ A_1 B_1 C_1 къ постояннымъ λ μ ν по формулѣ ($\varkappa$)** (стр. 24) мы имѣемъ въ данномъ случаѣ слѣдующія уравненія

z	$\cos z$	$\cos 2z$	$e^{\varphi(z)}$	δ
0	$\lambda + 1.000\,\mu$	$+ 1.000\,\nu$	$= 0.5637$	$+0.0002$
10	$\lambda + 0.985\,\mu$	$+ 0.940\,\nu$	$= 0.5592$	$+0.0002$
20	$\lambda + 0.940\,\mu$	$+ 0.766\,\nu$	$= 0.5443$	$+0.0005$
30	$\lambda + 0.866\,\mu$	$+ 0.500\,\nu$	$= 0.5178$	0.0000
40	$\lambda + 0.766\,\mu$	$+ 0.174\,\nu$	$= 0.4777$	-0.0019
50	$\lambda + 0.648\,\mu$	$- 0.174\,\nu$	$= 0.4190$	$+0.0015$
60	$\lambda + 0.500\,\mu$	$- 0.500\,\nu$	$= 0.3367$	-0.0032
70	$\lambda + 0.342\,\mu$	$- 0.766\,\nu$	$= 0.2278$	-0.0003
80	$\lambda + 0.174\,\mu$	$- 0.940\,\nu$	$= 0.0922$	$+0.0053$

Правыя части нашихъ уравненій вычислены со значеніями постоянныхъ, полученными при первомъ рѣшеніи начальныхъ уравненій съ тремя неизвѣстными. Рѣшеніе этой системы приводитъ къ слѣдующимъ значеніямъ постоянныхъ

$$\lambda = -0.2156\,; \qquad \mu = +0.9388\,; \qquad \nu = -0.1593.$$

Стоящія въ послѣднемъ столбцѣ отклоненія δ показываютъ, что приведенныя значенія могутъ вполнѣ удовлетворительно замѣнить постоянныя A_1 B_1 C_1.

Вычисленныя по формулѣ

$$\log\frac{h_n}{h_2} = \log\frac{(1+\mu'\cos i_n + \nu'\cos 2\,i_n)\;(1+\mu'\cos\varepsilon_n + \nu'\cos 2\,\varepsilon_n)}{(1+\mu'\cos i_2 + \nu'\cos 2\,i_2)\;(1+\mu'\cos\varepsilon_2 + \nu'\cos 2\,\varepsilon_2)}$$

со значеніями

$$\mu' = -4.3544 \qquad \nu' = +0.7389$$

логариѳмы относительныхъ яркостей даютъ слѣдующія отклоненія отъ нашихъ среднихъ, вошедшихъ въ первоначальныя условныя уравненія.

$$\log\left(\frac{h_n}{h_2}\right)\text{набл.} - \log\left(\frac{h_n}{h_2}\right)\text{выч.} = \left\{\begin{array}{rc} & \text{Точки} \\ +0.0025 & \\ -0.0059 & \\ -0.0599 & 1 \\ -0.0318 & \\ -0.0159 & \text{II} \\ +0.0589 & \\ +0.0369 & \\ -0.0390 & 3 \\ +0.0022 & \\ -0.0231 & \text{III} \end{array}\right.$$

Сумма квадратовъ ихъ равна 0.011783 и даже меньше той, которая получается при постоянныхъ A_1 B_1 C_1; но значительныя отдѣльныя отклоненія, большія возможныхъ случайныхъ ошибокъ, указываютъ на систематическія ошибки отдѣльныхъ среднихъ.

Мы можемъ найти значенія $\mu' = \frac{\mu}{\lambda}$, $\nu' = \frac{\nu}{\lambda}$ и непосредственно изъ наблюденій на положительномъ краю планеты при помощи уравненій (η_2) (стр. 22).

Вычисляя коэффиціенты формулъ

$$\frac{h_{\text{II}}}{h_{\text{I}}} - 1 = \mu'\left(\cos i_{\text{II}} - \frac{h_{\text{II}}}{h_{\text{I}}}\cos i_{\text{I}}\right) + \nu'\left(\cos 2\,i_{\text{II}} - \frac{h_{\text{II}}}{h_{\text{I}}}\cos 2\,i_{\text{I}}\right)$$

$$\frac{h_{\text{III}}}{h_{\text{II}}} - 1 = \mu'\left(\cos i_{\text{III}} - \frac{h_{\text{III}}}{h_{\text{II}}}\cos i_{\text{I}}\right) + \nu'\left(\cos 2\,i_{\text{III}} - \frac{h_{\text{III}}}{h_{\text{I}}}\cos 2\,i_{\text{I}}\right)$$

для наблюденій 22, 23 и 24 отдѣльно и взявъ сумму всѣхъ трехъ уравненій, мы получили

$$-0.7304 = -0.1395\,\mu' - 2.1136\,\nu'$$
$$-1.7421 = -0.1028\,\mu' - 3.2128\,\nu'$$

откуда слѣдуетъ

$$\mu' = -5.7839 \qquad \nu' = +0.7272$$

При маломъ числѣ наблюденій согласіе съ предыдущими значеніями надо признать удовлетворительнымъ, но, такъ какъ наблюденія на положительномъ краю вошли въ наши первоначальныя условныя уравненія, мы остановимся на первой системѣ значеній.

§ 3. Исправленіе коэффиціентовъ μ' ν' по кривой общей яркости.

Мы не пробовали исправлять μ' и ν' по дифференціальнымъ формуламъ (ϑ), примѣненнымъ къ отдѣльнымъ наблюденіямъ, въ виду того, что въ наблюденіяхъ на поверхности Венеры, произведенныхъ вдали отъ оппозиціи, возможны значительныя систематическія ошибки наведеній. Паденіе яркости къ отрицательному краю у Венеры чрезвычайно быстро и поэтому въ оцѣнкѣ 1/2 и 1/4 разстоянія отъ краевъ легко ввести систематическую ошибку; кромѣ того на отрицательномъ краю мы имѣемъ поясъ сумерокъ, ширина котораго не извѣстна: наконецъ и положительный край смѣщенъ относительно геометрическаго края планеты вслѣдствіе горизонтальной рефракціи. Всѣ эти причины дѣлаютъ вычисленіе угловъ паденія и отраженія свѣта въ точкахъ поверх-ности Венеры при большихъ углахъ фазы весьма ненадежнымъ.

У насъ имѣется другой болѣе объективный критерій точности значеній постоян-ныхъ μ' и ν', а именно кривая общей яркости планеты, выведенная Müller'омъ изъ много-лѣтнихъ наблюденій (Müller — Photometrie d. Gestirne. Стр. 359). Относительно этой кривой мы однако должны замѣтить, что для большихъ угловъ фазы ее никогда не удастся представить теоретической формулой, не принимающей въ разсчетъ дѣйствія горизон-тальной рефракціи, а также яркости пояса сумерокъ. Явленіе удлиненія роговъ серпа Венеры, по временамъ весьма значительное вблизи оппозиціи, увеличиваетъ яркость планеты относительно теоретическаго ея значенія на неизвѣстную и перемѣнную вели-чину и то же можно сказать о поясѣ сумерокъ. Мы будемъ поэтому пользоваться только частью кривой фазы до $\alpha = 110^0$. Въ нижеслѣдующей таблицѣ сопоставлены значенія яркости Венеры, вычисленныя съ найденными значеніями μ' ν' при помощи таблицы интеграловъ II-ой. За начальное значеніе принята яркость —4.44 для $\alpha = 20^0$; рядомъ выписаны яркости по Müller'у и разности: наблюденіе — вычисленіе (предпо-слѣдній столбецъ).

Таблица I.

α	m выч.	m набл.	Наблюд. —	вычисл.
20^0	—4.44	—4.44	0.00	—0.13
30	—4.36	—4.30	+0.06	—0.06
40	—4.24	—4,15	+0.09	+0.00
50	—4.09	—3.99	+0.10	+0.04
60	—3.90	—3.82	+0.08	+0.06
70	—3.67	—3.63	+0.04	+0.07
80	—3.39	—3.43	—0.04	+0.04
90	—3.05	—3.21	—0.16	+0.01
100	—2.64	—2.96	—0.32	—0.06
110	—2.14	—2.69	—0.55	—0,17

Примѣненіе формулы (σ) (стр. 29) для нахожденія поправокъ $\triangle\mu$ $\triangle\nu$ даетъ нор-мальныя уравненія съ очень малымъ опредѣлителемъ. Задача исправленія постоян-ныхъ кривой фазы по строгой формулѣ становится неопредѣленной повидимому потому, что въ ней мы считали перемѣннымъ подлежащимъ исправленію также и масштабъ K. Дѣйствительно, положивъ $K = K_0$, что равносильно уничтоженію вторыхъ членовъ (вычи-таемыхъ) въ скобкахъ правой части, мы, при помощи упрощенной такимъ образомъ формулы, приходимъ къ вполнѣ однозначнымъ значеніямъ поправокъ. Система услов-ныхъ уравненій слѣдующая:

α	$\dfrac{-0.4\,m_\alpha - K_o\,\psi_\alpha}{M}$		$\dfrac{\frac{\partial\psi_\alpha}{\partial\nu}}{\psi_\alpha}$	$\dfrac{\frac{\partial\psi_\alpha}{\partial\nu}}{\psi_\alpha}$
20	0.0000	=	—0.7069 $\triangle\mu$	—0.1336 $\triangle\nu$
30	—0.0525	=	—0.7069 „	—0.0918 „
40	—0.0840	=	—0.7060 „	—0.0318 „
50	—0.0919	=	—0.7043 „	+0.0485 „
60	—0.0737	=	—0.7020 „	+0.1523 „
70	—0.0345	=	—0.6991 „	+0.2837 „
80	+0.0394	=	—0.6951 „	+0.4481 „
90	+0.1487	=	—0.6917 „	+0.6538 „
100	+0.2947	=	—0.6891 „	+0.9135 „
110	+0.5089	=	—0.6921 „	+1.2568 „

Нормальныя уравненія слѣдующія

$$4.8909\,\triangle\mu - 2.4207\,\triangle\nu = -0.4485$$
$$-2.4207\,\triangle\mu + 3.1756\,\triangle\nu = \quad 1.0057$$

Отсюда получаются поправки:

$$\triangle\mu = +0.1045 + 0.0289$$
$$\triangle\nu = +0.3963 \pm 0.0411$$

Въ послѣднемъ столбцѣ таблицы I выписаны разности между наблюденной кривой фазы и вычисленной съ исправленными значеніями

$$\mu = -\mathbf{4.25} \qquad \nu = +\mathbf{1.135}$$

Примѣняя дифференціальныя формулы вторично, можно добиться еще нѣсколько луч-шаго согласія кривыхъ. Но, по мотивамъ, указаннымъ въ началѣ этого параграфа, мы считаемъ согласіе вполнѣ удовлетворительнымъ. Итакъ мы имѣемъ для относитель-ныхъ яркостей

$$\frac{h_n}{h_1} = \frac{(1 - 4.25\cos i_n + 1.135\cos 2\,i_n)\,(1 - 4.25\cos\varepsilon_n + 1.135\cos 2\,\varepsilon_n)}{(1 - 4.25\cos i_1 + 1.135\cos 2\,i_1)\,(1 - 4.25\cos\varepsilon_1 + 1.135\cos 2\,\varepsilon_1)} \qquad (\mathfrak{C})$$

§ 4. О случайныхъ и систематическихъ ошибкахъ наблюденій.

Вычисливъ съ исправленными значеніями μ и ν теоретическія относительныя яркости для всѣхъ отдѣльныхъ наблюденій, мы имѣемъ возможность вычислить какъ случайныя, такъ и систематическія ошибки въ отдѣльныхъ точкахъ, отдѣльно для обоихъ рефракторовъ. Слѣдующая таблица содержитъ результаты этого вычисленія. При вычисленіи приняты во вниманіе вѣса наблюденій пропорціональные числу наведеній. Подъ средней ошибкой единицы вѣса мы разумѣемъ, какъ и у другихъ планетъ, ошибку наблюденія, состоящаго изъ 8 наведеній на каждую точку.

Таблица II.

		Точки	
		1	3
Ср. ош. набл. 1 вѣса	рефр. Фрауэнг.	± 0.0325	± 0.0544
	„ Репсольда	0.0360	0.0481
Системат. ошибка	рефр. Фрауэнг.	—0.0126 ± 0.0064	—0.0486 ± 0.0107
	„ Репсольда	—0.0661 ± 0.0094	—0.1464 ± 0.0126
Систем. ошибка всѣхъ набл.		—0.0318	—0.0836

Средняя ошибка одного наблюденія приблизительно одинакова для обоихъ рефак-торовъ. Это объясняется вѣроятно трудностью наблюденій при узкомъ серпѣ, произ-веденныхъ въ Пулковѣ.

Систематическія отклоненія при новыхъ значеніяхъ μ ν весьма значительны и указываютъ на то, что при оцѣнкѣ линейной координаты u фотометрируемыхъ точекъ мы систематически ошибались въ сторону терминатора планеты. Причину мы видимъ въ сумеречномъ поясѣ Венеры, который мы въ рѣдкихъ случаяхъ при спокойныхъ изображеніяхъ явственно различали. Благодаря ему граница свѣта, различаемая гла-зомъ, смѣщалась за геометрическій край планеты, и наведенія производились ошибочно въ точкѣ 2 на 1/4, въ точкѣ 1 на 1/2, а въ точкѣ 3 на 3/4 видимой величины сумерочнаго пояса. Кромѣ того систематическая ошибка въ оцѣнкѣ разстояній возникаетъ вслѣдствіе весьма быстраго паденія яркости на серпѣ.

Попытка вывести ширину сумеречнаго пояса изъ систематической ошибки въ линейныхъ координатахъ не привела къ результату вслѣдствіе невозможности раздѣлить обѣ названныя ошибки, изъ которыхъ вторая различна въ разныхъ точкахъ.

Приближенный подсчетъ показываетъ, что ошибка въ линейной координатѣ въ 0.1 радіуса вполнѣ объясняетъ приведенныя систематическія отклоненія. Такую ошибку въ точкѣ 3 вблизи пояса сумерокъ мы считаемъ возможной. Но слѣдуетъ замѣтить, что вычисленныя систематическія отклоненія весьма сильно зависятъ отъ постоянныхъ μ и ν, значенія которыхъ мы считаемъ лишь первымъ приближеніемъ. Измѣненіе ν на 0.1 уменьшаетъ наши систематическія поправки почти на половину, незначительно ухудшая согласіе теоретической и наблюденной кривой фазы.

Въ виду этого мы должны оставить этотъ вопросъ не выясненнымъ до новыхъ наблюденій.

§ 5. Намъ остается еще вывести наиболѣе вѣроятное значеніе для коэффиціента прозрачности атмосферы Венеры, какое могутъ дать наши наблюденія.

Рѣшая нашу первоначальную систему условныхъ уравненій съ однимъ неизвѣстнымъ A_1 и съ одинаковыми вѣсами мы получаемъ

$$A_1 = -0.1608 \pm 0.0103,$$

откуда

$$\text{коэфф. прозр. } p = 0.69.$$

Но, на основаніи выведенныхъ среднихъ ошибокъ, мы должны приписать наблюденіямъ на обоихъ рефракторахъ одинаковый вѣсъ и кромѣ того нельзя игнорировать систематическихъ ошибокъ наблюденій. Вычисливъ эти послѣднія для каждой группы наблюденій отдѣльно и прибавивъ ихъ къ правымъ частямъ нашихъ условныхъ уравненій, получаемъ ихъ теперь въ слѣдующемъ видѣ:

Точки			p
1	1	$0.200\,A_1 = -0.0362$	14
	2	$0.287\,A_1 = -0.0451$	12
	3	$0.359\,A_1 = -0.0440$	7
	4	$0.470\,A_1 = -0.0607$	7.5
3	1	$1.660\,A_1 = -0.2142$	14
	2	$2.079\,A_1 = -0.2446$	12
	3	$2.435\,A_1 = -0.2780$	7
	4	$3.008\,A_1 = -0.2785$	7.5

Справа выписаны вѣса уравненій, пропорціональные числу вошедшихъ въ нихъ наблюденій. Наблюденія на положительномъ краю планеты (группа 5) отброшены, какъ подверженныя неизвѣстнымъ систематическимъ погрѣшностямъ.

Нормальное уравненіе слѣдующее

$$203.9177\,A_1 = -22.6830.$$

Отсюда получаемъ

$$A_1 = -0.1112 \pm 0.0017$$

коэфф. прозрачн. $p = 0.77$

Послѣднее значеніе мы считаемъ болѣе близкимъ къ истинѣ.

VIII.

Марсъ.

§ 1. 14 наблюденій Марса сдѣланы рефракторомъ Фраунгофера, остальныя 8 рефракторомъ Репсольда. Наблюденія охватываютъ четырехмѣсячный періодъ около оппозиціи 1916 года. Діаметръ Марса за это время колебался въ предѣлахъ отъ 14 до 7 секундъ. Діаметръ наименьшаго отверстія призмы, съ помощью которой производились измѣренія (см. стр. 4), составлялъ около 0.1 діаметра планеты и, при малости послѣдняго, пуантированіе было чрезвычайно трудно. Фотометрированіе нашимъ фотометромъ столь малыхъ дисковъ при помощи трубъ средней величины лежитъ на границѣ возможнаго. Неизбѣжныя систематическія ошибки наведенія имѣютъ здѣсь значительное вліяніе на выводимыя формулы ослабленія свѣта. Спокойствіе изображенія очевидно играетъ тоже большую роль при малыхъ дискахъ, сильно затрудняя установку на опредѣленныя точки поверхности. При плохихъ изображеніяхъ наблюденія часто были совсѣмъ невозможны. При хорошихъ изображеніяхъ разнообразіе рисунка на поверхности планеты и различная окраска разныхъ ея частей тоже осложняли наблюденіе. Несмотря на все это мы считаемъ задачу вывода общаго закона ослабленія свѣта, а также коэффиціента прозрачности атмосферы съ трубами большихъ размѣровъ и для Марса вполнѣ выполнимой (см. главу II стр. 14 и 15). Результаты нашихъ малочисленныхъ наблюденій, мы приводимъ какъ предварительные.

Въ слѣдующей таблицѣ приведены отдѣльныя наблюденія, полученныя какъ среднія изъ разнаго числа наведеній, указаннаго въ предпослѣднемъ столбцѣ. Кромѣ того таблица содержитъ углы паденія и отраженія свѣта въ точкахъ 1, 2, 3, вычисленные по формуламъ § 4 главы IV-ой, и замѣтки насчетъ качества изображеній и наблюденій.

		Углы паденія (i) и отраженія (ε).			Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ.		Замѣтки.			
		Точки			Точки		Число наведеній		Качество	
№	Грин. ср. вр.	1 i ε	2 i ε	3 i ε	2	3			изобр.	наблюд.
	1916									
1	января 26.338	12.1 1.0	41.2 29.2	17.9 29.9	0.336	0.266	16	16	4	
2	января 27.389	11.3 1.0	40.4 29.3	18.8 30.0	0.231	0.110	16	16	4	4
3	января 28.367	10.6 1.0	39.8 29.4	19.6 30.0	0.142	−0.003	16	16	5	4

№	Углы паденія (i) и отраженія (ε). Грин. ср. вр.	Точки 1 i / ε	Точки 2 i / ε	Точки 3 i / ε	Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ. Точки 2	Точки 3	З а м ѣ т к и. Число наведеній		Качество изобр.	Качество наблюд.
	1916									
4	февраля 5.347	4 6 0.7	33.7 29.5	25.8 29.9	0.216	0.208	12	12	3	2
5	февраля 16.398	6.1 0.7	25.6 30.0	34.7 29.6	0.225	0.124	16	16	3	2
6	февраля 22.394	10.6 0.3	21.2 30.0	39.3 29.5	0.165	0.180	16	16	3	3
7	марта 4.399	17.6 0 3	15.3 30.0	45.1 28.4	0.091	0.189	12	12	3	3
8	марта 23.415	25.0 3.3	3.7 32.0	53.6 25.3	0.048	0.228	24	24	1	2
9	марта 30.467	27.4 3.5	1.3 32.1	54.0 23.1	0.089	0.130	16	16	3	4
10	апрѣля 1.491	27.4 4.3	0.9 32.5	54.5 22.85	0.027	0.198	16	16	3	3
11	апрѣля 6.357	28.15 5.6	1.0 32.7	55.3 22.25	0.145	0.320	16	16	3	3
12	апрѣля 7.478	28.6 4.7	0.6 32.8	55.6 22.3	0.090	0.468	16	16	3	4
13	апрѣля 8.485	28.8 4.8	0.8 32.8	55.6 22.0	0.183	0.338	16	16	2	3
14	апрѣля 24.374	30.9 5.6	3.3 33.3	57.2 20.7	— 0.001	0.316	16	16	2	3
15	апрѣля 29.409	31.2 5.8	3.6 33.4	57.4 20.4	— 0.058	0.510	8	8	2	3
16	апрѣля 30.389	31 3 5.8	3.7 33.4	57.5 20.4	0.135	0.443	8	8	1	1
17	мая 5.340	31.6 5.9	4.0 33.5	57.7 20.2	— 0.026	+0.220	16	16	2	3
18	мая 8.343	31.7 6.0	4.1 33.5	57.8 20.1	— 0.106	0.690	16	16	3	4
19	мая 8.375	— —	— —	— —	— 0.033	0.560	12	16	3	4
20	мая 9.345	31.7 6.0	4.2 33.5	57.8 20.1	0.040	0.598	16	16	2	3
21	мая 9.358	— —	— —	— —	— 0.055	0.604	16	16	2	4
22	мая 25.308	31.9 6.0	4.4 33.6	57.9 20.0	0.013	0.394	24	24	1	1

Проведенныя черты отдѣляютъ тѣ группы наблюденій, которыя мы соединили въ среднія, чтобы ослабить вліяніе случайныхъ ошибокъ наблюденій. Эти среднія, такимъ образомъ, получены изъ 48 до 68 отдѣльныхъ наведеній и могутъ считаться приблизительно равноточными, ибо преимущество наблюденій рефракторомъ Репсольда компенсировалось меньшимъ діаметромъ планеты при этихъ наблюденіяхъ. Вычисленныя для отдѣльныхъ наблюденій и соединенныя въ среднія для указанныхъ 6 группъ, уравненія (ε) (стр. 20) имѣютъ слѣдующій видъ при 5 гипотезахъ относительно функціи $f(i\varepsilon)$

Точки	Группа		I $f(i\varepsilon) = \cos i \cos \varepsilon$	II $\frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon}$	III $\cos i$	IV const	V $\cos \varepsilon$
2	1	$0.442\,A_1 + 1.277\,B_1 + 0.809\,C_1 =$	$+0.0160$	-0.0678	0.0433	-0.1538	-0.0945
	2	0.240 „ $+0.598$ „ $+ 0.176$ „ $=$	0.0371	0.0842	0.0990	-0.1317	-0.0697
	3	0.062 „ $+0.186$ „ $+ 0.115$ „ $=$	-0.0702	-0.0811	-0.1418	-0.0935	0.0219
	4	0.043 „ $+0.137$ „ $+ 0.099$ „ $=$	-0.1001	-0.1073	-0.1742	0.1158	0.0417
	5	0.025 „ $+0.080$ „ $+ 0.065$ „ $=$	0.0623	0.0663	0.1389	-0.0711	$+0.0055$
	6	0.022 „ $+0.070$ „ $+ 0.058$ „ $=$	-0.0659	-0.0691	-0.1424	-0.0730	$+0.0035$
3	1	0.191 „ $+0.465$ „ $+ 0.140$ „ $=$	-0.0344	-0.0728	-0.0968	-0.1121	-0.0497
	2	0.388 „ $+1.107$ „ $+ 0.582$ „ $=$	$+0.0169$	-0.0562	-0.0430	-0.1300	-0.0701
	3	0.674 „ $+3.160$ „ $+ 6.113$ „ $=$	$+0.1081$	$+0.0082$	$+0.0707$	-0.1115	-0.0741
	4	0.713 „ $+3.713$ „ $+ 8.448$ „ $=$	$+0.0487$	-0.0501	$+0.0183$	0.1744	-0.1440
	5	0.756 „ $+4.334$ „ $+ 11.373$ „ $=$	$+0.0169$	-0.0815	-0.0086	-0.2108	0.1853
	6	0.762 „ $+4.426$ „ $+ 11.839$ „ $=$	-0.0138	-0.1118	0.0387	-0.2415	-0.2166

Только при гипотезахъ IV и V правыя части этихъ уравненій показываютъ зависимость отъ коэффиціентовъ у неизвѣстной A_1, которая при малости входящихъ угловъ одна опредѣляетъ поглощеніе свѣта въ атмосферѣ Марса. Гипотезы I, II, III, такимъ образомъ, отпадаютъ. Мы рѣшили эту систему уравненій для гипотезы V съ двумя неизвѣстными A_1 и B_1, для гипотезы IV съ тремя неизвѣстными, такъ какъ двухчленная формула въ этомъ случаѣ оставляетъ большія отклоненія въ правыхъ частяхъ уравненій. Такъ какъ гипотеза IV безусловно весьма далека отъ истины, то конечно постоянныя A_1 B_1 не имѣютъ физическаго значенія и мы ищемъ лишь интерполяціонную формулу для представленія наблюденій.

IV

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= -1.9420 \\ B_1 &= +0.61945, \\ C_1 &= 0.12670 \end{aligned}\right\} [\delta\delta]\, 0.026583$$

V

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= -0.1305 \pm 0.0923 \\ B_1 &= 0.01751 \pm 0.01824 \end{aligned}\right\} [\delta\delta]\, 0.009335$$

Хотя и въ случаѣ Марса гипотеза V лучше представляетъ наблюденія, однако постоянныя A_1 B_1 получаются для нея съ большою процентною ошибкою: знакъ B_1 получается обратнымъ тому, который вытекаетъ изъ теоріи поглощенія, и наконецъ при помощи найденныхъ постоянныхъ, какъ будетъ показано далѣе, невозможно представить кривой фазы. Въ виду этого, мы и постоянныя A_1 B_1 для гипотезы V должны считать лишь постоянными интерполяціонной формулы, лишенными физическаго значенія и искаженными систематическими ошибками наблюденій.

Не отбрасывая поэтому гипотезы IV, попробуемъ подыскать постоянныя λ μ ν для обѣихъ интерполяціонныхъ формулъ.

§ 2. Опредѣленіе постоянныхъ λ μ ν.

Составимъ уравненія ($\varkappa$) для обѣихъ гипотезъ. Такъ какъ правыя части этихъ уравненій тождественны, то напишемъ ихъ только разъ для угловъ z отъ 0^0 до 60^0, отдѣливъ лишь лѣвыя части, которыя равны при гипотезѣ IV-ой — V-ой

$$e^{\varphi(z)} = 10^{-1.9420 \sec z + 0.61945 \sec z \, \mathrm{tg}^2 z - 0.12670 \sec z \, \mathrm{tg}^4 z} \qquad 10^{-0.1305 \sec z - 0.01751 \sec z \, \mathrm{tg}^2 z}$$

	IV: $e^{\varphi(z)}$	IV: δ	V: $e^{\varphi(z)}$	V: δ
0^0	$\lambda + 1.0000\,\mu + 1.0000\,\nu = 0.01143$	$+0.00047$	0.7404	-0.0024
5	$\lambda + 0.9962\,\mu + 0.9848\,\nu = 0.01136$	$+0.00041$		
10	$\lambda + 0.9848\,\mu + 0.9397\,\nu = 0.01117$	$+0.00026$	0.7362	-0.0006
15	$\lambda + 0.9659\,\mu + 0.8660\,\nu = 0.01086$	$+0.00002$		
20	$\lambda + 0.9397\,\mu + 0.7660\,\nu = 0.01046$	-0.00026	0.7222	$+0.0039$
25	$\lambda + 0.9063\,\mu + 0.6428\,\nu = 0.00999$	-0.00054		
30	$\lambda + 0.8660\,\mu + 0.5000\,\nu = 0.00953$	-0.00072	0.6958	$+0.0054$
35	$\lambda + 0.8192\,\mu + 0.3420\,\nu = 0.00916$	-0.00070		
40	$\lambda + 0.7660\,\mu + 0.1736\,\nu = 0.00897$	-0.00035	0.6510	$+0.0013$
45	$\lambda + 0.7071\,\mu + 0.0000\,\nu = 0.00893$	$+0.00033$		
50	$\lambda + 0.6428\,\mu - 0.1736\,\nu = 0.00891$	$+0.00123$	0.5731	-0.0055
55	$\lambda + 0.5736\,\mu - 0.3420\,\nu = 0.00791$	$+0.00139$		
60	$\lambda + 0.5000\,\mu - 0.5000\,\nu = 0.00357$	-0.00154	0.4304	$+0.0033$

Вслѣдствіе малости функціи $e^{\varphi(z)}$ для гипотезы IV пришлось вычислять ее съ 5-ью знаками и рѣшать условныя уравненія для каждыхъ 5 градусовъ угла z, въ то время какъ для гипотезы V можно было ограничиться меньшимъ числомъ уравненій. Нормальныя уравненія получаются слѣдующія:

IV

$$\begin{aligned} 13.0000\,\lambda + 10.6676\,\mu + 5.1993\,\nu &= 0.12225 \\ 9.0997\,\mu + 5.3338\,\nu &= 0.10411 \\ 5.3970\,\nu &= 0.06037 \end{aligned}$$

V

$$\begin{aligned} \lambda + 0.814\,\mu + 0.387\,\nu &= 0.6499 \\ 0.2125\,\mu + 0.6469\,\nu &= 0.1250 \\ 1.9849\,\nu &= 0.3734 \end{aligned}$$

изъ нихъ получаемъ:

$$\lambda = -0.01834 \qquad \mu' = \frac{\mu}{\lambda} = -2.0774 \qquad\qquad \lambda = -0.7855 \qquad \mu' = \frac{\mu}{\lambda} = -2.5218$$

$$\mu = +0.03810 \qquad\qquad\qquad\qquad \mu = +1.9809$$

$$\nu = -0.00880 \qquad \nu' = \frac{\nu}{\lambda} = +0.4798 \qquad\qquad \nu = -0.4575 \qquad \nu' = \frac{\nu}{\lambda} = +0.5824$$

Какъ видно, обѣ системы значеній близки другъ къ другу. Это объясняется тѣмъ обстоятельствомъ, что множитель $\frac{\cos \varepsilon_n}{\cos \varepsilon_1}$ незначительно разнится отъ 1 для нашихъ наблюденій. Подставляя найденныя значенія μ' ν' въ формулы

$$\log \frac{(1 + \mu' \cos i_n + \nu' \cos 2\,i_n)\,(1 + \mu' \cos \varepsilon_n + \nu' \cos 2\,\varepsilon_n)}{(1 + \mu' \cos i_1 + \nu' \cos 2\,i_1)\,(1 + \mu' \cos \varepsilon_1 + \nu' \cos 2\,\varepsilon_1)} = \overset{\text{IV}}{\log \frac{h_n \cos \varepsilon_n}{h_1 \cos \varepsilon_1}} = \overset{\text{V}}{\log \frac{h_n}{h_1}}$$

получаемъ стоящія въ первомъ столбцѣ таблицы I отклоненія наблюденныхъ отъ вычисленныхъ логариѳмовъ относительныхъ яркостей.

Таблица I.

Точки	Группа	Гипотеза IV: v'_{IV}	v''_{IV}	v'''_{IV}	V: v'_{V}	v''_{V}	v'''_{V}
2	1	-0.0560	-0.0216	-0.1355	-0.0202	-0.0082	$+0.1379$
	2	-0.0897	0.0630	-0.1379	-0.0374	-0.0288	$+0.0529$
	3	-0.0786	-0.0748	-0.0983	-0.0105	-0.0093	$+0.0107$
	4	-0.1055	-0.1028	-0.1122	-0.0333	-0.0327	-0.0247
	5	-0.0599	-0.0653	-0.0678	$+0.0106$	$+0.0108$	$+0.0239$
	6	-0.0675	-0.0669	-0.0722	$+0.0075$	$+0.0089$	$+0.0086$
3	1	-0.0775	-0.0557	-0.1171	-0.0232	-0.0152	$+0.0511$
	2	-0.0536	-0.0190	-0.1243	-0.0117	$+0.0006$	$+0.1260$
	3	$+0.0915$	$+0.0908$	-0.0011	$+0.0732$	$+0.0720$	$+0.2854$
	4	$+0.0521$	$+0.0393$	-0.0420	$+0.0181$	$+0.0126$	$+0.2400$
	5	$+0.0404$	$+0.0152$	-0.0563	-0.0080	-0.0177	$+0.2270$
	6	$+0.0123$	-0.0146	-0.0845	-0.0379	-0.0480	$+0.1985$
	$[vv] =$	0.058384	0.042642	0.110369	0.011056	0.010440	0.271656

Сравнивая суммы квадратовъ отклоненій $[v'v']$ съ полученными раньше, заключаемъ, что для гипотезы V формула съ двумя параметрами μ' ν' почти такъ же хорошо представляетъ наблюденія, какъ формула (ε), но при гипотезѣ IV отклоненія сильно увеличились и, повидимому, двухъ параметровъ μ' ν' недостаточно, чтобы замѣнить три параметра A_1 B_1 C_1 формулы (ε). Мы примѣнили дифференціальныя формулы (ϑ) къ обѣимъ системамъ разностей v' и получили слѣдующія системы поправокъ:

IV

$$\triangle \mu' = -0.9382 \qquad \mu = -3.0156$$

$$\triangle \nu' = +0.0264 \qquad \nu = +0.5062$$

V

$$\triangle \mu' = -0.6287 \qquad \mu = -3.1505$$

$$\triangle \nu' = +0.0735 \qquad \nu = +0.6559$$

Съ исправленными значеніями μ ν получены стоящія во второмъ столбцѣ предыдущей таблицы отклоненія v''; несмотря на значительное измѣненіе постояннаго μ' суммы квадратовъ отклоненій измѣнились незначительно. Въ отклоненіяхъ v''_{IV} при гипотезѣ IV остаются крупныя систематическія ошибки. Мы имѣли бы полное основаніе отбросить гипотезу IV и остановиться на гипотезѣ V, если бы съ найденными значеніями μ ν можно было представить кривую фазы, вычисленную по формулѣ (ϱ)*.

§ 3. Вычисленіе кривой фазы.

Вычисляя съ обѣими системами μ ν для обѣихъ гипотезъ по формуламъ (ϱ) и (ϱ)* кривыя измѣненія общей яркости Марса, мы получаемъ слѣдующія отклоненія въ звѣздныхъ величинахъ отъ наблюденной Müller'омъ кривой

Таблица II.

α	По Müller'у m_α	IV: δ'_{IV}	δ''_{IV}	δ'''_{IV}	V: δ'_{V}	δ''_{V}	δ'''_{V}
0^0	-1.79	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.05
5	-1.71	$+0.02$	$+0.06$	$+0.04$	$+0.07$	$+0.07$	$+0.03$
10	-1.64	$+0.03$	$+0.11$	$+0.05$	$+0.13$	$+0.13$	$+0.07$
15	-1.56	$+0.01$	$+0.15$	$+0.06$	$+0.17$	$+0.18$	$+0.10$
20	-1.49	0.00	$+0.18$	$+0.07$	$+0.21$	$+0.23$	$+0.11$
25	-1.42	-0.02	$+0.21$	$+0.08$	$+0.25$	$+0.27$	$+0.11$
30	-1.34	-0.06	$+0.23$	$+0.06$	$+0.26$	$+0.29$	$+0.09$
35	-1.27	-0.10	$+0.23$	$+0.04$	$+0.26$	$+0.30$	$+0.05$
40	-1.19	-0.17	$+0.22$	$+0.01$	$+0.26$	$+0.31$	0.00
45	-1.12	-0.23	$+0.22$	-0.01	$+0.25$	$+0.31$	-0.08

Какъ видно изъ этихъ отклоненій, кривая фазы хуже представляется при гипотезѣ V, чѣмъ при гипотезѣ IV. Попробуемъ исправить постоянныя по дифференціальнымъ формуламъ (σ), исходя изъ начальныхъ значеній μ' ν' для обѣихъ гипотезъ. Какъ и въ случаѣ Венеры примѣняемъ упрощенныя формулы (σ) безъ вторыхъ членовъ въ скобкахъ. Получается слѣдующая система поправокъ:

IV		V	
$\triangle\mu = -0.0347 + 0.0048$	$\mu = -2.1121$	$\triangle\mu = +0.1467 \pm 0.0212$	$\mu = -2.3751$
$\triangle\nu = +0.0924 + 0.0113$	$\nu = +0.5722$	$\triangle\nu = -0.3301 + 0.1050$	$\nu = +0.2523$

Съ этими значеніями кривая фазы даетъ отклоненія δ''', стоящія въ третьемъ столбцѣ предыдущей таблицы. Согласіе слѣдуетъ признать вполнѣ удовлетворительнымъ, считаясь съ возможными ошибками кривой блеска. Но вычисляя съ этими значеніями μ ν относительныя яркости, мы получаемъ отклоненія v''' таблицы I$^{\text{ой}}$. Отклоненія эти для гипотезы V столь велики, что не могутъ быть объяснены систематическими ошибками наблюденій. Сумма квадратовъ ихъ значительно больше соотвѣтственной суммы для гипотезы IV.

Такимъ образомъ мы приходимъ къ заключенію, что не существуетъ такихъ системъ значеній постоянныхъ μ ν, которыя удовлетворительно представляли бы какъ наблюденныя относительныя яркости, такъ и кривую фазы. Наилучшее согласіе даетъ третья система при гипотезѣ IV, но и здѣсь въ относительныхъ яркостяхъ остаются еще значительныя систематическія отклоненія до 0.2 звд. вел.

Хотя мы не исключаемъ возможности столь крупныхъ ошибокъ наведеній и возникающихъ отсюда ошибокъ въ вычисленныхъ углахъ i и ε, которыя объяснили бы эти отклоненія, однако нашихъ наблюденій недостаточно, чтобы категорически рѣшать дилемму именно въ этомъ смыслѣ. При чрезвычайной трудности наблюденій Марса такая гипотеза вполнѣ вѣроятна, но является не единственной. Укажемъ другія возможныя объясненія.

1) Двухъ постоянныхъ μ ν недостаточно и наше разложеніе должно быть дополнено членомъ съ $\cos 4\varepsilon$. Возможно также, что слѣдуетъ принять различныя постоянныя μ ν при косинусахъ угловъ паденія и отраженія (см. стр. 21).

2) Сравнивая кривыя фазы Марса, полученныя Müller'омъ и Кононовичемъ[1]), мы находимъ, что различіе между ними достигаетъ 0.18 зв. вел. Наблюденія общей яркости Марса подвержены значительнымъ систематическимъ ошибкамъ, какъ вслѣдствіе его отмѣнно желтой окраски, такъ и потому, что яркость планеты мѣняется весьма значительно (на 4 зв. вел.) и приходится мѣнять звѣзды сравненія или искусственно ослаблять планету. Невозможно также исключить, особенно изъ наблюденій въ одной или нѣсколькихъ оппозиціяхъ, вліянія на кривую фазы, такихъ физическихъ измѣненій на поверхности Марса, какъ уменьшеніе интенсивно яркаго полярнаго пятна, и одновременное потемнѣніе значительной части остальной поверхности, связанное съ появленіемъ морей и каналовъ. Если этотъ процессъ совпадаетъ съ увеличеніемъ угла фазы, то онъ долженъ значительно исказить кривую общей яркости. Обращаясь къ оригинальному мемуару Мюллера[2]), мы не находимъ тамъ разработки этого вопроса, а встрѣчаемъ лишь указанія на значительныя случайныя отклоненія отдѣльныхъ измѣреній, большія чѣмъ у какой либо другой планеты, которыя и авторъ приписываетъ физическимъ измѣненіямъ на поверхности. Приводимыя для сравненія кривыя Зейделя и Пикеринга тоже даютъ отклоненія отъ кривой Мюллера въ 0.2 зв. вел.

1) Müller — Photometrie der Gestirne, стр. 371.

2) Publikationen des Astronomischen Observatoriums zu Potsdan. 8. Band 1893. Helligkeitsbestimmungen von Planeten, стр. 326—330.

Наши наблюденія относительной яркости, какъ нами уже указано, производились исключительно въ точкахъ поверхности, не подвергавшихся физическимъ измѣненіямъ, и поэтому теоретическая кривая фазы, выведенная изъ этихъ наблюденій, и должна отличаться отъ наблюденной: въ какой степени — это сказать невозможно. Во всякомъ случаѣ, отклоненія отъ кривой Мюллера не могутъ служить намъ объективнымъ доказательствомъ и средствомъ для опредѣленія систематическихъ ошибокъ нашихъ измѣреній. Вѣроятнѣе всего надо предположить, какъ систематическія ошибки въ нашихъ наблюденіяхъ, такъ и систематическія отклоненія отъ кривой фазы Мюллера. Если допустить, что послѣднія могутъ достигать 0.15—0.2 зв. вел., то уже можно найти систему значеній μ и ν, удовлетворительно представлявшую наблюденія относительной яркости съ небольшими систематическими ошибками. Только будущія наблюденія, подобныя нашимъ, но выполненныя съ большими трубами и болѣе многочисленныя, окончательно рѣшатъ этотъ вопросъ. Важно при этомъ, чтобы параллельно съ наблюденіями относительной яркости тѣмъ же инструментомъ была получена и кривая фазы изъ сравненій со звѣздами.

Законъ отраженія $f(i\varepsilon) = \cos\varepsilon$ для Марса безусловно не вѣренъ для всѣхъ угловъ i и ε, но новѣйшія наши наблюденія поверхности луны показываютъ, что въ предѣлахъ угловъ отъ 0^0—55^0 градусовъ, какія только и входятъ въ наши измѣренія Марса, онъ можетъ считаться весьма близкимъ къ истинѣ и для планетъ съ твердой поверхностью. Если допустить его справедливымъ въ указанныхъ границахъ и для Марса, то уменьшеніе яркости отъ центра, нами наблюденное, обусловлено исключительно вліяніемъ атмосферы и мы можемъ вывести коэффиціентъ прозрачности ея, рѣшая наши исходныя уравненія съ однимъ неизвѣстнымъ A_1. Такое рѣшеніе даетъ:

$$A_1 = -0.218 \pm 0.019$$

коэф. прозр. $p = 0.61$.

Мы должны оставить открытымъ вопросъ, которая изъ системъ значеній постоянныхъ μ ν заслуживаетъ предпочтенія. Вѣроятнѣе всего она лежитъ между системой 2-ой и 3-ьей, изъ которыхъ одна даетъ крупныя систематическія отклоненія отъ кривой фазы, другая отъ нашихъ наблюденій. Мы не рѣшаемся также рѣшать вопроса которая изъ исходныхъ гипотезъ приводитъ къ лучшей системѣ значеній постоянныхъ μ ν. Въ виду этого приведемъ какъ формулы, подлежащія исправленію на основаніи дальнѣйшихъ наблюденій, двѣ, въ которыхъ постоянныя взяты среднія изъ системъ 2-ой и 3-ьей.

$$\frac{h_n}{h_1} = \frac{(1-2.56\cos i_n + 0.54\cos 2i_n)(1-2.56\cos\varepsilon_n + 0.54\cos 2i_n)}{(1-2.56\cos i_1 + 0.54\cos 2i_1)(1-2.56\cos\varepsilon_1 + 0.54\cos 2i_1)}\;\frac{\cos\varepsilon_1}{\cos\varepsilon_n} \qquad (\mathfrak{D})$$

$$\frac{h_n}{h_1} = \frac{(1-2.76\cos i_n + 0.45\cos 2i_n)(1-2.76\cos\varepsilon_n + 0.45\cos 2i_n)}{(1-2.76\cos i_1 + 0.45\cos 2i_1)(1-2.76\cos\varepsilon_1 + 0.45\cos 2i_1)} \qquad (\mathfrak{D})^*$$

I.

Таблица значеній функцій:

$$A = 2(\pi - \alpha)$$

$$B = \pi(1 + \cos\alpha)$$

$$C = \frac{8}{3}\left(\pi - \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2}\right)$$

$$D = \frac{1}{2}\pi(1 + \cos\alpha)^2$$

$$E = \frac{2}{3}[\sin\alpha + (\pi - \alpha)\cos\alpha]$$

$$F = \frac{16}{15}\left[(\pi - \alpha)(\cos^2\alpha + 1/2) + \frac{3}{4}\sin 2\alpha\right]$$

для каждаго градуса угла α отъ 0^0 до 180^0.

a	A	B	C	D	E	F	a
0°	6.2832	6.2832	8.3776	6.2832	2.0944	5.0266	0°
1	.2483	.2827	.3776	.2823	.0941	.0256	1
2	.2134	.2813	.3775	.2794	.0931	.0225	2
3	.1785	.2789	.3773	.2746	.0916	.0174	3
4	.1436	.2755	.3770	.2679	.0894	.0102	4
5	.1086	.2712	.3764	.2593	.0866	.0010	5
6	.0737	.2660	.3755	.2488	.0832	4.9899	6
7	.0388	.2598	.3743	.2365	.0792	.9768	7
8	.0039	.2526	.3727	.2222	.0746	.9616	8
9	5.9690	.2445	.3707	.2061	.0695	.9445	9
10	.9341	.2355	.3682	.1881	.0638	.9255	10
11	.8992	.2255	.3651	.1683	.0575	4.9045	11
12	.8643	.2145	.3614	.1467	.0507	.8817	12
13	.8294	.2027	.3570	.1232	.0433	.8569	13
14	.7945	.1899	.3519	.0980	.0354	.8303	14
15	.7596	.1761	.3461	.0710	.0270	.8019	15
16	.7247	.1615	.3394	.0421	.0181	.7717	16
17	.6898	.1459	.3319	.0116	.0086	.7397	17
18	.6549	.1294	.3235	5.9795	1.9987	.7062	18
19	.6200	.1120	.3141	.9456	.9883	.6708	19
20	.5850	.0937	.3038	.9100	.9774	.6338	20
21	.5501	.0745	.2923	.8728	.9661	.5953	21
22	.5152	.0544	.2798	.8340	.9543	.5551	22
23	.4803	.0334	.2662	.7936	.9420	.5135	23
24	.4454	.0116	.2514	.7518	.9294	.4704	24
25	.4105	5.9888	.2354	.7083	.9163	.4259	25
26	.3756	.9652	.2181	.6634	.9028	.3799	26
27	.3407	.9408	.1996	.6171	.8889	.3327	27
28	.3058	.9155	.1798	.5693	.8746	.2842	28
29	.2709	.8893	.1586	.5201	.8599	.2344	29
30	.2360	.8623	.1360	.4696	.8448	.1835	30
31	.2011	.8345	.1120	.4178	.8294	.1314	31
32	.1662	.8058	.0866	.3647	.8137	.0783	32
33	.1313	.7763	.0597	.3104	.7976	.0241	33
34	.0964	.7461	.0314	.2549	.7812	3.9689	34
35	.0614	.7150	.0015	.1983	.7644	.9128	35
36	.0265	.6832	7.9701	.1405	.7474	.8559	36
37	4.9916	.6506	.9372	.0817	.7301	.7982	37
38	.9567	.6172	.9027	.0218	.7124	.7396	38
39	.9218	.5831	.8666	4.9610	.6946	.6804	39
40	.8869	.5482	.8290	.8992	.6764	.6205	40
41	.8520	.5126	.7897	.8365	.6580	.5600	41
42	.8171	.4762	.7488	.7729	.6394	.4990	42
43	.7822	.4392	.7063	.7086	.6205	.4375	43
44	.7473	.4015	.6622	.6435	.6014	.3756	44
45	.7124	.3630	.6165	.5777	.5821	.3133	45
46	.6775	.3239	.5691	.5111	.5627	.2506	46
47	.6426	.2842	.5201	.4440	.5430	.1877	47
48	.6077	.2437	.4696	.3762	.5231	.1246	48
49	.5728	.2027	.4174	.3080	.5031	.0613	47
50	.5378	.1610	.3635	.2392	.4830	2.9979	50
51	.5029	.1187	.3081	.1700	.4627	.9344	51
52	.4680	.0757	.2511	.1004	.4423	.8710	52
53	.4331	.0323	.1925	.0304	.4217	.8075	53
54	.3982	4.9882	.1324	3.9601	.4011	.7442	54
55	.3633	.9435	.0707	.8895	.3803	.6809	55
56	.3284	.8983	.0074	.8187	.3595	.6178	56
57	.2935	.8526	6.9427	.7478	.3386	.5550	57
58	.2586	.8064	.8765	.6767	.3176	.4925	58
59	.2237	.7596	.8088	.6055	.2966	.4302	59
60	.1888	.7124	.7397	.5343	.2755	.3683	60

a	A	B	C	D	E	F	a
60°	4.1888	4.7124	6.7397	3.5343	1.2755	2.3683	60°
61	.1539	.6647	.6692	.4631	.2544	.3069	61
62	.1190	.6165	.5973	.3919	.2332	.2458	62
63	.0841	.5678	.5241	.3208	.2121	.1854	63
64	.0492	.5188	.4495	.2498	.1909	.1252	64
65	.0142	.4693	.3737	.1791	.1697	.0657	65
66	3.9793	.4194	.2966	.1085	.1486	.0068	66
67	.9444	.3691	.2184	.0381	.1274	1.9485	67
68	.9095	.3185	.1389	2.9681	.1063	.8909	68
69	.8746	.2674	.0583	.8984	.0852	.8339	69
70	.8397	.2161	5.9767	.8290	.0642	.7777	70
71	.8048	.1644	.8939	.7601	.0433	.7222	71
72	.7699	.1124	.8102	.6916	.0224	.6675	72
73	.7350	.0601	.7256	.6236	.0015	.6136	73
74	.7001	.0075	.6400	.5561	0.9808	.5606	74
75	.6652	3.9547	.5536	.4891	.9602	.5083	75
76	.6303	.9016	.4663	.4228	.9396	.4570	76
77	.5954	.8483	.3783	.3570	.9192	.4065	77
78	.5605	.7948	.2896	.2919	.8989	.3569	78
79	.5256	.7410	.2002	.2274	.8787	.3083	79
80	.4906	.6871	.1102	.1637	.8586	.2606	80
81	.4557	.6330	.0197	.1007	.8387	.2138	81
82	.4208	.5788	4.9286	.0384	.8189	.1681	82
83	.3859	.5245	.8371	1.9770	.7993	.1233	83
84	.3510	.4700	.7452	.9164	.7798	.0795	84
85	.3161	.4154	.6530	.8566	.7605	.0367	85
86	.2812	.3607	.5605	.7976	.7413	0.9948	86
87	.2463	.3060	.4678	.7395	.7224	.9540	87
88	.2114	.2512	.3749	.6824	.7036	.9143	88
89	.1765	.1964	.2819	.6261	.6850	.8755	89
90	.1416	.1416	.1888	.5708	.6667	.8378	90
91	.1067	.0868	.0957	.5165	.6485	.8010	91
92	.0718	.0319	.0027	.4631	.6305	.7653	92
93	.0369	2.9772	3.9098	.4107	.6128	.7306	93
94	.0020	.9224	.8171	.3593	.5952	.6970	94
95	2.9671	.8678	.7245	.3089	.5779	.6643	95
96	.9322	.8132	.6323	.2596	.5608	.6327	96
97	.8973	.7587	.5404	.2113	.5440	.6020	97
98	.8623	.7044	.4489	.1640	.5274	.5723	98
99	.8274	.6502	.3579	.1178	.5110	.5437	99
100	.7925	.5961	.2674	.0726	.4949	.5160	100
101	.7576	.5421	.1773	.0285	.4790	.4892	101
102	.7227	.4884	.0880	0.9855	.4634	.4634	102
103	.6878	.4349	2.9993	.9436	.4480	.4386	103
104	.6529	.3816	.9112	.9027	.4329	.4147	104
105	.6180	.3285	.8240	.8629	.4181	.3917	105
106	.5831	.2756	.7376	.8242	.4035	.3696	106
107	.5482	.2231	.6519	.7866	.3892	.3483	107
108	.5133	.1708	.5673	.7500	.3752	.3280	108
109	.4784	.1188	.4836	.7145	.3614	.3085	109
110	.4435	.0671	.4008	.6801	.3479	.2898	110
111	.4086	.0157	.3192	.6467	.3347	.2720	111
112	.3737	1.9647	.2387	.6144	.3217	.2549	112
113	.3387	.9141	.1592	.5831	.3091	.2386	113
114	.3038	.8638	.0809	.5529	.2967	.2231	114
115	.2689	.8139	.0039	.5237	.2846	.2084	115
116	.2340	.7644	1.9280	.4955	.2728	.1943	116
117	.1991	.7153	.8535	.4683	.2612	.1810	117
118	.1642	.6667	.7802	.4421	.2500	.1683	118
119	.1293	.6185	.7083	.4169	.2390	.1563	119
120	.0944	.5708	.6378	.3927	.2283	.1449	120

α	A	B	C	D	E	F	α
120°	2.0944	1.5708	1.6378	0.3927	0.2283	0.1449	120°
121	.0595	.5235	.5687	.3694	.2179	.1342	121
122	.0246	.4768	.5010	.3471	.2077	.1241	122
123	1.9897	.4306	.4348	.3257	.1979	.1145	123
124	.9548	.3848	.3701	.3052	.1883	.1055	124
125	.9199	.3396	.3069	.2856	.1790	.0971	125
126	.8850	.2950	.2452	.2669	.1700	.0891	126
127	.8501	.2509	.1851	.2491	.1613	.0817	127
128	.8151	.2074	.1265	.2320	.1528	.0747	128
129	.7802	.1645	.0695	.2158	.1447	.0682	129
130	.7453	.1222	.0140	.2004	.1367	.0622	130
131	.7104	.0805	0.9602	.1858	.1291	.0565	131
132	.6755	.0395	.9080	.1720	.1217	.0513	132
133	.6406	0.9990	.8574	.1588	.1146	.0464	133
134	.6057	.9593	.8084	.1464	.1078	.0419	134
135	.5708	.9201	.7611	.1347	.1012	.0378	135
136	.5359	.8817	.7153	.1237	.0948	.0339	136
137	.5010	.8440	.6712	.1134	.0888	.0304	137
138	.4661	.8069	.6287	.1036	.0829	.0272	138
139	.4312	.7706	.5879	.0945	.0773	.0242	139
140	.3963	.7350	.5486	.0860	.0720	.0215	140
141	.3614	.7001	.5109	.0780	.0669	.0190	141
142	.3265	.6660	.4749	.0706	.0620	.0168	142
143	.2915	.6326	.4404	.0637	.0574	.0148	143
144	.2566	.6000	.4074	.0573	.0530	.0129	144
145	.2217	.5682	.3761	.0514	.0488	.0113	145
146	.1868	.5371	.3462	.0459	.0448	.0098	146
147	.1519	.5068	.3178	.0409	.0411	.0085	147
148	.1170	.4774	.2910	.0363	.0375	.0073	148
149	.0821	.4487	.2655	.0320	.0342	.0062	149
150	.0472	.4209	.2416	.0282	.0310	.0053	150
151	.0123	.3939	.2190	.0247	.0281	.0045	151
152	0.9774	.3677	.1978	.0215	.0253	.0038	152
153	.9425	.3424	.1779	.0187	.0227	.0032	153
154	.9076	.3180	.1594	.0161	.0203	.0026	154
155	.8727	.2943	.1422	.0138	.0181	.0022	155
156	.8378	.2716	.1262	.0117	.0160	.0018	156
157	.8029	.2498	.1114	.0099	.0141	.0014	157
158	.7679	.2288	.0977	.0083	.0124	.0011	158
159	.7330	.2087	.0852	.0069	.0108	.0009	159
160	.6981	.1895	.0738	.0057	.0093	.0007	160
161	.6632	.1712	.0634	.0047	.0080	.0006	161
162	.6283	.1537	.0540	.0038	.0068	.0004	162
163	.5934	.1373	.0456	.0030	.0057	.0003	163
164	.5585	.1217	.0381	.0024	.0048	.0002	164
165	.5236	.1070	.0315	.0018	.0040	.0002	165
166	.4887	.0933	.0256	.0014	.0032	.0001	166
167	.4538	.0805	.0205	.0010	.0026	.0001	167
168	.4189	.0686	.0162	.0008	.0020	.0001	168
169	.3840	.0577	.0125	.0005	.0016	.0000	169
170	.3491	.0477	.0094	.0004	.0012	.0000	170
171	.3142	.0387	.0069	.0002	.0009	.0000	171
172	.2793	.0306	.0048	.0001	.0006	.0000	172
173	.2443	.0234	.0032	.0001	.0004	.0000	173
174	.2094	.0172	.0020	.0000	.0003	.0000	174
175	.1745	.0120	.0012	.0000	.0001	.0000	175
176	.1396	.0077	.0006	.0000	.0001	.0000	176
177	.1047	.0043	.0003	.0000	.0000	.0000	177
178	.0698	.0019	.0001	.0000	.0000	.0000	178
179	.0349	.0005	.0000	.0000	.0000	.0000	179
180	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	180

II.

Таблица значеній функцій:

$$A' = \frac{\pi}{2}(1+\cos\alpha)$$

$$B' = \frac{2}{3}(1+\cos\alpha)\,[(\pi-\alpha)+\sin\alpha]$$

$$C' = \frac{1}{4}\pi\,[(1+\cos\alpha)\,(3+\cos^2\alpha)+\sin 2\alpha\sin\alpha]$$

$$D' = \frac{4}{15}\,[(\pi-\alpha+\sin\alpha)\,(3\cos\alpha+2\cos^2\alpha+1)+\sin^3\alpha]$$

$$E' = \frac{\pi}{8}(1+\cos\alpha)^2$$

$$F' = \frac{1}{6}\pi(1+\cos\alpha)^3$$

для каждаго градуса угла α отъ 0^0 до 180^0.

a	A'	B'	C'	D'	E'	F'	a
0°	3.1416	4.1887	6.2832	5.0265	1.5708	4.1888	0°
1	.1414	.1884	.2827	.0256	.5706	.1879	1
2	.1406	.1875	.2813	.0229	.5698	.1850	2
3	.1394	1859	.2789	.0185	.5686	.1802	3
4	.1378	.1836	.2755	.0122	.5670	.1735	4
5	.1356	.1806	.2712	.0042	.5648	.1649	5
6	.1330	.1770	.2659	4.9944	.5622	.1545	6
7	.1299	.1727	.2597	.9829	.5591	.1422	7
8	.1263	.1678	.2525	.9696	.5556	.1280	8
9	.1223	.1621	.2443	.9546	.5515	.1119	9
10	.1177	.1558	.2351	.9379	.5470	.0941	10
11	.1127	.1487	.2250	.9194	.5421	.0744	11
12	.1073	.1410	.2138	.8992	.5367	.0530	12
13	.1013	.1325	.2017	.8774	.5308	.0298	13
14	.0949	.1234	.1885	.8539	.5245	.0049	14
15	.0881	.1135	.1744	.8287	.5177	3.9784	15
16	.0807	.1029	.1592	.8019	.5105	.9501	16
17	.0730	.0916	.1430	.7735	.5029	.9202	17
18	.0647	.0796	.1258	.7437	.4949	.8888	18
19	.0560	.0668	.1075	.7122	.4864	.8557	19
20	.0469	.0533	.0882	.6791	.4775	.8212	20
21	.0373	.0391	.0678	.6446	.4682	.7852	21
22	.0272	.0242	.0464	.6087	.4585	.7477	22
23	.0167	.0085	.0239	.5712	.4484	.7089	23
24	.0058	3.9922	.0004	.5325	.4379	.6688	24
25	2.9944	.9751	5.9757	.4923	.4271	.6273	25
26	.9826	.9573	.9499	.4508	.4158	.5845	26
27	.9704	.9387	.9232	.4080	.4043	.5406	27
28	.9577	.9195	.8952	.3640	.3923	.4956	28
29	.9447	.8995	.8662	.3187	.3800	.4494	29
30	.9312	.8788	.8360	.2722	.3674	.4022	30
31	.9172	.8574	.8047	.2246	.3545	.3539	31
32	.9029	.8353	.7723	.1758	.3412	.3048	32
33	.8882	.8125	.7388	.1260	.3276	.2547	33
34	.8731	.7890	.7041	.0752	.3137	.2038	34
35	.8575	.7648	.6683	.0234	.2996	.1521	35
36	.8416	.7399	.6314	3.9707	.2851	.0998	36
37	.8253	.7143	.5934	.9170	.2704	.0467	37
38	.8086	.6881	.5541	.8625	.2555	2.9930	38
39	.7915	.6612	.5138	.8072	.2402	.9388	39
40	.7741	.6336	.4723	.7511	.2248	.8840	40
41	.7563	.6054	.4297	.6943	.2091	.8289	41
42	.7381	.5765	.3859	.6368	.1932	.7733	42
43	.7196	.5470	.3411	.5787	.1771	.7174	43
44	.7007	.5169	.2951	.5201	.1609	.6612	44
45	.6815	.4862	.2480	.4609	.1444	.6049	45
46	.6620	.4549	.1999	.4012	.1278	.5483	46
47	.6421	.4230	.1506	.3411	.1110	.4916	47
48	.6219	.3905	.1002	.2806	.0941	.4348	48
49	.6013	.3575	.0488	.2198	.0770	.3781	49
50	.5805	.3238	4.9964	.1587	.0598	.3214	50
51	.5593	.2897	.9428	.0973	.0425	.2647	51
52	.5379	.2550	.8883	.0357	.0251	.2083	52
53	.5161	.2198	.8328	2.9740	.0076	.1520	53
54	.4941	.1842	.7763	.9122	0.9900	.0959	54
55	.4718	.1480	.7188	.8503	.9724	.0402	55
56	.4492	.1113	.6604	.7883	.9547	1.9847	56
57	.4263	.0742	.6011	.7265	.9369	.9297	57
58	.4032	.0367	.5409	.6647	.9192	.8750	58
59	.3798	2.9988	.4798	.6031	.9014	.8208	59
60	.3562	.9604	.4179	.5415	.8836	.7672	60

a	A'	B'	C'	D'	E'	F'	a
60°	2.3562	2.9604	4.4179	2.5415	0.8836	1.7672	60°
61	.3323	.9217	.3552	.4802	.8658	.7140	61
62	.3082	.8826	.2916	.4192	.8480	.6614	62
63	.2839	.8431	.2274	.3584	.8302	.6095	63
64	.2594	.8033	.1624	.2980	.8125	.5582	64
65	.2347	.7631	.0968	.2380	.7948	.5075	65
66	.2097	.7227	.0306	.1783	.7771	.4576	66
67	.1846	.6820	3.9636	.1191	.7595	.4084	67
68	.1592	.6410	.8962	.0605	.7420	.3600	68
69	.1337	.5998	.8282	.0023	.7246	.3124	69
70	.1080	.5584	.7598	1.9446	.7073	.2655	70
71	.0822	.5168	.6909	.8876	.6900	.2196	71
72	.0562	.4749	.6215	.8312	.6729	.1745	72
73	.0301	.4329	.5518	.7754	.6559	.1302	73
74	.0038	.3908	.4819	.7204	.6390	.0869	74
75	1.9774	.3486	.4116	.6660	.6223	.0445	75
76	.9508	.3062	.3411	.6124	.6057	.0030	76
77	.9242	.2638	.2704	.5596	.5892	0.9624	77
78	.8974	.2213	.1996	.5075	.5730	.9228	78
79	.8705	.1787	.1287	.4563	.5569	.8842	76
80	.8436	.1362	.0577	.4059	.5409	.8465	80
81	.8165	.0936	2.9867	.3563	.5252	.8098	81
82	.7894	.0510	.9158	.3077	.5096	.7740	82
83	.7622	.0085	.8450	.2600	.4942	.7393	83
84	.7350	1.9661	.7744	.2131	.4791	.7056	84
85	.7077	.9237	.7039	.1673	.4641	.6728	85
86	.6804	.8815	.6337	.1223	.4494	.6410	86
87	.6530	.8393	.5638	.0783	.4349	.6102	87
88	.6256	.7973	.4942	.0353	.4206	.5804	88
89	.5982	.7555	.4250	0.9932	.4065	.5515	89
90	.5708	.7139	.3562	.9522	.3927	.5236	90
91	.5434	.6724	.2879	.9122	.3791	.4967	91
92	.5160	.6312	.2201	.8731	.3658	.4707	92
93	.4886	.5902	.1529	.8351	.3527	.4456	93
94	.4612	.5495	.0864	.7981	.3398	.4215	94
95	.4339	.5091	.0204	.7620	.3272	.3983	95
96	.4066	.4689	1.9552	.7270	.3149	.3760	96
97	.3794	.4291	.8907	.6931	.3028	.3545	97
98	.3522	.3896	.8270	.6601	.2910	.3340	98
99	.3251	.3505	.7641	.6281	.2794	.3142	99
100	.2980	.3117	.7021	.5971	.2682	.2955	100
101	.2711	.2734	.6409	.5672	.2571	.2774	101
102	.2442	.2354	.5807	.5382	.2464	.2602	102
103	.2174	.1979	.5215	.5103	.2359	.2438	103
104	.1908	.1608	.4633	.4833	.2257	.2281	104
105	.1642	.1241	.4060	.4572	.2157	.2132	105
106	.1378	.0879	.3499	.4321	.2060	.1990	106
107	.1115	.0522	.2948	.4080	.1966	.1855	107
108	.0854	.0170	.2409	.3848	.1875	.1727	108
109	.0594	0.9823	.1880	.3625	.1786	.1606	109
110	.0336	.9481	.1364	.3411	.1700	.1492	110
111	.0079	.9145	.0859	.3206	.1617	.1383	111
112	0.9824	.8814	.0366	.3010	.1536	.1281	112
113	.9570	.8489	0.9886	.2822	.1458	.1184	113
114	.9319	.8169	.9417	.2643	.1381	.1093	114
115	.9069	.7855	.8961	.2471	.1309	.1008	115
116	.8822	.7548	.8518	.2309	.1239	.0928	116
117	.8577	.7246	.8087	.2153	.1171	.0852	117
118	.8334	.6950	.7670	.2005	.1105	.0782	118
119	.8093	.6661	.7264	.1865	.1042	.0716	119
120	.7854	.6377	.6872	.1732	.0982	.0654	120

a	A'	B'	C'	D'	E'	F'	a
120°	0.7854	0.6377	0.6872	0.1732	0.0982	0.0654	120°
121	.7618	.6101	.6493	.1606	.0924	.0597	121
122	.7384	.5830	.6126	.1487	.0868	.0544	122
123	.7153	.5566	.5773	.1374	.0814	.0494	123
124	.6924	.5309	.5432	.1268	.0763	.0448	124
125	.6698	.5058	.5104	.1168	.0714	.0406	125
126	.6475	.4813	.4788	.1074	.0667	.0367	126
127	.6255	.4576	.4485	.0986	.0623	.0331	127
128	.6037	.4345	.4195	.0903	.0580	.0297	128
129	.5823	.4120	.3917	.0825	.0540	.0267	129
130	.5611	.3902	.3651	.0753	.0501	.0239	130
131	.5403	.3691	.3397	.0686	.0465	.0213	131
132	.5197	.3487	.3155	.0622	.0430	.0190	132
133	.4995	.3290	.2924	.0564	.0397	.0168	133
134	.4796	.3099	.2705	.0510	.0366	.0149	134
135	.4601	.2914	.2498	.0460	.0337	.0132	135
136	.4409	.2737	.2301	.0414	.0309	.0116	136
137	.4220	.2566	.2115	.0371	.0283	.0102	137
138	.4035	.2401	.1940	.0332	.0259	.0089	138
139	.3853	.2243	.1774	.0296	.0236	.0077	139
140	.3675	.2091	.1619	.0263	.0215	.0067	140
141	.3501	.1946	.1473	.0233	.0195	.0058	141
142	.3330	.1807	.1337	.0206	.0176	.0050	142
143	.3163	.1675	.1210	.0181	.0159	.0043	143
144	.3000	.1548	.1091	.0159	.0143	.0036	144
145	.2841	.1428	.0981	.0139	.0128	.0031	145
146	.2685	.1314	.0879	.0121	.0115	.0026	146
147	.2534	.1205	.0785	.0104	.0102	.0022	147
148	.2387	.1103	.0698	.0090	.0091	.0018	148
149	.2244	.1006	.0618	.0077	.0080	.0015	149
150	.2104	.0914	.0545	.0066	.0070	.0013	150
151	.1969	.0828	.0478	.0055	.0062	.0010	151
152	.1839	.0748	.0418	.0047	.0054	.0008	152
153	.1712	.0672	.0363	.0039	.0047	.0007	153
154	.1590	.0602	.0314	.0033	.0040	.0005	154
155	.1472	.0537	.0269	.0027	.0034	.0004	155
156	.1358	.0476	.0230	.0022	.0029	.0003	156
157	.1249	.0420	.0195	.0018	.0025	.0003	157
158	.1144	.0368	.0164	.0014	.0021	.0002	158
159	.1043	.0321	.0136	.0011	.0017	.0002	159
160	.0947	.0278	.0113	.0009	.0014	.0001	160
161	.0856	.0239	.0092	.0007	.0012	.0001	161
162	.0769	.0203	.0074	.0005	.0009	.0001	162
163	.0686	.0172	.0059	.0004	.0008	.0000	163
164	.0609	.0143	.0047	.0003	.0006	.0000	164
165	.0535	.0118	.0036	.0002	.0005	.0000	165
166	.0467	.0096	.0027	.0002	.0003	.0000	166
167	.0403	.0077	.0020	.0001	.0003	.0000	167
168	.0343	.0061	.0015	.0001	.0002	.0000	168
169	.0289	.0047	.0010	.0000	.0001	.0000	169
170	.0239	.0035	.0007	.0000	.0001	.0000	170
171	.0193	.0026	.0005	.0000	.0001	.0000	171
172	.0153	.0018	.0003	.0000	.0000	.0000	172
173	.0117	.0012	.0002	.0000	.0000	.0000	173
174	.0086	.0008	.0001	.0000	.0000	.0000	174
175	.0060	.0004	.0001	.0000	.0000	.0000	175
176	.0038	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	176
177	.0022	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	177
178	.0010	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	178
179	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	179
180	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	180

Наблюденія.

The observations.

Сатурнъ.

Наблюденія №№ 1 до 9 произведены на рефракторѣ Цейсса съ отверстіемъ объектива въ 200 миллим. и фокуснымъ разстояніемъ 3600 миллим. безъ діафрагмы.

№№ 10 до 22 на рефракторѣ Фрауэнгофера со свободнымъ отверстіемъ въ 243 миллиметра и фокусн. разстояніемъ 4331 милл. при пользованіи діафрагмой въ 125 милл.;

№№ 23 до 28 на 15-ти дюймовомъ рефракторѣ Пулковской Обсерваторіи съ фокусн. разстояніемъ 6874 миллим. при діафрагмѣ въ 12 дюймовъ.

Точки 1, 2, 3, 4, 5, въ которыхъ производились измѣренія, взяты на большой оси диска планеты. Точка 1, относительно которой вычислялись относительныя яркости остальныхъ, взята въ центрѣ планеты, точки 2 и 4 на разстояніи 1/2 и 3/4 большой полуоси въ сторону положительнаго края, точки 3 и 5 на такихъ-же разстояніяхъ въ сторону отрицательнаго края планеты, считая отъ центра.

Въ столбцѣ, Замѣтки, первое число характеризуетъ качество изображеній, второе — качество наблюденій причемъ 5 обозначаетъ отлично, 1 очень плохо. Если приведено только одно число, то оно является оцѣнкой наблюденія.

Saturn.

The Observations №№ 1—9 incl. are made with the Zeiss Refractor with an objective of 200 mm., focal length 3600 mm. and without diaphragms;

№№ 10—22 incl. — with the old refractor of Frauenhofer, aperture 243, focal length 4331 mm. and using a diaphragm of 125 mm. in diameter;

№№ 23—28 — with the 15 inch refr. of Poulkowo, foc. length 6874 mm. and using a diaphragm of 12 inch. at diameter.

The points 1, 2, 3, 4, 5, at which the measures were made are lying on the great axis of the visible disc. Point 1, with regard to which the relative intensities are computed, is in the centre of the disc, the points 2 and 4 at a distance of 1/2 and 3/4 of the great semi-diameter towards the positive edge, the points 3 and 5 at the same distances towards the negative edge of the planet reckoned from the centre.

In the column Remarks the first number is an estimation of the correctness of the images, the second of the observation itself. 5 means excellent, 1 — very bad. If only one number is quoted, it will mean the valuation of the observation.

Saturn.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	4	3	5	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1915								
1	6 февраля	34°.8	37°.5	30°.0	32°.8	23°.6	26.0		4.4
	$13^h 0^m$	34.2	29.2	30.6	31.3	29.4			
		37.2	28.5	27.7	34.3	27.4			
		38 5	30.0	27.7	29.4	20.4			
		40.6	36.8	30.5	37.8	22.4			
	GrMT. Febr. **6.468**	35.6	42.2	31.0	31.1	29.2			
		35.6	31.5	—	31.6	24 2			
		39.8	32.5	—	30.2	30.8	25.6		
	Mean Средн.	37.04	33.52	29.58	32.31	25.93			
	Relat. intens. / Относ. яркость	—	**0.188**	**0.432**	**0.260**	**0.696**			
2	28 марта	40.0	27.2	27.1	31.9	22.5	39.5		4.4
	$8^h 0^m$	38.2	38.2	23.5	27.5	28.4			
		35.2	32.3	29.0	34.5	21.8			
		28.0	32.5	29.4	34.6	34.4			
		27.2	36.4	28.2	27.1	26.1			
	GrMT. March **28.259**	36.2	34.6	28.8	37.6	27.1			
		35.4	29.6	26.0	33.6	26.9			
		30.6	25.6	30.4	31.0	34.8	39.6		
	Mean Средн.	33.85	32.05	27.80	32.23	27.75			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.106**	**0.386**	**0.095**	**0.389**			
3	30 марта	37.4	25.8	26.8	34.5	23.3	39.7		3
	$7^h 45^m$	37.2	33.6	22.8	25.0	25.5			
		33.2	35.6	26.8	33.4	28.5			
		30.2	30.2	32.4	29.3	23.8			
		28.0	32.8	25.8	33.8	28.4			
	GrMT. March **30.249**	37.6	36.0	30.7	23.2	24.8			
		41.5	36.5	25.5	32.2	19.8			
		36.2	26.4	33.0	32.8	23.3	39.6		
	Mean Средн.	35 16	32.11	27.98	30.53	24.68			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.174**	**0.444**	**0.272**	**0.698**			
4	30 марта	36.6	31.8	29.2	30.7	17.7	39.45		3
	$8^h 12^m$	34.0	32.6	31.4	26.4	23.1			
		29.8	27.0	30.6	31.6	26.0			
		37.7	34.9	33.6	33.7	26.6			
		37.2	25.8	26.0	32.1	27.8			
	GrMT. March **30.278**	30.3	36.5	31.6	25.4	23.2			
		40.1	38.8	29.4	34.6	27.1			
		32.0	35.6	24.4	30.8	28.1	39.45		
	Mean Средн.	34.71	32.88	29.53	30.88	24.95			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.103**	**0.313**	**0.225**	**0.651**			
5	9 апрѣля	42.6	52 8	33.5	34.2	26.4	39.85		4.2
	$8^h 20^m$	44.6	40.6	40.4	32.4	23.8			
		45.2	38.6	30.2	46.7	32.4			
		57.5	36.4	34.6	35.4	23.2			
		40.0	35.8	32.8	37.3	24.4			
	GrMT. April **9.275**	40.6	43.4	30.8	27.5	26.6			
		47.6	37.9	33.4	34.4	28.3			
		39.6	38.0	30.0	34.6	33.5	39.85		
	Mean Средн.	44.71	40.44	33.21	35.31	27.33			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.176**	**0.538**	**0.426**	**0.927**			
	1915								
6	13 апрѣля	44°.7	44°.3	30°8	43°.1	35°8	39.85		2
	$8^h 16^m$	47.9	44.5	38 3	38.6	33.6			
	$9^h 9^m$	52.9	40.3	33.2	46.8	31.8			
		51.8	48.5	36.9	50.2	33.4			
	Среднее $8^h 42^m$	46.0	40.6	36.8	44.7	38.2			
	GrMT. April **13.288**	56.7	41.8	31.4	41.2	34.0			
		42.6	47.4	40.0	43.5	35.4			
		44.2	44.4	32.6	38.4	30.4	39.85		
	Mean Средн.	48.35	43.98	35.00	43.31	34.08			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.159**	**0.574**	**0.186**	**0.625**			
7	14 апрѣля	32.8	29.6	22.2	20.2	22 9	39.9		2+
	$9^h 15^m$	24.8	33.5	23.6	28.1	19.2			
		31.8	22.5	27.2	29.4	19.6			
		29.4	25.8	19.6	26 8	21.6			
		30.9	29.6	26.4	19.7	17.7			
	GrMT. April **14.311**	33.6	32.5	20.9	26.0	18.5			
		31.5	22.0	25.6	22.2	17.0			
		26.2	30.9	27.0	28.6	22.5	39.9		
	Mean Средн.	30.13	28.30	24.06	25.13	19.88			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.124**	**0.452**	**0.363**	**0.845**			
8	15 апрѣля	41.0	33.4	27.6	30.6	21.4	39.9		1 clouds
	$9^h 45^m$	33.5	41.8	26.0	30.6	26.2			
		36.5	31.8	31.5	30.8	19.0			
		36.0	33.6	27 2	28.8	20.6			
		28.0	27.2	27.2	34.4	24.8			
	GrMT. April **15.332**	36.0	30.9	28.6	24.6	24.6			
		28.5	30.3	31.5	24.8	21.5			
		34.4	28.6	21.6	28 5	23.0	39.7		
	Mean Средн.	34.24	32.20	27.65	29.14	22.64			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.118**	**0.419**	**0.314**	**0.824**			
9	4 мая	39.9	46.8	42.4	38.8	25.4	39.5		2—
	$9^h 50^m$	45 5	36.8	41.4	41.4	27.0			
		51.5	40.3	28.5	42.4	31.5			
		51.3	49.0	40.3	29.4	31.2			
		33.2	34.8	34.6	34.9	29.8			
	GrMT. Mai **4.336**	45.0	44.6	42.4	35.9	27.0			
		43.2	45.6	28.6	29.3	28.5			
		47.0	33.0	36.8	35.9	30.6	39.5		
	Mean Средн.	44.58	41.36	36.88	36.00	28.86			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.131**	**0.340**	**0.385**	**0.813**			
	1916								
10	27 января	33.1	50.1	24.5	49.7	23.5	35.8		4.2
	$10^h 8^m$	56.1	30.3	47.3	25.7	41.6			
		40.6	58.1	22.5	46.7	26.5			
		49.9	35.0	38.5	27.7	40.6	35.9		
		36.7	48.7	21.5	53.2	48.0			
	GrMT. Jan. **27.349**	47.3	31.5	48.7	34.2	23.0			
		27.3	56.7	24.7	47 2	43.8			
		48.6	27.0	41.0	31.1	25.0	35.7		
	Mean Средн.	42.45	42.18	33.59	39.44	34.00			
	Сред. мом. набл.	$10^h 10^m$	$10^h 8^m$	$10^h 6^m$	$10^h 7^m$	$10^h 7^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.012**	**0.432**	**0.132**	**0.408**			

Saturn.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	4	3	5	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916								
11	28 января	49°.9	29°.5	26°.8	44°.3	24°.1	35.1		3.3
	$6^h 38^m$	32.2	43.5	39.5	33.3	40.8			
		50.4	23.1	19.0	45.6	24.0			
		35.4	46.8	40.3	24.5	43.2			
		54.0	26.5	46.5	33.8	42.4			
	GrMT. Jan. **28.203**	25.5	49.5	30.5	48.5	24.2			
		57.0	36.5	45.5	31.8	45.8			
		40.6	49.5	21.5	52.8	33.0	35.1		
	Mean Средн.	43.13	38.11	33.70	39.31	34.69			
	Сред. мом. набл.	$6^h 37^m$	$6^h 37^m$	$6^h 38^m$	$6^h 38^m$	$6^h 38^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.222**	**0.453**	**0.165**	**0.398**			
12	5 февраля	35.0	45.3	25 6	49.0	45.6	37.95		4.3
	$8^h 2^m$	53.2	32.5	43.2	28.0	24.5			
		33.0	47.5	28.5	49.6	42.5			
		50.5	35.0	43.2	40.0	27.5			
		38.5	49.5	27.0	39.5	45.5			
	GrMT. Febr. **5.261**	55.5	27.5	39.0	54.0	30.0			
		34.5	47.8	33.5	26.0	42.0			
		49.5	35.0	48.8	44.3	25.8	38.00		
	Mean Средн.	43.71	40.01	36.10	41.30	35.43			
	Сред. мом. набл.	$8^h 3^m$	$8^h 1^m$	$8^h 0^m$	$8^h 1^m$	$8^h 3^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.157**	**0.346**	**0.100**	**0.382**			
13	16 февраля	42.2	48.0	26.2	57.5	25.5	36.1		3.3
	$8^h 0^m$	57.2	43.0	45.8	40.5	50.5			
		35.6	50.0	33.0	51.5	25.8			
		56.4	35.0	49.2	35.0	40.0	36.0		
		49.0	36.1	48.8	27.5	45.0			
	GrMT. Febr. **16.260**	37.9	57.2	31.9	43.5	25.6			
		53.5	34.2	45.8	35.0	51.5			
		32.0	46.8	30.5	58 3	22.0	36.1		
	Mean Средн.	45.48	43.79	38.90	43.60	35.74			
	Сред. мом. набл.	$7^h 59^m$	$8^h 0^m$	$8^h 0^m$	$8^h 0^m$	$7^h 59^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.065**	**0.276**	**0.073**	**0.433**			
14	22 февраля	58.0	32.1	49.2	38.8	40.4			4.4
	$7^h 41^m$	41.2	52.8	38.0	60.0	40.0			
		61.2	41.6	42.4	32.5	49.8			
		39.6	55.0	35.5	53.8	25.0	38.25		
		47.5	58.6	32.0	55.2	25.0			
	GrMT. Febr. **22.246**	56.0	37.0	46.2	37.5	43.0			
		52.6	63.0	29.4	52.0	33.5			
		62.2	34.5	54.0	33.3	48.3	38.1		
	Mean Средн.	52.29	46.83	40.84	45.39	38.13			
	Сред. мом. набл.	$7^h 41^m$	$7^h 41^m$	$7^h 40^m$	$7^h 41^m$	$7^h 41^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.178**	**0.414**	**0.229**	**0 539**			
15	1916								
	22 февраля	32°.0	52°.0	30°.8	43°.3	21°.5	38.15		4.4
	$8^h 36^m$	49.2	30.8	45.5	37.5	43.0			
		38.8	47.5	23.5	48.5	29.5			
		51.2	38.0	39.3	30.8	43.0			
				38.0	33.2	40.8			
	GrMT. Febr. **22.284**			26.5	44.1	23.3			
					35.0	45.1			
					44.5	26.2	38.1		
	Mean Средн.	44.30	42.08	33.93	39.61	34.05			
	Сред. мом. набл.	$8^h 33^m$	$8^h 33^m$	$8^h 38^m$	$8^h 40^m$	$8^h 41^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.089**	**0.487**	**0.198**	**0.480**			
16	28 февраля	47.8	44.5	45.0	35.8	40.5	37.2		4.3
	$7^h 39^m$	58.6	54.3	28.0	61.0	31.2			
		47.0	44.0	44.8	36.8	47.2			
		71.5	63.5	34.0	48.8	30.0			Am-
		58.3	37.5	48.5	35.8	45.5			perm. un-
	GrMT. Febr. **28.245**	48.3	60.5	37.5	48.8	31.0			steady
		68.0	47.1	47.0	39.0	54.3			
		45.0	56.5	37.2	61.5	29 4	37.1		
	Mean Средн.	55.56	50.99	40.36	45.94	38.64			
	Сред. мом. набл.	$7^h 37^m$	$7^h 35^m$	$7^h 40^m$	$7^h 41^m$	$7^h 41^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.129**	**0.525**	**0.299**	**0.604**			
17	4 марта	37.6	29.5	27.2	48.5	23.2	37.95		3—,3
	$7^h 49^m$	46.6	42.5	35.0	39.0	41.0			
		35.0	29.6	26.5	41.0	27.5			
		50.0	50.6	47.3	29.8	38.4			
		58.0	51.0	25.0	29.0	36.3			
	GrMT. March **4.252**	38.0	32.3	39.0	44.5	26.6			
		52.0	43.3	27.3	36.6	38.5			
		33.0	38.5	43·2	52.5	25.3	38.2		
	Mean Средн.	43.78	39.66	33.81	40.11	32.10			
	Сред. мом. набл.	$7^h 48^m$	$7^h 49^m$	$7^h 49^m$	$7^h 48^m$	$7^h 49^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.176**	**0.473**	**0.156**	**0.573**			
18	26 марта	43.1	51.5	27.8	56.8	24.1	24.0		2+,3
	$8^h 54^m$	58.5	37.3	37.0	34.4	39.6			
		43.1	58.5	26.8	48.8	25.5			
		63.0	37.8	43.0	32.5	43.0			
		55.5	30.8	43.0	33.9	39.8			
	GrMT. March **26.297**	37.8	50.8	31.5	48.3	27.0			
		55.0	39.8	40.5	38.3	40.3			
		43.0	52.5	27.0	50.2	27.7	24.1		
	Mean Средн.	49.88	44.88	34.58	42.90	33.38			
	Сред. мом. набл.	$8^h 53^m$	$8^h 54^m$	$8^h 54^m$	$8^h 54^m$	$8^h 55^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.174**	**0.648**	**0.253**	**0.714**			
19	6 апрѣля	32.5	37.9	14.5	45.5	22.5	23.0		3.3
	$9^h 27^m$	47.6	32.5	34.8	28.5	33.5			
		28.8	45.5	22.8	35.6	12.8			
		46.3	22.0	38.3	33.8	35.0			
		31.0	43.0	13.5	19.5	30.5			
	GrMT. April **6.320**	45.6	21.5	30.6	37.5	20.5			
		25.0	39.0	23.5	24.5	35.0			
		41.0	29.3	36.2	40.3	14.7	23.0		
	Mean Средн.	37.23	33.84	26.78	33.15	25.56			
	Сред. мом. набл.	$9^h 28^m$	$9^h 28^m$	$9^h 27^m$	$9^h 26^m$	$9^h 25^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.180**	**0.640**	**0.219**	**0.734**			

Saturn.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	4	3	5	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916								
20	7 апрѣля	47°.7	54°.2	30°.0	42°.0	27°.0	24.1		
	$10^h\ 45^m$	52.0	42.0	44 6	34.0	36.5			
		45.0	44.5	33.0	60.0	27.0			
		67.0	38.0	40.0	41.0	44.4			
		60.5	47.6	41.0	36.6	43.5			
	GrMT. April **7.374**	44.5	37.8	32.3	53.5	27.5			
		47.5	40.6	49.0	40.0	39.5			
		44.5	60.5	32.9	44.6	34.6	24.1		3.3
	Mean Средн.	51.09	45.65	37.85	43.96	35.00			
	Сред. мом. набл.	$10^h\ 45^m$	$10^h\ 46^m$	$10^h\ 45^m$		$10^h\ 46^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.183**	**0.516**	**0.248**	**0.662**			
21	23 апрѣля	29.5	19.5	19.5	20.6	18.0	37.2		2.3
	$9^h\ 33^m$	27.5	26.5	14.8	25.5	22.3			
		29.8	23.5	23.5	20.6	18.6			
		23.5	26.8	19.8	26.5	13.5			
		21.8	25.5	19.4	19.5	12.5			
		30.5	25.4	21.6	24.6	22.5			
	GrMT. Apr. **23.324**	27.5	24.6	15.2	27.0	20.5	37.2		
		28.5	20.0	23.2	24.2	20.6			
		27.8	23.5	23.5	18.5	17.8			
		19.0	25.8	14.4	17.5	15.4			
		28.1	19.5	21.5	22.2	20.3			
		26.8	27.5	15.0	23.0	16.4	37.3		
	Mean Средн.	26.69	24.01	19.54	22.73	18.20			
	Сред. мом. набл.	$9^h\ 34^m$	$9^h\ 34^m$			$9^h\ 32^m$			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	**0.215**	**0.641**	**0.328**	**0.790**			
22	24 апрѣля	31.5	23.7	23.3	23.5	21.5	37.0		3.4
	$9^h\ 38^m$	25.5	28.4	21.3	27.3	19.6			
		32.7	23.5	23.4	25.3	26.5			
		28.0	27.2	19.5	28.3	18.2			
		28.5	29.0	21.6	29.2	19.3			
		31.5	24.8	27.8	25.5	24.5			
	GrMT. April **24.327**	26.5	30.3	19.5	27.4	20.4			
		30.1	30.0	23.5	24.6	23.5			
		30.0	22.0	20.0	25.0	22.0			
		26.2	29.2	18.5	25.0	18.6			
		28.0	24.0	24.2	21.4	21.4			
		24.5	25.5	22.5	26.0	17.0	37.0		
	Mean Средн.	28.58	26.47	22.09	25.71	21.04			
	Сред. мом. набл.	$9^h\ 37^m$	$9^h\ 37^m$	$9^h\ 38^m$	$9^h\ 38^m$	$9^h\ 39^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.154**	**0.523**	**0.213**	**0.623**			
	Poulkovo.								
23	29 апрѣля	54.9	41.8	40.8	45.5	37.5	38.65		3.3
	$10^h\ 9^m$	59.3	49.8	32.3	46.6	36.0			
		52.5	44.8	39.8	43.4	36.8			
		47.0	45.2	37.0	46.2	36.3			
		51.9	45.6	37.6	44.6	30.0			
	GrMT. April **29.339**	51.6	42.6	39.5	41.2	35.3			
		54.9	45.2	34.2	46.2	32.5			
		46.6	45.6	42.0	48.3	40.6	38.3		
	Mean Средн.	52.34	45.08	37.90	45.25	35.63			
	Сред. мом. набл.	$10^h\ 7^m$	$10^h\ 7^m$	$10^h\ 11^m$	$10^h\ 9^m$	$10^h\ 10^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.242**	**0.550**	**0.236**	**0.666**			
	1916								
24	30 апрѣля	39°.5	36°.8	29°.8	31°.5	27°.4	38.1		1.2
	$10^h\ 39^m$	42.4	36.4	30.8	34.8	23.3			
		34.5	28.8	29.8	32.5	26.8			
		37.5	34.0	24.2	33.5	27.4			
		40.6	33.6	23.8	29.8	22.4			
	GrMT. April **30.360**	33.8	26.0	23.8	35.0	27.5			
		26.0	30.1	26.0	36 0	25.8			
		36.2	36.0	29.0	28.5	25.4	38.1		
	Mean Средн.	36.31	32.71	27.15	32.70	25.75			
	Сред. мом. набл.	$10^h\ 37^m$	$10^h\ 37^m$	$10^h\ 38^m$	$10^h\ 41^m$	$10^h\ 41^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.199**	**0.565**	**0.199**	**0.672**			
25	1 мая	48.5	42.6	37.5	43.2	25.3	38.4		1.2
	$9^h\ 42^m$	39.2	42.5	34.8	39.0	30.7			
		45.5	38.6	30.8	45.5	31.5			
		49.0	41.0	37.6	35.3	36.3			
		36.5	35.5	30.0	41.2	29.5			
	GrMT. Mai **1.321**	40.5	39.0	33.2	42.6	35.3			
		42.1	41.5	35.5	34.5	30.3			
		43.0	32.5	27.0	37.0	38.1	38.3		
	Mean Средн.	43.04	39.15	33.30	39.79	32.13			
	Сред. мом. набл.	$9^h\ 41^m$	$9^h\ 42^m$	$9^h\ 41^m$	$9^h\ 42^m$	$9^h\ 43^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.169**	**0.473**	**0.140**	**0.542**			
26	3 мая	43.0	33.5	28.2	32.8	25.0	39.0	3.9	2.4
	$9^h\ 9^m$	46.8	39.8	26.1	38.0	26.4		2.9	
		37.3	39 9	27.8	33.0	26.6		5.1	
		42.1	36.5	29.8	32.2	29.4		2.5	
		34.5	36.3	29.9	32.1	25.2		3.8	
	GrMT. Mai **3.298**	34.4	36.2	32.8	34.1	28.3		4.5	
		40.5	37.2	30.8	37.5	27.8		2.4	
		39.5	36.8	30.0	37.1	25.8	39.0	3.2	
	Mean Средн.	39.76	37.03	29.43	34.60	27.06		3.54	
	Сред. мом. набл.	$9^h\ 7^m$	$9^h\ 9^m$	$9^h\ 9^m$	$9^h\ 10^m$	$9^h\ 10^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.132**	**0.580**	**0.261**	**0.749**			
27	8 мая	32.9	27.8	19.6	28.5	21.8	24.5	2.5	2.3
	$9^h\ 16^m$	28.9	31.4	22.8	27.5	22.5		4.1	
		32.5	26.8	26 0	26.5	22.5		1.5	
		30.0	26.1	20.0	30.0	23.4		4.0	
		27.0	25.6	22.1	29.1	19.1			
	GrMT. Mai **8.303**	28.0	31.6	20.0	26.5	21.8		3.02	
		30.0	25.6	19.5	28.5	23.0			
		28.8	26.0	22.5	29.2	21.8	24.3		
	Mean Средн.	29.76	27.61	21.56	28.22	21.98			
	Сред. мом. набл.	$9^h\ 17^m$	$9^h\ 18^m$	$9^h\ 17^m$	$9^h\ 14^m$	$9^h\ 17^m$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.151**	**0.663**	**0.107**	**0.622**			
28	9 мая	32.4	26.5	18.0	23.0	18.6	37.3	7.0	3.3
	$9^h\ 49^m$	30.5	24.6	21.1	20.8	17.6		8.6	
		29.0	24.5	22.8	21.4	18.0		7.6	
		28.5	24.1	19.9	24.0	21.9		9.4	
		21.0	20.5	17.6	23.0	16.6		6.9	
	GrMT. Mai **9.285**	23.2	23.6	18.5	20.5	18.4		8.2	
		21.5	24.0	18.0	24.0	18.8		6.9	
		26.4	21.3	20.5	22.0	19.4	37.2	9.4	
	Mean Средн.	26.56	23.64	19.55	22.34	18.66		8.00	
	Сред. мом. набл.	$9^h\ 49^m$	$9^h\ 49^m$	$9^h\ 49^m$	$9^h\ 50^m$	$9^h\ 49^m$		$9^h\ 50^m$	
	Относ. яркость / Relat. intens.	--	**0.265**	**0.725**	**0.398**	**0.844**			

Юпитеръ.

№№ наблюденій отъ 1 до 19 вкл. сдѣланы на рефракторѣ Цейсса съ фокуснымъ разстояніемъ 3600 милл. при полномъ отверстіи объектива въ 200 милл.;

№№ отъ 20 до 35 — на рефракторѣ Фрауэнгофера съ фок. разстояніемъ въ 4331 милл. и при діафрагмѣ въ 125 милл. діаметромъ.

Первые 18 наблюденій сдѣланы при помощи клина при фотометрѣ и редуцированы при помощи его постоянныхъ, данныхъ въ главѣ I (стр. 6); часть этихъ наблюденій произведена черезъ цвѣтные фильтры, насчетъ чего данныя приведены въ столбцѣ 9-омъ.

Точка 1, относительно которой вычислялись яркости въ звѣздныхъ величинахъ (графа „относит. яркости") находилась въ центрѣ диска планеты, точки 2, 3, 4, 5 на большой оси диска въ разстояніяхъ ½ полудіаметра (точки 2, 3) и ¾ полудіаметра (точки 4, 5), считая отъ центра; четныя точки — къ положительному краю, нечетныя къ отрицательному краю планеты.

Точки 6 и 7 взяты на ½ малой полуоси видимаго диска по направленію къ южному и сѣверному полюсу планеты.

Въ столбцѣ замѣтки первое число характеризуетъ качество изображеній, второе — качество самого наблюденія, при чемъ 5 — отлично, 1 — очень плохо.

Jupiter.

The observations №№ 1—19 incl. are made with the Zeiss Refractor (foc. dist. 3600 mm.) at full aperture of the objective of 200 mm.;

the observations №№ 20—35 — with the refractor of Frauenhofer (foc. dist. 4331 mm.) and a diaphragm of 125 mm.

The first 18 observations are made with a wedge and reduced with its constants given in Chapter I (p. 6); a part of them are measures through colour filters, which are put down in column 9.

The point 1, with regard to which the relative intensities in stellar magnitudes are computed (Relat. intens.) is in the centre of the disc, the points 2, 3, 4, 5 on the great axis of it at distances of ½ semidiameter (points 2 and 3) and ¾ semidiameter (points 4, 5) reckoned from the centre; the odd numbers refer to the positive direction.

The points 6 and 7 are on ½ of the small semidiameter of the disc in the direction to the south and north pole of the planet.

In the column Remarks the first number is an estimation of the correctness of the images, the second — of the observation itself. A single number refers to the correctness of the observation. 5 means excellent, 1 — very bad.

Jupiter.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты клина въ точкахъ: The readings of the wedge: 1	3	2	6	7	Amperm. in 0.01 am.	Фильтръ Filter	Замѣтки Remarks
	1914								
1	3 іюля	80.0	75.8	79.8			37.15		3
	$13^h\ 35^m$	80.5	77.2	79.2					
		81.4	76.8	80.8					
		82.1	77.0	79.6					
		81.8	76.0	79.2					
		80.8	76.9	80.2					
		79.0	76.1	79.2					
		80.2	78.1	79.8			37.05		
	Mean Средн.	80.73	76.74	79.73					
	Corr.	-0.58	-1.01	-0.69					
		80.15	75.73	79.04					
		81.8			79.8	79.9	37.05		
		81.1			80.2	77.2			
		80.1			80.8	77.6			
	$13^h\ 55^m$	81.6			81.6	78.5			
		79.2			78.5	77.2			
		80.2			79.9	79.8			
		80.4			77.1	78.8			
		81.5			78.1	79.9	36.80		
		80 74			79.50	78.61			
	Corr.	-0.58			-0.72	-0.81			
		80.16			78.78	77.80			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.34**	**0.08**	**0.10**	**0.18**	GMT. VII. **3.498**		
2	10 іюля	80.6	78.5	78.8			39.75	Red	2
	$13^h\ 45^m$	78.6	76.0	80.5					
		81.6	77.0	78.0					
		81.1	76.0	79.6					
		80.0	78.0	77.0					
		80.2	80.5	79.5					
		80.2	77.9	78.7					
		79.8	79.1	77.0					
		80.26	77.88	78.64					
	Corr.	-0.64	-0.89	-0.81					
		79.62	76.99	77.83					
		78.0			76.8	74.9			
		79.2			76.8	76.9			
	$14^h\ 0^m$	79.5			77.2	76.9			
		79.7			78.5	75.4			
		77.1			76.8	77.1			
		79.5			75.1	77.1			
		79.5			75.2	76.8			
		78.7			76.4	77.0	39.65		
		78.90			76.60	76.51			
	Corr.	-0.79			-1.02	-1.03			
		78.11			75.58	75.48			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	**0.20**	**0.14**	**0.19**	**0.20**	GMT. VII. **10.503**		

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты клина въ точкахъ: The readings of the wedge: 1	3	2	6	7	Amperm. in 0.01 am.	Фильтръ Filter	Замѣтки Remarks
	1914								
3	13 іюля	83.0	79.8	79.8			39.7		2—
	$13^h\ 40^m$	81.4	79.6	78.4					
		81.8	78.0	79.6					
		84.0	79.2	78.4					
		83.2							
		82.5							
		82.0							
		83.8							
		82.71	79.15	79.05					
	Corr.	-0.33	-0.75	-0.75					
		82.38	78.40	78.30					
		77.0			76.0	75.0	39.6		3
		76.8			76.2	76.0			
	$14^h\ 10^m$	78.8			74.2	73.6			
		77.0			77.2	73.6			
		78.4							
		78.2							
		78.6							
		78.8							
		77.95			75.9	74.55			
	Corr.	-0.88			-1.1	-1.25			
		77.07			74.8	73.30			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.30**	**0.31**	**0.17**	**0.29**	GMT. VII. **13.502**		
4	14 іюля	74.8	73.0	73.2			38.7	Green	1
	$14^h\ 10^m$	77.8	72.7	74.0					
		77.0	73.0	74.0					
		77.0	73.3	72.2					
		75.0	70.5	73.0					
		73.0	69.5	71.8					
		73.0	72.0	71.4					
		73.0	71.0	72.3					
		74.0							
		73.5							
		73 0							
	$14^h\ 25\ ^m$	72.5					38.65		
		74.45	71.88	72.74					
	Corr.	-1.24	-1.49	-1.41					
		73.21	70.39	71.33					
		74.8			69.4	67.0			
		74.8			70.4	70.2			
		74.9			71.4	69.0			
	$14^h\ 45^m$	72.0			69.7	69.6			
		72.7			72.0	72.2			
		73.7			71.2	72.2			
		72.5			72.2	70.0			
		75.0			70.2	71.7	39.65		
		73.80			70.81	70.24			
	Corr.	-1.31			-1.59	-1.63			
		72.49			69.22	68.61			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.21**	**0.14**	**0.25**	**0.29**	GMT. VII. **14.531**		

Jupiter.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты клина въ точкахъ: The readings of the wedge: 1	3	2	6	7	Amperm. in 0.01 am.	Фильтръ Filter	Замѣтки Remarks
	1914								
5	16 іюля	79.1	76.8	76.8			40.0	Blue	3—
	$13^h\ 20^m$	79.8	77.8	77.4					
		79.5	75.8	77.4					
		80.2	76.0	76.2					
		78.8	76.9	76.8					
		79.4	75.6	77.6					
		78.8	76 6	76.5					
		78.9	77.6	77.6			40.0		
		79.31	76.64	77.04					
	Corr.	-0.74	-1.03	-0.98					
		78.57	75.61	76.06					
		79.8			78.8	76.2			
		79.6			78.5	76.5			
		80.0			78.2	76.0			
	$13^h\ 40^m$	80.2			78.3	76.8			
		80.8			78.8	75.0			
		80.0			78.2	76.0			
		79.8			77.8	76.5			
		78.8			77.2	76.2	40.0		
		79.88			78.23	76.15			
	Corr.	-0.66			-0.86	-1.07			
		79.22			77.37	75.08			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	**0.22**	**0.19**	**0.14**	**0.31**	GMT. VII. **16.488**		
6	16 іюля	73.5	72.5	70.4			40.0	Yell.	2—
	$14^h\ 0^m$	76.3	71.6	72.6					
		75.1	72.6	72.6					
		75.9	73.2	72.6					
		73.0	74.8	71.2					
		74.6	74.8	72.0					
		76.0	72.6	73.0					
		75.1	73.7	73.0			40.0		
		74.94	73.23	72.18					
	Corr.	-1.19	-1.35	-1.46					
		73.75	71.88	70.72					
		76.6			70.5	71.4			
		74.0			71.4	71.0			
		74.5			72.4	71.2			
	$14^h\ 25^m$	73.0			72.8	70.2			
		74.2			71.8	71.5			
		75.2			74.0	71.8			
		76.0			71.8	73.5			
		76.4			71.5	73.5	40.0		
		74.99			72.03	71.76			
	Corr.	-1.19			-1.48	-1.50			
		73.80			70.55	70.26			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	**0.14**	**0.23**	**0.25**	**0.27**	GMT. VII. **16.517**		
7	18 іюля	77.0	73.0	74.2			39.20	Yell.	3
	$13^h\ 15^m$	75.4	72.4	71.2					
		75.6	74.7	72.2					
		76.7	72.0	71.8					
		75.1	72.5	70.5					
		75.0	70.9	70.5					
		75.0	73.9	73.5					
		77.5	73.2	71.5			39.20		
		75.91	72.83	74.93					
	Corr.	-1.10	-1.40	-1.49					
		74.81	71.43	70.44					

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты клина въ точкахъ: The readings of the wedge: 1	3	2	6	7	Amperm. in 0.01 am.	Фильтръ Filter	Замѣтки Remarks
	1914								
	$13^h\ 35^m$	76.1			68.6	70.7			3+
		74.8			70.2	70.9			
		74.6			70.2	71.8			
		73.8			71.2	70.0			
		74.4			70.9	73.5			
		75.9			70.0	72.8			
		78.1			71.7	72.5			
		76.1			71.0	72.8	38.75		
		75.48			70.48	71.88			
	Corr.	-1.14			-1.61	-1.49			
		74.34			68.87	70.39			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	**0.26**	**0.33**	**0.42**	**0.30**	GMT. VII. **18.485**		
8	19 іюля	79.3	78.5	77.5			39.55	Red	3—
	$12^h\ 50^m$	80.7	75.8	78.1					
		79.7	76.7	78.4					
		80.3	76.7	78.2					
		78.5	78.0	78.6					
		78.5	78.0	78.5					
		79.3	75.1	78.0					
		79.8	75.1	78.0			39.55		
		79.50	76.74	78.16					
	Corr.	-0.72	-1.02	-0.86					
		78.78	75.72	77.30					
		79.9	77.0	77.5					3
		81.2	77.2	78.0					
		80.2	77.5	78.0					
	$13^h\ 15^m$	80.0	77.5	76.0					
		78.8	76.8	79.4					
		79.2	75.0	79.2					
		79.9	77.2	78.0					
		80.4	78.4	77.0			39.6		
		79.95	77.08	77.89					
	Corr.	-0.66	-0.97	-0.89					
		79.29	76.11	77.00					
		78.8			78.4	75.0			3=
		80.2			77.4	75.6			
		80.8			77.0	77.6			
	$13^h\ 40^m$	80.6			77.6	77.9			
		80.3			77.5	75.4			
		79.8			78.5	77.3			
		79.9			78.2	78.3			
		80.3			77.8	78.5	39.65		
		80.09			77.80	76.95			
	Corr.	-0.66			-0.90	-0.98			
		79.43			76.90	75.97			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	**0.23**	**0.14**	**0.19**	**0.26**	GMT. VII. **19.482**		
9	19 іюля	72.0	69.2	69.0			39.65	Blue	2
	$14^h\ 0^m$	72.4	70.2	69.0					
		71.0	69.0	69.8					
		71.4	70.0	69.4					
		71.3	69.8	69.8					
		71.6	71.2	70.2					
		70.2	69.7	69.8					
		71.8	69.2	69.2			39.65		
		71.46	69.79	69.53					
	Corr.	-1.52	-1.66	-1.68					
		69.94	68.13	67.85					

Jupiter.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты клина въ точкахъ: The readings of the wedge: 1	3	2	6	7	Amperm. in 0.01 am.	Фильтръ Filter	Замѣтки Remarks
	1914								
		70.9			69.7	68.7			3
		70.3			68.8	68.7			
	14h 25m	71.5			69.9	69.7			
		71.0			70.3	69.4			
		70.4			69.8	67.5			
		69.4			68.8	68.2			
		71.1			70.4	68.5			
		72.1			69.4	69.6	39.7		
		70.84			69.64	68.79			
	Corr.	-1.59			-1.66	-1.72			
		69.25			67.98	67.07			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	**0.14**	**0.16**	**0.10**	**0.17**	GMT.	VII.	**19.517**
10	20 іюля	72.5	68.8	68.4			38.5	Green	3
	13h 30m	70.1	68.1	69.0					
		72.4	70.6	68.4					
		71.8	67.5	69.2					
		70.0	70.1	70.4					
		70.8	70.3	68.4					
		69.8	69.0	69.4					
		71.2	68.0	69.0			38.5		
		71.08	69.05	69.03					
	Corr.	-1.56	-1.71	-1.71					
		69.52	67.34	67.32					
		70.0			68.0	67.5			3=
		70.0			69.4	67.2			
		69.8			69.0	67.0			
	13h 50m	69.9			69.2	68.0			
		71.2			69.2	67.8			
		70.2			68.2	67.2			
		70.1			68.6	67.6			
		71.8			68.4	68.6	38.5		
		70.38			68.75	67.61			
	Corr.	-1.62			-1.73	-1.80			
		68.76			67.02	65.81			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	**0.17**	**0.17**	**0.13**	**0.22**	GMT.	VII.	**20.497**
11	21 іюля	80.1	78.8	78.5			38.2		2—
	12h 20m	81.3	78.4	77.2					
		79.1	78.8	78.1					
		80.8	78.6	79.3					
		79.9	77.0	78.0					
		80.0	78.9	78.4					
		80.0	77.8	77.8					
	12h 36m	80.9	78.0	78.2			38.25		
		80.26	78.29	78.19					
	Corr.	-0.63	-0.84	-0.86					
		79.63	77.45	77.33					
	12h 38m	80.2			79.2	80.9			
		80.4			79.6	80.8			
		80.4			79.8	81.5			
		80.0			80.3	80.9			
		80.6			79.2	78.0			
		82.0			79.8	77.2			
		80.2			78.6	77.0			
	12h 53m	80.5			79.6	77.8	38.2		
		80.54			79.51	79.26			
	Corr.	-0.60			-0.72	-0.74			
		79.94			78.79	78.52			
	Относ. яркотсь / Relativ intens.	—	**0.17**	**0.18**	**0.09**	**0.11**	GMT.	VII.	**21.451**

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты клина въ точкахъ: The readings of the wedge: 1	3	2	6	7	Amperm. in 0.01 am.	Фильтръ Filter	Замѣтки Remarks
	1916								
12	21 іюля	80.2	77.4	78.0			38.2		
	12h 55m	80.2	77.0	78.8					
		80.4	76.3	77.7					
		80.2	77.2	78.4					
		80.2	76.4	78.4					
		81.2	76.7	79.4					
		80.4	76.8	79.7					
	13h 8m	81.0	77.2	79.7					
		80.48	76.88	78.76					
	Corr.	-0.60	-0.99	-0.80					
		79.88	75.89	77.96					
	13h 10m	78.0			78.8	76.8			
		79.8			77.6	78.4			
		81.0			79.0	77.9			
		80.3			76.8	76.8			
		79.8			76.0	78.2			
		80.2			75.5	78.0			
	13h 25m	79.8			77.0	75.5			
		80.3			78.5	77.1	38.2		
		79.90			77.40	77.34			
	Corr.	-0.67			-0.94	-0.95			
		79.23			76.46	76.39			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.30**	**0.15**	**0.21**	**0.22**	GMT.	VII.	**21.472**
13	23 іюля	72.4	69.6	69.0			38.2	Green	2
		72.8	69.8	70.0					
		72.8	71.0	71.0					
		73.2	70.0	70.5					
		70.2	70.0	69.6					
	13h 50m	70.8	70.4	69.9					
		72.2	70.8	70.4					
		72.4	69.6	70.5			38.2		
		72.10	70.15	70.11					
	Corr.	-1.47	-1.64	-1.64					
		70.63	68.51	68.47					
		72.1			68.8	67.5			
		71.6			68.9	68.5			
		71.8			68.1	67.4			
	14h 5m	72.4			68.7	68.3			
		71.0			68.3	67.0			
		69.4			69.1	67.1			
		70.2			68.3	67.0			
		70.0			69.0	67.2	38.2		
		71.06			68.65	67.50			
	Corr.	-1.56			-1.73	-1.81			
		66.92			68.92	65.69			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.16**	**0.16**	**0.20**	**0.29**	GMT.	VII.	**23.507**
14	23 іюля	79.4	76.4	76.6			38.2	Green	2
		80.4	77.4	76.8					
		81.4	76.0	75.2					
		79.8	74.4	74.0					
	14h 25m	75.4	74.0	74.8					
		77.0	73.7	76.0					
		77.5	73.0	74.9					
		77.2	72.9	76.6			38.2		
		78.51	74.73	75.61					
	Corr.	-0.83	-1.22	-1.13					
		77.68	73.51	74.48					

Jupiter.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты клина въ точкахъ: The readings of the wedge: 1	3	2	6	7	Amperm. in 0.01 am.	Фильтръ Filter	Замѣтки Remarks
	1914								
		75.5			71.0	70.0			2—
		76.5			73.0	69.0			
	14h 45m	77.3			70.2	69.4			
		76.8			73.7	70.8			
		73.0			70.7	71.4			
		73.0			73.0	71.8			
		76.0			70.0	71.8			
		75.8			71.0	69.3	38.2		
		75.49			71.58	70.44			
	Corr.	-1.14			-1.51	-1.62			
		74.35			70.07	68.82			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.32**	**0·24**	**0.33**	**0.42**	GMT.	VII.	**23.533**
15	2 сент.	54.6	48.3	52.6			38.50	Yellow	1
		56.0	48.3	52.4					
		54.8	48.3	53.1					
	9h 35m	55.1	49.2	52.1					
		53.2	49.9	51.5					
		51.8	49.1	49.4					
		52.2	49.9	49.1					
		53.5	50.1	49.2			38.45		
		53.90	49.14	51.18					
	Corr.	-2.26	-2.41	-2.35					
		51.64	46.73	48.83					
		54.4			49.7	50.1	38.4		
		52.8			50.1	49.1			
	11h 5m	52.4			49.6	48.9			
		53.4			47.7	50.1			
		53.6			49.8	50.1			
		52.2			50.1	51.8			
		53.0			51.0	50.0			
		52.2			49.2	50.2	38.4		
		53.00			49.65	50.04			
	Corr.	-2.30			-2.40	-2.39			
		50.70			47.25	47.65			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.37**	**0.21**	**0.26**	**0.23**	GMT.	IX.	**2.356**
16	2 сент.	54.5	51.4	51.8			38.4	Green	1
		53.8	49.5	50.8					
		54.2	51.6	51.6					
		54.2	51.6	52.8					
		54.8	49.8	53.2					
		56.2	50.8	51.6					
		54.8	51.8	51.2					
		54.3	51.6	53.0					
		54.60	51.01	52.00					
	Corr.	-2.25	-2.36	-2.33					
		52.35	48.65	49.67					
	10h 30 m	53.5			50.5	48.1			
		55.4			50.9	49.3			
		54.1			52.2	49.6			
		54.7			50.9	51.8			
		56.0			51.0	50.3			
		55.7			52.0	51.1			
		53.7			53.0	50.0			
		54.2			51.6	49.6			
		54.66			51.51	50.10			
	Corr.	-2.24			-2.34	-2.39			
		52.42			49.17	47.71			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.28**	**0.20**	**0.25**	**0.36**	GMT.	IX.	**2.368**

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты клина въ точкахъ: The readings of the wedge: 1	3	2	6	7	Amperm. in 0.01 am.	Фильтръ Filter	Замѣтки Remarks
	1916								
17	4 сент.	58.2	57.0	58.3			38.15	Blue	1+
		58.2	56.0	57.0					
		58.9	57.4	56.0					
	9h 15m	59.1	58.1	57.4					
		59.8	55.2	57.3					
		60.0	57.2	59.3					
		60.2	58.2	57.7					
		60.4	56.2	57.6			38.10		
		59.35	56.91	57.58					
	Corr.	-2.12	-2.17	-2.15					
		57.23	54.74	55.43					
		59.8			57.5	57.0			
		59.9			58.2	57.8			
		59.8			58.8	56.1			
		58.9			58.1	57.4			
	9h 30m	60.2			57.8	57.2			
		59.8			56.8	57.6			
		59.9			57.0	57.8			
		60.1			58.1	56.9	38.10		
		59 80			57.79	57.23			
	Corr.	-2.10			-2.15	-2.16			
		57.70			55.64	55.07			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.19**	**0.14**	**0.16**	**0.20**	GMT.	IX.	**4.321**
18	4 сент.	58.2	53.3	54.9			38.1	Red	1—
		58.7	53.0	54.8					
		58.0	51.8	54.6					
		58.5	52.7	53.3					
	10h 10m	55.8	51.8	53.5					
		55.0	53.3	53.6					
		53.8	52.8	53.0					
		53.9	54.1	53.8					
		56.49	52.85	53.94					
	Corr.	-2.18	-2.30	-2.26					
		54.31	50.55	51.68					
		54.3			52.2	51.6			1—
		54.7			51.6	51.1			
	10h 30m	57.0			51.8	51.8			
		55.8			54.8	52.5			
		55.2			50.6	49.0			
		55.1			50.8	51.8			
		55.8			51.0	50.6			
		53.0			51.8	52.2	38.1		
		55.11			51.83	51.33			
	Corr.	-2.23			-2.34	-2.35			
		52.88			49.49	48.98			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	**0.29**	**0.20**	**0.26**	**0.30**	GMT.	IX.	**4.356**

Jupiter.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	4	3	5	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1914								
19	29 ноября	57°.5	50°.3	47°.8	58°.3	41°.5	37.9		1—
		59.5	60.8	51.5	56.5	41.5			
		63.0	48.8	41.5	54.5	51.0			
	$6^h\,0^m$	60.5	62.3	44.5	44.0	31.5	37.9		
		65.0	62.4	36.6	45.8	35.8			
	GrMT. Nov. **29.176**	78.6	54.4	39.3	52.4	41.4			
		65.5	61.3	30.5	45.4	36.8			
		75.5	67.0	45.5	55.5	41.1	37.9		
	Mean Средн.	65.64	58.41	42.15	51.55	40.08			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.146**	**0.664**	**0.329**	**0.754**			
	1915								
20	3 ноября	36.8	16.4	32.1	18.9	14.4	38.3		1
		25.2	34.6	12.5	34.4	27.5			
		37.4	22.4	31.2	14.6	13.0			
	$10^h\,35^m$	20.1	37.5	17.4	35.8	30.4			
		19.2	37.8	17.6	20.8	15.6			
	GrMT. Nov. **3.367**	40.1	29.8	34.4	35.4	27.6			
		27.6	41.6	15.6	18.2	13.2			
		35.8	23.4	37.7	37.9	30.4			
	Mean Средн.	30.28	30.44	24.81	27.00	21.51			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	$\overline{\mathbf{0.010}}$	**0.400**	**0.228**	**0.692**			
21	12 ноября	36.5	14.5	14.8	36.5	12.0	38.15		3.4
		20.5	33.5	31.8	19.3	32.0			
		40.5	16.8	14.6	35.2	14.5			
	$10^h\,31^m$	23.5	36.5	36.5	20.3	30.7			
		19.2	38.5	15.4	34.8	26.8			
	GrMT. Nov. **12.363**	39.0	19.1	32.4	16.8	12.5			
		20.8	36.8	16.2	35.0	30.5			
		37.4	17.5	33.5	17.3	15.0	38.2		
	Mean Средн.	29.68	27.03	24.40	26.90	21.75			
	Сред. мом. набл.	$10^h\,30^m$	$10^h\,30^m$	$10^h\,30^m$	$10^h\,31^m$	$10^h\,32^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.187**	**0.394**	**0.196**	**0.630**			
22	15 ноября	45.0	57.4	31.5	48.4	28.5	38.35		2
		61.0	43.4	51.8	30.5	43.5			
	$10^h\,25^m$	38.5	51.0	36.5	50.5	21.5			
		59.5	38.4	44.5	38.4	44.5			
		40.5	54.5	25.5	28.6	28.5			
	GrMT. Nov. **15.360**	51.8	35.5	45.0	51.0	42.6			
		36.5	51.2	31.5	31.5	23.8			
		56.0	36.0	44.0	50.0	40.6	38.15		
	Mean Средн.	48.60	45.93	38.54	41.08	34.19			
	Сред. мом. набл.	$10^h\,26^m$	$10^h\,25^m$	$10^h\,25^m$	$10^h\,26^m$	$10^h\,25^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.093**	**0.403**	**0.287**	**0.627**			
23	10 декабря	49.4	61.0	37.7	58.8	25.5	37.95		1
		63.2	42.8	47.5	38.2	51.5			
		49.4	60.5	31.5	55.0	45.5			
	$6^h\,56^m$	62.0	42.5	55.0	40.6	30.0			
		54.8	47.5	47.5	50.0	26.6			
	GrMT. Decem. **10.214**	66.0	65.0	35.5	42.0	43.0			
		44.6	49.5	44.2	60.0	29.0			
		72.0	57.8	36.2	42.8	46.0	37.7		
	Mean Средн.	57.68	53.32	41.89	48.43	37.14			
	Сред. мом. набл.	$6^h\,56^m$	$6^h\,58^m$	$6^h\,57^m$	$6^h\,56^m$	$6^h\,55^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.114**	**0.512**	**0.265**	**0.730**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	4	3	5	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1915								
24	10 декабря	55°.5	64°.0	47°.0	35°.5	45°.4	37.2		1
		51.0	49.3	29.2	62.5	32.0			
		49.6	57.8	48.3	40.5	52.5			
	$7^h\,42^m$	72.0	64.3	35.0	49.6	26.8			
		64.3	33.5	42.5	51.3	30.5			
	GrMT. Dec. **10.247**	52.0	61.4	46.7	42.0	43.0			
		66.5	44.0	31.5	65.0	28.0			
		50.0	60.0	58.6	42.3	44.5	37.1		
	Mean Средн.	57.61	54.29	42.35	48.59	37.84			
	Сред. мом. набл.	$7^h\,44^m$	$7^h\,42^m$	$7^h\,40^m$	$7^h\,45^m$	$7^h\,44^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.085**	**0.490**	**0.257**	**0.693**			
25	19 декабря	74.8	47.0	43.5	46.5	22.5	39.3		3
		61.5	58.5	54.5	63.0	51.0			
		47.0	41.5	39.5	53.5	27.5			
	$7^h\,47^m$	72.5	79.0	60.0	36.6	43.0			
		74.0	60.4	54.5	39.3	41.0			
	GrMT. Dec. **19.250**	60.8	43.5	50.5	60.0	26.0			
		46.8	71.8	38.2	38.3	57.0			
		66.0	55.5	61.0	59.5	28.6	39.3		
	Mean Средн.	62.92	57.15	50.21	49.59	37.08			
	Сред. мом. набл.	$7^h\,47^m$				$7^h\,46^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.126**	**0.321**	**0.340**	**0.846**			
26	19 декабря	70.8	37.0	27.2	36.0	29.0	39.3		3
		54.0	52.5	59.5	51.5	45.0			
		61.8	60.0	42.5	63.5	32.5			
	$8^h\,28^m$	42.5	42.0	44.5	54.5	49.5			
		56.5	48.5	58.0	50.5	26.5			
	GrMT. Dec. **19.278**	58.5	55.5	44.0	34.0	42.5			
		41.0	56.5	46.5	65.5	34.0			
		71.5	52.8	37.0	46.5	45.5	39.3		
	Mean Средн.	57.08	50.60	44.90	50.25	38.06			
	Сред. мом. набл.	$8^h\,28^m$				$8^h\,28^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.180**	**0.376**	**0.191**	**0.671**			
27	24 декабря	32.0	55.0	21.1	30.1	23.7	37.1		2.4
		48.5	35.5	44.2	47.5	38.0			
		32.0	46.0	36.0	50.0	22.0			
	$7^h\,15^m$	54.0	34.0	39.0	32.5	41.5			
		48.5	36.8	43.1	35.6	35.8			
	GrMT. Dec. **24.247**	33.5	59.0	27.3	43.5	23.5			
		57.2	36.3	43.8	28.5	36.8			
		39.0	47.0	26.5	52.0	20.8	37.1		
	Mean Средн.	43.08	43.70	35.13	39.96	30.26			
	Сред. мом. набл.	$7^h\,15^m$	$7^h\,15^m$	$7^h\,17^m$	$7^h\,15^m$	$7^h\,15^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	$\overline{\mathbf{0.025}}$	**0.373**	**0.133**	**0.660**			

Jupiter.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	4	3	5	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1915								
28	24 декабря	42°.1	54°.0	25°.1	47°.5	22°.5	37.1		1.3
		55.4	37.5	46.2	27.5	36.5			
		34.5	47.5	29.4	48.5	20.5			
	$7^h\,47^m$	55.0	33.0	40.0	30.5	42.4			
		33.5	45.8	26.8	26.7	39.5			
	GrMT. Dec. **24.250**	46.8	26.8	43.0	51.5	26.8			
		30.5	56.5	23.0	33.5	35.3			
		64.1	32.0	36.5	47.0	25.4	37.0		
	Mean Средн.	45.24	41.64	33.75	39.09	31.11			
	Сред. мом. набл.	$7^h\,48^m$	$7^h\,47^m$	$7^h\,47^m$	$7^h\,47^m$	$7^h\,47^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.145**	**0.533**	**0.257**	**0.691**			
29	28 декабря	25.5	29.0	23.4	25.3	34.0	37.2		3.3
		41.8	42.5	39.8	46.5	18.5			
		29.8	25.0	20.0	20.5	35.8			
	$6^h\,5^m$	45.0	46.5	38.5	46.4	14.0			
		24.8	40.5	25.0	35.8	13.8			
	GrMT. Dec. **28.180**	44.8	26.0	43.5	21.0	37.2			
		26.8	42.5	20.5	42.0	16.8			
		42.6	23.0	35.0	22.8	35.8	37.1		
	Mean Средн.	35.14	34.38	30.71	32.91	25.74			
	Сред. мом. набл.	$6^h\,5^m$	$6^h\,5^m$	$6^h\,6^m$	$6^h\,5^m$	$6^h\,5^m$			
	Относ. яркость Relativ intens.	—	**0.042**	**0.410**	**0.126**	**0.612**			
30	28 декабря	25.5	25.8	38.8	21.2	33.8	37.1		3+3+
		45.5	41.4	23.8	40.8	17.3			
		28.3	25.5	37.5	21.8	35.8			
	$6^h\,44^m$	48.5	47.5	20.5	38.0	19.5			
		27.3	40.5	15.0	40.5	13.5			
	GrMT. Dec. **28.207**	42.8	24.0	37.2	24.2	36.0			
		24.8	43.0	21.3	44.0	15.5			
		40.0	24.8	38.6	22.5	33.4	37.1		
	Mean Средн.	35.34	34.07	29.09	31.63	25.60			
	Сред. мом. набл.	$6^h\,44^m$	$6^h\,45^m$	$6^h\,45^m$	$6^h\,44^m$	$6^h\,44^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.070**	**0.377**	**0.214**	**0.634**			
	1916								
31	17 января	68.5	50.0	50.5	63.6	35.7	38.1		2.2
		44.6	68.5	44.6	32.8	28.4			
		67.6	39.5	56.5	62.6	44.3			
	$7^h\,7^m$	57.8	62.4	30.0	45.6	33.2			
		64.1	47.5	52.8	34.0	31.5			
	GrMT. Jan. **17.221**	50.8	62.1	29.8	56.2	44.9			
		61.2	41.1	49.1	44.5	26.7			
		43.5	59.0	33.7	56.5	49.6	38.1		
	Mean Средн.	57.26	53.76	43.37	49.48	36.79			
	Сред. мом. набл.	$7^h\,5^m$	$7^h\,7^m$	$7^h\,7^m$	$7^h\,7^m$	$7^h\,6^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.091**	**0.441**	**0.220**	**0.738**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	4	3	5	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916								
32	25 января	54°.9	34°.2	27°.5	55°.6	27°.5	38.1		4
		43.8	51.2	42.5	32.6	46.8			
		59.5	42.6	32.7	51.1	23.5			
	$6^h\,8^m$	40.5	65.0	57.6	37.6	39.2			
		56.0	36.5	33.5	37.5	44.6			
	GrMT. Jan. **25.181**	44.0	57.5	51.5	57.0	30.4			
		66.0	40.5	29.6	38.2	44.6			
		41.5	50.4	52.5	60.6	29.0	37.9		
	Mean Средн.	50 78	47.99	41.68	46.28	35.70			
	Сред. мом. набл.	$6^h\,8^m$	$6^h\,8^m$	$6^h\,8^m$	$6^h\,8^m$	$6^h\,8^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.141**	**0.332**	**0.151**	**0.615**			
33	26 января	47.0	58.3	29.7	47.8	26.8	37.0		3 windy
		51.0	37.3	52.0	36.0	36.5			
		40.5	50.5	32.0	56.4	34.0			
	$6^h\,20^m$	65.5	41.0	44.5	31.0	40.8			
		55.0	37.0	43.0	37.3	50.5			
	GrMT. Jan. **26.189**	40.3	51.1	41.0	57.5	26.0			
		54.5	39.5	54.5	30.0	46.0			
		37.8	57.7	26.5	46.0	25.8	37.0		
	Mean Средн.	48.95	47.80	40.40	42.78	35.80			
	Сред. мом. набл.	$6^h\,17^m$	$6^h\,18^m$	$6^h\,19^m$	$6^h\,20^m$	$6^h\,21^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.039**	**0.329**	**0.227**	**0.552**			
34	26 января	41.7	37.0	48.8	29.8	47.2	36.9		2—
		60.3	57.0	33.0	44.5	24.5			
		38.2	38.3	49.0	30.0	43.2			
	$6^h\,53^m$	51.7	51.0	31.0	47.8	27.8			
		35.0	54.0	24.2	52.5	26.5			
	GrMT. Jan. **26.212**	59.8	34.5	45.0	35.0	45.0			
		36.7	57.0	25.5	51.5	28.5			
		51.0	34.0	48.0	34.7	43.5	36.9		
	Mean Средн.	46.80	45.35	38.06	40.73	35.78			
	Сред. мом. набл.	$6^h\,55^m$	$6^h\,51^m$	$6^h\,50^m$	$6^h\,50^m$	$6^h\,52^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.053**	**0.364**	**0.241**	**0.479**			
35	27 января	40.9	17.2	33.5	29.1	28.5	36.0		2 clouds
		26.5	36.0	16.0	36.0	16.0			
		41.6	19.9	18.4	17.5	31.5			
	$5^h\,42^m$	24.5	36.2	41.8	37.8	14.0			
		38.0	24.6	19.0	41.0	29.1	36.0		
	GrMT. Jan. **27.163**	24.5	38.9	38.0	20.0	11.1			
		38.5			38.5	31.5			
		20.0			19.0	16.5	36.1		
	Mean Средн.	31.81	28.80	26.28	29.86	22.28			
	Сред. мом. набл.	$5^h\,41^m$	$5^h\,44^m$	$5^h\,43^m$	$5^h\,39^m$	$5^h\,40^m$			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	**0.196**	**0.379**	**0.123**	**0.715**			

Марсъ.

Наблюденія до № 14 вкл. сдѣланы на рефракторѣ Фраунгофера съ фокуснымъ разстояніемъ 4331 милл. и съ діафрагмой въ 125 милл. діаметромъ;

№№ 14 до 22 — на 15-тидюймовомъ рефракторѣ Пулковской Обсерваторіи съ фокусн. разстояніемъ въ 6874 милл. и при діафрагмѣ въ 300 милл. діаметромъ.

Въ наблюденіяхъ отъ 1-го до 7-го вкл., близкихъ къ оппозиціи, точки 1, 2, 3 взяты на большой оси эллиптическаго диска планеты, какъ въ случаѣ Юпитера и Сатурна.

Точка 1 бралась въ центрѣ большой оси, точки 2 и 3 на 1/2 разстоянія отъ центра до положительнаго и отрицательнаго края.

Въ наблюденіяхъ отъ № 8 точки 1, 2, 3 взяты на большомъ кругѣ, проходящемъ черезъ землю и солнце, въ серединѣ между краями и на 1/4 разстоянія отъ положительнаго и отрицательнаго края планеты.

Относительныя яркости въ звѣздныхъ величинахъ вычислены относительно точки 1.

Mars.

The observations №№ 1—14 incl. are made with the Frauenhofer refractor (foc. dist. 4331 mm.) and using a diaphragm of 125 mm. in diameter;

№№ 15—22 — with the 15 inch refractor of Poulkovo (foc. dist. 6874 mm.) and a diaphragm of 300 mm. in diameter.

In the observations №№ 1—7 incl., which are near to the opposition, the points 1, 2, 3 are lying on the great axis of the elliptical disk of the planet, as in the case of Jupiter and Saturn. Point 1 is in the centre of the great axis, the points 2 and 3 at half the distances from it to the positive and negative edges.

In the observations №№ 8—22 the points 1, 2, 3 are lying on the great circle passing through Earth and Sun in the middle between the edges (point 1) and on 1/4 of this distance from the positive and the negative edge (points 2 and 3).

The relative intensities in stellar magnitudes (Relat. intens.) are computed with regard to the point 1.

Mars.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
1	26 января	$23^{\circ}.1$	$38^{\circ}.6$	$24^{\circ}.6$	34.8		4
		43.2	22.8	37.8			
		26.7	33.5	18.6			
	$10^{h}\ 14^{m}$	45.3	27.5	37.6	35.1		
		40.0	17.8	32.5			
		23.8	32.6	22.5			
		38.5	18.8	34.2			
		27.5	36.5	17.0	35.0		
	Mean Средн.	33.51	28.51	28.10			
	Сред. мом. набл.	$10^{h}\ 14^{m}$	$10^{h}\ 14^{m}$	$10^{h}\ 14^{m}$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	$0^{m}.316$	$0^{m}.345$			
		39.7	35.0	25.2	34.6		
		47.5	25.6	42.3			
		26.4	41.4	25.4			
	$10^{h}\ 57^{m}$	39.5	23.5	43.4	35.1		
		40.4	42.1	45.4			
		46.5	19.3	24.2			
		24.0	39.8	42.4			
		41.0	26.0	27.5	35.0		
	Mean Средн.	38.12	31.59	34.48			
	Сред. мом. набл.	$10^{h}\ 57^{m}$	$10^{h}\ 57^{m}$	$10^{h}\ 56^{m}$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	$0^{m}.356$	$0^{m}.188$			
	GrMT. Jan. **26.338**	—	**0.336**	**0.266**			
2	27 января	23.3	24.5	46.5	34.95		4.4
		43.6	40.5	27.0			
		34.6	30.5	48.5			
	$10^{h}\ 31^{m}$	51.4	45.0	32.5			
		32.4	49.5	31.0			
		54.4	25.5	42.5			
		29.0	44.5	32.5			
		47.8	23.5	46.5	34.95		
	Mean Средн.	39.56	35.44	38.38			
	Сред. мом. набл.		$10^{h}\ 31^{m}$	$10^{h}\ 31^{m}$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	$0^{m}.204$	$0^{m}.056$			
		51.3	22.0	51.8			
		35.0	42.5	27.8			
		57.3	27.8	46.8			
	$11^{h}\ 40^{m}$	26.7	48.8	29.7			
		30.8	58.0	34.2			
		57.0	33.0	44.5			
		38.4	49.0	31.5			
		56.1	24.0	55.0	35.05		
	Mean Средн.	44.08	38.14	40.16			
	Сред. мом. набл.	$11^{h}\ 39^{m}$	$11^{h}\ 41^{m}$	$11^{h}\ 41^{m}$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	$0^{m}.258$	$0^{m}.164$			
	GrMT. Jan. **27.389**		**0.231**	**0.110**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
3	28 января	$26^{\circ}.8$	$43^{\circ}.5$	$34^{\circ}.5$	38.1		5.4
		48.5	23.6	50.5			
		36.8	45.6	27.5			
	$10^{h}\ 17^{m}$	46.5	32.5	51.7			
		46.5	28.5	51.5			
		27.5	45.5	33.5			
		49.6	31.8	50.0			
		38.5	45.8	29.5	38.1		
	Mean Средн.	40.09	37.10	41.09			
	Сред. мом. набл.	$10^{h}\ 15^{m}$	$10^{h}\ 18^{m}$	$10^{h}\ 17^{m}$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	$0^{m}.142$	$-0^{m}.044$			
		28.0	43.5	30.5	38.1		
		55.2	33.5	47.5			
		37.6	53.0	32.5			
	$10^{h}\ 51^{m}$	49.0	30.5	43.5			
		45.5	25.5	52.7			
		27.8	47.5	40.9			
		52.5	32.5	48.7			
		37.5	42.0	30.2	38.1		
	Mean Средн.	41.64	38.50	40.81			
	Сред. мом. набл.	$10^{h}\ 51^{m}$		$10^{h}\ 52^{m}$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	$0^{m}.142$	$0^{m}.037$			
	GrMT. Jan. **28.367**	—	**0.142**	**-0.003**			
4	5 февраля	38.5	42.5	23.5	38.1		3.2
		50.8	27.5	43.5			
		30.5	48.5	33.5			
	$11^{h}\ 6^{m}$	47.0	27.3	46.5			
		46.3	33.5	49.5			
		37.0	45.0	23.0	38.1		
		47.3	26.0	43.5			
		25.0	42.0	30.5			
		33.5	42.5	30.3			
		43.5	29.0	45.0			
		35.5	41.0	21.0			
		48.5	25.0	41.8	38.1		
	Mean Средн.	40.28	35.82	35.97			
	Сред. мом. набл.	$11^{h}\ 5^{m}$	$11^{h}\ 6^{m}$	$11^{h}\ 8^{m}$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	$0^{m}.216$	$0^{m}.208$			
	GrMT. Feb. **5.347**	—	**0.216**	**0.208**			
5	16 февраля	39.5	47.5	43.5	38.0		4.2
		70.5	39.5	61.0			
		42.5	59.5	37.0			
	$10^{h}\ 52^{m}$	60.5	46.5	54.5			
		62.5	35.0	55.8			
		43.0	55.5	43.5			
		67.5	37.6	59.8			
		51.0	57.0	40.5	37.8		
	Mean Средн.	54.63	47.24	49.45			
	Сред. мом. набл.		$10^{h}\ 52^{m}$	$10^{h}\ 53^{m}$			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	$0^{m}.227$	$0^{m}.154$			

Mars.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
		55.4	47.0	53.0	37.9		3.2
		68.5	63.5	64.0			
		43.0	36.5	45.5			
	10h 45m	56.5	52.5	60.8			
		67.0	36.5	50.5			1/2 weight
		47.0	55.5	51.8			
		57.5	40.5	61.8			
		49.0	52.5	37.5	37.9		
	Mean Средн.	55.49	48.06	53.11			
	Сред. мом. набл.	11h 43m	11h 46m	11h 46m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.223	0.065			
	GrMT. Feb. **16.398**	—	**0.225**	**0.124**			
6	22 февраля	56.2	53.4	39.5	37.6		
		68.6	44.5	60.5			
		52.5	68.0	48.1			
	11h 2m	73.8	40.5	57.6			4.4
		61.2	48.1	64.0			
		52.1	67.8	48.0			
		69.5	35.0	56.8			
		48.2	58.4	46.6	37.5		
	Mean Средн.	60.26	51.96	52.64			
	Сред. мом. набл.		11h 2m	11h 3m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.213	0.193			
		40.5	65.0	39.5	37.5		
		60.8	45.8	62.5			
		49.5	56.6	42.5			
	11h 25m	72.5	46.8	60.5			3.2
		70.8	42.8	63.2			
		49.5	65.3	54.6			
		69.5	56.8	62.8			
		57.8	68.8	37.6	37.4		
	Mean Средн.	58.86	55.99	52.90			
	Сред. мом. набл.	11h 25m	11h 25m	11h 25m			1/2 weight
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.069	0.153			
	GrMT. Feb. **22.394**	—	**0.165**	**0.180**			
7	4 марта	35.0	57.8	37.0	36.3		3.3
		55.5	37.5	53.5			
		41.5	60.6	33 5			
	11h 20m	61.5	37.5	62.0			
		61.4	35.8	58.0	36.8		
		41.0	63.0	37.5			
		69.0	37.8	46.5			
		44.2	57.0	39.8	36.5		
		44.5	39.5	33.5			
		59.5	59.5	57.5			
		42.5	42.6	38.2			
		62.5	55.0	53.2	36.9		
	Mean Средн.	51.51	48.63	45.85			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.091	0.189			
	GrMT. March **4.339**	—	**0.091**	**0.189**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
8	23 марта	35.5	53.1	44.2	21.9		1.2
		57.7	36.5	53.2			
		34.5	53.5	35.0			
	11h 20m	55.5	42.0	53.0			
		46.5	45.5	46.2			
		61.5	60.5	39.2			
		47.8	46.5	50.5			
		68.0	59.5	37.0	21.3		
	Mean Средн.	50.88	49.64	44.78			
	Сред. мом. набл.	11h 20m		11h 21m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.039	0.210			1/2 weight
		41.5	57.4	33.5	22.1		
		54.0	47.5	50.5			
		45.5	57.8	36.5			
	11h 43m	55.2	35.8	49.5			
		53.4	41.8	51.9			
		43.4	54.5	35.0			
		53.6	33.8	51.8			
		42.0	55.0	39.0			
		37.6	50.0	32.0			
		59.6	34.2	47.0			
		43.5	51.0	30.0			
		52.0	44.0	49.0	22.1		
	Mean Средн.	48.44	46.90	42.14			
	Сред. мом. набл.	11h 42m	11h 43m	11h 43m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.053	0.236			
	GrMT. March **23.415**	—	**0.048**	**0.228**			
9	30 марта	39.1	51.0	36.7	38.05		3.4
		55.2	40.3	54.1			
		41.4	53.4	32.8			
	12h 50m	56.3	39.5	45.0			
		53.5	34.2	50.5			
		39.2	46.0	31.5			
		50.5	31.5	58.2			
		35.0	54.5	33.8	38.0		
	Mean Средн.	46.28	43.80	42.83			
	Сред. мом. набл.	12h 49m	12h 50m	12h 51m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.094	0.133			
		17.3	17.2	15.6	37.7		
		34.6	33.0	31.8			
		17.3	14.3	14.0			
	13h 6m	33.4	31 6	32.4			
		15.2	15.0	31.6			
		32.9	32.8	16.4			
		17.1	16.7	31.5			
		32.5	31.6	14.9	37.4		
	Mean Средн.	25.04	24.03	23.53			
	Сред. мом. набл.	13h 6m		13h 6m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.084	0.127			
	GrMT. March **30.467**	—	**0.089**	**0.130**			

Mars.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
10	1 апрѣля	18.8	37.4	19.6	20.6		3.3
		40.1	20.6	36.2			
		24.0	41.3	19.0			
	13h 24m	39.0	35.8	35.8			
		21.8	36.4	34.0			
		42.8	26.7	22.5			
		26.7	37.2	43.0			
		42.5	27.0	23.8	20.7		
	Mean Средн.	31.96	31.55	29.24			
	Сред. мом. набл.	13h 24m	13h 24m	13h 23m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.025	0.174			
		38.4	23.7	37.4	20.7		3—3+
		21.5	40.8	21.8			
		38.5	21.5	36.3			
	13h 42m	25.5	38.5	19.8			
		25.5	39.0	15.6			
		40.4	20.9	35.1			
		21.6	41.8	20.4			
		41.1	23.5	39.0	20.7		
	Mean Средн.	31.56	31.12	28.18			
	Сред. мом. набл.	13h 42m	13h 41m	13h 42m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.028	0.223			
	GrMT. April **1.491**	—	**0.027**	**0.198**			
11	6 апрѣля	14.0	30.5	13.0	23.05		3.3
		40.6	17.1	31.4			
		13.6	36.8	10.5			
	10h 7m	30.0	15.5	29.5			
		37.5	10.5	29.0			
		18.8	31.5	20.3			
		39.0	24.5	37.3			
		23.4	43.1	17.0	23.15		
	Mean Средн.	27.11	26.19	23.50			
	Сред. мом. набл.	10h 7m	10h 7m	10h 7m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.069	0.289			
		24.4	33.4	12.5	23.0		
		45.0	23.5	35.6			
		24.5	40.5	23.5			
	10h 36m	34.8	17.0	42.3			
		41.5	28.3	42.1			
		35.8	43.5	15.0			
		44.8	17.3	34.5			
		19.3	37.5	20.2	23.05		
	Mean Средн.	33.76	30.13	28.21			
	Сред. мом. набл.	10h 36m	10h 36m	10h 36m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.221	0.352			
	GrMT. April **6.357**	—	**0.145**	**0.320**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
12	7 апрѣля	13.0	32.9	11.4	23.8		3.4
		30.3	13.0	28.0			
		14.0	28.3	8.5			
	13h 3m	34.0	15.0	29.4			
		38.5	13.4	26.0			
		13.8	28.1	11.6			
		29.5	13.8	29.0			
		15.8	32.8	11.5	23.75		
	Mean Средн.	23.61	22.16	19.48			
	Сред. мом. набл.	13h 4m	13h 2m	13h 2m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.130	0.429			
		13.3	27.6	8.5	23.5		
		30.5	15.3	25.8			
		16.0	34.8	10.8			
	13h 26m	30.0	16.5	27.8			
		28.5	12.0	21.5			
		15.5	31.3	10.0			
		34.5	12.5	27.5			
		13.2	27.2	11.0	23.3		
	Mean Средн.	22.69	22.15	17.86			
	Сред. мом. набл.	13h 26m	13h 26m	13h 26m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.050	0.498			
	GrMT. April **7.478**	—	**0.090**	**0.468**			
13	8 апрѣля	31.5	32.5	44.5	18.2		2.3
		56.5	50.5	36.5			
		37.5	36.5	44.5			
	13h 16m	47.5	45.5	26.5			
		32.0	54.0	25.8			
		57.0	30.0	34.8			
		36 5	40.3	28.8			
		44.2	29.0	44.5	18.2		
	Mean Средн.	42.84	39.79	35.74			
	Сред. мом. набл.		13h 16m	13h 16m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.131	0.330			
		41.8	27.0	25.0			
		36.2	40.2	37.0			
		57.0	29.5	29.0			
	13h 32m	30.6	52.0	49.0			
		30.6	28.5	45.5			
		54.8	50.6	22.5			
		32.0	25.5	38.5			
		49.3	38.6	29.0	18.2		
	Mean Средн.	41.54	36.49	34.44			
	Сред. мом. набл.	13h 31m	13h 31m	13h 33m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.236	0.345			
	GrMT. April **8.485**	—	**0.183**	**0.338**			

Mars.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
14	24 апрѣля	36.5°	43.4°	35.0°	32.0		2.3
		44.0	38.9	38.1			
		46.4	48.5	30.8			
	10h 36m	46.5	40.4	37.5			
		44.0	44.6	36.5			
		48.5	41.0	40.0			
		38.5	42.0	35.6			
		40.6	43.1	38.4	32.5		
	Mean Средн.	43.13	42.74	36.49			
	Сред. мом. набл.	10h 36m	10h 36m	10h 36m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.016m	0.303m			
		43.7	41.4	38.4	32.5		
		36.9	48.5	33.4			
	10h 52m	50.0	39.5	36.0			
		40.0	47.0	37.0			
		40.0	41.8	41.4			
		51.4	38.5	33.5			
		38.8	47.4	34.5			
		46.1	46.6	34.5	32.5		
	Mean Средн.	43.37	43.84	36.09			
	Сред. мом. набл.	10h 53m	10h 50m	10h 54m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.019m	0.333m			
	GrMT. April **24.374**	—	**−0.001**	**0.316**			
15	29 апрѣля	35.0	37.8	21.0	38.35		2.3
		38.7	32.7	28.0			
		29.5	40.5	28.5			
	11h 50m	33.8	32.8	29.4			
		35.0	45.3	29.6			
		42.0	37.5	24.0			
		38.5	30.0	25.6			
		29.8	34.5	32.4	38.1		
	Mean Средн.	35.29	36.39	27.31			
	Сред. мом. набл.	11h 51m	11h 51m	11h 49m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.058m	0.500m			
	GrMT. April **29.409**	—	**−0.058**	**0.500**			
16	30 апрѣля	51.4	43.0	38.1	34.3		1.1
		42.7	47.0	36.8			
		55.9	39.0	43.5			
	11h 21m	58.0	47.8	32.5			
		52.1	46.1	34.3			
		49.4	38.0	34.5			
		37.5	46.8	41.5			
		41.5	50.5	40.2	34.3		
	Mean Средн.	48.56	44.78	37.68			
	Сред. мом. набл.	11h 21m	11h 21m	11h 20m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.135m	0.443m			
	GrMT. April **30.389**	—	**0.135**	**0.443**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
17	5 мая	58.6°	58.6°	52.5°	35.6		2.3
		53.5	57.2	53.1			
		58.8	59.5	53.8			
	9h 59m	61.5	60.5	44.3			
		55.5	65.5	44.2			
		57.0	51.5	52.2			
		50.5	57.0	53.8			
		57.0	62.2	53.5	35.6		
	Mean Средн.	56.55	59.00	50.92			
	Сред. мом. набл.	9h 58m	9h 59m	9h 59m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.058m	0.157m			
		60.5	57.2	44.3	35.6		
		69.5	58.1	52.4			
	10h 22m	51.5	62.1	56.6			
		59.5	64.4	47.8			
		57.8	66.5	50.0			
		66.2	66.5	48.5			
		60.0	50.5	50.0			
		60.5	58.2	50.0	35.6		
	Mean Средн.	60.69	60.44	49.95			
	Сред. мом. набл.	10h 21m	10h 22m	10h 23m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	+0.005m	0.283m			
	GrMT. May **5.340**	—	**−0.026**	**0.220**			
18	8 мая	22.5	20.5	15.0	37.15		3.4
		20.0	22.6	14.4			
		23.9	23.7	17.5			
	10h 7m	19.0	23.8	15.0			
		22.2	23.3	15.4			
		22.9	23.5	17.2			
		24.5	20.8	14.3			
		21.5	25.0	18.0	37.3		
	Mean Средн.	22.07	22.90	15.85			
	Сред. мом. набл.	10h 7m	10h 7m	10h 7m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.076m	0.692m			
		19.6	24.1	14.3	37.3		
		22.4	22.2	17.0			
	10h 22m	20.6	24.0	15.6			
		21.8	22.6	15.5			
		19.5	20.6	16.1			
		22.8	21.4	14.3			
		21.8	21.5	14.4			
		18.3	21.6	13.0	37.4		
	Mean Средн.	20.85	22.25	15.03			
	Сред. мом. набл.	10h 21m	10h 22m	10h 24m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.134m	0.687m			
	GrMT. May **8.343**	—	**−0.106**	**0.690**			

Mars.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
19	8 мая	46.1°	43.5°	26.1°	37.4		3.4
		47.6	52.7	32 4			
		45.1	46.5	36.1			
	10h 54m	41.0	43.4	35.6			
		40 3	47.6	33.6			
		48.0	56.3	32.6			
		49.2	40.7	31.7			
		41.0	40.0	35.8	37.1		
	Mean Средн.	44.79	46.34	32.99			
	Сред. мом. набл.	10h 54m	10h 55m	10h 54m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.058m	0.560m			
		41.0	46.1	34.5	37.3		
		42.5	41.4	37.4			
	11h 9m	46.5	40.6	30.2			
		49.0	49.1	29.5			
				30.8			
				31.4			
				30.2			
				36.1	37.3		
	Mean Средн.	44.75	44.30	32.51			
	Сред. мом. набл.	—	—	11h 9m			
	Относ. яркость / Relativ intens.	—	+0.018m	0.586m			weight 1/2
	GrMT. May **8.375**	—	**0.033**	**0.569**			
20	9 мая	46.9	38.4	32·5	37.4		2.3
		47.2	44.1	31.4			
		42.9	44.0	34.2			
	9h 31m	41.6	43.4	35.4			
		42.6	43.6	31.4			
		44.3	47.6	34.9			
		49.1	48.0	33.6			
		47.4	45.3	34.6	37.7		
	Mean Средн.	45.25	44.30	33.50			
	Сред. мом. набл.	9h 30m	9h 31m	9h 31m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.037m	0.543m			
		34.2	36.1	29.0	35.1		
		43.2	35.3	27.0			
	10h 5m	34.9	38.1	27.6			
		37.6	38.4	25.5			
		35.2	36.4	27.4			
		38.3	34.6	26.6			
		34.6	35.4	24.6			
		36.6	33.5	28.0	35.1		
	Mean Средн.	36.83	35.98	26.36			
	Сред. мом. набл.	10h 5m	10h 5m	10h 6m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.043m	0.652m			
	GrMT. May **9.345**	—	**0.040**	**0.598**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.10 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
21	9 мая	38.6°	35.6°	27.6°	35.05		2.4
		32.4	39.6	24.5			
		41.5	35.8	25.4			
	10h 28m	35.4	42.1	24.6			
		37.1	37.8	23.8			
		31.8	37.2	29.2			
		34.8	35.1	25.4			
		35.4	34.4	28.8	35.0		
	Mean Средн.	35.88	37.20	26.16			
	Сред. мом. набл.	10h 28m	10h 28m	10h 27m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.068m	0.618m			
		37.3	36.8	21.0	35.0		
		36.8	36.0	27.0			
	10h 45m	31.8	36.2	27.5			
		35.6	31.2	29.5			
		34.9	34.8	24.8			
		33.3	34.6	22.5			
		39.3	37.2	27.6			
		30.6	39.2	27.2	35.0		
	Mean Средн.	34.95	35.75	25.89			
	Сред. мом. набл.	10h 46m	10h 47m	10h 44m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.043m	0.590m			
	GrMT. May **9.358**	—	**−0.055**	**0.604**			
22	25 Мая	41.0	32.1	32.8	34.4	8.6	1.2
		41.0	45.0	31.1		10.3	
		49.0	39.5	29.5		6.6	
	9h 3m	36.8	42.8	32.8		10.0	
		34.6	34.5	25.5		8.1	
		28.3	46.0	32.8		8.8	
		30.6	33.0	32.0		10.2	
		36.2	32.6	27.1	34.2	6.6	
	Mean Средн.	37.19	38.19	30.45		8.65	
	Сред. мом. набл.	9h 3m	9h 4m	9h 2m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.052m	0.414m			
		35.0	31.9	25.9	34.1	2.6	
		28.1	33.3	28.0		4.9	
	9h 26m	31.5	31.0	31.9		3.6	
		34.5	33.0	25.8		4.6	
		32.4	34.9	26.0		2.6	
		37.0	31.5	31.5		4.9	
		31.5	29.2	27.4		3.6	
		29.5	31.2	27.0	34.1	5.5	
	Mean Средн.	32.44	32.00	27.94		4.04	
	Сред. мом. набл.	9h 26m	9h 26m	9h 26m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	0.027m	0.299m			
		28.2	32.4	23.9	34.1	4.2	1.1
		30.8	26.6	28.2		3.5	
		35.8	31.4	22.0		1.6	
	9h 42m	33.6	32.5	29.2	34.1	4.6	
		33.7	34.4	21.0			
		34.5	27.8	27.4			
		29 2	31.6	23.2			
		31.6	32.5	29.2	34.0		
	Mean Средн.	32.18	31.15	25.51		3.48	
	Сред. мом. набл.	—	—	9h 42m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	--	0.064m	0.469m			
	GrMT. May **25.308**	—	**0.013**	**0.394**			

Венера.

Наблюденія №№ 1—13 сдѣланы въ Юрьевѣ на рефракторѣ Фраунгофера съ фокуснымъ разстояніемъ 4331 милл. и съ діафрагмой въ 100 милл. діаметромъ;

№№ 14—24 — на 15-тидюймовомъ рефракторѣ Пулковской Обсерваторіи съ фокусн. разстояніемъ въ 6874 милл. и съ діафрагмой въ 100 милл. діаметромъ.

Точки 1, 2, 3 брались на большомъ кругѣ, проходящемъ черезъ землю и солнце, въ серединѣ между краями (точка 1) и на 1/4 разстоянія отъ положительнаго (точка 2) и отрицательнаго края планеты (точка 3).

Въ наблюденіяхъ 22, 23, 24 точки I, II, III всѣ на положительномъ краю планеты, въ серединѣ серпа и на концахъ дугъ въ 45° (точки II) и въ 67°.5 (точки III) по направленію къ сѣверу и югу отъ точки I.

Относительныя яркости вычислены по отношенію къ точкамъ 1 и I.

Venus.

The observations №№ 1—13 incl. are made with the Frauenhofer refractor (foc. dist. 4331 mm.) using a diaphragm of 100 mm. in diameter;

№№ 14—24 — with the 15 inch refractor of Poulkovo (foc. dist. 6874 mm.) and a diaphragm of 100 mm. in diameter.

The points 1, 2, 3 have been taken on the great circle passing through Earth and Sun in the middle between the edges (point 1) and on 1/4 of their distance from the positive edge (point 2) and the negative edge (point 3).

In the observations 22, 23, 24 all points I, II, III are on the positive edge of the planet, in the middle of the scythe and at the ends of the arcs of 45° (points II) and of 67°.5 (points III) towards the north and south from the point I.

The relative intensities are computed with regard to the points 1 and I.

Venus.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916	°	°	°			
1	23 марта	28.5	46.0	10.8	20.9		2.4
		48.8	31.2	37.6			
		28.0	45.0	19.8			
	$7^h\ 32^m$	44.2	28.4	37.8			
		26.3	42.8	12.5			
		42.5	34.5	35.8			
		27.3	51.5	21.5			
		51.5	35.4	34.5	20.9		
	Mean Средн.	37.14	39.35	26.29			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	7 31	7 33	7 34			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.126	0.673			
		48.0	27.5	33.0	20.9		
		25.0	45.5	20.5			
		40.0	29.2	37.4			
	$7^h\ 52^m$	27.0	51.5	20.8			
		29.5	43.5	15.8			
		43.8	32.8	37.8			
		29.8	51.5	17.8			
		45.0	32.0	37.6	20.9		
	Mean Средн.	36.01	39.19	27.59			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	7 52	7 52	7 52			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.157	0.517			
	GrMT. March **23.248**	—	**−0.142**	**0.595**			
2	26 марта	46.8	32.5	33.8	22.85		2.3
		32 5	49.8	21.3			
		43.0	36.3	39.8			
	$8^h\ 10^m$	31.6	49.3	18.6			
		34.0	56.0	15.6			
		51.5	39.8	36.5			
		30.2	46.0	25.4			
		41.5	36.0	44.6	22.4		
	Mean Средн.	38.88	43.21	29.45			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	8 10	8 10	8 10			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.188	0.531			
	GrMT. March **26.267**	—	**−0.188**	**0.531**			
3	28 марта	37.6	65.5	24.3	22.25		2.3
		53.6	42.5	46.0			
		43.0	53.0	22.5			
	$7^h\ 7^m$	56.0	44.5	42.5			
		52.5	45.5	43.1			
		40.8	59.6	27.5			
		53.0	48.5	50.3			
		38.0	65.0	32.0	22.2		
	Mean Средн.	46.81	53.01	36.03			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	7 7	7 6	7 7			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.198	0.466			
		35.3	49.7	26.6	21.4		
		56.3	36.3	44.5			
	$7^h\ 43^m$	36.4	59.4	26.4			
		53.0	40.5	45.8			
		64.5	41.1	43.0			
		46.5	65.6	26.4			
		62.4	40.3	42.6			
		40.5	57.6	27.3	20.9		
	Mean Средн.	49.36	48.81	35.33			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	7 43	7 43	7 43			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	+0.019	0.591			
	GrMT. March **28.228**	—	**−0.090**	**+0.529**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916	°	°	°			
4	30 марта	33.4	43.6	25.5	24.1		1.2
		51.5	56.8	48.4			
		41.5	41.8	35.0			
	$7^h\ 32^m$	62.0	65.4	48.6			
			38.6	43.7			
			53.6	36.0			
			46.5	42.0			
			57.0	29.6	24.0		
	Mean Средн.	47.10	50.41	38.60			
			h m	h m			
	Сред. мом. набл.	—	7 32	7 32			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.111	0.349			1/2 weight
		44.6	31.8	29.8	24.0		
		41.8	44.5	15.0			
		53.1	33.0	35.0			
	$8^h\ 0^m$	34.5	44.1	19.0			
		31.0	47.5	22.5			
		39.5	29.0	44.0			
		26.0	53.5	26.0			
		40.0	36.0	43.0	24.0		
	Mean Средн.	38.81	39.93	29.29			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	8 0	8 0	8 2			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.052	0.538			
	GrMT. March **30.250**	—	**−0.072**	**0.475**			
5	1 апрѣля	52.3	31.6	36.7	26.05		3.4
		33.8	54.5	18.3			
		51.5	41.0	39.5			
	$7^h\ 4^m$	31.1	51.2	19.2			
		42.6	36.0	41.1	25.95		
		28.3	54.1	21.6			
		49.8	39.5	35.0			
		36.6	48.5	19.1	25.7		
	Mean Средн.	40.75	44.55	28.81			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	7 3	7 4	7 5			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.156	0.659			
		32.8	46.8	17.2	25.4		
		41.1	31.8	37.6			
	$7^h\ 23^m$	27.0	44.8	22.7			
		49.2	25.0	34.5			
		46.5	30.0	37.2	25.35		
		33.0	42.4	15.5			
		42.3	24.6	38.3			
		24.6	51.4	19.5	25.25		
	Mean Средн.	37.06	37.10	27.81			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	7 23	7 23	7 23			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.025	0.556			
		23.4	41.2	20.3	25.15		
		45.5	23.0	35.6			
		28.7	48.5	16.3			
	$7^h\ 41^m$	40.7	27.4	34.5			
		40.6	24.8	36.7	25.05		
		26.5	47.8	17.8			
		44.5	25.8	35.1			
		26.8	43.8	13.6	25.0		
	Mean Средн.	34.59	35.29	26.24			
		h m	h m	h m			
	Сред. мом. набл.	7 42	7 41	7 40			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.038	0.542			
	GrMT. April **1.236**	—	**−0.073**	**0.586**			

Venus.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
6	4 апрѣля	33°.0	52°.5	27°.0	24.35		4
		56.0	28.5	40.8			
		38.6	58.6	25.9			
	7h 38m	48.4	40.9	44.0			
		33.0	34.0	36.5			
		55.1	60.0	24.9			
		40.5	40.5	40.2			
		50.9	51.2	21.4	24.2		
	Mean Средн.	44.44	45.78	32.59			
	Сред. мом. набл.	—	—	—			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.050	0.569			
	7h 45m	47.6	48.5	21.5	24.15		
		30.0	28.6	36.5			
		49.4	46.0	20.5			
		33.8	32.5	35.0			
		26.3	28.5	48.0	24.05		
	7h 50m	48.1	57.7	29.0			
		28.0	38.0	38.2			
		45.5	50.3	22.3	23.95		
	Mean Средн.	38.59	41.24	31.38			
	Сред. мом. набл.	—	—	—			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.120	0.392			
	GrMT. April **4.253**	—	**−0.085**	**0.481**			
7	6 апрѣля	32.8	43.6	20.5	37.1		3.4
		52.4	36.2	34.1			
		33.8	59.2	20.6			
	8h 28m	46.8	40.5	57.4			
		45.0	35.0	45.5	37.05		
		28.2	51.8	29.1			
		55.0	33.5	40.0			
		34.6	49.5	21.8	36.95		
	Mean Средн.	41.08	43.66	33.00			
	Сред. мом. набл.	8h 27m	8h 28m	8h 28m			nebu-lous
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.107	0.408			
		26.3	49.0	20.5	26.95		
		46.3	31.5	41.3			
		29.0	49.5	24.9			
	8h 46m	50.5	32.5	40.6			
		50.9	32.0	43.3	26.9		
		35.5	48.2	24.2			
		48.2	28.3	40.2			
		28.8	57.3	22.4	26.8		
	Mean Сред.	39.44	41.04	32.18			
	Сред. мом. набл.	8h 45m	8h 46m	8h 46m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.071	0.383			
	GrMT. April **6.285**	—	**−0.089**	**+0.395**			
8	16 апрѣля	43.8	44.5	30.5	24.05		1.3
		42.5	47.4	32.0			
		47.8	49.0	34.5			
	8h 17m	53.1	42.4	29.2			
		52.1	65.0	28.0			
		57.8	43.8	34.5			
		41.8	48.0	35.5			
		44.0	56.2	37.3	24.00		
	Mean Средн.	47.86	49.54	32.69			
	Сред. мом. набл.	8h 16m	8h 18m	8h 17m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.056	0.688			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
		40°.9	43°.4	31°.4	23.8		
		49.5	44.1	26.4			
		47.5	38.1	25.8			
	8h 45m	38.5	47.8	24.5			
		30.6	39.5	30.0			
		36.3	43.1	29.7			
		37.2	49.5	31.2			
		37.2	37.0	30.2	23.3		
	Mean Средн.	39.71	42.81	28.65			
	Сред. мом. набл.	8h 45m	8h 44m	8h 45m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.134	0.623			
	GrMT. April **16.281**	—	**−0.095**	**+0.656**			
9	16 апрѣля	47.8	45.5	30.5	23.1		1.3
		37.3	45.0	29.9			
		41.3	35.6	31.8			
	9h 2m	43.3	45.3	34.1			
		45.5	40.9	32.7			
		36.2	42.9	36.4			
		42.0	42.4	36.8			
		43.0	46.3	28.5	22.9		
	Mean Средн.	42.05	42.99	32.59			
	Сред. мом. набл.	9h 1m	9h 2m	9h 2m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.040	0.473			
		49.6	50.0	28.5	37.7		
		38.5	52.5	27.5			
		39.5	49.0	27.5			
	9h 23m	45.0	36.5	31.8			
		40.0	40.8	31.4			
		32.5	31.5	23.6			
		36.5	43.0	25.5			
		48.6	48.5	28.4	37.7		
	Mean Средн.	41.28	43.98	28.03			
	Сред. мом. набл.	9h 23m	9h 24m	9h 23m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.111	+0.737			
	GrMT. April **16.300**	—	**−0.075**	**0.605**			
10	17 апрѣля	48.2	58.0	38.0	37.7		3.3
		61.0	48.0	29.8			
		48.3	59.0	24.8			
	8h 3m	47.6	55.9	37.8			
		48.0	46.6	32.1			
		54.5	46.4	34.0			
		55.4	63.5	32.9			
		43.6	53.6	31.5	37.7		
	Mean Средн.	50.83	53.88	32.61			
	Сред. мом. набл.	8h 1m	8h 5m	8h 4m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.089	0.790			
		51.5	54.3	41.4	37.7		
		43.2	57.8	40.5			
		58.5	55.5	31.8			
	8h 30m	53.2	66.3	31.5			
		51.0	53.4	31.4			
		43.0	48.1	39.1			
			63.5	35.1			
			60.8	34.8	37.7		
	Mean Средн.	50.05	57.46	35.70			
	Сред. мом. набл.	8h 30m	8h 30m	8h 30m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.206	0.592			
	GrMT. April **17.271**	—	**−0.147**	**0.691**			

Venus.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
11	23 апрѣля	47°.3	61°.5	36°.5	37.4		2.3
		45.2	53.8	30.5			
		47.9	60.5	40.0			
	8h 15m	54.5	66.5	34.5			
		40.0	49.5	32.3			
		46.5	62.5	36.4			
		51.8	56.5	32.0			
		50.4	47.6	36.3	37.1		
	Mean Средн.	47.95	57.30	34.81			
	Сред. мом. набл.	8h 14m	8h 15m	8h 17m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.272	0.571			
		52.5	53.6	35.7	37.2		
		38.5	58.3	34.0			
	8h 32m	47.8	45.3	32.3			
		51.7	56.1	26.4			
		47.3	48.3	30.0			
		44.5	46.1	33.4			
		37.3	51.3	32.6			
		42.4	63.0	32.8	37.5		
	Mean Средн.	45.25	52.75	32.15			
	Сред. мом. набл.	8h 32m	8h 31m	8h 33m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.247	0.627			
	GrMT. April **23.276**	—	**−0.260**	**0.599**			
12	24 апрѣля	39.4	40.0	32.8	37.0		3.3
		39.6	53.1	26.8			
		39.4	44.8	31.1			
	8h 47m	36.6	41.7	30.4			
		45.0	37.9	30.8			
		39.1	42.1	28.6			
		38.3	41.9	31.1			
		35.6	45.6	27.7	37.0		
	Mean Средн.	39.13	43.39	29.91			
	Сред. мом. набл.	8h 48m	8h 46m	8h 47m			
	Относ. яркотсь / Relat. intens.	—	−0.185	0.512			
		38.5	45.7	24.0	37.0		
		38.6	38.6	25.0			
		33.1	51.2	28.8			
	9h 3m	36.8	43.6	30.8			
		37.0	43.3	30.4			
		34.4	47.6	29.0			
		43.4	39.2	31.4			
		44.2	57.0	25.4	37.0		
	Mean Средн.	38.25	45.78	28.10			
	Сред. мом. набл.	9h 2m	9h 3m	9h 4m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.310	0.602			
	GrMT. April **24.298**	—	**−0.248**	**0.557**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
13	25 апрѣля	43°.5	59°.8	36°.5	36.95		1.2
		42.4	55.8	40.0			
		48.6	46.5	30.0			
	8h 56m	49.4	53.1	29.0			
		51.8	52.8	27.8			
		49.5	51.1	39.5			
		40.5	55.8	37.8			
		49.8	61.8	34.5	36.65		
	Mean Средн.	46.94	54.59	34.39			
	Сред. мом. набл.	8h 56m	8h 56m	8h 55m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.237	0.559			
		44.5	57.5	32.0	36.9		
		52.6	46.7	34.7			
		54.0	53.0	38.5			
	9h 18m	44.0	48.1	33.8			
		52.8	47.0	34.0			
		50.1	54.8	34.3			
		48.1	54.0	44.3			
		46.8	51.5	29.5	36.9		
	Mean Средн.	49.11	51.58	35.14			
	Сред. мом. набл.	9h 12m	9h 24m	9h 22m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.078	0.592			
	GrMT. April **25.306**	—	**−0.158**	**0.575**			
	Poulkovo.						
14	30 апрѣля	36.3	35.0	20.2	38.25		3.3
		37.0	40.3	24.0			
		33.1	43.0	25.0			
	9h 13m	31.4	37.2	25.8			
		34.5	39.5	19.5			
		37.0	36 5	22.8			
		34.2	40.5	26.0			
		32.5	42.7	26.5	38.2		
	Mean Средн.	34.50	39.34	23.73			
	Сред. мом. набл.	9h 12m	9h 13m	9h 15m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.245	0.742			
	GrMT. April **30.310**	—	**−0.245**	**0.742**			
15	1 мая	47.0	61.3	35.0	38.4	5.5	3.3
		46.4	57.4	34.3		3.2	
		44.3	57.3	28.0		4.8	
	8h 28m	47.8	55.8	29.3		3.5	
		42.8	47.6	25.5			
		42.3	60.0	30.5			
		42.8	54.3	29.5			
		42.8	50.0	29.1	38.5		
	Mean Средн.	44.51	55.46	30.15		4.25	
	Сред. мом. набл.	8h 28m	8h 28m	8h 28m			
	Относ. яркость / Relat. intens.	—	−0.352	0.736			

Venus.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
		51°.2	56°.4	31°.1	38.4	3.0	
		51.5	63.5	31.5		4.5	
		46.8	60.5	29.5		3.2	
	$8^h\ 49^m$	43.2	47.5	33.5		3.3	
		43.5	50.3	31.8			
		40.5	58.0	29.4			
		46.5	43.5	29.0			
		35.4	53.5	28.0	38.2		
	Mean Средн.	44.83	54.15	30.48		3.50	
	Сред. мом. набл.	h m 8 50	h m 8 50	h m 8 48			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.305	0.722			
	GrMT. May **1.285**	—	**−0.329**	**0.729**			
16	3 мая	43.3	48.6	25.8	38.95	1.5	3.4
		40.3	51.5	32.5		2.9	
		38.0	42.6	28.5		1.1	
	$8^h\ 26^m$	42.3	45.5	28.5		3.8	
		38.6	50.8	27.2		3.5	
		41.2	53.6	28.6		3.6	
		40.6	52.1	29.6		1.1	
		42.8	45.5	29.2	39.0	2.0	
	Mean Средн.	40.89	48.78	28.74		2.44	
	Сред. мом. набл.	h m 8 26	h m 8 25	h m 8 27			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.303	0.679			
	GrMT. May **3.278**	—	**−0.303**	**0.679**			
17	8 мая	37.5	42.9	30.0	25.0	10.1	5.3
		39.7	45.0	30.5		14.4	
		35.3	52.1	30.4		13.4	
	$6^h\ 26^m$	35.5	44.4	25.8		14.6	
		40.0	47.5	35.5		13.9	
		41.0	51.0	30.4		15.1	
		37.0	45.3	28.5		12.3	
		35.6	44.5	31.3	24.95	13.2	
	Mean Средн.	37.59	46.59	30.30		13.38	
	Сред. мом. набл.	h m 6 25	h m 6 26	h m 6 27			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.432	0.500			
		32.5	37.6	26.5	26.05	9.9	
		35.2	39.5	21.2		12.8	
		38.0	47.0	22.5		9.4	
	$6^h\ 52^m$	31.6	47.6	27.5		12.0	
		30.0	36.4	22.1		9.5	
		31.5	37.3	24.2		10.2	
		32.5	48.4	20.0		10.6	
		41.5	41.6	24.6	25.9	11.8	
	Mean Средн.	34.10	41.93	23.58		10.78	
	Сред. мом. набл.	h m 6 52	h m 6 51	h m 6 53			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.420	0.873			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
		37°.8	38°.0	22°.1	25.8	8.0	
		32.0	38.5	24.5		9.5	
		41.0	42.5	25.0		10.0	
	$7^h\ 13^m$	31.8	44.5	25.6		10.0	
		31.5	35.6	23.4		7.4	
		31.2	42.0	21.1		9.8	
		33.5	35.0	23.0		10.0	
		28.0	39.1	22.7	25.6	10.0	
	Mean Средн.	33.35	39.40	23.42		9.34	
	Сред. мом. набл.	h m 7 13	h m 7 13	h m 7 13			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.338	0.804			
	GrMT. May **8.203**	—	**−0.397**	**0.726**			
18	9 мая	48.6	56.0	31.2	24.1	16.3	4.4
		52.4	57.9	36.2		12.8	
		44.2	61.2	33.6		12.0	
	$6^h\ 42^m$	43.4	56.8	36.8		12.1	
		45.3	57.8	34.0		10.1	
		46.1	58.5	36.5		13.2	
		53.3	52.2	41.0		11.8	
		42.7	54.1	32.5	23.8	13.6	
	Mean Средн.	47.00	56.81	35.23		12.74	
	Сред. мом. набл.	h m 6 40	h m 6 43	h m 6 42			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.318	0.583			
		43.4	62.4	34.1	23.8	13.1	
		44.0	58.1	33.2		12.0	
		50.4	52.4	32.0		13.2	
	$7^h\ 2^m$	48.6	58.0	37.6		10.8	
		47.8	58.3	31.7		11.4	
		47.4	53.6	28.3		14.0	
		50.5	51.3	37.3		11.0	
		39.5	56.4	35.4	23.8	13.5	
	Mean Средн.	46.45	56.31	33.70		12.38	
	Сред. мом. набл.	h m 7 2	h m 7 1	h m 7 2			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.324	0.658			
	GrMT. May **9.212**	—	**−0.321**	**0.620**			
19	13 мая	34.9	44.5	22.8	24.05		2.3
		34.7	44.3	22.1			
		34.6	38.5	22.5			
	$9^h\ 51^m$	40.9	37.5	20.8			
		37.0	45.3	20.8			
		44.2	36.3	21.5			
		32.3	38.0	21.8			
		34.3	45.3	23.8	24.05		
	Mean Средн.	36.61	41.21	22.01			
	Сред. мом. набл.	h m 9 51	h m 9 51	h m 9 51			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.216	1.009			

Venus.

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
		31°.4	34°.7	20°.8	24.0		
	$10^h\ 5^m$	38.8	45.2	21.8			
		34.4	34.2	25.8			
		32.5	33.3	19.1			
		29.0	38.8	22.4			
		35.5	33.5	23.2			
		31.1	37.8	25.0			
		29.4	36.5	26.3	24.0		
	Mean Средн.	32.76	36.75	23.05			
	Сред. мом. набл.	h m 10 5	h m 10 5	h m 10 6			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.219	0.703			
	GrMT. May **13.299**	—	**0.217**	**0.856**			
20	18 мая	27.5	36.3	19.6	37.95		2.3
		30.0	34.4	21.4			
	$7^h\ 55^m$	31.5	39.0	22.0			
		27.8	35.2	20.2			
		28.3	35.5	21.0		6.0	
		31.8	36.5	19.6		8.5	
		33.6	37.5	18.5		8.0	
		29.8	33.0	19.5	37.3	6.0	
	Mean Средн.	30.04	35.93	20.23		7.12	
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.364	0.884			
	$8^h\ 3^m$	46.3	46.6	26.2	36.9		
		37.7	50.2	29.0			
		36.8	42.1	29.0			
		40.2	40.5	26.0	37.25		
	Mean Средн.	40.25	44.85	27.56			
	Сред. мом. набл.	h m 8 3	h m 8 3	h m 8 4			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.196	0.766			weight ½
	GrMT. May **18.261**	—	**−0.308**	**0.845**			
21	25 мая	40.3	48.6	27.1	37.7	11.5	2.3
		46.7	46.6	27.4		12.7	
		42.3	51.5	31.5		12.7	
	$5^h\ 40^m$	35.6	45.8	34.1		10.8	
		39.0	53.1	31.4		10.0	
		45.0	41.0	28.3		12.9	
		41.5	47.0	33.4		13.5	
		44.8	48.1	32.5	37.5	13.5	
	Mean Средн.	41.90	47.71	30.71		12.20	
	Сред. мом. набл.	h m 5 40	h m 5 40	h m 5 40			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	0.292	0.623			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: 1	2	3	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916						
		37°.5	44°.2	27°.6	38.15	10.2	
		33.2	40.9	31.0		8.8	
		39.8	36.0	28.0		11.2	
	$6^h\ 4^m$	44.2	39.0	23.7		13.6	
		36.5	36.5	27.7		10.2	
		28.5	49.5	27.8		10.3	
		39.5	50.0	29.4		10.2	
		43.8	44.5	24.5	38.0	9.5	
	Mean Средн.	37.88	42.58	27.46		10.50	
	Сред. мом. набл.	h m 6 4	h m 6 4	h m 6 4			
	Относ. яркость Relat. intens.	—	−0.229	0.707			
	GrMT. May **25.171**	—	**−0.260**	**0.665**			

№	Ср. мѣстн. вр. M. L. T.	Отсчеты круга въ точкахъ: The readings of the circle: I	II	III	II	III	Amperm. in 0.01 am.	Фонъ Backgr.	Замѣтки Remarks
	1916								
22	9 мая	62°.2	40°.3	33°.6	54°.6	37°.8	24.1	11°.7	4.4
		61.5	47.3	28.5	52.1	47.2		13.4	
		65.6	50.4	30.5	49.6	39.4		15.4	
	$6^h\ 14^m$	55.5	48.8	33.6	49.8	30.5		15.3	
		60.8	47.8	35.0	47.0	36.0		14.6	
	GrMT. May **9.176**	57.3	43.9	39.1	46.8	36.4		13.2	
		53.4	45.1	36.6	51.3	32.0		15.8	
		56.9	46.3	37.4	49.4	33.6	24.1	16.2	
	Mean Средн.	59.15	46.24	34.29	50.08	36.61		14.45	
	Сред. мом. набл.	h m 6 13	h m 6 14	h m 6 14	h m 6 15	h m 6 14		h m 6 14	
	Относ. яркость Relat. intensity	—	**0.418**	**1.056**	**0.271**	**0.904**			
23	18 мая	35.5	28.1	25.6	36.1	22.0	38.05	5.6	3.3
		38.0	27.3	21.0	39.5	25.8		8.2	
		38.3	29.2	20.6	31.2	24.5		9.6	
	$7^h\ 35^m$	35.0	35.8	22.2	29.5	23.1		9.2	
		32.5	27.4	25.8	28.4	22.1		8.5	
	GrMT. May **18.233**	33.3	34.5	22.5	32.2	19.2		6.8	
		37.8	31.5	21.2	35.0	27.3		8.7	
		37.2	30.8	23.8	35.8	26.0	37.95	6.0	
	Mean Средн.	35.95	30.58	22.84	33.46	23.75		7.83	
	Сред. мом. набл.	h m 7 34	h m 7 35	h m 7 36	h m 7 35	h m 7 35		h m 7 35	
	Относ. яркость Relat. intensity	—	**0.332**	**0.981**	**0.145**	**0.891**			
24	25 мая	40.7	32.1	27.8	36.5	31.6	37.6	11.8	2.3
		47.6	36.1	28.8	45.5	28.8		12.5	
		45.5	42.5	26.8	45.5	27.6		15.0	
	$5^h\ 14^m$	37.8	35.0	29.8	29.5	29.5		15.8	
		49.4	41.5	27.8	28.4	26.2		15.6	
	GrMT. May **25.134**	43.3	34.5	27.6	44.2	33.5		15.5	
		47.5	35.5	32.0	39.5	31.8		13.2	
		45.6	47.3	33.0	35.5	32.8	37.7	11.9	
	Mean Средн.	44.68	38.06	29.20	38.08	30.24		13.91	
	Сред. мом. набл.	h m 5 13	h m 5 14	h m 5 15	h m 5 14	h m 5 14			
	Относ. яркость Relat. intensity	—	**0.330**	**0.961**	**0.329**	**0.871**			

Les Publications

de l'Observatoire astronomique de l'Université de Juriev (Dorpat) sont la continuation des séries suivantes, publiées par l'Observatoire:

1) Observationes astronomicas etc. Vol. I—VIII (1817—1839).

2) Beobachtungen der Kais. Univ.-Sternwarte Dorpat. Band IX—XX (1839—1899).

Prof. K. Pokrowski
Directeur de l'Observatoire.