

CURSUS MATHEMATICI
PARS SECUNDA,

in quâ proponitur

ARITHMETICA

Generalis & Specialis, ex classicis

Authoribus methodicè collecta, usuiq; tam vul-
gari, quàm Philosophico accommo-

data,

operâ & studio

M. JOACHIMI SCHE-

LENII,

Mathematicum in Regiâ Academiâ

GUSTAVIANâ Professoris Ordij-

narij.

Accefferunt Eiusdem

duo Calculi compendia,

RHABDOLOGIA NEPERIANA,

&

Rudimenta

PRAXIS ITALICÆ

REVALIÆ,

Sumtibus Authoris.

Excusa per Adolphum Simonis.

Anno 1665.

BIBLIOTH.
ACADEM.
DORFAT.

S. REGIÆ MAJESTATIS
Regnorumq; Sveciæ ac Gothiæ Senatori-
bus Inclytis

**ILLUSTRISIMIS ET GENEROSIS-
SIMIS HEROIBUS AC DOMINIS,**

DN. PETRO BRASSE / Comiti
de Wisingsborgh / L. Baroni in Cajania, Do-
mino in Nydboholsm / Brabelinna & Boges-
fund / Regni Sveciæ Archidapifero, almæ Ju-
stitiæ per Sveciam, Finlandiam ilsq; adjun-
ctas provincias Directori Generali, & Judici
Provinciali Westmanniæ, Bergslagen &
Dahlern / etc.

**DN. CAROLO GUSTAVO
WRANGEL,** Comiti in Salmis,
L. Baroni in Lindenbergh & Ludenhoff / Do-
mino in Stoghtloster / Brehmer-Behrde / Bran-
gelsburg / Spyster / Etebyhoff & Kofstorp. Re-
gni Sveciæ Archimarschallo, per Pomeraniã
Gubernatori Generali, Judiciq; Provinciali
Uplandiæ, &c.

**DN. GUSTAVO OTTONI
STEENBOCK,** Comiti in Bogesfund /
L. Baroni in Kronebäck & Bresteen / Domino
in Torpa & Lehna. Regni Sveciæ Archithalaf-
siarchæ, nec non Judici Provinciali in We-
ster-Nordland / Lap-Mare / Herredahl &
Jempeland / etc.

**DN. MAGNO GABRIELI DE LA
GARDIE,** Comiti in Sectö / Arens-
burgi & Pernoviæ, L. Baroni in Eteholm /
Domino in Hapsal / Helmer / Magnushoff /
Wennegarten & Hohenberff / Regni Sveciæ
Cancellario, Judici Provinciali Westro-Go-
thiæ & Daliz nec nou Academiæ Upsalien-
sis Cancellario Magnificentissimo, &c.

DN. GUSTAVO BONDE,
L. Baroni in Lathata / Domino in Epetunda /
Häfleby / Foffraholt & Arnöberg. Regni
Sveciæ Archithesaurario, & Judici
Provinciali Ostro-Gothiæ
&c.

Ejusdem S. & R. iæ M. tis & Regni Do-
minis Tutoribus Inclytis ;

nec non

Per Illustri & Generosissimo

DN. GUSTAVO SOOP, L. Baroni
in Limmingo, Domino in Målsäck / Stoo-
re Biurum & Onstapel / Regni Sveciæ Sena-
tori & Camera Regiæ Consiliario.

DOMINIS SVIS GRATIOSISSIMIS.

631760521

5762

DEDICATIO.

Illustrissimi & Generosissimi Do-
mini, Domini Senatores, Regentes &
Dn. Consiliarie Domini Gratosissimi
Non leve est Arithmetices encomiū,
quo prima & dignissima in toto discipli-
narum Mathematicarum choro, jure
optimo, salutatur. Etenim Arithmetica
nullis adjuncta corporū imaginibus, mente
solā se colligente nititur; à reliquis di-
sciplinis nihil sumit mutuum, suisq; con-
tenta dotibus nihil alienū requirit. Con-
tra vero aliā disciplinā Mathematicā ab
Arithmetica præsidiā sæpe repetunt, ita
ut ad illarum cognitionem nunquam pe-
netrare liceat, nisi hæc, numerorum co-
gnitione, januam pandat. Usus pro-
inde habet Arithmetica amplissimum,
qui sese per totam Mathesin, imo per
omnes Facultates, omnesq; vitæ huma-
næ Status latissimè diffundit, tantā cer-
titudine & evidentiā, ut nullus refragari
possit. Atq; ideo, vel qualicunq; exercita-
tione, ingenia acuit, animosq; ad omniū
rerum, negotiorumq; ponderationem
& actionem perspicaciores, magisq; ido-

) (

neor

DEDICATIO.

neos reddit. Prima igitur, inter discipli-
nas Mathematicas particulares, cum sit
Arithmetica; patrociniū à Primatibus
Regni hujus Sveo-Gothici humillimā
subjectione merito petit. Nec instituti
ratione aliter facere possum. Cursum
enim Mathematicum dum bono publico
destinatum, proprys etiam sumptibus e-
dendū curo, Synopsin totius Matheseos
in Circino meo proportionali oculariter
monstratam, ad pedes S.æ Reg.æ Maj. tis
Deo volente, propediem & quamprimū
per proprios sumptus licuerit, submissè
sum depositurus. Ordo igitur ad Illustri-
ssimas Excellentias Vestras me jam ducit.
Objectum quidem Arithmetice si specto;
ab arduis consilijs Regni prorsus alienū;
tractatio verò ejusdem indigna videtur,
quæ in Augustissimum conspectum ve-
strum prodire præsumat. At Regiæ Aca-
demie GUSTAVIANÆ memoriā Illu-
striss. as Exc. as V. as nondum deposuisse
omnino confido. Muneris igitur Pro-
fessorij, tenuitati meæ in eā ante annos
viginti duos commissi, rationem red-
dendam

) (3

DEDICATIO.

dendam esse putavi, quo nomen illius, uti
hactenus, ita imposterum magis magisque tueri
possem. Curam quoque gerunt Illustriss.^{ae} Exc.^{ae}
V.^{ae} incolumitatis & augmenti quum ingenua-
rum artium, tum mercaturæ & utilitatis publi-
cæ; non dedignabuntur igitur gratiofo suo aspe-
ctu chartaceum hocce monumentum, quo bono
publico, officij ratione, pro modulo meo litare
volui. Atque hac confidentiâ Illustriss.^{ae} Exc.^{ae}
V.^{ae} hanc Arithmeticam, unâ cum studijs meis
Mathematicis subjectissimâ veneratione offero
dedico, consecro. Supplicibus precibus à DEO
T. O. M. contendens, ut Illustriss.^{ae} Exc.^{ae} V.^{ae}
diu superstites & incolumes præstet, Earum-
demque consilia & actiones felicissimè dirigat,
roboret, secundet in Nominis divini gloriam, in
Ecclesiæ & rei literariæ emolumentum, in felix
Regni Sveo-Gothici incrementum, & in semp-
piternum avitorum Stemmatum decus & hono-
rem. Dabam Revaliæ die 16 Februarij Anni 1665.

Illustriss.^{arum} Excellarum V.^{arum}

subjectissimus cliens

M. Joachimus Schelenius
Mathematicum in Regiâ Acad.
GUSTAVIANâ Prof. Ordin.

Benevole

PRÆFATIO.

Benevolo Lectori Salutem!

TAndem in lucem publicam pro-
dit Arithmetica hæcce, varijs for-
tunæ flatibus in decimum tertium
usque à primo impressionis initio
annum jactata, & fere submersa. Pars
enim ejusdem Dorpati vix typis excusa
incendio, quo vicinæ aliquot ædes con-
flagrarunt, meumque tum temporis do-
micilium ex parte correptum fuit, ægrè
subtracta est. Hoc statim excepit penu-
ria sumptuum ex oppignoratione bo-
norum Academicorum, in Ingridâ sito-
rum, oriunda, quæ typos ita sufflami-
navit, ut continuationis curam haud
rarè abjecerim. Obfirmavi tamen ani-
mum contra hæc impedimenta, & qua-
lievit commoditate, in instituto perrexi,
lento licet gradu. Et jam ultimus octer-
nio huius Arithmeticæ prelo subjaciebat,
restante solummodo titulo & dedicati-
one, ubi sæva barbarorum hostium ir-
ruptio Musas Dorpatenses sedibus suis
exturbabat, aliumque in locum, Dorpato

(iij)

tutio-

PRÆFATIO

tutiorem, migrare jubebat. Singula igitur Academiae membra salutis suae consulere, equos conducere, sua convasare, quantum liceret exportare, Revaliamque confugere. Ego ne mihi meisque deessem, jam Bibliothecam meam qualem qualem, jam supellectilem, jam labores meos Mathematicos, excusamque Arithmetica spectare. Omnia cum exportare non possem, quid eligerem deliberare coepi. Tandem Bibliothecam unam cum supellectile aere denuo comparabilem esse statui, si DEUS vitae, studiorumque usuram post hac concederet. At lucubrationes meae Mathematicae si perirent, frustra suscepti essent labores tot annorum, excolendae pro modulo Mathesi, juvandisque eius Cultoribus destinati; Frustra in aeneas laminas, sculpturam atque typos factae impensa; frustrata multorum spes, quam ex praelectionibus meis publicis & praeparationibus distractis conceperant. Solos igitur labores Mathematicos, & inter eos praesertim Arithmetica hancce

PRÆFATIO

exportavi, propria domo, una cum Bibliotheca, omniisque supellectile hostium arbitrio relicta. Exportata vero Arithmetica hic loci hospitio fruens, tot annos delituit, sive ut Academiae GUSTAVIANAE meliora fata exspectaret, sive ut alia quaedam pars Cursus mei Mathematici praecederet, aditumque faciliorem, usus ubertate, ipsi conciliaret. Annuit huic voto divina benignitas, ut Geodasia mea prodierit, in qua usus Arithmeticae decimalis & figuratae in vita communi spectandus exhibetur. Filia igitur hujus, haud degeneris, comitatu jam gaudet pudica haec mater Arithmetica, & in publicum prodire amplius non veretur.

At si vel maxime flammis vel hostium rapinis perisset haec Arithmetica, jactura ejus videtur levis, cum libri Arithmetici abunde suppetant, ita ut de conservatione hujus impraesentiarum verba facere non attineat.

Fateor equidem quamplurimos in hoc pulvere defudasse Auctores, ita ut Arithmetici

PRÆFATIO

metici libri in tantâ copia, idiomate Latino & vernaculo conscripti passim extent, quanta vix est scriptorum de reliquis omnibus disciplinis Mathematicis. At quantum inter illos instituti & tractationis occurrit discrimen, dum alij solam theoriam, alij solum usum quotidianum Arithmeticæ spectant; alij partem ejus vel generalem vel specialem hanc aut alteram tractant; alij præcepta exemplis illustrent, alij nuda exempla proponunt, præceptis privatæ institutioni, hoc est, utilitati suæ reservatis; alij nimio brevitatis studio multa utilia negligunt, alij prolaxis voluminibus fastidium discipulis pariunt. Fateor plurima inter illa inveniri scripta doctissima, quæ opusculum hocce multis parafangis antecellunt, & ex quorum fontibus hos rivulos derivavi. Paucissimi tamen sunt Authores, qui totam Arithmeticam, omnibus suis partibus absolutam tradunt, eamq; non tantum scientifico modo pertractant, verum etiam præcepta ad usum tam vulgarem quam

PRÆFATIO

quam Philosophicum accommodant. Sed hi intra limites Arithmeticæ ferè subsistunt, & siqui ulterius progrediuntur, vix unam, aut alteram disciplinam Mathematicam simul proponunt. Meum autem DEO volente, est institutum, totam Mathesin, quantâ fieri poterit brevitate & perspicuitate delineare.

Opus multorum votis diu expetitur; promissum à multis; à nonnullis quoque non semel inebotum; à nullo si Astedum & Herigonum, doctissimos Viros, excipias, absolutum: quorum uterq; ut multum in eâ re effecit, discipulorum ac scire cupientium desiderio non omnino satisfecit; brevitate quippe nimiam uterq; postremus etiam obscuritate affectatâ ac penè hieroglyphicâ, peccavit. Verba hæc sunt Dn. Gasparis Schotti, in Herbipolitano Franconia Gymnasio Matheseos Professoris, in Cursu ipsius Mathematico, quem anno 1661. uno volumine edidit sumptibus alienis, interea dum ego meum Cursum Mathematicum paro, proprijsq; sumptibus per partes edendum curo. Etsi vero ille

PRÆFATIO.

ille hac ratione palmam præripuerit, tamen huic vel illi disciplinæ & me, pro ratione mei instituti, aliquam lucem attulisse, ipsa collatio docebit.

Arithmetica igitur hanc instituto meo convenientem ex probatissimis Authoribus colligere volui ac debui. utrum illud ipsum improbo labore affectus sim, nec ne, penes Lectorem benevolum iudicium esto. Si verò inter illos locum mereri & Scopum illum attingere non videor, proposito tamen promovendi studia mathematica aliquibus me prodesse posse, non omnino diffido.

Et sanè hunc laborem colligendi Arithmetica necessariò mihi ante omnia suscipiendum putavi. Si enim in cursu meo Mathematico Arithmetica, tanquam reliquarum Scientiarum Mathematicarum matrem omitterem; unde magnitudinum rationes & proportionales cognoscerentur in Geometriâ? unde expectanda esset solutio Triangulorum scientifica? unde peterentur di-
men-

PRÆFATIO.

mentionem altitudinum, latitudinum, distantiarum, superficialium, corporumque materiatorum in Geodæsiâ? unde in Astronomiâ & Geographiâ resultaret altera ala Platonica, quibus mens humana in sublime vecta, siderum magnitudines, motus, ortus, occasus, itemque Solis ac Lunæ defectus; simul & quantitates dierum, distantias locorum, elevationem poli & id genus alia scrutatur, in tabulas refert atque demonstrat? unde Gnomonica horas numeraret, styloque distingveret? Unde Musica nancisceretur objectum? Unde in Staticâ proportionales ponderum explicarentur? Unde in computo Ecclesiastico distinctiones temporum, quantitates annorum & mensium, festaque tam mobilia quam immobilia innotescerent? Unde in Architectura militari partium Munitio- nis longitudo, latitudo & corpulentia definerentur? Verbo dicam; reliqua Mathesis nulli fundamento esset superstructa, imo frustra in subsequenti- bus omnia ad usum in vita communi ac-
com

PRÆFATIO.

commodarentur, si numerorum scientia, ejusq; vel sola Regula aurea (quæ ob eximium usum ita dicitur) ex cursu meo Mathematico exularet.

Hanc vero provinciam delineandi Mathesin mihi imposuit officij ratio, quâ per legitimam nominationem & vocationem ordinaria Professio publica Arithmetices & Geometriæ ante annos viginti duos & quod excurrit, ante duodecim vero annos Professio Mathematû Superiorum mihi commissâ fuit in Academia GUSTAVIANA. Spartam igitur istam quam nactus sum, tam prælectionibus publicis, quam scriptis pro virili ornare debeo, ne talentum divinitus mihi commissum humi recondere, sed bono publico rectè locare videar. Toto autem tempore, experientiâ edoctus, dolui maximè Studiosos plurimos in examinibus privatis atq; publicis sæpe adeo rudes & ignaros Arithmeticæ deprehensos fuisse, ut hic aut alter (quod tamen citra præjudicium dictum volo) vel numerum propositum convenientibus notis exprimere, vel

PRÆFATIO

re, vel ex ignotis notum elicere haud satis potuerit. Tales vero Studiosi Mathematicorum quid in reliquis Matheseos, partibus præstare poterunt? quove cum fructu audient Euclidem, Ptolemæum, Archimedem, aliosq; Authores probatos; Omnino igitur mihi enitendum fuit, ut studiosa juvenus in studijs Arithmetices excolendis juvaretur, idq; si fieri posset, commodissimè in trivialibus scholis & Gymnasijs quibusdam. Si enim alumni eorundem accuratiori cognitione Arithmetices imbuti ad stativa Academica accederent, longe citius & promptius in tota Mathesi proficerent, nec in imis subsistere, vel fundamenta, præpostero ordine, hic demum jactare cogentur, ubi ætatis sumtuumq; ratio aliud svadent. Tu benevole Lector his lucubrationibus meis utere fructu in Nominis divini gloriam, proximi emolumentum, propriumq; commodum.

Errata,

Pag. 4. lin. antepenult, insere duabus vel pluribus. pag. 30. lin. 23 insere post eandem & aliam. pag. 40. lin. 23. pro $\frac{15}{12}$ lege $\frac{15}{12}$ pag. 53. lin. 9. pro datis lege dati. pag. 64. lin. 17. pro 2. lege 4. pag. 79. lin. 10. leg. vel ejusdem rationis vel alterni diversarum. Ibid. lin. 14. 15. in exemplo 1. inversti sunt termini prioris rationis; hinc totus calculus est vitiosus, adeoq; sic corrigendus: Libra Burgundica 19. æquantur Coloniensibus 20. Colonienses autem libra 9. faciunt 10. monetarias nostrates. Queritur ratio librarum Burgundicarum ad nostrates monetarias?

Burg. 19. 9. Col. | 171. Burgund.

Col. 20. 10. Mon. | 200. Mon. nostr.

Dico igitur 171 libras Burgundicas æquari nostratisibus monetarijs 200. pag. 157. intitulo pro XV. lege XIV. pag. 160. in med. pro XVI. lege XV. similiter in titulo pag. 161. 163. 165. 167. pag. 176. lin. antep. lege problema 5. ibid in fine custos pro divi. sit collo. pag. 180. in med. problema 6. pag. 181. lin. 2. problema 7. pag. 184. lin. 2. problema 8. pag. 190. l. 5. problema 9. pag. 192. circa finem leg. problema 10. pag. 193. lin. 1. lege problema 11. pag. 194. lin. antep. problema 12. pag. 195. lin. 18. ubi extat 100. 20. 4. dele 4. Ibid. lin. 25. leg. problema 13. pag. 202. lin. 9. problema 14. pag. 203. in med. leg. problema 15.

Tab. I.
Arith-
meti-
ca

genera-
lis con-
siderat

1. Objectum Arithmeticae, quod est numerus numerans, isq; integer, fractus, & mistus.
2. Numeri principia tum constitutionis, tum cognitionis. cap. 1.
3. Affectiones Numeri, quae sunt
 - 1. Notatio (in-
tegrorum primò) ex-
pressa { descriptione per notas ma-
juscultas 7. & minuscu-
las 10.
pronunciatione juxta gra-
dus & periodos cap. 2.
 - 2. Computatio Vid. Tab. II.

mensuras Geodaticas in Arithm. decimalium

Notatio.

- { simplex in Algorithmo.
- { computatio { quarto propor-
tionali
- { comparata in { partium redu-
ctione cap. 1.

specialis applicat-
numeros ad

figuras Geometricas in Arithmetica figurata, ubi

{ Quadratorum & Cuborum } genesis
analysis, ex qua me-
dij proportionales
vel unus vel duo
cap. 2.

Res Astronomicas in Logistica Sexagenaria, ubi Numerorum Logisticorum

{ Notatio, reductio,
Algorithmus
pars proportionalis.
Radix quadrata cap. 3.

Tab. II.
Compu-
tatio

Simplex

- { integrorum, Algorithmus cap. 3.
- { fractionum { accidentalis { reductio ad aliam & ad eandem de-
nominationem.
abbreviatio, aestimatio & resolutio.
- { essentialis, Algorithmus cap. 4.
- { mistorum { reductio ad fractiones.
Algorithmus, cap. 5.

relatio ad

- { partes, unde Numeri { 1. pares, impares.
2. perfecti, abundantes &
diminuti.
- { mensuram, { primi.
unde numeri { compositi { per se
inter se cap. 6.

compara-
rata, ut

ratio

- { aequalitatis
- { inaequalitatis { majoris } quarum investigatio, pro-
{ minoris } nunciatio, reductio, aesti-
matio, continuatio & Al-
gorithmus cap. 7.

propor-
tio

- { Arithmetica, cujus species, proprietates, termi-
ni, differentia, summa cap. 8.
- { continua, cujus proprietates, termini,
summa cap. 9.
- { Geometrica { directa, unde Regula
trium directa cap. 10.
reciproca, unde Re-
gula trium inversa
cap. 11.
- { duplex { Dupli cap. 12.
unde Re- { Societatis cap. 13.
gula { Alligationis cap. 14.
Falsi cap. 15.

(1)

ARITHMETICÆ

Partis generalis

CAPUT I.

DE OBJECTO ET PRINCIPIIS EJUS.



Arithmetica est scientia Numeri quatenus est talis, id est, quatenus numerat.

Dividitur in partem generalem & specialem.

Generalis pars occupatur in ipso Objecto, ejusq; principiis & affectionibus.

Objectum Arithmetice est Numerus, qui definitur *Multitudo ex unitatibus collecta*. Def. 2. lib. 7. Euclid.

Numerus verò distinguitur in numerum numerantem & numerum numeratum.

Numerus numerans est secundum quem numeramus, ut, duo, tria &c.

Numerus numeratus est, qui rem numeratam significat, ut duo thaleri, tres equi &c.

Ex hisce numerus numerans est hujus loci; & dividitur in numerum integrum, fractum & mixtum.

Numerus integer est, qui saltem unitates numerat, & nullas alias partes connotat.

Numerus fractus est, qui significat unam vel

A

vel

vel plures partes alicujus integri divisi. Dicitur
tur aliàs fractio & minutia.

Numerus mixtus est integer adjunctam habens
bens fractionem.

Etsi verò numerus numerans sit Objectum
Arithmetica; tamen exemplis sæpius utitur
concretis, atq; ad usum accommodatis; quia haec
acutius movent animos discendum, tenacius haerent
rent & magis delectant juxta D. Laurenb. In
Arithm. lib. 1. cap. 1.

Principia constitutionis Numeri duo sunt
Materiale Unitas: formale, in multitudine consistens
re ordinata ad unum constituendum.

Principia cognitionis Numeri præter posita
lata & axiomata, quæ recenset D. Laurenbergus
us Institut. Arithm. lib. 1. cap. 4. sunt definitio
nes & propositiones per universam Arithmeti
cam dispersæ.

CAP. II.

De Notatione numerorum integrorum.

Affectiones Numeri duæ sunt: Notatio
Computatio.

Notatio est decens numeri expressio
scriptio vel scripti enunciatio.

Scriptio requirit & peculiare notas, & ex
tum eandem valorem.

Notæ vel figuræ, quibus numeri describun
tur, aliæ sunt majusculæ, aliæ minusculæ.

Notæ majusculæ, quæ unciales & Romanæ
etiam vocantur, depromptæ videntur ex Alpha
beto Latino, & sunt hæ septem: I. V. X. L. C. D.
(vel ID) M. (vel CID & ∞) quarum I. valet
unum, V quinq; X decem, L quinquaginta, C
centum, D quingenta, M mille. Quodsi verò
aliqua valore minor, alteri majori præponatur,
tantum ex illa aufert, quantum minor per se si
gnificat. E. g. IX sunt novem, XL quadragin
ta, XC nonaginta.

Atq; hæ Notæ majusculæ ultra notationem
in praxi non adhibentur, præter solam unitatem,
& quidem calculis deficientibus, ubi valor ejus
distinguitur lineis atq; spatiis, uti videre est in
sequenti abaco:

1000000	_____ X _____
500000	_____
100000	_____
50000	_____
10000	_____
5000	_____
1000	_____ X _____
500	_____
100	_____
50	_____
10	_____
5	_____
1	_____

Notæ minusculæ (aliàs Sarracenicæ) sunt decem i. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. quarum prior novem sunt significativæ, quia per se aliquid significant; ultima verò non significativa, & dicitur Cifra, itemq; Circulus *ratione figuræ* vel *Notæ ratione valoris*.

Valor harum notarum alius est solæ unitatis, alius conjunctarum.

Solæ & quidem significativæ denotant unitates, quorum ab eâ locum in ordine sortitur, sic 3, quia est in tertio loco, significat tres unitates.

Cifra autem per se nihil significat; aliis tamen juncta significacionem earum auget.

Conjunctæ distinguntur gradibus & periodis. Gradus secundum quos notæ valor æstimantur, sunt tres: Primus à dextris, notam suam significat semel, secundus decies, tertius centies.

Isti gradus simul sumpti absolvunt periodos quæ punctis, virgulis vel commatibus notantur, & prima periodus (iterum à dextris) est millenarium minorum, secunda millium, tertia millenarium millium, quarta millies millenorum millium &c.

Obiter hic etiam notandum quod numerus quando unicâ notâ exprimitur, vocetur *digitus* si fit Cifra; vocetur *decadicus*, & numerus rotundus, itemq; articulus.

Enunciatio numerum juxta notarum valorum exprimit, initio factò à sinistris.

Problema I.

Numerorum seriem notis majusculis representare.

Series numerorum usq; ad mille compendiosè deducitur & percipitur ex tribus hæc classibus.

I. II. III. IV. V. VI. VII. VIII. IX. X. XX. XXX. XL. L. LX. LXX. LXXX. XC. C. CC. CCC. CD. D. DC. DCC. DCCC. CM.

quarum prima continet unitates usq; ad decem; secunda denarios usq; ad centum; tertia centenarios usq; ad mille.

Etenim ad quaslibet notas secundæ classis juxta ordinem reassumuntur singulæ primæ classis, e. g. XI. XII. &c. XXI. XXII. &c. Sed inter notas singulas tertiæ classis dicto jam modo percurrendæ sunt duæ præcedentes classes; e. g. CI. CII. &c. CXI. CXII. &c. CCI. CCXI. &c.

Utera milite, superiores quidem notæ repetitæ, apponuntur ipsi M. supra ponuntur tamen alia notæ millia numerantes.

						X
II	III	X	L	D	M	
M	M	M	M	M	M	
			A 3			

&c. sunt duo millia,

millia, tria millia, decem millia, quinquaginta
millia, quingenta millia, decies millena millia
Conf. Neufville Arithm. lib. 1. cap. 3. pag. 41.

Problema 2.

**Numerum notis majusculis
designare.**

Partes numeri, eo ordine, quo efferuntur
depromantur è classibus numerorum, traditis
probl. 1. nempe millenarij seorsim, deinde cen-
tenarij, porro denarij, & tandem unitates, eritq;
numerus datus ex voto descriptus.

E. g. præsens annus supra millesimum sex-
centesimum quinquagesimum tertius his notis
describitur M. DC. LIII.

Problema 3.

**Numerum notis majusculis
scriptum enuntiare.**

Facto iterum à sinistris initio conjungan-
tur notæ ejusdem classis, & partes istæ juxta or-
dinem quærantur in serie numerorum probl. 1.
Sic totus numerus facile poterit enunciari. E. g.
hic numerus M. D. XL. IX. significat mille
quingenta, quadraginta novem.

Problema 4.

**Numerum integrum notis mi-
nusculis descriptum efferre.**

Numo

Numerus distribuatur primùm in certas pe-
riodos sive membra juxta leges scriptionis. Tum
singulæ periodi separatim enuncientur, adjicien-
do toties vocabulum (millies) quot puncta sub-
sequuntur, exceptis tamen duobus ultimis, quo-
rum priori debetur vox (millena) posteriori au-
tem (millia.) Sex enim notæ ultimæ efferuntur
nominaliter, reliquæ omnes adverbialiter, juxta
versiculum:

Millia post primam (a) dices, millena secundam;
Inde per ES (b) reliquas exprime ritè notas.
(a) post primam scilicet lineam. (b) per ES id est
adverbialiter.

E. g. G. Agricola thesaurum Sardanapali
Monarchæ Assyrij æstimat ducatis Hungaricis
573200275757. Quæritur quomodo hic nume-
rus sit enunciandus?

Igitur initium faciendo à dextris, respectu
ternorum graduum sive locorum distinguitur
in quatuor periodos sive membra dicendo *ad 7.*
hæc nota significat se simpliciter; *ad 5,* illa de-
cies; *ad 2,* ista centies: ergo periodus est absolu-
ta & sequitur punctum, quod etiam ascribitur.
Similiter iterantur hæc verba ad reliquas notas,
& inseruntur commata, eritq; datus numerus ita
distinctus 573, 200, 275, 757.

Hoc facto, numerus à sinistris efferitur mem-
bratim hoc modo: quingenties septuagies ter
millies millena millia; ducenties millena millia;

§ ARITHMETICÆ
ducenta septuaginta quinque millia, septingenta & quinquaginta septem.

Tyro tamen juxta monitum Metij Arithmetici lib. 1. cap. 1. in duobus aut tribus locis probè exercendus erit, priusquam ad numeros majores deducatur.

Problema 5.

Numerum integrum notis minusculis describere.

Notæ alicujus numeri, 20 excedentis, eodem ordine quo efferuntur, simpliciter scribantur, sub hac cautelâ, ut loca periodorum, notis significativis carentia, explerentur Cifris juxta ductum problematis 4. At in numeris conjunctis infra 20. ordo scriptionis notarum ordinis pronunciationis è diametro est contrarius.

Exempla.

1. Annus Ægyptiacus constat diebus trecentis sexaginta quinque, & scribitur ille numerus dieborum his notis 365.

2. Esa. 37. legitur Angelus Domini in Assyriorum castris una nocte stravisse centum octuaginta quinque millia virorum. Quæritur quomodo numerus iste notis minusculis sit exprimens? Resp. his: 185000. Cum enim 5. significet mille, nec aliæ notæ hic enuncientur; ex præcedenti tamen problemate constat, requiri adhuc unam periodum: igitur tres Cifre quinquario adjiciuntur.

3. Nu

PARS I. CAP. II.

9

3. Numerus filiorum Israel ad bellum ægyptiorum & 20. annos excedentium, exprimitur Num. 1. vers. 46. *sexcenta tria millia virorum, quingenti & quinquaginta*; qui sic scribendus 603,550. Hic in secundo gradu periodi primæ non enunciatum nota significativa, ergo substituitur Cifra, uti etiam in primo gradu periodi ultimæ.

Observationes.

1. Latini veteres per centena millia numerarunt, conjunctis in secundâ periodo saltem duabus notis. Ut quando Plinius lib. 2. cap. 108. totius terræ habitatæ longitudinem ab India ad Herculis columnas facit *octogies quinquies centena & septuaginta octo millia passuum*; Numerus ita scribitur: 85,78,000.

2. Græci per Myriades. (id est, decem millia) numerarunt, affumentes quatuor notas ad singulas periodos. Vocarunt enim notas secundi membri myriades simplices, tertij duplices, quarti triplices &c.

Sic Herodotus lib. 7 dicit Xerxen in Græciam adduxisse *quingentas viginti octo myriades, sex mille ducentos & viginti viros*; notis nostris 528,3220.

3. Itali & Galli conjungendo sex notas per Millions, (id est, millena millia) numerant, & habent in secundâ periodo millones, in tertîâ millones millionum, in quarta secundas milliones.

A 5

nes.

nes, in quinta secundarum millionum milliones; in sexta tertias milliones &c.

Juxta hos thesaurus Sardanapali est quingenties septuagies ter mille & ducenti milliones ducatorum; ducenties septuagies quingies mille, septingenti quinquaginta & septem ducati. Scribitur igitur hoc modo: 573200, 275757.

CAP. III.

De Algorithmo integrorum.

Fuit prior affectio numerorum integrorum videlicet notatio; sequitur posterior de computatione.

Computatio est ignoti numeri per notum investigatio.

Estq; vel simplex vel comparata.

Computatio simplex versatur circa numeros comparationis expertes, & dicitur Algorithmus, qui spectatur vel in genere, vel in specie.

In genere.

Quatuor semper attendenda sunt circa hanc computationem, quorum 1. est numerorum appellatio. 2. collocatio. 3. operatio. 4. probatio.

Quoad *appellationem* numeri alij sunt dati alij quaesiti; qui in singulis speciebus diversa sortiuntur nomina.

Quoad *collocationem*; numeri perpendiculariter

riter sibi subjiciantur, habitâ semper ratione valoris, præterquam in divisione.

Quoad *operationem* vero

Addas subducas à dextris, multiplicesq;

Dividit ac mediat deinde sinistra manus.

Tum singulæ notæ pro simplicibus acceptæ cum singulis computentur seorsim, & quaesitus distingvatur à numeris datis.

Tandem quoad *probationem*, species primæ se mutuo probant, itemq; conjunctæ.

In specie.

Computationis species sunt quatuor, nempe duæ primæ, ut Additio & Subtractio, & duæ conjunctæ ut Multiplicatio & Divisio.

ADDITIO.

Additio est species computationis, è numeris addendis eliciens summam.

Numeri enim dati vocantur *Addendi*, & quaesitus dicitur *summa*, totum, sive *aggregatum*.

Problema 6.

Numeros integros in unam summam colligere.

Numeris ritè dispositis subtrahatur linea recta, atq; sic notæ ejusdem gradus colligantur in unam summam, quæ suo gradui est subscribenda.

E. g. Sint 416. addenda ad 352. Igitur sic collocantur dati

416.
352.

& conflatur summa 768. hoc modo: 2. & 6. efficiunt 8. ergo sub 2. scribuntur 8. Deinde 5. & 1. sunt 6. hinc sub 5. collocantur 6. Tandem 3. & 4. constituunt 7. igitur sub 3. etiam scribuntur 7. Hæc absoluta est additio.

Observationes.

1. Numerus ex collectione ortus si scribendus sit duabus vel pluribus notis; dextera saltem nota subscribitur, reliquæ mente reservantur & sequentibus gradibus adduntur. In fine autem integer numerus scribitur.

E. g. In bello Trojano interiire Græci 880000.
Trojani 686000

Ergo summa occisorū in illo bello est 1566000

Hic ex binis Cifris trium priorum graduum colliguntur Cifra. Porro 6 & 0 sunt 6. sed 8. & 8. faciunt 16. hæc summa quia scribenda venit duabus notis, igitur sub 8. scribuntur 6. & 1. mente reservatur. Similiter 6. & 8. efficiunt 14. & cum unitate prius reservata 15. Hæc integre scribuntur, quia nihil amplius est addendum.

Item Gellius refert Poëtam Homerum vixisse ante Romam conditam annis 160. Condita autē fuit Roma ante natū Christū 752. & à nato Christo jam numerantur anni 1653. Queritur ante quot an. vixerit Homers? R. 2565. annos.

2. Si

2. Si multi sunt numeri addendi; distribuantur in plures classes, & ex singulis classibus singulæ summæ colligantur, tandem adhuc addendæ.

E. g. Queritur quoto anno mundi acciderit universale diluvium. Resp. ex Genealogia Patriarcharum Genes. cap. 5.

Adam	130.	} annos natus genuit	Sethum
Seth	105.		
Enos	90.	}	Kenan
Kenan	70.		Mahalaleel
Mahalaleel	65.	}	Jared
Jared	162.		Enochum
Enoch	65.	}	Mathusalah
Mathusalah	187.		Lamechum
Lamech	182.	}	Noachum
Noah	600.		annos natus vidit diluvium.

Summa 1656. exhibet annum diluvij quæsitum. Hoc loco si nimis prolixum videatur omnes decem notas ejusdem gradus simul colligere; sumantur quinque priores seorsim & efficiunt 460 similiter addatur & quinque posteriores, tūc 1196. Hi duo numeri cōponunt summā quæsitā 1656.

3. In numeris numerarū si diversæ species conjungantur; à minimā sit initium; & si collecta constituent integrum, id ipsum additur sequenti speciei majori. E. g. Fingamus nos accepisse ab

ab uno debitore	250.	Th.	3.	M.	6.	ob
altero	138		2		4	
tertio	46		2		5	

Quæritur summa accēptorum? quæ est 436. Th. 0 M. 7. ob.
 Cum enim summa orarum sit 15. & earum 3. constituant unam Marcam hinc pro 8. oris ponitur 1. Marca in sequenti specie & remanent oræ 7. Similiter Marcæ colliguntur 8. quæ cum efficiant duos thaleros, binarius proximè sequenti speciei, thaleris additur, & remanet 0 Marca.

Examen Additionis certissimum; instituitur vel per Additionem inversam, ut si prius ascendendo collectæ sint notæ ejusdem gradus, idem nunc fiat descendendo & summæ deprehendantur æquales. Vel per subtractionem, si additorum numerorum unus ab integra summa subtrahatur, & residuum istius subtractionis sit æquale reliquis numeris addendis.

E.g. Quæritur quot annos vixerit Mathusalem, cum Biblia testentur eum cum gignere Lamechum fuisse annorum -- 187. post genitum verò Lamechū vixisse annos 782. Responso patet è summa. Vixit igitur annos 969.

Si verò quis dubitet, utrum hæc sit vera datorum numerorum summa; ab ea hoc loco subtrahatur alteruter datorum, & remanebit altera
 969

969	969
<u>187</u>	<u>782</u>
782	187.

Dico igitur additionem hanc ritè esse institutam.

SUBTRACTIO.

Subtractio est simplex computatio prima, quæ ex dato toto & parte ejus aliquâ reliquam partem investigat.

Numerorum (qui hic dantur) alter dicitur *Major* à quo fieri debet subtractio; alter *Minor*, qui à majore est subducendus. Quæ situs vero seu reliquus dicitur *residuum, differentia, excessus & apotome.*

Problema 7.

Numerum integrum minorem à majori subtrahere.

Número majori (qui cognoscitur vel ex pluralitate notarum, vel ex ultimis versus sinistram notis majoribus) subternatur minor, ita ut prima notæ primæ, secunda secundæ, & sic consequenter respondeat, uti in additione. Tum subtus ducatur linea recta & cujusvis gradus nota inferior à sua superiore subtrahatur. Ex ista operatione quod remanet, suo semper gradui subscribatur.

E.g. Ex contractu aliquis debet 685. thaleros. Solvit autem 472. Thaleros. Quæritur quantum

quantum adhuc restet solvendum? Resp. 213 Thaler.

Hoc loco major est 685. propter ultimam notam nempe 6 majorem 4. ultimâ nota alterius datâ. Igitur sub eo collocatur minor; Jam sublatis à 5. quia remanent 3. igitur sub 2. bantur 3. Porro 7. demtis ex 8. relinquuntur ergo sub 7. scribitur etiam 1. Tandem 4. sublatis à 6. remanent 2. quæ similiter sub 4. sunt statuenda, eritq; totum residuum 213. uti ex hoc diagrammate plenius videre est

Debitum	685
Solutum	<u>472</u>
Resid.	213 Th.

Observationes.

1. Si nota inferior fuerit major superiore ejusdem gradus; subducatur illa à 10. & sequenti notæ inferiori apponatur punctum, eam augens unitate. Residuo autem addatur nota superior, à qua subtractio fieri non poterat; Istud aggregatum sub lineâ annotetur.

E. g. Sit aliquis natus Anno Christi 1584. Quæritur quotum agat annum hoc anno currente, 1653. Numerum majorem esse hunc 1653. constat ex 6. igitur ei substernitur minor 1584. vero 4. non possunt demi ex 3. ergo ex 10. (quod ipso punctum apponitur 8.) & remanent 6. quibus si addantur 3. faciunt 9. Hæc sub 4. scri-

bantur. Rursus novem (punctum enim appositum octonarij valorem auget unitate) non possunt subtrahi ex 5. ergo ex 10. punctoq; ad 5. adjecto, relinquuntur 1. Huic addantur 5. è gradu secundo & efficient 6. sub isto gradu scribenda. Sic inventus est numerus annorum quasi-Paradigma verò Subtractionis hoc est:

1653
<u>1584</u>
69

Conf. Clavius Arithm. pract. cap. 3.

2. Si Cifra occurrat in minore numero; ei immittens nota citra mutationem quandam subjiciatur.

E. g. Anno 1497. in lacu quodam Heilbrunnensi inventus est lucius, monili aureo circumdatus, cui inscripta fuerunt hæc verba: Primus ergo piscis, quem Fridericus II. suis manibus huic lacui imposuit anno 1230. die 8. Octob. Quæritur quot fuerit annorum hic lucius?

1497

1230

267 Ann.

Resp. Item. Carolus Magnus Imperator coronatus anno Christi 801. Nunc autem est annus 1653. Quærantur anni ab Imperio Caroli?

1653

801

Sunt anni

852

℞

3. Si à Cifrâ aliquid subducendum est; fiat Subductio à 10. juxta observ. 1.

E. g. Circumfertur vaticinium cujusdam Eliæ (non Thesbitis) mundum duraturum esse sex mille annos. Quæritur, quid jam adhuc restet, ubi numeramus secundum Calvisium 5600 à condito mundo.

Numeri sic collocentur 600

5.600

Residui anni 39

Nam 2. sublatis ex 10. (apponendo punctum proximæ notæ inferiori, nempe 0.) remanent 8. Et uno sublato ex 10. reliquuntur 9. similiter 9. ptem sublatis ex 10. remanent 3.

4. In numeris numeratis sortes à fortibus similiter subtrahantur. Quod si vero id ipsum fieri nequeat Unitas ex proximè præcedenti sorte mutuo accepta (iterum per appositionem puncti ad notam inferiorem) resolvatur in partes numeri subtrahendo cognomines. Sic poterit Subductio institui.

E. g. Quæstor accepit 7539. Thaleros Marcam 5. oras. Expendit 3865. thaleros Marcas 7. oras. Quæritur quantum restet accepti?

Accept.	7539.	Th.	..	I.	M.	..	5	or.
Expens.	3865.		2.				7	
Residuum	3673.		2				6	

Hoc loco 7. non possunt subtrahi à 5. igitur inferiori notæ sequentis sortis, nempe 2. apponitur punctum, & 1. illius sortis, videlicet Marca resolvitur in 8. oras. Jam 7. sublatis ex 8. remanet 1. & additis illis 5. oris (à quibus Subtractio fieri non poterat) fiunt 6. oræ, quæ etiam subscribuntur. Porro cum tres Marcæ (punctum enim auget notam unitate) iterum subtrahi nequeant ab 1; Igitur 1. Thalerus proximè præcedentis sortis resolvitur in 4. Marcas, in cuius rei testimonium præcedenti quinario adjicitur punctum, & factâ subtractione trium marcarum à 4. marcis relinquitur 1. Marca; huic addatur 1. Marca numeri superioris, & subscribendæ sunt 2. Marcæ. Tandem sex demptis à 9. remanent 3; & 6. sublatis à 13. remanent 7: similiter novem subtractis à 15. reliquuntur 6. tandemq; 4. sublatis à 7. remanent 3. Hinc in residuo sunt 3673. Th. 2. M. 6. or.

Examen Subtractionis instituitur etiam duobus modis: 1. per *Subtractionem* numeri residui à dato majore, ut relinquatur minor. 2. per *additionem* numeri minoris & residui. Summæ enim reddet datum numerum majorem, si operatio ritè est instituta.

Sic exemplum primū probatur hoc modo per Subtract.

1653
69
1584

Addit.

1584
69
1653.

ARITHMETICÆ
MULTIPLICATIO.

Multiplicatio est quæ investigat numerum factum, in quo unus multiplicantium toties continetur, quoties in altero unitas. Def. 1. lib. 7. Eucl.

Duo numeri dati hic vocantur *Factores*; maiorq; ex iis dicitur *Multiplicandus*; minor *Multiplicans* & nomen: Quæsitus verò dicitur *Factus* itemq; *productus*.

Problema 8.

Numeros integros multiplicare.

Número multiplicando postquam subiectus fuerit multiplicans; hic beneficio abaci Pythagorici in singulas illius notas ducendus est factusq; subscribendus, uti in Additione. Multiplicandus autem & productus efferuntur minimaliter; Multiplicans adverbialiter.

Abacus vero Pythagoricus hic est:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	18	27	36	45	54	63	72	81
8	16	24	32	40	48	56	64	
7	14	21	28	35	42	49		
6	12	18	24	30	36			
5	10	15	20	25				
4	8	12	16					
3	6	9						
2	4							

Cujus usus continetur hisce versiculis:
Larvâ majorem, supra sed quære minorem;

Cellula communis, quod petis, omne dabit.

E. g. Militibus 528. exolvendum sit stipendium menstruum, nempe 3. Thal. in singula capita. Quæritur quanta pecuniæ summa requiratur? Facit 1584. Thal.

Multiplicando enim 528
subjicitur multiplicans
arq; ut hic factus obtineatur 1584: ducitur ternarius in omnes notas multiplicandi hoc modo; Ter octo sunt 24. (cum enim ab 8, tanquam notâ majore, in columnâ sinistrâ abaci invento directè progredimur, donec occurrat è superiori parte 3. tum in areâ communi offenduntur 24.) igitur 4. sub 3. scribuntur, & 2. retinentur. Porro ter duo, sive bis tria sunt 6. sed cum antea servatis duobus fiunt 8. quæ etiam sub 2. collocantur. Tandem ter quinq; (quærendo 5. in columnâ sinistrâ, & 3. in fronte abaci, donec concurrant) sunt 15. quæ plene etiam subnotantur. Sic inventus est factus quæsitus.

Observationes.

I. Si *Multiplicans fuerit numerus compositus*; operatio instituitur per partes, ita ut expeditâ primâ notâ Multiplicantis fiat transitus ad secundam & deinde ad reliquas notas, unde tot ordinis numerorum particularium productorum
B 3
emer-

emergunt, quot sunt Multiplicantis notæ. At tamen cujusq; facti prima nota semper sub nota Multiplicantis collocetur, & reliquæ juxta ordinem subsequantur. Isti numeri producti tandem in unam summam colligantur, & constabit factus quæsitus.

E. g. Quæritur 1653. anni Ægyptiaci quot constituent dies, cum unus constet diebus 365. Inductio talis erit:

$$\begin{array}{r}
 1653 \\
 \times 365 \\
 \hline
 8265 \\
 9918 \\
 4959 \\
 \hline
 \end{array}$$

Facit 603345. Dies.

2. Cifra, quotquot inveniuntur in sine vel altero termino vel utriusq; numeri dati, Lineæ subjiciuntur extra multiplicationem.

E. g. Cum 15. milliaria Germanica communia respondeant uni gradui; quæritur quot milliaria ejusmodi contineat perimenter Terræ sive maximus Terræ circulus, 360. gradibus constans?

$$\begin{array}{r}
 \text{Numeri sic collocantur} \\
 360 \\
 15 \\
 \hline
 1800 \\
 36 \\
 \hline
 5400
 \end{array}$$

& est factus quæsitus

3. Si Cifra in medio Multiplicandi fuerit; Cifra etiam producti loco subscribitur, nisi ex antecedente numero aliquid fuerit reservatum, quod illic scribatur.

E. g. Tectum aliquod habet in longitudine regulas 207. in latitudine verò 46. Quæritur quot regulas in universum contineat?

$$\begin{array}{r}
 207 \\
 \times 46 \\
 \hline
 1242 \\
 828 \\
 \hline
 \end{array}$$

Facit 9522

4. Si in medio Multiplicanti fuerit Cifra; progressus fit ad sequentem notam, subscriptâ simpliciter Cifra.

E. g. Sint in aciei quadrangularis longitudine dispositi milites 357. in latitudine verò 109. Quæritur numerus integræ aciei?

$$\begin{array}{r}
 357 \\
 \times 109 \\
 \hline
 3213 \\
 3570 \\
 \hline
 \end{array}$$

Facit 38913

Examen Multiplicationis instituitur per Divisionem. Cum enim Factus dividitur per alterutrum factorum; tum in Quotiente prodibit alter numerus datus per axioma 7. lib. 7. Elem. Eucl.

Ut in exemplo primo hujus problematis
B 4. Factus

Factus 1584. si dividatur per multiplicandem
resultabit Multiplicandus 528. Vel si Factus
dividatur per Multiplicandum 528; emergit
Multiplicans 3. Calculus vero hic est

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1584 \\ 333 \end{array} \left(\begin{array}{l} 528. \\ 528 \end{array} \right. \quad \begin{array}{r} 1584 \\ 528 \end{array} \left(\begin{array}{l} 3. \\ 3. \end{array} \right.$$

DIVISIO.

Divisio est quæ numerum in quocunq; partibus,
ab altero numero dato denominatas, distribuitur.

Vel ex mente Clavij ad defn. 15. lib. 7. Eucl.

Divisio numeri per numerum est inventio numeri
qui ad unitatem habet eandem proportionem
quam numerus divisus ad dividendum.

Numeri dati sunt *Dividendus*, qui in quocunq;
partibus distribuitur, & *Divisor*, qui illam distribu-
it. Quæsitus verò numerus dicitur *Quotus*,
aliis *Quotiens*, quippe ostendit, quoties *Divisor*
in dividendo contineatur.

Problema 9.

Numeros integros dividere.

Numeri dividendi notæ primæ versus sinis-
tram subjiciatur prima nota divisoris, nisi hæc
illâ fuerit major. (Tunc enim sub secundâ locan-
da est) Cæteræ juxta ordinem sequantur
quibus versus dexteram adjicitur lunula.

Dein

Deinde inquiretur, beneficio Abaci Pytha-
gorici, quoties Divisor vel (si pluribus ille no-
tis constet) sinistra ejus nota in supra se scriptis
notis contineatur. Quotus inventus post Lunu-
lam scribatur, ducaturq; in totum Divisorem.
Istud productum si sit numero superiore Divi-
dendo vel æquale, vel proximè minus, ab eodem
cancellato subtrahatur, residuumq; superscri-
batur: Sin fuerit majus; Quotus unitate ad-
ducatur minor assumendus erit. Factâ tandem sub-
tractione, divisor (antea cancellatus) uno gra-
du promoveatur; sic recurrit prior operatio,
quæ breviter etiam hoc sequenti versiculo pro-
ponitur:

Dic quoties, multiplica & aufer, promove tandem.

Divisor autem & dividendus semper effe-
untur nominaliter; Quotus adverbialiter.

Exempla.

1. Cum quartus quivis annus à nativ. Christi
sit bissextilis; quæritur qualis fuerit præteritus
annus 1652. utrum nempe bissextilis, vel vulga-
ris? Hoc ipsum docet divisio, cujus Paradigma
sequitur.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1652 \\ 444 \end{array} \left(\begin{array}{l} 413. \\ 444 \end{array} \right.$$

Notæ enim secundæ dati numeri majoris,
tanquam dividendi, qui est 1652. à sinistris, sub-
sternitur divisor nempe 4. (cum major sit primâ
notâ

B s

notâ

notâ videlicet 1. adeoq; in eâ non continentur, & in abaci Pythagorici areis è regione quaternarij quæritur numerus dividendus ipsi divisore supra scriptus, hoc loco 16. Sic altera columnâ hujus arealis numeri ostendit 4. Dico igitur quatuor in 16. contineri quater, unde 4. post lunulam scribuntur. Deinde Quotus ille, 4. continetur in Divisorem, & emergunt 16. Igitur si 16. sublatis à 6. remanet nihil, & unum ab uno subtractum relinquit nihil.

Hoc facto promovetur Divisor 4. in sequentem locum, id est, collocatur sub 5. & rursus inquiritur, quoties 4. in 5. contineantur? in columnis quaternarij non inveniuntur. 5. igitur assumitur proximè minor 4. & quotus est 4. sublatisq; 4. à 5. remanet 1.

Tandem 4. in 12. continentur ter; Nam quatuor quatuor sunt 12. quibus sublatis à 12. remanet nihil.

Annus igitur 1652. fuit annus bissextilis.

2. Quæritur 17152. oræ quot efficiant Thaleros? Igitur datus numerus dividitur per 4. hoc modo:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 17152 \text{ (5)} \\ 32 \\ \hline 160 \end{array}$$

Tria in 17. continentur quinquies, hinc post lunulam scribuntur & ducuntur in totum divisorem, unde factus 160. directè sub 171. restat

atur, ab eoq; subtrahitur & relinquntur 11. Promoto jam Divisore in sequentem locum inquiritur, quoties 3. in 11. contineantur? Apacus suggerit contineri ter, igitur 3. scribuntur in Quoto & multiplicati in 2. producant 96. quæ si demantur ex 115. remanent 19.

Tandem promovetur Divisor in ultimum locum, ubi sexies continetur in 19.

notis supra se scriptis, factâq; multiplicatione ejusdem senarij in divisorem, producantur 192. His sublatis à 192. remanet nihil, & inventus est verus Quotus. Quare 17152. oræ efficiunt 536. Thaleros.

3. Ex militibus 39875. ordinanda est acies quadrangularis, ita quidem ut in fronte sint milites 275. Quæritur, quot milites occupaturi sint latera? Facit 145.

$$\begin{array}{r} 123 \\ 39875 \text{ (1)} \\ 279 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 123 \\ 39875 \text{ (14)} \\ 2755 \\ 27 \\ \hline 1100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 123 \\ 39875 \text{ (145)} \\ 27555 \\ 277 \\ 2 \\ \hline 1375 \end{array}$$

Obfer-

ARITHMETICÆ
Observationes.

1. Si ex operatione ultimâ numerus quidam veniat, post quorum scribitur & sub eo dividitur cum interjectâ lineâ, diciturq; fractio.

E.g. Militibus 8. distribuenda est præda 537 Imperialium; quæritur portio singulorum? Facit $67\frac{1}{8}$. Imp.

$$\begin{array}{r} 51 \\ 537 \overline{) 67\frac{1}{8}} \\ 88 \end{array}$$

2. Si ultima Divisoris nota sine Cifra; subjiciuntur ultimis notis Dividendi, & per reliquas notas significativas, tanquam solas sit divisio reliquarum notarum dividendi. Residuo tantum post operationem substernitur totus Divisor.

E.g. Maximus globi terreni circulus continet 5400. milliaria Germanica communia. Quæritur quot milliaria respondeant unius gradui, id est, parti trecentessimæ sexagesimæ? Facit 15. mill.

$$\begin{array}{r} 5400 \overline{) 15} \\ 360 \end{array}$$

3. Si Cifra sit in medio Divisoris; illa non attenditur, sed loca saltem distinguitur.

E.g. Agri quadrangularis rectanguli area continet 14210. (0) □ Est autem longitudo ejus 406. (0) Quæritur agri latitudo? Facit 35. (0)

$$\begin{array}{r} 14210 \overline{) 35} \\ 406 \end{array}$$

PARS I. CAP. III.

4. Si in operatione aliqua, primam à sinistris sequentem, numerus verticalis dividendus minor sit divisore, ad eum; in illo non contineatur: in Quoto scribitur Cifra, & divisor statim transfertur in locum proximum.

E.g. Ager 69. jugerum venditur 7176. florenis. Quæritur pretium unius jugeri? Facit 104. flor.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 7176 \overline{) 104} \\ 699 \\ 6 \end{array}$$

Hic in secundâ operatione 6. in duobus non continentur; ergo post lunulam scribitur Cifra, & divisor promovetur, ubi 6. in 27. continetur quater & factus dividendo æquatur.

Examen Divisionis instituitur tum per Divisionem dividendi in quorum; sic prodibit Divisor per axioma 8. lib. 7. Eucl. Tum per Multiplicationem Quoti & Divisoris, addendo etiam, si quod est, residuum; sic produceretur dividendus.

Ut in exemplo primo hujus problematis Quotus inveniebatur hic 413, per eum igitur probationis loco divisus alter numerus datus 1652. reddit in Quoto divisorem 4. Igitur divisio ritè est instituta.

$$\begin{array}{r} 1652 \overline{) 4} \\ 413 \end{array}$$

Vel multiplicatur Quotus
per divisorem
& redit datus dividendus

At in exemplo observationis primæ, quotus
multiplicatur per divisorem
& oritur factus
cui adhuc addendum est residuum
Sic demum redit datus dividendus

CAP. IV.

De Minutiis sive numeris
fractionis.

Minutiæ seu Fractiones plerunq; oriuntur
ex residuo divisionis, juxta observ. 1. probl. præcedentis, & sunt duorum generum: aliæ simpliciter
quæ absolute dicuntur fractiones vel minutiæ
aliæ compositæ, quæ vocantur fractiones fractionum
sive minutiæ minutarum & particulæ.

Fractionum considerata venit 1. notatio
2. computatio, quæ est vel accidentalis vel essentialis.

In computatione accidentali Fractionum
occurrit 1. reductio ad eandem denominationem,
2. abbreviatio seu reductio ad minimum terminos.
3. Valor seu æstimatio. 4. Reductio ad unum
luto.

Essentialis computatio docet earum additionem,
subtractionem, multiplicationem & divisionem.

Problema 10.

Fractiones simplices notare.

Fractiones simplices scribuntur duobus numeris lineâ interjectâ distinctis, quorum superior, dicitur Numerator & simpliciter Numerus, Germanicè der Zehler; Indicat enim quot partes ex integro sumantur, & effertur nomine cardinali. Inferior vocatur denominator seu Nomen, Germ. der Nenner / quia ostendit in quot partes integrum sit divisum, efferturq; nomine ordinali.

E.g. Duæ tertiæ partes hisce characteribus insignantur $\frac{2}{3}$. Estq; fractionis Numerator 2. sed Denominator 3; quippe hic arguit, in quot partes æquales, hoc loco tres, integrum sit divisum; ille vero numerat ejusmodi partes, quot earum adsint, hoc loco duæ.

Problema 11.

Fractiones compositas notare.

Quemadmodum fractiones compositæ non immediate oriuntur ex integro, sed ex fractione simplici, in alias iterum partes divisâ: Ita fractionis simplex data primo loco scribitur juxta problema præcedens, & commate prius interjecto eam sequuntur particulæ duobus similiter numeris constantes, sine tamen lineâ interjectâ.

In

In pronuntiatione fractio simplex effect
casu recto, at particulæ casu obliquo, nempe
nitivo vel ablativo adjectis præpositionum
ex vel a.

E. g. $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$. sunt tres quartæ partes d
rum tertiarum ex una secunda. Quantum
tem sint in integro, sic explicat Ramus Arith
lib 1. cap. 11. Si Pater filios duos reliquerit aqua
coheredes: tum filius alter filios tres aqua item parte
arimonij, sed primus coemerit etiam alterius fratris parte
decefferitq; quatuor filii superstitibus aqualiter item
ritis, eorumq; primus coemerit partes secundi & tert
Hic filius ex asse paterna hæreditatis possedit $\frac{1}{2}$: nepos
pronepos $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$.

Hic observandum, quod minutiaè minu
rum, quomodo libet locum inter se mutent
men sint æquales, uti ex probl. sequenti patet.

Problema 12.

Fractiones compositas in simp
plices reducere.

Numeratores inter se & Denominator
etiam inter se multiplicentur. Hoc modo pro
ducetur simplicis fractionis numerator & deno
minator. Uti demonstrat Clavius sub fin
lib. 9. Elem. Eucl. propos. 13.

Ut si dantur $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{6}$. æquivalens fractio
plex est $\frac{1}{3}$. Nam multiplicatis numeratoribus

ter quinq; sunt 15.) emergit novus numerator,
& ex ductu denominatorum in seipos (quater
sex sunt 24.) producitur novus denominator.

Eodem modo hæ fractiones compositæ
 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{6}$. reducuntur ad hanc simplicem $\frac{4}{15}$.
Nam bis 4. sunt 8. & sexies 8. sunt 48. Itemq;
ter 5. sunt 15. & septies 15. sunt 105.

Problema 13.

Datorum duorum numero-
rum communem mensuram maxi-
mam invenire.

Communis mensura maxima est talis numerus,
qui datos numeros proximè mensurat, id est,
exactè dividit. Dicitur aliàs communis divisor ma-
ximus & invenitur hoc modo:

Major numerus dividatur per minorem &
hic iterum per illius residuum, atq; ita porro re-
siduum unius per residuum alterius, donec nihil
remaneat. Ultimus enim divisor erit commu-
nis mensura maxima quæsitæ, vi prop. 2. lib. 7.
Euclid.

E. g. Duorum horum numerorum 27. &
63. communis mensura maxima est 9. Similiter
hosce duos 114. & 24. metitur senarius.

63	(2	27	(3		8	6
27	(2	9	(3		114	(4
					24	(1
					18	(1
					18	(3
					6	(3
						Pro-

Problema 14.

Fractionem ad minimos terminos reducere.

Fractiones sæpius pluribus notis numeris majoribus constant; tales igitur ut facilius accipi, atq; commodius tractari queant, præ omnium primo eas reducere ad minimos terminos, five abbreviare. Hoc ipsum fiet, si eam numerator quam denominator per communem eorum mensuram maximam ex probl. 13. assumptam dividatur. Quot enim exhibebuntur terminos sub minoribus terminis, data æquali per prop. 17. Clavij in appendice ad lib. 9. Euclid.

Ut $\frac{1}{27}$ per communem mensuram 8. reducuntur ad $\frac{1}{216}$. Namq; ex divisione numeratoris dati (dum 8. in 16. continentur bis) resultat numerator novus 2. similiter diviso denominatore 24. per 8. oritur novus denominator 3. tota fractio in minimis numeris hæc est $\frac{2}{3}$.

Observationes.

1. Si fractiones desinant in Cifris; æquæ abjiciantur ex numeratore & denominatore, remanebit fractio in minoribus terminis. pro $\frac{500}{700}$ abjectis utrinq; duabus cifris, $\frac{5}{7}$ assumi potest reducta $\frac{5}{7}$.

2. Si ultima nota eam numeratoris quam denomi-

numeratoris est par; fractio etiam continuâ dimidiatio- ne usq; ad numerum imparem reducit ad minores terminos, ut hæc

$$\frac{192}{256} | \frac{96}{128} | \frac{48}{64} | \frac{24}{32} | \frac{12}{16} | \frac{6}{8}$$

3. Si datus numerator & denominator fractionis non agnoscat mensuram communem; assumatur numeratoris loco quivis numerus, e. g. 10. & ducatur in datum denominatorem majorem; productum vero dividatur per numeratorem datum; sic resultabit denominator fractionis, datâ quidem minoris: at si duplicentur ambo numeri & denominatori adhuc addatur 1. productetur fractio in minoribus terminis, proposita in majoribus terminis ferè æqualis juxta Clavium Geom. pract. lib. 4. cap. 5. num. 4. & prop. 10. lib. 8.

Ut fractioni $\frac{41017}{2500000}$ ferè æquale hæc $\frac{41017}{2500000}$ si factus à 2500000. per 10. numeratorem assumptum, nempe 25000000. dividatur per 41017. numeratorem datum. Quotus enim 609. est denominator fractionis $\frac{10}{609}$ datâ minoris. At si Quotus unitate augeatur, fractio $\frac{10}{610}$ est major datâ. Ex utraq; igitur additâ componitur media & datâ fractioni proximè æqualis $\frac{10}{609.5}$.

Problema 15.
Fractionis valorem in integro scrutari.

Valor fractionis in integro desumitur ex
2 C
colla-

collatione Numeratoris & denominatoris. Si enim Numerator & Denominator sunt æquæ fractio æquipollet integro. Ut $\frac{3}{3}$ vel $\frac{4}{4}$ valeat

Si numerator est major denominatore; fractio se continet unum vel plura integra. Illa igitur per divisionem eruantur, & residuum constituat novam fractionem iis annectendam.

Ut $2\frac{2}{3}$ sunt $3\frac{2}{3}$.

Si vero Denominator sit major numeratore; ratio tot partibus minor est integro, quot unius in partibus numerator differt à denominatore. Quod si numerus minor est integro quippe deest $\frac{1}{4}$. Clavius Arithm. cap. 7.

Problema 16.

Valorem Fractionis in minima monetâ, pondere vel mensurâ cognoscere.

Numerator datus ducatur in partes numeratoris & factus dividatur per denominatorem. Quod si factus ostendet valorem fractionis in minima specie monetæ, ponderis vel mensuræ.

E. g. $\frac{3}{4}$ unius Thaleri quot efficiunt 32. Quoniam 32. oræ constituunt Thalerum, igitur numerator 3. ducatur in 32. & factus 96. dividatur per denominatorem 4. Sic Quotus ascendit $\frac{3}{4}$ Thaleri efficere 24. oras.

Sic $\frac{5}{8}$ unius Imperialis æquivalent 75. gros. Nam 90. multiplicatis per 5. producantur quibus divisus per 6. Quotus est 75.

Similiter $\frac{7}{8}$ unius Imperialis sunt 9. marcæ. Et $\frac{7}{8}$ unius libræ reducuntur in semuncias 12. Item si quærat $\frac{5}{8}$ unius gradus, quot contineant minuta? Resp. minuta 50.

Problema 17.

Integra resolvere in fractiones.

1. Integri numeri *abstracti* resolvuntur in fractiones subscribendo iis 1. cum interjectâ lineâ. Vel si certus quidam denominator datus sit; ducatur in integra factoque subiciatur.

E. g. Sint 7. integra reducenda in fractionem? Disponantur saltem hoc modo $\frac{7}{7}$ factaque est conversio.

At si 7. integra revocanda sint in quintas partes? Multiplicanda sunt 7 per 5 & productum 35. sit numerator, cui datus denominator 5. substernitur hoc modo $\frac{35}{5}$.

2. Integri numeri *concreti* resolvuntur in fractionem majoris speciei, si iis pro numeratore acceptis, loco denominatoris subscribatur numerus illarum partium, in uno integro majoris speciei contentarum, & uterque ad minimos terminos reducat juxta probl. 14.

E. g. Oræ 24. quot constituunt partes unius Thaleri? Recordor oras 32. contineri in uno Thaleri; igitur denominator fractionis est 32. numerator vero 24. attamen hi termini, qui sunt majores, porro reducuntur ad minimos per communem mensuram 8. in $\frac{3}{4}$ vel per dimidiationem

$$\begin{array}{r|l} 24 & 12 & 6 & 3 \\ \hline 32 & 16 & 8 & 4 \end{array}$$

Hinc dico 24. oras constituere $\frac{3}{4}$ unius Thaleri.

Ita etiam 75. grossi constituunt $\frac{5}{8}$ unius Imperialis. Nam $\frac{75}{80}$ per 5. revocantur in $\frac{15}{16}$.

Et 9. Marcæ sunt $\frac{3}{4}$ unius Imperialis, quippe $\frac{9}{12}$ per 3. contrahuntur in $\frac{3}{4}$.

Item 12. semuncia, sive $\frac{1}{2}$ sunt $\frac{3}{8}$ unius libræ.

Similiter 50. minuta efficiunt $\frac{5}{12}$ vel abjectis cifris $\frac{5}{12}$ unius gradus. Et gradus 120. sunt $\frac{1}{2}$ pars circuli, uti patet ex hoc paradigma

$$\begin{array}{r|l} 120 & 12 & 6 & 3 & 1 \\ \hline 360 & 36 & 18 & 9 & 3 \end{array}$$

Problema 18.

Unam fractionem in aliam cuiuscumq; denominationis reducere.

Fractionis reducendæ numerator ducatur in denominatorem quæsitæ. Sic factus divisus per denominatorem reducendæ fractionis, in quot

quoto dabit numeratorem reductæ fractionis quæsitæ. Conf. Met. Arithm. cap. 24. num. 4.

E. g. Sint $\frac{15}{64}$ reducendæ in $\frac{1}{1000}$, id est in millesimas? Igitur 15. multiplicatis per 1000. producentur 15000. quibus per 64. divisio oritur numerator novus 234. Hinc fractio reducta est $\frac{234}{1000}$ data $\frac{15}{64}$ æqualis.

Item, cum Ramus Geom. lib. 19. elem. 1. in Triangulo, cujus singula latera sunt 6. perpendiculararem ponat $5\frac{2}{3}$, quæritur, quot ita fractio $\frac{2}{3}$ efficiat partes millesimas, sive decimales? Resp. $\frac{182}{1000}$. hinc tota perpendicularis est 5. 182.

Problema 19.

Diversas fractiones ad eandem denominationem reducere.

Diversas res, utpote mensuras & pondera, neq; in unam summam colligi, neq; ab invicem subtrahi posse, vulgo notum est. Eodem modo fractiones diversarum denominationum, tanquam heterogenæ addi vel subtrahi nequeunt, priusquam ad alias cognomines, sive ad eandem vel communem denominationem reductæ fuerint.

Igitur in hac reductione numeratores fractionum ducantur decussatim, sive per crucem, in denominatores, & producentur novi numeratores

tores suis numeratoribus subscribendi. Hoc factò, dati denominatores etiam in se invicem ducantur, & oriatur novus sive communis denominator.

E. g. Sint $\frac{2}{7}$ & $\frac{5}{8}$ reducendæ ad eandem denominationem? Hic bis 7. sunt 14. & sub 2. scribuntur, itemq; ter 8. sunt 15. & sub 5. iterum notantur; Inveni igitur sunt novi numerator res; pro communi autem denominatore ter 7. efficiunt 21. Dispositio numerorum talis est:

$\frac{2}{7} \times \frac{3}{3}$	Inveni q; fractio prior $\frac{2}{7}$ æquatur $\frac{6}{21}$
$\frac{14}{21} \frac{15}{18}$	posterior vero $\frac{5}{8}$ æquatur $\frac{15}{24}$ juxta prop.
$\frac{21}{21} \frac{12}{12}$	10. Clavij in appendice ad lib. 9. Element. Euclid.

Observatio.

Modus hujus reductionis locum solummodo habet in duabus fractionibus. Quod si vero plures, quam duæ, dentur; Denominator primus ducatur in denominatorem secundum, productum verò in tertium, & sic consequenter, inde producat communis denominator. Hic porro multiplicetur per singulos numeratores, & factus dividatur per suum denominatorem. Quotus enim est numerator reductæ fractionis.

E. g. Dentur quatuor hæ fractiones $\frac{2}{7}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ & sint reducendæ ad eandem denominationem. Igitur ter 8. sunt 15, & octies 15. sunt 120. tantumq; septies 120. sunt 840. Hic factus est denominator

numerator communis, qui pro obtinendis numeratoribus multiplicetur

	840	840	840	840
per	$\frac{2}{2}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{5}$
	1680	3360	2520	4200

Factisq; divisis per numeratores hoc modo

1680	(560.	3360	(672.	2520	(315.	4200	(600.
3		5		8		7	

fractiones datæ ad has cognomines reductæ erunt $\frac{60}{240}$ $\frac{72}{240}$ $\frac{15}{840}$ $\frac{60}{240}$.

Problema 20.

Fractionem majorem à minori dignoscere.

Datæ fractiones reducantur ad eandem denominationem per probl. 19. Tum enim cuius numerator est major, illa fractio est major alterâ, vi prop. 10. lib. 5. Eucl.

E. g. Si quæretur, utra ex his duabus $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{8}$ sit major? Factâ reductione ad eandem denominationem, numerator posterioris nempe 15. major est numerator prioris 14. Quare $\frac{5}{8}$ sunt majores $\frac{2}{7}$ & quidem unâ parte vigesimâ primâ.

Problema 21.

Fractiones addere.

Fractiones si non sint cognomines, reducantur ad eandem denominationem juxta probl. 19. Hoc

19. Hoc factō, reducti numeratores vulgariter inter se addantur, summæq; eorum subscibatur communis denominator. Ea fractio exhibet summam fractionum datarum per prop. 20. Clavij in appendice ad lib. 9. Elem. Eucl.

E.g. Sint addendæ hæ fractiones cognomines $\frac{4}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{5}{9}$. Igitur 4. & 1. efficiunt 5. additis 5. sunt 10. additis 7. sunt 17. & summa datarum fractionum est $\frac{17}{9}$ sive $1\frac{8}{9}$ per probl. 15.

Item sint addendæ $\frac{2}{7}$ ad $\frac{5}{7}$. Quoniam hæ fractiones sunt heterogenæ, prius reducantur ad eandem denominationem per probl. 19. & 10. eo datarum addantur hæ cognomines $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{7}$ priori modo: 14. & 15. efficiunt 29. ergo summa datarum est $\frac{29}{7}$ sive $4\frac{1}{7}$.

Problema 22.

Fractionem minorem à majori subducere.

Datis fractionibus ad eodem denominatores iterum reductis per probl. 19. numerator minor vulgariter subtrahatur à majore, residuoq; subjiciatur communis denominator, sic facta est subtractio, per probl. 21. appendicis Clavij ad lib. 9. Eucl.

E.g. Sint $\frac{4}{9}$ subtrahendæ à $\frac{7}{9}$. Simpliciter hic subtrahuntur 4. à 7. & relinquuntur 3. Dico igitur residuum fractionem quæsitam esse $\frac{3}{9}$ sive $\frac{1}{3}$ per probl. 14.

Ita etiam si $\frac{7}{9}$ sint subtrahendæ à $\frac{27}{9}$? Præviâ reductione ad has cognomines $\frac{7}{9}$ $\frac{27}{9}$ subtrahuntur 27. à 56. & fractio residua est $\frac{29}{9}$.

Problema 23.

Fractiones multiplicare.

Numerator primus ducatur in numeratorem secundum; hinc resultat numerator fractionis quæsitæ. Similiter ex ductu unius denominatoris in denominatorem alterum produciatur denominator quæsitus, juxta prop. 22. appendicis Clavij ad lib. 9. Eucl.

Ut $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{7}$ multiplicatæ producant $\frac{15}{28}$. Nam ter 5. sunt 15. & quater 7. sunt 28. quippe ex numeratoribus in se ductis gignitur numerator; ex denominatoribus denominator fractionis quæsitæ.

Observationes.

1. Si alterni numeratores & denominatores agnoscant communem mensuram; per eam compendij gratiâ, ante multiplicationem revocentur ad minimos numeros per probl. 14.

E.g. Si $\frac{2}{4}$ sint multiplicandæ per $\frac{7}{9}$? Quoniam numerator prioris & denominator posterioris communem habent mensuram 2. Igitur datarum loco assumuntur contractæ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{9}$ sic facilius & statim obtinetur producta fractio $\frac{7}{18}$. Ita

Ita etiam pro $\frac{8}{7} \frac{15}{8}$ multiplicandis, assumuntur $\frac{1}{7} \frac{15}{8}$ & fractio producta est $\frac{15}{56}$.

Similiter si $\frac{25}{7}$ per $\frac{20}{8}$ sint multiplicanda contrahuntur bis, primo per 25. in $\frac{1}{7} \frac{20}{8}$ deinde per 9. in has $\frac{1}{4} \frac{4}{4}$ unde factus $\frac{1}{8}$.

2. Si alterni numeratores & denominatores sint quales; iis omissis, reliquus numerator reliquus denominatori supra scriptus producit fractionem quaesitam. Conf. Metij Arithm. cap. 27.

Ut $\frac{3}{2}$ per $\frac{4}{3}$ producant $\frac{2}{3}$ nam 4. & 4. se colunt.

Problema 24.

Fractionem majorem per minorem dividere.

Permutentur numeri divisoris, ita ut ex numeratore fiat denominator, & contra. Sic per probl. 23. multiplicando numeratores inter se itemque denominatores inter se, invenitur Quotus quaesitus, juxta Clavij prop. 23. in appendice lib. 9. Eucl.

Ut si $\frac{3}{4}$ sint dividenda per $\frac{2}{3}$. Quoniam Divisor est $\frac{2}{3}$ igitur termini ejus invertuntur hoc modo $\frac{3}{2}$ factaque multiplicatione $\frac{3}{2}$ in $\frac{3}{4}$ Quotus est $2\frac{1}{8}$ sive $2\frac{1}{8}$.

Observationes.

1. Si fractiones fuerint ejusdem denominationis numerator dividendi dividatur per numerato-

rem divisoris. Sic compendiosè obtinetur Quotiens quaesitus per elem. II. cap. 14. lib. I. Arithm. Rami.

Ut si $\frac{6}{7}$ sint dividenda per $\frac{2}{3}$ juxta praescriptum problematis ita instituenda esset divisio $\frac{6}{7}$ per $\frac{2}{3}$ ($\frac{4}{7}$ sive 3. nam 42. per 14. divisio juxta probl. 15. emergunt 3. At brevius sic fiet $\frac{6}{2}$ (3:

2. Si vel numeratores inter se, vel denominatores inter se communem agnoscant mensuram; ante divisionem redigantur ad terminos minimos.

E. g. Si dividenda sint $\frac{4}{7}$ per $\frac{5}{7}$. loco denominatorum datorum assumuntur *contra* per 7. quales sunt $\frac{4}{7}$ per $\frac{5}{7}$ & inversis terminis divisoris multiplicatur $\frac{4}{7}$ per $\frac{7}{5}$ & quotus est $\frac{8}{5}$ sive $1\frac{3}{5}$.

Similiter si $\frac{9}{7}$ sint dividenda per $\frac{2}{3}$ *contra* possunt bini numeratores per 3. & bini denominatores per 7. datorumque fractionum loco, ad divisionem assumuntur $\frac{3}{2}$ dividenda per $\frac{1}{7}$ & Quotus est $\frac{9}{2}$ sive $4\frac{1}{2}$.

Examen specierum computationis in fractis instituitur, uti in integris.

CAP. V.

De numeris mixtis.

Cum numeri mixti evadant, quando integris fractiones permiscetur: Duplices erunt hi numeri, nempe vel solitarij vel conjuncti.

Mixti

Mixti solitarij sunt, quorum alter ex solis integris, alter ex solis fractis constat, ut $3 \frac{1}{2}$ & $\frac{3}{4}$.

Mixti conjuncti sunt, ubi integri & fracti numeri complicantur ut $2 \frac{1}{2}$ & $5 \frac{1}{3}$.

Utriusq; verò numeri mixti spectatur tunc reductio ad formam puræ fractionis, tum computatio siue Algorithmus.

Problema 25.

Numeros mistos ad fractiones puras reducere.

Integri quidem numeri soli rediguntur in fractos per probl. 17. Verum si integris adhibeantur fractiones; denominator fractionis ducatur in integra, & facto addatur numerator datus; sic acquiritur numerator fractionis reductæ, cui denominator datus saltem est subscribendus.

Ut 4. rediguntur in hunc fractum $\frac{4}{7}$ vel si partes e. g. quintæ requirantur, erit data æquivalens $\frac{20}{35}$.

Vel si hic numerus mixtus $3 \frac{1}{2}$ sit revocandus in puram fractionem? quia bis 3. sunt 6. & addito 1. fiant 7. quæ sita fractio hæc est $\frac{7}{2}$.

Problema 26.

Numeros mistos sibi invicem addere.

Fractiones puræ integris adduntur, si simpliciter

citer iis adscribantur, ut si $\frac{3}{4}$ addendæ sint ad 2, summa est $2 \frac{3}{4}$.

Integri verò numeri annexam habentes fractionem adduntur, si numeri homogenei, id est fracti inter se & integri etiam inter se per probl. 6. & 21. in unam summam colligantur.

Ut $2 \frac{1}{2}$ & $5 \frac{1}{3}$ sunt $7 \frac{5}{6}$. Nam 2. & 5. sunt 7. & quia denominatores sunt æquales, summa numeratorum 4. & 1. dat numeratorem summæ datarum fractionum, 5. adeoq; ipsam fractionem $\frac{5}{6}$ & præmissâ summâ integrorum (2. & 5.) $7 \frac{5}{6}$.

Problema 27.

Numeros mistos ab invicem subtrahere.

Si fracti soli ab integris soli sint subtrahendi; unum integrum resolvatur in fractionem, ejusdem cum datâ denominationis per probl. 17. Hoc facto, instituat subtrahitio numeratorum per probl. 22.

Ut à 5. integris si subducendæ sint $\frac{2}{3}$? Ex 5. desumptum unum resolvitur in $\frac{5}{3}$ à quibus si subtrahantur $\frac{2}{3}$ remanet $\frac{3}{3}$ & totus mistus residuus est $4 \frac{1}{3}$.

Si verò integri & fracti numeri complicantur; fracti à fractis, & integri numeri ab integris subtrahuntur, sub hac tamen cautelâ, ut si fortè subtrahenda fractio sit major sibi superscriptâ, id est

id est, à quâ fieri debet subtractio, unum in-
grum resolvatur in partes cognomines earum, et
dantur numeratori fractionis verticalis. Si
enim numerator fractionis subtrahendæ poterit
ab eo auferri.

E. g. à $9\frac{1}{4}$ sint subtrahenda $5\frac{3}{8}$? Primum di-
ctæ fractiones subtractioni præparandæ sunt per
reductionem ad communem denominatorem
juxta probl. 19. ubi priori nempe $\frac{1}{4}$ æquantur $\frac{2}{8}$
at posteriori nimirum $\frac{3}{8}$ æquantur $\frac{3}{8}$. Deinde
quia hoc loco à $\frac{2}{8}$ subtrahi non possunt $\frac{3}{8}$
quippe hæc fractio per probl. 20. est major illa.
Igitur à 9. demitur unum, sive 5. per appositum
punctum uno augmentur, illudq; resolvitur in
fractionem datæ denominationis, nempe in $\frac{5}{8}$.
Hujus numeratori 28. addatur numerator primi
numus 7. & erit compositus numerator 35. Ad
hoc tandem subtrahatur numerator fractionis
subtrahendæ nempe 12. eritq; reliqua fractio $\frac{23}{8}$
& post subtractionem integrorum à se invicem
6. à 9. (vel 5. ab 8.) remanebit quæsitus nume-
rus mistus $3\frac{23}{8}$.

Problema 28.

Numeros mistos inter se multiplicare.

Numeri mixti redigantur ad formam purarum
fractionum per probl. 25. & more fractionum
num numeratores in se, itemq; denominatores
in se

in se invicem ducti per probl. 23. exhibebunt
factum quæsitum.

E. g. Sint 4. multiplicanda per $2\frac{1}{7}$? Nu-
merus integer reducitur ad hunc fractum $\frac{4}{7}$ &
mistus (multiplicando denominatorem 3. per
integra 2. & facto 6. addendo numeratorem 7.)
ad $\frac{7}{7}$ factaq; multiplicatione numeratorum inter
se (quater 7. sunt 28.) procreatur novus nume-
rator 28. itemq; denominatorum inter se (semel
3. sunt 3.) producitur denominator quæsitus.
Unde tota fractio producta $\frac{28}{3}$ sive $9\frac{1}{3}$ per pro-
blem. 15.

Ita etiam si $7\frac{1}{8}$ sint multiplicanda per $3\frac{1}{2}$. Hi
misti ad formam purarum fractionum reducti
sic stabunt $\frac{28}{8}$ & $\frac{17}{2}$. Ergo ex ductu numeratoris
43. in numeratorem 17. producitur numerator
quæsitus 731. & denominatoribus inter se mul-
tiplicatis (quinquies 6. sunt 30.) procreatur de-
nominator quæsitus 30. eritq; factus $\frac{731}{30}$ sive
 $24\frac{11}{30}$.

Problema 29.

Numeros mistos dividere.

Mixti numeri redigantur in fractos per
probl. 25. & inversis terminis divisoris fiat mul-
tiplicatio per probl. 23. Hoc pacto produce-
tur Quotus quæsitus.

E. g. Sint $9\frac{1}{7}$ dividenda per 4. Hi misti ad
formam purarum fractionum reducti sunt $\frac{28}{7}$
D $\frac{28}{7}$ &

$\frac{2}{7}$ & transpositis divisoris terminis $\frac{28}{7}$ quando multiplicatur per $\frac{1}{4}$. Quotus existit $\frac{28}{7}$ si ve $2\frac{2}{7}$.

Item si $9\frac{1}{3}$ sint dividenda per $2\frac{1}{3}$. per reductionem ad puras fractiones inveniuntur $\frac{28}{7}$ adeoq; Quotus 4. per observ. 1. probl. 24.

Similiter $24\frac{1}{3}$ sive $7\frac{1}{3}$ si sint dividenda per $3\frac{2}{3}$ sive $\frac{1}{3}$ per inversos terminos divisoris $\frac{1}{3}$ in $7\frac{1}{3}$ multiplicando invenitur Quotus $\frac{35}{10}$ sive $7\frac{5}{10}$ & post contractionem per communem mensuram 5. in minimis terminis $7\frac{1}{2}$.

Probatio computationis mistorum fit in additione per subtractionem, & contra; Itemq; multiplicatione per divisionem, & contra; ut superius in integris.

CAP. VI.

De numeris (1.) paribus & imparibus; (2.) perfectis, abundantibus & diminutis, (3.) primis & compositis.

Sic fuit computatio simplex: sequitur comparata, quæ numerorum inter se comparisonem exponit.

Comparatio autem alia est in relatione, alia in ratione, alia in proportione.

Relatio infert certum numerorum respectum vel ad suas partes, unde sunt numeri

1. Pares aut impares.

2. Perfecti, abundantes & diminuti. vel ad mensuram suam, unde dicuntur numeri.

3. Primi & compositi, alij per se, alij inter se.

Numerus par est, qui bifariam dividitur. Eucl. lib. 7. def. 6. sive, qui in duas æquales partes citra fractionem dividi potest. Ut 4. 6. 8. 10. &c. quia semisses eorum sunt 2. 3. 4. 5.

Estq; vel pariter par, vel impariter par, vel pariter & impariter par.

Numerus pariter par est, quem par numerus tantum metitur, (id est, exactè dividit) per numerum parem.

Sive qui per nullum imparem dividitur. Ut 32. non nisi per 8. dividuntur in 4. vel per 4. in 8. numeros semper pares.

[Melioris distinctionis gratiâ ex mente Pythagoræorum hic adjicitur particula exclusiva tantum, quàm Euclides def. 8. lib. 7. omitit, adeoq; numeros pariter pares latius extendit. Conf. Arithm. Neufville lib. 1. cap. 10. prop. 23. & Clavius ad def. 9. lib. 7. Eucl. Ut 12. est numerus pariter par juxta Euclidem, quia per partem 2. dividitur in alium partem 6. Sed juxta Pythagoræos aliosq; non est numerus pariter par, quippe per 3. numerum imparem etiam dividitur.]

Numerus impariter par est, quem par numerus

rus *tantum* metitur per imparem. Ut 13. exactè dividit 2. per 9. vel 6. per 3.

Numerus *pariter & impariter par* est, quem numerus par exactè dividit tum per parem, tum per imparem. Ut 24. metitur & 4. per 6. & 8. per 3.

Numerus *impar* est, qui bifariam dividi nequit, *sive* qui unitate differt à proximo pari. Eucl. lib. 7. def. 7. Ut 5. quia in duas æquales partes citra fractionem non dividitur.

Numerus *perfectus* est, qui suis ipsius partibus aliquotis simul sumptis est æqualis. Eucl. lib. 7. def. 22. Ut 6. per 3. in 2. & tandem in 1. dividitur, adeoq; 3. 2. 1. sunt partes aliquotæ senarij. Istæ verò additæ sive simul sumptæ reddunt eum. Dicitur igitur numerus perfectus & quidem est inter eos prius, idcirco etiam in Astronomiam introductus putatur Ursino Trigonomet. lib. 1. cap. 5. cum Veteres potius per primos, quam per compositos numeros, loqui maluerint.

Numerus *abundans* est, cujus partes aliquotæ simul sumptæ totum excedunt. Ut 12. Huius enim partes aliquotæ 6. 4. 3. 2. 1. si colligantur, summa 16. major est numero toto.

Numerus *diminutus* est, cujus partes aliquotæ simul sumptæ minus ipso toto constituunt. Ut 8. cujus partes aliquotæ 4. 2. 1. componunt. Hæc autem summa minor est ipso toto, videlicet 8.

Numerus *per se primus* est, quem præter se sola unitas metitur. Eucl. def. 11. lib. 7. Ut 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. &c. sunt numeri per se primi,

Numerus *per se compositus* est, quem præter se & unitatem alius numerus metitur. Eucl. def. 13. lib. 7. Talis est 8. siquidem 4. per 2. eum metitur.

Numeri *inter se primi* sunt, qui nullam aliam agnoscunt communem mensuram, præter unitatem. Eucl. def. 12. lib. 7. Dicuntur aliàs *incommensurabiles*. Ut 4. & 9. 7. & 23. 16. & 25.

Numeri *inter se compositi* sunt, qui habent aliquam communem mensuram. Eucl. def. 14. lib. 7. Ut 8. & 20. metitur 4. sunt igitur numeri inter se compositi à 4. Similiter 9. & 21. metitur 3.

Dicuntur ab aliis *commensurabiles*, & à Jordano *communicantes*.

Problema 30.

Numeros pares & impares discernere.

Numeri quinam sint pares vel impares colligitur 1. *ex serie naturali*. Numeri enim alternim sunt impares & pares. Hinc contextum est scribrum Eratosthenis, quo impares loco superiori, pares loco inferiori statuuntur hoc modo

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. &c.

D 3

2. EX

2. *Ex notatione numeri.* Si enim dextima ejus nota sit impar, totus numerus dicendus est impar. Sin vero fuerit par vel cifra, totus numerus est par.

Ut 15. est numerus impar: quippe invenitur in superiori ordine & dextima ejus nota nempe 5. est impar.

Contra 36. est numerus par propter dextimam notam parem. Sic etiam hic 360. est par quia definit in cifra.

Problema 31.

Omnes numeros pariter pares invenire.

Quoniam omnes numeri à binario dupli sunt pariter pares tantum, per prop. 32. lib. 9. Eucl. Igitur binarius ducatur primò in seipsum, & prodibit primus pariter par, nempe 4. Hic deinde multiplicetur per 2. & producetur secundus qui est 8. Eodem modo productorum ultimus semper multiplicetur per 2. & obtinebuntur omnes numeri pariter pares.

Utsi novem priores numeri pariter pares sint inveniendi? Erunt hi 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024.

Uusus horum numerorum est in transformandis aciebus, ideoq; Ælianus ait, eos militiæ causa excogitatos esse. Si enim ex his detur numerus mili-

militum; tot modis acies citra residuum instrui & transformari potest, quot numeri cum à 2. antecedunt. E.g. dentur milites 64. ex his licebit aciem quinque modis transformare ita ut sint

	primo	secundo	tertio	quarto	quinto
in fronte	2	32	4	16	8
in latere	32	2	16	4	8

& nullus supererit. Conf. Rami Arithm. lib. 1. cap. 6. el. 5.

Problema 32.

Omnes numeros impariter pares invenire.

Ex probl. 30. descripti omnes numeri impariter pares duplicentur sive multiplicentur per 2. & acquisiti erunt numeri impariter pares juxta prop. 33. lib. 9. Eucl. ut: Series numerorum imparium.

3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. &c.
6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 34. 38. 42. 46. &c.
Numeri impariter pares.

Problema 33.

Numeros pariter impariterq; pares indagare.

In numeros impariter pares, per probl. 32. acquisitos, ducatur binarius una cum reliquis numeris pariter paribus ex probl. 31. Producti enim

enim numeri erunt pariter impariterq; pares:
vi prop. 34. lib. 9. Eucl. Ut

Numeri impariter pares

| Numeri pariter pares | 6. | 10. | 14. | 18. | 22. | 26. | 30. |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | 12 | 20 | 28 | 36 | 44 | 52 | 60 |
| 4 | 24 | 40 | 56 | 72 | 88 | 104 | 120 |
| 8 | 48 | 80 | 112 | 144 | 176 | 208 | 240 |
| 16 | 96 | 160 | 224 | 288 | 352 | 416 | 480 |
| 32 | 192 | 320 | 448 | 576 | 704 | 832 | 960 |

& sic deinceps in infinitum. Conf. Neufville
Arithm. lib. 1. cap. 10. prop. 32.

Problema 34.

Numerorum per se composi-
torum mensuram investi-
gare.

Numerorum per se compositorum mensura
constat ex his digitorum proprietatibus:

Binarius omnem numerum metitur, cujus
dextima figura est par vel Cifra. Ut numeri
346. mensura est 2.

Ternarius omnem numerum metitur, cujus
figurarum pro digitis acceptarum summam me-
titur. Ut si detur hic 432. Quatuor & tria sunt
septem, & additis duobus fiunt 9. Hanc sum-
mam digitorum metitur 3. ergo etiam totum
numerum.

Qua-

Quaternarius omnem numerum metitur, cu-
jus duas figuras primas à dextris metitur. Ut
hunc numerum 25316. metitur 4. quia ejus par-
tem, sub duabus figuris primis comprehensam,
nempe 16. metitur.

Quinarius omnem numerum metitur, cujus
dextima nota fuerit 5. vel 0. qualis hic 3465.

Senarius omnem numerum parem metitur,
quem ternarius metitur. Ut hunc numerum 432.
quem 3. antea metiebatur, metitur etiam 6. tan-
quam parem.

Septenarius quem numerum metiatur, ex ipsa
divisione per eum cognoscitur.

Octonarius omnem numerum metitur, cujus
tres figuras primas metitur. Ut hunc 15320. me-
titur 8. quia ejus partem, sub tribus notis dex-
tris contentam, nempe 320. metitur.

Novenarius omnem numerum metitur, cujus
figurarum, pro digitis acceptarum, summam
metitur. Ut hujus numeri 15327. quinque figurae
si addantur summa earum est 18. Hanc quia 9.
metitur; igitur etiam ipsum numerum datum
metitur.

Denarius omnem numerum metitur, cujus
prima figura est 0. qualis hic 15320.

Conf. Stifel. Arithm. lib. 1. cap. 2. Neufvil-
le Arithm. lib. 1. cap. 11.

Problema 35.

D 5

Da-

Datus numerus utrum sit per se primus vel compositus explorare.

Datus numerus exigatur ad regulas problematis 34. Si enim mensuram aliquam habet, est compositus; sin nullam habet, est primus.

Problema 36.

Datis alicujus numeri compositi omnes divisores primos invenire.

Datus numerus compositus una cum quotis dividatur continuè per numeros primos, donec quotus sit numerus primus. Sub hac tamen cautelâ, ut divisorum primorum *series naturalis observetur*, & quilibet divisor *toties, quoties potest, dividat*, priusquam alius admittatur.

Ut 60. est numerus compositus. Ejus divisores primi sunt 1. 2. 3. 5. & inveniuntur divisione continuâ hoc modo

Similiter hujus compositi 288. divisores primi sunt 1. 2. 2. 2. 2. 3. 3. uti patet ex hoc paradigma

Sic Platonici illius numeri civium in Republica qui est 5040, divisores primi inveniuntur 1. 2. 2. 2. 3. 3. 5. 7.

Pro

Problema 37.

Dati alicujus numeri compositi omnes divisores compositos investigare.

Sicut divisores primi per divisionem, in probl. 36. ita divisores compositi hic per multiplicationem acquiruntur, si

1. Ultimus divisor primus ducatur in ultimum quotum, & factus ascribatur. Hinc oritur numerorum ordo primus.

2. Penultimus divisor primus ducatur in totum ordinem primum, factiq; singuli suo factori subjiciantur, ut existat ordo secundus.

3. Antepenultimus divisor primus ducatur in priores ordines, & sic etiam reliqui divisores omnes, nisi idem divisor recurat. Tum enim in proximos saltem factos ducitur.

Ut hujus numeri 60. divisores primi sunt 1. 2. 3. 5. igitur pro compositis sic

| | | | |
|---|----|----|----|
| | 3 | 5 | 15 |
| 2 | 6 | 10 | 30 |
| 4 | 12 | 20 | 60 |

operor: Ex ductu enim ultimi divisoris primi 3. in ultimum quotum 5. producuntur 15. & hi tres numeri constituunt ordinem primum. Deinde penultimus divisor primus 2. per 3. facit 6, per 5. 10. per 15. 30. subscribenda in ordine secundo. Tandem antepenultimus divisor primus 2. quoniam precedenti est æqualis, in secundum duntaxat ordinem

nem ductus producit tertium ordinem subscriptum. Sunt igitur dati numeri 60. divisores omnes 11. vel cum unitate 12.

Haudaliter numeri Platonici 5040. deprehenduntur divisores 60.

Observatio.

Si divisor ultimus & penultimus æquantur satius est eos in se ductos primum ordinem constituere & per ultimum quotum loco divisoris penultimi, multiplicare.

Vt hujus 360. sunt divisores primi 2. 2. 2. 3. 3. 5. Hinc pro divisoribus compositis

| | | |
|----|-----|-----|
| | 3 | 9 |
| 5 | 15 | 45 |
| 2 | 6 | 18 |
| 10 | 30 | 90 |
| 4 | 12 | 36 |
| 20 | 60 | 180 |
| 8 | 24 | 72 |
| 40 | 120 | 360 |

Problema 38.

Datus numerus compositus quot modis componatur edisserere.

Divisores per probl. 36. & 37. inventi, cum nihil aliud sint quam partes aliquotæ numeri dati, disponantur juxta seriem naturalem, ita ut eorum dimidiæ parti altera superscribatur ordine tamen retrogrado. Qui enim hac ratione conjuncti sunt, per multiplicationem reddunt nume-

numerum propositum, cujus sunt divisores vel partes aliquotæ, & tot sunt modi numerum componendi, quot videlicet in hac dispositione dantur multiplicantes.

Vt hic numerus compositus 60. quia constat divisoribus 12. componitur sex modis taliter

| | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 60 | 30 | 20 | 15 | 12 | 10 |
| <u>1</u> | <u>2</u> | <u>3</u> | <u>4</u> | <u>5</u> | <u>6</u> |
| 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 |

Usus hujus problematis itidem est in struendis & commutandis aciebus, quippe quot modis numerus militum componitur, tot duplicatis modis possunt illi in aciem disponi. Quando enim acies est dilatanda ad terrendum hostem; frontem sustinere possunt multiplicandi, & multiplicantes dabunt ordines militum. Contra si vis militum sit occultanda; multiplicantes exhibebunt frontem, multiplicandi vero ordines aciei.

Sic datis 60. militibus, acies 12. modis potest variari, & numerus ille Platonius 5040. modis 60.

Conf. Ram. Arithm. lib. 1. cap. 7.

Problema 39.

Datus numerus utrum sit perfectus, abundans vel diminutus explicare.

Simi-

Similiter per probl. 36. & 37. inquirantur dati numeri partes aliquotæ (divisores enim illi partes aliquotas designant) & colligantur in unam summam annumeratâ etiam unitate. Summa enim si est æqualis dato numero; dicitur numerus perfectus; si vero major, dicitur numerus abundans, si fuerit minor dato, dicitur numerus diminutus.

Ut si quærat, qualis sit numerus 28? Partes ejus aliquotæ sunt 1. 2. 4. 7. 14. & summa earum 28. Est igitur numerus perfectus.

At 60. est numerus abundans, quippe ex partibus ejus aliquotis 1. 2. 3. 4. 5. 6. 10. 12. 15. 20. 30. colligitur summa 108. major dato.

Problema 40.

Omnes numeros perfectos indagare.

Unitati & binario adjungantur numeri pariter pares ex probl. 31. Hi numeri juxta ordinem semper colligantur in unam summam, donec evadat numerus primus. Iste ducatur in ultimum numerum additorum, & existet numerus perfectus, vi prop. 36. lib. 9. Eucl.

Ut dispositis sequenti modo jam dictis numeris 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. &c. Principio addantur 1. & 2. summa vero eorum nempe 3. quia est numerus primus, multiplicetur

tur per ultimum additorum, qui est 2. & producatetur *primus* in ordine numerus perfectus 6.

Deinde 1. 2. 4. componunt 7. numerum etiam *primum*, ergo 4. in 7. ductus generat *secundum* numerum perfectum 28.

Porro 1. 2. 4. 8. efficiunt 15. at summa hæc est numerus compositus, adeoq; huic negotio ineptus; hinc præterea additur sequens 16. Jam summa est 31. numerus primus; igitur multiplicatur per ultimum additorum, videlicet 16. & producatetur *tertius* perfectus 496.

Ulterius 1. 2. 4. 8. 16. 32. constituunt 63. compositum numerum; addatur igitur adhuc sequens 64. & summa 127. tanquam numerus primus multiplicetur per 64. Sic emerget *quartus* perfectus 8128.

Similiter ex 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. colligitur numerus primus 511. ergo ductu ultimi 256. in summam 511. procreatur *quintus* perfectus 130816. Eodem modo etiam sequentes inveniuntur.

Boëthius lib. 1. Arithm. cap. 20. numeros perfectos virtutibus assimilat, abundantes vero & diminutos vitiis. *Rari quippe boni*, & constanti lege creantur perfecti numeri, at reliquorum generatio varia est & incerta.

Problema 41.

Tri-

Trium vel plurium numero- rum communem mensuram maxi- mam invenire.

Inquiratur *primò* communis mensura maxi-
ma duorum priorum numerorum. Deinde huius
mensuræ & tertij numeri itidem investigetur
mensura maxima, atq; sic deinceps. Ultimus
enim divisor; qui nihil relinquit, est communis
mensura maxima omnium datorum numero-
rum per prop. 3. lib. 7. Eucl.

E. g. Dentur 30. 12. 9. Ex his duos priorés
numeros, nempe 30. 12. metitur 6. Hunc vero
6. & 9. metitur 3. Quare datorum trium nume-
rorum communis mensura maxima est 3.

Sic quatuor horum numerorum 8. 16. 28.
36. communis mensura maxima invenitur 2.

Problema 42.

Datis duobus numeris, utrum sint inter se primi vel compositi explorare.

Numeri dati continuo per se invicem divi-
dantur juxta probl. 13. siq; ex ultimâ divisione
remanet unitas, dati numeri sunt inter se primi;
sin verò nihil remanet, sunt inter se compositi.

Vt si deatur 25. & 84. dividantur *continuò*,
id est, major numerus per minorem, rursus mi-
nor per residuum, & sic semper præcedens divi-
sor

for per residuum proximum, juxta hoc diagram-
ma. Tandem

quia rema-
net 1. dico

$$\begin{array}{ccccccc} & 9 & & 7 & & 2 & & 1 \\ 84 & (3 & & 25 & (2 & & 9 & (1 & & 7 & (3 \\ 25 & & & 9 & & & 7 & & & 2 & \end{array}$$

numeros esse inter se primos per prop. 1. lib. 7.
Euclid.

Vel si dentur 189. & 36. 189 (5 36 (4
Ex divisione ultimâ hic nihil 36 (5 9 (4
remanet; sunt igitur inter se compositi. Nam
communis eorum mensura est 9.

Problema 43.

Datorum duorum numero- rum communem dividuum mini- mum investigare.

Communis dividuus minimus est talis nu-
merus, quo minorem dati communiter metiri
aut exactè dividere nequeunt. Invenitur in duo-
bus numeris *inter se primis* per multiplicationem
unius in alterum: In numeris autem *inter se com-
positis* si per eorum communem mensuram maxi-
mam, ex probl. 13. alteruter datorum dividatur
& quotus in alterum numerum datum multipli-
cetur. Factus enim erit minimus ab utroq; di-
viduus, per prop. 36. lib. 7. Eucl.

Ut 18. & 7. sunt numeri inter se primi, ergo
factus eorum 126. est communis dividuus mi-
nimus:

Sed hi duo 9. & 12. sunt inter se compositi à 3. ergo per eum contrahatur hoc loco posterior, nempe 12. in 4. & ducatur in priorem totum, videlicet 9. Hinc 36. est numerus minimus quem dati duo citra residuum dividunt.

Problema 44.

Datorum trium pluriumve numerorum communem dividuum minimum invenire.

Inquiratur primò communis dividuus minimus duorum priorum numerorum juxta problema præcedens. Deinde hujus inventi numeri & dati tertij similiter quærat^r communis dividuus minimus.

Idem fiat cum reliquis datis. Tandem ultimus communis dividuus minimus est numerus quæsitus, per prop. 38. lib. 7. Euclid.

Ut sint hi tres numeri 3. 8. 20. Duorum priorum communis dividuus minimus est 24. quippe sunt numeri inter se primi. Hic inventus 24. porto conferatur cum tertio 20. Sunt autem inter se compositi à 4. igitur si 24. per communem mensuram maximam 4. dividantur & quotus 6. ducatur in 20. producit^rur 120. communis dividuus minimus trium datorum numerorum.

Ita

Ita communis dividuus minimus à 2. 3. 4. 5. 6. 10. 12. 15. 20. 30. est 60.

CAP. VII.

De Ratione.

Ratio est comparatio duorum terminorum, quâ unus continetur ab alio.

Duo enim numeri dati per metaphoram geometricam hic dicuntur *termini*; & quidem *terminus antecedens* rationis est, qui ad alium refertur: *consequens* vero rationis, ad quem alius refertur.

Estq; ratio vel æqualitatis vel inæqualitatis.

Ratio æqualitatis est inter terminos æquales, quando videlicet terminus antecedens in consequente suo semel & exactè continetur. Ut ratio 2. ad 2.

Hujus permagnus usus est in Algebra.

Ratio inæqualitatis est inter terminos diversos, quorum alter alterum excedit. Sive, quando consequens in antecedente, vel antecedens in consequente suo non exactè semel continetur. Ut ratio 2. ad 1. vel 1. ad 2.

Estq; vel inæqualitatis majoris vel minoris.

Ratio majoris inæqualitatis est, quâ major terminus refertur ad minorem. Sive, quando major terminus præcedit. Ut ratio 3. ad 2.

Estq; iterum vel simplex vel multiplex.

E 2

Ratio

Ratio majoris inæqualitatis simplex est, quæ major terminus minorem continet semel, ita ut adhuc aliquid superfit: qualis est ratio 3. ad 2. vel 7. ad 5.

Et subdividitur in superparticularem, & superpartientem.

Simplex superparticularis est, quando terminus antecedens consequentem continet semel, ac insuper unam ejus partem aliquotam, qualis est 3. ad 2. quia 3. continet 2. semel & præterea partem ejus dimidiam. Hæc pro varietate denominationum varia est, videlicet sesquialtera, 3. ad 2. sesquitercia, 4. ad 3. sesquiquarta, 5. ad 4. &c.

Simplex superpartiens est, quando terminus antecedens consequentem continet semel & insuper aliquot ejus partes.

Hæc pro varietate & partium residuarum & denominationis earundem infinitas sub se habet species. Est enim alia superbipartiens tertias ut 5. ad 3. superbipartiens quintas ut ratio 7. ad 5, superbipartiens septimas ut 9. ad 7. &c.

Alia supertripartiens quartas ut 7. ad 4. supertripartiens quintas ut 8. ad 5. supertripartiens septimas, ut 10. ad 7. supertripartiens octavas ut 11. ad 8. &c.

Alia superquadrupartiens quintas, ut 9. ad 5. &c.

Alia superquintupartiens sextas ut 11. ad 6. &c.

Ratio majoris inæqualitatis multiplex est, quando antecedens consequentem suum continet sæpius, *vel exactè*, unde oritur ratio dupla ut 4. ad 2. tripla ut 9. ad 3. quadrupla ut 16. ad 4. quintupla ut 20. ad 4. &c.

Vel cum aliquo residuo, unde oritur multiplex superparticularis & superpartiens.

Multiplex superparticularis est, quando antecedens terminus consequentem continet sæpius, & insuper unam ejus partem aliquotam. Ut ratio 7. ad 3.

Multiplex superpartiens est, qua antecedens consequentem continet aliquoties & insuper aliquot ejus partes. Ut ratio 8. ad 3.

Harum quælibet subdividitur pro varietate simplicium rationum.

Ratio minoris inæqualitatis est, qua minor terminus cum majore confertur. Sive, quando minor terminus præcedit.

Ea speciebus majoris inæqualitatis adæquat, hoc saltem discrimine, ut istius speciebus præponatur *sub*, ut subsesquialtera ratio 2. ad 3. subsuperbipartiens tertias ut 3. ad 5. subdupla ut 2. ad 4. subdupla subsuperbipartiens tertias ut 3. ad 8. &c.

Videatur Clavius ad def. 4. lib. 5. Eucl. de proportionis divisionibus, Ursin. Arithm. lib. 2. cap. 3. & Neufville Arithm. lib. 2. cap. 3.

Rationum consideranda est 1. investigatio.

2. pronuntiatio. 3. reductio. 4. valor seu æstimmatio. 5. continuatio. 6. tractatio in quatuor speciebus computationis.

Problema 45.

Datorum numerorum rationem investigare.

Terminus major dividatur per minorem & ex quoto atq; residuo constabit species rationis, nisi residuum & divisor fuerint numeri inter se compositi; Tunc enim ad minimos terminos prius sunt redigendi per probl. 14.

Ut si quærat, quænam sit ratio inter 4. & 3? Quotus indicat rationem sesquiterciam, hoc modo $\frac{4}{3}$ ($1\frac{1}{3}$)

22. ad 7. est ratio tripla sesquiseptima, ex quoto ($3\frac{1}{7}$)

38. ad 9. est ratio quadrupla superbipartiens nonas, quia quotus est $4\frac{2}{9}$.

Vice versa 3. ad 4. est ratio subsesquitercia.

Problema 46.

Inventam numerorum rationem pronuntiare.

In majoris inæqualitatis ratione superparticulari, vocabulo *sesqui* adjicitur denominator fractionis residuæ per nomen ordinale. Ut ($1\frac{1}{2}$) dicitur ratio sesquialtera. ($1\frac{1}{3}$. sesquitercia &c.)

In

In superpartiente, præpositioni *super* additur *bi*, *tri*, *quadru*, *quintu* &c. (prout numerator fractionis residuæ fuerit 2. 3. 4. 5. &c.) una cum nomine ordinali datæ denominationis. Ut hic quotus ($1\frac{2}{3}$ significat rationem supertripartientem quintas. Sic ($1\frac{1}{2}$ pronuntiatur ratio superquadropartiens septimas.

In multiplici autem ratione Quotus effertur nomine proportionali, & si cum hac superparticularis vel superpartiens concurrant; nomina dicto jam modo etiam conjunguntur. Ut ($3\frac{1}{2}$ significat rationem triplam. ($3\frac{1}{2}$ est ratio tripla sesquiseptima. ($4\frac{2}{9}$ vocatur ratio quadrupla superbipartiens nonas.

Ratio minoris inæqualitatis eodem modo, ut ratio majoris inæqualitatis enunciatur, præponendo saltem particulam *sub*.

Observatio.

Omnes rationes propriis nominibus commodè appellari nequeunt. Quamplurimæ igitur exprimuntur per numerorum primorum sive minimorum istius rationis collationem. Ut si detur ratio 96. ad 38. Hæc commodè non dicitur super novem decupartiens vigesimas nonas; sed ratio, quæ est 48. ad 29.

Sic Archimedes de dimensione Circuli dicit, rationem circuli ad diametri quadratum esse ut 11. ad 14.

Et Aristoteles 5. cap. lib. 2. Meteor. longi-
tudinem habitabilis terræ dicit majorem esse ad
latitudinem ejusdem, quàm 5. ad 3. Conf.
Clav. ad def. 4. lib. 5. Eucl. pag. m. 384.

Problema 47.

**Datas rationes ad eosdem con-
sequentes reducere.**

Datæ rationes ad eosdem consequentes eo-
dem plane modo reducuntur, quo probl. 19.
fractiones diversæ reducebantur ad eandem de-
nominationem, dum modo antecedentes super-
nè & consequentes infernè ponantur. Ut sint
duæ rationes 17. ad 11. & 18. ad 12. reducendæ
ad eosdem terminos consequentes? Ex multi-
plicatione consequentium 11. 12. producitur
idem consequens 132. At ex ductu prioris an-
tecedentis in posterioris consequentem, nempe
17. in 12. generatur antecedens prioris 204. Si-
militer ex ductu posterioris antecedentis 18. in
consequentem prioris 11. producitur antecedens
posterioris 198. Sunt igitur ad eosdem conse-
quentes reductæ rationes 204. ad 132. & 198.
ad 132.

Eodem modo reducuntur etiam rationes ad
communem antecedentem. Ut $\frac{7}{4} \times \frac{5}{5} \mid \frac{6^2}{3} \frac{6^2}{5}$.

Problema 48.

Da-

**Datis duabus rationibus, utra
earum major vel minor sit, cogno-
scere.**

Si duæ rationes habeant eosdem consequen-
tes; illa ratio major est, cujus antecedens termi-
nus est major.

Si antecedentes fuerint iidem; ratio illa
est major, cujus consequens est minor.

Conf. Ram. Arithm. lib. 2. cap. 11. el. 7. 8.

Ut sint duæ rationes 3. ad 2. & 5. ad 4. qua-
ritur utra sit major? Factâ reductione ad eos-
dem consequentes; priori æquatur hæc ratio 6.
ad 4; & posteriori 5. ad 4. Hoc loco quia con-
sequentes sunt iidem, & prioris rationis antece-
dens 6. major antecedente rationis posterioris 5.
Igitur etiam ratio prior 3. ad 2. est major poste-
riore 5. ad 4.

Similiter si datæ rationes 3. ad 2. & 5. ad 4.
reducantur ad eosdem antecedentes multiplican-
do 3. in 5. ut producantur 15. Quoniam
consequens prioris est 10. & posterioris 12. Di-
co rationem priorem 3. ad 2. majorem esse ra-
tione 5. ad 4.

Problema 49.

**Datæ rationum speciei mini-
mos terminos invenire.**

Juxta appellationem speciei rationum scri-
batur

E 5

batur quotus. Hic per probl. 25. reducat^{ur} ad formam fractionis puræ, & inventi erunt numeri primi datæ speciei rationum. Ut si quarantur termini minimi rationis duplæ sesquiteritiæ? Quotus seu denominator datæ rationis est $2\frac{1}{2}$. Ergo ducatur 3. in 2. factoque 6. addatur 1. & constabit antecedens 7. consequens est 9. Hinc datæ rationis termini minimi sunt 7. 3.

Conf. Stifel. Arithm. lib. 1. cap. 6 pag. m. 50. fac. 2.

Observatio.

Si species rationis supprimatur, & proponantur saltem duo numeri; ratio eorum inquirenda erit per probl. 45. Ut si dentur hi duo numeri 28. 12. per divisionem innotescet quotus $2\frac{2}{3}$ eruntque hi termini minimi 7. 3.

Problema 50.

Datis minimis terminis vel etiam quibuscunque numeris alicujus speciei, omnes numeros in eadem ratione indagare.

Numeri datæ rationis minimi primò ad se ipsos, deinde ad numeros productos continuò addantur. Sic acquiruntur omnes numeri rationis propositæ.

Ut si omnes numeri rationis *superbipartiensis* certius sint inquirendi? Termini minimi sunt 5. 3. 181.

Igitur addantur 5. ad 5. eritque 10. antecedens secundus. Similiter 3. & 3. componunt 6. qui est consequens secundus:

Deinde 5. & 10. sunt 15. itemque 3. & 6. sunt 9. & hoc modo per additionem primi ad ultimum terminum inventum componitur sequens infinitum. Paradigma tale est: $\frac{5}{3}$ $\frac{10}{6}$ $\frac{15}{9}$ $\frac{20}{12}$ $\frac{25}{15}$ $\frac{30}{18}$ &c.

Observatio.

Si præter minimos alij dentur numeri: per problema præcedens inveniuntur minimi, qui datis additi producant numeros istius speciei sequentes.

Ut si dentur 20. 12. Quoniam hujus rationis minimi termini sunt 5. 3. addendo antecedentes 20. 5. generatur sequens terminus antecedens 25. Similiter additis consequentibus 12. 3. componitur consequens proximus 15. Jam priori modo poterunt reliqui termini sequentes inveniri.

Problema 51.

Datas rationes in unam summam colligere.

Algorismus rationum similis est Algorismo fractionum, de quo probl. 21. 22. 23. 24. actum fuit, dummodo ea quæ de numeratoribus fractionum ibi dicta sunt, hic intelligentur de antecedentibus

bus rationum; & consequentes accipiantur pro denominatoribus, ut ostendit Clavius in fine lib. 9. Eucl. Licet igitur præcepta coincident tamen operæ pretium videtur, majoris evidentia gratiâ eadem repetere & doctrinæ rationum applicare. Hinc

In Additione rationum; si consequentes fuerint iidem vel ad eosdem per probl. 47. reducti; addantur soli antecedentes, eorumq; summæ sub scribitur communis consequens.

Exempla.

1. Equus vehat pondus cuius triplum vehere possit. Alter vehat idem pondus, & vehere possit quadruplum. Quæritur si duo equi conjungantur, quæ sit futura ratio virium conjunctarum ad idem pondus? Resp. septuple Nam $\frac{3}{1} \frac{4}{1} \frac{7}{1}$.

2. Cisterna aquæ plena fistulas tres habet. Ex quarum maximâ si extrahas epistomium, una hora aqua tota effluet. Secunda fistula, quæ minor est, aquam evomit horis duabus. Tercia quæ minima est, horis tribus emittit aquam. Jam si exemptis epistomiis unâ omnes fistulæ fluant, quæritur quanto tempore evacuetur cisterna?

Datæ tres rationes reducuntur primo ad eosdem consequentes per probl. 40.

| | | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|---|---|----|
| Cistern. | 1 | 1 | 1 | 6 | 3 | 2 | 11 |
| Hor. | 1 | 2 | 3 | 6 | 6 | 6 | 6 |

& summa reductorum antecedentium 6. 3. 2. est 11. consequens 6. Respondetur igitur ad propositam quæstionem: Cisternas 11. evacuari horis 6. adeoq; unam cisternam vacuum reddi $\frac{6}{11}$ unius horæ, juxta hanc argumentationem: 11. cisternæ requirunt 6. horas, ergo 1. cisterna $\frac{6}{11}$ horæ.

3. Equatuor architectis primus ædificium totum absolvet 1. anno, secundus 2. tertius 3. quartus 4. Si omnes simul adhibeantur, quantum poterunt uno anno?

| | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
| Ædif. | 1 | 1 | 1 | 1 | 12 | 6 | 4 | 3 | 25 |
|-------|---|---|---|---|----|---|---|---|----|

| | | | | | | | | | |
|------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| Ann. | 1 | 2 | 3 | 4 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |
|------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|

Resp. ædificia 25. absolvent annis 12. adeoq; 2 $\frac{1}{2}$ ædific. anno uno.

Problema 52.

Rationes ab invicem subtrahere.

Reductis rationibus ad eosdem consequentes; antecedens minor subtrahatur ab antecedente majore, & residuo subjiatur consequens communis.

Exempla.

1. Duorum architectorum prior absolvit ædificium diebus 20. solus; cum altero autem absolvet diebus 14. Quæritur de ratione virium solius alterius?

Ædif.

| | | | | | |
|-------|----|----|-----|-----|-----|
| Ædif. | 1 | 1 | 10 | 7 | 3 |
| Dieb. | 14 | 20 | 140 | 140 | 140 |
| | 2 | 7 | 10 | | |

Resp. Alter absolvit 3. ædificia diebus 140. ad e-
oq; 1. ædificium diebus $46\frac{2}{3}$.

2. Fons duas fistulas habet, majorem im-
plentem & minorem vacuantem eundem lacum.
Major implet lacum 4. horis; minor vacuat e-
undem 11. horis. Cum ratio impletionis ma-
jor sit quàm vacuationis; quæritur, fluentibus
ambabus fistulis, quænam impletionis ratio ma-
neat?

| | | | | | |
|---------------|---|----|----|----|----|
| Impl. Vacuat. | 1 | 1 | 11 | 4 | 7 |
| Lac. | 1 | 1 | 11 | 4 | 7 |
| Hor. | 4 | 11 | 44 | 44 | 44 |

Resp. Lacus 7. impleri horis 44. vel unū horis $6\frac{2}{3}$.

3. E duobus architectis primus absolvet
opus 30. diebus, secundus 40. tertio autem se-
socium laboris addente absolvunt 15. diebus.
Quæritur quænam sit solius tertij virium ratio?

Quoniam hoc loco tres sunt rationes; ad-
dantur duæ priores, & à summâ subtrahatur ra-
tio tertia.

| | | | | | | |
|--------|----|----|-----|-----|-----|------------|
| Opus | 1 | 1 | 4 | 3 | 7 | ratio tota |
| Diebus | 30 | 40 | 120 | 120 | 120 | |
| | 10 | 3 | 4 | | | |

| | | | | | | |
|-------|----|-----|-----|-----|-----|---------------|
| Opus | 1 | 7 | 8 | 7 | 1 | ratio residua |
| Dieb. | 15 | 120 | 120 | 120 | 120 | |
| | 15 | 1 | 8 | | | |

Respon:

Respondetur, tertium solum absolvere illud o-
pus diebus 120.

Problema 53.

Rationes multiplicare.

Rationum antecedentes inter se, itemq; con-
sequentes inter se multiplicentur vulgariter: &
producetur ibi antecedens, hic consequens ra-
tionis factæ, sub hac tamen conditione, ut sit ter-
mini vel ejusdem rationis vel diversarum ratio-
num sint inter se compositi; ante multiplicatio-
nem redigantur in primos.

Exempla.

1. Libræ Burgundicæ 20. æquantur Colo-
niensibus 19. Colonienses autem libræ 9. faci-
unt 10. monetarias nostrates. Quæritur ratio
librarum Burgundicarum ad nostrates moneta-
rias? Quia termini alterni sunt compositi à 10.

Burg. Colon.

$$\begin{array}{r} 20 \\ 19 \end{array} \begin{array}{r} 9 \\ 10 \end{array} \text{ contrahuntur in hos } \begin{array}{r} 2-9 \\ 19-1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 18 \\ 19 \end{array} \right.$$

Colon. Mon.

Dico igitur 18. Burgundicas libras æquari no-
stratibus monetariis 19.

2. Thalerus Belgicus sive Leoninus valet
40. Stupheros. At 50. Stupheri æquantur 90.
grossis Livonicis. Quæritur valor Thaleri Bel-
gici in grossis Livonicis?

Hic

Hic primò contrahantur 40. & 50. per 10
in 4. & 5. porro 5. & 90. per 5. in 1. & 18.

| | | | | | |
|-----------|--------|---|----|---|-----|
| Th. Belg. | Stuph. | | | | |
| 1 | 50 | 1 | 5 | 1 | --- |
| 40 | 90 | 4 | 90 | 4 | --- |
| Stuph. | Gross. | | | | |

Resp. 1. Thalerus Belgicus æquivaleret 72. grossi Livonicis.

Problema 54.

Rationes dividere.

*Si ratio dividens in dividendâ continetur exactè
Antecedens rationis dividendæ dividatur per
antecedentem dividendæ & consequens per con-
sequentem; sic prodibit ratio quæsitâ. Sin minu-
transponantur termini rationis dividendæ & fit
multiplicatio juxta problema præcedens.*

Exempla.

1. Literis proditum est, ante aliquot anno
unum Imperialem valuisse 72. crucigeros: Duo
autem crucigeros æquales fuisse uni grosso Li-
vónico. Quæritur quot grossi tum temporè
constituerint Imperialem?

| | | | |
|-------|--------|----|---------------------------|
| Imp. | Gross. | | |
| 1 | 1 | 1 | Resp. Imperialem valuisse |
| 72 | 2 | 36 | 36. grossos Livonicos |
| Cruc. | Cruc. | | |

2. Imperiales 78. æquivalent 90. Thaleris
Belgicis. Sed 12. Imperiales æquivalent 45. no-
stratis

stratibus Thaleris cupreis. Quæritur ratio Tha-
lerorum Belgicorum ad nostrates Thaleros cu-
preos?

Hoc loco antecedentes sunt compositi in-
ter se à 45. & consequentes à 6. igitur primò
contrahuntur & deinde transpositis terminis di-
visoris fit multiplicatio, ut videre est ex hoc dia-
grammate:

| | | | | | |
|-----------|-----------|----|--|----|-----|
| Th. Belg. | Th. Cupr. | | | | |
| 45 | 90 | 45 | | 2 | 1 |
| 6 | 78 | 12 | | 2 | --- |
| Imp. | Imp. | | | 13 | --- |
| | | | | 13 | --- |
| | | | | 1 | --- |
| | | | | 13 | |

Dico igitur 4. Thaleros Belgicos æquari 13. no-
stratis Thaleris cupreis.

CAP. VIII.

De Proportione Arithme- tica.

Proportio est, qua duæ vel plures rationes
inter se conferuntur.

[Græcè dicitur *ἀναλογία*, ab aliis Propor-
tionalitas, nempe ab iis, qui rationem vocant
proportionem.]

Estq; vel Arithmetica vel Geometrica.

Proportio Arithmetica est, in qua termino-
rum *differentia* est æqualis. Sive: quando nume-
ri per eandem differentiam progrediuntur. Ut
in 2. 5. 8. est proportio Arithmetica, quippe
F
quan-

quanta est differentia inter 2. & 5. tanta quod est inter 5. & 8. videlicet 3.

Et est 1. continua vel disjuncta. 2. accrescens vel decrescens.

Proportio Arithmetica continua est, quando termini sine ulla interruptione æqualiter progrediuntur. Ut 2. 5. 8. 11. 14. Differentia enim semper est 3.

Estq; iterum vel simplex in tribus, vel multiplex in pluribus terminis, quæ Progressio Arithmetica aliàs dicitur.

Disjuncta est, quando in progressionem terminorum aliqua fit interruptio. Ut in his: 5. 11. 14. Differentia enim inter duos saltem priores, duosq; posteriores est eadem, nempe non vero inter 5. & 11. cum interrupta sit progressio per deficientem octonarium.

Conf. Clavius ad def. 4. lib. 5. Eucl. pag. m. 392.

Accrescens proportio est quando consequens terminus semper est major suo antecedente ut 2. 5. 8.

Decrescens quando consequens terminus minor antecedente ut 8. 5. 2.

In proportione arithmetica consideratur partim ejus proprietas, partim inventio vel terminorum, vel differentia, vel summa.

Problema 55.

Pro

Proportionis arithmeticae proprietatem cognoscere.

Proprietates quidem plures proportionis arithmeticae tam continuæ quàm disjunctæ recenset Neufville Arithm. lib. 2. cap. 7. & 8. Possissima tamen omnium hæc est:

In utraq; proportionem arithmetica Summa extremorum æqualis est summae quorumvis terminorum ab extremis æqualiter remotorum.

In progressionem autem arithmetica si numerus terminorum est impar, terminus medius dimidium est summae extremorum.

Uti numeri 2. 5. 8. 11. 14. sunt arithmetice proportionales. Igitur sicut extremi 2. & 14. dant aggregatum sive summam 16. ita etiam 5. & 11. tanquam proximi ab extremis efficiunt 16. Et cum quinque termini hic dati sint, quorum numerus est impar; igitur medius 8. est semissis summae extremorum 16.

Problema 56.

Datis in disjuncta proportione arithmetica duobus mediis & uno extremo alterum extremum invenire.

A summa mediorum subtrahatur extremus datus; & relinquetur alter extremus quaesitus.

F 2

Ut

Ut si dentur hitres termini 2. 5. 11. invenitur quartus addendo duos medios 5. 11. & à summâ eorum 16. subtrahendo 2. Residuus enim 14. est alter extremus quæsitus per probl. 55.

Problema 57.

Datis in disjunctâ proportionè arithmetica duobus extremis & uno mediâ : alterum medium indagare.

A summa extremorum subtrahatur datum medium, & similiter remanebit alter medium quæsitus. Ut si dentur 2. 5. 14. summa extremorum 2. 14. est 16. à qua subtractus 5. relinquitur medium quæsitum.

Problema 58.

Datis in progressionè arithmetica duobus extremis medium investigare.

Summa extremorum dividatur per 2. Quotus enim est medium quæsitus. Ut inter 2. & 14. medium est 8.

Problema 59.

Datis in progressionè arithmetica medio & uno extremo, alterum extremum invenire.

Medio

Medius sibi ipsi addatur & à summa subtrahatur datus extremus. Sic remanebit extremus quæsitus. Ut unus extremorum sit 2. medius 8. Quoniam 8. & 8. sunt 16. igitur à 16. sublatis 2. remanet extremus quæsitus 14.

Problema 60.

Data progressionis arithmetica terminos continuare.

Progressio arithmetica respectu differentia alia est binaria, alia ternaria, alia quaternaria &c. prout duorum ejus terminorum proximorum differentia est 2. 3. 4. &c. Qualiscunq; vero detur Progressio poterunt illius termini in progressionè accrescente continuari in infinitum, si differentia dato majori & deinceps invento semper addatur. Sic enim producitur terminus sequens.

At in progressionè decrescente differentia primùm à dato termino minimo, & deinceps ab invento ultimo subtrahatur, donec terminus inveniat minor ipsâ differentia. In eo enim subsistit hujusmodi progressio.

E. g. detur progressio ternaria incipiens à 2. Quoniam hujus progressionis differentia est 3. addatur & termino dato 2. eritq; 5. terminus secundus. Deinde huic 5. addatur eadem differentia 3. & proveniet tertius terminus nempe 8.

F 3

Porro

Porro 8. & 3. efficiunt 11. & sic per additionem differentiæ ad terminum ultimum inventum semper acquiritur sequens in infinitum.

Paradigma hujus progressionis continuatæ tale est: 2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32. 35. 38. 41. &c.

Vice verâ si eadem progressionem decrescentem detur hic terminus 32. & quærantur reliqui A 32. subtrahatur differentia 3. & remanet terminus sequens 29. Ab hoc iterum subtrahatur differentia 3. & relinquatur terminus sequens 26. & sic deinceps per continuam subtractionem inveniantur hi termini

32. 29. 26. 23. 20. 17. 14. 11. 8. 5. 2.

Uterius autem continuari nequit hæc progressio, cum ultimus ejus terminus 2. jam sit minor quàm differentia 3.

Observatio.

Si suppresso nomine progressionis duo termini dentur ex subtractione minoris à majore similiter constat differentia.

Uti si dentur hi duo numeri 2. 5. Sublati 2. à 5. remanet differentia terminorum progressionis 3. poteritq; progressio continuari prior modo.

Problema 61.

Datis

Datis extremis & numero terminorum progressionis arithmeticæ, ejus differentiam investigare.

Datorum extremorum minor subtrahatur à majore, & residuum dividatur per numerum terminorum unitate minutum. Quotus enim est differentia terminorum quaesita. Ut si progressionis extremi termini sint 2. 29. & numerus terminorum 10? Factâ subtractione 2. à 29. remanent 27. Hæc per 9 (unitas enim est demenda à numero terminorum dato) divisa, in quoto dant 3. Dico igitur differentiam progressionis esse 3.

Problema 62.

Datis extremis & numero terminorum Progressionis arithmeticæ terminos intermedios elicere.

Inquiratur differentia progressionis per probl. 61. eaq; continuè addatur extremo minori & aggregato semper ultimo juxta prob. 60. Hoc pacto invenientur intermedij quaesiti.

Ut sint extremi 5. & 20. inter quos quatuor termini intermedij sint investigandi? Factâ subtractione 5. à 20. remanent 15. Cumq; termini hoc loco sint sex annumeratis videlicet extremis, divido 15. per 5. (numerum terminorum

rum unitate minutum) & quotus 3. exhibet differentiam. Igitur 5 & 3. collecti dant 8. intermediorum primum. Similiter ex 8. & 3. componitur secundus 11. itemq; ex 11. & 3. procreatur tertius 14. Tandem ex 14. & 3. producitur intermedius quartus, qui est 17.

Problema 63.

Dato in Progressione arithmetica numero terminorum, uno extremo & differentiâ; alterum extremum indagare.

A numero terminorum progressionis subtrahatur unitas. Residuum verò ducatur in differentiam datam. Hic factus addatur extremo minori dato, vel subtrahatur extremo majori & constabit alter terminus extremus quæsitus.

E. g. Sit progressio 11. terminorum, cujus differentia 3. & extremus minor 2. quæritur major extremus? Demptâ unitate ex 11. remanent 10. & ter 10. sunt 30. cum termino minore 2. fiunt 32. Dico igitur extremum majorem quæsitum esse 32.

Similiter si detur in eadem progressionem terminus extremus major, & quærat minor? Quia post subtractionem unitatis ex 11. (numero videlicet terminorum) residuum est 10. & ter 10. (propter differentiam 3.) efficiunt 30. Igitur

Igitur 30. sublati ex 32. dato termino majore; relinquitur terminus minor extremus 2.

Observatio.

Si factus subtrahi nequit ab extremo majore dato; quæstio est impossibilis ut monet Clavius ad def. 4. lib. 5. Eucl. reg. 3. de Proport. arithmetica, pag. m. 401.

Problema 64.

Dato progressionis arithmetica termino primo, una cum differentiâ; terminum quemvis optatum reperire.

Terminus optatus putetur extremus, & per probl. 63. satisfiet quæsitio. E. g. Progressionis ternariæ, incipientis à 2. quærendus sit terminus nonus? Quoniam hoc loco terminus primus est 2. differentia 3. & numerus terminorum 9. Ab hoc numero si subtrahatur 1. remanent 8. quæ multiplicata per 3. (differentiam datam) producant 24. Huic facto addatur terminus primus, videlicet 2. & summa 26. manifestabit terminum nonum optatum.

Problema 65.

Datis in progressionem arithmetica extremis & differentiâ: numerum terminorum cognoscere.

Terminus extremus minor subtrahatur a majore: residuum verò dividatur per differentiam datam. Quotus enim unitate auctus exprimet numerum terminorum progressionis quæsitum.

Ut progressionis differentia sit 3. & termini extremi 2. 32. quæritur numerus omnium terminorum hujus progressionis? Sublatis 2. a 32. remanent 30. His vero per differentiam 3. divisus, quotus est 10. & cum addita unitate 11. Dico igitur numerum terminorum datæ progressionis esse 11. uti etiam ad oculos patet ex probl. 60.

Observatio.

Si factâ subductione extremi minoris a majore, residuum exactè dividitur a differentia; quæ ratio proposita est impossibilis, id est, progressio in rerum naturâ non datur, quæ propositas conditiones admittat, juxta Clayium ad def. 1. libr. 5. Eucl. reg. 5. de proport. arithm. pag. m. 402.

Problema 66.

Datis extremis & numero terminorum progressionis arithmeticæ: eorundem summam invenire.

Dati extremi colligantur in unam summam: ea si ducatur in numerum terminorum, factus

dimidietur; constabit summa terminorum quæsitæ.

Ut si quærat summa horum 11. terminorum progressionis arithmeticæ

2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32. Additis 2. & 32. summa est 34. hæc per 11. multiplicata producit 374. cujus facti semissis 187. est summa omnium terminorum quæsitæ.

Similiter si quærat quoties horologium sonet horis duodecim? 1. & 12. sunt 13. quæ multiplicata per numerum terminorum, nempe 12. producant 156.

Hinc summa omnium terminorum est 78. Horis igitur duodecim horologium simplex sonat septuagies octies.

At si horologium sit duplex, cujus campana minor indicet etiam singulos quadrantes: Hæc singulis horis edit pulsus 10. qui spatio duodecim horarum efficiunt 120. Addatur jam antea inventi pulsus campanæ mai. 78. & horologiū dupl. spatio 12. horarū edit pulsus 198. adeoq; singulis dieb. naturalib; edit pulsus 396.

Item. Mercator venditurus vas vino plenum, ita transigit cum emptore, ut tantum circulo- rum, quibus vas obductum erat, ratione habitâ, pro primo circulo numeret 1. grossum Livonicum, pro secundo 3. pro tertio 5. &c. Quæritur quanti vinum constiterit, si circuli sint 34?

Quoniam hujus Progressionis terminus

urige-

trigesimus quartus est 67. per probl. 63. & extremi 1. 67. efficiunt summam 68. Hæc vero per 34. multiplicata producit 2312. cujus semisus 1156. Constat igitur dolium 1156. grossis Livonicis sive 12. Imp. & 76. gr.

Cum problematibus hujus capituli 8. conferatur Neufville Arithm. lib. 2. cap. 7. & 8. itemq; Clavius ad def. 4. lib. 5. in regulis sub titulo de *propert. arithm.*

CAP. IX.

De proportione geometricâ & quidem continuâ.

Proportio Geometrica est similitudo rationum Eucl. lib. 5. def. 4. sive, in qua terminorum ratio est eadem. Ut in 2. 4. 3. 6. est proportio geometrica. Qualis enim est ratio 2. ad 4. talis etiam est ratio 3. ad 6. nempe subdupla.

Propter excellentiam dicitur & generaliter nomine *Proportio*, cum adjectione autem differentie dicitur *geometrica*, quod in Geometria amplius ejus sit usus, quam proportionis arithmetice.

Estq; vel continua vel disjuncta.

Proportio geometrica continua est, in qua singuli termini intermedij bis sumuntur, ita ut sine interruptione, quæ est ratio primi ad secundum, ea sit ratio secundi ad tertium & sic consequenter.

Ut in 2. 6. 18. est proportio geometrica continua. Qualis enim est ratio 2. ad 6. nempe subtripla, talis est etiam ratio 6. ad 18.

Et est iterum vel simplex in tribus vel multiplex in pluribus terminis, quæ progressio geometrica alias dicitur.

In Proportionem continua consideranda venit proprietas & inventio tum terminorum, tum summæ.

Problema 67.

Continuæ Proportionis geometricæ proprietatem exponere.

Potissima proprietas hæc est: Factus ab extremis æqualis est factus ab extremis æqualiter remoto.

Et si numerus terminorum est impar; medius in se ductus, eundem factum producit. Vt prop. 20. lib. 7. Eucl.

Ut in progressionem duplâ quinque terminorum 2. 4. 8. 16. 32. si duo extremi 2. & 32. inter se multiplicentur, factus est 64. Eodem modo si proximi ab extremis 4. & 16. in se ducantur, factus est 64. Et cum 5. (numerus terminorum) sit numerus impar; igitur ex multiplicatione medij 8. in seipsum, similiter producantur 64.

Pro-

Datis in proportione continu-
trium terminorum medio & uno extre-
mo; alterum extremum inve-
nire.

Medius terminus ducatur in seipsum, & factus dividatur per extremum datum. Quotus enim exhibebit extremum quæsitum juxta probl. 67.

Ut hisce duobus continuè proportionalibus 2. 4. quærendus sit tertius? Igitur quater 4. efficiunt 16. quo numero per 2. diviso, resultat in Quoto 8. tertius proportionalis quæsitus.

Problema 69.

Datis duobus vel pluribus ter-
minis proximis in Progressione geome-
trica, reliquos succedentes quantum
libet investigare.

Datorum ultimus ducatur in seipsum, & factus dividatur semper per penultimum. acquirentur omnes in data Progressione succedentes termini in infinitum, juxta probl. 68.

Ut sint hi duo termini continui 2. 4. Pro-
obtinendis reliquis primò quater 4. sunt 16. qui
bus divisus per 2. prodit 8. terminus tertius he-
jus Progressionis. Rursus hic ultimus 8. ducatur

tur in se & factus 64. dividatur per suum penul-
timum qui est 4. eritq; inventus in quoto termi-
nus quartus 16.

Similiter hic numerus 16. putetur terminus
ultimus, & factus à seipso, nempe 256. divida-
tur per suum penultimum sive præcedentem qui
est 8. & patebit succedens in ordine quintus ter-
minus videlicet 32. Eodem modo veniantur
etiam reliqui termini continuè succedentes in
infinitum.

Descriptio octo terminorum datæ Progres-
sionis hæc est: 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.

Ira in decrecente progressionè geometricâ
si dentur hi duo termini 64. 32. Ultimi 32. per
seipsum factus est 1024. qui per præcedentem
64. divisus largitur tertium terminum 16. Siq;
hujus ultimi (videlicet 16.) factus 256. per præ-
cedentem 32. dividatur, acquiritur quartus ter-
minus datæ progressionis, qui est 8. Haud ali-
terer inveniuntur etiam reliqui termini in nume-
ris integris hic subjecti 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1.
Quodsi vero in numeris fractis continuanda sic
progressio, similiter extendetur in infinitum
subsidio problematis 23. 24. 28. 29. hoc modo
in 8. terminis $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$ $\frac{1}{128}$ $\frac{1}{256}$.

Problema 70.

Datis ratione & principio Pro-
gressionis geometricæ: eandem quan-
tumlibet continuare.

Terminus primus & deinde acquisiteorum ultimus in progressionē accrescente semper multiplicentur, in decrescente vero dividantur per denominatorem sive Quotientem datæ rationis; & obtinebitur succedens.

E.g. Progressionis sub duplæ primus terminus sit 3. Hoc igitur multiplicato per 2. denominatorem sive quotum rationis datæ, produci- tur secundus terminus nempe 6. In hunc iterum ductus denominator rationis 2. generat tertium terminum 12. Et sic inveniuntur etiam reliqui succedentes in infinitum, ex quibus septem priores hi sunt: 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192.

Contra duplæ progressionis primus terminus sit 192. pro inveniendō secundo termino datus 192. dividitur per 2. denominatorem rationis & quotus 96. exhibet terminum secundum. Rursus hic 96. per 2. divisus ostendit tertium & sic consequenter juxta hoc paradigma:

192. 96. 48. 24. 12. 6.

Problema 71.

Datis duobus terminis continuis, vel ratione & principio Progressionis geometricæ, ejusdem terminum optatum compendiosè invenire.

Primo per probl. 69. vel 70. inveniuntur termini continui, quot numeri sive partes aliquæ

quantæ illum, qui optatum terminum unitate minorum designat, constituunt. His superscribantur indices, id est, numeri, naturaliter à 0 procedentes. Deinde duorum numeris assumptis subscriptorum terminorum alter per primum terminum dividatur, & alter per hunc quotientem multiplicetur. Sic prodibit terminus optatus.

Ut in Progressione subduplâ ab 1. incipiente, si quærendus sit terminus decimus? Demp- tã unitate ex decem remanent novem. At hic numerus componitur ex 3. & 6. vel ex 4. & 5. Igitur inveniuntur sex termini continui hujus Progressionis, iisq; superscribantur numeri (quos alij indices, alij nomina terminorum vocant) juxta seriem eorum naturalem, hoc modo:

o I. II. III. IV. V. IX.
1. 2. 4. 8. 16. 32.

Porro termini progressionis sub assumptis indicibus IV. V. reperti, videlicet 16. 32. (cum neuter eorum per terminum primum, qui est 1. dividi possit) multiplicentur inter se, & produ- cetur terminus decimus Progressionis quæ situs § 12. uti apparet ex apposito diagrammate

| | |
|---------------|---------------|
| 32 ----- V | Vel |
| 16 ----- IV | 8 ----- III |
| 192 | 4 ----- II |
| 32 | 32 ----- V |
| § 12 ----- IX | 16 ----- IV |
| | § 12 ----- IX |

G

Cum

Cum enim II. III. IV. similiter constituantur IX. igitur si eorum termini in se ducantur contineantur, producet terminus decimus optatus.

Ita si progressionis subtriplex incipientis a 3. quærat terminus duodecimus? Quoniam numerus proximè minor componitur ex 5. & 4. primò investigentur termini septem & suis indicibus, ut ante, signentur.

o I. II. III. IV. V. VI. XI.
3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187.

Deinde per terminum primum, qui est 3. dividatur terminus sub V. inventus, nempe 729. & quotus ejus 243. multiplicetur per 2187. numerum sub VI. inventum. Factus enim 531441 est duodecimus terminus optatus.

Similiter si ejusdem progressionis subtriplex quærat terminus decimus sextus? Partes numerus proximè minoris assumantur hoc loco VI. VII. III. Igitur terminus sub VI. scriptus nempe 2187. ducitur in sui quotum ex 3. qui est 729. sed sextus 1594323. porro multiplicatur in terminum sub III. inventum, at per 3. contractum nempe in 27. Hinc producit optatus terminus decimus sextus 43046721.

Paradigma utrumq; hoc est:

| | |
|------------------|------------------|
| 2187 ----- VI. | 2187 --- VI. |
| 3 243 ----- V. | 3 729 --- VI. |
| 6561 | 1594323 --- XII. |
| 8748 | 3 27 --- III. |
| 4374 | 43046721 --- XV. |
| 531441 ----- XI. | |

Problema 72.

Datis duorum terminorum progressionis Geometricæ indicibus & facto: quotus hic sit terminus ejusdem cognoscere.

Dati indices duorum terminorum addantur. Summa enim eorum demonstrat indicem facti, qui universæ quidem Progressionis est terminus uno loco remotior.

Ut Progressionis subduplex, ab 1. incipientis, termini 8. & 16. producant 128. Quæritur quotus hic sit terminus progressionis datæ? Cum indices istorum terminorum sint III. & IV. quorum summa VII. Dico indicem hujus termini 128. esse VII. Universæ vero progressionis terminum octavum.

Hoc problema est fundamentum algebraica. Logistica figurarum valorum multiplicationis, ut ostendit Ramus Arithm. lib. 2. cap. 16. el. 6.

Problema 73.

Datis in progressionem geometricam duobus terminis, uno nempe remotiore & alio præcedente, unâ cum indicibus eorundem: alterum illius factorum ejusq; indicem concludere.

Terminus remotior dividatur per factorem antecedentem, & ex quotu constabit alter factor.

Index vero factoris dati subtrahatur ab indice remotioris facti, & relinquetur index factoris inventi.

Ut Progressionis subduplæ ab 1. incipientis terminus remotior sit 128. ejusq; index VII. Præcedens 16. ejusq; index IV. Quæritur aliter factor termini remotioris, ejusq; index?

Igitur remotior 128. dividatur per præcedentem 16. & quotiens hoc loco 8. exhibet alterum factorem termini remotioris. At si ab indice remotioris VII. subtrahatur index præcedentis dati, nempe IV. remanet index quotientis III.

Hæc operatio fundamentum est omnis figurarum proportionalium per Algebram & Logisticam divisionis, ut loquitur Ramus Arithm. lib. 2. cap. 16. el. 6.

Problema 74.

Datis cujuscunq; rationis, extra multiplicem & submultiplicem, terminis minimis: eandem in numeris integris tribus, quatuor, quinq; &c. continuare.

Data rationis termini minimi primo in se ipsos

iplos & in se invicem ducantur, hinc oriuntur tres termini continui. Deinde minimorum antecedens ducatur in omnes productos præcedentis ordinis, & consequens in terminum illius ordinis ultimum. Sic poterit data ratio numeris integris in infinitum continuari, vi prop. 10. lib. 8. Eucl.

E. g. Sit ratio subsesquialtera, cujus termini minimi ex probl. 49. sunt 2. 3. in numeris integris continuandi? Fiet illud juxta hanc descriptionem:

2. 3.
4. 6. 9.
8. 12. 18. 27.
16. 24. 36. 54. 81.
32. 48. 72. 108. 162. 243.
64. 96. 144. 216. 324. 486. 729.
& sic deinceps in infinitum.

In ordine enim secundo sunt tres numeri continuè proportionales datæ rationis, in tertio ordine quatuor, in quarto quinq;. Et sic in reliquis ordinibus numerus terminorum proportionalium subinde crescit.

Problema 75.

Terminorum progressionis geometricæ summam compendiosè indagare.

Progressionis terminus minimus subtrahatur à maximo; & residuum dividatur per denominatorem rationis unitate diminutum. Quotus enim termino maximo auctus, largietur summam terminorum progressionis quæsitam, juxta Clav. Arithm. cap. 25. reg. 1.

E. g. Quæritur summa duodecim terminorum progressionis subtriplicis incipientis à 3. Quoniam primus terminus 3. sublatus à duodecimo 331441 relinquit 331438. Hic verò per 2. (numerum à denominatore rationis subtriplicis, qui est 3. unitate deficientem) divisus datur quotus 265719. Igitur huic quotus addatur ultimus terminus 331441. & constabit summa quæsitæ 797160. absq; subsidio intermediorum.

Observatio.

Si ultimus terminus progressionis subduplicis minutus primo, sibi ipsi addatur, totus erit summa per cl. 3. cap. 17. lib. 2. Arithm. Rami. Ut: Venditurus equum cum emptore ita transigit, ut saltem pro clavis solarum precium numeret, detq; pro primo clavo solidum nigrum Rigensem. Pro secundo duos, pro tertio 4. & sic deinceps duplicando usq; ad 24. Quæritur quanti equus constiterit?

| | | | | | | |
|------|-----|------|-----|-----|-----|----------------|
| o I. | II. | III. | IV. | V. | VI. | 64... VI |
| 1. | 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64... VI |
| | | | | | | 4096... XII |
| | | | | | | 64... VI |
| | | | | | | 262144. XVIII. |
| | | | | | | 32... V |

Terminus ultimus 8388608. XXIII.
idem minutus primo, qui est 1. 8388607
Summa 24. terminorum 16777215 nigri solidi Rig. sive 31068 Imper. 13. Marc. & 27. fs.

Problema 76.

Terminorum subduplicis & subtriplicis progressionis specialem proprietatem cognoscere.

Duarum progressionum subduplicis & subtriplicis specialis proprietas hæc est, quod ex earum terminis haberi possunt omnes peculiares & minores summe ab unitate usq; ad summam omnium terminorum, in illa quidem facilius per solam additionem, in hac per accedentem etiam subtractionem.

Ut si a subdupla dentur hi quatuor termini 1. 2. 4. 8. summa earum est 15. Omnes igitur summe ab 1. usq; ad 15. ex his quatuor terminis componi possunt, ut inductio testatur.

Hoc problema Libripendi singularem præstat commoditatem paucis ponderibus plura pon-

ponderandi. Etenim libræ terminis subduplæ & subtriplæ progressionis ab 1. comprehensæ totidem cognominibus ponderibus appenduntur. Sic libræ usq; ad 7. appenduntur tribus ponderibus subduplæ progressionis 1. 2. 4.

Sic libræ usq; ad 15. appenduntur quatuor ponderibus subduplæ huic progressioni cognominibus 1. 2. 4. 8.

Sic libræ usq; ad 31. ponderibus quinque progressionis subduplæ appenduntur 1. 2. 4. 8. 16.

Sic in subtripla progressionis libræ usq; ad 40. appenduntur ponderibus quatuor 1. 3. 9. 27.

Sic libræ usq; ad 121. appenduntur his quinque ponderibus 1. 3. 9. 27. 81.

Videatur de hisce Ramus Arithm. lib. 2. cap. 17. cl. 6.

CAP. X.

De proportione Geometrica disjuncta, ejusq; Regulâ Trium directâ.

Disjuncta sive discreta proportio geometrica est, quæ terminis & rationibus est distincta. E. g. si dicam: ut 2. ad 4. sic 3. ad 6. Hic terminus 4. consequens prioris rationis non potest evadere antecedens sequentis, nec 3. antecedens posterioris potest fieri consequens terminus rationis præcedentis. Diversi enim hi sunt termini

mini, qui ita non coherent uti superius in proportione continuâ. Nec talem habet rationem 4. ad 3. qualem 2. ad 4. vel 3. ad 6. Est igitur proportio disjuncta.

Estq; vel simplex vel multiplex.

Simplex proportio disjuncta quatuor terminis constat. Ut 2. 4. 3. 6.

Et est alia directâ, alia reciproca.

Directâ est, quando ut primus terminus se habet ad secundum, ita tertius ad quartum. E. g. 2. 4. 3. 6. Hic primus terminus 2. est dimidia pars secundi 4. ita etiam tertius 3. est dimidia pars quarti 6.

Reciproca est, quando ut tertius terminus ad secundum, ita primus est ad quartum. E. g. si hoc modo disponantur præcedentes numeri 3. 4. 2. 6. dabunt proportionem reciprocam, quippe ut 2. ad 4. sic 3. ad 6.

Ex illâ deducitur Regula Trium directâ, ex hac Regula Trium inversa.

Regula Trium directâ est, quæ tribus numeris proportionalibus datis, factum à secundo & tertio per primum dividens, quartum proportionalem investigat. juxta Met. Arithm. lib. 2. cap. 1. n. 3.

Variis nominibus hæc ipsa insignitur. Dicitur enim 1. Regula *ναῖ ἐξολω*, quia est princeps omnium. 2. Regula Proportionum, à forma, quippe

obtinet in proportionibus. 3. Regula Trium vel de tribus scilicet numeris, & corruptè Detri à subiecto, cum circa tres numeros datos ex iis elicendo quartum ignotum versetur. 4. Regula *vera* propter admirabilem usum & excellentiam. 5. Regula Philosophorum & Mercatorum, quia apud hos in frequenti est usu. Conf. Met. Arithmet. lib. 2. c. 1.

In hac Regula Trium considerata venit Legitima trium datorum terminorum dispositio. 2. Quarti proportionalis investigatio. 3. Operationis probatio.

Problema 77.

Datos in Regula Trium tres numeros proportionales ritè dispo-
nere.

Numerus quæstionis, (id est, quæstionem annexam habens) ponatur à parte dextera, ut sit in ordine tertius; eiq; cognominis locetur à parte sinistra, ut evadat primus. Reliquus numerus medium occupet locum, ut fiat in ordine secundus.

Ut: duo dies constant horis 48. Quot igitur horis constant dies 15? Hoc loco numerus quæstionis est 15. eiq; cognominis 2, quia uterque denominationem suscipit à diebus, Disponendi igitur sunt hoc modo: D. H. D.

2 --- 48 --- 15.

Obje-

Observationes.

1. Si numero Quæstionis neuter reliquorum nomine conveniat; primum in ordine locum teneat is numerus, qui genere & re cum numero quæstionis consentit, eorumq; alteruter, qui nempe valoris est majoris, resolvatur in partes minoris valoris, ut hoc modo denominationem eandem acquirant.

Exempla.

1. Quot horas habent tres septimanæ, si 4. dies habent 96. horas? Hic 3. Sept. stant loco tertio, & 4. dies primo, tanquam ejus generis, ambo enim significant intervallum temporis majus. Ad obtinendam vero eandem denominationem; 3. septimanæ resolvuntur in dies factâ multiplicatione per 7. uti hic videre est

| | | |
|----|----|---------|
| D. | H. | |
| 4 | 96 | 3 Sept. |
| | 7 | |
| | 21 | D. |

2. Semuncia emitur 9. oris, quanti tres libræ? Libræ tertij loci resolvendæ sunt in semuncias multiplicando per 32. hoc modo:

| | | |
|------|-----|--------|
| Sem. | Or. | |
| 1 | 9 | 3 Lib. |
| | 32 | |
| | 96 | Sem. |

3. Pro

& productus 432. dividitur per primum 18
Hinc quotus secundo cognominis est quartus
proportionalis quæsitus 24. D.

Observationes.

I. Si divisor major fuerit numero facto ex ductu
secundi in tertium, unde divisio institui nequit: oritur
fractio; quam si evitare placet, resolvendus est
medius terminus in speciem minorem, factâ
jusedem multiplicatione per numerum partium
in uno sui integro contentarum.

Ut si repetamus exemplum secundum ob-
serv. 3. probl. 77.

| | | | | |
|---|-------|------|------------|---------------------|
| Lib. | Marc. | Lib. | Quotus est | $\frac{5}{8}$ Marc. |
| 6 | — | 5 | — | 1 |
| vel mult. per 8 | | | | |
| redigat. in oras 40 Jam 40 $\left(6 \frac{4}{8} \frac{5}{8} \text{ Or. est quotus}$ | | | | |

tus proportionalis quæsitus.

II. Si quotiens in minori sorte sive specie significat
tempus, mensuram, pondus vel monetam: accedat
alia divisione per numerum earundem partium
majoris speciei reducantur ad speciem majorem.

Ut in exemplo observ. 4. probl. 77.

| | | | | |
|--|-----|------|-----|-------|
| Uln. | Or. | Uln. | Or. | Marc. |
| 12 | — | 3269 | — | 4 |
| 1118 | | | | |
| 241 | | | | |
| 1 | | | | |
| 13076 $\left(1089 \left(136 \left(9 \text{ Imp}$ | | | | |
| 4 | | | | |
| 13076 | | | | |
| 12 | | | | |
| 8 | | | | |
| 15 | | | | |

Primæ divisionis quotus 1089. significat oras,
quippe quartus est cognominis secundo, qui de-
nominabatur ab oris. At oras numerando eo-
usq; vulgo non progredimur; igitur divisio iis
per 8. (cum tot partes videlicet oræ continean-
tur in uno integro proximè majoris speciei mo-
netæ, nempe in unâ marcâ) revocantur in mar-
cas 136. & hæc rursus in Imperiales per 15. Verus
igitur quartus proportionalis est 9. Imperia-
les 1. Marca & $1 \frac{8}{12} \left| \frac{2}{8} \right| \frac{2}{3} \text{ Or.}$

III. Si ex primâ divisione aliquid remanet: fra-
ctionem quotientis constituit, quæ ad minimos
terminos reducenda erit per probl. 14.

Vel: Si quotus minorem agnoscit speciem;
per numerum partium integri illius speciei resi-
duum multiplicetur, factusq; per primum ter-
minum dividatur.

Exempla.

I. Libræ 12. emuntur 10. thaleris; quanti
38. libræ?

| | | | |
|--|-----|----|-----|
| L. | Th. | L. | Vel |
| 12 | — | 10 | — |
| 38 | | | |
| 8 | | | |
| 380 $\left(31 \frac{8}{12} \left \frac{4}{8} \right \frac{2}{3} \text{ Thal.}$ | | | |
| 12 | | | |
| 380 $\left(31 \text{ Thal.}$ | | | |
| 12 | | | |
| 32 | | | |
| 256 $\left(21 \frac{2}{3} \text{ Or.}$ | | | |
| 12 | | | |
| H | | | |
| Facit | | | |

Facit $31\frac{2}{7}$ Thal. *sive* 31. Thal. $21\frac{2}{7}$ Or. Cum enim ex primâ divisione remaneant $\frac{8}{7}$ Thaleri, vel adducuntur ad minimos terminos $\frac{2}{7}$ Thal. vel pro ro multiplicantur per 32. propterea quod unus Thalerus contineat oras 32. Productus vero 256. iterum per primum, qui est 12. dividitur. Hinc emergunt oræ $21\frac{2}{7}$.

2. Dominus quidam servo annuam mercedem numerat 42. Thal. 3. Marc. Queritur quid eidem debeat pro 21. septimanis & 4. diebus:

| D. | Th. | Sept. D. |
|----------|-----------------|----------|
| 365 | $42\frac{3}{4}$ | 21 -- 4 |
| <u>4</u> | <u>171</u> | <u>7</u> |
| 1460 | 151 | 151 |
| | <u>151</u> | 100 |
| | 25821 | 25821 |
| | | 1460 |

Facit 17. thal. $21\frac{2}{7}\frac{43}{85}$ or.

3. Baculus in altitudine 5. ulnarum perpendiculariter humi defixus de se mittit umbram $3\frac{3}{4}$ ulnarum eodem momento, quo turris proicit umbram 12. ulnarum. Queritur altitudo turris?

| Umb. | alt. | Umb. |
|----------------|------|----------------------------|
| $3\frac{3}{4}$ | 5 | 12. Resp. 18 $\frac{5}{7}$ |

Compendia operationis suggerit nostra Praxis Italica in Appendice hujus Arithmeticæ:

Problema 79.

Quartum proportionalem inventum examinare.

Terminus secundus ducatur in tertium, itemq; primus in quartum inventum. Si enim numerus utriusq; productus fuerit æqualis; inventus illè erit verus quartus proportionalis per prop. 19. lib. 7. Eucl.

Vel: Terminus primus statuatur loco tertio, & tertius primo, quartus autem inventus mediò. Factâq; operatione juxta præscriptum problematis 78. si in quoto resultat terminus secundus prioris argumentationis; quartum illius esse verum proportionalem quæsitum indubitate concluditur.

Ut in exemplo problematis 78. ex datis tribus 18 --- 3 --- 144. inventus fuit hic quartus 24. Si jam lubet examen instituire, utrum sic genuinus quæsitus; fiet illud per modum 10

| | | | | | | |
|-----------|---|-----|-----|-----------|----|-----|
| 18 | 3 | 144 | 24 | 144 | 24 | 18 |
| <u>24</u> | | | | <u>18</u> | | |
| 432 | | | 432 | 432 | | |
| | | | | | | 432 |
| | | | | | | 144 |

H 2

In primo modo factus ab extremis æquatus factus à mediis; in secundo redit terminus secundus propositæ quæstionis. Ergo nullum est dubium, quin inventus ille 24. sit verus quartus proportionalis quæsitus.

CAP. XI.

De Regula Trium inversâ.

Regula Trium inversa est, quæ datis tribus numeris reciprocè proportionalibus, factum primo & secundo per tertium dividens, quæstum proportionalem investigat. Conf. *Metaph. Arithm. lib. 2. cap. 2. n. 2.*

Dicitur Regula Trium *inversa*, *conversa* & *versa*, itemq; *reciproca* respectu Regule Trium directæ; quippe invertit sive immutat priorem ordinem dispositionis terminorum, cum directus terminus primus fiat tertius inversæ, & contra eademq; viâ quâ directâ progreditur, reciprocè revertitur. Deinde invertit etiam modum operandi, uti ex probl. 80. patebit.

Adhibetur autem hæc Regula, ubi secundum rationis dictamen tertius numerus primus major requirit quartum secundo minorem; tertius minor primo requirit quartum secundo majorem. Ut si in eadem re *potentia* augeatur, necessario *tempus* diminuitur, vel si rei *pretium* augeatur, ejus quoq; *pondus* diminuitur, & *vis* versa.

In hac itidem considerantur datorum numerorum collocatio, ipsa operatio, ejusq; probatio.

Collocantur numeri in Regulâ Trium conversâ eodem modo, quo in directâ, nempe ut numerus quæstionis fiat tertius, eiq; cognominis vel homogeneus sit primus; reliquus vero fiat in ordine secundus.

Quoad operationem verò docet

Problema 80.

Tribus terminis ritè dispositis, quartum reciprocè proportionalem invenire.

Multiplicetur primus per secundum, & factus dividatur per tertium. Quotus erit quartus proportionalis quæsitus.

Exempla.

1. Boves 15. arant jugerum diebus 8. Quot diebus arabunt idem 20. boves?

Quoniam potentia hoc loco crescit; nam 20. boves plus possunt præstare quam 15. Igitur sana ratio dicitur, tempus diminutum iri, sive quod 20. boves breviori temporis spatio quàm 15. boves, idem jugerum sint araturi. Pertinet igitur hæc quæstio non ad Regulam Directam, sed ad reciprocâ.

Et cum 20. boves quæstionem faciant, statuantur loco tertio, & 15. boves loco primo reliquus autem numerus 8. D. loco medio, & absolvitur operatio juxta hoc paradigma:

| | | | |
|-----|----|----|-----|
| B. | D. | B. | |
| 15 | 8 | 20 | |
| 8 | | | 120 |
| 120 | | | 20 |

Resp. 20. boves absolvent illud jugerum 120 Diebus.

2. Commeatus sufficit 7. menses 3000. obfessis militibus. Quæritur quot obfessis 12. menses superat?

| | | | |
|----|------|----|------------------|
| M. | O. | M. | |
| 7 | 3000 | 12 | Resp. 1750. obl. |

3. Cum tonna siliginis venit 5. thalerum panis orâ emendus est 4. semunciarum. Quæritur si tonna siliginis ematur 8. thalerum quot semunciarum erit panis ejusmodi?

| | | | |
|-----|----|-----|---------------|
| Th. | S. | Th. | |
| 5 | 4 | 8 | Resp. 2½ Sem. |

4. Pannus 4. ulnarum, cujus latitudo est 2½. ulnarum pro veste conficienda requiritur. Quot ulnæ igitur alterius panni, cujus latitudo 1½ ulnæ ad similem vestem conficiendam requiruntur?

| | | | |
|------|-------|------|---------------|
| Lat. | Long. | Lat. | |
| 2½ | 4 | 1½ | Facit 8. Ulnæ |

5. Aur.

5. Amphora vini sufficit tres dies 30. convivis: eadem quot convivis sufficiet sex dies?

| | | | |
|----|----|----|-----------------|
| D. | C. | D. | |
| 3 | 30 | 6 | Resp. 15. Conv. |

6. Quidam 246. Imperiales ab amico mutuo sumens, eosdemq; 26. septimanis elapsis restituens, mutuum officium creditori pollicetur. Alter paulo post 340. Imperiales à priori sibi commodato dari petit. Quæritur quamdiu eam summam retinere debeat, ut mutui æqualitas servetur? Resp. 18. Septim. 5. Diebus.

| | | | |
|-----|----|-----|--|
| I. | S. | I. | |
| 246 | 26 | 340 | |

7. Tres mercatores lucrati sunt tricenos aureos; primus per 6. menses ex aureis 60. secundus per 7. tertius per 5. menses. Quæritur quæ fuerit sors secundi & tertij?

| | | | | | | |
|------------------------|----|----|--|----------------------|----|----|
| M. | A. | M. | | M. | A. | M. |
| 6 | 60 | 7 | | 6 | 60 | 5 |
| Sors secundi 5 1½ Aur. | | | | Sors tertij 72. Aur. | | |

8. Sit ager quidam quadrangularis reſtanguſus, longus 6. decempedas, latus 4. decemp. Huic æqualis & ejusdem figuræ abſcindendus eſt, cujus latitudo tantum eſt 3. decemp. Quæritur longitudo?

| | | | |
|------|-------|------|------------------|
| Lat. | Long. | Lat. | |
| 4 | 6 | 3 | Long. 8. decemp. |

9. Sit ſtatera radius major 10. partium, minor duarum. A majore autem pondus 6. libra-
rum,

H 4

rum, cum pondere quodam à minore faciat æquamentum. Quæritur quantum hoc pondus sit?

Part. Libr. Part.

10 ----- 6 ----- 2 Resp. 30. libr.

Ex hoc exemplo intelligitur, quæ sit ratio explorandi rerum quarumcunq; pondera per statera juxta Neuf. Arithm. libr. 5. cap. 2. propof. 2. exempl. 7.

10. Pondus 8. librarum descendit horis. Quando igitur descendet pondus 16. librarum Facit 1. Hor.

| | | |
|------|----|------|
| Lib. | H. | Lib. |
| 8 | 2 | 16. |

Problema 81.

Quartum reciprocè proportionalem examinare.

Quoniam veritas proportionis reciprocè fundatur tum in prop. 14. libr. 6. Eucl. tum in hac proprietate, quod factus à duobus prioribus æqualis fit factus à duobus posterioribus terminis, teste Metio Arithm. libr. 2. cap. 2. n. 2. Igitur

Multiplicetur primus per secundum, item tertius per quartum. Producta enim si utrinque fuerint æqualia, quartus ille inventus est verus numerus reciprocè proportionalis quæsitus.

Ut in exemplo 1. problematis præcedentis

| | | | |
|----|---|-----|-----|
| 15 | 8 | 20 | 6 |
| 8 | 6 | 120 | 120 |

Similiter probantur omnia exempla proportionis reciprocæ.

CAP. XII. De Regula Dupli.

Sic fuit disjuncta proportio geometrica simplex: sequitur multiplex, quæ pluribus quàm quatuor terminis constat & cernitur in Regula Dupli, Societatis, Alligatonis & Falsi.

Regula Dupli est, quæ datis quinque terminis directè vel reciprocè proportionalibus, sextum proportionalem per binos in primo & tertio loco numeros investigat.

Dicitur Regula Dupli à duplicibus numeris in primo & tertio loco. Alias Regula Quinq; à quinque numeris datis; item Regula Sex Quantitatum à quinque datis & sexto quæsito. Et Regula Trium composita quod duæ proportionales simplices hic coalescant in unam. Inventa primum est à Prolemæo, qui ante inventionem Canonis Triangulorum, Astronomiæ eam applicavit, ad investiganda motuum cœlestium accidentia, & geometricè per lineas demonstravit lib. 1. Almagesti cap. 12.

In hac notetur datorum numerorum collocatio, Quæsti investigatio & probatio.

Problema 82.

Datos quinque numeros proportionales in ordinem digerere.

Duo numeri quæstionem annexam habentes tertio loco collocentur, ita ut numerus secundarius, qui denotat tempus, lucrum, damnum aliasque circumstantias principali subscribatur. Reliqui numeri ejusdem vel denominationis vel rei primum obtineant locum, sed quintus medium occupet.

Ut: Boves 6. arant diebus 4. jugera 20 quid arabunt 10. boves diebus 15.

Hoc loco 10. boves & 15. dies sunt numeri quæstionis: igitur collocantur loco tertio, non quidem indifferenter, sed 15. dies (quia circumstantiam temporis significant) loco inferiori, & 10. boves loco superiori ponuntur. Singulis his in primo loco statuuntur cognomines, nempe sub 6. B. scribuntur 4. D. In medio autem solitariè ponuntur jugera 20. hoc modo:

$$\begin{array}{r} \text{B. 6} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} 20 \text{ Jug.} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \text{10. B.} \\ \text{D. 4} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \text{15. D.} \end{array}$$

Problema 83.

In Regula dupli sextum terminum directè proportionalem invenire.

Termini primi loci in se, & tertij loci similiter in se invicem ducantur, & simplicis proportionis termini innotescunt, quorum secundus & tertius si multiplicentur, factusque dividatur per primum; Quotus exhibebit sextum directè proportionalem quæstum.

Exempla.

1. Si repetamus proximè præcedens, quod erat tale:

$$\begin{array}{r} \text{B. 6} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} 20 \text{ Jug.} \quad \left. \begin{array}{l} \text{10 B.} \\ \text{15 D.} \end{array} \right\} \\ \text{D. 4} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \text{24} \quad \text{-----} \quad 20 \quad \text{-----} \quad \frac{20}{150} \\ \frac{20}{150} \quad \frac{3000}{3000} \quad \frac{3000}{24} \quad \left(125 \text{ Jug.} \right) \end{array}$$

Hic ex ductu 4. in 6. acquiritur terminus primus proportionis simplicis, nempe 24. Similiter ex 10. per 15. multiplicatis producitur tertius terminus 150.

2. Centenarij 11. per 26. milliaria vehuntur 12. thaleris. Quot thaleris igitur vehentur 18. centenarij per 71½ milliaria? Resp. 54. thal. Cent. 11 Mill. 26 $\left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} 12 \text{ Th.} \quad \left. \begin{array}{l} \text{18 Cent.} \\ \text{71½ Mill.} \end{array} \right\}$

$$\frac{11}{286} \quad \text{-----} \quad 12 \quad \text{-----} \quad \frac{12}{1287}$$

3. Si centum Imperialia annuo spatio dantur usuram 6. Imperialium: Quid usuræ dabuntur 370. Imperialia per triennium & 4. menses?

$$\begin{array}{r} \text{Sors } 100 \triangleright 6 \text{ Usur.} \triangleleft 370. \text{ Sors} \\ \text{Mens. } 12 \triangleright 40. \text{ Mens.} \\ \hline 1200 \text{ --- } 6 \text{ --- } 14800. \end{array}$$

Resp. Dant usuram 74. Imperialium.

4. Sint duæ moletrinae, quarum altera quot tuor molis molit 9. horarum spatio 42. tonnas. Quæritur altera 6. molis quantum molat horarum 13? Resp. 91. tonnas.

$$\begin{array}{r} \text{Mol. } 4 \triangleright 42 \text{ Ton} \triangleleft 6. \text{ Mol.} \\ \text{Hor. } 9 \triangleright 13. \text{ Hor.} \\ \hline 36 \text{ --- } 42 \text{ --- } 78. \end{array}$$

5. Duodecim militibus trimestri spatio stipendium solvendum est 150. thalerorum. Quantum 32. militibus spatio annuo, seu 12. mensium? Resp. 1600. thal.

$$\begin{array}{r} \text{Mil. } 12 \triangleright 150 \text{ Th.} \triangleleft 32. \text{ Mil.} \\ \text{Mens. } 3 \triangleright 12. \text{ Mens.} \\ \hline 36 \text{ --- } 150 \text{ --- } 384 \end{array}$$

6. Argenti puri, (quod est 16. lotonum) marca 9. uncialibus solidis æstimatur. Quæritur erunt 4. marcæ argenti 12. lotonum? Facit 27. Unciales.

$$\begin{array}{r} \text{Marc. } 1 \triangleright 9 \text{ Imp.} \triangleleft 4. \text{ M.} \\ \text{Lot. } 16 \triangleright 12. \text{ L.} \\ \hline 16 \text{ --- } 9 \text{ --- } 48. \end{array}$$

Problema 84.

In Regulâ dupli sextum terminum reciproce proportionalem indagare.

Termini primi & tertij loci decussatim multiplicentur, factiq; sub principalibus collocentur. Hoc facto si juxta præscriptum problematis 80. terminus primus *proportionis simplicis* cum secundo multiplicetur, & factus per tertium dividatur; Quotus indicabit proportionalem quæsitum.

Exempla.

1. Pro centenariis 18. per 71½ milliarum vendendis solvuntur 36. thaleri: Per quot millaria igitur vehentur 11. centenarij pro 8. thaleris? Resp. per 26. millaria.

$$\begin{array}{r} \text{Cent. } 18 \triangleright 71\frac{1}{2} \text{ Mill.} \triangleleft 11. \text{ Cent.} \\ \text{Thal. } 36 \triangleright 8. \text{ Thal.} \\ \hline 144 \text{ --- } 71\frac{1}{2} \text{ --- } 396. \end{array}$$

Hic centenarij 18. per crucem ducuntur in 8. Thaleros, & factus 144. largitur terminum primum, quippè sub principali termino scribendus est. Similiter 11. centenarij per 36. thal. multiplicantur, & factus 396. tertio loco, sub suo principali termino ponendus est. Medius vero utrobique manet. Cum igitur quinque termini dati ad tres hoc pacto reducti sint; juxta probl.

80. perficitur operatio, uti videre est in hoc p
radigmate:

$$\begin{array}{r} 124 \\ 143 \\ \hline 432 \end{array} \quad \begin{array}{r} 71\frac{1}{2} \\ 143 \\ \hline 143 \end{array} \quad \begin{array}{r} 396 \\ 2 \\ \hline 792 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 20592 \\ \hline \end{array}$$

$$20592 \left(\begin{array}{l} 26 \\ 792 \end{array} \right)$$

2. Centum Imperiales annuo spatio dat
usuram 6. Imperialium. Quamdiu igitur 7
Imperiales in usuris collocandi sunt, ut 21. Im
periales lucrentur?

Resp. $4\frac{2}{3}$ annos.

$$\begin{array}{r} \text{Sors } 100 \\ \text{Usur. } 6 \\ \hline 2100 \end{array} \begin{array}{r} \triangleright 1 \text{ A.} \\ \hline 1 \end{array} \begin{array}{r} \triangleleft 75. \text{ Sors.} \\ \hline 21. \text{ Usur.} \\ \hline 450 \end{array}$$

3. Si duo messorum demerunt 6. jugera 4. die
bus: quæritur quot diebus 8. messorum demer
tant 12. jugera?

Resp. biduo.

$$\begin{array}{r} \text{Mess. } 2 \\ \text{Jug. } 6 \\ \hline 24 \end{array} \begin{array}{r} \triangleright 4 \text{ D.} \\ \hline 4 \end{array} \begin{array}{r} \triangleleft 8. \text{ Mess.} \\ \hline 12. \text{ Jug.} \\ \hline 48. \end{array}$$

4. Thaleri 72. lucrentur decem mensium
spatio 2. thaleros. Lucrum igitur 20. thalero
rum 16. mensium spatio ex qua sorte sperandum
est? Resp. ex 450. Th.

$$\begin{array}{r} \text{Mens. } 10 \\ \text{Lucr. } 2 \\ \hline 200 \end{array} \begin{array}{r} \triangleright 72 \text{ Sors} \\ \hline 72 \end{array} \begin{array}{r} \triangleleft 16. \text{ Mens.} \\ \hline 20. \text{ Lucr.} \\ \hline 32. \end{array}$$

5. Tonna siliginis 5. thalerorum dat panem
6. oris emendum 20. semunciarum. Quantus
erit panis unâ orâ emendus, quando tonna sili
ginis emitur 3. thaleris? Resp. $5\frac{5}{8}$ semunc.

$$\begin{array}{r} \text{Thal. } 5 \\ \text{Or. } 6 \\ \hline 5 \end{array} \begin{array}{r} \triangleright 20 \text{ Sem.} \\ \hline 20 \end{array} \begin{array}{r} \triangleleft 3. \text{ Thal.} \\ \hline 1. \text{ Or.} \\ \hline 18. \end{array}$$

6. Duo operarij ad vallum extruendum
uno die effodere & aggerere possunt 5. scutulas
(Schaffte) Quæritur quot diebus 60. operarij
effodiant & aggerant 2778. scutulas? Resp.
 $18\frac{1}{2}$ D.

$$\begin{array}{r} \text{Op. } 2 \\ \text{Sc. } 5 \\ \hline 5556 \end{array} \begin{array}{r} \triangleright 1 \text{ D.} \\ \hline 1 \end{array} \begin{array}{r} \triangleleft 60. \text{ Oper.} \\ \hline 2778. \text{ Scut.} \\ \hline 300 \end{array}$$

7. Uno die duo operarij effodere & agge
rere possunt 5. scutulas; Quot igitur operarij
 $18\frac{1}{2}$ diebus effossuri atq; aggesturi sunt 2778.
scutulas? Fiunt 60. operarij.

$$\begin{array}{r} \text{D. } 1 \\ \text{Sc. } 5 \\ \hline 5556 \end{array} \begin{array}{r} \triangleright 2 \text{ Op.} \\ \hline 2 \end{array} \begin{array}{r} \triangleleft 18\frac{1}{2} \text{ D.} \\ \hline 57 \\ \hline 2778 \text{ Scuta} \\ \hline 185. \end{array}$$

Problema 85.

Sex

Sextum terminum proportionalem inventum examinare.

In Examine hujus Regulæ assumuntur termini ad proportionem simplicem reducti, quidem, ut si inventus est directè proportionalis, factus ab extremis æqualis sit factus ab intermediis juxta probl. 79.

Si inventus est reciprocè proportionalis; factus ab extremis prioribus æquetur factus ab extremis posterioribus juxta probl. 81.

Ut in exemplo primo problematis 83. placet inquirere, utrum inventus 125. sit verè directè proportionalis quæsitus? Termini proportionis simplicis hi sunt:

$$\begin{array}{r} 24 \dots 20 \dots 150 \dots 125 \\ \hline 20 \quad 24 \\ \hline 3000 \quad 3000 \end{array}$$

ducuntur 3000. Cum igitur factus ab extremis æquetur factus ab intermediis, sunt quatuor numeri directè proportionales vi prop. 19. libr. 7. Euclid. adeoq; quartus inventus est genuinus numerus quæsitus.

Similis probatio instituitur etiam in aliis proportionibus directis.

Sed operationes problematis 84. examinantur, ut hoc exemplum ejus primum:

| | | |
|--|--|--|
| $\begin{array}{r} 144 \dots 143 \dots 792 \dots 26 \\ \hline 143 \\ \hline 432 \\ 576 \\ \hline 144 \\ \hline 20592 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 26 \\ \hline 4752 \\ 1584 \\ \hline 20592 \end{array}$ | <p>Ducuntur enim 143. in 144. similiter 26. in 792. & quia facti æquantur, inventus ille quartus 26. est genuinus numerus reciprocè proportionalis quæsitus.</p> |
|--|--|--|

CAP. XIII.

De Regula Societatis.

Regula Societatis est, quæ summam aliquam respectu principalium terminorum in partes proportionaliter distribuit, vigore prop. 12. libr. 7. Euclid.

Dicitur Regula Societatis, consortij & Compagnie quod in Societatibus mercatorum ejus potissimus sit usus. Aliàs vocatur Regula rei heriscundæ, id est dividendæ, quod rem multis communem, utpote lucrum, damnum &c. convenienter dividat. Itemq; Regula æquitatis, justitiæ & politiciæ, quod suum cuiq; proportionaliter tribuat. Vid. Neuf. Arithm. lib. 5. cap. 4. n. 3.

Estq; vel simplex, in qua termini principales, citra ullam circumstantiam, aut cum æquali proponuntur: vel composita, in qua termini principales cum diversis circumstantiis proponuntur.

Problema 86.

I

Da

Datis quibusvis terminis principalibus absq; circumstantiis: summam proportionaliter distribuere.

Omnes termini principales colligantur in unam summam; quæ primo loco collocatur. Secundo autem loco ponitur summa distribuenda & tertio singuli termini principales, ubi

Sicut se habet summa terminorum principalium ad summam distribuendam; ita pars summæ prioris ad partem summæ posterioris.

Operatio igitur juxta probl. 78. toties instituat, quot sunt termini principales, & inveniuntur proportionales quæ sit, qui additi si distribuendam reddant summam, operationem ritè institutam esse testantur.

Exempla.

1. Duo mercatores in ita societate conuenerunt primus 176. thaleros, secundus 224. thaleros, & lucrati sunt 75. thaleros. Quæritur quantum singulis pro rata accedat? Resp. Lucrum primi est 33. thal. secundi 42. thal.

| | | | |
|------|---------|-----------|-------------------|
| Sors | Lucr. | Sors | Lucr. |
| 400 | 75. Th. | { 176 } | Resp. { 33. primi |
| | | { 224 } | { 42. secundis |
| | | Summa 75. | |

Cum enim sors utriusq; 176. & 224. efficiat summam 400. ea tenet primum locum Regulæ Trium,

Trium, & lucrum commune 75. th. secundum: tertium vero locum occupat seorsim fors cuiusq; hoc modo:

400 --- 75 --- 176 | 400 --- 75 --- 224.
facta; multiplicatione secundi per tertium, & producti divisione per primum, in quoto inuenitur portio lucri cuius competens. Tandem examinis loco, portiones lucri 33. T. 42. T. adduntur & summa 75. T. est summæ distribuendæ, secundo loco positæ, æqualis. Nullum igitur est dubium, quin distributio lucri communis ritè sit instituta.

2. Tres longinquum iter suscepturi contribuunt A 528, Imperiales, B 672, C 840. Confecto autem itinere remanserunt 646. Imperialis. Quæritur quantum inde singuli recipiant? Resp. A 167 $\frac{1}{2}$. Imp. B 212 $\frac{2}{3}$. Imp. C 266. Imp.

| | | | |
|------|----------|---------|---------------------------|
| 2040 | 646 Imp. | { 528 } | Facit { 167 $\frac{1}{2}$ |
| | | { 672 } | { 212 $\frac{2}{3}$ |
| | | { 840 } | { 266. |

Et redit prior summa distribuenda 646. Imp.
3. Sint quinque Creditores, quorum primo debentur 300. Imper. secundo 126. tertio 130. quarto 198. quinto 146. Concursum eorum facto, bona debitoris voci præconis subiiciunt, & ex iis conficiunt tantummodo 540. Imperiales. Cum igitur ex hac summa omnibus satisfieri non possit, quæritur quantum singulis sit solvendum?

$$900 - 540. \text{ Imp. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 300 \\ 126 \\ 130 \\ 198 \\ 146 \end{array} \right\} \text{ Fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 180 \\ 75\frac{1}{2} \\ 78 \\ 118\frac{1}{2} \\ 87\frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

540

4. Tres mercatores quæstum facturi in commune conferunt primus 942. Imperialibus secundus 720. tertius 516. Post intervallum aliquod temporis 363. Imperialium damnati sentiunt; Quare societatem dissolvunt. Quæritur quantum sortis cuiq; sit tribuendum?

| | | | | |
|------|---------|------|---|---|
| Sors | Resid. | | | |
| 2178 | — 1815. | Imp. | $\left\{ \begin{array}{l} 942 \\ 720 \\ 516 \end{array} \right\}$ | Fiunt $\left\{ \begin{array}{l} 785 \\ 600 \\ 430 \end{array} \right\}$ |
| | | | | |
| | | | 1815. | |

5. Quatuor mercatores navim mercibus onerarunt; primus merces suas emit 1830. Imperialibus, secundus 675. tertius 825. quartus 270. Imp. Inter navigandum verò naufragio periclitantur; Navis igitur levandæ causâ gravissimarum rerum (quæ 108. Imperialibus constitierant) jacturam faciunt. Quæritur quid singulis mercatoribus decedat?

| | | | | |
|------|--------|------|---|---|
| 3600 | — 180. | Imp. | $\dots \left\{ \begin{array}{l} 1830 \\ 675 \\ 825 \\ 270 \end{array} \right\}$ | Facit $\left\{ \begin{array}{l} 547\frac{1}{2} \\ 20\frac{1}{2} \\ 24\frac{1}{2} \\ 87\frac{1}{2} \end{array} \right\}$ |
| | | | | |
| | | | 108 | |
| | | | 6. Quæ | |

6. Quatuor emptâ nave ita eam inter se partiti sunt, ut primus habeat $\frac{3}{8}$, secundus $\frac{5}{16}$, tertius $\frac{1}{4}$, quartus $\frac{7}{16}$. Perfectâ navigatione aliquâ nauti nomine lucrati sunt 276. Thaleros, unde subductis necessariis impensis & mercede, quæ nautæ debetur, reliqui sunt 138. thaleri. Quæritur quantum inde quilibet sit accepturus? Hoc loco quatuor fractiones addendæ sunt per probl. 21. & summa earum nempe 1 ponenda loco primo; secundo autem 138. Thal. & tertio quælibet fractio seorsim. Tum mediante observat. 3. probl 77. obtinebuntur singulorum portiones quæsitæ.

| | | | | |
|---|--------|-------|--|---|
| 1 | — 138. | Thal. | $\dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} \\ \frac{5}{16} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{7}{16} \end{array} \right\}$ | Facit $\left\{ \begin{array}{l} 51\frac{3}{8} \\ 43\frac{1}{8} \\ 34\frac{1}{2} \\ 8\frac{1}{2} \end{array} \right\}$ |
| | | | | |
| | | | 138 | |

Problema 87.

Datis terminis principalibus cum diversis circumstantiis; summam proportionaliter distribuere.

Datæ circumstantiæ ducantur in suos terminos principales, & facti eorum in unam summam collecti, similiter primo Regulæ Trium loco ponantur. In medio itidem collocetur summa distribuenda, & tertio loco statuatur singuli

guli numeri facti sive producti ex multiplicatione circumstantiarum in suos terminos principales.

Hoc factum tum *operatio*, tum *probatio* juxta præcedens problema instituitur.

Exempla.

1. Tres factâ societate contribuunt, primus 135. thaleros, eosq; negotiationi locavit per semestre, secundus 172. thaleros per 7½ menses, tertius 250. thaleros per 9. menses, & lucrati sunt 145. thaleros. Quantum igitur singulis ex hoc lucro cedit?

Hoc loco 135. multiplicandi sunt per 6 eritq; factus 810. Similiter 172. per 7½. unde factus 1290. itemq; 250. per 9. & producentur 2250. Horum trium factorum nempe 810. 1290. 2250. summa est 4350. & dispositio terminorum proportionalium talis:

$$4350 \text{ --- } 145. \text{ Th. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 810 \\ 1290 \\ 2250 \end{array} \right\} \text{ Facit } \left\{ \begin{array}{l} 27. \text{ Th.} \\ 43 \\ 75 \end{array} \right.$$

Similiter redit prior summa distribuenda 145. Th.

2. Tres laniones conduxerunt pascua pro 180. thaleris, & primus in iis pavit 24. boves per 16. septimanas; secundus 30. boves per 13½ septimanas 5. dies; tertius 42. boves per 10. septimanas 2. dies. Quæritur quid singulis sit solvendum?

Septi-

Septimanis resolutis in dies, additisq; diebus adherentibus; numerus eorum ducatur in suum numerum boum, eritq; factus primus 2688. secundus 2880. tertius 3024. quorum summa 8592. Ergo proportione solvenda dico:

$$8592 \text{ --- } 180. \text{ Th. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 2688 \\ 2880 \\ 3024 \end{array} \right\} \text{ Fac. } \left\{ \begin{array}{l} 56 \frac{56}{9} \\ 60 \frac{80}{9} \\ 63 \frac{87}{9} \end{array} \right.$$

3. Pater familias 2500. thaleros legavit viduæ, duobus filiis & tribus filiabus, ea conditione, ut quoties filia accipit 1. thalerum, toties filius accipiat duos; & quoties filius tres, toties mater sumat 4. thaleros. Quæritur quantum singulis testamento deferatur?

$$\begin{array}{l} 1. \text{ Mater } 4 \quad | \quad 4 \\ 2. \text{ filij } 3 \quad | \quad 6 \quad 14 \frac{1}{2} \text{ --- } 2500. \text{ Th. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 6 \\ 4 \frac{1}{2} \end{array} \right. \\ 3. \text{ filia } 1 \frac{1}{2} \quad | \quad 4 \frac{1}{2} \\ \quad \quad \quad | \quad 14 \frac{1}{2} \end{array}$$

Fiunt 689½ Thal. portio matris. At portio duorum filiorum 1034½ Thal. adeoq; unius filij 517½ Thal. Tandem portio trium filiarum est 775½ Thal. adeoq; unius filia 258½ Thal. factâ nempe divisione illius quoti per 2. hujus per 3.

4. Militibus 1100. quorum 800. sunt pedites, 300. vero equites, præda 3500. Imperialium dividenda est ea lege, ut quoties pedes duos, toties eques tres accipiat Imperiales. Quæritur quantum peditarij, & quantum equitarij, quantumq; singulis sit dandum?

14

300.

800. per 2 | 1600
 300. 3 | 900 2500 --- 3500. Imp. -- | 1600.
 2500. | 900.

Fiunt 2240. Imperial. portio peditatus, 1260.
 portio equitatus. Dividatur jam prior Quorū
 per 800. & posterior per 300. & emerget portio
 peditis $2\frac{1}{2}$. Imp. sed equitis $4\frac{1}{2}$. Imp.

CAP. XIV.

De Regula Alligationis.

Regula Alligationis est, qua duæ vel plures
 variorum pretiorum res sive merces ita miscen-
 tur, ut compositum ex iis pretio proposito, id
 est, statuto cuidam pretio medio respondeat.
 Confer. Alst. Encycl. lib. 14.

[Pretia rerum miscendarum aliàs vocantur
 numeri alligandi; Valor autem communis si-
 ve statutum pretium dicitur numerus alligatus.]

Species Alligationis sunt variæ; Numeri
 enim alligandi sunt vel duo vel plures, preti-
 umq; statutum jam datur jam queritur. Pre-
 terea pondus aut mensura in mixtione vel retin-
 netur in eadem quantitate, vel augetur per addi-
 tamentum alterius. Potiores igitur species sub-
 sequentibus problematibus includuntur.

Problema 88.

Dato

Dato communi valore misti;
 alterutrum duorum alligandorum addi-
 tamento alterius emendare vel
 attenuare.

Statutum pretium à sinistris collocetur, &
 numeri alligandi à dextris, ita tamen, ut ille ex
 quo additamentum sumendum est, alteri subji-
 ciatur.

Deinde inquiratur differentia statuti pretij
 & numerorum alligandorum, eaq; his alterna-
 tim adscribatur, minoris scilicet differentia ad-
 scribatur majori, & contra. Sic inventa erit
 rerum miscendarum proportio, quæ certæ ali-
 cui mensuræ vel ponderi applicatur hac, juxta
 Regulam Trium, argumentatione:

Sicut sese habet residuum superius ad infe-
 rius; ita mensura aliqua vel pondus superioris
 ad additamentum inferioris.

Examen hujus alligationis instituitur, si pre-
 tium portionis addendæ, una cum pretio istius
 rei, cui aliquid addendum est, in unam summam
 colligantur, medio Regulæ aureæ loco ponen-
 dam. Primo autem loco collocetur integrum
 pondus vel mensura compositi, & tertio loco
 pondus unum vel una mensura mixti. Sic quo-
 tus indicabit pretium unius ponderis aut men-
 suræ mixti; quod pretium si statuto fuerit æqua-
 le, ritè instituta est alligatio.

I 5

Exera.

Exempla.

I. Oenopola duplicis valoris habet vinum; vilioris cantharus valet 24. oris, nobilioris 40. oris. Sed tenuius vinum ægrè dividit; igitur pretiosiori illud emendare cogitat, & quærit: quantum vini nobilioris sit addendum 60. cantharis vini tenuioris, ut cantharus ex utroq; mistus valeat 30. oris?

$$30 \left\langle \begin{array}{l} 24 \times 10 \\ 40 \times 6 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{Vil. Nob. Vil.} \\ 10 \dots 6 \dots 60. \text{ Fac. } 36. \text{ C.} \end{array}$$

Hoc loco pretium medium 30. à sinistris collocatur, numeri alligandi 24. 40. à dextris sibi subiiciuntur; Superiorem vero postulat locum 24. cum ex vino pretij 40. or. additamentum sit sumendum.

Deinde sublatis 24. à 30. remanent 6. & apponuntur numero inferiori; Similiter post subtractionem 30. à 40. qui residuus est numerus nempe 10. numero superiori ascribitur. Hinc jam constat proportio miscendorum, nempe 10. cantharis vini vilioris addendos esse 6. cantharos vini pretiosioris. Cantharus enim misti erit 30. orarum. Quoniam vero quæritur de 60. cantharis vini tenuioris emendandis; igitur porro fit argumentatio: Ut residuum superius 10. ad inferius 6. ita 60. Canthari emendandi ad 36. Cantharos addendos ex vino nobiliori.

Ratione Examinis: *primò* inquiruntur pretia
36. can-

36. cantharorum addendorum & 60. cantharorum vini emendandi, per probl. 78.

$$\begin{array}{l} \text{C. Nob. or. C. Nob.} \quad | \quad \text{C. Vil. or. C. Vil.} \\ 1 \dots 40 \dots 36. \text{ Fac. } 45. \text{ th.} \quad | \quad 1 \dots 24 \dots 60. \\ \text{Fac. } 45. \text{ thal.} \end{array}$$

Deinde addantur 36. ad 60. itemq; 45. ad 45. & dicatur:

Canth. misti valent th. quanti C. m.
96 ——— 90 ——— 1. Facit 30. or.
quod pretium statuto æquatur, adeoq; alligatio rectè est instituta.

II. Mercator duorum generum habet filiginem; unius lasta venit 52. alterius 45. Imperialibus. Cumq; lasta nobilioris carior videatur, remedium ex alligatione depromendum erit. Quæritur igitur, quantum vilioris filiginis addi debeat uni lastæ pretiosioris, ut lasta misti veneat 48. Imperialibus. Resp. Tonna 32.

$$48 \left\langle \begin{array}{l} 52 \times 3 \\ 45 \times 4 \end{array} \right| \begin{array}{l} 3 \dots 4 \dots 1. \text{ Last.} \\ 24. \text{ Ton. Fac. } 32. \text{ T.} \end{array}$$

Examen.

T. V. Imp. T. V. Imp.
24. 45. 32. 60.
Et pretiosioris T. 24. 52.

Ton.

Misti T. 56. 112. Im. 24. Fac. 48. Imp.

III. Aurifaber diversæ bonitatis argentum, cujus prioris semuncia emitur 50. oris; posterioris

sterioris vero 75. oris, mixturus est ita ut semuncia ematur 60. oris.

Queritur quantum ex priori sit addendum 8. semunciis posterioris?

Sem. post.

$$60 \begin{array}{l} \swarrow 75 \\ \searrow 50 \end{array} \begin{array}{l} \times 10 \\ \times 15 \end{array} \begin{array}{l} | 10 \dots 15 \dots 8. \\ \dots \end{array} \text{Fac. 12. se-}$$

muncias prioris addendas esse 8. semunciis posterioris generis argenti.

Examen.

Sem. or. S.

$$1 \dots 50 \dots 12 \dots 18 \frac{3}{4} \text{ Thal.}$$

$$1 \dots 75 \dots 8 \dots 18 \frac{3}{4} \text{ Thal.}$$

$$20 \dots 37 \frac{1}{2} \text{ Thal.} \dots 1. \text{ sem. misti}$$

Et redeunt 60. oræ.

IV. Monetarius argenti massæ 21. marcarum, cujus bonitas est 7. lotonum, adjicere cupit portionem argenti puri, cujus bonitas intrinseca est 16. lotonum. Queritur primo additamentum ex puro, ut bonitas misti sit $14 \frac{1}{4}$ lotonum? secundo quot Imperiales, neglectis recrementis, expectandi sint, cum 8. Imperiales ex ejusmodi marcâ conficiantur.

$$14 \frac{1}{4} \begin{array}{l} \swarrow 7 \\ \searrow 16 \end{array} \begin{array}{l} \times 1 \frac{3}{4} \\ \times 7 \frac{1}{2} \end{array} \begin{array}{l} | 1 \frac{3}{4} \dots 7 \frac{1}{2} \dots 21. \text{ Marc.} \\ \dots \end{array}$$

Facit 87. Marcas argenti puri

Puri 87. Marc.

7. Lot. 21. Marc.

Misti 108. Marc.

M. Imp.

M. Imp. M.

$$1 \dots 8 \dots 108. \text{ Facit } 864. \text{ Imp.}$$

Examen.

Marca 21 multiplicata per 7. dant 147. Lot. puri.

$$\frac{87.}{16.} \frac{1392. \text{ Lot. puri.}}{1539. \dots 1. \text{ Marc.}}$$

Quotus reddit pretium statutum sive bonitatem $14 \frac{1}{4}$. lotonum.

Observatio.

Si in temperatura argenti additamentum ex cupro, auri ex argento & cupro, vini ex aquâ desumendum est; loco inferioris numeri alligandâ ponitur Cifra.

Exempla.

I. Detur vinum generosum, cujus mensura veniat 75. oris; Tanti autem vendi non possit: Queritur quanta portione aquæ diluendum sit, ut mensuræ pretium fiat 60. orarum?

$$60 \begin{array}{l} \swarrow 75 \\ \searrow 60 \end{array} \begin{array}{l} \times 15 \\ \times 15 \end{array} \begin{array}{l} | 60 \dots 15 \dots 1. \text{ Mens.} \\ \dots \end{array} \text{Facit } \frac{1}{2} \text{ aquæ addendam esse uni mensuræ vini generosi.}$$

Et in examine hujusmodi exemplorum non opus est ut inquiratur pretium portionis addendæ, quia aqua nullius est pretij in alligatione. Igitur totum compositum ejusdem est pretij cum re temperanda. Hoc loco

M. $1 \frac{1}{2}$. constant 75. oris; ergo 1. M. 60. oris quod erat misti pretium statutum.

II. Au

II. Aurifex ex argento, cujus bonitas 14 $\frac{1}{2}$ Lotonum, confecturus est vas 12. marcarum, ita ut marcæ bonitas sit 13. lotonum. Quæritur quantum cupri addendum sit?

$$13 \begin{array}{r} \leftarrow 14\frac{1}{2} \\ 0 \end{array} \times \begin{array}{r} 13 \\ 1\frac{1}{2} \end{array} \Big| 13 \dots 1\frac{1}{2} \dots 12. \text{ Marc.} \\ \dots \phantom{1\frac{1}{2}} \dots \text{ Marc. cupri}$$

Examen.

Argenti 12 M. per 14 $\frac{1}{2}$ mult. dant 174 lotones puri
Cupri 17 $\frac{1}{2}$

M. 13 $\frac{1}{2}$ continent lotones 174. . 1. Marc.
Facit 13. lotones.

III. Monetarius massam auri, cujus bonitas est 23. charatorum, temperare vult ita ut bonitas fiat 20. charatorum. Quæritur cupri & argenti portio marcæ addenda?

$$20 \begin{array}{r} \leftarrow 23 \\ 0 \end{array} \times \begin{array}{r} 20 \\ 3 \end{array} \Big| 20 \dots 3 \dots 24. \\ \dots \dots \text{ char.} \\ \dots \dots \text{ Facit } 3\frac{2}{3} \text{ char.}$$

Examen.

Additamentum 3 $\frac{2}{3}$ char. & marca auri 24 $\frac{1}{3}$
charatorum conficiunt 27 $\frac{2}{3}$ charata sive ceratia
Hinc

C. misti dant C. puri quot C. misti
27 $\frac{2}{3}$ ————— 23 ————— 24. Facit 20. char.

Problema 89.

Dato

Dato communi valore misti: duorum ad certum pondus vel mensuram commiscendorum proportionem cognoscere.

Numerorum alligandorum excessus vel defectus à communi pretio itidem subtrahatur, & alternatim notetur, uti in præcedenti problema. Argumentatio autem talis instituat:

Sicut se habet summa residuorum ad propositum pondus vel mensuram; ita se habet utrumq; residuum seorsim ad sui (numeri adstantis) portionem miscendam.

Examen hujus alligationis instituitur, si inquiratur pretium, vel purum sive argentum sive aurum in inventis portionibus miscendis contentum. Istius enim summa statutum pretium reddet.

Exempla.

I. Vas aliquod, in quo bonitas marcæ sic decem lotonum, conficiendum sit ex duabus massis argenti, quarum unius bonitas sit 9. lotonum, alterius 13. lotonum. Quæritur quantum ex utraq; massa sumendum sit ad constituendam marcæ sive 16. semuncias?

$$10 \begin{array}{r} \leftarrow 13 \\ 9 \end{array} \times \begin{array}{r} 1 \\ 3 \end{array} \Big| 4 \dots 16. \text{ sem.} \dots 1. \text{ Fac. } 4. \text{ sem.} \\ \dots \text{ sem.} \dots \text{ Fac. } 12. \text{ sem.} \\ \dots \text{ sem.} \dots \text{ Fac. } 4. \text{ sem.}$$

Pro-

Probatio.

Sem. misti dant lot. puri quot sem. misti

$$\begin{array}{l} 16 \text{ --- } 13 \text{ --- } 4. \text{ Fac. } 3\frac{1}{4} \text{ lot. puri} \\ 16 \text{ --- } 9 \text{ --- } 12. \text{ Fac. } 6\frac{3}{4} \text{ lot.} \end{array}$$

Redit pretium propositum 10. Lot.

II. Oenopola venale habet vinum, unius generis à 36. or. alterius à 24. or. Quæritur quâ ratione ex utroq; miscendum sit dolium 60. cantharorum, quorum singuli 28. oris vencentur

$$28 \begin{array}{l} \left\langle \begin{array}{l} 36 \\ 24 \end{array} \right. X \frac{4}{7\frac{1}{2}} \left| \begin{array}{l} 12 \text{ -- } 60. \text{ Canth. -- } 4. \text{ Fac. } 20. \text{ C.} \\ 12 \text{ -- } 60. \text{ Canth. -- } 8. \text{ Fac. } 40. \text{ C.} \end{array} \right.$$

Probatio.

C. præst. or. C. præst.

$$1 \text{ --- } 36 \text{ --- } 20. \text{ Fac. } 22\frac{1}{2}. \text{ Thal.}$$

C. vil.

$$1 \text{ --- } 24 \text{ --- } 40. \text{ Fac. } 30. \text{ Thal.}$$

C. mist. 60. --- $52\frac{1}{2}$ Th. quâti r. Canth.

Facit 28. or.

III. Monetario duæ sunt massæ auri; unius marca ratione bonitatis intrinsecæ constat 24. charatis, alterius 18. charatis. Mistione autem earum intendit aurum, cujus marca sit 23 $\frac{1}{2}$ charatorum. Qv. quantum utriusq; generis ad constitutionem propositæ unius marcæ sit sumendum?

$$23\frac{1}{2} \begin{array}{l} \left\langle \begin{array}{l} 24 \\ 18 \end{array} \right. X \frac{5}{\frac{1}{2}} \left| \begin{array}{l} 6 \text{ -- } 24. \text{ ch. --- } 5\frac{1}{2}. \text{ Fac. } 22. \text{ Ch.} \\ 6 \text{ -- } 24. \text{ ch. --- } \frac{1}{2}. \text{ Fac. } 2. \text{ Ch.} \end{array} \right.$$

Ex

Examen.

Cum portio superior sit aurum purum 22. charatorum; dico

ch. misti dant puri ch. quid ch. m.

$$24 \text{ --- } 18 \text{ --- } 2 \text{ Fac. } 1\frac{1}{2} \text{ ch. puri.}$$

Est igitur pretium statutum 1. Marcæ 23 $\frac{1}{2}$ charat.

IV. Archimedes detecturus furtum in coronâ Hieronis ab artifice commissum, duas alias massas coronæ æquiponderantes conficiendas curavit, unam ex auro, alteram ex argento, quas unam cum coronâ seorsim labro, ad summum aquâ repleto, immisit, effluentemq; altero vase subjecto diligentissimè excepit, teste Vitruvio lib. 9. c. 3.

Ponamus autem coronæ pondus fuisse 12. librarum (ut illa 2. Sam. 12. v. 30. statuitur à Buntingio) eamq; expulisse aquæ oxybapha 13. massam auream 12. oxybapha, argenteam 18. Quæritur quantum aurifaber surripuerit & quantum argenti substituerit?

Medius numerus est 13. ergo ei alligantur duo extremi hoc modo:

$$13 \begin{array}{l} \left\langle \begin{array}{l} 12 \\ 18 \end{array} \right. X \frac{5}{6} \left| \begin{array}{l} 6 \text{ -- } 12 \text{ L. -- } 5 \text{ -- } 10 \text{ Libr.} \\ 6 \text{ -- } 12 \text{ L. -- } 1 \text{ -- } 2 \text{ Libr.} \end{array} \right.$$

Summa $\frac{12}{6}$

Dico aurifabrum 2. libras auri sustulisse & tantundem argenti substituisse, quod taliter probo: Libræ auri 12. ejiciunt oxyb. 12. E. 10 L. oxyb. 10. Et L. arg. 12. ejiciunt oxyb. 18. E. 2 L. oxyb. 3. Sic redeunt pro medio numero assumpta ox. 13.

K

Obfer-

Observatio.

In alligatione argenti puri & cupri; quoti-
am numeri alligandi sunt 16. & 0. Igitur ipsa
residua absq; ulteriori calculo statim utriusq;
generis portionem miscendam indicant. Uti
Ad marcā misti argenti $13\frac{1}{2}$ lotonum, quan-
tum requiritur argenti puri & cupri?

$$13\frac{1}{2} \left\langle \begin{array}{c} 16 \\ 0 \end{array} \right. X \begin{array}{c} 13\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \text{ Resp. } \left\{ \begin{array}{l} 13\frac{1}{2} \text{ sem. puri arg.} \\ 2\frac{1}{2} \text{ sem. cupri.} \end{array} \right.$$

Problema 90.

Duarum rerum miscendarum
alteram, manente ejus mensura vel portio-
dere dato in melius aut vilius com-
mutare.

Valor communis iterum à sinistris colloca-
tur; à dextris autem pretio rei mutandæ subji-
ciatur pretium rei, ex qua particula mutans de-
sumitur; factaq; subtractione & differentiarum
alterna collocatione dicatur: Ut summa dif-
ferentiarum ad pondus vel mensuram rei mu-
tandæ, ita residuum inferius ad portionem ex
priori re demendam & ex posteriori restituendam.

Examē

Examē hujus cum examē præcedentis
problematis proximè coincidit.

Exempla.

I. Monetarius massam argenti 15. marca-
rum, cujus bonitas est 14. lotonum, in vilius
nempe 11. lotonum cupri substitutione mutare
cupit. Quæritur quantum argenti istius sit de-
mendum, & quantum cupri restituendum, ut
idem pondus 15. marcarum in misto retineatur?

$$11 \left\langle \begin{array}{c} 14 \\ 0 \end{array} \right. X 11 \left| \begin{array}{l} 14 \dots 15. \text{ Marc.} \dots 3 \\ \text{Fac. } 3\frac{1}{4} \text{ marcas ar-} \\ \text{genti esse auferendas, \& } 3\frac{1}{4} \text{ marc. cupri sub-} \\ \text{stituendas.} \end{array} \right.$$

Examē.

Ex 15 M. dati nob. arg. } M. dati Lot. puri M. dati
subt. $3\frac{1}{4}$ } 1 — 14 — $11\frac{1}{4}$
rem. $11\frac{1}{4}$ Marc. } Fac. 165. Lotones puri.

Porro ad $11\frac{1}{4}$ Marc. argenti remanentis
addantur cupri $3\frac{1}{4}$ Marcæ; fiunt 15. Marcæ
misti. Hinc dicatur

Marc. misti dant Lot. puri quid Marc. misti
 15 — 165 — 1 Fac. 11. Lot.

II. Alius habet 24. Marcas argenti à 9. lo-
tonibus & portionis ejus permutatione cum ar-
gento puro desiderat argentum 12. lotonum;
Quæritur quanta sit portio permutanda?

K 2

12

$$12 \left\langle \begin{array}{l} 9X4 | 7 \dots 24. \text{ Marc. } \dots 3 \\ 16X3 | \text{ Fac. } 10\frac{2}{3}. \text{ Marc.} \end{array} \right.$$

Examen.

Ex datis Marcis 24. M. dant Lot. puri quid M.
Subtrahantur M. $10\frac{2}{3}$ 24 — 288 — 1

M. Lot. p. M. Lot.

1 ... 9 ... $13\frac{5}{7}$ F. $12\frac{3}{7}$

M. p. Lot. M. p.

1 ... 16 ... $10\frac{2}{3}$ F. $164\frac{2}{3}$

Summa 288. L.

Facit 12. Lotones quod

erat pretium statutum.

Problema 91.

Datis tribus vel pluribus numeris, quorum unus statuto pretio vel major vel minor est, rerum ad certum pondus vel mensuram miscendarum proportionem investigare.

Numeri alligandi cum statuto pretio itidem conferantur; residuum vero numeri statuto pretio vel majoris vel minoris reliquis adscribatur. Et contra reliquorum residua (pro unico dehinc accipienda) adscribantur dato majori vel minori. Hoc facto tum operatio tum examen instituantur per probl. 89.

Exempla.

I. Dantur tria genera argenti, A 5. B 7. C 10. lotonum. Quæritur ad constituendam marcem 6. lot.

6. lotonum, quantum cujusq; generis sit sumendum?

$$6 \left\langle \begin{array}{l} 5X4.1 | 7 \dots 16 \dots 5. \text{ Fac. } 11\frac{3}{7} \text{ Sem. A.} \\ 7X1 | 7 \dots 16 \dots 1. \text{ Fac. } 2\frac{2}{7} \text{ B.} \\ 10X1 | 7 \dots 16 \dots 1. \text{ Fac. } 2\frac{2}{7} \text{ C.} \\ \hline 7 \qquad \qquad \qquad 16 \end{array} \right.$$

Examen.

In 16. sem. A sunt 5. L. p. quot in $11\frac{3}{7}$ sem. A. F. $3\frac{3}{4}$ L.
16. sem. B. sunt 7. L. puri — $2\frac{2}{7}$ sem. B. F. 1 L.
16. sem. C. sunt 10. L. p. — $2\frac{2}{7}$ sem. C. F. $1\frac{3}{7}$ L.

Pretium statutum 6 Lo.

II. Aurifaber ex quadruplici argento, cujus massa A $8\frac{1}{2}$ Lot. B. 9. C $10\frac{3}{4}$ & D 12. Lotonum, confecturus est opus 12. Marcarum, cujus indicatura sit $11\frac{3}{4}$ Lotonum. Quæritur, quantum cujusq; generis sumendum sit?

Resp. Ex massa A $\frac{2}{3}$ Marc. B $\frac{2}{3}$ M. C $\frac{2}{3}$ M. D $18\frac{2}{3}$ M.

$$11\frac{3}{4} \left\langle \begin{array}{l} 8\frac{1}{2}X\frac{1}{4} \\ 9X\frac{1}{4} \\ 10\frac{3}{4}X\frac{1}{4} \\ 12X\frac{1}{4} \\ \hline 3\frac{1}{4} \quad 2\frac{3}{4} \quad 1. \end{array} \right.$$

Summa $7\frac{3}{4}$

$7\frac{3}{4}$ — 20. M. — $\frac{1}{4}$ Fac. $\frac{20}{3}$ M. ex A.
 $7\frac{3}{4}$ — 20. M. — $\frac{1}{4}$ $\frac{20}{3}$ M. ex B.
 $7\frac{3}{4}$ — 20. M. — $\frac{1}{4}$ $\frac{20}{3}$ M. ex C.
 $7\frac{3}{4}$ — 20. M. — 7 $18\frac{2}{3}$ M. ex D.
K 3 *Exa.*

apponatur minori excedenti, majorisq; majori & contra. Vel (3) deficientis majoris (numeri enim alligandi respectu statuti pretij hic vocantur excedentes vel deficientes) differentia utrisq; excedentibus, minoris autem differentia excedenti majori adscribatur & contra: Vel (4) deficientis minoris residuum utrisq; excedentibus apponatur, sed majoris residuum juxta excedentem minorem scribatur, & vice versa. Hoc factum operatio tum examen juxta probl. 89. instituitur.

Exempla.

I. Monetarius quadruplex argentum, videlicet A 7. B. 8. C 10. & D. 12. lotonum mixturus est ita ut fiat 9. lotonum. Quæritur quantum ex singulis generibus ad unam marcã requiratur?

Mod. I.

| | | | | | | | | | |
|---------|---|----|--|---|-----|----------|-----|--------------|---------------------|
| 9 | (| 7 | | 7 | ... | 16. sem. | ... | 3. Fac. sem. | $6\frac{5}{7}$ ex A |
| | | 8 | | 7 | ... | 16. sem. | ... | 1. Fac. sem. | $2\frac{2}{7}$ ex B |
| | | 10 | | 7 | ... | 16. sem. | ... | 1. Fac. sem. | $2\frac{2}{7}$ ex C |
| | | 12 | | 7 | ... | 16. sem. | ... | 2. Fac. sem. | $4\frac{4}{7}$ ex D |
| Summa 7 | | | | | | | | | Sem. 16. |

Examen.

| | |
|--|--------------------------------|
| Ex A. 16 Sem. dant 7. Lot. p. quid $6\frac{5}{7}$ sem F. 3. Lot. | |
| B. 16 | 8 |
| C. 16 | 10 |
| D. 16 | 12 |
| | 2 $\frac{2}{7}$ |
| | 2 $\frac{2}{7}$ |
| | 4 $\frac{4}{7}$ |
| | 3 $\frac{3}{7}$ |
| | Redit pretium statutum 9. Lot. |
| | <i>Mod.</i> |

Mod. 2.

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|--|---|---|---------|---|--------------|---------------------|
| 9 | (| 7 | | 7 | — | 16 sem. | — | 1. Fac. sem. | $2\frac{2}{7}$ ex A |
| | | 8 | | 7 | — | 16 sem. | — | 3. Fac. sem. | $6\frac{5}{7}$ ex B |
| | | 10 | | 7 | — | 16 sem. | — | 2. Fac. sem. | $4\frac{4}{7}$ ex C |
| | | 12 | | 7 | — | 16 sem. | — | 1. Fac. sem. | $2\frac{2}{7}$ ex D |

Examen.

| | |
|---|--|
| In 16. sem. A. sunt 7. Lot. p. quid in $2\frac{2}{7}$ s. F. 1. Lot. | |
| 16. B. | 8 |
| 16. C. | 10 |
| 16. D. | 12 |
| | $6\frac{5}{7}$ s. F. $3\frac{3}{7}$ L. |
| | $4\frac{4}{7}$ s. F. $2\frac{2}{7}$ L. |
| | $2\frac{2}{7}$ s. F. $1\frac{1}{7}$ L. |

Redit pretium statutum 9. Lot.

Mod. 3.

| | | | | | | | | | | | |
|-----------|---|----|--|-------|--|----|---|---------|---|------------|---------------------|
| 9 | (| 7 | | 3. | | 11 | — | 16 sem. | — | 3. F. sem. | $4\frac{4}{7}$ ex D |
| | | 8 | | 1. 3. | | 11 | — | 16 sem. | — | 4. F. sem. | $5\frac{5}{7}$ ex B |
| | | 10 | | 1. | | 11 | — | 16 sem. | — | 1. F. sem. | $1\frac{1}{7}$ ex C |
| | | 12 | | 2. 1. | | 11 | — | 16 sem. | — | 3. F. sem. | $4\frac{4}{7}$ ex D |
| Summa II. | | | | | | | | | | | |

Examen.

| | |
|---|-----------------------------------|
| Ex A. 16. sem. cont. 7. L. quid sem. $4\frac{4}{7}$ F. $1\frac{10}{7}$ Lot. | |
| B. 16 | 8 |
| C. 16 | 10 |
| D. 16 | 12 |
| | $5\frac{5}{7}$ F. $2\frac{10}{7}$ |
| | $1\frac{1}{7}$ F. $0\frac{10}{7}$ |
| | $4\frac{4}{7}$ F. $3\frac{7}{7}$ |
| | Redit pretium statutum 9. Loton. |

Mod. 4.

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------|---|----|-------|----|---|----|------|---|---|-----------|----------------|------|
| 9 | C | 7 | 3. l. | 10 | — | 16 | sem. | — | 4 | Fac. sem. | $6\frac{3}{4}$ | ex A |
| | | 8 | 1. | 10 | — | 16 | sem. | — | 1 | Fac. sem. | $1\frac{3}{4}$ | ex B |
| | | 10 | 2. 1. | 10 | — | 16 | sem. | — | 3 | Fac. sem. | $4\frac{3}{4}$ | ex C |
| | | 12 | 2. | 10 | — | 16 | sem. | — | 2 | Fac. sem. | $3\frac{3}{4}$ | ex D |
| Summa 10. | | | | | | | | | | | | |

Examen

In 16 sem. A sunt 7. Lot. p. quid in sem. $6\frac{3}{4}$ F. $2\frac{3}{4}$ L.

| | | | | | | | | |
|--------|---|-----|---|---|---|---------------|---|----------------|
| 16. B. | — | 8. | — | 1 | — | $\frac{3}{4}$ | — | $0\frac{4}{5}$ |
| 16. C. | — | 10. | — | 4 | — | $\frac{3}{4}$ | — | 3. |
| 16. D. | — | 12. | — | 3 | — | $\frac{3}{4}$ | — | $2\frac{3}{4}$ |

Redit pretium statutum 9. L.

II. Oenopola quatuor habet vini genera primi mensura venditur 40. oris, secundi 30. tertij 20. quarti 18. Hisce dolium, 100. mensuras capiens, vult implere, ita ut mensura veneat 24. oris, Qv. quantum ex singulis generibus sumendum sit?

Mod. 1.

| | | | | | | | | | | | | |
|----------|---|----|----|----|---|-----|-------|----|---|-----------------|-----------------|--------|
| 24 | C | 40 | 6 | 32 | — | 100 | Mens. | — | 6 | F. | $18\frac{3}{4}$ | M. pr. |
| | | 30 | 4 | 32 | — | 100 | — | 4 | — | $12\frac{1}{2}$ | sec. | |
| | | 20 | 6 | 32 | — | 100 | — | 6 | — | $18\frac{3}{4}$ | tertij | |
| | | 18 | 16 | 32 | — | 100 | — | 16 | — | $50.$ | quarti | |
| Summa 32 | | | | | | | | | | | | |

Ex-

Examen.

| | | | | | | | | |
|---------|-------|-----|-----|------|-----------------|-------------|----|-----------------|
| Mens. i | venit | 40. | or. | ergo | $18\frac{3}{4}$ | Mens. Thal. | 23 | $\frac{7}{8}$ |
| 1. | — | 30 | — | — | $12\frac{1}{2}$ | — | — | $11\frac{3}{4}$ |
| 1. | — | 20 | — | — | $18\frac{3}{4}$ | — | — | $11\frac{3}{4}$ |
| 1. | — | 18 | — | — | 50 | — | — | $28\frac{3}{8}$ |

Summa 75. Th.

100. Mens. mistæ veneunt 75. Thal. ergo 1. Mens. 24. oris, quod erat pretium statutum.

Mod. 2.

| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|---|-----|-------|----|---|-----------------|-----------------|-------|
| 24 | C | 40 | 4 | 32 | — | 100 | Mens. | — | 4 | Fac. | $12\frac{3}{4}$ | Mens. |
| | | 30 | 6 | 32 | — | 100 | — | 6 | — | $18\frac{3}{4}$ | | |
| | | 20 | 16 | 32 | — | 100 | — | 16 | — | 50 | | |
| | | 18 | 6 | 32 | — | 100 | — | 6 | — | $18\frac{3}{4}$ | | |
| 32 | | | | | | | | | | | | |

Examen ex præcedentibus constat.

Mod. 3.

| | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|-------|----|---|-----|-------|-----|----|-----------------|-------|
| 24 | C | 40 | 6. | 44 | — | 100 | Mens. | 6. | 13 | $\frac{7}{8}$ | Mens. |
| | | 30 | 6.4. | 44 | — | 100 | — | 10. | F. | $22\frac{1}{2}$ | |
| | | 20 | 6. | 44 | — | 100 | — | 6. | F. | $13\frac{7}{8}$ | |
| | | 18 | 6.16. | 44 | — | 100 | — | 22. | F. | 50. | |
| 44 | | | | | | | | | | | |

100. Mens.

Mod. 4.

| | | | | | | | | | | | |
|-----------|---|----|-------|----|---|-----|-------|----|----|-----------------|----|
| 24 | C | 40 | 6.4. | 52 | — | 100 | Mens. | 10 | F. | $19\frac{7}{8}$ | M. |
| | | 30 | 4. | 52 | — | 100 | Mens. | 4 | F. | $7\frac{1}{2}$ | |
| | | 20 | 6.16. | 52 | — | 100 | Mens. | 22 | F. | $42\frac{1}{2}$ | |
| | | 18 | 16. | 52 | — | 100 | Mens. | 16 | F. | $30\frac{1}{2}$ | |
| Summa 52. | | | | | | | | | | | |

Summa 100. M.

III. Pharmacopola mixturus est piper, ginger, saccharum & cinnamomum ad quinquaginta uncias. Uncia piperis valet 2. oris, gingeris 3. sacchari 6. cinnamomi 8. oris. Uncia vero misti futura est 5. orarum. Quot igitur uncia piperis, quot gingeris, quot sacchari, quot cinnamomi sumendæ sunt?

| | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|--|
| | | Facit | | |
| Pip. $16\frac{2}{3}$ | vel P. $5\frac{5}{9}$ | vel P. $10\frac{5}{9}$ | vel P. $15\frac{1}{3}$ | |
| Ging. $5\frac{5}{9}$ | G. $16\frac{2}{3}$ | G. $14\frac{2}{3}$ | G. $3\frac{1}{3}$ | |
| Sacc. $11\frac{1}{9}$ | S. $16\frac{2}{3}$ | S. $7\frac{2}{3}$ | S. $19\frac{2}{3}$ | |
| Cin. $16\frac{2}{3}$ | C. $11\frac{1}{9}$ | C. $17\frac{5}{9}$ | C. $11\frac{2}{3}$ | |
| Sum. 50. unæ. | 50. | 50. | 50. | |

Observatio.

Si numerus aliquis cum pluribus alligetur ad medium; è regione ejus plures quoque notantur differentia. Hæ verò in unam summam sunt conjicienda, ut unica quasi differentia oriatur ad proportionem concludendam.

Uc in modo tertio exempli primi hujus problematis alligantur 8. cum 10. & 12. igitur duæ existunt differentia è regione 8 scribendæ; quarum loco deinde in argumentationis secundæ termino tertio ponitur summa 4.

Problema 94.

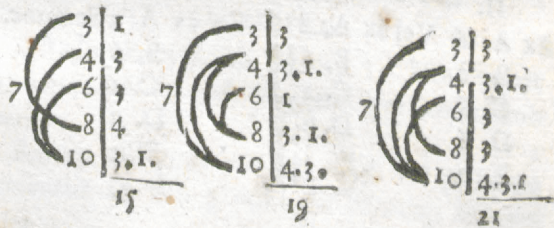
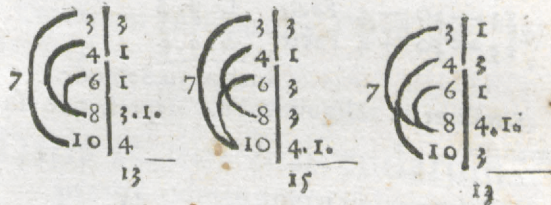
Datis quinque numeris alligandis, quorum duo sunt statuto pretio vel majores vel minores; rerum miscendarum proportionem investigare.

Tri-

Trium minorum numerorū, qui medio sive statuto pretio est proximus, alligetur ad reliquorum duorum maximum vel minimum; & viceversa, trium majorum medio proximus alligetur ad reliquorum minimum vel maximum. Cum reliquis perficiatur alligatio juxta probl. 92.

Monetarius quinque habet massas argenti diversorum generum, nempe A. est 3. Lotonum, B. 4. Lot. C. 6. Lot. D. 8. Lot. E. 10. Lot. Ex hisce mixturus est 30. semuncias, quarum indicatura sit 7. Lotonum. Quæritur quantum ex singulis generibus sit sumendum?

Primum alligatio fit octo modis juxta ductum sequentium diagrammatum.



$$\begin{array}{r|l}
 3 & 3.1. \\
 4 & 1 \\
 6 & 1 \\
 8 & 4.3.1 \\
 10 & 4 \\
 \hline
 & 18
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 3 & 3.1. \\
 4 & 1 \\
 6 & 3 \\
 8 & 4.3. \\
 10 & 4.1. \\
 \hline
 & 20
 \end{array}$$

Deinde portiones miscendæ inveniuntur & examinantur beneficio probl. 29. ut in primo modo:

Sem.

| | | |
|-------------|---------------------------------------|------|
| 13 — 30 — 3 | Facit ex A. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ | Sem. |
| 13 — 30 — 1 | Facit B. $2\frac{4}{7}$ | |
| 13 — 30 — 1 | Facit C. $2\frac{4}{7}$ | |
| 13 — 30 — 4 | Facit D. $9\frac{1}{7}$ | |
| 13 — 30 — 4 | Facit E. $9\frac{1}{7}$ | |

Summa 30. Semunc.

Similiter in reliquis modis deprehendo sumendas

| II. | III. | IV. |
|---------|------------------------------------|---------------------|
| Ex A. 6 | Velex A. $2\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ | Vel ex A. 2 Semunc. |
| B. 2 | B. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ | B. 6 |
| C. 6 | C. $2\frac{4}{7}$ | C. 6 |
| D. 6 | D. $11\frac{1}{7}$ | D. 8 |
| E. 10 | E. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ | E. 8 |

V.

$$\begin{array}{r}
 \text{V.} \\
 \text{Vel ex A. } 4\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \text{B. } 6\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \text{C. } 11\frac{1}{7} \\
 \text{D. } 6\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \text{E. } 11\frac{1}{7} \\
 \hline
 30
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{VI.} \\
 \text{Vel ex A. } 4\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \text{B. } 5\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \text{C. } 4\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \text{D. } 4\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \text{E. } 11\frac{1}{7} \\
 \hline
 30
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{VII.} \\
 \text{Velex A. } 6\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \text{B. } 11\frac{1}{7} \\
 \text{C. } 11\frac{1}{7} \\
 \text{D. } 13\frac{1}{7} \\
 \text{E. } 6\frac{1}{7}\frac{2}{7} \\
 \hline
 30
 \end{array}$$

VIII.

$$\begin{array}{r}
 \text{Velex A. } 6 \\
 \text{B. } 1\frac{1}{2} \\
 \text{C. } 4\frac{1}{2} \\
 \text{D. } 10\frac{1}{2} \\
 \text{E. } 7\frac{1}{2} \\
 \hline
 30
 \end{array}$$

Conferatur Arithmetica Clavii pag. 323 exempl. 3.

Problema 95.

Datis rerum miscendarum pretiis communem valorem invenire.

Alstedius Encycl. lib. 14. cap. 19. hanc vocat alligationem secundam, quæ perficitur hoc modo:

Rerum miscendarum mensuræ vel pondera ducantur in sua pretia, factorumq; summa sta-

sta.

statuatur secundo Regulæ triumi loco; primo autem summa datorum ponderum vel mensurarum, tertioq; mensura vel pondus quæsitum

E.g.

Pharmacopola mixturus est Cinnamomi 9. semuncias à 20. oris, Caryophylli 5. semuncias à 16. oris, Gingiberis 6. semuncias à 3. oris. Quæritur pretium 3. semunciarum milli?

$$9 \dots 20 \mid 180$$

$$5 \dots 16 \mid 80$$

$$6 \dots 3 \mid 18$$

20 Sem. = 278. or. 3 Sem. Facit $41\frac{7}{10}$ or.

CAP. XVI.

De Regulâ Falsi seu positionum.

Regula Falsi est, quæ loco quæsitæ assumit numeros quoscunque, & iis secundum propositionis tenorem diductis verum numerum investigat.

[Dicitur Regula Falsi non ratione termini vel effecti quod falsum doceat, sed ratione principii vel causæ, quod ex positæ & per hypothesein assumptis falsis numeris verum producat. Unde etiam aliàs vocatur Regula Positionum & Hypotheses. Eam primitus fortuito inventam esse & inductione potissimum corroboratam colligit Scifelius in Arithm. pag. m. 94. & seqq. Pitiscus verò in fine lib.

lib. 5. Trigonometriæ eam solidis fundamentis superstructam demonstrat.

Statui solet duplex: alia unius positionis, alia datorum positionum. Sed prioris usus non ita latè patet; igitur eadem silentio præterire placuit ad exemplum aliorum Arithmeticorum.]

In Regulâ Falsi notetur numerorum appellatio, ipsa operatio & probatio.

Quantum ad appellationem: Numerus assumptus dicitur Hypothesis sive Positio; At defectus à vero (cujus signum M. vel - id est Minus) itemq; excessus (cujus signum P. vel + id est Plus) dicitur Error. Datorum numerorum principalis vocetur scopus.

Ratione operationis docet

Problema 96.

Ex falsis Positionibus verum numerum quæsitum eruere.

Loco quæsitæ ponatur sive assumatur aliquis numerus, conditiones quæstionis facillimè admittens; is secundum quæstionis præscriptum examinatur, donec cum scopo congruere vel non congruere deprehendatur.

Si congruit cum scopo; numerus assumptus est is, qui quæritur. Si vero non congruit; inventus ille & scopus ab invicem subtrahantur, & juxta hypothesein scribatur error cum signo P. vel + si inventus excedat scopum; vel cum signo M. vel - si inventus deficiat à scopo.

L

Dein-

Deinde assumitur alia hypothesis, quæ similiter juxta tenorem quæstionis examinatur, & priori hypothese una cum errore suo subscribitur.

Hoc factò, decussatim multiplicentur hypothesis per errores, & producti numeri sibi subjiciantur. Tum inspiciantur *signa*; quæ si fuerint *similia*, producti ab invicem subtrahantur, itemq; errores; Differentia vero productorum dividatur per differentiam errorum; Quotus exhibet verum numerum quæsitum.

Sin fuerint *signa dissimilia*; producti sibi invicem addantur, itemq; errores; Summa vero productorum dividatur per summam errorum. Sic Quotus iterum est verus numerus quæsitus. Conf. Neufille Arithm. pag. 634.

EXEMPLA.

I. Alexander Magnus quodam die in familiarum colloquio, quod cum Callisthene Philosopho instituerat, incidit in mentionem ætatum, dicens Ego Ephestionem duobus supero annis; Clytus vero nostram aëtorum ætatem complectitur & insuper 4. annos. Ad hæc Callisthenes: Jucunda est mihi, ô Rex, inquit, ista commemoratio ætatum. Patris enim memoriam renovavit, qui cum 96. annos vixisset trium vestrorum ætates compleverat. Quæritur quot annos tunc habuerit Alexander? quot Ephestion? quot Clytus?

Quoniam hoc loco tres quærendi sunt numeri, quorum primus secundum excedat binario, &

tertius duos priores collectos superet quaternario; summa vero omnium trium sit 96. Igitur pono Alexandrum tunc habuisse annos 18. Ergo Ephestion habuit 16. annos, quippe minor erat Alexandro annis duobus. Et Clytus habuit annos 38, qui collecti efficiunt annos 72. At debebant constituere 96. ideoque deficiunt 24.

Deinde pono Alexandrum habuisse 20. annos. Ergo Ephestion habuit 18. & Clytus 42. Ex quibus colliguntur 80. iterumq; deficiunt 16. Cum igitur assumptæ hypothesis non congruant cum scopo 96. Hypotheses sibi subjiciuntur, & singulis una cum signo adscribuntur sui errores hoc modo:

| | | |
|----------------|--------|--|
| Hypoth. | Error. | Porro ductis 20. in 24. producuntur 480. Itemq; ductis 16. in 18. producuntur 288. Jam quia signa sunt similia (nempe Minus & Minus) subtrahuntur à se producti 288. à 480. & remanent 192. Similiter à se subtrahuntur errores 16. à 24. & relinquuntur 8. Tandem differentiam productorum 192. divisâ per differentiam errorum 8. Quotus oritur 24. Hinc dico Alexandrum tunc habuisse annos 24. Ephestionem 22. & Clyt. 50. Eodem modo poni potest ætas Alexandri 28. & Ephestionis ætas erit 26. Clyti vero 58. annorum, quorum summa 112. aberrat à scopo 96. excessu |
| 18 | X | |
| 24. | M. | |
| 20 | X | |
| 16. | M. | |
| Productus | 480. | |
| Proprius | 288. | |
| diff. pr. 192. | (24. | |
| diff. er. 8 | | |

cessu 16. Rursus statuatur Alexander 30. annorum; eritq; Ephestion 28. & Clytus 62. qui collecti faciunt 120. & dant excessum 24. Hinc

| | | | | |
|--------------|-----|-----|-----|---|
| Hypoth. Err. | 672 | 24 | 192 | 24. Anni
Alexand.
Ephest. 22
Clyt. 50. |
| 28 X 16. P. | 480 | 16 | 8 | |
| 30 X 24. P. | 720 | 16 | 8 | |
| 672 | 480 | 192 | 8 | |
| | | | | diff. pr. diff. err. |

At si ponamus Alexandrum tunc habuisse 18. annos. Ergo Ephestion habuit 16. & Clytus 38. Summa trium est 72. & deficit à scopo 24. annis. Deinde ponamus Alexandri ætatem fuisse 28. annorum. Erit igitur ætas Ephestionis 26. & Clyti 58. unde colliguntur 112. anni excedentes scopum 16. Hic multiplicatio quidem fit ut ante. verum quia errorum signa sunt dissimilia, igitur adduntur producti. adduntur etiam errores.

| | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|----------------------|
| Hyp. Err. | 672 | 24 | 960 | 24 |
| 18 24. M. | 288 | 16 | 40 | |
| 28 16. P. | 450 | 16 | 40 | |
| 288 | 672 | 960 | 40 | |
| | | | | Sum. prod. Sum. err. |

Et summa productorū 960. divisa per summam errorum 40. in quoto exhibet veram ætatem Alexandri 24. annorum; Ergo Ephestion habuit 22. Clytus vero 50. annos.

Probationis loco Quotus juxta tenorem questionis propositæ examinetur, & cum scopo congruere deprehendetur, ut in proposito exemplo ex 24. 22. 50. constituuntur 96.

II. Qui-

II. Quidam habet duo pocula argentea & operculum 11. aureorum, quod additum priori poculo facit ejus pretium quadruplum pretii posterioris; additum vero posteriori facit ejus pretium triplum pretii prioris. Quanti igitur æstimantur duo illa pocula?

Fingo prioris poculi pretium esse 13. aur. Huic igitur si addatur operc. quod valet 11. aur. Pretium prioris poculi & operculi erit 24 aur. Quod cum dicatur quadruplum poculi posterioris, hujus pretium erit 6 aur. Ei igitur addatur operculum 11 aur.

Et pret. posterioris poculi & operc. erit 17 aur. Sed hoc non est triplum pretium poculi prioris 13. aur. Nam ter 13. sunt 39. deficiunt igitur 22.

Deinde fingo poculum prius valere 17 aur. Igitur accedente operculo 11 aur. Prius poculum cum operculo valebit 28 aur. At hoc pretium est quadruplum poculi posterioris, ergo hoc poculum posterius valet 7 aur. Addatur operculum 11 aur.

& pret. poculi poster. cum operculo erit 18 aur. Sed debebat esse 51. aur. nempe triplum pretii prioris 17. aureorum, adeoque deficiunt 33. Jam continuetur operatio ut in I. exemplo.

| | | | | |
|-------------|-----|----|----|------------------------|
| Hyp. Error. | 429 | 33 | 55 | 55 |
| 13 X 22. M. | 374 | 22 | 11 | |
| 17 X 33. M. | 561 | 11 | 11 | |
| 374 | 429 | 55 | 11 | |
| | | | | diff. prod. diff. err. |

L 3

Reo

Respondeo igitur, poculum prius æstimari 5 aureis, posterius 4 aureis.

Examen.

Pretium poculi prioris est ---- 5. aureorum
huic addatur pretium operculi 11. aur.

& constat poc. prius una cum operc. 16. aureis.

Sed hoc pretium est quadruplum posterioris.

Ergo poculum posterius valebit 4. aureis.

Addatur eidem operculum ---- 11. aur.

& pret. poculi secundi cum operc. erit 15. aur.

Hoc igitur est triplum primi 5. aur. ut fuit propositum.

III. Mulus & asina ferebant utres vini. Ille ait asinæ, si de tuo mihi dederis unam mensuram, tui reliqui duplum tulerò. Sin autem de meo unam mensuram sumpseris, æqualia feremus. Quæritur quot mensuras mulus, quot asina gestaverit?

| Primo. | Secundo. |
|---------------------------|----------|
| Pono mulum gestasse 6 M. | 9 Mens. |
| His ex onere Asinæ add. 1 | 1 |
| & mulus feret ---- 7 | 10 |
| cujus oneris semissis. 3½ | 5 |

Est reliquæ asinæ, cum muli onus hujus dicatur duplum.

| | |
|-----------------------------|---|
| Antea igitur asina tulit 4½ | 6 |
| his add. ex onere muli 1 | 1 |
| fiant mensuræ ---- 5½ | 7 |

Arguentes æquale onus Asinæ & Muli.

At ex Mensuris muli 6 | 9 Mens.
si dematur ---- 1 | 1
remanent ---- 5 | 8
Ergo hypothesis 6 dat P. ½ | Hyp. 9. dat M. 1.

Jam multiplicationis gratiâ numeri misti redigantur ad formam purarum fractionum per

Probl. 17. integris subjungen.

do unitatem, & per Probl.

28. producantur 6 ½ addenda propter dissimilia signa.

igitur per Probl. 19. prius reducantur ad eandem denominationem 12 ½ & per probl.

21. summa productorum est 2½

Deinde summa errorum

est 1½ vigore probl. 26. vel 2½ ½ (7 f. 7.

¾ juxta probl. 25. Tandem

illa 2½ per hanc ¾ dividatur juxta probl. 24.

obl. 1. Sic Quotus 7. ostendit mensuras, quas

mulus gestavit. Asina igitur habuit 5. mensuras,

Examen.

Si de 5. mensuris asinæ una addatur 7. mensuris muli, illa 4. saltem retinet, & hic 8. mensuras portat adeoque duplum reliqui asinæ. Sin vero de 7. mensuris muli una dematur & addatur 5. mensuris asinæ, quia ambo ferunt 6. mensuras, onera habent æqualia.

Hactenus de parte generali; sequitur


 ARITHMETICÆ
 PARS SPECIALIS

Ejusq;

Caput I.

DE ARITHMETICA DECIMALI.

Arithmetica pars specialis præcisam rationem numerorum in specie accommodat vel ad mensuras Geodæticas, unde oritur *Arithmetica Decimalis*; vel ad figuras Geometricas, unde est *Arithmetica figurata*, vel ad res Astronomicas, unde est *Logistica Sexagenaria*.

Arithmetica Decimalis est pars *Arithmetica* specialis quæ famosæ mensuræ partes, beneficio decennariæ progressionis in numeris quasi integris numerat ad fractiones explicitas evitandas.

[Inventa est à Simone Stevino & habet usum longe maximum in Geodæsia & Fortificatoria. Dicitur vero *Decimalis* à partibus decimis, in quas famosam (id est, vulgo notam) mensuram ejusq; fractiones & fractiones fractionum semper distribuit. Hinc etiam *numeri* ex ista distributione orti dicuntur *Decimales*, qui sub forma integrorum revera fractos significant.

Vocatur aliàs *Logistica Decimalis* à Johanne Hartmanno Beyero, qui usum ejus etiam ad *Astronomiam* extendere laboravit.]

In

In hac *Arithmetica Decimali* consideranda est numerorum *decimalium* tum notatio, tum computatio in Additione, Subtractione, Multiplicatione, Divisione & quarti proportionalis investigatione, tum reductio in partes duodecempedarum, quindecempedarum &c.

Problema I.

Numeros decimales notare.

Mensura quævis integra, in specie vero decempeda seu pertica hic vocatur *integrum*, & dividitur in decem prima, quodvis primum dividitur in decem secunda, quæ sunt partes centesimæ sui integri; quodvis secundum dividitur in decem tertia, quæ valent partes millesimas sui integri; atque sic consequenter quævis partis pars decima in alias decem partes dividi potest in superficiebus usque ad sexta, at in solidis usque ad nona.

In lineis tamen ultra tertia progredi necessum non est, quod reliqua sensibilem quantitatem non habeant.

Respectu hujus divisionis, sive originis suæ, decimales numeri diversimodè signantur notis circello inclusis. Et quidem integris solis adjicitur Nulla sive Zyphra hoc modo (0) quia nullæ sunt partes. Primorum autem character est (1) secundorum (2) tertiorum (3) &c.

Sicut enim fractiones vulgares juxta probl. 10.

L 5

part.

part. suo constat numeratore & denominatore
ita in his fractionibus Geodæticis numerator so-
lus exprimitur, & denominator per characterem
additum representatur.

Dicti characteres compendiosè ultimis tantum
notis apponuntur; siq; integris adhæreant partes
vel numeri decimales, illa ab his *secernuntur* in-
terjecto *commate*. Hac ratione quotquot nota
virgulam seu comma à sinistris præcedunt, signifi-
ficant *integra*; Contra, quæ virgulam sequuntur
juxta ordinem sunt *prima, secunda, tertia, &c.* sive
pedes digiti & grana *in lineis*: Ut autem hæc de-
nominatio partium retineatur *in planis* conju-
gendæ sunt binæ notæ, *in solidis* ternæ, quia illæ
sunt duarum, hæc trium dimensionum.

E. g.

Detur turris, in qua fenestra. Sint autem à
horizonte usque ad fenestram sex decempedes.
Hæc notantur taliter 6 (0).

Porro à fenestra usque ad summitatem turris
sint octo prima, quatuor secunda & quinque ter-
tia, sive octo pedes, quatuor digiti & quinque
grana. Scribentur hoc modo 845 (3) Totalis
altitudo turris notabitur sic 6, 845 (3) v.
6, 845.

Item sit area alicujus agri 2504,365718 (6) v.
quæ enunciatur hoc modo; bis mille quingenti
& quatuor decempedæ, triginta sex pedes, quin-
quaginta septem digiti & octodecim grana
drata.

Tandem detur hæc corpulentia valli 312,
365807941 (9) C. Sunt trecentæ duodecim per-
ticæ, trecenti sexaginta quinque pedes, octingen-
ti & septem digiti, nongenta quadraginta unum
grana cubica.

Observatio.

Si denominationes aliqua sint intermissæ; earum lo-
ca explenda sunt cifris, ut duodecim perticæ &
quatuor grana sic scribenda sunt 12, 004.

Problema 2.

Numeros Decimales addere.

Numeri ejusdem denominationis & gradus
sub se invicem collocentur & vulgari modo per
probl. 6. part. 1. in unam summam colligantur.
Hujus ultima nota requirit denominationem
maximam numerorum addendorum.

Exempla.

1. Sint duo loca A. & B. quibus directè inter-
jacet locus C. detur v. distantia AC. 135, 79 (2)
& CB. 56, 845 (3) Queritur tota distantia AB. ?

Juxta diagramma sequens numeri disponun-
tur ita ut integra integris respectu graduum sub-
jiciantur, itemq; prima primis, secunda secundis,
& reliqua ordine sequan-
tur; tum notæ similes
seorsim adduntur.

AC 135, 79 (2)

CB 56, 845 (3)

Hinc AB 192, 635 (3) Summa vel distantia qua-
sita. Quinarius vero, tanquam ultima nota sum-

ma denominatur à tertiis, quippe antea significabat tertia, ejusq; denominatio major erat quàm novenarii à secundis. Cognitâ sic denominatione ultimæ notæ; retrogrado ordine sequens ternarius denotat secunda, senarius prima, reliquæ tres notæ 192, comma præcedentes significant integra.

2. Addantur 24,3(1) 8,526(3) 3852(9)
Subsidio observationis proximè præcedentis problematis operatio perficitur hoc modo:

$$\begin{array}{r} 3852(9) \\ 24,3 \\ 8,526 \\ \hline 32,826003852(9) \end{array}$$

Observatio.

Si in fine Decimalium (non verò integrorum) fuerint Cifrae; illæ ut otiosæ abjiciuntur, & denominatio ultimæ tot unitatibus minuitur, quot sunt cifrae abjectæ.

E. g. Sint duæ particulares areae addendæ

$$\begin{array}{r} 538,4625(4) \\ 621,5375(4) \\ \hline \end{array}$$

1160,0000(4) Hic deletis quatuor cifrae
Summa est 1160(0)

Problema 3.

Numerum decimalem minorem à majore subtrahere.

Numero majori secundum similes denominationes subjiciatur minor, factoque à dextris initio quælibet nota inferioris numeri à suâ superiore subtrahatur; quod autem remanet, suis notis semper subscribatur uti in probl. 7. part. 1. Tandem ultimæ notæ residui assignatur denominatio maxima superiorum.

Exempla.

1. Detur area alicujus agri 3586,9375(4)
à qua abscissæ sint decempedæ 1541,62(2)

Quær. quot remaneant? Resp. 2045,3175(4)
2. In monte sita sit turris, & ex horizontali planitie inventa sit altitudo montis & turris simul 28,312(3) Montis autem solius altitudo 19,236(3) Quæritur altitudo solius turris?

Altitudo utriusq; 28,312(3)

Altitudo montis 19,236(3)

Altitudo turris 9,076(3) per observ.
x. probl. 7. part. 1.

Observatio.

Si superioris ultimæ notæ denominatio minor fuerit quàm inferioris; adjiciantur superiori aliquot Cifrae, donec eandem cum inferiori sortiatur denominationem.

E. g.

E. g. Munitionis polygonæ interior sit 54 (0)
ejusq; colla 18, 316 (3) Quanta erit cortina?

54, 000

18, 316

35, 684 cortina quæsitæ.

Examen Additionis & Subtractionis numerorum decimalium eodem plane modo instituitur ut in integris probl. 6. & 7. part. 1.

Ut si assumamus exemplum 1. probl. 2.

A summa 192, 635 Vel 192, 635
subtrahatur datus unus 56, 845 135, 79

quia remanet datus alter 135, 79 56, 845
dico additionem rite esse institutam

Similiter ut repetamus exemplum ultimum
probl. 3.

Invento residuo 35, 684

Si addatur minor 18, 316

Redit major 54

Problema 4.

Numeros decimales multiplicare.

Multiplicando subjiciatur multiplicans ita ut à dextris tum primæ tum sequentes notæ, citra ullum denominationis respectum, sibi invicem exactè respondeant, ipsaq; operatio perficiatur vulgari modo juxta probl. 8. part. 1.

dem addatur character ultimæ notæ multiplicandi & multiplicantis, sic oritur denominatio ultimæ notæ facti, ex probl. 72. part. 1.

Exempla.

1. Detur ager rectangularis, cujus longitudo 8, 52. latitudo 3 (0) quæritur ejus area per multiplicationem datorum numerorum?

Longitudo 852 (2)

Latitudo 3 (0)

Area 25, 56 (2)

2. Trianguli basis sit 38, 527 (3) & dimidia perpendicularis 7, 42 (2) Quæritur ejus area?

38527 (3)

742 (2) per obs. 1. probl. 8. part. 1.

77054

154108

269689

285, 87034 (5) Area quæsitæ.

3. Detur in Fortificatoriâ polygonalis interior 50 (0) una cum numeris proportionalibus Terragoni 362 (2) Quæritur capitalis & gutturalis?

362 (3)

50 (0)

170 (3)

50 (0)

Capit. 18, 1

Gutt. 8, 5 per obs. 2. pr. 8.

4. Sint multiplicanda 3, 25 (2) per 2, 46. (2)

325 (2)

246 (2)

1950

1300

650

Factus 7,9950 (4) sive 7,995 per obs. probl.

Demonstratio.

Multiplicatio quidem & Divisio hic etiam se invicem probant uti supra probl. 8. & 9. patet. & paulo post ostendetur sub finem problematis. Majoris tamen evidentiae gratia placet ex ipsius fundamento veritatem tum operationis tum denominationis geometricè demonstrare in proximè precedenti exemplo, & schemate suo signo ☼

Linea enim AD est 325 (2) & AB 246 (2) Jam per singulas partes hujus multiplicentur singulæ illius.

Nempe ag 3 (0) gb 4 (1) hd 5 (2)

per ae 2 (0) em 4 (1) mb 6 (2)

prod fig. aefg 6 (0) ghib 4 (1) hiqu 10 (2)

emif 12 (1) flki 8 (2) ikpq 20 (3)

mblm 8 (2) lnok 12 korp 30 (4)

Factus abcd 7

9

9

5

Problema 4.

Numeros decimales dividere

Divisio numerorum decimalium quantum ad

collocationem & operationem nihil differt à divisione vulgari superiùs traditâ Probl. 9. p. 1.

Denominatio autem ultimæ notæ Quotientis obtinetur per subtractionem denominationis ultimæ notæ divisoris à denominatione ultimæ notæ dividendi ex Probl. 72. part. 1.

Exempla.

1. Sit area agri rectangularis 25, 56 (2) ejusq; latitudo 3 (0) Quæritur longitudo?

Hoc loco divisor 3. tantumquam major primâ notâ dividendi 2. in eâ non continetur, igitur subjicitur secundæ 5. & ex abaco Pythagorico constat 3. in 25. contineri octies; hinc post lunulam scribitur nota 8. & ducitur in divisorem, factusq; 24. subtrahitur à 25. residua vero unitas supra scribitur. Factâ jam promotione divisoris in locum sequentem; 3. in 15. continentur quinque. Ergo secunda nota Quotientis est 5. productumq; 15. à 15. sublatum nihil relinquit. Tandem 3. in 6. continentur bis. Unde tertia nota Quoti est 2. factusq; 6. à 6. subtracto nihil remanet. Hisce operatio est absoluta & Quotus inventus 852. exhibet longitudinem quæsitam. Sed valor harum notarum est ignotus; Pro illo igitur subtrahatur divisoris character (0) à characterè dividendi (2) sive 0. à 2. & remanent 2. Ex hoc residuo concluditur ultimum

M

ti

rimam notā Quoti significare secunda, (2) ipsi quæ adscribitur character (2).

2. Similiter repetamus exemplum 2. Probl. 3. & ex arcâ Trianguli 285, 87034 (5) medianæ basi 38527 (3) investigemus dimidiam perpendiculararem juxta sequens diagramma:

28587034 (5) (742 (2) dimidia perpendicularis
38527 (3) quæ sita.

Observatio.

1. Si denominatio dividendi minor fuerit denominatione divisoris, indeq; subtractio fieri nequeat pro obtinenda denominatione Quoti: Dividendo adjiciantur tot Cifre, quot unitatibus datæ denominationes ab invicem distant; Hac ratione denominationes fient æquales, & Quoti character erit (0).

Ut, sint dividenda 8624 (1) per 3246 (3) Quotus denominatio dividendi (1) duabus unitatibus distat à denominatione divisoris (3); igitur illi adjiciuntur duæ Cifre (862400) eo ipso crescit etiam denominatio ita, ut ultima 0. significet (3). Hinc (3) à (3) sublatis, remanet (0).

221

862400 (3) (265 (0)
3246 (3)

2. Si peractâ divisione notabile adhuc superfuerit residuum; Dividendo una vel plures adjiciuntur Cifre, & divisio pertexitur donec obtineantur Cifre. Siq; Divisor in ultimo hoc residuo plus quam quinquies adhuc continetur, quarta illa componens pensatur uno tertio.

Ut in exemplo obs. 1. quoniam residuum 2210. respectu divisoris 3246. satis notabile est, negligi non potest, sed divisio est continuanda usque dum prodeant in Quoto (3). Cum vero per priora Quoti denominatio sit (0) à quæ sita (3) tribus unitatibus differens; igitur tres adhuc cifre apponuntur dividendo taliter:

21

862400000 (6) (265,680
3246 (3)

Hac divisione ad finem perductâ, tandem remanent 2720. quibus si priori modo adjiceretur adhuc una cifra prodirent 8 (4). Verum cum in tertiis hic sit subsistendum; loco 8. quattorū assumitur 1 (3) reliquis addendum. Hinc verus Quotus est 265,681 (3).

Examen Multiplicationis & Divisionis quod supra fuit in integris numeris Probl. 8. & 9. part. I. idem hoc loco adhibetur in decimalibus accedente saltem denominatione, uti constat ex 1. & 2. exemplo Probl. 3. & 4. itemq; ex seqq. duobus.

Probl. 3 num. 3. ex 362 (3) per 50 (0) multiplicatis inventus est hic factus 18,100 (3) & quod sit verus quæ situs probari potest dividendo

18100 (3) (362 (3) Vel 18100 (3) (50 (0)
per 50 (0) per 362 (3)

Quotus enim reddit alterum factorem.

Econtra in obs. 1. probl. 4. divisio 8624 (1) per 3246 (3) inventum esse quotum genuinum

M 2

265

265 (0) probatur multiplicando divisorem

$$\begin{array}{r} 3246(3) \\ 265(0) \\ \hline 16230 \\ 19476 \\ 6492 \end{array}$$

addendoq; residuum 2210

Redit enim dividendus 862400 (3) vel 8624 (1)
adeoque divisio ritè est instituta.

Problema 5.

Datis tribus numeris quartum
proportionalem investigare.

Dati tres numeri disponantur juxta præ-
scriptum argumentationis in Geodæsiâ & Forti-
ficatoriâ usitatæ, & per Probl. 78. part. 1. con-
stabit quartus numerus proportionalis quæsitus
multiplicando nempe secundum per tertium, se-
cundumq; dividendo per primum.

Ut: Pertica decempedalis ad perpendiculari-
tate humi defixa, eminet pedibus 9. mittitq; de-
umbram 63(2). Quæritur altitudo turris um-
bram 15,346(3) eodem momento projicientis
ut umbra pert. ad alt. pert. ita umbra turris

$$\begin{array}{r} 63(2) \quad \dots \quad 9(1) \quad \dots \quad 15346(3) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad 138114(4) \end{array}$$

1381140(5) (2) (21,923(3) altit. turris quæsitæ

Problema 6.

Pedes, digitos & grana decem-
pedarum in pedes digitos & grana duo-
decempedarum, quindecempeda-
rum, &c. convertere.

Decempeda, sive pertica in decem pedes di-
stributa, calculo aptissima est; ideoque talis in
praxi commodissimè adhibetur & in præceden-
tibus proposita fuit. Quoniam verò consue-
tudo in singulis propemodum regnis & ditioni-
bus aliam introduxit divisionem perticæ famo-
sæ in pedes vel 12. vel 13. vel 15. vel 16. vel 18.
vel 20; Et rursus quilibet pes vel in totidem di-
gitos vel etiam plures aut pauciores dividitur:
Igitur post factam computationem, partes de-
cempedarum in partes duodecempedarum &c.
poterunt reduci hoc modo:

Pertica tota tum decempedalis, tum duode-
cempedalis aliave resolvatur in suas partes datis
cognominibus mediante obs. 2. Pr. 77. part. 1. Hoc
facto dicatur *pro obtinendis partibus duodecempedæ*:

ut 10 ad 12 sic dati ped. dec. ad p. duod.
Vel: ut 100 ad 144 sic dati dig. dec. ad dig. duod.
Vel: ut 1000 ad 1728 sic data gr. dec. ad gr. duod.

Divisione v. absoluta si quid remanet, porro
multiplicetur per numerum partium proximè
minorum, factusq; dividatur per numerum pri-
mum juxta membr. 2. obs. 3. probl. 78. part. 1.

M 3

Exempla

Exempla.

1. Quæritur 8. pedes decempedales quot efficiant pedes duodecempedales? Resp. 9. pedes 7. dig. 3. gr.

$$\begin{array}{r} 10 \text{ ---- } 12 \text{ ---- } 8 \text{ p.} \quad 12 \quad 12 \\ \underline{8} \quad \underline{6} \quad \underline{2} \\ 96 \text{ (9. ped.)} \quad 72 \text{ (7. dig.)} \quad 24 \text{ (2. gr.)} \\ 10 \quad 10 \quad 10 \end{array}$$

2. Decempedales digiti 6. quot efficiunt digitos duodecempedales? Resp. 8. dig. 8. gr.

$$\begin{array}{r} 100 \text{ ---- } 144 \text{ ---- } 6 \\ \underline{6} \quad 64 \\ 864 \text{ (8 d.)} \quad \underline{12} \quad 768 \text{ (8. gr. pro} \\ 100 \quad 128 \quad 100 \text{ mē per ob} \\ \underline{64} \quad \underline{2. probl} \\ 768 \end{array}$$

3. Sint decempedalia 84(3) reducenda in digitos & grana duodecempedalia.

$$\begin{array}{r} 1000 \quad 1728 \quad 84 \\ \underline{84} \\ 6912 \quad 1 \quad \text{Fac.} \\ 13824 \text{ (145 (12 dig. 1. gr.)} \\ \underline{145152} \quad 12 \\ 1 \quad 000 \end{array}$$

Similis argumentatio est in quindecempedali aliisve ut constat ex seqq.

4. Decempedales pedes 6. quot efficiunt pedes quindecempedales?

$$\begin{array}{r} 10 \quad 15 \quad 6 \text{ p.} \\ \underline{6} \\ 90 \text{ (9)} \quad \text{Facit: 9. ped.} \\ 10 \end{array}$$

5. Decempedales pedes 7. quot constituunt pedes quindecempedales divisos in digitos 12?

$$\begin{array}{r} 10 \quad 15 \quad 7 \text{ p.} \quad 12 \\ \underline{7} \text{ (10. p.)} \quad \underline{5} \text{ (6 dig.)} \quad \text{Fac. 10. p. 6. d.} \\ 105 \quad 60 \\ 10 \quad 10 \end{array}$$

6. Sint 57(2) decempedales convertendi in pedes digitos & grana quindecempedæ in 12. digitos totidemq; grana subdivisa.

$$\begin{array}{r} 10 \quad 15 \quad 57 \text{ (2)} \quad 60 \\ \underline{10} \quad \underline{12} \quad \underline{180} \quad \underline{60} \\ 100 \quad 180 \quad 10260 \text{ (6 (8 ped. 720 (7 gr.)} \\ \quad \quad \quad 1 \quad 00 \quad 12 \quad 100 \\ \text{Facit 8. ped. 6. dig. 7. gr.} \end{array}$$

Observatio.

Absque calculo poterit fieri talis reductio, si utraque pertica in virgâ ferreâ vel conto quadrangulari representetur, ejusq; latus unum in proportione decupla, alterum in duodecupla &c. dividatur. Cursor enim mobilis si applicetur partibus reducendis, in altero latere simul indicat partes reductas.

Problema 7.

Pedes, digitos & grana duodecempedæ &c. in pedes, digitos & grana decempedæ convertere.

Facilioris calculi gratiâ & hac reductione opus erit, si aliarum perticarum partes dente. Perficitur autem argumentatione præcedentis problematis inversâ:

ut 12 -- ad 10 -- sic dati p. duod. ad qv. d.
Vel: ut 144 ad 100 sic dati d. duod. ad qv. d.
Vel: ut 1728 ad 1000 sic data gr. duod. ad qv. d.

E. g. Sint 9. pedes duodecempedales reducantur in pedes decempedales?

$$\begin{array}{r} 12 \text{ ---- } 10 \text{ ---- } 9 \quad 6 \quad 6 \\ \frac{10}{90} \quad 90 \left(7. p. \frac{10}{60} \right) \end{array}$$

Item sint 9. p. 7. d. 2. gr. duodecempedales convertenda in pedes, digitos & gr. decempedales.

$$\begin{array}{r} 1728 \text{ ---- } 1000 \quad 9 p. 7. d. 2 gr. \\ \frac{12}{115 d.} \\ \frac{12}{232} \quad 1382000 \left(800(3) \right) \\ \frac{115}{1382} \end{array}$$

sive 8(i) per obs. probl. 2. hujus.

Similiter si quæratu pedes 8. digiti 6. & grana 7. quidecempedæ in dig. 12. totidemq; grana subdivisa, quot efficiant pedes, digitos & grana decempedæ?

$$\begin{array}{r} 15 \quad 10 \\ \frac{12}{180} \quad \frac{10}{100} \quad \frac{12}{102} \quad 1231000 \text{ (Fac.} \\ \frac{12}{2160} \quad \frac{10}{1000} \quad \frac{12}{1231} \quad 216 \quad 0(57(2)) \end{array}$$

8 ped. 6. dig. 7. gr.

Caput II.

DE ARITHMETICA FIGURATA.

Arithmetica figurata est pars Arithmeticæ specialis, quæ numerorum figuratorum computationem tradit.

[Ramus lib. 4. Geom. elem. 9. eam vocat Arithmetice Geometricam, numerosq; figuratos refert ad Geometriam ob rationes ibidem allatas. Verum quia hi numeri sunt, & affectiones in parte generali Arithmetice traditis competunt; ad Arithmetice specialem propriè spectant.]

Numerus figuratus est, qui ex multiplicatione factus appellationem à figurâ Geometricâ sortitur.

[Figuratus numerus dicitur à similitudine quam habet ad figuram Geometricam, nō quamvis, sed saltē ad rectangulum vel Parallelogrammum.]

grammum, vel Parallelepipedum. Dicitur igitur
ita per metaphoram & synecdochen generis pro
specie; vel quod unitates in eo contentæ juxta
longum & latum & altum ita disponi possint ut
figuram Geometricam referant; si nempe unita-
tes unius factoris toties repetantur, quoties in
altero est unitas: Vel quod horum numerorum
factores duo aut tres referant duas aut tres di-
mensiones figurarum Geometricarum. Unus
enim exprimit longitudinem, alius latitudinem
& reliquus altitudinem,

Ut 12. est numerus figuratus
propter hanc dispositionem unita-
tum ejus. Et factor 4. dicitur ejus
longitudo, 3. latitudo.

Notanter vero additur quod figurati pro-
priè dicti, ex multiplicatione fiunt. Eo ipso enim
secernuntur ab aliis, ex progressionem Arithmeti-
câ ortis, qui à quibusdam etiam figurati dicun-
tur, quod pro unitatum suarum dispositione fi-
guras Geometricas referant, ut sunt: Numerus
trigonalis, tetragonalis, pentagonalis, hexago-
nalis, heptagonalis &c. itemq; pyramidalis, de
quibus Stifel. fol. 20. 22. 23. Verum hi longe re-
cedunt ab areâ seu capacitate figurarum Geo-
metricarum, quas representant, ut idem Stifel
us simul inculcat loco citato; Ergo improprie
saltem ita dicuntur & reliquis annumerari non
queunt.]

Numerus figuratus est vel *planus* vel *solidus*.
[Ille respicit figuram planam sive superficiem,
& quidem Parallelogrammum rectangulum;
hic figuram solidam sive corpus, nempe Paral-
lelepipedum rectangulum.]

Numerus *planus* est, qui ex unâ multiplica-
tione producitur, ut 12. factus ex ductu longi-
tudinis 4. in latitudinem 3. Vel 16. factus ex 4.
& 4.

Numerus *solidus* est, qui ex duabus multipli-
cationibus generatur, ut 60. factus ex 5. 4. 3. Vel
27. factus ex 3. 3. 3. quorum primus longitudi-
nem, secundus latitudinem, & tertius altitudi-
nem denotat.

Factus tamen à longitudine & latitudine a-
liàs dicitur *basis*, ut 9. factus ex 5. & 4.

Uterque iterum statui solet vel *æquilaterus*
vel *inæquilaterus*.

[Numeri enim ex quorum multiplicatione
resultat figuratus planus & solidus, dicuntur *lat-
tera* illius, apud Eucl. lib. 7. def. 16. 17.]

Æquilaterus est, cujus latera sunt *æqua-*
lia.

Inæquilaterus, cujus latera sunt *inæqualia*.
[Numeri *inæquilateri* quia varia habent la-
tera (e. g. 24. est factus ex 6. & 4. 8. & 3. 12. & 2.)
Deinde quia sunt infiniti, nec aliam habent con-
siderationem, quam lateris ignoti inventionem
mediante vulgari eorum divisione per latus da-
tum.

tum. (e.g. 24. per 6. divisus, quotus 4 indicat le-
tus alterum.) Igitur statim se ponuntur.]

Planus æquilaterus vocatur *Quadratus*; Soli-
dus æquilaterus dicitur *Cubus* sive numerus *Cubi-*
cus.

[Solidus quidem æquilaterus adhuc plures
agnoscit species ex multiplicationibus tribus
quatuor quinque &c. Attamen species illæ fi-
guris Geometricis assimilari nequeunt & in Al-
gebrâ propriè pertractantur. Eo igitur merito
remittuntur.]

Numerus *Quadratus* est, qui ex numero in
seipsum ducto resultat. Eucl. lib. 7. def. 18.

Ut 4. dicitur numerus quadratus, quia fit ex
multiplicatione 2. in 2.

Ille vero numerus, ex cujus multiplicatio-
ne quadratus producitur, *Radix* dicitur *Quadrata*.
Ut 2. est radix quadrata 4.

[Nomen radice sumptum videtur ab He-
bræis Grammaticis, qui vocant radicem ipsum
thema. sive fundamentum aut originem verbi.
Vel metaphorâ Physicâ ita dicitur, quod sicut
rota arbor ex radice exurgit: ita quadratum, alio-
iq; æquilateri ex hoc numero producantur.]

Cubus sive *Cubicus numerus* est, qui ex ducto au-
licujus numeri in suum quadratum producitur.
Eucl. lib. 7. def. 19. Sic 8. est cubus, quia fit ex
2. in suum quadratum 4. multiplicato.

Numerus verò qui hac ratione bis in se con-
sinuo

sinuo multiplicatus producit numerum Cubi-
cum, dicitur *Radix cubica*. Sic 2. est radix Cubica,
quippe 2. in 2. ducta producit quadratum 4.
qui denuo per 2. multiplicatus efficit Cubum 8.

Quadrati & Cubi notanda est tum *genesis* tum
analysis; indeq; fluens *numeratorum proportionalium* in-
ventio.

Genesis quadrati dicitur *quadratura* (à qua-
drare, id est, numerum in seipsum multiplicare,) ut
genesis cubi *cubatura* (à cubare seu cubicare, id
est, numerum bis continue multiplicare) & est
multiplicatio, quâ producitur ibi *quadratus*, hic
cubus.

Analysis quadrati usitate dicitur *Extractio*
radicis quadrata; *Analysis* Cubi *Extractio radice*
Cubica; & est specialis quædam divisio, quâ in-
vestigatur *Radix* ibi *quadrata* hic *cubica*.

Utraque tamen genesis & *analysis* expedi-
tur vel beneficio *Tabule Tetragonice*; vel viâ artis
per segmenta.

Tabula Tetragonica est quæ omnium radi-
cum ab 1. usque ad 1000. naturali serie progredi-
entium quadratos & cubos exhibet. Unde et-
iam *Tabula quadratorum & cuborum* alias vo-
cari solet.

Hujus notatur constructio & usus.

Viâ artis quæ suscipitur genesis absolvitur
radicum *sectione* in partes, sive segmenta, *multipli-*
catione & additione.

Via artis quæ suscipitur analysis sive extractio radicum constat præcedentâ punctatione ipsius operationis & subsequenti probatione.

Problema 8.

**Tabulam Tetragonicam
construere.**

Omnes numeri impares ab 1. ordine ponantur, & summæ priorum sive quadrato præcedentis semper addatur impar sequens, sic resultat illius loci & ordinis quadratus juxta Clavium in Epilogo Geometriæ practicæ:

E. g. 1. dat quadratum primum: Hinc 1. & 3. faciunt 4. quadratum secundum, cui si addatur sequens impar 5. producitur tertius quadratus 9. Huic 9. addatur sequens impar 7. & summa 16. dabit quadratum quartum. Porro 16. & 9. efficiunt quadratum quintum 25. Atque sic poterit hæc Tabula Quadratorum continuari usque ad radicem 1000.

| Numeri impares | Quadrati. | Radicis. |
|----------------|-----------|----------|
| 1 | 1 | 1 |
| 3 | 4 | 2 |
| 5 | 9 | 3 |
| 7 | 16 | 4 |
| 9 | 25 | 5 |
| 11 | 36 | 6 |
| 13 | 49 | 7 |
| 15 | 64 | 8 |
| 17 | 81 | 9 |
| 19 | 100 | 10 |
| 21 | 121 | 11 |
| 23 | 144 | 12 |

2.

| Progressio senarii. | differenzia cuborum. | Cubi. | Radicis. |
|---------------------|----------------------|-------|----------|
| 6 | 1 | 1 | 1 |
| 12 | 7 | 8 | 2 |
| 18 | 19 | 27 | 3 |
| 24 | 37 | 64 | 4 |
| 30 | 61 | 125 | 5 |
| 36 | 91 | 216 | 6 |
| 42 | 127 | 343 | 7 |
| 48 | 169 | 512 | 8 |
| 54 | 217 | 729 | 9 |
| 60 | 271 | 1000 | 10 |
| 66 | 331 | 1331 | 11 |
| 72 | 397 | 1728 | 12 |

ProTabulâ Cuborum ex inventione Johannis Baptistæ Vitalis in columna sinistra scribatur progressio Arithmetica, quæ à 6. incipiat & per 6. progredietur. In columnâ secundâ reponantur numeri,

qui ex numeris primæ columnæ componuntur hac arte: Juxta 6. ponatur 1. deinde 7. qui ex 6. & 1. conflatur. Post hæc numerus 19. ex 7. & 12. collectus. Atqui sic bini semper numeri è regione positi si addantur componunt sequentem numerum columnæ secundæ.

In tertiâ deinde columnâ collocentur omnes cubi: qui per additionem radicis proximè præcedentis & sequentis differentia inveniuntur. Ut primus cubus 1. & differentia 7. componunt secundum cubum 8. & 19. efficiunt cubum tertium

tium 27. Huic addatur sequens differentia
& prodibit cubus quartus 64. & ita deinceps
In quarta denique columna scribantur ordi-
natorum radices.

Inventi hoc modo quadrati & cubi suis
dicibus ordine descriptis è regione adjunguntur;
& constructa erit Tabula Tetragonica
jus initium hac vice apposuisse sufficiat:

| Radi-
ces. | Quadra-
ti. | Cubi |
|---------------|----------------|------|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 |
| 3 | 9 | 27 |
| 4 | 16 | 64 |
| 5 | 25 | 125 |
| 6 | 36 | 216 |
| 7 | 49 | 343 |
| 8 | 64 | 512 |
| 9 | 81 | 729 |
| 10 | 100 | 1000 |
| 11 | 121 | 1331 |
| 12 | 144 | 1728 |

Problema 9.

Quemlibet numerum milli-
nario minorem beneficio tabulæ tetra-
gonicæ quadrare & cubare.

Inquiratur saltem numerus datus in colu-
mnâ Radicum: & è regione in columnâ secundâ
offendetur ejus quadratus, in columnâ tertîâ
vero ejus cubus quæsitus.

Sic Numeri II. quadratus exhibetur 121. Cu-
bus 1331. At hujus 456. quadratus 207936. Cu-
bus 94818816. Sola igitur excerptio absolvi-
tur hæc quadratura & cubatura.

Problema 10.

Ex dato quadrato vel cubo, be-
neficio tabulæ Tetragonicæ, Radicem
quadratam & cubicam extra-
here.

Principio dispiciatur, quot notis constet
datus numerus, & quænam earum sit prima, quæ-
nam secunda. Deinde evolvatur tabula tetra-
gonica & sub cognomine ejus titulo jam in hac,
jam in illâ paginâ numerentur saltem notæ nu-
meri supremi; Quæ si fuerint æquæ multæ cum
dati; inquiratur ex illis nota datæ primæ & por-
ro secundæ æqualis. Tandem hi soli numeri
cum dato conferantur, siq; inter eos dato æqua-
lis offenditur, tum è regione ejusdem sub titulo
radicum offertur *radix quæsitæ*. Sin minus, nume-
ri, dato proximè minoris, radix assumitur loco
veræ quæsitæ.

E. g.

Quadrati 15625. quæritur radix quadrata per
N
Ta-

Tabulam Tetragonicam? Quoniam datur *Quadratus* constans quinque notis, quarum prima est 1. secunda 5. Igitur sub titulo *Quadratorum* propè radicem 100. offeruntur quidem numeri quinque notarum ab 1. incipientes; Attamen nondum opus est ut toti numeri cum dato conferantur; sed per eos fit descensus, donec secunda nota occurrat 5. Ad istos numeros cum devenitur est, inquiritur quis eorum tertiam notam 6. non reliquas æquales habeat? Et talis inventus est regione 125. in columnâ sinistra. Quare *radix quadrata* dati numeri est 125.

Similiter si cubi 454756780. quærat *radix cubica*? Sub titulo cuborum perlustrantur aliquot paginarum numeri supremi, donec numerus occurrat novem notarum, quod fit post radicem 465. Sed prima in iis nota est 1. dati autem præcedit 4. à radice 737. sed donec secunda nota fiat 5. progrediendum est ad radicem 769. Cumq; jam duæ habeantur notæ datis æquales porro investigatur ex illis tertiâ, quæ est 4. itemq; reliquæ. Verum totus numerus datus in tabula Tetragonica non occurrit; Igitur proxime minoris 454756609. radix cubica 769. assumitur loco veræ quæsitæ.

Problema II.

Propositum numerum quadrare.

Quadratura propriè fit, si numerus sive radix in duo segmenta secetur, & quadrati segmentorum cum eorundem duobus planis (qui *complementa* dicuntur) addantur ex propof. 4. lib. 2. Eucl. Compendiosè tamen solet vulgari multiplicatione absolvi juxta probl. 8. part. 1.

Ut, detur numerus 12. cujus totius quadratus est 144. Ille secetur in 10. & 2. Quadratus segmenti minoris 2. est 4. majoris 100. At duplex planus segmentorum est 20.20. Ex his quatuor figuratis segmentorum in unam summam collectis componitur quadratus totius radicis 144. id quod plenius ostendit sequens diagramma.

| | | | | | |
|-------|-----|----|-----|-----|----|
| 10 | 2 | 10 | X | 2 | 12 |
| | | 10 | X | 2 | 12 |
| | | 20 | 4 | 24 | |
| 100 | 20 | 4 | 12 | | |
| 100 | 40 | 4 | 144 | | |
| | 40 | | | | |
| | 100 | | | | |
| Summa | | | | 144 | |

Vid. Schoner, de num. figur. cap. 2. elem. 3. & seqq.

Problema 12.

Ex dato numero quadrato radicem quadratam extrahere.

Primè nota alternae dati quadrati signentur puncto

N 2

do

80; initium hujus punctationis faciendo ab ultima (versus dextram) notâ integrorum & progrediendo versus sinistram. Quot vero fuerint puncta, tot futuræ sunt notæ radices, tot quoque sunt instituendæ operationes.

In quarum primâ beneficio abaci sive Tabulæ Tetragonice ex probl. 8. inquiratur, quinam quadratus maximus in puncto primo versus sinistram contineatur. Ille à notis primi puncti subtrahatur, & radix ejus post lunulam à dextera scriptam notetur.

In operatione secundâ & reliquis omnibus 1. Totus Quotus duplicetur; hinc oritur divisor, qui sub notâ proximâ & (si opus est) antecedentibus juxta ordinem collocandus.

2. More vulgaris divisionis inquiratur, quoties iste divisor in numero supra se scripto contineatur; & Quotus tum post lunulam, tum sub ipso puncto sequente scribatur.

3. Ultimus hic Quotus ducatur in totum numerum divisoris loco subjectum, Factus vero auferatur à numero superiore, & residuum, quod est, supra scribatur. Sic absoluta est operatio secundi puncti, cui reliquorum punctorum operationes omnes sunt similes.

Exempla.

1. Sit extrahenda radix quadrata ex hoc numero 144. Igitur punctum supra vel infra dextrimum quaternarium scribitur & sequentia

Præterito rursus punctatur unitas, hoc modo:

144 (Hæc duo puncta indicant radicem quæsitam constare duabus notis; adeoque pro eruendis illis duas etiam requiri operationes.

In primâ igitur operatione numerus primi puncti hoc loco 1. quæritur in Tabulâ Tetragonice sub titulo Quadratorum, & invenitur in lineâ primâ. Hinc radix ejus 1. post lunulam annotatur, & ipse quadratus 1. à numero puncti primi 1. subtrahitur. Hisce absoluta est operatio prima.

In secunda operatione Quoti duplum nempe 2.

subjicitur notæ sequenti 4. & mediante probl 9. par. 1. inquiritur quoties 2. in 4. contineantur, videlicet bis. Hinc 144 (12
122 (12
in quoto & sub ipso puncto secundo ponitur binarius, & ducitur in totum divisorem 22. Factus vero 44. à numero puncti 44. subtrahitur. Sic perfecta est extractio radices ex dato numero quadrato 144. eaq; inventa 12.

2. Detur hic quadratus 180625 cujus radix quadrata sit extrahenda? Primo punctatur 5. deinde 6. & tandem 8. Hoc facto beneficio Tab. Tetragonice exploratur quadratus maximus in 18. possibilis esse 16. Igitur ejus radicem 4. in Quoto annoto & quadratum 16. ab 18. subtraho, residuis duobus superscriptis.

Porro quotus 4. duplicatur, ut fiant 8. quæ sub 0. locantur & in 20. continentur bis. Igitur post lunulam & sub 6. scribuntur 2. & hic ultimus quotus 2. ducitur in 82. Factus verò 164 à 206 subtrahitur, & his cancellatis remanent 42. quæ superscribuntur & annumerantur puncto sequenti.

Tandem, uti in operatione secunda, rursum duplicatur totus quotus 42. & facti 84. primo nota sequenti binario subternitur & 8. sub precedente nota ponuntur. Jam inquiritur 8. quoties contineantur in 42. & abacus Pythagoricus docet 8. in 42. contineri quinquies. Ergo 5. in quoto & sub puncto scribuntur; factaq; divisoris 845. multiplicatione per 5. producuntur 4225. quæ priore modo à numero puncti tertii subtracta nihil relinquunt. Est igitur dati quadrati radix quæ sita 425.

Observationes.

1. Si datus quadratus constet etiam numeris decimalibus; factò ab ultimâ notâ integrorum inter se alternatim punctantur notæ progrediendo tum versus sinistram, tum versus dextram. Sic decimales imparem habeant denominationem, adducantur ad parem adjectione Cifrarum, quæ denominationem priorem auget unitate. His præ-

sis, operatio juxta præscriptum hujus problematis perficiatur. Postremo autem quadrati denominationatio dimidietur & obtinebitur denominatio ultimæ notæ radicis quadratæ.

E. g. Sit radix quadrata extrahenda ex hoc numero 256283197 (3) Punctationis initium fit à 3. tanquam ultimâ notâ integrorum, & progrediendo versus dextram punctantur 2. & 5. Similiter versus sinistram punctum ascribitur 9. & post 7. punctatur adjecta 0. significans (4) Nam decimales notæ semper in locis paribus recipiunt & requirunt punctum.

Operatio ipsa
 instituitur dicto
 jâ modo; & quia
 in secundo puncto 1. in nihilo
 non continetur;
 loco quotientis
 scribitur 0 & statim fit transitus ad sequens punctum per obs. 4. probl. 9. part. 1.

2. Si ex operatione ultima aliquid remanserit, indicio est, datum numerum non esse exactè quadratum; us radix igitur inveniat veræ proxima; adjiciantur aliquot pariacifrarum, & pro numero earum augeatur denominatio numeri dati, donec ultima ejus nota significet sexta, & radix deinde tercia exhibere possit.

Uc, si detur hic numerus 5387; radix ejus invenitur 73. sed remanent 58. Quare adjiciuntur

tur tria paria cifrarum, earumq; ultima denotatur (6) hoc modo: 7300000 (6) Continuatâ jam extractione tota radix quadrata veræ proxima oritur 73,396 (3) & supersunt 27184 quæ negliguntur; cum in lineis ultra tertia non sit progrediendum juxta probl. 1. hujus.

Similiter in exemplo obf. 1. si remanentibus 42594(4) addantur duæ cifræ; fiunt 4259400(6) & radix veræ proxima est 506,244(3) Superfluum enim 209464.

Probatio hujus extractionis instituitur per multiplicationem inventæ radices quadratæ in se ipsam, & additionem residui, si quod est.

| Sic radix | Exempli 1. | Exempli 2. |
|------------------|------------|------------|
| | 12 | 425 |
| ducta in se | 12 | 425 |
| | 24 | 2125 |
| | 12 | 850 |
| reddit quadratum | 144 | 1700 |
| | | 180625 |

In exemplo obf. 1.

| | |
|------------------|--------------------------|
| Radix quadrata | 50624(2) |
| ducta in se | 50624(2) |
| | 202496 |
| | 101248 |
| | 303744 |
| | 2531200 |
| addito residuo | 42594 |
| reddit quadratum | 2562831970(4) per pr. 3. |

Ipsa tamen Extractio Radicis quadratæ fundatur in Quadraturâ superius probl. II. traditâ. Nam quando quadratus pluribus quàm duabus scribitur notis; in eo etiam plures continentur partiales quadrati; Isti igitur punctationis beneficio in toto distinguntur, ut radix per segmenta haberi possit.

Punctantur autem notæ alternatim ob complementa duobus quadratis interjecta, sive quod inter duos quadratos unus cadat medius proportionalis.

Operationis initium fit à sinistris, quoniam in puncto sinistro continetur partialis quadratus major, qui discriminis gratiâ vocari solet *quadratus sinister*. Et in illo puncto nulla complementantur complementa; Hinc radix ejus non tantum primo loco sed facilius etiam ex solo abaco Pythagorico obtinetur. Quadrato sinistro autem sublato remanet Gnomone planus, constans duobus complementis & quadrato minore sive dextro. Istius latus minus ut in operatione secundâ per divisionem acquiratur; datur latus quadrati sinistri, quod simul est latus majus complementorum: At hæc duo sunt & æqualia, igitur duplicatur latus quadrati sinistri, sive quotus antea inventus, ut utriusque latus minus simul obtineatur. Quoniam vero in puncto secundo sive in Gnomone superest quadratus dexter & minus latus segmentorum hujus lateris est

N 5

æquan

æquale: igitur quotus ultimus simul sub puncto collocatur. Tum enim per quotum ultimum factâ multiplicatione divisoris: producitur numerus dato Gnomoni æqualis vel proxime minor; unde continuatâ operatione posteriori innotescunt omnia segmenta radice, adeoque per conjunctionem eorum ipsa radix quaesita.

Problema 13.

Datum numerum cubicare.

Datus numerus secetur in duo segmenta quibus quadrati eorum subjiçiantur. Hi multiplicentur in radices superscriptas tam directè semel, unde oriuntur cubi partiales, tum transversèter, unde emergunt solidi intermedii sex. Ex istis octo partibus componitur totus cubus datus vigore elem. 7. cap. 3. Lazari Schoneberger de num. figur.

Vulgariter & compendiosè idem cubus obtinetur per duplicem multiplicationem radicis.

E.g. Detur radix 12. cujus segmenta sint 10. & 2. His tanquam altitudinibus subjiçiantur eorum bases 100. 4. fiatque multiplicatio juxta sequens diagramma:

2.

PARS II. CAP. II.

| | 10 | 2 | | 203 |
|------|-----|-----|------|------|
| | | | X | Vel |
| | 100 | 4 | | 12 |
| | | | | 12 |
| 1000 | 200 | 40 | 8 | 24 |
| | 200 | 40 | | 12 |
| | 200 | 40 | | 144 |
| 1000 | 600 | 120 | 8 | 12 |
| | | | 120 | 288 |
| | | | 600 | 144 |
| | | | 1000 | 1728 |

quorum productorum sum. 1728 exhibet cubum quaesitum.

Problema 14.

Ex dato numero cubico Radicem cubicam extrahere.

Datus numerus cubicus primò distribuatur in certas periodos punctando ultimam à dextris notam integrorum: & tertiam quamvis sequentem, ita ut duæ semper notæ omittantur. Quot verò in eo deprehenduntur puncta sive periodi, tot etiam sunt notæ radice cubicæ. Deinde

In operatione primâ.

Ex Tabulâ Tetragonâ inquiratur radix cubica in primo versus sinistram puncto comprehensa. Hæc post lunulam à dextris collocatam scribatur, ejusq; cubus subtrahatur à puncto

puncto primo; Residuum verò, si quod est, se-
pra notetur.

In secunda & reliquis operationibus

1. Inquiratur novus divisor multiplicando
totius quoti quadratum per 300. Istius nota dex-
tima subjiciatur ipsi puncto proximè sequenti
reliquæ versus sinistram ordine succedant.

2. Divisor iste quoties contineatur in nu-
mero superscripto, annotetur post lunulam; eaq;
nota ducatur in divisorem: Factus autem hoc
loco primus scribatur seorsim.

3. Notæ quoti ultimam præcedentes multi-
plicentur per 30. & productum denuo multipli-
cetur per quadratum notæ ultimæ quoti. Hinc
oritur factus secundus.

4. Cubus ultimæ notæ quoti subjiciatur prio-
ribus duobus factis.

5. Summa trium horum numerorum subtra-
hatur à numero istius puncti; residuum vero su-
pra scribatur.

Exempla.

I. Sit extrahenda radix cubica ex numero 28.
Hic puncto signantur 8. & 1. Quo facto radix
primi à sinistris puncti est 1. indeq; post lunulam
notatur 1. & cubus ejus 1. ab 1. primi puncti
subtrahitur. Sic prima operatio est absoluta.

In secunda operatione quoti quadratus 1. qui
non multiplicat; divisor est 300. Jam verò
in 7. continentur bis; igitur

post lunulam scribo 2. &

duco 2. in 300. ut fiant 600

Porro ductâ 1. in 30. sunt

30. quibus per 4. (quadra-

tum notæ ultimæ 2.) mul-

tiplicatis producuntur --- 120

& accedente cubo ex 2.

nempe ---- 8

Summa trium producto -----

rum est ---- 728

quâ ex 728. sublatâ remanet 0.

Radix igitur cubica quæ sita est 12.

II. Detur hic numerus cubicus 66923416.
ejus radix cubica sit extrahenda. Primò di-
stinguitur in tres periodos hoc modò:

66923416 (4

64

Cumq; numerus primi puncti 66. in tabulâ Te-
tragonica non reperiatur, assumitur proximè
minor 64. cujus radix cubica est 4. Hæc igitur
post lunulam annotatur, & cubus ejus 64. à 66.
sublatus relinquit 2.

Porro quoti 4. quadratus est 16. quo per
300. multiplicato, oritur novus divisor, qui se-
cundo puncto subjicitur taliter:

2

66923416 (40

64800

4.

At 4. in 2. non continentur; igitur in quoti scribitur 0. & progressus fit ad punctum ultimum. Hinc totius quoti 40. quadratus, qui est 1600. iterum multiplicatur per 300. & fit novus divisor, qui numero ultimi puncti subjicitur ut ante.

$$\begin{array}{r} 2923416 \\ 480000 \end{array} \left(406 \right.$$

Hoc factum 4. in 29. continentur sexies. Igitur 6. post lunulam scribuntur & ducuntur in divisorem, unde factus --- 288000
Deinde 40. multiplicatur per 30. & productus 1200. iterum multiplicatur per 36. quadratum quoti ultimi unde factus --- --- --- 43200

Tandem cubus ultimi quoti 6. est
quorum summa --- --- 2923416
si auferatur à numero puncti, remanet nihil
adeoque dati cubi radix cubica quæ sita est 406

Observationes.

I. Si integris adhareant numeri decimales; punctationis initium fit ab ultimâ notâ integrorum progrediendo tum versus sinistram in integris tum versus dextram in decimalibus. Denominatio igitur cubi fit, vel à (3) vel à (6) vel à (9) Alia vero si detur, reducenda est in has per adjectionem unius vel duarum cifrarum. Hisce præmissis operatio nihil omnino differt à priori. Ultimo tamen dividatur denominatio cubi per 3. Sic

Sic Quotus indicabit denominationem ultimæ notæ radice cubicæ.

E. g. Sit extrahenda radix cubica ex 6734(1)
Hoc loco 3. est ultima nota integrorum, igitur primo punctatur; cumq; versus sinistram punctatio suscipi nequeat & à dextris sint tantum 4(1) Adjiciantur duæ cifræ, ut fiant (3) & periodus compleatur hoc modo:

$$673400(3)(87(1))$$

Factâ jam operatione juxta præscriptum ipsius problematis, invenietur Radix cubica 87. cum residuo 14897. At hæc radix extracta est non ex solis integris, sed etiam ex numeris decimalibus: Igitur denominationis ratio porro est habenda; divisâq; denominatione cubi per 3. Quotus 1. monstrat ultimam notam radice, videlicet 7. significare (1.)

2. Operationibus omnibus absolutis si quid remanet, indicio est datum numerum non esse cubicum. Igitur ut radix veræ proxima ex eo eruatur; Residuo apponantur ternæ cifræ, donec existant nonæ, & continuetur extractio radice priori modo.

Ut: In observ. 1. ex numero 673400. remanebant 14897(3). Ut vero radix propinquior acquiratur, huic residuo apponuntur 6. cifræ; per eas denominatio crescit, ita ut ultima 0. jam denotet (9) sicut ex sequenti diagrammate planius constat.

$$14897$$

$$6734000000(9) \left(87 \right.$$

Por.

Porro in operatione tertiâ per divisores
2270700. invenitur quotus 6. factaq; subtrac-
tione summæ trium productorum 13718376 à nu-
mero puncti remanent 1178624. Quibus si ad-
jungantur tres ultimæ cifra; in numero illo pun-
cti quarti divisor 230212800. continetur quin-
quies. Atque sic radix cubica verâ proxima est
8765. Tandem divisâ denominatione dati nu-
meri (9) per 3. Quotus monstrat prodire tertiâ
Hinc notarum radices cubicæ distinctio & de-
minatio talis est 8, 765 (3).

*Examinatur extractio radices cubicæ cubico-
do radicem inventam & addendo, si quod est, res-
duum. Sic in exemplo primo radix 12. cubico
multiplicata restituit datum cubum 1728.*

Similiter in exemplo observationis primæ
per duplicem multiplicationem radices inventæ
& additionem residui redit numerus datus, ut
videre est ex sequentibus diagrammatibus.

| | |
|------------|------------------|
| 12 | 87 (1) |
| <u>12</u> | <u>87 (1)</u> |
| 24 | 609 |
| <u>12</u> | <u>696</u> |
| 144 | 7569 (2) |
| <u>12</u> | <u>87 (1)</u> |
| 288 | 52983 |
| <u>144</u> | <u>60552</u> |
| 3728 | 658503 (3) |
| | <u>14897 (3)</u> |
| | 6734 (1) |

Ipsa verò analysis cubi pendet ab ejus gene-
si, quam tradidit problema præcedens. Quo-
niam enim cubus totus constat tot cubis partia-
libus, quot sunt notæ radices illius; inter binos
autem interjacent duæ notæ complementorum:
Igitur primis punctis distinguntur illæ notæ,
sub quibus continentur cubi partiales, factaq; à
dextimâ notâ (cujus cubus minimus est) initio
duæ semper notæ omittuntur.

Deinde quia cubus sinister (id est in ultimo
versus sinistram puncto inventus) non saltem
maximus est, verum etiam nullis complementis
stipatus; ab eo fit initium & in operatione primâ be-
neficio solius Tabulæ Tetragonicæ innotescit
ejus latus.

Subducto autem hoc cubo sinistro, rema-
net *gnomo solidus* constans ex sex solidis sive com-
plementis & cubo dextro. Istorum complemen-
torum tria sunt *majora* & inter se æqualia; tria
iterum *minora*, & similiter inter se æqualia. Ma-
jora basin habent cum cubo sinistro, & altitudi-
nem cum cubo dextro communem: Minora vi-
cissim habent basin cum cubo dextro & altitudi-
nem cum cubo sinistro communem. Igitur in
operatione secundâ quando radix inventa quadra-
tur, acquiritur una basis complementorum ma-
jorum. At hæc tria sunt & inveniuntur in tertio
periodi gradu, qui est centenariorum; Ergo qua-
dratus radices multiplicatur per 300. indeq; ori-
tur

tur divisor, quo mediante inquiritur altitudo complementorum majorum. Hæc in quoto annotata dum porro ducitur in divisorem, id est in bases trium complementorum majorum, ipsa complementa majora prodeunt *in facto primo*. Pro tribus vero complementis minoribus, ultimus quotus quadratur, ut emergat basis illorum, quæ iterum triplicatur cum tria sint complementa minora, & quidem contenta sub notâ gradus secundæ, quæ est denariorum; unde pro 3 assumuntur 30. Tres istæ bases sic collectæ quando multiplicantur per quotum præcedentem, id est, per altitudinem cubi sinistri; *in facto secundo* simul producuntur tria complementa minora.

Tandem cubus ultimæ notæ prioribus factis additur, quia summa ista componit totum gnomonem, adeoquæ ex cubo dato subtrahitur & operatio est absoluta.

Probl. 16.

Inter duos numeros datos medium continuè proportionalem investigare

Dati duo numeri inter se multiplicentur per probl. 8. lib. 1. vel per probl. 4. lib. 2. Producti radix quadrata, per probl. 11. vel 13. lib. 2. acquisita, est medius numerus continue proportionalis quæsitus, vigore Probl. 67. Lib. 1.

Ut, si quærendus sit medius proportionalis inter

inter 4 & 9? Ductis 4 in 9 produciuntur 36, cujus numeri radix quadrata 6. est medius proportionalis quæsitus. Qualem enim rationem habent 4 ad 6. nempe subsesquialteram per Probl. 45. & 46. Lib. 1. talem quoque habent 6 ad 9. Sunt igitur hi tres numeri 4. 6. 9. continuè proportionales vigore def. 2. cap. 9. Lib. 1.

Eodem modo si inter 4, 5 (1) & 8, 2 (1) inveniendus sit medius proportionalis; Facti 36, 90 (2) radix quadrata 6, 074 (3) exhibet quæsitum.

Probl. 17.

Inter duos numeros extremos datos, duos medios continuè proportionales indagare.

Dati duo numeri extremi ducantur in se invicem: Eorum *Planus* si porro multiplicetur per datum *extremum priorem*, solidi radix cubica ex Probl. 11. vel 15. patefaciet medium priorem quæsitum. Sin verò *idem planus* multiplicetur per datum *extremum posteriorem*; solidi radix cubica indicabit medium posteriorem quæsitum.

E.g. Quærantur duo numeri medij continuè proportionales inter 4 & 32. Igitur numerus factus à 32 & 4 nempe 128 denuo multiplicatur per 4 & producti 512 radix cubica 8 est mediorum numerus prior.

Similiter *idem planus* 128 per 32, multiplicatus dat solidum 4096, cujus Radix cubica 16 est

mediorum posterior. Sunt igitur jam quatuor numeri continuè proportionales h. l. in ratione subduplâ 4. 8. 16. 32. adeoq; inter duos extremos duo medij ex voto inventi.

Demonstratio huius problematis videatur apud Clavius Geom. pract. Lib. 6. prop. 18. pag. 169.

Observatio.

Mediorum numerorum altero juxta præscriptum problematis invento, alter quoq; reperitur, inventum multiplicando per remotiorem extremum. Producti enim radix quadrata est alter mediorum quæsitus vigore Probl. 16.

Ut, in allato exemplo, si inter 4 & 32 inventus sit mediorum prior 8, & hic ducatur in 32. Facti 256 radix quadrata 16, exhibet mediorum posteriorem.

Caput III.

DE LOGISTICA SEXAGENARIA.

Logistica Sexagenaria est pars Arithmetice specialis, quæ partes temporis & motuum cælestium graphico compendio ad terminos progressionis sexagecuplæ geminatæ revocatas numerat.

[Nomen *Logistica* descendit à verbo Græco λογίζεσθαι, quod generaliter quidem significat ratiocinari, specialiter autem per numeros ratiocinari sive computare. Hinc *Logistica* idem sonat, quod ars supputatrix vel computatoria.]

Et respectu à nonnullis pars specialis Arithmetices, ab aliis tota Arithmetica ad usum accommodata, nomine *Logistica* insignita fuit.

Logistica autem *Sexagenaria* dicitur à Geometrica progressionem sexagecuplâ geminatâ, quam termini illius observant, ut paulo post patebit.

Vocatur alias hæc *Logistica Sexagenaria* à Barlaamo Græco *Logistica Astronomica*, ab Alstedio *Arithmetica Astronomica*, quippe maximum in Astronomia habet usum; Ab Erasmo Reinholdo *Logistica scrupulorum Astronomicorum*, ex instituto nempe Veterum, ut Ptolomæi, Theonis & aliorum, Græcorum præsertim, qui nonnisi scrupula, in dictâ progressionem sexagecupla numerarunt.

Hanc vero progressionem elegerunt Astronomi ob commoditatem numeri sexagenarii, quippe inter minores numeros habet partes maximè multiplices juxta Probl. 37. part. 1.]

Partes temporis sunt Anni, Menses, dies, Horæ & minuta.

Annus calculo Astronomico aptissimus est vel *Aegyptiacus* seu *Nabonassaræus* (quo Ptolomæus & Copernicus in suis scriptis utuntur) constans 365. Diebus. Vel *Julianus*, constans diebus 365 & præterea 6 horis. Hic tamen Annus dicitur *communis*; at si 6 illæ horæ residuæ quater sumantur, efficiunt quartum quemvis annum *bisextilem* dierum 366.

Mensis est anni pars duodecima. Estq; vel *Aegyptius*, æquabilis semper dierum 30. In fine enim anni appendebantur 5 dies residui. Vel *Julianus*, qui subdividitur in plenum dierum 31, & cæterum dierum 30.

Pleni sunt septem, qui continentur hoc versu memoriali:

Janua, Mars, Maj9, Jul, August, Octo, Decemb

Cavi sunt reliqui, excepto Febuario, ut Aprilis, Junius, September & November. Febuarii enim in anno communi constat diebus 28, in bissextili diebus 29.

Dies constat horis 24 æqualibus.

[Dicitur alias hic dies *naturalis*, ad differentiam diei *artificialis*, significantis tempus, quo sol supra Horizontem moratur.]

Hora est vigesima quarta pars diei naturalis.

Minutum est pars Sexagesima unius Horæ.

Partes motus Corporum Cælestium determinantur Circulo, signis, gradibus & scrupulis.

Circulus constat gradibus seu partibus æqualibus trecentis sexaginta.

Signum est duodecima pars Circuli, constans gradibus 30.

Gradus est pars trecentesima sexagesima sui circuli.

Scrupulum est pars sexagesima unius gradus.

Variæ hæ denominationes & partes beneficio progressionis sexagecuplæ revocantur ad tres

tres classes, videlicet ad *integra*, *sexagenas* & *scrupula*, unde tales in subsequentibus vocantur numeri *Logistici*.

Integra sunt, quæ totum aliquod divisibile in partes significant, præcipuè dies & gradus. Reliquæ enim species temporis & partes motus *maiores*, in has reducuntur.

Sexagena (Græcè ἐξηννιάδες) sunt summæ multorum integrorum in sexagecupla progressionem collectorum. Intra limites enim numeri sexagenarij hic semper manendum est. Hinc quoties iste invenitur in integris, toties abjicitur, & toties accedit unitas termino progressionis accrescentis secundo. Ex hoc iterum abjiciuntur 60, quoties possunt & emergit terminus tertius sive nova species numerorum *Logisticorum*. Idem processus servatur etiam in reliquis.

Dividuntur igitur in sexagenas primas, secundas, tertias &c.

Sexagenarum *primarum* singulæ valent integris sexaginta.

Secundarum singulæ valent sexaginta sexagenis primis, sive integris 3600.

Tertiarum singulæ valent 60 sexagenis secundis, sive 3600 sexagenis primis, sive 216000 integris.

Sequentium sexagenarum valor eodem modo ex sequentibus terminis progressionis sexagecuplæ cognoscitur, qui continuè multiplican-

do per 60 acquiruntur juxta Probl. 70. Lib. 2.

Scrupula sunt partes integrorum juxta progressionem subsexagecuplam sumptæ. Sicut enim in integrorum collectione ascendebamus per sexagenas, ita hic in distributione unius integri descendimus per scrupula, progressionem sexagecupla decrefcente, quoad liber, vel usque calculi requirit.

Dividuntur similiter in scrupula prima, secunda, tertia & sic deinceps. Canones enim æqualium motuum Ptolomæi descendunt usque ad sextam; Alphonfii vero progressi sunt usque ad decimam.

Scrupulum primum est pars sexagesima unius integri.

Scrupulum secundum est pars sexagesima unius scrupuli primi, sive pars 3600 ma unius integri.

Scrupulum tertium est pars 60 ma unius scrupuli secundi, sive pars 3600 ma unius scrupuli primi, sive pars 216000 ma unius integri.

Numerorum Logisticorum consideranda venit 1. *notatio* 2. *reductio* in numeros vulgares & vice versa vulgarium in Logisticos, 3. *Computatio* tum *simplex* in additione, subtractione, multiplicatione & divisione, tum *comparata*, in partis proportionalis investigatione, & 4. *Radicis quadratae extractio*.

Probl. 18.

Numeros Logisticos notare.

Numeri Logistici secundum periodos, sexagenario numero minores, scribuntur ita quidem, ut integra medium occupent locum, & ab iis dextram versus ordine scribantur scrupula prima, secunda, tertia &c. At sinistram versus progrediantur sexagenæ primæ, secundæ, tertiæ &c.

Porro signantur *integra* vel impositâ cifra sive nulla 0, si sunt gradus; vel literâ D, si sunt dies.

Scrupula notantur superscriptis virgulis acutis tot, quot periodis distant ab integris.

Sexagenæ contra virgulis gravibus, pro numero periodorum subinde multiplicatis, signantur.

Tandem *numeri Logistici* dicto jam modo scripti enunciantur juxta species suas, à maximâ, quæ est à sinistris progrediendo ad minimam, & singulis addendo illam denominationem, quam index sive character suprapositus designat. ut;

| | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|
| ''' | '' | ' | D | ' | '' |
| 2 | 47 | 36 | 33 | 37 | 30 |

sunt duæ sexagenæ tertiæ, 47 sexagenæ secundæ, 36 sexagenæ primæ dierum, 33 dies, 37 scrupula prima, 30 scrupula secunda.

Similiter $\overset{\circ}{4}$ $\overset{\circ}{39}$ $\overset{\circ}{29}$ $\overset{\circ}{58}$ $\overset{\circ}{32}$ sunt 4 sexa-

sexagenæ primæ, 39 gradus, 29 scrupula prima
58 scrupula secunda, 32 scrupula tertia.

Observatio 1.

Virgula trimeris Logisticis suprascriptæ representant indices terminorum progressionis sexagecuplæ tam accrescentis quam decrescentis, de quibus supra Probl. 71. Lib. 1. Simul tamen innotuit singularum suæ periodi unitatum valorem, æqualem suo termino progressionis sexagecuplæ vulgaris; quippe denominatorum vicem sustinent & numeratoribus suis, modo in fractionibus contrario, suprascribuntur, uti ex præcedentibus patet.

Observ. 2.

In hac signaturâ insigne est notationis compendium quo numerus, quantumvis maximus, peculiariter ratione synopticè scribitur & exprimitur. Sic Archimedis numerus, numero arenæ totius globi terreni major, qui est cum 39. cifris, compendiosius exprimitur per XL. id est per unam sexagenam quadragesimam.

Itemque maximo numero Clavij, superantem numerum arenæ replentis concavum firmamentum (qui est 1. cum 51 cifris) longe major est una sexagena quinquagesima prima, quæ hoc modo notatur

L.L.

E.

Probl. 19.**Numeros vulgares integros ad Logisticos reducere.**

Dati numeri vulgares integri continè dividantur per 60. donec resultet quotus eodem minor. Residuum enim semper exhibet numerum ejuadem speciei & denominationis; At quotus largitur numerum speciei proximè majoris. E.g.

Sint completi anni Juliani 1652 reducendi in sexagenas dierum. Igitur factâ prius dati numeri annorum multiplicatione per $365\frac{1}{2}$ ut emergant dies 603393. ipsa reductio perficitur juxta diagramma sequens.

$$\begin{array}{r} 3 \qquad 3 \qquad 4 \\ 603393 \left(\begin{array}{l} 10056 \\ 167 \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right) \\ \underline{60} \quad \underline{0} \quad \underline{6} \quad \underline{0} \quad \underline{60} \end{array}$$

Nimirum datos dies divido in 60. & remanent 33 dies. Quotus vero primus 10056 similiter divisus per 60. relinquit 36 sexagenas primas dierum. Rursus ex quoro secundo 167. diviso in 60 remanent 47 sexagenæ secundæ dierum, & prodit quotus tertius 2 sexagequatio minor, significans sexagenas tertias dierum. In eo igitur est acquiescendum, datique anni efficiunt

$$\begin{array}{r} 33 \quad 36 \quad 2 \\ 2 \quad 47 \quad 36 \quad 33. \end{array}$$

Observ.

Observatio

Huius problematis beneficio tempus v-
gare convertitur in Astronomicum, & præparatur
ad usum calculi motuum æqualium. For-
tamen hæc, quæ in allaro & sequentibus exer-
plis spectatur, dicitur *Alphonsina* ad differenti-
formæ *Copernici*. Hic enim Annos Julianos con-
vertit in Annos Ægyptios, istorumq; Annorum
sexagenas. In reliquis ambæ formæ conveniunt.

*Probl. 20.*Numeros vulgares fractos
in Logisticos convertere.

Fracti numeri vulgaris Numerator ducatur
in 60, productumq; dividatur per denomi-
nator. Quotus enim exhibebit scrupula prima.
Ex residuo, si quod est, similiter eliciantur
secunda & tertia.

E. g.

Sint 15 horæ convertendæ in scrupula diei.
Quoniam fractio talis $\frac{15}{24}$ hoc loco datur; Igitur
15 multiplicatis per 60 producuntur 900, quæ
divisa per 24 dant in quotu 37 scrupula prima.
Quæ vero remanent 12 rursus multiplicantes
per 60, & factus 720 dividitur in 24 unde resolu-
tant 30 scrupula secunda. Hoc pacto 15 horæ

convertæ sunt in 37' 30" scrupula diei. *Sint*

Similiter si quærat^r $\frac{2}{3}$ unius gradus quot
efficiant minuta? Resp. 40. Reductio enim
fit per *Probl. 16. Lib. 1.* hoc modo:

$$\begin{array}{r} 60 \quad 120 \\ \underline{2} \quad 3 \quad 40 \\ 120 \end{array}$$

*Probl. 21.*Numeros Logisticos ad
vulgares reducere.

Dati numeri Logistici continuo multiplicen-
tur per 60. initium tum in sexagenis tum in scrupulis
faciendo à specie maximâ; Productis au-
tem singulis addantur notæ speciei proximè mi-
noris. Hoc facto, sexagenæ reductæ sunt in
vulgarem numerum integrorum.

Ex scrupulis vero productus est Numerator
fractionis vulgaris, cujus denominator est in-
fimæ speciei valor in integro, sive integrum in
minimam speciem datorum scrupulorum reso-
lutum.

E. g. Sint $\frac{2}{3}$ $\frac{47}{36}$ $\frac{1}{33}$ $\frac{D}{33}$ converten-
dæ in numeros vulgares? Operatio instituitur
hoc modo:

Nam

$$\begin{array}{r} 302 \\ \underline{60} \\ 167 \\ \underline{60} \\ 10056 \\ \underline{60} \\ 603393^D \end{array}$$

Nam bis 60 sunt 120. additis quibus fiunt 167. Quæ si rursus per 60 multiplicentur & producto 10020 addantur 36 emergunt 10056. His productis multiplicatis per 60. productum 603360 additis 33. colliguntur quæ sicuti dies 603393.

Sic 37 30'' scrupula diei, beneficio divisionis multiplicationis reducuntur ad hanc vulgarem fractionem $\frac{2750}{3000}$ sive $\frac{5}{6}$ D. per Probl. 14 part. 1. d est, ad horas 15 per Probl. 16. part. 1.

Problema 22.

Numeros Logisticos addere

Species similes sub similibus collocentur perpendiculariter & subtus ducatur linea recta. Tum facta à dextris initio juxta obl. 3. Probl. part. 1. numeri ejusdem speciei colligantur in unam summam; Ea quoties continet 60. toties 1. adjicitur speciei proximè majori; Reliqua verò suæ speciei subjicitur directè, eodem caractere notatur.

E. g.

Detur æqualis motus \odot ad 1. diē $\left\{ \begin{array}{l} 0' 59'' 8''' 20'''' \\ \text{ad 2 dies} \end{array} \right.$
 Quæ æqualis motus \odot ad tres dies? $\left\{ \begin{array}{l} 1' 58'' 16''' 39'''' \\ \text{Quæ est} \end{array} \right.$
 $\left. \begin{array}{l} 2' 57'' 24''' 19'''' \end{array} \right\}$

Objec

Observatio 1.

Ulus Additionis Logisticæ potissimum spectatur (1.) in constructione Tabb. motuum æqualium, uti exemplum præcedens digito quasi monstrat. (2) in multiplicatione Logisticâ de qua Probl. 24. (3) in investigandis mediis seu equalibus motibus ad tempus quodcumq; datum. Sic ad tempus vulgare 1652 A. o D. 15 H. per Probl. 19 & 20 hujus, calculo Astronomico accommodatum & conversum in

$\begin{array}{cccccc} '' & '' & ' & D & ' & '' \\ 2 & 47 & 36 & 33 & 37 & 30 \end{array}$ invenitur medius motus Solis per additionem ex Tabb. Belgicis hoc modo:

| | | | | | |
|--|---|--|---|---|--|
| $\begin{array}{l} '' \\ 2 \\ 47'' \\ 36' \\ 33^D \\ 37' \\ 30'' \end{array}$ | $\begin{array}{l} ' \\ 0 \\ 29 \\ 28 \\ 31 \\ 28 \\ 28 \\ 29 \end{array}$ | $\begin{array}{l} ' \\ 29 \\ 28 \\ 29 \\ 31 \\ 28 \\ 28 \\ 29 \end{array}$ | $\begin{array}{l} '' \\ 58 \\ 14 \\ 50 \\ 34 \\ 8 \\ 8 \\ 34 \end{array}$ | $\begin{array}{l} '' \\ 32 \\ 25 \\ 59 \\ 52 \\ 8 \\ 8 \\ 34 \end{array}$ | Nimirum cum tempore Astronomico per partes fit ingressus in tabulam medij motus solis, & in columnis tam sexagenarum quam dierum, fronti Tabulæ inscriptarum, descendendo donec è regione occurrat numerus temporis, excerpuntur sexagenæ motus sexagenario minores, sequentibus juxta ordinem speciebus reliquis. Simili- |
| Epocha $\begin{array}{l} 4 \\ 38 \\ 36 \\ 34 \end{array}$ | | | | | |

Med. Quæ sit $\begin{array}{cccc} ' & 0 & ' & '' \\ 4 & 51 & 43 & 10 & 30 \end{array}$

militer agitur cum scrupulis, dummodo columnarum iis correspondentium inscriptio quaeratur in calce Tabulæ, uti ex collatione ipsius Tabulæ æqualis seu medij motus Solis ad oculum patet. Epochæ tandem arguit æqualem motum ☉, qui fuit sub initium Annorum Christi Salvatoris, proinde addenda est ex calce Tabulæ.

Observ. 2.

In motuum caelestium computationibus non ascendimus ultra sexagenas primas, nec eas supra quinque numeramus; quia sex sexagenæ primæ jam constituant circulum. Igitur in additione, quoties possunt, abjiciuntur, cum illud propriè non quaeratur, quoties stella à tempore Nativitatis Christi periodum suam absolverit, sed quantum distet à principio Arietis ad tempus datum. Sic in præcedenti exemplo colligebantur quidem 16 sexagenæ primæ, ac abjectis 12 tanquam duobus circulis, residuæ 4 saltem sunt subscriptæ.

Idem quoq; observatur semper, quando ex Tabulis numerus excerpitur.

Examen numerorum Logisticorum instituitur uti in numeris vulgaribus Probl. 6. Lib. 1.

Probl. 23.

Numeros Logisticos ab invicem subtrahere

Numerus subtrahendus secundum similes denominationes subjiciatur ei, à quo fieri debet sub-

Subtractio, & instituat operatio vulgari modo juxta Probl. 7. part. 1. Denominatio periodorum residui est eadem cum denominatione periodorum superiorum. Ut

| | | | | | |
|--------|---|----|----|----|----|
| Si ex | 4 | 50 | 36 | " | " |
| Subtr. | 1 | 38 | 7 | 21 | 25 |
| | | | | | |

| | | | | | |
|---------|---|----|----|----|----|
| remanet | 3 | 12 | 28 | 44 | 18 |
|---------|---|----|----|----|----|

Hoc loco 5 non possunt demi ex 3, ergo ex 10, appositoq; puncto sequenti binario remanet 5, quibus adduntur illa tria & fiunt 8. Porro tribus sublatis ex 4 remanet 1. Hinc subscripta sunt 18". Idem processus servatur etiam in reliquis periodis.

Observ. 2.

Si nota secunda cujuslibet periodi inferioris fuerit minor sua superiore; ex proximâ periodo sinistra mutuetur unitas in alteram denominationem vertenda juxta observ. 4. Probl. 7. part. 1.

Sic in periodo secunda præcedentis exemplis, uno sublato ex 5 remanent 4. At duo non possunt subtrahi ex nihilo: Ergo ex præcedente periodo mutuo accepta unitas resolvitur in 60. & in signum hujus rei punctum apponitur ad 7. Hinc 2 sublatis ex 6 remanent 4. Summatim 44.

P

Observ-

Observ. 2.

In motibus cœlestibus si ultima (versus sinistram) periodus numeri superioris fuerit minor sua inferiore; addatur illi integer circulus, ut subtractio sit possibilis.

| | | | | |
|------------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|
| Ut, si ex | 1 | ⁰ 35 | ¹ 46 | ² 28 |
| Subtrahi debeant | 4 | 17 | 24 | 5 |

| | | | | |
|----------|---|-----------------|-----------------|-----------------|
| remanent | 3 | ⁰ 18 | ¹ 22 | ² 23 |
|----------|---|-----------------|-----------------|-----------------|

Examen subtractionis Logisticae & vulgaris ex Probl 7 Lib. 1. coincidit.

Probl. 24.

Numeros Logisticos multiplicare.

Numero Multiplicando substernatur Multiplicans citra denominationis respectum, ita ut à dextris periodus prima primæ, & reliquæ reliquis exactè respondeant. Hoc facto, Multiplicantis tota periodus dextima juxta ordinem (à dextris versus sinistram progrediendo) ducatur in singulas species Multiplicandi beneficio Canonis sexagenarij, querendo duorum in se ducendorum numerum minorem vel in calce aut in lineâ diagonali Canonis (si est infra 30) vel in fronte (si trigenarium excedit) At majorem in margine sinistro vel dextro. Utriq; enim si applicetur norma

SEXTAGENARIUS

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 | 36 | 38 | 40 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 51 | 54 | 57 | 60 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 | 48 | 52 | 56 | 60 | 64 | 68 | 72 | 76 | 80 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 66 | 72 | 78 | 84 | 90 | 96 | 102 | 108 | 114 | 120 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 | 77 | 84 | 91 | 98 | 105 | 112 | 119 | 126 | 133 | 140 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 | 88 | 96 | 104 | 112 | 120 | 128 | 136 | 144 | 152 | 160 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 | 99 | 108 | 117 | 126 | 135 | 144 | 153 | 162 | 171 | 180 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 | 190 | 200 |
| 11 | 22 | 33 | 44 | 55 | 66 | 77 | 88 | 99 | 110 | 121 | 132 | 143 | 154 | 165 | 176 | 187 | 198 | 209 | 220 |
| 12 | 24 | 36 | 48 | 60 | 72 | 84 | 96 | 108 | 120 | 132 | 144 | 156 | 168 | 180 | 192 | 204 | 216 | 228 | 240 |
| 13 | 26 | 39 | 52 | 65 | 78 | 91 | 104 | 117 | 130 | 143 | 156 | 169 | 182 | 195 | 208 | 221 | 234 | 247 | 260 |
| 14 | 28 | 42 | 56 | 70 | 84 | 98 | 112 | 126 | 140 | 154 | 168 | 182 | 196 | 210 | 224 | 238 | 252 | 266 | 280 |
| 15 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 | 105 | 120 | 135 | 150 | 165 | 180 | 195 | 210 | 225 | 240 | 255 | 270 | 285 | 300 |
| 16 | 32 | 48 | 64 | 80 | 96 | 112 | 128 | 144 | 160 | 176 | 192 | 208 | 224 | 240 | 256 | 272 | 288 | 304 | 320 |
| 17 | 34 | 51 | 68 | 85 | 102 | 119 | 136 | 153 | 170 | 187 | 204 | 221 | 238 | 255 | 272 | 289 | 306 | 323 | 340 |
| 18 | 36 | 54 | 72 | 90 | 108 | 126 | 144 | 162 | 180 | 198 | 216 | 234 | 252 | 270 | 288 | 306 | 324 | 342 | 360 |
| 19 | 38 | 57 | 76 | 95 | 114 | 133 | 152 | 171 | 190 | 209 | 228 | 247 | 266 | 285 | 304 | 323 | 342 | 361 | 380 |
| 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 | 220 | 240 | 260 | 280 | 300 | 320 | 340 | 360 | 380 | 400 |

CANON SEXAGENARIUS, Inserviens Multiplicationi & Divisioni numerorum Logisticorum refer. ad pag. 226. Arithm.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| | 60 | 59 | 58 | 57 | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 60 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 60 | 0 | 59 | 0 | 58 | 0 | 57 | 0 | 56 | 0 | 55 | 0 | 54 | 0 | 53 | 0 | 52 | 0 | 51 | 0 | 50 | 0 | 49 | 0 | 48 | 0 | 47 | 0 | 46 | 0 | 45 | 0 | 44 | 0 | 43 | 0 | 42 | 0 | 41 | 0 | 40 | 0 | 39 | 0 | 38 | 0 | 37 | 0 | 36 | 0 | 35 | 0 | 34 | 0 | 33 | 0 | 32 | 0 | 31 | 0 |
| 59 | 58 | 1 | 57 | 2 | 56 | 3 | 55 | 4 | 54 | 5 | 53 | 6 | 52 | 7 | 51 | 8 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | |
| 58 | 57 | 2 | 56 | 3 | 55 | 4 | 54 | 5 | 53 | 6 | 52 | 7 | 51 | 8 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | |
| 57 | 56 | 3 | 55 | 4 | 54 | 5 | 53 | 6 | 52 | 7 | 51 | 8 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | |
| 56 | 55 | 4 | 54 | 5 | 53 | 6 | 52 | 7 | 51 | 8 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | |
| 55 | 54 | 5 | 53 | 6 | 52 | 7 | 51 | 8 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | |
| 54 | 53 | 6 | 52 | 7 | 51 | 8 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | |
| 53 | 52 | 7 | 51 | 8 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | |
| 52 | 51 | 8 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 51 | 50 | 9 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 50 | 49 | 10 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 49 | 48 | 11 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 48 | 47 | 12 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 47 | 46 | 13 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 46 | 45 | 14 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 45 | 44 | 15 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 44 | 43 | 16 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 43 | 42 | 17 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 42 | 41 | 18 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 41 | 40 | 19 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 40 | 39 | 20 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 39 | 38 | 21 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 38 | 37 | 22 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 37 | 36 | 23 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 36 | 35 | 24 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 35 | 34 | 25 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 34 | 33 | 26 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 33 | 32 | 27 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 32 | 31 | 28 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 31 | 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 30 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 29 | 28 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 28 | 27 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 27 | 26 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 26 | 25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | 24 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | 23 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | 22 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | 21 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | 13 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | 11 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Diese Tabul sol besonders auff Einwaerd oder dieß Papier geleimet werden.

ma, vel si in columnâ minoris fiat descensus usq;
ad lineam majoris, in angulo communis concu-
sus offertur numerus productus, qui vulgari
modo illis, unde oritur, ordine & directè subscri-
bitur; Nihil tamen hic mente reservatur, sed si-
nistra periodus facti particularis, si qua fuerit,
sub periodo sequente locatur.

Operatione hoc modo absolutâ, numeri
perpendiculariter sibi subjecti, per probl. 22.
hujus, colligantur in unam summam; Ea exhi-
bet factum quæsitum.

Restat tamen facti denominatio, quam sug-
gerit distichon sequens:

Unius adde notas generis, sed deme duorum;

Ultima producti provenit inde nota.

Cujus sensus hic est: Inspiciatur dextima
periodus utriusq; numeri dati; Istæ enim si fue-
rint *ejusdem generis*, id est, vel sexagenæ, vel inte-
gra, vel scrupula tantum; *addantur characteres earû*
& summa indicabit speciem emergentem generis
ejusdem. Contrâ si fuerint *diversi generis* (ut quan-
do sexagenæ vel integra in scrupula sunt ducta &
vicissim) characteres ab invicem *subtrahantur* & residu-
um manifestabit speciem emergentem generis *vin-
centis*, id est, illius cujus denominatio numero
virgularum alteram datam excedit. Cum igitur
character seu denominatio primæ à dextris
periodi jam constet; periodis reliquis conveni-
ens character & denominatio facile assignari po-
terit

terit per ordinem notationis ex Probl. 18 hujus

| | | | | | |
|--------------|---|----|----|----|----|
| E. g. Dentur | 2 | 48 | 13 | 38 | 25 |
| Multipl. per | | | | | 25 |
| | 0 | 20 | 5 | 15 | 50 |
| | | 50 | 0 | 25 | |
| | | | | | |

| | | | | | |
|------------|---|----|---|----|----|
| Factus est | 1 | 10 | 5 | 40 | 50 |
|------------|---|----|---|----|----|

Multiplicandam 25 pono sub 38 etiam si denominationes sint diversæ, eumque quæro in lineâ diagonalicæ canonis; cuius autem columnæ scriptus invenitur numerus iste 25, in eâ per areolas aliquot descendo usque ad lineam, quæ numerum majorem 38 præfixum habet in margine sinistro aut dextro, ibi reperio illorum duorum factum 15 50. Igitur 50 sub 25 & 15 sub 13 colloco. Porro sunt 13 & 25 in se ducenda. Quia vero minor illorum est 13; similiter illum in diagonali quæro & majorem, 25, in margine sinistro, Siccellula communis exhibet factum 5 25, quorum priorem numerum, 25, sub 13, at 5 sub periodo sequenti statuo. Eodem modo 25 in 48 ducta efficiunt 20 0: Proinde 0 sub 48 & 20 sub 2 scribo. Tandem bis 25 sunt 50. sub suo Multiplicando ponenda. Cumque operatio jam peracta sit, addo factos particulares, perpendiculariter sibi subiectos. Hinc producuntur 1 10 5 40 50. Pro obtinendâ autem eorundem denominatione, video 38 & 25 esse ejusdem generis, nempe scrupulorum; igitur addo eorum characteres /// & / ut emer-

ergant ///. vigore Probl. 72. Lib. 1. hujus & elem. 5. cap. 5. de Num. figur. Schoneri. Hinc dico 50 esse scrupula quarta, adeoque 40 scrupula tertia, 5 scrupula secunda, 10 scrupula prima & gradum unum.

Observ. 1.

Canon sexagenarius (aliàs Canon Hexacontadon, Tabula sexagenaria & Abacus Logisticus dictus) propriè constructur in formâ Trianguli rectanguli majoris, cujus crura constituunt numeri sexagenario minores, in serie naturali ad angulum rectum dispositi, *Aream* vero particulares producti Logistici: Commodioris tamen tractationis gratiâ dividitur in duo segmenta, quorum prius constat formâ Trapezy, posterius formâ Trianguli minoris, ita inversi, ut numeri basios trigenario majores, in superiori linea transversali ordine retrogrado progrediantur. Hoc autem pacto licet illa segmenta coalescant in formam Parallelogrammi oblongi; tamen duabus diagonalibus, alterâ Trapezio, alterâ Triangulo propriâ circa vacuum spatium manifestè satis discriminantur.

Porro ducuntur lineæ rectæ, basi parallele, inter binos quosvis numeros laterales, & à basi eriguntur perpendiculares post singulos ejus numeros, tanto spatio, quod duabus speciebus numerorum Logisticorum sufficit, disjunctos & existent areolæ oblongæ.

Tan-

Tandem numeri laterales singuli vulgaris modo multiplicantur per singulos numeros transversales, factaq; producti vulgaris per probl. 19 hujus reductione in Logisticum, hic inferitur areolæ seu cellulæ oblongæ, suis factoribus orthogonaliter competenti. Atq; sic constructa Tabula gratissimo compendio inservit difficilioribus operationibus Logisticis, quales sunt multiplicationes, divisiones nec non extractiones radicum, uti vel ex hoc exemplo multiplicationis ad oculos patet.

Sint $12^{\circ} 45'$ multiplicanda per 8 horas: sic operor vulgariter Logisticè

| | |
|--|---|
| 1. Resolvendo $12^{\circ} 45'$ | multipl. $12^{\circ} 45'$
simplicit. per 8^H |
| interced. multipl. per $60'$ | |
| in minuta 765 | $1 \ 6 \ 0$ |
| 2. ea multiplic. per 8^H | 36 |
| & 3. productū re- | 1 $42^{\circ} 0'$ |
| ducendo $6120 \left(\begin{array}{l} 4 \\ 102(1) \\ 6 \ 0 \ 60 \end{array} \right)$ | |

Utrobique sunt $1 \ 42^{\circ} 0'$ quippe multiplicans & multiplicandus sunt diversi generis, adeoque sputantur integra, quorum index 0. Hæc vero 0 sublata à / relinquit /, unde 42 sunt gradus, & 1 sexagena prima.

Observ. 2.

Si duæ vel plures sint species Multiplicanti; cum singulis agatur juxta præscriptum problematis, sub hac tamen cautela, ut prima periodus facti semper penultimæ superiorum periodorum, id est, suæ speciei Multiplicantis subjiciatur, reliquis ordine succedentibus.

E. g. diurnus motus $\text{D} \hat{a} \odot$ est $12^{\circ} 11' 26'' 41'''$
 Quæritur annuus motus $\text{D} \hat{a} \odot$, sive $6 \ 5 \text{D}$

| | | | | |
|----|---|----|----|----|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 25 |
| | | 0 | 55 | 10 |
| 1 | 1 | 2 | 4 | 6 |
| 12 | 6 | 36 | | |

Factus quæsitus est $2^{\circ} 9' 37'' 19''' 25''''$
 Ex singulis enim speciebus Multiplicantis oriuntur duo ordines productorum partialium; quibus additis, ultima species facti totalis significat scrupula tertia 25. atq; sic constat denominatio reliquarum.

A facto tamen per obs. 2 Probl. 22 hujus abjiciuntur tum $1''$ tanquam 10 circuli, tum $12'$ tanquam duo circuli, & residuæ $2'$ saltem subnotantur.

Probl. 25.

Numeros Logísticos divi-
dere.

Divisor vulgari modo subjiciatur primæ à sinistris, aut (si hac ipsa major fuerit) secundæ periodo dividendi non attentâ denominatione, & quæratur vel in margine vel in fronte Canonis Logistici. Quibus vero inclusus deprehenditur parallelis aut perpendicularibus, inter illas investigetur numerus dato dividendo vel æqualis vel proximè minor; E regione enim illius & quidem ad angulum rectum exhibetur in fronte vel margine Quotus, qui post lunulam à dextris est scribendus & in totum Divisorem ducendus. Factus iste tollatur ex dividendo, & residuo superannotato promoveatur Divisor in locum sequentem; ubi dicta operatio repetitur, donec ad ultimam periodum deveniatur.

E. g. Sint $\overset{\circ}{44}$ $\overset{\prime}{3}$ $\overset{''}{34}$ $\overset{'''}{24}$ dividenda in $\overset{\circ}{16}$
 $\overset{\circ}{12}$ $\overset{\prime}{6}$ Ergo Divisor $\overset{\circ}{16}$
 $\overset{\circ}{44}$ $\overset{\prime}{3}$ $\overset{''}{34}$ $\overset{'''}{24}$ $\overset{\circ}{2}$ $\overset{\prime}{45}$ $\overset{''}{13}$ $\overset{'''}{24}$ collocatur sub $\overset{\circ}{44}$
 $\overset{\circ}{16}$ $\overset{\prime}{16}$ $\overset{''}{16}$ $\overset{'''}{16}$ & quæratur in
 margine sinistro

Trapezij, ejusq; linea 16. ta. In hac vero linea juxta ordinem inveniuntur hi facti, 0 16. 0 32. 0 48. Cumq; posteriorum duorum alter sit minor, alter major dato 44. & ipse datus hic non exten-

assumi-

assumitur proximè minor 0 32 ex columna, binario in calce & linea diagonali notata. Hinc concluditur 16 in 44 contineri bis (id quod hoc loco ex vulgari etiam divisione constabat) & 2 in loco Quoti scripta ducuntur in 16. Factus vero 32 sublatus à 44 relinquit 12 supracancellatum Dividendum 44 scribenda. Sic absoluta est operatio prima. In secundâ, divisore 16 sub 3 locato, ingredior ejus columnam cum dividendo 12 3, & areolis aliquot perlustratis, proximè minorem 12 0 inveniò in linea 45 Trapezij, si-ve è regione numeri marginalis 45. Hunc igitur Quotum 45 post lunulam scribo; ad factum 12 0 à 12 3 subduco, & remanent 3. In tertiâ operatione rursus promotò divisore inquiritur subsidio lineæ 16. quoties 16 contineantur in 3 34 & inventus proximè minor 3 23 ostendit in diagonali 13. Hoc igitur Quoto reliquis appofiro, post facti subtractionem à suo dividendo remanent 6.

Tandem in quarta & ultima operatione 16 in 6 24 continentur 24 & remanet nihil. Quatuor igitur hisce operationibus jam inventus est Quotus quæsitus 2 45 13 24. Sed denominatio ejus adhuc desideratur, quam sequentia tradunt præcepta.

Operationibus omnibus dicto jam modo absolutis, denominatio dextimæ speciei in Quoto sumitur à dextimâ specie Divisoris & Dividendâ

dendi. Hæ enim si fuerint *eiusdem generis*; characteres earum *subtrahuntur* per Probl. 73. Lib. i. hujus & elem. 10. cap. 5. de Num. figur. Schoneri; & relinquitur species emergens *eiusdem quidem generis*, quando Dividendi species est major; At contrarij generis, quando Dividendi species est minor specie divisoris, juxta elem. 13. cit. cap.

Sin dextima species dividendi & divisoris fuerint *diversi generis*; addantur earum characteres & summa dat speciem emergentem *eiusdem generis cum specie dividendi*, vigore elem. 15 citati cap. 5 de Num. figur. Schoneri.

Facilius forsitan species emergens cognoscitur ex analogia divisionis (ut dividendus ad divisorem, sic Quotus ad unitatem seu integrum) juxta distichon sequens:

*Quo scilicet fuerit majorve minorve secante,
Hoc minor est, majorve integritate Quotus.*

Sensus est: Quot intervallis dividendus distat à divisore, tot intervallis, *eodem ordine numeratis*, Quotus etiam distat ab integro. Tabula autem intervallorum ex Probl. 18 hæc est:

| | | | | | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| ''' | ''' | '' | ' | 1 ^a | 1 ^a | '' | ''' | ''' | ''' | ''' |
| 4 ^a | 3 ^a | 2 ^a | 1 ^a | Integra | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
| | | | | | Sexagenæ | | | | | |
| | | | | | Scrupula | | | | | |

Uti; in allato exemplo, dextima species dividendi & divisoris erant *eiusdem generis*, nempe scrupula; Igitur subtraho / à /// & remanent // quip-

quippe dextima species dividendi est major specie dextimâ divisoris; hinc genus non mutatur.

Vel juxta modum secundum; Quoniam character dividendi /// duobus intervallis, ordine retrogrado numeratis, abest à characterè divisoris /. Ergo duobus etiam intervallis ordine retrogrado numeratis character Quoti distat à 0. In tantâ autem distantia inveniuntur //. Hinc dico dextimam speciem Quoti, nempe 24 esse scrupula secunda, adeoque 13 ser. prima, 45 gradus, 2 sexagenas secundas.

Sic ex sexag. 3^{is} in sexag. 2^{as} divisio emerg. sexag. 1^a
 Ex scrupulis 3^{is} in scrup. 2^a divisio emerg. scrup. 1^a
 Ex scrup. 2^{is} in scrup. 3^a divisio emerg. sexag. 1^a
 Ex sexag. 3^{is} in scrup. 2^a divisio emergunt sexag. 5^a
 Ex sexag. 2^{is} in scrup. 3^a divisio emerg. sexag. 5^a
 Ex scrup. 3^{is} in sexag. 2^{as} divisio emerg. scrup. 5^a
 Ex scrup. 2^{is} in sexag. 3^{as} divisio emerg. scrup. 5^a.

Porro detur D à ☉ æqualis motus annuus

'' 14 9 37 19 25 & queratur D à ☉
 motus diurnus?

| | | | | | | | | | | | | |
|---|----|---|----|----|----|-----|---|----|----|----|-----|----|
| I | 14 | 9 | 37 | 19 | 25 | ''' | (| 12 | 11 | 26 | ''' | 41 |
| | 6 | 5 | | | | D | | | | | | |

Hic prima divisoris periodus, nempe 6 non sub primâ periodo dividendi, videlicet 1, tanquam se minore, sed sub secunda 14 statuitur & altera perio-

periodus, quæ est 5, sub sequente, hoc loco collocatur, uti in divisione vulgari. Deinde inquit in Tabula Hexacontadon quoties non totus divisor compositus, sed saltem prima ejus species, videlicet 6 haberi possit in 1 14, atq; in columnâ senarij deprehendo duodecies. Igitur post lunulam scribo 12 & hunc duco in totum divisorem 6 5 unde factus est 1 13 0, quo ex 1 14 9 sublato remanent 1 9. Similiter 6 in 9 continentur 1 5 & factus 1 6 55 post subtractionem relinquit 2 42. Rursus ex his invenio quotum 26. & factum 2 38 10 ex suo dividendo 2 42 19 subduco, unde remanent 4 9. Tandem 6 in 4 9 continentur quadragies semel. Ergo 41 in quoto annoto, factumq; 4 9 25 ex dividendo subtrahō & remanet 0.

Totus igitur Quotus sive, Lunæ à Sole di-

urnus motus quæritus est $12^{\circ} 11' 26'' 41'''$ quippe dextima species divisoris, nempe 5 significabat integra, adeoq; 0 à // sublata remanent ///.

Observatio 1.

Si divisor pluribus constet periodis quàm dividendus huic adjiciantur tot cifrae, quot sufficiunt & per singulas unitate augeatur data denominatio dividendi.

E. g.

Sint

Sint $11^{\circ} 38' 25'' 27'''$ dividenda per $12^{\circ} 11' 26'' 42'''$
 In collocazione deprehenditur divisor una periodo superare dividendum; igitur huic addo unam cifram, significantem scrupula 4^{ta} & divisionē instituo præcedenti modo, ut ex adjuncto diagrammate planius constat.

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 56 | 38 | 24 | 0 | 38 |
| 11 | 58 | 25 | 27 | 0 | 38 |
| 12 | 11 | 26 | 42 | | |
| 11 | 10 | 25 | 40 | 36 | |
| | 36 | 3 | 8 | | |
| 11 | 46 | 28 | 48 | 36 | |

Observatio 2.

Post subtractionem si notabile fuerit residuum; ei adjiciantur aliquot cifrae & continuetur divisio.

Uti præcedente exemplo observ. 1. Quotus exhibebat duntaxat scrupula 1^a unde residuum satis est notabile: Ergo adjicio adhuc duas cifras, ut in dividendo sint scrup. 2^a & continuatâ divisione totus Quotus est $38^{\circ} 58' 30''$. Quæ nunc verò remanent 3 9 0 ut nullius momenti, plane negliguntur.

Examen Multiplicationis & divisionis Logisticae est reciprocum, uti ex exemplis in hoc & præcedenti Problemate allatis dispalescit.

Pro-

Probl. 26.

Dato numero laterali, in Tabula non extante, ipsi competentem numerum arealem venari.

Tabulæ Astronomicæ (exceptis Tabb. æqualium motuum) nunquam extenduntur ad minutissimas partes, ne onerent vel mole nimiam utentes, vel majore pretio ementes: Sed subsunt plærq; in scrupulis primis, nonnullæ etiam in gradibus, spatio satis notabili in cælo proindeq; ulterius subdividendo: (Gradum enim dimidium circiter in cælo repræsentat diametrum Lunæ pleno orbe lucentis, & minutum primum ferè refert diameter stellæ magnitudinis tertiæ, quæ à Tychone, Atlante illo Danico, statuitur undecim vicibus major Tellure) Numerus igitur Tabularis opus est ut limitetur parte proportionali, vel addendâ eidem vel subtrahendâ, prout sequens numerus tabularis vel crescit vel decrescit. Pars ista proportionalis investigatur quidem juxta præscriptum Regulæ Trium in Probl. 78. part. 1. Logistice multiplicando terminum secundum in tertium per Probl. 24, & factum Logistice dividendo per terminum primum juxta Probl. 25 hujus part. 2. Dispositio tamen datorum numerorum variat, cum numerus quæsitus jam sit arealis, jam lateralis & quidem ex Tabula (aut columna Tabulæ) vel una vel duabus eruendus. Hinc quatuor requiruntur

runtur Problemata, quæ quatuor hosce casus partis proportionalis investigandæ persequantur. Primus igitur illorum proponitur hoc problemate; reliquitres sequentibus tribus. Operatio autem instituitur hoc modo:

In latere sinistro Tabulæ convenientis descendendo quæratum numerus lateralis dato tum proximè minor, tum proximè major; His exscriptis, lineâ prius interjectâ à dextris, adjungatur cuiq; suus numerus arealis, directè progrediendo ex columna conveniente depromptus, & post aliam lineam, assumpto laterali numero minori subjiciatur numerus datus. Porro sub numeris excerptis ducatur linea recta, & factâ semper minoris à majore (sive superiorem sive inferiorem locum teneat) subtractione juxta Probl. 23, talis instituat argumentatio:

Sicut sese habet differentia excerptorum numerorum lateraliū — ad differentiam arealiū — ita differentia lateralis minoris & dati — ad partem proportionalem numero areali præcedenti addendam, si sequens est major, at subtrahendam, si sequens numerus arealis est minor.

E. g. Sit quærenda declinatio Solis versantis in 20 36 V. Evolve igitur in Astronomia spherica Tabulam declinationum Eclipticæ (quæ Sol in Ecliptica semper incedit) & in ejus latere sinistro descendo, donec occurrat gradus 20.

E regio-

E regione illius in columna, cui datum signum γ superscriptum est, invenio hosce numeros areales $7^{\circ} 50' 19''$ quos una cum proximè sequentibus transcribo & ab invicem subtrahō uti in adjecto diagrammate videre est.

Sic enim dantur tres numeri proportionales: Ergo ductis $36'$ in $22'$

$37''$ oritur factus $13^{\circ} 34' 12''$ dividendus per terminum primū. At hic est unitas, quæ nō dividit; & deno-

minatio ejus 0 nihil subtrahit à denominatione facti. Hinc ipse factus simul est pars proportionalis quæ sita, h. l. addenda, quoniam sequens numerus arealis est major. Si igitur addatur ad arealem priorem, conflatur vera declinatio Solis quæ sita $8^{\circ} 3' 53''$ borealis. Scrupula enim tertia propter parvitatem negliguntur.

Haud aliter tum ex Ephemeridibus eruuntur loca Planetarum, si dies resolvatur in 24 Horarum in Astronomia Theorica limitantur prosthaphæreses motuum æqualium, ut innotescant motus veri, præsertim si conferatur sequens observatio.

| | | |
|------------------------------------|----------------------|----------|
| 20° | $7^{\circ} 50' 19''$ | 0 |
| 21 | $8 12 56$ | $20 36'$ |
| $1 - 22' 37'' - 36'$ | | |
| 36 | | |
| $13 22 12$ | | |
| 12 | | |
| $13 34 12$ pars prop. add. | | |
| $7 50' 19''$ | | |
| $8 3' 53''$ decl. \odot quæ sita | | |

E. g. Sit ex Ephemeridibus Dn. Eichstadij elicienda longitudo seu verus locus Lunæ ad horam 9 & minutum 15 post meridiem diei 6 Februarij, stylo veteri, Anno Christi 1653. Hic tamen brevitatis gratia præsupposito, quod tempus illud jam sit æquatum & reductum, cum in usu Ephemeridum & in Geographicis fufius hac de re & ex professo agatur.

Igitur in Ephemeride anni 1653 evolvo mensē Februariū, & excerpo longitudinem Lunæ ad diem 6 & 7 ejusdem, factaq; subtractione numeri superioris ab inferiore, resolvo 1 diem primi loci in 24 horas & argumentor:

| | |
|--------------|-------------------|
| 6 Febr. | $12 50'$ |
| 7 | $24 36'$ |
| D | 0 |
| 1 | $11 46' - 9 15''$ |
| H | $9 15''$ |
| 24 | $2 11 30$ |
| $6 45$ | $1 39 54$ |
| $1 48 50 30$ | $1 48 50 30$ |
| $1 48 50 30$ | $4 32 6''$ |
| 24 | $12 50'$ |
| $17 22$ | $17 22$ |

Q

Ob-

Observatio.

Si signum datum non in fronte sed in calce Tabulæ deprehendatur; Gradus numerentur ascendendo in latere dextro, & è regione similiter offertur numerus arealis ipsis competens.

E. g. Si queratur declinatio Solis in $9^{\circ} 20'$. Quoniam signum Ω extat in calce Tabulæ declinationum Eclipticæ & quidem in columnâ mediâ: Igitur datos 9 gradus inquiri in margine dextro. Excerpto autem areales atq; operor priori modo:

| | | | | | |
|----------------|----|----|----|---|----|
| 9 ^o | 18 | 3 | 9 | 9 | 20 |
| 10 | 17 | 47 | 9 | 9 | 20 |
| 1 | 16 | 0 | 20 | | |
| | | | 16 | | |

5' 20" p. prop. subtr.
 18 3 9 arealis præcedens

17 57 49 decl. \odot quæsitæ.

Probl. 27.

Dato numero areali, in Tabulâ non expresso, numerum lateralem ipsi competentem scrurari.
 Cum dato numero areali fiat ingressus in arcum

arcum Tabulæ datæ, quærendo duos numeros, inter quos datus cadit: Illi excerptantur, & cuius suus in secundo loco adjungatur lateralis; at in tertio loco sub areali minore statuatur arealis datus, lineâ tamen istis locis, ut ante, interjectâ. Porro subducantur à se invicem numeri sibi subjecti tum areales, tum laterales ac dicatur:

Ut differentia numerorum arealium — ad differentiam numerorum lateraliū — sic differentia arealis minoris & dati — ad partem proportionalem laterali minori semper adjungendam.

Quo facto, inventus erit verus numerus lateralis quæsitus.

Ut si detur Ascensio Recta $45^{\circ} 50'$ & queratur arcus Eclipticæ ipsi correspondens? Ex Tabulâ Ascensionum Rectarum excerpto duos areales, inter quos cadit datus, eosq; cum lateraliibus dispono taliter:

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----------|
| 45 | 31 | 30 | 188 | 45 | 31 | 30 | 18 | 30 | 00 | 00 | (18' 22" |
| 46 | 31 | 55 | 19 | 45 | 50 | 18 | 30 | 00 | 00 | 00 | (18' 22" |
| 1 | 0 | 25 | 1 | 18 | 30 | 1 | 0 | 25 | | | |

Datæ igitur Ascensioni Rectæ correspondent $18^{\circ} 18' 22''$ 8. Namq; 1^o si ducatur in numerum tertij loci, relinquit eum immutatum. Hinc sola

Q 2 divi-

divisione juxta obs. 1. Probl. 25. eliciantur scilicet puncta; 18 gradibus & adjungenda.

Probl. 28.

Dato numero frontali & laterali, quorum nec ille in fronte tabulæ aut columnæ, nec hic in latere præcisè reperitur, verum numerum arealem investigare.

Cum dato numero laterali per Probl. 26. fit duplex ingressus in tabulam seu columnam numeri frontalis, dato frontali tum proximè minoris, tum proximè majoris, & inquirantur ipsi competentes duo numeri areales. Porro assumpti frontales, itemque inventi areales à se invicem subtrahantur & dicatur.

Ut differentia numerorum frontaliū — ad differentiam arealiū — sic differentia frontalis minoris & dati — ad partem proportionalem, per quam (uti in Probl. 26) si limitetur inventus arealis prior, obtinebitur verus numerus arealis quæsitus.

E. g. Sub elevatione poli 58 15 inquirendi sit ascensio obliqua 24 40 & ex Tabulis directæ regionum montani. Quoniam vero in his Tabulæ ascensionum obliquarum ad solos gradus elevationis sunt supputatæ; Igitur cum 24 40 & ingredior Tabulam pro latitudine seu elevatione

tionem tum 58 tum 59 constructâ & eruo ex utraque ascensionem dato puncto Eclipticæ competentem mediante Probl. 26.

| | | | |
|-----------------------|-------|----------------------|-------|
| In latit. 58. | | In latit. 59. | |
| 24 8 | 18 33 | 24 8 | 17 32 |
| 25 8 | 19 3 | 25 8 | 17 31 |
| <hr/> | | <hr/> | |
| 1 | 30 40 | 1 | 28 40 |
| | 30 | | 28 |
| <hr/> | | <hr/> | |
| Pars prop. add. 20 0" | | P. prop. add. 18 40" | |
| | 18 33 | | 17 3 |

Asc. obl. corr. 18 53' Asc. obl. corr. 17 21 40

Ab his alia rursus sumenda est pars proportionalis secundum proportionem minorum, integris gradibus datæ elevationis adhaerentium hoc modo:

| | | | | |
|----------------------------|----------|----|----------------|--|
| Latit. 58 | 18 53 | 0 | 58 | |
| 59 | 17 21 40 | 58 | 15 | |
| <hr/> | | | | |
| 1 | 1 31 20 | | 15 | |
| | | | 15 | |
| | 7 5 0 | | | |
| | 15 45 | | | |
| | 22 50 0" | | P prop. subtr. | |
| <hr/> | | | | |
| ex Ascens. prior. 18 53' 0 | | | | |

Sic remanet 18 30' 10" Vera ascensio obliqua quæsitâ. Simi-

Similiter in Theoricis & calculo Eclipsium eruuntur digiti Ecliptici, scrupula incidentiæ, Parallaxis Lunæ in circulo verticali & id genus alia

Probl. 29.

Dato numero frontali & areali
quorum neuter in Tabula exactè invenitur, verum numerum Lateralem indagare.

Juxta præscriptum problematis 27. fiat iterum duplex introitus cum dato areali in tabulam vel columnam dato frontali proximè minorem & proximè majorem, atq; eruantur convenientes duo laterales. De differentia autem horum lateraliū de novo sumatur pars proportionalis secundum proportionem minorum, dato frontali adhærentium; Facta enim per eam limitatione lateralis prioris, constabit verus lateralis quæsitus, uti in Probl. 28.

E.g. Sub elevatione poli 58° 15' detur ascensio obliqua 18° 30' 10" & quærat verus arcus Eclipticæ ipsi respondens? Sic operor

| | |
|------------------------------|-----------------------------|
| Elev. 58.° | Elev. 59.° |
| 18° 4' 23 8 18° 4' | 18° 30' 27 8 18° 30' |
| 18° 37' 24 8 18° 30' 10" | 19° 0' 28 8 18° 30' 10" |
| 29' — 1' — 26' 10" | 30' — 1' — 10" |
| 26 10 0" (54' 8") | 10 0" (20") |
| 29 | 30 |

| | | | | |
|------------|----|----|----|---|
| Elev. 58.° | 23 | 54 | 8 | 8 |
| 59.° | 27 | 0 | 20 | 8 |

| | | | | |
|-------|---|----|---|----|
| 1 — 3 | 6 | 12 | — | 15 |
| 15' | | | | |

| | | | |
|----|----|----|-----------------|
| 46 | 33 | 0" | Pars prop. add. |
| 23 | 54 | 8 | 8 lateral. pr. |

24° 40' 41" 8 Arcus Eclipt. quæsitus;

Probl. 30.

Ex dato numero Logistico
Radice quadratam extrahere.

Extractio radice Logistica similis est vulgari, de qua actum fuit in Probl. 13. dummodo ea, quæ ibi dicebantur de singulis notis, hic accipiantur de singulis periodis seu speciebus, & loco vulgaris operationis adhibeatur multiplicatio & divisio Logistica. Namq; primò punctantur alternæ species in locis paribus, videlicet Sexagenæ 2^a 4^a 6^a nec non scrupula 2^a 4^a 6^a addendo cistram juxta observ. 1. citati probl. 13. si denominatio à dextris est impar.

Hac punctatione præmissa, ad utramq; diagonalem Trapezy & Trianguli quæritur numerus

Q 4

rus

rus quadratus, numero primi à sinistris puncti vel æqualis vel proximè minor, ejusq; frontalis vel lateralis numerus notatur post lunulam; At quadratus à numero primi puncti subtrahitur residuumq; suprascribitur. Sic absoluta est operatio prima.

In secundâ & reliquis operationibus; Quotus duplicatus subjicitur proximè sequenti speciei, & quoties indicio Tabulæ Hexacontadon. contineri in numero istius puncti conjicitur, pro genio quo quotus annotatur non solum post lunulam sed etiam sub ipso puncto operationis. Porro assumptus ille quotus ducitur in divisorem subscriptum; factusq; ipsi puncto operationis & reliquis versus sinistram periodis subscriptus, si vel æqualis vel minor est numero superiore, ab eo subtrahitur, residuo, si quod est, supra eum cancellatum collocato: si fuerit major; Quotus una vel aliquot unitatibus minuendus est, donec tentando inveniat idem in dividendo maximè possibilis. Tandem dimidietur denominatio numeri quadrati, & inventa erit denominatio radice.

E. g. Extrahenda sit Radix quadrata (quam alij vocant latus tetragonum) ex hoc numero

| | | | | |
|----|----|----|----|---|
| 53 | 8 | 0 | 36 | Igitur quamprimum punctus distinctus est modo appo- |
| | 52 | 24 | 27 | situs; ad diagonalem pri- |
| 53 | 8 | 0 | 36 | mo Trapezy, deinde Tri- |
| 52 | 16 | 52 | 27 | anguli perambulo areas |
| | 1 | | | |
| 51 | 36 | 9 | | |

& tandem invenio numero primi puncti (53 8) proximè minorem hunc 52 16; Quo, ex suo superiore sublato, remanent 52. Sed radix 56 post lunulam notata pro secunda operatione duplicatur, ut acquiratur novus divisor 152, cujus posterior species 52 sub sequente 0 & 1 sub præcedente numero 52 collocatur. Jam queritur quoties 1 hoc loco contineatur in 52; & post unam atq; alteram meditationem invenio vices septies. Hinc 27 in quotus & sub 36 scribo; factaq; multiplicatione 27 in 152 27, qui producitur numerus 51369, subtrahitur à 52036 & remanent 2427.

Huius residua, si calculi usus postularer, possent adjici, dua cifra & extractio radice continuari; sed hac vice in operatione secundâ acquiescimus. Cumq; ultima species quadrati denominabatur à scrupulis quartis, dico ultimam speciem radice denotare scrupula secunda, adeoq; totam radice esse 56' 27".

Atq; sic juxta methodum susceptam absoluta est Arithmetica præceptis generalibus: Compendia vero calculi traduntur partim in Rhabdologia meâ, anno 1652 hic excusa, partim in rudimentis meis praxios Italica. DEO, qui omnia in numero, pondere & mensurâ condidit, sit laus, honor & gloria in secula seculorum. Amen.

(****)

INDEX PROBLEMATUM Arithmeticae generalis.

Probl. i. Numerorum seriem notis majusculis repraesentare

- | | |
|--|--------|
| 2. Numerum notis majusculis designare. | pag. 5 |
| 3. Numerum notis majusculis scriptum enuntiare. | ibid. |
| 4. Numerum integrum notis minusculis scriptum describere. | ibid. |
| 5. Numerum integrum notis minusculis describere. | 8 |
| 6. Numeros integros in unam summam colligere | 11 |
| 7. Numerum integrum minorem à majore subtrahere. | 15 |
| 8. Numeros integros multiplicare | 20 |
| 9. Numeros integros dividere. | 24 |
| 10. Fractiones simplices notare. | 26 |
| 11. Fractiones compositas notare. | ibid. |
| 12. Fractiones compositas in simplices reducere. | 31 |
| 13. Datorum duorum numerorum communem mensuram maximam invenire. | 33 |
| 14. Fractionem ad minimos terminos reducere. | 34 |
| 15. Fractionis valorem in integro scrutari. | 35 |
| 16. Valorem fractionis in minori moneta, pondere vel mensura cognoscere. | 36 |
| 17. Integra resolvere in fractiones. | 37 |
| 18. Unam fractionem in aliam cujuscumq; denominationis reducere. | 38 |
| 19. Diversas fractiones ad eandem denominationem reducere. | 39 |
| 20. Fractionem majorem à minori cognoscere. | 41 |
| 21. Fractiones addere. | ibid. |
| 22. Fractionem minorem à majore subducere. | 43 |
| 23. Fractiones multiplicare. | 43 |
| 24. Fractionem majorem per minorem dividere. | 44 |
| 25. Numeros mistos ad fractiones puras reducere. | 46 |

26. Nume

INDEX.

- | | |
|--|-------|
| 26. Numeros mistos sibi invicem addere. | ibid. |
| 27. Numeros mistos ab invicem subtrahere. | 47 |
| 28. Numeros mistos inter se multiplicare. | 48 |
| 29. Numeros mistos dividere. | 49 |
| 30. Numeros pares & impares discernere. | 53 |
| 31. Omnes numeros pariter pares invenire. | 54 |
| 32. Omnes numeros impariter pares invenire. | 55 |
| 33. Numeros pariter impariterq; pares indagare. | ibid. |
| 34. Numerorum per se compositorum mensuram investigare. | 56 |
| 35. Datus numerus utrum sit per se primus vel compositus explorare. | 57 |
| 36. Dati alicujus numeri compositi omnes divisores primos invenire. | ibid. |
| 37. Dati alicujus numeri compositi omnes divisores compositos investigare. | 59 |
| 38. Datus numerus compositus quot modis componatur describere. | 60 |
| 39. Datus numerus utrum sit perfectus abundans vel diminitus explicare. | 61 |
| 40. Omnes numeros perfectos indagare. | 62 |
| 41. Trium vel plurium numerorum communem mensuram maximam invenire. | 63 |
| 42. Datis duobus numeris, utrum sint inter se primi vel compositi explorare. | 64 |
| 43. Datorum duorum numerorum communem dividuum minimum investigare. | 65 |
| 44. Datorum trium pluriumve numerorum communem dividuum minimum invenire. | 66 |
| 45. Datorum numerorum rationem investigare. | 70 |
| 46. Invenire numerorum rationem pronuntiare. | ibid. |
| 47. Datas rationes ad eordem consequentes reducere. | 72 |
| 48. Datis duabus rationibus, utra carura major vel minor sit, cognoscere. | 73 |
| 49. Data rationum speciei minimos terminos invenire. | ibid. |
| 50. Datis minimis terminis vel etiam quibuscumq; numeris alicu- | |

INDEX.

- alicujus speciei, omnes numeros in eadem ratione indagare. 74
51. Datis rationes in unam summam colligere, 75
52. Rationes ab invicem subtrahere, 77
53. Rationes multiplicare, 79
54. Rationes dividere, 80
55. Proportionis Arithmetica proprietatem cognoscere, 83
56. Datis in disjuncta proportione arithmetica duobus mediis & uno extremo, alterum extremum invenire, ibid.
57. Datis in disjuncta proportione arithmetica duobus extremis & uno mediorum; alterum medium indagare, 84
58. Datis in progressionem arithmetica duobus extremis, medium investigare, ibid.
59. Datis in progressionem arithmetica medio & uno extremo, alterum extremum invenire, ibid.
60. Datae progressionis arithmetica terminos continuare, 84
61. Datis extremis & numero terminorum progressionis arithmetica, ejus differentiam investigare, 84
62. Datis extremis & numero terminorum Progressionis arithmetica, terminos intermedios elicere, 84
63. Dato in progressionem arithmetica numero terminorum, uno extremo & differentia; alterum extremum indagare, 88
64. Dato progressionis arithmetica termino primo, una cum differentia; terminum quemvis optatum reperire, 89
65. Datis in progressionem arithmetica extremis & differentia; numerum terminorum cognoscere, ibid.
66. Datis extremis & numero terminorum progressionis arithmetica; eorundem summam invenire, 90
67. Continuae proportionis Geometrica proprietatem exponere, 93
68. Datis in proportione continua trium terminorum medio & uno extremo; alterum extremum invenire, 94
69. Datis duobus vel pluribus terminis proximis in progressionem geometrica; reliquos succedentes quantum libet investigare, ibid.
70. Datis

INDEX.

70. Datis ratione & principio progressionis geometrica; eandem quantum libet continuare, 97
71. Datis duobus terminis continuis, vel ratione & principio progressionis geometrica; ejusdem terminum optatum compendiose invenire, 96
72. Datis duorum terminorum progressionis geometrica indicibus & facto; quotus hic sit terminus ejusdem cognoscere, 99
73. Datis in progressionem geometrica duobus terminis, uno nempe remotior & alio precedente, una cum indicibus eorundem; alterum illius factorem, ejusque indicem concludere, ibid.
74. Datis cujuscunque rationis, extra multiplicem & submultiplicem, terminis minimis; eandem in numeris integer tribus, quatuor, quinque &c. continuare, 100
75. Terminorum progressionis geometrica summam compendiose indagare, 101
76. Terminorum subdupla & subtriple progressionis specialem proprietatem cognoscere, 103
77. Datis in Regula Trium tres numeros proportionales rite disponere, 106
78. Quartum terminum directe proportionale investigare, 112
79. Quartum proportionalem inventum examinare, 115
80. Tribus terminis rite dispositis; quartum reciproce proportionalem invenire, 117
81. Quartum reciproce proportionalem examinare, 120
82. Datis quosque numeros proportionales in ordinem digerere, 122
83. In Regula Dupli sextum terminum directe proportionalem invenire, 125
84. In Regula dupli sextum terminum reciproce proportionalem indagare, 125
85. Sextum terminum proportionale inventum examinare, 128
86. Datis quibusvis terminis principalibus absque circumstantiis; summam proportionaliter distribuere, 130
87. Datis

INDEX.

37. Datis terminis principalibus cum diversis circumstantiis; summam proportionaliter distribuere. 135
38. Dato communi valore misti; alterutrum duorum alligandorum additamento alterius emendare vel attenuare. 137
39. Dato communi valore misti; duorum ad certum pondus vel mensuram commiscendorum proportionem cognoscere. 143
90. Duarum rerum miscendarum alteram, manente ejus mensura vel pondere dato, in melius aut vilius commutare. 146
91. Datis tribus vel pluribus numeris, quorum unus statuto pretio vel major vel minor est; rerum ad certum pondus vel mensuram miscendarum proportionem investigare. 148
92. Dato communi valore misti; duobus alligandis additamentum tertium attemperare. 150
93. Datis quatuor numeris alligandis, quorum duo sunt statuto pretio majores, duo simul eodem minores; rerum miscendarum proportionem investigare. 151
94. Datis quinque numeris alligandis, quorum duo sunt statuto pretio vel majores vel minores; rerum miscendarum proportionem investigare. 156
95. Datis rerum miscendarum pretiis communem valorem invenire. 159
96. Ex falsis positionibus verum numerum quaesitum eruere. 161

Arithmeticae specialis.

1. Numeros decimales notare. 169
2. Numeros decimales addere. 171
3. Numerum decimalem minorem à majore subtrahere. 173
4. Numeros decimales multiplicare. 174
5. Numeros decimales dividere. 176
6. Datis tribus numeris decimalibus quartum proportionalem investigare. 180
7. Pedes digitos & grana decempedatum in pedes, digitos & grana

INDEX.

- & grana duodecempedarum, quindecempedarum &c convertere. 183
8. Pedes digitos & grana duodecempeda &c in pedes, digitos & grana decempeda convertere. 184
9. Tabulam tetragonam construere. 190
10. Quolibet numerum millenario minorem beneficio tabulae tetragonae quadrare & cubare. 193
11. Ex dato quadrato vel cubo, beneficio tabulae tetragonae, Radicem quadratam & cubicam extrahere. 193
12. Propositum numerum quadrare. 194
13. Ex dato numero quadrato radicem quadratam extrahere. 195
14. Datum numerum cubicare. 203
15. Ex dato numero cubico Radicem cubicam extrahere. 203
16. Inter duos numeros datos medium continue proportionalem investigare. 210
17. Inter duos numeros extremos datos, duos medios continue proportionales indagare. 218
18. Numeros Logisticos notare. 217
19. Numeros vulgares integros ad Logisticos reducere. 219
20. Numeros vulgares fractos in Logisticos convertere. 220
21. Numeros Logisticos ad vulgares reducere. 221
22. Numeros Logisticos addere. 222
23. Numeros Logisticos ab invicem subtrahere. 224
24. Numeros Logisticos multiplicare. 226
25. Numeros Logisticos dividere. 232
26. Dato Numero laterali in tabula non ext ante, ipsi competentem numerum arealem venari. 238
27. Dato numero areali, in Tabula non expresso, numerum lateralem ipsi competentem scrutari. 243
28. Dato numero frontali & laterali, quorum nec ille in fronte tabulae aut columna, nec hic in latere praecise reperitur, verum numerum arealem investigare. 244
29. Dato numero frontali & areali, quorum neuter in Tabula exacte invenitur, verum numerum lateralem indagare. 246
30. Ex dato numero Logistico Radicem quadratam extrahere. 247