

TARTU ÜLIKOOL
LOODUS- JA TÄPPISTEADUSTE VALDKOND
MATEMAATIKA JA STATISTIKA INSTITUUT

Liisi Röömel

**PISA MATEMAATIKATESTI JA EESTI PÕHIKOOLI MATEMAATIKA
LÕPUEKSAMI TULEMUSTE VÕRRELDAVUS 2022. AASTA ANDMETE PÕHJAL**

Matemaatika- ja informaatikaõpetaja õppekava

Magistritöö (15 EAP)

Juhendajad: Hannes Jukk, MSc

Tiina Kraav, PhD

Tartu 2026

**PISA matemaatikatesti ja Eesti põhikooli matemaatika lõpueksami tulemuste võrreldavus
2022. aasta andmete põhjal**

Magistritöö
Liisi Röömel

Lühikokkuvõte

Rahvusvahelise PISA uuringu matemaatikatesti tulemused näitavad Eesti õpilaste väga head taset rahvusvahelises võrdluses, samas kui matemaatika lõpueksamil jääb märkimisväärne osa õpilastest alla soorituslävendi. See tõstatab küsimuse, kui võrreldavaid hinnanguid annavad PISA matemaatikatest ja põhikooli matemaatika lõpueksam õpilaste matemaatilistele oskustele.

Käesoleva magistritöö eesmärk oli uurida põhikooli matemaatika 2022. aasta lõpueksami ja sama aasta PISA matemaatikatesti tulemuste vahelist seost ning seda, kuidas võrreldavaid hinnanguid need testid õpilaste matemaatilistest oskustest annavad. Analüüs põhines HARNØ anonüümsetel lingitud andmetel, mis hõlmasid 4900 õpilase PISA matemaatikatesti ja sama aasta põhikooli matemaatika lõpueksami tulemusi. Seoste uurimiseks kasutati korrelatsioon- ja regressioonanalüüsi ning võrdprotsentiili meetodil põhinevat võrdsustamist. Tulemuste sisukama tõlgendamise jaoks analüüsiti lisaks kvalitatiivselt põhikooli matemaatika lõpueksami ülesandeid PISA matemaatikaraamistiku alusel.

Tulemused näitasid põhikooli matemaatika lõpueksami ja PISA matemaatikatesti vahel tugevat positiivset seost ($\rho = 0,71$), kuid testid andsid õpilaste matemaatilistele oskustele mõnevõrra erineva hinnangu: 71% õpilastest, kes ei ületanud põhikooli matemaatikaeksami soorituslävendit (50% punktidest), saavutasid siiski vähemalt PISA baastaseme. Eksamiülesannete analüüs PISA matemaatikaraamistiku alusel näitas, et põhikooli matemaatika lõpueksam keskendus peamiselt matemaatiliste protseduuride rakendamisele, samas kui formuleerimise ja tõlgendamise osakaal jäi väikeseks.

Tulemused viitavad sellele, et kuigi põhikooli matemaatika lõpueksam ja PISA matemaatikatest kirjeldavad olulisel määral kattuvaid matemaatilisi oskusi, erinevad need mõõdetavate oskuste rõhuasetuse ja eristusvõime poolest.

CERCS kood: S272 Õpetajakoolitus

Märksõnad: põhikooli matemaatika lõpueksam, PISA matemaatikatest, võrdprotsentiiliga võrdsustamine, matemaatiline kirjaoskus, lingitud andmetega uuring

Comparability of the results of PISA mathematics test and Estonian basic school mathematics exam based on 2022 data

Master thesis

Liisi Röömel

Abstract

While the results of the international PISA survey mathematics test results exhibit Estonian students' very good level in the international comparison, a notable proportion of them fail the national basic school mathematics exam. This raises the question of how comparable the PISA mathematics test and the national mathematics exam are in assessing the mathematical capabilities of the students.

The purpose of the current thesis was to assess the association between the results obtained in the 2022 national mathematics exam and PISA mathematics test, and investigate how comparable these tests are in assessing the mathematical capabilities. The analysis is based on the anonymized and linked data of 4900 students' PISA mathematics test and national mathematics exam, provided by the Estonian Education and Youth Board. To assess the associations, correlation- and regression analysis, and equipercenile equating was used. The interpretation of the results was further facilitated with qualitative analysis assessing the basic school mathematics exam tasks in the competence-framework of the PISA mathematics test.

The results showed that the national basic school mathematics exam scores and the PISA mathematics test scores correlate strongly ($\rho = 0,71$), but the two tests gave varying assessments for the mathematical capabilities of the students: 71% of the students that failed the basic school mathematics exam (at least 50% of points required to pass the exam) managed to obtain the basic level in PISA test. Assessing the mathematics exam tasks in the PISA competence-framework showed that the basic school exam focused mostly on employing procedural skills, while the proportion of formulation and interpretation skills were scarce.

The results indicate that even though mathematics basic school final exam and PISA mathematics test assess substantially overlapping mathematical competencies, they differ in the emphasis of the measured skills and distinctiveness.

CERCS classification: S272 Teacher Education

Keywords: national basic school mathematics exam, PISA mathematics test, equipercenile equating, mathematical literacy, linking study

Sisukord

Sissejuhatus.....	5
1. Teoreetiline ülevaade.....	7
1.1 PISA uuringu ning põhikooli matemaatikaeksami eesmärgid ja korraldus.....	7
1.2 PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami ülesehitused ning sisu...8	
1.3 PISA ja riiklike testide tulemuste seosed ja laiem kontekst.....	9
2. Meetod.....	12
2.1 Valim.....	12
2.2 Uuritavate tunnuste mõõtmine.....	12
2.3 Võrdprotsentiili meetodil testitulemuste seostamine.....	14
2.4 Statistiline analüüs.....	14
2.5 Eksamiülesannete analüüs PISA matemaatikaraamistiku alusel.....	15
3. Tulemused.....	17
3.1 Kirjeldav statistika.....	17
3.2 Seosed PISA matemaatikatesti ja Eesti põhikooli matemaatika lõpueksami tulemuste vahel.....	18
3.3 Eesti põhikooli matemaatika lõpueksami ülesannete analüüs PISA matemaatikaraamistiku alusel.....	22
4. Arutelu.....	23
Tänuõnad.....	27
Kasutatud kirjandus.....	28
Lisad	
Lisa 1. Võrdprotsentiili meetodil testitulemuste seostamine sugude lõikes	
Lisa 2. Eksamiülesannete kodeeringud PISA matemaatikaraamistiku alusel	

Sissejuhatus

Eesti õpilased saavutavad PISA matemaatikatestis rahvusvahelises võrdluses väga häid tulemusi, kuid samal ajal jäävad riiklikus põhikooli matemaatikaeksamis märkimisväärse osa õpilaste tulemused alla 50% soorituslävendi (ERR, 2024; Tartu Postimees, 2025; Õpetajate Leht, 2023). Sarnaseid vastuolusid on täheldatud ka rahvusvaheliselt, kus riiklike ja rahvusvaheliste hindamistulemuste kõrvutamise võib viia näiliselt vastukäivate järeldusteni (Cartwright *et al.*, 2003). See tõstab küsimuse, kas need kaks hindamisvahendit annavad õpilaste matemaatilistest oskustest võrreldava hinnangu.

Rahvusvaheline PISA (*Programme for International Student Assessment*) uuring on kujunenud oluliseks vahendiks õpilaste teadmiste ja oskuste hindamisel ning riiklike haridussüsteemide võrdlemisel (Nortvedt, 2018). Selle tulemused mõjutavad hariduspoliitilisi arutelusid paljudes riikides (Fischbach *et al.*, 2013; Marôco, 2021). Matemaatika valdkonnas keskendub PISA matemaatilisele kirjaoskusele ehk oskusele kasutada matemaatikat erinevates elulistest olukordades (OECD, 2024; Tire *et al.*, 2023). See erineb mõnevõrra traditsioonilisest koolimatemaatikast, kus suurem rõhk võib olla õpitud protseduuride rakendamisel (Nortvedt, 2018). Eesti kontekstis, võrreldes PISA matemaatikatega, mis keskendub matemaatilise kirjaoskuse hindamisele, on põhikooli matemaatika lõpueksam õppekavapõhine ning hindab riiklikus õppekavas sätestatud teadmiste ja oskuste omandamist (Tasemetööde ning põhikooli ..., 2026).

Varasemad uuringud on näidanud, et PISA ja riiklike matemaatikatestide tulemuste vahel esineb üldjuhul mõõdukas kuni tugev positiivne seos, kuid hindamisvahendid ei mõõda täielikult samu pädevusi (Cartwright *et al.*, 2003; Ehmke *et al.*, 2020; Rozgonjuk *et al.*, 2021). Erinevused võivad tuleneda testide eesmärkidest, ülesannete iseloomust, testimisviisist ja õpilaste motivatsioonist (Borger *et al.*, 2025; Cartwright *et al.*, 2003; Jerrim, 2016; Jerrim *et al.*, 2018; Pettersen & Braeken, 2019). Seetõttu võivad sama õpilasgrupi tulemused riiklikes ja rahvusvahelistes testides anda matemaatilisest tasemest erineva arusaama (Cartwright *et al.*, 2003; Fischbach *et al.*, 2013).

Varasemad lingitud andmetel põhinevad Eesti uuringud on näidanud mõõdukat seost PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami vahel ($r = 0,52-0,56$) (Rozgonjuk *et al.*, 2021; Söber, 2020) ning viidanud sellele, et testid mõõdavad osaliselt sarnaseid teadmisi

ja oskusi. Need uuringud keskendusid peamiselt testitulemuste korrelatsioonidele ning erinevate taustategurite seostele matemaatikatumustega, kasutades PISA 2015 ja PISA 2018 andmeid. Vähem tähelepanu on pööratud sellele, kas põhikooli matemaatika lõpueksam ja PISA matemaatikatest annavad õpilaste matemaatilisest tasemest võrreldava hinnangu ning kuidas suhestuvad nende testide soorituslävendid.

Käesolev töö laiendab varasemaid käsitlusi ja kasutab uuemaid andmeid, uurides lisaks testide statistilistele seostele ka nende tulemuste võrreldavust ning võimalikke erinevusi mõõdetavates matemaatilistes oskustes. Eestis korraldab nii põhikooli lõpueksameid kui ka PISA uuringut Haridus- ja Noorteamet (HARNO), mis võimaldab siduda ühe ja sama õpilase tulemused mõlemas testis. Sellest tulenevalt on töö peamine eesmärk hinnata kvantitatiivselt põhikooli matemaatika lõpueksami ja PISA matemaatikatesti tulemuste võrreldavust, kasutades 2022. aastal mõlema testi sooritanute lingitud andmeid. Lisaeesmärk on hinnata kvalitatiivselt põhikooli lõpueksami poolt mõõdetud pädevusi PISA matemaatika raamistiku alusel.

Eesmärkide täitmiseks on püstitatud järgmised uurimisküsimused:

1. Mil määral ennustab 2022. aastal sooritatud põhikooli matemaatikaeksami tulemus sama aasta PISA testi matemaatikaosa sooritust ning kas saadud seos sarnaneb varasemate (PISA 2015 ja PISA 2018) Eesti andmeid kasutanud uuringutes leituga?
2. Kuidas suhestuvad omavahel põhikooli matemaatika lõpueksami ja PISA matemaatikatesti soorituslävendid?
3. Kuidas suhestuvad omavahel testide eristusvõimed matemaatiliste pädevuste mõõtmisel?
4. Kvalitatiivsest vaatepunktist: millises mahus mõõdavad põhikooli matemaatika lõpueksami ülesanded PISA matemaatikaraamistikus kirjeldatud pädevusi?

Käesolev magistritöö koosneb neljast peatükist. Esimeses peatükis antakse teoreetiline ülevaade PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami eesmärkidest, ülesehitusest ning varasematest uuringutest PISA ja riiklike testide tulemuste seoste kohta. Teises peatükis kirjeldatakse uurimuse meetodikat, valimit, kasutatud statistilisi analüüsimeetodeid ning kvalitatiivset ülesannete analüüsi. Kolmandas peatükis esitatakse uurimistöö tulemused ning viimases peatükis arutletakse tulemuste üle.

1. Teoreetiline ülevaade

1.1 PISA uuringu ning põhikooli matemaatikaeksami eesmärgid ja korraldus

PISA (*Programme for International Student Assessment*) on Majandusliku Koostöö ja Arengu Organisatsiooni (OECD) poolt läbiviidav rahvusvaheline haridusuuring, mis hindab kahe tunni vältel 15-aastaste noorte pädevusi funktsionaalses lugemises, matemaatikas ja loodusteadustes (Tire *et al.*, 2023). Uuringu eesmärk on toetada hariduse kvaliteedi parandamist (OECD, 2024; Tire *et al.*, 2023) ning selle tulemused mõjutavad haridussüsteeme ja -poliitikat üle maailma (Fischbach *et al.*, 2013; Nortvedt, 2018). PISA andmeid kasutatakse sageli riiklike reformide põhjendamiseks, näiteks õppekavade muutmiseks või riiklike testide arendamiseks (Nortvedt, 2018).

Eestis hinnatakse põhikooli õpilaste matemaatilisi teadmisi, oskusi ja pädevusi kohustusliku õppekavapõhise matemaatika lõpueksamiga, mis annab erinevatele osapooltele (õpilased, vanemad, kool, riik) tagasisidet õppimise ja õpetamise tulemuslikkuse kohta (Tasemetööde ning põhikooli ..., 2026, §9). Lõpueksamite ettevalmistamist ja koostamist korraldab Haridus- ja Noorteamet (HARNO) ning eksamitöö ülesanded töötab välja vastav komisjon HARNO koostatud eristuskirja alusel (Tasemetööde ning põhikooli ..., 2026).

PISA tulemusi kasutatakse hariduspoliitiliste otsuste kujundamisel ning hariduse reformimisel (Fischbach *et al.*, 2013). Samas on leitud, et PISA tulemusi kasutatakse ka olemasolevate poliitiliste otsuste õigustamiseks (Nortvedt, 2018). Eestis on olnud arutelu all põhikooli lõpueksamite roll haridussüsteemis ning tehtud ettepanekuid nende kaotamiseks (Eisenschmidt *et al.*, 2023). Peamisteks argumentideks eksamite säilitamise poolt on olnud õpimotivatsiooni toetamine ning riikliku ülevaate säilitamine hariduse kvaliteedist (Eisenschmidt *et al.*, 2023). Seda toetavad ka rahvusvahelised uuringud, mille kohaselt saavutavad välise lõpueksamitega riikide õpilased rahvusvahelistes võrdlustes sageli paremaid tulemusi (OECD, 2013).

PISA uuringut viiakse läbi iga kolme aasta tagant alates aastast 2000 ning Eesti on selles osalenud alates 2006. aastast (Tire *et al.*, 2023). Igas hindamistsükli keskendutakse ühele põhivaldkonnale, milleks on lugemine, matemaatika või loodusteadused. Matemaatika oli põhivaldkonnaks aastatel 2003, 2012 ja 2022. PISA 2022 viidi läbi arvutipõhiselt ning

matemaatika ja lugemise testides kasutati mitmeastmelist adaptiivset testidisaini (*multistage adaptive testing*), mille puhul ülesannete plokkide valik sõltus osaliselt õpilase varasemast sooritusest (OECD, 2024).

1.2 PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami ülesehitused ning sisu

Kuigi nii PISA matemaatikatest kui ka põhikooli matemaatika lõpueksam hindavad matemaatilisi teadmisi ja oskusi, erinevad need nii eesmärgi, ülesehituse, mõõdetavate pädevuste kui ka hindamisloogika poolest. Nende erinevuste mõistmine on oluline testitulemuste võrreldavuse tõlgendamisel.

Põhikooli matemaatika lõpueksam on kõrge panusega (*high-stakes*) õppekavapõhine standardiseeritud hindamisvahend (Rozgonjuk *et al.*, 2021), samas kui PISA keskendub matemaatilise kirjaoskuse hindamisele erinevates elulistes kontekstides (OECD, 2024). Varasemad uuringud viitavad sellele, et PISA mõõdab lisaks ainepõhistele teadmistele ka laiemat funktsionaalset ja kognitiivset kompetentsust, kuna tulemused seostuvad nii vastava aine kui ka teiste õppeainete edukusega ning rõhutavad teadmiste rakendamist uutes olukordades (Fischbach *et al.*, 2013; Schleicher, 2007). Matemaatiline kirjaoskus on PISA 2022 raamistikus määratletud kui „inimese võime arutleda matemaatiliselt ning sõnastada, rakendada ja tõlgendada matemaatikat probleemide lahendamiseks mitmesugustes reaalse elu kontekstides“ (Tire *et al.*, 2023, lk 25).

PISA 2022 matemaatika raamistikus pöörati senisest suuremat tähelepanu matemaatilisele arutlusoskusele (*mathematical reasoning*), mis väljendab õpilase võimet teha mitterutiinseid järeldusi ja otsuseid ning rakendada matemaatikat kiiresti muutuvast ning tehnoloogiast mõjutatud maailmas (OECD, 2023a). Matemaatiline kirjaoskus avaldub PISAs kolme põhiprotsessi kaudu: formuleerimine (*formulate*), rakendamine (*employ*) ja tõlgendamine (*interpret & evaluate*), mille kõigi puhul on oluline roll matemaatilisel arutlusoskusel (Tire *et al.*, 2023). PISA testis kasutatakse seejuures ka nelja sisukategooriat: muutumine ja seosed (*Change and Relationship*); ruum ja kuju (*Space and Shape*); kogus (*Quantity*); määramatus ja andmed (*Uncertainty and Data*) (Tire *et al.*, 2023).

Põhikooli matemaatika lõpueksam sisaldab avatud vastusega ülesandeid, mille koostamisel lähtutakse erinevatest mõtlemistasemetest, mis hõlmavad äratundmis- ja mõtlemistasandit (~20%), rakendamistasandit (~30%) ning analüüsi- ja sünteesitasandit (~50%) (Eristuskiri

matemaatika, 2022). Eksamitöö ülesanded katavad erinevaid matemaatika valdkondi: arvutamine ja andmed (~25%), protsent (~10%), algebra (~30%), funktsioonid (~10%) ja geomeetria (~25%) (Eristuskiri matemaatika, 2022). Seega mõõdavad mõlemad testid küll matemaatilisi pädevusi ja oskusi, kuid ülesannete sisu, olemus ja ülesehitus erinevad.

1.3 PISA ja riiklike testide tulemuste seosed ja laiem kontekst

Varasemad uuringud on demonstreerinud, et PISA ja riiklike testide tulemuste seostamine võimaldab hinnata riiklike hindamisvahendite taset rahvusvahelises kontekstis ning paigutada riiklikud tulemused võrreldavale skaalale (Cartwright *et al.*, 2003; Ehmke *et al.*, 2020; Söber, 2020).

Uuringud on näidanud, et PISA matemaatikatumuste ja riiklike testide vahel esinevad üldjuhul mõõdukad kuni tugevad seosed. Portugalis läbiviidud uuringus leiti statistiliselt oluline seos PISA matemaatikatesti tulemuste ja riikliku matemaatikaeksami tulemuste vahel ($r = 0,64$) (Marôco, 2021). Saksamaal leiti PISA 2012. aasta matemaatikatesti ja riikliku matemaatikatesti (IQB) vahel väga tugev seos ($r = 0,82$), mis viitas suurele kattuvusele mõõdetavate matemaatiliste pädevuste vahel. Tugevat seost selgitati asjaoluga, et mõlema hindamisvahendi raamistikud ja mõõdetavad matemaatilised protsessid kattusid suurel määral. (Ehmke *et al.*, 2017)

Sarnaseid tulemusi on täheldatud ka Eestis, kus PISA 2015. aasta matemaatikatesti ja 9. klassi matemaatikaeksami tulemuste vaheline seos oli $r = 0,56$ (Rozgonjuk *et al.*, 2021) ning PISA 2018. aasta matemaatikatesti ja sama aasta põhikooli matemaatikaeksami tulemuste vahel $r = 0,52$ (Söber, 2020).

Lisaks testidevahelisele võrreldavusele on uuritud ka seda, kuidas PISA tulemused seostuvad õpilaste hilisemate haridustulemustega. Longituuduuringud (Fischbach *et al.*, 2013) on näidanud, et PISA tulemused on seotud õpilaste hilisemate õpitulemustega, sealhulgas koolihinnete, lõpueksami tulemuste ning haridustee jätkamisega. Kuna Soomes puuduvad põhikooli lõpus riiklikud eksamid, uurisid Pulkkinen & Rautopuro (2022) PISA tulemuste ja koolihinnete vahelisi seoseid ning leidsid matemaatikas korrelatsiooni vahemikus $r = 0,58-0,66$. Need tulemused viitavad sellele, et mõlemad hindamisvahendid mõõdavad vähemalt osaliselt kattuvaid matemaatilisi pädevusi.

Korrelatsioonide kõrval on analüüsitud ka võimalusi erinevate testide tulemuste paigutamiseks ühisele skaalale. Saksamaal läbiviidud longitudinaalse haridusuuringu NEPS matemaatikatumused seoti võrdprotsentiili meetodi abil PISA matemaatikaskaalaga. Tulemused näitasid, et selline lähenemine võimaldab rühma tasandil kirjeldada õpilaste matemaatilise kirjaoskuse jaotust PISA rahvusvaheliste saavutustasemetel lõikes (Ehmke *et al.*, 2020). Sarnaseid järeldusi on tehtud ka lugemistestide puhul (Cartwright *et al.*, 2003). Samas rõhutavad autorid (Cartwright *et al.*, 2003; Ehmke *et al.*, 2017), et sellised võrdlused eeldavad statistilisi teisendusi ning ei pruugi olla piisavalt täpsed individuaalsel tasandil.

Kuigi PISA ja riiklike matemaatikatestide tulemused korreleeruvad omavahel, võivad erinevused tuleneda testide erinevatest eesmärkidest, ülesehitusest ja mõõdetavatest pädevustest. Pettersen & Braeken (2019) leidsid, et kuigi nii PISA kui ka riiklikud eksamid püüavad mõõta matemaatilist pädevust, hõlmavad PISA ülesanded laiemat pädevuste spektrit, samas kui riiklikud eksamid keskenduvad sageli eelkõige protseduurilistele oskustele. Samuti on leitud, et riiklike ja rahvusvaheliste testide lävendid võivad erineda ja viia vastuoluliste järeldusteni õpilaste taseme kohta (Cartwright *et al.*, 2003). Sarnaselt on leitud, et Saksamaa riiklik test (IQB–LV) seab keskharidusele suunatud õpilastele kõrgemad miinimumnõuded kui PISA, mis viitab erinevatele hindamisstandarditele (Ehmke *et al.* 2017).

Lisaks testide sisulistele erinevustele võivad tulemuste võrreldavust mõjutada ka valimi eripära ja õpilaste testimotivatsioon. Näiteks Rootsi PISA 2018 valim ei olnud täielikult esinduslik ning võis ülehinnata õpilaste tegelikku taset, kuna madalama sooritusega õpilased olid valimis alaesindatud (Borger *et al.*, 2024). Samuti on näidatud, et PISA ja riiklike testide tulemuste vaheline seos on tugevam kõrge testimotivatsiooniga õpilaste puhul, samas kui madala motivatsiooni korral võib PISA tulemus alahinnata õpilase tegelikku võimekust (Borger *et al.*, 2025).

Tulemuste võrreldavust võib mõjutada ka testimisviis. Uuringud on näidanud, et testimisviis võib mõjutada õpilaste sooritust ning mõnel juhul saavutatakse arvutipõhistes testides madalamaid tulemusi (Jerrim, 2016; Wagner *et al.*, 2022). Erinevused võivad ilmneda ka sisult sarnaste ülesannete puhul ning mõjutada tulemuste võrreldavust ajas (Jerrim, 2016; Jerrim *et al.*, 2018). Samas on OECD välja toonud, et enamiku PISA ülesannete puhul on arvuti- ja pabertestide tulemused võrreldavad ning ülesannete puhul, kus esineb erinevusi,

võetakse seda arvesse ja korrigeeritakse testimisviisist tulenevat võimalikku mõju testitulemustele (OECD, 2023b).

Kokkuvõtvalt näitavad varasemad uuringud, et kuigi PISA ja riiklikud matemaatikatestid erinevad osaliselt oma eesmärgi, ülesehituse ja mõõdetavate pädevuste poolest, on nende tulemused omavahel mõõdukalt kuni tugevalt seotud. See viitab asjaolule, et mõlemad hindamisvahendid kirjeldavad osaliselt samu matemaatilisi oskusi ja teadmisi, kuid võivad samal ajal anda õpilaste matemaatilisest võimekusest ja haridussüsteemi tulemuslikkusest mõnevõrra erineva pildi. Seetõttu on oluline analüüsida, millisel määral on nende testide tulemused võrreldavad ning selgitada testidevahelisi erinevusi.

2. Meetod

2.1 Valim

Uurimuse andmestik ühendab OECD hallatava PISA 2022. aasta uuringu matemaatikatesti tulemused ning HARNO hallatava 2022. aasta põhikooli matemaatika lõpueksami tulemused. Käesolevas analüüsis kasutatakse HARNO-lt saadud anonüümseid lingitud andmeid PISA 2022. aasta matemaatikatesti ja sama aasta põhikooli matemaatika lõpueksami kohta.

PISA hindamisel kasutatakse kaheastmelist kihistatud süstemaatilist valimit, kus esmalt valitakse välja koolid ja seejärel õpilased, kelle vanus on testi tegemise ajal vahemikus 15 aastat ja 3 kuud kuni 16 aastat ja 2 kuud (OECD, 2024). Eestis osales PISA 2022. aasta uuringus kokku 6392 õpilast kõikidest maakondadest, kellest ligikaudu 78% olid 9. klassi õpilased, 21% 8. klassi õpilased ning umbes 1% teistest klassidest (Tire *et al.*, 2023). Põhikooli matemaatika lõpueksamil osales 2022. aastal kokku 13 427 õpilast (Arismaa, 2022).

Kuna PISA valim põhineb vanusel ning hõlmab mitme klassi õpilasi, kaasati käesolevasse analüüsi ainult need õpilased, kes sooritasid matemaatika lõpueksami 2022. aastal. See tagab PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami tulemuste ajalise võrreldavuse, kuna eksam sooritatakse 9. klassi lõpus.

Saadud valimis oli 4900 õpilast, kellest 2437 olid tüdrukud ja 2401 poisid. Kuna 62 õpilase puhul ei olnud sugu määratletud, jäeti nad soopõhistest analüüsides välja. Tulemuste tõlgendamisel tuleb arvestada, et järeldused kehtivad eelkõige 9. klassi õpilaste kohta ning ei ole üldistatavad kõigile sama vanuserühma õpilastele.

2.2 Uuritavate tunnuste mõõtmine

Käesolevas uurimuses keskendutakse kahele peamisele tunnusele: PISA 2022. aasta matemaatikatesti tulemus ja põhikooli 2022. aasta matemaatika lõpueksami tulemus. Sotsiaaldemograafilistest tunnustest vaadatakse lisaks sugu ning taustategurina õpilaste enesehinnangulist testipingutust ehk nn pingutuse kraadiklaasi (*effort thermometer*).

PISA matemaatikatest viidi läbi peamiselt arvutipõhiselt ning selle ülesehituses kasutati mitmeastmelist adaptiivset testidisaini (*multistage adaptive testing*), mille puhul ülesannete

plokkide valik sõltus osaliselt õpilase varasemast sooritusest (OECD, 2024). PISA matemaatikatesti tulemused ei väljendu otsese punktisummana, vaid põhinevad õpilaste matemaatilise võimekuse kaudsetel statistilistel hinnangutel (OECD, 2024; Rozgonjuk *et al.*, 2021). PISA 2022 matemaatikatest sisaldas valikvastustega, lühivastustega ja avatud vastustega ülesandeid. Osa vastuseid kodeeriti automaatselt arvutipõhise hindamissüsteemi abil ning keerukamate avatud vastuste hindamisel kasutati koolitatud hindajaid (OECD, 2024).

Õpilaste matemaatiline sooritus esitatakse standardiseeritud skaalal, mis on konstrueeritud selliselt, et OECD riikide keskmine oli algselt ligikaudu 500 punkti ja standardhälve 100 punkti. Selline skaleerimine võimaldab võrrelda õpilaste sooritust nii riikide kui ka ajaperioodide lõikes (Fischbach *et al.*, 2013). Lisaks jaotatakse tulemused sooritustasemetele, mis kirjeldavad õpilaste matemaatiliste oskuste taset. OECD käsitleb 2. taset baastasemena, mida peetakse vajalikuks igapäevaelus toimetulekuks, samas kui kõrgematel tasemetel (5 ja 6) õpilased suudavad analüüsida ka keerukaid probleeme. (OECD, 2023b)

Põhikooli matemaatika lõpueksam on riiklik standardiseeritud ja õppekavapõhine kirjalik test, mille eesmärk on hinnata, mil määral on õpilane omandanud riiklikus õppekavas sätestatud õpitulemused (Tasemetööde ning põhikooli ..., 2026). Eksam kestab 180 minutit ning koosneb avatud vastustega ülesannetest (5 kohustuslikku ja 1 valikülesanne), mille hindamisel arvestatakse nii lahenduskäiku kui ka lõpptulemust. Lahenduskäik on tavaliselt jaotatud üksikuteks operatsioonideks, mida hinnatakse eraldiseisvalt. Seetõttu on võimalik saada punkte ka siis, kui lõpptulemus ei ole korrektne. Eksami maksimaalne võimalik punktisumma on 50 ning eksam loetakse sooritatuks, kui õpilane on kogunud vähemalt 50% võimalikest punktidest. (Eristuskiri matemaatika, 2022; Hindamisjuhend, 2022; Eristuskiri matemaatika, 2026).

PISA matemaatikatest ja põhikooli matemaatika lõpueksam erinevad ka tulemuste kujunemise poolest. Kui põhikooli matemaatika lõpueksami tulemus põhineb otseselt kogutud punktide summal, siis PISA tulemused põhinevad latentse ehk otseselt mittevaadeldava matemaatilise võimekuse hinnangutel, mille leidmisel kasutatakse üksikvastuste teoorial (*item response theory*, IRT) põhinevaid statistilisi mudeleid (OECD, 2024). Käesolevas uurimuses kasutati põhikooli matemaatika lõpueksami tulemusi protsentuaalsel kujul, nagu need olid esitatud HARNO andmestikus.

Õpilaste testimotivatsiooni hinnati PISA taustaküsimustikus sisalduvate nn pingutuse kraadiklaasi (*effort thermometer*) küsimuste abil (OECD, 2022). Vastused esitati skaalal (1–10), kus kõrgem väärtus viitab suuremale pingutusele. Käesolevas uurimuses kasutati kahte vastavat näitajat: hinnangut tegelikule pingutusele (*Kui palju Sa pingutasid, et PISA testi võimalikult hästi teha?*) ning hinnangut hüpoteetilisele pingutusele olukorras, kus testi tulemusi arvestatakse koolihinnetes (*Kui palju oleksid Sa pingutanud siis, kui Sinu PISA testi tulemust arvestatakse Su koolihinnetes?*).

2.3 Võrdprotsentiili meetodil testitulemuste seostamine

Võrdprotsentiili meetod võimaldab võrrelda kahe sarnast pädevust mõõtvate testi eristusvõimet seostades testide tulemused nende jaotuste alusel. Iga võimaliku testitulemuse jaoks ühel testil leitakse vastav protsentiil, mis näitab, mitu protsenti õpilastest on saanud sellel testil sama või madalama tulemuse. Seejärel loetakse teisel skaalal võrdväärseks tulemus, millel on sama protsentiil (Ehmke *et al.*, 2017). Saadud seosed kehtivad eelkõige rühmade, mitte üksikisikute kohta (Cartwright *et al.*, 2003; Ehmke *et al.*, 2017, 2020).

Skaalade linkimine eeldab, et mõlemad testid mõõdavad vähemalt osaliselt kattuvaid pädevusi ning testide vahel esineb piisav statistiline seos (Cartwright *et al.*, 2003; Ehmke *et al.*, 2017). Võrdprotsentiili meetod ei eelda, et võrreldavate testide tulemuste jaotused oleksid identsed (Cartwright *et al.*, 2003), kuid jaotuste omadused mõjutavad saadud seose kuju – jaotuse keskosas, kus vaatlusi on rohkem, on seos sageli lineaarne, äärmuslikes piirkondades, kus vaatlusi on vähem, võivad protsentiilidel põhinevad seosed olla ebaühtlasemad (Ehmke *et al.*, 2017).

Käesolevas uurimuses rakendati võrdprotsentiili meetodit põhikooli matemaatika lõpueksami ja PISA matemaatikatesti tulemuste võrdlemiseks. Selleks arvutati põhikooli matemaatika lõpueksami tulemuste protsentiilid ning nendele protsentiilidele vastavad PISA matemaatikatesti tulemused. Skaalade seostamise stabiilsuse hindamiseks võrreldi saadud seoseid ka sugude lõikes (vt Lisa 1).

2.4 Statistiline analüüs

Andmed analüüsiti tarkvara R versiooniga 4.5.3. PISA matemaatikatesti (sõltuv tunnus) ja põhikooli matemaatika lõpueksami (sõltumatu tunnus) vahelise seose hindamiseks kasutati

lihtsat lineaarset regressiooni ja mitmest lineaarset regressiooni, kus ennustava tunnuseks on lisatud ka sugu. Kuna PISA matemaatikatesti tulemused põhinevad arvutuslikel väärtustel (*plausible values*, PV1MATH–PV10MATH), mis kujutavad endast latentse võimekuse mitmikimputatsioonil põhinevaid hinnanguid, kasutati lineaarsete mudelite hindamisel Rubin'i meetodit vastavalt PISA analüüsijuhendi soovitudele (OECD, 2024). Kuna terminil *plausible values* puudub eesti keeles ühene vaste, mis annaks edasi mõiste täpse sisu, kasutati käesolevas töös selleks parima lähendina terminit „prognoositud väärtus”.

Esmase analüüsi käigus ilmnis, et PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami vaheline suhe varieerus minimaalselt erinevate PISA prognoositud väärtuste tunnuste vahel (seose hinnangud *betad* vahemikus 2,04–2,09 ning nende standardhälbed vahemikus 0,029–0,030), mistõttu kasutati peale lineaarse regressiooni mudelite kõikides teistes PISA matemaatikatesti puudutavates statistilistes analüüsides ja joonistes lihtsuse huvides PV1MATH tunnust.

Kuna põhikooli matemaatika lõpueksami tulemused ei olnud normaaljaotusega, kirjeldati võrreldavuse tagamiseks nii PISA matemaatikatesti tulemust kui ka põhikooli matemaatika lõpueksami tulemust sugude lõikes kasutades mediaane koos esimese ja kolmanda kvartiiliga ning võrreldi poiste ja tüdrukute tulemusi Wilcoxon'i testiga. Lisaks analüüsiti õpilaste enesehinnangulist testipingutust (*effort-thermometer*) kui võimalikku tegurit, mis võib mõjutada PISA ja lõpueksami tulemuste võrreldavust. Selleks visualiseeriti karpdiagrammide abil PISA matemaatikatesti tulemuste jaotused sugude lõikes vastavalt õpilaste pingutuste kraadiklaasi hinnangutele.

2.5 Eksamiülesannete analüüs PISA matemaatikaraamistiku alusel

Käesoleva töö kvantitatiivse osa täiendamiseks viidi läbi ka kvalitatiivne sisuanalüüs, mille eesmärk oli kirjeldada 2022. aasta 9. klassi matemaatika lõpueksami ülesandeid PISA matemaatika raamistiku alusel. Analüüsi aluseks olid 2022. aasta põhikooli matemaatika lõpueksami ülesanded (Eksamitöö matemaatika, 2022), eksami hindamisjuhend (Hindamisjuhend, 2022), eksami eristuskiri (Eristuskiri matemaatika, 2022), eksami vastavustabel (Vastavustabel matemaatika, 2022) ja PISA matemaatika raamistik (OECD, 2023a).

Analüüsi eesmärk oli selgitada, milliseid matemaatilisi pädevusi ja kognitiivseid protsesse 2022. aasta põhikooli matemaatika lõpueksam peamiselt mõõdab. Selleks klassifitseeriti töö autori poolt ülesanded PISA matemaatika raamistiku sisuvaldkondade ja protsesside alusel.

Analüüsiühikuna käsitleti ülesannete eristavaid matemaatilisi tegevusi, lähtudes eelkõige eksami hindamisjuhendis toodud hinnatavatest oskustest ja punktijaotustest. Kui punktijaotus sisaldas mitut erinevat sisuvaldkonda või protsessi, jagati see vajaduse korral väiksemateks analüüsiühikuteks. Kuna üks ülesanne võis sisaldada mitut erinevat matemaatilist tegevust, võimaldas selline lähenemine täpsemalt kirjeldada, milliseid matemaatilisi oskusi ja protsesse eksam mõõdab.

Iga analüüsiühiku puhul määrati vastav PISA sisuvaldkond ning domineeriv matemaatiline protsess. Kodeerimisel lähtuti sellest, milline tegevus oli vastava osa lahendamisel domineeriv. Lisaks lisati iga kodeeringu juurde lühike põhjendus, mis selgitas tehtud valikuid. Sarnast lähenemist on kasutatud ka varasemates uurimustes, kus matemaatikaülesandeid on klassifitseeritud PISA matemaatikaraamistiku alusel (nt Tarim & Tarku, 2022).

Kodeerimistulemuste põhjal arutati sisuvaldkondade ja protsesside osakaalud eksamitöös. Proportsioonid arutati punktide alusel: vastavatesse kategooriatesse kuuluvate analüüsiühikute punktid summeeriti ning jagati eksamitöö maksimaalse punktisummaga. Kuna eksamitöö sisaldas valikülesandeid (6 ja 7), mille hulgast õpilane lahendab ainult ühe, arutati proportsioonid mõlema valikülesande korral eraldi ning esitati ka võimalik proportsioonivahemik sõltuvalt valitud ülesandest.

Analüüs on subjektiivne, kuna analüüsiühikute liigitamine PISA matemaatikaraamistiku kategooriatesse põhines uurija hinnangul. Kodeerimisotsuste läbipaistvuse suurendamiseks lisati klassifikatsioonide juurde lühikesed põhjendused (vt Lisa 2). Juhtudel, kus analüüsiühiku paigutamine PISA kategooriatesse võis olla mitmeti tõlgendatav, arutati klassifikatsioonide sobivust juhendajatega. Kuna sõltumatuid paralleelseid kodeeringuid ei koostatud, ei hinnatud hindajatevahelist kooskõla statistiliste näitajatega (nt Cohen'i kapp). Seetõttu tuleb tulemusi käsitleda uurija tõlgendusena, mida on täpsustatud ekspertarutelude kaudu.

3. Tulemused

3.1 Kirjeldav statistika

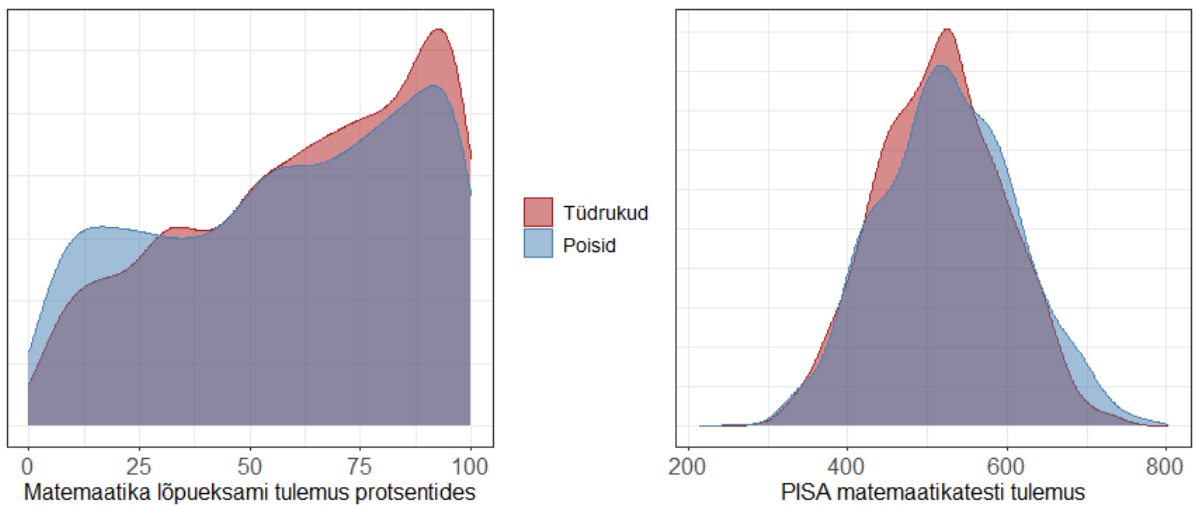
Esmalt uuriti valimi kirjeldamiseks mõlema testi tulemuste jaotuseid ning võrreldi neid sugude lõikes (Tabel 1). Kui põhikooli matemaatika lõpueksamil on mediaantulemus tüdrukutel statistiliselt oluliselt kõrgem kui poistel (mediaan 66 vs 62, kvartiilidevaheline ulatus (IQR) vastavalt 40–86 vs 34–84), siis PISA matemaatikatestis on olukord vastupidine. Poiste mediaantulemus on 525 (IQR: 465–586), tüdrukutel 517 (IQR: 459–572) ning erinevus on statistiliselt oluline.

Tabel 1. Kirjeldav statistika sugude lõikes

		Koguvalim N = 4838	Tüdrukud N = 2437	Poisid N = 2401	p-väärtus
Matemaatikaeksami	tulemus	64 (38, 86)	66 (40, 86)	62 (34, 84)	<0,001
protsentides					
PISA matemaatikatesti	tulemus	521 (461, 579)	517 (459, 572)	525 (465, 586)	<0,001
(PV1MATH)					

Märkused: Mõlema tunnuse puhul on kõikides gruppides esitatud mediaan (IQR). Gruppide võrdlus on tehtud Wilcoxon'i astaksumma testiga. Sugu oli märkimata 62 vastajal.

Eksamitulemuste jaotus erineb sugude lõikes eelkõige skaala äärmustes (Joonis 1): poistel on võrreldes tüdrukutega tulemused märgatavalt rohkem jaotunud skaala alumisse otsa, samas kui tüdrukutel on võrreldes poistega suurem proportsioon tulemustest skaala ülemises otsas. PISA matemaatikatesti tulemuste jaotus näitas aga vastupidist mustrit, kus poisid saavutasid üldiselt kõrgemaid tulemusi kui tüdrukud.

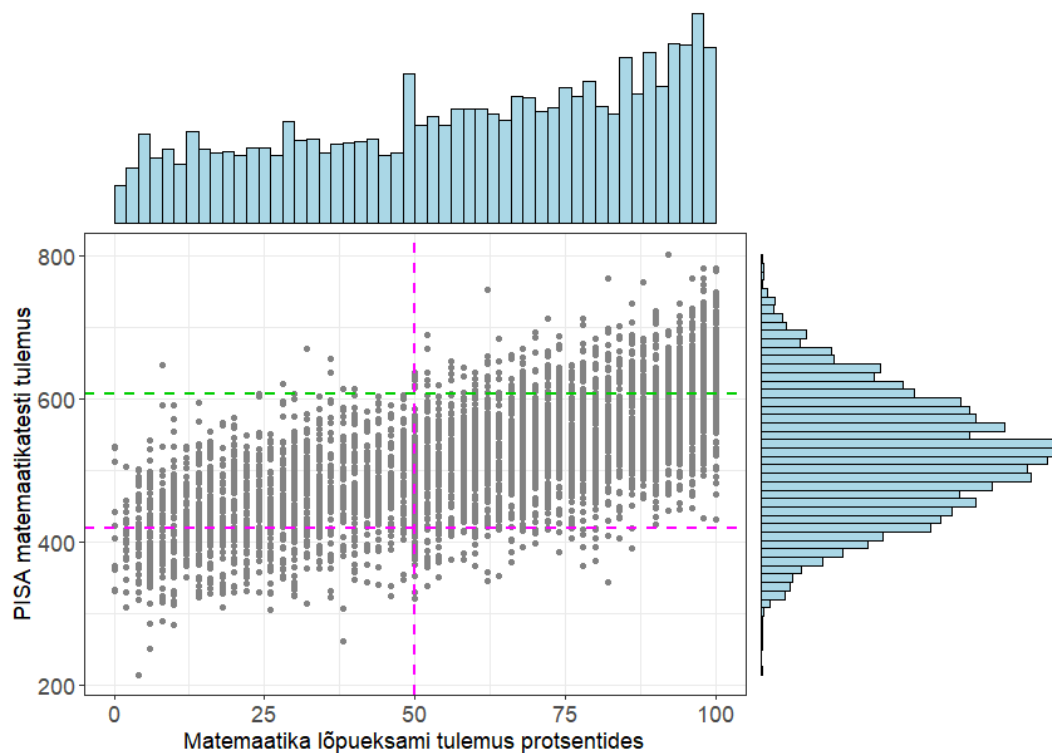


Joonis 1. Testide tulemuste jaotus sugude lõikes.

3.2 Seosed PISA matemaatikatesti ja Eesti põhikooli matemaatika lõpueksami tulemuste vahel

Eksamitulemuste ja PISA matemaatikatumemuste vahel leiti tugev positiivne korrelatsioon (Spearmani korrelatsioonikordaja $\rho = 0,71$, $p < 0,001$), mis viitab sellele, et põhikooli matemaatika lõpueksam ja PISA matemaatikatest mõõdavad suures osas kattuvaid matemaatilisi pädevusi. Samas näitab hajuvusdiagramm (Joonis 2), et sama eksamitulemuse juures võivad õpilaste PISA tulemused erineda, mis viitab sellele, et testid mõõdavad osaliselt erinevaid oskusi ning nende tulemused ei ole täielikult võrreldavad. Selle võimaliku selgitusena analüüsiti käesolevas töös kvalitatiivselt põhikooli matemaatika lõpueksami ülesandeid PISA matemaatikaraamistiku alusel.

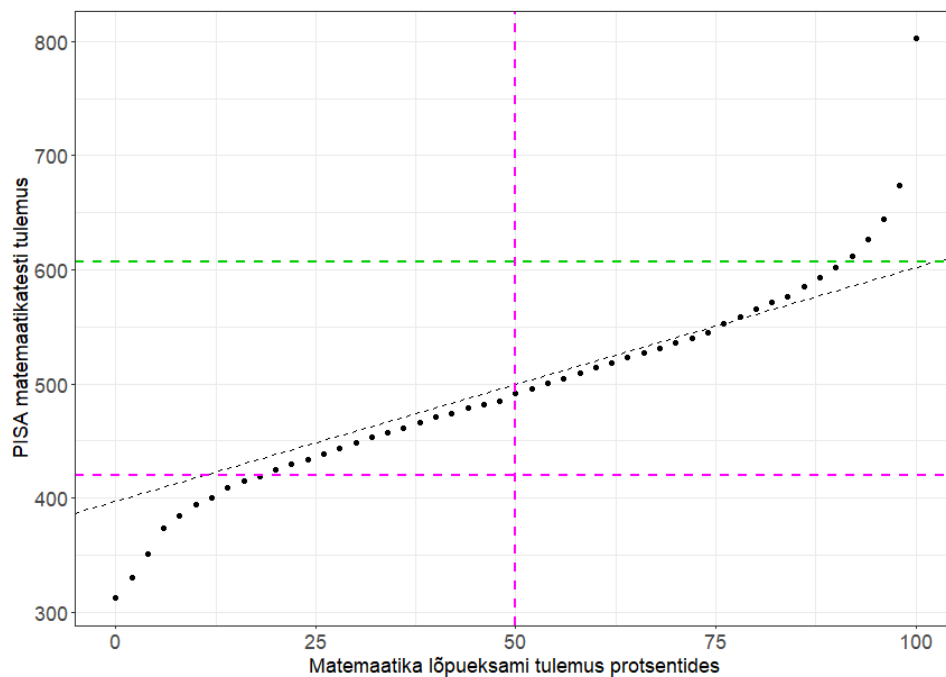
Lisaks saab Jooniselt 2 täheldada, et PISA matemaatikatesti tulemused jaotuvad normaaljaotuse tihedusfunktsioonile sarnaselt, seevastu põhikooli lõpueksami punktid jaotuvad suuremas jaos skaala ülemisse otsa ning jaotus ei sarnane ka ligilähedaselt normaaljaotusele. Lõpueksami lävend ning PISA matemaatikatesti baastase eristavad õpilasi suures mahus erinevalt: matemaatika põhikooli lõpueksami lävendi mitteületanutest saavutas 71% siiski vähemalt PISA baastaseme (2. tase). Seejuures põhikooli lõpueksamil üle 50% saanud õpilaste seas saavutas PISA kõrgtaseme (5. tase) 23%.



Joonis 2. Hajuvusdiagramm 9. klassi õpilaste PISA matemaatikatesti ja nende põhikooli lõpueksami tulemustest. Roosa katkendjoonega on tähistatud põhikooli lõpueksami lävend (50 protsenti) ning PISA matemaatikatesti baastase (2. tase, 420 punkti). Rohelise katkendjoonega on tähistatud PISA matemaatikatesti kõrgtaseme lävend (5. tase, 607 punkti). Horisontaalne histogramm näitab põhikooli lõpueksami tulemuste jaotust ning vertikaalne histogramm PISA matemaatikatesti tulemuste jaotust.

Mitmene lineaarne regressioonanalüüs näitas, et 1 protsendipunkti võrra kõrgem tulemus põhikooli matemaatikaeksamil on seotud keskmiselt 2,07 punkti võrra kõrgema PISA tulemusega ($\beta = 2,07$, $p < 0,001$). Lisaks selgus, et poisid saavutasid sama eksamitulemuse juures keskmiselt kõrgema PISA skoori kui tüdrukud ($\beta = 18,54$, $p < 0,001$). Mudeli kohandatud R^2 oli 0,50, ehk kasutatud mudel kirjeldas ära 50% PISA matemaatikatumemuste varieeruvusest.

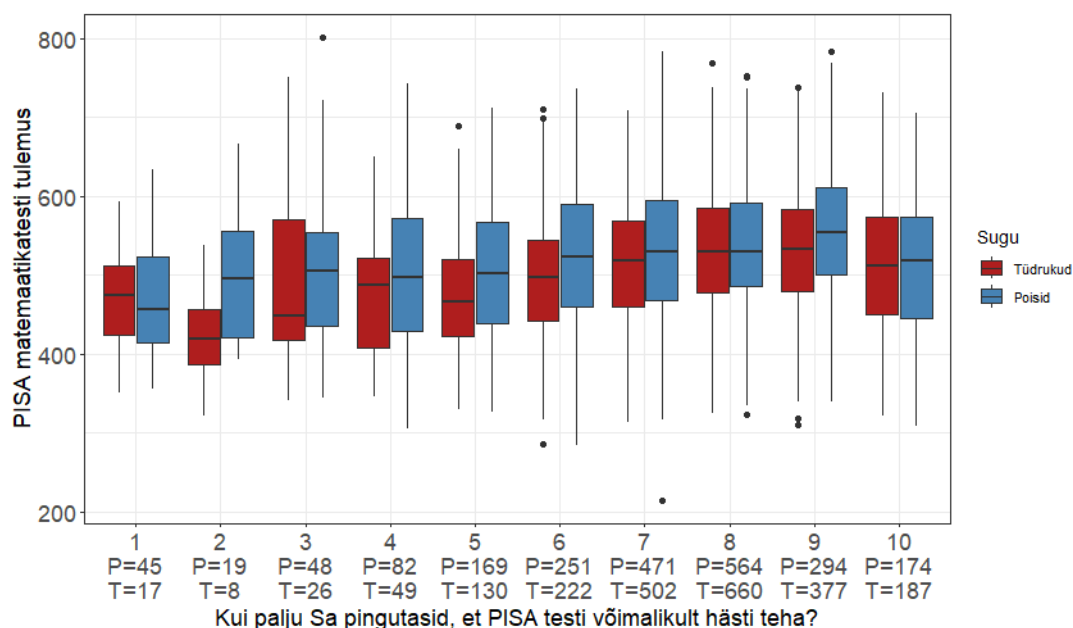
Võrdprotsentiili meetodi alusel (Joonis 3) saadud jooniselt nähtub, et kõrgemate põhikooli matemaatika lõpueksami tulemustega kaasnevad üldjuhul kõrgemad PISA matemaatikatesti tulemused. Jaotuse keskosas on seos ligikaudu lineaarne, kuid madalamate tulemuste piirkonnas jäävad PISA matemaatikatesti tulemused lineaarsest trendist allapoole, kõrgemate tulemuste piirkonnas aga paiknevad trendijoonest kõrgemal.



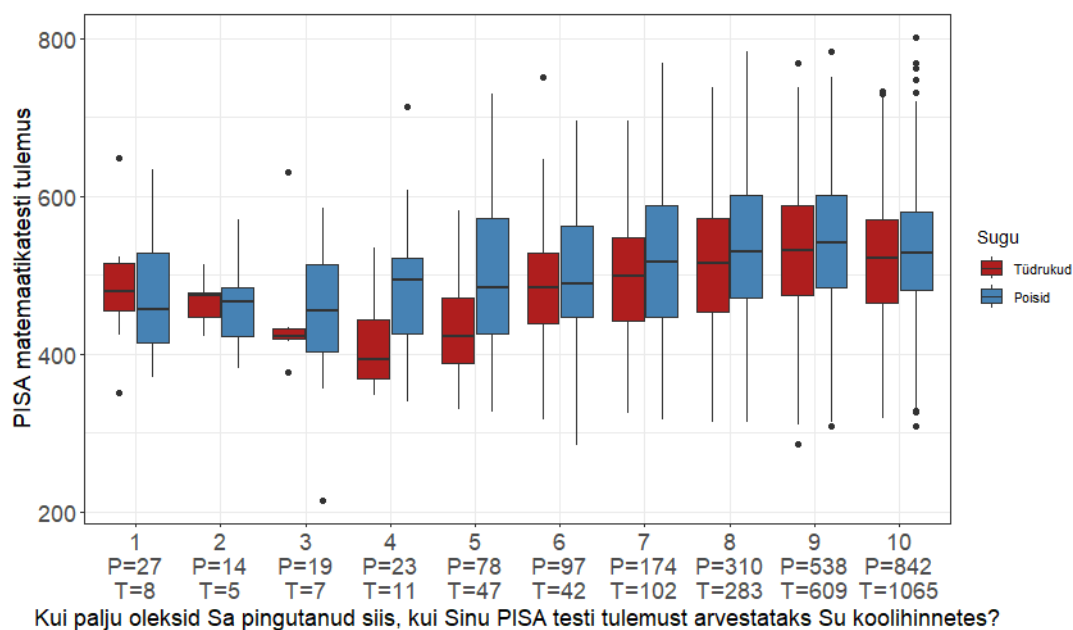
Joonis 3. Matemaatika lõpueksami ja PISA matemaatikatesti tulemuste seos võrdprotsentiili alusel. Täpid tähistavad vastavaid protsentiilipaire, katkendjoon kujutab lineaarset trendi. Roosa katkendjoonega on tähistatud põhikooli lõpueksami lävend (50 protsenti) ning PISA matemaatikatesti baastase (2. tase, 420 punkti). Rohelise katkendjoonega on tähistatud PISA matemaatikatesti kõrgtaseme lävend (5. tase, 607 punkti).

Joonised 4 ja 5 kujutavad PISA matemaatikatesti tulemuste seost õpilaste enesehinnangulise pingutusega. Madalamate pingutustasemetega (1–4) puhul tuleb tulemuste tõlgendamisel olla ettevaatlik, kuna nendes gruppides on vastajaid vähe ning sellest tulenevalt ei ole jaotused esinduslikud.

Selgem muster ilmneb alates pingutustasemest 5 ning mõlemalt jooniselt on näha, et suurema pingutustasemega kaasnevad kõrgemad PISA matemaatikatesti tulemused. Kerge langus ilmneb 10. tasemel, mis võib viidata näiteks enesehinnangu kallutatusse või sellele, et väga suur pingutus võib peegeldada ka raskusi õppematerjaliga. Jooniselt 5 nähtub, et väga suur osa õpilastest (44,3%) pingutaksid PISA testil maksimaalselt, kui nad saaksid selle eest hinde.



Joonis 4. Karpdiagrammid võrdlevad sugude kaupa PISA matemaatikatesti tulemuste jaotust grupeeritult vastavalt õpilase enesekohasele hinnangule testil pingutamise osas (n = 4295).



Joonis 5. Karpdiagrammid võrdlevad sugude kaupa PISA matemaatikatesti tulemuste jaotust grupeeritult vastavalt õpilase enesekohasele hinnangule testil pingutamise kohta olukorras, kus tulemust arvestatakse koolihinnetes (n = 4301).

3.3 Eesti põhikooli matemaatika lõpueksami ülesannete analüüs PISA matemaatikaraamistiku alusel

Kui vaadata eksamiülesannete jaotust PISA matemaatiliste protsesside lõikes, siis nähtub, et rakendamise osakaal moodustab sõltuvalt valikülesandest 86–88% eksami kogupunktidest, samas kui formuleerimise osakaal oli 10% ja tõlgendamise osakaal 2–4% (Tabel 2). Formuleerimist ja tõlgendamist eeldavad protsessid esinevad peamiselt tekstülesannetes (vt Lisa 2).

Sisuvaldkondade jaotuses sõltus eksamitöö rõhuasetus valikülesandest (Tabel 3). Valikülesande 6 korral oli suurem osakaal ruum ja kuju valdkonnal (32%), valikülesande 7 puhul domineeris muutuste ja seoste valdkond (60%). Koguse ning määramatuse ja andmete valdkondade osakaal jäi mõlema variandi puhul samaks.

Tabel 2. Põhikooli 2022. aasta matemaatika lõpueksami punktijaotus ja osakaalud PISA matemaatiliste protsesside lõikes sõltuvalt valitud lisäülesandest.

	Valik 6 (punktid)	Osakaal (%)	Valik 7 (punktid)	Osakaal (%)	Võimalik osakaalvahemik
Formuleerimine	5	10%	5	10%	10%
Rakendamine	44	88%	43	86%	86%–88%
Tõlgendamine	1	2%	2	4%	2%–4%

Tabel 3. Põhikooli 2022. aasta matemaatika lõpueksami punktijaotus ja osakaalud PISA matemaatika sisuvaldkondade lõikes sõltuvalt valitud lisäülesandest.

	Valik 6 (punktid)	Osakaal (%)	Valik 7 (punktid)	Osakaal (%)	Võimalik osakaalvahemik
Ruum ja kuju	16	32%	7	14%	14%–32%
Muutused ja seosed	21	42%	30	60%	42%–60%
Kogus	8	16%	8	16%	16%
Määramatus ja andmed	5	10%	5	10%	10%

4. Arutelu

Käesoleva magistritöö peamine eesmärk oli uurida põhikooli matemaatika 2022. aasta lõpueksami ja sama aasta PISA matemaatikatesti tulemuste vahelist seost ning seda, kuivõrd võrreldavaid hinnanguid need testid õpilaste matemaatilistest oskustest annavad. Lisaeesmärgina analüüsiti põhikooli matemaatika 2022. aasta lõpueksami ülesandeid PISA matemaatikaraamistiku alusel. Tulemused näitasid põhikooli matemaatika lõpueksami ja PISA matemaatikatesti vahel tugevat positiivset seost, kuid sama eksamitulemuse juures varieerusid õpilaste PISA tulemused märkimisväärselt. Eriti avaldus see tulemuste äärmuslikes piirkondades. See viitab sellele, et kuigi testid mõõdavad olulisel määral kattuvaid matemaatilisi pädevusi, erinevad need mõõdetavate oskuste rõhuasetuse ja eristusvõime poolest.

Uurimuse tulemused näitasid põhikooli matemaatika lõpueksami ja PISA matemaatikatesti vahel tugevat positiivset seost ($\rho = 0,71$). Sama kinnitas ka regressioonanalüüs: 10 protsendipunkti võrra kõrgem eksamitulemus oli seotud ligikaudu 21 punkti võrra kõrgema PISA matemaatikatesti tulemusega. Kontekstiks, OECD toob välja, et 20 PISA punkti on võrdne ligikaudu ühe õppeaasta suuruse erinevusega õpitulemustes (OECD, 2023b). Eestis on varasemates uuringutes leitud PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami vahel mõõdukas positiivne seos (Rozgonjuk *et al.*, 2021; Sõber, 2020). Käesolevas töös leitud seos oli mõnevõrra tugevam kui varasemates Eesti uuringutes. Samas tuleb arvestada, et uuringud erinesid nii kasutatud andmestike (PISA 2015, PISA 2018 ja PISA 2022) kui ka analüüsimeetodite poolest.

Tugev seos viitab sellele, et mõlemad hindamisvahendid kirjeldavad vähemalt osaliselt samu matemaatilisi pädevusi. Varasemad uuringud on samuti leidnud, et PISA tulemused on seotud nii koolihinnete, riiklike eksamite kui ka hilisemate haridustulemustega (Fischbach *et al.*, 2013; Pulkkinen & Rautopuro, 2022). See toetab käsitlust, et PISA matemaatikatest ei mõõda üksnes abstraktset matemaatilist kirjaoskust, vaid on seotud ka koolis omandatud matemaatiliste teadmiste ja oskustega. Samas ei tähenda tugev korrelatsioon, et põhikooli matemaatika lõpueksam ja PISA matemaatikatest oleksid täielikult võrreldavad. Kuigi üldine trend näitas, et kõrgem eksamitulemus oli seotud kõrgema PISA tulemusega, ilmnes hajuvusdiagrammil märkimisväärne varieeruvus – sama eksamitulemuse juures võisid õpilaste PISA tulemused erineda suhteliselt palju, mis viitab sellele, et testid võivad sama

õpilase matemaatilisi oskusi mõnevõrra erinevalt hinnata. Sarnastele tulemustele on tähelepanu juhitud ka varasemates uuringutes, mille kohaselt on riiklike ja rahvusvaheliste testide tulemuste seostamine usaldusväärsem rühma- kui individuaalsel tasandil (Cartwright *et al.*, 2003; Ehmke *et al.*, 2017, 2020).

Erinevused võivad osaliselt tuleneda ka testide erinevast ülesehitusest ja eesmärgist. PISA matemaatikatest on koostatud viisil, mis võimaldab eristada ka väga nõrku ja väga tugevaid õpilasi. Sama ilmnes ka käesoleva töö võrdprotsentiili joonisel: jaotuse keskosas olid testide tulemused ligikaudu lineaarses seoses ning äärmuslikes piirkondades oli põhikooli matemaatika lõpueksami eristusvõime väiksem. Eriti väljendus see kõrgemate eksamitulemuste piirkonnas, kus sarnase põhikooli matemaatika lõpueksami tulemusel õpilaste PISA matemaatikatesti tulemused varieerusid märkimisväärselt. See viitab sellele, et põhikooli matemaatika lõpueksami eristusvõime võib olla väga tugevate õpilaste puhul piiratud, samas kui PISA matemaatikatest võimaldab paremini eristada kõrgema taseme matemaatilist kirjaoskust.

Sarnastele järeldustele on jõutud ka varasemates seostamise uuringutes, mille kohaselt võivad erinevate hindamisvahendite vahel esineda tugevad korrelatsioonid, kuid nende skaalad ei pruugi olla kogu tulemuste ulatuses lineaarselt võrreldavad (Cartwright *et al.*, 2003; Ehmke *et al.*, 2017). Kuna põhikooli matemaatika lõpueksami eesmärk on hinnata õppekavas sätestatud õpitulemuste saavutamist ning eksamil on fikseeritud maksimaalne punktisumma, võib selle eristusvõime kõrgemate tulemuste juures olla piiratud. Seetõttu ei pruugi väga tugevate õpilaste matemaatiline võimekus eksamitulemustes täielikult avalduda, mida tuleks silmas pidada eksamitulemuste arvestamisel järgmisesse kooliastmesse sisseastumisel.

Selline erinevus testide eristusvõimes ilmnes ka käesoleva töö lävendite võrdluse tulemustes. Nimelt saavutas 71% põhikooli matemaatikaeksamil alla 50% lävendi jäänud õpilastest siiski vähemalt PISA matemaatika baastaseme (2. tase). Tulemused viitavad sellele, et osa õpilasi, kellel on raskusi traditsioonilise ja protseduurilise eksamiformaadiga, võivad siiski toime tulla PISA tüüpi rakenduslike ülesannetega ning see viitab sellele, et põhikooli matemaatika lõpueksam ei pruugi täielikult peegeldada kõiki neid matemaatilise kirjaoskuse aspekte, mida PISA matemaatikatest mõõdab.

Ühe võimaliku selgitusena PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami mittetäielikule võrreldavusele analüüsiti kvalitatiivselt 2022. aasta põhikooli matemaatika

lõpueksami ülesandeid PISA matemaatikaraamistiku alusel. PISA raamistikus kirjeldati matemaatilist kirjaoskust peamiselt formuleerimise, rakendamise ning tõlgendamise protsessi kaudu, mille juures on oluline roll matemaatilisel arutlusoskusel (OECD, 2023a). Eksamiülesannete analüüs näitas, et 86–88% eksami kogupunktidest seostus matemaatiliste protseduuride rakendamisega, samas kui formuleerimise ja tõlgendamise osakaal jäi väikseks.

Kuigi põhikooli matemaatika lõpueksami eristuskirjas (Eristuskiri matemaatika, 2022) on välja toodud kõrgema taseme mõtlemisoskuste osakaal, ei kinnitanud käesolevas uurimuses kasutatud PISA matemaatikaraamistiku alusel tehtud analüüs sellist jaotust. Erinevus võib tuleneda sellest, et põhikooli lõpueksami eristus kiri ja PISA raamistik lähtuvad matemaatilise pädevuse erinevatest käsitlustest. Kuigi eksam sisaldas kontekstipõhiseid ülesandeid, jagunes enamik hindamisjuhendi punktidest siiski protseduuriliste tegevuste vahel (nt võrrandi lahendamine, arvutamine, valemi kasutamine). Samas ei tähenda protseduuriline rõhuasetus tingimata nõrka matemaatilist kirjaoskust, sest tugev protseduuriline baas võib toetada edukust ka PISA tüüpi ülesannetes.

Samas viitavad käesoleva töö tulemused sellele, et formuleerimise ning tõlgendamise väiksem osakaal võib piirata põhikooli matemaatika lõpueksami võimet eristada kõrgema taseme matemaatilise arutlusoskusega õpilasi. See võib osalt selgitada, miks testide tulemused ei olnud kogu jaotuse ulatuses täielikult võrreldavad ning miks sama eksamitulemus võis vastata erinevale PISA tasemele. Sellest tulenevalt võiks eksami arendamisel kaaluda suuremat rõhku ülesannetele, mis nõuavad lisaks matemaatiliste protseduuride rakendamisele ka probleemide formuleerimist, mudeldamist ning tulemuste tõlgendamist. Lisaks testide erinevale ülesehitusele võivad tulemuste erinevusi mõjutada ka õpilaste motivatsioon ja pingutus testisituatsioonis.

Käesoleva töö tulemused tõid muuhulgas välja hinde mõju motivatsioonile: 70,5% õpilastest märkisid, et nad pingutaksid rohkem juhul, kui tulemust arvestataks koolihindena. Sarnane tulemus on välja toodud ka PISA 2022 Eesti raportis (N = 6392), kus 72,5% õpilastest hindas, et nad pingutaksid rohkem, kui nad saaksid selle eest hinde (Tire *et al.*, 2023). See viitab sellele, et hindamisel on oluline roll õpilaste pingutuse kujundamisel ning kirjeldatud tendents on sarnane ka erinevates valimi alarühmades.

Saadud tulemused on kooskõlas varasemate uuringutega, mille kohaselt võib madala panusega testides, nagu PISA, mängida olulist rolli õpilaste motivatsioon ja pingutus (Borger *et al.*, 2025). Seetõttu võib osa erinevusest PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami tulemuste vahel tuleneda mitte ainult mõõdetavatest oskustest, vaid ka testisituatsiooni erinevast mõjust õpilaste motivatsioonile. Kuna põhikooli matemaatika lõpueksam on kõrge panusega test, võivad õpilased sellesse suhtuda tõsisemalt kui PISA uuringusse, mille tulemused ei mõjuta õpilase edasist käekäiku.

Tulemused viitavad ka sellele, et õpilaste enesehinnanguline pingutus võib olla oluline lisainfo testitulemuste tõlgendamisel. Sellest tulenevalt võiks tulevikus kaaluda õpilaste testipingutuse süsteemsemat enesehindamise kaasamist ka riiklike hindamiste juurde, et paremini mõista, millisel määral peegeldavad testitulemused õpilaste tegelikke teadmisi ja oskusi.

Kokkuvõtvalt viitavad töö tulemused sellele, et põhikooli matemaatika lõpueksam ja PISA matemaatikatest mõõdavad küll olulisel määral kattuvaid matemaatilisi teadmisi ja oskusi, kuid testide erinevad eesmärgid ja ülesehitus mõjutavad nende võrreldavust erinevatel sooritustasemetel. Eriti ilmnes see väga nõrkade ja väga tugevate õpilaste puhul. Seetõttu tuleks neid käsitleda pigem erinevaid matemaatilise pädevuse aspekte rõhutavate kui täielikult samaväärsete hindamisvahenditena.

Käesoleva töö tulemuste tõlgendamisel tuleb arvesse võtta mitmeid piiranguid. Saadud tulemused kehtivad gruppide tasandil ning ei ole mõeldud üksikõpilaste tulemuste otseseks tõlgendamiseks. Lisaks põhinesid testipingutuse näitajad õpilaste enesehinnangutel, mistõttu võivad vastuseid mõjutada subjektiivsed hinnangud ning kasutatud andmestik ei võimalda hinnata, kuivõrd peegeldasid õpilaste antud hinnangud nende tegelikku testisituatsioonis tehtud pingutust. Käesoleva töö kvalitatiivse analüüsi üheks piiranguks on asjaolu, et ülesannete klassifitseerimine PISA matemaatikaraamistiku alusel põhines peamiselt ühe uurija hinnangul. Kuna sõltumatuid paralleelseid kodeeringuid ei koostatud, tuleb tulemusi käsitleda uurija tõlgendusena. Edasistes uurimustes võiks kvalitatiivse analüüsi usaldusväärsuse suurendamiseks kaasata mitu sõltumatut hindajat. Lisaks keskendus käesolev uurimus üksnes PISA matemaatikatesti ja põhikooli matemaatika lõpueksami tulemuste seostele. Edasistes uuringutes võiks analüüsida ka PISA tulemuste seoseid teiste riiklike

hindamisvahenditega, näiteks põhikooli tasemetöö, et saada terviklikum ülevaade erinevate hindamisvahendite omavahelisest võrreldavusest.

Vaatamata väljatoodud piirangutele aitab käesolev magistritöö paremini mõista põhikooli matemaatika lõpueksami ja PISA matemaatikatesti tulemuste võrreldavust ning matemaatiliste pädevuste hindamise mitmetahulisust. Töö tulemused aitavad selgitada, miks võivad erinevad hindamisvahendid anda õpilaste matemaatilistest oskustest mõnevõrra erineva hinnangu, ning pakuvad seeläbi sisendit nii hindamistulemuste tõlgendamiseks kui ka eksamite ja teiste hindamisvahendite edasiseks arendamiseks.

Tänuõnad

Magistritöö autor tänab oma juhendajaid Hannes Jukki ja Tiina Kraavi. Eriline tänu kuulub Nele Tabale kannatlikkuse, statistiliste nõuannete ning põhjaliku tagasiside eest.

Kasutatud kirjandus

- Arismaa, H. (2022). *Põhikooli matemaatika lõpueksami analüüs 2022*.
<https://projektid.edu.ee/spaces/THO/pages/142574950/P%C3%B5hikooli+matemaatika+l%C3%B5pueksami+anal%C3%BC%C3%BCs+2022>
- Borger, L., Eklöf, H., Johansson, S., & Strietholt, R. (2025). The issue of test-taking motivation in low- and high-stakes tests: Are students underachieving in PISA? *Learning and Individual Differences, 122*, 102722.
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2025.102722>
- Borger, L., Johansson, S., & Strietholt, R. (2024). How representative is the Swedish PISA sample? A comparison of PISA and register data. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability, 36*(3), 365–383. <https://doi.org/10.1007/s11092-024-09438-5>
- Cartwright, F., Lalancette, D., Mussio, J., & Xing, D. (2003). *Linking provincial student assessments with national and international assessments* (Education, Skills and Learning, Research Papers 5). Statistics Canada.
<https://publications.gc.ca/collections/Collection/Statcan/81-595-MIE/81-595-MIE2003005.pdf>
- Ehmke, T., Köller, O., & Stanat, P. (2017). Äquivalenz der Erfassung mathematischer Kompetenzen in PISA 2012 und im IQB-Ländervergleich 2012. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 20*(S2), 37–59. <https://doi.org/10.1007/s11618-017-0751-5>
- Ehmke, T., van den Ham, A.-K., Sälzer, C., Heine, J., & Prenzel, M. (2020). Measuring mathematics competence in international and national large scale assessments: Linking PISA and the national educational panel study in Germany. *Studies in Educational Evaluation, 65*, 100847. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2020.100847>
- Eisenschmidt, E., Heidmets, M., Kitsing, M., Kasesalk, M., & Vanari, K. (2023). *Aim high and work hard: Building a world-class learning system in Estonia*.
- Eksamitöö matemaatika. (2022).
<https://projektid.edu.ee/spaces/THO/pages/313787500/P%C3%B5hikooli+l%C3%B5pueksamite+materjalid+2022>

Eristuskiri matemaatika. (2022).

<https://projektid.edu.ee/spaces/THO/pages/313787500/P%C3%B5hikooli+l%C3%B5pueksamite+materjalid+2022>

Eristuskiri matemaatika. (2026).

<https://projektid.edu.ee/spaces/THO/pages/313787911/P%C3%B5hikooli+l%C3%B5pueksamite+materjalid+2026>

ERR. (2024). Põhikooli matemaatika riigieksamil põrus kohati üle poole eksamitegijatest. *ERR*.

<https://www.err.ee/1609376510/pohikooli-matemaatika-riigieksamil-porus-kohati-ule-poole-eksamitegijatest>

Fischbach, A., Keller, U., Preckel, F., & Brunner, M. (2013). PISA proficiency scores predict educational outcomes. *Learning and Individual Differences*, 24, 63–72. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.10.012>

Hindamisjuhend. (2022).

<https://projektid.edu.ee/spaces/THO/pages/313787500/P%C3%B5hikooli+l%C3%B5pueksamite+materjalid+2022>

Jerrim, J. (2016). PISA 2012: How do results for the paper and computer tests compare? *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 23(4), 495–518. <https://doi.org/10.1080/0969594X.2016.1147420>

Jerrim, J., Micklewright, J., Heine, J.-H., Salzer, C., & McKeown, C. (2018). PISA 2015: How big is the ‘mode effect’ and what has been done about it? *Oxford Review of Education*, 44(4), 476–493. <https://doi.org/10.1080/03054985.2018.1430025>

Marôco, J. (2021). Portugal: The PISA Effects on Education. N. Crato (Toim), *Improving a Country's Education: PISA 2018 Results in 10 Countries* (lk 159–174). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-59031-4_8

Nortvedt, G. A. (2018). Policy impact of PISA on mathematics education: The case of Norway. *European Journal of Psychology of Education*, 33(3), 427–444. <https://doi.org/10.1007/s10212-018-0378-9>

- OECD. (2013). *Synergies for Better Learning: An International Perspective on Evaluation and Assessment*, PISA, OECD. <https://doi.org/10.1787/9789264190658-en>
- OECD. (2022). *PISA data*. <https://www.oecd.org/en/data/datasets/pisa-2022-database.html>
- OECD. (2023a). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*, PISA, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- OECD. (2023b). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*, PISA, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- OECD. (2024). *PISA 2022 Technical Report*, PISA, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/01820d6d-en>
- Pettersen, A., & Braeken, J. (2019). Mathematical Competency Demands of Assessment Items: A Search for Empirical Evidence. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(2), 405–425. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9870-y>
- Pulkkinen, J., & Rautopuro, J. (2022). The correspondence between PISA performance and school achievement in Finland. *International Journal of Educational Research*, 114, 102000. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2022.102000>
- Rozgonjuk, D., Täht, K., & Vassil, K. (2021). Internet use at and outside of school in relation to low- and high-stakes mathematics test scores across 3 years. *International Journal of STEM Education*, 8(1), 27. <https://doi.org/10.1186/s40594-021-00287-y>
- Schleicher, A. (2007). Can competencies assessed by PISA be considered the fundamental school knowledge 15-year-olds should possess? *Journal of Educational Change*, 8(4), 349–357. <https://doi.org/10.1007/s10833-007-9042-x>
- Sõber, J. (2020). *PISA 2018 ja põhikooli lõpueksamite tulemuste seosed eesti ja vene õppekeeleaga koolides* [Magistritöö, Tartu Ülikool]. <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/c8b3f3b7-abe2-41ac-82c2-c9d1e660f818/content>
- Tarim, K., & Tarku, H. (2022). Investigation of the Questions in 8th Grade Mathematics Textbook in terms of Mathematical Literacy. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(2), em0682. <https://doi.org/10.29333/iejme/11819>

Tartu Postimees. (2025, juuni 24). Enim põrujaid: Matemaatikaeksam valmistab noortele endiselt kõige suuremat peavalu. *Tartu Postimees*.

<https://tartu.postimees.ee/8274450/enim-porujaid-matemaatikaeksam-valmistab-noortele-endiselt-koige-suuremat-peavalu>

Tasemetööde ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite ettevalmistamise ja läbiviimise ning eksamitööde koostamise, hindamise ja säilitamise tingimused ja kord ning tasemetööde, ühtsete põhikooli lõpueksamite ja riigieksamite tulemuste analüüsimise tingimused ja kord, RT I, 09.01.2026, 30 (2026).

<https://www.riigiteataja.ee/akt/109012026030>

Tire, G., Puksand, H., Kraav, T., Jukk, H., Henno, I., Lindemann, K., Täht, K., Konstabel, K., Lorenz, B., & Kitsing, M. (2023). *PISA 2022 Eesti tulemused: Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused matemaatikas, funktsionaalses lugemises ja loodusteadustes*. Haridus- ja Noorteamet.

Vastavustabel matemaatika. (2022).

<https://projektid.edu.ee/spaces/THO/pages/313787500/P%C3%B5hikooli+l%C3%B5pueksamite+materjalid+2022>

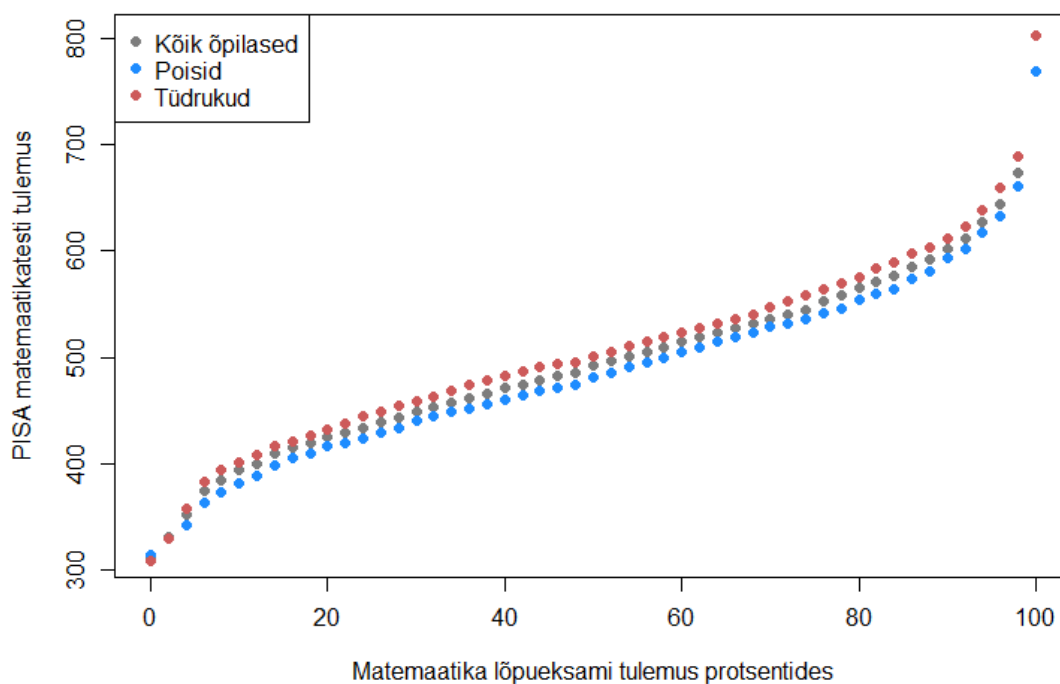
Wagner, I., Loesche, P., & Bißantz, S. (2022). Low-stakes performance testing in Germany by the VERA assessment: Analysis of the mode effects between computer-based testing and paper-pencil testing. *European Journal of Psychology of Education*, 37(2), 531–549. <https://doi.org/10.1007/s10212-021-00532-6>

Õpetajate Leht. (2023). PISA test: Eesti põhikooliõpilased on Euroopas esimesed ja maailma tugevaimate seas. *Õpetajate Leht*.

<https://www.opleht.ee/2023/12/eesti-pohikooli-opilaste-teadmised-on-euroopas-esimesed-ja-maailma-tugevaimate-seas/>

Lisad

Lisa 1. Võrdprotsentiili meetodil testitulemuste seostamine sugude lõikes



Joonis kirjeldab stabiilsusanalüüsi võrdprotsentiili meetodil leitud tulemusele. Halli värviga on kirjeldatud koguvalimi tulemus (sama, mis Joonis 3) ning sinise ja punasega vastavalt sama analüüsi tulemus poiste ja tüdrukute alamvalimite seas. Jooniselt nähtub, et hinnangu kuju ei sõltu soopõhisest alamvalimist.

Lisa 2. Eksamiülesannete kodeeringud PISA matemaatikaraamistiku alusel

1. ülesanne. Ristkülik					
Punktid	Eristavad matemaatilised tegevused	PISA sisuvaldkond	Põhjendus	PISA protsess	Põhjendus
2	Tippude tähistamine ja diagonaali joonestamine	Ruum ja kuju	Geomeetriliste objektide mõistmine	Rakendamine	Geomeetrilised objektid (joonestamine)
1	Ringjoone joonestamine	Ruum ja kuju	Geomeetiline konstruktsioon	Rakendamine	Geomeetrilise teadmise rakendamine ja joonestamine
1	Möötüühikute teisendamine	Kogus	Ühikud ja nende teisendamine	Rakendamine	Protseduuriline arvuline manipulatsioon
2	Diagonaali pikkuse arvutamine (Pythagoras)	Ruum ja kuju	Kolmnurga külgede vaheline seos	Rakendamine	Tuntud protseduur (Pythagoras) ja valemi rakendamine
1	Ristküliku pindala arvutamine	Ruum ja kuju	Pindala valemid	Rakendamine	Valemi rakendamine
1	Ringjoone pikkuse arvutamine	Ruum ja kuju	Ringjoone pikkuse valem	Rakendamine	Valemi rakendamine
2. ülesanne. Ruutfunktsioon					
Punktid	Eristavad matemaatilised tegevused	PISA sisuvaldkond	Põhjendus	PISA protsess	Põhjendus
3	Nullkohtade arvutamine ja koordinaatide esitamine	Muutused ja seosed	Funktsioonid	Rakendamine	Algebraalse protseduuri rakendamine
2	Haripunkti koordinaatide arvutamine	Muutused ja seosed	Funktsioonid	Rakendamine	Algebraalse protseduuri rakendamine
2	Graafiku joonestamine	Muutused ja seosed	Funktsioonid ja nende joonised	Rakendamine	Joonise tegemine
1	Kontroll, kas punkt asub graafikul (arvutustega)	Muutused ja seosed	Funktsiooni ja koordinaatide vahelise seose kontrollimine algebra abil	Rakendamine	Õpilane kontrollib arvutustega, puudub reaalse olukorra tõlgendamine
3. ülesanne. Avaldis					
Punktid	Eristavad matemaatilised tegevused	PISA sisuvaldkond	Põhjendus	PISA protsess	Põhjendus
3	Avaldise lihtsustamine (korrutamine, lihtsustamise abivalemid, koondamine)	Muutused ja seosed	Algebraalised avaldised, algebraalised teisendused ja algebraavaldistega manipuleerimine	Rakendamine	Algebrareeglite rakendamine
1	a väärtuse arvutamine	Muutused ja seosed	Kuigi arvutatakse, on keskmes siiski algebraalne avaldis	Rakendamine	Arvuline protseduur
1	Avaldise väärtuse leidmine	Muutused ja seosed	Algebraalise avaldise kasutamine	Rakendamine	Matemaatilise protseduuri rakendamine
3	Tegurdamine, lihtsustamise abivalem, taandamine	Muutused ja seosed	Algebraalised avaldised, algebraalised teisendused ja algebraavaldistega manipuleerimine	Rakendamine	Algebrareeglite rakendamine
4. ülesanne. Tekstülesanne					
Punktid	Eristavad matemaatilised tegevused	PISA sisuvaldkond	Põhjendus	PISA protsess	Põhjendus
2	Tundmatute kirjeldamine, võrrandisüsteemi koostamine	Muutused ja seosed	Võrrandid, võrrandisüsteemid, algebra	Formuleerimine	Reaalse olukorra tõlkimine matemaatiliseks mudeliks
3	Võrrandisüsteemi lahendamine	Muutused ja seosed	Võrrandid, võrrandisüsteemid, algebra	Rakendamine	Matemaatilise protseduuri rakendamine
3	Protsentiarvutus	Kogus	Arvulised suurused, protsendid	Rakendamine	Matemaatiline protseduur (protsentiarvutus)

5. ülesanne. Laulud ja statistika					
Punktid	Eristavad matemaatilised tegevused	PISA sisuvaldkond	Põhjus	PISA protsess	Põhjus
3	Keskmise leidmine	Määramatus ja andmed	Statistika ja keskmine	Rakendamine	Statistilise protseduuri kasutamine ja arvandmetega manipuleerimine
3	Protsentarvutus	Kogus	Protsentarvutus	Rakendamine	Matemaatiline protseduur (protsentarvutus)
2	Töenäosuse arvutamine	Määramatus ja andmed	Töenäosus ja selle arvutamine	Rakendamine	Töenäosuse arvutamise reegli rakendamine
6. ülesanne. Liivakast (valikülesanne)					
Punktid	Eristavad matemaatilised tegevused	PISA sisuvaldkond	Põhjus	PISA protsess	Põhjus
1	Mõõtühikute teisendamine	Kogus	Ühikud ja nende teisendamine	Rakendamine	Protseduuriline arvuline manipulatsioon
1	Mõistmine, et põhjenduse jaoks on vaja leida esialgse liivakasti ruumala	Ruum ja kuju	Ruumala leidmine	Formuleerimine	Mõistmine, et liiva mahutavuse kontrollimiseks tuleb võrrelda liiva ja uue liivakasti ruumalasisid
2	Kõrguse ja ruumala arvutamine	Ruum ja kuju	Ruumala leidmine	Rakendamine	Standardse protseduuri ja seejärel geomeetrilise valemi rakendamine
1	Teadmine, et korrapärane kuusnurk jaotub 6 võrdseks kolmnurgaks	Ruum ja kuju	Kujundite omadused	Formuleerimine	Matemaatilise struktuuri ja seose tundmine
1	Mõistmine, et põhjenduse jaoks on vaja leida uue liivakasti ruumala	Ruum ja kuju	Kujundi omadused, pindala arvutamine	Formuleerimine	Mõistmine, et liiva mahutavuse kontrollimiseks tuleb võrrelda liiva ja uue liivakasti ruumalasisid
2	Kuusnurga pindala leidmine	Ruum ja kuju	Kujundi omadused, pindala arvutamine	Rakendamine	Geomeetrilise protseduuri rakendamine ja valemi kasutamine
1	Ruumala arvutamine	Ruum ja kuju	Ruumala leidmine	Rakendamine	Geomeetrilise valemi rakendamine
1	Järelduse tegemine	Ruum ja kuju	Järeldus põhineb ruumalade võrdlemisel	Tõlgendamine	Tulemus seotakse tagasi reaalse olukorraga
7. ülesanne. Liikumine (valikülesanne)					
Punktid	Eristavad matemaatilised tegevused	PISA sisuvaldkond	Põhjus	PISA protsess	Põhjus
1	Mõõtühikute teisendamine	Kogus	Ühikud ja nende teisendamine	Rakendamine	Protseduuriline arvuline manipulatsioon
3	Võrrandi või võrrandisüsteemi koostamine ja tundmatute kirjeldamine	Muutused ja seosed	Sosed kiiruse, aja ja teepikkuse vahel	Formuleerimine	Reaalse olukorra tõlkimine matemaatiliseks mudeliks, tundmatute kirjeldamine
4	Võrrandi või võrrandisüsteemi lahendamine	Muutused ja seosed	Algebraalne modelleerimine	Rakendamine	Matemaatilise protseduuri rakendamine
2	Sisuline kontroll	Muutused ja seosed	Vastus väljendab kiiruse, aja ja teepikkuse vahelise mudeli tulemust	Tõlgendamine	Tulemus seotakse tagasi reaalse olukorraga

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Liisi Röömel,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose „PISA matemaatikatesti ja Eesti põhikooli matemaatika lõpueksami tulemuste võrreldavus 2022. aasta andmete põhjal”, mille juhendajad on Hannes Jukk ja Tiina Kraav, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada Tartu Ülikooli digitaalarhiivi kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni;
2. annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi kaudu Creative Commonsi litsentsiga CC BY NC ND 4.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni;
3. olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile;
4. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Liisi Röömel

19.05.2026