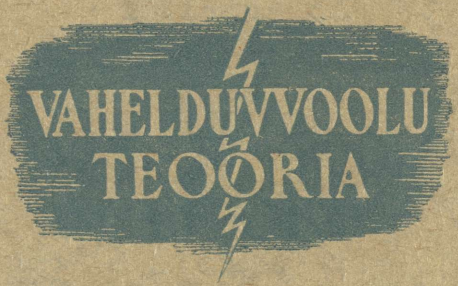
ROMAN HOLLMANN

ELEKTROTEHNIKA

II



R.K. „TEADUSLIK KIRJANDUS"

ROMAN HOLLMANN

ELEKTROTEHNIKA

II

VAHELDUVVOOLU TEOORIA

Kohustuslik kontrolleksemplar

RK „TEADUSLIK KIRJANDUS“
TARTU, 1948

Bibliotheca
Universitatis
Tartuensis
1948: 0 1051
13086
A-16600

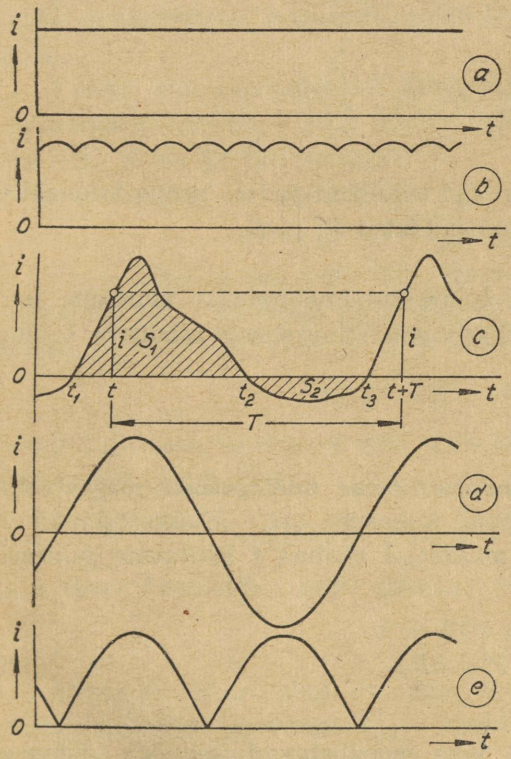
IV OSA.

Siinuseliselt muutuva vahelduvvoolu ring.

XXXVI peatükk.

SIINUSELISELT MUUTUV VOOL JA PINGE.

Elektrotehnikas esineb puhtakujuline alalisvool üsna harva. Juba tavaliselt alalisvoolu dünamolt saadav vool on nõrgalt pulseeruv



Joon. 218. Voolu mitmesugune ajaline kulgemine:
a — alalisvool,
b — pulseeruv vool,
c — perioodiliselt muutuv ehk vahelduvvool,
d — siinuseline vahelduvvool,
e — eelmine vool alaldatuna.

(joon. 218). Elavhõbe-alaldajailt, vaskoksüüd-alaldajailt, mehhaanilisilt kõrge- ja madalpinge alaldajailt saadav vool osutub pulseeruvaks juba väga suurel määral.

Kui vool muutub selliselt, et aja T möödudes kordub tema ajalise kulgemise pilt (joon. 218*c*), siis kõneleme perioodiliselt muutuvast voolust ehk vahelduvvoolust, nimetades kordumiseks kuluvat aega T perioodi vältuseks. Sellise voolu hetkväärtus, funktsioon ajast t,

$$i = f(t) = f(t + T) = f(t + 2T) = \ldots$$

Iga perioodiliselt muutuva voolu kõver on lahutatav alaliskomponendiks ja suureks arvuks harmoonilisteks, s. o. siinuseliselt muutuvaiks komponentideks. Ainult siis sisaldab vahelduvvool alaliskomponenti, kui ühe perioodi vältusel eri suundades voolavad elektrihulgad

$$Q_1 = \int_{t_1}^{t_2} i\,dt \quad \text{ja} \quad Q_2 = \int_{t_2}^{t_3} i\,dt$$

pole omavahel võrdsed. Nende elektrihulkadega on proportsionaalsed joonisel 218*c* viirutatuina näidatud pindalad S_1 ja S_2.

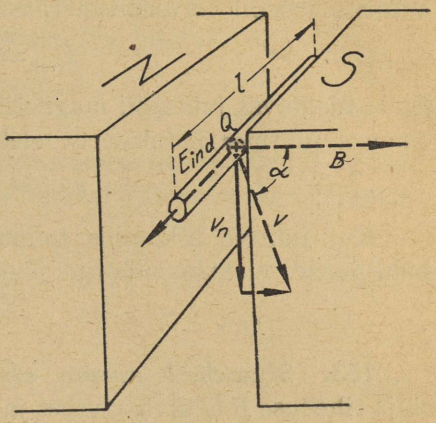
Vahelduvvoolu omaduste ja toime tundmaõppimist alustame tema lihtsaima vormi, s. o. harmooniliselt ehk siinuseliselt muutuva vooluga tutvumisest.

152. Elektromotoorse jõu indutseerumine homogeenses magnetväljas. Magnetvälja tiheduse definitsiooni kohaselt (vt. „Elektrotehnika I", ptk. XXVI) on väljatihedus B määratud voolust i läbitavale juhtmele pikkusega l avalduva jõuga P:

$$P = ilB, \tag{429}$$

kusjuures jõud, väljatihedus ja juhe moodustavad isekeskis täisnurga. Valemis olev vool on mõõdetav amprites, pikkus — cm-tes, väljatihedus — $\left[\frac{\text{Vs}}{\text{cm}^2}\right]$-tes ja jõud — $\left[\frac{\text{džaul}}{\text{cm}} = \frac{\text{Ws}}{\text{cm}}\right]$-tes; $1\,\frac{\text{Ws}}{\text{cm}} = 10{,}2$ kg.

Viibigu homogeenses, s. o. ühtlase tihedusega magnetväljas metallvarras, mille aktiivne, s. o. magnetväljast mõjutatav pikkus on l. Liikugu varras telgjoonega risti oleval sihil ja moodustagu tema liikumise kiirus v väljatiheduse B suunaga nurga α (joon. 219). Koos vardaga kistakse liikumise suunas kaasa ka varda seesmuses olevad vabad, kaootiliselt liikuvad elektronid, millede omaliikumise kiirusega liitub varda liikumise kiirus v. Seejuures magnetvälja olemasolu avaldub nii vabadele elektronidele kui ka kristalliinset võret moodustavaile metalli positiivsetele ioonidele mõjuva jõuna.



Joon. 219. Elektromotoorse jõu indutseerumine homogeenses magnetväljas liikuvas metallvardas.

Valemi 429 rakendamisel tuleb voolu i all mõista juhtmeelemendis pikkusega dl olevate vabade elektronide laengu Q ümberpaiknemist väljaga risti oleva kiiruse komponendi $v_n = v \sin \alpha$ suunas, s. o.

$$i = \frac{dQ}{dt},$$

ja l all — ajale dt vastavat välja suunaga risti toimuvat juhtme ümberpaiknemist dx_n. Viimane, väljendatuna kiiruse komponendi $v_n = v \sin \alpha$ kaudu, on

$$dx_n = v_n dt = v \sin \alpha dt.$$

Seega juhtmeelemendis olevale vabade elektronide laengule dQ mõjub suunas piki juhet jõud

$$dP = \frac{dQ}{dt} v \sin \alpha \, dt \cdot B = Bv \sin \alpha \, dQ$$

ja pikkust l omavale sirgele juhtmele — jõud

$$P = BQv \sin \alpha. \qquad (430)$$

Laengule mõjuv jõud on aga ekvivalentne juhtmes indutseeruva elektrilise väljatugevusega E_{ind}. Elektrilise väljatugevuse definitsiooni kohaselt (vt. „Elektrotehnika I", ptk. XXIII) ühtib viimase suund jõu suunaga, tema suurus on võrdeline jõuga P:

$$P = QE_{ind}.$$

Viimase valemi võrdlemisel valemiga 430 leiame:

$$E_{ind} = Bv \sin \alpha.$$

Et vaadeldaval juhtumil magnetiline väljatihedus on ühtlik, siis pikkust l omavas juhtmes indutseeruv elektromotoorne jõud

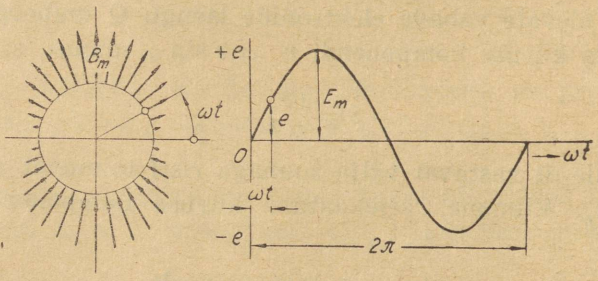
$$e = E_{ind}\, l = Blv \sin \alpha. \qquad (431a)$$

Kui juhtme liikumine toimub risti magnetväljaga, siis $\alpha = 90^0$ ja indutseeruv elektromotoorne jõud

$$e = Blv. \qquad (431b)$$

153. Siinuseliselt muutuv elektromotoorne jõud. Sõltuvana magnetvälja tiheduse B hetkväärtusest ja suunast omandab väljas konstantse kiirusega liikuv varras väljatiheduse hetkväärtusega võrdelise elektromotoorse jõu. Kui läheb korda luua ühtlase nurkkiirusega ω tiirleva varda liikumise ringteekonnal magnetväli siinuselist jaotust omava tihedusega, s. o.

$$B = B_m \sin \omega t,$$



Joon. 220. Siinuselist väljatiheduse jaotust omavas magnetväljas ühtlase nurkkiirusega tiirlevas vardas indutseerub ajas siinuseliselt muutuv elektromotoorne jõud.

siis muutub ajas siinuseliselt ka vardas indutseeruv elektromotoorne jõud, sest

$$e = Blv_n = B_m l v_n \sin \omega t,$$

millest

$$e = E_m \sin \omega t. \qquad (432)$$

Elektromotoorse jõu amplituud

$$E_m = B_m l v_n$$

on konstantne, sest ringteekonna kogu ulatusel kiirus v on risti väljatihedusega B, seega $v = v_n$; samuti on konstantsed väljatiheduse ampli-

tuud B_m ja varda pikkus l (joon. 220). On B ühikuks Vs/cm², l — cm ja v_n — cm/sec, siis indutseeruva elektromotoorse jõu ühikuks on

$$\frac{\text{volt} \cdot \text{sec}}{\text{cm}^2} \text{ cm } \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = \text{volt}.$$

Kui igas sekundis leiab aset f-kordne indutseerumise kordumine, s. o. kui toimub indutseerumine sagedusega f hertsi (herts = Hz = 1/sec), siis nurksagedus

$$\omega = 2\pi f \frac{1}{\text{sec}} \tag{433}$$

ja ühe perioodi vältus

$$T = \frac{1}{f} \text{ sec}. \tag{434}$$

Magnetväljas liikuvas vardas indutseeruva elektromotoorse jõu määramisel pole kohane tarvitada väljendust „magnetvälja jõujoonte lõikamine", millele võiks tulla ülaltoodu lugemisel. Füüsikaliselt pole „jõujooni" olemas. Selline oskussõna on kohane ainult rauapuru abil saadava magnetvälja pildi tekkimise seletamiseks, kusjuures rauapurule tõeliselt avaldub mehhaaniline jõud ja puru koondub joontena väljapildiks.

Elektromotoorne jõud tekib pooli aheldusvoo (hetkväärtuse)

$$\Psi = w_1 \Phi_1 + w_2 \Phi_2 + w_3 \Phi_3 + \ldots$$

ajalise muutumise tulemusena, kusjuures w_1 on vooga Φ_1 (hetkväärtus), w_2 — vooga Φ_2 jne. aheldatud ja järjestikku ühendatud keerdude arv. Indutseeruva elektromotoorse jõu hetkväärtus

$$e = -\frac{d\Psi}{dt}. \tag{435}$$

Siinuseliselt muutuva elektromotoorse jõu indutseerumiseks peab aheldusvoog muutuma ajas koosinuseliselt, s. o. tema hetkväärtus peab olema

$$\Psi = \Psi_m \cos \omega t = \Psi_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

millest elektromotoorse jõu hetkväärtus

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = \Psi_m \omega \sin \omega t = E_m \sin \omega t, \tag{436}$$

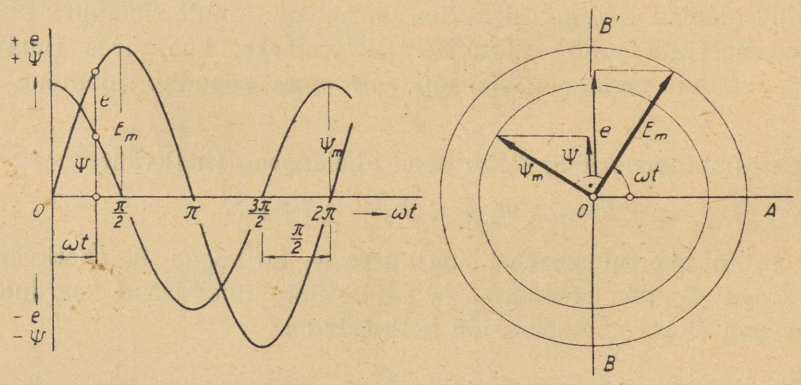
kusjuures elektromotoorse jõu amplituud

$$E_m = \Psi_m \omega.$$

Olles arvutanud aheldusvoo ja elektromotoorse jõu hetkväärtust mitmesugustel ajahetkedel osutub võimalikuks joonestada nende ajalist kulgemist, nagu see on näidatud joonisel 221:

Nurk $\omega t =$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	2π
$\Psi = \Psi_m \cos \omega t$	Ψ_m	$0{,}866\,\Psi_m$	$0{,}707\,\Psi_m$	$0{,}500\,\Psi_m$	0	$-0{,}707\,\Psi_m$	$-\Psi_m$	Ψ_m
$e = E_m \sin \omega t$	0	$0{,}500\,E_m$	$0{,}707\,E_m$	$0{,}866\,E_m$	E_m	$0{,}707\,E_m$	0	0

154. Diagrammvektorid siinuseliselt muutuvate suuruste kujutamiseks. Siinuseliselt muutuvate suuruste piltlikuks kujutamiseks saame tunduvalt lihtsama konstruktsiooni, kui kujutleme ümber punkti O (joon. 221) tiirlemas konstantse nurkkiirusega ω kujutatavate suuruste amplituude mingis mõõdus kujutavaid diagrammvektoreid. Joonisel on näidatud elektromotoorse jõu ja temast nurga $\pi/2$ ehk 90° võrra ees ole-



Joon. 221. Elektromotoorse jõu e ja aheldusvoo Ψ kujutamine siinus- ja koosinuskõveratena ning diagrammvektoritena.

vat aheldusvoogu kujutavad diagrammvektorid E_m ja Ψ_m, kusjuures ajaliselt ees olev aheldusvoog on kujutatud pööratuna elektromotoorsest jõust 90° vastu kellaosutite liikumise suunale. Seda suunda me edaspidi nimetamegi diagrammvektorite pöörlemise positiivseks suunaks. Lähtetelje OA suhtes, mille asukoht vastab vasakpoolse joonise koordinaatide teljestiku algusele, s. o. hetkele $t = 0$, on diagrammvektorite E_m ja Ψ_m nurgad hetkel t vastavalt ωt ja $\omega t + \pi/2$.

Ajamomendile t vastavate hetkväärtuste e ja Ψ graafiliseks määramiseks püstitame lähteteljele OA perpendikulaari BB'. Vektorite E_m ja

Ψ_m projektsioon sellele nn. a j a t e l j e l e on elektromotoorse jõu ja aheldusvoo hetkväärtused

$$e = E_m \sin \omega t \text{ ja } \Psi = \Psi_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \Psi_m \cos \omega t.$$

Samal ajal, kui diagrammvektorite positiivseks pöörlemise suunaks, seega ka nurga ωt positiivseks suunaks, on kellaosutite liikumisele vastu olev suund, on paigalseisvate vektorite suhtes võetava ajatelje positiivseks pöörlemise suunaks kellaosutite liikumise suund.

155. Vahelduvvoolu suuruste tipp-, kesk- ja efektiivväärtus. Sõltuvalt otstarbest on ajaliselt muutuvate suuruste iseloomustamine teostatav võnkumise tippväärtuse, poolele perioodile vastava keskväärtuse, tervele perioodile vastava ruutkeskmise ehk efektiivväärtuse ja nende kolme suuruse vahelise suhte määramise abil.

T i p p v ä ä r t u s e k s nimetame antud vahelduvvoolu kas positiivset või negatiivset suurimat väärtust vaadeldava perioodi kestusel.

A m p l i t u u d i nimetuse all mõistetakse siinuseliselt muutuva suuruse tippväärtust, kusjuures täieliku sümmeetrilisuse tõttu nii positiivse kui ka negatiivse poolperioodi amplituudid on võrdsed. Vastandina väikese tähega tähistatavale hetkväärtusele tähistatakse nii tippväärtus kui ka amplituud suure tähega, lisandades sellele indeksi m, näit. E_m, J_m.

K e s k v ä ä r t u s e all mõistetakse antud kõvera ordinaatide aritmeetilist keskmist poole perioodi ulatusel, s. o.

$$J_k = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} i dt.$$

Seega siinuseliselt muutuva voolu $i = J_m \sin \omega t$ keskväärtus

$$J_k = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} J_m \sin \omega t \, dt.$$

Et aga

$$\int_0^{T/2} \sin \omega t dt = \frac{1}{\omega} \int_0^{T/2} \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{1}{\omega} \Big| - \cos \omega t \Big|_0^{T/2} =$$

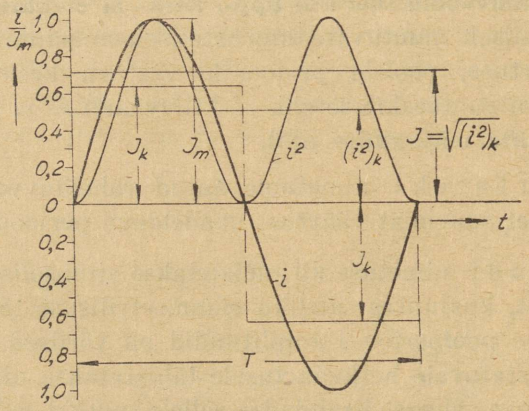
$$= \frac{T}{2\pi} \Big| - \cos \frac{2\pi}{T} t \Big|_0^{T/2} = \frac{T}{2\pi} (1 + 1) = \frac{T}{\pi},$$

siis siinuselise voolu poolperioodi keskväärtus

$$J_k = \frac{2}{T} J_m \frac{T}{\pi} = \frac{2}{\pi} J_m = 0{,}637\, J_m . \qquad (437)$$

Efektiivväärtus saadakse mitte antud kõvera, vaid tema abil joonestatava ruutkõvera, s. o. ordinaatide ruutude poolt kujundatava kõvera keskväärtuse ruutjuure määramise abil (joon. 222):

$$J = \sqrt{(i^2)_k} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \mathrm{d}t} .$$



Joon. 222. Voolu i amplituud J_m, keskväärtus J_k, ruutkõver i^2, viimase keskväärtus $(i^2)_k$ ja voolu efektiivväärtus $J = \sqrt{(i^2)_k}$.

Vahelduvvoolu efektiivväärtuse all mõistetakse voolu sellist väärtust J (indeksita), mis muundab takistuses R soojuseks niisama palju elektrienergiat kui sama tugevusega alalisvoolgi.

Aja $\mathrm{d}t$ vältel muundatakse takistuses R alalisvoolu J poolt soojuseks energia $J^2R\mathrm{d}t$. Sama aja vältel muundatakse vahelduvvoolu $i = J_m \sin \omega t$ poolt niisama suures takistuses energia $i^2R\mathrm{d}t = J_m{}^2 \sin^2 \omega t \cdot R\mathrm{d}t$. Voolu efektiivväärtuse definitsiooni kohaselt peavad iga ajavahemiku, sealhulgas ka perioodi T vältel need energiad olema võrdsed. Seega

$$\int_0^T J^2 R\mathrm{d}t = \int_0^T J_m{}^2 \sin^2 \omega t R\mathrm{d}t ,$$

millest

$$J^2RT = J_m{}^2 R \int_0^T \sin^2 \omega t \mathrm{d}t .$$

Et aga

$$\omega = 2\pi f \text{ ja } f = 1/T, \text{ millest } \omega = 2\pi/T,$$

ning

$$\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{2}\int_0^T (1 - \cos 2\omega t)\, dt = \frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega}\Big| \sin 2\omega t \Big|_0^T = \frac{T}{2},$$

siis

$$J^2 RT = J_m^2 R \frac{T}{2} \text{ või } J^2 = \frac{J_m^2}{2}.$$

Seega vahelduvvoolu efektiivväärtus, s. o. soojuslikult efektilt ekvivalentse alalisvoolu väärtus

$$J = \frac{J_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 J_m. \tag{438a}$$

Analoogiliselt on vahelduvpinge efektiivväärtus

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 U_m. \tag{438b}$$

Suhet tipp- ja efektiivväärtuse vahel J_m/J nimetatakse tipptegu-riks σ_t. Nagu näeme, on siinuseliselt muutuva vahelduvvoolu tipptegur

$$\sigma_t = \frac{J_m}{J} = \sqrt{2} = 1{,}414. \tag{439}$$

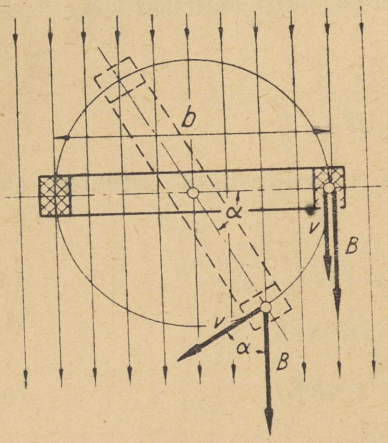
Võrreldes siinuseliselt muutuva voolu efektiiv- ja keskväärtust näeme, et esimene neist osutub suuremaks. Voolu (analoogiliselt ka pinge, voo jne.) efektiivväärtuse suhet keskväärtusega nimetatakse kuju-teguriks σ_k, mille suurus harmoonilistest moonutamata voolu korral on seega

$$\sigma_k = \frac{J}{J_k} = \frac{J_m/\sqrt{2}}{J_m 2/\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11. \tag{440}$$

Olgu siinkohal lugeja tähelepanu pööratud asjaolule, et tavaliste, vahelduvvoolu mõõtmisel kasutatavate pehmeraud-, elektrodünaamiliste ja kuumtraat-mõõteriistade hälbed on proportsionaalsed neid läbiva voolu ruuduga, mistõttu nad mõõdavad mitte pinge või voolu kesk-, vaid just efektiivväärtust. Vastandina nendele mõõteriistadele on üle alaldaja vahelduvvoolu võrku ühendatava alalisvoolu mõõtmisel kasutatava pöördpool-riista hälbed proportsionaalsed seda riista läbiva voolu keskväärtusega.

Näide 110. Homogeenses magnetväljas, mille tihedus $B = 900$ gaussi $= 900 \cdot 10^{-8}$ Vs/cm^2, pöörleb ühtlase kiirusega, tehes 500 pööret

minutis, nelinurkne pool, mille keskmine laius $b = 40$ ja keskmine pikkus $l_p = 80$ mm ning mille järjestikku ühendatud keerdude arv $w = 200$. Määrata poolis indutseeruva elektromotoorse jõu hetkväärtus seostatuna pooli pöördumisnurgaga α (joon. 223).



Joon. 223. Elektromotoorse jõu indutseerumine ühtlases magnetväljas pöörlevas poolis.

Lahendus A. Valemi 431a kohaselt indutseerub igas magnetväljas liikuvas vardas elektromotoorne jõud $e = Blv \sin \alpha$, kus α on nurk väljatiheduse ja varda liikumise, seega ka kiiruse suuna vahel. Antud juhtumil $B = const$, magnetväljas viibivate järjestikku ühendatud aktiivsete varraste kogupikkus

$$l = 2l_p\, w = 2 \cdot 8 \cdot 200 = 3200 \text{ cm},$$

varda konstantne liikumise kiirus

$$v = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 500}{60} = 104{,}7 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

ja sujuvalt muutuv nurk $\alpha = \omega t$, milles nurkkiirus

$$\omega = \frac{2\pi 500}{60} = 52{,}4 \frac{1}{\text{sec}}.$$

Seega indutseerub poolis elektromotoorne jõud hetkväärtusega

$$e = Blv \sin \alpha = 900 \cdot 10^{-8} \cdot 3200 \cdot 104{,}7 \sin 52{,}4t = 3{,}02 \sin 52{,}4t \text{ volti},$$

kusjuures tema amplituud $E_m = 3{,}02$ V ja aja arvamist alustatakse hetkest, mil nurk välja ja kiiruse vahel on null, s. o. pooli olles horisontaalasendis.

Lahendus B. Valemi 435 kohaselt sõltub indutseeruva elektromotoorse jõu hetkväärtus aheldusvoo Ψ muutumise kiirusest $d\Psi/dt$. Pooli olles risti magnetväljaga aheldub tema kõigi keerdudega praktiliselt üks ja sama voog Φ_m, mille suurus on pooli pindala $S = bl_p$ ja väljatiheduse B korrutis:

$$\Phi_m = S_m B = bl_p B = 4 \cdot 8 \cdot 900 \cdot 10^{-8} = 28\,800 \cdot 10^{-8} \text{ Vs.}$$

Pooli olles pöördunud nurga $\alpha = \omega t$ võrra, on väljaga risti olev pindala, seega ka pooliga aheldav voog, vähenenud cos ωt kordselt. Seega hetkel t aheldusvoog

$$\Psi = w\Phi_m \cos \omega t$$

ja indutseeruv elektromotoorne jõud

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -w\Phi_m \frac{d \cos \omega t}{dt} = w\Phi_m \omega \sin \omega t =$$

$$= 200 \cdot 28\,800 \cdot 10^{-8} \cdot 52{,}4 \sin 52{,}4t = 3{,}02 \sin 52{,}4t \text{ volti.}$$

Sama tulemuse andis ka lahendus A.

XXXVII peatükk.

TEGEVTAKISTUS JA INDUKTIIVSUS VAHELDUVVOOLU RINGIS.

156. Tegevtakistus. Metalljuhet läbiv vool põhjustab magnetvälja tekkimist nii juhet ümbritsevas ruumis kui ka juhtme seesmuses. Perioodiliselt oma suurust ja suunda muutev magnetväli on põhjuseks elektromotoorse jõu indutseerumisele juhtme sisemuses ja seega pöörisvoolu ning soojusliku lisakao tekkimisele (vt. „Elektrotehnika I", ptk. XXIX, p. 111). Seetõttu osutub sama tugevusega alalisvoolu poolt tekitatav soojuse hulk väiksemaks vahelduvvoolu poolt tekitatavast. Jäädes soojuse hulga arvutamisel ka vahelduvvoolu korral valemi $Q = 0{,}24J^2Rt$ juurde oleme sunnitud loobuma alalisvoolu korral valemi $R_a = \varrho l/q$ järgi arvutatavast nn. oomtakistusest ja võtma tarvitusele temast suurema nn. tegevtakistuse R_v. Vahe tegev- ja oomtakistuse vahel on seda suurem, mida suurem on sagedus ja juhtme ristlõige. Suhe

$$\varepsilon = \frac{\text{tegevtakistus}}{\text{oomtakistus}} > 1$$

kannab pöörisvooluteguri ε nimetust. Tema abil arvutatav tegevtakistus

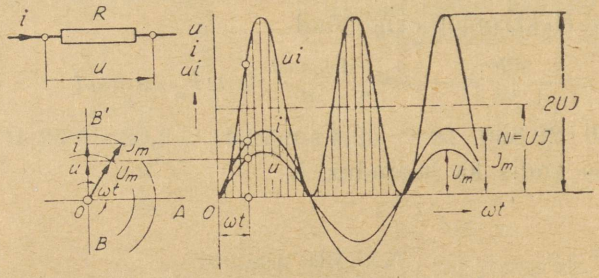
$$R_v = \varepsilon R_a. \qquad (441)$$

157. Tegevtakistuses soojuseks muunduv võimsus. Joonisel 224 toodud tegevtakistust R läbiv vool

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = J_m \sin \omega t$$

on f a a s i s teda põhjustava pingega, s. o. vool omandab siinuskõverat iseloomustavaid null- ja maksimaalväärtusi samaaegselt pingega. Kasutades hetkväärtuste asemel efektiivväärtusi vool

$$J = \frac{U}{R}.$$



Joon. 224. Tegevtakistust sisaldava vooluringi vektordiagramm ja pinge, voolu ning võimsuse kõverad.

Joonisel toodud vektordiagrammi vektorid U_m ja $J_m = U_m/R$ kujutavad pinge ning voolu amplituude, nende projektsioon ajateljele BB' määrab nurgale ωt vastavaid pinge ja voolu hetkväärtusi u ja i. Et aga nii pinge kui ka voolu efektiivväärtus suhtub oma amplituudisse alati nagu $1 : \sqrt{2}$, siis osutub võimalikuks, tavaliselt aga ka otstarbekamaks, kasutada vektordiagrammi joonestamisel nii pinge kui ka voolu efektiivväärtusi. Tuleb aga pidada silmas, et sellisel korral joonisel mõõdetavad hetkväärtused on $\sqrt{2} = 1{,}414$-kordselt väiksemad tõelikest.

Takistuses soojuseks muunduva võimsuse hetkväärtus

$$ui = U_m \sin \omega t \cdot J_m \sin \omega t = \frac{U_m J_m}{2} (1 - \cos 2\omega t) =$$

$$= \frac{U_m J_m}{\sqrt{2}\sqrt{2}} (1 - \cos 2\omega t) = UJ - UJ \cos 2\omega t. \qquad (442a)$$

Viimase valemi esimene, sagedusest sõltumatu liige UJ määrab võimsuse t e g e v v õ i m s u s e k s nimetatava keskväärtuse

$$N = UJ, \qquad (442b)$$

sagedusest sõltuv liige aga määrab võimsuse kõikumise kahele poole keskväärtust kahekordse sagedusega 2ω, selle võnkumise amplituudi olles samuti UJ. Siit, nagu jooniseltki, selgub, et võimsuse hetkväärtus kõigub piirides 0 kuni $2UJ$ vatti.

N ä i d e 111. Triikraua kütteelemendi tegevtakistus $R = 110\ \Omega$, võrgupinge $U = 220\ V$. Määrata kütteelementi läbiva voolu amplituud ja keskväärtus ning kütteelemendis soojuseks muunduv võimsus.

L a h e n d u s. Voolu efektiivväärtus

$$J = \frac{U}{R} = \frac{220}{110} = 2{,}00\ \text{A},$$

tema amplituud

$$J_m = \sqrt{2}\,J = \sqrt{2} \cdot 2{,}00 = 2{,}83\ \text{A}$$

ja keskväärtus

$$J_k = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} J_m = 0{,}637 \cdot 2{,}83 = 1{,}80\ \text{A} \quad \text{ehk} \quad J_k = \frac{J}{\sigma_k} = \frac{2{,}00}{1{,}11} = 1{,}80\ \text{A}.$$

Triikrauas soojuseks muunduv võimsus

$$N = UJ = 220 \cdot 2{,}00 = 440\ \text{W}.$$

158. Pinge tegev- ja ebakomponendid. Kui vooluring sisaldab nii tegevtakistust kui ka induktiivsust L, siis indutseerib vooluringiga aheldav magnetvoog viimases v a s t u e l e k t r o m o t o o r s e j õ u $e = -\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}t$. Rauda mittesisaldava magnetringi korral on voolu i poolt põhjustatav aheldusvoog Ψ proportsionaalne vooluga, s. o. $\Psi = Li$, (vt. „Elektrotehnika I", ptk. XXXIII, p. 135) ja seega vooluringis indutseeruv vastuelektromotoorne jõud

$$e = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}.$$

Siinuseliselt muutuva voolu $i = J_m \sin \omega t$ korral

$$e = -L\frac{\mathrm{d}(J_m \sin \omega t)}{\mathrm{d}t} = -\omega L J_m \cos \omega t =$$

$$= J_m \omega L \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = E_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \qquad (443)$$

milles indutseeruva vastuelektromotoorse jõu amplituud

$$E_m = J_m \omega L.$$

Valemist 443 selgub, et indutseeruv vastuelektromotoorne jõud on $\pi/2$ ehk veerand perioodi t a g a teda põhjustavast voolust. Et aga indut-

seeruv vastuelektromotoorne jõud takistab voolu muutumist, siis voolu säilitamiseks peab vooluallika poolt antama seda vastuelektromotoorset jõudu tasakaalustav, seega temaga vastufaasis olev induktiivne pingekomponent ehk indutseeruv pinge

$$u_L = -e.$$

Ohmi seaduse kohaselt on vooluringis tekkiva voolu hetkväärtus i võrdeline vooluringis mõjuva välise pinge u ja vastuelektromotoorse jõu e hetkväärtuste algebralise summaga ja vastuvõrdeline vooluringi takistusega. Seega

$$i = \frac{u+e}{R}, \text{ millest } u = iR - e.$$

Vektordiagrammi joonestamisel on sobivam lähtuda võrgupinge u komponentidest iR ja $u_L = L\frac{di}{dt}$; seega

$$u = iR + u_L = iR + L\frac{di}{dt}.$$

Et aga vool $i = J_m \sin \omega t$ ja tema tuletis

$$\frac{di}{dt} = \omega J_m \cos \omega t = \omega J_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

siis võrgupinge

$$u = J_m R \sin \omega t + J_m \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{444a}$$

osutub koosnevaks vooluga faasis olevast nn. tegev- ehk aktiivkomponendist

$$u_a = J_m R \sin \omega t = U_{am} \sin \omega t \tag{444b}$$

ja voolust 90° ees olevast eba- ehk reaktiivkomponendist

$$u_r = J_m \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{rm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{444c}$$

159. Siinuseliselt muutuvate suuruste liitmine ja lahutamine. Kahe sama sagedusega siinuseliselt muutuva suuruse summa on sama sagedusega siinuseliselt muutuv suurus. Pingete

$$u_1 = U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) \text{ ja } u_2 = U_{2m} \sin(\omega t + \psi_2)$$

liitmisel resulteeriv pinge

$$u = u_1 + u_2 = U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(\omega t + \psi_2) =$$
$$= U_{1m}(\sin \omega t \cos \psi_1 + \cos \omega t \sin \psi_1) + U_{2m}(\sin \omega t \cos \psi_2 + \cos \omega t \sin \psi_2).$$

Pärast ümberrühmitamist pinge

$$u = \sin \omega t\,(U_{1m} \cos \psi_1 + U_{2m} \cos \psi_2) + \cos \omega t\,(U_{1m} \sin \psi_1 + U_{2m} \sin \psi_2).$$

Et aga sulgavaldised on ajast sõltumatud konstantsed suurused, millede asemel võime kasutada samuti konstantseks jäävaid lühendeid

$$U_{1m} \cos \psi_1 + U_{2m} \cos \psi_2 = U_m \cos \psi \tag{445a}$$

ja

$$U_{1m} \sin \psi_1 + U_{2m} \sin \psi_2 = U_m \sin \psi, \tag{445b}$$

siis resulteeriv pinge

$$u = U_m \sin \omega t \cos \psi + U_m \cos \omega t \sin \psi =$$
$$= U_m (\sin \omega t \cos \psi + \cos \omega t \sin \psi) = U_m \sin (\omega t + \psi).$$

Viimases avaldises esinevate ψ ja U_m leidmiseks jagame teineteisega avaldised 445b ja 445a ning saame:

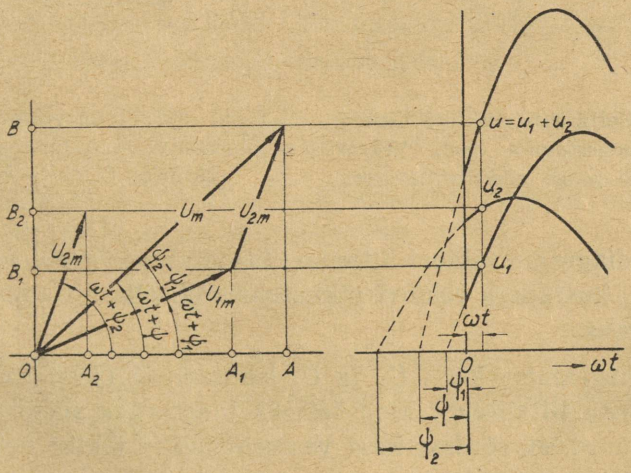
$$\frac{\sin \psi}{\cos \psi} = \operatorname{tg} \psi = \frac{U_{1m} \sin \psi_1 + U_{2m} \sin \psi_2}{U_{1m} \cos \psi_1 + U_{2m} \cos \psi_2}. \tag{446}$$

Samade avaldiste astendamisel ja liitmisel saame:

$$U_m^2 (\sin^2 \psi + \cos^2 \psi) = U_{1m}^2 (\sin^2 \psi_1 + \cos^2 \psi_1) + U_{2m}^2 (\sin^2 \psi_2 +$$
$$+ \cos^2 \psi_2) + 2U_{1m} U_{2m} (\cos \psi_1 \cos \psi_2 + \sin \psi_1 \sin \psi_2),$$

millest pinge amplituud

$$U_m = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m} U_{2m} \cos (\psi_2 - \psi_1)}. \tag{447}$$



Joon. 225. Kahe siinuseliselt muutuva pinge liitmine.

Arutletul põhineb diagrammvektoritena esitatavate siinuseliselt muutuvate suuruste geomeetriline liitmine (joon. 225). Joonisel toodud vektorite U_{1m} ja U_{2m} asetus vastab hetkele t vektorite olles pööratud algteljest OA nurga $\omega t + \psi_1$ ja $\omega t + \psi_2$ võrra. Vektorite U_{1m}, U_{2m} ja U_m poolt moodustatavas kolmnurgas on kolmnurga pikim külg

$$U_m = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos(\psi_2 - \psi_1)},$$

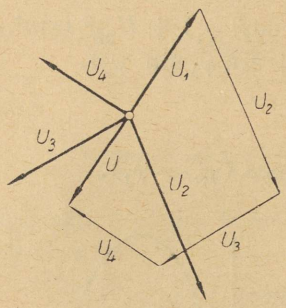
mis valemi 447 kohaselt vastab liitpinge amplituudile. Samal ajal

$$\operatorname{tg}(\omega t + \psi) = \frac{\overline{PA}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB_1} + \overline{B_1B}}{\overline{OA_1} + \overline{A_1A}} = \frac{U_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m}\sin(\omega t + \psi_2)}{U_{1m}\cos(\omega t + \psi_1) + U_{2m}\cos(\omega t + \psi_2)}.$$

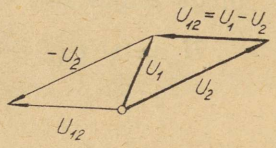
Hetkel $t = 0$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{U_{1m}\sin\psi_1 + U_{2m}\sin\psi_2}{U_{1m}\cos\psi_1 + U_{2m}\cos\psi_2},$$

mis valemi 446 kohaselt vastab resulteeruva kõvera nihkenurga tangensile.



Joon. 226. Nelja pingevektori liitmine polügooni joonestamise teel. Vektori pikkus vastab pinge efektiivväärtusele.



Joon. 227. Pingevektorite U_1 ja U_2 lahutamine. Lahutamine on samaväärne vektorite U_1 ja $-U_2$ liitmisega.

Mitme diagrammvektori liitmine lihtsustub polügooni joonestamisega (joon. 226), kusjuures vektori pikkuseks võib olla nii amplituud kui ka efektiivväärtus.

Kahe diagrammvektori U_1 ja U_2 lahutamisel (joon. 227) toimitakse nagu vektorite liitmiselgi, kuid teiseks liidetavaks võetakse lahutatava vektoriga suuruselt võrdne, kuid vastusuunaline vektor $-U_2$:

$$\bar{U}_{12} = \bar{U}_1 - \bar{U}_2 = \bar{U}_1 + (-\bar{U}_2).$$

160. Induktiivsus vahelduvvoolu ringis. Tulles tagasi valemi 444a juurde näeme, et vooluringi klemmidel olev pinge

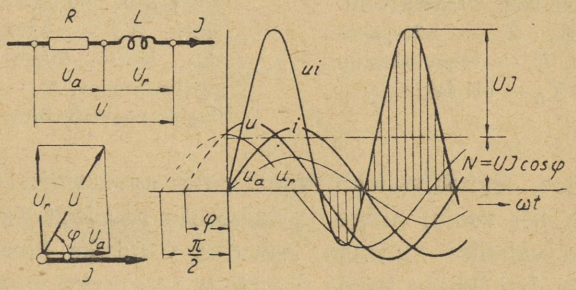
$$u = J_m R \sin \omega t + J_m \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

on voolust ees nurga φ võrra (joon. 228), mille tangens valemi 446 kohaselt, kui $\psi_1 = 0$ ja $\psi_2 = \pi/2$,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_m R \sin 0 + J_m \omega L \sin \pi/2}{J_m R \cos 0 + J_m \omega L \cos \pi/2} = \frac{J_m \omega L}{J_m R} = \frac{\omega L}{R} \qquad (448)$$

ja mille amplituud valemi 447 kohaselt

$$U_m = \sqrt{(J_m R)^2 + (J_m \omega L)^2 + 2 J_m R J_m \omega L \cos \pi/2} = J_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \qquad (449a)$$



Joon. 228. Tegevtakistust ja induktiivsust sisaldav vooluring.

Viimasest valemist on tuletatav seos voolu ja pinge vahel ehk nn. Ohmi seadus induktiivsust sisaldavale vooluringile:

$$J_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{U_m}{Z}. \qquad (449b)$$

Valemi nimetajas olev ja nagu tegevtakistuski oomides mõõdetav vooluringi nn. näivtakistus ehk impedants

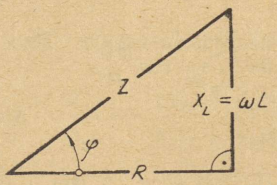
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2} \qquad (450)$$

on kujutatav täisnurkse kolmnurga hüpotenuusina (joon. 229), kusjuures kolmnurga kaatetiteks on tegevtakistus R ja samuti oomides mõõdetav induktiivne ebatakistus

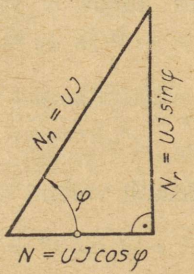
$$X_L = \omega L \left[\frac{1}{\text{sec}} \cdot \Omega \text{ sec} = \Omega\right]. \qquad (451)$$

Kaateti R ja hüpotenuusi Z vaheline nurk φ vastab voolu ja pinge vahelisele nihkenurgale φ, sest ka tema tangens valemi 448 kohaselt

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}.$$



Joon. 229. Takistuskolmnurk. Z — näivtakistus, R — tegevtakistus, X_L — ebatakistus.



Joon. 230. Võimsuskolmnurk. N_n — näivvõimsus, N — tegev- ehk aktiivvõimsus, N_r — eba- ehk reaktiivvõimsus.

Nagu näeme, osutub vahelduvvoolu ringi arvutamisel vajalikuks opereerida rööbiti nii voolu, pinge ja takistuse absoluutväärtusega kui ka pinge ja voolu vahelise nurgaga. Arvutus muutuks ülevaatlikumaks ja kompaktsemaks, kui läheks korda ühendada tervikuks käsitletava suuruse absoluutväärtust ja tema juurde kuuluvat nurka. Allpool õpime sellist meetodit tundma „sümboolse meetodi" nime all.

161. Tegev-, eba- ja näivvõimsus ning võimsustegur. Võimsuse hetkväärtus induktiivsust sisaldavas vooluringis

$$ui = U_m \sin(\omega t + \varphi) \cdot J_m \sin \omega t = U_m J_m \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t =$$

$$= U_m J_m \left[\frac{\cos(\omega t + \varphi - \omega t)}{2} - \frac{\cos(\omega t + \varphi + \omega t)}{2}\right] = \frac{U_m J_m}{2} [\cos\varphi -$$

$$- \cos(2\omega t + \varphi)] = \frac{U_m J_m}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \cos\varphi - \frac{U_m J_m}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \cos(2\omega t + \varphi) =$$

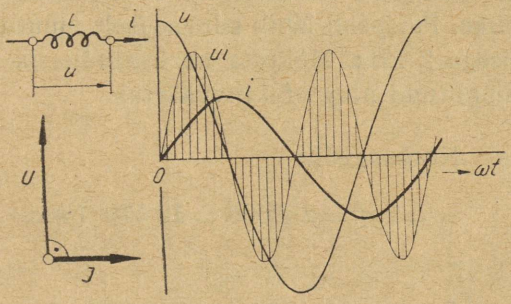
$$= UJ\cos\varphi - UJ\cos(2\omega t + \varphi). \qquad (452)$$

Nagu selgub, omab võimsuse hetkväärtus ka induktiivsust sisaldavas vooluringis ajast sõltumatut, tegevvõimsuseks N nimetatavat keskväärtust

$$N = UJ\cos\varphi, \qquad (453)$$

millest ta võngub kahele poole sagedusega 2ω, võnkumise amplituudi olles UJ (joon. 228). Mida suurem on valemis oleva pinge ja voolu vaheline nihkenurk φ, seda väiksemaks osutub võimsusteguriks nimetatav $\cos\varphi$ ja seda väiksemaks ka tegevvõimsus.

Nagu nähtub jooniselt, on võimsuse kõvera ja abstsisstelje vaheline viirutatud pindala $\int_0^t uidt$ mõõduks vahelduvvoolu allikalt aja t vältel saadavale energiale ehk tööle. Poolperioodi ühe osa (nurga $\omega \frac{T}{2} - \varphi$) ulatusel energia voolab vooluallikast tarbijasse, poolperioodi teise osa (nurga φ) ulatusel ta omab negatiivse eelmärgi ja antakse tarbija poolt generaatorile tagasi. Vahe generaatorist tuleva ja temasse tagasi voolava energia vahel muundub soojuseks tarbija tegevtakistuses R.



Joon. 231. Vool, pinge ja võimsus ainult induktiivtakistust omavas vooluringis.

Puudub vooluringis induktiivsus täielikult, siis nurk $\varphi = 0$, seega $\cos\varphi = 1$ ja kogu generaatorilt saadav energia muundub soojuseks (joon. 224). Sellises vooluringis olev tegevvõimsus $N = UJ$. Kui vooluring koosneb takistusvabast induktiivsusest (joon. 231), siis pinge ja voolu vaheline nurk $\varphi = 90^0$, võimsustegur $\cos\varphi = 0$ ja null on ka generaatorilt võetav tegevvõimsus $N = UJ\cos 90^0 = 0$. Vooluallikalt veerandperioodi vältel saadav energia osutub võrdseks järgmisel veerandperioodil tagasiantavaga (joonisel viirutatud pindalad).

Induktiivsust sisaldavas vooluringis on võimalik opereerida voltampritesmõõdetava ja näivvõimsuseks nimetatava puhtarvutusliku suurusega

$$N_n = UJ, \tag{454}$$

jättes arvesse võtmata voolu ja pinge vahelist ajalist nihet. Valemite 453 ja 454 alusel on võimalik joonestada võimsuskolmnurka (joon. 230),

mille kaatetiteks on vattides mõõdetav tegevvõimsus $N = UJ \cos \varphi$ ja v a r'ides (voltamper-reaktiivne) mõõdetav magnetvälja tekitamisele kuluv e b a v õ i m s u s

$$N_r = UJ \sin \varphi \tag{455}$$

ning mille hüpotenuusiks on voltamprites mõõdetav näivvõimsus $N_n = UJ$. Tegev- ja näivvõimsuse vaheline nurk φ on sama, mis takistuskolmnurgaski ja võrdub pinge ning voolu vahelise nihkenurgaga.

Võimsuse mõõtmisel kasutatavatest ühikutest

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W ja } 1 \text{ MW} = 1000 \text{ kW.}$$

N ä i d e 112. Paispooli induktiivsus $L = 1$ mH, tegevtakistus aga on tähtsusetult väike. Paispooli läbib siinuseliselt muutuv vool tugevusega 6,18 A ja sagedusega 2 kHz. Määrata nurksagedus ja paispooli klemmidel oleva pinge amplituud ning efektiivväärtus.

L a h e n d u s. Nurksagedus

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 2000 = 12\,570 \text{ 1/sec,}$$

voolu amplituud

$$J_m = J\sqrt{2} = 6{,}18\sqrt{2} = 8{,}75 \text{ A,}$$

pinge amplituud

$$U_m = J_m \omega L = 8{,}75 \cdot 12\,570 \cdot 0{,}001 = 110 \text{ V,}$$

pinge efektiivväärtus

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{110}{\sqrt{2}} = 77{,}8 \text{ V.}$$

Arvutatud pinge on voolust ajaliselt ees 90^0.

N ä i d e 113. Paispool induktiivsusega $L = 0{,}03$ H omab tegevtakistust $R = 5\ \Omega$ ja on ühendatud vahelduvvoolu võrku, mille pinge $U = 110$ V ja sagedus $f = 50$ Hz. Määrata paispooli vool, võimsus, nurk pinge ja voolu vahel, võimsustegur ning joonestada vektordiagramm ja voolu ning pinge kõverad (joon. 232).

L a h e n d u s. Induktiivtakistus

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi 50 \cdot 0{,}03 = 9{,}425\ \Omega,$$

näivtakistus

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{5^2 + 9{,}425^2} = 10{,}66\ \Omega,$$

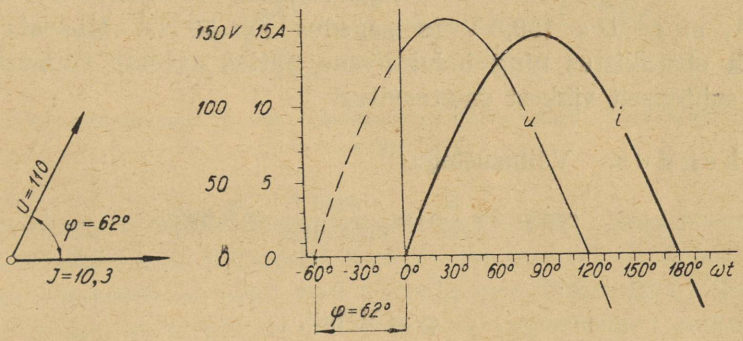
vool

$$J = \frac{U}{Z} = \frac{110}{10{,}66} = 10{,}30\ \text{A},$$

pinge ja voolu vaheline nurk

$$\varphi = \text{arc tg}\ \frac{X_L}{R} = \text{arc tg}\ \frac{9{,}425}{5} = 62^0.$$

Näivvõimsus $N_n = UJ = 110 \cdot 10{,}30 = 1133$ VA,
tegevvõimsus $N = UJ \cos\varphi = 1133 \cos 62^0 = 532$ W,
ebavõimsus $N_r = UJ \sin\varphi = 1133 \sin 62^0 = 1000$ var.



Joon. 232. Pinge ja voolu kõverad ning vektordiagramm näitele 113.

N ä i d e 114. Nimipingel $U = 440$ V ja -sagedusel $f = 50$ Hz on ühefaasise transformaatori tühijooksuvool $J_0 = 8{,}3$ A. Mähise takistuse mõõtmisel alalisvooluga tekkis pingel $U_1 = 28{,}4$ V vool $J_1 = 2{,}68$ A. Määrata transformaatori mähise induktiivsus ja võimsustegur tühijooksul oletusel, et mähise tegevtakistus on praktiliselt võrdne oomtakistusega.

L a h e n d u s. Alalisvooluga mõõdetud oomtakistus

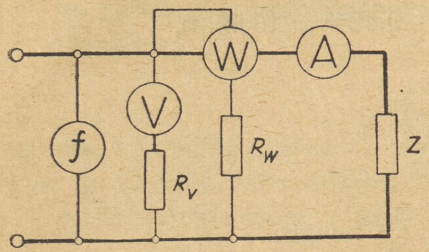
$$R = \frac{U_1}{J_1} = \frac{28{,}4}{2{,}68} = 10{,}6\ \Omega.$$

Mõõtmisel vahelduvvooluga pinge U koosnes tegevkomponendist

$$U_t = J_0 R = 8{,}3 \cdot 10{,}6 = 88\ \text{V}$$

ja ebakomponendist

$$U_e = \sqrt{U^2 - U_t^2} = \sqrt{440^2 - 88^2} = 431\ \text{V}.$$



Joon. 233. Ühendusskeem näitele 115.

Et aga pinge ebakomponent

$$U_e = JX_L = J \cdot 2\pi fL,$$

siis mähise induktiivsus

$$L = \frac{U_e}{J \cdot 2\pi f} = \frac{431}{8{,}3 \cdot 2\pi\, 50} = 0{,}165 \text{ H}.$$

Tühijooksu-võimsustegur

$$\cos \varphi_0 = \frac{U_t}{U} = \frac{88}{440} = 0{,}20.$$

N ä i d e 115. Induktiivse tarbija tegev- ja ebatakistuse määramisel joonisel 233 näidatud skeemi abil mõõdeti: tegevvõimsus $N = 6240$ W, vool $J = 65{,}2$ A, pinge $U = 150{,}3$ V ja sagedus $f = 50$ Hz. Määrata tarbija tegev- ja ebatakistus ning induktiivsus, jättes arvesse võtmata mõõteriistade suhteliselt väikest omatarvitust.

L a h e n d u s. Võimsustegur

$$\cos \varphi = \frac{N}{UJ} = \frac{6240}{150{,}3 \cdot 65{,}2} = 0{,}636,$$

millest

$$\varphi = 50^0 30'.$$

Tegevtakistus

$$R = \frac{U^2}{N} = \frac{150{,}3^2}{6240} = 3{,}62\ \Omega,$$

ebatakistus

$$X_L = R \operatorname{tg} \varphi = 3{,}62 \operatorname{tg} 50^0 30' = 4{,}4\ \Omega,$$

induktiivsus

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{4{,}4}{2\pi 50} = 0{,}0140 \text{ H} = 14{,}0 \text{ mH}.$$

N ä i d e 116. Mõõtmise teel määrata näivtakistuse Z tegev- ja ebakomponendid R ja X ning pöörisvoolutegur ε, s. o. tegev- ja oomtakistuse suhe.

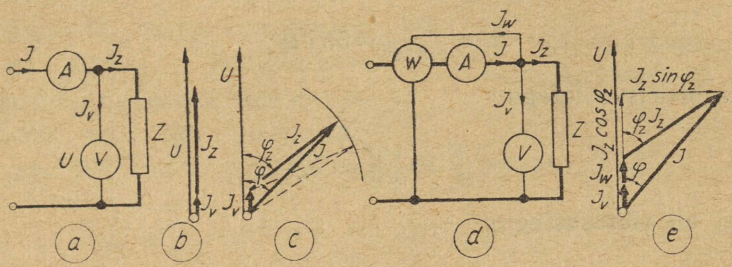
L a h e n d u s. Oomtakistuse mõõtmiseks koostame joonisel 234*a* toodud ühendusskeemi, milles oleva voltmeetri sisetakistus $R_V = 3000\ \Omega$. Mõõtes alalisvooluga saame: $J = 0{,}429$ A, $U = 195$ V. Et seejuures

ampermeeter mõõdab kaasa ka voltmeetri voolu J_V, siis takistust Z läbiv tõeline vool

$$J_Z = J - J_V = J - \frac{U}{R_V} = 0{,}429 - \frac{195}{3000} = 0{,}364 \text{ A}$$

ja seega tarbija oomtakistus

$$R_a = \frac{U}{J_Z} = \frac{195}{0{,}364} = 536\ \Omega .$$



Joon. 234. Ühendusskeeme ja vektordiagramme näiv-, tegev- ja ebatakistuse mõõtmiseks näites 116.

Näivtakistuse täpne mõõtmine vahelduvvooluga sama skeemi kohaselt ebaõnnestub, sest voltmeetri vool J_V on praktiliselt faasis pingega, kuna aga näivtakistust läbiv vool J_Z seda pole (joon. 234*c*). Ka selgub samalt jooniselt, et kasutades ainult volt- ja ampermeetrit osutub võimatuks määrata pinge U ja voolu J vahelist nurka. Seepärast koostame näivtakistuse komponentide mõõtmiseks joonisel 234*d* toodud ühendusskeemi. Kuid nüüd tuleb võtta arvesse, et ampermeeter mõõdab kaasa nii vattmeetri pingepooli kui ka voltmeetri voolud J_W ja J_V ja et vektordiagramm omandab joonisel 234*e* näidatud kuju, milles üldine mõõdetud vool $\bar{J} = \bar{J}_V + \bar{J}_W + \bar{J}_Z$.

Sagedusel $f = 50$ Hz on mõõdetud: tegevvõimsus $N = 115$ W, vool $J = 0{,}72$ A, pinge $U = 220$ V. Seejuures on voltmeetri takistus $R_V = 3000\ \Omega$ ja vattmeetri pingepooli takistus $R_W = 4000\ \Omega$.

Vektordiagrammist selgub, et mõõdetud voolu J tegevkomponent

$$J \cos \varphi = J \frac{N}{UJ} = \frac{N}{U} = \frac{115}{220} = 0{,}523 \text{ A}$$

koosneb voltmeetri voolust

$$J_V = \frac{U}{R_V} = \frac{220}{3000} = 0{,}073 \text{ A},$$

vattmeetri pingepooli voolust

$$J_W = \frac{U}{R_W} = \frac{220}{4000} = 0{,}055 \text{ A}$$

ja takistust Z läbiva voolu tegevkomponendist

$$J \cos \varphi - J_V - J_W = 0{,}523 - 0{,}073 - 0{,}055 = 0{,}395 \text{ A}.$$

Seega tegevtakistus

$$R = \frac{220}{0{,}395} = 557\ \Omega,$$

kusjuures pöörisvoolutegur

$$\varepsilon = \frac{R}{R_a} = \frac{557}{536} = 1{,}04.$$

Mõõtmisel oli võimsustegur

$$\cos \varphi = \frac{N}{UJ} = \frac{115}{220 \cdot 0{,}72} = 0{,}725,$$

millest $\varphi = 43°30'$ ja $\sin \varphi = 0{,}688$. Näivtakistust Z läbiva voolu ebakomponent

$$J \sin \varphi = 0{,}72 \cdot 0{,}688 = 0{,}496 \text{ A},$$

näivtakistuse ebakomponent

$$X = \frac{U}{J \sin \varphi} = \frac{220}{0{,}496} = 444\ \Omega$$

ja näivtakistus

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{557^2 + 444^2} = 712\ \Omega.$$

Näide 117. Määrata suure näivtakistusega Z induktiivse tarbija tegev- ja ebatakistus, kui mõõtmise läbiviimiseks on kasutada ainult kolm voltmeetrit.

Lahendus. Järjestikku mõõdetava takistusega Z_1 ühendatakse tuntud takistus R_2 ja mõõdetakse pinge U_1 — näivtakistuse Z_1 klemmidel, pinge U_2 — tuntud takistuse R_2 klemmidel ja U_3 — generaatorilt saadav pinge. Pingete U_1 ja U_2 geomeetriline summa peab olema võrdne mõõdetava liitpingega U_3 (joon. 235). Mõõtmisel saadud andmeil joonestatakse pingekolmnurk OAB; mõlemat takistust läbiv vool J on

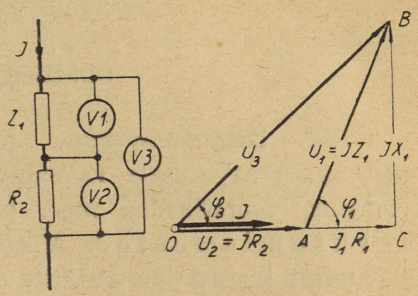
faasis tegevtakistuse klemmidel oleva pingega U_2.

Takistust läbiv vool

$$J = \frac{U_2}{R_2},$$

seega näivtakistus

$$Z_1 = \frac{U_1}{J} = \frac{U_1}{U_2} R_2. \qquad (456a)$$



Joon. 235. Takistuse mõõtmine kolme voltmeetri meetodil.

Näivtakistuses Z_1 tekkiv pingelang $U_1 = JZ_1$ on lahutatav komponentideks JR_1 ja JX_1, milledest esimene on vooluga faasis, teine aga moodustab vooluga nurga 90° (on voolust 90° ees). Kolmnurgas OAB

$$U_3^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2 \cos \varphi_1,$$

millest

$$2U_1U_2 \cos \varphi_1 = U_3^2 - U_1^2 - U_2^2.$$

Et aga

$$U_1 \cos \varphi_1 = JR_1 \text{ ja } J = \frac{U_2}{R_2},$$

siis

$$U_1 \cos \varphi_1 = \frac{U_2R_1}{R_2}$$

ning

$$2U_2 \frac{U_2R_1}{R_2} = U_3^2 - U_1^2 - U_2^2,$$

millest otsitav tegevtakistus

$$R_1 = \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_2^2} R_2 \qquad (457)$$

ja ebatakistus

$$X_1 = \sqrt{Z_1^2 - R_1^2}. \qquad (458)$$

Takistuses Z_1 tarbitav tegevvõimsus

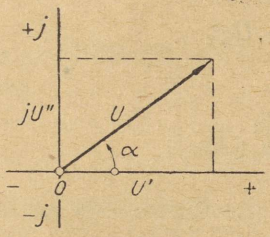
$$N_1 = U_1J = \frac{U_1U_2}{R_2}.$$

XXXVIII peatükk.

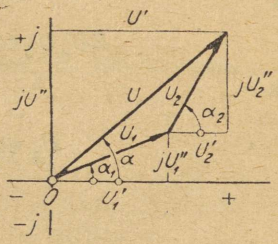
SÜMBOOLNE MEETOD.

162. Diagrammvektor. Võimalikult lihtsa ja ülevaatliku kuju andmiseks arvutusele vahelduvvoolu suurustega (takistus, vool, pinge võimsus, voolutihedus jne.) on võetud kasutusele nn. s ü m b o o l n e a r v u t a m i s m e e t o d. Meetodi põhimõte seisneb selles, et voolu, pinget, näivtakistust jne. kujutav diagrammvektor lahutatakse kaheks teineteisega 90° moodustavaks komponendiks, kusjuures esimene neist on tähistatav tavalise r e a a l a r v u n a, teine aga i m a g i n a a r a r v u n a, s. o. arvuna, mis on korrutatud imaginaarsuse sümboliga $j = \sqrt{-1}$. Joonisel 236 näidatud pinge diagrammvektor $\dot{U}$ (punkt tähe all juhib tähelepanu sellele, et on tegemist kompleksarvuga) koosneb reaalkomponendist

$$U' = U \cos \alpha$$



Joon. 236. Kompleksarvuna $\dot{U}$ tähistatav diagrammvektor, mille pikkus on U ja nurk reaalteljega on α, on lahutatud reaalkomponendiks U' pikkusega $U' = U \cos \alpha$ ja imaginaarkomponendiks jU'' pikkusega $U'' = U \sin \alpha$.



Joon. 237. Diagrammvektorite $\dot{U}_1$ ja $\dot{U}_2$ liitmine resulteerivaks vektoriks $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$.

(kus punktita U on vektori $\dot{U}$ absoluutväärtus või pikkus) ja imaginaarkomponendist

$$jU'' = jU \sin \alpha.$$

Seega diagrammvektor

$$\dot{U} = U' + jU'' = U \cos \alpha + jU \sin \alpha = U (\cos \alpha + j \sin \alpha). \qquad (459a)$$

Diagrammvektorite lahutamine reaal- ja imaginaarkomponendiks võimaldab hõlpsasti viia läbi vektorite liitmist ja lahutamist, ilma et

oleks tingimata vajalik joonestada vektordiagrammi. Joonisel 237 on näidatud, kuidas vektorite $\underset{\cdot}{U}_1 = U_1' + jU_1''$ ja $\underset{\cdot}{U}_2 = U_2' + jU_2''$ liitmisel saadakse vektor

$$\underset{\cdot}{U} = \underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{U}_2 = U_1' + jU_1'' + U_2' + jU_2'' =$$
$$= (U_1' + U_2') + j(U_1'' + U_2'') = U' + jU''.$$

Seega tulevad eraldi liita liidetavate reaal- ja imaginaarkomponendid.

Näide 118. Liita pinged $\underset{\cdot}{U}_1 = 40 + j30$ ja $\underset{\cdot}{U}_2 = 25 + j60$ volti.

Lahendus. Liitpinge

$$\underset{\cdot}{U} = \underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{U}_2 = 40 + j30 + 25 + j60 = 65 + j90 \text{ volti.}$$

Kui on antud vektori reaal- ja imaginaarkomponendid, siis vektori ja reaaltelje vahelise nurga tangens on määratav komponentide suhtest (joon. 236)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U''}{U'} = \frac{\text{imaginaarkomponent}}{\text{reaalkomponent}} \tag{460}$$

ja vektori mooduliks nimetatav absoluutsuurus

$$U = \sqrt{(U')^2 + (U'')^2}. \tag{461}$$

Tähistamise kompaktsuse säilitamiseks on vektori absoluutsuurus ja nurk reaalteljega ühendatavad tervikuks kas sel teel, et absoluutsuurus U näidatakse korrutatuna loomulikkude logaritmide alusega $e = 2{,}718\ldots$, mille astmenäitajaks, eksponendiks (lüh. exp), on imaginaarsuse sümboliga j korrutatav nurk α, näiteks

$$\underset{\cdot}{U} = Ue^{j\alpha} = U \exp j\alpha, \tag{459b}$$

või asetatakse absoluutsuuruse järele nurgamärk ja nurga suurus kraadides või radiaanides (sel juhtumil jäetakse j ära), näiteks

$$\underset{\cdot}{U} = U \angle \alpha. \tag{459c}$$

Mõlemad vektori polaarkoordinaadistikus tähistamise viisid on samaväärsed ja mõlemad leiavad rakendamist.

Nurga mõõtmine toimub reaalteljest suunas vastu kellaosuti liikumisele.

Näivtakistuse Z esitamisel kompleksarvuna on tema reaalkomponendiks tegevtakistus R ja imaginaarkomponendiks ebatakistus X. Seega näivtakistus

$$\underset{\cdot}{Z} = R + jX = Ze^{j\varphi} = Z \exp j\varphi = Z \angle \varphi, \tag{462}$$

kusjuures nurga φ tangens valemi 448 kohaselt

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} = \frac{\text{ebatakistus}}{\text{tegevtakistus}}$$

ja näivtakistuse absoluutsuurus

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

Näide 119. Pinge $\underset{\cdot}{U} = 100 + j173{,}2$ V. Avaldada see diagrammvektor polaarkoordinaatides.

Lahendus. Voltmeetriga mõõdetava pinge efektiivväärtus

$$U = \sqrt{100^2 + 173{,}2^2} = 200 \text{ V},$$

vektori poolt reaalteljega moodustatava nurga tangens

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U''}{U'} = \frac{173{,}2}{100} = 1{,}732,$$

millele vastab nurk $\alpha = 60^0$. Seega pinge

$$\underset{\cdot}{U} = 100 + j173{,}2 = 200 e^{j60^0} = 200 \exp j60^0 = 200 \angle 60^0 \text{ V}.$$

163. Arvutuslükati käsitsemine arvutamisel kompleksarvudega. Et arvutuslükatil oleks hõlpus arvutada ühes operatsioonis nii avalduse, näiteks näivtakistuse

$$\underset{\cdot}{Z} = R + jX = Z \exp j\varphi$$

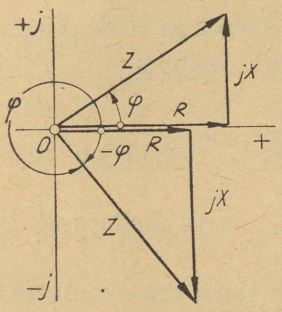
moodulit (näivtakistuse absoluutsuurust)

$$Z = \frac{X}{\sin \varphi} = \frac{R}{\cos \varphi} = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad (463)$$

kui ka nurka

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{X}{R},$$

(joon. 238) toimitakse järgmiselt.



Joon. 238. Takistuskolmnurgad. Ülemisel $X < R$, alumisel $R < |-X|$. Viimasel juhtumil on näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}$ ja reaaltelje vaheline nurk negatiivne.

Olgu näiteks antud $\underset{\cdot}{Z} = 4 + j3$. Arvutustehte sooritamiseks pööratakse ümber lükati liikuv keel nii, et keelel olev tangens-skaala oleks pealpool. Esimesena määratakse nurk φ. Selleks jagatakse väiksem arv suuremaga (s. o. arv 3 arvuga 4), milleks klaasil olev joon tuuakse (väiksema) arvu 3 kohale ja liikuva keele lõpp (suurema) arvu 4 kohale. Klaasil oleva joone kohalt loetakse tangensskaalalt $\varphi = 36^0\,50'$.

Teisena viiakse läbi jagamine $X/\sin \varphi$, mis annab mooduli Z. Selleks jäetakse klaas endiselt (väiksema) arvu 3 kohale, kuid liikuva keele siinus-skaalal olev nurk $36^0\,50'$ tuuakse klaasil oleva joone kohale. Jagatis $3/\sin 36^0\,50'$ on loetav liikuva keele otsmise kriipsu kohal

(arvu 1 kohal) alumiselt seisvalt skaalalt: $Z = 5{,}00$ (kontroll: $Z = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$). Seega näivtakistus

$$\underset{\cdot}{Z} = 4 + j3 = 5 \angle 36^\circ 50' \ \Omega.$$

Kui ebatakistus X on negatiivne, näiteks $\underset{\cdot}{Z} = 4 - j5$, siis $\operatorname{tg} \varphi = X/R$ on negatiivne ja seega on negatiivne ka IV kvadrandis asuv nurk φ (positiivne oleks nurk $360^\circ - \varphi$; vt. alumist kolmnurka joonisel 238), kuid arvutamine ise viiakse läbi analoogiliselt eelmisega. Klaasi joon seatakse (väiksema) arvu 4 kohale ja liikuva keele lõpp (suurema) arvu 5 kohale. Klaasi joone kohal loetakse tangens-skaalalt nurk (antud juhtumil negatiivne) $\varphi = -51^\circ 20'$, kusjuures nurk arvatakse jätkuvana arvust 45° paremalt vasakule, sest absoluutväärtuselt on ebatakistus X suurem tegevtakistusest R ja seega on nurga tangens suurem kui üks.

Antud juhtumil pole mooduli Z arvutamine valemi $Z = X/\sin \varphi$ järgi sobiv, sest klaasil olev joon ei asu mitte $X = 5$, vaid $R = 4$ kohal. Seetõttu osutub otstarbekamaks arvutada moodulit valemi $Z = R/\cos \varphi$ abil, milleks klaas jäetakse endiselt arvu $R = 4$ kohale ja siinus-skaalal olev nurk $90^\circ - \varphi$ tuuakse klaasil oleva joone kohale. Nurga $90^\circ - \varphi$ arvutamise vältimiseks loetakse nurk φ siinus-skaalal mitte vasakult paremale, vaid paremalt vasakule (90° kohal on siis 0°), millega saadakse skaalal otseselt vajalik $\cos \varphi$ väärtus, sest $\sin (90^\circ - \varphi) = \cos \varphi$. Vastus on nagu ennegi loetav liikuva keele otsmise kriipsu kohal alumiselt skaalalt: $Z = 6{,}40$. Seega näivtakistus

$$\underset{\cdot}{Z} = 4 - j5 = 6{,}40 \angle -51^\circ 20' = 6{,}40 \angle 360^\circ - 51^\circ 20' = \\ = 6{,}40 \angle 308^\circ 40' \ \Omega.$$

Kui $X/R < 0{,}1$, siis nurk φ loetakse väikestele nurkadele vastavalt eriskaalalt. Näiteks

$$\underset{\cdot}{Z} = 200 + j8 = 200 \angle 2^\circ 17' \ \Omega,$$

kusjuures tangens- ja siinus-skaala on ühine.

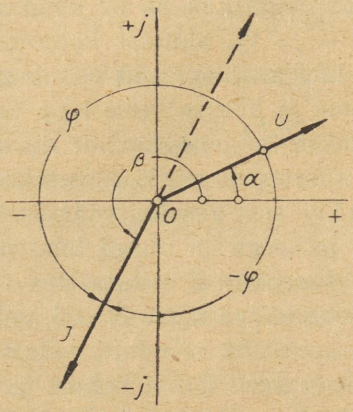
Näide 120. Antud on pinge $\underset{\cdot}{U} = 219 + j110$ V ja vool $\underset{\cdot}{J} = -2{,}5 - j5$ A. Määrata pinge ja voolu vaheline nurk φ (joon. 239).

Lahendus. Seades klaasil oleva joone arvule 110 ja liikuva keele lõpu arvule 219 leiame pinge U vektori ja reaaltelje vahelise nurga $\alpha = 26^\circ 40'$. Voolu vektori ja reaaltelje vahelise nurga tangens on $-5/-2{,}5 = +2$, millele vastab nurk $63^\circ 26'$, kui klaasi joon on seatud arvule 2,5 ja liikuva keele lõpp arvule 5. Et aga vektor asub III kvadrandis, siis on nurk reaaltelje ja vektori vahel 180° võrra suurem:

$\beta = 63^0 26' + 180^0 = 243^0 26'$ (õige olnuks ka lahendus $\beta = 63^0 26' - 180^0 = -116^0 34'$). Vektoritevaheline nurk

$$\varphi = \beta - \alpha = 243^0 26' - 26^0 40' = 216^0 46'$$

(või $\varphi = \beta - \alpha = -116^0 34' - 26^0 40' = -143^0 14'$).



Joon. 239. Vektordiagramm näitele 120.

164. Kompleksarvude korrutamine ja jagamine. Kompleksarvude $a + jb$ ja $c + jd$ korrutamine on teostatav kahesuguselt. On võimalik anda nendele kompleksarvudele eksponentsiaalkuju $Ae^{j\alpha}$ ehk $A \exp j\alpha$ ja $Be^{j\beta}$ ehk $B \exp j\beta$, milles $A = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\operatorname{tg} \alpha = b/a$, $B = \sqrt{c^2 + d^2}$ ja $\operatorname{tg} \beta = d/c$, ning korrutades mooduleid ja liites eksponente saada otsitav korrutis:

$$(a + jb)(c + jd) = A \exp j\alpha \cdot B \exp j\beta = AB \exp j(\alpha + \beta) = \\ = M \exp j\gamma = m + jn.$$

Teine viis on antud binoomide tavaline korrutamine. Seejuures tuleb pidada silmas, et

$$j = \sqrt{-1} \text{ ja } j^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1.$$

Seega

$$(a + jb)(c + jd) = ac + jad + jbc - bd = \\ = (ac - bd) + j(ad + bc) = m + jn = M \exp j\gamma.$$

Erijuhtumi moodustab k a a s k o m p l e k s i d e korrutamine, kusjuures kaaskompleksideks nimetatakse imaginaarosa eelmärgilt erinevaid binoome, näiteks $a + jb$ ja $a - jb$, millede eksponentsiaalkuju $A \exp j\alpha$

ja $A\exp(-j\alpha)$ erineb eksponendi eelmärgilt. Kaaskomplekside korrutamisel saadakse alati reaalarv:

$$(a+jb)(a-jb)=a^2+b^2,$$
$$Ae^{j\alpha}\cdot Ae^{-j\alpha}=A^2$$

ehk

$$A\exp j\alpha\cdot A\exp(-j\alpha)=A^2.$$

Analoogiliselt korrutamisega on olemas kaks viisi ka kompleksarvude jagamiseks. Binoomidele $a+jb$ ja $c+jd$ võib anda eksponentsiaalkuju $A\exp j\alpha$ ja $B\exp j\beta$, jagada üksteisega moodulid ning lahutada eksponendid:

$$\frac{a+jb}{c+jd}=\frac{A\exp j\alpha}{B\exp j\beta}=\frac{A}{B}\exp j(\alpha-\beta)=M\exp j\gamma.$$

Võib aga korrutada nii murru lugejat kui ka nimetajat nimetaja kaaskompleksiga, s. o. imaginaarosa eelmärgilt erineva kompleksarvuga, millega kaotatakse murru nimetajast imaginaarsus:

$$\frac{a+jb}{c+jd}=\frac{(a+jb)(c-jd)}{(c+jd)(c-jd)}=\frac{k+jl}{c^2+d^2}=m+jn=M\exp j\gamma.$$

Näide 121. Määrata pinge näivtakistus $\underset{\cdot}{Z}=14\angle 43^0\ \Omega$ klemmidel, kui takistust läbiv vool $\underset{\cdot}{J}=8{,}20-j3{,}15$ A.

Lahendus. Pinge

$$\underset{\cdot}{U}=\underset{\cdot}{J}\underset{\cdot}{Z}=(8{,}20-j3{,}15)\cdot 14\exp j43^0=$$
$$=8{,}79\exp(-j21^0)\cdot 14\exp j43^0=123\exp j22^0\ \text{V},$$

s. o. koordinaadistiku reaalteljega nurga 22^0 moodustav vektor absoluutsuurusega 123 V (voltmeetriga mõõdetav pinge efektiivväärtus). Sama tehet võinuks kirjutada ka kujul

$$\underset{\cdot}{U}=\underset{\cdot}{J}\underset{\cdot}{Z}=(8{,}20-j3{,}15)\ 14\angle 43^0=$$
$$=8{,}79\angle -21^0\cdot 14\angle 43^0=123\angle 22^0\ \text{V},$$

millist kirjutamisviisi allpool kasutataksegi arvülesannete lahendamisel.

Polaarkoordinaatides leitud vastuse $\underset{\cdot}{U}=123\angle 22^0$ V ümberkujundamiseks vastuseks täisnurksetes koordinaatides lähtume valemist 459a:

$$\underset{\cdot}{U}=U(\cos\alpha+j\sin\alpha)=123(\cos 22^0+j\sin 22^0).$$

Arvutuslükati kasutamisel osutub võimalikuks sooritada viimane tehe $\cos 22^0$ ja $\sin 22^0$ väärtuse vahepealse määramiseta. Selleks pööratakse

lükati liikuv keel ümber nii, et siinus-skaala oleks pealpool, seatakse keele lõpp (või algus) alumisel skaalal olevale arvule 123 ja tuuakse klaasi joon kord väärtusele $\cos\alpha$, s. o. siinus-skaalal olevale nurgale $90^0 - \alpha$ (milleks on sobiv lugeda nurka $\alpha = 22^0$ mitte vasakult paremale, vaid paremalt vasakule, kusjuures 90^0 kohal on siis 0^0, 80^0 kohal 10^0 jne.), teine kord aga väärtusele $\sin\alpha$, s. o. skaalal oleva nurga $\alpha = 22^0$ väärtusele. Sellega saadakse alumiselt skaalalt klaasi joone kohal esimesel korral korrutis $123 \cos 22^0 = 114$ ja teisel korral korrutis $123 \sin 22^0 = 46{,}1$. Seega otsitav pinge

$$\underset{\cdot}{U} = 123 \angle 22^0 = 114 + j46{,}1 \text{ V}.$$

Näide 122. Induktiivsust omava näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}$ klemmidel olev pinge $\underset{\cdot}{U} = 20 + j40$ V, takistust läbiv vool $\underset{\cdot}{J} = 8 - j3$ A. Määrata võimsustegur $\cos\varphi$, induktiivsus L ja tegevtakistus R, kui sagedus $f = 50$ Hz.

Lahendus. Ohmi seaduse kohaselt näivtakistus

$$\underset{\cdot}{Z} = \frac{\underset{\cdot}{U}}{\underset{\cdot}{J}} = \frac{20 + j40}{8 - j3} \cdot \frac{8 + j3}{8 + j3} = \frac{160 + j60 + j320 - 120}{64 + 9} =$$

$$= \frac{40 + j380}{73} = 0{,}548 + j5{,}21 \ \Omega.$$

Seega tegevtakistus $R = 0{,}548\ \Omega$, induktiivtakistus $X_L = 5{,}21\ \Omega$ ja induktiivsus

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{5{,}21}{2\pi 50} = 0{,}01655 \text{ H} = 16{,}55 \text{ mH}.$$

Et pinge ja voolu vektorite vaheline nurk φ on sama, mis takistuskolmnurgas olev nurk φ tegev- ja näivtakistuse vahel, siis anname näivtakistusele $\underset{\cdot}{Z}$ eksponentsiaalkuju

$$\underset{\cdot}{Z} = 0{,}548 + j5{,}21 = 5{,}24 \angle 84^0\ \Omega,$$

millest nurk $\varphi = 84^0$ ja võimsustegur $\cos\varphi = 0{,}1045$.

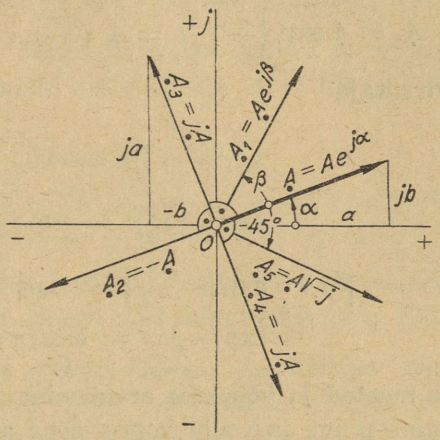
165. Diagrammvektori keeramine. Komplekskujul avaldatud diagrammvektori $\underset{\cdot}{A} = Ae^{j\alpha} = A \exp j\alpha$ keeramine positiivses suunas nurga β võrra on teostatav nurga α suurendamisega nurga β võrra (joon. 240). Uus vektor

$$\underset{\cdot}{A}_1 = \underset{\cdot}{A}e^{j\beta} = \underset{\cdot}{A} \exp j\beta = A \exp j\alpha \cdot \exp j\beta = A \exp j\,(\alpha + \beta).$$

Vektori suuna muutmine, s. o. vektori ümberkeeramine, on samaväärne positiivse vektori $+\underset{\cdot}{A}$ asendamisega negatiivse vektoriga $-\underset{\cdot}{A}$, millele vastab vektori $+\underset{\cdot}{A}$ korrutamine j^2-ga, sest $j^2 = -1$. Kui vektor

on avaldatud eksponentsiaalkujul, s. o. $\dot{A} = A \exp ja$, siis vastab suuna muutmine reaaltelje ja vektori vahelise nurga α suurendamisele või vähendamisele 180^0 ehk π võrra: uus vektor

$$\dot{A}_2 = -\dot{A} = A \exp j(\alpha \pm \pi).$$



Joon. 240. Diagrammvektori $\dot{A}$ keeramine.

Vektori $\dot{A} = A \exp ja$ keeramisel positiivses suunas 90^0 ehk $\pi/2$ võrra saadakse uus vektor $\dot{A}_3 = A \exp j(\alpha + \pi/2)$. Kui esialgne vektor (val. 459a)

$$\dot{A} = A \exp ja = A \cos \alpha + jA \sin \alpha = a + jb,$$

siis $\pi/2$ võrra pööratud vektor

$$\dot{A}_3 = A \exp j\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + jA \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= -A \sin \alpha + jA \cos \alpha = -b + ja,$$

mis aga on samaväärne vektoriga $\dot{A} = a + jb$ korrutamisega j-ga, sest

$$j(a + jb) = ja + j^2 b = -b + ja = j\dot{A}.$$

Vektori $\dot{A}$ keeramisel nurga -90^0 võrra, s. o. keeramisel nurga 90^0 võrra negatiivses, seega kellaosuti liikumisega p ä r i olevas suunas saadakse vektor $\dot{A}_4 = -j\dot{A}$.

Vektori keeramine nurga -45^0 võrra on samaväärne vektori korrutamisega korrutajaga $e^{-j\frac{\pi}{4}} = \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)$. Sel teel saadakse uus vektor

$$\dot{A}_5 = \dot{A} \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right) = \dot{A}e^{-j\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}}.$$

Et aga vektori $\dot{A}$ korrutamine $e^{-j\frac{\pi}{2}}$-ga on samaväärne vektori korrutamisega $-j$-ga ja astmenäitajas olev $\frac{1}{2}$ tähistab avaldise $e^{-j\frac{\pi}{2}}$ juurimist, siis $e^{-j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{-j}$ ja uus vektor

$$\dot{A}_5 = \dot{A} \exp\left(-j\tfrac{\pi}{4}\right) = A\sqrt{-j}.$$

Kokkuvõttes: korrutaja

$$\left.\begin{aligned}
&\exp j\tfrac{\pi}{4} = -\sqrt{-j}, && \exp\left(-j\tfrac{\pi}{4}\right) = \exp j\tfrac{7\pi}{8} = \sqrt{-j},\\
&\exp j\tfrac{\pi}{2} = j, && \exp\left(-j\tfrac{\pi}{2}\right) = \exp j\tfrac{3\pi}{2} = -j,\\
&\exp j\tfrac{3\pi}{4} = -j\sqrt{-j} = -\sqrt{j}, && \exp\left(-j\tfrac{3\pi}{4}\right) = \exp j\tfrac{5\pi}{4} = \sqrt{j},\\
&\exp j\pi = -1, && \exp(-j\pi) = \exp j\pi = -1.
\end{aligned}\right\} \quad (464)$$

166. Sümboolne meetod ja võimsuse arvutamine. Näiv-, tegev- ja ebavõimsuse arvutamine pinge ja voolu korrutisena annab õige tulemuse ainult siis, kui üks korrutatavaist võetakse k a a s k o m p l e k s i n a. Kirjutamisel tähistatakse kaaskompleks tärnikesega tähe kohal. Kui kaaskompleksiks muudetav suurus on antud reaal- ja imaginaarkomponentide summana, näit. $\dot{U} = U' + jU''$, siis muutub ainult imaginaarkomponendi eelmärk: $\overset{*}{\dot{U}} = U' - jU''$. Kui kaaskompleksiks muudetav suurus on antud absoluutsuuruse ja nurga kaudu, näit. $\dot{U} = U \exp j\alpha$, siis muutub ainult nurga eelmärk: $\overset{*}{\dot{U}} = U \exp(-j\alpha)$.

Voolu ja pinge otsene korrutamine ei annaks kasutamiskõlblikku tulemust, sest

$$\dot{N} = \dot{U}\dot{J} = U \exp j\alpha \cdot J \exp j\beta = UJ \exp j(\alpha+\beta) = UJ\cos(\alpha+\beta) + jUJ\sin(\alpha+\beta),$$

kuna aga korrutatavaist ühe muutmisel kaaskompleksiks

$$\dot{N} = \dot{U}\overset{*}{\dot{J}} = U \exp j\alpha \cdot J \exp(-j\beta) = UJ \exp j(\alpha-\beta) = UJ\cos(\alpha-\beta) + jUJ\sin(\alpha-\beta) = UJ\cos\varphi + jUJ\sin\varphi. \quad (465)$$

Pole oluline, kas muudetakse kaaskompleksiks korrutaja või korrutatav. Kuid teostatud valikust sõltub ebavõimsuse eelmärk, sest ükskord saadakse $\sin(\alpha-\beta)$, teinekord aga $\sin(-\alpha+\beta) = \sin[-(\alpha-\beta)] = -\sin(\alpha-\beta)$. Seega ebavõimsuse eelmärk ei määra, kas ebavõimsus $UJ\sin\varphi$ on induktiivne või mahtuvuslik (vaata XXXIX ptk.). Ebavõim-

suse iseloomu üle tuleb otsustada selle järgi, kas pinge on voolust ajaliselt ees või taga.

Kaaskompleksi moodustamise vajalikkust tuleb pidada silmas ka võimsuse arvutamisel valemeist

$$\underset{\cdot}{N} = \underset{\cdot}{U}\overset{*}{\underset{\cdot}{J}} = \underset{\cdot}{U}\frac{\overset{*}{\underset{\cdot}{U}}}{R} \quad \text{ja} \quad \underset{\cdot}{N} = \underset{\cdot}{U}\overset{*}{\underset{\cdot}{J}} = \underset{\cdot}{J}R \cdot \overset{*}{\underset{\cdot}{J}}. \tag{466}$$

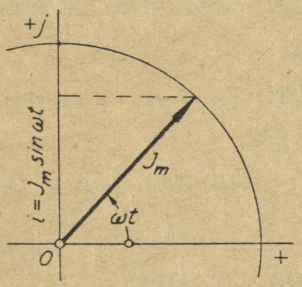
Näide 123. Määrata näiv-, tegev- ja ebavõimsus induktiivsust sisaldavas vooluringis, mille pinge $\underset{\cdot}{U} = 170 \angle 60^0$ V ja vool $\underset{\cdot}{J} = 10 \angle \angle 25^0$ A.

Lahendus. Võimsus

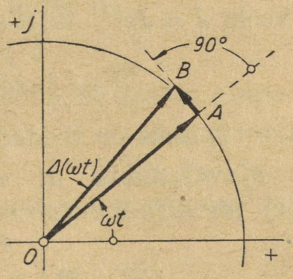
$$\underset{\cdot}{N} = \underset{\cdot}{U}\overset{*}{\underset{\cdot}{J}} = 170 \angle 60^0 \cdot 10 \angle -25^0 = 1700 \angle 35^0 =$$
$$= 1700 \cos 35^0 + j1700 \sin 35^0 = 1393 + j975 \text{ VA},$$

milles näivvõimsus $N_n = 1700$ VA, tegevvõimsus $N = 1393$ W ja ebavõimsus $N_r = 975$ var'i. Seega võib kirjutada: $\underset{\cdot}{N} = 1393$ W $+ j975$ var.

167. Hetk- ja efektiivväärtuse kujutamine sümboolse meetodi abil. Siinuseliselt muutuva voolu hetkväärtus i ajamomendil t on määratud voolu amplituudiga J_m ja nurgaga ωt, s. o. $i = J_m \sin \omega t$. Kujutades vektorit J_m keerlemas konstantse nurkkiirusega ω ümber komplekskoordinaatide algpunkti O (joon. 241), võime leida igale ajamomendile vastava hetkväärtuse projekteerides vektorit J_m imaginaarteljele, kusjuures nurga ωt arvamist tuleb alustada koordinaadistiku reaalteljest. Seega hetkväärtus oleks $J_m \sin \omega t$, kusjuures imaginaarsuse märk j kui tarbetu jäetakse ära.



Joon. 241. Voolu hetkväärtus komplekskoordinaatides.



Joon. 242. Vektori $\underset{\cdot}{J}$ tuletise $d\underset{\cdot}{J}/dt$ määramine.

Tavaliselt arvutatakse mitte voolu ja pinge hetk-, vaid efektiivväärtusega. Sellisel korral siinuseliselt muutuva suuruse tähis varustatakse punktiga ja seega oleks vool komplekskoordinaatides $\underset{\cdot}{J} = Je^{j\alpha}$

ning pinge $\dot{U} = Ue^{j\beta}$. Et efektiivväärtus on sõltumatu ajast, siis pole oluline, milline ajahetk vastab nurkadele α ja β; oluline on vaid nende nurkade omavaheline seos, s. o. voolu ja pinge vaheline faasinihe.

Tegevtakistust R läbiv vool $\dot{J}$ on faasis takistuse klemmidel oleva pingega $\dot{U}$, seega $\alpha = \beta$ ja tegevtakistus on arvutatav nagu alalisvoolugi korral:

$$R = \frac{\dot{U}}{\dot{J}} = \frac{U \exp ja}{J \exp ja} = \frac{U}{J}.$$

Induktiivsust omavat näivtakistust läbiv vool $\dot{J}$ põhjustab takistuses tegevkomponendiks $\dot{J}R$ ja ebakomponendiks $\dot{J}\omega L$ lahutatava pingelangu $\dot{U}$ (võrdle valemiga 444a). Et aga ebakomponent $\dot{J}\omega L$ on tegevkomponendist $\dot{J}R$ ajaliselt ees 90°, siis me oleme õigustatud seda nihet tähistama ebakomponendi ette paigutatava sümboliga j. Seega kogu pingelang

$$\dot{U} = \dot{J}R + j\dot{J}\omega L = \dot{J}\,(R + j\omega L) = \dot{J}\dot{Z}, \tag{467}$$

milles näivtakistus võidakse kujutada koosnevana 90° all olevatest komponentidest R ja $j\omega L$.

Voolu $i = J_m \sin \omega t$ tuletis

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \omega J_m \cos \omega t = \omega J_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

muutub ajaliselt sama sagedusega ωt nagu voolgi, tema amplituud on ωJ_m, võnkumine ise omab voolu suhtes faasinihke 90°. See õigustab kirjutada voolu $\dot{J} = Je^{j\omega t}$ tuletisena

$$\frac{\mathrm{d}\dot{J}}{\mathrm{d}t} = j\omega J e^{j\omega t} = j\omega \dot{J}, \tag{468}$$

mille illustreerimiseks on toodud joonis 242.

Väikeses ajavahemikus Δt vektorit $\dot{J}$ kujutav vektor $\overline{OA}$ pöördub nurga $\Delta(\omega t)$ võrra ja muutub suuruse

$$\overline{OB} - \overline{OA} = \overline{AB} = \overline{OA} \cdot \Delta(\omega t) e^{j\frac{\pi}{2}}$$

võrra, mis moodustab vektoriga $\overline{OA}$ nurga $\pi/2$. Seega

$$\frac{\mathrm{d}\overline{OA}}{\mathrm{d}t} = \lim \omega \frac{\overline{AB} \cdot \Delta(\omega t)}{\Delta(\omega t)} = \omega \overline{OA} e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega\, \overline{OA},$$

mis on samane tuletisega $\mathrm{d}\dot{J}/\mathrm{d}t = j\omega\dot{J}$.

Siinuseliselt muutuva voolu integraal

$$\int i dt = \int J_m \sin \omega t dt = -\frac{J_m}{\omega} \cos \omega t + C = \frac{J_m}{\omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + C$$

on siinuseliselt muutuv suurus, mille amplituud on ω-kordselt väiksem voolu omast ja omab voolu suhtes faasinihke 90°. Statsionaarses seisundis integreerimiskonstant $C = 0$. See õigustab kirjutada sümboolsel kujul tähistatava voolu integreerimisel:

$$\int \dot{J} dt = \frac{\dot{J}}{\omega} \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\dot{J}}{j\omega} = -j\frac{\dot{J}}{\omega}. \qquad (469)$$

XXXIX peatükk.

TEGEVTAKISTUS JA MAHTUVUS VAHELDUVVOOLU RINGIS.

168. Seos pinge ja voolu vahel. Tegevtakistust R ja mahtuvust C omava kondensaatori ühendamisel järjestikku vahelduvvoolu allikaga leiab aset kondensaatori perioodiline laadimine ja tühjenemine. Aja dt vältel tuuakse voolu i poolt kondensaatorisse laeng idt. Laengu suurenedes kasvab kondensaatori vastuelektromotoorne jõud e_c ja laadimisvool nõrgeneb. Seepärast peab voolu i tekitamiseks generaatori pinge u koosnema tegevtakistuses tekkiva pingelangu katmiseks vajalikust komponendist iR ja kondensaatori vastuelektromotoorse jõuga e_c võrdsest, kuid vastusuunalisest komponendist $u_c = -e_c$. Seega võrgupinge

$$u = iR + u_c.$$

Aja dt vältel kondensaatoris salvestuv laeng on

$$idt = Cdu_c,$$

millest selle aja vältel kondensaatori klemmidel tekkiv pinge juurdekasv

$$du_c = \frac{idt}{C}.$$

Aja t möödudes arvates kondensaatori laadimise algusest tekib kondensaatori klemmidel mahtuvuslik osapinge

$$u_c = \frac{1}{C}\int_0^t i dt$$

ja võrgupinge peab omama väärtust

$$u = iR + \frac{1}{C}\int_0^t i dt.$$

Muutub kondensaatorit läbiv vool siinuseliselt, s. o. $i = J_m \sin \omega t$, siis

$$\int_0^t i dt = \int_0^t J_m \sin \omega t = -\frac{J_m}{\omega} \cos \omega t = \frac{J_m}{\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

ja võrgupinge

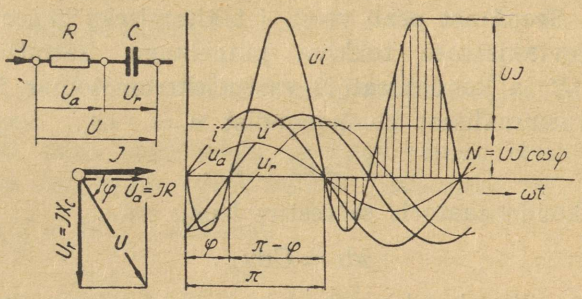
$$u = J_m R \sin \omega t + \frac{J_m}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin(\omega t - \varphi). \qquad (470)$$

See näitab, et generaatori pinge on kondensaatorit läbivast voolust ajaliselt taga nurga φ võrra ja koosneb vooluga faasis olevast tegevkomponendist (joon. 243)

$$u_a = J_m R \sin \omega t = U_{am} \sin \omega t$$

ning viimasest ajaliselt 90° taga olevast ebakomponendist

$$u_r = \frac{J_m}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{rm} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \qquad (471)$$



Joon. 243. Vool, pinge ja viimase komponendid ning võimsus tegevtakistust ja mahtuvust sisaldavas vooluringis.

Võrreldes pinge mahtuvuslikku komponenti induktiivsega (val. 444c ja 471) näeme, et mahtuvuslik on voolust 90° taga, induktiivne aga niisama palju ees, ning et nad omavahel moodustavad nurga 180°. See lubab oletada, et induktiivsuse ja mahtuvuse olles järjestikku peaksid reaktiivsed osapinged osaliselt, erijuhtumil isegi täielikult, kompenseeruma. Selline kompenseerumine leiabki tegelikult aset; täielik kompenseerumine kannab pingeresonantsi nimetust.

169. Mahtuvuslik ebatakistus. Valemi 446 kohaselt on pinge ja mahtuvusliku voolu vahel tekkiva nihkenurga φ tangens negatiivne, sest valemis olev $\psi_1 = 0$ ja $\psi_2 = -\pi/2$:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{J_m R \sin 0 + \frac{J_m}{\omega C}\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)}{J_m R\cos 0 + \frac{J_m}{\omega C}\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = -\frac{\frac{1}{\omega C}}{R}. \qquad (472)$$

Nihkenurga negatiivne tangens ja positiivsena võetav tegevtakistus tingivad mahtuvusliku ebatakistuse $1/\omega C = X_C$ kasutamist negatiivse arvuna. Valemi 447 kohaselt pinge amplituud

$$U_m = \sqrt{(J_m R)^2 + \left(\frac{J_m}{\omega C}\right)^2 + 2(J_m R)\left(\frac{J_m}{\omega C}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)} =$$

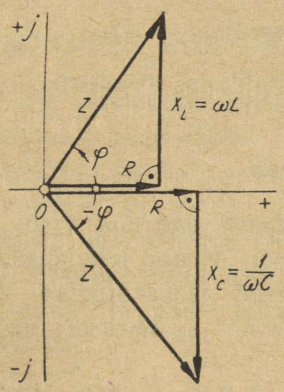
$$= J_m \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = J_m Z,$$

milles mahtuvusliku vooluringi näivtakistus

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2} \qquad (473)$$

on analoogiline induktiivse vooluringi näivtakistusega

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}.$$



Joon. 244. Induktiivne (ülemine) ja mahtuvuslik (alumine) takistuskolmnurk.

Joonisel 244 on toodud nii induktiivne kui ka mahtuvuslik takistuskolmnurk kompleks-koordinaadistikus. Seega induktiivne näivtakistus

$$\underline{Z} = R + jX_L$$

ja mahtuvuslik

$$\underline{Z} = R - jX_C.$$

N ä i d e 124. Määrata vool ja voolu ning pinge vaheline faasinihe vooluringis tegevtakistusega $R = 30\ \Omega$ ja kondensaatoriga, mille mahtuvus $C = 0{,}05\ \mu F$, kui sagedus $f = 10$ kHz ja pinge $U = 40$ V.

L a h e n d u s. Mahtuvuslik ebatakistus, kui $\omega = 2\pi f$,

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}05 \cdot 10^{-6}} = 318\ \Omega,$$

näivtakistus

$$\underset{\cdot}{Z} = R - jX_C = 30 - j318 = 318 \angle -84°36'\ \Omega$$

ja seega vool

$$\underset{\cdot}{J} = \frac{\underset{\cdot}{U}}{\underset{\cdot}{Z}} = \frac{40}{318 \angle -84°36'} = 0{,}126 \angle 84°36'\ \text{A}.$$

Positiivne nurk näitab, et vool $J = 0{,}126$ A on pingest ajaliselt e e s nurga $\varphi = 84°36'$ võrra. Seejuures pingevektori suund ühtib koordinaadistiku reaaltelje suunaga, seega $\underset{\cdot}{U} = U$.

170. Mahtuvusliku vooluringi võimsus. Võimsuse hetkväärtus mahtuvust sisaldavas vooluringis

$$ui = U_m \sin(\omega t - \varphi) \cdot J_m \sin \omega t = U_m J_m [\tfrac{1}{2} \cos(\omega t - \varphi - \omega t) -$$
$$- \tfrac{1}{2} \cos(\omega t - \varphi + \omega t)] = \frac{U_m J_m}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] =$$
$$= UJ \cos \varphi - UJ \cos(2\omega t - \varphi) \qquad (474)$$

omab nagu võimsus induktiivsust sisaldavas vooluringis (val. 452) keskväärtuse, s. o. tegevvõimsuse,

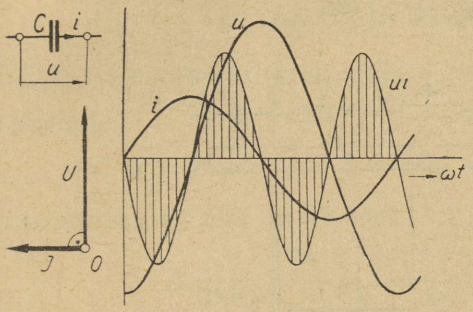
$$N = UJ \cos \varphi$$

ja võngub selle keskväärtuse ümber sagedusega $2\omega t$ (joon. 243). Poolperioodi ühe osa vältel (nurga φ ulatusel) voolab kondensaatoris salvestatud elektrivälja energia kondensaatorist generaatorisse, kuna ta aga poolperioodi järgneva osa vältel (nurga $\pi - \varphi$ ulatusel) uuesti võetakse generaatorist.

Puhtmahtuvusliku koormuse puhul, mil $R = 0$ (joon. 245), on vool pingest ees 90°, $\cos \varphi = 0$ ja seega on null ka tegevvõimsus.

Jooniste 231 ja 245 võrdlemisel näeme, et voolu kasvamisel (esimene veerandperiood) i n d u k t i i v t a k i s t u s v õ t a b generaatorist energiat, kuna samal ajal k o n d e n s a a t o r a n n a b energiat generaatorisse tagasi. Järgneva veerandperioodi vältel induktiivtakistus annab

energiat generaatorisse, kuna kondensaator selle jällegi võtab jne. Kui generaator toidab omavahel rööbiti ühendatud induktiiv- ja mahtuvustakistust, siis võib tekkida eriolukord, kus induktiivtakistusest vabanev energia on parajasti küllaldane kondensaatori laadimiseks, ning millele järgneval veerandperioodil osutub jällegi kondensaatorist vabanev



Joon. 245. Vool, pinge ja võimsus ainult mahtuvuslikku takistust omavas vooluringis. Võimsuse keskväärtus on null.

elektrivälja energia küllaldaseks magnetvälja ülesehitamiseks induktiivtakistuses. Sellist olukorda, millal r ö ö b i t i ühendatud induktiiv- ja mahtuvustakistus võtavad generaatorist ainult vooluringi tegevtakistustes tekkiva soojusliku võimsusekao katmiseks vajaliku energia, nimetatakse v o o l u r e s o n a n t s i k s.

XL peatükk.

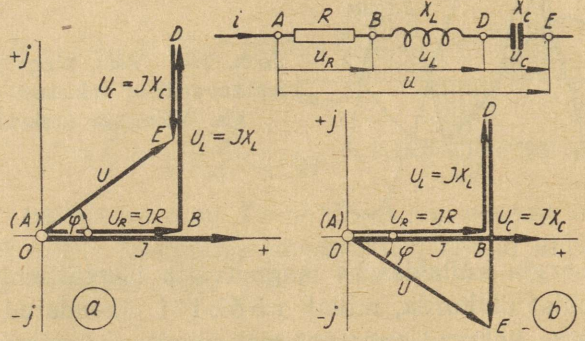
NÄIVTAKISTUSTE ÜHENDAMINE JÄRJESTIKKU JA RÖÖBITI.

Eespool on vaadeldud tegev- ja induktiivtakistuse ning tegev- ja mahtuvustakistuse järjestikust ühendust. Seejuures selgus, et pinge ja voolu vaheline faasinihe on mõlemal puhul erinev: tegevtakistusi läbiva voolu suhtes on pinge m a h t u v u s l i k komponent e e s 90°, i n d u k t i i v n e aga niisama palju j ä r e l. Ka selgus, et ebavõimsuse vabanemisele mahtuvustakistusest vastab ajaliselt ebavõimsuse tarbimine induktiivtakistuses ja ümberpöördult, ning et pinge tegevkomponendid on faasis vooluga.

171. Pinge jaotumine vooluringi üksikute elementide vahel. Ühendame järjestikku tegev-, induktiiv- ja mahtuvustakistuse (joon. 246). Pinge hetkväärtusega u põhjustab selles vooluringis voolu hetkväärtusega i. See vool tekitab tegevtakistuses R pingelangu iR (pinge tegevkomponendi), laeb kondensaatorit mahtuvusega C, mida võimaldab kondensaatori klemmidel olev generaatori pinge ebakomponent $u_c = \frac{1}{C}\int i dt$,

ja tekitab induktiivtakistuses magnetvälja, mille poolt indutseeritava vastuelektromotoorse jõu neutraliseerimist võimaldab induktiivtakistuse klemmidel olev pinge ebakomponent $u_L = L\frac{di}{dt}$. Seega kolmeks osapingeks jaotuv generaatori pinge

$$u = iR + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt.$$



Joon. 246. Vooluring tegev-, induktiiv- ja mahtuvustakistusega:
a — ebatakistus $X_L > Xc$, koormus on induktiivne, vool on pingest taga;
b — ebatakistus $X_C > X_L$, koormus on mahtuvuslik, vool on pingest ees.

Siinuseliselt muutuva voolu $i = J_m \sin \omega t$ korral selle diferentsiaalvõrrandi lahendus on:

$$u = J_m R \sin \omega t + J_m \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{J_m}{\omega C}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) =$$
$$= u_R + u_L + u_C = U_m \sin(\omega t + \varphi). \qquad (475)$$

Samale tulemusele jõuame ka arvutamisel sümboolse meetodi abil. Siinuseliselt muutuva voolu $\dot{J} = J \exp j\omega t$ mõjul võrgupinge $\dot{U}$ jaotub osapingeiks

$$\dot{U} = \dot{J}R + L\frac{d\dot{J}}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t \dot{J}\,dt = RJ \exp j\omega t + L\frac{d(J \exp j\omega t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t J \exp j\omega t =$$
$$= RJ \exp j\omega t + j\omega LJ \exp j\omega t + \frac{1}{j\omega C} J \exp j\omega t = \dot{J}R + j\dot{J}\omega L - j\dot{J}\frac{1}{\omega C} =$$
$$= \dot{J}\left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] = \dot{J}\dot{Z}. \qquad (476)$$

Lahenduses esinev

$$j \exp j\omega t = \exp j(\omega t + \tfrac{\pi}{2})$$

näitab, et induktiivne osapinge ωLJ on voolust 90° ees (tema vektor on pööratud 90° positiivses suunas) ja

$$\tfrac{1}{j} \exp j\omega t = -j \exp j\omega t = \exp j(\omega t - \tfrac{\pi}{2})$$

näitab, et mahtuvuslik osapinge $\frac{J}{\omega C}$ on voolust 90° taga. Vooluringi näivtakistuse

$$\underline{Z} = Z \exp j\varphi = R + j(\omega L - \tfrac{1}{\omega C}) = R + j(X_L - X_C)$$

absoluutsuurus ehk m o o d u l

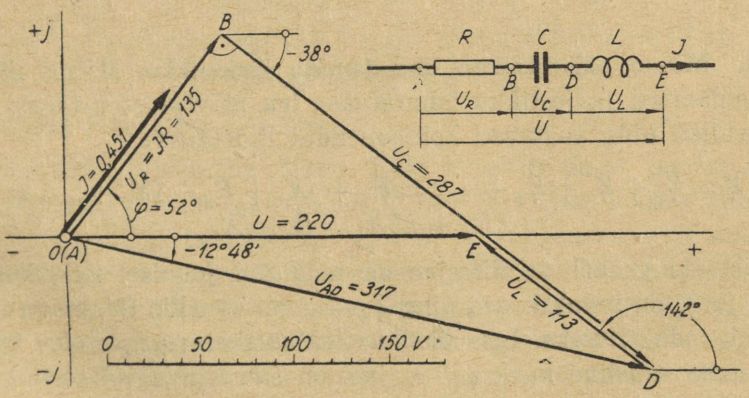
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \tfrac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (477a)$$

ja f a a s, s. o. tegev- ja näivtakistuse vektorite vaheline nurk,

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \qquad (477b)$$

Selle nurga tangens on positiivne, kui induktiivtakistus $X_L = \omega L$ on suurem mahtuvustakistusest $X_C = 1/\omega C$; siis on p i n g e v o o l u s t e e s ja koormust nimetatakse i n d u k t i i v s e k s (joon. 246*a*). Kui aga ωL on väiksem kui $1/\omega C$, siis tangens ja temale vastav nurk on negatiivsed, pinge on voolust taga ning koormust nimetatakse m a h t u v u s l i k u k s (joon. 246*b*).

N ä i d e 125. Järjestikku on ühendatud tegevtakistus $R = 300\ \Omega$, kondensaator mahtuvusega $C = 5\ \mu$F ja praktiliselt tegevtakistusvaba paispool induktiivsusega $L = 0{,}8$ H (joon. 247). Vooluringi toitva gene-



Joon. 247. Ühendusskeem ja vektordiagramm näitele 125.

raatori pinge $U = 220$ V ja sagedus $f = 50$ Hz. Määrata: vool, voolu ja pinge vaheline nihkenurk φ ning võimsustegur, pinge vooluringi üksikute elementide klemmidel ja pinge U_{AD} vooluringi punktide A ja D vahel.

Lahendus. Nurksagedus $\omega = 2\pi f = 314$ 1/sec, mahtuvustakistus

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 5} = 636\ \Omega,$$

induktiivtakistus

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0{,}8 = 251\ \Omega$$

ja vooluringi näivtakistus

$$\underset{\cdot}{Z} = R + j(X_L - X_C) = 300 + j(251 - 636) = 300 - j385 = \\ = 488 \angle -52^0\ \Omega.$$

Vooluringi läbiv vool

$$\underset{\cdot}{J} = \frac{\underset{\cdot}{U}}{\underset{\cdot}{Z}} = \frac{220}{488 \angle -52^0} = 0{,}451 \angle 52^0\ \text{A}.$$

Pinge vooluringi üksikute punktide vahel (kusjuures $-j = \angle -90^0$):

$\underset{\cdot}{U}_R = \underset{\cdot}{J}R = 0{,}451 \angle 52^0 \cdot 300 = 135 \angle 52^0$ V,

$\underset{\cdot}{U}_C = \underset{\cdot}{J}(-jX_C) = 0{,}451 \angle 52^0 \cdot 636 \angle -90^0 = 287 \angle -38^0$ V,

$\underset{\cdot}{U}_L = \underset{\cdot}{J} \cdot jX_L = 0{,}451 \angle 52^0 \cdot 251 \angle 90^0 = 113 \angle 142^0$ V,

$\underset{\cdot}{U}_{AD} = \underset{\cdot}{U}_R + \underset{\cdot}{U}_C = 135 \angle 52^0 + 287 \angle -38^0 =$

$= 83 + j106{,}2 + 226 - j176{,}5 = 309 - j70{,}3 = 317 \angle 12^0 48'$ V.

Arvutuse kontrollimiseks liidame osapinged punktide A ja E vahel. Õige lahenduse korral peab osapingete summa võrduma võrgupingega $\underset{\cdot}{U}$:

$$\underset{\cdot}{U}_R + \underset{\cdot}{U}_C + \underset{\cdot}{U}_L = \underset{\cdot}{U}_{AD} + \underset{\cdot}{U}_L = 309 - j70{,}3 + 113 \angle 142^0 = \\ = 309 - j70{,}3 + (-89 + j70{,}3) = 220 + j0.$$

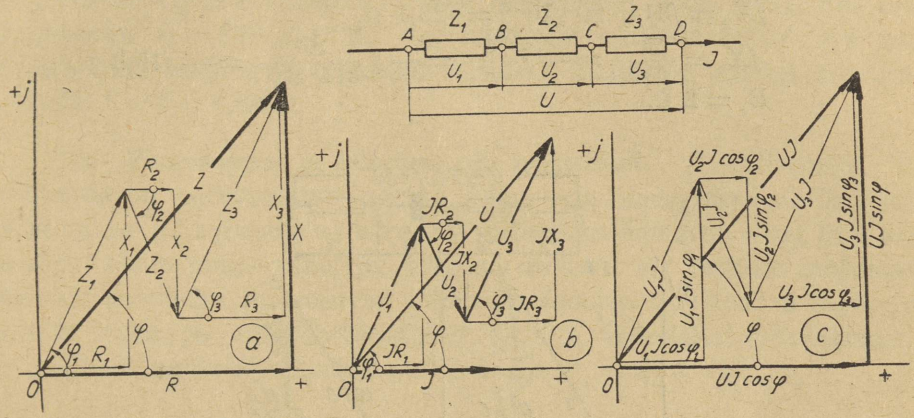
172. Mitme näivtakistuse ühendamine järjestikku. Mitme näivtakistuse ühendamisel järjestikku lahutatakse iga näivtakistus tegev- ja ebakomponendiks ning vastavad komponendid liidetakse:

$$\underset{\cdot}{Z} = \underset{\cdot}{Z}_1 + \underset{\cdot}{Z}_2 + \underset{\cdot}{Z}_3 + \ldots = R_1 + jX_1 + R_2 + jX_2 + \ldots = \\ = \Sigma R_k + j\Sigma X_k = R + jX. \qquad (478)$$

Näivtakistuste graafiline liitmine on näidatud joonisel 248, kus takistused $\underset{\cdot}{Z}_1$ ja $\underset{\cdot}{Z}_3$ on induktiivsed ning $\underset{\cdot}{Z}_2$ — mahtuvuslik. Summaarne takistus osutub induktiivseks. Igas üksikus takistuskolmnurgas olev tegev- ja näivtakistuse vaheline nurk φ_1, φ_2 jne. on sama, mis vektordiagrammis takistuse klemmidel oleva pinge ja takistust läbiva voolu vahelinegi. Et

kõik vektordiagrammis esinevad pinged ja nende komponendid on voolu $\dot{J}$ kordselt suuremad vastavaist takistustest, s. o.

$$\dot{U}_1 = \dot{J}\dot{Z}_1 = \dot{J}R_1 + j\dot{J}X_1,$$
$$\dot{U}_2 = \dot{J}\dot{Z}_2 = \dot{J}R_2 + j\dot{J}X_2$$



Joon. 248. Vooluring kolme järjestikku ühendatud näivtakistusega: *a* — takistuskolmnurk, *b* — pinge ja voolu vektordiagramm, *c* — võimsuskolmnurk.

jne., siis pingete vektordiagrammi pilt erineb takistuskolmnurkade pildist ainult mõõtvahekorralt. Sama kehtib ka võimsuskolmnurkade pildi kohta, sest võimsus ja tema komponendid on omakorda voolu-kordselt suuremad vastavaist pingeist:

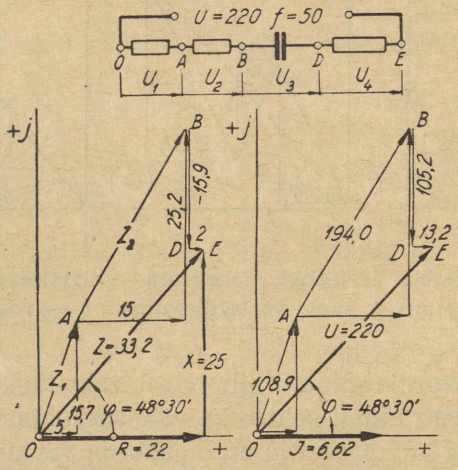
$$\dot{N}_1 = \dot{U}_1\dot{\bar{J}} = U_1 \exp j\alpha_1 J \exp(-j\beta) = U_1 J \exp j(\alpha_1 - \beta) =$$
$$= U_1 J \cos\varphi_1 + jUJ \sin\varphi_1,$$
$$\dot{N}_2 = \dot{U}_2\dot{\bar{J}} = U_2 \exp j\alpha_2 J \exp(-j\beta) = U_1 J \exp j(\alpha_2 - \beta) =$$
$$= U_2 J \cos\varphi_2 + jUJ \sin\varphi_2$$

jne., kusjuures faasivahe $\alpha - \beta = \varphi$.

Näide 126. Vooluring (joon. 249) koosneb ühest poolist induktiivsusega $L_1 = 50$ mH ja takistusega $R_1 = 5\ \Omega$, teisest poolist induktiivsusega $L_2 = 80$ mH ja takistusega $R_2 = 15\ \Omega$, kondensaatorist mahtuvusega $C_3 = 200\ \mu$F ning tegevtakistusest $R_4 = 2\ \Omega$. Määrata vool, kogu vooluringi $\cos\varphi$, poolides ja takistuses soojuseks muunduv võimsus ning joonestada vektordiagramm, millest nähtuksid pinged vooluringi üksikute elementide klemmidel. Vooluring on ühendatud vahelduvvoolu võrguga, mille pinge on 220 V ja sagedus 50 Hz.

L a h e n d u s. Voolu arvutamiseks määrame summaarse näivtakistuse. Sellejuures nurksagedus $\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314$ 1/sec. Takistused

$$R_1 = 5\ \Omega,$$
$$jX_1 = j\omega L_1 = j314 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = j15{,}7\ \Omega,$$
$$R_2 = 15\ \Omega,$$
$$jX_2 = j314 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = j25{,}1\ \Omega,$$
$$jX_3 = \frac{1}{j\omega C_3} = -j\frac{1}{\omega C_3} = -j\frac{10^6}{314 \cdot 200} = -j15{,}9\ \Omega,$$
$$R_4 = 2\ \Omega.$$



Joon. 249. Takistuskolmnurk ja vektordiagramm näitele 126.

Üldine näivtakistus

$$\underline{Z} = 5 + j15{,}7 + 15 + j25{,}1 - j15{,}9 + 2 = 22 + j24{,}9 = 33{,}2 \angle 48^\circ 30'\ \Omega,$$

vool

$$\underline{J} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{220}{33{,}2 \angle 48^\circ 30'} = 6{,}62 \angle -48^\circ 30'\ \text{A};$$

seega on vool pingest (mille nurk koordinaadistiku reaalteljega on null) taga 48°30′. Kogu vooluringi võimsustegur

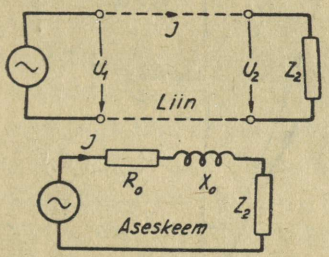
$$\cos\varphi = \cos 48^\circ 30' = 0{,}663.$$

Tegevtakistuses soojuseks muunduv võimsus

$$N = J^2 \Sigma R = 6{,}62^2 (5 + 15 + 2) = 964\ \text{W}.$$

Vektordiagrammi joonestamiseks oleks küllaldane, kui korrutaksime takistuskolmnurkade kõikide külgede väärtused vooluga $\dot{J} = 6{,}62 \angle$ $\angle -48°30'$ A. Ent see tingiks kogu diagrammi pööramist nurga $-48°30'$ võrra. Vektordiagrammi joonestamine lihtsustuks, kui koordinaadistiku reaaltelje suunas, nagu seda eespool on arvutamisel oletatud, ei asetseks pingevektor ($\dot{U} = U = 220$ V), vaid vooluvektor (joon. 249). Siis oleks pingevektor $\dot{U} = 220 \angle 48°30'$ vooluvektorist ajaliselt $48°30'$ ees nagu ennegi, kuid osapingete määramisel tuleks takistuste väärtus korrutada vooluga $\dot{J} = J = 6{,}62$ A.

173. Pingemuutus ja võimsuskadu elektriliinil. Elektrienergia ülekandmine on paratamatult seotud pinge- ja energiakaoga. Seejuures mõistetakse p i n g e m u u t u s e all voltides mõõdetavat vahet liini algul ja lõpul oleva pinge vahel ja v õ i m s u s k a o all vattides mõõdetavat kasutult soojuseks muunduvat võimsust. Joonisel 250 toodud aseskeemil on liini tegev- ja induktiivtakistused R_0 ja X_0 koondatud ühte harusse ja on järjestikku tarbija koormustakistusega $\dot{Z}_2 = R_2 + jX_2$.



Joon. 250. Elektriliin energia ülekandmiseks ja selle aseskeem.

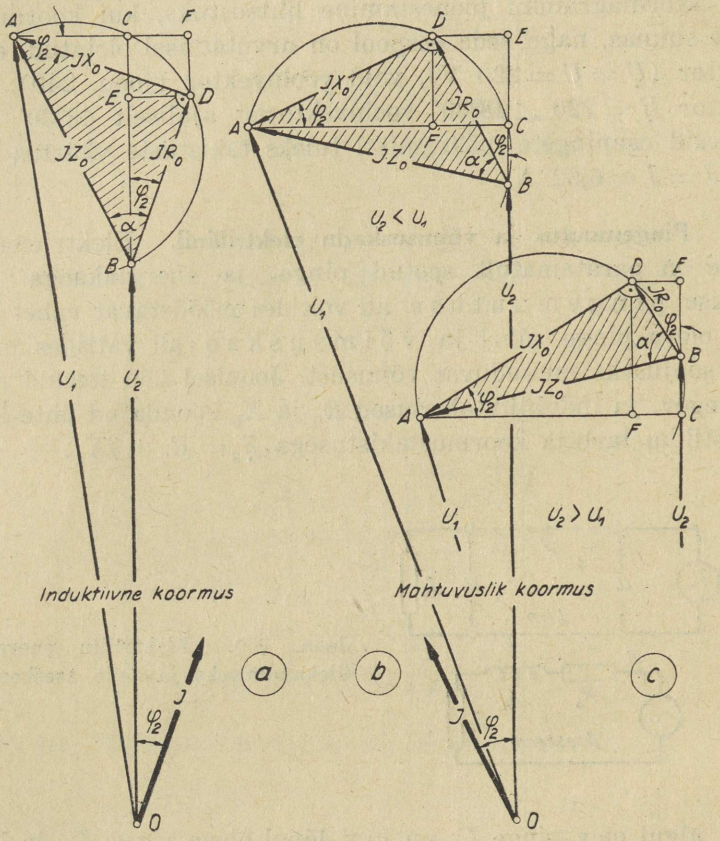
Liini algul olev pinge U_1 on liini lõpul oleva pinge U_2 ja liini näivtakistuses tekkiva pingelangu JZ_1 geomeetriline summa. Seega erineb voolu ja pinge vaheline faasinihe liini algul faasinihkest liini lõpul. Jooniselt 251 on näha, et pingemuutus $U_1 - U_2$ on väiksem liinis aset leidvast pingelangust JZ_0 ja et viimane on lahutatav vooluga faasis olevaks komponendiks JR_0 ja temaga risti olevaks komponendiks JX_0. Et pingemuutus on suhteliselt väike, siis võime pinge vektorit $U_1 = \overline{OA}$ vaadelda ligikaudu võrdsena lõiguga $\overline{OC}$.

I n d u k t i i v s e koormuse korral (joon. 251*a*) pingemuutus

$$U_1 - U_2 \approx \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = \overline{BD}\cos\varphi_2 + \overline{AD}\sin\varphi_2 = \\ = JR_0\cos\varphi_2 + JX_0\sin\varphi_2 . \qquad (479a)$$

Mahtuvusliku koormuse korral (joon. 251*b* ja 251*c*)

$$U_1 - U_2 \approx \overline{BC} = \overline{BE} - \overline{EC} = JR_0 \cos\varphi_2 - JX_0 \sin\varphi_2 . \quad (479b)$$



Joon. 251. Elektriliini vektordiagramm: *a* — koormus on induktiivne; *b* — koormus on mahtuvuslik, kusjuures $U_2 < U_1$; *c* — koormus on mahtuvuslik, kusjuures liini $X_0 > R_0$ ja $U_2 > U_1$.

Suure induktiivtakistusega X_0 liinil võib mahtuvusliku koormuse korral pinge liini lõpul osutuda ka suuremaks pingest liini algul (joon. 251*c*). See leiab aset siis, kui

$$X_0 \sin\varphi_2 > R_0 \cos\varphi_2$$

ehk kui

$$\operatorname{tg}\varphi_2 > \operatorname{tg}\alpha = \frac{X_0}{R_0} . \quad (480)$$

Pingega U_1 toidetava liini lõpul olev induktiivne tarbija võtab võrgust võimsuse

$$N_2 = U_2 J \cos \varphi_2 = \frac{U_2^2}{Z_2} \cos \varphi_2.$$

Kolmnurgas OAB (joon. 251a)

$$U_1^2 = U_2^2 + (JZ_0)^2 + 2U_2 JZ_0 \cos (\alpha - \varphi_2).$$

Et aga vool $J = U_2/Z_2$, siis

$$U_1^2 = U_2^2 + \frac{U_2^2 Z_0^2}{Z_2^2} + \frac{2U_2^2 Z_0}{Z_2} \cos (\alpha - \varphi_2),$$

millest liini lõpul oleva pinge ruut

$$U_2^2 = \frac{U_1^2 Z_2^2}{Z_2^2 + Z_0^2 + 2Z_0 Z_2 \cos (\alpha - \varphi_2)}$$

ja seega tarbija poolt võrgust võetav võimsus

$$N_2 = \frac{U_2^2}{Z_2} \cos \varphi_2 = \frac{U_1^2 Z_2 \cos \varphi_2}{Z_2^2 + Z_0^2 + 2Z_0 Z_2 \cos (\alpha - \varphi_2)},$$

$$N_2 = \frac{U_1^2 \cos \varphi_2}{Z_2 + \frac{Z_0^2}{Z_2} + 2Z_0 \cos (\alpha - \varphi_2)}. \qquad (481)$$

Nagu nähtub viimasest valemist, pole mõeldav antud liini mööda üle kanda (konstantseks jääval võimsusteguril $\cos \varphi_2$) ükskõik kui suurt võimsust, isegi siis mitte, kui jõujaama generaatorid seda võimaldaksid. Konstantsel võimsusteguril ülekantav võimsus on maksimaalne sellise Z_2 väärtuse puhul, kui murru nimetajas olev $Z_2 + Z_0^2/Z_2$ on minimaalne (seejuures nurgad α ja φ_2 on konstantsed). Tuletades viimase muutuva Z_2 suhtes ja võrrutades saadud tuletise nulliga saame

$$\frac{d(Z_2 + Z_0^2/Z_2)}{dZ_2} = 1 + \frac{Z_0^2}{Z_2^2} = 0,$$

millest $Z_0 = Z_2$. Seega ülekantav võimsus on maksimaalne olukorras, kus tarbija näivtakistus on võrdne liini näivtakistusega. Maksimaalne võimsus

$$N_{2max} = \frac{U_1^2 \cos \varphi_2}{2Z_0 [1 + \cos (\alpha - \varphi_2)]}. \qquad (482)$$

Veel suuremat võimsust on antud liini mööda võimalik üle kanda ainult siis, kui ei olda seotud võimsusteguri $\cos \varphi_2$ konstantseks jäämise eritingimusega. Tuletades valemi 482 nurga φ_2 suhtes ja võrrutades leitud tuletise nulliga saame

$$-[1 + \cos (\alpha - \varphi_2)] \sin \varphi_2 - \cos \varphi_2 \sin (\alpha - \varphi_2) = 0,$$

Ex bibl. univ.

millest pärast ümberkujundamist

$$-\sin\varphi_2 - \sin[(\alpha-\varphi_2)+\varphi_2] = 0,$$

kust

$$\varphi_2 = -\alpha.$$

Seega suurim ülekantavaist võimsustest

$$N'_{2\,max} = \frac{U_1^2\cos\alpha}{2Z_0(1+\cos 2\alpha)} = \frac{U_1^2\cos\alpha}{2Z_0\cdot 2\cos^2\alpha} = \frac{U_1^2}{4Z_0\cos\alpha}.$$

Et aga $\cos\alpha = R_0/Z_0$, siis

$$N'_{2\,max} = \frac{U_1^2}{4R_0}. \tag{483}$$

Selles eriolukorras (liini näivtakistus Z_0 on võrdne koormuse näivtakistusega Z_2 ja mahtuvuslik nihkenurk $\varphi_2 = \operatorname{arc\,tg} X_2/R_2$ on võrdne liini induktiivse nihkenurgaga $\alpha = \operatorname{arc\,tg} X_0/R_0$, sest $\varphi_2 = -\alpha$)

$$\begin{aligned} X_2 &= Z_2\sin\varphi_2 = Z_0\sin(-\alpha) = -Z_0\sin\alpha = -X_0,\\ R_2 &= Z_2\cos\varphi_2 = Z_0\cos(-\alpha) = Z_1\cos\alpha = R_0 \end{aligned} \tag{484}$$

ja ülekande kasutegur

$$\eta = \frac{J^2R_2}{J^2R_0+J^2R_2} = \frac{J^2R_2}{J^2R_2+J^2R_2} = 0{,}5.$$

Näide 127. Elektrijaamast väljuval ühefaasisel liinil on mõõdetud: pinge $U_1 = 3300$ V, vool $J_1 = 10$ A ja ülekantav tegevvõimsus $N_1 = 21{,}5$ kW. On teada, et liini pikkus $l = 30$ km, juhtme ristlõige $q = 16$ mm² ja juhtmete vahe $a = 1{,}5$ m. Arvutada liini lõpul olev pinge U_2 ja võimsustegur $\cos\varphi_2$, kui sagedus $f = 50$ Hz, maksimaalne selle võimsusteguriga ülekantav võimsus ja suurim üle kanda võidav võimsus üldse.

Lahendus. Võimsustegurile

$$\cos\varphi_1 = \frac{N_1}{U_1J} = \frac{21\,500}{3300\cdot 10} = 0{,}652$$

vastab nihkenurk $\varphi_1 = 49°20'$ ja $\sin\varphi_1 = 0{,}758$. Õhuliini tegevtakistus (temperatuuril 20° C)

$$R_0 = \frac{\varrho\,2\,l}{q} = \frac{0{,}0175\cdot 2\cdot 30\,000}{16} = 65{,}6\ \Omega,$$

juhtme raadius ($q = 16$ mm²) $r = 2{,}26$ mm, liini induktiivsus (valemi 371 kohaselt I köites)

$$L = \left(4\ln\frac{a}{r}+1\right)l\cdot 10^{-9} = \left(4\ln\frac{1500}{2{,}26}+1\right)\cdot 30\cdot 10^5\cdot 10^{-9} = 81\cdot 10^{-3}\ \text{H},$$

liini ebatakistus

$$X_0 = 2\pi fL = 2\pi 50 \cdot 81 \cdot 10^{-3} = 25{,}5\ \Omega$$

ja näivtakistus

$$Z_0 = Z_0 \exp ja = R_0 + jX_0 = 65{,}6 + j25{,}5 = 70{,}4 \angle 21°15'\ \Omega.$$

Oletame esiteks koormuse olevat induktiivse (joon. 252*a*). Lahutame pinge U_1 vooluga faasis olevaks tegevkomponendiks

$$U_{1t} = U_1 \cos \varphi_1 = 3300 \cdot 0{,}652 = 2150\ \text{V}$$

ja voolust 90° ees olevaks ebakomponendiks

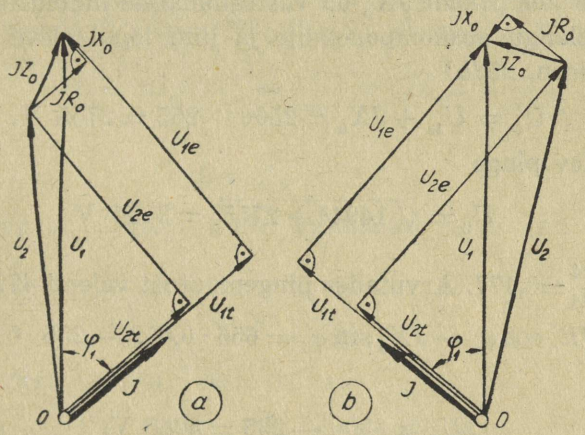
$$U_{1e} = U_1 \sin \varphi_1 = 3300 \cdot 0{,}758 = 2500\ \text{V}.$$

Liinis aset leidva pingelangu komponendid

$$JR_0 = 10 \cdot 65{,}6 = 656\ \text{V},$$
$$JX_0 = 10 \cdot 25{,}5 = 255\ \text{V}.$$

Liini lõpul oleva pinge U_2 tegevkomponent U_{2t} on väiksem liini algul oleva pinge tegevkomponendist JR_0 võrra:

$$U_{2t} = U_{1t} - JR_0 = 2150 - 656 = 1494\ \text{V};$$



Joon. 252. Vektordiagramm näitele 127:
a — koormus on induktiivne, *b* — koormus on mahtuvuslik.

analoogiliselt pinge ebakomponent

$$U_{2e} = U_{1e} - JX_0 = 2500 - 255 = 2245\ \text{V}.$$

Seega liini lõpul olev pinge

$$U_2 = \sqrt{U_{2t}^2 + U_{2e}^2} = \sqrt{1494^2 + 2245^2} = 2700\ \text{V},$$

võimsustegur

$$\cos \varphi_2 = \frac{U_{2t}}{U_2} = \frac{1494}{2700} = 0{,}553,$$

nihkenurk $\varphi_2 = 56^0 25'$ ja pingemuutus

$$U_1 - U_2 = 3300 - 2700 = 600 \text{ V},$$

s. o.

$$\frac{600}{3300} \cdot 100 = 18{,}2\%.$$

Pingemuutus arvutamisel valemi 479a järgi

$$U_1 - U_2 \approx JR_0 \cos \varphi_1 + JX_0 \sin \varphi_1 = \\ = 656 \cdot 0{,}652 + 255 \cdot 0{,}758 = 620 \text{ V},$$

mis ühtib küllaldase täpsusega eespool saadud tulemusega.

Oletame nüüd koormuse olevat mahtuvuslikku. Liini lõpul oleva pinge tegevkomponent U_{2t} on ka sel juhtumil väiksem liini algul oleva pinge U_1 tegevkomponendist U_{1t} pingelangu komponendi JR_0 võrra; seega ka sel puhul $U_{2t} = 1494$ V. Et aga φ_2 on nüüd negatiivne, siis pingelangu ebakomponent JX_0 on vastusuunaline induktiivse koormusega tekkiva pingelangu ebakomponendile ja liini lõpul oleva pinge U_2 ebakomponent (joon. 252*b*)

$$U_{2e} = U_{1e} + JX_0 = 2500 + 255 = 2755 \text{ V}.$$

Liini lõpul olev pinge

$$U_2 = \sqrt{1494^2 + 2755^2} = 3134 \text{ V}$$

ja $\cos \varphi_2 = \frac{1494}{3134} = 0{,}477$. Arvutades pingemuutust valemi 479b järgi saame:

$$U_1 - U_2 \approx JR_0 \cos \varphi_1 - JX_0 \sin \varphi_1 = 656 \cdot 0{,}652 - 255 \cdot 0{,}758 = 235 \text{ V}.$$

Seega pinge

$$U_2 \approx 3300 - 235 = 3065 \text{ V}.$$

Et liini takistuskolmnurgas nurk $\alpha = 21^0 15'$ ja liini näivtakistus $Z_0 = 70{,}4\ \Omega$, siis induktiivse tarbija võimsusteguri olles 0,553, millele vastab nurk $\varphi_2 = 56^0 25'$, on maksimaalne ülekantav võimsus valemi 482 kohaselt

$$N_{2max} = \frac{U_1^2 \cos \varphi_2}{2Z_0 [1 + \cos (\alpha - \varphi_2)]} = \\ = \frac{3300^2 \cdot 0{,}553}{2 \cdot 70{,}4 [1 + \cos (21^0 15' - 56^0 25')]} = 23\,600 \text{ W} = 23{,}6 \text{ kW}.$$

Mahtuvusliku tarbija võimsusteguri olles 0,478 on maksimaalne ülekantav võimsus $N_{2max} = 20{,}9$ kW. Antud juhtumil on nii induktiivse kui ka mahtuvusliku koormuse puhul tarbija poolt tarbitav võimsus $N_2 = U_2 J \cos\varphi_2 = 15$ kW, mis pole kaugel maksimaalselt võimalikust (eeldusel, et $\cos\varphi_2 = const$). Ülekande kasutegur on seejuures $\eta = 15 : 21{,}5 \approx 0{,}7$ ja võimsuskadu ligi 30%.

Suurima üldse üle kanda võidava võimsuse ülekandmiseks peab koormus olema mahtuvuslik, sest valemi 484 kohaselt $X_2 = -X_0$, kusjuures $R_2 = R_0$. Siis võimsus

$$N'_{2max} = \frac{U_1^2}{4R_0} = \frac{3300^2}{4 \cdot 65{,}6} = 41\,500 \text{ W} = 41{,}5 \text{ kW}$$

ja $\cos\varphi_2 = \cos(-\alpha) = \cos(-21°15') = 0{,}93$. Kuid seejuures on kasutegur ainult 50%.

174. Pingeresonants. Pingeresonantsi nimetust kandev olukord kujuneb vooluringis siis, kui järjestikku ühendatud ebatakistused osutuvad võrdseks. Siis pinge induktiivne ebakomponent U_L kompenseerub mahtuvusliku ebakomponendiga U_C ja vooluringis tekib sellise tugevusega vool, mille poolt tegevtakistuses tekitatav pingelang JR on võrdne generaatori pingega U (joon. 253). Seega pingeresonantsi korral

$$U_L = J\omega_0 L, \; U_C = \frac{J}{\omega_0 C} \text{ ja } J\omega_0 L = \frac{J}{\omega_0 C},$$

millest

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

ja nurksagedus ω_0, mille juures resonants tekib (nn. Thomsoni valem),

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \tag{485}$$

Resonantsolukorrale vastav ebatakistus

$$R_0 = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{486}$$

on sõltumatu sagedusest ja nimetatakse lainetakistuseks.

Resonantsolukorra näivtakistusele

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right)^2} = R \tag{487}$$

vastav vool

$$J = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}.$$

Teada oleva resonantssageduse ω_0 ja induktiivsuse L korral on resonantsi saavutamiseks vajalik mahtuvus

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L}; \tag{488a}$$

teada oleva ω_0 ja C korral induktiivsus

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C}. \tag{488b}$$

N ä i d e 128. Järjestikku on ühendatud tegevtakistus $R = 300\ \Omega$, paispool induktiivsusega $L = 0{,}8$ H ja kondensaator mahtuvusega C. Vooluringi toitva generaatori pinge $U = 220$ V ja sagedus $f = 50$ Hz. Määrata resonantsolukorra tekitamiseks vajalik kondensaatori mahtuvus, vool ja osapinged (võrdle näitega 125, milles sama R ja L korral $C = 5\ \mu$F).

L a h e n d u s. Resonantsolukorras lainetakistus

$$R_0 = X_C = X_L = 2\pi f_0 L = 2\pi 50 \cdot 0{,}8 = 251\ \Omega$$

ja kondensaatori mahtuvus

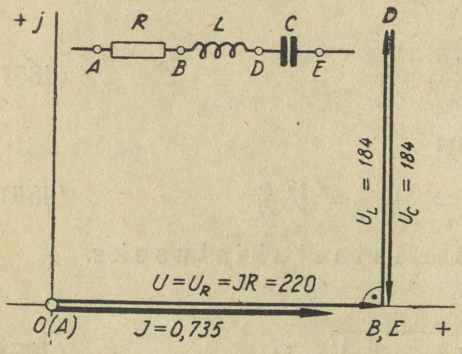
$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 251} = 12{,}67 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 12{,}67\ \mu\text{F}.$$

Resonantsis oleva vooluringi näivtakistus

$$Z = R = 300\ \Omega$$

ja pingega faasis olev vool

$$J = \frac{U}{Z} = \frac{220}{300} = 0{,}733\ \text{A}.$$



Joon. 253. Vektordiagramm resonantsis olevale vooluringile näites 128.

Kondensaatori klemmidel olev pinge U_C ja paispooli klemmidel olev pinge

$$U_L = U_C = JR_0 = 0{,}733 \cdot 251 = 183{,}8\ \text{V}.$$

Mitte iga kord ei jää mahtuvus- ja induktiivtakistuse klemmidel olev pinge väiksemaks generaatori pingest. Suhteliselt suure induktiivsuse ja väikese mahtuvuse korral võib nendel tekkiv pinge mitmekordselt ületada generaatori pinge. Oleks näiteks samas vooluringis, mille $R = 300\ \Omega$ ja pinge $U = 220$ V, lainetakistus $R_0 = \omega_0 L = 1/\omega_0 C = 1000\ \Omega$, siis ainult tegevtakistuse ja pingega määratud vool säiliks endisena ($J = 0{,}733$ A), kuid pinge kondensaatori ja paispooli klemmidel oleks

$$U_C = U_L = JR_0 = 0{,}733 \cdot 1000 = 733 \text{ V}.$$

Pinge ühe ebatakistuse klemmidel võib oma suuruselt ületada generaatori pinge aga juba ka vooluringi veel mitte resonantsis olles, nagu see selgub näitest 125 (joon. 247), milles võrgupinge $U = 220$ V korral pinge kondensaatori klemmidel $U_C = 287$ V.

175. Pingeresonants muutlikul sagedusel. Resonants pole saavutatav mitte ainult sobivate (suuruselt võrdsete) ebatakistuste valikuga, vaid on saavutatav ka sageduse sobitamisega. Valemi 485 kohaselt tekib resonants nurksagedusel $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, millele vastab resonantssagedus

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{489}$$

ja perioodi vältus

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{LC}\ . \tag{490}$$

Sageduse muutumisel püsib muutumatuna vooluringi tegevtakistus, kuid mitte tema ebatakistused. Sageduse kasvades induktiivtakistus $X_L = \omega L$ kasvab proportsionaalselt sagedusega, mahtuvustakistus aga väheneb samas vahekorras: $X_C = 1/\omega C$. Resonantssagedusest väiksemal sagedusel on induktiivtakistus väiksem mahtuvustakistusest, üldine näivtakistus on mahtuvuslik ja vool on pingest ajaliselt ees. Et aga sama vool põhjustab suurema ebatakistuse klemmidel ka suurema pinge, siis on resonantssagedusest väiksemal sagedusel mahtuvustakistuse klemmidel suurem pinge kui induktiivtakistuse omadel. Mida ligemal olevaks osutub sagedus ω resonantssagedusele ω_0, seda väiksemaks muutub takistuste vahe ja ka pingete vahe.

Suurimat väärtust ei omanda mahtuvuslik pinge aga siiski mitte resonantsolukorras, kus vool on maksimaalne, vaid resonantssagedusest f_0 väiksemal sagedusel f_1. Nimelt on mahtuvusliku pinge

$$U_C = \frac{J}{\omega C} = \frac{U}{\omega C\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2\omega^2C^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}$$

väärtus maksimaalne niisuguse ω_1 väärtuse puhul, kui selle avaldise nimetaja juure all olev suurus on minimaalne. Tuletades nimetaja juurealuse avaldise ω suhtes ja võrdsustades leitud tuletise nulliga saame:

$$\frac{d[R^2\omega^2C^2 + (\omega^2LC - 1)^2]}{d\omega} = 2\omega R^2C^2 + 4\omega^3L^2C^2 - 4\omega LC = 0$$

ehk

$$R^2C + 2\omega^2L^2C - 2L = 0,$$

millest maksimaalsele pingele U_{Cmax} vastav nurksagedus

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

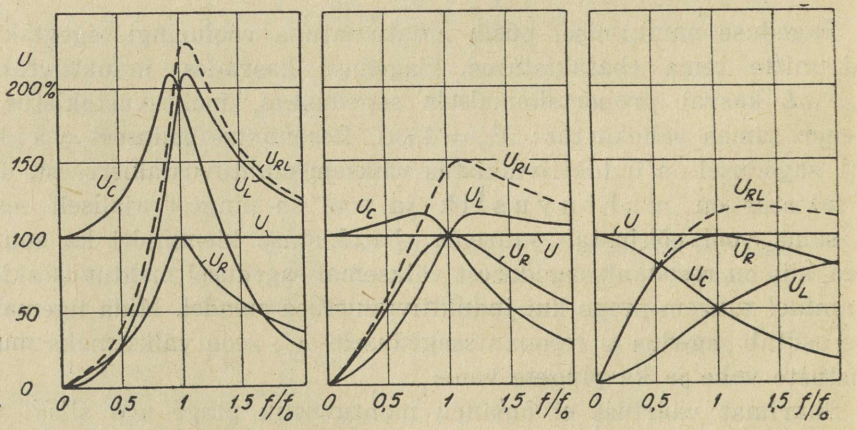
Et aga $\omega_1 = 2\pi f_1$ ja resonantssagedus $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, siis sagedus

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1 - \frac{R^2C}{2L}} = f_0\sqrt{1 - \frac{R^2C}{2L}} < f_0. \qquad (491a)$$

Maksimaalne pinge induktiivse takistuse klemmidel on saavutatav resonantssagedusest f_0 s u u r e m a l sagedusel f_2. See sagedus

$$f_2 = f_0\sqrt{\frac{1}{1 - R^2C/2L}} > f_0. \qquad (491b)$$

Joonisel 256 on näidatud osapingete U_L ja U_C, voolu J ning pinge ja voolu vahelise nurga φ sõltuvus sagedusest konstantsel võrgupingel U.

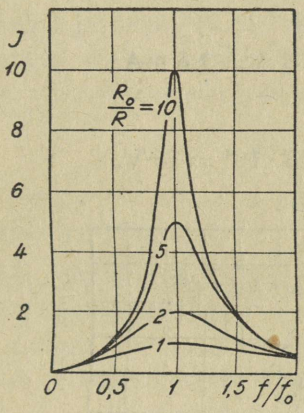


Joon. 254. Tegevtakistuse mõju resonantskõveraile:
a) $R_0/R = 2$, *b*) $R_0/R = 1$, *c*) $R_0/R = 0{,}5$.

Valemitest 491a ja 491b nähtub, et vahe sageduste f_1 ja f_2 vahel sõltub vooluringi tegevtakistusest R. Takistuse suurenedes suureneb vahe

sageduste f_1 ja f_2 vahel; seejuures muutuvad pingekõverad lamedamaks. Kui takistus on nii suur, et valemites juure all olev $R^2C/2L = 1$, siis $f_1 = 0$ ja $f_2 = \infty$ ning pinged U_l ja U_C ei ületa pinge U suurust (joon. 254c). Kui on $R^2C/2L > 1$, siis f_1 ja f_2 lakkavad eksisteerimast (vastus on siis imaginaarne), seega sageduse kasvades pinge U_C pidevalt väheneb ja U_L — kasvab.

Millisel määral tegevtakistus mõjutab voolukõverat, seda näitab joonis 255, millel on toodud voolukõverad vooluringidele ühesuguse L ja C, kuid erineva R väärtusega võrdse pinge U korral.



Joon. 255. Voolu resonantskõvera sõltuvus sagedusest mitmesugusel laine- ja tegevtakistuse suhtel R_0/R.

Näide 129. Määrata sagedusele $f_0 = 796$ Hz häälestatava (järjestikku ühendatavate elementidega) vooluringi induktiivsus L ja tegevtakistus R nii, et mahtuvusel $C = 0{,}02$ μF kondensaatori klemmidel olev pinge oleks kolm korda suurem toitepingest $U = 5$ V. Arvutada $U_{C\,max}$ ja $U_{L\,max}$ ning nendele vastavad sagedused f_1 ja f_2.

Lahendus. Resonants-nurksagedus

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 796 = 5000\,\frac{1}{\text{sec}},$$

lainetakistus

$$R_0 = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{10^6}{5000 \cdot 0{,}02} = 10^4\ \Omega,$$

induktiivsus

$$L = \frac{R_0}{\omega_0} = \frac{10^4}{5000} = 2\ \text{H}.$$

Et kondensaatori klemmidel tekiks pinge

$$U_C = 3U = 3 \cdot 5 = 15 \text{ V},$$

peab suhe R_0/R võrduma pinge mitmekordistumisega, s. o.

$$\frac{R_0}{R} = 3, \text{ millest } R = \frac{R_0}{3} = \frac{10^4}{3} = 3333\ \Omega.$$

Osapingete maksimumidele vastavad sagedused (val. 491a ja 491b)

$$f_1 = f_0 \sqrt{1 - \frac{R^2C}{2L}} = 796 \sqrt{1 - \frac{3333^2 \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 2}} = 796 \sqrt{0{,}945} = 774 \text{ Hz},$$

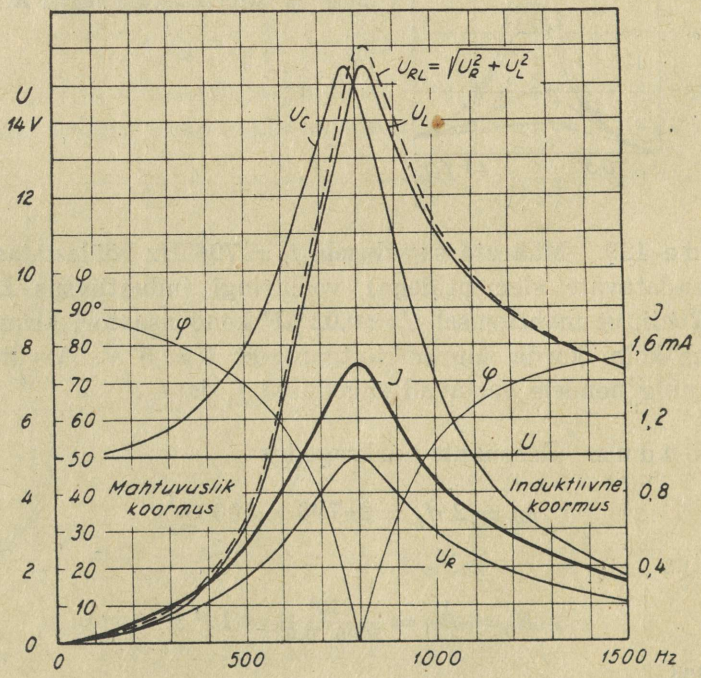
$$f_2 = f_0 \sqrt{\frac{1}{1 - R^2C/2L}} = 796 \sqrt{\frac{1}{0{,}945}} = 820 \text{Hz}.$$

Resonantsolukorras vool

$$J = \frac{U}{R} = \frac{5}{3333} = 0{,}0015 \text{ A} = 1{,}5 \text{ mA}$$

ja kondensaatori pinge

$$U_C = JR_0 = U_L = 0{,}0015 \cdot 10^4 = 15 \text{ V}.$$



Joon. 256. Osapingete ja voolu sõltuvus sagedusest näite 129 andmeil.

Joonisel 256 on toodud pingete U_C, U_L ja U_{RL}, voolu J ja voolu ning pinge U vahelise nihkenurga φ sõltuvus sagedusest. U_{RL} on tegevtakistuses R tekkiva pingelangu JR ja induktiivtakistuse klemmidel oleva pinge U_L (geomeetriline) summa.

176. Kirchhoffi esimene seadus vahelduvvoolule. Mitme takistuse ühendamisel rööbiti võib igaüht neist vaadelda ühendatuna võrguga iseseisvalt. Pinge $u = U_m \sin \omega t$ mõjul tekib üksikutes harudes vool $i = J_m \sin(\omega t - \varphi)$ või, avaldades sümboolsel kujutusviisil,

$$\dot{J} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{U \exp j\omega t}{Z \exp j\varphi} = \frac{U}{Z} \exp j(\omega t - \varphi) = J \exp j(\omega t - \varphi).$$

Need voolud erinevad mitte ainult absoluutsuuruselt, vaid ka pingega moodustatava nihkenurga φ poolest. Rööbiti ühendatud tarbijaid toitev vool $\dot{J}$ on võrdne haruvoolude summaga, s. o.

$$\dot{J} = \dot{J}_1 + \dot{J}_2 + \ldots, \tag{492}$$

sest nii üksikud haruvoolud kui ka liitvool muutuvad siinuseliselt nagu neid põhjustav pingegi.

Alalisvoolu puhul kehtivat Kirchhoffi esimest seadust, mille kohaselt hargnemispunkti voolavate ja sealt äravoolavate voolude summa võrdub nulliga, on võimalik muutmatult rakendada ka vahelduvvoolu kohta, kui voolude algebraline summa asendada geomeetrilisega. Siis $\Sigma \dot{J} = 0$.

Kui on rööbiti ühendatud suurem hulk näivtakistusi, siis võib osutuda otstarbekamaks arvutada mitte takistuste, vaid juhtivustega. Üksikus näivtakistuses $\dot{Z} = R + jX$ (induktiivses, kui X on positiivne) tekib pinge $\dot{U}$ mõjul vool

$$\dot{J} = \dot{U}\frac{1}{\dot{Z}} = \dot{U}\frac{1}{R+jX} = \dot{U}\frac{1}{R+jX}\frac{R-jX}{R-jX} =$$

$$= \dot{U}\frac{R-jX}{R^2+X^2} = \dot{U}\frac{R-jX}{Z^2} = \dot{U}\left(\frac{R}{Z^2} - j\frac{X}{Z^2}\right).$$

Viimases avaldises on kompleksne, siimensites mõõdetav näivjuhtivus $1/\dot{Z}$, mida edaspidi tähistame $\dot{Y}$-ga, näidatud koosnevana reaal- ja imaginaarkomponentidest R/Z^2 ja X/Z^2. Tähistades esimest neist, s. o. tegevjuhtivust, G-ga ja teist, s. o. ebajuhtivust, B-ga, võime kirjutada:

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}},\ G = \frac{R}{Z^2},\ B = \frac{X}{Z^2} \text{ ja } \dot{Y} = G - jB. \tag{493}$$

Joonisel 257*c* on näidatud viimasest valemist tulenev juhtivuskolmnurk kaatetitega G ja B ning hüpotenuusiga Y. Seega on vool $\dot{J}$ lahutatav pingega faasis olevaks komponendiks $\dot{J}_t$ ja viimasega risti olevaks komponendiks $j\dot{J}_e$ (vektordiagramm joon. 257*a*):

$$\dot{J} = \dot{U}\dot{Y} = \dot{U}G - j\dot{U}B = \dot{J}_t - j\dot{J}_e.$$

Arvutamise lihtsustamiseks, nimelt selleks, et G ja jB korrutis pingega $\dot{U}$ jääks vastavalt reaal- ja imaginaararvuks, tuleb koordinaatide teljestik paigutada nii, et pingevektori suund ühtiks reaaltelje suunaga (joon. 257*b*). Siis $\dot{U} = U$ ja näivtakistuses tekkiv vool

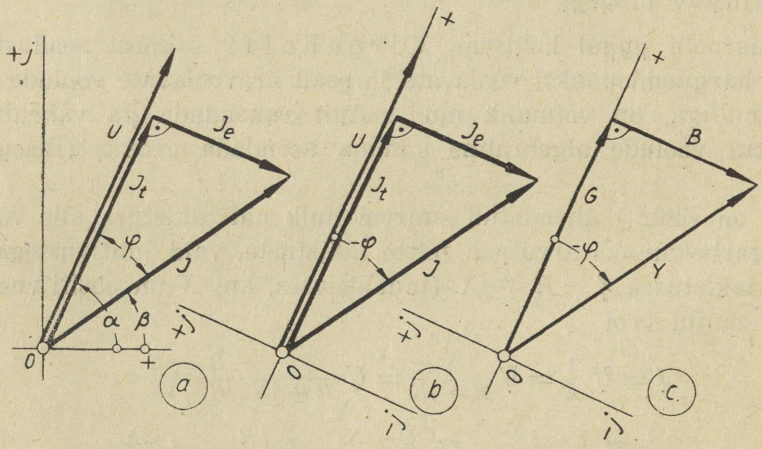
$$\dot{J} = U\dot{Y} = UG + jUB = J_t + jJ_e$$

on lahutatav tegevkomponendiks (voolu projektsioon pinge suunale)

$$J_t = \dot{U}G = U\frac{R}{Z^2} = JZ\frac{R}{Z^2} = J\frac{R}{Z} = J\cos\varphi$$

ja ebakomponendiks

$$J_e = UB = U\frac{X}{Z^2} = JZ\frac{X}{Z^2} = J\frac{X}{Z} = J\sin\varphi.$$



Joon. 257. Voolu $\dot{J}$ lahutamine tegev- ja ebakomponendiks erinevalt paigutatud koordinaadistiku korral ja juhtivuskolmnurk:
a) $\dot{J} = \dot{J}_t - j\dot{J}_e$, *b*) $\dot{J} = J_t - j\dot{J}_e$, *c*) $\dot{Y} = G - jB$.

Mitme haruvoolu liitmiseks liidame omaette voolude tegev- ja ebakomponendid:

$$\dot{J} = \dot{J}_1 + \dot{J}_2 + \ldots = UG_1 - jUB_1 + UG_2 - jUB_2 + \ldots =$$
$$= U[(G_1 + G_2 + \ldots) - j(B_1 + B_2 + \ldots)] = U(G - jB). \quad (494)$$

Viimane valem õigustab teostada analoogiliselt takistuskolmnurkade graafilisele liitmisele (joon. 248) ka juhtivuste graafilist liitmist (joon. 258). Seejuures erineb vektordiagrammi pilt juhtivuskolmnurkade pildist ainult mõõtvahekorralt.

Juhtivustega arvutamisel tuleb tähele panna järgmist. Induktiivse koormuse korral on ebatakistus X_L positiivne, kuid ebajuhtivus B_L on negatiivne. Negatiivsed on siis ka voolu ebakomponent (s. o. pinge suunaga 90^0 moodustav komponent) ja pingening vooluvektorite vaheline nihkenurk φ. Mahtuvusliku koormuse korral on olukord vastupidine: ebatakistus on negatiivne ja ebajuhtivus — positiivne:

Induktiivne koormus.	Mahtuvuslik koormus.
$\dot{U} = U,$	$\dot{U} = U,$
$\dot{Z}_L = R + jX_L,$	$\dot{Z}_C = R - jX_C,$
$\dot{Y}_L = G - jB_L,$	$\dot{Y}_C = G + jB_C,$
$\dot{J}_L = J_t - jJ_e,$	$\dot{J}_C = J_t + jJ_e,$
$\varphi = \text{arc tg}\left(-\frac{B_L}{Y}\right).$	$\varphi = \text{arc tg}\frac{B_C}{Y}.$

Näide 130. Rööbiti on ühendatud kondensaator mahtuvusega $C_1 = 2\,\mu\text{F}$, paispool induktiivsusega $L_2 = 5\,\mu\text{H}$ ja tegevtakistusega $R_2 = 0{,}8\,\Omega$, kondensaator mahtuvusega $C_3 = 4\,\mu\text{F}$ ja tegevtakistus $R_4 = 2\,\Omega$. Pinge $U = 0{,}25$ V, sagedus $f = 35$ kHz. Määrata haru- ja liitvoolud (joon. 258).

Lahendus. Nurksagedus

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 35 \cdot 10^3 = 0{,}22 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{sec}}.$$

Üksikud juhtivused:

kondensaatoril C_1, mille $G_1 = 0$ ja $Z_1 = X_1$,

$$\dot{Y}_1 = G_1 + jB_1 = j\frac{X_1}{Z_1^2} = j\frac{1}{X_1} = j\omega C_1 = j0{,}22 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = j0{,}44 \text{ siimensit},$$

paispoolil, mille $X_2 = \omega L = 0{,}22 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 1{,}1\,\Omega$ ja

$$Z_2^2 = R_2^2 + X_2^2 = 0{,}8^2 + 1{,}1^2 = 1{,}85,$$

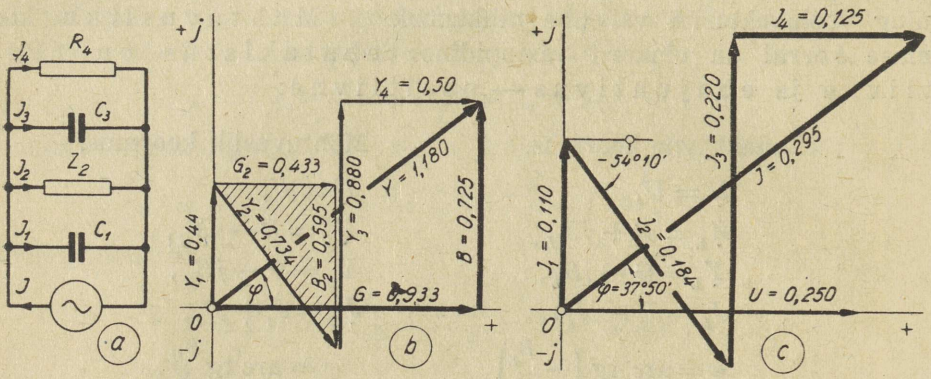
$$\dot{Y}_2 = G_2 - jB_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} - j\frac{X_2}{Z_2^2} = \frac{0{,}8}{1{,}85^2} - j\frac{1{,}1}{1{,}85^2} = 0{,}433 - j0{,}595\text{ S},$$

kondensaatoril C_3

$$\underline{Y}_3 = j\omega C_3 = j0{,}22 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = j0{,}88 \text{ S},$$

tegevtakistusel R_4

$$\underline{Y}_4 = \frac{R_4}{Z_4^2} = \frac{R_4}{R_4^2} = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{2} = 0{,}50 \text{ S}.$$



Joon. 258. Juhtivuskolmnurgad ja vektordiagramm näitele 130.

Seega üldjuhtivus

$$\underline{Y} = j0{,}44 + 0{,}433 - j0{,}595 + j0{,}88 + 0{,}5 =$$
$$= 0{,}933 + j0{,}725 = 1{,}180 \angle 37°50' \text{ S},$$

liitvool

$$\underline{J} = \underline{U}\underline{Y} = 0{,}25 \cdot 1{,}18 \angle 37°50' = 0{,}295 \angle 37°50' = 0{,}233 + j0{,}181 \text{ A},$$

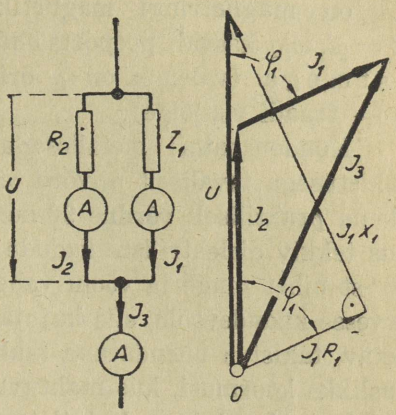
haruvoolud

$$\underline{J}_1 = \underline{Y}_1\underline{U} = j0{,}44 \cdot 0{,}25 = j0{,}110 \text{ A},$$
$$\underline{J}_2 = \underline{Y}_2\underline{U} = (0{,}433 - j0{,}595)\ 0{,}25 = 0{,}108 - j0{,}149 =$$
$$= 0{,}184 \angle -54°10' \text{ A},$$
$$\underline{J}_3 = \underline{Y}_3\underline{U} = j0{,}88 \cdot 0{,}25 = j0{,}22 \text{ A}$$
ja $$\underline{J}_4 = \underline{Y}_4\underline{U} = 0{,}5 \cdot 0{,}25 = 0{,}125 \text{ A}.$$

N ä i d e 131. Määrata võrdlemisi väikese näivtakistusega Z_1 induktiivse tarbija tegev- ja ebatakistus, kui mõõtmiseks on kasutada ainult kolm ampermeetrit.

L a h e n d u s. Ühendame rööbiti mõõdetava näivtakistusega Z_1 teada oleva takistuse R_2 ja mõõdame liit- ja haruvoolud (joon. 259). Voolude J_1 ja J_2 geomeetriline summa võrdub liitvooluga J_3. Mõõtmisest saadavail andmeil joonestatakse voolukolmnurk. Takistuse R_2 klemmidel olev pinge $U = J_2 R_2$ on faasis vooluga J_2, näivtakistuse Z_1 klemmidel olev sama pinge U aga koosneb vooluga J_1 faasis olevast komponendist $J_1 R_1$ ja viimasest 90° ees olevast komponendist $J_1 X_1$. Seega näivtakistus

$$Z_1 = \frac{U}{J_1} = \frac{J_2 R_2}{J_1}.$$



Joon. 259. Kolme ampermeetri meetodil teostatava takistuse mõõtmise skeem ja vektordiagramm.

Voolukolmnurgas OAB

$$J_3^2 = J_1^2 + J_2^2 + 2J_1 J_2 \cos \varphi_1,$$

millest

$$2J_1 J_2 \cos \varphi_1 = J_3^2 - J_1^2 - J_2^2.$$

Et aga

$$\cos \varphi_1 = \frac{J_1 R_1}{U} = \frac{J_1 R_1}{J_2 R_2},$$

siis

$$2J_1 J_2 \frac{J_1 R_1}{J_2 R_2} = J_3^2 - J_1^2 - J_2^2,$$

millest otsitav tegevtakistus

$$R_1 = \frac{J_3^2 - J_1^2 - J_2^2}{2J_1^2} R_2 \qquad (495a)$$

ja ebatakistus

$$X_1 = \sqrt{Z_1^2 - R_1^2}. \qquad (495b)$$

177. Vooluresonants ja faasiparandamine. Induktiiv- ja mahtuvustakistuse ühendamisel r ö ö b i t i omavad nendes olevad voolud pinge U suhtes erisuunalise nihke: induktiivsust sisaldavas vooluharus jääb vool pingest ajaliselt maha, mahtuvust sisaldavas aga läheb ette. Nihe pinge suhtes on seda suurem, mida väiksem on kummaski vooluharus olev tegevtakistus, kuna nihkenurk $\varphi = \text{arc tg } X/R$. Piirjuhtumil, kui tegevtakistus mõlemas harus on null, on nurk mõlema voolu ja pinge vahel 90°. Tehniliselt pole võimalik valmistada tegevtakistusvaba paispooli, mistõttu induktiivsust sisaldavas vooluharus nurk voolu ja pinge

vahel osutub alati väiksemaks 90-st kraadist. Seejuures kasvab pooli induktiivsus $L = w^2\Lambda$ proportsionaalselt keerdude arvu w ruuduga (Λ on magnetringi magnetiline juhtivus), kuna aga tegevtakistus $R = \varrho l_k w/q$ kasvab proportsionaalselt pooli keerdude arvu w esimese astmega (valemis on ϱ eritakistus, l_k — keeru keskmine pikkus, q — traadi ristlõige).

Kondensaatori metallosade tegevtakistus on võrreldu na tema ebatakistusega tavaliselt niivõrd väike, et nurk voolu ja pinge vahel peaks olema praktiliselt võrdne 90-ne kraadiga; ka on kondensaatori dielektrikus tekkiv dielektriliste kadude vool äärmiselt väike ega mõjuta oluliselt 90°-st nihet pinge ja voolu vahel. Kui aga siiski osutub vajalikuks võtta arvesse kadudevoolu, siis kujutatakse kadude, tavaliselt megoomides mõõdetav, takistus ühendatuna mahtuvusega rööbiti. On olemas mahtuvuslikke koormusi, kus mahtuvustakistus ja temaga tavaliselt järjestikku ühendatuna kujutletav tegevtakistus on samast suurusjärgust. Siia liiki kuuluvad näiteks üleergutatud sünkroonmootorid ja viimaseist ehituselt väga vähe erinevad pöörlevad faasikompensaatorid (viimased pole ehitatud mehhaanilise töö tegemiseks).

Pinge U mõjul voolab rööbiti ühendatud induktiiv- ja mahtuvustakistustes vool

$$\dot{J} = \dot{U}\dot{Y} = \dot{U}\,[(G_L + G_C) + j\,(-B_L + B_C)],$$

milles üldine näivjuhtivus

$$Y = \sqrt{(G_L + G_C)^2 + (-B_L + B_C)^2}\,.$$

Kui seejuures mõlema vooluharu ebajuhtivus $B_L = X_L/Z_L^2$ ja $B_C = X_C/Z_C^2$ on võrdne, siis nimetatakse sellist olukorda vooluresonantsiks (joon. 260). Vooluresonantsi olukorras on vool J faasis pingega U ja sagedus, mille juures resonants aset leiab, on määratav seosest $B_L = B_C$:

$$\frac{\omega_0 L}{R_L^2 + \omega_0^2 L^2} = \frac{1/\omega_0 C}{R_C^2 + 1/\omega_0^2 C^2},$$

millest resonants-nurksagedus

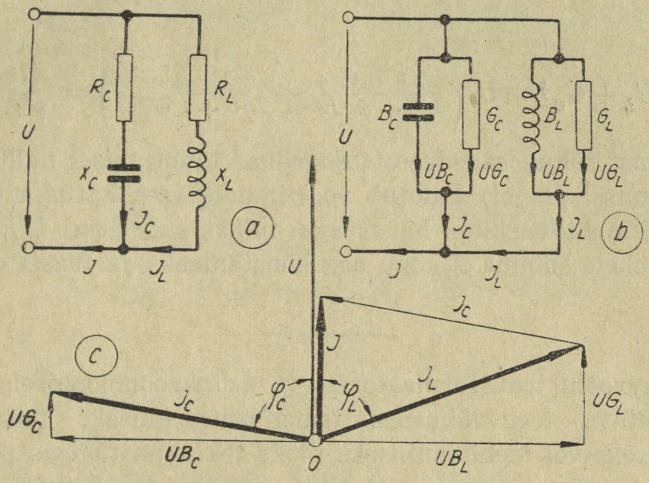
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{L/C - R_L^2}{L/C - R_C^2}}. \qquad (496)$$

Kui on $R_L = R_C$ või $R_L \ll L/C$ ja $R_C \ll L/C$, siis resonants-nurksagedus

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (497a)$$

ja resonantssagedus

$$f_0 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \qquad (497b)$$



Joon. 260. Vooluresonants: *a* — ühendusskeem arvutamisel takistustega; *b* — ühendusskeem arvutamisel juhtivustega; *c* — vooluresonantsi vektordiagramm arvutamisel juhtivustega. Seejuures $UB_C = UB_L$.

Sellises võnkeringiks nimetatavas rööbiti ühendatud näivtakistuste süsteemis leiab aset kahesugune energia voolamine. Ühelt poolt voolab induktiivse ja mahtuvusliku vooluharu vahel edasi-tagasi ebaenergia, kusjuures ühe veerandperioodi vältel kondensaatori elektrivälja energia muundub induktiivtakistuse magnetvälja energiaks; järgmise veerandperioodi vältel ümberpöördult — magnetvälja energia muundub jällegi elektrivälja energiaks kondensaatoris. Teiseks leiab aset perioodiline tegevvõimsuse saabumine generaatorist ja muundumine soojuseks tegevtakistustes. Vooluresonantsi korral pole ohtlikke liigpingeid, nagu nad esinevad pingeresonantsi puhul. Kuid seejuures võib võnkuv ebaenergia, seega ka võnkeringis olev vool, olla väga suur. Nähtuse praktiline kasutatavus seisneb selles, et osutub võimalikuks säilitada perioodiliselt võnkuvad elektri- ja magnetväljad võrdlemisi väikese toitevooluga, millele ongi rajatud signaali vastuvõtmine raadioaparaadi antennis.

Huvitav eriolukord kujuneb siis, kui vooluharude tegevtakistused R_L ja R_C on omavahel võrdsed ja võrduvad ka lainetakistusega $R_0 = \sqrt{L/C}$. Siis $\omega_0^2 = 1/LC$,

$$R = R_L = R_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_0$$

ja liitvool

$$J = U(G_L + G_C) = U\left(\frac{\sqrt{L/C}}{L/C + \omega_0^2 L^2} + \frac{\sqrt{L/C}}{L/C + 1/\omega_0^2 C^2}\right) = \frac{U}{\sqrt{L/C}} = \frac{U}{R_0}$$

lakkab olemast sõltuv sagedusest. Sageduse muutumisel nullist lõpmatuseni (konstantsel pingel) muutub vool induktiivses harus suuruselt U/R suuruseni 0, mahtuvuslikus harus aga nullist suuruseni U/R. Seejuures jääb haruvoolude summa J kogu aeg konstantseks ja faasis olevaks pingega U.

Vahelduvvoolu transformaatoreis ja asünkroonmootoreis me peame võrgust võetava tegevvõimsuse transformeerimiseks teisepingeliseks tegevvõimsuseks või mehhaaniliseks tööks tekitama tugeva, perioodiliselt suurust ja suunda, mootoreis ka sihti, muutva magnetvälja. Järelikult peame vajataval väga suurel ebavõimsusel laskma voolata edasi-tagasi jõujaama ja tarbija vahel, koormates elektriliine ja sellega järjestikku ühendatud mähiseid ebavooluga, tekitades asjatuid lisakadusid liini juhtmeis, vahepealseis transformaatoreis ja generaatoris. Kui näiteks asünkroonmootori tegevvõimsus on 100 kW ja $\cos\varphi$ ainult 0,6, siis koormatakse liin ja generaator näivvõimsusega 100/0,6 = 167 kVA, seega 67% suurema vooluga, kui see oleks vajalik ainult tegevvõimsuse edasitoimetamiseks. Et seejuures juhtmeis tekkiv kaovõimsus J^2R on proportsionaalne voolu r u u d u g a, siis vastab 67% suuremale voolule 278%-ne kaovõimsus.

Täieliku või osalise vooluresonantsi tekitamine ebaenergia tarbija vahetus läheduses teeb võimalikuks kaotada või vähendada ebaenergia voolamist liinides ja säästa ebaenergiast tingitud lisakadusid. Ebaenergia tootmist tarbija vahetus läheduses nimetatakse f a a s i p a r a n d a m i s e k s, sest seejuures vähendatakse nihkenurka φ-d.

On olemas olukordi, kus faasiparandamist ei teostata mitte mahtuvusliku tarbija juurdeühendamisega induktiivsele, vaid ümberpöördult — induktiivse tarbija juurdeühendamisega mahtuvuslikule. Sellisena esineb näiteks sideliini mahtuvuse kompenseerimine raudsüdamikuga paispoolide tiheda asetamisega sideliinisse (sideliini pupiniseerimine).

Näide 132. Elektrivõrku pingega 220 V ja sagedusega 50 Hz on ühendatud ühefaasine asünkroonmootor, mille vool $J_1 = 8{,}2$ A ja $\cos\varphi_1 = 0{,}56$. Määrata rööbiti mootoriga ühendatava kondensaatori mahtuvus nii, et mootorit ja kondensaatorit toitev vool J_2 oleks 6 A, ja teha kindlaks seejuures kujunev võimsustegur $\cos\varphi_2$.

Lahendus. Võimsustegurile $\cos\varphi_1 = 0{,}56$ vastab nihkenurk $\varphi_1 \approx 56^0$. Kondensaatori vool J_C, olles pingest ees praktiliselt 90^0, liitub pingest 56^0 taga oleva vooluga J_1 (joon. 261). Liitvool

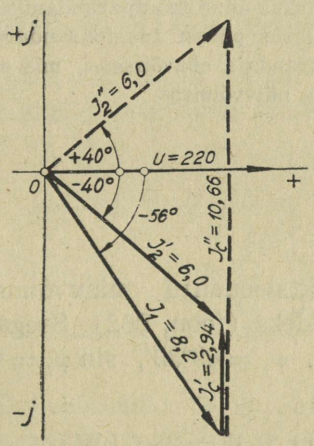
$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 + \dot{J}_C$$

ehk

$$6 \angle \varphi_2 = 8{,}2 \angle -56^0 + J_C \angle 90^0.$$

Võrrandi ümberkujundamisel saame:

$$6\cos\varphi_2 + j6\sin\varphi_2 = 4{,}59 - j6{,}80 + jJ_C.$$



Joon. 261. Vektordiagramm näitele 132.

Eraldame reaal-liikmed imaginaar-liikmeist:

$$6\cos\varphi_2 - 4{,}59 = j(J_C - 6{,}80 - 6\sin\varphi_2).$$

Et J_C on reaalarv, siis on võimalik ainult üks lahendus: võrrandi mõlemad pooled võrduvad nulliga. Seega

$$6\cos\varphi_2 - 4{,}59 = 0, \quad \cos\varphi_2 = \frac{4{,}59}{6} = 0{,}765 \text{ ja } \varphi_2 = \pm 40^0;$$
$$J_C = 6{,}80 + 6\sin\varphi_2 = 6{,}80 \pm 6\sin 40^0 = 6{,}80 \pm 3{,}86 \text{ A}.$$

Järelikult on olemas kaks võimalust voolu 6 A saamiseks:

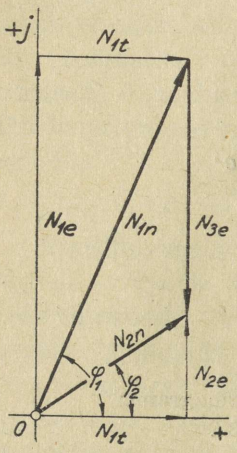
kui $\dot{J}_2' = 6 \angle 40^0$ A, siis $\dot{J}_C' = (6{,}80 + 3{,}86) \angle 90^0 = 10{,}66 \angle 90^0$ A,
kui $\dot{J}_2'' = 6 \angle -40^0$ A, siis $\dot{J}_C'' = (6{,}80 - 3{,}86) \angle 90^0 = 2{,}94 \angle 90^0$ A.

Kondensaatori mahtuvus oleks vastavalt ($\omega = 2\pi f = 314$ 1/sec):

$$C' = \frac{J_c'}{U\omega} = \frac{10{,}66}{220 \cdot 314} = 154 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \approx 150\ \mu\text{F},$$

$$C'' = \frac{J_c''}{U\omega} = \frac{2{,}94}{220 \cdot 314} = 42{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \approx 40\ \mu\text{F}.$$

Näide 133. Induktsioonahju näivvõimsus on 800 kVA ja tema $\cos\varphi = 0{,}35$. Määrata ülesseatava faasiparandaja näivvõimsus kahesugusel faasiparandamisel: $\cos\varphi$ viimisel 0,8-le ja 1,0-le.



Joon. 262. Võimsusteguri parandamise vektordiagramm.
N_{1n} — näivvõimsus enne faasiparandamist,
N_{2n} — näivvõimsus pärast faasiparandamist,
N_{3e} — faasiparandaja ebavõimsus, mis on praktiliselt ka tema näivvõimsus.

Lahendus. Lahutame induktsioonahju näivvõimsuse $N_{1n} = 800$ kVA tegev- ja ebakomponentideks (joon. 262). Seega enne võimsusteguri parandamist $\cos\varphi_1 = 0{,}35$, $\varphi_1 = 69°33'$, $\sin\varphi_1 = 0{,}937$, võimsuse tegevkomponent

$$N_{1t} = N_{1n}\cos\varphi_1 = 800 \cdot 0{,}35 = 280\ \text{kW}$$

ja ebakomponent

$$N_{1e} = N_{1n}\sin\varphi_1 = 800 \cdot 0{,}937 = 750\ \text{kvar}.$$

Pärast võimsusteguri parandamist (jättes arvutusest välja faasiparandaja väikese tegevvõimsuse) $\cos\varphi_2 = 0{,}8$, $\varphi_2 = 36°52'$ ja $\operatorname{tg}\varphi_2 = 0{,}75$. Kompenseerimata jääv ebavõimsus, kui tegevvõimsus $N_{2t} \approx N_{1t} = 280$ kW:

$$N_{2e} = N_{2t}\operatorname{tg}\varphi_2 = 280 \cdot 0{,}75 = 210\ \text{kvar}$$

ja faasiparandaja ebavõimsus

$$N_{3e} = N_{1e} - N_{2e} = 750 - 210 = 540\ \text{kvar}.$$

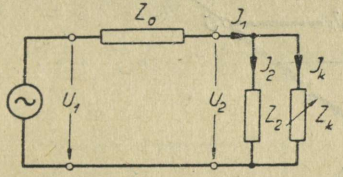
Et selles suuruses faasiparandaja tegevvõimsus on umbes 5% tema ebavõimsusest, siis faasiparandaja näivvõimsus

$$N_{3a} = N_{3e}\sqrt{1{,}00^2 + 0{,}05^2} = 540 \cdot 1{,}00125 \approx 540 \text{ kVA}.$$

Ebavõimsuse täielikku kompenseerimise korral peaks faasiparandaja omama niisama suurt ebavõimsust kui tarbijagi, seega 750 kvar. Järelikult võimsusteguri parandamisel 0,8-le on faasiparandaja võimsus ainult 72% täielikuks ebavõimsuse kompenseerimiseks vajatavast.

Näide 134. Teostada elektriliini lõpul oleva pinge $U_2 = 3000$ V konstantsena hoidmine liini lõppu ühendatava sünkroonse faasikompensaatori abil (aseskeem joon. 263) ja selgitada vajatava kompensaatori nimivõimsus, kui liini algul olev konstantseks jääv pinge $U_1 = 3300$ V, liini näivtakistus $\underset{\cdot}{Z}_0 = 8 + j12\ \Omega$ ja tarbija koormusvool J_2 muutub 0 ja 70 A vahel konstantseks jääval võimsusteguril $\cos\varphi_2 = 0{,}62$. Määrata kompensaatori voolu J_k sõltuvus tarbitavast võimsusest N_2.

Lahendus. Liini lõppu ülesseatavaks faasikompensaatoriks on mahtuvuslikku ebavõimsust tarbiv kondensaatorite patarei või üleergu-



Joon. 263. Pika liini aseskeem liini lõpul oleva koormustakistusega Z_2 ja kompensaatori reguleeritava näivtakistusega Z_k.

tatud sünkroonmasin. Tema töötamisrežiimi selgitamiseks joonestame vektordiagrammi, mille joonestamist alustame liini lõpul olevast pingest U_2 (joon. 264).

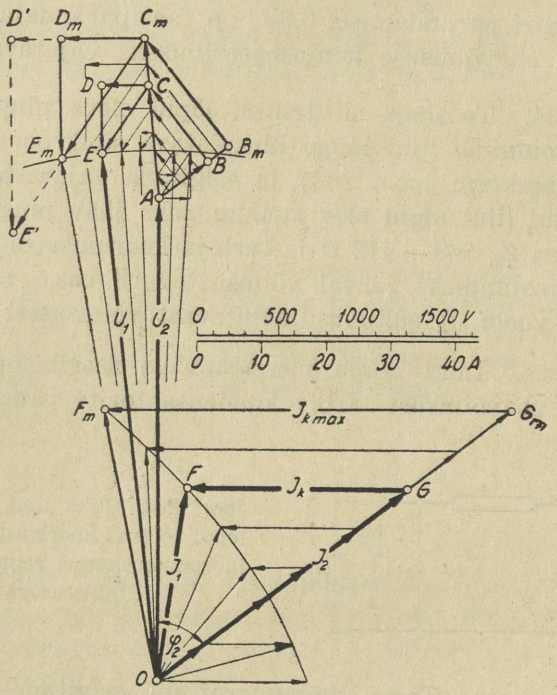
Voolu J_2 suund moodustab pingega U_2 konstantse nurga $\varphi_2 = 51°40'$. Liinis tekkiva pingelangu kompenseerimise puudumisel pingega U_2 liidetud pingelang

$$\overline{AC} = \underset{\cdot}{J}_2 \underset{\cdot}{Z}_0 = \underset{\cdot}{J}_2 R_0 + j\underset{\cdot}{J}_2 X_0$$

annaks liini algul oleva pinge $U_1 = \overline{OC}$. Kompensaatori olemasolemisel liitub koormusvooluga J_2 pingest U_2 praktiliselt 90° ees olev kompensaatori vool J_k. Liinis kujuneb vool $\underset{\cdot}{J}_1 = \underset{\cdot}{J}_2 + \underset{\cdot}{J}_k$ ja pingelang muutub, olles kompensaatori töötamisel

$$\underset{\cdot}{J}_1 \underset{\cdot}{Z}_0 = (\underset{\cdot}{J}_2 + \underset{\cdot}{J}_k)\underset{\cdot}{Z}_0 = \underset{\cdot}{J}_2 \underset{\cdot}{Z}_0 + \underset{\cdot}{J}_k \underset{\cdot}{Z}_0 = (\underset{\cdot}{J}_2 R_0 + j\underset{\cdot}{J}_2 X_0) + (\underset{\cdot}{J}_k R_0 + j\underset{\cdot}{J}_k X_0).$$

Seega suureneb pingelang osa võrra, mille põhjustab kompensaatori vool J_k (joonisel kolmnurk CDE, milles $\overline{CD} = J_k R_0$ on faasis vooluga J_k ja $\overline{DE} = J_k X_0$ on voolust J_k ees 90^0). Voolu J_k muutmisel muutuvad kolmnurga CDE kõik küljed proportsionaalselt selle vooluga, punkt E paikneb uude asukohta hüpotenuusi $\overline{CE}$ pikendusel ja pinge U_1 peaks muu-



Joon. 264. Vektordiagramm võimsuse ülekandmisel pikka kompenseeritud liini mööda: U_1, U_2 ja φ_2 on konstantsed, kompensaatori vool J_k sõltub koormusvoolust J_2.

tuma, sest pinge $U_2 = const.$ Tegelikult aga on ka pinge U_1 juba antud ja hoitakse konstantsena. Seega ainult kompensaatori voolu teataval väärtusel saavutatakse diagrammis sellele pingele U_1 vastav olukord ja koormusvoolu J_2 muutumisel tuleb igakord muuta ka kompensaatori voolu J_k suurus.

Ülesande kohaselt $Z_0 = 8 + j12 = 14{,}4 \angle 56^0 18'\ \Omega$, $U_1 = 3300$ V, $U_2 = 3000$ V, $\cos \varphi_2 = 0{,}62$; seega $\varphi_2 = 51^0 40'$. Joonestame pingevektori

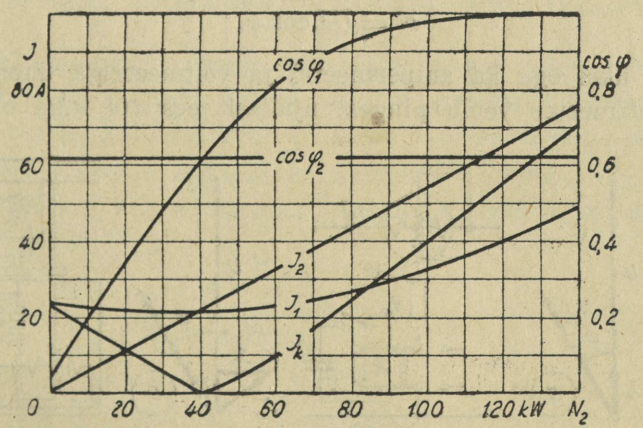
$\dot{U}_2 = \overline{OA}$, temast nurga φ_2 võrra taga oleva maksimaalse voolu $\dot{J}_{2m} = \overline{OG}_m = 70$ A ja maksimaalse pingelangu kolmnurga $AB_m C_m$, kusjuures $\dot{J}_{2m}\dot{Z}_0 = 70(8 + j12) = 560 + j840$ V (korrutamisel on võetud $\dot{J}_{2m} = J_{2m}$, seega 560 V tuleb kanda ära voolu suunas ja 840 V risti temaga). Veame punktist O kaare raadiusega $U_1 = 3300$ V.

Anname voolule J_k, mille suund moodustab pingega U_2 praktiliselt nurga 90°, mingi vabalt valitava väärtuse, näiteks 100 A, ja joonestame punktist C_m sellest voolust liinis tingitud pingelangu $100\ (8 + j12) = 800 + j1200$ V, millega kujundame kolmnurga $C_m D' E'$. Selle kolmnurga tipp E' ei satu pingega U_1 tõmmatud kaarele. Kaare ja kolmnurga hüpotenuusi $\overline{C_m E'}$ lõikepunktist E_m tõmbame joone $\overline{E_m D_m}$ rööbiti kolmnurga küljega $\overline{E'D'}$, millega määrame liinis kompensaatori voolu poolt tekitatava tõelise pingelangu kolmnurga $C_m D_m E_m$. Seega kompensaatori maksimaalne vool

$$J_{km} = 100 \frac{\overline{C_m E_m}}{\overline{C_m E'}} = 100 \cdot \frac{920}{1440} = 64 \text{ A},$$

mis on diagrammi kantud lõiguna $\overline{G_m F_m}$. Seega kompensaatori nimivõimsus

$$N_{kn} = U_2 J_{km} = 3000 \cdot 64 \approx 192\,000 \text{ VA} = 192 \text{ kVA}.$$



Joon. 265. Andmeid vektordiagrammist joon. 264 pingekompensaatoriga varustatud liinile: J_1 — liinivoolu, J_2 — tarbija voolu ja J_k — kompensaatori voolu sõltuvus liini lõpul olevast koormusest.

Andes tarbitavale võimsusele

$$N_2 = U_2 J_2 \cos \varphi_2 = 3000 \cdot J_2 \cdot 0{,}62 \cdot 10^{-3} = 1{,}86 J_2 \text{ kW}$$

mitmesuguseid väärtusi, saame rea väärtusi ka voolule J_2. Joonestades igale voolu J_2 väärtusele oma pingelangu kolmnurga, määrame igale olukorrale pingelangu kompenseerimiseks vajatava voolu J_k. Voolude J_2 ja J_k graafilisel liitmisel saame tegeliku liinivoolu J_1. Joonisel 265 on toodud vektordiagrammist saadavad suurused. Võimsusel alla 40 kW töötab kompensaator liinipinge vähendajana, tema vool on induktiivne. Võimsusel üle 40 kW on tema vool mahtuvuslik. Kompensaatori puudumisel oleks liini lõpul olev pinge tühijooksu olukorras 3300 V nagu liini algulgi.

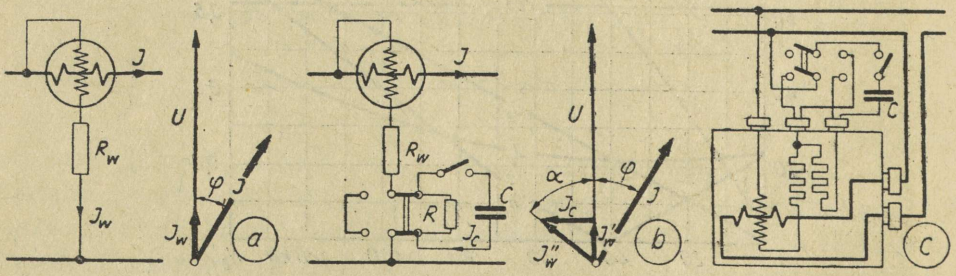
178. Koormuse iseloomu kindlakstegemine võimsuse mõõtmisel vattmeetri abil. Võimsuse mõõtmisel elektrodünaamilise vattmeetriga (joon. 266*a*) on vattmeetri hälve proportsionaalne pingepooli läbiva vooluga J_w, voolupooli läbiva vooluga J ja nendevahelise nurga koosinusega:

$$N = k J_w J \cos (J_w, J).$$

Tegur k on voolust ja pingest sõltumatu. Et aga vattmeetri pingeringis on alati suur oomtakistus (pingepooli induktiivtakistus on sellega võrreldes tähtsusetult väike), siis on vool J_w praktiliselt faasis pingega U ja vattmeetri hälve on seega proportsionaalne korrutisega $UJ \cos (U, J)$. Et U ja J vaheline nurk on φ, siis mõõdetav võimsus

$$N = UJ \cos \varphi.$$

Kuid ei üksi ega ka ampermeetri ja voltmeetriga ühenduses olles ei määra vattmeeter voolu pingest ajaliselt ees või taga olemist, sest



Joon. 266. Võimsuse mõõtmine vattmeetri abil:
a — skeem ja vektordiagramm;
b — skeem koormuse iseloomu määramiseks ja vektordiagramm;
c — koormuse iseloomu määramine vattmeetri eeltakisti abil.

nii positiivse kui ka negatiivse nurga φ koosinus on ikkagi positiivne. Faasinihke iseloom määratakse järgmiselt (joon. 266*b*).

Järjestikku pingepooliga ühendatakse oomtakistus $R_1 = 1000 \ldots 4000\ \Omega$. Vattmeetri hälve küll väheneb, kuid pingepooli vool J_w' jääb ikkagi faasi pingega U. Kui nüüd lisandatakse pingeringi veel mahtuvus $C = 0{,}25 \ldots 0{,}5\ \mu F$, siis pingeringi uus vool J_w'' omandab pinge U suhtes nihke α ja vattmeetri hälve muutub. Induktiivse koormuse puhul voolu J ja vattmeetri pingepooli voolu J_w' vaheline nurk φ suureneb nurga α võrra ja vattmeetri hälve väheneb. Kui aga koormus oli mahtuvuslik, siis vattmeetri hälve suureneb. Voolu J_w' suurenemine väärtuseni $J_w'' = J_w' + jJ_C$ ei kompenseeri kaugeltki nurga α mõju.

Kui vattmeeter omab sisseehitatud eeltakistit võimsuse mõõtmiseks ka kõrgemal pingel, siis on see takisti kasutatav koormuse iseloomu määramisel (joon 266*c*). Ümberlüliti olles vasakpoolses seisus toimub normaalne mõõtmine väiksema pinge piirkonnas. Ümberlüliti lülitamisel parempoolsesse seisu on pingepool ühendatud suurema eeltakistiga ja kondensaator rööbiti viimasega. Vattmeetri hälbe muutumise määramiseks on kondensaatori vooluringi ühendatud ühepooluseline lüliti.

XLI peatükk.

VOOLU JAOTUMINE HARGNEVAS VOOLURINGIS.

Nagu alalisvoolu ringis, nii kehtivad ka vahelduvvoolu hargnevas ringis nii Ohmi kui ka Kirchhoffi seadused. Viimaste väline vorm säilib endisena, kui arvutamine viiakse läbi sümboolsel kujul.

Ohmi seaduse kohaselt on hargneva vooluringi igas näivtakistust $\underset{\cdot}{Z} = R + jX = Z \exp j\varphi$ omavas lülis oleva voolu ajamomendile t vastav hetkväärtus

$$\underset{\cdot}{J} = \frac{\underset{\cdot}{U}}{\underset{\cdot}{Z}} = \frac{U \exp j\omega t}{Z \exp j\varphi} = \frac{U}{Z} \exp (j\omega t - j\varphi) = J \exp j(\omega t - \varphi)$$

ehk

$$\underset{\cdot}{J} = \frac{\underset{\cdot}{U}}{\underset{\cdot}{Z}} = \frac{U' + jU''}{R + jX} = J' + jJ''.$$

Voolu J faas $\omega t - \varphi$ erineb pinge U faasist ωt nurga φ võrra. Viimane on positiivne induktiivse ja negatiivse mahtuvusliku koormusega.

Kirchhoffi I seaduse kohaselt on voolu hetkväärtuste $\dot{J}_1 = J_1 \exp j(\omega t - \varphi_1) = J_1' + jJ_1''$, $\dot{J}_2 = J_2 \exp j(\omega t - \varphi_2) = J_2' + jJ_2''$ jne. summa hargnemispunktis võrdne nulliga:

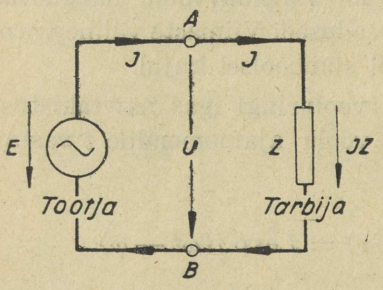
$$\dot{J}_1 + \dot{J}_2 + \ldots = (J_1' + J_2'' + \ldots) + j(J_1'' + J_2'' + \ldots) = 0.$$

Kirchhoffi II seaduse kohaselt võrdub igas omaette suletud ringis mõjuvate elektromotoorsete jõudude hetkväärtuste algebraline summa osapingete hetkväärtuste aritmeetilise summaga:

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \ldots = E_1 \exp j(\omega t + \alpha_1) + E_2 \exp j(\omega t + \alpha_2) + \ldots =$$
$$= \dot{J}_1\dot{Z}_1 + \dot{J}_2\dot{Z}_2 + \ldots = J_1 \exp j(\omega t + \beta_1)Z_1 \exp j\varphi_1 +$$
$$+ J_2 \exp j(\omega t + \beta_2)Z_2 \exp j\varphi_2 + \ldots$$

Vahelduvvoolu hargneva vooluringi voolujaotuse arvutamisel kasutatakse kõiki samu arvutamismeetodeid, mis on kasutatavad alalisvoolu võrgu voolujaotuse arvutamisel: võrrandsüsteemi koostamine Kirchhoffi seaduste alusel ja selle lahendamine, voolujaotuse superponeerimine, transfigureerimine, Helmholtzi meetod jne.

179. Kirchhoffi seaduste alusel koostatud võrrandsüsteem. Võrrandsüsteemi koostamisel Kirchhoffi seaduste alusel tuleb kõigepealt leppida kokku elektromotoorsete jõudude ja voolu suuna skeemil märkimise viisis. Allpool on kasutatud nn. tarbija suundnoolte süsteemi, mille aluseks on positiivsena võetav tarbija võimsus $UJ\cos\varphi$. Et U ja J on positiivsed, siis peab nurk φ olema väiksem kui 90°. Kui arvutamise käigus nurk φ osutub 90°-st suuremaks, siis on võimsus nega-



Joon. 267. Voolu ja pinge suundnooled näidatuna tarbija suundnoolte süsteemis.

tiivne ja meil on tegemist energia tootjaga, generaatoriga. Voolu J positiivse suuna all mõistame tema suunda positiivse poolperioodi ulatusel; analoogiliselt on skeemile märgitava pinge või elektromotoorse jõu suunaks elektrivälja suund pinge positiivse poolperioodi vältel. Seejuures on välja suund positiivselt klemmilt negatiivsele.

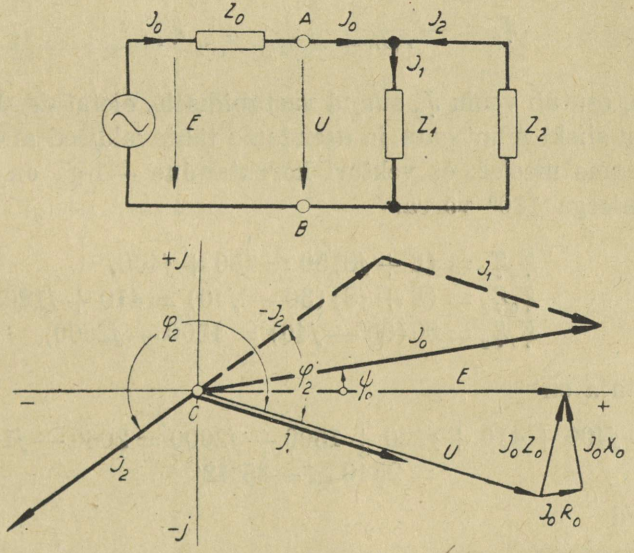
Voolu suund positiivse klemmi A juures, joonisel vasakult paremale, on ühtlasi ka energia suunaks tootjast tarbijasse.

Võrrandsüsteemi koostamisel:

1. Märgitakse skeemi voolude oletatavad suunad, samuti ka vooluallikate elektromotoorse jõu suunad.

2. Lepitakse kokku võrrandi $\Sigma \underset{.}{E} = \Sigma \underset{.}{J}\underset{.}{Z}$ koostamisel kasutatava ringkäigu suuna suhtes. Ringkäigu suunaga p ä r i olev vool $\underset{.}{J}$ tekitab takistuses $\underset{.}{Z}$ p o s i t i i v s e p i n g e l a n g u $\underset{.}{J}\underset{.}{Z}$, vastassuunaline aga negatiivse. Vooluallika elektromotoorne jõud $\underset{.}{E}$ tuleb võtta p o s i t i i v s e n a, kui ringkäigu suund on v a s t u elektrivälja suunale, ja negatiivsena, kui ta on päri välja suunaga.

Kui analüütiline lahendus annab mõnele voolule negatiivse väärtuse $-\underset{.}{J}$, siis oli voolu suund oletatud vääralt. Vektordiagrammis on nurk sellise vääralt oletatud suunaga voolu ja teda põhjustava pinge vahel suurem kui 90^0, mis vastab energia tootmisele selles tõelikult tarbijana mõjuvas takistuses $\underset{.}{Z}$.



Joon. 268. Skeem ja vektordiagramm näitele 135.

N ä i d e 135. Joonisel 268 toodud skeemi kohaselt toidab generaator elektromotoorse jõuga $\underset{.}{E} = 230$ V ja sisetakistusega $\underset{.}{Z}_0 = 3 + j8\ \Omega$ kahte rööbiti ühendatud tarbijat takistusega $\underset{.}{Z}_1 = 50\ \Omega$ ja $\underset{.}{Z}_2 = 30 - -j40\ \Omega$ (mahtuvuslik). Määrata tekkiv voolujaotus ja generaatori klemmidel AB olev pinge.

Lahendus. Kanname skeemi oletatavad voolusuunad. Voolusuund tarbijas Z_2 on ilmselt väär, kuid jääme selle juurde ja selgitame selle väära oletuse mõju lahendusele.

Voolude hargnemispunktis

$$\dot{J}_0 + \dot{J}_2 = \dot{J}_1;$$

päripäevase ringkäigu korral

$$\dot{E} = \dot{J}_0\dot{Z}_0 + \dot{J}_1\dot{Z}_1,$$
$$0 = -\dot{J}_1\dot{Z}_1 - \dot{J}_2\dot{Z}_2.$$

Selle kolme tundmatuga võrrandsüsteemi lahendamisel saame:

$$\dot{J}_0 = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2),$$

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{Z}_2,$$

$$\dot{J}_2 = -\frac{\dot{E}}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{Z}_1.$$

Nagu näeme, osutub voolu $\dot{J}_2$ suund vastupidiseks oletatule. Jätame voolu suuna esialgu siiski muutmata ja asendame tähtavaldised arvavaldistega. Seejuures peame meeles, et vektori korrutamine —1-ga on samaväärne tema pööramisega 180° võrra.

$$\dot{Z}_0\dot{Z}_1 = (3 + j8)50 = 150 + j400,$$
$$\dot{Z}_0\dot{Z}_2 = (3 + j8)(30 - j40) = 410 + j120,$$
$$\dot{Z}_1\dot{Z}_2 = 50(30 - j40) = 1500 - j2000,$$

murru nimetaja on

$$150 + j400 + 410 + j120 + 1500 - j2000 = 2060 - j1480 =$$
$$= 2540 \angle -35°42'$$

ja kogu murd

$$\frac{230}{2540 \angle -35°42'} = 0{,}0906 \angle 35°42'.$$

Seega voolud

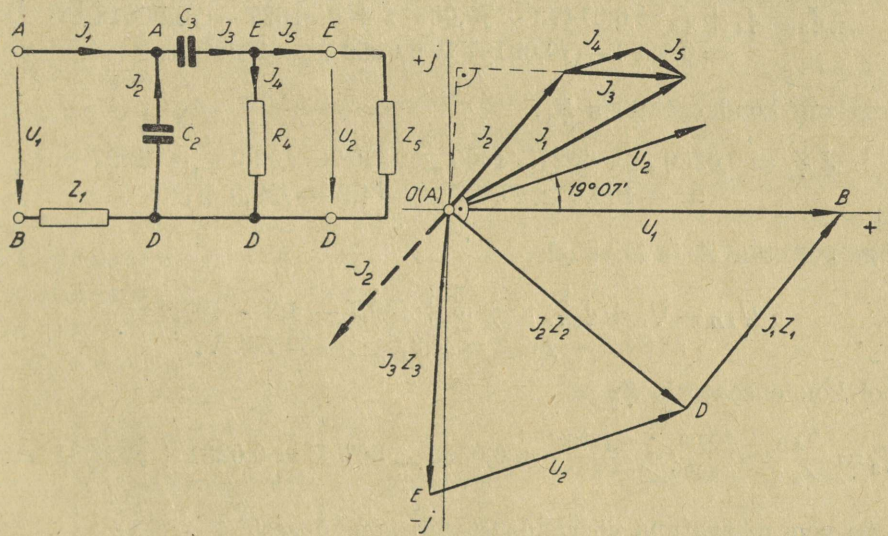
$$\dot{J}_0 = 0{,}0906 \angle 35°42' \cdot (50 + 30 - j40) = 8{,}10 \angle 9°09' = 8{,}00 + j1{,}29 \text{ A},$$
$$\dot{J}_1 = 0{,}0906 \angle 35°42' \cdot (30 - j40) = 4{,}53 \angle -17°26' = 4{,}32 - j1{,}36 \text{ A},$$
$$\dot{J}_2 = -0{,}0906 \angle 35°42' \cdot 50 = 4{,}53 \angle 35°42' + 180° = 4{,}53 \angle 215°42' =$$
$$= -3{,}68 - j2{,}65 \text{ A}.$$

Kontroll: $\dot{J}_0 + \dot{J}_2 = 8{,}00 + j1{,}29 - 3{,}68 - j2{,}65 = 4{,}32 - j1{,}36 = \dot{J}_1$.
Generaatori klemmipinge, s. o. pinge punktide A ja B vahel,

$$\dot{U} = \dot{J}_1\dot{Z}_1 = 4{,}53 \angle -17°26' \cdot 50 = 226{,}5 \angle -17°26' \text{ V}.$$

Arvutuse andmeil on joonestatud vektordiagramm joon. 268. Diagrammist nähtub, et pinge U ja voolu J_2 vektorite vaheline nurk $\varphi_2 = 215°42' - (-17°26') = 233°08'$. Selle nurga koosinus on aga negatiivne ja seega on negatiivne ka takistuses Z_2 tarbitav võimsus. Seepärast on diagrammi kantud ka voolu J_2 vektorile vastu suunatud õige vektor $-J_2$, mis moodustab pingega nurga $\varphi_2 = 53°08'$ ja mille liitmisel vooluga J_1 saame vooluallika voolu J_0.

Näide 136. Määrata joonisel 269 toodud ühendusskeemis pingete U_1 ja U_2 vaheline nurk, milleks koostada vajalik arv võrrandeid, rakendades selleks Kirchhoffi seadusi, ja joonestada vektordiagramm. Seejuures $\dot{U}_1 = 140$ V, $\dot{Z}_1 = 1500 + j600 = 1616 \angle 21°48'$, $\dot{Z}_2 = -j3000 = 3000 \angle -90°$, $\dot{Z}_3 = -j4000 = 4000 \angle -90°$, $\dot{Z}_4 = 6000$ ja $\dot{Z}_5 = 5000 + j6000 = 7810 \angle 50°12'$ Ω.



Joon. 269. Ühendusskeem oletatud voolujaotusega ja vektordiagramm näitele 136. Punkteeritud vektor $\dot{J}_2$ vastab vääralt oletatud voolu suunale.

Lahendus. Kanname skeemi oletatavad voolusuunad. Kirchhoffi seaduste alusel vooluringide läbimisel päripäevases suunas

$$\dot{U}_1 = -\dot{J}_2\dot{Z}_2 + \dot{J}_1\dot{Z}_1, \qquad \dot{J}_1 + \dot{J}_2 = \dot{J}_3,$$
$$0 = \dot{J}_2\dot{Z}_2 + \dot{J}_3\dot{Z}_3 + \dot{J}_4\dot{Z}_4, \qquad \dot{J}_3 = \dot{J}_4 + \dot{J}_5.$$
$$0 = \dot{J}_5\dot{Z}_5 - \dot{J}_4\dot{Z}_4,$$

Selle viie tundmatuga võrrandsüsteemi lahendamisel saame: vool

$$\dot{J}_5 = \frac{\dot{U}\dot{Z}_2\dot{Z}_4}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2\dot{Z}_4 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2\dot{Z}_5 + \dot{Z}_1\dot{Z}_3\dot{Z}_4 + \dot{Z}_1\dot{Z}_3\dot{Z}_5 + \dot{Z}_1\dot{Z}_4\dot{Z}_5 + \dot{Z}_2\dot{Z}_3\dot{Z}_4 + \dot{Z}_2\dot{Z}_3\dot{Z}_5 + \dot{Z}_2\dot{Z}_4\dot{Z}_5}.$$

Asendades tähtavaldise arvavaldisega saame: vool

$$\dot{J}_5 = 0{,}01198 \angle -31^0 05' = 0{,}01027 - j0{,}00618 \text{ A},$$

pinge

$$\dot{U}_2 = \dot{J}_5\dot{Z}_5 = 0{,}01198 \angle -31^0 05' \cdot 7810 \angle 50^0 12' = 93{,}6 \angle 19^0 07' = \\ = 88{,}5 + j30{,}7 \text{ V}.$$

Seega pinge $\dot{U}_2$ on pingest $\dot{U}_1$ ees $19^0 07'$, tema efektiivväärtus on 93,6 V. Voolud

$$\dot{J}_4 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_4} = \frac{93{,}6 \angle 19^0 07'}{6000} = 0{,}01560 \angle 19^0 07' = 0{,}01473 + j0{,}00511 \text{ A},$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_4 + \dot{J}_5 = 0{,}01473 + j0{,}00511 + 0{,}01027 - j0{,}00618 = \\ = 0{,}0250 - j0{,}00107 = 0{,}0250 \angle -2^0 27' \text{ A}.$$

Pingelang kondensaatoris $\dot{Z}_3$:

$$\dot{J}_3\dot{Z}_3 = 0{,}0250 \angle -2^0 27' \cdot 4000 \angle -90^0 = 100{,}0 \angle -92^0 27' = \\ = -100{,}0 \angle 87^0 33' = -4{,}3 - j99{,}9 \text{ V},$$

pinge punktide A ja D vahel

$$\dot{U}_{AD} = \dot{U}_2 + \dot{J}_3\dot{Z}_3 = 88{,}5 + j30{,}7 - 4{,}3 - j99{,}9 = \\ = 84{,}2 - j69{,}2 = 109{,}0 \angle -39^0 23' \text{ V}.$$

Vool kondensaatoris $\dot{Z}_2$

$$\dot{J}_2 = \frac{\dot{U}_{AD}}{\dot{Z}_2} = \frac{109{,}0 \angle -39^0 23'}{3000 \angle -90^0} = 0{,}0363 \angle 50^0 37' = 0{,}0231 + j0{,}0281 \text{ A}.$$

Sama vool määratuna võrrandsüsteemi lahendusest

$$\dot{J}_2 = -\dot{J}_5 \frac{\dot{Z}_3\dot{Z}_5 + \dot{Z}_4\dot{Z}_5 + \dot{Z}_3\dot{Z}_4}{\dot{Z}_2\dot{Z}_4} = -0{,}0363 \angle 50^0 37' =$$

$$= 0{,}03638 \angle 230^0 37' \text{ A}$$

moodustab pingega $\dot{U}_{AD}$ nurga $230^0 37' - (-39^0 23') = 270^0$ ehk -90^0, olles seega pingest t a g a 90^0. Ometi peab see vool olema kondensaatori

pingest e e s 90°. Nii see kui ka tähtlahenduse ees olev miinusmärk juhivad tähelepanu voolu $\dot{J}_2$ vääralt oletatud suunale. Vool

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_2 + \dot{J}_3 = 0{,}0231 + j0{,}0281 + 0{,}0250 - j0{,}00107 = \\ = 0{,}0481 + j0{,}0270 = 0{,}0552 \angle 29°15' \text{ A};$$

pingelang takistuses $\dot{Z}_1$:

$\dot{J}_1\dot{Z}_1 = 0{,}0552 \angle 29°15' \cdot 1616 \angle 21°48' = 89{,}2 \angle 51°03' = 56{,}2 + j69{,}5$ V.

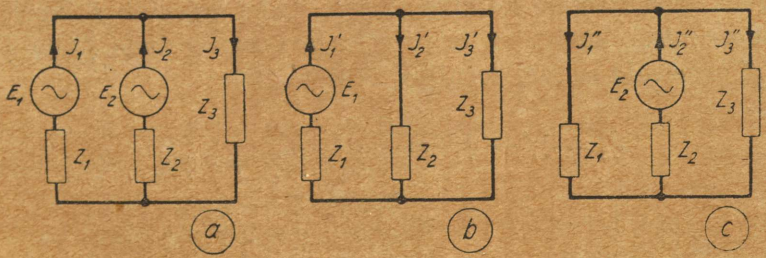
Arvutuse kontrollimiseks määrame kondensaatoris $\dot{Z}_3$ ja tegevtakistuses $\dot{Z}_4$ tarbitava võimsuse:

$$\dot{J}_3\dot{Z}_3 \cdot \overset{*}{\dot{J}}_3 = -100{,}0 \angle 87°33' \cdot 0{,}0250 \angle 2°27' = \\ = -2{,}50 \angle 90° = -j2{,}50 \text{ var},$$

$$\dot{U}_2\overset{*}{\dot{J}}_4 = 93{,}6 \angle 19°07' \cdot 0{,}01560 \angle -19°07' = 1{,}460 \angle 0° = 1{,}46 \text{ W}.$$

180. Superponeerimise meetod. Kui elektrivõrku toidetakse samaaegselt mitme vooluallika poolt, siis arvutamise lihtsustamiseks oletatakse, et võrku toidetakse kordamööda ainult ühe vooluallika poolt, ja saadavad voolujaotused superponeeritakse, s. o. liidetakse üksteise peale asetatuina. Superponeerimisel saadav voolujaotus osutub samaks, mis on arvutatav Kirchhoffi seaduste alusel koostatava võrrandsüsteemi lahendamisel. Ühe vooluallika poolt põhjustatava voolujaotuse arvutamisel tuleb skeemi jätta kõikide vooluallikate sisetakistus.

N ä i d e 137. Arvutada voolu- ja võimsusejaotus kahe mehhaaniliselt sidurdatud ühefaasise sünkroonmasina vahel, kui esimese masina elektromotoorne jõud $E_1 = 205$ V, teise oma $E_2 = 240$ V ja masinad on nii sidurdatud, et teise masina elektromotoorne jõud omandab maksimaalväärtuse 40 elektrilist kraadi hiljem kui esimene (seega $\dot{E}_1 = E_1 = 205$ ja $\dot{E}_2 = 240 \angle -40°$ V). Masinate sisetakistused $\dot{Z}_1 = 3 + j5 = 5{,}83 \angle 59°$ ja $\dot{Z}_2 = 2{,}5 + j6 = 6{,}50 \angle 67°23'$ Ω, tarbija takistus $\dot{Z}_3 = 31 + j39{,}2 = 50 \angle 51°40'$ Ω (joon. 270).



Joon. 270. Rööbiti ühendatud sünkroonmasinad: *a* — oletatav resulteeruv voolujaotus, *b* ja *c* — superponeeritavad voolujaotused.

L a h e n d u s. Voolujaotuse arvutamiseks superponeerimise meetodil oletame esiteks II masina olevat pingeta. Seega kujuneb joonisel 270*b* näidatud skeem ja I masin osutub generaatorina koormatuks takistusega

$$\underline{Z}' = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3};$$

generaatori vool

$$\underline{J}_1' = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}'} = \frac{\underline{E}_1(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3)}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}.$$

Sellest voolust hargneb tarbijasse $\underline{Z}_3$ vool $\underline{J}_3'$ ja masinasse II vool $\underline{J}_2'$:

$$\underline{J}_3' = \frac{\underline{J}_1'\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3} = \frac{\underline{E}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3},$$

$$\underline{J}_2' = \underline{J}_1' - \underline{J}_3' = \frac{\underline{E}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}.$$

Oletades I masina olevat pingeta, saame joonisel 270*c* näidatud skeemi ja II masin osutub koormatuks takistusega

$$\underline{Z}'' = \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_3} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_3};$$

generaatori vool

$$\underline{J}_2'' = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}''} = \frac{\underline{E}_2(\underline{Z}_1+\underline{Z}_3)}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}.$$

Sellest voolust hargneb tarbijasse $\underline{Z}_3$ vool $\underline{J}_3'$ ja masinasse I vool $\underline{J}_1''$:

$$\underline{J}_3'' = \frac{\underline{J}_2''\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_3} = \frac{\underline{E}_2\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3},$$

$$\underline{J}_1'' = \underline{J}_2'' - \underline{J}_3'' = \frac{\underline{E}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}.$$

Tegelik voolujaotus kujuneb nende kahe arvutatud voolujaotuse superponeerimisel, kusjuures tuleb võtta arvesse voolude $\underline{J}_1'$ ja $\underline{J}_1''$ ning $\underline{J}_2'$ ja $\underline{J}_2''$ erinevaid suundi joonistel 270*b* ja 270*c*:

$$\underline{J}_1 = \underline{J}_1' - \underline{J}_1'' = \frac{\underline{E}_1(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3) - \underline{E}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3},$$

$$\underline{J}_2 = \underline{J}_2'' - \underline{J}_2' = \frac{\underline{E}_2(\underline{Z}_1+\underline{Z}_3) - \underline{E}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3},$$

$$\underline{J}_3 = \underline{J}_3' + \underline{J}_3'' = \frac{\underline{E}_1\underline{Z}_2+\underline{E}_2\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}.$$

Antud juhtumil

$$\dot{J}_1 = \frac{205(2{,}5 + j6 + 31 + j39{,}2) - (240 \angle -40^0 \cdot 50 \angle 51^0 40')}{5{,}83 \angle 59^0 \cdot 6{,}50 \angle 67^0 23' + 5{,}83 \angle 59^0 \cdot 50 \angle 51^0 40' + 6{,}50 \angle 67^0 23' \cdot 50 \angle 51^0 40'} =$$

$$= \frac{8380 \angle 125^0 25'}{651 \angle 115^0 40'} = 12{,}90 \angle 9^0 45' = 12{,}70 + j2{,}18 \text{ A},$$

$$\dot{J}_2 = \frac{240 \angle -40^0 (3 + j5 + 31 + j39{,}2) - 205 \cdot 510 \angle 51^0 40'}{651 \angle 115^0 40'} = 13{,}01 \angle -153^0 06' =$$

$$= -13{,}01 \angle -153^0 06' + 180^0 = -13{,}01 \angle 26^0 54' = -11{,}60 - j5{,}88 \text{ A},$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_1 + \dot{J}_2 = 12{,}70 + j2{,}18 - 11{,}60 - j5{,}88 =$$

$$= 1{,}10 - j3{,}70 = 3{,}86 \angle -73^0 27' \text{ A}.$$

Masinate ja tarbija klemmidel olev pinge

$$\dot{U} = \dot{J}_3 \dot{Z}_3 = 3{,}86 \angle -73^0 27' \cdot 50 \angle 51^0 40' = 193 \angle -21^0 47' \text{ V},$$

nurk pinge $\dot{U}$ ja voolu $\dot{J}_3$ vahel

$$\varphi_3 = \varphi_U - \varphi_{J3} = -21^0 47' - (-73^0 27') = 51^0 40',$$

tarbija võimsustegur

$$\cos \varphi_3 = \cos 51^0 40' = 0{,}62,$$

tarbitav tegevvõimsus

$$N_{3t} = UJ_3 \cos \varphi_3 = 193 \cdot 3{,}86 \cdot 0{,}62 = 462 \text{ W}.$$

Nurk I masina elektromotoorse jõu ja voolu vahel

$$\psi_1 = 9^0 45',$$

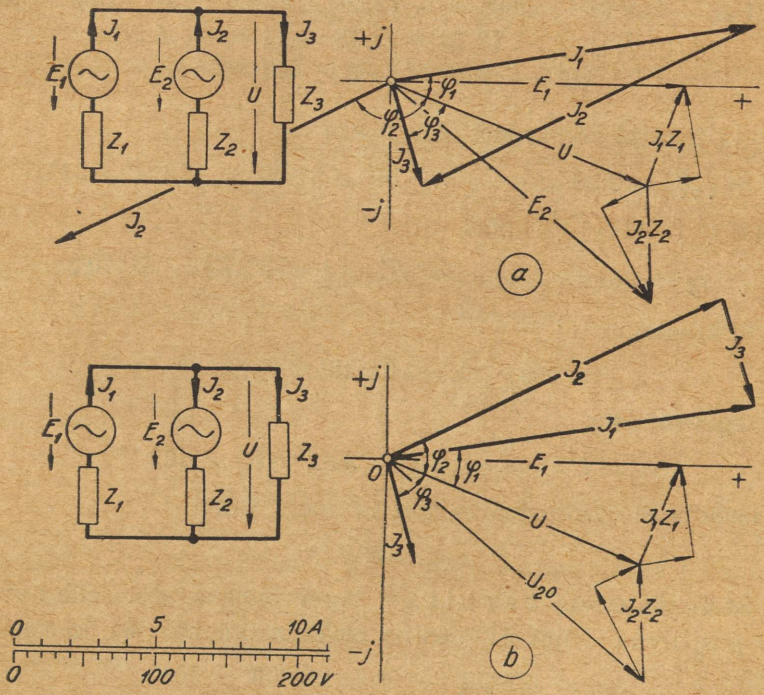
millele vastab süsteemis tarbitav tegevvõimsus, sest selle nurga koosinus on positiivne. Nurk II masina elektromotoorse jõu ja voolu vahel

$$\psi_2 = 153^0 06' - 40^0 = 113^0 06' > 90^0$$

näitab, et joon. 270*a* koostamisel on vääralt oletatud nii voolu $\dot{J}_2$ kui ka selle masina poolt toodetava energia suund: II masin ei tooda, vaid tarbib energiat (vektordiagramm joon. 271*a*).

Arvutamisel leitud voolu $\dot{J}_2$ suuna muutmist õigustab ka see, et kahest rööbiti ühendatud sünkroongeneraatorist osutub alati tegevvõimsusega vähem koormatuks too, mille elektromotoorne jõud jääb faasis maha teise omast. Suureneva mahajäämisega generaatori tegevvõimsus väheneb üha ja alates elektromotoorsete jõudude teatavast nihkest muutub II masin energia tootjast energia tarbijaks ja hakkab töötama sünkroonmootorina. Antud juhtumil II masina elektromotoorne jõud $\dot{E}_2$ on 40° taga I masina elektromotoorsest jõust $\dot{E}_1$ ja masin töötab moo-

torina, koormates generaatorit asjatult tegevvõimsusega, mida ei muundata tööks mõnes töömasinas, vaid antakse generaatorile tagasi võlli kaudu mehhaanilise tööna. Paratamatult muundub seejuures osa elektrilisest energiast soojuslikuks kaoenergiaks. Olles tugevasti üleergutatud, toodab II masin seejuures induktiivset ebaenergiat ja on seetõttu generaatorile mahtuvuslikuks koormuseks, mis selgub ka vektordiagram-



Joon. 271. Vektordiagramm näitele 137: *a* — oletatud voolujaotus ja sellest tulenev vektordiagramm; vool $\dot{J}_3 = \dot{J}_1 + \dot{J}_2$, kuid nurk $\varphi_2 > 90^0$; *b* — tõeline voolujaotus ja tõeline vektordiagramm; vool $\dot{J}_1 = \dot{J}_2 + \dot{J}_3$, nurk $\varphi_2 < 90^0$.

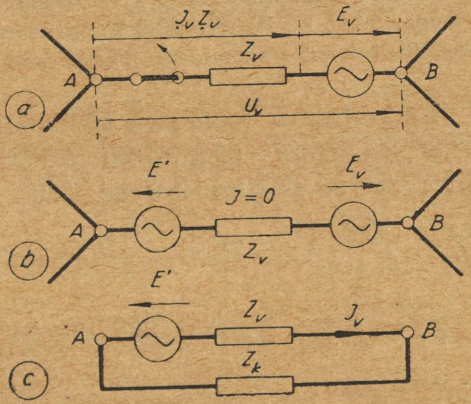
mist 271*b*. Mõlemal vektordiagrammil on näidatud masinate sisetakistustes tekkivad pingelangud $\dot{J}_1\dot{Z}_1$ ja $\dot{J}_2\dot{Z}_2$. Diagrammil *a* on generaatorina oletatud II masina $\dot{E}_2 = \dot{U} + \dot{J}_2\dot{Z}_2$, nagu I masinalgi. Diagrammil *b* on aga $U_{20} + \dot{J}_2\dot{Z}_2 = \dot{U}$ ja U_{20} all tuleb mõista mootoris indutseeritava vastuelektromotoorse jõu tasakaalustamiseks vajalikku pinge U komponenti.

181. Voolujaotuse määramine Helmholtzi meetodil. Voolujaotuse superponeeritavus võimaldab võrdlemisi lihtsalt määrata voolujaotuse muutumist kord juba arvutatud andmeil. Analoogiliselt osutub võimalikuks määrata uut voolujaotust katkestuse või lühise tekkimisel ja ka mõne takistuse või vooluallika elektromotoorse jõu muutumisel.

a. Vooluringi katkestamine. Olgu väljalülitatava vooluringi lüli takistus $\underline{Z}_v$, temas olev vool $\underline{J}_v$ ja vooluallikas elektromotoorse jõuga $\underline{E}_v$. Viimase suund võib olla nii päri kui ka vastu voolu suunale, kuid ta võib ka võrduda nulliga. Väljalülitatava lüli klemmide A ja B vahel olev pinge

$$\underline{U}_v = \underline{J}_v \underline{Z}_v + \underline{E}_v$$

(joon. 272*a*). Kujutleme voolu muutuvat nulliks mitte tingituna katkestuse tekkimisest, vaid sellise elektromotoorse jõu $\underline{E}'$ sissetoomisest, mis põhjustaks vaadeldavas lülis niisama suurt, kuid vastusuunalist voolu



Joon. 272. Vooluringi katkestamine.

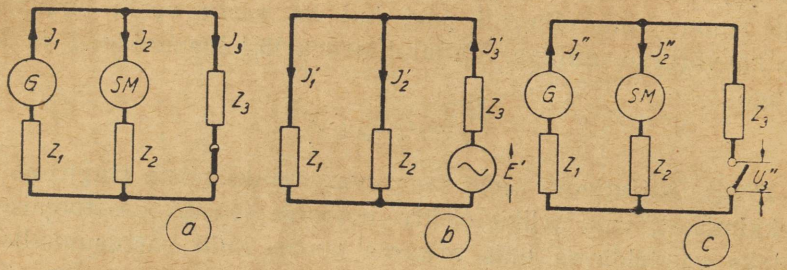
$-\underline{J}_v$ (joon. 272*b*). Tähistades $\underline{Z}_k$ abil süsteemi kogutakistuse punktide A ja B vahel väljaspool vaadeldavat lüli (joon. 272*c*) saame fiktiivse elektromotoorse jõu suuruseks

$$\underline{E}' = -\underline{J}_v(\underline{Z}_v + \underline{Z}_k).$$

Selle fiktiivse elektromotoorse jõu poolt tekitatav voolujaotus superponeeritakse varem olnule ja saadav uus voolujaotus vastab tõelisele katkestuse tekkimisel punktide A ja B vahel.

Näide 138. Sünkroongeneraator, mille takistus $\underline{Z}_1 = 3 + j5 = 5{,}83 \angle 59^\circ$, toidab temaga rööbiti ühendatud sünkroonmootorit takis-

tusega $\underset{\cdot}{Z}_2 = 2{,}5 + j6 = 6{,}50 \angle 67^\circ 23'\ \Omega$ ja tarbijat takistusega $\underset{\cdot}{Z}_3 = 31 + j39{,}2 = 50 \angle 51^\circ 40'\ \Omega$ (joon. 273). Milliseks kujuneb voolujaotus tarbija $\underset{\cdot}{Z}_3$ väljalülitamisel, kui enne väljalülitamist generaatori vool $\underset{\cdot}{J}_1 = 12{,}90 \angle 9^\circ 45' = 12{,}70 + j2{,}18$, mootori vool $\underset{\cdot}{J}_2 = 13{,}01 \angle 26^\circ 54' = 11{,}60 + j5{,}88$ ja tarbija $\underset{\cdot}{Z}_3$ vool $\underset{\cdot}{J}_3 = 3{,}86 \angle -73^\circ 27' = 1{,}10 - j3{,}70$ A (voolujaotus oli arvutatud näites 137).



Joon. 273. Voolujaotuse määramine voolu J_3 katkestamisel: *a* — voolujaotus enne katkestamist, *b* — fiktiivsest elektromotoorsest jõust E' tingitud voolujaotus, *c* — voolujaotus pärast katkestamist.

Lahendus. Katkestatava vooluharu klemmidel olev pinge $\underset{\cdot}{U}_3 = \underset{\cdot}{Z}_3 \underset{\cdot}{J}_3 = 3{,}86 \angle -73^\circ 27' \cdot 50 \angle 51^\circ 40' = 193 \angle -21^\circ 47'$ V. Voolu $\underset{\cdot}{J}_3$ nullile viiv fiktiivne elektromotoorne jõud

$$\underset{\cdot}{E}' = -\underset{\cdot}{J}_3\left(\underset{\cdot}{Z}_3 + \frac{\underset{\cdot}{Z}_1\underset{\cdot}{Z}_2}{\underset{\cdot}{Z}_1 + \underset{\cdot}{Z}_2}\right) = -3{,}86 \angle -73^\circ 27' \left(31 + j39{,}2 + \right.$$

$$\left. + \frac{5{,}83 \angle 59^0 \cdot 6{,}51 \angle 67^\circ 23'}{3 + j5 + 2{,}5 + j6}\right) = -205 \angle -21^\circ 06'\ \text{V},$$

tema mõjul tekkiv vool

$$\underset{\cdot}{J}_3' = -\underset{\cdot}{J}_3 = -3{,}86 \angle -73^\circ 27' = 3{,}86 \angle 106^\circ 33' = -1{,}10 + j3{,}70\ \text{A}.$$

Sellest voolust hargneb takistusse $\underset{\cdot}{Z}_1$ vool

$$\underset{\cdot}{J}_1' = \underset{\cdot}{J}_3' \frac{\underset{\cdot}{Z}_2}{\underset{\cdot}{Z}_1 + \underset{\cdot}{Z}_2} = \frac{3{,}86 \angle 106^\circ 33' \cdot 6{,}51 \angle 67^\circ 33'}{3 + j5 + 2{,}5 + j6} = 1{,}99 \angle 110^\circ 30' =$$

$$= -0{,}70 + j1{,}86\ \text{A}$$

ja takistusse $\underset{\cdot}{Z}_2$ vool

$$\underset{\cdot}{J}_2' = \underset{\cdot}{J}_3' - \underset{\cdot}{J}_1' = -1{,}10 + j3{,}70 + 0{,}70 - j1{,}86 = -0{,}40 + j1{,}84\ \text{A}.$$

Generaatori tegelik vool on seega voolude $\underset{\cdot}{J}_1$ ja $\underset{\cdot}{J}_1'$ summa

$$\underset{\cdot}{J}_1'' = \underset{\cdot}{J}_1 + \underset{\cdot}{J}_1' = 12{,}70 + j2{,}18 - 0{,}70 + j1{,}86 = 12{,}00 + j4{,}04 =$$

$$= 12{,}68 \angle 18^\circ 38'\ \text{A}$$

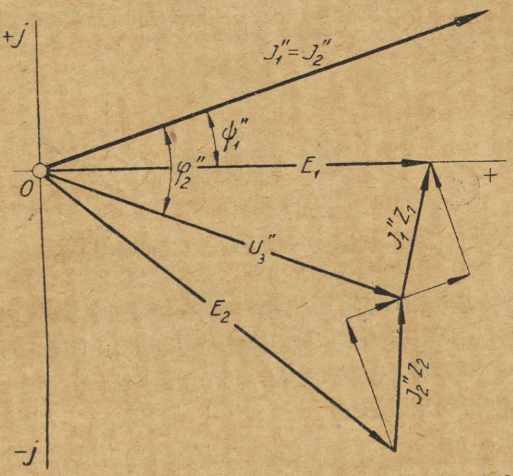
ja mootori vool on voolude $\dot{J}_2$ ja $\dot{J}_2'$ vahe

$$\dot{J}_2'' = \dot{J}_2 - \dot{J}_2' = 11{,}60 + j5{,}88 + 0{,}40 - j1{,}84 = 12{,}00 + j4{,}04 = \\ = 12{,}68 \angle 18^0 38' \text{ A}.$$

Voolud $\dot{J}_1''$ ja $\dot{J}_2''$ on võrdsed, sest mootor on ainukeseks energia tarbijaks. Katkestuse kohal tekkiv pinge

$$\dot{U}_3'' = \dot{E}_1 - \dot{J}_1''\dot{Z}_1 = 205 - 12{,}68 \angle 18^0 38' \cdot 5{,}83 \angle 59^0 = \\ = 202{,}8 \angle -20^0 50' \text{ V}.$$

Joonisel 274 on toodud vektordiagramm kujunenud olukorrale, kusjuures sünkroonmootori tühijooksupinge $\dot{E}_2 = 240 \angle -40^0$ V.



Joon. 274. Vektordiagramm skeemile joonisel 273*c*.

b. Uue tarbija juurdelülitamine. Kui ühendatakse võrgu punktide A ja B vahele uus lüli takistusega $\dot{Z}_v$ ja elektromotoorse jõuga $\dot{E}_v$ (viimane võib võrduda ka nulliga), siis voolujaotuse määramiseks toimitakse alljärgnevalt.

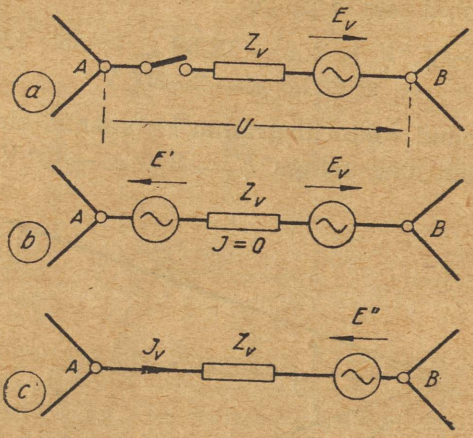
Oletame uue lüli juba sisselülitatuks ja toome temasse fiktiivse elektromotoorse jõu

$$\dot{E}' = -(\dot{E}_v + \dot{U}_v)$$

(joon. 275*b*). Sellega oleks lülis olev vool võrdne nulliga ja olukord võrgu muus osas ei muutuks. Toome nüüd juurdelülitatavasse harusse veel teise fiktiivse elektromotoorse jõu $\dot{E}'' = -\dot{E}'$. Tema hävitab $\dot{E}'$ mõju ja nüüd on vaja määrata ainult selle $\dot{E}''$ poolt süsteemis tekitatav voolujaotus ja superponeerida see juba varem olnule.

Näide 139. Tähte on ühendatud kolm ühesugust ühefaasist generaatorit (joon. 276), millede elektromotoorsed jõud on omavahel suuruselt võrdsed, kuid nihutatud üksteise suhtes 120°, nii et

$$\underline{E}_1 = 230,\ \underline{E}_2 = 230 \angle 120^\circ \text{ V ja } \underline{E}_3 = 230 \angle 240^\circ.$$



Joon. 275. Uue vooluharu juurdelülitamine.

Generaatorite sisetakistus $\underline{Z}_g = 0{,}15 + j0{,}35 = 0{,}381 \angle 66^\circ 48'\ \Omega$. Generaatorid toidavad kolmejuhtmelist liini mööda, mille iga juhtme takistus $\underline{Z}_l = 0{,}65 + j0{,}15 = 0{,}667 \angle 13^\circ 00'\ \Omega$, kolme tähte ühendatud tarbijat, kusjuures iga tarbija takistus $\underline{Z}_t = 1{,}40 + j1{,}60 = 2{,}125 \angle 48^\circ 48'\ \Omega$. Generaatorite nullpunkt on maandatud. Arvutada ühe tarbija maandamisel tekkiv maandusvool ja uus voolujaotus võrgus, kui maanduse takistus on praktiliselt võrdne nulliga. Joonestada vektordiagramm.

Lahendus. Maandusvoolu leidmiseks määrame esiteks voolujaotuse normaalsel töötamisel, rakendades selleks Kirchhoffi seadusi. Oletanud voolu positiivseks suunaks suuna generaatorist tarbijasse, peame kolme tundmatu määramiseks koostama kolm võrrandit. Kirchhoffi I seaduse kohaselt generaatorite nullpunktis

$$\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 = 0;$$

Kirchhoffi II seaduse kohaselt ringis $OA_1B_1O'B_3A_3O$

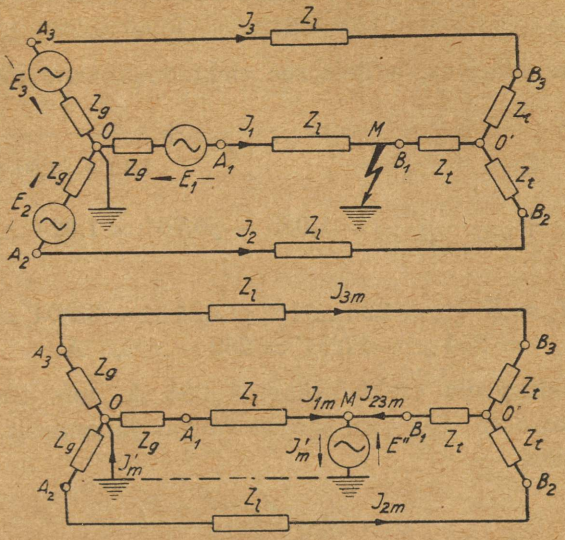
$$\underline{E}_1 - \underline{E}_3 = \underline{J}_1(\underline{Z}_g + \underline{Z}_l + \underline{Z}_t) - \underline{J}_3(\underline{Z}_g + \underline{Z}_l + \underline{Z}_t)$$

ja ringis $OA_2B_2O'B_3A_3O$

$$\underline{E}_2 - \underline{E}_3 = \underline{J}_2(\underline{Z}_g + \underline{Z}_l + \underline{Z}_t) - \underline{J}_3(\underline{Z}_g + \underline{Z}_l + \underline{Z}_t).$$

Selle võrrandsüsteemi lahendamisel saame:

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_g + \dot{Z}_l + \dot{Z}_t},\quad \dot{J}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_g + \dot{Z}_l + \dot{Z}_t} \text{ ja } \dot{J}_3 = \frac{\dot{E}_3}{\dot{Z}_g + \dot{Z}_l + \dot{Z}_t}. \qquad (498)$$



Joon. 276. Kolm tähte ühendatud generaatorit maandatud nullpunktiga. Normaalne töötamisolukord ja aseskeem maandusvoolu arvutamiseks.

Seega on võrdsete pingete korral voolud ühetugevused; nad on üksteise suhtes nihutatud sama nurga võrra kui elektromotoorsed jõudki. Nende voolude tugevus leitakse ühe generaatori pinge jagamisel kogutakistusega generaatori nullpunktist tarbija nullpunktini. Kogutakistus nullpunktist nullpunktini

$$\dot{Z}_g + \dot{Z}_l + \dot{Z}_t = 0{,}15 + j0{,}35 + 0{,}65 + j0{,}15 + 1{,}40 + j1{,}60 =$$
$$= 2{,}20 + j2{,}10 = 3{,}04 \angle 43^0 40' \ \Omega,$$

voolud

$$\dot{J}_1 = \frac{230}{3{,}04 \angle 43^0 40'} = 75{,}6 \angle -43^0 40' = 54{,}8 - j52{,}3 \text{ A},$$

$$\dot{J}_2 = 75{,}6 \angle -43^0 40' + 240^0 = 75{,}6 \angle 196^0 20' = -72{,}6 - j21{,}3 \text{ A},$$

$$\dot{J}_3 = 75{,}6 \angle -43^0 40' + 120^0 = 75{,}6 \angle 76^0 20' = 17{,}9 + j73{,}6 \text{ A}.$$

Maanduse tekkimisel lisandub süsteemi uus vooluharu liini maandatud punkti ja generaatori nullpunkti vahel, mille takistus $\dot{Z}_v = 0$ ja milles ei leidu välist elektromotoorset jõudu, seega mille $\dot{E}_v = 0$.

Kujutleme maandusvoolu tekitajana maa ja liini vahele ühendatava fiktiivse elektromotoorse jõu $\underset{\cdot}{E}''$, mille suurus on võrdne generaatori nullpunkti ja maandatava punkti M vahelise pingega:

$$\underset{\cdot}{E}'' = \underset{\cdot}{E}_1 - \underset{\cdot}{J}_1(\underset{\cdot}{Z}_g + \underset{\cdot}{Z}_l) = 230 - 75{,}6 \angle 43^0 40' \cdot (0{,}15 + \\ + j0{,}35 + 0{,}65 + j0{,}15) = 212{,}3 - j69{,}0 = 223 \angle 18^0 \text{ V.}$$

Süsteemi üldine juhtivus, millele see elektromotoorne jõud töötab,

$$\underset{\cdot}{Y}_m = \frac{1}{\underset{\cdot}{Z}_g + \underset{\cdot}{Z}_l} + \frac{1}{\underset{\cdot}{Z}_t + \frac{\underset{\cdot}{Z}_g + \underset{\cdot}{Z}_l + \underset{\cdot}{Z}_t}{2}} = \frac{1}{0{,}8 + j\,0{,}5} + \frac{1}{1{,}40 + j\,1{,}60 + \frac{2{,}20 + j\,2{,}10}{2}} =$$

$$= \frac{1}{0{,}944 \angle 32^0} + \frac{1}{3{,}64 \angle 46^0 40'} = 1{,}085 - j0{,}761 = 1{,}324 \angle -35^0 04' \text{ S}$$

ja maandusvool

$$\underset{\cdot}{J}_m = \underset{\cdot}{E}''\underset{\cdot}{Y}_m = 223 \angle 18^0 \cdot 1{,}324 \angle -35^0 04' = \\ = 295 \angle -17^0 04' = 282 - j86{,}5 \text{ A.}$$

Seega on maandusvoolu efektiivväärtus 295 A, mis ületab normaalse liinivoolu neljakordselt. See vool jaotub võrgus järgmiselt. Esimest generaatorit läbib vool

$$\underset{\cdot}{J}_{1m} = \underset{\cdot}{J}_m \frac{\underset{\cdot}{Z}_t + \frac{\underset{\cdot}{Z}_g + \underset{\cdot}{Z}_l + \underset{\cdot}{Z}_t}{2}}{\left(\underset{\cdot}{Z}_g + \underset{\cdot}{Z}_l\right) + \left(\underset{\cdot}{Z}_t + \frac{\underset{\cdot}{Z}_g + \underset{\cdot}{Z}_l + \underset{\cdot}{Z}_t}{2}\right)} =$$

$$= 295 \angle -17^0 04' \frac{3{,}64 \angle 46^0 40'}{0{,}8 + j0{,}5 + 3{,}64 \angle 46^0 40'} = 235 \angle -14^0 04' = 228 - j57{,}2 \text{ A,}$$

esimest tarbijat läbib vool

$$\underset{\cdot}{J}_{23m} = \underset{\cdot}{J}_m - \underset{\cdot}{J}_{1m} = 282 - j86{,}5 - 228 + j57{,}2 = 54 - j29{,}3 \text{ A.}$$

See vool jaguneb kahe võrdse osana teise ja kolmandasse tarbijasse, kuna nende vooluharude takistused nullpunktist O' nullpunktini O on võrdsed:

$$\underset{\cdot}{J}_{2m} = \underset{\cdot}{J}_{3m} = \frac{\underset{\cdot}{J}_{23m}}{2} = 27{,}0 - j14{,}7 \text{ A.}$$

Seega kujuneb maaühenduse korral järgmine voolujaotus:

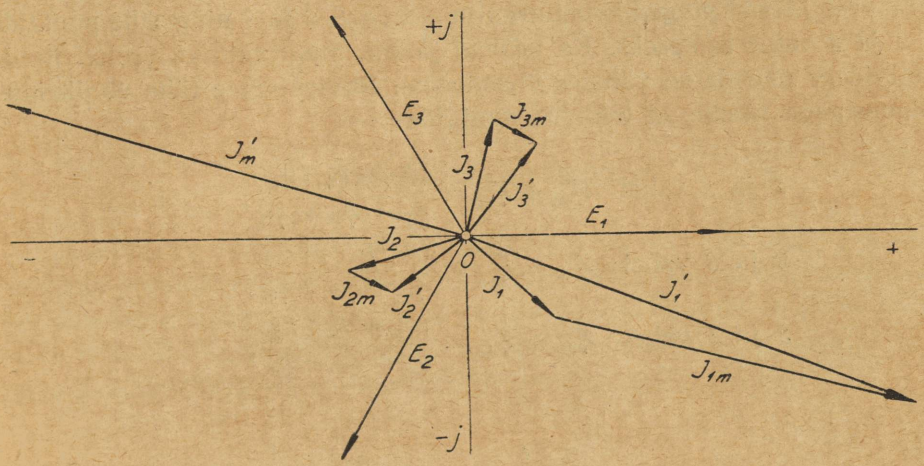
$$\underset{\cdot}{J}_1' = \underset{\cdot}{J}_1 + \underset{\cdot}{J}_{1m} = 54{,}8 - j52{,}3 + 228 - j57{,}2 = \\ = 282{,}8 - j109{,}5 = 304 \angle -21^0 10' \text{ A,}$$

$$\underset{\cdot}{J}_2' = \underset{\cdot}{J}_2 + \underset{\cdot}{J}_{2m} = 17{,}9 + j73{,}6 + 27{,}0 - j14{,}7 = \\ = 44{,}9 + j58{,}9 = 74{,}2 \angle 52^0 40' \text{ A,}$$

$$\underset{\cdot}{J}_3' = \underset{\cdot}{J}_3 + \underset{\cdot}{J}_{3m} = -72{,}6 - j21{,}3 + 27{,}0 - j14{,}7 = \\ = -45{,}6 - j36{,}0 = 58{,}2 \angle 218^0 15' \text{ A.}$$

Joonisel 277 on kantud vektordiagrammi kõik arvutatud voolud. Maandusvoolu komponentide $\dot{J}_{1m}$, $\dot{J}_{2m}$ ja $\dot{J}_{3m}$ vastasmärgiline summa $\dot{J}_m'$ kujutab üldist, generaatorite nullpunkti voolavat maandusvoolu. Seejuures on rahuldatud Kirchhoffi I seaduse nõue, mille kohaselt voolude summa hargnemispunktis võrdub nulliga:

$$\dot{J}_1' + \dot{J}_2' + \dot{J}_3' + \dot{J}_m' = 0.$$



Joon. 277. Maaühenduse vektordiagramm.

c. Haru takistuse muutmine. Kui vooluharu takistus $\dot{Z}_v$ muudetakse suuruse $\Delta\dot{Z}_v$ võrra, siis muutub voolujaotus kogu süsteemis. Takistuse suurenemisel harus olev vool $\dot{J}_v$ väheneb $\Delta\dot{J}_v$ võrra. Endise voolu alleshoidmiseks oleks vaja vooluharusse tuua fiktiivne elektromotoorne jõud $\dot{E}' = \dot{J}_v \cdot \Delta\dot{Z}_v$. Uue voolujaotuse leidmiseks tuleks vooluharusse tuua veel teine fiktiivne elektromotoorne jõud $\dot{E}''$, mis hävitaks eelmise mõju ja mille suurus oleks seega

$$\dot{E}'' = -\dot{E}' = -\dot{J}_v \cdot \Delta\dot{Z}_v.$$

Vaadeldavas harus, nüüd juba takistusega $\dot{Z}_v' = \dot{Z}_v + \Delta\dot{Z}_v$, elektromotoorse jõu $\dot{E}''$ mõjul tekkiv voolu muutus

$$\Delta\dot{J}_v = \frac{\dot{E}''}{\dot{Z}_v' + \dot{Z}_k} = -\dot{J}_v \frac{\dot{Z}_v' - \dot{Z}_v}{\dot{Z}_v' + \dot{Z}_k}.$$

Viimases valemis tähistab $\underset{\cdot}{Z}_k$ vooluharu otste vahel olevat takistust väljaspool vaadeldavat haru. Seega harus kujunev uus vool

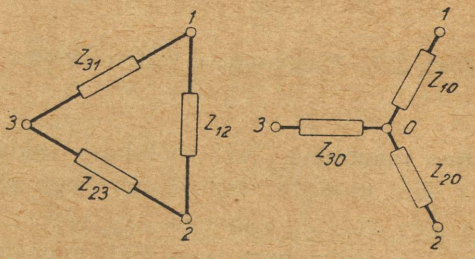
$$\underset{\cdot}{J}_v' = \underset{\cdot}{J}_v + \Delta \underset{\cdot}{J}_v = \underset{\cdot}{J}_v \left(1 - \frac{\underset{\cdot}{Z}_v' - \underset{\cdot}{Z}_v}{\underset{\cdot}{Z}_v' + \underset{\cdot}{Z}_k}\right) = \underset{\cdot}{J}_v \frac{\underset{\cdot}{Z}_v + \underset{\cdot}{Z}_k}{\underset{\cdot}{Z}_v' + \underset{\cdot}{Z}_k}. \qquad (499)$$

182. Kolmnurk- ja tähtühenduse transfigureerimine. Transfigureerimine võimaldab asendada skeemis olevat kolmnurkühendust tähtühendusega või ümberpöördult — tähtühendust kolmnurkühendusega (joon. 278). Seejuures jäävad pinged kolmnurga punktide *1*, *2* ja *3* ning tähe punktide *1*, *2* ja *3* vahel samaseks. Ka peavad jääma muutmatuiks voolud nende punktidega ühendatud välistes ühendustes. Ekvivalentse tähe võrdlemisel kolmnurgaga näeme, et takistus punktide

1 ja *2* vahel $\underset{\cdot}{Z}_{10} + \underset{\cdot}{Z}_{20} = \frac{(\underset{\cdot}{Z}_{23} + \underset{\cdot}{Z}_{31})\,\underset{\cdot}{Z}_{12}}{\underset{\cdot}{Z}_{12} + \underset{\cdot}{Z}_{23} + \underset{\cdot}{Z}_{31}}$,

2 ja *3* vahel $\underset{\cdot}{Z}_{20} + \underset{\cdot}{Z}_{30} = \frac{(\underset{\cdot}{Z}_{31} + \underset{\cdot}{Z}_{12})\,\underset{\cdot}{Z}_{23}}{\underset{\cdot}{Z}_{12} + \underset{\cdot}{Z}_{23} + \underset{\cdot}{Z}_{31}}$,

3 ja *1* vahel $\underset{\cdot}{Z}_{30} + \underset{\cdot}{Z}_{10} = \frac{(\underset{\cdot}{Z}_{12} + \underset{\cdot}{Z}_{23})\,\underset{\cdot}{Z}_{31}}{\underset{\cdot}{Z}_{12} + \underset{\cdot}{Z}_{23} + \underset{\cdot}{Z}_{31}}$,



Joon. 278. Kolmnurkühenduse transfigureerimine ekvivalentseks tähtühenduseks.

millest ekvivalentsed tähe asetakistused

$$\left.\begin{aligned} \underset{\cdot}{Z}_{10} &= \frac{\underset{\cdot}{Z}_{31}\,\underset{\cdot}{Z}_{12}}{\underset{\cdot}{Z}_{12} + \underset{\cdot}{Z}_{23} + \underset{\cdot}{Z}_{31}}, \\ \underset{\cdot}{Z}_{20} &= \frac{\underset{\cdot}{Z}_{23}\,\underset{\cdot}{Z}_{12}}{\underset{\cdot}{Z}_{12} + \underset{\cdot}{Z}_{13} + \underset{\cdot}{Z}_{31}}, \\ \underset{\cdot}{Z}_{30} &= \frac{\underset{\cdot}{Z}_{23}\,\underset{\cdot}{Z}_{31}}{\underset{\cdot}{Z}_{12} + \underset{\cdot}{Z}_{23} + \underset{\cdot}{Z}_{31}}. \end{aligned}\right\} \qquad (500)$$

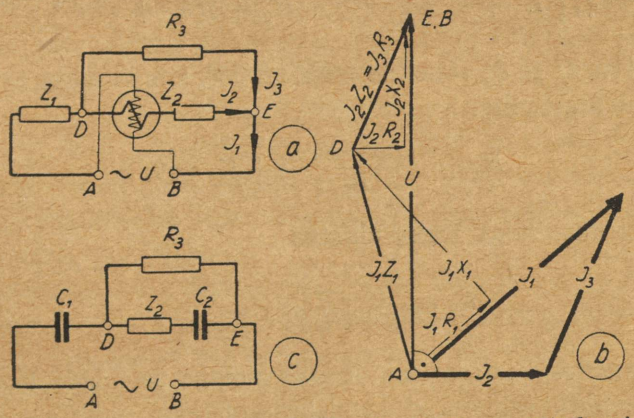
Tähtühenduse ümberkujundamisel ekvivalentseks kolmnurk-ühenduseks on sobivam arvutada juhtivustega $\underset{\cdot}{Y}_{10} = 1/\underset{\cdot}{Z}_{10}$, $\underset{\cdot}{Y}_{20} = 1/\underset{\cdot}{Z}_{20}$ ja $\underset{\cdot}{Y}_{30} = 1/\underset{\cdot}{Z}_{30}$. Siis kolmnurka moodustavate vooluharude juhtivused

$$\left.\begin{aligned} \underset{\cdot}{Y}_{12} &= \frac{\underset{\cdot}{Y}_{10}\,\underset{\cdot}{Y}_{20}}{\underset{\cdot}{Y}_{10}+\underset{\cdot}{Y}_{20}+\underset{\cdot}{Y}_{30}}, \\ \underset{\cdot}{Y}_{23} &= \frac{\underset{\cdot}{Y}_{20}\,\underset{\cdot}{Y}_{30}}{\underset{\cdot}{Y}_{10}+\underset{\cdot}{Y}_{20}+\underset{\cdot}{Y}_{30}}, \\ \underset{\cdot}{Y}_{31} &= \frac{\underset{\cdot}{Y}_{10}\,\underset{\cdot}{Y}_{30}}{\underset{\cdot}{Y}_{10}+\underset{\cdot}{Y}_{20}+\underset{\cdot}{Y}_{30}}. \end{aligned}\right\} \qquad (501)$$

XLII peatükk.

ERIOTSTARBELISI SKEEME.

Mõõtmistehnikas osutub mõnikord vajalikuks viia pinge ja voolu vaheline faasivahe täiesti 90°-ni. Teinekord tekib aga vajadus väga suurtes piirides muudetava faasinihke järele. Nii üks kui ka teine on saavutatav eriliselt koostatud lülitusskeemi abil, kuid võrdlemisi madalal kasuteguril. Kuid tavaliselt ei oma viimane puudus erilist tähtsust.



Joon. 279. Hummeli skeem 90°-se faasinihke saamiseks pinge U ja voolu J_2 vahel: *a* — skeem madalatele sagedustele, *b* — vektordiagramm, *c* — skeem suurtele sagedustele.

183. Hummeli skeem 90°-se nihke tekitamiseks pinge ja voolu vahel. Hummeli skeem (joon. 279) võimaldab saavutada 90°-se faasinihke pinge ja voolu või pinge ja magnetvoo vahel, mis on vajalik näiteks arvesti või

elektrodünaamilise vattmeetri proovimisel ebavõimsuse arvestina või mõõtjana, kusjuures ebavõimsus on $UJ \sin \varphi$. Selles skeemis induktiivtakistust $\underset{\cdot}{Z}_2 = R_2 + jX_2$ (mille hulka on arvatud ka arvesti või vattmeetri näivtakistus) läbiv vool J_2 nihutatakse klemmide A ja B vahel olevast toitepingest U 90° võrra sel teel, et rööbiti takistusega $\underset{\cdot}{Z}_2$ ühendatakse tegevtakistus R_3 ja järjestikku mõlemaga induktiivtakistus $\underset{\cdot}{Z}_1 = R_1 + jX_1$ võrdlemisi väikese tegev-, kuid suure ebakomponendiga. Vektordiagrammist nähtub, et sobitades R_3 ja Z_1 osutub tõesti võimalikuks nihutada vool J_2 pingest U 90°.

Skeemile sobiva takistuse R_3 määramiseks lähtume pingest U ja voolust J_2. Osapingete summa

$$\underset{\cdot}{U} = \underset{\cdot}{J}_1 \underset{\cdot}{Z}_1 + \underset{\cdot}{J}_2 \underset{\cdot}{Z}_2 = \underset{\cdot}{J}_1 \underset{\cdot}{Z}_1 + \underset{\cdot}{J}_3 R_3$$

ja vool

$$\underset{\cdot}{J}_1 = \underset{\cdot}{J}_2 + \underset{\cdot}{J}_3 = \underset{\cdot}{J}_2 + \underset{\cdot}{J}_2 \frac{\underset{\cdot}{Z}_2}{R_3} = \underset{\cdot}{J}_2 \left(1 + \frac{\underset{\cdot}{Z}_2}{R_3}\right).$$

Seega pinge

$$\underset{\cdot}{U} = \underset{\cdot}{J}_2 \left(\underset{\cdot}{Z}_1 + \frac{\underset{\cdot}{Z}_1 \underset{\cdot}{Z}_2}{R_3} + \underset{\cdot}{Z}_2\right) = \underset{\cdot}{J}_2 \left[R_1 + jX_1 + \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2)}{R_3} + \right.$$

$$\left. + R_2 + jX_2\right] = \underset{\cdot}{J}_2 \left[\left(R_1 + \frac{R_1 R_2 - X_1 X_2}{R_3} + R_2\right) + j\left(X_1 + \frac{R_1 X_2 + R_2 X_1}{R_3} + X_2\right)\right].$$

Et aga vektorite $\underset{\cdot}{U}$ ja $\underset{\cdot}{J}_2$ vaheline nurk on 90°, siis viimase avaldise reaalosa peab võrduma nulliga:

$$R_1 + \frac{R_1 R_2 - X_1 X_2}{R_3} + R_2 = 0,$$

millest rööbiti ühendatav tegevtakistus

$$R_3 = \frac{X_1 X_2 - R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (502)$$

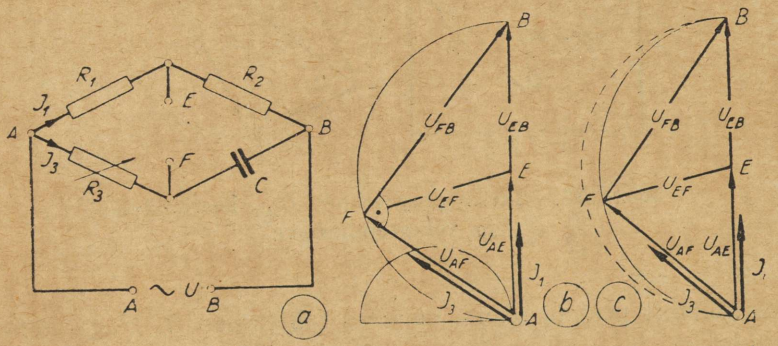
Suurte sageduste korral osutub sobivamaks asendada Hummeli skeemis olevad induktiivtakistused kondensaatoritega, nagu see on näidatud joonisel 279*c*. Siis näivtakistus

$$\underset{\cdot}{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}),$$

kusjuures $X_{C2} > X_{L2}$. Vool J_2 on siis pingest 90° e e s. Et kondensaator on praktiliselt tegevtakistusvaba, siis vool J_3 osutub palju väiksemaks kui induktiivse ühendusskeemi korral.

184. Geigeri skeem suurtes piirides reguleeritava nihkenurgaga pinge saamiseks. Geigeri skeem (joon. 280) on kasutatav suurtes piirides muudetava faasinihke saamiseks arvestite normimisel, releede kontrollimisel, katsetamisel sideaparatuuriga jne. Selle skeemi moodustavad kondensaator mahtuvusega C, kaks ühesuurust takistust R_1 ja R_2 ning reguleeritav takistus R_3. Jättes arvesse võtmata väikese voolu skeemi klemmide E ja F vahel, mille külge ühendatakse muudetava faasiga pinget vajav suureoomiline tarbija, omaks vektordiagramm joonisel 280*b* näidatud kuju. Selles

$$\dot{U}_{AB}=\dot{U}_{AE}+\dot{U}_{EB} \quad \text{ja} \quad \dot{U}_{AB}=\dot{U}_{AF}+\dot{U}_{FB}.$$



Joon. 280. Geigeri skeem pinge U_{EF} vektori keeramiseks ja vektordiagrammid.

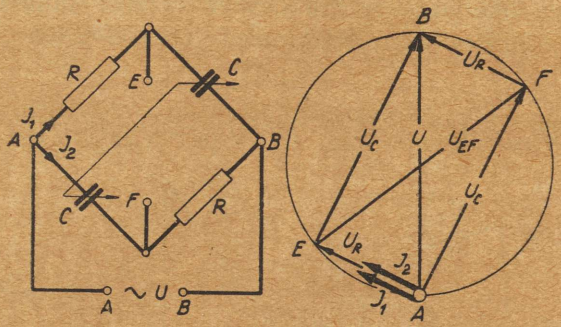
Pinged U_{AE} ja U_{EB} on ühesuurused ning omavahel faasis ($R_1=R_2$), kuna aga pinged U_{AF} ja U_{FB} moodustavad nurga 90°, mistõttu punkti F geomeetriliseks kohaks on ring. Punktide E ja F vahel oleva pinge U_{EF} vektor, olles ringi raadiuseks, jääb takistuse R_3 muutumisel alati ühepikkuseks, kuid muudab oma sihti.

Kuigi praktilisel rakendamisel on skeemi punktide E ja F vahel tavaliselt suure takistusega tarbija, näiteks voltmeeter või vattmeetri pingering, moonutub ülaltoodud vektordiagramm siiski. Pinge U_{EF} osutub teoreetilisest väiksemaks, nurk AFB suuremaks kui 90° ja punkt F liikuvaks mitte ringil, vaid ellipsikujulisel kõveral (joon. 280*c*). Mida suurem on E ja F vahel olev takistus, seda väiksem on vektordiagrammi moonutumine.

Samade omadustega skeem on koostatav ka teissugustest elementidest. Nii näiteks on takistuste paar R_1 ja R_2 asendatav väljatoodud keskpunktiga autotransformaatoriga, kondensaator on asendatav tegevtakistusega R ja muudetav takistus R_3 on asendatav muudetava induktiivtakis-

tusega, näiteks väljatõstetava raudsüdamikuga pooliga, kusjuures selle pooli tegevtakistus peab olema väike võrreldes tema induktiivtakistusega.

185. Skeem pingevektori keeramiseks kahe pöördkondensaatori abil. Joonisel 281 on toodud suursagedustehnikas kasutatav skeem pingevektori sihi muutmiseks kahe mahtuvuselt võrdse pöördkondensaatori abil.



Joon. 281. Skeem pingevektori U_{EF} keeramiseks ja vektordiagramm.

Ka selles skeemis peavad olema võrdsed takistused R. Nagu nähtub vektordiagrammist, jääb pinge U_{EF} suuruselt võrdseks toitepingega U, mis on tema paremuseks võrreldes Geigeri skeemiga, milles pinge U_{EF} moodustab ainult poole toitepingest.

186. Wheatstone'i sild mõõtmiseks vahelduvvooluga. Takistuse mõõtmiseks kasutatav Wheatstone'i sild koosneb neljast nelinurka ühendatud näivtakistusest (joon. 282). Silla punktide B ja D vahele on paigutatud vahelduvvoolu indikaator, tavaliselt telefon, kui toitepinge sageduseks on helisagedus, milles kuuldava tooni kadumine võimaldab otsustada silla tasakaalus oleku üle. Täppismõõtmisel on indikaatoriks vibratsioongalvanomeeter.

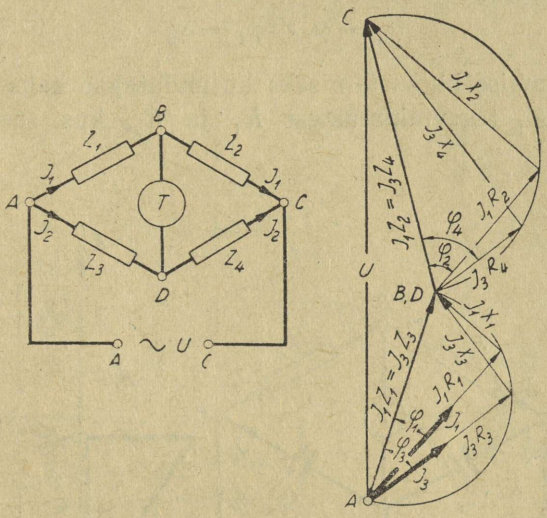
Tasakaalu korral puudub vool silla punktide B ja D vahel ning takistusi Z_1 ja Z_2 läbib sama vool J_1, takistusi Z_3 ja Z_4 aga sama vool J_3. Sel puhul on pinged punktide A ja B ning A ja D vahel küll võrdsed, seega

$$\underline{J}_1\underline{Z}_1 = \underline{J}_3\underline{Z}_3,$$

kuid voolud J_1 ja J_3 annavad takistustes Z_1 ja Z_3 aset leidvate pingelangude $\underline{J}_1\underline{Z}_1$ ja $\underline{J}_3\underline{Z}_3$ suhtes erineva nihke, mistõttu pingelangude tegev- ja

ebakomponendid J_1R_1 ja J_3R_3 ning J_1X_1 ja J_3X_3 pole ühesuurused. Analoogiliselt on silla parempoolses osas

$$\dot{J}_1\dot{Z}_2 = \dot{J}_3\dot{Z}_4.$$



Joon. 282. Wheatstone'i sild mõõtmiseks vahelduvvooluga ja silla vektordiagramm.

Vektordiagrammi on kantud toitepinge U, selle osapinged punktist A punktini B (ehk D) ja punktist B punktini C. Mõlemad osapinged on lahutatud nii vooluga J_1 kui ka vooluga J_3 faasis olevaks ja temast 90^0 nihutatud komponentideks. Tasakaalu korral

$$\frac{\dot{J}_1\dot{Z}_1}{\dot{J}_1\dot{Z}_2} = \frac{\dot{J}_3\dot{Z}_3}{\dot{J}_3\dot{Z}_4}, \quad \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} = \frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_4} \quad \text{ehk} \quad \frac{Z_1 \exp \varphi_1}{Z_2 \exp \varphi_2} = \frac{Z_3 \exp \varphi_3}{Z_4 \exp \varphi_4},$$

millest

$$\frac{Z_1}{Z_2} \exp (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{Z_3}{Z_4} \exp (\varphi_3 - \varphi_4).$$

Seega on tasakaal saavutatav alles kahe eritingimuse samaaegsel täitmisel: esiteks peab olema täidetud takistuste Z_1 ja Z_2 ning Z_3 ja Z_4 absoluutväärtuste suhte võrdsus, s. o.

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}, \tag{503a}$$

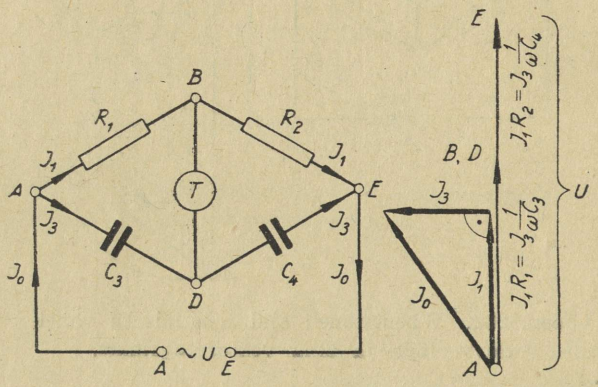
teiseks aga peab olema täidetud nihkenurkade φ_1 ja φ_2 ning φ_3 ja φ_4 vahe võrdsus, s. o.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_4,$$

mis aga on sama kui

$$\varphi_3 - \varphi_1 = \varphi_4 - \varphi_2. \qquad (503b)$$

Sillaga töötamise lihtsustamiseks kujundatakse kaks tema harudest, näiteks Z_1 ja Z_2 tegevtakistustest R_1 ja R_2, kus seega $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ (joon. 283).



Joon. 283. Wheatstone'i sild mahtuvuse C_3 võrdlemiseks mahtuvusega C_4 ja vektordiagramm.

Kui mõõdetavaks näivtakistuseks on kondensaator C_3, siis tingimuse 503b täitmiseks peab ka näivtakistuseks Z_4 olema kondensaator. Tasakaalu saavutamisel

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \quad \text{ehk} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{1/\omega C_3}{1/\omega C_4} = \frac{C_4}{C_3} \qquad (504)$$

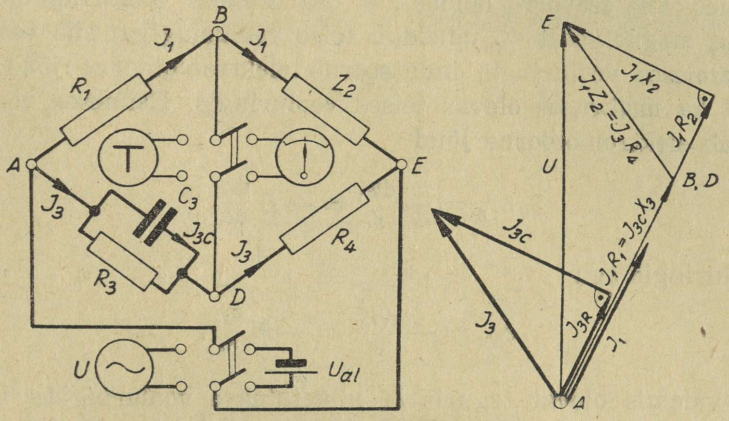
ning

$$\varphi_3 - \varphi_1 = \varphi_4 - \varphi_2 \text{ ehk } 90^0 = 90^0.$$

Kui kujundatakse kondensaatori C_3 näivtakistuse mõõtmisel silla harud Z_1 ja Z_4 tegevtakistustest R_1 ja R_4 (joon. 284), siis peab näivtakistuseks Z_2 olema induktiivtakistus, sest muidu poleks rahuldatud tingimus 503b. Et aga induktiivtakistusega $X_2 = \omega L_2$ kaasub alati ka teatav tegev-

takistus R_2, siis ollakse sunnitud lisandama tegevtakistust (R_3) ka kondensaatorit C_3 sisaldavasse silla harusse. Seega näivtakistused

$$\underline{Z}_1 = R_1,\ \underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2,\ \underline{Z}_3 = \frac{R_3 \frac{1}{j\omega C_3}}{R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}} = \frac{R_3}{1 + j\omega C_3 R_3},\ \underline{Z}_4 = R_4.$$



Joon. 284. Wheatstone'i sild mahtuvuse C_3 mõõtmiseks ja vektordiagramm.

Tasakaalutingimuse kohaselt

$$\underline{Z}_1\underline{Z}_4 = \underline{Z}_2\underline{Z}_3 \quad \text{või} \quad R_1 R_4 = \frac{R_3(R_2 + j\omega L_2)}{1 + j\omega C_3 R_3},$$

millest

$$R_1 R_4 + j\omega C_3 R_1 R_3 R_4 = R_2 R_3 + j\omega L_2 R_3.$$

Eraldades reaalosa imaginaarosast saame kaks tasakaalutingimust:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 = \frac{L_2}{C_3}. \tag{505}$$

Tasakaalu saavutamiseks toimitakse järgmiselt. Esiteks tasakaalustatakse sild alalisvooluga, täites tingimuse $R_1 R_4 = R_2 R_3$. Siis tasakaalustatakse sild vahelduvvooluga, muutes samaaegselt takistusi R_3 ja R_4, kuid nii, et säiliks konstantsena suhe R_3/R_4.

XLIII peatükk.

VASTUINDUKTIIVSUST SISALDAVAD VOOLURINGID.

187. Induktiivselt sidestatud vooluringid. Kui kaks vooluringi asetsevad teineteisele seevõrra lähedal, et osa esimese vooluringi poolt põhjustatavast magnetvoost Φ_{12} aheldub teise vooluringiga, siis voolu muutumisel esimeses vooluringis indutseerub elektromotoorne jõud nii esimeses kui ka naabruses olevas teises vooluringis. Esimeses vooluringis indutseerub elektromotoorne jõud

$$e_{1L} = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -L\frac{di_1}{dt},$$

teises vooluringis aga

$$e_{2M} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M\frac{di_1}{dt}.$$

Viimases valemis olevat tegurit M nimetatakse vooluringide vastuinduktiivsuseks. Ta on proportsionaalsuse teguriks primaarringi poolt tekitatava, kuid sekundaarringiga ahelduva aheldusvoo Ψ_{12} ja seda aheldusvoogu põhjustava primaarvoolu i_1 vahel:

$$\Psi_{12} = Mi_1$$

(vt. Elektrotehnika I, p. 139). Vastuinduktiivsus on mõõdetav esimeses vooluringis ühes sekundis ühe ampri võrra muutuva primaarvoolu poolt teises vooluringis indutseeritava sekundaarse elektromotoorse jõuna ja on mõõdetav nagu induktiivsuski henrides. Seejuures on tähtsuseta, kas muutub vool esimeses ringis ja elektromotoorne jõud indutseerub teises või ümberpöördult, sest ühe ringi voolu ja teise ringiga ahelduvat voogu siduv vastuinduktiivsus M on mõlemal puhul sama. Vastuinduktiivsus on konstantne ainult voo kulgemisel mitte-ferromagnetilises keskkonnas. Voo osaliselgi kulgemisel ferromagnetilises keskkonnas osutub vastuinduktiivsus sõltuvaks nii primaar- kui ka sekundaarringi voolust i_1 ja i_2. Mõnel puhul on siiski võimalik ka ferromagnetilise keskkonna olemasolemisel oletada vastuinduktiivsust olevat konstantne, tegemata seejuures kuigi suurt viga.

Siinuseliselt muutuva voolu $i_1 = J_{1m} \sin \omega t$ korral teises ringis indutseeruva elektromotoorse jõu hetkväärtus

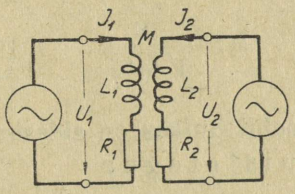
$$e_{2M} = -M\frac{di_1}{dt} = -J_{1m}\omega M\cos\omega t = J_{1m}\omega M\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

on 90° taga teda põhjustavast voolust. Sümboolse tähistamisviisi korral voolu efektiivväärtus

$$\dot{J}_1 = \frac{J_{1m}}{\sqrt{2}}e^{j\omega t} = J_1 e^{j\omega t}$$

ja indutseeruva vastuinduktiivse elektromotoorse jõu efektiivväärtus

$$\dot{E}_{2M} = -M\frac{d\dot{J}_1}{dt} = -j\dot{J}_1\omega M.$$



Joon. 285. Magnetiliselt sidestatud vooluringid.

Joonisel 285 on toodud tegevtakistust R_1 ja R_2 ning induktiivsust L_1 ja L_2 omavad magnetiliselt sidestatud vooluringid. Vooluringe toitvate vooluallikate pinged on U_1 ja U_2; viimaste poolt põhjustatavad voolud J_1 ja J_2, olles positiivsed, tekitagu mõlemas mähises samasuunaline magnetväli. Sel puhul osutuvad samasuunalisteks ka nende voolude poolt indutseeritavad oma- ja vastuinduktiivsed elektromotoorsed jõud $-J_1\omega L_1$ ja $-J_2\omega M$ ning $-J_2\omega L_2$ ja $-J_1\omega M$, kusjuures ωL on induktiiv- ja ωM — vastuinduktiivtakistus.

Voolu J_1 säilitamiseks peab primaarne võrgupinge $\dot{U}_1$ omama nii oma- kui ka vastuinduktiivset elektromotoorset jõudu (me oleme õigustatud nimetama neid ka vastuelektromotoorseteks jõududeks) tasakaalustavaid komponente — indutseeritud pinget

$$\dot{U}_{1L} = -\dot{E}_{1L} = j\dot{J}_1\omega L_1 \quad \text{ja} \quad \dot{U}_{1M} = -\dot{E}_{1M} = j\dot{J}_2\omega M.$$

Analoogiliselt peab sekundaarpinge $\dot{U}_2$ omama komponente

$$\dot{U}_{2L} = -\dot{E}_{2L} = j\dot{J}_2\omega L_2 \quad \text{ja} \quad \dot{U}_{2M} = -\dot{E}_{2M} = j\dot{J}_1\omega M.$$

Seega magnetiliselt sidestatud vooluringide toitepinged

$$\left.\begin{aligned} \underset{\cdot}{U}_1 &= \underset{\cdot}{J}_1 R_1 + j\underset{\cdot}{J}_1 \omega L_1 + j\underset{\cdot}{J}_2 \omega M, \\ \underset{\cdot}{U}_2 &= \underset{\cdot}{J}_2 R_2 + j\underset{\cdot}{J}_2 \omega L_2 + j\underset{\cdot}{J}_1 \omega M. \end{aligned}\right\} \tag{506}$$

Kui vooluringide asetus on selline, et ühe vooluringi poolt põhjustatav voog on suunatud vastu naabervooluringis olevale voole, mõjudes seega selle vooluringiga ahelduvat voogu nõrgendavalt, siis tuleb viimastes valemites vastuinduktiivsus võtta miinus-märgiga.

Vooluringidevaheline sidestus on hinnatav sidestusteguri k abil, mille all mõistetakse vastuinduktiivsuse ja mõlema ringi omainduktiivsuste geomeetrilise keskmise suhet:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}. \tag{507a}$$

Igal juhul $k < 1$. Tugevvoolutehnikas on sidestusteguri k asemel kasutamisel kas Blondel'i puistetegur

$$\tau = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} = 1 - k^2, \tag{508}$$

millest sidestustegur

$$k = \sqrt{1 - \tau}, \tag{509}$$

või Heyland'i puistetegur

$$\sigma = \frac{L_1 L_2}{M_2} - 1, \tag{510}$$

mis on järgmises seoses Blondel'i omaga:

$$\tau = \frac{\sigma}{1+\sigma} \quad \text{või} \quad \sigma = \frac{\tau}{1-\tau}. \tag{511}$$

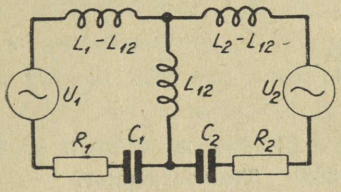
Kui puistetegurid on väikesed, siis on nad ligikaudselt ka võrdsed.

Kahe vooluringi vaheline sidestus võib teostuda ka autotransformatoorselt (joon. 286) või isegi mahtuvuslikult (joon. 287). Üldjuhtumil sidestustegur k on mõlemale vooluringile ühise ebatakistuse jagatis mõlema vooluringi samamõtteliste ebatakistuste (s. o. kas induktiivsete või mahtuvuslikkude) korrutise ruutjuurega. Seejuures kuulub kummagi

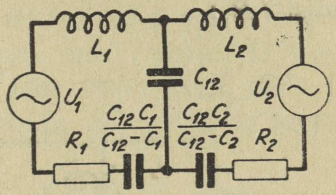
vooluringi ebatakistusse ka vooluringide ühises osas olev ebatakistus. Mahtuvusliku sidestuse korral sidestustegur

$$k_C = \frac{1/\omega C_{12}}{\sqrt{\frac{1}{\omega C_1}\,\frac{1}{\omega C_2}}} = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_{12}}, \qquad (507b)$$

milles $1/\omega C_{12}$ on vooluringide ühise osa ja $1/\omega C_1$ ning $1/\omega C_2$ — kummagi vooluringi mahtuvuslik kogu-ebatakistus.



Joon. 286. Autotransformatoorne sidestus.



Joon. 287. Mahtuvuslik sidestus.

Autotransformatoorse sidestuse korral sidestustegur

$$k_L = \frac{\omega L_{12}}{\sqrt{\omega L_1 \cdot \omega L_2}} = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}}, \qquad (507c)$$

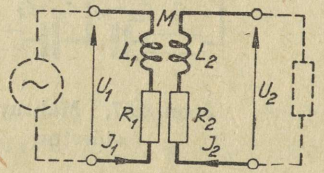
milles ωL_{12} on vooluringide ühise osa ja ωL_1 ning ωL_2 — kummagi vooluringi induktiivne kogu-ebatakistus.

Nagu allpool näeme, on iga induktiivselt sidestatud skeem taandatav autotransformatoorseks, kusjuures vooluringide ühiseks osaks kujuneb ainult vastuinduktiivtakistus ωM.

188. Õhksüdamikuga transformaator. Transformaator kujutab endast kahte magnetiliselt sidestatud ja tavaliselt teineteisest elektriliselt eraldatud vooluringi. Vastuinduktiivsuse suurendamiseks valmistatakse võimsustransformaatorite südamikud õhuga võrreldes kuni mitu tuhat korda suuremat magnetilist läbitavust omavast raudplekist. Siinkohal vaatleme raudsüdamikuta transformaatorit, mis on kasutamisel suursagedustehnikas, kus vajalik sidestus pole tavaliselt kuigi suur ja kus raudsüdamiku kasutamine osutub võimatuks kas viimase magnetilise läbitavuse ebakonstantsuse, läbitavuse ebalineaarsest muutumisest tingitavate moonutuste või ülisuure rauaskao tõttu.

Ühendame transformaatori primaarmähise energiaallikaga, mille pinge on U_1, ja sekundaarmähise tarbijaga, mille klemmidel kujuneb pinge U_2 (joon. 288). Olgu mähiste tegevtakistused R_1 ja R_2, induktiivsused L_1 ja L_2 ning vooluringidevaheline vastuinduktiivsus M. Primaarse aheldusvoo Ψ_1 muutumine tingib vastuelektromotoorse jõu $-\frac{d\Psi_1}{dt}$ indutseerumist transformaatori primaarmähises. Võrgupinge u_1 peab seega koosnema seda vastuelektromotoorset jõudu tasakaalustavast komponendist — indutseeritud pingest $+\frac{d\Psi_1}{dt}$ ja oomilist pingelangu katvast komponendist i_1R_1:

$$u_1 = i_1R_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}.$$



Joon. 288. Transformaator. Pingete ja voolude suunad on antud tarbija suundnoolte süsteemis.

Sekundaarse aheldusvoo Ψ_2 muutumisel sekundaarmähises indutseeritav elektromotoorne jõud $-\frac{d\Psi_2}{dt}$ peab katma nii sekundaarmähises tekkiva pingelangu i_2R_2 kui ka tarbijas tekkiva pingelangude summa ehk sekundaarpinge u_2:

$$-\frac{d\Psi_2}{dt} = i_2R_2 + u_2.$$

Et aheldusvood

$$\Psi_1 = i_1L_1 + i_2M \quad \text{ja} \quad \Psi_2 = i_2L_2 + i_1M,$$

siis

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= i_1R_1 + L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}, \\ -M\frac{di_1}{dt} &= i_2R_2 + L_2\frac{di_2}{dt} + u_2. \end{aligned}\right\} \qquad (512a)$$

Siinuseliselt muutuva primaarpinge $u_1 = U_{1m}\sin\omega t$ korral muutuvad siinuseliselt ka voolud i_1 ja i_2 ning sekundaarpinge u_2. Avaldades transformaatori diferentsiaalvõrrandid 512a kompleksкujul saame:

$$\dot{U}_{1m}\exp j\omega t = R_1\dot{J}_{1m}\exp j\omega t + j\omega L_1\dot{J}_{1m}\exp j\omega t + j\omega M\dot{J}_{2m}\exp j\omega t,$$
$$-j\omega M\dot{J}_{1m}\exp j\omega t = R_2\dot{J}_{2m}\exp j\omega t + j\omega L_2\dot{J}_{2m}\exp j\omega t + \dot{U}_{2m}\exp j\omega t.$$

Kui oleme koondanud kõigis liikmeis esineva $\exp j\omega t$ ja jaganud kõik liikmed $\sqrt{2}$-ga, läheme hetkväärtustelt üle efektiivväärtustele ja saame transformaatori tasakaaluvõrrandeiks:

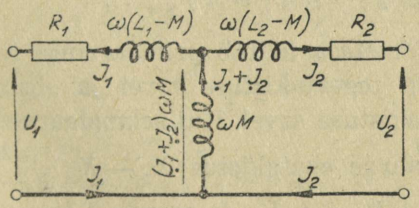
$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{J}_1 R_1 + j\dot{J}_1\omega L_1 + j\dot{J}_2\omega M, \\ -j\dot{J}_1\omega M &= \dot{J}_2 R_2 + j\dot{J}_2\omega L_2 + \dot{U}_2. \end{aligned}\right\} \qquad (512b)$$

Kui soovime joonestada vektordiagrammi ainult transformaatorile, ja pealegi tarbija suundnoolte süsteemis, siis vaatleme sekundaarpinget $\dot{U}_2$ nagu primaarpingetki koosnevana mähises voolu $\dot{J}_2$ mõjul tekkivate pingelangude $\dot{J}_2R_2$ ja $\dot{J}_2\omega L_2$ ning primaarvoolu $\dot{J}_1$ mõjul indutseeritava elektromotoorse jõu $\dot{J}_1\omega M$ summana, mis vastab skeemidele joon. 288 ja 289 ning vektordiagrammile joon. 290. Seega tuleb valemeis 512b muutmisele ainult pinge $\dot{U}_2$ eelmärk. Sel puhul on transformaatori tasakaaluvõrranditeks:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{J}_1 R_1 + j\dot{J}_1\omega L_1 + j\dot{J}_2\omega M, \\ \dot{U}_2 &= \dot{J}_2 R_2 + j\dot{J}_2\omega L_2 + j\dot{J}_1\omega M. \end{aligned}\right\} \qquad (513a)$$

Transformaatori aseskeemi leidmiseks lahutame esimese võrrandi parema poole teisest liikmest $j\dot{J}_1\omega M$ ja liidame sama suuruse kolmanda liikmega. Teises võrrandis kasutame selleks analoogiliselt $j\dot{J}_2\omega M$. Siis

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{J}_1 R_1 + j\dot{J}_1\omega\,(L_1 - M) + j\,(\dot{J}_1 + \dot{J}_2)\,\omega M, \\ \dot{U}_2 &= \dot{J}_2 R_2 + j\dot{J}_2\omega\,(L_2 - M) + j\,(\dot{J}_1 + \dot{J}_2)\,\omega M. \end{aligned}\right\} \qquad (513b)$$



Joon. 289. Transformaatori aseskeem vastavalt võrrandsüsteemile 513b.

Joonisel 289 on toodud leitud võrrandeile vastav aseskeem. Sellel skeemil näeme transformaatori tegevtakistustega R ja nn. puistetakistustega $j\omega(L-M)$ rööbiti ühendatavas ebatakistuses $j\omega M$ voolu $\dot{J}_1 + \dot{J}_2$ poolt põhjustatavat nn. indutseeritavat pinget $j(\dot{J}_1 + \dot{J}_2)\omega M$. Liidetuna pingelanguga $\dot{J}[R + j\omega(L-M)]$ moodustab ta primaar- ja sekundaarpinge $\dot{U}_1$ ning $\dot{U}_2$.

Voolude J_1 ja J_2 määramiseks teostame järgmise lihtsustuse: tähistame X_1-ga primaarmähise induktiivtakistuse ωL_1, R_s-ga — kõikide

sekundaarpoolel olevate tegevtakistuste, sealhulgas ka tarbija, summa ja X_S-ga — kõikide sekundaarpoolel olevate ebatakistuste summa. Seejuures transformaatori sekundaarpoolega ühendatud tarbija ebatakistus on positiivne, kui tarbija on induktiivne, ja negatiivne, kui tarbija on mahtuvuslik. Siis omandab võrrandsüsteem 512b kuju:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{J}_1 (R_1 + jX_1) + j\dot{J}_2\omega M, \\ -j\dot{J}_1\omega M &= \dot{J}_2 (R_S + jX_S). \end{aligned}\right\} \tag{512c}$$

Seega primaarpinge

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_1(R_1 + jX_1) + \dot{J}_1 \frac{\omega^2 M^2}{R_S + jX_S}$$

või

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_2 \frac{(R_1 + jX_1)(R_S + jX_S)}{-j\omega M} + j\dot{J}_2\omega M, \tag{514}$$

millest primaarvool

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1 + jX_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_S + jX_S}} = \frac{\dot{U}_1}{\left(R_1 + R_S \frac{\omega^2 M^2}{R_S^2 + X_S^2}\right) + j\left(X_1 - X_S \frac{\omega^2 M^2}{R_S^2 + X_S^2}\right)} \tag{515}$$

ja sekundaarvool valemist 512c või 514

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \frac{-j\omega M}{R_S + jX_S} = \frac{\dot{U}_1}{\frac{(R_1 + jX_1)(R_S + jX_S)}{-j\omega M} + j\omega M} =$$

$$= \frac{-\omega M \dot{U}_1}{(R_1 X_S + R_S X_1) - j(R_1 R_S - X_1 X_S + \omega^2 M^2)}. \tag{516}$$

Voolu $\dot{J}_1$ määrava valemi 515 nimetaja näitab primaarringi tegevtakistuse suurenemist sekundaarringi tegevtakistuse arvel ja ebatakistuse vähenemist sekundaarringi ebatakistuse arvel. Kui sekundaarne ebatakistus on induktiivne, siis summaarne ebatakistus $X_1 - X_S \frac{(\omega M)^2}{R_S^2 + X_S^2}$ jääb ikka positiivseks, sest igal puhul $M^2 < L_1 L_S$ ja seega

$$X_1 - X_S \frac{(\omega M)^2}{R_S^2 + X_S^2} > X_1 - X_S \frac{\omega L_1 \cdot \omega L_S}{R_S^2 + X_S^2} = X_1 \left(1 - \frac{X_S^2}{R_S^2 + X_S^2}\right) =$$

$$= X_1 \frac{R_S^2}{R_S^2 + X_S^2} > 0.$$

Kui sekundaarne ebatakistus on mahtuvuslik, seega X_S negatiivne, siis resulteeruv ebatakistus võib osutuda nii induktiivseks kui ka mahtuvuslikuks.

Näide 140. Määrata õhksüdamikuga transformaatori primaar- ja sekundaarvoolud ning sekundaarpinge, kui primaarpinge $\underset{\cdot}{U}_1 = 150$ V, sagedus $f = 50$ Hz, primaarmähise näivtakistus $\underset{\cdot}{Z}_1 = 3{,}3 + j8{,}1$, sekundaarmähise näivtakistus $\underset{\cdot}{Z}_2 = 2{,}2 + j4{,}4$, sekundaarne koormustakistus $\underset{\cdot}{Z}_t = 5{,}0 + j6{,}0\ \Omega$ ja transformaatori Blondel'i puistetegur $\tau = 0{,}9$.

Lahendus. Nurksagedus

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314\ \frac{1}{\text{sec}},$$

induktiivsused

$$L_1 = \frac{X_1}{\omega} = \frac{8{,}1}{314} = 0{,}0258\ \text{H},$$

$$L_S = \frac{X_S}{\omega} = \frac{X_2 + X_t}{\omega} = \frac{4{,}4 + 6{,}0}{314} = 0{,}0331\ \text{H}.$$

Et puistetegur

$$\tau = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2},$$

siis vastuinduktiivsus

$$M = \sqrt{L_1 L_2 (1 - \tau)} = \sqrt{0{,}0258 \cdot 0{,}0331 \cdot (1 - 0{,}9)} = 0{,}00924\ \text{H}$$

ja vastuinduktiivtakistus

$$\omega M = 314 \cdot 0{,}00924 = 2{,}9\ \Omega.$$

Transformaatori ekvivalentse asetakistuse tegevkomponent (esimene sulgavaldis val. 515 nimetajas)

$$R_1 + R_S \frac{(\omega M)^2}{R_S^2 + X_S^2} = 3{,}3 + (2{,}2 + 5{,}0)\ \frac{2{,}9^2}{(2{,}2 + 5{,}0)^2 + (4{,}4 + 6{,}0)^2} =$$

$$= 3{,}3 + 7{,}2 \cdot 0{,}0526 = 3{,}68\ \Omega,$$

ebakomponent

$$X_1 - X_S \frac{(\omega M)^2}{R_S^2 + X_S^2} = 8{,}1 - (4{,}4 + 6{,}0) \cdot 0{,}0526 = 7{,}55\ \Omega.$$

Seega primaarvool, kui pinge $\underset{\cdot}{U}_1 = U_1 = 150$ V,

$$\underset{\cdot}{J}_1 = \frac{150}{3{,}68 + j7{,}55} = \frac{150}{8{,}40\ \angle\ 64^0} = 17{,}85\ \angle\ -64^0\ \text{A}$$

ja sekundaarvool

$$\underset{\cdot}{J}_2 = \underset{\cdot}{J}_1 \frac{-j\omega M}{R_S + jX_S} = \frac{(17{,}85\ \angle\ -64^0 - 90^0) \cdot 2{,}9}{(2{,}2 + 5{,}0) + j(4{,}4 + 6{,}0)} = \frac{17{,}85\ \angle\ -154^0}{2{,}48 + j3{,}58} =$$

$$= 4{,}10\ \angle\ 150^0 43'\ \text{A}.$$

Transformaatori sekundaarmähise klemmidele ühendatud tarbijat läbiv vool $\dot{J}_2$ moodustab selle tarbija klemmidel oleva pingega $\dot{J}_2\dot{Z}_t$ 90°-sest vähema nurga. Kui soovime joonestada vektordiagrammi tarbija suundnoolte süsteemis **a i n u l t** transformaatorile, peame pidama meeles, et sel puhul transformaatori sekundaarmähis töötab energia **t o o t j a n a**, millele tarbija suundnoolte süsteemis joonestatavas vektordiagrammis peab vastama suurem kui 90°-ne nurk voolu $\dot{J}_2$ ja pinge $\dot{U}_2$ vahel (vt. val. 513a tuletamisel toodud seletust ning joon. 288 ja 289). Seega transformaatori sekundaarpinge

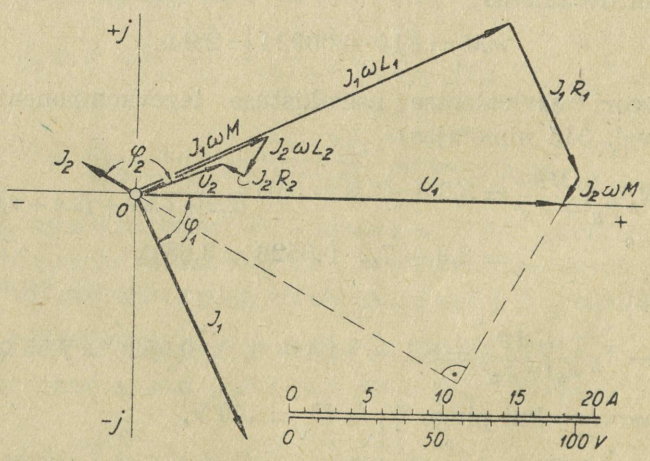
$$\dot{U}_2 = -\dot{J}_2\dot{Z}_t = -4{,}10 \angle -209°17' \cdot (5{,}0 + j6{,}0) = 32{,}0 \angle 20°55' \text{ V}$$

ja mähistevahelise sidestuse kaudu sekundaarringi transformeeritav pinge

$$j\dot{J}_1\omega M = \angle 90° \cdot 17{,}85 \angle -64° \cdot 2{,}9 = 51{,}8 \angle 26° \text{ V}.$$

Primaar- ja sekundaarmähistes tekkivad pingelangud:

$J_1R_1 = 17{,}85 \cdot 3{,}3 = 59{,}0$ V, $\quad J_2R_2 = 4{,}10 \cdot 2{,}2 = 9{,}0$ V,
$J_1\omega L_1 = 17{,}85 \cdot 8{,}1 = 144{,}5$ V, $\quad J_2\omega L_2 = 4{,}10 \cdot 4{,}4 = 18{,}0$ V,
$J_2\omega M = 4{,}10 \cdot 2{,}9 = 11{,}9$ V, $\quad J_1\omega M = 17{,}85 \cdot 2{,}9 = 51{,}8$ V.



Joon. 290. Transformaatori vektordiagramm näitele 140.

Vektordiagrammi joonestamist alustame pingevektorist $\dot{U}_1$, mis antud puhul on ärakantav koordinaadistiku positiivse reaaltelje suunas (joon. 290). Vool $\dot{J}_1$ on sellest pingest taga nurga $\varphi_1 = 64°$ võrra, vool $\dot{J}_2$ on pingest $\dot{U}_1$ ees 150°43'. Primaarpinge $\dot{U}_1$ koosneb osapingetest:

vooluga $\dot{J}_1$ 90° moodustavast $\dot{J}_1\omega L_1$, sama vooluga faasis olevast $\dot{J}_1R_1$ ja vooluga $\dot{J}_2$ 90° moodustavast $\dot{J}_2\omega M$.

Sekundaarpinge $\dot{U}_2$ moodustab vooluga $\dot{J}_2$ nurga $\varphi_2 = 150°43' - -20°55' = 139°48'$ ja koosneb osapingetest: vooluga $\dot{J}_1$ 90° moodustavast $\dot{J}_1\omega M$, vooluga $\dot{J}_2$ 90° moodustavast $\dot{J}_2\omega L$ ja sama vooluga faasis olevast $\dot{J}_2R_2$.

189. Energia ülekandmine magnetiliselt sidestatud vooluringides. Olgu omavahel magnetiliselt sidestatud vooluringid näivtakistusega

$$\dot{Z}_1 = R_1 + jX_1 = R_1 + j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}$$

ja

$$\dot{Z}_2 = R_2 + jX_2 = R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2}$$

ning süsteem toidetav generaatori poolt primaarringi kaudu pinge olles $\dot{U}_1$. Sellise süsteemi põhivalemid 512b omandavad kuju

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_1R_1 + j\dot{J}_1X_1 + \dot{J}_2\dot{Z}_M,$$
$$-\dot{J}_1\dot{Z}_M = \dot{J}_2R_2 + j\dot{J}_2X_2,$$

kui $\dot{Z}_M$ abil tähistada vastuinduktiivtakistust $j\omega M$.
Primaarringi vool (val. 515)

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\left(R_1 + \frac{R_2Z_M^2}{R_2^2 + X_2^2}\right) + j\left(X_1 - \frac{X_2Z_M^2}{R_2^2 + X_2^2}\right)}.$$

Sekundaarringi vool (val. 516)

$$\dot{J}_2 = \frac{-Z_M\dot{U}_1}{(R_1X_2 + R_2X_1) - j(R_1R_2 - X_1X_2 + Z_M^2)}.$$

Selle kompleksavaldise moodul

$$J_2 = \frac{-Z_MU_1}{\sqrt{(R_1X_2 + R_2X_1)^2 + (R_1R_2 - X_1X_2 + Z_M^2)^2}},$$

seega sekundaarringis soojuseks muunduv võimsus

$$N_2 = J_2^2R_2 = \frac{Z_M^2U_1^2R_2}{(R_1X_2 + R_2X_1)^2 + (R_1R_2 - X_1X_2 + Z_M^2)^2} =$$
$$= \frac{U_1^2R_2}{\left(\frac{R_1X_2 + R_2X_1}{Z_M}\right)^2 + \left(Z_M + \frac{R_1R_2 - X_1X_2}{Z_M}\right)^2} = \frac{U_1^2R_2}{Z_{21}^2},$$

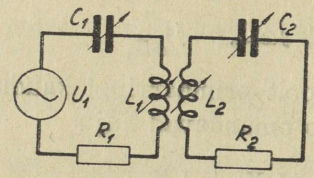
milles Z_{21}^2 on lühendatud väljendus avaldise nimetajale.

Oletame konstantseks jäävate tegevtakistuste R_1 ja R_2 korral ebatakistusi X_1, X_2 ja Z_M olevat muudetavad (joon. 291). Sekundaarringi ülekantav võimsus osutub maksimaalseks viimase valemi nimetaja olles minimaalne. Muutes esiteks ainult X_1 saame:

$$\frac{\partial Z_{21}^2}{\partial X_1} = \frac{2X_1(R_2^2 + X_2^2)}{Z_M^2} - 2X_2 = 0,$$

millest

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{Z_M^2}{Z_2^2}. \tag{517a}$$



Joon. 291. Magnetiliselt sidestatud vooluringid.

Muutes edasi ainult X_2 saame:

$$\frac{\partial Z_{21}^2}{\partial X_2} = \frac{2X_2(R_1^2 + X_1^2)}{Z_M} - 2X_1 = 0,$$

millest

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{Z_M^2}{Z_1^2}. \tag{517b}$$

Muutes lõpuks ainult sidestust M saame:

$$\frac{\partial Z_{21}^2}{\partial Z_M} = \frac{-2(R_1^2 + X_1^2)(R_2 + X_2^2)}{Z_M^3} + 2Z_M = 0,$$

millest

$$Z_M^2 = Z_1 Z_2. \tag{517c}$$

Kui kolmest leitud tingimusest kaks on juba täidetud, siis on täidetud ka kolmas. Jagame avaldise 517a avaldisega 517b ja võtame jagatisest ruutjuure. Siis saame järgmise seose:

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\sqrt{R_1^2 + X_1^2}}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{Z_1^2}{Z_M^2} = \frac{Z_M^2}{Z_2^2}. \tag{518}$$

(Ainult siis on võimalik $Z_1/Z_2 = X_1/X_2$, kui samaaegselt ka $Z_1/Z_2 = R_1/R_2$). Olles seega reguleerinud esiteks sidestust nii, et sekundaar-

ringis olev tegevvõimsus oleks maksimaalne ja teiseks reguleerinud ka ühte ebatakistustest, saame primaarvooluks

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\left(R_1 + \frac{R_1}{R_2}R_2\right) + j\left(X_1 - \frac{X_1}{X_2}X_2\right)} = \frac{\dot{U}_1}{2R_1},$$

sekundaarvooluks

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \frac{Z_M}{Z_2} = \dot{J}_1 \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \frac{\dot{U}_1}{2R_1}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \frac{\dot{U}_1}{2\sqrt{R_1 R_2}}$$

ja sekundaarringis soojuseks muunduvaks maksimaalseks võimsuseks

$$N_2 = J_2^2 R_2 = \frac{U_1^2 R_2}{4R_1 R_2} = \frac{U_1^2}{4R_1}, \qquad (519)$$

mis on sõltumatu sekundaarringi tegevtakistusest R_2. Samal ajal muundub primaarringis soojuseks võimsus

$$N_1 = J_1^2 R_1 = \frac{U_1^2 R_1}{4R_1^2} = \frac{U_1^2}{4R_1},$$

olles seega niisama suur kui sekundaarringiski, kuid seadme kasutegur on seejuures ainult 50%:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = 0{,}5.$$

Kui sellise reguleerimise korral nii primaarne kui ka sekundaarne vooluring on resonantsis toitepinge sagedusega, siis ebatakistused

$$X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = 0 \text{ ja } X_2 = \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} = 0$$

ning vastuinduktiivtakistus

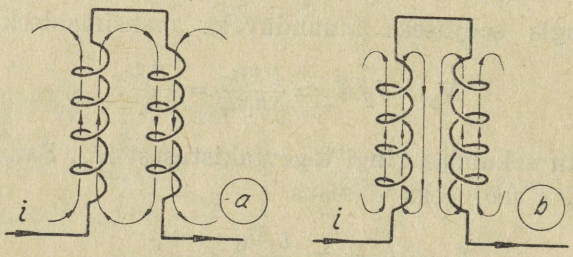
$$\omega M = \sqrt{Z_1 Z_2} = \sqrt{R_1 R_2}.$$

Selles olukorras on võimsuse maksimum saavutatav seega ainult s i d e s t u s e reguleerimisega, kuna takistused R_1 ja R_2 ei ole reguleeritavad või on seda ainult väga vähesel määral. Et aparaatides takistused R_1 ja R_2 on tavaliselt suhteliselt väikesed, siis maksimaalse võimsuse saavutamiseks tuleb töötada nõrga sidestusega, mis aga annab suure häälestusteravuse. Sidestustegur jääb seejuures määratavaks endiselt valemiga $k = M/\sqrt{L_1 L_2}$.

190. Järjestikku ühendatavate vooluringide vastuinduktiivsus. Olgu järjestikku ühendatud vooluringid induktiivsusega L_1 ja L_2, millede

vastuinduktiivsus on M. Mõlemat vooluringi läbiv üks ning sama vool i indutseerib mähistes vastuelektromotoorse jõu. Seejuures on võimalikud kaks erinevat juhtumit. Esimesel juhtumil (joon. 292a) ühe pooli poolt tekitatav voog läbib naaberpooli samas suunas nagu tema oma voogki, mistõttu nii omainduktiivsuse kui ka vastuinduktiivsuse mõjud liituvad. Seega on kogu indutseeritav vastuelektromotoorne jõud

$$-L_1\frac{di}{dt}-L_2\frac{di}{dt}-2M\frac{di}{dt}=-(L_1+L_2+2M)\frac{di}{dt}. \qquad (520a)$$



Joon. 292. Kaks magnetiliselt sidestatud pooli:
a — päri, b — vastu suunatud voogudega.

Teisel juhtumil (joon. 292b) ühe pooli poolt tekitatav voog püüab läbida naaberpooli suunas vastu selle pooli poolt tekitatavale voole. Resulteeruv voog osutub seega omainduktsiooni voost väiksemaks ja kogu indutseeritav vastuelektromotoorne jõud on

$$-L_1\frac{di}{dt}-L_2\frac{di}{dt}+\frac{2Mdi}{dt}=-(L_1+L_2-2M)\frac{di}{dt}. \qquad (520b)$$

Valemite 520a ja 520b sulgavaldis on vooluringi ekvivalentne induktiivsus

$$L'=L_1+L_2\pm 2M. \qquad (521)$$

Et alati $L_1+L_2>2M$, siis ekvivalentne induktiivsus osutub igal juhul positiivseks, seega ka poolide mõjumisel üksteise vastu, ja poole läbiv vool jääb alati ajaliselt maha poole toitvast pingest. Kui seejuures vastuinduktiivsus on suurem ühe pooli omainduktiivsusest, siis on selle pooli klemmidel olev pinge ajaliselt taga pooli läbivast voolust.

Mõõdame kahe pooli ekvivalentset induktiivsust kord päri- ja kord vastulülituses. See võimaldab vastuinduktiivsust arvutada seosest

$$L'-L''=(L_1+L_2+2M)-(L_1+L_2-2M)=4M.$$

Päri- ja vastulülituse teostamine on saavutatav kas ühe pooli alguse ja lõpu ümberühendamisega või pooli pööramisega 180°.

191. Rööbiti ühendatavate vooluringide vastuinduktiivsus. Magnetiliselt sidestatud vooluringid tegevtakistusega R_1 ja R_2 ning induktiivsusega L_1 ja L_2 on ühendatud ühise vooluallikaga, mille pinge on u. Seega läbib ühte vooluringi vool i_1 ja teist i_2, millede tugevus on määratud seostega:

$$u = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt},$$

$$u = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}.$$

Seejuures vastab positiivne M voolude i_1 ja i_2 poolt tekitatavate voogude samasuunalisusele. Kui seejuures vooluringide tegevtakistused, võrreldes ebatakistusega, on väga väikesed, nii et $R_1 = R_2 = 0$, siis

$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt},$$

$$u = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt},$$

millest

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 \mp M} \frac{di_1}{dt}, \\ u &= \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 \mp M} \frac{di_2}{dt}, \end{aligned}\right\} \qquad (522)$$

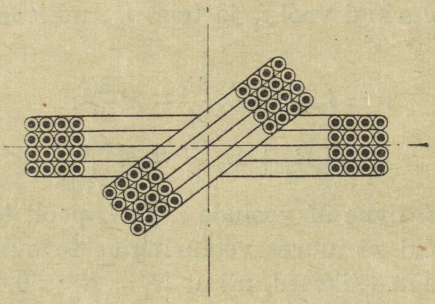
ja võttes arvesse, et $i_1 + i_2 = i$,

$$u = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M} \frac{di}{dt}. \qquad (523)$$

Nimetajates M ees olevatest märkidest tuleb miinus-märk kasutamisele voogude samasuunalisusel. Viimases valemis tuletise di/dt ees olev murdavaldis on rööbiti ühendatud vooluringide ekvivalentne induktiivsus, mis ka antud juhtumil jääb positiivseks vastuinduktiivsuse igasugusel väärtusel. Kui voogude samasuunalisuse korral vastuinduktiivsus on väiksem ühe vooluharu omainduktiivsusest, siis selle haru vool osutub ees olevaks vooluringi klemmidel olevast pingest, mis selgub ka valemitest 522.

Mõõtetehnikas induktiivsuse sujuvaks reguleerimiseks kasutatav variomeeter (joon. 293) koosneb kahest kontsentrilisest poolist, milledest üks on paigalseisev, teine aga pööratav ümber poole läbiva ühise telgjoone. Omavahel võivad poolid olla ühendatud kas järjestikku või rööbiti. Järjestikuse ühenduse korral on induktiivsus reguleeritav

väärtuselt $L_1 + L_2 + 2M$ väärtuseni $L_1 + L_2 - 2M$, rööbitise ühenduse korral aga väärtuselt $\frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$ väärtuseni $\frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$. Mõlema lülitusega saavutatavad induktiivsused on võrdsed olukorras, kus $(L_1L_2 - 2M)^2 = L_1L_2 - M^2$.



Joon. 293. Variomeeter.

192. Resonants sidestatud vooluringides sumbuvuse puudumisel. Esiteks vaatleme resonantsnähtust vooluringides väga väikese sumbuvusega, kus tegevtakistus on seega tähtsusetult väike. Olgu esimene vooluring väljast toidetav nurksagedusel ω, kusjuures vooluringide omasagedus

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} \text{ ja } \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}.$$

Autotransformatoorse sidestuse korral, milleks on taandatav iga induktiivne sidestus (joon. 294*a*), on klemmide A ja B vahel olev summaarne ebatakistus

$$X_{AB} = \omega(L_1 - M) + \frac{\omega M\left[\omega(L_2 - M) - \frac{1}{\omega C_2}\right]}{\omega M + \omega(L_2 - M) - \frac{1}{\omega C_2}} - \frac{1}{\omega C_1} =$$

$$= \left[\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) - \omega^2 M^2\right] : \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)$$

ja analoogiliselt mahtuvusliku sidestuse korral (joon. 294*b*)

$$X_{AB} = \left[\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) - \frac{1}{\omega^2 C_{12}^2}\right] : \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right).$$

Toitva generaatori nurksageduse ω olles võrdne teise ringi oma-nurksagedusega, s. o.

$$\omega = \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}},$$

muutub takistus X_{AB} ülisuureks ja vool $J_1 = 0$. Sellist olukorda nimetatakse teatavasti vooluresonantsiks.

Pingeresonants tekiks olukorras, kui takistus $X_{AB} = 0$. Et

$$\omega^2 M^2 = k^2 \omega^2 L_1 L_2 \text{ ja } \frac{1}{\omega^2 C_{12}^2} = \frac{k^2}{\omega^2 C_1 C_2},$$

siis

$$\omega^2 M^2 = \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) = k^2 \omega^2 L_1 L_2$$

ja

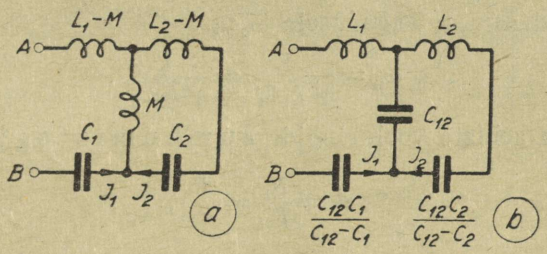
$$\frac{1}{\omega^2 C_{12}^2} = \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) = \frac{k^2}{\omega^2 C_1 C_2},$$

millest induktiivse sidestuse korral

$$\left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)\left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2}\right) = k^2$$

ja mahtuvusliku sidestuse korral

$$\left(\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - 1\right)\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2} - 1\right) = k^2.$$



Joon. 294. Tegevtakistust mitteomavad sidestatud vooluringid.

Kahest viimasest avaldisest on määratav nurksagedus, mille juures leiab aset pingeresonants:

$$\omega_L = \sqrt{\frac{(\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2 - 4(1 - k^2)\omega_1^2 \omega_2^2}}{2(1 - k^2)}}, \qquad (524a)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2 - 4(1 - k^2)\omega_1^2 \omega_2^2}}{2}}. \qquad (524b)$$

Leitust selgub, et sumbuvuse puudumisel on olemas kaks nurksagedust, mille juures tekib resonants, kus seega vool $J_1 = \infty$. Üks nendest sage-

dustest osutub väiksemaks nii ω_1-st kui ka ω_2-st, teine aga neist mõlemaist suuremaks. Kui primaarringi vool on ülisuur, siis on seda ka sekundaarringi oma; seega omab ka tema kaht maksimumi.

Mõlema vooluringi olles häälestatud samale nurksagedusele, s. o. $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$, resonants-nurksagedused

$$\omega_L' = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}} < \omega_0 < \omega_L'' = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}} \tag{525a}$$

ja

$$\omega_C' = \omega_0\sqrt{1-k} < \omega_0 < \omega_C'' = \omega_0\sqrt{1+k}. \tag{525b}$$

Erinevalt üksikust vooluringist, milles leiab aset ainult üks voolu miinimum, kui induktiiv- ja mahtuvustakistused on ühendatud rööbiti, ja üks maksimum nende olles ühendatud järjestikku, leiab sidestatud vooluringides aset k a k s voolu maksimumi ja üks miinimum. Nagu alljärgnevast selgub, säilib see sidestatud vooluringide omadus ka väikese sumbuvuse olemasolemisel (joon. 298).

193. Resonants sidestatud vooluringides sumbuvuse olemasolemisel. Sidestatud vooluringide tehnilisel rakendamisel häälestatakse tavaliselt mõlemad ringid samale sagedusele ω_0:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}.$$

Tähistame d-ga selliste vooluringide s u m b u m i s t e g u r i, s. o.

$$d = \frac{R_1}{R_{01}} = \frac{R_2}{R_{02}}, \tag{526}$$

milles

$$R_{01} = \sqrt{L_1/C_1} \text{ ja } R_{02} = \sqrt{L_2/C_2}$$

on vooluringide l a i n e t a k i s t u s. Säärasel puhul võib mõlemaid vooluringe nimetada s a r n a s e i k s, sest nende kohta kehtib suhe

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega L_1}{\omega L_2} = \frac{1/\omega C_1}{1/\omega C_2} = \frac{R_{01}}{R_{02}}.$$

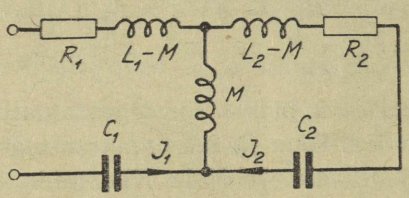
Selgitame sekundaarvoolu J_2 iseloomu primaarpinge U_1 konstantseks jäämisel.

Induktiivse sidestuse korral (joon. 295) Kirchhoffi teise seaduse kohaselt

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_1\dot{Z}_{11} + \dot{J}_2\dot{Z}_{12},$$
$$0 = \dot{J}_1\dot{Z}_{12} + \dot{J}_2\dot{Z}_{22},$$

kui $\underset{\cdot}{Z}_{11}$ ja $\underset{\cdot}{Z}_{22}$ tähistavad primaar- ja sekundaarringi näivtakistust, arvamata kaasa vastuinduktiivtakistust, ja $\underset{\cdot}{Z}_{12}$ — vooluringide ühises osas olevat näivtakistust. Siit sekundaarvool

$$\underset{\cdot}{J}_2 = \frac{-\underset{\cdot}{U}_1 \underset{\cdot}{Z}_{12}}{\underset{\cdot}{Z}_{11}\underset{\cdot}{Z}_{22} - \underset{\cdot}{Z}_{12}^2}.$$



Joon. 295. Sidestatud vooluringid.

Tähistades η-ga toite- ja omavõnkenurksageduste suhet, s. o.

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0}, \tag{527}$$

saame järgmised väljendused üksikuile takistustele:

$$\underset{\cdot}{Z}_{11} = R_1 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) = R_1 + jR_{01}\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right) = R_{01}\left[d + j\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)\right],$$

$$\underset{\cdot}{Z}_{22} = R_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) = R_2 + jR_{02}\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right) = R_{02}\left[d + j\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)\right],$$

$$\underset{\cdot}{Z}_{12} = j\omega M = j\omega k\sqrt{L_1 L_2} = jk\sqrt{\omega L_1 \cdot \omega L_2} = jk\eta\sqrt{R_{01}R_{02}},$$

$$\underset{\cdot}{Z}_{11}\underset{\cdot}{Z}_{22} - \underset{\cdot}{Z}_{12}^2 = R_{01}R_{02}\left[d^2 - \left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)^2 + j2d\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right) + k^2\eta^2\right].$$

Seega sekundaarvool

$$\underset{\cdot}{J}_2 = \frac{-jk\eta\,\underset{\cdot}{U}_1}{\sqrt{R_{01}R_{02}}\left[d^2 - \left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)^2 + j2d\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right) + k^2\eta^2\right]}. \tag{528}$$

Leitud valemi kohaselt sõltub sekundaarvoolu olenevus toitesagedusest ω või toite- ja omasageduse suhtest $\eta = \omega/\omega_0$ ainult sidestustegurist k ja vooluringide sumbumistegurist d.

Sekundaarvooluringi asendamisel temaga s a r n a s e vooluringiga (vt. val. 526), mille juures jäetakse muutmatuks vooluringidevaheline sidestus, muutub esialgne sekundaarvool $\underset{\cdot}{J}_2'$ sekundaarvooluks $\underset{\cdot}{J}_2''$; nende voolude suhe

$$\frac{\underset{\cdot}{J}_2'}{\underset{\cdot}{J}_2''} = \sqrt{\frac{R_{02}''}{R_{01}'}} = \sqrt{\frac{R_2''}{R_1''}}. \tag{529}$$

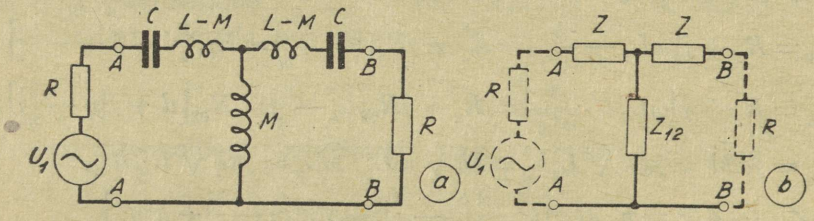
Seejuures aga jääb resonantskõvera iseloom muutmatuks, sest sellisel asendamisel nii k kui ka d jäävad endisteks. Ka jääb muutmatuks sekundaarringi tegevvõimsus, sest $(J_2')^2 R_2' = (J_2'')^2 R_2''$.

Selgitame veel kahest täiesti ühesugusest vooluringist koosneva sidestatud vooluringi omadusi (joon. 296*a*). Siis

$$R_1 = R_2 = R, \quad L_1 = L_2 = L, \quad C_1 = C_2 = C,$$
$$R_{01} = R_{02} = R \quad \text{ja} \quad M = k\sqrt{L_1 L_2} = kL.$$

Näitame vooluringides oleva primaarse tegevtakistuse kuuluvaks eespool klemme AA olevale toiteallikale ja sekundaarse tegevtakistuse kuuluvaks väljaspool klemme BB asuvale tarbijale. Klemmide AA ja BB vahel kujuneb seega n e l i k l e m m, mida välise sarnasuse tõttu tähega T nimetatakse T-kujuliseks (joon. 296*b*). Neliklemmi üksikud näivtakistused on seega:

$$\underline{Z} = j\left[\omega(L - M) - \frac{1}{\omega C}\right] = jR_0\left[(1-k)\eta - \frac{1}{\eta}\right],$$
$$\underline{Z}_{12} = j\omega M = jR_0 k\eta.$$



Joon. 296. Sidestatud vooluringid ja nende T-kujuline aseskeem.

Lepime kokku, et nimetame T-kujulise aseskeemi k a r a k t e r i s t l i k u k s ehk t u n n u s t a k i s t u s e k s $\underline{Z}_t$ sellist takistust, mille ühendamisel neliklemmi klemmide BB külge klemmide AA vahel kujuneb täpselt niisama suur tunnustakistus $\underline{Z}_t$. Seega

$$\underline{Z}_t = \underline{Z} + \frac{\underline{Z}_{12}(\underline{Z} + \underline{Z}_t)}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z} + \underline{Z}_t},$$

millest tunnustakistus

$$\underline{Z}_t = \sqrt{\underline{Z}^2 + 2\underline{Z}\underline{Z}_{12}} = R_0\sqrt{\left[(1+k)\eta - \frac{1}{\eta}\right]\left[\frac{1}{\eta} - (1-k)\eta\right]} \qquad (530)$$

Edasi lepime kokku, et nimetame T-kujulise aseskeemi karakteristlikuks ehk tunnus-sumbumisteguriks tunnustakistuse Z_t suhet lainetakistusega R_0 (võrdle val. 526-ga):

$$d_t = \frac{Z_t}{R_0} \sqrt{\left[(1+k)\eta - \frac{1}{\eta}\right]\left[\frac{1}{\eta} - (1-k)\eta\right]} =$$

$$= \sqrt{2 - \frac{1}{\eta^2} - (1-k^2)\eta^2}, \qquad (531)$$

mis sõltub seega sidestustegurist k ja toitesagedusest ω, sest $\eta = \omega/\omega_0$.

Toidetagu antud skeemis induktiivselt sidestatud vooluringe muutuval nurksagedusel ω. Teataval sagedusel ω_L, millele vastab suhe $\eta_L = \omega_L/\omega_0$, muutub tunnus-sumbumistegur d_t võrdseks primaarringi (sagedusest sõltumatu) sumbumisteguriga d, s. o.

$$d_t = \frac{Z_t}{R_0} = d = \frac{R}{R_0},$$

millest tunnustakistus

$$Z_t = R.$$

Seega osutub selline neliklemm lülitatuks oma, sellele eriolukorrale vastavale tunnustakistusele. Võttes arvesse tunnustakistuse definitsiooni (vt. ptk. XLIV) võime öelda, et sel erijuhtumil on samale takistusele R ühendatud ka toitegeneraator oma niisama suure sisetakistusega R. Teatavasti vastab olukorrale, kus generaatori sisetakistus võrdub koormustakistusega, maksimaalne ülekantav võimsus

$$N_{2max} = \frac{U_1^2}{4R}.$$

Seega olukorras, kus sumbumistegur d võrdub tunnus-sumbumisteguriga d_t, on maksimaalne ka sekundaarringi vool J_2. Pärast astendamist leiame avaldisest 531:

$$d^2 = 2 - \frac{1}{\eta_L^2} - (1-k^2)\eta_L^2,$$

$$(1-k^2)\eta_L^4 - (2-d^2)\eta_L^2 + 1 = 0,$$

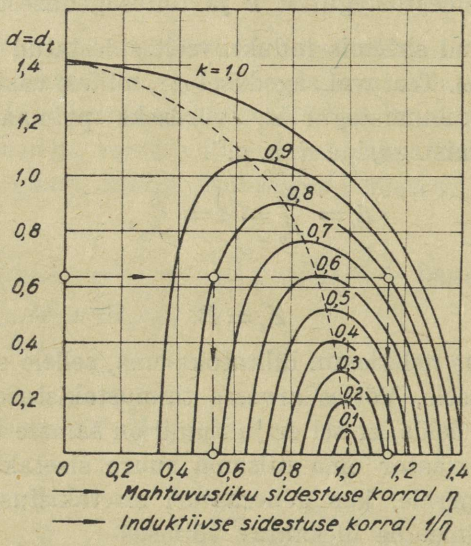
millest sageduste suhe

$$\eta_L = \frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{2-d^2 \pm \sqrt{(2-d^2)^2 - 4(1-k^2)}}{2(1-k^2)}}. \qquad (532)$$

Muidugi omavad füüsikalist mõtet ainult reaalväärtused, mida on kaks: η_L' ja η_L'', ja millele mõlemale vastab sekundaarvoolu niisama suur maksimaalväärtus J_{2max}. Et mõlemal puhul vooluringide kogutakistus on

$2R$, siis on meil ka mõlemal korral tegemist resonantsiga ja vool J_1 on siis faasis pingega U_1.

Resonantsolukorrale vastavate sageduste ω ja ω_0 suhte η' ja η'' määramisel võib kasutada joonisel 297 toodud mitmesugusele k väärtusele vastavate kõverate parve. Abstsissteljel olevad arvud näitavad mahtuvusliku sidestuse korral suhet $\eta = \omega/\omega_0$ ja induktiivse (käesoleval juhtumil kirjeldatud) sidestuse korral sama suhte pöördväärtust $1/\eta = \omega_0/\omega$.



Joon. 297. Kõverad resonantssageduse määramiseks.

Väga väikese sumbuvuse korral $d^2 \ll 1$ ja valemist 532

$$\eta_L' \approx \frac{1}{\sqrt{1+k}}$$

ja

$$\eta_L'' \approx \frac{1}{\sqrt{1-k}},$$

millisele tulemusele me jõudsime ka eespool (vt. val. 525a).

Rahuldab sidestustegur valemis 532 tingimust

$$(2 - d^2)^2 = 4(1 - k^2),$$

siis ühtivad mõlemad maksimumid ja sidestust nimetatakse kriitiliseks. Kriitilisele sidestusele vastav kriitiline sidestustegur

$$k_t = \sqrt{d^2 - \frac{d^4}{4}} \approx d. \qquad (533)$$

Ülekriitilise sidestuse korral $k > k_t$ ja sekundaarvoolu resonantskõver omab kaks maksimumi nende vahel asuva miinimumiga. Voolu minimaalne olemise tingimus tuletub voolu J_2 avaldisest 528. Selleks peab murru nimetaja olema maksimaalne, mis induktiivse sidestuse korral leiab aset tingimusel

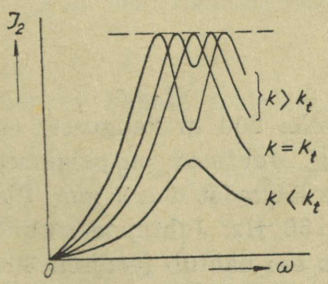
$$\eta_{L0} = +\sqrt{\frac{-2+d^2+\sqrt{(2-d^2)^2+12(1-k^2)}}{2(1-k^2)}}. \qquad (534)$$

Nõrga sidestuse ja väga väikese sumbuvuse korral, seega kui $k^2 \ll 1$ ja $d^2 \ll 1$, on $\eta_{L0} \approx 1$ ja sekundaarvoolu miinimum leiab aset võnkeringi omasagedusele väga lähedal oleval sagedusel, s. o. $\omega \approx \omega_0$.

Kriitilise sidestuse korral leiab sekundaarvoolu maksimaalväärtus aset sagedusel, kui

$$\eta_m = \frac{1}{\sqrt[4]{1-k^2}}. \qquad (535)$$

Alakriitilise sidestuse korral, kui $k < k_t$, omab sekundaarvoolu resonantskõver ka ainult üht maksimumi ja seda sageduste suhte olles η_{L0} (val. 534). Kui kriitilise ja ülekriitilise sidestuse korral voolu maksimaalväärtus oli sõltumatu sidestustegurist, siis alakriitilisel sagedusel osutub ta seda väiksemaks, mida nõrgem on sidestus, nagu see nähtub ka jooniselt 298.



Joon. 298. Sekundaarvoolu sõltuvus toitesagedusest erinevatel sidestustel; k_t — kriitiline sidestustegur.

Mahtuvusliku sidestuse korral tunnus-sumbumistegur

$$d_t = \sqrt{\left[(1+k)\frac{1}{\eta} - \eta\right]\left[\eta - (1-k)\frac{1}{\eta}\right]} = \sqrt{2 - \eta^2 - (1-k^2)\frac{1}{\eta^2}} \qquad (536)$$

ja sekundaarvoolu resonantsile vastav sageduste suhe

$$\eta_C = \sqrt{\frac{2-d^2 \pm \sqrt{(2-d^2)^2 - 4(1-k^2)}}{2}}; \qquad (537)$$

väga väikese sumbuvuse korral (vt. val. 525b)

$$\eta_c' \approx \sqrt{1-k} \quad \text{ja} \quad \eta_c'' \approx \sqrt{1+k}.$$

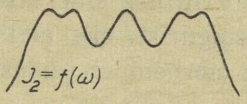
Kriitiline sidestustegur

$$k_t = \sqrt{d^2 - \frac{d^4}{4}} \approx d, \tag{538}$$

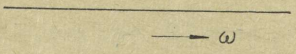
voolu miinimumile vastav nurksagedus on leitav seosest

$$\eta_{c0} = \frac{\omega}{\omega_0} = + \sqrt{\frac{2 - d^2 + \sqrt{(2-d^2)^2 + 12(1-k^2)}}{6}}. \tag{539}$$

Lõpuks olgu tähendatud, et kirjeldatud neliklemmi pikendamisel uute sidestatud vooluringide juurdelülitamisega kasvab proportsionaalselt juurdetulevate lülide arvuga ka voolu resonantskõvera maksimumide arv. Viimase lüli voolu resonantskõver (joon. 299) omab praktiliselt nelinurkse kuju ja vooluahel on kasutatav r i b a f i l t r i n a, sest ta laseb summutamatult läbi ainult teatavas sageduste vahemikus olevaid võnkumisi.



Joon. 299. Ribafiltri voolu J_2 sõltuvus nurksagedusest ω.

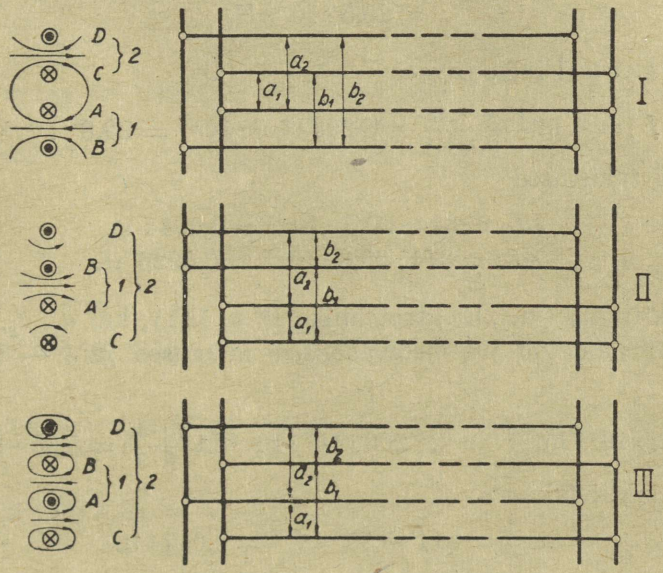


N ä i d e 141. Võimsuse ülekandmiseks 200 m kaugusele on kasutada neli vaskjuhet ristlõikega à 50 mm². Juhtmed on paigutatud üksteisest 50 mm kaugusele, iga köisjuhtme läbimõõt $d = 9$ mm. Ülekantav ühefaasine vool $J = 200$ A, sagedus $f = 50$ Hz. Juhtmete rööbiti ühendamine on läbiviidav kolmesuguselt, nagu see nähtub jooniselt 300. Määrata soodsaim ühendamise viis, lähtudes liinis tekkivast võimsuskaost.

L a h e n d u s. Juhtmete ühendamisel joonise 300 skeemi I kohaselt jaotub vool ühtlaselt mõlema rööbiti ühendatava juhtme vahel. Arvutamisel vaatleme alumist juhtmepaari moodustamas ühte ja ülemist — teist omaette vooluringi.

Juhtmete ühendamisel skeemide II ja III kohaselt rööbiti ühendatavaid juhtmeid mõjustatakse vastusuunaliste naabervoolude poolt erinevalt. Arvutamisel vaatleme ülemist ja alumist ning kahte keskmist juhet

moodustamas omaette vooluringe. Seejuures seisneb skeemide erinevus ainult voolusuunas keskmises juhtmepaaris, mistõttu vastuinduktiivsus pärisuunaliste voogude puhul II skeemis on positiivne, III aga negatiivne, kuna tema absoluutsuurus on mõlemal puhul sama.



Joon. 300. Juhtmete rööbiti ühendamise võimalusi näites 141.

Kummagi kahest juhtmest moodustatava vooluringi tegevtakistus

$$R_1 = R_2 = \frac{\varrho 2l}{q} = \frac{0{,}0175 \cdot 2 \cdot 200}{50} = 0{,}140\ \Omega$$

ja nurksagedus

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314\ \frac{1}{\text{sec}}.$$

I skeem. Vool ühes harus

$$J_1 = J_2 = \frac{J}{2} = \frac{200}{2} = 100\ \text{A},$$

võimsuskadu mõlemas vooluringis kokku

$$N_k = 2J_1^2 R_1 = 2 \cdot 100^2 \cdot 0{,}14 = 2800\ \text{W}.$$

II skeem. Seesmise juhtmepaari induktiivsus (vt. „Elektrotehnika I", p. 137), kui d on juhtmete kaugus üksteisest, r — juhtme raadius ja l — liini pikkus cm-tes,

$$L_1 = \left(4 \ln \frac{d-r}{r} + 1\right) l \cdot 10^{-9} = \left(4 \ln \frac{5-0{,}45}{0{,}45} + 1\right) 200 \cdot 10^2 \cdot 10^{-9} =$$
$$= 20{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ H},$$

välise juhtmepaari induktiivsus

$$L_2 = \left(4 \ln \frac{15-0{,}45}{0{,}45} + 1\right) 200 \cdot 10^2 \cdot 10^{-9} = 29{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ H}$$

ja induktiivtakistused

$$\omega L_1 = 314 \cdot 20{,}5 \cdot 10^{-5} = 0{,}0644 \ \Omega,$$
$$\omega L_2 = 314 \cdot 29{,}8 \cdot 10^{-5} = 0{,}0936 \ \Omega.$$

Vastuinduktiivsus (vt. „Elektrotehnika I" p. 141), kui a_1, a_2, b_1 ja b_2 on joonisel 300 näidatud juhtmetevahelised kaugused ja l — liini pikkus cm-tes,

$$M = 2l \cdot 10^{-9} \ln \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2} = 2 \cdot 200 \cdot 10^2 \cdot 10^{-9} \ln \frac{10 \cdot 10}{5 \cdot 5} = 5{,}55 \cdot 10^{-5} \text{ H}$$

ja vastuinduktiivtakistus

$$\omega M = 314 \cdot 5{,}55 \cdot 10^{-5} = 0{,}0174 \ \Omega.$$

Kahe rööbiti ühendatava kaabli voolu määramiseks koostame Kirchhoffi seaduste alusel võrrandsüsteemi, milles ΔU on mõlemale kaablile ühine esialgu tundmatu pingelang, J — liitvool, mille suurus ülesande kohaselt on 200 A ning J_1 ja J_2 — vool kummaski kaablis:

$$\left.\begin{aligned} \Delta \underset{\cdot}{U} &= \underset{\cdot}{J}_1 R_1 + j \underset{\cdot}{J}_1 \omega L_1 + j \underset{\cdot}{J}_2 \omega M, \\ \Delta \underset{\cdot}{U} &= \underset{\cdot}{J}_2 R_2 + j \underset{\cdot}{J}_2 \omega L_2 + j \underset{\cdot}{J}_1 \omega M, \\ \underset{\cdot}{J} &= \underset{\cdot}{J}_1 + \underset{\cdot}{J}_2, \end{aligned}\right\}$$

millest

$$\left.\begin{aligned} \underset{\cdot}{J}_1 &= \underset{\cdot}{J} \frac{R_2 + j\omega(L_2 - M)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}, \\ \underset{\cdot}{J}_2 &= \underset{\cdot}{J} - \underset{\cdot}{J}_1 = \underset{\cdot}{J} \frac{R_1 + j\omega(L_1 - M)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}. \end{aligned}\right\} \qquad (540)$$

Seega seesmise juhtmepaari vool

$$\underset{\cdot}{J}_1 = 200 \cdot \frac{0{,}140 + j(0{,}0936 - 0{,}0174)}{0{,}140 + 0{,}140 + j(0{,}0644 + 0{,}0936 - 2 \cdot 0{,}0174)} =$$
$$= 104{,}2 \angle 4^\circ 48' \text{ A}$$

ja välise juhtmepaari vool

$$\dot{J}_2 = \dot{J} - \dot{J}_1 = 200 - 104{,}2 \angle 4^0 48' = 95{,}9 \angle -5^0 12' \text{ A.}$$

Üldine võimsuskadu

$$N_k = 104{,}2^2 \cdot 0{,}14 + 95{,}9^2 \cdot 0{,}14 = 1522 + 1290 = 2812 \text{ W.}$$

III skeem. Vooluringide 1 ja 2 poolt tekitatavad vood on vastusuunalised, seega on vastuinduktiivsus negatiivne. Voolud

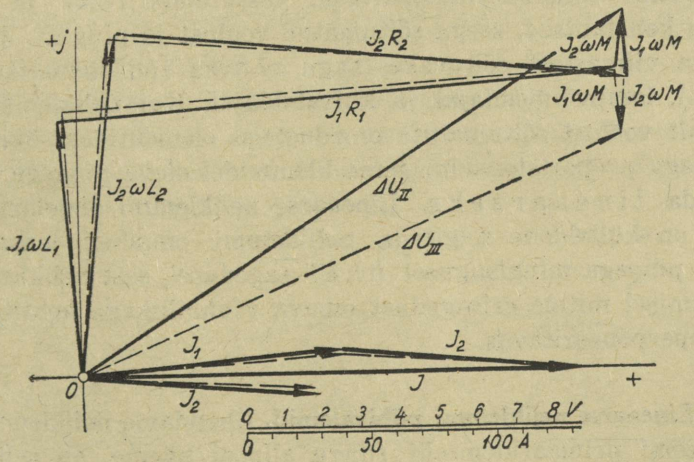
$$\dot{J}_1 = 200 \cdot \frac{0{,}140 + j(0{,}0936 + 0{,}0174)}{0{,}140 + 0{,}140 + j(0{,}0644 + 0{,}0936 + 2 \cdot 0{,}0174)} =$$
$$= 105{,}0 \angle 3^0 49' \text{ A,}$$
$$\dot{J}_2 = 200 - 105{,}0 \angle 3^0 49' = 95{,}0 \angle -4^0 13' \text{ A,}$$

üldine võimsuskadu

$$N_k = 105{,}0^2 \cdot 0{,}14 + 95{,}0^2 \cdot 0{,}14 = 1542 + 1262 = 2804 \text{ W.}$$

II skeemis esimese juhtmepaari pingelang koosneb järgmistest komponentidest:

$$\Delta\dot{U}_{II} = \dot{J}_1 R_1 + j\dot{J}_1 \omega L + j\dot{J}_2 \omega M = 103{,}8 \angle 4^0 48' \cdot 0{,}14 + 103{,}8 \angle 4^0 48' \cdot$$
$$\cdot 0{,}0644 \angle 90^0 + 96{,}2 \angle -5^0 12' \cdot 0{,}0174 \angle 90^0 = 14{,}53 \angle 4^0 48' +$$
$$+ 6{,}68 \angle 94^0 48' + 1{,}67 \angle 84^0 48' \text{ V,}$$



Joon. 301. Vektordiagramm näitele 141. Täisjoonega — diagramm skeemile II, katkendjoonega — skeemile III.

teise juhtmepaari sama pingelang

$$\dot{\Delta U}_{II} = \dot{J}_2 R_2 + j\dot{J}_2 \omega L_2 + j\dot{J}_1 \omega M = 96{,}2 \angle -5^0 12' \cdot 0{,}14 + 96{,}2 \angle -5^0 12' \cdot$$
$$\cdot 0{,}0936 \angle 90^0 + 103{,}8 \angle 4^0 48' \cdot 0{,}0174 \angle 90^0 = 13{,}45 \angle -5^0 12' +$$
$$+ 9{,}0 \angle 84^0 48' + 1{,}81 \angle 94^0 48' \text{ V.}$$

Leitud andmeil on joonestatud II skeemile vastav vektordiagramm (joon. 301). Samal joonisel on katkendjoonega näidatud ka vektordiagramm III skeemile. Vaatamata voolude J_1 ja J_2 suuremast ebavõrdsusest tingitud suuremale võimsuskaole on pingelang ΔU_{III} väiksem pingelangust ΔU_{II}, tänu negatiivsele vastuinduktiivsusele.

XLIV peatükk.

NELIKLEMM.

Neliklemmi all mõistetakse käesolevas peatükis passiivset neliklemmi, s. o. ühendusskeemi või lülitust, mis koosneb takistustest, mahtuvustest, induktiivsustest ja vastuinduktiivsustest kahe sisenemis- ja kahe väljumisklemmiga, milleks seega on iga ühefaasine transformaator, kahejuhtmene elektriliin, filter jne. Kui skeemis või lülituses esineb ka elektromotoorseid jõude, nagu näiteks võimendajas, siis nimetatakse säärast neliklemmi aktiivseks. Neliklemmi skeemi kuuluvate elementide takistus, induktiivsus, vastuinduktiivsus ja mahtuvus võivad olla konstantsed, seega sõltumatud voolust ja pingest, kuid võivad osutuda ka viimastest sõltuvaks, nagu näiteks raudsüdamikuga transformaatoril, lampvõimendajal ja kuivalaldajal. Kui neliklemm on koostatud ainult voolust sõltumatute omadustega elementidest, milledes olev vool on seega proportsionaalne tema klemmidel oleva pingega, siis nimetatakse teda lineaarseks. Lineaarse neliklemmi omaduste tundmaõppimisel on küllaldane selgitada neliklemmi omadusi tema toitmisel siinuselise pingega mingisugusel ühel sagedusel, sest neliklemmi samaaegsel toitmisel mitme erisagedust omava vooluallikaga kehtib tekkivate voolude superponeeritavus.

194. Lineaarse neliklemmi põhivalemid. Ühendame neliklemmi T-kujulise aseskeemi primaarklemmid (nagu allpool näeme, on selliseks aseskeemiks taandatav iga neliklemm) pinget U_1 omava energiaallikaga ja sekundaarklemmid näivtakistust Z_4 omava energiatarbijaga, mille klem-

midel on pinge U_2 ja mida läbib vool J_2 (joon. 302*c*), ning püüame selgitada neliklemmi omadusi määravate konstantide arvu ja suurust. Ülesseatud ülesande lahendamiseks lähtume eriolukordadele vastavate voolude superponeeritavusest, kusjuures vajalikke eriolukordi kujundame omal äranägemisel.

Valime esimeseks eriolukorraks t ü h i j o o k s u (joon. 302*a*), kus neliklemmi ei toideta mitte pingega U_1, vaid sellise tühijooksupingega U_{10}, mille puhul sekundaarklemmidel olev pinge võrdub neliklemmi koormamisel esineva sekundaarpingega U_2. Pinge U_{10} mõjul tekib primaarne tühijooksuvool J_{10}, mille tugevus vaadeldava T-kujulise skeemi korral on

$$J_{10} = \frac{U_2}{Z_3},$$

sest kui sekundaarvool on null, siis pinge takistuse Z_3 klemmidel võrdub pingega sekundaarklemmidel. Tühijooksuvoolu seostamiseks sekundaarpingega U_2 tähistame k_0-ga primaar- ja sekundaarpingete suhte; seega

$$\frac{U_{10}}{U_2} = k_0 \quad \text{või} \quad U_{10} = k_0 U_2 \tag{541}$$

ja tühijooksuvool

$$J_{10} = \frac{U_2}{Z_3} = U_2 \frac{k_0}{k_0 Z_3} = U_2 \frac{k_0}{Z_0}, \tag{542}$$

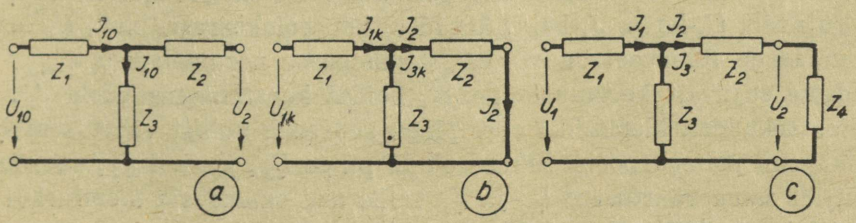
kui

$$Z_0 = k_0 Z_3 = \frac{U_{10}}{J_{10}}$$

tähistab primaarklemmidevahelist t ü h i j o o k s u n ä i v t a k i s t u s t.

Valime teiseks eriolukorraks l ü h i s e (joon. 302*b*), kus sekundaarpinge võrdub nulliga ja primaarne lühispinge U_{1k} on nii valitud, et sekundaarklemmidevaheline lühisvool võrdub normaalse koormusvooluga J_2. Tekkiv primaarne lühisvool J_{1k} koosneb siis sekundaarsest normaalvoolust J_2 ja takistust läbivast voolust J_{3k}:

$$J_{1k} = J_2 + J_{3k},$$



Joon. 302. Neliklemm: *a* — tühijooks, *b* — lühis, *c* — normaalolukord.

milles haruvool

$$\dot{J}_{3k} = \dot{J}_2 \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_3}.$$

Samal ajal on primaarpinge $\dot{U}_{1k}$ lahutatav osapingeiks järjestikku ühendatud takistustes $\dot{Z}_1$ ja $\dot{Z}_2$:

$$\dot{U}_{1k} = \dot{J}_{1k}\dot{Z}_1 + \dot{J}_2\dot{Z}_2.$$

Lühisvoolu seostamiseks lühispingega tähistame $\dot{k}_k$-ga primaar- ja sekundaarvoolude suhte, s. o.

$$\frac{\dot{J}_{1k}}{\dot{J}_2} = \dot{k}_k \quad \text{või} \quad \dot{J}_{1k} = \dot{k}_k \dot{J}_2 \tag{543}$$

ja $\dot{Z}_k$-ga — primaarklemmidevahelise lühise-näivtakistuse

$$\dot{Z}_k = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{J}_{1k}}.$$

Viimaseist avaldustest saame primaarpingele väljenduse

$$\dot{U}_{1k} = \dot{J}_{1k}\dot{Z}_k = \dot{J}_2 \dot{k}_k \dot{Z}_k. \tag{544}$$

Superponeerides tühijooksu ja lühise olukorrad, s. o. liites vastavalt $\dot{U}_{10}$ ja $\dot{U}_{1k}$ (val. 541 ja 544) ning $\dot{J}_{10}$ ja $\dot{J}_{1k}$ (val. 542 ja 543) leiame normaalolukorrale vastava primaarpinge $\dot{U}_1$ ja primaarvoolu $\dot{J}_1$, mis on vajalikud töötamiseks sekundaarpoolel normaalpingega $\dot{U}_2$ ja normaalvooluga $\dot{J}_2$:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_{10} + \dot{U}_{1k} = \dot{k}_0 \dot{U}_2 + \dot{k}_k \dot{Z}_k \dot{J}_2, \\ \dot{J}_1 &= \dot{J}_{10} + \dot{J}_{1k} = \frac{\dot{k}_0}{\dot{Z}_0} \dot{U}_2 + \dot{k}_k \dot{J}_2, \end{aligned}\right\} \tag{545}$$

Füüsikaliselt on selline üleminek tühijooksu- või lühiseolukorrast normaalolukorda kujutletav järgmiselt. Hoides konstantsena sekundaarpinge U_2 suurendame sujuvalt sekundaarvoolu nullist normaalvooluni J_2. Seejuures muutuvad neliklemmi primaarpoolel tühijooksul olnud $\dot{U}_{10}$ ja $\dot{J}_{10}$ sujuvalt $\dot{U}_1$-ks ja $\dot{J}_1$-ks. Lähtudes lühiseolukorrast, kus $\dot{U}_2 = 0$ ja sekundaarne lühisvool on võrdne sekundaarse normaalvooluga $\dot{J}_2$, suurendame sujuvalt koormustakistust, hoides konstantsena voolu $\dot{J}_2$. Seejuures sekundaarklemmidel olev pinge suureneb nullist väärtuseni $\dot{U}_2$ ja neliklemmi primaarpoolel lühisel olnud pinge $\dot{U}_{1k}$ ja vool $\dot{J}_{1k}$ suurenevad sujuvalt sama väärtuseni $\dot{U}_1$ ja $\dot{J}_1$, mille nad omandasid üleminekul normaalolukorda tühijooksu-olukorrast.

Võrrandipaaris 545 esinevast neljast konstandist $\underset{\cdot}{k}_0$, $\underset{\cdot}{k}_k$, $\underset{\cdot}{k}_k \underset{\cdot}{Z}_k$ ja $\underset{\cdot}{k}_0/\underset{\cdot}{Z}_0$ on vaja määrata siiski ainult kolm, sest neljas on juba määratud kolme eelmisega:

$$\frac{\underset{\cdot}{Z}_k}{\underset{\cdot}{Z}_0} = 1 - \frac{1}{\underset{\cdot}{k}_0 \underset{\cdot}{k}_k} \tag{546}$$

(vt. allpool valem 549).

Neliklemmi põhivalemid 545 olid tuletatud tema T-kujulisele aseskeemile. Üldkujul igasugusele neliklemmile kehtiv põhivalem jääb põhimõtteliselt samaks, kui tähistada

$$\underset{\cdot}{U}_{10} = \underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{U}_2, \quad \underset{\cdot}{U}_{1k} = \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{J}_2, \quad \underset{\cdot}{J}_{10} = \underset{\cdot}{C}\underset{\cdot}{U}_2 \text{ ja } \underset{\cdot}{J}_{1k} = \underset{\cdot}{D}\underset{\cdot}{J}_2, \tag{547}$$

milles neliklemmi konstantide A ja D dimensiooniks on üks, B-l — oom ja C-l — siimens. Seega oleksid neliklemmi põhivalemid:

$$\left.\begin{aligned} \underset{\cdot}{U}_1 &= \underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{U}_2 + \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{J}_2, \\ \underset{\cdot}{J}_1 &= \underset{\cdot}{C}\underset{\cdot}{U}_2 + \underset{\cdot}{D}\underset{\cdot}{J}_2. \end{aligned}\right\} \tag{548}$$

Omavahel on skeemis esinevaist tegev- ja ebatakistustest sõltuvad parameetrid $\underset{\cdot}{A}$, $\underset{\cdot}{B}$, $\underset{\cdot}{C}$ ja $\underset{\cdot}{D}$ (kompleksarvud) seostatud valemiga

$$\underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{D} - \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{C} = 1, \tag{549}$$

sest kui oleme tarbija asendanud generaatoriga ja generaatori tarbijaga, siis peab neliklemmi põhivalem säilitama kehtivuse. Seega

$$\begin{aligned} \underset{\cdot}{U}_1' &= \underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{U}_2' + \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{J}_2', \\ -\underset{\cdot}{J}_1' &= \underset{\cdot}{C}\underset{\cdot}{U}_2' - \underset{\cdot}{D}\underset{\cdot}{J}_2', \end{aligned}$$

millest

$$\left.\begin{aligned} \underset{\cdot}{U}_2' &= \frac{\underset{\cdot}{D}}{\underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{D} - \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{C}}\,\underset{\cdot}{U}_1' + \frac{\underset{\cdot}{B}}{\underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{D} - \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{C}}\,\underset{\cdot}{J}_1', \\ \underset{\cdot}{J}_2' &= \frac{\underset{\cdot}{C}}{\underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{D} - \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{C}}\,\underset{\cdot}{U}_1' + \frac{\underset{\cdot}{D}}{\underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{D} - \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{C}}\,\underset{\cdot}{J}_1'. \end{aligned}\right\} \tag{550}$$

Lühise korral, valemi 548 kohaselt, kui $\underset{\cdot}{U}_2 = 0$, sekundaarne lühisvool

$$\underset{\cdot}{J}_2 = \frac{\underset{\cdot}{U}_1}{\underset{\cdot}{B}}$$

ja lühise korral valemi 550 kohaselt, kui $\underset{\cdot}{U}_1' = 0$,

$$\underset{\cdot}{J}_1' = \frac{\underset{\cdot}{U}_2'}{\underset{\cdot}{B}}\,(\underset{\cdot}{A}\underset{\cdot}{D} - \underset{\cdot}{B}\underset{\cdot}{C}).$$

Võrdse lühisvoolu $\dot{J}_2 = \dot{J}_1'$ tekitamiseks peavad olema võrdsed ka lühisvoolu põhjustavad pinged $\dot{U}_1$ ja $\dot{U}_2'$ ning seega

$$\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C} = 1.$$

Sümmeetrilise neliklemmi korral $\dot{A} = \dot{D}$ ja seepärast

$$\dot{A}^2 = \dot{D}^2 = 1 + \dot{B}\dot{C}. \tag{551}$$

195. Neliklemmi konstantide katseline määramine. Valemitest 547 selgub konstantide $\dot{A}$ ja $\dot{D}$ füüsikaline olemus: $\dot{A}$ määrab primaar- ja sekundaarpinge suhte tühijooksul, $\dot{D}$ — primaar- ja sekundaarvoolu suhte lühisel:

$$\dot{A} = \dot{k}_0 = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{U}_2}, \quad \dot{D} = \dot{k}_k = \frac{\dot{J}_{1k}}{\dot{J}_2}. \tag{552a}$$

Konstandid $\dot{B}$ ja $\dot{C}$ ei oma sellist füüsikaliselt selget mõistet. Võrreldes valemeid 545 ja 548 näeme, et

$$\dot{B} = \dot{k}_k \dot{Z}_k = \dot{D}\dot{Z}_k \quad \text{ja} \quad \dot{C} = \frac{\dot{k}_0}{\dot{Z}_0} = \frac{\dot{A}}{\dot{Z}_0}, \tag{552b}$$

milles $\dot{Z}_k$ on lühise-näivtakistus $\dot{U}_{1k}/\dot{J}_{1k}$ ja $\dot{Z}_0$ — tühijooksu-näivtakistus $\dot{U}_{10}/\dot{J}_{10}$.

Neliklemmi konstantide katselisel määramisel tuleb sooritada järgmised katsed:

Tühijooksukatse — toites neliklemmi primaarpoolelt, mille juures mõõdetakse pinged U_{10} ja U_2, vool J_{10} ning võimsus N_0, millest

$$A = \frac{U_{10}}{U_2}, \quad \cos\varphi_{10} = \frac{N_{10}}{U_{10}J_{10}}, \quad Z_{10} = \frac{U_{10}}{J_{10}},$$

$$\dot{Z}_{10} = Z_{10}\exp j\varphi_{10} = \frac{\dot{A}}{\dot{C}}. \tag{553a}$$

Lühisekatse — toites neliklemmi primaarpoolelt, mille juures mõõdetakse pinge U_{1k}, voolud J_{1k} ja J_2 ning võimsus N_{1k}, millest

$$D = \frac{J_{1k}}{J_2}, \quad \cos\varphi_{1k} = \frac{N_{1k}}{U_{1k}J_{1k}}, \quad Z_{1k} = \frac{U_{1k}}{J_{1k}},$$

$$\dot{Z}_{1k} = Z_{1k}\exp j\varphi_{1k} = \frac{\dot{B}}{\dot{D}}. \tag{553b}$$

Et lineaarse neliklemmi näivtakistused Z_{10} ja Z_{1k} on pingest sõltumatud, siis teostatakse tühijooksukatse normaalpingel, lühisekatse aga tavaliselt vähendatud pingel. Ebasümmeetrilise neliklemmi kor-

ral on nelja konstandi määramiseks vaja teostada veel üks tühijooksu ja üks lühisekatse, toites neliklemmi sekundaarpoolelt.

Tühijooksul mõõdetakse jällegi U_{20}, J_{20} ja N_{20}, millest

$$\dot{Z}_{20} = Z_{20} \exp j\varphi_{20} = \frac{\dot{D}}{\dot{C}}. \tag{553c}$$

Lühisel mõõdetakse U_{2k}, J_{2k}, J_1 ja N_{2k}, millest

$$\dot{Z}_{2k} = Z_{2k} \exp j\varphi_{2k} = \frac{\dot{B}}{\dot{A}}. \tag{553d}$$

Leitud valemeist määrame:

$$\frac{\dot{Z}_{10}}{\dot{Z}_{1k}} = \frac{\dot{A}\dot{D}}{\dot{C}\dot{B}}, \quad \frac{\dot{Z}_{20}}{\dot{Z}_{2k}} = \frac{\dot{D}\dot{A}}{\dot{C}\dot{B}},$$

millest

$$\frac{\dot{Z}_{10}}{\dot{Z}_{1k}} = \frac{\dot{Z}_{20}}{\dot{Z}_{2k}}, \quad 1 - \frac{\dot{Z}_{1k}}{\dot{Z}_{10}} = 1 - \frac{\dot{B}\dot{C}}{\dot{A}\dot{D}} = \frac{\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C}}{\dot{A}\dot{D}} = \frac{1}{\dot{A}\dot{D}}$$

ja

$$\frac{\dot{Z}_{1k}}{\dot{Z}_{2k}} = \frac{\dot{B}\dot{A}}{\dot{D}\dot{B}} = \frac{\dot{A}}{\dot{D}}.$$

Jagades teineteisega kaks viimast avaldist saame: neliklemmi konstant

$$\dot{A} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{1k}/\dot{Z}_{2k}}{1 - \dot{Z}_{1k}/\dot{Z}_{10}}} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{10}/\dot{Z}_{20}}{1 - \dot{Z}_{2k}/\dot{Z}_{20}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\dot{Z}_{10}\,\dot{Z}_{20}}{\dot{Z}_{20}(\dot{Z}_{20} - \dot{Z}_{2k})}} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{10}}{\dot{Z}_{20} - \dot{Z}_{2k}}} = A \exp j\alpha, \tag{554a}$$

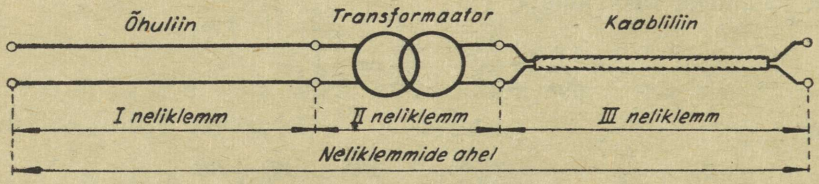
milles α määrab primaar- ja sekundaarpingete vahelise nurga. Konstandid

$$\dot{B} = \frac{\dot{Z}_{2k}}{\dot{A}}, \quad \dot{C} = \frac{\dot{A}}{\dot{Z}_{10}} \quad \text{ja} \quad \dot{D} = \frac{\dot{B}}{\dot{Z}_{1k}}. \tag{554b}$$

Sümmeetrilise neliklemmi korral $\dot{Z}_{10} = \dot{Z}_{20}$, $\dot{Z}_{1k} = \dot{Z}_{2k}$, $\dot{A} = \dot{D}$, $\dot{A}^2 - \dot{B}\dot{C} = 1$ ja neliklemmi konstandid

$$\dot{A} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{10}}{\dot{Z}_{10} - \dot{Z}_{1k}}}, \quad \dot{B} = \dot{A}\dot{Z}_{1k}, \quad \dot{C} = \frac{\dot{A}}{\dot{Z}_{10}}. \tag{555}$$

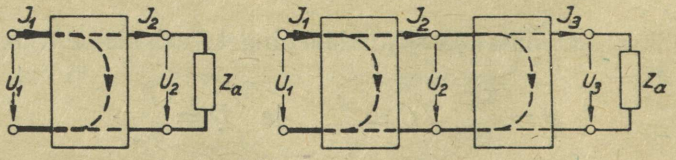
196. Sümmeetriliste neliklemmide ahel. Enamik neliklemme on alajaotatav reaks üksteisega järjestikku ühendatavaiks lülideks, millest iga lüli on omaette neliklemm. Näitena on joonisel 303 toodud neliklemmide ahel — järjestikku olevad õhuliin, transformaator ja kaabliliin. Ka iga pikk õhu- ja kaabliliin on omaette vaadeldav rea ühesuguste neliklemmide ahelana, kus iga lüli moodustab sümmeetrilise lineaarse neliklemmi, seega sellise, mida läbiv vool on proportsionaalne pingega. Neliklemmi omaduste tundmaõppimiseks vaatleme siinkohal ainult sümmeetrilist lülideks jaotatavat pikka liini, millega täiesti analoogiline on ka ühesugustest lülidest — neliklemmidest — koostatav elektriline madal- või suurpääsfilter.



Joon. 303. Kolmelüline neliklemmide ahel.

Olgu neliklemmiga ühendatud takistust Z_a omav tarbija (joon. 304). Selle tarbija toitmiseks on neliklemmi primaarklemmidele rakendatud pinge U_1 ja neliklemmi siseneb vool J_1. Selle pinge ja voolu jagatis on neliklemmi primaarklemmide vaheline (resulteeruv) näivtakistus Z_1, mida nimetame neliklemmi s i s e n e m i s t a k i s t u s e k s:

$$\underset{\cdot}{Z}_1 = \frac{\underset{\cdot}{U}_1}{\underset{\cdot}{J}_1}.$$



Joon. 304. Üksik neliklemm ja kahelüline neliklemmide ahel.

Nagu näha, on sisenemistakistus sõltuv tarbija takistusest $\underset{\cdot}{Z}_a$ ja seega ei piisa neliklemmi poolt primaarpoolel siseneva voolu arvutamiseks ainult neliklemmi konstantide tundmisest. Kõigist võimalikest tarbijaist

on erandlikud kolm. Tarbija takistus võib võrduda nulliga; sellele vastav sisenemistakistus on primaarne lühisetakistus

$$\underline{Z}_{1k} = \underline{U}_{1k}/\underline{J}_{1k}.$$

Tarbija takistus võib olla aga ka ülisuur; sellele vastab primaarne tühijooksutakistus

$$\underline{Z}_{10} = \underline{U}_{10}/\underline{J}_{10}.$$

Nende äärmuslike olukordade vahel on olemas veel üks huvitav ja oluline, mis aga sõltub juba neliklemmist endast: koormustakistus võrdub neliklemmi nn. tunnustakistusega.

Ühendame neliklemmi ja tarbija vahele veel esimesega samase neliklemmi (joon. 304). Ka temas pöördub osa sisenevast voolust generaatorisse tagasi, mistõttu tarbijasse jõudev vool osutub veelgi nõrgemaks. Kuid esimesse neliklemmi sisenev vool ja seega ka sisenemistakistus Z_1 on nüüd juba vähem sõltuvad tarbija takistusest Z_a. Ühendades tarbija ette veel kolmanda, neljanda jne. neliklemmi muutub tarbijasse jõudev vool ikka nõrgemaks; küllalt pika neliklemmide ahela korral võib tarbija voolu, seega ka tarbija takistuse jätta üldse kaasa arvutamata ja seega teha sisenemistakistus Z_1 sõltumatuks tarbija takistusest Z_a. Pika liini korral nimetatakse sellist neliklemmi sisenemistakistust liini laine- ehk tunnustakistuseks Z_t. Seega võib neliklemmide pika ahela lõpul oleva tarbija takistus olla nii null kui ka ülisuur, mõjustamata tunnustakistust.

Meie neliklemmide pikas ahelas pole ainult esimese neliklemmi sisenemistakistus võrdne liini tunnustakistusega, vaid ka teise ja iga järgneva neliklemmi primaarklemmide vahel mõõdetav, sest igaühele neist järgneb veel suur hulk ahela ühesuguseid lülisid. Meid seejuures huvitav eriolukord on järgmine: ahela lõpul oleva tarbija takistus võrdub ahela tunnustakistusega: $\underline{Z}_a = \underline{Z}_t$. Sellisel korral pole enam oluline, et ahel peaks olema väga pikk. Ta võib koosneda ka mõnest üksikust või isegi ühest ainsast neliklemmist, omades kõik pika ahela omadused. On võimalik tõestada, et sellise (sümmeetrilise ja lineaarse) neliklemmi tunnustakistus on tema tühijooksu- ja lühisetakistuse geomeetriline keskmine, seega

$$\underline{Z}_t = \sqrt{\underline{Z}_0 \underline{Z}_k} = \sqrt{\underline{Z}_0 \exp j\varphi_0 \cdot Z_k \exp j\varphi_k} =$$

$$= \sqrt{Z_0 Z_k} \sqrt{\exp j(\varphi_0 + \varphi_k)} = \sqrt{Z_0 Z_k} \exp j \frac{\varphi_0 + \varphi_k}{2}. \qquad (556)$$

Olgu antud n lülist koosnev neliklemmide ahel selle lõpul oleva tunnustakistust $\dot{Z}_t$ omava tarbijaga. Seega iga lüli kohta kehtib seos

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{J}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{J}_2} = \ldots = \frac{\dot{U}_n}{\dot{J}_n} = \frac{\dot{U}_{n+1}}{\dot{J}_{n+1}} = \dot{Z}_t.$$

Ahela iseloomustamiseks määrame tema kui sümmeetrilise neliklemmi konstandid $\dot{A}$, $\dot{B}$ ja $\dot{C}$, kusjuures valemi 551 kohaselt $\dot{A}^2 - \dot{B}\dot{C} = 1$. Primaarsed pinge ja vool on seega:

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_{n+1} + \dot{B}\dot{J}_{n+1} \quad \text{ja} \quad \dot{J}_1 = \dot{C}\dot{U}_{n+1} + \dot{A}\dot{J}_{n+1}.$$

Ahela viimase lüli lõpul, s. o. tarbija klemmidel pinge

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{J}_{n+1}\dot{Z}_t,$$

seega

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{n+1}\left(\dot{A} + \frac{\dot{B}}{\dot{Z}_t}\right) \quad \text{ja} \quad \dot{J}_1 = \dot{J}_{n+1}(\dot{C}\dot{Z}_t + \dot{A}).$$

Jagades kaks viimast võrrandit teineteisega ja võttes arvesse, et $\dot{U}_1/\dot{J}_1 = \dot{U}_{n+1}/\dot{J}_{n+1}$ saame:

$$\dot{A} + \frac{\dot{B}}{\dot{Z}_t} = \dot{C}\dot{Z}_t + \dot{A}, \quad \dot{Z}_t^2 = \frac{\dot{B}}{\dot{C}} \quad \text{ja} \quad \dot{Z}_t = \sqrt{\frac{\dot{B}}{\dot{C}}},$$

millest

$$\dot{B} = \dot{Z}_t\sqrt{\dot{A}^2 - 1} \quad \text{ja} \quad \dot{C} = \frac{1}{\dot{Z}_t}\sqrt{\dot{A}^2 - 1}.$$

Seega primaarpinge ja -vool

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{n+1}(\dot{A} + \sqrt{\dot{A}^2 - 1}) \quad \text{ja} \quad \dot{J}_1 = \dot{J}_{n+1}(\dot{A} + \sqrt{\dot{A}^2 - 1}),$$

millest

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_{n+1}} = \frac{\dot{J}_1}{\dot{J}_{n+1}} = \dot{A} + \sqrt{\dot{A}^2 - 1}.$$

Et aga iga lüli sisenemistakistus

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{J}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{J}_2} = \ldots = \frac{\dot{U}_{n+1}}{\dot{J}_{n+1}} = \dot{Z}_t = const,$$

siis ka suhe

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_3} = \ldots = \frac{\dot{U}_n}{\dot{U}_{n+1}} = \frac{\dot{J}_1}{\dot{J}_2} = \frac{\dot{J}_2}{\dot{J}_3} = \ldots = \frac{\dot{J}_n}{\dot{J}_{n+1}} = const,$$

millest

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_{n+1}} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right)^n = \frac{\dot{J}_1}{\dot{J}_{n+1}} = \left(\frac{\dot{J}_1}{\dot{J}_2}\right)^n = \dot{A} + \sqrt{\dot{A}^2 - 1}.$$

Nimetame levimuseks g ahela üksiku lüli pinge (või voolu) ülekandesuhte naturaallogaritmi:

$$g = b + ja = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{J_1}{J_2}; \tag{557}$$

siis

$$\frac{U_1}{U_{n+1}} = \frac{J_1}{J_{n+1}} = A + \sqrt{A^2 - 1} = e^{ng} = \exp ng.$$

Viimase pöördväärtus

$$e^{-ng} = \exp(-ng) = \frac{1}{A + \sqrt{A^2 - 1}} \frac{A - \sqrt{A^2 - 1}}{A - \sqrt{A^2 - 1}} = A - \sqrt{A^2 - 1}.$$

Seega neliklemmi konstandid:

$$A = \frac{e^{ng} + e^{-ng}}{2} = \operatorname{ch} ng, \tag{558a}$$

milles ch tähistab hüperboolset koosinust; et

$$\sqrt{A^2 - 1} = \sqrt{\operatorname{ch}^2 ng - 1} = \operatorname{sh} ng = \frac{e^{ng} - e^{-ng}}{2},$$

siis

$$\left.\begin{aligned} B &= Z_t \sqrt{A^2 - 1} = Z_t \operatorname{sh} ng, \\ C &= \frac{1}{Z_t} \sqrt{A^2 - 1} = \frac{\operatorname{sh} ng}{Z_t}. \end{aligned}\right\} \tag{558b}$$

Kui asetame konstantide A, B ja C nii määratud avaldised ahela primaarpinge ja -voolu võrrandisse 548, siis saame:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= U_{n+1} \operatorname{ch} ng + J_{n+1} Z_t \operatorname{sh} ng, \\ J_1 &= \frac{U_{n+1}}{Z_t} \operatorname{sh} ng + J_{n+1} \operatorname{sh} ng \end{aligned}\right\} \tag{559a}$$

ehk

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \tfrac{1}{2}(U_{n+1} + J_{n+1} Z_t) \exp ng + \tfrac{1}{2}(U_{n+1} - J_{n+1} Z_t) \exp(-ng), \\ J_1 &= \frac{1}{2}\left(J_{n+1} + \frac{U_{n+1}}{Z_t}\right) \exp ng + \frac{1}{2}\left(J_{n+1} - \frac{U_{n+1}}{Z_t}\right) \exp(-ng). \end{aligned}\right\} \tag{559b}$$

Kui väljendame ahela lõpul oleva pinge ja voolu primaarklemmidel olevate kaudu, siis saame:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{n+1} &= \dot{U}_1 \operatorname{ch} n\dot{g} - \dot{J}_1 \dot{Z}_t \operatorname{sh} n\dot{g}, \\ \dot{J}_{n+1} &= \dot{J}_1 \operatorname{ch} n\dot{g} - \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} n\dot{g} \end{aligned}\right\} \qquad (560a)$$

ehk

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{n+1} &= \tfrac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{J}_1\dot{Z}_t)\exp(-n\dot{g}) + \tfrac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{J}_1\dot{Z}_t)\exp n\dot{g}, \\ \dot{J}_{n+1} &= \tfrac{1}{2}\left(\dot{J}_1 - \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_t}\right)\exp(-n\dot{g}) - \tfrac{1}{2}\left(\dot{J}_1 - \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_t}\right)\exp n\dot{g}. \end{aligned}\right\} \qquad (560b)$$

Nagu see hiljem pika elektriliini tundmaõppimisel selgub, nimetatakse võrrandite 558b ja 559b liikmeid teguriga $\exp(-n\dot{g})$ pinge või voolu langevaks laineks, liikmeid teguriga $\exp n\dot{g}$ — peegeldunud laineks.

Levimuse $\dot{g} = b + ja$ füüsikalise olemuse selgitamiseks lähtume varemtehtud oletusest, et liini lõppu on ühendatud tarbija tunnustakistusega $\dot{Z}_t = Z_t \exp j\vartheta$. Nagu nägime varem (val. 557), on

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_3} = \ldots = \exp \dot{g} = \exp(b + ja) = \exp b \cdot \exp ja.$$

Selles avaldises neprites mõõdetav sumbumus

$$b = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{J_1}{J_2} \qquad (561)$$

on neliklemmi primaar- ja sekundaarpingete (või voolude) efektiivväärtuste suhte naturaallogaritm. Nii vastab näiteks 0,69 neprit pingete suhtele 2 : 1 ja 2,30 neprit pingete suhtele 10 : 1. See, et ahela iga lüli primaar- ja sekundaarvõimsuste suhe

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1 J_1 \cos\vartheta}{U_2 J_2 \cos\vartheta} = \frac{U_1 J_1}{U_2 J_2} = \exp 2b$$

on alati positiivne, näitab, et ka sumbumus b on igal juhul positiivne, sest lülisse sisenev võimsus N_1 on alati kadude võrra suurem lülist väljuvast võimsusest N_2. Seejuures aga püsib voolu ja pinge vaheline nihkenurk ϑ konstantsena, sest kõikide lülide sisenemistakistus võrdub ju tunnustakistusega $\dot{Z}_t = Z_t \exp j\vartheta$.

Valemis

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \exp \dot{g} = \exp(b + ja) = \exp b \cdot \exp ja$$

näitab tegur $\exp ja$ lüli primaar- ja sekundaarpinge (või primaar- ja sekundaarvoolu) faaside erinevust nurga a võrra; viimast nimetatakse neliklemmi nurgamääraks ehk hilinemuseks.

n lüli omava neliklemmide ahela esimese ja viimase lüli pingete (või voolude) suhe on

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_{n+1}} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right)^n = (\exp \dot{g})^n = \exp n\dot{g} = \exp nb \cdot \exp jna. \qquad (562)$$

Nagu näeme, on n lülist koosneva ahela levimus, seega ka tema sumbumus ja hilinemus, proportsionaalne ahela lülide arvuga.

Näide 142. 41-ks lüliks alajaotatud 70 km pikkust telefonikaablit toidetakse sagedusega 1 kHz. Liini iga lüli algul olev pinge suhtub lüli lõpul olevasse nagu 1,07 : 1,00 ja tema faas hilineb lüli algul oleva suhtes 14°. Määrata kogu liini sumbumus b ja hilinemus a, s. o. liini lõpul oleva pinge hilinemine kraadides ning sellele hilinemisele vastav hilinemisaeg sekundeis.

Lahendus. Ühe lüli sumbumus, s. o. pingete suhte naturaallogaritm

$$b = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{1{,}07}{1{,}00} = 0{,}068 \text{ neprit},$$

tema hilinemus

$$a = 14^0$$

(on tähtsuseta, kas a mõõdetakse radiaanides või kraadides). Kogu liini levimus

$$n\dot{g} = n\,(b + ja) = 41(0{,}068 + j14^0) = 2{,}79\,\mathrm{N} + j574^0$$

(N = neper), seega liini lõpul olev pinge suhtub liini algul olevasse nagu $1 : e^{2{,}79} = 1 : 16{,}5$; tema faas hilineb (võrreldes liini algul olevaga) 574°. Et 1000 Hz juures 360°-le hilinemisele vastab perioodi aeg

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1000} \text{ sec} = 1 \text{ msec},$$

siis 574°-sele hilinemisele vastab aeg

$$\frac{574}{360} \cdot 1 = 1{,}6 \text{ msec}.$$

Lisaks kirjeldatud konstantidele — tühijooksu-näivtakistus $\dot{Z}_0 = \dot{U}_{10}/\dot{J}_{10}$, lühise-näivtakistus $\dot{Z}_k = \dot{U}_{1k}/\dot{J}_{1k}$, tunnustakistus $\dot{Z}_t$ ja levimus $\dot{g} = \ln (\dot{U}_1/\dot{U}_2)$, on mõnikord oluline ja arvutamist lihtsustav teada nn. sidestustakistust $\dot{Z}_M$, mille all mõistetakse tühijooksus

oleva neliklemmi sekundaarklemmidel oleva pinge $\dot{U}_2$ suhet primaarse tühijooksuvooluga $\dot{J}_{10}$, s. o.

$$\dot{Z}_M = \frac{\dot{U}_2}{\dot{J}_{10}}; \tag{563}$$

temale vastab neliklemmi moodustava transformaatori korral vastuinduktiivtakistus $\dot{Z}_M = j\omega M$ (vt. p. 187). Seega sekundaarpinge tühijooksul (mis tühijooksukatse ajal hoitakse võrdne sekundaarpingega $\dot{U}_2$)

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{10}\frac{\dot{Z}_M}{\dot{Z}_0}.$$

Kui sümmeetriline neliklemm on koormatud nii primaar- kui ka sekundaarpoolel energia tootja ja tarbijaga, mille näivtakistus võrdub neliklemmi tunnustakistusega $\dot{Z}_t$, siis võrdub ka neliklemmi sisenemistakistus tunnustakistusega. Seega asetsevad lahutuskohas nii neliklemmi eel kui ka järel võrdsed näivtakistused $\dot{Z}_t$. Kuid on võimalik valida energia tootja ja tarbija näivtakistust ka nii, et lahutuskohast paremal ja vasakul asetseksid küll suuruselt võrdsed, kuid vastasmärgilised näivtakistused. Sel puhul on nende summa lahutuskohas võrdne nulliga ja tegevtakistuse täielikul puudumisel peaks nii neliklemmi sisenev kui ka temast väljuv vool olema ülisuur. Lülitus nimetatakse siis endaergutamise piiril olevaks (saavutatav lampsaatja ja lampvastuvõtja kasutamisega). Neliklemmi näivtakistust, mille juures selline olukord võib tekkida, nimetatakse neliklemmi võnketakistuseks $\dot{Z}_v$. Võib näidata, et selline võnketakistus

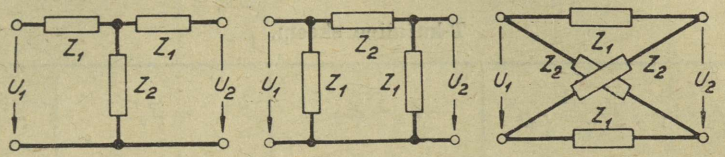
$$\dot{Z}_v = -\dot{Z}_0 \pm \sqrt{\dot{Z}_0(\dot{Z}_0 - \dot{Z}_k)}.$$

Et aga valemis esinev ruutjuurega liige võrdub neliklemmi sidestustakistusega $\dot{Z}_M$ (vt. tabel 29), siis võnkumistakistused

$$\left.\begin{aligned} \dot{Z}_v' &= -\dot{Z}_0 + \dot{Z}_M \\ \text{ja} \qquad & \\ \dot{Z}_v'' &= -\dot{Z}_0 - \dot{Z}_M. \end{aligned}\right\} \tag{564}$$

197. Sümmeetrilise neliklemmi T-, Π- ja X-kujuline aseskeem. Elementide lihtsaima ühendamise kombinatsiooni seisukohalt võib sümmeetrilise neliklemmi aseskeemi kujundada kas T-, Π- või X-kujulisena (joon. 305). T-kujuline aseskeem koosneb kahest järjestikku ühendatavast näivtakistusest $\dot{Z}_1$, millede vahel asetseb rööbiti ühendatav vooluharu näivtakistusega $\dot{Z}_2$. Π-kujuline aseskeem koosneb takistusest $\dot{Z}_2$, mille eel ja järel asuvad rööbitised takistused $\dot{Z}_1$. X-kujuline aseskeem

omab mõlemas harus takistuse Z_1 ja viimaste otste vahel kaks risti ühendatavat takistust Z_2. X-kujulist lülitust nimetatakse ka sildlülituseks; ka nn. Wheatstone'i sild takistuste mõõtmiseks on X-kujuline neliklemm kahe primaarklemmiga vooluallikale ja kahe sekundaarklemmiga galvanomeetrile.



Joon. 305. Sümmeetrilise neliklemmi T-, П- ja X-kujuline aseskeem.

Siinjuures olev tabel 26 võimaldab teostada lineaarse sümmeetrilise neliklemmi näivtakistuste Z_1 ja Z_2 vastastikust ümberarvutamist ühe skeemi asendamisel teisega. Tabel 27 võimaldab T-, П- ja X-kujulise skeemi näivtakistuste Z_1 ja Z_2 määramist, kui on teada kas tühijooksu- ja lühisetakistused Z_0 ja Z_k, tühijooksu- ja sidestustakistused Z_0 ja Z_M, võnketakistused Z_v' ja Z_v'' või tunnustakistus Z_t ja levimus g. Tabelisse 28 on koondatud T-, П- ja X-kujulise skeemi konstandid, tabel 29 võimaldab orienteeruda samade konstantide omavahelises seoses.

Tabel 26.

T-, П- ja X-kujuliste aseskeemide vastastikune ümberarvutamine (joon. 305).

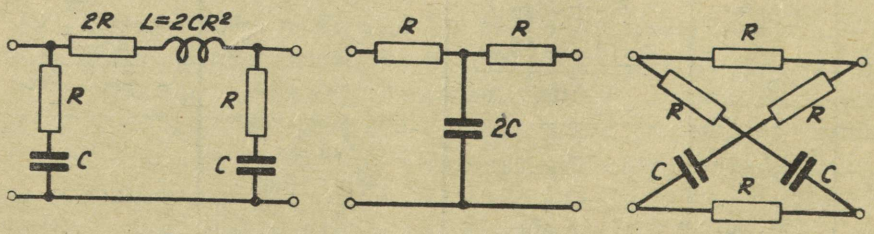
		T	П	X
T	$\dot{Z}_{1T} =$		$\frac{\dot{Z}_{1П}\dot{Z}_{2П}}{2\dot{Z}_{1П}+\dot{Z}_{2П}}$	$\dot{Z}_{1X}$
	$\dot{Z}_{2T} =$		$\frac{\dot{Z}_{1П}^2}{2\dot{Z}_{1П}+\dot{Z}_{2П}}$	$\frac{1}{2}(\dot{Z}_{2X}-\dot{Z}_{1X})$
П	$\dot{Z}_{1П} =$	$\dot{Z}_{1T}+2\dot{Z}_{2T}$		$\dot{Z}_{2X}$
	$\dot{Z}_{2П} =$	$\frac{\dot{Z}_{1T}(\dot{Z}_{1T}+2\dot{Z}_{2T})}{\dot{Z}_{2T}}$		$\frac{2\dot{Z}_{1X}\dot{Z}_{2X}}{\dot{Z}_{2X}-\dot{Z}_{1X}}$
X	$\dot{Z}_{1X} =$	$\dot{Z}_{1T}$	$\frac{\dot{Z}_{1П}\dot{Z}_{2П}}{2\dot{Z}_{1П}+\dot{Z}_{2П}}$	
	$\dot{Z}_{2X} =$	$\dot{Z}_{1T}+2\dot{Z}_{2T}$	$\dot{Z}_{1П}$	

Tabel 27.

T-, Π- ja X-kujuliste aseskeemide näivtakistused.

	$\underset{\cdot}{Z}_o$, $\underset{\cdot}{Z}_k$	$\underset{\cdot}{Z}_o$, $\underset{\cdot}{Z}_M$	$\underset{\cdot}{Z}_v'$, $\underset{\cdot}{Z}_v''$	$\underset{\cdot}{Z}_t$, $\underset{\cdot}{g}$
T-kujuline skeem.				
$\underset{\cdot}{Z}_1 =$	$\underset{\cdot}{Z}_o - \sqrt{\underset{\cdot}{Z}_o(\underset{\cdot}{Z}_o - \underset{\cdot}{Z}_k)}$	$\underset{\cdot}{Z}_o - \underset{\cdot}{Z}_M$	$-\underset{\cdot}{Z}_v'$	$\underset{\cdot}{Z}_t \operatorname{th}\frac{\underset{\cdot}{g}}{2}$
$\underset{\cdot}{Z}_2 =$	$\sqrt{\underset{\cdot}{Z}_o(\underset{\cdot}{Z}_o - \underset{\cdot}{Z}_k)}$	$\underset{\cdot}{Z}_M$	$\frac{\underset{\cdot}{Z}_v' - \underset{\cdot}{Z}_v''}{2}$	$\frac{\underset{\cdot}{Z}_t}{\operatorname{sh}\underset{\cdot}{g}}$
Π-kujuline skeem.				
$\underset{\cdot}{Z}_1 =$	$\underset{\cdot}{Z}_o + \sqrt{\underset{\cdot}{Z}_o(\underset{\cdot}{Z}_o - \underset{\cdot}{Z}_k)}$	$\underset{\cdot}{Z}_o + \underset{\cdot}{Z}_M$	$-\underset{\cdot}{Z}_v''$	$\underset{\cdot}{Z}_t \operatorname{cth}\frac{\underset{\cdot}{g}}{2}$
$\underset{\cdot}{Z}_2 =$	$\frac{\underset{\cdot}{Z}_o\,\underset{\cdot}{Z}_k}{\sqrt{\underset{\cdot}{Z}_o(\underset{\cdot}{Z}_o - \underset{\cdot}{Z}_k)}}$	$\frac{\underset{\cdot}{Z}_o^2 - \underset{\cdot}{Z}_M^2}{\underset{\cdot}{Z}_M}$	$\frac{2\underset{\cdot}{Z}_v'\underset{\cdot}{Z}_v''}{\underset{\cdot}{Z}_v' - \underset{\cdot}{Z}_v''}$	$\underset{\cdot}{Z}_t \operatorname{sh}\underset{\cdot}{g}$
X-kujuline skeem.				
$\underset{\cdot}{Z}_1 =$	$\underset{\cdot}{Z}_o - \sqrt{\underset{\cdot}{Z}_o(\underset{\cdot}{Z}_o - \underset{\cdot}{Z}_k)}$	$\underset{\cdot}{Z}_o - \underset{\cdot}{Z}_M$	$-\underset{\cdot}{Z}_v'$	$\underset{\cdot}{Z}_t \operatorname{th}\frac{\underset{\cdot}{g}}{2}$
$\underset{\cdot}{Z}_2 =$	$\underset{\cdot}{Z}_o + \sqrt{\underset{\cdot}{Z}_o(\underset{\cdot}{Z}_o - \underset{\cdot}{Z}_k)}$	$\underset{\cdot}{Z}_o + \underset{\cdot}{Z}_M$	$-\underset{\cdot}{Z}_v''$	$\underset{\cdot}{Z}_t \operatorname{cth}\frac{\underset{\cdot}{g}}{2}$

Näide 143. Nurksagedusel ω toidetava Π-kujulise neliklemmi rööbitistes harudes on tegevtakistus $R_1 = R$ ja viimasega järjestikku ühendatud kondensaator mahtuvusega $C_1 = C$ (joon. 306); järjestikuses



Joon. 306. Ekvivalentsed aseskeemid näitele 143.

Tabel 28.

T-, П- ja X-kujulise aseskeemi konstandid.

	T	П	X
Tühijooksutakistus $\dot{Z}_o$	$\dot{Z}_1+\dot{Z}_2$	$\frac{\dot{Z}_1(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)}{2\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$	$\frac{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}{2}$
Lühisetakistus $\dot{Z}_k$	$\frac{\dot{Z}_1(\dot{Z}_1+2\dot{Z}_2)}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$	$\frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$	$\frac{2\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{2\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$
Sidestustakistus $\dot{Z}_M$	$\dot{Z}_2$	$\frac{\dot{Z}_1^2}{2\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$	$\frac{\dot{Z}_2-\dot{Z}_1}{2}$
Võnketakistus $\dot{Z}_v'$	$-\dot{Z}_1$	$-\frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{2\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$	$-\dot{Z}_1$
Võnketakistus $\dot{Z}_v''$	$-(\dot{Z}_1+2\dot{Z}_2)$	$-\dot{Z}_1$	$-\dot{Z}_2$
Laine- ehk tunnustakistus $\dot{Z}_t$	$\sqrt{\dot{Z}_1(\dot{Z}_1+2\dot{Z}_2)}$	$\dot{Z}_1\sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{2\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}}$	$\sqrt{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}$
Levimus $\dot{g}$	$\operatorname{ar\,ch}\left(1+\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}\right)$	$\operatorname{ar\,ch}\left(1+\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}\right)$	$2\operatorname{ar\,th}\sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}}$

harus on paispool tegevtakistusega $R_2=2R$ ja induktiivsusega $L_2=2CR^2$. Seega

$$\dot{Z}_{1\text{П}}=R+\frac{1}{j\omega C} \quad \text{ja} \quad \dot{Z}_{2\text{П}}=2R+j\omega 2CR^2.$$

Määrata ekvivalentsete T- ja X-kujuliste aseskeemide elemendid.

Lahendus. T-kujulise aseskeemi korral

$$\dot{Z}_{1\text{T}}=\frac{\dot{Z}_{1\text{П}}\dot{Z}_{2\text{П}}}{2\dot{Z}_{1\text{П}}+\dot{Z}_{2\text{П}}}=\frac{(R+1/\omega C)(2R+j\omega 2CR^2)}{2(R+1/j\omega C)+2R+j\omega 2CR^2}=R,$$

$$\dot{Z}_{2\text{T}}=\frac{\dot{Z}_{1\text{П}}^2}{2\dot{Z}_{1\text{П}}+\dot{Z}_{2\text{П}}}=\frac{(R+1/j\omega C)^2}{2(R+1/j\omega C)+2R+j\omega 2CR^2}=\frac{1}{j\omega 2C},$$

Tabel 29.

Sümmeetrilise lineaarse neliklemmi konstantidevaheline seos.

	$\dot{Z}_0$ ja $\dot{Z}_k$	$\dot{Z}_0$ ja $\dot{Z}_M$	$\dot{Z}_v'$ ja $\dot{Z}_v''$	$\dot{Z}_t$ ja $\dot{g}$
$\dot{Z}_0$	$\dot{Z}_0$	$\dot{Z}_0$	$-\frac{\dot{Z}_v'+\dot{Z}_v''}{2}$	$\dot{Z}_t \operatorname{cth} \dot{g}$
$\dot{Z}_k$	$\dot{Z}_k$	$\dot{Z}_0-\frac{\dot{Z}_M^2}{\dot{Z}_0}$	$\frac{2\dot{Z}_v'\dot{Z}_v''}{\dot{Z}_v'+\dot{Z}_v''}$	$\dot{Z}_t \operatorname{th} \dot{g}$
$\dot{Z}_M$	$\sqrt{\dot{Z}_0(\dot{Z}_0-\dot{Z}_k)}$	$\dot{Z}_M$	$\frac{\dot{Z}_v'-\dot{Z}_v''}{2}$	$\frac{\dot{Z}_t}{\operatorname{sh} \dot{g}}$
$\dot{Z}_v'$	$-\dot{Z}_0+\sqrt{\dot{Z}_0(\dot{Z}_0-\dot{Z}_k)}$	$-\dot{Z}_0+\dot{Z}_M$	$\dot{Z}_v'$	$-\dot{Z}_t \operatorname{th} \frac{\dot{g}}{2}$
$\dot{Z}_v''$	$-\dot{Z}_0-\sqrt{\dot{Z}_0(\dot{Z}_0-\dot{Z}_k)}$	$-\dot{Z}_0-\dot{Z}_M$	$\dot{Z}_v''$	$-\dot{Z}_t \operatorname{cth} \frac{\dot{g}}{2}$
$\dot{Z}_t$	$\sqrt{\dot{Z}_0\dot{Z}_k}$	$\dot{Z}_0^2-\dot{Z}_M^2$	$\sqrt{\dot{Z}_v'\dot{Z}_v''}$	$\dot{Z}_t$
$\dot{g}$	$\operatorname{ar th}\sqrt{\frac{\dot{Z}_k}{\dot{Z}_0}}$	$\operatorname{ar ch}\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Z}_M}$	$2\operatorname{ar th}\sqrt{\frac{\dot{Z}_v'}{\dot{Z}_v''}}$	$\dot{g}$

X-kujulise aseskeemi korral

$$\dot{Z}_{1X}=\dot{Z}_{1T}=R,$$

$$\dot{Z}_{2X}=\dot{Z}_{1\Pi}=R+\frac{1}{j\omega C}.$$

Nagu näha, osutus võimalikuks määrata kolm erisugust, kuid elektriliselt samaväärset, s. o. sama sumbumuse ja levimusega, skeemi. Kuid selline lihtne lahendus, kus kasutamisele tulevad ainult tegevtakistused, kondensaatorid ja paispoolid, pole igakord saavutatav. Tavaliselt osutub samaväärse skeemi loomine võimalikuks ainult negatiivsete tegevtakistuste, negatiivsete induktiivsuste ja negatiivsete mahtuvuste tarvituselevõtmisega. Viimane aga tingib lampseadmete toomist skeemi.

Näide 144. Pupiniseerimata kaabli korral on väikesagedusele peamisteks takistusteks juhtmete tegevtakistus R ja juhtmetevaheline mahtuvustakistus $1/j\omega C$. Määrata kaabli tunnustakistus.

Lahendus. Valemi 556 kohaselt (samuti ka tabeli 29 andmeil) on tunnustakistus $\underset{\cdot}{Z}_t$ tühijooksu- ja lühisetakistuste geomeetriline keskmine. Antud juhul on tühijooksutakistuseks praktiliselt ainult mahtuvustakistus, seega

$$\underset{\cdot}{Z}_0 = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \exp(-j90^0),$$

lühisetakistuseks aga ainult kaabli tegevtakistus, seega

$$\underset{\cdot}{Z}_k = R.$$

Siit tunnustakistus

$$\underset{\cdot}{Z}_t = \sqrt{\underset{\cdot}{Z}_0 \underset{\cdot}{Z}_k} = \sqrt{Z_0 Z_k} \exp j \frac{\varphi_0 + \varphi_k}{2} = \sqrt{R/\omega C} \exp j \frac{-90^0 + 0^0}{2} =$$

$$= \sqrt{R/\omega C} \exp(-j45^0).$$

XLV peatükk.

RINGDIAGRAMMID.

Elektrotehnikas võimaldavad kohakõverad saada ülevaatliku ja täpse kujutluse vahelduvvoolu ringis olevaist vooludest, pingetest ja võimsustest, võimsus- ja kasutegurist ning pöörlevate masinate korral ka pöördemomendist ja libistusest. Vektorite kohakõverad on allpool nimetatud diagrammideks. Nende kuju võib osutuda vägagi keerukaks, kuid praktilisest seisukohast olulisemail juhtumeil kujutavad nad endast ringe ja sirgeid ning ainult selliseid ongi käsitletud käesolevas peatükis.

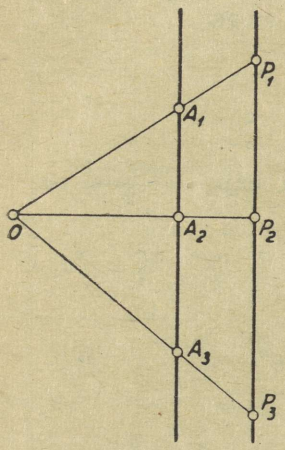
198. Inverssus. Diagrammvektoritega sooritatavaist tehteist on vektorite liitmist ja lahutamist teostatud juba eespool. Juhtivuse arvutamisel takistuse pöördväärtuse määramise kaudu, voolu arvutamisel pinge ja takistuse jagamise kaudu jne. aga toimetatakse diagrammvektorite korrutamist ja jagamist. Seejuures tuleb võtta arvesse järgmist.

A. Ühisest punktist algavate ja kohakõverat kujundavate diagrammvektorite korrutamisel või jagamisel arvuga a saadakse esialgse kohakõveraga **sarnane** kohakõver, kusjuures mõlema kohakõvera vastavad punktid asetsevad vektorite algpunkti läbival sirgel.

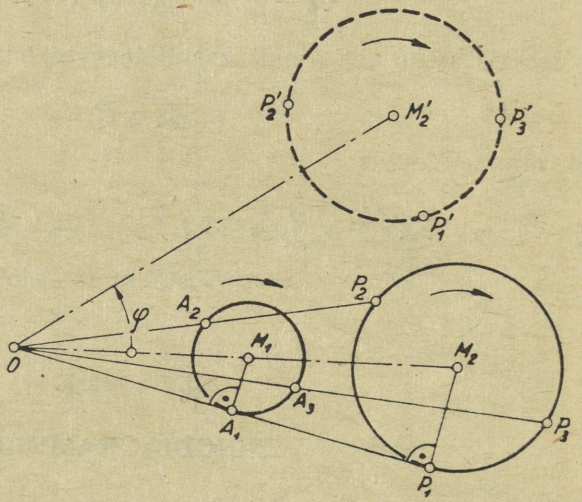
Kui antud vektorite kohakõveraks on sirge $A_1A_2A_3$ (joon. 307), siis punktist O selle sirgeni ulatuvate vektorite korrutamisel a-ga

$$\overline{OP}_1 = \overline{OA}_1 \cdot a, \qquad \overline{OP}_2 = \overline{OA}_2 \cdot a, \ldots$$

ja uus vektorite kohakõver $P_1P_2P_3$ on samuti sirge.



Joon. 307. Sarnasteks kohakõverateks on sirged.



Joon. 308. Sarnasteks kohakõverateks on ringid.

Kui antud kohakõveraks on ring $A_1A_2A_3$ (joon. 308), siis punktist O ringini tõmmatavate vektorite korrutamisel a-ga saadakse jällegi:

$$\overline{OP}_1 = \overline{OA}_1 \cdot a, \qquad \overline{OP}_2 = \overline{OA}_2 \cdot a, \ldots$$

ja uus vektorite kohakõver $P_1P_2P_3$ on samuti ring, kusjuures mõlemal ringil asetsevate punktide järjestus on samasuunaline (joonisel päripäevane). Nii uue ringi raadius kui ka tema keskpunkti kaugus punktist O suhtub esialgse ringi omasse nagu $a : 1$.

Korrutamisel kompleksarvuga $a \exp j\varphi$ lisandub kirjeldatud korrutamisele veel kõikide uute vektorite, seega ka kogu uue kohakõvera keeramine positiivse φ korral positiivses, s. o. kellaosuti liikumise vastu olevas suunas nurga φ võrra (joonisel 308 punkteeritud kujund). Negatiivse φ korral toimub keeramine vastassuunas.

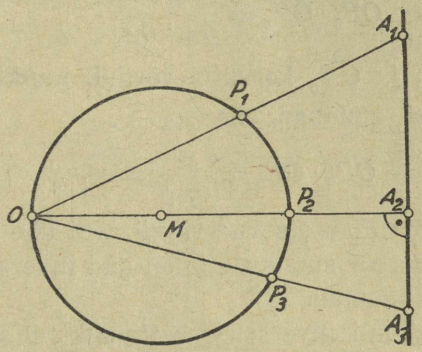
B. Kui kahe ühisest punktist algava vektori korrutis on konstantne suurus k, siis nimetatakse selliseid vektoreid **inversseiks.**

Kui punktist O tõmmatavate vektorite kohakõveraks on sirge $A_1A_2A_3$ (joon. 309), siis inverssete vektorite kohakõveraks on punkti O läbiv ring $P_1P_2P_3$, sest

$$\overline{OP}_1 \cdot \overline{OA}_1 = \overline{OP}_2 \cdot \overline{OA}_2 = \ldots = k,$$

millest

$$\overline{OA}_1 = \frac{k}{\overline{OP}_1}, \quad \overline{OA}_2 = \frac{k}{\overline{OP}_2}, \cdots$$

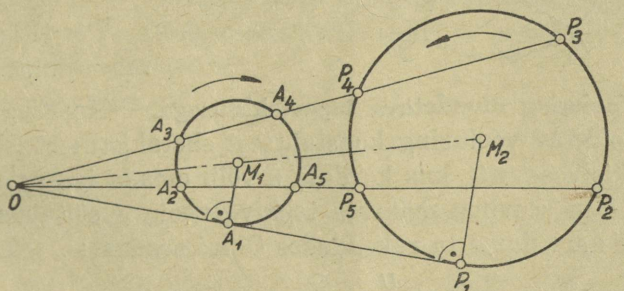


Joon. 309. Inversne sirge ja ring.

Selle ringi keskpunkt M asetseb punktist O sirgele $A_1A_2A_3$ tõmmataval perpendikulaaril.

Ümberpöördult: kui vektorite kohakõveraks on ring, kusjuures vektorite algus (punkt O) asetseb sellel ringil, siis temaga inversne kõver on sirge, mis on risti punkti O ja ringi keskpunkti M ühendava joonega.

Kui vektorite kohakõveraks on ring, kuid antud vektorite algus ei asu sellel ringil (joon. 310), siis



Joon. 310. Inverssed ringid.

temaga inversne kohakõver on jällegi ring. Selle tõestamiseks võtame arvesse, et

$$\overline{OA}_1 \cdot \overline{OP}_1 = \overline{OA}_2 \cdot \overline{OP}_2 = \overline{OA}_3 \cdot \overline{OP}_3 = \ldots = k,$$

millest

$$\overline{OP}_1 = \frac{k}{\overline{OA}_1}, \quad \overline{OP}_2 = \frac{k}{\overline{OA}_2}, \quad \overline{OP}_3 = \frac{k}{\overline{OA}_3}, \quad \ldots$$

ning korrutame näiteks sihil OP_2 olevad kaugused $\overline{OP}_2$ ja $\overline{OP}_5$:

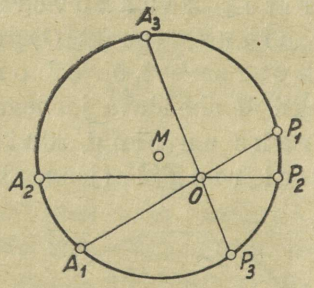
$$\overline{OP}_2 \cdot \overline{OP}_5 = \frac{k^2}{\overline{OA}_2 \cdot \overline{OA}_5}.$$

Et aga lõikude $\overline{OA}_2$ ja $\overline{OA}_5$ korrutis võrdub punktist O samale ringile tõmmatud riivaja $\overline{OA}_1$ ruuduga, siis

$$\overline{OP}_2 \cdot \overline{OP}_5 = \frac{k^2}{\overline{OA}_1^2} = const$$

ja seega punktid P_2 ja P_5 asetsevad ringil. Kui ühe ringi punktid järjestuvad päripäevases suunas, siis on nad inverssel ringil järjestatud vastupäevases suunas.

Võib tõestada, et kui inverssuse keskpunkt O asetseb seespool ringi moodustavat kohakõverat (joon. 311), siis esialgne ja inversne ring kattuvad (muidugi mõõtkava vastaval valikul) ja nendel ringidel olevad vastavad punktid A_1 ja P_1, A_2 ja P_2 jne. asetsevad inverssuse keskpunkti O läbivatel sirgetel.



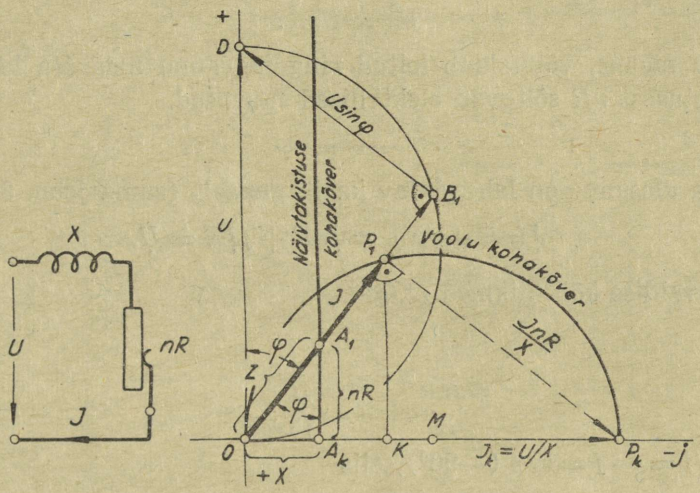
Joon. 311. Kattuvad inverssed ringid ringi sees asetseva inverssuse keskpunktiga O.

199. Vooluring muudetava tegevtakistusega. Koosnegu konstantse pingega U toidetav vooluring konstantsest ebatakistusest X ja muudetavast tegevtakistusest nR, kus kordaja n võib omada igasugust väärtust 0 ja ∞ vahel. Kui soovime määrata tekkiva voolu J sõltuvust tegevtakistusest nR, siis arvutame ta rakendades Ohmi seadust:

$$\dot{J} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}}, \text{ millest } \dot{U} = \dot{J}\dot{Z}.$$

Et pinge on konstantne, siis on ka voolu ja näivtakistuse korrutis konstantne ning voolu $\dot{J}$ kohakõver peab seega olema inversne näivtakistuse $\dot{Z}$ kohakõveraga.

Näivtakistuse kohakõvera joonestamisel peame silmas, et me voolu arvutamisel lähtume pingest ja jagame pinge näivtakistusega. See on küll samaväärne pinge korrutamisega näivjuhtivusega, kuid juhtivuse imaginaarosa on vastasmärgiline näivtakistuse omaga. Takistuskolmnurga joonestamisel see tingib positiivse ebatakistuse ärakandmist mitte positiivse, vaid negatiivse imaginaartelje suunas, sest ainult sel puhul omandab vooluvektor pingevektori suhtes õige asendi.



Joon. 312. Ringdiagramm vooluringile konstantse eba- ja muudetava tegevtakistusega.

Ringdiagrammidele sobivama asendi andmiseks pöörame koordinaatteljestikku 90°, nii et reaaltelg oleks vertikaalne ja negatiivne imaginaartelg suunduks joonisel paremale.

Vooluringi näivtakistust

$$Z = \sqrt{(nR)^2 + X^2}$$

määrava lõigu $\overline{OA_1}$ punkt A_1 kujundab muutuval n väärtusel näivtakistuse kohakõverat — sirget A_kA_1. Et viimane on sirge, siis voolu kohakõveraks peab olema punkti O läbiv ring, mille keskpunkt M asetseb punktist O joonele A_kA_1 tõmmataval perpendikulaaril. Et sellele

olukorrale vastab $nR = 0$ ja $Z = X$, siis on vooluvektori pikkust ja suunda määrava ringi läbimõõduks lühisvool $J_k = U/X$.

Kanname punktist O pingega U proportsionaalse lõigu $\overline{OD}$ risti $\dot{J}_k$ suunaga ja joonestame sellele poolringi OB_1D. Voolu $\dot{J}$ vektori pikendusel asetsev ringi punkt B_1 määrab takistuste nR ja X klemmidel olevad osapinged $\overline{OB_1} = U\cos\varphi = JnR$ ja $\overline{B_1D} = U\sin\varphi = JX$. Diagrammil olev pinge- ja vooluvektorite vaheline nurk $\angle DOB_1 = \angle OA_1A_k = \varphi$.

Et pinge U on konstantne, siis on tegevtakistuses soojuseks muunduv tegevvõimsus $N = UJ\cos\varphi$ proportsionaalne $J\cos\varphi$-ga, seega lõiguga $\overline{P_1K}$. Seejuures on võimsuse mõõtkava m_N voolu mõõtkavast m_J pinge U kordselt suurem:

$$m_N = Um_J.$$

Nagu näeme, võimaldab leitud ringdiagramm määrata kõik olulisemad takistusest nR sõltuvad elektrilised suurused.

Sama ülesanne on lahendatav ka järgmiselt (sama joon. 312). Pinge

$$\dot{J}(nR + jX) = \dot{J}nR + j\dot{J}X = \dot{U}.$$

Jagame avaldise kõik liikmed jX-ga.

Siis

$$\frac{\dot{J}nR}{jX} + \dot{J} = \frac{\dot{U}}{jX}.$$

Et aga $1/j = -j = \exp(-90^0)$, siis

$$\dot{J} + \frac{\dot{J}nR}{X}\exp(-90^0) = \frac{\dot{U}}{X}\exp(-90^0) = const.$$

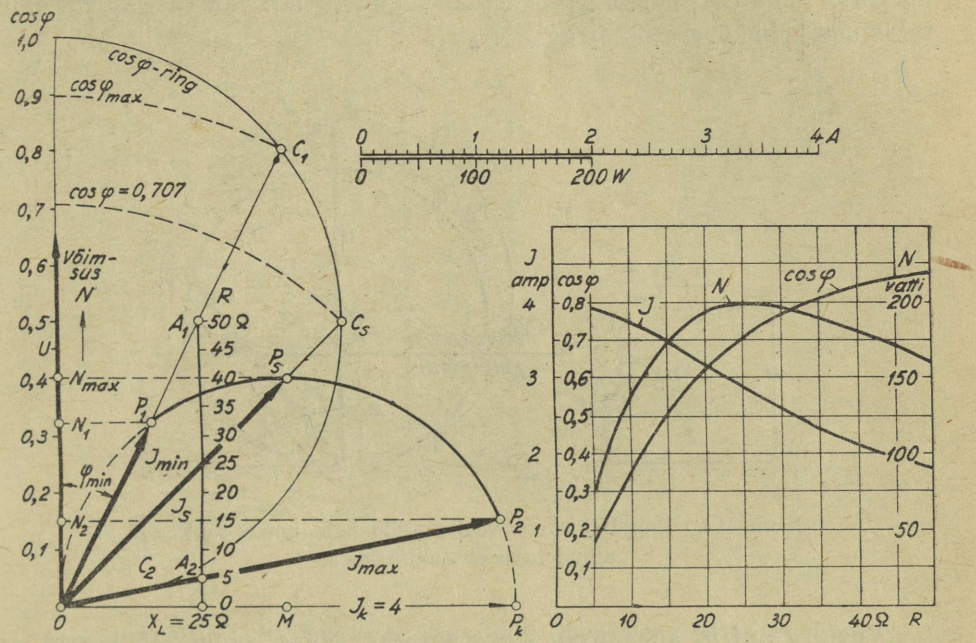
Seega liitub voolu $\dot{J}$ vektor temaga -90^0 moodustava vektoriga $\dot{J}nR/X$ ja annab pinge $\dot{U}$ vektoriga -90^0 moodustava tegevtakistusest ja voolust sõltumatu lühisvoolu vektori $\dot{J}_k = \dot{U}/X$. Viimane on otsitava ringi diameetriks; kujuneva täisnurkse kolmnurga kaatetitest huvitab meid ainult tegevtakistusest sõltumatu vektor $\dot{J}$, mis moodustab pinge $\dot{U}$ vektoriga nurga φ. Niisama suur nurk φ on ka diagrammil olevas takistuskolmnurgas tegevtakistuse nR ja näivtakistuse $\dot{Z}$ vahel. Viimase siht ühtib voolu sihiga ja määrab seega, nagu esimese tõestusegi korral, voolu $\dot{J}$ vektori suuna.

Näide 145. Antud on vooluring, mille ebatakistus $X = 25$ oomi ja mille tegevtakistus R on muudetav 5-st kuni 50-ne oomini. Vooluring

toidetakse pingega $U = 100$ V (joon. 313). Määrata graafiliselt vool J, $\cos\varphi$ ja tegevvõimsus N funktsioonina takistusest R.

L a h e n d u s. Tegevtakistuse olles null on lühisvool, s. o. voolu kohakõverat määrava ringi läbimõõt

$$J_k = \frac{U}{X} = \frac{100}{25} = 4\text{ A}.$$



Joon. 313. Diagrammid näitele 145.

Takistuskolmnurga mõõtkava on vabalt valitav, kuid see peab olema sama nii eba- kui ka tegevtakistusele. Tegevvõimsus, suuruselt proportsionaalne vooluvektori projektsiooniga pingevektorile, omab maksimumi eba- ja tegevvõimsuse olles ühesuurused, seega kui $R = X = 25\ \Omega$. Sellele vastab vool $J_s = 4/\sqrt{2} = 2{,}83$ A, nurk $\varphi_s = 45^\circ$ ja $\cos\varphi_s = 0{,}707$ ning võimsuse maksimum

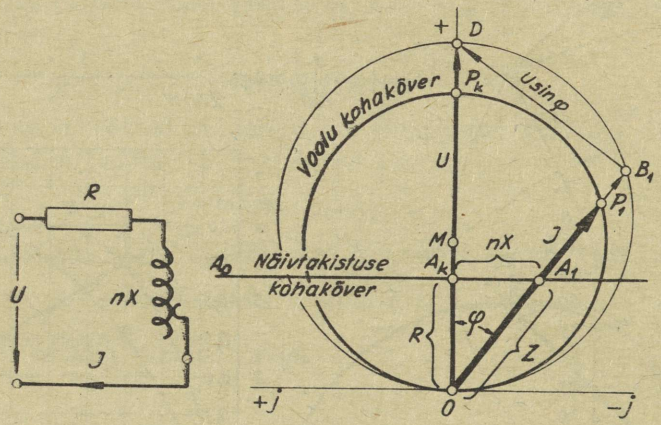
$$N_{max} = UJ_s \cos\varphi_s = 100 \cdot 2{,}83 \cdot 0{,}707 = 200\text{ W}.$$

Võimsusteguri määramiseks joonestatakse pinge U vektori sihile poolring läbimõõduga 100 jaotust, näiteks 100 mm. Voolu J vektor või selle pikendus lõikab võimsusteguri poolringi punktis C; lõigu $\overline{OC}$ pikkus kantuna $\cos\varphi$-ringi diameetrile määrabki voolule J vastava $\cos\varphi$.

200. Vooluring muudetava ebatakistusega. Koosnegu konstantse pingega U toidetav vooluring konstantsest tegevtakistusest R ja muudetavast ebatakistusest nX, kus kordaja n võib omada igasugust väärtust $-\infty$ ja $+\infty$ vahel (joon. 314). Vooluringi näivtakistust

$$Z = \sqrt{R^2 + (nX)^2}$$

määrava lõigu $\overline{OA_1}$ punkt A_1 kujundab muudetava n väärtuse korral näivtakistuse kohakõvera — sirge $A_1 A_k A_0$.



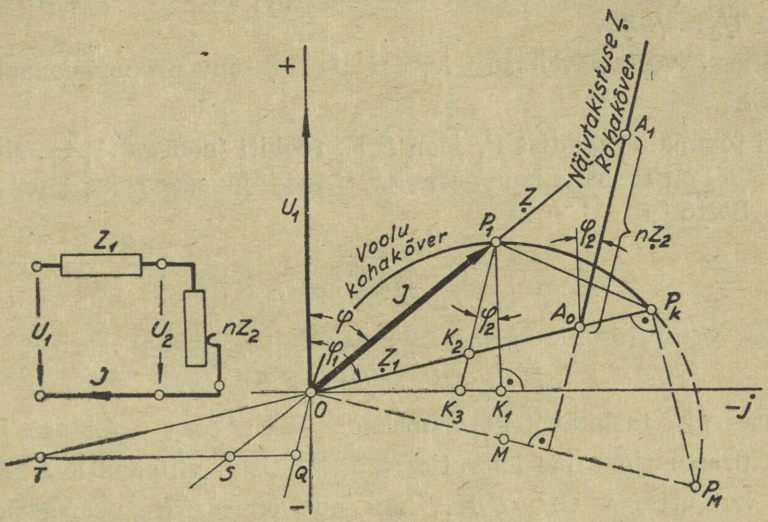
Joon. 314. Ringdiagramm vooluringile konstantse tegev- ja muudetava ebatakistusega.

Voolu $\dot{J} = \dot{U}/\dot{Z}$ kohakõver konstantseks jääva pinge $\dot{U}$ korral on sirgega $A_1 A_k A_0$ inversne ring, mille läbimõõt lühisvool $\dot{J}_k = \dot{U}/R$ vastab olukorrale, kus $n = 0$, $X = 0$ ja $\dot{Z} = R$.

Osapingete $U \sin \varphi$ ja $U \cos \varphi$ ning võimsuse määramine toimub analoogiliselt eelmises punktis kirjeldatuga.

201. Vooluring muudetava näivtakistusega. Joonisel 315 toodud skeemil on näidatud järjestikku ühendatud konstantne näivtakistus $\dot{Z}_1 = R_1 + jX_1 = Z_1 \exp j\varphi_1$ ja muudetav näivtakistus $n\dot{Z}_2 = nR_2 + jnX_2 = nZ_2 \exp j\varphi_2$, mille nurk φ_2 jääb seega konstantseks; kordaja n võib omada kõiki väärtusi 0 ja ∞ vahel. Et voolu kohakõver on inversne summaarse takistuse $\dot{Z} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2$ kohakõveraga, sest $\dot{J} = \dot{U}/\dot{Z}$, milles $\dot{U}$ on konstantne, siis ringdiagrammi joonestamist tulebki alustada summaarse näivtakistuse kohakõvera joonestamisega.

Kanname punktist O vastavalt valitud mõõtkavas lõiguna $\overline{OA_0}$ konstantse näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}_1 = R_1 + jX_1$. Kui $n = 0$, siis summaarne näivtakistus $\underset{\cdot}{Z} = \underset{\cdot}{Z}_1$. Kui aga n on nullist erinev, siis liitub $\underset{\cdot}{Z}_1$-ga näivtakistus $\underset{\cdot}{Z}_2$, andes summas lõiguna $\overline{OA_1}$ summaarse näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}$. Kordaja n muutumisel muutuvad küll nR_2 ja nX_2, kuid nurk φ_2 jääb ikkagi muutumatuks ja resulteeruva näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}$ kohakõveraks osutub punktist A_0 algav ja punkti A_1 läbiv sirge. Selle sirgega inversne



Joon. 315. Ringdiagramm vooluringile muudetava näivtakistusega.

voolu kohakõver on vektorite algpunkti O läbiv ring; selle ringi keskpunkt M asetseb punktist O punkte A_0 ja A_1 läbivale joonele püstitatud perpendikulaaril. Lühisvooluks $\underset{\cdot}{J}_k$ nimetatav suurim vool tekib, kui n on null. See vool moodustab tegevtakistuse R_1 suunas ärakantava pingega U_1 nurga φ_1 ja on seega voolu mõõtkavas ärakantav teda määrava näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}_1$ suunas, s. o. lõiguna $\overline{OP_k}$. Et aga ring peab läbima nii punkte O kui ka P_k, siis ringi joonestamise hõlbustamiseks tõmbame punktist P_k perpendikulaari joonele OP_k; selle perpendikulaari lõikepunkt punktist O tõmmatud ringi diameetri sihiga määrabki ringi läbimõõdu $\overline{OP_M}$.

Kui oleme korrutanud kolmnurga OA_0A_1 külgi moodustavad näivtakistused vooluga J, siis saame kolmnurga OA_0A_1 küljeks $\overline{OA_0}$ — takis-

tuse Z_1 klemmidel oleva pingelangu $J\underset{\cdot}{Z}_1$, küljeks $\overline{A_0A_1}$ — takistuse Z_2 klemmidel oleva pinge $\underset{\cdot}{U}_2 = J\underset{\cdot}{Z}_2$ ja küljeks OA_1 — toitepinge $\underset{\cdot}{U}_1 = J(\underset{\cdot}{Z}_1 + \underset{\cdot}{Z}_2)$. Et aga punktide P_1 ja A_1 asukoht on sõltuv $n\underset{\cdot}{Z}_2$ väärtusest, siis asendame kolmnurga OA_0A_1 temaga sarnase kolmnurgaga OP_1P_k (nendel kolmnurkadel on ühine nurk P_1OP_k ja $\overline{OP_1} \cdot \overline{OA_1} = \overline{OP_k} \cdot \overline{OA_0}$, millest $\frac{\overline{OP_1}}{\overline{OA_0}} = \frac{\overline{OP}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{P_1P_k}}{\overline{A_0A_1}}$, sest ring ja joon A_0A_1 on inverssed). Selles kolmnurgas vastab konstantsele pingele U_1 pikkuselt mittemuutuv lõik $\overline{OP_k}$, lõik $\overline{OP_1}$ on võrdeline pingelanguga $J\underset{\cdot}{Z}_1$ ja lõik $\overline{P_1P_k}$ on võrdeline pingega $\underset{\cdot}{U}_2 = Jn\underset{\cdot}{Z}_2$.

Võrgust võetav võimsus $N_1 = U_1 J \cos\varphi$ on proportsionaalne lõiguga $\overline{P_1K_1}$.

Kui tõmmata punktist P_1 joon P_1K_3 rööbiti joonega A_1A_0, siis kolmnurk OP_1K_2 on sarnane kolmnurgaga OA_1A_0 ja seega ka kolmnurgaga OP_1P_k. Seetõttu

$$\frac{\overline{P_1P_k}}{\overline{OP_k}} = \frac{\overline{P_1K_2}}{\overline{OP_1}},$$

millest

$$\overline{P_1P_k} \cdot \overline{OP_1} = \overline{OP_k} \cdot \overline{P_1K_2}.$$

Takistuses nZ_2 tarbitav tegevvõimsus $N_2 = U_2 J \cos\varphi_2$. Et aga korrutis $U_2 J$ on proportsionaalne korrutisega $\overline{P_1P_k} \cdot \overline{OP_1}$, viimane aga on samaväärne korrutisega $\overline{OP_k} \cdot \overline{P_1K_2}$, siis on võimsus N_2 proportsionaalne lõiguga $\overline{P_1K_2}$.

Ringdiagrammi joonestamisel on kasutatavad järgmised mõõtkavad:

takistusele m_Z [Ω/mm], valitav,

voolule m_J [A/mm], valitav, sõltuv lõigust $\overline{OP_k}$,

pingele m_U [V/mm] $= \frac{U_1}{\overline{OP_k}}$,

võimsusele N_1 m_{N1} [W/mm] $= U_1 m_J$, lõigu $\overline{P_1K_1}$ mõõtmiseks.

võimsusele N_2 m_{N2} [W/mm] $= m_U m_J \cdot \overline{OP_k} \cdot \cos\varphi_2 = U_1 m_J \cos\varphi_2$, lõigu $\overline{P_1K_2}$ mõõtmiseks.

Käesolev ringdiagramm võimaldab määrata ka takistuses nZ_2 tarbitava võimsuse suhet võrgust võetavaga, seega ülekande kasutegurit

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_1 m_J \cos\varphi_2 \cdot \overline{P_1K_2}}{U_1 m_J \cdot \overline{P_1K_1}} = \frac{\overline{P_1K_2}}{\overline{P_1K}} \cos\varphi_2.$$

Vastavate lõikude mõõtmise kergendamiseks veame punktist O joone rööbiti A_0A_1-ga ja temast põigiti üle joone risti $\dot{U}_1$-ga sellisele kaugusele, et kujuneva lõigu $\overline{QT}$ pikkus oleks 100 ühikut, näiteks 100 mm. Kolmnurk OP_1K_3 on sarnane kolmnurgaga OQS, millest

$$\frac{\overline{OK_3}}{\overline{P_1K_3}} = \frac{\overline{QS}}{\overline{OQ}},$$

ja kolmnurk OK_3K_2 on sarnane kolmnurgaga OQT, millest

$$\frac{\overline{K_2K_3}}{\overline{OK_3}} = \frac{\overline{OQ}}{\overline{QT}}.$$

Korrutame omavahel leitud suhted ja lahutame saadu ühest, siis

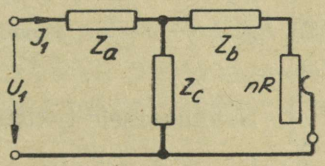
$$\frac{\overline{K_2K_3}}{\overline{P_1K_3}} = \frac{\overline{QS}}{\overline{QT}} = \frac{\overline{P_1K_3} - \overline{K_2K_3}}{\overline{P_1K_3}} = \frac{\overline{QT} - \overline{QS}}{\overline{QT}} \quad \text{ja} \quad \frac{\overline{P_1K_2}}{\overline{P_1K_3}} = \frac{\overline{TS}}{\overline{QT}}.$$

Et aga kolmnurgas $K_1P_1K_3$ $\overline{P_1K_1} = \overline{P_1K_3}\cos\varphi_2$, siis kasutegur

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\overline{P_1K_2}}{\overline{P_1K_3}\cos\varphi_2}\cos\varphi_2 = \frac{\overline{TS}}{\overline{QT}}.$$

Kui valisime $\overline{QT}$ pikkuseks 100, siis näitab lõik $\overline{TS}$ kasutegurit otseselt protsentides.

202. Asünkroonmootori ringdiagramm. Transformaatori, asünkroonmootori ja pika elektriliini aseskeem kujuneb konstantsete elementidega Z_a, Z_b ja Z_c T-kujulise neliklemmi ühendamisel muudetava näivtakistusega, milleks asünkroonmootori korral on tegevtakistus nR (joon. 316).



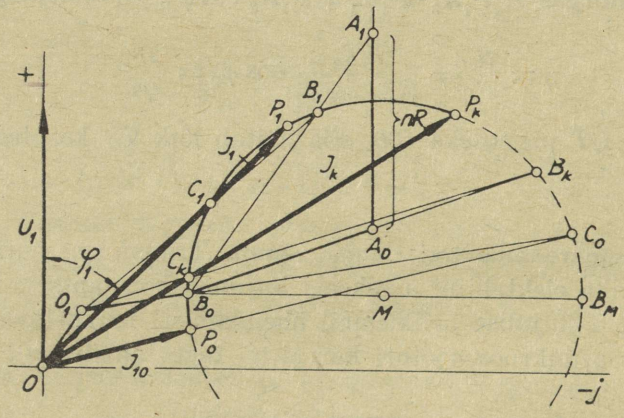
Joon. 316. Asünkroonmootori aseskeem (analoogiline joonisega 428).

Ringdiagrammi voolu kohakõvera leidmiseks tuleb määrata skeemi üldise näivtakistuse $\dot{Z}_1$ kohakõver. Jaotame selle ülesande lahendamise kolme ossa. Kõigepealt määrame skeemi parempoolses osas olevate takistuste $\dot{Z}_b$ ja nR summa kohakõvera ja sellest tuleneva näivjuhtivuse kohakõvera. Teiseks määrame rööbitiste vooluharude $\dot{Z}_c$ ja $\dot{Z}_b + nR$ summaarse näiv-

juhtivuse kohakõvera ja temast tuleneva takistuse kohakõvera. Viimasena liidame leitud takistuse kohakõveraga skeemi vasakpoolses osas oleva näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}_a$.

Skeemi parempoolse haru näivtakistuse kohakõvera määramisel joonestame analoogiliselt eelmises punktis kirjeldatuga vabalt valitavast punktist B_0 vabalt valitavas mõõtkavas m_{Z1} [Ω/mm] lõiguna $\overline{B_0A_0}$ näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}_b = R_b + jX_b$ (joon. 317). Süsteemi koormamisel pole tegur n enam võrdne nulliga; seega liitub näivtakistusega $\underset{\cdot}{Z}_b$ lõiguna $\overline{A_0A_1}$ kujutatav koormuse tegevtakistus nR. Nende liidetud takistuste kohakõveraks on sirge A_0A_1.

Et juhtivus on takistuse pöördväärtus, siis nende korrutis võrdub ühega ja juhtivuse kohakõveraks on takistuse kohakõveraga — sirgega — inversne ring. Antud puhul vastab ringi läbimõõt $\overline{B_0B_M}$ sellise vooluringi juhtivusele, milles on olemas ainult ebatakistus X_b; juhtivuse



Joon. 317. Asünkroonmootori ringdiagramm.

mõõtkava $m_y = \frac{1/X_b}{B_0B_M}\left[\frac{\text{S}}{\text{mm}}\right]$. Summaarsele takistusele $\overline{B_0A_1}$ vastab inverssel juhtivuse ringil näivjuhtivus $\overline{B_0B_1}$, minimaalsele takistusele $\overline{B_0A_0}$ — maksimaalne juhtivus $\overline{B_0B_k}$. Seega osutub ringi reaalseks osaks ainult kaar $B_0B_1B_k$.

Rööbitiste vooluharude $\underset{\cdot}{Z}_c$ ja $\underset{\cdot}{Z}_b + nR$ summaarne juhtivus on leitav nende vooluharude juhtivuste geomeetrilise liitmise teel. Juhtivusele $\frac{1}{\underset{\cdot}{Z}_b + nR}$ vastavale lõigule $\overline{B_0B_1}$ tuleb liita juhtivusele $\underset{\cdot}{Y}_c = 1/\underset{\cdot}{Z}_c = R_c/Z_c^2 - jX_c/Z_c^2 = G_c - jB_c$ vastav lõik $\overline{O_1B_0}$. Seega määrab otsita-

vat summaarset juhtivust lõik $\overline{O_1B_1}$. Tühijooksule ($n = \infty$) vastab tühijooksujuhtivus $\overline{O_1B_0}$, lühisele ($n = 0$) aga lühisejuhtivus $\overline{O_1B_k}$; otsitava summaarse juhtivuse kohakõveraks on jällegi kaar $B_0B_1B_k$, kuid juhtivust määrav vektor algab nüüd juba punktist O_1.

Leitud summaarse juhtivuse kohakõverale vastava takistuse kohakõveraks on ka ring (vt. p. 198 ja joon. 310). Me võime sellele takistusele valida sellise uue mõõtkava m_{Z2}, et nii takistuse kui ka juhtivuse kohakõverad — ringid — kattuvad. Sel puhul tühijooksu juhtivusele vastavale lõigule $\overline{O_1B_0}$ vastab ringi vastasküljel samal sihil asetseva punktini C_0 ulatuv takistuse lõik $\overline{O_1C_0}$, juhtivusele $\overline{O_1B_1}$ vastab takistus $\overline{O_1C_1}$ ja lühisejuhtivusele $\overline{O_1B_k}$ — lühisetakistus $\overline{O_1C_k}$. Selle takistuse mõõtkava määrame tühijooksu olukorrast, kus $n = \infty$; juhtivus on määratud lõiguga $\overline{O_1B_0}$ ja viimasele vastav lõik $\overline{O_1C_0}$ vastab takistusele $\underset{\cdot}{Z}_c$:

$$m_{Z2} = \frac{\underset{\cdot}{Z}_c}{\overline{O_1C_0}} \left[\frac{\Omega}{\text{mm}}\right].$$

Rööbiti olevate takistuste leitud kohakõver on seega piiratud kaarega $C_0C_1C_k$ ja takistuse vektorid algavad punktist O_1.

Aseskeemi üldise näivtakistuse $\underset{\cdot}{Z}_1$ leidmine on nüüd juba lihtne. Äsjaleitud takistusele $\overline{O_1C_1}$ on vaja liita takistusele $\underset{\cdot}{Z}_a$ samas mõõtkavas m_{Z2} vastav lõik $\overline{O_1O}$. Seega on üldise takistuse $\underset{\cdot}{Z}_1$ kohakõveraks jällegi kaar $C_0C_1C_k$, kuid takistuse $\underset{\cdot}{Z}_1$ vektorite alguspunkt asetseb seejuures punktis O.

Voolu kohakõver on leitud üldise takistuse kohakõveraga — ringiga — inversne ring, sest $\underset{\cdot}{J}_1 = \underset{\cdot}{U}_1/\underset{\cdot}{Z}_1$, millest $\underset{\cdot}{J}_1\underset{\cdot}{Z}_1 = \underset{\cdot}{U}_1 = const.$ Sellel ringil, mis mõõtkava sobitamisel katab takistuse kohakõverat — ringi, vastab tühijooksu-olukorrale lõik $\overline{OP_0}$ lõigu $\overline{OC_0}$ sihil ja lühise-olukorrale — lõik $\overline{OP_k}$ lõigu $\overline{OC_k}$ sihil. Tühijooksu-olukorras koosneb vooluring ainult järjestikku olevatest näivtakistustest $\underset{\cdot}{Z}_a$ ja $\underset{\cdot}{Z}_c$, seega tühijooksuvool

$$\underset{\cdot}{J}_{10} = \frac{\underset{\cdot}{U}_1}{\underset{\cdot}{Z}_a + \underset{\cdot}{Z}_c};$$

sellele voolule vastab lõik $\overline{OP_0}$ ja järelikult voolu mõõt

$$m_J = \frac{J_{10}}{\overline{OP_0}}.$$

Voolu kohakõveraks on seega kaar $P_0P_1P_k$ ja voolu vektori algus on punktis O.

Olgu siinkohal veel kord juhitud tähelepanu sellele, et nii positiivne ebatakistus kui ka negatiivne ebajuhtivus (seega mõlemad induktiivsed) kantakse negatiivse imaginaartelje suunas, tegevtakistus, tegevjuhtivus ja primaarpinge $\underset{\cdot}{U}_1$ aga positiivse reaaltelje suunas.

Seega võimaldab takistuse ja juhtivuse kohakõverate inverssus määrata võrgust võetava voolu kohakõverat, milleks osutub ring. Meid huvitada võivad sekundaarvool takistuses nR, sekundaartakistuses soojuseks (või tööks) muunduv võimsus, kasutegur jne. on võrdlemisi lihtsalt määratavad vektorvõrrandite najal joonestatavatest kohakõveratest, milleks tavaliselt on jällegi kas sirge või ring. Nende kohakõverate kogumikuna kujuneb asünkroonmootori täielik ringdiagramm.

XLVI peatükk.

MITMEFAASINE VAHELDUVVOOL.

203. Mitmefaasised süsteemid. Mitmefaasiseks nimetatakse elektriliselt ühendatud vooluringide süsteemi, milles kõik pinged omavad sama sagedust, kuid erinevad faasilt, s. o. läbivad null- ja maksimaalväärtust erinevatel aegadel. Nimetus faas omistatakse ka sama faasi omava voolu poolt läbitava vooluringi osale. Vastavalt on tegemist ka vooluringi selles osas mõjuva faasi elektromotoorse jõu, faasipinge, faasivõimsuse ja faasitakistusega.

Mitmefaasised süsteemid võivad olla:

sümmeetrilised ja ebasümmeetrilised,
tasakaalustatud ja tasakaalustamata,
sidestatud ja sidestamata.

Sümmeetriliseks m-faasiseks süsteemiks nimetatakse säärast, milles kõik elektromotoorsed jõud on omavahel suuruselt võrdsed ja üksteisest nihutatud nurga $2\pi/m$ võrra.

Tasakaalustatuks nimetatakse süsteemi, milles koguvõimsuse hetkväärtus on sõltumatu ajast. Selliseiks on kõik sümmeetrilised ühtlaselt koormatud faasidega süsteemid, mille faaside arv m on kolm või enam.

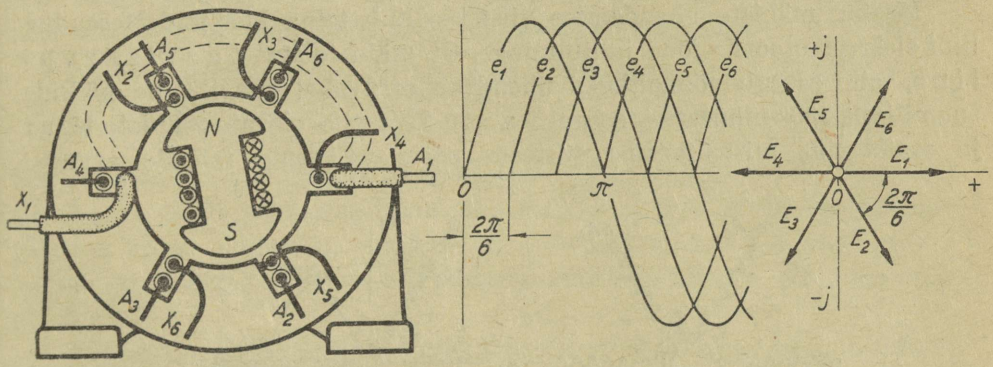
Sidestatud mitmefaasise süsteemi üksikud vooluharud omavad galvaanilise ühenduse. Üksikute vooluharude alguste või lõppude ühendamine nn. neutraalseks ehk nullpunktiks annab tähtühen-

duse, üksikute harude järjestikune ühendamine kinniseks ringiks loob hulknurk-ühenduse.

Faasi elektromotoorseks jõuks nimetatakse faasi alguse ja lõpu vahel mõjuvate elektromotoorsete jõudude summat, liinipingeks — pinget liini kahe faasijuhtme vahel, liini-faasipingeks — liini faasijuhtme ja nulljuhtme vahelist pinget. Liinivooluks nimetatakse voolu liini faasijuhtmes, nulljuhtme vooluks — voolu nulljuhtmes.

Mitmefaasise süsteemi tekkimist võime kujutleda alljärgnevalt (joon. 318). Kahepooluselise generaatori ankru, tavaliselt staatori, uuretesse on sängitatud mitte üks, vaid m elektriliselt üksteisest eraldatud, tavaliselt ühesugust, ruumiliselt üksteisest nurga $2\pi/m$ võrra nihutatud mähist. Kahepooluselise pöörleva induktori poolt indutseeritakse igas mähises, nagu ühefaasises generaatoriski, siinuseline elektromotoorne jõud

$$e = E_m \sin \omega t.$$



Joon. 318. Kuuefaasine generaator, elektromotoorsete jõudude ajaline diagramm ja vektordiagramm. Generaatori mähised on üksteise suhtes nihutatud $2\pi/6$ võrra. A — mähise algus, X — mähise lõpp (täielikult on välja joonestatud ainult üks mähis).

Et aga mähised on ruumiliselt üksteisest nihutatud nurga $2\pi/m$ võrra, siis toimub elektromotoorse jõu indutseerumine igas järgnevas mähises $2\pi/m$ võrra hiljem:

$$e_1 = E_m \sin \omega t,$$

$$e_2 = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{m}\right),$$

$$e_3 = E_m \sin\left(\omega t - 2\frac{2\pi}{m}\right),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$e_m = E_m \sin\left[\omega t - (m-1)\frac{2\pi}{m}\right]. \qquad (565a)$$

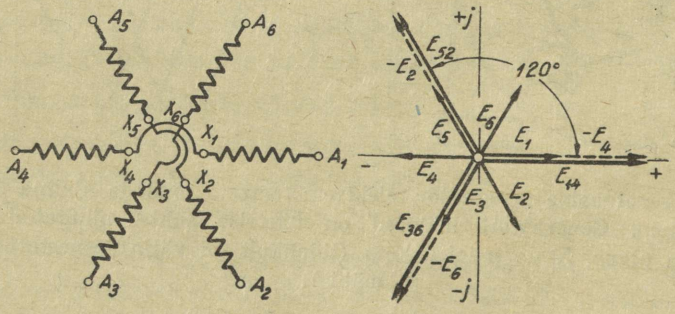
Kujutades elektromotoorse jõu efektiivväärtuse vektorina $\dot{E}$ saame mitmefaasise süsteemi jaoks vektordiagrammi (joon. 318), mille vektorid

$$\dot{E}_1 = E_f,$$
$$\dot{E}_2 = E_f \exp j(-2\pi/m),$$
$$\dot{E}_3 = E_f \exp j(-2 \cdot 2\pi/m),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\dot{E}_m = E_f \exp j[-(m-1)2\pi/m]. \qquad (565b)$$

Igas sümmeetrilises süsteemis on kõikide elektromotoorsete jõudude summa null (ka ebasümmeetrilisel koormamisel):

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \ldots + \dot{E}_m = 0. \qquad (566)$$

Masina mähiste ühendamise viisist sõltub tema klemmidelt saadav liini elektromotoorne jõud ja liinipinge. On mähiste arv paarisarvuline, siis osutub võimalikuks ühendada omavahel paarikaupa kõikide ruumiliselt 180° nihutatud, seega vastufaasis olevate mähiste lõpud ja saada uus mitmefaasine süsteem poole väiksema faaside arvuga.



Joon. 319. Kuuefaasise süsteemi ümberühendamine kolmefaasiseks.

Joonisel 319 on näidatud kuuefaasise süsteemi kujundamine kolmefaasiseks. I ja IV mähise lõpud X_1 ja X_4 (mitte X_1 ja A_4!) on ühendatud, samade mähiste algused A_1 ja A_4 on uue kolmefaasise süsteemi ühe faasi mähise alguseks ja lõpuks. Säärasel ühendamisel omandavad punktid X_1

ja X_4 võrdse potentsiaali, punktide A_1 ja A_4 potentsiaalide vahe, s. o. elektromotoorne jõud e_{14}, osutub võrdseks mõlemas mähises indutseeruva elektromotoorse jõu v a h e g a, olles k a h e k o r d n e ühe mähise elektromotoorne jõud e:

$$e_{14} = e_1 - e_4 = E_m \sin \omega t - E_m \sin (\omega t - \pi) = 2E_m \sin \omega t = 2e.$$

Seega vektordiagrammis joonisel 319

$$\dot{E}_{14} = \dot{E}_1 - \dot{E}_4 = \dot{E}_1 + (-\dot{E}_4) = 2\dot{E},$$
$$\dot{E}_{36} = \dot{E}_3 - \dot{E}_6,$$
$$\dot{E}_{52} = \dot{E}_5 - \dot{E}_2.$$

Kirjutatust nähtub, et kahenumbrilise indeksi esimene number tähistab ajaliselt ees olevat suurust, teine — temast ajaliselt järel olevat lahutatavat suurust.

Neljafaasine süsteem on sümmeetriline nagu kuue- ja kolmefaasinegi, temas indutseeruvate elektromotoorsete jõudude summa on samuti null. Neljafaasise süsteemi ümberühendamisel saame kahefaasise süsteemi, mis pole enam sümmeetriline: temas oleva kahe elektromotoorse jõu summa pole null, sest nendevaheline faasinihe on 90° (joon. 323).

Ühefaasise vahelduvvoolu võimsuse hetkväärtus (val. 452)

$$ui = U_m \sin \omega t \cdot J_m \sin (\omega t - \varphi) = UJ \cos \varphi - UJ \cos (2\omega t - \varphi).$$

See võimsus võngub ümber keskväärtuse $UJ \cos \varphi$ kahekordse nurksagedusega 2ω, võnkumise amplituudi olles UJ. Seega pole ühefaasise süsteemi võimsus ajast sõltumatu, süsteem on t a s a k a a l u s t a m a t a ja seepärast on näiteks ühefaasises elektrimootoris tekitatav pöördemoment pulseeruv.

Võimsuste hetkväärtused tasakaalustatud m-faasises sümmeetriliselt koormatud süsteemis on:

$$u_1 i_1 = UJ \cos \varphi - UJ \cos (2\omega t - \varphi),$$
$$u_2 i_2 = UJ \cos \varphi - UJ \cos (2\omega t - 4\pi/m - \varphi),$$
$$u_3 i_3 = UJ \cos \varphi - UJ \cos (2\omega t - 2 \cdot 4\pi/m - \varphi)$$

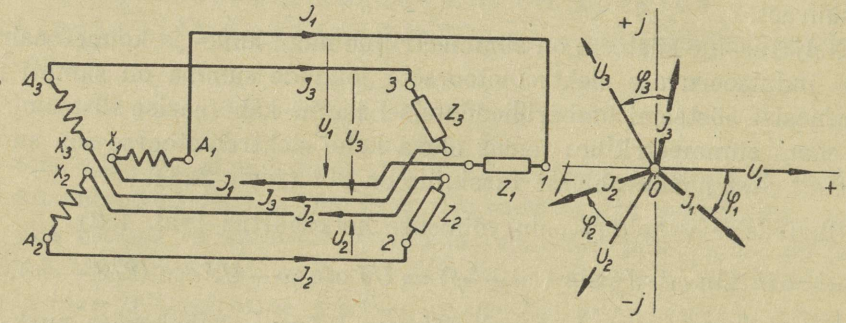
jne. Kui faaside arv on $m \geqslant 3$, siis võimsuste hetkväärtuste liitmisel võrdub parempoolsete, ajast sõltuvate liikmete summa nulliga ja süsteemi koguvõimsus

$$\Sigma ui = mUJ \cos \varphi = N = const.$$

Faaside ebasümmeetrilisel koormamisel muutub ka sümmeetrilise pingega süsteem tasakaalustamatuks.

204. Sümmeetriline tähte ühendatud süsteem. Mitmefaasise generaatori mähised võivad olla elektriliselt sidestatud või ka sidestamata. Sidestamata süsteemis (joon. 320) toidab generaatori iga faasimähis eri tarbijat. Ainult siis, kui kõik tarbijad on ühesugused, tekib generaatori kõikides mähistes ühetugevune ja vastavast faasipingest ka ühepalju nihutatud vool:

$$\begin{aligned}
&\dot{U}_1 = U, && \dot{J}_1 = J \exp j(-\varphi),\\
&\dot{U}_2 = U \exp j(-2\pi/m), && \dot{J}_2 = J \exp j(-2\pi/m - \varphi),\\
&\dot{U}_3 = U \exp j(-2 \cdot 2\pi/m), && \dot{J}_3 = J \exp j(-2 \cdot 2\pi/m - \varphi),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots && \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\dot{U}_m = \dot{U} \exp j\,[-(m-1)2\pi/m)], && \dot{J}_m = J \exp j[-(m-1)2\pi/m - \varphi].
\end{aligned} \tag{567}$$



Joon. 320. Kolmefaasine sidestamata süsteem.

Joonisel 320 on näidatud kolmefaasine sidestamata süsteem kolme tarbija toitmiseks kuuejuhtmelist liini mööda ja induktiivsetele tarbijatele vastav vektordiagramm.

Generaatori üksikute faasimähiste lõppude X_1, X_2, ... ja koormustakistuste $\dot{Z}_1$, $\dot{Z}_2$... kokkuühendamine loob mitmefaasise sidestatud, t ä h t e ühendatud süsteemi, mille juhtmete arv on pool sidestamata süsteemi omast. Tähte ühendatud süsteem võib olla nii nulljuhtmega kui ka nulljuhtmeta. S ü m m e e t r i l i s e koormuse korral on kõik faasivoolud omavahel võrdsed ja ajaliselt üksteise suhtes nihutatud nurga $2\pi/m$ võrra, nende summa nii nulljuhtmega kui ka nulljuhtmeta süsteemis võrdub nulliga:

$$\dot{J}_1 + \dot{J}_2 + \ldots + \dot{J}_m = 0.$$

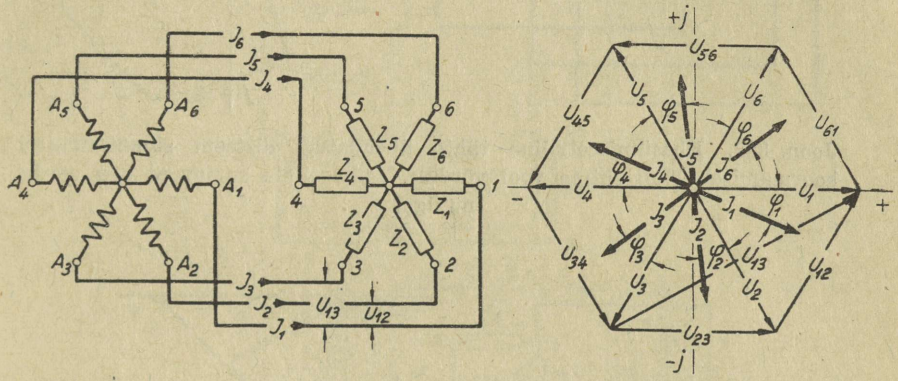
Joonisel 321 on näidatud kuuefaasine tähte ühendatud süsteem sümmeetrilisel koormamisel ja selle juurde kuuluv vektordiagramm.

Tähte ühendatud süsteemi liinipinge hetkväärtus on määratav üksikute juhtmete vahelise potentsiaalide vahega, olles seega ajaliselt eelneva ja järgneva faasipinge hetkväärtuse algebraline vahe. Näiteks juhtmete 1 ja 2 vahel

$$u_{12} = u_1 - u_2 = U_m \sin \omega t - U_m \sin (\omega t - 2\pi/m) =$$
$$= U_m \cdot 2 \sin \frac{\pi}{m} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{m}\right) \qquad (568)$$

ehk sümboolsel kujul (efektiivväärtused!)

$$\underset{\cdot}{U}_{12} = \underset{\cdot}{U}_1 - \underset{\cdot}{U}_2 = U - U \exp j(-2\pi/m).$$



Joon. 321. Kuuefaasine tähte ühendatud ja sümmeetriliselt koormatud nulljuhtmeta süsteem. Lisaks faasipingetele U_1, U_2 jne. ja liinipingetele U_{12}, U_{23} jne. on vektordiagrammis näidatud ka pinge U_{13}.

Jooniselt ja valemist 568 nähtub, et see kahe üksteisele järgneva faasi vaheline liinipinge

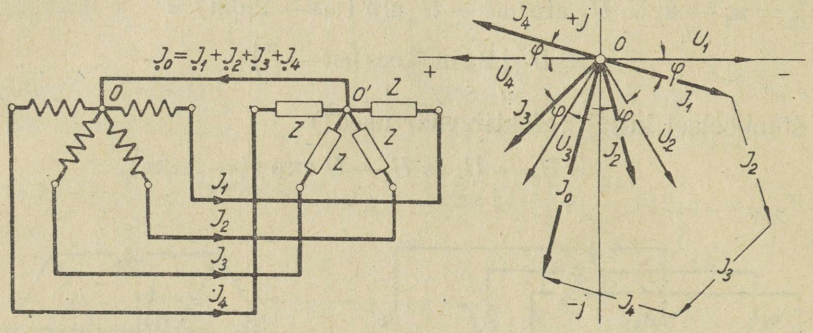
$$U_{12} = U \cdot 2 \sin \frac{\pi}{m},$$

ja et selle liinipinge $\underset{\cdot}{U}_{12}$ vektor moodustab faasipinge $\underset{\cdot}{U}_1$ vektoriga nurga $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{m}$. Analoogiliselt on leitavad ka teiste liinijuhtmete vahelised pinged, näiteks $\underset{\cdot}{U}_{13}$, $\underset{\cdot}{U}_{14}$ jne., ühendades vektordiagrammis vastavate faasipingete vektorite otsad.

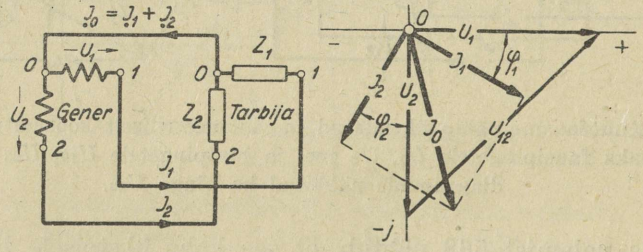
Ühendusskeemides on kõikide faasivoolude positiivseks suunaks suund generaatorist tarbijasse, nulljuhtmes — tarbijast generaatorisse.

Ebasümmeetrilises tähte ühendatud nulljuhtmega süsteemis pole nulljuhtme vool J_0 null isegi täiesti võrdsete faasitakistuste korral. Seejuures on nulljuhtme vool määratav kõikide faasivoo-

lude liitmise teel, nagu on näidatud vektordiagrammis joon. 322 (võrdle joonisega 320). Joonisel 323 on näidatud kahefaasine süsteem. Pinge ebasümmeetria tingib töötamist kolme juhtmega ka sümmeetrilisel koormusel. Vektordiagramm on joonestatud olukorrale, milles mõlemad tar-



Joon. 322. Ebasümmeetriline tähte ühendatud süsteem sümmeetrilisel koormamisel. Nulljuhtme vool võrdub faasivoolude summaga ega võrdu nulliga.



Joon. 323. Kahefaasine sümmeetriliselt koormatud süsteem. U_1 ja U_2 — suuruselt võrdsed faasipinged, U_{12} — liinipinge, J_1 ja J_2 — suuruselt võrdsed faasivoolud, J_0 — nullvool.

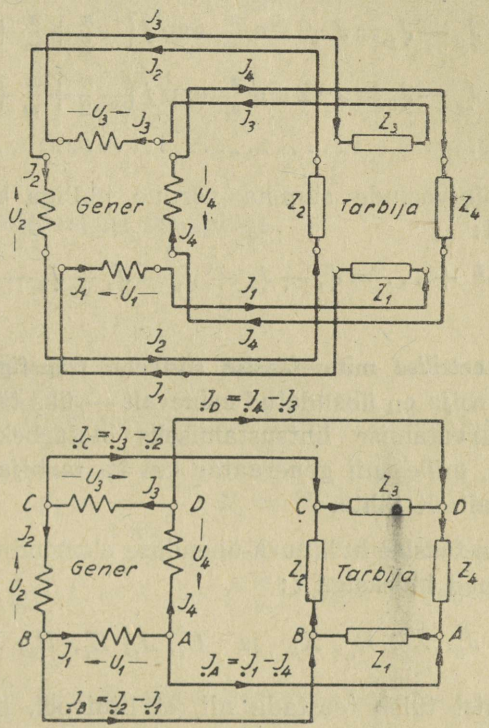
bijad on ühesuurused ja induktiivsed. Kahefaasise süsteemi faasipinged on $\dot{U}_1 = U$, $\dot{U}_2 = U \exp j(-90^0)$, faasivoolud sümmeetrilise koormuse puhul on $\dot{J}_1 = J \exp j(-\varphi)$ ja $\dot{J}_2 = J \exp j(-90^0 - \varphi)$, liinipinge

$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = U - (-jU) = U + jU = U\sqrt{2} \exp j45^0$$

ja nulljuhtme vool

$$\dot{J}_0 = \dot{J}_1 + \dot{J}_2 = J \exp j(-\varphi) + J \exp j(-90^0 - \varphi) =$$
$$= J\sqrt{2} \exp (-45^0 - \varphi).$$

205. Sümmeetriline hulknurka ühendatud süsteem. Generaatori ühendamisel hulknurka ühendatakse iga tema mähise algus järgmise mähise lõpuga. Selline elektromotoorse jõu allikate ühendamine kinniseks ringiks on lubatav ainult sümmeetrilises süsteemis, sest ainult sellises võrdub kõikide elektromotoorsete jõudude summa nulliga. Ebasümmeetrilise süsteemi liitmisel hulknurgaks ei võrduks elektromotoorsete jõudude summa nulliga ja ringi suhteliselt väikeses takistuses tekiks tugev, mähi-



Joon. 324. Hulknurk-ühenduse kujundamisel on kaks liinijuhet asendatavad ühega. Selles juhtmes olev vool on ühendatavates faasimähistes olevate voolude vahe.

seid ohustav tasandusvool. Juhtmetevaheline liinipinge on hulknurk-ühenduse korral võrdne nende juhtmete külge ühendatud generaatori mähise faasipingega. Kui sümmeetrilise generaatoriga hulknurka ühendatav tarbija on samuti sümmeetriline, siis on nii generaatori kui ka tarbija vastavad faasivoolud võrdsed nii tugevuselt kui ka faasilt. Joonisel 324 on näidatud hulknurka (nelinurka) ühendatud neljafaasine süsteem, mil-

lest nähtub, et generaatorit tarbijaga ühendavais juhtmeis voolab kahe faasivoolu vahe (ajaliselt järgnevast faasivoolust on lahutatav ajaliselt ees olev) ja et liinijuhtmete arv võrdub faaside arvuga. Et m-faasises süsteemis faasivoolud on üksteisest nihutatud nurga $2\pi/m$ võrra, siis sümmeetrilise koormuse korral liinivoolud

$$\left.\begin{aligned} \dot{J}_A &= \dot{J}_1 - \dot{J}_m = J \cdot 2 \sin \frac{\pi}{m} \exp j\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{m}\right), \\ \dot{J}_B &= \dot{J}_2 - \dot{J}_1 = J \cdot 2 \sin \frac{\pi}{m} \exp j\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{m} + \frac{2\pi}{m}\right), \\ \dot{J}_C &= \dot{J}_3 - \dot{J}_2 = J \cdot 2 \sin \frac{\pi}{m} \exp j\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{m} + 2\frac{2\pi}{m}\right), \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (569)$$

Seejuures on liinivoolude summa võrdne nulliga ka ebasümmeetrilise koormuse korral:

$$\dot{J}_A + \dot{J}_B + \dot{J}_C + \ldots = \dot{J}_1 - \dot{J}_m + \dot{J}_2 - \dot{J}_1 + \dot{J}_3 - \dot{J}_2 + \ldots = 0.$$

206. Sümmeetrilise mitmefaasise süsteemi transfigureerimine. Kui generaator ja tarbija on ühendatud erinevalt — üks tähte, teine aga hulknurka, siis on arvutamise lihtsustamiseks otstarbekohane moodustada selline aseskeem, milles nii generaator kui ka tarbija oleksid ühendatud ühesuguselt, tavaliselt tähte.

Tähistame m-faasise hulknurk-ühenduse elemendid indeksiga h, ekvivalentse tähe omad indeksiga t:

$$U_h,\ J_h,\ Z_h,\ R_h,\ X_h \quad \text{ja} \quad U_t,\ J_t,\ Z_t,\ R_t,\ X_t.$$

Transfigureerimist tuleb teostada nii, et liinivool, liinipinge ja nendevaheline nihkenurk säiliksid endistena ja seega ka liini mööda edasiantav võimsus. Ka peavad jääma endisteks kaod transfigureeritavas süsteemis. Seega liinivool (vt. val. 569)

$$J_{liini} = J_t = J_h \cdot 2 \sin \frac{\pi}{m}, \quad (570)$$

faasivõimsus

$$U_t J_t \cos \varphi_t = U_h J_h \cos \varphi_h,$$

millest

$$\varphi_t = \varphi_h, \quad \operatorname{tg} \varphi_t = \operatorname{tg} \varphi_h = \frac{X_t}{R_t} = \frac{X_h}{R_h}.$$

Need tingimused osutuvad täidetuks, kui ekvivalentse tähtühenduse takistused

$$\left.\begin{aligned} R_t &= \frac{J_h^2}{J_t^2} R_h = \frac{R_h}{4\sin^2\frac{\pi}{m}}, \\ X_t &= \frac{R_t}{R_h} X_h = \frac{X_h}{4\sin^2\frac{\pi}{m}}, \\ Z_t &= \frac{Z_h}{4\sin^2\frac{\pi}{m}} \end{aligned}\right\} \qquad (571a)$$

ja ekvivalentse tähtühenduse faasipinge

$$U_t = \frac{U_h}{2\sin\frac{\pi}{m}}. \qquad (571b)$$

Tähtühenduse transfigureerimisel hulknurk-ühenduseks

$$\left.\begin{aligned} J_h &= \frac{J_t}{2\sin\frac{\pi}{m}}, \quad U_h = U_t \cdot 2\sin\frac{\pi}{m}, \\ R_h &= R_t \cdot 4\sin^2\frac{\pi}{m}, \quad X_h = X_t \cdot 4\sin^2\frac{\pi}{m}, \quad Z_h = Z_t \cdot 4\sin^2\frac{\pi}{m}. \end{aligned}\right\} \qquad (572)$$

Kui faaside arv on $m = 3$, siis kolmnurk-ühenduse transfigureerimisel tähtühenduseks

$$\left.\begin{aligned} J_t &= \sqrt{3} J_k, \qquad U_t = \frac{U_k}{\sqrt{3}}, \\ R_t &= \frac{R_k}{3}, \qquad X_t = \frac{X_k}{3}. \end{aligned}\right\} \qquad (573)$$

Tähtühenduse transfigureerimisel kolmnurk-ühenduseks

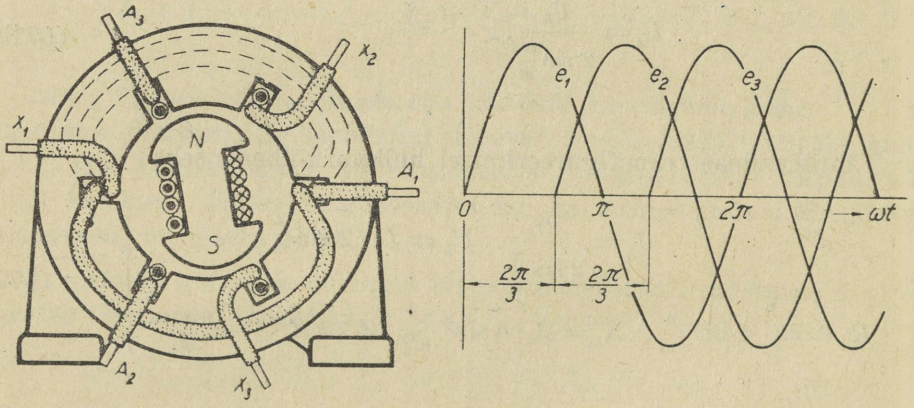
$$\left.\begin{aligned} J_k &= \frac{J_t}{\sqrt{3}}, \qquad U_k = \sqrt{3} U_t, \\ R_k &= 3R_t, \qquad X_k = 3X_t. \end{aligned}\right\} \qquad (574)$$

XLVII peatükk.

KOLMEFAASINE VAHELDUVVOOL.

207. Kolmefaasine süsteem. Tööstuslikus praktikas on vahelduvvoolu süsteemidest levinuim kolmefaasine. See süsteem omab kaks väga olulist eelist: esiteks — kolmefaasise süsteemi korral on võimalik ilma igasuguste lisaseadmeteta tekitada mootoris pöörlevat magnetvälja ja teiseks — sama võimsuse ülekandmisel on kolmefaasise liini juhtmete ristlõigete summa, seega ka kaal, minimaalseim.

Kolmefaasise generaatori (joon. 325) iga faasimähise üks klemmidest on mähise *alguseks*, teine *lõpuks*. Vahelduvvoolu korral sõnad



Joon. 325. Kolmefaasine generaator. *A* — mähise algus, *X* — mähise lõpp. Täielikult on välja joonestatud ainult üks mähiseist.

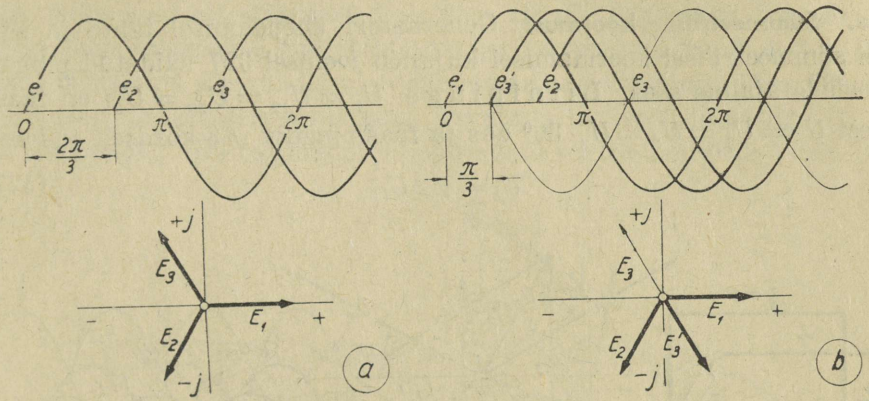
„algus" ja „lõpp" ei oma muud tähendust, kui et nendest klemmidest ühe elektriline seisund on igal hetkel vastasmärgiline teise omaga. On täiesti ükskõik, kumba klemmidest valida faasi alguseks. Kuid olles ühel faasil selle valiku või määramise juba teostanud, oleme seotud kindla korraga kõigi teiste faasimähiste klemmide tähistamisel. Nimelt peavad sümmeetrilise süsteemi faasipinged olema nihutatud üksteisest 120 ja mitte 60 elektrilist kraadi, mis siiski võiks aset leida ühe mähise alguse ja lõpu vahetamisel (joon. 326).

Kui süsteem on sümmeetriline ja seega faasi elektromotoorsed jõud omavahel võrdsed, siis elektromotoorsete jõudude hetkväärtused

$$e_1 = E_m \sin \omega t,$$

$$e_2 = E_m \sin (\omega t - \frac{2\pi}{3}),$$

$$e_3 = E_m \sin (\omega t - \frac{4\pi}{3}).$$



Joon. 326. Kolmefaasise süsteemi elektromotoorsed jõud: *a* — faaside järjestus on õige, *b* — kolmanda faasimähise algus ja lõpp on vahetatud.

Väljendatuna sümboolsel kujul faasi elektromotoorne jõud

esimesel faasil $\dot{E}_1 = E,$

teisel faasil $\dot{E}_2 = E \exp(-j120^0) = E(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}) = E\dot{a}^2,$

kolmandal faasil $\dot{E}_3 = E \exp(-j240^0) = E(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}) = E\dot{a},$ (575)

milles tegurid

$$\dot{a} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\dot{a}^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad (576)$$

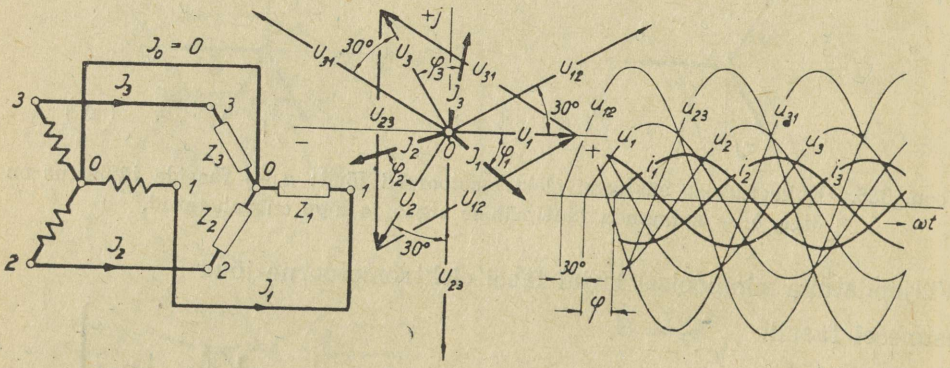
Nagu igas sümmeetrilises süsteemis, nii võrdub elektromotoorsete jõudude summa nulliga ka sümmeetrilises kolmefaasises süsteemis:

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = E - \frac{E}{2} - jE\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{E}{2} + jE\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.$$

208. Tähte ühendatud kolmefaasine süsteem. Kolmefaasise süsteemi ühendamisel tähte võib süsteem omada nulljuhet, võib aga ka olla selleta. Sümmeetriliselt koormatavate faaside korral on mõlemad ühendamise viisid samaväärsed, sest sellisel korral on liinivoolude summa, seega ka nulljuhtmevool, võrdne nulliga. Vaatleme eraldi järgmisi koormamisolukordi: sümmeetriline koormus, ebasümmeetriline koormus nulljuhtme olemasolul, ebasümmeetriline koormus nulljuhtme puudumisel.

a. Sümmeetriline koormus. Generaatori ühendamisel tähte ja süsteemi sümmeetrilisel koormamisel kujuneb joonisel 327 näidatud pingete ja voolude ajaline seos. Liinipinge $U_l = U_{12} = U_{23} = U_{31}$ on faasipingest $U_f = U_1 = U_2 = U_3$ 30° ees ja faasipingest $\sqrt{3}$-kordselt suurem:

$$U_l = \sqrt{3} U_f. \qquad (577)$$



Joon. 327. Kolmefaasine sümmeetriline induktiivne koormus.

Seejuures on üksikud liinipinged:

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = \sqrt{3} U_f \exp j30^\circ,$$
$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3 = \sqrt{3} U_f \exp(-j90^\circ) = -j\sqrt{3} U_f,$$
$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1 = \sqrt{3} U_f \exp j150^\circ.$$

Suuruselt võrdne liini- ja faasivool $J_l = J_f$ moodustab vastava faasipingega nurga φ ja liinipingega 30° suurema nurga

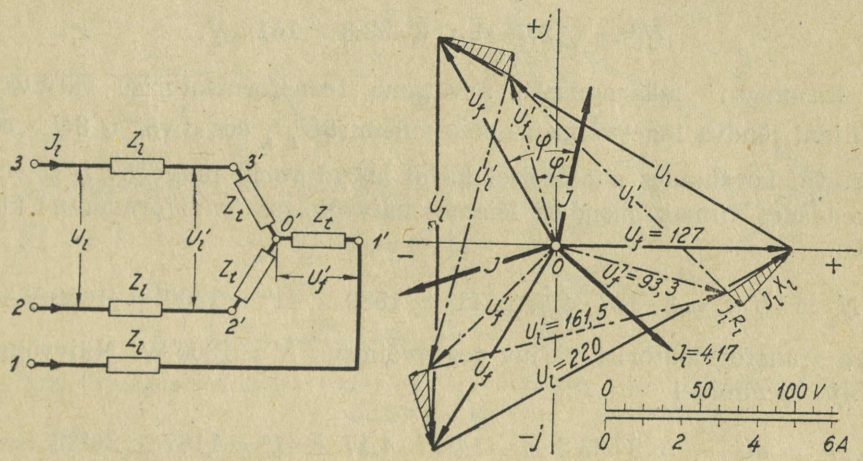
$$\varphi_l = \varphi + 30^\circ$$

(seejuures on induktiivse koormuse korral nurk φ negatiivne). Seega

$$\underline{J}_1 = J_f \exp(-j\varphi),$$
$$\underline{J}_2 = J_f \exp[-j(\varphi + 120^0)],$$
$$\underline{J}_3 = J_f \exp[-j(\varphi + 240^0)].$$

Et koormus on sümmeetriline, siis võrdub faasivoolude summa nulliga ja puudub vajadus nulljuhtme järele.

Näide 146. Tähte ühendatud sümmeetriline kolmefaasine tarbija, mille iga faasi takistus $\underline{Z}_t = 20 + j10\ \Omega$, ühendatagu transformaatoriga kolmejuhtmelise liini abil, mille iga juhtme takistus $\underline{Z}_l = 3 + j10\ \Omega$. Transformaatori klemmidel olev sümmeetriline liinipinge $U_l = 220$ V on koormusest praktiliselt sõltumatu. Arvutada liinivool, liinipinge U_l' tarbija klemmidel, liini kasutegur ja joonestada vektordiagramm (joon. 328).



Joon. 328. Skeem ja vektordiagramm näitele 146.

Lahendus. Et koormus ja pinge on sümmeetrilised, siis teostame arvutuse ainult ühe faasi kohta. Transformaatori faasipinge (mis transformaatori olles kolmnurk-ühenduses on fiktiivne)

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127\ \text{V},$$

faasivool, mis on ühtlasi ka liinivooluks, on faasipinge jagatis faasitakistusega:

$$\underline{J}_f = \underline{J}_l = \frac{\underline{U}_f}{\underline{Z}_l + \underline{Z}_t} = \frac{127}{3 + j10 + 20 + j10} = 4{,}17 \angle -41^0\ \text{A}.$$

Oleme õigustatud arvutama voolu selliselt järgmistel kaalutlustel. Iga faasi kinnine vooluring algab generaatori nullpunktist ja koosneb generaatori tähes olevast (või selliseks taandatavast) faasimähisest, mis antud puhul on võetud takistusvabana (ülesande tingimuste kohaselt temas ei teki märgatavat pingelangu), liini takistusest ja tarbija tähes olevast takistusest tarbija nullpunktini. Kinnist ringi lõpetav ühendus tarbija nullpunktist generaatori nullpunktini küll puudub, kuid on kujutletav. Sümmeetrilise koormuse tõttu nulljuhtmes olev vool võrduks nulliga, nulljuhtmes ei tekiks pingelangu ja see õigustaks vaatlema nullpunkte ühendatuna takistusvaba juhtme abil. Tarbija faasipinge

$$\underset{\cdot}{U}_f' = \underset{\cdot}{J}_f \underset{\cdot}{Z}_t = 4{,}17 \angle 41^0 \cdot (20 + j10) = 93{,}3 \angle -14^0 27' \text{ V}$$

ja liinipinge tarbija klemmidel

$$U_l' = \sqrt{3} U_f' = \sqrt{3} \cdot 93{,}3 = 161{,}5 \text{ V}.$$

Kasuteguri määramiseks arvutame transformaatorist väljuva ja tarbijani jõudva tegevvõimsuse kao valemi $3U_f J_f \cos\varphi$ või $\sqrt{3} U_l J_l \cos\varphi$ järgi või korrutades sümboolsel kujul antud voolu pingega: $\underset{\cdot}{N} = 3\underset{\cdot}{U}_f \overset{*}{\underset{\cdot}{J}}_f$. Rakendades viimast moodust leiame: näivvõimsus transformaatori klemmidel

$$\underset{\cdot}{N}_n' = 3\underset{\cdot}{U}_f \overset{*}{\underset{\cdot}{J}}_f = 3 \cdot 127 \cdot 4{,}17 \angle 41^0 = 1589 \angle 41^0 = 1200 + j1032 \text{ VA};$$

seega transformaatorist väljuv tegevvõimsus $N = 1200$ W. Näivvõimsus tarbija klemmidel

$$\underset{\cdot}{N}_n' = 3\underset{\cdot}{U}_f' \overset{*}{\underset{\cdot}{J}}_f = 3 \cdot 93{,}3 \angle -14^0 27 \cdot 4{,}17 \angle 41^0 = 1167 \angle 26^0 33' = 1044 + j521 \text{ VA};$$

seega tarbijani jõudev tegevvõimsus $N' = 1044$ W. Liini kasutegur

$$\eta = \frac{N'}{N} = \frac{1044}{1200} = 0{,}87 = 87\%.$$

Joonisel on vektordiagrammi kantud ka liinil tekkiva pingelangu kolmnurk.

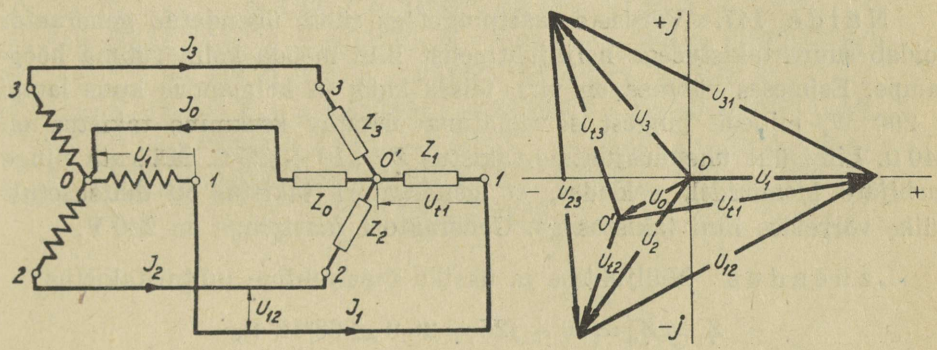
b. Ebasümmeetriline koormus nulljuhtme olemasolemisel. Ebasümmeetriliste pingete ja takistustega kolmefaasises süsteemis erinevad pinged ja voolud üksteisest kõikides faasides ja seepärast oleme sunnitud arvutama olukorda igas faasis eraldi. Joonisel 329 toodud nulljuhtmega ühendusskeemil on generaatori, liini ja tarbija ühe faasi takistus

näidatud koondtakistusena $\underset{.}{Z}_1$, $\underset{.}{Z}_2$ ja $\underset{.}{Z}_3$ ning nulljuhtme takistus takistusena $\underset{.}{Z}_0$. Valides nagu varemgi voolu positiivseks suunaks suuna generaatorist tarbijasse ja nulljuhtme voolu positiivseks suunaks suuna tarbija nullpunktist generaatori nullpunkti, võime mõlema nullpunkti kohta rakendada Kirchhoffi esimest seadust:

$$\underset{.}{J}_1 + \underset{.}{J}_2 + \underset{.}{J}_3 = \underset{.}{J}_0 .$$

Antud süsteemis pole nullpunktide O ja O' potentsiaalid võrdsed, punkti O' oma on kõrgem ja seega on nende punktide vahel olemas pinge U_0, mille suurus võrdub nullvoolu J_0 poolt nulljuhtme takistuses Z_0 tekitatava pingelanguga

$$\underset{.}{U}_0 = \underset{.}{J}_0 \underset{.}{Z}_0 .$$



Joon. 329. Ebasümmeetriliselt koormatud kolmefaasine tähte ühendatud süsteem nulljuhtmega.

Kui generaatori esimese faasi pinge on $\underset{.}{U}_1$, siis pinge tarbija esimese faasi klemmidel $\underset{.}{U}_{01}$ on väiksem nulljuhtmes asetleidva pingelangu $\underset{.}{U}_0$ võrra:

$$\underset{.}{U}_{01} = \underset{.}{U}_1 - \underset{.}{U}_0 = \underset{.}{U}_1 - \underset{.}{J}_0 \underset{.}{Z}_0 .$$

Seega esimeses faasis olev vool

$$\underset{.}{J}_1 = \frac{\underset{.}{U}_1 - \underset{.}{U}_0}{\underset{.}{Z}_1} = \underset{.}{Y}_1 (\underset{.}{U}_1 - \underset{.}{U}_0), \qquad (578a)$$

milles faasi-näivjuhtivus $\underset{.}{Y}_1 = 1/\underset{.}{Z}_1$ ei sisalda nulljuhtme näivjuhtivust. Analoogiliselt vool teises ja kolmandas faasis ning nulljuhtmes

$$\left.\begin{aligned} \underset{.}{J}_2 &= \underset{.}{Y}_2 (\underset{.}{U}_2 - \underset{.}{U}_0), \\ \underset{.}{J}_3 &= \underset{.}{Y}_3 (\underset{.}{U}_3 - \underset{.}{U}_0), \\ \underset{.}{J}_0 &= \underset{.}{Y}_0 \underset{.}{U}_0 . \end{aligned}\right\} \qquad (578b)$$

Et faasivoolude summa võrdub nulljuhtme vooluga, s. o.

$$\dot{Y}_1(\dot{U}_1 - \dot{U}_0) + \dot{Y}_2(\dot{U}_2 - \dot{U}_0) + \dot{Y}_3(\dot{U}_3 - \dot{U}_0) = \dot{Y}_0\dot{U}_0,$$

siis nullpunktivaheline pinge

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{Y}_1\dot{U}_1 + \dot{Y}_2\dot{U}_2 + \dot{Y}_3\dot{U}_3}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3 + \dot{Y}_0}. \qquad (579a)$$

Nullpunktivaheline pinge m-faasise süsteemi korral oleks:

$$\dot{U}_0 = \frac{\Sigma \dot{Y}_k \dot{U}_k}{\Sigma \dot{Y}_k + \dot{Y}_0}. \qquad (579b)$$

Kui on arvutatud $\dot{U}_0$, siis on üksikud faasivoolud arvutatavad valemi 578 abil.

Näide 147. Võrdsete faasipingetega tähte ühendatud generaator toidab suure takistusega neljajuhtmelist liini mööda kolm rühma hõõglampe. Esimeses rühmas on viis, teises kaks ja kolmandas kuus lampi à 200 W, millede pingest sõltumatuna oletatav keskmine takistus on 240 Ω. Liini ühe ühendusjuhtme takistus $\dot{Z}_l = 10 + j25$ Ω. Määrata pinge tarbijate klemmidel, eeldades, et generaatori takistus on tähtsusetult väike võrreldes liini takistusega. Generaatori faasipinge on 240 V.

Lahendus. Nulljuhtme ja üksiku faasijuhtme juhtmetakistus

$$\dot{Z}_l = \dot{Z}_0 = 10 + j25 = 26{,}9 \angle 68^\circ 12' \text{ Ω},$$

üksikute faaside takistused ja juhtivused:

$$\dot{Z}_1 = \frac{240}{5} + 10 + j25 = 58 + j25 = 63{,}2 \angle 23^\circ 20' \text{ Ω},$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{240}{2} + 10 + j25 = 130 + j25 = 132{,}3 \angle 10^\circ 53' \text{ Ω},$$

$$\dot{Z}_3 = \frac{240}{6} + 10 + j25 = 50 + j25 = 55{,}9 \angle 26^\circ 35' \text{ Ω},$$

$$\dot{Y}_1 = \frac{1}{\dot{Z}_1} = \frac{1}{63{,}2 \angle 23^\circ 20'} = 0{,}01582 \angle -23^\circ 20' = 0{,}01451 - j0{,}00627 \text{ S},$$

$$\dot{Y}_2 = \frac{1}{\dot{Z}_2} = \frac{1}{132{,}3 \angle 10^\circ 53'} = 0{,}00755 \angle -10^\circ 53' = 0{,}00741 - j0{,}00145 \text{ S},$$

$$\dot{Y}_3 = \frac{1}{\dot{Z}_3} = 55{,}9 \angle 26^\circ 35' = 0{,}01785 \angle -26^\circ 35' = 0{,}01595 - j0{,}00798 \text{ S}.$$

Nulljuhtme juhtivus

$$\dot{Y}_0 = \frac{1}{\dot{Z}_0} = \frac{1}{26{,}9 \angle 68^\circ 12'} = 0{,}0372 \angle -68^\circ 12' = 0{,}01381 - j0{,}03450 \text{ S}.$$

Generaatori faasipinged:

$$\dot{U}_1 = 240 \text{ V},$$
$$\dot{U}_2 = 240 \angle -120^0 = -120 - j207{,}5 \text{ V},$$
$$\dot{U}_3 = 240 \angle -240^0 = -120 + j207{,}5 \text{ V}.$$

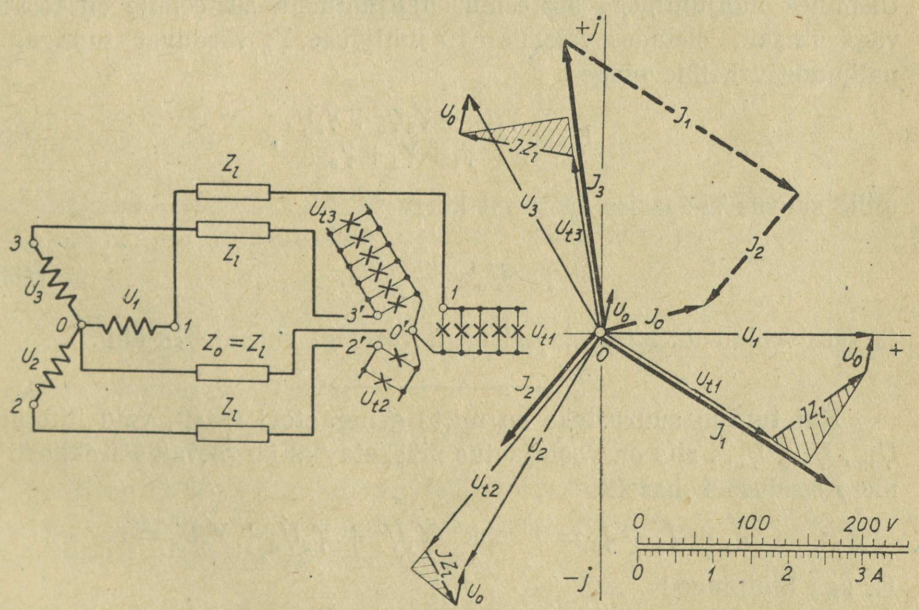
Nullpunktivaheline pinge

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{Y}_1\dot{U}_1 + \dot{Y}_2\dot{U}_2 + \dot{Y}_3\dot{U}_3}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3 + \dot{Y}_0} = \frac{0{,}01582 \angle -23^0 20' \cdot 240 + 0{,}00755 \angle -10^0 53 \cdot 240}{0{,}01451 - j0{,}00627 + 0{,}00741 - j0{,}00145 + 0{,}01595 -}$$

$$\frac{\angle -120^0 + 0{,}01785 \angle -26^0 35' \cdot 240 \angle -240^0}{-j0{,}00798 + 0{,}01381 - j0{,}03450} = 34{,}3 \angle 78^0 46' = 6{,}7 + j33{,}6 \text{ V}.$$

Faasi- ja null-voolud:

$$\dot{J}_1 = \dot{Y}_1 (\dot{U}_1 - \dot{U}_0) = 0{,}01582 \angle -23^0 20' \cdot (240 - 6{,}7 - j33{,}6) =$$
$$= 3{,}73 \angle -31^0 32' = 3{,}18 - j1{,}95 \text{ A},$$
$$\dot{J}_2 = \dot{Y}_2 (\dot{U}_2 - \dot{U}_0) = 0{,}00755 \angle -10^0 53' \cdot (-120 - j207{,}5 - 6{,}7 -$$
$$- j33{,}6) = 2{,}05 \angle 231^0 24' = -1{,}28 - j1{,}60 \text{ A},$$
$$\dot{J}_3 = \dot{Y}_3 (\dot{U}_3 - \dot{U}_0) = 0{,}01785 \angle -26^0 35' \cdot (-120 + j207{,}5 - 6{,}7 -$$
$$- j33{,}6) = 3{,}84 \angle -260^0 31' = -0{,}64 + j3{,}78 \text{ A},$$
$$\dot{J}_0 = \dot{Y}_0\dot{U}_0 = 0{,}0372 \angle -68^0 12' \cdot 34{,}3 \angle 78^0 46' = 1{,}274 \angle 10^0 34' =$$
$$= 1{,}25 + j0{,}23 \text{ A}.$$



Joon. 330. Ühendusskeem ja vektordiagramm näitele 147.

Pinge hõõglampide klemmidel (joon. 330):

$$\underline{U}_{t1} = \underline{U}_1 - \underline{U}_0 - \underline{J}_1\underline{Z}_l = 240 - 6{,}7 - j33{,}6 - 3{,}73 \angle -31°32' \cdot 26{,}9 \angle 68°12' = 179{,}2 \angle -31°27' \text{ V},$$

$$\underline{U}_{t2} = \underline{U}_2 - \underline{U}_0 - \underline{J}_2\underline{Z}_l = -120 - j207{,}5 - 6{,}7 - j33{,}6 - 2{,}05 \angle 231°24' \cdot 26{,}9 \angle 68°12' = 247{,}5 \angle 231°28' \text{ V},$$

$$\underline{U}_{t3} = \underline{U}_3 - \underline{U}_0 - \underline{J}_3\underline{Z}_l = -120 + j207{,}5 - 6{,}7 - j33{,}6 - 3{,}84 \angle -260°31' \cdot 26{,}9 \angle 68°12' = 154{,}0 \angle -260°21' \text{ V}.$$

Et tarbijateks on vaid tegevtakistused, siis tarbija vool ja pinge on omavahel faasis (mõneminutiline erinevus nurgas on tingitud logaritmilise liikatiga arvutamise ebatäpsusest). Seega tingib ebasümmeetriline koormus vähemkoormatud faasis lampidele väga ohtliku pingetõusu, mis on seda suurem, mida suurem on koormuse ebasümmeetria ja nulljuhtme takistus.

c. **Ebasümmeetriline koormus nulljuhtme puudumisel.** Ebasümmeetriliselt koormatud nulljuhtmeta süsteemis puudub võimalus nullvoolu tekkimiseks. Kuid Kirchhoffi esimese seaduse kohaselt peab voolude summa mõlemas nullpunktis võrduma nulliga:

$$\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 = 0.$$

Üleminek nulljuhtmega süsteemilt nulljuhtmeta süsteemile on teostatav väga lihtsalt, oletades valemis 579 juhtivuse $\underline{Y}_0$ võrduvat nulliga. Siis nullpunktivaheline pinge

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{Y}_1\underline{U}_1 + \underline{Y}_2\underline{U}_2 + \underline{Y}_3\underline{U}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}, \tag{580a}$$

mille suurus m-faasise süsteemi korral

$$\underline{U}_0 = \frac{\Sigma \underline{Y}_k \underline{U}_k}{\Sigma \underline{Y}}, \tag{580b}$$

ja faasivoolud on arvutatavad nagu varemgi valemi 578 abil.

Kui tuntud suurusteks on mitte generaatori faasi-, vaid liinipinged $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$, siis on voolujaotus määratav alljärgnevalt Kirchhoffi esimese seaduse kohaselt

$$\underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 = 0 \quad \text{ehk} \quad \underline{Y}_1\underline{U}_1 + \underline{Y}_2\underline{U}_2 + \underline{Y}_3\underline{U}_3 = 0.$$

Et aga liinipinged

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2, \quad \underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3 \quad \text{ja} \quad \underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1$$

ning faasipinged

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 - \dot{U}_{12} \quad \text{ja} \quad \dot{U}_3 = \dot{U}_1 + \dot{U}_{31},$$

siis

$$\dot{Y}_1\dot{U}_1 + \dot{Y}_2(\dot{U}_1 - \dot{U}_{12}) + \dot{Y}_3(\dot{U}_1 + \dot{U}_{31}) = 0,$$

millest generaatori faasipinge

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{Y}_2\dot{U}_{12} - \dot{Y}_3\dot{U}_{31}}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3} = \frac{\dot{Y}_2\dot{U}_{12} + \dot{Y}_3\dot{U}_{13}}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3}. \tag{581a}$$

Analoogiliselt generaatori faasipinged

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \frac{\dot{Y}_3\dot{U}_{23} + \dot{Y}_1\dot{U}_{21}}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3}, \\ \dot{U}_3 &= \frac{\dot{Y}_1\dot{U}_{31} + \dot{Y}_2\dot{U}_{32}}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3}. \end{aligned}\right\} \tag{581b}$$

Faasivoolud on määratavad faasipinge jagamisel faasitakistusega. Praktilist rakendamist leiavad järgmised erijuhtumid.

Generaatori pinged on ebasümmeetrilised, faasijuhtivused aga on ühesugused, seega $\dot{Y}_1 = \dot{Y}_2 = \dot{Y}_3 = \dot{Y}$. Sellisel puhul faasipinged

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{\dot{U}_{12} + \dot{U}_{13}}{3}, \\ \dot{U}_2 &= \frac{\dot{U}_{23} + \dot{U}_{21}}{3}, \\ \dot{U}_3 &= \frac{\dot{U}_{31} + \dot{U}_{32}}{3} \end{aligned}\right\} \tag{582}$$

ja nullpunkt asetseb liinipingete kolmnurga raskuskeskpunktis (joon. 331), seega kolmnurga tippudest tõmmatavate vastaskülje poolitajate lõikumispunktis.

Takistuste absoluutsuurus pole küll võrdne, kuid võrdne on faasipinge ja faasivoolu ning faasipinge vaheline nurk φ, seega kui

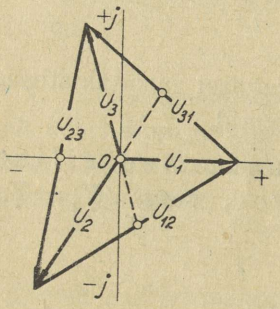
$$\dot{Y}_1 = Y_1 \exp(-j\varphi), \quad \dot{Y}_2 = Y_2 \exp(-j\varphi), \quad \dot{Y}_3 = Y_3 \exp(-j\varphi)$$

(negatiivne nurk vastab induktiivsele juhtivusele; kui nurk $\varphi = 0$, siis on tegemist ebasümmeetrilise tegevtakistustest koosneva koormusega). Sellisel korral nullpunktivaheline pinge

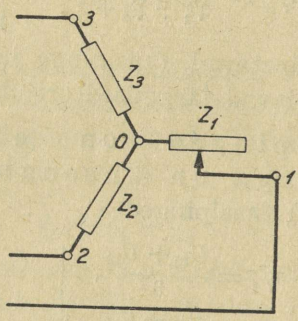
$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{Y}_1\dot{U}_1 + \dot{Y}_2\dot{U}_2 + \dot{Y}_3\dot{U}_3}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3}. \tag{583}$$

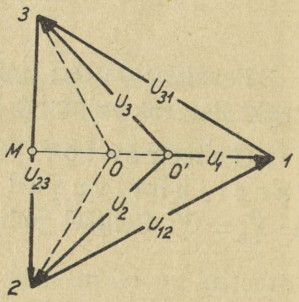
Kui valime koordinaatteljed nii, et faasipinge $\underset{\cdot}{U}_1$ oleks reaaltelje suunas, s. o. $\underset{\cdot}{U}_1 = U_f$, saame faasivooluks

$$\left.\begin{aligned}
\underset{\cdot}{J}_1 &= \frac{\frac{3}{2}(Z_2+Z_3)+j\frac{\sqrt{3}}{2}(Z_2-Z_3)}{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}U_f\exp(-j\varphi),\\
\underset{\cdot}{J}_2 &= \frac{\frac{3}{2}(Z_3+Z_1)+j\frac{\sqrt{3}}{2}(Z_3-Z_1)}{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}U_f\exp(-j\varphi),\\
\underset{\cdot}{J}_3 &= \frac{\frac{3}{2}(Z_1+Z_2)+j\frac{\sqrt{3}}{2}(Z_1-Z_2)}{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}U_f\exp(-j\varphi).
\end{aligned}\right\} \quad (584)$$



Joon. 331. Tähte ühendatud nulljuhtmeta süsteemi ebasümmeetriliste pingete vektordiagramm võrdsete faasitakistuste korral.





Joon. 332. Tähte ühendatud nulljuhtmeta süsteemi vektordiagramm ühe faasitakistuse sujuval muutumisel.

Kolmest juhtivusest kaks püsib muutmatuna, kolmas aga muutub sujuvalt 0 ja ∞ vahel (olukorrad faasikatkestusest lühiseni ühes faasis). Seejuures jääb faasinihe kõikides faasides ühesuuruseks, nurk $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$. Seega juhtivused on:

$\underset{\cdot}{Y}_1 = nY_1\exp(-j\varphi)$, $\underset{\cdot}{Y}_2 = Y_2\exp(-j\varphi)$ ja $\underset{\cdot}{Y}_3 = Y_3\exp(-j\varphi)$.

Vektordiagrammil joonisel 332 on näidatud sellele juhtumile vastav nullpunkti O kohakõver — sirge $1O'OM$.

Faasikatkestuse korral esimese faasi juhtivus $n\underset{\cdot}{Y}_1 = 0$ ja teine ning kolmas faas osutuvad ühendatuks järjestikku; punkt O ühtib punktiga M. Teist ja kolmandat faasi läbib vool $\underset{\cdot}{J}_2 = \underset{\cdot}{J}_3$, punktide *2* ja *3*

vahel olev pinge $\underset{\cdot}{U}_{23}$ jaotub faasipingeteks vastuproportsionaalselt teise ja kolmanda faasi takistuse absoluutväärtusega, kuna nihe faasivoolu ja faasipinge vahel on mõlemas faasis üks ja sama φ. Punkti M asukoht on seega määratud suhtega

$$\frac{\overline{M3}}{\overline{23}} = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{Y_2}{Y_2 + Y_3}.$$

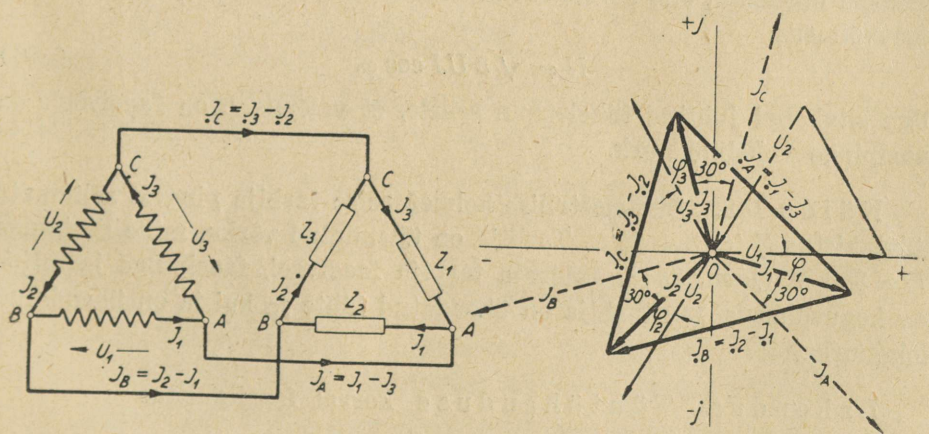
L ü h i s e korral esimese faasi juhtivus $n\underset{\cdot}{Y}_1 = \infty$, nullpunkt O ühtib punktiga *1* ja faasipinged võrduvad liinipingega:

$$\underset{\cdot}{U}_3 = \underset{\cdot}{U}_{31} \quad \text{ja} \quad \underset{\cdot}{U}_2 = -\underset{\cdot}{U}_{12} = \underset{\cdot}{U}_{21}.$$

209. Kolmnurka ühendatud kolmefaasine süsteem. Generaatori faasimähiste ühendamisel kolmnurka ühendatakse eelneva faasimähise lõpp järgneva faasimähise algusega. Seejuures jääb liinipinge võrdseks faasipingega, s. o. $U_l = U_f$ ja liinivool, nagu iga hulknurk-ühenduse korral, on kahe faasivoolu vahe. Vaatleme kolmnurka ühendatud süsteemi koormamist nii sümmeetrilise kui ka ebasümmeetrilise koormusega.

a. Sümmeetriline koormus. Sümmeetrilise koormuse korral (joon. 333) on kõik kolm liinivoolu omavahel võrdsed ja moodustavad faasivooludega nurga 30°; nende tugevus on $\sqrt{3}$-kordselt suurem faasivoolu omast:

$$\left.\begin{aligned} \underset{\cdot}{J}_A &= \underset{\cdot}{J}_1 - \underset{\cdot}{J}_3 = \sqrt{3}\,\underset{\cdot}{J}_f \exp(-j30^\circ), \\ \underset{\cdot}{J}_B &= \underset{\cdot}{J}_2 - \underset{\cdot}{J}_1 = \sqrt{3}\,\underset{\cdot}{J}_f \exp(-j150^\circ), \\ \underset{\cdot}{J}_C &= \underset{\cdot}{J}_3 - \underset{\cdot}{J}_2 = \sqrt{3}\,\underset{\cdot}{J}_f \exp(-270^\circ). \end{aligned}\right\} \qquad (585)$$



Joon. 333. Sümmeetriliselt koormatud kolmnurk-ühendus.

Kolmnurk-ühenduse vektordiagrammi joonestamisel paigutame nagu tähtühendusegi korral esimese faasi pinge koordinaatteljestiku reaaltelje suunas. Siis kanname diagrammi faasivoolud nihutatuna faasipingest nurga φ võrra. Liinivoolude määramiseks lahutame voolust $\underset{\cdot}{J}_1$ voolu $\underset{\cdot}{J}_3$, voolust $\underset{\cdot}{J}_2$ voolu $\underset{\cdot}{J}_1$ ja voolust $\underset{\cdot}{J}_3$ voolu $\underset{\cdot}{J}_2$. Seejuures tekib faasivoolude tippe ühendav liinivoolude kolmnurk, milles liinivool on faasivoolust 30° t a g a. Nagu oli tähtühenduse korral, nii on ka kolmnurk-ühenduse korral liinivoolude summa null:

$$\underset{\cdot}{J}_A + \underset{\cdot}{J}_B + \underset{\cdot}{J}_C = \underset{\cdot}{J}_1 - \underset{\cdot}{J}_3 + \underset{\cdot}{J}_2 - \underset{\cdot}{J}_1 + \underset{\cdot}{J}_3 - \underset{\cdot}{J}_2 = 0.$$

Et sümmeetriliselt koormatud kolmefaasine süsteem on tasakaalustatud süsteem, siis võimsus peab olema ajast sõltumatu:

$$\Sigma ui = 3U_f J_f \cos\varphi = N = const.$$

T ä h t ü h e n d u s e korral liinipinge $U_l = \sqrt{3}U_f$ ja liinivool $J_l = J_f$. Seega võimsus

$$N = 3\frac{U_l}{\sqrt{3}} J_l \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_l J_l \cos\varphi.$$

K o l m n u r k - ü h e n d u s e korral liinipinge $U_l = U_f$ ja liinivool $J_l = \sqrt{3}J_f$. Seega võimsus

$$N = 3U_l \frac{J_l}{\sqrt{3}} \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_l J_l \cos\varphi.$$

Siit selgub, et sümmeetriliselt koormatud kolmefaasise süsteemi võimsus on sõltumatu ühendamise viisist. Kuna tavaliselt liinipinge ja liinivool jäetakse indeksita, siis kolmefaasise sümmeetriliselt koormatud süsteemi tegevvõimsus

$$N = \sqrt{3}\, UJ \cos\varphi. \qquad (586)$$

Olgu siinkohal juhitud tähelepanu sellele, et valemis φ on **faasi**voolu ja **faasi**pinge vaheline nurk.

N ä i d e 148. Sümmeetrilise kolmefaasise tarbija pingest sõltumatu näivtakistus $\underset{\cdot}{Z}_f = 3 + j4\ \Omega$. Tarbija on ühendatud võrku, mille liinipinge $U_l = 380$ V (joon. 334). Määrata tarbija faasivool, faasipinge ja tarbitav koguvõimsus, kui tarbija on ühendatud tähte ja kui ta on ühendatud kolmnurka.

L a h e n d u s. T ä h t ü h e n d u s e korral faasitakistus

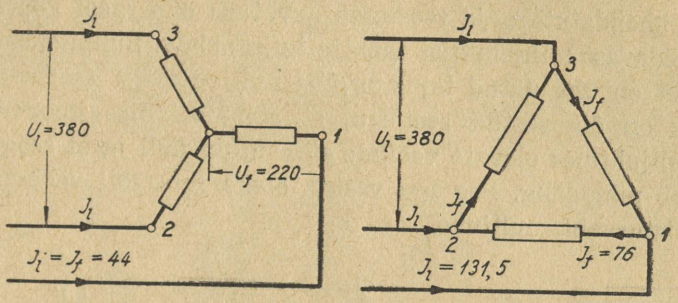
$$\underset{\cdot}{Z}_f = 3 + j4 = 5 \angle 53°08'\ \Omega,$$

faasipinge

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V},$$

faasi-, ühtlasi ka liinivool

$$J_f = J_l = \frac{U_f}{Z_f} = \frac{220}{5} = 44 \text{ A}.$$



Joon. 334. Voolu- ja pingejaotus täht- ja kolmnurkühenduse korral näites 148.

Faasipinge ja faasivoolu vaheline nurk φ on määratud takistusega, seega $\varphi = 53^{\circ}08'$ ja $\cos\varphi = 0{,}60$. Tarbitav võimsus

$$N = \sqrt{3} U_l J_l \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 44 \cdot 0{,}60 = 17\,330 \text{ W} = 17{,}33 \text{ kW}.$$

K o l m n u r k - ü h e n d u s e korral on liinipinge ühtlasi ka faasipingeks, seega $U_f = U_l = 380$ V, faasivool

$$J_f = \frac{U_f}{Z_f} = \frac{380}{5} = 76 \text{ A},$$

faasipinge ja faasivoolu vaheline nurk on nagu tähtühendusegi korral $53^{\circ}08'$, millele vastab $\cos\varphi = 0{,}60$. Liinivool

$$J_l = \sqrt{3} J_f = \sqrt{3} \cdot 76 = 131{,}5 \text{ A},$$

tarbitav võimsus

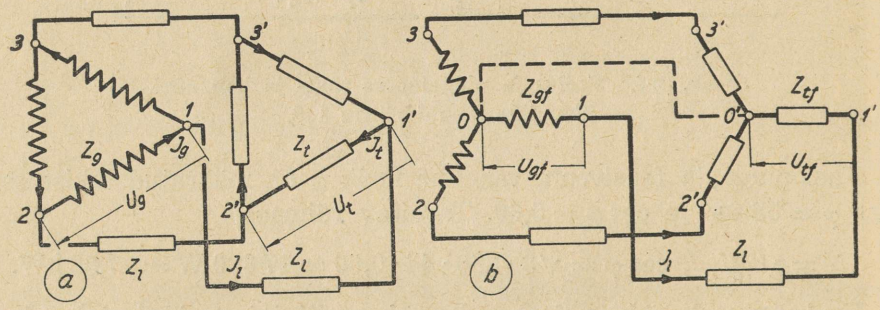
$$N = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 131{,}5 \cdot 0{,}60 = 52\,000 \text{ W} = 52{,}0 \text{ kW},$$

mis on kolm korda enam kui tähtühenduse korral, sest tarbitav võimsus suureneb proportsionaalselt faasipinge suurenemise r u u d u g a.

N ä i d e 149. Kolmnurka ühendatud generaator faasimähise takistusega $\underline{Z}_g = 0{,}6 + j1{,}8\ \Omega$ toidab kolmnurka ühendatud sümmeetrilist

mahtuvuslikku tarbijat, mille ühe faasi takistus $\underset{\cdot}{Z}_t = 2{,}1 - j6{,}9\ \Omega$ (joon. 335*a*). Tarbijat ja generaatorit ühendava liini ühe juhtme takistus $\underset{\cdot}{Z}_l = 0{,}2 + j0{,}3\ \Omega$. Määrata generaatori ja tarbija klemmidel olev liinipinge, liinivool ja vool generaatori faasimähises, kui generaatori tühijooksupinge, antud süsteemi suhtes aga elektromotoorne jõud $E_l = 235$ V. Joonestada vektordiagramm.

L a h e n d u s. Asendame kolmnurka ühendatud generaatori ja tarbija tähte ühendatutega ja teostame arvutuse ühe faasi kohta generaatori kujuteldavast nullpunktist tarbija kujuteldava nullpunktini oletades, et nullpunkt on ühendatud takistusvaba nulljuhtmega (joon. 335*b*). Selline oletus on õigustatud seetõttu, et sümmeetrilise koormuse korral reaalses nulljuhtmes olevate voolude summa on null ja et seega nulljuhtmes puudub pingelang. See aga vastab olukorrale, kui vooluga on koormatud takistusvaba nulljuhe.



Joon. 335. Tegelik ja ase-ühendusskeem näitele 149.

Tähte ühendatava asegeneraatori faasi elektromotoorne jõud

$$E_f = \frac{E_l}{\sqrt{3}} = \frac{235}{\sqrt{3}} = 135{,}7\ \text{V}.$$

Asegeneraatori faasitakistus (val. 573)

$$\underset{\cdot}{Z}_{gf} = \frac{\underset{\cdot}{Z}_g}{3} = \frac{0{,}6 + j1{,}8}{3} = 0{,}2 + j0{,}6 = 0{,}633 \angle 71°34'\ \Omega,$$

asetarbija faasitakistus

$$\underset{\cdot}{Z}_{tf} = \frac{\underset{\cdot}{Z}_t}{3} = \frac{2{,}1 - j6{,}9}{3} = 0{,}7 - j2{,}3 = 2{,}405 \angle -73°04'\ \Omega.$$

Ühe faasi üldtakistus

$$\underset{\cdot}{Z}_f = \underset{\cdot}{Z}_{gf} + \underset{\cdot}{Z}_l + \underset{\cdot}{Z}_{tf} = 0{,}2 + j0{,}6 + 0{,}2 + j0{,}3 + 0{,}7 - j2{,}3 =$$
$$= 1{,}1 - j1{,}4 = 1{,}78 \angle -51°50'\ \Omega,$$

liinivool (ühtlasi ka asegeneraatori ja asetarbija faasivool)

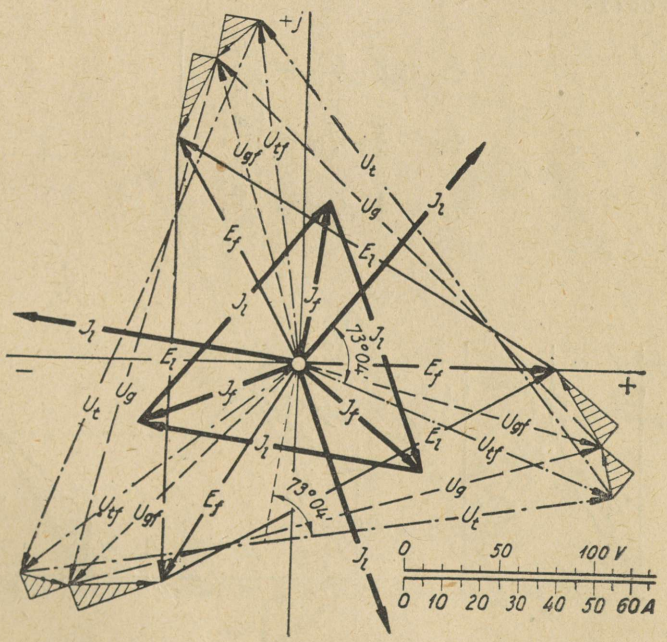
$$\dot{J}_l = \frac{\dot{E}_f}{\dot{Z}_f} = \frac{135{,}7}{1{,}78 \angle -51^\circ 50'} = 76{,}2 \angle 51^\circ 50' \text{ A.}$$

Asegeneraatori faasipinge

$$\dot{U}_{gf} = \dot{E}_f - \dot{J}_l \dot{Z}_{gf} = 135{,}7 - 76{,}2 \angle 51^\circ 50' \cdot 0{,}633 \angle 71^\circ 34' =$$
$$= 135{,}7 - 48{,}2 \angle 123^\circ 24' = 135{,}7 + 48{,}2 \angle -56^\circ 36' =$$
$$= 162{,}3 - j40{,}2 = 167{,}1 \angle -13^\circ 53' \text{ V,}$$

generaatori liinipinge

$$U_g = \sqrt{3} U_{gf} = \sqrt{3} \cdot 167{,}1 = 289{,}4 \text{ V,}$$



Joon. 336. Vektordiagramm näitele 149.

asetarbija faasipinge

$$\dot{U}_{tf} = \dot{J}_l \dot{Z}_{tf} = 76{,}2 \angle 51^\circ 50' \cdot 2{,}405 \angle -73^\circ 04' = 183{,}3 \angle -21^\circ 14' \text{ V,}$$

tarbija liinipinge

$$U_t = \sqrt{3} U_{tf} = \sqrt{3} \cdot 183{,}3 = 317{,}5 \text{ V.}$$

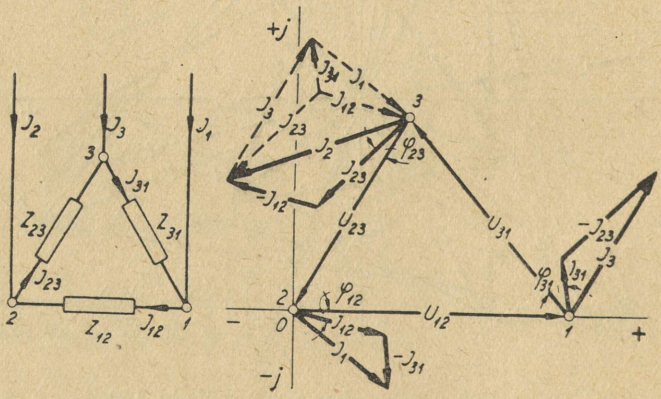
Generaatori ja tarbija tegelikud faasivoolud on võrdsed, nende tugevus on

$$J_g = J_t = \frac{J_l}{\sqrt{3}} = \frac{76{,}2}{\sqrt{3}} = 44{,}0 \text{ A}.$$

Joonisel 336 on toodud arvutusandmeil joonestatud vektordiagramm, millel on näidatud nii tegelikud kui ka asepinged ja -voolud. Seejuures tingib koormuse mahtuvuslik iseloom pinge kõrgenemist nii generaatori klemmidel kui ka liini lõpul.

b. Ebasümmeetriline koormus. Kolmnurk-ühenduse korral on liini- ja faasipinge võrdsed, seega on faasivool ka ebasümmeetrilise koormuse korral määratav liinipinge ja temale vastava faasitakistuse jagamise teel (joon. 337):

$$\left.\begin{aligned} \dot{J}_{12} &= \dot{Y}_{12}\dot{U}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{\dot{Z}_{12}}, \\ \dot{J}_{23} &= \dot{Y}_{23}\dot{U}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{\dot{Z}_{23}}, \\ \dot{J}_{31} &= \dot{Y}_{31}\dot{U}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{\dot{Z}_{31}}. \end{aligned}\right\} \qquad (587)$$



Joon. 337. Ebasümmeetriliselt koormatud süsteem.

Kujunev faasivool on ajaliselt järgneva ja eelneva faasivoolu vahe:

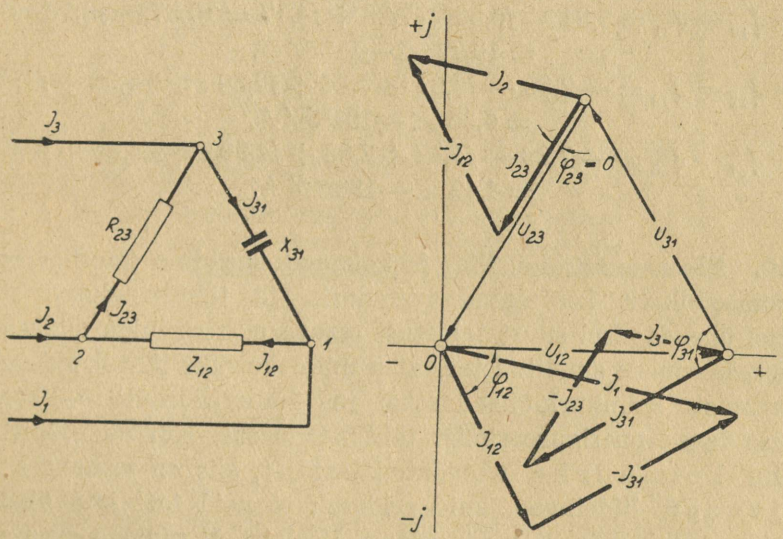
$$\left.\begin{aligned} \dot{J}_1 &= \dot{J}_{12} - \dot{J}_{31}, \\ \dot{J}_2 &= \dot{J}_{23} - \dot{J}_{12}, \\ \dot{J}_3 &= \dot{J}_{31} - \dot{J}_{23}. \end{aligned}\right\} \qquad (588)$$

Joonisel on lisaks pingekolmnurgale näidatud ka liinivoolude määramine ja voolukolmnurk (katkendjoonega), mis kujuneb faasi- ja liinivooludest.

N ä i d e 150. Kolmnurka on ühendatud takistus 66 Ω, kondensaator mahtuvusega 70 μF ja paispool, mille induktiivsus on 0,15 H ja tegevtakistus 25 Ω (joon. 338). Määrata tarbija faasi- ja liinivoolud ning joonestada vektordiagramm, kui sümmeetriline liinipinge on 380 V ja sagedus 50 Hz.

L a h e n d u s. Kondensaatori ebatakistus

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 70 \cdot 10^{-6}} = 45{,}5\ \Omega,$$



Joon. 338. Ühendusskeem ja vektordiagramm näitele 150.

paispooli ebatakistus

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi 50 \cdot 0{,}15 = 47{,}1\ \Omega;$$

seega on üksikute faaside näivtakistused:

$$\underline{Z}_{12} = 25 + j47{,}1 = 53{,}3 \angle 62^{0}03'\ \Omega,$$
$$\underline{Z}_{23} = R_{23} = 66\ \Omega,$$
$$\underline{Z}_{31} = -jX_C = -j45{,}5 = 45{,}5 \angle -90^{0}\ \Omega.$$

Liinipinged (ühtlasi ka faasipinged)

$$\dot{U}_{12} = 380, \quad \dot{U}_{23} = 380 \angle -120^0, \quad \dot{U}_{31} = 380 \angle -240^0 \text{ V},$$

faasivoolud

$$\dot{J}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{\dot{Z}_{12}} = \frac{380}{53{,}3 \angle 62^0 03'} = 7{,}12 \angle -62^0 03' = 3{,}34 - j6{,}30 \text{ A},$$

$$\dot{J}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{\dot{Z}_{23}} = \frac{380 \angle -120^0}{66} = 5{,}76 \angle -120^0 = -2{,}88 - j4{,}99 \text{ A},$$

$$\dot{J}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{\dot{Z}_{31}} = \frac{380 \angle -240^0}{45{,}5 \angle -90^0} = 8{,}34 \angle -150^0 = -7{,}23 - j4{,}17 \text{ A}.$$

Liinivoolud

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_{12} - \dot{J}_{31} = 3{,}34 - j6{,}30 + 7{,}23 + j4{,}17 = 10{,}57 - j2{,}13 = 10{,}77 \angle -11^0 23' \text{ A},$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_{23} - \dot{J}_{12} = -2{,}88 - j4{,}99 - 3{,}34 + j6{,}30 = -6{,}22 + j1{,}31 = 6{,}35 \angle -191^0 53' \text{ A},$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_{31} - \dot{J}_{23} = -7{,}23 - j4{,}17 + 2{,}88 + j4{,}99 = -4{,}35 + j0{,}82 = 4{,}42 \angle -190^0 40' \text{ A}.$$

210. Ebasümmeetrilise täht- ja kolmnurk-ühenduse transfigureerimine. Ebasümmeetriliselt koormatud kolmnurk- ja tähtühenduses süsteemi rööbitisel ühendamisel suurt takistust omava elektriliiniga ollakse voolujaotuse määramisel sunnitud teostama mitmekordset tähtühenduse transfigureerimist kolmnurk-ühenduseks ja ümberpöördult — kolmnurk-ühenduse taas-transfigureerimist tähtühenduseks. Kui on rööbiti lülitatud mitu kolmnurka ühendatud tarbijat, siis on vastavate faaside juhtivused liidetavad, kuid eeldusel, et neid tarbijaid ühendavais juhtmeis puudub märgatav pingelang. Voolude ja pingete arvutamiseks aga tuleb selliselt saadud ekvivalentne kolmnurk-ühendus jällegi transfigureerida tähtühenduseks (joon. 339).

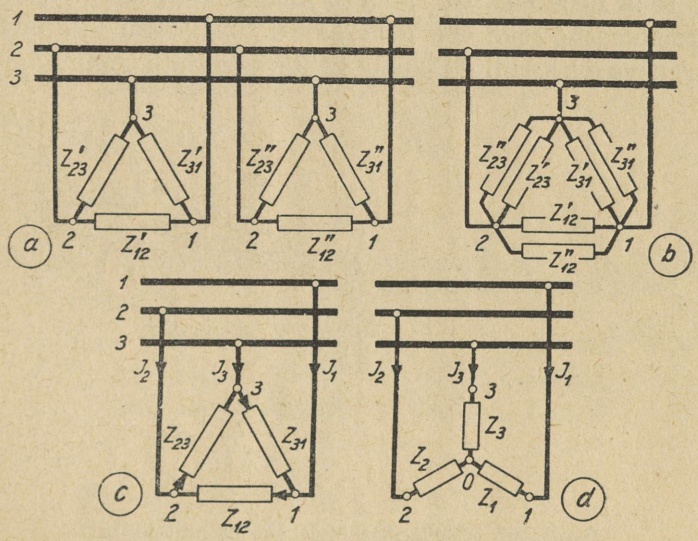
Kui on rööbiti ühendatud mitu nulljuhtmeta tähtühendust, siis pole võimalik üksikute faaside juhtivusi omavahel liita, sest ebasümmeetrilise koormuse korral on nende nullpunktide vahel olemas pinge ja seega pole nende faasipinged võrdsed. Seepärast tuleb ka samade klemmide külge rööbiti ühendatavad tähtühendused enne transfigureerida kolmnurk-ühendusteks, sest ainult nii osutub võimalikuks liita nad asekolmnurgaks, mis on hiljem omakorda jällegi taas-transfigureeritav ase-tähtühenduseks.

Transfigureerimisel ei tohi muutuda takistus joonisel 339*c* toodud skeemis punktide *1* ja *2*, *2* ja *3* ning *3* ja *1* vahel ja vool liinijuhtmeis. Selleks peavad liinidevahelised takistused skeemides 339*c* ja 339*d* olema võrdsed:

$$\dot{Z}_1+\dot{Z}_2=\frac{\dot{Z}_{12}(\dot{Z}_{23}+\dot{Z}_{31})}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{23}+\dot{Z}_{31}},$$

$$\dot{Z}_2+\dot{Z}_3=\frac{\dot{Z}_{23}(\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{31})}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{23}+\dot{Z}_{31}},$$

$$\dot{Z}_3+\dot{Z}_1=\frac{\dot{Z}_{31}(\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{23})}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{23}+\dot{Z}_{31}}.$$



Joon. 339. Rööbiti ühendatud kolmnurk-ühenduste astmeline transfigureerimine ekvivalentseks tähtühenduseks.

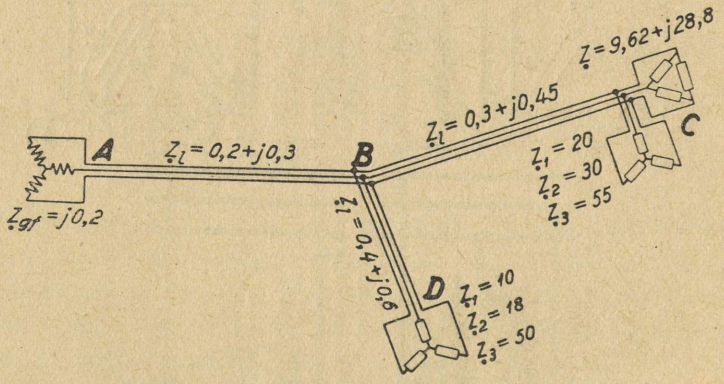
Seega ase-tähtühenduse faasitakistused

$$\left.\begin{aligned}\dot{Z}_1&=\frac{\dot{Z}_{12}\dot{Z}_{31}}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{23}+\dot{Z}_{31}},\\ \dot{Z}_2&=\frac{\dot{Z}_{12}\dot{Z}_{23}}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{23}+\dot{Z}_{31}},\\ \dot{Z}_3&=\frac{\dot{Z}_{23}\dot{Z}_{31}}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{23}+\dot{Z}_{31}}.\end{aligned}\right\}\qquad(589)$$

Tähtühenduse transfigureerimisel ase-kolmnurk-ühenduseks on ase-kolmnurk-ühenduse faasijuhtivused

$$\left.\begin{aligned} \underset{\cdot}{Y}_{12} &= \frac{\underset{\cdot}{Y}_1 \underset{\cdot}{Y}_2}{\underset{\cdot}{Y}_1 + \underset{\cdot}{Y}_2 + \underset{\cdot}{Y}_3}, \\ \underset{\cdot}{Y}_{23} &= \frac{\underset{\cdot}{Y}_2 \underset{\cdot}{Y}_3}{\underset{\cdot}{Y}_1 + \underset{\cdot}{Y}_2 + \underset{\cdot}{Y}_3}, \\ \underset{\cdot}{Y}_{31} &= \frac{\underset{\cdot}{Y}_3 \underset{\cdot}{Y}_1}{\underset{\cdot}{Y}_1 + \underset{\cdot}{Y}_2 + \underset{\cdot}{Y}_3}. \end{aligned}\right\} \qquad (590)$$

N ä i d e 151. Tähte ühendatud generaator, mille ühe faasi takistus $\underset{\cdot}{Z}_{gf} = j0{,}2\ \Omega$ ja faasi elektromotoorne jõud $E_f = 138{,}5$ V (sellele vastab liini elektromotoorne jõud ehk generaatori tühijooksu liinipinge 240 V), toidab hargneva elektriliini kaudu kahte tarbijate rühma (joon. 340).



Joon. 340. Elektriülekande skeem näitele 151.

Liini osas AB juhtme takistus $\underset{\cdot}{Z}_l = 0{,}2 + j0{,}3\ \Omega$, liini osas BC $\underset{\cdot}{Z}_l = 0{,}3 + j0{,}45\ \Omega$ ja liini osas BD $\underset{\cdot}{Z}_l = 0{,}4 + j0{,}6\ \Omega$. Liini BC lõpus on tähte ühendatav faasi-tegevtakistus (näiteks hõõglambid) $\underset{\cdot}{Z}_1 = 20$, $\underset{\cdot}{Z}_2 = 30$ ja $\underset{\cdot}{Z}_3 = 55\ \Omega$ ning kolmnurka ühendatav sümmeetriline koormus (näiteks mootorid) faasitakistusega $\underset{\cdot}{Z}_{12} = \underset{\cdot}{Z}_{23} = \underset{\cdot}{Z}_{31} = 9{,}62 + j28{,}8\ \Omega$. Liini BD lõpus on tähte ühendatud faasi-tegevtakistused (näiteks hõõglambid ja küttekehad) $\underset{\cdot}{Z}_1 = 10$, $\underset{\cdot}{Z}_2 = 18$ ja $\underset{\cdot}{Z}_3 = 50\ \Omega$. Määrata generaatori faasivoolud ja tarbijate asukohas olevad faasi- ning liinipinged.

L a h e n d u s. Liini BC lõpus punktis C olevaist tarbijaist on üks ühendatud kolmnurka, teine aga tähte. Nende ühendamisel üheks ase-

kolmnurgaks peavad mõlemad olema kolmnurk-ühenduses. Olemasoleva kolmnurk-ühenduse faasitakistused ja faasijuhtivused on:

$$\underline{Z}_{12}' = \underline{Z}_{23}' = \underline{Z}_{31}' = 9{,}62 + j28{,}8 = 30{,}4 \angle 71^{\circ}35' \ \Omega,$$

$$\underline{Y}_{12}' = \underline{Y}_{23}' = \underline{Y}_{31}' = \frac{1}{30{,}4 \angle 71^{\circ}35'} = 0{,}0329 \angle -71^{\circ}35' =$$
$$= 0{,}0104 - j0{,}0312 \ \text{S},$$

olemasoleva tähtühenduse faasitakistused ja -juhtivused

$$\underline{Z}_1 = 20, \quad \underline{Z}_2 = 30, \quad \underline{Z}_3 = 55 \ \Omega,$$
$$\underline{Y}_1 = 0{,}0500, \quad \underline{Y}_2 = 0{,}0333, \quad \underline{Y}_3 = 0{,}0182 \ \text{S}.$$

Selle tähtühenduse kolmnurk-ühenduseks transfigureerimisel saadavad faasijuhtivused on (val. 590):

$$\underline{Y}_{12} = \frac{0{,}0500 \cdot 0{,}0333}{0{,}0500 + 0{,}0333 + 0{,}0182} = \frac{0{,}001665}{0{,}1015} = 0{,}01642 \ \text{S},$$

$$\underline{Y}_{23} = \frac{0{,}0333 \cdot 0{,}0182}{0{,}1015} = 0{,}00597 \ \text{S},$$

$$\underline{Y}_{31} = \frac{0{,}0182 \cdot 0{,}0500}{0{,}1015} = 0{,}00896 \ \text{S}.$$

Mõlema kolmnurk-ühenduse faasijuhtivuste liitmisel saame faasijuhtivuseks liini punktis C:

$$\underline{Y}_{12}'' = \underline{Y}_{12}' + \underline{Y}_{12} = 0{,}0104 - j0{,}0312 + 0{,}01642 = 0{,}0412 \angle -49^{\circ}18' \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_{23}'' = \underline{Y}_{23}' + \underline{Y}_{23} = 0{,}0104 - j0{,}0312 + 0{,}00597 = 0{,}0352 \angle -62^{\circ}18' \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_{31}'' = \underline{Y}_{31}' + \underline{Y}_{31} = 0{,}0104 - j0{,}0312 + 0{,}00896 = 0{,}0367 \angle -58^{\circ}10' \ \text{S}$$

ja faasitakistuseks

$$\underline{Z}_{12} = 24{,}25 \angle 49^{\circ}18' = 15{,}78 + j18{,}35 \ \Omega,$$
$$\underline{Z}_{23} = 28{,}40 \angle 62^{\circ}18' = 13{,}20 + j25{,}13 \ \Omega,$$
$$\underline{Z}_{31} = 27{,}21 \angle 58^{\circ}10' = 14{,}33 + j23{,}10 \ \Omega.$$

Selle kolmnurk-ühenduse transfigureerimisel liini lõpus punktis C olevaks tähtühenduseks faasitakistused (val. 589)

$$\underline{Z}_{1C} = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} = \frac{24{,}25 \angle 49^{\circ}18' \cdot 27{,}21 \angle 58^{\circ}10'}{43{,}31 + j66{,}58} =$$
$$= \frac{660 \angle 107^{\circ}28'}{79{,}5 \angle 57^{\circ}} = 8{,}30 \angle 50^{\circ}28' = 5{,}28 + j6{,}39 \ \Omega,$$

$$\underline{Z}_{2C} = \frac{24{,}25 \angle 49^{\circ}18' \cdot 28{,}40 \angle 62^{\circ}18'}{79{,}5 \angle 57^{\circ}} = 8{,}66 \angle 54^{\circ}36' =$$
$$= 5{,}02 + j7{,}05 \ \Omega,$$

$$\underline{Z}_{3C} = \frac{28{,}40 \angle 62^{\circ}18' \cdot 27{,}1 \angle 58^{\circ}10'}{79{,}5 \angle 57^{\circ}} = 9{,}72 \angle 63^{\circ}28' = 4{,}33 + j8{,}68 \ \Omega.$$

Liidame leitud tähtühenduse faasitakistused liinijuhtmete takistustega ja saame liini BC kogutakistuse punktis B:

$$\underline{Z}_{1B} = \underline{Z}_{1C} + \underline{Z}_l = 5{,}28 + j6{,}39 + 0{,}30 + j0{,}45 = 8{,}83 \angle 50^0 46' \ \Omega,$$
$$\underline{Z}_{2B} = \underline{Z}_{2C} + \underline{Z}_l = 5{,}02 + j7{,}05 + 0{,}30 + j0{,}45 = 9{,}18 \angle 54^0 38' \ \Omega,$$
$$\underline{Z}_{3B} = \underline{Z}_{3C} + \underline{Z}_l = 4{,}33 + j8{,}68 + 0{,}30 + j0{,}45 = 10{,}25 \angle 63^0 08' \ \Omega.$$

Nendele takistustele vastavad juhtivused on:

$$\underline{Y}_1 = 0{,}1131 \angle -50^0 46' = 0{,}0715 - j0{,}0873 \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_2 = 0{,}1089 \angle -54^0 38' = 0{,}0629 - j0{,}0887 \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_3 = 0{,}0975 \angle -63^0 08' = 0{,}0441 - j0{,}0870 \ \text{S}.$$

Seega liini BC kogujuhtivus punktis B taandatuna kolmnurk-ühenduseks (val. 590):

$$\underline{Y}_{12}' = \frac{\underline{Y}_1 \underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = 0{,}0388 \angle -49^0 35' = 0{,}0251 - j0{,}0295 \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_{23}' = 0{,}0334 \angle -61^0 57' = 0{,}01570 - j0{,}0294 \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_{31}' = 0{,}0347 \angle -58^0 05' = 0{,}0183 - j0{,}0294 \ \text{S}.$$

Liini BD lõpus oleva tähtühenduse faasitakistuste liitmisel liini juhtmete takistusega saame selle liiniharu kogutakistuse liini punktis B:

$$\underline{Z}_1 = 10 + 0{,}4 + j0{,}6 = 10{,}4 \angle 3^0 18' \ \Omega,$$
$$\underline{Z}_2 = 18 + 0{,}4 + j0{,}6 = 18{,}4 \angle 1^0 52' \ \Omega,$$
$$\underline{Z}_3 = 50 + 0{,}4 + j0{,}6 = 50{,}4 \angle 0^0 41' \ \Omega,$$

millele vastavad faasijuhtivused on:

$$\underline{Y}_1 = 0{,}0961 \angle -3^0 18' = 0{,}0958 - j0{,}00553 \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_2 = 0{,}543 \angle -1^0 52' = 0{,}0542 - j0{,}00177 \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_3 = 0{,}01987 \angle -0^0 41' = 0{,}01987 - j0{,}00024 \ \text{S}.$$

Sama tähtühendus transfigureerituna kolmnurk-ühenduseks liini punktis B (val. 590)

$$\underline{Y}_{12}'' = 0{,}0307 \angle -2^0 35' = 0{,}0307 - j0{,}00136 \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_{23}'' = 0{,}00636 \angle 0^0 03' = 0{,}00636 + j0{,}000 \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_{31}'' = 0{,}01123 \angle -1^0 24' = 0{,}01122 - j0{,}00027 \ \text{S}.$$

Liinide BC ja BD kolmnurk-ühenduseks transfigureeritud süsteemide faasijuhtivuste summa

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{12}' + \underline{Y}_{12}'' = 0{,}0251 - j0{,}0295 + 0{,}0307 - j0{,}00136 =$$
$$= 0{,}0638 \angle -28^0 56' \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{23}' + \underline{Y}_{23}'' = 0{,}0368 \angle -53^0 06' \ \text{S},$$
$$\underline{Y}_{31} = \underline{Y}_{31}' + \underline{Y}_{31}'' = 0{,}0419 \angle -45^0 08' \ \text{S},$$

milledele vastav faasitakistus

$$\underset{\cdot}{Z}_{12} = 15{,}67 \angle 28^{0}56' = 13{,}70 + j7{,}57 \ \Omega,$$
$$\underset{\cdot}{Z}_{23} = 27{,}15 \angle 53^{0}06' = 16{,}29 + j21{,}68 \ \Omega,$$
$$\underset{\cdot}{Z}_{31} = 23{,}85 \angle 45^{0}08' = 16{,}81 + j16{,}88 \ \Omega.$$

Summaarse kolmnurk-ühenduse transfigureerimisel tähtühenduseks saame faasitakistusteks liini punktis B (val. 589):

$$\underset{\cdot}{Z}_{1} = 5{,}70 \angle 29^{0}31' = 4{,}95 + j2{,}80 \ \Omega,$$
$$\underset{\cdot}{Z}_{2} = 6{,}47 \angle 37^{0}29' = 5{,}13 + j3{,}93 \ \Omega,$$
$$\underset{\cdot}{Z}_{3} = 9{,}87 \angle 53^{0}41' = 5{,}84 + j7{,}94 \ \Omega.$$

Liites äsjaleitud faasitakistused liini AB juhtmete ja generaatori mähiste takistusega saame üldise faasitakistuse:

$$\underset{\cdot}{Z}_{1A} = 4{,}95 + j2{,}80 + 0{,}2 + j0{,}3 + j0{,}2 = 5{,}15 + j3{,}30 = 6{,}12 \angle 32^{0}40' \ \Omega,$$
$$\underset{\cdot}{Z}_{2A} = 5{,}13 + j3{,}93 + 0{,}2 + j0{,}3 + j0{,}2 = 5{,}33 + j4{,}43 = 6{,}94 \angle 39^{0}45' \ \Omega,$$
$$\underset{\cdot}{Z}_{3A} = 5{,}84 + j7{,}94 + 0{,}2 + j0{,}3 + j0{,}2 = 6{,}04 + j8{,}44 = 10{,}39 \angle 54^{0}22' \ \Omega,$$

milledele vastavad faasijuhtivused

$$\underset{\cdot}{Y}_{1A} = 0{,}1635 \angle -32^{0}40' = 0{,}1373 - j0{,}0882 \ \text{S},$$
$$\underset{\cdot}{Y}_{2A} = 0{,}1441 \angle -39^{0}45' = 0{,}1108 - j0{,}0921 \ \text{S},$$
$$\underset{\cdot}{Y}_{3A} = 0{,}0962 \angle -54^{0}22' = 0{,}0560 - j0{,}0780 \ \text{S}.$$

Generaatori faasi elektromotoorne jõud

$$\underset{\cdot}{E}_{1} = 138{,}5 \ \text{V},$$
$$\underset{\cdot}{E}_{2} = 138{,}5 \angle -120^{0} = -69{,}2 - j120 \ \text{V},$$
$$\underset{\cdot}{E}_{3} = 138{,}5 \angle -240^{0} = -69{,}2 + j120 \ \text{V}.$$

Arvutamise teel äsja määratud summaarse tähes oleva koormustakistuse ja generaatori nullpunktide vaheline pinge (val. 580a; kõne all olev koormustakistuse nullpunkt on fiktiivne ega oma ühendust generaatori nullpunktiga)

$$\underset{\cdot}{U}_{0} = \frac{\underset{\cdot}{E}_{1}\underset{\cdot}{Y}_{1A} + \underset{\cdot}{E}_{2}\underset{\cdot}{Y}_{2A} + \underset{\cdot}{E}_{3}\underset{\cdot}{Y}_{3A}}{\underset{\cdot}{Y}_{1A} + \underset{\cdot}{Y}_{2A} + \underset{\cdot}{Y}_{3A}} = \frac{138{,}5 \cdot 0{,}1635 \angle -32^{0}40' + 138{,}5 \angle -120^{0} \cdot}{0{,}1373 - j0{,}0882 + 0{,}1108 - j0{,}0921 +}$$
$$\frac{\cdot\, 0{,}1441 \angle -39^{0}45' + 138{,}5 \angle -240^{0} \cdot 0{,}0962 \angle -54^{0}22'}{+\, 0{,}0560 - j0{,}0780} =$$
$$= 22{,}8 \angle -9^{0}57' = 22{,}4 - j3{,}9 \ \text{V},$$

seega liinivoolud liini osas AB (val. 578):

$$\dot{J}_1 = (\dot{E}_1 - \dot{U}_0)\dot{Y}_{1A} = (138{,}5 - 22{,}4 + j3{,}9)\,0{,}1635 \angle -32^\circ 40' = \\ = 18{,}98 \angle -30^\circ 50' = 16{,}27 - j9{,}70 \text{ A},$$

$$\dot{J}_2 = (\dot{E}_2 - \dot{U}_0)\dot{Y}_{2A} = (-69{,}2 - j120 - 22{,}4 + \\ + j3{,}9)\,0{,}1441 \angle -39^\circ 45' = 21{,}30 \angle 191^\circ 57' = -20{,}81 - j4{,}40 \text{ A},$$

$$\dot{J}_3 = (\dot{E}_3 - \dot{U}_0)\dot{Y}_{3A} = (-69{,}2 + j120 - 22{,}4 + j3{,}9)\,0{,}0962 \angle -54^\circ 22' = \\ = 14{,}81 \angle 72^\circ 08' = 4{,}54 + j14{,}10 \text{ A}.$$

Faasipinged liini punktis B:

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_1\dot{Z}_1 = 18{,}98 \angle -30^\circ 50' \cdot 5{,}70 \angle 29^\circ 31' = 108{,}0 - j2{,}50 \text{ V},$$
$$\dot{U}_2 = \dot{J}_2\dot{Z}_2 = 21{,}30 \angle 191^\circ 57' \cdot 6{,}47 \angle 37^\circ 29' = -89{,}2 - j104{,}4 \text{ V},$$
$$\dot{U}_3 = \dot{J}_3\dot{Z}_3 = 14{,}81 \angle 72^\circ 08' \cdot 9{,}87 \angle 53^\circ 41' = -85{,}4 + j118{,}2 \text{ V}$$

ja liinipinged liini hargnemispunktis B:

$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = 108{,}0 - j2{,}5 + 89{,}2 + j104{,}4 = 197{,}2 + j101{,}9 = \\ = 222{,}0 \angle 27^\circ 20' \text{ V},$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = -89{,}2 - j104{,}4 + 85{,}4 - j118{,}2 = -3{,}8 - \\ - j222{,}6 = 222{,}6 \angle 269^\circ 01' \text{ V},$$

$$\dot{U}_{31} = \dot{U}_3 - \dot{U}_1 = -85{,}4 + j118{,}2 - 108{,}0 + j2{,}5 = -199{,}4 + \\ + j120{,}7 = 228{,}0 \angle -211^\circ 59' \text{ V}.$$

Liiniosast BC pärinevas kolmnurk-ühenduses on faasivoolud

$$\dot{J}_{12} = \dot{U}_{12}\dot{Y}_{12}' = 222{,}0 \angle 27^\circ 20' \cdot 0{,}0388 \angle -49^\circ 35' = \\ = 8{,}61 \angle -22^\circ 15' = 7{,}96 - j3{,}26 \text{ A},$$

$$\dot{J}_{23} = \dot{U}_{23}\dot{Y}_{23}' = 222{,}6 \angle 269^\circ 01' \cdot 0{,}0334 \angle -61^\circ 57' = \\ = 7{,}43\ 207^\circ 04' = -6{,}62 - j3{,}38 \text{ A},$$

$$\dot{J}_{31} = \dot{U}_{31}\dot{Y}_{31}' = 228{,}0 \angle -211^\circ 59' \cdot 0{,}0347 \angle -58^\circ 05' = \\ = 7{,}91 \angle -270^\circ 04' = 0{,}00 + j7{,}91 \text{ A},$$

seega liinivoolud liini osas BC:

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_{12} - \dot{J}_{31} = 7{,}96 - j3{,}26 - j7{,}91 = 7{,}96 - j11{,}17 = \\ = 13{,}71 \angle -54^\circ 28' \text{ A},$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_{23} - \dot{J}_{12} = -6{,}62 - j3{,}38 - 7{,}96 + j3{,}26 = -14{,}58 - j0{,}08 = \\ = 14{,}58 \angle 180^\circ 00' \text{ A},$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_{31} - \dot{J}_{23} = j7{,}91 + 6{,}62 + j3{,}38 = 6{,}62 + j11{,}29 = \\ = 13{,}08 \angle 59^\circ 37' \text{ A}.$$

Summaarse tähtühenduse faasipinged liini lõpus olevas punktis C:

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_1\dot{Z}_{1C} = 13{,}71 \angle -54^\circ 28' \cdot 8{,}30 \angle 50^\circ 28' = 113{,}7 \angle -4^\circ 00' = \\ = 113{,}7 - j7{,}9 \text{ V},$$

$$\underline{U}_2 = \underline{J}_2 \underline{Z}_{2C} = 14{,}58 \angle 180^\circ 00' \cdot 8{,}66 \angle 54^\circ 36' = 126{,}1 \angle 234^\circ 36' =$$
$$= -73{,}1 - j102{,}7 \text{ V},$$
$$\underline{U}_3 = \underline{J}_3 \underline{Z}_{3C} = 13{,}08 \angle 59^\circ 37' \cdot 9{,}72 \angle 63^\circ 28' = 127{,}0 \angle 123^\circ 05' =$$
$$= -69{,}2 + j106{,}3 \text{ V}$$

ja liinipinged liini lõpus olevas punktis C:

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = 186{,}8 + j94{,}8 = 209{,}9 \angle 26^\circ 57' \text{ V},$$
$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3 = -3{,}9 - j209{,}0 = 209{,}0 \angle 268^\circ 59' \text{ V},$$
$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1 = -182{,}9 + j114{,}2 = 205{,}8 \angle -212^\circ 00' \text{ V}.$$

Liinist BD pärinevas kolmnurk-ühenduses faasivoolud (punktis B)

$$\underline{J}_{12} = \underline{U}_{12} \underline{Y}_{12}'' = 220{,}0 \angle 27^\circ 20' \cdot 0{,}0307 \angle -2^\circ 35' = 6{,}810 \angle 24^\circ 45' =$$
$$= 6{,}18 + j2{,}85 \text{ A},$$
$$\underline{J}_{23} = \underline{U}_{23} \underline{Y}_{23}'' = 222{,}6 \angle 269^\circ 01' \cdot 0{,}00636 \angle 0^\circ 03' = 1{,}413 \angle 269^\circ 04' =$$
$$= -0{,}02 - j1{,}41 \text{ A},$$
$$\underline{J}_{31} = \underline{U}_{31} \underline{Y}_{31}'' = 228{,}0 \angle -211^\circ 59' \cdot 0{,}01123 \angle -1^\circ 24' =$$
$$= 2{,}560 \angle -213^\circ 23' = -2{,}14 + j1{,}41 \text{ A},$$

seega liinivoolud liini osas BD ja tähte ühendatud tarbijais liini lõpus punktis D:

$$\underline{J}_1 = \underline{J}_{12} - \underline{J}_{31} = 6{,}18 + j2{,}85 + 2{,}14 - j1{,}41 = 8{,}32 + j1{,}44 =$$
$$= 8{,}44 \angle 9^\circ 49' \text{ A},$$
$$\underline{J}_2 = \underline{J}_{23} - \underline{J}_{12} = -0{,}02 - j1{,}41 - 6{,}18 - j2{,}85 = -6{,}20 - j4{,}26 =$$
$$= 7{,}52 \angle 214^\circ 30' \text{ A},$$
$$\underline{J}_3 = \underline{J}_{31} - \underline{J}_{23} = -2{,}14 + j1{,}41 + 0{,}02 + j1{,}41 = -2{,}12 + j2{,}82 =$$
$$= 3{,}53 \angle -233^\circ 04' \text{ A}.$$

Faasipinged liini lõpus punktis D:

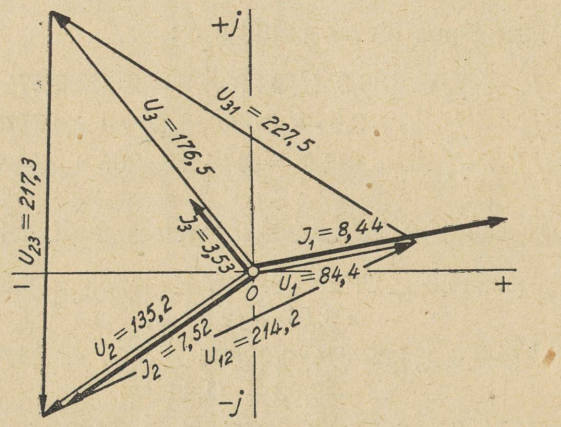
$$\underline{U}_1 = \underline{J}_1 \underline{Z}_1 = 8{,}44 \angle 9^\circ 49' \cdot 10 = 84{,}4 \angle 9^\circ 49' = 83{,}1 + j14{,}4 \text{ V},$$
$$\underline{U}_2 = \underline{J}_2 \underline{Z}_2 = 7{,}52 \angle 214^\circ 30' \cdot 18 = 135{,}2 \angle 214^\circ 30' =$$
$$= -111{,}3 - j76{,}5 \text{ V},$$
$$\underline{U}_3 = \underline{J}_3 \underline{Z}_3 = 3{,}53 \angle -233^\circ 04' \cdot 50 = 176{,}5 \angle -233^\circ 04' =$$
$$= -105{,}8 + j140{,}8 \text{ V};$$

samas punktis olevad liinipinged

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = 83{,}1 + j14{,}4 + 111{,}3 + j76{,}5 = 194{,}4 + j90{,}9 =$$
$$= 214{,}2 \angle 25^\circ 05' \text{ V},$$

$$\underset{\cdot}{U}_{23} = \underset{\cdot}{U}_2 - \underset{\cdot}{U}_3 = -111{,}3 - j76{,}5 + 105{,}8 - j140{,}8 = -5{,}5 - \\ - j217{,}3 = 217{,}3 \angle 268^{0}33' \text{ V},$$

$$\underset{\cdot}{U}_{31} = \underset{\cdot}{U}_3 - \underset{\cdot}{U}_1 = -105{,}8 + j140{,}8 - 83{,}1 - j14{,}4 = -188{,}9 + \\ + j126{,}4 = 227{,}5 \angle -213^{0}48' \text{ V}.$$



Joon. 341. Vektordiagramm liini lõpus punktis D olevale ebasümmeetrilisele tarbijale näites 151.

Joonisel 341 on toodud vektordiagramm liini BD lõpus olevale tarbijale. Et tarbija koosneb ainult tegevtakistustest, siis voolud on faasis faasipingetega. Tähelepandav on suur faasipingete ebasümmeetrilisus vaatamata võrdlemisi väikesele liinipingete ebasümmeetrilisusele, mis on tingitud koormuse suurest ebaühtlusest.

211. Tarbija faasijärjestuse muutumine faasikatkestuse korral. Teatavais tingimustes võib ilmneda, et sümmeetrilise kolmefaasise induktiivse tarbija klemmidel olev faasijärjestus osutub järsku teissuguseks võrreldes generaatori omaga. Selline olukord võib aset leida t ä h t e ühendatud kolmefaasise koormuse, näiteks vähekoormatud asünkroonmootori või transformaatori toitmisel suurt mahtuvust omava kaabli kaudu, mille ühes faasis on tekkinud k a t k e s t u s. Seejuures jätkub tarbija edasine varustamine energiaga kaabli katkenud faasi mahtuvuse kaasabil. Jooniselt 342 selgub, et kujunev ebasümmeetriline koormus on teises ja kolmandas faasis induktiivne, tema iseloom esimeses faasis aga sõltub induktiivsusega järjestikku oleva mahtuvuse suurusest.

Tähistame n abil mahtuvus- ja induktiivtakistuse suhet; seega

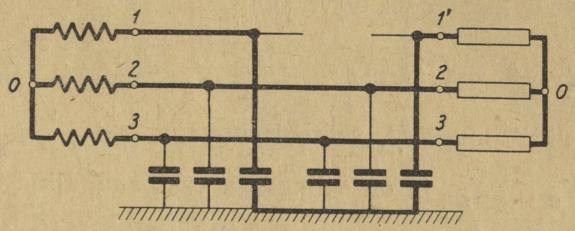
$$n = \frac{1/\omega C}{\omega L} = \frac{X_C}{X_L},$$

millest

$$X_C = nX_L.$$

Kujuneva ebasümmeetrilise koormuse faasijuhtivused, kui jätame arvutusest välja olukorda suhteliselt vähe mõjutavad tegevtakistused ja generaatori väga väikese ebatakistuse, on seega:

$$\underset{\cdot}{Y}_1 = \frac{1}{j(X_L - X_C)} = \frac{1}{jX_L(1-n)}, \quad \underset{\cdot}{Y}_2 = \underset{\cdot}{Y}_3 = \frac{1}{jX_L}.$$



Joon. 342. Faasikatkestus kaabelliinis.

Generaatori ja ebasümmeetriliseks muutunud koormuse nullpunktivaheline pinge (val. 580)

$$\underset{\cdot}{U}_0 = \frac{\underset{\cdot}{Y}_1\underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{Y}_2\underset{\cdot}{U}_2 + \underset{\cdot}{Y}_3\underset{\cdot}{U}_3}{\underset{\cdot}{Y}_1 + \underset{\cdot}{Y}_2 + \underset{\cdot}{Y}_3} = \frac{\frac{\underset{\cdot}{U}_1}{jX_L(1-n)} + \frac{\underset{\cdot}{U}_2}{jX_L} + \frac{\underset{\cdot}{U}_3}{jX_L}}{\frac{1}{jX_L(1-n)} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{jX_L}} =$$

$$= \frac{\frac{\underset{\cdot}{U}_1}{1-n} + \underset{\cdot}{U}_2 + \underset{\cdot}{U}_3}{\frac{1}{1-n} + 1 + 1},$$

milles $\underset{\cdot}{U}_1$, $\underset{\cdot}{U}_2$ ja $\underset{\cdot}{U}_3$ on koormusest sõltumatud generaatori faasipinged, millede summa süsteemi sümmeetrilisuse tõttu võrdub nulliga:

$$\underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{U}_2 + \underset{\cdot}{U}_3 = 0.$$

Seega

$$\underset{\cdot}{U}_2 + \underset{\cdot}{U}_3 = -\underset{\cdot}{U}_1$$

ja nullpunktivaheline pinge

$$\underset{\cdot}{U}_0 = \frac{\frac{\underset{\cdot}{U}_1}{1-n} - \underset{\cdot}{U}_1}{\frac{1}{1-n} + 2} = \frac{n}{3-2n}\underset{\cdot}{U}_1. \qquad (591)$$

Mahtuvust sisaldavas faasis erineb skeemi punktide *1* ja *0'* vaheline pinge $\underset{\cdot}{U}_{10'}$ generaatori faasipingest nullpunktivahelise pinge $\underset{\cdot}{U}_0$ võrra, seega

$$\underset{\cdot}{U}_{10'} = \underset{\cdot}{U}_1 - \underset{\cdot}{U}_0 = \underset{\cdot}{U}_1 - \frac{n}{3-2n}\underset{\cdot}{U}_1 = \frac{3(1-n)}{3-2n}\underset{\cdot}{U}_1 \qquad (592)$$

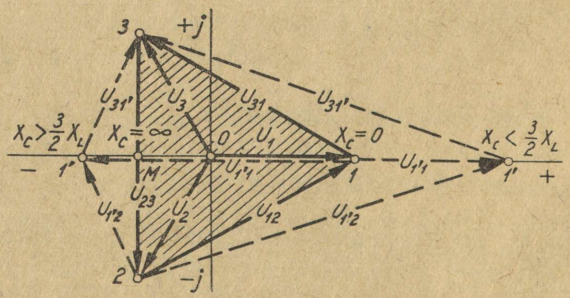
ja selle faasi vool

$$\underset{\cdot}{J}_1 = \underset{\cdot}{U}_{10'}\underset{\cdot}{Y}_1 = \frac{3(1-n)}{3-2n}\frac{\underset{\cdot}{U}_1}{jX_L(1-n)} = \frac{3}{3-2n}\frac{\underset{\cdot}{U}_1}{jX_L}. \qquad (593)$$

Mahtuvustakistuse klemmidel oleva pinge

$$\underset{\cdot}{U}_{1'1} = -\underset{\cdot}{J}_1 \cdot jX_C = \underset{\cdot}{J}_1 \cdot jnX_L = \frac{3}{3-2n}\frac{\underset{\cdot}{U}_1}{jX_L}jnX_L = \frac{3n}{3-2n}\underset{\cdot}{U}_1 \qquad (594)$$

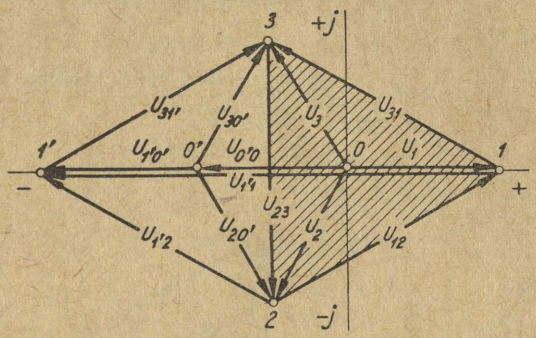
vektori suund ühtib pinge $\underset{\cdot}{U}_1$ vektori suunaga, kui $\frac{3n}{3-2n} > 1$, seega kui $n < \frac{3}{2}$ või kui $X_C < \frac{3}{2}X_L$, ja on viimasega vastusuunaline, kui $n > \frac{3}{2}$ või kui $X_C > \frac{3}{2}X_L$ (vektordiagramm joon. 343). Ülisuure mahtuvuse korral $C = \infty$, $X_C = 0$ ja $n = 0$ ning diagrammi punktid *1* ja *1'* ühtivad; see olukord vastab liini katkestamatusele. Mahtuvuse vähenedes eemaldub punkt *1'* punktist *1* paremale, sest $\underset{\cdot}{U}_{1'1}$ on esialgu veel positiivne. Kui $X_C = \frac{3}{2}X_L$, siis leiab esimeses faasis aset pingeresonants ja punkt *1'* eemaldub ülisuurele kaugusele.



Joon. 343. Faasikatkestuse vektordiagramm.

On $X_C > \frac{3}{2}X_L$, siis on $\underset{\cdot}{U}_{1'1}$ negatiivne ja punkt *1'* asub vasakul punkte *2* ja *3* ühendaval joonel asetsevast punktist *M*. Selles olukorras on meil tegemist tarbija faasijärjestuse muutumisega, sest tarbija faasijärjestus *1', 2, 3* on vastupäevane, generaatori oma *1, 2, 3* on aga päripäevane.

Eriolukorras $X_C = 3X_L$ moodustab punkt *1'* punktidega *2* ja *3* võrdhaarse kolmnurga ja kolmefaasine tarbija töötab jällegi sümmeetrilisel liinipingel (joon. 344). Kui seejuures on tarbijaks keerdvoolumootor, siis muutub tema pöörlemissuund esialgsele vastupidiseks.



Joon. 344. Faasijärjestuse muutumine, kui liini ühe faasi mahtuvustakistus X_C on kolmekordne tarbija ühe faasi induktiivtakistus X_L.

Mahtuvuse puudumisel $C = 0$, $X_C = \infty$ ja $n = \infty$ ning meil on tegemist tavalise faasikatkestusega. Pinge

$$\dot{U}_{1'1} = \frac{3n}{3-2n}\dot{U}_1 = \frac{3}{\frac{3}{n}-2}\dot{U}_1 = -\frac{3}{2}\dot{U}_1$$

on kolmnurga *1, 2, 3* kõrguseks; seega ühtib punkt *1'* punkte *2* ja *3* ühendaval joonel asetseva punktiga *M*.

212. Faasijärjestuse katseline määramine. Faasijärjestuse määramiseks ühendatakse tähte enamvähem võrdse näivjuhtivusega *Y* kaks tavalist hõõglampi ja paispool või kaks hõõglampi ja kondensaator (joon. 345). Sümmeetrilise liinipinge korral tingib see ebasümmeetriline koormus pingekolmnurga nullpunkti nihkumist sümmeetrilise süsteemi nullpunkti suhtes suuruse $\dot{U}_0$ võrra. Kui seejuures

$$\dot{Y}_1 = -jY = \frac{1}{j\omega L}, \quad \dot{Y}_2 = Y = \frac{1}{R} \text{ ja } \dot{Y}_3 = Y = \frac{1}{R},$$

siis nullpunktivaheline pinge

$$\dot{U}_0 = \frac{-jY\dot{U}_1 + Y\dot{U}_2 + Y\dot{U}_3}{-jY + Y + Y} = \frac{-j\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3}{-j+2}.$$

Et aga sümmeetrilise pingesüsteemi faasipingete summa võrdub nulliga, s. o.

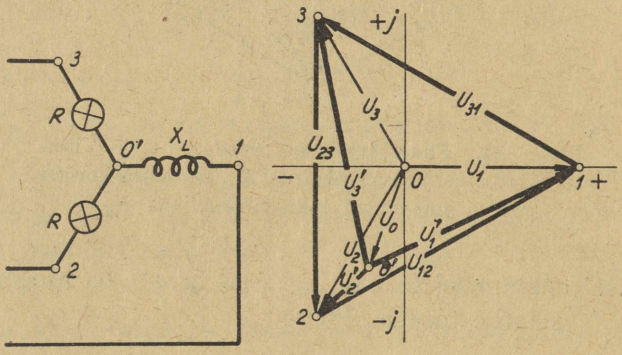
$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 0,$$

siis

$$\dot{U}_2 + \dot{U}_3 = -\dot{U}_1.$$

Seega

$$\dot{U}_0 = \frac{-j\dot{U}_1 - \dot{U}_1}{-j+2} = \dot{U}_1 \frac{-j-1}{-j+2} \cdot \frac{j+2}{j+2} = \dot{U}_1 \frac{1-j2-j-2}{1+4} =$$
$$= \dot{U}_1 \frac{-1-j3}{5} = -0{,}2\dot{U}_1 - j0{,}6\dot{U}_1.$$



Joon. 345. Faasijärjestuse määramise skeem ja vektordiagramm sellele.

Tegelikud faasipinged pole enam võrdsed. Kui koordinaatteljestik on asetatud selliselt, et $\dot{U}_1 = U_1$, siis faasipinged

$$\dot{U}_1' = \dot{U}_1 - \dot{U}_0 = \dot{U}_1 + 0{,}2U_1 + j0{,}6U_1 = 1{,}34U_1 \exp j26^\circ 35',$$
$$\dot{U}_2' = \dot{U}_2 - \dot{U}_0 = U_1 \exp(-j120^\circ) - \dot{U}_0 = -0{,}5U_1 - j0{,}866U_1 +$$
$$+ 0{,}2U_1 + j0{,}6U_1 = -0{,}3U_1 - j0{,}266U_1 = 0{,}40U_1 \exp j221^\circ 37',$$
$$\dot{U}_3' = \dot{U}_3 - \dot{U}_0 = U_1 \exp(-j240^\circ) - \dot{U}_0 = -0{,}5U_1 + j0{,}866U_1 +$$
$$+ 0{,}2U_1 + j0{,}6U_1 = -0{,}3U_1 + 1{,}466U_1 =$$
$$= 1{,}50U_1 \exp(-j258^\circ 26'). \qquad (595)$$

Et teises faasis oleva hõõglambi klemmidel on ainult 0,40 sümmeetriliselt koormatava süsteemi faasipingest, kolmandas faasis oleva hõõglambi klemmidel on aga 1,50-kordne normaalne faasipinge, siis põleb teises faasis olev lamp nõrgalt, kolmandas aga heledalt (kolmanda faasi pinge on teise omast 1,50 : 0,40 = 3,75 korda kõrgem!).

213. Kolmefaasise süsteemi võimsuse mõõtmine. Kolmefaasise süsteemi võimsus on kolme faasivõimsuse summa. Seejuures on faasivõimsus N_f faasipinge U_f korrutis faasivooluga J_f ja faasipinge ning faasivoolu vahelise nurga φ koosinusega:

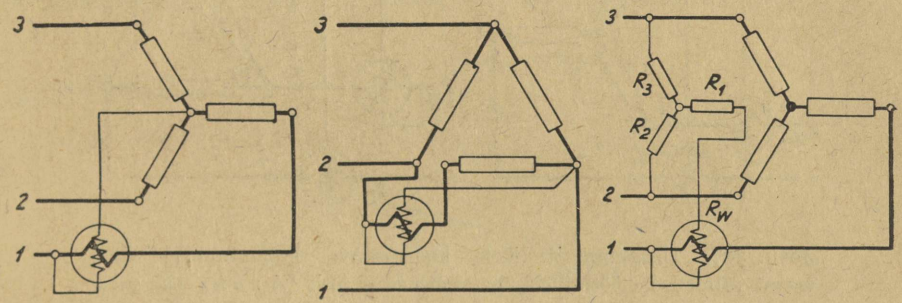
$$N_f = U_f J_f \cos \varphi.$$

Kõigi kolme faasi võrdsel koormamisel on kõikide faaside võimsus võrdne ja seega kogu süsteemi võimsus

$$N = 3U_f J_f \cos \varphi.$$

Eespool oli juba selgitatud, et nii tähte kui ka kolmnurka ühendatud sümmeetriliselt koormatava süsteemi võimsus on nii täht- kui ka kolmnurk-ühenduse korral väljendatav sama valemiga

$$N = \sqrt{3} UJ \cos \varphi,$$



Joon. 346. Kolmefaasise sümmeetrilise süsteemi võimsuse mõõtmine ühe vattmeetri abil: *a* — koormuse nullpunkt on ligipääsetav, *b* — koormuse kolmnurk on avatav, *c* — vattmeetri pingepooli toidetakse üle kunstliku nullpunkti.

milles U on liinipinge ja J — liinivool. Sellise sümmeetriliselt koormatava süsteemi võimsus on mõõdetav ühe vattmeetri abil joonisel 346 toodud skeemide kohaselt. Tähtühenduse korral peab selleks olema kättesaadav süsteemi nullpunkt, millega ühendatakse vattmeetri üks pingemähise otstest, kuna kolmnurk-ühendus peab olema avatav vattmeetri voolumähise vaheleühendamiseks. Kui süsteemi nullpunkt ei ole ligipääsetav või kolmnurk-ühendus avatav, siis tuleb luua kunstlik nullpunkt vattmeetri pingemähisele antava pinge vähendamiseks $\sqrt{3}$-kordselt. Nullpunkti nihkumise vältimiseks peab kunstliku nullpunkti kõigi kolme faasi takistus olema võrdne:

$$R_1 + R_W = R_2 = R_3.$$

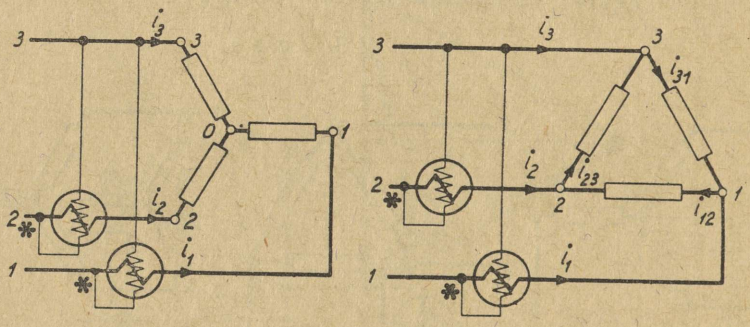
Kõigil kolmel puhul on süsteemi koguvõimsus N kolm korda suurem vattmeetri poolt mõõdetust.

E b a s ü m m e e t r i l i s e l t koormatava kolmefaasise süsteemi võimsus on õieti mõõdetav:

nulljuhtme olemasolemisel — kolme vattmeetri abil,

nulljuhtmeta süsteemis — kahe vattmeetri abil nn. A r o n i skeemi kohaselt (joon. 347) või kolme vattmeetri abil, kui on loodud kunstlik nullpunkt vattmeetrite pingestamiseks. Viimane moodus ei leia rakendamist komplitseerituse tõttu.

Võimsuse mõõtmisel Aroni skeemi kohaselt läbib vattmeetreid liinivool, nende pingemähised on ühendatud liinipingele.



Joon. 347. Ebasümmeetriliselt koormatava kolmefaasise süsteemi võimsuse mõõtmine kahe vattmeetri abil (A r o n i skeem).

T ä h t ü h e n d u s e korral võrdub süsteemi võimsuse hetkväärtus üksikute faaside võimsuste hetkväärtuste summaga, s. o.

$$u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3;$$

süsteemi nullpunktis voolude hetkväärtuste summa

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0,$$

millest

$$i_3 = -i_1 - i_2.$$

Seega on võimsuse hetkväärtus

$$i_1 (u_1 - u_3) + i_2 (u_2 - u_3).$$

Sulgudes olev faasipingete vahe võrdub liinipingega, seega

$$u_1 - u_3 = u_{13} \quad \text{ja} \quad u_2 - u_3 = u_{23}$$

ning faasivoolud võrduvad liinivooluga. Seega on võimsuse hetkväärtus

$$u_{13}i_1 + u_{23}i_2 . \qquad (596)$$

Leitud avaldise kohaselt peab esimeses faasis voolu i_1 poolt läbitava vattmeetri pingepooli algus (joonisel tähistatud tärnikesega) olema ühendatav esimese faasiga, lõpp — kolmanda faasiga. Teises faasis oleva vattmeetri pingepooli algus peab olema ühendatav teise faasiga, lõpp — jällegi kolmandaga.

Mõõtmisel kahe vattmeetri abil pole faasijärjestus oluline, seega võib vattmeetreid ühendada ükskõik millistesse faasidesse.

K o l m n u r k - ü h e n d u s e korral jõuame samale tulemusele. Sellisel korral on võimsuse hetkväärtus

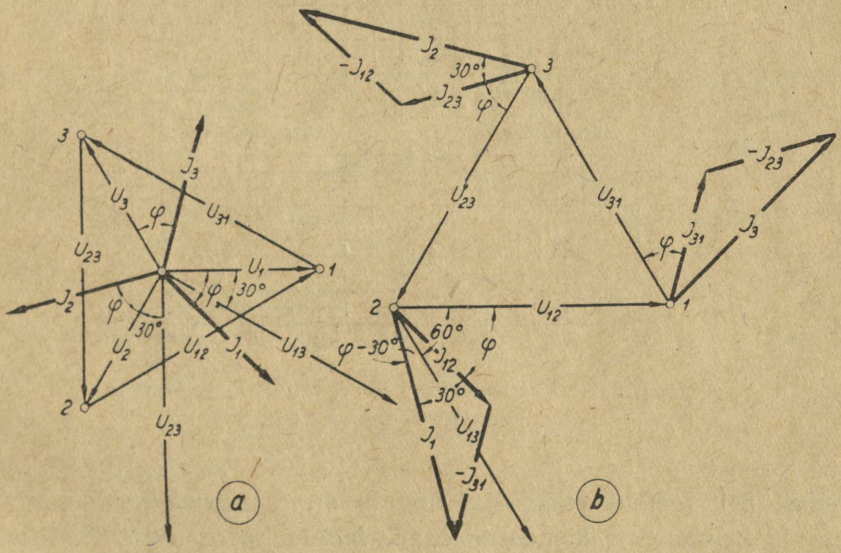
$$u_{12}i_{12} + u_{23}i_{23} + u_{31}i_{31};$$

et faasipingete summa igal hetkel võrdub nulliga, siis

$$u_{12} = -u_{23} - u_{31}$$

ja koguvõimsus on

$$-u_{31}(i_{12} - i_{31}) + u_{23}(i_{23} - i_{12}).$$



Joon. 348. Vektordiagramm sümmeetrilise võimsuse mõõtmisele kahe vattmeetri meetodil (joon. 347): *a* — tarbija on ühendatud tähte, *b* — tarbija on ühendatud kolmnurka.

Et sulgudes olev faasivoolude vahe võrdub liinivooluga ja liinipinge $-u_{31} = u_{13}$, siis on võimsus

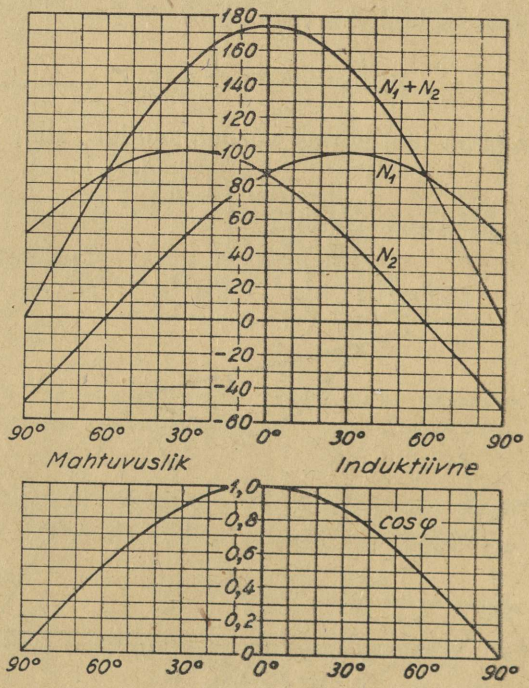
$$u_{13} i_1 + u_{23} i_2 .$$

Voolu ja pinge väljendamisel efektiivväärtusena (vt. p. 161 ja val. 453) on esimese vattmeetri näit

$$N_1 = U_{13} J_1 \cos (\dot{U}_{13}, \dot{J}_1)$$

ja teise oma

$$N_2 = U_{23} J_2 \cos (\dot{U}_{23}, \dot{J}_2).$$



Joon. 349. Vattmeetrite hälbed võimsuse mõõtmisel kahe vattmeetri meetodil.

Joonisel 348 toodud vektordiagrammid on joonestatud sümmeetrilisele tähte ja kolmnurka ühendatud induktiivsele koormusele. Tähtühenduse korral võrdub faasivool liinivooluga J, s. o.

$$J_1 = J_2 = J_3 = J$$

ja liinipinged on võrdsed:

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U.$$

Sellisel korral on vattmeetrite näidud

$$N_1 = UJ \cos (\varphi - 30^0) \quad \text{ja} \quad N_2 = UJ \cos (\varphi + 30^0). \qquad (597)$$

Sama kehtib ka kolmnurk-ühenduses oleva tarbija korral. Sõltuvalt nurgast φ on vattmeetrite näidud järgmised:

φ	$N_1 = UJ \cos (\varphi - 30^0)$	$N_2 = UJ \cos (\varphi + 30^0)$	$N = N_1 + N_2$
0^0	0,866 UJ	0,866 UJ	1,732 $UJ = \sqrt{3}\, UJ \cos 0^0$
30^0	1,000 UJ	0,500 UJ	1,500 $UJ = \sqrt{3}\, UJ \cos 30^0$
45^0	0,965 UJ	0,259 UJ	1,224 $UJ = \sqrt{3}\, UJ \cos 45^0$
60^0	0,866 UJ	0	0,866 $UJ = \sqrt{3}\, UJ \cos 60^0$
75^0	0,707 UJ	− 0,259 UJ	0,448 $UJ = \sqrt{3}\, UJ \cos 75^0$
90^0	0,500 UJ	− 0,500 UJ	0 $= \sqrt{3}\, UJ \cos 90^0$

Kui nurk φ on suurem kui 60^0, siis on teise vattmeetri hälve esimese omaga vastassuunaline. Samasuunalise hälbe saamiseks tuleb vahetada vattmeetri pingepooli otsad ja lahutada teise vattmeetri näidud esimese omadest.

214. Vastuinduktiivsus kolmefaasises süsteemis. Vastuinduktiivsuse mõju selgitamisel kolmefaasises süsteemis piirdume sümmeetrilise süsteemi vaatlemisega, milles kõigi kolme faasi tegevtakistus on R ja induktiivsus L. Olgu tarbija ühendatud tähte (või selliseks taandatud). Faasidevaheline vastuinduktiivsus olgu M_{12}, M_{23} ja M_{31}. Selleks, et voolude $\dot{J}_1$, $\dot{J}_2$ ja $\dot{J}_3$ süsteem oleks sümmeetriline, peavad faasipinged olema:

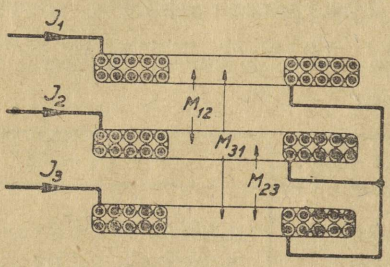
$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (R + j\omega L)\, \dot{J}_1 + j\omega M_{12} \dot{J}_2 + j\omega M_{31} \dot{J}_3, \\ \dot{U}_2 &= (R + j\omega L)\, \dot{J}_2 + j\omega M_{23} \dot{J}_3 + j\omega M_{12} \dot{J}_1, \\ \dot{U}_3 &= (R + j\omega L)\, \dot{J}_3 + j\omega M_{31} \dot{J}_1 + j\omega M_{23} \dot{J}_2. \end{aligned}\right\} \qquad (598)$$

Kui kõigi kolme faasi omavaheline vastuinduktiivsus on võrdne, siis on võrdsed ka faasipinged. Sellise süsteemina võib mainida juhtmete sümmeetrilise kolmnurk-asetusega õhuliini; valemites 598 olevad $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ ja $\dot{U}_3$ on siis pingelangud liini üksikutes faasides.

Olgu faaside 1 ja 2 ning 2 ja 3 vaheline vastuinduktiivsus võrdne, faaside 1 ja 3 vaheline aga väiksem, s. o. $M_{12} = M_{23} > M_{31}$. Selline olukord ilmneb kolme ühesuguse pooli asetamisel üksteisele (joon. 350) ja

kolmefaasise elektriliini juhtmete paigutamisel ühte tasapinda. Arutelu lihtsustamiseks tähistame

$$M_{12} = M_{23} = M \quad \text{ja} \quad M_{31} = M - 2S.$$



Joon. 350. Kolm üksteisele asetatud pooli. Äärmiste poolide vaheline vastuinduktiivsus on väikseim.

Võttes arvesse, et sümmeetrilise süsteemi voolude summa võrdub nulliga, s. o.

$$\dot{J}_1 + \dot{J}_2 + \dot{J}_3 = 0,$$

saame: faasipinge

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= [R + j\omega (L - M)]\,\dot{J}_1 - 2j\omega S \dot{J}_3, \\ \dot{U}_2 &= [R + j\omega (L - M)]\,\dot{J}_2, \\ \dot{U}_3 &= [R + j\omega (L - M)]\,\dot{J}_3 - 2j\omega S \dot{J}_1. \end{aligned}$$

Võttes veel arvesse, et vool

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_1 \exp j120^0 = -\tfrac{1}{2}\dot{J}_1 + j\frac{\sqrt{3}}{2}\dot{J}_1$$

ja

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_3 \exp (-j120^0) = -\tfrac{1}{2}\dot{J}_3 - j\frac{\sqrt{3}}{2}\dot{J}_3,$$

saame lõplikult: faasipinge

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= [(R + \sqrt{3}\omega S) + j\omega (L - M + S)]\,\dot{J}_1, \\ \dot{U}_2 &= [R + j\omega (L + M)]\,\dot{J}_2, \\ \dot{U}_3 &= [(R - \sqrt{3}\omega S) + j\omega (L - M + S)]\,\dot{J}_3. \end{aligned}\right\} \qquad (599)$$

Leitust näeme, et sümmeetriline voolude süsteem on saavutatav üksnes ebasümmeetrilise pingesüsteemi olemasolemisel, ja ümberpöördult, et sümmeetrilise pingesüsteemi puhul voolud osutuvad ebasümmeetrilisteks. Nagu kõigis magnetiliselt sidestatud vooluringides, nii on ka kolmefaasise süsteemi korral tegemist mitte ainult ebatakistuse, vaid ka tegevtakistuse muutumisega. Kui ühefaasises süsteemis ilmnes tegev-

takistuse suurenemine primaarringis, siis kolmefaasises süsteemis suureneb tegevtakistus ühes äärmises ja väheneb teises äärmises faasis. Eriti ilmekalt avaldub faasitakistuse muutumine suurevõimsuselistes elektriahjudes. Transformaatorit elektroodidega ühendavad suureristlõikelised ühenduslatid asetsevad konstruktiivseil kaalutlustel ühes pinnas, seega on äärmiste lattide vaheline vastuinduktiivsus väiksem äärmiste ja keskmise lati vahelisest. Faasitakistuse ebasümmeetrilisuse tulemusena ahjus soojuseks muunduv võimsus on ühes äärmises faasis väga suur (seda faasi nimetatakse „metsikuks"), teises äärmises aga jällegi väga väike (nn. „surnud" faas), mis põhjustab elektroodide ebaühtlast kulumist ja ahjutäite ebaühtlast kuumenemist.

Õhuliini faasitakistuste ebasümmeetrilisuse vältimiseks teostatakse juhtmete transponeerimine ehk ristandamine.

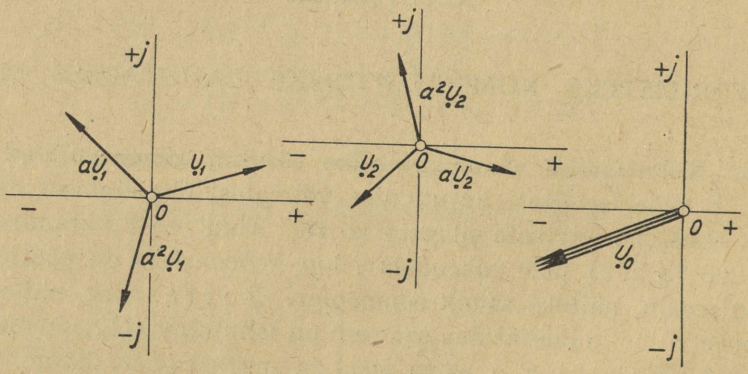
XLVIII peatükk.

SÜMMEETRILISTEKS KOMPONENTIDEKS LAHUTAMISE MEETOD.

215. Kolmefaasise ebasümmeetrilise süsteemi sümmeetrilised komponendid. Eespool selgitati arvutamise võimalusi ebasümmeetrilise koormuse ja ebasümmeetriliste pingete korral. Kuid see arvutamise meetod (vt. p. 208 ja 209) pole rakendatav, kui koormuseks on pöörlev vahelduvvoolu masin, näiteks asünkroonmootor. Fortescue näitas, et iga ebasümmeetriline kolmefaasine süsteem on lahutatav kõigis kolmes faasis samaaegselt esinevaks, s. o. sama faasi ja suurust omavaks nn. vektorite null-järgnevusega süsteemiks $\underset{\cdot}{U}_0$ ning kaheks kolmefaasiseks sümmeetriliseks süsteemiks — vektorite päripidise järgnevusega süsteemiks, mille teine faas on esimesest ja kolmas faas teisest ajaliselt 120° taga $[\underset{\cdot}{U}_1, \underset{\cdot}{U}_1 \exp(-j\frac{2\pi}{3}), \underset{\cdot}{U}_1 \exp(-j\frac{4\pi}{3})]$, ja vektorite vastupidise järgnevusega süsteemiks, mille teine faas on esimesest ja kolmas teisest ajaliselt 120° ees $(\underset{\cdot}{U}_2, \underset{\cdot}{U}_2 \exp j\frac{2\pi}{3}, \underset{\cdot}{U}_2 \exp j\frac{4\pi}{3}$; vt. joonis 351). Vektordiagrammis on nende kolme süsteemi vektorite positiivseks pöörlemissuunaks suund kellaosuti liikumise vastu, nende projektsioon ajateljele on nende hetkväärtus.

Vektori pööramist 120^0 ehk $2\pi/3$ võrra võime tähistada vektori korrutamisega operaatoriga $\underset{\cdot}{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, tema pööramist 240^0 ehk $4\pi/3$ võrra — korrutamisega $\underset{\cdot}{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$-ga. Et

$$\left.\begin{aligned} &\underset{\cdot}{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ &\text{ja} \\ &\underset{\cdot}{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = \cos\frac{4\pi}{3} + j\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ &\text{siis} \\ &1 + \underset{\cdot}{a} + \underset{\cdot}{a}^2 = 0, \\ &\underset{\cdot}{a}^3 = \underset{\cdot}{a}\cdot\underset{\cdot}{a}^2 = e^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{4\pi}{3}\right)} = e^{j2\pi} = 1, \\ &\underset{\cdot}{a}^4 = \underset{\cdot}{a}\cdot\underset{\cdot}{a}^3 = \underset{\cdot}{a}, \\ &\underset{\cdot}{a}^5 = \underset{\cdot}{a}^2\cdot\underset{\cdot}{a}^3 = \underset{\cdot}{a}^2. \end{aligned}\right\} \quad (600)$$



Joon. 351. Päripidise, vastupidise ja null-järgnevusega vektorite süsteemid.

Rakendades seda tähistamisviisi päri- ja vastupidise järgnevusega süsteemi vektorite märkimisel saame:

päripidise järgnevusega süsteem koosneb vektoritest

$$\underset{\cdot}{U}_1,\ \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_1,\ \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_1,$$

vastupidise järgnevusega süsteem — vektoritest

$$\underset{\cdot}{U}_2,\ \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_2,\ \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_2.$$

Olgu antud ebasümmeetriline kolmefaasine pingete süsteem, mis on määratud kolme faasipingega $\underset{\cdot}{U}_A$, $\underset{\cdot}{U}_B$ ja $\underset{\cdot}{U}_C$. Sümmeetrilisteks komponentideks lahutamise meetodi rakendamisel saame:

$$\begin{aligned}\underset{\cdot}{U}_A &= \underset{\cdot}{U}_0 + \underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{U}_2,\\ \underset{\cdot}{U}_B &= \underset{\cdot}{U}_0 + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_2,\\ \underset{\cdot}{U}_C &= \underset{\cdot}{U}_0 + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_2.\end{aligned}$$

Null-järgnevuse vektori $\underset{\cdot}{U}_0$ määramiseks liidame kõik kolm võrrandit. Siis

$$\underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{U}_B + \underset{\cdot}{U}_C = 3\underset{\cdot}{U}_0 + (1 + \underset{\cdot}{a}^2 + \underset{\cdot}{a})\,\underset{\cdot}{U}_1 + (1 + \underset{\cdot}{a} + \underset{\cdot}{a}^2)\,\underset{\cdot}{U}_2.$$

Et aga $1 + \underset{\cdot}{a} + \underset{\cdot}{a}^2 = 0$, siis null-järgnevuse vektor

$$\underset{\cdot}{U}_0 = \tfrac{1}{3}\,(\underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{U}_B + \underset{\cdot}{U}_C).$$

Päripidise järgnevuse vektori $\underset{\cdot}{U}_1$ määramiseks korrutame teise võrrandi $\underset{\cdot}{a}$-ga ja kolmanda $\underset{\cdot}{a}^2$-ga. Võrrandeid liites saame:

$$\begin{aligned}\underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_B + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_C &= (1 + \underset{\cdot}{a} + \underset{\cdot}{a}^2)\,\underset{\cdot}{U}_0 + (1 + \underset{\cdot}{a}^3 + \underset{\cdot}{a}^3)\,\underset{\cdot}{U}_1 +\\ &+ (1 + \underset{\cdot}{a}^2 + \underset{\cdot}{a}^4)\,\underset{\cdot}{U}_2 = 3\underset{\cdot}{U}_1.\end{aligned}$$

Vastupidise järgnevuse vektori $\underset{\cdot}{U}_2$ määramiseks korrutame teise võrrandi $\underset{\cdot}{a}^2$-ga ja kolmanda $\underset{\cdot}{a}$-ga. Võrrandeid liites saame:

$$\begin{aligned}\underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_B + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_C &= (1 + \underset{\cdot}{a}^2 + \underset{\cdot}{a})\,\underset{\cdot}{U}_0 + (1 + \underset{\cdot}{a}^4 + \underset{\cdot}{a}^2)\,\underset{\cdot}{U}_1 +\\ &+ (1 + \underset{\cdot}{a}^3 + \underset{\cdot}{a}^3)\,\underset{\cdot}{U}_2 = 3\underset{\cdot}{U}_2.\end{aligned}$$

Seega:

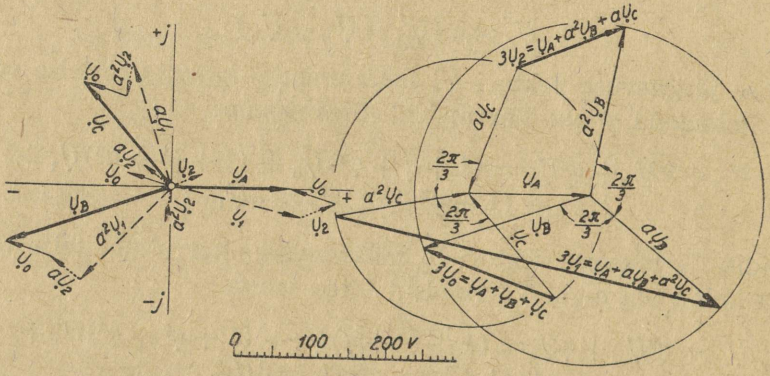
$$\left.\begin{aligned}\underset{\cdot}{U}_0 &= \tfrac{1}{3}(\underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{U}_B + \underset{\cdot}{U}_C),\\ \underset{\cdot}{U}_1 &= \tfrac{1}{3}(\underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_B + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_C),\\ \underset{\cdot}{U}_2 &= \tfrac{1}{3}(\underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_B + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_C).\end{aligned}\right\} \qquad (601)$$

216. Ebasümmeetrilise süsteemi graafiline lahutamine sümmeetrilisteks komponentideks. Joonisel 352 on antud kolmefaasine ebasümmeetriline faasipingete süsteem. Faasipingete lahutamiseks sümmeetrilisteks komponentideks kujundame esiteks vektorite $\underset{\cdot}{U}_C$, $\underset{\cdot}{U}_A$ ja $\underset{\cdot}{U}_B$ summa, mis annab null-järgnevusega süsteemi vektori $\underset{\cdot}{U}_0$ kolmekordse suuruse. Siis kujundame vektorite summa $\underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_C + \underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_B$, mis annab päripidise järgnevusega süsteemi vektori $\underset{\cdot}{U}_1$ kolmekordse suuruse, ja viimaks kujundame vektorite summa $\underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_C + \underset{\cdot}{U}_A + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_B$, mis annab vastupidise järgnevusega süsteemi vektori $\underset{\cdot}{U}_2$ kolmekordse suuruse.

Kui kolmefaasine süsteem on ühendatud kolmnurka, siis on liinipingete kolmnurk kinnine ja pingetes ei esine null-järgnevusega pingekomponente. Ka ei teki null-järgnevusega voolukomponente null-juhtme puudumisel ja elektrivõrgu maandamisel ainult ühes punktis.

Vastupidise järgnevusega pingekomponendid mõjutavad häirivalt elektrimootorite (nii sünkroon- kui ka asünkroon-) töötamist, tekitades mootorite pöörlemise suunale vastu pöörleva magnetvälja ja vähendades üldist pöördemomenti ning suurendades kadusid. Seepärast ei tohi kehtivate standardide kohaselt ebasümmeetrilisuse määr, s. o. vastu- ja päripidise järgnevusega pingekomponentide suhe, ületada 5%:

$$\frac{U_2}{U_1}100 < 5\%. \qquad (602)$$



Joon. 352. Ebasümmeetrilise süsteemi lahutamine sümmeetrilisteks komponentideks näites 152.

Näide 152. Kolmefaasise süsteemi faasipinged on: $\underline{U}_A = 160$, $\underline{U}_B = 230 \angle -161^0$ ja $\underline{U}_C = 185 \angle 130^0$ V. Määrata graafiliselt ja kontrollida analüütiliselt null-, päri- ja vastupidise järgnevusega süsteemide pinged ja ebasümmeetrilisuse määr.

Lahendus (joon. 352).

$$\underline{U}_A = 160; \quad a\underline{U}_A = (-\tfrac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})160 = -80 + j138{,}5;$$

$$a^2\underline{U}_A = (-\tfrac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})160 = -80 - j138{,}5;$$

$$\underline{U}_B = 230 \angle -161^0 = -217{,}5 - j74{,}8;$$
$$a\underline{U}_B = 230 \angle (-161^0 + 120^0) = 173{,}5 - j151;$$
$$a^2\underline{U}_B = 230 \angle (-161^0 + 240^0) = 43{,}8 + j225{,}5;$$

$$\dot{U}_C = 185 \angle 130^0 = -118{,}9 + j141{,}6;$$
$$a\dot{U}_C = 185 \angle (130^0 + 120^0) = -63{,}3 - j174;$$
$$a^2\dot{U}_C = 185 \angle (130^0 + 240^0) = 182 + j32{,}1 \text{ V}.$$

Null-järgnevusega pingekomponent

$$\dot{U}_0 = \tfrac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = \tfrac{1}{3}(160 - 217{,}5 - j74{,}8 - 118{,}9 + j141{,}6) = 61{,}8 \angle 162^0 10' \text{ V}.$$

Päripidise järgnevusega pingekomponent

$$\dot{U}_1 = \tfrac{1}{3}(\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C) = \tfrac{1}{3}(160 + 173{,}5 - j151 + 182 + j32{,}1) = 175{,}6 \angle -12^0 20' \text{ V}.$$

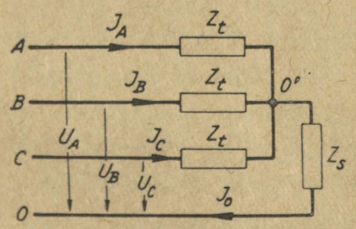
Vastupidise järgnevusega pingekomponent

$$\dot{U}_2 = \tfrac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) = \tfrac{1}{3}(160 + 43{,}8 + j225{,}5 - 63{,}3 - j174) = 49{,}7 \angle 20^0 10' \text{ V}.$$

Pinge ebasümmeetrilisuse määr

$$\frac{U_2}{U_1} 100 = \frac{49{,}7}{175{,}6} \cdot 100 = 28{,}2\%.$$

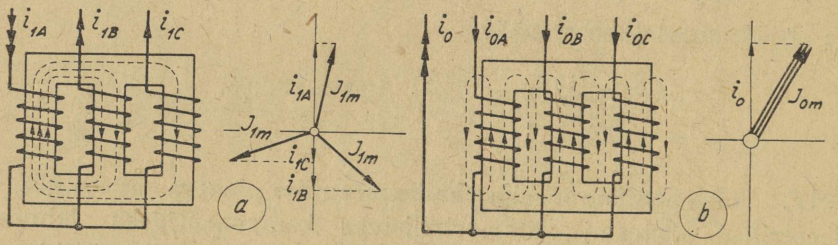
217. Sümmeetriline tarbija ebasümmeetrilise pingega süsteemis. Ebasümmeetrilise süsteemi sümmeetrilisteks komponentideks lahutamise rakendatavuse näitena toimugu vaadeldava sümmeetrilise tarbija toitmine ebasümmeetrilise pingesüsteemi poolt. Joonisel 353 näidatud tähte ühendatud tarbija faasitakistus $\dot{Z}_t$ on kõikides faasides võrdne, kuid sõltuvalt tarbija iseloomust ta võib olla null-, päri- ja vastupidise järgnevusega pingesüsteemile kas üks ja sama või erinev (tähistatav vastavalt $\dot{Z}_{0t}$, $\dot{Z}_{1t}$ või $\dot{Z}_{2t}$).



Joon. 353. Sümmeetriline tarbija on toidetav ebasümmeetrilise pingega.

Kui tarbijad on magnetiliselt sidestamata, näiteks kolme faasi vahel ühtlaselt jaotatud valgustuskoormus, siis jääb takistus kõigile kolmele süsteemile samaks.

Kui tarbijaks on kolmefaasine transformaator, siis on mähiste näivtakistus nii päri- kui ka vastupidise järgnevusega süsteemile praktiliselt sama, null-järgnevusega süsteemile on takistus aga märksa väiksem. Nimelt kulgeb nii päri- kui ka vastupidise järgnevusega sümmeetrilise kolmefaasise pinge poolt põhjustatav magnetvoog transformaatori rauas, magneetimisvool on väike ja seega temale vastav faasi-ebatakistus suur (joon. 354*a*). Kuid transformaatori kolmes mähises samal ajal ja samas suunas voolava null-järgnevusega voolu J_0 poolt tekitatav magnetvoog kulgeb rauas ainult mähise ulatusel, kuna voo teekonna suurem osa on õhus (joon. 354*b*). Seetõttu on magnetringi magnetiline juhtivus Λ_0 null-järgnevusega pingekomponendi poolt põhjustatavale voole väike ja väike on ka temale vastav ebatakistus ωL_0 (induktiivsus L_0 on proportsionaalne mähise keerdude arvu w ruuduga ja magnetringi juhtivusega Λ_0, s. o. $L = w^2\Lambda_0$).



Joon. 354. Transformaatori voolude ja magnetvoogude hetkväärtus: *a* — voog on põhjustatav päri- või vastupidise järgnevusega voolusüsteemi poolt, *b* — voog on põhjustatav null-järgnevusega voolusüsteemi poolt.

Pöörleva rootoriga masinail on näivtakistus vastupidise järgnevusega pinge kolmefaasisele süsteemile märksa väiksem kui päripidise järgnevusega süsteemile. Asünkroonmootoril pöörleb rootor peaaegu sünkroon-pööretearvuga staatoris päripidise järgnevusega pinge poolt põhjustatava ja rootori pöörlemise suunas pöörleva magnetväljaga. Seejuures indutseerub rootori mähises võrdlemisi madal elektromotoorne jõud ja seega on rootori vool ka võrdlemisi väike. Olukord vastab küllalt suure näivtakistusega päripäevase järgnevusega süsteemile.

Vastupidise järgnevusega pinge süsteemi poolt põhjustatav magnetväli pöörleb vastassuunas rootori pöörlemisele peaaegu rootori kahekordse ümbruskiirusega, tema poolt rootori mähises indutseeritav elektromotoorne jõud on suur. Rootoris tekib väga tugev, normaalse lühisvoolu suurusejärgus olev vool.

Null-järgnevusega süsteemile avaldatav takistus on samane transformaatori omaga.

Magnetiliselt sidestamata tarbija korral jäävad omavahel siiski magnetiliselt sidestatuks vooluallikat tarbijaga ühendavad juhtmed.

Lahutame faasipinged $\underset{\cdot}{U}_A$, $\underset{\cdot}{U}_B$ ja $\underset{\cdot}{U}_C$ erineva järgnevusega sümmeetrilisteks komponentideks $\underset{\cdot}{U}_0$, $\underset{\cdot}{U}_1$ ja $\underset{\cdot}{U}_2$. Määrame iga süsteemi poolt iseseisvalt tekitatavad voolud, superponeerime tulemused ja leiame nii faasivoolud $\underset{\cdot}{J}_A$, $\underset{\cdot}{J}_B$, $\underset{\cdot}{J}_C$ ja nulljuhtme voolu.

Null-järgnevusega süsteemi pingekomponent $\underset{\cdot}{U}_0$ põhjustab kõikides faasides võrdse voolukomponendi $\underset{\cdot}{J}_0$, mis liitudes nullpunktis O' (joon. 353) annavad üldise nulljuhtme voolu $3\underset{\cdot}{J}_0$. See, näiteks punktide A ja O vahel mõjuv pinge $\underset{\cdot}{U}_0$ jaotub komponentideks: pingelang liinis, pingelang tarbijas, pingelang nulljuhtmes.

L i i n i s tekkiv pingelang, kui R_l on faasijuhtme tegevtakistus, faasi- ja nulljuhtme vaheline induktiivsus $L_{AO} = L_{BO} = L_{CO} = L_0$ ja juhtmetevaheline vastuinduktiivsus $M_{BA} = M_{BC} = M_{CA} = M$, on

$$\underset{\cdot}{J}_0(R_l + j\omega L_0) + \underset{\cdot}{J}_0 j\omega M + \underset{\cdot}{J}_0 j\omega M = \underset{\cdot}{J}_0[R_l + j\omega(L_0 + 2M)].$$

T a r b i j a s tekkiv pingelang on $\underset{\cdot}{J}_0\underset{\cdot}{Z}_{0t}$, kus $\underset{\cdot}{Z}_{0t}$ on tarbija ühe faasi näivtakistus null-järgnevusega pinge süsteemile.

N u l l j u h t m e s tekkiv pingelang koosneb pingelangust $3\underset{\cdot}{J}_0 R_0$ nulljuhtme tegevtakistuses R_0 (induktiivtakistus ωL_0 on eespool juba arvesse võetud) ja pingelangust $3\underset{\cdot}{J}_0\underset{\cdot}{Z}_{0s}$ nulljuhtmes olevas takistuses $\underset{\cdot}{Z}_s$.

Seega null-järgnevusega süsteemi pinge

$$\underset{\cdot}{U}_0 = \underset{\cdot}{J}_0[R_l + j\omega(L_0 + 2M) + \underset{\cdot}{Z}_{0t} + 3R_0 + 3\underset{\cdot}{Z}_{0s}] = \underset{\cdot}{J}_0\underset{\cdot}{Z}_0, \qquad (603)$$

kus $\underset{\cdot}{Z}_0$ tähistab üldist null-järgnevusega süsteemile avaldatavat takistust.

Päripidise järgnevusega süsteemi teineteisest 120° nihutatud pingekomponendid $\underset{\cdot}{U}_1$, $\underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_1$ ja $\underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_1$ põhjustavad faasivoolusid $\underset{\cdot}{J}_1$, $\underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{J}_1$ ja $\underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{J}_1$.

L i i n i s tekkiv pingelang koosneb faasijuhtme tegevtakistuses tekkivast komponendist $\underset{\cdot}{J}_1 R$ ja induktiivtakistuses tekkivast komponendist. Eeldame, et üldisest ühe faasi induktiivsest pingelangust tuleb pool ühe ja pool teise naaber-faasijuhtmega moodustuva induktiivsuse arvele. Et antud sümmeetrilises süsteemis vool $\underset{\cdot}{J}_1 = -\underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{J}_1 - \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{J}_1$, siis induktiivne pingelang on

$$\tfrac{1}{2}(-\underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{J}_1)j\omega L_{AB} + \tfrac{1}{2}(-\underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{J}_1)j\omega L_{AC} = \tfrac{1}{2}\underset{\cdot}{J}_1 j\omega L_{AB} = \underset{\cdot}{J}_1 j\omega L,$$

milles $L = \frac{L_{AB}}{2} = \frac{L_{BC}}{2} = \frac{L_{AC}}{2}$. Seega on liinijuhtmes voolu $\dot{J}_1$ poolt tekitatav pingelang

$$\dot{J}_1 R_l + j\dot{J}_1 \omega L = \dot{J}_1 (R + j\omega L),$$

järgnevates faasides tekitatav on

$$\dot{a}^2 \dot{J}_1 (R_l + j\omega L) \quad \text{ja} \quad \dot{a}\dot{J}_1 (R + j\omega L).$$

Tarbijas voolu $\dot{J}_1$ poolt tekitatav pingelang on $\dot{J}_1 \dot{J}_{1t}$, kus $\dot{Z}_{1t}$ on tarbija faasitakistus päripidise järgnevusega pingete süsteemile. Järgnevates faasides tekkivad pingelangud on $\dot{a}^2 \dot{J}_1 \dot{Z}_{1t}$ ja $\dot{a}\dot{J}_1 \dot{Z}_{1t}$.

Seega päripidise järgnevusega süsteemi faasipinge

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_1 (R_l + j\omega L + \dot{Z}_{1t}) = \dot{J}_1 \dot{Z}_1, \tag{604}$$

kus $\dot{Z}_1$ tähistab üldist päripidise järgnevusega pingete süsteemile avaldatavat takistust. Järgnevates faasides

$$\dot{a}^2 \dot{U}_1 = \dot{a}^2 \dot{J}_1 \dot{Z}_1 \quad \text{ja} \quad \dot{a}\dot{U}_1 = \dot{a}\dot{J}_1 \dot{Z}_1.$$

Vastupidise järgnevusega süsteemis erineb olukord päripidise järgnevusega süsteemi omast ainult tarbija näivtakistuse $\dot{Z}_{2t}$ poolest; seegi ainult pöörlevail masinail:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{U}_2 = \dot{J}_2 (R_l + j\omega L + \dot{Z}_{2t}) = \dot{J}_2 \dot{Z}_2, \\ &\dot{a}\dot{U}_2 = \dot{a}\dot{J}_2 \dot{Z}_2 \quad \text{ja} \quad \dot{a}^2 \dot{U}_2 = \dot{a}^2 \dot{J}_2 \dot{Z}_2. \end{aligned}\right\} \tag{605}$$

218. Lühis sümmeetrilises kolmefaasises koormamata süsteemis.

a. Ühefaasine lühis. Olgu koormamata süsteemi faasipinge enne lühise tekkimist $\dot{U}$. Lühise tekkimisega muutub süsteem ebasümmeetriliseks, sest lühistatud faasi faasipinge $U_{A0} = 0$ (joon. 355). Lahutame kujuneva pingete süsteemi null-, päri- ja vastupidise järgnevusega süsteemiks $\dot{U}_0$, $\dot{U}_1$ ja $\dot{U}_2$. Seega

$$\dot{U}_{A0} = \dot{U}_0 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 0.$$

Lahutame ka ebasümmeetrilise lühisvoolu süsteemi sümmeetrilisteks komponentideks $\dot{J}_0$, $\dot{J}_1$ ja $\dot{J}_2$. Lühise olukorras maandamata faaside vool on võrdne nulliga, seega

$$\begin{aligned} \dot{J}_B &= \dot{J}_0 + \dot{a}^2 \dot{J}_1 + \dot{a}\dot{J}_2 = 0, \\ \dot{J}_C &= \dot{J}_0 + \dot{a}\dot{J}_1 + \dot{a}^2 \dot{J}_2 = 0. \end{aligned}$$

Lahutame viimase avaldise eelmisest. Seega

$$\dot{J}_1 (\dot{a}^2 - \dot{a}) + \dot{J}_2 (\dot{a} - \dot{a}^2) = 0,$$

millest

$$\dot{J}_1(\dot{a}^2 - \dot{a}) - \dot{J}_2(\dot{a}^2 - \dot{a}) = 0,$$
$$\dot{J}_1 = \dot{J}_2.$$

Samu avaldisi liites saame:

$$2\dot{J}_0 + \dot{J}_1(\dot{a}^2 + \dot{a}) + \dot{J}_2(\dot{a} + \dot{a}^2) = 0.$$

Et aga $\dot{a}^2 + \dot{a} = -1$, siis

$$\dot{J}_0 = \frac{\dot{J}_1 + \dot{J}_2}{2} = \dot{J}_1 = \dot{J}_2.$$

Lühistatud faasi vool

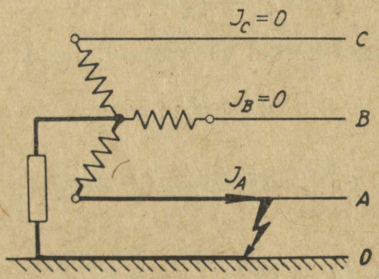
$$\dot{J}_A = \dot{J}_0 + \dot{J}_1 + \dot{J}_2,$$

millest sümmeetrilised komponendid

$$\dot{J}_0 = \dot{J}_1 = \dot{J}_2 = \frac{\dot{J}_A}{3}.$$

Tühijooksu puhul on faasipinge $\dot{U}$ sümmeetriline, seega võib ta koosneda ainult päripidise järgnevusega pingekomponendist $\dot{U}_1$ ja sellest põhjustatava päripidise järgnevusega voolukomponendi $\dot{J}_1$ poolt generaatori sisetakistuses $\dot{Z}_1$ aset leidvast pingelangust:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{J}_1\dot{Z}_1. \qquad (606a)$$



Joon. 355. Ühefaasine lühis.

Tühijooksu puhul võrduvad null- ja vastupidise järgnevusega pingekomponendid nulliga, seega peavad süsteemi koormamisel kõik pingekomponendid tasakaalustuma nende poolt põhjustatavatest vooludest tekitatavate pingelangudega:

$$\dot{U}_0 + \dot{J}_0\dot{Z}_0 = 0, \quad \dot{U}_2 + \dot{J}_2\dot{Z}_2 = 0. \qquad (606b)$$

Seega

$$\underset{\cdot}{U}_0 + \frac{\underset{\cdot}{J}_A}{3}\underset{\cdot}{Z}_0 = 0, \quad \underset{\cdot}{U} = \underset{\cdot}{U}_1 + \frac{\underset{\cdot}{J}_A}{3}\underset{\cdot}{Z}_1 \quad \text{ja} \quad \underset{\cdot}{U}_2 + \frac{\underset{\cdot}{J}_A}{3}\underset{\cdot}{Z}_2 = 0. \tag{606c}$$

Et pinge sümmeetrilised komponendid

$$\underset{\cdot}{U}_0 = -\frac{\underset{\cdot}{J}_A\underset{\cdot}{Z}_0}{3}, \quad \underset{\cdot}{U}_1 = \underset{\cdot}{U} - \frac{\underset{\cdot}{J}_A\underset{\cdot}{Z}_1}{3}, \quad \underset{\cdot}{U}_2 = -\frac{\underset{\cdot}{J}_A\underset{\cdot}{Z}_2}{3} \tag{607}$$

ja $\underset{\cdot}{U}_0 + \underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{U}_2 = 0$, siis lühisvool

$$\underset{\cdot}{J}_A = \frac{3\underset{\cdot}{U}}{\underset{\cdot}{Z}_0 + \underset{\cdot}{Z}_1 + \underset{\cdot}{Z}_2}. \tag{608}$$

Seega on määratavad ka lühistamata faaside ja nulljuhtme vaheline pinge lühise olukorras:

$$\underset{\cdot}{U}_{B0} = \underset{\cdot}{U}_0 + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_2 \quad \text{ja} \quad \underset{\cdot}{U}_{C0} = \underset{\cdot}{U}_0 + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_2.$$

b. Kahefaasine lühis maaühenduseta. Joonisel 356 kujutatud olukorras lühistatud faasipinge

$$\underset{\cdot}{U}_{B_0} = \underset{\cdot}{U}_{C0} = \underset{\cdot}{U}_0 + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_2 = \underset{\cdot}{U}_0 + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{U}_2,$$

millest pinge sümmeetrilised komponendid $\underset{\cdot}{U}_1 = \underset{\cdot}{U}_2$. Lühise olles juhtmete B ja C vahel, võrdub faasivool $\underset{\cdot}{J}_A$ nulliga, s. o.

$$\underset{\cdot}{J}_A = \underset{\cdot}{J}_0 + \underset{\cdot}{J}_1 + \underset{\cdot}{J}_2 = 0$$

ja voolud $\underset{\cdot}{J}_B$ ja $\underset{\cdot}{J}_C$ on igal hetkel vastassuunalised:

$$\underset{\cdot}{J}_B = -\underset{\cdot}{J}_C$$

ehk

$$\underset{\cdot}{J}_0 + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{J}_1 + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{J}_2 = -(\underset{\cdot}{J}_0 + \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{J}_1 + \underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{J}_2),$$

millest

$$2\underset{\cdot}{J}_0 + (\underset{\cdot}{a}^2 + \underset{\cdot}{a})\underset{\cdot}{J}_1 + (\underset{\cdot}{a} + \underset{\cdot}{a}^2)\underset{\cdot}{J}_2 = 0.$$

Et aga $\underset{\cdot}{a}^2 + \underset{\cdot}{a} = -1$, siis

$$2\underset{\cdot}{J}_0 - \underset{\cdot}{J}_1 - \underset{\cdot}{J}_2 = 3\underset{\cdot}{J}_0 - (\underset{\cdot}{J}_0 + \underset{\cdot}{J}_1 + \underset{\cdot}{J}_2) = 0,$$

millest

$$\underset{\cdot}{J}_0 = 0 \quad \text{ja} \quad \underset{\cdot}{J}_1 = -\underset{\cdot}{J}_2. \tag{609a}$$

Rakendades ka antud puhul võrrandeid 606a ja 606b saame

$$\underset{\cdot}{U}_0 + 0 \cdot \underset{\cdot}{Z}_0 = 0, \quad \underset{\cdot}{U} = \underset{\cdot}{U}_1 + \underset{\cdot}{J}_1\underset{\cdot}{Z}_1, \quad \underset{\cdot}{U}_2 + \underset{\cdot}{J}_2\underset{\cdot}{Z}_2 = 0,$$

millest

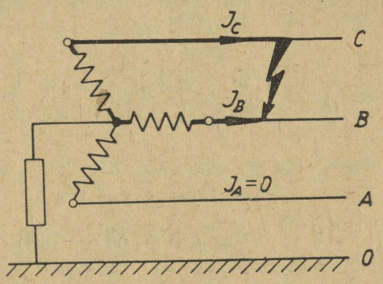
$$\underline{U}_0 = 0, \quad \underline{J}_1 = -\underline{J}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}, \quad \underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \frac{\underline{U}\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}. \tag{609b}$$

Seega lühisvool (val. 609a ja 609b)

$$\underline{J}_B = \underline{J}_0 + \underline{a}^2\underline{J}_1 + \underline{a}\underline{J}_2 = 0 + \underline{a}^2\underline{J}_1 - \underline{a}\underline{J}_1 =$$

$$= (\underline{a}^2 - \underline{a})\underline{J}_1 = (\underline{a}^2 - \underline{a})\frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} =$$

$$= \frac{-j\sqrt{3}\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\sqrt{3}\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right). \tag{610a}$$



Joon. 356. Kahefaasine lühis.

Arvutades ainult ebatakistustega, s. o. $\underline{Z}_1 \approx jX_1$ ja $\underline{Z}_2 \approx jX_2$, saame lühisvooluks

$$J_B \approx \frac{\sqrt{3}U}{X_1 + X_2}. \tag{610b}$$

Faasi- ja nulljuhtme vaheline pinge

$$\underline{U}_{A0} = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_1 = 2\underline{U}_1 = \frac{2\underline{U}\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \tag{611a}$$

või

$$U_{A0} \approx \frac{2UX_2}{X_1 + X_2},$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_{C0} = \underline{U}_0 + \underline{a}^2\underline{U}_1 + \underline{a}\underline{U}_2 = (\underline{a}^2 + \underline{a})\underline{U}_1 = -\underline{U}_1 = -\frac{\underline{U}\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \tag{611b}$$

või

$$U_{B0} = U_{C0} \approx \frac{UX_2}{X_1 + X_2}.$$

Faasijuhtmete-vaheline pinge

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{A0} - \underline{U}_{C0} = \frac{3\underline{U}\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}. \tag{612}$$

c. Kahefaasine lühis maaühendusega erineb maaühenduseta lühisest seepoolest, et tekib ka null-järgnevusega süsteemi vool. Voolu ja pinge sümmeetriliste komponentide määramine toimub analoogiliselt eespool-näidatuga, mille tulemusena määratakse lühisvool üksikutes faasides:

$$\left.\begin{aligned} \dot{J}_B &= -\frac{\dot{U}\,[(a-a^2)\,Z_0+(1-a^2)\,Z_2]}{Z_0Z_1+Z_1Z_2+Z_2Z_0}, \\ \dot{J}_C &= -\frac{\dot{U}\,[(a^2-a)\,Z_0+(1-a)\,Z_2]}{Z_0Z_1+Z_1Z_2+Z_2Z_0}. \end{aligned}\right\} \qquad (613a)$$

Jättes arvutusest välja tegevtakistused saame: faasi-lühisvoolu absoluutsuurus

$$J_B = J_C \approx \frac{\sqrt{3}U\sqrt{X_0^2+X_0X_2+X_2^2}}{X_0X_1+X_1X_2+X_2X_0}, \qquad (613b)$$

maandusvool

$$\dot{J}_B+\dot{J}_C \approx j\frac{3UX_2}{X_0X_1+X_1X_2+X_2X_0}. \qquad (614)$$

d. Kolmefaasine lühis kujutab endast täiesti sümmeetrilist koormust, milles seega puuduvad null- ja vastupidise järgnevusega voolu- ja pingesüsteemid. Seega lühisvool

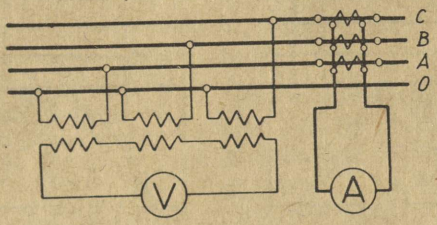
$$\left.\begin{aligned} \dot{J}_A &= \dot{J}_0+\dot{J}_1+\dot{J}_2=\dot{J}_1=\frac{\dot{U}}{\dot{Z}_1}, \\ \dot{J}_B &= a^2\frac{\dot{U}}{\dot{Z}_1} \quad \text{ja} \quad \dot{J}_C = a\frac{\dot{U}}{\dot{Z}_1}. \end{aligned}\right\} \qquad (615)$$

Näivtakistused $\dot{Z}_0$ ja $\dot{Z}_2$ null- ja vastupidise järgnevusega pingesüsteemidele on tavaliselt raskesti arvutatavad. Nende mõõtmine osutub hõlpsamaks: on vaja sooritada kolm lühise katset: ühe-, kahe- ja kolmefaasine. Kui seejuures generaatori faasi elektromotoorne jõud on $\dot{E}$ (s. o. generaatori tühijooksu-faasipinge), siis lühis-faasivoolud (val. 608, 610a ja 615)

$$\dot{J}_{AI}=\frac{3\dot{E}}{\dot{Z}_0+\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}, \quad \dot{J}_{AII}=\frac{-j\sqrt{3}\dot{E}}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} \quad \text{ja} \quad \dot{J}_{AIII}=\frac{\dot{E}}{\dot{Z}_1}.$$

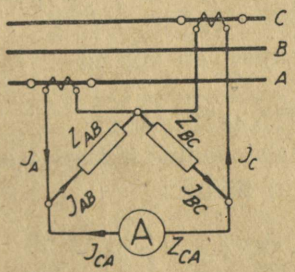
Viimaseist valemeist ongi arvutatavad nii $\dot{Z}_0$, $\dot{Z}_1$ kui ka $\dot{Z}_2$.

219. Sümmeetriliste komponentide otsene mõõtmine. Siin kirjeldatavad skeemid sümmeetriliste komponentide otseseks avastamiseks ja mõõtmiseks on leidnud praktilist rakendamist relee- ja kaitsetehnikas. Toodud skeemid võimaldavad jälgida nii voolude, pingete kui ka võimsuse sümmeetrilisust ja lülitavad töösse vastavad signaal- ja kaitseseadised. Arutelu lihtsustamiseks oletame skeemides esinevad transformaatorid omavat ülekandesuhet 1 : 1.



Joon. 357. Null-järgnevusega pinge ja voolu mõõtmine.

Null-järgnevusega pinge ja voolu mõõtmist võimaldavad joonisel 357 toodud skeemid. Pingetransformaatorite sekundaarmähised on ühendatud järjestikku, voltmeetri klemmidel olev pinge võrdub faasipingete summaga, seega null-järgnevusega pingekomponendi kolmekordse suurusega. Ampermeetrit läbiv rööbiti ühendatud voolutransformaatorite vool võrdub faasivoolude summaga, seega null-järgnevusega voolu kolmekordse suurusega.



Joon. 358. Skeem kas pärivõi vastupidise järgnevusega voolukomponendi mõõtmiseks.

Päri- ja vastupidise järgnevusega voolu mõõtmist null-järgnevusega voolu puudumisel võimaldab joon. 358 toodud skeem. Kolme tundmatu voolu määramiseks koostame Kirchhoffi seaduste alusel kolm võrrandit. Tulemusena saame: ampermeetrit läbiv vool

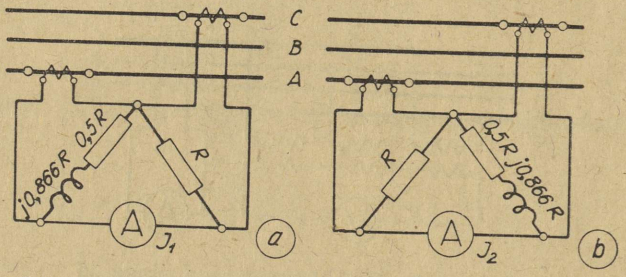
$$J_{CA} = -\frac{J_A Z_{AB} + J_C Z_{BC}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}.$$

Et $\dot{J}_0 = 0$, siis

$$\dot{J}_A = \dot{J}_1 + \dot{J}_2 \quad \text{ja} \quad \dot{J}_C = a\dot{J}_1 + a^2\dot{J}_2.$$

Seega ampermeetrit läbiv vool

$$\dot{J}_{CA} = -\frac{\dot{J}_1(\dot{Z}_{AB} + a\dot{Z}_{BC}) + \dot{J}_2(\dot{Z}_{AB} + a^2\dot{J}_{BC})}{\dot{Z}_{AB} + \dot{Z}_{BC} + \dot{Z}_{CA}}.$$



Joon. 359. *a* — päripidise, *b* — vastupidise järgnevusega voolukomponendi mõõtmine.

Kui skeemi koostamisel täita tingimus

$$\dot{Z}_{AB} + a^2\dot{Z}_{BC} = 0,$$

millest

$$\dot{Z}_{AB} = -a^2\dot{Z}_{BC} = \dot{Z}_{BC} \exp j\frac{\pi}{3}, \tag{616}$$

siis on ampermeetrit läbiv vool proportsionaalne üksnes päripidise järgnevusega voolukomponendiga. Kui näiteks

$$\dot{Z}_{BC} = R, \quad \text{siis} \quad \dot{Z}_{AB} = R \exp j\frac{\pi}{3} = \frac{R}{2} + j\frac{\sqrt{3}R}{2}$$

(joon. 359*a*). Kui aga skeemi koostamisel on võetud

$$\dot{Z}_{BC} = -a^2\dot{Z}_{AB} = \dot{Z}_{AB} \exp j\frac{\pi}{3}, \tag{617}$$

siis on ampermeetrit läbiv vool proportsionaalne üksnes vastupidise järgnevusega voolukomponendiga. Kui näiteks

$$\dot{Z}_{AB} = R, \quad \text{siis} \quad \dot{Z}_B = R \exp j\frac{\pi}{3} = \frac{R}{2} + j\frac{\sqrt{3}R}{2}$$

(joon. 359*b*).

Pinge päri- ja vastupidise järgnevusega komponentide mõõtmine on teostatav joonisel 360 näidatud skeemi kohaselt. Selles skeemis oleva voltmeetri klemmidel olev pinge

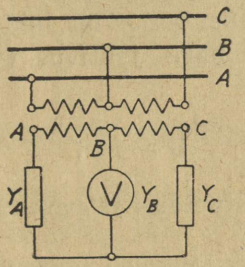
$$\dot{U}_B = \frac{\dot{U}_{BC}\dot{Y}_C - \dot{U}_{AB}\dot{Y}_A}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}.$$

Et null-järgnevusega pingekomponent on võrdne nulliga, siis

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_1 + \dot{E}_2, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{a}^2\dot{U}_1 + \dot{a}\dot{U}_2 \quad \text{ja}$$
$$\dot{U}_{CA} = \dot{a}\dot{E}_1 + \dot{a}^2\dot{E}_2.$$

Seega voltmeetri klemmidel olev pinge

$$\dot{U}_B = \frac{\dot{U}_1(\dot{a}^2\dot{Y}_C - \dot{Y}_A) + \dot{U}_2(\dot{a}\dot{Y}_C - \dot{Y}_A)}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C}.$$



Joon. 360. Skeem kas päri- või vastupidise järgnevusega pingekomponendi mõõtmiseks.

Täites tingimust

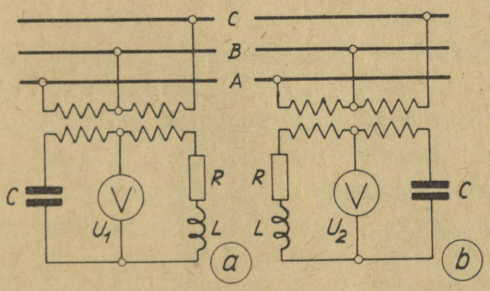
$$\dot{Y}_A = \dot{a}\dot{Y}_C \quad \text{või} \quad \dot{Y}_C = \dot{a}^2\dot{Y}_A \tag{618}$$

me teeme voltmeetri näidu sõltuvaks üksnes p ä r i p i d i s e järgnevusega süsteemi pingest. Kui näiteks skeemi vasakpoolses harus kondensaator ebajuhtivusega $\dot{Y}_A = jB$, siis teises harus olev

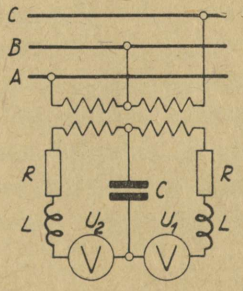
$$\dot{Y}_C = \dot{a}^2\dot{Y}_A = (-\tfrac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}) \cdot jB = \frac{\sqrt{3}}{2}B - j\frac{B}{2}$$

(joon. 361*a*). Kui aga on täidetud tingimus

$$\dot{Y}_A = \dot{a}^2\dot{Y}_C \quad \text{või} \quad \dot{Y}_C = \dot{a}\dot{Y}_A, \tag{619}$$



Joon. 361. *a* — päripidise, *b* — vastupidise järgnevusega pingekomponendi mõõtmine.



Joon. 362. Vasakpoolne voltmeeter mõõdab pinge vastupidise ja parempoolne — päripidise järgnevusega komponenti.

siis on voltmeetri näit sõltuv ainult vastupidise järgnevusega süsteemi pingest. Kui kondensaator on paigutatud skeemi parempoolsesse harusse, seega $\underset{\cdot}{Y}_C = jB$, siis

$$\underset{\cdot}{Y}_A = \frac{\sqrt{3}}{2} B - j\frac{B}{2}$$

(joon. 361*b*).

Joonisel 362 on näidatud skeem nii päri- kui ka vastupidise järgnevusega pingekomponendi samaaegseks otseseks mõõtmiseks. Kui seejuures keskmisesse harusse asetatud kondensaator on juhtivusega $\underset{\cdot}{Y}_B = jB$ ja nii vasak- kui ka parempoolse haru juhtivus (voltmeeter kaasa arvatud)

$$\underset{\cdot}{Y}_A = \underset{\cdot}{Y}_C = \frac{\sqrt{3}}{2} B - j\frac{B}{2},$$

siis näitab vasakpoolne voltmeeter vastupidise ja parempoolne päripidise järgnevuse süsteemi pinget.

Siinkohal olgu juhitud tähelepanu sellele, et toodud skeemid võimaldavad saada õige mõõtmistulemuse ainult ühel kindlal sagedusel.

V OSA.

Mittesiinuseline vahelduvvool.

XLIX peatükk.

MITTESIINUSELISE KÕVERA HARMOONILINE ANALÜÜS.

220. Perioodilise funktsiooni arendamine ritta. Eelmistes peatükkides vaadeldud voolu ja pinge siinuseline kulgemine osutub tegelikkuses kas vähemal või suuremal määral moonutatuks. Moonutused on tingitud generaatorite õhupilus oleva magnetvälja tiheduse ebasiinuselisest jaotumisest, raudtuumaga poolide induktiivsuse sõltuvusest voolu tugevusest, magnetilise ja dielektrilise hüstereesi nähtustest, elektronlampide karakteristikute ebalineaarsusest jne. Mittesiinuselise perioodilise vahelduvvoolu ringis oleva pinge, voolu, võimsuse, takistuse jne. arvutamiseks antud perioodiline funktsioon arendatakse Fourier' ritta

$$F(\omega t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \\ + A_3 \sin(3\omega t + \psi_3) + \ldots + A_k \sin(k\omega t + \psi_k) + \ldots \qquad (620)$$

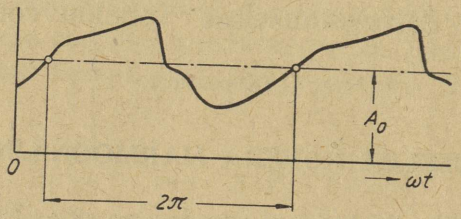
Fourier' rea esimest liiget A_0 nimetatakse alalisliikmeks (joon. 363); funktsiooni perioodilisust määravat rea teist liiget $A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$ — põhilaineks ehk esimeseks harmooniliseks. Kõiki järgmisi liikmeid, millede üldkuju on $A_k \sin(k\omega t + \psi_k)$, nimetatakse kõrgemaiks harmoonilisiks, kusjuures k määrab harmoonilise järjestusnumbri. Alalisliige A_0, harmooniliste amplituudid A_1, A_2, A_3, ... ja nende kõverate omavaheline paigutus on sõltumatud aja t (või ajale vastava nurga ωt) arvamise alghetke valikust. Sellest valikust sõltuvad ainult harmooniliste faasi määravad nurgad ψ_1, ψ_2, ψ_3, ...

Ajast t (või nurgast ωt) sõltuv rea liige $A_k \sin(k\omega t + \psi_k)$ on ümberkujundatav liikmeks

$$A_k \cos\psi_k \sin k\omega t + A_k \sin\psi_k \cos k\omega t.$$

Et nii A_k, $\cos\psi_k$ kui ka $\sin\psi_k$ on ajast sõltumatud, siis võib korrutise $A_k\cos\psi_k$ asendada asetegurigа — amplituudiga B_k ja korrutise $A_k\sin\psi_k$ — amplituudiga C -ga. Seega osutub Fourier' rida ümberkujundatavaks alalis-, siinus- ja koosinusliikmeist koosnevaks reaks:

$$F(\omega t) = A_0 + B_1\sin\omega t + B_2\sin 2\omega t + \ldots + B_k\sin k\omega t + \ldots$$
$$\ldots + C_1\cos\omega t + C_2\cos 2\omega t + \ldots + C_k\cos k\omega t + \ldots \qquad (621)$$



Joon. 363. Mittesiinuseline perioodiline kõver.

Nagu Fourier näitas, on alalisliige

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(\omega t)\,d(\omega t) \qquad (622a)$$

antud funktsiooni $F(\omega t)$ keskväärtus ühe perioodi ulatusel, siinusliikme amplituud

$$B_k = A_k\cos\psi_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F(\omega t)\sin k\omega t\,d(\omega t) \qquad (622b)$$

ja koosinusliikme amplituud

$$C_k = A_k\sin\psi_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F(\omega t)\cos k\omega t\,d(\omega t). \qquad (622c)$$

Tagasipöördumisel valemilt 621 valemile 620

$$A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2} \quad \text{ja} \quad \operatorname{tg}\psi_k = \frac{C_k}{B_k}. \qquad (623)$$

221. Tüüpilisemaid mittesiinuselisi perioodilisi kõveraid.

a. Sümmeetriline kõver. Sümmeetriliseks nimetatakse kõverat, mille nihutamisel piki abstsisstelge poole perioodi võrra saadakse teisele poolperioodile vastava kõvera peegelpilt (joon. 364*a*), seega kõver, mille

$$F(\omega t) = -F(\omega t + \pi) \qquad (624)$$

ehk

$$F(\omega t) + F(\omega t + \pi) = 0.$$

Ridade

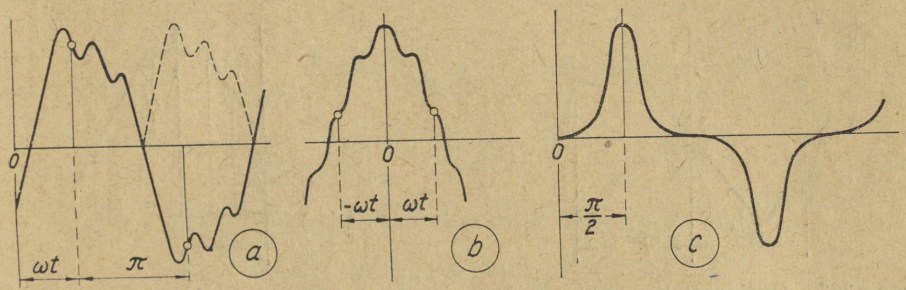
$$F(\omega t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots$$

ja

$$F(\omega t + \pi) = A_0 - A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) - \dots$$

summa on null ainult siis, kui reas puuduvad alalisliige ja kõik paarisarvulised harmoonilised:

$$A_0 = A_2 = A_4 = \dots = A_{2k} = \dots = 0.$$



Joon. 364. Sümmeetriline kõver. *a* — peegelpilt saadakse kõvera nihutamisel π võrra; *b* — sümmeetriline ordinaattelje suhtes, *c* — sümmeetriatelg on nihutatud $\pi/2$ võrra.

Seega on sümmeetrilise kõvera võrrand:

$$F(\omega t) = A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_3 \sin(3\omega t + \psi_3) + \\ + A_5 \sin(5\omega t + \psi_5) + \dots \qquad (625)$$

Kui sümmeetriline kõver on sümmeetriline ka ordinaattelje suhtes (joon. 364*b*), siis rahuldab ta tingimust

$$F(\omega t) = F(-\omega t). \qquad (626)$$

Mõlema funktsiooni arendamisel ritta selgub, et nende võrdsus on võimalik ainult tingimusel, et kõik siinusliikmed võrduvad nulliga:

$$B_1 = B_2 = B_3 = \dots = B_k = \dots = 0.$$

Seega ka ordinaattelje suhtes sümmeetrilise kõvera võrrand on:

$$F(\omega t) = C_1 \cos \omega t + C_3 \cos 3\omega t + C_5 \cos 5\omega t + \dots \qquad (627)$$

Kui sümmeetrilise kõvera sümmeetriatelg on nihutatud koordinaatteljestiku suhtes $\pi/2$ võrra (joon. 364*c*), siis

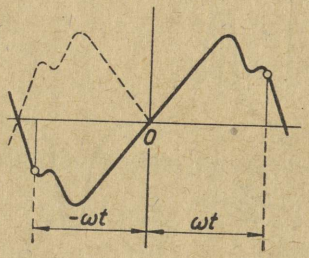
$$F(\omega t) = F(-\omega t + \pi). \tag{628}$$

Viimane on võimalik ainult siis, kui reas puuduvad kõik paarisarvulised siinusliikmed ja paarituarvulised koosinusliikmed:

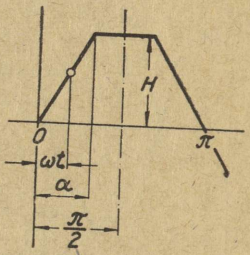
$$C_1 = B_2 = C_3 = B_4 = \ldots = C_{2k-1} = B_{2k} = 0.$$

Sellise sümmeetrilise kõvera võrrand on:

$$F(\omega t) = B_1 \sin \omega t + B_3 \sin 3\omega t + B_5 \sin 5\omega t + \ldots \tag{629}$$



Joon. 365. Ordinaattelje suhtes oma peegelpildiga sümmeetriline kõver.



Joon. 366. Trapets-kõver.

Kui kõvera sümmeetrilisus on saavutatav tingimusel

$$F(\omega t) = -F(-\omega t) \tag{630}$$

(joon. 365), siis peavad kõik rea koosinusliikmed võrduma nulliga:

$$C_1 = C_2 = C_3 = \ldots = 0.$$

Seega on ordinaattelje suhtes oma peegelpildiga sümmeetrilise kõvera võrrand:

$$F(\omega t) = B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \ldots \tag{631}$$

b. Trapets-kõver. Et trapets-kõver on sümmeetriline kõver ja rahuldab eespool määratud tingimusi 624 ja 630, siis peab tema arendamisel ritta saama ainult paarituarvulisi siinusliikmeid, kuna alalisliige, kõik koosinusliikmed ja paarisarvulised siinusliikmed võrduvad nulliga.

Joonisel 366 näidatud trapetsi kallaku osa ulatusel ordinaat

$$F(\omega t) = \frac{\omega t}{\alpha} H,$$

kus H tähistab funktsiooni väärtust nurga ωt olles α. Trapetsi lameda osa ulatusel (kaugusel α kuni $\pi/2$) ordinaat $F(\omega t) = H$. Trapets-kõverale vastava Fourier' rea tuletamiseks määrame rea üksiku siinusliikme (val. 622b):

$$B_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F(\omega t)\sin k\omega t\, d(\omega t) =$$

$$= \frac{4}{\pi}\int_0^{\alpha} \frac{\omega t}{\alpha} H \sin k\omega t\, d\omega t + \frac{4}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi/2} H \sin k\omega t\, d\omega t =$$

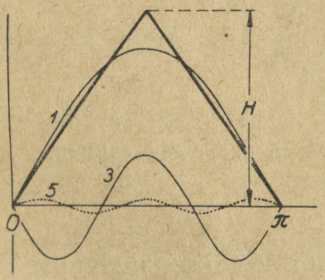
$$= -\frac{4H}{\pi\alpha}\int_0^{\alpha} \frac{\omega t}{k}\, d\cos k\omega t + \frac{4H}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi/2} \sin k\omega t\, d\omega t =$$

$$= \frac{4H}{\pi\alpha}\left(\frac{\sin k\alpha}{k^2} - \frac{\alpha\cos k\alpha}{k}\right) + \frac{4H}{\pi}\frac{\cos k\alpha}{k} = \frac{4H}{\pi\alpha}\frac{\sin k\alpha}{k^2}. \qquad (632)$$

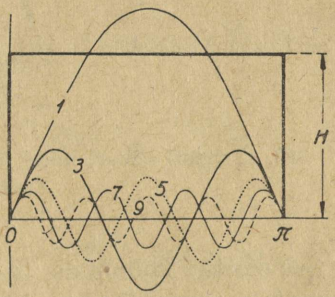
Anname k-le väärtused 1, 3, 5, 7 jne. Siis (val. 621 või 629)

$$F(\omega t) = \frac{4H}{\pi\alpha}\left(\sin\alpha\sin\omega t + \frac{1}{9}\sin 3\alpha\sin 3\omega t + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{25}\sin 5\alpha\sin 5\omega t + \ldots + \frac{1}{k^2}\sin k\alpha\sin k\omega t + \ldots\right). \qquad (633)$$



Joon. 367. Kolmnurk-kõver ja tema esimene, kolmas ning viies harmooniline.



Joon. 368. Nelinurk-kõver ja tema esimene, kolmas, viies, seitsmes ja üheksas harmooniline.

Erijuhtumil, kus $\alpha = \pi/2$, on meil tegemist kolmnurk-kõveraga (joon. 367) ja

$$F(\omega t) = \frac{8H}{\pi^2}\left(\sin\omega t - \frac{1}{9}\sin 3\omega t + \frac{1}{25}\sin 5\omega t - \ldots\right). \qquad (634)$$

Erijuhtumil, kus $\alpha = 0$, on meil tegemist n e l i n u r k - k õ v e r a g a (joon. 368), mille Fourier' rea siinusliige (val. 632)

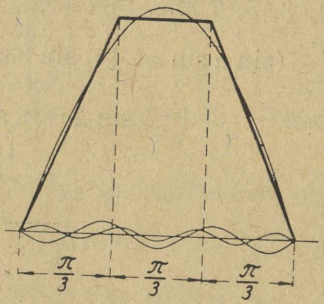
$$B_k = \frac{4H}{\pi\alpha}\frac{\sin k\alpha}{k^2} = \frac{4H}{\pi k}\left|\frac{\sin k\alpha}{k\alpha}\right|_{k\alpha=0} = \frac{4H}{\pi k}\left|\cos k\alpha\right|_{k\alpha=0} = \frac{4H}{\pi k},$$

ja mille Fourier' rida ise on

$$F(\omega t) = \frac{4H}{\pi}(\sin\omega t + \tfrac{1}{3}\sin 3\omega t + \tfrac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots). \qquad (635)$$

Huvitav on erijuhtum, kus trapetsil $\alpha = \pi/3$ (joon. 369), sest siis puuduvad Fourier' reas kõik k o l m e g a jagatava järjestusnumbriga kõrgemad harmoonilised (val. 633):

$$F(\omega t) = \frac{12H}{\pi^2}(\sin\tfrac{\pi}{3}\sin\omega t + \tfrac{1}{9}\sin\pi\sin 3\omega t + \tfrac{1}{25}\sin\tfrac{5\pi}{3}\sin 5\omega t + \ldots) = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2}H(\sin\omega t - \tfrac{1}{25}\sin 5\omega t + \tfrac{1}{49}\sin 7\omega t - \tfrac{1}{121}\sin 11\omega t + \ldots). \qquad (636)$$

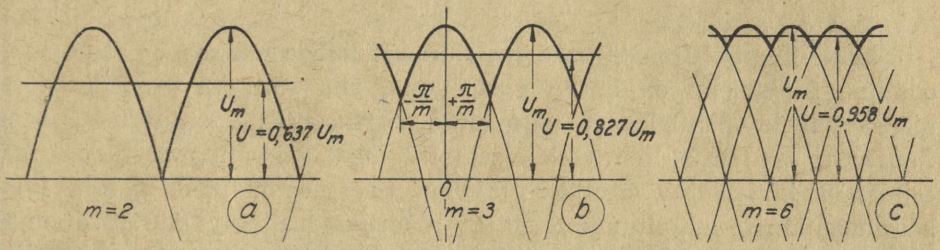


Joon. 369. Trapets-kõver, mille lameda osa pikkus on $\pi/3$, tema põhilaine, viies ja seitsmes harmooniline.

See seletab kolmanda, üheksanda jne. harmoonilise puudumise turbogeneraatori pingekõveras, kui generaatori induktor on kaetud ergutusmähisega poolusejaotuse kahe kolmandiku ulatusel ja mille õhupilus oleva väljatiheduse jaotumine on trapetsiline (joon. 369). Selle väljatiheduse kõvera põhilaine amplituud on kõigest $6\sqrt{3}/\pi^2 = 1{,}05$-kordselt ehk 5% suurem trapetsi kõrgusest, kuna viienda harmoonilise amplituud on kõigest 4% ja seitsmenda oma umbes 2% trapetsi kõrgusest. Veel suurema järgarvuga harmoonilised ei oma seejuures praktiliselt enam mingit tähtsust.

c. Alaldatud pinge kõver. Ventiilalaldajatega (elavhõbeauru-alaldajad, mehhaanilised kontaktalaldajad jne.) alaldatav pinge koosneb m-faasise süsteemi korral $2\pi/m$ võrra üksteisest nihutatud siinuskõvera osadest. Jooniselt 370*b* nähtub, et nurga olles $-\pi/m$ kuni $+\pi/m$ on kõvera ordinaat $u = U_m \cos \omega t$. Seega alaldatud pinge keskväärtus U (mõõdetav pöördpool-voltmeetri abil), s. o. Fourier' rea alalisliige (val. 622a),

$$A_0 = U_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(\omega t)\,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{m}{2\pi}\int_{-\pi/m}^{+\pi/m} U_m \cos \omega t \mathrm{d}(\omega t) = \frac{m}{\pi}\sin\frac{\pi}{m}U_m .$$



Joon. 370. Alaldatud pinge: *a* — kahe poolperioodi ulatusel alaldatud ühefaasine pinge, *b* — kolmefaasine, *c* — kuuefaasine. U — pinge keskväärtus, m — faaside arv.

Et kõver on sümmeetriline ordinaattelje suhtes (tingimus 626), siis peavad Fourier' reas puuduma kõik siinus-liikmed. Koosinus-liige (val. 622c), s. o. m-, $2m$-, $3m$-... km-kordse sagedusega harmoonilise amplituud

$$C_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F(\omega t)\cos k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{m}{\pi}\int_{-\pi/m}^{+\pi/m} U_m \cos\omega t \cos km\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) =$$

$$= \frac{2mU_m}{\pi}\int_0^{\pi/m} \cos k\omega t \cos km\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) = -\frac{m}{\pi}\sin\frac{\pi}{m}U_m\frac{2\cos k\pi}{k^2m^2-1}.$$

Seega on alaldatud pinge võrrand:

$$F(\omega t) = \frac{m}{\pi}\sin\frac{\pi}{m}U_m\left(1 - \frac{2\cos\pi}{m^2-1}\cos m\omega t - \frac{2\cos 2\pi}{4m^2-1}\cos 2m\omega t - \right.$$

$$\left. - \frac{2\cos 3\pi}{9m^2-1}\cos 3m\omega t - \ldots - \frac{2\cos k\pi}{k^2m^2-1}\cos km\omega t - \ldots\right) =$$

$$= \frac{m}{\pi}\sin\frac{\pi}{m}U_m\left(1 + \frac{2}{m^2-1}\cos m\omega t - \frac{2}{4m^2-1}\cos 2m\omega t + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{9m^2-1}\cos 3m\omega t - \ldots\right). \qquad (637)$$

Ühefaasise pinge mõlema poolperioodi alaldamisel (joon. 370*a*) $m = 2$ ja pingekõvera võrrand on:

$$F(\omega t) = \frac{2}{\pi}U_m\left(1 + \frac{2}{3}\cos 2\omega t - \frac{2}{15}\cos 4\omega t + \frac{2}{35}\cos 6\omega t - \ldots\right). \qquad (638)$$

Kolmefaasise pinge alaldamisel $m = 3$ ja pingekõvera võrrand on:

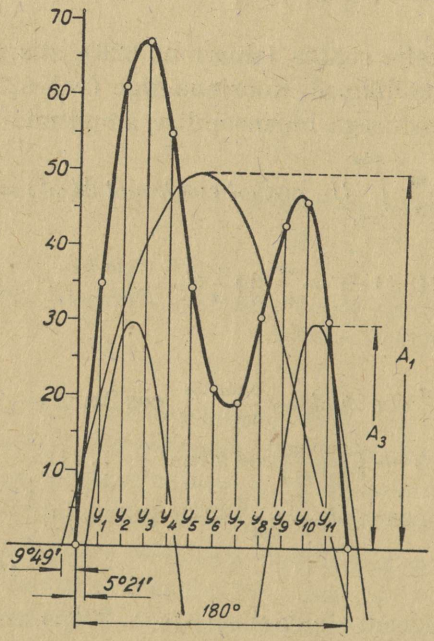
$$F(\omega t) = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} U_m \left(1 + \frac{2}{8}\cos 3\omega t - \frac{2}{35}\cos 6\omega t + \frac{2}{80}\cos 9\omega t - \ldots\right). \quad (639)$$

Kuuefaasise pinge alaldamisel $m = 6$ ja

$$F(\omega t) = \frac{3}{\pi} U_m \left(1 + \frac{2}{35}\cos 6\omega t - \frac{2}{143}\cos 12\omega t + \frac{2}{323}\cos 18\omega t - \ldots\right). \quad (640)$$

Faaside arvu suurenedes keskväärtus kasvab ja kõverast kaovad väiksema järjestusnumbriga harmoonilised.

222. Fourier' rea tegurite graafilis-analüütiline määramine. Kui perioodiline funktsioon on antud graafikuna, siis võib ka graafilisel teel määrata tema põhilaine ja kõrgemate harmooniliste amplituudi ning faasi. On arendatud terve rida selliseid meetodeid, milledest siinkohal esimesena kirjeldatav on Parry oma. See meetod põhineb siinus- ja koosinusliikmete amplituude B_k ja C_k määravate integraalide arvutamise asendamisel summade arvutamisega.



Joon. 371. Harmoonilise analüüsi teostamiseks on sümmeetriline kõver poole perioodi ulatuses jaotatud 12 võrdseks osaks.

Kõver jaotatakse ühe perioodi ulatusel n võrdseks osaks, mõõdetakse ordinaadid $y = F(\omega t)$ ja arvutatakse B_k ja C_k valemist:

$$\left.\begin{aligned} B_k &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F(\omega t)\sin k\omega t\,d(\omega t) \approx \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{k=n} y\sin k\omega t,\\ C_k &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F(\omega t)\cos k\omega t\,d(\omega t) \approx \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{k=n} y\cos k\omega t. \end{aligned}\right\} \quad (641)$$

Seega saadakse ordinaadi y ja $\sin k\omega t$ ning ordinaadi y ja $\cos \omega t$ korrutiste k a h e k o r d n e keskväärtus. Alalisliige A_0 on perioodi ulatusel mõõdetavate ordinaatide keskväärtus.

Näitena on toodud joonisel 371 näidatud kõvera analüüsimine. Et kõver on sümmeetriline, siis piisab arvutuse teostamisest ainult poole perioodi ulatuses. Juuresolevas tabelis on näidatud ainult põhilaine ja kolmanda harmoonilise määramine (kõveras puuduvad viies ja kõik sellele järgnevad kõrgemad harmoonilised, milles võib veenduda teostades arvutust ka nende kohta).

Ordinaadi järj. nr.	Ordinaat y	$k=1$					$k=3$				
		ωt	$\sin \omega t$	$y \sin \omega t$	$\cos \omega t$	$y \cos \omega t$	$3\omega t$	$\sin 3\omega t$	$y \sin 3\omega t$	$\cos 3\omega t$	$y \cos 3\omega t$
0	0	0°	0	0,0	1,000	0,0	0°	0	0,0	1,000	0,0
1	35	15°	0,259	9,1	0,966	33,8	45°	0,707	24,8	0,707	24,8
2	61	30°	0,500	30,5	0,866	52,9	90°	1,000	61,0	0	0,0
3	67	45°	0,707	47,3	0,707	47,3	135°	0,707	47,3	— 0,707	— 47,3
4	55	60°	0,866	47,7	0,500	27,5	180°	0	0,0	— 1,000	— 55,0
5	34,5	75°	0,966	33,3	0,259	8,9	225°	— 0,707	— 24,4	— 0,707	— 24,4
6	21	90°	1,000	21,0	0	0,0	270°	— 1,000	— 21,0	0	0,0
7	19	105°	0,966	18,4	— 0,259	— 4,9	315°	— 0,707	— 13,4	0,707	13,4
8	30,5	120°	0,866	26,4	— 0,500	—15,3	360°	0	0,0	1,000	30,5
9	43	135°	0,707	30,3	— 0,707	—30,3	405°	0,707	30,3	0,707	30,3
10	46	150°	0,500	23,0	— 0,866	—39,7	450°	1,000	46,0	0	0,0
11	30	165°	0,259	7,8	— 0,966	—29,0	495°	0,707	21,2	— 0,707	— 21,2
12	0	180°	0	0,0	— 1,000	0,0	540°	0	0,0	— 1,000	0,0
	Summa:			294,8		51,2			171,8		— 48,9

Jagades leitud summad liidetavate arvuga (12) ja korrutades kahega saame:

$$B_1 = \frac{294,8}{12}\cdot 2 = 49,2;\ C_1 = 8,5;\ B_3 = 28,6;\ C_3 = -8,2.$$

Seega põhilaine amplituud (val. 623)

$$A_1 = \sqrt{B_1^2 + C_1^2} = \sqrt{49,2^2 + 8,5^2} = 49,9,$$

kolmanda harmoonilise amplituud

$$A_3 = \sqrt{28{,}6^2 + 8{,}2^2} = 29{,}8,$$

nurgad

$$\psi_1 = \operatorname{arc\,tg} \frac{C_1}{B_1} = \operatorname{arc\,tg} \frac{8{,}5}{49{,}2} = 9^0 49',$$

$$\psi_3 = \operatorname{arc\,tg} \frac{-8{,}2}{28{,}6} = -16^0 03'$$

ja ritta arendatava kõvera võrrand on:

$$F(\omega t) = y = 49{,}9 \sin(\omega t + 9^0 49') + 29{,}8 \sin(3\omega t - 16^0 02').$$

Siinjuures tuleb pidada meeles, et abstsissi mõõtkava on eri harmoonilistel erinev, mistõttu harmoonilistel järjestusnumbriga k on abstsissi mõõtkava k-kordselt väiksem põhilaine omast ja seega tuleb kõverate väljajoonestamisel nurga ψ asemel võtta nurk ψ_k/k. Seega vastab antud näites kolmanda harmoonilise nullpunktist läbiminek nurgale $-16^0 03' : 3 = -5^0 21'$ (joon. 371).

Teiseks vaatleme tugevvoolutehnikas sagedamini esinevat juhtumit: mittesiinuselise pinge või voolu kõver ei oma alalisliiget ega paarisarvulisi harmoonilisi. Jaotame kõvera poolperioodile vastava abstsissi n võrdseks osaks. Nagu näitas R u n g e, on võimalik valemitega 641

$$B = \frac{2}{n} \Sigma y \sin k\omega t \quad \text{ja} \quad C = \frac{2}{n} \Sigma y \cos k\omega t$$

nõutava liitmise juures liita liikmeid paarikaupa. Sellised liikmed asuvad poolperioodi keskkohast võrdses kauguses. Kui ühe sellise punkti abstsiss on $a\frac{\pi}{n}$, siis on ta teisel $(n - a)\frac{\pi}{n}$ ja selliste abstsisside summa võrdub poollainega π (a on täisarv nullist kuni n-ni). Seejuures

$$\sin k(n - a)\frac{\pi}{n} = \sin k(\pi - a\frac{\pi}{n}) = \sin ka\frac{\pi}{n},$$

$$\cos k(n - a)\frac{\pi}{n} = \cos k(\pi - a\frac{\pi}{n}) = -\cos ka\frac{\pi}{n}.$$

Seega tuleb paaris-punktide ordinaadid korrutada niisama suure siinusega ja niisama suure, kuid vastasmärgilise koosinusega, mis tähendab, et korrutamisel $\sin k\omega t$-ga tuleb võtta paaris-ordinaatide summa, korrutamisel $\cos k\omega t$-ga — paaris-ordinaatide vahe.

Kõver jaotatakse poole perioodi ulatuses 12 võrdseks osaks ja mõõdetakse ordinaadid $y_1 \ldots y_{12}$. Paaris-ordinaatide väärtused kirjutatakse üksteise alla, liidetakse ja lahutatakse:

		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
	y_{12}	y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7	
Summa		S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
Vahe	V_6	V_5	V_4	V_3	V_2	V_1	

Kõvera jaotamisel 12 osaks amplituud

$$B_k = \frac{1}{6}(S_1 \sin k \cdot 15^0 + S_2 \sin k \cdot 30^0 + \ldots + S_6 \sin k \cdot 90^0)$$

ja

$$C_k = \frac{1}{6}(V_6 + V_5 \cos k \cdot 15^0 + V_4 \cos k \cdot 30^0 + \ldots + V_1 \cos k \cdot 75^0).$$

Arvutamise lihtsustamiseks koondame selle tabelisse, mille esimeses tulbas on üks kuuendik nurga 15°, 30°, ...90° siinusest. Järgmistes tulpades on näidatud, millega tuleb korrutada esimeses tulbas olev arv. Tulbas olevate arvude summa ongi otsitav harmoonilise amplituud.

0,043	S_1		S_5	S_5		S_1
0,083	S_2		S_2	$-S_2$		$-S_2$
0,118	S_3	$S_1 + S_3 - S_5$	$-S_3$	$-S_3$	$S_1 + S_3 - S_5$	S_3
0,144	S_4		$-S_4$	S_4		$-S_4$
0,161	S_5		S_1	S_1		S_5
0,167	S_6	$S_2 - S_6$	S_6	$-S_6$	$-S_2 + S_6$	$-S_6$
Liites:	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}

0,043	V_1		V_5	$-V_5$		$-V_1$
0,083	V_2		V_2	V_2		V_2
0,118	V_3	$-V_1 - V_3 + V_5$	$-V_3$	V_3	$V_1 + V_3 - V_5$	$-V_3$
0,144	V_4		$-V_4$	$-V_4$		V_4
0,161	V_5		V_1	$-V_1$		$-V_5$
0,167	V_6	$-V_2 + V_6$	V_6	V_6	$-V_2 + V_6$	V_6
Liites:	C_1	C_3	C_5	C_7	C_9	C_{11}

MITTESIINUSELINE VOOL JA PINGE.

223. Mittesiinuselise pinge poolt põhjustatav vool. Kui vooluring koosneb järjestikku ühendatud tegev-, induktiiv- ja mahtuvustakistustest, siis vooluringis mõjuva pinge hetkväärtus

$$u = \Sigma U_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) = \Sigma(B_k \sin k\omega t + C_k \cos k\omega t) = \\ = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_k + \ldots$$

võrdub vooluringi üksikutes lülides tekkivate osapingete hetkväärtuste summaga:

$$u = iR + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt.$$

Vooluringis tekkiv vool i on leitav üksikute harmooniliste poolt tekitatavate voolude superponeerimisel:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_k + \ldots,$$

kusjuures iga voolu harmooniline omab teda põhjustava pinge suhtes nihke φ_k:

$$i_k = J_{km} \sin(k\omega t + \psi_k - \varphi_k).$$

Viimases valemis olev voolu harmoonilise amplituud

$$J_{km} = \frac{U_{km}}{\sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}} \qquad (642)$$

ja nihkenurga tangens

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{R}. \qquad (643)$$

Et vooluringi eba-, seega ka näivtakistus on igale harmoonilisele erinev, siis on ka vooluringis oleva voolu kõver erinev vooluringis mõjuva pinge kõverast. Voolu alaliskomponent i_0 võib eksisteerida ainult siis, kui vooluringis puudub järjestikku ühendatud kondensaator, sest viimane on voolu alaliskomponendile katkestuskohaks.

Ainult sagedusest sõltumatus tegevtakistuses olev vool on igal hetkel proportsionaalne pingega, tema kõver on seega identne pinge omaga. Mahtuvust C omava kondensaatori klemmidel olev pinge

$$u = \Sigma(B_k \sin k\omega t + C_k \cos k\omega t)$$

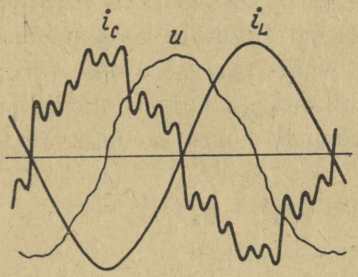
tekitab kondensaatoris voolu

$$i_C = C\frac{du}{dt} = \omega C \Sigma (kB_k \cos k\omega t - kC_k \sin k\omega t).$$

Seega on kondensaatorit läbiva voolu harmoonilised seda tugevamad, mida suurem on harmoonilise järjestusnumber. Sama pinge poolt induktiivsust L omavas praktiliselt tegevtakistusvabas paispoolis tekitatav vool

$$i_L = \frac{1}{L}\int u dt = \frac{1}{\omega L}\Sigma\left(-\frac{B_k}{k}\cos k\omega t + \frac{C_k}{k}\sin k\omega t\right).$$

Paispooli läbiva voolu harmoonilised on seda nõrgemad, mida suurem on harmoonilise järjestusnumber. Joonisel 372 on näidatud ühe ning sama pinge u poolt kondensaatoris ja paispoolis tekitatav vool. On selgesti nähtav moonutuse suurenemine esimeses ja vähenemine viimases.



Joon. 372. Pinge u poolt kondensaatoris põhjustatav vool i_C ja paispoolis põhjustatav vool i_L.

Kui mingisugusel sagedusel $k\omega$ valemis 642 on

$$k\omega L = \frac{1}{k\omega C},$$

siis on tegemist kõrgema harmoonilise resonantsiga. Sageduse sujuval muutumisel teeb vool harmoonilise resonantsile vastaval sagedusel järsu hüppe üles. Selliseid vooluhüppeid esineb vooluringis nii palju, kui mitu kõrgemat harmoonilist sisaldab antud pingekõver.

Pinge üksikute harmooniliste komponentide poolt põhjustatava voolu arvutamisel on rakendatav ka sümboolne meetod ja joonestatav vektordiagramm, kuid resulteeruva voolukõvera määramisel tuleb voolukomponentide hetkväärtused liita a l g e b r a l i s e l t.

N ä i d e 153. Vooluringi tegevtakistus $R = 10$ oomi, induktiivsus $L = 0{,}225$ henrit ja mahtuvus $C = 5$ μF. Sagedus muudetakse sujuvalt nullist kuni 200 hertsini. Määrata sagedus, mille juures tekib põhilaine ning kolmanda ja viienda harmoonilise resonants.

Lahendus. Resonants tekib üldjuhtumina sagedusel

$$kf = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}225 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}} = 150 \text{ Hz}.$$

Põhilainel, mille	$k = 1$,	põhisagedusel	$f = 150$,
kolmandal harmoonilisel	$k = 3$,	„	$f = 50$,
viiendal „	$k = 5$,	„	$f = 30$.

224. Mittesiinuselise pinge ja voolu efektiivväärtus, võimsus ja võimsustegur. On antud kaks kõrgemat harmoonilist sisaldavat voolu:

$$i' = \Sigma J_{km}' \sin(k\omega t + \psi_k'),$$
$$i'' = \Sigma J_{km}'' \sin(k\omega t + \psi_k'').$$

Moodustame nende voolude korrutise keskväärtuse $\frac{1}{T}\int_0^T i'i''dt$. Kahe erineva sagedusega siinusfunktsiooni korrutise keskväärtus võrdub nulliga, samuti võrdub nulliga ka sama sagedusega siinus- ja koosinusfunktsiooni korrutis. Seega on vaja korrutises $i'i''$ võtta arvesse ainult võrdse sagedusega siinus-liikmete korrutis siinus-liikmetega ja koosinus-liikmete korrutis koosinus-liikmetega. Järelikult voolude korrutise keskväärtus

$$\frac{1}{T}\int_0^T i'i''dt = \Sigma \tfrac{1}{2} J_{km}' J_{km}'' \cos(\psi_k' - \psi_k''). \qquad (644)$$

Kui voolud i' ja i'' on võrdsed, siis on meil viimases valemis tegemist harmoonilisi sisaldava voolu efektiivväärtuse ruuduga, s. o.

$$J^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt = \Sigma \tfrac{1}{2} J_{km}^2.$$

Et

$$\tfrac{1}{2} J_{km}^2 = \left(\frac{J_{km}}{\sqrt{2}}\right)^2 = J_k^2$$

on voolu harmoonilise efektiivväärtuse ruut, siis kõrgemaid harmoonilisi sisaldava voolu efektiivväärtus on ruutjuur üksikute voolu harmooniliste efektiivväärtuste ruutude summast. Tugevvoolutehnikas esinevate sümmeetriliste kõverate korral vool

$$J = \sqrt{J_1^2 + J_3^2 + J_5^2 + \dots},$$

ja analoogiliselt pinge

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + \dots}. \qquad (645a)$$

üldjuhtumina, ka alalisliikme esinemisel,

$$\left.\begin{aligned} J &= \sqrt{J_0^2 + J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 + \dots}\ , \\ U &= \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}\ . \end{aligned}\right\} \qquad (645b)$$

Kõrgemaist harmoonilistest moonutatud pinge ja voolu korrutise, s. o. võimsuse keskväärtuse, määrame valemi 644 abil, asendades temas ühe vooludest pingega. Siis keskmine võimsus

$$N = \frac{1}{T}\int_0^T ui\,dt = \Sigma \tfrac{1}{2} U_{km} J_{km} \cos(\psi_k' - \psi_k'').$$

Selles valemis

$$\tfrac{1}{2} U_{km} J_{km} = U_k J_k$$

on pinge ja voolu harmoonilise efektiivväärtuste korrutis ja $\psi' - \psi''$ — pinge ja voolu harmooniliste vaheline nihkenurk φ_k. Seega võimsuse keskväärtus on üksikute harmooniliste võimsuste summa. Tugevvoolutehnikas esinevate sümmeetriliste pinge ja voolu kõverate korral võimsuse keskväärtus

$$N = \Sigma U_k J_k \cos\varphi_k = U_1 J_1 \cos\varphi_1 + U_3 J_3 \cos\varphi_3 + U_5 J_5 \cos\varphi_5 + \dots , \qquad (646a)$$

üldjuhtumina, alalisliikme esinemisel,

$$N = U_0 J_0 + U_1 J_1 \cos\varphi_1 + U_2 J_2 \cos\varphi_2 + U_3 J_3 \cos\varphi_3 + \dots . \qquad (646b)$$

Seega muundub sümmeetrilise voolukõvera korral takistuses R soojuseks võimsus

$$J^2 R = J_1^2 R + J_3^2 R + J_5^2 R + \dots , \qquad (647)$$

olles suurem moonutamata voolu poolt tekitatavast.

Analoogiliselt vooluringiga, mille pinge ja vool muutuvad siinuseliselt, on ka harmoonilisi sisaldava pinge ja voolu korral võimalik opereerida $\cos\varphi$-ga tähistatava „võimsusteguriga", mis näitab võimsuse keskväärtuse (val. 646) suhet harmoonilistest moonutatud pinge ja voolu efektiivväärtuste (val. 645) korrutisega:

$$\frac{N}{UJ} = \cos\varphi.$$

Ainult voolu hetkväärtuste proportsionaalsuse korral pinge hetkväärtustega „võimsustegur" φ võrduks ühega. Tegeliku moonutatud pingekõvera korral voolu hetkväärtused ei ole pingega proportsionaalsed, voolu kõvera kuju on pinge omast erinev (joon. 372). Arvutamise hõlbustamiseks, mis muidugi annab ainult ligikaudse tulemuse, asendatakse mittesiinuselised pinge ja vool ekvivalentsetega, s. o. nendega, mille vastavad

efektiivväärtused oleksid võrdsed. Need pinge ja voolu ekvivalentsed kõverad peavad olema üksteisest nihutatud nii suure nurga φ võrra, et korrutis $UJ\cos\varphi$ annaks valemi 646a abil arvutatava tõelise võimsuse.

225. Mittesiinuseliste voolude graafiline liitmine. Vahelduvvoolu probleemide lahendamisel kasutatav vektordiagramm omab võrreldes analüütilise lahendamisega sedavõrd palju eeliseid, et tahtmatult tekib soov rakendada vektordiagrammi ka harmoonilistest moonutatud voolule. Üks selliseid probleeme on transformaatoris. Selle magneetimisvool, nagu selgitame hiljem LII peatükis, on moonutatud peamiselt kolmanda ja viienda harmoonilise poolt (joon. 386). Ent tema väljajätmine vektordiagrammist pole võimalik. Seepärast püüame siinkohal selgitada harmoonilistest moonutatud voolu ja pinge vektordiagrammi võtmisel tekkiva vea suurust.

Valemiga 646 määratav võimsus

$$N = \Sigma U_k J_k \cos\varphi_k.$$

See võimsus pole seega väljendatud nagu tavaliselt pinge ja voolu efektiivväärtuste korrutisena. Kuid asendame valemiga 645 määratava pinge ekvivalentse pingega $U = \sqrt{\Sigma U_k^2}$ ja voolu — ekvivalentse vooluga $J = \sqrt{\Sigma J_k^2}$ ning nihutame nad vektordiagrammis teineteise suhtes nurga φ võrra. Selle nurga koosinust nimetame nagu tavaliseltki võimsusteguriks. Seega kujuneb:

resulteeruv	näivtakistus	$Z = \frac{U}{J}$,
„	tegevtakistus	$R = \frac{N}{J^2} = \frac{U\cos\varphi}{J}$,
„	ebatakistus	$X = \frac{U\sin\varphi}{J} = \sqrt{Z^2 - R^2}$.

Nende takistuste määramisel on vaja mõõta vastavate suuruste, s. o. pinge, voolu ja võimsuse efektiivväärtust, ent need takistused pole konstantsed, vaid sõltuvad voolu- ja pingekõverais olevaist harmoonilistest.

Tegevtakistus erineb *skin*-efekti ehk pinnanähtuse tõttu alalisvooluga mõõdetavast oomtakistusest seda enam, mida kõrgem on takistust läbiva voolu sagedus (vt. ptk. LII). Et see takistuse muutumine pole tavaliselt suur, siis käsitleme siinkohal tegevtakistust sagedusest sõltumatuna. Seega

$$U\cos\varphi = JR = R\sqrt{\Sigma J_k^2} = \sqrt{\Sigma U_k^2\cos^2\varphi_k},$$
$$U\sin\varphi = \sqrt{\Sigma U_k^2\sin^2\varphi_k}.$$

Ebatakistus $X = \frac{U \sin \varphi}{J}$ erineb põhilaine ja kõrgemate harmooniliste ebatakistusest alati, isegi siis, kui R, L ja C on praktiliselt sagedusest sõltumatud.

Induktiivses vooluringis harmoonilise ebatakistus

$$X_k = k\omega_1 L = kX_L,$$

kus X_L tähistab ebatakistust põhilainele. Seega

$$J_k = \frac{U_k \sin \varphi_k}{kX_L},$$

$$J = \sqrt{\Sigma J_k^2} = \frac{1}{X_L} \sqrt{\Sigma \left(\frac{U_k \sin \varphi_k}{k} \right)^2}.$$

Teiselt poolt

$$U \sin \varphi = \sqrt{\Sigma (U_k \sin \varphi_k)^2}$$

ja seega ekvivalentne induktiivne ebatakistus

$$X = \frac{U \sin \varphi}{J} = X_L \sqrt{\frac{\Sigma (U_k \sin \varphi_k)^2}{\Sigma \left(\frac{U_k \sin \varphi_k}{k} \right)^2}}. \qquad (648a)$$

Tavaliselt pole viimase ruutjuurega määratav ebatakistuse erinevus kuigi suur.

Nii tegevtakistust kui ka mahtuvuslikku ebatakistust omava vooluringi kogutakistuse sõltuvus harmoonilistest on märksa suurem. Sellisel korral

$$X = \frac{U \sin \varphi}{J} = X_C \sqrt{\frac{\Sigma (U_k \sin \varphi_k)^2}{\Sigma \left(\frac{U_k \sin \varphi_k^2}{k} \right)^2}}, \qquad (648b)$$

milles $X_C = 1/\omega_1 C$ on ebatakistus põhilainele.

Lähtudes võimsusteguri $\cos \varphi$ definitsioonist

$$UJ \cos \varphi = \Sigma U_k J_k \cos \varphi_k,$$

kuid

$$UJ \sin \varphi \neq \Sigma U_k J_k \sin \varphi_k.$$

Käsitledes R konstantsena, harmoonilise vool

$$J_k = \frac{1}{R} U_k \cos \varphi_k$$

ja

$$\Sigma U_k J_k \sin \varphi_k = \Sigma \frac{U_k^2}{R} \cos \varphi_k \sin \varphi_k.$$

Teiselt poolt

$$U \sin \varphi = \sqrt{\Sigma U_k^2 \sin^2 \varphi_k},$$

$$J = \sqrt{\Sigma J_k^2} = \frac{1}{R} \sqrt{\Sigma U_k^2 \cos^2 \varphi_k}.$$

Seega saame: tõeliku ja arvutamisel saadava ebavõimsuse suhe

$$m = \frac{\Sigma U_k J_k \sin \varphi_k}{UJ \sin \varphi} = \frac{\Sigma U_k^2 \cos \varphi_k \sin \varphi_k}{\sqrt{\Sigma (U_k \sin \varphi_k)^2} \sqrt{\Sigma (U_k \cos \varphi_k)^2}}. \tag{649a}$$

Leitud tegur m on alati ühest väiksem.

Kui vooluring sisaldab nii R kui ka L, siis

$$U_k \cos \varphi_k = RJ_k, \quad U_k \sin \varphi_k = kX_L J_k$$

ja seega sümmeetrilise pinge- ja voolukõvera korral

$$m = \frac{\Sigma k J_k^2}{\sqrt{\Sigma (kJ_k)^2} \sqrt{\Sigma J_k^2}} = \frac{J_1^2 + 3J_3^2 + 5J_5^2 + \ldots}{J \sqrt{J_1^2 + 9J_3^2 + 25J_5^2 + \ldots}}. \tag{649b}$$

Kui vooluring sisaldab nii R kui ka C, siis

$$U_k \sin \varphi_k = \frac{J_k X_C}{k}$$

ja analoogiliselt

$$m = \frac{J_1^2 + \frac{1}{3} J_3^2 + \frac{1}{5} J_5^2 + \ldots}{J \sqrt{J_1^2 + \frac{1}{9} J_3^2 + \frac{1}{25} J_5^2 + \ldots}}. \tag{649c}$$

Jällegi on m ühest väiksem.

Voolude ja pingete graafilise liidetavuse tingimused on seega alljärgnevad. Rööbitiste vooluringide korral on pinge mõlemale vooluharule sama. Kui haruvoolud on J' ja J'' ja harudes olevad võimsused N' ja N'', siis koguvõimsus

$$N = N' + N'' = U(J' \cos \varphi' + J'' \cos \varphi'') = UJ \cos \varphi,$$

seega

$$J \cos \varphi = J' \cos \varphi' + J'' \cos \varphi'' \tag{650}$$

ja resulteeruv tegevvool on vooluharudes olevate tegevvoolude summa.

Ebavoolude liitmisel on olukord teissugune. Nende liitmisel tuleb arvestada vooluharude erinevaid tegureid m' ja m'':

$$mUJ \sin \varphi = U(m'J' \sin \varphi' + m''J'' \sin \varphi''),$$

millest

$$mJ \sin \varphi = m'J' \sin \varphi' + m''J'' \sin \varphi''. \quad (651)$$

Viimase valemiga määratud tingimus on vektordiagrammide joonestamisel üldiselt siiski täitmata. Tegelikult on diagrammis

$$J \sin \varphi = J' \sin \varphi' + J'' \sin \varphi''.$$

Korrutame viimase valemi kõik liikmed m-ga ja lahutame tulemuse valemist 651. Sellega määrame tingimuse, mille juures diagrammis teostatav ebavoolude liitmine on õige:

$$(m' - m)J' \sin \varphi' + (m'' - m)J'' \sin \varphi'' = 0.$$

Järjestikku ühendatavate vooluringide korral oleks

$$(m' - m)U' \sin \varphi' + (m'' - m)U'' \sin \varphi'' = 0.$$

Seega on voolude ja pingete graafiline liitmine alati õige, kui

$$m' = m'' = m. \quad (652)$$

Viimane tingimus on täidetud, kui ühe vooluringi R, L ja C on samas vahekorras teise vooluringi vastavate suurustega, seega kui

$$\varphi' = \varphi'' = \varphi.$$

Graafiline liitmine osutub alati õigeks, kui kahest ühendatavast vooluringist ainult üks omab ebatakistust, sest siis on resulteeruv ebavool ainult ühe vooluharu ebavool.

Vooluringides, milles mahtuvus on tähtsusetu võrreldes induktiivsusega ja millede induktiivtakistus on proportsionaalne sagedusega, erinevad tegurid m vähe ja seega on selliste voolude graafiline liitmine küllaltki õigustatud.

Näide 154. Rööbitisi vooluringe toidetakse pingega $U = 106{,}3$ V, mille põhilaine efektiivväärtus $U_1 = 100$ V, kolmanda harmoonilise oma $U_3 = 30$ V ja viienda harmoonilise oma $U_5 = 20$ V. Takistused: esimeses vooluringis $R' = 5$, $\omega_1 L' = 5$, teises vooluringis $R'' = 4$ ja $\omega_1 L'' = 8$ oomi. Määrata haruvoolud ja liitvool.

Lahendus. Esimeses vooluharus (val. 645a ja 646a)

$$J' = \sqrt{\Sigma J_k^2} \text{ ja } N' = \Sigma U_k J_k \cos\varphi_k:$$

	U_k	R_k	X_k	Z_k	φ_k	J_k	J_k^2	$\cos\varphi_k$	$U_k J_k \cos\varphi_k$
$k=1$	100	5	5	7,07	45°00′	14,17	200,6	0,707	1000
$k=3$	30	5	15	15,82	71°33′	1,90	3,6	0,316	18
$k=5$	20	5	25	25,50	78°42′	0,78	0,6	0,196	3
							204,8		1021

$$J' = \sqrt{204,8} = 14,29 \text{ A}, \qquad N' = 1021 \text{ W},$$

$$\cos\varphi' = \frac{N'}{UJ'} = \frac{1021}{106,3 \cdot 14,29} = 0,672,$$

$\varphi' = 47°46'$, $\sin\varphi' = 0,740$, $J'\cos\varphi' = 9,46$, $J'\sin\varphi' = 10,57$;

val. 649b kohaselt

$$m' = \frac{200,6 + 3 \cdot 3,6 + 5 \cdot 0,6}{14,29\sqrt{200,6 + 9 \cdot 3,6 + 25 \cdot 0,6}} = 0,955.$$

Analoogiliselt teises vooluharus

$J'' = 11,26$, $N'' = 508$, $J''\cos\varphi'' = 4,77$, $J''\sin\varphi'' = 10,20$, $m'' = 0,965$.

Seega m' erineb m''-st ainult veidi üle ühe protsendi. Liitvool sellisena, nagu ta tavaliselt arvutatakse, s. o. tegev- ja ebavoolu geomeetriline summa, on:

$$J = \sqrt{(9,46 + 4,77)^2 + (10,57 + 10,20)^2} = \sqrt{14,23^2 + 20,77^2} = 25,15 \text{ A}.$$

226. Mittesiinuselise kõvera kujutegur. Tugevvoolutehnikas sageli esineb sümmeetriline, ainult paarituarvulisi harmoonilisi sisaldav pinge- või voolukõver on iseloomustatav kahe jäävaga:

$$\text{kujutegur } \sigma_k = \frac{\text{efektiivväärtus}}{\text{keskväärtus}}, \tag{653a}$$

$$\text{tipptegur } \sigma_t = \frac{\text{tippväärtus}}{\text{efektiivväärtus}}. \tag{654a}$$

Moonutamata siinuselisel pingekõveral on tippväärtus nimetatav amplituudiks, tema kujutegur

$$\sigma_k = \frac{U}{U_k} = \frac{U_m/\sqrt{2}}{U_m \cdot 2/\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11 \tag{653b}$$

ja tipptegur

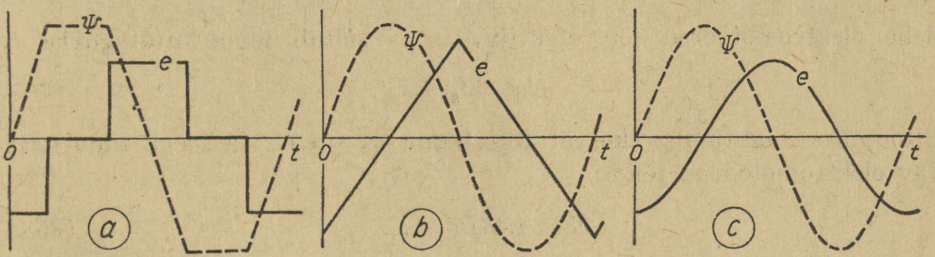
$$\sigma_t = \frac{U_m}{U} = \frac{U_m}{U_m/\sqrt{2}} = \sqrt{2} \approx 1{,}41. \qquad (654b)$$

Et tehniliselt on raske tekitada moonutusvaba siinuselist pinge- ja voolukõverat, siis on võetud tarvitusele nimetus „praktiliselt siinuseline", mille all mõistetakse kõverat, mille ühegi ordinaadi ja põhilaine ordinaadi vahe ei ületa 5% põhilaine amplituudist, kusjuures selle kindlakstegemisel peab kasutatama vähemalt 12 punkti ordinaate.

Kui kõver on sümmeetriline mitte ainult ajaliselt, vaid ka ordinaattelje suhtes, siis on põhilaine amplituud arvutatav ainult kolme ordinaadi andmeil:

$$A_1 = \frac{y_0 + \sqrt{3}y_1 + y_2}{3}. \qquad (655)$$

Selles valemis y_0 on ordinaat, mille suhtes kõver on sümmeetriline, y_1 — ordinaadist y_0 kaugusel 1/12 täisperioodist olev ordinaat ja y_2 — ordinaadist y_0 kaugusel 2/12 täisperioodist olev ordinaat.



Joon. 373. Indutseeruva elektromotoorse jõu e kulgemine erineval aheldusvoo Ψ kulgemisel: a — aheldusvoog on trapetsiline, b — aheldusvoog on paraboolne, c — nii aheldusvoog kui ka elektromotoorne jõud on siinuselised.

Kõvera kujutegur σ_k on leidnud peamist rakendamist magnetvoo poolt indutseeritava elektromotoorse jõu arvutamisel. Teatavasti indutseeruv elektromotoorne jõud

$$e = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Aheldusvoo Ψ siinuselisel muutumisel (joon. 373c) muutub siinuseliselt ka indutseeruv elektromotoorne jõud. Aheldusvoo kõvera erinemisel siinuselisest, millega on tegemist igas elektrimasinas, erineb sellest ka indutseeruv elektromotoorne jõud, kuid viimase ajaline kulgemine toimub teissuguselt kui aheldusvool.

Aheldusvoo trapetsilisel kulgemisel indutseeruv elektromotoorne jõud kulgeb nelinurkselt (joon. 373*a*), aheldusvoo paraboolsel kulgemisel — saehambaliselt.

Kui aheldusvoo kõver on sümmeetriline ja omab täisperioodi vältel ainult üht maksimumi, siis indutseeruva elektromotoorse jõu keskväärtus

$$E_k = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} e\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} -\frac{d\Psi}{dt}\,dt =$$

$$= -\frac{2}{T}\int_{\Psi_{max}}^{\Psi_{min}} d\Psi = 2f(\Psi_{max} - \Psi_{min}), \qquad (656)$$

kusjuures $f = 1/T$ on aheldusvoo vaheldumise sagedus. Poole perioodi vältel muutub aheldusvoog maksimaalsest minimaalseks. Aheldusvoo kulgemise sümmeetrilisuse tõttu kordub see ka järgneva poolperioodi vältel ja seega indutseeruva elektromotoorse jõu keskväärtus

$$E_k = 4f\Psi_{max}.$$

Selle elektromotoorse jõu efektiivväärtus sõltub tema kujutegurist σ_k:

$$E = 4\sigma_k f\Psi_{max}. \qquad (657)$$

Siinuselise muutumise korral kujutegur $\sigma_k = 1{,}11$ ja seega indutseeritav elektromotoorne jõud

$$E = 4{,}44f\Psi_{max}. \qquad (658a)$$

Kui voog Φ on aheldatud pooli kõigi w keeruga, siis aheldusvoog $\Psi = w\Phi$ ja indutseeruva elektromotoorse jõu efektiivväärtus

$$E = 4{,}44fw\Phi_{max}. \qquad (658b)$$

LI peatükk.

FILTRID.

227. Töötamispõhimõte. Vooluringi koosnemisel järjestikku ühendatavaist induktiiv- ja mahtuvustakistustest (joon. 374*a*) tema näivtakistus

$$Z_k = \sqrt{R^2 + (k\omega L - 1/k\omega C)^2}$$

on erinev eri harmoonilistele. Kui mõne harmoonilise suhtes on täidetud tingimus, et ebatakistus

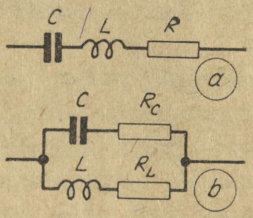
$$k\omega L = \frac{1}{k\omega C},$$

siis vooluring on selle harmoonilise suhtes järjestikku- ehk pingeresonantsis ja tema takistus sellele harmoonilisele on minimaalseim.

Vooluringi koosnemisel rööbiti ühendatavaist induktiiv- ja mahtuvustakistustest (joon. 374*b*) võib kujuneda olukord, kus mõne harmoonilise suhtes induktiivne ja mahtuvuslik ebajuhtivus on võrdne, s. o. $B_L = B_C$ ehk

$$\frac{k\omega L}{R_L^2 + (k\omega L)^2} = \frac{\frac{1}{k\omega C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{k\omega C}\right)^2}.$$

Siis see nn. võnkering osutub ülisuureks takistuseks pingekomponendile sagedusega ωk. Võnkering öeldakse siis olevat häälestatud nurksagedusele $k\omega$ ja nähtus ise kannab rööbiti- ehk vooluresonantsi nimetust.

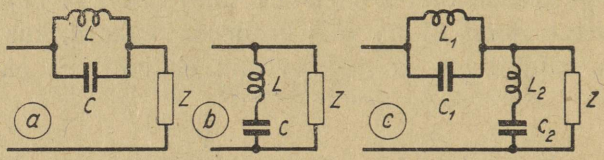


Joon. 374. Filtri põhielemente. Olles resonantsis nurksagedusega $k\omega$ moodustavad järjestikku ühendatavad kondensaator ja paispool sellel nurksagedusel väga väikese ja ühendatult rööbiti — väga suure takistuse.

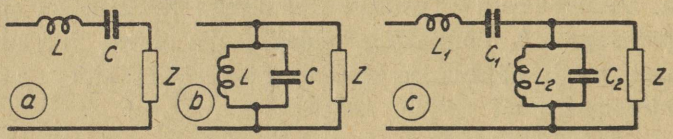
Järjestikku- ja rööbitiresonantsi nähtuse ärakasutamine annab võimaluse kujundada ühendusskeeme kas ainult väikesageduse, ainult suursageduse või teatava sagedusriba läbilaskmiseks või sulgemiseks. Vastavalt neile omadustele on meil tegemist väikepääs-, suurpääs- ja ribafiltritega.

228. Tüüpilisemaid filtreid. Joonisel 375*a* on näidatud ühendusskeem järjestusnumbriga k harmoonilise läbipääsu sulgemiseks. Selline sulgefilter on häälestatud suletavale harmoonilisele nurksagedusega

$k\omega$. Sama tulemuse saamiseks võib kasutada ka ühendamist vastavalt joonisele 375*b*, kus tarbijaga rööbiti olev induktiiv- ja mahtuvustakistusest koosnev vooluharu on resonantsis suletava sagedusega ja seega temale väga väikeseks takistuseks: leiab aset suletava harmoonilise lühistamine. Veel parema tulemuse annab mõlema kirjeldatud ühendamisviisi samaaegne tarvitamine (joon. 375*c*).



Joon. 375. Sulgefiltrid teatava sageduse tõkestamiseks.



Joon. 376. Avafiltrid teatava sageduse läbilaskmiseks.

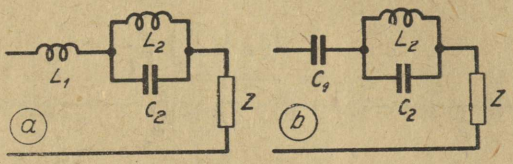
Kui soovitakse antud kõverast välja filtreerida ainult üht harmoonilist (või ka põhilainet), summutades kõik teised, siis kasutatakse joonisel 376 näidatud a v a f i l t r e i d. Skeemi *a* kasutamisel läbi lasta soovitava sagedusega resonantsis olevad induktiiv- ja mahtuvustakistus omavad väikseimat takistust just läbi lasta soovitavale sagedusele. Skeemi *b* kasutamisel on tarbijaga rööbiti olev võnkering väga suureks takistuseks ainult eraldada soovitavale ja väikeseks või lühistavaks ebasoovitavaile harmoonilistele. Ka sel korral annab mõlema mooduse samaaegne kasutamine parema tulemuse (joon. 376*c*).

Kombineerides ebatakistusi joonise 377 kohaselt, on võimalik saavutada ühe sageduse sulgemist ja teise läbipääsu soodustamist. Skeemi *a* kasutamisel kondensaator C_2 kombinatsioonis paispooliga L_1 on resonantsis soodustatava harmoonilisega, kuna võnkering elementidega C_2 ja L_2 on resonantsis suletava harmoonilisega. Sama töötamispõhimõte on ka elementide ühendamisel skeemi 377*b* kohaselt. Väiksemail sagedustel on kasutamisel skeem *a*, suuremail — skeem *b*.

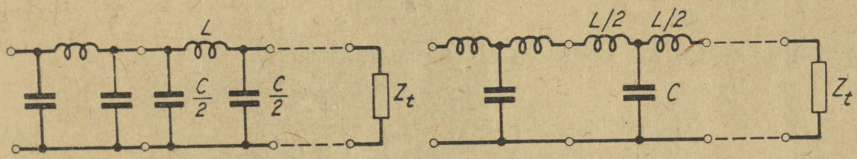
Mitte ühe, vaid kõikide teatavast sagedusest suuremate sageduste tõkestamiseks kujundatav v ä i k e p ä ä s - f i l t e r koostatakse järjes-

tikku ühendatavaist induktiivtakistustest ja nende vahel rööbiti olevaist mahtuvustakistustest. Esimeste ülesandeks on suure takistuse loomine suurtele sagedustele ja teistel — läbipääseva suursageduse lühistamine.

Joonisel 378 on selline väikepääs näidatud kujundatuna kas Π- või T-kujuliste samaväärsete neliklemmide ahelana, millede omadusi on selgitatud eespool p. 196 all.

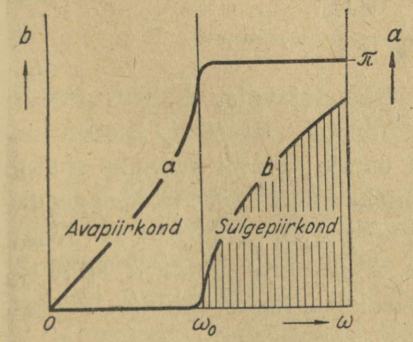


Joon. 377. Ühe sageduse läbipääsu eriti soodustav ja teise läbipääsu eriti tõkestav filter.

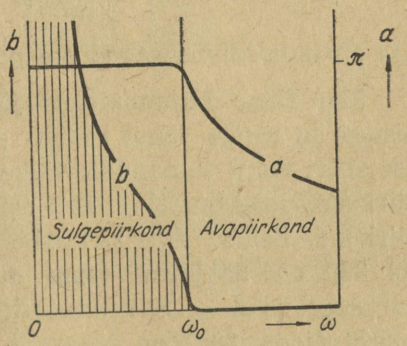


Joon. 378. Väikepääs-filter — Π- ja T-kujuliste aseskeemide ahel.

Iga selline lüli laseb läbi sagedusi piirkonnas $\omega = 0$ kuni $\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$. Viimane sagedus on induktiivsusest L ja kahest järjestikku olevast mahtuvusest $C/2$ kujuneva ringi resonantssagedus. Joonisel 379 on



Joon. 379. Väikepääs-filtri sulgepiirkond asub resonantssagedusest suuremate sageduste piirkonnas.



Joon. 380. Suurpääs-filtri sulgepiirkond asub resonantssagedusest väiksemate sageduste piirkonnas.

näidatud sumbumuse b ja hilinemuse a sõltuvus filtrit läbivast nurksagedusest ω. Sellest nähtub, et sageduse ω olles suurem sagedusest ω_0 osutub sumbumus suureks. Vastavalt sumbumuse erinevusele nimetatakse nulli ja ω_0 vahelist sageduste piirkonda a v a p i i r k o n n a k s, ω_0-st suuremate sageduste piirkonda — s u l g e p i i r k o n n a k s.

Π-kujulises skeemis $\underline{Z}_L = j\omega L$ ja $\underline{Y}_C = j\omega C$. Seega filtri üksiku lüli tühijooksu- ehk jõude-näivtakistus

$$\underline{Z}_{10} = \frac{\left(\underline{Z}_L + \frac{2}{\underline{Y}_C}\right)\frac{2}{\underline{Y}_C}}{\underline{Z}_L + \frac{4}{\underline{Y}_C}}$$

ja lühisetakistus

$$\underline{Z}_{1k} = \frac{\underline{Z}_L \frac{2}{\underline{Y}_C}}{\underline{Z}_L + \frac{2}{\underline{Y}_C}},$$

millest lüli, seega ka kogu filtri tunnustakistus

$$\underline{Z}_{t\,II} = \sqrt{\underline{Z}_{10}\,\underline{Z}_{1k}} = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}. \qquad (659)$$

Seega on läbilastavate sageduste piirkonnas tunnustakistus tegevtakistuse iseloomuga, sageduste piirkonnas $\omega > \omega_0$ — mahtuvusliku iseloomuga. Analoogiliselt mõjub ka T-kujulisena kujundatav skeem. Vahe seisneb ainult tunnustakistuses

$$\underline{Z}_{t\,T} = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}, \qquad (660)$$

mis on induktiivne sageduste piirkonnas $\omega > \omega_0$.

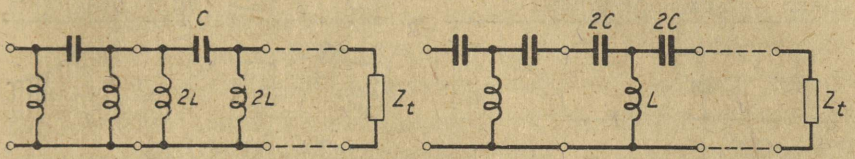
Kui filter kujundatakse järjestikku ühendatavaist mahtuvustakistustest ja nende vahel rööbiti olevaist induktiivtakistustest, siis on sellise filtri mõju vastandlik väikepääs-filtri omale: avapiirkonnaks osutub piirkond sagedustele $\omega > \omega_0$, sulgepiirkonnaks — väikesageduse piirkond. Sellist filtrit nimetatakse s u u r p ä ä s - f i l t r i k s. Joonisel 380 on näidatud tema sumbumuse b ja hilinemuse a sõltuvus nurksagedusest ω. Suurpääs-filtri tunnustakistus lüli Π-kujulise skeemi korral (joon. 381) on

$$\underline{Z}_{t\,III} = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}, \qquad (661)$$

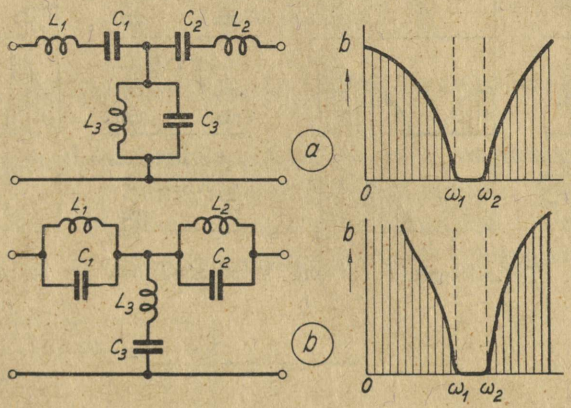
T-kujulise skeemi korral —

$$\underline{Z}_{tT} = \sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}. \qquad (662)$$

Piirkonnas $\omega > \omega_0$ tunnustakistus on tegevtakistuse iseloomuga, piirkonnas $\omega < \omega_0$ Π-kujulise skeemi korral — mahtuvuslik, T-kujulise korral — induktiivne.



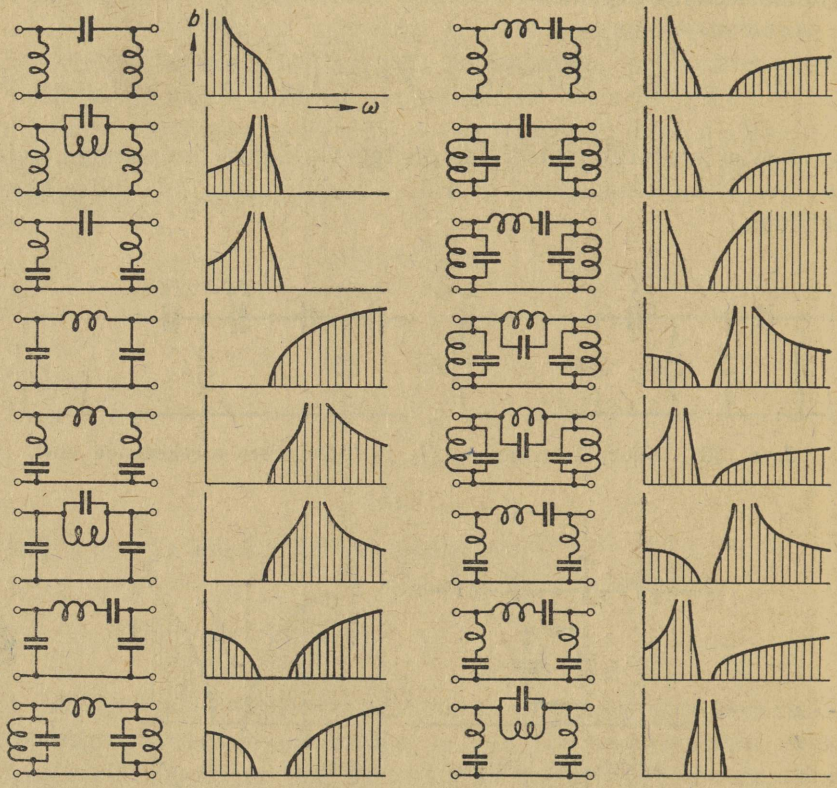
Joon. 381. Suurpääs-filter — Π- ja T-kujuliste aseskeemide ahel.



Joon. 382. Ribafiltrid.

Kui ühendada järjestikku suur- ja väikepääs-filter, milledest esimene laseb läbi sagedusi alates sagedusest ω_1, teine aga tõkestab sagedusi alates sagedusest ω_2, siis saame nn. r i b a f i l t r i. Kahte sellist ribafiltrit kujutab joonis 382.

Juuresolev tabel-joonis 383 annab ülevaate mitmesugustest filtri Π-kujulistest ühendusskeemidest ja nendele vastava sumbumuse b sõltuvusest sagedusest ω. Analoogiliselt on võimalik filtreid kujundada ka T-kujulistena.



Joon. 383. Tüüpilisemaid filtreid. Viirutatud osa on sulgepiirkond.

VI OSA.

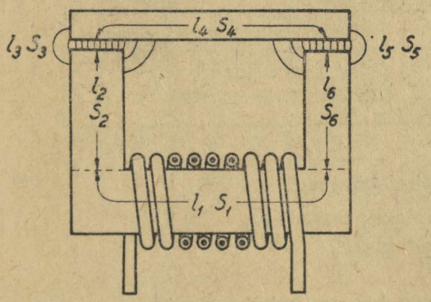
Rauda sisaldav vooluring.

Rauda sisaldavaks nimetatakse vooluringi, milles olevate induktiivsete tarbijate — paispoolide, transformaatorite, induktsioonmootorite jne. — poolide südamikud on koostatud ferromagnetilisest materjalist. Ferromagnetilise materjali omaduseks on temas tekkiva väljatiheduse B ebaproportsionaalsus magneetimisergutusega ja sõltuvus magneetimisergutuse suunast, millist nähtust nimetatakse hüstereesiks.

LII peatükk.

MAGNEETIMISVOOL JA PÖÖRISVOOLUNÄHTUS.

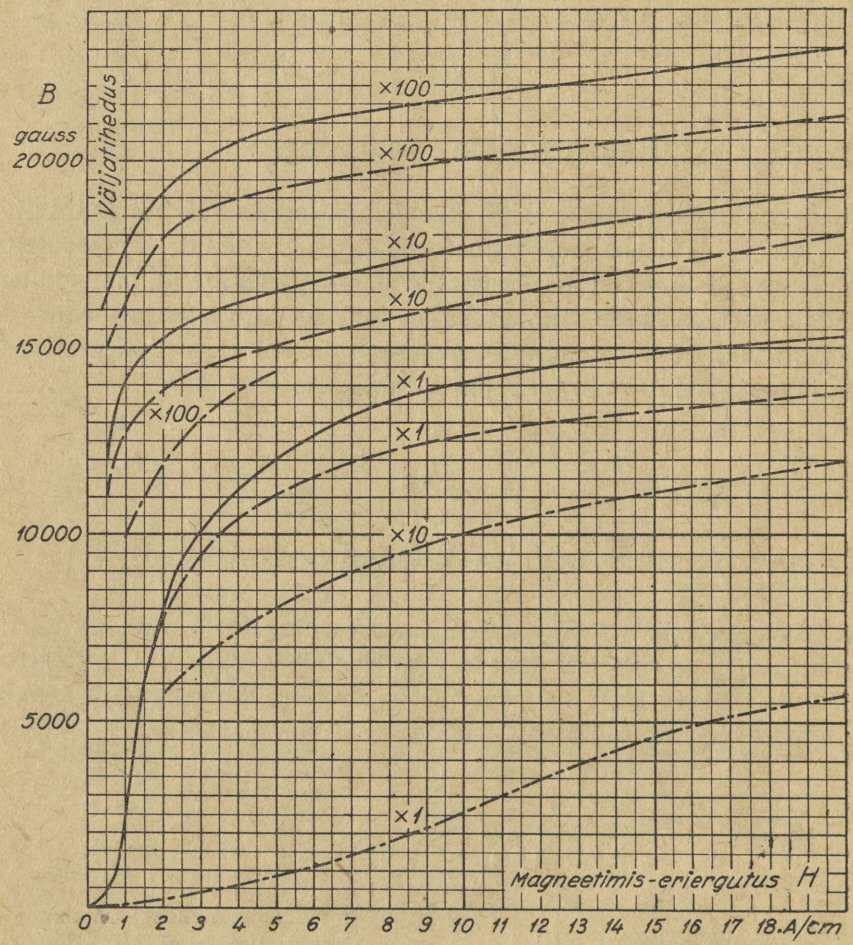
229. Magneetimisvool siinuseliselt muutuva magnetvoo korral. Joonisel 384 näidatud magnetringi magneetimisel alalisvooluga (vt. „Elektrotehnika I", p. 132) vajatav magneetimisergutus ehk läbivoogus Θ [A või AK] on arvutatav magneetimis-osaergutuste V summana $\Theta = V_1 + V_2 +$



Joon. 384. Ferromagnetilist materjali sisaldav vooluring.

$+ \ldots$, kusjuures magnetringi üksiku lüli magneetimiseks vajatav osaergutus on arvutatav lüli pikkuse l ja lülis tekkiva keskmisele väljatihedusele B vastava magneetimis-eriergutuse H korrutisena: $V = Hl$. Et ferromagnetilise keskkonna magnetiline läbitavus pole konstantne, vaid

sõltub väljatihedusest, siis peab H määramisel olema kasutada antud ferromagnetilise materjali magneetimiskõver $B = f(H)$ (joon. 385).



Joon. 385. Magneetimiskõverad:
——— dünamoplekk, terasvalu,
— — — legeeritud plekk,
— · — · malm.
Abstsissi mõõtkava tuleb korrutada kõvera kohal oleva arvuga.

Magnetringi üksikutes lülides olev keskmine väljatihedus B on lülis oleva voo Φ jagatis lüli ristlõikega S, s. o. $B_1 = \Phi_1/S_1$, $B_2 = \Phi_2/S_2$ jne. Joonisel 384 näidatud magnetringis on voog tänu südamiku suurele läbita-

vusele koondatud peamiselt rauda ja on seega praktiliselt ühesuurune magnetringi kõikides lülides.

Kõik see, mis kehtib alalisvooluga toidetava magneetimismähise kohta, kehtib ka tema toitmisel vahelduvvooluga, kui voo, väljatiheduse ja voolu all mõista nende hetkväärtust.

Seni meie poolt vaadeldud induktiivne ebavool kulges siinuseliselt. Ferromagnetilist südamikku omavat pooli läbiv vool pole aga enam siinuseline. Pooli toitev võrgupinge u tasakaalustatakse tegevtakistuses R tekkiva pingelangu iR ja magnetvoo poolt indutseeritava pinge $u^L = -\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}t$ poolt:

$$u = iR + \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}.$$

Arutelu lihtsustamiseks oletame vooluringi tegevtakistuse R olevat tähtsusetult väikese ja pooli w keerdu aheldumas kogu pooli läbiva vooga Φ. Siis on pinge u igal hetkel tasakaalustatav ainult magnetvoo poolt indutseeritava pingega, seega

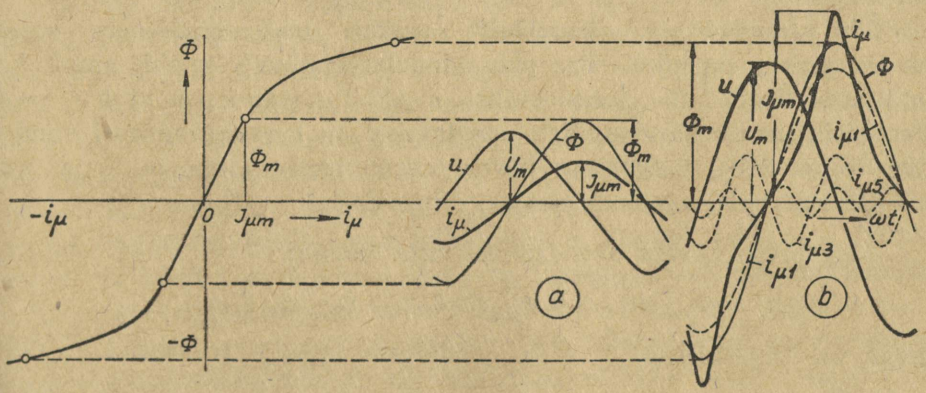
$$u = w\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

Pinge siinuselisel muutumisel muutub voog koosinuseliselt, s. o.

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t = \frac{U_m}{\omega w} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

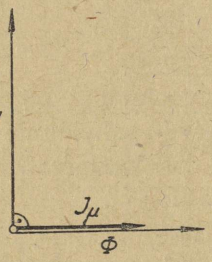
olles pingest ajaliselt 90° taga, kusjuures voo amplituud (val. 658b)

$$\Phi_m = \frac{U}{4{,}44\, fw}.$$



Joon. 386. Magneetimisvoolu määramine siinuseliselt muutuva magnetvoo korral. *a* — väikese väljatiheduse piirkonnas magneetimisvool on praktiliselt siinuseline. *b* — suure väljatiheduse piirkonnas magneetimisvool on moonutatud peamiselt kolmanda ja viienda harmoonilise poolt.

Voo tekitamiseks vajalik magneetimisvool on määratav magneetimiskõvera $B = f(H)$ või temaga identse kõvera $\Phi = f(i_\mu)$ abil. Joonisel 386 on näidatud magneetimisvoolu kõvera määramine sellise kõvera abil siinuseliselt muutuva voo korral. Väikese väljatiheduse piirkonnas (dünamo- ja transformaatori-pleki korral väljatihedusel umbes kuni 10 000 gaussi) on magneetimisvool i_μ praktiliselt proportsionaalne vooga Φ, kulgedes seega samuti praktiliselt siinuseliselt (joon. 386*a*). Suure väljatiheduse piirkonnas (joon. 386*b*) lakkab magneetimisvool olemast



Joon. 387. Magnetringi vektordiagramm.

siinuseline, tema kõver moonutatakse tugeva kolmanda ja viienda harmoonilise poolt. Seega on vektordiagrammi joonestamisel (joon. 387) otseselt kasutatavad ainult U ja Φ, kuna magneetimisvooluks tuleb võtta tõelise magneetimisvooluga ekvivalentne siinuseliselt muutuv vool, nagu see oli kirjeldatud eespool (vt. p. 224).

230. Magnetvoog siinuseliselt muutuva magneetimisvoolu korral. Nagu nägime, on siinuselise pinge indutseerimine võimalik ainult kolmandat, viiendat jne. harmoonilist sisaldava magneetimisvoolu poolt. Voolu kõrgemate harmooniliste puudumisel on magneetimisvool siinuseline (joon. 388), magnetvoo kõver osutub lamendatuks ja tema poolt indutseeritav pinge lakkab olemast siinuseline.

Magnetvoo kõvera arendamisel ritta saame:

$$f(\omega t) = \Phi_{1m} \sin \omega t + \Phi_{3m} \sin 3\omega t + \Phi_{5m} \sin 5\omega t + \ldots,$$

seega voo tippväärtus

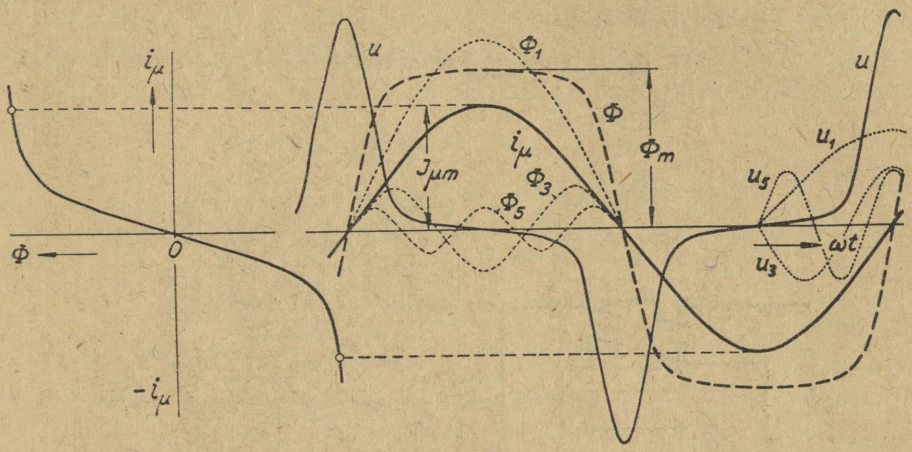
$$\Phi_m = \Phi_{1m} - \Phi_{3m} + \Phi_{5m} - \ldots \qquad (663)$$

Säärase voo poolt indutseeritav pinge võrdub voo üksikute harmooniliste poolt indutseeritavate pingete summaga, kusjuures üksiku pinge ampli-

tuud pole proportsionaalne ainult vooga, vaid ka harmoonilise järjestusnumbri kordse nurksagedusega, s. o.

$$U_{1m} = w\omega\Phi_{1m}, \quad U_{3m} = 3\omega w\Phi_{3m}, \quad U_{5m} = 5\omega w\Phi_{5m} \text{ jne.}$$

Seetõttu on voo harmooniliste võrdse amplituudi korral voo kõrgemate harmooniliste mõju palju suurem põhilaine omast ja nende poolt indutseeritud pinged võivad tublisti ületada pinge põhilaine amplituudi.



Joon. 388. Magnetvoog ja indutseeritud pinge siinuseliselt muutuva magneetimisvoolu korral. Φ_1, Φ_3 ja Φ_5 on magnetvoo põhilaine ja kolmas ning viies harmoonilised.

Kolme iseseisvat magnetringi omava ühefaasise transformaatori ühendamisel tähte (joon. 389) on üksikute transformaatorite magneetimisvoolu põhilained omavahel nihutatud 120°, kolmandad harmoonilised aga $3 \cdot 120^0 = 360^0$, olles seega omavahel faasis. Ent Kirchhoffi I seaduse kohaselt võrdub transformaatorite primaarmähiste nullpunkti suubuvate voolude summa nulliga; kolme omavahel faasis oleva voolu summa on aga null ainult nende voolude võrdumisel nulliga. Tuleb järeldada, et antud transformaatorite magneetimisvool ei sisalda kolmandat harmoonilist (ja kõiki teisi kolmega jagatava järjestusnumbriga harmoonilisi) ning nende magnetvoog on moonutatud: voo kõver peab olema lamendatud ja koosneb peamiselt põhilainest ning kolmandast harmoonilisest (analoogiline sellele, mis oli näidatud joonisel 388). Neist voogudest esimene indutseerib esimese transformaatori sekundaarmähises keerdude arvuga w_2 elektromotoorse jõu põhilaine

$$e_1' = \omega w_2 \Phi_{1m}' \sin \omega t,$$

kolmas harmooniline aga elektromotoorse jõu kolmanda harmoonilise

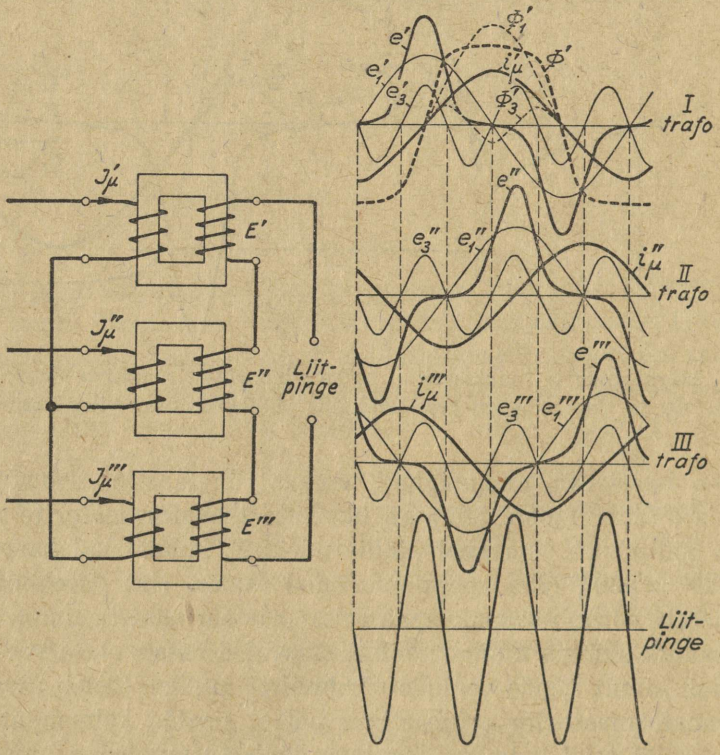
$$e_3' = 3\omega w_2 \Phi_{3m}' \sin 3\omega t.$$

Teises transformaatoris oleva voo poolt indutseeritava elektromotoorse jõu põhilaine e_1'' on nihutatud esimese transformaatori oma suhtes 120^0, seega

$$e_1'' = \omega w_2 \Phi_{1m}'' \sin (\omega t - \frac{2\pi}{3}),$$

samuti ka kolmas harmooniline:

$$e_3'' = 3\omega w_2 \Phi_{3m}'' \sin (3\omega t - \frac{2\pi}{3}).$$



Joon. 389. Kolm ühefaasist transformaatorit sageduse kolmekordistajaina.

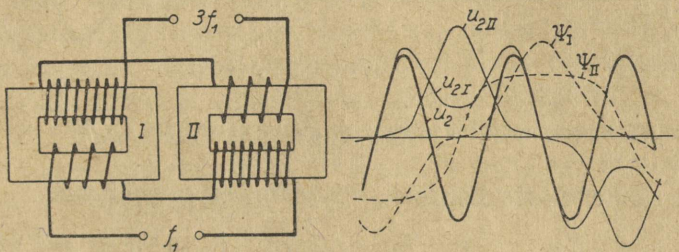
Analoogiliselt indutseeritakse kolmandas transformaatoris elektromotoorsed jõud

$$e_1''' = \omega w_2 \Phi_{1m}''' \sin (\omega t - \frac{4\pi}{3}),$$

$$e_3''' = 3\omega w_2 \Phi_{3m}''' \sin (3\omega t - \frac{4\pi}{3}).$$

Jooniselt nähtub, et transformaatorite sekundaarmähiste järjestikusel ühendamisel võrdub 120° nihutatud elektromotoorsete jõudude põhilainete summa igal hetkel nulliga, teineteisest 360° nihutatud kolmandad harmoonilised aga liituvad kolmekordse amplituudiga resultandiks. Olles valinud selliste transformaatorite maksimaalseks magnetvälja tiheduseks $B_m \approx 18\,000$ gaussi (tavaliselt $B_m \approx 14\,500$ gaussi), võime neid kasutada sageduse kolmekordistajaina.

Ühefaasise voolu korral sageduse kolmekordistamisel sunnitakse pinge jaotuma ebasümmeetriliselt kahe järjestikku ühendatava primaarmähisega transformaatori vahel (joon. 390). Kumbki trans-

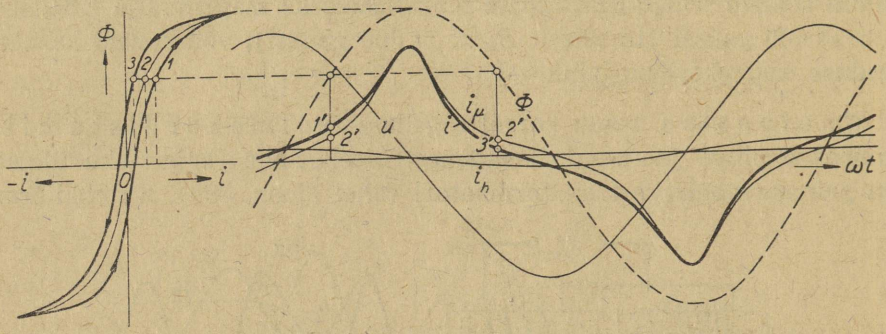


Joon. 390. Sageduse kolmekordistamine.

formaatori primaarmähis tehakse erineva keerdude arvuga. Mõlemat mähist läbiva primaarvoolu tekitatud vood on moonutatud peamiselt kolmandate harmooniliste poolt, millede vaheline nihe on 180°. Väiksema keerdude arvuga transformaatori voog on terava tipuga, suurema keerdude arvuga transformaatori oma aga lamendatud. Ühendades sekundaarmähised üksteise vastu saavutame pinge kolmanda harmoonilise liitumise ja muude samasageduslikkude harmooniliste nõrgenemise.

231. Hüstereesikadu. Käesoleva peatüki alguses kirjeldatav magneetimisvoolu kulg siinuseliselt muutuvate pinge ja voo korral oleks õige ainult hüstereesi puudumisel. Tegelikult aga ilmneb hüsterees iga ferromagnetilise keskkonna tsüklilisel ümbermagneetimisel ja on seotud hüstereesikao tekkimisega (vt. „Elektrotehnika I", p. 110). Hüstereesi tulemusena erineb väljatiheduse suurenemisel vajatav magneetimisergutus väljatiheduse vähenemisel vajatavast ja joonisel 386 näidatud keskmise ordinaadi suhtes sümmeetriline magneetimisvoolu kõver muutub ebasümmeetriliseks. Joonisel 391 on toodud magneetimisvoolu tõeline kulg hüstereesi arvestamisel. On näha, et vool i omandab väärtuse null enne voogu. Voolu i kõver on lahutatav kaheks komponendiks, milledest pea-

miselt kolmanda harmoonilise poolt tugevasti moonutatud magneetimisvool i_μ on vooga faasis, ja peaaegu siinuseliselt muutuv hüstereesikaovool i_h on voost ajaliselt 90° ees, seega faasis pingega.



Joon. 391. Hüstereesi mõjul lisandub magneetimisvoolule i_μ hüstereesikao-vool i_h.

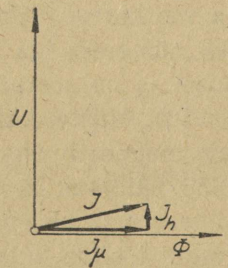
Richteri uurimuste kohaselt hüstereesi-erikaovõimsus

$$\frac{N_h}{G} = a\,\frac{f}{100}\,\frac{B_m}{10\,000} + b\,\frac{f}{100}\left(\frac{B_m}{10\,000}\right)^2 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}}, \qquad (664)$$

milles N_h on hüstereesikao-võimsus vattides, G — kaal kilogrammides, B_m — maksimaalne väljatihedus gaussides, f — sagedus hertsides, tegurid a ja b aga on leitavad tabelist. Et tavaliselt maksimaalne väljatihedus $B_m > 10\,000$ gaussi, siis hüstereesi-erikaovõimsus on arvutatav küllaldase täpsusega lihtsama valemi abil:

$$\frac{N_h}{G} = k\,\frac{f}{100}\left(\frac{B_m}{10000}\right)^2 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}}. \qquad (665)$$

Hüstereesi- ja pöörisvoolu-erikaovõimsuse valemeis esinevate tegurite suurus:



Joon. 392. Vooluringi vektordiagramm hüstereesikao-voolu J_h arvessevõtmisel.

Lehe paksus mm	Dünamoplekk			Trafoplekk	
	1,0	0,5	0,35	0,5	0,35
Tegur a	0,9	0,9	0,9	0,4	0,3
„ b	3,5	3,5	3,8	2,6	2,1
„ k	4,4	4,4	4,7	3,0	2,4
„ c	22,4	5,6	3,2	1,2	0,6

Seega vajab joonisel 387 toodud vektordiagramm täiendamist hüstereesikao-vooluga J_h (joon. 392), kusjuures ekvivalentne magneetimisvool J_μ säilitab endise väärtuse ja magneetimismähist läbiv vool

$$J = \sqrt{J_\mu^2 + J_h^2}. \qquad (666)$$

232. Pöörisvoolukadu. Ferromagnetilise keskkonna tsüklilisel ümbermagneetimisel mõõdetav kaovõimsus osutub suuremaks valemi 664 või 665 järgi arvutatavast, sest metallis ajaliselt muutuv magnetvoog indutseerib samas metallis elektromotoorse jõu ja tekitab ebasoovitava pöörisvoolu ning soojusena eralduva pöörisvoolukao. Ka Foucault' vooluks nimetatav pöörisvool on Lentzi juhise kohaselt suunatud magnetvoo muutumist takistavalt ja seepärast oleme õigustatud rääkima tema magnetvälja tihedust vähendavast toimest. Magnetväljas pöörlevas metallkehas olev pöörisvool tekitab pöörlemist pidurdava pöördemomendi. Viimane on seda suurem, mida suurem on sagedus; sagedustel kuni 50 Hz tekkiv pöördemoment on siiski võrdlemisi väike, eriti väljatihedustel üle 15 000 gausi.

Tekkiv pöörisvool on seda tugevam, mida suurem on voo ajalise muutumise kiirus $d\Phi/dt$. Et vahelduvvoolu korral voo muutumiseks maksimaalväärtuselt minimaalväärtuseni kuluv aeg on määratud sagedusega f, siis pöörisvool on seda suurem, mida suurem on voog ning järelikult ka keskkonna magnetiline läbitavus. Vahelduvvoolutehnikas on suure magnetvoo peamiseks asukohaks paispooli, transformaatori või pöörleva rootoriga elektrimasina raudkeha. Et tekkiv pöörisvool asub magnetvälja suunaga risti olevas tasapinnas, siis raudkeha alajaotamine voo suunaga rööbiti olevaiks, pöörisvoolu suunaga aga risti olevaiks õhukesteks plekkideks või traatideks nõrgendab tekkivat pöörisvoolu.

Magnetringi koostamisel peentest raudtraatidest (vt. „Elektrotehnika I", p. 111) pöörisvoolu-erikaovõimsus

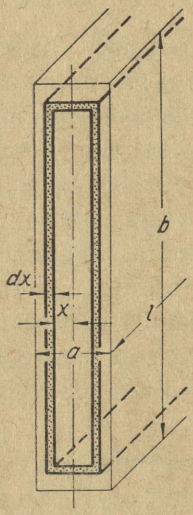
$$\frac{N_p}{G} = c\left(\frac{f}{100}\,\frac{B_m}{10000}\,\frac{d}{0{,}5}\right)^2 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}}, \qquad (667)$$

milles B_m on maksimaalne väljatihedus gaussides, d — traadi läbimõõt mm-tes (max. 1...2 mm), f — sagedus hertsides ja c — materjalist sõltuv tegur, mille suurus dünamoplekil on ligi 5,6 ja transformaatoriplekil ligi 1,2.

Õhukesest raudplekist koostatavas magnetringis tekkiva pöörisvoolukao määramiseks eraldame plekis magnetvoo suunaga risti oleva õhu-

keseseinalise kinnise vooluringi (joon. 393). Selle ringiga aheldatud magnetvoog, eeldades voo praktiliselt ühtlikku jaotumist pleki ristlõikes, mis on õige ainult väikese sageduse f korral,

$$\Phi_x = 2xbB.$$



Joon. 393 — plekis tekkiva pööris-voolukao määramiseks.

Vaadeldavas kinnises ringis indutseerub elektromotoorne jõud

$$E_x = 4\sigma_k f \Phi_{xm} = 8\sigma_k f x b B_m,$$

milles σ_k on kujutegur. Et selle õhukeseseinalise vooluringi takistus

$$R_x = \frac{\varrho\, 2b}{l\,dx},$$

siis temas tekkiv pöörisvoolukao-võimsus

$$dN_p = \frac{E_x^2}{R_x} = \frac{(8\sigma_k f x b B_m)^2}{\frac{\varrho\, 2b}{l\,dx}} = \frac{32\sigma_k^2\, bl}{\varrho} f^2 B_m^2 x^2 dx.$$

Kogu plekiribas tekkiv pöörisvoolukao-võimsus, võttes arvesse, et plekiriba maht $V = lba$, on:

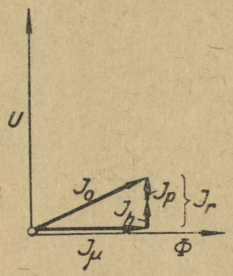
$$N_p = \int_0^{a/2} dN_p = \frac{32\sigma_k^2\, bl}{\varrho} f^2 B_m^2 \int_0^{a/2} x^2 dx = \frac{4\sigma_k^2 V}{3\varrho} a^2 f^2 B_m^2. \qquad (668)$$

Seega on pöörisvoolukao-võimsus proportsionaalne pleki paksuse, sageduse ja väljatiheduse ruuduga. Mõõtes väljatihedust B_m gaussides, pleki

paksust a millimeetrites ja väljendades mahu V, kaalu G ja erikaalu $\gamma = 7{,}7$ g/cm³ kaudu saame: pöörisvoolu-erikaovõimsus

$$\frac{N_p}{G} = c\left(\frac{f}{100}\,\frac{B_m}{10\,000}\,\frac{a}{0{,}5}\right)^2, \tag{669}$$

milles dünamopleki korral $c = 5{,}6$, transformaatoripleki korral $c = 1{,}2$. Nagu näeme, on viimane valem identne valemiga 667, milles d tähistas raudtraadi läbimõõtu.



Joon. 394. Rauda sisaldava vooluringi tühijooksu vektordiagramm.

Rauda sisaldavale vooluringile joonestatav vektordiagramm (joon. 394) sisaldab seega magneetimisvoolu J_μ, hüstereesikao-voolu $J_h = N_h/U$ ja pöörisvoolukao-voolu $J_p = N_p/U$. Seega üldine kadudevool, nimetatav r a u a s k a o - v õ o l u k s,

$$J_r = J_h + J_p = \frac{N_h + N_p}{U} = \frac{N_r}{U},$$

milles N_r on üldine rauaskao-võimsus. Resulteeruv, nn. t ü h i j o o k s u - v o o l,

$$J_0 = \sqrt{J_\mu^2 + J_r^2}. \tag{670}$$

233. Vahelduva magnetvälja tiheduse jaotus raudplekis. Pöörisvoolu-erikao valemite 667 ja 669 tuletamisel oli eeldatud magnetvoo jaotumist ühtlase tihedusega üle kogu traadi või pleki ristlõike. Kuid, nagu me allpool näeme, see tingimus ei ole suursageduse korral täidetud, sest voo tihedus traadi või pleki pinnalähedastes kihtides osutub suuremaks seesmuses olevast.

Selgitame magnetvälja tiheduse tõelikku jaotumist plekiribas (joon. 395), oletades magnetilise läbitavuse Π ja elektrilise eritakistuse ϱ olevat sõltumatud välja- ja voolutihedusest.

Vaatleme plekiriba välispinnal olevat õhukest kihti paksusega dx. Pöörisvoolutihedus selle kihi seesmisel küljel olgu δ, välisel — δ_v ja väljatihedus, suunatud piki plekki, seega risti voolutihedusega, olgu kihi seesmisel küljel B ja välisel — B_v. Rakendades Maxwelli II välja-

võrrandit (vt. „Elektrotehnika I", p. 123) võime ütelda, et selle kihi ristlõikes (seega joonisel näidatud vertikaalsel pinnal) oleva voo

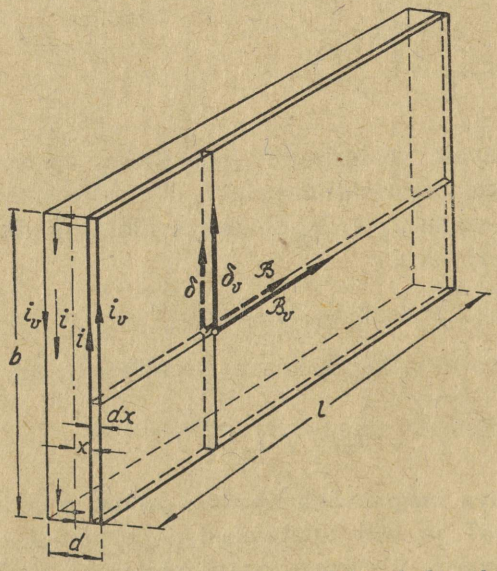
$$\Phi = \int_{x}^{d/2} B b \mathrm{d}x$$

muutumisel indutseeruv elektromotoorne jõud võrdub seda lõikepinda piiraval ümbermõõdul tekkivate pingelangude summaga:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Sigma i R$$

või

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_{x}^{d/2} B b \mathrm{d}x = iR - i_v R = i\frac{\varrho b}{S} - i_v \frac{\varrho b}{S} = (\delta - \delta_v)\varrho b,$$



Joon. 395 — magnetvoo jaotumise selgitamiseks plekiribas.

milles voolutihedus [1]) $\delta = i/S$ ja $\delta_v = i_v/S$ (voolud i ja i_v on samasuunalised; ringintegreerimisel on voolu i suund ühtiv ringkäigu suunaga, voolu i_v oma aga on vastusuunaline, millest ongi tingitud iR ja $i_v R$ vaheline miinus-märk). Koondades võrrandi mõlemat poolt b-ga ja tuletades x-i suhtes saame:

$$\frac{1}{\varrho}\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial \delta}{\partial x}. \qquad (671$$

[1]) Siinkohal on voolutihedus tähistatud tähega δ, et mitte vahetada tema tavalist tähist j imaginaarühikuga $j = \sqrt{-1}$, ja tähega S — juhtme ristlõige.

Magneetimisergutuse seaduse kohaselt (vt. „Elektrotehnika I", p. 117) peab magnetvälja sihis võetav magneetimis-eriergutuse ringintegraal $\int_l \mathbf{H} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}$ olema võrdne ringintegreerimisel piiratavat pinda (joonisel horisontaalset, s. o. piki kihti võetavat) läbiva pöörisvooluga:

$$\int_l \mathbf{H} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \frac{B_v}{\Pi} l - \frac{B}{\Pi} l = \int_x^{d/2} \delta l \mathrm{d}x.$$

Koondades võrrandi mõlemat poolt l-ga ja võttes esimese ning teise tuletise x-i suhtes saame:

$$\Pi\delta = \frac{\partial B}{\partial x} \quad \text{ja} \quad \Pi \frac{\partial \delta}{\partial x} = \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}. \tag{672}$$

Asetades viimasesse valemisse valemiga 671 määratud $\partial\delta/\partial x$ väärtuse saame:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \frac{\Pi}{\varrho} \frac{\partial B}{\partial t}. \tag{673}$$

Väljatiheduse siinuselisel muutumisel me võime väljatiheduse hetkväärtust sümboolselt kirjutada ajast sõltuva nurgaga vektorina $\dot{B}_m \exp j\omega t$. Selle avaldise ajast sõltumatu moodul $\dot{B}_m = B_m \exp j\psi$ omab pleki keskkohast erinevail kaugustel erinevat suurust ja faasi:

$$\dot{B} = \dot{B}_m \exp j\omega t = B_m \exp j(\omega t + \psi).$$

Asetades selle siinuseliselt muutuva väljatiheduse valemisse 673 saame:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \dot{B}_m \exp j\omega t}{\mathrm{d}x^2} = \frac{\Pi}{\varrho} \frac{\mathrm{d}\dot{B}_m \exp j\omega t}{\mathrm{d}t},$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 \dot{B}_m \exp j\omega t}{\mathrm{d}x^2} = \frac{j\omega\Pi}{\varrho} \dot{B}_m \exp j\omega t.$$

Koondades võrrandi mõlemat poolt $\exp j\omega t$-ga ja asendades lühendamise otstarbel $j\omega\Pi/\varrho$ asekonstandiga $\dot{q}^2$ saame diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{\mathrm{d}^2 \dot{B}_m}{\mathrm{d}x^2} = \dot{q}^2 \dot{B}_m,$$

mille lahenduseks on: väljatiheduse amplituud telgjoonest kaugusel x

$$\dot{B}_m = A_1 \exp \dot{q}x + A_2 \exp (-\dot{q}x).$$

Integreerimiskonstantide A_1 ja A_2 määramiseks võtame arvesse, et väljatihedus jaotub sümmeetriliselt vertikaalse telgjoone suhtes, seega on sõltumatu x-i eelmärgist:

$$A_1 \exp \dot{q}x + A_2 \exp (-\dot{q}x) = A_1 \exp (-\dot{q}x) + A_2 \exp \dot{q}x,$$

millest $A_1 = A_2$ ja väljatiheduse amplituud

$$\dot{B}_m = A_1[\exp \dot{q}x + \exp(-\dot{q}x)] =$$
$$= A_1(e^{\dot{q}x} + e^{-\dot{q}x}) = 2A_1 \operatorname{ch} \dot{q}x. \tag{674}$$

Seejuures ch tähistab hüperboolset koosinust (vt. raamatu lõpus olevat lisa).

Riba välispinnal on väljatiheduse amplituud $\dot{B}_{vm}$ sõltumatu x-st, olles sõltuv ainult väliseist tingimustest ja magnetilisest läbitavusest II. Seega riba välispinnal väljatiheduse amplituud

$$\dot{B}_{vm} = 2A_1 \operatorname{ch} \dot{q}\frac{d}{2}.$$

Riba telgjoonel, kus $x = 0$, väljatiheduse amplituud

$$\dot{B}_{0m} = 2A_1,$$

millest

$$A_1 = \frac{\dot{B}_{0m}}{2}$$

ja seega

$$\dot{B}_{vm} = \dot{B}_{0m} \operatorname{ch} \dot{q}\frac{d}{2}.$$

Telgjoonest kaugusel x väljatiheduse amplituud

$$\dot{B}_m = \dot{B}_{0m} \operatorname{ch} \dot{q}x \tag{675a}$$

ehk

$$\dot{B}_m = \dot{B}_{vm} \frac{\operatorname{ch} \dot{q}x}{\operatorname{ch} \dot{q}\frac{d}{2}}. \tag{675b}$$

Et aga asekonstandi ruut

$$\dot{q}^2 = \frac{j\omega\Pi}{\varrho},$$

siis

$$\dot{q} = \sqrt{\frac{j\omega\Pi}{\varrho}} = \sqrt{\frac{j2\pi f\Pi}{\varrho}} = \sqrt{\frac{\pi f\Pi}{\varrho}}\sqrt{2}\sqrt{j}.$$

Asendades lühendamise otstarbel $\sqrt{\frac{\pi f\Pi}{\varrho}}$ tähega α saame:

$$\dot{q} = \alpha\sqrt{2}\sqrt{j} = \alpha\sqrt{2}\exp j\frac{\pi}{4} = \alpha + j\alpha. \tag{676}$$

Seega

$$\operatorname{ch} \dot{q}x = \operatorname{ch}(\alpha x + j\alpha x) = \operatorname{ch} \alpha x \cos \alpha x + j \operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha x,$$
$$\operatorname{sh} \dot{q}x = \operatorname{sh}(\alpha x + j\alpha x) = \operatorname{sh} \alpha x \cos \alpha x + j \operatorname{ch} \alpha x \sin \alpha x.$$

Nende kompleksavaldiste moodulid

$$|\operatorname{ch} \underset{\cdot}{q}x| = \sqrt{(\operatorname{ch} \alpha x \cos \alpha x)^2 + (\operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha x)^2} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha x}{2}},$$

$$|\operatorname{sh} \underset{\cdot}{q}x| = \sqrt{(\operatorname{sh} \alpha x \cos \alpha x)^2 + (\operatorname{ch} \alpha x \sin \alpha x)^2} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x - \cos 2\alpha x}{2}}.$$

Väljatiheduse amplituud telgjoonest kaugusel x:

$$\underset{\cdot}{B}_m = B_m e^{j\beta}, \tag{677a}$$

mille moodul (val. 675b)

$$B_m = B_{vm} \frac{|\operatorname{ch} \underset{\cdot}{q}x|}{\left|\operatorname{ch} \underset{\cdot}{q} \frac{d}{2}\right|} = B_{vm} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} \alpha d + \cos \alpha d}} = B_{0m} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha x}{2}}. \tag{677b}$$

Keskkohast kaugusel x oleva väljatiheduse $\underset{\cdot}{B}_m$ ja riba keskel oleva väljatiheduse $\underset{\cdot}{B}_{0m}$ vaheline nurk β on määratud valemi 675a kompleksi $\operatorname{ch} \underset{\cdot}{q}x$ argumendiga. Et valemi 676 kohaselt $\underset{\cdot}{q} = \alpha + j\alpha$, siis

$$\operatorname{ch} \underset{\cdot}{q}x = \operatorname{ch} (\alpha x + j\alpha x) = \operatorname{ch} \alpha x \cos \alpha x + j \operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha x,$$

mille imaginaar- ja reaalosa jagatise tangens määrabki otsitava nurga β:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha x}{\operatorname{ch} \alpha x \cos \alpha x} = \operatorname{th} \alpha x \operatorname{tg} \alpha x. \tag{677c}$$

Funktsiooni $\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha x$ väärtus omab miinimumi x-i olles null ja kasvab x-i kasvades. Seega on väljatihedus seda suurem, mida suurem on x ja $\alpha = \sqrt{\frac{\pi f \Pi}{\varrho}}$, seega mida suurem on sagedus f. Kui αx on suur, siis $\operatorname{th} \alpha x \approx 1$ ja

$$\beta = \operatorname{arc tg} (\operatorname{th} \alpha x \operatorname{tg} \alpha x) \approx \alpha x \tag{678}$$

ning me näeme, et plekiriba telgjoonel oleva väljatiheduse amplituudi B_{0m} ja kaugusel x oleva amplituudi B_m vaheline nihkenurk β kasvab kaugenemisel telgjoonest. Seepärast igal ajamomendil riba telgjoonest erineval kaugusel x väljatihedus mitte ainult ei oma eri väärtust, vaid võib omada ka eri suunda. Võib öelda, et magnetvoog tungib ribasse lainena, kusjuures sellise laine pikkus λ on:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\frac{f\Pi}{\varrho}}}. \tag{679}$$

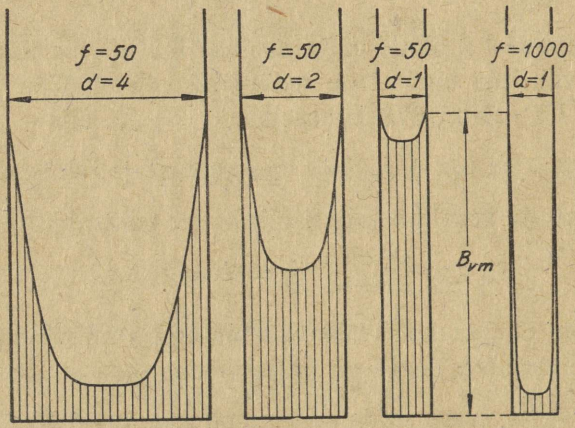
Joonisel 396 on näidatud väljatiheduse jaotumine riba ristlõikes sagedusel $f = 50$ Hz erineval riba paksusel sageduse olles 50 ja 1000 Hz. Arvutus on teostatud raudpleki kohta, mille permeaablus $\mu = 1000$ ja

eritakistus $\varrho = 10^{-7}$ Ωcm. Vaatamata permeaabluse sõltuvusele väljatiheda-usest annab arvutus tegelikkusele enam-vähem vastava pildi väljatiheduse jaotumisest.

Tavaliselt pole oluline saada teada väljatiheduse täpset jaotust, vaid on vaja määrata väljatiheduse keskväärtus ja plekis tekkiv pöörisvoolukadu. Väljendades väljatiheduse keskväärtuse pleki välispinnal oleva väljatiheduse B_{vm} kaudu, saame

$$B_{km} = B_{vm} \frac{\sqrt{2}}{\alpha d} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} \alpha d - \cos \alpha d}{\operatorname{ch} \alpha d + \cos \alpha d}}, \tag{680}$$

milles dimensiooni 1 omav αd nimetatakse „taandatud plekipaksuseks".



Joon. 396. Magnetvälja tiheduse jaotumine eri paksusega plekis, kui $f = 50$ ja kui $f = 1000$ Hz.

Pöörisvoolukao arvutamiseks määrame kõigepealt plekis oleva pöörisvoolutiheduse. Et valemi 672 kohaselt

$$\delta \Pi = \frac{\partial B}{\partial x},$$

siis siinuseliselt muutuva väljatiheduse korral voolutihedus, samuti siinuseliselt muutuv

$$\underset{\cdot}{\delta}_m = \frac{1}{\Pi} \frac{\mathrm{d}\underset{\cdot}{B}_m}{\mathrm{d}x} = \frac{\underset{\cdot}{B}_{vm}}{\Pi} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} \alpha d + \cos \alpha d}} = \frac{q \underset{\cdot}{B}_{vm}}{\Pi} \frac{sh\ q\underset{\cdot}{x}}{\operatorname{ch} q \frac{\underset{\cdot}{d}}{2}}, \tag{681a}$$

millise avaldise moodul (vt. val. 680)

$$\delta_m = \frac{\alpha\sqrt{2}}{\Pi} B_{vm} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x - \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} \alpha d + \cos \alpha d}} = \frac{\alpha^2 d}{\Pi} B_{km} \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x - \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} \alpha d - \cos \alpha d}}. \tag{681b}$$

Nagu iga ruumiühiku kohta soojuseks muunduv võimsus, nii on ka pleki ruumiühiku kohta tulev pöörisvoolukadu võrdne voolutiheduse efektiivväärtuse ruudu ja eritakistuse korrutisega. Seega pöörisvoolukadu plekiriba telgjoonest kaugusel x olevas elementaarses ruumielemendis (antud juhtumil kihis) paksusega dx

$$N_p'' = \varrho \left(\frac{\delta_m}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{\varrho \alpha^4 d^2}{2\Pi^2} B_{km}^2 \frac{\operatorname{ch} 2\alpha x - \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} \alpha d - \cos \alpha d}$$

ja pöörisvoolukadu plekiriba ruumiühiku kohta

$$N_p' = \frac{2}{d}\int_0^{d/2} N_p'' dx = \frac{2}{d}\frac{\varrho \alpha^4 d^2}{2\Pi^2} B_{km}^2 \int_0^{d/2} \frac{\operatorname{ch} 2\alpha x - \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} \alpha d - \cos \alpha d} dx =$$

$$= \frac{\varrho \alpha^4 d}{\Pi^2} B_{km}^2 \frac{1}{2\alpha} \frac{\operatorname{sh} \alpha d - \sin \alpha d}{\operatorname{ch} \alpha d - \cos \alpha d} = \frac{\varrho \alpha^3 d}{2\Pi^2} B_{km}^2 \frac{\operatorname{sh} \alpha d - \sin \alpha d}{\operatorname{ch} \alpha d - \cos \alpha d}. \quad (682)$$

Kui taandatud plekipaksus on $\alpha d > 5$, siis

$$N_p' = \frac{\varrho \alpha^3 d}{2\Pi^2} B_{km}^2 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{cm}^3}; \quad (683)$$

kui on $\alpha d < 2{,}5$, siis (pärast trigonomeetriliste ja hüperboolsete funktsioonide arendamist ritta)

$$N_p' \approx \frac{\varrho \alpha^4 d^2}{6\Pi^2} B_{km}^2 \left(1 - \frac{\alpha^4 d^4}{630}\right) = \frac{\pi^2}{6\varrho} d^2 f^2 B_{km}^2 \left(1 - \frac{\alpha^4 d^4}{630}\right). \quad (684)$$

Asendades valemis 668 kujuteguri σ_k tema väärtusega $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ ja meenutades, et valemi 668 tuletamisel oli oletatud ühtlik väljatiheduse jaotus, seega $B_m = B_{km}$, saame:

$$N_p' = \frac{N_p}{V} = \frac{4}{3\varrho} \frac{\pi^2}{4 \cdot 2} d^2 f^2 B_{km}^2 = \frac{\pi^2}{6\varrho} d^2 f^2 B_{km}^2.$$

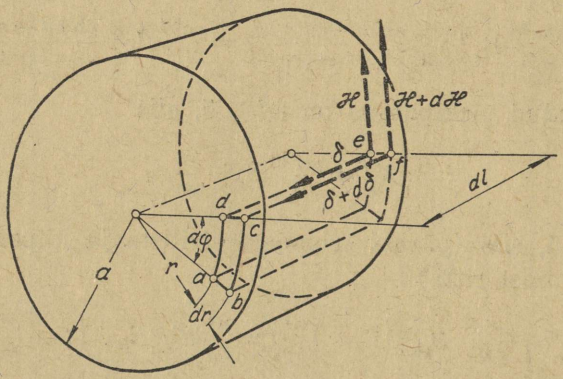
Näeme, et leitud valem erineb valemist 684 ainult teguri $\left(1 - \frac{\alpha^4 d^4}{630}\right)$ võrra ja et ühtlase väljatiheduse oletamine annab tegelikust suurema pöörisvoolukao.

234. Voolutiheduse jaotumine ümmarvarda ristlõikes. Ümmarjuhtmes olev vool põhjustab magnetvälja tekkimist nii väljaspool juhet kui ka juhtme seesmuses. Juhtme seesmuses tekkiva välja tihedus sõltub juhtme vaadeldavas punktis olevast magneetimis-eriergutusest **H**; tema vektor **B** on igal pool risti juhtme raadiusega a. Eeldades magnetilise läbitavuse Π sõltumatust väljatihedusest, seega mitte-ferromagnetilist

keskkonda, osutub väljatihedus **B** proportsionaalseks ainult eriergutusega **H**, sest $\mathbf{B} = \Pi\mathbf{H}$.

Voolutiheduse jaotumise selgitamiseks eraldame juhtmes telgjoonest kaugusel r ruumielemendi *abcdef* (joon. 397). Magneetimisergutuse seaduse kohaselt (vt. „Elektrotehnika I", p. 117) peab selle elemendi otsmist pinda *abcd* läbiv vool [1]) $i = \delta S_{abcd}$ olema võrdne sama pinda piiravat joont *abcd* mööda arvutatava magneetimis-eriergutuse **H** ringintegraaliga:

$$\int_l \mathbf{H} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \int_l H\mathrm{d}l \cos(H,\mathrm{d}l) = (H + \mathrm{d}H)(r + \mathrm{d}r)\mathrm{d}\varphi - Hr\mathrm{d}\varphi =$$
$$= \mathrm{d}H \cdot r\mathrm{d}\varphi + H\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi + \mathrm{d}H\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi = \delta S_{abcd}.$$



Joon. 397 — ümmarjuhtmes oleva voolutiheduse jaotumise selgitamiseks.

Jättes arvutusest välja kolmandajärgulise liikme $\mathrm{d}H\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi$ ja võttes arvesse, et pindala $S_{abcd} = r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi$, saame:

$$\mathrm{d}H \cdot r\mathrm{d}\varphi + H\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi = \delta r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi,$$

millest voolutihedus telgjoonest kaugusel r on:

$$\delta = \frac{\mathrm{d}H \cdot r\mathrm{d}\varphi + H\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi}{r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi} = \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}r} + \frac{H}{r}. \qquad (685)$$

Vaadeldava ruumielemendi pinnal *edcf* olev ajaliselt muutuv magnetvoog $\mathrm{d}\Phi$ indutseerib temaga aheldatud ringis *edcf* elektromotoorse jõu, mille suurus on

$$-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(BS_{edcf})}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(B\mathrm{d}l\mathrm{d}r)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}l\mathrm{d}r.$$

[1]) Siinkohal on voolutihedus tähistatud tähega δ, nagu eelmises paragrahvis, et mitte vahetada tema tavalist tähist j imaginaarühikuga $j = \sqrt{-1}$.

Maxwelli II väljavõrrandi kohaselt (vt. „Elektrotehnika I", p. 123) peab ringis *edcf* tekkima selle indutseeritud elektromotoorse jõuga võrdne pingelangude summa. Seejuures voolutihedusest δ[A/cm^2] sõltuv pingelang (mis on positiivne olles vooluga samasuunaline) ringi osas *ed* on $\delta\varrho dl$ ja osas *cf* on $-(\delta + d\delta)\varrho dl$. Viimastes avaldistes ϱ tähistab juhtme materjali eritakistust [Ωcm] ja korrutis $\delta\varrho$ — elektrivälja tugevust [V/cm]. Et aga juhtmes on vool olemas ainult suunas piki juhet, siis ringi osades *dc* ja *fe* puudub nii vool kui ka pingelang. Seega

$$-\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB}{dt} dl dr = -\Pi \frac{dH}{dt} dl dr = \delta\varrho dl - (\delta + d\delta)\varrho dl,$$

millest

$$\frac{d\delta}{dr} = \frac{\Pi}{\varrho}\frac{dH}{dt}. \tag{686}$$

Siinuseliselt muutuva voolu korral on voolust sõltumatu elektrilise eritakistuse ϱ ja muutumatu magnetilise läbitavuse Π korral siinuseliselt muutuvad ka voolutihedus δ ning magneetimis-eriergutus H. Kuid viimased pole faasis neid põhjustava pingega: voolutihedus on pingest nihutatud nurga φ võrra ja magneetimis-eriergutus — nurga ψ võrra. Avaldatuna sümboolsel kujul on voolutiheduse hetkväärtus juhtme keskpunktist kaugusel r

$$\dot{\delta}_r = \dot{\delta}_{rm} \exp j\omega t = \delta_{rm} \exp j(\omega t + \varphi) \tag{687a}$$

ja magneetimis-eriergutuse hetkväärtus samas punktis on

$$\dot{H}_r = \dot{H}_{rm} \exp j\omega t = H_{rm} \exp j(\omega t + \psi), \tag{687b}$$

kusjuures δ_{rm} ja H_{rm} tähistavad amplituude. Seega voolutihedus (val. 685)

$$\dot{\delta}_{rm} \exp j\omega t = \frac{d\dot{H}_{rm} \exp j\omega t}{dr} + \frac{\dot{H}_{rm} \exp j\omega t}{r},$$

millest voolutiheduse amplituud

$$\dot{\delta}_{rm} = \frac{d\dot{H}_{rm}}{dr} + \frac{\dot{H}_{rm}}{r} \tag{688}$$

ja tema tuletis raadiuse suhtes (val. 686)

$$\frac{d\dot{\delta}_{rm} \exp j\omega t}{dr} = \frac{\Pi}{\varrho}\frac{d\dot{H}_{rm} \exp j\omega t}{dt},$$

$$\frac{d\dot{\delta}_{rm} \exp j\omega t}{dr} = \frac{\Pi}{\varrho} j\omega \dot{H}_{rm} \exp j\omega t.$$

Viimasest avaldisest määrame magneetimis-eriergutuse amplituudi juhtme keskkohast kaugusel r:

$$\dot{H}_{rm} = \frac{\varrho}{j\omega\Pi} \frac{\mathrm{d}\dot{\delta}_{rm}}{\mathrm{d}r}. \tag{689}$$

Paigutame viimase avaldisega määratud magneetimis-eriergutuse valemisse 688. Siis

$$\dot{\delta}_{rm} = \frac{\varrho}{j\omega\Pi} \frac{\mathrm{d}^2\dot{\delta}_{rm}}{\mathrm{d}r^2} + \frac{\varrho}{j\omega\Pi} \frac{1}{r} \frac{\mathrm{d}\dot{\delta}_{rm}}{\mathrm{d}r}.$$

Asendame viimases valemis lühendamise otstarbel

$$\frac{\omega\Pi}{\varrho} = k^2, \quad kr = x \quad \text{ja} \quad \dot{\delta}_{rm} = y \tag{690}$$

ning saame null-järku esimest liiki Besseli võrrandi

$$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - jy = 0. \tag{691}$$

Leitud võrrandi integreerimine teostatakse ritta arendamise abil. Voolutiheduse amplituud

$$\dot{\delta}_{rm} = y = A_0 + A_2x^2 + A_4x^4 + A_6x^6 + \ldots, \tag{692}$$

tema tuletis

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2A_2x + 4A_4x^3 + 6A_6x^5 + 8A_8x^7 + \ldots$$

Seega võrrandi 691 üksikud liikmed on:

$$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} = 2A_2 + 3\cdot 4A_4x^2 + 5\cdot 6A_6x^4 + 7\cdot 8A_8x^6 + \ldots,$$

$$\frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2A_2 + 4A_4x^2 + 6A_6x^4 + 8A_8x^6 + \ldots,$$

$$-jy = -jA_0 - jA_2x^2 - jA_4x^4 - jA_6x^6 - \ldots$$

Viimase kolme avaldise summa võrdub võrrandi 691 kohaselt nulliga:

$$(2^2A_2 - jA_0) + (4^2A_4 - jA_2)x^2 + (6^2A_6 - jA_4)x^4 + \\ + (8^2A_8 - jA_6)x^6 + \ldots = 0.$$

Et viimane avaldis peab andma lahendusena nulli kõigil x-i väärtustel, siis peavad ka x-i kõikide astmete kordajad võrduma nulliga. Viimane annab võimaluse määrata seose üksikute tegurite A_0, A_2, A_4 jne. vahel:

$$A_2 = \frac{j}{2^2}A_0,$$

$$A_4 = \frac{j}{4^2}A_2 = -\frac{1}{(2\cdot 4)^2}A_0,$$

$$A_6 = \frac{j}{6^2} A_4 = -\frac{j}{(2 \cdot 4 \cdot 6)^2} A_0,$$
$$A_8 = \frac{j}{6^2} A_6 = \frac{1}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8)^2} A_0$$

jne. Seega voolutiheduse amplituud juhtme keskkohast kaugusel r on (val. 692):

$$\dot{\delta}_{rm} = \dot{y} = A_0 \left[\left(1 - \frac{x^4}{(2 \cdot 4)^2} + \frac{x^8}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8)^2} - \dots\right) + \right.$$
$$\left. + j \left(\frac{x^2}{2^2} - \frac{x^6}{(2 \cdot 4 \cdot 6)^2} + \frac{x^{10}}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10)^2} - \dots\right)\right]. \qquad (693)$$

Nurksulgudes olevat, ainult x-st ($x = kr$) sõltuvat kompleksarvu tähistatakse W. Thomsoni järgi järgmiselt: funktsioon

$$I_0(x) = I_0(\sqrt{-j}x) = \text{ber}\, x + j\, \text{bei}\, x = b_0 \exp j\beta_0, \qquad (694a)$$

milles moodul

$$b_0 = \sqrt{\text{ber}^2 x + \text{bei}^2 x} \quad \text{ja} \quad \beta_0 = \text{arc tg} \frac{\text{bei}\, x}{\text{ber}\, x}, \qquad (694b)$$

kusjuures **ber** tähistab **Besseli** funktsiooni reaalosa ja **bei** vastavalt **Besseli** funktsiooni imaginaarosa.

Selle funktsiooni väärtus on arvutatav kuitahes suure täpsusega x-i igasugusele väärtusele analoogiliselt trigonomeetrilistele funktsioonidele (vt. Besseli funktsioonide tabelit lk. 271).

Avaldis 693 on veel ümberkujundatav järgmiselt: voolutiheduse amplituud

$$\dot{\delta}_{rm} = A_0 \left[1 - \frac{(\sqrt{-j}x)^2}{2^2} + \frac{(\sqrt{-j}x)^4}{(2 \cdot 4)^2} - \frac{(\sqrt{-j}x)^6}{(2 \cdot 4 \cdot 6)^2} + \dots\right] =$$
$$= A_0 \cdot I_0(\sqrt{-j}\, x), \qquad (695)$$

milles I_0 on ainult funktsiooni tähis. Juhtme keskkohas $x = kr = 0$ (sellele vastavad valemis 694a $b_0 = 1$ ja $\beta_0 = 0$) ja voolutiheduse amplituud

$$\dot{\delta}_{0m} = A_0 = \dot{\delta}_{rm}.$$

Seega kaugusel r (val. 693 või 695)

$$\dot{\delta}_{rm} = \dot{\delta}_{0m} \cdot I_0(\sqrt{-j}\, kr) = \dot{\delta}_{0m} b_0 \exp j\beta_0. \qquad (696)$$

Voolutiheduse seostamiseks juhet läbiva vooluga integreerime magneetimis-eriergutust juhtme ristlõike ümbermõõtu mööda:

$$\int_l \mathbf{H} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \dot{H}_{0m} 2\pi a = \dot{J} \sqrt{2}, \qquad (697)$$

kusjuures a on juhtme raadius ja J — juhtmes oleva voolu efektiivväärtus. Seega valemiga 689 määratud magneetimis-eriergutuse amplituud

$$\dot{H}_{rm} = \frac{\varrho}{j\omega\Pi}\frac{d\dot{\delta}_{rm}}{dr} = \frac{1}{jk^2}\frac{d\dot{\delta}_{rm}}{dr} = -\frac{1}{(\sqrt{-j})^2 k^2}\frac{d\dot{\delta}_{rm}}{dr} =$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{-j})^2 k^2}\sqrt{-j}\,k\frac{d[\dot{\delta}_{m0}\cdot I_0(\sqrt{-j}kr)]}{d(\sqrt{-j}kr)} = -\frac{\dot{\delta}_{0m}}{\sqrt{-jk}}\frac{dI_0(\sqrt{-j}kr)}{d(\sqrt{-j}kr)}. \qquad (698)$$

Funktsiooni $I_0(\sqrt{-j}\,x)$ miinus-märgiga võetav tuletis (vt. nurksulgudes olevat osa valemis 693 ja valemit 694) on jällegi kompleksarv x-i igasugusel väärtusel. Et

$$\sqrt{-j} = e^{\left(-j\frac{\pi}{2}\right)\frac{1}{2}} = e^{-j\frac{\pi}{4}} = \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)$$

ja

$$\frac{1}{\sqrt{-j}} = e^{j\frac{\pi}{4}} = \exp j\frac{\pi}{4},$$

siis

$$-\frac{dI_0(\sqrt{-j}x)}{d(\sqrt{-j}x)} = \sqrt{-j}\left[\left(\frac{x}{2} - \frac{x^5}{(2\cdot4)^2\cdot6} + \frac{x^9}{(2\cdot4\cdot6\cdot8)^2\cdot10} - \cdots\right) - \right.$$

$$\left. - j\left(-\frac{x^3}{2^2\cdot4} + \frac{x^7}{(2\cdot4\cdot6)^2\cdot8} - \cdots\right)\right] = \sqrt{-j}\,(\mathrm{bei}'\,x - j\,\mathrm{ber}'\,x) =$$

$$= \sqrt{-j}\,b_1\exp(-j\beta_1) = \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)\cdot b_1\exp(-j\beta_1) =$$

$$= b_1\exp j\left(-\beta_1 - \frac{\pi}{4}\right) = I_1(\sqrt{-j}x). \qquad (699)$$

Ka selle funktsiooni väärtus on arvutatav kuitahes suure täpsusega x-i igasugusele väärtusele (vt. tabelist lk. 271).

Seega magneetimis-eriergutuse amplituud (val. 698)

$$\dot{H}_{rm} = \frac{\dot{\delta}_{om}}{k}\exp j\frac{\pi}{4}\cdot I_1(\sqrt{-j}kr) = \frac{\dot{\delta}_{om}}{k}\,b_1\exp j\left(\frac{\pi}{4} - \beta_1 - \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= \frac{\dot{\delta}_{om}}{k}\,b_1\exp(-j\beta_1).$$

Juhtmes oleva voolu amplituud (val. 697)

$$J\sqrt{2} = \dot{H}_{om}\,2\pi a = 2\pi a\,\frac{\dot{\delta}_{om}}{k}\exp j\frac{\pi}{4}\cdot I_1(\sqrt{-j}ka),$$

millest juhtme keskosas oleva voolutiheduse amplituud

$$\dot{\delta}_{om} = \frac{Jk\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}a\pi\cdot I_1(\sqrt{-j}ka)} \qquad (700)$$

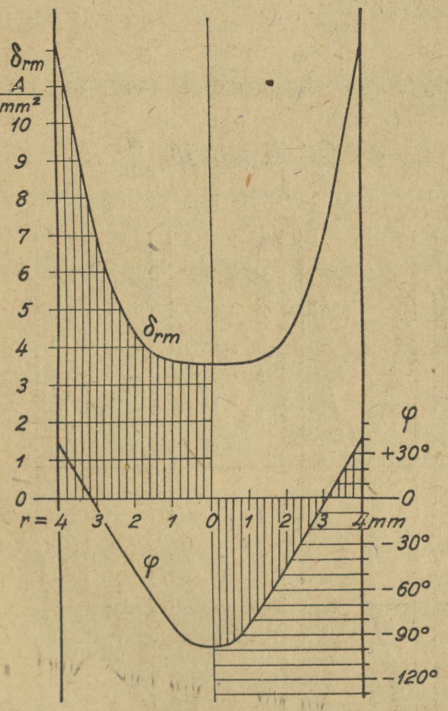
ja voolutiheduse amplituud juhtme telgjoonest kaugusel r (val. 696)

$$\delta_{rm} = \frac{Jk \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi a}} \frac{I_0(\sqrt{-jkr})}{I_1(\sqrt{-jka})}. \qquad (701)$$

Seejuures

$$k = \sqrt{\frac{\omega \Pi}{\varrho}}.$$

Näide 155. Joonestada voolujaotuse ja pinge ning voolutiheduse vahelise faasinihke kõverad vaskjuhtmele läbimõõduga 0,8 cm, kui juhtmes olev vool $J = 200$ A ja sagedus $f = 2200$ Hz.



Joon. 398. Voolutiheduse amplituud δ_{rm} ja voolu ning juhtmes tekkiva pingelangu vahelise nihkenurga φ jaotus ümmarvardas (näide 155).

Lahendus. Vase eritakistus $\varrho = 17{,}3 \cdot 10^{-7}$ Ωcm, läbitavus $\Pi \approx \Pi_0 = 0{,}4\pi 10^{-8}$ H/cm, nurksagedus

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 2200 = 13\,800 \frac{1}{\text{sec}},$$

$$k = \sqrt{\frac{\omega \Pi}{\varrho}} = \sqrt{\frac{13\,800 \cdot 0{,}4\pi \cdot 10^{-8}}{17{,}3 \cdot 10^{-7}}} = 10 \frac{1}{\text{cm}}.$$

Juhtme välispinnal

$$x = ka = 10 \cdot \frac{0{,}8}{2} = 4,$$

millele tabelis vastab $b_1 = 3{,}173$ ja $-\beta_1 - \frac{\pi}{4} = 53^0 54'$. Seega (val. 699)

$$I_1(\sqrt{-j}\,ka) = I_1(\sqrt{-j}\,4) = 3{,}173 \angle 53^0 54'$$

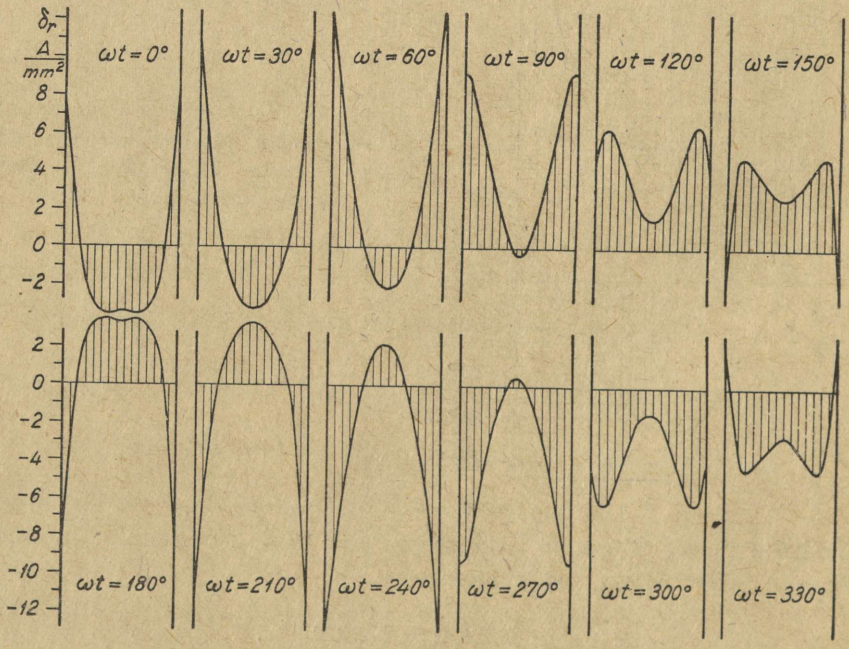
ja voolutiheduse amplituud juhtme telgjoonel (val. 700)

$$\dot{\delta}_{0m} = \frac{Jk \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}\pi a \cdot I_1(\sqrt{-j}ka)} = \frac{200 \cdot 10 \angle -45^0}{\sqrt{2}\pi\, 0{,}4 \cdot 3{,}173 \angle 53^0 54'} = 354 \angle -98^0 54' \frac{A}{cm^2} =$$

$$= 3{,}54 \angle -98^0 54' \frac{A}{mm^2}.$$

Voolutiheduse amplituud juhtme telgjoonest kaugusel r (val. 696)

$$\dot{\delta}_{rm} = \dot{\delta}_{0m} \cdot I_0(\sqrt{-j}kr) = 3{,}54 \angle -98^0 54' \cdot b_0 \exp j\beta_0 \frac{A}{mm^2}.$$



Joon. 399. Ümmarjuhtmes oleva voolujaotuse ajaline muutumine ühe perioodi vältel näite 155 ja joon. 398 andmeil. Sagedus on 2200 Hz ja juhtme läbimõõt 8 mm.

Teostades arvutuse erinevaile r-i väärtustele saame (joon. 398):

r	$x = kr$	b_0	β_0	$\delta_{rm} = \delta_{rm} \exp j\varphi$
0	0	1,000	0	$3{,}54 \angle -98^0\,54'$
0,05	0,5	1,001	$3^0\,37'$	$3{,}54 \angle -95^0\,17'$
0,10	1,0	1,016	$14^0\,13'$	$3{,}60 \angle -84^0\,41'$
0,15	1,5	1,077	$31^0\,11'$	$3{,}81 \angle -67^0\,43'$
0,20	2,0	1,229	$52^0\,17'$	$4{,}35 \angle -46^0\,37'$
0,25	2,5	1,511	$74^0\,39'$	$5{,}34 \angle -24^0\,15'$
0,30	3,0	1,950	$96^0\,31'$	$6{,}92 \angle -2^0\,23'$
0,35	3,5	2,576	$117^0\,36'$	$9{,}11 \angle +18^0\,42'$
0,40	4,0	3,439	$138^0\,11'$	$12{,}18 \angle +39^0\,19'$

Joonise 398 andmeil on joonistatav voolujaotuse ajaline muutumine (joon. 399).

Esimese ja teise järgu Besseli funktsioonide moodulid ja argumendid.

$$I_0(\sqrt{-j}\,x) = b_0 \exp j\beta_0,\quad I_1(\sqrt{-j}\,x) = b_1 \exp j\left(-\beta_1 - \frac{\pi}{4}\right).$$

x	b_0	β_0	b_1	β_1	$-\beta_1 - \frac{\pi}{4}$	$\beta_0 + \beta_1$	$\frac{x}{2}\frac{b_0}{b_1}$
0,0	1,000	$0^0\,00'$	0,000	$0^0\,00'$	$-45^0\,00'$	$0^0\,00'$	1,000
0,5	1,001	$3^0\,37'$	0,250	$-1^0\,47'$	$-43^0\,13'$	$1^0\,50'$	1,001
1,0	1,016	$14^0\,13'$	0,501	$-7^0\,10'$	$-37^0\,50'$	$7^0\,03'$	1,013
1,5	1,077	$31^0\,11'$	0,760	$-16^0\,03'$	$-28^0\,57'$	$15^0\,08'$	1,063
2,0	1,229	$52^0\,17'$	1,041	$-28^0\,16'$	$-16^0\,44'$	$24^0\,01'$	1,181
2,5	1,511	$74^0\,39'$	1,374	$-43^0\,23'$	$-1^0\,37'$	$31^0\,16'$	1,375
3,0	1,950	$96^0\,31'$	1,800	$-60^0\,43'$	$15^0\,43'$	$35^0\,48'$	1,625
3,5	2,576	$117^0\,36'$	2,377	$-79^0\,27'$	$34^0\,27'$	$38^0\,09'$	1,897
4,0	3,439	$138^0\,11'$	3,173	$-98^0\,54'$	$53^0\,54'$	$39^0\,17'$	2,168
4,5	4,618	$158^0\,35'$	4,278	$-118^0\,40'$	$73^0\,40'$	$39^0\,55'$	2,429
5,0	6,231	$178^0\,56'$	5,812	$-138^0\,33'$	$93^0\,33'$	$40^0\,23'$	2,682
5,5	8,447	$-160^0\,43'$	7,925	$-158^0\,29'$	$113^0\,29'$	$40^0\,48'$	2,931
6,0	11,501	$-140^0\,23'$	10,850	$-178^0\,27'$	$133^0\,27'$	$41^0\,10'$	3,180
6,5	15,717	$-120^0\,02'$	14,896	$-198^0\,28'$	$153^0\,28'$	$41^0\,30'$	3,429
7,0	21,548	$-99^0\,42'$	20,500	$-218^0\,31'$	$173^0\,31'$	$41^0\,47'$	3,679
7,5	29,622	$-79^0\,23'$	28,274	$121^0\,25'$	$-166^0\,25'$	$42^0\,02'$	3,929
8,0	40,817	$-59^0\,05'$	39,070	$101^0\,19'$	$-146^0\,19'$	$42^0\,14'$	4,179
8,5	56,359	$-38^0\,47'$	54,081	$81^0\,11'$	$-126^0\,11'$	$42^0\,24'$	4,429
9,0	77,957	$-18^0\,29'$	74,971	$61^0\,03'$	$-106^0\,03'$	$42^0\,34'$	4,679
9,5	108,003	$1^0\,49'$	104,063	$40^0\,54'$	$-85^0\,54'$	$42^0\,43'$	4,929
10,0	149,831	$22^0\,06'$	144,586	$20^0\,44'$	$-65^0\,44'$	$42^0\,50'$	5,179

235. Juhtme tegevtakistus ja induktiivsus suursagedusliku voolu korral. Vahelduvvoolu ringis mõjuv pinge $\dot{U}$ võrdub tegevtakistuses R ja ebatakistuses $j\omega L$ aset leidvate pingelangude summaga:

$$\dot{U} = \dot{J}R + j\dot{J}\omega L.$$

Seejuures koosneb induktiivsus L juhtme seesmuses olevast voost põhjustatavast „seesmisest" osast L_s ja väljaspool juhet oleva voo poolt põhjustatavast „välisest" osast L_v (vt. „Elektrotehnika I", p. 137). Väline induktiivsus ei sõltu voolujaotusest juhtme seesmuses ja on arvutatav näiteks kahejuhtmelisel mittemagnetilisest materjalist õhuliinil valemi

$$L_v = \frac{\Pi l}{\pi} \ln \frac{A-a}{a} \tag{702}$$

abil, milles l on ühe juhtme pikkus cm-tes, A — juhtmete kaugus teineteisest cm-tes ja a — juhtme raadius cm-tes. Sama kahejuhtmelise liini seesmine induktiivsus väikesel sagedusel, mille juures voolutihedus on veel praktiliselt ühtlik, on:

$$L_{so} = \frac{\Pi l}{4\pi}. \tag{703}$$

Teissugune on juhtme seesmine induktiivsus suursagedusliku voolu korral, kui voolujaotus juhtme ristlõikes on ebaühtlane. Juhtmes asetleidvate pingelangude summa

$$\dot{U} = \dot{J}R + j\dot{J}\omega L_s + j\dot{J}\omega L_v,$$

millest juhtme seesmuses tekkiv osa on

$$\dot{J}R + j\dot{J}\omega L_s = \dot{U} - j\dot{J}\omega L_v.$$

Et pingelang tekib ainult suunas piki juhet, siis võime tema suurust arvutada ükskõik millisel kaugusel juhtme telgjoonest. Juhtme välises kihis on pingelang, s. o. voolutiheduse δ_{am} (val. 701) efektiivväärtuse, eritakistuse ϱ ja juhtme pikkuse $2l$ korrutis:

$$\dot{J}(R + j\omega L_s) = \frac{\delta_{am}}{\sqrt{2}} \varrho 2l = \frac{Jk \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}\pi a} \frac{I_0(\sqrt{-jka})}{I_1(\sqrt{-jka})} \frac{\varrho 2l}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{Jk\varrho l \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\pi a} \frac{I_0(\sqrt{-jka})}{I_1(\sqrt{-jka})}. \tag{704}$$

Jagame leitud avaldise mõlema poole J-ga ja kahejuhtmelise liini oomtakistusega

$$R_{al} = \frac{\varrho 2l}{q} = \frac{\varrho 2l}{\pi a^2}.$$

Seega

$$\frac{R}{R_{al}} + j\frac{\omega L_s}{R_{al}} = \frac{k\varrho l \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\pi a} \frac{b_{0a} \exp j\beta_{0a}}{b_{1a} \exp j\left(-\beta_{1a} - \frac{\pi}{4}\right)} \frac{\pi a^2}{\varrho 2l} =$$

$$= \frac{ka}{2}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \exp j\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}) = \frac{ka}{2}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \cos\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}) + j\frac{ka}{2}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \sin\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}\,.$$

Viimase valemi reaalosast määratav tegevtakistus

$$R = R_{al}\frac{ka}{2}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \cos\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}) = \frac{\varrho 2l}{\pi a^2}\frac{ka\,b_{0a}}{2b_{1a}} \cos\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}) =$$

$$= \frac{\varrho kl}{\pi a}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \cos\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}). \qquad (705)$$

Jagame avaldise 704 mõlema poole J-ga ja liini seesmise induktiivsusega väikesel sagedusel

$$j\omega L_{s0} = \frac{j\omega \Pi l}{4\pi}.$$

Seega saame:

$$-j\frac{R}{\omega L_{s0}} + \frac{L_s}{L_{s0}} = \frac{k\varrho l \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\pi a} \frac{\mathrm{I}_0(\sqrt{-j}ka)}{\mathrm{I}_1(\sqrt{-j}ka)} \frac{4\pi}{j\omega \Pi l} =$$

$$= \frac{4k\varrho}{ja\omega\Pi}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \exp j\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}) = -j\frac{4k\varrho}{a\omega\Pi}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \cos\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}) +$$

$$+ \frac{4k\varrho}{a\omega\Pi}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \sin\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}).$$

Viimase valemi reaalosast määratav seesmine induktiivsus, pidades silmas valemeid 690 ja 703, millede kohaselt

$$\frac{k^2}{\Pi} = \frac{\omega}{\varrho} \quad \text{ja} \quad L_{s0} = \frac{\Pi l}{4\pi}:$$

$$L_s = \frac{\Pi l}{4\pi}\frac{4k\varrho}{a\omega\Pi}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \sin\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}) = \frac{\Pi l}{\pi ak}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \sin\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}). \qquad (706)$$

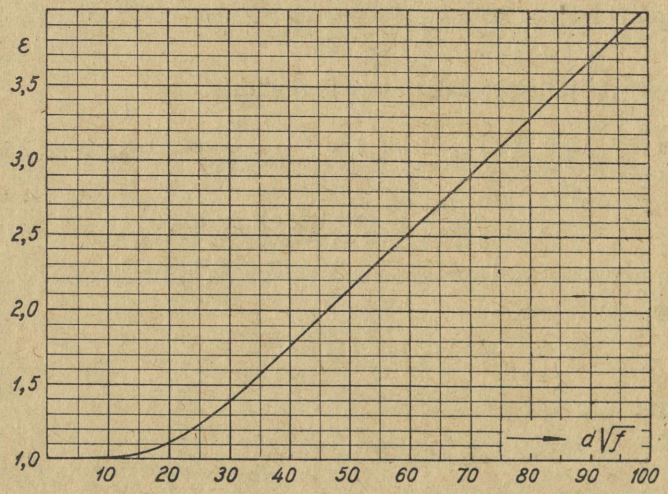
Ümmarjuhtme pöörisvoolutegur ε, s. o. valemiga 705 määratava tegevtakistuse R suhe oomtakistusega R_{al} on:

$$\varepsilon = \frac{R}{R_{al}} = \frac{ka}{2}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} \cos\,(\beta_{0a} + \beta_{1a}).$$

Tähistame $d = 2a$ abil juhtme läbimõõtu ja $\omega = 2\pi f$ abil nurksagedust. Siis

$$ka = \sqrt{\frac{\Pi\omega}{\varrho}}\, a = d\sqrt{f}\sqrt{\frac{\Pi\pi}{2\varrho}}$$

on sõltuv ainult muudetavaist d ja f. Et samadest suurustest on sõltuvad ka b_{0a}, b_{1a}, β_{0a} ja β_{1a}, siis arvutamise lihtsustamiseks on võimalik anda pöörisvoolutegurit ε funktsioonina suurusest $d\sqrt{f}$, nagu see on tehtud joonisel 400.



Joon. 400. Ümmarguse vaskjuhtme pöörisvoolutegur; d — läbimõõt cm-tes, f — sagedus hertsides.

Voolust läbitava plaadi ja neljakandilise juhtme, näiteks transformaatori mähise pöörisvoolutegur on määratav analoogiliselt, kusjuures lahenduses ei esine Besseli funktsioone, küll aga hüperboolseid. Tähistame d abil plaadi paksuse ja olgu

$$k^2 = \frac{\Pi\omega}{2\varrho}. \tag{707}$$

Siis plaadi pöörisvoolutegur

$$\varepsilon = kd\frac{\operatorname{sh} 2kd + \sin 2kd}{\operatorname{ch} 2kd - \cos 2kd}. \tag{708}$$

Kui kd on võrdlemisi väike, siis (pärast hüperboolsete ja ringfunktsioonide arendamist ritta)

$$\varepsilon = 1 + \frac{(2kd)^4}{180}, \tag{709a}$$

mis vaskplaadi korral annab

$$\varepsilon = 1 + 0{,}12\, d^4. \tag{709b}$$

Kui kd on suur, siis sh ja ch on praktiliselt võrdsed ning on suured võrreldes ringfunktsioonidega. Sel juhtumil pöörisvoolutegur

$$\varepsilon = d\sqrt{\frac{\Pi\omega}{2\varrho}} = d\sqrt{\frac{2\pi\omega}{\varrho \cdot 10^9}}, \tag{710}$$

kuna $\Pi \approx 4\pi 10^{-9}$ H/cm.

Näide 156. Arvutada 0,8 cm läbimõõduga juhtme tegevtakistus ja seesmine induktiivsus juhtme ühe km kohta sagedusel $f = 2200$ Hz (selle juhtme seesmuses oleva voolutiheduse jaotus on arvutatud näites 155).

Lahendus. Valemi 705 kohaselt tegevtakistus

$$R = R_{al}\frac{ka}{2}\frac{b_{0a}}{b_{1a}}\cos(\beta_{0a} + \beta_{1a}).$$

Selles juhtme oomtakistus

$$R_{al} = \frac{\varrho l}{q} = \frac{\varrho l 4}{\pi d^2} = \frac{0{,}0173 \cdot 1000 \cdot 4}{\pi \cdot 8^2} = 0{,}344\,\frac{\Omega}{\text{km}},$$

nurksagedus

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 2200 = 13\,800\,\frac{1}{\text{sec}},$$

asetegur

$$k = \sqrt{\frac{\omega\Pi}{\varrho}} = \sqrt{\frac{13\,800 \cdot 0{,}4\pi\, 10^{-8}}{17{,}3 \cdot 10^{-7}}} = 10\,\frac{1}{\text{cm}},$$

$$ka = 10 \cdot 0{,}4 = 4.$$

Vastavalt ka väärtusele 4 leiame tabelist:

$$\frac{ka}{2}\frac{b_{0a}}{b_{1a}} = 2{,}168, \quad \beta_{0a} + \beta_{1a} = 39^\circ 17', \quad b_{0a} = 3{,}439,$$

$$b_{1a} = 3{,}173.$$

Seega tegevtakistus

$$R = 0{,}344 \cdot 2{,}168 \cdot \cos 39^\circ 17' = 0{,}344 \cdot 1{,}680 = 0{,}577\,\frac{\Omega}{\text{km}}.$$

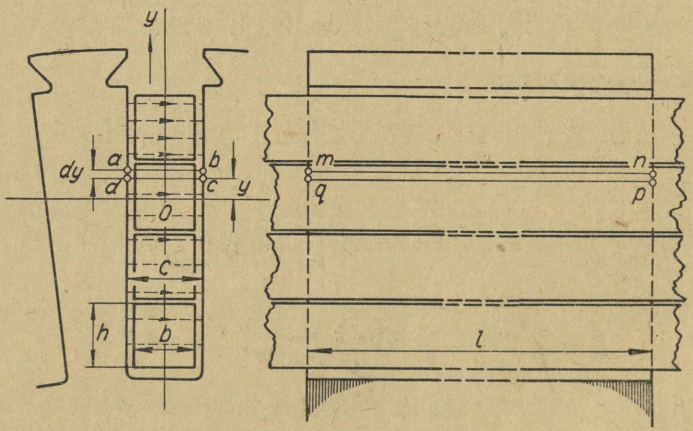
Kontrollides leitud pöörisvoolutegurit 1,680 joonisel 400 toodud kõvera abil leiame: $d\sqrt{f} = 0{,}8\sqrt{2200} = 37{,}5$, millele kõveral vastab punkt $\varepsilon = 1{,}68$.

Juhtme seesmine induktiivsus valemi 706 kohaselt, milles l on kahejuhtmelise liini pikkus cm-tes,

$$L = \frac{\Pi l}{\pi a k} \frac{b_{0a}}{b_{1a}} \sin(\beta_{0a} + \beta_{1a}) = \frac{0{,}4\pi 10^{-8} \cdot 0{,}5 \cdot 10^5 \cdot 3{,}439}{\pi \cdot 0{,}4 \cdot 10 \cdot 3{,}173} \sin 39^\circ 17' =$$

$$= 0{,}0000343 \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{km}} = 0{,}0343 \frac{\mathrm{mH}}{\mathrm{km}}.$$

236. Voolujaotus elektrimasina uurdesse paigutatud latis. Elektrimasina staatori või rootori uurdes oleva mähise varrastes voolab tavaliselt samasuunaline ja ühetugevune vool J. Juhtmeid ümbritsev nn. puistemagnetvoog kulgeb juhet ümbritsevas rauas, mille magnetiline tõkestus on äärmiselt väike, ja läbib uuret praktiliselt perpendikulaarselt uurde külgseinale (joon. 401). Mähise üksikud vardad on aheldatud erineva vooga, seega indutseerub igas vardas suuruselt ja faasilt erinev elektromotoorne jõud, mille tulemuseks on vardas oleva voolu ebaühtlane jaotumine varda ristlõikes.



Joon. 401 — uurdes oleva lati voolujaotuse selgitamiseks.

Voolujaotuse määramiseks vaatleme joonisel 401 näidatud uurdes laiusega c olevat varrast pikkusega l, kõrgusega h ja laiusega b. Olgu vardad nelinurksed ja asugu koordinaadistiku nullpunkt vaadeldava varda keskpunktis. Eraldame uurde ristlõike tasapinnas kinnise ringi $abcd$, mille laius (y telje suunas) on dy. Magneetimisergutuse lause kohaselt

$$\left(H + \frac{\partial H}{\partial y} dy\right) c - Hc = \frac{E}{\varrho} b dy,$$

millest

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{b}{c} \frac{E}{\varrho}, \qquad (711)$$

kusjuures E on varda vaadeldavas punktis indutseeritava elektrivälja tugevus ja ϱ — varda materjali eritakistus [Ωcm]. Rakendades ringis *mnpq* Maxwelli II väljavõrrandit võime kirjutada:

$$-\frac{\partial}{\partial t}(\Pi H l dy) = -\Pi l dy \frac{\partial H}{\partial t} = -(E + \frac{\partial E}{\partial y} dy) l + El,$$

millest

$$\frac{dE}{dy} = \Pi \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{712}$$

Voolu siinuselisel muutumisel on siinuseliselt muutuvad ka H ja E. Rakendades sümboolset tähistamismeetodit valemitele 711 ja 712 saame:

$$\frac{d\dot{H}}{dy} = \frac{b}{c} \frac{\dot{E}}{\varrho}$$

ja

$$\frac{d\dot{E}}{dy} = j\omega\Pi\dot{H},$$

millest on saadavad diferentsiaalvõrrandid

$$\frac{d^2\dot{E}}{dy^2} = j \frac{b\Pi\omega}{c\varrho} \dot{E} = k^2\dot{E} \tag{713}$$

ja

$$\frac{d^2\dot{H}}{dy^2} = j \frac{b\Pi\omega}{c\varrho} \dot{H} = k^2\dot{H}, \tag{714}$$

kus lühendamise otstarbel kasutatav

$$k = \sqrt{\frac{b\Pi\omega}{c\varrho}}. \tag{715}$$

Diferentsiaalvõrrandite 713 ja 714 lahendus on:

$$\dot{E} = \dot{A}_1 \exp(-ky) + \dot{A}_2 \exp ky, \tag{716}$$

$$\dot{H} = \frac{1}{j\omega\Pi} \frac{\partial \dot{E}}{\partial y} = \frac{k}{j\omega\Pi} [-\dot{A}_1 \exp(-ky) + \dot{A}_2 \exp ky]. \tag{717}$$

Võrrandeis esinevate integreerimiskonstantide $\dot{A}_1$ ja $\dot{A}_2$ määramisel lähtume sellest, et juhtme ülemisel pinnal, kus $y = h/2$, allpool vaadeldavat kohta olevas n vardas oleva magneetimisergutuse nJ poolt põhjustatav magneetimis-eriergutus

$$\dot{H}_n = \frac{nJ}{c} = \frac{k}{j\omega\Pi}\left[-\dot{A}_1 \exp\left(-k\frac{h}{2}\right) + \dot{A}_2 \exp k\frac{h}{2}\right]$$

ja juhtme alumisel pinnal, kus $y = -h/2$, eriergutus

$$\dot{H}_{n-1} = \frac{(n-1)J}{c} = \frac{k}{j\omega\Pi}\left[-\dot{A}_1 \exp k\frac{h}{2} + \dot{A}_2 \exp\left(-k\frac{h}{2}\right)\right].$$

Kahe viimase võrrandi üksteisega korrutamisel kõrvaldub avaldisest $\dot{A}_2$ ja

$$\dot{A}_1 = \frac{j\omega\Pi\dot{J}}{ck} \cdot \frac{n\exp(-k\frac{h}{2}) - (n-1)\exp k\frac{h}{2}}{2\,\mathrm{sh}\,kh}.$$

Analoogiliselt on määratav ka teine integreerimiskonstant:

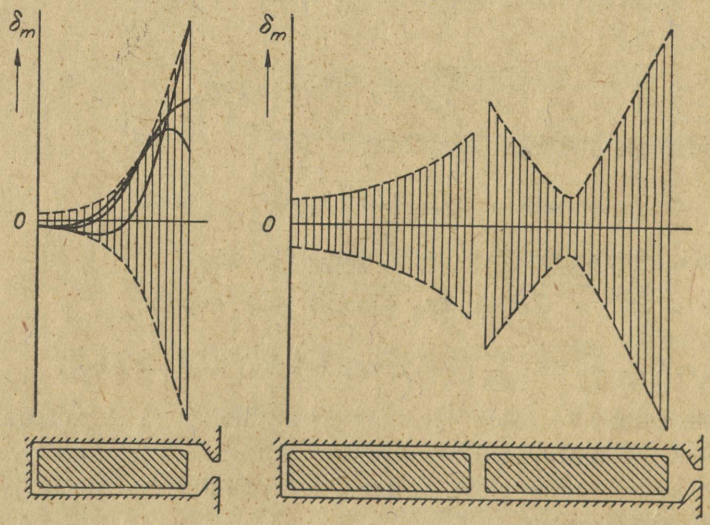
$$\dot{A}_2 = \frac{j\omega\Pi\dot{J}}{ck} \cdot \frac{n\exp k\frac{h}{2} - (n-1)\exp(-k\frac{h}{2})}{2\,\mathrm{sh}\,kh}.$$

Asetades leitud $\dot{A}_1$ ja $\dot{A}_2$ väärtused avaldistesse 716 ja 717 saame elektrivälja tugevuseks

$$\dot{E} = \frac{j\omega\Pi\dot{J}}{ck} \cdot \frac{n\,\mathrm{ch}\,k(\frac{h}{2}+y) - (n-1)\,\mathrm{ch}\,k(\frac{h}{2}-y)}{\mathrm{sh}\,kh} \qquad (718)$$

ja magneetimis-eriergutuseks

$$\dot{H} = \frac{1}{j\omega\Pi}\frac{d\dot{E}}{dy} = \frac{\dot{J}}{c} \cdot \frac{n\,\mathrm{sh}\,k(\frac{h}{2}+y) + (n-1)\,\mathrm{sh}\,k(\frac{h}{2}-y)}{\mathrm{sh}\,kh}. \qquad (719)$$



Joon. 402. Voolutiheduse jaotumine sügavuurdesse paigutatud lattides. Katkendjoon — voolutiheduse amplituudi kulgemine, täisjoon — voolutihedus eri hetkeil.

Võrrand 718 võimaldab määrata voolutiheduse $\dot{\delta} = \dot{E}/\varrho$ sõltuvalt y-st. Selleks on vaja määrata kompleksavaldise 718 moodul $|\dot{E}|$. Joonisel 402 on näidatud voolutiheduse jaotumine kahel üksteisest erineval juhtumil.

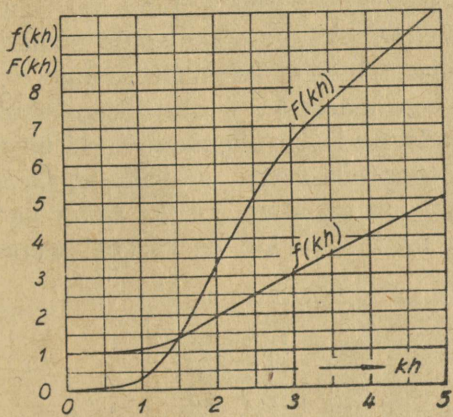
Seejuures juhtme eri punktides olev voolutihedus ei erine üksnes suuruselt, vaid ka faasilt. Ülemistes kihtides on voolutihedus suurem kui alumistes, olles põhjustatav mitte ainult vaadeldavas juhtmes olevast voolust, vaid ka temast allpool olevates juhtmetes olevast.

Voolutiheduse ebaühtlane jaotumine põhjustab vase takistuses voolu poolt tekitatava energia kao, nn. v a s e s k a o suurenemise. Kui juhtmes alalisvoolu J poolt tekitatav v a s e s k a o v õ i m s u s

$$N_{al} = R_{al} J^2 = \frac{\varrho l}{bh} J^2,$$

siis niisama suure vahelduvvoolu efektiivväärtuse korral ta on

$$N_{vah} = RJ^2 = bl \int_{-h/2}^{h/2} \frac{|E|^2}{\varrho} \, dy.$$



Joon. 403. Abikõverad pöörisvooluteguri arvutamiseks valemi 720 abil.

Viimase integraali lahendamisel kasutame valemiga 718 määratud $|E|$ väärtust. Saadav lahendus määrab ka ühe varda pöörisvooluteguri

$$\varepsilon = kh \frac{\operatorname{sh} 2kh + \sin 2kh}{\operatorname{ch} 2kh - \cos 2kh} + n(n-1) 2kh \frac{\operatorname{sh} kh - \sin kh}{\operatorname{ch} kh + \cos kh} \qquad (720a)$$

või

$$\varepsilon = \mathrm{f}(kh) + n(n-1)\mathrm{F}(kh), \qquad (720b)$$

kus

$$\mathrm{f}(kh) = kh \frac{\operatorname{sh} 2kh + \sin 2kh}{\operatorname{ch} 2kh - \cos 2kh}, \quad \mathrm{F}(kh) = 2kh \frac{\operatorname{sh} kh - \sin kh}{\operatorname{ch} kh + \cos kh}$$

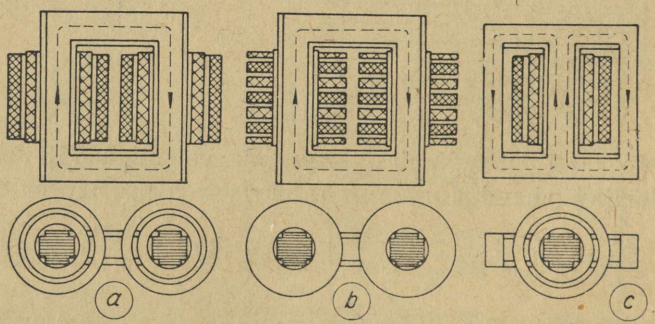
ja $kh = h \sqrt{\frac{b\Pi\omega}{c\varrho}}$. Joonisel 403 on toodud funktsioonide $\mathrm{f}(kh)$ ja $\mathrm{F}(kh)$ väärtused sõltuvalt kh väärtusest, kusjuures h on varda kõrgus cm-tes.

Suure võimsusega elektrimasinais on vaseskadu masina koormatavuse peamiseks piirajaks. Seepärast valmistatakse suurte masinate uurdeis olevad juhtmed mitmest rööbiti ühendatavast profileeritud traadist, mis vahetavad uurdes tsükliliselt kohta (transponeeruvad). Seejuures asetseb iga üksik traat kordamööda kõikides võimalikkudes asendites, millega pöörisvoolutegur viiakse väga lähedale ühele.

LIII peatükk.

RAUDSÜDAMIKUGA TRANSFORMAATOR.

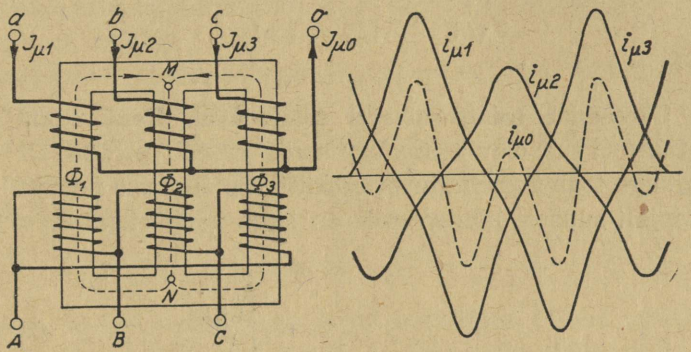
237. Transformaatori ehitus. Me nimetame transformaatoriks elektrimasinat, mille ülesandeks on pinge (ja seega ka voolu tugevuse) muutmine induktiivsel teel; seejuures jääb sagedus muutmata. Lihtsaim transformaator on ühefaasine. Tema legeeritud plekist kokkulaotud südamikule on asetatud kaks või enam iseseisvat mähist keerdude arvuga w_1, w_2 jne. Neist mähistest me nimetame primaarseks vooluallikaga ühendatavat, kuna sekundaarne (või sekundaarsed) on ühendatav (või ühendatavad) tarbijaga. Alampingemähise keerdude arv w_1 on väiksem ülempingemähise keerdude arvust w_2; seejuures nii alam- kui ka ülempingemähises indutseeritav pinge võib olla nii madal- kui ka kõrgepingeline.



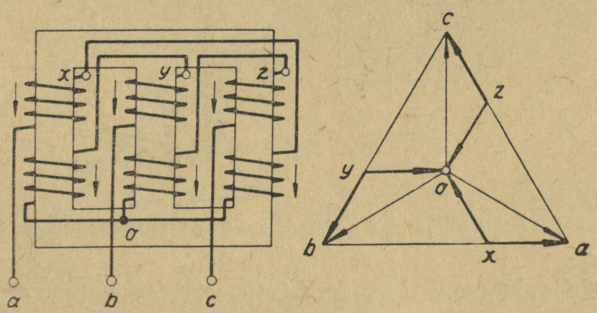
Joon. 404. Ühefaasine transformaator: *a* — südamik-tüüpi, silindermähisega; *b* — südamik-tüüpi, ketasmähisega; *c* — mantel-tüüpi, silindermähisega.

Joonisel 404 on näidatud ühefaasine südamik-tüüpi transformaator silinder- ja ketasmähisega ning mantel-tüüpi transformaator silindermähisega. Mantel-tüüpi transformaatori südamikus olev voog hargneb kahte ikkesse, kuna ta südamik-tüüpi transformaatoris ei hargne.

Kolmefaasise transformaatori südamikud asetsevad ühes pinnas (joon. 405). Südamikke kooshoidvate ikete magnetiline tõkestus lisandub ainult äärmiste sammaste tõkestusele, mistõttu kolmefaasine transformaator pole magnetiliselt sümmeetriline. Sümmeetriliste faasipingete korral on küll sümmeetrilised ka vood, s. o. $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3$, kuid punktide M ja N vahel eri harudes olevate magnetiliste tõkestuste ebavõrdsuse tõttu osutub keskmise faasi magneetimisvool nõrgemaks äärmiste faa-



Joon. 405. Täht-kolmnurk-lülituses olev kolmefaasine transformaator, tema üksikute faaside magneetimisvool ja vool nulljuhtmes.



Joon. 406. Siksak-lülitus.

side omast. Punktid M ja N on magnetilisteks tähtpunktideks, milledesse suubuvate või milledest väljuvate voogude summa igal hetkel võrdub nulliga:

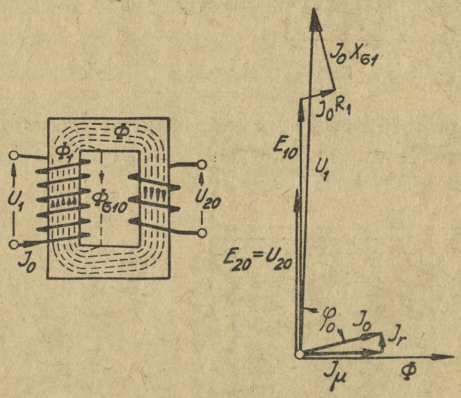
$$\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 = 0.$$

Kolmefaasise transformaatori mähised võivad olla ühendatavad kas tähte või kolmnurka, kusjuures ühendamise viisi määravad välised tingi-

mused, milliseis transformaatoril tuleb töötada. Väga ebasümmeetriliselt koormatavat võrku toitva transformaatori täht-täht-lülituses olev mähis muudetakse keerulisemaks selles mõttes, et ühe faasi mähise kaks võrdset ja järjestikku olevat poolt asetatakse eri südamikkudele (joon. 406). Sellist lülitust nimetatakse siksak-lülituseks, tema faasipinge kujuneb kahe 60° nihutatud komponendi liitmisel. Kui üksiku mähise pinge on

$$U_{x0} = U_{ax},\ \text{siis faasipinge}\ U_{a0} = \frac{\sqrt{3}}{2} U_{x0}\ \text{ja liinipinge}\ U_{ab} =$$
$$= \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} U_{x0} = 1{,}5 U_{x0}.$$

238. Ühefaasine transformaator tühijooksul. Raudsüdamikuga paispool või tühijooksus olev transformaator erineb p. 188 all kirjeldatud õhksüdamikuga transformaatorist eeskätt voo suuruse poolest. Tänu südamiku materjali suurele läbitavusele on tema voog väga suur. Seda voogu



Joon. 407. Tühijooksus olev transformaator.

põhjustav tühijooksuvool J_0 pole faasis primaarvooga Φ_1: voo tekitamisest võtab otseselt osa ainult tühijooksuvoolu komponent — magneetimisvool J_μ, kuna teine komponent J_r katab rauaskaovõimsuse (joon. 407). Vektordiagrammis on kolmandast harmoonilisest tugevasti moonutatud magneetimisvool asendatud ekvivalentse siinuselisega. Tingituna raudsüdamikust on transformaatori induktiivtakistus suur võrreldes tegevtakistusega.

Suurem osa primaarvoost Φ_1, s. o. mõlemale mähisele ühine voog Φ, kulgeb peamiselt rauas; ainult väike osa, puistevoog $\Phi_{\sigma 10}$, kulgeb õhus. Võrgupinge U_1 on seega jaotatav osapingeteks:

1. tühijooksuvoolu J_0 poolt primaarmähise tegevtakistuses tekitatav pingelang $J_0 R_1$,

2. rauas kulgeva ühise voo Φ poolt indutseeritav pinge [1]),

$$E_{10} = 4{,}44 f w_1 \Phi_m , \tag{721}$$

3. puistevoo poolt indutseeritav pinge

$$U_{\sigma 10} = 4{,}44 f w_1 \Phi_{\sigma 10 m} .$$

Indeks m juhib tähelepanu sellele, et on tegemist voo amplituudiga, kuna pinge ja vool on mõeldud efektiivseina.

Primaarvoo Φ_1 (ühes sellega ka induktiivsuse) lahutamine ühiseks ja puistevooks on õigustatav nende kvalitatiivse erinevusega. Keskkond, milles eksisteerib ühine voog Φ, omab väljatihedusest, seega ka pinge hetkväärtusest sõltuvat magnetilist läbitavust Π, temaga seostatav primaarmähise induktiivsus

$$L = w^2 \Lambda = \frac{w^2 \Pi S}{l}$$

on ebakonstantne (S — südamiku ja ikke ristlõige, l — magnetringi keskmine pikkus). Samal ajal on puistevoole peamiseks tõkestuseks väljatihedusest sõltumatu tõkestusega õhk, mistõttu temaga seostatav primaarmähise puisteinduktiivsus $L_{\sigma 1}$ on konstantne ja temas tekkiv induktiivne osapinge $U_{\sigma 10}$ on proportsionaalne mähist läbiva vooluga:

$$U_{\sigma 10} = 4{,}44 f w_1 \Phi_{\sigma 10 m} = J_0 \omega L_{\sigma 1} = J_0 X_{\sigma 1} . \tag{722}$$

Seega primaarpinge tühijooksul

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_0 R_1 + j \dot{J}_0 X_{\sigma 1} + \dot{E}_{10} . \tag{723}$$

Ühine voog Φ aheldub sekundaarmähise w_2 keeruga ja indutseerib temas primaarse indutseeritud pingega E_{10} faasis oleva sekundaarse indutseeritud pinge

$$E_{20} = 4{,}44 f w_2 \Phi_m , \tag{724}$$

mis tühijooksul on ühtlasi ka sekundaarmähise klemmipingeks U_{20}. Võrdse primaar- ja sekundaarkeerdude arvu korral $w_1 = w_2$ on $E_{10} = E_{20} = U_{20}$.

Vastavalt eespooltoodule võib tühijooksus olevale transformaatorile joonestada aseskeemi, milles on üksteisest eraldatud ühine ja puisteinduk-

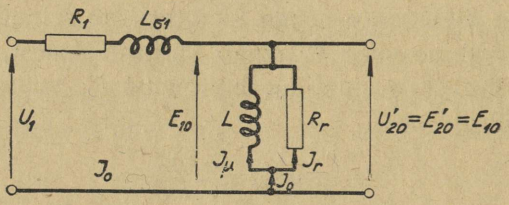
[1]) Tähis E_{10} on siinkohal kasutusel osapinge tähistamiseks. Voo poolt indutseeritav elektromotoorne jõud on niisama suur, kuid vastassuunaline (diagrammis näitamata).

tiivsus ning milles on arvesse võetud ka rauaskadu (joon. 408). Rauaskadu kujutletakse tekitatuna ühise induktiivsusega L rööbiti olevas tegevtakistuses

$$R_r = \frac{E_{10}^2}{N_r}, \tag{725}$$

milles N_r on rauaskaovõimsus. Ekvivalentne, konstantsena mõeldav ühine induktiivsus

$$L = \frac{w_1 \Phi_m}{J_\mu \sqrt{2}}. \tag{726}$$



Joon. 408. Tühijooksus oleva transformaatori aseskeem.

Aseskeemis näidatav sekundaarringis indutseeritud pinge E_{20} võrdub primaarringis indutseerituga E_{10} ainult primaarse keerdude arvu võrdumisel sekundaarse keerdude arvuga. Ülekande $ü = w_1/w_2$ erinemisel ühest taandatakse sekundaarpinge primaarsele, korrutades tema tõelise väärtuse E_{20} ülekandega:

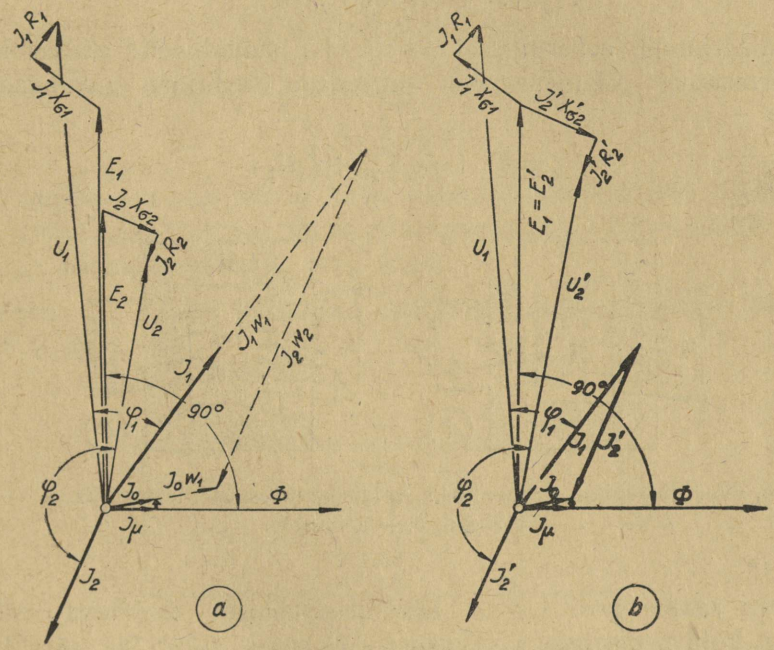
$$E_{20}' = E_{20} ü = E_{20} \frac{w_1}{w_2}.$$

Sellega luuakse aseskeem transformaatorile ülekandega $ü = 1$ ja primaarning sekundaarpoole pinged osutuvad otseselt võrreldavaiks.

239. Transformaatori koormamine. Transformaatori koormamisel tekkiv primaarne pingelang tegevtakistuses R_1 ja puiste-ebatakistuses $X_{\sigma 1}$ moodustab kokku ainult 1,8... 3%, harva kuni 5% primaarpingest, mistõttu voo poolt indutseeritud pinge E_1 on praktiliselt võrdne tühijooksul indutseeritud pingega E_{10}. See õigustab vaatlema koormusest praktiliselt sõltumatuna ühist voogu Φ, tühijooksuvoolu J_0 ja resulteeruvat magneetimisergutust $J_0 w_1$. Et sekundaarvooluga J_2 faasis oleva magneetimisergutuse $J_2 w_2$ juurdetulek ei muudaks resulteeruvat ergutust $J_0 w_1$, siis peab transformaator võtma võrgust voolu J_1, mille poolt tekitatav primaarne

magneetimisergutus $J_1 w_1$ annaks koos sekundaarsega $J_2 w_2$ endist ergutust $J_0 w_1$ (joon. 409):

$$J_1 w_1 + J_2 w_2 = J_0 w_1. \tag{727}$$



Joon. 409. Koormatud transformaatori vektordiagramm vastavalt aseskeemil: *a* — tõeline diagramm, *b* — sekundaarsed pinged on taandatud, magneetimisergutuste kolmnurk on asendatud voolude kolmnurgaga.

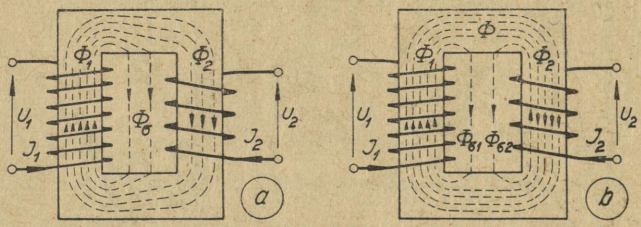
Voolu tekkimine sekundaarmähises ja primaarvoolu tugevnemine tingivad puistevoo suurenemist, mistõttu väheneb sekundaarmähisega ahelduv voog (joon. 410). Võimalikult lihtsa aseskeemi loomiseks oletame mõlema mähisega ahelduvat ühist voogu Φ jäävat endiseks. Primaarpoolel lisandame temale primaarmähisega ahelduva puistevoo $\Phi_{\sigma 1}$, mistõttu primaarmähisega ahelduv üldine voog Φ_1 osutub ühisest voost suuremaks. Sekundaarpoolel lisandame ühisele voole primaarse puistevooga peaaegu vastufaasis oleva sekundaarse puistevoo $\Phi_{\sigma 2}$, mistõttu sekundaarmähisega ahelduv voog Φ_2 osutub väiksemaks ühisest voost Φ. Tavaliselt jaotatakse puistevoog kaheks võrdseks osaks, mis aga on täiesti meelevaldne. Puistevood kujutletakse faasis olevaina neid põhjustavate vooludega.

Joonisel 409 on näidatud magneetimisergutuste kolmnurk $\dot{J}_1 w_1 + \dot{J}_2 w_2 = \dot{J}_0 w_1$, tühijooksuvool $\dot{J}_0 = \dot{J}_\mu + \dot{J}_r$ ning primaar- ja sekundaarvool $\dot{J}_1$ ja $\dot{J}_2$. Et võrgu suhtes transformaator on tervikuna tarbija, siis primaarpinge

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 + j\dot{J}_1 X_{\sigma 1} + \dot{J}_1 R_1 .$$

Vektordiagrammi joonestamisel t a r b i j a suundnoolte süsteemis tuleb transformaatori sekundaarpoolt kujutleda tarbijana sekundaarvõrgu suhtes:

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 + j\dot{J}_2 X_{\sigma 2} + \dot{J}_2 R_2 .$$



Joon. 410. Voo jaotamine primaarseks, sekundaarseks ja puistevooks. *a* — tõeline olukord, *b* — aseskeem.

Seejuures saame positiivsena sekundaarmähises tarbitava võimsuse $J_2 \cdot J_2 R_2$, kuid negatiivsena võimsuse $J_2 U_2 \cos \varphi_2$ ($\varphi_2 > 90^0$, järelikult on $\cos \varphi_2$ negatiivne). See aga näitab, et võimsus $J_2 U_2 \cos \varphi_2$ pole transformaatoris tarbitav, vaid väljub sekundaarvõrku.

Suure ülekande $\ddot{u} = w_1/w_2$ korral on raske joonestada samas mõõtkavas primaar- ja sekundaarpoolel olevaid suurusi. Joonestamine lihtsustub ja muutub ülevaatlikumaks, kui sekundaarsed tõelised suurused asendatakse primaarpoolele taandatutega. Taandamisega muudetakse tõeline transformaator transformaatoriks ülekandega 1 : 1, milleks sekundaarpinge korrutatakse ülekandega w_1/w_2, sekundaarvool jagatakse ülekandega ja takistused suurendatakse ülekande r u u d u kordselt. Varustades taandatud suurused prim-märgiga saame:

$$E_2' = E_2 \frac{w_1}{w_2}, \quad U_2' = U_2 \frac{w_1}{w_2}, \quad J_2' = J_2 \frac{w_2}{w_1},$$

$$R_2' = R_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2, \quad X_{\sigma 2}' = X_{\sigma 2} \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2. \qquad (728)$$

Et taandatud sekundaarvool on $J_2 w_2 / w_1$, siis sekundaarne magneetimisergutus

$$J_2 w_2 = J_2' \frac{w_1}{w_2} w_2 = J_2' w_1$$

ja magneetimisergutuse kolmnurgas

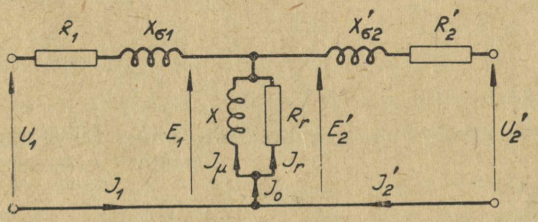
$$\dot{J}_0 w_1 = \dot{J}_1 w_1 + \dot{J}_2' w_1.$$

Koondades kõik liikmed w_1-ga saame

$$\dot{J}_0 = \dot{J}_1 + \dot{J}_2', \tag{729}$$

mis võimaldab hoopis välja jätta magneetimisergutused diagrammist (joon. 410*b*). Arvutamisel taandatud suurustega säilivad endistena primaar- ja sekundaarvõimsus ning kaod.

Joonis 411 näitab taandatud suurustega transformaatori aseskeemi (vt. joon. 289).



Joon. 411. Taandatud sekundaarsete suurustega transformaatori aseskeem koormamisel.

Et pingelang nii primaar- kui ka sekundaarmähises moodustab ainult mõne protsendi üldisest pingest, siis mitte ainult

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{4{,}44\, f w_1 \Phi_m}{4{,}44\, f w_2 \Phi_m} = \frac{w_1}{w_2}, \tag{730}$$

vaid ka

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{w_1}{w_2} = \ddot{u}; \tag{731}$$

eriti ligidal tõelisele ülekandele $\ddot{u}$ on pingete suhe tühijooksul U_1/U_{20}. Primaarvõrgust võetav võimsus on praktiliselt võrdne sekundaarvõrku antavaga, sest ka tranformaatoris aset leidvad kaod moodustavad ainult mõne protsendi ülekantavast võimsusest:

$$U_1 J_1 \cos \varphi_1 \approx U_2 J_2 \cos \varphi_2 .$$

Et seejuures

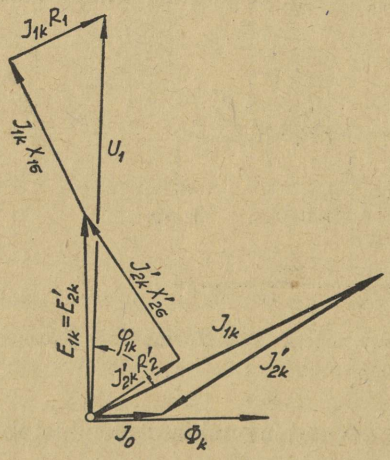
$$U_2 \approx U_1 \frac{w_1}{w_2} \quad \text{ja} \quad \cos\varphi_1 \approx \cos\varphi_2,$$

siis voolude ülekanne

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{U_2 \cos\varphi_2}{U_1 \cos\varphi_1} \approx \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{\ddot{u}}. \tag{732}$$

240. Lühistatud transformaator. Transformaatori lühistamisel võrdub tema klemmipinge U_2 nulliga ja sekundaarpoolel indutseeritud pinge E'_{2k} kulub tegev- ja ebapingelangu katmiseks (joon. 412):

$$0 = \dot{E}_{2k}' + j\dot{J}_{2k}' X_{\sigma 2}' + \dot{J}_{2k} R_2'.$$



Joon. 412. Lühistatud transformaatori vektordiagramm.

Samal ajal primaarringis

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_{1k} + j\dot{J}_{1k} X_{\sigma 1} + \dot{J}_{1k} R_1.$$

Et aga $J_{1k} \approx J_{2k}'$, $X_{\sigma 1} \approx X_{\sigma 2}'$ ja $R_1 \approx R_2'$, siis

$$E_1 = E_2' \approx \frac{U_1}{2}. \tag{733}$$

See aga näitab, et mähiste ühine voog on poole väiksem normaalsest, mis on seletatav väga suure primaarse ja sekundaarse puistevoo olemasoluga. Et voolud J_{1k} ja J_{2k}' on praktiliselt võrdsed ja asetsevad samal sihil

(ühise voo nõrgenemisel poole võrra nõrgeneb tühijooksuvool rohkem kui poole võrra ja ta võidakse jätta arvutusest välja), siis

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_{1k} + j\dot{J}_{1k}X_{\sigma 1} + \dot{J}_{1k}R_1 = \dot{J}_{2k}'R_2' + j\dot{J}_{2k}'X_{\sigma 2}' + \dot{J}_{1k}R_1 + j\dot{J}_{1k}X_{\sigma 1} =$$
$$= \dot{J}_{1k}R_2' + j\dot{J}_{1k}X_{\sigma 2}' + \dot{J}_{1k}R_1 + j\dot{J}_{1k}X_{\sigma 1} = \dot{J}_{1k}[(R_1 + R_2') +$$
$$+ j\,(X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}')]. \qquad (734)$$

Viimase avaldise nurksulgudes olev osa on transformaatori voolust sõltumatu lühistakistus Z_{1k}:

$$\dot{Z}_{1k} = (R_1 + R_2') + j\,(X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}'). \qquad (735)$$

241. Kolmefaasiste transformaatorite paralleeltöö tingimusi. Mitme kolmefaasise transformaatori laitmatu paralleeltöö on tagatud ainult järgmiste tingimuste täitmisel:

1. kõik rööbiti ühendatavad transformaatorid peavad olema ehitatud samale pingele,

2. nad peavad kuuluma samasse lülitusrühma,

3. koormus peab jaotuma üksikute transformaatorite vahel proportsionaalselt üksikute transformaatorite nimivõimsusega.

Vaatleme neid tingimusi üksikult.

Teatavasti leiab transformaatori mähistes aset koormusest sõltuv pingelang; väike, tühijooksuvoolust põhjustatav pingelang on olemas isegi tühijooksul. Seega tuleb transformaatori ülekande määramisel opereerida mitte primaar- ja sekundaarpingega, vaid primaar- ja sekundaarmähise keerdude arvuga. Seejuures tuleb muidugi võtta arvesse ka mähiste omavahelise ühendamise moodus.

Nii primaar- kui ka sekundaarmähise ühendamisel k o l m n u r k a on transformaatori liinipinge võrdne faasipingega ja seega on ülekanne otseselt võrdne faasimähiste keerdude arvu suhtega $w_1 : w_2$.

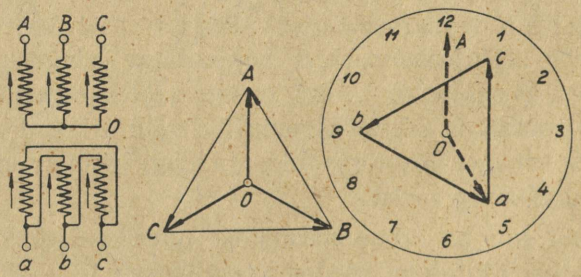
T ä h t - t ä h t-ühenduse korral on liinipinge nii primaar- kui ka sekundaarpoolel $\sqrt{3}$-kordselt kõrgem faasipingest, mistõttu ülekanne on nagu kolmnurk-kolmnurk-ühenduse korralgi võrdne faasimähiste keerdude arvu suhtes $w_1 : w_2$.

T ä h t - k o l m n u r k-ühenduse korral on liinipinge tähtühenduse poolel $\sqrt{3}$-kordselt kõrgem faasipingest, kuna ta kolmnurk-ühenduse poolel on võrdne faasipingega. Seega on ülekanne $\sqrt{3}w_1 : w_2$.

S i k s a k-ühenduse korral on faasipinge, s. o. nullpunkti ja välise klemmi vaheline pinge, $\frac{\sqrt{3}}{2}$-kordselt kõrgem üksiku mähisepooliku pingest, liinipinge on omakorda $\sqrt{3}$-kordselt kõrgem faasipingest (vt. vektordiagrammi joonisel 406). Seega on liinipinge $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2}$-kordselt kõrgem üksiku mähise pingest ja kolmnurk-siksak-ühenduses oleva transformaatori ülekanne on $w_1 : \frac{3}{2} w_2$ ehk $\frac{2}{3} w_1 : w_2$. Täht-siksak-ühenduses oleva transformaatori ülekanne on aga $\sqrt{3} w_1 : \frac{3}{2} w_2$ ehk $\frac{2}{\sqrt{3}} w_1 : w_2$.

Ülekande mõõtmiseks ühendatakse transformaator pingega, mille kõrgus ei ole üle 80% nimipingest. Seejuures väheneb tühijooksuvool palju ja primaarmähises tekkiv pingelang muutub praktiliselt tähtsusetuks.

Transformaatori kuulumine teatavasse lülitusrühma on määratud tema primaarsete liinipingete kolmnurga keskpunktist tippu (näiteks *A*) tõmmatava vektori ja sekundaarsete liinipingete kolmnurga keskpunktist samanimelisse (seega *a*) tippu tõmmatava vektori vahelise nurgaga. Transformaatori lülitusrühma tähistamisel ei anta seda nurka mitte kraadides, vaid kella numbrilaual oleva tundide arvuna, oletades primaarse kolmnurga keskpunktist tõmmatavat vektorit suunatuna numbrile 12. Võimalik on see seetõttu, et esinevad nihked moodustavad ainult kas 30 või selle kordse kraadide arvu.

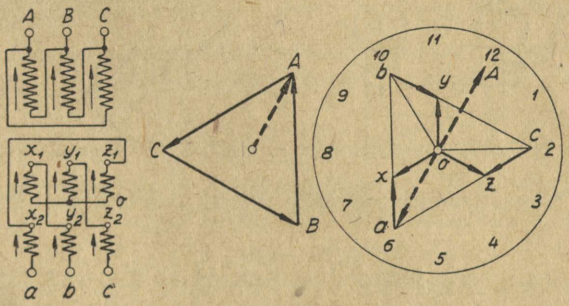


Joon. 413. Täht-kolmnurk-ühenduses olev transformaator Yd-5.

Joonisel 413 toodud skeemis me kujutleme, et täht-kolmnurk-ühenduses oleva transformaatori kõikide mähiste algus on ülal, lõpp — all, millele vastab kõikide mähiste samasuunaline kerimine. Südamikes olevad vood indutseerivad nii ülem- kui ka alampingemähiseis faasis olevad pinged, mis-eri sammastel olevates mähistes on üksteisest nihutatud 120°. Joonisel 413 on selliste pingete positiivne suund tähistatud noolekesega mähise kõrval.

Koostame esiteks vektordiagrammi tähtühenduses olevale mähisele. Joonestame positiivses suunas, seega alt üles, esimese faasivektori. Skeemis oleva noole ülemise otsa juurde kuulub täht *A*, alumise juurde — täht *O*. Samad tähed kirjutame ka vektordiagrammis oleva noole otste kohale: üles *A*, alla *O*. Teine faasivektor on esimesest 120° taga, kolmas — 240°.

Kolmnurk-ühenduses oleval mähisel pole klemmide *a*, *b* ja *c* külge eeskätt ühendatud mitte mähiste algused, vaid lõpud, mis aga pole oluline vektordiagrammi kujundamisel. Joonestame jällegi positiivses suunas (alt üles) esimese faasivektori. Skeemis olev punkt *a* asetseb pinge suundnoole alumise otsa kohal. Seega kirjutame ka vektordiagrammis tähe *a* vertikaalse vektori alumise otsa juurde. Et skeemis esimese mähise ülemine ots on ühendatud ka klemmiga *c*, siis tuleb sama täht *c* kirjutada vertikaalse vektori ülemise otsa juurde. Skeemis aga kuulub punkt *c* kolmanda faasimähise lõpule ja on vektordiagrammis kolmanda faasivektori noole lõpul, mis moodustab esimesega nurga —240°. Analoogiliselt määrame ka vektori *ba* asukoha.



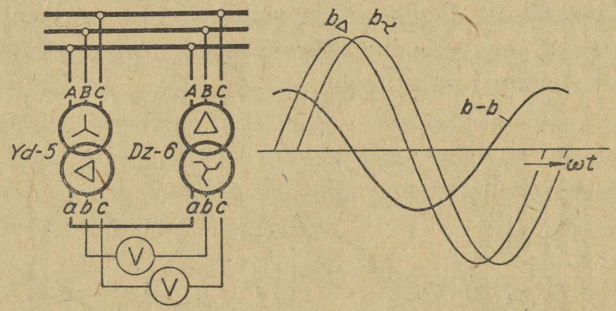
Joon. 414. Kolmnurk-siksak-ühenduses olev transformaator Dz-6.

Nüüd ühendame kolmnurga *abc* keskpunkti tipuga *a*. Vektori *Oa* suund moodustab vektori *OA* suunaga viiele tunnile vastava nurga, millega ongi määratud antud transformaatori kuulumine viienda tunni rühma, ja tema tähis on: Yd-5. Seejuures on suur Y ülempinge tähes oleva mähise tähis ja väike d — kolmnurgas oleva alampingemähise tähis.

Vaatleme veel joonisel 414 olevat kolmnurk-siksak-ühendust. Alustame kolmnurgas oleva ülempingemähise vektordiagrammi joonestamist jällegi esimese faasi vertikaalsest, alt üles suunatud vektorist. Skeemis asetseb noole pea juures täht *A*, saba juures — täht *B*, mille kirjutame ka

vektordiagrammi vektori ülemise ja alumise otsa juurde. Skeemis on punkt *A* ühendatud kolmanda faasimähise lõpuga, kust algab pinge positiivset suunda tähistav nool *AC*. Vektordiagrammis vastab sellele vektorist *BA* 240° taga olev vektor *AC*. Analoogiliselt määrame ka vektori *CB* asukoha.

Alampinge-mähise vektordiagrammi joonestamist alustame näiteks nullpunktiga *o* ühendatud mähises oy_1 indutseeritavast pingest *oy*, mille vektor on suunatud jällegi alt üles. Mähise oy_1 algus (punkt y_1) on ühendatud mähise y_2b algusega y_2. Seetõttu mõjub skeemis punktide *o* ja *b* vahel üksteise vastu ühendatavais mähiseis olevate faasipingete vahe ja me paigutame vektordiagrammis punktist *b* punkti *y* esimesest vektorist 120° taga oleva vektori *by*. Analoogiliselt joonestame ka vektordiagrammi ülejäänud osa.



Joon. 415. Skeem transformaatorite rööbiti ühendatavuse kontrollimiseks.

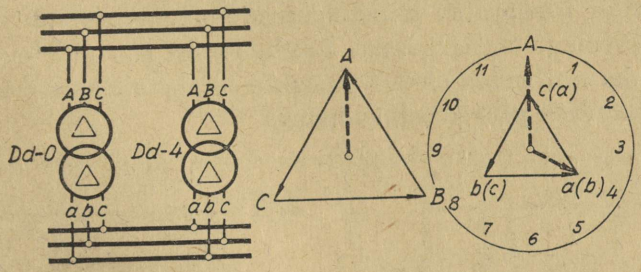
Ühendame esimeses vektordiagrammis kolmnurga keskpunkti punktiga *A* ja teises — punktiga *a*. Saadavate vektorite vaheline nurk moodustab kuuele tunnile vastava nurga (180°) ja seega on transformaatori tähis Dz-6, kusjuures z on siksak-ühenduse tähis.

Vaadeldud transformaatorid Yd-5 ja Dz-6 ei ole rööbiti ühendatavad, sest nende sekundaarpinged on nihutatud $6 - 5 = 1$ tund ehk 30°. Kui selliste transformaatorite ülempinge-pool ühendada võrku ja alampinge-poolel ühendada kaks samanimelist klemmi *a* ja *a* (joonis 415), siis klemmide *b* ja *b* ning *c* ja *c* vahel olevad voltmeetrid näitavad pinge olemasolu. Samal joonisel olev pinge ajaline diagramm illustreerib ühe voltmeetri poolt mõõdetava pinge kujunemist kahe 30° nihutatud pingekõvera vahena, mis moodustab 50% täispingest.

Peale võrdset sekundaarset nihet omavate transformaatorite on rööbiti ühendatavad veel 4- või 8-tunnist nihet (s. o. 120° või 240°) oma-

vad transformaatorid — ühe transformaatori kas alam- või ülempinge-mähise kõikide klemmide tsüklilisel vahetamisel: *a* tuleb muuta *b*-ks, *b* — *c*-ks ja *c* — *a*-ks. Joonisel 416 on näidatud selline transformaatorite Dd-0 ja Dd-4 rööbiti ühendamise skeem.

Koormuse õige jaotumise tagamiseks on vaja, et rööbiti ühendatavate transformaatorite sekundaarpinged oleksid täpselt võrdsed nii tühijooksul kui ka igasuguse koormusega ning et koormamisel mähistes tekkivad pingelangud ei oleks ainult võrdsed, vaid oleksid omavahel ka faasis. Selleks aga peavad olema eraldi võrdsed nii pingelangu tegev- kui ka ebakomponendid. Nimetatud pingelangude määramiseks sooritatakse nn. l ü h i s e k a t s e.



Joon. 416. Transformaatorite rööbiti lülitamine tsükliliselt vahetatud sekundaarsete klemmidega ühel transformaatoreist.

Läbi ampermeetrite lühistatud ülempinge-mähistega transformaator ühendatakse alampinge poolel vooluallikaga, mille pinge tõstetakse sellise väärtuseni U_{1k}, mille puhul lühistatud sekundaarmähistes voolab transformaatori nimivool J_{1n}. See pinge moodustab 3,5 ... 10% nimipingest ja märgitakse sellisena (protsentides) ka transformaatori sildile. Et kolmefaasine lühis on võrgu suhtes sümmeetriline koormus, siis võime transformaatori iga faasi vaadelda iseseisva ühefaasise transformaatorina.

Ü h e f a a s i s e transformaatori lühise kirjeldamisel (vt. p. 240) tuletasime lühisvoolu määrava valemi 734, mille kohaselt lühispinge (ainult antud puhul)

$$\underset{\cdot}{U}_{1k} = \underset{\cdot}{J}_{1n}\,[(R_1 + R_2') + j\,(X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}')].$$

Selles, aseskeemile 411 vastavas valemis on primaarne ja primaarpoolele taandatav sekundaarne takistus (nii tegev- kui ka ebatakistus) praktiliselt võrdsed, s. o.

$$R_1 = R_2' = R_2 ü^2 \quad \text{ja} \quad X_{\sigma 1} = X_{\sigma 2}' = X_{\sigma_2} ü^2$$

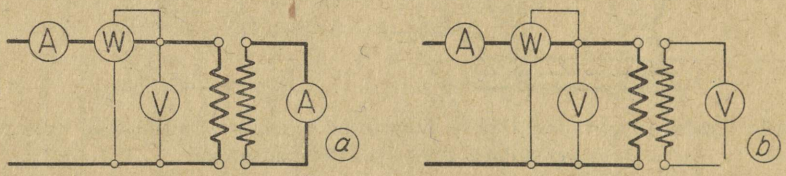
(ebatakistus on 5...10-kordselt suurem tegevtakistusest). Et lühise katse teostamisel toitepinge on 3,5...10% nimipingest U_{1n}, siis moodustavad voo poolt indutseeritud pinge E_{1k} ja rauas olev väljatihedus kõigest 1,75...5% oma nimisuurusest ning seetõttu on rauaskadu praktiliselt võrdne nulliga. Seega lühise katse ajal (joon. 417*a*) mõõdetav ühefaasise transformaatori tegevvõimsus on vaseskaovõimsus:

$$N_{1k} = N_v = U_{1k} J_{1n} \cos \varphi_{1k} = J_{1n}^2 (R_1 + R_2').$$

Viimasest valemist määratav lühistakistuse tegevkomponent

$$R_k = R_1 + R_2' = R_1 + R_2 \ddot{u}^2 = \frac{N_{1k}}{J_{1n}^2}. \qquad (736)$$

See lühise katsega määratav lühistakistuse tegevkomponent on 5...25% suurem alalisvooluga mõõdetavast. Seletatav on see püstevoo poolt nii mähiseis kui ka naabruses olevais massiivseis metallosades, näiteks kasti seintes, tekitatavate pöörisvoolukadudega.



Joon. 417. Transformaatori katsetamine: *a* — lühise katse, *b* — tühijooksu katse.

Lühise katsest määratav lühis-näivtakistus

$$Z_k = \frac{U_{1k}}{J_{1n}} = \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}')^2} \qquad (737)$$

ja tema ebakomponent

$$X_{\sigma_c} = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}' = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2} \ddot{u}^2 = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \frac{U_{1k} \sin \varphi_{1k}}{J_{1n}}. \qquad (738)$$

Valemites 736 ja 738 esineva ülekande $\ddot{u}$ määramiseks tuleb transformaatoriga sooritada veel nn. tühijooksu katse (joon. 417*b*). Transformaator pingestatakse kuni 80%-ni nimipingest ja mõõdetakse nii tema primaarpinge U_{10}, kui ka sekundaarpinge U_{20}.
Sellest ülekanne

$$\ddot{u} = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_{10}}{U_{20}}. \qquad (739)$$

Tühijooksu ajal nimipingel U_{1n} mõõdetav võimsus koosneb vaseskaovõimsusest tühijooksul $J_{10}^2 R_1$ ja rauaskaovõimsusest N_r:

$$N_{10} = U_{1n} J_{10} \cos \varphi_{10} = J_{10}^2 R_1 + N_r .$$

Et aga voolu ruuduga proportsionaalne vaseskadu on väike võrreldes rauaskaoga ($J_{10} < 0{,}1\, J_{1n}$), siis mõõdetav võimsus on praktiliselt võrdne rauaskaovõimsusega:

$$N_r \approx N_{10} = U_{1n} J_{10} \cos \varphi_{10} . \tag{740}$$

Tühijooksu ja lühise katse andmed võimaldavad arvutada ka transformaatori kasutegurit:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_2}{N_2 + N_v + N_r} = \frac{N_2}{N_2 + J_1^2 R_k + N_r} = \frac{U_2 J_2 \cos \varphi_2}{U_2 J_2 \cos \varphi_2 + J_1^2 R_k + N_r} =$$

$$= \frac{U_2 J_2 \cos \varphi_2}{U_2 J_2 \cos \varphi_2 + J_2^2 \dfrac{R_k}{\ddot{u}^2} + N_r} . \tag{741}$$

Transformaatori kasutegur on maksimaalne sellisel koormusel, mille puhul vaseskadu on võrdne rauaskaoga. Jagame viimase valemi lugeja ja nimetaja J_2-ga. Siis

$$\eta = \frac{U_2 \cos \varphi_2}{U_2 \cos \varphi_2 + J_2 \dfrac{R_k}{\ddot{u}^2} + \dfrac{N_r}{J_2}} .$$

Kasutegur on maksimaalne murru nimetaja olles minimaalne. Võrrandist

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}J_2}\left(U_2 \cos \varphi_2 + J_2 \frac{R_k}{\ddot{u}^2} + \frac{N_r}{J_2}\right) = \frac{R_k}{\ddot{u}^2} - \frac{N_r}{J_2^2} = 0$$

selgub, et seejuures tõesti

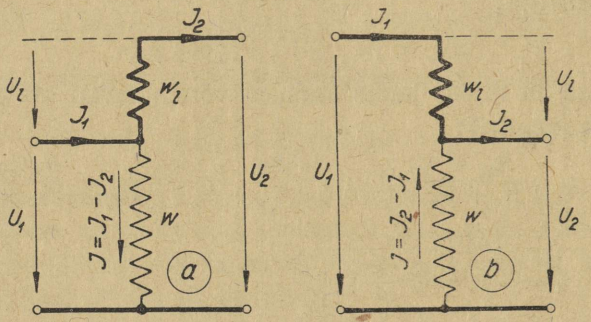
$$N_r = \frac{J_2^2 R_k}{\ddot{u}^2} = J_1^2 R_k = N_v .$$

242. Säästtransformaator. Peale juba kirjeldatud ühe- ja kolmefaasiste elektriliselt eraldatud mähistega transformaatorite on kasutamisel veel hulk erilülitusega transformaatoreid pinge ja voolu transformeerimiseks ning teatavate reguleerimise ülesannete täitmiseks. Neist levinumaid on säästlülituses olev transformaator elektrilist ühendust omava primaar- ja sekundaarmähisega.

Säästtransformaator, nimetatav ka a u t o -transformaatoriks, on kasutamisel pinge väikeseks kõrgendamiseks või alandamiseks ja ehitatakse tavaliselt ülekandega mitte üle 1 : 2. Joonisel 418*a* on näidatud ühefaasine transformaator pinge k õ r g e n d a m i s e k s. Sellise transfor-

maatori sekundaarpinge $\dot{U}_2$ on primaarpinge $\dot{U}_1$ ja lisakeerdudes indutseeritava lisapinge $\dot{U}_l$ geomeetriline summa. Võrdlemisi väikese pingelangu tõttu on pinged $\dot{U}_1$ ja $\dot{U}_2$ peaaegu faasis, mistõttu võib suurt viga tegemata $\dot{U}_1$ ja $\dot{U}_l$ liita ka aritmeetiliselt. Siis

$$U_2 = U_1 + U \ .$$



Joon. 418. Säästtransformaator: *a* — pinge kõrgendamiseks, *b* — pinge alandamiseks.

Et aga

$$\frac{U_1}{U_l} = \frac{w}{w_l},$$

milles U_l on lisapinge, w — mähise ühise osa keerdude arv ja w_l — lisakeerdude arv, siis sekundaarpinge

$$U_2 = U_1 \frac{w + w_l}{w}, \tag{742}$$

sekundaarvool

$$J_2 = J_1 \frac{w}{w + w_l}$$

ja primaarvool

$$J_1 = J_2 \frac{w + w_l}{w} = J_2 + J_2 \frac{w_l}{w}. \tag{743}$$

Mõlemale vooluringile ühises mähise osas keerdude arvuga w olev vool J on peaaegu vastufaasis olevate voolude J_1 ja J_2 aritmeetiline vahe:

$$J \approx J_1 - J_2, \tag{744}$$

sest võrreldes koormusvooluga on magneetimisvool tavaliselt väike. See võimaldab valmistada mähise selle osa võrdlemisi peenest traadist, saavutades suurt säästu mähise vases.

Säästtransformaatori nimivõimsus on tema sekundaarklemmidelt võetav maksimaalne võimsus

$$N_n = U_2 J_2 \approx U_1 J_1, \tag{745}$$

kuna tema arvutusvõimsuse N_a all mõistetakse tema primaarpoolelt sekundaarpoolele transformatoorselt üleantavat võimsust

$$N_a = U_l J_2. \tag{746}$$

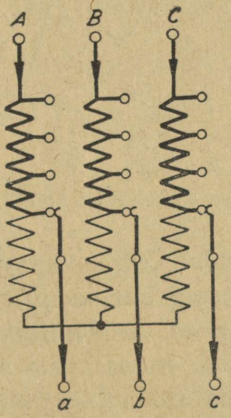
Säästtransformaatori suurust iseloomustab arvutus- ja nimivõimsuse suhe

$$\frac{N_a}{N_n} = \frac{U_l J_2}{U_2 J_2} = \frac{U_l}{U_2} = \frac{U_2 - U_1}{U_2} = 1 - \frac{U_1}{U_2} =$$

$$= 1 - \frac{w}{w + w_l} = 1 - \ddot{u}. \tag{747}$$

Kui ülekanne $\ddot{u} = 1{,}0$, siis $N_a/N_n = 0$

0,9	0,1
0,75	0,25
0,5	0,5



Joon. 419. Kolmefaasine säästtransformaator.

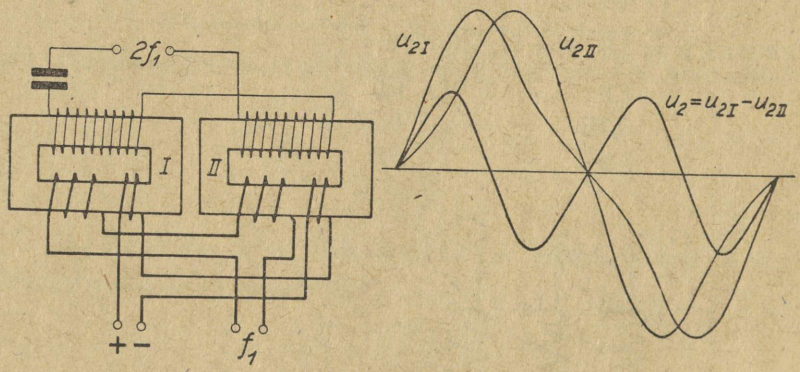
Sellest näeme, et säästtransformaator kujuneb seda väiksemaks, mida lähemal on ülekanne $\ddot{u} = U_1/U_2$ ühele.

Pinget alandava säästtransformaatori korral (joon. 418)

$$U_2 = U_1 \frac{w}{w + w_l}, \quad J_1 = J_2 \frac{w}{w + w_l} \text{ ja } \frac{N_a}{N_n} = 1 - \frac{U_2}{U_1} = 1 - \frac{1}{\ddot{u}}. \tag{748}$$

Säästtransformaator võib olla ka täht-ühenduses olev kolmefaasine transformaator. Niisugused transformaatorid on kasutamisel näiteks suurte mootorite käivitamisel, kusjuures mähis omab tavaliselt mitut väljavõtet (joon. 419).

243. Transformaatorid alalisvoolu eelmagneetimisega. Alalisvoolu eelmagneetimisega lakkab transformaatori magnetvoog olemast siinuseline, mõnel juhtumil ta isegi lakkab olemast sümmeetriline. Selline mittesiinuseline voog indutseerib transformaatori sekundaarmähises siinuselisest vähe erineva pinge. Nii võimaldab eelmagneetimisega transformaator saavutada toitepinge sageduse kahekordistamist. Mitme sagedust mitmekordistava transformaatori ühendamisel järjestikku saavutatakse isegi kuni kümnekordset sageduse suurendamist. Muidugi on sellise



Joon. 420. Sageduse kahekordistamine.

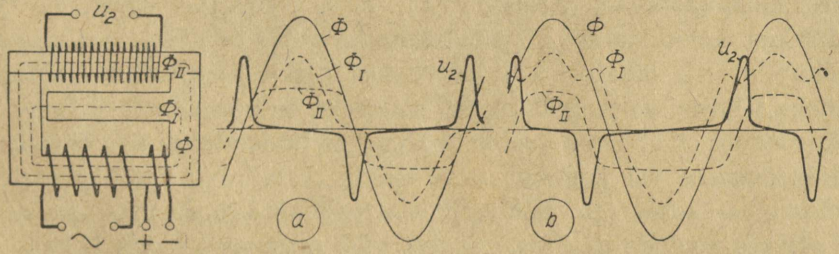
mitmekordistamise kasutegur väga madal. Mitmekordistatud sagedus on alati tugevasti moonutatud ebasoovitavate harmooniliste poolt ja vajab nendest puhastamist. Soovitava sageduse eraldamiseks peab transformaatori sekundaarring kujutama endast eraldatavale sagedusele häälestatavat võnkeringi, peab seega omama sekundaarmähisega järjestikku ühendatavat kondensaatorit ja tavaliselt ka lisainduktiivsust. Viimaseks on sekundaarmähisega järjestikku ühendatav, järgmise sagedust mitmekordistava transformaatori primaarmähis või koormust toitev lõpptransformaator.

Sageduse kahekordistamisel ühendatakse kahe ühesuguse transformaatori primaarmähised järjestikku, millega tagatakse mõlemale võrdne vahelduvvoolu ergutus (joon. 420).

Alalisvoolu ergutusmähised ühendatakse teineteise vastu, seega osutuvad nende poolt tekitatavad magnetväljad vastassuunalisteks. Sekundaarmähised on vastulülituses ja kondensaatori abil seatavad resonantsi teisele harmoonilisele. Ühe poolperioodi vältel esimeses transformaatoris vahelduvvoolu poolt põhjustatav magneetimisergutus liitub alalisvoolu ergutusega, kuna ta samal ajal teises transformaatoris nõrgendab alalisvoolu ergutust. Järgmise poolperioodi vältel on vahelduvvoolu toime resulteeruvale ergutusele just vastupidine: ergutus tugevdatakse teises ja nõrgendatakse esimeses transformaatoris. Kuid sellega muudetakse pidevalt mõlema järjestikku oleva transformaatori primaarmähise induktiivsust ja primaarpinge (arvesse võtmata tegevtakistust)

$$u = i_1\omega_1 L_I + i_1\omega_1 L_{II}$$

jaotub mõlema transformaatori vahel igal hetkel erinevalt (valemis: i_1 — primaarvool, ω_1 — primaarringi nurksagedus, L_I ja L_{II} — esimese ja teise transformaatori induktiivsus). Transformaatoris kujunev voog ei muutu enam kaugeltki siinuseliselt, tema poolt sekundaarmähises indutseeritav pinge on nähtav joonisel 420 oleval diagrammil. Et transformaatori sekundaarmähised on ühendatud teineteise vastu, siis saab sekundaarmähistega ühendatav tarbija esimese ja teise transformaatori sekundaarpingete vahe, mille sagedus on põhisageduse kahekordne.



Joon. 421. Impulss-transformaator.

Impulsi-kujulise sekundaarpinge saamiseks võimaldame joonisel 421 näidatud transformaatori magnetvool hargneda kahte erinevat magneetimiskõverat omavasse harusse. Olgu esimeses harus õhupilu; seetõttu kujuneb tema magneetimiskõver peaaegu sirgjooneliseks ja tõkestus väljatihedusest väga vähe sõltuvaks. Teine haru olgu magnetiliselt kiiresti küllastuv, mis on saavutatav näiteks permalloy-sulandi kasutamisel tema materjalina, mille küllastamiseks vajalik magneetimisergutus $H \approx 0{,}3$ A/cm (seejuures väljatihedus $B \approx 11\,000$ gaussi, vt. „Elektro-

tehnika I", lk. 112). Asetame transformaatori sekundaarmähise just viimasele, kiiresti küllastuvale südamikule ja toidame primaarmähist siinuselise pingega. Algul sekundaarmähist kandvas südamikus olev väljatihedus, seega ka voog Φ_{II}, kasvab väga kiiresti, kuid tema kasvamine lõpeb võrdlemisi järsku südamiku küllastumise tõttu. Et pinge indutseeritakse sekundaarmähises ainult voo kasvamise või kahanemise ajal, siis tema kulgemine kujuneb impulsiliseks (joon. 421*a*). Kui permalloyst südamik on küllastunud, siis voo suurem osa kulgeb õhupilu omavat haru kaudu.

Kui juhtida läbi peasüdamikul asetseva erimähise alalisvoolu, siis pääseb voog permalloyst südamikku alles siis, kui primaarmähises oleva vahelduvvoolu poolt põhjustatav vastusuunaline magneetimisergutus osutub juba peaaegu võrdseks alalisvoolu poolt põhjustatavaga. Sellega saavutatakse positiivse ja negatiivse pinge impulsi lähendamine teineteisele (joon. 421*b*).

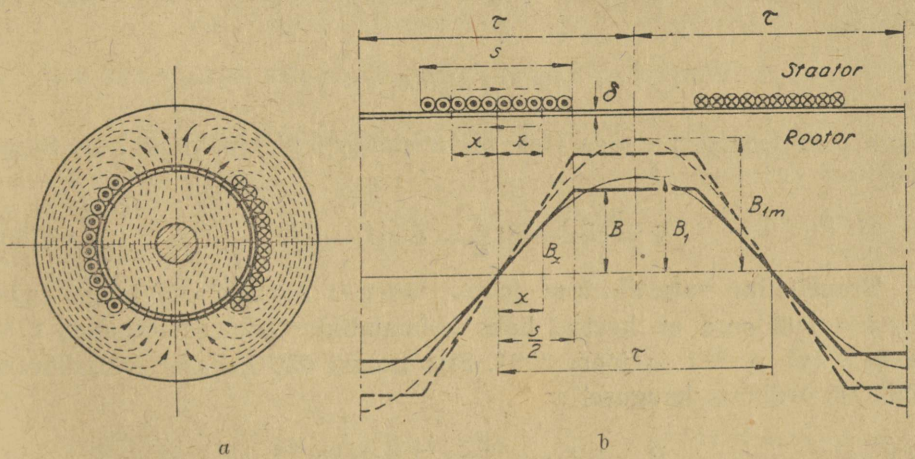
LIV peatükk.

INDUKTSIOONMASIN.

244. Vahelduvväli. Vahelduvvoolu induktsioonmootor koosneb raudplekist kokkulaotavast r o o t o r i s t, s. o. pöörlevast osast, ja samuti raudplekist kokkulaotavast paigalseisvast s t a a t o r i s t, millede vahel on õhupilu. Nii staatori kui ka rootori plekk varustatakse stantsitud uuretega. Uurdeisse paigutatavaist mähiseist on võrguga ühendatav tavaliselt staatori oma, kuna rootori mähis kas lühistatakse või ühendatakse kontaktrõngaste või kommutaatori kaudu käivitamis- või pööretearvu reguleerimise seadmega. Sõltuvalt staatori mähiste arvust, asetusest ja neis olevate voolude ajalisest nihkest võib masinas tekkida kolmesugune magnetväli. Üheainsa mähise olemasolul tekib ruumiliselt paigalseisev ja ainult ajaliselt oma intensiivsust ja suunda muutev v a h e l d u v v ä l i. Faasimähiste sümmeetrilisel jaotumisel staatori sisemisel ümbermõõdul ja nende toitmisel sümmeetriliste, s. o. võrdset ajalist nihet ja tugevust omavate vooludega, saame konstantse intensiivsuse ja ühtlase nurkkiirusega pöörleva välja. Et väljakõvera amplituud kujundab ruumis ringi, siis nimetatakse välja ringiliselt pöörlevaks või lihtsalt k e e r d v ä l j a k s. Kui aga on olemas ebasümmeetrilisus kas mähiste ruumilises paigutuses või voolude ajalises nihkes, siis pöörleb tekkiv magnetväli ebakonstantse nurkkiirusega ja tema intensiivsus perioodili-

selt kõigub, kord suurenedes, kord jälle vähenedes. Sellist välja nimetatakse elliptiliseks. Vaatleme neid kõiki kolme liiki eraldi.

Joonisel 422*a* on skemaatiliselt näidatud ühefaasise kahepooluselise masina staatori mähis ja tema poolt põhjustatav magnetväli. Masina selles osas, kus väli on suunatud staatorist rootorisse, asub põhjapoolus ja kohal, kus ta suundub rootorist staatorisse — lõunapoolus. Piki õhupilu mõõdetavat ühe pooluse ulatust nimetatakse poolusejaotuseks τ; kahepooluselisel masinal moodustab poolusejaotus poole staatori sisemisest ümbermõõdust. Mähise teissugusel asetamisel on võimalik tekitada ka 4, 6, 8... poolust; poolusejaotus moodustab siis $2p$-ndikku sisemisest ümbermõõdust, kusjuures p tähistab masina poolusepaaride arvu. Joonisel 422*b* on näidatud kahepooluselise masina väljakõver, s. o. väljatiheduse B jaotus laotatud õhupilus (katkendjoonega on näidatud maksimaalsele väljatihedusele vastav väljakõver).



Joon. 422. Induktsioonmasin: *a* — staatori mähise poolt põhjustatav magnetväli, *b* — staatori laotatud seesmisele ümbermõõdule joonestatud väljakõver.

Olgu mähisega kaetud kaar pikkusega s. õhupilus laiusega δ oleva väljakõvera määramiseks oletame, et masina raua magnetiline tõkestus on väga väike võrreldes õhupilu omaga. Siis mähise keskkohast mõlemale poole kauguseni x ulatuvat kinnist ringi mööda võetav magneetimis-erergutuse ringintegraal

$$\int_l \mathbf{H} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = H_x \cdot 2\delta$$

võrdub selle ringintegreerimise teekonna poolt piiratava magneetimisergutuse ehk läbivoogusega

$$H_x \cdot 2\delta = iz\frac{2x}{s}.$$

Seejuures i on mähise vardas (või traadis) oleva voolu hetkväärtus ja z — varraste arv kaare s ulatusel, mis on ühtlasi ka kogu mähise keerdude arv. Õhupilus olev väljatihedus mähise keskkohast kauguseni $x = s/2$

$$B_x = \Pi_0 H_x = \Pi_0 \frac{iz}{\delta}\frac{x}{s}$$

ja sealt edasi pooluse keskkohani

$$B = \Pi_0 \frac{iz}{2\delta},$$

sest mähisega katmata osas olev väljatihedus on konstantne, kuna selle osa igas punktis mõjub üks ja sama läbivoogus iz.

Poolusejaotuse τ ulatusel määrab väljakõvera pindala mähisega ahelduva voo

$$\Phi = \int_0^{\tau} B_x l dx,$$

milles l on joonise pinnaga risti oleva staatori plekipaki pikkus. Seega voog

$$\Phi = Bl\tau - Bl\frac{s}{2} = Bl\tau\left(1 - \frac{s}{2\tau}\right). \qquad (749)$$

Trapetsiline väljatiheduse jaotus läheneb siinuselisele kõige enam siis, kui mähisega on kaetud kaks kolmandikku poolusejaotusest, s. o. $s = 2\tau/3$ (vt. p. 221 ja joon. 369). Siis valemi 636 kohaselt väljakõvera põhilaine ordinaat kaugusel x

$$B_{x1} = B_1 \sin\frac{x\pi}{\tau} = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} B \sin\frac{x\pi}{\tau}$$

ja tema amplituud

$$B_1 = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} B.$$

Sellele väljakõvera siinuselisele põhilainele vastav voog

$$\Phi_1 = \frac{2}{\pi} B_1 l\tau = \frac{12\sqrt{3}}{\pi^3} Bl\tau \qquad (750)$$

erineb valemiga 749 määratud tegelikust voost ainult 0,5%, sest

$$\frac{\Phi_1}{\Phi} = \frac{12\sqrt{3}}{\pi^3} \cdot \frac{3}{2} = 1{,}005.$$

Mähise toitmisel siinuseliselt muutuva vooluga tekib ruumiliselt paigalseisev, ainult oma intensiivsust muutev praktiliselt siinuselist jaotust omav (tegelikult trapetsiline) vahelduvväli. Väljakõvera põhiline maksimaalne ordinaat kaugusel x

$$B_{x1m} = B_{1m} \sin \frac{x\pi}{\tau}, \tag{751}$$

kui B_{1m} tähistab põhilaine suurimat amplituudi poolusejaotuse keskel. Et väljakõvera kõik ordinaadid muutuvad ajas siinuseliselt, siis väljakõvera ordinaat mähise keskkohast kaugusel x ajamomendil t on:

$$B_{x1} = B_{x1m} \sin \omega t = B_{1m} \sin \frac{x\pi}{\tau} \sin \omega t. \tag{752}$$

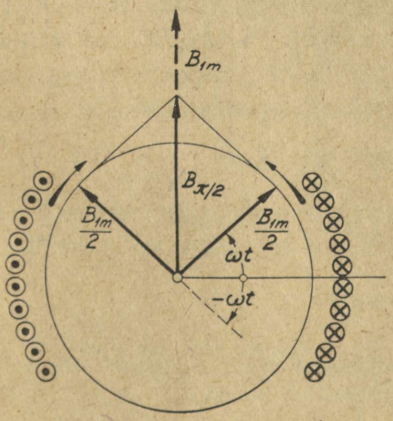
Kujundame viimase valemi järgmiseks:

$$B_{x1} = B_{1m} \sin \frac{x\pi}{\tau} \sin \omega t = \frac{B_{1m}}{2} \cos \left(\frac{x\pi}{\tau} - \omega t \right) - \frac{B_{1m}}{2} \cos \left(\frac{x\pi}{\tau} + \omega t \right) =$$

$$= \frac{B_{1m}}{2} \cos \left(\frac{x\pi}{\tau} - \omega t \right) + \frac{B_{1m}}{2} \cos \left(\frac{x\pi}{\tau} + \omega t + \pi \right). \tag{753}$$

Pooluse keskel, kus $x\pi/\tau = \pi/2$, väljatiheduse hetkväärtus

$$\left.\begin{aligned} B_{\pi/2} &= \frac{B_{1m}}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \omega t \right) + \frac{B_{1m}}{2} \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \omega t \right) = \\ &= \frac{B_{1m}}{2} \sin \omega t + \frac{B_{1m}}{2} \sin \omega t. \end{aligned}\right\} \tag{754}$$



Joon. 423. Vahelduvvälja lahutamine kaheks vastassuunas sama nurkkiirusega ω pöörlevaks väljaks.

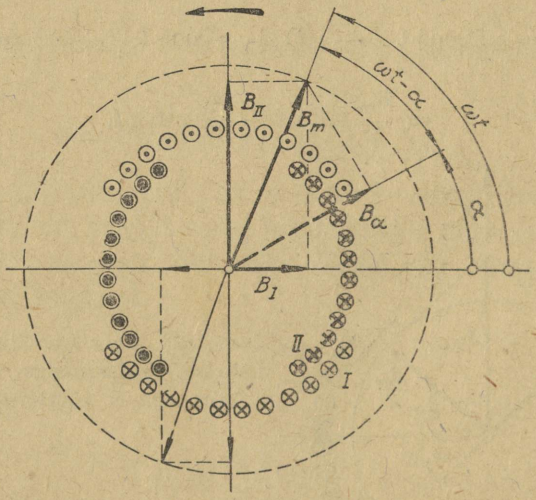
Näeme, et on tegemist kahe vastassuunas sama nurksagedusega pöörleva välja komponendiga (joon. 423), kusjuures pärisuunaliselt pöörleva välja nurksagedus on $+\omega$, vastassuunas pöörleva oma aga on $-\omega$. Mõle-

mat väljatihedust kujutava vektori pikkus võrdub väljatiheduse poole maksimaalse amplituudiga, s. o. $\frac{B_{1m}}{2}$.

Kui alustada kauguse x või temale vastava nurga $\alpha = \frac{x\pi}{\tau}$ mõõtmist mitte mähise keskkohast, nagu oleme seni teinud, vaid pooluse keskkohast, siis (val. 751, 753, 754)

$$\left.\begin{aligned} B_{x1m} &= B_{1m}\cos\alpha, \\ B_{x1} &= B_{1m}\cos\alpha\cos\omega t = \frac{B_{1m}}{2}\cos(\alpha+\omega t) + \frac{B_{1m}}{2}\cos(\alpha-\omega t), \\ B_{01} &= \frac{B_{1m}}{2}\cos\omega t + \frac{B_{1m}}{2}\cos(-\omega t). \end{aligned}\right\} \quad (755)$$

245. Keerdväli. Pöörleva välja tekitamiseks peab olema täidetud kaks tingimust: esiteks peavad välja tekitamisest osavõtvad poolid olema üksteisest nihutatud ruumiliselt ja teiseks — nendes poolides olevad voolud peavad olema üksteisest nihutatud ajaliselt.



Joon. 424. Kahepooluseline kahefaasine induktsioonmasin ruumiliselt 90° nihutatud poolidega. Tekkiv magnetväli on keerdväli.

Vaatleme siinkohal kahefaasise induktsioonmasina pöörleva välja tekitamist kahe üksteisest ruumiliselt poole poolusejaotuse $\tau/2$ võrra nihutatud, seega täisnurga all oleva pooli poolt (joon. 424), milledes voolud on ajaliselt üksteisest nihutatud $\pi/2$ ehk 90° võrra. Masinal p pooluse-

paariga on poolidevaheline nurk p-kordselt väiksem, seega $90^0/p$. Sel puhul ütleme, et poolidevaheline nurk on 90 „elektrilist kraadi", kusjuures 360-le elektrilisele kraadile vastab kaks poolusejaotust, s. o. 2τ (üks põhja- ja üks lõunapoolus).

Kui kumbki mähis võtab enda alla 2/3 poolusejaotusest, siis võime mõlema mähise poolt tekitatavat trapetsilist väljakõverat ilma suurema veata asendada siinuselisega:

$$B_{I\alpha} = B_I \cos \alpha \quad \text{ja} \quad B_{II\alpha} = B_{II} \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -B_{II} \sin \alpha$$

(nurga α lugemist alustatakse esimese pooli telgjoonest). Et mõlemat pooli läbivad voolud on ajaliselt nihutatud 90°, siis (val. 755; põhilainet tähistav indeks 1 kui segav on jäetud ära)

$$B_{I\alpha} = B_{Im} \cos \alpha \cos \omega t,$$

$$B_{II\alpha} = -B_{IIm} \sin \alpha \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = B_{IIm} \sin \alpha \sin \omega t.$$

Kui amplituudid B_{Im} ja B_{IIm} on võrdsed, s. o. $B_{Im} = B_{IIm} = B_m$, siis resulteeruv väljatihedus hetkel t esimese pooli telgjoonest kaugusel $\alpha = x\pi/\tau$ on:

$$B_\alpha = B_{I\alpha} + B_{II\alpha} = B_m \cos \alpha \cos \omega t + B_m \sin \alpha \sin \omega t = \\ = B_m \cos (\omega t - \alpha). \qquad (756)$$

Viimane valem osutub piki õhupilu edasiliikuva laine võrrandiks ajast t ja nurgast α sõltumatu amplituudiga B_m. Et diagrammil (joon. 424) väljatiheduse amplituud B_m kujundab ringi, siis nimetatakse sellist välja ringiliselt pöörlevaks ehk keerdväljaks.

Aja dt möödumisel väljatihedus punktis kaugusel $\alpha + d\alpha$ on

$$B_{\alpha + d\alpha} = B_m \cos [\omega(t + dt) - (\alpha + d\alpha)].$$

See väljatihedus omandab seal sama väärtuse, mille valemiga 756 määratud väljatihedus omab punktis kaugusel α, kui

$$d\alpha = \omega dt.$$

Seega ringleb väljatiheduse laine piki õhupilu ka konstantse nurksagedusega

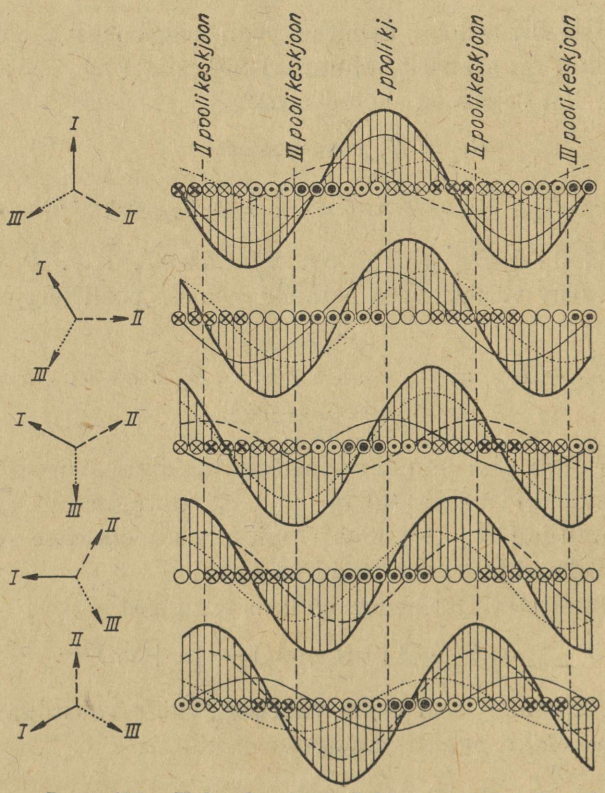
$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega \quad \text{või} \quad \frac{dx}{dt} = \omega \frac{\tau}{\pi} = \frac{2\pi}{T} \frac{\tau}{\pi} = \frac{2\tau}{T}, \qquad (757)$$

kattes ühe perioodi T vältel kahekordse poolusejaotuse, millele kahepooluselisel masinal vastab üks täispööre. Kui sagedus on $f = 50$ hertsi,

seega $T = 1/50$ sec, siis teeb sellise masina keerdväli 50 pööret sekundis ehk 3000 pööret minutis.

Analoogiliselt on võimalik liita resulteeruvaks keerdväljaks ka kolm ja enam ruumiliselt nihutatud magnetvälja. Kui nii üksikud faasimähised kui ka neis olevad voolud on nihutatud teineteisest $2\pi/m$ võrra, mille juures m on faaside arv, siis keerdvälja tihedus esimese pooli keskkohast kaugusel α on

$$B_\alpha = \frac{m}{2} B_m \cos(\omega t - \alpha). \tag{758}$$



Joon. 425. Kolmefaasise induktsioonmasina keerdväli.

Et keerdvälja väljatiheduse amplituud on sõltumatu ajast t ja nurgast α, siis keerdvälja võrrand sümboolsel kujul on

$$\underline{B} = \frac{m}{2} B_m \exp j(\beta - \omega t), \tag{759}$$

milles β on ringiliselt pöörleva välja amplituudi ja selle punkti vaheline nurk, millest alustatakse nurga ωt mõõtmist. Väljatiheduse amplituud

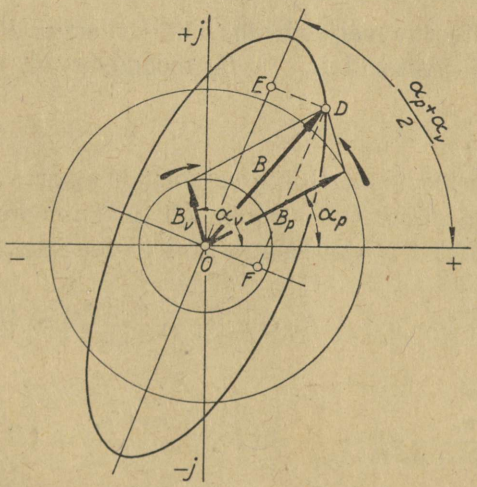
saabub esimesena esimese, siis teise ja viimasena kolmanda pooli kohale, pööreldes seega vastupidises suunas faasimähiste järjestusega (joon. 425).

246. Elliptiline väli. Kui magnetväli kujundatakse m ruumiliselt nihutatud pooli poolt, millede nurk mingi vabalt valitava teljega on α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_m$, siis on võimalik lahutada iga pooli poolt üksikult tekitatav paigalseisev vahelduvväli $B_{kx} = B_{km} \cos \alpha_k \cos(\omega t - \psi_k)$ päri- ja vastusuunaliselt pöörlevaiks komponentideks (val. 755)

$$B_{kp} = \frac{B_{km}}{2} \cos(\alpha_k + \omega t + \psi_k)$$

ja

$$B_{kv} = \frac{B_{km}}{2} \cos(\alpha_k - \omega t - \psi_k),$$



Joon. 426. Elliptiline magnetväli.

või kasutades sümboolset tähistamisviisi

$$\dot{B}_{kp} = \frac{B_{km}}{2} \exp j\alpha_k \cdot \exp j(\omega t + \psi_k)$$

ja

$$\dot{B}_{kv} = \frac{B_{km}}{2} \exp j\alpha_k \cdot \exp[-j(\omega t + \psi_k)].$$

Nurgad ψ_k sõltuvad hetkest, millest alustatakse nurga ωt mõõtmist ja seega on nad määratud välju tekitavate voolude omavahelise ajalise nihkega. Kõikide vahelduvväljade liitmiseks liidame omavahel eraldi kõik

päri- ja kõik vastusuunaliselt pöörlevad väljad. Selle tulemusena saame kaks vastassuunas võrdse nurksagedusega ω pöörlevat välja (joon. 426)

$$\dot{B}_p = \dot{B}_{pm} \exp j\omega t \quad \text{ja} \quad \dot{B}_v = \dot{B}_{vn} \exp(-j\omega t), \tag{760}$$

mille amplituudid on

$$\left.\begin{aligned} \dot{B}_{pm} &= B_{pm} \exp j\alpha_p = \sum \frac{B_{km}}{2} \exp j(\alpha_k + \psi_k) \\ \text{ja} \\ \dot{B}_{vm} &= B_{vm} \exp j\alpha_v = \sum \frac{B_{km}}{2} \exp j(\alpha_k - \psi_k) \end{aligned}\right\} \tag{761}$$

ning millede summa

$$\dot{B} = \dot{B}_p + \dot{B}_v$$

ongi otsitav resulteeruv väljatihedus. Väljatihedus $\dot{B}$ saavutab suurima väärtuse siis, kui vektorid $\dot{B}_p$ ja $\dot{B}_v$ moodustavad reaalteljega võrdse nurga $\frac{\alpha_p + \alpha_v}{2}$.

Kui projekteerida joonisel 426 vektorit $\dot{B}$ määrav punkt D kord suurima väljatiheduse sihile OE (punkt E) ja teine kord viimasega risti olevale sihile (punkt F), siis saame projektsioonideks

$$\overline{OE} = B_p \cos\left(\frac{\alpha_p + \alpha_v}{2} - \alpha_p\right) + B_v \cos\left(\alpha_v - \frac{\alpha_p + \alpha_v}{2}\right) = (B_p + B_v) \cos\frac{\alpha_v - \alpha_p}{2}$$

ja

$$\overline{OF} = B_p \sin\left(\frac{\alpha_p + \alpha_v}{2} - \alpha_p\right) - B_v \sin\left(\alpha_v - \frac{\alpha_p + \alpha_v}{2}\right) = (B_p - B_v) \sin\frac{\alpha_v - \alpha_p}{2}.$$

Et aga

$$\frac{(\overline{OE})^2}{(B_p + B_v)^2} = \cos^2\frac{\alpha_v - \alpha_p}{2} \quad \text{ja} \quad \frac{(\overline{OF})^2}{(B_p - B_v)^2} = \sin^2\frac{\alpha_v - \alpha_p}{2},$$

siis

$$\frac{(\overline{OE})^2}{(B_p + B_v)^2} + \frac{(\overline{OF})^2}{(B_p - B_v)^2} = 1. \tag{762}$$

Sellest selgub, et punkt D on niisuguse ellipsi punktiks, mille pikem pooltelg on $B_p + B_v$ ja mille lühem pooltelg on $B_p - B_v$. See nn. elliptiline väli pöörleb ebakonstantse nurksagedusega positiivses suunas, kui $B_p > B_v$, ja negatiivses suunas, kui $B_p < B_v$. On $B_p = B_v$, siis on meil

tegemist paigalseisva vahelduvväljaga. Kui aga kas $B_v = 0$ või $B_p = 0$, siis on tegemist ajast sõltumatut maksimaalset väljatihedust ja konstantset nurksagedust omava keerdväljaga.

247. Väljakõvera harmoonilised. Eespooltoodu oli tuletatud eeldades väljatiheduse siinuselist jaotumist õhupilus. Tõeliselt on väljatiheduse jaotumine aga trapetsiline, õigemini isegi astmeline; seega lisandub väljakõvera põhilainele alati suuremal või vähemal määral kõrgemaid harmoonilisi. Teiselt poolt aga moonutatakse tekkiva magnetvälja korrapärasus ka mähiseid läbiva voolu kõveras olevate ajaliste harmooniliste poolt.

Vaatleme esiteks kahepooluselise kolmefaasise induktsioonmasina väljakõvera r u u m i l i s t e harmooniliste mõju tekkivale pöörlevale väljale, oletades väljatiheduse siinuselist ajalist muutumist. Õhupilus mingis vabalt võetavas punktis järjestusnumbriga k harmoonilise poolt eri mähistes tekitatavad vahelduvväljad on

$$B_{Ik} = B_{km} \cos \omega t \cos k\alpha,$$

$$B_{IIk} = B_{km} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos k\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$B_{IIIk} = B_{km} \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cos k\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right),$$

kus nurga α mõõtmist alustatakse punktist, milles k-harmooniline omab maksimaalväärtust. Kolme faasi k-harmooniliste resulteeruv väljatihedus

$$B_k = B_{Ik} + B_{IIk} + B_{IIIk} = \frac{1}{2} B_{km} \Big\{ \cos [\omega t + k\alpha] + \cos \Big[\omega t + k\alpha + (k-1)\frac{2\pi}{3}\Big] + \cos \Big[\omega t + k\alpha + (k-1)\frac{4\pi}{3}\Big] + \cos [\omega t - k\alpha] + \cos \Big[\omega t - k\alpha - (k+1)\frac{2\pi}{3}\Big] + \cos \Big[\omega t - k\alpha - (k+1)\frac{4\pi}{3}\Big] \Big\}. \quad (763)$$

Kui harmoonilise järjestusnumber k jagub j ä ä g i t a faaside arvuga $m = 3$, s. o. kolmas, üheksas, viieteistkümnes jne. harmooniline, siis tema poolt tekitatav resulteeruv väljatihedus võrdub nulliga. Kui harmoonilise järjestusnumbri jagamisel tekib jääk $+1$, siis tekitab see harmooniline põhilaine poolt tekitatava v ä l j a s u u n a s pöörleva välja, mis aga ei pöörle nurksagedusega ω, vaid nurksagedusega ω/k, seega k-kordselt a e g l a s e m a l t:

$$B_k = \frac{3}{2} B_{km} \cos (\omega t + k\alpha). \quad (764)$$

Kui harmoonilise järjestusnumbri jagamisel 3-ga tekib jääk -1, siis on kõrgema harmoonilise poolt tekitatava välja pöörlemise suund samuti

vastupidine põhilaine omaga, tema nurksagedus on jällegi ω/k, seega jällegi k-kordselt väiksem põhilaine omast. Tema väljatihedus

$$B_k = \frac{3}{2} B_{km} (\omega t - k\alpha). \tag{765}$$

Väljakõvera a j a l i s t e harmooniliste mõju ruumilise siinuselise jaotuse korral on teissugune. Siin õhupilu mingis vabalt võetavas punktis järjestusnumbriga k harmooniliste poolt eri mähistes tekitatavad vahelduvväljad on

$$B_{Ik} = B_{km} \cos k\omega t \cos \alpha,$$

$$B_{IIk} = B_{km} \cos k\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$B_{IIIk} = B_{km} \cos k\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)$$

ja kolme faasi resulteeruv väljatihedus

$$B_k = B_{Ik} + B_{IIk} + B_{IIIk} = \frac{1}{2} B_{km} \left\{ \cos [k\omega t + \alpha] + \cos \left[k\omega t + \alpha - \right.\right.$$

$$\left. - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right] + \cos \left[k\omega t + \alpha - (k-1)\frac{4\pi}{3}\right] + \cos [k\omega t - \alpha] +$$

$$\left. + \cos \left[k\omega t - \alpha - (k+1)\frac{2\pi}{3}\right] + \cos \left[k\omega t - \alpha - (k+1)\frac{4\pi}{3}\right]\right\}. \tag{766}$$

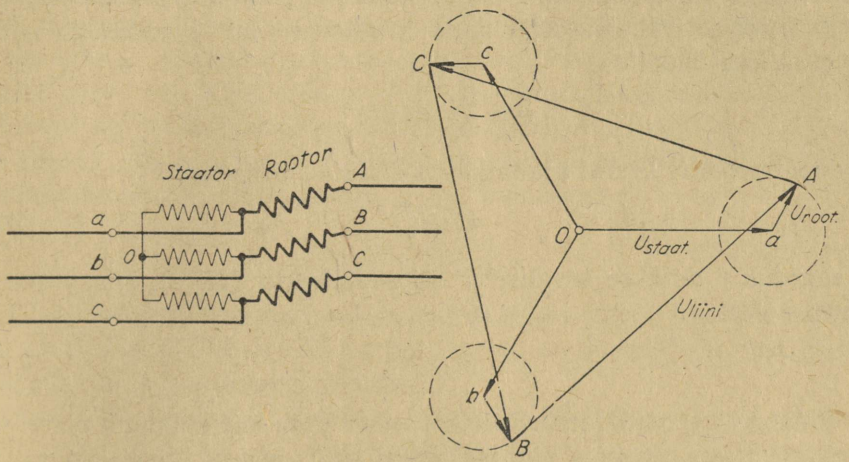
Ka siin k jäägita jagumisel kolmega resulteeruv väljatihedus võrdub nulliga. Kui aga k jagamisel kolmega tekib jääk $+1$, siis saame põhilaine poolt tekitatava v ä l j a s u u n a s pöörleva välja, kuid tema pöörlemise nurksagedus $k\omega$ on k-kordselt s u u r e m põhilaine omast. Jäägi -1 tekkimisel saame aga põhilaine poolt tekitatava välja suunale v a s t u pöörleva välja, mille nurksagedus on jällegi $k\omega$, seega k-kordselt suurem.

Sellest järeldame, et nii ruumiliste kui ka ajaliste harmooniliste samaaegsel esinemisel järjestusnumbriga k_r ruumiliste harmooniliste ja järjestusnumbriga k_a ajaliste harmooniliste poolt tekitatavad väljad pöörlevad kas põhivälja suunas või temale vastu nurksagedusega $\frac{k_a}{k_r}\omega$.

248. Induktsioonmasin. Varustame võrdse faaside ja pooluste arvuga mähisega nii induktsioonmasina staatori kui ka rootori. Staatori mähised ühendame vahelduvvoolu võrguga, rootori omad aga koormustakistusega, mille suurus võib omada kõiki väärtusi nulli ja ülisuure väärtuse vahel. Hoiame rootori liikumatuna asendis, milles tema ja staatori mähised asuvad ühisel telgjoonel. Seejuures indutseerib staatori pöördväli roo-

tori mähistes elektromotoorse jõu sama sageduse ja faaside arvuga, mis on staatoriski. Selline induktsioonmasin pole siis muud kui p ö ö r d t r a n s f o r m a a t o r, mis erineb tavalisest transformaatorist ainult ehitusviisilt ja õhupilust tingitud suuremalt magneetimisvoolult.

Kui induktsioonmasina kinnihoitav rootor pöörata asendisse, milles staatori ja rootori mähised osutuvad teineteise suhtes ruumiliselt nihutatuiks, siis indutseerib staatori keerdväli rootori mähiseis nagu varemgi elektromotoorse jõu, kuid ajaliselt hilineva või ees oleva, sõltuvalt sellest, kas rootor on pööratud oma keskasendist välja pöörlemise suunas või vastusuunas. Sellist pööratava rootoriga induktsioonmasinat nimetatakse ka f a a s i r e g u l a a t o r i k s.



Joon. 427. Kolmefaasine pingeregulaator ja tema vektordiagramm.

Ühendame induktsioonmasina kinnihoitava rootori mähised järjestikku staatori omadega (joon. 427). Siis rootoris indutseeruv pinge liitub staatori faasipingega. Faasipinge $\dot{U} = \dot{U}_{st} + \dot{U}_{root}$ sõltub rootori asendist, muutudes rootori pööramisel piirides $U_{st} + U_{root}$ kuni $U_{st} - U_{root}$. Rootori pööramisel ei muutu mitte ainult pinge, vaid mõningal määral ka faas, kuid seejuures ei rikuta reguleeritava ega reguleeritud pingega võrgu võimsustegurit. Sellist induktsioonmasinat nimetatakse p i n g e r e g u l a a t o r i k s.

Kui induktsioonmasina kinnihoitav rootor varustada staatori omast erinevat faaside arvu omava mähisega, siis indutseerib staatori pöördväli rootori igas faasis omaette elektromotoorse jõu ja masin osutub kasutatavaks faaside arvu muutjana ehk f a a s i m u u n d a j a n a.

Induktsioonmasinaist tuntuim on pöörleva rootoriga asünkroonmootor, mis pööretearvu viimisel ülesünkroonseks muutub asünkroongeneraatoriks. Asünkroonmootori staatori ja rootori mähiste faaside arv võib olla võrdne, kuid ta võib olla ka erinev, sest mootori omadused ja töötamise viis on sõltumatud nii staatori kui ka rootori faaside arvust. Rootori minimaalne faaside arv on siiski kaks.

Asünkroonmootori tundmaõppimisel oletame esiteks nii staatorit kui ka rootorit omavat võrdset faaside arvu, võrdset keerdude arvu faasi kohta ja keerdude ühesugust asetust staatori ja rootori ümbermõõdul. Sellise masina võrguga ühendatavad staatori faasimähised on ühendatud kas tähte või hulknurka, kolmefaasisel masinal — kolmnurka, rootori mähised aga on lühistatud. Staatori mähiste poolt põhjustatav pöördväli liigub paigalseisva staatori suhtes konstantse nurksagedusega ω, tema ümbruskiirus õhupilus

$$v = \frac{2\tau}{T} = 2f\tau \tag{767}$$

ja p poolusepaari korral ajaühikus sooritatav pööretearv

$$n' = \frac{f}{p}. \tag{768a}$$

Et sagedus f antakse tavaliselt sekundi kohta [1/sec], siis pööretearv minuti kohta

$$n = \frac{60f}{p} \tag{768b}$$

Staatori keerdväli indutseerib rootori mähiseis staatoris oleva voolu sagedust omava pinge ja viimase mõjul tekib rootori lühistatud mähiseis vool. Õhupilus olev magnetväli on suunatud kõikjal praktiliselt radiaalselt, seega selles magnetväljas viibivaile, voolust läbitavaile rootori juhtmeile mõjuv jõud on kogu ümbermõõdu ulatuses risti rootori raadiusega ja avalduv rootori pöördemomendina. See pöördemoment mõjub välja pöörlemise suunas. Siduri või rihmaratta kaudu rootorile mõjuva välise koormuse puudumisel on käivitatavale mootorile siiski väikeseks koormuseks tema rootori inertsus. Ideaalse, s. o. rauas-, vases- ja hõõrdumiskadusid mitteomava mootori pööretearv kasvaks pidevalt keerdvälja pööretearvuni ja jätkaks siis pöörlemist sünkroonselt, s. o. keerdvälja pööretearvuga. Sünkroon-pööretearvu korral võrduks staatori keerdvälja ümbruskiirus pöörleva rootori suhtes nulliga, rootori mähiseis ei indutseeruks mingit pinget ja rootori vool võrduks nulliga. Tegeliku mootori koormamisel ei jää tema mootori pööretearv sünkroonseks, vaid väheneb; me nimetame seda nähtust rootori libisemiseks.

Nagu transformaatoris, nii on ka asünkroonmootoris staatori ja rootori ühine magnetvoog Φ_m koormusest enam-vähem sõltumatu, mistõttu võrgupinge U_1 on praktiliselt võrdne selle voo poolt indutseeritava pingega E_1, s. o.

$$U_1 \approx E_1 = 4{,}44 \xi f w_1 \Phi_m . \tag{769}$$

Siinuselise väljakõveraga määratud voog (maksimaalne)

$$\Phi_m = \frac{2}{\pi} B_m \tau l, \tag{770}$$

kusjuures B_m on õhupilus esinev maksimaalne väljatihedus, τ — poolusejaotus, l — staatori plekipaki aksiaalne pikkus, w_1 — staatori ühe faasimähise keerdude arv ja ξ — ühest väiksem olev ja mähise ruumilist jaotust arvestav m ä h i s e t e g u r. Võllil oleva koormuse suurenemisel peab suurenema rootori poolt arendatav pöördemoment, seega ka rootori mähiseis olev vool. Kuid selleks peab suurenema ka indutseeritav pinge. Et viimane on proportsionaalne rootori suhtelise kiirusega staatori pöördvälja suhtes, siis on ilmne, et pöördemoment on proportsionaalne suhtelise mahajäävusega pööretearvus, s. o. libistusega

$$s = \frac{f_2}{f_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} , \tag{771}$$

kus f_1 on keerdvälja (seega ka võrgu) sagedus, f_2 — rootoris indutseeruva pinge nn. l i b i s t u s s a g e d u s, n_1 — keerdvälja (sünkroon-) pööretearv ja n_2 — rootori pööretearv.

Mootori koormamisel antakse staatorist läbi õhupilu rootorisse nn. õ h u p i l u v õ i m s u s N_δ, mis pole muud kui keerdvälja magnetiline energia. Sellest õhupiluvõimsusest muundub $m_2 J_2^2 R_2$ soojuseks rootori mähiseis ja N_2 — võlli kaudu edasiantavaks mehhaaniliseks tööks. Seejuures m_2 tähistab rootori faaside arvu, R_2 — rootori mähise ühe faasi takistust ja J_2 — rootori mähiseis olevat voolu. õhupiluvõimsus

$$N_\delta = N_2 + m_2 J_2^2 R_2 \tag{772}$$

erineb võrgust võetavast võimsusest N_1 võrdlemisi vähe — ainult staatori mähiseis tekkiva vaseskao, staatori rauas tekkiva rauaskao ja konstruktsiooniosades koormamisel tekkiva väikese lisakao võrra. õhupilus oleva keerdvälja poolt tekitatav pöördemoment M on proportsionaalne õhupiluvõimsusega N_δ ja staatori poolusepaaride arvuga p_1 ning vastuproportsionaalne keerdvälja nurksagedusega ω_1:

$$M = \frac{p_1 N_\delta}{\omega_1} .$$

Selle pöördemomendiga võrdne koormuse pöördemoment (koormuse hulgas on mootori laagrite hõõrdemoment ja ventileerimiskadusid kattev pöördemoment)

$$M = \frac{p_1 N_2}{\omega_2}.$$

Et aga rootori nurksagedus

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{n_2}{n_1} = \omega_1 \frac{n_1 - (n_1 - n_2)}{n_1} = \omega_1 (1 - s)$$

(vt. val. 771), siis

$$M = \frac{p_1 N_\delta}{\omega_1} = \frac{p_1 N_2}{\omega_1 (1 - s)},$$

millest mehhaaniline võimsus

$$N_2 = N_\delta (1 - s) \tag{773}$$

ja rootori mähises soojuseks muunduv võimsus

$$m_2 J_2^2 R_2 = N_\delta - N_2 = N_\delta - N_\delta (1 - s) = s N_\delta. \tag{774}$$

Seega pöördemoment

$$M = \frac{p_1 N_\delta}{\omega_1} = \frac{p_1 s N_\delta}{s \omega_1} = \frac{p_1 m_1 J_2^2 R_2}{2 \pi f_1 s}. \tag{775}$$

Näeme, et konstantseks jääval pöördemomendil libistus s on proportsionaalne rootori takistusega R_2 ja et mootori kasutegur (võtmata arvesse suhteliselt väikest hõõrdumis- ja ventileerimiskadu)

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} \approx \frac{N_\delta (1 - s)}{N_\delta + N_{v1} + N_{r1} + N_l} \tag{776}$$

on seda väiksem, mida suurem on libistus, seega mida suurem on rootori ringis olev tegevtakistus R_2. Seega mootori pööretearvu reguleerimine rootori ringis oleva reguleerimistakistiga toimub kasuteguri arvel. Näiteks pööretearvu alandamisel 75% võrra alaneb kasutegur veerandini oma esialgsest väärtusest ($1 - s = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$).

249. Asünkroonmootor energia transformeerijana. Transformaatori puhul on sekundaarmähis liikumatu, magnetvoo vahetalitusel primaarmähisest sekundaarmähisesse ülekantav võimsus muundub viimases eranditult elektriliseks võimsuseks. Kuid asünkroonmootori sekundaarmähises, s. o. rootori mähises, muundub elektriliseks võimsuseks (soojuskaoks rootoris) ainult väike osa staatorist rootorisse ülekantavast (õhupilu-)

võimsusest, kuna suurem osa saadakse rootori pöörlemisel sooritatava mehhaanilise tööna.

Vaatamata rootori libisemisele liiguvad nii staatori kui ka rootori läbivoogus, s. o. magnetvälja tekkimist põhjustav amperkeerdude arv, võrdse (sünkroonse) ümbruskiirusega, säilitades muutumatuna omavahelise asetuse. See selgub järgmiselt. Rootori mähises indutseeruv elektromotoorne jõud omab suurimat väärtust suurima väljatiheduse asukohas viibivates keerdudes, kusjuures pole oluline, kas viimased liiguvad või püsivad paigal. Rootori kiirusest sõltub ainult neis indutseeruva elektromotoorse jõu suurus ja sagedus, kuna voolu üksteisele järgnevad hetkväärtused paiknevad ümber keerust keerdu ja uurdest uurdesse staatori poolt tekitatava keerdvälja kiirusega.

Ühendame rootori iga faasimähisega järjestikku lisatakisti, säilitades seejuures muutmatuna koormuse pöördemomendi. Rootori voolu efektiivväärtus ei muutu, sest mootori poolt arendatava pöördemomendi määrab rootori voolu ja staatori mähise poolt põhjustatava magnetvoo korrutis. Endise tugevusega voolu säilitamine rootoriringi suurendatud takistuses on võimalik ainult rootoris indutseeruva elektromotoorse jõu suurenemisel. Kuid selleks peab vähenema rootori pööretearv minutis n_2. Pööretearvu, seega ka (mehhaanilise) nurkkiiruse ω_{meh} vähenemisel väheneb ka rootori mehhaaniline võimsus

$$N_m = M\omega_{2\,meh} = M\frac{2\pi n_2}{60}, \qquad (777a)$$

kuid samaaegselt ja samal määral suureneb rootoriringis soojuseks muunduv elektriline võimsus

$$N_e = m_2 J_2^2 (R_2 + R_v), \qquad (778)$$

sest p poolusepaariga mootori õhupiluvõimsus

$$N_\delta = M\omega_{1meh} = M\frac{2\pi n_1}{60}$$

jääb konstantse pöördemomendi tõttu muutumatuks; seega jääb muutumatuks ka võrgust võetav võimsus N_1. Kui rootoriringi ühendatav takistus osutub nii suureks, et rootor lakkab pöörlemast, siis võrdub rootoris soojuseks muunduv võimsus mehhaanilise võimsusega, mida rootor oleks arendanud eeltakistita.

Sobiva pööretearvu n_2 ja mehhaanilise võimsuse N_m saavutamiseks vajalik ringi välistakistus R_v on määratav järgmiselt. Võllil arendatav mehhaaniline võimsus

$$N_m = M\frac{2\pi n_2}{60} = \frac{M}{p}\,2\pi f_1(1-s) = m_2 J_2^2 R_v. \qquad (777b)$$

Et rootori mähises tekkiv vaseskadu on proportsionaalne libistusega, s. o.

$$m_2 J_2^2 R_2 = \frac{M}{p} 2\pi f_1 s,$$

siis

$$\frac{R_v}{R_2} = \frac{1-s}{s},$$

kust välistakistus

$$R_v = R_2\left(\frac{1}{s} - 1\right) \tag{779}$$

ja rootori ringi välistakistuse R_v ühendamisel tekkiv libistus

$$s = \frac{R_2}{R_2 + R_v}. \tag{780}$$

250. Asünkroonmootori aseskeem. Tavaliselt on asünkroonmootoril staatori ja rootori faaside arv võrdne. Et erinev faaside arv ei mõjuta mootori elektrilisi ega ka mehhaanilisi omadusi, siis on küllaldane vaadelda mootorit võrdse faaside arvuga staatoris ja rootoris. Olukord muutub veel ülevaatlikumaks, kui oletame nii staatori kui ka rootori faasimähiste keerdude arvu ja ruumilise asetuse olevat võrdse. Tegelik olukord on sellisest küll erinev, kuid alati on võimalik analoogiliselt transformaatoriga (vt. p. 239) teostada taandamist, kusjuures transformaatori korral kehtiv ülekandesuhe w_2/w_1 tuleb asendada suhtega $\frac{\xi_2 w_2}{\xi_1 w_1}$, kus ühest vähe erinevad staatori ja rootori mähisetegurid ξ_1 ja ξ_2 võtavad arvesse mähiste ruumilise asetuse.

Säilitades analoogiat transformaatoriga tähistame asünkroonmootori staatori tegevtakistuse R_1-ga ja puisteinduktiivsuse $L_{\sigma 1}$-ga ning rootori tegevtakistuse R_2-ga ja puisteinduktiivsuse $L_{\sigma 2}$-ga. Võrgupinge U_1 on tasakaalustatav tegevtakistuses tekkiva pingelanguga $J_1 R_1$, puisteebatakistuses tekkiva puistepingega

$$J_1 X_{\sigma 1} = J_1 2\pi f_1 L_{\sigma 1}$$

ja voo Φ_m poolt indutseeritava pinge

$$E_1 = 4{,}44 \xi f_1 w \Phi_m$$

poolt:

$$\dot{U}_1 = \dot{J}_1 R_1 + j\dot{J}_1 X_{\sigma 1} + \dot{E}_1. \tag{781}$$

Pöörleva rootori mähises, mille keerdude arv ja mähisetegur on võetud võrdsed staatori mähise omaga, indutseeritava pinge sagedus $f_2 = sf_1$ ja indutseeritav pinge ise

$$E_2 = 4{,}44\xi f_2 w\Phi_m = 4{,}44\xi s f_1 w\Phi_m = sE_1 \tag{782}$$

Sagedusest sõltuv rootori puiste-ebatakistus

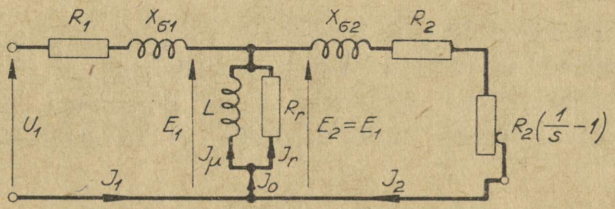
$$\omega_2 L_{\sigma 2} = s\omega_1 L_{\sigma 2} = sX_{\sigma 2}. \tag{783}$$

Lühises töötava rootori korral võrdub tema klemmidel olev pinge nulliga, mistõttu

$$0 = \dot{J}_2 R_2 + j\dot{J}_2 \omega_2 L_{\sigma 2} + \dot{E}_2$$

või

$$0 = \dot{J}_2 R_2 + j\dot{J}_2 s X_{\sigma 2} + s\dot{E}_1.$$



Joon. 428. Asünkroonmootori aseskeem, kui mootori mähise keerdude arv võrdub staatori mähise keerdude arvuga.

Jagame viimase avaldise kõik liikmed s-ga. Siis

$$0 = \dot{J}_2 \frac{R_2}{s} + j\dot{J}_2 X_{\sigma_2} + \dot{E}_1. \tag{784}$$

Et viimases valemis libistusele s vastav tegevtakistus

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + \frac{R_2}{s} - R_2 = R_2 + R_2\left(\frac{1}{s} - 1\right)$$

koosneb mähise takistusest R_2 ja välisest takistusest

$$R_v = R_2\left(\frac{1}{s} - 1\right)$$

(vt. val. 779), siis valemitele 781 ja 784 vastav aseskeem omandab joonisel 428 näidatud kuju, milles $E_1 = E_2$.

Valemite 777 ja 779 kohaselt mehhaaniline võimsus

$$N_m = mJ_2^2 R_v = mJ_2^2 R_2 \frac{1-s}{s}.$$

Kui võtame arvesse, et aseskeemi 428 kohaselt rootori ringis olev vool

$$J_2 = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_{\sigma 2}^2}},$$

siis vastab libistusele s rootori nurkkiirus

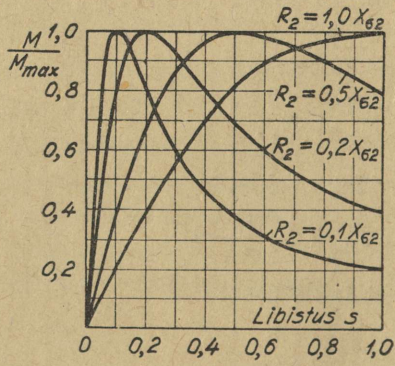
$$\omega_{2mek} = \frac{\omega_1(1-s)}{p}$$

ja pöördemoment

$$M = \frac{N}{\omega_{2mek}} = \frac{pmJ_2^2 R_2(1-s)}{\omega_1(1-s)s} = \frac{pmE_2^2}{\omega_1}\frac{sR_2}{R_2^2 + s^2X_{\sigma 2}^2}. \qquad (785)$$

Viimases valemis esinevad rootori faaside arv m, poolusepaaride arv p, nurksagedus $\omega_1 = 2\pi f_1$ ja indutseeritud pinge $E_2 \approx E_1$ on konstantsed, seega sõltub pöördemoment ainult valemi viimasest liikmest $\frac{sR_2}{R_2^2 + s^2X_{\sigma 2}^2}$. Joonisel 429 on näidatud pöördemomendi sõltuvus takistuste R_2 ja $X_{\sigma 2}$ suhtest. Me näeme, et väikese libistuse piirkonnas, kus $s^2X_{\sigma 2}^2 \ll R_2^2$, on pöördemoment praktiliselt proportsionaalne libistusega. Libistuse olles $s = R_2/X_{\sigma 2}$ osutub moment maksimaalseks ja sõltumatuks tegevtakistusest:

$$M_{max} = \frac{pmE_2^2}{2\omega_1 X_{\sigma 2}}. \qquad (786)$$



Joon. 429. Asünkroonmootori pöördemomendi sõltuvus libistusest erineva tegevtakistuse puhul.

Koormuse momendi olles suurem mootori maksimaalsest momendist võrdub libistus ühega ja mootor pole suuteline pöörlema hakkama.

Pöördemomendi valemis 785 olev poolusepaaride arv p näitab, et suureneva poolusepaaride arvuga pöördemoment suureneb, kuna pööreteарv samas vahekorras väheneb.

Kui sundida välise jõu abil mootori rootorit pöörlema ülesünkroonse kiirusega, siis on libistus negatiivne, sest

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad \text{ja} \quad n_2 > n_1.$$

Seejuures õhupiluvõimsus

$$N_\delta = mJ_2^2 \frac{R_2}{s}$$

muudab eelmärgi, energia voolamine toimub rootorist staatorisse ja masin hakkab töötama asünkroongeneraatorina. Kuid induktsioonmasin võib töötada generaatorina ainult olles ühendatud sünkroongeneraatorite poolt toidetavasse võrku. Viimased määravad voolu sageduse ja toidavad asünkroongeneraatorit magnetvälja tekitamiseks vajaliku ebavõimsusega.

Rootori pöörlemisel vastu keerdvälja on libistus $s > 1$ ja masin töötab pidurina. Selles olukorras muundub nii võlli kaudu saadav mehhaaniline kui ka võrgust saadav elektriline energia masinas soojuseks. Et seejuures rootori voolu sagedus on suurem staatori voolu sagedusest, siis on masin selles olukorras võimeline töötama sagedust suurendava generaatorina ja toitma rootori ringi ühendatavat tarbijat.

LV peatükk.

RESONANTS RAUDSÜDAMIKUGA POOLI SISALDAVAS VOOLURINGIS.

251. Vääratusnähtus induktiivsuse ja mahtuvuse olles järjestikku. Vooluringis järjestikku oleva mahtuvuse ja rauda mitte sisaldava induktiivsusega tekib sujuvalt muudetava sageduse korral pingeresonants (vt. p. 174). See seisneb pinge kasvamises nii kondensaatori kui ka induktiivse tarbija klemmidel ja voolu tugevnemises. Voolu maksimum vastab kindlale resonantssagedusele, millest nii suuremal kui ka väiksemal sagedusel vool on nõrgem. Seejuures kasutada oleva toitepinge suurus ei mõjuta resonantskõverate kuju, küll aga osapingete ja voolu absoluutsuurust.

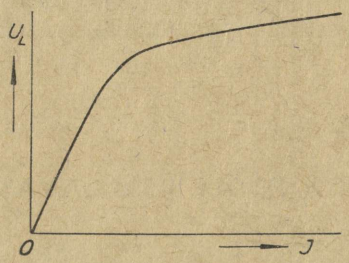
Teissugune on olukord, kui kondensaatoriga järjestikku olev induktiivne tarbija omab raudsüdamikku. Siis resonantsnähtus ei leia enam aset ainult sageduse sujuval muutumisel, vaid võib leida aset ka pinge sujuval muutumisel.

Kui raudsüdamikuga pooli induktiivsus L oleks konstantne, s. o. sõltumatu pooli läbivast voolust, siis tema ebatakistus oleks arvutatav väga lihtsalt: $X_L = \omega L$; ta oleks proportsionaalne nurksagedusega ω. Et aga raudsüdamiku magnetiline juhtivus Λ sõltub magneetimisergutusest, seega ka pooli läbivast voolust, siis osutub voolust sõltuvaks ka induktiivsus $L = w^2\Lambda$, kus w tähistab pooli keerdude arvu. Lihtsaima konstruktsiooni, toroidi, korral magnetiline juhtivus

$$\Lambda = \frac{\mu \Pi_0 S}{l}$$

on proportsionaalne voolust sõltuva permeaablusega μ, kuna valemis esinevad südamiku ristlõige S, magnetringi keskmine pikkus l ja vaakuumi magnetiline läbitavus Π_0 on konstantsed. Permeaablus μ omab väljatihedusel 6...8 kilogaussi maksimumi; tema kulgu teevad seega kaasa nii induktiivsus L kui ka induktiivtakistus ωL. Tavaliselt suhteliselt väikese tegevtakistusega pooli läbiva voolu J poolt pooli klemmidel põhjustatav pinge

$$U_L \approx J\omega L$$



Joon. 430. Rauda sisaldava pooli klemmidel olev pinge pole proportsionaalne vooluga. Tema kulg meenutab magneetimiskõverat.

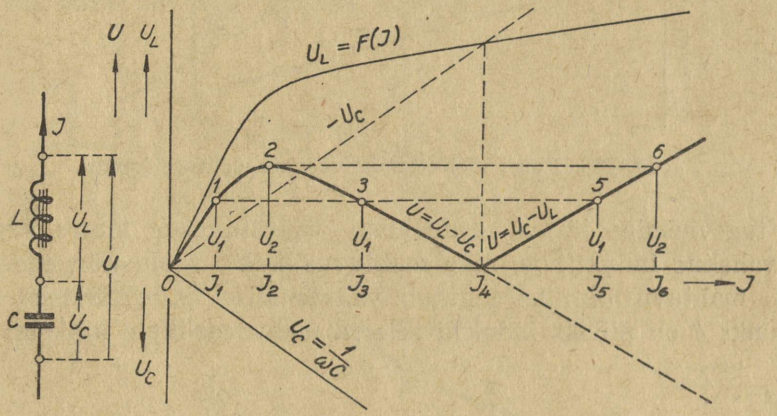
kulgeb magneetimiskõverat meenutavat kõverat mööda (joon. 430), olles algul peaaegu proportsionaalne vooluga, kasvades aga hiljem voolust aeglasemalt. Ei tohi seejuures unustada, et siinuseliselt muutuva pinge korral on vool tugevasti moonutatud kolmanda, viienda jne. harmoonilise poolt. Kuid vaatamata sellele jääb pinge ja voolu (efektiivväärtuse) seose iseloom ikkagi joonisel näidatuks.

Tegevtakistusvaba pooli ühendamisel kondensaatoriga järjestikku jaotuks toitepinge U vastufaasis olevaiks komponentideks U_L ja U_C. Seega toitepinge

$$U = U_L - U_C = \mathrm{F}(J) - \frac{J}{\omega C}.$$

Joonisel 431 on näidatud pinged U_L ja U_C ning nende vahe — toitepinge U sõltuvalt pooli läbivast voolust J. Nagu jooniselt nähtub, võib voolu-

ringis pingele U_1 vastav vool omada kolme väärtust: J_1, J_3 ja J_5. Säärane konstantsete parameetritega vooluringides mitteesinev voolu määramatus leiab muidugi aset ainult kõverate U_L ja U_C lõikumisel, kuid ka sel puhul ilmneb selline voolu määramatus ainult kitsas pinge piirkonnas, pinge mitte olles üle joonisel näidatud väärtuse U_2. Veel kõrgema pinge korral omab vool jälle ainult ühte kindlat väärtust. Jooniselt nähtub, et piirkonnas O kuni J_4 on voolu ja pinge vaheline nihe induktiivne, voolust J_4 tugevamate voolude piirkonnas — mahtuvuslik. Voolule J_4 vastab resonantsolukord, mille puhul $U_L = U_C$. Teoreetiliselt on see vool J_4 tegevtakistuse puudumisel saavutatav toitepinge U olles võrdne nulliga. Me näeme, et vaadeldaval puhul on resonants tekitatav mitte sageduse, vaid p i n g e muutmisega.



Joon. 431. Vääratusnähtus. Toite- ja osapingete sõltuvus voolust.

Joonise ülevaatlikumaks tegemise otstarbel joonestame ülespoole abstsisstelge ka voolu suhtes mahtuvuslikku nihet omava toitepinge.

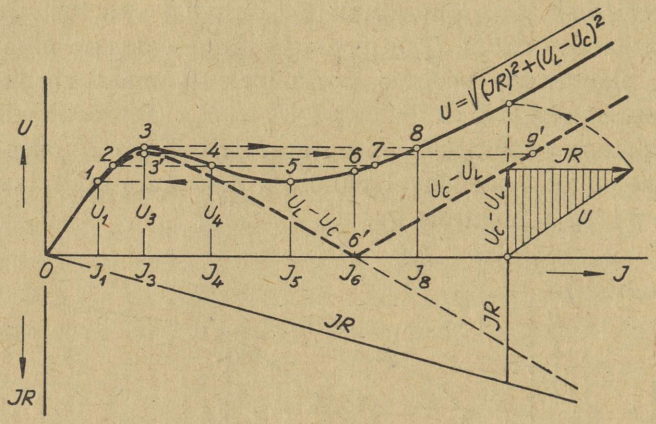
Mähise tegevtakistuse, rauaskadude ja kõrgemate harmooniliste mõjutusel toimub pingekõvera kulg veidi teisiti — joonisel 432 näidatud kõverat mööda. Joonisel on tegevtakistuse arvestamiseks liidetud pinge ebakomponendiga $U_L - U_C$ (või $U_C - U_L$) tegevtakistuses R tekkiv pingelang JR. Joonisel näidatav liitumine toimub geomeetriliselt, sest toitepinge

$$U = \sqrt{(JR)^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

Tõstame pinget U sujuvalt punktini *3*. Seejuures tugevneb vool samuti sujuvalt väärtuseni J_3. Pinge edasisel tõstmisel teeb vool j ä r s u

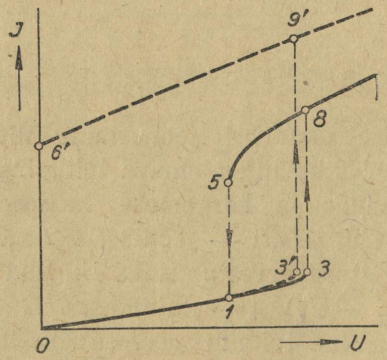
hüppe väärtuseni J_8 ja tugevneb siis edasi sujuvalt. Sellist nähtust nimetatakse vääratusnähtuseks.

Pinge sujuval alandamisel vool ei nõrgene sujuvalt ainult väärtuseni J_8, vaid nõrgeneb koguni väärtuseni J_5, muudab siis oma väärtust hüppeliselt väärtuseni J_1 ja jätkab jällegi sujuvat nõrgenemist nullini.



Joon. 432. Pinge tõeline kulg vääratusnähtuse korral.

Voolu tugevnemise järgus asetleidval vääratumisel muutub pinge ja voolu vaheline induktiivne nihe mahtuvuslikuks, voolu nõrgenemise järgus — mahtuvuslik nihe muutub vääratumisel induktiivseks (kõveral olev punkt *6* on piiriks induktiivsele ja mahtuvuslikule nihkele).



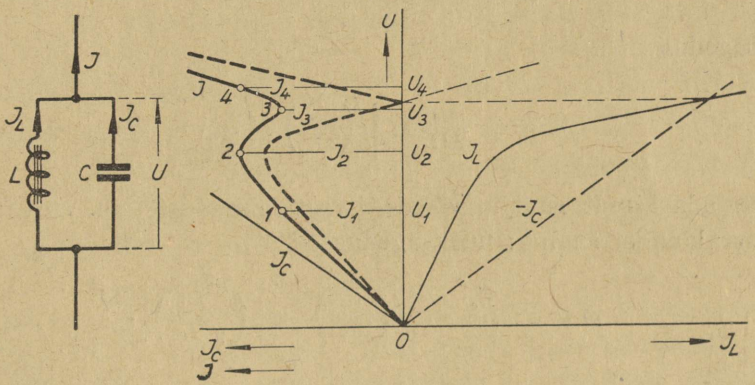
Joon. 433. Vääratusnähtus. Voolu sõltuvus pingest joonise 432 andmeil. Täisjoonega kõver on tõelisele, katkendjoonega — tegevtakistusvabale vooluringile.

Töötamine karakteristiku langeval osal punktide *3* ja *5* vahel osutub võimatuks. Kõvera langeval osal olevas punktis *4* vastab konstantsena säilitatavale pingele U_4 vool J_4. Selle voolu väikseimalgi tugevnemisel väheneb osapingete summa ja osutub väiksemaks toitepingest U_4,

mistõttu vool tugevneb veelgi. Ümberpöördult — voolu väikseimalgi nõrgenemisel osutub osapingete summa toitepingest suuremaks, mistõttu vool nõrgeneb veelgi. Nii voolu tugevnemine kui ka nõrgenemine lakkab jõudmisel karakteristiku tõusval osal pingele U_4 vastavasse punkti *2* või *7*.

Joonis 433 näitab voolu sõltuvust toitepingest joonise 432 andmeil. Samal joonisel on katkendjoonega näidatud voolu kulg tegevtakistuse puudumisel.

252. Raudsüdamikuga pooli ja kondensaatori ühendamine rööbiti. Vääratusnähtusega sarnane olukord kujuneb rauda sisaldava pooli ja kondensaatori ühendamisel rööbiti (joon. 434). Eri harudes olevad voolud J_L ja J_C on tegevtakistuse puudumisel vastufaasis; seejuures pole induktiivse voolu sõltuvus pingest lineaarne.



Joon. 434. Liitvoolu sõltuvus pingest rauda sisaldava pooli ühendamisel rööbiti kondensaatoriga.

Alustame pinge tõstmist nullist. Et alguses mahtuvuslik vool kasvab induktiivsest kiiremini, siis liitvool J, voolude J_C ja J_L aritmeetiline vahe, tugevneb järjest (joonisel näidatud katkendjoonega). Pinge edasisel tõstmisel hakkab induktiivne vool tugevnema mahtuvuslikust kiiremini, pinge olles U_2 nende vahe lakkab suurenemast. Alates sellest pingest osutub voolu J_L tugevnemine kiiremaks voolu J_C omast ja liitvool J hakkab nõrgenema. Resonantsolukorras on voolud J_L ja J_C võrdsed ja teoreetiliselt võrdub liitvool nulliga. Pinge edasisel tõstmisel saavutab ülekaalu kiiremini tugevnev induktiivne vool, mistõttu liitvool osutub nüüd juba induktiivseks.

Tegevtakistuse, rauaskadude ja kõrgemate harmooniliste mõjul osutub joonisel täisjoonega näidatud tegelik kõver $U = f(J)$ erinevaks teoreetilisest.

253. Raudsüdamikuga pooli omava vooluringi resonantskõver $J = F(\omega)$ erineb märksa XL peatükis kirjeldatud vooluringi omast, kus igale sagedusele vastas ainult üks voolu väärtus. Olgu järjestikku ühendatud raudsüdamikuga pool voolust sõltuva induktiivsusega L, kondensaator mahtuvusega C ja tegevtakistus R. Pinge ebakomponent (induktiivne on positiivne, mahtuvuslik — negatiivne)

$$\pm U_e = J\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right),$$

seega

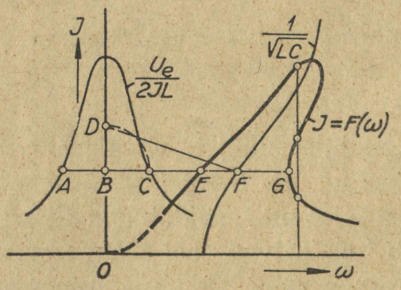
$$\omega^2 JLC \mp \omega C U_e - J = 0$$

ja nurksagedus

$$\omega = \pm \frac{U_e}{2JL} \pm \sqrt{\left(\frac{U_e}{2JL}\right)^2 + \frac{1}{LC}}.$$

Kui arvestada ainult ruutjuure positiivset lahendust, siis pärast valemi ümberkorraldamist saame: nurksagedus

$$\omega = \pm \frac{U_e}{2JL} + \sqrt{\left(\frac{U_e}{2JL}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2}. \qquad (787)$$



Joon. 435. Raudsüdamikuga pooli sisaldava vooluringi resonantskõver.

Nurksageduse voolust sõltuvuse määramiseks selgitame eraldi valemis esinevate $\frac{U_e}{2JL}$ ja $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ sõltuvuse voolust. Selleks peab meil olema teada

seos voolu J ja induktiivtakistuse klemmidel tekkiva induktiivse osapinge U_L vahel mingisugusel nurksagedusel ω. See seos $U_L = F(J)$ on tavaliselt antud kõverana (vt. joon. 430). Kõvera andmeil seostame induktiivsuse vooluga:

$$L = \frac{U_L}{\omega J}.$$

Et vooluringis olev mahtuvus C on teada, siis määrame valemis 787 oleva $1/\sqrt{LC}$ funktsioonina voolust ja esitame selle kõverana (joon. 435; suurus $1/\sqrt{LC}$ mõõdetakse samades ühikutes kui ω). Kõverana tuleb esitada ka valemis 787 esinev $\pm U_e/2JL$, kusjuures pinge ebakomponent U on määratud konstantse toitepingega U:

$$U_e = \sqrt{U^2 - J^2R^2}.$$

Leitud kahe kõvera abil on valemi 787 kohaselt kerge määrata resonantskõverat $\omega = F(J)$. Valemis 787 oleva ruutjuure väärtusele vastab täisnurkse kolmnurgaga hüpotenuus, kui selle kolmnurga kaatetiteks on vabaltvalitavale voolule J vastavad $U_e/2JL$ ja $1/\sqrt{LC}$. Esimesele neist vastab joonisel lõik $\overline{BC} = \overline{BD}$, viimasele — lõik $\overline{BF}$. Seega kolmnurga BDF hüpotenuus $\overline{DF}$ ongi ruutjuure otsitav väärtus. Liites lõiguga $\overline{BC}$ lõigu $\overline{CG} = \overline{DF}$ määrame voolule J vastava resonantskõvera punkti G. Liites lõiguga $\overline{BA}$ lõigu $\overline{AE} = \overline{DF}$ määrame ka teise, voolule J vastava resonantskõvera punkti E.

Jooniselt näeme, et on olemas sageduse piirkond, kus nurksagedusele ω vastab k o l m voolu väärtust. Olles eespool juba tutvunud raudsüdamikuga pooli omava vooluringi iseärasusega võis oodatagi sellist tulemust.

VII OSA.

Süsteemid jaotatud parameetritega.

Jaotatud parameetritega süsteemiks nimetatakse vooluringi osa, milles näivtakistus ja -juhtivus pole koondatud üksikutesse punktidesse, vaid on jaotatud mingisuguses korras vooluringi vaadeldava osa ulatuses. Tüüpilisemaid jaotatud parameetritega süsteeme on pikk elektriliin. Omadustelt seisab elektriliinile lähedal paljudest lülidest koostatud filterahel; jaotatud parameetritega süsteemile lähedasena tuleb vaadelda ka kõrgepinge mastidel kasutatavat pikka rippisolaatorite ahelat.

LVI peatükk.

PIKA ELEKTRILIINI PARAMEETRID.

254. Pika liini tegevtakistus ja -juhtivus. Eespoolvaadeldud vooluringides me oletasime voolu omavat ühesugust väärtust vooluringi iga elemendi kogu ulatuses ega võtnud arvesse ei ühendusjuhtmetel oleva laengu suhteliselt väikest mõju naaberjuhtmeile ega neis tekkivat pingelangu. Kuid pikkades tugevvoolu- ja sideliinides ei oma liini alguses olev vool sama väärtust, mis lõpus, sest piki kogu liini leiab aset voolu hargnemine läbi juhtmetevahelise mahtuvuse ja isolatsioonitakistuse. Et liini alguses olev vool on tugevam liini lõpus olevast, siis tekib liini alguses ka suurem induktiivne pingelang liini pikkusühiku kohta. Eriti tunduvaks muutub liini ühest juhtmest teise hargnev vool liini pikkuse olles üle 100 km, pingel üle 100 kV ja suursageduse puhul.

Liini näivtakistus ja rööbitine näivjuhtivus on iseloomustatavad liini kilomeetri kohta antavate nn. kilomeetrise takistusega R_0, kilomeetrise induktiivsusega L_0, kilomeetrise mahtuvusega C_0 ja kilomeetrise isolatsioonijuhtivusega G_0.

Kilomeetrine tegevtakistus ei erine väikese sageduse ja juhtme väikese ristlõike korral kuigi palju kilomeetrisest oomtakistusest ja on **ühe**-juhtmelise liini puhul arvutatav valemi

$$R_0 = \frac{R}{l} = \frac{\varrho}{q} 10^3 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

kohaselt, milles ϱ on eritakistus $\Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$, q — ristlõige mm^2 ja l — liini pikkus km-tes. Suure ristlõike ja suure sageduse puhul tuleb võtta arvesse *skin*-efektist tingitud takistuse suurenemist.

Isolatsiooni kilomeetrine tegevjuhtivus pole arvutatav. Tugevvoolutehnikas isolatsiooni läbiv vool on seevõrra nõrk võrreldes juhtmeis olevaga, et suurema veata võib isolatsiooni kilomeetrist tegevjuhtivust G_0 lugeda võrdseks nulliga. Kuid sideliinides, kus juhtmeis olev vool on võrdlemisi nõrk, omab isolatsiooni läbiv vool suurt tähtsust ja seda tuleb arvestada. Hästi kuivatatud paber-õhk- ja kordell-isolatsiooniga side-tinakaabli kahe soone vaheline alalisvooluga mõõdetav isolatsiooni kilomeetrine takistus on kuni mitukümmend tuhat megoomi, puuvill-isolatsiooni puhul — kuni mitusada megoomi. Vahelduvvoolu, eriti suursageduse korral lisandub kaole läbi isolatsioonitakistuse veel dielektriline hüstereesikadu. Viimasest tingitud tegevjuhtivuse komponent

$$G_h = \omega C \operatorname{tg} \delta,$$

kus ω on nurksagedus 1/sec, C — kahe juhtme vaheline mahtuvus faradites ja $\operatorname{tg}\delta$ — dielektrilise kaonurga tangens, mille suurus kuiva paber-õhk- ja kordell-isolatsiooni puhul on ligikaudu 0,005.

Mitmest juhtmest koosneva süsteemi arvutamisel tuleb juhtmepaari mahtuvuse, induktiivsuse ja isolatsioonijuhtivuse asemel võtta kasutamisele naaberjuhtmete mõju arvestavad nn. talitlussuurused. Viimased on puhtarvutuslikud ega oma füüsikalist tähendust.

255. Juhtmetesüsteemi mahtuvus. Mitmest juhtmest koosneva süsteemi, näiteks õhuliini või kaabli üksikul juhtmel oleva laengu ja tema potentsiaali arvutamine osutub keeruliseks seetõttu, et tuleb arvestada süsteemi teistel juhtmetel oleva laengu mõju vaadeldavale juhtmele. Sel puhul on tegemist juhtme ja ülejäävate juhtmete kogumiku vahelise mahtuvusega.

Juhtmeil oleva laengu ja juhtmete potentsiaali määramist võimaldavad J. C. Maxwelli väljavõrrandid. Vaatleme m juhtmest koosnevat süsteemi, mille juhtmed omavad potentsiaali $\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_3$ ja laengut

$Q_1, Q_2 \ldots Q_m$. Ruumi vaadeldavas punktis, milleks võib olla ka mõni juhtmeist, kujuneb laenguist $Q_1, Q_2 \ldots Q_m$ põhjustatav potentsiaal

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \alpha_{11}Q_1 + \alpha_{12}Q_2 + \ldots + \alpha_{1m}Q_m , \\ \varphi_2 &= \alpha_{21}Q_1 + \alpha_{22}Q_2 + \ldots + \alpha_{2m}Q_m , \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_m &= \alpha_{m1}Q_1 + \alpha_{m2}Q_2 + \ldots + \alpha_{mm}Q_m . \end{aligned}\right\} \quad (788)$$

Võrrandeis olevaid tegureid α nimetatakse potentsiaalitegureiks. Kahe ühesuguse indeksiga potentsiaalitegur α_{kk} näitab juhtmel järjestusnumbriga k tekkivat potentsiaali, kui tema laeng Q_k võrdub ühega ja kõigi teiste juhtmete laeng võrdub nulliga. Kahe erineva indeksiga potentsiaalitegur α_{kn} määrab juhtmel järjestusnumbriga k tekkivat potentsiaali, kui ühiklaeng $Q_n = 1$ asub juhtmel järjestusnumbriga n ja kõigi teiste juhtmete laeng võrdub nulliga.

Tavaliselt on teada mitte juhtmeil olev laeng, vaid üksikute juhtmete vahel olev pinge ehk potentsiaalide vahe. Sel puhul on eespoolkirjutatud võrrandsüsteem ümberkujundatav süsteemiks

$$\begin{aligned} Q_1 &= \beta_{11}\varphi_1 + \beta_{12}\varphi_1 + \ldots + \beta_{1m}\varphi_m , \\ Q_2 &= \beta_{21}\varphi_1 + \beta_{22}\varphi_2 + \ldots + \beta_{2m}\varphi_m , \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Q_m &= \beta_{m1}\varphi_1 + \beta_{m2}\varphi_2 + \ldots + \beta_{mm}\varphi_m . \end{aligned} \quad (789)$$

Selles võrrandsüsteemis määrab kahe ühesuguse indeksiga mahtuvustegur β_{kk} juhtmel järjestusnumbriga k tekkivat laengut selle juhtme potentsiaali φ_k võrdudes ühega. Seejuures mõeldakse kõik teised juhtmed maandatuiks, mistõttu nende potentsiaal võrdub nulliga. Kahe erineva indeksiga mahtuvustegur β_{kn} määrab juhtmel järjestusnumbriga k tekkiva laengu, kui järjestusnumbriga n juhtme potentsiaal võrdub ühega ja kõik teised juhtmed, nende seas ka juhe järjestusnumbriga k, on maandatud, mistõttu nende potentsiaal võrdub nulliga.

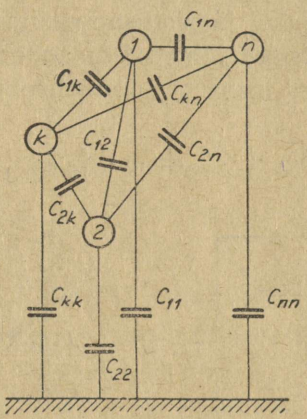
Kõik potentsiaalitegurid α on positiivsed. Kahe ühesuguse indeksiga mahtuvustegurid β_{kk} on positiivsed, erineva indeksiga tegurid β_{kn} — negatiivsed (sel puhul juhtmel järjestusnumbriga n olev positiivne laeng hoiab elektrostaatilise induktsiooni kaudu juhtmel järjestusnumbriga k negatiivse laengu, kuna positiivne juhitakse maasse). Ühesuguste, kuid erineva järjestusega indeksite puhul on tegurid võrdsed:

$$\alpha_{kn} = \alpha_{nk} \quad \text{ja} \quad \beta_{kn} = \beta_{nk} .$$

Juhtmeil tekkiva laengu määramisel on sobiv lähtuda joonisel 436 näidatud, mahtuvusteguritele β vastavaist osamahtuvustest ning

juhtmetevahelisest või juhtme ja maa vahelisest potentsiaalide vahest. Siis juhtmeil olev laeng

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= C_{11}\varphi_1 + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + C_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + \ldots + C_{1m}(\varphi_1 - \varphi_m), \\ Q_2 &= C_{22}\varphi_2 + C_{21}(\varphi_2 - \varphi_1) + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + \ldots + C_{2m}(\varphi_2 - \varphi_m), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Q_m &= C_{mm}\varphi_m + C_{m1}(\varphi_m - \varphi_1) + C_{m2}(\varphi_m - \varphi_2) + \ldots + C_{mm}(\varphi_m - \varphi_{m-1}) \end{aligned}\right\} \quad (790)$$



Joon. 436 — süsteemi mahtuvuse määramiseks.

Siin määrab kahe ühesuguse indeksiga osamahtuvus C_{kk} juhtmele järjestusnumbriga k tuleva süsteemi osalaengu kõikide juhtmete omades ühikpotentsiaali ($\varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_m = 1$). Kahe erineva indeksiga juhtmetevaheline osamahtuvus C_{1n} määrab esimese (k) juhtme laengu kõigi juhtmete, välja arvatud juhtme n, maandamisel, kusjuures järjestusnumbriga n juhtme potentsiaal võrdub ühega. Ka sel puhul

$$C_{mn} = C_{nm}.$$

Kui võrrandsüsteemide 789 ja 790 kõigi liikmete potentsiaal võrdub ühega ($\varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_m = 1$), siis

$$\left.\begin{aligned} C_{11} &= \beta_{11} + \beta_{12} + \ldots + \beta_{1m}, \\ C_{22} &= \beta_{21} + \beta_{22} + \ldots + \beta_{2m}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_{mm} &= \beta_{m1} + \beta_{m2} + \ldots + \beta_{mm}. \end{aligned}\right\} \quad (791)$$

Ainult ühe juhtme maandamisel ja teiste juhtmete potentsiaali võrdudes ühega (näiteks $\varphi_2 = 0$ ja $\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_4 = \ldots = \varphi_m = 1$),

$$C_{11} + C_{12} = \beta_{11} + \beta_{13} + \beta_{14} + \ldots + \beta_m = C_{11} - \beta_{12},$$

kust

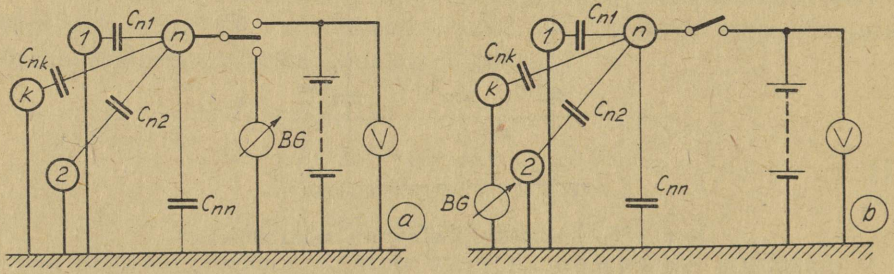
$$C_{12} = -\beta_{12},$$

või üldkujul

$$C_{kn} = -\beta_{kn}. \tag{792}$$

Potentsiaalitegurid α on arvutatavad (vt. p. 256). Võrrandsüsteemide 789 ja 790 lahendamisel (teadaolevate laengute puhul) on määratavad nii mahtuvustegurid β kui ka osamahtuvused C. Kuid tegurid β on määratavad ka katseliselt. Kui juhe järjestusnumbriga n laadida potentsiaalini φ_n (joon. 437*a*) ja kõik teised juhtmed maandada, siis määrab ballistilise galvanomeetriga mõõdetud laeng Q_n osamahtuvuste summa

$$\frac{Q_n}{\varphi_n} = \beta_{nn} = C_{n1} + C_{n2} + \ldots + C_{nn} + \ldots + C_{nm}.$$



Joon. 437. Skeeme osamahtuvuste määramiseks.

Kui ballistiline galvanomeeter ühendada juhtme k ja maa vahele (joon. 437*b*; ka sel puhul omab juhe k maa null-potentsiaali!), siis valemi 792 kohaselt

$$\frac{Q_{nk}}{\varphi_n} = -\beta_{nk} = C_{nk}.$$

Analoogiliselt on määratavad kõik võrrandeis 791 ja 792 esinevad mahtuvustegurid β_{nn} ja β_{nk} ning sel teel ka kõik osamahtuvused.

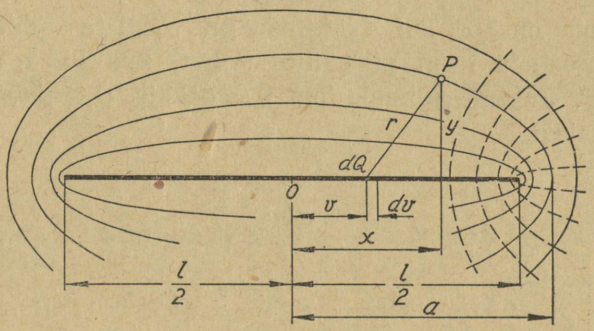
Allpool on siinkohal toodud valemeid rakendatud kolmefaasise õhu- ja kaabelliini mahtuvuse määramiseks.

256. Sirge juhtme elektriväli. Asugu kaugel igasugustest teistest juhtmetest sirge üksikjuhe pikkusega l ja asetsegu sellel juhtmel ühtlaselt jaotatuna laeng Q, mille suurus juhtme pikkusühiku kohta on seega Q/l. Välja potentsiaal punktis P (joon. 438), mille koordinaadid on x ja

y, on määratud sellest punktist kaugusel r asetsevate laengute $dQ = \frac{Q}{l}\,dv$ poolt põhjustatavate potentsiaalide summana:

$$\varphi = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{\frac{Q}{l}\,dv}{\Delta 4\pi r} = \frac{Q}{\Delta 4\pi l} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{dv}{\sqrt{(x-v)^2+y^2}} =$$

$$= \frac{Q}{\Delta 4\pi l} \ln \frac{\sqrt{(x+l/2)^2+y^2}+x+l/2}{\sqrt{(x-l/2)^2+y^2}+x-l/2}. \qquad (793)$$



Joon. 438. Pika juhtme elektriväli.

Rotatsioonkehana kujunev ekvipotentsiaalpind tingib, et viimase valemi parempoolses osas olev murdavaldis osutub konstantseks:

$$\frac{\sqrt{(x+l/2)^2+y^2}+x+l/2}{\sqrt{(x-l/2)^2+y^2}+x-l/2} = k = const.$$

Seda tingimust rahuldavad kõik konfokaalsed ellipsid, millede fookuste vahe on l ja millede pikem pooltelg

$$a = l\frac{k+1}{k-1}. \qquad (794)$$

Joonisel 438 katkendjoonega näidatud välijooned kujundavad konfokaalseid paraboloide, millede fookus on ühine pöörd-ellipsoidide omaga.

Valemist 793 on tuletatavad mõningad tüüpilisemad erijuhtumid. Pika juhtme keskkohas, kus $x = 0$, mitte väga kaugel juhtme telgjoonest, kus $y \ll l$, potentsiaal

$$\varphi = \frac{Q}{\Delta 4\pi l} \ln \frac{\sqrt{l^2/4 + y^2} + l/2}{\sqrt{l^2/4 + y^2} - l/2} \approx \frac{Q}{\Delta 4\pi l} \ln \frac{l}{y^2/l} =$$

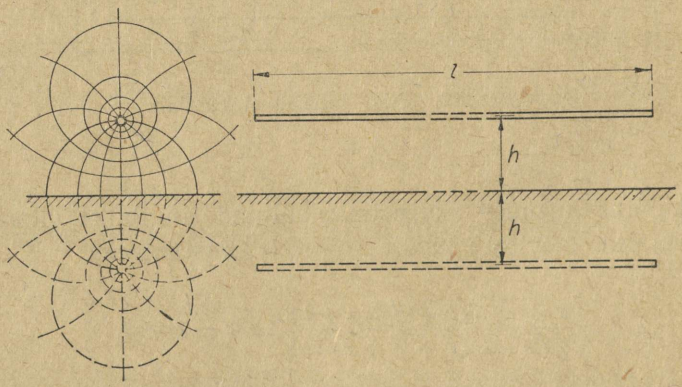
$$= \frac{Q}{\Delta 4\pi l} \ln \frac{l^2}{y^2} = \frac{Q}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{l}{y} = aQ, \qquad (795)$$

milles ruumi vaadeldavas punktis juhtmel oleva ühiklaengu mõjul kujunevat potentsiaali määrav potentsiaalitegur

$$a = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{l}{y}. \qquad (796)$$

Viimase ühikuks on 1/F, kui Δ ühikuks on F/cm ja l ühikuks cm. Kui aga arvutus teostada 1 cm pika liini kohta, kus $l = 1$, siis a ühikuks kujuneb cm/F. Juhtme pinnal, kus $y = d/2$ ja d tähistab juhtme läbimõõtu, potentsiaal

$$\varphi = \frac{Q}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{2l}{d}. \qquad (797)$$



Joon. 439 — juhtme potentsiaali määramiseks.

Sellise juhtme mahtuvus

$$C = \frac{Q}{u} = \frac{\Delta 2\pi l}{\ln \frac{2l}{d}}. \qquad (798)$$

Kui juhe asetseb maapinna ligidal (joon. 439), siis koosneb juhtme välispinna potentsiaal φ, s. o. juhtme ja maa vaheline pinge u,

juhtme telgjoonele koondatuna kujutletava laengu $+Q$ poolt kujundatavast potentsiaalist φ_1 ja juhtme peegelpildi laengu $-Q$ poolt kujundatavast potentsiaalist φ_2:

$$u = \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 =$$

$$= \frac{Q}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{2l}{d} - \frac{Q}{\Delta 4\pi l} \ln \frac{\sqrt{l^2/4 + (2h)^2} + l/2}{\sqrt{l^2/4 + (2h)^2} - l/2} =$$

$$= \frac{Q}{\Delta 4\pi l} \left[\ln \frac{4l^2}{d^2} - \ln \frac{\sqrt{l^2/4 + (2h)^2} + l/2}{\sqrt{l^2/4 + (2h)^2} - l/2} \right]. \tag{799}$$

Seega kõrgusel h asetseva juhtme mahtuvus

$$C = \frac{Q}{u} = \frac{\Delta 4\pi l}{\ln \frac{4l^2(\sqrt{l^2 + 16h^2} - l)}{d^2(\sqrt{l^2 + 16h^2} + l)}}. \tag{800}$$

Pika juhtme puhul $h \ll l$, juhtme ja maa vaheline mahtuvus

$$C \approx \frac{\Delta 2\pi l}{\ln \frac{4h}{d}} \tag{801}$$

ja juhtme pinnal ühiklaengu mõjul kujunevat potentsiaali määrav potentsiaalitegur

$$a = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{4h}{d}. \tag{802}$$

Kahe rööbitise juhtme puhul (joon. 440), millede laeng $+Q$ ja $-Q$ on kujutletav koondatuna juhtme telgjoonele, kujuneb juhtmetevahelises ruumis asetsevas punktis P potentsiaal eraldi laengust $+Q$ ja laengust $-Q$. Valemi 795 kohaselt laengust $+Q$ põhjustatav potentsiaal

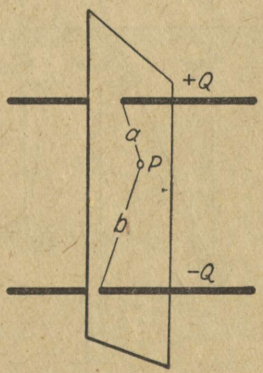
$$\varphi_1 = \frac{Q}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{l}{a} + const, .$$

laengust $-Q$ põhjustatav —

$$\varphi_2 = \frac{-Q}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{l}{b} + const.$$

Seega potentsiaal

$$\varphi_P = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{Q}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{b}{a} + const.$$



Joon. 440. Rööbitised juhtmed.

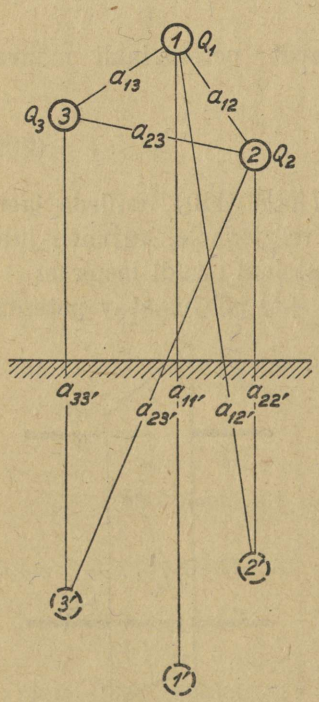
Ülisuurel kaugusel asetsevas punktis võrdub potentsiaal φ_P nulliga; et seejuures $b/a = 1$ ja $\ln 1 = 0$, siis on ka $const = 0$. Punkti P potentsiaal on seega

$$\varphi_P = \frac{Q}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{b}{a} \tag{803}$$

ja ruumi vaadeldavas punktis juhtmeil oleva ühiklaengu +1 ja —1 mõjul kujunevat potentsiaali määrav potentsiaalitegur

$$\alpha = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{b}{a}. \tag{804}$$

257. Kolmefaasise õhuliini mahtuvus. Asetsegu kolmefaasise õhuliini juhtmed maapinnalt võrdlemisi suures kõrguses ja olgu kõikide juhtmete raadius r (joon. 441). Olgu juhtmeil laeng hetkväärtusega Q_1, Q_2 ja Q_3 ning nende potentsiaal (pinge maa suhtes) φ_1, φ_2 ja φ_3. Võrrandsüsteemi 788 kohaselt potentsiaal



Joon. 441. Kolmefaasine õhuliin.

$$\varphi_1 = a_{11}Q_1 + a_{12}Q_2 + a_{13}Q_3,$$
$$\varphi_2 = a_{21}Q_1 + a_{22}Q_2 + a_{23}Q_3,$$
$$\varphi_3 = a_{31}Q_1 + a_{32}Q_2 + a_{33}Q_3.$$

Kahe ühesuguse indeksiga potentsiaalitegurid on määratavad valemiga 802, milles $2h$ tuleb asendada a_{11}'-ga ja $d/2$ — — r-ga:

$$a_{11} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{a_{11}'}{r}, \quad a_{22} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{a_{22}'}{r}$$

$$\text{ja} \quad a_{33} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{a_{33}'}{r}.$$

Kahe erineva indeksiga potentsiaalitegur on määratav valemiga 804 ja määrab esimese juhtme potentsiaali teise juhtme laengu olles võrdne ühega (sellisel korral on teise juhtme peegelkujutisel kujutletav laeng —1):

$$a_{12} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{a_{12}'}{a_{12}}, \quad a_{13} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{a_{13}'}{a_{13}}$$

$$\text{ja} \quad a_{23} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{a_{23}'}{a_{23}}.$$

Seega faasipinged, s. o. juhtme potentsiaal maa suhtes,

$$u_1 = \frac{1}{\Delta 2\pi l}\left(Q_1 \ln\frac{a_{11'}}{r} + Q_2 \ln\frac{a_{12'}}{a_{12}} + Q_3 \ln\frac{a_{13'}}{a_{13}}\right),$$

$$u_2 = \frac{1}{\Delta 2\pi l}\left(Q_1 \ln\frac{a_{21'}}{a_{21}} + Q_2 \ln\frac{a_{22'}}{r} + Q_3 \ln\frac{a_{23'}}{a_{23}}\right),$$

$$u_3 = \frac{1}{\Delta 2\pi l}\left(Q_1 \ln\frac{a_{31'}}{a_{31}} + Q_2 \ln\frac{a_{32'}}{a_{32}} + Q_3 \ln\frac{a_{33'}}{r}\right).$$

Õhuliin võrdhaarse kolmnurgana asetsevate juhtmetega. Sellisel, maapinnalt võrdlemisi suures kõrguses kulgeval õhuliinil juhtmetevaheline kaugus

$$a_{12} = a_{23} = a_{31} = a$$

ja juhtme kaugus oma või naaberjuhtmete peegelkujutisest

$$a_{11'} \approx a_{22'} \approx a_{33'} \approx a_{12'} \approx a_{13'} \approx a_{23'} \ldots \approx 2h,$$

kui h tähistab liini keskmist kõrgust maapinnalt. Sel puhul faasipinge

$$u_1 = \frac{1}{\Delta 2\pi l}\left[Q_1 \ln\frac{2h}{r} + (Q_2 + Q_3)\ln\frac{2h}{a}\right],$$

$$u_2 = \frac{1}{\Delta 2\pi l}\left[Q_2 \ln\frac{2h}{r} + (Q_1 + Q_3)\ln\frac{2h}{a}\right],$$

$$u_3 = \frac{1}{\Delta 2\pi l}\left[Q_3 \ln\frac{2h}{r} + (Q_2 + Q_1)\ln\frac{2h}{a}\right].$$

Et aga kolmejuhtmelises maast isoleeritud süsteemis igal hetkel laengute summa

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0, \text{ millest } -Q_1 = Q_2 + Q_3,$$

siis

$$u_1 = \frac{Q_1}{\Delta 2\pi l}\left(\ln\frac{2h}{r} - \ln\frac{2h}{a}\right) = \frac{Q_1}{\Delta 2\pi l}\ln\frac{a}{r},$$

$$u_2 = \frac{Q_2}{\Delta 2\pi l}\ln\frac{a}{r},$$

$$u_3 = \frac{Q_3}{\Delta 2\pi l}\ln\frac{a}{r},$$

kust, antud juhtumil kõikidele faasidele võrdne, ühe juhtme nn. talitlusmahtuvus

$$C = \frac{Q_1}{u_1} = \frac{\Delta 2\pi l}{\ln\frac{a}{r}}. \qquad (805a)$$

Kui arvestada seda, et 1 km $= 10^5$ cm ja õhu nihkekonstant

$$\Delta \approx \Delta_0 \approx \frac{10^{-11}}{4\pi \cdot 9} \frac{\text{F}}{\text{cm}},$$

siis ühe juhtme kilomeetrine mahtuvus

$$C_0 = \frac{C}{l} = \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{a}{r}} \frac{\text{F}}{\text{km}} = \frac{1}{18 \ln \frac{a}{r}} \frac{\mu\text{F}}{\text{km}}. \tag{806}$$

Kui valemis 789 potentsiaal φ asendada juhtme ja maa vahelise pingega, s. o. faasipingega u, siis esimese faasi juhtmel olev laeng

$$Q_1 = \beta_{11} u_1 + \beta_{12} u_2 + \beta_{13} u_3 .$$

Juhtmete s ü m m e e t r i l i s e l a s e t s e m i s e l $\beta_{12} = \beta_{13}$. Pealegi on faasipingete hetkväärtuste summa igal hetkel võrdne nulliga, s. o. $u_1 + u_2 + u_3 = 0$. Seega

$$Q_1 = \beta_{11} u_1 + \beta_{12}(u_2 + u_3) = (\beta_{11} - \beta_{12}) u_1 .$$

Analoogilise lahenduse saame ka teisel ja kolmandal juhtmel oleva laengu kohta. Seega talitlusmahtuvus

$$C = \frac{Q_1}{u_1} = \beta_{11} - \beta_{12} . \tag{805b}$$

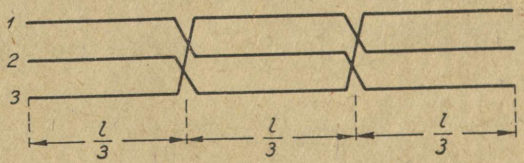
Väljendatuna osamahtuvuste kaudu (val. 790), kusjuures $C_{12} = C_{13}$ ja $u_1 = -u_2 - u_3$, esimese faasi juhtmel olev laeng

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_{11} u_1 + C_{12}(u_1 - u_2) + C_{13}(u_1 - u_3) = \\ &= C_{11} u_1 + C_{12}(u_1 + u_1 - u_2 - u_3) = C_{11} u_1 + \\ &+ C_{12} \cdot 3 u_1 = (C_{11} + 3C_{12}) u_1 , \end{aligned}$$

kust talitlusmahtuvus

$$C = \frac{Q_1}{u_1} = C_{11} + 3C_{12} . \tag{805c}$$

Maapinna lähedus muudab üksikute faaside mahtuvuse ebavõrdseks. Tekkida võiva ebavõrdsuse kaotamiseks teostatakse joonisel 442 näidatud liinijuhtmete t r a n s p o n e e r i m i n e, mis seisneb juhtmete koha



Joon. 442. Juhtmete transponeerimine.

tsüklilises vahetamises. Sel puhul tuleb arvutada keskmise mahtuvusteguriga ja keskmise osamahtuvusega. Keskmine talitlusmahtuvus

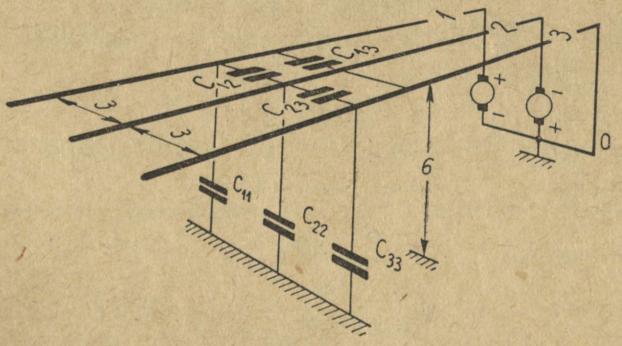
$$C = \frac{\beta_{11}+\beta_{22}+\beta_{33}}{3} - \frac{\beta_{12}+\beta_{23}+\beta_{31}}{3}, \qquad (805d)$$

$$C = \frac{C_{11}+C_{22}+C_{33}}{3} + C_{12} + C_{23} + C_{31}. \qquad (805e)$$

Kõrgepinge õhuliini mahtuvus on arvutatav ainult ligikaudselt, sest juhtmete kõrgus maapinnalt pole ühtlane. Ka mõjuvad mahtuvust suurendavalt juhtmeid kandvad isolaatorite ahelad.

Faasijuhtmete transponeerimist teostatakse ka siis, kui kolmejuhtmelise liini kohal asetseb veel neljas — maandatud nulljuhe. Ka sel puhul säilitab kõikide faaside talitlusmahtuvus ühesuguse väärtuse, mis aga mõningal määral erineb valemitega 805d ja 805e määratust.

Näide 157. Määrata joonisel 443 näidatud kolmejuhtmelise õhuliini potentsiaali- ja mahtuvustegurid, osamahtuvused ning juhtmeil olev laeng liini ühe km kohta, kui juhtme ja maa vaheline pinge (hetkväärtus) on +1000, —1000 ja 0 volti. Juhtme läbimõõt on 10 mm, juhtmetevaheline kaugus 3 m ja juhtmete kõrgus maapinnalt 6 m.



Joon. 443. Kolmejuhtmeline õhuliin näitele 157.

Lahendus. Juhtme raadius $r = 0{,}5$ cm, kõrgus maapinnalt $h = 600$ cm, juhtmetevaheline kaugus $a_{12} = a_{23} = 300$ cm, $a_{31} = 600$ cm, kaugus peegelkujutisteni

$$a_{12'} = a_{23'} = \sqrt{1200^2 + 300^2} = 1240 \text{ cm},$$
$$a_{13'} = \sqrt{1200^2 + 600^2} = 1340 \text{ cm}.$$

Potentsiaalitegurid (val. 802) liini pikkuse olles 1 cm

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = \frac{1}{\varDelta 2\pi l} \ln \frac{a_{11}'}{r} = \frac{10^{12}}{0{,}0885 \cdot 2\pi} \ln \frac{1200}{0{,}5} =$$

$$= 1{,}8 \cdot 10^{12} \cdot 2{,}3 \lg 2400 = 14 \cdot 10^{12} \frac{\text{cm}}{\text{F}},$$

$$a_{12} = a_{23} = 1{,}8 \cdot 10^{12} \cdot 2{,}3 \lg \frac{1240}{300} = 2{,}55 \cdot 10^{12} \frac{\text{cm}}{\text{F}},$$

$$a_{13} = 1{,}8 \cdot 10^{12} \cdot 2{,}3 \lg \frac{1340}{600} = 1{,}44 \cdot 10^{12} \frac{\text{cm}}{\text{F}}.$$

Mahtuvustegurite arvutamisel lähtume Maxwelli võrrandsüsteemist 788, avaldame temast laengud, millega kujundame võrrandsüsteemi 789:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \beta_{11}\varphi_1 + \beta_{12}\varphi_2 + \beta_{13}\varphi_3, \\ Q_2 &= \beta_{21}\varphi_1 + \beta_{22}\varphi_2 + \beta_{23}\varphi_3, \\ Q_3 &= \beta_{31}\varphi_1 + \beta_{32}\varphi_2 + \beta_{33}\varphi_3. \end{aligned}$$

Selles süsteemis on mahtuvustegurid seostatud potentsiaalitegurite järgmiselt:

$$\beta_{11} = \beta_{33} = \frac{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{\begin{vmatrix} 14 & 2{,}55 \\ 2{,}55 & 14 \end{vmatrix} \cdot 10^{24}}{2139 \cdot 10^{36}} = 0{,}0885 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}},$$

$$\varDelta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 14 & 2{,}55 & 1{,}44 \\ 2{,}55 & 14 & 2{,}55 \\ 1{,}44 & 2{,}55 & 14 \end{vmatrix} \cdot 10^{36} = 2139 \cdot 10^{36} \left(\frac{\text{cm}}{\text{F}}\right)^3,$$

$$\beta_{22} = \frac{\begin{vmatrix} a_{33} & a_{31} \\ a_{13} & a_{11} \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{\begin{vmatrix} 14 & 1{,}44 \\ 1{,}44 & 14 \end{vmatrix} \cdot 10^{24}}{2139 \cdot 10^{36}} = 0{,}0907 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}},$$

$$\beta_{12} = \beta_{21} = \beta_{23} = \beta_{32} = \frac{\begin{vmatrix} a_{31} & a_{33} \\ a_{12} & a_{33} \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{\begin{vmatrix} 1{,}44 & 14 \\ 2{,}55 & 2{,}55 \end{vmatrix} \cdot 10^{24}}{2139 \cdot 10^{36}} = -0{,}0151 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}},$$

$$\beta_{31} = \beta_{13} = \frac{\begin{vmatrix} a_{23} & a_{22} \\ a_{31} & a_{21} \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{\begin{vmatrix} 2{,}55 & 14 \\ 1{,}44 & 2{,}55 \end{vmatrix} \cdot 10^{24}}{2139 \cdot 10^{36}} = -0{,}0064 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}.$$

Et juhtme ja maa vaheline pinge on teada, siis 1 km $= 10^5$ cm pikkusel juhtmel olev laeng

$$Q_1 = \beta_{11}U_1 + \beta_{12}U_2 + \beta_{13}U_3 = (0{,}0885 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 + \\ + 0{,}0151 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3)10^5 = 10{,}36 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{km}},$$

$$Q_2 = \beta_{21}U_1 + \beta_{22}U_2 + \beta_{23}U_3 = (-0{,}0151 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 - \\ - 0{,}0907 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3)10^5 = -10{,}58 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{km}},$$

$$Q_3 = \beta_{31}U_1 + \beta_{32}U_2 + \beta_{33}U_3 = (-0{,}0064 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 + \\ + 0{,}0151 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3)10^5 = 0{,}81 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{km}}.$$

Lahendusest nähtub, et juhtmeil olevate laengute summa ei võrdu nulliga, sest on arvesse võtmata maas olev laeng. Kolmandal juhtmel olev laeng on tingitud induktsiooninähtusest.

Vastavalt valemeile 791 ja 792 osamahtuvused

$$C_{11} = C_{33} = \beta_{11} + \beta_{12} + \beta_{13} = (0{,}0885 - 0{,}0151 - 0{,}0064) \cdot 10^{-12} = \\ = 0{,}0670 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}} = 0{,}00670 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}},$$

$$C_{22} = \beta_{21} + \beta_{22} + \beta_{23} = (-0{,}0151 + 0{,}0907 - 0{,}0151) \cdot 10^{-12} = \\ = 0{,}0605 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}} = 0{,}00605 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}},$$

$$C_{12} = C_{23} = -\beta_{12} = 0{,}0151 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}} = 0{,}00151 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}},$$

$$C_{13} = -\beta_{13} = 0{,}0064 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}} = 0{,}00064 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}}.$$

258. Kolmefaasise kaabli mahtuvus. Kolmefaasise maandatud tinamantliga kaabli üksiku soone potentsiaal

$$\varphi_1 = a_{11}Q_1 + a_{12}Q_2 + a_{13}Q_3,$$
$$\varphi_2 = a_{21}Q_1 + a_{22}Q_2 + a_{23}Q_3,$$
$$\varphi_3 = a_{31}Q_1 + a_{32}Q_2 + a_{33}Q_3.$$

Sümmeetria olemasolu tõttu (joon. 444) potentsiaalitegurid

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} \quad \text{ja} \quad a_{12} = a_{23} = a_{31}.$$

Et keerdvoolu süsteemis igal hetkel $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$, siis faasipinge, s. o. potentsiaal maandatud tinamantli suhtes

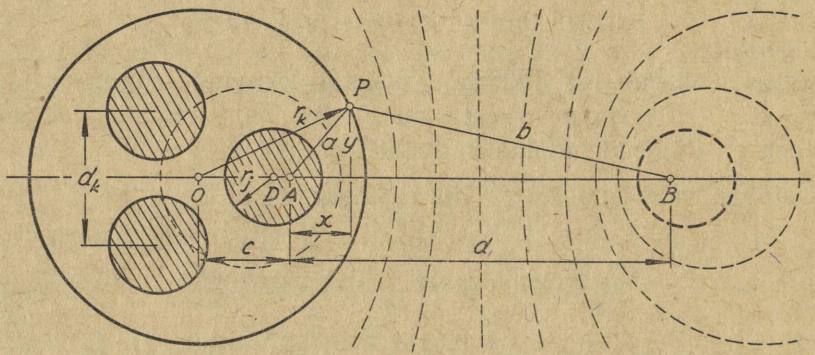
$$u_1 = a_{11}Q_1 + a_{12}Q_2 + a_{13}Q_3 = a_{11}Q_1 + a_{12}(Q_2 + Q_3) = \\ = a_{11}Q_1 - a_{12}Q_1 = (a_{11} - a_{12})Q_1$$

ja talitlusmahtuvus

$$C_1 = \frac{Q_1}{u_1} = \frac{1}{\alpha_{11} - \alpha_{12}}. \tag{807}$$

Potentsiaalitegurite α_{11} ja α_{12} määramiseks selgitame üksiku pingestatud kaablisoone ümbruses kujunevat väljapilti.

Kujutleme kaablisoonel olevat laengut $+Q$ koondatuna soone seesmuses (joonise pinnaga risti) olevale joonele A (joon. 444). Nii kaablisoon kui ka tinamantel kujutavad endast ringilisi ekvipotentsiaal-



Joon. 444. Tinakaabli ühe soone väljapilt.

pindu. Negatiivset laengut $-Q$ kujutame paigutatuna joonise pinnaga risti olevale joonele B väljaspool tinamantlit — joonest A kaugusele d. Punkti B asukoha valime nii, et iga tinamantlil asetseva punkti P ja laengute asukoha vaheline kaugus a ja b moodustaksid konstantseks jääva suhte $\frac{b}{a} = k = const.$ Kui punkti P koordinaatideks on x ja y, siis

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{(d-x)^2 + y^2}{x^2 + y^2} = k^2.$$

Saadud avaldis on ümberkujundatav ringi võrrandiks

$$\left(x + \frac{d}{k^2 - 1}\right)^2 + y^2 = \frac{k^2 d^2}{(k^2 - 1)^2}.$$

Selle ringi raadius, antud juhtumil ka kaabli tinamantli raadius,

$$r_k = \frac{kd}{k^2 - 1}, \tag{808}$$

tema keskpunkt asub punktist A vasakul, kaugusel

$$c = \frac{d}{k^2 - 1} = \frac{r_k}{k}. \tag{809}$$

Apolloniose teoreemi kohaselt on kõverusraadius r_k geomeetriliseks keskmiseks lõikudest c ja $c+d$, s. o.

$$r_k^2 = c(c+d),$$

kust kaugus punktini B

$$d = \frac{r_k^2 - c^2}{c}. \tag{810}$$

Tegelikus kaablis erineb kaugus $\overline{OA} = c$ vähe kaugusest $\overline{OD}$, mistõttu punktid A ja D praktiliselt ühtivad. Seega juhtme pinnal kujunevat potentsiaali määrav potentsiaalitegur α_{11} on leitav, kui kasutada valemis 803 b asemel kaugust d ja a asemel — kaablisoone raadiust r_s:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{d}{r_s} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{r_k^2 - c^2}{r_s c}.$$

Potentsiaalitegur α_{12} on määratav sama valemi 803 abil, kui temas b asendada lõiguga

$$d_{12'} = \frac{1}{c}\sqrt{r_k^4 + r_k^2 c^2 + c^4}$$

ja a — kaugusega $d_{12} = d_k$:

$$\alpha_{12} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{d_{12'}}{d_{12}} = \frac{1}{\Delta 2\pi l} \ln \frac{\sqrt{r_k^4 + r_k^2 c^2 + c^4}}{c d_k}.$$

Kui äsjamääratud potentsiaalitegurid paigutada valemisse 807, siis saame kaablisoone talitlusmahtuvuseks

$$C = \frac{1}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} = \frac{\Delta 2\pi l}{\ln \dfrac{d_k (r_k^2 - c^2)}{r_s \sqrt{r_k^4 + r_k^2 c^2 + c^4}}}. \tag{811}$$

Et kaabli-isolatsiooni nihkekonstant

$$\Delta = \varepsilon \Delta_0 \approx \frac{\varepsilon}{4\pi 9 \cdot 10^{11}} \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{cm}}$$

ja 1 km $= 10^5$ cm, siis kaablisoone kilomeetrine mahtuvus

$$C_0 = \frac{C}{l} \approx \frac{\varepsilon}{18 \ln \dfrac{d_k (r_k^2 - c^2)}{r_s \sqrt{r_k^4 + r_k^2 c^2 + c^4}}} \frac{\mu\mathrm{F}}{\mathrm{km}}. \tag{812}$$

259. Kolmefaasise õhuliini induktiivsus. Kolmefaasise nulljuhtmeta õhuliini juhtmeis voolavate voolude summa võrdub igal hetkel nulliga, seega esimeses juhtmes oleva voolu hetkväärtus

$$i_1 = -(i_2 + i_3).$$

Me oleme õigustatud jaotama juhtmes *1* tekitatavat induktiivset pingelangu u_{L1} kahte võrdsesse ossa — üks tekitatav juhtmete *1* ja *2* poolt kujundatavas silmuses ja teine — juhtmete *1* ja *3* poolt kujundatavas silmuses:

$$u_{L1} = -\frac{1}{2}\left(L_{12}\frac{di_2}{dt} + L_{13}\frac{di_3}{dt}\right).$$

Analoogiliselt induktiivne pingelang

$$u_{L2} = -\frac{1}{2}\left(L_{23}\frac{di_3}{dt} + L_{21}\frac{di_1}{dt}\right),$$

$$u_{L3} = -\frac{1}{2}\left(L_{31}\frac{di_1}{dt} + L_{32}\frac{di_2}{dt}\right).$$

Juhtmete s ü m m e e t r i l i s e asetuse puhul iga juhtmepaari poolt kujundatava silmuse induktiivsus (vt. „Elektrotehnika I", p. 137)

$$L_{12} = L_{23} = L_{31} = \frac{\Pi_0 l}{4\pi}\left(4 \ln \frac{a}{r} + \mu\right) \text{ henrit,}$$

(kus vaakuumi läbitavus $\Pi_0 = 0{,}4\pi 10^{-8}$ H/cm, juhtmetevaheline kaugus a, juhtme raadius r ja liini pikkus l — cm-tes ning μ — juhtmematerjali permeaablus). V a s k j u h t m e t e puhul $\mu = 1$ ja juhtmepaari induktiivsus

$$L_{12} = L_{23} = L_{31} = (4 \ln \frac{a}{r} + 1) l \cdot 10^{-9}.$$

Seega tuleb induktiivse pingelangu arvutamisel arvutada ühe juhtme nn. t a l i t l u s i n d u k t i i v s u s e g a

$$L = \frac{1}{2} L_{12} = (2 \ln \frac{a}{r} + 0{,}5) l \cdot 10^{-9}, \tag{813}$$

millest kilomeetrine induktiivsus, kui jätta ära valemis esinev suhteliselt väike suurus 0,5,

$$L_0 = \frac{L}{l} \approx 2 \ln \frac{a}{r} \cdot 10^{-9} \frac{\text{H}}{\text{cm}} = 0{,}2 \ln \frac{a}{r} \frac{\text{mH}}{\text{km}}. \tag{814}$$

Ainult juhtmete sümmeetrilisel asetsemisel on võimalik rääkida ühe juhtme talitlusinduktiivsusest ja ainult sel puhul osutub induktiivne

pingelang proportsionaalseks juhtmes oleva vooluga. Juhtmete ebasümmeetrilisel asetsemisel pole pingelang sõltuv ainult vaadeldava juhtme voolust, vaid on sõltuv ka mõlema naaberjuhtme voolust. Sel puhul isegi ühe juhtme voolu võrdumisel nulliga eksisteerib selles juhtmes pingelang.

Ülalkirjeldatud juhtmete transponeerimine loob suurema faaside sümmeetrilisuse ja vähendab tugevvooluliini segavat mõju naabruses kulgevatele sideliinidele. Transponeeritud liini esimeses faasis tekkiv induktiivne pingelang

$$u_{L1} = -\frac{1}{2}\left(L_{12}\frac{di_2}{dt} + L_{13}\frac{di_3}{dt}\right) - \frac{1}{2}\left(L_{23}\frac{di_2}{dt} + L_{21}\frac{di_3}{dt}\right) -$$

$$-\frac{1}{2}\left(L_{31}\frac{di_2}{dt} + L_{32}\frac{di_3}{dt}\right) = -\frac{1}{2}\left(L_{12} + L_{23} + L_{31}\right)\left(\frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(L_{12} + L_{23} + L_{31}\right)\frac{di_1}{dt} = L\frac{di_1}{dt}$$

on proportsionaalne faasivooluga i_1, kusjuures ühe juhtme talitlusinduktiivsus

$$L \approx \frac{1}{2}\cdot 4\left(\ln\frac{a_{12}}{r} + \ln\frac{a_{23}}{r} + \ln\frac{a_{31}}{r}\right)\frac{l}{3}\cdot 10^{-9} =$$

$$= 2l\cdot\ln\frac{\sqrt[3]{a_{12}a_{23}a_{31}}}{r}\cdot 10^{-9} \text{ henrit,} \qquad (815)$$

kui liini kogupikkus on mõõdetav cm-tes. Analoogiliselt on transponeeritud liini puhul pingelang ka teises ja kolmandas faasis proportsionaalne liinivooluga:

$$u_{L2} = L\frac{di_2}{dt} \text{ ja } u_{L3} = L\frac{di_3}{dt}.$$

Induktiivsuse arvutamisel valemi 815 järgi tuleb seega opereerida juhtmetevahelise kauguse g e o m e e t r i l i s e keskmisega.

Kolmesoonelise tinakaabli talitlusinduktiivsus on arvutatav samade valemite abil kui õhuliini omagi, kusjuures tinamantel ja tema peal olev kaitsekiht ei avalda tulemusele praktiliselt mingit mõju.

N ä i d e 158. Määrata kolmefaasise transponeeritud õhuliini kilomeetrine induktiivsus ja mahtuvus, kui juhtmed asetsevad ühel pinnal, nendevaheline kaugus on 3 m, kõrgus maapinnalt 6 m ja juhtme läbimõõt 10 mm.

L a h e n d u s. Valemi 815 kohaselt ühe juhtme kilomeetrine induktiivsus

$$L_0 = 2\ln\frac{\sqrt[3]{a_{12}a_{23}a_{31}}}{r}\cdot 10^{-9}\,\frac{\text{H}}{\text{cm}}.$$

Geomeetriline keskmine juhtmetevaheline kaugus (val. 815)

$$\sqrt[3]{a_{12}a_{23}a_{31}} = \sqrt[3]{300 \cdot 300 \cdot 600} = 378 \text{ cm},$$

seega kilomeetrine induktiivsus

$$L_0 = 2 \ln \frac{378}{0{,}5} \cdot 10^{-9} = 13{,}3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{H}}{\text{cm}} = 1{,}33 \frac{\text{mH}}{\text{km}}.$$

Valemi 805b kohaselt kilomeetrine mahtuvus (mahtuvustegurid on arvutatud näites 157)

$$C_0 = \frac{\beta_{11} + \beta_{22} + \beta_{33}}{3} - \frac{\beta_{12} + \beta_{23} + \beta_{31}}{3} =$$

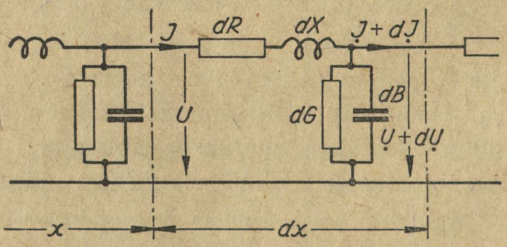
$$= \left(\frac{0{,}0885 + 0{,}0907 + 0{,}0885}{3} - \frac{-0{,}0151 - 0{,}0151 - 0{,}0064}{3}\right) \cdot 10^{-12} =$$

$$= 0{,}1015 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}} = 0{,}01015 \frac{\mu\text{F}}{\text{km}}.$$

LVII peatükk.

PIKK ELEKTRILIIN.

260. Pika elektriliini põhivalemid. Pikk elektriline vooluring ehk pikk elektriliin erineb koondatud parameetritega vooluringist seepoolest, et valitseva pinge mõjul tema juhtmete vahel toimub energia tugev voola-



Joon. 445. Pika elektriliini element.

mine läbi isolatsiooni ja mahtuvusliku takistuse. Eraldame kaugusel x kahejuhtmelise liini algusest liinielemendi pikkusega dx (joon. 445). Eraldatud liinielemendi tegevtakistus $dR = R_0 dx$, induktiivne ebatakistus $dX = \omega L_0 dx$, isolatsiooni tegevjuhtivus $dG = G_0 dx$ ja mahtuvuslik ebajuhtivus $dB = \omega C_0 dx$. Seejuures R_0 on juhtmepaari kilomeet-

rine tegevtakistus, L_0 — kilomeetrine induktiivsus, C_0 — kilomeetrine mahtuvus ja G_0 — kilomeetrine isolatsioonijuhtivus (kolmefaasise liini puhul tuleb arvutada ühe juhtme kilomeetrise tegevtakistuse, induktiivsuse, mahtuvuse ja isolatsioonijuhtivusega). Vaadeldava liinielemendi järjestikune näivtakistus on seega

$$d\underset{\cdot}{Z} = dR + j dX = (R_0 + j\omega L_0)dx = \underset{\cdot}{Z}_0 dx$$

ja rööbitine näivjuhtivus

$$d\underset{\cdot}{Y} = dG + j dB = (G_0 + j\omega C_0)dx = \underset{\cdot}{Y}_0 dx .$$

Seejuures tähistab $\underset{\cdot}{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0$ liini kilomeetrist järjestikust näivtakistust ja $\underset{\cdot}{Y}_0 = G_0 + j\omega C_0$ — kilomeetrist rööbitist näivjuhtivust.

Suureneva x-i suunas leiab liinielemendis aset pinge alanemine. Pingelang

$$d\underset{\cdot}{U} = -\underset{\cdot}{J}\underset{\cdot}{Z}_0 dx . \tag{816}$$

Lisaks pinge alanemisele toimub liinielemendis voolu hargnemine. Voolu hargnemine nõrgendab liinielementi sisenevat voolu; hargneva voolu suurus on

$$d\underset{\cdot}{J} = -\underset{\cdot}{U}\underset{\cdot}{Y}_0 dx . \tag{817}$$

Leitud diferentsiaalvõrrandid iseloomustavad kogu liinil toimuvat protsessi. Nende lahendamine toimub järgmiselt.

Esiteks jagame võrrandite mõlemad pooled dx-ga. Seega

$$\frac{d\underset{\cdot}{U}}{dx} = -\underset{\cdot}{J}\underset{\cdot}{Z}_0 , \tag{818}$$

$$\frac{d\underset{\cdot}{J}}{dx} = -\underset{\cdot}{U}\underset{\cdot}{Y}_0 . \tag{819}$$

Siis moodustame esimese võrrandi tuletise ja asetame temasse teise võrrandiga määratud $d\underset{\cdot}{J}/dx$. Sellega saame teise järgu diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{d^2\underset{\cdot}{U}}{dx^2} = \underset{\cdot}{U}\underset{\cdot}{Z}_0\underset{\cdot}{Y}_0 , \tag{820}$$

mille lahend on teatavasti

$$\underset{\cdot}{U} = \underset{\cdot}{A} \exp \gamma x + \underset{\cdot}{B} \exp (-\gamma x), \tag{821}$$

kus $\underset{\cdot}{A}$ ja $\underset{\cdot}{B}$ on integreerimiskonstandid. Lahendis esinev γ on määratav karakteristlikust võrrandist

$$\gamma^2 = \underset{\cdot}{Z}_0\underset{\cdot}{Y}_0 ,$$

millest näeme, et levimisteguriks nimetatav

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0} = \beta + j\alpha \tag{822}$$

on kompleksarv, sest nii $\dot{Z}_0$ kui ka $\dot{Y}_0$ on kompleksarvud.

Võrrandi 818 kohaselt vool

$$\dot{J} = -\frac{1}{\dot{Z}_0}\frac{\mathrm{d}\dot{U}}{\mathrm{d}x}.$$

Et aga võrrandi 821 tuletis

$$\frac{\mathrm{d}\dot{U}}{\mathrm{d}x} = \dot{A}\dot{\gamma}\exp\dot{\gamma}x - \dot{B}\dot{\gamma}\exp(-\dot{\gamma}x),$$

siis vool

$$\dot{J} = \frac{\dot{B}}{\dot{Z}_0}\dot{\gamma}\exp(-\dot{\gamma}x) - \frac{\dot{A}}{\dot{Z}_0}\dot{\gamma}\exp\dot{\gamma}x.$$

Asendades viimases võrrandis oleva $\dot{\gamma}$ tema väärtusega valemist 822 saame:

$$\dot{J} = \frac{\dot{B}}{\dot{Z}_0}\sqrt{\dot{Z}_0\dot{Y}_0}\exp(-\dot{\gamma}x) - \frac{\dot{A}}{\dot{Z}_0}\sqrt{\dot{Z}_0\dot{Y}_0}\exp\dot{\gamma}x =$$

$$= \frac{\dot{B}}{\sqrt{\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Y}_0}}}\exp(-\dot{\gamma}x) - \frac{\dot{A}}{\sqrt{\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Y}_0}}}\exp\dot{\gamma}x.$$

Viimases avaldises oleva $\sqrt{\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Y}_0}}$ ühikuks on oom ja teda nimetatakse liini laine- ehk tunnustakistuseks $\dot{Z}_t$:

$$\dot{Z}_t = \sqrt{\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Y}_0}} = Z_t e^{j\vartheta}. \tag{823}$$

Seega liini mingis punktis olev vool

$$\dot{J} = \frac{\dot{B}}{\dot{Z}_t}\exp(-\dot{\gamma}x) - \frac{\dot{A}}{\dot{Z}_t}\exp\dot{\gamma}x. \tag{824}$$

Integreerimiskonstantide $\dot{A}$ ja $\dot{B}$ määramiseks peame teadma nii pinget kui ka voolu liini mingis punktis. Kui lähtuda arvutamisel liini algul (siin $x = 0$) olevast pingest $\dot{U}_1$ ja voolust $\dot{J}_1$, siis valemite 821 ja 824 kohaselt

$$\dot{U}_1 = \dot{A} + \dot{B}$$

ja

$$-\dot{J}_1\dot{Z}_t = \dot{A} - \dot{B}.$$

Kui viimaseid avaldisi kord liita ja kord lahutada, siis

$$\dot{A} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{J}_1 \dot{Z}_t}{2} \quad \text{ja} \quad \dot{B} = \frac{\dot{U}_1 + \dot{J}_1 \dot{Z}_t}{2}. \tag{825}$$

Seega valemitega 821 ja 824 määratud pinge ja vool on:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{J}_1 \dot{Z}_t}{2} \exp \dot{\gamma} x + \frac{\dot{U}_1 + \dot{J}_1 \dot{Z}_t}{2} \exp (-\dot{\gamma} x), \tag{826}$$

$$\dot{J} = \frac{\dot{U}_1 + \dot{J}_1 \dot{Z}_t}{2\dot{Z}_t} \exp (-\dot{\gamma} x) - \frac{\dot{U}_1 - \dot{J}_1 \dot{Z}_t}{2\dot{Z}_t} \exp \dot{\gamma} x \tag{827}$$

või

$$\dot{U} = \dot{U}_1 \frac{e^{\dot{\gamma} x} + e^{\dot{\gamma} x}}{2} - \dot{J} \dot{Z}_t \frac{e^{\dot{\gamma} x} - e^{-\dot{\gamma} x}}{2},$$

$$\dot{J} = \dot{J}_1 \frac{e^{\dot{\gamma} x} + e^{-\dot{\gamma} x}}{2} - \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_t} \frac{e^{\dot{\gamma} x} - e^{-\dot{\gamma} x}}{2}.$$

Et toodud võrrandeis esinevad murdavaldised on hüperboolne koosinus ja siinus, siis

$$\dot{U} = \dot{U}_1 \operatorname{ch} \dot{\gamma} x - \dot{J}_1 \dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} x \tag{828}$$

ja

$$\dot{J} = \dot{J}_1 \operatorname{ch} \dot{\gamma} x - \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} \dot{\gamma} x. \tag{829}$$

Viimastena määratud pika elektriliini põhivõrrandid võimaldavad arvutada pinget ja voolu liini igas punktis. Seejuures levimistegur $\dot{\gamma}$ ja tunnustakistus $\dot{Z}_t$ (valemid 822 ja 823) sõltuvad ainult liini parameetritest R_0, L_0, G_0 ja C_0. Seega liini lõpul olevad pinge ja vool on:

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l - \dot{J}_1 \dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} l, \tag{830}$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l - \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l. \tag{831}$$

Arvutamisel tuleb tihti lähtuda liini lõpul teada olevaist või vajatavaist $\dot{U}_2$ ja $\dot{J}_2$ ning selgitada liini algul olevad $\dot{U}_1$ ja $\dot{J}_1$. Pärast valemite 830 ja 831 ümberkujundamist leiame:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} l, \tag{832}$$

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l. \tag{833}$$

Analoogiliselt x-i mõõtmisel liini lõpust

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} x + \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} x, \tag{834}$$

$$\dot{J} = \dot{J}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} x + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} \dot{\gamma} x \tag{835}$$

või

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_2 + \dot{J}_2 \dot{Z}_t}{2} \exp \dot{\gamma} x + \frac{\dot{U}_2 - \dot{J}_2 \dot{Z}_t}{2} \exp (-\dot{\gamma} x), \tag{836}$$

$$\dot{J} = \frac{\dot{U}_2 + \dot{J}_2 \dot{Z}_t}{2\dot{Z}_t} \exp \dot{\gamma} x - \frac{\dot{U}_2 + \dot{J}_2 \dot{Z}_t}{2\dot{Z}_t} \exp (-\dot{\gamma} x). \tag{837}$$

261. Pinge ja voolu laineline jaotus liinil. Valemiga 821 oli liini mingis punktis olev pinge määratud järgmiselt:

$$\dot{U} = \dot{A} \exp \dot{\gamma} x + \dot{B} \exp (-\dot{\gamma} x).$$

Selles valemis esinevad siinuseliselt muutuvad pingekomponendid on $\dot{A} = Ae^{j\psi}$ ja $\dot{B} = Be^{j\xi}$. Et valemis olev levimistegur on $\dot{\gamma} = \beta + j\alpha$, siis liini algusest kaugusel x olev pinge

$$\dot{U} = A \exp j\psi \cdot \exp \dot{\gamma} x + B \exp j\xi \cdot \exp (-\dot{\gamma} x) =$$
$$= A \exp \beta x \cdot \exp j(\psi + \alpha x) + B \exp (-\beta x) \cdot \exp j(\xi - \alpha x).$$

Kui kompleksavaldistelt minna üle hetkväärtustele, siis pinge

$$u = A \sqrt{2} \exp \beta x \cdot \sin (\omega t + \psi + \alpha x) +$$
$$+ B \sqrt{2} \exp (-\beta x) \cdot \sin (\omega t + \xi - \alpha x). \tag{838}$$

Me näeme, et liini algusest kaugusel $x = const$ olevas punktis pinge mõlemad komponendid, seega ka kogu pinge, muutuvad a j a s siinuseliselt (joon. 446*a* ja 446*b*).

Viimase valemi teises liikmes olev $B \sqrt{2} \sin (\omega t + \xi - \alpha x)$ kujutab piki liini teatava kiirusega levivat lainet: teataval hetkel, kui valemis olev $t = const$ ja x — muutuv, jaotub pinge p i k i l i i n i siinuseliselt (joon. 446*c*).

Piki liini leviva laine pikkus on määratav tingimusel, et laine ühe pikkuse võrra teineteisest eemal olevates punktides võnkumise faas on sama, s. o.

$$\sin (\omega t + \xi - \alpha x) = \sin [\omega t + \xi - \alpha (x + \lambda)].$$

Viimane tingimus on täidetud, kui $\alpha\lambda = 2\pi$, kust laine pikkus

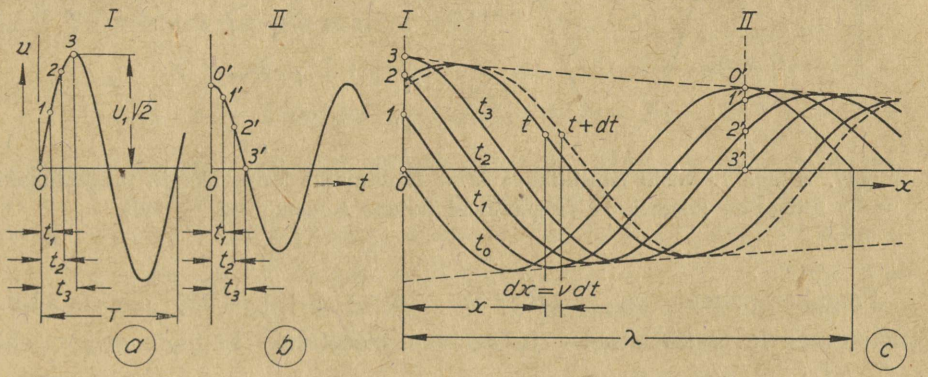
$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}. \tag{839}$$

Selle laine levimiskiiruse v ja suuna määramiseks võtame arvesse, et hetkel t asetses laine teatava suurusega ordinaat liini algusest kaugusel x. Mõni aeg hiljem, hetkel $t + \mathrm{d}t$, on sama ordinaat ümberpaiknenud liini algusest kaugusele $x + v\mathrm{d}t$. Seega

$$\omega t + \xi - \alpha x = \omega(t + \mathrm{d}t) + \xi - \alpha(x + v\mathrm{d}t),$$

kust

$$\omega\mathrm{d}t - \alpha v\mathrm{d}t = 0.$$



Joon. 446. Laine levimine piki liini: *a* ja *b* — kõvera ordinaatide ajaline kulgemine liini punktides I ja II, *c* — ordinaatide jaotumine piki liini erinevatel ajamomentidel.

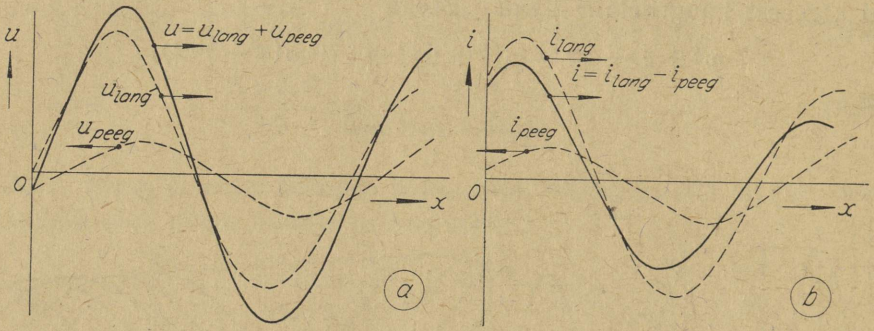
Siit laine levimiskiirus, nimetatav ka faasikiiruseks,

$$v = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{2\pi f}{\alpha} = \lambda f = \frac{\lambda}{T}. \tag{840}$$

See, et laine levimiskiirus osutus positiivseks, näitab laine levimist suureneva x suunas, s. o. liini algusest liini lõpu suunas.

Valemi 838 parempoolses liikmes esinev tegur $e^{-\beta x} < 1$ näitab, et eemaldumisega liini algusest edasiliikuva laine amplituud $B\sqrt{2}e^{-\beta x}$ väheneb. Nähtust ennast nimetatakse sumbumiseks ja astmenäitajat βx — neprites [N] mõõdetavaks sumbumuseks. Seejuures neprites kilomeetri kohta [N/km] mõõdetav β kannab sumbumisteguri nimetust. Et loomulikkude logaritmide aluse e imaginaarne astmenäitaja αx määrab võnkumise faasi hilinemist, siis nimetatakse teda radiaani-

des mõõdetavaks laine *hilinemuseks* ja radiaanides km kohta [rad/km] mõõdetavat α-t — nurga- ehk *hilinemisteguriks*. Kogu kompleks $\gamma x = \beta x + j\alpha x$ kirjeldab laine levimist piki liini ja seda nimetatakse seepärast laine *levimuseks* (erilist ühikut pole temale antud). Liini ühe km kohta tulevat levimust γ nimetatakse *levimisteguriks*.



Joon. 447. Pinge ja voolu edasiliikuva laine lahutamine langevaks ja peegeldunuks. Pinge on langeva ja peegeldunud lainete summa, vool — vahe.

Pingekomponent $u_{lang} = B\sqrt{2}e^{-\beta x}\sin(\omega t + \xi - \alpha x)$ osutus liini lõpu suunas levivaks laineks ja teda nimetatakse *langevaks* ehk otseseks (joon. 447*a*). Pinge teine komponent $u_{peeg} = A\sqrt{2}e^{\beta x}\sin(\omega t + \psi + \alpha x)$ on sama kiiruse ja sama lainepikkusega, kuid vastassuunas leviv nn. *peegeldunud* ehk vastupidine laine. Analoogiliselt eelnenuga on ka peegeldunud laine puhul

$$\omega t + \psi + \alpha x = \omega(t + \mathrm{d}t) + \psi + \alpha(x + v\mathrm{d}t),$$

kust

$$\omega \mathrm{d}t + \alpha v \mathrm{d}t = 0$$

ja seega levimiskiirus

$$v = -\frac{\omega}{\alpha} = -\frac{\lambda}{T}.$$

Mida lähemal liini algusele, seega, mida väiksem on x, seda väiksem on ka võnkumise amplituudi vähenemist ehk sumbumist kirjeldav tegur $e^{\beta x}$. Me näeme, et peegeldunud laine sumbumus βx on niisama suur kui langeva laine oma.

Analoogiliselt edasiliikuva pingelaine jaotumisega langevaks ja peegeldunud laineks jaotub langevaks ja peegeldunud laineks ka edasiliikuv voolulaine. Valemi 824 kohaselt vool

$$\dot{J} = \frac{B}{\dot{Z}_t} \exp(-\gamma x) - \frac{A}{\dot{Z}_t} \exp \gamma x .$$

Kui võtta arvesse, et tavaliselt tunnustakistus $\dot{Z}_t = Z_t e^{-j\vartheta}$ on mahtuvusliku iseloomuga (seepärast on siinkohal valemis 823 olev ϑ võetud negatiivsena), siis vool

$$\dot{J} = \frac{B \exp j\xi}{Z_t \exp(-j\vartheta)} \exp(-\beta x - j\alpha x) - \frac{A \exp j\psi}{Z_t \exp(-j\vartheta)} \exp(\beta x + j\alpha x) =$$

$$= J_{lang} \exp(-\beta x) \cdot \exp j(\xi - \alpha x + \vartheta) - J_{peeg} \exp \beta x \cdot \exp j(\psi + \alpha x + \vartheta).$$

Minnes üle hetkväärtustele saame: vool

$$i = i_{lang} - i_{peeg} = J_\xi \sqrt{2} \exp(-\beta x) \cdot \sin(\omega t + \xi - \alpha x + \vartheta) -$$

$$- J_\psi \sqrt{2} \exp \beta x \cdot \sin(\omega t + \psi + \alpha x + \vartheta). \qquad (841)$$

Kui saadud valemit võrrelda pinge valemiga 838, siis näeme, et nii voolu langev kui ka peegeldunud laine on pinge vastavatest lainetest ees mahtuvusliku tunnustakistusega $Z_t e^{-j\vartheta}$ määratud nurga ϑ võrra. Vahe seisneb vaid selles, et pinge on langeva ja peegeldunud laine summa, kuna vool on nende lainete vahe (joon. 447). Seda erinevust on võimalik seletada järgmiselt.

Kui liini mingis punktis kohtub kaks vastassuunas liikuvat ja vaadeldaval hetkel samanimelist hetkväärtust omavat pingelainet (olgu näiteks ülemine juhe positiivne ja alumine — negatiivne), siis toovad mõlemad lained vaadeldavasse punkti samanimelisi laenguid — ülemisele juhtmele positiivseid ja alumisele negatiivseid. Need kummalegi juhtmele toodud laengud liituvad. Et aga liini pikkusühiku kohta tulev laeng on liini pikkusühiku kohta tuleva mahtuvuse korrutis juhtmetevahelise pingega, siis liini vaadeldavas punktis kohtuvate pingelainete poolt kujundatav pinge nagu kujundataks eraldi kummagi laine poolt ja on seega mõlema laine hetkväärtuste summa.

Et liini vaadeldavas punktis ülemisel juhtmel liigub vastassuunas kaks positiivset laengut, siis on see samaväärne kahe vastassuunas voolava vooluga. Seega on ülemises juhtmes kujunev vool tegelikult nende kahe voolu vahe; analoogiline olukord on ka liini alumisel juhtmel, kus kohtuvad vastassuunas liikuvad negatiivsed laengud. Seega kujuneb voolu tegelik hetkväärtus langeva ja peegeldunud voolulaine hetkväär-

tuste vahena, kuna ta pinge puhul oli lainete hetkväärtuste summa. Avaldatuna komplekskujul

$$\dot{U} = \dot{U}_{lang} + \dot{U}_{peeg} = \dot{B} \exp(-\gamma x) + \dot{A} \exp \gamma x, \tag{842}$$

$$\dot{J} = \dot{J}_{lang} - \dot{J}_{peeg} = \frac{\dot{B}}{\dot{Z}_t} \exp(-\gamma x) - \frac{\dot{A}}{\dot{Z}_t} \exp \gamma x. \tag{843}$$

Valemis esinevad integreerimiskonstandid $\dot{A}$ ja $\dot{B}$ olid eespool määratud valemitega 825.

Valemitest 836 ja 837 selgub, et liini lõpul peegeldunud laine amplituud on väiksem sinna jõudnud langeva laine amplituudist. Nende lainete (komplekssete) amplituudide suhet nimetatakse peegeldumistegur iks. Peegeldumistegur pinge-lainele, kui liini lõpul oleva tarbija näivtakistus $\dot{Z}_2 = \dot{U}_2/\dot{J}_2$, on

$$p_U = \frac{\dot{U}_2 - \dot{J}_2\dot{Z}_t}{\dot{U}_2 + \dot{J}_2\dot{Z}_t} = \frac{\dot{J}_2\dot{Z}_2 - \dot{J}_2\dot{Z}_t}{\dot{J}_2\dot{Z}_2 + \dot{J}_2\dot{Z}_t} = \frac{\dot{Z}_2 - \dot{Z}_t}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_t}, \tag{844}$$

peegeldumistegur voolu-lainele

$$p_J = -\frac{\dot{U}_2 - \dot{J}_2\dot{Z}_t}{\dot{U}_2 + \dot{J}_2\dot{Z}_t} = \frac{\dot{Z}_t - \dot{Z}_2}{\dot{Z}_t + \dot{Z}_2} = -p_U. \tag{845}$$

Peegeldumistegur p_U või p_J näitab, missugune osa liini algusest liini lõppu jõudnud pinge- või voolulainest peegeldub liini alguse poole tagasi ega ole seega tarbija poolt kasutatud.

Peegeldunud komponent võib lainel puududa kahel juhtumil. Esiteks, kui liin oleks lõputu. Sel puhul viimastes avaldistes olev integreerimiskonstant $\dot{A} = 0$ ja liini algusest kaugusel x olev pinge

$$\dot{U} = \dot{B} \exp(-\gamma x).$$

Et liini algul, seega kaugusel $x = 0$, pinge on $\dot{U}_1$, siis integreerimiskonstant $\dot{B} = \dot{U}_1$ ja kaugusel x olevad pinge ning vool on:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 \exp(-\gamma x), \quad \dot{J} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_t} \exp(-\gamma x) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_t} \exp(-\gamma x + j\vartheta). \tag{846}$$

Nagu näeme, jaotuvad nii pinge kui ka vool lõputul liinil sumbuva sinusoidina nagu reaalse pikkusega liinigi puhul, kusjuures voolulaine on pingelainest nagu ennegi ees tunnustakistusega määratud negatiivse nurga ϑ võrra.

Mittepeegeldava liini saame ka sel teel, kui ühendame tema lõppu mittepeegeldava tarbija, mille takistus $\dot{Z}_2$ võr-

dub liini tunnustakistusega $\underset{\cdot}{Z}_t$. Sellise sobitatud tarbija puhul $\underset{\cdot}{U}_2 = \underset{\cdot}{J}_2 \underset{\cdot}{Z}_t$ ja valemi 842 kohaselt liini lõpul olev pinge

$$\underset{\cdot}{J}_2 \underset{\cdot}{Z} = \underset{\cdot}{B} \exp(-\underset{\cdot}{\gamma} l) + \underset{\cdot}{A} \exp \underset{\cdot}{\gamma} l ,$$

kust

$$\underset{\cdot}{J}_2 = \frac{\underset{\cdot}{B}}{\underset{\cdot}{Z}_t} \exp(-\underset{\cdot}{\gamma} l) + \frac{\underset{\cdot}{A}}{\underset{\cdot}{Z}_t} \exp \underset{\cdot}{\gamma} l .$$

Valemi 843 kohaselt liini lõpul olev vool

$$\underset{\cdot}{J}_2 = \frac{\underset{\cdot}{B}}{\underset{\cdot}{Z}_t} \exp(-\underset{\cdot}{\gamma} l) - \frac{\underset{\cdot}{A}}{\underset{\cdot}{Z}_t} \exp \underset{\cdot}{\gamma} l .$$

Viimaste avaldiste lahutamisel saame

$$0 = \frac{2\underset{\cdot}{A}}{\underset{\cdot}{Z}_t} \exp \underset{\cdot}{\gamma} l ,$$

kust peegeldunud lainet määrav integreerimiskonstant $\underset{\cdot}{A} = 0$. Seega liini mingis punktis olevad pinge ja vool osutuvad selgi puhul määratavaiks valemitega 846.

Peegeldumise puudumine selgub ka nulliga võrduvaist peegeldumistegureist:

$$\underset{\cdot}{p}_U = \frac{\underset{\cdot}{Z}_2 - \underset{\cdot}{Z}_t}{\underset{\cdot}{Z}_2 + \underset{\cdot}{Z}_t} = \frac{\underset{\cdot}{Z}_t - \underset{\cdot}{Z}_t}{\underset{\cdot}{Z}_t + \underset{\cdot}{Z}_t} = 0 \text{ ja } \underset{\cdot}{p}_J = -\underset{\cdot}{p}_U = 0 .$$

Joonis 448 illustreerib vektordiagrammina pinge ja voolu jaotumist piki mittepeegeldavat liini. Suureneva kauguse x puhul valemitega 846 määratavad pinge ja voolu vektorid (sest $\gamma = \beta + j\alpha$) on

$$\underset{\cdot}{U} = \underset{\cdot}{U}_1 \exp(-\beta x) \cdot \exp(-j\alpha x) \text{ ja } \underset{\cdot}{J} = \frac{\underset{\cdot}{U}_1}{\underset{\cdot}{Z}_t} \exp(-\beta x) \cdot \exp(-j\alpha x) =$$

$$= \frac{\underset{\cdot}{U}_1}{\underset{\cdot}{Z}_t} \exp(-\beta x) \cdot \exp[-j(\alpha x - \vartheta)] ,$$

joonestavad teineteisega sarnaseid logaritmilisi spiraale, kusjuures voolu vektor on pinge vektorist ees mahtuvusliku tunnustakistusega määratud nurga ϑ võrra. Vektordiagrammis sooritatakse täisring x-i võrdudes laine pikkusega $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$, sest sel puhul nurk $\alpha x = \frac{2\pi}{\lambda} \lambda = 2\pi$.

Ideaalse kadudeta liini puhul $\beta = 0$ ja pinge ning voolu vektorid oleksid joonestanud ringe.

Liini algul olev võimsus erineb liini lõpul olevast, sest

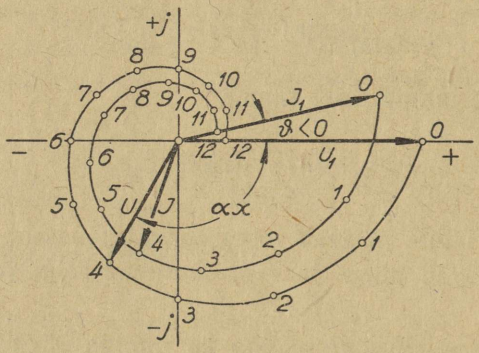
$$N_1 = U_1 J_1 \cos \vartheta$$

ja

$$N_2 = U_2 J_2 \cos \vartheta = U_1 \exp(-\beta l) \cdot J_1 \exp(-\beta l) \cdot \cos \vartheta.$$

Seega mittepeegeldava liini kasutegur

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = e^{-2\beta l}. \qquad (847)$$



Joon. 448. Voolu ja pinge kohakõver mittepeegeldavale liinile. Üks täispööre vastab kaugenemisele liini algusest ühe lainepikkuse võrra.

Näide 159. Pika kolmefaasise elektriliini lõpul olev liinipinge on 104 kV, liini lõpul olev vool on 125 A ja $\cos \varphi_2 = 0{,}8$. Määrata liini algul olev liinipinge, vool ja võimsustegur, kui liini pikkus on 200 km, ühe juhtme kilomeetrine tegevtakistus $R_0 = 0{,}185\ \Omega$/km, kilomeetrine induktiivsus $L_0 = 1{,}273$ mH/km, kilomeetrine mahtuvus $C_0 = 0{,}0089\ \mu$F/km ja sagedus $f = 50$ Hz. Isolatsiooni kilomeetrine juhtivus G_0 on praktiliselt võrdne nulliga.

Lahendus. Et $\cos \varphi_2 = 0{,}8$, siis pinge ja voolu vaheline nurk $\varphi_2 = 36^0 50'$. Kui vektordiagrammi joonestamisel koordinaadistik paigutada nii, et faasipinge vektor $\underline{U}_2 = \frac{104}{\sqrt{3}} = 60$ kV (kogu arvutus teostatakse ühe faasi kohta) asub koordinaatteljestiku positiivsel teljel, siis voolu vektor $\underline{J}_2 = 125 \angle -36^0 50'$ A asub pinge vektorist $36^0 50'$ taga (joon. 449). Nurksagedus

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314 \ \text{1/sec},$$

kilomeetrine näivtakistus

$$\dot{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0 = 0{,}185 + j314 \cdot 1{,}273 \cdot 10^{-3} = \\ = 0{,}185 + j0{,}400 = 0{,}441 \angle 65^0 10' \ \Omega/\text{km},$$

kilomeetrine näivjuhtivus

$$\dot{Y}_0 = G_0 + j\omega C_0 = 0 + j314 \cdot 0{,}0089 \cdot 10^{-6} = \\ = j2{,}8 \cdot 10^{-6} = 2{,}8 \cdot 10^{-6} \angle 90^0 \ \text{S/km},$$

tunnustakistus

$$\dot{Z}_t = \sqrt{\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Y}_0}} = \left(\frac{0{,}441 \angle 65^0 10'}{2{,}8 \cdot 10^{-6} \angle 90^0}\right)^{\frac{1}{2}} = 396 \angle -12^0 25' \ \Omega,$$

levimistegur

$$\dot{\gamma} = \beta + j\alpha = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0} = (0{,}441 \angle 65^0 10' \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-6} \angle 90^0)^{\frac{1}{2}} = \\ = 1{,}11 \cdot 10^{-3} \angle 77^0 35' = 0{,}239 \cdot 10^{-3} + j1{,}083 \cdot 10^{-3} \ 1/\text{km}.$$

Seega sumbumistegur $\beta = 0{,}239 \cdot 10^{-3}$ N/km ja kogu liini sumbumus

$$\beta l = 0{,}239 \cdot 10^{-3} \cdot 200 = 0{,}0478 \ \text{N}.$$

Et hilinemistegur $\alpha = 1{,}083 \cdot 10^{-3}$ rad/km, siis kogu liini kohta hilinemus

$$\alpha l = 1{,}083 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot \frac{360^0}{2\pi} = 12^0 24'.$$

Valemeis 832 ja 833 esinevad hüperboolne koosinus ja siinus on:

$$\text{ch}\, \dot{\gamma} l = \frac{e^{\dot{\gamma} l} + e^{-\dot{\gamma} l}}{2} \quad \text{ja} \quad \text{sh}\, \dot{\gamma} l = \frac{e^{\dot{\gamma} l} - e^{-\dot{\gamma} l}}{2}.$$

Neis avaldistes

$$\exp \dot{\gamma} l = \exp (\beta l + j\alpha l) = \exp \beta l \cdot \exp j\alpha l = e^{0{,}0478} \, e^{j12\,24'} = \\ = 1{,}05 \angle 12^0 24' = 1{,}024 + j0{,}225,$$

$$\exp (-\dot{\gamma} l) = \frac{1}{1{,}05 \angle 12^0 24'} = 0{,}952 \angle -12^0 24' = \\ = 0{,}929 - j0{,}204.$$

Seega

$$\text{ch}\, \dot{\gamma} l = \frac{1{,}024 + j0{,}225 + 0{,}929 - j0{,}204}{2} = 0{,}977 + j0{,}010 = \\ = 0{,}977 \angle 0^0 34',$$

$$\text{sh}\, \dot{\gamma} l = \frac{1{,}024 + j0{,}225 - 0{,}929 + j0{,}204}{2} = 0{,}050 + j0{,}215 = \\ = 0{,}221 \angle 76^0 55',$$

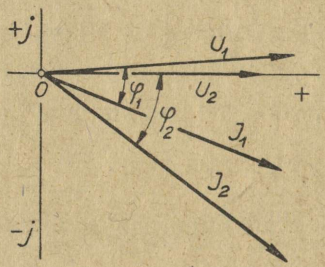
liini algul olev pinge

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} l = 60\,000 \cdot 0{,}977 \angle 0^\circ 34' +$$
$$= 125 \angle -36^\circ 50' \cdot 396 \angle -12^\circ 25' \cdot 0{,}221 \angle 76^\circ 55' =$$
$$= 68\,260 \angle 4^\circ 14' \text{ V}$$

ja liini algul olev vool

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l = 125 \angle -36^\circ 50' \cdot 0{,}977 \angle 0^\circ 34' +$$
$$+ \frac{60\,000 \cdot 0{,}221 \angle 76^\circ 55'}{396 \angle -12^\circ 25'} = 105{,}5 \angle -21^\circ 25' \text{ A}.$$

Pinge ja voolu vektorite vaheline nurk $\varphi_1 = 4^\circ 14' + 21^\circ 25' = 25^\circ 39'$, võimsustegur $\cos \varphi_1 = 0{,}90$, liinipinge $U_{1l} = \sqrt{3} \cdot 68\,260 = 118\,200$ V.



Joon. 449. Vektordiagramm näitele 159. Diagrammis on fikseeritud olukord liini algul ja lõpul.

Laine levimiskiirus

$$v = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{314}{1{,}083 \cdot 10^{-3}} = 290\,000 \frac{\text{km}}{\text{sec}},$$

laine pikkus

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{1{,}083 \cdot 10^{-3}} \approx 5800 \text{ km}.$$

Seega haarab 200 km pikk liin, sageduse olles 50 Hz, ainult 3,5% liini mööda leviva laine pikkusest, mis, nagu me näeme allpool, õigustab loobuma arvutamast hüperboolsete funktsioonidega ja kasutama lihtsamaid ligikaudseid valemeid.

262. Pika liini tunnustakistus ja levimistegur. Eespool olid valemitega 822 ja 823 määratud pikka elektriliini kirjeldavad konstandid — levimistegur γ ja tunnustakistus $\dot{Z}_t$.

Tunnustakistus

$$\dot{Z}_t = \sqrt{\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Y}_0}} = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = Z_t e^{j\vartheta}, \tag{848}$$

mille moodul

$$Z_t = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = \sqrt[4]{\frac{R_0^2 + \omega^2 L_0^2}{G_0^2 + \omega^2 C_0^2}}$$

ja nurk

$$\vartheta = \tfrac{1}{2} \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L_0 G_0 - \omega C_0 R_0}{R_0 G_0 + \omega^2 L_0 C_0},$$

on tavaliselt mahtuvusliku iseloomuga, sest harilikult $L_0 G_0 < C_0 R_0$, mistõttu nurk ϑ on negatiivne. Mida suurem on nurksagedus ω, seda enam läheneb nurk ϑ nullile ja moodul Z_t väärtusele $\sqrt{L_0/C_0}$. Kui tegevtakistus R_0 on väike võrreldes induktiivtakistusega ωL_0 ja rööbitine juhtivus G_0 on väike võrreldes mahtuvusliku juhtivusega ωC_0, siis võib tunnustakistust küllaldase täpsusega arvutada valemi

$$\dot{Z}_t \approx \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} e^{j0} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = Z_t \tag{849}$$

järgi.

Tunnustakistuse keskmine väärtus tugevvoolu õhuliini puhul on 600 Ω ja tugevvoolu kaabelliini puhul 50 ... 100 Ω. Side-õhuliini puhul on tunnustakistuse keskmine väärtus $\omega = 5000$ 1/sec või $f = 800$ Hz juures 800 Ω pronksjuhtmete ja 1400 Ω raudjuhtmete kasutamisel; kaabelliini puhul — 600 Ω. Kaabelliini väiksem tunnustakistus on tingitud kaabli palju suuremast mahtuvusest ja väikesest induktiivsusest.

Levimisteguris $\gamma = \beta + j\alpha$ esinevate sumbumisteguri β ja hilinemisteguri α määramiseks tõstame levimisteguri teise astmesse. Siis

$$\gamma^2 = (\beta + j\alpha)^2 = \dot{Z}_0 \dot{Y}_0 = (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0),$$

kust

$$(\beta^2 - \alpha^2) + j2\alpha\beta = (R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0) + j(\omega L_0 G_0 + \omega C_0 R_0).$$

Viimane valem sisaldab tegelikult kaks iseseisvat võrrandit, sest tema vasakul poolel olev reaalosa võrdub paremal poolel olevaga ja samuti võrdub ka vasakul poolel olev imaginaarosa paremal poolel olevaga. Nende võrrandite kooslahendamisel saame:

$$\alpha = \sqrt{\tfrac{1}{2}[\omega^2 L_0 C_0 - R_0 G_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)}]}, \tag{850}$$

$$\beta = \sqrt{\tfrac{1}{2}[R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)}]}. \tag{851}$$

Neist valemeist selgub, et hilinemistegur α suureneb nii induktiivsuse L_0 kui ka mahtuvuse C_0 suurenemisega, kuna sumbumistegur β suureneb nii tegevtakistuse R_0 kui ka tegevjuhtivuse G_0 suurenedes.

Sideliine mööda edasiantav mittesiinuseline vool on lahutatav reaks erinevat sagedust omavaiks harmoonilisteks. Kuid valemeist 850 ja 851 selgub, et erineva sagedusega voolud levivad piki liini erineva kiirusega $v = \omega/\alpha$ ja ka sumbuvad erinevalt. Seepärast osutub liini lõpul olev mittesiinuseline vool erinevaks liini algul olevast, kusjuures see moonutumine kasvab liini pikkuse suurenedes. Seepärast on väga oluline osata kujundada sideliin sellisena, et tekkiv moonutus oleks minimaalne. Teoreetiliselt on see saavutatav kahel viisil.

Me peaksime ehitama minimaalseid energiakadusid põhjustava liini, s. o. liini võimalikult väikese tegevtakistuse ja rööbitise juhtivusega. Sel puhul oleksid $R_0 \approx 0$ ja $G_0 \approx 0$ ning tunnustakistus

$$\underset{\cdot}{Z}_t = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} \approx \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

oleks reaalarv. Levimistegur

$$\gamma = \beta + j\alpha = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)\,(G_0 + j\omega C_0)} = 0 + j\omega\sqrt{L_0 C_0},$$

millest sumbumistegur $\beta = 0$ ja hilinemistegur $\alpha = \omega\sqrt{L_0 C_0}$. Seega levimiskiirus

$$v = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

ei sõltuks sagedusest. Tegelikult pole kadudeta liini ehitamine praktiliselt teostatav.

Teise võimaluse pakub tingimuse $G_0 L_0 = R_0 C_0$ täitmine. Sel puhul osutuvad valemitega 850 ja 851 määratud tegurid minimaalseiks, s. o.

$$\alpha_{min} = \omega\sqrt{L_0 C_0} \quad \text{ja} \quad \beta_{min} = \sqrt{R_0 G_0} = R_0\sqrt{\frac{C_0}{L_0}},$$

laine levimiskiirus

$$v = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

oleks jällegi sõltumatu sagedusest ja liini tunnustakistus

$$\underset{\cdot}{Z}_t = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

oleks reaalarv. Sellist liini nimetatakse mittemoonutavaks.

Tegelikult on nii õhu- kui ka side-kaabelliinil $G_0 L_0 < R_0 C_0$. Side-kaabelliini kilomeetrise induktiivsuse L_0 suurendamiseks liin pupiniseeritakse, s. o. liini ühendatakse teatavate vahemaade tagant (pikkusega kuni 2 km) raudsüdamikuga paispoole, millist meetodit teostas esimesena Pupin. Side-kaabelliini induktiivsust suurendatakse Krarupi ettepanekul ka sel teel, et kaabli iga soon kaetakse suurt magnetilist läbitavust omava traadiga (näit. permalloy-suland, mille koostises on 78,5% Ni, 0,5 ... 1% Cu ja 3,5 ... 3,8% Mo; müümetall, mille koostises on 75% Ni ja 6% Cu jne.; traadi läbimõõt on 0,2 ... 0,3 mm).

Kui tehnilisele sagedusele $f = 50$ Hz vastab tugevvoolu-õhuliinide puhul lainepikkus

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \approx \frac{300\,000}{50} = 6000 \text{ km},$$

mis on märksa suurem õhuliinide tegelikust pikkusest, siis sidetehnikas kasutatavail sagedustel tuleb arvestada mitme lainepikkuse mahutamisega liini ühele pikkusele. Nii on näiteks helisagedusel 800 Hz lainepikkus õhuliinil ainult 375 km, kuna ta kaabelliini puhul on isegi veel kuni neli korda lühem.

Mis puutub elektromagnetilise laine levimise kiirusesse, siis on see õhuliini puhul väga lähedane valguse kiirusele 300 000 km/sec, kuna ta kaabelliinidel on aga mitu korda väiksem, sest kaabli soone isolatsiooni dielektrikukonstant ε ja mahtuvus on mitu korda suuremad õhu omast.

263. Pika liini parameetrite katseline määramine. Nagu nägime valemite 826 ja 827 puhul, on nii pinge kui ka voolu edasiliikuv laine lahutatav langevaks ja peegeldunud komponendiks. Kuid liinil olevad pinge ja vool on lahutatavad kaheks komponendiks veel teisiti — niinimetatavaiks tühijooksu- ja lühiskomponendiks.

Liini algul mõõdetava voolu $\dot{J}_1$ tühijooksukomponent $\dot{J}_{10}$ saadakse sel teel, et liini lõpp jäetakse koormuseta, kus seega $\dot{J}_2 = 0$. Seejuures peab liini lõpul olev pinge võrduma normaalsel koormamisel valitseva $\dot{U}_2$-ga. Siis valemite 832 ja 833 kohaselt liini algul olev tühijooksupinge

$$\dot{U}_{10} = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l$$

ja tühijooksuvool

$$\dot{J}_{10} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} \gamma l . \qquad (852a)$$

Sellele olukorrale vastab tühijooksu-näivtakistus

$$\dot{Z}_{10} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{J}_{10}} = \frac{\dot{Z}_t \operatorname{ch} \dot{\gamma} l}{\operatorname{ch} \dot{\gamma} l} = \frac{\dot{Z}_t}{\operatorname{th} \dot{\gamma} l}. \tag{852b}$$

Liini algul mõõdetav pinge ja voolu **lühiskomponent** saadakse liini lõpu lühistamisel ($\dot{U}_2 = 0$), kui seejuures lühistavat traati läbiv vool võrdub normaalse koormusvooluga $\dot{J}_2$. Siis lühispinge

$$\dot{U}_{1k} = \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} l$$

ja lühisvool

$$\dot{J}_{1k} = \dot{J}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l.$$

Sellele olukorrale vastab lühis-näivtakistus

$$\dot{Z}_{1k} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{J}_{1k}} = \frac{\dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} l}{\operatorname{ch} \dot{\gamma} l} = \dot{Z}_t \operatorname{th} \dot{\gamma} l. \tag{853}$$

Avaldistest 852 ja 853 selgub, et tunnustakistus

$$\dot{Z}_t = \sqrt{\dot{Z}_{10} \dot{Z}_{1k}} \tag{854}$$

ja levimuse hüperboolne tangens

$$\operatorname{th} \dot{\gamma} l = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{1k}}{\dot{Z}_{10}}}. \tag{855}$$

Lõpptulemusena saame, et

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} l = \dot{U}_{10} + \dot{U}_{1k}, \tag{856}$$

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_2 \operatorname{ch} \dot{\gamma} l + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} \dot{\gamma} l = \dot{J}_{10} + \dot{J}_{1k}. \tag{857}$$

Kui tühijooksus mõõta U_{10}, J_{10} ja $N_{10} = U_{10} J_{10} \cos \varphi_{10}$ ning lühisel U_{1k}, J_{1k} ja $N_{1k} = U_{1k} J_{1k} \cos \varphi_{1k}$, siis saame määrata nii tühijooksu- kui ka lühis-näivtakistuse:

$$\dot{Z}_{10} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{J}_{10}} \exp j\varphi_{10} = Z_{10} \exp j\varphi_{10}$$

ja

$$\dot{Z}_{1k} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{J}_{1k}} \exp j\varphi_{1k} = Z_{1k} \exp j\varphi_{1k}.$$

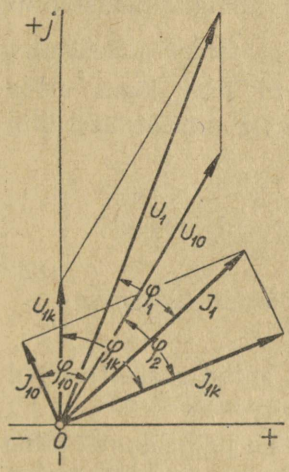
Viimaste mõõtmine võib toimuda ka otseselt vahelduvvooluga toidetava mõõtesilla abil. Et tühijooksul on vool tavaliselt pingest ees, siis on

nurk φ_{10} negatiivne. Nende mõõtmistulemuste andmeil tunnustakistus (val. 854)

$$\dot{Z}_t = \sqrt{\dot{Z}_{10}\dot{Z}_{1k}} = \sqrt{Z_{10}Z_{1k}}\,\exp j\,\frac{\varphi_{10}+\varphi_{1k}}{2} = Z_t e^{j\vartheta} \qquad (858)$$

ja levimuse hüperboolne tangens (val. 855)

$$\operatorname{th}\dot{\gamma}l = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{1k}}{\dot{Z}_{10}}} = \sqrt{\frac{Z_{1k}}{Z_{10}}}\,\exp j\,\frac{\varphi_{1k}-\varphi_{10}}{2} = Me^{j\tau}.$$



Joon. 450. Tühijooksu ja lühise andmeil joonestatav vektordiagramm.

Et

$$\operatorname{th}\dot{\gamma}l = \frac{e^{2\dot{\gamma}l}-1}{e^{2\dot{\gamma}l}+1},$$

siis

$$\frac{1+\operatorname{th}\dot{\gamma}l}{1-\operatorname{th}\dot{\gamma}l} = \exp 2\dot{\gamma}l = \exp 2\beta l\cdot\exp j2\alpha l, \qquad (859)$$

kust on määratavad nii β kui ka α, kui on teada liini pikkus l. Liini parameetrid R_0, L_0, G_0 ja C_0 on määratavad seoseist

$$\dot{\gamma}\dot{Z}_t = \sqrt{\dot{Z}_{10}\dot{Y}_{10}}\cdot\sqrt{\frac{\dot{Z}_{10}}{\dot{Y}_{10}}} = R_0 l + j\omega L_0 l \qquad (860)$$

ja

$$\frac{\dot{\gamma}}{\dot{Z}_t} = \sqrt{\dot{Z}_{10}\dot{Y}_{10}}\cdot\sqrt{\frac{\dot{Y}_{10}}{\dot{Z}_{10}}} = G_0 l + j\omega C_0 l, \qquad (861)$$

kusjuures peab olema teada nii liini pikkus kui ka kasutatav sagedus. Tulemus osutub õigeks ainult moonutamata siinuselise pinge kasutamisel.

Katse andmeist tuleneva vektordiagrammi joonestamisel lähtume tõigast, et vektorite $\dot{U}_{10}$ ja $\dot{J}_{10}$ ning $\dot{U}_2$ ja $\dot{J}_2$ vaheline nurk on ühesuurune, sest

$$\frac{\dot{U}_{10}}{\dot{J}_{1k}} = \frac{\dot{U}_2\operatorname{ch}\dot{\gamma}l}{\dot{J}_2\operatorname{ch}\dot{\gamma}l} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{J}_2}.$$

Pärast pinge vektori $\dot{U}_{10}$ joonestamist (joon. 450) joonestame temast nurga φ_2 võrra nihutatud vektori $\dot{J}_{1k}$. Vektordiagrammi edasine joonestamine toimub järjekorras:

$$\varphi_{1k},\ \dot{U}_{1k},\ \dot{U}_1 = \dot{U}_{10} + \dot{U}_{1k},\ \varphi_{10},\ \dot{J}_{10},\ \dot{J}_1 = \dot{J}_{10} + \dot{J}_{1k},$$

kusjuures viimasena on määratav nurk φ_1.

264. Energia ülekandmine pikka liini mööda.

a. Ideaalse liini tühijooks ja lühis. Pikk ideaalne elektriliin on selline, mille tegevtakistus R ja juhtivus G võrduvad nulliga. Sellise liini $\beta = 0$, $\alpha = \omega\sqrt{L_0C_0}$, $\gamma = j\alpha$ ja $\dot{Z}_t = \sqrt{L_0/C_0} = Z_t$; temas ei leia aset energia muundumine soojuseks. Tühijooksu puhul liini lõpul oleva tarbija näivtakistus $\dot{Z}_2 = \infty$ ja vool $\dot{J}_2 = 0$. Kauguse x mõõtmisel liini lõpust liini alguse suunas saame (val. 834 ja 835):

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \operatorname{ch}\gamma x = \frac{\dot{U}_2}{2}\exp\gamma x + \frac{\dot{U}_2}{2}\exp(-\gamma x) = \dot{U}_2 \operatorname{ch} j\alpha x = \dot{U}_2 \cos\alpha x, \\ \dot{J} &= \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t}\operatorname{sh}\gamma x = \frac{\dot{U}_2}{2\dot{Z}_t}\exp\gamma x - \frac{\dot{U}_2}{2\dot{Z}_t}\exp(-\gamma x) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t}\operatorname{sh} j\alpha x = j\frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t}\sin\alpha x \end{aligned}\right\} \quad (862)$$

(seos hüperboolsete ja ringi funktsioonide vahel on antud raamatu lõpul olevas lisas).

Leitud valemeist selgub, et nii edasiliikuva kui ka peegeldunud laine amplituudid on võrdsed ja et kahe vastassuunas liikuva laine liitumisel tekib seisev laine. Viimast näeme sellest, et x olles $0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}$ jne. $\cos\alpha x$ on ± 1 ja $\sin\alpha x$ võrdub nulliga ($\lambda = vT = \frac{\omega}{\alpha}T = \frac{2\pi}{\alpha}$). Nendes punktides on tegemist pinge seisevlaine paisudega ja voolu seisevlaine sõlmedega (joon. 451*a*).

Lühise puhul tarbija näivtakistus $\dot{Z}_2 = 0$ ja liini lõpul olev pinge $\dot{U}_2 = 0$. Siis

$$\dot{U} = \dot{J}_2\dot{Z}_t \operatorname{sh}\gamma x = \dot{J}_2 Z_t \operatorname{sh} j\alpha x = j\dot{J}_2 Z_t \sin\alpha x \quad (863)$$

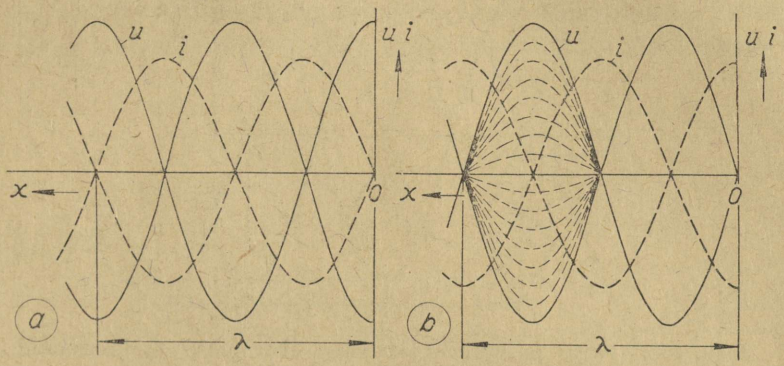
ja

$$\dot{J} = \dot{J}_2 \operatorname{ch}\gamma x = \dot{J}_2 \operatorname{ch} j\alpha x = \dot{J}_2 \cos\alpha x. \quad (864)$$

Ka sel puhul on langeva ja peegeldunud laine amplituudid võrdsed ja liinil tekivad paisud ning sõlmed. Kuid nüüd asuvad liini lõpul pinge

sõlm ja voolu pais (joon. 451*b*). Et liin on tegevtakistuseta, siis nii tühijooksus kui ka lühisel ei leia aset energia muundumine soojuseks.

Kui tühijooksus oleva kadudeta liini pikkus l on veerand lainepikkust $\frac{\lambda}{4}$, siis teoreetiliselt võiks liini lõpul oleva pinge $\dot{U}_2$ puhul liini algul olev pinge võrduda nulliga. Sellele lähedane on olukord väga väikesi kadusid omava veerandlaineantenni puhul, kus antenni lõpul olev kõrge pinge saavutatakse väga väikese pinge abil antenni algul.



Joon. 451. Pinge ja voolu seisevlained ideaalsel elektriliinil: *a* — tühijooksus oleval, *b* — lühistatud liinil.

b. Ebavõimsusega koormatud ideaalne liin. Kui ideaalse liini lõppu ühendada ebavõimsuse tarbija, mille näivtakistus $\dot{Z}_2 = \pm jZ_2$, siis tarbija vool $\dot{J}_2 = \dot{U}_2/jZ_2$ ja valemite 834 ja 835 kohaselt liini lõpust kaugusel x olevas punktis

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \operatorname{ch} j\alpha x \pm \dot{U}_2 \frac{Z_t}{jZ_2} \operatorname{sh} j\alpha x = \dot{U}_2(\cos \alpha x \pm \frac{Z_t}{Z_2} \sin \alpha x),$$

$$\dot{J} = \dot{J}_2 \operatorname{ch} j\alpha x \pm \dot{J}_2 \frac{jZ_2}{Z_t} \operatorname{sh} j\alpha x = \dot{J}_2(\cos \alpha x \mp \frac{Z_2}{Z_t} \sin \alpha x).$$

Tähistame lihtsustamise otstarbel $Z_2/Z_t = \operatorname{tg} \sigma$. Siis pärast valemite ümberkorraldamist

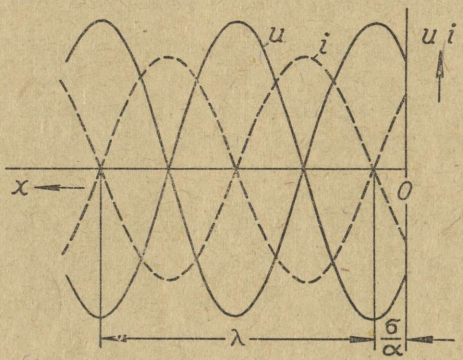
$$\dot{U} = \dot{U}_2 \frac{\sin(\sigma \mp \alpha x)}{\sin \sigma} \quad \text{ja} \quad \dot{J} = \dot{J}_2 \frac{\cos(\sigma \mp \alpha x)}{\cos \sigma}. \qquad (865)$$

Viimased valemid näitavad, et on jällegi tegemist seisevlainetega (joon. 452), kusjuures sõlmed ja paisud ei asu enam liini lõpul. Kui liini mingis punktis (selleks võib olla ka liini algus) olev pinge jagada

vooluga, siis saame tegevtakistuseta liinist ja ebatakistuslikust tarbijast koosneva komplekti ekvivalentse takistuse $\underset{\cdot}{Z}$:

$$\underset{\cdot}{Z} = \frac{\underset{\cdot}{U}}{\underset{\cdot}{J}} = \frac{\underset{\cdot}{U}_2}{\underset{\cdot}{J}_2} \frac{\operatorname{tg}(\sigma \mp \alpha x)}{\operatorname{tg}\sigma} = \pm j Z_2 \frac{\operatorname{tg}(\sigma \mp \alpha x)}{\operatorname{tg}\sigma} = \pm j Z_t \operatorname{tg}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{Z_2}{Z_t} \mp \alpha x\right).$$

Et kõik valemis esinevad suurused on reaalarvud, siis osutub ekvivalentne takistus $\underset{\cdot}{Z}$ imaginaarseks ja vooluallikalt saadav tegevvõimsus võrdseks nulliga.



Joon. 452. Pinge ja voolu seisevlained ebavõimsusega koormatud ideaalsel elektriliinil.

Vaadeldust võib järeldada, et ideaalse liini olles tühijooksus, lühistatud või koormatud puht ebavõimsuse tarbijaga, temal tekivad seisevlained. Seega on liinil olemas kohti, kus näiv-, seega ka tegevvõimsus alati võrdub nulliga — need on nii pinge- kui ka voolulaine sõlmed. Sellist liini mööda energiat edasi anda ei saa. Pinge- ja voolulaine sõlmede vahelisel lõigul toimub elektromagnetilise energia pidev võnkumine — magnetvälja energia perioodiline muundumine elektrivälja energiaks ja tagasi magnetvälja energiaks. Seisevlainete tekkimine osutub võimalikuks ainult kadude täielikul puudumisel nii liinis kui ka tarbijas. Tegevenergia tarbimisel seisevlaineid enam tekkida ei saa, sest sel puhul toimub energia l i i k u m i n e piki liini tootja juurest tarbija suunas. Seejuures võib tarbijaks olla ka tühijooksus olev, kuid kadusid omav liin ise.

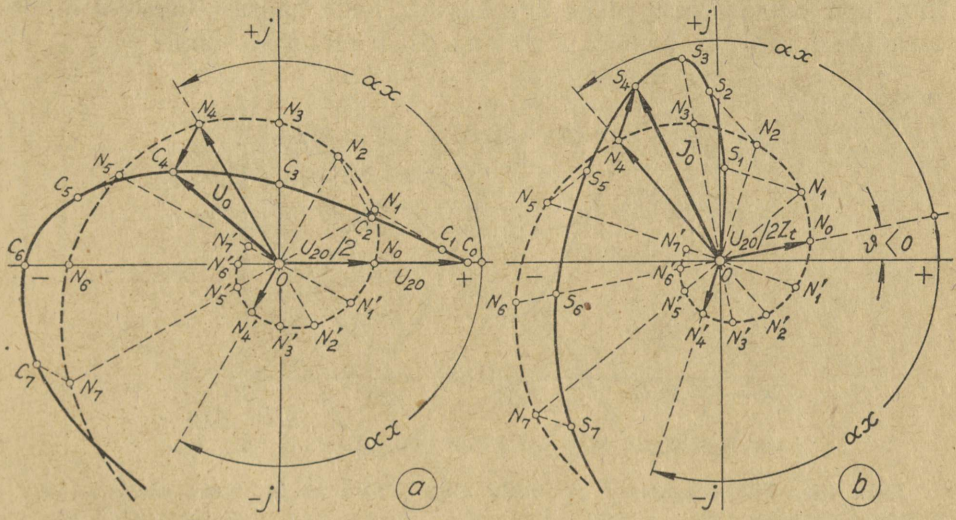
c. Tegeliku liini tühijooks ja lühis. Tegeliku liini tühijooksu puhul $\underset{\cdot}{Z}_2 = \infty$, $\underset{\cdot}{J}_2 = 0$ ja tühijooksupinge (kaugus x mõõdetakse liini lõpust alguse suunas)

$$\underset{\cdot}{U}_0 = \underset{\cdot}{U}_{20} \operatorname{ch}\gamma x = \frac{\underset{\cdot}{U}_{20}}{2} \exp \gamma x + \frac{\underset{\cdot}{U}_{20}}{2} \exp(-\gamma x), \qquad (866)$$

kus $\dot{U}_{20}$ on liini lõpul olev pinge, ja tühijooksuvool

$$\dot{J}_0 = \frac{\dot{U}_{20}}{\dot{Z}_t} \operatorname{sh} \gamma x = \frac{\dot{U}_{20}}{2\dot{Z}_t} \exp \gamma x - \frac{\dot{U}_{20}}{2\dot{Z}_t} \exp(-\gamma x). \qquad (867)$$

Kui joonestada logaritmiline spiraal, mille alg-polaarkaugus $\overline{ON_0}$ ($x = 0$ puhul) võrdub $\dot{U}_{20}/2$-ga (joon. 453*a*), siis αx olles näiteks $+\frac{2\pi}{3}$ ja $-\frac{2\pi}{3}$, määrab vektorite $\overline{ON_4}$ ja $\overline{ON_4'} = \overline{N_4C_4}$ summa $\overline{OC_4}$ tühijooksupinge $\dot{U}_0$ liini algusest kaugusel $x = \lambda/3$. Sel teel kujuneb hüperboolse koosinuse kõver — tühijooksupinge kohakõver (hüperboolse koosinus- ja siinuskõvera konstrueerimine on kirjeldatud raamatu lõpul olevas lisas).



Joon. 453. Tühijooksus oleva liini pinge ja voolu kohakõverad.

Tühijooksuvoolu kohakõver — hüperboolne siinus — on leitav analoogiliselt. Tuleb joonestada logaritmiline spiraal alg-polaarkaugusega $\overline{ON_0} = \dot{U}_{20}/2\dot{Z}_t$, mis osutub pööratuks $\dot{U}_{20}/2$ suhtes nurga ϑ võrra (joon. 453*b*). Siis αx jälle olles näiteks $+\frac{2\pi}{3}$ ja $-\frac{2\pi}{3}$, määrabki vektorite $\overline{ON_4}$ ja $\overline{ON_4'} = \overline{S_4N_4}$ vahe $\overline{OS_4}$ tühijooksuvoolu $\dot{J}_0$ liini algusest kaugusel $x = \lambda/3$.

Tühijooksupinge ja -voolu jaotumist piki liini iseloomustab väga hästi ka pinge ja voolu r u u t k õ v e r (joon. 454; kaugus x mõõdetakse liini lõpust alguse suunas). Et

$$(\operatorname{ch} \gamma x)^2 = [\operatorname{ch}(\beta x + j\alpha x)]^2 = \frac{1}{2}(\operatorname{ch} 2\beta x + \cos 2\alpha x)$$

ja

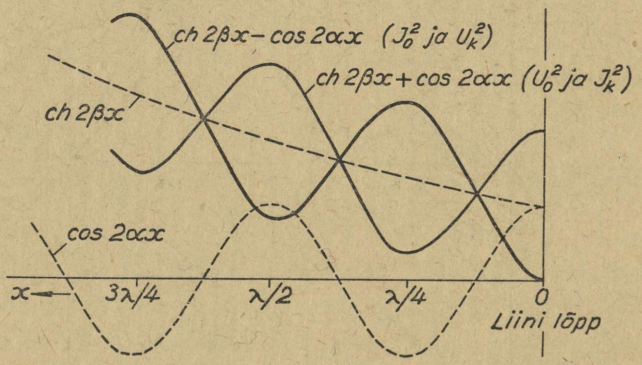
$$(\operatorname{sh} \dot{\gamma} x)^2 = [\operatorname{sh} (\beta x + j\alpha x)]^2 = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} 2\beta x - \cos 2\alpha x),$$

siis

$$U_0^2 = \frac{U_{20}^2}{2} (\operatorname{ch} 2\beta x + \cos 2\alpha x), \tag{868}$$

$$J_0^2 = \frac{U_{20}^2}{2Z_t^2} (\operatorname{ch} 2\beta x - \cos 2\alpha x). \tag{869}$$

Joonisest selgub, et pinge ja voolu maksimumid vahelduvad iga veerandlaine tagant. Liinides pikkusega alla ühte veerandlainet kahaneb vool liini lõpu suunas, kuna pinge aga kasvab. Seda nähtust täheldas esimesena Ferranti ja ta kannab F e r r a n t i n ä h t u s e nime.



Joon. 454. Tühijooksupinge ja -voolu ning lühispinge ja -voolu ruutkõverad.

Lühise puhul $\dot{Z}_2 = 0$, $\dot{U}_2 = 0$, liini lõpul olev lühisvool on $\dot{J}_{2k}$ ja liini lõpust kaugusel x olevas punktis olev pinge

$$\dot{U}_k = \dot{J}_{2k} \dot{Z}_t \operatorname{sh} \dot{\gamma} x = \frac{\dot{J}_{2k} \dot{Z}_t}{2} \exp \dot{\gamma} x - \frac{\dot{J}_{2k} \dot{Z}_t}{2} \exp (-\dot{\gamma} x) \tag{870}$$

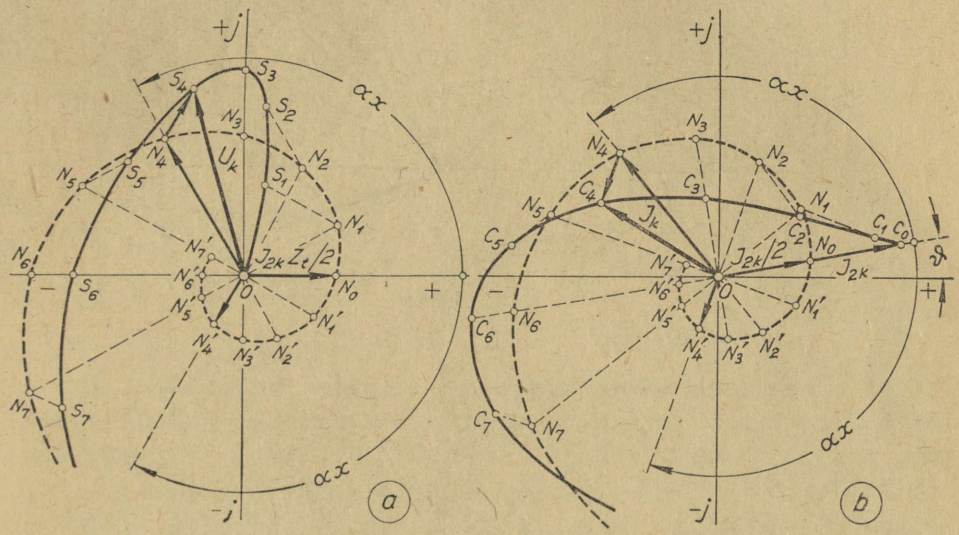
ja vool

$$\dot{J}_k = \dot{J}_{2k} \operatorname{ch} \dot{\gamma} x = \frac{\dot{J}_{2k}}{2} \exp \dot{\gamma} x + \frac{\dot{J}_{2k}}{2} \exp (-\dot{\gamma} x). \tag{871}$$

Joonis 455 näitab lühispinge ja -voolu kohakõveraid — hüperboolset siinust ja koosinust. Seejuures on mahtuvusliku tunnustakistuse puhul pinge voolust ees nurga ϑ võrra. Nagu tühijooksu puhul, nii on ka lühise

puhul pinge ja voolu jaotumine piki liini iseloomustatav pinge ja voolu ruutkõveraga (joon. 454). Sel puhul

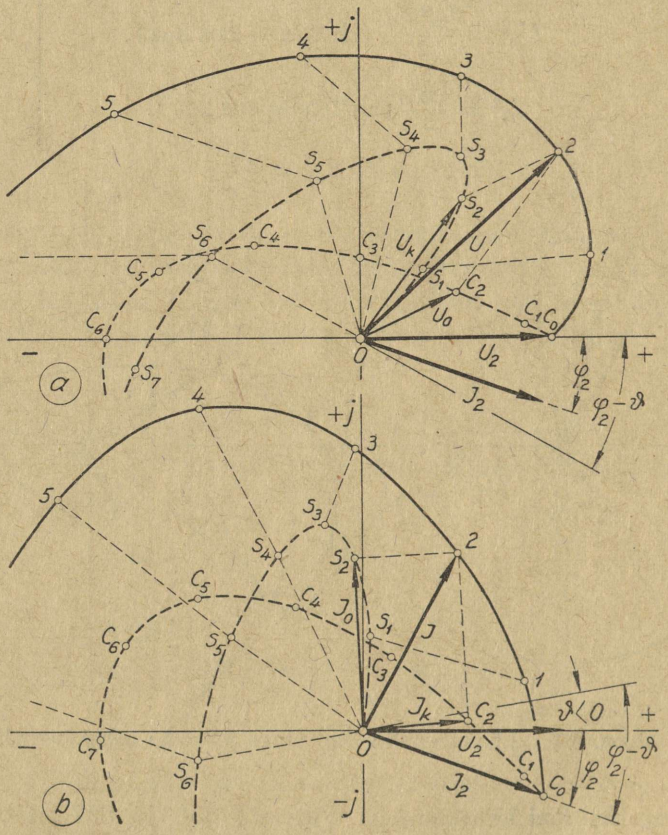
$$\left.\begin{aligned} U_k^2 &= \frac{J_{2k}^2 Z_t^2}{2} (\operatorname{ch} 2\beta x - \cos 2\alpha x), \\ J_k^2 &= \frac{J_{2k}^2}{2} (\operatorname{ch} 2\beta x + \cos 2\alpha x). \end{aligned}\right\} \quad (872)$$



Joon. 455. Lühises oleva liini pinge ja voolu kohakõverad.

d. Tegeliku liini koormamine. Valemid 856 ja 857 näitavad meile, et liini algul olevad pinge ja vool on lahutatavad tühijooksu- ja lühiskomponentideks. Analoogiliselt on pinge ja vool lahutatavad tühijooksu- ja lühiskomponentideks liini igas punktis, kui selles valemis olev liini pikkus l asendada kaugusega x liini algusest. See õigustab koormatud liini pinge kohakõvera määramisel liitma jooniste 453*a* ja 455*a* kohakõveraist leitavad $\underset{.}{U}_0$ ja $\underset{.}{U}_k$ ning jooniste 453*b* ja 455*b* kohakõveraist leitavad $\underset{.}{J}_0$ ja $\underset{.}{J}_k$. Et liini lõpul olev koormus on määratud tarbija näivtakistusega $\underset{.}{Z}_2 = Z_2 e^{j\varphi_2}$, seega pinge on induktiivse koormuse puhul voolust ees nurga φ_2 võrra, ja $\underset{.}{J}_2 \underset{.}{Z}_t = J_2 Z_t e^{j\vartheta}$, siis tuleb kohakõverate konstrueerimisel kasutatava lühispinge alg-polaarvektor pöörata tühijooksupinge alg-polaarvektori suhtes nurga $\varphi_2 - \vartheta$ võrra (joon. 456*a*). Analoogiliselt tuleb sama nurga võrra pöörata ka tühijooksuvoolu alg-polaarvektor lühisvoolu

alg-polaarvektori suhtes (joonisel 456*b* on tunnustakistuse nurk ϑ mõeldud negatiivsena).



Joon. 456. Koormatud liini pinge ja voolu kohakõverate määramine tühijooksu ja lühise kohakõverate liitmise abil. Arvud *1*, *2*, *3* jne. tähistavad lainepikkuse kaheteistkümnendike kaugusel asetsevaid kohakõverate punkte, mõõdetuina liini lõpust; *a* — pinge $\dot{U} = \dot{U}_0 + \dot{U}_k$ kohakõver, *b* — voolu $\dot{J} = \dot{J}_0 + \dot{J}_k$ kohakõver.

Ka liini koormamisel on pinge ja vool iseloomustatavad nende ruutkõveraga (joon. 457). Sel puhul on valemid 834 ja 835 ümberkujundatavad valemeiks

$$\dot{U} = \dot{U}_2(\operatorname{ch}\dot{\gamma}x + \frac{\dot{Z}_t}{\dot{Z}_2}\operatorname{sh}\dot{\gamma}x) = \dot{U}_2\frac{\operatorname{ch}(\dot{\gamma}x + \dot{\xi})}{\operatorname{ch}\dot{\xi}}$$

ja

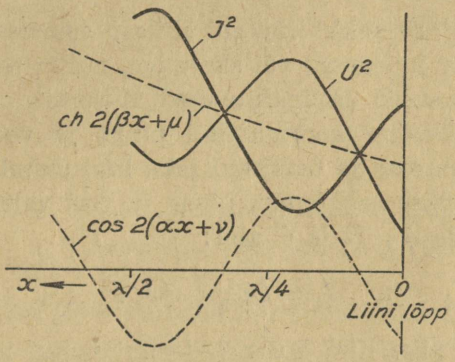
$$\dot{J} = \dot{J}_2(\operatorname{ch}\dot{\gamma}x + \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_t}\operatorname{sh}\dot{\gamma}x) = \dot{J}_2\frac{\operatorname{sh}(\dot{\gamma}x + \dot{\xi})}{\operatorname{sh}\dot{\xi}},$$

kus lühendamise otstarbel on teostatud asendamine

$$\frac{\dot{Z}_t}{\dot{Z}_2} = \operatorname{th}\xi = \operatorname{th}(\mu + j\nu).$$

Sellele vastavalt on U^2 ja J^2 proportsionaalsed avaldistega

$$\operatorname{ch} 2(\beta x + \mu) + \cos 2(\alpha x + \nu) \quad \text{ja} \quad \operatorname{ch} 2(\beta x + \mu) - \cos 2(\alpha x + \nu).$$



Joon. 457. Koormatud liini pinge ja voolu ruutkõverad.

265. Lihtsustatud valemeid pika tugevvooluliini arvutamiseks. Tugevvooluliini puhul tuleb tavaliselt lähtuda liini lõpul olevast koormusest, seega pingest $\dot{U}_2$, voolust $\dot{J}_2$ ja nendevahelisest nurgast φ_2. Kui liini pikkus on suhteliselt väike, võrreldes liini mööda leviva laine pikkusega, siis on Blondeli ja Steinmetzi poolt soovitatud lihtsamad, ehkki ligikaudsed valemid ilma hüperboolsete funktsioonideta. Nende valemite tuletamiseks arendame hüperboolse siinuse ja koosinuse ritta ja kasutame sellisest reast ainult kahte esimest liiget:

$$\operatorname{sh}\dot{\gamma}l \approx \dot{\gamma}l\left(1 + \frac{\dot{\gamma}^2 l^2}{6}\right) \quad \text{ja} \quad \operatorname{ch}\dot{\gamma}l \approx 1 + \frac{\dot{\gamma}^2 l^2}{2}.$$

Kui võtta veel arvesse, et $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0}$, $\dot{Z}_t = \sqrt{\dot{Z}_0 / \dot{Y}_0}$, $\dot{Z} = \dot{Z}_0 l$ on liini juhtme näivtakistus ja $\dot{Y} = \dot{Y}_0 l$ on liini rööbitine juhtivus, siis valemiga 832 määratud pinge

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch}\dot{\gamma}l + \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh}\dot{\gamma}l \approx \dot{U}_2\left(1 + \frac{\dot{\gamma}^2 l^2}{2}\right) +$$

$$+ \dot{J}_2 \dot{Z}_t \dot{\gamma} l\left(1 + \frac{\dot{\gamma}^2 l^2}{6}\right) = \dot{U}_2\left(1 + \frac{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0 l^2}{2}\right) +$$

$$+ \dot{J}_2 \sqrt{\frac{\dot{Z}_0}{\dot{Y}_0}} \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0}\, l\left(1 + \frac{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0 l^2}{6}\right) =$$

$$= \dot{U}_2\left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}\right) + \dot{J}_2 \dot{Z}\left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{6}\right). \qquad (873)$$

Analoogiliselt saame valemist 833, et vool

$$\dot{J}_1 \approx \dot{U}_2\dot{Y}\left(1+\frac{\dot{Z}\dot{Y}}{6}\right)+\dot{J}_2\left(1+\frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}\right). \tag{874}$$

Nende valemite rakendamisel tekib $f = 50$ Hz ja $l = 200$ km puhul viga alla 2%.

266. Pika liini aseskeeme. Iga pikk liin on ühtlasi sümmeetriline neliklemm ja on seega asendatav lülitusega või skeemiga, milles esinevad koondatud takistused, induktiivsused ja mahtuvused. Viimaste valikut peab teostama nii, et ase-neliklemmi koormamisel pinge ja vool liini algul ja lõpul säilitavad sama suuruse ja faasi kui pika liini puhul. Nagu p. 194 all nägime, on sümmeetrilise neliklemmi pinge ja vool valemi 548 kohaselt määratavad konstantide $\dot{A}$, $\dot{B}$ ja $\dot{C}$ abil:

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{J}_2 \quad \text{ja} \quad \dot{J}_1 = \dot{C}\dot{U}_2 + \dot{A}\dot{J}_2.$$

Valemite 832 ja 833 alusel on pika liini kui neliklemmi puhul nendeks konstantideks:

$$\dot{A} = \operatorname{ch}\dot{\gamma}l, \quad \dot{B} = \dot{Z}_t \operatorname{sh}\dot{\gamma}l, \quad \dot{C} = \frac{\operatorname{sh}\dot{\gamma}l}{\dot{Z}_t}. \tag{875}$$

Sel puhul on rahuldatud valemiga 551 määratud tingimus $\dot{A}^2 - \dot{B}\dot{C} = 1$. Seejuures on tunnustakistus seostatud konstantidega $\dot{B}$ ja $\dot{C}$ valemi

$$\dot{Z}_t = \sqrt{\frac{\dot{B}}{\dot{C}}} \tag{876}$$

kohaselt.

Pika liini asendamisel on kasutamisel kas T- või Π-kujuline aseskeem (joon. 458). T-kujulise neliklemmi puhul on järjestikusteks näivtakistusteks $\dot{Z}_T$ ja $\dot{Z}_T$ ning nende vahel asuvaks rööbitiseks juhtivuseks $\dot{Y}$. Olgu tühijooksu puhul liini lõpul pinge $\dot{U}_2$. Siis rööbitist juhtivust läbiva tühijooksuvoolu

$$\dot{J}_{10} = \dot{Y}_T\dot{U}_2 = \dot{C}\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_t}\operatorname{sh}\dot{\gamma}l \tag{877}$$

(võrdle valemiga 852a) mõjul tekib vasakpoolses takistuses $\dot{Z}_T$ pingelang $\dot{J}_{10}\dot{Z}_T$, mistõttu liini algul olev tühijooksupinge

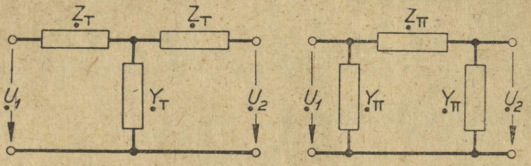
$$\dot{U}_{10} = \dot{U}_2 + \dot{Z}_T\dot{Y}_T\dot{U}_2 = \dot{U}_2(1+\dot{Z}_T\dot{Y}_T) = \dot{U}_2\dot{A} = \dot{U}_2\operatorname{ch}\dot{\gamma}l. \tag{878}$$

Kahest viimasest võrrandist ongi määratavad takistus $\dot{Z}_T$ ja juhtivus $\dot{Y}_T$:

$$\dot{Z}_T = \frac{(\dot{A}-1)}{\dot{C}} = \dot{Z}_t \frac{(\mathrm{ch}\,\dot{\gamma} l - 1)}{\mathrm{sh}\,\dot{\gamma} l} = \dot{Z}_t \mathrm{th}\,\frac{\dot{\gamma} l}{2}, \tag{879}$$

$$\dot{Y}_T = \dot{C} = \frac{\mathrm{sh}\,\dot{\gamma} l}{\dot{Z}_t} \tag{880}$$

(tabelis 27, lk. 140 levimus $g = \gamma l$, takistus $\dot{Z}_1 = \dot{Z}_T$ ja $\dot{Z}_2 = 1/\dot{Y}_T$).



Joon. 458. Pika liini T- ja Π-kujuline aseskeem.

Joonisel 458 näidatud Π-kujulise skeemi puhul

$$\dot{Z}_\Pi = \dot{Z}_t \,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma} l, \quad \dot{Y}_\Pi = \frac{(\mathrm{ch}\,\dot{\gamma} l - 1)}{\dot{Z}_t \,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma} l} = \frac{1}{\dot{Z}_t} \mathrm{th}\,\frac{\dot{\gamma} l}{2}. \tag{881}$$

Nagu näitas Kennelly, on valemid 879, 880 ja 881 lihtsustatavad neis esinevate hüperboolsete funktsioonide ritta arendamise teel. Et

$$\mathrm{th}\,x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \ldots,$$

siis ainult rea kahe esimese liikme kasutamisel

$$\mathrm{th}\,\frac{\dot{\gamma} l}{2} \approx \frac{\dot{\gamma} l}{2} - \frac{\dot{\gamma}^3 l^3}{24}$$

ja T-kujulise skeemi järjestikune takistus

$$\dot{Z}_T = \dot{Z}_t \,\mathrm{th}\,\frac{\dot{\gamma} l}{2} \approx \frac{\dot{Z}_t \dot{\gamma} l}{2} - \frac{\dot{Z}_t \dot{\gamma} l \cdot \dot{\gamma}^2 l^2}{24}.$$

Et

$$\dot{Z}_t \dot{\gamma} l = \sqrt{\dot{Z}_0 / \dot{Y}_0}\,\sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0}\, l = \dot{Z}_0 l = \dot{Z} \tag{882a}$$

on liini juhtme näivtakistus ja

$$\dot{\gamma}^2 l^2 = \dot{Z}_0 \dot{Y}_0 l^2 = \dot{Z}\dot{Y}, \tag{882b}$$

kus $\dot{Y}$ on liini rööbitine juhtivus, siis aseskeemi järjestikune takistus

$$\dot{Z}_T \approx \frac{\dot{Z}}{2} - \frac{\dot{Z}^2 \dot{Y}}{24} = \dot{Z}\left(0{,}5 - \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{24}\right). \tag{883}$$

Et pikkade liinide tegevtakistus ja juhtivus on väikesed võrreldes induktiivsuse ja mahtuvusega, siis

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \approx \sqrt{j\omega L_0 \cdot j\omega C_0},$$

kust

$$\dot{\gamma}^2 \approx -\omega^2 L_0 C_0 = -\frac{\omega^2}{v^2}.$$

Seega valemiga 882 määratud

$$\dot{\gamma}^2 l^2 = \dot{Z}\dot{Y} \approx -\frac{\omega^2 l^2}{v^2}$$

ja aseskeemi järjestikune takistus

$$\dot{Z}_T \approx \dot{Z}\left(0{,}5 + \frac{\omega^2 l^2}{24 v^2}\right). \tag{884}$$

Et hüperboolne siinus

$$\operatorname{sh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots,$$

siis

$$\operatorname{sh} \dot{\gamma} l \approx \dot{\gamma} l + \frac{\dot{\gamma}^3 l^3}{6}$$

ja aselülituse rööbitine juhtivus

$$\dot{Y}_T = \frac{\operatorname{sh} \dot{\gamma} l}{\dot{Z}_t} \approx \frac{1}{\dot{Z}_t}\left(\dot{\gamma} l + \frac{\dot{\gamma}^3 l^3}{6}\right) = \frac{\dot{\gamma} l}{\dot{Z}} + \frac{\dot{\gamma} l}{\dot{Z}} \frac{\dot{\gamma}^2 l^2}{6}.$$

Seejuures

$$\frac{\dot{\gamma} l}{\dot{Z}_t} = \frac{\sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0}}{\sqrt{\dot{Z}_0 / \dot{Y}_0}}\, l = \dot{Y}_0 l = \dot{Y}$$

ning

$$\dot{Y}_T \approx \dot{Y} + \dot{Y}\frac{\dot{Z}\dot{Y}}{6} = \dot{Y}\left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{6}\right) = \dot{Y}\left(1 - \frac{\omega^2 l^2}{6 v^2}\right). \tag{885}$$

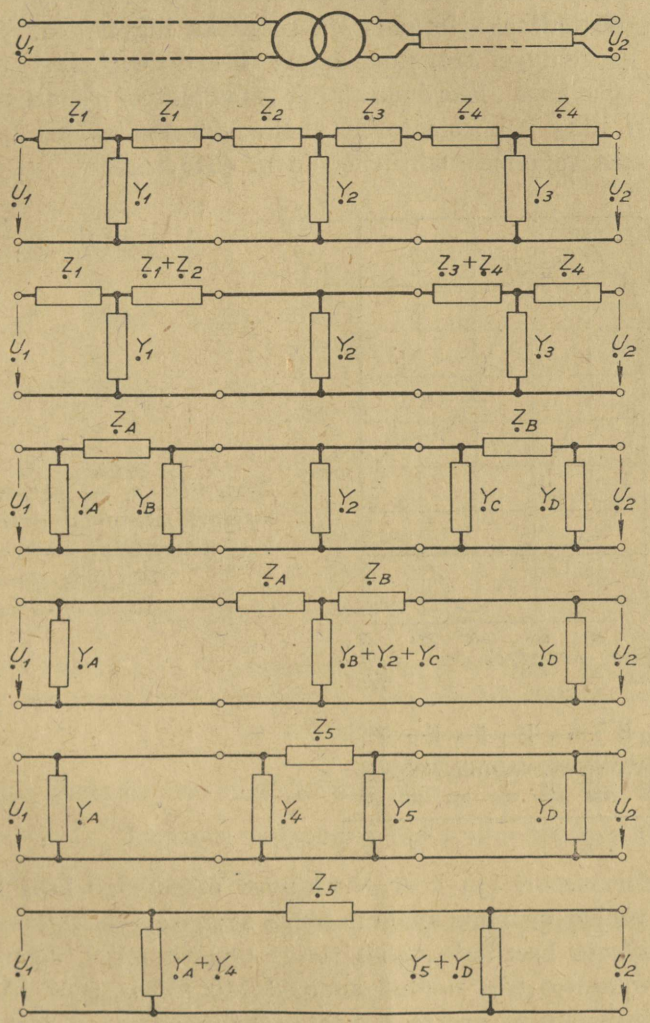
Analoogiliselt on Π-kujulise aseskeemi puhul

$$\dot{Z}_\Pi \approx \dot{Z}\left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{6}\right) = \dot{Z}\left(1 - \frac{\omega^2 l^2}{6 v^2}\right) \tag{886}$$

ja

$$\dot{Y}_\Pi \approx \dot{Y}\left(0{,}5 - \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{24}\right) = \dot{Y}\left(0{,}5 + \frac{\omega^2 l^2}{24 v^2}\right). \tag{887}$$

Mitmest järjestikku ühendatud lülist, näiteks õhuliinist, transformaatorist ja kaabelliinist koosneva kanali puhul (joon. 459) asendatakse kõik skeemis kujunevad neliklemmid kas T- või Π-kujuliste aseskeemidega. Rööbitiste ja järjestikuste takistuste ühendamisel skeem lihtsus-

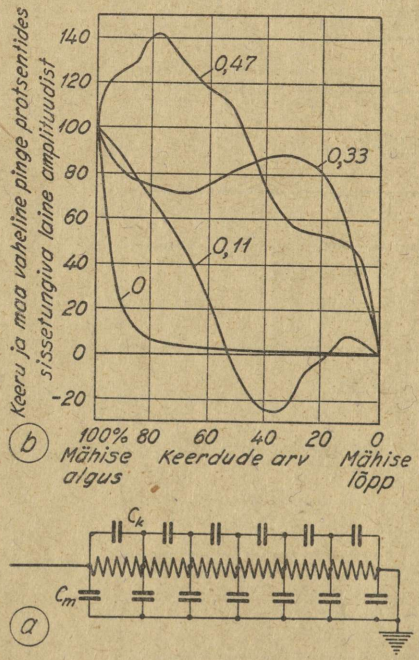


Joon. 459. Õhuliinist, transformaatorist ja kaabelliinist koosneva skeemi arendamine lihtsaks Π-kujuliseks aseskeemiks.

tub. Kujuneva uue skeemi üksikud lülid transfigureeritakse vajadust mööda uuteks T- või Π-kujulisteks lülideks (s. o. toimetatakse tähtühenduse transfigureerimist kolmnurk-ühenduseks ja ümberpöördult, kasutades valemeid 500 ja 501). Siis toimetatakse järjestikku olevate takistuste

ja rööbiti olevate juhtivuste liitmist jne. Lõpptulemusena kujuneb ainult üks T- või Π-kujuline neliklemm.

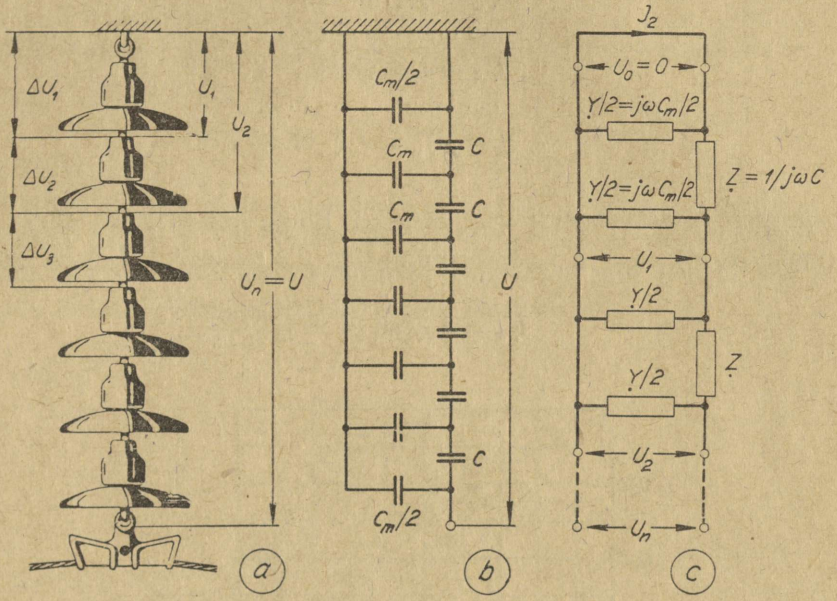
267. Jaotatud mahtuvus. Paljudes kõrgepinge elektriseadmeis põhjustab võrdlemisi ühtlaselt jaotatud mahtuvus elektrilisi võnkumisnähtusi, pinge ebaühtlast jaotumist ja seega ka liigpingeid. Näitena olgu mainitud kõrgepinge transformaatori keerdudevaheline mahtuvus ja mahtuvus üksikute keerdude ning maandatud raudsüdamiku vahel (joon. 460) ning rippisolaatorite ahela isolaatoritevaheline ja isolaatorite ning maa vaheline mahtuvus (joon. 461).



Joon. 460. *a* — kõrgepinge transformaatori mahtuvusi arvestav aseskeem, *b* — pingejaotus mähises transformaatori pingestamisel.

Transformaatori iga keeru mahtuvus moodustab koos keeru induktiivsusega võnkeringi, mis avaldub pinge äärmiselt ebaühtlases jaotumises mähise üksikute keerdude vahel nende pingestamisel. Joonisel 460*b* on toodud arvutamise teel saadud andmed 110 kV ja 6600 kVA transformaatori pingestamise protsessi kohta. Ordinaadina on joonisele kantud mähise vaadeldava keeru ja lõpu vaheline pinge ning abstsissina — vaadeldava keeru kaugus mähise maandatud lõpust. Kõverate kohal olevad arvud näitavad sisselülitamisest möödunud aega perioodi vältuse osades. Sisselülitamise hetkel (kõver *0*) osutuvad eriti ohustatuiks mähise alguses olevad keerud, 0,47 perioodi hiljem — mähise lõpus olevad.

Kõrgepinge iga rippisolaatori ülemise ja alumise metall-kinnitusosa (armatuuri) vahel on olemas mahtuvus C. Lisaks isolaatori mahtuvusele omab iga isolaatori nii ülemine kui ka alumine metall-kinnitusosa mahtuvuse C_m maandatud masti (või maa) suhtes. Joonisel 461*c* toodud rippisolaatorite elektriline aseskeem koosneb n üksikust Π-kujulisest



Joon. 461. *a* — kõrgepinge rippisolaatorite ahel, *b* — tema elektriline aseskeem, *c* — eelmine aseskeem ümberkujundatuna Π-kujulistest lülidest koosnevaks aseskeemiks.

lülist, millede järjestikune näivtakistus $\underset{\cdot}{Z} = 1/j\omega C$ ja kumbki rööbitine juhtivus $\frac{\underset{\cdot}{Y}}{2} = j\omega \frac{C_m}{2}$. Joonisest selgub, et töötamine toimub lühise olukorras, kus viimase (ülemise) lüli pinge $U_0 = 0$.

Üksiku lüli levimus, kui lüli rööbitine kogujuhtivus on $\underset{\cdot}{Y} = j\omega C_m$,

$$\underset{\cdot}{g} = b + ja \approx \sqrt{\underset{\cdot}{Z}\underset{\cdot}{Y}} = \sqrt{\frac{j\omega C_m}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{C_m}{C}} = b \qquad (888)$$

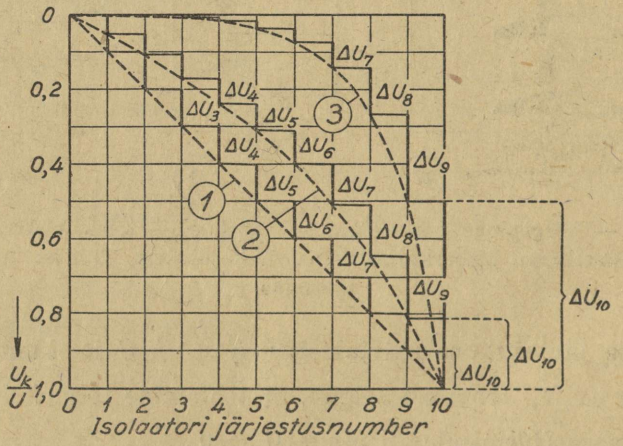
on reaalarv (ligikaudsuse märki on siinkohal tarvitatud seepärast, et valem vastab täpselt ainult täiesti ühtlaselt jaotatud parameetritega liinile, käesolev on seda aga ainult teatavas lähenduses). Seega on tegemist ainult sumbumusega b, kuna hilinemus a võrdub nulliga. Kogu ahela sumbumus on proportsionaalne tema lülide arvuga.

Üksikute isolaatorite ja maa vahel mõõdetav pinge on valemi 834 kohaselt:

$$\dot{U}_0 = 0,$$
$$\dot{U}_1 = \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} b,$$
$$\dot{U}_2 = \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} 2b,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\dot{U}_k = \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} kb,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\dot{U} = \dot{U}_n = \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} nb.$$

Viimasest reast saame: $\dot{J}_2 \dot{Z}_t = \frac{\dot{U}}{\operatorname{sh} nb}$. Pinge isolaatorite ahela ülemise (maandatud) otsa ja järjestusnumbriga k isolaatori vahel on seega

$$\dot{U}_k = \dot{J}_2 \dot{Z}_t \operatorname{sh} kb = \dot{U} \frac{\operatorname{sh} kb}{\operatorname{sh} nb}. \qquad (889)$$



Joon. 462. Pingejaotus rippisolaatorite ahela üksikute isolaatorite vahel. Kõveral *1* — $C_m = 0$, kõveral *2* — $C_m = 0{,}05C$, kõveral *3* — $C_m = 0{,}5C$.

Joonisel 462 on näidatud pinge jaotumine kümnest isolaatorist koosneva rippisolaatorite ahela üksikute isolaatorite vahel arvutatuna valemi 889 abil. Jooniselt nähtub, et mida suurem on isolaatori ja maa vaheline mahtuvus C_m, seda suurem on joone kõverus. Kõvera kahe kõrvuti oleva ordinaadi vahe määrab üksikule isolaatorile tuleva pinge ΔU. Seega suurim pinge ΔU_{10} tuleb viimasele (alumisele) isolaatorile.

Viimasele isolaatorile tuleva pinge ΔU_n suhe üldise pingega $U = U_n$

$$\frac{\Delta U_n}{U_n} = \frac{U_n - U_{n-1}}{U_n} = 1 - \frac{\operatorname{sh}(n-1)b}{\operatorname{sh} nb}.$$

Kui rippisolaatorite arv n on suur, siis

$$\frac{\Delta U_n}{U_n} = 1 - \frac{e^{(n-1)b} - e^{-(n-1)b}}{e^{nb} - e^{-nb}} = 1 - \frac{1 - e^{2(n-1)b}}{1 - e^{2nb}} e^{-b} \approx 1 - e^{-b} =$$

$$= 1 - \left(1 - b + \frac{b^2}{2!} - \ldots\right) \approx b - \frac{b^2}{2} = \sqrt{\frac{C_m}{C}} - \frac{C_m}{2C}. \qquad (890)$$

Viimane valem näitab, et suure isolaatorite arvu n puhul viimasele isolaatorile tulev pinge on sõltumatu isolaatorite arvust ja seega ei vähene isolaatorite arvu edasisel suurendamisel. Seepärast pole mõtet asjatult suurendada ahela rippisolaatorite arvu üle teatava piiri.

VIII OSA.

Kujunemistoimusi.

LVIII peatükk.

KUJUNEMISTOIMUSED VOOLURINGIDES KOONDATUD PARAMEETRITEGA.

268. Üldaluseid. Kujunemisseisundiks nimetatakse vooluringi parameetrite R, L, M või C muutumisele või vooluringis mõjuva pinge muutumisele vahetult järgnevat elektrilist seisundit. Mittehargnevas vooluringis koondatud parameetritega peab ühendamisel vooluallikaga kehtima igal hetkel seos

$$u = iR + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i'}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t =$$

$$= iR + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i'}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}q,$$

ja seda sõltumatult sellest, kas kujunev elektriline seisund on juba püsiv või alles kujunemisjärgus. Valemis olev q tähistab kondensaatori laengu hetkväärtust. Induktiivsuse ja vastuinduktiivsuse puudumisel võrduvad nulliga ka pinge induktiivne ja vastuinduktiivne komponent. Kondensaatori puudumisel me võrrutame valemis oleva C lõpmatusega, millisele olukorrale vastav kondensaatori pinge võrdub nulliga. See aga on samaväärne kondensaatori lühistamisega.

Kujunemisseisund läheb aja jooksul üle püsivseisundiks. Alalispinge puhul on püsivvool alalisvool, kuna siinuselise vahelduvpinge puhul kujunev püsivvool on samuti siinuseline. Püsivseisund ei kujune järsku, vaid teatava aja vältel. Seepärast me vaatleme kulgevat protsessi koosnevana kahest teineteist katvast protsessist: püsivseisundile vastavast nn. s u n d s e i s u n d i s t ja seda täiendavast ning ainult kujunemisaja vältel eksisteerivast sundimatust ehk v a b a s e i s u n d i s t. Seega kujunemisseisundile vastav vool, sund- ja vabavoolude summa

$$i = i_s + i_v,$$

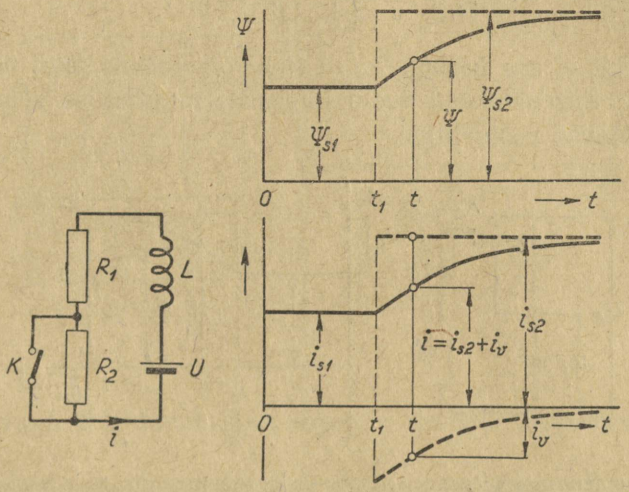
kujunemisseisundile vastav laeng, sund- ja vabalaengute summa

$$q = q_s + q_v.$$

Neis lahendustes on sundvool ja sundlaeng määratavad vastava diferentsiaalvõrrandi erilahendiga, kuna vabavool ja vabalaeng on määratavad sama, kuid vabaliikmeta diferentsiaalvõrrandi üldlahendiga. Seejuures voolu, analoogiliselt ka laengu puhul

$$|i_v|_{t=\infty} = 0 \quad \text{ja} \quad |i|_{t=\infty} = i_s.$$

Vabavoolu i_v ja -laengut q_v määravais valemeis esinevate integreerimiskonstantide määramisel tuleb pidada meeles kahte pidevuse lauset:



Joon. 463. Ahéldusvoo ja voolu ajaline kulg vooluringis lühistatava takistiga.

1. Vooluringiga ahelduv magnetvoog peab talitlusseisundi muutumisele järgneval hetkel võrduma olukorra muutumisele eelnenud hetkel olnuga ja

2. kondensaatoris olev laeng peab talitlusseisundi muutumisele järgneval hetkel võrduma seisundi muutumisele eelnenud hetkel olnuga.

Joonisel 463 näidatud alalisvooluga toidetavas vooluringis olev indutseeritud elektromotoorne jõud võrdub nulliga ja sundvool

$$i_{s1} = \frac{U}{R_1 + R_2}.$$

Seega pooli aheldusvoog

$$\Psi_{s1} = i_{s1} L = \frac{UL}{R_1 + R_2}.$$

Lüliti K sulgemisel peab vool suurenema väärtuseni

$$i_{s2} = \frac{U}{R_1}$$

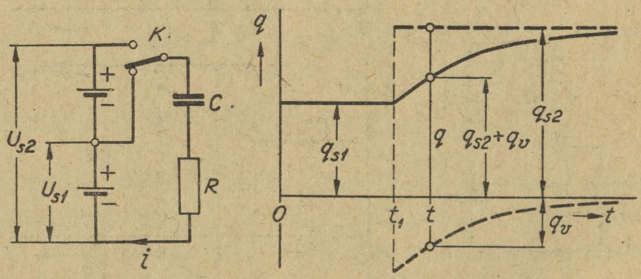
ja aheldusvoog väärtuseni

$$\Psi_{s2} = i_{s2} L = \frac{UL}{R_1}.$$

Kui oletada aheldusvoogu muutuvat uue väärtuseni silmapilkselt, siis peaks poolis indutseeruv ja voolu tõkestav pinge osutuma ülisuureks:

$$e_L = -\left|\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}\right|_{t=t_1} = -\infty.$$

Kuid tegelikult ei saa indutseeritud elektromotoorne jõud ületada vooluallika pinget. Siit nähtubki voolu hüppelise muutumise võimatus induktiivsust sisaldavas vooluringis.



Joon. 464. Kondensaatori laengu ajaline kulg vooluringis muudetava toitepingega.

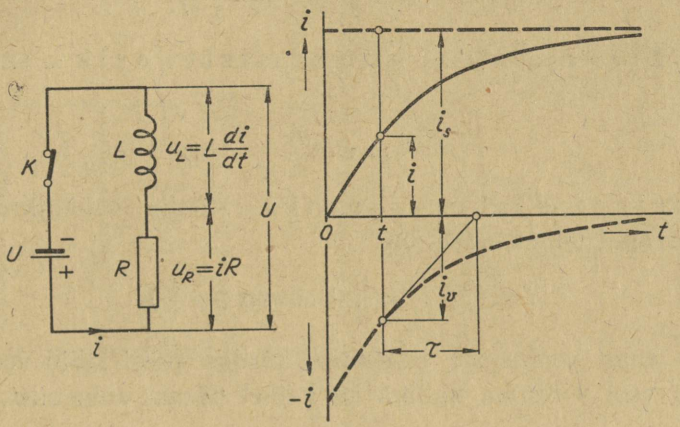
Joonisel 464 kujutatud vooluringis olev kondensaator mahtuvusega C on laetud alalispinge allika pingeni U_{s1}, temas salvestatud laeng $q_{s1} = CU_{s1}$. Ümberlüliti K pööramisel ülemisse asendisse ühendatakse kondensaator pingele U_{s2}, tema laeng peab suurenema väärtuseni $q_{s2} = CU_{s2}$. Laengu silmapilkne muutumine oleks võimalik ainult ülitugeva voolu puhul, s. o.

$$i = \left|\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\right|_{t=t_1} = \infty,$$

mis aga ei teostu, sest sel puhul osutuks vooluallikas lühistatuks ja tema pinge suurenemise asemel koguni väheneks nullini. Seega peab pinge

hüppelisele muutumisele järgnema laengu sujuv muutumine, seega ka kondensaatori klemmidel oleva pinge sujuv muutumine.

269. Vooluringi lülitamine alalispingele. Alalispingele lülitatav vooluring võib koosneda tegev- ja induktiivtakistustest, tegev- ja mahtuvustakistustest või tegev-, induktiiv- ja mahtuvustakistustest, kusjuures vooluringi elemendid võivad omavahel olla nii järjestikku-, rööbiti- kui ka segaühenduses. Voolu ja pinge ajalise kulgemise määramiseks tuleb koostada Kirchhoffi I ja II seadusel põhinev diferentsiaalvõrrandite süsteem ja püüda see lahendada (vt. „Elektrotehnika I", ptk. XXII ja XXXIV). Siinkohal on lahendus toodud ainult tüüpilisematele lülitustele.



Joon. 465. Induktiivsust sisaldava vooluringi sulgemine.

a. Tegevtakistust ja induktiivsust sisaldav vooluring. Joonisel 465 näidatud lüliti K sulgemisel kujunevas vooluringis olev vooluallika pinge U jaguneb induktiivseks ja tegevtakistuslikuks osapingeks:

$$L\frac{di}{dt} + iR = U. \qquad (891)$$

Oletame, et kujunev vool

$$i = i_s + i_v,$$

kus i_s on eespool koostatud diferentsiaalvõrrandi erilahend ja i_v — sama, kuid vabaliikmeta, võrrandi üldlahend. Erilahendina vaatleme statsionaarsele olukorrale vastavat lahendit, s. o.

$$i_s = \frac{U}{R}.$$

Vabavoolu i_v määrame vabaliikmeta diferentsiaalvõrrandist

$$\frac{L\,\mathrm{d}i_v}{\mathrm{d}t} + i_v R = 0,$$

milleks koostame karakteristliku võrrandi

$$Lp + R = 0.$$

Viimasest

$$p = -\frac{R}{L}$$

ja seega vabaliikmeta võrrandi üldlahend on:

$$i_v = Ae^{pt} = A \exp\left(-\frac{R}{L}t\right).$$

Avaldist $R/L = \beta$ nimetatakse sumbumisteguriks, tema pöördväärtust

$$\frac{1}{\beta} = \tau = \frac{L}{R} \tag{892}$$

— vooluringi ajakonstandiks. Niisiis vabaliikmega diferentsiaalvõrrandi üldlahendiks on

$$i = i_s + i_v = \frac{U}{R} + A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Hetkel enne vooluringi sulgemist võrdus pooli läbiv vool nulliga. Seega peab vool võrduma nulliga ka hetkel pärast sulgemist, s. o. kui $t = 0$; siis

$$i = \frac{U}{R} + A = 0.$$

Siit integreerimiskonstant

$$A = -\frac{U}{R}$$

ja vooluringis oleva voolu hetkväärtus

$$i = \frac{U}{R}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]. \tag{893}$$

Kui sulgemise hetkest möödunud aeg t võrdub kolme ajakonstandiga 3τ, siis valemi 893 sulgavaldis

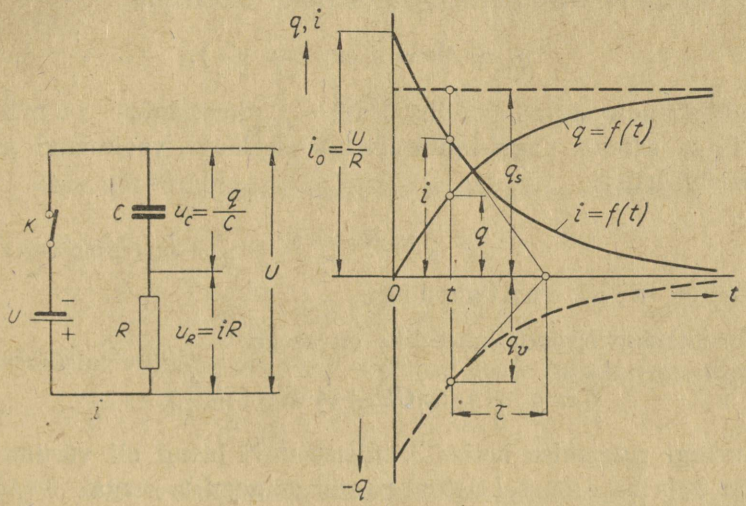
$$1 - \exp\left(-\frac{3\tau}{\tau}\right) = 1 - e^{-3} \approx 0{,}95$$

ja kujunev vool omab juba 95% oma lõppväärtusest. Ajakonstandi avaldisest $\tau = L/R$ nähtub, et see on seda suurem, mida suurem on vooluringi

induktiivsus ja mida väiksem on tema tegevtakistus. Seega, mida suurem on vooluringi tegevtakistus, seda kiiremini saavutab vool oma püsivväärtuse $i_s = U/R$.

b. Tegevtakistust ja mahtuvust sisaldav vooluring. Joonisel 446 näidatud, tegevtakistust ja mahtuvust sisaldava vooluringi puhul kujunemisjärgus oleva voolu korral vooluallika pinge

$$U = iR + u_C = iR + \frac{q}{C}.$$



Joon. 466. Mahtuvust sisaldava vooluringi sulgemine.

Et voolu hetkväärtus $i = dq/dt$, siis kujuneb diferentsiaalvõrrand

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = U, \tag{894}$$

milles laengu hetkväärtus

$$q = q_s + q_v.$$

Viimases avaldises on q_s diferentsiaalvõrrandi erilahend ja q_v — sama, kuid vabaliikmeta diferentsiaalvõrrandi üldlahend.

Erilahendi määrab kujunev statsionaarne olukord, milles

$$q_s = CU.$$

Vabaliikmeta diferentsiaalvõrrandi

$$R\frac{dq_v}{dt}+\frac{1}{C}q_v=0$$

lahendi leidmiseks koostame karakteristliku võrrandi

$$Rp+\frac{1}{C}=0,$$

millest

$$p=-\frac{1}{RC}.$$

Seega on vabaliikmeta diferentsiaalvõrrandi üldlahend

$$q_v=Ae^{pt}=A\exp\left(-\frac{t}{RC}\right).$$

Leitud üldlahendis olevat avaldist $1/RC=\beta$ nimetatakse s u m b u m i s t e g u r i k s, samuti nagu induktiivsust sisaldava vooluringi puhul, ja tema pöördväärtust

$$\frac{1}{\beta}=RC=\tau \tag{895}$$

— vooluringi a j a k o n s t a n d i k s.

Diferentsiaalvõrrandi lahendiks on seega

$$q=q_s+q_v=CU+A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Et vooluringi sulgemise hetkel kondensaatori laeng oli võrdne nulliga, siis on ta seda ka esimesel hetkel pärast sulgemist, seega

$$CU+A=0,$$

integreerimiskonstant $A=-CU$ ja diferentsiaalvõrrandi 894 lahend on

$$q=CU\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]. \tag{896}$$

Kujunemisaja kestel olev vool

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{CU}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)=\frac{U}{R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \tag{897}$$

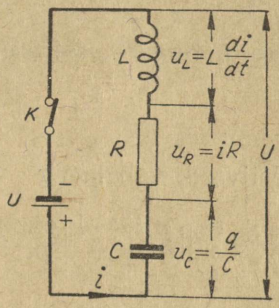
kusjuures tema tugevus sulgemise hetkel, mil $t=0$,

$$i_0=\frac{U}{R}. \tag{898}$$

Nagu selgub valemist 895, on ajakonstant proportsionaalne mahtuvuse ja tegevtakistusega. Seega toimub kondensaatori pinge u_C kasvamine seda kiiremini, mida v ä i k s e m on vooluringi tegevtakistus.

c. Tegevtakistust, induktiivsust ja mahtuvust sisaldav vooluring. Joonisel 467 oleva vooluringi lülitamisel alalispingele U jaotub pinge kolmeks komponendiks:

$$U = u_L + u_R + u_C = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + iR + \frac{q}{C}.$$



Joon. 467. Pingejaotus alalispingele lülitatavas vooluringis.

Et vool $i = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$, siis

$$L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}q = U. \qquad (899)$$

Moodustame eelmise võrrandi mõlema poole tuletise aja t suhtes:

$$L\frac{\mathrm{d}^2i}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}i = 0. \qquad (900)$$

Nagu näeme, muutuvad ajaliselt nii kondensaatori laeng ja tema pinge $u_C = q/C$ kui ka ringis olev vool i.

Olgu

$$q = q_s + q_v \quad \text{ja} \quad i = i_s + i_v.$$

Püsivseisundi saavutamisel $q_s = UC$ ja $i_s = \mathrm{d}q_s/\mathrm{d}t = 0$. Vabalaengu ja vabavoolu määramiseks lähtume vabaliikmeta diferentsiaalvõrrandeist

$$L\frac{\mathrm{d}^2q_v}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}q_v}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}q_v = 0,$$

$$L\frac{\mathrm{d}^2i_v}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}i_v}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}i_v = 0.$$

Nagu näha, peavad nende karakteristlikud võrrandid olema ühesugused:

$$Lp^2 + Rp + \frac{1}{C} = 0,$$

kust

$$p_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad \text{ja} \quad p_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Sõltuvalt R, L ja C suurusest võib kujuneda kolm üksteisest erinevat olukorda.

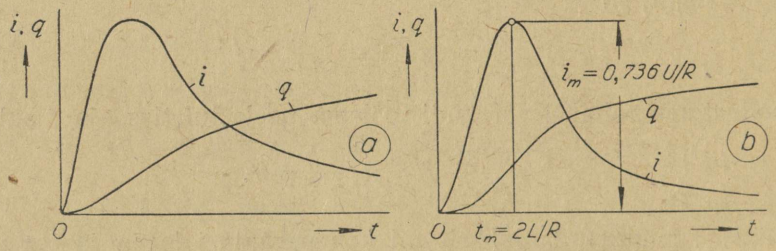
*1. **Tekkiv vool sumbub üle-aperioodiliselt,*** sest $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC}$ ehk $\frac{R}{2} > \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Sel puhul p_1 ja p_2 on negatiivsed, vabalaeng

$$q_v = A_1 \exp p_1 t + A_2 \exp p_2 t,$$

vabavool

$$i_v = \frac{\mathrm{d}q_v}{\mathrm{d}t} = A_1 p_1 \exp p_1 t + A_2 p_2 \exp p_2 t.$$



Joon. 468. Laengu ja voolu ajaline kulgemine joonisel 467 näidatud vooluringi sulgemisel: *a* — kui $\frac{R}{2} > \sqrt{\frac{L}{C}}$, *b* — kui $\frac{R}{2} = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Et sisselülitamishetkel $t = 0$, $q = 0$ ja $i = 0$, siis

$$A_1 + A_2 = 0$$

ja

$$p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0,$$

kust

$$A_1 = -\frac{p_2}{p_2 - p_1} UC \quad \text{ja} \quad A_2 = \frac{p_1}{p_2 - p_1} UC.$$

Seega kondensaatori laeng

$$q = q_s + q_v = UC - \frac{p_2}{p_2 - p_1} UC \exp p_1 t + \frac{p_1}{p_2 - p_1} UC \exp p_2 t \qquad (901)$$

ja vooluringis olev vool

$$i = i_s + i_v = -\frac{p_1 p_2}{p_2 - p_1} UC \exp p_1 t + \frac{p_1 p_2}{p_2 - p_1} UC \exp p_2 t . \qquad (902)$$

Võrranditele 901 ja 902 vastavad laengu ja pinge kõverad on näidatud joonisel 468*a*.

2. ***Tekkiv vool sumbub aperioodiliselt,*** kui $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC}$.

Sel puhul

$$\frac{R}{2} = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

$$p_1 = p_2 = p = -\frac{R}{2L}, \qquad (903)$$

laeng

$$q = UC(1 - e^{pt}) - \frac{2U}{R} te^{pt}, \qquad (904)$$

vool

$$i = \frac{U}{L} te^{pt} \qquad (905)$$

ja laengu ning voolu kõver kulgeb vastavalt joonisele 468*b*. Maksimumi omandab vool aja $t = 2L/R$ möödudes, tema suurus sel silmapilgul on

$$i_m = \frac{U}{L}\frac{2L}{R} \exp\left(-\frac{R}{2L}\frac{2L}{R}\right) = \frac{U}{R}\frac{2}{e} = 0{,}736\,\frac{U}{R}. \qquad (906)$$

3. ***Tekib sumbuv võnkumine,*** kui $\left(\frac{R}{L2}\right)^2 < \frac{1}{LC}$ ehk $\frac{R}{2} < \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Sel puhul moodustavad karakteristliku võrrandi juured kaaskomplekse

$$p = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = -\frac{1}{\tau} \pm j\omega_0,$$

kus

$$\tau = \frac{2L}{R} \qquad (907)$$

on sumbumise ajakonstant ja

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \qquad (908)$$

— vooluringi omavõnke-nurksagedus. Sel puhul on vabaliikmeta diferentsiaalvõrrandi üldlahend

$$q_v = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin(\omega_0 t + \gamma),$$

kus A ja γ on integreerimiskonstandid. Sundvool

$$i_v = \frac{dq_v}{dt} = -\frac{A}{\sqrt{LC}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin(\omega_0 t + \gamma - \delta),$$

kus

$$\operatorname{tg} \delta = \omega_0 \tau \tag{909}$$

ja laengu ning voolu üldine valem on

$$q = q_s + q_v = UC + A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin(\omega_0 t + \gamma),$$

$$i = i_s + i_v = -\frac{A}{\sqrt{LC}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin(\omega_0 t + \gamma - \delta).$$

Laengu ja voolu hüppelise muutumise võimatuse tõttu hetkel $t = 0$ on $q = 0$ ja $i = 0$, mistõttu

$$UC + A \sin \gamma = 0$$

ja

$$-\frac{A}{\sqrt{LC}} \sin(\gamma - \delta) = 0,$$

kust

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \delta \text{ või } \gamma = \delta \text{ ja } A = -UC \frac{\sqrt{1 + \omega_0^2 \tau^2}}{\omega_0 \tau}.$$

Lõplikul kujul

$$q = UC - UC \frac{\sqrt{1 + \omega_0^2 \tau^2}}{\omega_0 \tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin(\omega_0 t + \delta), \tag{910}$$

$$i = \frac{U}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \frac{\sqrt{1 + \omega_0^2 \tau^2}}{\omega_0 \tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin \omega_0 t. \tag{911}$$

Joonisel 469 on näidatud laengu ja voolu ajaline kulg vastavalt valemeile 910 ja 911.

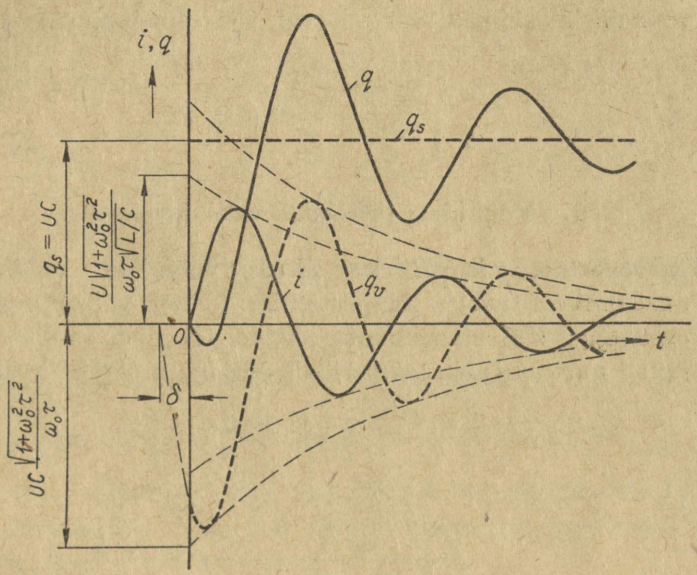
N ä i d e 160. Alalisvoolu dünamo pingega 1500 V lülitatakse 8 km pikale tühijooksus olevale kaablile, mille soonepaari kilomeetrine mahtuvus $C_0 = 0{,}75$ μF/km ja tegevtakistus $R_0 = 1{,}5$ Ω/km. Määrata ligikaudselt kaabli ajakonstant ja laadimisvoolu maksimaalväärtus.

Lahendus. Ajakonstandi ja laadimisvoolu ligikaudseks määramiseks asendame jaotatud mahtuvuse ja takistusega kaabli T-kujulise aseskeemiga, milles kumbki järjestikune takistus

$$R = \frac{R_0 l}{2} = \frac{1{,}5 \cdot 8}{2} = 6\ \Omega$$

ja rööbitine mahtuvus

$$C = C_0 l = 0{,}75 \cdot 10^{-6} \cdot 8 = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{F}.$$



Joon. 469. Voolu ja kondensaatori laengu ajaline kulg induktiivsust ja mahtuvust sisaldava vooluringi lülitamisel alalispingele.

Et pingestatav kaabel on lõpus koormamata, siis valemite 895 ja 898 kohaselt järjestikku olevast takistusest ja mahtuvusest koosneva vooluringi ajakonstant

$$\tau = RC = 6 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 36 \cdot 10^{-6}\ \text{sec} = 36\ \mu\text{sec}$$

ja laadimisvoolu maksimaalväärtus

$$i = \frac{U}{R} = \frac{1500}{6} = 250\ \text{A}.$$

Tegelik voolutõuge osutub märksa väiksemaks vooluallika ja ühendusjuhtmete induktiivsuse tõttu ning laadimisprotsess kulgeb palju

aeglasemalt perioodiliselt sumbuva võnkumisena. Kui induktiivsus on näiteks 20 mH, siis vooluringi (kaabel koos dünamoga) omavõnkenurksagedus (val. 908)

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{\frac{10^3 \cdot 10^6}{20 \cdot 6} - \left(\frac{6 \cdot 10^3}{2 \cdot 20}\right)^2} = 2890 \frac{1}{\text{sec}},$$

sumbumise ajakonstant (val. 907)

$$\tau = \frac{2L}{R} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{6} = 6{,}67 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$$

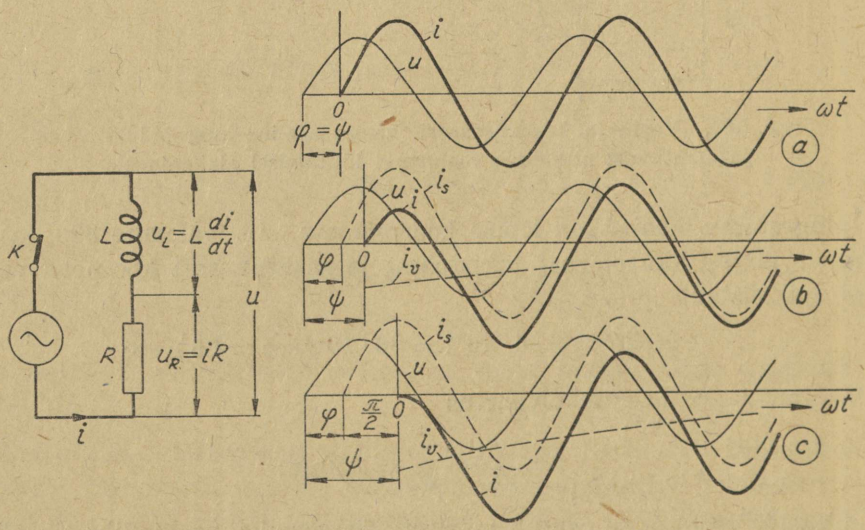
ja voolu võimalik maksimaalväärtus (val. 911 esimene osa)

$$\frac{U}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \frac{\sqrt{1 + \omega_0^2 \tau^2}}{\omega_0 \tau} = \frac{1500 \sqrt{1 + 2890^2 \cdot 6{,}67^2 \cdot 10^{-6}}}{\sqrt{\frac{20 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}}} \cdot 2890 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-3}} \approx 26 \text{ A}.$$

270. Vooluringi lülitamine vahelduvpingele.

a. Tegevtakistust ja induktiivsust sisaldav vooluring. Induktiivsust ja tegevtakistust omava tarbija pingestamise hetkel võib pinge faas olla väga mitmesugune. Kui pingestamise hetkel oli pinge nullist läbiminekust möödunud nurk ψ (joon. 470*b*), siis edasine pinge hetkväärtus

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi).$$



Joon. 470. Induktiivse tarbija lülitamine siinuselisele pingele.

Et osapingete summa peab igal hetkel võrduma võrgupingega, siis

$$U_m \sin(\omega t + \psi) = L\frac{di}{dt} + iR. \tag{912}$$

Selle diferentsiaalvõrrandi (kujunemisseisundile vastav) erilahend on

$$i_s = J_m \sin(\omega t + \psi - \varphi),$$

kus

$$J_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad \text{ja} \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

Vabaliikmeta võrrandi

$$L\frac{di_v}{dt} + i_v R = 0$$

lahendiks on

$$i_v = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

kus vooluringi ajakonstant

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{913}$$

ja A — integreerimiskonstant. Seega lülitamisel tekkiv vool

$$i = i_s + i_v = J_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) + A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Et sulgemisele eelnenud hetkel vool oli võrdne nulliga, siis peab ta seda olema ka lülitamisele järgneval hetkel. Seepärast sulgemise hetkel, kui $t = 0$ ja $i = 0$,

$$0 = J_m \sin(\psi - \varphi) + A,$$

kust

$$A = -J_m \sin(\psi - \varphi).$$

Seega vool

$$i = i_s + i_v = J_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) - J_m \sin(\psi - \varphi) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \tag{914}$$

Viimasest valemist ja jooniselt 470*a* nähtub, et voolu vabaliige i_v puudub, kui lülitamine toimub hetkel, mil sundvool i_s võrdub nulliga, kusjuures nurk $\psi = \varphi$. Sel puhul puudub kujunemistoimus täielikult ja lülitamisele järgneb vahetult püsivseisund.

Kui aga lülitamine toimub sundvoolu maksimumile vastaval hetkel (joon. 470*c*), s. o. kui nurk $\psi = \varphi + \pi/2$, siis osutub voolu vabaliige

maksimaalseks. Esimese poole perioodi möödumisel on vabaliige muutnud oma suurust alles vähe, sundliige aga on saavutanud vastasmärgilise maksimumi, mistõttu tegelik vool $i = i_s + i_v$ omandab peaaegu püsivvoolu kahekordse amplituudi suuruse.

Olukord osutub palju keerulisemaks, kui vahelduvpingele lülitatakse raudsüdamikuga pool, näiteks tühijooksus olev transformaator. Sel puhul pinge $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$ peab tasakaalustama tegevtakistuses tekkivat pingelangu ja mähises indutseeruvat vastuelektromotoorset jõudu, s. o.

$$U_m \sin(\omega t + \psi) = iR + w \frac{d\Phi}{dt},$$

kust magnetvoo juurdekasv

$$d\Phi = \frac{U_m}{w} \sin(\omega t + \psi) dt - \frac{R}{w} i dt.$$

Seejuures w on mähise keerdude arv. Integreerides viimast avaldist rajast 0 kuni rajani t saame selle aja vältel toimuva voo muutuse

$$\left| \Phi \right|_{\Phi_0}^{\Phi_t} = \frac{U_m}{\omega w} \left| \sin(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}) \right|_0^t - \frac{R}{w} \int_0^t i dt,$$

kust voo hetkväärtus

$$\Phi_t = \frac{U_m}{\omega w} \sin(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}) + (\Phi_0 + \frac{U_m}{\omega w} \cos\psi - \frac{R}{w} \int_0^t i dt) =$$

$$= \Phi_{sm} \sin(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}) + (\Phi_0 + \Phi_{sm} \cos\psi - \frac{R}{w} \int_0^t i dt) = \Phi_s + \Phi_v. \quad (915)$$

Siinkohal meenutame, et voo poolt mähises indutseeritav elektromotoorne jõud (efektiivväärtus)

$$E = 4{,}44 f w \Phi_m = \frac{\omega w}{\sqrt{2}} \Phi_m,$$

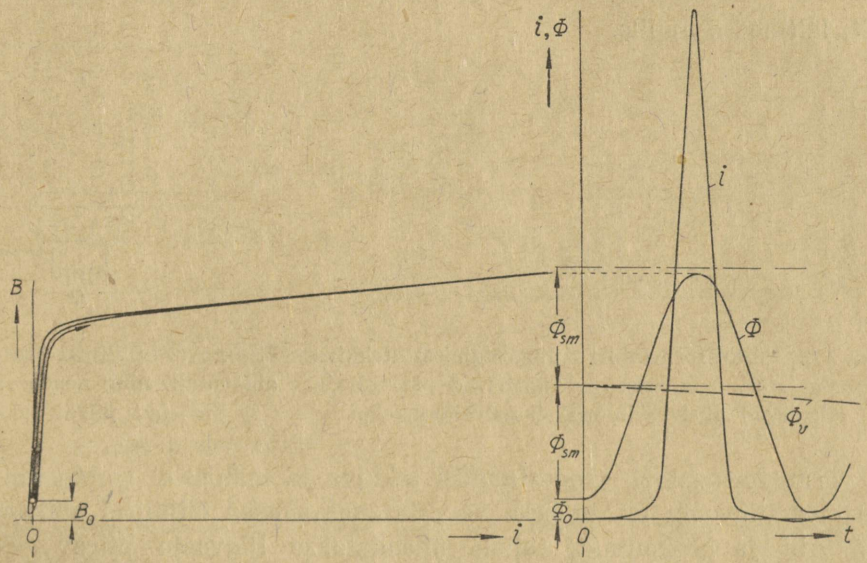
kust voo amplituud

$$\Phi_m = \frac{E\sqrt{2}}{\omega w}.$$

Seega valemis 915 olev $\frac{U_m}{\omega w}$ võrdub sundmagnetvoo amplituudiga Φ_{sm}, kusjuures pole arvestatud mähises tekkivat pingelangu.

Valem 915 näitab, et voo hetkväärtus Φ_t on lahutatav neljaks komponendiks. Esimene komponent on püsivseisundile vastav voog Φ_s, mille poolt indutseeritav elektromotoorne jõud tasakaalustab võrgupinget (tegevtakistuses tekkiva väikese pingelangu mõju on seejuures jäetud arvestamata). Teine liige on lülitamisele eelnenud magneetimisest tingitud jääkvoog Φ_0 (remanentne voog, vastab jääk-väljatihedusele kuni 2000 gaussi). Kolmas komponent

$$\Phi_{sm} \cos \psi = - \Phi_{sm} \sin \left(\psi - \frac{\pi}{2}\right)$$



Joon. 471. Tühijooksus oleva transformaatori voog, väljatihedus ja vool esimese perioodi vältel pärast transformaatori pingestamist.

sõltub ainult lülitamise hetkest. Tema suurus võrdub püsivvoo komponendi omaga vooluringi sulgemisel, kuid on vastasmärgiline ning suurim, kui lülitamine toimub pinge võrdumisel nulliga, s. o. kui $\psi = 0$. Siis voo vabaliige osutub suurimaks ja magnetvoog alustab võnkumist $\Phi_0 + 2\Phi_{sm}$ ja Φ_0 vahel.

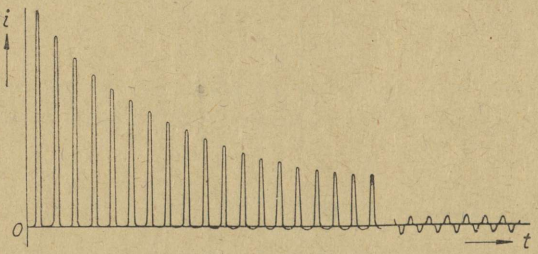
Valemi neljas liige $\frac{R}{w}\int i dt$ arvestab tegevtakistuses tekkivast pingelangust tingitud voo vähenemist.

Voolu ajalise kulgemise määramiseks on vaja hüstereesisilmuselt leida voo väärtustele vastavaid voolu väärtusi (joon. 471). Tingitult kül-

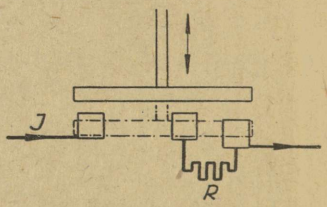
lastumisnähtusest osutub voolu esimene maksimaalväärtus väga palju suuremaks püsivseisundile vastavast, küündides suurtes transformaatorites kuni 120-kordse tühijooksuvoolu või 10 ... 12-kordse nimivoolu amplituudini (joon. 472). Voolu edasised maksimaalväärtused vähenevad pidevalt, sest voo vabaliige

$$\Phi_v = \Phi_0 + \Phi_{sm} \cos \psi - \frac{R}{w} \int_0^t i\,dt,$$

mille ümber võngub sundvoog $\Phi_s = \Phi_{sm} \sin (\omega t + \psi - \frac{\pi}{2})$, väheneb pidevalt, lähenedes nullile.



Joon. 472. Transformaatori pingestamisel tekkiva liigvoolu maksimaalväärtused vähenevad pidevalt ja lähenevad püsivvoolu maksimaalväärtustele.



Joon. 473. Õlilüliti pea- ja abikontakt ning nende vahel olev liigvoolu piirav takisti.

Transformaatori pingestamisel tekkiva ja mähiseid mehhaaniliselt ohustava liigvoolu piiramiseks varustatakse suured õlilülitid abikontaktiga. Abi- ja peakontakti vahele ühendatakse liigvoolu piirav takisti (joon. 473); talitlusolukorras see takisti on lühistatud ega põhjusta energiakadu.

b. Tegevtakistust ja mahtuvust sisaldav vooluring. Pinge siinuselisel muutumisel omandab vooluringis olev kondensaator (joon. 474) teatava aja jooksul pinge $u_C = q/C$, mis koos takistis tekkiva pingelanguga iR võrdub vooluallika pingega u:

$$U_m \sin (\omega t + \psi) = iR + \frac{q}{C} = R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q, \qquad (916)$$

sest vool $i = dq/dt$. Leitud diferentsiaalvõrrandi (püsivseisundile vastav) erilahend on

$$q_s = Q_m \sin (\omega t + \psi + \varphi - \frac{\pi}{2}),$$

kus kondensaatori laengu amplituud

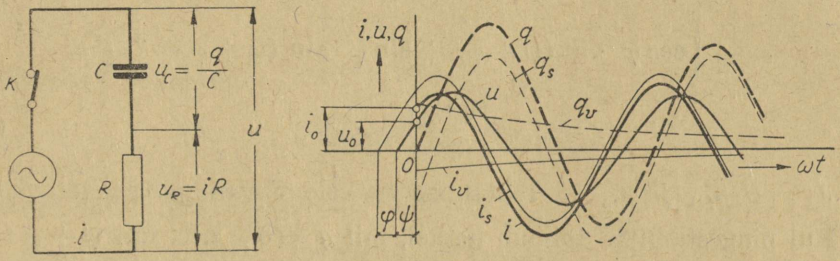
$$Q_m = \frac{U_m}{\omega\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \text{ ja } \operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{\omega CR}.$$

Vabaliikmeta võrrandi

$$R\frac{\mathrm{d}q_v}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}q_v = 0$$

üldlahend on

$$q_v = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$



Joon. 474. Mahtuvust sisaldava vooluringi lülitamine siinuseliselt muutuvale pingele.

kus vooluringi ajakonstant

$$\tau = RC$$

ja A — integreerimiskonstant. Seega kujunemisaja vältel kondensaatori laeng

$$q = q_s + q_v = Q_m \sin\left(\omega t + \psi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (917)$$

Sel puhul, kui lülitamise hetkel kondensaator oli laenguta, s. o. kui $t = 0$ ja $q = 0$,

$$0 = Q_m \sin\left(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A,$$

kust

$$A = -Q_m \sin\left(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Seega kondensaatori laeng

$$q = q_s + q_v = Q_m \sin\left(\omega t + \psi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) -$$

$$- Q_m \sin\left(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (918)$$

ja vool

$$i = \frac{dq}{dt} = J_m \sin(\omega t + \psi + \varphi) + \\ + J_m \frac{1}{\omega CR} \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2}) \exp(-\frac{t}{\tau}). \quad (919)$$

Vooluringi sulgemise hetkel tekkiv vool

$$i_0 = J_m \sin(\psi + \varphi) + J_m \frac{1}{\omega CR} \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2}) = \\ = \frac{U_m}{R}\left[\frac{R}{Z}\sin(\psi + \varphi) + \frac{1}{\omega C \cdot Z}\sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2})\right] = \\ = \frac{U_m}{R}\left[\cos\varphi \cdot \sin(\psi + \varphi) + \sin\varphi \cdot \sin(\psi + \varphi - \frac{\pi}{2})\right] = \\ = \frac{U_m \sin\psi}{R} = \frac{u_0}{R}, \quad (920)$$

kus $J_m = U_m/Z$, ja u_0 on lülitamise hetkele vastav pinge hetkväärtus.

Kui pingestamine toimub hetkel, mil $q_s = 0$, s. o. kui $\psi + \varphi = 90^0$, siis kujunemistoimust ei teki. Suurim q_v, seega ka suurim pinge kondensaatori klemmidel saavutatakse siis, kui lülitamine toimub q_s olles maksimaalne, s. o. kui $\psi + \varphi = 0$. Sel puhul saavutab kondensaatori pinge poole perioodi möödudes toitepinge peaaegu kahekordse amplituudi suuruse.

Suurim voolutõuge tekib lülitamisel pinge u olles maksimaalne, s. o. kui $\psi = \pi/2$, sest siis $i_0 = U_m/R$.

Olgu siinkohal juhitud tähelepanu vooluringi ajakonstandi τ erinevusele tegevtakistust R ja induktiivsust L ning tegevtakistust R ja mahtuvust C sisaldavates vooluringides. Induktiivsust sisaldava vooluringi ajakonstant $\tau = L/R$ on seda väiksem, mida suurem on tegevtakistus R, kuna mahtuvusliku vooluringi oma $\tau = RC$ on aga seda suurem, mida suurem on tegevtakistus R.

c. Tegevtakistust, induktiivsust ja mahtuvust sisaldava vooluringi lülitamisel siinuseliselt muutuvale pingele saame võrrandi

$$U_m \sin(\omega t + \psi) = L\frac{di}{dt} + iR + \frac{1}{C}q = \\ = L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q, \quad (921)$$

sest vool $i = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$. Selle diferentsiaalvõrrandi (püsivseisundile vastav) erilahend on

$$q_s = Q_m \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right),$$

kusjuures kondensaatori laengu amplituud

$$Q_m = \frac{J_m}{\omega} = \frac{U_m}{\omega\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

ja

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

Vabaliikmeta võrrandi

$$L\frac{\mathrm{d}^2 q_v}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}q_v}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}q_v = 0$$

üldlahend sõltub karakteristliku võrrandi

$$Lp^2 + Rp + \frac{1}{C} = 0$$

juurtest

$$p_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \tag{922}$$

ja

$$p_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}. \tag{923}$$

Sõltuvalt R, L ja C valikust võib vabavoolu ja vabalaengu kulgemine toimuda kolmel viisil:

*1. **Vabavool ja vabalaeng sumbuvad üle-aperioodiliselt,*** kui $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC}$ ehk $\frac{R}{2} > \sqrt{\frac{L}{C}}$. Sel puhul vabalaeng

$$q_v = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

kondensaatori laeng

$$q = q_s + q_v = Q_m \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \\ + A_1 \exp p_1 t + A_2 \exp p_2 t, \tag{924}$$

ja vool

$$i = i_s + i_v = J_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) + \\ + p_1 A_1 \exp p_1 t + p_2 A_2 \exp p_2 t. \tag{925}$$

Seejuures püsivvoolu amplituud

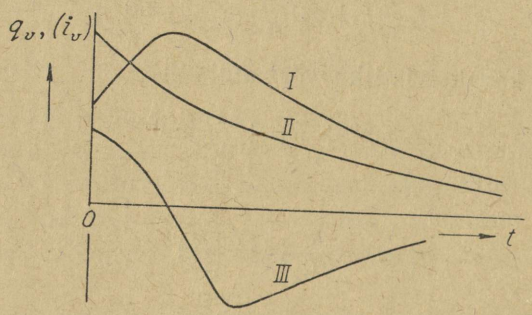
$$J_m = Q_m \omega = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}.$$

Sulgemise hetkel $t = 0$, $q = 0$ ja $i = 0$ ning seega

$$Q_m \cos(\psi - \varphi) = A_1 + A_2$$

ja

$$-J_m \sin(\psi - \varphi) = p_1 A_1 + p_2 A_2.$$



Joon. 475. Kondensaatori laengu vabaliikme kulgemise mitmesuguseid võimalusi olukorras, kus $\frac{R}{2} > \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Kahest viimasest võrrandist on määratavad integreerimiskonstandid:

$$A_1 = \frac{p_2 Q_m \cos(\psi - \varphi) + J_m \sin(\psi - \varphi)}{p_2 - p_1}. \tag{926}$$

$$A_2 = -\frac{p_1 Q_m \cos(\psi - \varphi) + J_m \sin(\psi - \varphi)}{p_2 - p_1}. \tag{927}$$

Joonisel 475 on näidatud laengu (analoogiliselt ka voolu) vabaliikme q_v kulgemise mitmesuguseid võimalusi sõltuvalt vooluringi tegevtakistuse, induktiivsuse ja mahtuvuse erinevast kombinatsioonist.

2. ***Vabavool ja vabalaeng sumbuvad aperioodiliselt,*** kui $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC}$ ehk $\frac{R}{2} = \sqrt{\frac{L}{C}}$. Sel puhul kondensaatori laeng

$$q = q_s + q_v = Q_m \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A_1 \exp pt + A_2 \exp pt \qquad (928)$$

ja vool

$$i = i_s + i_v = J_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) + pA_1 \exp pt + pA_2 \exp pt, \qquad (929)$$

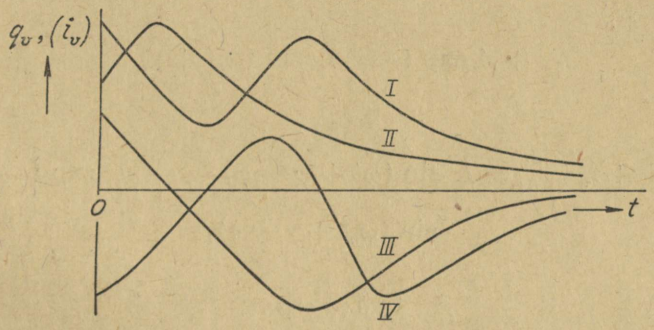
kus

$$p = -\frac{R}{2L}, \qquad (930)$$

$$A_1 = Q_m \cos(\psi - \varphi) \qquad (931)$$

ja

$$A_2 = -J_m \sqrt{1 + \left(\frac{R}{2\omega L}\right)^2} \sin(\psi - \varphi - \gamma). \qquad (932)$$



Joon. 476. Kondensaatori laengu vabaliikme kulgemise mitmesuguseid võimalusi olukorras, kus $\frac{R}{2} = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Viimases integreerimiskonstandis esineva nurga γ tangens

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{R}{2\omega L}. \qquad (933)$$

Ka sel juhtumil võime saada väga erineva kujuga vabalaengu ja vabavoolu kõveraid, nagu neid on näidatud joonisel 476.

3. Tekib sumbuv võnkumine, kui $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC}$ ehk $\frac{R}{2} < \sqrt{\frac{L}{C}}$. Sel puhul moodustavad karakteristliku võrrandi juured kaaskomplekse

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = -\frac{1}{\tau} \pm j\omega_0,$$

kus

$$\tau = \frac{2L}{R} \tag{934}$$

on vooluringi ajakonstant ja

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \tag{935}$$

— vooluringi omavõnke-nurksagedus. Sel puhul on vabaliikmeta diferentsiaalvõrrandi üldlahend

$$q_v = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin(\omega_0 t + \gamma), \tag{936}$$

kus A ja γ on integreerimiskonstandid. Seega kondensaatori laeng

$$q = q_s + q_v = Q_m \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) +$$

$$+ A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin(\omega_0 t + \gamma) \tag{937}$$

ja vool

$$i = i_s + i_v = \frac{dq}{dt} = J_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) - \frac{A}{\sqrt{LC}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot$$

$$\cdot \sin(\omega_0 t + \gamma - \delta), \tag{938}$$

kusjuures

$$\operatorname{tg} \delta = \omega_0 \tau.$$

Et lülitamise hetkel $t = 0$, $q = 0$ ja $i = 0$, siis

$$Q_m \cos(\psi - \varphi) = A \sin \gamma$$

ja

$$J_m \sin(\psi - \varphi) = \frac{A}{\sqrt{LC}} \sin(\gamma - \delta).$$

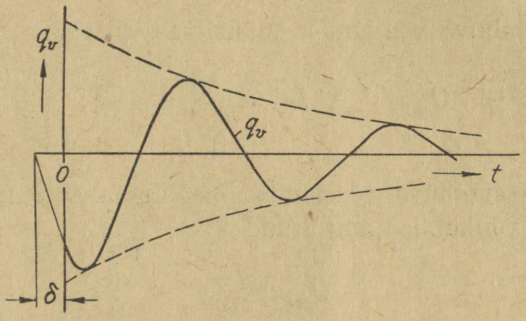
Kahest viimasest võrrandist on määratavad nii A kui ka γ:

$$A = \frac{Q_m}{\sin \delta} \sqrt{\cos^2(\psi - \varphi) + \frac{X_L}{X_C} \sin^2(\psi - \varphi) - \sqrt{\frac{X_L}{X_C}} \sin 2(\psi - \varphi) \cos \delta},$$

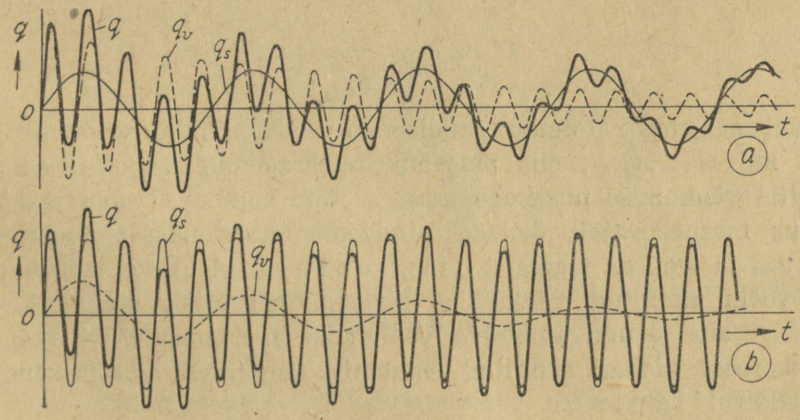
(939)

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\sin\delta}{\cos\delta - \sqrt{\frac{X_L}{X_C}}\operatorname{tg}(\psi-\varphi)}. \qquad (940)$$

Seejuures $X_L = \omega L$ ja $X_C = \frac{1}{\omega C}$. Tekkiv vabalaengu (analoogiliselt ka vabavoolu) võnkumine on näidatud joonisel 477.



Joon. 477. Kondensaatori laengu vabaliikme kulgemine olukorras, kus $\frac{R}{2} < \sqrt{\frac{L}{C}}$.



Joon. 478. Kondensaatori laengu kulgemine: *a* — kui $\omega_0 > \omega$ ja *b* — kui $\omega_0 < \omega$.

Kui vooluringi omavõnke-nurksagedus ω_0 on s u u r e m sunnitud võnkumise nurksagedusest ω, siis kondensaatori laengu, seega ka kondensaatori pinge (analoogiliselt ka voolu) kõver kulgeb vastavalt joonisel 478*a* näidatule. Kui aga omavõnke-nurksagedus ω_0 on v ä i k s e m

sunnitud võnkumise nurksagedusest ω, siis kondensaatori laeng kulgeb joonisel 478*b* näidatud kõvera kohaselt.

Väga nõrga sumbumise puhul omavõnke-nurksagedus

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Seega laengu sumbuva võnkumise maksimaalväärtus

$$Q_m = J_m \sqrt{LC} = \frac{J_m}{\frac{1}{\sqrt{LC}}} \approx \frac{J_m}{\omega_0},$$

kus J_m on voolu sumbuva võnkumise maksimaalväärtus. Et samal ajal laengu sunnitud võnkumise amplituud

$$Q_{sm} = \frac{J_{sm}}{\omega},$$

siis

$$\frac{Q_m}{Q_{sm}} = \frac{\omega}{\omega_0} \frac{J_m}{J_{sm}} \tag{941}$$

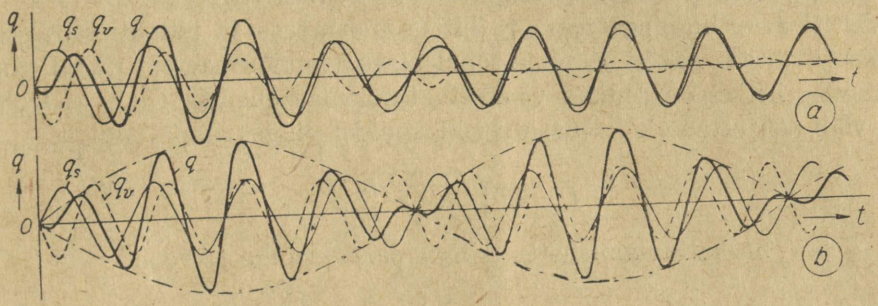
või

$$\frac{J_m}{J_{sm}} = \frac{\omega_0}{\omega} \frac{Q_m}{Q_{sm}}. \tag{942}$$

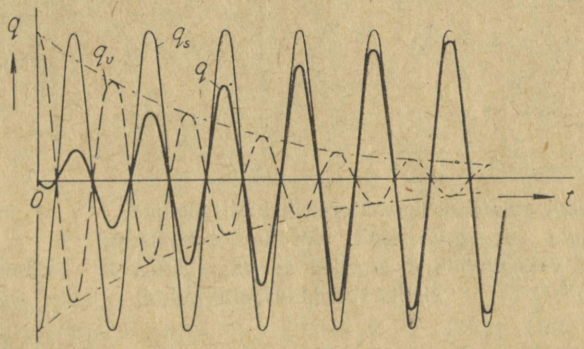
Kui sulgemine toimub sundlaengu maksimumile vastaval hetkel, seega kui $Q_m = Q_{sm}$, siis omavõnke-nurksageduse ω_0 olles **suurem** sunnitud võnkumise nurksagedusest ω võib sumbuva voolu maksimaalväärtus mitmekordselt ületada sundvoolu (statsionaarse voolu) amplituudi J_{sm} ja meil on tegemist **liigvooluga**. Kui aga sulgemine toimub voolu sunnitud võnkumise maksimumis oleku hetkel, s. o. kui $J_m \approx J_{sm}$, siis laengu sumbuva võnkumise maksimaalväärtus Q_m võib mitmekordselt ületada sunnitud võnkumise amplituudi Q_{sm} ja kondensaatoril tekib **liigpinge**.

Kui omavõnke-nurksagedus ω_0 erineb sunnitud võnkumise nurksagedusest ω vähe, siis ilmneb joonisel 479*a* näidatud **sumbuv tuikamine**. Vooluringis väikese tegevtakistusega, s. o. kui $R \approx 0$, osutub tuikamine väga nõrgalt sumbuvaks. Jooniselt 479*b* nähtub, et seejuures resulteeruva võnkumiskõvera nurksagedus on $\frac{\omega + \omega_0}{2}$ ja võnkumist piirava kõvera nurksagedus on $\frac{\omega - \omega_0}{2}$, kui $\omega > \omega_0$ ja $\frac{\omega_0 - \omega}{2}$, kui $\omega < \omega_0$.

Kui sunnitud ja omavõnke-nurksagedused on võrdsed, siis on tegemist resonantsnähtusega ning kondensaatori laeng q, analoogiliselt ka vool i, kulgeb joonisel 480 näidatud kõvera kohaselt. Mida väiksem on seejuures vooluringi tegevtakistus, seda suuremaks kujuneb sunnitud võnkumise amplituud, kuid seda aeglasemalt toimub võnkumise kasvamine.



Joon. 479. Tuikamine: a — suure, b — väikese sumbumise puhul.



Joon. 480. Aeglaselt kasvav võnkumine resonantsis oleva vooluringi pingestamisel; $\omega = \omega_0$.

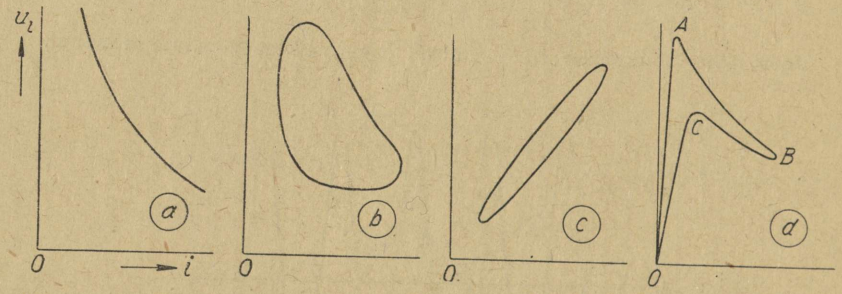
271. Vahelduvvoolu ringi katkestamine. Vahelduvvooluga toidetava ja järjestikku ühendatud tegevtakistust, induktiivsust ja mahtuvust sisaldava vooluringi katkestamisel tekkiv elektroodidevaheline säde või leek sõltub vooluringis katkestamisel valitsevast elektrilisest seisundist. Isegi see, et katkestamise hetkel voolu tugevus võrdub nulliga, ei taga veel vooluringi häireta katkestamist, sest sel hetkel on kondensaatori pinge maksimaalne. Pool perioodi hiljem saavutab väline pinge vastassuunalise maksimumi ja kujundab koos kondensaatori pingega peaaegu

kuni välise pinge kahekordse amplituudini küündiva elektroodidevahelise pinge. See pinge võib põhjustada läbilööki elektroodidevahelises ruumis ja uuesti sulgeda vooluringi läbi tekkiva leegi (tagasisüüde). Seejuures kondensaatorisse jäänud pingele sunnitakse peale kujunemistoimus, mis lisandab kondensaatori pingele veel kuni välise pinge kahekordse amplituudini küündiva pinge (kui $\omega_0 > \omega$), ja seega tekib kondensaatori klemmidel kuni kolmekordse amplituudini küündiv liigpinge.

Eriti suur liigpinge tekib rööbitise mahtuvuse ja induktiivsuse esinemisel, näiteks kaabli ja tema lõpul oleva transformaatori puhul. Katkestamise hetkel on sellises võnkeringis olemas energia $Cu_0^2/2 + Li_0^2/2$, mis võib põhjustada kondensaatori klemmidel pinget amplituudiga

$$U_{cm} = \sqrt{u_0^2 + \frac{L}{C} i_0^2},$$

kus u_0 ja i_0 on katkestamishetkel ringis olevad pinge ja vool.

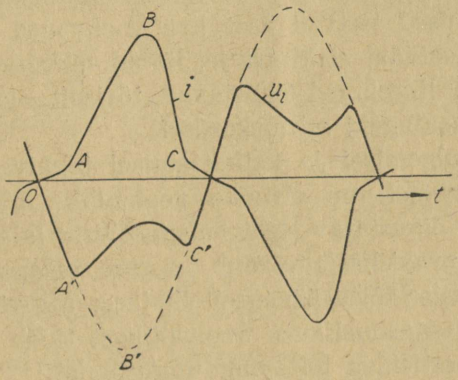


Joon. 481*a* — leegi staatiline karakteristik alalisvooluga, *b* — dünaamiline karakteristik alalisvoolule superponeeritud vahelduvpinge puhul, *c* — kui alalispingele superponeeritava vahelduvpinge sagedus on väga suur, *d* — dünaamiline karakteristik vahelduvvoolu puhul.

Kontaktide vahel tekkiv leek muudab olukorda tunduvalt. Leegipinge ei ole proportsionaalne leeki läbiva vooluga, nagu seda on näiteks traattakisti klemmidel olev pinge, vaid omab vahelduvvoolu puhul joonisel 481*d* näidatud kuju. Sellele dünaamilisele karakteristikule avaldab mõju rida tegureid, nagu elektroodidevaheline kaugus, väline pinge, vooluringi induktiivsus, sagedus jne.

Elektroodidevahelise kauguse suurenemisega suureneb leegi taassüttimise pinge ja kogu karakteristik venib pikemaks vertikaalsuunas. Sama mõju avaldab ka vooluringi tegevtakistuse suurendamine. Vooluringis olev induktiivsus vähendab voolu muutumise kiirust ja seetõttu karakteristiku teravad nurgad ümmarduvad.

Alalisvoolu puhul leeklahenduse nn. staatiline karakteristik on langev (joon. 481*a*). Kui leeki toitvale alalispingele superponeeritakse ehk ülestatakse vahelduvkomponent, mille amplituud on väiksem alalispingest, siis dünaamiline karakteristik osutub suletud kõveraks (joon. 481*b*). Väga suure superponeeritud sageduse puhul leeklahendust määravad parameetrid (ioonide ja elektronide kontsentratsioon, temperatuur jne.) ei jõua perioodi vältusel muutuda, mistõttu dünaamiline karakteristik hakkab enam-vähem vastama Ohmi seaduse nõudeile, s. o. osutub tõusvaks (joon. 481*c*). Analoogiline olukord kujuneb ka suursagedusliku pinge superponeerimisel tehnilist sagedust 50 Hz omavale pingele, mida kasutatakse keevitamisleegi stabiliseerimiseks.



Joon. 482. Leegi pinge ja vool induktiivsust mittesisaldavas vooluringis.

Joonisel 482 on näidatud leegi pinge ja voolu ajaline kulg kuumenenud elektroodide puhul induktiivsust mittesisaldavas vooluringis. Pingekõvera osale OA' vastab ainult elektronide emiteerimine, seega suhteliselt nõrk vool. Punktis A süttib leek ja vooluringis olevas tegevtakistuses tekkiv pingelang põhjustab leegipinge alanemist. Alates punktist B' väline pinge väheneb, seega nõrgeneb ka vool. Voolu nõrgenemisega võib kaasuda leegipinge kõrgenemine. Alates punktist C muutub elektronide emiteerumine antud pinge puhul juba seevõrd nõrgaks, et leek kustub (joonisel 481*d* olevad tähised vastavad joonisel 482 olevaile).

LIX peatükk.

KUJUNEMISTOIMUSED VOOLURINGIDES JAOTATUD PARAMEETRITEGA.

Senivaadeldud kujunemistoimuste kirjeldamisel me oletasime elektromagnetilise seisundi samaaegset muutumist vooluringi kõikides elementides. Elektrilisest seisukohast pikkade vooluringide kujunemistoimuste vaatlemisel osutub siiski vajalikuks võtta arvesse elektromagnetilise seisundi muutumise kiiruse lõplikkust. Seejuures oletatakse vooluringi takistust, induktiivsust ja mahtuvust jaotatuina ühtlaselt piki kogu liini ja elektromagnetilist seisundit levimas elektromagnetiliste lainetena.

Kujunemistoimused leiavad aset kas vooluringi sulgemisel ja katkestamisel või atmosfääri elektrivälja järsul muutumisel äikese puhul. Seejuures tekkivad liigpinged ohustavad tõsiselt elektriseadmeid, sest nad ületavad talitluspingeid mitmekordselt.

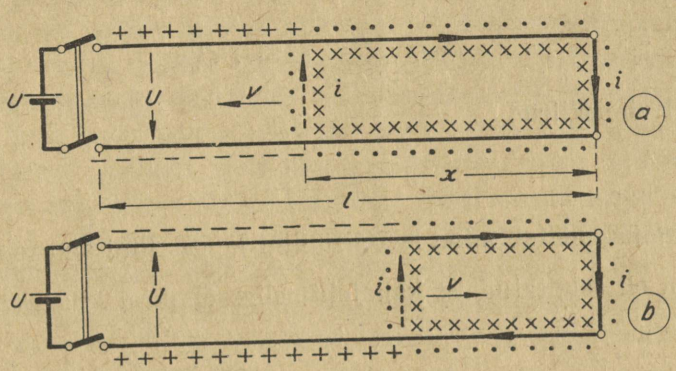
Vooluringide sulgemisel ja katkestamisel tekkivate elektromagnetiliste lainete vaatlemisel me oletame vooluallika pinget püsivat konstantsena. Oletus on õigustatav elektromagnetiliste lainete levimise suure kiiruse tõttu, mis praktiliselt võrdub valguse omaga, ja vaadeldavate lainetumiste sumbumise tõttu äärmiselt lühikese aja vältel. Ainult vooluringi toitmisel suursageduslikust vooluallikast tuleb arvestada kujunemistoimuse kestel asetleidva toitepinge muutumist.

Allpooltoodud jooniseil on lülitamisprotsesside puhul tekkiva laine kuju näidatud täisnurkse nelinurgana. Tegelikult leiab aset lainerinde pidev lamendumine, kuid selle arvestamine osutub tarbetuks alles nähtuste tundmaõppimisele asumisel. Joonisel 486 näidatud laine kuju on iseloomulik atmosfäärilistest lahendustest põhjustatavaile nn. ränd-laineile.

272. Pika, kadudeta elektriliini lahutamine. Oletame vaadeldava pika kahejuhtmelise elektriliini olevat praktiliselt tegevtakistusvaba ja üli-suure isolatsioonitakistusega. Sellise liini elektrilised omadused on seega määratud ainult liini kilomeetrise induktiivsusega L_0 ja kilomeetrise mahtuvusega C_0. Olukorra lihtsustamiseks oletame liini lõpul oleva tarbija takistuse seevõrd väikesena, et võime suurema veata vaadelda liini lõppu lühistatuna (joon. 483).

Liini vooluallikast eraldamise hetkel on liini juhtmeil olemas laeng Q ja juhtmete vahel pinge U. Lahtilülitamisele järgnev pingest vabanemise protsess algab liini lühistatud otsast, kuhu voolavad ühel juhtmel

olev positiivne ja teisel juhtmel olev negatiivne laeng[1]. Tekkiva lahenemisvoolu suund on kummaski juhtmes muidugi erinev, sest me räägime erinimeliste laengute samasuunalisest liikumisest. Liini lühistatud otsas alaneb juhtmetevaheline pinge nullini, seega kaob ka elektriväli. Tegelikult elektriväli asendub magnetväljaga, kuna liinil on kujunenud kinnine vooluring: ülemine juhe, lühistaja, alumine juhe, juhtmetevaheline dielektrik elektrivälja kadumise kohas. Viimases on vool mõeldav jätkuvana mitte tõelise, vaid nihkevooluna. Joonisel on laeng näidatud märkidega + ja — ning voolurajaga aheldatud magnetvälja suund punktiga ja märgiga ×.



Joon. 483. Lühistatud elektriliini lahutamine: *a* — elektriline seisund esimesel, *b* — teisel veerandperioodil.

Juhtmeis olev vool, antud juhtumil laengu vähenemise kiirus,

$$i = -\frac{dQ}{dt}.$$

Et elektriväljast haaratud liiniosa järjest lüheneb, mistõttu kogu aeg väheneb ka liini mahtuvus $C = C_0 x$, siis vool

$$i = -U\frac{dC}{dt} = -UC_0\frac{dx}{dt} = -UC_0 v,$$

kus U on konstantsena püsiv vooluallika, seega ka juhtmetevaheline pinge, x — liini elektriväljast vabanenud osa pikkus ja $v = dx/dt$ — laine levimiskiirus. Liinielemendis pikkusega dx olnud elektrivälja energia

[1] Kuigi juhtme positiivset ja negatiivset laengut vaadeldakse elektronide puudu- või ülejäägina, siiski kasutame siinkohal käsitlemiseks sobivamat väljendust — positiivse ja negatiivse laengu liikumine.

$U^2C_0\,dx/2$ muundub soojuslike kadude puudumise tõttu täielikult magnetvälja energiaks $i^2L_0\,dx/2$. Seega

$$\frac{U^2C_0\,dx}{2}=\frac{i^2L_0\,dx}{2}$$

ja juhtmeis olev vool

$$i=\frac{U}{\sqrt{L_0/C_0}}=\frac{U}{Z_t}. \tag{943}$$

Viimases valemis esinev $\sqrt{L_0/C_0}$ on kadudeta liini tunnustakistus Z_t. Et aga vool

$$i=\frac{U}{\sqrt{L_0/C_0}}=-UC_0v,$$

siis laine levimiskiirus

$$v=-\frac{1}{\sqrt{L_0C_0}},$$

kus miinusmärk näitab laine levimist liini lõpust liini alguse suunas.

Varem oli selgitatud, et kahejuhtmelise õhuliini kilomeetrine induktiivsus

$$L_0\approx 4\ln\frac{a}{r}\cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{km}}$$

ja kilomeetrine mahtuvus

$$C_0\approx\frac{4\pi}{\ln\frac{a}{r}}\cdot 10^{5}\approx\frac{1}{4\ln\frac{a}{r}}\frac{1}{9}\cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{km}}.$$

Seega laine levimiskiirus (ühesugune mõlemas suunas levivatel lainetel)

$$v=3\cdot 10^{5}\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{sec}}$$

on võrdne valguse levimiskiirusega.

Joonisel 483*a* oleva liini parempoolse osa muutumine pingetuks on vaadeldav saavutatuna ka ajaliselt muutuva magnetvoo poolt indutseeritava elektromotoorse jõu toimena. Aja dt vältel liigub magnetvälja laine edasi $dx=vdt$ võrra, suurendades voogu

$$d\Phi=iL_0dx=iL_0vdt$$

võrra. Seejuures indutseeritakse vooga aheldatud vooluringis elektromotoorne jõud

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -iL_0 v = -i\frac{L_0}{\sqrt{L_0 C_0}} =$$

$$= -i\sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = -iZ_t = -U,$$

mis on suuruselt võrdne juhtmete vahel oleva pingega $+U$.

Pingetuks muutumise protsess ei saa lõppeda elektrivälja muundumisega magnetväljaks. Voolulaine jõudmisel liini algusse me jõuame liini lahtise otsa juurde ja dielektriline nihkevool lakkab eksisteerimast. Seega vooluring katkeb ja liini alguses olev vool muutub võrdseks nulliga. Kogu liini ulatuses vool ei muutu nulliks silmapilkselt, vaid jällegi liini algusest liini lõpu suunas praktiliselt valguse kiirusega leviva lainena. Seejuures aga leiab aset magnetvälja kadumine, mille tulemusena indutseeritakse juhtmeis (joonisel 483*b* liini vasakpoolses osas) elektromotoorne jõud. Viimase suurus on võrdne juhtmete vahel varem olnud pingega U, tema eelmärk on aga siiski vastupidine varem olnuga, sest voog ei suurene, vaid kahaneb. Juhtmete vahel tekib uuesti elektriväli. Laine jõudmisel liini lõppu elektriväli kahaneb teiskordselt nullini ja liini alguse suunas levib jällegi voolulaine, mille tulemusena elektriväli asendub uuesti magnetväljaga jne.

Me näeme, et kadudeta liin käitub analoogiliselt kadudeta võnkeringiga, kusjuures võnkumise periood koosneb neljast osast: laine muudab liini pingetuks, laine laeb liini vastasmärgilise laenguga, laine muudab liini veel kord pingetuks ja laine seab liini lähteolukorda. Seega perioodi vältus

$$T = \frac{4l}{v} = 4l\sqrt{L_0 C_0} = 4\sqrt{L_0 l \cdot C_0 l} = 4\sqrt{LC} \qquad (944)$$

ja võnkumise sagedus

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4\sqrt{LC}}. \qquad (945)$$

Siinjuures olgu juhitud tähelepanu koondatud induktiivsuse ja mahtuvusega võnkeringile, mille perioodi vältus

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

ja võnkumise sagedus

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

273. Koormamata elektriliini pingestamine. Lahtise lõpuga elektriliini pingestamisel leiavad aset liini väljalülitamisel tundmaõpitud protsessid. Ühendamisel vooluallikaga pingestub liin samm-sammult, kusjuures õhuliini puhul pingestumine levib peaaegu valguse kiirust omava lainena; juhtmete vahel kujuneb vooluallikaga määratud pinge U (joon. 484*a*). Laengu liikumise tulemusena tekib juhtmeis vool ja nihkevoolu kaasabil kujunev kinnine vooluring levib nagu pingegi liini pingestamata otsa suunas. Pingestava laine rindel on vooluallika pinge tasakaalustatud magnetvälja poolt indutseeritava elektromotoorse jõuga, s. o.

$$U = -e_L = \frac{d\Phi}{dt} = iL_0 \frac{dx}{dt} = iL_0 v,$$

kuna vool

$$i = \frac{dQ}{dt} = C_0 U v.$$

Analoogiliselt liini lahutamisel leituga laine levimiskiirus

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}};$$

ka on liini pingestamisel tekkiv vool määratud nagu lahutamiselgi liini lainetakistusega Z_t:

$$\frac{U}{i} = \frac{1}{C_0 v} = \frac{\sqrt{L_0 C_0}}{C_0} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = Z_t.$$

Astendame viimase võrrandi mõlemad pooled ja jagame kahega:

$$\frac{U^2}{2i^2} = \frac{L_0}{2C_0}.$$

Ümberkujundamisel saame

$$\frac{C_0 U^2}{2} = \frac{L_0 i^2}{2},$$

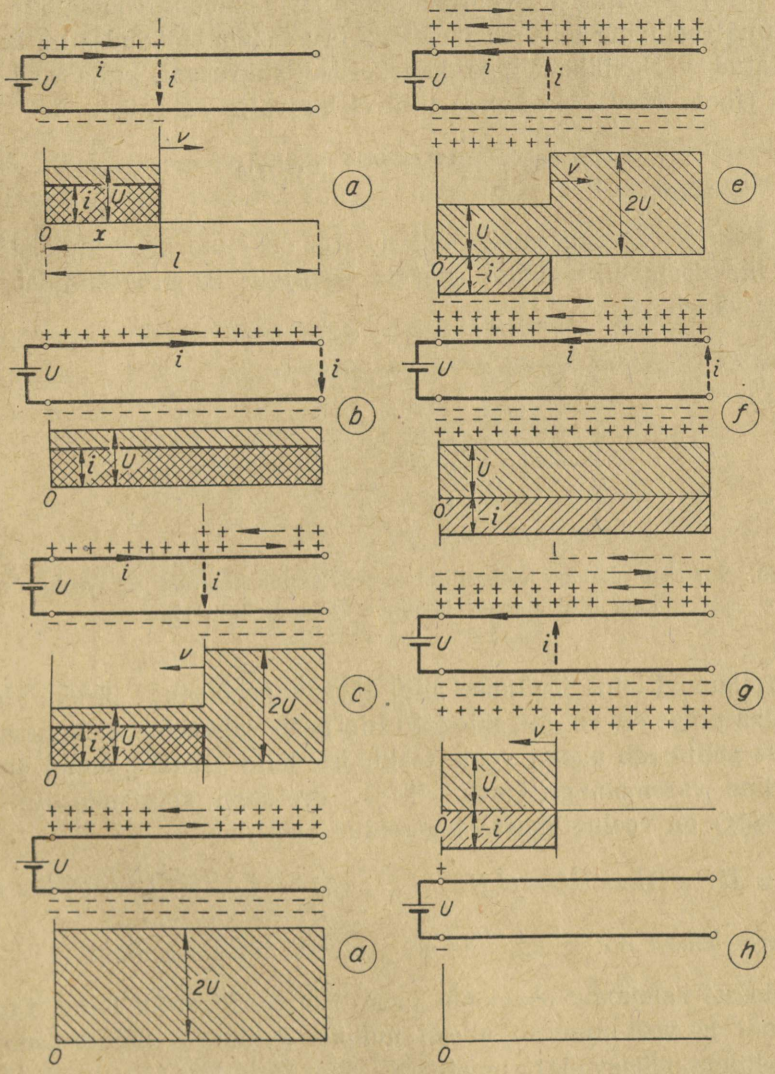
mis näitab, et liini pingestamisel liinielemendile antav elektrivälja energia võrdub magnetvälja omaga. Pingestamise algusest aja t möödumisel on liinile antud energia

$$A = \left(\frac{C_0 U^2}{2} + \frac{L_0 i^2}{2}\right) vt; \qquad (946)$$

aja $t = l/v$ möödumisel, s. o. liini pingestava laine jõudmisel liini lõppu (joon. 484*b*),

$$A_{T/4} = \left(\frac{C_0 U^2}{2} + \frac{L_0 i^2}{2}\right) v \frac{l}{v} = CU^2.$$

Et liini juhtmed on omavahel ühendamata, siis peab vool nõrgenema nullini. Magnetvälja kadumise tulemusena indutseerub juhtmeis voolu endises suuruses säilitada püüdev elektromotoorne jõud e_L. Kuid voolu



Joon. 484. Lahtiste otstega pika elektriliini pingestamine.

säilitamiseks peab indutseeruv elektromotoorne jõud muutma eelmärki ja seega ühtima suunalt vooluallika pingega, s. o.

$$e_L = L_0 iv = U.$$

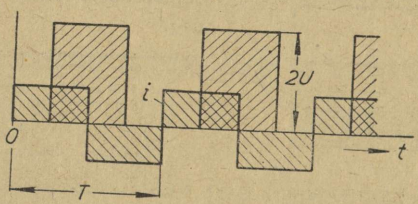
Seega liini lahtisel otsal pinge kahekordistub:

$$u_2 = U + e_L = 2U$$

(joon. 484*c*). Kujunev kahekordne pinge levib lainena vooluallika suunas ja kinnine vooluring lüheneb järjest. Aja $t = 2l/v$ möödudes on kogu liin pingestatud vooluallika pinge kahekordse suuruseni, kuna vool võrdub nulliga (joon. 484*d*). Seejuures liini elektrivälja energia

$$A_{T/2} = \frac{C_0 l (2U)^2}{2} = 2CU^2$$

osutub kaks korda suuremaks sellest, mis oli enne peegeldumist. Seega osutub liin vooluallika suhtes energia tarbijaks ka pingestamisprotsessi teise osa vältel.



Joon. 485. Lahtiste otstega elektriliini pingestamine pingega U: voolu $i = U/Z$ kulg liini alguses ja pinge $2U$ kulg liini lõpul.

Peegeldunud laine jõudmisel liini algusse peab pinge järsku alanema vooluallika pinge suuruseni, mistõttu liin peab vabanema üleliigsest laengust. See põhjustab uuesti voolu tekkimist, kuid viimase suund on nüüd vastupidine varemolnuga (joon. 484*e*). Protsessi kolmanda osa lõpuks (joon. 484*f*) on vooluallikasse tagastatud energia

$$A'_{T/4} = U(-i)t = U(-C_0 U v)t = -C_0 U^2 v t = -C_0 U^2 \frac{l}{t} t = -CU^2,$$

niisiis pool sellest energiast, mis oli protsessi teise osa lõpul.

Protsessi kolmanda osa lõpul jõuab tühjenemisvoolu laine liini lahtise otsani ja vool muutub uuesti nulliks. Seejuures indutseerub jälle voolu säilitada püüdev elektromotoorne jõud. Kuid viimase suund on nüüd vastupidine protsessi esimese osa lõpul indutseeritule, sest säilitada püütav vool on nüüd vastassuunaline. Selle tulemusena muutub liini lõpp pingetuks (joon. 484*g*). Et seejuures ka vool alaneb nullini, siis protsessi neljanda osa vältel taastub liini esmakordse pingestumise eel valitsenud

neutraalne seisund, kusjuures liinile antud energia tagastatakse vastuallikasse täies koguses. Neljaosalise protsessi vältus

$$T = \frac{4l}{v},$$

millise aja möödudes kogu protsess kordub äsjakirjeldatud kujul. Joonisel 485 on näidatud liini alguses oleva voolu ja liini lõpul oleva pinge ajaline kulg.

274. Pinge ja voolu langev ning peegeldunud laine. Ühtlaselt jaotatud parameetritega pikkadel liinidel toimuvaid elektromagnetilisi protsesse on sobiv vaadelda üksteisele järgnevate langevate ja peegeldunud lainete superpositsioonina. Sellise võimaluse olemasolu selgub alljärgnevast.

Vaatleme pikka elektriliini parameetritega R_0 Ω/km, G_0 S/km, L_0 H/km ja C_0 F/km. Liinielemendis pikkusega ∂x tekkiv pingelang

$$-\partial u = L_0 \partial x \frac{\partial i}{\partial t} + iR_0 \partial x,$$

kust

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t} + iR_0; \tag{947}$$

viimase avaldise tuletis x suhtes on

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R_0 \frac{\partial i}{\partial x} + L_0 \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t}. \tag{948}$$

Liinielemendis oleva voolu nõrgenemine

$$-\partial i = C_0 \partial x \frac{\partial u}{\partial t} + G_0 \partial x \cdot u,$$

kust

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C_0 \frac{\partial u}{\partial t} + G_0 u; \tag{949}$$

viimase avaldise tuletis aja t suhtes

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = G_0 \frac{\partial u}{\partial t} + C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \tag{950}$$

Asendame võrrandis 948 olevad $\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t}$ ja $\frac{\partial i}{\partial x}$ võrrandite 950 ja 949 abil määratutega. Siis

$$L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (R_0 C_0 + G_0 L_0) \frac{\partial u}{\partial t} + R_0 G_0 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Et viimast diferentsiaalvõrrandit vaadeldi esmakordselt telegraafisignaalide edasiandmise selgitamisel, siis on talle kirjanduses omistatud telegraafivõrrandi nimetus.

Jagame viimase võrrandi kõik liikmed L_0C_0-ga. Siis

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\left(\frac{R_0}{L_0}+\frac{G_0}{C_0}\right)\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{R_0}{L_0}\frac{G_0}{C_0}u=\frac{1}{L_0C_0}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Leitud diferentsiaalvõrrandi lahendamise teostame siinkohal ainult nn. mittemoonutava liini jaoks. P. 262 all oli selgitatud, et kõige vähem moonutavaks osutub pikk liin, millel

$$G_0L_0=R_0C_0,$$

kusjuures siis sumbumistegur $\beta=\sqrt{R_0G_0}$ ja laine levimiskiirus $v=1/\sqrt{L_0C_0}$. Seega mittemoonutava liini puhul

$$\frac{R_0}{L_0}=\frac{G_0}{C_0}=\beta v=a, \tag{951}$$

kus a on võetud tarvitusele tähistamise lihtsustamiseks. Selle lühendi tarvituselevõtmisega saame diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+2a\frac{\partial u}{\partial t}+a^2u=v^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \tag{952}$$

Asendame viimases diferentsiaalvõrrandis oleva u korrutisega

$$u=Ue^{-at}. \tag{953}$$

Uutest tarvituselevõetud tegureist sõltub tegur U nii liini algusest mõõdetavast kaugusest x kui ka ajast t, kuna tegur e^{-at} sõltub ainult ajast. Moodustame võrrandi 953 esimese ja teise tuletise aja t suhtes:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial U}{\partial t}e^{-at}-aUe^{-at},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}e^{-at}-2a\frac{\partial U}{\partial t}e^{-at}+a^2Ue^{-at}.$$

Sama võrrandi 953 esimene ja teine tuletis on x suhtes

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial U}{\partial x}e^{-at} \quad \text{ja} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}e^{-at}.$$

Pinge u ja tema tuletiste paigutamisel võrrandisse 952 saame:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}e^{-at}=v^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}e^{-at},$$

kust

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=v^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}. \tag{954}$$

Seostame koordinaatteljestiku algusest mõõdetava kauguse x ja aja t vältel laine poolt läbitava teekonna vt järgmiselt:

$$m = x - vt, \quad n = x + vt.$$

Et aga

$$\frac{\partial m}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial n}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial m}{\partial t} = -v, \quad \frac{\partial n}{\partial t} = v,$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial m} + \frac{\partial U}{\partial n}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial m^2} + 2\frac{\partial^2 U}{\partial m \partial n} + \frac{\partial^2 U}{\partial n^2},$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -v\frac{\partial U}{\partial m} + v\frac{\partial U}{\partial n} \quad \text{ja} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 U}{\partial m^2} - 2v^2\frac{\partial^2 U}{\partial m \partial n} + v^2\frac{\partial^2 U}{\partial n^2},$$

siis

$$\frac{\partial^2 U}{\partial m \partial n} = 0 \quad \text{või} \quad \frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{\partial U}{\partial n}\right) = 0. \tag{955}$$

Viimane saadakse äsjaleitud teiste tuletiste paigutamisel diferentsiaalvõrrandisse 954. Võrrandi 955 integreerimisel saame funktsiooni n-st

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \mathrm{F}(n);$$

seega

$$U = \int \mathrm{F}(n)\,dn + \mathrm{f}_2(m) = \mathrm{f}_1(m) + \mathrm{f}_2(n),$$

kui $\mathrm{f}_2(n)$ abil tähistada $\int \mathrm{F}(n)\,dn$, ehk

$$U = \mathrm{f}_1(x - vt) + \mathrm{f}_2(x + vt)$$

ja pinge

$$u = Ue^{-at} = [\mathrm{f}_1(x - vt) + \mathrm{f}_2(x + vt)]e^{-at}. \tag{956}$$

Voolu määramiseks kasutame võrrandit 949

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0\frac{\partial u}{\partial t}.$$

Võrrandi 956 tuletis aja suhtes

$$\frac{\partial u}{\partial t} = [-v\mathrm{f}_1'(x - vt) + v\mathrm{f}_2'(x + vt)]e^{-at} - a[\mathrm{f}_1(x - vt) + \mathrm{f}_2(x + vt)],$$

kus f_1' ja f_2' on f_1 ja f_2 tuletis $(x - vt)$ ja $(x + vt)$ suhtes. Et aga $G_0 = aC_0$ ja $vC_0 = \sqrt{C_0/L_0}$, siis

$$\frac{\partial i}{\partial x}\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}[\mathrm{f}_1'(x - vt) - \mathrm{f}_2'(x + vt)]e^{-at},$$

millise võrrandi integreerimisel vool

$$i = \sqrt{\frac{C_0}{L_0}}\,[\mathrm{f}_1(x - vt) - \mathrm{f}_2(x + vt) + \mathrm{f}(t)]e^{-at}. \qquad (957)$$

Seejuures integreerimiskonstant $\mathrm{f}(t)$ on sõltumatu x-st, kuid võib sõltuda ajast t.

Integreerimiskonstandi $\mathrm{f}(t)$ määramiseks toome võrrandisse 947

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t} + iR_0$$

valemitega 956 ja 957 määratud pinge ja voolu, kust selgub, et $\mathrm{f}(t) = A = const$. Võime oletada, et $A = 0$, sest tema mittevõrdumisel nulliga võiksime kasutada funktsioone $\mathrm{f}_1 = \mathrm{f} + A/2$ ja $\mathrm{f}_2 = \mathrm{f} - A/2$, mis aga annaks A-d mittesisaldavaid avaldisi u-le ja i-le. Seega vool

$$i = \frac{\mathrm{f}_1(x - vt) - \mathrm{f}_2(x + vt)}{Z_t} e^{-at}, \qquad (958)$$

kusjuures Z_t on juba varem valemiga 849 määratud mittemoonutava elektriliini laine- ehk tunnustakistus $\sqrt{L_0/C_0}$.

Pinge ja voolu võrrandeis 956 ja 958 esineva kiiruse v olemuse selgitamiseks vaatleme funktsiooni $\mathrm{f}_1(x - vt)$. Olgu erijuhtumina juhtmetevaheline pinge u määratud ainult selle funktsiooniga, s. o.

$$u = \mathrm{f}_1(x - vt).$$

Hetkel, kui $t = 0$, määrab see võrrand pinge jaotumist piki liini. Oletame piki liini ümber paiknemas kiirusega v punkti, mille ajast ja hetkele $t = 0$ vastavast koordinaadist x_0 sõltuv asukoht x on määratud avaldisega $x = x_0 + vt$. Selles punktis olev pinge

$$u = \mathrm{f}_1(x_0 + vt - vt) = \mathrm{f}_1(x_0)$$

osutub ajast sõltumatuks. Et see on kehtiv iga piki liini kiirusega v liikuva punkti kohta, siis pinge esialgne, s. o. hetkele $t = 0$ vastav jaotus $u = \mathrm{f}_1(x - vt)$ osutub samuti levivaks piki liini kiirusega v. Sellist olukorda nimetatakse (ajaliselt oma kuju mittemuutvaks) p i n g e l a i n e k s. Analoogiliselt osutub pinge

$$u = \mathrm{f}_2(x + vt)$$

samuti ajaliselt oma kuju mittemuutvaks, kuid kiirusega $-v$, s. o. vastassuunas liikuvaks pingelaineks.

Tegelikult muutuvad ajaliselt nii ühes kui ka vastassuunas levivad pingelained, ja nimelt vastavalt võrrandis 956 esinevale eksponentsiaalsele tegurile e^{-at}. Astmenäitajas olev

$$a = \frac{R_0}{L_0} = \frac{G_0}{C_0}$$

on igal juhtumil positiivne, mistõttu mõlemas suunas levivad lained osutuvad sumbuvaiks ja nimelt võrdsel määral.

Sumbumise väljendamiseks sumbumisteguri β kaudu lähtume seoseist

$$at = \beta vt \quad \text{ja} \quad x = x_0 \pm vt,$$

kust lainete poolt aja t vältel käidud teekonnad on

$$vt = x - x_0 \quad \text{ja} \quad -vt = x_0 - x,$$

kusjuures x_0 määrab laine asukoha alghetkel. Seega valemiga 956 määratud pinge

$$u = f_1(x - vt) \exp\left[-\beta(x - x_0)\right] + \\ + f_2(x + vt) \exp\left[-\beta(x_0 - x)\right]. \tag{959}$$

Sumbumist põhjustab elektri- ja magnetvälja energia pidev muundumine soojuseks nii juhtmeis kui ka isolatsioonimaterjalis.

Analoogiliselt pinge kahe vastassuunas leviva sumbuva lainega levib ka valemiga 958 määratud vool

$$i = \frac{f_1(x - vt)}{Z_t} \exp\left[-\beta(x - x_0)\right] - \frac{f_2(x + vt)}{Z_t} \exp\left[-\beta(x_0 - x)\right] \tag{960}$$

kahe vastassuunas leviva sumbuva lainena.

Me saavutasime selle, et oleme õigustatud käsitlema nii liinil olevat pinget kui ka voolu vastassuunas levivate langeva ja peegeldunud lainete summana, s. o.

$$\left.\begin{aligned} u &= u_{lang} + u_{peeg}, \\ i &= i_{lang} + i_{peeg}. \end{aligned}\right\} \tag{961}$$

Kui jätta arvestamata suhteliselt väike sumbumine, siis

$$\left.\begin{aligned} u_{lang} &= f_1(x - vt), \quad u_{peeg} = f_2(x + vt), \\ i_{lang} &= \frac{f_1(x - vt)}{Z_t} \quad \text{ja} \quad i_{peeg} = -\frac{f_2(x + vt)}{Z_t}, \end{aligned}\right\} \tag{962}$$

kust

$$u_{lang} = i_{lang} Z_t \quad \text{ja} \quad u_{peeg} = -i_{peeg} Z_t. \tag{963}$$

Viimasest nähtub, et peegeldunud pinge- ja voolulaine on vastasmärgilised.

P. 273 all kirjeldatud kujunemistoimus koormamata liini pingestamisel on käsitletav mitme langeva ja peegeldunud laine järkjärgulise superponeerimisena. Kujunev pinge on

$$\Sigma u_{lang} + \Sigma u_{peeg}$$

ja vool on

$$\Sigma i_{lang} + \Sigma i_{peeg},$$

kusjuures liidetavate arv sõltub vaadeldava protsessi staadiumist. Vooluallika pingega U määratud esimene langev pingelaine (joon. 484*a*) $u' = u_{lang\,1} = U$ ja langev voolulaine $i' = i_{lang\,1} = i$. Jõudnud lahtiste otstega liini lõppu, peegeldub pingelaine täielikult, säilitades eelmärgi, s. o. $u_{peeg\,1} = U$, kuna täielikult peegeldunud voolulaine muudab selle, s. o. $i_{peeg\,1} = -i$. Seega pärast esimest peegeldumist liini parempoolses osas olev pinge

$$u'' = u_{lang\,1} + u_{peeg\,1} = U + U = 2U$$

ja vool

$$i'' = i_{lang\,1} + i_{peeg\,1} = i - i = 0.$$

Liini algusesse jõudev peegeldunud laine peegeldub siin uuesti ja muutub taas langevaks. Kuid sel puhul ta muudab oma eelmärgi, s. o. $u_{lang\,2} = -u_{peeg\,1} = -U$. Samal ajal peegeldub liini alguses ja muutub taas langevaks ka voolulaine, kuid säilitab seejuures endise eelmärgi, s. o. $i_{lang\,2} = i_{peeg\,1} = -i$. Liini vasakpoolses osas kujunevad seega pinge

$$u''' = u'' + u_{lang\,2} = 2U + (-U) = U$$

ja vool

$$i''' = i'' + i_{lang\,2} = 0 + (-i) = -i.$$

Teiskordselt liini lõppu jõudev pingelaine peegeldub uuesti, säilitades jälle eelmärgi, s. o. $u_{peeg\,2} = u_{lang\,2} = -U$, kuna voolulaine selle muudab: $i_{peeg\,2} = -i_{lang\,2} = i$. Seega liini parempoolses osas pinge

$$u'''' = u''' + u_{peeg\,2} = U + (-U) = 0$$

ja vool

$$i'''' = i''' + i_{peeg\,2} = -i + i = 0.$$

Edasi kulgeb protsess analoogiliselt pingestamise alghetkel olnuga.

Kahe vastassuunas liikuva laenguna võib vaadelda ka elektriliini juhtmeile atmosfäärilaengu poolt indutseeritava laengu liikumist. Juhtmeile elektrostaatilisest induktsioonist põhjustatud laeng alustab liikumist teda kohalhoidva elektrivälja järsul nõrgenemisel või kadumisel, s. o. pilve ja maa või kahe pilve vahel asetleidva elektrilise lahenemise, välgu puhul; seejuures tekib juhtmeis vool ja toimub juhtmetevahelise pinge muutumine. Joonisel 486*a* on näidatud pinge jaotumine piki liini $u = f(x)$ elektrilisele lahenemisele eelneval hetkel, s. o. kui $t = 0$. Et sel puhul vool võrdub nulliga, siis valemite 956 ja 958 kohaselt

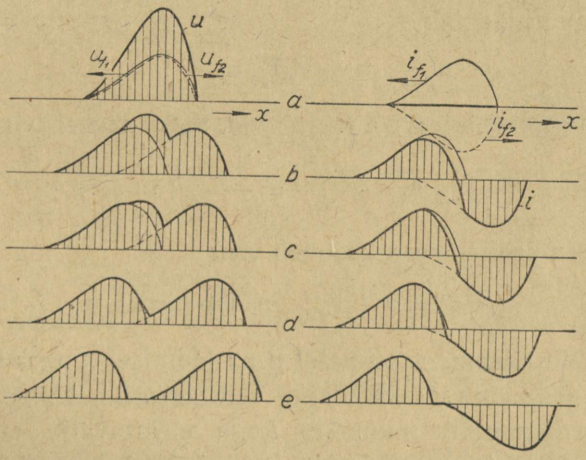
$$f_1(x) + f_2(x) = f(x)$$

ja

$$\frac{f_1(x) - f_2(x)}{Z_t} = 0,$$

kust

$$f_1(x) = f_2(x) = \tfrac{1}{2} f(x).$$



Joon. 486. Pinge ja voolu rändlained juhtmeile elektrostaatilisest induktsioonist põhjustatud laengu vabanemisel.

Seega meil on tegemist kahe ühesuguse kuju ja eelmärgiga, kuid eri suunas liikuva pinge nn. r ä n d l a i n e g a ning samuti kahe ühesugust kuju, kuid erinevat eelmärki omava ja eri suunas liikuva voolu rändlainega.

275. Lühistatud elektriliini pingestamine. Lühistatud lõpuga elektriliini ühendamisel vooluallikaga toimub alguses täpselt samasugune protsess, nagu me õppisime tundma lahtiste otstega elektriliini pingestamisel

(joon. 487*a*). Piki liini levib väga suure kiirusega $v = 1/\sqrt{L_0 C_0}$ elektromagnetiline laine ja kujundab juhtmetevahelise pinge

$$u' = u_{lang\,1} = U.$$

Seejuures tekib juhtmeis vool

$$i' = i_{lang\,1} = \frac{u_{lang\,1}}{Z_t} = \frac{U}{Z_t} = i,$$

kusjuures vooluring osutub kinniseks tänu lainerinde kohal olevale nihkevoolule.

Aja $t = l/v$ möödudes laine saabub liini lõppu. Et liini lõpul juhtmed on lühistatud, siis peab pinge alanema hüppeliselt nullini, mis on kujutletav peegeldunud pingelaine tekkimisena, mille puhul liini parempoolses osas olev pinge

$$u'' = u' + u_{peeg\,1} = 0,$$

kust peegeldunud pingelaine

$$u_{peeg\,1} = -u_{lang\,1} = -U.$$

See peegeldunud pingelaine põhjustab val. 963 kohaselt voolu

$$i_{peeg\,1} = -\frac{u_{peeg\,1}}{Z_t} = -\frac{-U}{Z_t} = i,$$

seega liini parempoolses osas kujuneb vool

$$i'' = i' + i_{peeg\,1} = i + i = 2i$$

(joon. 487*c*). Me näeme, et esimesel peegeldumisel pingelaine muutis eelmärgi, kuna peegeldunud voolulaine säilitas selle. Pinge kadumisel ja voolu kahekordistumisel muundub kogu elektrivälja energia jäägita magnetvälja energiaks, sest ka lühistatud liini pingestamise protsessi esimese osa vältel liini pikkusühiku kohta tulevad elektri- ja magnetvälja energiad on võrdsed, s. o.

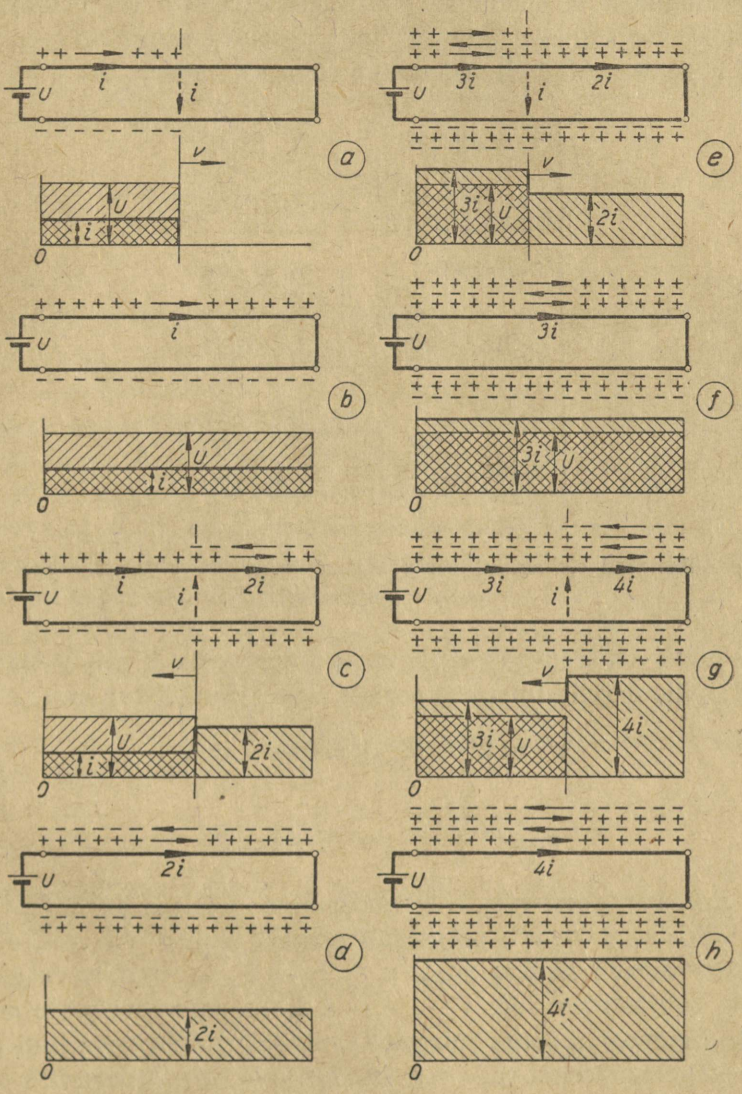
$$\frac{C_0 U^2}{2} = \frac{L_0 i^2}{2}.$$

Aja $t = 2l/v$ möödudes toimub lainete peegeldumine liini alguses. Et liini alguses olev pinge on määratud vooluallika pingega U, siis peab pinge saabuva ja peegelduva (s. o. uue langeva) laine summa võrduma vooluallika pingega U, s. o.

$$u' + u_{lang\,2} = 0 + U = U,$$

kust uus langev laine

$$u_{lang\,2} = U .$$



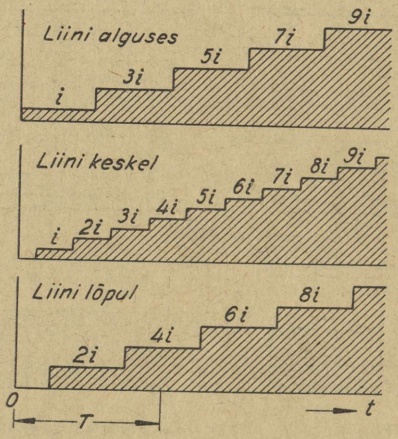
Joon. 487. Kadusid mitteomava lühistatud elektriliini pingestamine.

See pingelaine põhjustab langevat voolulainet

$$i_{lang\,2} = \frac{u_{lang\,2}}{Z_t} = \frac{U}{Z_t} = i .$$

Me näeme, et liini alguses peegelduv pingelaine muudab eelmärki, s. o. $u_{lang\,2} = -u_{peeg\,1}$, kuna peegelduv voolulaine säilitab selle: $i_{lang\,2} = i_{peeg\,1}$.

Peegeldunud laine jõudmisel liini algusse osutub väljaenergia kahekordistunuks vooluallikast pidevalt juurdevoolava energia arvel, sest ka protsessi teise osa vältel oli vooluallika võimsus endiselt Ui.



Joon. 488. Lühistatud elektriliini voolu ajaline kulg liini alguses, keskel ja lõpul kadude puudumisel.

Liini alguses toimuva peegeldumise tulemusena liigub vooluallikast uus laeng, mille mõjul liini vasakpoolses osas (joon. 487*e*) kujuneb pinge

$$u''' = u'' + u_{lang\,2} = 0 + U = U$$

ja vool

$$i''' = i'' + i_{lang\,2} = 2i + i = 3i.$$

Protsessi kolmanda osa vältel on vooluallika võimsus juba $3Ui$. Jõudnud liini lühistatud lõpuni, peegeldub pingelaine jälle selliselt, et resulteeruv pinge võrdub nulliga, s. o. $u_{peeg\,2} = -U$, kuna selle peegeldunud laine poolt põhjustatav vool $i_{peeg\,2} = -i$. Liini parempoolses osas kujuneva voolu tugevus on seega juba $4i$ (joon. 487*g*). Järgneva liini alguses toimuva peegeldumisega tugevneb vool $5i$-ni jne. Joonis 488 selgitab voolu ajalist kulgu liini alguses, keskel ja lõpul.

Kadude olemasolu vähendab iga järgnevat voolu astet, mistõttu lühisvool läheneb Ohmi seadusega määratud piirväärtusele

$$i_{lüh} = \frac{U}{R}.$$

276. Tegevtakistusega koormatud elektriliini pingestamine. Koormamata ja lühistatud liini pingestamise vaatlemisel selgus järgmine peegeldumiskord:

Tarbija takistus	Langev laine	Liini lõpul peegeldunud laine
$R_2 = \infty$	u_{lang} i_{lang}	$u_{peeg} = u_{lang}$ $i_{peeg} = -i_{lang}$
$R_2 = 0$	u_{lang} i_{lang}	$u_{peeg} = -u_{lang}$ $i_{peeg} = i_{lang}$

Toodust tuleb järeldada, et tarbija takistuse olles suhteliselt suur peab liini lõpul leidma aset pinge mõningane tõus, sest peegeldunud pingelaine on siis samamärgiline langeva pingelainega. Kui aga tarbija takistus on väike, siis on oodata pingelaine peegeldumist vastasmärgiga, mistõttu pinge järsk tõus osutub võimatuks. Viimasel puhul on aga tegemist samamärgiliste langeva ja peegeldunud voolulainetega, mille tulemusena liinis olev vool peab astmeliselt kasvama. Nende kahe tüüpilise võimaluse vahel peab olema veel üks vahepealne, mille puhul puuduvad nii pinge kui ka voolu peegeldunud lained.

Olgu liini lõpul oleva tarbija takistus R_2 (joon. 489). Liini pingestamine algab vooluallika pingega U määratud langeva pingelaine $u_{lang\,1} = U$ ja langeva voolulaine $i_{lang\,1} = u_{lang\,1}/Z_t = U/Z_t = i$ levimisega. Pärast esmakordset peegeldumist liini lõpul kujunev pinge võrdub tarbija takistuses tekkiva pingelanguga $i_2 R_2$, s. o.

$$i_2 R_2 = u_{lang\,1} + u_{peeg\,1} = U + u_{peeg\,1}. \qquad (964)$$

Tarbija takistust läbiv vool i_2 on analoogiliselt vaadeldav langeva ja peegeldunud voolulainete summana, s. o.

$$i_2 = i_{lang\,1} + i_{peeg\,1} = i + i_{peeg\,1},$$

kusjuures tagasijooksva laine rinde kohal on olemas dielektriline nihkevool $i_2 - i$. Seega peegeldunud voolulaine

$$i_{peeg\,1} = i_2 - i,$$

peegeldunud pingelaine

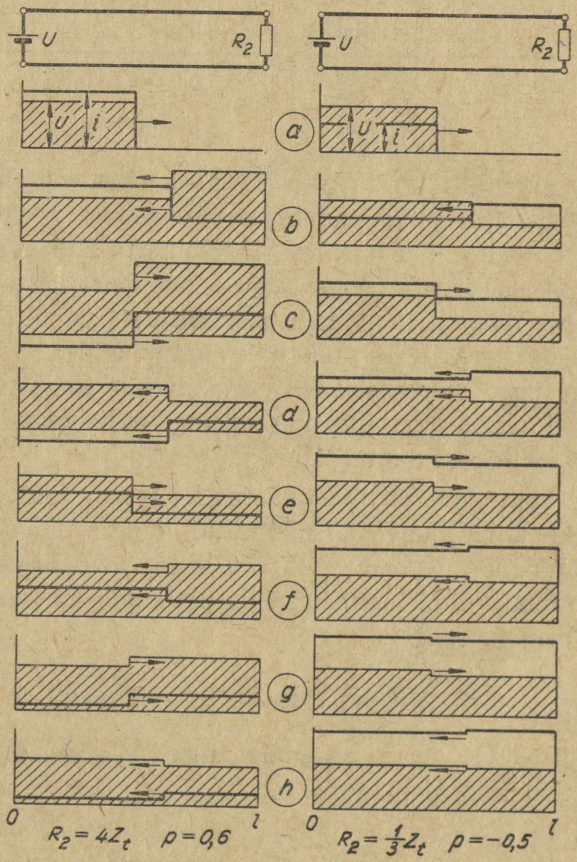
$$u_{peeg\,1} = -i_{peeg\,1} Z_t = -i_2 Z_t + iZ_t = -i_2 Z_t + U$$

ja tarbija takistuse klemmidel kujunev pinge (val. 964)

$$i_2 R_2 = U - i_2 Z_t + U = 2U - i_2 Z_t,$$

kust tarbija takistust läbiv vool

$$i_2 = \frac{2U}{R_2 + Z_t}. \tag{965}$$



Joon. 489. Tegevtakistusega koormatud elektriliini pingestamine tunnustakistusest Z_t suurema ja väiksema koormustakistuse R_2 puhul.

Pinge peegeldunud ja langeva laine suhe määrab peegeldumisteguri pingelainele, s. o.

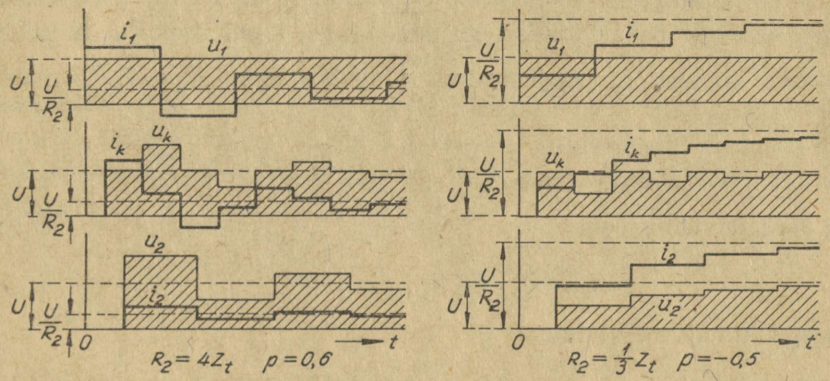
$$p = \frac{u_{peeg\,1}}{u_{lang\,1}} = \frac{-i_2 Z_t + U}{U} = \frac{-\dfrac{2UZ_t}{R_2 + Z_t} + U}{U} = \frac{R_2 - Z_t}{R_2 + Z_t}. \tag{966}$$

Kui $R_2 = \infty$, siis $p = 1$ ja pingelaine peegeldub liini lahtises otsas täielikult.

Kui $R_2 > Z_t$, siis $p > 0$ ja liini lõpul leiab aset pinge kõrgenemine. Seejuures vool i nõrgeneb väärtuseni i_2, kusjuures vabanev magnetvälja energia muundub elektrivälja energiaks ja teebki võimalikuks pinge kõrgenemise (jooniste 489 ja 490 vasakpoolne osa).

Kui $R_2 = Z_t$, siis $p = 0$ ja meil on tegemist m i t t e p e e g e l d a v a liiniga. Siin lõpeb kujunemistoimus laine jõudmisega liini lõppu, kus otseselt kujuneb pinge $i_2 R_2 = u_{lang\,1} = U$ ja vool $i_2 = i_{lang\,1} = i = U/Z_t = U/R_2$.

Kui $R_2 < Z_t$, siis $p < 0$ ja liini lõppu jõudev vool tugevneb väärtuselt i väärtuseni i_2. Sellega kaasub magnetvälja tugevnemine elektrivälja osalise magnetväljaks ülemineku arvel. Selle tulemusena pinge paratamatult alaneb (jooniste 489 ja 490 parempoolne osa).



Joon. 490. Pinge ja voolu ajaline kulg tegevtakistusega koormatud elektriliini pingestamisel joonise 489 andmeil. Ülemine — kulg liini alguses, keskmine — liini keskel, alumine — liini lõpul.

Liinil toimub pinge ja voolu kujunemine seega järgmiselt:

$$u_{lang\,1} = U$$
$$u_{peeg\,1} = u_{lang\,1} p = Up$$
$$u_{lang\,2} = -u_{peeg\,1} = -Up$$
$$u_{peeg\,2} = u_{lang\,2} p = -Up^2$$
$$u_{lang\,3} = -u_{peeg\,2} = Up^2$$
$$u_{peeg\,3} = u_{lang\,3} p = Up^3$$
$$u_{lang\,4} = -Up^3$$
$$u_{peeg\,4} = -Up^4$$

$$i_{lang\,1} = U/Z_t = i$$
$$i_{peeg\,1} = -u_{lang\,1}/Z_t = -Up/Z = -ip$$
$$i_{lang\,2} = i_{peeg\,1} = -ip$$
$$i_{peeg\,2} = -i_{lang\,2} = ip^2$$
$$i_{lang\,3} = i_{peeg\,2} = ip^2$$
$$i_{peeg\,3} = -i_{lang\,3} p = -ip^3$$
$$i_{lang\,4} = -ip^3$$
$$i_{peeg\,4} = ip^4$$

Seega näiteks pärast neljandat peegeldumist liini lõpul olev pinge on

$$u_{lang\,1} + u_{peeg\,1} + u_{lang\,2} + u_{peeg\,2} + u_{lang\,3} + u_{peeg\,3} + u_{lang\,4} + u_{peeg\,4} =$$
$$= U + Up - Up - Up^2 + Up^2 + Up^3 - Up^3 - Up^4 = U - Up^4,$$

kuna vool

$$i_{lang\,1} + i_{peeg\,1} + i_{lang\,2} + i_{peeg\,2} + i_{lang\,3} + i_{peeg\,3} + i_{lang\,4} + i_{peeg\,4} = i - ip - ip +$$
$$+ ip^2 + ip^2 - ip^3 - ip^3 + ip^4 = i - 2ip + 2ip^2 - 2ip^3 + ip^4.$$

277. Induktiivse tarbijaga elektriliini pingestamine. Ka siis, kui pingestamata elektriliini lõppu on ühendatud induktiivne tarbija induktiivsusega L_2 ja tegevtakistusega R_2, algab liini pingestumine nagu tegevtakistusliku tarbijaga ühendatud liini puhulgi langeva pingelaine $u_{lang\,1} = U$ ja langeva voolulaine $i_{lang\,1} = u_{lang\,1}/Z_t = U/Z_t = i$ levimisega. Pärast esimest peegeldumist kujuneb liini lõpul tarbija induktiivses takistuses voolust i_2 põhjustatava pingelanguga $i_2R_2 + L_2\frac{di_2}{dt}$ määratud pinge

$$u_{lang\,1} + u_{peeg\,1} = U + u_{peeg\,1} = i_2R_2 + L_2\frac{di_2}{dt}, \qquad (967)$$

kuna tarbijat läbiv vool

$$i_2 = i_{lang\,1} + i_{peeg\,1} = i + i_{peeg\,1}.$$

Et peegeldunud voolulaine

$$i_{peeg\,1} = i_2 - i,$$

siis peegeldunud pingelaine

$$u_{peeg\,1} = -i_{peeg\,1}Z_t = -i_2Z_t + iZ = -i_2Z_t + U$$

ja võrrand 967 omandab uue kuju

$$U - i_2Z + U = i_2R_2 + L_2\frac{di_2}{dt},$$

kust

$$L_2\frac{di_2}{dt} + (R_2 + Z_t)\,i_2 = 2U \qquad (968)$$

(vrd. valemiga 891). Nagu kujunemistoimuste puhul vooluringides koondatud parameetritega (vt. p. 269a), nii võime vaadelda ka siin esinevat tarbija voolu i_2 koosnevana sund- ja vabavoolust i_{s2} ning i_{v2}. Erinevalt p. 269a all kirjeldatust ei tule sundvooluks lugeda suhtega u/R_2

määratut, vaid tingimust $L_2 \frac{di_2}{dt} = 0$ rahuldavat. Seega sundvool, võrrandi 968 erilahend,

$$i_{s2} = \frac{2U}{R_2 + Z_t}. \tag{969}$$

Vabavool on määratav vabaliikmeta võrrandist

$$L_2 \frac{di_{v2}}{dt} + (R_2 + Z_t) i_{v2} = 0,$$

mille integreerimisel saame eksponentsiaalfunktsiooni

$$i_{v2} = A \exp\left(-\frac{R_2 + Z_t}{L_2} t\right) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

milles

$$\tau = \frac{L_2}{R_2 + Z_t} \tag{970}$$

on vooluringi ajakonstant. Seejuures alustame aja mõõtmist hetkel, millal voolu langev laine jõuab tarbijani. Integreerimiskonstandi A määramisel lähtume olukorrast hetkel $t = 0$, kus tarbijat läbiv vool võrdub nulliga, s. o.

$$0 = i_{s2} + i_{v2} = \frac{2U}{R_2 + Z_t} + A,$$

kust

$$A = -\frac{2U}{R_2 + Z_t}.$$

Seega vabavool

$$i_{v2} = -\frac{2U}{R_2 + Z_t} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{971}$$

ja üldine tarbijat läbiv vool

$$i_2 = \frac{2U}{R_2 + Z_t}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]. \tag{972}$$

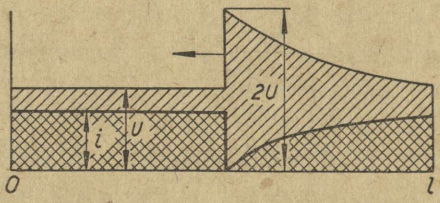
Saadud võrrandist selgub, et hetkel $t = 0$ ka $i_2 = 0$; edasi kasvab vool eksponentsiaalselt ja läheneb lõppväärtusele $\frac{2U}{R_2 + Z_t}$. Veel selgub, et ajakonstant τ on võrdselt mõjutatav nii tarbija tegevtakistuse R_2 kui ka liini (ebareaalse) tunnustakistuse Z_t poolt. Viimase mõistmiseks meenutame, et tunnustakistus piirab liinis tekkida võivat voolu ja et elektri- ja magnetvälja tekitava langeva laine võimsus on $i \quad u_{ang} = i_{lang}{}^2 Z_t$.

Peegeldunud laine saabumisel liini mingisugusesse punkti nõrgeneb selles kohas olev vool järsku nullini ja hakkab siis aeglaselt uuesti kasvama (joon. 491). Liini lõpul kujuneb pärast peegeldumist pinge

$$u_2 = u_{lang\,1} + u_{peeg\,1} = U - i_{peeg\,1} Z_t = U - (i_2 - i) Z_t =$$

$$= U - i_2 Z_t + i Z_t = 2U - i_2 Z_t = 2U \left[1 - \frac{Z_t}{R_2 + Z_t} (1 - e^{-t/\tau})\right]. \quad (973)$$

Hetkel $t = 0$ pinge $u_2 = 2U$; edasi nõrgeneb ta eksponentsiaalselt ja levib nagu voolulainegi peaaegu valguse kiirusega liini alguse suunas.



Joon. 491. Pinge- ja voolulaine peegeldumine induktiivse tarbijaga koormatud liini lõpust.

Tarbija induktiivtakistus ei võimalda tarbija voolu hüppelist tugevnemist. Seepärast peegeldumise esimesel hetkel voolu- ja pingelaine peegelduvad täielikult nagu lahtiste otstega liinigi puhul. Edasi hakkab tarbijat läbima järjest tugevam vool, mistõttu liini lõpul tekkinud kahekordne pinge kahaneb. Ülipika aja möödudes saavutaks liini lõpul olev pinge väärtuse $2U \frac{R_2}{R_2 + Z_t}$. Kuid juba palju varem saabub teine langev laine, mille puhul peegeldumine kordub; siis saabub kolmas langev laine jne. Iga laine saabumisega läheneb kujunev pinge ikka enam vooluallika pingele U (muidugi ainult siis, kui on tegemist alalisvoolu allikaga).

278. Petersen-Pfiffneri juhis. Eespool me leidsime, et esimese langeva laine peegeldumise kohas ainult tegevtakistusega koormatud elektriliini puhul (valemist 965)

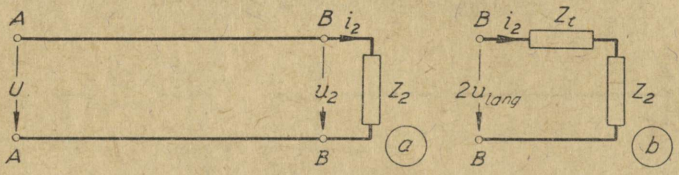
$$2U = i_2 Z_t + i_2 R_2 = i_2 Z_t + u_2,$$

kuna tegev- ja induktiivtakistusega koormatud liini puhul (valemist 968)

$$2U = i_2 Z_t + \left(i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}\right) = i_2 Z_t + u_2.$$

Mõlemal juhtumil on tegemist samatüübilise valemiga, mis erineb koondatud parameetritega vooluringi omast (val. 891) liikme $i_2 Z_t$ lisandumi-

sega ja kahekordistatud alalispinge $2U$ poolest. Joonisel 492 on näidatud mõlemat valemit rahuldav üldkujuline liini aseskeem liini lõpul oleva tarbijaga Z_2. Viimaseks ei tarvitse olla üksnes koondatud parameetritega tarbija, vaid võib olla ka tarbija jaotatud parameetritega, näiteks teissuguse tunnustakistusega elektriliin tema lõpul oleva koondatud parameetritega koormustakistusega. Peegeldumiskohas oleva pinge u_2 ja voolu i_2 suhe ongi sellise ekvivalentse tarbija näivtakistus Z_2.



Joon. 492. *a* — tarbijaga Z_2 koormatud pikk elektriliin, *b* — tema aseskeem.

Tähistame peegeldumiskohta jõudvaid langevaid laineid u_{lang} ja i_{lang}-ga ning peegeldunud laineid u_{peeg} ja i_{peeg}-ga. Et

$$u_2 = u_{lang} + u_{peeg} = i_2 Z_2,$$

$$i_2 = i_{lang} + i_{peeg}$$

ja

$$u_{peeg} = -i_{peeg} Z_t = (i_{lang} - i_2) Z_t = u_{lang} - i_2 Z_t,$$

siis peegeldumiskohas kujunev vool

$$i_2 = \frac{2u_{lang}}{Z_t + Z_2}. \qquad (974)$$

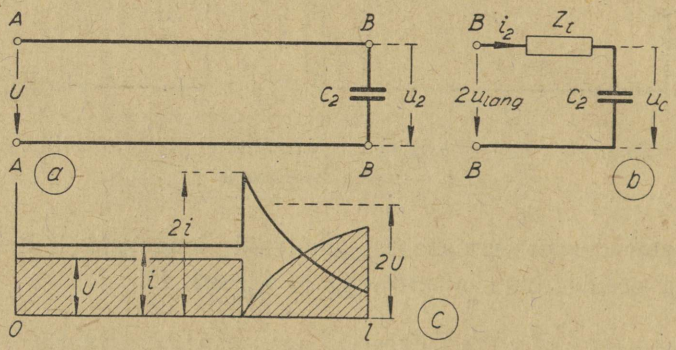
Leitud lahend kannab Petersen-Pfiffneri juhise nimetust ja on sõnastatav järgmiselt: laine peegeldumiskohas kujunev vool on määratud langeva pingelaine kahekordse väärtuse ja peegeldumiskohani kulgeva liini tunnustakistuse Z_t ning peegeldumiskohast edasikulgevat liini või koormustakistust asendava ekvivalentse takistuse jagatisega. Laine mitmekordse peegeldumise ja sellega seotud edasi-tagasi rändamise puhul on Petersen-Pfiffneri juhis rakendatav ainult seoses tulemuste superponeerimisega. Allpool vaatleme mõningaid sellest juhisest tuletuvaid erijuhtumeid.

279. Mahtuvusliku tarbijaga elektriliini pingestamine. Vaatleme elektriliini, mille lõppu on ühendatud mahtuvuslik tarbija — kondensaator mahtuvusega C_2. Petersen-Pfiffneri juhise kohaselt kujuneb joonisel 493 näidatud aseskeem. Selle skeemi puhul kehtib, et

$$i_2 Z_t + u_C = 2u_{lang}$$

või

$$Z_t C_2 \frac{du_C}{dt} + u_C = 2u_{lang}.$$



Joon. 493. Mahtuvusliku tarbijaga koormatud elektriliin: *a* — skeem, *b* — aseskeem, *c* — pinge- ja voolulaine peegeldumine.

Viimasest diferentsiaalvõrrandist on määratavad pinge $u_2 = u_C = u_{sC} + u_{vC}$ nii sund- kui ka vabaliige. Et pinge esimese langeva laine puhul $u_{lang} = U$, siis võrrandi

$$Z_t C_2 \frac{du_{sC}}{dt} + u_{sC} = 2U$$

erilahend määrab pinge sundliikme

$$u_{sC} + 2U,$$

sest ülipika aja möödudes $\frac{du_{sC}}{dt} = 0$, kuna vabaliikmeta võrrandist

$$Z_t C_2 \frac{du_{vC}}{dt} u_{vC} = 0$$

on määratav pinge vabaliige

$$u_{vC} = A \exp\left(-\frac{t}{Z_t C_2}\right).$$

Seega kondensaatori klemmidel kujunev pinge

$$u_C = u_{sC} + u_{vC} = 2U + A \exp\left(-\frac{t}{Z_t C_2}\right).$$

Integreerimiskonstandi määrame olukorras $t = 0$, sest siis on kondensaator pingestamata. Seega

$$A = -2U$$

ja kondensaatori, seega ka liini lõpul kujunev pinge

$$u_2 = u_C = 2U\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{Z_t C_2}\right)\right]. \tag{975}$$

Liini lõpul olev vool

$$i_2 = C_2 \frac{du_C}{dt} = \frac{2U}{Z_t} \exp\left(-\frac{t}{Z_t C_2}\right). \tag{976}$$

Selgub, et esimese laine jõudmisel liini lõppu pinge alaneb nullini, nagu lühistatud liini lõpulgi, ja kondensaatorit läbiv vool

$$i_{20} = \frac{2U}{Z_t} = 2i.$$

Edasi pinge kasvab, kuna vool nõrgeneb eksponentsiaalfunktsiooni kohaselt, mis kestab järgmise langeva laine saabumiseni.

280. Lainete peegeldumine ja murdumine kahe erineva tunnustakistusega liini ühenduskohas. Kahe erinevat tunnustakistust omava elektriliini, näiteks õhu- ja kaabelliini ühenduskohta jõudnud langev laine osalt peegeldub, osalt liigub piki liini edasi. Tähistame u_2 ja i_2-ga pärast peegeldumist peegelduskohas kujunevat pinget ja voolu ning Z_{ta}-ga joonisel 494 näidatud elektriliini vasakpoolse osa ja Z_{tb}-ga — parempoolse osa tunnustakistust. Siis esimene langev pingelaine

$$u_{lang} = i_{lang} Z_{ta} = U,$$

langev voolulaine

$$i_{lang} \frac{u_{lang}}{Z_{ta}} = \frac{U}{Z_{ta}} = i$$

ja peegeldumiskohas kujunev ning kahes suunas leviv pinge

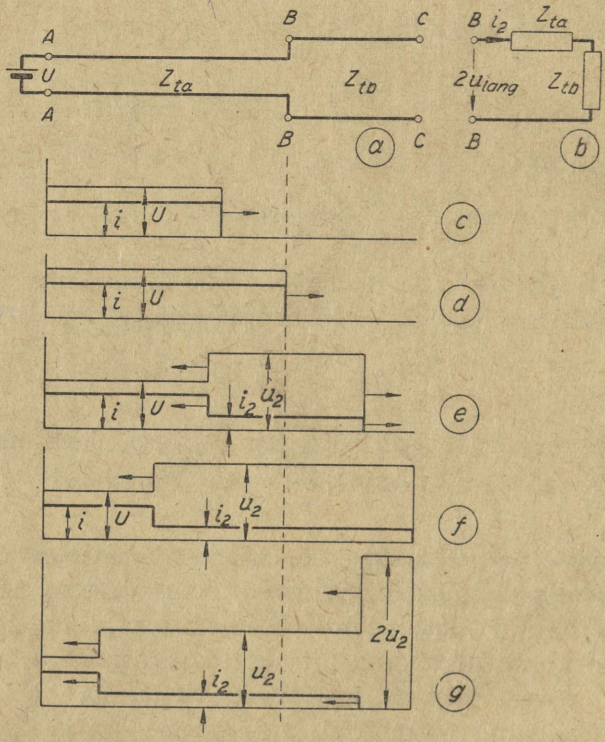
$$u_2 = U + u_{peeg} = U + i_{peeg} Z_{ta} = U + (i - i_2) Z_{ta} =$$
$$= 2U - i_2 Z_a = i_2 Z_{tb}.$$

Seega peegeldumiskohast järgmisse liiniossa tungiv voolulaine

$$i_2 = i - i_{peeg} = \frac{2U}{Z_a + Z_{tb}} \tag{977}$$

ja pingelaine

$$u_2 = i_2 Z_{tb} = \frac{2U Z_{tb}}{Z_{ta} + Z_{tb}}. \tag{978}$$



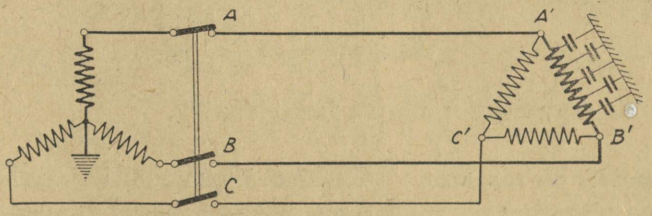
Joon. 494. Laine üleminek kaablilt koormamata õhuliinile: *a* — skeem, *b* — aseskeem, *c* ... *g* — laine levimise mitmesuguseid seisundeid.

Leitud valem 977 on täielikus kooskõlas Petersen-Pfiffneri juhisega, kuna tema lugejas on langeva pingelaine kahekordne suurus ja nimetajas — liini esimese osa ja punktis *B* koormust moodustava liini teise osa tunnustakistus.

Joonisel 494 on näidatud laine üleminek kaabelliinilt õhuliinile. Tugevvooluliinide puhul on õhuliini tunnustakistus 4 ... 8 korda suurem kaabelliini omast, mistõttu peegeldumiskohas valemiga 978 määra-

tud pinge u_2 osutub 1,6 ... 1,8-kordselt suuremaks vooluallika omast (joon. 494*e*). Laine jõudmisel liini lahtise otsani (joon. 494*g*) toimub pingelaine täielik peegeldumine, mille tulemusena pinge u_2 kahekordistub ja liini lõpul olev pinge tõuseb vooluallika pinge 3,2 ... 3,6-kordse suuruseni.

Analoogiline nähtus toimub ka liini pingestamisel, kui tema lõppu on ühendatud transformaator. Me võime vaadelda transformaatori mähist vooluringina jaotatud induktiivsuse ja keerdudevahelise ning keerdude ja maa vahelise mahtuvusega (vt. joon. 460). Liini pingestamisel pingestatakse üks liini juhtmeist natuke enne teisi. Et laine levimiskiirus on väga suur, siis veel enne ülejäänud juhtmete ühendamist vooluallikaga leiab pingestataval liinil ja temaga ühendatavas transformaatoris aset



Joon. 495. Elektriliini ja tema lõpul oleva transformaatori ühefaasine pingestamine.

järgmine protsess (joonisel 495 on näidatud olukord ainult juurdelülitatava transformaatori ühes mähises). Jõudnud liini lõpul oleva punktini A' pingelaine osalt peegeldub, osalt aga läbib transformaatori mähist. Et liini ja transformaatori tunnustakistuste vahe on suur, siis pinge peaaegu kahekordistub ja ohustab transformaatori mähist. Eriti on ohustatud esimesed keerud; transformaatori suure induktiivsuse tõttu lamendub laine rinne võrdlemisi kiiresti ja muutub mähise muule osale vähem ohtlikuks. Liini lahtise otsani B jõudnud pingelaine kahekordistub uuesti ja peegeldununa ohustab ka transformaatori mähise lõpul punkti B' juures olevaid keerde. Pinge tõus osutub veel suuremaks, kui transformaatori ja kaabelliini vahel on olemas õhuliin, sest, nagu me eespool nägime, leiab siis aset vahepealne pingetõus kaabelliini ja õhuliini ühinemise kohas.

Korrasoleva lüliti puhul on pilu ülejäänud kahe noa juures juba seevõrd väike, et punkti B ja C jõudnud pingelaine ei kahekordistu, vaid annab läbilöögi, mis lubab lülitamisprotsessi vaadelda kõigi kolme juhtme samaaegse pingestamisena.

Lisa.

HÜPERBOOLSED FUNKTSIOONID.

Argumendi x hüperboolne siinus

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

hüperboolne koosinus

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},$$

hüperboolne tangens

$$\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

Seejuures võib argument x olla ka kompleksarv.

Argumendiks on reaalarv. Reaalse argumendi x korral on reaalne ka igasugune hüperboolne funktsioon. Hüperboolsete funktsioonide väärtused on koondatud lõpu pool olevasse tabelisse. Analoogiliselt ringfunktsioonidega on ritta asendatavad ka hüperboolsed funktsioonid:

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \cdots, \qquad \operatorname{sh} x = \frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \cdots, \qquad \operatorname{ch} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots,$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \cdots, \qquad \operatorname{th} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \cdots$$

Hüperboolsete funktsioonidega on teostatavad järgmised tehted ja teisendid:

$$\frac{\mathrm{d} \operatorname{sh} x}{\mathrm{d}x} = \operatorname{ch} x, \quad \frac{\mathrm{d} \operatorname{ch} x}{\mathrm{d}x} = \operatorname{sh} x, \quad \frac{\mathrm{d} \operatorname{th} x}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x},$$

$$\int \operatorname{sh} x \, \mathrm{d}x = \operatorname{ch} x + C, \qquad \int \operatorname{ch} x \, \mathrm{d}x = \operatorname{sh} x + C,$$

$$\int \operatorname{th} x \, \mathrm{d}x = \ln \operatorname{ch} x + C.$$

$$\operatorname{sh}(-x) = -\operatorname{sh} x, \quad \operatorname{ch}(-x) = \operatorname{ch} x, \quad \operatorname{th}(-x) = -\operatorname{th} x,$$

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1, \quad \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x},$$

$$\operatorname{sh} 2x = 2 \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x = \frac{2 \operatorname{th} x}{1 - \operatorname{th}^2 x},$$

$$\operatorname{ch} 2x = \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x = 1 + 2\operatorname{ch}^2 x = 2\operatorname{ch}^2 x - 1 = \frac{1 + \operatorname{th}^2 x}{1 - \operatorname{th}^2 x},$$

$$\operatorname{th} 2x = \frac{2\operatorname{th} x}{1 + \operatorname{th}^2 x},$$

$$\operatorname{sh}(x \pm y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y,$$

$$\operatorname{ch}(x \pm y) = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y,$$

$$\operatorname{th}(x \pm y) = \frac{\operatorname{th} x \pm \operatorname{th} y}{1 \pm \operatorname{th} x \operatorname{th} y},$$

$$\operatorname{sh} x + \operatorname{sh} y = 2 \operatorname{sh} \frac{x+y}{2} \operatorname{ch} \frac{x-y}{2},$$

$$\operatorname{sh} x - \operatorname{sh} y = 2 \operatorname{ch} \frac{x+y}{2} \operatorname{sh} \frac{x-y}{2},$$

$$\operatorname{ch} x + \operatorname{ch} y = 2 \operatorname{ch} \frac{x+y}{2} \operatorname{ch} \frac{x-y}{2},$$

$$\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} y = 2 \operatorname{sh} \frac{x+y}{2} \operatorname{sh} \frac{x-y}{2},$$

$$2 \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y = \operatorname{ch}(x+y) - \operatorname{ch}(x-y),$$

$$2 \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y = \operatorname{ch}(x+y) + \operatorname{ch}(x-y),$$

$$2 \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y = \operatorname{sh}(x+y) + \operatorname{sh}(x-y),$$

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1.$$

Argumendiks on imaginaararv. Imaginaarse argumendi jx korral muutuvad hüperboolsed funktsioonid ringilisteks:

$$\operatorname{sh} jx = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2} = j \sin x,$$

$$\operatorname{ch} jx = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} = \cos x,$$

$$\operatorname{th} jx = \frac{\operatorname{sh} jx}{\operatorname{ch} jx} = \frac{j \sin x}{\cos x} = j \operatorname{tg} x.$$

Öeldu illustreerimiseks on joonisel 496 näidatud ring raadiusega $\overline{OA} = \overline{OB} = 1$. Et kompleks-kujul avaldatav vektor

$$\overline{OA} = e^{jx} \text{ ja } \overline{OB} = e^{-jx},$$

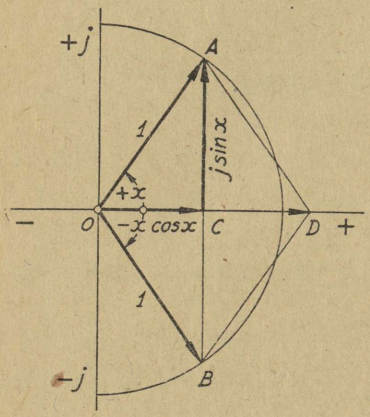
siis pool nende vektorite vahest

$$\frac{\overline{OA} - \overline{OB}}{2} = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2} = \frac{\overline{BA}}{2} = \overline{CA} = j \sin x$$

ja pool nende vektorite summast

$$\frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2} = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} = \frac{\overline{OD}}{2} = \overline{OC} = \cos x.$$

Teostatavad on järgmised teisendid:



Joon. 496. Imaginaarse argumendi puhul $\operatorname{sh} jx = j \sin x$ ja $\operatorname{ch} jx = \cos x$.

$$\operatorname{sh} x = -j \sin jx = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

$$\operatorname{ch} x = \cos jx = \frac{e^x + e^{-x}}{2},$$

$$\sin jx = j \operatorname{sh} x = \frac{e^{-x} - e^x}{2j},$$

$$\cos jx = \operatorname{ch} x = \frac{e^{-x} + e^x}{2},$$

$$\sin x = -j \operatorname{sh} jx = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j},$$

$$\cos x = \operatorname{ch} jx = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2},$$

$$e^x = \cos jx - j \sin jx = \operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x,$$

$$e^{-x} = \cos jx + j \sin jx = \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x,$$

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x = \operatorname{ch} jx + \operatorname{sh} jx,$$

$$e^{-jx} = \cos x - j \sin x = \operatorname{ch} jx - \operatorname{sh} jx.$$

Argumendiks on kompleksarv. Kompleksse argumendi $x + jy$ korral on kompleksne ka igasugune hüperboolne funktsioon. Hüperboolne siinus

$$\operatorname{sh}(x + jy) = \frac{e^{x+jy} - e^{-x-jx}}{2} =$$

$$\tfrac{1}{2}\left[e^x\left(\frac{e^{jy} + e^{-jy}}{2} + \frac{e^{jy} - e^{-jy}}{2}\right) - e^{-x}\left(\frac{e^{jy} + e^{-jy}}{2} - \frac{e^{jy} - e^{-jy}}{2}\right)\right] =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[e^x(\cos y + j \sin y) - e^{-x}(\cos y - j \sin y)\right] =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left(e^x \cos y + je^x \sin y - e^{-x} \cos y + je^{-x} \sin y\right) =$$

$$= \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cos y + j \frac{e^x + e^{-x}}{2} \sin y = \operatorname{sh} x \cos y + j \operatorname{ch} x \sin y = se^{j\sigma};$$

seejuures

$$s = \sqrt{\operatorname{sh}^2 x \cos^2 y + \operatorname{ch}^2 x \sin^2 y} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2x - \cos 2y}{2}},$$

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\operatorname{ch} x \sin y}{\operatorname{sh} x \cos y} = \frac{\operatorname{tg} y}{\operatorname{th} x}.$$

Analoogiliselt

$$\operatorname{ch}(x + jy) = \operatorname{ch} x \cos y + j \operatorname{sh} x \sin y = ce^{j\xi},$$

milles

$$c = \sqrt{\operatorname{ch}^2 x \cos^2 y + \operatorname{sh}^2 x \sin^2 y} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2x + \cos 2y}{2}},$$

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{\operatorname{sh} x \sin y}{\operatorname{ch} x \cos y} = \operatorname{th} x \operatorname{tg} y$$

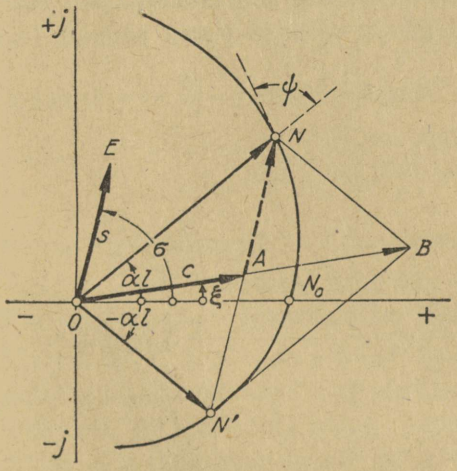
ja

$$\operatorname{th} (x + jy) = \frac{\operatorname{sh}(x + jy)}{\operatorname{ch}(x + jy)} = te^{j\tau},$$

milles

$$t = \frac{s}{c}, \quad \tau = \sigma - \xi, \quad \operatorname{tg} \tau = \frac{\sin 2y}{\operatorname{sh} 2x}.$$

Olgu e astmenäitajaks kompleksarv $\beta l + j\alpha l$, mille nii reaal- kui ka imaginaarosa muutub proportsionaalselt ühe ja sama muutujaga l; avaldises olevad β ja α jäävad seejuures konstantseiks. Kui joonestame reale l väärtusele vastava vektordiagrammi, siis saame nii sh $(\beta l + j\alpha l)$ kui ka ch $(\beta l + j\alpha l)$ kohakõvera.



Joon. 497. Kompleksarvust $\beta l + j\alpha l$ võetava hüperboolse siinuse ja koosinuse graafiline määramine.

Avaldisele $e^{\beta l + j\alpha l} = e^{\beta l} \cdot e^{j\alpha l}$ vastab joonisel 497 vektor $\overline{ON}$. Ta on keeratud koordinaatteljestiku reaalteljest positiivses suunas nurga αl võrra, olles seejuures suurenenud vektorist $\overline{ON}_0$ $e^{\beta l}$-kordselt. Seega vastab vektorile $\overline{ON}_0$ olukord, kus $l = 0$:

$$\overline{ON}_0 = e^{\beta \cdot 0 + j\alpha \cdot 0}.$$

Negatiivse astmenäitajaga avaldisele $e^{-(\beta l + j\alpha l)} = e^{-\beta l - j\alpha l}$ vastab joonisel vektor $\overline{ON'}$, mis on pööratud sama nurga αl võrra negatiiv-

ses suunas, olles seejuures võrrelduna vektoriga $\overline{ON}_0$ vähenenud $e^{\beta l}$-kordselt.

Nii vektor $\overline{ON}$ kui ka vektor $\overline{ON'}$ asuvad samal logaritmilisel spiraalil ja moodustavad spiraalile tõmmatava riivajaga konstantseks jääva nurga ψ. Viimane on määratud konstantidega α ja β:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\alpha}{\beta}.$$

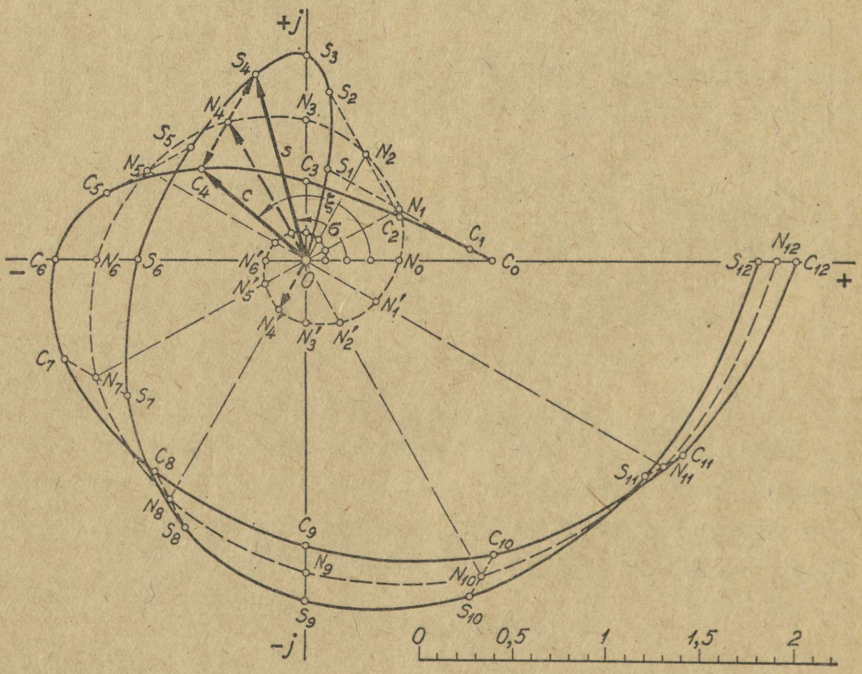
Seega kompleksi hüperboolne siinus

$$\operatorname{sh}(\beta l + j\alpha l) = se^{j\sigma} = \frac{e^{\beta l + j\alpha l} - e^{-\beta l - j\alpha l}}{2} = \frac{\overline{ON} - \overline{ON'}}{2} = \frac{\overline{N'N}}{2} = \overline{AN} = \overline{OE}$$

on pool kahe vektori vahest ja hüperboolne koosinus

$$\operatorname{ch}(\beta l + j\alpha l) = ce^{j\xi} = \frac{e^{\beta l + j\alpha l} + e^{-\beta l - j\alpha l}}{2} = \frac{\overline{ON} + \overline{ON'}}{2} = \frac{\overline{OB}}{2} = \overline{OA}$$

on pool kahe vektori summast, mis moodustavad koordinaadistiku reaalteljega võrdse, kuid erisuunalise nurga ja millede otsad asuvad loga-



Joon. 498. Hüperboolse siinuse ja koosinuse kohakõverad, kusjuures $\operatorname{sh}(\beta l + j\alpha l) = se^{j\sigma}$ ja $\operatorname{ch}(\beta l + j\alpha l) = ce^{j\xi}$.

ritmilisel spiraalil (sellise logaritmilise spiraali üldkujuline valem on $r = ne^{m\varphi}$, milles muutuvaiks on nurk φ ja polaarkaugus r ning konstantideks n ja m).

Hüperboolse siinuse ja koosinuse kulgemise jälgimiseks joonestame logaritmilise spiraali

$$r = ne^{m\varphi} = \frac{1}{2} e^{\beta l} = \frac{1}{2} e^{\frac{\beta}{\alpha} \cdot \alpha l},$$

mille alg-polaarkaugus $\overline{ON}_0 = 1/2$ ja mille polaarkauguse ning riivaja vaheline nurk $\psi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\alpha}{\beta}$ (joon. 498). Spiraali joonestamiseks arvutame tema punktid iga 30^0 tagant nii nurga positiivses kui ka negatiivses suunas. Siis vastab näiteks nurgale 120^0 ehk radiaanmõõdus $\frac{2\pi}{3}$-le polaarkaugus

$$\overline{ON}_4 = \frac{1}{2} e^{\beta l} \cdot e^{j\alpha l} = \frac{1}{2} e^{\frac{\beta}{\alpha} \alpha l} \cdot e^{j\alpha l} = \frac{1}{2} e^{\frac{\beta}{\alpha} \frac{2\pi}{3}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

ja nurgale $-\frac{2\pi}{3}$ — polaarkaugus

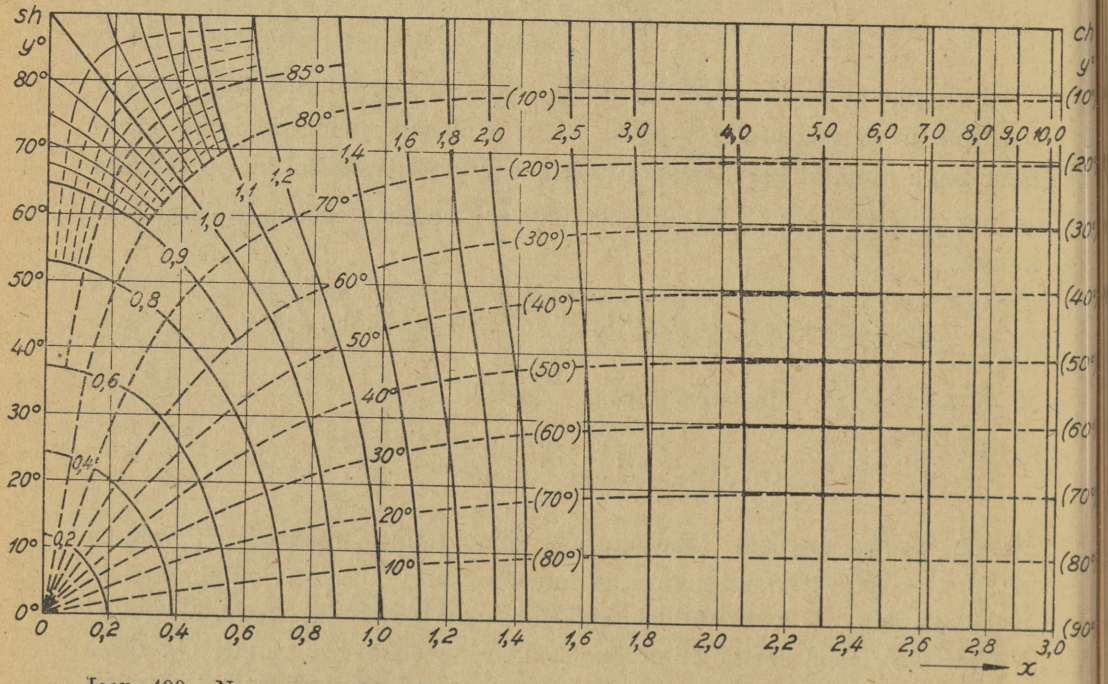
$$\overline{ON}_4' = \frac{1}{2} e^{-\beta l} \cdot e^{-j\alpha l} = \frac{1}{2} e^{-\frac{\beta}{\alpha} \frac{2\pi}{3}} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}.$$

Nende polaarkauguste lahutamiseks joonestame punktist N_4 vektori $\overline{N_4S_4} = -\overline{ON}_4'$, millega määrame hüperboolse siinuse kõvera punkti S_4. Kui aga samast logaritmilise spiraali punktist N_4 joonestada vektori $\overline{N_4C_4} = \overline{ON}_4'$, siis saame hüperboolse koosinuse kõvera punkti C_4. Olles analoogiliselt määranud rea punkte oleme saanud kaks spiraalset kõverat, milledest sh $(\beta l + j\alpha l)$ algab nullist ja ch $(\beta l + j\alpha l)$ — väärtusest $+1$. Rajas $\alpha l = 0$ kuni $\alpha l = \pi/2$ (s. o. punktideni S_3 ja C_3) on hüperboolne siinus faasis e e s hüperboolsest koosinusest, rajas $\alpha l = \pi/2$ kuni $\alpha l = \pi$ (s. o. punktideni S_6 ja C_6) on hüperboolne siinus faasis t a g a hüperboolsest koosinusest jne. Samal ajal hüperboolse siinuse ja koosinuse polaarkaugus kord suureneb, kord jälle väheneb. Tekkivad miinimumid ja maksimumid on teineteisest nihutatud 90^0 (veerand lainepikkust). Järjest suureneva argumendi puhul läheneb hüperboolne siinus hüperboolsele koosinusele nii suuruselt kui ka faasilt.

Joonis 499 kujutab Blondeli koostatud nomogrammi hüperboolsele siinusele ja koosinusele ning joonis 500 — hüperboolsele tangensile kompleksse argumendi puhul.

Neis diagrammides on abstsissteljele kantud argumendi $x + jy$ reaalosa x ja ordinaatteljele — imaginaarosa. Viimane on antud kaare ühikuis, tavaliselt kraadides. Radiaanides antav nurk y arvutatakse ümber kraadidesse valemi abil

$$y^0 = y\frac{360^0}{2\pi} \approx 57^0{,}3y.$$



Joon. 499. Nomogramm hüperboolsele siinusele ja koosinusele kompleksse argumendi puhul.

Joonistele on täisjoonega kantud võrdsele moodulile vastavad kõverad ja katkendjoonega — võrdsele faasinurgale vastavad kõverad. Näiteks $\operatorname{sh}(x + jy) = \operatorname{sh}(0{,}88 + j0{,}707) = \operatorname{sh}(0{,}88 + j40^0 30') = se^{j\sigma} = 1{,}2e^{j50^0}$.

Et hüperboolse siinuse puhul

$$s = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2x - \cos 2y}{2}} \quad \text{ja} \quad \operatorname{tg}\sigma = \frac{\operatorname{tg} y}{\operatorname{th} x},$$

siis imaginaarosa eelmärgi muutmine ei mõjuta moodulit s, kuid muudab faasinurga σ eelmärgi.

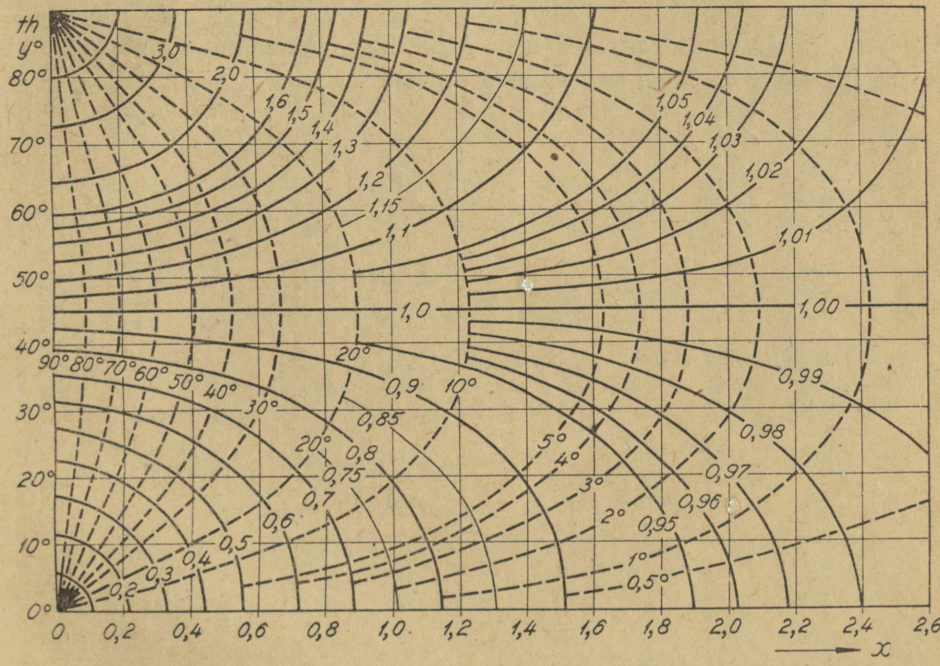
Samad kõverad sobivad ka hüperboolse koosinuse puhul, kui nurga y asemel kasutada tema täiendusnurka $\pi/2$-ni, s. o.

$$y = \frac{\pi}{2} - y'.$$

Seega

$$\operatorname{ch}(x + jy) = \operatorname{ch}\left[x + j\left(\frac{\pi}{2} - y'\right)\right] = j \operatorname{sh}(x - jy') = j \operatorname{sh}\left[x - j\left(\frac{\pi}{2} - y\right)\right]$$

ja kompleksi $x + jy$ hüperboolse koosinuse moodul on oma absoluut-



Joon. 500. Nomogramm hüperboolsele tangensile kompleksse argumendi puhul.

suuruselt võrdne kompleksi $x - j\left(\frac{\pi}{2} - y\right)$ hüperboolse siinuse mooduliga. Et aga imaginaarosa eelmärk ei mõjuta hüperboolse siinuse moodulit, siis tuleb hüperboolse koosinuse määramisel määrata $\operatorname{sh}\left[x + j\left(\frac{\pi}{2} - y\right)\right]$ moodul. Hüperboolse koosinuse mooduli c juurde kuuluv faasinurk

$$\xi = \frac{\pi}{2} - \sigma$$

on hüperboolse siinuse faasinurga σ täiendusnurk $\pi/2$-ni.

Kui $x > 3$, siis

$$\operatorname{sh}(x + jy) \approx \operatorname{ch}(x + jy) \approx \tfrac{1}{2} e^{x} \cdot e^{jy}.$$

Kui argumendi kraadides väljendatav imaginaarosa on suurem kui 90°, siis on hüperboolne siinus asendatav hüperboolse koosinusega ja ümberpöördult:

$$\operatorname{sh}(x + jy) = j \operatorname{ch}\left[x + j\left(y - \tfrac{\pi}{2}\right)\right],$$

$$\operatorname{ch}(x + jy) = j \operatorname{sh}\left[x + j\left(y - \tfrac{\pi}{2}\right)\right].$$

Valemite parempoolse osa ees olev j juhibki tähelepanu sellele, et otsitavad faasinurgad tuleb suurendada 90° võrra.

Hüperboolsete funktsioonide $\begin{matrix} \text{sh } x \\ \text{ch } x \\ \text{th } x \end{matrix}$ tabelid.

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	0,0000	0,0100	0,0200	0,0300	0,0400	0,0500	0,0600	0,0701	0,0801	0,0901
0,0	1,0000	1,0001	1,0002	1,0005	1,0008	1,0013	1,0018	1,0025	1,0032	1,0041
	0,0000	0,0100	0,0200	0,0300	0,0400	0,0500	0,0599	0,0699	0,0798	0,0898
	0,1002	0,1102	0,1203	0,1304	0,1405	0,1506	0,1607	0,1708	1,1810	0,1911
0,1	1,0050	1,0061	1,0072	1,0085	1,0098	1,0113	1,0128	1,0145	1,0162	1,0181
	0,0997	1,1096	1,1194	0,1293	0,1391	0,1489	0,1587	0,1684	0,1781	0,1878
	0,2013	0,2115	0,2218	0,2320	0,2423	0,2526	0,2629	0,2733	0,2837	0,2941
0,2	1,0201	1,0221	1,0243	1,0266	1,0289	1,0314	1,0340	1,0367	1,0395	1,0423
	0,1974	0,2070	0,2165	0,2260	0,2355	0,2449	0,2543	0,2636	0,2729	0,2821
	0,3045	0,3150	0,3255	0,3360	0,3466	0,3572	0,3678	0,3785	0,3892	0,4000
0,3	1,0453	1,0484	1,0516	1,0549	1,0584	1,0619	1,0655	1,0692	1,0731	1,0770
	0,2913	0,3004	0,3095	0,3185	0,3275	0,3364	0,3452	0,3540	0,3627	0,3714
	0,4108	0,4216	0,4325	0,4434	0,4543	0,4653	0,4764	0,4875	0,4986	0,5098
0,4	1,0811	1,0852	1,0895	1,0939	1,0984	1,1030	1,1077	1,1125	1,1174	1,1225
	0,3800	0,3885	0,3969	0,4053	0,4136	0,4219	0,4301	0,4382	0,4462	0,4542
	0,5211	0,5324	0,5438	0,5552	0,5666	0,5782	0,5897	0,6014	0,6131	0,6248
0,5	1,1276	1,1329	1,1383	1,1438	1,1494	1,1551	1,1609	1,1669	1,1730	1,1792
	0,4621	0,4700	0,4777	0,4854	0,4930	0,5005	0,5080	0,5154	0,5227	0,5299
	0,6367	0,6485	0,6605	0,6725	0,6846	0,6967	0,7090	0,7213	0,7336	0,7461
0,6	1,1855	1,1919	1,1984	1,2051	1,2119	1,2188	1,2258	1,2330	1,2402	1,2476
	0,5370	0,5441	0,5511	0,5581	0,5649	0,5717	0,5784	0,5850	0,5915	0,5980
	0,7586	0,7712	0,7838	0,7966	0,8094	0,8223	0,8353	0,8484	0,8615	0,8748
0,7	1,2552	1,2628	1,2706	1,2785	1,2865	1,2947	1,3030	1,3114	1,3199	1,3286
	0,6044	0,6107	0,6169	0,6231	0,6292	0,6352	0,6411	0,6469	0,6527	0,6584
	0,8881	0,9015	0,9150	0,9286	0,9423	0,9561	0,9700	0,9840	0,9981	1,0122
0,8	1,3374	1,3464	0,3555	1,3647	1,3740	1,3835	1,3932	1,4029	1,4128	1,4229
	0,6640	0,6696	0,6751	0,6805	0,6858	0,6911	0,6963	0,7014	0,7064	0,7114
	1,0265	1,0409	1,0554	1,0700	1,0847	1,0995	1,1144	1,1294	1,1446	1,1598
0,9	1,4331	1,4434	1,4539	1,4645	1,4753	1,4862	1,4973	1,5085	1,5199	1,5314
	0,7163	0,7211	0,7259	0,7306	0,7352	0,7398	0,7443	0,7487	0,7531	0,7574
	1,1752	1,1907	1,2063	1,2220	1,2379	1,2539	1,2700	1,2862	1,3025	1,3190
1,0	1,5431	1,5549	1,5669	1,5790	1,5913	1,6038	1,6164	1,6292	1,6421	1,6552
	0,7616	0,7658	0,7699	0,7739	0,7779	0,7818	0,7857	0,7895	0,7932	0,7969
	1,3356	1,3524	1,3693	1,3863	1,4035	1,4208	1,4382	1,4558	1,4735	1,4914
1,1	1,6685	1,6820	1,6956	1,7093	1,7233	1,7374	1,7517	1,7662	1,7808	1,7956
	0,8005	0,8041	0,8076	0,8110	0,8144	0,8178	0,8210	0,8243	0,8275	0,8306
	1,5095	1,5276	1,5460	1,5645	1,5831	1,6019	1,6209	1,6400	1,6593	1,6788
1,2	1,8107	1,8258	1,8412	1,8568	1,8725	1,8884	1,9045	1,9208	1,9373	1,9540
	0,8337	0,8367	0,8397	0,8426	0,8455	0,8483	0,8511	0,8538	0,8565	0,8591

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	1,6984	1,7182	1,7381	1,7583	1,7786	1,7991	1,8198	1,8406	1,8617	1,8829
1,3	1,9709	1,9880	2,0053	2,0228	2,0404	2,0583	2,0764	2,0947	2,1132	2,1320
	0,8617	0,8643	0,8668	0,8693	0,8717	0,8741	0,8764	0,8787	0,8810	0,8832
	1,9043	1,9259	1,9477	1,9697	1,9919	2,0143	2,0369	2,0597	2,0827	2,1059
1,4	2,1509	2,1700	2,1894	2,2090	2,2288	2,2488	2,2691	2,2896	2,3103	2,3312
	0,8854	0,8875	0,8896	0,8917	0,8937	0,8957	0,8977	0,8996	0,9015	0,9033
	2,1293	2,1529	2,1768	2,2008	2,2251	2,2496	2,2743	2,2993	2,3245	2,3499
1,5	2,3524	2,3738	1,3955	2,4174	2,4395	2,4619	2,4845	2,5074	2,5305	2,5538
	0,9052	0,9069	0,9087	0,9104	0,9121	0,9138	0,9154	0,9170	0,9186	0,9202
	2,3756	2,4015	2,4276	2,4540	2,4806	2,5075	2,5346	2,5620	2,5896	2,6175
1,6	2,5775	2,6013	2,6255	2,6499	2,6746	2,6995	2,7247	2,7502	2,7760	2,8020
	0,9217	0,9232	0,9246	0,9261	0,9275	0,9289	0,9302	0,9316	0,9329	0,9342
	2,6456	2,6740	2,7027	2,7317	2,7609	2,7904	2,8202	2,8504	2,8806	2,9112
1,7	2,8283	2,8549	2,8818	2,9090	2,9364	2,9642	2,9922	3,0206	3,0493	3,0782
	0,9354	0,9367	0,9379	0,9391	0,9402	0,9414	0,9425	0,9436	0,9447	0,9458
	2,9422	2,9734	3,0049	3,0367	3,0689	3,1013	3,1340	3,1671	3,2005	3,2341
1,8	3,1075	3,1371	3,1669	3,1972	3,2277	3,2585	3,2897	3,3212	3,3530	3,3852
	0,9468	0,9478	0,9488	0,9498	0,5908	0,9518	0,9527	0,9536	0,9545	0,9554
	3,2682	3,3025	3,3372	3,3722	3,4075	3,4432	3,4792	3,5156	3,5523	3,5894
1,9	3,4177	3,4506	3,4838	3,5173	3,5512	3,5855	3,6201	3,6551	3,6904	3,7261
	0,9562	0,9571	0,9579	0,9587	0,9595	0,9603	0,9611	0,9619	0,9626	0,9633
	3,6269	3,6647	3,7028	3,7414	3,7803	3,8196	3,8593	3,8993	3,9398	3,9806
2,0	3,7622	3,7987	3,8355	3,8727	3,9103	3,9483	3,9867	4,0255	4,0647	4,1043
	0,9640	0,9647	0,9654	0,9661	0,9668	0,9674	0,9680	0,9686	0,9693	0,9699
	4,0219	4,0635	4,1056	4,1480	4,1909	4,2342	4,2779	4,3221	4,3666	4,4117
2,1	4,1443	4,1847	4,2256	4,2668	4,3085	4,3507	4,3932	4,4362	4,4797	4,5236
	0,9705	0,9710	0,9716	0,9722	0,9727	0,9732	0,9738	0,9743	0,9748	0,9752
	4,4571	4,5030	4,5494	4,5962	4,6434	4,6912	4,7394	4,7880	4,8372	4,8868
2,2	4,5679	4,6127	4,6580	4,7037	4,7499	4,7966	4,8437	4,8914	4,9395	4,9881
	0,9757	0,9762	0,9767	0,9771	0,9776	0,9780	0,9785	0,9789	0,9793	0,9797
	4,9370	4,9876	5,0387	5,0903	5,1425	5,1951	5,2483	5,3020	5,3562	5,4109
2,3	5,0372	5,0868	5,1370	5,1876	5,2388	5,2905	5,3427	5,3954	5,4487	5,5026
	0,9801	0,9805	0,9809	0,9812	0,9816	0,9820	0,9823	0,9827	0,9830	0,9834
	5,4662	5,5221	5,5785	5,6354	5,6929	5,7510	5,8097	5,8689	5,9288	5,9892
2,4	5,5569	5,6119	5,6674	5,7235	5,7801	5,8373	5,8951	5,9535	6,0125	6,0721
	0,9837	0,9840	0,9843	0,9846	0,9849	0,9852	0,9855	0,9858	0,9861	0,9863
	6,0502	6,1118	6,1741	6,2369	6,3004	6,3645	6,4293	6,4946	6,5607	6,6274
2,5	6,1323	6,1931	6,2545	6,3166	6,3793	6,4426	6,5066	6,5712	6,6365	6,7024
	0,9866	0,9869	0,9871	0,9874	0,9876	0,9879	0,9881	0,9884	0,9886	0,9888
	6,6947	6,7628	6,8315	6,9009	6,9709	7,0417	7,1132	7,1854	7,2583	7,3319
2,6	6,7690	6,8363	6,9043	6,9729	7,0423	7,1123	7,1831	7,2546	7,3268	7,3998
	0,9890	0,9892	0,9895	0,9897	0,9899	0,9901	0,9903	0,9905	0,9906	0,9908

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	7,4063	7,4814	7,5572	7,6338	7,7112	7,7894	7,8683	7,9480	8,0285	8,1098
2,7	7,4735	7,5479	7,6231	7,6991	7,7758	7,8533	7,9316	8,0106	8,0905	8,1712
	0,9910	0,9912	0,9914	0,9915	0,9917	0,9919	0,9920	0,9922	0,9923	0,9925
	8,1919	8,2749	8,3586	8,4432	8,5287	8,6150	8,7021	8,7902	8,8791	8,9689
2,8	8,2527	8,3351	8,4182	8,5022	8,5871	8,6728	8,7594	8,8469	8,9352	9,0244
	0,9926	0,9928	0,9929	0,9931	0,9932	0,9933	0,9935	0,9936	0,9937	0,9938
	9,0596	9,1512	9,2437	9,3371	9,4315	9,5268	9,6231	9,7203	9,8185	9,9177
2,9	9,1146	9,2056	9,2976	9,3905	9,4844	9,5792	9,6749	9,7716	9,8693	9,9680
	0,9940	0,9941	0,9942	0,9943	0,9944	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9950
	10,018	10,119	10,221	10,324	10,429	10,534	10,640	10,748	10,856	10,966
3,0	10,068	10,168	10,270	10,373	10,476	10,581	10,687	10,794	10,902	11,011
	0,9951	0,9952	0,9953	0,9953	0,9954	0,9955	0,9956	0,9957	0,9958	0,9959
	11,076	11,188	11,301	11,415	11,530	11,647	11,764	11,883	12,003	12,124
3,1	11,121	11,233	11,345	11,459	11,574	11,689	11,806	11,925	12,044	12,165
	0,9960	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9963	0,9964	0,9965	0,9966	0,9966
	12,246	12,369	12,494	12,620	12,747	12,876	13,006	13,137	13,269	13,403
3,2	12,287	12,410	12,534	12,660	12,786	12,915	13,044	13,175	13,307	13,440
	0,9967	0,9968	0,9968	0,9969	0,9969	0,9970	0,9971	0,9971	0,9972	0,9972
	13,538	13,674	13,812	13,951	14,092	14,234	14,377	14,522	14,668	14,816
3,3	13,575	13,711	13,848	13,987	14,127	14,269	14,412	14,556	14,702	14,850
	0,9973	0,9973	0,9974	0,9974	0,9975	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977	0,9977
	14,965	15,116	15,268	15,422	15,577	15,734	15,893	16,053	16,215	16,378
3,4	14,999	15,149	15,301	15,455	15,610	15,766	15,924	16,084	16,245	16,408
	0,9978	0,9978	0,9979	0,9979	0,9979	0,9980	0,9980	0,9981	0,9981	0,9981
	16,543	16,709	16,877	17,047	17,219	17,392	17,567	17,744	17,923	18,103
3,5	16,573	16,739	16,907	17,077	17,248	17,421	17,596	17,772	17,951	18,131
	0,9982	0,9982	0,9983	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985
	18,285	18,470	18,655	18,843	19,033	19,224	19,418	19,613	19,811	20,010
3,6	18,313	18,497	18,682	18,870	19,059	19,250	19,444	19,639	19,836	20,035
	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	0,9986	0,9987	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988
	20,211	20,415	20,620	20,828	21,037	21,249	21,463	21,679	21,897	22,117
3,7	20,236	20,439	20,644	20,852	21,061	21,272	21,486	21,702	21,919	22,139
	0,9988	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
	22,339	22,564	22,791	23,020	23,252	23,486	23,722	23,961	24,202	24,445
3,8	22,362	22,586	22,813	23,042	23,273	23,507	23,743	23,982	24,222	24,466
	0,9990	0,9990	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992
	24,691	24,939	25,190	25,444	25,700	25,958	26,219	26,483	26,749	27,018
3,9	24,711	24,959	25,210	25,463	25,719	25,977	26,238	26,502	26,768	27,037
	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993
	27,290	27,564	27,842	28,122	28,404	28,690	28,979	29,270	29,564	29,862
4,0	27,308	27,583	27,860	28,139	28,422	28,707	28,996	29,287	29,581	29,878
	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	30,162	30,465	30,772	31,081	31,393	31,709	32,028	32,350	32,675	33,004
4,1	30,178	30,482	30,788	31,097	31,409	31,725	32,044	32,365	32,691	33,019
	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995
	33,336	33,671	34,009	34,351	34,697	35,046	35,398	35,754	36,113	36,476
4,2	33,351	33,686	34,024	34,366	34,711	35,060	35,412	35,768	36,127	36,490
	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996
	36,843	37,214	37,588	37,966	38,347	38,733	39,122	39,515	39,913	40,314
4,3	36,857	37,227	37,601	37,979	38,360	38,746	39,135	39,528	39,925	40,326
	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997
	40,719	41,129	41,542	41,960	42,382	42,808	43,238	43,673	44,112	44,555
4,4	40,732	41,141	41,554	41,972	42,393	42,819	43,250	43,684	44,123	44,566
	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
	45,003	45,455	45,912	46,374	46,840	47,311	47,787	48,267	48,752	49,242
4,5	45,014	45,466	45,923	46,385	46,851	47,321	47,797	48,277	48,762	49,252
	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
	49,737	50,237	50,742	51,252	51,767	52,288	52,813	53,344	53,880	54,422
4,6	49,747	50,247	50,752	51,262	51,777	52,297	52,823	53,354	53,890	54,431
	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
	54,969	55,522	56,080	56,643	57,213	57,788	58,369	58,955	59,548	60,147
4,7	54,978	55,531	56,089	56,652	57,221	57,796	58,377	58,964	59,556	60,155
	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
	60,751	61,362	61,979	62,601	63,231	63,866	64,508	65,157	65,812	66,473
4,8	60,759	61,370	61,987	62,609	63,239	63,874	64,516	65,164	65,819	66,481
	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
	67,141	67,816	68,498	69,186	69,882	70,584	71,293	72,010	72,734	73,465
4,9	67,149	67,823	68,505	69,193	69,889	70,591	71,300	72,017	72,741	73,472
	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
	74,203	74,949	75,702	76,463	77,232	78,008	78,792	79,584	80,384	81,192
5,0	74,210	74,956	75,709	76,470	77,238	78,014	78,798	79,590	80,390	81,198
	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
	82,008	82,832	83,665	84,506	85,355	86,213	87,079	87,995	88,839	89,732
5,1	82,014	82,838	83,671	84,512	85,361	86,219	87,085	87,960	88,844	89,737
	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
	90,633	91,544	92,464	93,394	94,332	95,281	96,238	97,205	98,182	99,169
5,2	90,639	91,550	92,470	93,399	94,338	95,286	96,243	97,211	98,188	99,174
	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	100,17	101,17	102,19	103,22	104,25	105,30	106,36	107,43	108,51	109,60
5,3	100,17	101,18	102,19	103,22	104,26	105,31	106,36	107,43	108,51	109,60
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	110,70	111,81	112,94	114,07	115,22	116,38	117,55	118,73	119,92	121,13
5,4	110,71	111,82	112,94	114,08	115,22	116,38	117,55	118,73	119,93	121,13
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	122,34	123,57	124,82	126,07	127,34	128,62	129,91	131,22	132,53	133,87
5,5	122,35	123,58	124,82	126,07	127,34	128,62	129,91	131,22	132,54	133,87
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	135,21	136,57	137,94	139,33	140,73	142,14	143,57	145,02	146,47	147,95
5,6	135,22	136,57	137,95	139,33	140,73	142,15	143,58	145,02	146,48	147,95
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	149,43	150,93	152,45	153,98	155,53	157,09	158,67	160,27	161,88	163,51
5,7	149,44	150,94	152,45	153,99	155,53	157,10	158,68	160,27	161,88	163,51
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	165,15	166,81	168,48	170,18	171,89	173,62	175,36	177,12	178,90	180,70
5,8	165,15	166,81	168,48	170,18	171,89	173,62	175,36	177,13	178,91	180,70
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	182,52	184,35	186,20	188,08	189,97	191,88	193,80	195,75	197,72	199,71
5,9	182,52	184,35	186,21	188,08	189,97	191,88	193,81	195,75	197,72	199,71
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Eksponentsiaalfunktsiooni e^x väärtused x-i olles 0,00 ... 5,99.

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	1,0000	1,0101	1,0202	1,0305	1,0408	1,0513	1,0618	1,0725	1,0833	1,0942
0,1	1,1052	1,1163	1,1275	1,1388	1,1503	1,1618	1,1735	1,1853	1,1972	1,2092
0,2	1,2214	1,2337	1,2461	1,2586	1,2712	1,2840	1,2969	1,3100	1,3231	1,3364
0,3	1,3499	1,3634	1,3771	1,3910	1,4049	1,4191	1,4333	1,4477	1,4623	1,4770
0,4	1,4918	1,5068	1,5220	1,5373	1,5527	1,5683	1,5841	1,6000	1,6161	1,6323
0,5	1,6487	1,6653	1,6820	1,6989	1,7160	1,7333	1,7507	1,7683	1,7860	1,8040
0,6	1,8221	1,8404	1,8589	1,8776	1,8965	1,9155	1,9348	1,9542	1,9739	1,9937
0,7	2,0138	2,0340	2,0544	2,0751	2,0959	2,1170	2,1383	2,1598	2,1815	2,2034
0,8	2,2255	2,2479	2,2705	2,2933	2,3164	2,3396	2,3632	2,3869	2,4109	2,4351
0,9	2,4596	2,4843	2,5093	2,5345	2,5600	2,5857	2,6117	2,6379	2,6645	2,6912
1,0	2,7183	2,7456	2,7732	2,8011	2,8292	2,8577	2,8864	2,9154	2,9447	2,9743
1,1	3,0042	3,0344	3,0649	3,0957	3,1268	3,1582	3,1899	3,2220	3,2544	3,2871
1,2	3,3201	3,3535	3,3872	3,4212	3,4556	3,4903	3,5254	3,5609	3,5966	3,6328
1,3	3,6693	3,7062	3,7434	3,7810	3,8190	3,8574	3,8962	3,9354	3,9749	4,0149
1,4	4,0552	4,0960	4,1371	4,1787	4,2207	4,2631	4,3060	4,3492	4,3929	4,4371
1,5	4,4817	4,5267	4,5722	4,6182	4,6646	4,7115	4,7588	4,8066	4,8550	4,9037
1,6	4,9530	5,0028	5,0531	5,1039	5,1552	5,2070	5,2593	5,3122	5,3656	5,4195
1,7	5,4739	5,5290	5,5845	5,6407	5,6973	5,7546	5,8124	5,8709	5,9299	5,9895
1,8	6,0496	6,1104	6,1719	6,2339	6,2965	6,3598	6,4237	6,4883	6,5535	6,6194
1,9	6,6859	6,7531	6,8210	6,8895	6,9588	7,0287	7,0993	7,1707	7,2427	7,3155
2,0	7,3891	7,4633	7,5383	7,6141	7,6906	7,7679	7,8460	7,9248	8,0045	8,0849
2,1	8,1662	8,2482	8,3311	8,4149	8,4994	8,5849	8,6711	8,7583	8,8463	8,9352
2,2	9,0250	9,1157	9,2073	9,2999	9,3933	9,4877	9,5831	9,6794	9,7767	9,8749
2,3	9,9742	10,074	10,176	10,278	10,381	10,486	10,591	10,697	10,805	10,913
2,4	11,023	11,134	11,246	11,359	11,473	11,588	11,705	11,822	11,941	12,061
2,5	12,182	12,305	12,429	12,554	12,680	12,807	12,936	13,066	13,197	13,330

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,6	13,464	13,599	13,736	13,874	14,013	14,154	14,296	14,440	14,585	14,732
2,7	14,880	15,029	15,180	15,333	15,487	15,643	15,800	15,959	16,119	16,281
2,8	16,445	16,610	16,777	16,945	17,116	17,288	17,462	17,637	17,814	17,993
2,9	18,174	18,357	18,541	18,728	18,916	19,106	19,298	19,492	19,688	19,886
3,0	20,086	20,287	20,491	20,697	20,905	21,115	21,328	21,542	21,758	21,977
3,1	22,198	22,421	22,646	22,874	23,104	23,336	23,571	23,807	24,047	24,288
3,2	24,533	24,779	25,028	25,280	25,534	25,790	26,050	26,311	26,576	26,843
3,3	27,113	27,385	27,660	27,938	28,219	28,503	28,789	29,079	29,371	29,666
3,4	29,964	30,265	30,569	30,877	31,187	31,500	31,817	32,137	32,460	32,786
3,5	33,115	33,448	33,784	34,124	34,467	34,813	35,163	35,517	35,874	36,234
3,6	36,598	36,966	37,338	37,713	38,092	38,475	38,861	39,252	39,646	40,045
3,7	40,447	40,854	41,264	41,679	42,098	42,521	42,948	43,380	43,816	44,256
3,8	44,701	45,150	45,604	46,063	46,525	46,993	47,465	47,942	48,424	48,911
3,9	49,402	49,899	50,400	50,907	51,419	51,935	52,457	52,985	53,517	54,055
4,0	54,598	55,147	55,701	56,261	56,826	57,397	57,974	58,557	59,145	59,740
4,1	60,340	60,947	61,559	62,178	62,803	63,434	64,072	64,715	65,366	66,023
4,2	66,686	67,357	68,033	68,717	69,408	70,105	70,810	71,522	72,240	72,966
4,3	73,700	74,440	75,189	75,944	76,708	77,478	78,257	79,044	79,838	80,640
4,4	81,451	82,269	83,096	83,931	84,775	85,627	86,488	87,357	88,235	89,121
4,5	90,017	90,922	91,836	92,759	93,691	94,632	95,583	96,544	97,514	98,494
4,6	99,484	100,48	101,49	102,51	103,54	104,58	105,64	106,70	107,77	108,85
4,7	109,95	111,05	112,17	113,30	114,43	115,58	116,75	117,92	119,10	120,30
4,8	121,51	122,73	123,97	125,21	126,47	127,74	129,02	130,32	131,63	132,95
4,9	134,29	135,64	137,00	138,38	139,77	141,17	142,59	144,03	145,47	146,94
5,0	148,41	149,90	151,41	152,93	154,47	156,02	157,59	159,17	160,77	162,39
5,1	164,02	165,67	167,34	169,02	170,72	172,43	174,16	175,91	177,68	179,47
5,2	181,27	183,09	184,93	186,79	188,67	190,57	192,48	194,42	196,37	198,34
5,3	200,34	202,35	204,38	206,44	208,51	210,61	212,72	214,86	217,02	219,20
5,4	221,41	223,63	225,88	228,15	230,44	232,76	235,10	237,46	239,85	242,26
5,5	244,69	247,15	249,64	252,14	254,68	257,24	259,82	262,43	265,07	267,74
5,6	270,43	273,14	275,89	278,66	281,46	284,29	287,15	290,03	292,95	295,89
5,7	298,87	301,87	304,90	307,97	311,06	314,19	317,35	320,54	323,76	327,01
5,8	330,30	333,62	336,97	340,36	343,78	347,23	350,72	354,25	357,81	361,41
5,9	365,04	368,71	372,41	376,15	379,93	383,75	387,61	391,51	395,44	399,41

Eksponentsiaalfunktsiooni e^{-x} väärtused x-i olles 0,000 ... 8,9.

x-i olles 0,000 kuni 0,099

x	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	1,0000	0,9990	0,9980	0,9970	0,9960	0,9950	0,9940	0,9930	0,9920	0,9910
0,01	0,9900	0,9891	0,9881	0,9871	0,9861	0,9851	0,9841	0,9831	0,9822	0,9812
0,02	0,9802	0,9792	0,9782	0,9773	0,9763	0,9753	0,9743	0,9734	0,9724	0,9714
0,03	0,9704	0,9695	0,9685	0,9675	0,9666	0,9656	0,9646	0,9637	0,9627	0,9618
0,04	0,9608	0,9598	0,9589	0,9579	0,9570	0,9560	0,9550	0,9541	0,9531	0,9522
0,05	0,9512	0,9503	0,9493	0,9484	0,9474	0,9465	0,9455	0,9446	0,9436	0,9427
0,06	0,9418	0,9408	0,9399	0,9389	0,9380	0,9371	0,9361	0,9352	0,9343	0,9333
0,07	0,9324	0,9315	0,9305	0,9296	0,9287	0,9277	0,9268	0,9259	0,9250	0,9240
0,08	0,9231	0,9222	0,9213	0,9204	0,9194	0,9185	0,9176	0,9167	0,9158	0,9148
0,09	0,9139	0,9130	0,9121	0,9112	0,9103	0,9094	0,9085	0,9076	0,9066	0,9057

x-i olles 0,10 kuni 1,39

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,1	0,9048	0,8958	0,8869	0,8781	0,8694	0,8607	0,8521	0,8437	0,8353	0,8270
0,2	0,8187	0,8106	0,8025	0,7945	0,7866	0,7788	0,7711	0,7634	0,7558	0,7483
0,3	0,7408	0,7334	0,7261	0,7189	0,7118	0,7047	0,6977	0,6907	0,6839	0,6771
0,4	0,6703	0,6637	0,6570	0,6505	0,6440	0,6376	0,6313	0,6250	0,6188	0,6126
0,5	0,6065	0,6005	0,5945	0,5886	0,5827	0,5769	0,5712	0,5655	0,5599	0,5543
0,6	0,5488	0,5434	0,5379	0,5326	0,5273	0,5220	0,5169	0,5117	0,5066	0,5016
0,7	0,4966	0,4916	0,4868	0,4819	0,4771	0,4724	0,4677	0,4630	0,4584	0,4538
0,8	0,4493	0,4449	0,4404	0,4360	0,4317	0,4274	0,4232	0,4190	0,4148	0,4107
0,9	0,4066	0,4025	0,3985	0,3946	0,3906	0,3867	0,3829	0,3791	0,3753	0,3716
1,0	0,3679	0,3642	0,3606	0,3570	0,3535	0,3499	0,3465	0,3430	0,3396	0,3362
1,1	0,3329	0,3296	0,3263	0,3230	0,3198	0,3166	0,3135	0,3104	0,3073	0,3042
1,2	0,3012	0,2982	0,2952	0,2923	0,2894	0,2865	0,2837	0,2808	0,2780	0,2753
1,3	0,2725	0,2698	0,2671	0,2645	0,2618	0,2592	0,2567	0,2541	0,2516	0,2491

x-i olles 1,40 kuni 2,99

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,4	0,2466	0,2441	0,2417	0,2393	0,2369	0,2346	0,2322	0,2299	0,2276	0,2254
1,5	0,2231	0,2209	0,2187	0,2165	0,2144	0,2122	0,2101	0,2080	0,2060	0,2039
1,6	0,2019	0,1999	0,1979	0,1959	0,1940	0,1920	0,1901	0,1882	0,1864	0,1845
1,7	0,1827	0,1809	0,1791	0,1773	0,1755	0,1738	0,1720	0,1703	0,1686	0,1670
1,8	0,1653	0,1637	0,1620	0,1604	0,1588	0,1572	0,1557	0,1541	0,1526	0,1511
1,9	0,1496	0,1481	0,1466	0,1451	0,1437	0,1423	0,1409	0,1395	0,1381	0,1367
2,0	0,1353	0,1340	0,1327	0,1313	0,1300	0,1287	0,1275	0,1262	0,1249	0,1237
2,1	0,1225	0,1212	0,1200	0,1188	0,1177	0,1165	0,1153	0,1142	0,1130	0,1119
2,2	0,1108	0,1097	0,1086	0,1075	0,1065	0,1054	0,1044	0,1033	0,1023	0,1013
2,3	0,1003	0,0993	0,0983	0,0973	0,0963	0,0954	0,0944	0,0935	0,0926	0,0916
2,4	0,0907	0,0898	0,0889	0,0880	0,0872	0,0863	0,0854	0,0846	0,0837	0,0829
2,5	0,0821	0,0813	0,0805	0,0797	0,0789	0,0781	0,0773	0,0765	0,0758	0,0750
2,6	0,0743	0,0735	0,0728	0,0721	0,0714	0,0707	0,0699	0,0693	0,0686	0,0679
2,7	0,0672	0,0665	0,0659	0,0652	0,0646	0,0639	0,0633	0,0627	0,0620	0,0614
2,8	0,0608	0,0602	0,0596	0,0590	0,0584	0,0578	0,0573	0,0567	0,0561	0,0556
2,9	0,0550	0,0545	0,0539	0,0534	0,0529	0,0523	0,0518	0,0513	0,0508	0,0503

x-i olles 3,0 kuni 8,9

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3	0,0498	0,0450	0,0408	0,0369	0,0334	0,0302	0,0273	0,0247	0,0224	0,0202
4	0,0183	0,0166	0,0150	0,0136	0,0123	0,0111	0,0101	0,0091	0,0082	0,0074
5	0,0067	0,0061	0,0055	0,0050	0,0045	0,0041	0,0037	0,0033	0,0030	0,0027
6	0,0025	0,0022	0,0020	0,0018	0,0017	0,0015	0,0014	0,0012	0,0011	0,0010
7	0,0009	0,0008	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004
8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001

VALEMITE TÄHISED.

Vahelduvpinge ja -vool on tähistatud väikese, maksimaal-, kesk- ja efektiivväärtus — suure tähega. Maksimaalväärtust tähistavaks indeksiks on m, keskväärtust — k. Efektiivväärtus on tavaliselt indeksita. Magnetilised suurused — voog, väljatihedus ja väljatugevus on tähistatud indeksita suure tähega, maksimaalväärtust tähistav suur täht on varustatud indeksiga m.

a — tegur, paksus, juhtme raadius, radiaanides mõõdetav hilinemus

$\dot{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ — operaator, tähistab vektori pööramist 120° võrra

$\dot{A}$ — vektor, juhtmete kaugus üksteisest, integreerimiskonstant, tegur

A — neliklemmi konstant

A_0 — Fourier' rea alalisliige

$A_1, A_2, \ldots A_k$ — Fourier' rea liikmete amplituud

b — tegur, laius, neprites mõõdetav sumbumus

b_0, b_1 — Besseli funktsiooni moodu

$B = X/Z^2$ — ebajuhtivus

B_C — mahtuvuslik ebajuhtivus

B_L — induktiivne ebajuhtivus

$\dot{B}$ — neliklemmi konstant ühikuga oom

$B_1, B_2, \ldots B_k$ — Fourier' rea siinusliikmete amplituud

B — magnetvälja tiheduse hetkväärtus

B_{km} — magnetvälja tiheduse suurim keskväärtus

B_m — siinuseliselt muutuva magnetvälja tiheduse amplituud

B_0 — magnetvälja tiheduse hetkväärtus plekiriba keskel; jääk-väljatihedus

B_v — magnetvälja tiheduse hetkväärtus plekiriba välises kihis

B_{vm} — magnetvälja tiheduse amplituud plekiriba välises kihis

B_1 — väljakõvera põhilaine amplituud

B_{1m} — väljakõvera põhilaine maksimaalne amplituud

$B_{Im}, B_{IIm}\ldots$ — I, II jne. mähise väljakõvera amplituud

B_{x1} — väljakõvera põhilaine ordinaat kaugusel x

B_{x1m} — väljakõvera põhilaine maksimaalne ordinaat kaugusel x

B_{α} — väljakõvera ordinaat pooli keskkohast kaugusel α

$B_{I\alpha}$, $B_{II\alpha}$, ... — I, II jne. mähise väljakõvera ordinaat pooli keskkohast kaugusel α

B_k — vahelduvvälja hetkväärtus

B_{km} — vahelduvvälja amplituud

B_p, B_{kp} — vahelduvvälja päripidiselt pöörleva komponendi hetkväärtus

B_{pm} — vahelduvvälja päripidiselt pöörleva komponendi maksimaalväärtus

B_v, B_{kv} — vahelduvvälja vastupidiselt pöörleva komponendi hetkväärtus

B_{vm} — vahelduvvälja vastupidiselt pöörleva komponendi maksimaalväärtus

c — tegur, konstant, kaugus, uurde laius

C — mahtuvus, talitlusmahtuvus, osamahtuvus

C_0 — liini kilomeetrine mahtuvus

C_1, C_2, ... C_k — Fourier' rea koosinusliikmete amplituud

C — neliklemmi konstant ühikuga siimens

d — läbimõõt, paksus, sumbumistegur

d_t — tunnus-sumbumistegur

D — neliklemmi konstant

e — elektromotoorse jõu hetkväärtus

e_C — mahtuvusliku vastuelektromotoorse jõu hetkväärtus

E — elektromotoorse jõu efektiivväärtus, elektrivälja tugevus

E_{ind} — indutseeritud elektrivälja tugevus

E_m — siinuseliselt muutuva elektromotoorse jõu amplituud

E_v — vooluringi lahutatavas osas esineva elektromotoorse jõu efektiivväärtus

E_x — massiivse keha keskkohast kaugusel x indutseeritud elektromotoorse jõu efektiivväärtus

E_{10}, E_{20} — transformaatoris tühijooksul indutseeritud pinge efektiivväärtus

f — sagedus

f_0 — resonantssagedus

f_1 — mahtuvustakisti klemmidel olevale maksimaalsele pingele vastav sagedus

f_2 — induktiivtakisti klemmidel olevale maksimaalsele pingele vastav sagedus

$g = b$ [neprit] $+ ja$ [radiaani] — levimus
G — kaal
$G = R/Z^2$ — tegevjuhtivus
G_C — mahtuvusliku näivjuhtivuse tegevkomponent
G_L — induktiivse näivjuhtivuse tegevkomponent
G_h — dielektrilisest hüstereesist tingitud isolatsiooni tegevjuhtivuse komponent
G_0 — liini isolatsiooni kilomeetrine tegevjuhtivus

h — kõrgus; liini kõrgus maapinnast
H — kõrgus; magneetimis-eriergutus ehk magnetiline väljatugevus
H_r — magnetilise väljatugevuse hetkväärtus kaugusel r varda telgjoonest
H_{rm} — magnetilise väljatugevuse amplituud kaugusel r varda telgjoonest

i — voolu hetkväärtus
i_μ — magneetimisvoolu hetkväärtus
i_{lang} — voolu hetkväärtus langeval voolulainel
i_{peeg} — voolu hetkväärtus peegeldunud voolulainel
i_s — sundvoolu hetkväärtus kujunemistoimuse puhul
i_v — vabavoolu hetkväärtus kujunemistoimuse puhul

$j = \sqrt{-1}$ — imaginaarsuse sümbol
j — voolutihedus
J — voolu efektiivväärtus
$J_{A\,I}$, $J_{A\,II}$, $J_{A\,III}$ — ühe-, kahe- ja kolmefaasine lühisvool
J_e — voolu ebakomponent
J_f — faasivool
J_g — generaatori vool
J_h — hüstereesikao-vool, vool hulknurk-ühenduse puhul
J_k — lühisvool, kompensaatori vool, vool kolmnurk-ühenduse puhul, voolu keskväärtus
J_l — liinivool
J_m — siinuseliselt muutuva voolu amplituud; maandusvool
J_n — nimivool
J_0 — tühijooksuvool, voolu Fourier' rea alalisliige, nulljuhtme vool
J_p — pöörisvoolukao-vool
J_r — rauaskao-vool
J_t — voolu tegevkomponent, tarbija vool, vool tähtühenduse puhul

J_v — vooluringi lahutatavas osas olev vool
J_V — voltmeetri mähist läbiv vool
J_W — vattmeetri pingemähist läbiv vool
J_Z — näivtakistust Z läbiv vool
J_1, J_2, J_3 — kolme faasivoolu efektiivväärtus
$J_1, J_2, \ldots J_k$ — voolu Fourier' rea 1-, 2- ... k-liikme efektiivväärtus
$J_{1m}, J_{2m}, \ldots J_{km}$ — voolu Fourier' rea liikmete amplituud
J_1 — transformaatori primaarvool; induktsioonmasina staatori vool
J_2 — transformaatori sekundaarvool; induktsioonmasina rootori vool
J_μ — magneetimisvool
k — konstant, järjestusnumber, sidestustegur
$k = \sqrt{\omega \Pi / \varrho}$ — asekonstant voolutiheduse jaotumise arvutamisel p. 234
k_a — ajalise harmoonilise järjestusnumber
k_C — mahtuvuslik sidestustegur
k_L — autotransformatoorne sidestustegur
k_r — ruumilise harmoonilise järjestusnumber
k_t — kriitiline sidestustegur
k_0 — neliklemmi primaar- ja sekundaarpinge suhe tühijooksul
k_k — neliklemmi primaar- ja sekundaarvoolu suhe lühisel

l — pikkus; liini pikkus
l_k — keeru keskmine pikkus
l_p — pooli keskmine pikkus
L — induktiivsus
L_0 — liini kilomeetrine induktiivsus
L_s — seesmine induktiivsus
L_{s0} — seesmine induktiivsus väikesageduse puhul
L_v — väline induktiivsus
L_σ — puisteinduktiivsus
m — faaside arv, suhtearv, järjestusnumber
m_J, m_N, m_U, m_Z — mõõtkava voolule, võimsusele, pingele, takistusele
M — vastuinduktiivsus, pöördemoment, kompleksarvu moodul

n — positiivne täisarv, suhtearv, pööretearv ajaühikus
n_1 — keerdvälja sünkroonne pööretearv ajaühikus
n_2 — rootori pööretearv ajaühikus
N — tegevvõimsus

N_a — aktiiv- ehk tegevvõimsus, autotransformaatori arvutusvõimsus
N_e — ebavõimsus, elektriline võimsus induktsioonmasina puhul
N_f — faasivõimsus
N_h — hüstereesikao-võimsus
N_k — lühisvõimsus, kaovõimsus
N_{kn} — kompensaatori nimivõimsus
N_l — lisakao-võimsus
N_m — mehhaaniline võimsus induktsioonmasina puhul
N_{max} — maksimaalne ülekantav võimsus
N_n — näivvõimsus
N_0 — tühijooksuvõimsus
N_p — pöörisvoolukao-võimsus
N_r — reaktiiv- ehk ebavõimsus, rauaskao-võimsus
N_t — tegevvõimsus
N_v — vaseskao-võimsus
N_δ — õhupiluvõimsus induktsioonmasina puhul

p — poolusepaaride arv, peegeldamistegur, karakteristlikust võrrandist leitav tegur
p_J — peegeldamistegur voolulainele
p_U — peegeldamistegur pingelainele
P — jõud

q — laengu hetkväärtus, juhtme ristlõige
$q = \sqrt{j\omega\Pi/\varrho}$ — asekonstant magnetvälja tiheduse arvutamisel p. 233
q_s — sundlaeng kujunemistoimuse puhul
q_v — vabalaeng kujunemistoimuse puhul
Q — laeng

r — raadius
R — tegevtakistus, s. o. vahelduvvooluga mõõdetav takistus
R_a — oomtakistus, s. o. alalisvooluga mõõdetav takistus
R_{al} — oomtakistus
R_C — mahtuvust sisaldava vooluharu takistus
R_h — takistus hulknurk-ühenduse puhul
R_k — lühise-näivtakistuse tegevkomponent, takistus kolmnurkühenduse puhul

R_l — liini tegevtakistus
R_L — induktiivsust sisaldava vooluharu tegevtakistus
R_0 — liini kilomeetrine tegevtakistus
$R_0 = \sqrt{L/C}$ — lainetakistus
R_s — sekundaarringi kogu-tegevtakistus sidestatud vooluringide puhul
R_t — tegevtakistus tähtühenduse puhul
R_v — vahelduvvooluga mõõdetav takistus ehk tegevtakistus; rootori ringi välistakistus induktsioonmasina puhul
R_V — voltmeetri takistus
R_W — vattmeetri pingeringi takistus
R_x — takistus kaugusel x
R_1 — staatori mähise takistus induktsioonmasina puhul
R_2 — rootori mähise takistus induktsioonmasina puhul

s — libistus, kaare pikkus
S — pindala, juhtme ristlõige, osaline vastuinduktiivsus, ordinaatide summa

t — aeg
T — perioodi vältus
T_0 — resonantssagedusele vastav perioodi vältus

u — pinge hetkväärtus
u_a — pinge hetkväärtuse aktiiv- ehk tegevkomponent
u_C — kondensaatori klemmidel oleva pinge hetkväärtus; pinge mahtuvuslik komponent
u_L — pinge induktiivne komponent
u_r — pinge hetkväärtuse reaktiiv- ehk ebakomponent
u_{lang} — pingelaine langev komponent
u_{peeg} — pingelaine peegeldunud komponent
U — pinge efektiivväärtus
U_{am} — siinuseliselt muutuva pinge aktiiv- ehk tegevkomponendi amplituud
U_A, U_B, U_C — faasipinged
U_C — pinge kondensaatori klemmidel, mahtuvuslik pingekomponent
U_e — pinge ebakomponent
U_f — faasipinge
U_g — generaatori pinge
U_h — pinge hulknurk-ühenduse puhul

U_k — lühispinge, pinge järjestusnumbriga k harmoonilise efektiivväärtus, pinge keskväärtus
U_{km} — pinge Fourier' rea järjestusnumbriga k harmoonilise amplituud
U_l — liinipinge, autotransformaatori lisapinge
U_L — pinge paispooli klemmidel, induktiivne pingekomponent
U_m — siinuseliselt muutuva pinge amplituud
U_n — nimipinge
U_0 — tühijooksupinge, nullpunktivaheline pinge, null-järgnevusega süsteemi pinge
U_{rm} — siinuseliselt muutuva pinge reaktiiv- ehk ebakomponendi amplituud
U_t — pinge tegevkomponent, pinge tähtühenduse puhul
U_v — väljalülitatava vooluringi klemmipinge
$U_1, U_2, U_3 \ldots$ — faasipingete efektiivväärtus
U_1 — päripidise järgnevusega süsteemi pinge; primaarpinge
U_2 — vastupidise järgnevusega süsteemi pinge; sekundaarpinge
U_σ — puistevoo poolt indutseeritav pinge

v — kiirus, laine levimiskiirus
v_n — kiiruse normaalkomponent
V — ruumala, magneetimis-osaergutus, ordinaatide vahe
w — keerdude arv
w_l — autotransformaatori lisakeerdude arv

x — kaugus
$x = kr$ — asetegur voolutiheduse jaotumise arvutamisel p. 234
X — ebatakistus
X_c — mahtuvuslik ebatakistus ehk mahtuvustakistus
X_h — ebatakistus hulknurk-ühenduse puhul
X_L — induktiivne ebatakistus ehk induktiivtakistus
X_s — sekundaarringi kogu ebatakistus sidestatud vooluringide puhul
X_t — ebatakistus tähtühenduse puhul
X_σ — puiste-ebatakistus
$X_{\sigma k}$ — puiste-ebatakistus lühise puhul

y — ordinaat
$y = \delta_{rm}$ — asetegur voolutiheduse jaotumise arvutamisel p. 234
Y — näivjuhtivus
Y_0 — liini kilomeetrine rööbitine näivjuhtivus

z — induktsioonmasina staatori mähise varraste arv
Z — näivtakistus
Z_a — tarbija näivtakistus
Z_f — faasi-näivtakistus
Z_g — generaatori näivtakistus
Z_{gf} — generaatori faasi-näivtakistus
Z_h — näivtakistus hulknurk-ühenduse puhul
Z_k — lühis-näivtakistus ehk lühistakistus; näivtakistus harmoonilisele järjestusnumbriga k
Z_l — liini näivtakistus
Z_M — vastuinduktiivtakistus; sidestus-näivtakistus ehk sidestustakistus
Z_0 — tühijooksu-näivtakistus, null-järgnevusega süsteemi näivtakistus, liini kilomeetrine näivtakistus
Z_t — tunnustakistus, tarbija näivtakistus, näivtakistus tähtühenduse puhul
Z_{tf} — tarbija faasitakistus
Z_v — võnke-näivtakistus ehk võnketakistus; väljalülitatava vooluringi osa näivtakistus
Z_1, Z_2, Z_3 ... — üksikute faaside näivtakistus
Z_1 — päripidise järgnevusega süsteemi näivtakistus
Z_2 — vastupidise järgnevusega süsteemi näivtakistus
$\ddot{u} = w_1/w_2$ — ülekanne, s. o. mähiste keerdude arvu suhe
α — nurk, potentsiaalitegur, hilinemistegur
$\alpha = \sqrt{\pi f \Pi/\varrho}$ — asetegur magnetvälja tiheduse arvutamisel p. 233
β — nurk, mahtuvustegur, sumbumistegur; plekiriba keskel ja kaugusel x oleva väljatiheduse vaheline ajaline nihe
β_0, β_1 — Besseli funktsioonide eksponent
γ — integreerimiskonstant
$\gamma = \beta + j\alpha$ — levimistegur
$\delta = \operatorname{arc\,tg}\, \omega_0 \tau$ — nurk sumbuva võnkumise arvutamisel p. 270c
δ — siinuseliselt muutuva voolutiheduse hetkväärtus, õhupilu laius, dielektriliste kadude nurk
δ_{am} — voolutiheduse amplituud juhtme välispinnal
δ_m — voolutiheduse amplituud
δ_{0m} — voolutiheduse amplituud juhtme telgjoonel
δ_r — voolutiheduse hetkväärtus kaugusel r juhtme keskkohast

δ_{rm} — voolutiheduse amplituud kaugusel r juhtme keskkohast

Δ — dielektriline nihkekonstant

ε — pöörisvoolutegur, s. o. tegevtakistuse jagatis oomtakistusega; dielektrikukonstant

η — kasutegur

$\eta = \omega/\omega_0$ — asetegur, s. o. toite- ja omanurksageduste suhe

η_C — nurksageduste suhe mahtuvusliku sidestuse puhul

η_{C0} — sekundaarringi voolu miinimumile vastav nurksageduste suhe mahtusvusliku sidestuse puhul

η_L — nurksageduste suhe induktiivse sidestuse puhul

η_{L0} — sekundaarringi voolu miinimumile vastav nurksageduste suhe induktiivse sidestuse puhul

η_m — kriitilisele sidestusele vastav nurksageduste suhe

ϑ — tegev- ja näivtakistuse vaheline nurk tunnustakistuse takistuskolmnurgas

Θ — läbivoogus

λ — lainepikkus, ferromagnetilisse keskkonda lainena tungiva magnetvoo lainepikkus

Λ — magnetiline juhtivus

μ — permeaablus; kompleksse aseteguri $\underset{\cdot}{\xi}$ reaalosa

ν — kompleksse aseteguri $\underset{\cdot}{\xi}$ imaginaarosa

ξ — nurk, mähisetegur

$\underset{\cdot}{\xi} = \operatorname{arc\,th}\, \underset{\cdot}{Z_t}/\underset{\cdot}{Z_2} = \mu + j\nu$ — asetegur pika liini koormamise arvutamisel p. 264d

Π — magnetiline läbitavus

$\Pi_0 = 0{,}4\pi 10^{-8}$ H/cm — vaakuumi magnetiline läbitavus

ϱ — eritakistus (vasel $\varrho = 17{,}3 \cdot 10^{-7}$ Ωcm)

σ — Heylandi puistetegur

$\sigma = \operatorname{arc\,tg}\, Z_2/Z_t$ — asetegur ebavõimsusega koormatud liini arvutamisel p. 264b

σ_k — kujutegur, s. o. suhe efektiiv- ja keskväärtuse vahel

σ_t — tipptegur, s. o. suhe maksimaal- ja efektiivväärtuse vahel

τ — Blondeli puistetegur, poolusejaotus, ajakonstant

φ — faasinihe, s. o. ajaline nurk pinge ja voolu vahel; tegev- ja näivtakistuse vaheline nurk takistuskolmnurgas; potentsiaal

φ_h — faasinihe hulknurk-ühenduse puhul

φ_k — faasinihe lühisel, faasinihe kolmnurk-ühenduse puhul
φ_0 — faasinihe tühijooksul
φ_t — faasinihe tähtühenduse puhul
Φ — magnetvoo hetkväärtus
Φ_m — siinuseliselt muutuva magnetvoo amplituud
Φ_0 — remanentne ehk jääkvoog
Φ_s — sundvoo hetkväärtus kujunemistoimuse puhul
Φ_{sm} — sundvoo amplituud kujunemistoimuse puhul
Φ_t — magnetvoo hetkväärtus kujunemistoimuse puhul
Φ_v — vabavoo hetkväärtus kujunemistoimuse puhul
ψ — nurk koordinaatteljestiku nullpunkti ja siinuseliselt muutuva pinge või voolu nullist läbimineku momentide vahel
Ψ — aheldusvoo hetkväärtus
Ψ_m — siinuseliselt muutuva aheldusvoo amplituud
ω — nurksagedus, nurkkiirus
ω_C — mahtuvuslik resonants-nurksagedus
ω_L — induktiivne resonants-nurksagedus
ω_{meh} — nurkkiirus, mehhaaniline
ω_0 — resonants-nurksagedus

KASUTATUD JA SOOVITATAV KIRJANDUS.

1. Круг, К. А., Основы электротехники, томы I и II, 1946 г.
2. Качанов, И. Л., Касаткин, А. С., и Перекалин, М. А., Курс теоретической электротехники, 1937 г.
3. Калантаров, П. Л., и Нейман, Л. Р., Теоретические основы электротехники, 1948 г.
4. Тамм, И. Е., Основы теории электричества, 1946 г.
5. Абрагам-Беккер, Теория электричества, 1939 г.
6. Fraenckel, A., Theorie der Wechselströme, 1921.
7. Смуров, Электротехника высокого напряжения, 1935 г.
8. Rüdenberg, R., Elektrische Schaltvorgänge, 1923.
9. Карасев, В. А., Теория электромагнитных процессов в обмотках, 1946 г.
10. Маликов, С. Ф., Практические электрические единицы, 1947 г.
11. Калантаров, П. Л., Задачник по теории переменных токов, 1937 г.
12. Круг, К. А., Перекалин, М. А., Поливанов, К. М., и Ломоносов, В. Ю., Задачник по теоретическим основам электротехники, 1948 г.
13. Данилевский, В. В., Русская техника, 1947 г.
14. Рудометов, И. И., Русские электротехники, 1947 г.

TÄHESTIKULINE SISUNÄITAJA.

Aheldusvoog 7, 239
ajakonstant 382, 384, 391, 400
ajatelg 9
aktiivkomponent 16
aktiivne neliklemm 126
alakriitiline sidestus 121
alaldatud pinge 225
— vool 3
alalisliige Fourier' reas 219
amplituud 6, 9, 15, 17
— harmooniliste 251
aperioodiline sumbumine 387, 399
arvutuslükati 30
aseskeem
— asünkroonmootori 316
— neliklemmi 138
— pika liini 370
— transformaatori 287
asünkroongeneraator 319
asünkroonmootor 312
asünkroonmootori aseskeem 316
— libistus 314, 316
— pöördemoment 318
— ringdiagramm 153
— õhupiluvõimsus 318
autotransformaator 295
autotransformaatorlik sidestus 103
avafilter 242
avapiirkond, filtri 244

Besseli funktsioon 267
— tabel 271
Blondeli puistetegur 102
— valem 369

Diagrammvektor 8, 28

Ebaenergia 68
ebajuhtivus 61
ebakomponent 16
ebasümmeetriline koormus 174, 182
— süsteem 161
ebasümmeetrilisuse määr 206
ebatakistus 19, 150
ebavõimsus 22
eelmagneetimine 298
efektiivväärtus 10, 37
efektiivväärtus, harmooniliste 240
— mittesiinuselise kõvera 232
eksponent 29
elektromotoorne jõud 4, 6
— — faasi 157
— — kolmefaasine 167
— — paraboolne 239
— — siinuseline 6, 12, 239
— — trapetsiline 239
elliptiline väli 301, 307
endaergutamine 138
erikaovõimsus, hüstereesi 254
— pöörisvoolu 255

Faas 14, 45, 156, 157
— harmooniliste 219
faasi elektromotoorne jõud 157
faasijärjestuse muutumine 192
— määramine 195
faasikiirus 349
faasikompensaator 66
faasimuundaja 311
faasimähis 166
faasiparandamine 65, 68, 70
faasipinge 157, 168
faasiregulaator 311
faasivool 168
Ferranti nähtus 366
filter, ava- 244
— riba- 122
— sulge- 244
Fourier' rida 219, 226

Geigeri skeem 95
generaator, asünkroon- 319
— sünkroon- 157

Harmoonilise amplituud 251
— faas 219
harmoonilised, kõrgemad 4, 219, 309
Helmholtzi meetod 85
herts 7
hetkväärtus 4
— sümboolsel kujul 37
Heylandi puistetegur 102
hilinemus 137, 350
hilinemistegur 350

hulknurk-ühendus 157, 163
Hummeli skeem 93
häälestamine 241
hüperboolsed funktsioonid 434
hüstereesikadu 253, 254

Imaginaararv 28
impulss-transformaator 299
induktiivne sidestus 115
induktiivsus 19, 24, 66
— seesmine 273
— suursagedusliku vooluga 272
— välimine 273
— ühine 284
induktiivtakistus 22, 42, 46
induktsioonmasin 300, 310
indutseeritud elektromotoorne jõud 4
indutseeritud pinge 16, 105, 283
inverssus 143, 144

Jaotatud mahtuvus
juhtivus, eba- 61
— tegev- 61
jõujoon 7
järjestikkuresonants 241
jääkvoog 393

Kaabelliini tunnustakistus 357
kaaskompleks 32, 36
kahefaasine lühis 212
— süsteem 162
kaovõimsus 256
karakteristlik sumbumistegur 116, 119
— takistus 118
kasutegur 52, 152
keerdväli 300, 304
keskväärtus 9, 15
kilomeetrine induktiivsus 326
— isolatsioonijuhtivsus 326, 327
— mahtuvus 326, 336
— tegevtakistus 326, 327
Kirchhoffi seadus 61, 76
kohakõverad, inverssed 143, 145
— sarnased 143
kolme ampermeetri meetod 64
kolmefaasine kaabel 339, 343
— lühis 214
— süsteem 166, 177
kolmefaasise võimsuse mõõtmine 197
— õhuliini induktiivsus 342
— — mahtuvus 334
kolme voltmeetri meetod 26
kolmnurkkõver 223, 224
kompleksarv 28, 32, 36
komponendid, sümmeetrilised 203
komponent, aktiiv- 16
— reaktiiv- 16
konstandid, neliklemmi 130
koormus, ebasümmeetriline 174
koosinusliige 220
Krarupi kaabel 68, 359
kriitiline sidestus 120
kujunemistoimus 406
kujutegur 11, 238, 256
kuuefaasine süsteem 157
kõrgemad harmoonilised 219

Laine, langev 136, 413
— peegeldunud 136, 413
lainepikkus 359
lainerinne 406
lainetakistus 55, 59, 68, 116, 133
langev laine 136, 350, 413
leek 404
levimiskiirus 408, 410
levimistegur 346, 350, 356
levimus 135, 350
libistus 312, 314, 316
libistussagedus 313
liigpinge 67, 402
liigvool 402
liin, ideaalne 358, 362, 363
— mittemoonutav 358, 414
— mittepeegeldav 352
liinipinge 157, 161, 168
liinivool 157, 164
lineaarne neliklemm 126
läbivoogus 247
lühis, kahefaasine 212, 214
— kolmefaasine 214
— liini 362, 364
— neliklemmi 127
— transformaatori 288, 293
— ühefaasine 210
lühise katse 130
lühistakistus 133
lühis-näivtakistus 128, 137
lühispinge, transformaatori 293
lülitusrühm, transformaatorite 289

Maandusvool 88
maaühendus 214
magneetimiskõverad 248
magneetimisvool 234, 247, 253, 282
magnetiline sidestus 110
magnetvälja tihedus raudplekis 257
mahtuvus 333, 374
mahtuvustegur 328
mahtuvuslik sidestus 103, 115, 121
mahtuvustakistus 45
Maxwell, J. C. 327, 338
„metsik" faas 203
mitmefaasine süsteem 156
mittemoonutav liin 358, 514
mittepeegeldav liin 352
mittesiinuseline pinge 230
moodul 29, 45
moonutumine 358

mõõtmine, kolme ampermeetri meetodil 64
— kolme voltmeetri meetodil 26
— sümmeetriliste komponentide 215
— võimsuse 24
mähisetegur 313
müümetall 359

Neliklemm 118, 126
— aktiivne 126
— ebasümmeetriline 130
— lineaarne 126
— passiivne 126
— sümmeetriline 130, 131
neliklemmi konstandid 130
neliklemmide ahel 138, 243, 373
nelinurkkõver 223
neper 136, 137
nihkevool 407
nulljuhtmega süsteem 161, 170
nulljuhtme vool 157, 161
nulljärgnevusega süsteem 203, 209, 215
nullpunkt 156
nurgamäär 137
nurkkiirus 6
nurksagedus 7, 22
näivjuhtivus 61
näivtakistus 19, 38, 46, 150
— lühisel 128
näivvõimsus 21

Ohmi seadus 16, 19, 75
omavõnke-nurksagedus 388, 400
oomtakistus 13, 25
operaator 204
osamahtuvus 328
osapinge 39, 44

Paispool 22, 68, 231
paralleeltöö, transformaatorite 289
passiivne neliklemm 126
peegeldumistegur 352
peegeldunud laine 136, 350, 413
periood 4
perioodiline funktsioon 220
perioodi vältus 4, 7, 409
permalloy 359
Petersen-Pfiffneri juhis 428
pidevuse lause 379
pikk elektriliin 326, 344, 359
pinge 16, 249
— alaldatud 225
— faasi- 157
— indutseeritud 105
pingelaine 416
pingelang 38
— liini 168
— mittesiinuseline 230
pingemuutus 49
pingeregulaator 311
pingeresonants 40, 55, 115, 241
poolusejaotus 301
potentsiaalitegur 328, 332, 334
puisteinduktiivsus 283
puistetakistus 105
puistetegur, *Blondeli* 102
— *Heylandi* 102
puistevoog 282
pulseeruv vool 3
pupiniseerimine 68, 359
põhilaine 219
päripidine järgnevus 203, 209, 215
pöördemoment 318
pöördtransformaator 311
pööretearv 319
pöörisvoolukadu 255
pöörisvoolutegur 13, 26, 273

Rauaskao-vool 282
reaktiivkomponent 16
resonants 58
— raudsüdamikuga pooli omavas vooluringis 324
— sidestatud vooluringides 114
— -nurksagedus 59, 66
ribafilter 122, 245
ringdiagramm 143
— asünkroonmootori 153
rippisolaatorite ahel 375
ruutkõver 365, 369
rändlaine 419
rööbitised juhtmed 333

Sagedus 7, 409
sageduse kahekordistamine 298
— kolmekordistamine 252, 253
sarnased kohakõverad 143
— vooluringid 116, 117
seesmine induktiivsus 273
seisevlaine 362
sidestatud süsteem 156
sidestus, alakriitiline 121
— autotransformatoorne 103
— induktiivne 110, 111, 115
— kriitiline 120
— mahtuvuslik 103, 115, 121
— mitmefaasises süsteemis 156
— ülekriitiline 121
sidestustakistus 137, 138
sidestustegur 102
— alakriitiline 121
— kriitiline 120
— ülekriitiline 121
siinuseline elektromotoorne jõud 6
siinusliige 220
siksak-lülitus 281, 290
sildlülitus 139
sirge juhe 330

sisenemistakistus 132
sobitamine 353
Steinmetz 369
sulgefilter 241
sulgepiirkond 244
sumbumistegur 116, 349, 382, 384
— karakteristlik 119
sumbumus 136, 349
sumbuv võnkumine 387, 400
sundlaeng 379
sund-magnetvoog 392
sundseisund 378
sundvool 378
„surnud" faas 203
suundnoolte süsteem 76
suurpääsfilter 243
säästtransformaator 295
sümboolne meetod 20, 28
sümmeetriline koormus 160, 168, 177
— süsteem 156, 158
sümmeetrilised komponendid 205
— kõverad 220
sümmeetriliste komponentide mõõtmine 215
sünkroongeneraator 157
sünkroonmootor 66
sünkroonne pööretearv 319
süsteem, kahefaasine 162
— kuuefaasine 157
— mitmefaasine 156
— sidestatud 156
— suundnoolte 76
— sümmeetriline 156
— tasakaalustamata 159
— tasakaalustatud 156
— tähtühenduses 156, 160

Taandamine 286
taandatud plekipaksus 262
tagasisüüde 404
takistus
— eba- 19, 150
— induktiiv- 42
— karakteristlik 118
— laine- 133
— lühis- 133
— mahtuvus- 46
— näiv- 19, 150
— oom- 13, 25
— sidestus- 137
— tegev- 13, 66, 146
— tunnus- 118
— tühijooksu- 133
— võnke- 138
talitlusinduktiivsus 327, 342
talitlusmahtuvus 327, 335
tarbija suundnoolte süsteem 76, 105
tasakaalustamata süsteem 159
tasakaalustatud süsteem 156
tegevjuhtivus 61
tegevkomponent 16, 40
tegevtakistus 13, 66, 146
tegevtakistus suursagedusliku vooluga 272
tegevvõimsus 14, 20
telegraafivõrrand 413
Thomsoni valem 55
tipptegur 11, 238
tippväärtus 9
transfigureerimine 92, 164, 184
transformaator 203, 280
— lühispinge 293
— impulss- 299
— lühis 288
— lülitusrühm 289
— paralleeltöö 289
— pöörd- 311
— õhksüdamikuga 103, 107
transponeerimine 336, 343
trapetskõver 222, 224
tuikamine 402
tunnus-sumbumistegur 119
tunnustakistus 118, 133, 346, 356
tähtühendus 156, 160
tähtühenduse transfigureerimine 165
tühijooks, liini 362, 364
— neliklemmi 127
— transformaatori 282, 294
tühijooksukatse 130
tühijooksu-näivtakistus 127, 133, 137
tühijooksuvool 257

Vabalaeng 379
vabaseisund 378
vabavool 378
vahelduvvool 3
vahelduvväli 300
var 22, 37
variomeeter 113
vaseskaovõimsus 279
vastuelektromotoorne jõud 15, 39
vastufaasis 158
vastuinduktiivsus 100, 111, 113
— kolmefaasises süsteemis 201
vastuinduktiivtakistus 101, 109, 138
vattmeeter 25, 74
vektor, nulljärgnevusega 203, 209, 215
— pärispidise järgnevusega 203, 209, 215
— vastupidise järgnevusega 203, 210, 215
— inversne 144
vektorite lahutamine 18
— liitmine 18
vektordiagramm, magnetringi 250, 254
Wheatstone'i sild 139
voog, puiste- 282
voltamper 21

vool, alaldatud 3
— magneetimis- 247, 253
— mittesiinuseline 230
— perioodiliselt muutuv 4
— pulseeruv 3
voolujaotuse arvutamine 85
vooluresonants 42, 65, 115, 241
voolutihedus vardais 276
— ümmarvardas 263
võimsus 36
— eba- 22
— harmooniliste 233
— kolmefaasine 159, 197
— mehhaaniline 315
— näiv- 21
— tegev- 14, 20
— vaseskao- 279
— õhupilu- 313
võimsuskadu 49
võimsustegur 21, 26, 233
võnkering 67, 409
võnketakistus 138
võnkumine, sumbuv 387, 400
väikepääs-filter 242
väli, elliptiline 301, 307
— keerd- 300, 304
— vahelduv- 300
väline induktiivsus 273
väljakõver 301
väljakõvera harmoonilised 309
vältus 4, 7, 409, 413
vääratusnähtus, järjestikune 319, 322
— rööbitine 323

Õhuliini induktiivsus 342
— mahtuvus 333, 335
— tunnustakistus 357
õhupilu 301
õhupiluvõimsus 313

Ühefaasine lühis 210
ühine induktiivsus 284
— voog 282
üleaperioodiline sumbumine 386, 397
ülekande kasutegur 52
ülekantav võimsus 51
ülekriitiline sidestus 121
ülesünkroonne pööretearv 319

Sisukord.

IV osa. Lk.

SIINUSELISELT MUUTUVA VAHELDUVVOOLU RING.

XXXVI. Siinuseliselt muutuv vool ja pinge.

152. Elektromotoorse jõu indutseerumine homogeenses magnetväljas 4
153. Siinuseliselt muutuv elektromotoorne jõud 6
154. Diagrammvektorid siinuseliselt muutuvate suuruste kujutamiseks 8
155. Vahelduvvoolu suuruste tipp-, kesk- ja efektiivväärtus 9

XXXVII. Tegevtakistus ja induktiivsus vahelduvvoolu ringis.

156. Tegevtakistus 13
157. Tegevtakistuses soojuseks muunduv võimsus 14
158. Pinge tegev- ja ebakomponendid 15
159. Siinuseliselt muutuvate suuruste liitmine ja lahutamine 16
160. Induktiivsus vahelduvvoolu ringis 19
161. Tegev-, eba- ja näivvõimsus ning võimsustegur 20

XXXVIII. Sümboolne meetod.

162. Diagrammvektor 28
163. Arvutuslükati käsitamine arvutamisel kompleksarvudega 30
164. Kompleksarvude korrutamine ja jagamine 32
165. Diagrammvektori keeramine 34
166. Sümboolne meetod ja võimsuse arvutamine 36
167. Hetk- ja efektiivväärtuse kujutamine sümboolse meetodi abil 37

XXXIX. Tegevtakistus ja mahtuvus vahelduvvoolu ringis.

168. Seos pinge ja voolu vahel 39
169. Mahtuvuslik ebatakistus 41
170. Mahtuvusliku vooluringi võimsus 42

XL. Näivtakistuste ühendamine järjestikku ja rööbiti.

171. Pinge jaotumine vooluringi üksikute elementide vahel 43
172. Mitme näivtakistuse ühendamine järjestikku 46
173. Pingemuutus ja võimsuskadu elektriliinil 49
174. Pingeresonants 55
175. Pingeresonants muutlikul sagedusel 57
176. Kirchhoffi esimene seadus vahelduvvoolule 61
177. Vooluresonants ja faasiparandamine 65
178. Koormuse iseloomu kindlakstegemine võimsuse mõõtmisel vattmeetri abil 74

XLI. Voolu jaotumine hargnevas vooluringis.

179. Kirchoffi seaduste alusel koostatud võrrandsüsteem 76
180. Superponeerimise meetod 81
181. Voolujaotuse määramine Helmholtzi meetodil 85
a. Vooluringi katkestamine 85
b. Uue tarbija juurdelülitamine 87
c. Haru takistuse muutmine 91
182. Kolmnurk- ja tähtühenduse transfigureerimine 92

XLII. Eriotstarbelisi skeeme.

183. Hummeli skeem 90°-se nihke tekitamiseks pinge ja voolu vahel 93
184. Geigeri skeem suurtes piirides reguleeritava nihkenurgaga pinge saamiseks 95
185. Skeem pingevektori keeramiseks kahe pöördkondensaatori abil 96
186. Wheatstone'i sild mõõtmiseks vahelduvvooluga 96

XLIII. Vastuinduktiivsust sisaldavad vooluringid.

187. Induktiivselt sidestatud vooluringid 100
188. Õhksüdamikuga transformaator 103
189. Energia ülekandmine magnetiliselt sidestatud vooluringides .. 109
190. Järjestikku ühendatavate vooluringide vastuinduktiivsus 111
191. Rööbiti ühendatavate vooluringide vastuinduktiivsus 113
192. Resonants sidestatud vooluringides sumbuvuse puudumisel .. 114
193. Resonants sidestatud vooluringides sumbuvuse olemasolemisel 116

XLIV. Neliklemm.

194. Lineaarse neliklemmi põhivalem 126
195. Neliklemmi konstantide katseline määramine 130
196. Sümmeetriliste neliklemmide ahel 132
197. Sümmeetrilise neliklemmi T-, Π- ja X-kujuline aseskeem ... 138

XLV. Ringdiagrammid.

198. Inverssus 143
199. Vooluring muudetava tegevtakistusega 146
200. Vooluring muudetava ebatakistusega 150
201. Vooluring muudetava näivtakistusega 150
202. Asünkroonmootori ringdiagramm 153

XLVI. Mitmefaasine vahelduvvool.

203. Mitmefaasised süsteemid 156
204. Sümmeetriline tähte ühendatud süsteem 160
205. Sümmeetriline hulknurka ühendatud süsteem 163
206. Sümmeetrilise mitmefaasise süsteemi transfigureerimine 164

XLVII. Kolmefaasine vahelduvvool.

207. Kolmefaasine süsteem 166
208. Tähte ühendatud kolmefaasine süsteem 168
a. Sümmeetriline koormus 168
b. Ebasümmeetriline koormus nulljuhtme olemasolemisel .. 170
c. Ebasümmeetriline koormus nulljuhtme puudumisel 174
209. Kolmnurka ühendatud kolmefaasine süsteem 177
a. Sümmeetriline koormus 177
b. Ebasümmeetriline koormus 182

210. Ebasümmeetrilise täht- ja kolmnurk-ühenduse transfigureerimine 184
211. Tarbija faasijärjestuse muutumine faasikatkestuse korral .. 192
212. Faasijärjestuse katseline määramine 195
213. Kolmefaasise süsteemi võimsuse mõõtmine 197
214. Vastuinduktiivsus kolmefaasises süsteemis 201

XLVIII. Sümmeetrilisteks komponentideks lahutamise meetod.

215. Kolmefaasise ebasümmeetrilise süsteemi sümmeetrilised komponendid 203
216. Ebasümmeetrilise süsteemi graafiline lahutamine sümmeetrilisteks komponentideks 205
217. Sümmeetriline tarbija ebasümmeetrilise pingega süsteemis .. 207
218. Lühis sümmeetrilises kolmefaasises koormamata süsteemis .. 210
a. Ühefaasine lühis 210
b. Kahefaasine lühis maaühenduseta 212
c. Kahefaasine lühis maaühendusega 214
d. Kolmefaasine lühis 214
219. Sümmeetriliste komponentide otsene mõõtmine 215

V osa.

MITTESIINUSELINE VAHELDUVVOOL.

XLIX. Mittesiinuselise kõvera harmooniline analüüs.

220. Perioodilise funktsiooni arendamine ritta 219
221. Tüüpilisemaid mittesiinuselisi perioodilisi kõveraid 220
a. Sümmeetriline kõver 220
b. Trapets-kõver 222
c. Alaldatud pinge kõver 225
222. Fourier' rea tegurite graafilis-analüütiline määramine 226

L. Mittesiinuseline vool ja pinge.

223. Mittesiinuselise pinge poolt põhjustatav vool 230
224. Mittesiinuselise pinge ja voolu efektiivväärtus, võimsus ja võimsustegur 232
225. Mittesiinuseliste voolude graafiline liitmine 234
226. Mittesiinuselise kõvera kujutegur 238

LI. Filtrid.

227. Töötamispõhimõte 240
228. Tüüpilisemaid filtreid 241

VI osa.

RAUDA SISALDAV VOOLURING.

LII. Magneetimisvool ja pöörisvoolunähtus.

229. Magneetimisvool siinuseliselt muutuva magnetvoo korral 247
230. Magnetvoog siinuseliselt muutuva magneetimisvoolu korral .. 250
231. Hüstereesikadu 253
232. Pöörisvoolukadu 255
233. Vahelduva magnetvälja tiheduse jaotus raudplekis 257
234. Voolutiheduse jaotumine ümmarvarda ristlõikes 263

235. Juhtme tegevtakistus ja induktiivsus suursagedusliku voolu korral 272
236. Voolujaotus elektrimasina uurdesse paigutatud latis 276

LIII. Raudsüdamikuga transformaator.

237. Transformaatori ehitus 280
238. Ühefaasine transformaator tühijooksul 282
239. Transformaatori koormamine 284
240. Lühistatud transformaator 288
241. Kolmefaasiste transformaatorite paralleeltöö tingimusi 289
242. Säästtransformaator 295
243. Transformaatorid alalisvoolu eelmagneetimisega 298

LIV. Induktsioonmasin.

244. Vahelduvväli 300
245. Keerdväli 304
246. Elliptiline väli 307
247. Väljakõvera harmoonilised 309
248. Induktsioonmasin 310
249. Asünkroonmootor energia transformeerijana 314
250. Asünkroonmootori aseskeem 316

LV. Resonants raudsüdamikuga pooli sisaldavas vooluringis.

251. Vääratusnähtus induktiivsuse ja mahtuvuse olles järjestikku 319
252. Raudsüdamikuga pooli ja kondensaatori ühendamine rööbiti .. 323
253. Raudsüdamikuga pooli omava vooluringi resonantskõver 324

VII osa.

SÜSTEEMID JAOTATUD PARAMEETRITEGA.

LVI. Pika elektriliini parameetrid.

254. Pika liini tegevtakistus ja -juhtivus 326
255. Juhtmetesüsteemi mahtuvus 327
256. Sirge juhtme elektriväli 330
257. Kolmefaasise õhuliini mahtuvus 334
258. Kolmefaasise kaabli mahtuvus 339
259. Kolmefaasise õhuliini induktiivsus 342

LVII. Pikk elektriliin.

260. Pika elektriliini põhivalemid 344
261. Pinge ja voolu laineline jaotus liinil 348
262. Pika liini tunnustakistus ja levimistegur 356
263. Pika liini parameetrite katseline määramine 359
264. Energia ülekandmine pikka liini mööda 362
a. Ideaalse liini tühijooks ja lühis 362
b. Ebavõimsusega koormatud ideaalne liin 363
c. Tegeliku liini tühijooks ja lühis 364
d. Tegeliku liini koormamine 367
265. Lihtsustatud valemid pika tugevvooluliini arvutamiseks 369
266. Pika liini aseskeeme 370
267. Jaotatud mahtuvus 374

VIII osa.

KUJUNEMISTOIMUSI.

LVIII. Kujunemistoimused vooluringides koondatud parameetritega.

268. Üldaluseid 378
269. Vooluringi lülitamine alalispingele 381
a. Tegevtakistust ja induktiivsust sisaldav vooluring 381
b. Tegevtakistust ja mahtuvust sisaldav vooluring 383
c. Tegevtakistust, induktiivsust ja mahtuvust sisaldav vooluring 385
270. Vooluringi lülitamine vahelduvpingele 390
a. Tegevtakistust ja induktiivsust sisaldav vooluring 390
b. Tegevtakistust ja mahtuvust sisaldav vooluring 394
c. Tegevtakistust, induktiivsust ja mahtuvust sisaldav vooluring 396
271. Vahelduvvoolu ringi katkestamine 403

LIX. Kujunemistoimused vooluringides jaotatud parameetritega.

272. Pika kadudeta elektriliini lahutamine 406
273. Koormamata elektriliini pingestamine 410
274. Pinge ja voolu langev ning peegeldunud laine 413
275. Lühistatud elektriliini pingestamine 419
276. Tegevtakistusega koormatud elektriliini pingestamine 423
277. Induktiivse tarbijaga elektriliini pingestamine 426
278. Petersen-Pfiffneri juhis 428
279. Mahtuvusliku tarbijaga elektriliini pingestamine 430
280. Lainete peegeldumine ja murdumine kahe erineva tunnustakistusega liini ühenduskohas 431

LISA.

Hüperboolsed funktsioonid 434
Hüperboolsete funktsioonide tabelid 443
Valemite tähised 450
Kasutatud ja soovitatav kirjandus 460
Tähestikuline sisunäitaja 461
Sisukord 466

Vastutav toimetaja
[redacted]

Tehniline toimetaja
H. Kohu.

Ladumisele antud 2. XII 47.
Trükkimisele antud 27. VII 48.
Paberi kaust 67 × 95. 1/16. Trükipoognaid 29 1/2. Autoripoognaid 24,13. Arvestuspoognaid 29,4.
MB 04352. Laotihedus trükipg. 38 700. Tiraaž 5200. Trükikoja tellimus nr. 566. Trükikoda „Hans Heidemann", Tartu, Vallikraavi 4.

Hind rbl. 10.30.

Р. Холман, Электротехника II.

На эстонском языке.
Эгосиздат „Научная Литература", Тарту.

Trükivigade õiendus.

Lk.	Rida	On trükitud	Peab olema	Kelle süü läbi viga tekkinud
17	Joon. 225	Nurk $\psi_2 - \psi_1$ on vektorite U_m ja U_{1m} vahel	Nurk $\psi_2 - \psi_1$ peab olema vektorite U_{2m} ja U_{1m} vahel.	Autor
27	2. alt	tegevvõimsus	näivvõimsus	„
47	12. „	$jUJ \sin \varphi_1$	$jU_1 \sin \varphi_1$	„
47	11. „	$U_1 J \exp j(\alpha_2 - \beta)$	$U_2 J \exp j(\alpha_2 - \beta)$	„
47	10. „	$jUJ \sin \varphi_2$	$jU_2 J \sin \varphi_2$	„
62	10. ülev.	$UG + jUB = J_t + jJ_e$	$UG - jUB = U_t - jJ_e$	„
82	4. „	$Z_1' Z_2$	$Z_1 Z_2$	Trükikoda
83	3. „	$205 \cdot 510$	$205 \cdot 50$	Korrektor
84	2. alt	$U_{20} + J_2 Z_2$	$U_{20} + J_2 Z_2$	Autor
88	4. ülev.	$E_2 = 230 \angle 120^0$ V ja $E_3 = 230 \angle 240^0$	$E_2 = 230 \angle 240^0$ V ja $E_3 = 230 \angle 120^0$	„
90	4. alt	$J_2' = J_2 + J_{2m}$	$J_3' = J_3 + J_{3m}$	„
90	2. „	$J_3' = J_3 + J_{3m}$	$J_2' = J_2 + J_{2m}$	„
116	2. „	$J_2 Z_{12}$	$J_2 Z_{12}$	Trükikoda
117	1. „	R_{01}'	R_{01}''	Autor
118	3. „	$Z_{12} + Z + Z_t$	$Z_{12} + Z + Z_t$	„
128	Val. 544	$J_2 k_k Z_k$	$J_2 k_k Z_k$	Trükikoda
128	„ 545	$k_k J_2$	$k_k J_2$	Autor
128	5. alt	J_2	J_2	„
131	Val. 553c	$Z_{20} = Z_{20} \exp$	$Z_{20} = Z_{20} \exp$	Trükikoda
131	1. alt	$Z_{10} - Z_{1k}$	$Z_{10} - Z_{1k}$	Autor
135	2. „	$J_{n+1} Z_t$	$J_{n+1} Z_t$	Trükikoda
142	Tabelis 2. rida alt	$Z_0^2 - Z_M^2$	$\sqrt{Z_0^2 - Z_M^2}$	Autor
150	3. alt	$Z_1 + Z_2$	$Z_1 + nZ_2$	„
151	4. ülev.	Z_2	nZ_2	„
152	1. „	Z_2	nZ_2	„
152	2. „	JZ_2	JnZ_2	„
152	3. „	$Z_1 + Z_2$	$Z_1 + nZ_2$	„
152	6. „	OP	OP_k	Trükikoda
152	1. alt	$P_1 K$	$P_1 K_1$	„
154	1. „	Z^{c2}	Z_c^2	„
155	13. ülev.	Z_c	Z	Autor
170	14. alt	$3 U_f \overset{*}{J}_f$	$3 U_f \overset{*}{J}_f$	Trükikoda
174	3. „	$Y_3 U_3$	$Y_3 U_3$	Autor

Lk.	Rida	On trükitud	Peab olema	Kelle süü läbi viga tekkinud
175	1. alt	$\frac{\dot{Y}_1\dot{U}_1+\dot{Y}_2\dot{U}_2+\dot{Y}_3\dot{U}_3}{\dot{Y}_1+\dot{Y}_2+\dot{Y}_3}$	$\frac{\dot{Y}_1\dot{U}_1+\dot{Y}_2\dot{U}_2+\dot{Y}_3\dot{U}_3}{\dot{Y}_1+\dot{Y}_2+\dot{Y}_3}$	Autor
177	val. 585	(-270^0)	$(-j270^0)$	„
215	1. alt	$J_C\dot{Z}_{BC}$	$\dot{J}_C\dot{Z}_{BC}$	Trükikoda
267	1. „	$\dot{H}_{0m}$	$\dot{H}_{am}$	Autor
268	3. „	$\dot{H}_{0m}$	$\dot{H}_{am}$	„
276	3. ülev.	$\dot{L}=$	$L_s=$	Trükikoda
314	val. 775	p_1m_1	p_1m_2	Korrektor
341	15. ülev.	$\alpha_{12}=\frac{1}{\Delta 2\pi l}\ln\frac{d_{12'}}{d_{12}}$	$\alpha_{12}=\frac{1}{\Delta 2\pi l}\ln\frac{d_{12'}}{d_{12'}}$	Trükikoda
352	val. 845	$=-p_U$	$=-\dot{p}_U$	Autor
353	9. alt	$\gamma=$	$\dot{\gamma}=$	„
370	2. „	$\dot{J}_{10}\dot{Z}^{\mathrm{T}}$	$J_{10}\dot{Z}_{\mathrm{T}}$	Trükikoda
371	9. „	$\mathrm{th}\frac{\gamma l}{2}$	$\mathrm{th}\frac{\dot{\gamma}l}{2}$	„
396	9. ülev.	$J_m=U_m/Z$	$\dot{J}_m=\dot{U}_m/Z$	„
412	Tekstis joonise all	$i=U/Z$	$\dot{i}=\dot{U}/Z_t$	„
415	1. alt	$\frac{\partial i}{\partial x}\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}$	$\frac{\partial \dot{i}}{\partial x}=\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}$	Korrektor
425	7. „	$i_{peeg\,1}=-u_{lang\,1}/Z_t$	$\dot{i}_{peeg\,1}=-\dot{u}_{peeg\,1}/Z_t$	Autor
432	2. ülev.	$\frac{2U}{Z_a+Z_{tb}}$	$\frac{2\dot{U}}{Z_{ta}+Z_{tb}}$	Korrektor

Rbl. 10.30

48 881

TRÜKIVIGU.

	On trükitud:	Peab olema:
Lk. 101, valem 101	$\varphi = \int_S \frac{-\sigma}{\Delta 4\pi r} \mathrm{d}S$	$\varphi = \int_S \frac{\delta}{\Delta 4\pi r} \mathrm{d}V$
„ „ „ 102	$\varphi = \int_V \frac{\delta}{\Delta 4\pi r} \mathrm{d}V$	$\varphi = \int_V \frac{\sigma}{\Delta 4\pi r} \mathrm{d}S$
„ 149, 8. rida ülalt	takistus, kui soonelatsiooni	latsiooni takistus, kui soone
„ 254, 6. „ alt	$\Psi_b = \Psi_2 + \Phi_{12}$	$\Phi_b = \Phi_2 + \Phi_{12}$
„ 255, 7. „ „	$= -\frac{\partial \Psi_{21} \mathrm{d}i_1}{\partial i_2 \mathrm{d}t} =$	$= -\frac{\partial \Phi_{21} \mathrm{d}i_2}{\partial i_2 \mathrm{d}t} =$
„ 266, valem 407	$i_1 = A_{10} + A_{11} e^{p_1 t} + A_{12} e^{p_1 t}$	$i_1 = A_{10} + A_{11} e^{p_1 t} + A_{12} e^{p_2 t}$
Tabel 25 raamatu lõpus, viimane lahter, 7. rida alt	$]^{-12}\,[m]^{1/2}\,[t]^{-1}$	$[l]^{-1/2}\,[m]^{1/2}\,[t]^{-1}$