22V-36592

E. MALTENEK JA M. KESKÜLA

FÜÜSIKA

ÕPERAAMAT KESKKOOLILE

ESIMENE KÖIDE

SISSEJUHATUS,
MEKAANIKA JA SOOJUS

TALLINNA EESTI KIRJASTUSE-ÜHISUSE KIRJASTUS

E. MALTENEK JA M. KESKULA

FÜÜSIKA

ÕPERAAMAT KESKKOOLILE

ESIMENE KÖIDE: SISSEJUHATUS, MEKAANIKA JA SOOJUS :: **TEINE KÖIDE:** HELI JA VALGUS
KOLMAS KÖIDE: MAGNETISM JA ELEKTER



TALLINNA EESTI KIRJASTUSE-ÜHISUSE KIRJASTUS

FÜÜSIKA

ÕPERAAMAT KESKKOOLILE

ESIMENE KÖIDE

SISSEJUHATUS, MEKAANIKA JA SOOJUS

TALLINNA EESTI KIRJASTUSE-ÜHISUSE TRÜKIKODA, PIKK TÄN. 2

i 35354148

Eessõna.

Juba mõne aasta eest kavatsesid autorid kokku seada füüsika õperaamatu, mida ajakohases keskkoolis õppevahendina võiks tarvitada. Füüsika oskussõnade loomise ja ühtlustamise algul, sel ajal kui veel keskkooli kindel programm puudus, olid silmnähtavad need raskused, millest nimetatud kavatsuse teostamisel pidi üle saama. Kui autorid siiski otsustasid tööle asuda ja raamatu välja anda, siis sündis see peaasjalikult sellepärast, et tarvidus seesuguse õperaamatu järele suur oli ja et neil lootus oli puuduste ja vigade kõrvaldamisega käesolevat raamatut ajajooksul keskkooli nõuetele vastavaks õperaamatuks arendada.

Võiks ehk arvata, et mõne hea võõrakeelse õperaamatu tõlkimine otstarbekohasem oleks olnud kui uue raamatu kirjutamine. Kuid tarvis on ainult tutvuneda näiteks kas või saksakeelsete, nii rohkearvuliste füüsika õperaamatute sisuga, et selgusele jõuda, kui mitmet viisi võib käsitada ühte ja sama ainet ja kuidas nii ühel kui teisel neist raamatutest on omad varjuküljed. Pealegi tuleb arvesse võtta, et keele iseärasluste, eriti aga meie tehniliste mõistete väljendamiseks veel liiga lühikest aega areneda võinud keele raskepärasuse tõttu võõrakeelse raamatu head küljed — nagu avalduste selgus, piltlikkus, lühisus — tõlkes kergesti oleksid võinud kaduma minna, nii et tõlge ehk originaali poleks mitte väärinud. Sellepärast olid autorid arvamisel, et otstarbekohasem on aineid vabalt, meie keelepäraselt ja oma parema arusaamise järele käsitleda.

Õperaamatu ainete valimisel ja osalt ka järjestamisel on aluseks võetud võõrakeelsed, peaasjalikult sellekohased saksakeelsed õperaamatud ja viimaste sisu füüsika uuemate saavutustega sel määral täiendatud kui see keskkooli kursuses on mõeldav. Praeguse keskkoli jaoks on raamatu sisu ehk liig laialdane. Kuid peaks arvama, et keskkooli uus ajakohane füüsika programm mitte kitsam ei võiks olla kui vastavate Saksamaa koolide oma; sarnasel korral peaks käesolev õperaamat meie keskkooli tulevasele programmile vastama.

Koolides, kus füüsika õpetamine kahes astmes sünnib, on keskkooli esimene kursus teisest kursusest musta joonega teksti kõrval eraldatud. Esimese astme jaoks moodustavad sarnaselt märgitud kohad nagu iseseisva õperaamatu. Seesugusel jaotusel on see paremus, et teise astme õpilasel alati silma ees on esimesel astmel läbivõetud ained, mis hõlbustab tarviliku kordamise ja ülevaate. Pealegi tuleb üks seesugune raamat väiksem ja odavam kui kaks eriraamatut mõlema astme jaoks. Kuid raamat on tarvitatav ka neis keskkoolides, kus füüsikat alles ühes ainsamas astmes õpetatakse. Sel juhusel tuleks alguses läbi võtta sissejuhatuse ja mekaanika esimene kursus, siis järgmised osad täielikult ning lõpuks mekaanika teine kursus.

Olles arvamisel, et füüsika õpetus keskkoolis mitte ainult üksteisest rippumata seaduste ja katsete kirjeldamine ei tohiks olla, on käesolevas raamatus, iseäranis elektri- ja valgusõpetuses katsutud anda ülevaatlikku pilti, neist ettekujutustest, millel põhjenevad ajakohased teooriad ja mis sideme loovad muidu nii eraldi seisvate üksikute nähtuste vahel. Kuigi võimalik ei peaks olema nimetatud teoreetilist osa klassis läbi võtta, pakuks ta enam arenenud ja huvitatud õpilasele võimaluse sügavamale sisse tungida käsiteldud ainesse ja annaks talle vähemalt üldpildi sellest, millega ta ülikoolis ehk üksikasjalisemalt tutvunema saab.

Et mitte raskendada ülevaatlikkust, on nimetatud teoreetilised osad, matemaatilised tõestused, näited jne. väiksema kirjaga trükitud; siia on ka mahutatud rida ülesandeid ühes lahendustega. Olgugi, et nad kaunis palju ruumi võtavad, olid autorid siiski arvamisel, et nad koolides, iseäranis aga iseõppijatele küllalt kasulikud võiksid olla, näidates praktikast võetud nähtustel füüsika seaduste ja tähtsamate põhiformulite tarvitamist.

Oskussõnade tarvitamises on põhimõttelikult püütud kinni pidada J. Lang'i ja O. Sulla „Füüsika sõnastikust", kohati pidid aga autorid temast lahku minema; nii on tarvitatud sõnu jõud (pro tung), heli (pro hääl), õõtse (pro võnk) j. t.

Raamatu ilmumine, mis juba kevadeks 1921 oli kavatsetud, pidi raskete trükiolude pärast viibima; samal põhjusel, ühtlasi aga ka ostu kergendamiseks ilmub õperaamat kolmes köites.

E. Maltenek.

Tallinn 1921. **M. Kesküla.**

Esimene jagu.

Sissejuhatus.

§ 1 **Füüsiline keha, mateeria.** 1) Raudlatt, vihmapiisk, õhumull on kehad. Raud, vesi, õhk on ained, millest nimetatud kehad koos seisavad. Kõiki aneid nimetatakse ühiselt mateeriaks. Geomeetrilistest ja teistest mõeldavatest kehadest eraldamiseks nimetatakse ainelist keha füüsiliseks kehaks.

Keha aine võib olla kas ühesugune, nii et me isegi kõigeväiksemate aine osade juures mingit vahet ei leia, või mitmesugune. Esimesel juhusel nimetatakse keha ühtlaseks ehk homogeenseks, teisel — mitteühtlaseks ehk hetrogeenseks. Ühtlaste kehade hulka kuuluvad, näiteks, tinakuul, veepiisk, mitteühtlaste hulka — graniitkivi, mullahunnik.

2) Füüsilised kehad moodustavad omas kogus nähtava välisilma ehk looduse. Temast eraldi on olemas meie siseilm — mõtted ja tundmused — mida teine inimene otsekohe vaadelda ei saa. Vahemeheks välis- ja siseilma vahel on meie meelteorgaanid.

Välisilmal on omadus mõju avaldada meelteorgaanide peale, neid, nagu öeldakse, ärritada ja selle läbi meie siseilmas sünnitada mitmesuguseid subjektiivseid tundeid. Lapseeast peale oleme harjunud tunnete tekkimise põhjust otsima välisilmas, oleme nende põhjuste tekitajate kohta omale kindlad ettekujutused loonud. Kindel ettekujutus on meil näiteks särava päikse, heliseva kella, noa kohta, mida me käes hoiame, toidu kohta, mida me maitseme. Meie ettekujutused on seda kindlamad, et nende tekitamisest mitmed meeled korraga osa võtavad. On kindel, et neile ettekujutustele välisilmas vastavad tõelised asjad, sest ei või ju kahelda selle olemasolu juures, mida me oma silmaga näeme, kõrvaga kuuleme, käega katsume.

Kuid on siiski juhuseid, kus meie tunnete tekkimiseks välisilmas tõelised põhjused puuduvad. Nii näiteks silma vigastamise korral, surve ehk järsu tõuke läbi, võime pimedas ruumis heledat valgust näha. Sagedasti kuuleme täiesti vaikses ümbruskonnas

kahinat või helisid. Inimesed, kellel mõni liige, käsi, jalg, on ära lõigatud, tunnevad samas liikmes veel valu, sellepeale vaatamata, et neil seda liiget enam olemaski ei ole. Sarnased juhused õigustavad küsimust, kas mitte ka kõigi teiste tunnetega lugu nii ei ole, s. t. kas välisilm meist eraldi üleüldse reaalselt on olemaski?

Tema tõelise olemasolu kohta annab parema tunnistuse see asjaolu, et inimestel ühest asjast korraga ühesugused tunded sünnivad. Kui näiteks sada inimest pikseraksatusel ühekorraga heledat valgust näevad ja peale selle mürinat kuulevad, siis võib vaevalt oletada, et selle põhjus mitte tõelise välisilma avalduses ei peitunud. Ei saa ju muidu omale selgeks teha, et mitmesuguste omadustega inimestel ilma välise, objektiivse põhjuseta ühel ajal ühesugused subjektiivsed tunded võivad tekkida.

Kui välisilma reaalne olemasolu meis enam kahtlust ei ärata, siis ei ole seega veel tõestatud, et asjad just niisugused on, missugustena me neid enesele ette kujutame. Kogemused näitavad, et ühesugustel välistel tingimustel mitmesugustel inimestel mitte igakord ühesugused subjektiivsed tunded ei sünni. On ju näiteks värvipimedaid, kes sinise ja punase värvi vahel mingit vahet ei tee. Nemad peavad arusaadavalt siis kas sinist või punast värvi teisiti nägema, kui harilikud inimesed. Kui kaks inimest kinnitavad, et lumi valge on, siis ei järgne sellest mitte, et neil lumest saadud värvitunded ühesugused on. Miks nimetavad nad siiski mõlemad lund valgeks? Kui laps esimest korda lund näeb, siis ütleb talle ema, et see valge on. Nii sagedasti nüüd, kui välisasjad lapses samasugust värvitunnet äratavad, nimetab ta neid valgeks. Ühe ema lapsed nimetaksid seda värvi aga ka siis valgeks, kui nende värvitunded selle juures mitte ühesugused ei oleks. Mitme inimese ühesugused otsused ühesuguste välisasjade kohta põhjenevad seega peaasjalikult ühesugusel kasvatusel. Tihedas läbikäimises üksteisega jõuavad inimesed niikaugele, et nad ühesuguseid asju ühesuguselt nimetavad.

Eelmisest järgneb, et asjad välisilmas meist eraldi tõeliselt on olemas, ja et me asjade tundmaõppimisel nende läbi tekitatud subjektiivseid tundeid üksteisega võrdleme, sarnadusi ja iseäraldusi ära tähendame ning selle najal enesele asjadest ettekujutused loome, mille vahekorrad on samasugused, kui asjade eneste vahekorrad. Asju, millel on omadus meelte kaudu meis subjektiivseid tundeid luua, nimetatakse füüsilisteks kehadeks.

§ 2. **Loodusteadused; füüsika ja keemia.** 1) Looduses sünnivad mitmesugustel põhjustel alatasa igasugused muudatused. On tarvis näiteks võrrelda loodust talvel ja suvel, et otsusele jõuda, kui suured ja mitmekesised on need muudatused. Looduse kehade asetuse või oleku muutumist nimetame nähtuseks. Nende tundmaõppimine on loodusteaduste sisu ja ülesanne.

Kehade hulgas leidub niisuguseid, mis avaldavad elu nähtusi: loomad ja taimed; neid nimetatakse elavateks ehk orgaanilisteks kehadeks, ning nende üleüldist kogu — elavaks looduseks. Kõik teised kehad, nagu kivid, metallid ja muud, moodustavad eluta looduse; neid kehasid nimetatakse eluta ehk anorgaanilisteks kehadeks.

Füüsika tähendab loodusõpetust. Varemalt kuulusid tema piirkonda kõik loodusteadused terves omas ulatuses. Teadmiste kasvamisega sai hiljemalt tarvilikuks üksikute teaduste üksteisest eraldamine. Vastavalt sellele sai elava looduse tundmaõppimine füsioloogia, zooloogia ja botaanika ülesandeks. Elavate kehade omadustest käsitab füüsika ainult neid, mis on ühised kõigil kehadel, nagu näiteks kaaluvus, ulatavus.

Eluta loodust käsitav teadus haruneb mitmeks erialaks, mille hulka kuuluvad kõige pealt füüsika, sõna praeguseaja mõttes, ja keemia.

2) Peale füüsika ja keemia käsitavad eluta loodust veel teised teadused: geognoosia, geoloogia, mineraloogia ja astronoomia. Nimetatud teadustes on viimase ülesanne taevakehade — planeetide, kinnistähtede, komeetide, — nii siis maakerast täiesti eraldatud ilma tundmaõppimine. Esimeste teaduste vahekord selgub järgnevast näitest: Kivihunnikus olgu mitmesuguseid kive. Geognoosia õpetab, et üks osa nendest graniitide hulka kuulub; geoloogia seletab graniidi arvatavat tekkimise lugu, tema lademete iseäraldusi ja leiduvust. Mineraloogia õpetab tundma kiviliikide koosseisu. Tema seletab, et graniit koos seisab kvartsist, põllupagust ja vilgukivist, missuguseid osasid me palja silmaga tähele paneme; näitab, et liivakivis mikroskoobi abil mitmesuguseid jaokesi võib leida. kuna lubjakivi ühesugustest osakestest koos seisab. Tema õpetab seega, et graniit ja liivakivi mitmest mineraalist on kokku seatud, lubjakivi aga ainult ühte mineraali sisaldab.

Mineraalid aga ei ole veel kivide aine viimased osad. Keemia õpetab, et ka need ained omakorda koos seisavad jagudest. Lubjakivi jaguneb ahjus soojuse mõjul kaheks osaks: kõvaks kehaks (põletatud lubi) ja gaasiks (süsihape). Kuid ka põletatud lupja võib veel kaheks aineks lahutada: metalliks (kaltsium) ja gaasiks (hapnik). Samuti seisab kvarts kahest ainest koos: räni st ja hapnikust.

Puu langemisel, tuule puhumisel, traati mööda telegrafeerimisel jäävad ained, millest puu, õhk, traat koos seisavad, endiseks. Soendamisel muutub vesi auruks, küllaldasel jahutamisel — jääks; vee aine jääb nii aurus kui jääs ikkagi selleks samaks. Kuid põlemisel muutub puu suitsuks ja tuhaks, nii siis üsna uuteks aineteks. Traadi roostetamisel ühineb üks osa õhust rauaga, uueks aineks, — roosteks, jne. Niisugused nähtused, kus keha aine teiseks muutub, kuuluvad keemia piirkonda. Füüsika ülesanne on eluta looduse niisuguste nähtuste tundmaõppimine, mille juures keha aine muutmatuks jääb. Mõlemad teadusharud on üksteisega väga lähedases ühenduses; sagedasti tungivad nad üksteise piirkonda, nii et raske on öelda, kus ühe ülesanne lõpeb ja teise oma algab.

§ 3. **Füüsika käsitusviis.** 1) Abinõudena füüsika ülesande teostamiseks esinevad vaatlus ja katse.

Loodusnähtuste leidmiseks ja tundmaõppimiseks tuleb loodust tähelepanelikult vaadelda ja temas sündivaid nähtusi tõelises järjekorras ja täpipealselt kirjeldada. Vaatlus õpetab, et nähtused üksteisega teatud viisil on seotud. Vee soendamisel näiteks tekivad aurumullikesed, tõusevad auruna õhku, jahtuvad ja muutuvad veepiiskadeks. Nende nähtuste reas on iga järgnev nähtus eelmise järelduseks, eelmine — järgneva põhjuseks. Seda

tegevust, millega katsutakse selgusele jõuda, kuidas vaadeldav nähtus oleneb teda tekitavast nähtusest ja missuguses vahekorras ta on juba tuntud nähtustega, nimetatakse juurdlemiseks.

Ühed nähtused, nagu maakera soenemine päikse mõjul, ei olene meie tahtmisest. Nende tundmaõppimisel peab leppima ainult vaatlusega. Teised nähtused on aga niisugused, mida me oma tahtmise järele mitmesuguste tingimuste juures võime tekitada, näiteks vee soendamine või traadi pikendamine mingi koorma abil. Viimast liiki nähtuste tekitamist nende tundmaõppimiseks nimetatakse katseks.

2) Vaatluse abil õpime me tundma ainult nähtuse üleüldist olenevust tema põhjustest. Nii tõendab vaatlus, et maapind seda enam soeneb, mida kõrgemal seisab päike, traat pikeneb seda enam, mida suurema koorma temale tõmbeks otsa riputame. Selleks aga, et teada, kuidas ja kui võrra oleneb mingi nähtus omast põhjusest või järeldusest, peab nähtuses avalduvaid suurusi mõõtma. Traadi pikenemist ja vastavat tõmbekoormat mõõtes leiame näiteks, et pikkuse suurenemine on proportsionaalne koorma suurusega. Avaldades seda sõnadega või matemaatilise formuliga, leiame seaduse, mis ära määrab vaadeldava nähtuse ja tema põhjuse vahekorra. Eelmises näites võib traadi pikenemise seadust ära tähendada kas sõnadega: „pikenemine on proportsionaalne tõmbekoormaga“ ehk formuliga

$$l = \text{ap}.$$

Kus l ja p on pikenemise ja tõmbekoorma väärtused. Suurusel a on kindel väärtus, mis oleneb ainult tarvitatud mõõtüksustest ja traadi aine omadustest.

Mõõduriistade ja meie meelteorgaanide puudulikkuse tõttu on suuruste mõõtmine ainult enam-vähem täpipealselt võimalik. Kui ühte ja sedasama suurust mitu korda ka kõige hoolsamini mõõta, siis saame harilikult ikkagi mitu üksteisest lahkuminevat mõõtarvu. Oletades, et mõõtmiste juures võime ühepalju eksida kas ühele või teisele poole, leiame tõelisele suurusmõõdule kõige lähemalseisva arvu, kui kõigist mõõtarvudest nende aritmeetilise keskarvu võtame. Mõõtmise täpipealsust ei iseloomusta mitte vea enda suurus, n. n. mõõtmise absoluutne viga, vaid vea ja mõõdetava suuruse vahekord, n. n. mõõtmise relatiivne viga. Kui, näiteks, 1 meetrilise pikkuse mõõtmisel tehtud viga on 1 mm, siis on realtiivne viga ($\frac{1}{1000}$) võrdlemisi suur, kuna päikse kauguse (150.000.000 km) mõõtmisel tehtud viga 1500 km on relatiivselt koguni tähtsuseta ($\frac{1}{100000}$). Relatiivset viga avaldatakse harilikult protsentides. Eelmistes näidetes on see viga 0,1% ja 0,001%. Viimane mõõtmine on järjekikult 100 korda täpipealsem.

3) Oleme mingi loodusnähtuse seaduse tundma õppinud ja seega kindlaks määranud, kuidas ta sünnib, siis tekib küsimus, mispärast ta nii sünnib. Selle küsimuse peale vastust otsides, läheme nähtuse juurest teise nähtuse, tema põhjuse juurde, viimase juurest järgmise juurde jne., kunni me lõpuks jõuame mõne nähtuseni, mille põhjust me ei tunne. Näiteks, vilja jahvatamine sünnib sellepärast, et veskikivid tiirlevad; nende tiirlemise põhjuseks on vesiratta tiirlemine; viimane tiirleb vee langemise tagajärjel. Mille tagajärjel aga sünnib vee langemine? Selle küsimuse peale

ei mõista me vastata; me võime ainult öelda, et peale vee langevad, s. t. avaldavad tungi maapinnale ligineda, veel teised kehad, ja et me langemise põhjust nimetame raskuseks. Nii jõudsime *algnähtuseni*, mis veski käima paneb ja mille põhjusi me ei tunne. Siin algavad arvamised ja oletused. Me oletame, et raskus on maakera ja keha vastastikkuse külgetõmbumise järeldus, et maakera ja keha on nagu väljavenitatud vedru kaudu ühendatud, mis neid üksteisele püüab lähendada. Selle oletuse abil sarnastame tundmatut raskuse nähtust teiste, meile tuntud nähtustega ja loome seega sideme mitmete iseseisvate nähtuste vahel. Niisuguseid oletusi, mis võimaldavad tundmata nähtuste seletamist teiste, tuntud nähtuste abil, nimetatakse *hüpoteesideks*. Paljude nähtuste täielikku seletust ühise hüpoteesi põhjal nimetatakse *teooriaks*.

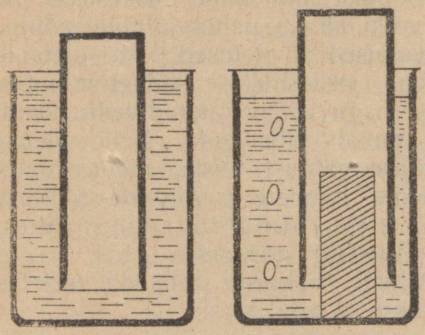
Et hüpoteesid on oletused, siis ei või neid mitte kui vääramatuid tõsiasju käsitada. Teatud hüpoteesi olemasolu on õigustatud ja kasulik ainult nii kaua, kunni ta suudab ära seletada ilma vastoluta võimalikult suure hulga nähtusi ja kui tema põhjal tehtud järeldused katsete abil tõestuvad. Tema väärtus on seda suurem, mida rohkem iseseisvaid nähtusi ta seob. Need nähtused, mis teatud hüpoteesiga enam kokkukõlas ei ole, või mida see hüpotees üleüldse ei suuda seletada, sunnivad meid teda muutma ehk koguni uut hüpoteesi tema asemele looma.

§ 4. **Kehade olulised omadused.** Kehade mitmekesiste omaduste hulgas on mitmed, mis kõigil kehadel ühised. Niisuguseid omadusi nimetatakse *olulisteks omadusteks*. Nende hulka kuuluvad: ulatavus, läbitungimatus, jagatavus, poorsus, inertsus, kaaluvus.

1) *Ulatavus* on kehade omadus oma alla võtta teatud osa ruumist. Igal kehal on kolm *peaulatust* (dimensiooni) laius, pikkus ja kõrgus (paksus). Ka kõige õhemal siidpaberil on paksus, kõige peenemal niidil on jämedus. Kahe või ühe ulatusega kehasid ei ole olemas. On keha ruum nii väike, et me tema ulatusi ei tavitse arvesse võtta, siis nimetame niisugust keha *materjaalseks* ehk *aineliseks punktiks*.

2) *Läbitungimatus* on kehade omadus, mille tõttu mitu keha ei saa ühelajal ühte ja sedasama ruumi oma alla võtta. Neil juhustel, kus üks keha nähtavasti teise keha ainesse tungib, tõrjub ta teise keha aine oma alla võetavast ruumist välja; nii surub nael puu aine kõrvale, saag tõrjub teda saepuru näol välja, veega täidetud nõust jookseb vesi üle, kui me kivi nõusse viskame. Ruumis, mida nael oma alla on võtnud, ei ole puud, ruumis, kus kivi asub, ei ole vett. Astub inimene tuppa, siis tõrjub ta toast just niipalju õhku välja, kui palju tema keha ruumi oma alla võtab. Öeldut võime järgmiselt tõestada:

Vajutame ümberpöördud teeklaasi vette; meie paneme tähele, et vesi nõus kõrgemale kerkib, sest klaasis sisalduv õhk ei lase vett klaasi (joon. 1). Viskame nõusse mõne kõva keha ja surume klaasi jälle vette, nii et keha klaasi sisse ulataks (joon. 2). Me näeme, et klaasist üks jagu õhku mullidena välja tungib; selle õhu on keha klaasist välja tõrjunud.

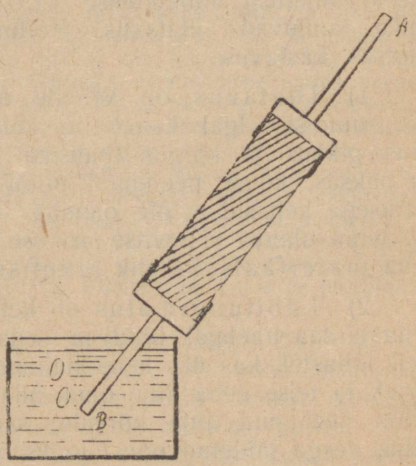


Joon. 1. Joon. 2.

3) Jagatavus. Iga keha võib mekaaniliste võtete: löömise, viskamise, hõõrumise abil väiksematesse osadesse jagada. Meie võime näiteks graniitkivi lüüa haamriga väikesteks prügituskivideks, võime klaasi kildudeks visata, kriiditüki peeneks pulbriks hõõruda jne. Teine osadesse jaotamise viis on sulatamine vedelikus. Kui väikesteks osadeks keha sulatamise juures võib jaguneda, seda näitab katse värviaine fuksiiniga. Väike terake fuksiini, viinas enne ära sulatatud ja siis vette valatud, värvib ühe liitri vett täieste punaseks. Et liiter eneses 1.000.000 kub.-millimeetrit vett sisaldab ja igas kubik millimeetris veel fuksiini osakesi peab leiduma, siis on seega fuksiini tera mitmeks miljoniks osakeseks lahutatud. Kehade omadust väiksemateks osadeks jaguneda nimetatakse jagatavuseks.

4) Poorsus. Ruum mida keha oma alla võtab, ei ole kunagi tervelt selle keha ainega täidetud. Neid kohti kehas, kus aine puudub, nimetame meie poorideks; keha omadust eneses poorisid sisaldada — poorsuseks. Pooride kaudu imbuvad gaasid ja vedelikud läbi naha, puu ja teiste ainete.

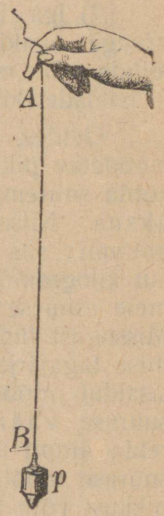
Kui näiteks võtame umbes 6 sentimeetrit jämeda ja 20 sentimeetrit pika kõvast puust silindri, mille otsad on kindlalt kaetud metallkapslitega (joon. 3) ja torukese A sisse õhku puhume, siis tõusevad vees otsast B õhumullikesed. See on tõenduseks, et torru A puhutud õhk pooride kaudu läbi puu tungib.



Joon. 3.

Pooride olemasolu vedelikkudes avaldub järgmises katses: valame pudelisse värvitud vett poolestsaadik, täidame siis pudeli ettevaatlikult alkoholiga ääreni, nii et mõlemad vedelikud segamini ei lähe, vajutame korgi kindlalt peale ja raputame mõlemad vedelikud hästi segamini. Mõne aja pärast, kui vedelikud täiesti on segunud, märkame, et pudel enam täis ei ole. See nähtus on seletatav ainult siis, kui oletada, et ühe vedeliku aine teise vedeliku pooridesse on tunginud.

5) Kaaluvus. Kui me nööri ühe otsa A käes hoiame ja teise otsa B külge mingi koorma p, näiteks tinapommikese, kinnitame (joon. 4), siis paneme tähele, et nöör pinguli tõmbub ja teatud sihis rippuma jääb. Pommi kõrvaletõukamisel hakkab ta liikuma, seisma jäädes asub aga nöör jällegi samma sihti AB. Seda sihti nimetame vertikaal- ehk loodsihiks. Põletame nööri läbi, siis langeb pomm loodsihis maha. Samas sihis langevad ka kõik teised vabad kehad — kivi, puutükk jne. Sellest järgneb, et on olemas mingi põhjüs, mis sunnib kehasid langema, s. t. maakerale lähenema. Seda põhjust nimetame raskuseks ja ütleme, et kehad langevad maha maakera külgetõmbamise tagajärjel. Kehade omadust maakera külge tõmbuda nimetaksc kaaluvuseks.

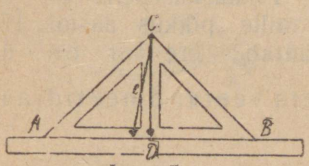


Joon. 4.

Igapäevases elus, majade, teede, sildade j. m. ehitamisel on meil sagedasti tarvis täpilt teada sihti, milles raskus mõjub, või jälle sihti, mis esimesele on perpendikulaarne ja mida horisontaalsihiks nimetatakse.

Loodsihi äramääramiseks tarvitatakse loodi, mis on tehtud peenest niidist ja tema otsa kinnitatud pommikesest. Liikumatalt rippuva niidi siht näitab loodsihti.

Horisontaalsihi leidmiseks tarvitatakse loodlauda ja vesiloodi (vaaderpassi). Loodlaual (joon. 5) on puust sarikkolmnurk, milles on ära tähendatud baasile AB perpendikulaarne joon CD. Kolmnurga tippu C on kinnitatud lood l. Langeb loodsiht joonega CD ühte, siis on AB horisontaalne.



Joon. 5.



Joon. 6.

Vaaderpass (joon. 6) on keskelt natuke kõveraks paenutatud kinnine klaastoru MN, mis vedelikuga nii on täidetud, et torru

õhumullike ab jääb. Kui mullike vaaderpassi keskkohas seisab, siis näitab alus, millele klaastoru kinnitatud, horisontaalsihti.

§ 5. **Füüsilised suurused ja nende mõõtüksused.** 1) Kõiki neid kehaomadusi, mille kohta võib öelda, et nad suuremad või väiksemad on, nimetatakse füüslisteks suurusteks. Me ütleme, et ühe keha pikkus, kaal, liikumise kiirus on suuremad või väiksemad kui teise keha omad. Keha pikkust, kaalu, liikumise kiirust nimetame sellepärast füüsilisteks suurusteks. Keha omadusi, nagu värvi, mille kohta me ei või öelda, et nad suuremad või väiksemad on, ei või meie füüsilisteks suurusteks nimetada.

2) Iga füüsilist suurust võib mõõta ja mõõtmise tagajärgi arvuga avaldada. Nii võime keha pikkust avaldada meetrite. tollide või mõne muu pikkusüksuse arvuga, keha raskust — naelade, kilogrammide või mõne teise kaalüksuse arvuga jne.

Öeldes, et keha pikkus on n meetrit, tõendame seega, et keha mõõdetav pikkus on n korda suurem kui meetri pikkus, s. t. n korda suurem, kui keha pikkuse mõõtmiseks tarvitatud pikkusüksus. Niisama on lugu, kui ütleme, et keha raskus on m kilogrammi; siis tähendab see, et keha raskus on m korda suurem kui kilogrammi raskus — m korda suurem teise keha kaalust, mida meie esimese keha kaalu mõõtmisel mõõtüksusena tarvitasime. Missugust füüsilist suurust me ka ei mõõdaks, ikka saame mõõtmise tagajärjena arvu, mis näitab mitu korda valitud mõõtüksus sisaldub mõõdetavas suuruses. Seda arvu nimetatakse füüsilise suuruse väärtuseks ehk mõõtarvuks. Üksteisega võib võrrelda ainult ühesuguseid füüsilisi suurusi, järjelikult tohib antud suuruse mõõtmiseks ka ainult temaga ühesugust üksust tarvitada: pikkust võib mõõta ainult pikkusega, ruumi — ruumiga, kaalu — kaaluga, kiirust kiirusega jne.

§ 6. **Pikkuste mõõtmine.** 1) Pikkusüksusena on üleüldiselt tarvitusele võetud meeter, mille pikkus aastal 1799 Prantsusmaal järgmiselt kindlaks määrati: meeter on üks 10-miljondik $\left(\frac{1}{10000000}\right)$ osa maakera veerandmeeridiaani pikkusest.

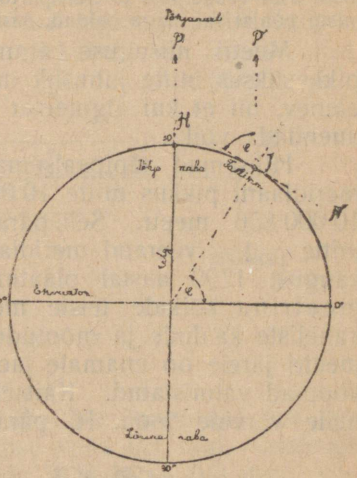
Geodeesia ehk maamõõtmise ülesanne veerandmeridiaani (põhja- või lõunanaba kaugus ekvaatorist) mõõtmisel lahendatakse järgmiselt. Meridiaan, nagu iga ringjoon, jagatakse 360 jakku ja iga niisugust jagu nim. kraadiks Kraadide arvu loetakse ekvaatorist põhja- ja lõunanaba poole.

Maapinna mingi koha kaugust ekvaatorist, avaldatud meridiaani kraadides, nim. koha geograafiliseks laiuseks.

Joonistusel 7 olgu kujutatud läbi Tallinna minev meeridiaan: Ringi. kaar ekvaatorist kunni Tallinnani, ehk, mis seda sama tähendab, nurk φ on $59^0{,}4$ Seega asub Tallinn $59^0{,}4$ põhja laiusel.

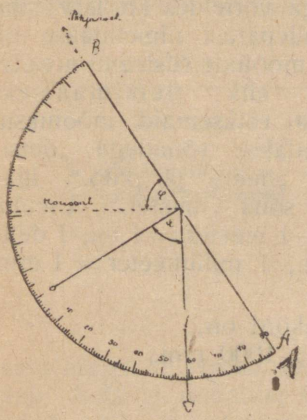
Koha geograafilist laiust võib järgmiselt mõõta. Maakera telje pikendusel asub maakerast väga kaugel kinnistäht Põhjanael, mille ümber näivad tiirlevat

kõik teised põhjataeva kinnistähed. Põhjanaela suure kauguse tõttu näeme teda maakera igast punktist maakera teljele paralleelses sihis. Kujutame läbi Tallinna horisontaalse tasapinna HH', siis on nurk HTP' võrdne nurgaga φ, sest mõlema nurga harud on vastastikku perpendikulaarsed. Nurk HTP' on naba kõrguseks Tallinna kohta. Naba kõrguse mõõtmiseks, kui leppida vähese täpipealsusega võib tarvitada kraadideks jaotatud poolringi ehk transportööri, mille keskkohta on kinnitatud lood 1 (joon. 8). Juhime me transportööri sirge serva AB Põhjanaela peale, siis näitab nurk φ naba kõrgust. On transportööri keskel O°, siis võime Tallinnas loodi nööri kohal lugeda 59°,4. Kusagil lõunapool asuvas paigas T^1 (joon. 9) leiame analoogiliselt nurga φ^1, mis naba kõrgust ehk paiga T^1 geograafilist laiust näitab.

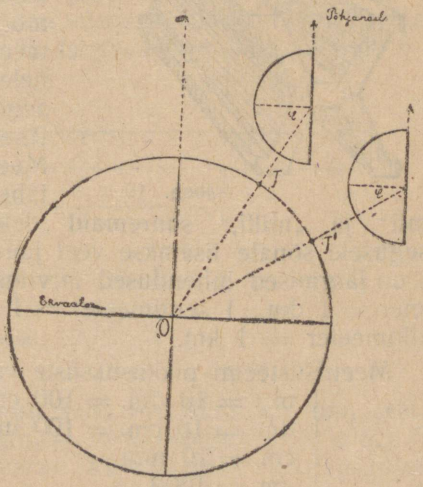


Joon. 7.

Valime nüüd omale kaks paika ühel ja samal meridiaanil, näiteks Tallinn ja Tori alev, ning mõõdame mõlemas paigas nabakõrgust, mis Toris on 58°,5. Nabakõrguste vahe, võrdne mõlema paiga geograafiliste laiuste vahega, on siis



Joon. 8.



Joon. 9.

59°,4 — 58°,5 = 0°,9, s. t. nurk TOT^1 (Tallinn — maakera keskkoht — Tori) on 0°,9. Kui me kaare pikkuse Tallinn—Tori ära mõõdaksime ja leiaksime, et ta 100000 meetrit on, siis võib sellest lihtsa arvestuse abil veerandmeridiaani pikkuse leida.

Kui 0°,9 vastab kaarepikkus 100000 meetr., siis vastab 90°-le kaarepikkus X meetr.

$$0^0,9 : 100000 = 90^0 : X \text{ ja}$$

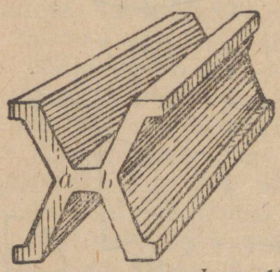
$$X = \frac{100000 \cdot 90^0}{0^0,9} = 10000000 \text{ meetr.}$$

Sel teel mõõtsid aastal 1792 Prantsuse õpetlased Méchant ja Délambre Dunkircheni ja Barcelona vahel kaare pikkust ja mõlema linna geograafilist

laiust, tarvitades endist Prantsuse mõõtu toaasi (raudlatt 6 jalga pikk). Muidugi mõista olid transportööri asemel palju täpipealsemad mõõduriistad, kus loodi aset vaaderpass ja transportööri serva aset pikksilm täitis. Nende mõõtmiste põhjal sai, nagu öeldud, aastal 1799 meetrimõõt kindlaks määratud.

Meetri niisuguse äramääramisega taheti kätte saada, et pikkusüksus mitte juhuslik mõõt ei oleks, vaid maakera ulatusest olenev, nii et kui algmeeter ka kaduma läheks, teda igal ajal uuendada võiks.

Hilisemad täpipealsemad mõõtmised näitasid, et veerandmeridiaani pikkus mitte 10 000 000 meetrit ei ole, vaid ligikaudu 10 000 856 meetr. Sellepärast lepiti kokku nimetada meetriks mitte $\frac{1}{10000000}$ veerand meridiaani pikkust, vaid kahe peene kriipsu kaugust 1799 aastal plaatinast tehtud varval, mida normaalmeetrina kõikide teiste meetrite võrdlemiseks Pariisis rahvusvaheliste kaalude ja mõõtude büroos alal hoitakse. Selle normaalmeetri järele on enamale jaole kultuurriikidele plaatin-iriidiumist koopiad valmistatud. Kaitseks vigastuste ja paendumise eest on neile varvule joon. 10 päraline kuju antud. Jaotusjooned on kantud n. n. neutraalsele kihile ab.



Joon. 10.

Mõõtmiste hõlbustamiseks tarvitatakse peale meetri veel teisi väiksemaid ja suuremaid mõõtüksusi; nende väärtus on meetriga võrreldes kordarv kümnele sellepärast nimetatakse niisugust mõõtude süsteemi meetriliseks ehk detsimaalseks. Meetrist väiksemaid mõõtüksusi tähendatakse sõnadega „detsi," „senti" ja „milli," suuremaid „deka," „hekto" ja „kilo." Igale niisugusele sõnale lisatakse veel juurde sõna „meeter." Üleüldiselt on järgmised lühendused tarvitusel: 1 meeter = 1 m., 1 detsimeeter = 1 dm., 1 sentimeeter = 1 cm., 1 millimeeter = 1 mm., 1 kilomeeter = 1 km.

Meetrisüsteemi pikkusüksuste vahekord on:

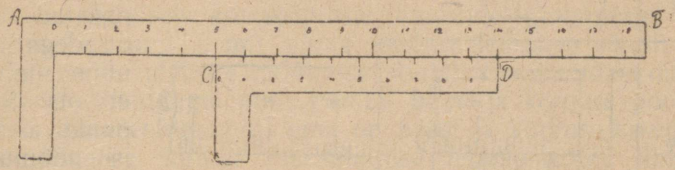
1 m. = 10 dm. = 100 cm. = 1000 mm.
1 dm. = 10 cm. = 100 mm.
1 cm. = 10 mm.
1 km. = 1000 m.

Pikkusüksust, mis on miljon korda meetrist väiksem, nim. mikrooniks; mikroonist tuhat korda väiksem on millimikroon. Seega on

1 m. = 1 000 000 μ (mikrooni)
1 μ = 1000 μμ (millimikrooni)

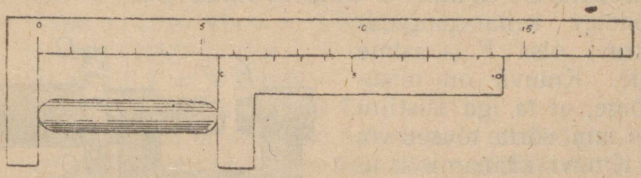
2) Pikkuste mõõtmiseks tarvitatakse skaalat joonlaua või lindi näol, mille peale on kantud jaotuskriipsud, harilikult millimeetrites. Skaala paigutatakse mõõdetava pikkuse kõrvale ja tähendatakse ära, mitmele jaotusele vastab mõõdetav pikkus.

Pikkuste täpipealsemaks mõõtmiseks tarvitatakse nooniust. Joonistusel 11 kujutab AB millimeeterskaalat, CD — nooniust. 9 mm pikkune noonius on 10-sse jakku jagatud; kahe kriipsu vahe on seega 0,9 mm, ehk 0,1 mm vähem kui 1 mm. Kui



Joon. 11.

skaala 5-es jaotoskriips ja nooniuse 0 ühte langevad, siis on skaala 6-da ja nooniuse 1-se jaotuskriipsu vahe 0,1 mm, vastavalt on 7-da ja 2-se vahe — 0,2 mm, 8-da ja 3-da — 0,3 mm. jne. Lükkame me nooniust vähe paremale poole, nii et näiteks skaala jaotuskriips 8 ja nooniuse jaotuskriips 3 ühte langevad, siis on teada, et noonius 0,3 mm võrra on edasi nihkunud. Keha K pikkuse mõõtmisel (joon. 12) langevad nooniuse kriips 6 ja



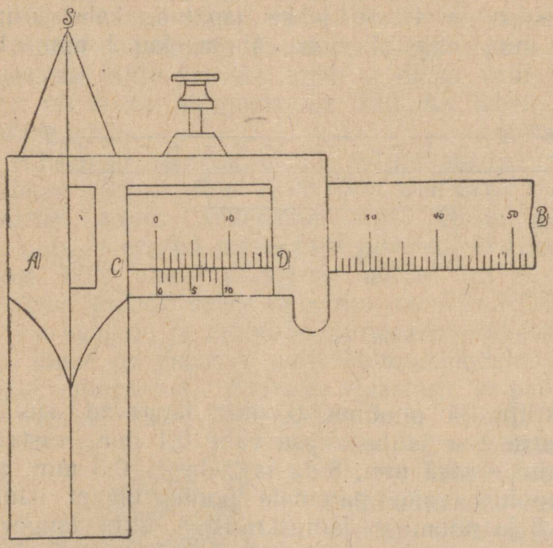
Joon. 12.

skaala kriips 11 kokku, seega on keha K pikkus 5,6 mm, sest et skaala 5-da ja nooniuse 0 kriipsu vahe võrdub 0,6 mm. Nii näitab siis mõõtmise juures kümnendik millimeetrite arvu selle nooniuskriipsu arv, mis skaala mistahes kriipsuga kõige paremini ühte langeb.

Tahame me keha pikkust täpilt kunni 0,01 mm mõõta, peaks noonius olema 99 mm pikk ja 100 jakku jagatud.

Nooniusega varustatud väga tarvitatav mõõduriist on varbsirkel. Skala külge on kinnitatud jalg A, nooniuse külge — jalg C, (joon. 13) mille vahele mõõtmise juures keha paigutatakse. Kui jalad üksteise küljes seisavad, siis langevad skaala ja nooniuse 0 kriipsud ühte. Kehade pikkuse mõõtmist toimetatakse siin

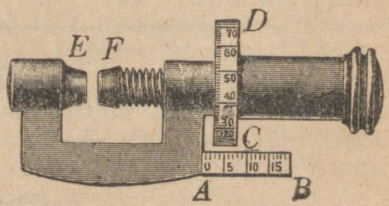
just niisama nagu meie seda nägime joonistuse 12 juures. Selleks, et täpilt ära mõõta kahe tasapinnal asuva punkti kaugust, on varbsirkel varustatud teravate otsadega S. Mõõtmine sünnib nii, et ots S ühte punkti asetatakse ja nooniust niikaua nihutatakse, kunni teine ots S teise punkti satub. Mõõtmise tagajärge loeme nagu harilikult: skaalal — täismillimeetrite, nooniusel kümnendikmillim. arvu.



Joon. 13.

Väga väikeste pikkuste täpipealseks mõõtmiseks tarvitatakse mikromeetrilist kruuvi ehk mikromeetrit.

Mõõdetav keha paigutatakse kruvi otsa F ja astme E vahele. Kruuvil on niisugune lõige, et ta iga täistiiru juures 1 mm võrra tõuseb või vajub. Kruuvi käänamisel ainult tiiru osa võrra tõuseb vôi langeb terve ots millimeetri vastava osa võrra. Tiiru osa suurust loetakse kruuvi külge kinnitatud rattal CD, mille ringjoon 100 jakku on jagatud, täistiirude ehk täismillimeetrite arvu aga paralleelselt kruuvile asetatud skaalal AB.



Joon. 14.

§ 7. **Pinna ja ruumi mõõtmine.** 1) Pinna mõõtmiseks tarvitatakse meetersüsteemis kvadraati, mille külg on meetriline pikkusüksus. Niisugused kvadraat- ehk pindüksused on: 1 kvadraatmeeter = 1 kvm (m^2), 1 kvadraatdetsimeeter = 1 kvdm (dm^2), 1 kvadraatsentimeeter = 1 kvcm (cm^2), 1 kvadraatmillimeeter = 1 kvmm (mm^2). Pindüksuste vahekorrad võrduvad vastavate pikkusüksuste teise astme vahekordadega. Nii on

1 kvm = 10^2 kvdm = 100^2 kvcm = 1000^2 kvmm, ehk
1 kvm = 100 kvdm = 10000 kvcm = 1000000 kvmm.

1 kvdm = 100 kvcm = 10 000 kvmm.
1 kvcm = 100 kvmm.
100 kvm = 1 ar = 1 a
1 hektar = 1 ha = 100 a = 10 000 kvm.

Ar on seega kvadraat, mille külg on 10 m; hektar on kvadraat, mille külg on 100 m.

Geomeetriliselt korrapäraliste figuuride (kolmnurga, paralleelogrammi, ringi j. m.) pinna suuruse leidmine sünnib arvestuse teel nende ulatuste mõõtmise põhjal. Geomeetriast on teada, et näiteks kolmnurga pind võrdub baasi ja kõrguse poole kasvatisega; paralleelogrammi oma on baasi ja kõrguse kasvatis jne. Mistaheskujulise figuuri pinnasuuruse leiame kõige lihtsamalt, kui me ta korrapärasteks figuurideks, harilikult kolmnurkadeks ja paralleelogrammideks, lahutame ja viimaste pinnad siis kokku arvame.

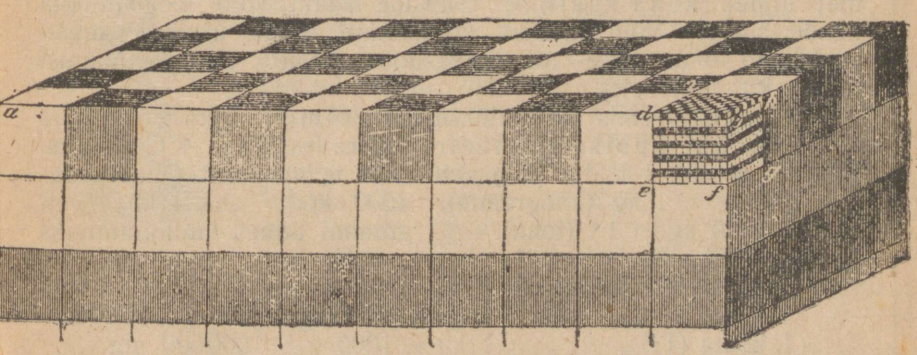
2) Keha ruumi mõõtmiseks tarvitatakse meetersüsteemis kubikut, mille serv on vastava süsteemi pikkusüksus. Niisugused ruumüksused on;

1 kubikmeeter = 1 kbm (m^3), 1 kubikdetsimeeter = 1 kbdm, $(dm)^3$ 1 kubiksentimeeter = 1 kbcm (cm^3), 1 kuubikmillimeeter = 1 kbmm (mm^3).

Ruumüksuste vahekorrad võrduvad vastavate pikkusüksuste kolmandate astete vahekordadega. Nii on

1 kbm = 10^3 kbdm = 100^3 kbcm = 1000^3 kbmm, ehk
1 kbm = 1000 kbdm = 1 000 000 kbcm = 1 000 000 000 kbmm.
1 kbdm = 1000 kbcm = 1 000 000 kbmm.
1 kbcm = 1000 kbmm.
1 liiter = 1 *l* = 1 kbdm.
1 hektoliiter = 1 hl = 100 *l*.

Ruumiüksustest tarvitatakse igapäevases elus kõige sagedamini kubikdetsimeetrit; mahtuvusmõõduna vedelikkude mõõtmiseks tarvitatuna nimet. teda liitriks.

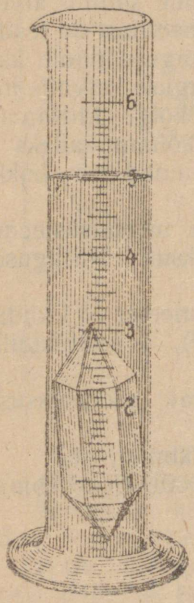


Joon. 15.

Joonistus 15 kujutab osa kubikdetsimeetrist, mis on jagatud kubiksentimeetriteks efghidb ja edasi kubikmillimeetriteks. Mõõt-

üksuste eelmisest jaotusest järgneb, nagu me seda ka joonistusest ülevaatlikult näeme, et iga pikkusüksus sisaldab 10, pindüksus 100 ja iga ruumüksus 1000 järgnevat väiksemat mõõtüksust.

3) Väiksemate kõvade kehade ruumi mõõtmiseks tarvitatakse mõõtklaasi ehk mensuuri, mis klaassilindert või ka koonust kujutab (joon. 16). Piki silindert on jaotuskriipsud, mis näitavad klaasi õõnsuse ruumi ehk mahtuvust, näiteks kub.-sentimeetrites, arvates põhjast kunni vastava kriipsuni. Valame mensuri kunni teatava jaotuskriipsuni vett ehk muud vedelikku, milles kõva keha ei sula, asetame vette mõõdetava keha ja vaatame mitme jaotuskriipsu võrra vedeliku pind seeläbi kerkib, s. t. kui palju vedeliku ja keha ruum kokku suurem on, kui vedeliku enese oma. Vedeliku pinna nüüdse ja eelmise kõrguse vahe annab mõõdetava keha ruumi mensuuri jaotustele vastavates ruumüksustes.



Joon. 16.

Geomeetriliselt korrapäraliste kehade ruumi võib nagu nende pindagi leida arvestamise teel keha ulatuste suurustest. Nii näiteks on täisnurkse paralleelopipeedi ruum võrdne tema pikkuse, laiuse ja kõrguse kasvatisega; kera ruum on $\frac{4}{3} \pi r^3$, kus π tähendab ringjoone ja ringiraadiuse vahekorda (3,14), r—kera raadiust.

§ 8. **Kaal ja kaalumine.** 1) Iga keha avaldab tungi maakera keskkohale läheneda ehk „maha langeda“, On langemine takistatud keha kindlale alusele paigutamise või nööri otsa riputamise läbi, siis avaldab keha aluse peale survet või nööri peale tõmmet. Seda survet või tõmmet nimet. keha kaaluks. Kehade kaalu võib seega mõõta nende survete või tõmmete võrdlemisel, mida üksikud kehad avaldavad oma aluse või riputusnööri peale. Kaalu mõõtmist nimet. kaalumiseks.

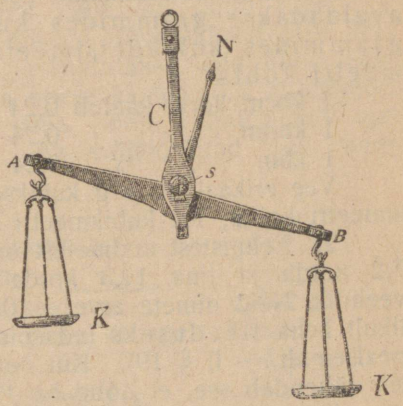
Meetersüsteemis on kaalüksuseks gramm. Üks gramm = = 1 g on ühe kubiksentimeetri puhtavee kaal 4°C juures. 1000 kbcm ehk 1 kbdm (1 *l*) vett sama temperatuuri juures kaalub 1000 g = 1 kg (kilogramm). 1000 kbdm ehk 1 kbm vett kaalub 1000 kg = 1 t (tonn). $\frac{1}{1000}$ grammi nimet. milligrammiks (1 mg). Nii siis:

1 kbmm vett kaalub 1 mg.
1 kbcm „ „ 1 g = 1000 mg.
1 kbdm (1 *l*) „ „ 1 kg = 1000 g = 1000000 mg.
1 kbm „ „ 1 t = 1000 kg = 1000000 g.

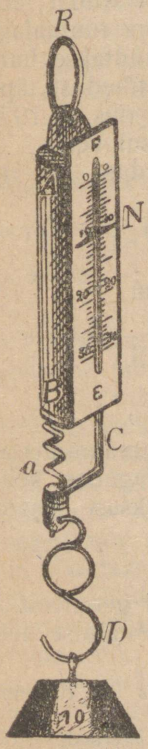
2) Keha kaalumiseks tarvitatakse kaalupomme, mis harilikult, 1 g kunni 500 g, on valmistatud valgevasest, suure-

mad aga malmist. Grammi murdosad tehtakse kas vasest või plaatinast.

Riista, mille abil kaalumist toimetatakse, hüütakse kaaluks. Igapäevases elus on tarvitusel kangkaalud ja vedrukaalud. Kangkaalu (joon. 17) peaosa kujutab kang AB, mille keskkoht on sharniri s abil kinnitatud hargi C külge. Kangi mõlemas otsas ripuvad nööridel kaalukausid K. Kangile on tema keskkoha külge perpendikulaarselt kinnitatud nool N. On kaalukausid tühjad, siis peab õige kaalu juures nool vertikaalselt seisma, s, t. nooli N siht peab hargi C omaga ühte langema, või — mis sedasama tähendab — kang AB peab horisontaalne olema. Kaalumisel asetatakse kaalutav keha ühte kaalukaussi, teise pannakse niipalju tuntud kaaluga pomme, et nool N vertikaalselt asendub. See sünnib siis, kui kaalutava keha surve ühe kaalukausi peale niisama suur on kui pommide surve teise peale, s. t. kui pommide kaal võrdub keha kaaluga.



Joon. 17.



Joon. 18.

Vedrukaalu peaosa on vedru a (joon. 18), mis ühe otsaga on kinnitatud õõnsilindri AB kaane A külge. Vedru alumise vabaotsa küljes on varb C, mille kõverdatud ots N võib skaala lauakese EF pilus üles-alla liikuda. Rõnga R käeshoidmisel ja konksu D otsa kaalupommi riputamisel venib vedru a välja, ning seda enam, mida raskem on pomm. Ühes vedru venimisega liigub varb C ja temaga ühendatud nool N alla poole. Mitmesuguseid tuntud kaaluga pomme konksu otsa pannes, märgime ära lauakesel EF iga kaalule vastava nooli seisukoha. Sarnasel teel leitud skaala abil võib vedrukaaluga igasugust keha kaaluda; nool N näitab skaalal EF konksu otsa riputatud keha otsitavat kaalu.

§ 9. **Erikaal ja tihedus.** 1) Võrdsete ruumidega kuid isesugustest ainetest (rauast, puust, korgist) valmistatud kehade kaalumisel leiame, et ühed neist on raskemad, teised kergemad. Nii

näiteks kaalub 1 kbcm rauda 7,2 g, 1 kbcm tammepuud — 1,15 g. Keha ruumüksuse kaalu nimetatakse tema erikaaluks.

Tundes ühe ruumüksuse kaalu, võib kergesti iga teise ruumüksuse oma leida. Kui 1 kbcm hõbedat kaalub 10,5 g, siis kaalub 1 kbdm = 1000 kbcm — 1000. 10,5 g = 10,5 kg ja 1 kbm = 1000 kbdm kaalub 1000. 10,5 kg = 10,5 t. Erikaalu avaldadakse grammides kubiksentimeetri kohta, kilogrammides kubikdetsimeetri kohta ja tonnides kubikmeetri kohta:

1 kbcm korki kaalub	0,24 g	1 kbcm tina kaalub	11,3 g
1 kbdm „ „	0,24 kg	1 kbdm „ „	11,3 kg
1 kbm „ „	0,24 t	1 kbm „ „	11,3 t

Vee erikaal on 1 g kubiksentimeeetri kohta, 1 kg kubikdetsimeetri kohta, 1 t kubikmeetri kohta.

2) Eelmistest andmetest on näha, et kork 0,24 korda, raud 7,2 korda ja tina 11,3 korda raskem on kui sama ruumalaga veehulk. Neid nimeta arve — 0,24, 7,2, 11,3 — hüütakse harilikult keha tiheduseks (edaspidi defineerime keha tiheduse täpipealsemalt — II § 19). Kui öeldakse, et hõbeda tihedus on 10.5, siis tähendab see, et hõbe on 10,5 korda tihedam kui vesi.

Tähendab e mingi keha erikaalu, D tema tihedust, γ — vee erikaalu, siis on keha erikaal $e = D\gamma$

Tsingi tihedus on näiteks 7, tema erikaal $e = D\gamma =$

$7.1\ \frac{g}{kbcm}$ (gramm kubiksentimeetri kohta) $= 7\ \frac{g}{kbcm}$; ehk $e =$

$7.1\ \frac{kg}{kbdm}$ (kilogramm kubikdetsimeetri kohta) $= 7\ \frac{kg}{kbdm}$; ehk $e =$

$7.1\ \frac{t}{kbm}$ (tonn kubikmeetri kohta) $= 7\ \frac{t}{kbm}$.

§ 10. **Erikaalu äramääramine.** Erikaalu äramääramiseks peab teada olema keha kaal G ja ruum-ala V. Jagades keha kaalu tema ruumüksuste arvuga, saame ühe ruumüksuse kaalu, ehk erikaalu, $e = \frac{G}{V}$

1) Korrapäralise kujuga kehad. On kehal geomeetriliselt korrapäraline kuju, siis leiame tema ruumi arvestamise teel ulatuste suurusest.

Näide: Prismalise keha kaal on G = 120 g; tema pikkus l = 100 mm, laius b = 30 mm ja paksus d = 20 m. Keha ruum on siis

V = l. b. d. = 100. 30. 20 = 60000 kbmm = 60 kbcm. ja erikaal

$$e = \frac{kaal}{ruum} = \frac{G}{V} = \frac{120\ g}{60\ kbcm} = 2$$ grammi kubiksentimeetri kohta.

Keha tihedus D = 2.

Keha tihedust võib ka otsekohe leida, kui keha kaal jagada ruumvõrdse veekogu kaaluga.

2) Mistahes kujulised kehad. Mistahes kujuliste kehade ruumi võib mõõta mensuuri abil, nagu me seda nägime § 7_2.

(joon. 16). Ruum-ala täpipealsemaks leidmiseks tarvitatakse tihti kaalumist. Seks otstarbeks võetakse lihvitud äärtega klaasnõu, mida tasapinnalise klaaskaanega tihedalt võib katta, täidetakse nõu ääreni veega, pannakse ülearuse vee kõrvaldamiseks kaas peale, pühitakse ta kuivaks kaalutakse nõu ühes kaanega ära. Nüüd võetakse kaas pealt ära ja paigutatakse mõõdetav keha nõusse; ta tõrjub sealt nii palju vett välja kui palju ruumi ta oma alla võtab. Kaane pealepanemisega eemaldatakse jälle üleliigne vesi, pühitakse nõu kuivaks ja kaalutakse teda ühes seesoleva kehaga uuesti. Tundes keha enese kaalu, võib kirjeldatud mõõtmiste põhjal kergesti leida keha poolt väljatõrjutud vee kaalu ja viimasest keha ruumi, sest väljatõrjutud vee ruum $= \frac{\text{tema kaal}}{\text{erikaal} = 1} =$ keha ruum-ala.

Arvestus on järgmine: Keha kaalugu	37,5 g.
Klaasnõu ühes veega kaalugu	212,5 g.
Keha kaal + klaasnõu ja vee kaal on	250,0 g.
Klaasnõu ühes veega ja sees oleva kehaga	225,0 g.
Väljatõrjutud veekaal on	25,0 g.

1 kbcm vett kaalub 1 g.

Seega on keha ruum = väljatõrjutud vee ruum = 25,0 kbcm.

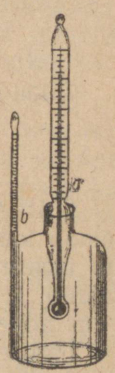
$$e = \frac{G}{V} = \frac{37{,}5 \text{ g}}{25{,}0 \text{ kbcm}} = 1{,}5 \frac{\text{g}}{\text{kbcm}}$$ (gramm kubiksentimeetri kohta).

$$D = \frac{37{,}5 \text{ g}}{25{,}0 \text{ g}} = 1{,}5.$$

Seda mõõtmise viisi võib ainult niisuguste kehade juures tarvitada, mis vees ei sula ja mille poorid on väiksed.

3) Vedelad kehad. Vedelate kehade erikaalu leidmiseks võib tarvitada eelmist klaasnõu. Täpipealsemaks mõõtmiseks tarvitatakse iseäralist klaaspudelikest, mida püknomeetriks nimetatakse (joon. 19). Läbi tema hoolsasti lihvitud klaaskorgi läheb nõusse harilikult termomeeter a. Püknomeeter täidetakse alguses veega, kunni vesi peenes torukeses kriipsuni b tõuseb; siis täidetakse ta sama kriipsuni mõõdetava vedelikuga. Tundes pudeli kaalu nii tühjalt kui ka mõlemate vedelikkudega täidetult, võib hõlpsasti välja arvata, mitu korda katsealune vedelik veest raskem on, sest pudeli täitmisel ühe ja sama kriipsuni b peavad mõlema vedeliku ruum-alad võrdsed olema. Elavhõbeda jaoks oleks arvestus näiteks järgmine:

Elavhõbedaga täidetud püknomeetri kaal	980,60 g.
Tühja püknomeetri kaal	26,24 g.
Püknomeetris oleva elavhõbeda kaal	954,36 g.
Veega täidetud püknomeetri kaal	96,62 g.
Tühja püknomeetri kaal	26,24 g.
Püknomeetris oleva vee kaal	70,38 g.



Joon. 19.

1 kbcm vett kaalub 1 g., s. t. vee, kui ka elavhõbeda ruum-ala on 70,38 kbcm. Elavhõbeda erikaal on seega

$$e = \frac{G}{V} = \frac{954{,}36\ g}{70{,}38\ kbcm} = 13{,}56\ \frac{g}{kbcm}$$

(gramm kubiksentimeetri kohta) ja tihedus $D = 13{,}56$.

Mõõtmine püknomeetriga sünnib seda täpipealsemalt, mida peenem on toruke b, sest seda täpipealsemalt leidub vedeliku ruumala.

§ 11. **Keha kaalu, ruumi ja erikaalu vahekord.** 1) Keha kaalu leiame, kui tema ruumüksuste arvu V kasvatame erikaaluga e, sest formulist $e = \frac{G}{V}$ (§ 10) järgneb

$$G = Ve.$$

Näited: 1. On kuusepuust laua pikkus $l = 5$ m, laius $b = 25$ cm. ja paksus $d = 15$ mm, siis on tema ruum

$$V = l\,b\,d = 500 \cdot 25 . 1{,}5 = 18750\ kbcm = 18{,}75\ kbdm.$$

Kui kuiva kuusepuu erikaal $e = 0{,}45\ \frac{kg}{kbdm}$, siis on laua kaal

$$G = V.e = 18{,}75\ kbdm.\ 0{,}45\ \frac{kg}{kbdm} = 8{,}438\ kg.$$

2. Palju kaalub 1 m vasktraati, kui ta jämedus on 1 mm ja vase erikaal $e = 8{,}9\ \frac{d}{kbcm}$?

$$V = \pi r^2 l = 3{,}14 . 0{,}5^2 . 1000 = 785\ kbmm = 0{,}785\ kbcm$$

$$G = 0{,}785\ kbcm\ .\ 8{,}9\ \frac{g}{kbcm} = 7\ g.$$

2) Keha ruumi leiame, kui tema kaalu jagame erikaaluga. See järgneb erikaalu formulist $e = \frac{G}{V}$:

$$V = \frac{G}{e}.$$

Näited: 1. Kui suur on vaadi mahutavus (sisemine ruumala) millesse 25 kg. petrooleumi mahub? Petrooleumi erikaal $e = 0{,}83\ \frac{kg}{kbdm}$.

$$V = \frac{G}{e} = \frac{25\ kg}{0{,}83\ \frac{kg}{kbdm}} = 30{,}15\ kbdm = 30{,}15\ l.$$

2. Kui suur on 1251 g hõbeda ruumala?

$$V = \frac{G}{e} = \frac{1251\ g}{10{,}5\ \frac{g}{kbcm}} = 120\ kbcm.$$

§ 12. **Füüsiliste suuruste nimetused.** Iga suuruse avaldus sisaldab kahte jagu: nimetust, mis näitab mõõtmise juures tarvitatut üksust ja mõõtarvu, mis näitab, mitu korda vastav üksus sisaldub antud suuruses. Viimases näites, $V = 120$ kbcm on kbcm nimetus ja 120 mõõtarv.

Inglise füüsiku Maxwell'i järele võime käsitada nimetusi kui algebralisi arve. Eelmised ülesanded kui ka alljärgnevad näited olgu selle käsitusviisi selgituseks.

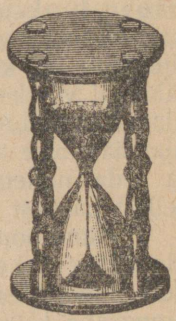
$$G = V.e. = kbcm \cdot \frac{g}{kbcm} = g; \quad G = V.e. = kbdm \cdot \frac{kg}{kbdm} = kg;$$

s. t. kbdm jagatud kbdm-ga annab 1; 1 kasvatatud kg-ga annab kg. Niisama

$$V = \frac{G}{e} = \frac{g}{\frac{g}{kbcm}} = kbcm; \quad V = \frac{G}{e} = \frac{kg}{\frac{kg}{kbdm}} = kbdm.$$

$$V = \frac{G}{e} = \frac{t}{\frac{t}{kbm}} = kbm.$$

§ 13. **Aeg.** 1) Igasugused keha muudatused tarvitavad aega. Aja suuruse üle otsustatakse selle järele, kui palju temast ära kulub mõne tuntud kehamuudatuse ehk sündmuse jaoks. Kui üks ja seesama sündmus näiteks 2 korda järjestikku kordub, siis on selge, et selleks kulutatud aeg ka 2 korda suurem on, kui üheainsa sündmuse jaoks tarvisminev aeg. Kahte ajaväldet nimetatakse võrdseteks, kui mõlemas neist avalduda võib üks ja seesama sündmus, või kehamuudatus.



Joon. 20.

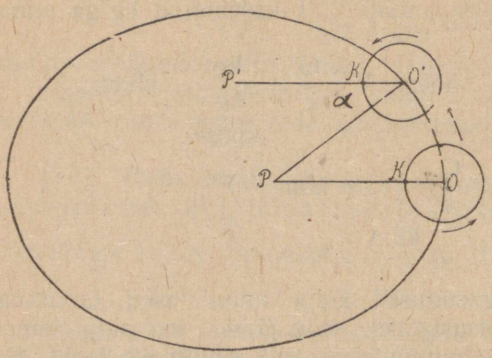
Joonistusel 20 on kujutatud liiva kell. Liiv jookseb pealmisest nõust alumisse, tarvitades selleks teatud aega. Liivakella ümberpööramisega kordub see sama sündmus. Arusaadavalt tarvitavad mõlemad sündmused ühepalju aega: need ajad on seega võrdsed.

Ühesuguselt korduvaks sündmuseks on meil maakera tiirlemine oma telje ümber; seda asjaolu kasutatakse aegüksuse äramääramiseks. Aegüksuseks on sekund, s. o. üks 86 400-dik osa päevast. Päev on aeg kahe järjelise keskpäeva vahel. Päev jagatakse 24 tunniks (-h), tund — 60 minutiks (-min) ja minut — 60 sekundiks (-sec). Aega mõõdetakse harilikult sekund-näitajaga varustatud kella abil.

2) Ajaväldet, milles maakera ühe täistiiru ümber oma telje teeb, nimetatakse tähepäevaks. Sellest lahkuminev on päiksepäev, s. o. aeg päikse kahe järjelise kulminatsiooni vahel, kus juures kulminatsiooni all mõistetakse päikse või tähe läbiminekut läbi vaatluskoha meridiaanpinna.

Kui maakera mitte edasi ei liiguks, siis vastaks päiksepäev täpipealt maakera tervele tiirule — 360°. Teatavasti aga liigub ta ellipsit mööda ümber päikse. Selle aja jooksul, kui maakera üks kord oma telje ümber pöördub, liigub tema tsentrum punktist O punkti O′ (joon. 21). Ühes maakeraga pöördub ka läbi vaatluskoha K tõmmatud vertikaaljoon OK ning asub ühe täistiiru järele

seisu O'P' paralleelselt seisule OKP. Asub maakera punktis O, siis on päike P koha K suhtes kulminatioonis. Punktis O' aga kulmineerib ta sama kohaga K alles siis, kui maakera veel nurga α võrra edasi pöördub. Punktis K seisev vaatleja näeb nii siis päikest uuesti vertikaaljoonele O'P tõusvat, mitte maakera 360°, vaid $360° + \alpha°$ pöördumise järele, s. t. päikse päeva jooksul pöördub maakera $360 + \alpha°$. Nurk α võrdub nurgaga O'PO, sellepärast oleneb ta suurus tee pikkusest OO', mille võrra maakera päeva jooksul päikse ümber edasi liigub. See pikkus, järjelikult ka päiksepäeva pikkus, muutub aasta jooksul: maakera edasiliikumine on kiirem või aeglasem, selle järele, kas ta päiksele lähemal või kaugemal viibib. Et niisugust päeva, mille vältus alatasa muutub, ei saa aegüksusena tarvitada, siis lepiti kokku, ajamääramise aluseks võtta keskmist päevapikkust aasta jooksul ja teda nimetada kodanlise aja päevaks. Üks 86400-dik osa sellest päevast on sekund (sec).



Joon. 21.

Astronoomid arvavad aega tähepäeva järele. Mis tahes kinnistähe kahe järgneva kulminatsiooni vahe vastab just maakera ühele täistiirule oma telje ümber, sest et isegi kõige lähema kinnistähe kaugus nii suur on, et maakera edasiliikumine päeva jooksul temaga võrreldes lõpmata väike on ja paraleelljooned OP ja O'P' kinnistähes kohtuvad, ning nurk $\alpha = PO'P'$ nulliks muutub. 1 kodanlise aja päev on 1,00274 tähepäeva, ~~1 tähepäeva~~, 1 tähepäev — 86164 sekundit.

§ 14. **Aggregaat-olekud.** Kehade juures võib tähelepanna kolmesugust olekut: kõva, vedelat ja gaasilist. Selle järgi jagatakse kõik kehad kolme liiki: kõvadeks kehadeks, vedelikkudeks ja gaasideks. Nende liikide vahe määrab ära takistuse suurus, mida kehad avaldavad oma ruum-ala ja kuju muutmisele.

1) **Kõvad kehad avaldavad suurt takistust oma ruumala ja kuju muutmisele.** Puutüki, kivi, raua ja teiste sarnaste kehade üksikud osakesed on üksteisega nii kindlalt ühendatud, et nende lahutamine, või paigalt nihutamine suuremat jõudu tarvitab. Selle tõttu on kõvadel kehadel kindel ruumala ja kuju.

2) **Vedelikud avaldavad suurt takistust ruumala muutmisele ja väikest takistust oma kuju muutmisele.** Vee, õli, piima jne. üksikud osakesed on kergelt liikuvad üks-teise suhtes, kuid hoi-

duvad ühesugusel kaugusel üks-teisest. Osakeste liikumisel muutub küll keha kuju, kuid hoidub alles tema ruumala. Vett, näiteks, võib ilma suurema takistuseta pudelist klaasi valada; ta omandab alati selle nõu kuju, millesse teda valatakse, hoiab aga selle juures alles oma ruum-ala. Vedelikkudel on seega kindel ruumala ja muutlik kuju.

3) **Gaasid avaldavad väikest takistust nii ruum-ala kui kuju muutmisele.** Õhu, valgustusgaasi, auru jne., osakesed ei ole üks-teisega üleüldse seotud, vaid avaldavad koguni tungi üksteisest kaugeneda ja võimalikult suurt ruumi täita. Gaasidel ei ole seega ei kindlat ruum-ala, ega kuju: nad omandavad alati oma nõu ruum-ala ja kuju.

Kehade kirjeldatud olekuid, mis on tingitud nende osakeste omavahelise siduvuse iseloomust, nimetatakse kehade aggregaat-olekuks.

Looduses ei ole nimetatud kolm aggregaat-olekut üksteisest alati teravalt lahutatud, kuna paljud kehad vahepealsetes olekutes viibivad. Nii näiteks avaldab „kõva keha“, tina, väga mõõdukat takistust kuju muutmisele; mõnesuguste vaikude nagu Kanaada balsami kohta on raske öelda, kas ta kõva või vedel on. Kõvasti tihestatud gaasid moodustavad vaheastme vedelate ja gaasiliste kehade vahel.

Teine jagu.

Mekaanika.

Peatükk I:

Üleüldine mekaanika.

§ 1. **Seletused.** Looduses näeme, et linnud lendavad, rongid sõidavad, inimesed käivad, vesi voolab jne. Nende nähtuste iseäraldus avaldub selles, et kehad oma asukohta ajajooksul muudavad, Keha asukoha muutumist nimetatakse liikumiseks, tema püsimist ühel ja samal kohal — paigalseismiseks.

Maakeral ei ole olemas ühtegi keha, mis täiesti paigal seisaks, sest iga keha võtab osa maakera liikumisest ümber telje ja ümber päikse. Selleks, et liikumise ja paigalseisu nähtusi hõlpsamini tundma õppida, käsitame neid nii, nagu sünniksid nad paigalseisval maapinnal.

Kehade liikumis- ja paigalseisu- (nende tasakaalu) õpetust nimetatakse mekaanikaks. Mekaanika erineb staatikaks ja dünaamikaks. Esimene käsitab kehade paigalseisu — ehk tasakaalu, teine — nende liikumist. Vedelate kehade mekaanikat hüütakse hüdromekaanikaks, gaasisarnaste kehade mekaanikat — aeromekaanikaks.

Liikuv keha muudab alatasa oma asukohta. Keha asukohtade ühendusjoont nimetatakse tema teeks. Sellejärele, kas tee on sirg- või kõverjooneline, nimetatakse liikumist sirgjooneliseks või kõverjooneliseks.

Niisugust liikumist, kus kõik kehajaod ühesuurust teed käivad, nimetatakse edasiliikumiseks ehk translatoorliikumiseks, eraldates viimasest seega tiirlemist ehk rotatsioonliikumist, kus kõik kehajaod mingi ühise telje ümber ringjoonelist teed käivad.

§ 2. **Ühtlane liikumine.** Liikumist, kus keha võrdsetel aegadel võrdsed teed ärakäib nimetatakse ühtlaseks. Looduses leidub harva liikumisi, mida võiks täiesti ühtlaseks nimetada. Ainult teatavates piirides võiksime mõningaid liikumisi, näiteks, täiel aurul tasast teed mööda sõitva rongi liikumist või jõe voolu tema ühetaolises osas, ühtlaseks lugeda.

Aegüksuses käidud teed nimetatakse keha kiiruseks. Selleks, et kiirust mõõta, peab teda võrdlema mõne kindla kiirusüksusega. Kiirusüksusena tarvitatakse niisuguse keha kiirust, mis ühtlaselt liikudes iga aegüksuse jooksul ühe pikkusüksuse võrra edasi liigub.

Kiirusüksus oleneb seega aegüksuse ja pikkusüksuse valikust. Füüsikas tarvitatakse harilikul aegüksusena sekundit ja pikkusüksusena — sentimeetrit. Seega oleks kiirusüksus niisuguse ühtlase liikumise kiirus, mille juures keha 1 sec. jooksul 1 cm. võrra edasi nihkub.

Kui ühtlaselt liikuv keha sekundis mitte 1 cm, vaid c cm edasi nihkub, siis on ta kiirus c kiirusüksust ehk lühendatult — c cm sekundis — $\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)$.

Et kiirusega c liikuv keha 1 sec jooksul c cm edasi nihkub, siis jõuab ta t sek. jooksul t korda kaugemale, s. t, t sek. jooksul käidud teepikus s on

$$s = ct, \qquad (1)$$

ehk tee = kiirus × aeg,

ühtlasel liikumisel käidud tee mõõtarv võrdub kiiruse mõõtarvuga, kasvatatud aja mõõtarvuga, ehk lühendatult: **„tee võrdub kiirusega, kasvatatud ajaga“.** Tundes formulis (1) kahte suurust, võime leida kolmanda. Nii on:

$$c = \frac{s}{t} \qquad (2)$$

s. t. kiiruse mõõtarv võrdub käidud tee mõõtarvuga, jagatud vastava aja mõõtarvuga ehk lühemalt: „kiirus võrdub teega, jagatud ajaga“ ja

$$t = \frac{s}{c} \qquad (3)$$

s. t. teatava tee ärakäimiseks kuluva aja mõõtarv võrdub tee mõõtarvuga, jagatud kiiruse mõõtarvuga, ehk lühemalt: „aeg võrdub teega, jagatud kiirusega. Peale nimetatud kiirusüksuse on sagedasti tarvitusel ka veel teisi. Näiteks tarvitatakse raudteel ilma erandita kiirusüksusena niisuguse ühtlase liikumise kiirust, kus keha iga tunni jooksul kilomeetri võrra edasi liigub. Seda üksust nimetatakse „kilomeeter tunnis“ $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$. Ruttuliikuvate kehade kiirust mõõdetakse harilikult üksusega „meeter sekundis“ $\left(\frac{\text{m}}{\text{sec}}\right)$, mis 100 korda suurem on, kui $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

Näited: 1. Kui raudteerongi kiirus on $12\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ (loe 12 meetrit sekundis), mitu km sõidab ta siis tunnis ära? Igas sekundis ligub rong 12 m edasi; tunni jooksul ärasõidetud tee on (formul 1)

$$s = c.\ t = 12\ \frac{\text{m}}{\text{sec}} .\ 3600\ \text{sec} = 43200\ \text{m} = 43{,}2\ \text{km}.$$

Selle asemel, et ütelda rongi kiirus on 12 $\frac{m}{sec}$, öeldakse: rongi kiirus on 43,2 $\frac{km}{h}$.

2. Valguse kiirus on 300 000 000 $\frac{m}{sec}$ ja maakera kaugus päiksest on 20 000 000 penikoormat (1 penikoorm = 7500 m.). Kui palju aega tarvitab valguskiir selle tee ärakäimiseks?

$$t = \frac{s}{c} = \frac{20\,000\,000 \cdot 7500}{300\,000\,000} = 500 \frac{m.\,sec}{m} = 500\ sec = 8\tfrac{1}{3}\ min.$$

3. Hoogratas, mille läbimõõt d = 3 m, teeb minutis 80 tiiru. Missuguse kiirusega liigub hoogratta perimeetril asuv punkt?

Ühe tiiru juures on punki tee $\pi d = 3{,}14 \cdot 3{,}0 = 9{,}42$ m; 80 tiiru järgi on ärakäidud tee $s = 80 \cdot 9{,}42 = 753{,}6$ m. ja kiirus c on

$$c = \frac{s}{t} = \frac{754{,}4\ m.}{60\ sec} = 12{,}56 \frac{m}{sec}$$

Allpool järgnevad mõned tähelepanemisväärt kiirused:

Hea jalakäija	1,6 m./sec.
Hobune sammu käies	1,1 „
Traavel	12 „
Kaubarong	12 „
Kiirrong	20 „
Pääsuke	35 „
Harilik tuul	3—10 „
Torm	30—50 „
Väiksekaliibrilise suurtüki kuul	600—700 „
Heli õhus	331 „
Valgus	300.000.000 „

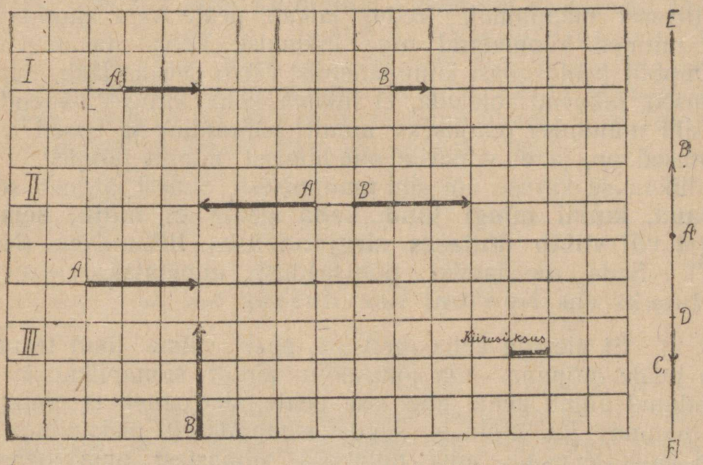
Kuna mõiste „kiirus“ kahest mõistest „tee“ ja „aeg“ on tuletatud, siis tekivad tema äramääramisel teatud raskused, mille tõttu harilikult umbkaudse või puuduliku definatsiooniga lepitakse. Harilik definatsioon „kiirus on tee ja aja mõõtarvude vahekord“ ei ole õige, sest kiirus ei ole mitte nimeta arv. Selle § algul antud definatsioon „aegüksuses käidud teed nimetatakse kiiruseks“ on küll lihtne, kuid loogiliselt puudulik, kuna siin kaks isesugust mõistet „tee“ ja „kiirus“ on sarnastatud.

Matemaatikas tarvitatakse mõistet „vahekord“ ainult ühenimeliste arvude jaoks. Niisuguste mõistete nagu „kiiruse“ täpipealseks definatsiooniks tekib vajadus matemaatilise „vahekorra“ mõistet füüsikas nii laiendada, et mõõtarvude vahekorrale juurdelisatakse üksuste nimetused, millega vahekorrad moodustavad suurused on mõõdetud (võrdle I § 12) sarnast laiendatud vahekorra mõistet nimetatakse „füüsiliseks vahekorraks“. Selles mõttes on õige definatsioon: Ühtlase liikumise kiiruseks nimetatakse tee (s cm) ja aja (t sec) vahekorda $\left(\frac{s.\,cm}{t.\,sec}\right)$.

§ 3. **Vektorid. Kiiruste graafiline kujutamine.** On meil kahe ühtlaselt liikuva keha kohta teada, et nende kiirused täiesti ühesuurused on, siis ei tähenda see veel, et ka nende liikumised täiesti ühesugused on, sest nad võivad liikuda iga üks ise sihis. Liikumist iseloomustab seega peale kiiruse veel liikumise siht. Viimast võime äratähendada, andes kiirusele teatud sihi sest et liikumise siht alati ühte langeb kiiruse omaga. Seega saab kiirus niisuguseks suuruseks, mis avaldub mitte ainult arvu

liselt, vaid ka sihiliselt. Neid suurusi nimetatakse vektoriaalsuurusteks ehk lühidalt vektoriteks, vastandiks harilikkudele suurustele (näiteks, ruumala), millel ei ole sihti.

Vektori kujutatakse graafiliselt nooliga, mille siht näitab vektori sihti ja mille pikkus on proportsionaalne vektori mõõtarvuga.



Joon. 22.

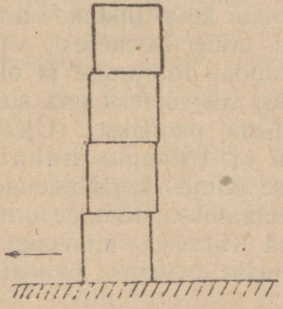
Joonistus 22 kujutab I juhusel ühesuguses sihis liikuvate kehade A ja B kiirusi, kusjuures keha A kiirus on 2 korda suurem kui keha B oma; II juhusel on kiirustel A ja B vastupidised sihid ja A kiirus on $1^1/_2$ korda suurem, kui B kiirus; III juhusel on A ja B kiirused ühesuurused, kuid üksteisele perpendikulaarsed, s. t. et keha A liigub horisontaalselt paremale poole, kuna keha B niisama kiirelt alt üles liigub.

§ 4. **Inertsus.** 1) Paigalseisev keha, näiteks kera põrandal, jääb niikauaks paigale, kunni mingi väline mõju, tõuge, teda liikuma ei pane. Tõuke tagajärjel hakkab kera liikuma ning jääb mõne aja pärast jälle seisma, kuid mitte iseenesest, vaid jällegi väliste põhjuste, näiteks vastu põrandat hõõrumise ja õhu takistuse mõjul; kui neid takistusi ei oleks, siis veereks kera sirgjooneliselt nii kaua edasi, kunni ta seisma pannakse. Ükski keha ei või ilma välise põhjuseta ei liikuma hakata, ega liikumist lõpetada, s. t. ilma välise põhjuseta jääb kehade seisukord (paigalseis või liikumine) muutumatuks. Kehade omadust senisse seisukorda jääda, milles nad viibivad, nimetatakse inertsuseks. Keha seisukorra muutmise põhjust nimetatakse jõuks.

Et paigalseisev keha iseenesest liikuma ei saa hakata, on ilma mingita arusaadav. Raskem on aga otsusele jõuda, et ka

liikuv keha oma liikumist ilma välise põhjuseta muuta ega lõpetada ei või, vaid teda jätkama peab ühtlaselt ja sirgjooneliselt kunni lõpmatuseni. Looduses ei leidu ühtegi keha, mis välistest mõjudest täiesti vaba oleks, kuid vaatlemised õpetavad, et tõugatud keha liikumine seda kauem alal hoidub, mida väiksemad on liikumise takistused. Nii veereb tõugatud kera marmorist alusel, kus hõõrumistakistus võrdlemisi väike, palju kauemat aega kui liivasel maapinnal. Vedur jatkab peale auru kinnipanemist veel mitmed kilomeetrid oma liikumist, kuna maanteel sõitev automobiil peale gaasi kinnipanemist varsti seisma jääb. Sarnased nähtused lubavad oletada, et liikuva keha kiiruse vähendamise või sihi muutmise põhjuseks ainult hõõrumine ja teised välised takistused on, ja et viimaste puudumisel mingit põhjust ei võiks olla liikumise kiiruse või sihi muutmiseks. Sellest järgneb seadus: **Niikaua, kunni mingi jõud keha peale ei mõju, seisab ta paigal või viibib ühtlases sirgjoonelises liikumises** (Newton 1687). Seda mekaanika põhiseadust nimetatakse inertsuse seaduseks ehk Newtoni I seaduseks.

2) Et ületada keha inertsust, peab väline jõud teatud aja keha peale mõjuma. On jõu mõju ainult silmapilkne ja on ta koondatud ainult keha ühe osa peale, siis paneb ta ainult selle osa liikuma: jõu mõju ei suuda silmapilkselt ülekanduda keha kõigi jaokeste peale, mille tõttu osa viimastest oma inertsoleku alal hoiavad ning endisse seisukorda jäävad. Seda asjaolu tõestavad mitmesugused nähtused: Kui me pikkamisi kepiga vastu aknaklaasi surume, siis purustub viimane täiesti; laseme aga temast püssikuuli läbi, siis tekib klaasis ainult kuuli suurune auk. Väikse sõrmega võime ukse liikuma panna, püssikuul aga tungib temast läbi, ilma et uks paigast liiguks. Kui me lastemängu ehituskubikud sambaks üksteise otsa laome ja joonlauaga pikkamisi alumist kubikut tõukame, siis liigub terve sammas, anname me aga alumise kubiku pihta järsu hoobi, siis paiskub ta üksi minema, kuna teised kubikud sambana peaaegu samale kohale äralöödud kubiku võrra madalamale langevad (joon. 23).



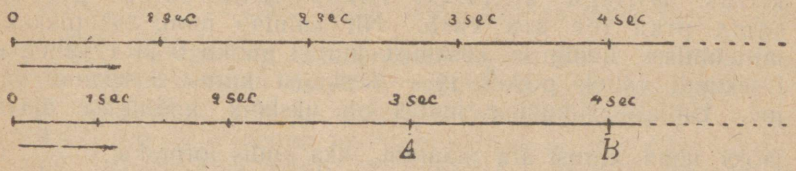
Joon. 23.

Ka liikuvate kehade inertsust avaldavad mitmesugused nähtused igapäevasest elust: Järsku kinnipeetud vankris kalduvad temas istujad ettepoole, sest et ülemised kehaosad inertsi mõjul ka siis veel liikumist jätkavad, kui jalad ühes vankriga juba seisma on jäänud. Kiirelt liikuvas vankris võib niisama palli pilduda nagu seisvaski, sest et ülestõusmise ja mahalangemise ajal liigub pall inertsuse tõttu vankriga ühes edasi; tänavali

vaatlejale paistab pall längu ülestõusvat ja mahalangevat, kuna vankrisistujate nähes see vertikaaljoonel sünnib.

Kirvest võib seega varre otsa kinnitada, et me varre otsa kõvasti kivi või muud kõva asja vastu lööme: põrgates vastu kivi, jääb vars järsku seisma kuna kirves inertsi mõjul veel edasi liigub ja seega kindlamini varre otsa kinnitub.

§ 5. **Mitteühtlane liikumine, keskmine ja tõeline kiirus.** 1) Kui keha võrdsetel aegadel mittevõrdsed teed ärakäib, siis hüütakse tema liikumist mitteühtlaseks. Mitteühtlane on näiteks raudteerongi liikumine, kui ta jaamast välja sõites ikka kiiremini ja kiiremini liikuma hakkab, või kui tema liikumine jaama jõudmisel ikka aeglasemaks jääb.



Joon. 24ª ja 24ᵇ.

Ühtlase ja mitteühtlase liikumise iseloomu võime võrrelda joonistustel 24ª ja 24ᵇ kujutatud skeemidel. Joonlõigud $\overline{01}$, $\overline{12}$, $\overline{23}$, jne. kujutavad ühe sekundi jooksul ärakäidud teed, numbrid 0, 1, 2, 3 jne. sekundite arvu. Esimesel juhusel (joon. 24ª) on sekundi jooksul ärakäidud teed võrdsed, järjelikult on liikumine ühtlane ja tema kiirus igal ajal ühesuurune. Teisel juhusel (joon. 24ᵇ) on need teed mittevõrdsed, seega on liikumine mitteühtlane; skeemil kujutatud juhusel peab keha seda kiiremini liikuma, mida kaugemale ta jõuab algpunktist O.

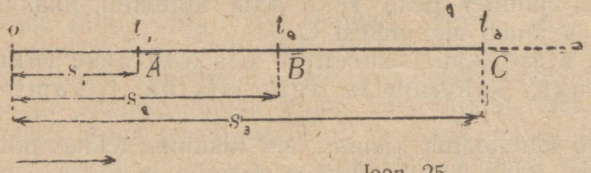
Kui kiirus ajajooksul suureneb, siis hüütakse liikumist kiirendatuks, väheneb ta aga, siis on liikumine aeglastatud.

Keha hakkab kiirendatult liikuma, kui liikumist tekitav põhjus, — jõud, — teda mitte ainult alguses liikuma ei tõuka, vaid kogu liikumise aeg tema peale mõjub. Kujutame enesele ette, et joon. 24ᵇ näidatud liikumisel nimetatud jõud kunni punktini B keha peale mõjub ja siis kõrvaldub: liikumise kiirus kasvab kunni punktini B, seal vabaneb keha kõigist jõududest ja liigub järjelikult siis ainult inertsi tõttu ühtlaselt edasi, nimelt sama kiirusega, millega ta läbi punkti B liikus. Vabaneks keha tema peale mõjuvatest jõududest punktis A, siis liiguks ta juba sealt saadik ühtlaselt edasi, tema kiirus aga oleks siis väiksem ja võrduks sellega, millega keha läbi punkti A liikus. Mitteühtlase liikumise kiiruseks antud punktis hüütakse seda kiirust, millega keha sealt algades ühtlaselt edasi hakkaks liikuma, kui keha peale mõjuvad jõud samas punktis kõrvalduksid.

2) Kui oletada, et joonistusel 24ᵇ kujutatud mitteühtlase liikumise asemel keha esimese sekundi jooksul ühtlaselt liikudes tee $\overline{01}$ ära käiks, et tema kiirus punktis 1 järsku hüppega tõuseks, nii et keha II sekundi jooksul, — jällegi ühtlaselt liikudes, — pikema tee $\overline{23}$ edasi liiguks jne., siis jõuaks keha 4 sekundi järele, samuti nagu mitteühtlaselt liikuv kehagi, — punkti 4.

Formuli $c = \frac{s}{t}$ järele kujutavad pikkused $\overline{01}$, $\overline{12}$, $\overline{23}$ jne. ühtlaselt liikuva keha kiirust I, II, III jne. sekundi vältel; mitteühtlasel liikumisel hüütakse neid kiirusi keskmiseks kiiruseks I, II, III jne. sekundi vältel. Mitteühtlase liikumise keskmine kiirus antud aja vältel on järjelikult niisugune kiirus, millega ühtlaselt liikuv keha samal ajavältel sama pika tee ära käib. Nii kujutab joon. 24ᵇ pikkus $\overline{01}$ mitteühtlase liikumise keskmist kiirust punkti 0 ja 1 vahel, ehk I sekundi vältel, pikkus $\overline{12}$ — keskmist kiirust II sekundi vältel jne. Ühtlase liikumise juures oli ükskõik, missuguse ajavälte jaoks tema kiirust ära määrata, ikka andis formul $c = \frac{s}{t}$ ühe ja sama suuruse. Mitteühtlasel liikumisel aga kaotab eelmine formul oma otsekohese tähenduse, kuna ta iga ajavälte jaoks isesuguse väärtuse annab, sellejärgi, kas keskmise kiiruse ära määramiseks valitud ajavälde on varasem või hilisem, suurem või väiksem.

Jõudku punktist O (joon. 25) mitte ühtlaselt liikuma hakkav keha t_1 sekundi järele punkti A, mille kaugus liikumise algusest on s_1, t_2 sekundi järele aga punkti B, kaugusel s_2. Keha kesk-



Joon. 25.

mine kiirus punktide A ja B vahel, ehk aja $t_2 - t_1$ vältel võrdub siis niisuguse ühtlase liikumise kiirusega, millega keha aja $t_2 - t_1$ jooksul ära käib tee $s_2 - s_1$, s. t.

$$c_1 = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

Mõistagi ei võrdu mõne teise ajavälte $t_3 - t_2$ jaoks leitud keskmine kiirus $c_2 = \frac{s_3 - s_2}{t_3 - t_2}$ eelmise kiirusega c_1; jällegi isesugune on ajavälte $t_3 - t_1$ jaoks leitud kiirus $c_3 = \frac{s_3 - s_1}{t_3 - t_1}$ jne.

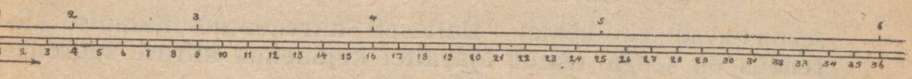
3) Kuna mitteühtlase liikumise kiirus isegi üksiku sekundi jooksul muutub, siis on keskmine kiirus sekundi esimesel pool

hoopis teine kui sekundi teisel poolel, sekundi esimese veerandi jaoks jällegi teine kui teise veerandi jaoks jne. Kuid nende keskmiste kiiruste vahe väheneb seda enam, mida väiksemad on valitud sekundiosad. Nii näiteks lähevad sekundi esimese sajandiku ja teise sajandiku jaoks leitud keskmised kiirused üksteisest palju vähem lahku kui sekundi esimese poole ja teise poole omad. Ajavälte vähendamisega kunni lõpmatu lühikese silmapilguni ligineb keskmine kiirus teatud piirväärtusele, mida nimetatakse mitteühtlase liikumise tõeliseks kiiruseks vaadeldud silmapilgul.

Matemaatiliselt võib tõelist kiirust järgmiselt äramäärata: ajavältel $t_2 - t_1$ (joon. 25) on keskmine kiirus A ja B vahel $c_1 = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$. Leitud kiirus võib kaugelt lahku minna sellest kiirusest, millega keha tõepoolest liigub läbi punkti B. Kuid mida lähemale asub punkt A punktile B, ehk mida väiksemaks saab ajavälde $t_2 - t_1$ ja temale vastav tee pikkus $s_2 - s_1$, seda väiksem on vahe leitud keskmise kiiruse c_1 ja tõelise kiiruse v vahel, millega keha liigub läbi punkti B. Asub A lõpmata lähedal punktile B, siis läheb keskmine kiirus $c = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ lõpmata vähe lahku tõelisest kiirusest punktis B. Vahekord $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ läheneb seejuures teatud piirile, mis kujutab liikumise tõelist kiirust punktis B, ehk silmapilgul t_2. **Tõeline kiirus teatud silmapilgul on piir, millele läheneb keskmine kiirus, kui ajavälde läheneb nullile.** $v = \lim_{t_2 = t_1} \left(\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \right)$

§ 6. **Ühtlaselt kiirendatud liikumine.** 1) Kiirendatud liikumise erijuhuseks on n. n. ühtlaselt kiirendatud liikumine, kus kiirus aegüksuse vältel alati ühevõrra suureneb. Kiiruse suurenemist aegüksuses nimetatakse kiirenduseks. Teda tähendatakse harilikult tähega p.

Ühtlaselt kiirendatud liikumist võib kujutada näiteks raudteerongi väljasõit jaamast. Kujutame omale ette, et väljasõidu



Joon. 26.

silmapilgust peale kantakse tagumiselt platformilt iga sekundi lõpul pintsliga värvimärk roopa peale. Tähendagu joonistusel 26 pealmised arvud 0,1,2,3,4 jne. nimetatud märke, siis leiame pärastisel mõõtmisel, et pikkused algpunktist kunni märki-

deni 1,2,3,4..... on näiteks vastavalt 1, 4, 9, 16..... meetrit; üksikute sekundite vältel ärakäidud teed on siis 1, 3, 5, 7, 9 jne. meetrit, s. t. ärakäidud tee pikkused suurenevad iga sekundi jooksul alati 2 m võrra. Nagu lähemad juurdlused näitavad, peavad sarnasel juhusel rongi kiirused punktides 1, 2, 3, 4 .... ikka 2 $\frac{m}{sec}$ suurenema, s. t. kiirendus on käesoleval näitel 2 m sekundis. See suurus on konstant, järjelikult on liikumine ühtlaselt kiirendatud. Kui auru jõud rongile niiviisi igas sekundis 2 m võrra kiirust juure lisab, siis jõuab rong 5 sekundi pärast normaalsele kiirusele 10 m sekundis, ehk 36 km tunnis. Kui rong punktist 5 peale ilma õõrumiseta ja ilma aurujõuta inertsi tõttu edasi liiguks, siis oleks tema liikumine ühtlane, kiirusega 10 m sekundis.

On arusaadav, et ühtlaselt kiirendatud liikumine ainult siis aset leiab, kui auru jõud algusest peale ühesuuruseks (konstandiks) jääb. Selle jõu suurendamisel või vähendamisel ei jää kiirendus mitte enam konstandiks, nagu eelmisel juhusel (2 m sekundis) vaid ta suureneb või väheneb. Sel moel tekib mitteühtlaselt kiirendatud või aeglastatud liikumine.

2) Tähendagu v_1, v_2, v_3, v_4..... tõelist kiirust vastavalt silmapilkudele $t = 1, 2, 3, 4$..... sec, siis on ühtlaselt kiirendatud liikumise puhul vahed $v_2 - v_1$, $v_3 - v_2$, $v_4 - v_3$ jne. võrdsed, s. t. kiiruse suurenemine aegüksuse vältel jääb konstandiks liikumise lõpuni. Kiiruse rutulisemat või aeglasemat suurenemist iseloomustab kiirendus p; tema mõõduks on kiiruse suurenemine aegüksuse vältel. Suureneb kiirus aga $t_2 - t_1$ jooksul $v_2 - v_1$ $\frac{cm}{sec}$ võrra, siis on kiirendus $p = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \frac{\frac{cm}{sec}}{sec} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \frac{cm}{sec^2}$.

Olgu näiteks ühtlaselt kiirendatud liikumisel 15-al sekundil lõppkiirus 25 $\frac{cm}{sec}$ ja 18-al sekundil — 34 $\frac{cm}{sek}$; niisugusel korral on kiirendus

$$p = \frac{(34 - 25)\frac{cm}{sec}}{(18 - 15)\,sec} = 3\,\frac{cm}{sec \,.\, sec} = 3\,\frac{cm}{sec^2}$$ (loe 3 cm sekund-kvadraadi kohta). **Ühtlaselt kiirendatud liikumise kiirendus on seega teatud ajavältel kujunenud kiiruse suurenemise ja selle ajavälte vahekord.**

3) Kiiruse äramääramiseks teatud ajavälte t lõpuks kujutame ette, et 1 sec on jagatud n väga lühikeseks ajavälteks τ, ni et $\tau = \frac{1}{n}$ sec. Siis võib ilma suurema veata lugeda liikumis igal niisugusel ajavältel τ — ühtlaseks. Suurenegu aga aja τ jook

sul alguses paigalseisva keha kiirus ω $\frac{cm}{sec}$-ni. Esimese ajavälte τ lõpuks on siis kiirus ω. Tehtud oletuse järele võime ilma tuntava veata ettekujutada, et keha kogu ajavälte τ jooksul ühtlaselt sama kiirusega ω liigub. Teisel ajavältel τ hoiab keha inertsi tõttu kiiruse ω alal ja omandab jõu mõjul ühtlasi veel sama suure kiiruse ω juurde; seega on tema kiiras teisel vältel τ juba 2 ω. Niiviisi leiame, et 3-da, 4-da ja ..... n-da ajavälte τ lõpul on keha kiirus 3ω, 4ω ..... $n\omega$. Nii siis, $n\tau = 1$ sec lõpuks on keha kiirus $n\omega$, s. t. 1 sec jooksul on kiirus kasvanud 0 kuni $n\omega$-ni. Kuna aga kiiruse kasvamine 1 sec jooksul kiirendust p kujutab, siis on $n\omega = p$, ning keha lõppkiirus 1 sec jooksul $v_1 = p$. Korrates eelmist arutust 2-se, 3-da ..... sekundi kohta, leiame, et vastavad lõppkiirused on: $v_2 = 2p$, $v_3 = 3p$... üleüldse

$$v = pt. \qquad (4)$$

4) Aja t jooksul ärakäidud tee pikkuse äramääramiseks tuleb leida igal ajavältel τ ärakäidud teed ja viimased siis summeerida. Esimesel ajavältel τ on kiirus ω ja keha nihkub ühtlasel liikumisel $\omega\tau$ võrra edasi (form. 1). Teisel ajavältel τ on kiirus 2ω ja käidud tee $2\omega\tau$, 3-dal — $3\omega\tau$ jne. Kuna 1 sec eneses n ajavältet τ sisaldab, siis on neid t sekundis — nt. Ajavältel t ärakäidud tee pikkus võrdub seega nt üksiku tee summaga, mille pikkused nagu nägime on $\omega\tau$., $2\omega\tau$, $3\omega\tau$..... $nt\omega\tau$:

$$s = \omega\tau + 2\omega\tau + 3\omega\tau .... + nt\omega\tau, \text{ ehk}$$
$$s = \omega\tau\,(1 + 2 + 3 .... + nt).$$

Klambrites on aritmeetiline progressioon, mille liigete summa on $\frac{1 + nt}{2}$. nt; $1 + nt$ asemele võime võtta $n\left(\frac{1}{n} + t\right)$ siis on

$$s = \omega\tau \cdot \frac{n}{2}\left(\frac{1}{n} + t\right) nt.$$

Kuid $\tau = \frac{1}{n}$, seega

$$s = \omega \cdot \frac{n}{2} \cdot t\left(\frac{1}{n} + t\right)$$

Pannes ωn asemele tema väärtuse p, saame

$$s = \frac{p}{2}\, t\left(\frac{1}{n} + t\right)$$

$\frac{1}{n} = \tau$ lõpmatul vähenemisel on tema piirväärtus o, ja

$$s = \frac{1}{2}\, pt^2 \qquad (5)$$

5) Võib juhtuda, et alguses ühtlaselt liikuv keha mõningast silmapilgust peale omandab konstandi jõu mõjul ühtlaselt kiirendatud liikumise. Sel juhusel on kehal kiirendatud liikumise algul juba olemas teatud algkiirus c. Liikumise lõppkiirus

aja jooksul t võrdub nüüd inertsi tagajärjel alalhoitud algkiiruse ja jõu mõjul omandatud lisakiiruse summaga. Viimane on formuli (4) järgi pt. seega on

$$v = c + pt \qquad (6)$$

Aja t jooksul ärakäidud tee võrdub nende teede summaga, mida keha mõlema nimetatud kiirusega üksikult ära käiks. Esimene tee on ct, teine $\frac{p}{2} t^2$. Järjelikult on

$$s = ct + \frac{1}{2} pt^2 \qquad (7)$$

§ 7. 1) **Ühtlaselt aeglastatud liikumine** on niisugune liikumine, kus kiirus aegüksuse vältel alati ühevõrra väheneb. Kiiruse vähenemist aegüksuses nimetatakse aeglastuseks. Ühtlaselt aeglastatud liikumine sünnib siis, kui ühtlaselt liikuva keha peale hakkab mõjuma liikumise sihile vastupidine konstant jõud. Kui näiteks sõitval veduril aur kinni panna, siis liigub ta veel mõnda aega ühtlaselt aeglastatult, kunni ta viimaks seisma jääb. Liikumisele vastupidises sihis mõjuvaks jõuks on siin hõõrumis- ja õhutakistus.

2) Kui keha algkiirus c iga sekundi jooksul p $\frac{cm}{sec}$ võrra väheneb, siis väheneb ta t sec jooksul pt võrra, seega on keha kiirus t sec lõpul

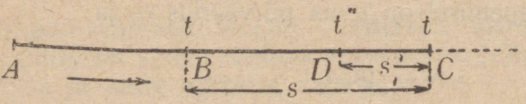
$$v = c - pt \qquad (8)$$

Konstandi algkiirusega c käiks keha t sec jooksul tee ct ära. Aeglastuse tõttu väheneb keha kiirus igas sekundis p võrra. Formuli (5) järele väheneb siis t sec jooksul käidud tee $\frac{1}{2} pt^2$ võrra, seega on ühtlaselt aeglastatud liikumisel käidud tee

$$s = ct - \tfrac{1}{2} pt^2 \qquad (9)$$

Ühtlaselt kiirendatud liikumise formulid (6 ja 7) ning leitud formulid (8 ja 9) eralduvad üksteisest ainult p ees seisva märgi läbi. Pannes esimestesse p asemele — p, saame ühtlaselt aeglastatud liikumise formulid (8 ja 9).

§ 8. **Keskmine ja tõeline kiirendus (aeglastus).** Üleüldisel juhusel ei suurene mitteühtlase liikumise kiirus võrdsetel aegadel mitte ühepalju. Sel puhul võib, niisama nagu keskmise ja tõelise kiiruse jaokski, tarvitada keskmise ja tõelise kiirenduse mõistet. On tõeline kiirus silmapilkudele t ja t′ vastavates punktides B ja C (joon. 27) v ja v′, siis moodustab vahekord



Joon. 27.

$p = \frac{v' - v}{t' - t}$ keskmist kiirendust ajavältel $t' - t$. Ta kujutab niisuguse ühtlaselt kiirendatud liikumise kiirendust, kus keha ajal $t' - t$ ärakäib tee $BC = s$, kuna kiirus selle juures suurusest v kunni suuruseni v′ kasvab.

Mingisugusel teisel ajavältel, $t' - t''$, kus keha pikkuse $DC = s'$ võrra edasi nihkub, saame mingisuguse teise keskmise kiirenduse $p_2 = \frac{v' - v''}{t' - t''}$, mis ei võrdu endise kiirendusega p_1.

Nihkub punkt D ikka lähemale punktile C, s. t. kui me ikka väiksema ja väiksema aja $t' - t''$ jaoks keskmise kiirenduse leiame, siis läheneb v'' kiirusele v' ja vahe $v' - v''$, kui ka $t' - t''$ läheneb nullile. Vahekord $\frac{v' - v''}{t' - t''}$ läheneb siis teatud piirile, mis kujutab keha tõelist kiirendust silmapilgul t' punktis C. **Seega on keha tõeline kiirendus piir, millele läheneb keskmine kiirendus $p_2 = \frac{v' - v''}{t' - t''}$, kui ajavälde $t' - t''$ läheneb nullile.** Teadagi käivad mõlemad mõisted ka aeglastuse kohta, tähendab ju aeglastus ainult liikumissihile vastupidist kiirendust.

Ühtlaselt kiirendatud liikumisel langevad keskmine ja tõeline kiirendus ühte.

§ 9. **Tuletatud formulid.** Ühtlaselt kiirendatud liikumise formulid olid:

$$v = c + tp \qquad (6) \qquad \text{ja} \qquad s = ct + \frac{1}{2} pt^2 \qquad (7)$$

Võrrandist (6) saame $t = \frac{v - c}{p}$. Kui formulisse (7) t asemele panna tema väärtus $\frac{v - c}{p}$, siis on

$$s = \frac{v^2 - c^2}{2p} \qquad (10)$$

Jagame võrrandi (7) mõlemad pooled $\frac{p}{2}$-ga ja lisame mõlemale poolele $\frac{c^2}{p^2}$ juure, siis saame

$$t^2 + \frac{2c}{p} t + \frac{c^2}{p^2} = \frac{c^2}{p^2} + \frac{2s}{p}.$$

Pahempoolne osa on binoomi $\left(t + \frac{c}{p}\right)$ kvadraat.

Seega on $\left(t + \frac{c}{p}\right)^2 = \frac{c^2 + 2ps}{p^2}$ ja

$$t = \frac{\sqrt{c^2 + 2ps} - c}{p} \qquad (11)$$

Seades t asemele formulisse (6) tema avaldus formulist 11, on

$$v = \sqrt{c^2 + 2ps} \qquad (12)$$

Formulist (7) järgneb veel

$$c = \frac{s}{t} - \frac{1}{2} pt. \qquad (13)$$

Kui eelmises 6 formulis teha $c = o$; siis saame ilma algkiiruseta ühtlaselt kiirendatud liikumise formulid:

$$v = pt \ (4); \quad s = \frac{1}{2} pt^2 \ (5) \quad \text{ja} \quad s = \frac{v^2}{2p} \ (14)$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{p}} \ (15); \quad v = \sqrt{2ps} \ (16); \quad p = \frac{2s}{t^2} \ (17)$$

Ühtlaselt aeglastatud liikumise formulid leiame, kui formulis 6—12 p asemele seada — p:

$$v = c - pt \ (8); \quad s = ct - \frac{1}{2} pt^2 \ (9) \quad \text{ja} \quad s = \frac{c^2 - v^2}{2p} \ (18)$$

$$t = \frac{\sqrt{2ps - c^2} + c}{p} \ (19); \quad v = \sqrt{c^2 - 2ps} \ (20); \quad c = \frac{s}{t} \mp \frac{1}{2} pt \ (21).$$

Näited: 1. Paigal seisev vedur hakkab liikuma kiirendusega $p = 0{,}20 \frac{m}{sec^2}$ (loe: meeter sekund-kvadraadi kohta).

a) Missuguse kiirusega liigub ta peale 1,5 minutilist sõitu? Formulist (4) järgneb

$$v = pt = 0{,}20 \frac{m}{sec^2} . 1{,}5 . 60 \text{ sec} = 18 \frac{m}{sec} = 64{,}8 \frac{km}{tn}.$$

b) Kui kaugele on ta selle aja jooksul jõudnud? Formulist (5) saame:

$$s = \tfrac{1}{2} pt^2 = \tfrac{1}{2} . 0{,}20 \frac{m}{sec^2} . (1{,}5 . 60 \text{ sec})^2 = \tfrac{1}{2} 0{,}20 \frac{m}{sec^2} . 8100 \text{ sec}^2 = 810 \text{ m}.$$

2. Kelk hakkab ühtlaselt kallakult alla libisema ja omandab 150 m. lõpul kiiruse $6 \frac{m}{sec}$.

a) Kui suur on kelgu kiirendus? Formulist (14) saame:

$$p = \frac{v^2}{2s} = \frac{\left(6 \frac{m}{sec}\right)^2}{2 . 150 \text{ m}} = \frac{36 \frac{m^2}{sec^2}}{300 \text{ m}} = 0{,}12 \frac{m}{sec^2};$$

Nii siis kasvab kelgu kiirus igas sekundis 0,12 m võrra.

b) Kui palju aega tarvitab kelk 150 m võrra allaliugumiseks? Formul (4) annab:

$$t = \frac{v}{p} = \frac{6 \frac{m}{sec}}{0{,}12 \frac{m}{sec^2}} = 50 \frac{m . sec^2}{sec . m} = 50 \text{ sec}$$

ehk formul (15)

$$t = \sqrt{\frac{2s}{p}} = \sqrt{\frac{2 . 150 \text{ m}}{0{,}12 \frac{m}{sec}}} = \sqrt{2500 \text{ sec}^2} = 50 \text{ sec}.$$

3. Kiirusega $c = 18 \frac{m}{sec}$ liikuv raudteerong tuleb auru kinnipanemise ja pidurdamisega seisma panna.

a) Missuguse aeglastusega liigub rong? Formul (8) annab

$$p = \frac{c - v}{t} = \frac{18 \frac{m}{sec} - o}{25 \text{ sec}} = 0{,}72 \frac{m}{sec^2} \text{ (meeter sekund-kvadradi kohta).}$$

Et 25 sec pärast null olla, peab rongi kiirus igas sekundis 0,72 m. võrra vähenema.

b) Kui pika tee käib rong kunni seisma jäämiseni? Kui formulis (18) $v = o$ võtta, siis saame

$$s = \frac{c^2}{2p} = \frac{\left(18\,\frac{m}{sec}\right)^2}{2.0{,}72\,\frac{m}{sec^2}} = \frac{324\,\frac{m^2}{sec^2}}{1{,}44\,\frac{m}{sec^2}} = 225\,\frac{m^2.sec^2}{sec^2.m} = 225\ m.$$

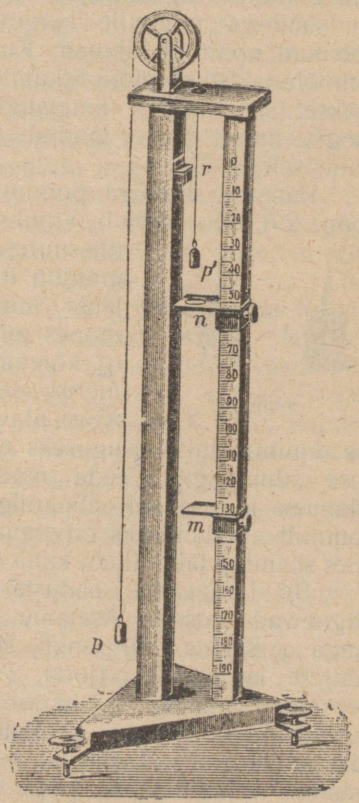
4. Suurtüki torust, mille pikkus 1,5 m, lendab kuul välja kiirusega $600\,\frac{m}{sec}$. Katsed näitavad, et peale püssirohu süütumist kuuli liikumine torus on ühtlaselt kiirendatud, sest et püssirohu põlemisel sündinud gaasid katketult ja ühesuguse jõugu kuuli tõukavad.

a) Missuguse kiirendusega sünnib kuuli liikumine torus? (Algkiirus $c = o$) Formulist (14) leiame

$$p = \frac{v^2}{2s} = \frac{\left(600\,\frac{m}{sec}\right)^2}{2.1{,}5\ m} = \frac{360000\,\frac{m^2}{sec^2}}{3\ m} = 120\,000\,\frac{m}{sec^2} = \text{(meeter sekund-kvadraadi kohta)}.$$

b) Kui kaua liigub kuul torus? Formulist (4) leiame

$$t = \frac{v}{p} = \frac{600\,\frac{m}{sec}}{120.000\,\frac{m}{sec^2}}\ 0{,}005 = \frac{m.sec^2}{sec.m} = 0{,}005\ .sec$$



Joon. 28.

§ 10. Vaba langemine.

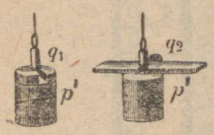
1) Toetamata keha liikumist maakera külgetõmbe- ehk raskusjõu mõjul nim. vabaks langemiseks. Et raskusjõu katketut mõju teatavates piirides võib konstandiks lugeda, siis peab vaba langemine olema ühtlaselt kiirendatud liikumine (§ 6_1). Tema iseloomu tundma õppimist takistab suurel määral langemiskiiruse liig rutuline suurenemine, mille tõttu näiteks hariliku eluruumi kõrguselt langev keha vähem kui ühe sekundi jooksul põrandale jõuab. Vaba langemise seaduste tuletamiseks katsete abil peab sellepärast leidma võimaluse seda kiirust vähendada, ilma et liikumise iseloom muutuks. Niisuguse võimaluse annab aparaat, mida tema leidja nime järgi Atwoodi masinaks hüütakse.

2) Atwoodi masin (joon. 28) seisab koos aluslauale kinnitatud, umbes 2 m kõrgusest postist ja tema otsa asetatud väikese hõõrumisega tiirlevast rattast. Üle ratta on tõmmatud peenike siid-

nöör, mille mõlemas otsas ripuvad üherasked pommid p ja p'. Posti külge kinnitatud sentimeeterskaala on varustatud kahe ülesalla lükatava lauakesega n ja m. Lauakesel n on auk, millest pomm p vabalt läbi pääseb.

Et mõlemad pommid on üherasked ja et nöör väga vähe kaalub, siis jäävad pommid igas seisukohas paigale. Anname sõrmega ühele pommile kerge tõuke üles või alla, siis hakkavad mõlemad pommid liikuma, esimene tõuke sihis, teine — vastupidiselt. See liikumine jääb ratta hõõrumise ja õhutakistuse tagajärjel järk-järgult aeglasemaks ning lõpeb viimati sootumaks. Et see ei sünniks, pannakse allaliikuva pommi p' peale õhukene sheib q, mille raskus õhu- ja hõõrumistakistuse parajasti üles kaalub. Selleks, et sheibiga koormatud pomm langema hakkaks, on sheibi kaal liiga väike: ta võib küll alal hoida juba alganud langemist, kuid liikumise algatamiseks ei jatku tema raskusjõust. Alles siis, kui sheibiga pommile kerge tõuge allapoole anda, hakkavad mõlemad pommid liikuma. Kuna nad üherasked on ja hõõrumsning õhutakistuse mõju liikumise peale sheibikese raskusega hävitatakse, siis sünnib nimetatud liikumine ainult tõukelt päritud hooga, ilma väliste jõudude mõjuta, seega ühtlaselt ja sirgjooneliselt (§ 4).

Paneme sheibiga pommi peale veel lisakoorma q_1 ehk q_2 (joon. 29), siis mõjub viimase raskusjõud kogu liikumise aeg ühesuuruse jõuga pommi peale, ning liikumine muutub ühtlaselt kiirendatuks (§ 6_1). Et leida mitteühtlaselt liikuva pommi kiirust mõnes punktis, peame selles kohas raskusjõu q_2 kõrvaldama, nii et pommid ainult veel inertsi mõjul, seega ühtlaselt edasi liiguksid. Arusaadavalt jääb selle ühtlase liikumise kiirus muutumatult niisuguseks nagu ta oli lisakoorma q_2 kõrvaldamise silmapilgul. Teda mõõtes, leiamegi eelmise kiirendatud liikumise kiiruse sel silmapilgul, kus q_2 kõrvaldati. Koorma q_2 pommilt eraldamiseks tarvitame lauakest n, mille august pomm ühes sheibiga läbi läheb, kuna koorem q_2 lauakesele peatama jääb.



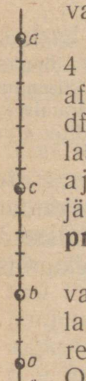
Joon. 29.

3) Langemise seaduste leidmiseks teeme Atwoodi masinal järgnewad katsed. Asetame pommi p' ühes sheibi ja lisakoormaga q_1 skaala null-punkti, sharniiri ümber pööratavale, horisontaalsele lauakesele r (joon. 28). Kella kuuldaval sekundi löögil pöörame lauakese r sharniiri ümber alla, vertikaalsesse seisu, mille tõttu pomm p', kaotades oma toe, lisakoorma q_1 mõjul liikuma hakkab. Lauakese m asetame nii kõrgele, et pomm p' esimese sekundi lõpul, peale liikumise algust, tema peale langeks. Oletame näiteks et me mitmekordse katsumise järele lauakese m otsitava seisukoha leidsime 5 cm. allpool nulli; see näitab, et pommi p' kui ka lisakoorma q_1 ärakäidud tee, ehk langemistee, on I sec. vältel 5 cm. Nüüd nihutame lauakese m nii palju allapoole, et pomm p' II sec. lõpul tema peale langeks. Selgub et

lauakese uus seisukoht peab nüüd olema 20 cm. allpool nulli, s. t. koorma q_1 langemistee 2 sec. vältel on 20 cm. Samuti leiame, et 3 sec. vältel on tema langemistee 45 cm., 4. sec. vältel — 80 cm., 5 sec. — 125 cm. jne. Nii siis 1, 2, 3, 4, 5.... sec. vältel langeb koorem q_1 vastavalt 5, 20, 45, 80, 125.... cm. Kuid $5 = 1^2 \cdot 5$, $20 = 2^2 \cdot 5$, $45 = 3^2 \cdot 5$, $80 = 4^2 \cdot 5$, $125 = 5^2 \cdot 5$ jne.

Sellest järgneb, et langemisteed on proportsionaalsed langemise aja kvadraatidega.

Atwoodi masinal ei lange lisakoorem q_1 mitte vabalt, peab ju ta mõlemad võrdsed pommid p ja p' liikuma panema. Sellepärast on ka langemisteed siin palju väiksemad kui vabal langemisel; kuid eelpool tuletatud langemisteede seadus on maksev ka vaba langemise kohta. Seda tõestab järgmine katse:



Joon. 30.

Vabalt allarippuva nööri külge (joon. 30) on kinnitatud 4 kuulikest, mille kaugus nööri alumisest otsast on näiteks $af = 20$ cm., $bf = 2^2 \cdot 20 = 80$ cm., $cf = 3^2 \cdot 20 = 180$ cm., $df = 4^2 \cdot 20 = 320$ cm. Hoides nööri alumise otsa põrandal, laseme ülemise otsa lahti, siis kuuleme kuulikesi võrdsete ajavältede järele põrandale langevat. Eelmistest katsetest järgneb seadus I. **Vabal langemisel on langemisteed proportsionaalsed langemisaegade kvadraatidega.**

4) Asetame sheibiga ja lisakoormaga q_2 (joon. 29) varustatud pommi p' jällegi skaala nullpunkti. Auguga lauakese n (joon. 28) jaoks leiame niisuguse seisu, et koorem q_2 esimese sekundi lõpul tema peale peatama jääks. Olgu see seis nagu esimeselgi juhusel 5 cm. allpool nulli. Nüüd paigutame lauakese m nii madalale n alla, et pomm teise sekundi lõpul peale liikumise algust tema vastu põrkaks. Katsed näitavad, et lauake m peab selleks 10 cm. allpool lauakest n seisma. Kuna esimese sekundi lõpul koorem q_2 lauakese n peale jäi, siis peab pomm p' järgneva sekundi jooksul ühtlaselt liikudes 10 cm. allalangema (§ 4). Seega on nimetatud ühtlase liikumise kiirus 10 cm. sekundis; niisama suur oli järjelikult kiirendatud liikumise kiirus esimese sekundi lõpul, s. t. lauakese n juures.

Nüüd nihutame lauakese n 20 cm. allapoole nullpunkti, nii et q_2 2 sekundi pärast tema peale seisma jääks, teiste sõnadega: et koorma q_2 langemine 2 sekundi kestaks. Selleks, et p' ka nüüd järgneva, s. o. III sekundi lõpuks vastu lauda m põrkaks, peab nagu katsed näitavad viimane 20 cm. allpool lauakest n seisma. Koorem q_2 omandab seega 2 sekundi lõpul kiiruse 20 cm. sekundis; 3, 4, 5 jne. sekundi lõpul omandaks sama koorem kiirused 30, 40, 50 jne. cm. sekundis, mis tõestab, et langemine on ühtlaselt kiirendatud liikumine, kasvavad ju kiirused iga sekundi jooksul 10 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ võrra. Käesoleval katsel on nii siis kiirendus 10 cm. sekundis, s. o. kaks korda nii suur kui langemistee esimese sekundi jooksul.

Vabal langemisel võib katsetega, näiteks kõrges trepikojas, tõestada, et langemistee esimesel sekundil on ümarguselt 5 m. Vaba langemise kiirendus on järjelikult ümarguselt 10 m. sekundis ja kiirused 1, 2. 3, 4 jne. sekundi lõpul seega — 1.10 m., 2.10 m., 3.10 m., 4.10 m.... sekundis. Sellest järgneb seadus II: **Vaba langemine on ühtlaselt kiirendatud liikumine. Lõppkiirused on proportsionaalsed langemisaegadega.**

Täpipealsemate katsete abil on kindlaks tehtud, et vaba langemise kiirendus keskmisel geograafilisel laiusel (45° all) ja meripinna kõrgusel on 9,81 m. sekundis. Teda tähendatakse harilikult tähega g. Langemistee esimese sekundi vältel on siis $\frac{1}{2}$ g = 4,9 m.

I ja II seadus on tuntud Galilei seaduste nime all. Nende seaduste abil võib leida vaba langemise kiiruse ja langemistee mistahes ajavälte lõpuks. Esimese, s. o. lõppkiiruse arvestamiseks on ainult tarvis langemise kiirendus kasvatada vastava ajavälte sekundite arvuga. Langemistee äramääramiseks tuleb pool langemise kiirendust kasvatada vastava ajavälte sekundite arvu kwadraadiga.

5) Üksikutele sekunditele vastavaid langemisteid on kerge leida: Selleks peab terve langemisaja jooksul ärakäidud teest maha arvama eelmistes sekundites ärakäidud langemisteed. Kui vaba langemise kiirendus arvata ümarguselt 10 m. sekundis, siis on

I sekundi langemistee		5 m	= 1.5 m.
II „	„	2^2.5 m — 1.5 m	= 3.5 m.
III „	„	3^2.5 m — 4.5 m	= 5.5 m.
IV „	„	4^2.5 m — 9.5 m	= 7.5 m.
V „	„	5^2.5 m — 16.5 m	= 9.5 m.

Sellest järgneb seadus — III: **Üksikutele sekunditele vastavad langemisteed on proportsionaalsed paaritute arvudega.** Selle järgi tuleb n-mas sekundis ärakäidud langemistee pikkuse leidmiseks pool langemise kiirendust kasvatada n-ma paaritu arvuga; näiteks on 16-as sekundis ärakäidud tee 5·31 m, sest et 31 on 16-es paaritu arv, algades 1-est.

6) Kunni Galilei ajani oldi arvamisel, et rasked kehad kiiremalt langevad kui kerged. Galilei (1564—1642) tõestas, et kehade mitmesugune langemiskiirus oleneb õhu takistuse mõjust. — Kui paberleht pooleks rebida, üks pool kägaraks pigistada, teine pool aga sirgeks jätta, siis jõuab langemisel kägaras pool varemalt maapinnale kui sirge pool, selle peale vaatamata, et nad ühesrasked on. Papist ring jõuab serviti varemalt maha kui lapiti. Sellest on näha, et keha langemiskiiruse peale avaldab mõju tema kuju ja ruum-ala: mida suurem õhutakistust vastuvõttev keha pind, võrreldes tema kaaluga, seda väiksem on langemiskiirus.

Lõikame välja vaskraha suuruse paberringi ja langetame teda ühel ajal rahatükiga: rahatükk jõuab varemalt maha. Paneme nüüd paberringi otse raha peale ja langetame nad koos alla,

siis näeme, et mõlemad jõuavad ühel ajal maapinnale: sel juhusel on paberring õhutakistusest vaba, kuna rahatükk selle takistuse kõrvaldab nii oma kui ka paberringi eest. Viimasest katsest võib järeldada, et ilma õhutakistuseta kõik kehad ühesuguse kiirusega langevad. Selle otsekoheseks tõestuseks tarvitatakse pikka klaastoru (joon. 31), mis metallkapsliga mõlemast otsast õhukindlalt sulutud. Torus on udusulg, kork- ja tinakuul. Toru järsku püsti seadmisel jõuab esimesena alla tinakuul, viimasena — udusulg. Pumpame aga õhu klaastorust välja ja kordame katset, siis leiame, et õhutus torus kõik kolm keha ühel ajal toru põhja jõuavad.



Joon. 31.

Seadus — IV. **Õhutus ruumis langevad kõik kehad ühesuuruse kiirusega.** Õhus langevad umbes sama kiirusega need kehad, millel on suur kaal ja väike ruum-ala.

7) Nagu edaspidi näeme, on raskusjõu mõju üleüldiselt muutlik: ta on seda väiksem, mida kaugemal on langev keha maakera keskpunktist, ning kasvab ühes keha lähenemisega maakera keskpunktile. Mõõdukalt kõrguselt langetatud keha puhul võime ilma veata lugeda raskusjõu konstandiks ning langemise ühtlaselt kiirendatud liikumiseks. Sellepärast on õhutus ruumis vaba langemise kohta maksvad kõik ühtlaselt kiirendatud, ilma algkiiruseta, liikumise jaoks tuletatud formulid. Võttes § 9 formulites (4, 5, 14, 15, 16 ja 17) p asemel g (langemise kiirendus) ja s asemele h (langemistee), saame

$$v = gt \ (22); \quad h = \frac{1}{2} gt^2 \ (23); \quad h = \frac{v^2}{2g} \ (24);$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \ (25); \quad v = \sqrt{2gh} \ (26); \quad g = \frac{2h}{t^2} \ (27).$$

Viimase formuli (27) põhjal võib ära määrata langemise kiirenduse g. Selleks lastakse keha langeda teatavalt kõrguselt h ning määratakse ära vastav langemise aeg t. Edaspidi tutvuneme langemise kiirenduse lihtsama ja täpipealsema äramääramise viisiga, mille abil kerge leida, et näiteks 45 laiuskraadi all on $g = 9{,}8060 \frac{m}{sec^2}$, s. t. langeva keha kiirus kasvab seal igas sekundis 9,8060 m. võrra.

Näited: Arvestuse lihtsustamiseks olgu kiirendus (g) võetud 10 m. sekundis.

1. Keha on 8sec langenud.

a) Kui suur on langemise kiirus 8-da sekundi lõpul?

II seaduse põhjal on lõppkiirus proportsionaalne langemisajaga; langemise kiirendus on 10 m. sekundis, seega

$$v = 8 \cdot 10 = 80 \text{ m. sekundis.}$$

b) Kui pikk on langemistee 8-as sekundis?

III seaduse põhjal on langemistee üksikul sekundil proportsionaalne järjekordse paaritu arvuga. Kaheksas paaritu arv on 15, esimese sekundi langemistee on 5 m, nii siis

$$h_8 = 15 \cdot 5 = 75 \text{ m.}$$

c) Kui pikk on langemise kogutee?

I seaduse põhjal on langemistee proportsionaalne langemisaja kwadraadiga. Langemistee esimesel sekundil on 5 m., 8 sekundi jooksul nii siis 8^2 korda suurem, s. t.

$$h = 8^2 \cdot 5 = 320 \text{ m.}$$

Arvestusel leitud resultaadid lähevad õhutakistuse tagajärjel tõelistest tuntavalt lahku.

2. Tõstekorw langeb vabalt 400 m. sügavasse kaevanduse shahti

a) Missuguse kiirusega jõuab ta shahti põhja, kui langemise kiirendus $g = 9{,}81 \frac{m}{sec^2}$ ja kui õhutõkestust mitte arvesse võtta? Formulist (26) järgneb.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{m}{sec^2} \cdot 400 \text{ m.}} = 20 \sqrt{19{,}6 \frac{m^2}{sec^2}} = \sim 88{,}6 \frac{m}{sec}$$

b) Kui kaua kestab langemine? Formul (25) annab:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \text{ m.}}{9{,}81 \frac{m}{sec^2}}} = 20 \sqrt{\frac{2}{9{,}81}} sec^2 = \sim 9{,}03 \text{ sec.}$$

Võib tarvitada ka formulit (22), millest järgneb

$$t = \frac{v}{g} = \frac{88{,}6 \frac{m}{sec}}{9{,}81 \frac{m}{sec^2}} \sim 9{,}03 \text{ sec.}$$

3. Vabalt langev kivi jõuab puurkaevu veepinnani 3,5 sekundi jooksul.

a) Kui sügaval on puurkaevu veepind? Formulist (23) leiame

$$h = \frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \frac{m}{sec^2} \cdot 3{,}5^2 \cdot sec^2 = 60{,}085 \text{ m.}$$

b) Missuguse kiirusega jõuab kivi veepinnale? Formul (22) annab

$$v = gt = 9{,}81 \cdot \frac{m}{sec^2} \cdot 3{,}5 sec = \sim 3{,}43 \frac{m}{sec}.$$

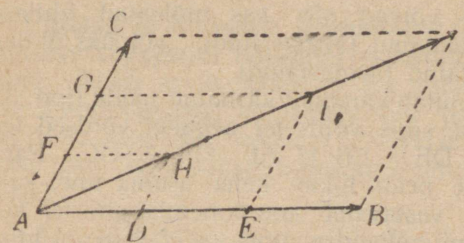
§ 11. **Vaba langemine õhus.** Vabal langemisel õhus võib eelmises § leitud seadusi ja formuleid tarvitada ilma tuntava veata neil juhustel, kus langeva keha mass tema ruum-alaga võrreldes suur on, sest siis ei avalda õhutakistus langemiskiiruse peale veel tuntavat mõju. Õhutakistuse suurus oleneb keha pinna suurusest ja tema kujust; nii on kerge ja suure pinnaga keha juures õhutakistus suurem kui raske ja väikse pinnaga keha juures, baasiga allapoole sihitud koonuse puhul suurem kui tipuga allapoole sihitud koonuse puhul jne.

Newton leidis, et **õhutakistus on proportsionaalne keha kiiruse kwadraadiga.** Selle seaduse järele on näiteks $2 \frac{m}{sec}$ kiiruse juures õhutakistus mitte 2 korda vaid 4 korda suurem kui sama keha kiirusè juures $1 \frac{m}{sec}$. Nimetatud seaduse päraselt kasvab vabalt langeva keha õhutakistus ühes langemiskiirusega ikka

suuremaks, kunni ta viimaks raskusjõuga suuruse poolest võrdseks saab. Sellest silmapilgust peale peab nüüd langemine sündima ühtlaselt, sest langemise kiirendust tekitav raskusjõu mõju on õhutõkestuse läbi parajasti tasakaalustatud ning keha peale ei mõju enam ükski jõud. Langemise algusest kunni tähendatud silmapilguni pidi raskusjõu mõju keha peale arusaadavalt järkjärgult vähenema. Sellest järgneb, et vaba langemine õhus sünnib teatava silmapilguni muutliku jõu mõjumisel, seega mitteühtlaselt kiirendatult.

Langemistee pikkus, mille lõpul keha ühtlaselt langema hakkab, on mitmesuguste kujudega kehade jaoks mitmesugune. Eiffeli tornis korraldatud katsed näitavad, et plaatide langemisel kiirendatud langemine muutub ühtlaseks 60 — 100 m langemistee pikkuse järele.

§ 12. **Liikumiste, kiiruste ja kiirenduste liitmine ning lahutamine.** 1) Kui kehale ühel ajal kaks isesihilist liikumist anda, siis omandab ta ainult ühe liikumise, mille siht on esimese ja teise liikumise sihi vahel. Niisugust juhust võib kujutada: näiteks purjepaadi liikumine tuule ja veevoolu mõjul.



Joon. 32.

Joonistusel 32 olgu veevoolu siht AB, tuule siht AC, ning paat asugu punktis A. Ilma tuuleta liiguks paat edasi ainult voolu mõjul, sihis AB; ilma vooluta, s. t. seisvas vees, liiguks paat ainult tuule sihis AC. Kui tuul ja veevool ühelajal mõjuvad, siis liigub paat tõeliselt mingis sihis, mis asub sihtide AB ja AC vahel. Liikumisi AB ja AC nimetatakse komponentliikumisteks, tõelist liikumist aga liit- ehk resultant liikumiseks. Analoogiliselt nimetatakse ühelajal käidud teid AB ja AC komponentteedeks, keha tõelist teed — resultantteeks.

On kergesti arusaadav, et samal ajal, kui paat tuule sihis punktist A punkti C liigub, ka veevool teda edasi kannab omas sihis mingi kauguseni CK, mis on võrdne ja paralleelne komponentteega AB; antud ajavälte lõpuks jõuab paat seega mitte punkti C, vaid — K. Et ACKB paralleelogrammi moodustab, siis järgneb sellest seadus: **Kui keha ühelajal kahest komponentliikumisest (AB ja AC) osa võtab siis jõuab ta punkti, mis moodustab komponentliikumistel konstrueeritud paralleelogrammi neljanda tipu (K).** Seda seadust nimetatakse liikumiste liitmise ehk liikumiste paralleelogrammi seaduseks.

Võib ette kujutada, et paat antud liikumistest mitte ühelajal, vaid järgimööda osa võtab: laseme teda esiti teatud aja liikuda ainult

tuule mõjul kunni punktini C ja sealt sama palju aega veevoolu mõjul edasi liikuda, siis jõuab ta arusaadavalt samma punkti K, nagu ülevalkirjeldatud juhuselgi. Seesama lugu kordub, kui paat ajavältel esiti veevoolu mõjul punkti B satub, liikudes sealt ainult tuule mõjul, jõuab ta samasugusel ajavältel ikkagi punkti K. Nendest arutustest järgneb n. n. liikumiste olenemattuse seadus: **Kahest komponentliikumisest ühelajal osavõttes, jõuab keha samma kohta, kuhu ta jõuaks, kui ta järgimööda mõlemaid komponentliikumisi jälgiks.** See seadus on tuntud ka Newtoni II seaduse nime all.

2) Liikumiste paralleelogrammi seaduse põhjal võib äramäärata keha asukoha mistahes silmapilgul. Tee, mida mööda keha sinna asukohta jõuab, oleneb komponentliikumiste iseloomust. Esimeses näites liigub paat ainult siis sirgjooneliselt paralleelogrammi diagonaali mööda, kui komponentliikumised on sirgjoonelised ja mõlemad kas ühtlased, või ühtlaselt kiirendatud (aeglastatud). Paralleelogrammi diagonaal AK (joon. 32) kujutab neil juhustel tõelist käidud teed, ehk resultantteed, tema küljed AB ja AC — komponentteid. **Kahe antud tee liitmine sünnib seega paralleelogrammi seaduse järele (Teede paralleelogramm).**

Komponentliikumised võivad olla kas mõlemad ühtlased või mõlemad ühtlaselt kiirendatud (aeglastatud), või üks ühtlane ning teine ühtlaselt kiirendatud (aeglastatud).

a) Esimest juhust kujutab varemalt käsitatud näide (joo. 32), kui keha mõlema liikumise sihis võrdsetel aegadel võrdsed teed ära käib, s. t., kui AD = DE = EB ja AF = FG = GC. Paralleelogrammi seaduse järele peab liikuv keha asuma ühe, kahe, kolme aegüksuse lõpuks vastavatel komponentliikumistel konstrueeritud paralleelogrammi neljandas tipus — H, I, K. Ühtlase sirgjoonelise liikumise puhul on:

$$AF : AG : AC = 1 : 2 : 3 = AD : AE : AB ;$$

kuna aga AD = FH, AE = GI ja AB = CK, siis peab olema AF : AG : AC = FH : GI : CK.

Viimasest proportsioonist järgneb, et punktid A, H, I ja K asuvad sirgjoonel AK; peale selle peab AH = HI = IK, sest AD = DE = EB: **Ühtlaste sirgjooneliste komponentliikumiste resultantliikumine on niisama ühtlane ja sirgjooneline, ta on sihitud komponentliikumistel konstrueeritud paralleelogrammi diagonaali mööda.**

b) Kui mõlemad komponentliikumised on ühtlaselt kiirendatud, siis on sihis AC ja AB võrdsete ajaväldete lõpuks ärakäidud teede vahekorrad: (joon. 33) AF : AG : AC = 1 : 4 : 9 = = AD : AE : AB. Kuna aga AD = FH, AE = GI ja AB = CK, siis on:

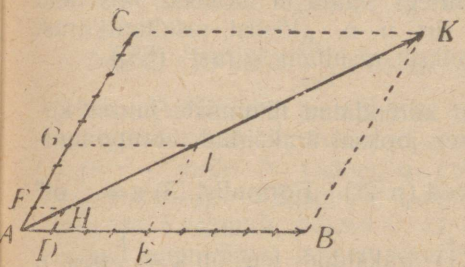
$$AF : AG : AC = FH : GI : CK \text{ s. t.}$$

punktid A, H, I ja K asuvad sirgjoonel AK. Ühtlasi on AF : AG : AC = = AH : AI : AK = 1 : 4 : 9. Nendest kahest proportsioonist järgneb, et **ühtlaselt kiirendatud sirgjoonelistel komponentliiku-**

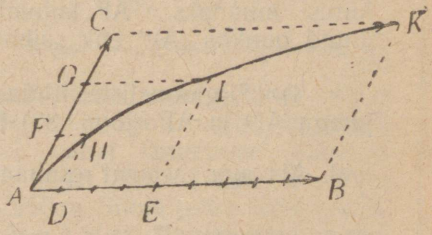
mistel sünnib sirgjooneline ja ühtlaselt kiirendatud resultantliikumine vastavatel komponentliikumistel konstrueeritud paralleelogrammi diagonaali mööda.

c) On kahest antud komponentliikumisest (joon. 34) üks ühtlane (sihis AC), teine — ühtlaselt kiirendatud (sihis AB), siis on keha resultantliikumine kõverjooneline: sel juhusel on

$$AD : AE : AB = FH : GJ : CK = 1 : 4 : 9$$



Joon. 33.



Joon. 34.

kuna aga $AF : AG : AC = 1 : 2 : 3$; selle pärast ei või punktid A, H, J, K mitte sirgjoonel asuda.

Ühtlase ja ühtlaselt kiirendatud (aeglastatud) komponentliikumise tagajärjel tekkinud resultantliikumine on kõverjooneline. Siiski satub keha ka sel liikumisel iga ajavälte lõpul komponentliikumistel konstrureeritud paralleelogrammi tippu, olgugi et ta terve aeg vastavat diagonaali mööda ei liigu. Sellepärast jääb liikumiste liitumise seadus maksvaks ka käesoleval juhusel.

Erijuhustel, kui mõlemad liikumised on ühtepidi või otse vastupidi sihitud, s. t. kui paralleeogrammi mõlema komponenttee vahel asuv nurk on 0^0, või 180^0, siis võrdub resultanttee komponentteede summaga või vahega. Kui eelmises näites tuule ja veevoolu sihid ühte langevad ja kui paat esimese mõjul üksinda näiteks 75 m. minutis ära käib, teise mõjul — 30 m. minutis, siis on paadi tõeliselt ära käidud tee ehk resultantee $75 + 30 = 105$ m. minutis. On komponent liikumised otse vastupidi sihitud, siis kannab tuul paadi minutis 75 m. edasi, vool aga 30 m. tagasi ja paadi resultantliikumine on seega $75 - 30 = 45$ m. minutis.

3) Sirgjoonelisel ühtlasel liikumisel kujutavad 1 sec jooksul ärakäidud teed AF ja AD (joon. 32) komponentliikumiste kiirusi. Samal ajal ärakäidud resultantliikumise tee AH ($p2^a$) kujutab sirgjoonelise ühtlase resultantliikumise kiirust. Sellest järgneb: **Kehale antud kahe komponentkiiruse tagajärjel tekkinud resultantkiirus võrdub komponentkiirustele konstrueeritud paralleelogrammi diagonaaliga.**

Selle seadusega ei ole öeldud, et keha tõesti igal juhusel peab punkti H jõudma; võivad ju vaadeldud sekundi jooksul keha peale uued jõud mõjuma hakata, mille tõttu liikumise siht ja kiirus muutuvad. Selle peale vaatamata jääb kiiruse paralleelogrammiseadus maksma igal juhusel: On punktis A mistahes liikumistel keha komponentkiirused AD ja AF, siis ütleb kiiruste paralleelogrammiseadus, et keha 1 sec järele punkti H jõuaks kui komponent kiirused terve sekundi jooksul endisteks jääksid, s. t. kui selle aja sees keha peale ühtegi jõudu ei mõjuks, mis neid kiirusi muudaks. AF kujutab siis n. n. „tõelist resultantkiirust antud punktis (A)" ehk „silmapilkset resultant kiirust" (§5$_3$).

4) Sirgjooneliste, ühtlaselt kiirendatud liikumiste juures kujutagu AD ja AF (joon. 33) I sec jooksul ärakäidud komponentteid, AH aga vastavat resultantteed (p. 2^b). Formulist (5) $s = \frac{1}{2} pt^2$ leiame, et ühe sec jooksul ($t = 1$) ärakäidud tee on $s = \frac{1}{2} p$, s. t. esimesel sekundil ärakäidud tee võrdub arvuliselt poole kiirendusega. Seega kujutavad AD ja AF — komponentkiirendusi, AH — resultant-kiirendust. Sellest järgneb, et **kehale antud kahe komponentkiirenduse tagajärjel tekkinud resultantkiirendus võrdub komponent kiirendustele konstrueeritud paralleelogrammi diagonaaliga.**

5) Paralleelogrammi seaduse abil võib iga resultantteed (—kiirust, — kiirendust) AH (joon 32 ja 33) ümberpöördult, komponentteedeks (—kiirusteks, — kiirendusteks) lahutada. Lõpmata hulgast lahutuse võimalustest võib saada kindla lahenduse ainult siis, kui peale resultanttee (— kiiruse, — kiirenduse) AH on veel antud näiteks ühe komponenttee (— kiiruse, — kiirenduse) AB siht ja suurus. Paralleelogrammi konstrueerimise abil diagonaaliga AH ja küljega AB leiame siis teise komponenttee (— kiiruse, — kiirenduse) AC, kui paralleelogrammi teise külje. Kui eelmises näites AB voolult saadud liikumist, AH aga paadi tõelist liikumist kujutab, siis määrab leitud vektor AC ära tuule mõjul tekkiva liikumise suuruse, mille juures paat punkti H jõuaks.

§ 13. **Vertikaalselt visatud keha liikumine.** Vabasse ruumi viskamisel omandab keha lühikest aega vältava jõu mõjul (käe musklijõu järsul tõukel) kohe algusest peale teatud algkiiruse. Kui tema peale nüüd enam ühtegi jõudu ei mõjuks, siis hoiaks ta selle kiiruse inertsuse tõttu kestvalt alal ja liiguks ühtlaselt ning sirgjooneliselt, ärakäies igas sekundis algkiiruse suurusega võrdsed teepikkused. Kuid alatasa keha peale mõjuv raskusjõud sunnib teda eelmisest liikumisest olenemata ka vabalt langema, s. t. annab talle veel iseseisva, ühtlaselt kiirendatud vertikaalse

liikumise. Ühel ajal osavõttes mõlemast nimetatud liikumisest, omandab keha teatud resultantliikumise.

1) Vertikaalselt alla visatud keha liikumisel on mõlemad komponentliikumised allapoole sihitud, sellepärast võrdub keha tõeline liikumine nende summaga (§12$_2$). Olgu näiteks keha algkiirus 50 m. sekundis. Raskusjõu mõjul suureneb see kiirus igas sekundis, ümarguselt võetud 10 m. võrra (§10$_4$), nii et juba esimese sekundi lõpul on ta $50 + 10 = 60 \frac{m}{sec}$ teise sekundi lõpul $-50 + 2 \cdot 10 = 70 \frac{m}{sec}$, kolmanda lõpul $-50 + 3 \cdot 10 = 80 \frac{m}{sec}$ j. n. e. Ärakäidud resultanttee seisab koos nagu öeldud kahest komponentteest; üks nendest on tee, mille keha inertsi tagajärjel, teine —, mille ta raskusjõu mõjul, vabal langemisel ärakäiks (langemistee). Käesolevat juhusel käiks keha inertsuse tõttu üksi ära 5 sekundi jooksul $5 \cdot 50 = 250$ m. Sinna juure tuleb arvata veel 5 sekundiline langemistee, $5^2 \cdot 5 = 125$ m. Resultanttee on järjelikult 250 m + 125 m = 375 m.

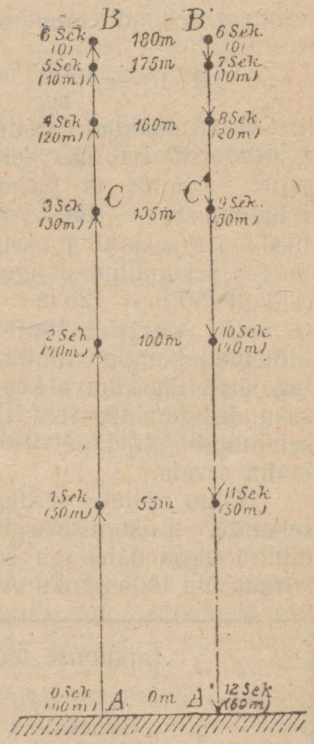
2) Vertikaalselt üles visatud keha liikumisel on mõlemad komponentliikumised otse vastupidi sihitud. Inertsuse tagajärjel ülesliikuva keha kiirust vähendab tema raskusjõud igas sekundis ümmarguselt 10 m võrra. Tõelise tee arvestamisel tuleb sel juhusel järjelikult inertsuse tõttu ärakäidavast teest langemistee maha arvata.

Olgu näiteks vertikaalselt ülesvisatud keha algkiirus 60 m. sekundis. Liikumise iseloomu selgitamiseks seame kokku tabeli, millest oleks näha iga sekundi lõpuks kujunenud kiirus ja keha kõrgus üle lähtepunkti A (v. joon. 35).

Aeg	Liikumise kiirus		Kõrgus üle lähtepunkti	
	tõusmisel	langemisel	tõusmisel	langemisel
Alguses	60 m	0 m	0 m	180 m
1 sek. lõp.	60 — 1.10 = 50 m	10 m	1.60 — 1^2.5 = 55 m	180 — 1^2.5 = 175 m
2 „ „	60 — 2.10 = 40 m	20 m	2.60 — 2^2.5 = 100 m	180 — 2^2.5 = 160 m
3 „ „	60 — 3.10 = 30 m	30 m	3.60 — 3^2.5 = 135 m	180 — 3^2.5 = 135 m
4 „ „	60 — 4.10 = 20 m	40 m	4.60 — 4^2.5 = 160 m	180 — 4^2.5 = 100 m
5 „ „	60 — 5.10 = 10 m	50 m	5.60 — 5^2.5 = 175 m	180 — 5^2.5 = 55 m
6 „ „	60 — 6.10 = 0 m	60 m	6.60 — 6^2.5 = 180 m	180 — 6^2.5 = 0 m

Tabeli andmed, kiirus ja kõrgus üle lähtepunkti on kujutatud joonistusel 35, kus juures klambritesse sulutud arvud iga sekundi lõpuks kujunenud kiirust tähendavad. Kui me keha alg-

kiirusega 60 $\frac{m}{sek}$ vertikaalselt ülesviskame, siis hävitab raskusjõud nagu tabelist näha 6 sec. järele keha kiiruse, nii et keha tõusmine lõpeb (kiirus = 0). Sel silmapilgul on keha kõige kõrgemasse punkti n. n. tõusutippu B jõudnud, hakkab ta sealt kiirusega 0 vabalt tagasi langema ja jõuab nagu tabel näitab 6 sec. järele lähtepunkti A' tagasi, kus ta kiirus jällegi algkiiruseni — 60 $\frac{m}{sec}$ — on kasvanud. Võrreldes keha tõusmist ja langemist läbi ühekõrgel seisvate punktide näiteks C ja C', näeme et seal langemiskiirus võrdub tõusukiirusega ja et keha tõusmiseks punktist C kunni tõusutipuni B sama palju aega (3 sec.) ära kulub nagu tagasilangemiseks punkti C'. Kokkuvõttes leiame seaduse: **Vertikaalselt ülesvisatud keha tõuseb ja langeb ühekaua; võrdsetel ajaväldetel enne ja pärast tõusutippu jõudmist on vastavad kiirused kui ka kõrgused üle lähtepunkti võrdsed** (AC = A'C').



Joon 35.

3) Vertikaalselt alla visatud kehal on algkiirus c otse allapoole sihitud. Samas sihis mõjub ka raskusjõud, andes kehale nagu vabal langemiselgi kiirenduse g; keha liikumine on seega ühtlaselt kiirendatud, algkiirusega c. Teatava ajavälte lõpuks kujunenud kiiruse ja ärakäidud tee pikkuse äramääramiseks võib järjelikult käesoleval juhusel tarvitada § 6_5 tuletatud formuleid (6 ja 7), kui nendes p ja s asemele seada vastavalt g ja h. Nii siis:

$$v = c + gt \qquad (28)$$

$$h = ct + \frac{1}{2} gt^2 \qquad (29)$$

4) Vertikaalselt ülesvisatud keha liikumisel vähendab raskusjõud algkiirust c igas sekundis g võrra; keha liikumine on seega ühtlaselt aeglastatud. Sel juhusel on maksvad § 7_2 tuletatud formulid (8 ja 9), võttes p ja s asemel vastavalt g ja h:

$$v = c - gt \text{ (30) ja } h = ct - \frac{1}{2} gt^2 \text{ (31).}$$

Jõudes tõusutippu jääb keha silmapilguks paigale (tema

kiirus $v = o$) ning hakab siis vabalt alla langema. Terve tõusuaja T leiame formulist (30), seades seal $v = o$:

$$\text{Tõusuaeg } T = \frac{c}{g} \qquad (32)$$

Formulist (31) leiame tõusukõrguse, kui t asemele paneme T:

$$h = ct_0 - \frac{1}{2} gt_0^2 = c. \frac{c}{g} - \frac{1}{2} g \frac{c^2}{g^2} = \frac{c^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{c^2}{g}, \text{ ehk}$$

$$\text{Tõusukõrgus } H = \frac{c^2}{2g} \qquad (33)$$

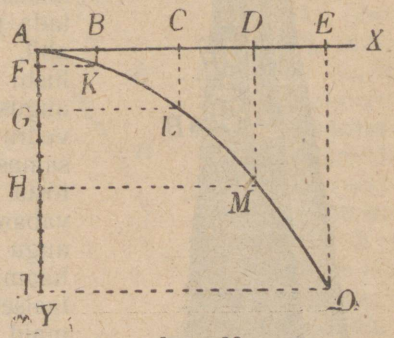
Tagasi alla langeva keha lõppkiiruse v annab meile formul (26), kui temasse h asemele panna $H = \frac{c^2}{2g}$:

$$v = \sqrt{2g \cdot \frac{c^2}{2g}} = c,$$

s. t. **langemise lõppkiirus võrdub tõusmise algkiirusega.**

Aja T_1, mille jooksul keha tõusutipust tagasi alla jõuab, leiame vabalt langemise formulist (23) $h = \frac{1}{2} gt^2$, kui viimases h asemele seame kõrguse $H = \frac{c^2}{2g}$ ning t asemele $— T_1$; $h = H = \frac{c^2}{2g} = \frac{1}{2} gT_1^2$, millest järgneb, et $T_1 = \sqrt{\frac{c^2}{g^2}} = \frac{c}{g}$. Võrreldes T_1 ja T (form. 32) väärtusi, näeme, et $T = T_1$, s. t. tõusuaeg võrdub langemisajaga.

§ 14. **Horisontaalselt visatud keha liikumine.** 1) Kui kehale järsu löögi ehk tõuke läbi horisontaalses sihis on antud teatud algkiirus, siis liigub ta inertsi tagajärjel antud sihis kogu aeg ühtlaselt ja sirgjooneliselt, ärakäies igas sekundis võrdsed teed. Tähendab AB (joon. 36) 1 sekundis ärakäidud teed, siis on 2, 3, 4 sekundi jooksul ärakäidud teed vastavalt $AC = 2\,AB$; $AD = 3\,AB$, $AE = 4AB$.



Joon. 36.

Tõukega ühel ajal mõjuma hakav raskusjõud sunnib keha langema. Langemine sünnib olenemata horisontaalsest liikumisest. § 10_4 järele on vabal langemisel ärakäidud teed 1, 2, 3 jne. sekundi lõpuks vastavalt $AF = \frac{g}{2} = 5$ m, $AG = 20$ m., $AH = 45$ m. jne. Visatud keha võtab ühelajal osa nii langemisest kui horisontaalsest edasiliikumisest, järjelikult määrab ära keha tõelise asukoha nimetatud

komponentliikumistel konstrueeritud paralleelogrammi diagonali neljas tipp. Konstruktsioon annab käesoleval juhusel mitte sirgjoonelise, vaid murdjoonelise liikumistee AKLMO (joon. 36). Tõeliselt on viimane kõverjooneline, sünnib ju mõlema liikumise liitumine mitte järgu kaupa sekundist sekundini, vaid katketult. **Horisontaalselt visatud keha liikumine on kõverjooneline.**

2) Tõuke mõjul saadud algkiirusega c liigub keha horisontaalses sihis sirgjooneliselt ja ühtlaselt, t sekundi jooksul ära käies tee $x = c.\,t.$

Vertikaalses sihis langeb ta samal ajal kõrguse võrra (§ 10_7, form. 23)

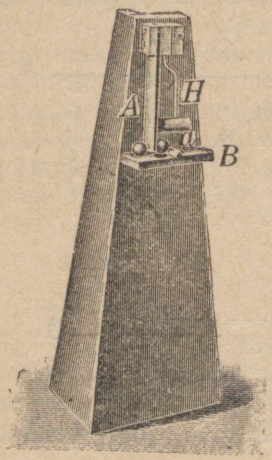
$$y = \frac{1}{2} gt^2$$

Kumbki võrrand üksikult määrab ära komponenttee mistahes ajavälte jaoks. On aga iga silmapilgu jaoks mõlemad komponentteed teada, siis on kerge paralleelogrammi konstrueerimise kaudu leida igale silmapilgule vastav keha tõeline asupaik; viimaste ühendusjoon annabki resultanttee. Esimesest võrrandist leitud väärtuse $t = \frac{x}{c}$ teise võrrandisse pannes, saame uue võrrandi:

$$x^2 = 2\frac{c^2}{g} \cdot y \qquad (34)$$

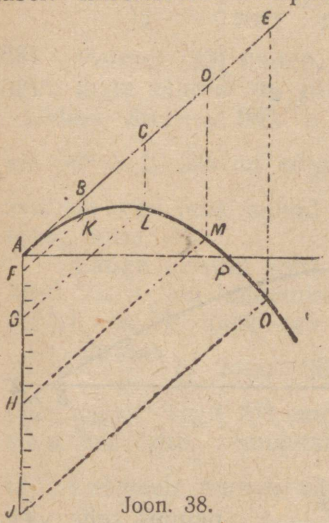
Viimane määrab ära x ja y vahekorra, mis resultanttee iga punkti jaoks peab aset leidma. Geomeetria õpetab, et leitud võrrandile vastavad punktid kõverjoonel asuvad, mida paraaboliks hüütakse.

3) Eelmistest arutustest (p. 1) järgneb, et horisontaalselt visatud keha teatud ajavältel sama võrra vertikaalselt alla langeb nagu vabalt langev kehagi (joonistus 36). Katseliselt võib seda tõestada joonistusel 37 kujutatud aparaadi abil. Vedru A surub klaaskuuli vastu liistu a, nii et ta horisontaalse laua B august läbi ei kuku. Teisel pool vedru seisab vabalt samal laual teine samasugune kuul. Kui haamer H üles tõsta ja vedru peale langeda lasta, siis vabaneb esimene kuul ja langeb läbi augu vertikaalselt alla, kuna teine kuul haamri löögi mõjul omandab horisontaalselt visatud keha liikumise; mõlemaid kuule kuuleme ühelajal põrandale langevat, mis näitab, et langemised mõlemal liikumisel ühesugused olid. Kirjeldatud katses avaldub väga selgelt liikumiste olenemattuse seadus (§ 12_1).



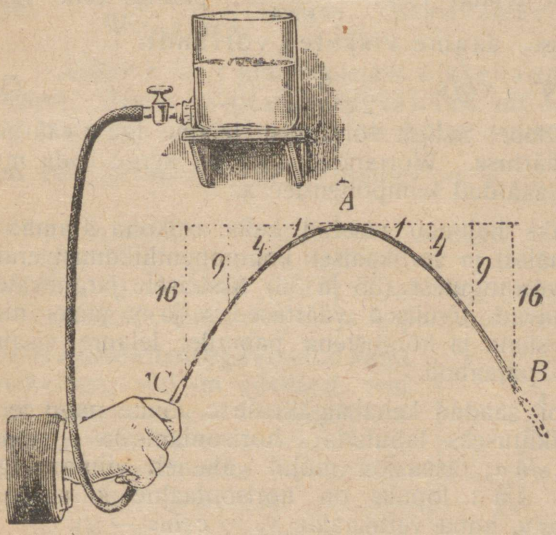
Joon. 37.

§ 15. **Längu visatud keha liikumine.** 1) Längu sihitud tõuke mõjul saab keha viske sihis AE (joon. 38) ühtlase komponentliikumise, raskusjõu mõjul aga vertikaalselt alla sihitud ühtlaselt kiirendatud komponentliikumise. Keha resultantliikumise leiame paralleelogrammi seaduse järele niisama nagu horisontaalselt visatud keha liikumise puhulgi. Vahe seisab ainult selles, et paralleelogrammid nüüd enam täisnurksed ei ole vaid vildaknurksed; ka ei asu tee-kõverjoone tipp enam läbi lähtepunkti tõmmatud horisontaaljoonel, vaid viimasest kõrgemal.



Joon. 38.

Längu ülespoole visatud keha liikumisteed võib kujutada vee juga (joon. 39). Kui läbi joa tipu A tõmmata horisontaalne sirgjoon, siis on joa parempoolne osa AB sarnane horisontaalselt visatud keha liikumisteele (joon. 36). Joa pahempool AC aga on sümeetriline paremale poolele.



Joon. 39.

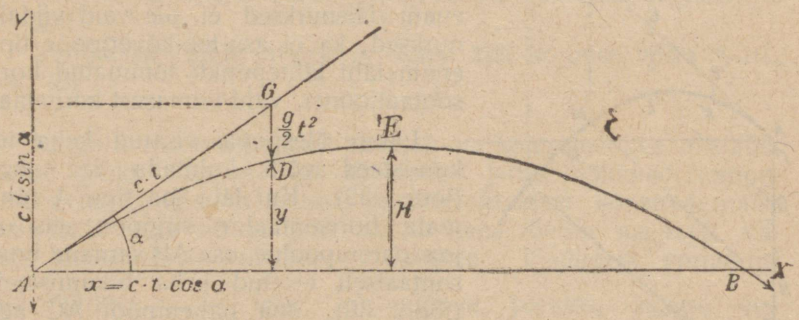
Nii siis, **längu ülesvisatud keha liikumistee on kahest sümeetrilisest harust moodustatud kõverjoon, mille tipp asub kõrgemal liikumise lähtepunktist.**

2) Nurk α (joonistus 40), mille all keha vastu horisontaaljoont längu ülesvisatakse, nimetatakse tõusunurgaks (elevatsiooni nurk). Kui peale viskejõu keha peale ühtegi teist jõudu mõjumas ei oleks, siis liiguks keha kogu aeg sirgjooneliselt ja ühtaselt, alalhoides viskamisest saadud algkiiruse c. Aja t lõpuks ärakäidud tee oleks AG = ct. Teda võib kaheks komponentteeks lahutada (§ 12_5): horisontaalseks — $ct\cos\alpha$ ja vertikaalseks — $ct.\sin\alpha$. Esimese liikumise sihis ei ole ühtegi jõudu vastu mõju-

mas ja sellepärast jääb ta kogu aeg ühtlaseks; teises sihis aga mõjub otse vastupidi raskusjõud, mille tagajärjel keha t sekundi jooksul $GD = \frac{g}{2} t^2$ võrra alla langeb. Tõelised komponentteed on siis: horisontaalne — endiselt

$$x = c.\ t.\ \cos\alpha, \tag{35}$$

vertikaalne aga, $y = c.\ t.\ \sin\alpha - \frac{1}{2} gt^2$ (36)



Joon. 40.

Esimesest võrrandist leiame $t = \frac{x}{c\ \cos\alpha}$; pannes selle väärtuse teise võrrandisse, saame visketee võrrandi:

$$y = x\ tg\ \alpha - \frac{gx^2}{2\,c^2\,\cos^2\alpha} \tag{37}$$

mis paraabolit kujutab. Sellest võrrandist leiame iga x väärtuse jaoks vastava y väärtuse. Võrrandist (35) on kerge leida mistahes aja lõpuks ärakäidud komponenttee x.

Veel lihtsamaks kujuneb visatud keha asukoha äramääramine, kui horisontaalset ja vertikaalset komponentliikumist eraldi käsitada. Leides võrrangutest (35 ja 36) üksteisele järgnevatele silmapilkudele vastavad arvulised väärtused x ja y jaoks ning kandes neid pikkustena ja kõrgustena paberile, leiame visatud keha liikumistee — paraaboli.

Viskamise läbi saadud keha algkiiruse c võime nagu teegi kaheks komponentkiiruseks lahutada: horisontanlseks — $c\ \cos\alpha$ ja vertikaalseks $c\ \sin\alpha$; raskusjõu mõjul väheneb viimane igas sekundis g võrra. Aja t lõpuks on horisontaalne kiirus nagu alguseski $v_x = c.\ \cos\alpha$, kuna vertikaalne $v_y = c\sin\alpha - gt$.

Paraaboli tipus on visatud keha vertikaalne kiirus null, sest et keha seal enam ei tõuse; kui formulisse $v_y = c\ \sin\alpha - gt$ võtta sellekohaselt $v_y = 0$, siis saame keha tõusuaja

$$t = \frac{c\ \sin\alpha}{g} = T, \tag{38}$$

mille jooksul keha jõuab kõige suurema kõrguseni H. Seades

formulisse (35) t asemele tema eelmise väärtuse $T = \frac{c \sin\alpha}{g}$, leiame liikumistee kõige suurema kõrguse

$$H = c \sin\alpha \frac{c \sin\alpha}{g} - \frac{c^2 \sin^2\alpha \cdot g}{2g^2} = \frac{c^2 \sin^2\alpha}{2g} \qquad (39)$$

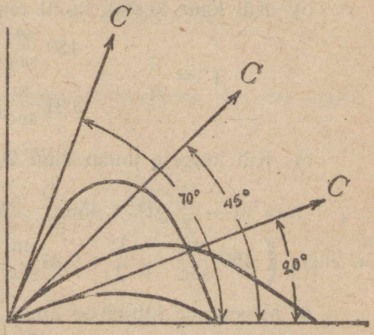
Formul (39) näitab, et antud c ja g jaoks on H seda suurem, mida suurem on $\sin\alpha$. Viimane omandab kõige suurema väärtuse kui $\alpha = 90^0$, s. t. kui keha vertikaalselt ülesvisata. Et $\sin 90^0 = 1$, siis on kõige suurem tõusukõrgus $H = \frac{c^2}{2g}$. See formul on meil juba tuntud vertikaalselt üles visatud keha liikumisest (§13$_4$, form. 33).

Längu visatud keha horisontaalne edasiliikumine sünnib niihästi tõusu- kui langemisajal. Kuna mõlemad ajad võrdsed on (§13$_4$), ja T tõusuaega tähendab, siis jõuab keha ajavältel $2T = \frac{2c \sin\alpha}{g}$ (v. form. 38) lähtepunkti A horisontaaljoonele AB jälle tagasi. Teed AB, mida visatud keha 2T jooksul horisontaalses sihis ära käib, nimetatakse viskekauguseks (W). Formulisse (34) t asemele pannes väärtuse $2T = \frac{2c \sin\alpha}{g}$, saame viskekauguse

$$W = c \cos\alpha \frac{2c \sin\alpha}{g} = \frac{2c^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g} = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}. \qquad (40)$$

Antud c ja g juures oleneb viskekaugus ainult $\sin 2\alpha$ suurustest. $\sin 2\alpha$ kõige suurem vääratus on 1, kui $2\alpha = 90°$, s. t. kui $\alpha = 45°$. **Viskekaugus on kõige suurem, kui tõusunurk α on 45°** (joon. 41). Sellel juhusel on $W = \frac{c^2}{g}$. Nurk $\alpha = 45° + \beta$ ja nurk $\alpha_1 = 45° - \beta$ täiendavad üksteist 90° kraadini; $\sin 2\alpha = \sin 2(45° + \beta) = \sin(90° + 2\beta) = \cos 2\beta$, ja $\sin 2\alpha_1 = \sin 2(45° - \beta) = \sin(90° - 2\beta) = \cos 2\beta$. Seega on $\sin 2\alpha = \sin 2\alpha_1$ ning mõlema tõusunurga α ja α_1 puhul on viskekaugused võrdsed.

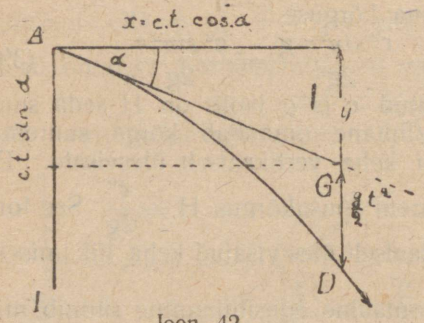
Ühesuguse kiirusega visatud keha viskekaugused on võrdsed, kui nende tõusunurgad üksteist 90°-ni täiendavad. Nii on näiteks 20° ja 70° all visatud keha viskekaugused võrdsed. (joon. 41).



Joon. 41.

3) Längu allapoole visatud keha juures (joon 42), kus algkiirus on c, võrdub aja t jooksul ärakäidud horisontaalne komponenttee, nagu eelmisel juhuselgi, $x = ct\cos\alpha$, kus juures α langemisnurka (depressioonnurka) tä-

hendab. Vertikaalne komponenttee c. t $sin\alpha$ aga suureneb sama aja jooksul, liikumisele päripidi sihitud raskusjõu mõjul



Joon. 42.

$DG = \frac{g}{2}t^2$ võrra. Mõlemas sihis ärakäidud komponentteed on seega:

horisontaalne — $x = ct\ cos\alpha$

vertikaalne — $y = ct sin\alpha + \frac{1}{2}gt^2$ (41)

Nendest tuletatud visketee võrrand

$$y = xtg\alpha + \frac{gx^2}{2c^2 cos^2\alpha} \quad (42)$$

kujutab jällegi paraabolit, mille tipp asub liikumise lähtepunktis.

Õhutakistuse mõjul muutub horisontaalselt kui ka längu visatud keha liikumistee õige tuntavalt. Nii lendab näiteks 12 tollilise suurtüki kuul tõusunurga all $\alpha = 22°$ kunni 20,5 km. kauguseni; tema lennutee tipu kõrgus ulatab see juures 2,9 km-ni. Ilma õhutakistuseta oleks aga tema lennukaugus 46,7 km. ja kõrgus 4,7 km.

Ka kuju poolest muutub visketee: längu ülespoole visatud keha puhul on näiteks tee langemisharu järsum ja lühem kui tõusuharu.

Näited (§§ 13, 14, 15). 1. Suurtükist vertikaalselt üleslastud kuuli algkiirus on $450\frac{m}{scc.}$

a) Missuguse kõrguseni jõuab kuul, õhutakistust arvesse võtmata? § 13_4 formulist (33) leiame

$$H = \frac{c^2}{2g} = \frac{450^2\frac{m^2}{sec^2}}{2.9{,}81\frac{m}{sec^2}} = 10321{,}10\frac{m^2 . sec^2}{m . sec^2} = 10321{,}1\ m.$$

b) Kui kaua kestab kuuli tõusmine? Formul (32) annab

$$T = \frac{c}{g} = \frac{450\frac{m}{sec}}{9{,}81\frac{m}{sec^2}} = 45{,}9\frac{m . sec^2}{m . sec} = 45{,}9sec.$$

c) Kui kõrgele jõuab kuul 20 sec vältel? Formuli (31) järgi on

$$h = ct - \frac{1}{2}gt^2 = 450\frac{m}{sec} \cdot 20sec - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\frac{m}{sec^2} \cdot 20^2sec^2 =$$

$$= 20sec\left(450\frac{m}{sec} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\frac{m}{sec^2} \cdot 20sec\right) = 20 . 359{,}9\frac{m . sec}{sec} = 7198\ m.$$

d) Missugune kiirus on kuulil 10 sec lõpul? Formulist (30) leiame

$$v = c - gt = 450\frac{m}{sec} - 9{,}81\frac{m}{sec^2} \cdot 10sec = 351{,}9\frac{m}{sec}.$$

2. 8 m. üle maapinna asuvast punktist horisontaalselt visatud keha algkiirus on $50\frac{m}{sec}$.

a) Kui kaua kestab visatud keha liikumine?

Viskeliikumine kestab nii kaua, kuni keha maapinnale jõuab. Võrrandist (23) § 14_2 leiame

$$t=\sqrt{\frac{2y}{g}}=\sqrt{\frac{2\,.\,8\,m}{9{,}81\frac{m}{sec^2}}}=1{,}25\,sec.$$

b) Kui suur on viskekaugus?

Horisontaalses sihis sünnib liikumine ühtlaselt. Võrrandist (§ 14_2) saame

$$x=c\,.\,t=s=50\frac{m}{sec}\cdot 1{,}25sec=62{,}5m.$$

3. Suurtükist 20° tõusunurga all väljalastud kuuli algkiirus on $600\frac{m}{sec}$.

a) Kui suur on ta tõusukõrgus ja viskekaugus? Formulid (39, 40) § 15 annavad

$$H=\frac{c^2 sin^2\alpha}{2g}=\frac{600^2\frac{m^2}{sec^2}\cdot 0{,}3420^2}{2\,.\,9{,}81\frac{m}{sec^2}}=2135{,}6\ m.$$

$$W=\frac{c^2 sin\,2\alpha}{g}=\frac{600^2\frac{m^2}{sec^2}\cdot 0{,}6428}{9{,}81\frac{m}{sec^2}}=23589\ m.$$

b) Kui kaugel ja kui kõrgel on kuul 10 sec pärast? Võrranditest (35 ja 36) saame.

$$x=ct\cos\alpha=w=600\frac{m}{sec}\cdot 10\ sec\,.\,0{,}9397=5638{,}2\ m.$$

$$y=c\,.\,t\,sin\alpha-\frac{t^2g}{2}=h=600\frac{m}{sec}\cdot 10\,sec\,.\,0{,}3420-$$

$$-\frac{1}{2}\cdot 10^2\,.\,sec^2\,.\,9{,}81\frac{m}{sec^2}=1561{,}5\ m.$$

c) Kui suur on kogu lennuaeg 2T? Formulist (38) järgneb:

$$2T=\frac{2c\ sin\alpha}{g}=\frac{2\,.\,600\frac{m}{sec}\cdot 0{,}3420}{9{,}81\frac{m}{sec^2}}=41{,}8\ sec.$$

d) Kui suur oleks tõusukõrgus, viskekaugus ja lennuaeg kui tõusunurk $\alpha=45^0$?

$$H=\frac{c^2\,sin^2\alpha}{2g}=\frac{600^2\frac{m^2}{sec^2}\cdot 0{,}7071^2}{2\,.\,9{,}81\frac{m}{sec^2}}=917{,}3\ m.$$

$$W=\frac{c^2\,sin\,2\alpha}{g}=\frac{600^2\frac{m^2}{sec^2}\cdot 1}{9{,}81\frac{m}{sec^2}}=3669{,}7\ m.$$

$$2T = \frac{2c \sin 2\alpha}{g} = \frac{2 \cdot 600 \frac{m}{sec} \cdot 0{,}7071}{9{,}81 \frac{m}{sec^2}} = 85{,}5 \text{ sec},$$

4) Kui suur peab olema kuuli algkiirus, et ta tõusunurga $\alpha = 15^0$ all lendaks 10000 m. kauguseni? Formulist

$$W = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g} \text{ — järgneb } c = \sqrt{\frac{Wg}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10000m \cdot 9{,}81 \frac{m}{sec^2}}{0{,}5}} = 424{,}5 \frac{m}{sec}$$

§ 16. **Jõud. Mõju ja vastumõju.** 1) Inertsuse tõttu on igal kehal tung seda seisukorda alal hoida, milles ta viibib: paigal oleval kehal tung paigale jääda, liikuval kehal tung lõpmata liikuda sirgjooneliselt ja ühtlaselt (§ 4_1). Keha paigal seismist võib käsitada kui liikumist, mille kiirus on null. Sellepärast mõistame edaspidi „liikumise" all nii tõelist liikumist kui ka paigalseismist.

Põhjust, mille tagajärjel keha oma kiirust või sihti muudab, nimetatakse jõuks. Nii näiteks tõukame oma musklijõuga kera veerema (muudame kera liikumise kiirust nullist teatava suuruseni); veduri jõu mõjul hakkab raudteerong liikuma. Vaba langemine on ühtlaselt kiirendatud liikumine; selle liikumise põhjust nimetatakse raskusjõuks. Ka võime oma musklijõuga liikuva keha kiirust kunni 0-ni vähendada, s. t. keha seisma panna; raudteerongi võib piduri hõõrumisjõu läbi peatada; raskusjõu mõjul väheneb vertikaalselt üles visatud keha kiirus nullini jne.

Jõu suuruse üle võib otsustada selle järele, kui suur on keha kiiruse muutumine, s. t. kui suur on keha kiirendus (või aeglastus).

Jõu defineerimisel eeldasime, et keha võib jõu sihis vabalt liikuda. On aga ka võimalik, et keha jõule järgida ei saa. Niisugune juhus oleks näiteks, kui me veduri paneks tugevat sillatuge tõmbama: tugi võiks ainult paenduda, praguneda, või murduda, kuid mitte edasi liikuda. Kõigil niisugustel juhustel avaldab jõud keha peale survet või tõmmet, ning muudab seega keha kuju või ruum-ala; me ütleme, et jõud deformeerib keha. On olemas kehi, nagu terasspiraalvedrud, mille deformeerumine on proportsionaalne mõjuva jõu suurusega. Kui näiteks vedru 1 kg. mõjul pikeneb 1 cm. võrra, siis pikeneb ta 2 kg. mõjul 2 cm. võrra.

Me nägime, kuidas sarnase vedruga varustatud vedrukaalu abil keha kaalu ehk raskusjõudu mõõdetakse (I § 8_2). Temaga võib ka iga teist jõudu mõõta. Niisugusel korral nimetatakse vedrukaalu dünamomeetriks (v. joon. 18). Kui me teada tahame näiteks, kui suure jõuga hobune vankrit veab, siis asetame hobuse rakenduse ja vankri vahele dünamomeetri nii, et tõmbejõud vankri peale dünamomeetri kaudu mõjuks. Viimase

skaalal loeme siis arvu, mis näitab vankri vedamiseks tarvitatud jõu suurust neis jõudüksustes, mis skaalale on märgitud. Jõudüksusena tarvitatakse 1 kilogrammi raskusjõudu. Üks kilogramm on seega jõud, millega 1 kbdm puhast vett + 4° C juures maakera külge tõmbub.

Nagu me edaspidi näeme, ei ole see tõmbejõud maakerapinnal mitte kõigis kohtades ühesuurune. Sellepärast on kokku lepitud jõudüksust kilogrammi mõõta 45-dal laiuskraadil ja meripinna kõrgusel.

2) Liikumise tekitamiseks on tarvis peale keha, mida liikuma pannakse, veel teist keha, mille mõjul antud keha liikuma hakkab. Näiteks on keha langemisel seesuguseks liikumist sünnitavaks kehaks maakera, raudteerongi sõitmisel — vedur jne.

Kinnitame magneti ja raudtüki korkide külge ning asetame nad veepinnale ujuma. Me näeme, et magnet ja raudtükk üks-teisele vastu ujuvad, kunni nad nende vahele asetatud korki vastu põrkuvad ja seisma jäävad. Nüüd surub korki ühelt poolt magnet, teiselt poolt raudtükk; et kork paigal seisab, siis peavad mõlemad surved ühesuurused ja üksteise vastu sihitud olema, sest muidu hakkaks kogu süsteem edasi liikuma. Sedasama võime öelda iga teise nähtuse juures, kus kaks keha üks-teise peale mõjudes paigal seisavad. Surub näiteks käsi teatud jõuga laua peale, siis peab laud omakorda sama suure ja vastupidi sihitud jõuga käe peale suruma, sest muidu vajuks laud käe surve all madalamale. Vedru otsas rippuv koorem venitab vedru parajasti nii suure jõuga välja, kui suure jõuga vedru ots, ületades koorma raskusjõudu, teda üleval hoiab (joon. 18).

Üleüldse, kui keha A mõjub keha B peale, siis mõjub keha B sama tugevalt, kuid vastupidises sihis, keha A peale. Viimast mõju hüütakse vastumõjuks.

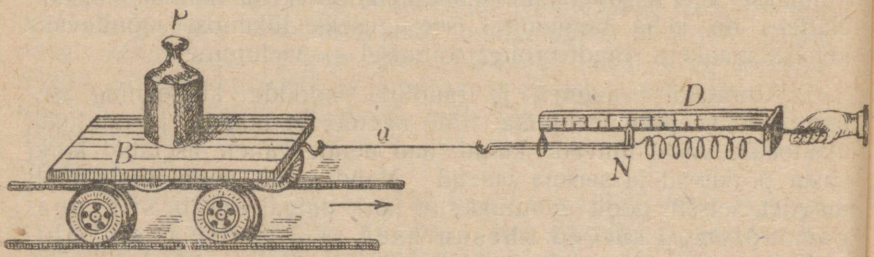
Iga mõju tekitab temale vastupidises sihis võrdse vastumõju, s. t. kahe keha mõjud üks-teise peale on alati võrdsed ja vastupidi sihitud. Seda seadust nimetatakse mõju ja vastumõju seaduseks. Ka tuntakse teda nimetuse all Newtoni III seadus (1687).

§ 17. **Jõud ja mass.** 1) Keha massi all mõistetakse seda mateeria hulka, millest keha koos seisab. See mateeria hulk võib olla suurem või väiksem, sellepärast on keha mass füüsiline suurus.

Massi võime mõõta mateeria nende omadustega, mis moodustavad füüsilisi suurusi ja mis proportsionaalsed on keha mateeria hulgaga. Niisugusteks omadusteks loetakse keha kaaluvust ja inertsust. Kaaluvus oleneb tingimustest, milles mateeria ehk keha viibib, näiteks tema asukohast maapinna suhtes jne. Inertsus, selle vastu, jääb alati muutumatuks: asugu keha maapinnal

või ilmaruumis, tema inertsus jääb ikkagi ühesuuruseks. Sellepärast mõõdetakse keha massi suurust tema inertsuse kaudu. Inertsust kui takistust, mida keha avaldab tema liikumist muutva jõu vastu (§ 4), võib mõõta mingi tuntud jõu mõjul tekkinud liikumismuutumise suuruse ehk kiirenduse kaudu. Massi ja kiirenduse vahekorda selgitab järgmine katse:

Kergele vankrikesele B (joon. 43) asetame koormaks mingi suure keha P, mille mass nii suur on, et vankri enese massi koormaga võrreldes lõpmata väike on. Nööri a abil kinnitame



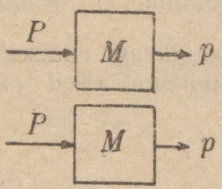
Joon. 43.

vankri külge dünamomeetri D (§ 16_1) ning tõmbame vankrit dünamomeetri kaudu niisuure jõuga, et nool N dünamomeetri skaalal teatud jaotuskriipsul peatama jääb. Vanker hakkab selle jõu mõjul liikuma, kuid dünamomeetrit võib ikka sedavõrd edasi tõmmata, et nool N endisse seisu jääb. Niisugusel puhul on vankri, ehk õieti tema koorma P peale mõjuv jõud konstant, ning liikumine peab olema ühtlaselt kiirendatud. Roopale ära märkides igas sekundis käidud teed, leiame vankrikese kiirenduse. Nüüd paneme koormaks vankrikesele veel teise samasuguse keha, nagu P, tõmbame dünamomeetrit endise jõuga, ning leiame uue kiirenduse. Selgub, et see kiirendus on 2 korda eelmisest väiksem. Arusaadavalt peab kahes ühesuguses kehas P kaks korda rohkem mateeriat olema kui ühesainsas kehas; järjelikult oli vankrikese koorma mass teisel juhusel 2 korda suurem kui esimesel juhusel. Üks ja sama jõud annab nii siis 2 korda suuremale massile 2 korda väiksema kiirenduse. Kui vankrikese koorem kolmanda keha jnurelisamisega kolmekordseks teha, siis leiame, et endise jõu mõjul omandatud kiirendus 3 korda väiksem on jne. Sellest järgneb seadus I: **Võrdsete jõudude mõjumisel on kiirendused ümberpöördult proportsionaalsed massidega.**

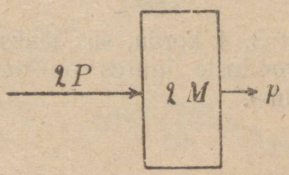
2) Joonistusel 43 kujutatud vankrikesel laseme nüüd ühe ja sama massi peale mõjuda isesuurused jõud. Selleks tõmbame dünamomeetri nooli N esimese katse juures skaala ühe jaotuskriipsuni ja teise katse juures mingi teise jaotuskriipsuni,

mis näiteks kaks korda suuremat jõudu kujutab. Me leiame, et vankrikese kiirendus on teisel juhusel 2 korda suurem kui esimesel. Tarvitame sellesama massi edasiliigutamiseks 3 korda suuremat jõudu, siis omandab ta 3 korda suurema kiirenduse. Sellest järgneb seadus II: **Võrdsete masside juures on kiirendused proportsionaalsed jõududega.**

3) Võrdsete massidega kehade M peale (joon. 44-a) mõju-



Joon. 44-a.



Joon. 44-b.

vad võrdsed ja paralleelsed jõud P. Kehad liiguvad nende jõudude mõjul kõrvuti edasi ühesuuruse kiirendusega p. Selles edasiliikumises ei muutu midagi, kui mõlemad kehad üksteisega kindlalt ühendame (joon. 44-b). Viimased moodustavad siis üheainsa keha, mille mass on 2 korda suurem ja mille peale mõjub 2 korda suurem jõud, kuid mis endise kiirendusega liigub. Üleüldse: kui kehade massid samas vahekorras on nagu nende mõjuvad jõudki, siis on nende kiirendused võrdsed.

Seadus III: **Võrdsete kiirenduste juures on massid proportsionaalsed jõududele.**

4) Leituid seadusi võib täpipealsemalt tõestada Atwoodi masinal (§10$_2$, joon. 28). Me leidsime (§ 10,$_4$) et pommid p ja p' lisakoorem q_2 raskusjõu mõjul omandavad kiirenduse $10\frac{cm}{sec^2}$. Kui q_2 asemele, mis kujutab liikumist tekitavat jõudu, võtta 2 korda suurem lisakoorem 2q ning pomme p ja p' võrdselt nii palju vähendada, et kogu süsteemi mass endiseks jääb, siis leiame katsest, et pommide kiirendus nüüd $20\frac{cm}{sec^2}$, s. t. 2 korda suurem on kui eelmisel juhusel. Seega on võrdsetel massidel kiirendus proportsionaalne jõuga (II seadus).

I seaduse tõestamiseks jätame lisakoorma q_2 endiseks, kuid suurendame võrdselt pomme p ja p', nii et kogu süsteemi mass 2 korda suuremaks saab: me leiame, et kiirendus on ainult

$5\frac{cm}{sec^2}$, s. t. 2 korda väiksem kui esimesel juhusel. Sellest järgneb, et võrdsete jõudude mõjumisel on kiirendused ümberpöördult proportsionaalsed massidega.

Kui pommide p ja p' ning lisakoorma q juures kiirendus on $10\ \frac{cm}{sec^2}$, siis on nagu katsed seda näitavad kaks korda suuremate pommide 2p ja 2p' juures ning lisakoorma 2q mõjul kiirendus endiselt $10\ \frac{cm}{sec^2}$. Suurendaksime pomme ja lisakoormat q vastavalt 3, 4 korda, siis jääks kiirendus ikkagi endiseks: Võrdsete kiirenduste juures on massid proportsionaalsed jõududega (III seadus).

§ 18. **Mass- ja jõudüksused. Mõõdusüsteemid.** 1) Kahte massi nimetame võrdseks, kui nad ühe ja sama jõu mõjul omandavad võrdsed kiirendused. Valides pikkusüksuseks meetri (m), aegüksuseks sekundi (sec) ning jõudüksuseks kilogrammi (kg, § 16,) peame massüksuseks valima niisuguse massi, mis jõudüksuse mõjul omandab kiirenduse $1\ \frac{m}{sec^2}$.

Meeter, sekund ja kilogramm on põhiüksused, millest, peale leitud massüksuse, tuletuvad kõik teised üksused. Nimetatud põhiüksused on aluseks mõõdusüsteemile, mida praktiliseks mõõdusüsteemiks hüütakse, sest et teda peaasjalikult tehnikas tarvitatakse.

2) Kui jõud 1 annab massile 1 kiirenduse 1, siis annab jõud P massile 1 kiirenduse P (II seadus) ning jõud P massile M kiirenduse $\frac{P}{M}$ (I seadus). Järjelikult omandab mass M jõu P mõjul kiirenduse

$$p = \frac{P}{M} \qquad (43)$$

See formul on eelpool leitud III seaduse matemaatiline avaldus. Kolmest suurusest P, M ja p võime tema abil leida ühe suuruse, kui tuntud on kaks teist suurust, sest

$$P = Mp \quad (44) \quad \text{ja} \quad M = \frac{P}{p} \qquad (45)$$

Formuli (45) abil võime leida keha massi M (praktilistes üksustes) kui tuntud on selle keha kaal (kilogrammides) antud

kohas ning keha vaba langemise kiirendus $g\left(\frac{m}{sec^2}\right)$ samas kohas. Olgu näiteks 45-dal laiuskraadil ja merepinna kõrgusel antud keha raskusjõud ehk kaal G. Et samal kohal keha vaba langemise kiirendus on $g = 9{,}81 \frac{m}{sec_2}$, siis on keha mass formuli (45) järele

$$M = \frac{G}{g} \qquad (46)$$

Massüksuse nimetus on formuli $M = \frac{P}{p}$ järele

$$kg : \frac{m}{sec^2} = \frac{kg \cdot sec^2}{m}$$

$$1\,\frac{kg \cdot sec^2}{m} = 1\,\frac{1000\ g \cdot sec^2}{100\ cm} = 10\,\frac{g \cdot sec^2}{cm}.$$

Näited: 1. Jõud 2 kg annab kehale kiirenduse $50 \frac{cm}{sec^2}$;

a) Kui suur on selle keha mass? Formul (45) annab

$$M = \frac{P}{p} = \frac{2000\ g}{50\,\frac{cm}{sec^2}} = 40\,\frac{g.sec^2}{cm} = 4\,\frac{kg.sec^2}{m}$$

b) Kui suur on selle keha kaal? Formulist (46) leiame

$$G = Mg = 40\,\frac{g.sec^2}{cm} \cdot 981\,\frac{cm}{sec^2} = 3924\ g = 3{,}924\ kg.$$

2. Kui suure jõuga peab vedur 147150 kg rasket rongi tõmbama, et teda kiirendusega $0{,}5 \frac{m}{sec^2}$ liikuma panna?

Tõmbejõu leiame formulist (44) $P = M.p$, milles M on formuli (46) järele:

$$M = \frac{G}{g} = \frac{147150\ kg}{9{,}81\,\frac{m}{sec^2}} = 15\,000\,\frac{kg.sec^2}{m}\ \text{(massüksust)}.$$

Tõmbejõud $P = M.p = 15000\,\frac{kg.sec^2}{m} \cdot 0{,}5\,\frac{m}{sec^2} = 7500\ kg.$

3) Kui § 17_1 kirjeldatud katse juures (joon. 43) vankrikese koormaks panna mitte 2 ühesugust keha, vaid 2 isesugusest ainest, kuid üherasket keha, näiteks 1 kilogrammiline tinapomm ja samaraske puutükk, siis näeme, et katse resultaatides midagi ei muutu, vaid et kiirendused 2 korda raskema koorma juures samuti nagu 2 korda suurema massiga koorma juureski (§ 17_1) teisel juhusel 2 korda väiksemad on. Võrdsete jõudude mõjumisel on nii siis vankrikese kiirendused ümberpöördult proportsionaalsed ka koorma kaaluga. On aga üks ja sama suurus — kiirendus — proportsionaalne nii kehade massidele kui ka kaaludele, siis peame oletama, et vastavates üksustes võrdsete kaaludega kehade massid on võrdsed.

Seega võime kehade massi mõõta ka kaalude abil. Massüksusena tarvitatakse niisugusel puhul kilogrammi (kg) s. o. 1 kbdm puhtavee massi + 4°C juures.

Kahel isesugusel üksusel, massüksusel ja jõudüksusel, on üks ja sama nimetus „kilogramm". Selle põhjuseks on, et me kehade massi asemel harilikult nende kaalu võrdleme. Igapäevases elus ei tehta ka vahet massi ja kaalu vahel, kuid füüsikas on see tarvilik. Kilogramm kui mass, kui teatud hulk mateeriat on ja jääb muutumatuks, nii kaua kui me temalt midagi ära ei võta, ega juure ei pane. Kilogramm kui kaal on see jõud, millega kilogramm — mass maakera külge tõmbub.

Kilogramm-jõud ei ole konstant: ta väheneb, kui vastav mass maakerast kaugeneb, ta on kõrgel mäeharjal väiksem kui madalal maapinnal. Niisama on ta ekvaatoril väiksem kui maakera nabadel (võrdle § 48_4). Maakerast lõpmata kaugel tõmbuks kilogramm-mass nii nõrgalt maakera külge, et tal mingit kaalu ei oleks. Sellest järgneb, et ainult ühes ja samas maapinna punktis võrdsetele massidele võrdsed kaalud vastavad. On arusaadav, kui tähtis on kaalu ja massi mõisteid lahus hoida. Edaspidi, kus seda tarvis on, tähendame massi üksust sõnaga „kilogramm-mass" ja jõuüksust — sõnaga „kilogramm-kaal", ehk lühendatult: esimest kg — teist — kg*.

Formul (46) seletab, miks antud kohas kõik kehad ühesuguse kiirendusega langevad. Et ühes ja samas kohas mass proportsionaalne on keha kaaluga, siis on $g = \frac{G}{M} =$ konstant sest et ühe keha kaal (G) sama palju korda suurem on teise omast, kui palju korda esimese mass suurem on teise massist. Näiteks on 1 kg raskuse keha kaal 1000 korda suurem 1 g raskusest keha kaalust, kuid samuti on ka esimese keha mass 1000 korda suurem teise keha massist. Selle tõttu on mõlemate kehade kiirendused

$$\frac{1000}{1000}\,\frac{G}{M} \text{ ning } \frac{G}{M} \text{ — võrdsed.}$$

4) Praktilise mõõdusüsteemi massüksuse (p. 1) ja kilogramm-massi vahekorra saame eelmises § leitud kolme seaduse põhjal kehade vabast langemisest. Merepinnal ja 45-dal laiuskraadil on 1 kg-massi raskusjõud ehk kaal 1 kg = jõudüksus. See jõud annab vabal langemisel nimetatud massile kiirenduse 9,81 $\frac{m}{sec}$ (§ 10_4). I seaduse põhjal annab sama jõud kiirenduse 1 $\frac{m}{sec}$ niisugusele massile, mis kilogramm-massist on 9,81 korda suurem s. t. jõud 1 kg annab 9,81 kg-massile kiirenduse 1 $\frac{m}{sec^2}$.

Praktilises mõõdusüsteemis on massüksus nii siis 9,81 kg.-massi, s. t. 9,81 kbdm puhta vee mass + 4°C juures.

5) Praktilise mõõdusüsteemi põhiüksusteks olid pikkus (m), aeg (sec) ja jõud (kg), millest kõik teised üksused said tuletatud. Kilogromm-jõu muutliku suuruse tõttu (p. 3) esines Gauss (a. 1833) ettepanekuga, võtta põhiüksustesse jõudüksuse asemel

teatud massüksus. Selleks valiti $\frac{1}{1000}$ punktis 3 tähendatud kilogramm-massist = gramm-mass. Eraldamiseks praktilisest mõõdusüsteemist nimetatakse niisugust mõõdusüsteemi absoluutseks.

Absoluutses mõõdusüsteemis on nii siis pikkusüksuseks sentimeeter (C), aegüksuseks endiselt sekund (S) ning massüksuseks gramm-mass (G) s. t. 1 kbcm puhtavee mass + 4°C juures, ehk mingi keha (kaalu pommi) mass, mille kaal võrdub nimetatud veehulga kaaluga. Vahe tegemiseks praktilise ja absoluutse süsteemi mõõtüksuste vahel kujutatakse viimase põhiüksuste lühendatud nimetusi suurte tähtega. Absoluutset mõõdusüsteemi hüütakse ka sentimeeter-gramm-sekund süsteemiks (CGS)

Tuletatud üksused CGS süsteemis on:

Pindüksus: 1 kvadraatsentimeeter = $1\,C^2$.

Ruumüksus: 1 kubiksentimeeter = $1\,C^3$.

Kiirusüksus: $1\,\frac{C}{S} = 1\,CS^{-1}$ (1 sentimeeter sekundis),

Kiirendusüksus: $1\,\frac{C}{S^2} = 1\,CS^{-2}$ (1 sentimeeter sekund-kvadraadi kohta).

Et CGS süsteemis jõudüksus enam põhiüksuste hulka ei kuulu, siis tuleb ka teda tuletada: Jõudüksuseks loetakse seda jõudu, mis massüksusele ($1G$) kiirendusüksuse ($1CS^{-2}$) annab; seda üksust nimetatakse düüniks. Kui jõud 1 düün kestvalt mõjub 1 gramm-massi peale, siis liigub seega viimane ühtlaselt kiirendatult ja tema kiirus kasvab igas sekundis 1 sentimeetri võrra.

Maakera külgetõmbel omandab 1 gramm-mass kiirenduse $981\,\frac{cm}{sec^2}$. Seda kiirendust tekitav jõud on 1 gramm-jõud. Kuna 1 gramm-mass saab:

1 düüni mõjul kiirenduse 1 cm/sec²
981 „ „ „ „ 981 „ „

ühtlasi aga ka: 1 g.-jõu „ „ „ 981 „ „

siis võrdub 1 gramm-jõud (1g*) 981 düüniga, s. t.

$$1g^* = 981 \text{ düüni}; \quad 1\,kg^* = 981000 \text{ düüni}.$$

Düün on seega väga väike jõud, umbes võrdne $\frac{1}{1000}$ grammiga = 1 mg*.

Näited: 1. Keha kaal on 0,02 kg (20 g).

a) Kui suur peab olema jõud, mis sellele kehale annab kiirenduse $6\,CS^{-2}$ (sentimeeter sekund-kvadraadi kohta)? Formul (44) annab:

$$P = M.p = 20\,G.6\,CS^{-2} = 120\,CGS^{-2} \text{ (düüni).}$$

Düüni nimetus on seega CGS^{-2}

b) Kui suur on kiirus ja ärakäidud tee 15 sekundi lõpul? Formuli (4) järele on

$$v = p.t = 6\,CS^{-2}.15\,S = 90\,CS^{-1} \text{ (sentimeetrit sekundis).}$$

Formulist (5) leiame

$$s = \tfrac{1}{2}pt^2 = \frac{6.CS^{-2}.225.S^2}{2} = 675\ C \text{ (sentimeetrit).}$$

c) Kui suure kiirenduse omandab antud keha 200 CGS^{-2} (düüni) mõjul? Formulis (43) on

$$p = \frac{P}{M} = \frac{200\ CGS^{-2}}{20\ G} = 10 CS^{-2}$$ (sentimetrit sekund-kvadraadi kohta).

2. Jõud 7200 CGS^{-2} (düüni) annab kehale kiirenduse 60 CS^{-2}.

a) Kui suur on keha mass?

$$M = \frac{P}{p} = \frac{7200\ CGS^{-2}}{60\ CS^{-2}} = 120\ G \text{ (massüksust).}$$

b) Kui suur on keha kaal 45-nda laiuskraadi all?

Kaal = Mg = 120 G . 981 CS^{-2} = 117720 CGS^{-2} (düüni).

c) Kui suur on keha kaal praktilises mõõdusüsteemis?

Kuna absoluutses mõõdusüsteemis massüksuseks on 1grammi mass, mille kaal on 1 g*, ja kuna antud keha mass 120 massüksust sisaldab, siis on tema kaal 120 g* = 0,12 kg *.

§ 19. **Tihedus.** Kui keha kaal maakera mitmesugustes punktides isesugune on, siis on ka tema erikaal kui ruumüksuse kaal muutlik (§ 17_2). Sellepärast tarvitatakse tihti erikaalu asemel ruumüksuses sisalduvat massi, sest viimane jääb igasugustel tingimustel konstandiks. Keha ruumüksuse massi nimetatakse keha tiheduseks. On kerge äranäha, et erikaalu ja tiheduse arvud on võrdsed ainult maakera punktides, mis asuvad meripinna kõrgusel ja laiuse 45° all. Ekvaatorile lähenedes või meripinnalt kõrgemale tõustes väheneb keha erikaal, tihedus aga jääb muutmatuks. Niisugune erikaalu muutumine on aga sedavõrd väike, et neil juhustel, kus iseäralist täpipealsust ei nõuta, tihedust ja erikaalu võrdarvulisteks võib lugeda.

Absoluutses mõõdusüsteemis on 1 cm^3 puhta vee mass 1 gramm-mass. Tihedus kui antud keha ruumüksuse mass, avaldatud gramm-massides, näitab järjelikult, mitu korda keha ruumüksuse mass suurem on vee ruumüksuse massist, s. t. mitu korda kogu keha mass suurem on sama ruumalaga veemassist. Et ühes ja samas kohas massid proportsionaalsed on kaaludega, siis näitab tihedus ühtlasi ka mitu korda kaal suurem on sama ruumalaga vee kaalust (võrdle I § 9_2).

Tiheduse nimetus on absoluutses mõõdusüsteemis

$$D = \frac{M}{V} = \frac{G}{C^3} = C^{-3}G$$

sest et massüksus on gramm (G). Praktilises mõõdusüsteemis on aga

$$D = \frac{M}{V} = \frac{kg.sec^2}{m} : m^3 = \frac{kg\ sec^2}{m^4}$$ (võrdle § 18_2).

§ 20. **Jõudude graafiline kujutamine. Rakenduspunkti ümberpaigutamine.** Vaba keha peale mõjuv jõud annab kehale kiiruse, mille siht ühte langeb jõu mõjumissihiga. Seega kuulub jõud niisuguste suuruste hulka, millel on siht, s. t. jõudu võib kujutada vektori abil (§ 3), kusjuures vektori pikkus sentimeetrites

tähendab võrdselt või proportsionaalselt jõu suurust grammides või kilogrammides (absoluutses süsteemis düünides).

Jõu mõju võib avalduda keha mitmesuguste kohtade peale. Seda kehapunkti, mille peale jõud otsekohe mõjub, nimetatakse jõu rakenduspunktiks. Kujutades graafiliselt keha ja tema peale mõjuvat jõuvektori, peame äratähendama ka jõu rakenduspunkti. Seda tehakse sellega, et jõudu tähendava nooli (vektori) alguseks valitakse jõu rakenduspunkt. Mõningatel juhustel on jõu rakenduspunkt otsekohe äramääratud: kui näiteks keha nööripidi liikuma tõmbame, siis on jõu rakenduspunkt see kehapunkt, mille külge nöör on kinnitatud. Teistel juhustel, nagu raskusjõu mõjumisel keha peale, ei ole rakenduspunkti asukoht otsekohe nähtav.

Katsed ja vaatlus tõestavad, et jõu mõjumisel keha peale rakenduspunktiks võib valida iga kehapunkti, mis asub jõu mõjumissihti kujutaval sirgjoonel. Seda joont mööda võib nii siis rakenduspunkti kuitahes ümberpaigutada. Raudtee rongi liikumisel on näiteks täiesti ükskõik, kas vedur asub rongi ees, taga või keskel, sest veduri tõmbejõud on igal juhusel sihitud piki rongi.

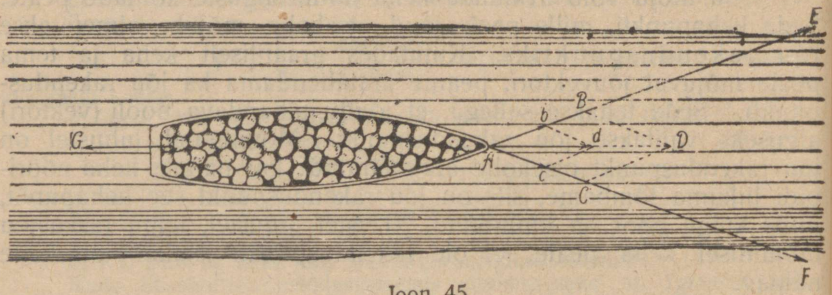
§ 21. **Tasakaal; resultantjõud ja tasakaalustav jõud.** 1) Kui paigalseisva vaba keha peale mõjub mitu jõudu, siis võib keha kas endiselt paigale jääda või liikuma hakata. Esimesel juhusel öeldakse, et jõud tasakaalustuvad, ehk keha viibib tasakaalus. Tasakaalu lihtsam juhus on see, kui keha peale otse vastupidises sihis mõjub kaks võrdset jõudu. Arusaadavalt hävitavad sarnased jõud alati üksteise mõju, mille tõttu nii keha paigalseismine, kui liikumine muutuda ei või.

2) Kui keha mitme jõu mõjumisel liikuma hakkab, siis on sellel liikumisel nagu harilikult teatud kiirus ja siht. Järjelikult võiksime leida üheainsa niisuguse jõu, mis samale kehale samasuguse liikumise annab ja seega kõigi teiste jõudude aset täidab. Sarnast jõudu nimetatakse resultantjõuks, neid aga mille aset resultantjõud täidab, nimetatakse komponentjõududeks. Resultantjõu leidmist komponentjõududest hüütakse jõudude liitmiseks.

Seda jõudu, mis kogu antud jõudude süsteemi tasakaalustab, nimetatakse tasakaalustavaks jõuks. Tasakaalustav jõud ja resultantjõud on üksteisega võrdsed ja mõjuvad vastupidises sihis.

§ 22. **Ühe punkti peale mõjuvate jõudude liitmine.** 1) Vaatlus ja katsed näitavad, et **ühe punkti peale mõjuva kahe jõu resultantjõud võrdub nii sihi kui ka suuruse poolest nendel jõududel konstrueeritud paralleelogrammi diagonaaliga.** See seadus järgneb kiirenduste paralleelogrammi seadusest (§ 12_4): Joonistusel 45 olgu näiteks kujutatud lodi, mida kummagil jõe-

kaldal hobused E ja F köitpidi veavad. Hobuste tõmbejõud AB ja AC moodustavad komponentjõu, mille mõjul lodi sihis AD liikuma hakkab.



Joon. 45.

Kui hobune E üksinda veab, siis liigub lodi, mille mass olgu M, mõjuva jõu AB sihis ja omandab samas sihis kiirenduse $Ab = \frac{AB}{M}$ (v. form. 43). Seda sama võib öelda teise jõu kohta, mille kiirendus $Ac = \frac{AC}{M}$. Nende kiirenduste resultantkiirendus võrdub Ab-le ja Ac-le konstrueeritud paralleelogrammi diagonaaliga Ad (§ 12_4). Kuna kiirendus on proportsionaalne jõuga (§ 17_3, II), s. t. Ab:AB = Ac:AC, ning mõlema külje vahel asuv nurk BAC on ühine, siis on paralleelogrammid Abdc ja ABDC sarnased. Sellest järgneb, et resultantkiirenduse siht Ad langeb sihiga AD ühte, ning Ad on proportsionaalne AD-ga. Kehale massiga M võib kiirenduse Ad anda, nii siis üksainus jõud, mille siht ja suurus on AD; seega täidab AD mõlema komponentjõu aset, s. t. ta on nende resultantjõud.

Sarnastest kolmnurkadest ABD ja Abd leiame

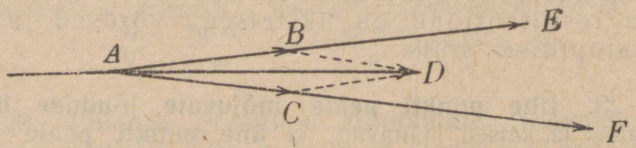
$$Ad : AD = Ab : AB$$

kuna aga $Ab = \frac{AB}{M}$, siis on

$$Ad : AD = \frac{AB}{M} : AB; \text{ ehk } \frac{Ad}{AD} = \frac{1}{M} \text{ ja}$$

$AD = M.Ad$, s. t. AD on jõud, mis massile M annab kiirenduse Ad (v. form. 44).

2) Arusaadavalt ei ole see ükskõik missuguses sihis mõlemad komponentjõud mõjuvad. On köied näiteks pikemad, siis

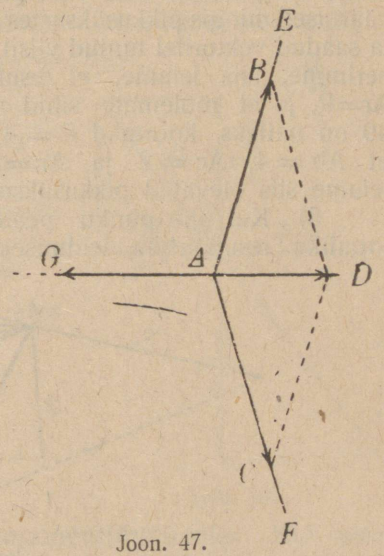


Joon. 46.

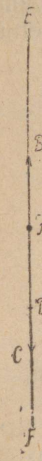
moodustavad nad endi vahel väiksema nurga, nii et diagonaal AD (joon. 45) pikemaks muutub ja resultantjõud kasvab. Joonis-

tusel 46 on nurk EAF väga väike, mille tõttu resultantjõud AD võrdub ligikaudselt mõlema komponentjõu AB ja AC summaga. Kui nurga EAF suurus nulliks saab, s. t. **kui komponentjõudude sihid ühte langevad, siis võrdub resultantjõud viimaste summaga ja mõjub nendega ühes sihis.**

3) On köied lühikesed, siis moodustavad nad endi vahel suurema nurga ja resultantjõud AD jääb selle läbi väiksemaks (joon. 47). Kui nurk EAF saab 180° suuruseks, siis mõjuvad mõlemad komponentjõud ühte sirgjoont mööda üksteisele vastupidises sihis. Kui nad seejuures ühesuurused on, siis muutub nende resultantjõud nulliks ja lodi viibib tasakaalus, s. t. ta ei liigu enam paigalt.



Joon. 47.

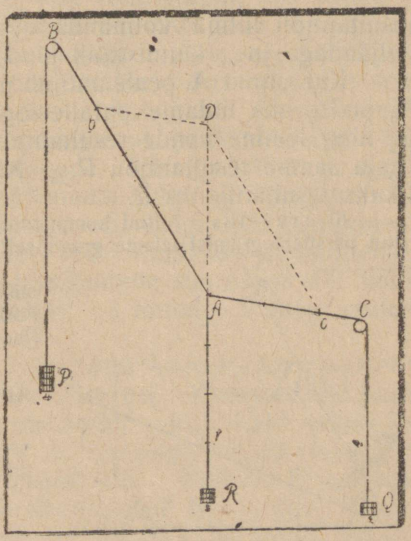


Joon. 48.

On aga üks komponentjõud näiteks AC suurem kui teine — AB, siis on resultantjõud DC mõlema komponentjõu suuruste vahe (joon. 48). Nii siis, **mõjuvad komponentjõud üksteisele vastupidises sihis, siis võrdub resultantjõud nende vahega ja mõjub suurema komponentjõu sihis.**

Liigub lodi vastu veevoolu, siis kisub viimane lotja enesega kaasa. Et leida kõige kolme jõu lõpulikku resultantjõudu, peame hobuste resultantjõust waha arvama vastuvoolu jõu AG (joon. 45). On vastuvoolu jõud suurem kui hobuste resultantjõud, siis liigub jõudude AG ja AD vahe mõjul lodi ühes hobustega tagurpidi.

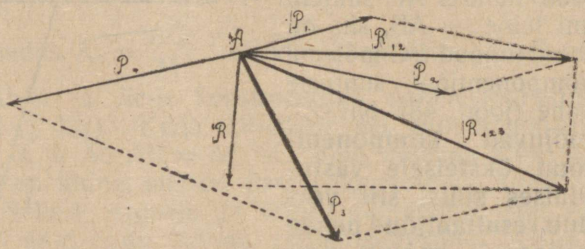
4) Ühe punkti peale mõjuvate jõudude paralleelogrammi seadust võib otsekohese katse abil järgmiselt tõestada. Kinnitame vertikaalselt seisva laua külge kaks kergelt tiirlevat rulli B ja C (joon. 49) ja paneme nende üle nööri, mille otsade külge on riputatud koormad P ja Q.



Joon. 49.

Teise nööri, mille otsas ripub koorem R, kinnitame esimese nööri külge. Nende kolme koorma tõmbejõud jäävad teatud seisukorras tasakaalu. Ühenduspunktis A mõjub kolm jõudu: koorma P tõmbejõud sihis AB, koorma Q oma — sihis AC ja koorma R raskusjõud sihis AR. Ühe peale nendest, näiteks jõu R peale, võib vaadata kui teiste kahe jõu P ja Q tasakaalustava jõu peale. Kui paralleelogrammi seadus õige on, siis peab esimene võrduma P ja Q resultantjõuga ning sellele otse vastupidi sihitud olema. Kui me jõudude väärtused mingis pikkusüksustes nööride sihis laua peal ära märgime ja saadud vektoritel tuntud viisil jõudude paralleelogrammi konstrueerime, siis leiame, et resultantjõud AD võrdub tõesti jõuga Ar=R, ja et mõlemate sihid otse vastupidised on. Joonistusel 49 on näiteks koormad P = 4, Q = 2 ja R = 3 jõudüksust, nii et Ab = 4, Ac = 2 ja Ar = 3 pikkusüksust. Resultantjõu AD leiame siis olevat 3 pikkusüksust s. o. niisama suure kui Ar = R.

5) Kui ühe punkti peale mõjub palju jõude, siis peame lõpuliku resultantjõu leidmiseks alguses liitma 2 jõudu, leitud

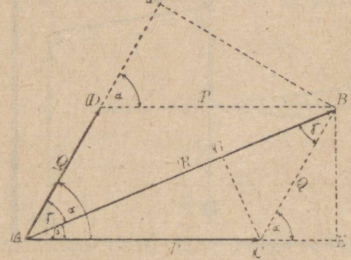


Joon. 50.

resultantjõu liitma kolmanda jõuga, saadud uue resultantjõu — neljandaga jne., kunni kõik jõud on liidetud.

Kui punkt A peale mõjub näiteks 4 jõudu (joon. 50): P_1, P_2, P_3 ja P_4, siis liidame paralleelogrammiseaduse järele jõud P_1 ja P_2 ning leiame nende resultantjõu R_{12}. Niisama liidame R_{12} jõuga P_3 ja saame resultantjõu R_{123}. Nüüd liidame R_{123} jõuga P_4 lõpulikuks resultantjõuks R.

6) Arvestus. Antud komponentjõudude sihi ja suuruse järgi konstrueeritud paralleelogramist leiame graafiliselt otsekohe resultantjõu sihi ja suuruse.



Joon. 51.

Resultantjõu täpipealsemaks äramääramiseks tarvitatakse sagedasti arvestamist. Formulid selle jaoks leiame järgmiselt (joon. 51):

Täisnurksest kolmnurgast leiame:

$AB^2 = AE^2 + BE^2$; $AE = P + CE$; $CE = Q \cos \alpha$; $BE = Q \sin \alpha$.

$$R^2 = (P + Q\cos\alpha)^2 + Q^2 \sin^2\alpha =$$
$$= P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2\cos^2\alpha + Q^2\sin^2\alpha.$$

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha} \qquad (47)$$

Selle formuli järgi leiame resultantjõu suuruse, kui on antud komponentjõudude

P ja Q ning nende vahel asuva nurga α suurused. On $\alpha = 90°$, siis on

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2};\quad R = P + Q, \text{ kui } \alpha = 0°;$$
$$R = P - Q, \text{ kui } \alpha = 180°.$$

Täisnurkses kolmnurgas ABE on

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{BE}{AE} = \frac{Q \sin\alpha}{P + Q\cos\alpha} \tag{48}$$

Sellest formulist leiame komponentjõu P ja resultantjõu R vahelise nurga β, mis viimase sihi äramäärab.

Näide: Keha mass on 12 $\frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}}$ (massüksust) ja tema peale mõjub 90° all kaks jõudu: $P_1 = 12$ kg ja $P_2 = 16$ kg (joon. 52).

a) Kui suur on resultantjõud R?

Et $\alpha = 90°$, siis leiame formuli (47) järele

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ kg}$$

b) Missuguses sihis mõjub resultantjõud R komponentjõu P_1 suhtes?

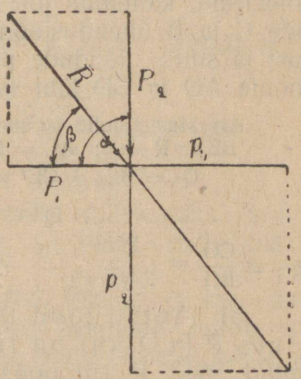
$\alpha = 90°$ juures on $\sin\alpha = 1$, $\cos\alpha = 0$; formulist (48) leiame siis

$$tg\,\beta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{16}{12} = 1{,}333;\quad \beta \approx 53°\,10'$$

c) Kui suure kiirenduse omandab keha kummagi jõu üksikul mõjul?

$$p_1 = \frac{P_1}{M} = \frac{12 \text{ kg}}{12\,\frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}}} = 1\,\frac{\text{m}}{\text{sec}^2};$$

$$p_2 = \frac{P_2}{M} = \frac{16 \text{ kg}}{12\,\frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}}} = 1{,}33\,\frac{\text{m}}{\text{sec}^2};$$



Joon. 52.

§ 23. **Jõu lahutamine komponentjõududeks.** Kui antud kahe jõu asemele võimę leida ühe resultantjõu, siis võime ka ümberpöördult ühe antud jõu asemele leida kaks komponentjõudu, mis keha peale koos niisamasugust mõju avaldaksid kui antud jõudki. Seda tegevust nimetatakse jõu lahutamiseks komponentjõududeks. Vaadates antud jõudu kujutava vektori kui mingi paralleelogrammi diagonaali peale, kujutavad viimase küljed otsituid komponentjõude. Et aga ühel ja samal diagonaalil konstrueerida võib määramata hulga paralleelogramme, siis on võimalik ühte jõudu lahutada mitmesugusteks komponentjõududeks. Lahutamise ülesannet võib ainult siis ühemõtteliselt lahendada, kui otsitavate komponentjõudude suuruse ja sihi kohta mingisugused kitsendavad tingimused on antud. Võtame arutuse alla järgmised juhused:

1) Antud jõud R tuleb lahutada kaheks komponentjõuks P ja Q, mille sihid on tuntud. Komponentjõudude suurused leiame järgmise konstruktsiooni abil: Läbi antud jõu vektori AB (51) rakenduspunkti A tõmbame sirgjooned AD ja AC otsitud komponentjõudude tuntud sihis. Punktist B tõmbame komponentjõudude sihtidele paralleeljooned BC ja BD. Leitud paralleelogrammi AC BD küljed AC ja AD kujutavad otsitud komponentjõudude P ja Q suurust.

Otsitavate komponent jõudude suurusi võib leida ka arvestuse läbi (joon. 51)

$$\left.\begin{aligned} BE &= R\sin\beta \\ BE &= Q\sin\alpha \end{aligned}\right\}$$ sellest järgneb: $Q\sin\alpha = R\sin\beta$; ja $Q = \frac{R\sin\beta}{\sin\alpha}$ (49)

Niisama leiame

$$\left.\begin{aligned} BF &= R\sin\gamma \\ BF &= P\sin\alpha \end{aligned}\right\}$$ järjelikult on $P\sin\alpha = R\sin\gamma$; ehk $P = \frac{R\sin\gamma}{\sin\alpha}$ (49a)

2) Antud jõud R tuleb lahutada kaheks komponentjõuks P ja Q, millest üks on tuntud nii suuruse kui sihi poolest. Kujutagu jällegi AB (joon. 51) jõu R vektori. Läbi punkti A tõmbame sirgjoone AC tuntud komponentjõu P antud sihis. Sama pikkusüksuse abil, millega juba vektror R sai konstrueeritud, kanname jõu P tuntud suuruse sirgjoonele AC. Punktide C ja B ühendusjoon BC kujutab teise komponentjõu Q suurust ja sihti. Jõudude paralleelogrammi täiendamisega paralleeljoonte AD ja BD läbi saame Q tõelise seisu AD.

Arvestusformulid leiame järgmiselt (joon, 51)

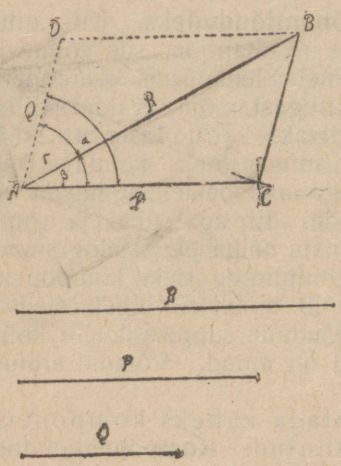
$$BE = R\sin\beta;\quad AE = R\cos\beta;\quad CE = AE - AC = R\cos\beta - P.$$

$$Q^2 = BE^2 + CE^2 = R^2\sin^2\beta + R^2\cos^2\beta - 2PR\cos\beta + P^2$$

$$Q = \sqrt{P^2 + R^2 - 2PR\cos\beta} \qquad (50)$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{CG}{BG} = \frac{P\sin\beta}{R - P\cos\beta} \qquad (51);\qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{BE}{CE} = \frac{R\sin\beta}{R\cos\beta - P} \qquad (51a)$$

3) Antud jõud R tuleb lahutada kaheks komponentjõuks P ja Q kui on tuntud mõlemate suurused. Kanname antud jõud R sirgjoonele AB (joon. 53), tõmbame vektoriga P kui raadiusega punktist A ja vektoriga Q punktist B ringkaared; mõlemate lõikepunkti C ühendame A ja B-ga. Konstrueeritud jõu kolmnurga ABC täiendame paralleeljoonte AD ja DB abil paralleelogrammiks. Siis võrduvad küljed AD ja AC komponentjõudude suurustega, kuna nende sihid komponentjõudude otsituid sihte kujutavad. Et ülesanne võimalik oleks, peab P ja Q summa olema suurem kui R (kolmnurgas on kahe külje summa suurem kui kolmas külg).



Joon. 53.

Formulist 47 leiame

$$\cos\alpha = \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ} \qquad (52)$$

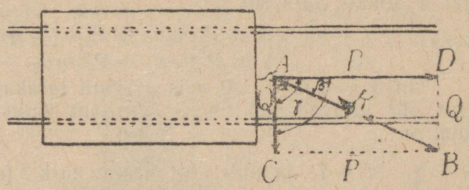
ja formulist 50

$$\cos\beta = \frac{P^2 + R^2 - Q^2}{2PR} \qquad (53)$$

Nendest formulitest leiame otsitud nurkade väärtused α, β ja $\gamma = \alpha - \beta$.

4) Jõudude lahutamine on alati tarvilik neil juhustel, kus jõud mõjub keha peale niisuguses sihis, milles keha väliste takis-

tuste tõttu ei saa liikuda. Näiteks olgu roobastele asetatud vagun, mida veab hobune, käies roobaste kõrval (joon. 54). Lahutame tõmbejõu R = AB kaheks komponentjõuks P ja Q, millest üks mõjub liikumissihis AD, teine — liikumisele perpendikulaarses sihis AC (v. punkt 1). Komponentjõud Q, mis vaguni rattaid vastu roobast surub, ei pääse mõjule, sest et vagun on takistatud liikumast roobastele perpendikulaarses sihis; vaguni veojõuks jääb seega komponentjõud P.



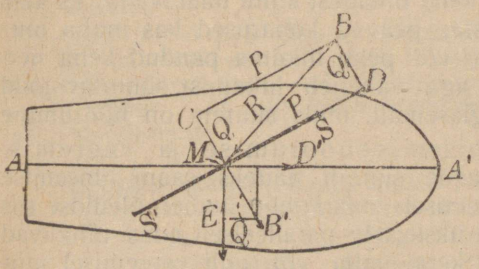
Joon. 54.

Olgu tõmbejõud R = 75 kg, $\gamma = 60^0$ ja $\beta = 30^0$.
Kuna $\alpha = 90^0$, siis on $sin\alpha = 1$, ja formulite 49, 49-a järele leiame:

$P = R\,sin\,\gamma = 75$ kg. 0,866 = 64,95 kg.
$Q = R\,sin\,\beta = 75$ kg. 0,500 = 37,50 kg.

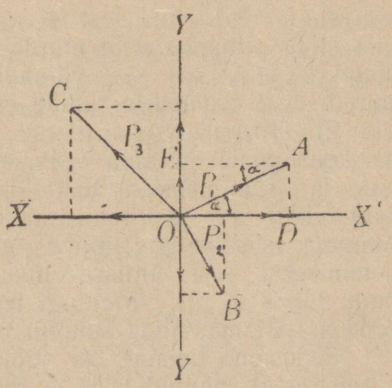
Survejõud Q roopa peale jääb seda väiksemaks, mida väiksem on nurk β, s. t. mida pikem on nöör, mille otsas hobune veab.

Purjepaat AA′ (joon. 55) võib edasi liikuda ka siis, kui tuul eestpoolt puhub, nii et tuule siht kiili joonega terava nurga moodustab. SS′ olgu puri. Tuule jõudu BM = R võib lahutada kaheks komponentjõuks P ja Q. Paadi liikumisel ei mõju jõud DM = P kaasa, sest et ta mööda purje libiseb. Ülejäänud komponentjõu



Joon. 55.

CM = Q = MB′ lahutame oma korda kaheks komponentjõuks, millest üks mõjuks paadi liikumissihis AA′ ja teine temale perpendikulaarselt. Viimane komponentjõud ME ei pääse mõjule, kuna vee takistus paadi pikliku ehituse tõttu sellele liikumisele vastu seisab. Paati edasiviivaks jõuks jääb nii siis komponentjõud MD′.



Joon. 56.

5) Kui ühe punkti peale palju jõude mõjub, siis võib neid liita järjestikku (v. § 22[5]). Hõlpsam on aga, kui me enne iga üksiku jõu, näiteks AO (joon. 56), lahutame horisontaal-

seks komponentjõuks $OD = P_1 cos\alpha_1$ ja vertikaalseks $OE = P_1 sin\ \alpha_1$, kus juures α nurka tähendab esimese jõu ja horisontaaljoone OX-i vahel. Kui kõik harisontaalsed komponentjõud üheks jõuks X ja kõik vertikaalsed — üheks jõuks Y kokku võtta siis on

$$X = P_1 cos\alpha_1 + P_2 cos\alpha_2 + P_3 cos\alpha_3 + \ldots$$
$$Y = P_1 sin\alpha_1 + P^2 sin\alpha_2 + P_3 sin\alpha_3 + \cdots$$

On $X = 0$ ja $Y = 0$, siis on jõud tasakaalus. Ei peaks nad seda mitte olema, siis liituvad nad üheks resultant jõuks R, mille suurus formuli (47) põhjal on:

$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$, ja mille sihti määrav nurk β (resultantjõu horisontaaljoone OX vaheline nurk) leidub formulist (48)

$$tg\beta = \frac{Y}{X};$$

(formulites (48,49) tuleb arvata $\alpha = 90°$, nii et $sin\alpha = 1$ ja $cos\alpha = 0$).

§ 24. **Liikumise takistused** on peaasjalikult hõõrumine ja ümbruskonna takistus, s. t. selle keha takistus, milles vaadeldav liikumine sünnib.

1) Hõõrumine tekib keha liikumisel teise keha pinda mööda. Tema põhjuseks on üksteist puudutavate pindade karedus: Ka pealt näha siledal kehapinnal on väikesed konarused, mis keha libisemisel teise keha omadest kinni haaravad. Et keha liikumine edasi võiks kesta, peavad konarused kas maha murduma, kõrvale paenduma, või peab liikuma pandud keha nendest ületõstuma. Sellega aga väheneb liikumist sünnitav jõud, ning keha liigub seda aeglasemalt. mida suurem on hõõrumine.

Me teeme vahet libisemis-hõõrumise ja veeremis-hõõrumise vahel. Esimene sünnib näiteks saani libisemisel lund mööda või pussi tiirlemisel vankri telje ümber, üleüldse siis, kui kokkupuutuvad pinnad üksteisele paralleelselt edasi nihkuvad. Veeremis-hõõrumine tekib kera, ratta või rulli veeremisel mingit pinda mööda. Veeremis-hõõrumine on libisemis-hõõrumisest väiksem, sest et veerev keha üle konaruste tõstub, ilma et ta pruugiks neid murda vôi paenutada. Sellepärast tarvitatakse seal, kus see võimalik, libisemise asemel veeremist: suured kivid asetatakse rullide peale, raskusi veetakse vankril jne.

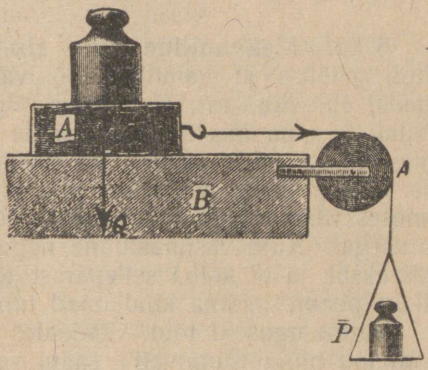
2) Hõõrumise suuruse mõõduks võib olla see jõud, mis keha peale mõjuma peab, et juba tekkinud liikumist ühtlasena ja sirgjoonelisena alalhoida. Kui näiteks ree külge dünamomeeter kinnitada ja viimase kaudu rege ühtlase kiirusega liikuma tõmmata, siis kulub mõjuv jõud tervelt reejalaste hõõrumise ületamiseks, sest ühtlase liikumise alalhoidmiseks ju mingit jõudu tarvis ei ole. Muidugi teada peab siis dünamomeeter seda rohkem näitama, mida suurem on hõõrumine.

Sedasama leiame ka joonistusel 57 kujutatud katsel, kus koormaga Q rõhutud keha A (puutükk) vastu teist keha B (puud, rauda) hõõrub. Dünamomeetri ja jõu aset täidab siin kergelt

liikuva ratta üle riputatud kaalupomm P, mille kaal keha A ühtlasel liikumisel otsekohe hõõrumise suurust näitab.

3) Katsed näitavad, et hõõrumise suurus oleneb

a) hõõruvate kehade ainest. Ta on seda suurem, mida pehmemad on ained ja mida karedamad on nende pinnad. Poleerimise ja määrimise tõttu muutuvad pinnad libedamaks ja hõõrumine väiksemaks. Soenemine suurendab hõõrumist



Joon. 57.

b) hõõrumine on proportsionaalne survega, millega kehade pinnad üks-teise vastu rõhuvad,

c) jääb kogusurve konstandiks, siis ei olene hõõrumise suurus hõõruwate pindade suurusest,

d) liikumise algul on hõõrumine suurem kui ühtlasel liikumisel,

e) teatud piirides ei olene hõõrumine kiirusest.

4) Hõõrumiskoeffitsiendiks hüütakse arvu, mis võrdub hõõrumise ületamiseks kuluvale jõule, kui rõhumine on 1 kg. On hõõrumiskoeffitsient ρ, ja rõhumine P kg, siis kulub hõõrumise ületamiseks P korda suurem jõud R see tähendab

$$R = \rho P.$$

Hõõrumiskoeffitsiendi suurus ühtlasel libisemisel on ligikaudu:

Puu puud vastu,	määrimata	$\rho = 0{,}34$
„ „ „	rasvaga määritult	$\rho = 0{,}07$
Metall metalli „	määrimata	$\rho = 0{,}42$
„ „	õliga määritult	$\rho = 0{,}07$

5) Ümbruskonna takistus tekib siis, kui üks keha teises (õhus, vees) liigub. Keha liikumisel ümbruskonnas (õhus, vees) sünnib hõõrumine keha ja ümbruskonna vahel; peale selle peab liikuv keha veel ümbruskonna aineosakesi teelt kõrvale tõrjuma. Seda takistust tunneme vees ujumisel või kiirel liikumisel õhus, näiteks automobiili sõidul. Katsed ja vaatlused tõestavad, et ümbruskonna takistus on seda suurem, mida suurem on liikumissihile perpendikulaarne kehapind, mida suurem on liikuva keha kiirus ja mida tihedam on ümbruskond.

6) Maakeral on igasugune liikumine seotud hõõrumise ja ümbruskonna takistustega. Ei oleks hõõrumist, siis ei oleks võimalik näiteks käimine ja sõitmine, ei oleks võimalik rihma abil rattaid tiirlema panna, ei saaks me midagi nööriga kokku siduda,

ei naelte ega kruvidega asju üksteise külge kinnitada. Jlma ümbruskonna takistuseta ei võiks ükski lind lennata ega kala ujuda; ühtegi laeva, ühtegi tuuleveskit ei saaks liikuma panna. Kord liikuma tõugatud keha ei jääks ilma hõõrumiseta ja ümbruskonna takistuseta enne seisma, kui ta vastu mõnda teist keha ei põrkaks või kui teda mingi vastupidine jõud seisma ei paneks.

§ 25. **Mekaaniline töö. Hoog.** 1) Harilikus elus teeme vahet kehalise ja vaimlise töö vahel. Füüsika käsitab ainult kehalist ehk mekaanilist tööd. Jgal tööl, mida inimene teeb, tarvitab ta oma muskli jõudu, mille tagajärjel inimeses väsimustunne tekib: mida suurem on tehtud töö, seda suurem on väsimus. Selle järele võiksime nimetada tööks seda põhjust, mis inimeses väsimust tekitab, ning mõõta töö suurust väsimustunde suurusega. Kuid väsimustunne nagu iga teinegi tunne on sagedasti ekslik ja ei kõlba sellepärast töö täpipealseks mõõtmiseks. Selleks peame leidma kindlamad tunnused.

Mitmesuguseid töid vaadeldes paneme tähele, et nad kõik mingi jõu mõjul sünnivad: saani vedamisel tasakaalustab näiteks hobuse tõmbejõud saani ja lumepinna hõõrumist, koorma ülestõstmisel tasakaalustab tõstejõud keha raskusjõudu — jne.. Kuid mõjuva jõu suurus üksi ei määra veel töö suurust. On hobune näiteks liiga raske koorma ette rakendatud, nii et ta koormat paigast liigutada ei suuda, siis ei tee ta, tõmbejõu mõjust hoolimata, ühtegi tööd. Et me aga koorma vedu, s. t. niisugust jõumõju, kus keha, mille peale jõud mõjub, edasi liigub, tööks nimetame, siis peab oletama, et töö mõistesse peale jõu mõju veel liikumine kuulub, Tõepoolest võib töö suurust äramäärata jõu ja tee suuruste kaudu.

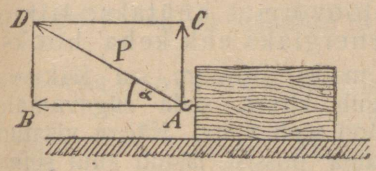
Kõige lihtsamaks tööks võib lugeda mõne keha tõstmist (keha raskusjõu ületamist.) Kui me ükskord 20 kg. ja teine kord 10 kg. ühesugusele kõrgusele tõstame, siis on arusaadavalt esimine töö teisest 2 korda suurem. Töö on 2, 3, 4... korda suurem kui ülestõstetav koorem on 2, 3, 4... korda raskem, s. t, töö on proportsionaalne ülestõstetava koorma raskusega, ehk tõstejõu suurusega. Tõstame nüüd ühesuguse koorma üks kord 1 m. kõrgusele, teine kord 2 m. kõrgusele, siis on teine töö esimesest 2 korda suurem. Töö on 2, 3, 4... korda suurem, kui ärakäidud tee on 2, 3, 4... korda pikem, s. t. töö on proportsionaalne jõu ja teega.

Samuti kui koorma tõstmise juures on ka iga teise mekaanilise töö, nagu vedamise, saagimise jne. juures, töö äramääratakse jõud ja tee. Kõigil juhustel on töö suurus proportsionaalne mõjuva jõu ja teega, mille pikkusel see jõud mingit takistust (hõõrumist vastu maapinda, puud jne.) ületab. Kui üks suurus nn proportsionaalne kahe teise suurusega, siis on ta proportsionaalne viimaste kasvatisega. Tööüksuse sellekohasel valikul võrdub töö nimetatud kasvatisega. Sellepärast võib üle-

üldiselt öelda, et **töö võrdub keha peale mõjuva jõuga, kasvatatud teega, mille pikkusel see jõud keha peale mõjub (Töö = jõud × tee).**

Tööüksusena tarvitatake tööd, mida teeb jõudüksus (1kg.) tee pikkusüksusel (1 m). Seda jõudüksust nimetatakse meeter-kilogrammiks = 1 mkg., s. o. töö, mida äratehakse ühe kilogramm-kaalu tõstmisel ühe meetri kõrgusele.

2) Kui jõu siht tee sihiga ühte ei lange, siis tuleb jõud lahutada tee sihile paralleelseks ja perpendikulaarseks komponent jõuks AB ja AC (joon. 58) Komponentjõud AC võib keha ainult sihis AC liikuma panna. Et aga keha selles sihis ei liigu, vaid ainult sihis AB, siis on jõu AC mõju sarnane hobuse tõmbejõule, mis koormat ei suuda edasi tõmmata. Seega ei tee jõud AC mingit tööd, ta ei võta vaadeldud tööst üleüldse osa. Sellepärast tuleb töö suuruse äramääramiseks arvesse võtta ainult tee sihis mõjuvat komponent jõudu (AB):



Joon. 58.

Tähendab P — jõudu s — ärakäidud teed, siis on töö:

$$A = P \cdot s \qquad (54)$$

Kui tee ja jõu sihid moodustavad oma vahel nurga α, siis on tee sihis mõjuv komponentjõud, mis tööd sünnitab, AB = $= P \cos\alpha$ (joon. 58) ja töö suurus on sel juhusel: $A = P \cdot \cos\alpha \cdot s$.

Kasvatamisel on ükskõik. missuguses järjekorras tegurid seisavad: me võime $\cos\alpha$ ja s enne ühendada ja siis P-ga kasvatada, nii et

$$A = P \cdot s \cdot \cos\alpha \qquad (54\text{-a})$$

s. t. töö võrdub terve jõuga (P), kasvatatud jõu sihile projekteeritud komponentteega (s. $\cos\alpha$).

3) Tööüksusena *CGS* süsteemis on tarvitusel erg, s. o. töö, mida teeb jõudüksus 1düün tee pikkusüksusel 1 cm. 1 erg = düünsentimeeter.

See tööüksus on väga väike, sellepärast tarvitatakse peale ergi veel suuremat üksust — joule = 10000000 ergi ehk 10^7 ergi. Kuna 1 m = 100 cm ja 1 kg = 981000 düüni, siis on 1 mkg = = 98100000 ergi ehk 9,81 joulei.

§ 26. **Energia.** 1) Kui hobune põldu künnab, siis teeb ta tööd, kuna tema tõmbejõud teatud tee pikkusel takistust ületab. Jõu mõjul tehtud töö on sarnasel puhul ära tarvitatud; tema silmnähtavaks tagajärjeks on ülesküntud vaod. Kui 2 kg. raskune kivi langeb 50 m. kõrguse võrra, siis teeb raskusjõud ka tööd, sest ta mõjub kivi peale katkestamatult 50 m. pikkusel teel, niisama nagu hobuse jõud adra peale. Kuna hobuse jõud silmnähtavat töötagajärge saavutab, ei ole seda kivi lange-

misel mitte märgata, hoolimata sellest, et ta tööd (2 . 50 = 100 mkg) on teinud. Vahe seisab selles, et hobuse jõul tehtud töö on takistuste kõrvaldamisel ära tarvitatud, raskusjõul tehtud töö on aga tarvitamata, ta on koondatud kivil, kivile antud kiiruse näol. Saadud kiiruse tõttu võib kivi nüüd mingi takistuse ületamisel ise tööd teha. Nii näiteks võib allalangev rammi pakk vaia teatud sügavuseni maasse lüüa. Visatud kivi purustab aknaklaasi, voolav vesi paneb veski ratta käima jne.

Nii siis: keha liikuma panemiseks kulub teatud hulk tööd; see töö ei lähe aga mitte kaduma, vaid avaldub keha seismajäämisel või tema kiiruse vähenemisel. Liikuval kehal on seega teatud töövõime. Seda töövõimet hüütakse liikumise energiaks, kineetiliseks energiaks ehk keha hooks.

Hoog on seda suurem, mida suurem on liikuva keha kiirus: Mida kiiremini liigub kirves, seda sügavamale tungib ta puusse, seda suuremat tööd teeb tema. Käega visatud kuul ei tee seinale mingit viga, kuna püssist lastud kuul seina augu puurib. Peale kiiruse oleneb hoog keha massi suurusest: hoog on seda suurem mida suurem on liikuva keha mass. Ühesuguse kiiruse juures on langeva raske keha hoog palju suurem kui kerge keha hoog, sest esimene suudab palju suuremat tööd teha kui viimane. Ühesugusel kiirusel on tagajärjed kahe raudteerongi kokkupõrkel palju laastavamad kui kahe sõiduvankri kokkupõrkel jne.

2) Et 2 kg rasket kivi 50 m kõrgusele üles tõsta, peame $2 \times 50 = 100$ mkg tööd kulutama. See töö nagu hoidub kõrgel asuvas kivis alles, sest niipea kui kivi lahti laseme, langeb ta ja teeb selle juures ise $2 \times 50 = 100$ mkg tööd. Sellest järgneb, et ülestõstmisel iga keha teatud töövõime omandab, mis seda suurem on, mida kõrgemale keha tõstetakse.

Analoogiline nähtus on kella vedru üleskeeramisel: keeramisel pingutub vedru ning selleks kulub meil teatud hulk tööd. Vedru aineosakesed nihkuvad selle juures oma esialgsetest asukohtadest ning omandavad oma uue asetuse tõttu teatud töövõime, sest pingul vedru paneb keha ratasvärgi käima. — Pinguli tõmmatud vibunöör viskab nooli lendu, püssirohu gaas tõukab kuuli püssirauast suure kiirusega välja jne.

Paigalseisvas kehas tema kõrgusasetuse või tema aineosakeste ümberasetuse tõttu peituvat töövõimet nimetatakse asetuse energiaks, ehk potentsiaalseks energiaks.

3) Keha kiirendatud liikumise formul (12) annab

$$v^2 = c^2 + 2ps.$$

On keha mass M ja kiirendust (p) tekitav jõud P siis on formuli (43) järele $p = \frac{P}{M}$. Võttes eelmises formulis p asemele selle väärtuse, saame:

$v^2 = c^2 + 2\frac{P}{M}s$, ehk kasvatades võrrandi mõlemad pooled M-ga, saame:

$$Mv^2 = Mc^2 + 2Ps;$$

siit leiame, et

$$Ps = \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Mc^2 \qquad (55).$$

On keha algkiirus $c = 0$, siis on

$$Ps = \frac{1}{2}Mv^2 \qquad (55^a)$$

Kasvatis P.s on mekaaniline töö; suurust $\frac{1}{2}Mv^2$ ja $\frac{1}{2}Mc^2$ nimetatakse keha hooks ehk kineetiliseks energiaks. Avaldus $\frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Mc^2$ näitab keha hoo kasvu. Võrrandist $Ps = \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Mc^2$ järgneb seadus: **Keha hoo suurendamine tarvitab tööd, mis on võrdne hoo kasvuga.**

Kui kiirusega c liikuva massi M peale mõjub liikumisele vastupidises sihis jõud P tee pikkusel s, siis on $v^2 = c^2 - 2\frac{P}{M}s$ (v. form. 20); siit leiame endiselt: $P.s = \frac{1}{2}Mc^2 - \frac{1}{2}Mv^2$ (56)

s. t. kui liikumise takistuse (jõu P) ületamiseks tööd kulub, siis kahaneb liikuva keha hoog ja nimelt on hoo kahanemine võrdne takistuse ületamiseks äratarvitatud tööga. Kestab liikumine niikaua, kunni keha kiirus nulliks muutub ($v = o$), siis on

$$P.s = \frac{1}{2}Mc^2 \qquad (56^a$$

Formulid 55^a ja 56^a näitavad, et **hoo tõttu võib keha parajasti sama palju tööd teha, kui palju tööd kulus selle hoo tekitamiseks.**

4) Kui keha, mille kaal on G, ülesvisata kõrgusele h, siis kulub selleks töö Gh, ning keha omandab tõusul (v. punkt 2) potentsiaalse energia, mille suurus peab võrduma Gh. Olgu ülesviskamise algkiirus c, lõppkiirus v ja keha mass M, siis on formuli 56 järele

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}Mc^2 - Gh$$

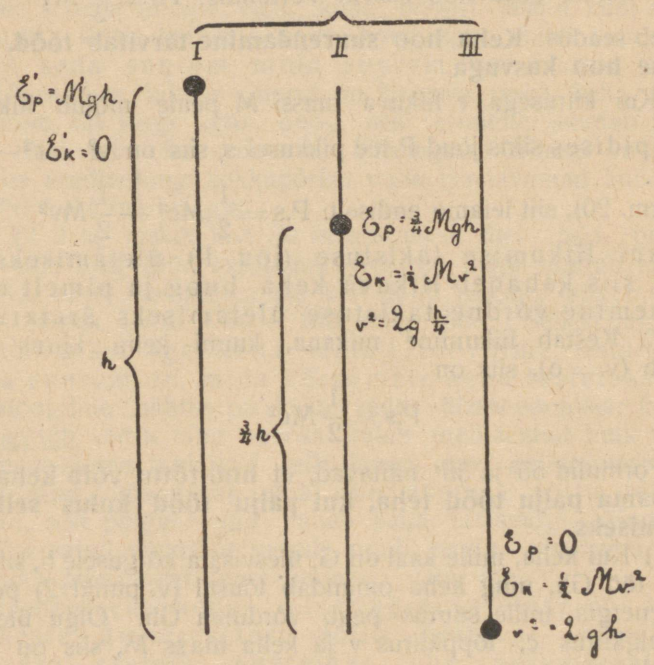
kus P ja s asemele on võetud vastavalt raskusjõud G ja viskekõrgus h. See formul näitab, et kõrguseni h tõusnud keha kineetiline energia $\frac{1}{2}Mv^2$ on viskel omandatud potentsiaalse energia G.h võrra väiksem kui kineetiline energia $\frac{1}{2}Mc^2$ ülesviske algul.

Keha vabal langemisel on formuli 55 järele:

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}Mc^2 + G.h.$$

Et Gh oli kõrgusel h asuva keha potentsiaalne energia, siis näitab see formel, et langemisel h keha kineetiline energia $\frac{1}{2}Mv^2$ parajasti sama palju (Gh) suuremaks kasvab esialgsest kineetilisest energiast $\frac{1}{2}Mc^2$ kui palju keha potentsiaalne energia langemisel väheneb.

Kirjeldatud vahekorrad on maksvad ka kõigi vahepealsete asetuste kohta, milles ülesvisatud või langev keha viibib (joonistus 59). Kõrgusel h paigal seisva keha potentsiaalne



Joon. 59.

energia E'_p on Gh; võttes G asemele formulist (46) G = = Mg, on E'_p = Mgh. Tema kineetiline energia on arv saadavalt $E'_k = 0$. Kõrguse $\frac{1}{4}$ h võrra alla langenud keh potentsiaalne energia on $E_p = \frac{3}{4}$ Gh $= \frac{3}{4}$ Mgh. Tema kineetilin

energia on $E_k = \frac{1}{2} Mv^2$ ehk, arvesse võttes langemiskiiruse väärtuse $v^2 = 2g\frac{h}{4}$ (v. form. 26), on $E_k = \frac{1}{4} Mgh$, s. t. keha kineetiline energia on just selle võrra suurenenud, mille võrra tema potentsiaalne energia on vähenenud (Mgh asemel $\frac{3}{4} Mgh$). Sellest selgub, et langemistee igas punktis on keha potentsiaalse ja kineetilise energia summa alati ühesuurune.

$$E_p + E_k = E'_p + E'_k \text{ ehk}$$

langemisel või ülesviskamisel on keha koguenergia suurus konstant. Seda seadust nimetatakse energia alalhoiduvuse seaduseks.

Katsed ja vaatlused tõestavad, et tähendatud seadus on maksev mitte ainult ülesvisatud ja vabalt langeva keha liikumisel, vaid kõigil neil juhustel, kus mekaanilisest tööst energia sünnib, mis jällegi mekaaniliseks tööks võib muutuda. **Igal liikumisel võidab keha kineetilises energias just nii palju kui palju ta potentsiaalses energias kaotab ja ümberpöördult.**

§ 27. **Võimsus.** Harilikult ei nõuta mitte ainult seda, et mingi töö saab tehtud, vaid palju enam just seda, et see töö kindla aja jooksul saaks tehtud. Aegüksuses tehtud tööd nimetatakse võimsuseks, s. t.

$$\text{võimsus } W = \frac{\text{töö}}{\text{aeg}} = \frac{A}{t} \qquad (57)$$

Praktilises mõõdusüsteemis tarvitatakse võimsusüksusena $1\ \frac{mkg}{sec}$ (1 meeter-kilogramm sekundis), s. t. niisugust võimsust, millega igas sekundis 1 mkg tööd võib teha.

Et mitte liiga suurte arvudega tegemist teha, on praktilises mõõdusüsteemis peale nimetatud $1\ \frac{mkg}{sec}$ tarvitusel üksus, mis võrdub $75\ \frac{mkg}{sec}$ ja mida üheks hobujõuks (HP — Horse Power) hüütakse. See võimsusüksus kujutab keskmise hobuse töövõimsust 8 — 10 tunnilise tööpäeva pikkusel. Tõstame 1 sec vältel 75 kg 1 m kõrgusele, ehk 1 kg 75 m kõrgusele, ehk 15 kg 5 m kõrgusele — võimsus on igal juhusel 1 HP.

Pikemat aega töötades on inimese võimsus keskmiselt $\frac{1}{10}$ HP, s. t. et inimene pikemat aega igas sekundis suudab $\frac{1}{10}$ 75 mkg = 7,5 mkg tööd teha. Selle põhjal võib näiteks välja arvata, kui palju aega kulub 90 kg raskusel inimesel selleks, et 2000 m kõrge mäe otsa tõusta. Tõusmiseks 2000 m kõrgusele kuluv töö on kõrgus × kaal = 2000 m. 90 kg = 180 000 mkg, sest nagu edaspidi näeme, on töö üks ja sama, kas tõuseb keha

mööda längu ülesminevat teed (kaldpinda) või otsekohe vertikaalselt üles. Et inimene 1 sekundis ainult 7,5 mkg suudab tööd teha, siis kulub tal 180 000 mkg töö tegemiseks: $\frac{180000 \text{ mkg}}{7{,}5 \text{ mkg}} =$ $= 24000 \text{ sec} = 6\frac{2}{3}$ tundi. Ühes tunnis võib inimene nii siis ligi 300 m tõusta. Vaatlus näitab, et head mägedele tõusjad tõepoolest 300 — 400 m tunnis võivad tõusta.

Absoluutses mõõdusüsteemis tarvitatakse võimsusüksust 1 erg sekundis ja 1 joule sekundis; viimast hüütakse watt'iks. 1000 watt'i on 1 kilowatt.

$$1 \text{ HP} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sec}} = 75 . 9{,}81 \text{ watt} = 735{,}5 \text{ watt} = 0{,}736 \text{ kilowatt.}$$

$$1 \text{ kilowatt} = 1{,}36 \text{ HP.}$$

Näited: (§ 25, 26, 27) 1. Vankri vedamine tarvitab tõmbejõudu 50 kg.

a) Kui suurt tööd nõuab vedu 300 m. pikkusel teel? Formuli (54) järele on

$$A = P . s = 50 \text{ kg} . 300 \text{ m} = 15000 \text{ mkg}$$

b) Kui suur on võimsus, kui antud tee peab 4 min (= 240 sec) jooksul ära käidud olema? Formulist (57) leiame

$$W = \frac{A}{t} = \frac{15000 \text{ mkg}}{240 \text{ sec}} = 62{,}5 \frac{\text{mkg}}{\text{sec}}$$

c) Kui suur on võimsus hobujõududes? Hobujõudude arv

$$N = \frac{W}{75 \frac{\text{mkg}}{\text{sec}}} = \frac{62{,}5 \frac{\text{mkg}}{\text{sec}}}{75 . \frac{\text{mkg}}{\text{sec}}} = 0{,}83 \text{HP}$$

d) Kui suur on vankri kiirus?

$$c = \frac{s}{t} = \frac{300 \text{ m}}{240 \text{ sec}} = 1{,}25 \frac{\text{m}}{\text{sec.}}$$

e) Kui suur on hoog, kui vankri kaal on 981 kg? Formulist (46) leiame

$$M = \frac{G}{g} = \frac{981 \text{ kg}}{9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}} = 100 \frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}} \text{ (massüksust).}$$

Hoog on

$$A = \frac{Mv^2}{2} = \frac{100 \frac{\text{kgsec}^2}{\text{m}} \cdot 1{,}25^2 \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}}{2} = 78{,}1 \text{ mkg.}$$

f) Kui kaugele liigub vanker ainult oma hooga, kui hõõrumise takistus U teepikkusel x on 40 kg? Et hõõrumise kui liikumisele vastupidi sihitud jõu peale võib vaadata, mis teepikkusel x mõjub, siis on formuli (54) järele $A = U . x$, ja

$$x = \frac{A}{U} = \frac{78{,}1 \text{ mkg}}{40 \text{ kg}} = 1{,}95 \text{ m.}$$

2. Püssikuul, mille kaal on 12 g, lahkub 0,8 m pikast püssirauast kiirusega 60000 CS^{-1} $\left(600 \frac{\text{m}}{\text{sec}}\right)$,

a) Kui suur on kuuli hoog?

Formul (55a) annab:

$$A = \frac{Mv^2}{2} = \frac{12G\,600C^2C^2S^{-2}}{2} = 21600000000C^2GS^{-2}\ (\text{erg}) = 2160\ \text{joule}.$$

b) Kui suur on püssirohu gaasi surve P, mis kuuli püssirauast välja tõukab? Kuuli hoog võrdub gaasi surve tööga P. s, kus s on see tee, mille pikkusel surve mõjub, s. t. püssiraua pikkus 0,8 m = 80 cm.

$$A = P.s;\ \text{ja}\ P = \frac{A}{s} = \frac{21600000000C^2GS^{-2}}{80C} = 270000000\ CGS^{-2}\ (\text{düüni}).$$

c) Kui suur on kuuli kiirendus ja kui kaua liigub ta püssirauas? Formulist (16) saame

$$p = \frac{v^2}{2s} = \frac{60000^2C^2S^{-2}}{2.80C} = 22500000CS^{-2}$$

Formuli (4) järele on

$$t = \frac{v}{p} = \frac{60000CS^{-1}}{22500000CS^{-2}} = 0{,}0027S.$$

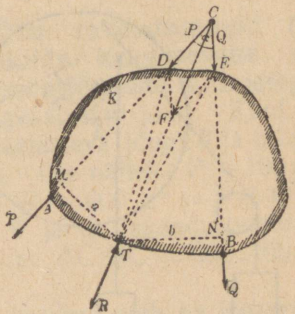
d) Kui suur on püssirohu gaasi plahvatuse võimsus? Formul (57) annab

$$W = \frac{A}{t} = \frac{21600000000C^2GS^{-2}}{0{,}0027S} = 8000000000000C^2GS^{-3}\ (\text{erg sekundis}) =$$
$$= 800000\ \text{watt} = 800\ \text{kilowatt} = 1088\ \text{HP}.$$

Peatükk II:

Kõva keha tasakaal. Masinad.

§ 28. Keha kahe punkti peale mõjuvate jõudude liitmine. Staatiline moment. 1) Keha punktides A ja B mõjugu jõud P ja Q (joon. 60). Pikendame mõlema jõu mõjumise sihti lõikepunktini C. § 20 põhjal võime jõu rakenduspunkti tema mõjumis-sihil kuidastahes ümberpaigutada, ilma et jõu mõju keha peale muutuks. Kanname rakenduspunktid A ja B punkti C. Seda punkti, mis praegusel juhusel väljaspool keha asub, kujutame omale ette kehaga kindlalt ühendatuna. Kuna nüüd jõud CD = = P ja CE = Q ühe punkti C peale mõjuvad, siis leiame paralleelogrammi konstrueerimisega nende resultantjõu CF. Viimase rakenduspunkti võime jällegi tema mõjumissihis tagasi paigutada näiteks punkti T; siis täidab jõud R = CF mõlema antud jõu P ja Q aset.



Joon. 60.

2) Kui keha punktis T kuidagi viisi toetada, kui me tema näiteks punktis T asuva teraviku otsa asetame, siis pöörduks keha ümber selle tugipunkti (T) ainult jõu Q mõjul päikseliikumise sihis, ainult jõu P mõjul — vastu päikse liikumist. Mõjuvad

P ja Q korraga, siis täidab nende aset resultantjõud R, mis otse tugipunkti T peale mõjub ja mis seega kehale mingisugust liikumist ei või anda: Läheb resultantjõud R läbi tugipunkti T, siis ei pöördu keha mõlema komponentjõu üheaegsel mõjul üleüldse mitte, vaid jääb tugipunkti T suhtes tasakaalu.

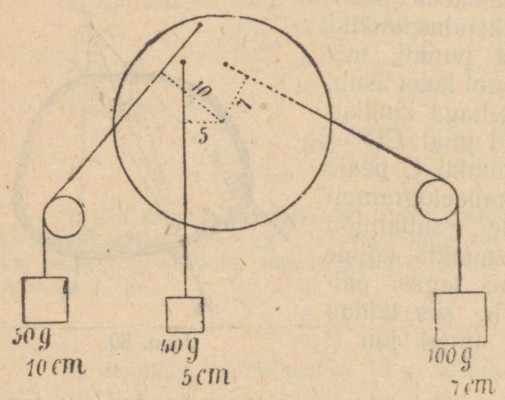
Kolmnurk CDF = kolmnurgaga CEF (CD = FE ja DF = = CE), sellepärast on neil ühise baasi CF suhtes võrdsed kõrgused. Ühendame punktid D ja E punktiga T, siis on ka kolmnurkadel CDT ja CET ühine baas CT ja võrdsed kõrgused, järjelikult on nende pinnad ühesuurused. Vaadates CD ja CE peale kui nimetatud kolmnurkade baaside peale, on nende kõrgused vastavalt TM = a ja TN = b, ning kolmnurkade võrdsed pinna suurused on $\frac{1}{2}$ CD.a = $\frac{1}{2}$ CE.b. Kuna CD = P ja CE = Q, siis on

P.a = Q.b ehk P : Q = b : a ;

a ja b, mis perpendikulaarsed on jõu P ja Q sihile, kujutavad tugi- ehk pöördepunkti T kaugust nende jõudude sihtidest. Leitud võrrandist P:Q = b:a järgneb:

Tasakaalu puhul on jõud ümberpöördult proportsionaalsed pöördepunkti kaugustega jõudude sihtidest.

3) Pöördepunkti kaugust jõu sihist nimetatakse jõu momendi õlaks, jõu ja tema momendiõla kasvatist — staatiliseks momendiks ehk pöördemomendiks. Staatilisele momendile antakse positiivne märk (+), kui pöördumine sünnib päri päikest ja negatiivne (—), kui pöördumine sünnib vastu päikest. Võrrandist P.a = Q.b järgneb: **Kaks jõudu on pöördepunkti suhtes tasakaalus, kui nende staatilised momendid on võrdsed ja vastupidiste märkidega, ehk —** mis seda sama tähendab **— kui staatiliste momentide algebraline summa on null.**

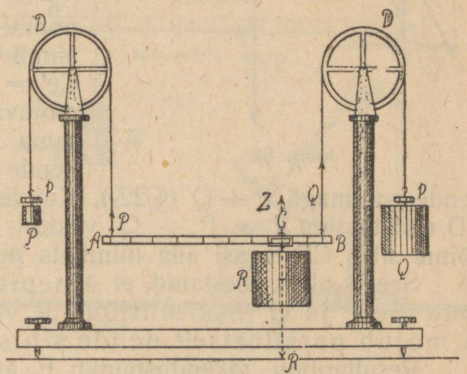


Joon. 61.

Pöördemomendil on keha pööramisel seesama tähendus nagu jõul keha edasiliikumisel. Pöördemomendi P.a mõju nagu eelmisest proportsioonist näha, ei olene üksiku teguri P ega a väärtusest, vaid ainult nende kasvatisest. Niisama on täiesti ükskõik, missugune siht on momendi õlal a, s. t., missuguse nurga ta näiteks moodustab teise momendi õlaga b. Kui antud jõud P õlaga a mingit keha ümber antud tugipunkti pöörab, siis võib

jõu P aset täita igasugune teine jõud Q, mille õlg b nii suur on, et P. a = Q. b. Eriti võib jõu P aset täita õlal 1 cm mõjuv jõud Q', kusjuures Q'. 1 = P. a, s. t. Q' väärtus võrdub momendi väärtusega P. a. Joonistusel 61 on kujutatud kolm jõudu 50, 40 ja 100 g ja nendele vastavad õlad 10, 5 ja 7 cm. Võtame antud õlgade asemele õlad, mille pikkus on 1 cm, siis peavad jõud olema vastavalt 5.10 = 500 g, 40.5 = 200 g ja 100. 7 = 700 g. On hõlbus äranäha, et keha nende jõudude mõjul pöördepunkti O suhtes tasakaalus viibib, sest pöördemoment 100.7 pöörab keha päri päikest, momendid 50.10 ja 40.5 aga vastu päikest, mille tõttu momentide algebraline summa = + 700 — (500 + 200) = o.

§ 29. **Kahe ühtepidi sihitud paralleelse jõu liitmine.** 1) Kinnitame varva AB külge kaks nööri, mis kergelt liikuvate rataste DD üle niiviisi on tõmmatud, et nöörid paralleelselt üksteisele hoiduvad (joon. 62). Nööride otsa riputame seesugused koormad pp, et varb AB nööride tõmbejõudude mõjul horisontaalselt tasakaalus seisaks.

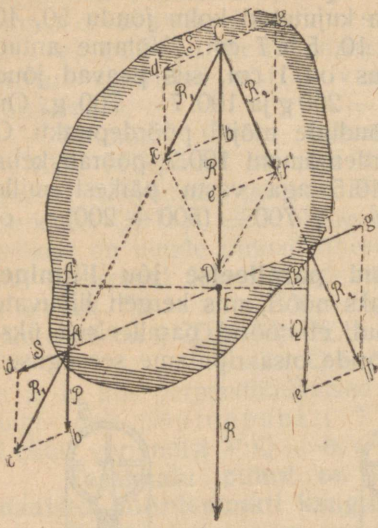


Joon. 62.

Kui punktis C varva külge koorem R riputada, siis peab selleks, et varb tasakaalu jääks, mõlema nööri otsa riputama lisakoormad P ja Q. Katsed näitavad, et varb tasakaalu jääb kui koormad P+Q=R ja kui P:Q = = BC:AC. Nii siis: **kahe ühtepidi sihitud paralleelse jõu resultantjõud võrdub nende summaga. Resultantjõu rakenduspunkt (C) jagab antud jõudude rakenduspunktide kaugusevahe AB ümberpöördud proportsioonis komponentjõudude suurustega.** Õieti on R siin jõudude P ja Q tasakaalustav jõud. Kuid ka viimaste resultantjõud Z võrdub tasakaalustava jõuga R ja mõjub vastupidises sihis, s. t. vertikaalselt üles. On näiteks P = 100 g*, Q = 500 g*, siis on resultantjõud Z = R = 600 g* = P + Q ja tema rakenduspunkt C asub jõudude P ja Q rakenduspunktide ühendusjoonel AB, jagades teda nii, et AC:BC = 500:100 = = 5:1 = Q:P.

2) Paralleelsete jõudude liitmise seadust võib ka teoreetiliselt tõestada: Olgu A ja B antud paralleelsete jõudude P ja Q rakenduspunktid (joon. 63). Kujutame omale ette, et punktides A ja B, sihis AB keha peale mõjub veel kaks võrdset ja vastupidist jõudu S ja T. Need kaks abijõudu tasakaalustavad üksteist ja ei muuda seega ei keha liikumist, ega antud jõudude P ja Q

mõju keha peale. Jõud S ja T liituvad antud jõududega P ja Q resultantjõududeks R_1 ja R_2, mille sihtide pikendused lõikuvad punktis C. Nihutame mõlema resultantjõu R_1 ja R_2 raskenduspunktid jõudude mõjumise sihis kunni lõikepunktini C. Teatavasti ei muutu selle läbi jõudude üleüldine mõju keha peale. Nüüd konstrueerime vektoritel $Cc^1 = R_1$ ja $Cf' = R_2$ jõudude paralleelogrammid Cd′c′b′ ja Cg′f′e′, mis on võrdsed paralleelogrammidega Adcb ja Bgfe. Sellega lahutame resultantjõud R_1 ja R_2 endisteks komponentjõududeks. Me näeme, et võrdsed jõud $Cd' = S$ ja $Cg' = T$ tasakaalustuvad, nii et punkti C peale mõjuma jäävad ainult ühtelangevad $Cb = P$ ja $Ce' = Q$. Need mõlemad jõud mõjuvad nüüd ühes sihis ühe ja sama punkti peale, seega on nende resultantjõud R võrdne nende summaga $P + Q$ (§ 22_2). Kui teeme $e'D = P$, siis kujutab CD resultantjõu $R = P + Q$ vektori. Tema rakenduspunkti C võime sihis CD tagasi alla nihutada punkti E, sirgjoonel AB.



Joon. 63.

Seega oleks tõestatud, et ühtepidi sihitud paralleelsete jõudude P ja Q resultantjõud R võrdub nende summaga ja mõjub paralleelselt nende sihis.

Resultantjõu rakenduspunkti E ära määramiseks sirgjoonel AB tõmbame läbi punkti E komponentjõududele P ja Q perpendikulaarjoone A′B′. Sarnastest kolmnurkadest AA′E ja BB′E leiame, et BE : AE = B′E : A′E. Kindla tugipunkti E suhtes on komponentjõud P ja Q tasakaalus, seega on nende staatilised momendid võrdsed, s. t. P. A′E = Q. B′E ehk P : Q = B′E : A′E. Esimesest ja viimasest proportsioonist järgneb:

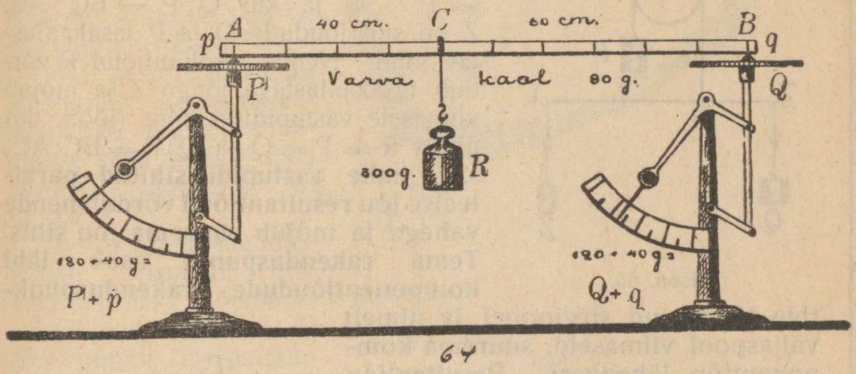
$$BE : AE = P : Q$$

seega jagab resultantjõu rakenduspunkt E antud paralleeljõudude P ja Q rakenduspunktide ühendusjoont ümber pöördud proportsioonis antud jõudude suurustega. Teoreemist järgneb, et resultantjõud alati asuma peab suurema komponentjõu läheduses. On komponentjõud võrdsed, siis asub punkt E sirgjoone AB keskkohas, s. t. resultantjõud seisab sümmeetriliselt nende vahel.

§ 30. **Antud jõu lahutamine kaheks paralleelseks jõuks.** Me võime antud jõudu R määramata hulgal viisil kaheks paralleeljõuks lahutada, kusjuures ainult silmas tuleb pidada, et kompo-

nentjõudude summa võrduks antud jõuga R ja et nende rakenduspunktide kaugused antud jõu R omast oleksid ümberpöördult proportsionaalsed leitud komponentjõudude suurustega. Jõu lahutamise ülesannet võib ühemõtteliselt lahendada ainult siis, kui on antud mõned kitsendavad tingimused. Kui näiteks tuntud on otsitavate komponentjõudude rakenduspunktid, siis võime ära määrata nende suurused, on aga antud komponontjõudude suurused, siis võime leida nende rakenduspunktide seisukohad; ühe komponentjõu suuruse ja teise jõu rakenduspunkti põhjal võime leida esimese jõu rakenduspunkti ja teise jõu suuruse jne.

Näide: Kahes punktis toetatud 80 g. raskuse varva külge on punktis C kinnitatud kaalupomm R = 300 g, nii et tugipunktide A ja B kaugus jõu R rakenduspunktist C on BC = 1,5 AC. (Joon. 64). Kui suur on surve mõlema tugipunkti peale. Varva



64

Joon. 64.

raskus üksinda avaldab kummagi tugipunkti peale arusaadavalt ühesuurust survet, mis võrdub varva poole kaaluga p = q = 40 g. Kaalupommi raskuse mõjul tekkinud survete P ja Q summa peab võrduma raskusjõu suurusega R.

a) $P + Q = R.$

Peale selle peavad otsitavad komponentjõud P ja Q olema ümberpöördult proportsionaalsed nende rakenduspunktide kaugustega antud jõu R rakenduspunktist. s. t.

b) $$\frac{P}{Q} = \frac{BC}{AC}$$

Et aga BC = 1,5 AC ja R = 300 g., siis on

$$\frac{P}{Q} = \frac{1{,}5\,AC}{AC} = 1{,}5;\ \text{ehk}\ P = 1{,}5\,Q$$

Võrrandisse a) P asemele pannes 1,5 Q saame

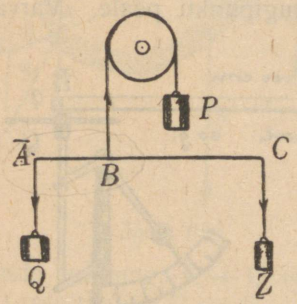
$Q + 1{,}5\,Q = 300$ g; $Q = 120$ g

ja $P = 1{,}5\,Q = 180$ g.

Kogu surve kummagi tugipunkti peale on seega $P + p = (180 + 40)g$ ja $Q + q = (120 + 40)g$.

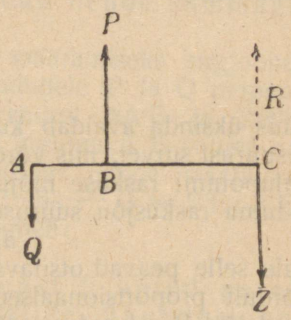
Arvestuse katseliseks tõestuseks asetame tähendatud varva ühes koormaga tugipunktide A ja B kohal kahele harilikule kirjakaalule. Me leiame siis tõepoolest, et esimene kaal näitab survet 220 g, teine 160 g.

§ 31. **Kahe vastupidi sihitud paralleelse jõu liitmine.** 1) Kinnitame varva AC külge punktis A ja B niitipidi kaks kaalupommi Q ja P, millest viimane üle liikuva ratta on asetatud (joon. 65). Niitide tõmbejõud on paralleelsed ja vastupidi sihitud.



Joon. 65.

Riputame punktis C varva külge pommi Z. Katsed näitavad, et varb tasakaalu jääb, kui pommi kaal $Z = P - Q$ ja kui $Q : P = BC : AC$. Z on siin jõudude Q ja P tasakaalustav jõud. Nende resultantjõud R võrdub tasakaalustava jõuga Z ja mõjub viimasele vastupidises sihis (joon. 66) nii et $R = P - Q$ ja $Q : P = BC : AC$, s. t. **kahe vastupidi sihitud paralleelse jõu resultantjõud võrdub nende vahega ja mõjub suurema jõu sihis. Tema rakenduspunkt asub läbi komponentjõudude rakenduspunktide tõmmatud sirgjoonel ja nimelt väljaspool viimaseid, suurema komponentjõu läheduses. Resultantjõu rakenduspunkti kaugused antud jõudude rakenduspunktidest on ümberpöördult proportsionaalsed komponentjõudude suurustega.**



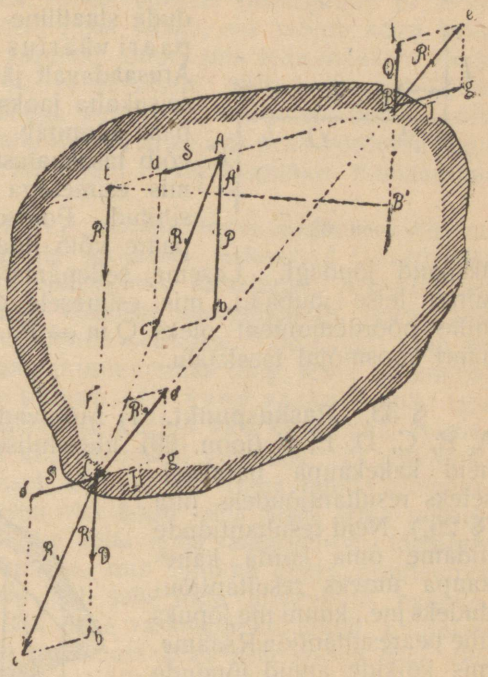
Joon. 66.

On näiteks $Q = 100$ g, $P = 500$ g, siis on resultantjõud $R = P - Q = 400$ g ja tema rakenduspunkt asub jõudude Q ja P rakenduspunktide ühendusjoonel AB jagades teda väliselt nii, et $\frac{AC}{BC} = 5 = \frac{P}{Q}$, ehk $AC = 5BC$.

2) Olgu (joon. 67) A ja B antud paralleelsete jõudude P ja Q rakenduspunktid mingil kehal. Resultantjõu leidmiseks kujutame jälle ette, et punktides A ja B mõjub keha peale kaks võrdset ja vastupidist jõudu S ja T, mis üksteist tasakaalustavad ja seega P ja Q koosmõju mingil kombel ei muuda. Jõudude P ja S resultantjõud olgu R_1, Q ja T oma — R_2. Pikendatult lõikuvad mõlema resultantjõu sihtjooned punktis C. Viime R_1 ja R_2

rakenduspunktid ühes jõudude paralleelogrammidega Abcd ja Bgef punkti C. Vaadeldes ainult komponentjõude, näeme, et punkti C peale mõjub neli jõudu.

Abijõud $Cd' = S$ ja $Cg' = T$ hävitavad üksteise mõju, nii et keha peale mõjuma jäävad ainult jõud $Cb' = P$ ja $Cf' = Q$. Et aga viimaased on ühte ja sama sirgjoont mööda vastupidi sihitud, siis võrdub resultantjõud R nende vahega: $R = P - Q$ (§ 22_3). Kui me punktist b' võtame $b'D = Cf = Q$, siis kujutab $CD = Cb' - Cf' = P - Q$ resultantjõu R suurust. Tema rakenduspunkti võime jõu mõjumise sihis tagasi kanda kunni sirgjooneni AB punkti E.



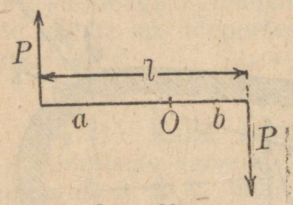
Joon. 67.

Resultantjõu rakenduspunkti seisukoha äramääramiseks tõmbame antud jõududele P ja Q läbi punkti E perpendikulaarjoone EB'. Sarnastest kolmnurkadest EAA' ja EBB' leiame, et $EB:EA = EB':EA'$. On E kindel pöördepunkt, siis jääb keha sellesse punkti rakendatud reruslantjõu R mõjul tasakaalu; järjelikult peavad jõudude P ja Q staatilised momendid võrdsed olema, s. t. $P.EA' = Q.EB'$. Nendest kahest proportsioonist järgneb: $EB:EA = P:Q$, s. t. resultantjõu rakenduspunkti kaugused antud jõudude rakenduspunktidest on ümberpöördult proportsionaalsed komponentjõudude suurustega.

Kahe paralleelselt vastupidi sihitud jõu resultantjõud asub väljaspool antud jõude, suurema komponentjõu läheduses ja mõjub paralleelselt viimase sihis.

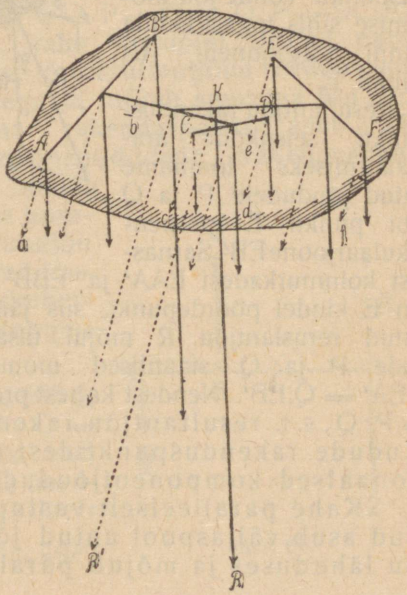
§ 32. **Jõupaar.** On kaks paralleelset ja vastupidi sihitud jõudu võrdsed, siis on nende resultantjõud null. Viimase rakenduspunkt peaks asuma niisuguses punktis E, mille kauguste vahekord antud jõudude rakenduspunktidest oleks $EB:EA = 1$ (joonistus 67) s. t. E peaks asuma lõpmatuses. Sellest järgneb, et kahel võrdsel, paralleelsel ja vastupidi sihitud jõul ei olegi resultantjõudu, s. t. ei ole olemas ühtegi jõudu, mis

nende aset võiks täita, sest me ei saa ometi lõpmatul kaugusel mingit jõudu rakendada. Kahte niisugust jõudu nimetatakse jõupaariks (joon. 68). Kujutab O pöördepunkti, siis on jõudude staatiline moment (§ 28_3) ehk jõupaari väärtus $P.a+P.b=P(a+b)=Pl$. Arusaadavalt jääb ta punkti O mistahes seisukoha jaoks alati ühesuuruseks. Jõupaar sünnitab ainult tiirliikumist. Teda võib tasakaalustada ainult teine jõupaar, mis esimesega on võrdne ja vastupidi sihitud. Poinsot (1804) tõestas, et jõupaare võib liita ja lahutada niisama kui üksikuid jõudegi. Laseme sellepärast varva ab peale mõjuda mingi teise jõupaari, mis esimesele vastupidise sihiga oleks ja mille pöördemoment oleks $Q.m = P.l$, siis jääb keha mõlema paari koosmõjul tasakaalu.



Joon. 68.

§ 33. **Raskuspunkt.** 1) Mõjuvad keha mitme punkti peale A, B, C, D, E, F (joon. 69) ühesihilised paralleeljõud, siis võib neid kakekaupa paralleelseteks resultantjõudeks liita (§ 29_1). Neid resultantjõude liidame oma korda kahekaupa uuteks resultantjõududeks jne., kunni me lõpuks ühe pearesultantjõu R saame, mis kõikide antud jõudude aset võib täita.



Joon. 69.

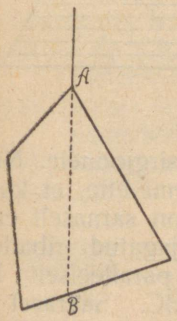
Leitud resultantjõud R võrdub kõikide komponentjõudude summaga; tema rakenduspunkti K seisukoht oleneb ainult üksikute rakenduspunktide seisukohtadest ja jõudude suurusest. Sellest järgneb, et resultantjõu R suurus ja rakenduspunkti asukoht mitte ei muutu, kui kõik komponentjõud pöörduvad oma rakenduspunktide ümber, jäädes paralleelseteks üksteisele. Joonistusel 69 on näiteks punktiirjoontega kujutatud esialgsest seisukohast kõrvale pöördunud komponentjõud Aa, Bb, Cc jne. Kui selle juures nii jõudude suurused kui nende rakenduspunktide asukohad endiseks jäävad, siis pöördub ühes komponentjõududega ka resultantjõud R, jäädeks paralleelseks esimestele; tema suurus ja rakenduspunkti K asukoht aga jääb muutumatuks.

Paralleelsete jõudude resultantjõu rakenduspunkti nimetatakse paralleeljõudude keskpunktiks.

2) Keha iga osakese peale mõjub raskusjõud; et keha määramata hulgast osakestest koos seisab, siis mõjub kogu keha peale lõpmata hulk väga väikseid jõude, mis teda maakera külge tõmbavad. Need jõud on vertikaalselt sihitud ja võib neid paralleelseteks lugeda. Nagu eelmistest arutustest näha, võib neid raskusjõude üheks resultantjõuks liita, mis peab võrduma kogu keha raskusega. Selle resultantjõu rakenduspunkti nimetatakse keha raskuspunktiks.

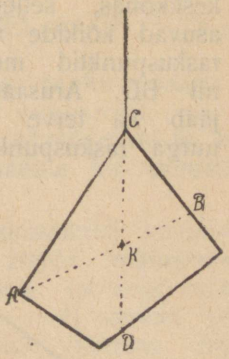
Kuidaviisi me keha ka ei pööraks, tema üksikute osakeste A, B, C jne. (joon. 69) peale mõjuvad raskusjõud jäävad ikka vertikaalseteks ja seega paralleelseteks üksteisele. Arusaadavalt ei muutu selle juures ei keha osakeste vastastikkused seisukohad ei nende peale mõjuvate jõudude suurused. Järjelikult jääb ka resultantjõud, ehk keha kaal, muutumatuks ning tema rakenduspunkt endisse kohta. Nii seisab siis keha raskuspunkt iga kehaseisu juures ikka ühes ja selles samas kohas, ta oleneb ainult keha kujust ja aine jaotusest viimases. Et resultantjõud komponentjõudude aset täidab, siis võime omale ettekujutada, et kõik keha osakesed ehk kogu keha mass tema raskuspunkti on koondatud. Kui me keha tema raskuspunktis toetame, siis tõkestame sellega liikumist, mis ilmuma peaks resulteeriva raskusjõu mõjul. Terve keha jääb selle tõttu liikumatult paigale.

Vertikaaljoont, mis läbi keha raskuspunkti läheb, hüütakse langemisjooneks, sest et toetamata keha selle joone sihis alla langeb. On keha langemisjoonel kindlalt toetatud, siis ei saa ta langeda, ta on tasakaalus. Kui me näiteks keha nööripidi üles riputame ja seega teda tasakaalustame, siis peab nööri sihi pikendus läbi raskuspunkti minema.



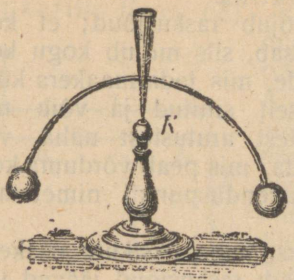
Joon. 70.

3) Nimetatud asjaolul põhjeneb tasapinnaliste kehade raskuspunkti leidmine: Riputame tasapinnalise keha, näiteks paberlehe, punkti A pidi nööri otsa (joon. 70) ja tähendame tema peal ära nööri pikenduse AB; nüüd riputame sama keha teist punkti C pidi nööri otsa (joon. 71) ja tähendame temal ära nööri uue sihi pikenduse CD. Et keha raskuspunkt asuma peab nii ühe kui ka teise leitud joone peal, siis kujutab teda mõlemate joonte lõikepunkt K. Tõepoolest ei asu raskuspunkt mitte lehe pinnal, vaid tema poolel paksusel. Kui punktis K läbi keha



Joon. 71.

auk puurida ja teda siis mõne horisontaalselt toetatud telje peale asetada, siis jääb keha tasakaalu iga seisu juures, mis me temale anname.



Joon. 72.

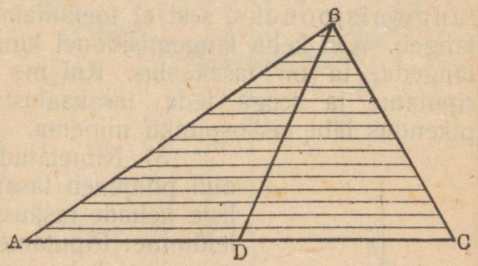
Keha raskuspunkt ei tarvitse sugugi alati keha enese piirkonnas asuda, ta võib ka väljaspool viimast olla. Joonistusel 72 on kujutatud look, mille otsade külge on kinnitatud kerad. Selle liitkeha raskuspunkt K asub väljaspool tema massi, sellepärast jääb niisugune keha, punktis K teravikule toetatult, tasakaalu.

§ 34. **Ühtlase keha raskuspunkt.** 1) Kui keha aine on ühtlane, s. t. igas punktis ühesuguse tihedusega, siis on eelmiste arutuste põhjal kerge leida korrapäraliste kehade raskuspunkti.

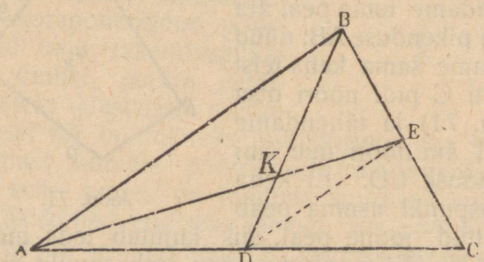
Kui keha üks või kaks ulatust on teistega võrreldes väga väiksed, siis räägitakse sagedasti keha raskuspunkti asemel pinna või joone raskuspunktist.

Võib tõestada, et sirgjoone (peenikese varva), ringjoone, korrapärase polügooni, ringi, kera, prisma, silindri jne. raskuspunkt asub nende geomeetrilises keskpunktis.

2) Kolmnurga, s. t, lõpmata õhukese kolmnurkse lehe raskuspunkti leiame järgmiselt (joon. 73): kujutame ette, et terve kolmnurk paralleelselt baasile AC on jagatud väga kitsasteks ribadeks. Jga riba kui sirgjoone sarnase keha raskuspunkt asub tema keskkohas, sellepärast asuvad kõikide ribade raskuspunktid mediaanil BD. Arusaadavalt jääb ka terve kolmnurga raskuspunkt samale sirgjoonele. Nüüd kujutame ette, et kolmnurk on sarnaselt endisele jagatud ribadeks, kuid paralleelselt küljele BC. Säärasel puhul peab kolmnurga raskuspunkt asuma vastaval mediaanil AE. Järjelikult asub ta mediaanide BD ja AE lõikepunktis K (joon. 74).



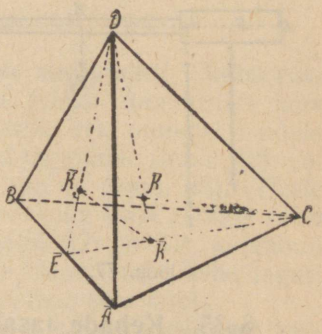
Joon. 73.



Joon. 74.

Ühendame punktid D ja E sirgjoonega, siis on $AB = 2DE$ ning kolmnurkade AKB ja DKE sarnadusest järgneb $AB : DE = BK : DK$. Et $AB = 2DE$, siis on ka $BK = 2DK$ ehk $DK = \frac{1}{3} BD$. Seega asub kolmnurga raskuspunkt baasilt arvates, mediaani esimesel kolmandikul.

3) Kolmtahkse püramiidi raskuspunkt, leidub samasugusel viisil kui kolmnurga omagi. Olgu ABCD antud püramiid (joon. 75) ja K_1 tema baasi ABC raskuspunkt. Kujutame ette, et terve püramiid baasile paralleelsete tasapindadega on jagatud ôkukesteks, lehesarnasteks kolmnurkadeks. On kerge ära näha, et kõikide nende kolmnurkade raskuspunktid asuma peavad ühel sirgjoonel DK_1, mis ühendab püramiidi tipu D baasi raskuspunktiga K_1. Samal sirgjoonel peab siis asuma ka terve püramiidi raskuspunkt. Jagame püramiidi kolmnurkseteks lehtedeks paralleelselt tahule ABD, siis asuvad kõikide lehtede raskuspunktid ühes terve püramiidi omaga sirgjoonel CK_2, kus K_2 kujutab tahu ABD raskuspunkti. Sirgjooned DK_1 ja CK_2 asuvad ühel tasapinnal CDE; nende lõikepunkt K ongi seega püramiidi raskuspunkt.

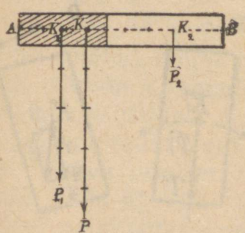


Joon. 75.

Konstruktsioonist järgneb, et sirgjoon K_1K_2 on paralleelne servale CD (sest et $EK_2 = \frac{1}{3} DE$ ja $EK_1 = \frac{1}{3} EC$), ning et $CD = 3K_1K_2$ (sest et $\frac{CD}{K_1K_2} = \frac{CE}{EK_1} = \frac{CE}{\frac{1}{3}CE} = 3$). Kolmnurkade CDK ja KK_1K_2 sarnadusest leiame $CD : K_1K_2 = DK : KK_1$.. Et aga $CD = 3K_1K_2$, siis on ka $DK = 3KK_1$, ehk $KK_1 = \frac{1}{4} DK_1$

Püramiidi raskuspunkt asub baasi raskuspunkti ja püramiidi tipu ühendusjoone alumisel veerandil.

Sama seadus on maksev ka hulktahksete püramiidide ja koonuse kohta, sest et koonuse peale võib vaadata kui püramiidi peale, millel on määratu hulk tahke.



Joon. 76.

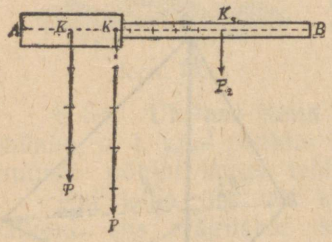
4) Liitkehade raskuspunkti leidmiseks tuleb keha üksikute osade raskuspunktid eraldi leida ja viimastele vastavad raskusjôud rakendada. Sel viisil saadud vertikaalsete paralleeljõudude liitmisel leiame raskusjôudude resultantjõu ja tema rakenduspunkti, mis ühtlasi kogu keha raskuspunkti kujutab.

Näiteks olgu antud liitkeha AB, mis kahest isesuguse erikaaluga prismast või

silindrist koosseisab (joon. 76). Me teame, et kummagi silindri raskuspunkt asub nende geomeetrilises keskpunktis K_1 ja K_2. Kujutame ette, et punktis K_1 ja K_2 mõjuvad keha A ja B paralleelsed raskusjõud P_1 ja P_2. Nende resultantjõu P rakenduspunkt K kujutabki kogu liitkeha AB raskuspunkti.

Kui l tähendab kaugust punktide K_1 ja K_2 vahel, a — pikkust KK_1 ja b — pikkust KK_2, siis on $b = l - a$, ning raskuspunkti K asukoha leiame proportsioonist $P_1 : P_2 = b : a = (l - a) : a$, ehk tuletatud proportsioonist $(P_1 + P_2) : P_2 = (l - a + a) : a$. Viimasest leiame

$$a = \frac{P_2 l}{P_1 + P_2} = \frac{P_2 l}{P}.$$



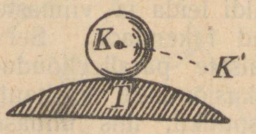
Joon. 77.

Joonistusel 77 seisab liitkeha AB kahest ühesuguse erikaaluga, kuid isesuguse põiklõikega silindrist A ja B koos. Nagu eelmisel juhuselgi leiame A ja B raskuspunktid K_1 ja K_2, rakendame nendele vastavad raskusjõud ja liidame nad üheks resultantjõuks. Terve keha raskuspunkti seisu leiame eelmise formuli järele, kui on tuntud keha A ja B kaalud P_1 ja P_2 ja nende raskuspunktide kaugus $K_1K_2 = l$.

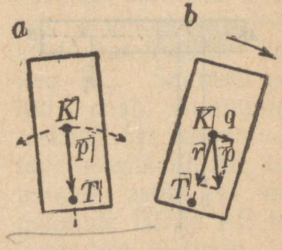
§ 35. **Kehade tasakaal.** 1) Toetus ühes punktis. Iga toetamata keha langeb raskusjõu mõjul. Et langemist takistada, s. t. keha tasakaalustada, peab keha vähemalt ühes punktis toetatud olema. Mõjub keha peale ainult raskusjõud, siis on keha tasakaaluks vaja, et tugipunkt asuks langemisjoonel. Mõjuvad aga peale raskusjõu keha peale veel teised jõud, siis peab tugipunkt seisma resultantjõu sihil. Keha tasakaal on püsimatu ehk labiil, kui ta väiksemagi pöörde järele ümber tugipunkti omast esialgsest tasakaalu seisukohast kaugeneb; tasakaal on püsiv ehk stabiil, kui keha sarnase pöörde järele oma endisse seisu tagasi pöördub; tasakaal on ükskõikne ehk indifferent, kui keha igasugusel seisul tasakaalu jääb.

Juhusel, kui keha peale ainult raskusjõud mõjub, on keha tasakaal

a) **püsimatu, kui pöördumisel ümber tugipunkti T keha raskuspunkt K madalamale langeb, kui ta oli tasakaalu seisus.** Niisugust tasakaalu kujutab näiteks kera kumeral alusel (joon. 78), õhuke papptükk, millest nõel punktis T läbipistetud (joon. 79) või muna, mis terava otsaga on lauda vastu toetatud (joon. 80). Peale vähemat kui pöördumist ümber tugi-

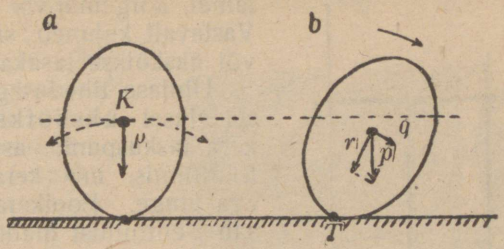


Joon. 78.



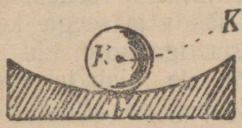
Joon. 79.

punkti T kaotab keha tasakaalu: ta hakkab veerema (joon. 78) või kukub ümber nagu see selgub joon. 79[b] ja 80[b] kujutatud raskusjõu p lahutamisest komponentjõududeks q ja r. Kuna r hävineb tugipunkti T vastumõjul, tõmbab q keha küljeti liikuma, nii et ta ümber kaldub;

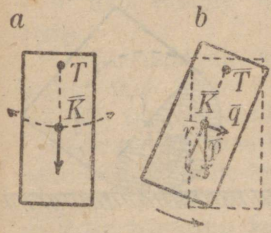


Joon. 80.

b) **püsiv, kui pöördumisel ümber tugipunkti T keha raskuspunkt K kõrgemale tõuseb.** Seda juhust moodustab kera õõnsal alusel (joon. 81), punktist T nõela külge kinnitatud papptükk (joon. 82) või küljeli asetatud muna (joon. 83). Peale pöördumist tuleb keha oma endisse seisu tagasi, sest et joon. 82[b] ja 83[b] kujutatud raskusjõu p komponentjõud q keha tagasi tõmbab tema endisse seisukohta.



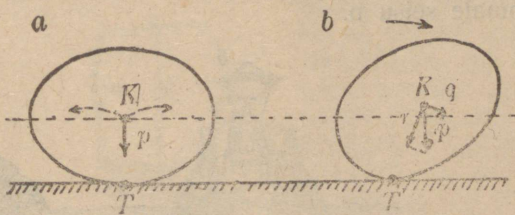
Joon. 81.



Joon. 82.

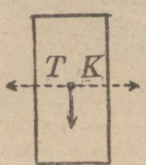
c) **ükskõikne, kui pöördumisel ümber tugipunkti T keha raskuspunkt K ei lange ega tõuse;** keha jääb siis tasakaalu iga seisu juures, mis me temale anname (joon. 84 ja 85).

Eelmised seletused, nagu nägime, on maksvad nii hästi horisontaalsel teljel pööratava (nõela otsa kinnitatud papptükk) kui ka alusele toetatud keha kohta (muna või kera). Esimesel juhusel võib tasakaalu kohta veel öelda, et ta on püsimatu, püsiv või ükskõikne sellejärele, kas keha raskuspunkt K asub tugipunkti T üle, all või tugipunktis eneses (joon. 79[a], 82[a], 84).

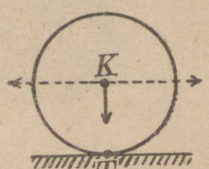


Joon. 83.

Nimetatud kolme tasakaalu võib näidata aparaadil, mille peaosa moodustab teraviku a külge kinnitatud varb b (joon. 86). Varva otsades rippuvaid kuule P ja Q alla- või ülespoole paigutades, muudame

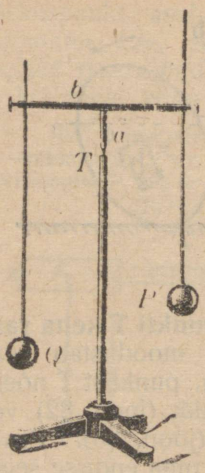


Joon. 84.



Joon. 85.

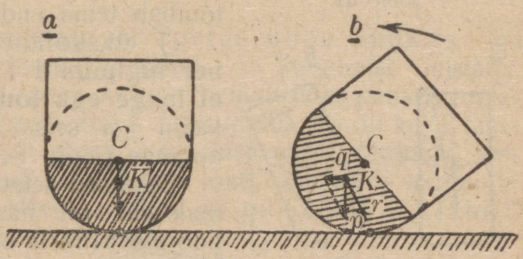
varva raskuspunkti seisu, nii et viimane tugipunktist T madalamal, kõrgemal või tugipunktis eneses asub. Vastavalt kujuneb siis kas püsimatu, püsiv või ükskõikse tasakaal.



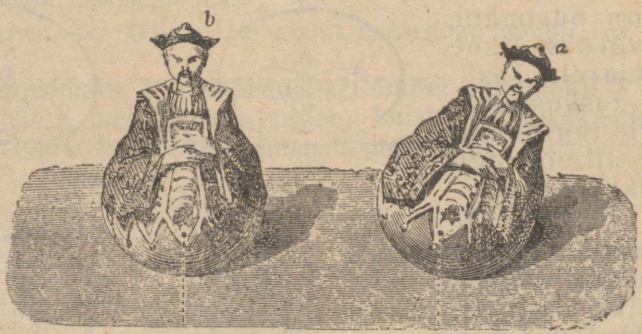
Joon. 86.

Ühtlase tihedusega kera on horisontaalsel alusel ükskõikses tasakaalus, sest et kera raskuspunkt asub tema geomeetrilises tsentrumis, mis kera veeremisel ei tõuse, ega lange. Poolkera raskuspunkt aga seisab tsentrumist madalamal. Poolkera veeretamisel peab raskuspunkt K tõusma (joon. 87), nii et meil siin tegemist on püsiva tasakaaluga. Koguni siis, kui poolkera peale kinnitada mingi kerge asi, näiteks silinder (joon. 87), võib kogu liitkeha raskuspunkt allapoole tsentrumi C jääda ja seega keha püsivas tasakaalus seista. Iga kord, kui niisugune keha küljeli tõugata, ajab ta enese komponentjõu q mõjul jällegi püsti (joon. 87ᵇ).

Sel põhimõttel on konstrueeritud mitmesugused mänguasjad, näiteks alati püstiseisvad nukud, milles silindri asemel on raske poolkera peale kinnitatud kerge nukukeha (joon. 88). Kuidas me ka nukku ei aseta, ikka võtab ta omale seisu b.



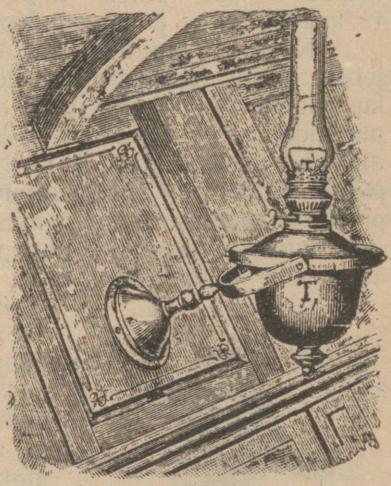
Joon. 87.



Joon. 88.

2) Toetus kahes punktis. Selleks, et kahes punktis toetatud keha tasakaalus oleks, peab langemisjoon

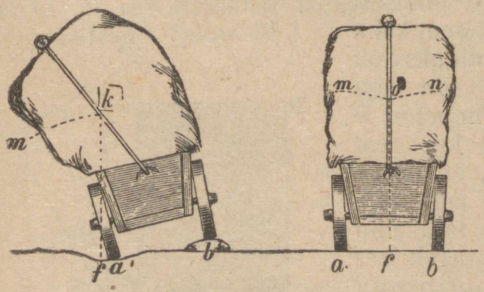
lôikama môlema tugipunkti ühendusjoont, sest vastasel korral pöörduks keha ümber selle ühendusjoone nagu ümber mingi otsadest toetatud telje. Samuti kui ühes punktis toetatud keha puhul on ka siin tasakaal püsimatu, püsiv või ükskõikne, selle järele kas pöördumisel ümber tugipunktide ühendusjoone keha raskuspunkt allapoole langeb, ülespoole tôuseb vôi kohale jääb. Joonistusel 89 on näiteks kujutatud kahes punktis T_1 ja T_2 toetatud lamp, mis püsivas tasakaalus on, sest et lambi raskuspunkt allpool tugipunktide ühendusjoont asub ning lambi pöördumisel selle ühendusjoone ümber raskuspunkt peab tôusma. Niisugune lamp jääb alati vertikaalselt seisma, missuguses sihis teda hoidev hark ka ei asuks.



Joon. 89.

Arusaadavalt käivad samad tasakaalu tingimused ka keha kohta, mis mitmes, kuid ühel horisontaalsel sirgjoonel asuvas punktis on toetatud. Niisugused on näiteks ratas vankri teljel (ükskôikne tasakaal) või horisontaalsel alusel serviti toetatud prisma (püsimatu tasakaal).

3) **Rohkem kui kahes, mitte ühel sirgjoonel asuvas punktis toetatud keha on tasakaalus, kui langemisjoon läheb läbi selle pinna, mida tugipunktide ühendusjooned piiravad.**



Joon. 90.

Neljal rattal seisev vanker on näiteks niikaua tasakaalus, kui läbi tema koorma raskuspunkti tômmatud vertikaaljoon (langemisjoon) kf läheb läbi nelinurkse tugipinna, mida rataste tugipunktid piiravad (joon. 90). Vaatleme vankri kaldumist ümber tugijoone, mis ühendab môlema pahempoolse ratta tugipunkte a. Joonistusest on näha, et niikaua kui langemisjoon kf läheb läbi pinna ab, raskuspunkt k kaldumisel ümber a vôi b tôusma peab. Järjelikult on vanker sel puhul püsivas tasakaalus. Kaldub aga koorem juba niivôrra, et kf otse läbi tugijoone a' läheb,

siis hakkab k koorma edaspidisel kaldumisel kaart km mööda langema. Seega muutub vankri tasakaal püsimatuks, niipea kui langemisjoon tugipinna piirjooneni a' jõuab. Sellest tasakaalust hakkab koorem väiksema kui tõuke mõjul edasi kalduma: ta kukub ümber ja langemisjoon kaugeneb tugipinnast.

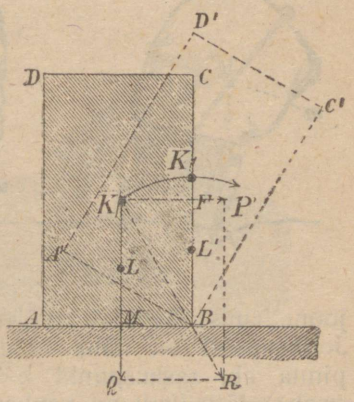
Niisugust arutust võib korrata iga teise kahe tugipunkti jaoks, vaadeldes koorma kaldumist näiteks ette- või tahapoole, kus juures tugijooneks oleks esimeste või tagumiste rataste tugipunktide ühendusjoon jne. Kokkuvõttes leiame, et tasakaal on püsiv niikaua, kunni langemisjoon läheb läbi tugipinna; satub ta tugipinna piirjoonele, siis muutub tasakaal püsimatuks; väljaspool piirjoont aga ei ole enam mingi tasakaal võimalik.

Inimene seisab kindlalt niikaua, kui tema keha raskuspunkt asub selle pinna kohal, mida jalad maapinnal piiravad. Tõstab ta käe või paenutab keha, siis nihkub keha raskuspunkt teise paika. Suurema koorma kandmisel ühes käes, nihkub raskuspunkt niivõrd kõrvale, et langemisjoon väljaspoole jalgu võib langeda. Tasakaalu alalhoidmiseks peab inimene siis teise käe välja sirutama ja keha painutama (joon. 91).



Joon. 91.

4) Eelmise järele kukub mingil tasapinnal asuv keha, näiteks prisma ABCD (joon. 92) ümber, kui teda serva B kui telje ümber niipalju pöörata, et läbi raskuspunkti K tõmmatud vertikaaljoon pöördeservani B jõub. Pööramine võib sündida näiteks horisontaalse jõu P mõjul, mille rakenduspunktiks olgu keha raskuspunkt K. Käsitatav juhus eraldub siis eelmisest juhusest (punkt 3) ainult selles, et seal keha peale mõjuvaks resultantjõuks oli ainult keha raskusjõud, siin aga prisma raskusjõu Q ja tõmbejõu P resultantjõud R. Samuti kui seal tasakaalu tingimuseks oli, et mõjuv jõud (raskusjõud) läbi tugipinna läheks, nii peab ka siin tasakaalu tingimuseks olema, et lõpulik resultantjõud R läbi tugipinna AB läheks. Jõuab kaldumisel resultantjõu siht pöördeservani (B), siis muutub tasakaal püsimatuks ning keha kukub ümber väiksema kui tõuke mõjul. Viimati kirjeldatud seisul on jõudude paralleelogramm KPRQ



Joon. 92.

sarnane täisnurkse nelinurgaga KMBF. Tähendab KM = h keha raskuspunkti K kõrgust üle tugipinna AB, MB = b — baasi AB poolt laiust, siis on P:Q = b:h, ehk

$$P = Q\,\frac{b}{h} \qquad (58)$$

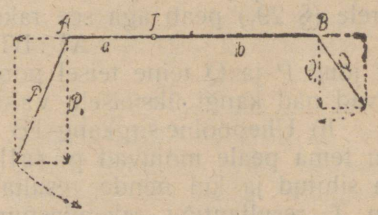
On jõud P suurem kui $Q\,\frac{b}{h}$, siis satub R tugipinnast AB välja ning keha peab jõu P mõjul ümber kukkuma.

Eelmine võrrand (58) näitab, et ümberlükkav jõud P peab olema seda suurem, mida suurem on Q ja b ja mida väiksem on h, s. t. keha püsivus (stabiilsus) on seda suurem, mida suurem on keha kaal ja tugipind ning mida madalamal asub tema raskuspunkt.

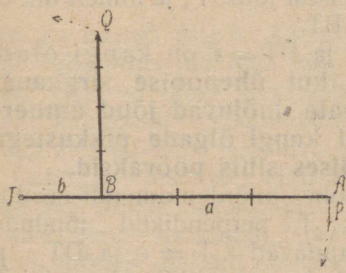
§ 36. **Kang.** 1) Kangiks nimetatakse varba ehk üleüldse mistaheskujulist kõva keha, mis ühe toetatud punkti (tugipunkti) ümber pöörduda võib ja mille peale vähemalt kaks jõudu mõjub.

Paljudel juhustel võib selle keha läbilõige, samuti ka tema painduvus ja kaal tähelepanemata jääda. Selles mõttes mõistetakse matemaatilise kangi all ilma kaaluta sirgjoont, mis ühe punkti ümber võib pöörduda.

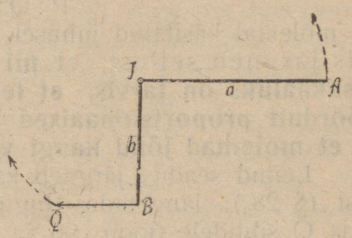
Kui kõik jõudude rakenduspunktid asuvad läbi tugipunkti mineval sirgjoonel, siis nimetatakse kangi sirgeks kangiks (joon. 93, 94), vastasel juhusel nurkkangiks (joon. 95). Asuvad jõudude rakenduspunktid mõlemal pool tugipunkti T, siis nimetatakse kangi kahepoolseks (joon. 93, 95); asuvad nad aga kõik ühelpool tugipunkti T, siis hüütakse kangi ühepoolseks (joon. 94.)



Joon. 93.



Joon. 94.



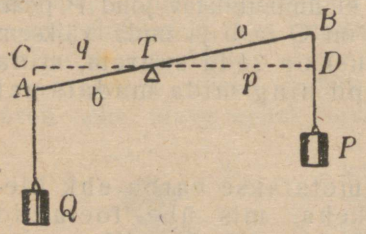
Joon. 95.

Jõu rakenduspunkti kaugust tugipunktist nimetatakse kangiõlaks. Joonistusel 93—95 on näiteks AT ja BT kangiõlad, P ja

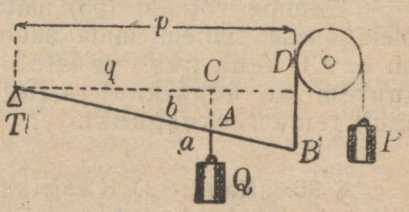
Q kangi peale mõjuvad jõud. On kangi õlad võrdsed, siis nimetatakse kangi võrdõlgseks.

Mõjuvad jõud P ja Q (joon. 93) kangi õla peale längsihis, siis pääsevad mõjule ainult kangile perpendikulaarsed komponentjõud P_1 ja Q_1, kuna need komponentjõud, mis õla enese sihis mõjuvad, tugipunkti T vastumõju! hävinevad.

2) On sirge kangi peale mõjuvad jõud P ja Q (joon. 96, 97) paralleelsed, siis leiame kangi tasakaalu tingimised paralleelsete jõudude liitmise seadusest.



Joon. 96.



Joon. 97.

a) Joonistusel 96 kujutatud kahepoolne sirgkang AB võib näiteks koorma P ja G paralleelsete tõmbejõudude mõjul ainult siis tasakaalus viibida, kui resultantjõud läbi tugipunkti T läheb (§ 35_1). Järjelikult võime punkti T peale kui resultantjõu rakenduspunkti peale vaadata. Paralleelsete jõudude liitmisseaduse järele (§ 29_1) peab aga see rakenduspunkt nii asuma, et

$$AT : BT = P : Q.$$

Et jõud P ja Q teine teisel pool tugipunkti T mõjuvad, siis pööravad nad kangi üksteisele vastupidises sihis.

b) Ühepoolne sirgkang TB (joon. 97) võib tasakaalus viibida, kui tema peale mõjuvad paralleelsed jõud P ja Q vastupidi on sihitud ja kui nende resultantjõud läbi tugipunkti T läheb. On T resultantjõu rakenduspunkt, siis peab vastupidi sihitud paralleelsete jõudude liitmisseaduse (§ 31_1) järele tugipunktile T lähemal seisev jõud Q suurem olema teisest jõust P, ja nimelt nii, et

$$P : Q = AT : BT.$$

Et mõlemal käsitatud juhusel $AT = b$ ja $BT = a$ on kangi õlad, siis järgneb sellest, et **nii kahe- kui ühepoolse sirgkangi tasakaaluks on tarvis, et tema peale mõjuvad jõud ümberpöördult proportsionaalsed oleksid kangi õlgade pikkustega ja et mõlemad jõud kangi vastupidises sihis pööraksid.**

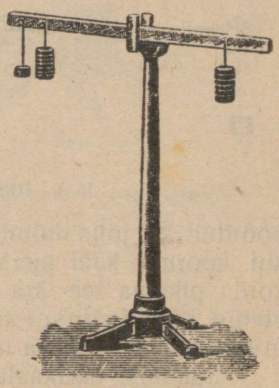
Leitud seadus järgneb ka otsekohe pöördemomendi seadusest (§ 28_3): langetades tugipunktist T perpendiklid jõudude P ja Q sihtidele (joon. 96 ja 97), kujutavad $CT = q$ ja $DT = p$ jõudude Q ja P momendi õlgu. § 28_2 järele on need jõud punkti T suhtes tasakaalus, kui

$$P.DT = Q.CT \text{ ehk } P.p = Q.q, \text{ ehk}$$
$$p : q = Q : P$$

Nurkkang ei ole varustatud

ja kui pöördemomendid vastupidi mõjuvad. Sarnastest kolmnurkadest ATC ja BTD järgneb, et $p : q = a : b$; võrreldes seda eelmise võrrandiga leiame, et $Q : P = a : b$.

Sirgkangi tasakaalu tingimuste katseliseks tõestamiseks võib tarvitada joonistusel 98 kujutatud kahepoolset kangi. Viimase õlgadesse on rida ühekaugusel seisvaid naelu löödud, mille külge riputada võib mitmesuguste kaaludega koormaid (kaalupomme). Riputades mõlema õla külge koorma, nii et kang tasakaalu jääb, leiame tasakaaluks tarvilikkude koormate suurused ja nende õlgade pikkused. Sama kangi võib tarvitada ka ühepoolsena, kui mõlemad koormad riputame ühele poole tugipunkti ning ühe nendest üle liikuva ratta laseme mõjuda (joon. 99). Sarnastest katsetest leiame, et kui kang tasakaalus seisab koormate mõjul, mille suuruste vahekord on.



Joon. 98.

$P : Q = 1 : 5,\ 2 : 4,\ 8 : 4$ j. n. e., siis on vastavate õlgade vahekord

$a : b = 10 : 2,\ 6 : 3,\ 2 : 4$ j. n. e.

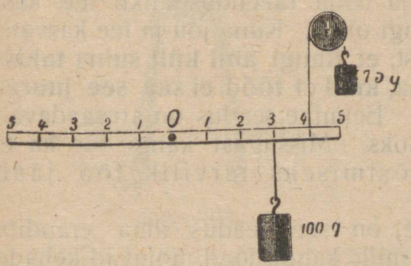
millest selgub, et igal juhusel

$$P : Q = b : a$$

3) Eelpool leitud proportsioonist $P : Q = b : a$ saame

$$P = Q\frac{b}{a},$$

millest näha, et jõud P, mis antud jõudu Q peab tasakaalustama, on seda väiksem, mida suurem on jõule P vastav kangiõlg a ning mida väiksem on jõule Q vastav kangi õlg b. Tahame näiteks kangi otsas rippuvat koormat tasakaalustada oma käe rõhumisega, siis võib rõhumise jõud seda väiksem olla, mida lähemal tugipunktile asub koorem ja mida kaugemal tugipunktist rõhub käsi. Sel teel võime väikse jõuga ületada suurt takistust — me võidame jõus. Peaks arvama, et koormate tõstmisel alati kasulik on töötavat jõudu võimalikult pika õla peale mõjuda lasta. Kuid lähemalt tähele pannes niisuguse kangi mõjumist leiame temas pahe, mis kangi tarvitamist selles mõttes igakord soovitavaks ei tee.

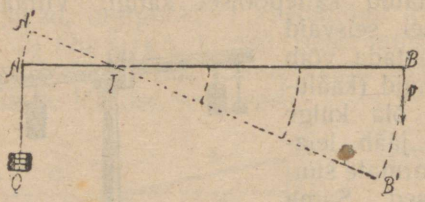


Joon. 99.

Mõjugu näiteks töötav jõud P (käe rõhumine) kangi õla peale $BT = 3\ AT$ (joon. 100). Kangi pöördumisel ümber tugipunkti T seisuni $A'B'$ liigub koorem Q kaare AA' pikkuse võrra

üles. Jõud P aga peab selle juures ära käima suurema tee BB'. Nurkade ATA' ja BTB' võrdsusest järgneb

$$AA' : BB' = AT : BT = \frac{1}{3} \text{ ehk } BB' = 3AA'$$



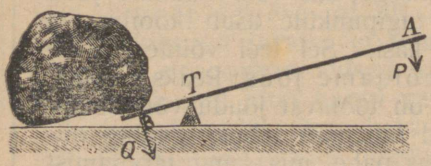
Joon. 100.

Me näeme, et punktis A mõjuva koorma tasakaalustamiseks võib punktis B küll jõud mõjuda, mille suurus ainult üks kolmandik on koorma kaalust Q, kuid töötamisel peab jõud P 3 korda pikema tee ära käima, kui koorem punktis A. Ümberpöördult, kui jõud mõjub punktis A, siis peab ta 3 korda suurem olema kui koorma kaal punktis B; selle eest käib aga koorem ka 3 korda pikema tee ära kui lühema õla peale mõjuv jõud. Selgub, et me igal juhusel niisama palju võidame jõus, kui palju me kaotame tees ja ümberpöördult.

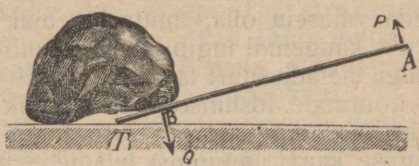
Jõudude tasakaalu puhul on joonistusel 100 kujutatud kangi jaoks maksev proportsioon P : Q = AT : BT. Võrreldes seda ülevalleitud proportsiooniga AA': BB' = AT : BT, leiame, et P : Q = = AA' : BB' ehk P. BB' = Q.AA' Viimane võrdus näitab, et kangi otsa peale mõjuva jõu ja tema rakenduspunkti tee kasvatis on ühesugune mõlemas kangi otsas. Kuna jõu ja tee kasvatis on töö (§ 25_1) siis järgneb sellest, **et kangi abil küll suurt takistust võib väikese jõuga ületada, kuid et tööd ei saa see juures ei suurendada ega vähendada.** Eelmine seadus on arusaadavalt maksev ka ühepoolse kangi jaoks. Missugust kangi me ka ei tarvitaks, teatud koorma tõstmiseks tarvilik töö jääb ikka ühesuuruseks.

Nagu me edaspidi näeme, on see seadus ilma erandita maksev kõikide abinõude kohta, mille kaudu jõud mõjuvad kehade peale. Teda hüütakse töö alalhoiduvuse seaduseks.

4) Igapäevases elus on kangi tarvitamine väga laialdane. Olgu selleks mõned näited:



Joon. 101.

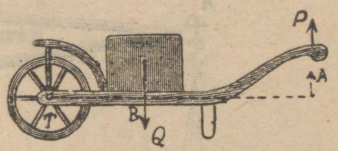


Joon. 102.

Tõstekang on kahe- või ühepoolne sirge kang (joon. 101, 102). Punktis A mõjub inimese musklijõud P, punktis B — tõstetava kivi kaal Q, kuna punkt T on tugipunktis. Jõud on tasakaalus,

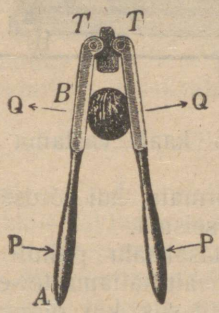
kui $P:Q = BT:AT$. On näiteks $AT = 2m$, $BT = 0{,}1$ m ja $P = 20$ kg, siis on $Q = P\frac{AT}{BT} = 400$ kg. Toetades 20 kg jõuga kangi otsa peale, võime üles tõsta koorma 400 kg.

Käru (joon. 103) kujutab ühepoolset sirgkangi. Punktis A mõjub ülespidi musklijõud P, punktis B aga kärutatava koorma kaal Q. T on tugipunkt. Nagu eelmiselgi juhusel, võime ka siin proportsioonist $P:Q = BT:AT$ leida, et $P = Q\frac{BT}{AT}$ Sellest järgneb, et käru ülevalhoidmine on seda kergem, mida lähemal tugipunktile T asub koorem. On näiteks $Q = 150$ kg., $AT = 1{,}5$ m, $BT = 0{,}3$ m siis on käru tasakaaluks tarvilik jõud $P = 150.\frac{0{,}3}{1{,}5} = 30$ kg.

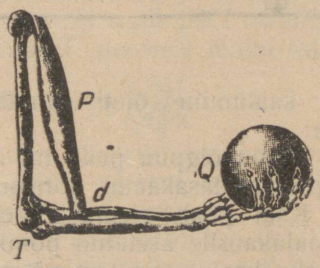


Joon. 103.

Pähkla tangid (joon. 104) on kahe ühepoolse kangi



Joon. 104.



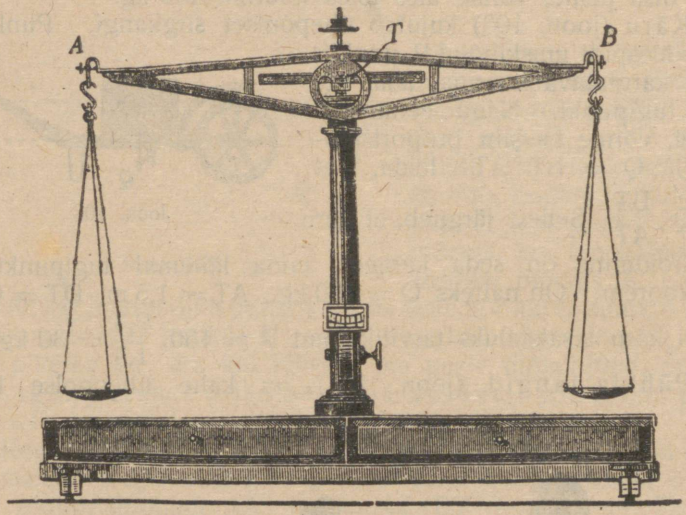
Joon. 105.

ühendus. Vajutame käega punktis A, siis hoiab punktis B pähkla vastumõju Q kangi tasakaalus; surve pähkla peale võrdub vastumõju Q suurusega. Ei suuda pähkla kõvadus seda survet tasakaalustada, siis pigistub ta puruks.

Inimese käsivars (joon. 105) on ühepoolne kang, mille tugipunkt T on küünarnukis. Punktis d mõjub käevarre peale muskel P, mille teine ots on kinnitatud õlaluu külge. Muskli jõud tasakaalustab käeshoitud koormat Q. Töötava jõu õlg dT on siin lühem kui koorma õlg QT.

§ 37. **Kaalud.** 1) Kangkaalu pea osa on võrdõlgne kang, kaalu õlgpuu, AB (joon. 106), mis tema külge kinnitatud terasest teraga T horisontaalsele alusele toetub ning tasakaalus hoidub. Õlgpuu on niiviisi ehitatud, et tema raskuspunkt alati (ka ilma kaalukaussideta) tugipunktist T madalamal asub. Sellepärast

viibib ta alalti püsivas tasakaalus (§ 35_1). Õlgpuu otsades, teravikkudel A ja B, ripuvad kaalu- ehk vaekausid võrdsel kaugusel tugipunktist T.



Joon. 106.

Et kaalumine õieti sünniks, peab kaal vastama teatud nõuetele:

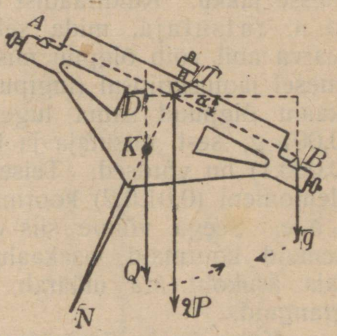
a) Kaalu õlgpuu peab nii ilma koormata, kui võrdselt koormatult püsivas tasakaalus horisontaalselt seisma.

b) Kaal peab olema õige, s. t. tasakaalu puhul peavad ühele kaalukausile asetatud pommid täpipealt näitama teisel kausil asuva keha kaalu. See on võimalik ainult siis, kui õlgpuu õlad on ühepikkused ja nende, kui ka kausside kaalud on võrdsed, ning kui õlgade massid on ühesuguselt (sümmeetriliselt) ära jaotatud.

c) Kaal peab olema tundlik, s. t. väiksema kui lisakoorma mõjul peab õlgpuu horisontaalseisust kõrvale kalduma. Tundlikkus on seda suurem, mida pikemad ja kergemad on õlgpuu õlad ja mida lähemal asub õlgpuu raskuspunkt tugipunktile T. Harilikud kaalud loetakse küllalt tundlikkudeks, kui lisakaal, mille mõjul õlgpuu kõrvale kaldub, on $\frac{1}{1000}$ kaalutava keha kaalust. Peened kaalud näitavad 1 kg kaalumise juures veel 0,01 mg suurust ülekaalu.

Ka mitteõige, kuid küllalt tundliku kaaluga võib õieti kaaluda: Kaalutav keha asetatakse ühe kaalukausi peale, teise peale aga pannakse mingisuguseid asju (haavleid, liiva) kunni õlgpuu horisontaalseisu asub. Kui nüüd keha asemele panna niisugused kaalupommid, et õlgpuu ka nende mõjul horisontaalseisu asub, siis on arusaadavalt pommide kaal võrdne keha kaaluga.

2) Kaalu tundlikkuse äramääramiseks paneme vôrdselt koormatud kaalu ühe kausi peale väikse lisakoorma q ja vaatame, kui palju kaalu ôlgpuu selle koorma môjul horisontaalseisust kôrvale kaldub. Kui kaalukausi kaal ühes koormaga on P, siis môjub tugipunktis T môlema kausi resulteeriv raskusjôud 2P. Niipea kui kaalu ôlgpuu on lisakoorma q môjul kôrvale kaldunud, ei asu ôlgpuu raskuspunkt K tugipunktiga T enam ühel veritikaaljoonel (joon. 106ª). Raskuspunktis K môjub ôlgpuu raskusjôud Q, mille pöörde moment on Q. DT; lisakorma q raskusjôu pöördemoment on $q.BT\cos\alpha$. Mida rohkem kaalu ôlgpuu kôrvale kaldub, seda suuremaks muutub Q pöördemoment ja seda väiksemaks jääb q oma, sest et esimese ôlg DT pöördumisel suureneb, kuna teise oma väheneb. Et môlemad momendid üksteisele vastupidi môjuvad, siis peab ôlgpuu selles seisus tasakaalu jäämа, kus $q.BT\cos\alpha = Q.DT$. Kolmnurgast DKT leiame, et $DT = DK\sin\alpha$, sest et nurk $DKT = NKQ = \alpha$. Võttes eelmises tasakaaluvôrrandis DT asemele leitud väärtuse, saame $q.BT\cos\alpha = Q.DK\sin\alpha$, ehk $tg\alpha = \frac{q.BT}{Q.DK}$.



Joon. 106ª.

Kaal on seda tundlikum, mida suurem on lisakoorma q môjul tekkiv kaldumisnurk α, ehk mida suurem on $tg\alpha$. Viimasest vôrrandist järgneb, et $tg\alpha$ on seda suurem,

a) mida suurem on BT, s. t. mida pikem on kaalu ôlgpuu;

b) mida väiksem on Q, s. t. mida kergem on ôlgpuu. Selle saavutamiseks tehakse ôlgpuu harilikult väljalôigetega ja vôimalikult lühikesena;

c) mida väiksem on DK ehk TK, s. t. mida lähemal asub ôlgpuu raskuspunkt tugipunktile T. Raskuspunkti üles- vôi allapoole nihutamiseks on ôlgpuul tugipunkti kohal kruuv, mille mutri alla- vôi üleskeeramisega ka raskuspunkt vastavalt ümberasetub.

Näide: Kaalu ôlgpuu kaal on 150 g, tema pikkus 300 mm ja lisakoorem 0,01 g môjutab 200 mm pika nooli N (v. joon. 106ª) otsa kôrvale kaldumist 10 mm. võrra. Kui kaugel asub ôlgpuu raskuspunkt K tugipunktist T?

$$DK \approx TK = \frac{q.BT}{Q.tg\,\alpha} = \frac{0{,}01\text{ g}.150\text{ mm}.}{150\text{ g}\,\frac{10\text{ mm}.}{200\text{ mm}.}} = 0{,}20\text{ mm}.$$

Peenemad kaalud on kaitseks tolmu ja ôhuvoolu eest harilikult klaaskasti paigutatud. Selleks ajaks kui kaal tarvitamata seisab, tôstetakse ôlgpuu sellekohase kangsüsteemi abil üles, nagu öeldakse „teda arreteeritakse", et ärahoida tugipunkti tera

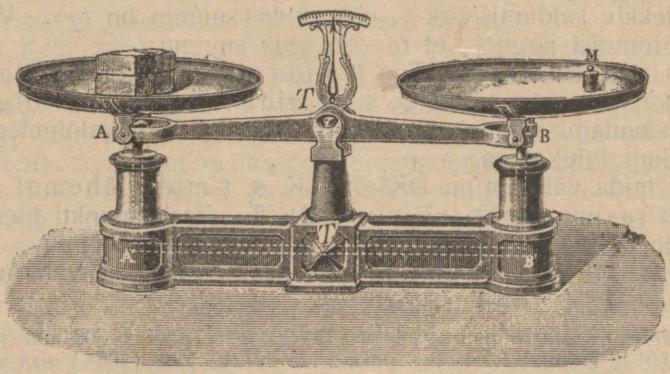
nürinemist. Õlgpuu jääb arreteerituks ka kaalutava keha vaekausile asetamise aegu.

Kõige väiksem kaalupomm on 1 cg (0,01 g). Keha kaalumiseks täpilt kunni 0,001 g on õlgpuu üks haru jagatud kümnesse jakku. Kuldtraadist on valmistatud 0,01 g raske hargikene, n. n. ratsutaja, mida sellekohase, läbi klaaskasti seina mineva varva abil võib õlgpuu mistahes jaotuskriipsule paigutada. Esimesel jaotuskriipsul (tugipunktist arvates) pöörab ratsutaja (0,01 g) kaalu õlgpuud sama tugevasti kui vaekausile asetatud koorem 0,001 g, sest ratsutaja ja koorma pöördemomendid (0,01.0,1 ja 0,001.1) on võrdsed. Teisel jaotuskriipsul võrdub ratsutaja pöördemoment (0,01.0,2) koorma 0,002 g pöördemomendiga (0,002.1) j. n. e. Seega võime siis vaekausil asuvaid 0,01 grammist väiksemaid koormaid tasakaalustada ratsutaja abil, kus juures ratsutaja asukoht ära määrab kaalutava koorma kümnetuhandikud grammid.

Keha kaalu äramääramisel kord esimesel, kord teisel vaekausil leiame alati väikese vahe, sest ka kõige parema töö juures võib ikkagi õlgpuu üks haru olla natukene pikem kui teine. Kui mõlemal vaekausil saadud väärtustest võtta keskmine aritmeetiline, siis on keha kaal küllaldase täpipealsusega ära määratud.

3) Peale eelpool kirjeldatud kaalu on tarvitusel veel mitmed teisekujulised kaalud:

Laua kaalul (joon. 107) on vaekausid asetatud vertikaalsetele tugedele AA′ ja BB′, mis sharniiridega on kinnitatud kahe

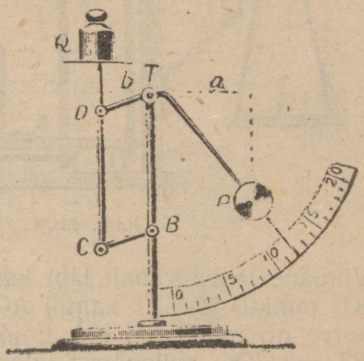


Joon. 107.

ühepikkuse kahepoolse kangi AB ja A′B′ külge. Kuna mõlema kangi tugipunktid T ja T′ ühel vertikaaljoonel asuvad, siis peavad ka kangide otse ühendavad varvad AA′ ja BB′ alati vertikaalseteks jääma. Et vaekausid tugedele perpendikulaarselt on kinnitatud, siis jäävad nad igas seisus horisontaalseteks. Sarnas-

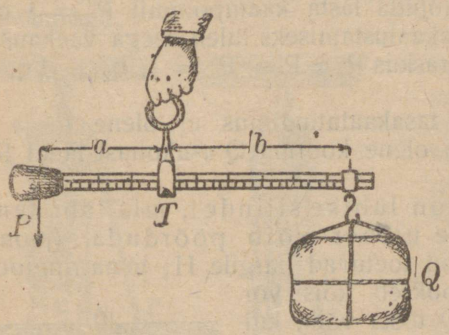
tele vaekaussidele asetatud üheraskused kehad jäävad tasakaalu sellepeale vaatamata, kas me neid vaekausi ühele vôi teisele äärele paigutame.

Kirjakaalul (joon. 108) kujutab ôlgpuu DTP nurkkangi, mille tugipunkt on T ja mille vaba ots on varustatud koormaga P. Kaalutav koorem Q mõjub punkti D peale. Sharniiride B,C ja D ümber pöörduvad varvad kujutavad paralleelogrammi, nii et CD jääb vertikaalsele tugitulbale TB alati paralleelseks, s. t. vertikaalseks. Koorma Q suurendamisega vajub TD ja tôuseb TP, kus juures koorma Q momendi ôlg b väheneb ja raskusjôu P momendi ôlg a suureneb. Kang asub tasakaalus, kui P.a = = Q.b. Kangi vaba ots näitab skaalal koorma Q kaalu miskisugustes kaalüksustes.



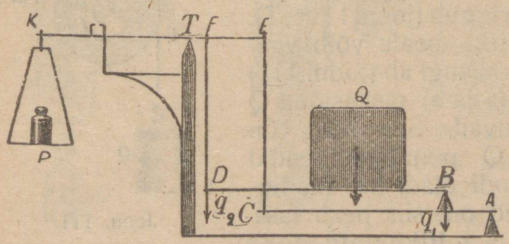
Joon. 108.

Margapuu (joon. 109) on kahepoolne sirgkang, mille tugipunkti T võib piki kangi edasi-tagasi nihutada. Kangivarva jämeda otsa raskusjõud P ja kaalutava keha kaal Q on tasakaalus, kui P:Q=b:a. Et P muutumata on, siis näitab varva jaotuskriips tugipunkti T kohal otsekohe kaalutava keha kaalu.



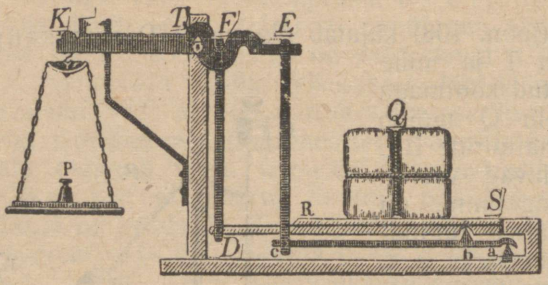
Joon. 109.

Detsimaalkaalu (joonistus 110 ja 110ª) tarvitatakse suurte koormate kaalumiseks. Tema seisab koos punktis T toetatud kahepoolsest kangist KE ja punktides A ja B toetatud ühepoolsetest kangidest CA ja DB. Viimase peal asub plekiga kaetud laud SR, mille peale kaalutav koorem Q asetatakse. Koorma



Joon. 110.

Q kaal kandub kangi DB mõlema otsa kaudu punktidesse B ja D. Nimetame koorma raskusjõu osa, mis tugipunkti B peale mõjub tähega q_1, seda mis punktis D varva DF alla tõmbab — tähega q_2 (joon. 110), siis on $q_1 + q_2 = Q$. Surve q_1, mis punktist B varva AC kaudu ülekandub punkti C, tõmbab vertikaalselt varba EC alla.

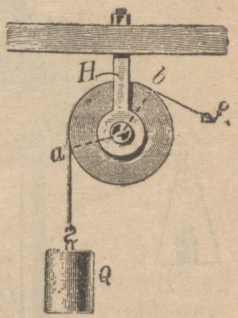


Joon. 110ª.

Viimane läheb vabalt läbi kangi BD ning tõmbab ülemist kangi KE punktis E. Et kangil AC on õlg AB = $\frac{1}{5}$ AC, siis mõjub surve q_1 punktis C ehk E jõuga $\frac{1}{5}$ q_1. Ülemisel kangil on õlg ET = $\frac{1}{2}$ TK, sellepärast tuleb punktis E mõjuva jõu $\frac{1}{5}$ q_1 tasakaalustamiseks punkti K peale mõjuda lasta kaalupommi raskusjõudu $P' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} q_1 = \frac{1}{10} q_1$. Punkti D ülekantud koorma Q raskusjõu osa q_2 mõjub ülemise kangi peale punktis F. Kangi õlad on nii valitud, et TF = $\frac{1}{10}$ TK; sellepärast tuleb q_2 tasakaalustamiseks punkti K peale mõjuda lasta kaalupommil $P'' = \frac{1}{10} q_2$. Koorma Q kogu raskuse tasakaalustamiseks tuleb seega vaekausile P asetada kaalupomm, mille raskus $P = P' + P'' = \frac{1}{10} q_2 + \frac{1}{10} q_1 = \frac{1}{10} (q_1 + q_2) = \frac{1}{10} Q$.

On selge, et leitud tasakaalutingimus ei olene q_1 ja q_2 vahekorrast, s. t. tasakaal ei olene koorma Q asukohast laual RS.

§ 38. **Plokk.** Plokk on lühike silinder, mis läbi tema keskpunkti mineva telje ümber võib pöörduda. (joonistus 111). Silindri telje otsad toetuvad hargile H; tema ringjoont mööda lõigatud rennis jookseb köis või kett, mille abil koormat Q tõsta võib, kui köit teisest otsast tõmmata. Me teeme vahet liikumatu ja liikuva ploki vahel, selle järele kas ploki telg töötamisel paigal seisab (joon. 111) või edasi liigub (joon. 111ª, T).

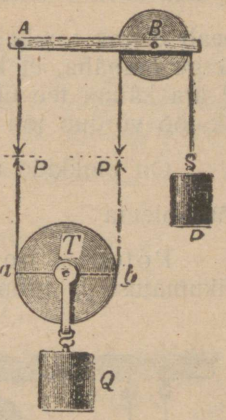


Joon. 111.

1) Liikumatu ploki peale võib vaadata kui kahepoolse nurkkangi ab (joon. 111) peale, mille otsadesse (a ja b) raskusjõud Q ja tõmbejõud P mõjuvad. See kang on tasakaalus, kui P ja Q pöördemomendid võrdsed on. Et momendi õlad, kui raadiused a ja b ühesuurused on, siis peab tasakaaluks olema P = Q, s. t. **liikumatu plokk on tasakaalus, kui jõud võrdub koormaga.**

Liikumatut plokki tarvitatakse peaasjalikult selleks, et jõule teatud sihti anda: Joonistusel 111 mõjub näiteks jõud P längu alla, koorem Q aga liigub vertikaalselt üles.

Liikumatu ploki puhul on arusaadavalt jõu ja koorma teed ühesuurused, sellepärast peab ka jõu P-ga tehtud töö võrduma koorma Q tõstmisel saadud tööga.

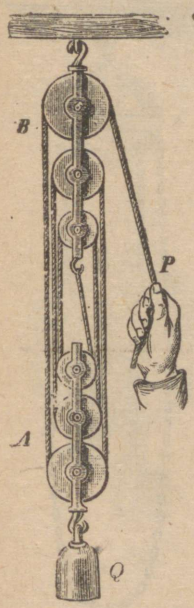


Joon. 111a.

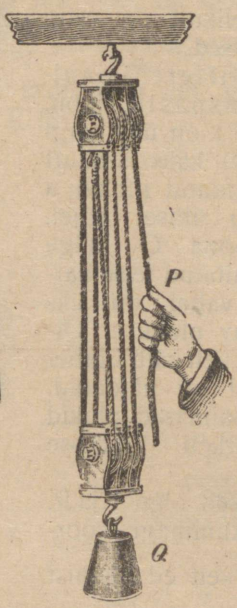
2) Liikuva ploki (joon. 111 a, T) juures ripub tõstetav koorem Q ploki hargi külles. Plokk T ise hoidub ühte otsa pidi (A) laekülge kinnitatud nööril, mille teine ots üle liikumatu ploki B on tõmmatud. Mõjub mingi jõud, näiteks pommi P raskusjõud, nööri vaba otsa peale, siis tõstab ta plokki T ühes koormaga Q.

On nööri otsad paralleelsed, siis kujutab liikuv plokk ühepoolset kangi ab, mille tugipunktiks on a. Pommi P tõmbejõud mõjub nööri kaudu punkti b, koorma Q raskusjõud aga punkti T. Tasakaaluks peab olema $P \cdot ab = Q \cdot aT$. Et aga $ab = 2aT$, siis on $P = \frac{1}{2} Q$, s. t.

liikuv plokk on tasakaalus, kui tõmbejõud võrdub poole koormaga.



Joon. 112a.



Joon. 112b.

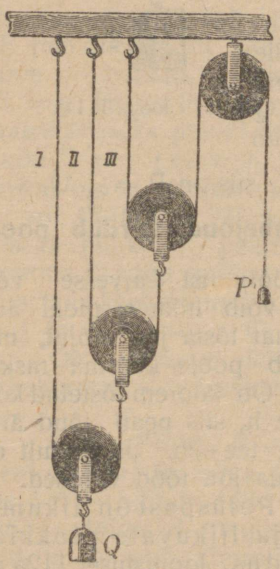
Hõõrumist arvesse võtmata võib liikuva ploki abil koormat tõsta jõu mõjul, mis võrdub poole koorma raskusega. On koorem tõstetud kõrgusele h, siis peab jõud ärakäima tee 2h. Järjelikult on mõlema jõu tööd võrdsed.

3) Polüspast on liikumatute ja liikuvate plokkide ühendus. Joonistusel 112a on kujutatud harilik polüspast, mis koos seisab hargist A ja B, kummagis kolm plokki. Hark B ripub konksu otsas ja on seega liikumatu; hark A on liikuv ja kannab koormat Q. Plokid võivad ka üksteise kõrval asuda (joon. 112b), hargid on siis laiemad ja lühemad. Köis, mille üks ots on kinnitatud liikumatu hargi külge, läheb vaheldamisi üle liikuva ja liikumatu ploki. Köie vabas

otsas mõjub jõud P. Nagu joonistusest näha, kannab koormat Q kuuekordne köis, nii et tõmme ühes köies on $\frac{Q}{6}$; sama suur peab olema tõmbejõud P, mis koormat Q tasakaalus hoiab. On kerge äranäha, et kui koorem tõuseb kõrguseni h, siis peab jõud P ära käima tee 6h. Sellest järgneb, et koorma tõstmiseks tarvilik töö võrdub jõu P abil tehtud tööga.

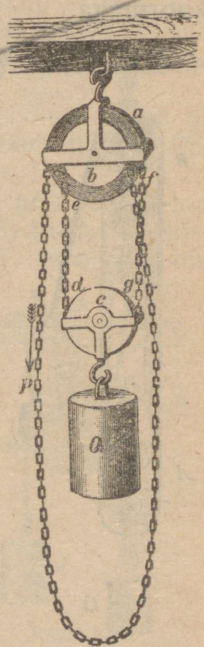
On plokkide arv n, siis peab koorma Q tõstmiseks tarvilik jõud olema $P = \frac{Q}{n}$.

Potents-polüspast, (joon. 112c) seisab koos ühest liikumatust ja mitmest liikuvast plokist. On selge, et koormat Q tasakaalustav jõud P peab esimesel köiel olema $\frac{1}{2}Q$, teisel — $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} Q = \frac{1}{2^2} Q$, 3-mal — $\frac{1}{2^2 \cdot 2} Q = \frac{1}{2^3} Q$ .... n-mal — $\frac{1}{2^n} Q$; sellest ka nimetus — potents - polüspast. Koorma Q tõusmiseks h võrra peab jõud P ära käima tee 2^nh. Jõu ja koorma tööd on järjelikult ka siin võrdsed.



Joon. 112c

Differentsiaalpolüspastil (joon. 112d) on ühe hargi vahel kaks isesuurt liikumatut plokki a ja b ühisel teljel. Koorma Q külge kinnitatud teise hargi vahel on üks liikuv plokk c. Otsatu kett käib ümber plokkide, nagu see joonistusel on näidatud. Et kett mitte ei libiseks, on liikumatud plokid varustatud hammastega, mis keti lülidesse haaravad.



Joon. 112 d.

Liikumatu plokkide raadiused olgu r ja R. Ketiosad ed ja fg kannavad kummagi koormat $\frac{Q}{2}$; selle jõu mõjul pöörab kett ed ülemist väikest plokki pöördemomendiga $\frac{Q}{2} \cdot r$, kett

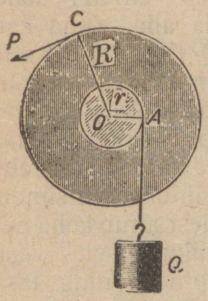
fg aga viimasega ühendatud suuremat plokki pöördemomendiga $\frac{Q}{2} \cdot R$. Mõlema momendi mõjud on vastupidised, sellepärast võrdub kogumoment nende vahega $\frac{Q}{2} R - \frac{Q}{2} r = \frac{Q}{2} (R - r)$. Koorma Q tasakaalustamiseks peab siis ketti nooliga näidatud kohas niisuure jõuga P tõmbama, et selle jõu pöördemoment tasakaalustaks üleval leitud momenti $\frac{Q}{2} (R - r)$, s. t.

$$P \cdot R = \frac{Q}{2} (R - r); \text{ siit leiame, et}$$

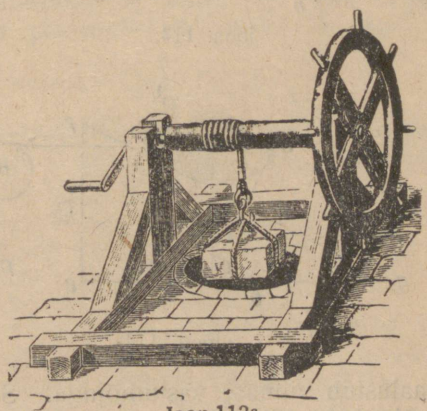
$$P = \frac{Q (R - r)}{2 R} = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

Mida väiksem on vahe (differents) R—r, seda väiksema jõuga võib antud koormat tõsta; on, näiteks $\frac{r}{R} = \frac{9}{10}$, siis on $P = \frac{Q}{20}$.

Liikumatu ploki pöördumisel ühe täisringi võrra käib jõud P tee $2 \pi R$. Kuna koorem kahe keti küljes ripub, siis oleks koorma tõusmine selle juures $\frac{2 \pi R}{2} = \pi R$, kui ta mitte väikse liikumatu ploki b pöördumisega πr võrra alla ei langeks. Tõepoolest tõuseb koorem Q nii siis $\pi R - \pi r = \pi (R - r)$ võrra, mille juures kasulik töö on $Q \pi (R - r)$. Tasakaalu puhul on $Q = \frac{2 P R}{R - r}$, seega on kasulik töö $Q \pi (R - r) = \pi (R - r) \frac{2 P R}{R - r} = 2 \pi R P$, s. t. sama suur kui see töö, mida tõstmiseks tarvilik jõud P teel $2 \pi R$ teeb.



Joon. 113.



Joon. 113a.

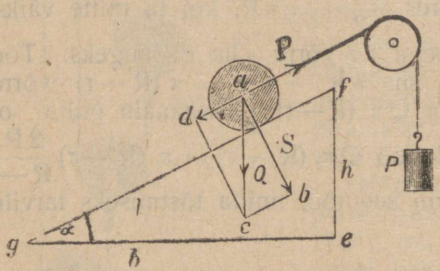
§ 39. **Pöör** (joon. 113, 113 a) on telje ümber pöörduv võll O, mille külge suurema raadiusega plokk on kinnitatud.

Koorem Q (joon. 113) riputatakse ümber võlli mähitud köie otsa, kuna tõstev jõud P mõjub ploki või ratta perimeetril. Tasakaaluks on tarvis, et $PR = Qr$, ehk $P = Q\frac{r}{R}$. Mida väiksem on vahekord $\frac{r}{R}$, seda suurema koorma Q võime antud jõuga P ülestõsta.

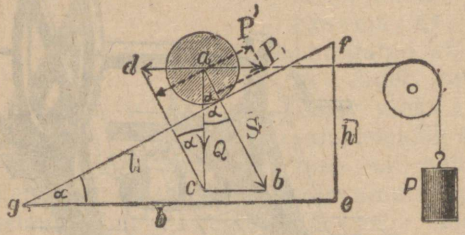
Tihti varustatakse plokk ehk pööra ratas käsipidemetega (joon. 113ª), mille peale vajutades hõlpsasti suuremaid koormaid võib tõsta.

On jõud P tee $2\pi R$ ära käinud, siis on koorem $2\pi r$ võrra üles tõusnud; kulutatud töö on $P.2\pi R$, saadud töö aga $Q.2\pi r$. Tasakaaluks peab olema $Q = P\frac{R}{r}$, seega on $Q \cdot 2\pi r = P \cdot \frac{R}{r} \cdot 2\pi r = P.2\pi R$, s. t. mõlemad tööd on võrdsed.

§ 140. **Kaldpind.** 1) Iga pinda, mis horisontaalpinnaga moodustab mingi teravnurga (α), nimetatakse kaldpinnaks. Joonistusel 114 ja 114ª kujutab $fg = l$ kaldpinna pikkust, horisontaaljoon $ge = b$ tema baasi ja vertikaaljoon $ef = h$ — kõrgust. Nurka $fge = \alpha$ nimetatakse kaldenurgaks. Kaldpinna kõrguse ja pikkuse vahekorda hüütakse tema tõusuks. Asetame kaldpinnale mingi keha, näiteks kera a, siis ei jää ta sinna harilikult mitte seisma, vaid libiseb mööda kaldpinda alla. Keha kaalu Q (joon. 114) võib lahutada kaheks komponentjõuks, millest ab on perpendikulaarne ja ad paralleelne kaldpinnale. Esimene nendest surub keha perpendikulaarselt vastu kaldpinda ning tasakaalustub viimase vastumõjuga. Sellepärast ei avalda ab mingit mõju keha liikumise peale. Teine jõud (ad) aga tõmbab keha paralleelselt kaldpinnale alla.



Joon. 114.



Joon. 114ª.

Selleks, et keha kaldpinnale seisma võiks jääda, peame jõudu ad tasakaalustama mingi võrdse ning vastupidise teise jõuga.

Selleks võime näiteks keha külge kinnitada niidi, mida koorem P pingul hoiab. Niidi tõmbejõud aP on otse vastupidine jõule ad; ta tasakaalustab viimase, kui koorma P raskusjõud (tõmbejõud) võrdub jõuga ad. Sarnastest kolmnurkadest adc ja fge leiame et ad : ac = ef : gf, ehk

$$P : Q = h : l.$$

I. seadus: **Kaldpinnal asuv keha on tasakaalus, kui paralleelselt kaldpinnale mõjuv tõmbejõud P ja keha kaal Q on samas vahekorras kui kaldpinna kõrgus h ja pikkus *l*.**

Joonistusel 114ª on keha kaal Q lahutatud kaldpinnale perpendikulaarseks ja tema baasile paralleelseks komponentjõuks. Sarnastest kolmnurkadest adc ja fge leiame et ad : ac = ef : eg, ehk

$$P : Q = h : b$$

II. seadus: **Mõjub tõmbejõud P baasile paralleelselt, siis seisab keha kaldpinnal tasakaalus, kui jõud P ja kaal Q on samas vahekorras nagu kaldpinna kõrgus h ja baas b.**

2) Täisnurkses kolmnurgas abc (joon 114) on nurk cab = nurgaga fge = α, ning cb = ad = P = Q $sin\ \alpha$ ja S = Q $cos\ \alpha$. Et $sin\ \alpha = \frac{h}{l}$ ja $cos\ \alpha = \frac{b}{l}$, siis on

$$P = Q\frac{h}{l} \qquad (59) \text{ ja } S = Q\frac{b}{l} \qquad (59^a)$$

Et α alati teravnurk on, siis on $sin\ \alpha$ alati väiksem kui 1; sellepärast on tõmbejõud P, mis keha kaldpinnal tasakaalus hoiab, alati väiksem kui keha kaal Q. Kui keha hõõrumist kaldpinda vastu mitte arvesse võtta, siis hakkab niisugune tasakaalustatud keha kaldpinda mööda ka üles liikuma, kui teda selles sihis liikuma tõugata. Jõud P ei suurenda selle juures tõugatud keha kiirust, vaid ületab ainult ülesliikumist takistavat raskuse komponentjõudu ad. Kaldpinna pikkusel *l* teeb nimetatud jõud P töö

$$P.l = Q\ sin\ \alpha.\ l = Q\frac{h}{l}.\ l = Q.h$$

Sellest selgub, et keha ülestõmbamiseks kaldpinda mööda sama palju tööd kulub nagu vaba keha vertikaalseks tõstmiseks kaldpinna kõrguseni h.

Tõmbejõud P on küll väiksem kui keha kaal Q, sellevastu peab ta aga suuremal teepikkusel mõjuma kui vertikaalselt mõjuv tõstejõud Q. Kaldpinna abil võime keha küll väiksema jõuga tõsta, töös aga ei võida me sellejuures midagi.

Tahame keha horisontaalse jõuga P (joon. 114ª) tasakaalus hoida, siis peab raskuse horisontaalne komponentjõud ad niidi tõmbejõuga P võrduma. Joonistusest selgub, et

$$P = ad = Q\ tg\ \alpha = Q\frac{h}{b} \qquad (60);\ S = \frac{Q}{cos\ \alpha} = Q\frac{l}{b} \qquad (60^a)$$

Võrreldes formulid (59) ja (60) näeme, et kaldpinnale paralleelne tasakaalustav jõud P' alati väiksem on kui baasile paralleelne jõud P,

sest et $l > b$. On $\alpha = 45°$, siis on $P = Q$, läheneb α täisnurgale 90°, siis kasvab P väärtus lõpmatu suureks.

3) Ei suuda niidi tõmbejõud P keha kaldpinnal paigal hoida, siis hakkab keha alla libisema või veerema. Liikumist tekitav jõud $ad = Q \sin \alpha$ mõjub kogu liikumise aeg ühetugevalt. Kui hõõrumise takistust mitte arvesse võtta, siis on alla libisemise kiirendus formuli (43) järele

$$p = \frac{Q \sin \alpha}{M} = \frac{Q \sin \alpha}{\frac{Q}{g}} = g \sin \alpha \qquad (61)$$

Et jõud $Q \sin \alpha$ proportsionaalne on keha massiga M, siis on kõigil mööda kaldpinda allaliikuvatel kehadel ühesuurune kiirendus p, samuti nagu kõigil kehadel on vabal langemisel ühesugune kiirendus g

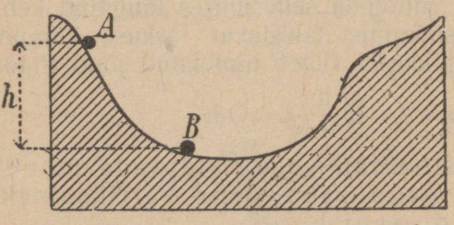
On kaldenurk $\alpha = 90^0$, siis on $\sin \alpha = 1$ ja $p = g$, s. t. keha langeb vabalt; on $\alpha = 0^0$, siis on $\sin \alpha = 0$ ja $p = 0$, s. t. horisontaalsel pinnal jääb keha paigale.

Libiseva keha kiirus kaldpinna lõpul on formuli (16) järele

$$v = \sqrt{2ps} = \sqrt{2g \cdot \sin \alpha . l} = \sqrt{\frac{2gh\cancel{l}}{\cancel{l}}} = \sqrt{2gh} \qquad (62)$$

Võrreldes seda kõrguselt h langeva vaba keha lõppkiirusega (form. 26), näeme et **kõrguselt h mööda kaldpinda alla libiseva keha lõppkiirus võrdub sama kõrgelt vabalt langeva keha lõppkiirusega.**

Leitud formul $v = \sqrt{2gh}$ ei sisalda kaldenurka α, järjelikult on keha lõppkiirus v ühesuurune kõigil kaldpindadel, mille kõrgus on h, vaatamata selle peale kas pinna kallak on järsk või lame. See seadus on maksev mistaheskujulise kõverpinna jaoks (joon. 115), mida mööda keha kõrguse h võrra langeb, sest kõverpinda võib omale ettekujutada koosseisvana hulgast kaldpindadest, millest iga ühe kohta üksikult maksev on nimetatud seadus.



Joon 115.

Ühtlaselt kiirendatud liikumise formuli (15) järele kulub kehal allalibisemiseks mööda kaldpinda pikkusel l aeg:

$$t' = \sqrt{\frac{2s}{p}} = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2l}{gh/l}} = l\sqrt{\frac{2}{gh}} \qquad (63)$$

Vabaks langemiseks kaldpinna kõrguselt h kulub kehal aeg

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = h\sqrt{\frac{2}{gh}} \quad \text{(v. form. 25).}$$

Võrreldes seda formuliga (63), näeme, et $t' : t = l : h$, s. t. libisemiseks mööda kaldpinda ja vabaks langemiseks kuluvad ajad t' ja t on samas vahekorras nagu kaldpinna pikkus l ja langemise ehk kaldpinna kõrgus h.

Näide: 9 m pika ja 3 m kõrge kaldpinna tipul asub keha, mille kaal on 150 kg.

a) Kui suur peab olema kaldpinnale paralleelne jõud, mis keha tasakaalustaks?

$$P = Q\frac{h}{l} = 150\ \text{kg}\,\frac{3\ \text{m}}{9\ \text{m}} = 50\ \text{kg}.$$

b) Kui suur on ülesliikumisel tehtud töö?

Formul (54) annab

$$A = P\ s = 50\ \text{kg} \cdot 9\ \text{m} = 450\ \text{mkg};\ \text{ehk}$$
$$A = Q.h = 150\ \text{kg} \cdot 3\ \text{m} = 450\ \text{mkg}.$$

c) Missuguse kiirendusega liiguks keha kaldpinnal 45-nda laiuskraadi all ja missuguse kiirusega tuleks ta all pärale?

Formulis (61) on

$$p = g \sin \alpha = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \cdot \frac{3\ \text{m}}{9\ \text{m}} = 3{,}27\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2};$$

Formul (62) annab

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \cdot 3\ \text{m}} = 7{,}67\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

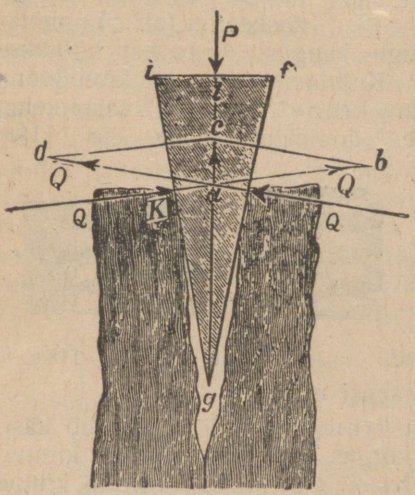
d) Kui kaua kestab liikumine kaldpinnal ja sama kõrgel vabal langemisel?

Formulist (63) saame:

$$t' = l\sqrt{\frac{2}{gh}} = 9\ \text{m}\ \sqrt{\frac{2}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \cdot 3\ \text{m}}} = 2{,}35\ \text{sec}.$$

Formulist (25) leiame

$$t = h\sqrt{\frac{2}{gh}} = 3\ \text{m}\ \sqrt{\frac{2}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \cdot 3\ \text{m}}} = 0{,}78\ \text{sec}.$$



Joon. 116.

§ 41. **Kiil** (joon. 116) on kolmtahkne püstprisma, mille läbilõige kujutab harilikult sarik-kolmnurka. if on kiilusilm, ig ja fg kiilu külgpinnad. Serva g, milles külgpinnad lõikuvad, nimetatakse kiilu teraks. Kiilu tarvitatakse harilikult kahe keha lahutamiseks. Teda võib käsitada kui kahte kaldpinda, mis baasidega lg on kokku liidetud ja mille kõrgused il ja fl koos annavad kiilusilma lainse if. Jõud P mõjub kiilusilma peale ja sünnitab külgpinnal surve Q, mis võib takistusi ületada, näiteks puuhalgu lõhki ajada. Viime survejõudude Q rakenduspunk-

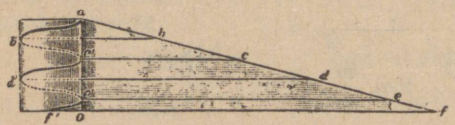
tid mõjumissihtide lõikepunkti a ja leiame nende resultantjõu ca. Tasakaaluks peab olema P = ca. Sarnastest kolmnurkadest abc ja igf leiame ac : ab = if : ig ehk P : Q = if : ig. s. t. **tasakaalu puhul on jõu P ja surve Q vahekord võrdne kiilusilma laiuse ja külgpinna pikkuse vahekorraga.** Mida pikem on külgpind võrdlemisi kiilu laiusega, s. t. mida teravam on kiil, seda suurem on antud jõu P mõjul tekitatud surve Q.

On jõud P mõjunud teepikkusel ag, siis on tema töö P. ag. Selle juures on ületatud survega Q võrdne takistus teepikkusel ak kiilu mõlemal külgpinnal; sellega tehtud töö on 2 Q. ak. Kolmnurkade akg ja ilg sarnadusest järgneb proportsioon:

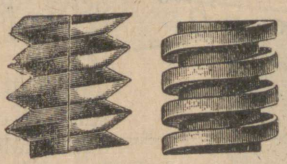
ak : ag = il : ig; siit saame $ak = \frac{ag.\ il}{ig}$.

Takakaalu proportsioonist leiame $Q = P\frac{ig}{if}$; võttes töö avalduses Q ja ak asemel leitud väärtused ja tähele pannes, et if = 2il, saame $2Q.\ ak = 2P\frac{ig}{if} \cdot \frac{ag.\ il}{ig} = P.ag$, s.t. takistuse 2 Q ületamisel tehtud töö võrdub jõu P mõjumisel kulutatud tööga.

§ 42. **Kruuv.** 1) Keerame ümber silindri täisnurkse paberkolmnurga afo (joon. 117), nii et kateet ao silindri külgpinda sünnitava joonega ühte langeks, siis moodustab kolnurga hüpotenuus af silindri pinnal kruuvjoone ab′c′d′e′f. Iga täiskeerdu (ab′ c′) nimetatakse kruuvi käiguks; kahe käigu kaugust üksteisest hüütakse käigu kõrguseks (d′ b′, c′ e′). Kujutame ette, et kruuvjoone asemel on silindri pinnalt etteastuv kruuvlõige, siis saame keha, mida me kruuviks nimetame. Joonistusel 118ª ja 118ᵇ on kujutatud terav- ja nürilõikega kruuv. Mutter on õõnes-silinder, millele kruuvlõige on sisselõigatud. (joon. 118ᶜ), ja mis keeramisel ühele või teisele poole piki kruuvi edasi-tagasi nihkub.

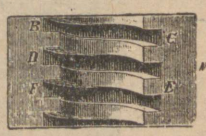


Joon. 117.



Joon. 118-a.

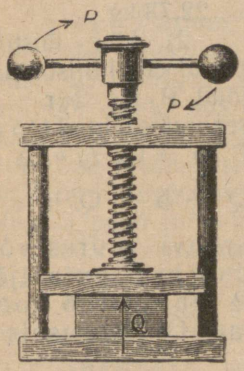
Joon. 118-b.



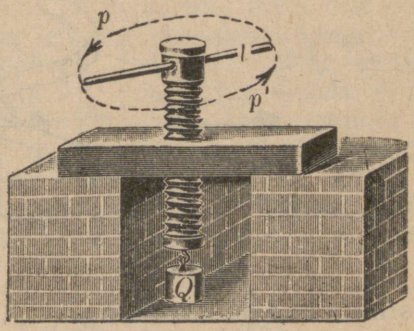
Joon. 118-c.

Joonistusest 117 selgub, et kruuvi käiku ab′c′ võib käsitada kui kaldpinda acc′, mille kõrgus (ac′ = h) võrdub kruuvikäigu kõrgusega, ning mille baasi c′c pikkus võrdub kruuvi perimeetriga (b). Langeb tiirlev kruuv paigalseisvas mutris, siis on nähtus sarnane, nagu libiseks tema mutri kruuvlõikele vastavat

kaldpinda mööda alla. Langeb aga tiirlev mutter paigalseisvat kruuvi mööda, siis on nagu libiseks mutter mööda kruuvi käigule vastavat kaldpinda olla. Näiteks libiseb joon. 119 kujutatud

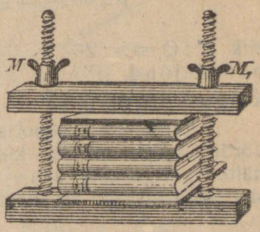


Joon. 119.



Joon. 119-a.

kruuvpressil ja joon. 119a kujutatud tõstekruuvil kruuv mööda paigalseisvat mutrit, kuna raamatu pressil (joon. 119b mutter M mööda paigalseisvat kruuvi libiseb.



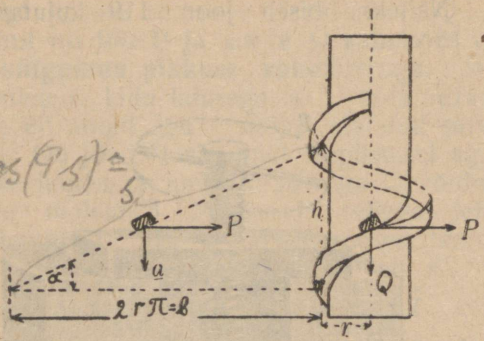
Joon. 119-b.

Kruuvi või mutri kaudu ületatud surve või koorma raskus Q (joon. 120) mõjub alati kruuvi telje sihis, s. t. perpendikulaarselt vastava kaldpinna baasile. Kruuvi või mutrit pöörav jõud P mõjub lihtsamal juhusel kruuvi silindri perimeetril, perpendikulaarselt tema teljele, s. t. paralleelselt kruuvi käigule vastava kaldpinna baasile. Pöörav jõud P ja kruuviga tõstetav koorem Q on tasakaalus, kui paralleelselt kaldpinna baasile mõjuv tõmbejõud P tasakaalustab kaldpinnal asuvat keha, mis muidu perpendikulaarselt baasile sihitud jõu mõjul mööda kaldpinda alla libiseks. Kaldpinna kohta leitud vastavast seadusest (§ 40_1, seadus II) järgneb siis, **et kruuv on tasakaalus kui pöörava jõu P ja tõstetava koorma Q vahekord võrdub kruuvi käigukõrguse ja kruuvi perimeetri vahekorraga,** s. t. P : Q = h : b; siit leiame $P = \frac{Q.h}{b.} = Q\ tg\ \alpha$. Antud koorma Q tõstmine tarvitab seda väiksemat jõudu P, mida väiksem on kruuvi käigukõrgus h ja mida jämedam on kruuv.

Suure hõõrumise tõttu kruuvi ja mutri vahel peab jõud P harilikult märksa suurem olema kui see, mida leitud tasakaaluseadus nõuab. Sagedasti tarvitatakse kruuvi pööramiseks kangi (joon. 119, 119a), mis kruuvi pea külge on kinnitatud.

On näiteks käigu kõrgus h = 0,01 m, b = 2πr = 0,44 m ja mutri koormatus 1000 kg, siis peab tasakaalustav jõud olema

$$P = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{0{,}01}{0{,}44} = 22{,}73 \text{ kg}.$$



Joon. 120.

2) Ühe täistiiru puhul käib horisontaaljõud P tee 2πr = b; seejuures tehtud töö on P. b = Q. *tg* α. b = $Q \frac{h}{b} \cdot b$ = Q. h, s. t. kruuvi juures võrdub horisontaaljõu P tehtud töö koorma Q kõrgusele h tõstmiseks tarviliku tööga.

Kui me kruuvi pea külge kinnitame varva, mille pikkus kruuvi teljeni on *l*, ja laseme tema otsa peale mõjuda horisontaaljõul P' (joon. 119ª), siis võime selle varva peale kui ühekülgse kangi peale vaatada, mille tugipunkt on kruuvi teljel. Kangi tasakaalustav jõud P on siis rakendatud punktis, mille kaugus teljelt on r. Tasakaaluks on tarvis, et

$$P'l = Pr = Q\,tg\,\alpha . r = Q\frac{h}{b} \cdot r = Q\frac{h}{2\pi r} \cdot r = Q\frac{h}{2\pi}$$

ehk P' : Q = h : 2π*l*, s. t. kangiga varustatud kruuv on tasakaalus, kui pöördejõud (P') ja koorem Q on samas vahekorras kui kruuvi käigu kõrgus ja jõu ringi perimeeter (2π*l*).

Eelmisest proportsioonist järgneb ka, et P'.2π*l* = Qh, s. t. jõu P' töö võrdub tööga, mis ära kulub koorma otsekoheseks tõstmiseks kõrgusele h. On näiteks käigu kõrgus h = 0,01 m, kangi pikkus *l* = 1 m ja koorem Q = 1000 kg, siis peab koorma tasakaalustamiseks tarvilik jõud olema:

$$P' = \frac{Qh}{2\pi l} = \frac{1000 \text{ kg} . 0{,}01 \text{ m}}{2 . 3{,}14 . 1 \text{ m}} = 1{,}59 \text{ kg}.$$

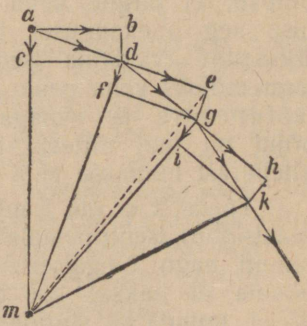
§ 43. **Liht- ja liitmasinad.** Tahame oma muskli- või mõne teise jõuga keha liikuma panna, siis on tihti kasulik seda jõudu mitte otsekohe keha peale mõjuda lasta, vaid mõne sellekohase abinõu kaudu nagu kangi, ploki, polüspasti, kaldpinna, kruuvi, kiilu jne. Iga abinõu, mille kaudu jõu mõju keha peale kandub, nimetatakse masinaks. Ülevaltähendatud abinõusid nimetatakse lihtmasinateks, kuna liitmasinad mitmest lihtmasinast kokku on seatud. Kõigil masinatel on mõjuva jõu töö võrdne takistuste otsekoheseks ületamiseks tarviliku tööga. Masinate paremus avaldub osalt jõu otstarbekohases tarvitamises, osalt aga selles, et väiksema jõuga võib suuremat takistust ületada. Töö suuruse suhtes ei anna masinad mingit kasu, vaid koguni ümberpöördult, hõõrumise tagajärjel tarvitavad nad vähe rohkem tööd kui nad ise teevad. Masina abil võib jõus võita, ainult kaotades tees.

Peatükk III:

Ringliikumine ja ôôtsumine.

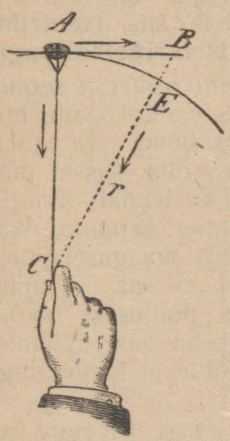
§ 44. **Ühtlane ringliikumine ehk tiirlemine.** 1) Kui kivi nööri otsas tiirutada, siis tõmbub nöör pingule; nööri teist otsa hoidev käsi tunneb, et kivil tung on ringi tsentrumist kaugeneda. On nöör nõrk, siis võib ta katkeda. Sel puhul näeme, et kivi samal silmapilgul ringi riivasjoont AB (joon. 121) mööda sirgjooneliselt edasi hakkab liikuma, kaugenedes ringi tsentrumist C. Nimetatud sirgjooneline liikumine sünnib ainult keha inertsi tõttu, ta peab järjelikult ühtlane olema.

Seda kiirust, millega keha sirgjooneliselt ja ühtlaselt inertsi tõttu edasi liigub, kui ta antud punktis A (näiteks nööri katkemisel) ringliikumist tekitavatest jõududest vabaneb, — hüütakse ringliikumise tõeliseks kiiruseks antud punktis A.



Joon. 122.

Samuti nagu punktis A, on tõeline kiirus sihitud ka ringi igas teises punktis mööda ringi riivasjoont, mis tõmmatud läbi vastava punkti. Seega peab tõelise kiiruse siht alatasa muutuma. Et keha kiiruse muutumine ainult mingi jõu mõjul võib sündida, siis **on ringjooneline liikumine võimalik ainult jõu mõjul, mis kogu liikumise aeg keha peale mõjub.**



Joon. 121.

Kirjeldatud katse (joon. 121) juures on seesugune kiiruse sihti muutev jõud niidi tõmbejõud, mis alatl ühte ja samma punkti, — ringi tsentrummi C, on sihitud. Sarnaste tsentraalsete jõudude mõjul tekkinud kõverjoonelisi liikumisi hüütakse tsentraalliikumisteks. Kõige lihtsam nendest on ringliikumine.

2) Tsentraalliikumiste kõverjoonelist teed võib konstrueerida liikumiste paralleelogrammi seaduse abil: Liikugu antud keha punktist a (joon. 122) inertsi tõttu sirgjooneliselt sihis ab ning jõudku ta teatud lühikese ajavälte t jooksul punkti b. Kestvalt keha peale mõjuv tsentraalne jõud annab talle samal ajavältel komponentliikumise sihis am, nii et keha ainult viimase jõu mõjul aja t lõpuks jõuaks punkti c. Keha tõelist teed kujutab siis paralleelogrammi diagonaal ad,

ning keha jõuab ajavälte t lõpuks punkti d. Kui sellest punktist peale tsentraaljõu mõju hävineks, siis liiguks keha järgmise sama suure ajavälte t_1 jooksul diagonaali ad sihis punktini e. Tsentraaljõud üksi tõmbaks keha aja t_1 jooksul tsentrumi m sihis punktini f. Osavõttes mõlemast liikumisest, jõuab keha siis aja t_1 lõpuks punkti g. Kolmanda samasuure ajavälte t_2 jooksul oleks, sarnaselt eelmisega, keha tee gk jne. Kui ajavälted t, t_1, t_2 jne. lõpmatu väiksed võtta, siis moodustab murdjoon adgk keha kõverjoonelise tee.

3) Ringjoonelisel liikumisel hüütakse tsentripetaaljõuks seda jõudu (näiteks nööri tõmbejõudu, joon. 121), mis tiirleva keha ringil hoiab ja mis alatasa on sihitud ringi tsentrummi.

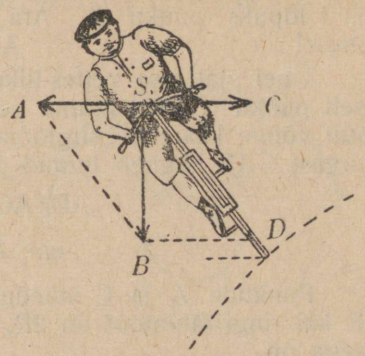
Kuigi tsentripetaaljõud tiirlevat keha ringi tsentrumi poole tõmbab, ei järgne keha sellele jõule, vaid hoidub kogu tiirlemise aeg ühekaugusel tsentrumist. Seega peab keha teatud takistust avaldama tsentripetaaljõu mõju vastu. Meile paistab nagu mõjuks keha peale veel mingi teine tsentripetaaljõule otse vastupidine ja temaga ühesuurune jõud. Selle näiva jõu mõjul on igal tiirleval kehal tung ringi tsentrumist kaugeneda, sellepärast hüütakse teda tsentrifugaaljõuks.

Tõeliselt ei ole tsentrifugaaljõud muud, kui keha vastumõju (reaktsioon) tsentripetaaljõule. Tema põhjuseks on keha inerts: Samuti nagu paigalseisev keha oma inertsi tõttu mitte otsekohe liikuma ei hakka, kui teda tõugata, vaid tõukele vastu rõhub, nii ei muuda ka sirgjooneliselt, inertsiga edasiliikuv keha mitte ilma vastumõjuta oma liikumise sihti. Selle reaktsiooni tõttu tõmbubki niit (joon. 121) pingule, nii et meile paistab, nagu mõjuks kivi peale mingisugune tsentrifugaaljõud, mis teda ringist välja tahaks tõmmata. Arusaadavalt peab siis **tsentrifugaaljõud olema võrdne ja otse vastupidine tsentripetaaljõuga.**

4) Kui tiirlev keha ringi tsentrumiga mitte otsekohe seotud ei ole (nagu joon. 121), vaid kui keha näiteks vankril asub, mis ringjoont mööda liigub, siis puudub tsentripetaaljõud. On vankri põhi sile, nii et hõõrumist arvesse ei tarvitse võtta, siis ei püsi niisugusel puhul keha mitte ringjoonel, vaid ta lendab vankrilt maha ning ringist välja. Jällegi on nähtus sarnane, kui mõjuks keha peale mingi tsentrifugaaljõud, mis praegusel juhusel puuduva tsentripetaaljõuga tasakaalustuda ei saa ja mille mõjul keha vankrilt välja heitub. Tõeliseks põhjuseks on ka siin keha inerts, mille mõjul vankril asuv keha oma liikumist sirgjooneliselt peab jatkama, nii et keha tee ühte ei lange ringjoont mööda liikuva vankri teega.

Tsentrifugaaljõu kirjeldatud mõju võime tähele panna, kui järsul teekäänul sõitvas raudteevagunis seisame, kus meie keha siis vastu välimist vaguniseina surutakse, nagu mõjuks meie peale selles sihis mingi jõud. Sarnasel puhul võib hõlpsasti tähele panna, et tsentrifugaaljõud seda suurem on, mida järsum on kään ning mida kiiremini liigub vagun.

Kui rattasõitja järsule teekäänule jõuab, siis hoiab ta ennast vähe längu käänu tsentrumi poole (joon. 123). Sellega tasakaalustab tema tsentrifugaal jõudu, mis teda muidu ümber kallutaks. Tõepoolest, käänul tekib tsentrifugaaljõud SC, mis rattasõitja raskuspunkti S peale mõjub ja teda paremale poole küljeli tõmbaks; kaldub aga sõitja keha pahemale poole längu, siis võib tema raskusjõudu SB kaheks komponentjõuks SD ja SA lahutada. Esimene nendest (SD) hävineb maapinna vastumõjul, kuna teine (SA) sõitjat pahemale poole kallutab. Tahtmata kaldub sõitja käänul parajasti niivõrra längu, et komponentjõud AS võrdub tsentrifugaaljõuga SC, millega sõitja siis tasakaalus püsib. Ka selle nähtuse juures võime tähele panna, et längukaldumine seda suurem on, mida kiirem on sõit ning mida järsum kään. Et suurema kaldumise juures ka jõud AS suureneb, siis järgneb ka sellest, et tsentrifugaaljõud seda suurem on, mida kiirem liikumine ja mida järsum on kään. Samuti nagu rattasõitja, peab ka raudteevagun käänul vähe längu asenduma, sest muidu kalduks ta tsentrifugaaljõu tõttu ümber. Selleks ei panda roopad käänul mitte horisontaalsesse tasapinda, vaid seatakse ringi sisemine roobas vähe madalamale välimisest.

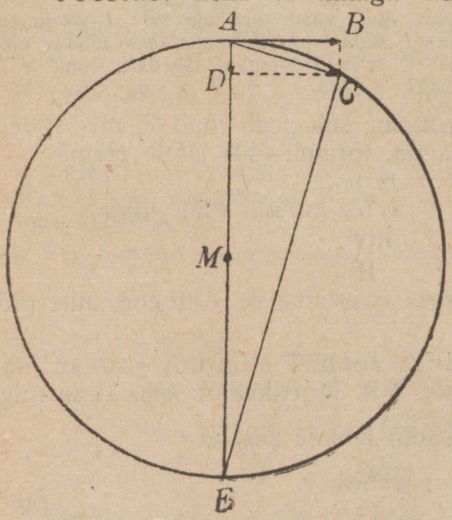


Joon. 123.

5) Katsed kui ka teooria tõestavad, et tsentripetaaljõud — nii siis ka temaga võrdne **tsentrifugaaljõud on proportsionaalne keha kiiruse kvadraadi ja tema massiga ning ümberpöördult proportsionaalne ringi raadiusega.** Arvuliselt on

$$\text{tsentripetaaljõud} = \frac{\text{keha mass} \times \text{kiiruse kvadraat}}{\text{ringi raadius}}.$$

Tõestus: keha A liikugu ühtlase kiirusega v ringjoont mööda. Lõpmata lühikese aja t jooksul jõudku keha punktist A punkti C (joon. 124). Kui nimetatud ajavälde küllalt lühike on, siis võime oletada, et tsentripetaaljõud kogu aja t jooksul paralleelseks jääb sihile MA. Mõjuks see jõud üksinda punktis A paigalseisva keha peale, siis hakkaks viimane sihis MA ühtlaselt kiirendatult liikuma (§ 6_1) ning jõuaks nimetatud lühikese ajavälte t lõpuks punkti D. Kui tsentripetaaljõu poolt antud kiirendus on p, siis on



Joon. 124.

tee AD pikkus formuli $s = \frac{1}{2} p t^2$ järele

$$AD = \frac{1}{2} p t^2$$

a).

Hävineks aga punktis A tsentripetaaljõu mõju, siis liiguks keha hooga riivasjoont mööda sirgjooneliselt kiirusega v ja jõuaks aja t lõpuks punkti B. Ära käidud tee AB oleks niisugusel juhusel $AB = v.t$ b).

Ühel ajal osa võttes liikumisest AD ja AB, jõuab keha tõeliselt punkti C, mis asuma peab ringjoonel. Ajavälte t lüheduse tõttu võime kaare AC sirgjooneks AC pidada. Täisnurksest kolmnurgast CAE järgneb tuntud geomeetria seaduse põhjal:

$$AD : AC = AC : AE,$$

$$\text{ehk } AD = \frac{AC^2}{AE} \qquad c)$$

Punktide A ja C läheduse tõttu võime pidada $AC = AB$. AE kui ringi läbimõõt on 2R, kus $R = MA$ kujutab ringi raadiust. Seega on

$$AD = \frac{AB^2}{2R}$$

Seades leitud võrrandisse AD ja AB asemele formuli (a) ja (b) järele nende avaldused, saame:

$$\tfrac{1}{2}pt^2 = \frac{v^2 . t^2}{2R}, \text{ millest järgneb:}$$

$$p = \frac{v^2}{R} \qquad 65)$$

See formul määrab ringliikumise kiirenduse p, mis igas punktis ringi tsentrumi poole on sihitud.

Tuletus on ligikaudne niikaua kui vaadeldud ajavälde t võrdlemisi pikk on. Mida lühemaks aga muutub t, seda täpipealsemaks saab tuletus ning kui t läheneb nullile, ehk kui punkt C nihkub lõpmata lähedale punktile A, siis muutub tuletus täiesti täpipealseks.

Kui tiirleva keha mass on m, siis peab jõud C, mis sellele kehale kiirenduse p suudab anda, formuli (44) järele olema

$$C = m.p.$$

Seega on tsentripetaaljõu suurus formuli (65) põhjal

$$C = \frac{mv^2}{R} \qquad 66)$$

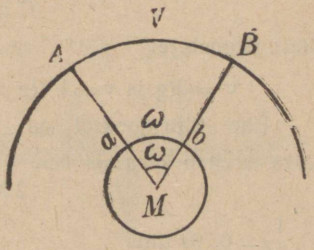
Tsentripetaaljõu praktiliseks arvestamiseks võib formulile (66) anda käepärasem kuju:

Kui keha ühe terve ringi teeb T sekundi jooksul siis on T sec jooksul ära käidud tee $2\pi R$. Järjelikult on keha kiirus ringi mööda $v = \frac{2\pi R}{T}$. Formulist (66) leiame siis, et

$$C = \frac{4\pi^2 Rm}{T^2} \qquad 66^a)$$

6) Tihti teeb arvestusi lihtsamaks uus mõiste,—n. n. nurkkiirus ω. Kui keha telje M(joon. 125)ümber tiirleb, siis liiguvad tsentru-

mist kaugemal seisvad punktid (A) kiiremini kui lähemal seisvad punktid (B). Kuid sama aja t järele jõuavad kõik raadiusel MA asuvad punktid (a ja A) seisu, mis jällegi ühel ja samal raadiusel MB asuvad. Tahaks tsentrumis M seisev vaatleja punkti A silmas pidada, siis peaks ta teatud kiirusega pöörduma. Olgugi, et A kiiremini liigub kui a, sünniks vaatleja pöördumine siiski mõlema punkti jaoks ühekiirelt. Me ütleme sellepärast, et kõik ühel raadiusel asuvad punktid tiirlevad ühesuure nurkkiirusega. Kõva keha juures ei saa vahe tema üksikute punktide vahel mitte muutuda, sellepärast peavad ühesuguse nurkkiirusega tiirlema mitte ainult ühel raadiusel asuvad, vaid üldse keha kõik punktid.



Joon. 125.

Nurk ω, mille võrra tiirleva keha mingit punkti A ühendav raadius 1 sekundi jooksul edasi pöördub, kujutab tiirlemise nurkkiirust. Raadiust MA (joon. 125) hüütakse punkti A raadius-vektoriks.

Teatavasti võib nurka mõõta kas kraadidega või selle kaare pikkusega, mis tema külgi moodustavate 1 sentimeetri pikkuste raadiuste vahel asub. On näiteks Ma = 1 cm, siis kujutab kaar ab nurga ω suurust. Liigub keha 1 sekundis punktist A punktini B, siis on tiirlemise harilik ehk n. n. lineaarkiirus $v = \overset{\frown}{AB}$. Nurkkiirus oleks samal juhusel kaar $ab = \omega$. Et $\overset{\frown}{AB} = AM \cdot ab = Rab$, kus R on punkti A raadius-vektor MA, siis leiame et

$$v = R \cdot ab = R\omega \qquad 67)$$

Seades formulisse (66) v asemele Rω, saame

$$C = m\omega^2 R. \qquad 66^b)$$

Näited: 1) Keha, mille kaal on 1 kg, tiirutatakse 0,5 m pikkuse nööri otsas nii et keha igas sekundis 2 tiiru teeb. Kui suur on keha ringil hoidev tsentripetaaljõud C?

Keha kaal P = raskusjõud = mass (m) × kiirendus (g). Seega on keha mass

$$m = \frac{P}{g}$$

Formuli (66^a) järele on

$$C = \frac{4\pi^2 Rm}{T^2} = \frac{4\pi^2}{g} \cdot \frac{P.R}{T^2} = 4{,}027 \frac{\text{sec}^2}{\text{m}} \cdot \frac{RR}{T^2} \qquad 66^c)$$

sest, et $\dfrac{4\pi^2}{g} = \dfrac{4.3{,}14^2}{9{,}806 \dfrac{\text{m}}{\text{sec}^2}} = 4{,}027 \dfrac{\text{sec}^2}{\text{m}}$.

Käsitatud juhusel on ühe tiiru välde $T = \frac{1}{2}$ sec, R = 0,5 m ja P = 1 kg. Seega on tsentripetaal- ja tsentrifugaaljõud

$$C = 4{,}027 \frac{\text{sec}^2}{\text{m}} \cdot \frac{1 \text{ kg} \cdot 0{,}5 \text{ m}}{(\frac{1}{2})^2 \text{sec}^2} = 8{,}054 \text{ kg}.$$

2) Mitu tiiru peaks sama keha sekundis tegema, et tsentrifugaaljõud võrduks keha raskusjõuga?

Formuli (66) järele on

$$C = \frac{m \cdot v^2}{R} = P = mg$$

Sellest järgneb, et

$$v^2 = Rg \text{ ja } v = \sqrt{Rg} = \sqrt{9{,}806 \frac{m}{sec^2} \cdot 0{,}5 \text{ m}} = 2{,}212 \frac{m}{sec}$$

Ühe tiiru jooksul on käidud tee $2\pi R = 2 . 0{,}5$ m. $3{,}14 = 3{,}14$ m, selleks tarvitab keha aja $T = \frac{3{,}14 \text{ m}}{2{,}212 \frac{m}{sec}} = 1{,}41$ sec. Järjelikult teeb keha 1 sekundis $\frac{1}{1{,}41} = 0{,}704$ tiiru.

3) Jalgrattasõitja (joon. 123) sõidab kiirusega $v = 20 \frac{m}{sec}$ teekäänul, mille raadius on 50 m. Kui suure nurga $\alpha = BSD$ võrra peab ta küljeti kallutuma, et tasakaalu jääda?

Joonistusest selgub, et $tg\ BSD = tg\ \alpha = \frac{BD}{SB} = \frac{SA}{SB}$; tsentrifugaaljõud SC peab võrduma raskusjõu horisontaalkomponendiga SA, s. t. $SA = SC = \frac{mv^2}{R}$. Raskusjõud $SB = P = m . g$, tähendab

$$tg\ \alpha = \frac{SA}{SB} = \frac{mv^2}{R} : mg = \frac{v^2}{Rg} = \frac{\left(20 \frac{m}{sec}\right)}{50 \text{ m} . 9{,}81 \frac{m}{sec^2}} = 0{,}815$$

ja nurk α on umbes 39°.

4) Kui kiirelt peaks mingit keha horisontaalselt viskama, et ta mitte maakera pinnale ei langeks, vaid ümber maakera tiirlema hakkaks. (Oletusel et õhuhõõrumine lõpmata väike)?

Viske algkiirus peaks nii suur olema, et tiirlema hakanud keha tsentrifugaaljõud C oleks sama suur kui maakera külgetõmbejõud, s. t. keha kaal. Nii on siis

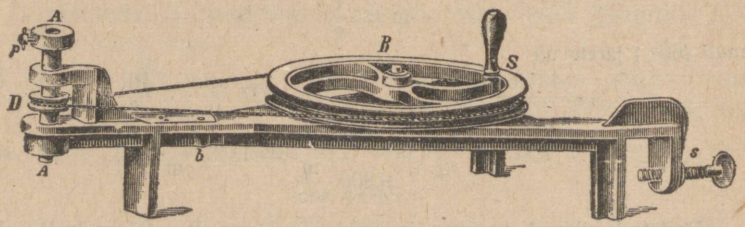
$$C = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = P, \text{ ehk } v = \sqrt{gR} = \sqrt{9{,}81 \frac{m}{sec^2} \cdot 6370000 \text{ m}} = 7905 \frac{m}{sec},$$

sest et maakera raadius on umbes $R = 6370.000$ m.

Nii kiirelt visatud keha jookseks ümber maakera aja sees

$$t = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 . \pi . 6370000 \text{ m}}{7905 \frac{m}{sec}} = 5063 \text{ sec} = 1 \text{ tund } 24 \text{ min. } 23 \text{ sek.}$$

§ 45. **Tsentrifugaalmasin; tsentrifugaaljõu praktiline kasutamine.** 1) Tsentrifugaaljõu mõju tundmaõppimiseks ning

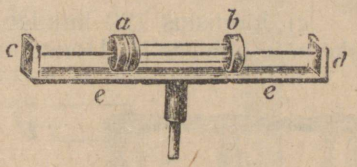


Joon. 126.

eelmises § leitud seaduste katseliseks tõestamiseks tarvitatakse tsentrifugaalmasinat (joon 126). Viimast moodustab kaks

rihmaga ühendatud ratast B ja D. Suure ratta B tiirutamisel hakkab väike ratas D kiirelt kaasa tiirlema. Väikse ratta võlli ülemise otsa külge (A) võib kinnitada mitmesuguseid riistu, mida kiirelt tiirutada tahetakse,

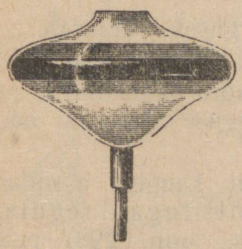
a) Kinnitame A külge raami joon. 127, mille traadi cd peale on asetatud kaks ühesuure massiga keha a ja b. Kehad on omavahel niidiga ühendatud ning võivad vabalt piki traati liikuda. Kui neid sümmeetriliselt raami keskkohale asetada, siis tiirlevad mõlemad kehad ühesuuruse raadiusega ning me näeme, et nad traati mööda edasi ei nihku. Järjelikult tasakaalustuvad nende tsentrifugaaljõud vastamisi. Asetame aga ühe keha lähemale, teise kaugemale tiirlemise teljest, siis liigub kaugem keha tiirlemisel teljest veel kaugemale ja tõmbab niidi kaudu ka lähema keha enesega kaasa.



Joon. 127.

Et kaugem keha suuremat ringi mööda tiirleb, siis peab ta ühes ja samas ajavältes mööda ringi pikema tee ära käima kui lähem keha, s. t. kaugema keha kiirus on suurem lähema omast. Me näeme, et ka tema tsentrifugaaljõud suurem oli lähema keha omast, tõmbas ta ju lähema keha enesega kaasa,

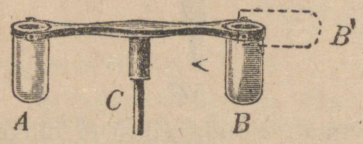
Ei ole a ja b mass mitte ühesuurune, siis ei püsi teljele sümmeetriliselt asetatud kehad tiirlemisel mitte tasakaalus, vaid raskem nendest lendab vastu raami äärt, tõmmates enese järele kergema keha. Kuigi a ja b ühel ja samal ringjoonel, nii siis ühekiirelt tiirlevad, on raskema keha tsentrifugaaljõud suurem kergema omast, s. t. tsentrifugaaljõud kasvab ühes keha massiga.


Joon. 128.

b) Klaasnõusse kallame elavhõbedat ja vett (joon. 128). Elavhõbe kui raskem vedelik seisab muidugi teada nõu põhjas. Nüüd kinnitame nõu tsentrifugaalmasina telje külge ja tiirutame teda: me näeme, et elavhõbe nõu põhjast üles tõuseb ning rõngana nõu kõige suurema lõbimõõdu kohta asendub. Vesi aga moodustab teise, sisemise rõnga — jääb nii siis tiirlemise teljele lähemale. Suure massiga elavhõbeda peale mõjub ka suurem tsentifugaaljõud. Viimase mõjul tungib elavhõbe võimalikult kaugele tiirlemise teljelt ning asendub sellepärast nõu kõige suurema läbimõõdu kohta, kus ta tõepoolest kõige kaugemal tiirlemise teljest seisab. Vee tsentrifugaaljõud on väiksem, sellepärast tõrjub elavhõbe vee nimetatud kõige kaugemast kohast välja ning vesi võib asenduda alles elavhõbeda taha, s. t. lähemale teljele.

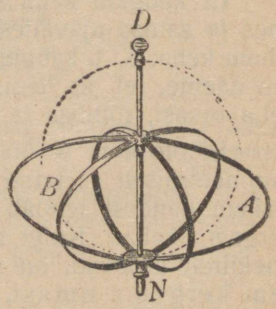
Samal printsiibil põhjeneb koorelahutaja ehk separaatori töötamisviis; piim on raskem kui tema sees ujuvad rasva mullikesed, mis koore moodustavad. Sellepärast lendavad piima osakesed tiirlemisel nõu seinte juure, kuna koor tiirlemisel telje lähedusse jääb; vastavate abinõudega võib koort ja piima separaatorist lahus välja lasta voolata.

c) Joonistus 129 kujutab aparaati, milleabil segaseid vedelikke võib puhastada. Horisontaalse varva küljes ripub kaks silindrilist nõu A ja B, mis tiirlemisel võlli C ümber horisontaalseisu B' võivad pöörduda. Nõud täidetakse mingi segase vedelikuga, näiteks kriidipulbri ja vee seguga. Tiirlemisel pöörduvad nõud horisontaalseks ja rasked kriidikübemed koguvad kõige kaugemale teljest s. t. nõude põhja. Peale tiirutamist asub kogu kriit nõude põhjas ja vesi on selge.



Joon. 129.

d) Vetruvad metallrõngad A ja B (joon. 130) on ristamisi punktis N varva D külge kinnitatud. Varva ülemine ots läheb läbi rõngastesse puuritud augu, nii et rõngaste ülemine osa vabalt piki varba üles-alla võib liikuda. Asetame varva tsentifugaalmasina telje otsa, siis näeme, et tiirlemisel rõngad laperguseks painduvad: Et punktides A ja B rõngaste kiirus kõige suurem on, siis mõjub nendes kohtades ka kõige suurem tsentifugaaljõud. See küljeti mõjuv jõud painutabki rõngad punktides A ja B kõveramaks, mille tagajärjel rõngas laperguseks muutub.



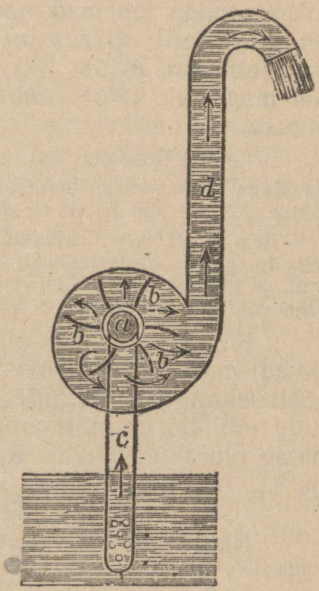
Joon. 130.

Kirjeldatud katse seletab, mispärast maakera ja teised taevakehad vähe lapergused on: Maakera oli kord vedel mass, mis oma telje ümber tiireldes samasuguse laperguse kuju sai nagu ülevalkirjeldatud rõngadki.

2) Tiirlevate kehade tungi, võimalikult kaugele asenduda tiirlemise teljest, kasutatakse aurumasina tsentrifugaal-regulaatoris. Regulaatori raskete kuulide (soojus, joon. 298) peale mõjuv horisontaalne tsentrifugaaljõud on seda suurem, mida kiiremini masin tiirleb. Hakkab masin liiga kiirelt tiirlema, siis tõstab tsentrifugaaljõud kuuli kõrgemale, ning kuulidega ühendatud auruklapp sulub auru juurevoolu, millega tiirlemine aeglasemaks jääb ja kuulid langema hakkavad.

Tsentrifugaalpumbas kasutatakse tiirleva keha riivasjoone sihis ringist väljalendamise tungi. Sellekohases trumlisarnases keres

(joon. 131) tiirlevad kiirelt vähe kõverad labidad b, millega kaasa tiirlema hakkab kerre kallatud vesi. Veejaokesed lendavad tangensiaalselt torru d, ning vesi voolab toru mööda üles. Ümmariku trumli keskkoht on külje pealt ühendatud toru ac kaudu veekoguga, kust vett üles tahetakse pumbata. Et trumlis asuv vesi tiirlemise teljest radiaalselt väljapoole liigub, siis imeb pump läbi toru ac alatasa uut vett trumlisse, mis sealt järjest toru d kaudu üles tungib.



Joon. 131.

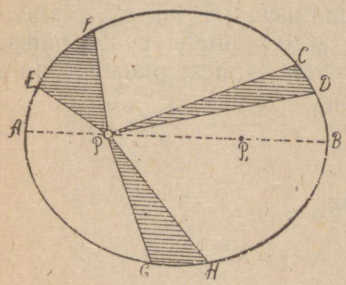
Tiirleksid labidad õhus, siis lendaksid tiirleva õhu jaokesed toru d mööda välja, ning tsentrifugaalventilaator imeks trumlisse uut õhku läbi küljeavause a.

Tsentrifugaaljõudu kasutatakse tihti ka selleks, et kehadest vett või mõnda teist vedelikku välja tõrjuda. Kui näiteks märg pesu trumlisarnasesse tiirlevasse nõusse asetada, mille seinad augulised, siis lendab kiirel tiirlemisel vesi kui raskem aine läbi trumli seinaaukude välja, ja pesu kuivab kiirelt.

§ 46. **Kepleri seadused.** Juba Kopernikus (1473—1543) leidis, et planeedid ümber päikse liiguvad; eksikombel arvas ta aga, et liikumine ringjooneline on. Astronoomi Tycho Brahe põhjalikkude vaatluste põhjal avaldas Kepler (1571—1630) kolm seadust, mis ära määravad planeetide liikumise ümber päikse ja mis tuntud on nimetuse all Kepleri seadused.

1) Esimene seadus ütleb, et **iga planeet liigub ümber päikse mööda ellipsi, mille ühes fookuses asub päike.**

Plaanedi teed ehk orbiiti moodustav ellips on väga sarnane ringjoonega, sest et tema ekstsentritsiteet = PP_1 väike on (joon. 132). Kõige piklikum on Marsi orbiit, kuid ka tema juures moodustab PP_1 ainult √ osa ellipsi suurest teljest AB.



Joon. 132.

Planeedi kaugus päiksest on igas kohas isesuurune. Kõige lähemal päiksele seisab planeet punktis A, kõige kaugemal punktis B; esimest punkti hüütakse periheel'iks, teist afeel'iks. Maakera läheb läbi periheeli detsembri lõpul ning läbi afeeli juuni lõpul.

2) Kepleri II seadus: **Planeedi raadius-vektor riivab võrdsetel aegadel võrdseid pindu.** Kulub planeedil näiteks teede CD, EF ja HG (joon. 132) ära käi-

miseks ühepalju aega, siis riivab raadius-vektor PC, PH ja PE nendel liikumistel ühesuuruseid pindu PCD, PHG ja PEF. Et võrdpindsed sektorid PCD, PHG ja PEF seda laiemad peavad olema, mida lühemad nad on, siis järgneb Kepleri II seadusest, et planeedi kiirus mööda orbiiti (CD, HG ja EF) seda suurem on, mida lähemal päiksele asub planeet. Seega on maakeral kõige suurem kiirus periheelis ja kõige väiksem afeelis.

Kepleri II seadus on kõikide tsentraalliikumiste (§ 44) kohta maksev. Tõepoolest, joonistusel 122 on $\triangle$ adm $=$ $\triangle$ dem, sest neil on ühine kõrgus dm ja da $=$ de. Et aga eg on paralleelne md, siis on ka $\triangle$ dem $=$ $\triangle$ dgm. Järjelikult on $\triangle$ adm $=$ $\triangle$ dgm $=$ $\triangle$ gkm. Pikkused ad, dg, gk on võrdsetes aegväldetes t mööda orbiiti ära käidud teed, ma, md, ja mg jne. aga raadius-vektorid. Me näeme, et tsentraalliikumistel raadius-vektorid tõepoolest võrdsetel aegväldetel võrdseid pindu riivavad.

Kepleri III seadus: **Kahe planeedi ringkäigu aegade kvadraadid on proportsionaalsed nende planeetide keskmise päiksekauguse kuupidega.** Lihtsuse pärast oletame et planeetide orbiidid on ringjooned, mille tsentrumis asub päike. Nimetame orbiitide raadiusi R_1 ja R_2, ning nende ringkäigu aegu T_1 ja T_2, siis ütleb Kepleri III seadus:

$$T_1^2 : T_2^2 = R_1^3 : R_2^3 \qquad (68)$$

Näide: Merkuuri ringkäigu aeg ümber päikse on 88 päeva, maakera oma 365, seega on ringkäigu aegade kvadraatide vahekord

$$88^2 : 365^2 \approx 1 : 18.$$

Merkuuri keskmine kaugus päiksest on umbes 7.500.000, maakera oma 20.000.000 penikoormat; ka nende arvude kuupide vahekord on:

$$7{,}5^3 : 20^3 = 3^3 : 8^3 \approx 1 : 18,$$

nagu see olema peab Kepleri III seaduse järele.

§ 47. **Koguilmlik gravitatsioon.** 1) Newton tõestas, et planeetide liikumine Kepleri seaduste järele mingi tsentraaljõu mõjul peab sündima, mille keskpunktiks on päike. Samuti nagu nööri otsas tiirutatud keha tahaks ringilt välja lennata, nii lendaks ka planeet päiksest eemale, kui seda ei takistaks mingi päikse ja planeedi vaheline tõmbejõud. Kepleri III seadusest võib leida selle jõu tähtsamad omadused: oletame lihtsuse pärast, et kahe planeedi orbiidid on ringid raadiustega R_1 ja R_2, planeetide massid olgu m_1 ja m_2. Formuli (66^a) järele peab päikse külgetõmbejõud, kui tsentripetaaljõud olema esimese planeedi jaoks

$$K_1 = \frac{4\pi^2 R_1 m_1}{T_1^2}$$

ning teise planeedi jaoks.

$$K_2 = \frac{4\pi^2 R_2 m_2}{T_2^2}$$

Nende jõudude vahekord on

$$K_1 : K_2 = \frac{R_1 m_1}{T_1^2} \cdot \frac{R_2 m_2}{T_2^2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot \frac{m_1}{m_2}$$

Formuli (68) järele on

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3},$$

millest järgneb, et

$$K_1 : K_2 = \frac{R_2^2}{R_1^2} \cdot \frac{m}{m_2} = \frac{m_1}{R_1^2} : \frac{m_2}{R_2^2} \qquad (69)$$

s. t. **päike tõmbab planeete külge jõuga, mille suurus on proportsionaalne planeedi massiga ning ümberpöördult proportsionaalne planeedi kauguse kvadraadiga.** Et kiirendus on $\frac{\text{jõud}}{\text{mass}}$, siis annab päikse tõmbejõud samuti nagu raskusjõudki mitmesuguste massidega kehadele ühesuuruse kiirenduse (§ 13₂).

2) Sarnaselt nagu planeedid tiirlevad ümber päikse, nii tiirleb kuu ümber maakera. Järjelikult peab maakera kuud samuti külge tõmbama nagu päike planeeti. Newton katsus selgitada, kas tõmbumine kuu ja maakera vahel mitte sama raskusjõud ei ole, millega maakera tema pinnal asuvaid kehi külge tõmbab. Et see jõud mitte ainult maapinnal ei avaldu, vaid ka kõrgete mägede tippudel, siis võis oletada, et tema mõju ka kuuni ulatab. On see oletus õige, siis peab raskusjõud muutuma sama seaduse järele nagu maakera ja päikse külgetõmbuminegi (formul 69). Lihtne arvestus näitab, et see tõesti nii on.

Maakera ja kuu vaheline tõmbejõud kui tsentripetaaljõud on formuli (66-a) järele

$$C = \frac{4\pi^2 R m}{T^2}$$

Kuu käib üks kord ümber maakera aja sees T = 27 päeva 7 tundi 43 min. = = 39343 × 60 sec. Kuu orbiidi raadius R on umbes 60 korda suurem maakera raadiusest r, s. t. R = 60 r. Kuu ja maakera vahel on tõmbejõud seega

$$C = \frac{4\pi^2 . 60\, r . m}{39343^2 . 60^2} = \frac{2\pi . 2\pi r . m}{39343^2 . 60}$$

Selle jõuga annab maakera kuule kiirenduse

$$p = \frac{C}{m} = \frac{2\pi . 2\pi r . m}{39343^2 . 60 . m} = \frac{2\pi}{39343^2 . 60} \cdot 40000000 \frac{m}{sec^2} = 0,002706 \frac{m}{sec^2},$$

sest et $2\pi r$ = maakera ümbermõõt = 40000000 m.

Kui maakera raskusjõud tõepoolest samuti muutub kui päikse külgetõmbejõud maakera suhtes (formul 69), siis peab maakera tema pinna läheduses kehadele niipalju korda suurema kiirenduse p_2 andma, kui palju korda kuu kauguse kvadraat suurem on maapinnal asuva keha kauguse kvadraadist maakera tsentrumi suhtes, sest et kiirendus proportsionaalne on tõmbejõuga, viimane aga ümberpöördult proportsionaalne tõmbuvate kehade kauguse kvadraadiga. Kui maapinna kaugus maakera tsentrumist on r, siis on kuu kaugus 60 r; seega peaks maakera pinnal asuva keha kiirendus olema nii suur, et

$$\frac{p_2}{0,002706} = \frac{60^2 . r^2}{r^2} = 60^2, \text{ ehk } p_2 = 0,002706 . 60^2 \frac{m}{sec^2} = 9,74 \frac{m}{sec^2},$$

mis küllalt lähedal on langevate kehade kiirendusele $g = 9,81 \frac{m}{sec^2}$.

Sellega on tõestatud, et raskusjõud, mille mõjul kehad maapinnal langevad, sama jõud on, mille mõjul kuu ümber maakera tiirleb. Järjelikult on ka jõud, mis planeete ümber

päikse sunnib tiirlema, samasugune „raskusjõud," mille keskkohaks on päike.

3) Kuna taevakehad kõik ühe ja sama seaduse järele külge tõmbuvad (formul 69), siis oletas Newton, et sarnane tõmbumine mitte ainult taevakehade vahel ei valitse, vaid üleüldse kõikide kaaluvate kehade ehk masside vahel. Ta nimetas seda tõmbumist koguilmlikuks tõmbumiseks ehk gravitatsiooniks.

Mõju ja vastumõju seaduse järele peab planeet sama tugevasti päikest külge tõmbama, kui tugevasti päike planeeti külge tõmbab. Planeet aga tõmbab päikest seda tugevamini, mida suurem on päikse mass M (formul 69). Planeedi ja päikse vaheline tõmbumine on seega proportsionaalne nii planeedi kui ka päikse massiga, järjelikult on ta proportsionaalne nende masside kasvatisega (M. m).

Kui 2 keha, mille massid on 1 g kaugusel 1 cm külgetõmbuvad jõuga G düüni, siis tõmbuvad külge massid m_1 ja m_2 samal kaugusel jõuga G m_1 m_2 düüni, ning kaugusel r cm jõuga

$$K = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (70)$$

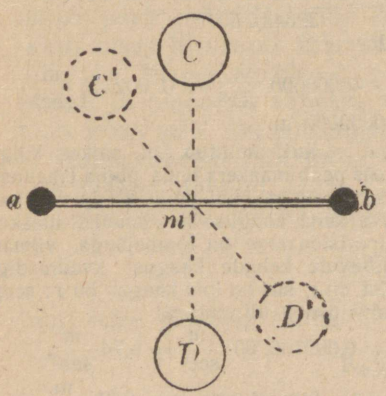
Kõik kehad tõmbuvad külge jõuga, mis proportsionaalne tõmbuvate kehade masside kasvatisega ning ümberpöördult proportsionaalne nende kauguse kvadraadiga.

Jõudu G, millega ühe gramm-massilised kehad 1cm kaugusel külge tõmbuvad, hüütakse gravitatsioonkonstandiks. Tema suurus on

$$G = 6{,}685 \cdot 10^{-8}$$ düüni, (v. § 48,);

seega on külgetõmbumine kehade masside vahel võrdlemisi nõrk.

§ 48. Masside külgetõmbumise katselised tõestused; kehade kaal maapinnal; maakera mass ja tihedus; tõusud ja mõõnad.

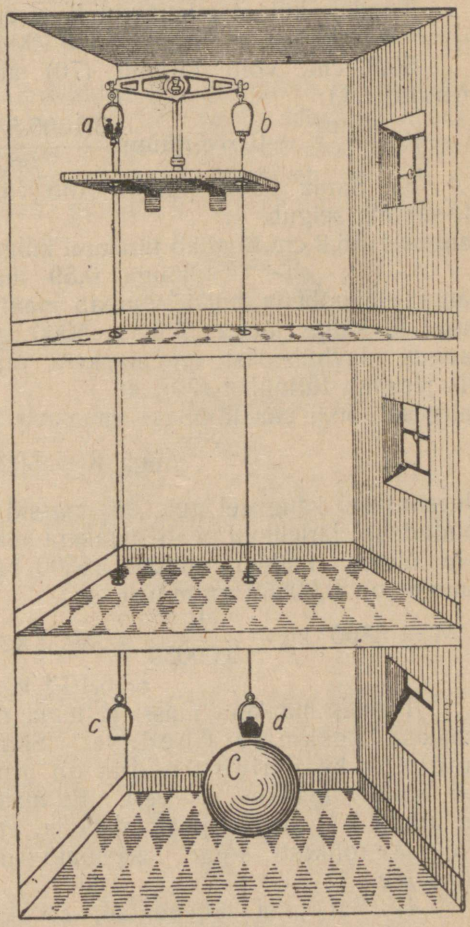


Joon. 133.

1) Et kõik kehad vastamisi külge tõmbuvad, seda tõestas katseliselt esimesena Cavendish (1798). Ta riputas kerge varva, mille otsa väiksed kuulikesed a ja b kinnitatud, pika peenikese traadi m külge (joon. 133). Varva alla paigutas ta 2 suurt tinakuuli C ja D. Seisid kuulid vastamisi perpendikulaarsetel sirgjoontel, siis jäi horisontaalselt ülesriputatud varb liikumatalt paigale. Paigutati aga tinakuulid seisu C' D, siis pöördus varb ab vähe C' D poole, mis tunnistab, et kuulid a ja C' ning b ja D' külge tõmbuvad. Mõõtes pöördumise nurka, võis Cavendish traadi elastsuse põhjal välja arvata selle tõmbejõu suuruse.

2) Jolly mõõtis masside külgetõmbumist kaaludega (1881). Ta paigutas selleks hariliku kangkaalu 21 m kõrge torni otsa

ja riputas kummagi vaekausi (a ja b) alla maapinnani ulatava nööri pidi veel teise vaekausi c ja d (joon. 134). Ilma koormata seisis kaalukang tasakaalus. Ülemise vaekausi b peale asetati 5 kg raske kuulisarnane elavhõbedapudel ning tasakaalustati kaal sama raske koormaga vaekausil a. Kui kausi a koorem endiseks jäeti, ning elavhõbedapudel alumise vaekausi d peale paigutati, siis kaldus kaalude parem õlg alla, ja kausile a pidi 31,7 mg koormat juure lisama, et kaalu uuesti tasakaalustada. Selgub, et üks ja sama mass (elavhõbe) kõrgel torni otsas vähem kaalub kui maapinnal. See on arusaadav, kui silmas pidada, et keha kaal = maakera ja keha külgetõmbumine seda suurem on, mida lähemal maakerale keha seisab. Samal põhjusel väheneb kehade kaal ka kõrge mäe tipul. Kangkaaluga ei saa me seda kaaluvähenemist mõõta, sest et tasakaalustav kaalupomm alati samapalju omast raskusest kaotab kui kaalutav kehagi, kuid vedrukaaluga võiksime nimetatud vahet juba märgata.



Joon. 134.

Teise katse juures asetas Jolly sama elavhõbedapudeli alumisele vaekausile d ning tasakaalustas kaalud koorma abil ülemisel vaekausil a. Nüüd veeretas ta ligi 5800 kg raskuse tinakuuli C vaekausi d alla: tasakaal hävines ning tema jalale seadmiseks pidi vaekausile a lisakoorem 0,59 mg pandama. Selle lisakoorma raskusjõud on $0{,}59 \times 0{,}981$ düüni $= 0{,}578$ düüni, sest et 1 g raskusjõud on 981 düüni (§ 18_2). Nimetatud jõud tasakaalustab tõmbejõu elavhõbedapudeli ja tinakuuli vahel, mille keskkohtade kaugus oli 56,8 cm.

Matemaatiline juurdlus näitab, et kerade külgetõmbumine nii peab sündima, nagu oleks kogu nende massid koondatud kerade tsentrumitesse. Tõmbejõu mõõtmise juures tuleb sellepärast kerade kauguseks lugeda nende tsentrumite kaugust.

Tundes külgetõmbejõudu $K = 0{,}578$ düüni, kehade massi $m_1 = 5.1000$ g ja $m_2 = 5800.1000$ g ning nende kaugust $r = 56{,}8$ cm, võib formuli (70) abil leida gravitatsioonkonstant G:

$$G = K: \frac{m_1 m_2}{r^2} = 0.578 \text{ düüni}: \frac{5.1000.5800.1000}{56{,}8^2} = 6{,}685.10^{-8} \text{ düüni}.$$

3) Sama katse põhjal võib välja arvata kogu maakera massi M: selgub, et
kaugusel 56,8 cm tõmbab tinakuul külge 5 kg elavhõbedat
jõuga 0,59 mg = 0,00059 g.
Sama elavhõbeda hulka tõmbab maakera oma pinnal, s. t. kaugusel R külge jõuga 5 kg = 5000 g. Et maakera tsentrumi kaugus elavhõbedast on maakera raadius $R = 63668.10^4$ cm, siis järgneb formulist (70), et
kaugusel 56,8 cm tõmbaks maakera külge 5 kg elavhõbedat
jõuga $K = 5000 \frac{R^2}{(56{,}8)^2}$ grammi.

Ühesuurusel kaugusel aga on massid proportsionaalsed tõmbejõududega; järjelikult peab maakera mass M nii palju korda suurem olema tinakuuli massist (5800 kg), kui palju korda jõud K suurem on 0,00059 grammist, s. t.

$$M = 5800 \text{ kg} \cdot \frac{K}{0{,}00059} = 5800 \text{ kg} \cdot \frac{5000.(63668.10^4)^2}{(56{,}8)^2.0{,}00059} =$$
$$= 6.10^{24} \text{ kg}.$$

Tundes maakera massi ja tema ruum-ala, võib välja arvata maakera keskmise tiheduse. Sarnane arvestus näitab, et maakera keskmine tihedus on umbes 5,6, s. t. maakera on 5,6 korda tihedam kui vesi. Et maakera pealmise kihi tihedus on ainult 2 — 3, siis peab oletama, et maakera keskkohas peab leiduma rohkesti kõige raskemaid aineid, nagu plaatina, kuld, hõbe jne.

4) Sai juba tähendatud, et kehade kaal seda väiksem peab olema, mida kaugemal asub keha maakera tsentrumist. Teatavasti on maakera vähe lapergune, tema nabad seisavad lähemal tsentrumile kui ekvaator. Selle tõttu on **raskusjõud ehk kehade kaal nabadel suurem kui ekvaatoril**. Harilikkude kaaludega ei tunne me seda vahet, kuid on teisi abinõusid olemas, mille abil raskusjõu muutumist võib mõõta (võrdle § 53_2).

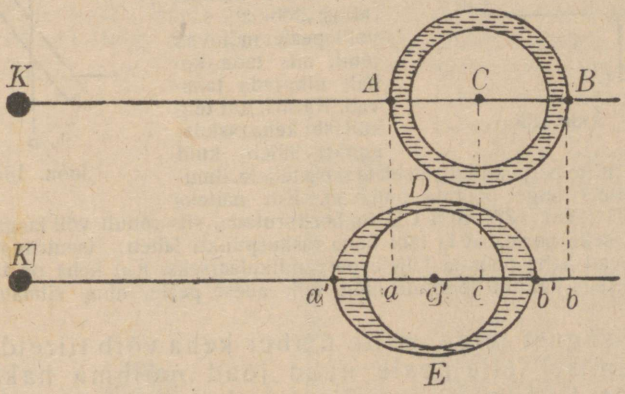
Peale nimetatud asjaolu muutub raskusjõud ka veel tsentrifugaaljõu mõjul mis maakera ümber telje tiirlemisel kõikide tema pinnal asuvate kehade peale nende raskusjõule vastupidises sihis mõjub, ja seega ühte osa raskusjõust hävitab. Et tsentrifugaaljõud seda suurem on, mida suurem on keha kiirus ringjoont mööda, siis on see jõud nabadel null ning kasvab, lähenedes

ekvaatorile. Tema mõjul kaotavad nii siis kehad ekvaatoril rohkem omast kaalust kui nabadel.

Lihtne arvestus näitab, et kui maakera 17 korda kiiremine tiirleks, siis tsentrifugaaljõud ekvaatoril sama suureks kasvaks kui raskusjõud. Sarnasel juhusel kaotaksid kehad ekvaatoril kogu oma kaalu.

Mõlema ülevalnimetatud põhjuse koosmõjul on keha raskusjõud ekvaatoril $\frac{1}{193}$ võrra väiksem kui nabadel.

5) Tõusud ja mõõnad tekivad kuu ja päikse külgetõmbejõu mõjul ning seletuvad asjaoluga, et kuule lähemal asuvad maapinna punktid tugevamini külge tõmbuvad kui kaugemal seisvad. Lihtsuse pärast oletame, et maad ümbritseb vee vöö AB (joon. 135). Kuu K tõmbab punkti A tugevamini külge kui



Joon. 135.

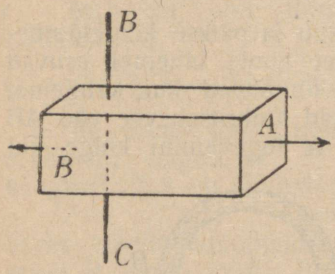
punkti B. Tõmbejõu mõjul nihkuks punkt A siis rohkem edasi kui punkt C, viimane omakord rohkem kui punkt B ($a^1a > c^1c > b^1b$). Selle tagajärjel muutub veevöö piklikuks, ning punktis a^1 ja b^1 tõuseb vesi maapinnal kõrgemale (tõus), kuna ta punktides D ja E langeb (mõõn). Maakera tiirlemisel ümber oma telje ning kuu liikumisel ümber maakera satuvad sihti KAB ikka uued kohad maapinnal. Kosmograafia õpetab, et kuu iga 24 tunni 50 minuti järele uuesti satub endisse seisu maapinna suhtes, järjelikult jõuab maapinna punkt A 12 tunni 25 min. järele seisu B. Nii on siis kahe tõusu ajavahe 12 tundi 25 min.

Mererandadel võib tõepoolest tähele panna, et veepind 6 tundi ja 12 min. tõuseb, sama palju aega uuesti langeb, siis jälle 6 tundi 12 min. tõuseb jne. Tõusu kõrgus võib lahtises rannas 4—5 m. ulatada, kinnistes lahtedes koguni üle kümne meetri.

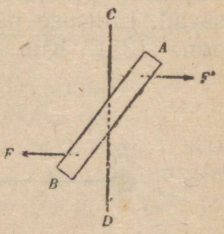
Samuti nagu kuu, nii võib ka päike oma tõmbejõuga tõuse ja mõõnu sünnitada. Kuigi päikse tõmbumine palju suurem on kuu omast, asub ta niipalju kaugemal viimasest, et tõmbumise vahe punktis A ja B päikse juures väiksem on kui kuu juures. Sellepärast on ka päikse mõõnad ja tõusud väiksemad kui kuu omad. Et maakera täpipealt 24 tunni järele päikse suhtes üks kord ringi pöördub, siis korduvad päikse mõõnad ja tõusud 12 tunni järele.

Harilikult ei lange nii siis need tõusud kuu tõusudega mitte ühte. Ainult täis- ja noorkuu ajal sünnivad mõlemad tõusud ühel ajal, mille juures tõus muidugi vastavalt kõrgem on.

§ 49. **Tiirlevate kehade vaba telg; vurrid.** 1) Kui keha A tiirleb ümber mingi telje BC (joon. 136), mis mitte läbi keha raskuspunkti ei lähe, siis mõjub tsentrifugaaljõud teljest kaugemal seisvate punktide A peale tugevamini kui sümmeetriliselt, aga teljele lähemal seisvate punktide peale, ning suurem tsentrifugaaljõud A tõmbab keha omale poole. Ei lähe näiteks hoogratta võll läbi ratta raskuspunkti, siis hakkab rattas „lööma", s. t. võlli peale mõjuvad jõud, mis teda kohalt nihutada tahavad. Ka siis, kui telg küll läbi keha raskuspunkti läheb, kuid kui keha mitte perpendikulaarselt ei seisa teljele, ilmuvad jõud, mis telge pöörata püüavad. Kui näiteks prismat AB (joon. 137) võlli CD ümber tiirutada, siis rõhub võll laagrite peale, vaatamata selle peale, et ta läbi keha raskuspunkti läheb: tsentrifugaaljõud F ja F^1 tahavad keha pöörata teljele perpendikulaarseks. Kui keha on telje külge kinnitatud, siis kandub jõudude mõju telje enese peale, ning viimane hakkab liikuma.



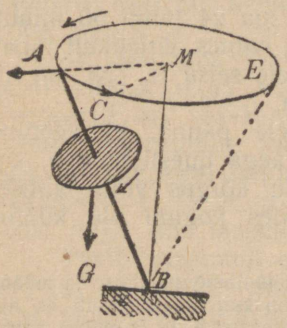
Joon. 136.



Joon. 137.

Niisugust telge, mille ümber keha võib tiirelda, ilma et tiirlemisel telje peale uued jõud mõjuma hakkaksid, hüütakse tiirlemise vabaks teljeks. Seda telge hüütakse vabaks sellepärast, et keha tema ümber võib tiirelda, ilma et telg laagrites peaks asuma. Kui me näiteks rõnga niiviisi nööri otsa riputame, et alla rippuva nööri siht rõnga vaba teljega ühte langeb, siis võime rõngast nööri otsas tiirutada, ilma et vaba nööri ots paigalt liiguks.

2) **Kiirelt tiirleva keha vaba telg püüab oma seisu ruumis alal hoida.** Tiirlev vurr seisab näiteks teraviku otsa toetudes püsti, kuna seisev vurr sarnases seisus püsida ei võiks, vaid küljeli langeks. Vurri tiirlemise telg on nimelt vaba telg, mis talle antud seisu ruumis alal püüab hoida.



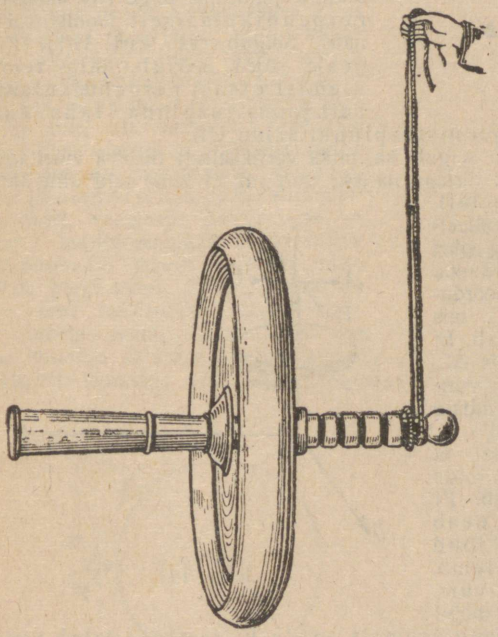
Joon. 138.

Nimetatud üldise omaduse tõttu hoidub ka tiirleva maakera telg ikka ühes ja samas sihis; ka liikudes ümber päikse ei kaldu maakera telg sellest sihist kõrvale, vaid on igal aastaajal sihitud ühte ja samma punkti ilmaruumis (põhjatähe lähedusse).

Veel iseäralikum nähtus ilmub, kui meie tiirleva vurri telge AB (joon. 138) tema esialgsest vertikaal-

sest seisust BM katsume kõrvale pöörata: **telg ei järgne mitte tõmbavale jõule, vaid hakkab perpendikulaarselt sellele jõule edasi liikuma.** Tõmbame näiteks vurri telge sihis MA, siis ei hakka ta samas sihis kalduma, vaid liigub perpendikulaarselt MA-le sihis AC.

Längu asetatud vurritelge tõmbab raskusjõud G vertikaal selt alla. Selle jõu mõjul ei liigu vurri telg aga mitte sihis MA vaid sihis AC. Vurri järgmisse punkti C jõudes, mõjub raskusjõud endiselt ülevalt alla ning tahab vurri telge pöörata sihis MC. Ka siin ei järgne telg sellele jõule, vaid liigub jällegi perdendikulaarselt MC-le jne. Alaliselt telje peale mõjuva raskusjõu G tõttu kakkab vurri telje ots ringjoont ACE mööda ühtlaselt tiirlema, nii et telg ise koonuse ABE pinda mööda liigub. Seda liikumist nimetatakse prätsessioonliikumiseks.



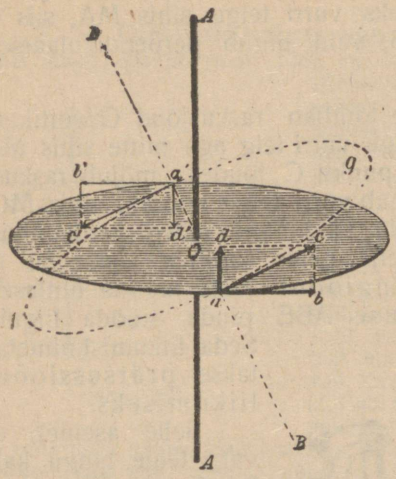
Joon. 139.

Selle asemel, et vurri telge längu kallutada, võime vurri ka horisontaalselt nööri otsas hoida, nii nagu seda kujutab joonistus 139. Kiirel tiirlemisel ei lange vurrsiis mitte maha, vaid hakkab horisontaalset ringjoont mööda ümber nööri kui telje liikuma. Ka see liikumine on prätsessioon-liikumine: raskusjõud tahaks vurri telje vaba otsa alla pöörda, vurr aga ei järgne sellele tõmbele, vaid hakkab perpendikulaarselt viimasele, nii siis horisontaalpinnas tiirlema.

Ülevalkirjeldatust selgub, et me õieti mitte rääkida ei või vaba tiirlemistelje sihi alalhoidumisest, sest jõu mõjul võib ju telg ise oma sihti tõepoolest muuta. Kuid, et telje liikumine alati prätsessioon-liikumiseks kujuneb, siis võime küll öelda, et viimase telg BM (joon. 138) oma sihti muutumatult alal hoiab ilmaruumis.

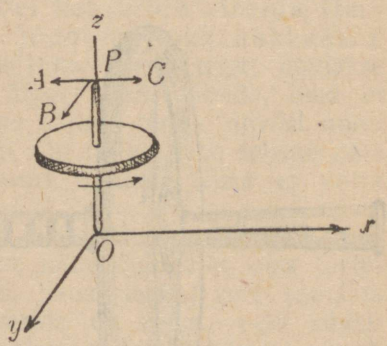
3) Vaba tiirlemistelje iseäralised omadused on, — kuigi ainult umbkaudselt, — seletatavad kiiruste paralleelogrammi seadusega. Olgu AA joon. 140) tiirleva vurri telg, mille ümber punkt a ringjoonel tiirleb

Telg AA asugu joonistuse pinnal, seisu BB längu kallutada. Vaatame ning tahetagu teda samal pinnal missugune jõud sarnaseks kallutamiseks vurri peale peab mõjuma: punkti a kiirus ab peab kiiruseks ac muutuma, on ju längu seisva telje juures punkti a tee ringjoon aga'i. Selleks, et kiirust sarnaselt muuta, peab punktile a teatud lisakiiruse ad andma, mis paralleelogrammi abcd teise külje moodustaks ja seega alt üles oleks sihitud. Punktile a diametraalselt vastasseiseva punkti a' kiirus a'b' peab muutuma kiiruseks a'c'. Paralleelogrammist a'b'c'd' näeme, et selleks tarvis on allasihitud komponentkiirus a'd'. Selgub, et telje AA pööramiseks joonistuse pinnal tarvilik on, et eespool asuv punkt a üles ning taga seisev punkt a' alla liiguks. Niisugust liikumist aga tekitab jõud, mis telge AO kallutab perpendikulaarselt joonistuspinnale. Selgub, et kui telje AO peale jõud mõjub, mis tema ülemist otsa A perpendikulaarselt joonistuspinna taha kallutab, siis pöördub telg joonistuspinnal seisu OB.



Joon. 140.

Leitud seaduse põhjal selgub ka, miks vertikaalselt tiirleva vurri telg oma seisu ruumis alal hoiab: tiirlegu näiteks vurr nii, et tema telg ühte langeb koordinadi Z teljega (joon. 141). Tõmbaksime telge sihis PA paralleelselt ox, siis hakkaks vurri telg sihis PB, s. t. paralleelselt oy pöörduma. Kuid juba lõpmata väikse pöördumise juures tekiks jõud PC, mis vurri uues sihis kallutada püüab. Et PC otse vastupidine on jõule AP, siis hävineb mõlemate mõju ning vurri telg jääb sihti muutmata oma endisse seisu.

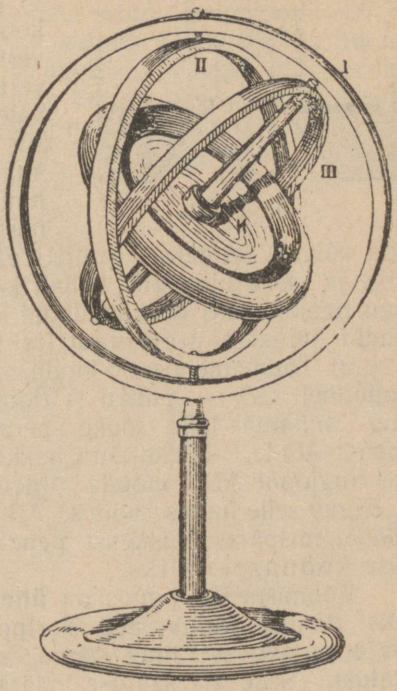


Joon. 141.

Joonistusest 140 on näha, et ad seda suurem peab olema, mida suurem on tiirlemise kiirus ab. Et telge AO seisu BO pöörata, peab perpendikulaarselt mõjuv jõud järjelikult seda suurem olema, mida kiiremine tiirleb vurr. Ühe ja sama pöörava jõu mõjul pöörduks telg nii siis seda aeglasemalt, mida kiiremini tiirleb vurr. Joonistusel 139 kujutatud vurri peale näiteks mõjub raskusjõud ikka ühetugevalt. Tõepoolest näeme, et vurr seda aeglasemalt horisontaalpinnas ringi ümber nööri liigub, mida kiiremini vurr ise tiirleb.

4) Vaba tiirlemistelje omaduste katseliseks tundmaõppimiseks tarvitatakse tihti n. n. shiroskoope. Ühte nendest kujutab joonistus 142. H on harilik vurr, mida sellekohaste abinõudega kiirelt oma telje ümber tiirlema võib panna. Vurri telg toetub laagritesse, mis rõnga III külge kinnitatud. Viimane võib rõnga II sees, see aga omakord rõnga I sees vabalt pöörduda. Niisuguse

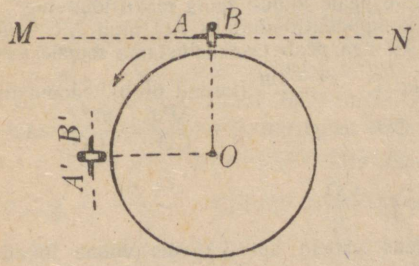
kinnitusviisi tõttu võib vurri telg vabalt igasse seisu asenduda. Kui vurr tiirlema panna, siis võime kogu aparaati kuitahes pöörata, kuna vurri telg selle juures oma esialgse sihi alal hoiab. Katsume käega rõngast II pöörata, siis näeme, et vurri telg mitte kaasa ei pöördu, vaid otsaga kas üles või alla kaldub, selle järele, mis sihis vurr tiirleb.



Joon. 142.

5) Tiirleva vurri omadust, oma telje pöördumisele takistust avaldada, kasutatakse praktilises elus mitmesugusteks otstarveteks. Nii tahetakse väga raske ja kiirelt tiirleva vurri abil vähendada laeva õõtsumist merel; vurr takistaks siin laeva liikumist, mille juures vurri telg järsku pöörduma peaks. Kavatsetakse üheroopalist raudteed, millel vagunid veereksid ainult kahel rattal, nagu jalgratta juureski, Et vagun ümber ei kalduks, asetatakse temale suur vurr, mis kaldumist takistaks.

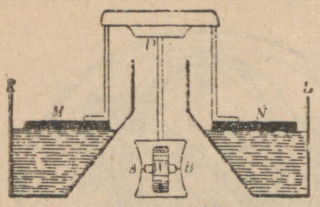
Kõige uuem, ja võib olla kõige tähtsam vurri tarvitamine on n. n. vurrkompass. Rauast ehitatud sõjalaevadel, veealustel paatidel jne. ei näita harilik magnet-kompas suurte raudmasside läheduse tõttu mitte õieti põhja-lõuna sihti. Sellepärast on seal tarvitusele võitud magneetnõela asemel vurr, mis nii on ehitatud, et tema telg põhja-lõuna sihis hoidub. Selle kompassi printsiipi selgitab joonistus 143. Olgu ringjoon maakera laiuskraad, näiteks ekvaator, mille peal asub horisontaalse teljega vurr AB; telg AB on niiviisi kinnitatud, et ta ainult horisontaalpinnas võib pöörduda. Maakera tiirlemisel ümber oma telje O pöördub vurri telg otsaga A alla poole. Näiteks asub vurri telg 6 tunni järele seisus A^1B^1, milleks ta seisust MN 90^0 võõra pidi kalduma. Selle kaldumise tagajärjel peab vurri telg ka horisontaalpinnas pöörduma. Nimetatud pöördumine kestab nii kaua, kunni telg paralleelseks saab maakera teljega O, s. t. kunni ta meridiaani sihis asub nii et telje otsad põhja ja lõunasse on sihitud. Niisuguses seisus ei kaldu ega pöördu vurri telg enam maakera tiirlemisel, mispärast ta sesse seisu peatama jääb.



Joon. 143.

Et vurri W telg AB (joon. 144) laeva pöördumisel mitte ühes või alla ei saaks kalduda, kinnitatakse ta varva D abil elavhõbeda peal ujuva rõnga MN külge. Elavhõbe asub rõngasarnases auumas KL ning tema pind hoiab vurri telje alati horisontaalsena. Ühes teljega AB näitab siis rõnga MN peal äramärgitud kriips

alati põhja-lõuna sihti. Vurri W moodustab väike, ülikiirelt tiirlev elektromootor.

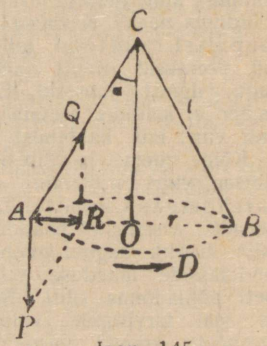


Joon. 144.

§ 50. Pendel ja tema liikumine.

1) Kui laest rippuva niidi otsa mingi koorem kinnitada, siis hoidub niit vertikaalselt pingul. Tõmbame tema vertikaalsest tasakaaluseisust kõrvale ja laseme niidi koorma vabaks, siis hakkab viimane edasi-tagasi liikuma. Niisugust edasi-tagasi liikumist nimetatakse õõtsumiseks. Kõiki neid riistu, mis kirjeldatud viisil õõtsuda võivad, hüütakse pendliteks. On pendli koorem küllalt väike ja raske ning niit küllalt kerge, siis võime ettekujutada, et kogu pendli mass on koondatud koormakese keskpunkti. Sarnast pendlit hüütakse matemaatiliseks pendliks.

2) Tõmbame pendli kuulikese tema tasakaaluseisust — vertikaaljoonelt CO — punkti A (joon. 145) ning anname talle tõuke perpendikulaarselt AO-le. Tõuke tõttu hakkab kuulike ringjoont ADB mööda tiirlema; niit AC liigub selle juures koonuse ABC pinda mööda, mispärast niisugust pendlit hüütakse koonuspendliks.



Joon. 145.

Koonuspendli juures on **üheks terveks tiiruks kuluv aeg T rippumatu tõuke tugevusest ning tema koorma kaalust.** Selle aja suuruse määrab koonuspendli formul

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (71)$$

kus l on niidi pikkus ja g raskusjõu kiirendus (9,81 m/sec²).

Formuli tuletus: kuulikese peale mõjub tema raskusjõud mg = = AP (joon. 145), mida võib lahutada komponentjõududeks AQ ning AR. Jõud AQ hävineb niidi vastumõjul, jõudu AR aga peab tasakaalustama temale vastupidi mõjuv kuulikese tsentrifugaaljõud $C = \frac{4\pi^2 rm}{T^2}$ (formul 66-b). Joonistusest on kerge näha, et AR ∥ AP = r : CO; seega on $AR = \frac{AP.r}{CO} = \frac{mg.r}{CO} = C = \frac{4\pi^2 rm}{T^2}$. Viimasest võrrandist järgneb, et

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{CO}{g}}$$

On nurk α ainult väike (näiteks vähem kui 5°), siis võime lugeda CO = CB = l = niidi pikkus, seega on

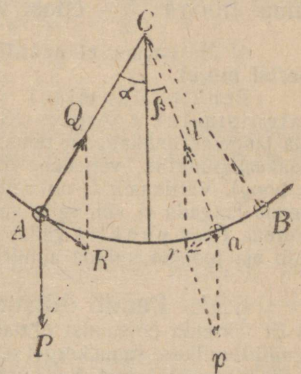
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Koonus-pendli liikumine sünnib raskusjõu ja trentrifugaaljõu mõjul. Ühekiire liikumise juures on mõlemad jõud muutumatud, nii et pendli tiirlemine lõpmata kaua peaks kestma. Tõeliselt aga aeglastub liikumine õhu hõõrumise ja teiste energiakaotuste tagajärjel, ning pendel jääb lõpuks seisma.

3). Kui pendel (joon. 146) horisontaaljoonelt seisu CA tõmmata ja kuulike A ilma tõuketa vabaks lasta, siis lan-

geb viimane kaart AB mööda kunni kõige madalama punktini (vertikaalil C). Sinna ei jää ta aga mitte seisma, vaid liigub langemisest päritud hooga veel edasi punktini B, mis sama kõrgel asub kui A. Sealt hakkab pendel tagasi liikuma, langeb vertikaalini C, omandab selle juures teatud hoo ning liigub viimasega edasi endise punktini A jne. Niisugune õõtsumine kestaks ühesuguselt lõpmata kaua, kui mitte välised takistused, nagu õhu hõõrumine jne., liikumist järkjärgult ei vähendaks, kunni pendel lõpuks seisma jääb.

Terveks õõtseks hüütakse pendli liikumist punktist A punktini B ja sealt tagasi punktini A. Selleks liikumiseks kuluv aeg on pendli õõtsevälde ehk periood; kaugus AB on õõtse amplituud.



Joon. 146.

Punktis A asuva pendlikuulikese peale mõjub tema raskusjõud AP (joon. 146). Lahutame viimane komponentjõududeks AR ja AQ. Jõud AQ hävineb niidi vastumõjul, nii et järele jääb ainult jõud AR, mis pendlit liikuma tõmbab. On kerge näha, et see jõud alati liikumise sihis mõjub; tema suuruse kohta leiame joonistusest et

$$AR = AP \sin APR = AP \sin AQR = AP \sin\alpha \qquad (72)$$

Et raskusjõud AP = p konstant on, siis on AR = p $\sin\alpha$ proportsionaalne $\sin\alpha$-ga.

Kui pendlit ainult väikse nurga α võrra õõtsuda lasta, siis võime ilma tuntava veata oletada, et $\sin\alpha$ on proportsionaalne vastava kaarega. Sarnasel puhul on **pendlit liikuma tõmbav jõud AR proportsionaalne pendlikuulikese kaugusega vertikaalist C.** Lähenedes viimasele, väheneb järk-järgult tõmbejõud AR, vertikaaljoonel C, n. n. tasakaalupunktis on $\alpha = 0$, nii siis ka AR = 0. Niisuguse muutuva jõu mõjul omandab kuulike langemisel mitteühtlaselt kiirendatud liikumise. Tasakaalu seisus, kus tõmbejõu mõju kaob, on kuulikese kiirus v kõige suurem. Kuigi siin välised jõud kuuli peale ei mõju, on temal nüüd kõige suurem hoog $= \frac{m v^2}{2}$, millega ta edasi hakkab liikuma. Jõudes paremale poole vertikaalist C, hakkab raskusjõu komponent ar liikumisele vastu mõjuma, aeglastades seega kuulikese liikumist. Mida kaugemale jõuab kuulike vertikaalist C, seda suuremaks kasvab takistav jõud ar, mis samuti nagu AR proportsionaalne on vertikaali kaugusega ehk nurgaga β. Kuulikese liikumine on nii siis kaare paremal poolel mitteühtlaselt aeglastatud. Jõudes punktini B, kus nurk $\beta = \alpha$, kasvab takistav jõud ar suuruseni AR. Et see jõud kaare paremal poolel sama seaduse järele kasvab, nagu ta kaare pahemal poolel kahanes,

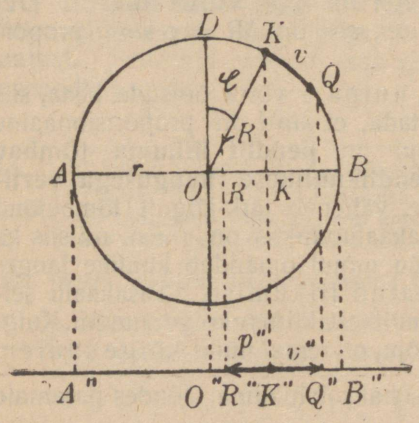
siis annab ta punkti B jõudnud kuulikesele vastukiiruse, mis sama suur on nagu jõu AR mõjul tekkinud lõppkiirus vertikaalis C oli. Seega muutub kuulikese kiirus punktis B nulliks ja kuulike jääb silmapilguks seisma. Nüüd on kuulikese hoog $\left(\frac{m v^2}{2}\right)$ null, ning ta hakkab ainult jõu ar mõjul tagasi liikuma, jõuab langedes tasakaalupunkti endise kiirusega v, liigub sealt sama hooga $\frac{m v^2}{2}$ edasi kunni A jne.

4) Me näeme, et **pendli liikumine sünnib kahe teguri, raskusjõu ning inertsi mõjul.**

Pendli liikumisel vahelduvad alatasa tema kineetiline ja potentsiaalne energia. Kõige kõrgemates punktides A ja B, kust pendel alla langema hakkab, on tema potentsiaalne energia kõige suurem. Lähendes tasakaalupunktile väheneb viimane ning kasvab pendli kineetiline energia (=hoog). Vertikaalil C on potentsiaalne energia 0, sest et pendel enam madalamale langeda ei või, selle vastu aga on tema kineetiline energia seal kõige suurem. Igas punktis jääb mõlema energia summa konstandiks; ta võib aja jooksul kuluda ainult hõõrumise ja teiste kaotuste peale.

§ 51. Pendli õõtsumisseadused; harmooniline õõtsumine.

1) Et võrrelda õõtsumist ühtlase tiirlemisega asetame §50, kirjeldatud koonuspendli kuulikese sama kõrgel seisva heleda lambi ette ja vaatleme tiirleva kuulikese varju liikumist seinal. See vari liigub hoorisontaalset sirgjoont mööda edasi-tagasi, sarnaselt nagu harilik pendel,—ka tema õõtsub. Oletades et lambist tulevad valguskiired on paralleelsed, kujutab vari pendlikuuli projektsiooni seinale. Varju liikumist võime jälgida joonistusel 147. Kujutab ring ADB kuulikese horisontaalset teed, siis liigub kuuli vari sirgjoonel punktide A" ja B" vahel edasi-tagasi sümmeetriselt ümber tasakaalupunkti O" Seisab kuul näiteks punktis K siis asub vari punktis K". Sel silmapilgul kujutab varju kaugust tasakaalupunktist O" kaare DK projektsioon O"K" seinale. Samuti kujutab varju kiirust selles punktis (K"Q" = v") kuulikese kiiruse KQ projektsioon, ning varju kiirendust p" = R"K" kuulikese tsentraalse kiirenduse p = KR projektsioon. Niisugust liikumist, mis kujutab ühtlase tiirliikumise projektsiooni mingi perpendikulaarselt ringi pinnale seisva tasapinna peale, hüütakse harmooniliseks- ehk sinus-õõtsumiseks.



Joon. 147.

Tsentraalkiirenduse p projektsioon on

$$p'' = R''K'' = R'K' = RK \cos KOB = RK \cdot \frac{OK'}{OK} = p \cdot \frac{O''K''}{r} \qquad (73)$$

Et kiirendus on $\frac{\text{jõud}}{\text{mass}}$, siis on $p = \frac{\text{tsentripetaaljõud}}{\text{kuuli mass}} = \frac{C}{m} = \text{konstant}$. Seega on varju kiirendus $p'' = R''K'' = O''K'' \frac{p}{r}$ proportsionaalne varju kaugusega punktist O". Asetaksime varju asemele materiaalse keha ja laseksime viimase peale mõjuda jõudu, mis teda punkti O" poole tõmbaks ning mille

suurus igal silmapilgul oleks proportsionaalne keha kaugusega sellest punktist, siis oleks ka niisuguse keha kiirendus proportsionaalne selle kaugusega. Keha liiguks järjelikult täpipealt niisama nagu kuulikese vari seinal. Sellest selgub, et **harmooniline õõtsumine tekib siis, kui keha peale tema liikumise sihis jõud mõjub, mis alati ühtę ja samma punkti sihitud ja mille suurus proportsionaalne on keha kaugusega sellest punktist.**

2) Me nägime (§ 50_3), et hariliku pendli juures raskusjõu komponent, mis pendlit liikuma tõmbab, proportsionaalne on pendlikuuli kaugusega tasakaalupunktist. **Järjelikult on ka pendli liikumine harmooniline õõtsumine.** § 50_2 kirjeldatud koonuspendli kuulikese vari õõtsub nii siis samuti nagu seina külge kinnitatud hariliku pendli kuulike, mis liiguks seina pinnas ja mille niit oleks sama pikk nagu koonuspendli niitki.

Koonuspendli jaoks leidsime formuli (71)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Et varjul ühe terve õõtse tegemiseks sama palju aega kulul kui koonuspendlil ühe terve ringi tegemiseks, siis määrab formul (71) nii varju kui hariliku pendli õõtsevälte ehk perioodi T. Järjelikult on

$$\text{pendli õõtsevälde } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (74)$$

kus l on pendli pikkus, g — raskusjõu kiirendus (9,81 m/sec^2). See formul on maksev ainult siis, kui õõtsumise nurk α (joon. 146) väike on (mitte üle 3—5°).

3) Leitud formul sisaldab 4 õõtsumisseadust, millest 3 esimest juba Galilei (1602) üles leidis, ning mida kergesti ka katsete abil võib tõestada:

a) **Pendli õõtsevälde T ei olene tema koorma massist ega ainest.** Kui valmistada mitmesugustest ainetest mitmesuguste massidega kuid ühepikkused pendlid, ja neid korraga õõtsuda lasta, siis näeme, et nad tõepoolest kõik ühekiirelt õõtsuvad. Tingimuseks on ainult, et õõtsumise nurk liiga suur ei oleks.

Et formul (74) pendli massi ei sisalda, siis ütleb ka nimetatud formul, et T ei olene pendli massist.

b) **Õõtsevälde T ei olene õõtseamplituudist,** sest et amplituudi suurust ei leidu formulis (74). Kui ühepikkuseid pendlid kord tugevamini, kord nõrgemini tõugata, siis õõtsuvad nad seda suurema amplituudiga, mida tugevam on õõtsumist tekitav tõuge. Jääb aga õõtsumisnurk väiksemaks kui umbes 5°, siis ei olene õõtsevälde ei tõuke ega amplituudi suurusest.

c) **Õõtsevälted on proportsionaalsed pendlite pikkuste kvadraatjuurtega.** Laseme järgemööda õõtsuda rida pendlid, millest järgmised on 4, 9, 16, 25 jne. korda pikemad esimesest, siis leiame, et nende õõtsevälted T on vastavalt 2, 3, 4, 5 jne. korda suuremad esimese pendli õõtsevältest. Et $2 = \sqrt{4}$, $3 = \sqrt{9}$, $4 = \sqrt{16}$ jne., siis järgneb sellest, et õõtsevälted tõepoolest proportsionaalsed on pendli pikkuste kvadraatjuurtega.

d) **Õõtsevälde on ümberpöördult proportsionaalne raskusjõu kiirenduse (g) kvadraatjuurega.** Päikse pinnal on raskus-

jõud, nii siis ka tema kiirendus 28 korda suurem, kuu pinnal, aga 6 korda väiksem kui maapinnal. Üks ja sama pendel õõtsuks seega päikse peal $\sqrt{28} \approx 5$ korda kiiremini, kuu peal aga $\sqrt{6} \approx 2^1/_2$ korda aeglasemalt kui maapinnal, sest õõtsevälted oleksid seal vastavalt 5 korda väiksemad ja $2^1/_2$ korda suuremad kui maapinnal. Sama seadus ütleb ka, et õõtsevälted on ümberpöördult proportsionaalsed raskusjõu suurusega. Sellest järgneb, et pendel seda kiiremini peab õõtsuma, mida suurem on õõtsumist tekitav jõud.

4) Formuli (73) järele on harmoonilise õõtsumise kiirendus $p'' = \frac{p}{r} \cdot O''K''$, kus $O''K''$ tähendab keha kaugust tasakaalu punktist O''. Jõud, mis keha selle punkti poole tõmbab, on $mp'' = \frac{m}{r} \cdot p \cdot O''K'' = \frac{m}{r} \cdot \frac{C}{m} \cdot O''K'' = \frac{C}{r} \cdot O''K''$.

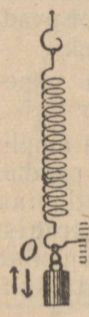
Tsentripetaaljõud $C = \frac{mv^2}{r}$, seega on

$$mp'' = \frac{mv^2}{r^2} \cdot O''K'' = K \cdot O''K'',$$

kus $K = \frac{mv^2}{r^2}$ on mingi konstant jõud. Seisab keha tasakaalupunktist 1 cm kaugusel, siis on $mp'' = K \cdot 1 = K$, s. t. K võrdub selle jõuga, millega õõtsuv keha 1 cm kaugusel tasakaalu punkti poole tõmbub.

On tiirleva kuulikese (joon. 147) kiirus v, siis kulub tal ühe terve ringi tegemiseks aeg $T = \frac{2\pi r}{v}$, mis võrduma peab harmooniliselt õõtsuva kuulikese õõtsevältega. Formulist $K = \frac{mv^2}{r^2}$ leiame, et $r = \sqrt{\frac{mv^2}{K}}$; seades see tähendus eelmisse formulisse, saame

$$T = \frac{2\pi}{v} r = \frac{2\pi}{v} \sqrt{\frac{mv^2}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (75)$$



Joon. 148.

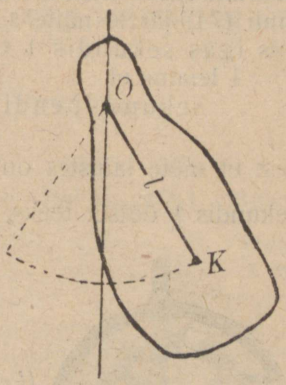
Sellest näeme, et õõtsevälde oleneb kahest faktorist m ja K. Esimene nendest, kui õõtsuva keha mass (m) kujutab inertsifaktorit, teine aga jõufaktorit. Õõtsevälde on seda suurem, mida suurem on keha mass ning mida väiksem on jõud K, mis keha 1 cm kaugusel tasakaalupunkti poole tõmbab. Leitud formul on tähtis, kui me hariliku pendliõõtsumise juurest üle lähme teiste õõtsumiste juure, mis mitte raskusjõu mõjul ei sünni. Näiteks on elastsusjõud proportsionaalne keha osakeste kaugusega nende tasakaaluseisust, sellepärast tekivad ka selle jõu mõjul harmoonilised õõtsumised ning õõtsevälte jaoks on maksev formul (75).

Kui näiteks terasvedru otsa koorem riputada (joon. 148), vedru välja venitada ja vabaks lasta, siis hakkab koorem harmoniliselt üles-alla õõtsuma, sest et vedru koorma üles tõmbab ja teda tasakaalupunkti 0 poole jällegi alla tõukab jõuga, mis proportsionaalne on koorma kaugusega punktist 0. Jõu K mõõtmiseks riputame koorma külge lisakoorma, kunni koorma kinnituspunk 1 cm alla poole punkti 0 langeb. Sündis see näiteks 15 g lisakoorma juures, siis on $K = 15\text{ g} = 15.981$ düüni ≈ 15000 düüni. Laseme niisuguse vedru otsas õõtsuda koorma $m = 150$ g, siis on õõtsevälde

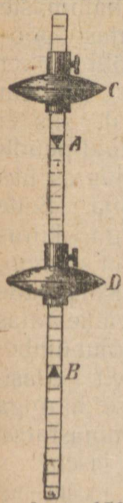
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{150}{15000}} = 0{,}628 \text{ sec.}$$

§ 52. **Füüsiline pendel, reversioonpendel.** 1) Kui mistahes keha (joon. 149) mingi telje O ümber õõtsuda lasta, siis

saame n. n. füüsilise pendli. Tema mass ei ole mitte nagu matemaatilise pendli puhul ühte punkti koondatud, vaid üle kogu keha laiali jaotatud. Kui ette kujutada, et ôôtsuva keha üksikud osakesed iseseisvalt liikuda võiksid, ja et nad kõik niitide kaudu ühendatud oleksid keha ôôtsumise teljega O, siis ôôtsuksid pikema niidiga, s. t. madalamad osakesed muidugi aeglasemalt kui kõrgemad osakesed. Tõeliselt aga on kõik osakesed üks-teisega seotud, nii et nad ainult koos, s. t. ühekiirelt ôôtsuda võivad. Keha ülemised osakesed kiirendavad selle juures alumiste osakeste ôôtsumist, kuna viimased oma korda aeglastavad ülemiste osakeste liikumist. Sarnasel puhul võime leida niisuguse kehaosakese K (joon. 149), mille liikumist kõik ülemised osakesed sama palju kiirendavad kui palju teda kõik alumised osakesed aeglastavad. See osake liigub järjelikult nii nagu seisaks ta täiesti iseseisvalt ja lahus teistest osakestest. Tema ôôtsevälte määrab matemaatilise pendli jaoks leitud formul (74). Niisugust punkti hüütakse ôôtsumise keskpunktiks, tema kaugust KO ôôtsumise teljest ehk toetuspunktist O nimetatakse füüsilise pendli pikkuseks ehk pendli redutseeritud pikkuseks. Tundes seda pikkust, võime iga ôôtsuvat keha käsitada kui matemaatilist pendlit.



Joon. 149.



Joon. 150

2) Katse teel võib leida pendli redutseeritud pikkuse n. n. ümberpööratava ehk reversioonpendli juures. Olgu joonistusel 150 kujutatud pendli toetuspunkt prisma A alumine terav serv, pendli ôôtsumise keskpunkt aga samasugune prismaserv B. Matemaatiliselt võib tõestada, et **kui reversioonpendel ümber pöörata ja endine ôôtsumise keskpunkt B toetuspunktiks teha, siis endine toetuspunkt A uueks ôôtsumise keskpunktiks muutub.** On AB pendli redutseeritud pikkus, siis võime järjelikult pendli ümberpöörata ja prisma B tema toetuspunktiks teha, ilma et selle juures pendli ôôtsevälde muutuks, sest redutseeritud pendlipikkus jääb ümberpöörmise juures endiseks.

Praktiliselt sünnib pendli redutseeritud pikkuse leidmine järgmiselt: esiteks toetatakse pendel prismale A ning loetakse ära teatud aja t sees tehtud ôôtsete arv. Siis pööratakse pendel ümber ja leitakse tema ôôtsete arv samas ajavältes t. Ôôtsub pendel nüüd näiteks kiiremini kui enne, siis langetatakse koorem C madalamale. Sellega aeglastub pendli ôôtsumine. Nüüd pööratakse

pendel uuesti esialgsesse seisu ning loetakse tema ôôtsete arv. Ei ole ôôtsumise kiirus veel ühesuurune, siis langetatakse vôi tôstetakse koormat D, pööratakse pendel ümber, vôrreldakse môlemaid ôôtsevälteid jne., kunni koormad C ja D nii seisavad, et pendel môlemas seisus ühekiirelt ôôtsub. Nüüd jääb pendli redutseeritud pikkus ümberpööramise juures muutumatuks, järjelikult vôrdub ta kaugusega AB, mida hôlbus on täpipealt môôta.

§ 53. **Pendli praktiline tarvitamine.** 1) Et antud pendli ôôtse alati ühekaua kestab, siis on pendel käepärane abinõu aja môôtmiseks. Tundes raskusjõu kiirenduse g suurust, vôime formuli (74) järele näiteks välja arvata niisuguse pendli pikkuse *l*, mis igas sekundis 1 terve ôôtse teeb: seades selles formulis $T = 1$ leiame et

$$\text{sekund-pendli pikkus } L = \frac{g}{4\pi^2} = 24{,}87 \text{ cm},$$

sest et meie laiustes on g ligikaudu 981 $\frac{\text{cm.}}{\text{sec}^2}$. Pendel, mis igas sekundis ½ ôôtset teeks, peab 4 korda pikem, nii siis ligi 1 m pikk olema.



Joon. 151.

Tähsamat osa etendab pendel kella käigu reguleerimise juures. Seal tarvitatakse pendli ühevältelisi ôôtseid selleks, et kella võlli igas aegüksuses ühevõrra pöörduda lasta. Joonistusel 151 kujutatud pendli varb on ühendatud metallhargiga H, mille sissepoole pöördud otsad hammasratta hammaste vahele ulatavad. Hammasratast pöörab spiraalvedru või ratta vôlli ümber mähitud nöör, mille otsas koorem ripub. Seisab pendel paigal, siis ei saa hammasratas pöörduda, kuid pendli ôôtsudes, pääseb iga ôôtse juures üks hammas hargi otsadest mööda. Selle tagajärjel oleneb kella käigu kiirus pendli ôôtsevältest; ta on seda suurem, mida lühem on pendel. Taskukellade juures mängib pendli osa väike ratas mis peenikese spiraalvedru mõjul ümber oma telje ôôtsumissarnaselt edasitagasi pöörleb ja samasuguse hargiga nagu H iga ôôtse juures hammasratast ühe hamba vôrra pöörduda laseb.

Juba Galilei soovitas pendlit kella käigu reguleerimiseks. Eksikombel aga nimetatakse pendelkella ülesleidjana harikliult Huyghens'i.

2) Pendli abil vôib väga täpipealt vôrrelda raskusjõu kiirendust maapinna mitmesugustes kohtades. On näiteks ühe

ja sama pendli õõtsevälde ühes kohas T_1 ning teises T_2, siis on formuli (74) järele

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}}} \quad \text{ehk} \quad \frac{g_2}{g_1} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Kui pendlit kaua ôôtsuda lasta, siis võib tema ôôtsete arvu suures ajavältes ära lugeda; sellest leiame väga täpipealse väärtuse tema õõtsevälte jaoks.

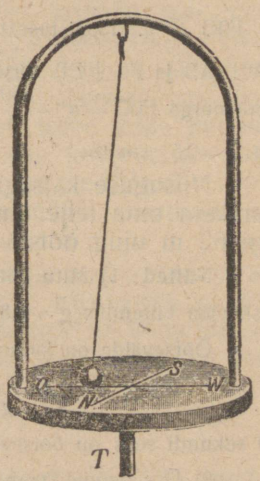
Tundes näiteks reversioon-pendli redutseeritud pikkust l ja pendli õõtseväldet T, leiame formulist (74) kiirenduse g absoluut väärtuse;

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

sarnasel teel leiti, et

laiusel φ =	0^0	45^0	60^0	90^0	
on kiirendus g =	978,1	980,6	981,9	983,1	cm/sec^2.

3) Foucault'i pendelkatse (1851) tõestas, et maakera oma telje ümber tiirleb. See katse põhjeneb nähtusel, et tasapinnal õõtsuv pendel oma õõtsumispinda muutumatult ruumis alal hoiab. Kui näiteks joonistusel 152 kujutatud pendel N-S sihis ôôtsuma panna ja pendliraami telje T ümber pöörda, siis näeme, et pendel mitte raamiga kaasa ei pöördu, vaid endises pinnas edasi õõtsub, nii et raami pööramisel 90^0 võrra õõtsumise sihiga ühte langeb sirgjoon OW.



Joon. 152.

See nähtus on täiesti arusaadav, sest pendli õõtsumine sünnib ainult raskusjõu mõjul, mis vertikaalselt alla sihitud. Vertikaalne jõud ei või mingit horisontaalset liikumist tekitada, niisugune aga oleks pendli õõtsumispinna pöördumine. Õõtsumispind jääb lihtsalt sellepärast endisse sihti, et ühtegi jõudu ei ole olemas, mis teda pööraks.

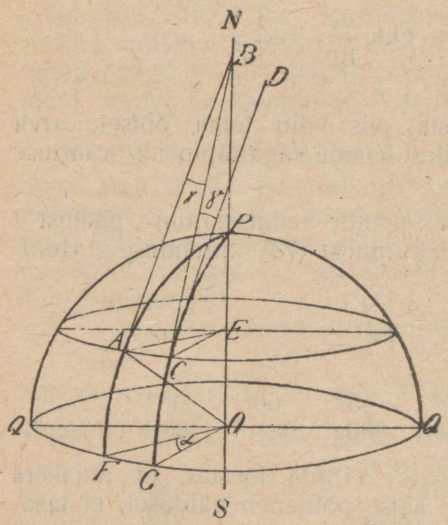
Asetaksime sarnase pendli maakera nabale, siis pöörduks pendli alus ja raam iga 24 tunni järele ühes maakeraga üks kord ringi. Et pendli õõtsumispind kaasa ei pöördu, siis paistab vaatlejale, nagu seisaks alus paigal ja pöörduks õõtsumispind vastupidises sihis maa tiirlemisele. Oli näiteks õõtsumise siht alguses NS (joon. 152), siis on ta 6 tunni järele OW, 12 tunni järele jällegi SN jne. Nagu joonistusest 153 näha võib, ei teki ekvaatoril QQ sarnane nähtus mitte, sest seal ei pöördu ka

pendli alus mitte. Lähenedes nabale, kasvab aluse pöördumine ikka suuremaks. Võib tõestada et laiusel φ^0 on pendli õõtsumispinna näiv pöördumine igas tunnis nurk

$$\omega = 15^\circ \sin\varphi.$$

Meie juures, laiusel umbes 59° 30' oleks seega pöördumine 1 tunnis

$$\omega = 15^\circ \sin 59^\circ 30' = 13^\circ.$$



Joon. 153.

Tõestus: Punktis A (joon. 153) on laius $\varphi = \sphericalangle$ AOF. Õõtsugu seal pendel meridiaani PAF sihis. Õõtsumispinnas asub siis ka meridiaani riivasjoon AB. Teatud aja t järele pöördub maakera nurga $\alpha = \sphericalangle$ F0G võrra ning pendel nihkub ilmaruumis samal laiuskraadil seisvasse punkti C. Et õõtsumispind ei pöördu, siis õõtsub pendel ka nüüd sihis CD paralleelselt AB. Kui punktis C meridiaanile riivasjoon CB tõmmata, siis lõikab viimane maakera telge samas punktis B. Me näeme, et õõtsumispind meridiaani CB suhtes pöördunud on nurga $\gamma = \sphericalangle$ DCB $= \sphericalangle$ ABC võrra. Kolmnurkadest ABC ja AEC järgneb, et $\sphericalangle$ ABC : $\sphericalangle$ AEC $=$ AE : AB $= \gamma : \alpha$, sest et nurk ABC $= \gamma$ ja nurk AEC $=$ F0G $= \alpha$. Joonistusest selgub. et $\frac{AE}{AB} = \sin$ ABE $= \sin$ A0F $= \sin\varphi$, sest et 0A $\perp$ AB ja F0 $\perp$ EB. Järjelikult on $\gamma : \alpha = \sin\varphi$. Ühe tunni jooksul pöördub maakera nurga F0G $= \alpha = \frac{360}{24} = 15^0$ võrra, nii on siis laiusel φ pöördumine 1 tunnis $\gamma = 15^0 \sin\varphi$.

Niisuguse katsega tõestas Foucault Pariisi Pantheonis, et maakera oma telje ümber peab tiirlema. Tema pendli pikkus oli ligi 62 m ning õõtsuv koorem 28 kg.

Näited: 1) Mitu õõtset teeb 2,45 m pikk pendel 10 sekundi sees, kui raskusjõu kiirendus $g = 9{,}81 \frac{m}{sec}$?

Õõtsevälde on formuli (74) järele:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}45}{9{,}81}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}} = 3{,}14 \text{ sec.}$$

10 sekundi sees on õõtsearv $n = \frac{10}{3{,}14} = 3{,}18$.

2) Üks pendel teeb minutis 36 tervet õõtset. Mitu korda peab teine pendel olema pikem, kui ta ainult 18 õõtset minutis teeb?

Teise pendli pikkus l, on nii mitu korda suurem esimese pikkusest l', kui mitu korda teise pendli õõtsevälte kvadraat T_2^2 on suurem esimese omast T_1^2 s. t.

$$\frac{l}{l_1} = \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{n_1^2}{n_2^2} = \left(\frac{36}{18}\right)^2 = 4.$$

s. t. teine pendel on 4 korda pikem esimesest.

3) Spiraalvedru (joon. 148) otsa kinnitatakse koorem $p_1 = 50$ g. Selle juures venib vedru 3,3 cm. pikemaks. Mitu õõtset teeb sekundis vedru otsa kinnitatud koorem $p_2 = 15$ g?

Õõtsevälde on formuli (75) järele

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}};$$

Kui vedru 50 g raskusjõu mõjul 3,3 cm pikemaks tõmbub, siis pikeneb ta 1 cm võrra koorma juures $\frac{50}{3,3}$ g, sest vedru tõmbejõud on proportsionaalne tema pikenemisega. Seega on tõmbejõud, mis koormat 1 cm kaugusel tasakaalupunkti poole tõmbab, $K = \frac{50}{3,3}\,g = \frac{50}{3,3} \cdot 981$ düüni $\cong 15000$ düüni. Koorma mass on $m = 15$ g, seega sn

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{15}{15000}} = 2\pi \frac{1}{31,6} = 0,2 \text{ sec.}$$

Õõtsete arv sekundis on

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2} = 5.$$

Peatükk IV:

Kõva keha molekulaarmekaanika.

§ 54. **Moleekulid; aatomid.** 1) Kokkusurumisega võime iga keha ruum-ala vähendada, soendamisega võime keha paisuda lasta, s. t. tema ruum-ala suurendada. Sarnased nähtused sunnivad oletama, et keha aine tema ruum-ala mitte koguni ei täida, vaid et keha sees tühje või õhuga täidetud ruumiosakesi peab leiduma, mis kokkusurumisel vähenevad ning paisumisel suurenevad.

Me teame ka, et keha mekaanilisel teel lõpmata väikesteks osakesteks võib jagada (I § 4_3), kus juures iga osakese omadused (lõhn, värv jne.) samasugusteks jäävad nagu terve keha juureski. Mõlema asjaolu põhjal oletatakse, et iga keha koos seisab kõige väiksematest terakestest ehk osakestest, mis kaugemale üks-teisest või ligemale võivad nihkuda, seega keha üldist ruum-ala kas suurendades või vähendades.

Neid kõige väiksemaid aineosakesi, mida me mekaaniliste abinõudega enam jagada ei saa, hüütakse moleekuliteks. Moleekulid on nii väikesed, et me neid ka kõige parema mikroskoobi abil ei näe. Sellepärast on võimata katseliselt tõestada nende olemasolu, ning jääb kirjeldatud vaade ainult molekulaarhüpoteesiks, vaatamata selle peale, et ta kokkukõlas on kõigi tuntud füüsiliste nähtustega.

Nagu edaspidi näeme, sünnivad ühesugustes kehades samadel tingimustel alati ühesugused muudatused. Nii sulaneb antud aine ja keeb antud vedelik alati ühe ja sama temperatuuri juures. Antud terasesordist valmistatud ühesugused varvad painduvad ühesuuruse jõu mõjul kõik ühevõrra kõveraks jne. Seesugune asjaolu on võimalik ainult siis, kui antud aines kõik moleekulid on

ühesuurused ja ühesugused. Oleks näiteks terase moleekulid mitmesugused, siis võiks juhtuda, et ühes varvas oleks ülekaal ühesugustel, teises samasuguses varvas aga teistsugustel moleekulitel. Niisugused varvad aga ei võiks siis enam ühesuguste omadustega olla, ning üks nendest painduks kõveramaks kui teine. Samadel põhjustel peab oletama, et antud aine ühesuurused moleekuulid on ka kõik üheraskused.

2) Vesi on täiesti ühtlane aine, tema kõige väiksemadki osakesed on ikkagi vesi. Siiski võime elektri voolu abil vett kaheks gaasiks lahutada, hapnikuks ja vesinikuks, millel mingit sarnadust ei ole veega. Ka ühtlast ainet võime nii siis keemiliselt veel mitmeks teiseks aineks lahutada. Keha moleekulid, mida me mekaanilisel teel enam väiksemaks ei saa jagada, peavad keemilisel teel veel väiksemateks osadeks jagunema. Neid osakesi, mida me ei mekaanilisel ega keemilisel teel enam jagada ei saa, hüütakse aatomiteks. Seisab aine koos ainult ühesugustest aatomitest, siis ei saa me teda keemilisel teel enam lahutada, sarnast ainet hüütakse keemiliseks elemendiks. Ühe elemendi aatomid peavad olema kõik ühesugused. Järjelikult võib olla ainult niipalju isesuguseid aatome, kui palju on olemas puhtaid keemilisi elemente; — viimaste arv on umbes 100. Et elementide aatomid väga mitmet viisi moleekuliteks võivad ühineda, siis on isesuguste moleekulide arv lõpmata suur. Füüsikas on meil tegemist peaasjalikult ainult moleekulitega.

3) Keemia näitab, et elemendid ühineda võivad ainult kindlas kaalulises vahekorras. Ühineb näiteks vesinik klooriga, siis ei seo 1 gramm vesinikku iialgi vähem kui 35 grammi kloori, 16 grammi hapnikku võib ühineda mitte vähem kui 201 grammi elavhõbedaga jne. Keemilisel ühinemisel peab tekkiva uue aine moleekulisse sattuma vähemalt üks aatom mõlemast ühinevast elemendist. Et 35 g on kõige väiksem kloori hulk, mis võib ühineda 1 g vesinikuga, siis peab oletama, et 1 g vesiniku ja 35 g kloori segamisel iga vesiniku aatom ühe kloori aatomiga kloorvesiniku moleekuliks ühineb. Kui palju on vesiniku aatome 1 g vesinikus, seda me ei tea, kuid nende arv peab tingimata sama suur olema, kui kloori aatomite arv 35 g klooris, sest muidu ei jatkuks kirjeldatud ühinemisel iga vesiniku aatomi jaoks üht kloori aatomi. Et kõik kloori samuti ka vesiniku aatomid on ühesuurused, siis peavad nad olema ka üheraskused. Kui aga teatud arv kloori aatome 35 korda rohkem kaalub kui sama arv vesiniku aatome, siis peab ka iga üksik klooriaatom 35 korda raskem olema vesiniku aatomist.

Arvu, mis näitab, mitu korda antud elemendi aatom raskem on vesiniku kui kõige kergema elemendi aatomist, hüütakse antud elemendi aatomkaaluks. Öeldes näiteks, et kloori aatomkaal on 35, hapniku oma 16 jne. tahame sellega ütelda, et üks kloori aatom 35 ja hapniku aatom 16 korda raskem on vesiniku aatomist.

Aine moleekulkaalu moodustab ühte moleekulisse kuuluvate aatomite kaalude summa. Kloorvesiniku moleekulkaal on näiteks $1 + 35 = 36$, elavhõbehapendi moleekulkaal on $16 + 201 = 217$ jne.

Tekib küsimus, kas moodustab keemilise elemendi moleekulit lihtsalt tema aatom, või on ka niisuguse aine moleekulis mitu aatomi koos?

Mitmesugused nähtused keemia alal sunnivad oletama, et ka puhta keemilise elemendi aatom harilikult mitmest ühesugusest aatomist peab koos seisma. Nii oletatakse näiteks, et vesiniku molеekulis asub 2 aatomit. Seega on vesiniku molеekulkaal 1+1=2, kuna tema aatomkaal on 1. Ainete molеekulkaalud näitavad järjelikult, mitu korda antud aine molеekul raskem on vesiniku molеekulist=2.

4) Molekulaarhüpotees oletab, et keha molеekulid on oma vahel seotud tõmbejõuga, n. n. kohäsioon-jõuga, mis neid teatud kaugusel üksteise küljes hoiab. See jõud võib nii tugev olla, et keha tuntavat takistust avaldab oma kuju muutmise vastu, mille juures tema molеekulid üks-teise suhtes nihkuma peaksid (kõva keha). On see jõud nõrgem, siis liiguvad molеekulid kergesti üksteise suhtes, hoiduvad aga siiski veel ühesugusel kaugusel teine-teisest. Niisugune vedel keha muudab kergesti oma kuju, hoiab aga oma ruum-ala ühesuurusena. Leidub ka kehi, milles kohäsioonjõud täiesti puudub ja mille molеekulid sellepärast kuitahes kaugele üksteisest võivad nihkuda. Niisugustel gaasidel ei ole kindlat kuju ega ruum-ala (võrdle I, § 14).

Mitmesugused nähtused sunnivad oletama, et tõmbumine molеekulite vahel on seda tugevam, mida lähemal üks-teisele seisavad molеekulid. Asetame 2 isesugust keha küllalt ligidale üks-teisele, siis võivad ühe keha molеekulid teise keha molеekulid külge tõmmata. Seda tõmbejõudu hüütakse adhäsiooniks. Ta avaldub näiteks, kui 2 siledaks lihvitud klaasplaati üks-teise külge suruda: plaadid kleepuvad üks-teise külge. Samal põhjusel kleebib kliister paberit, liim puud ja ühendab jootmistina kahte metallkeha.

Adhäsioon-nähtuste juures mängib suurt osa ka õhurõhumine, mis lihvituid klaase juba iseenesest üks-teise küljes hoiaks. Nagu aga katsed näitavad, hakkavad niisugused plaadid ka õhutus ruumis,—kuigi väiksema jõuga üksteise külge.

§ 55. **Kõva keha deformatsioon ja elastsus; elastsuse piir; kõvadus.** 1) Kui kumminööri venitada, siis venib ta pikemaks, kui pajuvitsa painutada, siis paindub ta kõveraks; nii ühel kui teisel juhusel muutub keha kuju mingi välise jõu mõjul; me ütleme, et keha deformeerub. Laseme väljavenitatud või kõverakspainutatud keha otsa lahti, siis tõmbub kumminöör jällegi oma endise pikkuseni kokku ning sirgub pajuvits endiselt sirgeks. Kehi, mis peale deformeeriva jõu kadumist jällegi oma esialgse kuju võtavad, hüütakse elastseteks, kõiki teisi kehi aga mitteelastseteks. Viimaste liiki kuulub näiteks tinatraat, mis väljavenitamisel või painutamisel jäädavalt pikemaks või kõveraks jääb.

Oletatakse, et deformeerumisel keha molеekulid üks-teise suhtes vähe edasi nihkuvad ja seega kaugenevad tasakaaluseisukohtadest, milles neid deformeerimatu keha molеekulaarjõud paigal hoiavad. Paigaltnihkunud molеekulid tõmbuvad nimetatud jõudude mõjul elastses kehas peale deformeeriva jõu kadumist tagasi oma endisse asukohta, kuna nad aga mitteelast-

ses kehas jäädavalt oma uude asukohta jäävad. Esimesel juhusel on keha deformatsioon ajutine, teisel juhusel — jäädav.

2) Kui kumminööri liiga venitada, siis katkeb ta; kui terasvibu või pajuvitsa liiga kõveraks painutada, siis võib ta jäädavalt kõveraks muutuda või koguni murduda. Katkemine, murdumine ja kõveraks jäämine on juba jäädav deformatsioon. Sellest järgneb, et ka elastne keha mitteelastseks võib muutuda, kui ta üle teatud piiri deformeerub.

Seda kõige suuremat deformatsiooni, mille juures keha veel elastseks jääb hüütakse antud keha elastsuse piiriks.

Deformeerudes üle elastsuse piiri, võib side moleekulite vahel kas üsna katkeda (keha katkemine, murdumine) või alles jääda (kõveraks paindumine). Mõned kehad deformeeruvad jäädavalt juba võrdlemisi väikeste jõudude mõjul, ilma et nad murduksid või katkeksid, nii näiteks vaha, tina, kuld. Niisuguseid kehi nimetame plastilisteks (vaha) või venitatavaiks (kuld). Murdub või katkeb aga keha deformeerumisel, siis nimetame teda hapraks (näiteks klaas, teras, marmor).

3) Kui 2 keha kokku puutub, siis võib juhtuda, et üks keha vähe teise pinna sisse tungib, me ütleme et üks keha kriimustab teise pinda. Harilikult ei saa selle juures teine keha esimese pinda mitte kriimustada, sest et esimene keha kõvem on teisest. Keha kõvadus iseloomustab selle takistuse suurust, mida antud keha avaldab mingi teise, tema pinna sisse tungiva keha vastu. Harilikult on kõvemad kehad ühtlasi ka haprad (klaas, teras), kuna pehmemad kehad on plastilised (vaha, tina). Kõige kõvem tuntud kehadest on teemant; tema kriimustab kõigi teiste kehade pindu, kuna tema enese pinda ükski teine keha ei kriimusta.

Keha kõvaduse mõõtmiseks tarvitatakse sellekohast kõvadus-skaalat. Teda moodustab 10 ritta seatud isesuguse kõvadusega keha, millest järgmine ikka kõvem on eelmisest, nii et järgmine küll kõiki eelmisi võib kriimustada, kuna ükski eelmine järgmist kriimustada ei saa. Kõige pehmema keha kõvadust kujutatakse numbriga 1, kõige kõvema oma numbriga 10, Need kehad on: talk = 1, gips = 2, lubjapagu = 3, fluorispagu = 4, apatiit = 5, põllupagu = 6, kvarts = 7, topaas = 8, korund = 9 ja teemant = 10.

Tahetakse skaala abil mõõta mõne tundmata keha kõvadust, siis tõmmatakse temaga järgimööda üle skaala kehade pindade. Kriimustab see keha näiteks veel kvartsi (7), kuna ta aga topaasi (8) enam ei kriimusta, siis on tema kõvadus 7—8 ehk 7,5. Klaasi kõvadus on näiteks 6,5 sellepärast lõikavad klaasi ainult kehad, mis pehmemad ei ole kui kvarts (7), harilikult tarvitatakse klaasi lõikamiseks aga teemanti (10). Et teemanti ükski teine keha ei kriimusta, siis võib teda lihvida ainult peene teemantpulbriga.

Nii keha elastsus, kui kõvadus, haprus jne. oleneb tuntavalt temperatuurist.

§ 56. **Venitamine.** 1) Kui 1 m pikkune terastraat läbilõikepinnaga 1 kv mm otsapidi lae külge kinnitada ja alla otsa 1 kg raskune koorem riputada, siis võime vastavate abinõudega tähele panna, et traat ligi $\frac{1}{10}$ mm pikeneb. Võtame kaks korda pikema traadi, siis on ka pikenemine kaks korda suurem s. t. $\frac{2}{10}$ mm.

Mõlemal juhusel moodustab pikenemine $\frac{1}{20000}$ osa traadi esialgsest pikkusest. Selle murru nimetajat 20000 hüütakse terase elastsuse mooduliks E.

Elastuse moodul on nii siis arv, millega jagama peab 1 kv mm jämeda traadi pikkust, et leida tema pikenemise suurust 1 kg-lise koorma juures.

Riputame traadi otsa ühe kilogrammi asemele järgemööda 2, 3, 4 jne. kilogrammi, siis näeme, et traat vastavalt 2, 3, 4 jne. korda rohkem pikeneb. **Pikenemine on seega proportsionaalne koormaga, kuid ainult niikaua, kunni keha mitte üle elastsuse piiri ei deformeeru.** Kui 1 kv. mm jämeduse terastraadi otsa näiteks järjest raskemad koormad riputada, siis näeme, et traat peale koorma tõmbejõu kadumist jällegi endise pikkuseni kokkutõmbub ainult siis, kui koorem mitte üle 30—32 kg ei ole. Sarnase traadi deformeerumine on nii siis ajutine ainult 32 kilogrammist väiksemate koormate juures, suuremate koormate mõjul jääb traat ka peale jõu kadumist pikemaks, ning deformeerub nii siis jäädavalt. Praktiliselt kujutataksegi elastsuse piiri selle kõige väiksema koorma raskusega (kilogrammides), mis 1 kv mm jämedust traati jäädavalt deformeerib.

On traadi jämedus mitte 1 kv mm, vaid 2, 3 jne. kv mm, siis võib ettekujutada, et koormat vastavalt 2, 3 jne. paralleelset 1 kv mm jämedust traati hoiavad. Iga üksik traat kannaks nii $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ jne. osa tervest koormast, ning pikeneks selle juures siis ka $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ jne. korda vähem kui üksainus traat 1 kv mm jämeduses. **Seega on traadi pikenemine ümberpöördult proportsionaalne tema lõikepinnaga.**

Kokkuvõttes selgub, et tõmbejõu 1 kg mõjul pikeneb l m pikkune traat lõikepinnaga 1 kv mm $\frac{l}{E}$ meetrit, kus E on traadi aine elastuse moodul. P kilogrammi mõjul pikeneks sama traat P korda rohkem, s. t. $\frac{P.l}{E}$ meetrit. On lõikepind mitte 1 vaid q kv mm, siis on pikenemine q korda väiksem, s. t.

$$\text{üleüldine pikenemine } \lambda = \frac{P.l}{E.q} \text{ meetrit.} \qquad (76)$$

2) Deformeerudes üle elastsuse piiri, muutub traat peenemaks ning selle juures harilikult vähem tihedaks. Sellepärast ei tarvitse ta edaspidise deformeerumise juures veel mitte katkeda, vaid ta suudab kanda ka suuremaid koormaid kui see oli, mis teda elastuse piirini deformeeris. Näiteks muutub 1 kv mm jämedune terastraat algades koormaga 32 kg küll venitatavaks, kuid ta katkeb alles koorma 60—70 kg juures. Viimane arv kujutab traadi venitatavuse piiri.

Elastsuse moodul ning piir on iga aine jaoks isesuurune. Ka ühe ja sama aine juures ei ole ta mitte konstant, vaid oleneb

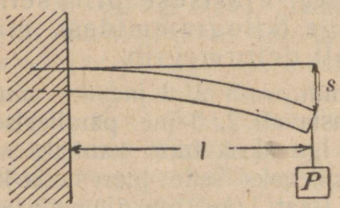
palju aine käsitamisviisist (karastamisest, kuumendamisest, pressimisest jne.)

Keskmiselt on nimetatud suuruste väärtus mõne aine jaoks järgmine:

Aine	E	Elast. piir.	Venitatav. piir.
Tamme puu (pikuti) .	1000	—	11 kg
Tina	1700	0,25 kg	2 kg
Vask.	12000	12 kg	40 kg
Raud, teras	20000	30—33 kg	60—70 kg
Nikkelteras	25000	kunni 60 kg	kunni 100 kg

Formulist (76) leiame elastsuse mooduli E jaoks veel teise definatsiooni. temast järgneb, et $P = E\frac{q.\lambda}{l}$; kui $q = 1$ kvmm, ning $l = \lambda$, siis on $P = E$ Järjelikult võrdub E selle jõuga, mis 1 kvmm jämedust traati $\lambda = l$. võrra, s. t. kahekordse pikkuseni välja venitaks, oletuse juures, et deformeerimine elastsuse piirides sünnib.

§ 57. **Painutamine ja keerutamine; Hooke seadus.** 1) Painutamise juures mõjub deformeeriv jõud P (joon. 154) perpendikulaarselt varva peale. Paindumisel pikeneb varva ülemine ja lüheneb tema alumine kiht. Ainult teatud keskmine kiht jääb endise pikkuse juure; viimast hüütakse sellepärast neutraal kihiks. Sellest selgub, et paindumine on lähedalt seotud pikenemisega, mispärast venitamise juures leitud elastsuse moodul E on mõõduandev ka painutamise deformatsiooni suuruse s jaoks. Nagu katsed näitavad, on ka **paindumise suurus proportsionaalne painutava jõuga P.**



Joon. 154.

On l varva pikkus, h tema kõrgus ja b -laius, siis on:

$$\text{paindumine } s = 4\frac{P.l^3}{E.h^3.b.} \qquad (77)$$

Formulist järgneb, et kõrge ja kitsas palk (h on suur) palju vähem paindub, kui madal ja lai palk. Sellepärast asetatakse näiteks talad alati serviti ja mitte lapiti.

2) Kui traadi üks ots seina külge kinnitada, ja teda teisest otsast keerdu keerutada, siis deformeerub traat. Kui ettekujutada, et traat koos seisab üksikutest moleekulite kiududest, siis keerduvad need kiud nagu nööriks keerutatud niidikiud keerdu ning peavad selle juures pikenema. Katsed näitavad et **deformeeriv jõumoment proportsionaalne on selle nurgaga, mille võrra traadi vaba ots keerutamisel pöördub.** See pöördenurk kujutabki traadi deformatsiooni suurust. Järjelikult on ka keerutamisel deformatsioon proportsionaalne deformeeriva jõuga.

3) Viimati nimetatud seadus on nii siis üleüldine ja maksev igasuguse deformatsiooni jaoks, nii kaua kui deformatsioon keha elastsuse piirides sünnib. Selle seaduse ülesleidja Hooke (1679)

formuleeris teda järgmiselt: **Elastsuse piirides on igasugune deformatsioon proportsionaalne deformeeriva jõuga.**

Näited: 1) Kui jäme peab olema nikkelterastraat, kui 500 kg-line koorem teda ainult elastsuse piirini tohib deformeerida?

§ 56 toodud tabeli järele on elastsuse piir 60 kg, s. t. 60 kg deformeeriks 1 kv mm jämedust traati elastsuse piirini. Et deformeerumine ümberpöördult proportsionaalne on traadi läbilõike pinnaga, siis on otsitud traadi lõikepind

$$x = \frac{500}{60} = 8{,}33 \text{ kv mm.}$$

2) Kui palju pikeneb sama traat koorma $P = 200$ kg juures, kui traadi üldine pikkus on 10 m?

Formuli (76) järele on pikenemine

$$\lambda = \frac{P.l}{E.q} = \frac{200.10}{25000\,8{,}33} = 0{,}0096 \text{ m} = 9{,}6 \text{ mm.}$$

3) Missuguse koorma juures katkeb see traat? Venitatavuse piir on tabeli järele 100 kg 1 mm² jämeduse traadi jaoks. 8,33 mm² jämedune traat kannab 8,33 korda suurema koorma, s. t. katkemine sünnib koorma juures

$$8{,}33.100 = 833 \text{ kg.}$$

4) 5 m pikkune ja 2 mm² jämedune raudtraat venib 20 kg-lise koorma juures 2,5 mm pikemaks. Kui suur on selle traadi elastsuse moodul E?

Formulist (76) leiame, et

$$E = \frac{P.l}{\lambda.q} = \frac{20.5}{\frac{2{,}5}{1000} \cdot 2} = 20.000.$$

§ 58. **Liikumise hulk ja jõuimpulss; põrge.** 1) Keha peale mõjub konstant jõud P ning annab talle t sekundi järele lõppkiiruse

$$v = pt$$

Kasvatame mõlemad lülid selles võrrandis keha massiga M:

$$Mv = Mpt$$

Me teame, et mass × kiirendus on liikumist tekitav jõud P, s. t. $Mp = P$ seega on

$$Mv = Pt \qquad (78)$$

Keha massi ja kiiruse kasvatist Mv hüütakse liikumise hulgaks, jõu ja aja kasvatist Pt aga jõuimpulsiks. Võrrand (78) ütleb nii siis: **liikumise hulk võrdub jõuimpulsiga.** Nimetatud uued mõisted hõlbustavad sarnaste liikumiste käsitamist, mille põhjuseks on silmapilkne jõud, s. t. jõud, mis nii lühikest aega mõjub, et aja mõõtmine võimata. Tundes liikumise hulka (Mv) ning jõu suurust (K), võib näiteks formulist (78) leida jõu mõjumise vältust t.

Näide: Suurtükis mõjub plavatuse jõud nii kuuli kui ka suurtüki enese peale. Kuul tõukub plahvatuse mõjul suurtükist välja näiteks kiirusega $v = 500 \frac{m}{sec}$, kuuli mass olgu 10 kg. Plahvatuse jõuimpulss tõukab aga ka suurtükki ennast tagasi. Et leida, missuguse lõppkiiruse suurtük saab (oletades, et suurtüki tagasiliikumiseks takistusi ei ole), tarvitame formulit (78), millelt järgneb, et sama jõu (P) ning mõjumise aja (t) juures suurtüki liikumise hulk Mv_1 võrduma peab kuuli liikumise hulgaga. Viimase

suurus on $Mv = 10\ kg \times 500 \frac{m}{sec}$. On suurtüki mass näiteks $M_1 = 2000$ kg., siis on

$$v_1 . 2000\ kg = 500 \frac{m}{sec} \cdot 10\ kg.$$

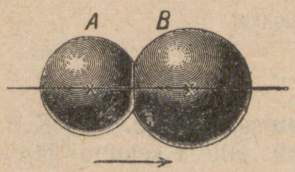
ehk otsitud kiirus $v_1 = \frac{500.10}{2000} \frac{m}{sec} = 2{,}5 \frac{m}{sec}$.

Hakkab ühe ja sama jõuimpulsi mõjul 2 keha liikuma, siis on mõlema liikumise hulk ühesuurune, s. t. $M^1 v_1 = M_2 v_2 = Pt$, millest järgneb, et

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{M_2}{M_1} \qquad (79)$$

s. t. ühe ja sama jõuimpulsi mõjul liikuma hakanud kehade M_1 ja M_2 kiirused on ümberpöördult proportsionaalsed kehade massidega.

2) Kui liikuv keha mingi teise kehaga kokku puutub, siis tekib põrge. Põrke kohas muutub kehade kuju. Selle järele, kas on kehad mitteelastsed või elastsed, on nende deformatsioon põrkel kas jäädav või ajutine. Põrkub näiteks kaks tina- või savikuuli A ja B (joon. 155) kokku, siis muutub põrkekoht lamedaks, sest liikuv kuul A ei jää kokkupõrkamise silmapilgul oma inertsi tõttu mitte otsekohe seisma, vaid liigub veel vähe edasi. Selle tagajärjel tekib kuulide vahel rõhumine, mis muidugi teada ühetugevalt ja ühekaua mõlema kuuli peale mõjub, ning kuuli A ühele, kuuli B aga teisele poole surub.



Joon. 155.

On kuulid elastsed (teras, kummi), siis deformeeruvad nad ajutiselt samuti nagu eelmisel juhuselgi; kuid deformatsioon kaob väga ruttu ja laperguseks surutud kuulipinnad muutuvad varstigi endiselt kumeraks. Et deformatsioon aga siiski tõepoolest olemas oli, näitab asjaolu, et näiteks vastu seina visatud märg kummipall seinale mitte ainult märga punkti ei jäta, vaid suurema märja ringi. Ring võis sündida ainult sellest, et pall põrkumisel laperguseks deformeerus, nii et teatud suurem osa tema pinnast seina vastu puutus.

§ 59. **Kerade tsentraalne põrge.** 1) Tsentraalseks nimetame niisugust põrget, mille tekkimisel kerade M_1 ja M_2 (joon. 156.)



Joon. 156.





Joon. 157.

tsentrumid ühel sirgjoonel liiguvad. On mõlemad kerad mitteelastsed, siis põrkab kiiremalt liikuv kera M_1 aeglasemalt liikuva

kera M_2 peale, ning mõlemad deformeeruvad. Et deformatsioon jäädav on, siis liiguvad kerad üheskoos (joon. 157) mingi kiirusega c edasi, sest ei ole ju olemas ühtegi jõudu, mis neid uuesti lahutaks. Deformeerumise ajal valitseb kerade vahel rõhumine, mis vastu esimese kera M_1 ja peri teise kera M_2 liikumist sihitud. Selle jõuimpulsi mõjul väheneb M_1 kiirus v_1—c võrra ja suureneb M_2 kiirus c—v_2 võrra. Et jõuimpulss mõlema liikumise muutumise jaoks ühine on, siis järgneb formulist (79), et

$$\frac{v_1 - c}{c - v_2} = \frac{M_2}{M_1}, \text{ ehk}$$

$$\text{lõppkiirus } c = \frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2} \qquad (80)$$

Me näeme, et **kogu liikumise hulk põrke juures ei muutu,** sest et $c(M_1 + M_2) = M_1 v_1 + M_2 v_2$, kus $c(M_1 + M_2)$ on liikumise hulk peale, ja $M_1 v_1 + M_2 v_2$ on kogu liikumise hulk enne põrget.

Liiguvad mõlemad kerad vastupidi, siis tuleb formulisse (80) v_2 asemele $-v_2$ panna. Kui sarnasel puhul murru lugeja $(M_1 v_1 - M_2 v_2) > 0$, siis liiguvad kerad peale põrget M_1 sihis edasi; on aga $(M_1 v_1 - M_2 v_2) < 0$, siis liiguvad nad koos M_2 sihis, s. t. vastu M_1 sihti. On $(M_1 v_1 - M_2 v_2) = 0$ siis on ka $c = 0$ ning kerad jäävad peale põrget liikumatalt paigale.

2) Elastsed kerad deformeeruvad samuti nagu mitteelastsedki. Kuid peale selle, kui deformatsioon lõpule on jõudnud, s. t. kui kehade kiirus on ühesuuruseks (c) muutunud, hakkavad nad otsekohe oma esialgset kuju tagasi võtma. Seega ei kao rõhumine kerade vahel peale nende kiiruste ühtlustumist, vaid kerad tõukuvad elastsusjõu mõjul eemale ka pärast seda veel. Kogu põrget võib nii siis kahte perioodi jagada: esimese lõpuks on deformeerimise protsess lõppenud ja kehad liiguvad ühekiirelt kiirusega c; teise perioodi ajal võtavad kerad oma esialgse kuju ja kaugenevad üks-teisest. On kergesti arusaadav, et teine periood sama kaua peab kestma ja et tema vältel sama suur jõuimpulss kerade peale mõjub kui esimesel perioodilgi. Järjelikult muutuvad mõlema kera kiirused teise perioodi vältel sama palju kui esimese vältelgi. Seal vähenes M_1 kiirus $(v_1 - c)$ ja kasvas M_2 kiirus $(c - v_2)$ võrra; teise perioodi lõpuks väheneb siis M_1 kiirus $2(v_1 - c)$ ja kasvab M_2 kiirus $2(c - v_2)$. Kera M_1 lõpulik kiirus peale põrget oleks siis $c_1 = v_1 - 2(v_1 - c) = 2c - v_1$. Kera M_2 lõppkiirus aga oleks $c_2 = v_2 + 2(c - v_2) = 2c - v_2$. Seades c asemele tema tähenduse formulist (80), leiame mõlema lõppkiiruse jaoks:

$$\left.\begin{aligned} c_1 = 2c - v_1 &= \frac{2M_2 v_2 + (M_1 - M_2) v_1}{M_1 + M_2} \\ c_2 = 2c - v_2 &= \frac{2M_1 v_1 + (M_2 - M_1) v_2}{M_1 + M_2} \end{aligned}\right\} \qquad (81)$$

Muutub c_1 negatiivseks, siis tähendab see, et kera M_1 (joon. 156) peale põrget endisele vastupidises sihis hakkab tagasi liikuma.

Liiguvad kerad enne põrget üks-teisele vastu, siis peab formulitesse (81) v_2 asemele panema $-v_2$.

3) Erijuhused elastsete kerade põrkel:

a) Kahe võrdse massiga kera tsentraalsel põrkel on $M_1 = M_2 = M$ nii siis: $c_1 = \frac{2Mv_2}{2M} = v_2$, ning $c_2 = \frac{2Mv_1}{2M} = v_1$.

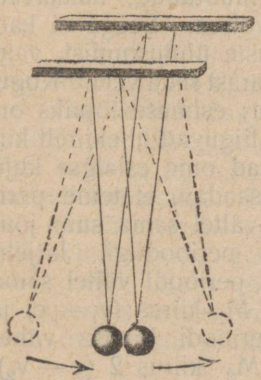
Põrkuvad võrdsete massidega elastsed kerad, siis vahetuvad nende kiirused, s. t. esimene keha omandab peale põrke teise keha algkiiuse ja ümberpöördult.

Näide: Kiirusega $5\ \frac{m}{sec}$ liikuv piljardikuul põrkab teise, samas sihis, kuid kiirusega $2\ \frac{m}{sec}$ liikuva samasuguse kuuli peale. Peale põrget liigub esimene kuul kiirusega $2\ \frac{m}{sec}$, teine aga kiirusega $5\ \frac{m}{sec}$.

b) Kiirusega v_1 liikuv kerra põrkab vastu samasuurt paigalseisvat kera. Et $M_1 = M_2$ ja $v_2 = 0$, siis annab formul (81):

$$c_1 = \frac{2Mv_2}{2M} = 0 \text{ ning } c_2 = \frac{2Mv_1}{2M} = v_1$$

s. t. **liikuv kera jääb seisma ning seisev kera hakkab kiirusega v_1 edasi liikuma.**



Joon. 158.

Selle seaduse katseliseks tõestamiseks riputatakse kaks ühesuurust elastset kera kõrvuti niitide otsa (joon. 158). Kui esimene kera teatud nurga võrra längu hoida ja siis lahti lasta, siis langeb ta ning põrkab teatud kiirusega vastu paigalseisvat teist kera. Peale põrke jääb esimene kera seisma, kuna teine samasuure nurgani teisele poole edasi lendab. Et teine kera peale põrget sama kõrgele tõuseb, kui kõrgelt esimene kera langes, siis peab teine kera põrke silmapilgul kiiruse omandama, mis võrdub esimese kera langemisest tekkinud lõppkiirusega.

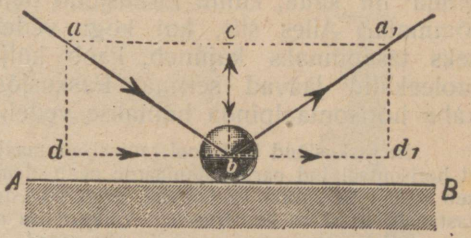
c) On paigalseisva tõugatud kera mass väga suur võrdlemisi tõukava kera massiga, siis on $v_2 = 0$ ja võib lugeda $M_1 = 0$ ning formul (81) annab:

$$c_1 = \frac{-M_2v_1}{M_2} = -v_1; \quad c_2 = \frac{0}{M_2} = 0;$$

s. t. **paigalseisev tõugatud suur kera jääb peale väikese kera põrget endiselt seisma, kuna tõukav väike kera vastupidises sihis oma algkiirusega hakkab tagasi liikuma.** See juhus teostub, kui elastne kera perpendikulaarselt vastu elastset seina põrkub, sest seina mass on kera maasiga võrreldes lõpmata suur.

Formulist (81) selgub ka, et kui mitmesugused kerad ühekiirelt üks-teise vastu liiguvad, siis jätkab suurem kera oma liikumist, kuna väiksem kera tagasi põrkub, s. t. oma liikumise sihti muudab.

4) **Põrkab elastne kera längu vastu elastset seina, siis heitub ta seinalt niiviisi tagasi, et langeva ja tagasipõrganud kera sihid seinaga ühesuurused nurgad moodustavad.** Keha langemise sihi nurka abc (joon. 159) hüütakse langemisnurgaks, tagasipõrkamise nurka a'bc aga peegeldusnurgaks.



Joon. 159.

Selle väite tõestamiseks lahutame langemiskiiruse ab komponentkiirusteks db ja cb. Kiirus cb, kui perpendikulaarne seinale, muutub peale põrget sama suureks ümberpöördud sihiga kiiruseks bc (punkt 3, juhus c), kiirus db on paralleelne seinale ning jääb ka peale põrget endiseks (bd') nii sihi kui suuruse poolest. Liites peale põrget tekkivaid komponentkiirusi bd' ja bc, leiame tagasi põrganud kera sihi ba'. Et db = bd', siis on ∠abc = = a'bc, s. t. langemisnurk võrdub peegeldusnurgaga.

Katseliselt võib nimetatud seadust tõestada kas sellekohaste aparaatidega või näiteks piljardi peal, tõugates kuuli teatud nurga all vastu piljardi äärt, kust ta siis samasuure nurga all tagasi põrkub.

Peatükk V:

Vedelikkude mekaanika.

A. Vedelikkude tasakaal (hüdrostaatika).

§ 60. **Voolavus; seisva vedeliku pind.** Vedelikul ei ole kindlat kuju; meie võime teda ühest nõust teise kallata, ikka täidab ta nõud, s. t. võtab enesele viimase kuju. Niisuguse voolavuse põhjuseks on vedeliku molekulite suur liikuvus üksteise suhtes (§ 54_4). Väiksem kui jõud paneb vedeliku molekulid liikuma; et hõõrumine molekulite vahel väike on, siis kestab nende liikumine nii kaua, kunni molekulid uuesti mingis tasakaalus paigale jäävad. Vajutades näiteks sõrmega kõva keha peale, ei jaksa me ka suure jõuga sõrme keha sisse suruda, vedeliku molekulid libisevad aga sõrme eest ära, nii et sõrm ilma takistuseta vedeliku sisse tungib. Tõmbame sõrme vedelikust välja, siis langevad kõrgemal seisvad vedelikumolekulid raskusjõu mõjul sõrme all tekkinud lohku ja täidavad viimase, nii et vedeliku pinnale mingit jälge ei jää.

Vedeliku vaba pind moodustab alati horisontaalse tasapinna. Nagu kõva keha mööda kaldpinda alla libiseb, nii liuglevad vedeliku moleekulid mööda kaldu seisvat vedelikupinda nii kaua, kunni raskusjõud neid enam madalamale ei saa tõmmata. Alles siis, kui kogu vedeliku vaba pind horisontaalseks tasapinnaks kujuneb, kaob küljeti-liikumist tekitav jõud ja moleekulid jäävad seisma. Raskusjõu mõjul tekkivat vedeliku vaba horisontaalpinda hüütakse vedeliku nivooks.

Et raskusjõud igal pool radiaalselt maakera keskkoha poole mõjub, ning et horisontaalpind perpendikulaarne peab olema maakera raadiustele, siis järgneb sellest, et suurte veekogude, nagu merede, vaba pind kumer peab olema, vastavalt maakera kumerusele. Väikest osa niisugusest kerapinnast võib aga teatavasti horisontaalseks tasapinnaks pidada.

Kui kinnine nõu üsna veega täita, nii et temasse ainult väike õhumullike jääb, siis hoidub vesi alati anuma alumises osas, kuna õhumullike kõige kõrgemasse kohta asub. Moodustab niisugust nõu vähe kumer horisontaalne klaastoru (joon. 6), siis asendub õhumullike kumeruse kõige kõrgemasse kohta, s. t. toru keskpaika. Vähe längu seisva toru juures aga nihkub mullike toru ühe või teise otsa poole. Sellel nähtusel põhjeneb vesilood ehk vaaderpass (I § 4_5.)

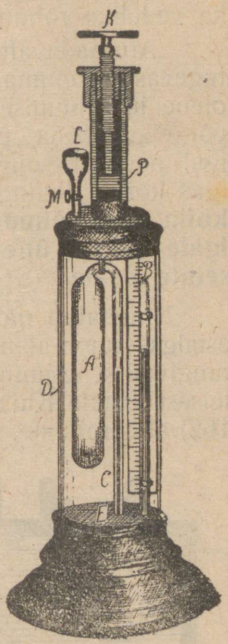
§ 61. **Vedeliku elastsus; kokkusurutavus.** 1) Kuna vedelik oma kuju deformatsiooni vastu mingit vastupanekut ei avalda, vaid juba raskuse mõjul otsekohe oma anuma kuju omandab, siis ei ole tal sarnast elastsust, nagu näiteks kõveraks painutatud terasvibul, mis vabanedes jällegi sirgub: **Vedelikul ei ole elastsust kuju muutmise suhtes.**

Katsuksime aga vedelikku kokku suruda, s. t. tema ruumala vähendada, siis leiaksime, et ta selleks suurt vastupanekut avaldab ning otsekohe peale rõhumise kadumist jällegi oma endise ruum-alani paisub. **Vedelik on seega elastne oma ruum-ala muutmise ehk kokkusurumise suhtes.**

2) Vedeliku kokkusurutavus on väike. Kui näiteks 1 lit. vett nii kokku suruda, et ümberringi, kogu tema pinnal iga cm^2 peale 1 kg suurune jõud rõhuks, siis väheneb vee ruum-ala ainult 50 mm^3 s. t. $\frac{1}{20000} = 0{,}00005 = \frac{50}{1000000}$ oma esialgsest kogust. Alkoholi ruumala väheneks samal rõhumisel $\frac{80}{1000000}$, elavhõbeda oma ainult $\frac{3}{1000000}$ osa oma esialgsest suurusest.

Vedelikkude kokkusurutavuse suurust mõõdetakse n. n. piesomeetri abil (joon. 160). Tugevaseintega kinnises klaassilindris D asub uuritava vedelikuga täidetud väiksem klaasnõu A. Viimase kael C on kõveraks painutatud ning ulalab silindri D põhjas seisva elavhõbedakihi E sisse. Lehtri L kaudu täidetakse silinder D ääreni veega, kraan M sulutakse ning pressitakse kruvi K keeramisega väike kann P alla. Kannu P rõhumine kandub läbi vee elavhõbedapinna E peale; viimane surub torus C ja anumas A asuva uuritava vedeliku kokku. Vedeliku ruum väheneb, ja elavhõbe tungib torukest C mööda üles. Samba C kõrgus näitab meile, kui palju vedeliku ruumala kokkusurumisel väheneb.

Kõrvalseisvas õhuga täidetud, ülevalt kinnises torus B, mis lahtist otsapidi elavhõbedasse kastetud, surub elavhõbe õhu kokku ja tõuseb selle tõttu toru mööda üles. Nagu me edaspidi näeme (vaata manomeetrid, § 83) on samba B kõrgus mõõduks silindris D valitsevale rõhumisele, nii et tema abil otsekohe mõõta võime vedeliku peale mõjuva rõhumise suurust. Et rõhumine kogu silindris ühesuurune on, siis mõjub nõu A seinte peale väljast sama suur rõhumine kui seest. Ka väga suurtel rõhumistel ei või nõu A sellepärast ei lõhkeda ega paisuda.

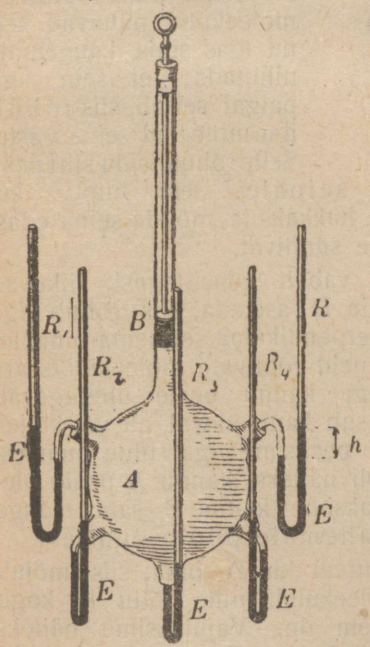


Joon. 160.

Vedeliku kokkusurutavuse koeffitsiendiks k hüütakse vedeliku ruumüksuse vähenemist 1 kg-lisel rõhumisel iga cm^2 peale tema pinnast. Kui 1 liiter vedelikku rõhumisel 1 $\frac{kg}{cm^2}$ väheneb k liitrit, siis väheneb rõhumisel P $\frac{kg}{cm^2}$ tema ruum P korda rohkem, s. t, P.k liitrit. On kokkusurutava vedeliku ruum-ala selle juures mitte 1 liiter vaid V liitrit, siis on kogu ruum-ala vähenemine $v = k.P.V$ liitr. Leiame katsest, et rõhumisel P $\frac{kg}{cm^2}$ vedeliku ruum väheneb v liitert, siis on selle vedeliku kokkusurutavuse koeffitsient

$$k = \frac{v}{P.V}$$

Nagu sellest selgub, kujutavadki ülevalantud arvud vee, alkoholi ja elavhõbeda kokkusurutavuse kohta nende ainete kokkusurutavuse koeffitsiente k = 0,000050, 0,000080 ja 0,000003.



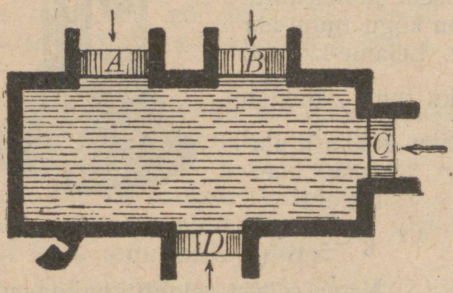
Joon. 161.

§ 62. **Rõhumise edasikandumine vedelikus; hüdrauliline press.** 1) Täidame joonistusel 161 kujutatud klaasnõu A mingi vedelikuga ja rõhume teda kannu B allasurumisega. Nõuga A ühendatud püsttorude R_1, R_2 jne. välimistes harudes tõuseb elavhõbe E igal pool ühepalju kõrgemale, vaatamata selle peale, kus kohal toru R nõuga A ühineb. Elavhõbeda pinna tõusmine toru-

des tunnistab, et nõus A seisev vedelik torukäänus asuva elavhõbeda peale rõhub, teda välist toruharu mööda üles tõugates. Et elavhõbeda tõusmine h kõigis torudes ühesuurune on, siis peab ka vedeliku rõhumine igal pool ühesuurune olema.

Arusaadavalt peab vedelik ka nõu A seinte peale sama tugevasti rõhuma nagu torudes seisva elavhõbedagi peale, ei olene ju rõhumise suurus sellest, kas piirab vedelikku nõu sein, või elavhõbeda pind torus R. Oli rõhumine elavhõbeda peale igal pool ühesuurune, siis peab ka rõhumine nõu seinte peale igas kohas ühetugev olema. Sellest järgneb: **Kui vedelikku ühe koha peal rõhuda, siis kandub see rõhumine läbi vedeliku igale poole ühesuurusena ning mõjub ühtlaselt kogu nõu seinte peale** (Stevin, 1600).

Nimetatud nähtus seletub asjaoluga, et kokkusurutud vedelik esialgse ruum-alani paisuda tahaks. Oma suure liikuvuse tõttu tungivad selle juures vedeliku molеekulid igas sihis ühetugevalt üks teisest eemale. Kui me, näiteks, vedelikku kinnises nõus kannu A (joon. 162) abil rõhume, siis surume teda sellega vähe kokku. Elastsuse tõttu tahaks vedelik nüüd jällegi oma algruumini paisuda, kus juures tung paisumiseks igas sihis ühetugevalt avaldub. Anuma seina juures seisvad molеekulid püüavad seinu igas sihis kaugemale nihutada; et sein aga paigal seisab, siis rõhub iga molеekul seina vastu. Selle rõhumisjõu siht peab olema perpendikulaarne nõus seinale, sest niipea kui molеekul längu vastu seina rõhuks, hakkaks ta mööda seina edasi libisema, mida me aga mitte ei näe sündivat.



Joon. 162.

Kui nõus seina avaustesse vabalt edasi-tagasi liikuvad ühesuuruse pinnaga kannud B, C ja D asetada, siis rõhub iga molеekul kannu ühesuuruse jõuga perpendikulaarselt tema pinnale; ühesuuruste kannude juures on ka neid rõhuvate molеekulite arv ühesuurune, mille tõttu vedelik iga kannu peale ühetugevalt rõhub, vaatamata selle peale, kas asub kann üleval, all või küljel. Et kannud mitte välja ei tõukuks, peaksime iga ühte nendest ühesuuruse jõuga vasturõhuma. Oli näiteks kannu A peale ülevalt alla mõjuv jõud p kg., siis peaksime kannu B sama jõuga alla, kannu D üles ja kannu C pahemale poole suruma.

On kannu B pind 2 korda suurem kui A oma, siis mõjub esimese peale 2 korda rohkem molеekulid, mille tõttu ka kogu rõhumine tema peale 2 korda suurem on. Vajutaksime näiteks A peale jõuga p kg, siis peaksime kannu B paigalhoidmiseks

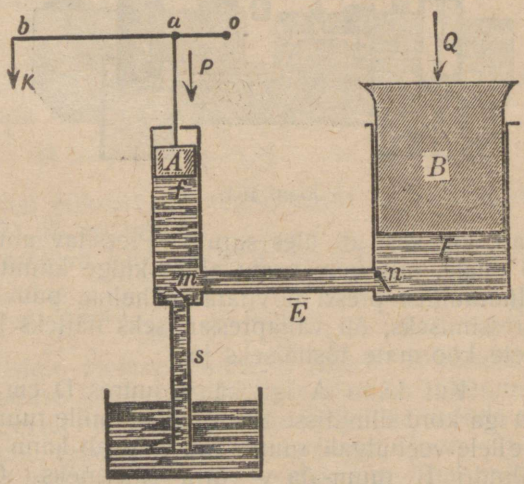
tema peale jõuga 2 p rõhuma. **Vedeliku kogurõhumine on nii siis proportsionaalne rõhutava pinna suurusega ja mõjub alati perpendikulaarselt sellele pinnale.** Seda seadust tuntakse nimetuse all Pascali seadus (1650).

Tarvitades sõna „rõhumine", mõistame selle all harilikult pindüksuse peale mõjuvat rõhumisjõudu (kg/cm²). Pascali seadusest järgneb: kui vedeliku rõhumine on p $\frac{kg}{cm^2}$, siis mõjub n cm² suuruse seinaosa peale jõud

$$P = n.\ p.\ kg. \qquad 82)$$

Oli näiteks kannu A (joon. 162) pind 20 cm² ja tema peal koorem 10 kg, siis rõhub vedelikku iga cm² kannu pinnast jõuga $\frac{10}{20}\ \frac{kg}{cm^2} = \frac{1}{2}\ \frac{kg}{cm^2}$. Sama tugevasti peab vedelik rõhuma iga cm² peale anuma seinapinnast On kannu B pind 100 cm², siis on rõhumisjõud selle pinna peale P = = 100 cm² $\frac{1}{2}\ \frac{kg}{cm^2}$ = 50 kg. Selleks, et kannu B tasakaalus hoida, peaksime tema peale panema koorma 50 kg.

2) Pascali seadusel põhjeneb hüdrauliline press, mille printsiip on kujutatud joonistusel 163. 2 vedelikuga täidetud silindrit A ja B on ühendatud toru E kaudu. Esimeses silindris rõhub vedeliku peale kann A, teises suurem kann B. On kannude rõhuvad pinnad f ja F, siis peab, Pascali seaduse järele rõhumisjõudude P ja Q vahel valitsema vahekord $\frac{Q}{P} = \frac{F}{f}$, ehk $Q = P.\frac{F}{f}$



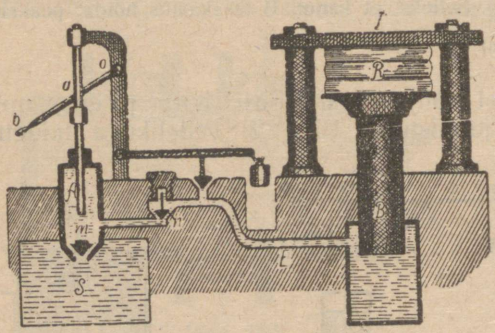
Joon. 163.

On F näiteks 1000 cm², f aga ainult 1 cm², siis on Q = =1000 P. Kui kannu A peale jõuga 1 kg vajutada, siis pressib vesi kannu B üles jõuga Q = 1000 kg, nii et me jõuga pisut üle 1 kg ülestõsta võime kannu B peal lasuva koorma 1000 kg.

Hüdraulilise pressi juures rõhutakse kannu B kangi bo abil, mille tugipunk on o. On kangi õlad näiteks nii valitud, et

$\frac{ob}{oa} = 10$, siis kandub 1 kg-line rõhumine K kannu A peale üle 10 kilogrammilisena (P = 10), kannu B peale aga $10 \times 1000 =$ = 10000 kilogrammilisena. Kui näiteks käega kangi otsa b alla vajutada jõuga pisut üle 10 kg, siis võime ülestõsta kannu B peal lasuva koorma $10.10000 = 100000$ kg.

Et võimalik oleks kannu B tarviliku kõrguseni tõsta, on esimene silinder (A) pumba sarnaselt ehitatud: iga kord, kui kannu A kangi abil alla vajutame, sulub klapp m avause, nii et vesi ainult silindrisse B pääseb ja seal kannu B tõstab. Tõmbame aga kannu A tagasi üles, siis pressib veerõhumine klapi n kinni, nii et vesi silindrist B välja ei saa voolata ja kann B ülestõstetud kõrgusele seisma jääb. Samal ajal aga avab m välise ühendustoru S, mille läbi kann A uut vett silindrisse imeb. Teist kord kannu A alla surudes, sulub m jällegi toru S, vesi pääseb ainult silindrisse B ja tõstab kannu B veel kõrgemale. Nii võime kannu B kui tahes kõrgele tõsta, pumbates silindrisse kannu A abil vett.



Joon. 164.

Joonistus 164 kujutab hüdraulilise pressi läbilõiget, milles üksikud osad samade tähtedega on märgitud nagu skeemil joon. 163: A on varvasarnane pumbakann, B on pressi jäme silindriline vars; m ja n on harilikud pumbaklapid, mis nende all seisva avause ainult siis avavad, kui vesi alt üles surub. Pressitav aine R asetatakse silindri B peale, mis teda vastu aluse külge kinnitatud põiktuge T surub. Hüdraulilist pressi tarvitatakse heina, puuvilla, riide jne. kokkupressimiseks, õli väljapressimiseks näiteks linaseemnest, väga raskete koormate tõstmiseks jne.

Kui kann A iga käigu juures D cm alla liigub, siis surub ta iga kord silindrisse B veehulga, mille ruum-ala on $v = D \times f$ cm^3. Sellele veehulgale ruumi andes, peab kann B nii palju tõusma, et silindri B ruum-ala v võrra suureneks. On kannu B tõus selle juures d cm, siis on $d \times F = v$. Sellest leiame, et

$$v = D \times f = d \times F, \text{ ehk, } \frac{D}{d} = \frac{F}{f} = \frac{Q}{P} \text{ (võrdle joon. 163).}$$

Viimasest võrrandist järgneb:

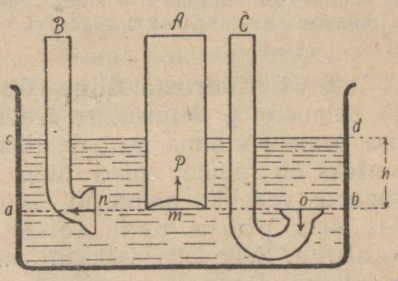
$$D.P = d.Q.$$

$D \times P$ on tee × jõud = kannu A töö, niisama on $d \times Q$ kannu B töö. Me näeme. et ka selle masina juures koorma tõstmi-

sel tehtud töö võrdub masina käimapanemiseks (kannu A surumiseks) kulutatud tööga. Seda, mis me jõus võidame, kaotame tees.

§ 63. **Hüdrostaatiline rõhumine.** Vedeliku peale mõjub raskusjõud. Selle tõttu rõhuvad vedeliku ülemised kihid alumiste peale, nii et vedeliku sees alati teatav rõhumine valitseb, mis seda suurem on, mida rohkem vedelikku vaadeldud koha üle seisab. Pascali seaduse järele mõjub see n. n. hüdrostaatiline rõhumine antud kohas igale poole ühesuuruse jõuga ja mitte ainult vedeliku sees, vaid ka anuma seinte juures.

Asetame näiteks veega täidetud nõusse tühja klaassilindri A (joon. 165), mille alumine ots kaetud õhukese kummi-kelmega m. Vedelikukihis ab valitsev hüdrostaatiline rõhumine mõjub perpendikulaarselt kelme m pinnale ja painutab viimase kumeraks. Et leida selle rõhumisjõu P suurust, kallame silindrisse A vett. Me näeme, et kelme m kumerus järk-järgult väheneb ja et ta üsna tasapinnaliseks muutub, nii pea kui vesi silindris A anuma veenivooga cd ühekõrgusel seisab. Nüüd peab silindris A seisva vertikaalse veesamba kaal tasakaalus hoidma üles mõjuvat rõhumisjõudu P. Nimetatud vedelikusamba kaal on ruum-ala × erikaal, s. t.



Joon. 165.

$$P = v.d = m.h.d$$

kus d tähendab vedeliku erikaalu, m kelme pinda ja h vedelikusamba kõrgust ehk kihi ab sügavust.

Ühe cm^2 peale mõjuva hüdrostaatilise rõhumise suurus p on seega

$$p = \frac{P}{m} = \frac{m.h.d}{m} = h.d \qquad 83)$$

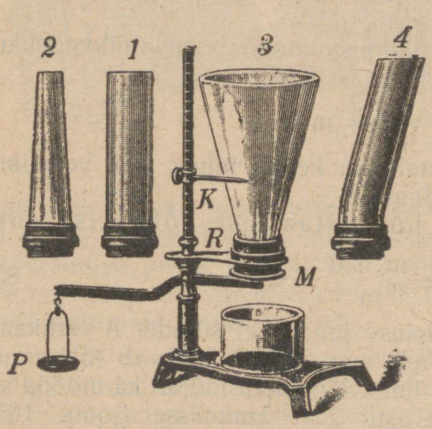
Selle formuli leidsime oletuse juures, et silinder A vertikaalselt seisab. Pascali seaduse järele aga valitseb kihis ab rõhumine, mis igas sihis ühetugevalt mõjub. Järjelikult mõjub ka mööda ab sihitud rõhumine sama tugevasti: Kui anumasse (joon. 165) silindri A asemele näiteks kõver toru B asetada, siis rõhub vedelik ka pinna n iga cm^2 peale sama jõuga $p = hd$ ja terve pinnast n peale jõuga $P = nhd$. Kõrgus h kujutab siin endiselt vaadeldud kihi ab sügavust, ehk kelme n keskkoha kaugust vee nivoost cd. Seega võrdub ka pinna n peale mõjuv rõhumisjõud vertikaalse veesamba kaaluga, mille alus on n cm^2 ja kõrgus h cm. Toru C otspinna o peale rõhuks vedelik jõuga $P = op = o.h.d$, nüüd aga juba ülevalt alla jne. Sellest järgneb üleüldine seadus:

Antud sügavuses rõhub vedelik mistahes sihis seisva pinna peale jõuga, mis võrdub niisuguse veesamba kaaluga, mille aluseks on antud pind ja kõrguseks tema keskkoha sügavus vedelikus.

Hüdrostaatiline rõhumine sügavuses h võrdub igas sihis $p = d \times h$. Avaldatakse h sentimeetrites, siis kujutab p rõhumist grammides kvadraat-sentimeetri peale, annab ju erikaal d 1 cm^3 vedeliku kaalu grammides.

On rõhutav pind vertikaalse või längu seisu juures võrdlemisi suur, siis võib rõhumine tema ülemise ääre juures tuntavalt väiksem olla kui alumisel äärel, sest et viimane punkt sügavamal vedelikus asub kui esimene. Et rõhumine sarnase pinna peale järk-järgult seda suuremaks muutub, mida madalamal asub vaadeldud punkt, siis peame pinna peale mõjuva resultantjõu leidmiseks kogu pinna lõpmata kitsasteks horisontaalseteks ribadeks jagama, ja üksikute ribade peale mõjuvad paralleeljõud üheks resultantjõuks liitma. Sarnasel teel leiaksime, et otsitud resultantjõue $P = mdh_0$, kus m tähendab rõhutava pinna suurust ja h_0 viimase raskuspunkti sügavust vedeliku nivoo all.

§ 64. **Hüdrostaatiline rõhumine nõu põhja ja seinte peale.** 1) Eelmisest § järgneb, et vedeliku rõhumine nõuseina mistahes osa peale võrduma peab vertikaalse vedelikusamba kaaluga, mille aluseks on rõhutav pind ning kõrguseks selle pinna keskkoha sügavus vedeliku nivoo all. Nõu põhja peale rõhub vedelik nii siis põhja peal seisva vertikaalse vedelikusamba kaaluga. Selle katseliseks tõestamiseks tarvitatakse joonistusel 166 kujutatud Pascali aparaati: 1, 2, 3 ja 4 on mitmekujulised ilma põhjata klaasnõud, millest igaühte hõlpsasti jala R külge võib kinnitada. R külge kinnitatud nõu põhja moodustab sile plaat M, mida kang MP vastu nõu siledaks lihvitud alumist otsa surub. Peale selle kui plaat M ja koorem P tasakaalu on seatud, pandakse P peale veel teatud lisakoorem, näiteks 200 g, ning kallatakse nõusse (3) vett. Teatud nivookõrguseni, mida ära märgitakse jala külge kinnitatud teraviku K abil, suudab M vedeliku põhirõhumisele vastu panna ja hoiab vedeliku nõus. Kallame nõusse veel rohkem vett, siis rõhub vesi plaadi M alla ja hakkab põhjast väljavoolama. Niipea kui vee nivoo uuesti kunni K alaneb, sulub M jällegi nõu põhja. On selge, et sarnasel puhul lisakoorma kaal 200 g, mis plaati M vastu nõupõhja surub, võrduma peab vedeliku rõhumisega plaadi M ehk nõu põhja peale. Kinnitades järge-



Joon. 166.

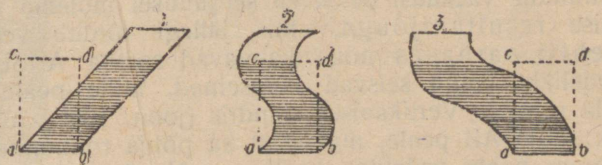
mööda kõik 4 nõud jala R külge, leiame, et plaat M igaühe juures nendest ikka parajasti sellel silmapilgul alla vajub, kui vedeliku nivoo ühe ja sama kõrguseni K on tõusnud. Sellest järgneb:

Vedeliku rõhumine nõu põhja peale, ehk põhirõhumine ei olene nõu kujust, vaid ainult nivoo kõrgusest.

Nagu kaalumine näitab, mahub nõusse 1 nivookõrguseni MK=h parajasti 200 g vedelikku. Vertikaalsete seintega nõus (1) võrdub nii siis põhirõhumine vedeliku kaaluga, s. t. tõepoolest niisuguse vertikaalse vedeliku samba kaaluga, mille aluseks on nõu põhipind ja kõrguseks viimase sügavus vedeliku nivoo all.

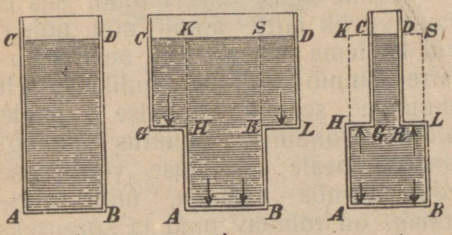
Sama nivooni täidetud nõu 2 sisaldab vähem, nõu 3 aga rohkem vedelikku kui nõu 1. Tähendab: Ülevalt kitsamaks minevas nõus (2) on põhirõhumine suurem, ülevalt laiemaks minevas nõus (3) aga väiksem kui nõus seisva vedeliku kaal. **Igasuguses nõus võrdub põhirõhumine vertikaalse vedelikusamba kaaluga, mille aluseks on rõhutav põhipind ning kõrguseks vedeliku nivookõrgus üle põhja.**

See seadus on maksev koguni siis, kui nõu seinad längu vastu põhja seisavad või kõverad on (joon. 167). Ühesuuruse põhipinna ab peale rõhub vesi alati jõuga, mis võrdub veesamba acdb kaaluga.



Joon. 167.

Vedeliku rõhumine nõu põhja peale võib nii siis suurem olla kui tema kaal. Selle üllatava nähtuse seletamiseks vaatleme joonistusel 168c kujutatud nõu: Vedelikusammas CDRG rõhub nõu alumises osas AHLB seisvat vedelikku. See rõhumine kandub ühetugevalt nii põhja AB kui ka ülemiste seinte HG ja RL peale. Peale vedelikusamba AHLB mõjub nii siis üle kogu põhja AB veel samba GCDR poolt tekitatud rõhumine; resultaat on niisugune nagu seisaks AB peal vertikaalne vedelikusammas AKSB.



a. *b.* *c.*
Joon. 168.

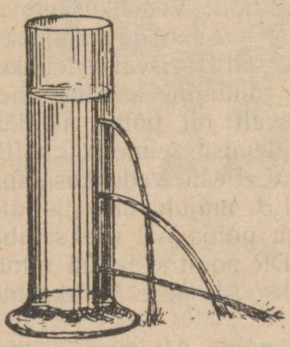
Nimetatud jõuga rõhub küll vedelik põhja AB peale, kuid põhja AB rõhumine tema all seisva toetuspinna peale on väiksem: Seinte HG ja RL peale alt üles mõjuv rõhumine kandub külgseinte AH ja LB kaudu põhja peale ja vähendab seega põhja AB

rõhumist aluse peale. Asetame nõu vaekausile, siis rõhub põhi viimase peale üles ja alla sihitud vedeliku rõhumiste resultantjõuga, mis väiksem on kui põhirõhumine üksi ja alati nõus seisva vedeliku kaaluga võrdub. Sellepärast ei mõõda me kaalumisega mitte põhirõhumise suurust, vaid ainult vedeliku kaalu.

Kui nõu mitte astmete kaupa ülevalt kitsamaks ei lähe, vaid koonuse sarnaselt järk-järgult kitseneb, siis võime teda sarnastada joon. 168^{c} kujutatud nõuga, ettekujutades, et seinad lõpmata paljude üliväikeste astmete kaupa kitsenevad. Längu seisvate seinte peale rõhub siis vedelik samuti nagu eelmisel juhuselgi alt-üles ja vähendab seega nõu põhja rõhumist vaekausi peale.

On nõu ülevalt laiem (joon. 168^{b}), siis rõhub põhja AB peale ainult vertikaalne vedelikusammas AKSB, kuna sambad GCKH ja LDSR tervelt seinte GH ning RL peal kanduvad ja seega mingit mõju ei avalda põhirõhumise peale. Asetame niisuguse nõu vaekausile, siis rõhub põhi AB kausi peale esiteks vedeliku AKSB raskusjõuga ning peale selle sammaste GCKH ning LDSR rõhumistega seinte GH ja RL peale, kanduvad ju viimased rõhumised külgseinte kaudu ka AB peale. Seega võrdub põhja AB rõhumine vaekausi peale ka sel juhusel mõlema nimetatud rõhumise resultantjõuga, mis jällegi võrdub vedeliku kaaluga. Lehtri sarnases nõus kannavad samba AKSB kõrval seisvat vedelikku längu seisvad külgseinad, mille peale vedelik ülevalt alla rõhub. Vertikaalses silindris (joon. 168^{a}) rõhub kogu vedelik põhja AB peale, mispärast ka põhja rõhumine vaekausile võrduma peab vedeliku kaaluga. Nendest seletustest selgub, et nõus seisva vedeliku kaal võrdub igal juhusel nõu seinte peale mõjuvate üles ning alla sihitud rõhumiste resultantjõuga.

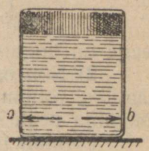
2). Et hüdrostaatiline rõhumine igas sihis mõjub, siis ei rõhu vedelik mitte ainult nõu põhja, vaid ka tema seinu. Ka seinrõhumine sünnib alati perpendikulaarselt rõhutavale seinale. Eelmise § järele võrdub rõhumise suurus mingi seinaosa peale niisuguse vertikaalse vedelikusamba kaaluga, mille aluspinnaks on rõhutav pind ja kõrguseks viimase keskpunkti (raskuspunkti) sügavus vedeliku nivoo all. **Seinrõhumine on nii siis seda suurem, mida sügavamal asub vaadeldud koht.**



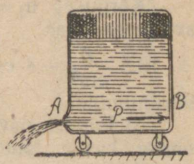
Joon. 169.

Kirjeldatud rõhumise olemasolu tõestab vedeliku väljavoolamine läbi nõu külgaukude (joon. 169), mille juures nimetatud rõhumisjõud vedelikku seda kaugemale välja viskab, mida sügavamal seisab avaus.

Antud horisontaalkihis ab rõhub vedelik igal pool ühesuuruse jõuga nõu külgseinte peale (joon. 170); Sellepärast tasakaalustab punkti a peale mõjuv rõhumisjõud samasuurt vastupidiselt mõjuvat jõudu punktis b, mille tagajärjel nimetatud jõud väljaspoole ei avaldu. Niipea aga, kui punkti A (joon. 171) avaus tehakse, hakkab vesi sealt vabalt välja voolama ning selle punkti peale mõjuv rõhumisjõud hävineb, ei ole ju nüüd seal enam seina olemas, mille peale vedelik rõhuda võiks. Vastasseisva punkti B peale mõjuv rõhumisjõud P ei ole selle tõttu enam tasakaalus, ning viimane tõukab nõud paremale poole. On nõu näiteks ratastel kergesti liikuv, siis hakkab ta vee välja voolamisel tõepoolest paremale poole edasi liikuma.

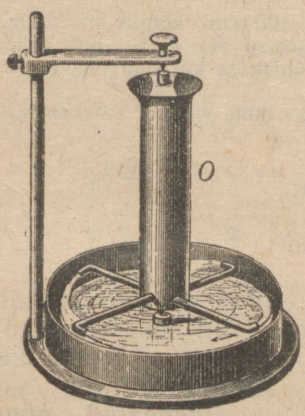


Joon. 170.

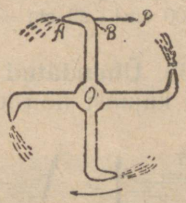


Joon. 171.

Sellel printsiibil põhjeneb n. n. Segneri vesiratas (joon. 172). Ristikujuliselt ühendatud torudest (joon. 172ª) voolab vesi välja läbi avauste A. Punktis B tekib selle tõttu jõud P, mis risti



Joon. 172.



Joon. 172ª.

ümber võlli O tiirlema tõmbab. Vesi kallatakse kõrgesse silindrisse O (joon. 172), mis ühtlasi risttorude võlliks on ja millest ta korraga kõiki 4 toruharru voolab. Jõud P, nii ka tiirlemise kiirus on seda suurem, mida kõrgem on vee nivoo silindris O.

Näited. 1) Kõige sügavam koht meredes on umbes 9500 m. Kui suur hüdrostaatiline rõhumine valitseb selles sügavuses ja kui suure jõuga rõhub vesi alla lastud kubiku peale, mille pinnasuurus on 5 cm²?

Formuli (83) järele on hüdrost. rõhumine $p = hd$.

Et vee erikaal on $d = 1 \frac{g}{cm^3}$, ning sügavus $h = 9500 \cdot 100$ cm, siis on

$$p = 9500 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 1 \frac{g}{cm^3} = 950 \frac{kg}{cm^2};$$

5 cm^2 suuruse pinna peale on rõhumine

$$P = 5\ cm^2 \cdot 950\ \frac{kg}{cm^2} = 4750\ kg.$$

Et kubikul 6 sarnast pinda on, siis on kogurõhumine

$$6P = 6 \cdot 4750\ kg = 28500\ kg.$$

Rõhumise suurust võib ka leida, kui välja arvata veesamba kaal, mille aluseks on 5cm^2 ja kõrguseks 9500 m:

1 m kõrgune veesammas kaalub $5 \cdot 100\ g = 0{,}5\ kg$.

9500 m „ „ „ $9500 \cdot 0{,}5\ kg = 4750\ kg$.

Seega on kogurõhumine $P = 6 \cdot 4750\ kg = 28500\ kg$.

2) Nõu on 8 cm kõrguseni elavhõbedaga täidetud. Kui suur on hüdrostaatiline rõhumine 5 cm sügavusel ja kui suur on rõhumine 10 cm^2 suuruse nõupõhja peale?

Formuli (83) järele on hüdrost. rõhumine $p = hd$; elavhõbeda erikaal on $d = 13{,}5$ ja $h = 5$ cm, seega on

$$p = 13{,}5\ \frac{g}{cm^3} \cdot 5\ cm = 67{,}5\ \frac{g}{cm^2};$$

Kõrgusel $h_1 = 8$ cm kaalub 10 cm^2 suuruse aluspinnaga vertikaalne elavhõbesammas

$P = 13{,}5\ \frac{g}{cm^3} \cdot 8\ cm \cdot 10\ cm^2 = 1080\ g = 1{,}08\ kg$. Sama suur on otsitud põhirõhumine.

3) Püsti seisva vaadi põhipind on 100 cm^2, kõrgus on 20 cm. Läbi ülemise kaane läheb toru 3 meetri kõrguseni üle kaane; toru jämedus on 1 cm^2. Kui suur on vee rõhumine vaadi põhjale ja kui suur on vee kaal, kui vaat ja toru on ääreni veega täidetud?

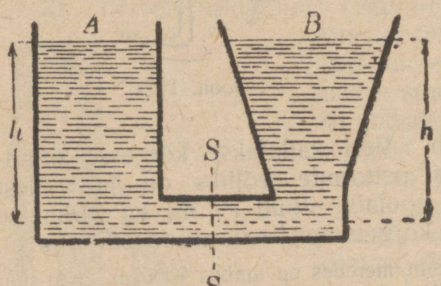
Põhirõhumine võrdub veesamba kaaluga, mille aluseks on 100 cm^2 ja kõrguseks 300 + 20 cm, s. t.

$$P = 100\ cm^2 \cdot 320\ cm \cdot 1\ \frac{g}{cm^3} = 32000\ g = 32\ kg.$$

Vee kaal on:

$$G = (100\ cm^2 \cdot 20\ cm + 1\ cm^2 \cdot 300\ cm)\ 1\ \frac{g}{cm^3} = 2300\ g = 2{,}3\ kg.$$

§ 65. **Ühendatud nõud.** 1) Ühendatud nõudeks hüütakse mistahes kujulisi nõusid A ja B (joon. 173), mille alumised osad mingi toru kaudu ühenduses seisavad.

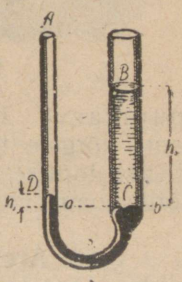


Joon. 173.

Ühendatud nõudesse kallatud vedeliku nivoo seisab mõlemas nõus alati ühel ja samal horisontaalsel tasapinnal, vaatamata selle peale, missugune kuju või seis on nõudel. Nimetatud seadus tuletub järgmiselt: kujutame ette, et ühendustorus mingi liikuv vaheseinS seisaks. §63 järele mõjub selle vaheseina peale mõlemalt poolt hüdrostaatiline rõhumine, perpendikulaarselt pinnale S. Rõhumise suurus pahemalt poolt võrdub veesamba kaaluga, mille aluseks on pind S ja kõrguseks vaheseina keskkoha vertikaalne kaugus h vee nivoost nõus A. Paremalt poolt võrdub vee rõhumine veesamba kaaluga,

mille aluseks oleks sama pind S, kõrguseks aga tema keskkoha kaugus h vee nivoost nõus B. Et vahesein, nagu vesigi paigal seisab, siis peavad mõlemad rõhumised ühesuurused olema. Järjelikult peab pahemalt poolt rõhuva veesamba kõrgus h võrduma paremalt poolt rõhuva samba kõrgusega h, sest ainult siis võivad nende kaalud ühesuurused olla. Et kõrgusi h vertikaalselt mõõdetakse, siis peavad vedeliku nivood mõlemas nõus ühel ja samal horisontaalsel tasapinnal seisma.

2) Asuvad nõudes mitmesugused vedelikud, siis ei seisa nende nivood enam ühel hoorisontaalsel tasapinnal. Ühendatuid nõusid moodustavatesse torudesse A ja B (joon. 174) kallame esiteks näiteks elavhõbedat, ja viimase peale torru B vett. Vesi rõhub siis elavhõbeda nivoo teises harus A ainult vähe kõrgemale. Eelmise seaduse järele peab see osa elavhõbedast, mis seisab horisontaalse tasapinna ab all, tasakaalus olema, asuvad ju tema mõlemad nivood ühel horisontaalpinnal ab. Nimetatud elavhõbeda peale rõhub ühelt poolt veesammas $CB = h_2$, teiselt poolt elavhõbesammas $aD = h_1$. Mõlemate rõhumised kanduvad läbi elavhõbeda mingi lõikepinna S—S peale. Et vedelik paigal seisab, siis peavad rõhumised S—S peale võrdsed olema. Rõhumise suurus on:



Joon. 174.

pahemalt poolt $S \times h_1 \times d_1$, kus d_1 on elavhõbeda erikaal,
paremalt poolt $S \times h_2 \times d_2$, kus d_2 on vee erikaal:

Järjelikult on

$$S \times h_1 \times d_1 = S \times h_2 \times d_2, \text{ ehk } h_1 d_1 = h_2 d_2$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1} \qquad 84).$$

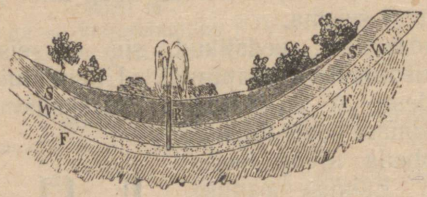
s. t. **ühendatud nõudes on vedelikusammaste kõrgused ümberpöördult proportsionaalsed vedelikkude erikaaludega.** Katsest leiame tõepoolest, et kui veesamba kõrgus $h_2 = 13{,}6$ cm, siis on elavhõbesamba kõrgus üle ab ainult $h_1 = 1$ cm; 13,6 aga on elavhõbeda erikaal ning 1 on vee erikaal.

Et nimetatud seadus täiesti rippumatu on nõude kujust, siis võimaldab ta hõlpsasti ja täpipealt leida vedelikkude erikaalu, kui tuntud on ühe vedeliku erikaal d_1: Mõõtes kõrgusi h_1 ja h_2 võime formuli 84 abil otsekohe väljaarvata tundmata vedeliku erikaalu $d_2 = d_1 \cdot \frac{h_1}{h_2}$.

3) Ühendatud nõude seadusel põhjeneb muu seas veevärkide ja puurkaevude konstruktsioon. Tallinna linn saab näiteks kogu oma joogivee Ülemiste järvest Lasnamäel, mille pind kõrgemal seisab kui viiekordsed majad all linnas. Veetoru ühendab korterid järvega. Ühendatud nõude seaduse põhjale peab vesi toru mööda korterisse üles tõusma. Et viimased madalamal seisavad kui järve nivoo, siis voolab vesi läbi avatud veekraani iseenesest järvest korterisse.

Ei leidu nii kõrgel asuvat loomulikku veekogu, siis pumbatakse vesi alguses mõnda kõrgele asetatud reservuaari, millest ta siis torude kaudu korteritesse üles tõuseb (Näit. Tõnismäe veetorn Toompea jaoks).

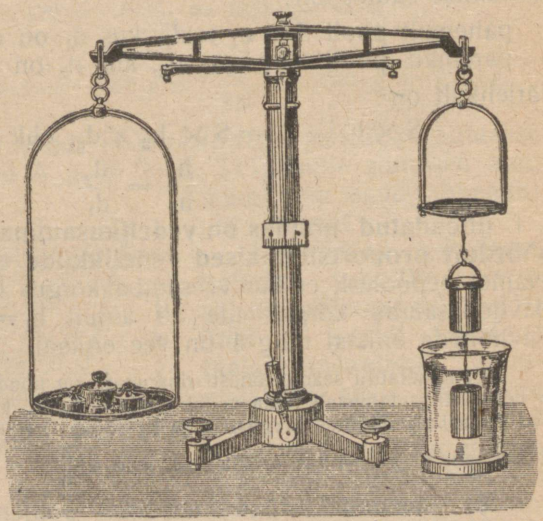
Maapinnas juhtub tihti, et vesi kahe savi- või mõne muu maakihi vahele S ja F (joon. 175) kogub, mis teda läbi ei lase.



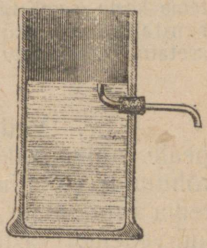
Joon. 175.

Need kihid võivad selle juures kumerad olla, nii et vesi nende vahel nagu mingis torus w—w hoidub. Kui sarnase maaaluse veekihi madalam koht peenikese toru R kaudu maapinnaga ühendada, siis tõuseb vesi toru mööda iseenesest üles (puurkaev). Ühendatud nõude seaduse järele peaks vesi torus R sama kõrgele tõusma kui maa-aluse veekihi kõige kõrgem nivoo. Et aga toru R ainult maapinnani ulatab, siis võib vesi toruotsast kõrge joana üles tõusta (purtskaev).

§ 66. **Archimedes'e seadus.** 1) Joonistusel 176 kujutatud hüdrostaatilise kaalu lühema kausi alla riputame väikse silindrilise nõu, viimase alla aga massiivse raske silindri, mille ruum-ala täpipealt võrdub nõu mahtuvusega. Peale selle, kui kaal tasakaalu seatud, asetame alumise massiivse silindri vette: Me näeme, et tasakaal kaob ja et kaalude parempoolne õlg tõuseb, millest järeldama peame, et silindri kaal vees väheneb. Et leida, kui palju nimetatud kaal väheneb, kallame ka vaekausi all rippuvasse nõusse vett: selgub et kaal jällegi tasakaalu satub, niipea kui nõu ääreni veega on täidetud. Massivse silindri ruum-ala võrdub rippuvasse nõusse kallatud veehulga ruum-alaga; seega kaotab vette kastetud silinder nii palju omast kaalust, kui palju kaalub tema ruum-alale vastav veehulk.


Joon. 176.

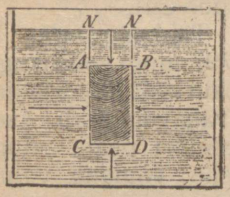
Samasugune on asjaolu igasuguse teise keha puhul: Kinnitame mistaheskujulise keha, näiteks kivitüki hüdrostaatilise kaalu külge, seame kaalu tasakaalu ja kastame kivi joon. 177 kujutatud veega täidetud nõusse. Keha vette vajumisel tõuseb vee nivoo ja osa vett voolab läbi küljetoru välja. Kirjeldatud nõus seisab vee nivoo nii enne kui ka pärast kivi sissekastmist ühel ja samal kõrgusel. Sellepärast tõrjub kivi sealt parajasti enese ruum-alale vastava veehulga välja. Et kaalu jällegi tasakaalu seada, peame teise vaekausi peale teatud lisakoorma näiteks p g panema. Ära kaaludes nõust väljavoolanud vett, leiame, et ka tema parajasti p g kaalub. Nii kaotas siis vette asetatud kivi omast kaalust nii palju, kui palju kaalub temaga välja tõrjutud veehulk.



Joon. 177.

Sellest järgneb üleüldine, n. n. Archimedese seadus: **Vedelikku asetatud keha kaotab omast kaalust niipalju, kuipalju kaalub tema ruumile vastav vedelikuhulk** (Archimedes, umbes 220 a. enne Kr.).

Keha kaalu vähenemise põhjuseks on hüdrostaatiline rõhumine, sest et viimane iga keha juures alt üles tugevamini mõjub kui ülevalt alla. Vedelikku asetatud prismasarnase keha ABCD (joon. 178) peale mõjuvad näiteks järgmised rõhumisjõud:



Joon. 178.

a) Külgseinte AC ja BD peale rõhub vedelik horisontaalses sihis igalt poolt ühetugevalt, mille tõttu need jõud vastamisi tasakaalustuvad ja ainult keha seinu kokkusuruvad.

b) Alt rõhub vedelik pinna CD peale jõuga, mille suurus § 63 järele võrdub vedelikusamba NCDN kaaluga, ja mis alt üles sihitud. Pinda AB rõhub vedelik alla jõuga, mis võrdub samba NABN kaaluga. Nende, üks-teise vastu sihitud jõudude resultantjõud võrdub—nagu joonistusest selgub—vedelikusamba NCDN—NABN = CABD kaaluga ja mõjub suurema jõu sihis, s. t. alt üles. Samba ABCD ruum aga võrdub keha ruumiga. Järjelikult rõhub vedelik keha ABCD tõepoolest üles, mille tagajärjel keha kaal vedelikus selle rõhumisjõu võrra, s. t. keha ruum-alale vastava veehulga kaalu võrra väheneb. On kehal mingi keerulisem kuju, siis võime teda alati lõpmata kitsasteks vertikaalseteks prismadeks jagada, mille kõikide kaal vedelikus ülevalnimetatud seaduse järele väheneb. Järjelikult väheneb terve keha kaal igasuguse kuju juures sama seaduse järele.

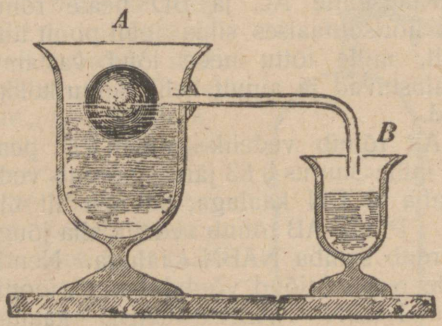
2) Kui vaekausi peale nõu veega panna ja kaal tasakaalu seada, siis muutub veenõu raskemaks, niipea kui me vees niidiotsa riputatud keha hoiame. Katse näitab, et me tasakaaluks teisele vaekausile täpipealt sama suure koorma

peame panema kui suur on vees hoitud keha ruumile vastava veehulga kaal. Nii siis: **vedelikus hoitav keha rõhub vedeliku peale ülevalt alla jõuga, mis võrdub keha ruumile vastava vedelikuhulga kaaluga.**

See seadus järgneb otsekohe mõju ja vastumõju prinsiibist (§ 16): Archimedese seaduse järele rõhub vedelik keha peale alt üles, vähendades tema kaalu, sama tugevasti peab siis keha vedelikku ülevalt alla rõhuma, suurendades vedeliku kaalu. Nõu ja vedeliku kaalu suurenemine võrdub vette asetatud keha kaalu vähenemisega.

§ 67. **Vedelikus ujuvad kehad.** 1) Vette visatud keha peale mõjub kaks vastupidi sihitud jõudu: keha kaal ja vedeliku rõhumine (Archimedese seaduse järele). Kaalub keha rohkem kui tema ruum-alale vastav vedelikuhulk, siis on keha kaal suurem kui vedeliku vasturõhumine ja keha vajub põhja. Võrdub keha kaal parajasti nimetatud vedelikuhulga kaaluga, siis seisab keha igas sügavuses tasakaalus, on aga keha kaal väiksem kui vedeliku vasturõhumine, siis kandub keha vedeliku pinnal, — ta ujub.

Kehade ujumine või põhjavajumine antud vedelikus oleneb nii siis keha ja vedeliku erikaalust. On keha erikaal väiksem vedeliku omast, siis ujub ta vedeliku peal (puu — vesi, raud — elavhõbe), on ta aga suurem vedeliku erikaalust, siis vajub ta põhja (raud — vesi, kivi — vesi). On mõlemate erikaal ühesuurune, siis seisab keha vedelikus tasakaalus ja ei lange ega tõuse (näiteks kanamuna ja paras kange soolvesi).



Joon. 179.

2) Täidame nõu A (joon. 179) mingi vedelikuga niivõrra kui seda lubab küljepealne väljavoolutoru. Asetame vedeliku peale mingi kerge keha: viimane vajub osalt vedeliku nivoo alla ja tõrjub teatud osa vedelikku läbi küljetoru anumasse B. Kaalume väljatõrjutud vedeliku ja keha enese, siis leiame, et mõlemate kaal on võrdne:

Ujuv keha vajub nii sügavale vedelikku, et tema poolt väljatõrjutud vedeliku kaal võrdub keha enese kaaluga.

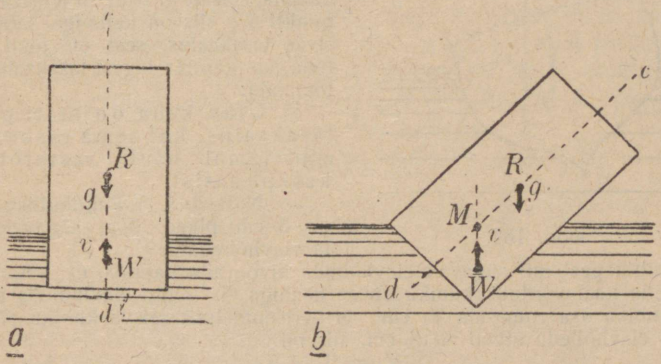
Väljatõrjutud vedeliku ruum-ala võrdub arusaadavalt selle kehaosa ruumalaga, mis asub vedeliku nivoo all. Selle abil on igal juhusel kerge välja arvata, kui sügavale antud keha teatud vedelikku vajub.

Inimese keha keskmine erikaal on vähe suurem kui vee oma (1 g/cm^3). Sellepärast vajub inimene harilikult vee alla; ta võib aga sellekohaste liigutustega ennast vee pinnal hoida, iseäranis, kui ta kopsudesse palju õhku hingab ja seega keha keskmist erikaalu vähendab. Kaladel on väike õhureservuuar, — kalapõis, mida nad soovi järele võivad kokku tõmmata. Ühes põie suurusega

muutub ka kala keskmine erikaal, nii et tema keha kas vajuma või ülestõusma hakkab. (Võrdle „Karteesiuse tuukur", § 84$_1$).

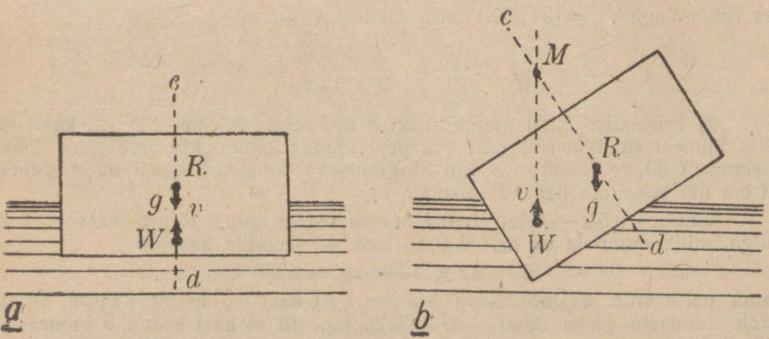
Raudlaev ujub veepinnal, sest et tema keskmine erikaal väiksem on vee erikaalust. Ujudes peab aga laev alati nii sügavale vette vajuma, et laevakere veealuse osa poolt välja tõrjutud veehulk sama palju kaaluks kui kogu laevgi.

3) Nagu iga teine keha, nii seisab ka ujuv keha tasakaalus, kui mõlemad tema peale mõjuvad jõud, — keha raskusjõud ning vedeliku vasturõhumisjõud — vastupidi ühel sirgjoonel mõjuvad (joon. 180^a). Kuna raskus-



Joon. 180.

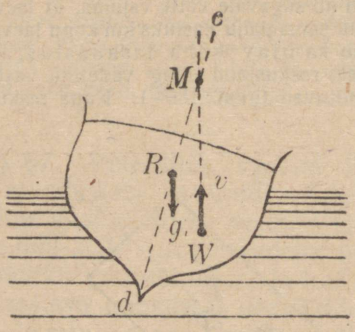
jõud g keha raskuspunkti R peale mõjub, on vedeliku vasturõhumisjõudude resultantjõu v rakenduspunkt W n. n. vasturõhumise keskpunkt. Pöörame joonistusel 180^a kujututud keha tema tasakaaluseisust vähe kõrvale (joon. 180^b), siis nihkub vasturõhumise keskpunkt W teise kohta, ja jõud v ning g kallutavad keha veel kaugemale tema esialgsest tasakaaluseisust: joonistusel 180^a kujutatud seisus viibib keha nii siis püsimatus tasakaalus.



Joon. 181^a b

Kui aga joon. 181^a kujutatud keha tasakaalust kõrvale pöörata, siis tõmbavad teda jõud g ja v (joon. 181^b) sinna tagasi (vaata joonistus). Tasakaal on sel juhusel järjelikult püsiv. Silmitsedes mõlemaid joonistuspaare, näeme, et vahe nende vahel järgmine on: esimesel juhusel lõikab jõu v siht sirgjoont cd (joon. 180^b) punktis M, mis keha raskuspunktist R madalamal asub, teisel juhusel aga punktis M (joon. 181^b), mis punktist R kõrgemal seisab. Vasturõhumisjõu v sihi lõikepunkti sirgjoonega cd hüütakse metatsentrumiks. Eelmisest järgneb:

Ujuva keha tasakaal on püsiv, kui metatsentrum seisab kõrgemal keha raskuspunktist, ta on püsimatu, kui metatsentrum asub madalamal raskuspunktist.



Joon. 182.

Joonistusel 182 kujutatud laev seisab näiteks ainult niikaua püsivas tasakaalus, kunni metatsentrum M raskuspunktist R kõrgemal asub. Kerge näha, et laev seda kindlamini ujub, mida madalamal seisab R. Nihkub R alla poole punkti W, siis on keha igal juhusel püsivas tasakaalus, sest et jõud g ja v teda siis ainult tagasi tasakaalu võivad tõmmata:

Ujuv keha on alati püsivas tasakaalus, kui tema raskuspunkt madalamal asub vasturõhumise keskpunktist.

Näited: 1) Raudkubiku servad on 3 cm pikad. Kui sügavale vajub ta elavhõbedasse?

Kubik peab nii sügavale elavhõbeda nivoo alla vajuma, et väljatõrjutud elavhõbeda kaal võrduks kubiku enese kaaluga G. Olgu elavhõbeda nivoo all seisva kubiku osa ruum-ala V_1 cm³ ja horisontaalselt seisva kubiku põhipinna sügavus elavhõbeda nivoo all X cm, siis on

$$V_1 = 3^2 \times X.$$

Raua erikaal on 7,8 $\frac{g}{cm^3}$, seega kaalub kubik

$$G = 3^3 \times 7{,}8 = 27 \times 7{,}8 \text{ grammi.}$$

Elavhõbeda erikaal on $d = 13{,}6 \frac{g}{cm^3}$, seega on väljatõrjutud G gramm elavhõbeda ruum-ala

$V_2 = \frac{G}{d} = \frac{27 \times 7{,}8}{13{,}6}$ cm³, mis võrduma peab elavhõbedasse vajunud kubiku osa ruum-alaga $V_1 = (3^2 \times X)$ cm³. Sellest järgneb:

$$X = \frac{V_1}{9} = \frac{V_2}{9} = \frac{27 \times 7{,}8}{9 \times 13{,}6} = 1{,}72 \text{ cm.}$$

2) Prismalise kasti põhipind on 8 m², seinte kõrgus 0,5 m, kaal 80 kg Mitu inimest suudaks see kast vee peal ujudes kanda, kui arvata, et inimene keskmiselt 60 kg kaalub ja kui tingimuseks teha, et kasti ääred vähemalt 20 cm üle veepinna peavad seisma?

Vajudes $0{,}5_m - 0{,}1_m = 0{,}4$ m veepinna alla, tõrjub kast välja veehulga, mille ruum-ala on $8_{m^2} \times 0{,}4_m = 3{,}2_{m^3}$ ja mille kaal on

$$G = 3{,}2 \times 1000 \text{ kg.} = 3200 \text{ kg.}$$

Sama palju võib kaaluda kasti koorem. Et kast ise 80 kg. kaalub, siis jääb järele inimeste jaoks $3200 - 80 = 3120$ kg, nii et kast kunni 5 inimest suudab kanda.

3) Kui suur on niisugune keha ruum-ala, mis vees 25 g omast kaalust kaotab? Keha ruum-ala võrdub 25 g vee ruum-alaga, s. t. ta on 25 cm³.

4) Jõel ujudes on laeva veealuse osa ruum-ala 2500 m³. Kui suur on see ruum-ala, kui laev soolases merevees ujub, millest 1 m³ kaalub 1035 kg?

Et laeva kaal endine on, siis on otsitud ruum-ala niipalju korda väiksem kui 2500 m³, kui palju 1 m³ magedat jõevett (1008 kg) vähem kaalub kui 1035 kg

s. t. $x = 2500 \cdot \frac{1000}{1035} = 2415$ m³.

§ 68. **Kehade erikaalu mõõtmine Archimedese seaduse põhjal.** 1) Keha erikaal on

$$d = \frac{\text{kaal } G}{\text{ruumala } V} \text{ (v. I § 9}_1\text{)};$$

Kõva keha ruumi võib hõlpsasti mõõta hüdrostaatilise kaaluga. Selleks kaalume mõõdetavat keha esiteks õhus (kaal G), siis vees (kaal P). Kaalu vähenemine vees $p = G - P$ võrdub Archimedese seaduse järele niisuguse veehulga kaaluga, mille ruum-ala võrdub keha ruum-alaga V. Et ühe grammi vee ruum-ala on 1 cm^3, siis on p grammi vee ruum-ala p cm^3, mis eelmise järele võrduma peab kaalutud keha ruumiga V. Seega on keha

$$\text{erikaal} = \frac{\text{kaal õhus } G}{\text{kaalu vähenemine vees } p}$$

Kaalub keha õhus näiteks 50 g ning vees 30 g, siis võrdub tema ruum-ala $50 - 30 = 20$ grammi veehulga ruum-alaga, s. t. ta on 20 cm^3. Erikaal on seega $\frac{50\text{ g}}{20\text{ cm}^3} = 2{,}5\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

On keha kergem kui vesi, nii et ta ise vee alla ei vaju, siis kinnitatakse keha külge mingi raskem koorem, näiteks tinatükk, mille kaal õhus (G_1) ning vees (P_1) enne katset mõõdetud, ja mille kaalu vähenemine $p_1 = G_1 - P_1$ seega tuntud on. Koorem tõmbab mõõdetava keha enesega kaasa vee alla ja kaalumine sünnib samuti nagu eelmisel juhusel: mõlemad kehad koos kaalugu õhus G ja vees P, nii et nende ühise kaalu vähenemine vees on $p = G - P$; tinatüki kaal üksinda vähenes vees $p_1 = G_1 - P_1$ grammi, järjelikult väheneb mõõdetava keha kaal üksinda $p - p_1$ grammi. Otsitud erikaal on seega

$$d = \frac{\text{keha kaal} = G - G_1}{\text{keha kaalu vähenemine} = p - p_1} = \frac{G - G_1}{(G - P) - (G_1 - P_1)}.$$

Kaalugu näiteks tükk puud 17,08 g ning koormaks tarvitatud tükk tina 93,07 g. Mõlemad kehad koos kaalugu vees 71,45 g, tina üksinda aga 84,87 g. Mõlemate kehade kaalu vähenemine vees on seega kokku $(17{,}08 + 93{,}07) - 71{,}45 = 38{,}7$ g; tina kaal üksinda väheneb vees $93{,}07 - 84{,}87 = 8{,}2$ g. Puutüki kaal väheneb järjelikult $38{,}7 - 8{,}2 = 30{,}5$ g võrra, millest järgneb, et tema ruum-ala $v = 30{,}5$ cm^3. Seega on puu erikaal $d = \frac{g}{v} = \frac{17{,}08\text{ g}}{30{,}5\text{ cm}^3} = 0{,}56\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Sulab mõõdetav keha vees, siis leitakse tema kaalu vähenemine mõnes teises teda mitte sulatavas vedelikus, mille erikaal on tuntud. Kaalu vähenemisest ja vedeliku erikaalust leitakse arvestuse teel keha otsitud erikaal.

Õhus kaalugu näiteks tükike mõnest soolast 15 g. Alkoholis vähenegu tema kaal 3 g võrra. Et alkoholi erikaal on $0{,}8\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, siis võrdub 3 g alkoholi ruum-ala $\frac{3\text{ g}}{0{,}8\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 3{,}75\text{ cm}^3$. Seega on ka keha ruum-ala 3,75 cm^3 ja tema erikaal $\frac{15\text{ g}}{3{,}75\text{ cm}^3} = 4\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

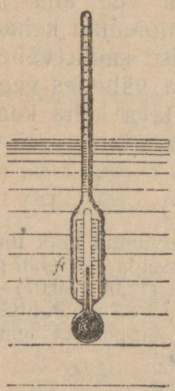
2) Vedelikkude erikaalu leidmiseks kaalutakse mingi sellekohane proovikeha (klaaskera, metallkuul jne.) esiteks õhus, siis vees ja selles vedelikus, mille erikaalu mõõte soovitakse. On proovikeha kaalu vähenemine vees p g ja vedelikus q g, siis kaalub proovikeha ruum-alale vastav vedelikuhulk q g ja sama suure ruumiga veehulk p g; I § 9_2 järele on seega mõõdetava vedeliku tihedus võrdlemisi veega $\frac{q}{p}$ ehk tema erikaal $d =$

$$= 1 \frac{g}{cm^3} \times \frac{q}{p} = \frac{q}{p} \frac{g}{cm^3};$$

Kaalugu klaaskera õhus 25 g, vees 19,5 g ning väävelhappes 14,88 g. Klaaskera ruum-alasse mahuks nii siis $25 - 14{,}88 = 10{,}12$ g väävelhapet ja $25 - 19{,}5 = 5{,}5$ g vett. Seega on väävelhape $\frac{10{,}12}{5{,}5}$ korda raskem kui vesi, s. t. väävelhappe erikaal on

$$d = 1 \frac{g}{cm^3} \times \frac{10{,}12}{5{,}5} = 1{,}84 \frac{g}{cm^3}.$$

3) Areomeetriks hüütakse aparaati, mille abil väga käepäraselt vedelikkude erikaalu võib mõõta. Teda moodustab õõnes kinnine klaasnõu A, mille ülemine ots pikaks peenikeseks toruks on tõmmatud (joon. 183). Alumises kerasarnases osas on elavhõbe, mille kaal vedelikus ujuva aparaadi alati püsti hoiab. Archimedese seaduse järele peab sarnane ujuv keha nii sügavale vedelikku vajuma, et tema poolt väljatõrjutud vedelikuhulga kaal võrduks keha enese kaaluga. Et viimane muutumatuks jääb, siis peab areomeeter kergemat vedelikku rohkem välja tõrjuma, s. t. sügavamale temasse vajuma, kui rasket vedelikku. Ujumisel vajub nii siis areomeeter seda sügavamale vedelikku, mida väiksem on viimase erikaal. Ujuva areomeetri sügavuse kaudu võime järjelikult otsustada vedeliku erikaalu üle.



Joon. 183.

Areomeetri ülemine toru on varustatud skaalaga, mille jaotuste äramärkimiseks areomeeter alguses puhtasse vette langetatakse. Veepinna juures tõmmatakse skaalale kriips ja nimetatakse seda jaotust numbriga 1. Peale selle langetatakse areomeeter järgemööda mitmesugustesse vedelikkudesse, mille erikaalud on tuntud, märgitakse iga vedeliku pinna juures areomeetri skaalale kriips ning kirjutatakse viimaste juure vastavate vedelikkude erikaal. Saadud skaala abil võib siis otsekohe ära määrata mõne tundmata vedeliku erikaalu: selleks langetatakse areomeeter mõõdetavasse vedelikku ja loetakse ära, missuguse jaotuseni ta vedelikku vajub. Et vajumise suuruse määrajaks on ainult vedeliku erikaal, siis vajub areomeeter kõigis vedelikkudes, mille erikaal on ühesuurune, ikka ühe ja sama skaalajaotuseni. Viimase

juure kirjutatud nummer kujutabki järjelikult ka mõõdetava vedeliku erikaalu. Kirjeldatud skaalaga varustatud areomeetrit hüütakse ka densimeetriks. Peale viimase on olemas veel hulga teisi areomeetrid, mida mitmesugusteks eriotstarbeteks tarvitatakse.

Tihti tarvitatakse areomeetrit selleks, et sulatiste kõvadust ehk kontsentratsiooni ära määrata, s. t. et näiteks leida, kui palju soola vedelikus on ära sulatatud, või kui palju mõnda raskemat vedelikku kergemaga on segatud. Sulatise või segu erikaal on, muidugi teada, seda suurem, mida rohkem temas leidub raskemat ainet; seega võime segu erikaalu järele otsustada, kui palju ühte ainet teise juure on segatud, niipea kui tuntud on segatavate ainete eneste erikaal. Sarnaseks otstarbeks ei märgita areomeetri skaalale mitte erikaal, vaid otse segatud ainete vahekorda kujutav % arv. Niisugune areomeeter moodustab näiteks alkoholimõõtja; tema skaalajaotused näitavad otsekohe, kui palju cm^3 puhast piiritust sisaldub 100 cm^3 vee ja piirituse segus. Piima headuse kontrolleerimiseks tarvitatakse laktomeetri nimetuse all tuntud areomeetrit, mille abil ära määrata võib, mitu % rasvaolluseid leidub piimas.

Segude erikaal võib tuntavalt muutuda temperatuuriga. Sellepärast valmistatakse areomeetri skaalad harilikult 15° C juures, nii et areomeeter ainult sellel temperatuuril õieti näitab. Teiste temperatuuride juures saadud mõõtmisandmed arvatakse sellekohaste tabelite järele 15° C peale ümber. Temperatuuri mõõtmiseks varustatakse areomeeter hõlpsuse pärast väikese termomeetriga, mis areomeetri laiemasse otsa asetatakse ja mille elavhõbeda-kerake ühtlasi ka areomeetri koormaks on (v. joon. 183).

Praktikas tarvitatakse tihti n. n. Baumé-areomeetrit. Viimase skaala valmistamisel langetatakse areomeeter esiteks puhtasse vette ja märgitakse vastav jaotuskriips numbriga 0. Siis langetatakse areomeeter 15%-se keedusoola sulatisse ning märgitakse kriips, mis sulatise nivool seisab, numbriga 15. Skaala pikkus 0—15 jagatakse 15 võrdseks osaks ja pikendatakse seda jaotust nii ühele kui teise poole. Jaotuskriipsudel seisvaid numbrid hüütakse Baumé kraadideks. Sellekohasest tabelist (v. köite lõpus) võib kraadide arvu põhjal leida vedeliku erikaalu.

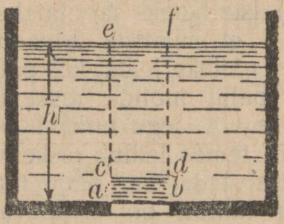
B. Vedeliku voolamine.

§ 69. **Vedeliku voolamine läbi augu.** 1) Kiirus, millega vedelik läbi nõu seinaaugu voolab, on seda suurem, mida sügavamal vedeliku nivoo all auk asub; ta ei olene ei vedeliku erikaalust ega voolamise sihist. Ühe ja sama anuma juures on igasuguse vedeliku väljavoolu kiirus nii siis rippumatu sellest, kas voolab vedelik läbi põhiaugu alla või läbi külgaugu kõrvale, kiirus oleneb ainult augu asukoha sügavusest.

Vedeliku kiiruse suuruse kohta leidis Torricelli (1644) järgmise seaduse:

Vedeliku väljavoolu kiirus võrdub niisuguse langeva keha lõppkiirusega, mis vedeliku nivoost kunni väljavoolu avauseni vabalt langeb.

Tõestus: Avause ab ees seisva vedelikukihi abcd (joon. 184) peale rõhub vedelikusammas cefd ja kihi abcd enese kaal. Kui avause pind on m cm^2 siis võrdub samba cefd rõhumisjõud formuli (83) järele $P = m.ce.d$ ja kihi acdb enese raskusjõud $Q = m.ac.d$, kus d on vedeliku erikaal. Kogujõud, mis vedelikukihti abcd välja tõukab, on seega



Joon 184.

$$R = P + Q = m.ce.d + m.ac.d = m.d.(ce + ac) = m.d.h.$$

Kihi abcd massi M all peame mõistma tema $\frac{\text{kaal}}{g}$ (§ 18_2), s. t. $M = \frac{Q}{g} = \frac{m.ac.d}{g}$

Jõu R mõjul omandab vedelikukiht abcd kiirenduse

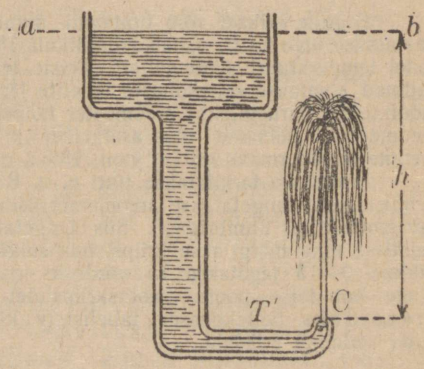
$$p = \frac{R}{M} = \frac{m.d.h}{m.ac.d} \cdot g = \frac{h}{ac} \cdot g;$$

ja vedeliku kiirus tee ac lõpul, s. t. anumast väljatuleku silmapilgul on formuli (16) järele

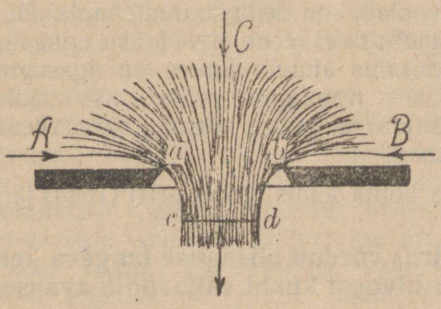
$$v = \sqrt{2p.ac} = \sqrt{2 \cdot \frac{h}{ac} \cdot g \cdot ac} = \sqrt{2gh},$$

mis tõepoolest võrdub vedeliku nivoost kunni avauseni langeva keha lõppkiirusega (§ 10, formul 26).

2). Nimetatud seaduse järele peaks veejuga purskaevus (joon. 185) kunni veenivooni ab üles tõusma, sest et vesi läbi avause C niisuure algkiirusega üles tõukub kui suure kiirusega pinnalt ab langev keha punkti C jõuaks. Tõepoolest ei tõuse veejuga aga kunagi nii kõrgele. Selle põhjuseks on vedeliku hõõrumine torudes T, kui ka väljavoolu avause juures tekkivad energiakaotused.



Joon. 185.



Joon. 186.

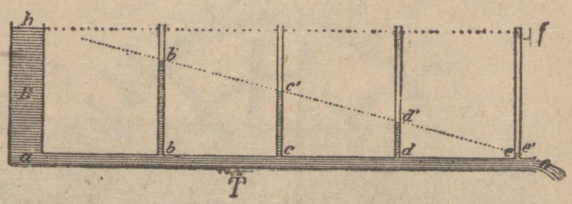
Laia põhjaga nõust voolab vesi välja nii nagu seda kujutab joonistus 186. Põhja lähedal liiguvad veejaokesed (A ja B) esiteks horisontaalses sihis kunni avauseni, põrkuvad siis ab juures kokku ülevalt tulevate veejaokestega, mille tõttu esimeste kiirus väheneb. Tekkinud veejoas on seega äärmiste kihtide c ja d kiirus väiksem kui kesk-

mise kihi oma. Selle tagajärjeks on, et veejuga lõikes cd kokkutõmbub ja kitsamaks muutub kui ab. On avause pind m, siis on cd pind käsitatud juhusel ainult umbes 0,6 m.

3). Vedeliku hulk, mis ühes sekundis läbi avause voolab, võrdub väljavoolu kiirusega, kasvatatud vedelikujoa läbilõikepinnaga cd (joon. 186). On kiirus näiteks v $\frac{cm}{sec}$, ja läbilõikepind n cm^2, siis tuleb igas sekundis v cm pikkune ja n cm^2 jämedune veeprisma või -silinder läbi avause nõust välja. Selle prisma ruum-ala on V = v. n cm^3, ta kujutabki aegüksuses väljavoolanud veehulga ruum-ala. Et v ainult nivoo kõrgusest h oleneb, mitte vedeliku erikaalust, siis on aegüksuses väljavoolanud vedeliku ruum-ala rippumatu vedeliku erikaalust. **Antud nõu jookseb nii siis mistahes vedelikuga täidetult — ikka ühe ja sama aja jooksul tühjaks.** Ainult vedeliku sitkus avaldab mõju nii väljavoolu kiiruse, kui ka väljavoolanud vedeliku hulga peale. Teatavasti voolab näiteks õli aeglasemalt välja kui vesi, glitseriin voolab veel aeglasemalt kui õli jne.

§ 70. **Vedeliku voolamine torudes; hõõrumine.** Teoreetiliselt peaks vedeliku voolamine ka torudes Torricelli seaduse järele sündima. Tõepoolest aga selgub, et vedeliku kiirus torus palju väiksem on kui vabal väljavoolamisel läbi augu. Torudes vähendab vedeliku kiirust hõõrumine toru seinte vastu.

Viimase suuruse ja jagunemise kohta piki toru annab meile selgust järgmine katse: Reservuaarist B (joon. 187), mille veepinda pikemat aega ühesugusel kõrgusel h hoitakse, voolab vesi sirget ja ühejämedust toru T mööda välja. Ühesuurusel kaugusel teine-teisest on T-ga ühendatud vertikaalselt seisvad põiktorud b, c, d ja e. Sulume toru T otsa, siis tõuseb vesi ühendatud nõude seaduse järele kõigis põiktorudes sama nivooni hf; laseme vett aga toru T otsast vabalt välja voolata, siis langeb veepind põiktorudes sirgjooneni he'. Kui vee voolamiseks torus T mingisugust takistust ei oleks, siis omandaks vesi juba toru algusel (a) kiiruse $v = \sqrt{2gh}$ ja terve rõhumine h kuluks nimetatud kiiruse sünnitamiseks. Läbi toru T voolaks vedelik ilma energiakulutuseta, ja vesi ei võiks põiktorudes üleüldse mitte tõusta. Kui see katse juures siiski sünnib, siis näitab see, et vedelik nii kiirelt läbi toru ei suuda voolata, kui kiirelt reservuaarist uut vett tuleb. Et just hõõrumine voolamise kiirust vähendab, siis peab hõõrumine seda suurem olema, mida kõrgemale tõuseb vesi põiktorudes.



Joon. 187.

Nivookõrgus bb' näitab veerõhumist, mis torus punkti b kohal valitseb. Pikkusel bc väheneb vee rõhumine bb' — cc' võrra; nii suur rõhumine kulus järjelikult toruosas bc valitseva hõõrumise ületamiseks. Järgmises

toruosas cd kulub selleks rõhumine cc' — dd', veel järgmises osas dd' — ee'. Joonistusest on kerge näha, et bb' — cc' = cc' — dd' = dd' — ee'. Et kaugused bc = cd = de, siis järgneb sellest:

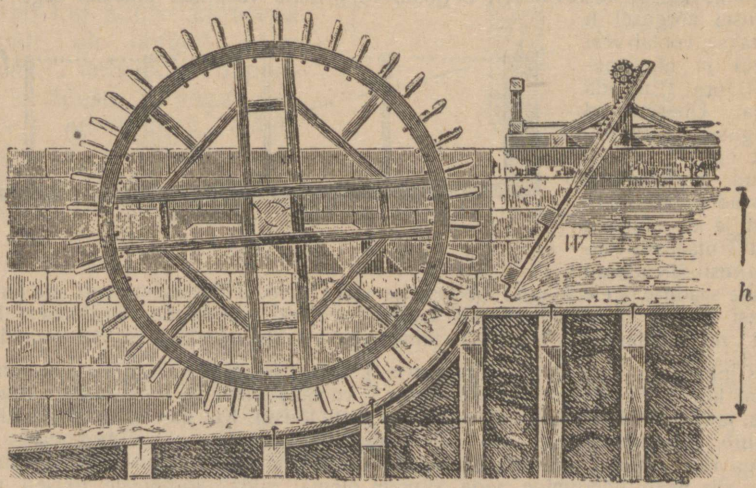
Ühejämeduses torus on hõõrumine piki toru igalpool ühesuurune; hõõrumise ületamiseks kuluv rõhumine on proportsionaalne toru pikkusega.

Samasugused katsed näitavad meile, et jämedas torus hõõrumine väiksem on kui peenikeses torus, et sileda seintega klaastorus hõõrumine väiksem on kui sama jämeduses karedate seintega raudtorus jne. Iseäranis palju takistavad vedeliku voolamist järsud käänakud ja toru läbimõõdu muutumised.

2) Et üks osa vedeliku kogurõhumisest kulub hõõrumise ületamiseks, siis määrab vedeliku kiiruse ära rõhumise ülejäänud osa. **Järjelikult on vedeliku kiirus torus seda suurem, mida väiksem on hõõrumine, s. t. mida jämedam ja lühem on toru ning mida siledamad on tema seinad.**

Läbi iga läbilõike peab 1 sekundis alati ühepalju vedelikku voolama, tuleb ju toru ühest otsast igas sekundis sama palju vedelikku välja, kui palju teda teisest otsast sama aja jooksul torru voolab. On toru kohati jämedam, kohati peenem, siis peab vedeliku kiirus peenes toruosas suurem olema kui jämedas. Haruneb toru ühes kohas mitmesse harru, siis peab ikkagi läbi kõikide harude 1 sekundis kokku sama palju vedelikku voolama kui läbi peatorugi.

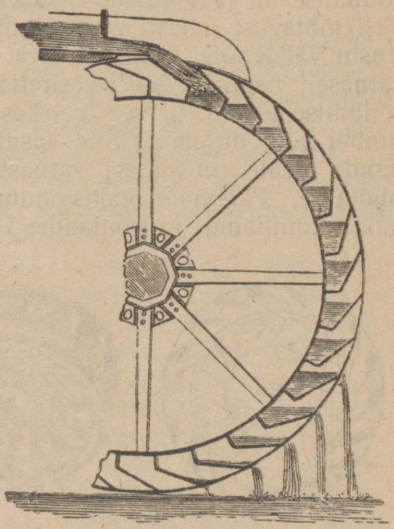
§ 71. **Vesimootorid.** 1) Nagu iga teine keha, nii võib ka vesi langedes ehk liikudes tööd teha. Selle töö ära kasutami-



Joon. 188.

seks tarvitatakse vesimootorid, millest kõige lihtsamad on tuntud vesirattad.

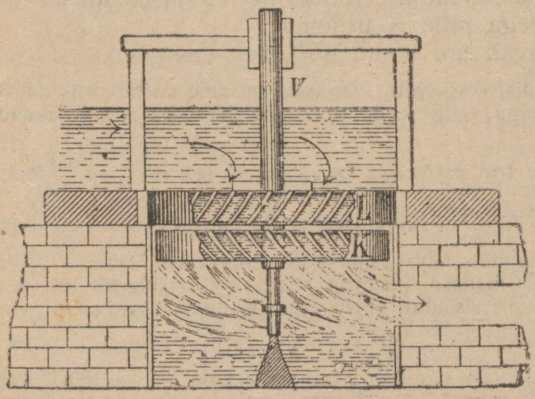
Altlöödava vesiratta juures (joon. 188) voolab vesi kanaali mööda kunni vesiväravani W, mille alt ta siis suurema või väiksema kiirusega vastu vesiratta labidaid põrkub. Tõugete mõjul hakkab vesiratas tiirlema ja kannab sellega voolavas vees peituva energia ratta võlli peale, kus viimane töötamiseks ära kasutatakse. Tihti antakse vesiratta labidatele kõverpinnaline kuju, mille tõttu vesi rohkem omast kiirusest rattale ära annab ja seega töö hulka suurendab. Siiski ei ole niisuguse ratta abil võimalik rohkem kui 25 — 50% voolavas vees peituvast energiast ära kasutada.



Joon. 189.

Pealtlöödava vesiratta (joon. 189) labidad kujutavad tihedate seintega kastikesi, millesse vesi ratta kõige kõrgemas kohas sisse voolab. Siin pöörab vesi ratast peaasjalikult oma kaaluga. Et vesi aga juba enne labida pealt ära voolab, kui viimane kõige madalamasse kohta on jõudnud, siis ei ole ka siin võimalik tervet vee langemise juures vabaks saavat tööd ratta peale üle kanda. Paremal juhusel saame sarnaselt vesirattalt 80% sellest energiast, mis langevas vees peitub.

2) Vesiturbiini printsiipi kujutab joon. 190. Püstvõlli V külge on kinnitatud n. n. töötav ratas K, millesse radiaalselt sihitud ja längu seisvad labidad on kinnitatud. Labidaid ümbritseb rehvi sarnane silindriline sein (millest joonistusel üks osa väljalõigatud, et labidaid näidata), nii et labida vahed längu seisvaid kanaale moodustavad. Nendesse kanaalidesse juhitakse vesi töötava ratta peal asuva juhtiva ratta L läbi, mis liikumatult turbiini alusseina külge kinnitatud. Juhtivas rattas seisavad juhtivad labidad; nad annavad veele niisuguse

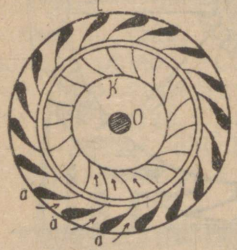


Joon. 190.

sihi, et ta peaaegu perpendikulaarselt töötava ratta labidate vastu voolab ja neid seega liikuma lükkab. Ratta K tiirlemine kandub võlli V kaudu üles ja kasutatakse seal masinate käima panemiseks.

Kirjeldatud turbiinis mõjub peaasjalikult vee liikumise hoog, sellepärast hüütakse sarnast turbiini aktsioonturbiiniks.

Tihti juhitakse aga vesi töötava ratta labidate vahele suure rõhumise all ja võrdlemisi väikse kiirusega: sarnasel puhul voolab vesi töötavast rattast veel võrdlemisi suure rõhumise all välja. Vastu väljavoolu avaust seisva labidaseina peale rõhub siis vesi sarnaselt nagu Segneri vesiratta (joon. 172) juureski. Nimetatud rõhumise ehk n. n. vee reaktsiooni tagajärjel hakkab labidas ümber võlli tiirlema. Siin kasutatakse peasjalikult vee reaktsiooni labida peale, mispärast sarnast turbiini reaktsioonturbiiniks hüütakse. Paremate reaktsioonturbiinide juures seisab püstvõlli O külge kinnitatud horisontaalne töötav ratas K (joon. 191) kontsentriliselt rõngasarnase paigalseisva juhtiva ratta L sees. Vesi voolab juhtivasse rattasse igalt poolt radiaalselt võlli O sihis, paindub aga juhtiva ratta kõverate labidate a vahel vähe tangentsiaalsesse sihti ja voolab siis ilma järsu tõuketa töötavasse rattasse K. Viimase labidad on niisuguse kõverusega (joon. 192), et vesi nende vahel võlli läheduses alla pöördub ja längus sihis alt välja voolab. Nagu Segneri rattaski, rõhub vesi labidate seinu, peale selle koha, kust ta välja voolab. Väljavoolu koha vastu seisva kõvera labidapinna peale mõjuv rõhumine ei tasakaalustu siis mitte ning tõukab seega ratta K tiirlema.



Joon. 191.



Joon. 192.

Turbiinid kasutavad ära kunni 85% vee energiast.

3) Kui igas sekundis G kg vett kõrguselt l m alla voolab, siis on vee töövõime W sama suur nagu G kg kaaluva kõva keha oma, mis 1 sekundis l m langeb, s. t

$$\text{võimsus} = 1\ \text{sec. tehtav töö} = \text{jõud} \times \text{sec. käidud tee} = G \times l \frac{\text{m kg}}{\text{sec}};$$

Et 1 hobusejõud = 1 HP = $75 \frac{\text{m kg}}{\text{sec}}$, siis on voolava vee töövõime $W = \frac{G \times l}{75}$ HP,

kus G tähendab igas sekundis läbi vesimootori voolava vee kaalu.

Langeb näiteks pealtlöödava vesiratta peale, mille läbimõõt on 5 m, igas sekundis 25 kg vett, siis sisaldub selles veelangemises töövõime

$$W = \frac{25.5}{75} \text{HP} = 1\tfrac{2}{3}\ \text{HP},$$

et aga vesiratas paremal juhusel ainult 80% sellest võimest ära kasutab, siis on vesiratta võimsus

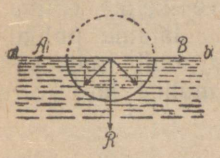
$$N = 0{,}8 . W = 0{,}8 . 1\tfrac{2}{3} = 1{,}33\ \text{HP}.$$

Altlöödava vesiratta juures peame ära kasutatud veelangemiseks lugema kõrgust h (joon. 188) vee nivoo ja vesiratta alumise tipu vahel. Voolab näiteks läbi vesivärava sekundis 500 kg. vett, ja on h = 2 m, siis on vee töövõime $W = \frac{500.2}{75} = 13{,}3$ HP ja vesiratta võimsus N = 0,25 . 13,3 HP = 3,35 HP, kui oletada, et vesiratas ainult 25 % vee energiast ära suudab kasutada.

C. Vedelikkude molekulaarfüüsika.

§ 72. **Kohäsioon; vedeliku pindpinevus.** 1) Molekulaarhüpotees oletab, et moleekulite vahel valitseb külgetõmbejõud, n. n. kohäsioon, millega kõvade ja vedelate kehade moleekulid üks-teise küljes hoiduvad. Peab tähendama, et nimetatud jõudude olemasolu võimata on otsekohaste katsetega tõestada, ei saa me ju üksikute moleekulitega katseid teha. Kui hüpoteesil aga on sarnasel vaatel suur teene, sest tema abil võime siduda hulga nähtusi, millel muidu igasugune side puuduks.

Oletades, et kohäsioonjõud olemas on, peab ta vedelikkude juures avalduma peaasjalikult vedeliku pinnal. Vedeliku sees on iga moleekul sümmeetriliselt ümbritsetud ühesuguste naabermoleekulitega, mis teda kõik ühesuuruse jõuga oma külge tõmbavad. Tõmbejõud on radiaalselt igale poole sihitud ja tasakaalustuvad selle tõttu. Vedeliku pinnal seisva moleekuli peale mõjuvad aga naabermoleekulid ainult ühelt poolt, nimelt vedeliku seest, ei ole ju pinnast kõrgemal ühtegi vedelikumoleekulit, mis vaadeldud pinnamoleekulit üles poole tõmbaks. Pinna all asuvate moleekulite külgetõmbejõud summeeruvad üheks resultantjõuks R (joon. 193), mis vaadeldud pinnamoleekulit perpendikulaarselt vedeliku pinna alla tõmbab.



Joon. 193.

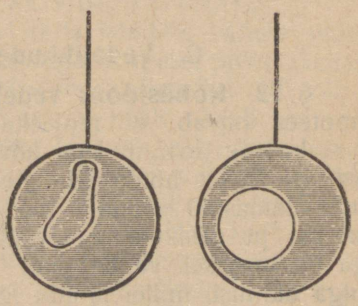
Pinnal seisva vedelikukihi peale mõjub nii siis kohäsioonjõud igas punktis perpendikulaarselt pindkihile; seega nagu rõhub pindkiht tema all seisva vedeliku peale.

2) Peale selle tõmbuvad kõik, pindkihil ab (joon. 193) seisvad vedelikumoleekulid küljeti üks teise külge (jõud A ja B). Pindkiht ise on selle tõttu alati pingul ning on sarnane elastse (kummi-) kelmega, mis ümber vedeliku oleks tõmmatud ja mis tahab koomale tõmbuda. See n. n. pindpinevus katsub vedeliku pinda võimalikult väikseks kokku tõmmata.

Geomeetria õpetab, et kõiksugu kujudest, mida antud ruum-alaga kehal olla võib, kõige väiksema pinnaga on kera. Pindpinevusega on sellepärast seletatav, miks vaba vedelikutilk enesele alati kerasarnase kuju katsub võtta, võib ju selle kuju juures tilga pindkiht kõige väiksemaks kokku tõmbuda. Suuremas vedelikuhulgas takistab kerasarnase pinna tekkimist ainult vedeliku kaal; ei oleks vedelikul kaalu, siis võtaks ta enesele alati kerasarnase kuju. Selle tõestamiseks asetame teatud hulga õli sama tihedasse teise vedelikku, näiteks vee ja alkoholi

sekku. Õli hõljub siis vedelikus ükskõikses tasakaalus (§ 67_1), nii et tema raskusjõud nagu kõrvaldatud on. Katsel näeme, et sarnasel juhusel ka suurem õlihulk tõepoolest kerasarnase kuju võtab.

3) Samasugune pindpinevus avaldub ka kelmesarnastes õhukestes vedelikukihtides. Kastame näiteks joonistusel 194 kujutatud traatrõnga seebivette, ja asetame tekkinud seebivee kelme peale otsapidi kokkuseotud niidikene. Niipea kui niidist piiratud kelmepind läbi torgata, tõmbub niit rõngaks laiali: õhukesel seebiveekelmel tõmbuvad vedeliku moleekulid üks-teist küljeti külge, mille tõttu kelme pinevil seisab; katkestame keskkohas kelme, jääb ainult niit tema sisemist äärt pidama ja kelme tõmbab niiti igas sihis ühetugeva jõuga laiali. Lõikaksime niidi katki, siis tõmbuks kelme kokku kunni välise rõngani.



Joon. 194.

Puhume õlekõrre otsas seebimulli, siis võtab viimane alati kerasarnase kuju, sest et mulli moodustav seebivee-kelme võimalikult väikeseks pinnaks kokku tahab tõmbuda. Jätame puhkumise järele ja kõrre otsa lahti, siis näeme, et mull iseenesest kahanema ja õhk kelme kokkutõmbe mõjul mullist läbi kõrre tagasi hakkab voolama.

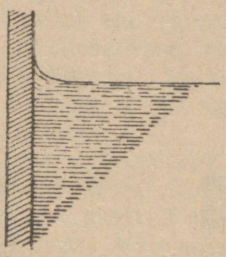
§ 73. **Märgumine; adhäsioon.** 1) Langetame vee pinnale horisontaalselt nööri otsa riputatud klaasplaadi, siis näeme plaadi tõstmisel, et vesi plaadi külge hakkab ja ühes temaga vähe kaasa tõuseb kunni plaadi all kujunenud veesammas katkeb. Sellest selgub, et vee külgehakkamis- ehk adhäsioonjõud klaasi külge on suurem kui vee moleekulite omavaheline külgetõmbejõud (kohäsioonjõud), katkeb ju ennem veesammas, kui et vesi klaasi küljest ära tõmbuks.

Samal põhjusel saab vette kastetud klaasplaat märjaks, me ütleme, et vesi märgab klaasi. Elavhõbedasse kastmisel aga jääb klaas kuivaks: klaas ei märgu elavhõbedas. Antud kõva keha märgumine või mittemärgumine oleneb nii siis vedelikust. Me nägime, et külgetõmbejõud klaasi ja vee moleekulite vahel (adhäsioon) suurem on kui vee moleekulite eneste vahel (kohäsioon), siis peame oletama, et külgetõmbejõud klaasi ja elavhõbeda moleekulite vahel väiksem on kui elavhõbeda moleekulite omavaheline külgetõmbejõud:

On vedeliku kohäsioon väiksem kui adhäsioon tema ja kõva keha vahel, siis märgub viimane vedelikus, on aga kohäsioon suurem kui adhäsioon, siis ei märgu ta seal mitte.

2) Kui puhta klaasplaadi peale tilgake vett kallata, siis vajub vesi klaasipinda mööda radiaalselt igas sihis laiali; tilgake alkoholi vajuks veel suurema pinna peale laiali, kuna elavhõbeda tilk ühe koha peale koondatult klaasi peale seisma jääks. Vastavad mõõtmised näitavad, et elavhõbeda kohäsioonjõud suurem on kui vee oma ja et viimane suurem on kui alkoholi oma. Sellest järgneb: mida väiksem on vedeliku kohäsioon, seda laiamale vajub ta temas märguva kõva keha pinda mööda. Kõva keha molekulid katsuvad nimelt vedeliku molekulid võimalikult enese ligidale tõmmata; ei suuda vedeliku kohäsioon nimetatud külgetõmbejõudu tasakaalustada, siis vajuvad vedeliku molekulid, sellest et võimalikult lähedale kõva keha molekulitele asenduda,— viimase pinda mööda laiali. On aga vedeliku kohäsioon enam või vähem tugev võrdlemisi adhäsiooniga, siis hoiab ta vedelikku teatud väiksemas piirkonnas koondatult.

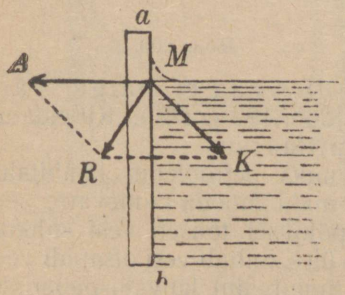
§ 74. **Kapillaarsus.** 1) Vedeliku pinna kuju nõu seina juures oleneb seal valitseva kohäsioon- ja adhäsioonjõudude suurusest. On adhäsioon seina ja vedeliku vahel suurem kui vedeliku kohäsioon, s. t. kui sein märgub vedelikus, siis laguneb osa seina juurest seisvast vedelikust mööda seina laiali (§ 73_2) ja tõuseb seina pidi ka kõrgemale vedeliku nivoost (joon. 195). Seina juures muutub selle tõttu vedeliku pind vähe õõnsaks.



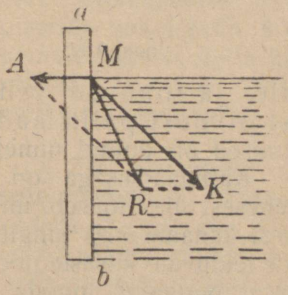
Joon. 195.



Joon. 196.



Joon. 197.



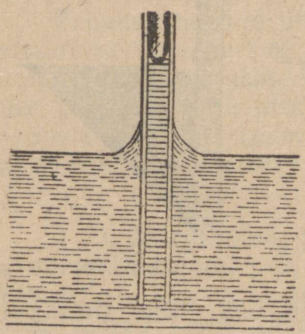
Joon. 198.

On adhäsioon seina ja vedeliku vahel väiksem viimase kohäsioonist, s. t. kui sein ei märgu vedelikus, siis ei suuda seina molekulite külgetõmbumine kõrvaldada vedeliku pindpinevust.

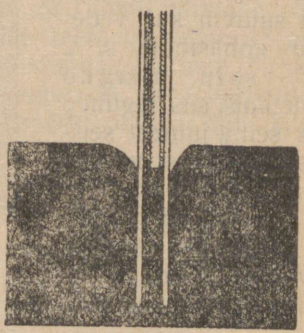
Niisugusel puhul painutab sein vedeliku pindkihi nagu mõne elastse kelme vähe alla (joon. 196) ning vedeliku pind muutub seina juures kumeraks.

Seina lähedal asuva vedelikumoleekuli M peale mõjub adhäsioonjõud A perpendikulaarselt seinale ab (joon. 197); kohäsioonjõud K aga tõmbab mooleekulit 45° all vedeliku sisse. On A > K, siis on mõlemate resultantjõud R välja poole sihitud. Tasakaaluks peab siis vedeliku pind perpendikulaarseks jõule R painduma, s. t. õõnsaks kõverpinnaks muutuma (joon. 195). On aga A < K (klaas—elavhõbe), siis on R vedeliku sisse sihitud (joon. 198) ja vedeliku pind peab -- selleks, et perpendikulaarseks jõule R jääda — alla painduma ning kumeraks muutuma (joon. 196).

2). Klaastoru vette kastmisel paistab nagu tõstaks toru seinad vett kõrgemale üles, elavhõbedas aga nagu rõhuksid nad vedelikku alla. On toru võrdlemisi jäme, siis avaldub see tõstmine või allasurumine ainult toru seinte läheduses, kuna toru keskel vedeliku nivoo tasapinnaliseks jääb. Võtame üsna peenikese toru, siis kaob nimetatud tasapinnaline osa ja terve nivoo torus moodustab kas õõnsa või kumera kõverpinna. Ülipeenikesed torud — n. n. kapillaartorud tõstavad selle juures vedelikku, milles nad märguvad, tuntavalt kõrge-



Joon. 199.



Joon. 200.

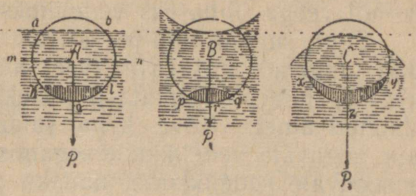
male, ja rõhuvad vedelikku, milles nad ei märgu, välisest nivoost palju madalamale (joon. 199 ja 200). Kirjeldatud nähtused on tuntud nimetuse all kapillaarsus.

Kapillaarsusega on seletatav, miks petrooleum lambitahis iseenesest üles tõuseb, miks taimede mahl mööda taimevarre peenikesi kanaale üles tungib. Samal põhjusel tõuseb vesi suhkrutükis leiduvate kitsaste pooride kaudu üles, imbub vesi otsapidi vees seisvat puuhalgu mööda puusse ja tungib tint kuivatuspaberisse.

Kapillaarsuse seletamiseks võib tõestada, et vedeliku pindkihi rõhumine alumiste kihtide peale oleneb vedeliku pinna kujust:

Et antud vedelikus kõik moleekulid ühetugevalt kügetõmbuvad, siis võivad vaadeldud moleekuli A (joon. 201) peale mõjuda ainult need naabermoleekulid, mis asuvad väikse sfääri piirkonnas. Viimase raadiuse määrab ära kõige suurem kaugus, mille juures kahe moleekuli külgetõmbumine veel avalduda suudab;

Ühes ja samas vedelikus on siis nimetatud sfäär alati ühesuurune. Kõik moleekulid sfääriosas abnm tõmbavad moleekulit A sama tugevasti üles kui tugevasti vastavas alumises osas mnlk asuvad moleekulid teda alla tõmbavad. Järjelikult tasakaalustub kõikide, piirkonnas ablk seisvate moleekulite mõju A peale; ainult sfääriosas klo asuvad moleekulid tõmbavad A alla, sest et vastavas ülemises osas vedeliku moleekulid ei leidu. On vedeliku pind õõnes, siis leiame analoogiliselt eelmisele, et A kõrgusel seisva moleekuli B peale mõjuvad ainult sfääriosas pqr asuvad moleekulid: kumera pinna juures aga tõmbavad moleekulit C osas xyz viibivad moleekulid. On kerge näha, et osa klo suurem kui pqr ja väiksem kui xyz on'. Järjelikult on ka A peale mõjuvate moleekulite resultantjõud P_1 suurem kui P_2 ja väiksem kui P_3, s. t.

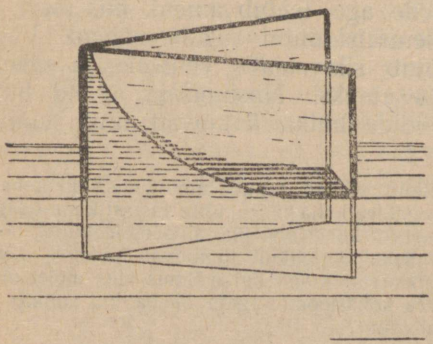


Joon. 201.

Õõnes pindkiht rõhub väiksema jõuga, kumer pindkiht aga suurema jõuga kui tasapinnaline pindkiht.

Elavhõbedasse kastetud klaasist kapillaartorus on elavhõbeda pind kumer, välises laias anumas aga tasapinnaline. Pindkiht rõhub nii siis torus tugevamini kui välises anumas, mille tõttu ühendatud nõude seadus oma maksvuse kaotab ja elavhõbe torus välisest nivoost madalamale langeb. Vette kastetud kapillaartorus aga on veepind õõnes, pindkiht rõhub torus nõrgemini kui anumas, ja vesi peab torus tõusma.

3) Vedeliku tõusmise või langemise suurus kapillaartorus oleneb esiteks toru ja vedeliku ainest (n. n. kapillaarkonstandist), ja toru läbimõõdust: ta on nimelt ümberpöördult proportsionaalne toru läbimõõduga. Viimast väidet tõestab järgmine katse: kastes joonistusel 202 kujutatud 2 klaasplaati vette, näeme, et vesi kapillaarsuse tõttu plaatide vahel seda kõrgemale tõuseb, mida kitsamaks muutub vahe mõlema plaadi vahel.



Joon. 202.

§ 75. **Segamine ja sulatamine.** 1) Mõned vedelikud seguvad ühtlaseks seguks, millest võimata on mekaaniliste abinõudega näiteks filtreerimisega ühte vedelikku teisest eraldada. Teised vedelikud aga ei segu: kuigi juure lisatud vedeliku osakesed intensiivsel segamisel väikeste tibakestena teises vedelikus võivad ära jaotatud olla, eralduvad nad teatud aja järgi jällegi kas iseenesest või mekaaniliste abinõude mõjul.

Vette kallatud ôli võib tugeval raputamisel küll üliväikeste tibadena vees ujuda, eraldub aga filtreerimisel segust; sellevastu segub alkohol veega ühtlaseks vedelikuks ja ei eraldu filtreerimisel.

Sool, suhkur, liim jne. sulab vees: sulatatava aine molekulid tungivad sulataja (vee) molekulite vahele ning sünnib sulatis, millest võimata on mekaaniliste abinõudega eraldada sulatatud ainet. Kõva keha sulamine vedelikus on nii siis sarnane seguvate vedelikkude segamisega. Tihti hüütakse sellepärast ka seguvate vedelikkude, näiteks alkoholi ja vee segamist, sulatamiseks.

2) Sulatatud ja sulataja aine kaalude vahekorda hüütakse sulatise kontsentratsiooniks; teda avaldatakse harilikult % %, mis näitavad, mitu grammi sulatatud ainet sisaldab 100 grammi sulatist. 20 %-line soolvesi sisaldab näiteks igas 100 g sulatises 20 g soola ja 80 g vett.

Antud temperatuuri juures sulab teatud vedelikus teine aine ainult piiratud hulgal. Ülejäänud sulatatav aine jääb sulatajasse segamatult alles. Sisaldab sulataja juba nii palju sulatatavast ainest, et edaspidine sulamine võimalik ei ole, siis hüütakse sulatist küllastatuks. Nagu nimetatud, oleneb küllastamiseks tarvilik kontsentratsioon temperatuurist ja on seda suurem, mida kõrgem on temperatuur. Näiteks sulab 100 grammis vees 0° C juures ainult 179 g suhkrut + 21° C juures aga sulab samas veehulgas juba 211 g suhkrut. Kui kuuma küllastatud sulatist jahutada, siis eraldub temast üleliigne osa sulatatud ainest kõvade kristallidena, kunni sulatise kontsentratsioon vastava temperatuuri küllastus-kontsentratsioonini on vähenenud.

Neid kõvu kehi, mis sulatisest kõvade kristallidena eralduda võivad, hüütakse kristalloiidideks. Seesugused kehad on soolad, suhkur j. n. e. Peale selle aga leidub aineid, mis mitte ei kristalliseeru ja mis iga kontsentratsioonini sulada võivad. Väga kõval kontsentratsioonil muutub siis sulatis venivaks ja sitkeks vedelikuks või süldisarnaseks aineks. Niisuguseid aineid hüütakse kolloiidideks. Kolloiidide hulka kuuluvad liim, munavalge, zhelatiin, mastiks j. n. e.

Keha võib sulada ja vedelikud võivad seguda ainult siis, kui kehade kohäsioon nõrgem on kui mõlema segatava keha molekulite vastastikune külgetõmbumine, sest vastasel korral takistaks kohäsioon ühe aine molekulite laiali jagunemist teise aine molekulite vahele. Järjelikult tõmbuvad alkoholi ja vee molekulid oma vahel nõrgemini üks-teise külge kui mõlema aine molekulid vastamisi. Samuti peab suhkru ja vee kohäsioon nõrgem olema kui suhkru- ja veemolekuli vastastikune külgetõmbumine.

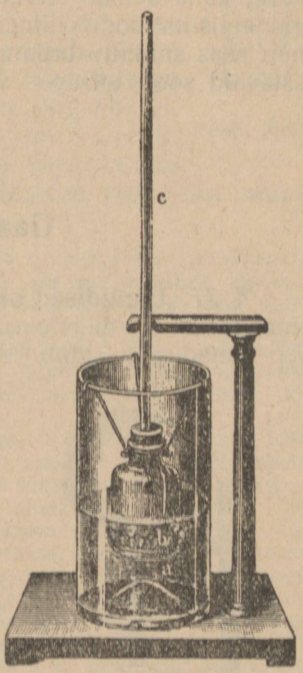
§ 76. **Diffusioon ja osmos.** 1) Kallame kõrgesse klaasnõusse küllastatud vasevitrioli sulatist vees. Kui viimase peale ettevaatlikult puhast vett kallata, nii et vedelikud ei seguks, siis näeme raskemat sinist sulatist alla jäävat, kuna vesi tema peal ujub. Mõni aeg seisavad mõlemad vedelikud terava piiriga eraldatud üksteise peal, kuid aegamööda hakkab piir nende vahel

kaduma, mis näitab, et kokkupuutuvad vedelikud iseenesest seguma hakkavad. Paari nädala järele on vedelikud täiesti segunud, nii et klaasis üksainus ühtlane vedelik seisab. Niisugust seguvate vedelikkude iseenesest segumist hüütakse diffusiooniks.

Ühed vedelikud diffundeeruvad teistest kiiremini. Näiteks diffundeerub broomkaaliumi sulatis palju kiiremini kui vasevitrioli sulatis. Antud aine sulatis diffundeerub seda kiiremini, mida suurem on mõlema sulatise kontsentratsiooni vahe: kallame näiteks vasevitrioli sulatise peale puhta vee asemel nõrka vasevitrioli sulatist, siis sünnib diffusioon aeglasemalt kui puhta vee juures.

2) Vedelikud ei diffundeeru mitte ainult otsekohesel kokkupuutumisel, vaid ka siis, kui neid mõni poorne vahesein eraldab. Viimasel puhul hüütakse segumise nähtust osmoseks.

Kallame näiteks ilma põhjata pudelisse b (joon. 203), mille alumise otsa ümber seotud tükk looma põit, küllastatud vasevitrioli sulatist. Kui nimetatud pudel otsapidi puhtasse vette panna, siis näeme mõne aja järele, et vedelik läbi pudeli korgi torgatud torus c tõusma hakkab. Ühtlasi muutub klaasis seisev vesi sinikaks, ja pudelisse kallatud tumesinine sulatis heledamaks. Sellest peame järeldama, et osa vasevitrioolist läbi põie vette on tunginud ja et vesi klaasist samuti läbi põie on pudelisse imbunud. Et sulatis torus c tõuseb, näitab et vesi klaasist kiiremini pudelisse tungib kui sulatis pudelist vette. Kirjeldatud nähtus ei teki mitte ainult siis, kui pudel põiega on kinni seotud, vaid ka sel juhusel, kui pudeli põhja mõni teine poorne keha moodustab, näiteks pergament paber, põletatud saviplaat j. n. e. Selle juures diffundeeruvad kõik seguvad vedelikud, — ühed kiiremini, teised aeglasemalt.



Joon. 203.

Ka diffusiooni ja osmose nähtuse põhjuseks on asjaolu, et adhäsioon segatud ainete vahel (vasevitriool ja vesi) suurem on kui sama ainete kohäsioon. Et kerged veemoleekulid hõlpsamini läbi poorse vaheseina pääsevad kui rasked soolamoleekulid, siis tungib osmose juures rohkem veemoleekulid sulatisse kui soolamoleekulid vette, ning pudelis (joon. 203) ilmub teatud osmootne rõhumine, mis sulatise toru c mööda üles surub. Nähtus on niisugune, kui tahaksid pudelis viibivad soolamoleekulid võimalikult suures veehulgas laiali jaguneda, s. t. võimalikult kaugele teine-teisest asuda. Selle tõttu avaldavad nad poorse seina peale nagu rõhumist, mille suuruse mõõduks on vedeliku tõus torus c.

Osmos mängib loomade ja taimede elus ülitähtist osa: toitvad ained diffundeeruvad maapinnast läbi taime juurte pooriliste välisseinte taime ja tõusevad osmootse rõhumise kui ka kapillaar-

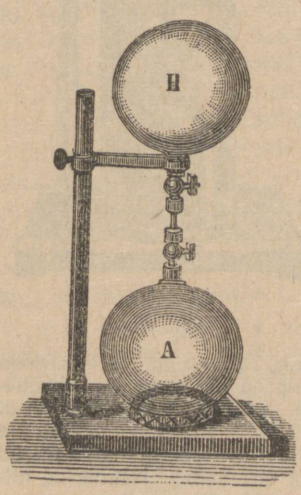
suse tõttu taime vart mööda üles. Inimese ja loomade soolikate seinte läbi diffundeerub sulanud toitev aine soolikast verde. Osmose abil hoidub veres tarvilik hulk vett j. n. e. Samal põhjusel paisuvad viljaterad, erned, oad j. n. e. vees.

3) Kristalloiidid diffundeeruvad läbi poorse vaheseina kiiremini kui kolloiidid. Selle omaduse tõttu on võimalik osmose abil eraldada kristalloiidi kolloiidist. Kui näiteks suhkru ja kummiarabikumi sulatiste segu joon. 203 kujutatud pudelisse kallata, siis diffundeerub suhkur läbi pergamentpaberi, kuna kummi pudelisse jääb. Mõne aja järele leiame pudelis peaaegu puhta kummi sulatise, kuna suhkur tervelt vette on diffendeerunud. Sarnast ainete eraldamis-metoodi nimetatakse dialüüs'iks. Teda tarvitatakse muu seas suhkruvabrikutes selleks, et suhkru kristalliseerumist takistavaid soole siirupist välja diffundeerida lasta.

Peatükk VI.

Gaaside mekaanika.

§ 77. **Üleüldised omadused.** 1) Gaaside iseloomulikumaks omaduseks on nende tung võimalikult suurt ruumi täita. See omadus avaldub näiteks järgmisel katsel: joonistusel 204 kujutatud klaasnõudest täidame A mingi gaasiga ning pumpame ülemisest nõust H kogu õhu välja, nii et seal õhutu ruum tekkiks. Kui nõude avaused torukesega ühendada ja kraan avada, siis voolab alumisest nõust A osa gaasi ülemisse nõusse H, nii et peagi mõlemad nõud ühtlaselt gaasiga täituvad. Ühendaksime A ja H-ga veel mingi kolmanda õhutu nõu, siis täidaks sama gaasihulk ühtlaselt kõike kolme nõu jne. Kui suureks me ka ei teeks antud gaasihulga ruum-ala, ikkagi täidab ta ühtlaselt kogu nõude ruumi. Gaasil enesel ei ole järjelikult ei kindlat kuju ega ruum-ala.

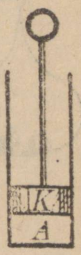


Joon. 204.

2) Ülevalkirjeldatud omadus sunnib oletama, et gaasimoleekulid mitte ainult üks-teise külge ei tõmbu (§ 54_4), vaid et nad koguni võimalikult kaugele üksteisest tahaksid nihkuda. On antud gaasihulk kinnises nõus, siis takistavad nõu seinad moleekulite kaugenemist üksteisest. Gaasimoleekulid, tungides kaugemale üks-teisest, rõhuvad selle tõttu nõu seinte vastu, me ütleme: iga gaas avaldab rõhu-

mist oma nõu seinte peale. Gaasi rõhumine eraldub hüdrostaatilisest rõhumisest (§ 63) sellega, et tema põhjuseks ei ole mitte raskusjõud, vaid molekulaarjõud, millega gaasi moleekulid üks-teist eemale tõukavad.

3) Joonistusel 205 näitatud kinnise otsaga silindris võib kannu K väikse hõõrumisega üles-alla liigutada. Olgu silindris A näiteks harilik atmosfääriline õhk. Kannu alla litsudes, surume silindris eraldatud õhu kokku: me näeme, et eraldatud õhuhulga ruum-ala kokkusurumisel silmnähtavalt väheneb. **Seega on gaaside kokkusurutavus palju suurem vedelikkude kokkusurutavusest** (§ 61).



Joon. 205.

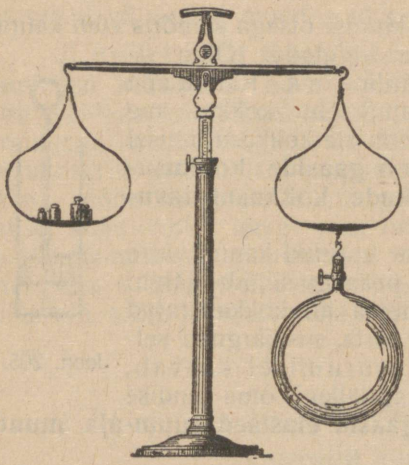
Laseme sügavale silindrisse surutud kannu varre lahti, siis tõuseb kann iseenesest peaaegu silindri ääreni tagasi üles. Et kannu ainult tema all kokkusurutud gaas oma rõhumisega võis üles tõsta, siis järgneb sellest, et gaasi rõhumine kokkusurumisel kasvab, ja et suruva jõu hävinemisel gaas jällegi oma endise ruum-alani paisub. **Seega on gaasid elastsed ruum-ala muutmise suhtes.**

4) Kirjeldatud omaduste seletamiseks oletab kineetiline gaasiteoria, et kohäsioonjõust täiesti vabad gaasimoleekulid alaliselt korratult liiguvad. Muidugi põrkuvad nad alatasa üks-teise vastu ja muudavad selle tõttu ühte-, puhku oma sihti. Satub mõni moleekul õhutusse ruumi (nõusse H joon. 204), siis ei takista tema edasiliikumist teised moleekulid ja ta liigub oma hooga kunni õhutut ruumi piirava nõu seinani. Talle järgnevad teised moleekulid, kunni lõpuks ka endine õhutu ruum sama tihedalt moleekulitega täitub kui kõik teised temaga ühendatud ruumidki.

Seinaäärsed moleekulid põrkuvad muu sees ka vastu nõu seinu. Kõik need kiirelt korduvad tõuked summeeruvad ja avalduvad gaasi rõhumisena seina vastu. Rõhumine peab, muidugi teada, seda suurem olema, mida rohkem moleekulid igas aegüksuses vastu antud suurusega pinda põrkub. Gaasi kokkusurumisega väheneb tema ruum-ala; järjelikult kasvab kokkusurumisel ühes ruumüksuses leiduvate moleekulite arv. Kokkusurumisel põrkub sellepärast ühel ja samal ajavältel ikka rohkem ja rohkem moleekulid vastu nõu seinu, mille tõttu gaasi rõhumine suureneb. Niikaua, kui õhk kannu all (joon. 205) veel kokku surutud ei ole, sisaldab iga cm^3 temast sama palju moleekulid nagu väline atmosfääriline õhkgi. Sellepärast põrkub vastu kannu pinda alt ja ülevalt ühepalju moleekulid, s. t. gaasi rõhumine silindris on sama suur kui välises õhus. Surume aga kannu silindrisse, siis on 1 cm^3 kokkusurutud õhus rohkem moleekulid kui 1 cm^3 välises õhus. Igas sekundis põrkub seega alt rohkem moleekulid vastu kannu pinda kui ülevalt, s. t. rõhumine on alt suurem kui ülevalt ja kann peab üles tõusma, kunni rõhumine mõlemalt poolt ühesuuruseks muutub.

5) Kohäsiooni täielise puudumise tagajärjel on gaasi moleekulid veel liikuvamad üksteise suhtes kui vedeliku omad. Sellepärast **jääb Pascali seadus** (§ 62_1) **ühes tema järeldustega maksvaks ka gaaside kohta.** Kui joonistusel 161 kujutatud klaaskera vedeliku asemel mõne gaasiga täita, siis näeme külgtorudes seisvate elavhõbe-sammaste ühesuurusest tõusust, et gaasi peale avaldatud rõhumine tõepoolest igale poole ühtlaselt üle kandub.

§ 78. **Gaaside kaal ja erikaal.** 1) Nagu igal kehal, nii on ka gaasil oma teatav kaal, mida harilikkude kaaludega mõõta võib. Õhku võime näiteks ära kaaluda joon. 206 kujutatud kinnises ja kraaniga varustatud nõus. Selleks pumpame alguses nõust kõik õhk välja, riputame nõu vaekausile ja tasakaalustame kaalud. Kui nüüd kraan avada, siis voolab õhk tühja nõusse ja vaekauss ühes nõuga vajub alla. Nõu kaal võis suureneda ainult selle tõttu et kraani avamisel temasse teatud hulk kaaluvat õhku voolas; sellepärast kujutab kaalu suurenemine nimetatud õhuhulga kaalu. Tundes nõu ruumala, leiame niisugusest katsest, et



Joon. 206.

1 liiter õhku kaalub ligi 1,3 g.

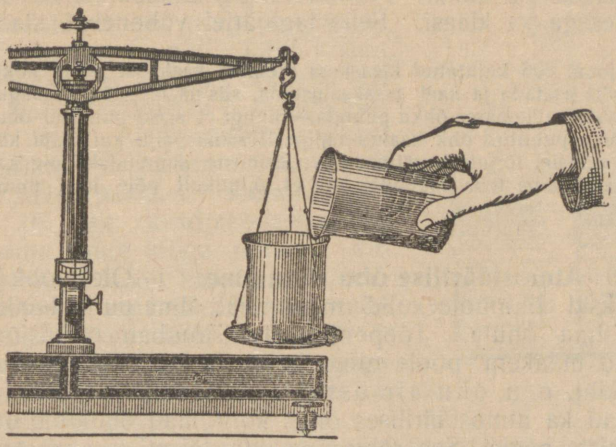
Nagu allpool näeme, oleneb õhu-tihedus ja kaal atmosfäärilise õhu rõhumisest ja temperatuurist; on rõhumine 760 mm elavhõbesammast ja temperatuur 0^0 C, siis ütleme, et õhk (nii ka iga teine gaas) on normaalsetel tingimustel. Niisugusel puhul kaalub 1 liiter õhku 1,293 g, s. t. õhu erikaal on

$$0{,}001293 \frac{g}{cm^3}.$$

2) Juhiksime õhutusse nõusse (joon. 206) õhu asemel süsihappe gaasi, siis leiaksime, et muidu ühesugustel tingimustel nõusse mahtuv süsihappehulk rohkem kaalub kui sama suure ruum-alaga õhuhulk; samuti leiaksime, et vesinik kergem on kui õhk. 1 liiter süsihapet kaalub 1,977 g, 1 liiter vesinikku kõigest 0,09 g, seega on vesinik ligi 14 korda kergem, süsihape aga ligi 1,5 korda raskem kui õhk. Vesinik on kõige kergem kõigist tuntud ainetest.

3) Nagu kõigi teiste kehade, nii moodustab ka gaaside erikaalu 1 cm^3-is sisalduva gaasihulga kaal (normaalsetel tingimustel). Kõite lõpul leiduvas erikaalude tabelis kujutab kolmas arvude veerg nimetatuid erikaale. Gaaside juures tarvitatakse aga tihti nimetatud erikaalu asemel gaasi tihedust võrdlemisi atmosfäärilise õhu või vesinikuga; need arvud näitavad, mitu korda vaadeldud gaasi erikaal suurem on õhu või vesiniku erikaalust. Kui näiteks öeldakse, et süsihappe tihedus võrdlemisi õhuga on 1,5, siis tähendab see, et 1 cm^3 süsihapet 1,5 korda rohkem kaalub kui 1 cm^3 õhku.

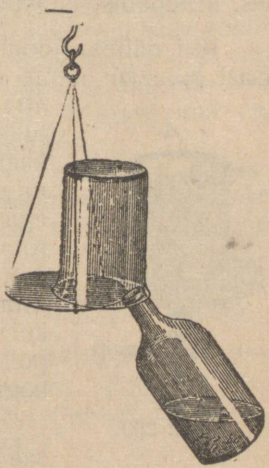
4) Nagu kergemad vedelikud raskemate peal ujuvad, nii tõusevad ka kergemad gaasid raskemates üles ja „ujuvad“ vii-



Joon. 207.

maste peal. Asetame näiteks tühja, s. t. ainult atm. õhuga täidetud klaasi vaekausile (joon. 207) ja „kallame“ temasse teises klaasis seisvat rasket süsihappe gaasi. Me näeme, et vaekauss alla langeb, mis tõestab, et raske süsihappe gaas kergemas atm. õhus klaasi põhja vajub, seega õhu klaasist välja tõrjub, mille tõttu klaasi kaal suureneb. Kergem õhk tõuseb nii siis raskemas süsihappes üles ja „ujub“ süsihappe peal.

Juhime joonistusel 208 kujutatud kummuli seisvasse klaasi sellekohasest pudelist kerget vesinikku, siis tõuseb viimane raskemas õhus üles ja „ujub“ õhu peal klaasi ülemises osas. Klaasi kogub lõpuks nii palju vesinikku, et sealt kogu õhk väljatõrjutakse. Et vesinik õhust kergem on, siis väheneb klaasi kaal ja vaekauss tõuseb.



Joon. 208.

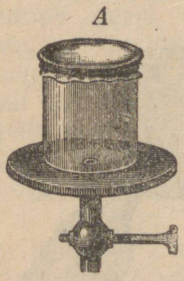
5) Viimane nähtus seletub ülevaatlikumalt Archimedese seaduse abil (§ 66₁), mis ka gaaside jaoks, Pascali seaduse otsekohesena järeldusena, maksev on. **Archimedese seaduse järele kaotab keha igas gaasis niipalju omast kaalust, kui palju kaalub keha ruumalale vastav gaasihulk.** On keha enese erikaal väiksem kui selle gaasi erikaal, milles ta viibib, siis tõuseb keha gaasis

üles, samuti nagu näiteks korgitükk vees. Viimases katses kaalub klaasitäis vesinikku vähem kui tema poolt välja tõrjutud klaasitäis õhku. Vesinik tungib sellepärast õhus üles ja tõstab enesega ka klaasi. Selle tagajärjel vähenebki klaasi kaal.

Kui joon. 206 kujutatud klaaskera asemele vaekausi peale kokkupigistatud loomapõis asetada ja kaal tasakaalustada, siis näeme, et põis sugugi raskemaks ei muutu kui temasse õhku puhuda,—olgugi et sisse puhutud õhul ka oma kaal on: põide puhutud õhk kaalub täpipealt sama palju kui palju kaalub põie paisumisel eemale tõrjutud väline õhk; esimene suurendab põie kaalu sama palju kui palju teine teda vähendab, nii et lõpulikult põie kaal muutumatuks peab jääma.

§ 79. **Atmosfäärilise õhu rõhumine.** 1) Oleks õhk kaaluta, siis tungiksid õhumoleekulid maapinnalt ilmaruumi laiali, ja me jääksime ilma õhuta. Tõepoolest aga tõmbab raskusjõud õhumoleekulid maakera poole ning hoiab seega ringi ümber maakera õhukihi, n. n. õhu atmosfääri. Sarnaselt nagu vedelikuski, nii rõhuvad ka atmosfäärilises õhus kõrgemad õhukihid oma kaaluga alumiste peale. See rõhumine, mis täiesti sarnane on hüdrostaatilise rõhumisega (§ 63), on seda suurem, mida „sügavamal“ õhu sees seisab vaadeldud koht, s. t. mida lähemal ta maapinnale asub. § 63 järele võrdub atmosfääriline õhurõhumine 1 cm^2 suuruse pinna peale niisuguse vertikaalse õhusamba kaaluga, mille aluseks on 1 cm^2 ja kõrguseks tema peal seisva atmosfäärilise õhukihi paksus. See rõhumine mõjub asjade peale ühetugevalt igas sihis, nii ülevalt alla, kui ka alt üles, sellepärast ei pane me teda harilikult mitte tähele.

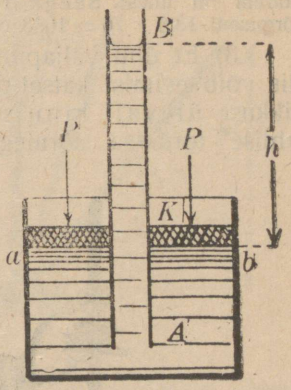
Kui näiteks joonistusel 209 kujutatud klaassilinder ülevalt otsast põie või mõne elastse kelmega kinni siduda, siis rõhub atmosfääriline õhk ülevalt põie peale sama tugevalt kui altki; mõlemad rõhumised tasakaalustuvad ja meile paistab, nagu ei oleks mingit rõhumist põie peale olemas. Pumpame aga silindrist vähe õhku välja, siis väheneb rõhumine silindris, kuna väljast poolt mõjuv atmosfääriline rõhumine endiseks jääb. Nüüd rõhub atmosfääriline õhk ülevalt tugevamini kui alt vastu rõhuv silindriõhk; me näeme, et põis keskelt silindri sisse paindub ja lõpuks koguni lõhkeb.



Joon. 209.

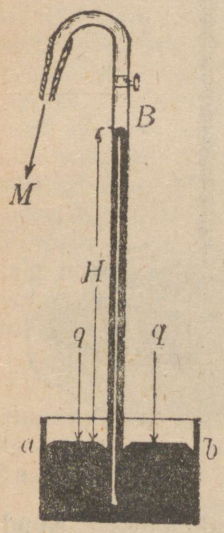
2) Atmosfäärilise õhurõhumise suurust ei saa selkombel välja arvata nagu hüdrostaatilise rõhumise suurust: esiteks ei tunne me täpipealt atmosfäärilise õhukihi paksust (kõrgust), teiseks ei ole atmosfäärilise õhu erikaal igal kõrgusel mitte ühesuurune, vaid on maapinnal, kus õhk kõige suurema rõhumise all kõige rohkem kokku on surutud, suurem kui ülemistes hõredamates kihtides.

Küll aga võime atmosfäärilist rõhumisl otsekohe mõõta. Seesuguste mõõtmiste printsiipi selgitab järgmine katse vedelikuga: Rõhume vedelikku silindrilises nõus A (joonistus 210) kannu K abil. Läbi kannu minevat toru B mööda tõuseb siis vedelik mingi kõrguseni h üle alumise vedeliku nivoo. Vedelikusamba h kaal peab tasakaalustama kannu rõhumist P alumise nivoo peale, s. t. sammas peab pinnal ab iga kvadraat-sentimeetri peale sama suure jõuga rõhuma, kui suure jõuga rõhub kann 1 cm² suuruse veenivoo osa peale. Tundes vedeliku erikaalu, võime välja arvata samba h kaalu ja seega leida tema kui ka temaga võrdse tundmata jõu P rõhumise iga kv.-sentimeetri peale.



Joon. 210.

Soovitakse samal teel mõõta atm. õhu rõhumist, siis võetakse umbes 1 meetri pikkune klaastoru B (joon. 211) ja kastetakse ta otsapidi elavhõbedasse. Et toru ots ülevalt lahtine on, siis rõhub atm. õhk jõuga q iga 1 cm² peale pinnast ab, ja nimelt ühetugevalt nii toru sees kui väljaspool toru. Nüüd pumpame otsast M kõik õhk torust välja. Selle tõttu kaob õhu rõhumine torus B täiesti, ja väline rõhumine q surub elavhõbeda toru mööda kõrguseni H, samuti nagu seda eelmise katse juures tegi kannu rõhumine P. Ka nüüd peab samba H kaal tasakaalustama õhu rõhumist q, ning võime samba kõrguse abil välja arvata selle rõhumise suuruse.



Joon. 211.

Katsed näitavad, et elavhõbe torus B õhurõhumise mõjul keskmiselt 760 mm võrra vertikaalselt üles tõuseb. On toru B lõikepind 1 cm², siis kaalub H = 76 cm kõrgune elavhõbesammas

$$76\ \text{cm}.\ 1\ \text{cm}.^2\ 13{,}6\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1033\ \text{g} = 1{,}033\ \text{kg}.$$

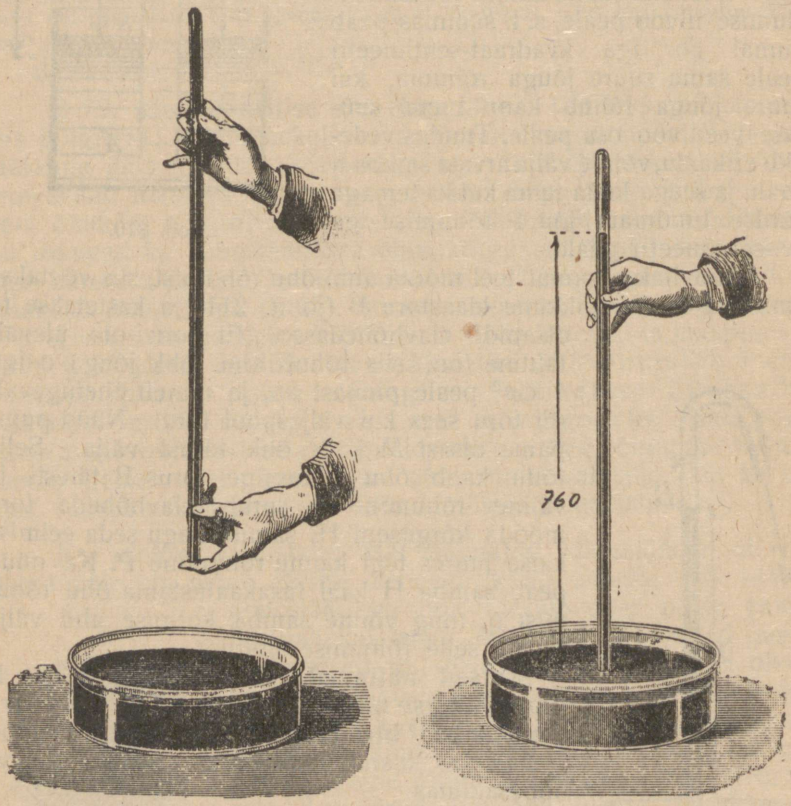
Selle kalu rõhumist peab tasakaalustama atmosfäärilise õhu rõhumine. Järjelikult rõhub atm. õhk iga kv.-sentimeetri peale jõuga

$$1\ \text{atmosfäär} = 1{,}033\ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Rõhumist 1,033 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ hüütakse atmosfääriks, teda tarvitatakse tihti rõhumisüksusena gaaside ja aurude rõhumise mõõtmisel. Ligikaudselt võrdub ta rõhumisüksusega 1 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$.

Et vesi 13,6 korda kergem on kui elavhõbe, siis rõhub atm. õnk eelpool kirjeldatud katse juures vee elavhõbedast nii palju kõrgemale kui palju 13,6 suurem on ühest. Seega tõuseks veesammas atm. õhu rõhumisel kõrguseni $13{,}6 \times 76 = 1033$ cm $= 10.33$ m.

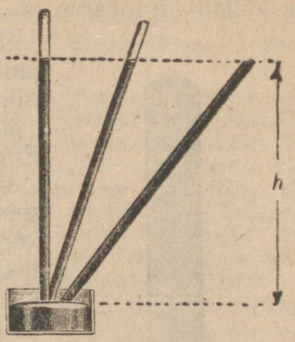
3) Et õhu väljapumpamine alati seotud on teatud raskustega, siis võib eelmist katset palju lihtsamalt teostada: täidame ligi 1 m pikkuse ülevalt kinnise klaastoru ääreni elavhõbedaga, sulume lahtise toruotsa sõrmega, pöörame toru ümber (joon. 212)' ja



Joon. 212.

asetame lahtise toruotsa elavhõbedaga täidetud kaussi. Nüüd rõhub õhk nagu eelmisegi katse juures, kausis seisva elavhõbeda nivoo peale ja ei lase elavhõbedat ka peale sõrme ära võtmist torust välja voolata. Sammas langeb kunni 76 cm kõrguseni ja tasakaalustab siis atm. õhurõhumist. Toru ülemises otsas sünnib absoluut õhutu ruum, n. n. Torricelli tühjus, — nii nimetatud selle katse esimese teostaja E. Torricelli (umbes 1643 a.) järele.

Tähelepanemisväärt on, et elavhõbesamba kõrgus torus täesti rippumatu on toru läbimõõdust, kujust ja seisust. Näiteks eelkirjeldatud Torricelli toru längu hoidmisel seisab elavhõbeda nivoo temas iga seisu juures ühel ja samal horisontaalpinnal, mis asub 76 cm kõrgemal elavhõbeda alumisest nivoost (joon. 213). Nimetatud nähtus järgneb otsekohe hüdrostaatilise rõhumise seadustest (§ 63), sest samba rõhumine oleneb ainult veertikaalselt mõõdetud samba kõrgusest h, ega mitte samba kujust või seisust.



Joon. 213.

4) Eelmisest järgneb, et atm. õhu rõhumine sünnib kõigi kehade peale väga suure jõuga. Inimese keha pind on näiteks keskmiselt üle 1 m², järjelikult rõhub õhk inimese peale jõuga 10000 kg. Et see suur rõhumine meie keha siiski kokku ei suru ja et me seda rõhumist üleüldse ei tunnegi, tuleb sellest, et keha poorides leiduv õhk, kui ka kehas olevad vedelikud samatugevasti seestpoolt vastu rõhuvad ja seega välist õhurõhumist tasakaalustavad.

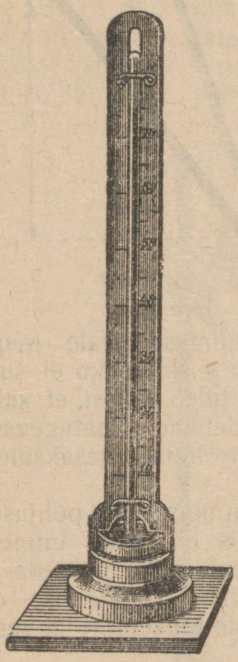
Juhtub aga, et atmosfääriline rõhumine mingisugusel põhjusel, näiteks ilma muutumisel, järsku väheneb, siis ei suuda inimese keha poorides seisev õhk küllalt kiirelt sealt välja pääseda ja rõhub selle tõttu tugevamini kui väline õhk. Tagajärjeks on haiglane enesetunne, vahest koguni soonekeste lõhkemine ja verevool kopsust, ninast jne.

Inimese ja loomade luukere liikmejakkude vahel on väikesed õhutud ruum-alad. Atmosfääriline õhk surub selle tõttu liikme jatke tugevasti üks teise vastu ja hoiab neid seega koos. Kui surnukeha juures näiteks kõik reiemusklid läbi lõigata, siis hoidub jalg nimetatud rõhumise tagajärjel ikkagi veel jatku küljes ja vabaneb alles siis kehast, kui läbi luu peenikene auk puurida, mille kaudu õhk jatku vahele pääseb.

§ 80. **Baromeetrid.** 1) Juba vanal ajal oli tuntud, et atm. õhurõhumine mitte alati ühesuurune ei ole, vaid teatud piirides kõigub. Õhu rõhumise suuruse mõõtmiseks tarvitatakse n. n. baromeetrid.

Kõige lihtsamat nendest moodustab eelmises § kirjeldatud Torricelli klaastoru, mida harilikult millimeeterskaalaga varustatakse, et hõlpsam oleks ära lugeda elavhõbesamba kõrgust (joon. 214). Langeb atmosfääriline õhurõhumine, siis langeb ka elavhõbe torus; alumisse anumasse voolab elavhõbedat vähe juure, ja viimase nivoo tõuseb. Et rõhumise mõõduks on samba kõrgus üle nimetatud nivoo, siis peab skaala null-punkt alati ühte langema elavhõbeda nivooga anumas. On anum võrdlemisi toruga väga lai, siis kõigub elavhõbeda nivoo temas ainult vähe,

nii et joon. 214 kujutatud harilik anumbaromeeter igapäevases elus küllalt täpipealne on.

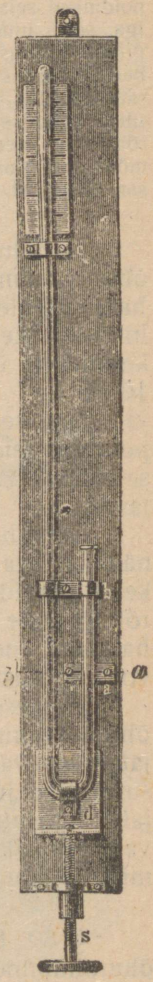


Joon. 214.

Teaduslikkude mõõtmiste jaoks kinnitatakse skaala nii, et teda piki toru vähe üles-alla võib nihutada. Enne mõõtmist seatakse skaala 0-punkt anumas seisva elavhõbeda nivoo kõrgusele, siis alles loetakse skaalalt samba kõrgus. Mõne baromeetri juures võib samaks otstarbeks tervet alumist anumat vähe üles-alla nihutada, mille kaudu paigalseisva skaala 0-punkt elavhõbeda nivooga ühekõrgele seatakse.

Anumbaromeetri toru, vähemalt tema ülemine osa, ei või liig kitsas olla, muidu oleks kapillaarsuse mõju liig tuntav ja baromeetri näitamine vale.

2) Täpipealsete mõõtmiste jaoks tarvitatakse suuremalt jaolt n. n. sifoonbaromeetrit (joon. 215). Viimane kujutab U-sarnaselt kõveraks painutatud klaastoru, mille pikem haru ülevalt kinni on. Kinnises otsas on elavhõbesamba peal õhutu ruum, kuna lühemas lahtises otsas atmosfääriline õhk elavhõbeda peale rõhub ja teda seda kõrgemale teises harus üles surub, mida suurem on õhu rõhumine. Ühendatud nõude seaduse järele tasakaalustub see elavhõbeda osa, mis asub mõlemas harus allpool horisontaaljoont ab. Järjelikult tasakaalustab üle ab seisev elavhõbesammas atm. õhu rõhumist nivoo a peale. Mõõtmisel peab nii siis ka siin tähele panema ainult elavhõbeda nivoode kõrguse vahet. Viimase mõõtmiseks tehakse kas skaala, või terve toru liikuvana, nii et skaala 0-punkti võib asetada ühekõrgusele elavhõbeda nivooga lahtises toruharus. Joonistusel 215 kujutatud baromeetril on ainult skaala ülemine ots ära jaotatud, tema 0-punkt langeb ühte kriipsuga ab. Kruuvi S abil võib kogu toru üles või alla nihutada, kunni 0-punkt ühte langeb elavhõbeda nivooga lahtises toruharus.



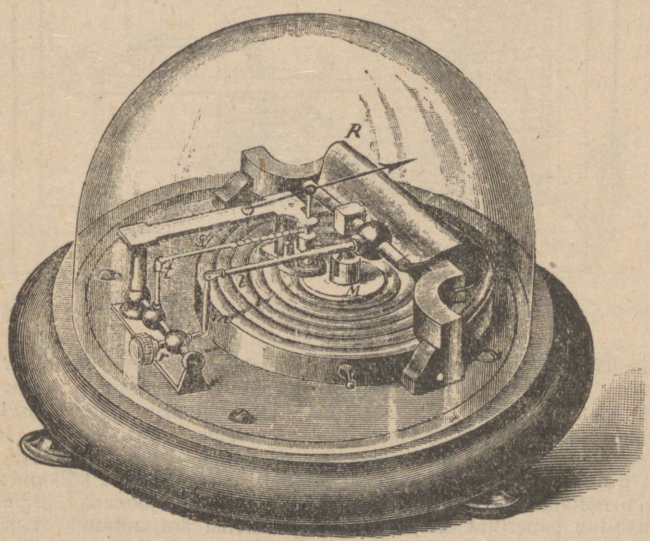
Joon. 215.

Sifoonbaromeetril on mõlemad harud ühejämedused; selle tõttu on kapillar-nähtused mõlemas harus ühesugused ja nende mõju tasakaalustub vastamisi. Baromeetri täpipealsus ei olene seega sifoontoru jämedusest.

Elavhõbe-baromeetris peab Torricelli tühjus täiesti ilma õhuta olema, sest ta väiksem kui õhuhulk rõhuks elavhõbedasamba peale ja tasakaalustaks ühte osa atmosfäärilisest rõhumisest, mille tagajärjel baromeetri sammas lüheneks. Harilikult sisaldab elavhõbe väikseid õhumullikesi, ka toru seinte külge jääb alati vähe õhku; mõne aja järele tõuseb see õhk läbi elavhõbeda üles õhutusse ruumi ja rikub seega baromeetri. Sellepärast peab baromeetri täitmise juures elavhõbedat otse baromeetri torus keetma: elavhõbeda aur tõrjub siis kõik õhumullikesed välja atmosfäärilisse õhku ja Torricelli tühjus hoidub peale selle pikemat aega õhust puhtana.

3) Käepärasemad kui elavhõbe-baromeetrid on n. n. metall- ehk aneroiidbaromeetrid. Et nad ilma vedelikkudeta on, võib neid hõlpsasti ühest kohast teise kanda, mis tähtis on reisudel ja mõnel muul juhusel.

Praegusel ajal on üleüldisel tarvitusel aneroiidbaromeeter, mille printsiipi kujutab joonistus 216. Tema peaosa moodustab alus-lauale kinnitatud lapik metalltoos, mille kaan on valmistatud



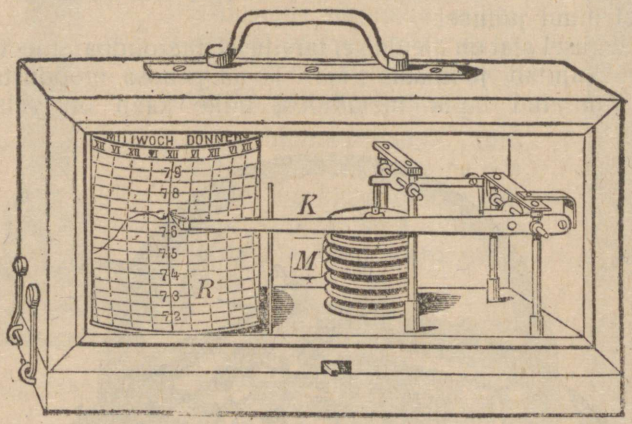
Joon. 216.

lainekujulisest elastsest plekist. Et toos ise õhust tühjaks on pumbatud, siis rõhub atm. õhk kaane peale ja vajutab teda keskelt seda sügavamale toosi sisse, mida suurem on atmosfääriline rõhumine. Igale rõhumisele vastab nii siis üks kindel kaaneseis. Kaane külge kinnitatud sambakene M kannab tema keskkoha üles-alla kõikumist ühepoolse kangi l ja m kaudu võlli r peale. Viimase pöördumisel liigub tema külge kinnitatud varva t ülemine ots edasi-tagasi ja tõmbab näitaja võlli ümber mähitud

peenikest ketti S. Selle mekanismi abil pöördub näitaja toosikaane väiksema kui kõikumise juures tuntavalt ühele või teisele poole ümber oma võlli. Näitaja all seisab ringskaala (joonistusel mitte näidatud), millele võrdlemisel elavhõbe-baromeetriga ära on märgitud näitaja igale seisule vastav õhurõhumine elavhõbesamba millimeetrites.

Aneroiidbaromeetrid on tundlikud atm. rõhumise muutumiste vastu, kuid aja jooksul muutub toosikaane elastsus, mille tagajärjel baromeeter õhurõhumise suurust valesti näitab. Nimetatud viga on aga kerge parandada skaala teistkordse võrdlemisega elavhõbebaromeetriga.

Vahest on soovitav tunda õhurõhumise suurust igal silmapilgul pikema aja jooksul. Sarnasel puhul tarvitatakse barograafi (joon. 217), mis õhu rõhu-



Joon. 217.

mised pikema aja jooksul automaatselt üles kirjutab. Ta kujutab harilikku aneroiidbaromeetrit, mis eelmisest sellega eraldub, et temas mitu õhutut toosi M üksteise peale on asetatud. Õhurõhumise vähenemisel tõuseb iga üksiku toosi kaan kõrgemale, nii et tooside-samba kõrguse tõus palju suurem on kui üheainse toosi kaane tõus. Näitaja K otsa on kinnitatud sulg, mis aeglaselt tiirleva rulli R peale kriipsu tõmbab. Õhu rõhumise kõikumisel tõuseb või langeb näitaja ots ja märgib rõhumise suuruse kõverjoonena rulli peale. Rulli ümber mähitud paberilint on püstjoonetega niiviisi ära jaotatud, et näiteks iga tunni järel uus joon sule otsa all seisab. Kõverjoone kõrgus teatud püstjoonel kujutab nii siis õhurõhumise suurust sellele joonele vastaval kellaajal.

§ 81. **Baromeetri tarvitamine.** 1) Baromeetrit hüütakse igapäevases elus ka ilmanäitajaks. Sarnasena on tal aga võrdlemisi väike tähendus. Nagu me pärast näeme, ei olene ilm s. t. tuul, pilvetus, temperatuur jne., mitte ainult õhurõhumise suurusest, vaid peaasjalikult sellest, missugune on õhurõhumise vahe antud kohas ja naaberkohtades, tuule sihist, pilvedest jne. (võrdle III jagu, meteoroloogia). Sellepärast mängib baromeeter ilma ettekuulutamises suurt osa ainult meteoroloogia- ehk

ilmajaamades, kuhu paljudest kohtadest ühekorraga kõiksugu andmed ilma üle kokku tulevad.

Üsna tihti juhtub aga siiski, et baromeetri järjekindla tõusmise järele ilm kuivaks ja selgeks muutub, tema järsu langemise järele vihmaseks ja tuuliseks.

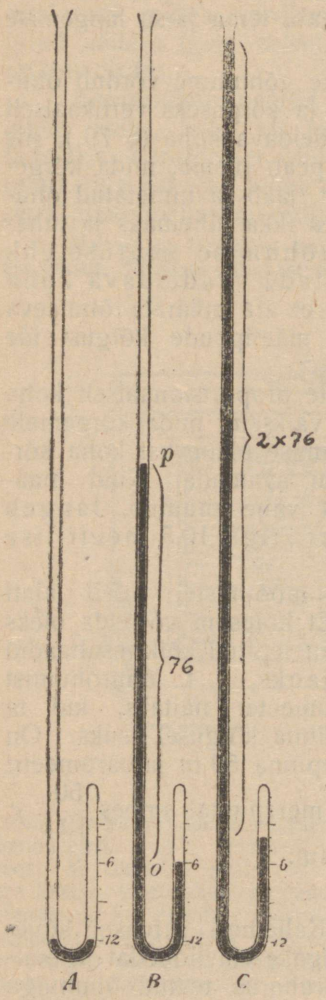
2) Et antud kohas atmosfääriline rõhumine võrdub õhusamba kaaluga, mille aluseks on 1 cm^2 ja kõrguseks vertikaalselt mõõdetud atm. õhukihi paksus üle vaadeldava koha (§ 79,), siis on selge, et rõhumine seda väiksem peab olema, mida kõrgemal üle maapinna asub vaadeldav koht, jääb ju nimetatud õhusammas maapinnalt ülestõusmise juures ikka lühemaks ja lühemaks. Sellepärast on võimalik õhurõhumise suuruse ehk baromeetri näitamise kaudu otsustada vaadeldava koha kõrguse üle. Seda teevad õhusõitjad, et ära määrata õhulaeva seisu kõrgust; samal teel mõõdetakse mäetippude kõrgust üle merepinna jne.

Õhurõhumine ei muutu aga mitte proportsionaalselt koha kõrgusega, sest õhu tihedus on seda väiksem, mida kõrgemale me tõuseme. Sellepärast võib õhurõhumise olenevust koha kõrgusest ainult keeruliste formulite kaudu avaldada. Kuid maapinna läheduses, kus õhu tihedus ainult vähe muutub, langeb baromeeter keskmiselt 1 mm võrra iga 10,5 meetrilise vertikaalse tõusu juures.

3) Teaduslikkudel õhurõhumise mõõtmistel tuleb alati tähele panna mõõtmiskoha kõrgust. Et hõlpsam võrrelda oleks mitmes kohas tehtud mõõtmisi, on kokku lepitud kõik resultaadid ümber arvata merepinna kõrguse jaoks, s. t. õhurõhumist avaldada selle suurusega, mida baromeeter näitaks, kui ta — muidu samadel tingimustel — merepinna kõrgusel asuks. On näiteks mõõtmise koha kõrgus üle merepinna 50 m ja baromeetri näitamine 750 m/m, siis oleks rõhumine merepinnal umbes $\frac{50}{10.5} \times$ $\times$ 1 mm $\leqq$ 5 mm suurem, s. t. 755 mm.

§ 82. **Boyle-Mariotte'i seadus.** 1) Kallame U sarnaselt kõveraks painutatud klaastorru (joon. 218) tilgake elavhõbedat ja eraldame sellega lühemas kinnise otsaga toruharus teatud õhuhulga välisest õhust. Olgu lihtsuse pärast toru läbilõige 1 cm^2 ning seisku elavhõbe torukäänus 12 cm all pool lühemat otsa (joon. A); siis on eraldatud õhu ruum-ala 12 cm^3. Elavhõbe-tilgakese peale rõhub läbi lahtise pikema toruharu atmosfääriline õhk. Et elavhõbe tasakaalus paigal seisab, siis peab eraldatud õhk teiselt poolt sama tugevasti vastu rõhuma. Järjelikult seisab nimetatud 12 cm^3 õhku rõhumise all 1 atm. Nüüd kallame torru elavhõbedat juure: lahtises toruharus tõuseb elavhõbeda nivoo kiiremini kui kinnises; tekkinud elavhõbesammas op (joon. B) rõhub oma kaaluga lühemas toruharus eraldatud õhu peale ja

surub teda kokku. Kallame niikaua elavhõbedat juure, kunni lühemas toruharus elavhõbeda nivoo 6 cm all pool toruotsa seisab, s. t. kunni eraldatud õhuhulga ruumala on poolevõrra vähenenud. Katse näitab, et selleks samba op kõrgus peab olema 76 cm. Kokkusurutud õhu peale rõhub nüüd peale atmosfäärilise rõhumise (1 atm.) veel 76 cm kõrgune elavhõbesammas, nii et kogu rõhumine on $1 + 1 = 2$ atm. Tähendab, selleks, et eraldatud õhuhulga ruum-ala 2 korda väiksemaks kokkusuruda, peab rõhumist tema peale 2 korda suurendama. Veel rohkem elavhõbedat juure kallates, näeme, et eraldatud õhu ruum-ala kunni 4 cm^3-ni väheneb, s. t. 3 korda algruumist väiksemaks muutub, niipea kui elavhõbesamba op kõrgus on 152 cm $= 2 \times 76$ cm. (joon. C). Rõhumine on siis 2 atm. + 1 atm. $= 3$ atm., s. t. vastavalt õhu ruum-ala vähenemisele 3 korda suurem. Me näeme, et eraldatud õhu ruum-ala nii mitu korda väheneb, kui mitu korda rõhumine tema peale suureneb, teiste sõnadega:



Joon. 218.

Antud gaasihulga ruum-ala on ümberpöördult proportsionaalne tema peale mõjuva rõhumisega. Nagu katsed näitavad, on leitud seadus maksev ainult siis, kui gaasi temperatuur muutmatuks jääb.

Et eraldatud gaasi enese rõhumine elavhõbeda kui ka toru seinte peale võrduma peab elavhõbeda rõhumisega gaasi peale (mõju ja vastumõju seadus), siis ütleb ülevalleitud seadus:

Ühesugusel temperatuuril on eraldatud gaasihulga rõhumine nõu seinte vastu ümberpöördult proportsionaalne gaasi ruum-alaga.

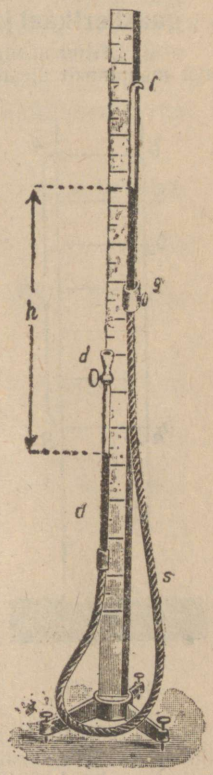
Kui rõhumisel p on antud gaasihulga ruumala v, ning rõhumisel p_1 sama gaasihulga ruumala v_1, siis peab eelmise seaduse järele olema:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{p_1}{p} \text{ ehk } v \cdot p = v_1 \cdot p_1 \qquad 84)$$

s. t. kui temperatuur ei muutu, siis on antud gaasihulga ruum-ala ning rõhumise kasvatis konstant.

Nimetatud seaduse leidis esiteks inglane Boyle (1662) ja vähe hiljem prantslane Mariotte (1679), ning nimetatakse teda mõlema ülesleidja järele Boyle-Mariotte'i seaduseks.

Tema tõestamiseks tarvitatakse harilikult joon. 219 kujutatud aparaati: 2 klaastoru ad ja fg on ühendatud tugevate seintega kummitoruga S; ad on liikumatult kinnitatud püstsamba külge, mille peale märgitud on sentimeeter-skaala. Teist toru fg võib piki sammast üles või alla lasta. Katse algul avatakse kraan d ja kallatakse torru ad elavhõbedat. Et ka teine toruots f lahtine on, siis seisab elavhõbeda nivoo mõlemas klaastorus — ühendatud nõude seaduse järele — ühel horisontaalsel tasapinnal. Kui kraan d kinni käänata, siis eraldame torus ad seisva õhuhulga välisest õhust. Arusaadavalt on rõhumine selle õhu peale endiselt 1 atm. Toru fg kõrgemale tõstmisel tõuseb elavhõbeda pind harus fg kõrgemale kui harus ad, ja eraldatud õhk saab kokku surutud. Katsest näeme, et õhu ruum-ala torus ad 2 korda väheneb, kui elavhõbesamba kõrgus h on 76 cm, s. t. kui rõhumine on 2 atm. Et eraldatud õhu ruum-ala 3 korda vähendada, peab h = 152 cm., s. t. rõhumine peab 3 korda suurem olema kui alguses jne. Kirjeldatud aparaadi juures võime toru fg ka madalamale torust ad langetada. Siis langeb harus fg elavhõbeda nivoo madalamale kui harus ad, ning eraldatud õhu ruum-ala suureneb võrdlemisi tema algruumiga; me ütleme et õhk hõreneb. Lahtises torus fg rõhub elavhõbeda peale atmosfääriline õhk jõuga 1 atm. Seda rõhumist tasakaalustab teiselt poolt vastumõjuv hõrendatud õhu ning elavhõbesamba rõhumine, kus juures viimase suuruse ära määrab elavhõbeda nivoode kõrguste vahe mõlemas toruharus. Seisab elavhõbe torus ad näiteks 38 cm kõrgemal kui torus fg, siis rõhub elavhõbesammas jõuga $\frac{38}{76} = \frac{1}{2}$ atm., järjelikult võrdub hõrendatud õhu rõhumine $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ atm. Katse näitab, et sel puhul ka õhu ruum-ala 2 korda suurem on tema algruumist. Ka antud gaasihulga ruum-ala suurendamisel väheneb järjelikult tema rõhumine ümberpöördult proportsionaalselt ruum-alaga. Boyle-Mariotte'i seadus on seega maksev nii gaasi kokkusurumisel kui tema hõrendamisel.



Joon. 219.

Ka nendel katsetel tuleb gaasi temperatuur alati ühekõrgusel hoida. Õhu asemel võime kirjeldatud aparaadis ka iga teist gaasi kokkusuruda või hõrendada, — resultaadid ei olene sellest, missugust gaasi me tarvitame.

2) Gaasi erikaal ning tihedus on seda suurem, mida väiksem on eraldatud gaasihulga ruum-ala, sest $\text{erikaal} = \frac{\text{kaal}}{\text{ruum-ala}}$; et kokkusurumisel või hõrendamisel gaasihulga kaal muutumatuks jääb, siis on erikaal d ümberpöördult proportsionaalne gaasi ruum-alaga v, s. t.

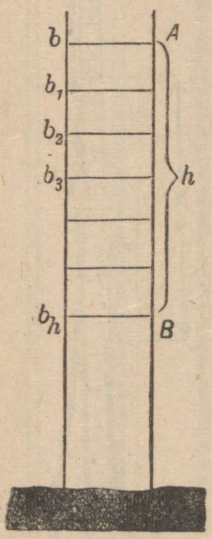
$$\frac{d}{d_1} = \frac{v_1}{v}$$

Sellest võrrandist järgneb Boyle-Mariotte'i seaduse põhjal:

$$\frac{d}{d_1} = \frac{p}{p_1} \qquad 85)$$

s. t. **gaasi erikaal ja tihedus on proportsionaalne tema rõhumisega.**

3) Leitud seaduse abil võime välja arvata baromeetrirõhumise vähenemist maapinnalt ülestõusmisel (võrdle § 81). Jaotame joonistusel 220 kujutatud vertikaalse õhusamba AB horisontaalseteks 1 meetri paksusteks kihtideks bb_1, b_1b_2, b_2b_3 jne., ja oletame, et ühe niisuguse kihi piirkonnas õhu tihedus ühesuurune on. Olgu punktis A baromeetrirõhumine b cm. 1 meeter madalamal kasvab õhurõhumine kunni b_1 cm, sest et endisele rõhumisele juure tuleb õhusamba bb_1 rõhumine. Viimane rõhub jõuga erikaal × kõrgus bb_1; 76 cm rõhumise juures on õhu erikaal $0{,}001293 \frac{g}{cm^3}$; b cm rõhumise juures on ta järjelikult $\frac{b}{76}$ korda väiksem, s. t. $\frac{0{,}001293}{76} \cdot b \frac{g}{cm^3}$; samba bb_1 kõrgus on 1 m = 100 cm, nii et tema rõhumine järgmise kihi peale võrdub $\frac{0{,}001293}{76} b \times 100 \frac{g}{cm^2} = \frac{0{,}1293}{76} \cdot b \frac{g}{cm^2}$. Ühe cm kõrgune veesammas rõhub jõuga $1 \frac{g}{cm^2}$ (§ 63_1); sama tugevasti kui õhusammas bb_1 rõhuks siis veesammas, mille kõrgus oleks $\frac{0{,}1293}{76} . b$ cm.



Joon. 220.

Et elavhõbe 13,6 korda veest raskem on, siis avaldaks samasuurt rõhumist nagu bb_1 niisugune elavhõbesammas, mille kõrgus oleks veel 13,6 korda väiksem nimetatud veesambast, s. t. $\frac{0{,}1293}{76 . 13{,}6} \cdot b$ cm. $= 0{,}000125 . b$ cm. Üks meeter allpool punkti A on nii siis õhurõhumine $b_1 = b + 0{,}000125.b$ cm. $= b . 1{,}000125$ cm elavhõbesammast. Veel 1 meeter allpool oleks rõhumine $b_2 = b_1.1{,}000125 = b1{,}000125^2$ cm., järgmise meetri järele $b_3 = b_2 . 1{,}000125 = b_4.1{,}000125^3$ cm. jne. Punktis B, mis h meetert allpool punkti A seisab, on siis rõhumine vastavalt eelmisele

$$b_h = b . 1{,}000125^h$$

Logaritmeerides leiame sellest: $\log b_h = \log b + h \log. 1{,}000125$, ehk

$$h = \frac{\log b_h - \log b}{\log 1{,}000125}$$

Et log 1,000125 võrdub umbes $\frac{1}{18400}$, siis järgneb sellest, et

kõrgus $h = 18400 (\log b_h - \log b)$ meetrit 86)

On õhurõhumine mäel tipu näiteks b = 73 cm ja merepinnal b_h = 74 cm., siis on mäe kõrgus üle merepinna

$$h = 18400 (2{,}86923 - 2{,}86332) = 108{,}8 \text{ m.}$$

Formuli (86) tuletusel oletasime, et õhu temperatuur terves sambas on 0^0 C, sest ainult sel puhul on õhu normaalne erikaal 0,00129 $\frac{g}{cm^3}$. Täpipealsemate arvestuste juures tuleb peale temperatuuri kõikumist veel tähele panna raskusjõu vähenemist kõrgemates kihtides, õhu rõskust jne. Sarnasel puhul muutub formul väga keeruliseks.

4) Boyle-Mariotte'i seadus on, nagu täpipealsemad mõõtmised näitavad, ainult umbkaudne, nii et teda ka praktiliselt ainult madalate rõhumiste juures võib tarvitada. Vesinik tarvitab kokkusurumiseks vähe suuremat, kõik teised gaasid väiksemat rõhumist, kui see olema peaks Boyle-Mariotte'i seaduse järele. Suurtel rõhumistel ja harilikul temperatuuril nõuavad kõik gaasid kokkusurumiseks palju suuremat rõhumist kui väikestel rõhumistel. Väga suurtel rõhumistel (kunni 4000 atm.) on vesiniku, lämmastiku ja hapniku kokkusurutavus sama väike nagu vedelikkude juureski, nii et Boyle-Mariotte'i seadus siin täiesti vale on. Kõrgetel temperatuuridel aga läheneb kõikide gaaside kokkusurutavus jällegi Boyle-Mariotte'i seadusele.

Näited: 1) Baromeeter näitab rõhumist 72 cm. Kui suur on õhurõhumine 50 cm^2 suuruse pinna peale?

76 cm juures rõhub õhk jõuga 1,033 $\frac{kg}{cm^2}$ (§ 79_2); 72 cm juures on rõhumine $1{,}033 \frac{kg}{cm^2} \cdot \frac{72\ cm}{76\ cm} = 0{,}978 \frac{kg}{cm^2}$; 50 cm^2 peale rõhub õhk jõuga $P = 0{,}978 \frac{kg}{cm^2} \cdot 50\ cm^2 = 48{,}9$ kg.

2) Kui kõrgele üles surub normaalne atm. rõhumine alkoholi õhutus torus, kui teada on, et alkoholi erikaal on 0,8 $\frac{g}{cm^3}$?

Õhurõhumist tasakaalustab niisugune alkoholisammas, mille kaal 1 cm^2 lõikepinna juures võrdub 1.033 kilogrammiga. Et 1 meetri pikkune alkoholi sammas kaalub 100 cm^3 0,8 $\frac{g}{cm^3} = 80$ g = 0,08 kg, siis peab otsitud kõrgus olema $1\ m \cdot \frac{1{,}033}{0{,}08} = 12{,}9$ m.

3) Normaalsel rõhumisel ja 0^0 C juures on 1 kg õhu ruum-ala 0,97 m^3. Kui suur on selle õhu ruum-ala samal temperatuuril ja rõhumisel 57 cm. elavhõbesammast?

Formuli 84) järele on:

otsitud ruum-ala $v \times 57 = 0{,}97 \times 76$, ehk

$$v = 0{,}97\ m^3 \cdot \frac{76\ cm}{57\ cm} = 1{,}286\ m^3.$$

4) Kui suur on silindris eraldatud gaasi rõhumine 10 cm^2 suuruse kannu peale, kui õhk poole ruum-alani kokku surutakse?

Gaasi rõhumine on 2 korda suurem atmosfäärilisest rõhumisest. On viimane 76 cm, s. t. 1,03 $\frac{kg}{cm^2}$, siis rõhub gaas kannu peale jõuga

$$P = 10\ cm^2 \times 2{,}06 \frac{kg}{cm^2} = 20{,}6\ kg.$$

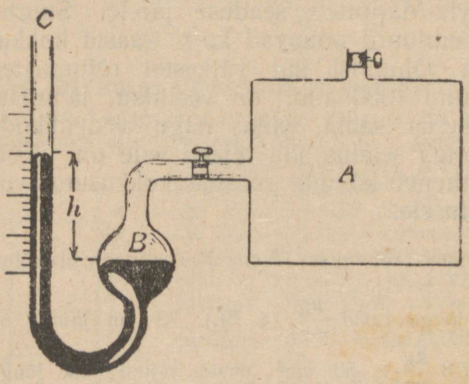
Sellest rõhumisest tasakaalustab teiselt poolt vastu mõjuv atm. rõhumine $10 \times 1{,}03$ kg. = 10,3 kg., nii et kann jõuga 20,6 — 10,3 = 10,3 kg silindrist välja tõukub.

5) Mäetipul, kus atm. rõhumine 70 cm, kaalub 1 cm^3 õhku 0,94 kg. Kui palju kaalub 1 m^3 õhku 52 meetrit madalamal?

Langemisel 52 meetri võrra tõuseb õhurõhumine umbes $\frac{52}{10,5} \times 1$ mm ≈ 5 mm võrra. Õhu erikaal on proportsionaalne rõhumisega. Seega kaalub 1 m^3 õhku madalamas kohas

$$0{,}94 \text{ kg} \times \frac{70{,}5 \text{ cm}}{70 \text{ cm}} = 0{,}9468 \text{ kg}.$$

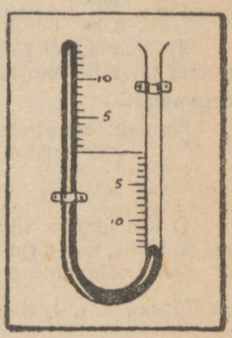
§ 83. **Manomeetrid.** 1) Manomeetritega mõõdetakse kinnises nõus kokkusurutud gaaside, aurude või vedelikkude rõhumist. Nõus A kokkusurutud gaasi rõhumist võib mõõta näiteks lahtise otsaga elavhõbe-manomeetriga (joon. 221), milles mõõdetava gaasi rõhumine sifoontoru BC lahtises harus C elavhõbeda üles rõhub. Samba kõrgus h üle elavhõbeda nivoo nõus B ongi mõõduks nõus A kokkusurutud gaasi rõhumisele.



Joon. 221.

Võrdub h näiteks 5 cm, siis tasakaalustab gaasi rõhumine esiteks 5 cm kõrguse elavhõbesamsa rõhumise ja peale selle läbi toru C elavhõbeda peale mõjuva atmosfäärilise rõhumise, mille suurust mõõta võib baromeetriga. Näitab viimane näiteks 76 cm, siis on mõõdetud gaasirõhumine $76 + 5 = 81$ cm. Me ütleme sarnasel puõul ka, et gaasi rõhumine on 5 cm üle atmosfääri.

On gaasi rõhumine nõus A väiksem atmosfäärilisest rõhumisest, siis surub väline õhk elavhõbeda torus C reservuaari B elavhõbeda nivoost madalamale. Atmosfäärilist rõhumist tasakaalustab siis torus B seisev elavhõbesammas ning tema peale mõjuv hõrendatud gaasi rõhumine. Langeb elavhõbe torus C näiteks 10 cm alla nivood B, siis on hõrendatud gaasi rõhumine 76 cm — 10 cm. = 66, ehk 10 cm alla atmosfääri.



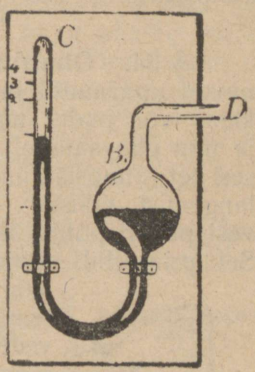
Joon. 222.

2) Üsna väikeste rõhumiste jaoks, nagu nad tekivad õhupumba kupli all jne., tarvitatakse manomeetrit, mida moodustab lühike, umbes 20 cm pikk sifoonbaromeeter. Mõlemad toruharud tehakse ühepikkused (joon. 222); kinnise otsaga haru on üsna elavhõbedaga täidetud, lahtine haru

aga tühi. Atmosfäärilises õhus hoiab õhurõhumine elavhõbeda üleval, sest et samba kõrgus alla 76 cm on. Seisab aga manomeeter hõredas õhus, näiteks õhupumba kupli all, siis hakkab teatud õhuhõreduse juures elavhõbesammas langema. Absoluut õhutus ruumis langeks elavhõbe mõlemas toruharus ühe nivooni, sest et sarnasel juhusel elavhõbeda peale ei ühelt ega teiselt poolt mingit rõhumist ei oleks.

On elavhõbeda nivoode kõrgusevahe (mõlemas harus) näiteks 10 cm, siis tasakaalustab nii kõrge elavhõbesammas gaasi rõhumist. Järjelikult on rõhumise suurus

$$10 \text{ cm} = \frac{1}{76} \cdot 10 = \frac{1}{7{,}6} \text{ atmosfääri.}$$

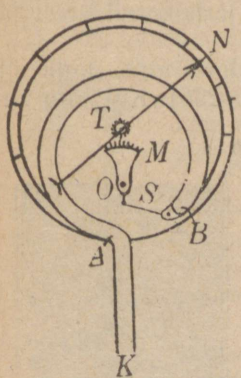


Joon. 223.

3) Suurte rõhumiste mõõtmiseks on kohane õhuga täidetud kinnise otsaga elavhõbe-manomeeter ehk kompressioon-manomeeter (joon. 223). Kinnise otsaga torus C on elavhõbeda peal kuiv õhk. Ühendatakse toru D kokkusurutud gaasiga, siis rõhub viimane elavhõbeda torus C üles ning surub seega seal oleva õhu Boyle-Mariotte'i seaduse järele kokku. Toru C elavhõbesamba kõrgusest võib välja arvata kokkusurutud gaasi rõhumist.

Iõuseb elavhõbe torus C näiteks nii kõrgele, et tema peal asuv õhk 2 korda väiksema ruum-alani kokku surutakse, ning seisab selle juures elavhõbe torus C 19 cm üle nivoo B, siis rõhub kokkusurutud õhk Boyle-Mariotte'i seaduse järele jõuga 2 atm. ning elavhõbesammas jõuga $\frac{19}{76} = \frac{1}{4}$ atm. Järjelikult on kokkusurutud gaasi mõõdetav rõhumine $2 + \frac{1}{4} = 2^1/_4$ atm.

Toru C alla paigutatud skaalale märgitakse harilikult iga sambakõrgusele vastav rõhumine atmosfäärides. Selle manomeetri halb külg on, et toru ülemises otsas skaalajaotused väga ligistikku seisavad, nii et seal mõõtmine küllalt täpipealne ei ole.

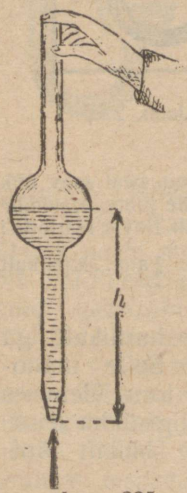


Joon. 224.

4) Metallmanomeetrid tarvitatakse peaasjalikult suurte rõhumiste, näiteks aururõhumise mõõtmiseks aurukatlates. Tema peaosa moodustab kõveraks painutatud elastne metalltoru AB (joon. 224), mille üks ots on toru K kaudu ühendatud mõõdetava kokkusurutud gaasiga, kuna teine ots B kinnine on. Rõhumise suurenemisel sirgub pisut seesugune kõvertoru, mille tõttu tema otsad A ja B vähe kaugemale teine-teisest nihkuvad. Rõhumise vähe-

nemisel aga paindub toru jällegi kõveramaks ning A ja B lähenevad. Ots A on kinnitatud aluse külge, nii et liikuda võib ainult ots B. Ta tõmbab selle juures varva S kaudu sharniiri O ümber pöörduvat kangi M, mille ülemine ots hammasratta abil näitaja N telge ühele või teisele poole pöörab. Näitaja all asub skaala, millele võrdlemisel elavhõbe-manomeetriga ära on märgitud igale seisule vastava rõhumise suurus atmosfäärides või $\frac{kg}{cm^2}$.

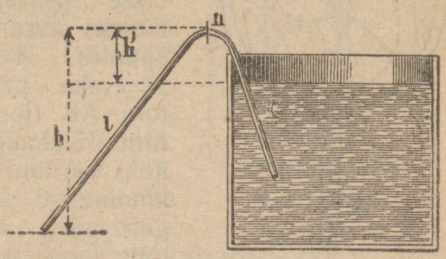
§ 84. **Õhurõhumisel ja Boyle-Mariotte'i seadusel põhjenevad aparaadid ja riistad.** 1) Tõstetoru ja pipett. Kui teeklaas või pudel ääreni veega täita, avaus paberiga kinni katta ja nõu ettevaatlikult põhi ülespidi pöörda, siis ei voola vesi välja, sest et atmosfääriline õhk paberit alt-üles rõhub ja seega vee langemist takistab. On pudeli kael väga kitsas, siis ei voola vesi pudeli põhja ülespidi hoidmisel ka ilma mingi katteta välja. Sel printsiibil põhjenebki tuntud tõstetoru (joon. 225). Kui teda alumist otsa pidi vedelikku langetada, ja tema ülemisest avausest suuga imeda, siis täidab vedelik toru. Sulume nüüd ülemise avause sõrmega, siis võime vedelikku ühes toruga üles tõsta ja mõnda teise anumasse kallata, sest vedelik ei voola enne ülemise augu avamist tõstetorust välja. Kui tõstetoru mitte üsna täis ei olnud, siis voolab üks osa vedelikku temast välja; vedeliku peal tekib hõrendatud õhk, mille rõhumine väiksem on atmosfäärilisest rõhumisest. Niipea kui hõrendatud õhu ja vedelikusamba rõhumine kokku 1 atmosfääriga võrdub, ei voola enam vedelikku tõstetorust välja.



Joon. 225.

Pipeti ülemine auk on kummikelmega kaetud või kummipalliga ühendatud. Viimase abil imetakse vedelik torru ja surutakse tarbekorral sealt jällegi välja.

2) Sifoon on kahe haruline toru, mille üks haru pikem on teisest (joon. 226). Kui toru ühte otsa pidi vette kasta ja teisest otsast imeda kunni ta vedelikuga täitub, siis hakkab vesi pikemast harust iseenesest välja voolama. Tarvilik on selle juures ainult, et pikem toruots madalamal seisaks kui veenivoo anumas. Nähtuse seletamiseks vaatleme vedelikuga



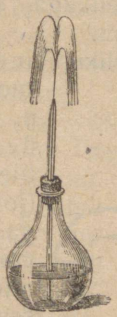
Joon. 226.

täidetud toru: ei takistaks seda atmosfääriline õhurõhumine, siis katkeks veesammas kõige kõrgemas punktis n pooleks, ning vesi langeks mõlemat haru mööda alla. Õhurõhumine aga hoiab veesambad 1 ja k alati koos ja ei lase punktis n õhutut ruumi tekkida. Et harus 1 veesammas h kõrgem on kui harus k (sambakõrgus h^1), siis kaalub esimene tugevamini alla kui teine. Selle tagajärjel hakkab sammas 1 langema ja kisub enese järele samba k. Anumast tuleb alatasa uut vett torru, mida langev sammas 1 järjest enese järele pikemasse toruharru ja sealt välja kisub. Vool katkeb alles siis, kui torru õhku pääseb või kui veenivoo anumas sama madalale langeb kui välise toru alumine ots.

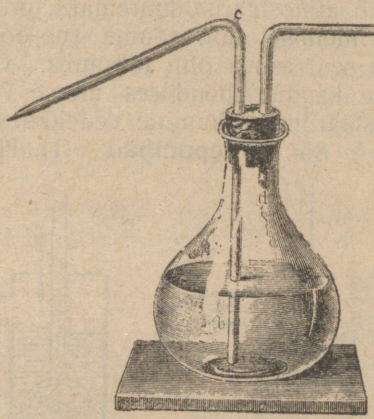
On kõrgus h üle 10,33 meetri, siis ei suuda õhurõhumine mõlemaid veesambaid enam koos hoida, vaid punkti n tekib õhutu ruum (§ 72_2); sambad katkevad seal ja langevad siis mõlemale poole alla, nii et vool katkestub. Elavhõbeda juures ei või kõrgus h samal põhjusel mitte üle 76 cm olla.

Ka õhutus ruumis ei saa sifoon töötada, sest et seal rõhumine, mis mõlemaid sambaid koos hoiab, puudub.

3) Heroni pudel (joon. 227), nii nimetatud tema ülesleidja A. Heron'i järele (120 a. enne Kr.), on harilik, pooleni veega täidetud klaaspudel, mille korgi läbi peenike toru pudeli põhjani on torgatud. Kui läbi toru õhku puhume, siis surume pudelis eraldatud õhu kokku. Et viimane vee peal asub, siis kasvab puhumisel ka rõhumine vee peale. Niipea kui puhumine lõpetatud, rõhub väline atm. õhk läbi lahtise toru nõrgema jõuga vedeliku peale kui kokkusurutud õhk pudelis. Selle tõttu pressib viimane vee toru mööda pudelist välja, nii et vesi kõrge joana üles purskab.



Joon. 227.



Joon. 228.



Joon. 229.

Kui läbi kirjeldatud pudeli korgi veel teine lühike toru d (joon. 228) torgata, siis võime läbi viimase pudelisse alatasa õhku juure puhuda, mille tagajärjel vedelik kogu puhumise aeg peene joana läbi c välja purskub.

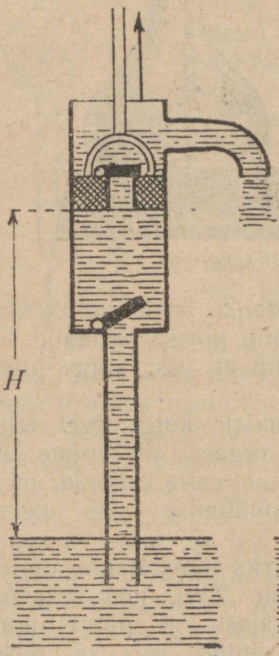
4) Karteesiuse tuukriks nimetatakse õõnest kerasarnast klaaskeha K (joon. 229), mis sedavõrd veega on täidetud, et ta parajasti vee pinnal ujub. Et kera avaus alla on sihitud, siis ei pääse

kehas K asuv õhk sealt välja ega vesi kehasse. Keha paigutatakse veega täidetud silindrisse, mis ülevalt õhukindlalt kaetud õhukese elastse kelmega. Harilikult ujub keha üleval, veepinna lähedal; rõhume aga sõrmega kelme peale, siis kandub rõhumine läbi vee kehas asuva õhu peale; viimane surutakse kokku ning silindrist tungib osa vett kehasse. Seega suureneb ujuva keha kaal (sest vesi on raskem õhust) ning keskmine erikaal ja keha peab vees sügavamale vajuma (võrdle § 67). Katkestame rõhumist kelme peale, siis paisub kehas olev õhk endise ruum-alani ja tõrjub sealt osa vett välja. Keha muutub kergemaks ja tõuseb uuesti üles. Tihti antakse kehale inimele kuju, — sellest nimetus „tuuker".

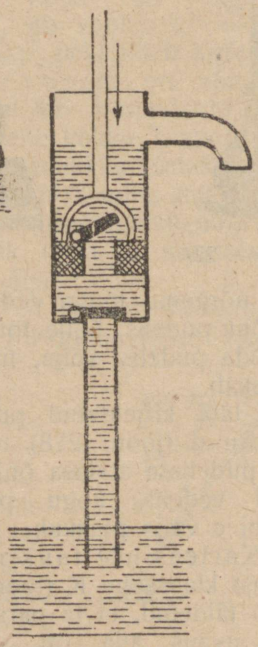
5) Ka hingamine ja imemine põhjenevad Boyle-Mariotte'i seadusel: sissehingamisel suurendame musklite abil rinnakasti, ja ühtlasi ka kopsus asuva õhu ruum-ala. Õhu rõhumine langeb kopsus alla atmosfääri ja läbi hingekõri voolab väljast õhku kopsu, kunni rõhumine seal sama suureks kasvab kui väljas. Väljahingamisel vähendame kopsus leiduva õhu ruum-ala, tema rõhumine kasvab atmosfäärist suuremaks, ning osa õhku voolab välja.

Imemisel suurendame suu-õõnsuse ruum-ala ja vähendame seega seal asuva õhu rõhumist. On suu kas toru või otsekohe huulte kaudu ühenduses mõne vedelikuga, siis rõhub suurem atmosfääriline rõhumine vedeliku suhu.

§ 85. **Veepumbad.** 1) Hariliku imejapumba peaosa moodustab jäme toru, n. n. pumba silinder, milles tihe kann üles-alla võib liikuda (joon. 230). Silindriga on ühenduses vette ulatav peenem toru, mida silindri põhjas seisev sellekohane klapp, n. n. pumba ventiil võib sulguda või avada. Teine samasugune klapp ehk ventiil sulub või avab läbi kannu puuritud augu, mis kannualust silindriosa ühendab kannupealse silindriosaga.



Joon. 230.

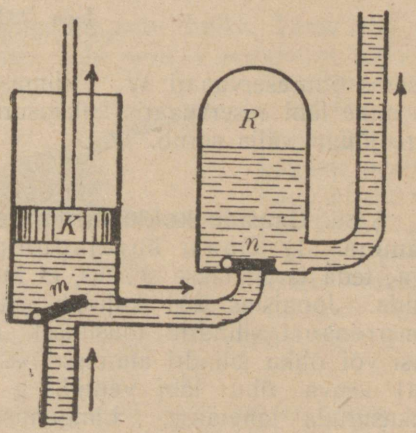

Joon. 231.

Pumpamisel liigutatakse kannu sellekohase kangi abil ühtlaselt üles-alla. Kannu tõusmisel (joon. 230)

surub väline õhk ülemise klapi vastu kannu ja sulub seega kannu avause. Kannu alla jäänud õhu ruum-ala suureneb ning tema rõhumine muutub atmosfäärilisest rõhumisest väiksemaks. Selle tagajärjel surub veepinna peale rõhuv atmosfääriline õhk vee toru mööda üles; vesi avab silindri põhjas asuva klapi ning tungib kannu alla silindrisse. Niipea kui kann alla tagasi hakkab liikuma, katkeneb veevool silindrisse ja vesi rõhub alumise klapi vastu silindri põhja, sulgudes seega silindri alumise avause. Et kann nüüd silindris asuva õhu ja vee kokku surub, siis kasvab seal rõhumine atmosfäärist suuremaks. Rõhumine ülemise klapi peale on alt tugevam kui ülevalt, klapp tõuseb üles ja avab kannu augu (joon. 231), mille läbi vesi kannu peale tõuseb. Kannu järgmisel tõusul muutub rõhumine silindri all jällegi väiksemaks kui väljas, kannu peal asuv vesi sulub ülemise klapi, kuna alt juure voolav vesi avab alumise klapi. Silindrisse tõuseb jällegi teatud hulk vett, mis kannu teistkordsel langemisel ka kannu peale voolab jne. Seal tõuseb veepind pumpamisel järjest kõrgemale, kunni vesi läbi külgtoru välja hakkab voolama.

Selgub, et vee pumpamisel on vee tõstjaks õieti atmosfääriline õhurõhumine. Et viimane veesammast ainult kunni 10,33 m üles suudab suruda (§ 72_2), siis ei või imejapump vett kõrgemale üles imeda kui ligi 10 m. On kannu vertikaalne kõrgus H (joon. 230) üle 10 m vee nivoost, siis tekib kannu ja torus seisva veesamba vahel õhutu ruum ja vesi ei tõuse enam pumba silindrisse.

2) Üle 10 meetri võime vett ainult surujapumba abil tõsta. Viimane eraldub imejast pumbast ainult sellega, et kann K on ilma avauseta (joon. 232). Teine klapp n sulub või avab toru, mis kannualust silindriosa ühendab õhureservuaariga R. Pump paigutatakse nii madalale, et kannu kõrgus üle veenivoo oleks alla 10 m. Kannu tõusul voolab vesi atmosfäärilise rõhumise tõttu silindrisse. Sealt surutakse ta kannu langemisel kõrvalseisvasse õhureservuaari. Järgmise käigu juures sulub reservuaari kogunud vesi klapi n ning takistab seega vee tagasivoolu silindrisse. Langedes surub kann uut vett reservuaari jne. Reservuaarist võime niiviisi vett kuitahes kõrgele üles suruda.

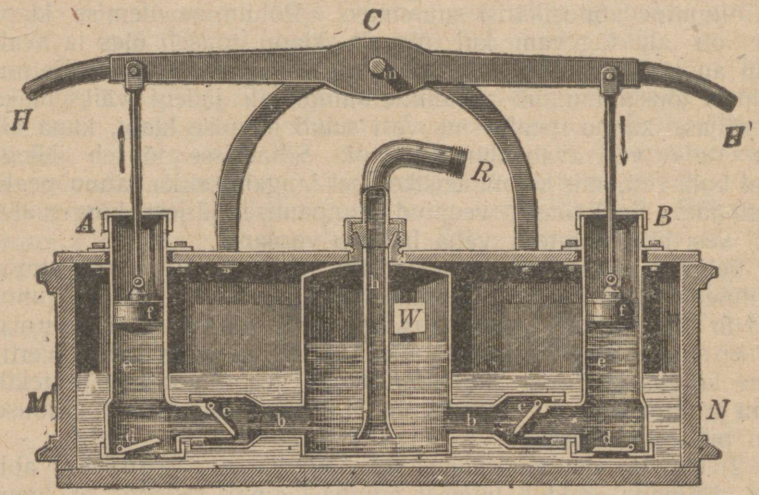


Joon. 232.

Õhureservuaari otstarve on vee rõhumist ja tema väljavoolu pumbast ühtlustada: ülemises reservuaariosas asub õhk, mis vee-

pinna tõusul kokku surutakse. Samuti nagu Heroni pudelis rõhub ta siis vee reservuaarist välja enam-vähem ühtlase jõuga. Ilma reservuaarita tõuseks vesi pumbast üles kannu käikudele vastavate tõugetega.

3) Tulekaitse pritsi moodustavad 2 surujat pumpa A ja B (joon. 233), mille kanne ühise kangiga HH' liikuma pannakse. Pumbad imevad vett ühisest reservuaarist MN ja suruvad teda



Joon. 233.

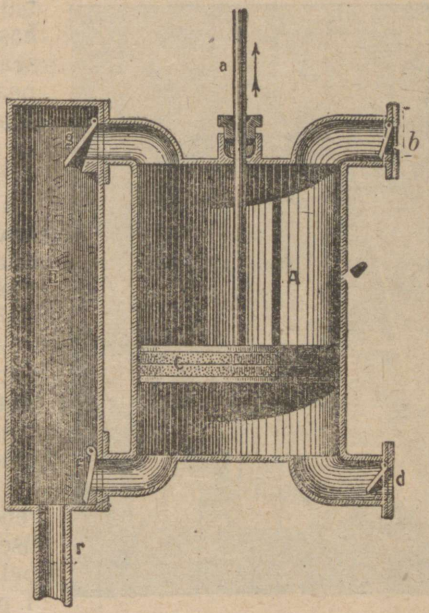
ühisesse õhureservuaari W. Viimase põhja ulatab pritsitoru R ots, mille läbi reservuaaris kokkusurutud õhk tema all asuva vee suure jõuga välja surub.

§ 86. **Gaaside kokkusurumine ja kokkusurutud õhu tarvitamine.** 1) Gaasi surujapump on sarnane vee surujapumbaga; teda tarvitatakse selleks, et hulk gaasi väikesse ruumi kokku suruda. Joonistus 234 kujutab suure surujapumba ehk n. n. kompressori silindrit: tõusmisel imeb kann läbi ventiili d gaasi või õhku silindri alumisse ossa, samal ajal surub ta kannu peal asuva õhu läbi ventiili g reservuaari r, milles õhku kokkusuruda tahetakse. Langemisel surub kann silindri alumises osas kogunud õhu läbi augu f samma reservuaari r, sest et silindris kokkusurutud õhu rõhumine avause d vastava klapiga sulub, mille tõttu õhk silindrist välja ei pääse. Ülemisse silindriossa imeb kann samal ajal väljast uut õhku läbi avause b, kuna reservuaaris r kokkusurutud õhu rõhumine augu g klapiga sulub ja seega õhku reservuaarist tagasi silindrisse ei

lase. Järgmisel tõusul surub kann ülemisse ossa imetud õhu läbi g reservuaari r ning imeb samal ajal silindri alumisse ossa väljast uut õhku jne. Nii imeb kann alatasa paremalt poolt uut õhku silindrisse ja surub teda pahemalt poolt reservuaari r.

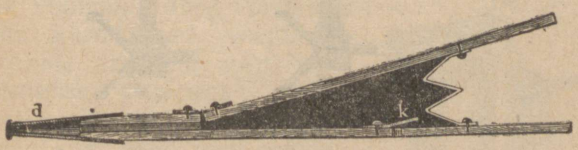
Kompressorid tarvitatakse vedelate gaaside valmistamiseks, õhu kokkusurumiseks reservuaaridesse, kust õhk siis vastavatesse masinatesse juhitakse, et neid — samuti nagu aurugagi — käima panna jne.

Sarnane kompressoriga on harilik jalgratta pump. Viimases surub kann õhku ainult ühe poolega, samuti kui harilik veepumpki. Klapi asemel, mis õhu tagasivoolu silindrisse takistab, on jalgratta kummirehvis sellekohane ventiil, mis õhku küll rehvi sisse laseb, kuid teda sealt enam tagasi välja ei lase.



Joon. 234.

2) Ka lõõts kuulub surujapumpade hulka. Tema abil võib tugevat õhuvoolu tekitada nagu seda näiteks sepapajas tarvis on. Teda moodustab 2 liikuvat lauda (joon. 235), mis külgede pealt nahaga ühendatud. Kui laudu laialitõmmata, siis hôreneb lõõtsas õhk ja väljast voolab läbi külgaugu uut õhku lõõtsa. Laudade kokkulitsumisel sulub klapp K külgaugu ja õhk surutakse tugeva vooluna lõõtsatorust välja.



Joon. 235.

3) Kokkusurutud õhku tarvitatakse laialt mitmesuguste veealuste tööde juures. Tuukrid näiteks panevad ennast õhukindlatesse kummiriietesse, millesse õhku pumbatakse. Mida sügavamale langeb tuuker, seda tugevamini rõhub vesi tema riiete peale, seda suurem peab siis ka riiete sees õhu vasturõhumine olema, et ta veerõhumist tasakaalus suudaks hoida. Vastasel korral lämbuks tuuker või vesi pigistaks tema surnuks.

Suuremate tööde juures langetatakse vette n. n. tuukri kell (joon. 236). See on suur, tugevate seintega ja alt lahtine kast, millesse kokkusurutud õhku pumbatakse. Õhk rõhub vee täiesti kastist välja ja inimesed võivad seal vabalt töötada. Muidugi peab ka kastis õhurõhumine seda suurem olema, mida sügavamal ta seisab.

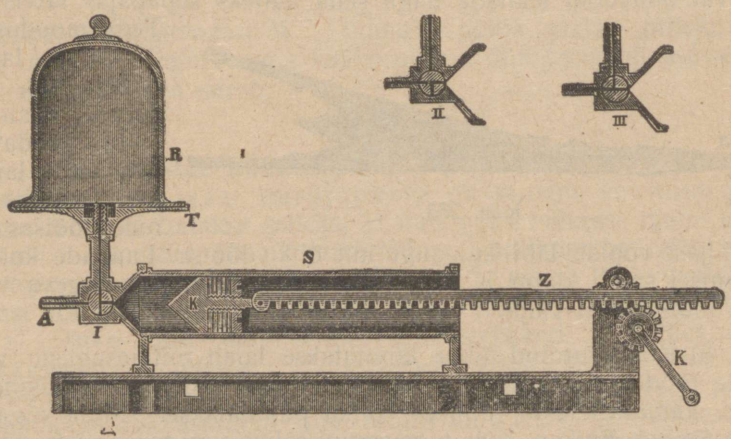


Joon. 236.

§ 87. **Õhu hõrenduspumbad.** 1) Hõrenduspumpe tarvitatakse selleks, et mingist kinnisest nõust, näiteks klaaskupli R (joon. 237) alt mõnda gaasi — harilikult õhku — välja pumbata. Et kupli R all õhk selle juures järjest hõreneb, siis hüütakse neid pumpe hõrenduspumpadeks ehk lühedalt õhupumpadeks.

Õhupumba kupli R (n. n. retsipiendi) ääred on tasapinnaliselt siledaks lihvitud, nii et kuppel õhutihedalt pumba taldreku T peal seisab. Paremaks tihendamiseks määritakse kupli ääred enne katset vähe rasvaga.

2) Hariliku õhupumba konstruktsioon on sarnane imejaveepumba omaga: Kann K liigub edasi-tagasi silindris S (joon. 237);



Joon. 237.

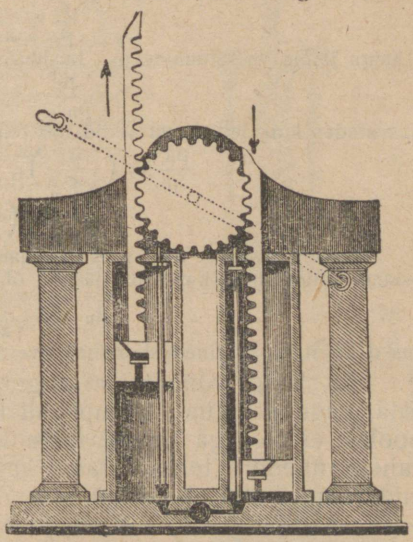
viimase ots on iseäralise kraani I kaudu ühendatud kupli R siseruumiga. Kraani I moodustab tihedalt vastavasse auku lihvi-

tud massiivne silinder (või koonus), mis põigiti kolmes sihis läbipuuritud, ja mida augus ühte või teise seisu võib pöörata. Seisab kraan nii nagu see kujutatud joonistusel (237, I), siis ühendab ta silindri S kupliga. Pöörame aga kraani 90° võrra seisu II, siis eraldab ta kupli silindrist, ning ühendab viimase torukese A kaudu välise õhuga. Seisul III ühendab kraan nii kupli kui silindri välise õhuga.

Pumpamisel pööratakse kraan seisu I ja tõmmatakse kann pahemale poole. Selle juures väheneb kannu all õhurõhumine ja kupli alt voolab osa õhku silindrisse. On kann üsna silindri otsa väljatõmmatud, siis pöördakse kraan seisu II ning lükatakse kann tagasi silindrisse. Õhk surutakse seega kannu all kokku; et aga kuppel nüüd silindrist eraldatud on, siis ei pääse õhk mitte tagasi kuplisse, vaid surutakse läbi A välja. On kann silindri põhjani jõudnud, siis pöördakse kraan uuesti seisu I ja tõmmatakse kann välja: jällegi voolab osa õhku kuplist silindrisse, kust ta kannu tagasitulekul läbi A välja surutakse jne. Kupli all asuva õhu hulk jääb järjest väiksemaks, sinna jäänud õhk täidab seega ikka suuremat ruumi,—ta hõreneb ja tema rõhumine väheneb. Asetame kupli alla § 83_2 kirjeldatud manomeetri, siis näitab elavhõbeda nivoode kõrgusevahe kupli alla jäänud õhu rõhumise suurust.

Me näeme, et õhu ja veepumba töötamisviisi vahel siiski põhimõtteline vahe on: kuna veepumbas vesi silindrisse surutakse atmosfäärilise õhurõhumisega, mille põhjuseks on raskusjõud (§ 79), voolab õhk kupli alt õhupumba silindrisse gaaside tungi tõttu võimalikult suurt ruumi täita, missugusel nähtusel midagi ühist ei ole raskusjõuga.

3) Kirjeldatud õhupumba juures tuleb kraani alatasa ühte ja teise seisu pöörata. Et sellest mööda pääseda, ehitatakse tihti õhupupme, milles õhu voolamist ühes või teises sihis korraldavad veepumba klappide sarnased ventiilid. Niisuguse pumbaga sünnib pumpamine teadagi hõlpsamalt; kuid õhku võib temaga ainult võrdlemisi vähe hõrendada, sest et väga hõredas õhus rõhumine nii väikseks muutub, et ta ventiile enam avada ei suuda. Tihti ühendatakse ka kaks silindrit ühiseks pumbaks, mille tõttu pumpamine teadagi 2 korda kiiremini sünnib. Niisugust pumpa kujutab joonistus 238: mõlemad kannud pannakse liikuma edasitagasi pööratava hammasratta kaudu. Ülestõusul tõstab kann läbi tema mineva varva otsas asuva ventiili, avab seega ühendus-



Joon. 238.

toru kupli ja silindri vahel, ning õhk voolab kuplist silindrisse. Langemisel sulub kann sama varva kaudu alumise silindriavause ja surub õhu silindris kokku. Kokkusurutud õhu rõhumine kasvab atmosfäärist suuremaks ning tõstab siis klapi üles, mis läbi kannu puuritud auku sulus. Läbi nimetatud augu voolab õhk nüüd silindrist välja atmosfääri. Teisel tõusmisel avab kann jällegi alumise ventiili, väline õhk sulub kannu peal seisva klapi ja terve sündmustik kordub.

4) Ka kõige parema õhupumbaga ei saa kunagi kõike õhku kupli alt välja pumbata. Kui kupli ruum-ala on näiteks 3 korda suurem pumbasilindri ruum-alast, siis satub silindrisse kannu iga käigu juures $\frac{1}{4}$ kupli all asuvast õhust, kuna $\frac{3}{4}$ temast sinna jääb. Teise käigu juures tuleks silindrisse $\frac{1}{4}$ allesjäänud $\frac{3}{4}$-ist, nii et kupli alla $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = (\frac{3}{4})^2$ alguses seal asunud õhust alles jääb; kolmanda käigu järele jääb kupli alla $(\frac{3}{4})^3$ endisest õhust jne. Kui suur ka kannu käikude arv n ei oleks, ikkagi jääb peale n-dama käigu kupli alla $(\frac{3}{4})^n$ osa alguses seal seisnud õhust.

Kupli alla jäänud õhu rõhumist võib järgmiselt välja arvata: olgu kupli ruum-ala a, silindri ruum-ala b, rõhumine pumpamise algul p ning 1 käigu järele p_1; kannu esimese käigu ajal suureneb kupli all seisva õhu ruum-ala a kunni (a+b); tema rõhumine p väheneb selle juures nii, et

$$\frac{p_1}{p} = \frac{a}{a+b}.$$

II käigu juures suureneb kupli alla jäänud õhu ruum-ala jällegi a-st kunni (a+b)-ni, seega väheneb rõhumine nii, et

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{a}{a+b}$$

n käigu järele on rõhumine p_n, kusjuures

$$\frac{p_n}{p_{n-1}} = \frac{a}{a+b}$$

Kasvatades kõik leitud võrrandid üks-teise peale, leiame, et

$$\frac{p_n}{p} = \left(\frac{a}{a+b}\right)^n, \text{ millest järgneb:}$$

$$p_n = p\left(\frac{a}{a+b}\right)^n.$$

Õhu tihedus on proportsionaalne rõhumisega (§ 82.), seega on n-dama käigu järele kupli alla jäänud õhu tihedus

$$d_n = d\left(\frac{a}{a+b}\right)^n,$$

kus d kujutab õhu tihedust pumpamise algul.

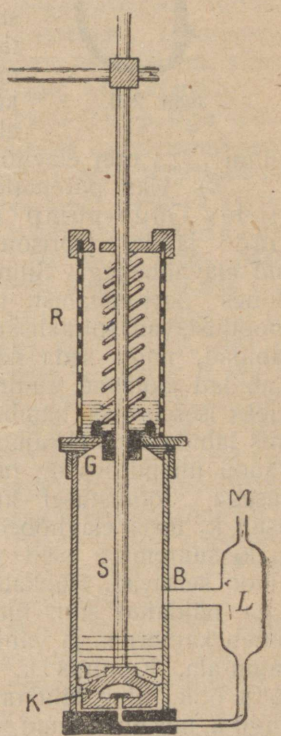
5) Kuigi võimata on kogu õhku välja pumbata, võiksime teda, nagu näidatud, — kupli all lõpmata hõredaks muuta. Tõepoolest ei ole aga ka see mitte võimalik: silindri põhja ja kannu vahele, ühendus torru, kraani kanaali jne. jääb alati vähe õhku, mida kann välja ei saa suruda. Kui kraan kannu tõusul näiteks kõik avaused sulub, siis paisub nimetatud kahjulikus ruumis peituv õhk ja täidab kogu silindri. Juhtub, et selle õhu rõhumine sama suureks saab kui kupli all asuva hõrendatud õhu oma, siis ei voola kraani avamisel kupli alt mingit õhku silindrisse. Seega ei saa me siis ka kupli alt enam õhku välja pumbata, vaid kann surub langemisel silindris asuva õhu ainult jällegi

kahjulikku ruumi tagasi, kust ta kannu järgmise tõusu juures uuesti silindrisse paisub. On näiteks kahjuliku ruumi suurus $\frac{1}{1000}$ silindri ruum-alast, siis paisub temas peituv õhk kannu tõusul 1000 korda. Õhu väljapumpamine takistub, kui kahjulikku ruumi kokkusurutud õhu rõhumine parajasti võrdub atmosfäärilise rõhumisega, sest sel juhusel ei voola kokkusurutud õhk kahjulikust ruumist enam välja atmosfääri. 1000 korda paisudes on selle õhu rõhumine $\frac{1}{1000}$ atm., järjelikult võib sarnase pumbaga õhku ainult kunni $\frac{1}{1000}$ atmosfäärini hõrendada.

Paremate kirjeldatud õhupumpade abil võib õhku hõrendada kunni rõhumiseni 3 mm elavhõbesammast.

§ 88. **Õli- ja elavhõbe-õhupumbad.** 1) Uuemal ajal on laialisel tarvitusel n. n. õli-õhupump, milles kahjulik ruum õliga täidetakse ja mis selle tõttu suuremat õhuhõrendamist võimaldab.

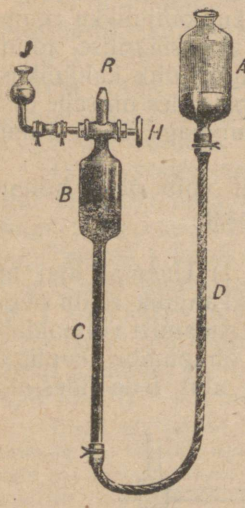
Toru M (joon. 239) ühendab silindri õhupumba kupliga; kann K on kinnitatud varva S külge, mille abil teda üles-alla liigutatakse. Kannu peale on kiht paksu õli kallatud. Kui kannu tõsta, siis sulub peagi tema peal asuv õlikiht augu B, nii et õhk silindrist kupli alla tagasi ei pääse. Osa õli voolab läbi B reservuaari L, kust kann teda enese alla imeb. Jõuab kann silindri ülemisse otsa, siis tõukab ta seal asuva ventiili G üles, avab seega ventiiliaugu, mille läbi kokkusurutud õhk ja osa õli silindri peal seisvasse nõusse R satub. Kannu langemisel sulub ventiil G ülemise augu, kusjuures ventiili peale kogunud õlikiht välist õhku silindrisse ei lase. Langeb kann allapoole B-d, voolab reservuaarist L kannu peale esiteks vähe õli; peale selle aga täidab läbi M kupli alt tulev õhk silindri ülemises osas tekkinud tühja ruumi. Osa õhku satub nimetatud tühja ruumi ka läbi ventiili, mis silindri alumist osa otse läbi kannu tema ülemise osaga ühendab. Silindri alumisse ossa tuleb see õhk kupli alt toru M ja reservuaari L kaudu. Kannu teistkordsel tõusul surutakse ülemisse silindriossa kogunud õhk jällegi läbi G välja jne. Hea õli-õhupumbaga võib õhku hõrendada kunni 0,1 mm elavhõbesamba rõhumiseni.



Joon. 239.

2) Veel suuremat õhuhõrendust kui eelmised pumbad võimaldab Geissleri ülesleitud Geissleri elavhõbepump (joon. 240). Teda moodustab kaks klaasnõu A ja B, mis klaastoru C ja kummi-

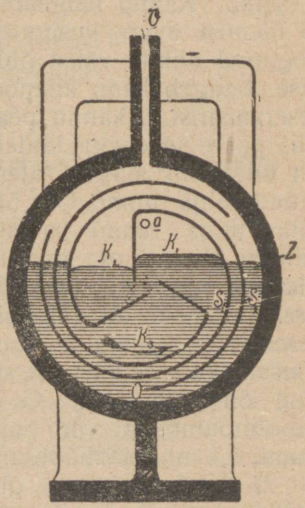
toru D kaudu ühenduses on. Üks nõu on täidetud elavhõbedaga. Nõu A tõstmisel täitub B ääreni elavhõbedaga; A langemisel tekib nõus B õhutu ruum. Kraan H ühendab nõu B kas toru J kaudu välise õhuga, või toru R kaudu õhupumba kupliga.



Joon, 240.

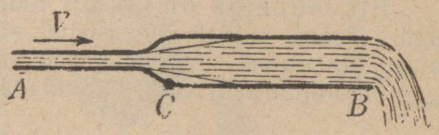
Alguses ühendatakse B välise õhuga ja tõstetakse A nii kõrgele, et elavhõbe nõu B ja koguni väikese reservuaarikese J täidab. Nüüd sulutakse kraan H täiesti ja langetatakse A, kunni nõus B Torricelli tühjus tekib. Kuigi kraan H üsna tihe ei peaks olema, ei pääse õhk läbi J nõusse B, sest kraani peale jäänud elavhõbe takistab seda. Ühendatakse nüüd B õhupumba kupliga, siis voolab sealt õhk nõus B tekkinud õhutusse ruumi. Selle järele pööratakse kraan H jällegi niisugusse seisu, et R eraldatud, J aga ühendatud on nõuga B. A tõstmisel tõuseb elavhõbe uuesti nõusse B, surub sealt õhu läbi J välja, kraan H ühendatakse uuesti õhupumba kupliga jne. Nõu B mängib siin nii siis õhupumba silindri, temas kõikuv elavhõbe pind aga kannu osa. Uuemad elavhõbe-õhupumbad hõrendavad õhku kunni $\frac{1}{100000}$ mm elavhõbe-samba rõhumiseni.

3) Üks paremates uuema aja elavhõbe-õhupumpadest on tiirlev Gäde-pump (joon. 241), nii nimetatud tema ülesleidja Gäde järele. Horisõntaalne raudsilinder Z on üle poole täidetud elavhõbedaga. Silindri sees tiirleb õõnes portsellaanist trummel, mida moodustavad spiraalisarnaselt kõverad labidad, nagu seda näitab joonistus. Labidad jaotavad trummliõõnsuse kolmeks iseseisvaks kambriks k_1 k_2 ja k_3, mis labidate vahel kujunenud kanaalide kaudu ühenduses on raudsilindri õõnsusega. Joonistusel kujutatud seisul asub k_3 üsna elavhõbeda all, kuna k_1 ja k_2 suuremalt osalt üle elavhõbeda nivoo seisavad. Hakkab trummel noolega näidatud sihis tiirlema, siis suureneb kambri k_1 ja väheneb kambri k_2 ruum-ala. Kambris k_1 hõreneb selle tõttu õhk, ning läbi raudsilindri otsaaugu a, mis ühendatud selle nõuga, kust õhku tahetakse välja pumbata, voolab nimetatud nõust osa õhku kambrisse k_1. Samal ajal surutakse kambris k_2 leiduv õhk kanaali S_1 S_2, ning — niipea kui nimetatud kanaali



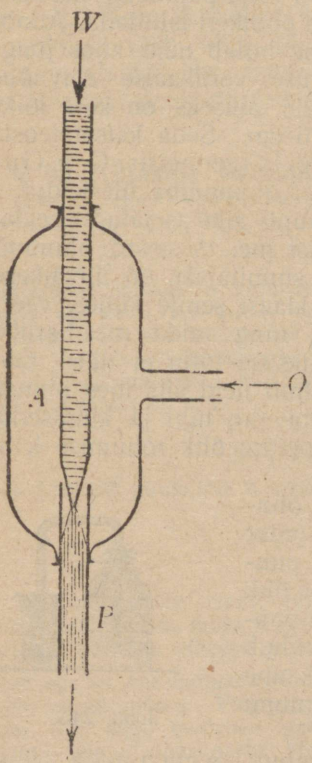
Joon. 241.

avaus O elavhõbeda pinnani jõuab — voolab sealt õhk välja raudsilindri õõnsusse. Jõuab k_1 joonistusel kujutatud k_2 seisu, siis asub k_1 asemele k_3. Nüüd voolab õhk õhupumba kupli alt kambrisse k_3, kuna kambrisse k_1 kogunud õhk raudsilindri õõnsusesse surutakse. Nii imeb järgemööda iga kamber, mis augu a kohale jõuab, sealt õhku enesesse ja surub tema siis seisul k_2 välja raudsilindrisse. Labidad on nii konstrueeritud, et raudsilindri õõnsusest õhk mitte tagasi auku a ei pääse, vaid ainult toru V kaudu välja võib voolata. Selle tagajärjel imeb pump alatasa õhku läbi a, ja tühjakspumbatavas nõus muutub õhk kiirelt väga hõredaks,



Joon. 242.

Et Gädepumpa väga suurte hõrenduste jaoks tarvitatakse (alla $\frac{1}{100000}$ mm rõhumist) siis ei voola silindrisse Z surutud õhk mitte iseenesest sealt välja atmosfääri, vaid teda peab hariliku õhupumba abil sealt toru V kaudu välja imema. Niisuguseks eelpumbaks tarvitatakse kõige lihtsamat õhupumpa, millega õhku näiteks ainult kunni rõhumiseni 10 mm võib hõrendada.



Joon. 243.

4) Voolava vedelikujoaga töötavad õhupumbad põhjenevad järgmisel printsiibil: Kui vesi kitsast torust A kiirusega v_1 laiemasse torru B (joon. 242) voolab, siis tahaks ta inertsi tõttu sama kiirusega ka laias torus edasi voolata. See oleks võimalik ainult siis, kui veejoa läbilõige laias torus sama suureks jääks kui kitsas torus, sest et läbi iga lõikepinna nii torus A kui B igas sekundis ühepalju vett peab voolama (§ 70_2). Siis aga tekiks toru laienemise kohas õhutu ruum, sest vesi täidaks ainult osa jämeda toru läbilõikest. Toru otsadest mõjuv atmosfääriline rõhumine takistab õhutu ruumi tekkimist, mille tagajärjel vee kiirus torus B väheneb ja vesi kogu toru täidab.

Puurime aga punktis C toru seina augu, siis imeb voolav vesi sealt õhku torru, õhumullid täidavad osa torust B ja vesi voolab torus A ja B ühesuuruse kiirusega. Et õhk ühes veega alatasa punktis C ära voolab, siis imeb veejuga läbi augu järjest uut õhku torru.

Kirjeldatud printsiibil põhjeneb veejoa õhupump (joonistus 243). Vesi juhitakse suure rõhumise all läbi toru W nõusse A. Toru W ots on kitsaks koonuseks tõmmatud, mis pika alumise veetoru P sisse ulatab. Välja voolates koonuse otsast satub veejuga laiemasse torru P ja imeb selle juures reservuaarist A õhku kaasa. Reservuaaris hõreneb õhk, ja väljapumbatavast nõust voolab õhk läbi külgtoru O reservuaari.

Niisugune pump töötab ainult siis, kui veejoa kiirus küllalt suur on. Vee rõhumisel 4 atm. hõrendab see pump õhku 20—30 mm rõhumiseni.

Elavhõbejoa-õhupump töötab sarnaselt eelmise pumbaga. Temas voolab vee asemel elavhõbe, mis toru laienemiskohas õhumullid enesega kaasa kisub ja seega õhku kunni $\frac{1}{1000}$ mm rõhumiseni võib hõrendada.

§ 89. **Mõned õhupumba abil tehtavad katsed.** 1) Magdeburgi poolkeradeks nimetatakse kaht õõnest poolkera (joon. 244), mille ääred tasapinnaliselt siledaks lihvitud, nii et nad õhutihedalt üksteise peal seisavad. Kui kera õõnsusest õhk pumba abil välja pumbata, siis kulub selleks suurt jõudu, et poolkeri lahutada. Atmosfääriline õhurõhumine hoiab neid koos jõuga, mis võrdub seesuguse vertikaalse elavhõbesamba kaaluga, mille aluseks on kera lõikepind ja kõrguseks 76 cm. Seda katset teostas esimesena Magdeburgi bürgermeister O. v. Guericke, kes oli ühtlasi õhupumba ülesleidja.



Joon. 244.

2) Õhupumba kupli alla asetatud veeklaasist, märjast puutükist jne. tõusevad õhumullikesed üles. Nende sünnitajaks on üliväikesed õhumullikesed, mis klaasi seinte küljes, vee ja puu sees peituvad, ning mida me harilikul rõhumisel nende väiksuse tõttu ei näe. Õhuhõrendamisel paisuvad nad, ja vesi rõhub neid siis üles pinnale. Samuti paisub õhupumba kupli all seebivaht, tühi ja kinniseotud otsaga loomapõis jne., sest et nendes peituv õhk rõhumise kahanemisel paisub.

3) Kui hariliku kupli asemele õhupumba taldrekule ülevalt lahtine silinder paigutada, ja viimane ülevalt õhukese puu- või nahkkaanega katta, siis tungib väline õhk läbi naha pooride silindrisse. Kallame puu- või nahkkaane peale elavhõbedat, siis rõhub õhk viimase peenikese vihmana läbi kaane pooride silindris tekkinud õhutusse ruumi (elavhõbeda vihm).

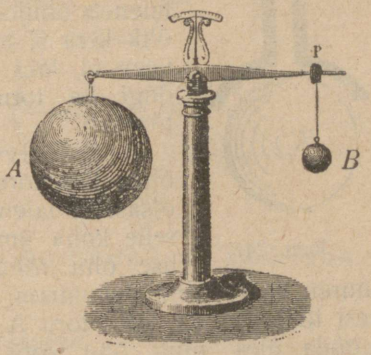


Joon. 245.

4) Asetame joonistusel 245 kujutatud kõvera toruga Heroni pudeli õhupumba kupli alla, Niipea kui õhku välja pumpama

hakkame, muutub õhurõhumine klaasis väiksemaks kui pudelis ja vesi surutakse pudelist välja klaasi. Laseme kupli alla jällegi välist õhku, siis on viimase rõhumine pudeli omast suurem, ning vesi surutakse klaasist tagasi pudelisse.

5) Riputame väikse kangkaalu (joon. 246) ühe otsa külge suure õõnsa kera A, teise külge aga väikse nii raske massiivse koorma, et kang õhus tasakaalus hoidub. Kui sarnane kaal (n. n. baroskoop) õhupumba kupli alla asetada ja õhk sealt välja pumbata, siis kaotab kang tasakaalu ning õõneskera A vajub alla. Archimedese seaduse järele (§ 78_4) kaotab iga keha õhus nii palju omast kaalust, kui palju kaalub selle keha ruumalale vastav õhuhulk; oma suurema ruumala tõttu kaotab õõneskera õhus rohkem omast kaalust kui koorem B. Kera A tõeline kaal, mis avalduda võib alles õhutus ruumis, peab nii siis suurem olema kui koorma B oma, ning kangi tasakaal peab õhutus ruumis kaduma.



Joon. 246.

§ 90. **Gaaside voolamine.** 1) Kui gaas läbi kitsa augu mingist nõust õhutusse ruumi voolab, siis on samuti kui vedelikkudegi juures maksev Torricelli formul (§ 69):

$$v = \sqrt{2gh},$$

kus praegusel juhusel h kujutab vertikaalse gaasisamba kõrgust, mille tihedus on voolava gaasi oma, ja mille kaal järjelikult sama tugevasti aluse peale rõhub kui väljavoolav gaas oma nõu seinte peale. Tahaksime seda rõhumist vastava elavhõbesamba kõrgusega H mõõta, siis peaks H nii mitu korda h-st väiksem olema, kui mitu korda gaasi tihedus d väiksem on elavhõbeda tihedusest D, s. t.

$$\frac{H}{h} = \frac{d}{D}, \text{ ehk } h = \frac{H}{d} \cdot D$$

Seades Terricelli formulisse h asemele leitud tähenduse, saame:

$$v = \sqrt{\frac{2g.H.D}{d}} \qquad 87)$$

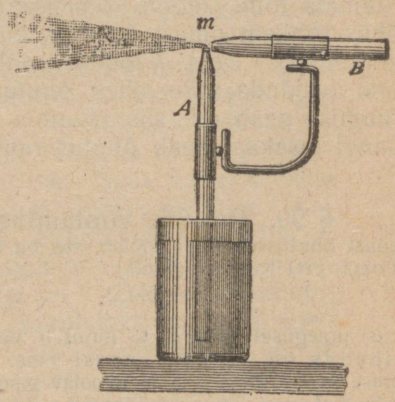
Sellest formulist näeme, **et ühel ja samal rõhumisel H on väljavoolu kiirus seda suurem, mida väiksem on gaasi tihedus d** (Graham'i seadus). Näiteks on vesiniku tihedus hapniku omast 16 korda vähem. Leitud formulist järgneb siis, et ühesuurusel rõhumisel on vesiniku väljavoolu kiirus $\sqrt{16} = 4$ korda hapniku omast suurem. Väljavoolu kiiruse v leiame, kui mõõdame teatud aja jooksul läbi augu voolanud gaasi hulka. Võrreldes mitmesuguste gaaside väljavoolu kiirust ühesugustel rõhumistel, võime leida mitu korda üks gaas teisest tihedam on. Selle peal põhjeneb lihtne metood gaaside erikaalu leidmiseks.

2) Voolab gaas kitsast torust laiemasse, või ka otse torust välja, siis tekib nähtus, mis sarnane on § 88_4 kirjeldatud nähtusega. Puhume näiteks õhku läbi A (joon. 247) ja asetame poolkerasarnaselt laiaks mineva toru otsa ligidale üsna kerge kera K, siis ei tõuka õhuvool mitte ainult kera eemale, vaid hoiab teda koguni toru küljes: välja tulles kitsast torust, laieneb õhujoa läbilõige järsku; selle tõttu „imeb" õhk kera K toru ligidale, samuti kui joon. 242 veevool läbi C õhku torru imeb ja ühtlasi muidugi ka toruseinu punkti C ümbruses kokku tõmbab.



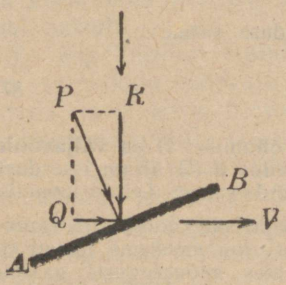
Joon. 247.

3) Pulverisaatoris (joon. 248) puhutakse õhku läbi toru B. Väljavoolates toru peenikesest otsast m laieneb õhujuga järsku, mille tagajärjel selle koha ümbruses õhk hõreneb. Atmosfäärilise õhu rõhumine klaasi nivoo peale on siis suurem kui rõhumine punktis m; vesi tõuseb selle tõttu toru A mööda üles, ning õhu vool kisub toruotsast välja voolava vee peenikeste tibadena enesega kaasa.



Joon. 248.

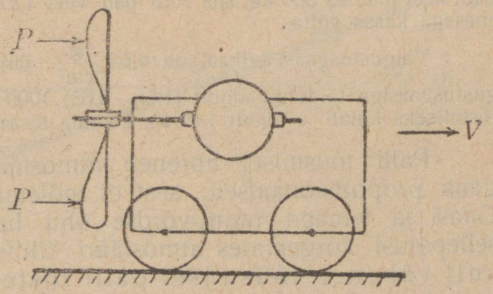
4) Voolav õhk (tuul) avaldab pinna peale, mille vastu ta põrkab, rõhumist. Seisab pind längu vastu õhuvoolu, siis võime rõhumist P, mis perpendikulaarselt pinna AB peale mõjub, lahutada kaheks komponentjõuks R ja Q (joon. 249). Võib pind AB ainult sihis v liikuda, siis tõukab jõud Q teda selles sihis edasi. Sarnasel kombel seisavad tuuleveski tiivad längu vastu tuule sihti ja hakkavad tuule käes küljeti tiirlema.



Joon. 249.

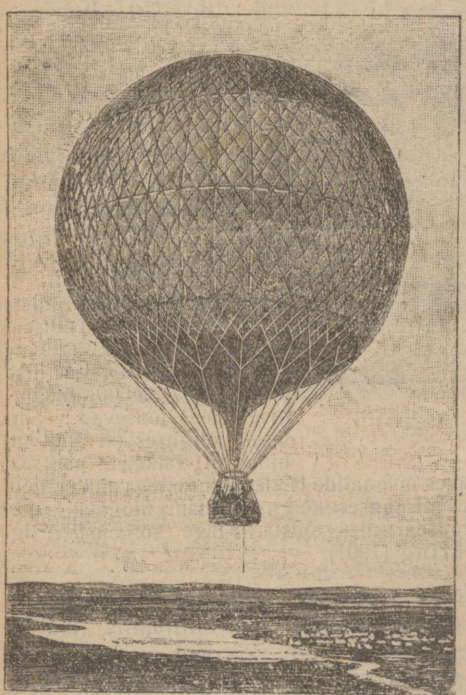
Kui me seisvas õhus väikse tuuleveski tiibu ise tiirutame, siis rõhuvad tiivad pinnaga AB õhku. Ka seda rõhumist P võime kaheks komponentrõhumiseks (joon. 249) Q ja R lahutada: esimese mõjul (Q) tiirleb osa õhku tiibadega kaasa, teise mõjul (R) aga tekib õhuvool, mis tiivadelt eemale liigub tiivade liikumisele perpendikulaarses sihis. Selle peal põhjeneb ventilaatorite töötamisviis.

5) Mõju ja vastumõju seaduse järele rõhub õhk sama tugevasti ventilaatori tiiba, kui tugevasti tiib rõhub õhku. Tiirutades tuuleveskisarnast ventilaatori, mõjub sellepärast tiibade peale jõud, mis ventilaatori tagasi tõukab perpendikulaarselt tiibade tiirlemissihile. Asetame näiteks väikse elektriga ümberaetava ventilaatori vankrikesele (joon. 250), siis rõhub õhk tiibade tiirlemisel sihis P tiibade peale ning tõukab ventilaatori sihis v liikuma. Sellel printsiibil põhjeneb õhulaeva propeller, mis tiireldes õhulaeva edasiliikuma paneb.



Joon. 250.

§ 91. **Õhulaevad ja lennumasinad.** 1) Harilikku õhupalli moodustab kerapinnaline õhutihe kest, mis õhust kergema gaasiga täidetud (joon. 251). Et kest ühes temas asuva gaasiga vähem kaalub kui õhupalli ruumalale vastav atmosfäärilise õhu hulk, siis peab pall Archimedese seaduse järele (§ 78_4) õhus üles tõusma.


Joon. 251.

Õhupalli ülesleidjad, vennaksed Montgolfier (1783), täitsid palli lihtsalt sooja õhuga, mis külmast õhust kergem. Selleks põles palli alumise avause all tuli, kust kuum õhk palli tõusis. Tulekahju kartusel loobuti sellest metoodist ning täideti pall vesinikuga, mis ligi 14 korda õhust kergem. Praegusel ajal tarvitatakse tihti palli täitmiseks vesinikust odavamat harilikku valgustusgaasi.

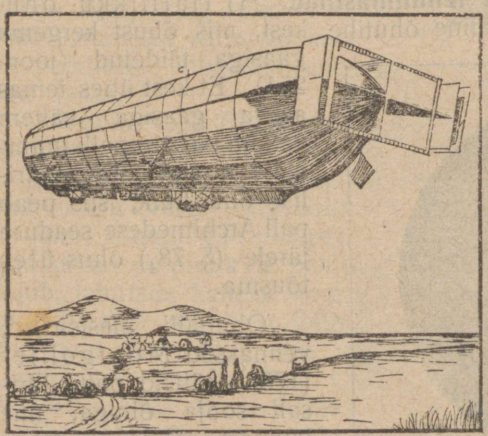
Tundes õhu ja palli täitmiseks tarvitatud gaasi tihedust, võib hõlpsasti välja arvata palli tõstejõudu: 1 m^3 õhku kaalub 1,29 kg, sama palju vesi-

nikku aga 0,09 kg (võrdle köite lõpus leiduv erikaalude tabel). Järjelikult tõstab iga kub. meeter palli ruum-alast jõuga 1,29 — 0,09 = 1,2 kg. On palli ruum-ala näiteks 1000 m³, siis on kogu tõstejõud 1000.1,2 = 1200 kg. Kaalub palli kest näiteks 500 kg, siis võib pall veel 1200 — 500 = 700 kg raske koorma enesega kaasa võtta.

Valgustusgaasi erikaal on 0,65 $\frac{g}{cm^3}$, järjelikult tõstab sama pall valgustusgaasiga täidetult ainult (1,29—0,65).1000 = 640 kg, millest 500 kg kesta tõstmiseks kulub ja ainult 140 kg koorma tõstmiseks jääb.

Palli tõusmisel hõreneb atmosfääriline õhk ja pallis asuv gaas proportsionaalselt, sest et mõlemad vabalt paisuda võivad. Gaasi ja temaga ruum-võrdse õhu hulga kaaluvahe muutub sellepärast kõrgemates atmosfääri kihtides väiksemaks. Järjelikult väheneb tõusmisel palli tõstejõud. Niipea kui viimane palli kesta ja koorma kaalu suuruseni on vähenenud, ei tõuse pall enam kõrgemale, vaid hõljub ühel kõrgusel tasakaalus.

2) Kuulsad Zeppelini õhulaevad (joon. 252) kujutavad piklikku õhupalli, mille kest alumiinium-võredega kindlas kujus hoidub. Palli all rippuvates kandekorvides, — n. n. gondlites, asuvad tugevad bensiinmootorid, mis propellerid (§ 90$_5$) tiirutavad, ja seega õhulaeva edasi ajavad. Sellekohaste väiksemate propellerite kui ka suurte pindadega tüüride abil võib laeva liikumist hoida ühes või teises sihis.



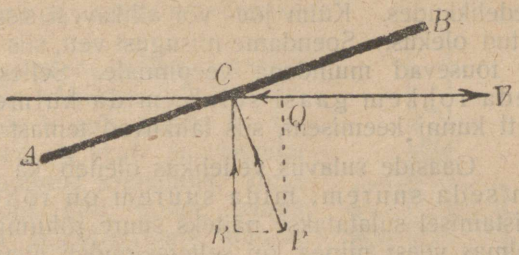
Joon. 252.

Teaduslikkude uurimiste jaoks tarvitatakse väikseid õhupalle, mis isekirjutavate aparaatidega varustatult ilma inimesteta kunni 30 klm kõrguseni üles tõusevad. Sarnases kõrguses on õhurõhumine nii väike, et pall seal lõpuks lõhkeb, mille järele siis kest ühes aparaatide ja üleskirjutustega alla langeb. Õhu hõreduse tõttu ei saa inimene niisuguses kõrguses enam hingata; sellepärast võib ta ainult piiratud kõrguseni üles tõusta. Kõige kõrgemale, ligi 10,5 klm tõusid üles Berson ja Süring (1901).

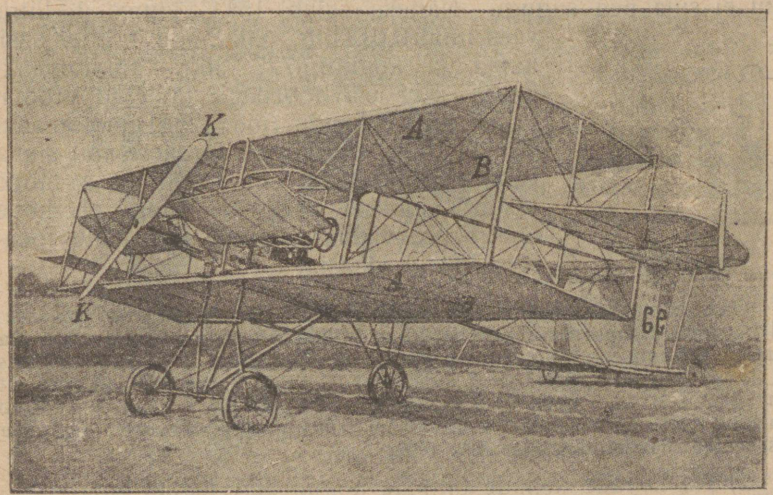
3) Lennumasinad ehk aeroplaanid on õhust raskemad; nad võivad ülestõusta ainult edasi liikudes. Lennumasina peaosa moodustab suur ja kerge tasapind AB (joon. 253) mis kiirelt edasi liigub sihis V. Liikumisel rõhub õhk perpendikulaarselt vastu pinda. Rõhumisjõudu P komponentjõududeks Q ja R lahutades, näeme, et Q ainult takistust avaldab AB liikumisele, kuna jõud R pinda AB üles surub. Katsed näitavad, et rõhumine P seda suu-

rem on, mida kiiremini liigub AB. On nimetatud kiirus küllalt suur, siis kasvab jõud R pinna AB kaalust suuremaks ning tõstab AB üles.

Aeroplaani kandvaid pindu AB (joon. 253ª) moodustavad kerged puu- või alumiinium-raamid, mis õhutiheda riidega kaetud. Nad asuvad kõik kasühel (monoplaan) või kahel üksteise all seisval tasapinnal (biplaan). Kirjeldatud pinnad seisavad ratastel, mis ühtlasi bensiinmootori ja viimase võlli otsas tiirlevat propelleri KK kannavad. Hakkab mootor töötama, siis tõmbab propeller



Joon. 253.



Joon. 253ª.

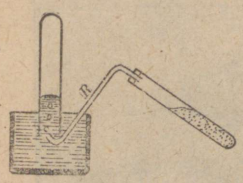
ratastel seisvat aeroplaani kiirelt edasliikuma. Teatud kiiruse juures kasvab õhu rõhumine längu vastu liikumissihti seisvaid kandepindu AB nii suureks, et eelpool kirjeldatud tõstejõud R nii kandepinna kui temaga ühendatud vankrikese üles tõstab. Aeroplaan tõuseb maapinnalt järk-järgult üles ja võib ennast — alati edasiliikudes — igas kõrgusel üleval hoida. Liikumise sihti juhivad tüürid, — lihtsad väiksemad tasapinnad (CC), mida lendur ühte või teist pidi längu vastu liikumissihti võib pöörda.

Vendadel Wryght (1907) õnnestas esimestena nende poolt ehitatud aeroplaanil lennata, mispärast neid aeroplaani ülesleidjaks tuleb pidada.

§ 92. **Gaaside sulamine vedelikkudes ja neelumine kõvades kehades.** 1) Samuti kui kõvad kehad sulavad ka gaasid vedelikkudes. Külm jõe- või allikavesi sisaldab alati gaase sulatatud olekus. Soendame niisugust vett, siis eralduvad gaasid veest ja tõusevad mullidena veepinnale. Sellest näeme, et vedelikus seda rohkem gaasi sulab, mida külmem ta on. Soendame vett kunni keemiseni, siis lahkuvad temast kõik gaasid.

Gaaside sulavus vedelikus oleneb ka gaasi rõhumisest; ta on seda suurem, mida suurem on rõhumine. Seltersi valmistamisel sulatatakse näiteks suure rõhumise all süsihappe-gaasi külmas vees: niipea kui seltersi pudeli avame, väheneb rõhumine sulatise peale ja gaas eraldub veest väga kiirelt ja suurel hulgal. Ka harilikust allikaveest tõusevat seal ära sulanud gaasid mullidena veepinnale, kui vesi õhupumba kupli alla asetada ja õhku hõrendada.

Mõned gaasid sulavad vees väga suurel hulgal, teised sellevastu ei sula pea sugugi. Näiteks sulab 15° C juures 1 liitris vees ainult 0,018 liitr. õhku, aga 1 liiter süsihapet ja koguni 727 liitr. ammoniaakgaasi. Kui elavhõbedaga täidetud prooviklaasi toru R kaudu (joon. 254) ammoniaaki juhtida, ning siis kõvera torukese abil sinna vähe vett tilgutada, siis sulab gaas mõne sekundi jooksul vees ära ning elavhõbe tõuseb prooviklaasis jällegi üles, täites peaaegu tervet klaasi.



Joon. 254.

Gaaside sulavuse kohta vedelikkudes leidis Henry järgmise seaduse: **ühel ja samal temperatuuril on antud vedelikus ära sulava gaasi ruum-ala ripumatu rõhumisest.** Näiteks sulab 0° C juures ja normaalsel rõhumisel 1 liitris vees 35 cm^3 hapnikku (0,047 g); 2 atmosfääri all sulab samas vees jällegi ainult 35 cm^3 hapnikku; et aga viimasel juhusel gaas 2 korda tihedam on, siis kaalub ärasulanud gaas nüüd ka kaks korda rohkem (0,094 g). Kergesti sulavate gaaside jaoks kaotab nimetatud seadus oma maksvuse.

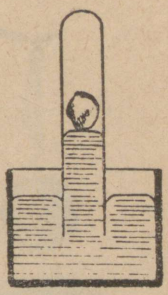
2) Ka kõvade kehade pinnale kogub alati teatud hulk gaasi, mis seal kinni hoidub gaasi ja kõva keha molekulite külgetõmbejõu mõjul. Me ütleme, et kõva keha neelab ehk absorbeerib gaasi. Antud keha ja gaasi juures on gaasi neelumine muidugi seda suurem, mida suurem on keha pind. Sellepärast absorbeerivad iseäranis palju gaasi poorsed kehad, mille pind on võrdlemisi nende massiga suur.

Keha pinna külge jäänud gaasimoleekulid võib sealt lahutada ainult kuumendamisega ning pesemisega piirituse või mõne teise ainega. Kui tükike kõva puusütt kunni hõõgamiseni kuumendada, siis vabaneb tema pinnalt ja pooridest kõik sinna kogunud õhk. Asetame selle söetüki otsapidi elavhõbeda sisse kastetud ja õhuga täidetud katseklaasi (joon. 255), siis näeme, et elavhõbeda nivoo torus tõuseb, millest selgub, et süsi osa õhku absorbeerib.

Katsed näitavad, et seesugune, kuumendamisega puhastatud süsi oma ruumalast 35 korda suurema ruumalaga õhuhulga ja 90 korda suurema ruumalaga ammoniaak-gaasi hulga absorbeerib.

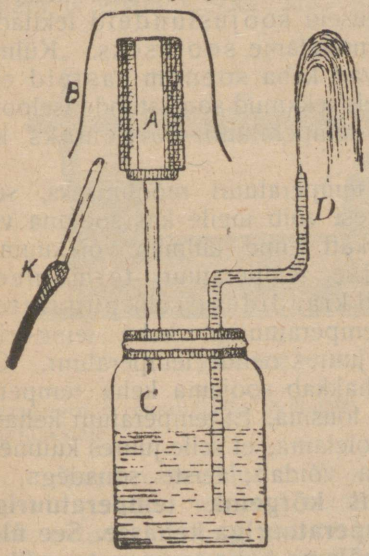
Plaatinat võib väga peene pulbri sarnaseks plaatinshvammiks muuta. Viimane absorbeerib palju vesinikku, kuumeneb selle juures nii tugevasti, et ta hõõgama hakkab ja vesiniku põlema süütab. Analoogilist soenemist, kuigi palju väiksemal määdul, võib tähele panna ka kõigi teiste, gaasi absorbeerivate kehade juures.

Mõned metallid absorbeerivad palju gaasi, ilma et nad poorsed oleks. Nii absorbeerib näiteks pallaadium oma ruumalast 1000 korda suurema ruum-alaga vesinikuhulga.



Joon. 255.

§ 93. **Gaaside diffusioon.** 1) Kui joonistusel 204 kujutatud kahest klaaskerast alumine raske süsihappega ning ülemine kerge vesinikuga täita ja kraan mõlema nõu vahel avada, siis leiame mõne aja järele, et nõudes ühesugune gaasidesegu asub. Järjelikult pidi raskem süsihape ülemisse nõusse tõusma ning kergem vesinik alla nõusse langema. Niisugust gaaside iseenesest segumist nimetatakse diffusiooniks. Gaaside diffusiooniga on seletatav, miks atmosfäärilise õhu koosseis igal pool ühesugune on (20 % hapnikku ja 80 % lämmastikku), olgugi et teda moodustavate gaaside erikaalmitte ühesuurune ei ole.



Joon. 256.

2) Gaasid diffundeerivad ka läbi poorsete vaheseinte (osmos): Kui näiteks poorsete seintega kinnine savisilinder A (joon. 256) klaastoru kaudu Heeroni pudeliga C ühendada ja A peal ümberpöördud tühja klaasi hoida, millesse toru K kaudu vesinikku juhitakse, siis purskab vesi pudelist C läbi toru D välja. Klaasi B all asuv vesinik diffundeerib kiiremini nõusse A, kui viimases asuv õhk sealt välja diffundeerib. Selle tõttu suureneb rõhumine pudelis ja vesi surutakse välja. Läbi vaheseinte diffundeerivad üleüldse kergemad gaasid suuremal hulgal kui raskemad.

Kolmas jagu:

Soojus.

Peatükk I:

Kehade paisumine soenemisel.

§ 1. **Üleüldised mõisted.** 1) Katsudes käega küdevat ahju, tunneme, et tema pind, mis alguses külm oli, leigeks läheb, — siis soojaks ja lõpuks üsna kuumaks. Üks ja sama keha — ahi — võib meis nii siis mitmesuguseid soojustundeid tekitada; nende iseäraliste tunnete põhjust nimetame soojuseks. „Külm“, „leige“, „kuum“ jne. iseloomustavad keha soenemisasteid ehk temperatuure, millest oleneb meis tekkinud soojustunde iseloom. Tingimisi nimetame kuuma keha temperatuuri kõrgemaks kui külma keha oma.

Meie soojustunded ei kõlba temperatuuri mõõtmiseks, sest nad on ainult relatiivsed: leige vesi võib meile kas soojana või külmana paista, selle järele, kas kätt enne külmas või kuumas vees hoida. Sellepärast mõõdetakse temperatuuri termomeetriga (§ 3), mis tema kõrgust avaldab kraadides (^{0}) ehk pügalates.

2) Kui kaks ühekõrguse temperatuuriga keha teine-teise külge puutub, siis ei muutu selle juures nende temperatuur. On aga üks keha teisest soojem, siis hakkab soojema keha temperatuur langema, külmema oma aga tõusma. Et temperatuur kehade soenemisastet kujutab, siis peame oletama, et selle juures kuumem keha soojust kaotab, külmem aga võidab; teiste sõnadega, et **kehade külgepuutumisel soojus kõrgema temperatuuriga kehast üle läheb madalama temperatuuriga kehasse. See üleminek kestab nii kaua, kunni mõlema keha temperatuur ühekõrguseks muutub.**

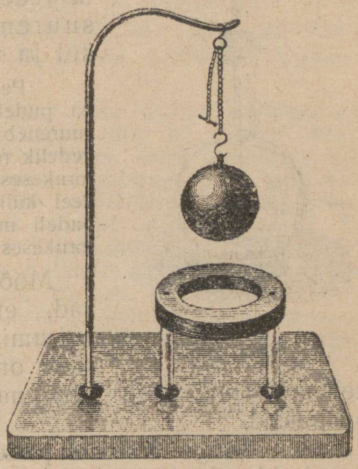
§ 2. **Kehade paisumine soenemisel.** 1) Metallkera, mis külmalt parajasti läbi vastava rõnga (joon. 257) pääseb, jääb kuumendatult viimasesse kinni ning langeb läbi rõnga alles siis, kui kera ära jahtub, või kui rõngast ennast ka kuumendada

Sellest selgub, et kera läbimõõt soenemisel suureneb — me ütleme, et kera paisub, ja et ta jahtudes jällegi väheneb —

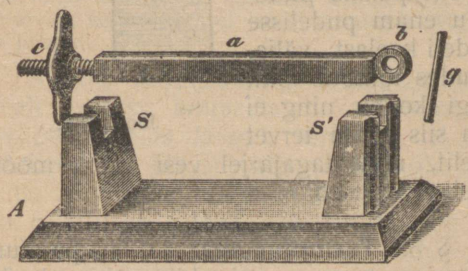
kera tõmbub jahtudes kokku. Et kuum kera läbi kuuma rõnga pääseb, näitab, et ka rõngas kuumenemisel paisub, mille juures tema avause läbimõõt suureneb.

Pikkades kehades paneme soendamisel harilikult tähele ainult nende pikenemist, sest et need kehad pikuti kõige rohkem paisuvad. Teatavasti ripuvad näiteks telegrafi traadid suvel madalamale alla kui talvel, mis näitab, et nad suve sõojusel pikemaks venivad ja talvel jällegi lühemaks tõmbuvad.

Kui tugeva malmraami A (joon. 258) külge poldi g ja kruuvi c abil raudvarb a kinnitada ja viimast soendada, siis võime varva pikenemisel kruuvi c ikka enam ja enam kokku kruuvida.



Joon. 257.



Joon. 258.

Jahtudes tõmbub siis varb nii tugevasti kokku, et polt g katki murdub:

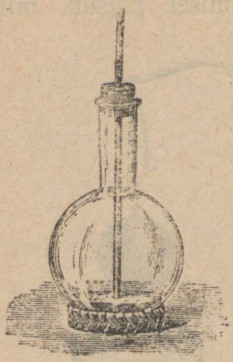
Nii paisumine kui kokkutõmbumine sünnib üli-suure jõuga.

Katsed näitavad, et kirjeldatud nähtusel avalduv jõud sama suur on kui suur peab olema see tõmbe- või kokkusurumisjõud, mille abil me varba a ilma temperatuuri muutmiseta (külmalt) vastavalt väljavenitada või kokkusuruda suudaksime.

Igapäevases elus tuleb kehade paisumist ja pikenemist tihti silmas pidada: telegrafi traati ei või me suvel liiga pinevil postide külge kinnitada, muidu katkeks ta talvel lühenedes; raudtee roobaste otsade vahele peab vaba ruumi jätma, muidu suruksid nad soenemisel tugevasti üks-teise vastu ja painduksid kõveraks; raudsilla ja teiste sarnaste ehituste otse ei tohi fundamendi külge kinnitada, vaid peab neile võimalus jätma edasi nihkuda silla pikenemisel soojuse käes. Sepp kasutab ratta rehvi pikenemist, tõmmates teda kuumalt ratta peale jne.

2) Vedelikkudes ja gaaside võime tähele panna ainult ruum-ala paisumist, ei või ju siin juttu olla pikenemisest ega

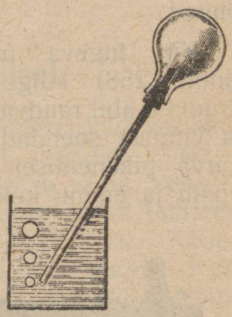
laienemisest. Soendades mingi vedelikuga täidetud pudelit (joonistus 259), näeme, et läbi korgi torgatud klaastorukeses vedeliku nivoo tõuseb, ja et ta vedeliku jahtumisel jällegi langeb. Seega suureneb vedeliku ruum-ala soendamisel ja väheneb jahutamisel.



Joon. 259.

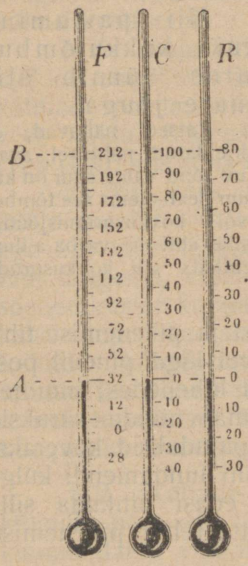
Peab tähendama, et ühes vedelikuga paisub ka pudel ise, nii et ka pudeli mahutavus soenemisel suureneb. Nagu me allpool näeme, paisub aga vedelik rohkem kui klaas, mille tõttu vedelik siiski torukeses tõuseb. Soendamise algul, kus vedelik veel külm ja pudel üksinda paisub, suureneb ainult pudeli mahutavus, mille tagajärjel vedeliku nivoo torukeses koguni langeda võib.

Mõõtmised näitavad, et vedelikkude paisumine palju suurem on kui kõvade kehade oma; veel suurema paisumisega on gaasid.



Joon. 260.

Kui õhuga täidetud pudelit kaela pidi vees hoida (joon. 260) ja pudeli seinu vähe soendada — selleks jatkub näiteks sooja käega kinnihoidmisest —, siis paisub pudelis olev õhk, ta ei mahu enam pudelisse ja tuleb õhumullidena pudeli kaelast välja. Jahtudes tõmbub õhk jällegi kokku ning ei täida siis enam tervet pudelit, mille tagajärjel vesi kaela mööda pudelisse tõuseb.



Joon. 261.

§ 3. **Termomeeter.** 1) Temperatuuri mõõtmine termomeetri abil põhjeneb kehade paisumisel soenemisel. Harilik elavhõbe-termomeeter kujutab väikest kerasarnast või piklikku klaasreservuaarikest, mille kael väljavenitatud pikaks peenikeseks toruks (joon. 261). Reservuaarike ja osa torust on täidetud elavhõbedaga. Kui termomeetri-kerake kokku puutub mõne soojema või külmema kehaga, siis omandab ta varsti viimase temperatuuri. Selle juures soeneb või jahtub kerake ühes temas seisva elavhõbedaga ja mõlemad paisuvad või tõmbuvad kokku. Et aga klaasi (= kõva keha) paisumine väiksem on kui elavhõbeda (= vedelik) oma, siis peab elavhõbeda nivoo soojema kehaga kokkupuutumisel termo-

meetritorukeses tõusma, külmema kehaga kokkupuutumisel aga langema. Igal temperatuuril on termomeetri elavhõbesambal üks teatud kõrgus. Viimase kaudu võime järjelikult otsustada termomeetrikerakese, nii siis ka temaga kokkupuutuva keha temperatuuri üle. Torukese taga asub skaala, kust otsekohe äralugeda võib elavhõbesamba igale kõrgusele vastavat temperatuuri kraadides.

2) Termomeetri valmistamisel tuleb reservuaarike elavhõbedaga täita. Selleks kinnitatakse termomeetri toru ülemise otsa külge väike klaaslehter ja täidetakse viimane soendatud elavhõbedaga. Nüüd kuumendatakse termomeetrikerakest piirituslambil, kunni üks osa paisunud õhust mullidena läbi lehtris seisva elavhõbeda välja läheb. Siis jahutatakse kerakene, sinna jäänud õhk tõmbub kokku, ja elavhõbe tungib torukest mööda kerakesse. Et aga termomeetrisse ikkagi veel õhku jääb, siis kuumendatakse kerakest veel kord, kunni temas olev elavhõbe keema hakkab. Tekkiv elavahõbeda aur surub kõik õhu termomeetrist välja. Jahutamisel tiheneb aur vedelaks elavhõbedaks, mille tõttu lehtrist ikka enam ja enam elavhõbedat reservuaari juure tuleb, kunni ta tervelt elavhõbedaga täitub. Pääle täielist jahtumist murtakse lehter toru otsast ja soendatakse kerakest kolmas kord, kunni paisuv elavhõbe toru otsast välja hakkab tilkuma. Siis sulandatakse toru ots umbselt kinni. Jahtudes langeb elavhõbesammas torukeses, samba peal aga tekib õhutu ruum.

Termomeetri täpipealseks näitamiseks on tarvis, et tema toruke igal pool ühelaiune oleks. Paremaid termomeetrid peab sellepärast enne täitmist kalibreerima. Seda tehakse elavhõbeda tilgakesega, mida lühikese sambana piki toru edasi aetakse ja mille pikkust igas kohas mõõdetakse. On tema pikkus igal pool ühesuurune, siis on toru ühtlane ja termomeeter näitab õieti. Vastasel korral tuleb termomeetri näitamist korrigeerida, kus juures vea suurust välja võib arvata kalibreerimisel leitud sambapikkuse muutumisest vastava kraadiarvu juures.

Skaala valmistamiseks asetatakse elavhõbedaga täidetud ja ülevalt otsast kinnisulatud termomeeter sulanevasse jäässe. Elavhõbesammas langeb torukeses teatud punktini ja jääb siis — niikaua kui jää sulaneb — ühe koha peale seisma. See samba-kõrgus moodustab termomeetri ühe konstant (püsiva) punkti, — n. n. jää sulanemispunkti A (joon. 261). Meil tarvitusel olevate termomeetrite juures hüütakse seda punkti null-punktiks (0°). Peale null-punkti leidmist asetatakse termomeeter keeva vee aurusse. Nagu katsed näitavad, jääb elavhõbesammas ka siin ühele kindlale kõrgusele muutumatult seisma, niikaua kui termomeetri all veel keevat vett leidub. Seda konstant punki hüütakse vee keemispunktiks B (joon. 261).

Rootslase Celsiuse järele jagatakse kaugus jää sulanemispunkti ja vee keemispunkti vahel 100-ks võrdseks osaks ning nimetatakse ühte niisugust osa Celsiuse kraadiks ehk pügalaks (1°C).

Prantslase Réaumur'i järele jagatakse sama kaugus 80-ks võrdseks jaoks — Réaumur'i kraadideks (1°R).

Sakslase Fahrenheit'i järele jaguneb nimetatud kaugus 180-eks võrdseks kraadiks, märgitakse jää sulanemispunkti arvuga 32° F, ning vee keemispunk arvuga 212 (skaala F, joon. 261).

Järjelikult on $100^0C = 80^0R = 180^0F$, mispärast

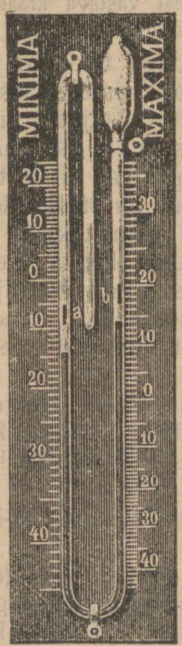
$$5^0C = 4^0R = 9^0F \qquad 1)$$

Et suurendada termomeetri mõõtmispiirkonda, pikendatakse skaala jaotust ülespoole vee keemispunkti ja allapoole jää sulanemispunkti. Temperatuure all- ja ülevalpool null-punkti eraldatakse negatiivse (—) ja positiivse (+) märgiga. 0°F vastab näiteks $-17{,}8^{0}\,C\left(=\frac{32.5}{9}\right)$ ja $-14{,}2^{0}R\left(=\frac{32.4}{9}\right)$.

Fahrenheit määras oma skaala nullpunkti jää ja salmiaagu segu sulanemispunktiga, mis 17,8° C madalamal on kui puhta jää sulanemispunkt. Sellega arvas ta mööda pääsevat kraadide jaotamisest positiivseteks ja negatiivseteks.

Celsiuse skaalat tarvitatakse suuremas osas kultuurmaist; Réaumuri skaalat tarvitatakse igapäevases elus meil, Venemaal, jaoti ka Saksamaal; Fahrenheidi oma Inglismaal ja Ameerikas. Teaduses on ainult Celsiuse skaala tarvitusel.

3) Elavhõbe-termomeetri mõõtmispiirkond on umbes —35° kunni +350° C, mis tingitud asjaolust, et elavhõbe —39° C hangub ja + 357°C keeb. Siiski võib sellekohasest klaasist elavhõbetermomeetrid valmistada, mis kunni 500°C võivad näidata. Selleks täidetakse termomeetertoru elavhõbeda peal kunni 30 atm. tihendatud süsihappe gaasiga, missuguse rõhumise all elavhõbe alles 575°C juures keema hakkab. Veel kõrgemaid temperatuure mõõdetakse õhk-termomeetri (§ 9) või sellekohaste aparaatide abil, mida püromeetriteks hüütakse. Madalate temperatuuride juures (kunni — 100°C) tarvitatakse elavhõbeda asemel alkoholi. Viimane paisub küll elavhõbedast 5 korda tugevamini ja on seega temperatuuri muutumise vastu tundlikum, kuid tema paisumine ei sünni kõigi temperatuuride juures ühtlaselt, mille tõttu selle termomeetri näitamine nii õige ei ole kui elavhõbe-termomeetri oma. Kõige madalamate temperatuuride mõõtmiseks (— 200° C) tarvitatakse elavhõbeda asemel vedelikku pentaani.



Joon. 262.

4) Maksimaal- ja minimaal-termomeetrid võimaldavad leida kõige madalamat ja kõige kõrgemat temperatuuri, millega niisugune termomeeter teatud aja jooksul kunagi kokku puutus. Neid tarvitatakse näiteks selleks, et leida öö-päeva jooksul ilmuvat kõige madalamat ja kõige kõrgemat õhutemperatuuri. Niisugune aparaat on joon. 262 kujutatud Six'i termomeeter: U—toru alumises osas asub elavhõbe, pahempoolne ülevalt kinnine toruots on tervelt alkoholiga täidetud. Õhu jahtumisel tõmbub alkohol kokku ja kisub elavhõbesamba pahempoolset toru mööda üles; soenemisel aga paisub ta ja tõukab elavhõbeda paremale poole üles. Mõlemas toruharus seisab lühikene terasnõelake (a ja b), mille jämedus nii on valitud, et nõel ise hõõrumise tõttu ei lange, kuna elavhõbeda nivoo teda enese ees üles tõukab. Soenemisel tõstab elavhõbe nõela b kõrgemale, viimane jääb kõige kõrgemasse kohta seisma, ka siis kui elavhõbe jahtumisel langeb.

Nõela b seis näitab nii siis kõige kõrgemat temperatuuri öö-päeva jooksul.

Jahtumisel tõukab elavhõbe nõela a kõrgemale; viimane jääb kõige külmemale temperatuurile vastavasse seisu peatama, ega lange üles elavhõbedaga, sest et alkohol nõela ja toruseinte vahelt läbi pääseb ja seega nõela alla ei suru. Vaatlemisaja algul paigutatakse magneti abil mõlemad nõelad elavhõbeda nivoodele.

Kehasoojuse mõõtmiseks tarvitatav arsti maksimaaltermomeeter kujutab harilikku elavhõbe-termomeetrit, mille toruke ühe koha peal, reservuaari läheduses, väga kitsaks on tehtud. Elavhõbeda langemise algul katkeb selle koha peal sammas, ja ülemine osa jääb torru liikumatult kõige kõrgema temperatuurile vastavasse seisu püsima. Alles järsul raputamisel langeb elavhõbe torust reservuaari tagasi.

Näited. 1) Mitu R ja F kraadi moodustab -10^0 C?

Formuli (1) järele on:

$$1^0\,C = \left(\frac{4}{5}\right)^0 R = \left(\frac{9}{5}\right)^0 C^0$$

seega on

$$-10^0\,C = -\left(10.\frac{4}{5}\right)^0 R = -8^0\,R.$$

$$-10^0\,C = \left(-\frac{9}{5}.\,10 + 32\right)^0 F = (-18+32)^0\,F = +14^0\,F,$$

sest et 0^0 C vastab $+32^0$ F.

2) Mitu C ja F kraadi võrdub $+12^0$ ja -20^0 R-ga?

$$1^0\,R = \left(\frac{5}{4}\right)^0 C = \left(\frac{9}{4}\right)^0 F.$$

$$+12^0\,R = +\left(12.\frac{5}{4}\right)^0 C = +15^0\,C.$$

$$+12^0\,R = \left(+12.\frac{9}{4} + 32\right)^0 F = +59^0\,F.$$

$$-20^0\,R = -\left(20.\frac{5}{4}\right)^0 C = -25^0 C.$$

$$-20^0\,R = \left(-20.\frac{9}{4} + 32\right)^0 F = (-45) + 32)^0\,F = -13^0\,F.$$

3) Põhjamaades näitab termomeeter mõnikord -76^0 F; mitme C ja R kraadiga võrdub see?

Et Fahrenheidi 0-punkt 32^0 allpool C ja R null-punkti seisab, siis tähendab -76^0 F., et termomeeter $(76 + 32)$ Fahrenheidi kraadi allpool jää sulanemispunkti näitab. Nii on siis

$$-76^0\,F = -(76+32)\,\frac{4}{9}\,^0 R = -108.\,\frac{4}{9}\,^0 R = -48^0\,R$$

$$-76^0\,F = -(76+32)\,\frac{5}{9}\,^0 C = -60^0\,C.$$

4) Kesk-Aafrikast teatatakse, et seal temperatuur kunni $+95^0$ F on tõusnud. Kui kõrge on temparatuur C ja R järele?

$+95^0$ F tähendab $(95 - 32)^0$ F üle jää sulanemispunkti, seega on:

$$+95^0\,F = +(95-32)\,\frac{4}{9}\,^0 R = +28^0\,R.$$

$$+95^0\,F = +(95-32)\,\frac{5}{9}\,^0 C = +35^0\,C.$$

§ 4. **Paisumis- ja pikenemiskoeffitsient.** 1) Soendamisel paisub ehk suureneb keha ruum-ala ja pikenevad ühtlasi kõik tema dimensioonid. Paisumiskoeffitsiendiks hüütakse arvu, mis ära määrab, mitmenda osa võrra omast esialgsest ruum-alast suureneb keha ruum soenemisel 1°C võrra. Pikenemiskoeffitsiendiks nimetatakse arvu, mis näitab, mitmendat osa keha algdimensioonist moodustab tema pikenemine soenemisel 1°C võrra.

2) Katsetest leiame, et 1 m pikkune raudvarb soenemisel 0° — 100°C-ni 0,0012 m võrra, soenemisel 0° — 50°C-ni aga ainult 0,0006 m võrra pikeneb: on temperatuuri tõus 2 korda väiksem, siis pikeneb ka varb 2 korda vähem, t. s:

pikenemine on proportsionaalne temperatuuri tõusuga.

Soendades mitmepikkuseid raudvarbu ühesuguselt 100° võrra, leiame, et 2 m pikkune varb pikeneb 0,0024 m, 3 m pikkune varb 0,0036 m jne. Mida pikem on varb, seda suurem pikenemine, ehk:

pikenemine on proportsionaalne keha esialgse pikkusega.

Kui korrata nimetatuid katseid teiste ainetega, siis leiame, et pikenemine vaskvarva juures suurem, plaatinavarva juures aga väiksem on kui raudvarval:

Pikenemise suurus oleneb nii siis keha ainest.

Olgu antud külma varba pikkus l_0, t° võrra soendatud varva oma aga l_t. Varva üleüldine pikenemine soenemisel t° võrra on siis $l = l_t - l_0$, mis külma varva pikkusest moodustab osa $\frac{l}{l_0}$. Et pikenemine proportsionaalne on temperatuuri tõusuga t, siis on soenemisel ainult 1° võrra nimetatud osa t korda väiksem, s. t. $\frac{l}{l_0 . t}$. Eelmise järele kujutabki leitud osa varva pikenemiskoeffitsienti β, s. t.

$$\beta = \frac{l}{l_0 t}$$

ehk üleüldine pikenemine

$$l = \beta l_0 . t \qquad 2)$$

On külma varva pikkus $l_0 = 1$ m ja soenemine t = 1°C, siis on varva pikenemine $l = \beta$. Sellest järgneb: **Arvuliselt võrdub pikenemiskoeffitsient pikkusüksuse pikenemisega soendamisel 1°C võrra.** Formul 2 näitab, et varva pikenemine soendamisel 1°C võrra võrdub külma varva pikkusega (l_0) kasvatatud pikenemiskoeffitsiendiga.

Soendatud varva pikkus on

$$l_t = l_0 + l = l_0 + \beta l_0 t = l_0 (1 + \beta t) \qquad 3)$$

Tundes aine pikenemiskoeffitsienti β, võime selle formuli abil välja arvata sooja varva pikkuse.

Kokkutõmbumine jahtumisel sünnib samade seaduste järele. Tundes kuuma varva pikkust l_t, võime leitud formulite abil välja arvata t° võrra jahtunud varva pikkuse l_0.

3) Mõõtmised näitavad, et ka keha ruum-ala paisumisel maksvad on seadused:

Ruumi paisumise suurus on proportsionaalne külma keha ruum-alaga ja tema temperatuuri tõusuga ning oleneb keha ainest.

Sarnaselt nagu eelmisel juhusel, olgu külma keha ruum-ala v_0, t^0 võrra soendatud keha oma v_t, ning ruumi paisumine $v = v_t - v_0$. Soenemisel t^0 võrra moodustab paisumine v keha algruumist v_0 osa $\frac{v}{v_0}$; soenemisel 1^0C võrra aga osa $\frac{v}{v_0 t}$, millega võrduma peab keha paisumiskoeffitsient α, s. t.

$$\alpha = \frac{v}{v_0 t}, \text{ ja } v = \alpha v_0 t \qquad 4)$$

Kui $v_0 = 1$ ja ja $t = 1$, siis on $v = \alpha$, s. t.

paisumiskoeffitsient võrdub arvuliselt keha ruumüksuse suurenemisega soendamisel 1^0C võrra. Keha kogu paisumise suurus soenemisel 1^0C võrra on tema ruum-ala (v_0), kasvatatud paisumiskoeffitsiendiga.

Kuuma keha ruum-ala v_t on algruum + paisumine, s. t.

$$v_t = v_0 + v = v_0 + \alpha v_0 t = v^0 (1 + \alpha t) \qquad 5)$$

4) Pikenemis- ja paisumiskoeffitsiendi vahel valitseb lihtne vahekord:

$$\alpha = 3\beta.$$

Tõestus: Olgu kõvast kehast valmistatud kubiku servad 0^0C juures 1 cm, tema ruum-ala on siis 1 cm^3. Soenemisel 1^0C võrra, pikeneb iga serv kunni $1 + \beta$ cm; sooja kubiku ruum-ala on järjelikult

$$(1 + \beta)^3 = 1 + 3\beta + 3\beta^2 + \beta^3.$$

Ilma suurema veata võime kaks viimast lüli ($3\beta^2$ ja β^3) välja heita, sest et β alati väike murd on ($< 0{,}0001$). Seega oleks sooja kubiku ruum-ala $1 + 3\beta$ ja ruum-üksuse (1 cm^3) paisumine soenemisel 1^0 C võrra $(1 + 3\beta) - 1 = 3\beta$. Viimase suurusega võrdubki kubiku aine paisumiskoeffitsient α, s. t.

$$\alpha = 3\beta.$$

Et keha dimensioonide pikenemine igas sihis ühtlaselt sünnib, siis **jääb soe keha geomeetriliselt sarnaseks külma kehaga.** Mingi õõnesruumi, näiteks klaaspudeli mahutavus paisub järjelikult sama palju, kui palju suureneb tema seinte ainest (klaasist) valmistatud niisugune massiivne keha, mille ruum-ala võrdub õõnesruumi mahutavusega. On α klaasi paisumiskoeffitsient, siis suureneb V liitrilise klaaspudeli mahutavus soenemisel t^0 võrra formuli (4) järele:

$$a.V.t \text{ liitrit.}$$

5) Et kehade kaal soenemisel mitte ei muutu, siis muutub nende erikaal ümberpöördult proportsionaalselt keha ruum-alaga. Olgu erikaal 0^0C juures d_0 ja t^0 juures d_t, siis on $\frac{d_0}{d_t} = \frac{v_t}{v_0}$. Formulist (5) saame, et

$$\frac{v_t}{v_0} = 1 + \alpha t$$

seega on:

$$\frac{d_o}{d_t} = 1 + \alpha t$$

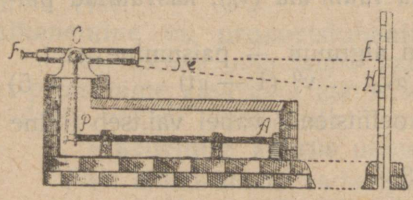
ehk

$$d_o = d_t (1 + \alpha t) \qquad 6)$$

Selle formuli abil võime välja arvata keha erikaalu 0°C juures, kui tuntud on tema erikaal t°C juures.

§ 5. **Kõvade kehade pikenemiskoeffitsiendi mõõtmine ja tema praktiline tähtsus.** 1) Keha dimensioonide pikenemist ei või otsekohe tollipuuga mõõta, sest sooja keha läheduses pikeneks ka mõõdupuu ise, mille tõttu mõõtmine vale resultaate annaks. Tahetakse mingi aine pikenemiskoeffitsienti täpipealt määrata, siis tarvitatakse iseäralisi mõõtmisviise.

Lavoisier ja Laplace (1778) tegid seda järgmiselt: mõõdetavast ainest valmistati varb AP (joon. 263) ja asetati tema vee või õliga täidetud nõusse, mida soovitud temperatuurini soendada võis. Varva üks ots A toetas vastu seina, teine ots P aga vastu püstkangi, mis sharniiri C ümber võis pöörduda. Varva A pikenemisel pöörab püstkang pikksilma F ümber punkti C kui telge. Enne soendamist vaadatakse läbi pikksilma seinal E seisva pikkusskaala peale ja märgitakse ära see skaala jaotus (E), mis pikksilma torus tõmmatud ristniitide lõikepunktiga ühte langeb. Varva soendamisel pöördub pikksilma ots vähe längu alla ja nimetatud niitide keskpunktis näeme mingit madalamat skaalajaotust H. Tundes kaugust CE, CP ja EH, võib lihtsa arvestuse teel leida varva pikenemist l, millest siis otsitud pikenemiskoeffitsient formuli (2) abil leidub.



Joon. 263.

Olgu $\angle$ ECH $= \varphi$, siis on tg $\varphi = HE : EC = l : CP$; millest järgneb, et $l = \frac{HE}{EC} \cdot CP$. Kui EC on võrdlemisi teiste pikkustega suur, siis võib kõige vähemat kui pikenemist täpipealt mõõta.

Sarnaste ja teiste mõõtmiste järele on pikenemiskoeffitsient tähtsamate ainete jaoks järgmine:

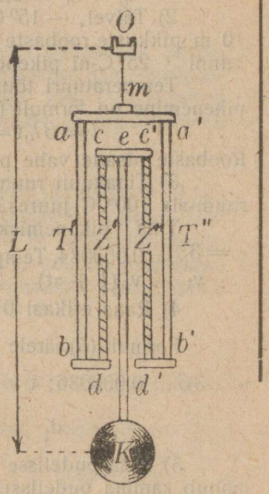
Klaas	0,000009	Tina	0,000028
Plaatina	0,000009	Tsink	0,000029
Raud	0,000012	Hõbe	0,000018
Vask	0,000017	Kuld	0,000015
Valge vask	0,000019	Puu	0,0000026—97

2) Täpipealsemad mõõtmised näitavad, et β mitte üsna konstant ei ole, vaid et ta kõrgematel temperatuuridel vähe suurem on kui madalatel. Soendades näiteks plaatinat 0° — 1° C-ni, leiame tema jaoks $\beta = 0{,}0000085$, kuna aga soenemisel 99° C — 100° C-ni $\beta = 0{,}0000092$. Nagu sellest näha, on β muu-

tumine piirkonnas 0° — 100°C niivõrd väike, et teda ilma suurema veata terves selles piirkonnas konstandiks võib pidada. Ülevaltoodud arvud kujutavad keskmist pikenemiskoeffitsienti 0° ja 100° vahel, mis leitud on keha pikenemisest soendamisel 0° — 100°C, formuli järgi $l_{100} = l_0 (1 + 100\beta)$.

3) Mitmesuguste ainete pikenemiskoeffitsiendi tundmisel on suur praktiline tähtsus: a) Et klaasil ja plaatinal β ühesuurune on, siis võib peeneid plaatintraate õhutihedalt klaasi sisse sulandada, paisuvad ju mõlemad ained ühepalju, nii et traadi ja klaasi vahel soenemisel vaba ruumi ei sünni. Seda asjaolu kasutatakse elekter-hõõglampide kui ka paljude teiste aparaatide valmistamisel.

b) Kella pendel pikeneb soenemisel, mille tõttu tema liikumine aeglastub ja kell „taha“ jääb. Et seda viga kõrvaldada, ehitatakse n.n. kompensatsioon pendlid (joon. 264). T', T'' ja eK on terasvarvad ($\beta = 0{,}000012$), mis soenemisel pendlikoormat K alla langetavad; Z' ja Z'' on tsinkvarvad ($\beta = 0.000029$), mis teda samal ajal tõstavad. Et tsingi β terase omast üle 2 korra suurem on, siis võib varbade pikkust nii valida, et pendli üleüldine pikkus L iga temperatuuri juures muutumatalt ühesuuruseks jääb.

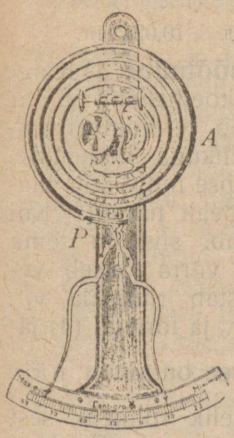


Joon. 264.

Pendli koorma langemine terase pikenemisel on $(om + ab + ek) \cdot 0{,}000012 \cdot t$; tema tõusmine tsingi pikenemisel: $cd \cdot 0{,}000029 \cdot t$. Selleks, et tõusmine hävitaks langemise, peab olema:

$$(om + ab + ek) \cdot 0{,}000012\, t = cd \cdot 0{,}0000291\, t, \text{ ehk}$$

$$\frac{om + ab + ek}{cd} = \frac{29}{12} \approx 2{,}35.$$



Joon. 265.

c) Metalltermomeetrid: Kui raud- ja samasugune tsink-riba üks-teise kõrvale panna ja mõlemaid üle terve pikkuse kinni needida või joota, siis pikeneb soenemisel üks külg (tsink) selles kaksikribas rohkem kui teine, mille tagajärjel alguses sirge riba kõveraks paindub. Paindumine on seda suurem, mida suurem on temperatuuri tõus, nii et paindumise suuruse järele otsustada võime temperatuuri tõusu üle. Metalltermomeetris on kirjeldatud kaksikriba spiraaliks painutatud (A, joon. 265), mille sisemine ots alusele on kinnitatud. Vaba ots P liigub spiraali soenemisel ja jahtumisel edasitagasi ja tõukab näitaja kas ühe või teise skaalajaotusele. Skaala jaotused, mis otsekohe temperatuuri kraade näitavad, märgitakse ära võrdlemisel hariliku elavhõbe-termomeetriga.

Näited: 1) $+200^0$ C juures on raud- ja tsinkvarb mõlemad 0,8 m pikad. Kui suur on nende pikkuse vahe 0^0 juures?

Formuli (3) järele on $l_0 = \frac{l_t}{1+\beta t}$; raua jaoks on $\beta = 0{,}000012$ ja tsingi jaoks $\beta = 0{,}000029$; $t = +200^0$ C. Seega on 0^0 juures

raudvarva pikkus $l_0' = \frac{0{,}8\text{ m}}{1+0{,}000012 \cdot 200} = \frac{0{,}8\text{m}}{1{,}0024} = 0{,}79808$ m.

tsinkvarva pikkus $l_0'' = \frac{0{,}8\text{m}}{1+0{,}000029 \cdot 200} = \frac{0{,}8\text{ m}}{1{,}0058} = 0{,}79522$ m.

Otsitud pikkusvahe on:

$l_0' - l_0'' = 0{,}79808$ m $- 0{,}79522$ m $= 0{,}00286$ m $= 2{,}86$ mm.

2) Talvel, -15^0 C jnures seatakse raudtee roopaid. Kui suure vahe peab 10 m pikkuste roobaste otsade vahele jätma, selleks, et ned suvel soenemisel kunni $+25^0$ C-ni pikenedes mitte kõveraks ei painduks?

Temperatuuri tõus $t = +25^0 - (-15^0) = 25^0 + 15^0 = 40^0$ C. Iga roopa pikenemine on formuli (2) järele:

$l = \beta l_0 t = 0{,}000012 \cdot 10 \cdot 40$ m $= 0{,}0048$ m $= 4{,}8$ mm.

Roobaste otsade vahe peab vähemalt 4,8 mm olema.

3) Tinakuuli ruum-ala v_0 on $+10^0$ C juures 2 cm³. Kui suur on tema ruum-ala 100^0 C juures?

Tina pikenemiskoeffitsient $\beta = 0{,}000028$, seega on paisumiskoefiitsient $\alpha = 3\beta = 0{,}000084$. Temperatuuri tõus $t = 100^0 - 10^0 = 90^0$C. Formuli (5) järele on

$v_t = v_0(1+\alpha t) = 2(1+0.000084 \cdot 90)$ cm³ $= 2 \cdot 1{,}00756$ cm³ $= 2{,}015$ cm³.

4) Raua erikaal 0^0 juures on $d_0 = 7{,}5$. Kui suur on ta 500^0 C juures?

Formuli (6) järele on $d_t = \frac{d_0}{1+\alpha t}$; raua jaoks on $\beta = 0{,}000012$, nii siis $\alpha = 3\beta = 0{,}000036$; $t = 500^0$ C; $d_0 = 7{,}5$, seega on otsitud erikaal

$$d_t = \frac{7{,}5}{1+0{,}000036 \cdot 500} = \frac{7{,}5}{1{,}018} = 7{,}368.$$

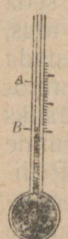
5) Klaaspudelisse mahub $+10^0$ C juures 10 liitrit vett. Kui palju vett mahub samma pudelisse 100^0 C juures?

§ 4 järele on pudeli mahutavus 100^0 juures

$v_t = v_0(1+\alpha t)$, kus α on klaasi paisumiskoeffitsient $\alpha = 3\beta = 3.0{,}000009 = 0{,}000027$; $t = 100 - 10 = 90^0$ C ja $v_0 = 10$ liitrit. Seega mahub pudelisse 100^0 C juures

$v_t = 10(1+0{,}000027 \cdot 90)$ lit. $= 10(1+0{,}00243) = 10{,}0243$ lit.

§ 6. **Vedelikkude paisumiskoeffitsiendi mõõtmine.** 1) Kõige lihtsamalt mõõdetakse vedelikkude paisumiskoeffitsienti n. n. dilatomeetri abil (joon. 266). Viimane kujutab termomeetrisarnast klaasnõu, mis mõõdetava vedelikuga täidetakse. Nõu peenel kaelal on rida jaotuskriipse ning nõu mahutavus on iga jaotuskriipsuni täpipealt tuntud. Kui vedelik 0^0 C juures kriipsuni B ulatab, siis on tema ruum-ala v_0 tuntud. Soenemisel t^0 C võrra tõuseb vedeliku nivoo kriipsuni A, millele vastab ruumala v_t. Seega oleks vedeliku paisumine $v_t - v_0$ ja formuli (4) järele peaks olema $\alpha = \frac{v_t - v_0}{v_0 t}$. Kuid see on ainult näiv paisumine; tõepoolest paisub vedelik rohkem, sest soenemisel suureneb ka nõu mahutavus. Tõelise paisumise suuruse leidmiseks peame näivale paisumisele ($v_t - v_0$) juure lisama dilatomeetri mahutavuse suurenemise. Viimase võime



Joon. 266.

leida, kui dilatomeetri seesuguse vedelikuga täidame, mille jaoks on α mingil teisel teel leitud. Soendamisel leiame siis selle vedeliku näiva paisumise ($v_t - v_0$), kuna tema tõeline paisumine $\alpha v_0 t$ ära on määratud tuntud α kaudu. Vahe $\alpha v_0 t - (v_t - v_0)$ kujutabki dilatomeetri mahutavuse suurenemist, millest kerge on leida mahutavuse paisumiskoeffitsienti.

On antud dilatomeetri mahutavuse paisumiskoeffitsient kord juba leitud, siis võib tema abil hõlpsasti välja arvata mahutavuse suurenemist igasugusel soendamisel ja seega kergesti leida mõõdetava vedeliku tõelist paisumist.

Mõõtmine dilatomeetriga jaguneb nii siis 3 jakku:

I. Dilatomeetri kalibreerimine: 0°C juures täidetakse dilatomeeter mingi tuntud erikaaluga vedelikuga järgemööda üksikute jaotuskriipsudeni ja leitakse igale jaotuskriipsule vastava vedelikuhulga kaal G. Nendest kaaludest leiduvad siis jaotuskriipsudele vastavad dilatomeetri mahutavused

$$V_x = \frac{G_x}{d_0}.$$

II. Dilatomeetri mahutavuse paisumiskoeffitsiendi ϑ leidmine: Elavhõbeda jaoks on teisel teel leitud, et $\alpha = 0{,}00018$. Täitku elavhõbe 0° juures dilatomeetrit kriipsuni A, t^0 juures kriipsuni B. Vastavad ruumalad on siis V_0 ja V_t; paistev paisumine on $V_t - V_0$, tõeline paisumine aga peab olema $\alpha V_0 t$. Seega on dilatomeetri mahutavuse suurenemine $\alpha V_0 t - (V_t - V_0)$, ning paisumiskoeffitsient on formuli (4) järele:

$$\vartheta = \frac{\alpha V_0 t - (V_t - V_0)}{V_0 t};$$

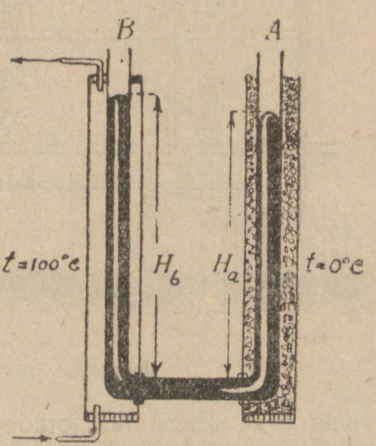
III. Tundmata vedelikkude paisumiskoeffitsientide mõõtmine:

0°C juures täitku vedelik dilatomeetrit kriipsuni A, vastav ruum-ala on V_a,
t^0C „ „ „ „ „ B, „ „ „ V_b;
Paistev paisumine soenemisel t^0 võrra on $V_b - V_a$
Dilatomeetri mahutavuse suurenemine on $\vartheta V_a t$

Tõeline paisumine on $(V_b - V_a) + \vartheta V_a t$

Vedeliku paisumiskoeffitsient $\alpha = \dfrac{(V_b - V_a) + \vartheta V_a t}{V_a t}$

2) Dulong ja Petit leidsid (1816) elavhõbeda paisumiskoeffitsiendi otsekohesel teel, s. t. ilma, et nõu paisumine mõju võiks avaldada mõõtmise peale. Selleks tarvitasid nad joonistusel 267 kujutatud U-toru, mis elavhõbedaga täidetud. Toru vertikaalne haru A asetatakse sulanevasse jäässe, haru B aga keeva vee aurusse. Et sooja elavhõbeda erikaal (d_t) väiksem on külma elavhõbeda erikaalust (d_0), siis tõuseb ühendatud nõude tasakaalu seaduse järele (II § 65_2) elavhõbe torus B nii mitu korda elavhõbeda nivoost torus A kõr-



Joon. 267.

gemale kui mitu korda esimeses seisva elavhõbeda erikaal d_t väiksem on teises torus seisva elavhõbeda erikaalust d_o, s. t.

$$\frac{d_o}{d_t} = \frac{h_b}{h_a}$$

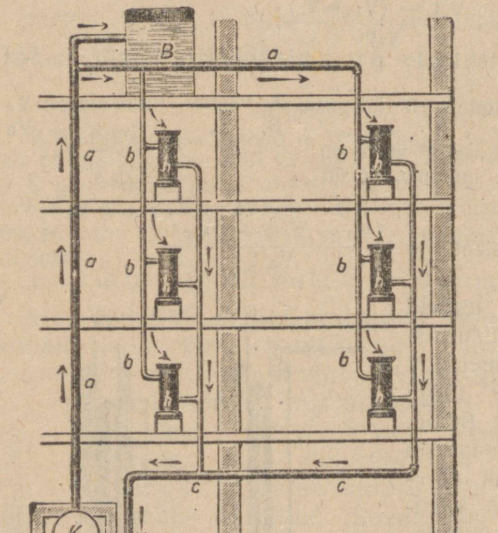
Formuli (6) järele on $\frac{d_o}{d_t} = 1 + \alpha t$, millest järgneb, et

$$1 + \alpha t = \frac{h_b}{h_a}$$

$$\alpha = \frac{h_b - h_a}{h_a t}$$

Sellel mõõtmisel ei mõju nõu seinte paisumine resultaadi peale, jääb ju $\frac{d_o}{d_t}$ alati võrdseks $\frac{h_b}{h_a}$, kui kitsas või lai ka toruharu ei oleks. Dulong ja Petit leidsid nii, et elavhõbeda $\alpha = 0{,}000182$. Dilatomeetri abil võib selle arvu põhjal mõõta iga vedeliku paisumiskoeffitsienti. Tähtsamate vedelikkude jaoks on α järgmine:

Elavhõbe	0,000182	Petrooleum	0,001039
Alkohol	0,00104	Eeter	0,002101
Benzool	0,001385		



Joon. 268.

Ka vedelikud ei paisu kõigi temperatuuride juures ühtlaselt. Antud paisumiskoeffitsiendid on keskmised 0^0 — 100^0C vahel. Võrdlemisi ühtlaselt paisub iga temperatuuri juures (0^0—100^0 C vahel) elavhõbe; alkohol selle vastu paisub kõrgematel temperatuuridel tugevamini kui madalatel.

3) Vesiküte põhjeneb ühendatud nõude tasakaaluseadusel, mille järgi $\frac{h_b}{h_a} = \frac{d_a}{d_b}$ (p. 2). Katla K (joon. 268) ülemisest seinast läheb toru aa maja pööningule, pöördub seal horisontaalseks ja tuleb siis torudena bb ja cc läbi reservuaaride h — n. n. küttekehade,—katla põhja. Ülemine reservuaar B on ühendatud torude süsteemiga ja võimaldab vee vaba paisumist soenemisel. Katla K kütmisel tõuseb kergem soe

vesi tema ülemisse ossa ja täidab sealt toru aa, kuna aga katla põhja tulevas torus cc ja bb vesi külmemaks jääb. Kui püsttorud a ja b üleval ühendatud ei oleks, siis tõuseks soe vesi torus a kõrgemale kui külm vesi torus b ($d_a < d_b$). Ühenduse tõttu aga hakkab vesi ülevalt torust a torru b voolama ja tuleb läbi küttekehade h tagasi katla põhja. Suure jahtumispinnaga küttekehades jahtub vesi alati kiiremini kui torus a. Selle tõttu hoidub temperatuurivahe torusüsteemides a ja b alal ning vee vool kestab vahetpidamata nii kaua, kui katelt köetakse. Küttekehad h täituvad nii siis alatasa uue kuuma veega ja hoiduvad kogu kütmise aeg soojadena.

§ 7. **Vee paisumise iseäraldused.** 1) Nendest mõningatest ainetest, mille paisumine ei sünni harilikkude seaduste järele, on iseäraliku tähtsusega vesi. Kui vett mingis sellekohases nõus (näiteks joon. 259) soendada, siis näeme et tema ruum-ala mitte igal tingimusel ei suurene, vaid ta võib soenemisel isegi väheneda. Katsed näitavad, et **soenemisel 0° kunni + 4° C-ni vesi kokku tõmbub ja et ta alles soenemisel üle + 4° C-se paisuma hakkab.** Sellest selgub, et antud veehulgal + 4° C **juures kõige väiksem ruum-ala on,** järjelikult on tema tihedus ja erikaal sellel temperatuuril kõige suurem.

Katsed näitavad, et vee erikaal + 4°C lähedal õige vähe muutub ühes temperatuuriga. Sellepärast on sellel temperatuuril kõige hõlpsam ära määrata vee ruumüksuse kaalu, ei mõju ju siin väiksed temperatuuri kõikumised tuntavalt mõõtmise peale. See asjaolu ongi põhjuseks, miks ühte cm^3 vett just + 4 C juures massüksuseks 1 gramm-mass valiti (II § 18_3).

Vee ruumüksus kaalub nii siis kõige rohkem + 4° C juures; sellepärast peab seesuguse temperatuuriga vesi nii soemas kui külmemas vees põhja vajuma. Sügisel jahtub ülemine veekiht külma õhuga kokkupuutumise mõjul ning langeb selle tõttu alumises soemas vees põhja. Põhjast pinnale tõusnud soem vesi jahtub üleval veel külmemaks ning vajub siis omakorda põhja. Nii liigub vesi alatasa kunni terve veekogu ühtlaselt + 4° C-ni on jahtunud. Sellest temperatuurist peale hakkavad ülemised kihid edaspidisel jahtumisel paisuma, nad muutuvad seega kergemaks ja ei lange enam põhja, vaid ujuvad veepinnal. Selle tagajärjel jahtub nüüd pinnal seisev veekiht kiirelt 0° C-ni ja hangub jääks. Jääkate kaitseb alumisi veekihte jahtumise eest, nii et teatud sügavusel vesi kogu talve läbi + 4° C juures hoidub.

Ei hakkaks vesi + 4° C juures mitte paisuma, siis jahtuks terve veekogu nii nagu alguses kirjeldatud kunni nullini ning jõed ja järved külmaksid põhjani jääks, mille tagajärjel elu neis hävineks.

2) **Jääks hangumisel suureneb vee ruum-ala ligi 10 % võrra.** 10 liitrit vett annab ligi 11 liitrit jääd. Ka hangumisel sünnib paisumine ülisuure jõuga: kaelani täidetud pudelid lõhkevad külmamisel, märg palk lõhkeb temas leiduva vee hangumisel, koguni veega täidetud õõnes raudpomm lõhkeb külmamisel.

Näited: 1) Elavhõbeda erikaal on 0^0 juures $d_0 = 13{,}596$. Kui suur on ta $+200^0$ C juures?

Et $\alpha = 0{,}000182$, siis on formuli (6) järele:

$$d_t = \frac{d_0}{1+\alpha t} = \frac{13{,}596}{1+0{,}000182.200} = 13{,}118.$$

2) $+25^0$ C juures on baromeetri elavhõbesammas 765 mm kõrge. Kui kõrge oleks ta samal õhurõhumisel 0^0 juures?

Ühe ja sama rõhumise juures on elavhõbesamba kõrgus h ümberpöördult proportsionaalne tema erikaaluga d:

$$\frac{h_0}{h_t} = \frac{d_t}{d_0}, \text{ millest järgneb, et } h_0 = h_t \cdot \frac{d_t}{d_0};$$

Formuli (6) põhjal on $\frac{d_t}{d_0} = \frac{1}{1+\alpha t} = \frac{1}{1+0{,}000182.25} = \frac{1}{1{,}00455}$;

Seega on

$$h_0 = h_t \frac{1}{1{,}00455} = \frac{765}{1{,}00455}\ \text{mm} = 761{,}5\ \text{mm}.$$

3) Kui suur on 1 liitri alkoholi kaal $+30^0$ C juures?

Alkoholi erikaal 0^0 juures on 0,8; 30^0 C juures on ta formuli (6) järele

$$d_{30} = \frac{d_0}{1+\alpha t} = \frac{0{,}8}{1+0{,}001.30} = \frac{0{,}8}{1{,}03} = 0{,}7767.$$

1 liitri kaal on $+30^0$ C juures seega

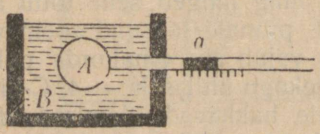
$$0{,}7767\ \frac{g}{cm^3} \cdot 1000\ cm^3 = 776{,}7\ g = 07767\ kg.$$

4) Kui palju paisub 1 liiter elavhõbedat soenemisel 0^0 C — 100^0 C?

Formuli (4) järele on paisumine

$$V = V_0 \alpha t = 1.0{,}000182.100 = 0{,}0182\ litr = 18{,}2\ cm^3.$$

§ 8. **Gaaside paisumiskoeffitsient; Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadus.** 1). Gaaside paisumiskoeffitsienti mõõtis Gay-Lussac (1802) termomeetrisarnases klaasnõus A (joon. 269). Nõu täideti mõõdetava gaasiga ja eraldati viimane välisest õhust elavhõbeda tilgakesega a. Nõu reservuaarike asetati vee või õliga täidetud anumasse B, mida soovitud temperatuurini võis soendada. Vedeliku soenemisel soeneb ka gaas reservuaaris A. Gaasi paisumisel nihkub elavhõbetilk a piki toru vähe edasi. Edasinihkumise suurus on mõõduks gaasi näivale paisumisele, millest kerge on leida gaasi tõeline paisumine, kui tuntud on reservuaari A mahutavuse paisumiskoeffitsient (võrdle § 6_1).



Joon. 269.

Mõõtes paljude gaaside paisumise suurust, leidis Gay-Lussac järgmise seaduse:

Kõikide gaaside paisumiskoeffitsient on ühesuurune, nimelt

$$\alpha = \frac{1}{273} = 0{,}003665 \qquad 7).$$

Täpipealsemad mõõtmised näitavad, et see seadus ainult ligikaudne on. Näiteks on vesinikul $\alpha = 0{,}00366$, õhul 0,00367 ja süsihappel 0,00371. Üleüldse on tihedamatel gaasidel α vähe suurem kui hõredamatel. Kõrgematel temperatuuridel aga väheneb ka tihedate gaaside α ja läheneb kõige hõredama gaasi—vesiniku—paisumiskoeffitsiendile. Nimetatud kõr-

valekaldumised on aga niivõrd väiksed, et praktilistes küsimustes Gay-Lussaci seadust küllalt täpipealseks võib pidada.

2) Gaaside ruum-ala võib suurendada kahel teel: temperatuuri tõstmisega ühesugusel rõhumisel (Gay-Lussaci seaduse järele) või rõhumise vähendamisega muutumatal temperatuuril (Boyle-Mariotte'i seaduse järele). Muutub gaasi temperatuur ning rõhumine ühel ajal, siis on — nagu katsed näitavad — resultaat niisugune, kui sünniksid mõlemad muutused eraldi üks-teise järele.

Rõhumisel p_0 (näiteks 760 mm) ja temperatuuril 0^0 C olgu antud gaasihulga (näiteks 1 grammi) ruum-ala v_0. Samal rõhumisel p_0, kuid temperatuuril t^0 C on sama gaasihulga ruum-ala formuli (5) ja (7) järele:

$$v' = v_0 (1 + \alpha t) = v_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right) \qquad 8)$$

Nüüd hoiame gaasi temperatuuri t ühekõrgusena ja suurendame tema rõhumist p_0 kunni p: selle juures väheneb gaasi ruum-ala v' Boyle-Mariotte'i seaduse järele kunni v, nii et

$$p.v = p_0.v' \qquad 9)$$

Seades v' asemele tema tähenduse formulist (8), leiame:

$$p.v = p_0.v_0.(1 + \alpha t) \qquad 10)$$

See formul kujutab n. n. Boyle-Mariotte'i — Gay-Lussac'i seadust. Ta seob üks-teisega kolme suurust p, v ja t, mis täiesti ära määravad antud gaasi oleku; teda hüütakse sellepärast ka gaasi olekuvõrrandiks.

3) Kui gaasi mingis muutumata mahutavusega nõus soendada, siis ei muutu eraldatud gaasihulga ruum-ala v, vaid tõuseb ainult tema rõhumine p. Formulis (10) on sel juhusel $v = v_0$, nii et

$$p = p_0 (1 + \alpha t) \qquad 11)$$

Arv α määrab siin gaasi rõhumise suurenemise, teda hüütakse sellepärast ka gaasi termiliseks rõhumis-koeffitsiendiks. Kui mõõta gaasi rõhumist enne ja pärast soendamist, siis võime formuli (11) abil välja arvata gaasi temperatuuri tõusu t. Nagu sellekohased katsed näitavad, on ka gaasi termiline rõhumiskoeffitsient α kõikide gaaside juures ligikaudu ühesuurune ja võrdub $\frac{1}{273}$, seega on

$$p_t = p_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right) \qquad 12)$$

Gaasi soendamisel konstant ruum-ala juures tõuseb tema rõhumine iga kraadi juures $\frac{1}{273}$ võrra algrõhumisest.

4) Formuli (12) järele väheneb gaasi rõhumine jahtumisel. Kui oletada, et rõhumise vähenemine iga temperatuuri juures ühtlaselt sünnib, s. t. et α ühesuuruseks jääb kõikide temperatuuride jaoks, — siis peaks küllalt suurel jahutamisel gaasi rõhumine lõpuks nulliks muutuma. Formulist (12) järgneb, et p_t võrdub nulliga, kui $1 + \frac{t}{273} = 0$, ehk kui

$$t = -273^\circ \text{C}.$$

— 273°C juures kaob nii siis rõhumine kõikides gaasides täiesti. Seda temperatuuri hüütakse absoluutseks nulliks; vastavalt nimetatakse viimasest arvatud temperatuuri — absoluutseks temperatuuriks (T). Keha absoluutne temperatuur on seega: $T = t + 273$ 13)

Mida madalamaks teha gaasi temperatuur, s. t. mida rohkem gaasilt sooja ära võtta, seda väiksemaks muutub tema rõhumine. Paistab, et gaasi rõhumine tihedalt seotud on temas peituva soojuse hulgaga. Selle põhjal võib oletada, et kogu rõhumise nähtuse põhjuseks ongi soojus. Kui gaas enam mingisugust rõhumist ei avalda, ei ole tal arvatavasti ka üleüldse enam soojust. Nii siis, jahutades keha — 273° C-ni, võtame temalt kogu tema soojustagavara ära. Sellest järgneb, et edaspidine jahutamine üleüldse enam võimalik ei ole, sest selleks peaksime kehalt rohkem soojust ära võtma kui temal teda on. — 273° C on järjelikult kõige madalam temperatuur, milleni keha jahtuda võib,— sellepärast hüütaksegi teda absoluutseks nulliks.

Tähelepannes, et gaasi abs. temperatuur $T = t + 273^0$, ehk harilik temperatuur $t = T - 273^0$, võime formulit (10) järgmiselt muuta:

$$p.v = p_0 v_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right) = p_0 v_0 \left(1 + \frac{T - 273}{273}\right) = p_0 v_0 \frac{T}{273} \qquad 14)$$

Boyle-Mariotte'i seaduse järele on $p_0 v_0$ konstant. Järjelikult on ka $\frac{p_0 v_0}{273}$ antud gaasihulga (näiteks 1 grammi) jaoks teatud kindel suurus, mida hüütakse gaaskonstandiks ja mida harilikult kujutatakse tähega $R = \frac{p_0 v}{273}$. Seega saab formul (14) lihtsa kuju: $p v = R T$ 15)

See on gaasi olekuvõrrandi (10) lihtsam avaldus. Temast järgneb, et **antud gaasihulga ruum-alad (v) proportsionaalsed on absol. temperatuuriga (T) ja ümberpöördult proportsionaalsed rõhumisega (p).**

5) Gaasi erikaal muutub ümberpöördult proportsionaalselt ruum-alaga, s. t. $\frac{d}{d_0} = \frac{v_0}{v}$; Formulist (10) järgneb:

$$\frac{v_0}{v} = \frac{p}{p_0 (1 + \alpha t)} = \frac{d}{d_0}, \text{ ehk}$$

$$d = \frac{d_0 p}{(1 + \alpha t)\ p_0} \qquad 16).$$

Harilikult mõistame d_0 all niisuguse gaasi erikaalu, mis normaalsetel tingimustel viibib, s. t. 760 mm rõhumise ja 0° temperatuuri juures. Tundes d_0 võime formuli (16) abil välja arvata gaasi erikaalu d igasuguse rõhumise p ja temperatuuri t jaoks.

Suure soenemis-paisumise tõttu muutub gaasi erikaal väga palju. Sellepärast on hõlpsam erikaalu asemel tarvitada gaasi

tihedust võrdlemisi mõne teise gaasiga. Et kõikide gaaside paisumiskoeffitsient ühesuurune on ja et nad kõik Boyle-Mariotte'i seaduse alla painduvad, siis muutub kõikide gaaside erikaal ühe ja sama seaduse järele. Gaasi tihedus kui erikaalude vahekord on järjelikult konstant, tingimuse juures, et mõlemaid gaase alati ühesugusel rõhumisel ja temperatuuril võrreldakse. Rõhumisel 760 mm ja temperatuuril 0°C kaalub näiteks 1 m^3 atmosfäärilist õhku 0,00129 g; samadel tingimustel kaalub 1 m^3 vesinikku 0,00009 g. Õhu tihedus võrdlemisi vesinikuga on $\frac{\text{õhu erikaal}}{\text{vesininiku erikaal}} = \frac{0{,}00129}{0{,}00009} = 14{,}3$ (võrdle tiheduste tabel raamatu lõpus). Leiaksime formuli (16) järele õhu ja vesiniku erikaalu mingil teisel temperatuuril ja rõhumisel, siis saaksime õhu tiheduse jaoks sama arvu 14,3, sest et õhu erikaal sama palju korda suureneb või väheneb kui vesiniku erikaalgi.

Harilikult avaldatakse gaaside tihedust võrdlemisi vesiniku või atm. õhuga (vaata tiheduste tabel I ja II veerg.).

Samuti nagu gaaside tihedust, nii avaldatakse ka küllastamatute aurude tihedust võrdlemisi vesinikuga. Sellepärast hüütakse seda tihedust ka aurutiheduseks.

6) Kui leida gaaside ja aurude tihedused võrdlemisi vesinikuga (vaata tabel raamatu lõpus), siis selgub et need arvud iga gaasi jaoks 2 korda väiksemad on gaaside moleekulkaaludest. Me näeme näiteks, et hapniku tihedus on 15,9, lämmastiku oma 13,9. Keemiast saadud vastavad moleekulkaalud aga on 32 ja 28, nii siis peaaegu 2 korda suuremad. Sai juba nimetatud (II § 54_2), et moleekulkaal näitab, mitu korda antud aine moleekuli kaal raskem on vesiniku moleekuli kaalust, ja et me vesiniku moleekulkaaluks peame lugema 2. Sellest järgneb, et

$$\text{gaasi tihedus võrdlemisi vesinikuga} = \frac{\text{gaasi moleekulkaal}}{\text{vesiniku moleekulkaal } (=2)}.$$

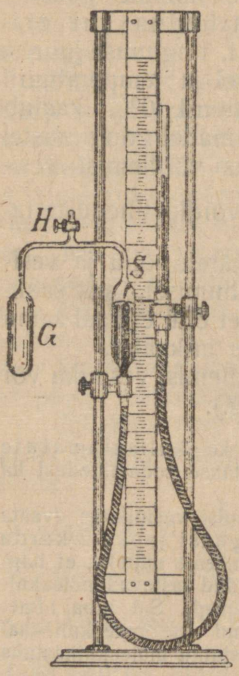
Nimetatud tähelepanemisväärt korrapärasusest järgneb otsekohe n. n. Avogadro hüpotees, mille järele **ühel ja samal temperatuuril ja rõhumisel kõikide gaaside ruumüksuses ühepalju moleekulid peab olema.** Tõepoolest: olgu näiteks antud gaasi ruumüksuses A_1 moleekuli, vesiniku omas A_2 moleekuli; kui gaaside moleekulkaalud on m_1 ja m_2, siis kaalub 1 cm^3 antud gaasi $A_1 m_1$ ja sama palju vesinikku $A_2 m_2$. Gaasitihedus võrdlemisi vesinikuga on järjelikult $\frac{A_1 m_1}{A_2 m_2}$. Et aga peale selle veel tihedus $= \frac{\text{gaasi moleekulkaal}}{\text{vesiniku moleekulkaal}} = \frac{m_1}{m_2}$, siis järgneb sellest, et

$$\frac{A_1 m_1}{A_2 m_2} = \frac{m_1}{m_2}, \text{ ehk } A_1 = A_2$$

s. t. mõlema gaasi ruumüksuses on moleekulite arv ühesuurune.

§ 9. **Õhk-termomeeter.** Gaasid on termomeetri täitmiseks vedelikkudest mitmeti kohasemad: gaasid paisuvad tugevamini kui vedelikud, nii et termomeetri-nõu paisumine esimeste juures vähem segab kui teiste juures (õhk paisub 160 korda, elavhõbe ainult 7 korda niipalju kui klaas). Pealegi on gaaside paisumine vedelikkude omast ühtlasem. Täpipealseks temperatuurimõõtmiseks tarvitatakse sellepärast õhk-termomeetrit, millega mõõdetakse õieti ainult konstant ruum-ala juures soeneva

gaasi rõhumise kasvamist, millest siis formuli (12) abil välja arvatakse temperatuuri tõus.



Joon. 270.

Joon. 270 kujutatud õhk-termomeetris on reservuaariks klaasnõu G, mis kõvera toru abil ühendatud hariliku elavhõbe-manomeetriga. Manomeetri parempoolset püsttoru võib kõrgemale tõsta, või madalamale lasta, mille läbi gaas reservuaaris G enam või vähem kokku surutakse.

Esiteks asetatakse reservuaar G sulanevasse jäässe ja avatakse kraan H; manomeetri parempoolne haru tõstetakse nii kõrgele, et elavhõbeda nivoo puudutaks nõelaotsa S, mis toru külge kinnitatud. Nüüd sulutakse H ja soendatakse reservuaari: gaas paisub ja rõhub elavhõbeda alla. Tõstes manomeetri parempoolset haru, surume gaasi jällegi tema endise ruum-alani kokku, s. t. kunni elavhõbe uuesti nõela S puudutab. Mõlemas manomeetriharus seisva elavhõbeda nivoode kõrgusvahe näitab gaasi rõhumise kasvamist $p_t - p_0$ tema soenemisel reservuaaris G valitseva temperatuurini t.

Formuli (12) järele on siis

$$p_t - p_0 = \frac{t}{273}, \text{ ehk } t = 273\,(p_t - p_0).$$

Kirjeldatud õhk-termomeetris tarvitatakse gaasina harilikult vesinikku. Keskmiste temperatuuride mõõtmiseks on reservuaar G klaasist, kõrgete temperatuuride jaoks – plaatinast

§ 10. **Õhutõmbus; küte ja ventilatsioon.** 1) Kui küünal lambisilindris põleb, siis võime kergesti tähele panna, et soe õhk silindri ülemisest otsast välja voolab, kuna alt külm õhk silindrisse tungib. Niisugune õhutõmbus tekib õhu paisumise tagajärjel soenemisel: Küünla leeki ümbritsev kuum õhk on hõredam ja kergem külmast välisõhust; silindris asuv soe õhksammas tõuseb Archimedese seaduse järele üles, alt voolab silindrisse külma õhku, viimane soeneb küünla leegis ja tõuseb omakord üles, andes ruumi uuele külmale õhule jne.

2) Kirjeldatud õhutõmbust kasutatakse kütte ja ventilatsiooni juures: Korstnas soeneb õhk ahju küdemisel; soe õhksammas tõuseb korstnast üles ja külm õhk voolab läbi kütteruumi korstnasse (joon. 271). Sellega tuleb tulileeki alatasa uut hapnikku, mille tõttu alles võimalikuks saab korralik põlemine. Mida kõrgem korsten, seda suurem soe õhksammas, seda tugevam õhutõmbus ahjus.



Joon. 271.

Ventilatsiooni juures tõuseb soe ja halb toaõhk läbi akna või ventilatsioontoru üles ja voolab välja, kuna madalamatest pragudest ja toa-avaustes külm õhk väljast toa põrandale tungib. Avades vähe välimise toaukse, näeme põleva küünlaleegi

paindumisest. et külm õhk alt sisse tuleb, kuna soe õhk ülevalt välja voolab.

Näited: 1) 2 m³ õhku soendatakse +20° C kunni 120° C-ni. Soendamise algul on õhurõhumine $p_0 = 750$ mm elavhõbesammast, soendamise lõpul aga $p_t = 870$ mm. Kui suur on sooja õhu ruum-ala v?

Kui rõhumine ei muutuks, siis paisuks õhk formuli (8) järele:

$$v' = v_0\left(1+\frac{t}{273}\right) = 2\ \text{m}^3\left(1+\frac{100}{273}\right) = \frac{2.373}{273}\ \text{m}^3.$$

Rõhumise suurenemisel 750 mm kunni 870 mm aga väheneb ruum-ala v' Boyle-Marriote'i seaduse järele, nii et $p_0 v' = p_t v$. Sega on lõpulik ruum-ala

$$v = v'\frac{p_0}{p_t} = v_0\left(1+\frac{t}{273}\right)\frac{p_0}{p_t} = \frac{2.373}{273}\cdot\frac{750}{870}\ \text{m}^3 = 2{,}3557\ \text{m}^3.$$

2) Rõhumisel $p_0 = 760$ mm ja temperatuuril $t = -10°$ C on kinnises nõus 1 liiter õhku. Kui suureks kasvab rõhumine (p_t), kui õhku ilma ruum-ala muutmiseta +263° C-ni soendada?

Formuli (12) järele on

$$p_t = p_0\left(1+\frac{t}{273}\right) = 760\ \text{mm}\left(1+\frac{(263+10)}{273}\right) = 2.760\ \text{mm} = 2p_0.$$

s. t. rõhumine kasvab kahekordseks.

3) Mitme kraadi võrra peab gaasi konstant rõhumisel soendama, et tema ruum-ala kahekordseks muutuks?

Iga kraadi juures paisub gaas $\frac{1}{273}$ võrra oma algruumist. Järjelikult paisub ta 273 kraadi soenemisel oma terve algruumi võrra, s. t. 273 kraadi soenemisel muutub tema ruumala kahekordseks.

Formulist (8) järgneb käsitletud juhuse jaoks:

$$v' = 2v_0 = v_0\left(1+\frac{t}{273}\right)$$

s. t. $2 = 1+\frac{t}{273}$, ehk $t = 273$.

4) Gaasi soendatakse nii, et temperatuur 0° kunni 200° C-ni, rõhumine 760 mm kunni 1520 millimeetrini tõuseb. Mitu korda on sooja gaasi erikaal d suurem, kui külma oma d_0?

Formul (16) annab:

$$d = \frac{d_0\, p}{\left(1+\frac{t}{273}\right)p_0} = \frac{d_0 \cdot 1520}{\left(1+\frac{200}{273}\right).760} = d_0\,\frac{2.273}{473} = 1{,}155\ d_0.$$

Peatükk II:

Soojuse hulk ja mahtuvus.

§ 11. **Soojuse hulk; soojusüksus.** 1) Soendades piiritus-lambil vett, näeme, et vette asetatud termomeeter seda kõrgemale tõuseb, mida kauem veenõu tulileegil hoida. Kui vee temperatuur esimese 10 minuti jooksul näiteks 20° võrra tõusis, siis tõuseb ta järgmise 10 minuti jooksul veel umbes 20° võrra. Et muutumata tulileek igas aegüksuses alati ühevõrra sooja peab andma, — kulub ju igas aegüksuses ühevõrra kütteainet, — siis peame oletama, et vesi esimese 10 minuti jooksul leegist samapalju sooja sai kui

järgmise 10 minuti jooksul. 20 minuti sees saab vesi nii siis 2 korda rohkem soojust kui 10 minutis, — me nägime, et ka vee temperatuur selle juures 2 korda rohkem tõusis kui 10 minutilisel soendamisel. **Järjelikult on kehasse tulnud soojusehulk proportsionaalne keha temperatuuri tõusuga.**

Nüüd kallame nõust poole vett välja ja soendame juba ära jahtunud ülejäänud poolt samal piiritusleegil: selgub et see vesi 5 minuti jooksul 20° kraadi võrra, 10 minuti jooksul aga 40° võrra soeneb. 5 minutis saab vesi leegist 2 korda vähem soojust kui 10 minutis, siiski tõuseb selle juures kaks korda väiksema veehulga temperatuur ikkagi 20° võrra. 3 korda väiksema veehulga soendamiseks 20° võrra kuluks 3 korda vähem soojust jne. **Seega on soojuse hulk proportsionaalne keha massiga.**

2) Soojusüksusena tarvitatakse seda soojuse hulka, mille abil 1 gramm vett 1° C võrra soeneb. Seda üksust hüütakse väikeseks kaloriks ehk gramm-kaloriks (g-kal). Ülevalkirjeldatud seaduste põhjal kulub meil m grammi vee soendamiseks 1° võrra m soojusüksust; tahame m grammi vett aga t° C võrra soendada, siis peame kulutama t korda rohkem soojusüksusi, s. t. m. t. g-kaal. Seega saab keha soenemisel t_1^0 kunni t_2^0-ni soojuse hulga

$$q = m. (t_2 — t_1)\ g\text{-}kal \qquad 17)$$

Peale nimetatud soojusüksuse tarvitatakse veel 1000 korda suuremat üksust, n.n. suurt ehk kilogramm-kalori (kg-kal). 1 kg-kal abil võime 1 kilogrammi vett 1° C võrra soendada.

Jahtumisel 1° C võrra kaotab iga gramm vett ühe g-kal soojust. **Jahtumisel kaotab nii siis iga keha sama palju sooja kui palju ta teda vastaval soendamisel juure saab.**

§ 8, järele kaotab keha kogu oma soojustagavara alles siis, kui ta — 273° C-ni jahtub. Harilikkudel temperatuuridel leidub sellepärast ka külmades kehades ikkagi veel hulk soojust. Vee soojustagavara suuruse näiteks määrab formul (17), kui temas teha $t_1 = 0$ (absol. null) ja $t_2 = T$ (absol. temperatuur). Vee jaoks on siis soojustagavara

$$Q = m\ T\ g\text{-}kal \qquad 17a)$$

s. t. kogu kehas peituva soojuse hulk on proportsionaalne tema absol. temperatuuri ning massiga. Näiteks sisaldab 1 g vett 0° C juures 273 g-kal. soojust.

§ 12. **Ühesuguste ainete segu temperatuur.** Segame 2 kg vett 50° C juures 3 kg veega 20° C juures, siis jahtub soem vesi ja soeneb külmem vesi, kunni mõlemad ühesuguse segutemperatuuri x° omandavad.

Soenemisel 20° kunni x kraadini saab 3 kg külmemat vett soojuse hulga

$$q' = 3\ (x — 20)\ kg\text{-}kal.$$

Selle soojuse pärib ta jahtuvalt soemalt veelt, mis ära ännab

$$q'' = 2\ (50 — x)\ kg\text{-}kal.$$

Kui segamise juures soja kaduma ei lähe ega väljast teda juure ei tule, siis võrdub q' jahtunud vee soojuskaotusega q'', s. t.

$$3\,(x - 20) = 2\,(50 - x),$$ millest järgneb, et

$$x = \frac{2.50 + 3.20}{2 + 3} = 32^{0}\ \text{C}.$$

Olgu m_1 ja m_2 segatavate ühesuguste ainete massid, t_1 ja t_2 nende temperatuurid, x otsitud segutemperatuur. Siis on

soema aine soojuskaotus $q' = m_1\,(t_1 - x) =$
külmema aine soojuskasu $q' = m_2\,(x - t_2)$

$$m_1\,(t_1 - x) = m_2\,(x - t_2)$$

$$x = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} \qquad 18)$$

On $m_1 = m_2$, siis on $x = \frac{t_1 + t_2}{2}$ s. t. võrdmassiliste ühesuguste ainete segutemperatuur võrdub ainete temperatuuride aritmeetilise keskarvuga.

§ 13. **Aine erisoojusmahutavus.** 1) Soendame 50 grammi rauapuru 100°C-ni ja kallame ta 50 grammi vee sisse 0° juures. Me leiame, et segu temperatuur mitte 50° ei ole, nagu see olema peaks vastavate veehulkade segamisel, vaid ainult 10,2°C. Et 50 grammi vett 0° kunni 10,2°C-ni soendada, on tarvis 50. (10,2 — 0) g-kal. Samapalju soojust annab siis ära 50 g rauapuru jahtumisel 100°C kunni 10,2°C-ni. Tähelepannes, et iga keha jahtumisel sama palju soojust ära annab kui palju tal teda vastavaks soenemiseks tarvis läheb, selgub, et 50 g raua soendamiseks 10,2°C kunni 100°C-ni (s. t. 89,8° võrra) ära kulub 50.10,2 g-kal soojust. 1 grammi raua soendamiseks 1°C võrra kulub siis formuli (17) järele 50.89,8 korda vähem soojust, s. t.

$$\frac{50.10{,}2}{50.89{,}8}\ \text{g-kal} = 0{,}114\ \text{g-kal}$$

Samal teel võime leida, et 1 g tina soendamiseks 1°C võrra 0,03 g-kal kulub, hõbeda jaoks 0,06 g-kal jne.

Ühesuurustel massidel ja temperatuuridel mahub nii siis ühte ainesse rohkem soojust kui teise. Seda omadust hüütakse aine erisoojusmahutavuseks. Arvuliselt võrdub aine erisoojusmahutavus selle soojushulgaga, mis tarvis läheb 1 grammi aine temperatuuri tõstmiseks 1°C võrra.

Gramm-kalori definitsiooni põhjal (§ 11_2) on vee erisoojusmahutavus 1 $\frac{\text{g-kal}}{\text{g}}$. Teiste ainete erisoojusmahutavus on väiksem kui veel; näiteks leidsime raua jaoks 0,114 $\frac{\text{g-kal}}{\text{g}}$, tina jaoks 0,03 $\frac{\text{g-kal}}{\text{g}}$ jne.

2) Keha soojusmahutavuseks hüütakse soojushulka, mis tarvilik on kogu keha temperatuuri tõstmiseks 1°C võrra. On keha mass m, tema aine erisoojusmahutavus c, siis võrdub keha soojusmahutavus $m \times c$. Soendamiseks $t_2 - t_1 = t^0$ võrra peame sarnasele kehale andma soojushulga

$$q = c.m.t = c.m.\ (t_2 - t_1) \qquad 19)$$

§ 14. **Isesuguste ainete segu temperatuur.** Tundes ainete erisoojusmahutavust, võime samuti kui § 12 välja arvata kahe mistahes aine segu temperatuuri. Olgu soojema keha temperatuur t_1, tema erisoojusmahutavus c_1 ja mass m_1; külmemal kehal olgu vastavad suurused t_2, c_2 ja m_2. Jahtudes segu temperatuurini x^0

annab soojem keha ära soojushulga $c_1 m_1 (t_1 - x)$ ja
saab külmem keha juure soojushulga $c_2 m_2 (x - t_2)$;
Endiselt on:

$$c_1 m_1 (t_1 - x) = c_2 m_2 (x - t_2),$$

ehk:

$$x = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} \qquad 20)$$

See n. n. Richmanni reegel on maksev mitte ainult kahe, vaid ka paljude kehade segamisel.

§ 15. **Aine erisoojusmahutavuse mõõtmine; kalorimeeter.** 1) Aine erisoojusmahutavust c võib mõõta n. n. segamismetoodi abil. Selleks soendatakse antud vedel või kõva keha tuntud temperatuurini t_k, asetatakse ta siis ruttu sellekohasesse nõusse, — n. n. kalorimeetrisse (joon. 272), mis täidetud täpipealt mõõdetud veehulgaga m temperatuuri t_m juures. Keha jahtub vees, kuna vesi selle juures soeneb ja nõusse asetatud termomeeter A tõuseb. Et segu temperatuur t täiesti ühtlane oleks, segatakse segu väikese labidakesega B, kunni termomeeter enam ei tõuse. Vee temperatuuri tõusust $(t - t_m)$ leiame, mitu kalori vesi mõõdetavalt kehalt sai:

$$q' = m\ (t - t_m)$$

Jahtumisel t_k^0 kunni t^0-ni kaotas keha (formuli 19 järele) soojuse hulga

$$q'' = c\,k\ (t_k - t)$$

kus c ja k on keha erisoojusmahutavus ja tema mass. Et $q' = q''$, siis on

$$ck\ (t_k - t) = m\ (t - t_m)$$

ehk

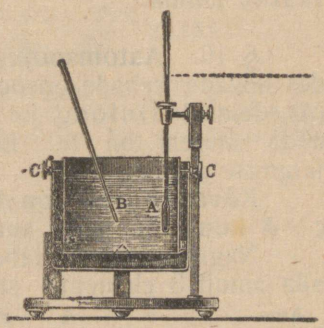
$$c = \frac{m\ (t - t_m)}{k\ (t_k - t)} \qquad 21)$$

Olgu näiteks mõõdetav aine vask. Valmistame temast 50 grammilise kuuli, kinnitame viimase peenikese niidi külge ja soendame teda keevas vees 100° C-ni ($t_k = 100°$). Kalorimeetri nõusse kallame 80 g vett 10° C juures ja asetame niidi abil kuuma kuuli ruttu vette. Termomeeter tõuseb segutemperatuurini

$t = 15{,}3°$ C. Soenemisel 10° kunni 15,3° C-ni sai vesi soojushulga $q' = 80\,(15{,}3 - 10)$ g-kal. Keha kaotas samal ajal soojushulga $q'' = c \cdot 50\,(100 - 15{,}3)$ g-kal. Seega on

$$c \cdot 50 \cdot 84{,}7 = 80 \cdot 5{,}3. \text{ ehk } c = \frac{80 \cdot 5{,}3}{50 \cdot 84{,}7} \approx 0{,}1.$$

2) Kalorimeeter (joon. 272) kujutab lihtsat metallnõu, mille ehitusel pearõhk selle peale pannakse, et nõust võimalikult vähe soojust kaduma läheks. Selleks on tema seinad kahekordsed; seinte vahel asuv õhukiht annab halvasti soojust edasi, nii et soojus nõust läbi seinte välja ei pääse. Seinad ise on võimalikult õhukesed, selleks, et nende soenemiseks vähem soojust kuluks ja võimalikult kogu soojus kalorimeetrisse kallatud vette jääks.



Joon. 272.

Täpipealsematel mõõtmistel tuleb siiski tähele panna nõu seinte soenemiseks kuluvat soojust. On seinte mass n ja seina aine erisoojusmahutavus c_n, siis kulub seinte soenemiseks $n.\, c_n\,(t - t_m)$ g-kal, ning vee soenemiseks $m\,(t - t_m)$ g-kal (võrdle p. 1). Mõlema soojushulga summa peab võrduma keha jahtumisel vabanenud soojusega $ck\,(t_k - t)$. Sellest järgneb, et $ck.\,(t_k - t) = m.\,(t - t_m) + c_n.\, n.\,(t - t_m)$, ehk

$$c = \frac{m\,(t - t_m) + c_n\, n\,(t - t_m)}{k\,(t_k - t)}.$$

3) Kõvas olekus on tähtsamate ainete erisoojusmahutavus järgmine:

Tina	0,031	Raud	0,115
Elavhõbe	0,032	Väävel	0,16
Plaatina	0,032	Magneesium	0,25
Hõbe	0,055	Liitium	0,94
Vask	0,093	Jää	0,5
Tsink	0,092		

Vedelikkude erisoojusmahutavus on läbistikku suurem kui kõvade kehade oma, näiteks:

vesi	1,0
petrooleum	0,5
alkohol	0,58

Kõvadest ja vedelatest kehadest on kõige suurem erisoojusmahutavus veel.

Täpipealsemad mõõtmised näitavad, et c teataval mõõdul oleneb keha temperatuurist. Soendades näiteks vett 0° kunni 1° C-ni, kulub meil rohkem sooja kui sama vee soendamiseks 30° kunni 31° C-ni. Nimetades keha erisoojusmahutavust $t°$C juures tähega c_t, näitavad mõõtmised, et vee jaoks on $c_{10} = 1{,}002$, $c_{15} = 1{,}000$, $c_{20} = 0{,}9985$ ja $c_{30} = 0{,}9968$. Veel kõrgematel temperatuuridel hakkab c jällegi suurenema. Soojusüksuse täpipealseks määramiseks on kokku lepitud nimetada üheks g-kaloriks seda soojushulka, mis kulub 1 g vee soenda-

miseks 14,5° C—15,5° C-ni. Nii kaua, kui meil tegemist on temperatuuridega 0°—100°C, muutub c nii vähe, et praktilistes küsimustes teda konstandiks võime pidada.

4) Vee suure erisoojusmahutavuse tõttu soenevad kevadel mered ja järved ainult aegamööda. Selle eest koguvad nad aga suvel enesesse suure soojushulga ja jahtuvad sügisel niisama aegamööda. Kevadel ja suvel jahutab sellepärast vesi õhku, sügisel ja talvel aga soendab ta teda. Selle tõttu on mereäärsete maade kliima ühtlasem kui sisemaa kontinentaalne kliima.

§ 16. **Aatomsoojus; Dulong ja Petit seadus.** 1) Võrreldes kõvade kehade erisoojusmahutavust (c) nende aatomkaaluga (A), leidsid Dulong ja Petit (1818), et c seda väiksem on, mida suurem on A. Leitud korrapärasuse formuleerisid nad järgmise seadusena:

Kõvas olekus on kõikide keemiliste elementide jaoks c × A konstant, mille suurus on keskmiselt 6,4.

Nagu järgnevast tabelist näha, ei paindu nimetatud seaduse alla ainult 3 elementi: süsinik, siliitsium ja boor.

Aine	c	A	c×A	Aine	c	A	c×A
Tina	0,031	206,9	6,41	Raud	0,115	55,9	6,43
Elavhõbe	0,032	200	6,4	Magneesium	0,25	24,6	6,0
Plaatina	0,032	194	6,23	Liitium	0,94	7,03	6,61
Hõbe	0,055	107,93	6,04	Süsinik (grafiit)	0,202	12,0	2,4
Vask	0,093	63,1	5,91	Siliitsium (kristall)	0,165	28,3	4,6
				Boor (kristall)	0,23	10,9	2,51

Kuid ka viimase 3 elemendi juures tõuseb arv c × A seda suuremaks, mida kõrgem on temperatuur. Näiteks on 100°C juures süsiniku jaoks c × A juba ligi 5,5; samuti tõuseb see arv boori ja siliitsiumi jaoks kõrgetel temperatuuridel ja läheneb 6,4-le. Et kõigi teiste elementide c × A temperatuuriga ainult vähe muutub, siis peab oletama, et kõrgetel temperatuuridel kõikide elementide juures c × A läheneb konstant arvule, mille suurus on umbes 6,4.

Samasugust, arvu c × A järsku tõusu, mida me süsiniku juures kõrgetel temperatuuridel näeme, võime tähele panna ka iga teise aine juures väga madalatel temperatuuridel: absoluutse nullpunkti läheduses on kõigi ainete jaoks c × A peaaegu 0. Hõbeda jaoks näiteks leiame vastavatest mõõtmisest, et —250° C juures c × A = 0,6, —240° juures on c × A = 1,43, —200° C juures 3,96 ja —100° C juures juba 5,65. Hõbeda juures tõuseb nii siis c × A ainult palju madalamatel temperatuuridel kui süsiniku juures. Sellepärast on ta juba harilikkudel temperatuuridel (0° C) üsna lähedal piirarvule 6,4.

2) Aine aatomsoojuseks hüütakse soojushulka, mis kulub aine ühe aatomi soendamiseks 1°C võrra. Kui ühe vesiniku aatomi mass on a grammi, siis kaalub mõne aine aatom, mille aatomkaal on A, teatavasti A.a grammi. Soendamiseks 1°C võrra kulub selle aatomi jaoks soojushulk A.a.c, kus c on käsitatud aine erisoojusmahutavus. Et aga Dulong ja Petit seaduse järele A × c ≦ 6,4, siis on vastava aine aatomsoojus A.a.c = 6,4 . a = = konstant, teiste sõnadega:

kõvas olekus on kõigi keemiliste elementide aatomsoojus ligikaudu ühesuurune.

Kui raua aatomkaal $A = 55{,}9$, tina oma aga 206,9 siis järgneb nimetatud seadusest. et 55,9 grammi raua soendamiseks 1°C võrra samapalju sooja kulub kui 206,9 grammi tina soendamiseks 1°C vôrra, sest et $q = 55{,}9c_r = A_r \cdot c_r = A_t \cdot c_t = 206{,}9\, c_t$.

Näited: 1) 180 g hõbedat 100° C juures asetatakse 250 g vee sisse 10° C juures. Kui palju tõuseb vee temperatuur t?

Formuli (20) järele on

$$t = \frac{c.180.100 + 1.250.10}{c.180 + 1.250} = \frac{0{,}055.180\ 100 + 2500}{0{,}055.180 + 250} \cong 13{,}45^{\circ}\,C,$$

sest et hõbeda jaoks $c = 0{,}055$.

2) Kalorimeetri vasknõu kaalub 150 g. Temas on 1000 g vett 15° C juures. Nõusse kallatakse 500 g petrooleumi 30° C juures; segu temperatuur on 18° C. Kui suur on petrooleumi erisoojusmahutavus c_p, kui vase jaoks tuntud on $c_v = 0{,}093$.

Veel ja nõul kulub soenemiseks 15° — 18° C-ni soojuse hulk

$$1000.(18-15) + 150.(18-15).0{,}093 \cong 3046 \text{ g-kal.}$$

Petrooleum andis jahtudes soojushulga

$$c_p .(30-18).500 \text{ g-kal.} = 12.500.c_p \text{ g-kal.}$$

Seega on

$$c_p = \frac{3045}{500.12} \cong 0{,}5.$$

3) Et ahjus põleva kütteaine temperatuuri mõõta, soendatakse seal tükike plaatinat massiga 200 g. Kuum plaatina asetatakse kalorimeetrisse, milles 1000 g vett + 20° juures. Vesi soeneb 30° C-ni. Kui kõrge on ahju temperatuur t, kui plaatina erisoojusmahutavus on 0,032?

Vesi saab soenemisel 20°—30° C-ni soojushulga $q' = 1000\ (30-20)$ g-kal $= 1000.10$ g-kal.

Plaatina annab ära jahtumisel t° kunni 30°-ni $q'' = 0{,}032.200\ (t-30)$ g-kal. Seega on

$$0{,}032.200\ (t-30) = 1000.10$$

Ahju temperatuur on $t = \frac{1000.10 + 30.200.0{,}032}{0{,}032.200} = 1592{,}5^{\circ}\,C$;

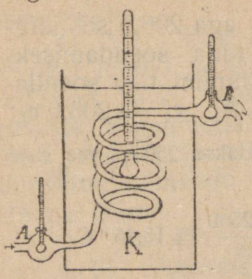
4) Metallilise naatriumi jaoks on leitud $c = 0{,}28$. Kui suur on naatriumi aatomkaal A, kui oletada, et Dulong ja Petit seadus tema jaoks maksev on?

$c \times A = 6{,}4$. Seega on $A = \frac{6{,}4}{c} = \frac{6{,}4}{0{,}28} \cong 23$.

§ 17. **Gaaside erisoojusmahutavus.** 1) Gaaside erisoojusmahutavust mõõdetakse gaasi soendamisel kas püsiva rõhumise (p), või püsiva ruum-ala (v) juures. Esimesel juhusel nimetatakse soojushulka, mis ära kulub 1 g gaasi soendamiseks 1° C võrra erisoojusmahutavuseks konstant rõhumisel (c_p), teisel juhusel aga — erisoojusmahutavuseks konstant ruum-alal, (c_v). Nagu katsed näitavad, on konstant rõhumisel erisoojusmahutavus alati suurem kui konstant ruum-alal, s. t. $c_p > c_v$.

2) Konstant rõhumisel mõõdetakse gaasi erisoojusmahutavust c_p järgmiselt: mõõdetav gaas juhitakse aegamööda spiraaltoru kaudu läbi kuuma õli, mille temperatuur t_2 tuntud. Torus soeneb gaas nii, et tema temperatuur välja tulles sama kõrge on kui õli oma. Kuum gaas juhitakse otsekohe teise spiraaltorru, mis läbi kalorimeetri K (joon. 273) läheb. Kalorimeetris seisev külm vesi jahutab torus voolava gaasi kunni mingi lõpptemperatuurini t_1, mida

gaasi väljatuleku punktis B mõõdetakse. Gaasi rõhumine hoitakse kogu katse aeg ühesuurusena.



Joon. 273.

Läbi kalorimeetri voolanud gaasi hulka mõõdetakse; olgu ta teatud aja jooksul G grammi. Sama aja jooksul tõuseb kalorimeetris vee temperatuur t_3 kraadi võrra. Kui vee mass on m grammi, siis sai vesi gaasilt $q' = m.t_3$ g.-kal. Gaas andis ära soojushulga $G.(t_2-t_1)\,c_p$; seega on

$$G.(t_2-t_1)\,c_p = mt_3$$

$$c_p = \frac{mt_3}{G(t_2-t_1)};$$

Mõõtmised annavad gaaside erisoojusmahutavuse jaoks konstant rõhumisel järgmised arvud:

Õhk	0,2374	Vesinik	3,409
Hapnik	0,2175	Süsihape	0,2169
Lämmastik	0,2438	Veeaur	0,48

Me näeme, et gaaside erisoojusmahutavus c_p on väiksem kui vee oma (1), peale vesiniku, mille c_p on 3,4 korda suurem viimasest.

Selgub ka, et antud aine auru ehk gaasi c_p on väiksem kui sama aine erisoojusmahutavus vedelas olekus (näiteks vesi $c = 1{,}0$, vee aur $c_p = 0{,}48$).

Gaaside c_p on ligikaudu ühesuurune igasugusel rõhumisel ja temperatuuril.

Erandi moodustavad gaasid, mida kergesti vedelikuks võib muuta (näiteks süsihape, kloor jne.), nende juures oleneb c_p temperatuurist.

3) Gaasi erisoojusmahutavust konstant ruum-ala juures (c_v) ei saa me otsekohe mõõta: Me peaksime selleks gaasi kinnises nõus soendama; — et aga nõu palju rohkem kaalub kui gaas, siis kulub suurem hulk soojust nõu soendamiseks, mille tõttu mõõtmise vead suuremad võivad olla kui gaasi enese soendamiseks kuluv soojuse hulk, nii et sarnased mõõtmised õigeid resultaate ei anna.

Katse abil võib aga mõõta vahekorda $\frac{c_p}{c_v}$, millest siis tuntud c_p abil välja võib arvata c_v. Mõõtmised näitavad, et kõikide gaaside jaoks on ligikaudu

$$\frac{c_p}{c_v} = 1{,}4. \qquad 22)$$

Õhu jaoks on näiteks $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$, seega on $c_v = 0{,}1684$, sest et $c_p = 0{,}2374$.

Vahekorra $\frac{c_p}{c_v}$ mõõtmine sünnib järgmise printsiibi järele: 1 grammi õhu soendamiseks 1^0 C võrra kulub püsival rõhumisel c_p g-kal. soojust, kusjuures gaasi ruum-ala suureneb. Kui gaasi otsekohe peale soendamist tema algruumi kokku suruda, siis tõuseb gaasi temperatuur iseenesest veel vähe,—näiteks t' võrra. (Katsed näitavad, et kõik gaasid kokkusurumisel iseenesest soe-

nevad). Et väljast uut soojust juure ei tulnud, siis peab ka nimetatud soenemine sündima ärakulutatud c_p g-kalori kulul. Kui sama 1 g gaasile konstant ruum-ala juures c_p g-kalori anname, siis peab ta järjelikult $1 + t^0$ võrra soenema, ei olene ju temperatuur sellest, kas sünnib soendamine ja kokkusurumine üks-teise järele eraldi või ühekorraga, nagu see sünniks gaasi soendamisel konstant ruum-alal (võrdle § 8_2).

Kui konstant ruum-alal 1 g gaasi soendamiseks $1 + t^0$ võrra kulub c_p g-kalori, siis kulub soendamiseks 1^0 C võrra järjelikult ainult $\frac{c_p}{1+t}$ g-kal. Viimane arv aga kujutabki gaasi erisoojusmahutavust konstant ruum-ala juures (c_v), s. t. $c_v = \frac{c_p}{1+t}$, ehk

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + t.$$

t oli temperatuur, mille võrra 1 g gaasi iseenesest soeneb, kui teda kokku suruda selle ruum-alani, mis temal olema peaks 1^0 C madalamal temperatuuril. Temperatuuri t mõõtmiseks peab nii siis tundma nimetatud kokkusurumise suurust. Tema leiame järgmiselt:

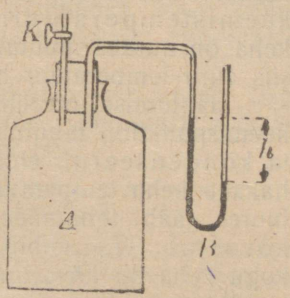
Kui V_1 on gaasi ruum-ala temperatuuril $T + 1^0$ (abs.), siis on V tema ruum-ala 1^0 madalamal temperatuuril T formuli (15) järele nii, et $V_1 : V = (T + 1) : T$. Sellest järgneb, et

$$\frac{V_1 - V}{V} = \frac{T + 1 - T}{T} = \frac{1}{T}$$

Nii siis, kui me 1 g gaasi $\frac{V_1 - V}{V} = \frac{1}{T}$ korda kokku surume, siis peab ta selle juures iseenesest t^0 võrra soenema. $\frac{c_p}{c_v} = 1 + t$ mõõtmiseks peame järjelikult gaasi ruum-ala $\frac{1}{T}$ korda kokku suruma ja vastavat temperatuuri-tõusu t mõõtma.

Clément ja Desormes mõõtsid sarnasel teel $\frac{c_p}{c_v}$ suurust. Nad ei surunud aga gaasi kokku mitte $\frac{1}{T}$ korda, vaid rohkem, näiteks $\frac{1}{B}$ korda tema algruumist. Et temperatuuritõus proportsionaalne on kokkusurumise suurusega, siis on mõõdetud temperatuuritõus x nii mitu korda t-st suurem, kui mitu korda $\frac{1}{B}$ suurem on kui $\frac{1}{T}$, s. t.

$$\frac{x}{t} = \frac{T}{B}, \text{ ehk } t = x \cdot \frac{B}{T} \qquad 23)$$



Joon. 274.

Suurusi x ja B mõõtsid Clément ja Desormes järgmiselt:

I. Reservuaarist A (joon. 274) pumbati vähe õhku välja, suluti kraan K ja oodati, kunni temperatuur reservuaaris välise temperatuuriga T (abs.) ühesuuruseks muutus. Manomeeter B näitas mingit rõhumist h alla atmosfääri H. Nüüd on gaasi rõhumine H—h, tema ruum-ala V ja temperatuur T.

II. Avati kraan ja lasti välist õhku reservuaari, kunni rõhumine ühesuguseks muutus. Kohe peale selle suluti K uuesti. Tihe väline õhk surus hõreda õhu reservuaaris kokku kunni mingi ruum-alani V_1, mille tagajärjel õhu temperatuur reservuaaris x^0 võrra tõusis. Kokkusurutud õhu

Reservuaaris soenes x võrra ka juurde tulnud õhu ilma viimaseta oleks soenemine > x.

rõhumine on kraani sulgumise silmapilgul $p_2 = H = 1$ atmosfäär; tema ruumala on V_1 ja temperatuur $T + x$.

III. Teatud aja järele jahtub õhk kinnises reservuaaris jällegi kunni välise temperatuuri T. Et tema ruum-ala V_1 endiseks jääb, siis langeb rõhumine reservuaaris, ja manomeeter näitab mingit rõhumist h_3 alla atmosfääri. Rõhumine on nüüd $p_3 = H - h_3$, ruumala V_1 ja temperatuur T.

Et II ja III juhusel V_1 muutumataks jääb, siis on formuli (15) järele:

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{H}{H - h_3} = \frac{T + x}{T} : \text{ ehk } x = T \cdot \frac{h_3}{H - h_3}$$

Juhusel I ja III on T konstant, seega on formuli (15) järele

$$\frac{V}{V_1} = \frac{H - h_3}{H - h}$$

Kokkusurumise suurus $\frac{1}{B} = \frac{V - V_1}{V} = \frac{H - h_3 - H + h}{H - h_3} = \frac{h - h_3}{H - h_3}$; Seades x ja B formulise (23), leiame otsitud temperatuuritõusu

$$t = x \cdot \frac{B}{T} = T \cdot \frac{h_3}{H - h_3} \cdot \frac{H - h_3}{h - h_3} \cdot \frac{1}{T} = \frac{h_3}{h - h_3} \qquad 23_a)$$

Seega on $\frac{c_p}{c_v} = 1 + t = 1 + \frac{h_3}{h - h_3} = \frac{h}{h - h_1}$ s. t. vahekorra $\frac{c_p}{c_v}$ mõõtmiseks on tarvis ainult manomeetrikõrgusi h ja h_3 mõõta.

Peatükk III:

Keha oleku muutumine.

§ 18. **Keha üleminek ühest olekust teise.** Kõva keha, näiteks metalli, jää jne. soendamisel tõuseb keha temperatuur teatud punktini ja jääb siis muutumatult ühesuguseks: keha läheb kõvast, n. n. esimesest olekust üle vedelasse, n. n. teise olekusse, ta sulaneb. Niikaua, kui keha veel ära ei ole sulanenud, näitab kehasse asetatud termomeeter ikka ühte ja sama temperatuuri — keha sulanemistemperatuuri ehk sulanemispunkti.

Peale selle, kui kogu keha ära sulanenud, hakkab vedeliku temperatuur jällegi tõusma. Teatud temperatuurist peale algab vedeliku keemine, mille juures keha teisest olekust kolmandasse üle läheb, s. t. auruks muutub. Sellest silmapilgust peale jääb termomeetrisammas jällegi liikumatult paigale ja püsib selle n. n. keemistemperatuuri ehk -punkti juures niikaua, kunni kogu keha on auruks muutunud. Alles edaspidisel soendamisel tõuseb siis auru temperatuur harilikul kombel.

Jahtumisel on sündmustiku käik ümberpöördud: aur jahtub keemispunktini, muutub siis konstant temperatuuril vedelikuks, — ta kondenseerub ehk vettub. On kogu aur kondenseerunud, hakkab keha temperatuur uuesti langema. Endise sulanemispunkti juures jääb termomeetrisammas peatama: keha hangub ehk kõvastub. Ta viibib sellel hangumistemperatuuril, kunni kogu keha on kõvastunud; siis alles langeb temperatuur madalamale.

2) Mõned kehad ei muutugi vedelaks, vaid lähevad kõvast olekust otsekohe gaasisarnasesse olekusse. See juhtub harilikult nende ainetega, mis kõrgetel temperatuuridel kergesti lagunevad. Niisugused on näiteks süsi, puu, paber, puuvill jne.

Kõik gaasid tihenevad vedelikuks ja muutuvad jahtumisel isegi kõvadeks kehadeks. Vähemalt kõvas ja gaasisarnases olekus tunneme praegusel ajal kõiki aineid.

§ 19. **Sulanemine ja hangumine.** 1) Igal kehal on oma kindel sulanemispunkt, mis ühte langeb tema hangumispunktiga ja mida täpipealt võib ära määrata, mõõtes antud aine kõva ja vedela oleku segu temperatuuri.

Tähtsamatel ainetel on järgmised sulanemispunktid:

Plaatina	+ 1770° C.	Inglistina	+ 232° C.
Malm	+ 1300° C.	Naatrium	+ 97,8° C.
Vask	+ 1084° C.	Vaha	+ 68° C.
Kuld	+ 1064° C.	Kaalium	+ 62,5° C.
Hõbe	+ 961° C.	Jää	0°
Tina	+ 327° C.	Terpentiinõli	— 27° C.
Tsink	+ 420° C.	Elavhõbe	— 39° C.
		Alkohol	— 180° C.

2) Toodud arvud käivad ainult üsna puhaste ainete kohta. Juba väike lisand mõnest teisest ainest võib antud aine sulanemispunkti alandada. Näiteks lume või jää keedusoolaga segamisel sulaneb jää juba — 5 ehk koguni — 10° C juures; soolane merevesi hangub samal põhjusel alles — 2° C juures jne. Samasugust mõju avaldavad vee sulanemispunkti peale kõik teised soolad ja happed.

Metallide sulandiste ehk segude sulanemispunkt on harilikult madalamal kui nende üksikute osade oma: küll on näiteks valgevase sulanemispunkt + 900° C, — nii siis tema osade vase (1084° C) ja tsingi (420° C) sulanemistemperatuuri vahel, kuid jootmistina sulaneb juba 181° C juures, kuna tema osad inglistina ja tina 232° ja 327° C juures sulanevad. Tuntud Wood'i metall (tina, kadmiumi, vismuti ja inglistina segu) sulaneb juba kuumas vees (70°), kuna kõigi tema osade sulanemispunktid palju kõrgemal seisavad.

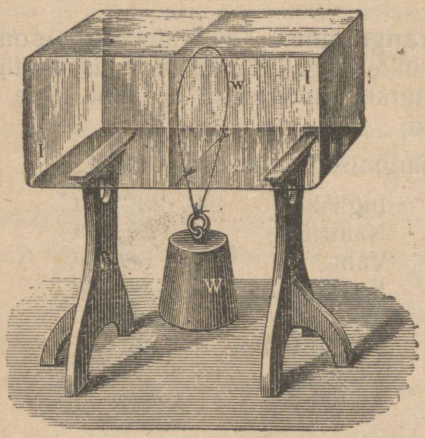
3) Sulanemisel paisub suurem osa aineid, nad muutuvad nii siis hõredamaks ja kergemaks: tina, väävel, parafiin jne. langevad kõvade tükkidena vastavas sulandatud aines põhja. Hangudes tõmbuvad need ained kokku ja tihenevad endise tiheduseni.

Ainult üksikud ained, nagu jää, malm ja vismut, tõmbuvad sulanemisel kokku ja tihenevad; sellepärast ujub jää vee pinnal, malmitükk vedela malmi peal jne.

Selle omaduse pärast on malm väga kohane metall „valamiseks", sest hangudes paisub ta vormis ja täidab kõik vormi peensused.

4) Sulanemispunkt oleneb teataval mõõdul rõhumisest: nende ainete juures, mis sulanemisel paisuvad, tõuseb sulanemispunkt rõhu suurenemisega; teistel ainetel (vesi, malm ja vismut) aga langeb ta rõhu kasvamisega. Kui jäätüki ümber traat painutada ja viimase otsa raske koorem riputada (joon 275) siis satuvad traadi all seisvad jääosad suure rõhumise alla, millega seal jää sulanemispunkt langeb. Traadi all

muutub jää veeks ja traat lõikub jäässe. Traadi peale kogunud vesi on jällegi normaalse rõhumise all ja hangubsellepärast otsekohe jääks. Nii võib tervet jäätükki traadiga läbi „lõigata", kuigi jää selle juures ikkagi ühes tükis püsima jääb.



Joon. 275.

Samal põhjusel võib jääd — iseenesest rabedat ainet — kõva rõhumise all vormi pressida nagu mõnda pehmet vahatükki.

Kõrgete mägede harjadel seisavad alumised jääkihid suure jääja lumekoorma all. Nende sulanemispunkt langeb, ja jää muutub veeks, mis mööda mäenõlva alla voolab. Vabanedes lumekoormast, hangub tekkinud külm vesi otsekohe uuesti jääks, nii et meile paistab nagu voolaks jää ise jõena mööda mäenõlva alla (Gletscher).

Üleüldse muutub sulanemistemperatuur rõhumisega ainult õige vähe. Katsed näitavad, et näiteks 120 atmosfääril jää 0° asemel —1° C juures sulaneb; parafiin sulaneb 100 atmosfääri all 46,3° C asemel 49,9° C juures jne.

5) Kõvas olekus ei või aine temperatuur kunagi kõrgem olla tema sulanemispunktist. Vedelas olekus võime ainet aga hõlpsasti alla sulanemistemperatuuri jahutada. Jää ei või näiteks kunagi soojem olla kui 0°, sellevastu võime õige puhast vett kunni —10° C jahutada, kui seda ettevaatlikult ilma põrutusteta teha. Niisugust, alla hangumispunkti jahutatud vedelikku nimetatakse ülijahutatuks. Keha ülijahutatud olek ei ole kuigi püsiv: väiksemal kui põrutusel või raputusel hangub suurem osa ülijahutatud veest silmapilkselt jääks, kuna ülejäänud vee temperatuur selle juures 0°-ni tõuseb.

§ 20. **Sulanemissoojus.** 1) Jää sulanemisel saab keha kogu aeg väljastpoolt soojust juure, ilma et tema temperatuur tõuseks. Sellest peame järeldama, et sulanemiseks eneseks tarvis läheb soojust. Katsed näitavad, et keha sulandamiseks seda rohkem soojust kulub, mida suurem on tema mass: ühel ja samal tuli-leegil — näiteks jääd sulandades peame 2 kg jääd 2 korda kauem soendama kui 1 kg. Soojuse hulka, mis kulub ühe grammi kõva aine sulandamiseks, hüütakse aine sulanemissoojuseks. Nagu katsed näitavad, on sulanemissoojusel iga aine jaoks isesugune konstant suurus. Et sulandamiseks kulutatud soojus mitte temperatuuri-tõusuna ei avaldu, siis ei tunne me tema mõju otsekohe — teda hüütakse sellepärast ka varjatud soojuseks.

2) Sulanemissoojuse mõõtmiseks tarvitatakse meile juba tuttavat segamismetoodi: kalorimeetris segatakse näiteks 1000 g vett 100° C juures samapalju jääga (0°). Jää sulaneb soojas vees ja segu temperatuur on lõpuks + 10 C. Soe vesi on jääle annud 1000. (100—10) g-kal. See soojus kulub kõige pealt 1000 g jää sulandamiseks ja siis jäast tekkinnd 1000 g vee temperatuuri tõstmiseks 0° kunni + 10° C-ni. Viimaseks kulub teatavasti 1000.10 g-kal. Jää sulandamiseks kulus järjelikult 1000(100—10) — 1000·10 = 80000 g-kal. Ühe grammi jää sulandamiseks kulub 1000 korda vähem soojust; seega on jää sulanemissoojus

$$s = 80 \text{ g-kal.}$$

3). **Hangumisel annab iga keha sama palju soojust ära, kui palju ta teda juure sai sulanemisel.** Üks gramm vett 0°C juures peab selleks, et jääks kõvastuda, nii siis oma sulanemissoojusega võrduva soojushulga enesest ära andma.

Seda tõestavad katsed näiteks ülijahutatud veega: Kui 400 g vett aegamööda —10° C-ni jahutada, ja siis teda järsku raputada, siis leiame, et vees 50 g jääd on tekkinud ja et segu temperatuur on 0°.

400 g vee soendamiseks —10° kunni 0°-ni kulub 400 × 10 g-kal. Et väljast sooja juure ei tulnud, siis võis vett soendada ainult sama soojus, mis vabaks sai 50 g jää tekkimisel. Seega vabaneb 1 g jää tekkimisel $\frac{400.10}{50} =$ = 80 g-kal., s. t. nimelt jää sulanemissoojusega võrdne soojushulk.

4) Teiste ainete sulanemissoojust mõõdetakse samuti segamismetoodi abil: kalorimeetris oleva külma vette kallatakse sulandatud mõõdetav aine. Viimane hangub ja annab selle juures oma sulanemissoojusega võrdse soojushulga veele, mis selle tagajärjel soeneb. Segu temperatuuri põhjal ei ole raske välja arvata aine otsitud sulanemisesoojust s.

Olgu m kalorimeetrisse kallatud külma vee mass temperatuuril t_m. Mõõdetav aine kaalugu k g, tema temperatuur olgu t_k, sulanemis- ehk hangumispunkt t_s ning erisoojusmahutavus vedelas ja kõvas olekus c_v ja c_k. Segu temperatuur on t.

Jahtudes kunni sulanemispunktini, annab vedel keha soojust $k.(t_k - t_s)\ c_v$;
Hangumisel saab vabaks soojushulk . . . . . k.s;
Jahtumisel t_s ° kunni t° annab kõva keha soojushulga . . $k.\ (t_s - t)\ c_k$;

Kõik see soojus kulub m g vee temperatuuri tõstmiseks t_m° kunni t kraadini, milleks tarvis on $m(t - t_m)$ g-kal. Seega on

$$m(t - t_m) = k(t_k - t_s)\ c_v + k.s + k(t_s - t)\ c_k,$$

millest leiame, et otsitud

$$s = \frac{m(t - t_m) - k(t_k - t_s)\ c_k - k(t_s - t)\ c_k}{k};$$

Sulanemissoojus on tähtsamate ainete jaoks järgmine:

Raud	6	g-kal;	Tina	5,4	g-kal
Vask	42	„	Elavhõbe	2,8	„
Hõbe	22	„	Väävel	9,4	„
Plaatina	27	„	Vaha	42,3	„
Tsink	28	„	Jää	79,35	„

Mida väiksem aine sulanemissoojus, seda kiiremini sulaneb ja kõvastub ta. Jää suure sulanemissoojuse tõttu sulaneb jää kevadel ja hangub vesi sügisel ainult aegamööda.

5) Soolad ja happed alandavad jää sulanemispunkti; sellepärast hakkab lume ja keedusoola segu sulanema, ilma et lumi väljastpoolt sooja juure saaks. Sulanemiseks tarvis olev soojus tuleb siis segust enesest, mille tõttu viimase temperatuur langeb (lume ja keedusoola juures kunni — 21°C-ni) ilma et ta hanguks. Sarnaseid jahutavaid segusid tarvitatakse jää kunstlikuks valmistamiseks.

§ 21. **Sulatamine.** Ka siis, kui me mõnda kõva keha (näiteks soola) vedelikus (vees) sulatame, läheb esimene kõvast olekust vedelasse. Nagu sulanemisel, nii läheb ka sulamisel selleks soojust tarvis. Harilikult annab tarviliku soojuse sulatav vedelik, mille tõttu tema temperatuur langeb. Sulatades näiteks salmiak'i vees, alaneb sulatise temperatuur ligi 25° võrra. Keedusool alandab sulades vee temperatuuri 2 — 3° võrra.

Ühe grammi kõva keha sulatamiseks tarvilikku soojushulka hüütakse keha sulamissoojuseks.

§ 22. **Keemine ja keemistemperatuur.** 1) Keemistemperatuuril hakkab vedelik harilikult kõige pealt keedunõu põhjas auruks muutuma. Aurumullid tõusevad põhjast vedeliku pinnale ja tekitavad sellega tuntud keemise nähtuse.

Muutudes vedelikust auruks, kasvab keha ruumala ligi 1600 korda. Kui keedupudelis näiteks vett niikaua keeta, kunni kõik vesi ära on keenud, siis täidab pudelit ainult vee aur, sest viimane on pudelist kogu õhu välja tõrjunud. Seesuguse, kuuma auruga täidetud pudeli kaelapidi elavhõbedas hoidmisel hakkab aur jahtudes vettuma ja tõmbub jällegi kokku oma endise (vee) ruum-alani; elavhõbe tungib pudelisse ja täidab seal peaaegu kogu ruumi, välja arvatud väikse veepiisa ruumala, milleks vettunud on terve pudeli täis auru.

2) Puhtas aines on keeva vedeliku enese kui ka tema pinnal seisva aurukihi temperatuur alati ühesuurune. See temperatuur jääb muutumatult ühesuuruseks kogu keemise aeg ja on — muidu ühesugustel tingimustel — iga aine jaoks alati üks ja seesama.

Kui veele soola juure lisada, siis tõuseb tema keemistemperatuur: küllastatud keedusoola-sulatis keeb näiteks 109°C juures. Kuid sulatise auru temperatuur on samasuur (100°C) kui puhta vee keemistemperatuur. Et ained harilikult mitte üsna puhtad ei ole, siis mõõdetakse ülevalnimetatud põhjusel nende keemistemperatuuri mitte keevas vedelikus, vaid nende aurus.

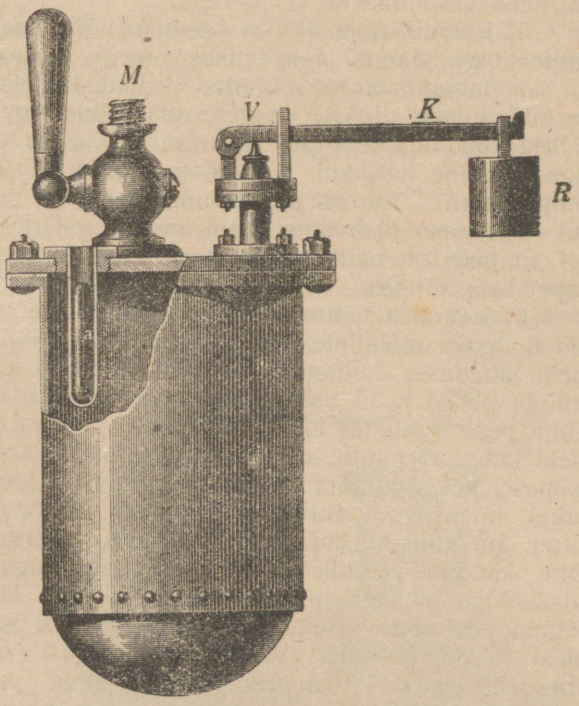
3) **Ainete keemistemperatuur tõuseb rõhumise kasvamisega ja langeb rõhumise kahanemisega.** Normaalseks hüütakse seda keemistemperatuuri, mille juures puhas aine atmosfäärilisel rõhumisel keeb.

Tähtsamate ainete normaalne keemistemperatuur on:

Vesi	+ 100° C	Tsink	+ 918° C
Eeter	— 35° C	Tina	+ 1525° C
Alkohol	+ 78°.C	Hõbe	+ 1950° C
Väävel	+ 445° C	Vask	+ 2310° C
Elavhõbe	+ 357° C	Raud	+ 2450° C

Keedame vedelikku lahtises nõus, siis asub ta atmosfäärilisel rõhumisel ja keeb järjelikult normaalsel keemistemperatuuril. Keedame teda aga kinnises nõus, siis rõhub vedeliku peale nõusse kogunud aur. Viimase rõhumine kasvab seda suuremaks, mida kuumemaks muutub vedelik. Nõusse asetatud termomeeter näitab, et niisugusel puhul keemine alles palju kõrgemal temperatuuril algab.

Rõhumise ja vastava keemistemperatuuri vahekorra ära määramiseks tarvitatakse suurte rõhumiste juures n. n. Papin'i katelt (joon. 276). Vesi keeb kinnises tugevas katlas, mille ülemisse ossa aur kogub. Auru rõhumise suurust võib reguleerida sellekohase kaitseklapi abil, millest aur läbi toru V ainult teatud rõhumisel välja pääseb: Kang VK hoiab toru V avause harilikult kinni; alles siis, kui auru rõhumine kangi üles suudab tõsta, voolab niipalju auru läbi ventiili V välja, kunni rõhumine katlas sedavõrd alaneb, et koorem R ventiili uuesti sulub. Koorma R ventiilist V lähemale või kaugemale nihutamisel hoidub aur katlas kas väiksema või suurema rõhumise all. Auru rõhumist näitab toru M otsa kruvitud manomeeter, tema temperatuuri (puhta vedeliku keemistemperatuuri,) — torru a paigutatud termomeeter.



Joon. 276.

Selgub, et 2, 3, 4 ja 5 atmosfääri all vesi alles vastavalt 120°, 134°, 144°, ja 152° C juures keeb.

Papini katelt tarvitatakse ainete keetmiseks kõrgematel temperatuuridel, näiteks liimi väljakeetmiseks luudest jne.

4) Atmosfäärist väiksematel rõhumistel võime keemist vaadelda õhupumba kupli alla asetatud veenõus. Õhku järkjärgult hõrendades, näeme, et teatud väiksel õhurõhumisel isegi leige vesi keema hakkab.

Rõhumisel 355 mm (= umbes ½ atm.) keeb vesi 80° C juures, 187,4 mm rõhumisel (¼ atm.) 65° C juures ja 17,4 mm rõhumisel juba +20° C juures.

Kõrgetel mägedel on õhurõhumine väiksem kui all, mispärast seal vesi ka madalamal temperatuuril keeb kui all orus. Tundes täpipealset vahekorda rõhumise ja keemistemperatuuri vahel, võib mõõtmise teel leitud vee keemistemperatuurist välja arvata õhu (baromeetri) rõhumise suurust, viimase põhjal aga teatavasti koha kõrgust (II. § 81_2). Montblanc'i otsas, mille kõrgus 4755 m üle merepinna, ja kus rõhumine seega umbes 415 mm on, keeb vesi juba 86° C juures.

5) Rahulikku ja ühtlast keemist hõlbustavad nõu karedate seinte külge jäänud ja vedelikus eneses leiduvad õhumullikesed kui ka teised väikesed võõrad kehad (näiteks, liiv, puru jne.). Soendame aga siledate seintega klaasnõus üsna puhast vedelikku, millest kõik õhk esialgse keetmise läbi välja on tõrjutud, siis ei alga keemine harilikul keemistemperatuuril, vaid palju kõrgemal temperatuuril. Auruks muutumine (keemine) sünnib sarnasel puhul väga järsu plahvatuse näol, mille tagajärjel nõu lõhkeda võib. Sel põhjusel on näiteks kardetav keeta kontsentreeritud väävelhapet klaasnõudes.

6) Iseäralist nähtust võime tähele panna, kui tilk vett punaselt hõõgava metallpleki peale kallata; vesi jääb tilgana kuuma pleki läheduses hõljuma, liigub iseäraliselt kergelt igale poole mööda plekki ja ei hakka keema (n. n. Leidenfrosti nähtus). Külje pealt vaadates ei ole raske näha, et vesi tõepoolest üleüldse pleki külge ei puutu, vaid laperguse sfäärina õhus hõljub: kohe esimesel kokkupuutumisel kuuma plekiga tekib veetilga ja pleki vahel intensiivne aurumine. Aur ei suuda tekkimiskohast nii kiirelt ära voolata, kui kiirelt uut auru alatasa juure tuleb; selle tõttu kandub vee-tilk aurukihi peal. Et aga aur halb soojuse edasiandja on, siis pääseb soojus plekist läbi aurukihi ainult aegamööda vette. Sellepärast ei hakka vesi keema ja võib kaua pleki kohal hõljuda. Vedeliku seesugust olekut nimetatakse sfäroidaalseks. Kui plekk kunni 140° C jahtub, siis ei suuda aurukiht veetilka enam kanda; viimane puutub otsekohe pleki külge ja aurub siis silmapilkselt. Sarnaselt kui ülevalkirjeldatud nähtuse juures, nii kaitseb õhuke aurukiht ka märga sõrme üleliigse soojuse eest, kui teda silmapilguks sula tinna või malmi kasta.

§ 23. **Aurumine.** Vedelikud muutuvad auruks mitte ainult keemisel, vaid ka madalatel temperatuuridel. Viimasel juhusel räägime vedeliku aurumisest. Vastandina keemisele, sünnib

aurumine ainult vedeliku välisel pinnal, mis otsekohe kokku puutub õhuga; selle juures sünnib auruks muutumine nii aeglaselt, et me seda harilikult ei näe. Aurumise kiirus oleneb kõige pealt ainest: vesi aurub näiteks palju aeglasemalt kui eeter või bensiin. Ära aurunud vedeliku hulk on seda suurem, mida suurem on tema vaba pind ja mida kõrgem tema temperatuur. Märg pesu kuivab näiteks kõige rutem, kui teda võimalikult laiali riputada, s. t. kui tema pind võimalikult suureks teha; soojas kuivab ta kiiremini kui külmas. Peale selle mõjub aurumise peale veel õhu liikumine (tuul), mis tekkinud auru vedeliku pinnalt otsekohe ära kannab.

Ka kõvad kehad võivad auruda: kamfer, naftaliin jne. muutuvad kõvast olekust otsekohe auruks; ka jää aurub, sest külmanud pesu kuivab.

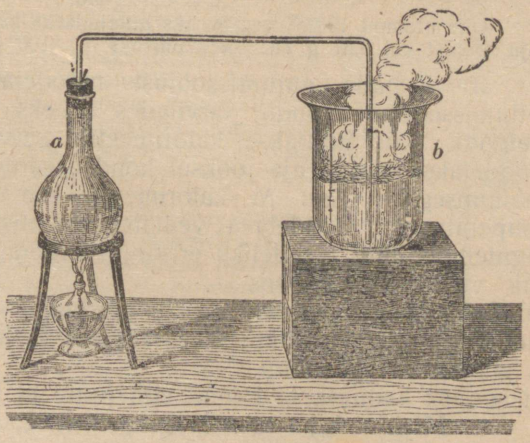
Kehade kange lõhn on tihti tingitud nende kerge aurumisega (näiteks naftaliin, kamfer).

§ 24. **Aurumis- ja kondenseerumissoojus.** 1) Et keemisel vedeliku temperatuur ei tõuse, olgugi, et ta alatasa soojust juure saab, siis peab oletama, et vedeliku auruks muutumiseks — samuti kui kõva keha sulandamisekski—soojust kulub. Lihtsad katsed näitavad, et aurumiseks tarvilik soojushulk on proportsionaalne ära auratud vedeliku massiga.

Soojushulka, mille abil ühte grammi normaalselt keevat vedelikku sama kuumaks auruks võib muuta, hüütakse antud vedeliku aurumissoojuseks keemisel.

Nagu mõõtmised näitavad, on normaalsel keemistemperatuuril igal ainel oma kindel aurumissoojus, mis sama aine jaoks alati ühesuuruseks jääb, ja mis mitmesuguste ainete jaoks väga mitmesuurune võib olla.

2) Kondenseerumisel ehk vettumisel annab aur enese sooja ära: kui näiteks keedupudelist tulevat kuuma (100° C) auru klaasis seisvasse külma vette juhtida (joon. 277), siis vettub seal aur, kuna vesi klaasis keema hakkab, s. t. ka kunni 100°-ni soeneb. Keevas vees ei jahtu pudelist tulev aur enam, siiski keeb vesi klaasis edasi. Sellest peab järeldama, et nime-



Joon. 277.

tatud vee keemiseks (auruks muutmiseks) tarvilik soojus pudelist tuleva auru vettumisel vabaks saab.

Keemistemperatuuril oleva ühe grammi auru kondenseerumisel vabanev soojushulk kujutab auru kondenseerumis- ehk vettumissoojust. Arvuliselt võrdub viimane iga aine juures vastava aurumissoojusega. Tähendab: **kui aine keemistemperatuuriga aurust muutub sama kuumaks vedelikuks, siis annab ta sama palju soojust ära, kui palju ta teda aurumisel juure sai.**

Tõestus: Joonistusel 277 kujutatud pudelisse ja klaasi kallame kummagisse 108 g vett 0 C juures. Oletame, et pudelis sisalduv vesi soendamisel piirituslambil 10-ne minuti jooksul keema hakkab, s. t. 0° kunni 100-ni soeneb. Katse näitab, et siis järgmise 10 minuti järele vesi ka klaasis keema hakkab, nii siis samavõrra soeneb. Esimese 10-ne minuti jooksul sai pudelis olev vesi tulelt 108.100 g-kal. Samapalju soojust peab ta ka teise 10-ne minuti sees saama, sest et piirituslamp igas aegüksuses umbes ühevõrra soojust annab. Teise 10-ne minuti sees saadud 108.100 g-kal. läheb täieliselt 100 kraadilise pudeli vee auruks muutmiseks. Selle juures tekkinud aur voolab läbi toru klaasi ja annab seal vettudes oma vettumissoojuse külmale veele. Et viimane 10 minuti jooksul 0° kunni keemistemperatuurini (100° C) soenes, siis pidi ta aurult saama 108.100 g-kal., s. t. täpipealt sama palju kui palju soojust keedupudel teise 10 minuti sees selle auruhulga tekitamiseks sai. Sellest selgub, et teatud auruhulga tekitamiseks 100° C veest sama palju sooja kulub kui palju see aur vettumisel sooja ära annab.

Kui peale 20 minutit soendamine katkestada, ja pudelis kui ka klaasis leiduv veehulk ära kaaluda, siis leiame, et pudelis 20 g vett vähem, klaasis aga teda samapalju rohkem on kui alguses. Seega on siis teise 10-ne minuti jooksul pudelis 20 g auru tekkinud, mis klaasis täieliselt jällegi veeks on kondenseerunud. Selle auruhulga tekitamiseks 100 kraadilisest veest kulus pudelis 108.100 g-kal., ja tema vettumisel 100° kraadiliseks veeks sai klaasis vabaks sama soojusehulk. Nii on siis vee aurumis- kui ka vettumissoojus

$$a = \frac{108.100}{20} = 540 \text{ g-kal.},$$

ehk täpipealsemal mõõtmisel

$$a = 537 \text{ g-kal.}$$

Ühe grammi 100° C vee auruks muutmiseks keemisel kulub seega samapalju soojust kui 5,37 g vee soendamiseks 0 — 100° C-ni.

3) Kehade aurumissoojust mõõdetakse harilikult nende vettumissoojuse kaudu, tarvitades selleks juba tuntud segamismetoodi. Aur juhitakse kalorimeetris seisvasse külma vette, ja mõõdetakse teatud aja jooksul kondenseerunud auru hulka g vee kaalumisega. Olgu M kalorimeetri vee mass, t_m tema algtemperatuur, t_g mõõdetava vedeliku keemistemperatuur, t lõpulik segutemperatuur, c vedeliku erisoojusmahutavus ja a tema aurumis- ehk vettumissoojus, siis

sai kalorimeetris seisev vesi soojushulga . . . $M.(t - t_m)$,
mõõdetav aine andis kondenseerumisel soojushulga $g.a$
ja jahtumisel $t_g°$ kunni t°-ni . . . . . $g.(t_g - t).c$.

Et soojust kaduma ei läinud ega juure ei tulnud, siis on:

$$M.(t - t_m) = g.a + g\,(t_g - t).\ c,$$ millest järgneb

$$a = \frac{M\,(t - t_m) - g\,(t_g - t)\ c;}{g},$$

Tähtsamate ainete jaoks on aurumissoojus keemisel järgmine:

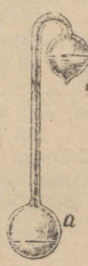
Vesi	537 g-kal	Eeter	90 g-kal
Väävel	362 „	Petrooleum	75 „
Alkohol	210 „	Elavhõbe	62 „

Mida väiksem on aine aurumissoojus, seda kiiremini muutub ta auruks: elavhõbe, eeter ja alkohol keevad sellepärast palju kiiremini ära kui vesi.

§ 25. **Harilikul temperatuuril auruvate kehade jahtumine; vedeliku destillatsioon.** 1) Aurumiseks ei kulu soojust mitte ainult keemisel, vaid ka madalatel temperatuuridel. Selleks, et näiteks 1 g vett 0° juures sama temperatuuriga auruks muuta, kulub 607 g-kal soojust. Et harilikul aurumisel keha väljast ei soendada, siis peab aurumissoojus siin keha enese vaba soojuse tagavarast tulema. Viimase vähenemisega aga jahtub keha. Sellega on seletatav, miks märg sõrm külmana tundub, miks ka suvel vihm alati jahutab ja miks rõskete ruumide soenemine aegamööda sünnib.

Keha jahtumine on seda suurem, mida kiiremini vedelik aurub: kui termomeetrikerakese ümber riidetükk mähkida ja viimane kas vee, alkoholi või eetriga märjaks teha, siis langeb termomeetrisammas, ja nimelt kõige rohkem eetri juures, mis teatavasti kõige kiiremini aurub. Et ka õhuvool (tuul) aurumist kiirendab, siis jahtuvad märjad kehad tuule käes rohkem kui seisvas õhus. Iseäranis kiirendab aurumist õhurõhumise vähendamine, s. t. õhu hõrendamine. Kui õhupumba kupli alla veega täidetud nõu asetada ning tema kõrvale teine nõu väävelhappega panna, siis neelab väävelhape vee aurumisel tekkiva veeauru otsekohe enesesse. Vee peal jääb õhk selle tõttu kuivaks ning aurumine sünnib õhu hõrendamisel ülikiirelt. Selle juures jahtub ülejäänud vesi kunni hangumiseni jääks.

Sama nähtuse demonstreerimiseks tarvitatakse n. n. krüofoori (joon. 278). Kinnine õhutu klaasnõu ab on täidetud puhta vee ja tema auruga. Kui vesi reservuaari b kallata ning tühi alumine reservuaar a jahutavas segus hoida, siis tiheneb viimases seisav aur temperatuuri langemisel. Rõhumine väheneb selle tõttu kogu nõus ning reservuaaris b hakkab vesi kiirelt auruma. Ülejäänud vee temperatuur alaneb aurumise tagajärjel, ning vesi külmab peagi jääks.



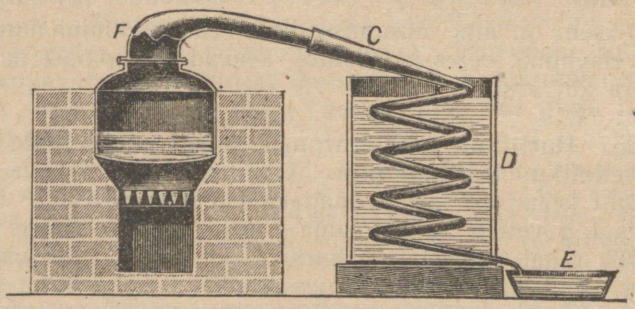
Joon. 278.

2) Kui vedelikku keeta, siis auruvad ühes vedelikuga ainult need temale juurelisatud ained, mille keemistemperatuur mitte kõrgem ei ole kui keedetava vedeliku enese oma. Kõik teised lisandid jäävad aurumatult keedunõusse. Kondenseerides keedunõust ülestõusvat auru (jahutamise abil), saame järjelikult puhta vedeliku, milles viimati nimetatuid lisandid ei leidu. Niisugust puhastusviisi hüütakse vedeliku destillatsiooniks. Joonistusel 279 kujutab destillatsioon-aparaati, kus F on keetmisnõu ja D külma veega täidetud jahutusnõu. Aur vettub jahutusveest läbiminevas spiraaltorus ja voolab puhta vedelikuna nõusse E.

Näited: 1) Kalorimeetris on 200 g vett + 10 C° juures. Sinna juhitakse keeva alkoholi auru, kunni vee temperatuur 65° C-ni tõuseb. Kaalumine näitab, et selleks ajaks kalorimeetris 50 g alkoholi on kondenseerunud. Kui suur on alko-

holi aurumissoojus keemisel, kui tuntud on tema keemistemperatuur + 78° C ja erisoojusmahutavus 0,58?

Kui otsitud aurumissoojus on x, siis vabaneb 50 g alkoholi kondenseerumisel soojushulk 50x g-kal. Sama hulga vedela alkoholi jahtumisel



Joon. 279.

78° C — 65° C vabaneb 50.(78—65).0,58 g-kal. Vee soendamiseks kulub soojushulk 200 (65—10) = 11000 g-kal. Seega on:

$$50x + 50.13.0{,}58 = 11000$$

$$x = \frac{11000 - 385}{50} \approx 212 \frac{\text{g-kal.}}{\text{g}}$$

2) Kui palju veeauru peab 450 kg vee sisse 12° juures juhtima, selleks et vee temperatuur 30° C peale tõuseks?

Tarvilik soojushulk on 450 (30—12) kg-kal. = 8100 kg-kal. Iga kg. auru annab vettumisel 537 kg-kal, ja jahtumisel 100° C — 30° C-ni veel 70 kg-kal, seega kokku 607 kg-kal. Tarvilik auruhulk on nii siis

$$x = \frac{8100}{607} = 13{,}31 \text{ kg.}$$

3) Mitme kraadi võrra soeneb 10 kg vett 20° C juures, kui temasse 0.5 kg 100 kraadilist veeauru juhtida?

Olgu vee lõpulik temperatuur t°, siis vabaneb vettumisel 0,5 537 kg-kal. = = 268,5 kg-kal ja jahtumisel kunni t°-ni veel 0,5 (100 — t) kg-kal. Vesi saab soenemisel kunni t°-ni soojushulga 10 (t — 20) kg-kal. Seega on

$$10 (t - 20) = 268{,}5 + 0{,}5 (100 - t)$$

$$t = \frac{518{,}5}{10{,}5} = 49{,}4° \text{ C.}$$

Vee temperatuur tõuseb 29,4 C võrra.

4) Õhupumba kupli alla asetatakse anumaga 50 g vett 0° juures ja teise anumaga veeauru neelamiseks tarvilik väävelhape. Kui palju jääd 0° juures võime 50 g veest saada, kui õhku nii kaua hõrendada, kunni kõik mitteäraaurunud vesi jääks on hangunud? Selle juures oletame, et soojust juure ei tulnud, ega kaduma ei läinud.

On teada, et 1 g vee aurumiseks 0° juures 607 g.-kal kulub. Kui saadud jäähulk on x g, siis on ära aurunud (50 — x) g, milleks vesi (50 — x) 607 g-kal. pidi andma. Sama soojushulk peab vabaks saama x g vee hangumisel jääks; ta võrdub 80 x g-kal. Et kogu aurumiseaeg temperatuur on 0°, siis järgneb sellest, et

$$80x = (50 - x) 607$$

$$x = \frac{30350}{687} \approx 44 \text{ g.}$$

5) Jäätüki sisse puuritakse auk, millesse 1 kg raskune ja 200° C kuumune hõbetükk asetatakse. Auk kaetakse ülevalt teise jäätükiga (jää-kalorimeeter). Hõbe jahtub 0° C-ni ning annab oma soojuse jääle, mille tagajärjel 140 g vett tekib. Kui suur on hõbeda erisoojusmahutavus x?

Jahtumisel 200° C — 0 C annab hõbe soojushulga $1.(200-0)\,x$ kg-kal. 140 g jää sulanemiseks 0° C juures kulub 80.140 g-kal $= \frac{80.140}{1000}$ kg.-kal.

Seega on

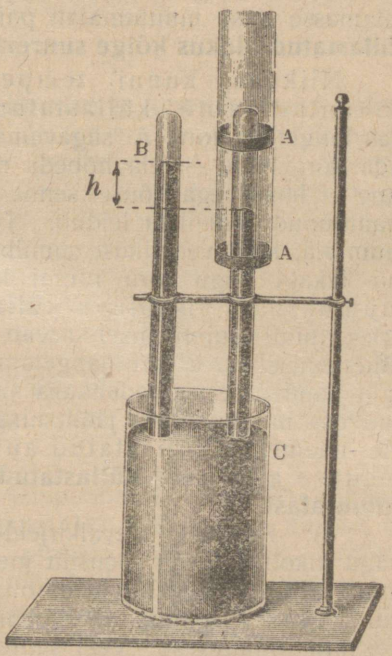
$$\frac{80.140}{1000} = 200.x$$

$$x = \frac{80.140}{1000.200} = 0{,}056.$$

§ 26. **Küllastatud ja küllastamatu aur.** 1) Lahtises pudelis aurub vedelik mõne aja järele ära, kinnises pudelis aga hoidub ta alles. Viimasel juhusel takistab vedeliku aurumist pudelisse kogunud aur. Peale pudeli sulgumist aurub ainult teatud osa vedelikust, sellest tekkinud aur takistabki edaspidist aurumist. On aga pudel lahtine, siis tõuseb aur pudelist välja, ning vedelikust sünnib alatasa uut auru juure.

Kui vedeliku pinnal asuv aur takistab edaspidist aurumist, siis ütleme, et aur küllastab vedeliku peal seisvat ruumi, ehk — aur on küllastatud olekus. Ei takista aga aur edaspidist aurumist, siis ütleme, et aur ei küllasta ruumi, ehk — aur on küllastamatus olekus.

Eelmisest järgneb, et aur võib viibida küllastamatus olekus ainult siis, kui ta eraldatud on auruvast vedelikust; asub aga aur vedelikuga ühes nõus, siis aurub vedelik nii kaua, kunni aur kogu nõu ruumi küllastab.



Joon. 280.

2) Täidame 2 baromeetertoru A ja B (joon. 280) elavhõbedaga ja asetame nende lahtised otsad elavhõbedaga täidetud nõusse C. Läbi elavhõbeda juhime torru A tilgakese vett: Vee tilk tõuseb toru mööda elavhõbeda pinnale ja aurub kiirelt ülemises toruotsas olevas õhutus ruumis. Me näeme, et selle tagajärjel elavhõbeda nivoo torus A langeb, kunni kogu vesi ära on aurunud. Lisame torru A veel vähe vett, siis langeb elavhõbeda nivoo veel madalamale. Korrates seda mitu korda, näeme lõpuks, et edaspidine vee juurelisamine enam elavhõbeda nivood ei alanda ja et nüüd vesi vedelikuna elavhõbesamba peal ujub. Sellest järeldame, et vee juurelisamisel elavhõbeda

nivoo niikaua langeb, kunni õhutu ruum tema peal auruga küllastub. Küllastumise silmapilgust peale ei muutu nivoo kõrgus enam. Torus B hoidub elavhõbesammas kõrgusel 760mm atmosfäärilise õhurõhumise tõttu, mis mõjub elavhõbeda nivoo peale nõus C (võrdle II, § 79). Sama rõhumine kandub läbi elavhõbeda ka toru A peale; kui elavhõbesammas viimases siiski lühem on, siis peab samba peale ülevalt mingi vastujõud mõjuma, mis teda madalamale surub. Et pinnal A ujuv vedelik selleks liiga kerge on, siis võib elavhõbesammast alla suruda ainult tema peal asuv aur. Aurul on järjelikult samuti kui gaasilgi teatud rõhumisjõud, mis nõu seinte peale mõjub ja mille suurust mõõta võib torudes A ja B seisva elavhõbeda nivookõrguste vahega h, kujutab ju viimane auru rõhumise tagajärjel sündinud elavhõbeda nivoo langemissuurust.

Ülevalkirjeldatud katse juures langes elavhõbeda nivoo seda madalamale, mida rohkem vett torus ära aurus. Sellest selgub, et küllastamatu auru rõhumine seda suuremaks kasvab, mida lähemale küllastatud olekule on aur. Niipea kui elavhõbeda pinnal veetilk aurumata alles jääb, s. t., kui õhutu ruum torus A on auruga küllastatud, jääb elavhõbeda nivoo kõige madalamasse seisu muutumatalt paigale. Sellest järgneb: **Aurul on küllastatud olekus kõige suurem rõhumine.**

Niikaua, kunni temperatuur muutumatuks jääb, on antud aine küllastatud auru rõhumine konstant. Kas langetada toru A sügavamale elavhõbedasse C, või tõsta teda kõrgemale — elavhõbeda nivoo jääb torus A ühekõrgele ning ei lange ega tõuse senni, kunni torus veel tilgake mitte äraaurunud vedelikku leidub. Toru tõstmisel suureneb küll auru ruum-ala, kuid vedelikust sünnib otsekohe uut auru juure, nii et aur ikkagi kogu toru ruumi küllastada suudab. Seega jääb ruumüksuses sisalduva küllastatud auru hulk muutumatuks; ruumi suurenemisel kasvab ainult üleüldine auruhulk. Ruumi vähenemisel (s. t. toru langetamisel) ei tihene mitte kogu aur, vaid kondenseerub vedelikuks ainult üks osa temast, kuna ülejäänud osa muutumatuks jääb, ning endise jõuga toru seinu rõhub. Me näeme, et küllastatud aur ei paindu Boyle'i-Mariotte'i seaduse alla, sest **küllastatud auru rõhumine ei olene tema ruum-alast.**

3) Korrates ülevalkirjeldatud katset teiste vedelikkudega nagu alkohol, eeter, bensiin jne., näeme, et ühesugusel temperatuuril surub küllastatud alkoholiaur elavhõbeda nivoo madalamale kui veeaur, mispärast alkoholiauru rõhumine suurem peab olema veeauru rõhumisest. Veel suurem on rõhumine küllastatud eetriaurul jne. Antud temperatuuril oleneb nii siis küllastatud auru rõhumine auru ainest.

Näiteks on $+20^0$ C juures küllastatud veeauru rõhumine 17,4 mm, alkoholiauru rõhumine 44,5 mm ja eetriauru rõhumine 433,7 mm. elavhõbesammast.

Samuti kui auru rõhumine, oleneb ka ruumüksuse küllastamiseks tarvilik auruhulk antud temperatuuri juures ainult ainest. Näiteks peab + 20 °C juures ruumi küllastamiseks olema igas kubikmeetris 17,2 g veeauru.

4) Kui torru A (joon. 280) ainult vähe vedelikku juhtida, nii et aur küllastamatu olekusse jääb, siis näeme, et toru A üles-alla tõstmisel elavhõbeda nivoo ka üles või alla nihkub, s. t. et auru rõhumine selle juures muutub. Mõõtes torus eraldatud auruhulga iga ruum-alale v (= tühja ruumi suurus torus A) vastavat aururõhumist h, leiame et $v_1 h_1 = v_2 h_2 = v_3 h_3$ jne., s. t. **küllastamatu auru jaoks on maksev Boyle-Mariotte'i seadus** (II § 82). Küllastamatu aur on seega sarnane gaasidega.

Teadagi paindub küllastamatu aur nimetatud seaduse alla ainult teatud piirides: kui näiteks toru A liiga sügavale elavhõbedasse langetada ja seega auru ruum-ala niivõrd vähendada, et aur ruumi küllastab, siis ei muutu aururõhumine edaspidisel kokkusurumisel, nii et Boyle-Mariotte'i seadus oma maksvuse kaotab. Katsed näitavad, et küllastamatu aur seda täpipealsemalt Boyle-Mariotte'i seadusele jälgib, mida kaugemal ta viibib küllastatud olekust.

§ 27. **Küllastatud auru rõhumise ja temperatuuri vahekord.** 1) Kui toru A (joon. 280) ümbritsevasse silindrisse sooja vett kallata, siis soeneb torus olev aur selle vee temperatuurini. Me näeme, et elavhõbeda nivoo torus A selle juures langeb ja nimelt seda madalamale, mida soojem on vesi. Sellest järgneb, et küllastatud auru rõhumine seda suuremaks kasvab, mida kõrgemaks tõuseb temperatuur. Jahtudes tõuseb elavhõbeda nivoo torus, ning esialgsel temperatuuril asub ta uuesti endisel kõrgusel. Seesugustest katsetest leiame seaduse: **Antud aine küllastatud aurul on igal temperatuuril oma kindel rõhumine, mille suurus oleneb ainult temperatuuri kõrgusest; ta on seda suurem, mida kõrgem on temperatuur.**

Ühes rõhumisega kasvab temperatuuri tõusul ka ruumüksuse küllastamiseks tarvilik auruhulk. Sellepärast näeme, et temperatuuri tõusul elavhõbeda pinnal ujuv vedelik auruma hakkab. On auru all ainult piiratud hulk vedelikku, siis võime auru niivõrra kuumendada, et kogu vedelik ära aurub, mille järele aur küllastumatuks muutub. Ruumüksuse küllastamiseks tarvilik auru hulk avaldatakse harilikult grammides kub.-meetri kohta (g/m^3).

Vee auru rõhumise ja temperatuuri vahekorda iseloomustab järgmine tabel:

Temperatuur	Rõhumine	Auruhulk
— 5° C	3,03 mm	3,26 g/m³
0° „	4,58 „	4,84 „
+ 5° „	6,5 „	6,8 „
+ 10° „	9,2 „	9,4 „
+ 20° „	**17,4 „**	**17,2 „**
+ 30° „	31,6 „	30,1 „
+ 40° „	55,1 „	51,0 „
+ 50° „	92,3 „	83,0 „
+ 65° „	187,4 „	162 „
+ 80° „	355,1 „	296 „
+ 100° „	**760 „**	**606 „**
+ 120,6° „	2 × 760 „	—
+ 134° „	3 × 760 „	—
+ 144° „	4 × 760 „	—
+ 170,8° „	8 × 760 „	—

Et küllastamatu aur eraldatud peab olema tema vedelikust, siis ei või seesuguse auru soendamisel muidugi mitte uut auru juure tekkida, vaid kogu auru mass jääb konstandiks. Soenemisel paisub küllastamatu aur, kus-juures ka tema rõhumine suureneb, kui paisumine vabalt ei või sündida. Rõhumise muutumine sünnib Boyle-Mariottei-Gay-Lussac'i seaduse järele samuti nagu gaasidelgi.

2) Kui torus A (joon. 280) eraldatud küllastatud auru järk-järgult soendada, siis langeb elavhõbeda nivoo ikka madalamale ja madalamale, kunni ta ühekõrgusele jõuab välise elavhõbeda nivooga (nõus C). Sellel temperatuuril peab auru rõhumine torus sama suur olema kui atmosfäärilise õhu rõhumine väljaspool toru, sest et mõlemad rõhumised elavhõbeda kaudu tasakaalustuvad. Torus ujuva vedelikukihi peale rõhub sel puhul tema aur sama tugevasti kui tugevasti rõhuks seda vedelikku väline atmosfääriline õhk, kui viimane otsekohe kokkupuutuks vedeliku nivooga. Katsest selgub, et kirjeldatud seisukord tekib veeauru puhul + 100° C juures, alkoholi auru puhul 78° C ja eetri auru puhul 35° C juures, nii siis nimelt nendel temperatuuridel, millel vedelikud atmosfäärilise rõhumise all keevad. Sellest järgneb seadus:

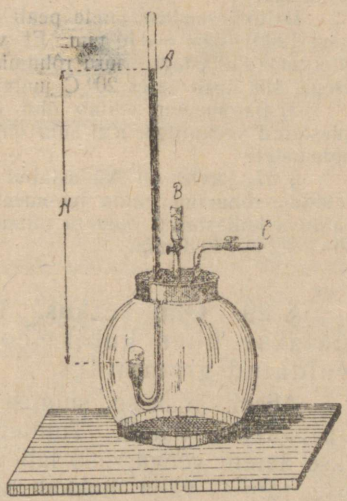
Iga vedelik keeb sellel temperatuuril, millel tema küllastatud auru rõhumine sama suur on kui keemisel vedeliku peale mõjuv väline rõhumine. Nagu sellekohased katsed näitavad, ei maksa see seadus mitte ainult normaalsel, vaid ka igasugusel teisel keemisel, olgu rõhumine suurem või väiksem atmosfäärist.

Viimase väite tõestamiseks võime näiteks kogu aparaadi (joon. 280) õhupumba kupli alla paigutada. Kui õhku hõrendada, siis langeb elavhõbeda nivoo torust A välise nivooni seda madalama temperatuuri juures, mida hõredam on õhk. On õhurõhumine kupli all näiteks 17,4 mm, siis langeb elavhõbeda nivoo A välise nivooni temperatuuril +20° C. Sellel temperatuuril tasakaalustab nii siis veeauru rõhumine välist rõhumist, mille suurus on 17,4 mm; seega on küllastatud veeauru rõhumine +20° C juures 17,4 mm (võrdle tabel).

Tõepoolest leidsime (§ 22_4), et vesi samal rõhumisel (17,4 mm) hõrendatud õhus keeb.

Ka lahtises nõus sünnib keemine ülevalleitud seaduse järele, oleneb ju keemistemperatuur ainult rõhumise suurusest (§ 22_3) ja mitte sellest, kas rõhub vedelikku õhk või aur. Nimetatud seaduse põhjal võib nii siis auru rõhumiste tabelist (punkt 1) leida vee keemistemperatuuri igasugusel rõhumisel. Nimetatud tabelist leiame näiteks, et + 50° C juures on veeauru rõhumine 92,3 mm. Järjelikult peab vesi + 50° C juures keema hakkama, kui õhurõhumine on 92,3 mm. Samast tabelist näeme, et 8 × 760 mm = 8 atm. all vesi 170,8° juures keema peab jne.

§ 28. **Daltoni seadus; aurumine õhus.** 1) Täidame suure kinnise klaasnõu (joon. 281) täitsa kuiva ja puhta õhuga ning pumpame toru C kaudu temast vähe õhku välja, kunni nõusse asetatud manomeeter A näiteks 300 mm rõhumist näitab (H = = 300 mm.). Nüüd laseme lehtrist B natuke vett või mõnda teist uuritavat vedelikku nõusse. Teatud aja järele aurub vedelik, ja kogu nõu täitub auruga, mis küllastatud peab olema, kui nõu põhja veel vähegi vedelikku on jäänud. Me näeme, et aurumisel manomeeter vähe tõuseb, millest järgneb, et rõhumine nõus kasvab. Mõõtes temperatuuri ja rõhumist H, leiame, et näiteks 20° C juures rõhumine nõus 300 millimeetrist 317,4 mm peale on tõusnud. On selge, et rõhumine ainult tekkinud veeauru mõjul suureneda võis, sest kõik teised tingimused jäid endisteks. Seega peab üleüldise rõhumise kasvamine 317,4 — 300 = 17,4 mm võrduma nõus viibiva küllastatud veeauru rõhumisega. Kui leitud suurust — 17,4 mm — võrrelda eelmises § toodud tabeliga, siis näeme, et õhutus ruumis, mille jaoks tabeli arvud maksvad on, küllastatud auru rõhumine 20° C juures ka 17,4 mm võrdub Sellest järgneb: **Antud temperatuuril on õhuga segatud küllastatud aurul sama rõhumine kui puhtal aurul õhutus ruumis.**



Joon. 281.

Analoogiliselt võime leida, et õhuga täidetud ruumis küllastatud auru hulk ühes ruumüksuses sama suur on kui õhutus ruumiski. Vedeliku aurumiseks kulub õhus ainult rohkem aega kui õhutus ruumis.

Eelmises katses seisab lõpulik rõhumine koos kahest osast: õhu rõhumisest (300 mm), mille suurus kogu katseaeg muutmataks jäi, ja veeauru rõhumisest, mille suurus sarnane on nagu ei olekski õhku nõus. Üleüldine rõhumine võrdub segatud ainete — õhu ja auru — rõhumiste summaga: **Aurude ja gaaside segu rõhumine võrdub nende rõhumiste summaga, millega segatud aurud ja gaasid üksikult nõu seinte peale rõhuksid** (Daltoni seadus, 1801).

Leitud seadused on maksvad nii küllastatud kui küllastamatu auru jaoks.

Näited: 1) Tühja pudelisse, mis ühendatud manomeetriga, asetatakse väike eetriga täidetud kinnine klaastoruke. Pudel sulutakse korgiga, mille järele manomeeter endiselt 760 mm rõhumist näitab. Nüüd purustatakse raputamisega eetritoruke, mille järele manomeeter kunni 1200 millimeetrini tõuseb; temperatuur on selle juures $+20^0$ C. Kui suurel rõhumisel hakkab eeter 20^0 C juures keema?

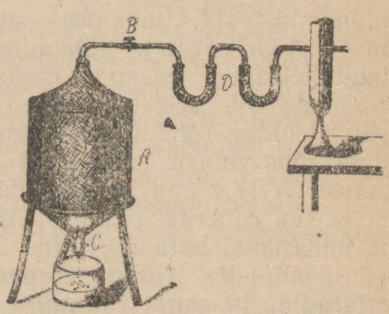
Daltoni seaduse järele peab küllastatud eetriauru rõhumine 20^0 C juures olema $1200 - 760 = 440$ mm. Et vedelik samal temperatuuril keema hakkab, millel tema küllastatud auru rõhumine võrdub vedeliku peale mõjuva õhurõhumisega, siis keeb eeter 20^0 C juures 440 millimeetrilise õhurõhumise all.

2) Baromeeter näitab õhu rõhumist 750 mm + 10^0 C juures. Õhk on küllastatud veeauruga. Kui suur oleks kuiva õhu rõhumine samadel teistel tingimustel?

§ 27_1 järele on küllastatud veeauru rõhumine 10^0 C juures 9,2 mm. Üleüldine rõhumine, mida baromeeter näitab, seisab koos õhu enese ja temas sisalduva küllastatud veeauru rõhumisest. Järjelikult oleks kuiva õhu rõhumine $750 - 9,2 = 740,8$ mm.

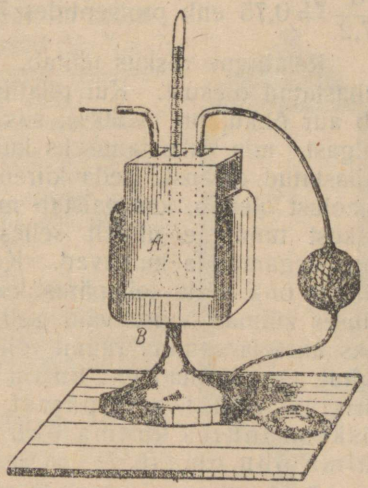
§ 29. **Õhu rõskus.** 1) Õhu absoluutseks rõskuseks hüütakse ühes kuubikmeetris sisalduva veeauru massi, avaldatud grammides.

Absol. rõskuse suurust võib mõõta joon. 282 kujutatud aspiraatori A abil. Tuntud mahutavusega plekk-anum A täidetakse ääreni veega, mis läbi alumise toru C välja hakkab voolama. Üleval langeb vee nivoo ja imeb läbi torude B ja D välist õhku anumasse. Torud D sisaldavad mingit ainet, mis ahnelt veeauru enesesse neelab; niisugune hügroskoopiline aine on näiteks potash, väävelhape, klooriskaltsium jne. Õhus leiduv veeaur neelub torudes D, nii et aspiraatorisse täiesti kuiv õhk jõuab. On aspiraator A tühjaks jooksnud, siis on läbi torude voolanud aspiraatori mahutavusega võrdne õhuhulk, mis kogu oma rõskuse torudesse D on jätnud. Viimaste kaalu suurenemine annabki meile nimetatud õhuhulgas sisalduva veeauru massi.



Joon. 282.

2) Käepärasem kui kirjeldatud aspiraatori-metood on n. n. kastepunkti-metood, mille juures sellekohast aparaati — hügromeetrit tarvitatakse. Joonistusel 283 kujutatud hügromeetrit moodustab poleeritud pinnaga metallkastike A, mis alusel B seisab. Kastike on eetriga täidetud, millesse kummipalli abil õhku võib pumbata. Õhu voolamisel läbi eetri tekib väga kiire eetri-aurumine, mille tagajärjel temperatuur kastikeses alaneb. Ühes kastiseintega jahtub ka neid ümbritsev õhk ja veeaur. Viimane ei ole õhus harilikult mitte küllastatud olekus; temperatuuri langemisel kasti ümbruses muutub aga aur ikka tihedamaks ja küllastab viimaks õhku (rõhumine ei muutu selle juures mitte, sest tihenenud auru asemele voolab kaugemalt alatasa uut auru juure). Küllastumise silmapilgust peale hakkab aur vettuma ja katab poleeritud kasti seina õhukese kaste-kihiga, mille tekkimise algust hõlbus on tähele panna. Sellel silmapilgul valitsevat temperatuuri t_1, — n. n. kastepunkti näitab kastis seisev termomeeter A; kaugemal seisva teise termomeetriga mõõdetakse samal ajal õhu temperatuuri t_2.



Joon. 283.

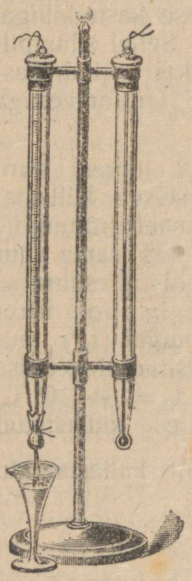
Kastiseinte ümber seisva küllastatud (t_1^0 juures) auru rõhumine peab sama suur olema kui kaugemal seisva küllastamatu (t_2^0 C) auru oma, sest et nii üleüldine baromeetri-rõhumine kui ka kuiva õhu enese rõhumine on kasti ümbruses sama suur kui kaugemal. On aga auru rõhumine igal pool ühesuurune, siis peab ka ruumüksuses sisalduva auru hulk igal pool ühesuurune olema. Järjelikult annab meile kastepunkti (t_1^0) juures küllastatud veeauru hulk (ühes kubikmeetris) otsitud absoluutse õhurõskuse. On näiteks kastepunkt $+ 5^0$ C ja $t_2 = + 10^0$ C, siis leiame § 27_1 antud tabelist, et $+ 5^0$ C juures küllastatud veeauru hulk on 6,8 $\frac{g}{m^3}$; sama suur on järjelikult küllastamatu auru hulk 10 kraadilises atmosfäärilises õhus.

3) Relatiivseks õhurõskuseks hüütakse vahekorda õhus tõepoolest leiduva ja selle auruhulga vahel, mis tarvilik on õhu küllastamiseks sama temperatuuri juures. Olgu ühes kubikmeetris õhus 20^0 C. juures näiteks 13 g auru (õhu abs. rõskus); me teame, et küllastatud auruhulk on samal

temperatuuril 17,2 $\frac{g}{m^3}$. Seega võrdub õhu relatiivne rõskus $\frac{13}{17,2} \leqq 0,75$ ehk protsentides 75 %.

Relatiivne rõskus näitab, kui kaugel on õhus leiduv veeaur küllastatud olekust. Kui relatiivne rõskus on 100 %, siis küllastab aur õhku, on ta 50 %, siis on õhus ainult pool sellest auruhulgast, mis küllastamiseks kulub jne. Mida kaugemal on aur küllastatud olekust, seda kiiremini aurub temas vesi. Viimasest asjaolust oleneb, kas paistab meile õhk rõskena või kuivana; õhu rõskust tunneme nimelt sellest, et higi ja märjad asjad rõskes õhus aegamööda kuivavad. Kuumaks köetud toas paistab meile näiteks õhk mitte sellepärast kuivana, et seal vähem auru on kui välises külmas õhus, vaid sellepärast, et kuuma õhu küllastamiseks ühte ja samma ruumi rohkem auru mahub kui külma õhu puhul, teiste sõnadega: kuum õhk paistab meile kuivemana külmast õhust sellepärast, et ka ühesuuruse absoluutse rõskuse juures kuuma õhu relatiivne rõskus väiksem on külma õhu omast.

Tundes õhu temperatuuri ja kastepunkti, võime välja arvata tema relatiivse rõskuse: Olgu näiteks õhu temperatuur $+5^0$ C ja kastepunk 0^0. Siis on absoluutne rõskus 4,84 $\frac{g}{m^3}$ (küllastatud auru hulk 0^0 juures); $+5$ kraadilise õhu küllastamiseks tarvilik auruhulk on aga 6,8 $\frac{g}{m^3}$ (§ 271). Seega on relatiivne rõskus $\frac{4,84}{6.8} \cdot 100\% \leqq 71\%$.



Joon. 284.

4) Õhurõskuse mõõtmiseks tarvitatakse tihti n. n. psükromeetrit (joon. 284), mida moodustab 2 harilikku termomeetrit. Esimene nendest näitab õhutemperatuuri; teise kerakese ümber on mähitud õhuke märg riidelapp, mille ots all seisvasse veenõusse ulatab. Vee aurumine sünnib seda kiiremini, mida kaugemal on õhu rõskus küllastatud olekust; vastavalt on siis ka termomeetri kerakese jahtumine seda suurem, mida väiksem on õhu relatiivne rõskus. Mõlema termomeetri näitamise vahe on järjelikult mõõduks õhu relatiivsele rõskusele; sellekohase psükromeetri tabeli järele (v. köite. lõpus) leiame nimetatud temperatuuri vahest kas otsekohe õhu relatiivse rõskuse, või tema kastepunkti.

Igapäevases elus tarvitatakse õhu relatiivse rõskuse umbkaudseks mõõtmiseks juuks-hügromeetrit (joon. 285). See põhjeneb nähtusel, et juuks enesesse õhust rõskust imeb ja selle juures pikeneb, ära kuivades aga jälle kokku tõmbub. Punktis a on juuksekarv d raami külge kinnitatud;

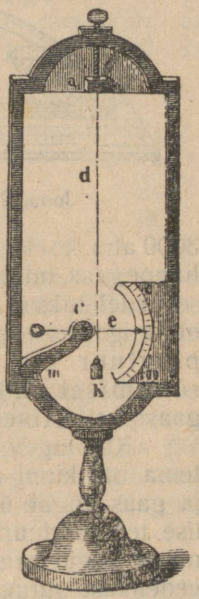
teine ots on ümber näitaja telje C mähitud; terve juuks hoidub pingul koorma K raskusega. Õhurõskuse muutumisel pikeneb või lüheneb juuks ja pöörab näitaja ühele või teisele poole. Viimase all seisval skaalal on otsekohe ära märgitud näitaja seisudele vastavad relatiivsed õhurõskused % %.

Näited: 1) Õhu relatiivne rõskus on 60%, temperatuur +20° C. Kui palju veeauru on 1 m³ õhus?

Oleks relatiivne rõskus 100%, siis oleks aur küllastatud, ja +20° C juures võrduks auruhulk 17,2 $\frac{g}{m^3}$ (§ 27_1, tabel). Tõepoolest on õhus ainult 60% sellest auruhulgast, s. t. 1 m³ sisalduv auruhulk, ehk õhu absol. rõskus võrdub $\frac{17,2}{100}\ 60\ \frac{g}{m^3} = 10,3\ \frac{g}{m^3}$.

2) Atmosfäärilise õhu temperatuur on +30° C, tema kastepunkt + 10°C. 3 kb. meetrit õhku eraldatakse kinnises nõus, kuhu ka 100 g vett kallatakse. Teatud aja järele küllastub õhk auruga. Palju vett jääb selle juures nõusse?

Nõusse mahub 30°C juures $3\ m^3 \times 30,1\ \frac{g}{m^3} = 90,3\ g$ küllastatud auru (v. tabel § 27_1). Et kastepunkt on +10° C, siis võrdub nõus leiduv auruhulk $3\ m^3 \times 9,4\ \frac{g}{m^3} = 28,2\ g$ (sest +10° C juures on küllastamiseks tarvilik auruhulk $9,4\ \frac{g}{m_3}$). Küllastamiseni peab nii siis juure lisatud veest veel 90,3—28,2 g = 62,1 g auru tekkima. Seega jääb peale küllastumist nõusse 100 g — 62,1 g = 47,9 grammi vett.

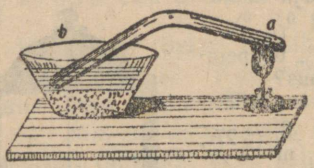


Joon. 285.

§ 30. **Gaaside tihendamine vedelikuks; kriitiline temperatuur.** 1) Me nägime, et küllastamatut auru kokkusurumisega võib küllastatuks muuta (§ 26_4); viimast võib edaspidisel kokkusurumisel vedelikuks tihendada. Samuti võib küllastatud auru soendamisega küllastamatuks muuta (§ 27_1), järjelikult võib ka ümberpöördult, küllastamatut auru jahutamisega küllastada või isegi vedelikuks tihendada.

Et gaasid mitmeti sarnased on küllastamatu auruga (§ 26_4 ja 27_1) siis võiks oletada, et gaase ka kas kokkusurumise või jahutamisega vedelikuks võib tihendada. Tõepoolest õnnestas juba Faraday'l (1823) mõnda gaasi kokkusurumise ja jahutamisega vedelikuks tihendada. Selleks paigutas ta tugevasse kinnisesse klaastorru (joon. 285-a.) mingi aine, millest soendamisel uuritavat gaasi tekib. Seesugune aine, näiteks tsüaan-elavhõbe, asub toru ühes otsas a. Kui seda toruotsa soendada, siis tekib tsüaan-elavhõbedast tsüaangaasi, mille hulk järjest kasvab ja mille rõhumine seega vastavalt suureneb. Toru teine ots b asetatakse jahutavasse sekku; seega hoidub tekkinud tsüaangaasi temperatuur toruotsas b teatud madalal temperatuuril t. Sarnasel teel surutakse gaas torus b ikka tihedamaks, ilma et

tema temperatuur selle juures tõuseks. Viimaks, kui rõhumine torus võrdseks saab küllastatud tsüaan-gaasi rõhumisega temperatuuril t, siis küllastub gaas toruotsas b ning hakkab edaspidisel kokkusurumisel vedelikuks tihenema. Vedel tsüaangaas kogub tibakesena torru b. Samasugusel teel tihendas Faraday vedelikuks mitmet teist gaasi nagu kloori, süsihapet jne.



Joon. 285-a.

2) Mõned gaasid, näiteks hapnik, vesinik ja lämmastik ei muutu vedelikuks ka siis mitte, kui neid kunni 3000 atm. kokku suruda. Õpetlane Andrevs (1869) leidis, et ka süsihappegaas, mida harilikult kerge vedelikuks muuta, ei mingil rõhumisel vedelikuks ei tihene, kui tema temperatuur üle +31°C on. Selgus, et ka igal teisel gaasil ning koguni aurul üks teatud kindel temperatuur on, millest soojem olles ta kuitahes suurel rõhumisel vedelikuks ei tihene. Seda temperatuuri hüütakse gaasi kriitilises temperatuuriks.

Kui tugev klaastoru pooleni vedela süsihappega täita ja tema ots kinni sulandada, siis aurub süsihape toru soendamisel ja gaas kogub ülemisse toruossa. Umbes 30,9°C, süsihappe kriitilise temperatuuri lähedal — näeme vedelikku järsku ära kaduvat, nii et kogu toru ühtlase gaasisarnase ainega täitub. Et üleminek vedelikust auruks silmapilkselt järsku sünnib, siis ei ole meil siin hariliku keemisega tegemist, vaid täitsa uue nähtusega, mis rippumatu on rõhumisest ja mis igasugusel rõhumisel alati ühe ja sama kriitilise temperatuuri juures ilmub. Kriitilist temperatuuri nimetatakse sellepärast Mendelejev'i järele ka aine absoluutseks keemispunktiks, tahtes sellega tähendada, et seesugune „keemine" on olenemata rõhumisest.

Jahtumisel tekib kriitilise temperatuuri läheduses samasugune järsk kondenseerumine. Ülevalkirjeldatud katsel tiheneb süsihappe gaas näiteks + 31°C juures järsku kogu torus ühtlaseks uduks, mis siis vedelikuna toru põhja kogub.

Samasugust katset võib korrata igasugu teise ainega: eetri puhul oleks kriitiline temperatuur + 195°C, alkoholi juures + 235°C ja puhta vee jaoks + 365°C. Selgub, et me + 365°C kuumust veeauru ei mingil rõhumisel enam veeks ei saa tihendada. Seesugusel või veel kõrgemal temperatuuril on veeaur järjelikult täiesti sarnane niisuguste gaasidega nagu vesinik, hapnik jne., mida ka võimatu oli vedelikuks tihendada.

3) Selgub, et gaasi ja auru vahel mingit olulist vahet ei ole: gaasiks võiksime nimetada seesugust auru, mille kriitiline temperatuur on palju madalamal harilikkudest temperatuuridest ja mis seega ainult iseäranis madalatel temperatuuridel vedelikuks tihenevad; — auruks võiks nimetada iga gaasi, mille kriitiline temperatuur kõrgem on hari-

likkudest temperatuuridest ja mis sellepärast harilikul temperatuuril suure rõhumise all vedelikuks tihenevad. Vesinikku nimetame näiteks gaasiks, sest et tema kriitiline temperatuur on madal (— 241°C), nii et teda — 241°C kõrgematel temperatuuridel vedelikuks ei saa tihendada. Veeauru nimetame auruks, sest et ta harilikkudel temperatuuridel (väiksematel kui + 365°C) veeks tiheneb.

Mõne aine jaoks on kriitiline temperatuur järgmine:

Vesi	+ 365° C	Atmosfääriline õhk	— 140° C
Alkohol	+ 235° C	Lämmastik	— 146° C
Eeter	+ 195° C	Vesinik	— 241° C
Süsihape	+ 31° C	Heelium	— 268° C
Hapnik	— 119° C		

Hapniku, vesiniku ja lämmastiku madala kriitilise temperatuuriga seletubki, miks varem kirjeldatud katsetel, kus jahutamine ainult — 110° C-ni võimalik oli, neid gaase vedelikuks ei saadud tihendada.

§ 31. **Madalate kriitiliste temperatuuridega gaaside tihendamine vedelikuks; külmetamis-masinad.** 1) Õhu vedelikuks tihendamiseks peame teda vähemalt —140°C-ni jahutama (kriitiline temperatuur). Et aga harilikkude abinõudega võimata on nii madalaid temperatuure saada, siis tarvitatakse selleks järgmist printsiipi:

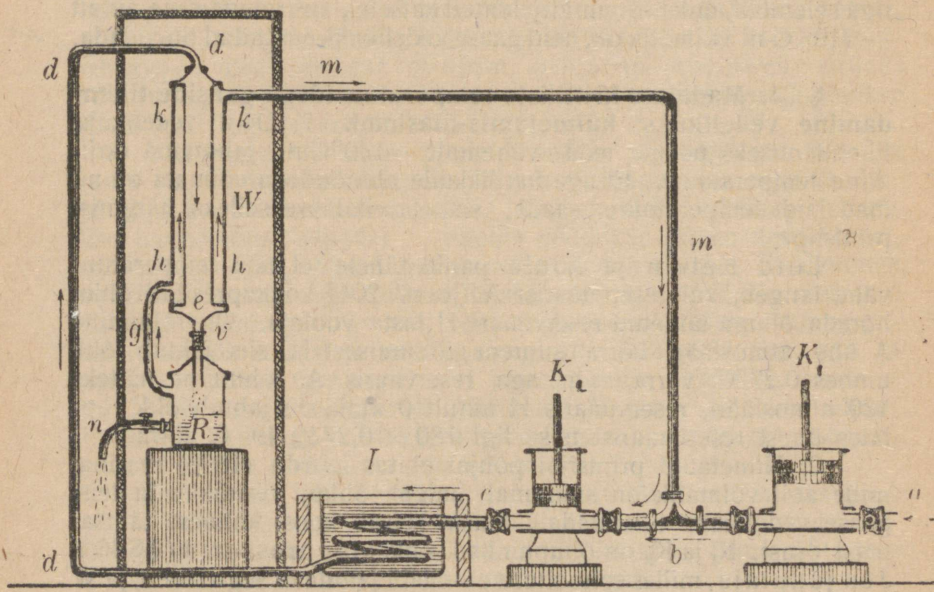
Lord Kelvin ja Joule panid tähele, et õhu temperatuur vähe langeb, kui reservuaarist A (joon. 204) kokkupresitud õhku hõreda õhuga täidetud reservuaari H lasta voolata. On rõhumine A ühe atmosfääri võrra suurem rõhumisest H, siis jahtub õhk umbes 0,27°C võrra. On aga reservuaris A rõhumine näiteks 180 atmosfääri, reservuaaris H ainult 0 atm., siis jahtub õhk voolates ühest reservuaarist teise ligi $180 \times 0{,}27 \cong 49°$ C võrra.

2) Nimetatud printsiibi põhjal ehitas Linde (1896) masina, mille abil võimalik on suuremal hulgal õhku, vesinikku ja teisi gaase vedelikuks tihendada. Masin seisab koos kolmest tähtsamast osast: K_1 ja K_2 on õhupumbad ehk kompressorid (II § 86), J on jahutaja, milles spiraaltoru c—c läbi jahutava segu läheb, ja W on n. n. vastuvoolu aparaat, milles õhu lõpulik jahutamine sünnib.

Pump K_1 imeb välist õhku läbi a ja surub teda ligi 16 atmosfäärini kokku. Tihe õhk satub läbi toru b teise kompressorisse K_2, mis teda omakorda kunni 200 atm. kokku surub. Sealt juhitakse õhk läbi sellekohase aparaadi (joonistusel mitte näidatud), milles teda veeaurust puhastatakse, jahutajasse J. Juba jahtunud aur voolab toru d—d mööda vastuvoolu-aparaati W. Viimast moodustab 2 üks-teise sisse asetatud kontsentrilist pikka vasktoru d—e ja h—k (joonistusel on nad lihtsuse pärast sirgetena kujutatud, tõepoolest on nad aga spiraaliks painutatud). Torust d pääseb kokkusurutud õhk ainult sisemisse torru e, voolab seda mööda läbi terve aparaadi ja pääseb ventiili v kaudu reservuaari R, kus ainult 16 atmosfääriline rõhumine valitseb. Paisudes

200 atmosfäärist 16 atmosfäärini, jahtub õhk umbes 50° C võrra; külm õhk satub toru g kaudu uuesti vastuvoolu aparaati ja voolab seal välimist toru h—k mööda üles, jahutades sisemist peenikest toru e ja läbi viimase vastupidi alla voolavat õhku. Läbi toru m—m tuleb õhk tagasi kompressorisse K_2, kus ta 16 atm. pealt jällegi 200 atm. peale kokku surutakse, siis uuesti vastuvoolu aparaati juhitakse jne.

Kui jahutajast J tuleva õhu temperatuur alguses näiteks 0° oli, siis langeb temperatuur — reservuaaris R üleminnes väiksema rõhumise alla, — ligi 50° C võrra. — 50° C külm õhk voolab vastuvoolu aparaadis üles ja jahutab peagi ka mööda peenikest sisemist toru e alla voolavat õhku sama temperatuurini. Viimane jahtub reservuaaris R omakorda veel 50° C võrra *) nii et



Joon. 286.

nüüd juba — 100° C külm õhk vastuvoolu aparaati voolab jne,

Nii jõuab õhk reservuaari R järk-järgult ikka madalama ja madalama temperatuuriga. Lõpuks langeb temperatuur reservuaris R allapoole õhu kriitilist temperatuuri (— 140° C); siis hakkab õhk reservuaaris R valitseva rõhumise all (16 atm.) järk-järgult vedelikuks tihenema. Veel mitte tihenenud õhk voolab endiselt tagasi vastuvoolu aparaati, kuna vedel õhk R põhja kogub, kust teda toru n abil välja võib lasta. Terve vastuvoolu aparaat on

*) Tõepoolest on jahtumine pärast poole väiksem, sest jahtumise suurus oleneb jahtuva õhu algtemperatuurist ja on külmas õhus väiksem kui soojas.

villaga täidetud puukasti asetatud, millega takistub soojuse juurevool väljast.

3) Vedel õhk on puhas sinikas veesarnane vedelik, mis atmosfäärilisel rõhumisel juba temperatuuril —190° C keeb. Teda võib hoida ainult sellekohastes lahtistes anumates, sest nii madal temperatuur võib püsida ainult siis, kui intensiivse auramisega vedelikult alatasa sooja ära võetakse. Tahaksime vedelat õhku kinnistes nõudes hoida (teras-pudelites), siis takistaksid, tihedad aurud varstigi aurumist, ja vedeliku temperatuur tõuseks üle —140° C, millel ta igasugusel rõhumisel gaasiks muutub. Harilikkudes anumates on soojuse juurevool väljast nii suur, et vedel õhk nendes kuigi kaua ei püsi, vaid varsti „ära keeb". Sellepärast tarvitatakse tema hoidmiseks iseäralisi kahekordsete seintega klaasnõusid (Deward'i nõud), mille seinte vahelt õhk välja on pumbatud. Sellega takistub soojuse juurevool läbi nõuseinte ja vedel õhk hoidub nendes tundide ja koguni päevade kaupa alles.

Vedelas õhus kõvastuvad kõik vedelikud, peale pentaani, mida sellepärast seesugustel temperatuuridel termomeetri-vedelikuna tarvitatakse. Alkohol muutub vedelas õhus klaasisarnaseks kõvaks kehaks ja ei põle selles olekus; eeter kristalliseerub valgeteks kristallideks, elavhõbe ja tina muutuvad kõvaks nagu teras. Kummi, toiduained, õlid jne. kõvastuvad rabedateks, kehadeks, mida purustada võib nagu klaasi.

Madala temperatuuri peale vaatamata võib tilgakese vedelat õhku hädaohuta käe peale kallata: ta satub selle juures sfäroidaalsesse olekusse (§ 22_6) ja ei puutu otsekohe naha külge.

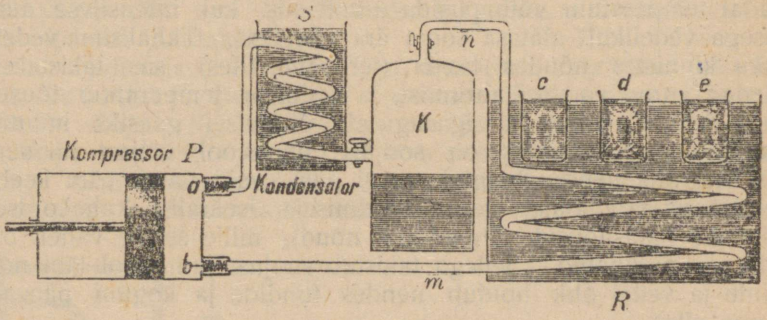
Vedel õhk kui lämmastiku ja hapniku segu muudab aurumisel oma koosseisu: et lämmastiku keemistemperatuur (— 194° C) madalamal on kui hapniku oma (— 181° C), siis aurub esimene vedela õhu keemisel kiiremini kui teine. Aja jooksul jääb vedelasse õhku ikka rohkem hapnikku. Selle peal põhjeneb vedela hapniku valmistamine tehnilisteks otstarveteks.

Vedela vesiniku normaalne keemistemperatuur on —252° C, heeliumi oma koguni —269° C. Kui viimast hõrendatud õhus ära aurata, siis langeb temperatuur kunni —271,9° C. See on kõige madalam, senni kätte saadud temperatuur.

Vedelat süsihapet võib tema võrdlemisi kõrge kriitilise temperatuuri tõttu teraspudelites alal hoida. Atmosfäärilisel rõhumisel aurub ta —78°c juures, hangub aga siis ühtlasi süsihappe lumeks. Siin on meil huvitav nähtus, kus kõva keha (lumi) „keeb": § 27_2 järele on — 78°C süsihappe normaalne keemispunkt, sest sellel temperatuuril võrdub tema küllastatud auru rõhumine atmosfääriga; süsihape võib aga samal temperatuuril ainult kõvas olekus viibida.

4) Külmetamismasinaid tarvitatakse kunstliku jää valmistamiseks. Joonistus 287 kujutab vedela ammoniaakiga töötava masina skeemi: Katlas K on vedel ammoniaak-gaas, mis läbi toru

n soolveega täidetud külmetamis-anumasse R voolab, viimase spiraaltorus gaasiks aurub ja selle juures niivõrd jahtub, et anumatesse c, d ja e kallatud puhas vesi kiirelt jääks hangub (soolvesi nõus R kõvastub teatavasti madalamal temperatuuril kui puhas vesi). Auruks muutunud ammoniaak voolab mööda toru m



Joon. 287.

kompressorisse P, kus ta uuesti kokku surutakse ja siis läbi toru a jahutajasse S juhitakse. Seal tiheneb gaas uuesti vedelikuks, voolab tagasi katlasse K jne.

Ammoniaaki asemel tarvitatakse samasugustes masinates ka vedelat süsihapet, eetrit, ja teisi aineid.

Peatükk IV:

Soojuse laialilagunemine.

§ 32. **Soojuse laialilagunemine.** Kui ruumis mitmesuguse temperatuuriga kehad asuvad, siis laguneb soojus kuumematelt kehadelt külmemate peale, kunni kõikide kehade temperatuurid ühesugusteks on muutunud. Seesugune soojuse laialilagunemine võib sündida kolmel teel:

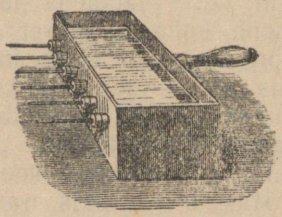
a) Kui kehad üks-teist puudutavad, siis juhivad nad soojuse enestest läbi, kuumemast kehast külmemasse, kusjuures soojus nagu voolab mööda keha. Kehade omadust, mille tõttu sarnane soojuse laialilagunemine võimalik on, hüütakse nende soojusjuhtivuseks, nähtust ennast aga — soojuse laialilagunemiseks juhitavuse kaudu.

b) Vedelikkudes ja gaasides võivad soojad ainejaokesed külmematesse kohtadesse liikuda ja sel teel soojust sinna enesega kaasa kanda. Soojad õhujaokesed tõusevad näiteks üles külmemasse õhku ja kannavad soojuse sinna enesega kaasa. Laialilagunemise viisi, kus soojus ainejaokestega ühest kohast teise kantakse, hüütakse soojuse edasikandumiseks ehk konvektsiooniks.

c) Soojus võib laialilaguneda ka kiirtena: päike saadab kiirte kaudu läbi tühja ilmaruumi maakerale alatasa soojust, ilma

et mõlemad kehad kokku puutuksid, või mingid aineosakesed ühelt kehalt teise juure satuksid. Niisugust laialilagunemist nimetatakse soojuse kiirgamiseks.

§ 33. **Kehade soojusjuhtivus.** 1) Kehade soojusjuhtivus ei ole kõikidel ainetel ühesuurune: ühed ained on head soojuse juhid, teised aga halvad. Hoiame näiteks raudnaela ja sama pika klaaspulga otsapidi tulileegis, siis tunneme, et raudnaela teine ots varstigi kuumaks läheb, kuna klaaspulga ots vaevalt leige tundub. Rauda mööda voolab soojus nii siis kiiremini tulileegist sõrme juure kui klaasi mööda, me ütleme sellepärast, et raud parem soojuse juht on kui klaas.



Joon. 288.

Et umbkaudsetki pilti saada mitmesuguste ainete soojusjuhtivuse suurusest, kinnitame rea mitmesugustest ainetest valmistatud varbu metallkasti seina külge (joon. 288) ja kastame nad vedela vaha sisse, nii et nad vahast väljavõtmisel õhukese hangunud vahakihiga kattuvad. Kui kasti kuuma vett või õli kallata, siis laguneb soojus mööda varbu mitmesuguse kiirusega laiali ja sulandab vahakihti piki varbu kas pikemal või lühemal ulatusel. Sulanenud vahakihi pikkuse kaudu võime võrrelda üksikute varbade soojusjuhtivuse suurust. Selgub, et kõige paremini soojust juhib hõbe, vähe halvemini teised metallid, kuna kõik muud ained halvad soojuse juhid on.

Kui hõbeda soojusjuhtivust kujutada arvuga 100, siis on teiste ainete soojusjuhtivus:

Vask	73,6	Tina	8,5
Kuld	53,2	Jää	0,21
Tsink	19,0	Tammepuu	0,09
Inglistina	14,5	Klaas	0,17
Raud	11,9	Villane riie	0,002

Tooduid arve, mis näitavad, mitu korda antud aine soojusjuhtivus väiksem on hõbeda omast, hüütakse ainete relatiivseks soojusjuhtivuseks.

Tähelpanemisväärt on, et ainete soojusjuhtivus proportsionaalne on nende elektrijuhtivusega.

2) Kui antud ainest 1 sentimeetriliste servadega kubik valmistada ja ühte tahku 1^{0} C võrra soojema hoida kui vastuseisvat teist tahku, siis voolab läbi kubiku, ühest tahust teise juure igas sekundis üks ja sama soojusehulk K, mida aine absoluutseks soojusjuhtivuseks hüütakse. Mõõtmised näitavad, et sarnasel puhul läbi hõbekubiku igas sekundis umbes 1g-kal soojust voolab; seega on hõbeda absoluutne soojusjuhtivus umbes 1. Teistel ainetel on ta vastavalt punkti 1 all antud arvudele väiksem.

Ei ole kubiku tahk mitte 1 cm^2, vaid F cm^2, siis on läbi kubiku voolav soojusehulk F korda suurem, s. t. KFg-kal. Kui mõlema pinna temperatuurivahe ei ole 1^{0} C, vaid ϑ^{0} C, siis on sekundis läbi 1 cm^2 paksuse keha voolav soo-

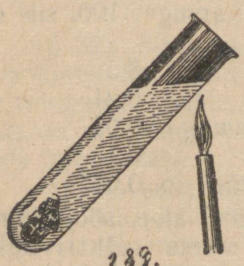
jusehulk veel ϑ korda suurem, s. t. KFϑ g-kal, aja t sek. jooksul aga KFϑt g-kal. On keha otspindade vahe 1 sentimeetri asemel l cm (juhi pikkus), siis näitavad katsed, et läbi keha voolanud soojuse hulk on endisest l korda väiksem, s. t. läbi keha t sekundi jooksul voolanud soojusehulk on

$$Q = K.F \cdot \frac{\vartheta}{l} \text{ t. g-kal.}$$

See formul on maksev, kui soojust läbi külgtahkude kaduma ei lähe ega juure ei tule.

Heades juhtides laguneb soojus kiirelt üle kogu keha laiali. Kui talvel rauda ja puud käega katsuda, siis paistab meile esimene külmem olevat kui teine, kuigi mõlema temperatuur ühe kõrgune oleks. Et soojus rauas kiiremini laiali laguneb kui puus, siis võtab raud käelt ühe ja sama aja sees rohkem soojust ära kui puu. Ümberpöördult paistab meile kuum raud soojem kui sama temperatuuriga puu või kivi, sest et esimene käele puutumise ajal rohkem sooja ära annab kui teine. Halvad juhid võtavad nii siis naaberkehadelt ainult aegamööda soojust ära ja annavad teda sama aegamööda külmematele kehadele edasi. Sellepärast ümbritsetakse halvade soojusjuhtidega niisuguseid kehi, mida hoida tahetakse jahtumise või soenemise eest, näiteks inimese keha villase riidega, aurutoru korgi, puu või villaga jne.

3) Vedelikkude soojusjuhtivus on väiksem kui kõvade kehade oma. Täpipealsed mõõtmised nõuavad suurt ettevaatust, sest et vedeliku jaokesed kergesti ühest kohast teise võivad liikuda ja seega soojust edasi kanda (konvektsioon). Kui vähe näiteks vesi soojust juhib, seda näitab järgmine katse: veega täidetud katseklaasi (joon. 289) soendame ülevalt otsast, kui vesi varsti keema hakkab, kuna alumine ots üsna külmaks jääb, nii et näiteks traadikese abil hoitud jäätükk toru põhjas ära ei sulane.



Joon. 289.

Kõige halvemad soojuse juhid on gaasid, iseäranis hõrendatud olekus, kus nad soojust pea sugugi ei juhi. Villa, puuvilla ja looma nahkade karvade vahel on palju õhku, mis soojust halvasti juhib ja seega riide või kasukaga kaetud kehalt soojuse väljavoolu takistab. Õhukiht kahekordsete akende ja seinte vahel hoiab tuba liiga suure jahtumise eest talvel; samuti takistab õlekõrtes viibiv õhk näiteks õlgkatusega kaetud jääkeldri soenemist suvel jne.

§ 34. **Soojuse edasikandumine ehk konvektsioon** on võimalik ainult gaasides ja vedelikkudes. Konvektsiooni abil soeneb vesi katseklaasis (joon. 289) võrdlemisi ruttu, kui klaasi alt otsast soendada. Soojus kandub kergemaks muutunud kuuma vee jaokestega üles, külmematesse veekihtidesse, nii et

vesi kogu nõus ühtlaselt soeneb, ilma et siin aine soojusjuhitavus mingit osa mängiks. Samal teel soeneb küdeva ahju läheduses õhk, sest et soojad õhujaokesed ahju juurest üles tõusevad ja külma õhuga seguvad (võrdle § 10). Ka vesiküte (§ 6_4) põhjeneb ainult konvektsiooni peal.

§ 35. **Soojuse kiirgamine.** Küdeva ahju suu ees tunneme juba kaunis kaugel soojust, mille mõju aga otsekohe väheneb, kui ahju ja käe vahele näiteks paberileht asetada. Soojuse edasikandjaks ei või siin siis mitte õhk olla, sest viimane peaks ka paberi taga soojaks jääma. Me näeme küll et ahi köeb, s. t. et ta sooja annab, tunneme ka, et käsi ahjult sooja saab, kuid ruumis ahju ja meie vahel ei ole seda sooja mitte olemas.

Üks osa ahju soojusest muutub soojuse kiirteks; viimased lagunevad laiali läbi ruumi, ja muutuvad alles käes ja teistes kehades, millele nad langevad, jällegi soojuseks. Soojuse kiired painduvad samade seaduste alla kui valguse omadki, sellepärast õpime neid tundma valguse õpetuses (II köide, V jagu). Siin olgu ainult tähendatud, et kõik kehad alatasa soojust välja kiirgavad ja et nad samal ajal naaberkehadelt kiirte kaudu sooja juure saavad. Sarnase soojuse-vahetamise tõttu annavad kuumemad kehad rohkem soojust ära kui nad teda juure saavad, — nad jahtuvad, kuna külmemad kehad soenevad. Tumeda ja tuhmi pinnaga kehad soenevad kiirte mõjul rutem kui sileda ja heleda pinnaga kehad. Näiteks soeneb suvisel päiksepaistel must riie rohkem kui valge, kareda pinnaga plekktükk rohkem kui peegel jne.

Peatükk V:

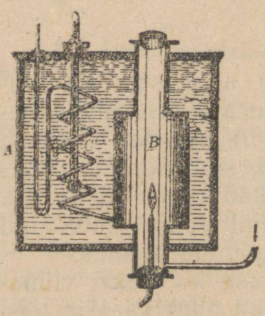
Soojus kui energia.

§ 36. **Soojuse allikad.** Peale päikse, mis meile kõige suuremaks soojusallikaks on, leidub veel palju teisi maapealseid soojusallikaid. Tähtsamad nendest on: keemilised protsessid, elektrivool, ja mekaaniline töö.

1) Keemilistest protsessidest tarvitatakse soojusallikatena peaasjalikult hapendamist ehk oksidatsiooni, s. t. mingi aine, näiteks süsiniku, vesiniku jne., ühinemist hapnikuga. Kui ühinemisel nii palju soojust tekib, et ained selle juures hõõgama hakkavad, siis nimetame seda hapendumist põlemiseks.

Kustutamata lubi annab ühinemisel veega nii palju soojust, et ta ise kuumaks läheb ja vesi auruma hakkab. Kui vette vähe väävelhapet kallata, siis tõuseb segu temperatuur tuntavalt. Tilgutame tükikese barüüdi peale väävelhapet, siis sünnib nii palju soojust, et tekkinud aurud ja gaasid hõõgama hakkavad ja tulileegi moodustavad. Puu, süsi, paber jne. põlevad, kus juures nendes sisalduv süsinik õhu hapnikuga süsihappeks ühineb.

Soojusallikana on praktiline tähendus ainult põlemisel. Katsed näitavad, et 1 kg antud aine täielisel ärapõlemisel alati ühepalju soojust tekib, vaatamata selle peale, mil kombel põlemine sünnib. Seda soojuse hulka, avaldatud kg-kalorides, hüütakse aine põlemissoojuseks.



Joon. 290.

Põlemissoojust võib mõõta sellekohases kalorimeetris (joon. 290), milles mõõdetud hulk antud ainet ära põletatakse (nõus B). Tekkinud kuumad gaasid juhitakse spiraaltoru C kaudu läbi külma kalorimeetrivee, kus nad oma soojuse veele annavad. Tundes vee temperatuuri tõusu, leiame siis harilikul kombel põlemisel tekkinud soojuse hulga.

Põlemissoojus on mitmesugustel ainetel väga mitmesuurune:

1 kg	vesinikk	annab	põlemisel	ligi	34000 kg-kal.
1 „	süsinikku	„	„	„	8000 „
1 „	puusütt	„	„	„	6400 „
1 „	kivisütt	„	„	„	5000—8000 „
1 „	kuiva puud	„	„	„	3000—4000 „

Üleüldse on põlemisel tekkiv soojusehulk väga suur kui näiteks 1 kg puhast puusütt ära põleb (süsihappeks muutub), siis saame nii palju sooja, et temaga 6400 kg vett 1^0 C võrra soendada võiksime.

Ka inimeste ja loomade hingamine on sama oksidatsiooni protsess: kopsudes ühineb õhu hapnik veres leiduva vesinikuga ja süsinikuga, mille juures soojus tekib, mis keha temperatuuri alati ühekõrgena hoiab (37° C), vaatamata selle peale, kas väline õhutemperatuur on kõrge või madal. Ka selle protsessi juures tekib iga kg süsiniku hapendumisel 8000 kg-kal sooja.

2) Kui elektrivool läbi juhi voolab, siis soeneb viimane. Katsed näitavad, et saadud soojuse hulk seda suurem on, mida rohkem elektrienergiat juhis kaduma läheb, teiste sõnadega: teatud elektri energiahulga ära kulutamisel saame alati ühe ja sama kindla soojushulga.

Nagu me elektri õpetuses (III köide) näeme, mõõdetakse elektri töö võimsust wattides. Kui elektrivoolu läbi kalorimeetrisse asetatud traadi juhtida, siis leiame, et 1 ärakulutatud watt igas sekundis 0,24 g-kal. soojust annab.

3) Mekaaniline töö võib soojuseks moonduda. Kui võll määritud ei ole, siis tiirleb ratas raskesti, s. t. tema tiirlemisel läheb teatud osa mekaanilisest tööst hõõrumise läbi kaduma. Teatavasti soeneb sel juhusel võll; ta võib näiteks vagunite juures koguni põlema süütuda. Hõõrudes kahte puutükki kiirelt üks-teise vastu, peame teatud hulga mekaanilist tööd ära kulutama, mis milleski

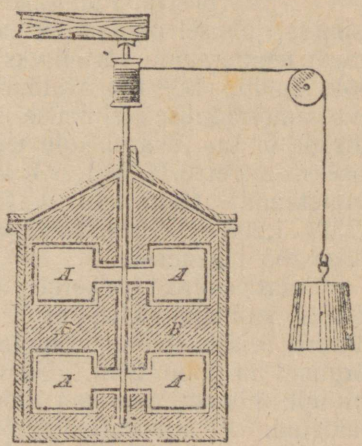
muus ei avaldu kui hõõrutud kehade soenemises. Töötamisel soeneb saag ja viil. Tagudes tina või rauda, kulutame mekaanilist tööd, mis soojuseks muutub ja tina temperatuuri tõusuna avaldub.

§ 37. **Mekaaniline soojus-ekvivalent.** 1) Kui mekaaniline töö soojuseks moondub, siis kulub iga kalori jaoks alati üks ja sama hulk tööüksusi; nagu me seda aurumasinate juures näeme, võib soojus omakorda mekaaniliseks tööks moonduda, kus juures iga kulutatud kalor alati sama palju tööüksusi annab kui palju neid esimesel juhusel kulus ühe kalori soojuse tekitamiseks. **Katsed näitavad, et 427 mkg tööd alati ühe kg-kalori soojust annavad ja et iga kg-kalor soojust — juhusel, kus soojus tööks moondub, — 427 mkg tööd teeb.** Arv 427 määrab nii siis ära vahekorra kulutatud töö ja saadud soojuse vahel, teda hüütakse mekaaniliseks soojus-ekvivalendiks.

Kirjeldatud seaduse, n. n. töö ja soojuse üheväärisuse seaduse leidsid Prantsuse insener Sadi Carnot (1824) ja Saksa arst R. Mayer (1842) teoreetiliste juurdluste põhjal. Varsti peale selle tõestasid seda katsete abil inglane Joule (1843—1849), Colding ja teised.

2) Et leida, kui palju tööd ühe kg-kalori soojuse tekitamiseks ära kulub, tegi Joule järgmise katse:

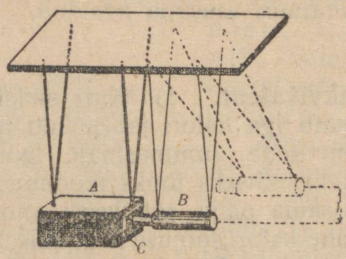
Kinnise kalorimeetri-nõu keskkohas tiirleb püstvõll, mille külge kinnitatud labidakesed A—A (joon. 291). Nõu seinte külge on kinnitatud radiaalsed vaheseinad B—B, millesse labidatele vastavad avaused on lõigatud. Kui nõu vee, elavhõbeda või mõne muu vedelikuga täita, siis takistavad vaheseinad vedeliku labidatega kaasa tiirlemist, mille tagajärjel labidate ja vedeliku vahel hõõrumine tekib, nii et võlli tiirlemiseks kaunis suurt mekaanilist tööd peab kulutama. Hõõrumise tagajärjel soeneb vedelik, kus juures tekkinud soojuse hulka kerge on välja arvata, kui mõõta vedeliku temperatuuri tõusu.



Joon. 291.

Võll pannakse tiirlema tema ümber mähitud nööri abil, mille otsas raske koorem ripub. Viimane langeb teatud kõrguselt ja teeb selle juures töö, mille suurus on kõrgus × kaal. See töö moondubki kalorimeetris tervelt soojuseks. Sarnasest katsest leidis Joule et 427 mkg tööd selleks ära kulub, et soendada 1 kg vett 1° C võrra, s. t. et sünnitada 1 kg-kalor soojust.

Et näidata, et töö sojuseks muutumine mitte ainult hõõrumisel kirjeldatud seaduse järele ei sünni, vaid ka teistel juhustel, tegi G. A. Hirn järgmise katse: ta kinnitas nööride otsa väga raske (940 kg.) kivi A ja kergema (350 kg.) raudhaamri B (joon. 292). Esimese küljes, mis alasi osa mängib, seisis tinatükk C. Raudhaamer B tõsteti joonistusel kujutatud seisu ja lasti ta siis tina tükki vastu langeda, mille tõttu viimane, nagu tagumiselgi, soenes. Tina temperatuuri tõusu põhjal arvati välja tekkinud soojuse hulk, kuna kulutatud mekaaniline töö kerge oli leida langemiskõrguse h ja haamri B kaalust. Hirn leidis sarnasel teel, et 1 kg-kalori tekitamiseks 425,2 mkg kulub,—nii siis umbes sama palju kui eelmisel juhuselgi.



Joon. 292.

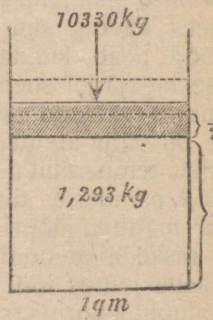
3) Vastavad mõõtmised aurumasinate juures näitavad, et 427 mkg töö tegemiseks, näiteks 1 kg tõstmiseks 427 m kõrgusele, masinas alati 1 kg-kalor soojust hävineb, mis tõestab, et ka soojuse moondumisel tööks 427 mkg ühevääriline on 1 kg-kaloriga.

R. Mayer leidis soojusüksusele vastava tööhulga gaaside erisoojusmahutavusest. § 17_2 järele on õhu erisoojusmahutavus konstant rõhumisel $c_p = 0{,}2374$, konstant ruum-alal aga $c_v = 0{,}1684$. Et soendada 1° C võrra ühte kb. meetrit õhku, mille kaal on 1,293 kg, kulub järjelikult

püsival rõhumisel 0,2374 . 1,293 kg-kal.
püsival ruum-alal 0,1684 . 1,293 „ „

Esimesel juhusel on tarvilik soojusehulk suurem, sest et ta mitte tervelt temperatuuri tõstmiseks ei lähe, vaid osati ka mekaaniliseks tööks kulub. See töö avaldub soendatud gaasi paisumist takistava atmosfäärilise rõhumise ületamisel. Et gaas kinnises nõus paisuda ei saa, siis ei kulu teisel juhusel soojust välise töö tegemiseks, nii et 0,1684 . 1,293 kg-kal tervelt peab kuluma gaasi temperatuuri tõstmiseks 1° C võrra. Järjelikult kulub vahe 0,2374 . 1,293 — 0,1684 . 1,293 = 0,0690 . 1,293 kg-kal nimetatud välise töö tegemiseks.

Viimase suurust on kerge välja arvata. Selleks kujutame ette, et 1 m^3 õhku silindris seisab, mille põhipind 1 m^2 ja kõrgus 1 m (joon. 293). Ülevalt on see õhuhulk liikuva kannuga välisest õhust eraldatud. Et atmosfääriline õhk iga cm^2 peale 1,033 kg raskusega rõhub, siis võrdub õhurõhumine kogu kannu peale 10330 kilogrammiga. Soenedes 1° C võrra, paisub õhk $\frac{1}{273}$ võrra oma algruumist. Seega peab kann $\frac{1}{273}$ m kõrgemale nih-



Joon. 293.

kuma, et õhu rõhumine tema all mitte ei muutuks. Kannu tõstmiseks tarvilik töö võrdub $\frac{1}{273}$ m $\times$ 10330 kg = 37,84 m kg.

Eelpool leidsime. et selleks tööks 0,0690 . 1,293 kg-kal. kulub; järjelikult võib 1 kg-kal. teha tööd

$$\frac{37,84}{0,069 . 1,293} \text{ m kg.} = 424,2 \text{ m kg.}$$

Kõik täpipealsemad mõõtmised näitavad, et mekaaniline soojusekvivalent on

$$A = 427 \text{ m kg.}$$

§ 38. **Soojus kui molekulaarliikumine.** 1) Me nägime, et mekaaniline, elektriline ja keemiline energia soojuseks võib moonduda. Nagu me valgusõpetuses näeme, ei ole ka soojuse kiired muud kui liikumine, mis alles kehas soojuseks muutub. Kõigi sarnaste nähtuste põhjal oletatakse, et keha soojus muud ei ole kui tema osakeste ehk molekulite liikumine või õõtsumine. Oletatakse, et kõvas kehas, mille temperatuur on üle absol. nulli (— 273°C), iga molekul kellapendli sarnaselt ühele ja teisele poole teatud keskpunkti õõtsub. Hõõrumisel, löögil jne. kiireneb molekulite liikumine ja pikeneb õõtsumise tee ehk amplituud. Kulutatud mekaaniline energia moondub nii siis aine molekulite liikumisenergiaks, mida me küll silmaga ei näe, kuid mida meie ergud soojusena tunnevad. Keha paistab meile seda kuumemana, mida kiiremini ja mida tugevamini õõtsuvad molekulid. See mida me senni soojuse hulgaks nimetasime, ei ole siis muud kui keha molekulite liikumisenergia hulk. Niisuguse vaate juures on arusaadav, miks iga kulutatud tööüksus alati ühepalju soojust sünnitab: kui näiteks haamris peituv mekaaniline liikumisenergia taotava tinatüki molekulite liikumise kiirendamiseks kulub, siis peab iga mekaaniline tööüksus molekulite liikumisenergiat teadagi alati ühevõrra suurendama, s. t. alati ühepalju soojust tekitama.

2) Kui keha soeneb, s. t. väljastpoolt sooja juure saab, ka siis kasvab tema molekulite liikumise kiirus. Puutub näiteks külm keha sooja külge, siis tõukavad sooja keha molekulid ka külma keha omi kiiremini liikuma. Esimeste liikumine aeglastub, kuna teiste oma kiirendub, kunni mõlemas kehas molekulaarliikumine ühesuguseks on muutunud ja nende soenemisaste ehk temperatuur ühekõrguseks saab. Keha temperatuur oleneb nii siis ainult tema molekulite liikumise kiirusest, kuna aga kehas peituv soojuse hulk, kui molekulite üleüldine liikumisenergia — peale selle veel molekulite arvust, ja massist, s. t. kogu keha massist oleneb.

3) Ühes kiirema õõtsumisega kasvab ka molekulite õõtsumistee pikkus. Keha soenemisel tarvitavad molekulid sellepärast liikumiseks rohkem ruumi, nad nihkuvad üksteisest kaugemale: keha paisub. Et aga ühes aines külgetõmbejõud molekulite

vahel suurem on kui teises, siis kulub ühes aines moleekulite kaugemale nihutamiseks rohkem energiat kui teises aines. Väljast saadud mekaanilisest energiast kulub nii siis kirjeldatud sisemiseks tööks esimeses aines suurem osa kui teises. Selle tõttu jääb esimeses aines moleekulite kiiruse ehk keha temperatuuri tõstmiseks vähem energiat üle kui teises, ja esimene keha soeneb ühe ja sellesama mekaanilise või soojuse energiahulga mõjul vähem kui teine (erisoojusmahutavus).

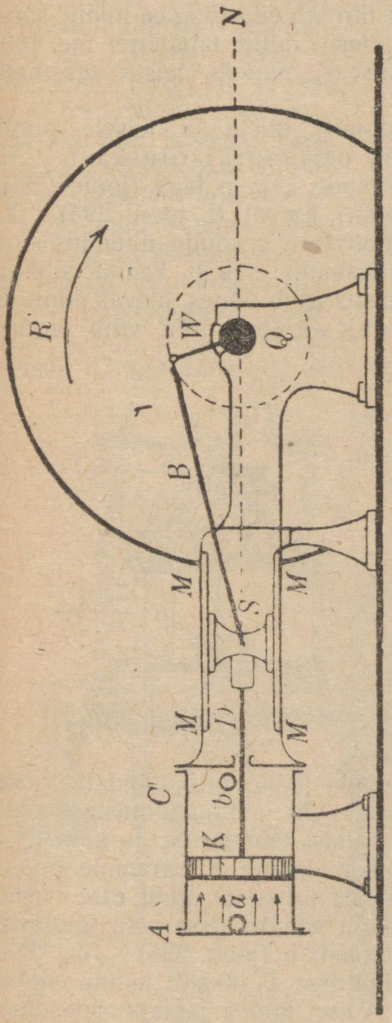
4) Keha järk-järgulisel soendamisel nihkuvad tema moleekulid üks-teisest ikka kaugemale ja liiguvad ikka kiiremini ja kiiremini. On keha temperatuur kunni sulanemispunktini tõusnud, siis ei suurenda juurevoolav energia (soojus) enam moleekulite liikumiskiirust, vaid ta kulub tervelt moleekulite ümberpaigutamiseks: keha sulaneb muutumatul temperatuuril. Vedelas kehas ei hoidu moleekulid enam nii tugevasti koos, et kehal kindel muutumata kuju võiks olla; — nad õõtsuvad nii kaugele oma keskpunktidest, et mõned sinna enam tagasi ei tulegi, vaid kuhugi kaugemale edasi lendavad. Vedeliku vabal pinnal asuvatest moleekulitest pääsevad mõned nii viisi välja õhku ja jäävadki sinna, tekitades auru: vedelik aurub. Hangumisel koonduvad moleekulid kõige pealt jällegi endisse, kõvale kehale iseloomulikku seisu, kus juures teatud energiahulk vabaks saab, mis naabruses seisvaid külmemaid kehi soendada võib (hangumissoojus). Alles siis, kui kogu keha juba kõvas olekus on, hakkab moleekulite kiirus jahtumisel vähenema ja seega keha temperatuur langema.

5) Vedeliku soendamisel tekib lõpuks olukord, kus moleekulid üleüldse enam tagasi oma tasakaalu-punkti ei õõtsu, vaid liiga suure kiiruse tõttu sealt jäädavalt eemale liiguvad: keha hakkab keema. Nii kaua, kui üks osa kehast veel vedel on, läheb kogu juurevoolav energia selle osa moleekulite lahutamiseks, nii et vedeliku temperatuur konstandiks jääb (aurumissoojus). Vastastikust külgetõmbejõust vabanenud moleekulid (aur) lendavad suure kiirusega sirgjoonelises sihis edasi ja põrkuvad alatasa üksteise, või neid ümbritseva nõu seinte vastu. Need kiirelt vastu nõu seinu korduvad tõuked sünnitavad auru rõhumise. Mida kõrgem on auru temperatuur, seda kiiremini lendavad moleekulid, seda tugevamini põrkuvad nad vastu seinu, seda suuremaks kasvab auru rõhumine. Oletatakse, et mitte ainult aurude, vaid ka gaaside moleekulid samasuguses olekus viibivad (kineetiline gaasiteooria).

Samuti kui hangumisel, nii sünnib ka kondenseerumisel kõige pealt auru moleekulite lähenemine ja ümberpaigutumine, mille juures teatud energiahulk vabaks saab (vettumissoojus). On kõik moleekulid vedelale olekule vastavas seisus, siis alles hakkab nende liikumiskiirus (temperatuur) vähenema.

6) Tulileegis põrkuvad õhu hapniku moleekulid suure jõuga vastu gaasiks muutunud põleva aine moleekulid, mille tõttu kiired õõtsumised tekivad, mis gaasi kõrge temperatuurina ja

valgusena avalduvad. Hapniku molekulitel on nimelt alaline tung ühineda põleva aine molekulitega (keemiline sugulus), sarnaselt kui kõrgelhoitud kivil tung on langeda. Nagu kivis nii peitub ka hapniku molekulis teatud potentsiaalne energia, mida käsitletud juhusel ka keemiliseks energiaks võib nimetada. **Keemilisel ühinemisel moondub nii siis potentsiaalne keemiline energia molekulite liikumisenergiaks ehk soojuseks.**

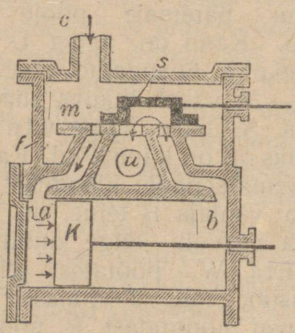


Joon. 294.

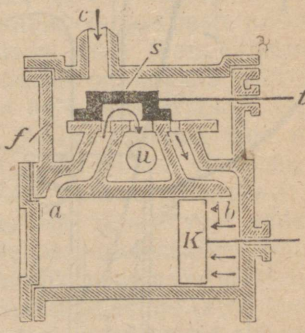
§ 39. **Aurumasinad.** 1) Aurumasin moondab soojust mekaaniliseks energiaks. Temas kasutatakse kuuma veeauru suurt rõhumist selleks, et silindrilises nõus — aurumasina silindris C (joon. 294) seisvat liikuvat vaheseina, — masina kannu (K) piki silindrit edasi lükata. Aur voolab läbi avause a silindrisse ja rõhub viimase seinte peale, mille tõttu kann paremale poole liigub. Kann on varva D abil otsekohe ühendatud roobaste M — M vahel liikuva sharniiriga S, mille külge väntaja B üks ots on kinnitatud. Kannu paremale poole liikumisel tõukab väntaja B teine ots masina peavõlli külge kinnitatud vänta W, pöörates sellega masina võlli ja viimase peal asuvat hoogratast R noolega näidatud sihis. On kann silindri põhjani jõudnud, siis asub vänt W sirgjoonel SN. Nüüd juhitakse aur läbi augu b kannu taha, kuna auk a välise õhuga ühendatakse. Aur rõhub kannu teiselt poolt ja lükkab ta pahemale poole; tema taga seisev aur aga voolab läbi a ilma vasturõhumiseta välja õhku. Kannu tagasiliikumist takistaks vänt W, mis iseenesest sirgjoonelt SN kõrvale ei saa pöörduda. Sellest, n. n. surnud punktist pääseb masin ainult hoogratta abil üle: eelmisest liikumisest päritud hooga

pöörab hoogratas vända W vähe alla poole sirgjoont SN, mille järele kannu tagasiliikumine vänta edasi pöörab, kunni ta jällegi sirgjoonele SN, — nüüd juba teisele poole võlli asendub. See sünnib samal silmapilgul, kui kann silindri põhjani A on jõudnud. Ka üle selle teise „surnud punkti“ pöörab vänta hoogratas. Aur juhitakse jällegi läbi augu a silindrisse, auk b ühendatakse välise õhuga, aur tõukab kannu uuesti paremale poole ja pöörab võlli endises sihis edasi, kuna teisel pool kannu seisev aur läbi b õhku voolab. Nii tiirutab edasi-tagasi liikuv kann masina võlli ikka samas sihis edasi, mille tagajärjel me võlli tiirlemist mekaanilise töö tegemiseks, näiteks teiste masinate käima panemiseks võime kasutada.

2) Selleks, et auru vaheldamisi ühele ja teisele poole kannu juhtida, on igal aurumasinal oma aurujaotuskast. Viimane seisab silindri külje peal, aukude a ja b taga (joon, 294); ülevalt vaadates näeme teda silindri kõrval (f, joon. 295). Ta kujutab kinnist kasti, mis ühelt poolt toru c kaudu ühenduses on aurukatlaga, teiselt poolt aga kanaalide a ja b kaudu silindri õõnsuse mõlema otsaga. Jaotuskastis asub õõnes, ülevalt kinnine karbike S, — n. n. aurujaotaja ehk shiiber. Ta võib jaotus-



Joon. 295.

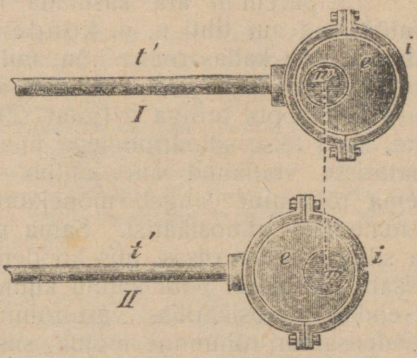


Joon. 296.

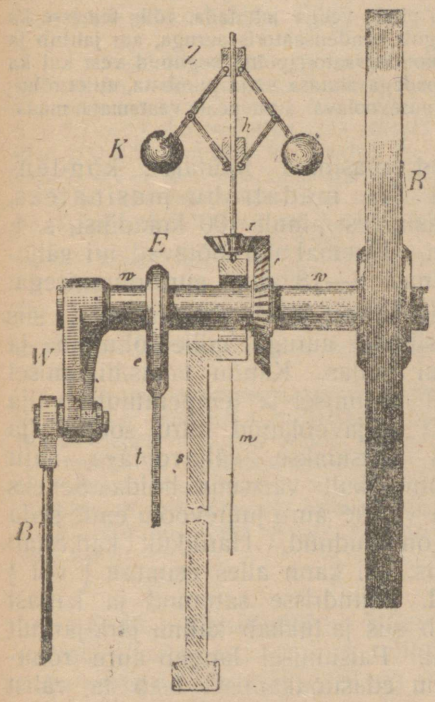
kastis piki silindrit edasi-tagasi liikuda ja hoidub tihedalt vastu välist tasapinnalist silindripinda m. On jaotaja joonistusel 295 kujutatud seisus, siis voolab aur katlast läbi toru c ja kanaali a silindri pahemasse otsa ning tõukab kannu K paremale poole. Samal ajal hakkab ka jaotaja edasi nihkuma, kuid otse vastupidises sihis: parajasti, kui kann on silindri teise otsa jõudnud, katab jaotaja kanaali a ja avab kanaali b (joon. 296). Aur pääseb nüüd ainult läbi kanaali b silindrisse ja lükkab kannu tagasi. Teisel pool kannu viibiv aur surutakse läbi a jaotaja õõnsusse, kust ta kanaali a ja b vahelisse õõnesruumi u satub ja sealt põiktoru (u) mööda välja õhku voolab. Kui kann jällegi silindri pahempoolsesse otsa on jõudnud, seisab jaotaja omas esialgses seisus (joon. 295); ta avab kanaali a ja ühendab b õõnesruumi u

ja välise õhuga: katlast voolab aur läbi a silindrisse, läbi b aga surutakse äratöötanud aur toru u kaudu välja jne.

3) Aurujaotaja S on varva t kaudu ühendatud masina peavõllil seisva ekstsentrikuga, mille ülesanne on, jaotajat automaatselt edasi-tagasi liigutada. Ekstsentrikuks on ekstsentriliselt masina võllile w asetatud ketas e (joon. 297), mille ümber varva t′ otsa kinnitatud rõngas i hoidub. Võll w tiirutab ketast e, kusjuures rõngas i ja temaga ühendatud aurujaotaja iga tiiru juures 1 kord edasi-tagasi tõmbub. Liikumistee pikkus võrdub w ja e keskpunktide kahekordse kaugusega. Ekstsentriku seisul I asub aurujaotaja äärmises parempoolses (joonistus 295), ½ tiiru hiljem (seisul II) aga äärmises pahempoolses (joon. 296) seisus.



Joon. 297.



Joon. 298.

4) Joonistus 298 kujutab aurumasina peavõllile w-w kinnitatud üksikute osade asetust: W on vänt, mille abil kann võlli tiirutab; E on ekstsentrik, mis varva t kaudu aurujaotajat edasi-tagasi liigutab; R on hoogratas ja Z on tsentrifugaalregulaator, mille ülesanne on masina käigu kiirust reguleerida. Regulaatori moodustavad ümber püstvõlli tiirlevad rasked kuulid k. Käib masin liiga kiirelt, siis tõusevad kuulid tsentrifugaaljõu mõjul kõrgemale ja tõstavad puksi h üles. Viimasega ühendatud varb m sulub juurevoolutorus seisva sellekohase auruventiili, nii et auru vool väheneb ja kann aeglasemalt liikuma hakkab. Käib masin liiga aeglaselt, siis langevad kuulid k ja avavad varva m kaudu nimetatud ventiili, mille

tagajärjel rohkem auru silindrisse pääseb ja masin kiiremini liikuma hakkab.

5) Masinaid, kus äratöötanud aur otse õhku välja voolab, hüütakse väljavoolu-masinateks; — vanast hüüti neid ka kõrgerõhu-masinateks, sest et nendes auru rõhumine alati suurem pidi olema kui 1 atmosfäär.

Et paremini ära kasutada auru tervet rõhumist, juhitakse äratöötatud aur tihti n. n. kondensaatorisse. Viimast moodustab kinnine katlasarnane nõu, mille suuri pindu jahutab väljaspool voolav külm vesi. Kondensaatornõu õõnsus on ühendatud auru väljavoolu toruga u (joon. 295), nii et ta vaheldamisi kord ühe, kord teise silindripoolega ühenduses on. Silindrist kondensaatorisse voolanud aur jahtub viimases ning kondenseerub. Tema rõhumine langeb mõnekümne millimeetrini, nii siis palju madalamale atmosfäärist. Sama madalale langeb rõhumine siis ka silindri selles otsas, mis kondensaatoriga parajasti ühenduses seisab. Et teisel pool kannu kuum aur endise jõuga rõhub ja et endise atmosfäärilise vasturõhumise asemel nüüd ainult väike kondensaatori-rõhumine mõjub, siis võidab töötav kuum aur ligi terve atmosfääri, s. t. tema tõukab nüüd kannu seesuguse jõuga nagu oleks tema rõhumine terve atmosfääri võrra kasvanud. Vastavalt kasvab siis ka aurumasina võimsus.

Selle asemel, et kondensaatori pinda veega jahutada, võib temasse ka otsekohe külma vett pritsida. Vesi segub kondensaatoris auruga, aur jahtub ja kondenseerub. Sarnasel puhul tuleb kondensaatori põhja kogunud vesi kui ka sinna sattunud õhk sellekohaste pumpadega alatasa välja pumbata, nii et rõhumine kondensaatoris, vahetpidamata juurevoolava auru peale vaatamata, madalana hoiduks.

Kondensaatoriga töötavaid masinaid hüütakse kondensatsioon-masinateks, vahest ka madalrõhu-masinateks, sest et vanast seesugustes masinates ainult 100 kraadilist, s. t. 1 atm. rõhumisega auru tarvitati. Uuemal ajal töötavad nii väljavoolu- kui kondensatsioon-masinad 8—18 atm. aururõhumisega.

6) Kui silindrisse kogu aeg katlast auru voolata lasta, siis täitub teatud silmapilgul kogu silinder auruga, mille rõhumine ja temperatuur on sama suur kui katlas. Kannu tagasiliikumisel tõukub see aur siis sama suurel rõhumisel ja temperatuuril välja õhku või kondensaatorisse. Et väljavoolanud auru soojus (ja rõhumine) kaotsi läheb, siis katsutakse väljavoolava auru temperatuuri (ja rõhumist) võimalikult väiksena hoida. Selleks ehitatakse aurujaotaja nii, et ta värske auru juurevoolu enne seda sulub, kui kann silindri põhja on jõudnud. Harilikult katkestab jaotaja auru juurevoolu juba siis, kui kann alles esimese $\frac{1}{4}$ või $\frac{1}{2}$ silindri pikkusest ära on käinud. Silindrisse sattunud ja katlast juba eraldatud auruhulk paisub siis ja lükkab kannu järk-järgult väheneva jõuga silindri põhjani. Paisumisel langeb auru rõhumine ja temperatuur, sest kannu edasitõukamisel teeb ta välist tööd, milleks üks osa tema soojusest ära kulub. Kannu tagasi

liikumisel voolab sel puhul palju külmem aur välja, nii et kaotsimineva soojuse hulk tuntavalt väheneb ja masin auru soojustagavarast rohkem ära kasutab, s. t. suurema osa temast mekaaniliseks tööks moondab. Seega väheneb teatava töö tegemiseks tarvilik kütteaine hulk ja masin töötab ekonoomilisemalt. Kirjeldatud viisil töötavaid masinaid hüütakse ekspansioonmasinateks. Niisugused on kõik paremad praegus-aja aurumasinad.

7) Raudtee vedur kuulub väljavoolu-masinate hulka. Aur tekitatakse veduri katlas, mille kütte-pind, suurema auruhulga saamiseks, võimalikult suur tehakse. Selleks on pikuti läbi katla hulk terastorusid tõmmatud, mille läbi kütteruumist tulevad kuumad gaasid juhitakse. Aur kogub katla peale asetatud aurureservuaari, kust ta torude kaudu silindritesse juhitakse, mis mõlemal pool katelt seisavad. Silindrite kannud mõjuvad otsekohe veduri suurte veorataste peale, kusjuures vändad, mida kannud tõukavad, 90° all üksteise vastu seisavad. Sellega aitab üks kann teise vänta üle surnud punktide, nii et hoogratas üleliigseks saab. Veorataste võllile kinnitatud ekstsentrikud korraldavad harilikul kombel aurujaotajate liikumist.

Esimese aurumasina ehitas Newcomen (1705), kuid praktiline tähendus oli alles James Watt'i ehitatud masinatel (1736—1819), mille juures juba tarvitusel oli ülevalkirjeldatud aurujaotaja. Watti masinad töötasid madala rõhumisega ja olid kondensatsioonmasinad. Esimese veduri ehitas G. Stefenson (1814), kuna Fulton juba 1807 a. aurulaeva käima pani.

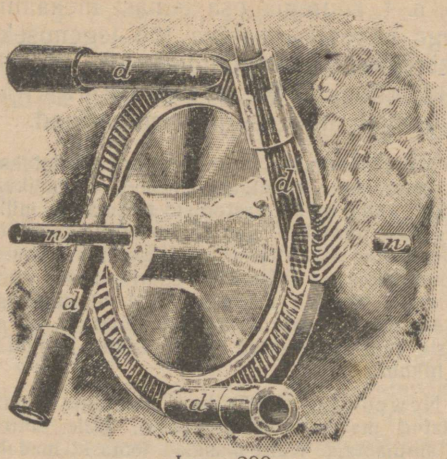
8) Aurumasina võimsus oleneb auru rõhumisest, silindri dimensioonidest ja tiirlemise kiirusest. Teda avaldatakse harilikult hobu-jõududes (HP).

Silindri kann teeb iga käigu juures töö, mille suurus on jõud × tee. On näiteks keskmine aururõhumine kannu peale 8 atm, vasturõhumine kondensaatoris aga 0,2 atm., siis mõjub iga cm^2 peale kannu pinnast rõhumine $8 - 0{,}2 = 7{,}8$ atm. $= 7{,}8$ kg. On näiteks kannu pind 250 cm^2, siis on mõjuv jõud $250 . 7{,}8$ kg $= 1950$ kg. Käidud tee võrdub silindri pikkusega. On viimane näiteks 0,4 m, siis teeb kann iga käigu juures töö 1950 kg × 0,4 m = 780 m kg. Võlli iga tiiru juures käib kann üks kord edasi ja tagasi; on tiirude arv minutis 60, siis võrdub 1 minuti jooksul tehtud töö $780 . 2 . 60$ m kg, või sekundi jooksul tehtud töö $= \frac{780 . 2 . 60}{60} = 1560$ m kg. Seega on masina võimsus 1560 $\frac{\text{m kg}}{\text{sec}}$ ehk $\frac{1560}{75} = 20{,}1$ HP. Sellest võimsusest läheb ligi 30% masina osade hõõrumise peale kaduma; seega on masina kasulik võimsus umbes $0{,}7 . 20{,}1 \approx 14$ HP.

Et auru rõhumine kannu peale ühe käigu jooksul muutub (p. 6), siis on keskmine rõhumine alati tuntavalt väiksem kui auru rõhumine katlas. Tema suurus oleneb muu seas sellest, kui palju auru iga käigu juures silindrisse lastakse (p. 6). Praktikas mõõdetakse rõhumist silindris viimasega ühendatava väikse silindrikesega, n. n. indikaatoriga, mille kann automaatselt üleskirjutab auru rõhumise kannu käigu pikkusel. Saadud aurudiagrammi järele võib siis välja arvata keskmise rõhumise ning viimasest aurumasina võimsuse.

§ 40. **Auruturbiin.** Viimasel ajal tarvitatakse aurumasina asemel tihti auruturbiini, millel ühtlasem ja rahulikum käik kui aurumasinal, mis palju vähem ruumi tarvitab ja mille liikuvad osad ainult tiirlevad, nii siis vähem kuluvad kui edasi-tagasi

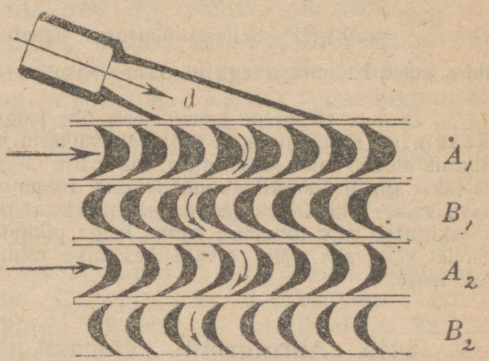
liikuvad aurumasina osad. Joon. 299 kujutab De Lavali auruturbiini printsiipi. Suure rõhumise all juhitakse aur katlast järk-järgult laienevatesse torukestesse d (millest üks on joonistusel läbipaistvana kujutatud). Jõudes toru laienevasse ossa paisub aur, sest et voolava auru ruumala seda suuremaks muutub, mida suuremaks saab toru avause läbilõige. Paisumisel omandavad aurujaokesed ülisuure kiiruse ja voolavad teatud kindlas sihis suure ratta labidakeste vahele. Viimased on rõngana ümber terasratta asetatud ja tuletavad oma kujuga meele vastavaid veeturbiini labidaid. Aur põrkub labidakeste kõverate pindade vastu ja tõukab sellega ratta võlli w — w ümber tiirlema. Ratast ümbritseb kinnine kere, mille sisemise ruumi ta kaheks eraldatud kambriks jaotab. Tagumine kamber on ühenduses hariliku kondensaatoriga, kus aur kondenseerub, nii et selles kambris rõhumine alla atmosfääri hoidub. Labidakeste vahel tulev aur satub nii siis ruumi, kus vasturõhumine väga väike on.



Joon. 299.

De Lavali turbiinis voolab aur ülisuure kiirusega rattasse, mille tagajärjel ratas liiga kiirelt tiirlema peab (3000—15000 tiiru minutis). Et tiirude arvu vähendada, kasutatakse sellepärast teistes turbiinides kogu aururõhumine mitte ühesainsas rattas, vaid mitmes, ühisele võllile kinnitatud rattas. Seda võib teostada kahe printsiibi põhjal:

a) Tiirleva ehk n. n. töötava ratta labidakesed seatakse nii, et nendes mitte terve aurukiirus ei hävine, vaid ainult teatud osa temast. Aur tuleb siis veel ikka suure kiirusega rattast A_1 välja: ta juhitakse läbi vastupidi kõverate kanaalide B_1 (joon. 300) teise töötavasse rattasse A_2. Nimetatuid kanaale moodustavad rõngasarnaselt turbiini kere külge kinnitatud paigalseisvad labidakesed (juhtiv ratas), mis aurule jällegi tema esialgse sihi (d) annavad. Teises töötavas rattas kaotab aur veel ühe osa omast kiirusest, voolab siis teise juhtivasse rattasse B_2, muudab seal oma sihti, satub kolmandasse töötavasse rattasse jne., kunni kogu auru kiirus ära on kasutatud. Kõik töötavad rattad asuvad ühisel

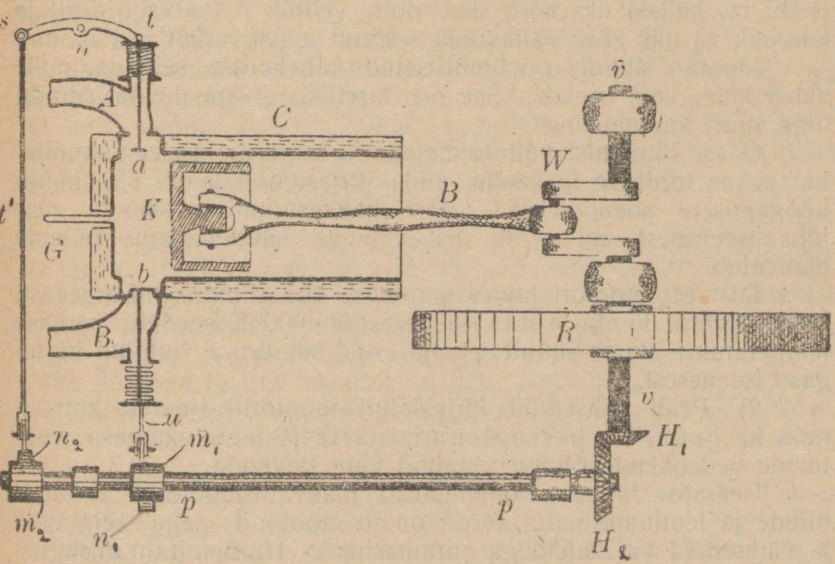


Joon. 300.

võllil; igaüks nendest pärib aurult ainult ühe osa tema kiirusest, mille tõttu võll aeglasemalt tiirleb.

b) Turbiini kere jagatakse kambriteks, milles auru rõhumine astmete kaupa väheneb. Aur satub läbi eelpool nimetatud torukeste d esimesse kambrisse, paisudes torus kunni tema rõhumine esimeses kambris valitseva rõhumiseni alaneb (näiteks 9 atm.—7 atmosfäärini). Väiksemal paisumisel omandab aur torus d ka väiksema kiiruse ja tõukab esimeses kambris asuva töötava ratta vastavalt aeglasemalt tiirlema. Nüüd juhitakse 7 atm. rõhumisega aur läbi torudele d sarnaste kanaalide teise kambrisse, kus näiteks rõhumine 5 atm. valitseb. Aur omandab paisudes uuesti suurema kiiruse ja tõukab teises kambris seisva töötava ratta tiirlema. Üleminnes kolmandasse kambrisse (2—3 atm,) kiireneb aur jällegi, annab oma kiiruse III töötavale rattale jne., kunni kogu aururõhumine ära on kasutatud. Et kõik rattad nüüd aeglasemalt tiirlevad, siis tiirleb ka nende ühine võll aeglasemalt. On ka võimalik mõlemaid printsiipe ühendada. Siis tuleb igasse kambrisse mitu töötavat ratast asetada, nii et iga kamber sarnane on iseseisvale, printsiibi a järele ehitatud turbiinile, milles aga ainult osa aururõhumisest ära kasutatakse. Muidugi teada peavad ka siin kõik töötavad rattad ühisel võllil seisma.

§ 41. **Plahvatusmootorid.** 1) Neljataktilises gaasimootoris (joon. 301) kasutatakse mingi kergesti süütuva gaasi ja õhu segu plahvatusel tekkivat suurt rõhumist selleks, et silindris C seisvat kannu K edasi tõugata. Kannuga ühendatud vän-



Joon. 301.

taja B kannab plahvatuse rõhumise — samuti kui aurumasina juureski — mootori peavõllile v—v.

Masin töötab järgmiselt: a) käimalaskmisel pöördakse vähe hoogratast R, nii et kann paremale poole liigub ja et ta kütteaine, näiteks valgustusgaasi ja õhu segu läbi toru B—b silindrisse imeb. Väljavoolu ventiil a seisab selle juures kinni.

b) Edaspidisel pööramisel liigub kann jällegi tagasi; sissevoolu ventiil b sulub toru B ja gaasisegu surutakse silindri põhjas kokku. c) Sel silmapilgul, kui kann parajasti kõige sügavamal silindri sees on (surnud punkt), lastakse gaasi sees väike elektrisäde tekkida, mille abil gaas süütub ja plahvatub. Tekkinud kuumad gaasid suruvad kannu suure jõuga tagasi, missugune töö üle kandub masina võlli peale (töö periood). d) Päritud hooga tiirutab hoogratas võlli edasi ja surub kannu uuesti silindrisse; ventiil a avab väljavoolu toru Aa ja ärapõlenud gaas voolab välja õhku. Nüüd kordub terve sündmustik uuesti, ainult selle vahega, et enam tarvis ei ole hoogratast pöörata, vaid et ta ise plahvatusest saadud hooga edasi tiirleb: Alguses avab ventiil b sissevoolu toru, kann imeb gaasisegu silindrisse, surub tema siis kokku, gaas plahvatub ja annab masinale uut hoogu jne. Me näeme, et mootor ainult iga neljanda käigu (takti) juures uue töövõimulise tõuke saab, sellest nimetus neljataktiline.

Ventiilide a ja b liikumist korraldab võll p—p, mis hammasrataste H_1 ja H_2 abil ühenduses on peavõlliga. Rattad on nii valitud, et võll p peavõlli 2 tiiru ajal ühe terve tiiru teeb. Kannu K kahe edasi-tagasi käigu ajal avab nii siis kumerik n_1 (seibi m_1 külles) üks kord sissevoolu ventiili b (varva u abil) ja kumerik n_2 üks kord väljavoolu ventiili a (varvade t' ja t kaudu).

Mootori silinder on ümbritsetud kahekordse seinaga, mille vahel külm vesi voolab. See on tarvilik, et ära hoida silindri liiga suurt kuumenemist.

Gaasi süütamist võib toimetada ka silindriõõnsusega ühendatud peene torukese G kaudu, mida väljastpoolt lambi abil kunni hõõgamiseni soendatakse. Gaasi kokkusurumisel soeneb gaas juba iseenesest, nii et ta siis kuumas süütamistorus põlema plahvatub.

Dieseli mootori juures surutakse õhk silindris nii tugevasti kokku (kunni 35 atm.), et ta iseenesest üle 600° C soeneb; sarnase temperatuuri juures süütub parajal ajal silindrisse juhitud küttegaas iseenesest.

2) Peale gaasi võib kirjeldatud mootorite juures kütteaineks ka bensiini, petrooleumi, nafta ja teiste kergesti süütuvate vedelikkude õhuga segatuid aure tarvitada.

Iseäralise tähtsuse omandavad plahvatusmootorid automobiilide ja lennumasinate juures, on ju mootorid palju kergemad ja väiksemad kui kateldega aurumasinad. Harilikult on niisugustel plahvatusmootoritel mitu silindrit, mille töö vaheldamisi ühe ja sama võlli peale kandub.

§ 42. **Mekaanilise soojusteooria ehk termodünaamika põhiseadused.** 1) Mekaanilise töö ja soojuse üheväärisuse (§ 37) tagajärjel saab mekaanikas leitud energia alalhoiduvuse ehk hävimatuse seadus (II §26) palju üleüldisema sisu: seal kus mekaaniline töö nähtavasti kaduma läheb, moondub ta soojuseks, viima-

sest võib ta omakord mõneks teiseks energiaks, näiteks valguseks, elektriks või keemiliseks energiaks moonduda, mille kogusumma alati ühevääriliseks jääb „kaduma läinud" mekaanilise tööga. Söes või puus peituv (potentsiaalne) keemiline energia muutub näiteks põlemisel soojuseks. Selle soojusega sünnitatakse veeauru, mille (potentsiaalset) rõhumisenergiat aurumasinas mekaaniliseks energiaks võib moondada. Dünamomasinas moondub viimane elektriks, millest me valgust ja soojust saame, millega mootorid käima võime panna jne. Kui tähele panna kõiki „kaotusi", näiteks masinate hõõrumisel soojuseks muutunud tööd, õhku laialilagunenud soojust jne., siis ei lähe puu põlemisel saadud soojusest midagi kaduma: üks osa temast jäi soojuseks, teine osa muutus tööks, elektriks ja valguseks. Kui kõiki saadud energiaid arvesse võtta, siis leiame, et nende summa ühevääriline on põlemisel saadud soojuse hulgaga. Selle põhjal formuleeris Clausius seaduse: maailma energia on konstant. Eriti soojuse jaoks tarvitatult, järgneb sellest termodünaamika esimene põhiseadus: **Energia on hävimatu nagu mateeriagi, teda ei saa me luua ega hävitada; ta võib aga ühelt kehalt teisele üle minna ja ühest energiavormist teiseks moonduda.**

On näiteks teatud auruhulga soojusehulk Q_1, ja juhitakse see aur aurumasinasse, siis läheb temaga kondensaatorisse või õhku teatud soojusehulk Q_2, mis väiksem on kui Q_1. „Kaotsi läinud" soojus $Q_1 - Q_2$ peab ülevalnimetatud seaduse järele mõneks teiseks energiaks, praegusel juhusel mekaaniliseks tööks muutunud olema, mille suurus W peab võrduma

$$W = 427\ (Q_1 - Q_2).$$

2) Katsed näitavad, et soojus küll kuumemast kehast külmemasse läheb, kunagi ei näe me aga ümberpöördud nähtust. Clausius tõestas teoreetiliste juurdlustega, et **soojus iseenesest kunagi külmemast kehast kuumemasse üle ei võigi minna, olgu siis, et me selleks mekaanilist tööd kulutame.** Külmetamis-masinas (§ 31$_4$) kandub näiteks küll soojus külmast külmetamis-anumast soojemasse jahutajasse, kuid selleks peab kompressor töötama, milleks energiat kulub. Nimetatud Clausiuse printsiibis sisaldubki termodünaamika teine põhiseadus.

Temast järgnevad tähtsad järeldused: Tahame mõnes masinas soojust mekaaniliseks tööks muuta, siis on see ainult võimalik, kui soojus „läbi masina" ühest kehast, näiteks aurukatlast, üle läheb teise — kondensaatorisse. Clausiuse printsiibi järele sünnib see ainult siis, kui esimese keha (katla) temperatuur kõrgem on kui teise (kondensaatori) oma. **Igas soojusjõumasinas muutub nii siis kõrge temperatuuriga soojus madalama temperatuuriga soojuseks, ja ainult võrdlemisi väike osa soojusest moondub tööks.**

Peitugu katlast tulevas auruhulgas soojus Q_1 temperatuuri T_1 juures (absol.), kondensaatorisse mingu sellest soojushulk Q_2

temperatuuriga T_2, siis on masinast saadud töö $W = 427\,(Q_1 - Q_2) = 427\,Q_1\left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right)$. Et auru mass nii katlas kui kondensaatoris ühesuurune on, siis järgneb §* 11_2:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

ja $W = 427\,Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = 427\,Q_1\frac{T_1 - T_2}{T_1}$.

Seega oleneb tööhulk, mida me soojusest saada võime, ainult temperatuuri vahest $T_1 - T_2$, vaatamata selle peale, missuguse masinaga me töötame. Leitud formul kujutab seda energiaosa, mida kogu soojusenergiast (Q_1) mekaaniliseks tööks võib moondada. Puudulikud masinad annavad harilikult ainult teatud osa sellest tööst, mida nad nimetatud formuli järele anda võiksid.

On näiteks katlas rõhumine 4,5 atm, siis on auru temperatuur seal $150^0\,C = 150 + 273 = 423^0$ absol. Kui kondensaatoris vasturõhumine on 40 mm, siis vastaks see temperatuurile $+ 34^0\,C = 34 + 273 = 307^0$ absol. Tööks muuta võime käepäralt olevast soojusest Q_1 sarnastel tingimustel

$$W = 427\,Q_1\,\frac{423 - 307}{423} = 427\,Q_1 \times 0{,}274.$$

Kogu käepäralt olev soojushulk Q_1 on üheväärtiline tööga $427\,Q_1$, järelikult võime temast tööks muuta ainult

$$\frac{427 . Q_1 . 0{,}274}{427\,Q_1} = 0{,}274 \text{ jao, ehk } 27{,}4\,\%,$$

mis umbes $^1/_4$ tervest soojusenergiast on, kuna $^3/_4$ temast kondensaatorisse madalama temperatuuriga soojusena läheb. Suuremal aururõhumisel katlas suureneb ka nimetatud %. Ta jääb aga alati väiksemaks kui 100 %, nii et me tervet soojusenergiat kunagi ära kasutada ei saa.

3) Tööd võime hõõrumise, tõuke jne. kaudu täieliselt soojuseks muuta, soojust aga võime ainult osalt tööks moondada. Töö on sellepärast meile kasulikum energia, — me võime teda oma tahtmise järele tervelt kas üheks või teiseks energiaks muuta. Energiad ei ole nii siis mitte üheväärtuslikud; töö on näiteks, väärtuslikum kui soojus. Et kõrge temperatuuriga soojus iseenesest muutuda võib madalama temperatuuriga soojuseks ja mitte ümberpöördult, siis on ka esimene soojus väärtuslikum kui teine: me võime ju esimesest soojusest rohkem kasulikuks tööks moondada kui teisest.

Missuguse protsessiga me ka ei kasutaks soojust, missugusest protsessist ka ei võtaks soojus looduses osa, ikkagi muutub ta selle juures vähemalt osalt alamväärtuslikuks madala temperatuuriga soojuseks. Aurumasina kondensaatorisse tuleb näiteks alamväärtuslik madala temperatuuriga soojus, keha jahtumisel

muutub soojus niisama alamväärtuslikuks jne. **Kogu looduses valitseb tendents, et iga protsessi juures kõrgema väärtusega energia madalama väärtusega energiaks muutub.** Et energia väärtust kunstlikult tõsta, näiteks, et soojuse temperatuuri kõrgendada, peaksime mekaanilist või mõnda teist energiat kulutama, mille saamiseks me jällegi mõnda energiat alamväärtuslikuks peaksime muutma. Sellest järgneb, et kogu maailmas madala väärtusega energia hulk alatasa kasvab, ehk: **Maailma energia väärtus alaneb alatasa.** See seadus on tuntud nimetuse all „energia degradatsiooni ehk hajumise seadus" (Lord Kelvin). Ta ei ole maksev mitte ainult soojuse ja töö, vaid kõigi energiavormide kohta.

Lisa:

Soojuse nähtused atmosfääris (Meteoroloogia)

§ 43. **Õhu temperatuuri** mõõdetakse termomeetriga mingis päiksekiirtest kaitstud kohas.

Keskmist päevatemperatuuri moodustab näiteks iga tunni järele üleskirjutatud termomeetri-näitamiste keskarv. Ühe terve kuu päevade keskmised temperatuurid annavad keskmise kuutemperatuuri, kõigi kuude keskmised temperatuurid aga keskmise aastatemperatuuri.

§ 44. **Õhutemperatuuri kõikumise põhjused.** 1) Maakera saab oma soojuse päikselt. Päiksekiired tulevad läbi atmosfääri maakera pinnani ja muutuvad seal soojuseks. Alles maapinna soenemisel soeneb ka tema lähedal viibiv alumine õhukiht. Soe maapind saadab omakord soojuskiiri välja, mis selge taeva juures suuremalt jaolt läbi atmosfääri pääsevad ja ilmaruumi satuvad. Selle tõttu väheneb maapinna soojuse hulk — ta jahtub. Maapinna kui ka õhu temperatuur oleneb nii siis päikse ja maakera kiirgamiste tugevusest. Mõlemad kiirgamised on kõige tugevamad selge taeva juures. Päikse soendaval mõjul on ülekaal päeval, maakera soojuse väljakiirgamisel aga on ülekaal öösel. Sellepärast soeneb õhk päeval ja jahtub ühes maakera pealmise pinnaga öösel. Et pilved maakeralt tulevaid soojuskiiri tagasi heidavad (peegeldavad) siis ei pääse soojus maakeralt ilmaruumi ja maakera kui ka õhu jahtumine on pilves öösel väiksem. Päeval, kus ülekaal päiksekiirtel, takistavad pilved päiksekiirte teed maapinnale, mille tõttu soenemine väheneb ja õhutemperatuur madalamaks jääb kui selgel taeval.

Soojuse hulk, mida teatud koht maapinnal päikselt saab, oleneb sellest, kas langevad kiired perpendikulaarselt või längu

vaadeldud keha peale: Mida rohkem längu tulevad kiired, s. t. mida madalamal seisab päike, seda vähem soendavad nad maapinda (võrdle valgustusseadused, II köide, V jagu). Pealegi takistab ka selge atmosfääriline õhk päiksekiirte teed maapinnale, ja nimelt seda rohkem, mida pikem on kiirte tee läbi õhu, s. t. mida madalamal seisab päike. Järjelikult soeneb maapind kui ka õhk kõige rohkem ekvaatoril, kus päike kõige kõrgemale tõuseb; ta soeneb kõige vähem maakera nabadel, kus päike kõige madalamal.

Päikse seisust oleneb ka õhu temperatuuri kõrgus päeva jooksul: hommikul ja õhtul, mil päike madalal, on maakera soenemine väike ning õhu temperatuur madalam kui keskpäeval. Siiski on öö-päeva kõige soojem õhutemperatuur (maximum) kella 2—4 vahel ja mitte keskpäeval. Selle põhjuseks on, et õhk mitte otsekohe päiksekiirte läbi ei soene, vaid alles soenevalt maapinnalt oma soojuse saab; alles peale selle, kui maakera pind kõige kõrgema temperatuurini on jõudnud, hakkab ka õhk tagantjärele maksimaaltemperatuurini soenema.

Et maapind öö jooksul soojust ainult välja kiirgab, siis jahtub tema kui ka õhk kõige madalama temperatuurini (miinimum) hommikuks, vähe enne päikse tõusu.

Aasta jooksul seisab päike kõige kõrgemal 21 juunil; samuti nagu päeva jooksulgi, soeneb õhk aga alles mõni aeg hiljem maksimaaltemperatuurini; selle pärast on meil kõige soojem kuu juuli, mitte juuni. Niisama on meil kõige külmem kuu jaanuar, olgugi et päike juba 21 dets. kõige madalamal seisab.

2) Peale merede mõju (v. § 15$_4$), mängivad tähtsat osa veel mere voolud. Soe Golfstroom toob näiteks Euroopa lääne kallastele hulga soojust, mille tõttu nende maade õhutemperatuur kõrgem on kui samal laiusel seisvatel teistel maadel.

3) Koha kõrgus üle merepinna on ka mõõduandev õhu temperatuuri jaoks. Mida kõrgem on koht, seda külmem on tema õhk. Esimese 4000 m jooksul langeb temperatuur umbes 0,5° C võrra iga 100 m juures. Veel kõrgemates õhukihtides on temperatuuri langemine ülestõusmisel veel suurem. 10,5 km kõrgusel leitakse näiteks õhutemperatuur olevat —52° C.

Kõrgete mägede harjad on alati lumega kaetud, mis kunagi ei sulane. Selle n. n. igavese lume madalam piir on ekvaatoril 4500—5000 m üle merepinna; teistel laiustel vastavalt madalam.

Miks ülemised õhukihid külmemad on kui alumised, on arusaadav, kui silmas pidada, et õhk pea kogu oma soojuse maapinnalt saab, mitte otsekohe päiksekiirtelt.

4) Maakera sisemine soojus mõjub väga vähe õhutemperatuuri peale, sest et maakihid halvasti sooja juhivad. Samal põhjusel seisab temperatuur juba 25—30 m sügavusel maapinna all täiesti ühekõrgena nii suvel kui talvel. Sügavale maapinna sisse tungides, näiteks puuraukudes, kaevandustes, jne., tõuseb temperatuur iga 35 m kohta umbes 1° C võrra.

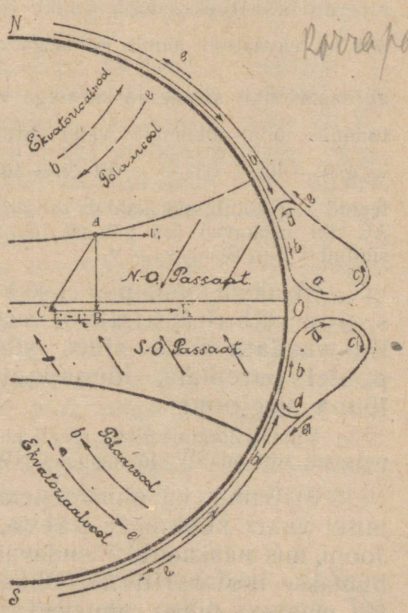
§ 45. **Soojuse jagunemine üle maakera pinna.** Kui maakeral mägesid, meresid ega maisemaid ei oleks, vaid kogu tema pind oleks ühtlane, siis peaks kõikidel kohtadel, mis ühel laiuskraadil asuvad, ühesugune keskmine aastatemperatuur olema. Tõepoolest kalduvad aga jooned mis maakaardil ühendavad ühekõrguse keskmise temperatuuriga kohti, — n. n. isotermid, tuntavalt kõrvale maakera laiuskraadidest. Niisuguse soojuse mitteühetaolise jagunemise põhjused on eelmises § nimetatud.

Iseäranis tuntavat mõju avaldavad isotermide peale merevoolud kui ka maisemaa ja merede vahekord: maakera põhjapoolele on koondatud suurem osa maisemaid, nii et lõunapool ühtlasemalt, peaaegu ainult meredega on kaetud; vastavalt näeme kaardil, et aasta isotermid lõunapoolel enam-vähem paralleelselt laiuskraadidele jooksevad, kuna nad põhjapoolel üsna korratult on sihitud.

2) Aasta kõige kuumema ja külmema kuu isotermid on jooned, mis ühendavad kohti ühekõrguse juuli ja jaanuari kuu keskmise temperatuuriga. Nad näitavad iseäranis ülevaatlikult temperatuuri kõikumist (aasta jooksul) maisemaadel ja meredel (meri- ja kontinentaalkliima, § 15_4).

Näide:	Temperatuur kõigub:	Seega üleüldse:
62° 2′ all seisab Jakutsk (Siberis), . . .	+16,7° kunni —42,1° C	58,8° C
64° 8′ „ „ Raykiavik (Islandis) . .	+11° „ — 1,0°	12,0° „
55° 45′ „ „ Moskva	+19,5° „ —11,6°	31,1° „
54° 43′ „ Königsberg	+17,0° „ — 4,2°	21,2° „

§ 46. **Õhurõhumise jagunemine üle maakera pinna; korralikud tuuled.** 1) Nagu nimetatud, on kogu maakeral kõige kõrgem õhutemperatuur ekvaatoril. Et soe õhk kergem on kui külm, siis tõuseb õhk ekvaatorilt üles kuna maapinda mööda põhjast ja lõunast külmem õhk (vool b — b, joon. 302) ekvaatori poole esimese asemele voolab. Üles tõusnud õhk jahtub kokkupuutumisel külmemate kõrgemate õhukihtidega, jaoti ka sellepärast, et ta üleval hõredas õhus paisub, mille jaoks soojust kulub (§ 37_3). Et ekvaatorile alt alatasa uut õhku juure voolab, siis ei lange üleval jahtunud õhk mitte otse ekvaatorile tagasi, vaid ta veereb ülevalt nagu mäeserva mööda põhja jalõuna



Joon. 302.

poole alla (vool c—c) Vähe kaugemal ekvaatorist, umbes 30 laiuskraadi kohal, langeb nimetatud vool nii võrd madalale, et maapinda mööda ekvaatori poole voolav külm õhk b—b teda osalt enesega kaasa kisub (vool d—d). Teine osa ülemisest voolust (e—e) liigub nüüd juba mööda maapinda edasi maakera nabade poole, kõrvuti vastupidiselt voolava külma õhuga b. 30 laiuskraadide ja ekvaatori vahel on nii siis 2 üks-teise peal seisvat õhuvoolu: alumist (b) nimetatakse passaadiks, ülemist (c) — vastupassaadiks. Passaat ja vastupassaat ei sega teine-teist vaid voolavad rahulikult ja ühtlaselt üks-teise peal; 30 laiuskraadi taga kõrvuti sattunud vastupidised õhuvoolud, n. n. polaarvool b ja ekvatoriaalvool e võitlevad alatasa üks-teisega, sünnitades korratuid ja muutlikka tuuli. (Muutlikkude tuulte piirkond.).

Ekvaatorilt ülestõusev õhk ei tundu tuulena, mispärast ümber ekvaatori tuulevaikus valitseb.

2) Kui maakera mitte ei tiirleks, siis oleks eelmise seletuse järele passaat-tuulte siht otse põhjast lõunasse ja ümberpöördult. Tõepoolest kaldub aga nimetatud tuulte siht maakera tiirlemise tagajärjel põhja-lõuna sirgjoonelt kõrvale.

Maapinna kiirus ümber telje on ekvaatoril 470 $\frac{m}{sec}$, laiusel 30^0 aga ainult 407 $\frac{m}{sec}$. Kujutame ette, et õhk 30^0 laiusel asuvast punktist A (joon. 302) silmapilkselt ekvaatorile, punkti B satuks: punktist A päritud hooga liiguks õhk ka ekvaatoril ainult kiirusega $v_1 = 407 \frac{m}{sec}$ ida poole, kuna maapind tema all samas sihis suurema kiirusega $v_2 = 470 \frac{m}{sec}$ edasi liiguks. Sarnasel puhul tunduks õhu liikumine valju ida-tuulena, mille kiirus oleks $v_2 - v_1 = 470 - 407 = 63 \frac{m}{sec}$. Et õhul tõepoolest punktist A punkti B jõudmiseks teatud aeg kulub, siis kaldub ta järk-järgult lääne poole. Tema tõelise kiiruse AC sihi määravad ära põhjast lõunasse sihitud kiirus AB ja idast läände sihitud kiirus $BC = v_2 - v_1$.

Maakera põhjapoolel kaldub passaat-tuul nii siis lääne poole, s. t. ta puhub sihist NO; vastavalt puhub lõuna passaat sihis SO: **Kui vaadata tuule sihis, siis kaldub tuul maakera põhjapoolel paremale, lõunapoolel aga pahemale poole põhja-lõuna sirgjoonest.**

Viimati formulecritud reegli järele leiame, et maakera põhjapoolel vastupassaadi siht on SW, lõunapoolel NW.

3) Samuti kui õhu temperatuuri juures, nii teeme ka õhurõhumisel vahet keskmise päeva, kuu ja aasta õhurõhumise vahel. Jooni, mis maakaardil ühendavad kohti ühesuuruse õhurõhumisega, hüütakse isobaarideks. Õhurõhumise üleüldise jagunemise kohta üle maakera pinna annavad ülevaatliku pildi aasta isobaarid.

Et ekvaatoril, ringi ümber terve maakera soe ja kerge õhk seisab, siis on aasta keskmine õhurõhumine ekvaatoril kõige

väiksem (õhurõhumise miinimum). Mõlemale poole ekvaatorist tõuseb rõhumine, ta on umbes 30 ja 40 laiuskraadi vahel kõige suurem (õhurõhumise maximum). Isobaarid aga ei jookse kunagi üsna paralleelselt laiuskraadidele, sest et kohalikud tingimused õhurõhumise peale tuntavat mõju avaldavad (maisemaad ja mered, õhu rõskus jne.). Suvel on näiteks maisemaade peal õhk soojem kui meredel, mille tõttu maisemaadel õhu miinimumid tekivad; talvel on seal õhk külmem, mille tagajärjeks on õhurõhumise maximumid jne.

§ 47. **Õhurõhumise perioodiline muutumine ja perioodilised tuuled.** 1) Kui õhurõhumise juhuslikud kõikumised liiga tuntavad ei ole, siis muutub baromeetri näitamine öö-päeva jooksul järgmiselt: kella 9 — 10 vahel hommikul ja õhtul on õhurõhumine kõige suurem; õhtupoole, kella 3 — 4 vahel ja hommiku vara — kõige väiksem. Meie juures on aga nimetatud kõikumine väike ja võib teda vaevalt tähele panna; ainult ekvaatoril avaldub ta selgesti.

Õhurõhumise nimetatud kõikumise põhjuseks on õhu soenemine ja tema rõskuse muutumine. Veeaur on kergem kui õhk; sellepärast tõuseb baromeeter, kui õhk kuivemaks muutub ja kui ta jahtub.

2) Päiviti perioodiliselt korduvate tuulte hulka kuuluvad rannas valitsevad merituuled. Et maa päeval rohkem soeneb ja öösel rohkem jahtub kui meri, siis on rõhumine päeval maal ja öösel merel väiksem. Sellepärast puhub rannas päeval jahe merituul ja öösel soe maatuul.

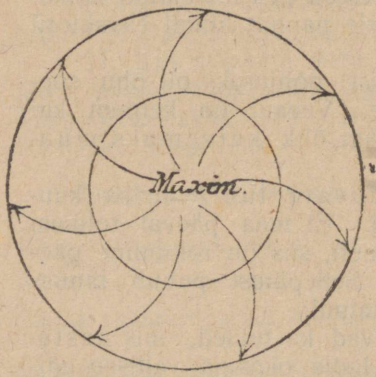
3) Samasugustel põhjustel tekivad ka tuuled, mis aastaaegadega perioodiliselt korduvad: India okeanis valitseb näiteks talvel alaline NO tuul (põhjapool ekvaatori), mille põhjuseks on Aasia kontinendi jahtumine talvel ja õhurõhumise maximumi tekkimine seal. Suvel puhub okeanil selle vastu alaline SW tuul, mis tingitud on Aasia maisemaa soenemise läbi. Need tuuled on tuntud nimetuse all monsuun.

4) Ka eelmises § kirjeldatud ekvatoriaalmail tuleb perioodilisi tuulemuudatusi ette: kuna kõige kuumem piirkond mitte alati otse ekvaatorile ei jää, vaid ühes aastaajaga vähe põhja- või lõunapoole nihkub, siis nihkub ka kogu tuulte süsteem (joon. 302) kas ühele või teisele poole ekvaatori. Mõned maakohad satuvad sellega passaat-tuule piirkonnast välja, nii et neil passaadi asemel järsku monsuun või koguni muutlik tuul võib ilmuda jne. Tuulte muudatus toob enesega kaasa üleüldist ilmamuudatust ja ongi põhjuseks nende maade aastaajade iseloomulikkudele ilmadele (vihma periood ja kuiv periood).

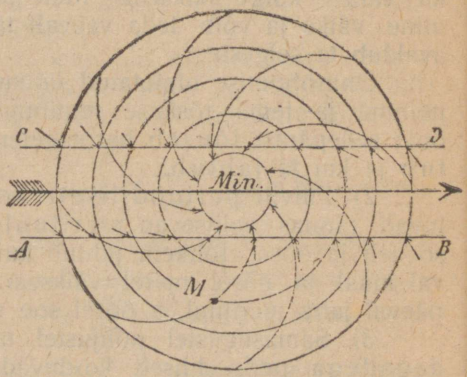
§ 48. **Juhuslikud tuuled; ilmakaardid; tuulekiirus.** 1) Soeneb õhk ainult väiksemal piirkonnal, siis tekib samuti kui ekvaatoril (§ 46) — selle koha peal õhurõhumise miini-

mum ja külmem õhk hakkab igalt poolt sesse piirkonda voolama (joon. 304). Tuul ei ole aga ka siin mitte otse radiaalselt õhurõhumise miinimumi poole sihitud, vaid ta kaldub § 46₂ nimetatud seaduse järele maakera põhjapoolel paremale poole nimetatud raadiusest. Et siiski õhurõhumise miinimumisse pääseda, pöördub tuul järk-järgult minimumi poole, nii et ta tee lõpuks joon. 304 näidatud kõverjoonelise kuju saab.

Seisab vaatleja M nii, et õhurõhumise miinimum pahemat kätt tema ees asub, siis puhub talle tuul seljatagant (Buys-Ballot'i reegel). Et õhk spiraali sarnaselt ümber miinimumi tiirleb, siis hüütakse miinimumi piirkonda ka tsükllooniks. Kui mingisugusel põhjusel ühe koha peal õhurõhumise maximum tekib, siis on sama seaduse järele tuule siht nii nagu seda kujutab joonistus 303 (antitsükloon).



Joon. 303.



Joon. 304.

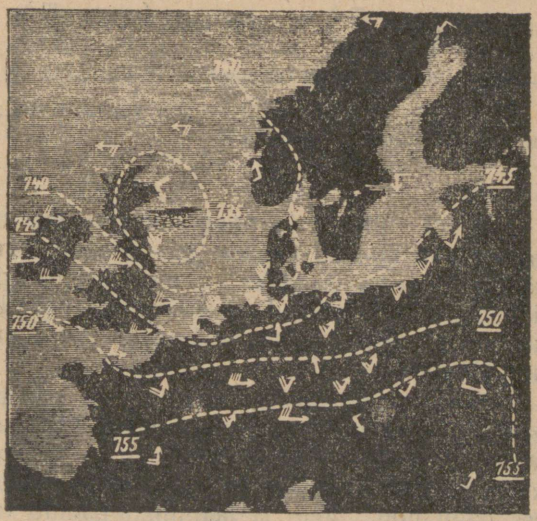
Lõuna pool ekvaatori on tuule kõrvalekaldumine otse vastupidine eelmisele.

Et miinimumi peal, kõrgetes kihtides õhk miinimumilt igale poole laiali voolab, siis asub iga tsüklooni peal üleval antitsüklooni sarnane õhuliikumine ja ümberpöördult, antitsüklooni peal tsüklooni sarnane liikumine.

2) Tsükloonid ei seisa ühe koha peal paigal, vaid nad liiguvad kiirusega 20—40 km tunnis edasi; selle juures on nende tee harilikult alati umbes üks ja sama. Näiteks tulevad tsükloonid Atlandi okeanilt suuremalt jaolt idasse. Läheb niisuguse tsüklooni keskkoht meist põhjapoolt mööda, siis on meil alguses O-tuul, peale selle S-tuul, siis W ja lõpuks N-tuul (võrdle tuulte sihti joonel AB, joon. 304).

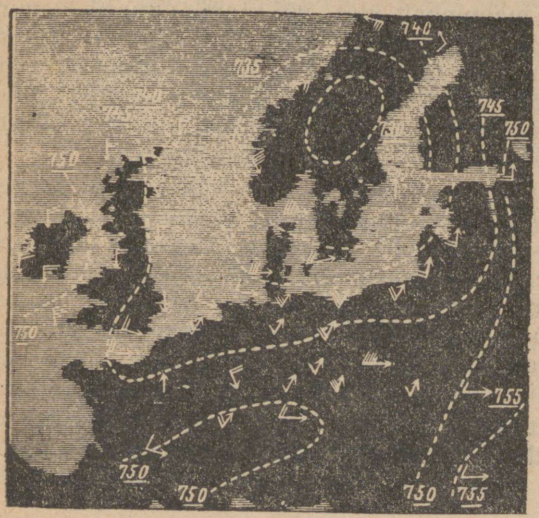
3) Tsükloonide edasiliikumist kujutavad ülevaatlikult ilmakaardid, mis igapäev kokku seatakse meteoroloogia jaamade andmete järele. Joonistusel 305 näeme näiteks õhurõhumise miinimumi piirkonda (735 mm) Inglismaa rannal. Tuule

sihti näitavad noolekesed lasevad selgelt äratunda tsükloonisarnast õhuliikumist ümber miinimumi. Järgmise päeva ilmakaardil (joonistus 306) näeme miinimumi juba rohkem ida pool, — Rootsi peal. Veel päev hiljem leiaksime ta Soome kohal jne.



Joon. 305.

Tundes tsüklooni harilikku teed, võime ette arvata, kus kohal ta järgmisel päeval võiks asuda. Sellega võime ka ette kuulutada, missugused tuuled meil valitsema saavad. Et tuultest oleneb sademete ja pilvetuse rohkus (v. järgmine §), siis on meil sellega võimalus antud ilma ettekuulutada, — kuigi see harilikult rohkem kui 24 tunni peale ette võimalik ei ole.



Joon. 306.

4) Tuule kiirus on seda suurem, mida suurem on õhurõhumise vahe kahe naaberpunkti vahel maakera pinnal; teiste sõnadega, mida lähemal üks-teisele seisavad mitmesuurust rõhumist kujutavad isobaarid. Kaartidel kujutatakse tuule kiirust läbi noolekeste saba tõmmatud põikjoonte arvuga, kusjuures suurem põikjoonte arv kiiremat tuult kujutab. Me näeme näiteks ilmakaardil joonistus 305, et isobaarid 735 mm ja 740 mm kõige lähemal teine-teisele on kesk Inglismaad, tõepoolest näitab ka nooleke, et selles kohas tugev läänetuul valitseb; kõige kaugemal üks-teisest seisavad samad isobaarid Norra lõunapoolses osas, kus tõepoolest ka ainult nõrk lõunatuul puhub.

Maisemaadel märgitakse tuule kiirust tihti 6-e astmelise tabeli põhjal, kus 0 tähendab peaaegu täielist tuulevaikust (kiirus kunni 0,5 $\frac{m}{sec}$), 2—keskmist tuult (4—7 $\frac{m}{sec}$), 4—kõva tuult (11—17 $\frac{m}{sec}$), 5—tormi (17—28 $\frac{m}{sec}$), ja 6—kõige kõvemat tormi (orkaan), mille kiirus üle 28 $\frac{m}{sec}$.

Meredel on tuule kiirus suurem kui maisemail; merel tarvitatakse harilikult 12-ne astmelist tuuleskaalat.

§ 49. **Pilved ja sademed.** 1) Kui õhu temperatuur alla kastepunkti (§ 29_2) langeb, siis tiheneb temaga segatud veeaur väikseteks veepiiskadeks ja moodustab udu ning pilvi. Auru tihenemist hõlbustavad õhus hõljuvad peenikesed tolmu- ja suitsukübemed, mispärast suurte linnade (London) peal iseäranis tihti udu ilmub.

Sügisel on niiskel maal suvelt päritud soojuse mõjul veel võrdlemisi kõrge temperatuur, mille tõttu veest palju auru tekib. Ruttu jahtuv kuiv maapind (§ 15_3) jahutab õhtuti ja hommikuti intensiivselt õhku; aur tiheneb ja tekitab maapinna läheduses palju udu. Vee- ja jääpinnal näeme vahest udu ka siis, kui peale kõvemat külma järsku sula tuleb: Soe, auruga küllastatud õhk jahtub kokku puutudes jää ja külma veega ning tiheneb.

2) Tõuseb udu maapinnalt üles, või sünnib auru tihenemine kõrgemates õhukihtides, siis tekivad pilved. Tihti on pilvede tekkimise põhjuseks soojalt maapinnalt ülesvoolav rõske õhk, mis ülemates külmades õhukihtides jahtub. Iseäranis suured pilvekogud sünnivad niiviisi tsükloonide keskpunktis, kus siis pilvede tekkimine suvel harilikult ühendatud on piksevihmaga.

Pilvi moodustavad veepiisad on väga väikesed ja kerged; nad langevad selle tõttu õhus ainult väga aegamööda. Pealegi satub niisugune veepiisk allapoole langedes harilikult maapinna ligidal seisvasse soemasse, auruga mitte küllastatud õhku; üks osa piisast aurub ära, kusjuures tekkinud aur sfäärilise kattena piiska nagu tuuma ümbritseb. Et aga aur kergem on kui õhk, siis tõstab see aurukate piisa jällegi üles külmemasse õhku, kus ta uuesti tiheneb. Nii viibib pilv kõrgel ülevel, ilma et ta langeks.

Juhtub aga, et ka maapinna lähedal õhk küllastatud on auruga, siis langevad pilve veepiisad ilma aurumata alla poole ja ei tõusegi enam üles: maapinnale langeb ülevalt siis udu, vihm või lumi.

3) Seisavad veepiisad pilves väga tihedalt koos, siis ühinevad nad langedes soojas rõskes õhus suuremateks vihmatibadeks. Viimased kasvavad seda suuremaks, mida pikem on nende tee maapinnani. Külmas õhus hanguvab vihmatibakesed juba üleval jäänõelteks, mille külge siis langemisel vähemad tibad külmavad ja mis niiviisi sümmeetrilisi ilusaid lumekübemeid moodustavad.

Järsu temperatuurimuudatuse juures võivad veepiisad pilves suuremateks jäätükikesteks kokku külmada, mis rahena alla langeb.

Sademete hulka mõõdetakse sellekohaste, laia avausega anumate abil, millesse sademed langevad; vihm, sulanenud lumi jne. voolab anuma põhja, kus tekkinud veehulga ruum-ala kerge on mõõta. Tundes anuma avause pinda, võime selle põhjal välja arvata, kui paksu kihina mahalangenud vesi maapinda kataks oletuse juures, et vesi ei ära voolata ega ära aurata ei saa. Nimetatud kihi kõrgus ongi mõõduks vaatlemise kohas langevale sademete hulgale.

4) Kaste tekib aurust, mis öösiti ruttu ära jahtuvate külmade kehade, näiteks heinakõrte, lehtede jne., külge puutudes veepiiskadeks tiheneb. Nimetatud kehad on halvad soojuse juhid; nad saavad sellepärast maapinnalt ainult vähe soojust juure, kiirgavad aga öösiti teda selle peale vaatamata välja ja jahtuvad nii siis külmemaks kui maapind. Kui soojuse väljakiirgamist mõne varjuga vähendada, siis ei ole jahtumine nii suur ja kaste ei ilmu ka heina peal mitte: pingi all, sügaval põõsa all jne. ei teki kastet. Niisama on kaste väiksem pilves taeva ja suitsu juures, mis ka soojuse välja kiirgamist takistavad. Jahtuvad kehad alla 0°, siis külmab kaste ja muutub härmatiseks.

5) Pilvetus ja sademete rohkus oleneb tuultest ja nende sihtidest. Sellepärast muutub ilm iga tsüklooni möödaminekul. Näiteks on meil lõunatuuled alati soojad, toovad enesega harilikult õhurõskust kaasa, mille tagajärjeks sademed võivad olla. Idatuuled tulevad üle maisemaa, on sellepärast kuivad ning suvel soojad, talvel külmad. Läänetuuled tulevad merelt, on suvel jahedad, talvel pehmed ja harilikult rõsked. Läheb tsükloon põhja poolt meist mööda, siis ilmub § 48_2 järele peale kuiva idatuule peagi rõske lõunatuul (baromeeter langeb tsüklooni lähenemisel), mis enesega pilvi ja vihma toob. Hakkab tsükloon meist mööda jõudma, siis pöördub tuul läände, mille tagajärjeks tihti veel suuremad vihmad on (baromeeter aga hakkab tõusma). Varsti peale selle pöördub tuul põhja, õhu temperatuur langeb, rõskus väheneb ja pilvetus kaob; tuul jääb vaiksemaks, sest et tsükloon juba kaugemal on, — ja baromeeter tõuseb.

Tabelid.

I.

Kõvade kehade erikaal grammides kubiksentimeetri kohta (temperatuuril 0° C):

Plaatina	21—22	Marmor	2,8
Kuld	18,9—19,2	Flintklaas	3,3—3,78
Tina	11,35	Kroonklaas	2,5
Hõbe	10,5	Väävel	2,0
Vask	8,9	Telliskivi	1,6
Nikkel	8,9	Jää	0,917
Raud, teras	7,6—7,8	Vaha	0,97
Ingtistina	7,29	Parafiin	0,88
Tsink	7,1	Tammepuu	0,7
Alumiinium	2,58	Kuusepuu	0,5
Grafiit	2,3	Kork	0,24
Naatrium	0,98		

Vedelikkude erikaal g/cm³ temperatuuril 15° C:

Elavhõbe	13,59	Petrooleum	0,8
Vesi	1,0	Alkohol (abs.)	0,79
Väävelhape (konts.)	1,83	Bensiin	0,7
Terpentiin	0,87	Eeter	0,717

Gaaside erikaal ja tihedus.

	Tihedus võrdlemisi õhuga.	Tihedus võrdlemisi vesinikuga.	Erikaal grammides cm³ kohta, rõhumisel 760mm ja temperatuuril 0° C.
Õhk, atmosfääriline	1,0	14,386	0,001293
Hapnik	1,1056	15,90	0,001429
Lämmastik	0,9721	13,91	0,001251
Vesinik	0,0695	1,0	0,000090
Kloor	2,49	35,2	0,00322
Süsihape	1,52	21,86	0,001977
Valgustusgaas (umbes)	0,5	7,2	0,00065

II. Baumé-kraadide tähendus.

Baumé kraadid:	50	40	30	20	10			
Tihedus:	0,778	0,824	0,875	0,933	1,0.			
Baumé kraadid:	0,0	10	20	30	40	50	50	70
Tihedus:	1,0	1,077	1,167	1,273	1,40	1,555	1,750	2,00

III. Psükromeeter-tabel.

Kuiva ja märja termomeetri näitamise vahe:	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°
°C	Relatiivne rõskus protsentides											
−10	100	66	32									
− 9	100	68	37									
− 8	100	70	41									
− 7	100	72	44	18								
− 6	100	74	48	23								
− 5	100	75	51	27								
− 4	100	77	54	32	10							
− 3	100	78	56	35	15							
− 2	100	79	59	39	20							
− 1	100	80	61	42	24							
0	100	81	63	45	28	11						
1	100	83	65	48	32	16						
2	100	84	68	51	35	20						
3	100	84	69	54	39	24	10					
4	100	85	70	56	42	28	14					
5	100	86	72	58	45	32	19	6				
6	100	86	73	60	47	35	23	10				
7	100	87	74	61	49	39	26	14				
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7			
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11			
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5		
11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8		
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11		
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14	6	
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9	
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20	12	5
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22	15	8
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24	17	10
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20	13
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29	22	15
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24	18
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32	26	20
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28	22
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36	30	24
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31	26
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38	33	27
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34	29
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41	36	30
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37	32
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43	38	33
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39	34

Kuiva termomeetri näitamine

Läbi kuiva termomeetri näitamisele vastava kraadide arvu tõmmatud horisontaaljoonel seisavad relatiivse rõskuse %°C, mis vastavad nende peal (ülemises reas) seisvatele mõlema termomeetri-näitamise vahedele.

IV. Aatomkaalud. H = 1.

Alumiinium . .	Al	26,9	Kuld	Au	195,7
Antimoon . . .	Sb	119,3	Liitium	Li	6,95
Baarium . . .	Ba	136,4	Lämmastik . .	N	13,9
Boor	B	10,9	Maagnium . .	Mg	24,6
Broom	Br	79,3	Mangaan . . .	Mn	54,5
Elavhõbe . . .	Hg	198,5	Naatrium . . .	Na	22,8
Fosfor	P	30,8	Nikkel	Ni	58,3
Fluoor	F	18,9	Plaatina . . .	Pt	193,5
Hapnik . . .	O	15,9	Raud	Fe	55,9
Hõbe	Ag	108	Süsinik	C	11,9
Inglistina . . .	Sn	118,1	Tina	Pb	206,5
Jood	J	126	Tsink	Zn	64,9
Kadmium . . .	Cd	111,5	Uraan	U	236,7
Kaalium . . .	K	38,6	Vask	Cu	63,1
Kaltsium . . .	Ca	39,7	Vesinik	H	1,0
Kloor	Cl	35,2	Väävel	S	31,8
Kroom	Cr	51,7			

Esimese köite sisu.

Esimene jagu:

Sissejuhatus.

§ 1. Füüsiline keha, mateeria. Ühtlane ja mitteühtlane füüsiline keha. Välisilm ja subjektiivsed tunded 7

§ 2. Loodusteadused; füüsika ja keemia. Füüsika ja teiste loodusteaduste ülesanded 8

§ 3. Füüsika käsitusviis. Vaatlus ja katse. Mõõtmine ja seadus; mõõtmise absoluutne ja relatiivne viga. Hüpotees ja teooria. 9

§ 4. Kehade olulised omadused. Ulatavus. Läbitungimatus. Jagatavus. Poorsus. Kaaluvus; loodlaud ja vaaderpass. 11

§ 5. Füüsilised suurused ja nende mõõtüksused 14

§ 6. Pikkuste mõõtmine. Pikkusüksused; meridiaani pikkuse mõõtmine; meetriline mõõdusüsteem. Skaala; noonius; varbsirkel; mikromeeter 14

§ 7. Pinna ja ruumi mõõtmine. Pindüksused. Ruumüksused. Mõõtklaas 18

§ 8. Kaal ja kaalumine. Kaalüksused; kaalupommid; kang- ja vedrukaal 20

§ 9. Erikaal ja tihedus 21

§ 10. Erikaalu äramääramine. Korrapärase kujuga kehad. Mistaheskujuliste kehade ruumala mõõtmine kaalumise abil. Vedelikkude erikaalu määramine; püknomeeter. 22

§ 11. Keha kaalu, ruumi ja erikaalu vahekord. Näited. 24

§ 12. Füüsiliste suuruste nimetused . . 24

§ 13. Aeg. Ajaväldete võrdsuse mõiste; liiva-kell; aegüksused. Päikse- ja tähepäev 25
§ 14. Aggregaat-olekud. Kolme aggregaat-oleku iseäraldused. 26

Teine jagu:

Mekaanika.

Peatükk I: Üleüldine mekaanika.

§ 1. Seletused. 28
§ 2. Ühtlane liikumine. Tema kiirus ja kiirusüksus; liikumisaeg ja teepikkus. Näited. . . . 28
§ 3. Vektorid. Kiiruste graafiline kujutamine. 30
§ 4. Inertsus. Newtoni I seadus. Mõned, inertsusega seletatavad nähtused 31
§ 5. Mitteühtlane liikumine; keskmine ja tõeline kiirus. Kiirendatud ja aeglastatud liikumine. Mitteühtlase liikumise kiirus tema tee antud punktis. Keskmine kiirus. Tõeline kiirus kui piirarv, millele läheneb keskmine kiirus, kui ajavälde läheneb nullile 33
§ 6. Ühtlaselt kiirendatud liikumine. Tema kiirendus. Kiiruse ja kiirenduse vahekord. Tee pikkus. Algkiirusega liikuva keha ühtlaselt kiirendatud liikumine. 35
§ 7. Ühtlaselt aeglastatud liikumine. Tema formulid. 38
§ 8. Keskmine ja tõeline kiirendus (aeglastus). Tõeline kiirendus kui lõpmata väikese ajavälte keskmise kiirenduse piirarv. 38
§ 9. Tuletatud formulid ühtlaselt kiirendatud ja aeglastatud liikumise jaoks. Näited. 39
§ 10. Vaba langemine: Atwoodi masin; langemisseaduste leidmine tema abil. Kehade langemine õhutus ruumis. Langemisformulid ja langemise kiirendus. Näited. 41
§ 11. Vaba langemine õhus. Õhu takistus . . 46
§ 12. Liikumiste, kiiruste ja kiirenduste liitmine ning lahutamine. Liikumiste paralleelogrammi seadus; sirgjooneliste ühtlaste ja ühtlaselt kiirendatud komponentliikumiste re-

sultantliikumine; ühtlaselt ja mitteühtlaselt kiirendatud liikumise resultantliikumine. Kiiruste paralleelogrammi seadus. Kiirenduste paralleelogrammi seadus. Teede, kiiruste ja kiirenduste lahutamine 47

§ 13. Vertikaalselt visatud keha liikumine. Vertikaalselt alla ja üles visatud keha liikumine. Formulid. 50

§ 14. Horisontaalselt visatud keha liikumine. Tee kuju. Liikumisformulid. Horisontaalselt visatud ja vabalt langeva keha langemisaegade võrdsus 53

§ 15. Längu visatud keha liikumine. Längu üles visatud keha liikumistee. Visketee võrrand: tõusunurk, tõusuaeg, viskekaugus. Längu alla visatud keha liikumine. Näited. 55

§ 16. Jõud. Mõju ja vastumõju. Jõud, tema mõõtmise printsiip ja praktiline üksus. Mõju ja vastumõju seadus. 60

§ 17. Jõud ja mass. Massi mõõtmise printsiip; massi ja kiirenduse vahekord. Jõu ja kiirenduse vahekord. Massi ja jõu vahekord. Seaduste katseline tõestamine Atwoodi masinaga. . . . 61

§ 18. Mass- ja jõudüksused. Mõõdusüsteemid. Masside võrdsus; praktilise mõõdusüsteemi massüksus. Massi, kiirenduse ja jõu vahekorra matem. avaldus. Näited. Massi mõõtmine kaalumise kaudu. Praktilise mõõdusüsteemi massüksuse ja kilogramm-massi vahekord. Absoluutne mõõdusüsteem, tema mass- ja jõudüksus; düüni ja gramm-jõu vahekord. Näited. . . 64

§ 19. Tihedus kui ruumüksuse mass 68

§ 20. Jõudude graafiline kujutamine. Rakenduspunkti ümberpaigutatamine. 68

§ 21. Tasakaal; resultantjõud ja tasakaalustav jõud. 69

§ 22. Ühe punkti peale mõjuvate jõudude liitmine. Jõudude paralleelogrammi seadus. Ühtepidi ja vastupidi sihitud jõudude liitmine. Jõuparalleelogrammi katseline tõestamine. Mitme, ühe punkti peale mõjuva jõu liitmine. Liitmise arvestus. Näited. 69

§ 23. Jõu lahutamine komponentjõududeks. Lahutamine juhustel, kus tuntud on mõ-

lema komponentjõu siht, ühe komponentjõu suurus ja siht ning mõlema komponentjõu suurus. Jõudude lahutamise tarvilikkuse näited. Mitme jõu liitmine nende ühesihiliste komponentjõudude kaudu 73

§ 24. Liikumise takistused. Hõõrumine. Tema suuruse mõõtmine ja olenemine mitmesugustest tingimustest. Hõõrumiskoeffitsient. Ümbruskonna takistus. Liikumistakistuste tarvilikkus. 76

§ 25. Meekaaniline töö. Töö määramine jõu ja tee kaudu; tööüksus. Mitte liikumissihis mõjuva jõu töö. Absol. süsteemi tööüksus erg. 78

§ 26. Energia kineetiline (hoog) ja potentsiaalne. Töö ja hoo ähevääriliikkus. Kineetilise energia moondumine potentsiaalseks ja ümberpöördult. 79

§ 27. Võimsus; tema üksused praktilises mõõdusüsteemis; inimese võimsus. Absol. mõõdusüsteemi võimsusüksus (watt). Näited . . . 83

Peatükk II. Kõva keha tasakaal. Masinad.

§ 28. Keha kahe punkti peale mõjuvate jõudude liitmine. Staatiline moment. Jõudude liitmine. Toetatud keha tasakaalu tingimus. Pöördemoment. Pöördemomentide seadus. 85

§ 29. Kahe ühtepidi sihitud paralleelse jõu liitmine. Liitmisseaduse katseline ja teoreetiline tõestus. 87

§ 30. Antud jõu lahutamine kaheks paralleelseks jõuks. 88

§ 31. Kahe vastupidi sihitud paralleelse jõu liitmine. Liitmisseaduse katseline ja teoreetiline tõestus. 90

§ 32. Jõupaar. 91

§ 33. Raskuspunkt. Paralleeljõudude keskpunkt. Keha raskuspunkt, langemisjoon. Õhukeste tasapinnaliste kehade raskuspunkti leidmine . 92

§ 34. Ühtlase keha raskuspunkt. Kolmnurga, kolmtahkse püramiidi ja liitkehade raskuspunkti leidmine. 94

§ 35. Kehade tasakaal. Ühes punktis toetatud keha püsiv, püsimatu ja ükskõikne tasakaal. Kahes punktis toetatud keha tasakaal. Rohkem

kui kahes, mitte ühel sirgjoonel asuvas punktis toetatud keha tasakaal; toetatud kehade stabiilsus. 96
§ 36. Kang; tema tasakaalutingimused. Töö alalhoiduvuse seadus kangi juures. Kangi praktiline tarvitamine 101
§ 37. Kaalud. Kangkaal. Kaalu tundlikkus; ratsutaja. Lauakaal; kirjakaal; margapuu; detsimaalkaal. 105
§ 38. Plokk. Liikumata ja liikuva ploki tasakaal. Harilik polüspast; potents- ja differentsiaal polüspast. Energia-seadus plokkidel ja polüspastidel. 110
§ 39. Pöör. 113
§ 40. Kaldpind. Kaldpinnal asuva keha tasakaalutingimused. Töö kaldpinnal. Liikumine kaldpinnal. Näited. 114
§ 41. Kiil. 117
§ 42. Kruuv; tema tasakaalu tingimus. Energia-seadus kruuvil 118
§ 43. Liht- ja liitmasinad 120

Peatükk III: Ringliikumine ja õõtsumine.

§ 44. Ühtlane ringliikumine ehk tiirlemine. Ringliikumise tekkimine, tõeline kiirus; tsentraaljõud ja tsentraalliikumised. Tsentraalliikumise tee konstruktioon. Tsentripetaal- ja tsentrifugaaljõud; nende f⁰rmul. Nurkkiirus. Näited. 121
§ 45. Tsentrifugaalmasin; tsentrifugaaljõu praktiline kasutamine. Katsed tsentrifugaalmasinaga. Tsentrifugaalregulaator, -pump ja -ventilaator. 126
§ 46. Kepleri seadused. 129
§ 47. Koguilmlik gravitatsioon. Planeetidevaheline külgetõmbejõud. Kuu ja maakera külgetõmbumine. Üleüldine masside külgetõmbumine. Gravitatsioonkonstant. 130
§ 48. Masside külgetõmbumise katselised tõestused. Cavendish'i katse. Jolly katsed; gravitatsioon-konstandi mõõtmine. Maakera mass ja tihedus. Kehade kaalu olenemine nende asukohast. Tõusud ja mõõnad. 132
§ 49. Tiirlevate kehade vaba telg; vurrid. Vaba tiirlemistelg. Tema sihi alalhoidumine; prätsesioon-liikumine. Viimase seletus liikumis-paralleelogrammi seaduse põhjal. Zhi-

roskoobid. Vurri kasutamine laevade õõtsumise vähendamiseks, üheroopalisel raudteel ja vurrkompassis 136

§ 50. Pendel ja tema liikumine. Harilik ja matemaatiline pendel. Koonuspendli formul. Hariliku pendli õõtsumine; õõtsumist tekitava jõu suuruse olenemine pendlikerakese kaugusest tema tasakaaluseisust. Liikumiste iseloom õõtsumisel. Energia-seadus pendli õõtsumisel . . 140

§ 51. Pendli õõtsumisseadused; harmooniline õõtsumine. Harmooniline õõtsumine kui tiirliikumise projektsion liikumispinnale perpendikulaarse pinna peale. Harmoonilist õõtsumist tekitava jõu sarnadus pendli-õõtsumist tekitava jõuga. Pendli formuli tuletus. Õõtsumisseadused. Elastsusjõu sünnitatud õõtsumise formul 142

§ 52. Füüsiline pendel; reversioonpendel. Füüsilise pendli õõtsumis-keskpunkt ja tema redutseeritud pikkus. Reversioonpendel. 144

§ 53. Pendli praktiline tarvitamine. Sekund-pendel; kella käigu reguleerimine. Raskusjõu kiirenduse mõõtmine. Foucault'i pendelkatse. Näited. 146

Peatükk IV: Kõva keha molekulaarmekaanika.

§ 54. Moleekulid; aatomid; aatomkaal ja moleekulkaal. Kohäsioon; aggregaatolekud, adhäsioon. 149

§ 55. Kõva keha deformatsioon ja elastsus; elastsuse piir; kõvadus. Elastsed ja mitteelastsed kehad; ajutine ja jäädav deformatsioon. Elastsuse piir; plastilised, venitatavad ja haprad kehad. Kõvadus; kõvadusskaala. 151

§ 56. Venitamine. Elastsuse moodul; pikenemise suurus. Venitatavuse piir. 152

§ 57. Painutamine ja keerutamine; Hooke seadus. Paindumise suurus. Deformatsioon keerutamisel. Hooke seadus. Näited . 154

§ 58. Liikumise hulk ja jõuimpulss; põrge. Liikumise hulk ja jõuimpulss; näide; ühe ja sama jõuimpulsiga liikuma tõugatud kehade kiirus. Elastsete ja mitteelastsete kehade põrge. . 155

§ 59. Kerade tsentraalne põrge: Mitteelastsete kerade lõppkiirus peale põrget. Elastsete kerade lõppkiirus peale põrget. Erijuhused põrkel: võrdsete massidega kerad; võrdsete massidega kerad, millest üks paigal seisab; kera põrge perpendikulaarselt vastu seina. Kera põrge längu vastu seina. 156

Peatükk V: Vedelikkude mekaanika.

A. Vedelikkude tasakaal (hüdrostaatika).

§ 60. Voolavus; seisva vedeliku pind; nivoo. 159
§ 61. Vedeliku elastsus; kokkusurutavus. Piesomeeter; kokkusurutavuse koeffitsient. 160
§ 62. Rõhumise edasikandumine vedelikus. Pascali seadus. Hüdrauliline press . . 161
§ 63. Hüdrostaatiline rõhumine vedelikku asetatud pinna peale. 165
§ 64. Hüdrostaatiline rõhumine nõu põhja ja seinte peale. Põhirõhumise suurus ja nõus asuva vedeliku kaal. Seinrõhumine; tema avaldumine vedeliku väljavoolamisel; Segneri vesiratas. Näited. 166
§ 65. Ühendatud nõud. Nende nivoo. Mitme vedelikuga täidetud ühendatud nõude nivookõrgused. Veevärk; puur- ja purskaev. 170
§ 66. Archimedese seadus. Hüdrostaatiline kaal; vette kastetud keha kaalu vähenemise mõõtmine tema abil. Archimedese seadus. Kaalu vähenemine kui hüdrostaatilise rõhumise resultaat. Vees hoitud keha rõhumine vedeliku peale. 172
§ 67. Vedelikus ujuvad kehad. Ujumise ja põhjavajumise olenemine vedeliku ja ujuva keha erikaaludest. Ujuva keha väljatõrjutud vedelikuhulk. Inimese, kalade ja laeva ujumine. Ujuva keha püsiv ja püsimatu tasakaal; metatsentrum. Näited. 174
§ 68. Kehade erikaalu leidmine Archimedese seaduse põhjal. Kõva keha ruum-ala mõõtmine hüdrostaat. kaalu abil; — veest kergemad ja vees sulavad kehad. Vedelikkude erikaalu leidmine; areomeetrid, densimeeter, alkoholimõõtja, laktomeeter; Baumé-areomeeter 177

B. Vedeliku voolamine.

§ 69. Vedeliku voolamine läbi augu. Torricelli seadus. Purskaev ; energia-kaotused väljavoolamisel. Väljavoolava vedeliku hulk ; nõu tühjaksvoolamise aja olenematus vedelikust. . 179

§ 70. Vedeliku voolamine torudes. Hõõrumine ühtlases torus ; hõõrumise ületamiseks kuluv rõhumine. Voolu harunemine. 181

§ 71. Vesimootorid. Alt- ja pealtlöödav vesiratas. Turbiinide printsiip. Voolava vee ja vesimootorite võimsus 182

C. Vedelikkude molekulaarfüüsika.

§ 72. Kohäsioon; vedelikkude pindpinevus. Kohäsiooni avaldus vedeliku pinnal ; pindkihi rõhumine. Pindpinevus ; vaba vedeliku kerasarnane kuju. Pindpinevus seebivee kelmetes, seebimullides. 185

§ 73. Märgumine; adhäsioon. Tingimused, millel keha märgub vedelikus. Vedelikutilga laialivajumine temas märguval plaadil. 186

§ 74. Kapillaarsus. Vedeliku nivoo kuju nõu seinal. Kapillaarsus ja tema seletus pindkihi rõhumisega. Kapillaarsuse suuruse olenemine toru läbimõõdust 187

§ 75. Segamine ja sulatamine. Seguvad ja mitteseguvad vedelikud. Sulatise kontsentratsioon ; sulatise küllastumine ; kristalliseerumine ; kristalloiidid ja kolloiidid. 189

§ 76. Diffusioon ja osmos. Vedelikkude diffusioon. Osmos ja osmootne rõhumine. Dialüüs 190

Peatükk VI: Gaaside mekaanika.

§ 77. Üleüldised omadused. Gaaside tung võimalikult suurt ruumi täita. Rõhumine nõu seinte peale. Kokkusurutavus ja elastsus. Kineetiline gaasiteooria. Pascali seadus gaaside jaoks. . . 192

§ 78. Gaaside kaal ja erikaal. Õhu kaal normaalsetel tingimustel ; erikaal. Teiste gaaside erikaal ja tihedus. Archimedese seadus gaaside jaoks 194

§ 79. Atmosfääriline õhu rõhumine. Atmosfääriline rõhumine. Tema mõõtmise printsiip ja rõhumise suurus. Torricelli katse. Atm. rõhu-

mise ja tema suuruse muutumise tähendus igapäevases elus. 195
§ 80. Baromeetrid. Anum-baromeeter. Sifoon-baromeeter. Aneroiid-baromeeter ; barograaf. . 199
§ 81. Baromeetri tarvitamine. Baromeeter kui ilmanäitaja ja kõrgusemõõtja. 202
§ 82. Boyle-Mariotte'i seadus ja tema katseline tõestus. Gaaside tihedus ja rõhumine. Õhurõhumise vähenemise suurus maapinnalt ülestõusmisel. Boyle-Mariotte'i seaduse maksvuse piirid. Näited 203
§ 83. Manomeetrid. Lahtise otsaga elavhõbemanomeeter. Sifoon-manomeeter. Kompressioonmanomeeter. Metallmanomeeter. 208
§ 84. Õhurõhumisel ja Boyle-Mariotte'i seadusel põhjenevad aparaadid. Tõstetoru ja pipett. Sifoon. Heroni pudel. Karteesiuse tuukur. Hingamine ja imemine . . 210
§ 85. Veepumbad. Imejapump. Surujapump. Tulekaitse prits 212
§ 86. Gaaside kokkusurumine ja kokkusurutud õhu tarvitamine. Kompressor; jalgrattapump. Lõõts. Tuukrid ja tuukrikell 214
§ 87. Õhu hõrenduspumbad. Harilikud ja ventiil-õhupumbad. Õhu hõrendamise võimaluse piir; tihedus n-dama käigu järele. Kahjulik ruum 216
§ 88. Õli- ja elavhõbe-õhupumbad. Õliõhupump. Geissleri elavhõbe-õhupump. Gädepump. Voolava vedelikuga töötavad pumbad 219
§ 89. Õhupumba abil tehtavad katsed. Magdeburi poolkerad. Elavhõbeda vihm. Heroni pudel õhupumba kupli all. Baroskoop . 222
§ 90. Gaaside voolamine. Gaasi väljavoolamine õhutusse ruumi. Torricelli seadus gaaside jaoks. Imemine gaasivoolu järsul laienemisel. Pulverisaator. Tuule rõhumine; tuuleveski; ventilaator. Õhulaeva propeller . . . 223
§ 91. Õhulaevad ja lennumasinad. Õhupall; tema tõstejõud. Zeppelini õhulaev. Lennumasinad 225
§ 92. Gaaside sulamine vedelikkudes ja neelumine kõvades kehades. Tem-

peratuuri ja rõhumise mõju sulavuse peale. Henry seadus. Gaasi neelumine kõvas kehas: kehade soenemine selle juures 228
§ 93. Gaaside diffusioon ja osmos . . . 229

Kolmas jagu:

Soojus.

Peatükk I: Kehade paisumine soenemisel.

§ 1. Üleüldised mõisted. Soojustunne; temperatuur. Soojuse ülekandumine kehade kokkupuutumisel 230
§ 2. Kehade paisumine soenemisel. Kõvade kehade paisumine, pikenemine ja kokkutõmbumine. Vedelikkude ja gaaside paisumine 230
§ 3. Termomeeter, tema täitmine, kalibreerimine ja skaala valmistamine. Termomeeterskaalade vahekord. Termomeetri mõõtmispiirkond. Maksimaal- ja minimaal-termomeetrid. Näited 232
§ 4. Paisumis- ja pikenemiskoeffitsient. Keha pikenemine ja sooja keha pikkus. Paisumine ja sooja keha ruum-ala. Paisumis- ja pikenemiskoeffitsiendi vahekord. Mahutavuse paisumine nõu seinte laienemisel. Erikaalu muutumine paisumisel. 236
§ 5. Kõvade kehade pikenemiskoeffitsiendi mõõtmine. Lavoisier ja Laplace'i metood; pikenemiskoeffitsientide suurused. Nende praktiline tarvitamine; kompensatsioonpendlid; metalltermomeetrid. Näited. 238
§ 6. Vedelikkude paisumiskoeffitsiendi mõõtmine. Dilatomeeter. Dulong ja Petit metood. Vee paisumise kasutamine vesiküttes. 240
§ 7. Vee paisumise iseäraldused. Vee kõige suurem erikaal; vee jahtumine sügisel. Vee paisumine hangumisel. Näited. 243
§ 8. Gaaside paisumiskoeffitsient; Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadus. Gaaside paisumise mõõtmine; Gay-Lussac'i seadus. Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadus; gaasi olekuvõrrand. Termiline rõhumis-

koeffitsient. Absoluutne nullpunkt; gaaskonstant. Gaasi erikaal ja tihedus võrdlemisi õhu ja vesinikuga. Molekulaarkaal ja gaasitihedus; Avogadro hüpotees 244
§ 9. Õhk-termomeeter 247
§ 10. Õhutõmbus; küte ja ventilatsioon. Õhutõmbus lambisilindris. Korstnad ja ahjud; ventilatsioon. Näited 248

Peatükk II: Soojuse hulk ja mahtuvus.

§ 11. Soojuse hulk; soojusüksus. Soojushulga olenemine keha temperatuurist ja massist. Soojuse üksused 249
§ 12. Ühesuguste ainete segu temperatuur 250
§ 13. Aine erisoojusmahutavus; keha soojusmahutavus. Keha soendamiseks tarvilik soojushulk 251
§ 14. Mitteühesuguste ainete segu temperatuur 252
§ 15. Aine erisoojusmahutavuse mõõtmine; kalorimeeter. Segamismetood; kalorimeeter. Kehade erisoojusmahutavuse arvuline suurus 252
§ 16. Aatomsoojus; Dulong ja Petit seadus 254
§ 17. Gaaside erisoojusmahutavus konstant rõhumisel ja ruum-alal. Erisoojusmahutavuse mõõtmine konstant rõhumisel; tema arvulised suurused. Vahekord $c_p : c_v$; tema mõõtmine Clément ja Desormes metoodi järele . . 255

Peatükk III: Kehade oleku muutumine.

§ 18. Keha üleminek ühest olekust teise. 259
§ 19. Sulanemine ja hangumine. Sulanemispunkt; soolade ja hapete mõju tema peale. Segude sulanemispunkt. Ainete ruum-ala muutumine sulanemisel. Rõhumise mõju sulanemispunkti peale. Ülijahutatud vedelik 259
§ 20. Sulanemissoojus. Tema suuruse mõõtmine segamismetoodiga. Soojuse vabanemine hangumisel. Sulanemissoojuse suurus. Jahutavad segud 260
§ 21. Sulatamine. Temperatuuri langemine sulatamisel. Sulatamissoojus 262

§ 22. Keemine ja keemistemperatuur. Keha ruum-ala kasvamine aurumisel. Vedeliku ja tema auru temperatuurid keemisel. Keemispunkti olenemine rõhumisest. Normaalse keemispunkti arvulised suurused. Keemine suurel ja madalal rõhumisel; Papini katel. Koha kõrguse mõõtmine keemistemperatuuri järele. Leidenfrosti nähtus 262

§ 23. Aurumine. Vedelate ja kõvade kehade aurumine madalatel temperatuuridel 264

§ 24. Aurumis- ja vettumissoojus. Aurumissoojus keemisel; tema võrdsus vettumissoojusega. Mõõtmine segamismetoodi järele . . 265

§ 25. Harilikul temperatuuril auruvate kehade jahtumine; vedeliku destillatioon 267

§ 26. Küllastatud ja küllastamatu aur. Auru rõhumise mõõtmine elavhõbesambaga. Rõhumise kasvamine auru küllastumisel. Küllastatud auru rõhumise konstant suurus. Ruumüksust küllastava auru hulk. Küllastamatu auru sarnadus gaasiga 269

§ 27. Küllastatud auru rõhumise ja temperatuuri vahekord. Küllastatud auru rõhumise muutumine temperatuuriga. Küllastatud auru rõhumise suurus ja vedeliku keemine 271

§ 28. Daltoni seadus; aurumine õhus. . 273

§ 29. Õhu rõskus. Absoluutne rõskus ja tema mõõtmisviisid. Kastepunkti-metood; hügromeetrid. Relatiivne rõskus. Psükromeeter; juukshügromeeter. Näited. 274

§ 30. Gaaside tihendamine vedelikuks; kriitiline temperatuur. Faraday katsed. Kriitiline temperatuur. Gaasi ja auru vahe.

§ 31. Madalate kriitiliste temperatuuridega gaaside tihendamine vedelikuks; külmetamismasinad. Lord Kelvini ja Joule'i katse. Linde vastuvoolu-masin. Vedel õhk, vesinik, heelium ja süsihape. Külmetamismasinate printsiip. 279

Peatükk IV. Soojuse laialilagunemine.

§ 32. Soojuse laialilagunemine juhitavuse, konvektsiooni ja kiirgamise teel. 282

§ 33. Kehade soojusjuhtivus. Juhtivuse

mõõtmine ja suurus. Absoluutne soojusjuhtivus. Heade ja halvade soojusjuhtide soenemine ja jahtumine. Vedelikkude ja gaaside soojusjuhtivus. 283
§ 34. Soojuse edasikandumine ehk konvektsioon. 284
§ 35. Soojuse kiirgamine. 285

Peatükk V. Soojus kui energia.

§ 36. Soojuse allikad. Keemilised protsessid; põlemissoojus; hingamine. Elektrivool ja mekaaniline töö kui soojusallikad. 285
§ 37. Mekaaniline soojus-ekvivalent. Töö ja soojuse üheväärisus. Mek. soojus-ekvivalendi mõõtmine: Joule'i ja Hirn'i katsed. R. Mayeri metood mek. soojus-ekvivalendi leidmiseks vahekorrast $c_p : c_v$ 287
§ 38. Soojus kui molekulaarliikumine. Soojuse hulk kui moleekulite liikumisenergia hulk. Temperatuur kui moleekulite liikumiskiirus. Mitmesuguste soojusnähtuste seletamine molekulaarliikumise abil. 289
§ 39. Aurumasinad, nende töötamisviis ja kirjeldus. Aurujaotamine; ekstsentrik, regulaator. Väljavoolu- ja kondensatsioon-masinad; kondensaator. Ekspansioonmasinad. Raudtee vedur. Masina võimsus. Indikaator. . . . 291
§ 40. Auruturbiin. 295
§ 41. Plahvatusmootorid. Neljataktiline gaasimootor. Diesel-mootor, bensiin-mootorid . . . 297
§ 42. Mekanilise soojusteooria ehk termodünaamika põhiseadused. Energia hävimatuse seadus kui termodünaamika I põhiseadus. Clausiuse printsiip (II seadus) ja tema järeldused. Väärtuslik ja alamväärtuslik energia; energia degradatsiooni seadus. . . 298

Lisa: Soojusnähtused atmosfääris (Meteoroloogia).

§ 43. Õhu temperatuur. 301
§ 44. Õhu temperatuuri kõikumise põhjused. Päikse ja maakera soojuskiirgamine; päikse seisu mõju. Merede ja merevoolude mõju. Koha kõrguse mõju; igavese lume piir. Maakera sisemise soojuse mõju. . . . 301

§ 45. Soojuse jagunemine üle maakera pinna. Isotermid; aasta külmema ja soojema kuu isotermid. Mere- ja kontinentaalkliima. 303

§ 46. Õhurõhumise jagunemine üle maakera pinna; korralikud tuuled. Rõhumise kahanemine ekvaatoril ja sellega tekkivad õhuvoolud. Tuulte kõrvalekaldumine omast algsihist maakera tiirlemise tõttu. Isobaarid, õhurõhumise maksimumid ja miinimumid. . . 303

§ 47. Õhurõhumise perioodiline muutumine; perioodilised tuuled. Baromeetri kõikumised öö-päeva jooksul; perioodiliselt iga päev korduvad tuuled. Aasta-aegadel korduvad tuuled. Ekvatoriaalmaade aasta-aegade tekkimine. 305

§ 48. Juhuslised tuuled; ilmakaardid; tuule kiirus. Kohalikud õhurõhumise miinimumid ja õhu liikumine nende ümbruses; Buys-Ballot'i seadus; tsükloonid ja antitsükloonid. Tsüklooníde edasiliikumine; tuulte siht tsüklooni möödaminekul. Ilmakaardid ja ilma ettekuulutamine. Tuule kiirus. 305

§ 49. Pilved ja sademed. Udu; pilved; vihm; lumi; rahe; sademete hulga mõõtmine. Kaste; härmatis. Sademete ja pilvetuse olenemine tsüklooníde liikumisest. 308

Erikaalude tabel 310

Baumé-kraadide tabel 310

Psükromeeter-tabel 311

Aatomkaalud. 312

Tähtsamad trükivead.

Lehek.	18	15	rida	alt	on	terve ots	peab olema	tema ots
„	25	5	„	ülevalt	„	$\frac{G}{e}\,\frac{t}{t}_{kbm}$	„ „	$\frac{G}{e}=\frac{t}{t}_{kbm}$
„	26	joonistus 21			„	märkimata nurk	$\alpha = PO'P'$	
„	26	15	rida	alt	„	1 tähepäeva	üleliigne	
„	40	formul 21			„	$c=\frac{s}{t}=\frac{1}{2}$ pt	peab olema	$c=\frac{s}{t}+\frac{1}{2}$
„	40	5	rida	alt	„	seisma panna	„ „	25 sec joooksul seisma panna
„	47	26	„	ülevalt	„	AC	„ „	AB
„	47	28	„	„	„	AB	„ „	AC
„	50	16	„	alt	„	AH	„ „	AK
„	50	14	„	„	„	AH	„ „	AK
„	50	12	„	„	„	AH	„ „	AK
„	50	10	„	„	„	H	„ „	K
„	57	1	„	ülevalt	„	35	„ „	36
„	57	9	„	„	„	34	„ „	33
„	57	16	„	„	„	34	„ „	35
„	58	4	„	alt	„	$h = ct - \frac{1}{2}gt^2 -$	„ „	$h = ct - \frac{1}{2}gt^2 =$
„	73	5	„	„	„	AB	„ „	AD
„	74	16	„	ülevalt	„	$= R\,sin^2\beta$	„ „	$= R^2\,sin^2\beta$
„	74	16	„	„	„	$+ P$	„ „	$+ P^2$
„	74	formul 51			„	$R - cos\,\beta$	„ „	$R - P\,cos\,\beta$
„	75	18	rida	ülevalt	„	$Q = R\,sin\,\gamma$	„ „	$Q = R\,sin\,\beta$
„	108	11	„	„	„	0,000 . 1	„ „	0,001 . 1
„	125	5	„	alt	„	$4{,}027\,\frac{sec^2}{m}\cdot\frac{RR}{T}$	„ „	$4{,}027\,\frac{sec^2}{m}\cdot\frac{PR}{T}$
„	140	12	„	„	„	AR AP	„ „	AR : AP
„	163	10	„	ülevalt	„	$20^2\,cm^2$	„ „	$20\,cm^2$
„	166	24	„	alt	„	1, 2, 4 ja 4	„ „	1, 2, 3 ja 4
„	206	10	„	„	„	b_1 . 1,000 125^3	„ „	b . 1,000 125^3
„	240	16	„	„	„	10(10,00 243) + lit.	„ „	10(1 + 0,00 243) lit
„	251	11	„	„	„	^0C	„ „	$1^0\,C$
„	258	11	„	ülevalt	„	juurus	„ „	suurus on

1) Kräftepaar; 2) tasakaal (3); 3) murkkang; 4) Zentrifugalpumpe; 5) Ebbe, Flut; 6) Pyroskop. Kompass; 7) reduz. Pendel; 8) Foucault; 9) Osmot. Druck; 10) Druck bei fliess. Flüssigk.; 11) Ölluftpumpe; 12) Ausflussgeschw. von Flüss. u. Gasen; 13) Clément & Desormes (p. 257); 14) Kältemaschine; 15) Dampfturbine;

1) flöot; 2) grammophon; 3) öönes läätse ja kumerpeegli formulid; 4) prismabinokl; 5) Nichol'sches Prisma