



ТАРТУСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПРАКТИКУМ ПО ОПТИКЕ VI

ТАРТУ 1990

ТАРТУСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра общей физики

ПРАКТИКУМ ПО ОПТИКЕ

VI

Интерференция. Дифракция

Методическое руководство для
студентов физического отделения

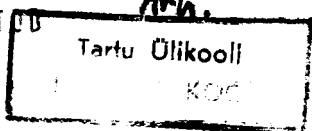
Составители: Матти Лаан и Петер Парис

Перевод с эстонского О.Манкин

Тарту 1990

Утверждено советом факультета физики и химии
16 мая 1990 г.

KUSTUTATUD



10922

ПРАКТИКУМ ПО ОПТИКЕ У1.
Интерференция. Дифракция. Методическое руководство
для студентов физического отделения.
Составители Матти Л а а н, Петер П а р и с.
на русском языке.
Тартуский университет.
ЭР, 202400, г.Тарту, ул.Юликооли, 18.
Ответственный редактор Х. Окс.
Подписано к печати 9.07.1990.
Формат 60x84/16.
Бумага ротаторная.
Машинопись. Ротапринт.
Условно-печатных листов 5,58.
Учетно-издательских листов 5,28. Печатных листов 6,0.
Тираж 200.
Заказ № 479.
Цена I руб. 10 коп.
Типография ТУ, ЭР, 202400, г.Тарту, ул.Тийги, 78.

Предисловие

В настоящее издание входят практические работы по интерференции и дифракции света для студентов физического отделения. Приведенными здесь руководствами могут пользоваться и студенты химического, математического и биологического отделений при условии некоторого сокращения или упрощения заданий.

Построение данного сборника отличается значительно от предыдущих аналогичных изданий. Он состоит из двух частей: "Интерференция" (составитель П. Парис) и "Дифракция" (составитель М. Лаан). В первой главе каждой из этих частей (п. 1 и 3) дан теоретический обзор, общий для всех практических работ, входящих в эту часть сборника. Объем теоретического обзора достаточен для осмысленного выполнения практических работ. В п. 2 и 4 изложены практические работы. Большинство работ ранее не публиковалось, а работы, входившие в ранее изданные сборники, значительно переработаны. В описании каждой работы приведены дополнительные сведения из теории, краткое описание опытной установки, методика эксперимента и конкретное задание. Во всех работах требуется оценка погрешности эксперимента. Последним пунктом каждой работы являются контрольные вопросы и задания, близкие по содержанию к данной работе и способствующие углублению знаний в области волновой оптики.

Выражаем благодарность доценту А. Хааву за рецензию настоящего издания и особую благодарность О. Манкин за перевод сборника и сделанные при этом весьма ценные замечания по его содержанию.

Все замечания, касающиеся настоящего сборника, просим адресовать нам или преподавателям, руководящим практическими работами в лаборатории.

Составители

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

I. Теоретические основы

I.1. Введение в волновую оптику

Исходя из электромагнитной теории Максвелла, можно доказать, что свет представляет собой поперечные электромагнитные волны. Если частота электромагнитной волны ν находится в пределах $(4 - 7) \cdot 10^{14}$ Гц, то такая волна, попадая в человеческий глаз, вызывает световое ощущение и поэтому указанный диапазон частот называют видимым, а электромагнитные волны такой частоты - светом.

При наложении любых волн (звуковых, электромагнитных и т.д.) может происходить перераспределение энергии в пространстве. Такие эффекты перераспределения энергии рассматриваются в теории интерференции и дифракции.

Решение конкретных задач, исходя из уравнений Максвелла, довольно сложно. Часто эту задачу упрощают-рассматривают скалярную поперечную волну, и характеризуют ее частотой ν или длиной волны $\lambda = \frac{v}{\nu}$, где λ - длина волны в среде и v - скорость распространения волны в этой среде. Так как физиологическое и т.п. действие электромагнитной волны (а следовательно и ее воздействие на различные приемники света) вызывается в основном электрическим полем, то мы будем рассматривать в дальнейшем электрическую составляющую световой волны. Мгновенное значение напряженности \vec{E} электрического поля описывает следующая функция:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}), \quad (I.1)$$

где \vec{E}_0 - амплитуда напряженности электрического поля, $\omega = 2\pi\nu$ - круговая частота, t - время, \vec{k} - волновой вектор, направление которого перпендикулярно фронту волны, а модуль $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, \vec{r} - радиус-вектор рассматриваемой точки.

При рассмотрении интерференции и дифракции световых волн следует учитывать, что частота их очень велика и никакой приемник света не способен регистрировать мгновенное значение потока энергии, который изменяется с частотой 2ν . Возможна лишь регистрация среднего значения потока энергии, равного временному среднему значению вектора Пойнтинга. В оптике среднее значение вектора Пойнтинга называют интенсивностью света и эта величина прямо пропорциональна квадрату амплитуды колебаний: $\mathcal{I} \sim \overline{E^2} \sim E_0^2$.

1.2. Интерференция света

1.2.1. Основные понятия интерференции

Пусть в некоторой точке пространства встречаются две световые волны, напряженности электрических полей, которых \vec{E}_1 и \vec{E}_2 . В соответствии с принципом суперпозиции суммарная напряженность поля в этой точке $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ и регистрируемая интенсивность света определяется величиной

$$\overline{E^2} = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 = \overline{E_1^2} + \overline{E_2^2} + 2\overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2},$$

где $\overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2}$ — временное среднее значение скалярного произведения векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 .

В зависимости от значения интерференционного члена $E_1 E_2$ можно различать два случая:

- 1) $\overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2} = 0$, тогда $\mathcal{I} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2$ и интерференции нет;
- 2) $\overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2} \neq 0$, тогда и $\mathcal{I} \neq \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2$ и интерференция имеет место. Интерференция сопровождается перераспределением энергии в пространстве. В одних точках пространства результирующая интенсивность \mathcal{I} больше, в других меньше, чем сумма интенсивностей \mathcal{I}_1 и \mathcal{I}_2 .

Необходимым условием интерференции является

$$\overline{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2} \neq 0. \quad (1.2)$$

Из этого следует, что, если взаимодействующие волны поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях ($\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$), то интерференция не возникает. В последующем будем считать векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 либо параллельными, либо антипараллельными. В таком случае можно взаимодействие волн в некоторой точке

пространства описывать с помощью скалярных величин.

Пусть в некоторую точку приходит две волны, имеющие одинаковую частоту и описываемые уравнениями

$E_1 = E_{10} \cos(\omega t - \delta_1)$ и $E_2 = E_{20} \cos(\omega t - \delta_2)$, где δ_1 и δ_2 - начальные фазы.

Суммарное колебание выразится уравнением:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \cos(\omega t - \delta), \quad (I.3)$$

где $\delta = \delta_1 - \delta_2$, а квадрат амплитуды

$$E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2 E_{10} E_{20} \cos \delta. \quad (I.4)$$

Отсюда видно, что амплитуда результирующих колебаний в рассматриваемой точке зависит от разности начальных фаз δ исходных колебаний.

Найдем интенсивность результирующих колебаний в течение времени τ , необходимого для ее регистрации. Согласно правилу нахождения временного среднего значения

$$\begin{aligned} \bar{E}_0^2 &= \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} E_0^2 dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2 E_{10} E_{20} \cos \delta) dt = \\ &= E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2 E_{10} E_{20} \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \delta dt. \end{aligned} \quad (I.5)$$

Если δ в течение времени τ не изменяется, то $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \delta dt = \cos \delta$ и $E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2 E_{10} E_{20} \cos \delta$ или

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1} \cdot \sqrt{I_2} \cos \delta. \quad (I.6)$$

Итак, $I \neq I_1 + I_2$ и, следовательно, интерференция имеет место. В таком случае говорят о взаимодействии когерентных волн.

Если время измерений τ значительно больше периода колебаний T ($\tau \gg T$) и в течение этого времени происходит хаотическое изменение разности фаз δ , то $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \delta dt = 0$, $I = I_1 + I_2$ и интерференции, следовательно, не будет.

Чтобы выяснить, как в результате интерференции проис-

ходит перераспределение интенсивности, рассмотрим схему интерференции по рисунку I.I.

S_1 и S_2 суть два когерентных точечных источника, испускающих монохроматический свет одинаковой частоты. Строго монохроматическая волна является бесконечно длинной синусоидой, частота, амплитуда и начальная фаза которой не изменяются во времени.

Расстояние d между источниками света во много раз меньше их расстояния l до экрана \mathcal{E} .

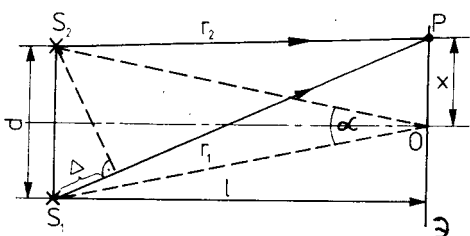


Рис. I.I. Общая схема интерференции.

Рассмотрим интерференцию волн в точке P экрана \mathcal{E} , находящейся на расстоянии x от точки O , причем $x \ll l$.

Волны, достигающие точки P , можно считать плоскими. Следовательно,

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t - \kappa z_1),$$

$$E_2 = E_0 \cos(\omega t - \kappa z_2).$$

Напряженность результирующего поля

$$E = E_1 + E_2 = 2 E_0 \cos \frac{\kappa(z_2 - z_1)}{2} \cos \left(\omega t - \frac{\kappa(z_1 + z_2)}{2} \right).$$

Величина $\Delta = z_2 - z_1$ называется разностью хода (см. рис. I.I). Амплитудное значение результирующих колебаний $2 E_0 \cos \frac{\kappa \Delta}{2}$ зависит от разности хода. Так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то

$$J = 4J_0 \cos^2 \frac{\kappa \Delta}{2} = 2J_0 (1 + \cos \kappa \Delta),$$

$$J = 2J_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\right). \quad (I.7)$$

Из соотношения (I.7) можно видеть, что результирующая интенсивность, а следовательно и освещенность экрана, зависит от разности хода Δ .

Вместо разности хода Δ можно пользоваться и разностью фаз δ . Для нахождения разности фаз надо разность хода умножить на волновое число κ . Таким образом $\delta = \kappa \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$.

Из соотношения (I.7) видно, что интенсивность максимальна ($J_{\max} = 4J_0$) при

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad \text{или} \quad \delta = 2m\pi$$

и минимальна ($J_{\min} = 0$) при (I.8)

$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad \delta = (2m+1)\pi,$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$

Величина m называется порядком интерференции и выражает разность хода, измеренную в длинах волн.

В описанной схеме интерферирующие волны распространялись в одной и той же среде, но в общем случае эти волны могут распространяться в средах с разными показателями преломления. Пусть показатель преломления первой среды будет n_1 , второй - n_2 . В первой среде распространяется волна, идущая из первого источника, во второй - из второго. В таком случае в точке P разность фаз этих волн

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = 2\pi \left(\frac{z_2}{\lambda_2} - \frac{z_1}{\lambda_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (z_2 n_2 - z_1 n_1), \quad (I.9)$$

где λ_1 и λ_2 суть длины волн соответственно в первой и второй среде, λ_0 - длина волны в вакууме. Разность $z_2 n_2 - z_1 n_1$ называют оптической разностью хода. Используя оптическую разность хода, можно пользоваться длиной волны

в вакууме.

Из формулы (I.7) видно, что освещенность экрана изменяется периодически в зависимости от координаты x . Найдем расстояние между интерференционными полосами.

Исходя из рисунка I.1, можно записать

$$r_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$$

и

$$r_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2,$$

откуда

$$r_1^2 - r_2^2 = 2dx \quad \text{и} \quad r_1 - r_2 = \frac{2d}{r_1 + r_2} x.$$

Поскольку $x \ll l$, то $r_1 + r_2 \approx 2l$ и

$$r_1 - r_2 = \frac{d}{l} x = \alpha x, \quad (\text{I.10})$$

где $\alpha = \frac{d}{l}$ — угол, под которым из точки O видны источники света S_1 и S_2 .

Соотношение (I.7) можно теперь записать в виде

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi \alpha x}{\lambda}\right). \quad (\text{I.11})$$

Пользуясь соотношениями (I.8) и (I.10), можно расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами, т.е. ширину интерференционной полосы, записать в виде (см. рис. I.2)

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} = \frac{\lambda}{\alpha}. \quad (\text{I.12})$$

Если пользоваться реальными источниками света, то в интерференционной картине, получаемой на экране, $I_{\min} \neq 0$. Это может быть обусловлено неодинаковостью амплитуд интерферирующих волн, конечностью размеров источников света, некогерентностью испускаемого ими света (это значит, что диапазон частот света $\Delta \nu$, а следовательно и диапазон длин волн $\Delta \lambda$ конечны) или наличием некоторого угла между плоскостями поляризации интерферирующих волн. Волну, испускаемую реальным источником света, можно записать в виде

$$E = E_0(t) \cos(\omega t + \delta(t)).$$

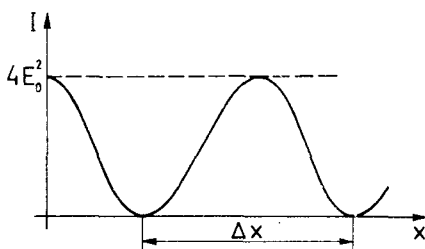


Рис. 1.2. Распределение интенсивности света на экране.

Если изменение амплитуды мало и $\Delta\omega \ll \omega_0$ (ω_0 — средняя частота излучаемого спектра), то такую волну называют квази-монохроматической.

В качестве количественной оценки интерференционной картины пользуются ее видностью:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (1.13)$$

Из формулы видности (1.13) ясно, что видность может изменяться в пределах $0 \leq V \leq 1$, причем $V = 1$ отвечает максимальной контрастности интерференционной картины; если $I_{\min} = I_{\max}$, то $V = 0$ и интерференционная картина отсутствует. Интерференционная картина практически наблюдаема при $V > 0,1$, что соответствует положению, когда $I_{\min} \approx 0,82 I_{\max}$.

1.2.2. Получение стационарной интерференционной картины в оптике

Стационарной называют интерференционную картину, в которой распределение интенсивности не изменяется во времени. На основании соотношения (1.6) для получения стационарной интерференционной картины должно выполняться условие

$\cos[\delta_1(t) - \delta_2(t)] = \text{const}$, т.е. разность фаз складываемых колебаний не должна зависеть от времени. Источники, а также соответствующие колебания, для которых $\delta_2(t) - \delta_1(t) = \text{const}$, называют когерентными.

В случае строго монохроматических волн условие $\delta_1(t) - \delta_2(t) = \text{const}$ выполняется всегда, реальные же источники испускают некогерентные волны и только с помощью специальных средств или приемов можно получить частично когерентные волны.

Когерентность означает согласованность по фазе между разными пучками или между разными частями одного и того же пучка лучей. Различают понятия временной и пространственной когерентности. Временная когерентность связана с интервалом частот $\Delta\omega$ волн, излучаемых источником, пространственная же когерентность — с размерами источника и геометрией интерференционной схемы.

Два источника света, размеры и расположение которых позволяют наблюдать интерференцию, называют пространственно когерентными. Когерентность излучения можно характеризовать видностью создаваемой им интерференционной картины V .

Всякое светящееся тело состоит из большого количества атомов, каждый из которых излучает свет независимо от других атомов в виде цуга волн. Продолжительность цуга $\tau \leq 10^{-8}$ с. По прошествии определенного времени атом излучает новый цуг волн, фаза которого не зависит от предыдущего, и поэтому разность фаз между разными цугами изменяется случайным образом. Следовательно, максимальное время, в течение которого можно фазу и амплитуду испущенной волны считать постоянными, определяется физическими процессами в источнике излучения. Это время называется временем когерентности — $\tau_{\text{ког}}$ ($\tau_{\text{ког}} \approx 10^{-9} - 10^{-10}$ с). Зная время когерентности, можно оценить и длину когерентности — $l_{\text{ког}} = c \tau_{\text{ког}}$, где c — скорость света.

В действительности электромагнитная волна никогда не является строго монохроматической. Одному цугу продолжительностью $\Delta\tau$ отвечает не одна определенная частота, а интервал частот $\nu \pm \Delta\nu$, связанный с продолжительностью

волнового пуга соотношением:

$$\Delta \nu \cdot \Delta \tau \approx 1,$$

из которого видно, что, чем дольше происходит излучение волнового пуга, тем более монохроматической является волна. Поскольку в оптике измеряемой величиной является длина волны, то представим предыдущее соотношение в виде

$$\Delta \lambda \cdot \Delta \tau \approx \frac{\lambda^2}{c}, \quad (I.14)$$

где $\Delta \lambda$ — соответствующий интервал длин волн, а λ — среднее значение длины волны в этом интервале. Из-за движения атомов во время излучения (эффект Доплера) и по другим причинам в действительности интервал излучаемых длин волн существенно больше, чем определяемый из соотношения (I.14).

Из всего вышеизложенного с учетом соотношения (I.6) вытекает, что с помощью независимых источников света получение интерференционной картины невозможно. В оптике для получения когерентных источников пользуются приемами, которые в общем сводятся к разделению пучка света, излучаемого одним источником, на две части. Таким образом получают вместо одного действительного источника света два действительных, один действительный и один мнимый или два мнимых источника света. Лучи, исходящие из полученных таким образом источников, могут интерферировать. Возникновение интерференционных полос в какой-нибудь области пространства указывает на то, что между взаимодействующими волнами существует корреляция, т.е. они когерентны.

В оптике пользуются двумя методами получения когерентных волн:

1) Метод разделения фронта волны, состоящий в том, что поток света, испускаемый одним источником, расщепляется на два, пропусканием его через две близкие друг к другу щели в непрозрачной пластине;

2) метод разделения амплитуды, в котором испущенная источником световая волна расщепляется на две с помощью частично отражающих и частично пропускающих поверхностей.

Если два когерентных точечных источника света находятся на одинаковых расстояниях от некоторой точки, то коле-

бания в этой точке тоже когерентны. Если оптическая разность хода находится в пределах $0 < (z_1 n_1 - z_2 n_2) < \ell_{\text{ког}}$ (см. рис. I.1 и соотношение (I.9)), то в рассматриваемой точке будет наблюдаться интерференция. Колебания в этой точке будут тогда частично когерентными и видность интерференционной картины находится в пределах $0 < V < 1$. Если разность хода станет больше длины когерентности $\ell_{\text{ког}}$, то интерференция больше наблюдаться не будет, ибо колебания здесь некогерентны.

I.2.3. Влияние размеров источника света на интерференционную картину.

Для оценки влияния размеров источника света на интерференционную картину рассмотрим схему, изображенную на рисунке I.3.

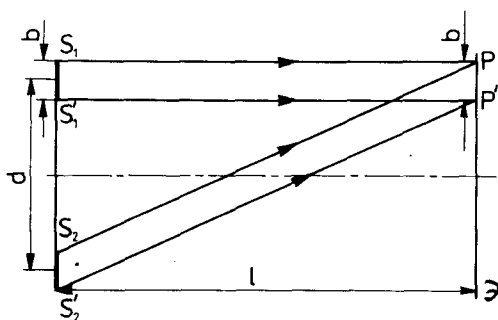


Рис. I.3. Интерференция света в случае протяженного источника.

В этой схеме $S_1 S_1'$ и $S_2 S_2'$ суть два изображения одного протяженного источника света, полученные с помощью интерференционной схемы, точки которых попарно когерентны между собой. Точки источника света излучают независимо друг от друга. Но поскольку каждая пара когерентных точек дает на экране свою интерференционную картину, то все эти картины сдвинуты одна относительно другой. Пусть характерный линейный размер источника света (ширина щели) в плоскости рисунка равна b ,

тогда сдвиг интерференционных картин одного и того же порядка, происходящих от крайних точек источника, на экране будет тоже равен β . Если этот сдвиг равен половине ширины интерференционной полосы $\frac{\Delta x}{2}$, то максимумы одной интерференционной картины совмещаются с минимумами другой и экран оказывается освещенным равномерно. Для того, чтобы интерференционная картина еще наблюдалась, надо, чтобы размеры источника удовлетворяли условию

$$\beta < \frac{\Delta x}{2} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{1}{2} \frac{\lambda b}{d} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\sin \omega}, \quad (1.15)$$

где ω — угол, под которым интерферирующие лучи выходят из источника. Этот угол называют апертурой интерференции.

Практика показывает, что интерференция наблюдается хорошо, когда видность $V \geq \frac{2}{3}$, при этом $\beta < \frac{\Delta x}{4}$ и, следовательно,

$$2\beta \sin \omega \leq \frac{\lambda}{4}. \quad (1.16)$$

Отсюда следует, что, чем больше апертура интерференции, тем меньше должны быть размеры источника света.

1.2.4. Интерференция некогерентного света.

В ранее рассмотренных случаях интерференции предполагалось, что источник излучает монохроматический свет. Реальные источники излучают всегда волны, укладывающиеся в какой-то промежуток длин волн $\lambda \dots \lambda + \Delta\lambda$. Оценим ширину этого промежутка $\Delta\lambda$, при которой интерференцию можно еще наблюдать.

Интерференционная картина исчезает, когда максимум m -го порядка для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$ совпадает с максимумом $m+1$ -го порядка для длины волны λ . В таком случае

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda,$$

откуда

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}. \quad (1.17)$$

При таких условиях промежуток между соседними миниму-

мами, отвечающими некоторой длине волны, заполнен максимумами, соответствующими другим длинам волн в промежутке $\lambda \dots \lambda + \Delta\lambda$. Из соотношения (I.17) вытекает, что, чем выше порядок интерференции m , тем меньше должен быть промежуток $\Delta\lambda$, чтобы интерференцию можно было наблюдать.

Интерференцию можно наблюдать, используя и белый свет. Если разность хода интерферирующих лучей близка к нулю, то условие интерференционного максимума выполняется для всех длин волн. В таком месте интерференционной картины полосы отчетливо видны. При удалении от этой области, в которой разность хода лучей близка к нулю, интерференционные максимумы видны, благодаря спектральной селективности человеческого глаза.

I.2.5. Интерференция света при отражении от тонких пленок.

Когерентные волны можно получить при отражении света от тонких прозрачных пленок (рис. I.4).

При интерференции двух волн, полученных в результате отражения или преломления света, испускаемого точечным источником света, возникает стационарная интерференционная картина, которую можно наблюдать в любой точке пространства, где интерферирующие волны встречаются. Такую интерференционную картину называют недокализованной.

В случае интерференции света, испускаемого протяженным источником, интерференционная картина видна лишь в том случае, когда разность фаз для каждой пары волн, приходящих в данную точку с разных участков источника света, приблизительно одинакова. Обычно это условие выполняется, когда точки наблюдения лежат на какой-нибудь определенной поверхности, т.е. интерференционные полосы видны лишь при условии, когда глаз наблюдателя (или оптическая установка) сфокусирован на эту поверхность. Такие интерференционные полосы называют локализованными.

На рис. I.4 волна, падающая в направлении SA , делится на две: отраженную волну в направлении AO и преломленную волну в направлении AD . Преломленная волна снова отражается частично от нижней поверхности пленки в точке D и,

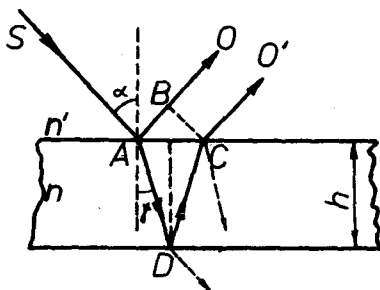


Рис. I.4. Интерференция при отражении от тонких пленок.

преломившись на верхней поверхности пленки, возвращается в первую среду в направлении CO' . Пусть угол падения света будет α , толщина пленки h , угол преломления γ . Между лучами SAO и $SADO'$ возникает разность хода

$$\Delta = 2AD \cdot n - AB \cdot n', \quad (I.18)$$

где n и n' суть показатели преломления пленки и среды, из которой свет падает на пленку, соответственно. Из рисунка можно увидеть, что

$$AB = AC \sin \alpha = 2h \operatorname{tg} \gamma \sin \alpha. \quad (I.19)$$

Приняв в расчет, что

$$AD = \frac{h}{\cos \gamma}, \quad n' \sin \alpha = n \sin \gamma \text{ и } n' \approx 1 \text{ (воздух),}$$

получим

$$\Delta = \frac{2nh}{\cos \gamma} - 2h \operatorname{tg} \gamma \sin \alpha = \frac{2nh}{\cos \gamma} (1 - \sin^2 \gamma) = 2nh \cos \gamma. \quad (I.20)$$

Поскольку интерферирующие лучи претерпевали отражение, следует учесть и изменение фазы на π при отражении от оптически более плотной среды. В результате получим

$$\Delta = 2nh \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}. \quad (I.21)$$

В зависимости от значения Δ в направлении CO' согласно условиям (I.8) будет либо интерференционный максимум или минимум, либо некоторое промежуточное положение. Как видно, определяется характер интерференционной картины в основном величинами h , μ и n .

В последующем рассмотрим два возможных частных случая интерференции света в тонких пленках.

1. Пусть имеется идеально плоскопараллельная пленка толщиной h , на которую падает расходящийся пучок лучей. В таком случае разность хода интерферирующих лучей зависит только от угла падения α , а следовательно, и от соответствующего угла преломления μ ($\frac{\sin \alpha}{\sin \mu} = n$). Положение интерференционных минимумов и максимумов зависит, следовательно, и от угла α . Такие интерференционные полосы называются полосами равного наклона. Так как интерферирующие лучи параллельны, то они дают интерференционную картину в бесконечности, т.е. интерференционные полосы равного наклона локализованы в бесконечности. Если на пути лучей поставить собирающую линзу (и глаз тоже), то изображение возникает в фокальной плоскости линзы. Если свет падает перпендикулярно к поверхности пленки, то интерференционная картина представляет собой систему темных и светлых колец.

2. Если верхняя и нижняя поверхность пленки образуют клин с углом φ при вершине и на нее падает параллельный пучок лучей, то разность хода интерферирующих лучей зависит только от оптической толщины nh пленки. Возникают светлые и темные параллельные интерференционные полосы. Такой случай называется интерференцией равной толщины, так как местоположение интерференционных полос определяется областями пленки с одинаковой толщиной.

Локализация полос равной толщины зависит от угла падения света α и угла клина φ . Интерференционные полосы локализируются тем ближе к поверхности пленки, чем меньше угол α . В случае нормального падения света ($\alpha = 0$) полосы равной толщины локализируются на поверхности пленки. При угле падения, отличном от нуля, полосы равной толщины локализируются тем дальше от поверхности пленки, чем меньше угол клина φ . Если $\varphi = 0$ (плоскопараллельный слой), то полосы

равной толщины переходят в интерференционные полосы равного наклона, локализованные в бесконечности.

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Оптика. - М.: Наука, 1980. С. 188-252.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. - М.: Наука, 1976. - С. 62-149.
3. Сарлевский А.М. Оптика. - Минск: Университетское, 1984, - I. - С. 5-28, 72-128.

2. Практические работы

2.1. Интерференция света в плоскопараллельной пластине

2.1.1. Задание

Ознакомление с интерференцией света в плоскопараллельной пластине. Определение показателя преломления толстой пластины по интерференционной картине.

2.1.2. Принадлежности

Плоскопараллельная стеклянная пластина на юстировочной подставке, лазер ЛГ-75 ($\lambda = 632,8$ нм), экран с объективом.

2.1.3. Необходимые предварительные знания

Для успешного выполнения работы надо предварительно усвоить основные понятия волновой оптики: монохроматическая волна, когерентность световых волн, принцип суперпозиции, интерференция волн, видность интерференционной картины.

2.1.4. Ход работы

2.1.4.1. Теоретические основы эксперимента

Оптическая схема эксперимента приведена на рис. 2.1. В качестве источника света используется газовый лазер I. С помощью объектива микроскопа луч лазера преобразуется в конический пучок света, который отражается от передней и задней поверхности плоскопараллельной пластины 4. Фокус объектива, в котором собираются лучи лазера, играет роль точечного источника света. Интерференция отраженных волн наблюдается на экране S' , в середине которого имеется отверстие.

В рассматриваемом нами случае углы падения и преломления лучей малы. В таком случае можно синус угла принимать равным самому углу (выраженному в радианах) и, сле-

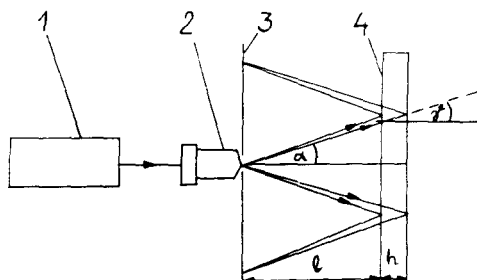


Рис. 2.1. Схема опыта для наблюдения полос равного наклона:

1 - лазер; 2 - объектив; 3 - экран; 4 - плоскопараллельная стеклянная пластина на юстировочной подставке.

довательно, $\frac{\alpha}{\gamma} \approx n$. На основании формул (1.8) и (1.20) можно получить условие интерференционных минимумов в отраженном свете:

$$2nh \cos \gamma_m = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.1)$$

где m - порядок интерференции, отвечающий углу падения α_m и углу преломления γ_m .

Если разложить функцию косинуса в степенной ряд и ограничиться первым членом ряда, то получится

$$2nh \left(1 - \frac{\gamma_m^2}{2}\right) = m\lambda \quad (2.2)$$

Если $\gamma_m = 0$, то $m = m_{\max}$, где m_{\max} - максимальный порядок интерференции, показывающий число длин волн, которые укладываются на оптическом пути, отвечающем двойной толщине пластины. Порядок интерференции максимален в центре интерференционной картины:

$$m_{\max} = \frac{2nh}{\lambda}. \quad (2.3)$$

Считая по-прежнему, что $\frac{\alpha}{\gamma} \approx n$, из соотношений (2.2) и (2.3) получится

$$\alpha_m^2 = \frac{2n^2(m_{max} - m)}{m_{max}} = \frac{2n^2 m_k}{m_{max}}, \quad (2.4)$$

где m — порядок интерференции, отвечающий α_m , а $m_k = m_{max} - m$.

Действительное значение величины m_k не всегда известно, но $m_k = m_0 + m_x$, где $m_x = 0, 1, 2, \dots$ — номер темных колец, при их нумерации в направлении от центра, начиная от произвольного кольца, которому присвоен номер m_0 (в случае толстой пластины можно m_{max} считать целым числом).

Нетрудно видеть, что графиком функции $\alpha_m^2 = f(m_x)$ является прямая (см. рис. 2.2), крутизна которой описывается формулой

$$\frac{\Delta(\alpha_m^2)}{\Delta m_x} = \frac{2n^2}{m_{max}} \quad (2.5)$$

Максимальный порядок интерференции m_{max} выразится из соотношения (2.5) в виде

$$m_{max} = \frac{2n^2}{\frac{\Delta(\alpha_m^2)}{\Delta m_x}}. \quad (2.6)$$

Найдя m_{max} , можно с помощью формулы (2.3) вычислить показатель преломления n .

Если используемый источник света не является строго монохроматическим, а излучает свет в промежутке длин волн $\Delta\lambda$, то на основании соотношения (I.17) интерференцию можно наблюдать при условии (см. [1], с. 70)

$$m < \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (2.7)$$

Предельное значение толщины пластины h , при которой возможно наблюдение интерференции, находится из соотношений (2.1) и (2.7):

$$h < \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}. \quad (2.8)$$

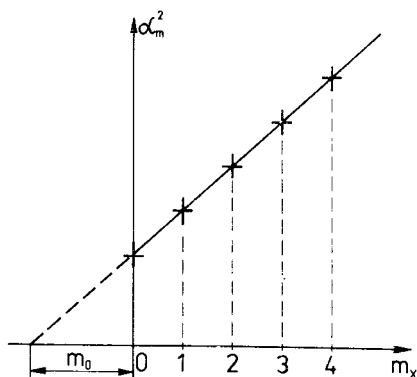


Рис. 2.2. Зависимость угла падения от порядка интерференции.

2.1.4.2. Эксперимент

Высокая временная и пространственная когерентность и монохроматичность лазерного луча позволяют наблюдать интерференцию в довольно толстой плоскопараллельной стеклянной пластине.

Для изучения интерференционной картины собирается установка согласно рис. 2.1.

Из лазера I исходит параллельный пучок лучей. Прежде, чем приступить к измерению параметров интерференционной картины, следует стеклянную пластину 4 установить строго перпендикулярно к падающему на нее пучку лучей. Для этого надо удалить объектив 2 и отрегулировать высоту экрана 3 так, чтобы лазерный луч прошел через отверстие в середине экрана. Стеклопластину устанавливают на максимальном расстоянии от экрана. Перпендикулярность лазерного луча пластине проверяют по отраженному лучу, направление которого должно быть строго противоположно направлению падающего луча, т.е. он должен тоже пройти через отверстие в экране 3. Такого положения добиваются поворотом подставки с пластиной и регулировки с помощью винтовых ножек столика

(МЗ! Перпендикулярность пластины лучу следует проверять после каждого перемещения пластины, так как оптическая скамья может не быть строго параллельна оси лазера).

После этого возвращают на свое место объектив, который рассеивает первоначально параллельный пучок лучей. В отраженном свете на экране 3 возникает интерференционная картина. Следует отметить, что происходит также и интерференция лучей, прошедших через пластину. В случае монохроматических и когерентных источников света видность интерференционной картины зависит от отношения амплитуд интерферирующих волн. Поскольку амплитуды волн, прошедших через пластину, отличаются значительно, интерференционные максимумы и минимумы отличаются мало, отсюда плохая видность интерференционной картины. Существенным явлением, подтверждающим закон сохранения энергии в интерференции волн, является то, что интерференционные картины, возникающие в отраженном свете и в свете, прошедшем через пластину, дополняют друг друга, т.е. светлые кольца в одной картине и темные в другой находятся под равными углами к нормали, проведенной к пластине.

Измерив расстояние l от экрана до передней поверхности пластины и с помощью штангенциркуля диаметры D_m темных колец, можно найти

$$\operatorname{tg} \alpha_m \approx \alpha_m = \frac{D_m}{4l} \quad (2.9)$$

Измерения производят при трех разных расстояниях между пластиной и экраном. На каждом расстоянии измеряют диаметры по меньшей мере 5 – 6 разных колец. Так как кольца неидеальны и толщина их конечна, то диаметр каждого кольца измеряют в нескольких направлениях. Результаты представляют в виде таблицы и строят график $\alpha_m^2 = f(m_x)$.

Поскольку стеклянная пластина не является идеально плоскопараллельной, то центр интерференционных колец смещен относительно отверстия, из которого свет выходит. Для определения диаметров колец можно поступать двояко. В первом случае пользуются вспомогательной принадлежностью (см. рис. 2.3) – листом бумаги, в середине которого имеется отверстие I и на который нанесены три направления измерений.

Этот лист располагают так, чтобы нанесенные на него направления измерений совпали с радиусами колец. Положение интерференционных колец наносят карандашом на этот лист и позднее при обработке данных измеряют штангенциркулем нанесенные диаметры.

Во втором случае вместо диаметров колец измеряют их хорды. В работе 2.2 показано (см. текст к рисунку 2.5), что вместо квадратов диаметров можно пользоваться квадратами хорд. Для измерения хорд проводят на бумаге прямую и отмечают на ней конечные точки хорд.

Зная толщину пластины ($h = 18,125$ мм) и пользуясь соотношениями (2.3) и (2.6), находят по крутизне прямой $\alpha_m^2 = f(m, \lambda)$ максимальный порядок интерференции и показатель преломления стеклянной пластины. Для определения крутизны прямой $\alpha_m^2 = f(m, \lambda)$ пользуются методом наименьших квадратов.

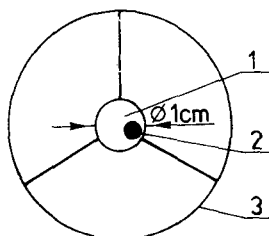


Рис. 2.3. Экран, используемый при измерениях: 1 - отверстие в бумаге, 2 - освещаемое отверстие, 3 - окружность, совмещаемая с интерференционными кольцами.

Оценивают погрешности измерений. Выясняют, какие факторы дают наибольшую погрешность. Оценивают предельное значение толщины пластины, при которой возможно еще наблюдение интерференции света спектральной лампы.

2.1.5. Вопросы

1. Как зависит диаметр колец от длины световой волны?
2. От чего зависит расстояние между кольцами?
3. Почему в настоящем опыте нельзя получить интерференционной картины при помощи обычной лампы накаливания, спектральной лампы? (Убедитесь в этом.)
4. Почему интерференционные полосы в данном случае имеют форму колец?
5. Как изменится интерференционная картина, если увеличить толщину стеклянной пластины?
6. От чего зависит освещенность экрана в центре интерференционной картины?
7. Какой была бы интерференционная картина при освещении стеклянной пластины параллельным пучком света?
8. Чем отличается данная интерференционная картина от колец Ньютона?
9. Найти видность интерференционной картины в отраженном и проходящем свете, исходя из формул Френеля.
10. Чем отличалась бы интерференционная картина, если бы стеклянная пластина была помещена в воду? Если бы в воде был такой же толщины слой воздуха? Дайте числовую оценку.

2.2. Исследование колец Ньютона

2.2.1. Цель работы

Ознакомление с одним из частных случаев интерференции: возникновением интерференционной картины в тонких пленках. Определение радиуса кривизны поверхности линзы и неизвестной длины волны. Использование ЭВМ при обработке результатов опыта.

2.2.2. Принадлежности

Плосковыпуклая линза и плоскопараллельная стеклянная пластина в держателе, измерительный микроскоп, натриевая лампа ($\lambda = 589,6$ нм), неизвестная лампа со светофильтром.

2.2.3. Необходимые предварительные знания

Для успешного выполнения работы необходимо предварительно усвоить основные понятия волновой оптики: монохроматическая волна, когерентные колебания, длина когерентности, время когерентности, интерференция волн, интерференция в тонких пленках, видность интерференционной картины, локализованность интерференционной картины.

2.2.4. Ход работы

Классическим примером интерференционных полос равной толщины являются кольца Ньютона, получаемые по нижеописанной схеме. Плосковыпуклую линзу с большим радиусом кривизны кладут выпуклой стороной на плоскую стеклянную пластину, как это показано на рис. 2.4.

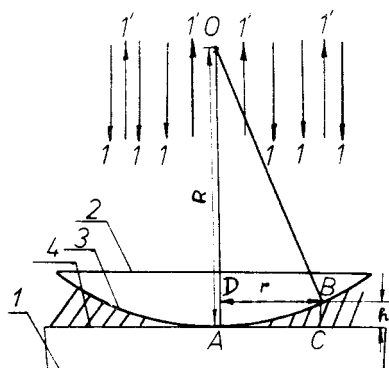


Рис. 2.4. Получение колец Ньютона.

Между пластиной и линзой остается слой воздуха, толщина которого увеличивается от центра к краям линзы (заштрихованная область на рисунке).

Направим на плоскую поверхность линзы параллельный пучок лучей (I) перпендикулярно к этой поверхности и будем наблюдать интерференцию со стороны падающего света. Часть падающего света отражается от сферической поверхности линзы. В силу того, что кривизна этой поверхности мала (радиус кривизны большой), отраженные волны распространяются в

направлении почти противоположном направлению падающих волн. Часть света распространяется до верхней поверхности стеклянной пластины и отражается от нее. Волны, отраженные от выпуклой поверхности линзы и верхней поверхности пластины, могут интерферировать. Возникающая интерференционная картина называется кольцами Ньютона. Так как толщина воздушного слоя одинакова вдоль окружности с центром в точке соприкосновения линзы и пластины, то при освещении монохроматическим светом получается система светлых и темных колец. При освещении белым светом кольца оказываются цветными.

Вычислим зависимость между разностью хода лучей, отраженных от выпуклой поверхности линзы и верхней поверхности пластины, и радиусом кольца. Разность хода лучей, отрезавшихся в точках В и С, согласно формуле (1.21) с учетом, что $\gamma \approx 0$

$$\Delta = 2hn + \frac{\lambda}{2}, \quad (2.10)$$

где h — расстояние между точками В и С (толщина воздушного слоя в этом месте, т.е. на расстоянии r от центра А), n — показатель преломления воздуха, т.е. среды, заполняющей пространство между линзой и пластиной ($n = 1$). Дополнительная разность хода $\frac{\lambda}{2}$ возникает при отражении света от оптически более плотной среды в точке С.

Из формул (2.10) и (1.8) вытекает условие интерференционных минимумов

$$h = m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.11)$$

Из прямоугольного треугольника DOB (рис. 2.4)

$$R^2 = r^2 + (R-h)^2. \quad (2.12)$$

Так как радиус кривизны поверхности линзы R значительно больше толщины воздушного слоя h , то можно величиной h^2 пренебречь и записать

$$\begin{aligned} & 2Rh = r^2 \\ \text{или} & \quad h = \frac{r^2}{2R}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Обозначим радиус минимума i -го порядка через r_i , а j -го порядка — r_j , тогда соотношение (2.13) даст

$$\left. \begin{aligned} h_i &= \frac{r_i^2}{2R}, \\ h_j &= \frac{r_j^2}{2R}. \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

Разность толщин воздушного слоя на уровне этих минимумов

$$h_i - h_j = \frac{r_i^2 - r_j^2}{2R}. \quad (2.15)$$

Из условия минимума (2.11) вытекает

$$h_i - h_j = (i - j) \frac{\lambda}{2}.$$

Сделав такую замену в соотношении (2.15), получим

$$(i - j)R\lambda = r_i^2 - r_j^2, \quad (2.16)$$

откуда, пользуясь диаметром колец $d = 2r$, получится

$$4R(i - j)\lambda = d_i^2 - d_j^2.$$

Если обозначить $d^2 = g$ и посчитать $j = 0$, то получится

$$g_i = 4R\lambda i + g_0. \quad (2.17)$$

Графиком функции (2.17) $g = f(i)$ является прямая, крутизна которой $4R\lambda$, а начальная ордината g_0 . Зная длину волны λ , можно по крутизне этой прямой вычислить радиус кривизны линзы R , или, наоборот, зная радиус кривизны R , можно вычислить длину волны λ используемого света.

Измерение диаметра колец дело нелегкое, ибо микроскоп при измерении должен проходить точно через их центр. Покажем, что определение диаметров можно производить через измерение хорд колец.

Пусть микроскоп перемещается по линии AA' (рис. 2.5), точки J и J' находятся соответственно на i -том и j -том кольце, а точка K делит хорду CC_1 пополам. Длины от-

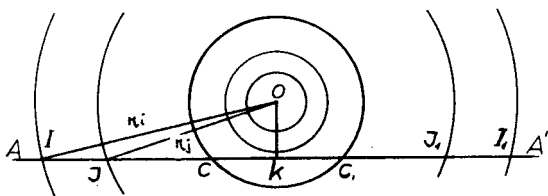


Рис. 2.5. Измерение интерференционных колец вдоль хорды AA' .

резков JK и $J'K$ можно измерить точно. Если центр колец находится в точке O , то

$$\left. \begin{aligned} (JK)^2 + (OK)^2 &= (OJ)^2 = z_i^2, \\ (J'K)^2 + (OK)^2 &= (OJ')^2 = z_j^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

Вычтя почленно из одного уравнения (2.18) другое, получим

$$(JK)^2 - (J'K)^2 = z_i^2 - z_j^2 = R\lambda(i - j).$$

Следовательно

$$d_i^2 - d_j^2 = (J_1 J_1)^2 - (J'_1 J'_1)^2 = 4R\lambda(i - j)$$

и мы можем в вычислениях пользоваться вместо квадратов диаметров квадратами хорд.

Следует учесть еще деформацию линзы и стеклянной пластины в месте их соприкосновения, т.к. линза прижимается к пластине и в какой-то мере обе они деформируются. Допустим, что деформация обеих мала и ограничивается небольшой областью в месте соприкосновения, а на некотором удалении от нее поверхность линзы остается сферической, а поверхность пластины плоской. В таком случае вместо (2.12) будем иметь

$$R^2 = z^2 + [R - (n + \Delta n)]^2,$$

где Δh — величина деформации.

Если пренебречь малыми второго порядка, то диаметры темных колец выразятся следующим образом:

$$d_i^2 = 4R\lambda i + 8R\Delta h. \quad (2.19)$$

Из сравнения формул (2.17) и (2.19) можно видеть, что $g_0 = 8R\Delta h$, откуда, определив по графику g_0 и R , можно вычислить величину деформации

$$\Delta h = \frac{g_0}{8R}.$$

Вычисленная таким образом деформация может отличаться от действительной, если между линзой и пластиной окажутся случайные пылинки.

2.2.4.1. Эксперимент

Схема опыта представлена на рис. 2.6.

Полупрозрачное зеркало 2, расположенное под углом 45° к стеклянной пластине 4, направляет идущий от лампы свет на плосковыпуклую линзу и в то же время пропускает свет, отраженный от линзы. Нижняя поверхность пластины 4 матово-черная, чтобы избежать мешающего влияния света, отраженного от этой поверхности. С помощью собирающей линзы 5 получается почти параллельный пучок лучей. Измерительный микроскоп I позволяет определять координаты точек пересечения колец с хордой или диаметром с точностью до 0,01 мм. Для получения достоверных результатов надо выполнить следующие требования.

1. Стеклянную пластину вместе с ее держателем следует расположить в поле зрения измерительного микроскопа.

2. Поскольку механизм перемещения измерительного микроскопа неизбежно имеет мертвый ход (люфт), следует перемещать микроскоп только в одном направлении, т.е. начать с одного края самого наружного кольца и двигаться до другого края этого кольца, измерив также координаты точек пересечения промежуточных колец и хорды.

3. Так как темные кольца кажутся более узкими, то следует измерять координаты пересечения именно темных колец

с хордой.

4. Поскольку поверхности пластины и линзы неидеальны, то измерения следует производить в трех разных направлениях (направления эти обозначены на пластине I-I, 2-2, 3-3) и за радиус кривизны взять среднее арифметическое полученных результатов.

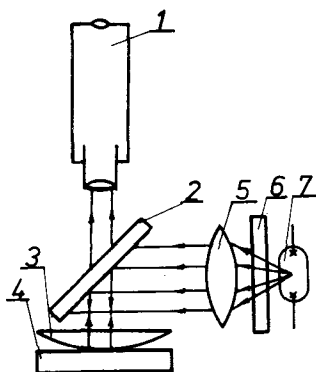


Рис. 2.6: 1 - микроскоп; 2 - полупрозрачное зеркало; 3 - линза; 4 - плоская стеклянная пластина; 5 - собирающая линза; 6 - светофильтр; 7 - спектральная лампа.

5. 1) Диаметры центральных колец самые маленькие, поэтому относительная погрешность при их измерении наибольшая.

2) Ширина центральных колец наибольшая, поэтому абсолютная погрешность при их измерении наибольшая.

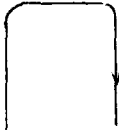
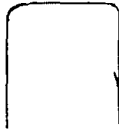
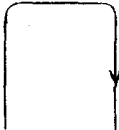
3) Как стеклянная пластина, так и линза в месте их соприкосновения несколько деформированы, вследствие чего возникает дополнительная погрешность при измерении радиуса кривизны линзы.

По этим причинам центральные кольца не измеряют.

При измерении неизвестной длины волны лампа и светофильтр выбираются преподавателем. Сначала измеряют координаты десяти колец (в каком-нибудь определенном направ-

лении), отвечающих неизвестной длине волны. Затем, не изменяя положения держателя, измеряют координаты двадцати колец при известной длине волны. В остальных двух направлениях измеряют координаты десяти колец при известной длине волны. В целях удобства дальнейшей обработки опытных данных следует оформить их в виде таблицы следующим образом:

Определение радиуса кривизны

Номер кольца	Напр. 1-1		Напр. 2-2		Напр. 3-3	
	A	B	A	B	A	B
1						
2						
⋮						
⋮						
20						

A – координата первого конца диаметра (хорды),
 B – координата второго конца диаметра (хорды).

Стрелками указан порядок выполнения измерений. Аналогичную таблицу составляют и при определении неизвестной длины волны.

2.2.4.2. Обработка опытных данных

В теоретической части было показано, что график зависимости диаметра кольца от его порядкового номера – прямая, крутизна которой позволяет определить одну из величин R или λ , если другая известна.

Всякое измерение неизбежно связано со случайными отклонениями, вследствие чего опытные точки не располагаются точно на прямой (см. рис. 2.7). Нашей задачей является нахождение наилучшей прямой приближения (регрессионной прямой) для семейства точек, представленных на рис. 2.7. Для этого пользуются обычно методом наименьших квадратов. Объем вычислений здесь велик, поэтому опытные данные обрабатывают на ЭВМ.

К протоколу прилагают вычисления, произведенные на ЭВМ,

и вычерчивают график $g_i = f(i)$, нанеся на плоскость как экспериментальные точки, так и регрессионную прямую.

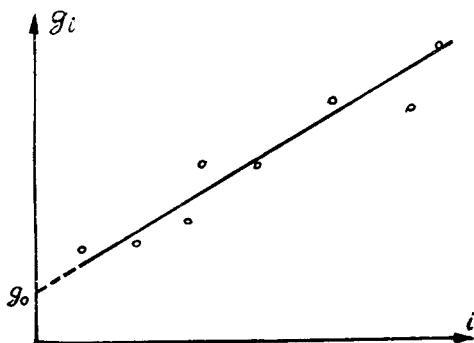


Рис. 2.7. Регрессионная прямая зависимости $g_i(i)$.

2.2.5. Вопросы

1. Почему в центре колец Ньютона находится темное пятно? Как можно получить в центре картины светлое пятно?
2. Какова физическая сущность величины g_0 ?
3. Какую интерференционную картину можно увидеть в проходящем свете? Объясните.
4. Как изменится интерференционная картина, если линзу вместе с пластиной и держателем поместить в воду?
5. Почему не наблюдается интерференция волн, отраженных от поверхностей 1 и 2; 1 и 3 (рис. 2.4)?
6. Как изменятся кольца Ньютона при увеличении (уменьшении) радиуса кривизны линзы?
7. Чем отличаются кольца Ньютона от интерференционной картины, полученной при отражении света от плоскопараллельной пластины? (См. раб. 2.1.)
8. Как изменятся кольца Ньютона, если линзу несколько приподнять над пластиной? Будут ли в этом случае совпадать номер кольца и порядок интерференции?
9. Вычислите толщину воздушного слоя в месте двадцатого темного кольца и найдите, как выполняется условие $R \gg h$ в случае, если длина волны $\lambda = 500$ нм, а радиус кри-

визны линзы $R = 1 \text{ м}$.

- Ю. Какой будет наблюдаемая интерференционная картина при освещении системы светом с двумя близкими длинами волн ($\Delta\lambda = 2 \text{ нм}$, $\Delta\lambda = 20 \text{ нм}$, $\lambda_0 = 500 \text{ нм}$, $R = 1 \text{ м}$)?
- II. Пусть время когерентности падающего света равно 10^{-11} с . Чему будет равно число наблюдаемых интерференционных колец при $\lambda = 500 \text{ нм}$ и $R = 1 \text{ м}$?

2.3. Интерферометр Майкельсона

2.3.1. Задание

Ознакомление с интерферометром Майкельсона и возможностями его использования. Измерение температурного поля нагретой проволоки с помощью интерферометра Майкельсона.

2.3.2. Принадлежности

Интерферометр Майкельсона, источники света (ртутная лампа и лампа накаливания), измерительный микроскоп, зрительная труба.

2.3.3. Необходимые предварительные знания

Интерференция света, время и длина когерентности, интерференционные полосы равного наклона и равной толщины.

2.3.4. Ход работы

2.3.4.1. Устройство интерферометра

Схема интерферометра Майкельсона приведена на рис.2.8. Принцип действия интерферометра состоит в следующем. Световая волна, испускаемая источником S , падает на плоскопараллельную разделительную пластину P , расположенную к ней под углом 45° . На поверхности ВС этой пластины, покрытой тонким полупрозрачным зеркальным слоем, падающая волна делится на две равные по амплитуде волны, распространяющиеся перпендикулярно друг к другу. Первая из них, прошедшая через пластину P , отражается от плоского зеркала M_1 , затем, отразившись от поверхности ВС пластины P , идет в направлении зрительной трубы T . Вторая отражается от поверхности ВС пластины P в направлении плоского зеркала M_2 и отразившись от него, проходит через пластину P и

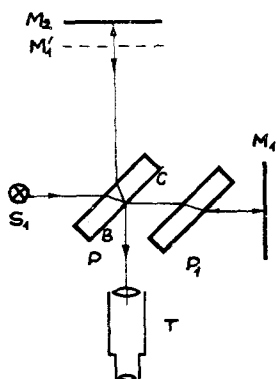


Рис. 2.8. Схема интерферометра Майкельсона.

отражении от поверхности ВС разделительной пластины P в направлении зрительной трубы. Поскольку расстояния от пластины P до зеркал M_1 и M_2 могут быть неодинаковы, может между интерферирующими волнами возникнуть разность хода Δ . Для изменения этой разности хода зеркало M_2 можно перемещать так, что оно остается параллельным самому себе. Зеркало M_1 можно поворачивать, изменяя таким образом его наклон. Благодаря этим возможностям регулировки зеркал можно с помощью интерферометра получить как полосы интерференции равного наклона, так и равной толщины и производить различные интерферометрические измерения.

Интерференционные полосы равного наклона возникают при условии строгой взаимной перпендикулярности зеркал M_1 и M_2 . Для получения интерференционных полос равной толщины надо, чтобы угол между зеркалами M_1 и M_2 немного отличался от прямого (M_2 и M_1' образуют малый угол).

При интерферометрических измерениях исследуемый объект помещают в одном из плеч интерферометра, т.е. между пластиной P и одним из зеркал M_1 или M_2 . Сведения об измеряемом объекте проявляются в изменениях интерференционной картины.

идет тоже в направлении зрительной трубы T .

Так как вторая волна проходит через пластину P три раза, первая же только один раз, то для компенсации возникающей разности хода на пути первой волны помещается пластинка P_1 . Эта т.н. компенсационная пластинка имеет такую же толщину и такой же показатель преломления, что и пластинка P , но у нее отсутствует зеркальное покрытие.

Пунктиром M_1' на рисунке показано мнимое изображение зеркала M_1 , возникающее при

отражении от поверхности ВС разделительной пластины P в направлении зрительной трубы.

Поскольку расстояния от пластины P до зеркал M_1 и M_2 могут быть неодинаковы, может между интерферирующими волнами возникнуть разность хода Δ .

Для изменения этой разности хода зеркало M_2 можно перемещать так, что оно остается параллельным самому себе.

Зеркало M_1 можно поворачивать, изменяя таким образом его наклон.

Благодаря этим возможностям регулировки зеркал можно с помощью интерферометра получить как полосы интерференции равного наклона, так и равной толщины и производить различные интерферометрические измерения.

Интерференционные полосы равного наклона возникают при условии строгой взаимной перпендикулярности зеркал M_1 и M_2 .

Для получения интерференционных полос равной толщины надо, чтобы угол между зеркалами M_1 и M_2 немного отличался от прямого (M_2 и M_1' образуют малый угол).

При интерферометрических измерениях исследуемый объект помещают в одном из плеч интерферометра, т.е. между пластиной P и одним из зеркал M_1 или M_2 .

Сведения об измеряемом объекте проявляются в изменениях интерференционной картины.

Сведения об измеряемом объекте проявляются в изменениях интерференционной картины.

Сведения об измеряемом объекте проявляются в изменениях интерференционной картины.

Сведения об измеряемом объекте проявляются в изменениях интерференционной картины.

Сведения об измеряемом объекте проявляются в изменениях интерференционной картины.

Интерференционные полосы равного наклона суть концентрические кольца, локализованные в бесконечности. Их можно наблюдать либо с помощью зрительной трубы, установленной на бесконечность, либо просто глазом. Если фокальная плоскость объектива зрительной трубы параллельна зеркалу M_2 , то центр концентрических интерференционных колец будет расположен в середине поля зрения.

Если на интерферометр падает монохроматический свет с длиной волны λ , то положение максимумов интенсивности определяется условием (см. соотношения (I.8) и (I.20)):

$$\Delta = 2h \cos \alpha = m \lambda \quad (2.20)$$

(без учета возможных изменений разности хода при отражениях). Угловой диаметр светлого кольца $\Theta = 2\alpha$ находится из соотношения

$$\cos \frac{\Theta}{2} = \frac{m \lambda}{2h} \quad (2.21)$$

Выясним, как зависит расстояние между кольцами от расстояния h между M_2 и M_1' .

Для двух соседних колец разница между разностями хода Δ_1 и Δ_2 равна одной длине волны (порядок интерференции отличается тоже на единицу). Продифференцировав равенство (2.20)

$$d(2h \cos \alpha) = d(m \lambda),$$

получим

$$-2h \sin \alpha d\alpha = \lambda dm$$

или, перейдя к конечным разностям,

$$-2h \sin \alpha \Delta \alpha = \lambda \Delta m.$$

Следовательно, угловое расстояние между двумя соседними кольцами ($\Delta m = 1$)

$$|\Delta \alpha| = \frac{\lambda}{2h \sin \alpha} \quad (2.22)$$

Из полученного результата видно, что в центральной части поля зрения расстояние между соседними кольцами должно быть больше, чем на краю картины, а с увеличением расстояния h оно должно уменьшаться везде. При очень больших расстояниях h кольца располагаются так плотно, что их невозможно глазом различить, и поле зрения кажется равномерно освещенным.

Если $h = 0$, то $\Delta\alpha = \infty$, т.е. расстояние между кольцами становится бесконечно большим и поле зрения кажется равномерно освещенным. (Будет оно светлым или темным, зависит от изменений фазы при отражениях.)

Учитывая вышеизложенное, при работе с интерферометром оказывается возможным определить увеличение или уменьшение расстояния между M_2 и M_1' или практическое их совпадение.

Если на интерферометр падает свет, содержащий два монохроматических компонента, мало отличающихся по длине волны, с длинами волн λ и $\lambda' = \lambda - \Delta\lambda$, то на основании формулы (2.22) интерференционные кольца, отвечающие обеим длинам волн, будут совпадать при выполнении условия

$$m\lambda = (m + m')\lambda' = 2h \cos \alpha, \quad (2.23)$$

где m и m' суть целые числа.

Если $\alpha = 0$, то получается

$$m\lambda = (m + m')\lambda' = 2h. \quad (2.24)$$

Кольца, отвечающие длине волны λ' , располагаются между кольцами, отвечающими длине волны λ , при выполнении условия

$$m\lambda = (m + m' + \frac{1}{2})\lambda' = 2h. \quad (2.25)$$

В этом случае контрастность интерференционной картины мала и в случае одинаковой интенсивности волн интерференционная картина вообще не видна.

Следовательно, с помощью интерферометра Майкельсона не всегда оказывается возможным одновременное наблюдение нескольких спектральных линий. О спектральном составе падающего на интерферометр света можно судить по изменениям ин-

терференционной картины, происходящем при перемещении зеркала M_2 .

Пусть вначале расстояние h_0 между M_2 и M_1' будет таково, что интерференционные кольца, отвечающие обеим длинам волн, совпадают, а при увеличении расстояния на Δh кольца снова совпадут, тогда, учитывая соотношение (2.24) получится

$$\left. \begin{aligned} 2h_0 &= m\lambda = (m+m')\lambda', \\ 2(h_0 + \Delta h) &= (m+m')\lambda = (m+m'+m''+1)\lambda' \end{aligned} \right\} (2.26)$$

где m'' тоже целое число. Вычтя почленно из второго равенства (2.26) первое и учтя, что $\lambda' = \lambda - \Delta\lambda$, получится

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m''+1} \quad \text{и} \quad m'' = \frac{2\Delta h}{\lambda}.$$

Если пренебречь единицей в знаменателе первого выражения (по сравнению с m'' это очень малая величина), получится

$$\Delta h = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}, \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\Delta h}. \quad (2.27)$$

Следовательно, при изменении расстояния между M_2 и M_1' система интерференционных колец периодически изменяется, становясь попеременно контрастной и "размазанной", причем период определяется смещением Δh . Измерив экспериментально Δh , можно вычислить разность длин волн $\Delta\lambda$.

Большая разрешающая способность, вытекающая из формулы (2.27), практически ограничивается тем, что ширина спектральных линий конечна, а механизм перемещения зеркала не точен.

2.3.4.2. Юстировка интерферометра

На рис. 2.9,а представлен вид сверху интерферометра используемого в этой работе. Для юстировки интерферометра включают ртутную лампу (светильник S содержит еще и обычную лампу накаливания). Светофильтр F , расположенный перед светильником, выделяет зеленую спектральную линию ртути ($\lambda = 546$ нм). К верхнему краю матового стекла 4, находящегося на пути лучей, прикрепляется острие. Зеркало M_2

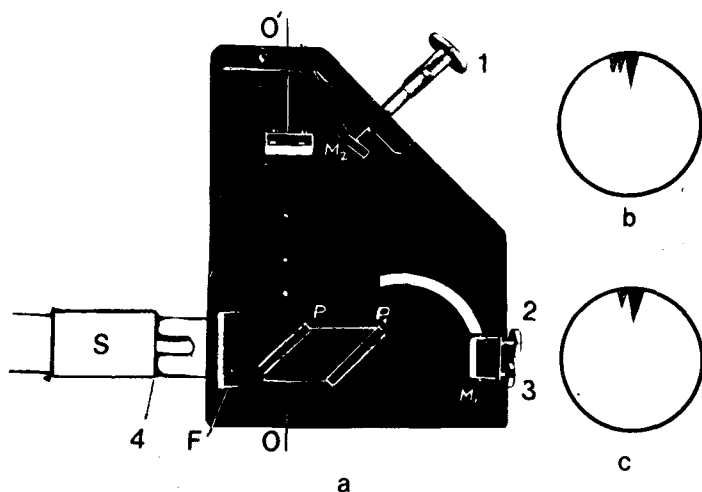


Рис. 2.9. Интерферометр Майкельсона.

интерферометра перемещается с помощью микрометрического винта I, угол наклон зеркала M_1 изменяется с помощью винтов 2 и 3.

Если смотреть в направлении OO' (значит простым глазом), то видны два изображения острия (рис. 2.9, б). С помощью винтов 2 и 3 эти изображения следует полностью совместить (рис. 2.9, в). Если теперь плечи интерферометра имеют разные длины, а M_2 и M_1' еще не строго параллельны, то в поле зрения появляются искривленные интерференционные полосы. Изменением наклона зеркала M_1 добиваются строгой параллельности M_2 и M_1' . В этом случае интерференционные полосы суть концентрические кольца с центром в середине поля зрения. Кольца эти локализованы в бесконечности и их можно наблюдать как простым глазом, так и в зрительную трубу, установленную на бесконечность.

Чтобы разность хода интерферирующих лучей стала равной нулю, следует перемещать зеркало M_2 с помощью винта I в направлении, вызывающем возрастание диаметра колец до тех пор, пока не останется видимым лишь одно интерференционное

кольцо. (В этом процессе сами кольца как бы собираются в центр интерференционной картины.)

Для нахождения интерференционных полос равной толщины следует при равных длинах плеч повернуть зеркало M_1 , так чтобы между плоскостями M_2 и M_1' образовался малый угол. В поле зрения должны быть видны прямые интерференционные полосы.

При очень малой разности хода интерференционная картина видна и при освещении немонахроматическим светом.

Включают в светильнике S дополнительно и лампу накаливания и с помощью винта I изменяют разность хода лучей до тех пор, пока в поле зрения не появится контрастная группа интерференционных полос с особенно отчетливыми темными минимумами. Если теперь потушить ртутную лампу, то интерференционная картина должна остаться видимой. Полосы равной толщины будут локализованы на поверхности зеркала M_2 .

2.3.4.3. Распределение температуры вокруг нагретой проволоки

Из курса молекулярной физики известно (см. [I]), что через цилиндрическую поверхность, коаксиальную с нагретой проволокой в единицу времени проходит количество теплоты

$$Q = -2\pi z \ell \kappa \frac{dT}{dz}, \quad (2.28)$$

где κ — коэффициент теплопроводности среды,

ℓ — длина проволоки,

z — радиус цилиндра,

$\frac{dT}{dz}$ — градиент температуры на поверхности цилиндра.

В случае стационарного потока, т.е. $Q(t) = \text{const}$, из уравнения (2.28) получается

$$Q \int \frac{dz}{z} = 2\pi \ell \int \kappa dT. \quad (2.29)$$

Коэффициент теплопроводности воздуха приблизительно пропорционален квадратному корню из абсолютной температуры

$(\alpha c \sqrt{T}) [2]$. Проинтегрировав уравнение (2.29), получим

$$A \ln z = -T^{3/2} + B, \quad (2.30)$$

где A и B постоянные величины.

Если известно распределение температуры вокруг проволоки в зависимости от расстояния $T = f(z)$ и если это распределение зависит только от теплопроводности среды, то зависимость $T^{3/2} = f(\ln z)$ должна быть линейной.

Из теории дисперсии [3] следует, что

$$n-1 \sim \frac{p}{kT}$$

где n - показатель преломления газа, p - давление, k - постоянная Больцмана. В случае стационарного процесса, когда $p = \text{const}$, можно получить следующее соотношение:

$$\frac{n_T - 1}{n_0 - 1} = \frac{T_0}{T}, \quad (2.31)$$

где n_T и n_0 - значения показателя преломления при температурах T и T_0 .

Если известен показатель преломления n_0 воздуха при комнатной температуре T_0 и если измерить показатель преломления воздуха n вокруг нагретой проволоки в зависимости от расстояния z , то окажется возможным и определение зависимости $T = f(z)$. Температурное поле вокруг нагретой проволоки можно определить из распределения показателя преломления.

2.3.4.4. Эксперимент

I. Юстировка интерферометра

По указаниям, приведенным в п. 2.3.4.1, получают с помощью интерферометра полосы равного наклона. Наблюдают их как простым глазом, так и в зрительную трубу. Находят положение, при котором разность хода интерферирующих лучей равна нулю. Регистрируют соответствующее показание микрометрического винта I. Получают полосы равной толщины. Наблюдают и описывают интерференцию при освещении обычной лампой накаливания.

2. Измерение разности длин волн двух близких спектральных линий.

Получают на интерферометре кольца равного наклона. Основной измерений служит формула (2.27).

С помощью желтого светофильтра выделяют из спектра ртути двойную желтую линию. Далее определяют перемещение Δh зеркала M_2 , отвечающее двум соседним положениям размазанной интерференционной картины. Ввиду того, что глаз недостаточно точно улавливает положение, когда интерференционные максимумы, отвечающие одной длине волны, находятся точно между максимумами другой длины волны, для уменьшения погрешности следует найти N таких положений, где интерференционная картина не видна, и измерить соответствующее перемещение Δh_N , тогда

$$\Delta h = \frac{\Delta h_N}{N}.$$

При измерениях с помощью интерферометра следует учитывать, что микрометрический винт перемещает зеркало M_2 с помощью рычажка, коэффициент переноса которого 1:5. Следовательно перемещение зеркала в пять раз меньше показания микрометра.

3. Исследование распределения температуры вокруг нагретой проволоки.

Целью этой части работы является определение распределения температуры и проверка зависимости (2.30). Для этого помещают вертикальную нагретую проволоку в одно из плеч интерферометра Майкельсона. Изменением наклона зеркала M_1 получают горизонтальные (перпендикулярные по отношению к проволоке) полосы равной толщины, которые исследуют с помощью измерительного микроскопа. При пропускании электрического тока через проволоку она нагревается, в результате чего интерференционные полосы искривляются (рис. 2.10,а). Искривление полос обусловлено тем, что на разных расстояниях от проволоки оптическая разность хода интерферирующих лучей различна (см. (2.31)).

Введем систему координат (рис. 2.10,б), ось X которой направлена вдоль проволоки, ось Y перпендикулярна плоско-

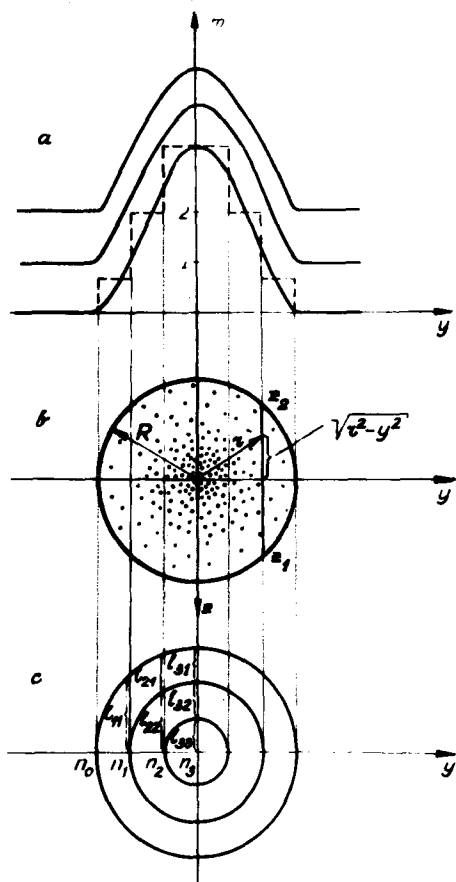


Рис. 2.10: а - интерференционные полосы при нагретой проволоке (m - относительный порядок интерференции, пунктиром изображено используемое в вычислениях ступенчатое приближение), б - поперечное сечение (густота точек характеризует температуру), R - максимальное расстояние от проволоки, на котором температура еще отличается от температуры окружающей среды), с - цилиндрические зоны с различными показателями преломления.

сти наблюдения (параллельна интерференционным полосам), ось z совпадает с направлением наблюдения. В дальнейшем будем считать, что распределение температуры аксиально симметрично, т.е. отсутствует зависимость от координаты x . В таком случае на определенном расстоянии y от проволоки дополнительной разности хода Δ соответствует разность фаз (см. рис. 2.10, б)

$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \int_{z_1}^{|z_2|} [n(y, z) - n_0] dz,$$

где n_0 - показатель преломления окружающей невозмущенной среды, $n(y, z)$ - искомый показатель преломления, а z_1 и z_2 - граничные точки, в которых температура отличается от комнатной.

Смещение интерференционной полосы, выраженное через порядок интерференции m

$$\Delta m = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{1}{\lambda} \int_{z_1}^{|z_2|} [n(y, z) - n_0] dz$$

(Δm может быть и дробным числом).

Нас интересует зависимость температуры от расстояния z (рис. 2.10, б), эксперимент же позволяет регистрировать смещение полосы как функцию y . Процедуру, позволяющую из экспериментально найденной зависимости $\Delta m = f(y)$ найти зависимость $\Delta m = f(z)$, называют обращением Абеля. Сделав в последнем выражении замену $z = \sqrt{y^2 + z^2}$, получим (рис. 2.10, в)

$$\Delta m = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{2}{\lambda} \int_{|y|}^R [n(z) - n_0] \frac{z dz}{\sqrt{z^2 - y^2}}, \quad (2.32)$$

что является интегралом Абеля.

Решение последнего интегрального уравнения выразится в виде

$$n(z) - n_0 = -\frac{\lambda}{\pi} \int_z^R \frac{d(\Delta m)}{dy} \frac{dy}{\sqrt{y^2 - z^2}}.$$

Так как величина Δm получается из опыта, то интегральное уравнение (интегралы Абеда (2.32)) решают числовым методом. Для этого разбивают окружающую проволоку область на N цилиндрических зон (рис. 2.10). Можно использовать различные приближения изменения показателя преломления в пределах зоны (ступенчатое, линейное, параболическое). В настоящей работе считается, что в пределах зоны показатель преломления не изменяется (т.е. ступенчатое приближение, как наиболее простое). Пусть за пределами зон показатель преломления будет n_0 , в первой зоне n_1 , во второй n_2 и т.д.

Оптические разности хода $\Delta_i = \frac{(\Delta m)_i}{\lambda}$, отвечающие различным y_i , выразятся следовательно таким образом (см. рис. 2.10, с):

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 4(n_0 - n_1)l_{11}, \\ \Delta_2 &= 4[(n_0 - n_1)l_{21} + (n_0 - n_2)l_{22}], \\ \Delta_3 &= 4[(n_0 - n_1)l_{31} + (n_0 - n_2)l_{32} + (n_0 - n_3)l_{33}], \\ \Delta_4 &= \dots \text{ и т.д.} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Итак, получилось N линейных уравнений, содержащих N неизвестных. Коэффициент 4 в этих уравнениях обусловлен тем, что свет в интерферометре Майкельсона проходит через исследуемую среду два раза.

Систему уравнений решают с помощью ЭВМ. Учтя соотношения (2.31) и (2.32), можно определить показатель преломления воздуха, а следовательно и его температуру. Зависимость температуры от расстояния представляют в виде $n^{3/2} = f(ln)$.

Число зон, на которые разбивают исследуемую область, целесообразно взять равным примерно пяти.

2.3.5. Вопрос

1. Как можно с помощью интерферометра Майкельсона оценить время когерентности?
2. Как (чем) можно наблюдать полосы равной толщины? Где они локализируются?
3. Чему равно расстояние между полосами равной толщины, если угол между M_2 и M_1' равен $5'$? Различимы ли они

простым глазом?

4. Какова была бы наблюдаемая интерференционная картина, если бы в интерференционной схеме, изображенной на рисунке I.1, оба источника излучали свет с двумя близкими длинами волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$?
5. Какова была бы наблюдаемая интерференционная картина, если бы в интерферометре Майкельсона на пластину P падал параллельный пучок света?
6. а) в случае, когда M_2 и M_1' параллельны?
в) когда M_2 и M_1' образуют некоторый угол?
6. В каких целях используются интерферометры?
7. Какие двухлучевые интерферометры вы еще знаете? Чем они отличаются от интерферометра Майкельсона?

Литература

1. Салым Я. Руководства к лабораторным работам по молекулярной физике. - Тарту: ТТУ, 1981. - С. 68 - 71.
2. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. - М.: Наука, 1976. - С. 168.
3. Калитевский И.И. Волновая оптика. - М.: Наука, 1978. - С. 310 - 317.

2.4. Интерференция с помощью бипризмы Френеля

2.4.1. Задание

Измерение характеристик интерференционной картины. Определение видности интерференционной картины в зависимости от когерентности света.

2.4.2. Принадлежности

Ртутная лампа со светофильтром, регулируемая щель, бипризма Френеля, измерительный микроскоп, фотоэлектронный умножитель.

2.4.3. Необходимые предварительные знания

Прежде, чем приступить к работе, следует усвоить следу-

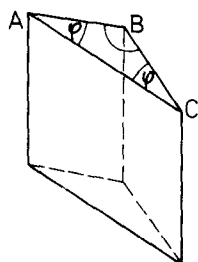
ющие основные понятия из волновой оптики: интерференция света, пространственная и временная когерентность, разность хода, видность интерференционной картины.

2.4.4. Ход работы

2.4.4.1. Бипризма Френеля

Когерентные волны можно получить с помощью бипризмы Френеля. Бипризма Френеля – это стеклянная призма с двумя очень малыми (обычно не превышающими 1°) преломляющими углами. Поперечное сечение такой призмы представляет собой равнобедренный треугольник ABC (рис. 2.II) с преломляющими углами A и C при основании, а угол ABC при вершине его близок к 180° .

Пусть источником света является узкая щель S, параллельная ребрам призмы и расположенная симметрично относительно ребер A и C на некотором расстоянии a от ребра B призмы (рис. 2.I2). Лучи, исходящие из источника S, после прохождения через каждую из половин бипризмы A и C, образуют расходящийся пучок лучей, продолжения которых в обратную сторону пересекаются в точках S₁ и S₂, являющихся



мнимыми изображениями источника S и находящимися с реальным источником приблизительно в одной плоскости. Пучки света, прошедшие через ту и другую половину призмы, перекрываются в некоторой области пространства, называемой интерференционным полем (на рисунке 2.I2 средняя область с двойной штриховкой). В этой области происходит интерференция.

Рис. 2.II. Бипризма Френеля.

Пусть показатель преломления призмы будет n , а расстояния SB и BO обозначим соответственно через a и c. Поскольку преломляющие углы бипризмы малы, то каждая из половин ее отклоняет лучи на угол $\epsilon \approx (n-1)\varphi$.

Максимальная угловая ширина интерференционного поля и максимальное значение апертурного угла будут

$$\begin{aligned} \theta_{\max} &= 2\varepsilon = 2(n-1)\varphi, \\ \omega_{\max} &= 4\varepsilon = 4(n-1)\varphi. \end{aligned} \quad (2.34)$$

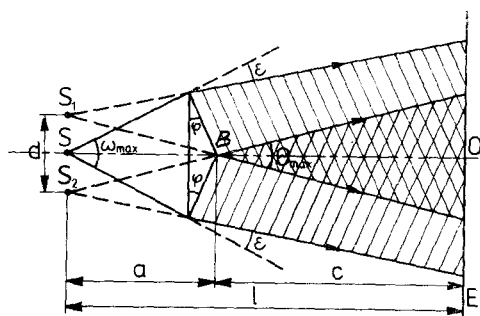


Рис. 2.12. Ход лучей в бипризме Френеля.

Известно, что в случае двухлучевой интерференционной системы ширина интерференционной полосы (см. формулу (1.12)) $\Delta\chi = \frac{\lambda}{\alpha}$. Из формулы (1.12) можно увидеть, что расстояние между интерференционными максимумами зависит только от длины волны и угла пересечения α интерферирующих лучей. Если на призму падает пучок параллельных лучей, то происходит сложение двух когерентных параллельных пучков лучей под углом $\alpha = 2\varepsilon$. В этом случае расстояние между двумя соседними максимумами не зависит от расстояния между экраном и призмой и равно

$$\Delta\chi = \frac{\lambda}{2\varepsilon} = \frac{\lambda}{2(n-1)\varphi}. \quad (2.35)$$

Влияние размеров источника света на качество интерференционной картины характеризуется соотношением (1.16). В случае бипризмы, однако, точное определение апертурного угла ω затруднительно. Для оценки допустимых размеров источника света можно исходить из предположения, что интерференционная картина исчезает полностью, когда макси-

мум, возникший при сложении лучей, исходящих с края источника, совпадает с минимумом, полученным при встрече лучей, исходящих из центра источника. Известно (см. [1], с. 204, зад. 4), что смещение χ интерференционной картины, обусловленное перемещением δ источника света перпендикулярно к оптической оси, равно

$$\chi = \frac{\delta c}{a}, \quad (2.36)$$

где a — расстояние от щели до призмы,
 c — расстояние от призмы до экрана.

Интерференция не видна, когда смещение интерференционной картины χ равно ширине интерференционной полосы $\Delta\chi$. Следовательно, ширина щели b должна удовлетворять условию

$$b \leq \frac{a}{c} \Delta\chi. \quad (2.37)$$

Как показывают вычисления, видность интерференционной картины

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

в рассматриваемом нами случае можно представить в форме (см. [1], с. 212, форм. (28.16))

$$V = \frac{\sin \frac{cb}{2a\Delta\chi} \pi}{\frac{cb}{2a\Delta\chi} \pi}. \quad (2.38)$$

2.4.4.2. Опытная установка

Схема установки представлена на рисунке 2.13.

Первейшим условием получения хорошей интерференционной картины с помощью бипризмы Френеля является точное центрирование всей оптической системы. Кроме этого, щель 4 и ребра призмы должны быть строго параллельны, а измерительный микроскоп должен перемещаться перпендикулярно щели.

В установке (рис. 2.13) осветителем I служит ртутная лампа ОИ-18, из спектра которой с помощью светофильтра 2

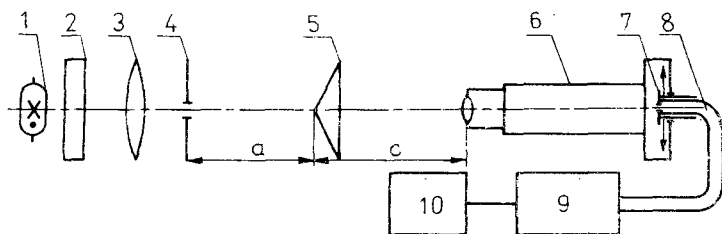


Рис. 2.13. Схема опытной установки: 1 - источник света, 2 - светофильтр, 3 - конденсорная линза, 4 - освещаемая щель регулируемой ширины, 5 - бипризма Френеля, 6 - измерительный микроскоп, 7 - щель детектора, 8 - световод, 9 - фотоэлектронный умножитель, 10 - микроамперметр.

выделяется зеленая спектральная линия ($\lambda = 546,1 \text{ нм}$). Линза 3 собирает свет на щель 4, которую в дальнейшем будем рассматривать, как источник света с регулируемыми размерами. Интерференционное поле, созданное с помощью бипризмы Френеля, наблюдают с помощью измерительного микроскопа 6. Для наблюдения распределения интенсивности в интерференционной картине ее изображение, увеличенное объективом микроскопа, направляется в плоскость подвижной щели 7. При визуальном наблюдении интерференционной картины подвижную щель заменяют окуляром. Щель 7 может перемещаться перпендикулярно оптической оси. Свет, прошедший через щель, попадает на световод 8, приводящий его к фотоэлектронному умножителю 9, фототок которого измеряется микроамперметром 10.

2.4.4.3. Измерения

1. По описанной схеме получают интерференционную картину. Следят за зависимостью ширины интерференционных полос от расстояния между освещаемой щелью и бипризмой. Определяют величину интерференционного поля. Изменяя ширину щели, следят за изменением контрастности интерференционной картины. Определяют ширину щели, при которой интерференционная

картина перестает быть наблюдаемой.

2. а) Измеряют ширину интерференционных полос на разных расстояниях от бипризмы. (Для этого измеряют суммарную ширину n полос ℓ и находят ширину полосы $\Delta x = \frac{\ell}{n}$.)

Определяют расстояние между мнимыми изображениями источника света. Это можно делать, пользуясь дополнительной линзой (рис. 2.14). Последнюю помещают между бипризмой и микроскопом и перемещают до тех пор, пока в микроскопе не появятся уменьшенные действительные изображения S'_1 и S'_2 мнимых источников S_1 и S_2 . Если теперь измерить расстояния $S_1 S'_1 = s'$, ℓ_1 и ℓ_2 , то можно вычислить расстояние между мнимыми источниками S_1 и S_2 .

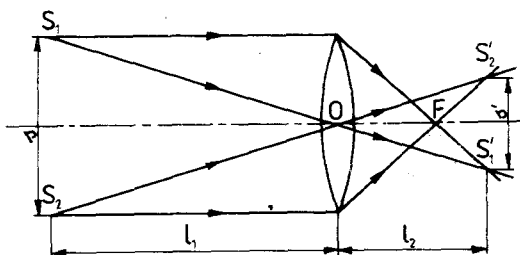


Рис. 2.14. Определение расстояния между мнимыми источниками S_1 и S_2 .

б) Измеряют видность интерференционной картины в зависимости от ширины освещаемой щели. Измерения производят по меньшей мере при двух расстояниях между освещаемой щелью и бипризмой. Для этого измеряют интенсивность света в местах максимумов и минимумов. Измерения эти производят в центральной области интерференционной картины, ибо по краям картина значительно искажена вследствие дифракции с краев призмы. Видность интерференционной картины находят из соотношения (1.13) и сравнивают результат с полученным по формуле (2.38). По обоим результатам строят график. По графику оценивают, при какой максимальной ширине освещаемой щели интерференционная картина еще видна ($V \approx 0,1$) и срав-

нивают ее с результатом визуальных наблюдений.

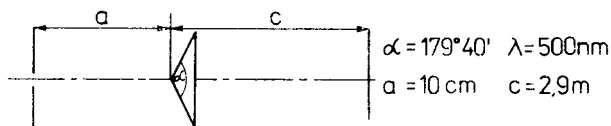
Для измерения видности интерференционной картины прежде всего отыскивают визуально подходящее место в интерференционном поле. Затем удаляют окуляр микроскопа и заменяют его подвижной щелью, которой сканируют картину перпендикулярно с интерференционными полосами. Затем подбирают нужное рабочее напряжение на фотоэлектронный умножитель (зависит от используемого ФЭУ) и диапазон измерения микроамперметра, для чего приходится предварительно просканировать интерференционную картину. Затем измеряют интенсивность света в местах максимумов и минимумов. Измерения производят по меньшей мере при пяти разных ширинах освещаемой щели. Следует учесть, что при большей ширине освещаемой щели напряжение на ФЭУ должно быть ниже. Из результатов измерений находят видность V как по формуле (1.13), так и по формуле (2.38). Результаты представляют графически в координатах V, ℓ , где ℓ — ширина щели.

Чтобы проверить наличие интерференционной картины в плоскости подвижной щели, можно, прежде чем приступить к фотоэлектрическим измерениям, наблюдать интерференционные полосы спроецированные при удаленном окуляре на лист тонкой бумаги.

2.4.5. Вопросы

1. Как следовало бы в опытной установке расположить линзу, чтобы расстояние между возникающими интерференционными полосами не зависело от местоположения экрана? Вычислите расстояние между полосами при $\lambda = 500$ нм, $\alpha = 179^\circ$, $n = 1,5$.
2. При каких других способах получения интерференционной картины расстояние между интерференционными полосами не зависит от местоположения экрана?
3. В каком порядке располагаются цвета в интерференционной картине, полученной с помощью бипризмы Френеля, при освещении ее белым светом?
4. Как изменится интерференционная картина, если обе половинки бипризмы покрыть взаимно перпендикулярными поляроидами?

5. От чего зависит контрастность интерференционной картины, полученной с помощью бипризмы Френеля?
6. Где локализуются интерференционные полосы в опыте с бипризмой Френеля?
7. Сколько интерференционных полос возникнет на экране в опыте, схема которого приведена на следующем рисунке?



Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Оптика. – М.: Наука, 1980. – С. 203 – 212.

ДИФРАКЦИЯ

3. Теоретические основы

3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

При распространении электромагнитной волны в неограниченной однородной изотропной среде фронт волны* не изменяется. Если же на пути волны находятся преграды, свойства которых (поглощение и/или показатель преломления) резко отличаются от свойств окружающей среды, происходит деформация фронта волны. Дифракцией называется деформация фронта волны, вызванная преградами на пути ее распространения, и происходящее в связи с этим перераспределение интенсивности света в пространстве. Рассмотрим случай, когда на пути распространения плоской монохроматической волны встречается преграда Т (рис. 3.1). График дает зависимость интенсивности \mathcal{I} от координаты x . Если бы фронт волны не деформировался, то эту зависимость выразила бы пунктирная прямая I. Эта зависимость отвечает геометрическому приближению: свет распространяется прямолинейно и в область геометрической тени ($x < 0$) не попадает. В действительности же регистрируется распределение интенсивности, изображенное на графике кривой 2: и в области геометрической тени интенсивность света не равна нулю. Исходя из этого, можно дать более простое определение дифракции; дифракцией называется распространение света в область геометрической тени от преграды.

* Фронт волны — геометрическое место точек, которых волна достигла в некоторый момент времени. В случае точечного источника в однородной изотропной среде фронт волны представляет собой сферическую поверхность, если источник находится в бесконечности (т.е. нас достигает плоская волна или параллельный пучок лучей) — плоскость и т.д.

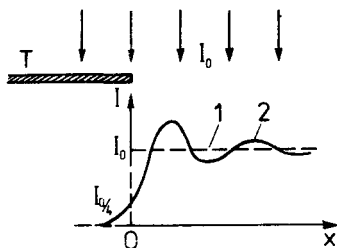


Рис. 3.1. Распределение интенсивности на экране: 1 - в приближении геометрической оптики; 2 - в приближении волновой оптики.

Описание дифракции, исходя из уравнений Максвелла, является сложной математической проблемой: надо решить систему векторных уравнений с учетом краевых условий - электрических свойств преграды.* На практике для нахождения распределения интенсивности пользуются волновым приближением, точность которого во многих случаях вполне удовлетворительна. И только в случае очень малых преград, размеры которых сравнимы с длиной волны, приходится учитывать свойства электромагнитной волны и взаимодействие волны с веществом.

Согласно волновому приближению в оптике свет рассматривается как скалярная поперечная волна, характеризуемая длиной волны, фазой и амплитудой. Для объяснения распространения света в пространстве привлекается вспомогательный принцип, называемый принципом Гюйгенса-Френеля.

Допустим, что к моменту времени t световая волна, исходящая из источника S_0 , достигла поверхности Σ (рис. 3.2).

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля каждый элемент поверх-

* Более простые случаи строгого решения дифракционной проблемы рассмотрены М. Борном.

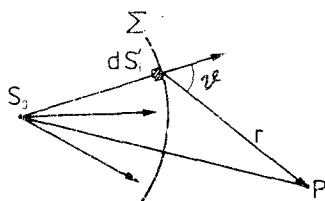


Рис. 3.2. S_0 - источник света; Σ - фронт волны; dS_i - вторичный источник света; P - точка наблюдения.

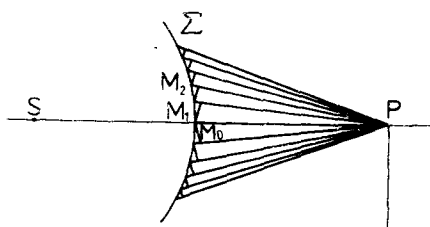
ности фронта волны dS_i рассматривается как новый точечный источник света. Эти новые т.н. вторичные источники когерентны, т.е. исходящие из них волны интерферируют. Суммарная волна в точке P определяется, следовательно, суперпозицией вторичных волн. Световое возбуждение, вызванное каждой отдельной вторичной волной в точке P , зависит от расстояния r и угла ϑ , образуемого радиус-вектором \vec{r} и нормалью к поверхности. Зависимость от ϑ характеризуется функцией $K(\vartheta)$, где $K(\vartheta) = 1$ при $\vartheta = 0$ и убывает монотонно до нуля при возрастании ϑ до $\pi/2$.*

Рассмотрим теперь пример применения принципа Гюйгенса-Френеля: найдем интенсивность света (с длиной волны λ), исходящего из источника S , в точке P (рис. 3.3). Поверхность Σ является фронтом волны и находится от источника S на расстоянии a_1 , а от точки P на расстоянии a_2 . Расчет суперпозиции вторичных волн, испускаемых с поверхности Σ , оказывается несложным, если воспользоваться следующим приемом. Разобьем поверхность Σ на зоны таким образом, чтобы расстояния от краев зоны до точки P

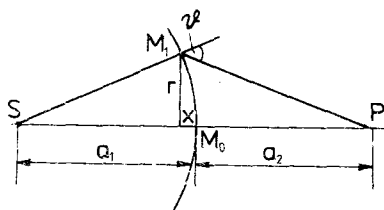
* Понятие вторичных волн ввел в оптику Гюйгенс в конце XVII века; вышеприведенный принцип в постулирующей формулировке дал в начале XIX века Френель; полученные результаты доказал и уточнил, исходя из волнового уравнения, в конце XIX века Кирхгоф.

отличались на $\lambda/2$, т.е.

$$M_1P - M_0P = M_2P - M_1P = M_3P - M_2P = \dots = \frac{\lambda}{2}.$$



а



б

Рис. 3.3. а - зоны Френеля; б - вычисление площади первой зоны.

Зоны, построенные по такому принципу, называют зонами Френеля. Найдем площадь первой зоны. На основе рисунка 3.3, б можно записать

$$z^2 = a_1^2 - (a_1 - x)^2 = (a_2 + \frac{\lambda}{2})^2 - (a_2 + x)^2;$$

если $\lambda \ll a_1, a_2$ и $x \ll a_1, a_2$,

то

$$z^2 = 2a_1 x$$

и

$$x = \frac{a_2}{a_1 + a_2} \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

Площадь первой зоны Френеля

$$\pi r^2 = 2\pi a_1 x = 2\pi a_1 \frac{a_2}{a_1 + a_2} \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi a_1 a_2}{a_1 + a_2} \lambda \quad (3.1)$$

Практически такой же результат получится и для других зон Френеля. Поскольку площади всех зон Френеля одинаковы и их влияние на интенсивность света в точке P определяется функцией $K(\mathcal{D})$: чем больше номер зоны, тем меньше влияющие волны, исходящей из этой зоны, в точке P . Если амплитуда колебаний, вызванных i -ой зоной Френеля в точке P , равна E_i , то амплитуда результирующих колебаний в этой точке

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_N, \quad (3.2)$$

причем $|E_i| \gg |E_{i+1}|$. Поскольку для двух соседних зон различные углы \mathcal{D} очень мало, то и E_i и E_{i+1} отличаются очень мало. Согласно рисунку 3.3, а, расстояния от эквивалентных точек соседних зон до точки P отличаются на $\lambda/2$, поэтому колебания, вызванные двумя соседними зонами в точке P , находятся всегда в противоположных фазах и взаимно гасятся. Соседние члены суммы (3,2) таким образом противоположны по знаку.

На основании вышеизложенного можно считать, что сумма (3,2) практически не изменится, если отбросить ее первый член и прибавить член E_{N+1} . Можно также перед всеми членами изменить знаки на обратные:

$$E = -E_2 - E_3 - \dots - E_N - E_{N+1}. \quad (3.3)$$

Сложив выражения (3.2) и (3.3), получим

$$2E = E_1 - E_{N+1}.$$

Так как $E_N \approx -E_{N+1}$, то результирующее колебание будет иметь амплитуду

$$E = \frac{1}{2} (E_1 + E_N). \quad (3.4)$$

Соотношение (3.4) позволяет утверждать, что при распространении волны в свободном пространстве (т.е. $E_N = 0$) ампли-

туда колебаний в точке P в два раза меньше, чем в случае одной первой зоны. Так как $\mathcal{I} \sim \bar{E}^2$, то интенсивность света в случае свободного фронта волны в четыре раза меньше интенсивности, создаваемой первой зоной. Поставив на пути распространения фронта волны преграду так, чтобы осталась открытой только центральная зона, зарегистрируем в точке P увеличение интенсивности в четыре раза. Если поставленная преграда пропустит четное число зон Френеля, то интенсивность света в точке P будет практически равна нулю. В случае же нечетного числа зон интенсивность максимальна.*

Приведенные закономерности можно наглядно представить с помощью векторной диаграммы (рис. 3.4). Для этого разбивает каждую зону Френеля на подзоны. Колебание, вызванное подзоной в точке P , представляют в виде вектора. Если подзоны имеют одинаковые площади, то векторы имеют одинаковую длину, разница будет только в фазах колебаний. Колебания первой и последней подзон будут иметь противоположные фазы - векторы противоположны по направлению. На рисунке 3.4,а представлена сумма E колебаний двух зон, причем число подзон конечно. На рисунке 3.4,б изображен предельный случай, когда число подзон стремится к бесконечности и зон много.

Интенсивность света в точке P определяется, таким образом, числом открытых зон Френеля. Число открытых зон зависит не только от размеров отверстия, но также от длины волны и расстояний a_1 и a_2 .

Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет свести дифракцию к сложению когерентных волн, т.е. к интерференции. В общем случае нахождение распределения интенсивности позади преграды является сложной проблемой - в приведенном примере нам удалось найти распределение интенсивности лишь на оси симметрии системы, в точке P (рис. 3.5). Даже если на

* Не надо думать, что здесь имеет место нарушение закона сохранения энергии, речь идет только об интенсивности света, регистрируемой в точке P . Если в точке P интенсивность возрастает, то в соседних точках она уменьшается, энергия только перераспределяется в пространстве.

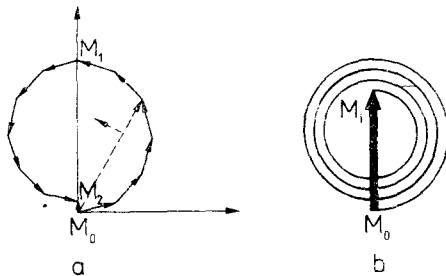


Рис. 3.4. Векторная диаграмма.

отверстие с линейным размером b падает параллельный пучок лучей, то интенсивность света в точке P' зависит как от угла дифракции φ (угол между направлением волнового вектора \vec{k} падающего света и направлением наблюдения), так и от расстояния a_2 . В предельном случае, когда разность хода

$$AP' - OP' \ll \lambda, \quad (3.5)$$

можно считать, что волны, исходящие из точек A и O , приходят в точку P' практически в одной и той же фазе. В таком случае интенсивность света в точке P' зависит только от угла дифракции φ . Таким образом, начиная с некоторого значения a_2 , задача упрощается.

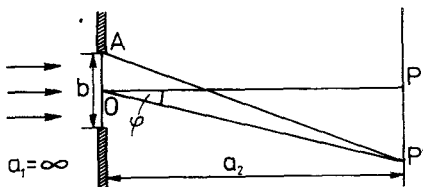


Рис. 3.5. Распределение интенсивности при дифракции света на отверстии в преграде.

Найдем условие, при котором будет выполняться неравенство (3.5). Разность хода $AP' - OP'$ найдем аналогично выводу формулы (1.10). Сделав преобразования, получим т.н. условие практической бесконечности

$$a_2 \gg \frac{b^2}{\lambda}. \quad (3.6)$$

Если это условие выполнено, то распределение интенсивности определяется только углом φ . Различают два типа дифракции. Если a_1 и/или a_2 имеют конечное значение, то мы имеем дело с дифракцией Френеля. Если $a_1, a_2 = \infty$, то речь идет о дифракции в параллельных лучах или дифракции Фраунгофера.

3.2. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Пусть на щель шириной b падает плоская волна (рис. 3.6), волновой вектор которой перпендикулярен плоскости щели. Щель считается прямоугольное отверстие, ширина которого значительно меньше его длины. В таком случае можно решить одномерную задачу. Нас интересует распределение интенсивности на экране \mathcal{E} , находящемся практически в бесконечности (условие (3.6)), или в фокальной плоскости линзы, расположенной позади щели.

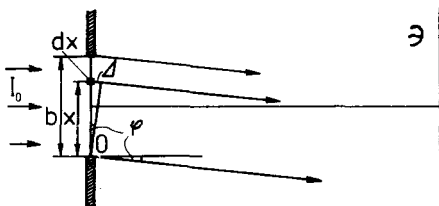


Рис. 3.6. Дифракция на одной щели.

В таких условиях фронт волны совпадает с плоскостью щели и согласно принципу Гюйгенса-Френеля каждый отрезок dx щели становится источником вторичных волн, причем фазы колебаний этих источников совпадают. Если амплитуда падающей

волны равна E_0 , то отрезок dX излучает волну, амплитуда которой равна $\frac{E_0}{b}dX$. Вторичные волны, распространяющиеся в направлении φ , имеют разные фазы. Свет, посылаемый источником dX , находящимся от начала щели на расстоянии X , проходит дополнительный путь $\Delta = X \sin \varphi$, которому отвечает сдвиг фаз $kX \sin \varphi$. Таким образом, смещенные волны, посылаемой этим источником в направлении φ ,

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b}dX \sin(\omega t - kX \sin \varphi). \quad (3.7)$$

Результирующее колебание, создаваемое в направлении φ ,

$$E_\varphi = \int_0^b dE_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} \sin(\omega t - kX \sin \varphi) dX.$$

После интегрирования и некоторых преобразований амплитуда суммарной волны

$$E = E_0 \frac{\sin u}{u} \quad (3.8)$$

где $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$.

Поскольку $\mathcal{I} \sim E^2$, то

$$\mathcal{I}_\varphi = \mathcal{I}_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \quad (3.9)$$

Графики $\frac{\sin u}{u}$ и $\left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$ приведены на рисунке 3.7. График $\left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$ симметричен относительно $u = \varphi = 0$. Если $u \rightarrow 0$, то $\frac{\sin u}{u} \rightarrow 1$, в направлении $\varphi = 0$ интенсивность света \mathcal{I} равна интенсивности света \mathcal{I}_0 , падающего на щель ($\mathcal{I} = \mathcal{I}_0$). $\mathcal{I}_\varphi = 0$ всегда, когда $\sin u = 0$ ($u \neq 0$), т.е. для

$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi \text{ и т.д.}$$

Отсюда получается условие минимумов дифракционной картины

$$b \sin \varphi = m \lambda, \quad (3.10)$$

где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Число m называется порядком минимумов. Приблизительно 92 % световой энергии, падающей на щель, попадает на экране в область, расположенную между двумя минимумами первого порядка ($m = \pm 1$), эту область называют центральный максимум или максимумом нулевого порядка. Положение максимумов, расположенных между другими минимумами, определяется соотношениями

$$\sin \varphi_1 = \pm 1,43 \frac{\lambda}{b}, \quad \sin \varphi_2 = \pm 2,46 \frac{\lambda}{b} \quad \text{и т.д.}$$

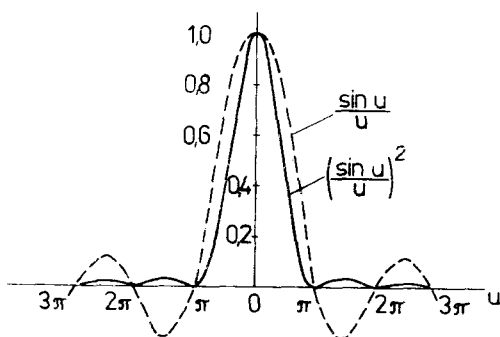


Рис. 3.7. Графики зависимостей $\frac{\sin u}{u}(u)$ и $\frac{\sin^2 u}{u^2}(u)$.

В направлении максимумов первого порядка распространяется 5 % световой энергии, падающей на щель, в направлении максимумов второго порядка – 2 %. Интенсивности максимумов нулевого, первого и второго порядка относятся как 100:4,7:1,7. Наблюдая визуально дифракционную картину, кажется, что эта разница интенсивностей меньше, т.к. глаз является логарифмическим приемником, т.е. световое ощущение зависит от интенсивности света логарифмически.

Физическая интерпретация условия минимумов $b \sin \varphi = m\lambda$ проста: интенсивность равна нулю в тех направлениях, в которых разность хода лучей, исходящих из крайних точек щели, равна целому числу длин волн. Допустим сначала, что $b \sin \varphi = \lambda$. Если разбить щель на две равные части, то волны, по-

сылаемые этими частями, приходят в точку наблюдения, расположенную достаточно далеко, в противоположных фазах и при интерференции взаимно тушатся — возникает минимум. Если $v \sin \varphi = m\lambda$, то надо разбить щель на $2m$ равных частей и тогда, волны, исходящие из частей с четными номерами, будут иметь противоположную фазу с волнами, исходящими из частей с нечетными номерами, и опять произойдет взаимное тушение.

Если параллельный пучок лучей падает на щель наклонно под углом φ_0 (рис. 3.8, а), то между крайними лучами возникает разность хода $AB - CD = v (\sin \varphi - \sin \varphi_0)$. Условие минимумов (3.10) примет теперь вид

$$v (\sin \varphi - \sin \varphi_0) = m\lambda. \quad (3.11)$$

Если углы φ и φ_0 малы, то параметры дифракционной картины в сравнении со случаем перпендикулярного падения лучей практически не изменяются, но сама картина оказывается отклоненной на угол φ_0 относительно нормали, проведенной к плоскости щели. Аналогичное положение будет и в случае, если на щель положить призму (рис. 3.8, б) с преломляющим углом β и показателем преломления n . Если угол β мал, то центральный максимум картины отклонится относительно нормали к плоскости щели на угол $\varphi_0 = \beta(n-1)$.

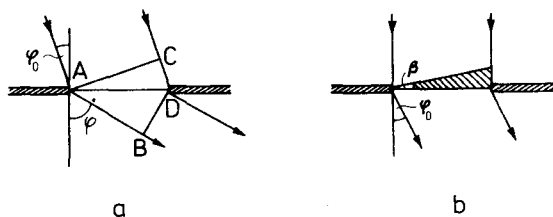


Рис. 3.8. Дифракция на одной щели.

а) Наклонное падение лучей; б) на щели лежит призма.

3.3. Дифракция Фраунгофера на периодической системе щелей

Если отверстия в преграде, находящейся на пути распространения света, расположены с определенной закономерностью, то позади такой преграды при ее освещении когерентным светом возникают дополнительные эффекты. Простейшей, а с точки зрения практики наиболее важной системой отверстий являются N параллельных щелей (рис. 3.9). Такую систему щелей называют дифракционной решеткой, а расстояние d между эквивалентными точками двух соседних щелей – периодом решетки или постоянной решетки. На практике решетки характеризуют величиной $1/d$ (1/мм), показывающей число щелей, приходящихся на один миллиметр.

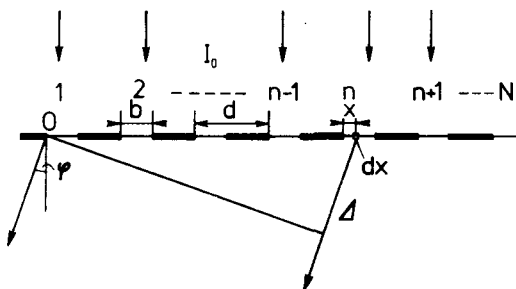


Рис. 3.9. Дифракция на системе параллельных щелей.

Пусть на решетку, постоянная которой d , а ширина щели b , падает плоская монохроматическая световая волна, амплитуда которой в пределах одной щели E_0 , а волновой вектор перпендикулярен к плоскости щели. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля элементарный отрезок шириной dx произвольной щели является источником вторичных волн. Испускаемые им волны имеют амплитуду $\frac{E_0}{b} dx$. Если начало координат совпадает с началом первой щели, то между волнами, испускаемыми отрезком dx n -ой щели и началом первой щели в направ-

лении φ , возникает разность фаз

$$\delta = \kappa \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} [(n-1)d + x] \sin \varphi$$

и элементарную волну можно записать в виде

$$dE_{\varphi} = \frac{E_0}{b} dx \sin \left[\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} [(n-1)d + x] \sin \varphi \right]. \quad (3.12)$$

Волну, испущенную n -ой щелью, получим интегрированием по всей ширине щели:

$$E_{\varphi n} = \int_0^b dE_{\varphi}.$$

Смещение волны, испущенной всеми N щелями в направлении φ , выразится следующим образом:

$$E_{\varphi} = \sum_{n=1}^N \int_0^b \frac{E_0}{b} dx \sin \left[\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} [(n-1)d + x] \sin \varphi \right].$$

Сделав нужные математические преобразования, получим интенсивность света в направлении φ :

$$I_{\varphi} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2, \quad (3.13)$$

где $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, а $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$.

Сравнивая полученный результат с распределением интенсивности в случае одной щели (см. (3.9)), легко видеть, что взаимодействие N щелей описывается множителем $\left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2$. Максимумы функции $\frac{\sin N\delta}{\sin \delta}$ находятся в местах, где $\sin \delta = 0$: ибо

$$\lim_{\sin \delta \rightarrow 0} \left| \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right| = N;$$

а $\sin \delta = 0$ при $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi = m\pi$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Таким образом, условием максимума будет

$$d \sin \varphi = m \lambda. \quad (3.14)$$

Из полученного соотношения вытекает, что в таких направлениях φ , в которых разность хода между волнами, испускаемыми двумя соседними щелями, равна целому числу длин волн, интенсивность максимальна и равна

$$(I_{\varphi})_{\max} = I_0 \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2 N^2. \quad (3.15)$$

Эти максимумы называют главными максимумами. В направлениях главных максимумов интенсивность возрастает в N^2 раз по сравнению с интенсивностью в случае одной щели. Для дальнейшего исследования множителя $\left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2$ представим нулевые места числителя и знаменателя в виде таблицы:

$$\begin{array}{l} \text{Числ. } \sin N\delta = 0, \text{ при } N = 0, \pi, \dots, (N-1)\pi, N\pi, \dots, 2N\pi \\ \text{Знам. } \sin \delta = 0, \text{ при } \delta = 0 \qquad \qquad \qquad \downarrow \pi \dots 2\pi \end{array}$$

Для значений δ , при которых числитель и знаменатель одновременно равны нулю, выполняется условие главных максимумов $d \sin \varphi = m \lambda$. Между главными максимумами расположены $N-1$ точек, в которых числитель $\sin N\delta = 0$ ($\sin \delta \neq 0$), в этих точках $I_{\varphi} = 0$. Минимумы находятся в направлениях, где

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{N}, \frac{2\lambda}{N}, \dots, \frac{N-1}{N} \lambda.$$

Между минимумами интенсивность должна иметь максимальное значение, таким образом между двумя главными максимумами должно быть $N-2$ побочных максимума. Интенсивность этих максимумов в N^2 раз меньше интенсивности главных максимумов. На рисунке 3.10,с представлен график функции $\left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2$ для $N=4$. По этому графику можно обратить внимание на два соотношения: $\sin \varphi$ (а следовательно и угловое расстояние φ) между двумя главными максимумами тем больше,

чем меньше постоянная решетки d ; ширина главного максимума прямо пропорциональна величине $\frac{\lambda}{Nd}$, т.е. при возрастании общего числа щелей N ширина главных максимумов уменьшается.

Рассмотрим далее влияние множителя $(\frac{\sin u}{u})^2$ на интенсивность главных максимумов. В местах расположения главных максимумов $\sin \varphi = m \frac{\lambda}{d}$ и

$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \frac{\pi b}{\lambda} m \frac{\lambda}{d} = \pi m \frac{b}{d}.$$

Таким образом

$$\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 = \frac{d^2 \sin^2 \frac{\pi m b}{d}}{b^2 m^2}$$

и интенсивность главного максимума m -го порядка будет

$$I_m = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta}\right)^2$$

$$I_m = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi m b}{d}\right)}{\pi^2 b^2 m^2}. \quad (3.16)$$

Из полученного соотношения следует, что $I_m \sim \frac{1}{m^2}$, т.е. с возрастанием порядка дифракции интенсивность убывает быстро. Интенсивность m -го порядка зависит от отношения b/d : если $(b/d)m = m'$, где m' - целое число, то интенсивность становится равной нулю. Распределение интенсивности в случае четырех щелей приведено на рисунке 3.10,с.

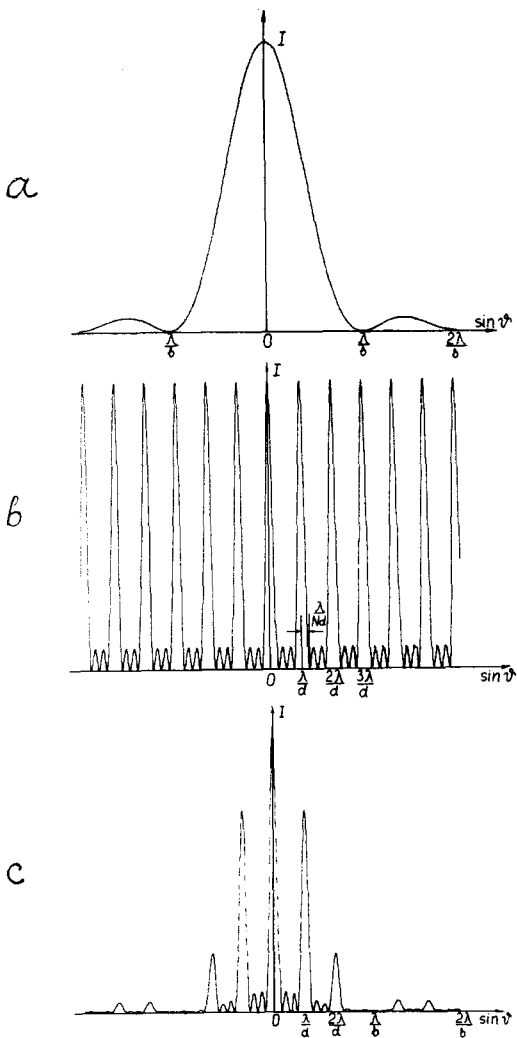


Рис. 3.10. Распределение интенсивности в случае

N щелей:

а - дифракция на одной щели; b - функция $(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta})^2$;

с - суммарное распределение интенсивности; $N = 4$; $b = 0,04$ мм; $d = 0,125$ мм.

4. Практические работы

4.1. Дифракция Фраунгофера на одной щели

4.1.1. Задание

Определение ширины щели по дифракционной картине. Определение распределения интенсивности в дифракционной картине, сравнение с теорией.

4.1.2. Принадлежности

Гелиево-неоновый лазер ($\lambda = 632,8$ нм), регулируемая по ширине щель, установка для регистрации интенсивности света.

4.1.3. Необходимые предварительные знания

Когерентность света, принцип Гюйгенса-Френеля, дифракция Фраунгофера на одной щели, см. 1.2, 3.1, 3.2.

4.1.4. Ход работы

4.1.4.1. Описание опытной установки.

Принципиальная схема опыта приведена на рис. 4.1.

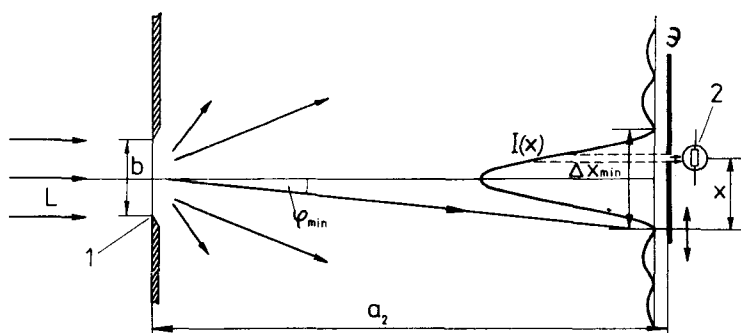


Рис. 4.1. Дифракция на одной щели. Схема опыта.

На горизонтальную щель I, ширину которой можно регулировать, падает испускаемый лазером параллельный пучок лучей L . Ширину этой исследуемой щели регулируют с помощью

барабана. Деления на шкале барабана нанесены в относительных единицах. Ширину щели можно изменять в пределах 0-0,4 единицы. Одному полному обороту барабана отвечает 0,1 единицы. Поскольку круговая шкала на барабане в свою очередь разделена на сто частей, то наименьшему делению шкалы на барабане отвечает 0,001 единицы. На экране Э, находящемся позади щели на расстоянии a_2 , возникает вертикальная дифракционная картина. В средней части экрана имеется узкая горизонтальная щель, позади которой находится фоторезистор 2. Сопротивление фоторезистора зависит от интенсивности попадающего на него (через щель в экране) света. При постоянном напряжении на фоторезисторе изменение интенсивности света ведет к изменению силы тока в нем. В случае резистора, применяемого в настоящей работе, можно зависимость силы тока от интенсивности света считать линейной до 30 мкА. Экран перемещается вертикально вверх и вниз с помощью барабана. Повороту барабана на одно деление отвечает вертикальное перемещение экрана на 0,1 мм. Число полных оборотов барабана надо экспериментатору отсчитывать самому (NB! Барабан имеет значительный мертвый ход (люфт) поэтому при измерениях следует вращать его только в одну сторону).

4.1.4.2. Эксперимент

В начале эксперимента следует ознакомиться с установкой и отъюстировать ее. Для этого включают лазер. Изменяя наклон лазера с помощью регулировочных винтов, приводят его в такое положение, чтобы лучи падали перпендикулярно к плоскости щели. Критерием нормального падения света на щель является совпадение падающего на щель и отраженного от нее луча. Затем открывают щель и приводят ее на такую высоту, чтобы падающий свет заполнял щель равномерно. Критерием равномерности освещения щели является симметричность дифракционной картины, возникающей на экране.

Изменяя ширину щели, наблюдают визуально за изменением ширины центрального максимума и расстояний между минимумами. Сделанные наблюдения записывают в протокол.

Первым количественным измерением является калибровка

щели, т.е. нахождение соответствия между показанием барабана и шириной щели. Прежде всего проверяют, пользуясь неравенством (3.6), выполняется ли условие дифракции Фраунгофера, для чего измеряют расстояние a_2 от плоскости щели до экрана (рекомендуется взять расстояние a_2 в пределах 0,2 - 0,4 м). Ширину щели ℓ выбирают близкой к 0,1 мм.

Для калибровки щели пользуются соотношением (3.10):

$$\ell \sin \varphi = m \lambda. \quad (4.1)$$

Непосредственно измеряемой величиной является расстояние Δx_{\min} между двумя минимумами одного порядка. Согласно рис. 4.1

$$\operatorname{tg} \varphi_{\min} = \frac{\Delta x_{\min}}{2a_2}. \quad (4.2)$$

Поскольку значение φ при относительно большой ширине щели мало, то $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$ (a_2 должно быть для этого достаточно велико) и из соотношений (4.1) и (4.2) ширина щели

$$\ell = \frac{2m\lambda a_2}{\Delta x_{\min}}.$$

В эксперименте ограничиваются значениями $m = 1, 2, 3$, представляют зависимость $\ell = f$ (показание барабана) для каждого из значений m в виде графиков и методом наименьших квадратов находят наилучшую прямую приближения.

Для исследования распределения интенсивности регистрируют ток в фоторезисторе в различных его положениях. Эту процедуру называют сканированием. Ширину щели ℓ выбирают такой, чтобы она попадала в прокалиброванную область. Сканирование начинают вблизи одного из минимумов первого порядка (напр. $m = -1$), и, перейдя через центральный максимум, кончают сканирование у минимума третьего порядка ($m = 3$). Интенсивность в пределах дифракционной картины изменяется в очень больших пределах. Чтобы иметь возможность корректно измерить интенсивность в области минимумов, следует воспользоваться прикрепленной к экрану защитной трубкой,

чтобы уменьшить влияние рассеянного в помещении света на фоторезистор. При сканировании надо учесть, что фоторезистор инертен, поэтому в каждом положении χ ток следует регистрировать по прошествии не менее 30 с. В области центрального максимума целесообразно измерить интенсивность в десятке точек, для побочных максимумов достаточно пяти измерений. Для обработки результатов надо перейти к угловой мере, предположив, что $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$, и представить графически зависимость $I_{\varphi} = f(\sin \varphi)$. На этом же рисунке вычерчивают график теоретической зависимости, исходя из таблицы 4.1. Для этого

Таблица 4.1
Значения функции $\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$; $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$

u	$\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$	u	$\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$	u	$\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$	u	$\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$
0	1	2,0π	0	4,0π	0	6,0π	0
0,1π	0,9683	2,1π	0,0022	4,1π	0,0006	6,1π	0,0002
0,2π	0,8761	2,2π	0,0072	4,2π	0,0020	6,2π	0,0009
0,3π	0,7353	2,3π	0,0125	4,3π	0,0036	6,3π	0,0017
0,4π	0,5730	2,4π	0,0159	4,4π	0,0047	6,4π	0,0022
0,5π	0,4058	2,5π	0,0162	4,5π	0,0050	6,5π	0,0024
0,6π	0,2540	2,6π	0,0135	4,6π	0,0043	6,6π	0,0021
0,7π	0,1351	2,7π	0,0091	4,7π	0,0030	6,7π	0,0014
0,8π	0,0548	2,8π	0,0045	4,8π	0,0015	6,8π	0,0007
0,9π	0,0119	2,9π	0,0011	4,9π	0,0004	6,9π	0,0002
1,0π	0	3,0π	0	5,0π	0	7,0π	0
1,1π	0,0080	3,1π	0,0010	5,1π	0,0004	7,1π	0,0002
1,2π	0,0243	3,2π	0,0034	5,2π	0,0013	7,2π	0,0007
1,3π	0,0392	3,3π	0,0061	5,3π	0,0024	7,3π	0,0012
1,4π	0,0467	3,4π	0,0079	5,4π	0,0031	7,4π	0,0017
1,5π	0,0449	3,5π	0,0082	5,5π	0,0033	7,5π	0,0018
1,6π	0,0358	3,6π	0,0071	5,6π	0,0029	7,6π	0,0016
1,7π	0,0229	3,7π	0,0048	5,7π	0,0020	7,7π	0,0011
1,8π	0,0108	3,8π	0,0024	5,8π	0,0010	7,8π	0,0006
1,9π	0,0027	3,9π	0,0006	5,9π	0,0003	7,9π	0,0002

максимальную интенсивность I_0 , полученную в эксперименте, принимают за единицу. Находят отношение интенсивностей максимумов разного порядка из экспериментальной кривой.

4.1.5. Вопросы

1. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Опишите применение принципа Гюйгенса-Френеля в случае дифракции на одной щели.
3. Как изменяется ширина центрального максимума при увеличении ширины щели?
4. В каком из двух случаев освещенное лазерным лучом пятно на поверхности Луны будет больше: а) при выходе из лазера пучок лучей имеет диаметр 10 мм; б) диаметр пучка равен 10 см? Сделайте числовую оценку.
5. При какой ширине щели будет наблюдаться только центральный максимум?
6. Пусть щель находится от экрана на расстоянии 10 см. Чему должна быть равна минимальная ширина щели, чтобы условие $\sin \varphi \approx \varphi$ выполнялось с точностью до 10 %?
7. Ширина щели равна 0,05 мм. На каком расстоянии надо расположить экран, чтобы ширина центрального максимума была равна 3 см ($\lambda = 633$ нм)?
8. Оцените диаметр зрачка человеческого глаза, если известно, что глаз способен различать предметы с угловым расстоянием в $1'$.
9. Опишите дифракционную картину, возникающую при падении на щель двух монохроматических плоских волн, $\lambda_1 = 450$ нм и $\lambda_2 = 643$ нм.
10. При освещении щели красным светом ($\lambda_1 = 690$ нм) ширина центрального максимума на экране равна 4 мм. Как следует изменить ширину щели, чтобы при освещении ее зеленым светом ($\lambda_2 = 508$ нм) ширина центрального максимума осталась прежней?

4.2. Определение ширины щели спектрального прибора по дифракционной картине

4.2.1. Задание

Ознакомление с дифракцией Фраунгофера на одной щели. Определение ширины входной щели спектрального прибора.

4.2.2. Принадлежности

Монохроматор УМ-2 ($f_1 = 280$ мм, $D = 45$ мм), источник света с фильтром ($\lambda = 546,1$ нм), конденсорная линза, двойная щель (расстояние между щелями $d = (10,7 \pm 0,1)$ мм)

4.2.3. Необходимые предварительные знания

Понятие когерентности света, принцип Гюйгенса-Френеля, дифракция Фраунгофера на одной щели, см. 1.2, 3.1, 3.2.

4.2.4. Ход работы

4.2.4.1. Теоретические основы эксперимента

Задачей спектрального прибора является разложение сложного (полихроматического) света на его монохроматические компоненты, т.е. в спектр. Большая часть спектральных приборов принадлежит к классу т.н. щелевых приборов (рис.4.2). У щелевых приборов входным отверстием является щель и спектр представляет собой ряд монохроматических изображений этой щели. Чем меньше ширина изображения входной щели в фокальной плоскости выходного объектива, тем более близкие длины волн спектральный прибор способен разрешить. В приближении геометрической оптики ширина монохроматического изображения щели $\rho' = \rho \frac{f_2}{f_1}$. В действительности ширина изображения зависит от многих факторов и ее нижняя граница определяется дифракцией.

Дифракция на входной щели обуславливает перераспределение интенсивности света в пространстве. Поэтому дифракционную картину можно наблюдать в любой плоскости между щелью и фокальной плоскостью выходного объектива (пунктирная линия на рис. 4.2). Если на щель падает монохроматическая плоская волна, то распределение интенсивности в зависимости от угла дифракции φ определяется соотношением

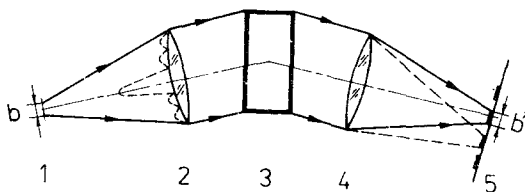


Рис. 4.2. Принципиальная схема спектрального прибора:

1 - входная щель шириной b ; 2 - объектив коллиматора с фокусным расстоянием f_1 ; 3 - диспергирующий элемент; 4 - выходной объектив с фокусным расстоянием f_2 ; 5 - спектр (ширина геометрического изображения щели b'). В монохроматоре УМ-2 диспергирующим элементом является призма.

(3.9), положение минимумов находится из формулы (3.10). Из этих формул следует, что с уменьшением ширины щели центральный максимум расширяется, а ведь в эту область концентрируется практически весь световой поток, прошедший через щель. Поэтому с энергетической точки зрения нижним пределом является такая ширина щели, при которой ширина центрального максимума равна диаметру объектива коллиматора. В таком случае минимумы первого порядка ложатся на края объектива. Ширина щели, отвечающая такому положению, называется нормальной шириной.

Можно показать, что при нормальной ширине щели геометрическая ширина ее изображения равна ширине центрального максимума.

Поскольку угол дифракции φ мал, т.е. $\sin \varphi \approx \varphi$, то из формулы (3.10) для минимумов первого порядка угол дифракции $\varphi = \frac{\lambda}{b}$, а на основании рисунка 4.2 $\varphi = \frac{D}{2f_1}$, таким образом нормальная ширина щели

$$b_N^2 = 2\lambda \frac{f_1}{D}. \quad (4.3)$$

При $b > b_N$ в фокальной плоскости выходного объектива наблюдается больше, чем один максимум.

Чтобы полностью использовать возможности спектрального прибора, надо знать точно ширину его входной щели. Один из более точных методов определения ширины щели базируется на формуле (3.9), из которой, зная число минимумов m , укладывающихся в пределы данного угла φ , можно вычислить ширину щели b .

Для нахождения числа минимумов в пределах угла φ пользуются изображенной на рисунке 4.3 двойной щелью. Двойная щель представляет собой диск с двумя узкими параллельными щелями S_1 и S_2 (шириной $\sim 0,1$ мм) с расстоянием d между ними, находящимися на разной высоте, прикрепляемый к конденсорной линзе K , с помощью которой создается резкое изображение источника света L в плоскости входной щели S (рис. 4.4). Щели S_1 и S_2 вырезают из фронта волны, прошедшей через линзу, две узкие полоски, поэтому они обе являются когерентными источниками света. Волны, излучаемые ими, дифрагируют на входной щели S , и в фокальной плоскости выходного объектива возникают две дифракционные картины от одной щели на разных уровнях (рис. 4.5). В данном случае плоская волна падает на щель наклонно под углом

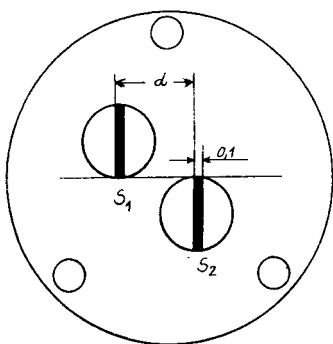


Рис. 4.3. Устройство двойной щели.

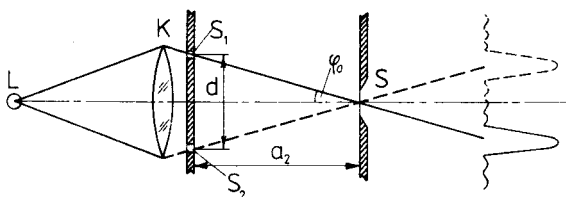


Рис. 4.4. Возникновение дифракционной картины от двойной щели (вид сверху); L - источник света; S_1, S_2 - двойная щель; S - входная щель спектрального прибора; K - конденсорная линза.

$\varphi_0 = \frac{d}{a_2}$, положение минимумов определяется, следовательно, из соотношения (3.II). Угол φ_0 мал, поэтому обе дифракционные картины симметричны, каждая относительно своего центрального максимума. В таком случае угловое расстояние между центральными максимумами равно $2 \frac{\lambda}{\beta}$, а угловое расстояние между минимумами m -го и $m+1$ -го порядка - $\frac{\lambda}{\beta}$. При произвольной ширине входной щели S минимумы (а также и максимумы) верхней и нижней дифракционной картин не совмещаются, но, изменяя ширину щели, можно добиться такого положения, что максимумы одной картины совместятся с минимумами другой, как это изображено на рисунке 4.5. Если число минимумов между центральными максимумами равно \bar{x} , то центральный максимум одной дифракционной картины совмещается с $\bar{x}+1$ -м минимумом другой и, таким образом, соответствующие угловые расстояния равны между собой:

$$\frac{d}{a_2} = (\bar{x}+1) \frac{\lambda}{\beta},$$

откуда ширина щели

$$\beta = \frac{(\bar{x}+1)\lambda a_2}{d}. \quad (4.4)$$

Зная постоянные a_2 и d и определив из опыта z , можно по формуле (4.4) вычислить ширину щели b .

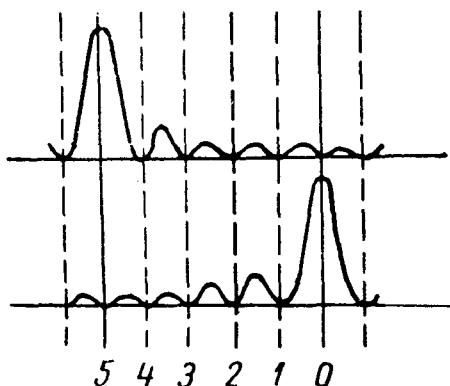


Рис. 4.5. Распределение интенсивности в дифракционной картине от двойной щели.

4.2.4.2. Эксперимент

Входная щель монохроматора представляет собой микрометрическую щель, ширину которой можно изменять с помощью барабана. Деления на шкале барабана нанесены в относительных единицах. Ширину щели можно изменять в пределах $0 - 0,4$ единицы. Одному полному обороту барабана отвечает $0,1$ единицы. Поскольку круговая шкала на барабане в свою очередь разделена на сто частей, то наименьшему делению шкалы на барабане отвечает $0,001$ единицы.

Перед измерениями удаляют выходную щель монохроматора и дифракционную картину в фокальной плоскости выходного объектива наблюдают визуально. Сначала добиваются равномерного освещения входной щели. Поскольку на щель падает слабый поток света, то целесообразно на это время свет в помещении выключить, окна зашторить. Следя за дифракционной картиной в фокальной плоскости выходного объектива, регулируют положение конденсорной линзы (с помощью регулировочного винта)

пока не станут отчетливо видными обе дифракционные картины. После этого измеряют с помощью измерительной ленты и специального дальномера расстояние a_2 двойной щели от входной щели. Щель калибруют при двух разных значениях a_2 . Так как механическая система регулировки щели имеет некоторый мертвый ход (люфт), то в одной серии измерений следует поворачивать барабан только в одну сторону. Измерения начинают с максимального числа минимумов между центральными максимумами (напр. $\xi = 10$) и, поворачивая барабан в сторону уменьшения ширины щели, доводят до значения $\xi = 2$, регистрируя одновременно показания барабана. Затем находят показание барабана, отвечающее нормальной ширине щели. После этого уменьшают ширину щели до исчезновения света (фиксируют соответствующее показание барабана) и начинают вращать барабан в обратном направлении, повторяя измерения.

Для определения мертвого хода механизма регулировки щели поворачивают барабан попеременно в одну и другую сторону достигая в обоих случаях такого положения, при котором число минимумов между центральными максимумами одинаково. Вследствие мертвого хода отсчеты по барабану будут в этих двух случаях разными. Разность этих отсчетов и даст мертвый ход механической системы. Измерения делают повторно.

Для точного определения отсчета, отвечающего нулевой ширине щели, следует поместить двойную щель на произвольном расстоянии от широко открытой входной щели. Затем, уменьшая ширину щели, регистрировать отсчеты по барабану каждый раз, когда ξ изменяется на 2. Из формулы (4.4) получается

$$l_2 - l_{2-2} = \frac{2 \lambda a_2}{d}.$$

Эту разность вычитают из отсчета по барабану, когда ширина щели такова, что $\xi = 1$. Разность даст нулевую ширину щели.

Кривую калибровки щели представляют в виде $l' = f$ (отсчет по барабану) отдельно для каждого значения a_2 , а также для обоих направлений вращения барабана. Калибровочную кривую приближают к прямой по методу наименьших квадратов.

Находят по калибровочной кривой нормальную ширину щели

и сравнивают полученный результат с теоретическими расчетами. Сравнивают значения мертвого хода, полученные разными способами. Производят оценку погрешности для всех измеренных величин.

4.2.5. Вопросы

1. Какое изображение увидим мы в фокальной плоскости, удалив двойную щель?
2. Вычислите положение минимумов ($m = \pm 1, \pm 2, \pm 3$) для $\varphi_0 = 30^\circ$. Применим ли наш метод определения ширины щели в таком случае?
3. Отношение $\frac{d}{a_2}$ должно быть меньше относительного отверстия объектива коллиматора $\frac{D}{f_1}$. Почему?

4.3. Определение зависимости показателя преломления воздуха от давления

4.3.1. Задание

Ознакомление с двухлучевым интерферометром Рэлея. Дифракция Фраунгофера на двух щелях. Определение зависимости показателя преломления воздуха от давления. Определение поляризуемости молекул воздуха.

4.3.2. Принадлежности

Интерферометр ИТР-1 (длина кювета 100,0 см), U-образный манометр для измерения давления воздуха (плотность жидкости $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$), установка для увеличения давления воздуха в кювете, барометр, термометр.

4.3.3. Необходимые предварительные знания

Двухлучевая интерференция, дифракция Фраунгофера на нескольких щелях, диэлектрики в электрическом поле; см. I.2, 3.3, И.В. Савельев II, § 15.

4.3.4. Ход работы

4.3.4.1. Теоретические основы эксперимента

Интерферометр Рэлея является двухлучевым интерферомет-

ром, используемым для определения показателя преломления газов. Измерение показателя преломления с помощью двухлучевого интерферометра можно объяснить с помощью рисунка 4.6.

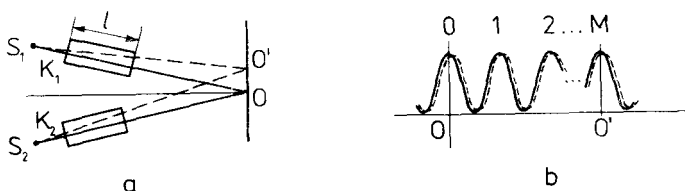


Рис. 4.6. а) принципиальная схема интерферометра; б) идеализированная интерференционная картина.

Пусть источники света S_1 и S_2 будут когерентными. Испускаемые ими лучи будут интерферировать. Если показатели преломления сред в обеих кюветах одинаковы, то интерференционный максимум нулевого порядка возникает на оси симметрии системы в точке O . Если изменить показатель преломления среды в кювете K_2 на Δn , то изменится оптическая разность хода на $\Delta n l$ и максимум нулевого порядка сместится в точку O' . Если смещение отвечает M полосам, то $M = \Delta n l / \lambda$, откуда

$$\Delta n = \frac{M \lambda}{l}.$$

Когерентные источники света S_1 и S_2 в интерферометре Рэлея (рис. 4.7) получают методом разделения фронта волны.

Свет, излучаемый лампой накаливания L , собирается с помощью линзы O на щель S' , являющуюся когерентным источником света. Щель S' находится в фокальной плоскости линзы O' , таким образом, на щели S_1 и S_2 падает плоская волна. Волны, испускаемые щелями S_1 и S_2 , когерентны и в фокальной плоскости F линзы O_2 можно наблюдать дифракцию Фраунгофера на двух щелях.

В случае N щелей интенсивность в направлении φ определяется соотношением (3.13) (см. также рис. 3.13). Так как число побочных максимумов, расположенных между главными

максимумами, равно $N - 2$, то в случае двух щелей появятся лишь главные максимумы. Дифракционная картина приведена на рисунке 4.8.

Число главных максимумов, которые можно наблюдать в пределах центрального максимума (т.е. в промежутке $-\frac{\lambda}{b} \leq \sin \varphi \leq \frac{\lambda}{b}$) в дифракционной картине от одной щели, определяется отношением $\frac{b}{d}$. Поскольку положение как главных максимумов, так и минимумов зависит от длины волны, а лампа накаливания излучает белый свет, то все

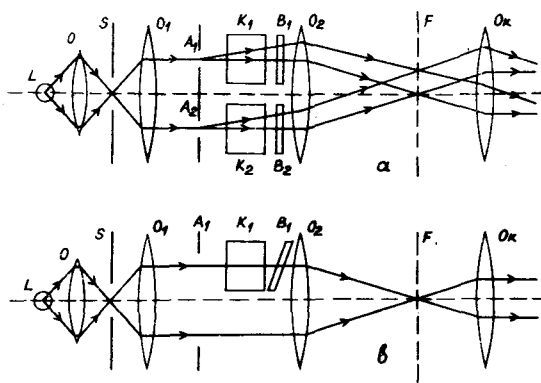


Рис. 4.7: а) горизонтальное сечение интерферометра;
 б) вертикальное сечение интерферометра.

L - источник света; O - линза; S - щель; O_1 - линза для получения плоской волны; S_1 и S_2 - параллельные щели; K_1 и K_2 - кюветы; B_1 и B_2 - пластины компенсатора; O_2 - линза, в фокальной плоскости которой возникает дифракционная картина; O_K - окуляр.

максимумы, за исключением максимума нулевого порядка, цветные. Это обстоятельство дает возможность пользоваться главным максимумом для фиксации начального положения оптической системы (точка O на рис. 4.6, б): щели S_1 и S_2 достаточно длинные, свет, проходящий через их верхние концы, проходит через кюветы K_1 и K_2 , свет же, проходящий

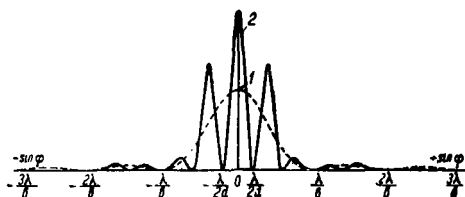


Рис. 4.8. Распределение интенсивности при дифракции света на одной щели шириной ℓ (кривая 1) и на двух щелях шириной ℓ , находящихся одна от другой на расстоянии d (кривая 2).

через нижние концы щелей, в кюветы не попадает. Поэтому в плоскости F возникает две дифракционные картины: верхнюю образует свет, прошедший через кюветы, нижнюю — свет, прошедший под кюветами. Если в одной из кювет изменить давление, произойдет сдвиг одной дифракционной картины относительно другой. Расстояние d между щелями относительно велико, поэтому угловое расстояние между главными максимумами $\varphi \approx \sin \varphi = \frac{\lambda}{d}$ мало и для наблюдения дифракционной картины в плоскости F пользуются окуляром O_k с увеличением 150 х. Окуляр представляет собой цилиндрическую линзу, ось которой параллельна щелям. На рисунке 4.9 приведены видимые через окуляр картины.

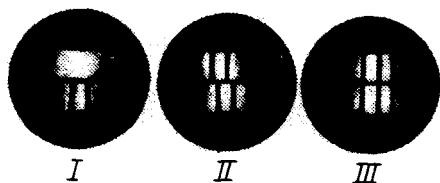


Рис. 4.9. Картины, отвечающие различным значениям оптической разности хода: I — разность хода велика; II — разность хода мала; III — разность хода равна нулю.

Для определения изменения показателя преломления Δn не нужно непосредственно считать, на сколько полос переместилась верхняя дифракционная картина относительно нижней. Вместо этого определяют компенсационным методом изменение разности хода лучей, обусловленное изменением давления. Интерферометр ИТР-I содержит две плоскопараллельные стеклянные пластины B_1 и B_2 (рис. 4.7). Пластины расположены наклонно относительно лучей. Одна из них неподвижна, другую можно поворачивать вокруг горизонтальной оси. При повороте пластины изменяется ее наклон, а следовательно и длина пути луча в ней. Таким образом, можно изменением угла наклона пластины изменять оптическую длину пути луча, прошедшего через кювету. Поворот пластины осуществляется с помощью микрометрического винта, находящегося вблизи окуляра.

Компенсатор предварительно откалиброван с помощью монохроматического источника света и результаты представлены в виде графиков, где приведена оптическая разность хода как функция отсчета микрометрического винта.

Рассмотрим теперь определение показателя преломления. Из курса электричества известно, что диэлектрическая проницаемость среды выражается в виде

$$\epsilon = 1 + N\beta,$$

где N - концентрация молекул, а β - поляризуемость одной молекулы.* Из молекулярной физики известно соотношение между давлением газа p и концентрацией молекул N :

$$p = NkT, \quad (4.6)$$

где k - постоянная Больцмана, а T - абсолютная температура газа.

Поскольку $n = \sqrt{\epsilon}$, то, воспользовавшись соотношениями (4.5) и (4.6), можно получить

* Воздух представляет собой смесь многих газов, поэтому для воздуха β является величиной усредненной: $\beta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \beta_i N_i$; β_i и N_i суть соответственно поляризуемость и концентрация молекул i -го рода.

$$n^2 = 1 + \frac{\beta}{kT} \rho.$$

Для газов $n \approx 1$, поэтому можно записать

$$n^2 - 1 = (n+1)(n-1) \approx 2(n-1)$$

и

$$n = 1 + \frac{\beta}{2kT} \rho. \quad (4.7)$$

Дифференцирование последнего результата даст

$$\Delta n = \frac{\beta}{2kT} \Delta \rho. \quad (4.8)$$

Построив график $\Delta n = f(\Delta \rho)$, можно по крутизне полученной прямой определить поляризуемость молекул β , а затем по формуле (4.7) и зависимость показателя преломления от давления.

4.3.4.2. Эксперимент

В настоящей работе одна из кювет открыта, поэтому фиксируются атмосферное давление и температура в помещении. Давление воздуха в другой кювете можно изменять с помощью резинового баллона, для сохранения давления в этой кювете постоянным надо резиновую трубку закрыть металлическим зажимом. При нулевой разности хода обе дифракционные картины совмещены. В этом положении регистрируют показание компенсатора. При увеличении давления в одной кювете верхняя дифракционная картина смещается относительно нижней. Картины совмещают теперь с помощью компенсатора. По показанию компенсатора с помощью калибровочной кривой определяют соответствующую этому показанию оптическую разность хода. Проводят десять измерений, выбирая давления так, чтобы охватить весь возможный диапазон давлений. Для оценки субъективной погрешности рекомендуется при 2 - 3 значениях давления делать повторные измерения, число которых будет определено повторяемостью результатов.

Окончательные результаты оформляют в виде двух графиков: по крутизне графика зависимости $\Delta n = f(\Delta \rho)$, определяемой методом наименьших квадратов, находят поляризуемость молекул, а затем по формуле (4.7) - зависимость $n = f(\rho)$.

4.3.5. Вопросы

1. Как изменится число наблюдаемых главных максимумов, если ширину щелей увеличить в два раза?
2. Каким должно быть отношение $\frac{b}{a}$, чтобы интенсивность главных максимумов не уменьшалась с возрастанием порядка?
3. Постарайтесь оценить ширину щелей S_1 и S_2 . Предварительно следует измерить расстояние между щелями.
4. Каким должно быть расстояние между щелями, чтобы дифракционные картины можно было наблюдать без лупы? Глаз способен различать объекты, минимальное угловое расстояние между которыми равно Γ' .
5. Оцените минимальное изменение давления, которое можно определить с помощью интерферометра Рэлея.
6. Выведите соотношение (4.5).
7. Почему показатель преломления связан с поляризуемостью молекул? Что обуславливает возникновение дипольного момента?

4.4. Дифракция на нескольких щелях

4.4.1. Задание

Определение основных параметров дифракционной картины.

4.4.2. Принадлежности

Гелиево-неоновый лазер ($\lambda = 632,8$ нм), расширитель светового пучка, основание со щелями, приемник, двухкоординатный самописец.

4.4.3. Необходимые предварительные знания

Дифракция Фраунгофера на нескольких щелях, см. 3.3.

4.4.4. Ход работы

4.4.4.1. Теоретические основы эксперимента

Если на систему параллельных щелей падает когерентная плоская волна, то распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера описывается формулой (3.13):

$$I_{\varphi} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2$$

где φ - угол дифракции, N - число щелей, $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$ (b - ширина каждой щели, d - период системы щелей). На рисунке 3.3, представлена зависимость I_{φ} от $\sin \varphi$. Если число щелей N невелико ($N < 10$), то в эксперименте можно регистрировать и главные и побочные максимумы. Согласно анализу, приведенному в п. 3.3, находятся главные максимумы в направлениях, удовлетворяющих условию:

$$d \sin \varphi = m \lambda.$$

Между двумя главными максимумами расположены $N-1$ минимум и $N-2$ побочных максимума. Интенсивность главных максимумов прямо пропорциональна N^2 , ширина же их определяется отношением $\frac{\lambda}{Nd}$, т.е. при постоянных λ и d увеличение общего числа щелей N ведет к уменьшению ширины главного максимума.

4.4.4.2. Описание опытной установки

Оптическая часть установки смонтирована на специальном основании, главные узлы ее приведены на рисунке 4.10. Лазерный луч попадает в расширитель пучка, представляющий собой телескопическую систему, состоящую из положительных линз. Расширитель обеспечивает равномерную освещенность щелей. Диаметр пучка лучей, выходящих из расширителя, определяется отношением фокусных расстояний его линз. Расширенный пучок параллельных лучей падает на систему щелей; перемещая последнюю перпендикулярно оптической оси, можно наблюдать дифракционную картину от разного количества щелей. Распределение интенсивности в плоскости EE регистрируют с помощью приемника, который можно перемещать (сканировать) вдоль дифракционной картины. Приемником является фоторезистор, сопротивление которого обратно пропорционально интенсивности падающего на него света. При постоянном напряжении на резисторе можно проходящий по нему ток с достаточно хорошим приближением считать прямо пропорциональ-

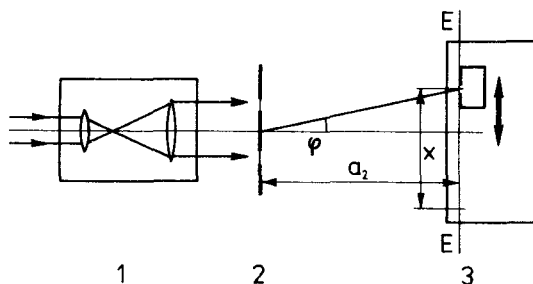


Рис. 4.10. Оптическая схема: 1 - расширитель; 2 - система щелей; 3 - приемник.

ным интенсивности света. Распределение интенсивности в плоскости EE регистрируют с помощью двухкоординатного самописца, на вход X которого подается сигнал, прямо пропорциональный положению x приемника, а на вход Y - сигнал, прямо пропорциональный интенсивности света.

4.4.4.3. Эксперимент

Перед тем, как приступить к измерениям, надо отъюстировать оптическую систему. Юстировка состоит из следующих этапов.

1. Направление лазерного луча вдоль оптической оси системы. Для этого удаляют расширитель и держатель щелей, а перед приемником устанавливают белый экран. С помощью юстировочных винтов лазера приводят луч в середину экрана.

2. Пучок лучей, выходящих из расширителя, должен быть параллельным. Чтобы убедиться в этом, измеряют диаметр пучка на разных расстояниях от расширителя. Если результаты измерений оказываются неодинаковыми, надо изменить расстояние между линзами расширителя так, чтобы фокусы линз совпали (изменение положения линзы осуществляется поворотом ее держателя).

3. Дифракционную картину следует регистрировать в области центрального максимума дифракционной картины от одной щели (угловое измерение, которой определяется соотно-

шением $\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{b}$). Для этого надо держатель щелей расположить на таком расстоянии от приемника, чтобы использовать всю область сканирования приемника.

После этого включают блок питания приемника и самописец. Вход X самописца следует откалибровать, т.е. найти соответствие между перемещениями приемника и пера самописца, отвечающими друг другу (приемник снабжен миллиметровой шкалой). Усиление входа Y приходится изменять в ходе эксперимента. В эксперименте регистрируют дифракционные картины при числе щелей $N = 2, 3, 4, 5$.

Ширина щелей и их период указаны на рамке щелей. Расстояние от щелей до приемника определяют в ходе регистрации.

На основании полученных дифракционных картин вычисляют зависимость интенсивности главных максимумов от квадрата числа щелей (N^2), зависимость полуширины главных максимумов от обратного значения числа щелей ($1/N$), зависимость интенсивности главного максимума (для данного числа N) от обратного значения квадрата порядка максимума ($1/m^2$). Полученные результаты сравнивают с теоретическими зависимостями. Проводят анализ источников погрешностей.

4.4.5. Вопросы

1. Формула (3.13) описывает распределение интенсивности, отвечающее когерентному освещению щелей. Каким было бы распределение интенсивности при освещении некогерентным светом?
2. Чем определяется число регистрируемых главных максимумов?
3. Опишите дифракционную картину, в случае, когда на N щелей падает белый свет.
4. Чем, в принципе, отличаются между собой дифракционные картины, полученные от двух щелей и с помощью двухлучевого интерферометра (см. Форм. (1.1))?
5. Как изменяется ширина главного максимума при $N \rightarrow \infty$?

4.5. Дифракционная решетка

4.5.1. Задание

Ознакомление с дифракционной решеткой как диспергирующим элементом. Определение длины световой волны (или постоянной решетки) с помощью дифракционной решетки.

4.5.2. Принадлежности

Спектральная лампа, гониометр, дифракционная решетка.

4.5.3. Необходимые предварительные знания

Дифракция Фраунгофера на нескольких щелях, см. 3.3.

4.5.4. Ход работы

4.5.4.1. Теоретические основы эксперимента

Из формулы (3.16) следует, что интенсивность главных максимумов возрастает прямо пропорционально квадрату числа щелей N^2 . Поскольку интенсивность побочных максимумов с возрастанием числа щелей существенно не изменяется, то при $N \gg 1$ интенсивность побочных максимумов незначительна по сравнению с главным максимумом. Таким образом, при большом числе щелей наблюдаются лишь главные максимумы, положение которых определяется соотношением

$$d \sin \varphi = m \lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Если $m \neq 0$, то положение главного максимума зависит от длины волны λ . Это обстоятельство дает возможность использовать дифракционную решетку в качестве диспергирующего элемента — дифракционная решетка разлагает падающий на нее белый свет на отдельные монохроматические компоненты, т.е. в спектры: $m = 1$ отвечает спектр первого порядка, $m = 2$ — спектр второго порядка. Чем больше длина волны при данном m , тем больше угол отклонения φ .

Диспергирующие элементы характеризуются угловой дисперсией, областью дисперсии и разрешающей способностью.

Угловой дисперсией называется производная $\frac{d\varphi}{d\lambda}$. Чем больше угловая дисперсия, тем больше угловое расстояние между двумя фиксируемыми длинами волн. Дифференцируя выражение

для главных максимумов, получим $d \cos \varphi d\varphi = m d\lambda$ и

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (4.9)$$

Из соотношения (4.9) видно, что для данного порядка спектра угловая дисперсия тем больше, чем меньше постоянная решетки d , т.е. чем больше число щелей, приходящихся на единицу длины. Промышленным путем изготавливают решетки, содержащие до 2400 щелей на миллиметр.

Когда спектры соседних порядков начинают перекрываться, то в общем случае спектральный прибор не пригоден больше для разложения сложного света. Максимальный интервал длин волн $\Delta\lambda$, при котором не происходит еще наложения спектров разного порядка, называется областью дисперсии спектрального прибора. Пусть на дифракционную решетку падает свет в промежутке длин волн от λ до $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$. Пусть максимум $m+1$ -го порядка для длины волны λ совпадает с максимумом m -го порядка для λ' :

$$d \sin \varphi = (m+1)\lambda = m\lambda' = m(\lambda + \Delta\lambda)$$

откуда

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}. \quad (4.10)$$

Область дисперсии $\Delta\lambda$ уменьшается с увеличением порядка m . Большое значение угловой дисперсии $\frac{d\varphi}{d\lambda}$ не гарантирует еще разрешения двух близких спектральных линий λ и $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ данным прибором. Даже в идеальном случае, когда на спектральный прибор падает монохроматический свет с длиной волны λ , на выходе прибора появится линия конечной ширины. Если наименьшее расстояние между двумя еще разрешимыми линиями равно $\delta\lambda$, то величину $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ называют разрешающей способностью спектрального прибора. Условно, считают две спектральные линии λ и λ' еще разрешимыми, если главный максимум в дифракционной картине одной из них совпадает с первым минимумом в дифракционной картине другой (критерий Рэлея), т.е.

$$d \sin \varphi = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda = m \lambda' \quad (\text{см. рис. 3.10, c})$$

и следовательно

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = Nm. \quad (4.11)$$

Таким образом, чтобы повысить разрешающую способность, надо либо увеличить общее число щелей N , либо пользоваться спектрами более высокого порядка. У реальных дифракционных решеток число щелей N достигает 200 000.

Как явствует из формул (4.9) и (4.11), в спектроскопии полезно работать на спектрах высоких порядков. Но в спектрах обычных дифракционных решеток (рис. 3.9) интенсивность главных максимумов уменьшается быстро с ростом порядка:

$I_m \sim \frac{1}{m^2}$ (см. соотн. (3.16) и рис. 3.10, c), поэтому в настоящее время пользуются вместо обычных решеток, т.е. профилированными или фазовыми решетками.

Если перед одной щелью поместить призму (рис. 3.8, в), то произойдет отклонение центрального максимума от первоначального направления на угол $\varphi_0 = \beta (n - 1)$. Профилированная решетка представляет собой периодическую систему таких призм, установленных перед щелями (рис. 4.11, а).

Положение главных максимумов в случае такой решетки практически не изменяется, происходит, однако, перераспределение интенсивности между разными порядками. Как видно из рисунка 4.11, в, распределение интенсивности теперь несимметрично относительно максимума нулевого порядка. Изменяя профиль решетки, можно варьировать порядок максимума, в который желают сконцентрировать энергию.

4.5.4.2. Эксперимент

Для измерения неизвестных длин волн пользуются схемой, приведенной на рисунке 4.12. Перед тем, как приступить к измерениям, следует отъюстировать гониометр обычным образом и записать размеры решетки. После юстировки на столике гониометра устанавливают дифракционную решетку перпендикулярно к падающему свету. Прежде всего выясняют, с какой решет-

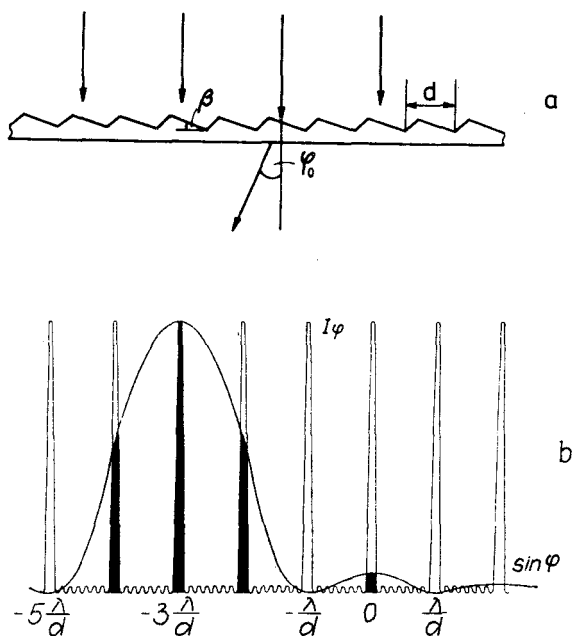


Рис. 4.II. а – профилированная решетка; β – распределение интенсивности в случае профилированной решетки, максимум интенсивности сконцентрирован в порядке $m = -3$.

кой имеют дело, с обычной или профилированной. Для этого сравнивают интенсивности спектров одного и того же порядка по обе стороны максимума нулевого порядка и устанавливают, в котором порядке сконцентрирован дифрагированный свет. Если решетка профилированная, производят измерения только в том направлении, в котором сконцентрировано больше света. Затем регистрируют положение трех разных спектральных линий в максимально большом числе порядков (**NB!** обязательно регистрируют положение максимума нулевого порядка!). Спек-

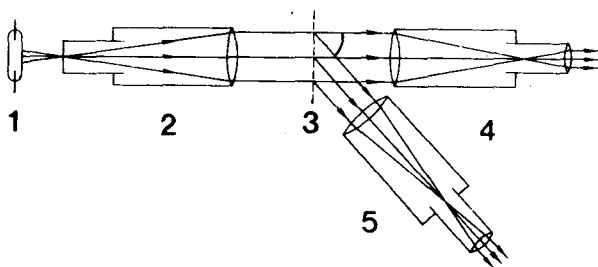


Рис. 4.12. Измерение длины световой волны с помощью дифракционной решетки: 1 - источник света; 2 - коллиматор; 3 - дифракционная решетка; 4 - положение зрительной трубы при прямом прохождении лучей; 5 - положение зрительной трубы при регистрации дифрагированного света.

тры высоких порядков могут перекрываться и это записывают в протокол.

Условие главного максимума можно представить в виде

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{d} m,$$

следовательно, зависимость $\sin \varphi = f(m)$ должна отображаться прямой, по крутизне которой можно определить длину волны. Постоянную решетки d сообщает преподаватель. Крутизну прямой определяют по методу наименьших квадратов. Вычисляют разрешающую способность и угловую дисперсию решетки для найденной длины волны.

4.5.5. Вопросы

1. Зависит ли угловая дисперсия дифракционной решетки от того, под каким углом падает плоская волна на решетку?
2. Вычислите максимальный принципиально возможный порядок спектра для длин волн 0,4 и 1,2 мкм, если постоянная решетки $d = 5$ мкм.

3. Определите угловую дисперсию спектрального прибора, если известно, что в фокальной плоскости объектива зрительной трубы ($f = 30$ см) расстояние между двумя спектральными линиями при $\delta\lambda = 1$ нм равно 2 мм.
4. Каким должно быть общее число щелей, чтобы при средней длине волны 650 нм можно было в спектре второго порядка различить две спектральные линии с $\delta\lambda = 0,1$ нм?

Содержание

Предисловие	3
-------------------	---

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

1. Теоретические основы	4
1.1. Введение в волновую оптику	4
1.2. Интерференция света	5
2. Практические работы	19
2.1. Интерференция света в плоскопараллельной пластине	19
2.2. Исследование колец Ньютона	25
2.3. Интерферометр Майкельсона	34
2.4. Интерференция с помощью бипризмы Френеля	46

ДИФРАКЦИЯ

3. Теоретические основы	54
3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля	54
3.2. Дифракция Фраунгофера на одной щели	61
3.3. Дифракция Фраунгофера на периодической системе щелей	65
4. Практические работы	70
4.1. Дифракция Фраунгофера на одной щели	70
4.2. Определение ширины щели спектрального прибора по дифракционной картине	75
4.3. Определение зависимости показателя преломления воздуха от давления	81
4.4. Дифракция на нескольких щелях	87
4.5. Дифракционная решетка	96