EESTI VABARIIGI TARTU ÜLIKOOLI

# TOIMETUSED

# ACTA ET COMMENTATIONES

## UNIVERSITATIS DORPATENSIS

## A

MATHEMATICA, PHYSICA, MEDICA

## VI

TARTU 1924

# Eelmiste köidete sisu. — Contenu des volumes précédents.

**A I** (1921). **1.** A. Paldrock. Ein Beitrag zur Statistik der Geschlechtskrankheiten in Dorpat während der Jahre 1909—1918. — **2.** K. Väisälä. Verallgemeinerung des Begriffes der Dirichletschen Reihen. — **3.** C. Schlossmann. Hapete mõju kolloiidide peale ja selle tähtsus patoloogias. (L'action des acides sur les colloïdes et son rôle dans la pathologie.) — **4.** K. Regel. Statistische und physiognomische Studien an Wiesen. Ein Beitrag zur Methodik der Wiesenuntersuchung. — **5.** H. Reichenbach. Notes sur les microorganismes trouvés dans les pêches planctoniques des environs de Covda (gouv. d'Archangel) en été 1917. — **Misc.** F. Bucholtz. Der gegenwärtige Zustand des Botanischen Gartens zu Dorpat und Richtlinien für die Zukunft.

**A II** (1921). **1.** H. Bekker. The Kuckers Stage of the Ordovician Rocks of NE Estonia. — **2.** C. Schlossmann. Über die Darmspirochäten beim Menschen. — **3.** J. Letzmann. Die Höhe der Schneedecke im Ostbaltischen Gebiet. — **4.** H. Kaho. Neutraalsoolade mõjust ultramaksimum-temperatuuri peale *Tradescantia zebrina* juures. (Über den Einfluss der Neutralsalze auf die Temperatur des Ultramaximums bei *Tradescantia zebrina*.)

**A III** (1922). **1.** J. Narbutt. Von den Kurven für die freie und die innere Energie bei Schmelz- und Umwandlungsvorgängen. — **2.** А. Томсонъ (A. Thomson). Значеніе аммонійныхъ солей для питанія высшихъ культурныхъ растеній. (Der Wert der Ammonsalze für die Ernährung der höheren Kulturpflanzen.) — **3.** E. Blessig. Ophthalmologische Bibliographie Russlands 1870—1920. I. Hälfte (S. I—VII und 1—96). — **4.** A. Lüüs. Ein Beitrag zum Studium der Wirkung künstlicher Wildunger Helenenquellensalze auf die Diurese nierenkranker Kinder. — **5.** E. Öpik. A statistical method of counting shooting stars and its application to the Perseid shower of 1920. — **6.** P. N. Kogerman. The chemical composition of the Esthonian M.-Ordovician oil-bearing mineral „Kukersite". — **7.** M. Wittlich und S. Weshnjakow. Beitrag zur Kenntnis des estländischen Ölschiefers, genannt Kukkersit. — **Misc.** J. Letzmann. Die Trombe von Odenpäh am 10. Mai 1920.

**A IV** (1922). **1.** E. Blessig. Ophthalmologische Bibliographie Russlands 1870—1920. II. Hälfte (S. 97—188). — **2.** A. Valdes. Glükogeeni hulka vähendavate tegurite mõju üle südame spetsiifilise lihassüsteemi glükogeeni peale. (Über den Einfluss der die Glykogenmenge vermindernden Faktoren auf das Glykogen des spezifischen Muskelsystems des Herzens.) — **3.** E. Öpik. Notes on stellar statistics and stellar evolution. — **4.** H. Kaho. Raskemetallsoolade kihvtisusest taimeplasma kohta. (Über die Schwermetallgiftwirkung in bezug auf das Pflanzenplasma.) — **5.** J. Piiper und M. Härms. Der Kiefernkreuzschnabel der Insel Ösel *Loxia pityopsittacus estiae* subsp. nov. — **6.** L. Poska-Teiss. Zur Frage über die vielkernigen Zellen des einschichtigen Plattenepithels.

EESTI VABARIIGI TARTU ÜLIKOOLI

# TOIMETUSED

# ACTA ET COMMENTATIONES

## UNIVERSITATIS DORPATENSIS

## A

MATHEMATICA, PHYSICA, MEDICA

## VI

TARTU 1924

# Sisukord. — Contenta.


1. **Hendrik Bekker.** Mõned uued andmed Kukruse lademe stratigraafiast ja faunast.

   Summary: Stratigraphical and paleontological supplements on the Kukruse stage of the Ordovician Rocks of Eesti (Estonia).
2. **J. Wilip.** Experimentelle Studien über die Bestimmung von Isothermen und kritischen Konstanten.
3. **Johannes Letzmann.** Das Bewegungsfeld im Fuss einer fortschreitenden Wind- oder Wasserhose.
4. **H. Scupin.** Die Grundlagen paläogeographischer Karten.
5. **E. Öpik.** Photometric measures on the moon and the earth-shine.
6. **Yrjö Kauko.** Über die Vertorfungswärme.
7. **Yrjö Kauko.** Eigentümlichkeiten der $H_2O$- und $CO_2$-Gehalte bei der unvollständigen Verbrennung.
8. **Max Tilzen** und **Yrjö Kauko.** Die wirtschaftlichen Möglichkeiten der Anwendung von Spiritus als Brennstoff.
9. **M. Wittlich.** Beitrag zur Untersuchung des Öles aus estländischem Ölschiefer.
10. **J. Wilip.** Emergenzwinkel, Unstetigkeitsflächen, Laufzeit.
11. **H. Scupin.** Zur Petroleumfrage in den baltischen Ländern.
12. **Hans Richter.** Zwei Grundgesetze (Funktion- und Strukturprinzip) der lebendigen Masse.

# MÕNED UUED ANDMED KUKRUSE LADEME STRATIGRAAFIAST JA FAUNAST

2 TAHVLI, 1 KAARDI, 6 JOONISEGA

---

# STRATIGRAPHICAL AND PALEONTOLOGICAL SUPPLEMENTS ON THE KUKRUSE STAGE OF THE ORDOVICIAN ROCKS OF EESTI (ESTONIA)

WITH 2 PLATES, 1 MAP AND 6 FIGURES IN TEXT

BY

**HENDRIK BEKKER**, PH. D., D. I. C.

---

TARTU 1924

K. Mattiesen'i trükk, Tartus

# Mõned uued andmed Kukruse lademe stratigraafiast ja faunast.

Ette kantud Tartu Ü. j. o. Loodusuurijate Seltsis 22. III. 1923, hiljemate täiendustega.

## 1. Eessõna.

Kukruse lademe stratigraafia kirjelduses minu 1921. a. ilmunud töös puudusid täpsad andmed terve lademe kohta, mis ainult puurimised võisid anda. Juba mineval aastal andis põlevkivitööstuse valitsus õlikivi piirkonnas (peaasjalikult Kukruse, Jõhvi ja Vanamõisa ümbruses) ettevõetud puurimiste andmed minule tarvitada, mis võimaldab üksikasjalist pilti anda Kukruse lademe kohta. Sel sügisel sain ka veel Kaub.-min. Mäe-osak. juhatajalt hra Kark'ilt lõuna- ja idapoolsete puurimiste kohta andmeid. Kõikidele, kellelt materjali saanud, avaldan siin kõige suuremat tänu.

Siia juurde tulevad ka mõned faunistilised andmed, paleontoloogilise materjali läbitöötamise tagajärjel. Osalt on see materjal kogutud mineval suvel, osalt juba eelmistel suvedel.

Kõik arvud tabeleis on arvatud meetrites.

## 2. Kukruse lademe stratigraafia.

Üldiselt võib Kukruse lademe kihte kahte rühma jaotada: 1) allpool õlikivi- — kukersiidi- — kihid õhukeste bituminoossete lubjakivi vahekihtidega (kihid I—XII) ja 2) pealpool bituminoossed ja sinkjad lubjakivid õhukeste kukersiidikihtidega (kihid XIII—$D_1$).

Neid mõlemaid kihtiderühmi on võimalik kaardil tähistada. Sel kombel saame Kukruse ladet geoloogilisel kaardil kahe eriavamusena tähistada (v. geol. kaart), mis võrdlemisi kitsad Kohtla, Järve ja Jõhvi juures. Esimese rühma avamus puudutab ja lõikab 24., 26. ja 28. (süllad) samakõrgusjoont, teise oma — osalt neidsamu, aga ka 30. ja 32. — viimase isohüpsi juures on

Jõhvi ($D_1$) lademe põhjapoolne piir selles piirkonnas. Tõeliselt on avamuste kuju Kohtla, Järve ja Jõhvi piirkonnas sootu teissugune, kui seda leiame Krutikovi kaardil. Jõhvi lade ulatub, kuigi võrdlemisi õhukesena, Periverest ka veel lääne poole Mõisamaa ja Keava juurde, viimasest kohast isegi veel $^1/_2$ km lääne poole.

Siinjuures tuleb tähendada, et Kukruse lademe alguseks on arvatud esimene märgatavam kukersiidikiht, mis lamab Tallinna lademel (viimase lademe pealmised kihid on juba osalt kaunis bituminoossed) ja lademe lõpuks oleks kõige kohasem arvata viimast enam-vähem märgatavat kukersiidikihti. Järgnevad Jõhvi lademe ($D_1$) alumised kihid võivad veel mitme meetri paksuselt bituminoossed olla. Ülevaatlikkuse mõttes võiks Kukruse ladet kolme osasse jagada (v. 4. tabel); igal neist kihtide rühmadest on all kukersiidikihid, millede peal bituminoossed ja sinkjad lubjakivid vaheldamisi. Alumise rühma kukersiidikihid on praeguste kaevanduste piirkonnas kõige paksemad (tootus osa Kukruse lademest).

Õlikivi-kihtide kirjelduses on tarvitanud keem. K. Luts tähti *A*, *B* jne., nendega üksikuid õlikivi-kihte märkides, kuid ta jätab kõik vahekihid tähistamata. Mina tarvitasin oma eelmises töös üksikute kihtide tähistamiseks ladina väikest tähestikku. Väga otstarbekohased ja lihtsad on ins. Kirschbaum'i poolt tarvitatud rooma arvud, seejuures tähendavad paarita arvud alumises kihtide rühmas kukersiidi-kihte (aga ka k. XII), paaris arvud aga bituminoosset lubjakivi ja lubjakivi-kihte.

Alumine kihtide rühm I—XII, millede piiris Kohtla kaevandus seni asus, moodustab produktiivse ehk tootsa osa Kukruse lademest. Kaevanduse edasinihkumisel kagusihis on nüüd juba eespoolnimetatud kihtide peal bituminoossed lubjakivid või sinkjad lubjakivid — Kukruse lademe produktiivsuseta ehk tootsuseta osa. Siin aga tuleb kukersiidikiht XVI, mida võimalik on ära kasutada (Kukruse lademe keskmise osa alumine kiht).

Et näidata Kukruse lademe üksikute kihtide paksust, toon võrdlevas tabelis tootsa lademe osa kihimõõtmised Kohtla kaevanduse karjeerides (mõõdud 1922. a. suvel).

Kukersiidikihtide kogupaksus kõigub kaevanduses, nagu näeme, kaunis tunduvalt: 2.31—4.41 m või veel vähem. See oleneb sellest, et siin pealmised kihid IX—XII jääajal osalt või täieliselt on erodeeritud. (V. 1. tabel.)

1. tabel (table).

| | | Karjeerid № 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XII | rabe kukersiit 5—8 munaklis-lubjak. vahekihiga | | | | 0.43 | 1.10 | 1.33 | | 0.46 | *"brittle-kukersite" kukersite with 5—8 limest.-pebble intercalations* |
| XI | kukersiit; kõige puhtam, kohati õhukesed vahekihid (lk.) | | | 0.32 | 0.52 | 0.78 | 0.95 | 0.48 | 0.33 | *Kukersite (the best for technical purposes)* |
| X | bituminoosne lubjak. | | 0.1 | 0.1 | 0.13 | 0.1 | 0.1 | 0.07 | 0.09 | *bituminous limest.* |
| IX | kukersiit; õige tuharikas, tihti rohekas-kollane | | 0.24 | 0.21 | 0.2 | 0.23 | 0.25 | 0.26 | 0.24 | *yellow-green kukersite* |
| VIII | "kahekordne paas" — ehitus-lk. — alum. osas ussikäigud ja savi | 0.24 | 0.24 | 0.25 | 0.24 | 0.23 | 0.23 | 0.22 | 0.23 | *grey-blue "Building" limestone; on the lower face worm tracks and clay* |
| VII | kukersiit; pealmises osas ussikäigud | 0.42 | 0.42 | 0.4 | 0.42 | 0.47 | 0.37 | 0.35 | 0.52 | *Kukersite; in the upper face worm tracks* |
| VI | bituminoosne lubjak. | 0.13 | 0.07 | 0.07 | 0.09 | 0.05 | 0.1 | 0.12 | 0.12 | *bituminous limest.* |
| V | kukersiit; massiliselt bryozooisid | 0.56 | 0.49 | 0.52 | 0.5 | 0.62 | 0.63 | 0.68 | 0.55 | *Kukersite; great abundance of differ. bryozoas* |
| IV | bituminoosne lubjak. | 0.14 | 0.14 | 0.12 | 0.12 | 0.11 | 0.12 | 0.15 | 0.14 | *bituminous limest.* |
| III | savikas, sitke rohekas-punane kukersiit; tihti selle asemel savi | 0.04 | 0.07 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.04 | — | 0.05 | *Kukersite with green or red clay* |
| II | bituminoosne lubjak. | 0.03 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.05 | 0.1 | 0.11 | 0.05 | *bituminous limest.* |
| I | kukersiit; rohkelt bryozooisid | 0.28 | 0.27 | 0.24 | 0.22 | 0.20 | 0.23 | 0.25 | 0.26 | *Kukersite; great abundance of different bryozoas* |
| | Kokku kukersiiti | | | | 3.01 | 4.01 | 4.41 | | 2.31 | *Thickness of kukersite beds* |

Üldiselt võib aga kukersiidi-kihtide kahanemist lääne poole tähele panna; Kehra juures ei või enam juttu olla tootsatest kihtidest:

2. tabel (table).

| W. | Kehra | Vana-mõisa | Kohtla | Järve | Jõhvi E. |
|---|---|---|---|---|---|
| XVIII | | 0.1 | — | 0.26 | 0.07 |
| XVI | 0.1 | 0.14 | — | 0.37 | 0.16 |
| XII | | 0.87 | 0.95 | 0 6 | 0.5 |
| XI | — | 0.4 | 0.8 | 0.55 | 0.4 |
| IX | — | 0.2 | 0 22 | 0.24 | 0.16 |
| VII | — | 0.08 | 0.65 | 0.26 | 0.27 |
| V | 0.05 | 0.1 | 0.5 | 0 5—0.7 | 0.4 |
| I | 0.08 | 0.08 | 0.3 | 0.23 | 0.2 |
| | 0.23 | 1.87 | 3.42 | 3.11 | 2.16 |

Sellest tabelist ja järgnevast joonisest selgub, et paksemad kukersiidikihid on Kohtla ja Järve kohal, nad kahanevad vähe Jõhvi poole, märksa aga juba Vanamõisa kohal; I, V ja VII jäävad siin juba väga õhukeseks. Enam-vähem ühtlase paksusega on IX kiht, samuti ka XI, XII ja XVI.

Kukruse lademest annab üldjoontes kujutuse 1. joon. Kehra, Kohtla ja Sompa-Jõhvi puuraugud on lähedalt ühel laiusekraadil (59°7′), kuna Vanamõisa ja Järve mõisa juures olevad puuraugud asuvad vähe põhja pool (59°8′). Lade jääb, nagu me allpool näeme, ida poolt lääne poole õhemaks:

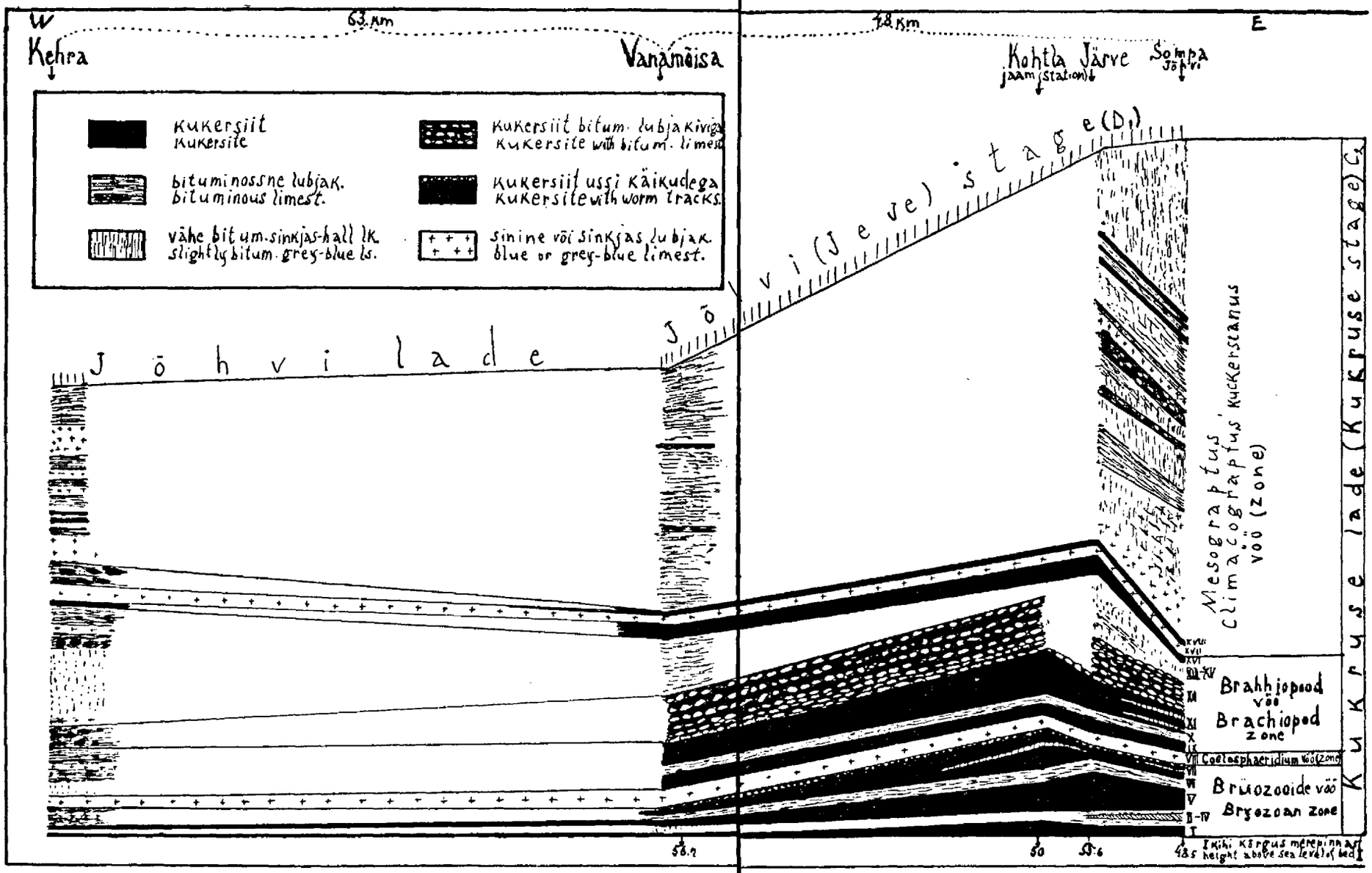
3. tabel (table).

| | Suur-Aru küla *Suur-Aru village* Kehra juures *near Kehra* | Vanamõisa puurauk 50 *boring* | Järve puur. 11 *boring* | Jõhvi puur. 4 *boring* |
|---|---|---|---|---|
| Kihid XIII—$D_t$ *beds* „ | — | 5.99 | 9.0 | 9.57 |
| Kihid I—XII *beds* „ | — | 2.51 | 3.36 | 2.8 |
| Kukruse lademe paksus *Thickness of the Kukruse stage* | 8.4 | 8.5 | 12.36 | 12.37 |

Põhjast lõuna poole on kukersiidikihtide kahanemist samuti võimalik konstateerida. Järgnevas tabelis oleksid antud puuraukude andmed Järve asunduse juurest, 11.6 km lõuna poole — Apandiku juurest, viimaselt kohalt 6 km lõuna poole — Arvila-Ratva juurest ja siit 27 km lõuna-edela poole Tudulinna juurest.

Siit selgub, et üksikud kukersiidikihid lõuna poole paksemaks lähevad, kuid üldiselt on Kukruse lademe alumises osas kukersiidikihtide õhenemist märgata lõuna poole. Keskmises ja ülemises osas näeme aga, et kukersiidikihid lõuna poole kasvavad. Iseäranis tuleb nimetada ülemist osa, kus Arvila-Ratva, Tudulinna juures kukersiidikihid (segi paega) juurde tulevad, mis lõuna pool sootu puuduvad.

Kukruse lademe kogupaksus kasvab aga lõunasihis, ja on nimelt Arvila-Ratva juures 14.56, Tudulinna juures 16.87. See kasvamine sünnib pealmiste Kukruse kihtide (bitum. lubjak.) $C_2b$ arvel, mis lõuna pool paksemad on, ja pealmiste kukersiidi-pae kihtide arvel, mis põhja pool üldse puuduvad.




1. joon. Skemaatiline ülevaade Kukruse lademest Kehrast Jõhvini (puurimiste andmetel).

*Fig. 1. The Kukruse stage from Kehra — Jõhvi (after data of borings).* (*Vert. mtk. (Scale)* $\frac{1}{100}$)

K. Mattiesen, Tartus.

4. tabel (table).

| Praeguste kaevanduste piirkonnas | | | | | Järve, 11 | Apandik, 16 | Arvila-Ratva | Tudulinna (Tõkke talu) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | *D* | Sinine või sinkjas lubjakivi; kollakas mergel-lubjak. ja sinikad savikihid. *Blue ls., yellow marl-ls., and blue clay* | 1. 6 | 16.2 | $D-E$ 29.31 | $D-F_2$ 80.64 |
| | Kukruse lademe tootuseta osa *Unproductive portion of the Kukruse stage* $C_{2b}$ | Kukruse lademe ülemine osa *Upper beds of the Kukruse stage* | XXIII | Sinkjas ja bituminoosne lubjak.; Tudulinna juures kukersiit sarnane kihiga XII. *Blue and bitum. ls.; near Tudulinna kukersite of the character of bed XII* | — | — | 2.14 | 2.28 |
| | | | XXII | Kukersiit, enam-vähem sarnane kiht XII. *Kukersite more or less like bed XII* | — | 0.9 | 0.94 | 1.18 |
| | | | XXI | Sinkjas või bituminoosne lubjak. *Blue or bituminous ls.* | 0.71 | 1.5 | 1.08 | 1. 5 |
| | | | XX | Kukersiit lubjak. munakatega. *Kukersite with limest. pebbles.* | 0. 2 | 0.91 | 0.29 | 0.46 |
| | | Kukruse lademe kesk-osa *Middle beds of the Kukruse stage* | XIX | Sinine või sinkjas tihti mergliline lubjak. ja bituminoosne lubjakivi (tihti õhukeste kukersiidikihikestega) vaheldamisi. *Blue limest., often marly and bitum. limest. with thin kukersite partitions* | 6.09 | 7.89 | 5.87 | 7.34 |
| | | | XVIII | Kukersiit (kohati lubjakiviga segi) *Kukersite interbedded with limestone* | 0.06 | 0.12 | 0. 3 | 0. 3 |
| | | | XVII | Sinine kompaktne lubjakivi, nagu kiht VIII. *Blue compact limestone, like bed VIII* | 0.21 | 0.23 | 0.25 | 0.22 |
| | | | XVI | Kukersiit; Tarumaa juures lubjakiviga segi. *Kukersite; at Tarumaa interbedded with limestone.* | 0.33 | 0.18 | 0. 3 | 0.34 |
| | Kukruse lademe tootus osa *Productive portion of the Kukruse stage* $C_{2a}$ | Kukruse lademe alumine osa *Lower beds of the Kukruse stage* | XV | Tuhkjas-kollane lubjakivi, kohati mergliline. *Ashy-yellow marly limest.* | 0.67 | 0.52 | 1.46 | 0. 8 |
| | | | XIV | Hallikas-kollane bitum. lubjakivi; Tudulinna juures õhukesed kukersiidikihid. *Grey-yellow bit. ls., at Tudulinna with thin kukersite partitions.* | 0.32 | 0.33 | | |
| | | | XIII | Sinkjas lubjakivi. *Blue limestone.* | 0.31 | 0.67 | | 0.38 |
| | | | XII | Kirjeldus vaata tabel 1. *Description see table 1.* | 0. 6 | 0.74 | 0.55 | 0.36 |
| | | | XI | | 0.55 | 0.47 | 0.33 | 0.35 |
| | | | X | | 0. 1 | 0. 1 | | |
| | | | IX | | 0.24 | 0.06 | | |
| | | | VIII | | 0.23 | 0.22 | 0. 3 | 0.34 |
| | | | VII | | 0.26 | 0.28 | 0.58 | 0.34 |
| | | | VI | | 0.21 | 0.62 | 0.08 | 0.06 |
| | | | V | | 0. 7 | | 0.52 | 0.14 |
| | | | IV | | 0.13 | 0.15 | 0.28 | 0.42 |
| | | | III | | 0.06 | | | |
| | | | II | | 0.06 | | | |
| | | | I | | 0.23 | 0.24 | 0.12 | 0 06 |
| Kukruse lademe paksus *Thickness of the Kukruse stage* | | | | | 12.36 | 12.73 | 14.58 | 16.87 |

4a. tabel (table).

| | Järve | Apandik | Arvila-Ratva | Tarumaa | Tudulinna |
|---|---|---|---|---|---|
| Kukersiidikihtide (segi bit. paega) paksus pealmises Kukruse lademes . *Thickness of the kukersite (intercal. with limest.) in the upper beds* | 0.2 | 0.91 | 1.23 | 1.0 | 1.8 |
| Kukersiidikihtide paksus keskm. Kukruse lademes . . . . . *Thickness of the kukersite in the middle beds* | 0.33 | 0.3 | 0.6 | 0.57 | 0.64 |
| Kukersiidikihtide paksus alumises Kukruse lademes (kihid I, V, VII, IX, XI, XII) . . . . . *Total thickness of the kukersite among the lower beds* | 3.11 | 2.41 | 1.96 | 2.04 | 0.83 |

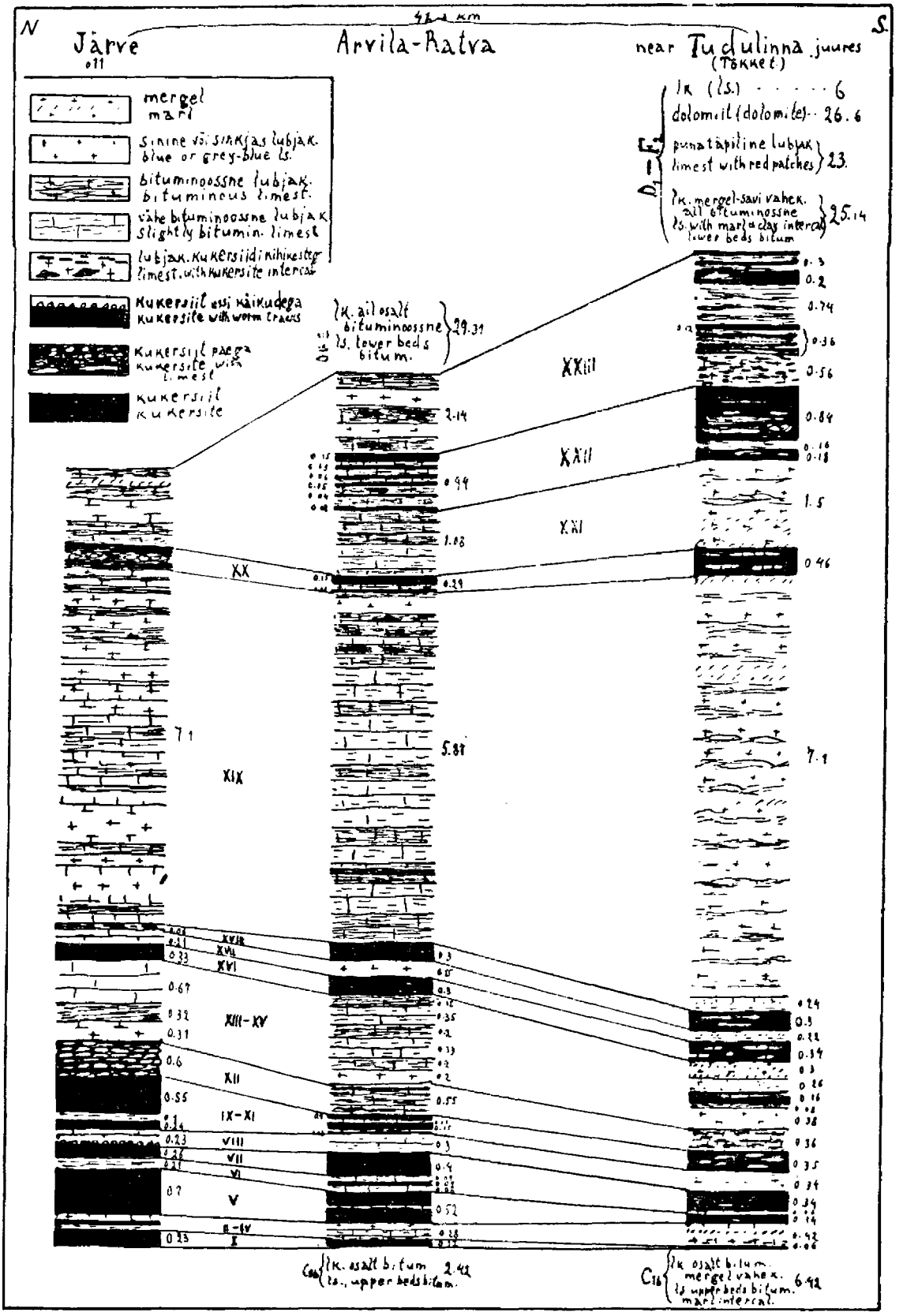
Kukruse lademe langus *N*—*S*-sihis oleks 11′—13′ (keskmiselt).

## 3. Kukruse lademe vööd.

Eespoolnimetatud kaksikjaotus Kukruse lademe suhtes on läbiviidav puhtstratigraafilisel alusel. Faunistilisi andmeid silmas pidades võib aga Kukruse ladet jaotada 4 vöösse, mis allpool kirjeldan, alumisest vööst alates.

Bryozooide vöö. Kukersiidikihid I ja peaasjalikult V, aga ka VII, niisama kui ka vahepealsed bituminoossed lubjakivid sisaldavad massiliselt mitmesuguste bryozooide lubjaskelettosi. Kihtides I ja V on suures ülekaalus: *Chasmatopora*, *Pseudohornea*, *Graptodictya*, etc. Kihis VII on peale teiste iseäranis rohkelt *Eridotrypa aedilis* esitatud. Kihile VII pealmises osas väga iseloomulised ussikäigud. Vöö paksus: 0.38—2 m. Bryozooide rohkus on väga heaks paleontoloogiliseks tunnuseks Kukruse lademe alumistes kihtides allpool. Tallinna lademes on bryozooisid palju vähem.

*Coelosphaeridium*-vöö. See õhukene lubjakivi-kiht (VIII) alumiste kukersiidikihtide vahel on tähelepanu äratav. Ta on vaevalt bituminoosne (keem. anal. järgi 0.8 %), mis piltlikult näha mikroskoobilise lõigu ülesvõttest (2. tahvel). Samast lõigust näeme, et ta koos seisab mitmesuguste kivindite kildudest. Sellel lubjakivil on alumises osas ussikäigud. Selle lubjakivi




2. joon. Kukruse lade põhjast lõuna poole (puurimiste andmetel).

Fig. 2. *The Kukruse stage from North-South (after data of borings).* (*Vertik. mtk. (scale)* $\frac{1}{100}$)

fauna erineb märksa lähedalolevate kihtide faunast. Temas leiame lubjavetikat *Coelosphaeridium*'i, millele lähedasi vorme õige rohkelt leiame Jõhvi lademes ($D_1$). *Lingula* sp. on siin enam-vähem harilik. *Climacograptus* cf. *kuckersianus* on siin väga haruldane. Vöö paksus 0.2—0.3 m.

Brahhiopood-vöö. Mitmesugused brahhiopoodid on valdavas rohkuses sellesse vöösse kuuluvais kihtides. Kukersiidikihis IX valitseb teiste seas *Clitambonites squamata* ja mõned teised *Clitambonites*'e liigid (viimaseid leidub rohkelt ka kihis VII); mõnes kohas seisab bituminoosne lubjakivi-kiht X koos peaaegu ainult *Plectambonites sericea* kaantest. Kihis XII on teiste brahhiopoodide hulgast suuremal hulgal leida mitmesuguseid *Porambonites*'e liike. Bituminoosses lubjakivis, mis edasi järgneb, on leida *Leptaena estonensis*'t. Selle vöö paksus on 2.5—3.1 m. Kuid tuleb tähendada, et kõiki nimetatud brahhiopoode võib leida ka teistes Kukruse lademe kihtides, ainult vähemal arvul.

*Mesograptus* ja *Climacograptus kuckersianus*'e vöö. Edasi järgneb lubjakivi, mis petrograafiliselt sarnane kihile VIII. Pealpool lamavate bituminoossete lubjakivide vahel on ka veel sinkjaid lubjakivi vahekihte, samuti ka õhukesi kukersiidikihte, 0.05—0.08, iseäranis pealmises osas. Vanamõisa juures on bituminoosse lubjakivi alumistes kihtides graptoliitidest leida: *Mesograptus* cf. *modestus*, *Climacograptus* cf. *kuckersianus* Holm, ühes trilobiidi *Chasmops odini* ja teiste kivinditega. *C. kuckersianus*'t leidub pealmistes Kukruse lademe kihtides Idavere juures.

| Vöö paksus: | Vanamõisa | Järve | Jõhvi | Apandik |
|---|---|---|---|---|
| | 4.59 | 7.37 | 8.93 | 10.61 |

## 4. Kukersiidi tekkimisest.

Inglise geoloog Cunningham Craig [1]) esines mineval aastal 9. V. Institution of Petroleum Technologists kõnega, mis pühendatud meie õlikivile; nimetatud geoloog on kindlasti veendunud, et meie õlikivi-kihid (kukersiit) on tekkinud savi-kildkivisse imbunud õlist, mis maa sügavusest, pealpool olevate lubjakivide kapillaarsuse tõttu neist läbi tungides, imbus Kukruse ladet moo-

1) E. H. Cunningham Craig "Kukersite, the oilshale of Estonia" Journ. of the Inst. of Petroleum Technologists, vol. 8, № 32. 1922.

dustavaisse savikildkivesse. Kui vähe on põhjendatud säärane arvamine, näitavad Kukruse lademe $C_2a$ kihtide Wittlich-Vešnjakovi [1]) keemilised analüüsid.

5. tabel (table).

| | Org. ainet. % *Org. matter* % | $SiO_2$ / $Al_2O_3$ / $Na_2O K_2O$ % | $SiO_2$ % | $CaO$ % | tuhk *ash* % |
|---|---|---|---|---|---|
| XII | 47.5 | 18.5 | 14.4 | 15.6 | 39.9 |
| XI | 51.5 | 19.5 | 14.7 | 12.6 | 36.0 |
| X | 8.7 | 7.6 | 5.3 | 48.8 | |
| IX | 35.7 | 32.4 | 26.4 | 13.8 | 53.0 |
| VIII | 0.8 | 10.1 | 7.1 | 49.1 | |
| VII | 50.2 | 23.0 | 18.0 | 11.9 | 39.4 |
| VI | 5.9 | 4.8 | 2.9 | 49.0 | |
| V | 51.7 | 12.7 | 9.4 | 16.8 | 37.0 |
| IV | 4.7 | 15.3 | 11.0 | 43.8 | |
| III | 29.8 | 37.6 | 28.4 | 16.2 | 56.0 |
| I | 49.8 | 21.2 | 15.3 | 13.3 | 38.5 |

Võtame näiteks ühe tüübilise savi-kildkivi — diktioneema-kildkivi —, mis Järve mõisa kohal 24.4 m merepinnast või I põlevkivi-kihist 28.5 m madalamal. Kupfer'i analüüs näitab, et ta $SiO_2$—61,32 %, $Al_2O_3$—25,23 %, $K_2O$—9,3 % sisaldab, ühe sõnaga, et ta on tekkinud põllupao-rikastest silikaatidest.

Sootu teine on see silikaatidest tekkida võinud osakeste rohkus kukersiidis; ta on savika kukersiidi kihis (III) kõige suurem, aga ka ainult 37 %; paremas kukersiidikihis — V — aga ainult 12.7 %. Siin ei või juttugi olla savi-kildkivist, millesse oleks tunginud õli, sest savikast materjalist, mida näit. sisaldab kukersiidi-kiht V või mõni teine, saaksime mõne sentimeetri paksuse kihi; et sellesse tungiv õli teda oleks paisutanud 0.7 m paksuseks kihiks, on liiga fantastiline arvamine.

Mis puutub $CaO$-sse, mida me õlikivis leiame, siis on see

1) M. Wittlich u. S. Vešnjakov "Beitrag zur Kenntnis des estländischen Ölschiefers, genannt Kuckersit". Acta et Comm. Univ. Dorpatensis, A. III. 1922.

suuremalt osalt pärit mitmesuguste kivindite kaantest, koortest. Kukersiidikihtides, milledes kivindeid enam, on ka $CaO\%$ suurem: V kihis näit. 16.8 %.

Et kukersiidi tekkimiseks materjali andsid peaasjalikult plankton-vetikad, on selgitatud Fokin'ilt, Zalessky'lt (kes vetika nimetab *Gloeocapsamorpha prisca*), Lindenbein'ilt ja minu töös (The Kuckers stage etc.), sellepärast jätan selle siin lähemalt puudutamata.

Silikaatide lagunemisest tekkida võinud osakeste rohkus on lubjakivis ja bituminoosses lubjakivis veel väiksem kui kukersiidis; sellest võiksime ehk järeldada, et nad pidid tekkima rannast kaugemal, kus vesi selgem. Võrdlemisi suur on *Si*, *Al* jne. % ahkjas värvilises bituminoosses lubjakivis IV—15.3 %, samuti ka "kahekordses paes" — VIII—10.1 %. Väike on see % aga bituminoossetes lubjakivides VI (4.8 %) ja *X* (7.6 %), mis arvatavasti kaugemal rannast tekkisid.

Tabelist (5) selgub meile ka, et VIII kihis orgaanilist ainet on ainult 0.8 %, IV — 4.7 %, VI—5.9 %, X — 8.7 %.

## 5. Faunistilised andmed.

### *Coelosphaeridium kohtlensis* sp. n.

Nimetatud lubjavetikas on sfäärilise ehitusega, selgesti on näha varreke, mille abil ta oli põhja kinnitatud. Rakud on regulaarselt kuuekandilised; radiaalid sentris pole alal hoidunud.

Nimetatud liik on kahtlemata sugulussuhetes *C. excavatum*'iga, mida Stolley kirjeldab Tallinna lademest (ehhinosferiit-lubjakivist). Ta läheb aga lahku suuruse poolest (on nimelt suurem) ja ta rakud on kaks korda suuremad kui *C. excavatum*'il.

### *Climacograptus* cf. *kuckersianus* Holm.

Nimetatud graptoliiti Kukruse lademest on kirjeldanud G. Holm. Minu graptoliitide-materjali, mis leidsin bituminoosses lubjakivis Vanamõisa kaevanduses, on praeguse aja üks suuremaist eriteadlasist graptoliitide alal, Dr. Gertrud Elles, Cambridge'i ülikooli Newnhamn Colledge Fellow, läbi vaadanud. Tema arvates erinevad need graptoliidid Holm'i poolt kirjeldatud graptoliidist järgmiselt: 1) septum algab 3. karikate paari vahel

(mitte 2., nagu Holm kirjeldab), 2) alumised karikad kasvavad enam viltu kui Holm kujutab oma eksemplaridel, 3) graptoliit on üldse suurem.

### *Mesograptus modestus.*

See vorm näitab kahesuguseid karikaid, osalt on *climacograptus*'e tüübilised, hariliku s i g m o i i d-kõverusega, kuna teistel osadel karikate seinad on lihtsalt längus.

# Stratigraphical and paleontological supplements on the Kukruse stage of the Ordovician Rocks of Eesti (Estonia).

## 1. Stratigraphy of the Kukruse stage.

Since the appearing of my memoir[1]) "The Kuckers stage etc." a set of borings in the kukersite district near Kukruse, Kohtla, Vanamõisa etc. have revealed new material on the stratigraphy and paleontology of the Kukruse (-Kuckers) stage.

I must express my warmest thanks to Dr. G. Elles for the examination of the graptolites.

The beds of the Kukruse stage may be divided: 1) into a lower portion — kukersite beds (seams) with thin bituminous limestone or limestone intercalations, beds I—XII, and 2) upper portion — bituminous limestone and limestone with thin kukersite partitions, beds XIII—$D_1$ (Jõhvi stage).

These series of beds can be mapped, at least in the Kohtla—Kukruse—Jõhvi district. (See geol. map.) The outcrop of the Kukruse stage in the last named district, constructed upon data of borings, differs considerably from the outcrop given on the map of Krutikov (reproduced in my memoir of 1921). The outcrop of this stage is rather narrower. The Jõhvi ($D_1$) limestone extends more to the western direction and slightly more to north.

For the description of different beds of the Kukruse stage are roman numbers very convenient.

For convenience of description the Kukruse stage might be divided: 1) lower, 2) middle and 3) upper beds. All these subdivisions of the Kukruse stage begin with kukersite beds. The kukersite in the upper beds of this stage has been lately discovered. (See table 4, p. 7.)

1) H. Bekker "The Kuckers stage of the Ordovician Rocks of N. E. Estonia". Acta et Comment. Universit. Dorpatensis. A II.1. 1921.

The character and thickness of the different beds of the lower portion of the stage in the kukersite quarry of Kohtla is seen on the table 1 (p. 5). The kukersite beds thin out to west. At Kehra the thickest kukersite bed attains only 0.13 m. (see table 2, p. 5); in north western Eesti the thickness of the stage diminishes (table 3, p. 6). It appears after data of borings that the stage thickens slightly in the southern direction, where the bituminous limestone beds of the upper portion of the Kukruse stage grow thicker (see table 4 and 4a, p. 7—8) and where in the upper portion have been discovered new kukersite beds.

The so called productive kukersite seams of the Kukruse stage end with bed XVIII; there are also higher up thin kukersite beds, and kukersite interbedded with limestone, discovered by borings near Arvila-Ratva, near Tudulinna. The best (for technical purposes) kukersite beds show a more or less uniform thickness from Jõhvi — Vanamõisa, but at Kehra they are replaced by bituminous limestone. The lower kukersite seams I, V, VII, which contain masses of bryozoa and other calcareous remains of different fossils, grow thinner in the direction of Vanamõisa.

All the measurements on the tables are in m.

The dip of the Kukruse stage in *S* direction is 11′—13′.

## 2. Zones of the Kukruse stage.

The faunal elements of the different beds of this stage distinguish four zones.

1) Bryozoan zone. The kukersite beds I, V, VII and the bituminous limestone intercalations contain masses of bryozoa. In the beds I and V are especially abundant: *Chasmatopora*, *Pseudohornea*, *Graptodictya* etc. In the bed VII among others *Eridotrypa*. For the bed VII are very characteristic in the upper face worm tracks. Thickness of the zone: 0.38—2 m.

2) Coelosphaeridium zone. This thin limestone bed VIII is very remarkable. It is very slightly bituminous (0.8 %); it can be traced horizontally for a considerable distance. (See Fig. 1, 2.) The limestone shows worm tracks on its lower face. The fauna differs considerably from the associated calcareous and kukersite beds. It contains the calcareous alga *Coelosphaeridium kohtlense*, allied forms of which are met abundantly

higher up in the Jõhvi stage ($D_1$); *Lingula* is here rather abundant; *Climacograptus* cf. *kuckersianus* very rare. The thickness of this zone is rather uniform: 0.2—0.3 m.

3) Brachiopod zone. Different brachiopods mark here the kukersite and bituminous limestone beds. In the kukersite bed IX is more or less abundant *Clitambonites* (this brachiopod is also rather abundant in bed VII); the bituminous limestone bed X is composed, to a great portion, by valves of *Plectambonites sericea*, which is one of the most common brachiopods also in some other beds.

The kukersite bed XII contains an abundance of different *Porambonites*. In the bituminous limestone higher up, is quite common *Leptaena estonensis*. Thickness of the zone: 2.5—3.1 m. But all of these brachiopods can be found in the other zones of the Kukruse stage, however less abundantly.

4) Mesograptus and Climacograptus kuckersianus zone. Higher up follows bituminous limestone XVII—XXIII with occasional grey-blue limestone layers and thin kukersite beds (0.05—0.08 in the upper portion). At Vanamõisa the lower beds of this zone contain: *Mesograptus* cf. *modestus*, *Climacograptus* cf. *kuckersianus* associated with *Chasmops odini* and other fossils. At Idavere the upper beds yield: *C.* cf. *kuckersianus*.

| Thickness: | Vanamõisa | Järve | Jõhvi | Apandik |
|---|---|---|---|---|
| | 4.59 | 7.37 | 8.93 | 10.61 |

## 3. Origin of the kukersite.

At a meeting of the Institution of Petroleum Technologists have been discussions on the origin of the kukersite. Cunningham Craig[1]) (p. 9) strongly believes, "we can only conceive of such a rich oilshale being formed by impregnation with inspissated petroleum".

Let us see the results of chemical investigation of prof. M. Wittlich and S. Veshnjakow[2]) (p. 10) on the different beds (I—XII) of the Kukruse stage at Kohtla. (See table 5, p. 10.)

Supposing that the oilshale was formed by impregnation, we must have a deposit (usually clay), which could be impregnated. The only material in the kukersite which possibly could inspissate petroleum is $SiO_2$, $Al_2O_3$, $Na_2O$, $K_2O$ — derived from Felspar rocks. But the percentage of these particles in the

kukersite is very unimportant. (See table 5.) The *CaO* in the kukersite beds is mainly due to the calcareous sceletons of different fossils; studying thin sections of these, we see that only the cavities and hollows are filled by kukersite; the calcareous layers and tissues of the fossils are unable to inspissate oil. The % of the clayey material is nearly the same in the "Building limestone" VIII and kukersite bed V. This bed (V), 0.5—0.7 m. thick, contains clayey material 12.7%. The imagination must work greatly to thicken a thin clay deposit of a few centim. to the thickness of 0.7 m. by impregnation of petroleum.

These chemical considerations make us still believe that the kukersite is mainly an algal deposit, as have shown microscopical studies of Fokin, Zalessky, Bekker, Lindenbein.

Kogerman[1]) thinks that "probably 3 processes took place side by side during its formation: 1) decomposition of the original organic matter, 2) oxidation of decomposition products and 3) adsorption".

## 4. Correlation of the Kukruse stage.

I sent a number of specimens of *Plectambonites sericea* and *P. sp.* to prof. O. T. Jones, who works on a monograph of the gen. *Plectambonites*. He expresses his valuable opinion in a letter as follows: „The ribbing in these specimens is almost identical with the earliest form of the genus which occurs in Britain in the Llandeilo limestones immediately above the Didymograptus murchisoni zone. It is slightly more differentiated but not to the same extent as in the Caradoc forms which occur (on the graptolitic scale) just above the Nemagraptus gracilis zone. The internal characters and to some extent the size and shape more nearly agree with the Caradoc specimens. All of them, however, are slightly more transverse than the British types. If, therefore, the development of the forms in Estonia has proceeded on parallel lines to those in Britain, the Kuckers stage would appear to lie about midway between the lower Llan-

1) P. N. Kogerman "The Chemical Composition of the Estonian M-Ordovician Oil-bearing Mineral Kukersite". Acta et Comment. Univ. Dorpatensis, A. III. 1922.

deilo limestones and the Lower Caradoc beds. They would probably therefore be slightly earlier than the *Nemagraptus gracilis* beds".

## 5. New Fossils from the Kukruse stage.

### *Coelosphaeridium kohtlense* sp. n.

Pl. I, f. 11.

Diagnosis. Shape of this alga almost sphaerical. It shows clearly a stem for attachement. The cells are of regular sixangular shape, rather large. The central radials are not preserved.

Locality and horizon: In the "Building" limestone, bed VIII. At Kohtla.

Measurements: Diameter . . . . . 1.8 cm.
„ of the cells . . 1—1.25 mm.

Description: In transverse section the sphaerical bodies show the characteristic triangular cell walls of the gen. *Coelosphaeridium*. (See: Dr. E. Stolley "Neue Siphoneen aus baltischem Silur", 1900. Arch. f. Anthrop. u. Geol. Schlesw.-Holst., p. 61.)

The central pores in the bottom of the cells are not well seen in this species.

Relation. The species is undoubtedly related to *C. excavatum* Stolley from the Echinosphaerite limestone ($C_1$). It differs by its larger size, as well as by its twice larger cells.

### *Climacograptus* cf. *kuckersianus* Holm.

Pl. I, f. 1—7.

*Climacograptus kuckersianus* Holm, 1896, C. Wiman "Über die Graptolithen" Bull. Geol. Inst. Univ. Upsala, vol. II, p. 275, pl. IX, f. 2 and pl. X, f. 1—5.

Locality and horizon: In the bituminous limestone above the kukersite bed XVIII. Kukruse stage ($C_2$).

Measurements: Length of fragmentary specimens 14—22 mm
Width of polyparies . . . . 1.5—1.75 „
In 10 mm . . . . . 12—14 thecae.

Description: Dr. G. Elles kindly examined the graptolites, and she thinks: "there are certainly numerous specimens of a form which may be *kuckersianus*, though they differ from Holms figure in some important particulars:

1) The graptolite is a larger one than Holm's figures indicate, and most of the specimens are more parallel sided right

down to the proximal end than the specimen figured, this however may be a slight variation, perhaps a real variety, as some specimens vary slightly in this respect;

2) the basal thecae grow more obliquely than do those in Holms figure, and this no doubt accounts for the greater relative breadth at the proximal end;

3) the septum does not originate between the second but between the third thecal pair.

It is a graptolite of the *Cl. rectangularis* type that differs mainly from that form in its parallel sidedness and deeper



Fig. 3.

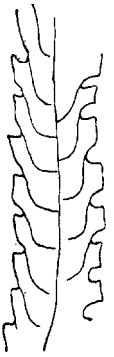


Fig. 4.



Fig. 5.

Fig. 3—5. *Climacograptus* cf. *kuckersianus* Holm×8

apertural excavations (this last may be affected by preservation). It is a coarser form altogether than *Cl. normalis*, which it resembles in its parallel sidedness."

### *Mesograptus modestus* G. Elles and M. Wood.

Pl. I, f. 8—9.

*Mesograptus modestus* G. Elles and Wood, 1901—18, British Graptolites, Palaeontographical Society.

Material: Several fragmentary and 1 nearly complete specimen. Author's collection.

Locality and horizon. In the bitum. limest. above the kukersite bed XVIII. *Mesogr. modestus*, *Cl. kuckersianus* zone. Kukruse stage ($C_2$).

Measurements:

| | |
|---|---|
| Width of polypary . . . . | 1.25 mm. |
| Lenght of nearly compl. specimen. . . . . | 10 mm. |
| In 10 mm . . . . . | 13—16 thecae. |

Description: Thecae of the proximal end overlap $^1/_2$ of their length. Their free edge is inclined and with short spines. Sigmoid curvature of ventral edges of the thecae is more expressed in the proximal end, than in the distal end of the polypary; at the latter the length of the thecae is greater and their free edges are nearly vertical.

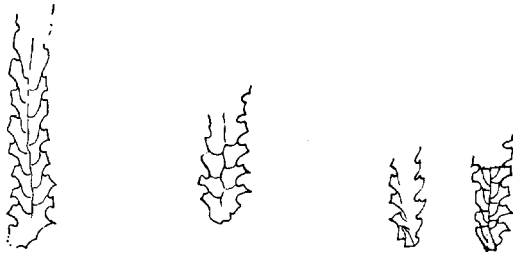


Fig. 6a. Fig. 6b. Fig. 6c.

Fig. 6. *Mesograptus modestus*×8 — a) nearly complete polypary; b) fragment of a polypary; c) two other fragments of polyparies, with sicula (reverse aspect).

## *Conularia trentonensis* Hall.

Pl. I, f. 12.

*Conularia trentonensis* Hall, 1847, Pal. of New York, pt. I, p. 222, Pl. LIX, f. 4.

Original description: "Pyramidal, obtusely quadrangular; angles sulcate; sides somewhat rounded; a slightly impressed line along the centre of each side, from the apex to the base; surface marked by sharp obliquely transverse ridges, which, extending from each angle of the shell towards the mouth, meet those from the opposite angle in the centre of each side, producing a slightly impressed line, along which the ridges are less prominent; longitudinally marked by finer striae, which are slightly convergent towards the angles, and divergent from the centre of each side (these striae are most prominent in the depressions between the transverse ridges); septa transverse, very convex, smooth; siphuncle excentric.

. . . The shell at the angles seems to be slightly folded inward producing a groove, which interrupts the transverse ridges . . .

Position and locality: In central and higher part of the Trenton limestone at Middleville, Jacksonburgh, Trenton Falls and other places."

The Kukruse specimen corresponds exactly with the above description except that the septa and siphuncle are not seen.

Material: Author's collection, 1 specimen.

## Tahvel I. — Plate I.

| | | |
|---|---|---|
| | | (Kukruse lademe pealmised kihid.) |
| Joon. (Fig.) 1. | *Climacograptus* cf. *kuckersianus* Holm | *(Highest beds of the Kukruse stage.)* |
| | | Koht (*Local.*): Idavere. |
| „ „ 2. | „ „ | Vanamõisa. |
| „ „ 3. | „ „ | „ |
| „ „ 4. | „ „ | „ |
| „ „ 5. | „ „ | „ |
| „ „ 6. | „ „ | „ |
| „ „ 7. | „ „ | Kohtla (VIII kiht; *bed VIII).* |
| „ „ 8. | *Mesograptus modestus* G. Elles and M. Wood | Vanamõisa. |
| „ „ 9. | „ „ | „ |
| „ „ 10. | *Leptaena estonensis* Bekker | Ventraalkaas; *Ventr. valve.* Kohtla. |
| „ „ 11. | *Coelosphaeridium kohtlense* sp. n. | Sfääriline vetikas ja selle ristlõik. *The sphaerical alga and its transverse section.* |
| „ „ 12. | *Conularia trentonensis* Hall. | 11 – 12 Kohtla; kiht *(bed)* VIII. |
| „ „ 13—14. | *Lingula* sp. | Kohtla; kiht *(bed)* VIII. |
| „ „ 15. | „ „ | Kaane struktuur. *Surface structure* × *1.5* |

## Tahvel II. — Plate II.

Joon. (Fig.) 1. Graptoliite sisaldava bituminoosse lubjakivi struktuur. *Microscopical structure of the bituminous graptolites containing limestone.*

*The section shows calcium-carbonate crystals of more or less uniform size; in this ground matrix are embedded colonies of Gloeocapsamorpha prisca Zalessky, of yellow-brown colour; these colonies are in a fairly large number and result the yellowish-brown colour of the limestone as also its bituminous character. Debris of fossils, composed of calcium-carbonate and minute particles of quartz or other minerals are very scarce.*

Joon. (Fig.) 2. "Kahekordse pae" VIII struktuur. *Structure of the Coelosphaeridium limest. (bed VIII).*

*This limestone of blue-gray colour, is mainly composed of debris of different fossils and to a small portion of small angular or wave-rounded particles of quartz or other minerals. As inclusions of this ground matrix we see in a very limited number black spots (under the microscope of yellow-brown colour) — colonies of Gloeocapsamorpha prisca.*

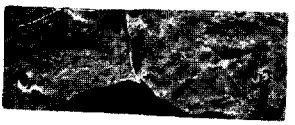
1



2



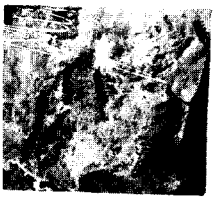
3



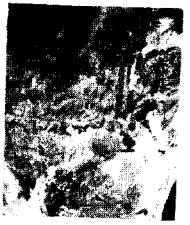
4



8



9



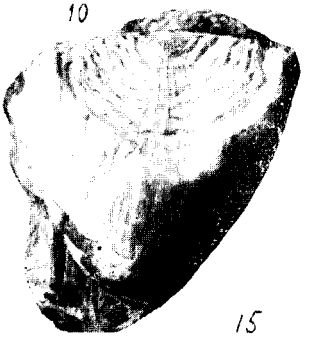
5



6



10



7



11





15



12



13



14



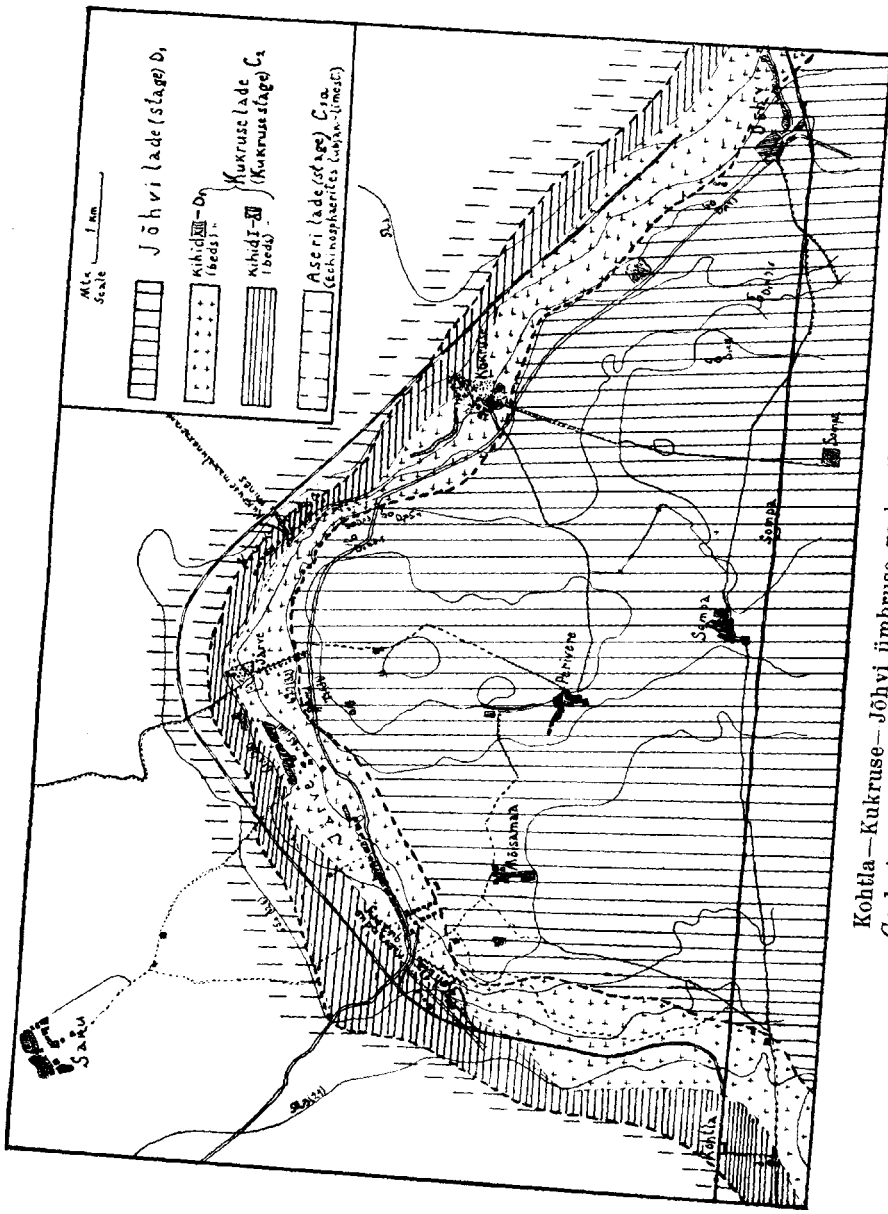


1



2

K. Mattiesen'i trükk, Tartus.




Kohtla—Kukruse—Jõhvi ümbruse geoloogiline kaart.
*Geological map of the District Kohtla—Kukruse—Jõhvi.*

K. Mattiesen'i trükk, Tartus.

# EXPERIMENTELLE STUDIEN ÜBER DIE BESTIMMUNG VON ISOTHERMEN UND KRITISCHEN KONSTANTEN

VON

J. WILIP

---

DORPAT 1924

Druck von C. Mattiesen, Dorpat

# Experimentelle Studien über die Bestimmung von Isothermen und kritischen Konstanten.

Von **J. Wilip.**

## § 1. Einleitung.

In dieser Abhandlung werden Ergebnisse von Versuchen gebracht, die ich bereits im Winter 1896—1897 im Physikalischen Laboratorium der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St.-Petersburg, teils unter der Leitung des Mitgliedes der Akademie Fürst B. Galitzin, teils auch ganz selbstständig ausgeführt habe.

Das umfangreiche Beobachtungsmaterial wurde von mir in den Sommerferien des Jahres 1897 verarbeitet und in Tabellen, die bis 90 Bogenseiten umfassten, zusammengestellt.

Die Veröffentlichung der Resultate sollte unter unser beider Namen erfolgen, wie dieses in den „Untersuchungen über das Brechungsverhältnis des Äthyläthers in der Nähe des kritischen Punktes“ erwähnt ist[1]). Es hat aber anders sein sollen.

Das sorgfältige Beobachtungsmaterial ist mir, ungeachtet der politischen Wirren, dennoch gelungen zu retten.

Bereits länger als 25 Jahre haben die Tabellen fast unbenutzt dagelegen, bis auf einige gelegentliche Einblicke in dieselben, ohne jedoch eine weitere Verarbeitung erfahren zu haben. So habe ich dann die Mussestunden der akademischen Ferien des Jahres 1923 dazu verwertet, um dieses Material einer näheren Auswertung zu unterziehen.

Was den Stoff anbetrifft, der hier behandelt werden soll, so berührt er teils die kapitale Frage, wie wir uns den Zustand der Materie oberhalb der kritischen Temperatur und den Cha-

1) Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg. T. XI, № 3, p. 118, 1899.

rakter der Isothermen in diesem Bereich vorzustellen haben. Ohne in die Erscheinungen in der Nähe des kritischen Zustandes tiefer eingedrungen zu sein, sieht man die kritische Isotherme vielfach als die Grenze an, oberhalb welcher der Stoff sich bereits im gasförmigen Zustande befinden soll, obgleich jedes Isothermennetz deutlich erkennen lässt, dass es ein Zwischengebiet gibt, wo die Materie weder gasförmig noch flüssig ist, sondern vielmehr beiden Zuständen zugleich angehört, und zwar noch viele Grade oberhalb der kritischen Temperatur.

Man hat vielfach Versuche gemacht, die es klargelegt haben, dass die Materie oberhalb des kritischen Punktes bei ein und demselben Druck und gleicher Temperatur mehrere Dichtigkeiten besitzen kann. Immer wieder haben die Gegner dieser letzten Anschauung mitunter sogar ganz triftige Gegengründe ins Feld geführt.

Unter den erwähnten Versuchen sind diejenigen von Cailletet und Colardeau[1]) berühmt, die in einem ellipsenförmigen Rohr Kohlensäure über Schwefelsäure eingeschlossen hielten und oberhalb der kritischen Temperatur in der Schwefelsäure eine Niveaudifferenz konstatierten, sobald man den Meniskus nur in dem einen Schenkel hatte verschwinden lassen. Ganz besonders energisch sind in dieser Frage de Heen und Dwelshauvers-Dery[2]) vorgegangen: sie haben sogar einen Analysator des kritischen Zustandes konstruiert, mit dem man feststellen konnte, dass es unendlich viele kritische Dichten gibt.

Fürst B. Galitzin[3]) bediente sich eines U-Rohres, welches unten Quecksilber enthielt und in den beiden Schenkeln über dem Quecksilber Äther in verschiedenen Portionen. Er konnte durch diese Methode bedeutende Dichtigkeitsunterschiede bei einem und demselben Druck konstatieren.

Traube[4]) und Teichner[5]) haben gleichfalls in dieser Frage gearbeitet und zwei verschiedene Arten Moleküle noch weit oberhalb des kritischen Zustandes feststellen können (Gasonen und Fluidonen). Alle diese Experimente und Bestrebungen sind

1) Ann. Chim. Phys. 18, p. 269, 1889.

2) Bull. Acad. Belg. 31, p. 379, 1896.

3) Wied. Ann. 50, p. 521, 1893.

4) Drudes Ann. 8, p. 267, 1902. Auch Berichte d. D. Physik. Ges. p. 1219, 1913.

5) Drudes Ann. 13, p. 595, 1904.

wohlbegründet. Man denke nur an die grosse Anzahl von Zustandsgleichungen, welche diejenige von van der Waals nach sich gezogen hat, wobei aber keine von ihnen den wirklich gemessenen Isothermen vollständig oder auch nur annähernd entspricht.

Hieraus allein kann man schon schliessen, dass man einen viel sichereren Weg in dieser Frage einschlagen müsste, der eine bessere Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis ermöglichte. Niemand wird ja die Tatsache bestreiten können, dass die van der Waals'sche Zustandsgleichung wundervolle theoretische Diskussionen zulässt. Praktisch ist sie jedoch weit davon entfernt, die Isothermen eines Stoffes naturgetreu wiederzugeben. Ihre Bedeutung besteht fast ausschliesslich darin, dass sie nur qualitativ, nicht aber quantitativ die Erscheinung wiedergibt.

Obenerwähnte Versuchsergebnisse haben die Gegner unter dem Namen der „abnormen Erscheinungen" des kritischen Zustandes zusammengefasst und ihre Ursachen durch Temperaturinkonstanz, Verunreinigungen, Einfluss der Schwere und Verzögerungen erklären wollen, wobei man vollkommen vergisst, dass gerade Verzögerungsprozesse inhärente Eigenschaften von Flüssigkeiten und Dämpfen sind und erst recht dazu dienen können, die Inhomogenität der Materie oberhalb des kritischen Punktes zu beweisen. Haben wir es mit einer wirklichen Gasmasse zu tun, so sind die Einwirkungen der Schwere von ganz anderer Grössenordnung, als die auf Dämpfe oberhalb der kritischen Temperatur.

Als Verteidiger des van der Waals'schen Standpunktes gelten Kammerlingh Onnes[1]) und ganz besonders Kuenen[2]), der zum Ausgleich der Dichtigkeitsunterschiede einen elektromagnetischen Rührer benutzte.

Bei den vorliegenden Untersuchungen habe ich mich fast durchweg eines elektromagnetischen Rührers bedient und muss hier gleich zu Anfang vorausschicken, dass gerade dieser Rührer dazu angetan war, das Gegenteil davon darzutun, was er eigentlich sollte. Wir sind nun einmal gezwungen unsere Experimente im Gravitationsfelde unserer Erde vorzunehmen. Wollen wir uns aber ein Gedankenexperiment vorstellen und annehmen, dass wir die zu untersuchende Flüssigkeit in der Röhre im Welten-

1) Comm. Phys. Lab. Leiden № 68. 1900.
2) Versl. Akad. Amsterdam 1893/94 u. 1894/95.

raum hätten, wo alle fremden Anziehungskräfte im Gleichgewicht wären. Unterhalb der kritischen Temperatur würde die Flüssigkeit im gesättigten Dampf die kugelige Tropfenform annehmen, die wir nur durch irgend welche künstliche Vorrichtung zerkleinert denken. Wir hätten dann überhaupt keine Grenze zwischen Dampf und Flüssigkeit. Wenn wir das Volumen nahe beim kritischen festhalten und allmählich eine Erwärmung des Reservoirs vornehmen würden, so würde die trübe Mischung in der Röhre sich immer mehr und mehr verändern und zum Schluss ziemlich homogen aussehen. Wir hätten überhaupt nichts mit dem Verschwinden des Meniskus zu tun und könnten aus dem Charakter der gezogenen Isothermen nur schliessen, dass dieselben keine ausgeprägten Stellen haben, die einen Wendepunkt aufweisen, wie die kritische es tun soll. Die Isotherme würde einen ziemlich geraden Teil besitzen, der mit der Temperaturerhöhung immer schräger und schräger ansteigen würde. Mit diesem Beispiel wollte ich nur darauf hindeuten, dass die Meniskusbildung selbst zu den abnormen Erscheinungen des dampfförmigen und flüssigen Zustandes gehört.

Bei der Ausarbeitung von Isothermen kann man mit Hilfe des elektromagnetischen Rührers eine ziemlich plausible Vorstellung erreichen, wie es sich mit den Verdampfungsprozessen unterhalb und oberhalb des kritischen Punktes verhält. Dass es eine beträchtliche Verzögerung gibt, das kann man mit Hilfe eines Rührers bei der Verdampfung beständig feststellen. Bei genau konstanter Temperatur braucht, obgleich Flüssigkeit und Dampf in Berührung sind, der Dampfraum nicht immer gesättigt zu sein. Ähnlich wie eine Diffusionserscheinung geht die Verdampfung vor sich und dabei steigt allmählich der Druck. Setzt man den Rührer energisch in Funktion, so dass die Flüssigkeit umherspritzt, so erreicht man ein Sättigungsmaximum. Diesen Charakter zeigt auch jede Isotherme in der Nähe des gesättigten Dampfvolums. Es fehlen dort die scharfen Ecken.

Was geschieht aber, wenn man den Rührer einige Zeit ausser Funktion setzt? Sofort werden die unteren Schichten dichter, wie dieses ganz besonders augenscheinlich die optische Methode, nämlich die Bestimmung des Brechungsverhältnisses mit Hülfe eines schmalen Prismas[1]), zeigt, wo das Spaltbild im

1) Siehe: Fürst B. Galitzin und J. Wilip. Bull. Ac. Imp. des Sciences de St.-Pétersbourg, 1899. T. XI, № 3.

Gesichtsfelde nach Aufhören mit dem Rühren zu wandern beginnt.

Es sind also schwerere Teilchen im Dampf vorhanden, welche gravitieren, und dieses sowohl unterhalb als auch oberhalb der kritischen Temperatur. Es sind Molekülkomplexe, die unter den leichteren Dampfmolekülen schweben und sich senken. Diese Molekülkomplexe werden mit der Erhöhung der Temperatur immer kleiner und kleiner, aber sie sind schwerer als die reinen Dampfmoleküle, gravitieren ebenso auch oberhalb der kritischen Temperatur und bilden am Boden der Röhre eine schwerere, ziemlich homogene Masse, die doch mehr den Charakter einer Flüssigkeit besitzt als den des Dampfes. Der Rührer weitet wiederum die Abstände zwischen ihnen soweit, dass die einzelnen Moleküle zwischen ihnen Platz finden. Für jeden Stoff muss es eine bestimmte Temperatur geben, wo die letzten Molekülkomplexe in Moleküle zerfallen, und dort erst haben wir es mit einem rein gasförmigen Zustande zu tun. Dieses legt das Arbeiten mit dem Rührer klar, und dasselbe zeigt auch das Bild eines jeden Isothermennetzes.

Wenn man nun wirklich von einer Zustandsgleichung verlangen wollte, dass sie quantitativ eine Isotherme darstellen soll, so könnte dieses in erster Linie für einen einatomigen Stoff zutreffen, wenn man zugeben wollte, dass dabei die Elektronen keine massgebende Rolle spielen. Haben wir es aber mit dem komplizierten Bau eines Moleküls eines zusammengesetzten Stoffes zu tun, wobei zudem die Elektronen keine untergeordnete Stellung einzunehmen brauchen, so müssten in der van der Waals'schen Gleichung sowohl das Attraktionsglied, als auch das Kovolumen unglaublich komplizierte Funktionen sein.

Es lag nicht in meiner Absicht, hier eine nähere Untersuchung über die Zustandsgleichung vorzunehmen; es galt nur etwas auf den Teil der Isotherme einzugehen, in dessen Gebiet die hauptsächlichsten Dichtigkeitsunterschiede bei demselben Druck zu erwarten waren. Daher wurde auf ein möglichst grosses Messbereich der Volumina kein Wert gelegt, sondern die Versuchsanordnung so getroffen, dass das Volum eines Grammes von Flüssigkeit oder Dampf zwischen 2,00 und 7,50 ccm variiert werden konnte.

## § 2. Versuchsanordnung.

Da diese Versuche denen der Bestimmung des Brechungsverhältnisses vorausgingen, so ist über die Versuchsanordnung bereits in der obenzitierten Mitteilung[1]) das wichtigste gesagt worden.

Wo man es mit der Bestimmung von Isothermen und kritischen Grössen zu tun hat, muss man darauf achten, dass man total reine und einheitliche Stoffe zur Verfügung habe. Die Hauptverunreinigungen können aufgelöste Gase, Feuchtigkeit und gelöste feste Stoffe sein.

Alle diese fremden Beimischungen können die Erscheinungen aufs verschiedenste modifizieren. Daher war die Vorbehandlung des Äthers eine der Hauptbedingungen, ehe man zur Füllung des Versuchsrohres überging. Um dem Vorwurfe der Zersetzung des Äthers beim Zuschmelzen der Röhre zu entgehen, wurde die Lötstelle von der Versuchsflüssigkeit immer durch eine Quecksilbersäule getrennt.

Was den Thermostaten anbetrifft, so empfiehlt es sich, zu ähnlichen Versuchen den Siedepunkt eines Stoffes unter variierbarem Druck zu benutzen, wobei das Versuchsrohr nicht direkt in den Dampf, sondern in eine andere Flüssigkeit kommt, die vom Heizdampf umspült wird. Da es sich hier um ein Temperaturintervall von 190° bis 200° *C* handelte, so genügte als Heizflüssigkeit Naphthalin, dessen Dämpfe ein Glyzerinbad erwärmten. Im Glyzerinbad befand sich ein Rührer aus Eisen, der durch eine Spule bewegt werden konnte; in der Versuchsflüssigkeit war gleichfalls ein in Glas eingeschmolzenes Eisenstäbchen zwecks Durchrührung des Dampfes und der Flüssigkeitschichten untergebracht. Die Stromspule war ausserhalb des Naphthalinbades tätig. Es ist wünschenswert, in ähnlichen Fällen derart vorzugehen, dass die Spule selbst im Glyzerinbade als Rührer dient oder mit einem solchen verbunden ist, da eine grosse Spule von aussen bisweilen durch ihren Schatten im Thermostaten kleine Temperaturdifferenzen hervorrufen kann, worauf man bei diesen Beobachtungen wohl sein Augenmerk zu richten hätte. Der Anschaulichkeit wegen ist der Hauptteil des Thermostaten auf Fig. 1 skizziert. Man sieht dort rechts die Kugel mit Naphthalin, welche seitwärts in den zylindrischen Mantel mündet. Der Zylinder besitzt oben

1) Siehe oben S. 6, Fussnote.

und unten auf Gummipfropfen Quecksilberverschluss. Der untere dient eigentlich hauptsächlich dazu, um eine Berührung des heissen Naphthalins mit dem Gummipfropfen zu vermeiden, wodurch ein Braunwerden des Naphthalins verhindert wird. Das Knierohr oben führt zum Druckregulator des Siedeapparats. Der schmale Zylinder innerhalb des Dampfmantels stellt das Glyzerinbad vor, welches gegen Luftzug oben durch mehrere Asbestscheiben geschützt ist. Das schwarze innerste Rohr enthält die Versuchsflüssigkeit und ist mit dem Druckapparat, welcher mit zwei Luftmanometern ausgestattet war, verbunden. Die Rührer und das Thermometer sind in der Zeichnung fortgelassen.

Das Thermometer war ein kurzes in $^1/_5{}^0$ *C* geteiltes Geissler'sches mit Milchglasskala und war vollständig in das Glyzerinbad eingetaucht. Es besass Korrektionen der Physikalisch-technischen Reichsanstalt zu Charlottenburg und funktionierte tadellos, ohne dass irgendwelche Nachwirkungen bemerkt wurden, die vielleicht wegen der unregelmässigen Verschiebbarkeit der Skala auftreten könnten. Mittels eines Fernrohres konnten die Hundertstel bequem geschätzt werden.



Fig. 1.

Was die Temperaturkonstanz des Thermostaten selbst anbetrifft, so war dieselbe durchweg ganz vorzüglich: stundenlang konnte eine und dieselbe Temperatur bis auf $0^0{,}01$ *C* festgehalten werden. Änderungen wurden nur beobachtet bei ungünstiger Stellung der elektromagnetischen Spule, welche die strahlende Wärme von der elektrischen Lampe zur Beleuchtung bei längerem Rühren verdeckte. Ebenso machte sich selbstverständlich eine Druckveränderung in der Versuchsflüssigkeit geltend. Die Differenzen glichen sich jedoch nach einigen Minuten aus.

Natürlich hängt die Temperaturkonstanz auch teilweise von der des äusseren Raumes ab, in dem die Beobachtungen vorgenommen werden. Bei grösseren Gradienten wurden einige Abweichungen bemerkbar, die mit Hilfe des Luftdrucks nachreguliert werden mussten. Man liess aber fast nie die Schwankungen $0^0{,}03$ *C* übersteigen.

Die Ausmessung der Volumina des Versuchsrohres geschah mit Hilfe eines Kathetometers, das in halbe Millimeter eingeteilt war und nach dessen Nonius sich 0,01 m/m mittels einer Lupe ab-

lesen liess. Bei der Bestimmung von Isothermen haben dünnere Röhren gewisse Vorteile. Erstens ist hier bei der Volumveränderung der Ausgleich der entstandenen Temperaturdifferenzen viel schneller, als dort, wo man grössere Flüssigkeits- resp. Dampfmassen auf die ursprüngliche, Temperatur zurückzubringen hat, zweitens macht der begangene Ablesefehler sich weniger geltend, insofern man gleich grosse Volumina in Röhren von verschiedenem Durchmesser im Auge hat.

Ein Ablesefehler von $\delta h = 0{,}001$ c/m entspricht einer Volumenveränderung $\delta v = r^2\pi$ 0,001 ccm $= 0{,}003142\ r^2$ ccm. Die benutzten Röhren hatten einen inneren Durchmesser von nicht über 6 m/m, sodass $\delta v$ für den äussersten Fall gleich 0,00028 ccm ausmacht.

Bei den Hauptisothermen wurde von der Versuchsflüssigkeit 0,2784 gr genommen. Bei der Umrechnung der Beobachtungen auf das Volumen eines Grammes Stoff würde daher ein Ablesefehler von 0,01 m/m einem Volumenfehler von ca. 0,001 ccm entsprechen. Der Radius der Röhren war gewöhnlich zwischen 2 und 3 m/m, so dass der Fehler noch weniger betrug.

Bei der Volumenbestimmung musste natürlich auch der Teil am Quecksilbermeniskus berücksichtigt werden, sowie auch die thermische Ausdehnung der Glasröhre, wobei nur eine Flächenausdehnung in Rechnung kommt, da die Längen so wie so schon gemessen sind. Die Volumina wurden in üblicher Weise aus dem Gewicht und der Dichte des Quecksilbers bestimmt, wobei der obere, konische Teil von einer festen Marke an gezählt wurde, die auch bei den Hauptvolumenmessungen als Fixpunkt diente. Die Auswertung geschah graphisch auf dem Koordinatenpapier, wobei die den Messungen entsprechenden Volumina eines Grammes mit einem Fehler von höchstens $\pm$ 0,001 ccm entnommen wurden.

Die zur Druckbestimmung dienenden Manometer sind in der früheren Mitteilung [1]) beschrieben worden. Es kommt hier überhaupt nur das genauere Manometer für höhere Drucke in Betracht, das am unteren Ende eine Erweiteruug besass. Es möge hier ergänzt werden, dass das ganze Volumen desselben mit dem erweiterten Ansatz 11,9 ccm ausmachte, wobei in dem kalibrierten Messteil auf je 5 m/m 0,00844 bis 0,00848 ccm kamen. Das Manometerrohr war also im unteren Teil etwas breiter. Der

1) l. c.

Durchmesser des kapillaren Teils betrug ca. 0,46 m/m und die entsprechende Meniskuskorrektion für die Luftvolumina — 0,00028 ccm. Die Angaben des Manometers, sowie seines Thermometers, wurden mittels eines besonderen Fernrohres abgelesen. Der grösste Ablesefehler konnte 0,1 m/m betragen.

Die Drucke wurden berechnet nach der Formel:

$$p = \left[\frac{v_0}{v}(1 + at)\ C + \Delta p - \Delta p_1\right],$$

worin $v_0$ die Konstante des Manometers, $v$ das variable zu messende Luftvolumen, $t$ die Temperatur der Luft im Rohr, $C$ die Korrektion Amagat's, $\Delta p$ Druckdifferenz der Quecksilbersäulen und $\Delta p_1$ die Tension der Quecksilberdämpfe im Versuchsrohr bedeuten.

Die Manometerkonstante war ein für allemal bestimmt und betrug 11,34 ccm. Die Temperatur des Luftvolums wurde in einem Wasserbade mit einem einfachen Rührer konstant gehalten und richtete sich nach den Temperaturverhältnissen im Messraum. Dieselbe wurde jedes Mal bei der Druckablesung notiert. Wollen wir sehen, welchem Fehler hinsichtlich des Drucks ein Ablesefehler des Luftvolums um 0,1 m/m entspricht. Es folgt aus der obigen Gleichung ($C = 1$ gesetzt):

$$\delta p = -\frac{v_0}{v^2}(1 + at)\,\delta v.$$

Die mittlere Temperatur betrug 18° $C$, und für $\delta v$ können wir schreiben

$$\delta v = r^2\pi\delta h = 0{,}023^2\,\pi\,.\,0{,}01.$$

Für die äussersten vorkommenden Drucke 30 und 60 Atmosphären war $v = 0{,}40$ und 0,20 ccm.

Nach diesen Angaben ergibt sich für

30 Atm. $\quad \delta p = 0{,}00125$
60 „ $\quad$ „ $= 0{,}00502,$

also für die höchsten Drucke ca. 0,005 Atm., was eine sehr befriedigende Genauigkeit bedeutet.

Ein anderer Fehler machte sich bisweilen bei der Druckbestimmung geltend. Der Quecksilbermeniskus war nicht jedes Mal gleicher Güte, obgleich viel Sorgfalt auf die Reinigung des Quecksilbers und des Manometers verwendet wurde. Ganz besonders leicht änderte sich die Form des Meniskus im Mano-

meter, sobald die flüssige und dampfförmige Phase zu gleicher Zeit im Versuchsrohr vorhanden waren. Diese Erscheinung war sehr auffallend und liess auf ein höchst langsames Fallen des Druckes schliessen. Man merkte sich daher beim Notieren des Druckes drei Arten von Meniskussen: einen vollen, mittleren und flachen. Die Korrektion für den vollen Meniskus betrug 0,00028 ccm, für den mittleren schätzungsweise 0,00014 und für den flachen 0.

Nehmen wir an, dass man keinen Unterschied zwischen einem vollen und mittleren Meniskus gemacht hätte, so wäre $\delta v = 0{,}00014$ ccm und der begangene Fehler betrüge:

$\delta p = 0{,}0106$ Atm. für 30 Atm.
„ $= 0{,}0423$ „ „ 60 „

also wäre er beträchtlich grösser, als im ersten Fall. Da nun ein schlechter Meniskus gewöhnlich bei gesättigten Dämpfen, wo der Druck für reinen Äther zwischen 34,0 und 36,5 Atmosphären schwankte, auftrat, so hat man es hier meistenteils mit einem Fehler zu tun, der höchstens 0,01 Atm. ausmachte.

Aus diesem Grunde werden die Drucke in den Tabellen auf Hundertstel abgerundet.

Alle Messungen wurden auf folgende Weise ausgeführt. Nachdem die nötige Temperaturkonstanz erreicht war und man mit allen Rührern genügend lange gewirkt hatte, wurde ganz zuerst das Kathetometerfernrohr auf den Quecksilbermeniskus des Versuchsrohrs eingestellt und gleich darauf das Manometer nebst seinem Thermometer abgelesen. Dann erst notierte man die Angaben des Kathetometers und führte weiter die übrigen nötigen Messungen aus. Für den nächsten Isothermenpunkt wurde dann mittels des Druckapparates ein neues Volumen eingestellt, worauf nach erreichtem Temperaturgleichgewicht die neue Messungsserie erfolgte.

Die Versuche zerfallen in folgende Gruppen:

1) Orientierungsversuche mit reinem Äther und Beimischungen.
2) Isothermenbestimmungen mit reinem Äther.
3) Isothermenbestimmungen mit Beimengungen von Luft (2 verschiedene Füllungen).
4) Isothermenbestimmungen mit Beimengung von Borneol.
5) Isothermenbestimmungen mit reinem Äther in parallelen Röhren (2 Doppelserien).
6) Beobachtungen über das Verhalten des Dampfes und der Flüssigkeit beim Rühren.

7) Beobachtungen über den Druck und das Volumen des gesättigten Dampfes.
8) Beobachtungen über die Grenzvolumina von Dampf und Flüssigkeit zur Bestimmung des kritischen Volums.
9) Einfluss der Abkühlungsgeschwindigkeit auf das Erscheinen des Meniskus.
10) Ein Versuch ohne Druckapparat über die Temperaturverhältnisse im Innern des Rohres beim Verschwinden des Meniskus.

## § 3. Orientierungsversuche.

Die Orientierungsversuche sollten einigermassen klarlegen, in welchen Messbereichen der Volumina es ratsam wäre die Messungen vorzunehmen und in welcher Weise kleine Beimengungen von Fremdstoffen ihren Einfluss auf die kritischen Elemente und den Charakter der Isotherme geltend machen. Es war unter den Salzen schwer welche zu finden, die in Äther löslich sind. Da die Salze des Kadmiums diese Eigenschaft in geringem Masse besitzen, wählte man $CdBr_2$ und $CdJ_2$, aus denen man bei Zimmertemperatur gesättigte Lösungen herstellte, doch schien die Einwirkung auf die kritischen Elemente sehr gering zu sein.

In der folgenden Tabelle I sind einzelne Daten zusammengestellt, die sich auf diese Versuche beziehen.

Tabelle I.

| | $t_k$ | $p_k$ | $v_k$ |
|---|---|---|---|
| Reiner Äther . . . . . | 193°,30 | 36,10 Atm. | 3,86 ccm. |
| Lösung von $CdBr_2$ . . . . . | 193 ,48 | 36,36 | 3,91 |
| Lösung mit Überschuss von festem Salz und ohne Luftbefreiung . . . | 193 ,44 | 36,52 | 3,87 |
| Reiner Äther . . . . . | 193 ,44 | 36,14 | 3,77 |
| Lösung von $CdJ_2$ . . . . . | 193 ,48 | 36,24 | 3.73 |

Die in der Tabelle gegebenen kritischen Temperaturen stellen Werte vor, die sich beim Abkühlen des Systems ergaben und die man beim Erscheinen des Meniskus ablas. Dieselben können, wie wir später sehen werden, um ein paar Zehntel Grad niedriger ausfallen als die wahre kritische Temperatur. Das kritische Volumen ist nur ein angenähertes, welches man so feststellte, dass

man den Meniskus in der Mitte des Gesamtvolums auftreten liess. Ein gewisser Einfluss von festen Beimengungen ist in der Tat zu erkennen, wo $t_k$ und $p_k$ in beiden Fällen sich als grösser erwiesen haben. Die mittlere, von der Luft nicht gereinigte Füllung zeigt noch eine Druckerhöhung und geringe Temperaturerniedrigung im Vergleich zur vorhergehenden, was auf Rechnung der dringebliebenen Luft zu setzen ist.

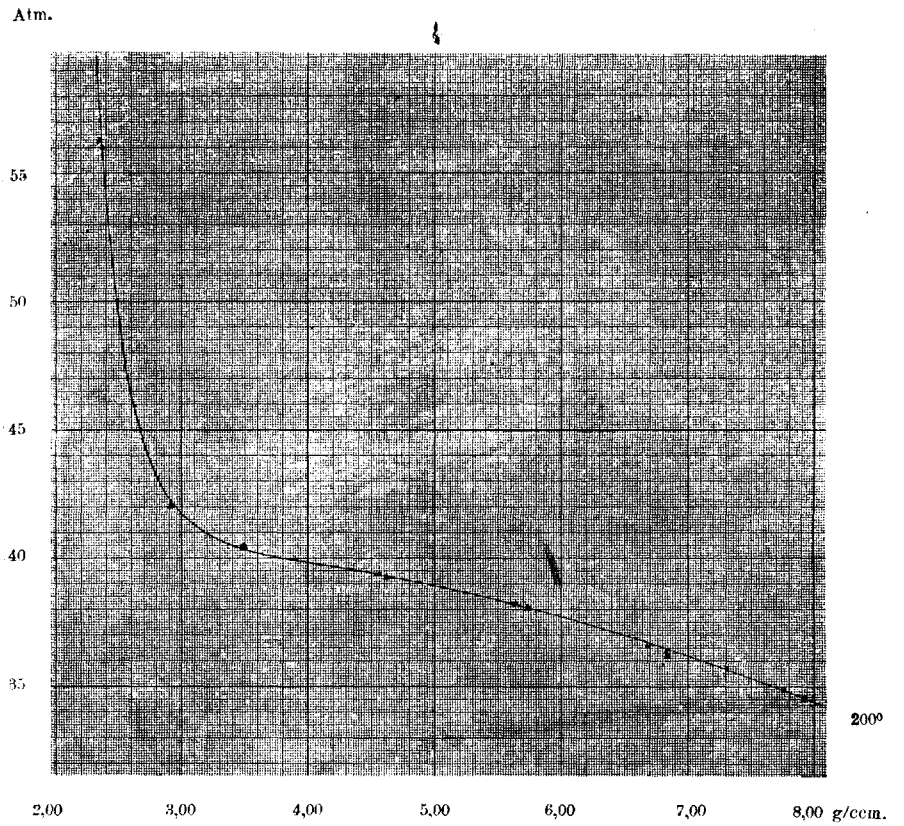



Fig. 2.

Um den Einfluss solcher Beimengungen auf den Verlauf einer ganzen Isotherme zu untersuchen, wurden für $t =$ ca. 200° im vorletzten und letzten Fall ganze Serien von Messungen ausgeführt. Das Resultat ist auf Fig. 2 graphisch dargestellt. Es wurde zunächst die Grundisotherme der unten zu besprechenden Hauptmessungen für reinen Äther gezogen, für welche die Punkte mit einem Kreuz bezeichnet sind, und darauf

die Angaben der Orientierungsversuche für reinen Äther und seine $CdJ_2$-Lösung aufgetragen. In Kreise geschlossene Kreuze entsprechen reinem Äther, in Dreiecke gesetzte — der Lösung. Die Anzahl dieser Messungen war keine grosse (im ganzen nur je 6 Punkte), dieselben wurden aber doppelt ausgeführt, vom kleineren Volumen zum grösseren und umgekehrt, wobei sich fast identische Werte ergaben. Die grösste Abweichung ist auf der Figur dort zu sehen, wo sich wahrscheinlich ein zufälliger Fehler geltend gemacht hat. Im allgemeinen erkennt man hier eine gute Übereinstimmung, da die Punkte von der Grundisotherme nicht weit abweichen. Der Einfluss von $CdJ_2$ ist kaum merklich. Zugleich dient dieser Vergleich als Beweis dafür, wie vertrauenswerte Resultate drei verschiedene Füllungen des Versuchsrohres liefern können.

## § 4. Isothermenbestimmungen mit reinem Äther.

Diese Messungen nahmen einen Zeitraum von $1^1/_2$ Monaten in Anspruch. Wie bereits in der Einleitung erwähnt wurde, lag es nicht im Plan der Arbeit, ein grosses Messbereich sowohl für die Temperatur, als auch für Druck und Volumen zu beherrschen. Es galt nur, besonders in der Umgebung des kritischen Zustandes oder der mehrfachen Dichtigkeiten, an einem Teil der Isothermen genauer zu untersuchen, ob es überhaupt möglich ist eine sogenannte kritische Isotherme festzustellen.

Beobachtungen über grössere Messbereiche für Äthyläther sind bereits von Ramsay und Young[1]) sowie von Batelli[2]) ausgeführt worden, wobei die ersteren Messungen für Temperaturen von 100°—280° und Volumina von 1,85 bis 300 ccm pro Gramm vornahmen. Hier galt es hauptsächlich, ganz spezielle Fragen etwas näher zu studieren. Bei allen diesen Beobachtungen bediente man sich eifrig aller Rührer, so dass jede mögliche Schichtenbildung oder Verzögerung vermieden wurde. Man beobachtete langsam, so dass für eine Isotherme mit 15 Punkten ca. 3 Stunden aufgewendet wurden. Es kamen im ganzen auf 34 Isothermen 460 Punkte, die ausgemessen wurden.

In der folgenden Tabelle II sind einige Versuchsergebnisse zusammengestellt, wobei unter $v$ das Volum eines Gramms

1) Phil. Mag. (5) 23, p. 435, 1887.

2) Mem. d. R. Acc. d. Sc. Torino (2) 40, 1889. 112 pp.

Äthyläther in Kubikzentimetern, $p$ den Druck in Atmosphären und $\frac{v_d}{v}$ das Verhältnis des Dampfvolumens zum ganzen Volumen bedeutet. Die Temperaturen wurden jedes Mal fast genau auf ganze Grade einreguliert; die Bruchteile erklären sich durch die Thermometerkorrektionen.

Tabelle II.

| $t = 190^0,19$ | | | $t = 191^0,18$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2,168 ccm | 58,96 Atm. | | 2,179 ccm | 59,31 Atm. | |
| 2,248 | 49,73 | | 2,262 | 50,07 | |
| 2,337 | 43,80 | | 2,357 | 43,85 | |
| 2,398 | 40,81 | | 2,418 | 41,08 | |
| 2,454 | 38,71 | | 2,481 | 39,11 | |
| 2,531 | 36,77 | | 2,571 | 37,06 | |
| 2,587 | 35,93 | | 2,649 | 36,14 | |
| 2,643 | 35,19 | | 2,709 | 35,59 | |
| 2,746 | 34,40 | 0,000 | 2,838 | 34,95 | 0,000 |
| 3,759 | 34,37 | 0,514 | 3,213 | 34,95 | 0,245 |
| 4,951 | 34,28 | 0,823 | 3,767 | 34,87 | 0,510 |
| 5,893 | 34,25 | 1,000 | 4,859 | 34,84 | 0,837 |
| 6,631 | 33,71 | | 5,568 | 34,74 | 1,000 |
| 7,060 | 33,32 | | 6,387 | 34,23 | |
| 7,581 | 32,73 | | 6,863 | 33,78 | |
| | | | 7,437 | 33,17 | |
| $t = 192^0,18$ | | | $t = 193^0,18$ | | |
| 2,195 | 59,05 | | 2,216 | 58,47 | |
| 2,288 | 49,55 | | 2,307 | 50,08 | |
| 2,383 | 43,89 | | 2,402 | 44,55 | |
| 2,458 | 40,92 | | 2,484 | 41,51 | |
| 2,528 | 39,00 | | 2,568 | 39,39 | |
| 2,637 | 37,19 | | 2,709 | 37,48 | |
| 2,740 | 36,23 | | 2,923 | 36,40 | |
| 2,829 | 35,86 | | 3,163 | 35,97 | 0,000 |
| 2,945 | 35,46 | 0,000 | 4,680 | 35,94 | 1,000 |
| 3,701 | 35,46 | 0,477 | 5,541 | 35,66 | |
| 4,705 | 35,40 | 0,858 | 6,421 | 34,94 | |
| 5,179 | 35,38 | 1,000 | 7,169 | 34,08 | |
| 5,967 | 34,92 | | | | |
| 6,823 | 34,14 | | | | |
| 7,428 | 33,42 | | | | |

## Tabelle II. Fortsetzung.

| $t = 194^0,17$ | | | $t = 195^0,18$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2,224 ccm | 59,05 Atm. | | 2,251 ccm | 57,56 Atm. | |
| 2,332 | 50,02 | | 2,350 | 49,94 | |
| 2,414 | 45,52 | | 2,439 | 45,68 | |
| 2,520 | 41,83 | | 2,557 | 41,99 | |
| 2,684 | 38,88 | | 2,754 | 39,09 | |
| 3.047 | 36,99 | | 3,290 | 37,53 | |
| 3,759 | 36,68 | | 3,892 | 37,19 | |
| 4,565 | 36,54 | | 4,768 | 36,89 | |
| 5,463 | 36,12 | | 5,715 | 36,31 | |
| 6,154 | 35,56 | | 6,241 | 35,74 | |
| 7,187 | 34,35 | | 7,396 | 34,30 | |
| 2,501 | 42,17 | | | | |
| 2,331 | 50,04 | | | | |
| $t = 196^0,21$ | | | $t = 197^0,23$ | | |
| 2,259 | 58,80 | | 2,276 | 58,83 | |
| 2,386 | 49,45 | | 2,414 | 49,55 | |
| 2,473 | 45,57 | | 2,515 | 45,55 | |
| 2,607 | 42,10 | | 2,657 | 42,22 | |
| 2,851 | 39,24 | | 2,863 | 39,96 | |
| 3,659 | 37,80 | | 3,369 | 38,61 | |
| 4,606 | 37,46 | | 4.402 | 38,02 | |
| 5,386 | 36,98 | | 4,986 | 37,71 | |
| 5,844 | 36,54 | | 5,568 | 37,18 | |
| 6,524 | 35,75 | | 6,438 | 36,16 | |
| 7,276 | 34,67 | | 7,139 | 35,24 | |
| $t = 200^0,30$ | | | | | |
| 2,328 | 58,88 | | | | |
| 2,486 | 50,08 | | | | |
| 2,625 | 45,95 | | | | |
| 2,812 | 43,13 | | | | |
| 3,202 | 40,94 | | | | |
| 3,908 | 39,94 | | | | |
| 4,535 | 39,39 | | | | |
| 5,243 | 38,69 | | | | |
| 6,039 | 37,66 | | | | |
| 6,587 | 36,90 | | | | |
| 7,298 | 35,77 | | | | |
| 6,234 | 37,41 | | | | |
| 3,906 | 39,96 | | | | |
| 2,621 | 46,08 | | | | |

Tabelle II. Fortsetzung.

| $t = 195^0,18$ | | | $t = 195^0,19$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2.603 ccm | 40,86 Atm. | | 2,601 ccm | 40,82 Atm. | |
| 2,818 | 38,42 | | 2,819 | 38,45 | |
| 3,231 | 37,35 | | 3,220 | 37,35 | |
| 3,649 | 37,17 | | 3,650 | 37,15 | |
| 4,273 | 37,04 | | 4,266 | 37,00 | |
| 5,308 | 36,57 | | 5,315 | 36,58 | |
| 6,356 | 35,58 | | 6,345 | 35,60 | |
| 7,406 | 34,25 | | 7,412 | 34,27 | |
| Beim Vorwärmen kleines Volumen, die Messungen geschahen in der Richtung der wachsenden $v$. | | | Beim Vorwärmen grosses Volumen (ca. 7,4 ccm entsprechend), die Messungen wurden in umgekehrter Reihenfolge vorgenommen. Beide Serien wurden an verschiedenen Tagen ausgeführt. | | |
| $t = 193^0,25$ | | | $t = 193^0,27$ | | |
| 2,507 | 40,89 | | 2,500 | 40,94 | |
| 3,115 | 36,08 | 0,000 | 2,599 | 38,83 | |
| 3,206 | 36,04 | 0,005 | 2,787 | 36,96 | |
| 4,007 | 36,05 | 0,727 | 2,999 | 36,25 | |
| 4,450 | 36,04 | 0,990 | 3,150 | 36,07 | 0,000 |
| 4,461 | 36,03 | 0,979 | 3,327 | 36,06 | 0,130 |
| 4,661 | 36,02 | 0,984 | 3,617 | 36,05 | 0,400 |
| 4,487 [1]) | 36,03 | 1,000 | 4,172 | 36,07 | 0,749 |
| 5,248 | 35,85 | | 4,576 | 36,02 | 1,000 |
| 6,223 | 35,15 | | 5,380 | 35,73 | |
| 7,058 | 34,22 | | 6,054 | 35,25 | |
| 2,529 | 40,47 | | 6,737 | 34,55 | |
| 2,284 | 51,86 | | 7,331 | 33,82 | |
| Ausgeführt am 23. II. 1897. | | | Ausgeführt am 27. III. 1897. | | |
| $t = 192^0,38$ | | | $t = 192^0,57$ | | |
| 2,539 | 39,01 | | 2,557 | 38,93 | |
| 2,682 | 36,97 | | 2,695 | 36,95 | |
| 2,829 | 36,00 | | 2,826 | 36,13 | |
| 2,988 | 35,54 | 0,000 | 3,036 | 35,73 | 0,000 |
| 3,804 | 35,54 | 0,521 | 3,657 | 35,69 | 0,443 |
| 5,148 | 35,45 | 1,000 | 5,185 | 35,49 | 0,961 |
| 5,904 | 35,00 | | 6,034 | 35,01 | |
| 6,517 | 34,52 | | 6,787 | 34,29 | |

1) Durch anhaltendes Rühren die Flüssigkeit in Dampf verwandelt.

Tabelle II. Fortsetzung.

| $t = 192^0,77$ | | | $t = 192^0,97$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2,579 ccm | 38,91 Atm. | | 2,591 ccm | 38,91 Atm. | |
| 2,750 | 36,99 | | 2,770 | 37,01 | |
| 2,948 | 36,18 | | 2,910 | 36,27 | |
| 3,068 | 35,81 | 0,004 | 3,118 | 35,90 | 0,001 |
| 3,349 | 35,81 | 0,215 | 3,767 | 35,87 | 0,496 |
| 3,810 | 35,82 | 0,516 | 4,852 | 35,83 | 0,995 |
| 5,111 | 35,67 | 0,960 | 5,873 | 35,32 | |
| 6,000 | 35,19 | | 6,623 | 34,64 | |
| 6,826 | 34,32 | | | | |
| $t = 193^0,36$ | | | $t = 193^0,46$ | | |
| 2,609 | 38,97 | | 2,602 | 39,04 | |
| 2,768 | 37,18 | | 2,786 | 37,21 | |
| 2,991 | 36,36 | | 2,960 | 36,61 | |
| 3,207 | 36,15 | 0,000 | 3,316 | 36,19 | 0,000 |
| 3,496 | 36,09 | 0,260 | 3,477 | 36,15 | 0,246 |
| 3,727 | 36,09 | 0,513 | 3,792 | 36,14 | 0,532 |
| 4,324 | 36,06 | 0,852 | 4,350 | 36,15 | 0,974 |
| 4,862 | 36,00 | 1,000 | 4,544 | 36,08 | 1,000 |
| 5,595 | 35,69 | | 6,247 | 35,17 | |
| 6,360 | 35,01 | | 7,218 | 34,06 | |
| $t = 193^0,56$ | | | $t = 193^0,66$ | | |
| 2,502 | 41,48 | | 2,517 | 41,14 | |
| 2,526 | 40,74 | | 2,608 | 39,14 | |
| 2,626 | 38,75 | | 2,843 | 37,09 | |
| 2,778 | 37,31 | | 2,853 | 37,01 | |
| 2,886 | 36,80 | | 3,559 | 36,35 | |
| 3,232 | 36,32 | | 3,658 | 36,34 | |
| 3,464 | 36,29 | | 4,027 | 36,34 | |
| 3,553 | 36,23 | 0,000<br>0,207 | 4,284 | 36,24 | |
| | | | 4,378 | 36,28 | |
| 3,670 | 36,24 | 0,000 | 4,832 | 36,21 | |
| 3,756 | 36,23 | | 5,090 | 36,07 | |
| 3,801 | 36,22 | | 5,772 | 35,63 | |
| 3,839 | 36,22 | | 6,032 | 35,42 | |
| 4,131 | 36,24 | 1,000 | 6,400 | 35,08 | |
| 4,170 | 36,22 | | 6,514 | 34,99 | |
| 5,645 | 35,73 | | 7,122 | 34,22 | |
| 7,148 | 34,16 | | 7,364 | 33,95 | |

Tabelle II. Fortsetzung.

$t = 193^0,76$

| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
|---|---|---|
| 2,574 ccm | 40,23 Atm. | |
| 2,967 | 36,81 | |
| 3,447 | 36,40 | |
| 4,046 | 36,37 | |
| 4,699 | 36,26 | |
| 5,101 | 36,13 | |
| 5,624 | 35,79 | |
| 6,080 | 35,41 | |
| 6,622 | 34,89 | |
| 7,276 | 34,04 | |

Die graphische Darstellung für die Hauptisothermen ist aus diesen Tabellen entnommen und auf Fig. 3 und 4 gegeben, wobei für das Bereich der Flüssigkeitsvolumina ein abweichender Massstab gewählt wurde.

In den Tabellen finden sich 4 verschiedene Beobachtungsserien: erstens die Hauptisothermen von Grad zu Grad, und oberhalb des kritischen Punktes mit einem Intervall von 3 Grad ($198^0$ und $199^0$ wurden überhaupt nicht gemessen), zweitens für die Isotherme $195^0$ 2 Serien, Messungen in der Reihenfolge vom kleineren Volumen zum grösseren und umgekehrt, drittens 2 Serien für $t = 193^0,26$, die erste gleich am Anfang nach der Füllung ausgeführt, die zweite mehr zum Schluss, nach einem Monat, wo man bereits den Äther lange Zeit erhitzt hatte, und viertens Beobachtungen für dichter gedrängte Isothermen von $0^0,2$ zu $0^0,2$ und $0^0,1$ zu $0^0,1$ *C*, unter welchen sich die den kritischen Punkt einschliessenden befinden und recht viele Punkte aufweisen.

Wenn man in den Tabellen diejenigen Werte näher berücksichtigt, die einem gesättigten Dampfdruck entsprechen, so fällt dort sofort etwas auf, was unseren theoretischen Anschauungen nicht ganz entspricht, dass nämlich der Dampfdruck umso höher, je kleiner das Dampfvolumen ist. Die Tension des gesättigten Dampfes ist nicht eine reine Funktion der Temperatur allein, sondern hängt auch vom Volumen ab. Diese Eigenschaft ist von früheren Beobachtern gleichfalls beständig wahrgenommen worden. Im vorliegenden Fall beträgt der Unterschied des Druckes

für die Isothermen 190°,19 und 191°,18 ca. 0,4 bis 0,6%, für 192°,18 ca. 0,2%, für 193°,18 ca. 0,1% und ist erst für 193°,56 verschwindend klein. Dementsprechend ist der gerade Teil auf Figur 3 gleichfalls geneigt gezeichnet worden. Der innnere Rührer gestattet es, etwas tiefer in diese Anomalie einzudringen.

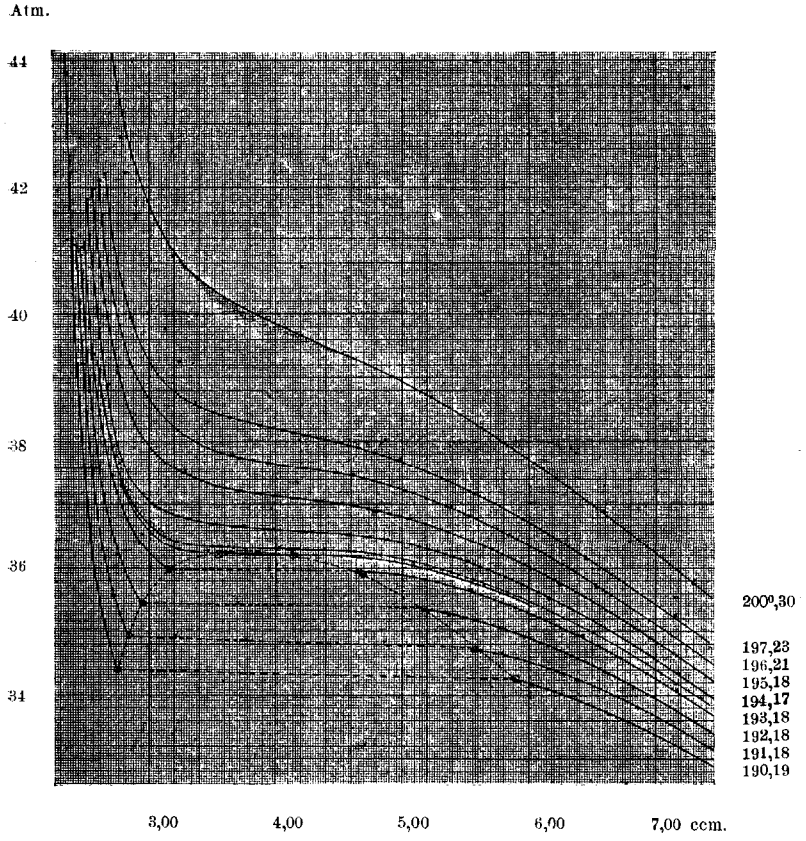



Fig. 3.

Betrachten wir etwas näher den Charakter der Isothermenkurve in der Nähe der kritischen Temperatur in dem Punkte, wo das volle gesättigte Dampfvolumen in das ungesättigte übergeht, so erkennt man, dass die Druckerniedrigung eine sehr allmähliche ist, so dass sich die Kurve fast geradlinig fortsetzt. In der Tat beobachtet man, dass bereits unterhalb des kritischen Punktes bei genau einer und derselben Temperatur mehrere gesättigte Dämpfe existieren; die mehr gesättigten besitzen auch einen höheren Dampfdruck. Durch den Rührer ist es möglich, einen gewissen

Grenzwert zu erreichen, und es ist nicht ausgeschlossen, dass man diesen Wendepunkt der Kurve durch sehr lange Anwendung des Rührers noch etwas hinaufbringen kann. Ausserdem ist es eine inhärente Eigenschaft von gasfreien Flüssigkeiten, dass bei niedrigen Temperaturen (bei Äther z. B. bei Zimmertemperatur), falls das abgeschlossene Rohr von der Flüssigkeit ganz ausgefüllt wird, bei beträchtlichem negativem Druck sich

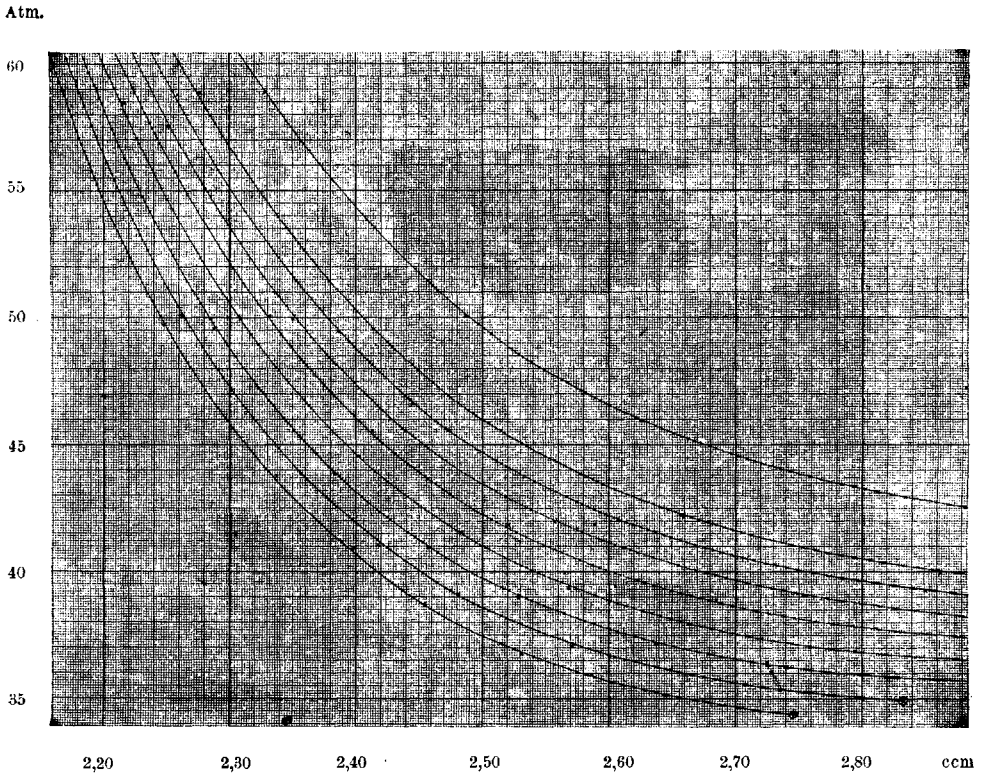



Fig. 4.

kein Dampf bildet. Die Flüssigkeitssäule wird dann plötzlich zerrissen, was bisweilen erst durch starkes Klopfen erzielt werden kann, und der Dampf tritt auf. Diese Eigenschaft habe ich auch an dieser Füllung bemerkt. Etwas Ähnliches habe ich aber sehr oft in der Nähe des kritischen Punktes wahrgenommen: bei Vergrösserung des Flüssigkeitsvolumens fällt der Druck etwas, wobei sich die Flüssigkeitssäule dehnt, ohne dass eine Dampfbildung eintritt. Letzteres wäre wohl umsomehr zu

erwarten, da ausserdem noch beim Vergrössern des Volums die Temperatur ein wenig sinkt. Plötzlich trennt sich dann die Flüssigkeit von der oberen Wand, und der Meniskus senkt sich, worauf der Druck dann etwas zunimmt. Je mehr wir uns dem kritischen Punkt nähern, um so auffällender gestaltet sich diese Erscheinung. Die Flüssigkeit verhält sich ähnlich, wie ein elastisches Band.

Wenn noch dieses mitberücksichtigt wird, so ist es wohl zulässig, dass eine solche Druckdifferenz zustande kommt, da das Volumen etwas variabel ist. Beobachtungen über ähnliche Erscheinungen sollen in einem anderen Kapitel gebracht werden.

Bei der Isotherme für $t = 200^0,30$ sind die beiden letzten Punkte unter folgenden Bedingungen erhalten worden: man liess das Volumen nach der Ausführung der Hauptmessungen, die vom kleinen zum grossen Volumen geschahen, recht gross bleiben (ca. 7,3 ccm entsprechend), löschte den Bunsenbrenner auf einige Zeit aus und erwärmte dann die Füllung von neuem bei diesem Volumen bis $200^0,30$, um sich zu überzeugen, ob sich bei den früheren Volumina derselbe Druck bildet, nachdem der Stoff einige Zeit beim grossen Volumen bei hoher Temperatur gehalten worden ist, und man folglich erwarten kann, dass die Molekülkomplexe bereits vollständig zerfallen sind.

Als Resultat ergab sich:

| | | | |
|---|---|---|---|
| im ersten Fall | $v = 2,625$ ccm. | $p = 45,95$ | Atm. |
| im zweiten „ | $v = 2,621$ „ | $p = 46,08$ | „ |

und

| | | | |
|---|---|---|---|
| im ersten Fall | $v = 3,908$ „ | $p = 39,94$ | „ |
| im zweiten „ | $v = 3,906$ „ | $p = 39,96$ | „ |

Daraus ersieht man, dass kaum eine Spur von Einwirkung sich bemerkbar macht, falls man sich fleissig des Rührers bedient. Also hat man bei der Hauptserie, wo man nach Volumenvergrösserung jedesmal eine Abkühlung verursachte, der Füllung genügend Zeit gegeben, um einen Grenzzustand zu erreichen.

Ähnliche Beobachtungen wurden dann für eine ganze Isotherme $t = 195^0,18$ und zwar an verschiedenen Tagen ausgeführt. In der Tabelle stehen zuerst die Werte, die sich ergaben, wenn man das Erwärmen beim kleinen Volumen vornahm und die Messungen in der Richtung vom kleinen zum grossen Volumen durchführte.

Die zweite Serie der Versuche wurde am nächsten Tage in umgekehrter Reihenfolge vorgenommen.

Es finden sich in der Tabelle einige kleine Abweichungen, doch nicht nach ein und derselben Richtung, sondern so, dass man beim Durchziehen einer Isotherme alle Punkte zu derselben Kurve zählen würde. Also konnte man hier ebenfalls keinen besonderen Einfluss konstatieren.

Es handelte sich noch darum, sich davon zu überzeugen, ob der Stoff, den man bereits einen Monat lang fast täglich lange Zeit bis ca. 200° erhitzt hatte, nicht irgend welchen Veränderungen unterworfen gewesen sei.

Am ersten Tage nach der Füllung versuchte man eine Isotherme zu bestimmen, die sich möglichst nahe bei dem kritischen Punkt befand, nämlich für $t = 193^{0},25$. Dieselbe Isotherme, mit nur $0^{0},02$ Unterschied, fand sich unter den Messungen wieder, die mehr als einen Monat später ausgeführt wurden.

Ein Blick auf die Tabelle lässt sofort erkennen, dass die Drucke im Falle der flüssigen und dampfförmigen Phase einander genügend entsprechen, wenn man im zweiten Fall die etwas höhere Temperatur in Betracht zieht.

Also kann man von Äthyläther sicher behaupten, dass er bei den hier vorgekommenen Temperaturen ein vollständig stabiler Stoff ist. Als Ergänzung zu diesen Tabellen sind weiter noch Werte für ein dichteres Isothermennetz in der Umgebung der kritischen Isotherme zusammengestellt worden, die eigentlich nichts neues bieten und sich auf ein Koordinatennetz unter Benutzung eines grösseren Massstabes auftragen lassen. Sie beweisen nur, dass es unter Anwendung eines Rührers bei gewisser Sorgfalt möglich ist, solche Bestimmungen durchzuführen, ungeachtet der verschiedenen möglichen Verzögerungserscheinungen, die sehr leicht den Ort der Isotherme etwas höher oder niedriger sich ergeben lassen.

Bei den beiden Kurven sind zahlreiche Punkte ausgemessen worden, welche die kritische Isotherme einschliessen, nämlich $t = 193^{0},56$ und $193^{0},66$. Hierbei mag erwähnt sein, dass bei $t = 193^{0},56$ für $v =$ ca. 3,8 ccm infolge des Rührens immer ein ganz flacher Meniskus zum Vorschein kam, während es für $t = 193^{0},66$ auch bei lange fortgesetztem Rühren nicht gelang, einen solchen sichtbar zu machen. Bei $t = 194^{0},17$ liess sich der Meniskus durch plötzliches Vergrössern des Volumens hervorrufen, wobei derselbe nach einigen Sekunden verschwand. Bei $t = 195^{0},18$

liess sich nach einer ähnlichen Manipulation nur ein weisslicher Nebel konstatieren, der sich fast momentan auflöste. Hieraus erkennt man, wie schnell die Wärmeleitung aus dem Glyzerinbade durch die Glasröhrenwand hindurch stattfand.

Andere Versuche mit dieser Füllung werden weiter unten beschrieben werden.

## § 5. Isothermenbestimmungen mit Beimengung von Luft.

Dieselbe Füllung des Versuchsrohres wurde dazu benutzt, um den Einfluss einer Beimengung von Luft auf den Charakter der Isothermen, sowie auch auf die kritischen Elemente zu untersuchen. Nachdem der Thermostat abgenommen war, wurde der Äther abgekühlt, die kapillare Spitze wurde leicht mit einer Feile eingeritzt und über dieselbe ein ganz dünner Gummischlauch gezogen, der mit einem Gasmessrohr verbunden war, in welches man trockene Luft eingeführt hatte. Durch Regulieren der Höhe der Quecksilberniveaus konnte man ein bestimmtes Volumen aus dem Messrohr durch den Schlauch in ein anderes Reservoir, in unserem Fall in das Versuchsrohr, hinüberführen und aus dem Rest die Gewichtsmenge desselben berechnen. Man brach durch den Schlauch hindurch die eingeritzte Spitze ab und liess etwas Luft in den Ätherraum hineinströmen, worauf die Spitze wieder abgeschmolzen wurde. Die erste auf diese Weise hergestellte Mischung aus Äther und Luft bestand aus 0,27840 gr Äther und 0,00066 gr Luft, oder es war dem Äther 0,23% Luft beigefügt worden.

Die folgende Tabelle III enthält die Hauptisothermen für dieses Gemenge.

Tabelle III.

| $t = 190^0,18$ | | | $t = 191^0,18$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2,176 ccm | 58,23 Atm. | 0,000 | 2,193 ccm | 58,38 Atm. | 0,000 |
| 2,332 | 45,64 | 0,000 | 2,309 | 48,59 | 0,000 |
| 2,400 | 42,55 | 0,000 | 2,427 | 42.95 | 0,000 |

Tabelle III. Fortsetzung.

| $t = 190^0,18$ | | | $t = 191^0,18$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2,474 ccm | 40,16 Atm. | 0,001 | 2,532 ccm | 40,23 Atm. | 0,000 |
| 2,574 | 38,22 | 0,005 | 2,633 | 38,61 | 0,000 |
| 2,757 | 36,64 | 0,012 | 2,704 | 37,87 | 0,011 |
| 2,965 | 36,22 | 0,129 | 2,886 | 36,91 | 0,017 |
| 3,310 | 35,99 | 0,335 | 3,136 | 36,64 | 0,183 |
| 3,764 | 35,78 | 0,529 | 3,793 | 36,24 | 0,543 |
| 4,395 | 35,49 | 0,734 | 4,603 | 35,99 | 0,826 |
| 4,960 | 35,32 | 0,869 | 5,394 | 35,77 | 1,000 |
| 5,718 | 35,17 | 1,000 | 6,008 | 35,31 | |
| 6,211 | 34,83 | | 6,689 | 34,64 | |
| 6,775 | 34,26 | | 7,223 | 34,11 | |
| $t = 192^0,17$ | | | $t = 193^0,07$ | | |
| 2,211 | 58,37 | 0,000 | 2,225 | 58,39 | |
| 2,334 | 48,47 | 0,000 | 2,356 | 48,81 | |
| 2,476 | 42,54 | 0,000 | 2,497 | 42,99 | |
| 2,570 | 40,53 | 0,000 | 2,607 | 40,76 | |
| 2,793 | 38,09 | 0,000 | 2,807 | 38,75 | |
| 2,836 | 37,89 | 0,000 | 3,106 | 37,83 | 0,011 |
| 2,961 | 37,52 | 0,003 | 3,436 | 37,54 | 0,013 |
| 3,015 | 37,33 | 0,009 | 3,503 | 37,47 | 0,046 |
| 3,215 | 37,15 | 0,145 | 3,565 | 37,37 | 0,161 |
| 3,425 | 37,02 | 0,313 | 3,768 | 37,34 | 0,533 |
| 3,736 | 36,85 | 0,516 | 4,044 | 37,22 | 0,783 |
| 4,521 | 36,54 | 0,874 | 4,141 | 37,15 | 1,000 |
| 4,926 | 36,42 | 1,000 | 5,274 | 36,64 | |
| 5,768 | 35,89 | | 6,384 | 35,61 | |
| 6,517 | 35,15 | | | | |
| 7,132 | 34,39 | | | | |
| $t = 193^0,17$ | | | $t = 194^0,16$ | | |
| 2,226 | 58,71 | | 2,242 | 58,71 | |
| 2,358 | 48,64 | | 2,383 | 48,80 | |
| 2,519 | 42,79 | | 2,554 | 43,07 | |
| 2,635 | 40,59 | | 2,695 | 40,73 | |
| 2,844 | 38,70 | | 2,976 | 38,94 | |
| 3,863 | 37,39 | | 3,551 | 38,16 | |
| 4,194 | 37,24 | | 4,179 | 37,81 | |
| 4,688 | 37,07 | | 4,966 | 37,30 | |
| 5,439 | 36,58 | | 5,540 | 36,76 | |
| 6,128 | 35,89 | | 6,353 | 35,99 | |
| 6,710 | 35,22 | | 7,024 | 35,07 | |
| 7,352 | 34,38 | | 7,446 | 34,49 | |

## Tabelle III. Fortsetzung.

| $t = 195^0,18$ | | | $t = 197^0,23$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2,253 ccm | 58,94 Atm. | | 2,293 ccm | 58,33 Atm. | |
| (2,379 | 48,90) | | 2,464 | 49,11 | |
| 2,618 | 42,78 | | 2,726 | 43,17 | |
| 2,784 | 40,74 | | 3,045 | 40,92 | |
| 3,332 | 38,87 | | 3,688 | 39,70 | |
| 4,228 | 38,26 | | 4,497 | 39,01 | |
| 4,997 | 37,73 | | 5,106 | 38,45 | |
| 5,925 | 36,80 | | 5,827 | 37,60 | |
| 6,435 | 36,16 | | 6,407 | 36,86 | |
| 7,024 | 35,36 | | 6,996 | 35,97 | |
| 7,382 | 34,84 | | 7,532 | 35,13 | |

## Mit neuem Luftzusatz.

| $t = 190^0,18$ | | | $t = 191^0,18$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2,231 | 58,53 | 0,000 | 2,260 | 58,08 | 0,000 |
| 2,396 | 48,18 | 0,000 | 2,424 | 48,27 | 0,000 |
| 2,581 | 42,81 | 0,006 | 2,661 | 42,52 | 0,000 |
| 2,788 | 40,33 | 0,011 | 2,879 | 40,63 | 0,010 |
| 2,908 | 39,67 | 0,018 | 3,004 | 40,00 | 0,016 |
| 3,139 | 39,13 | 0,203 | 3,077 | 39,84 | 0,033 |
| 3,671 | 38,40 | 0,494 | 3,233 | 39,52 | 0,180 |
| 4,383 | 37,53 | 0,753 | 3,688 | 38,83 | 0,500 |
| 5,529 | 36,74 | 1,000 | 4,254 | 38,19 | 0,750 |
| 6,008 | 36,29 | | 5,119 | 37,54 | 1,000 |
| 6,566 | 35,64 | | 5,767 | 36,92 | |
| 7,182 | 34,81 | | 6,439 | 36,16 | |
| | | | 7,150 | 35,18 | |
| $t = 192^0,17$ | | | $t = 193^0,17$ | | |
| 2,277 | 57,94 | | 2,289 | 58,48 | |
| 2,439 | 48,79 | | 2,480 | 48,81 | |
| 2,685 | 43,02 | | 2,763 | 43,09 | |
| 3,009 | 40,69 | | 3,184 | 40,84 | |
| 3,395 | 39,81 | 0,015 | 3,887 | 39,64 | |
| 3,580 | 39,57 | 0,319 | 4,699 | 38,79 | |
| 4,523 | 38,48 | 1,000 | 5,512 | 37,95 | |
| 5,472 | 37,57 | | 5,948 | 37,41 | |
| 6,423 | 36,47 | | 6,548 | 36,58 | |
| 7,164 | 35,43 | | 7,312 | 35,43 | |

Tabelle III. Fortsetzung.

| $t = 192^0,37$ | | | $t = 195,^018$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 3,764 ccm | 39,96 Atm. | | 2,327 ccm | 58,58 Atm. | |
| | | | 2,536 | 49,18 | |
| | | | 2,928 | 43,44 | |
| | | | 3,587 | 41,25 | |
| | | | 4,543 | 39,97 | |
| Diese Angaben entsprechen dem kritischen Zustande. | | | 5,388 | 38,96 | |
| | | | 5,941 | 38,20 | |
| | | | 6,595 | 37,17 | |
| | | | 7,203 | 36,16 | |

Es wurde ausserdem noch eine zweite Beobachtungsserie ausgeführt, wo man den Luftzusatz noch beträchtlich vergrössert

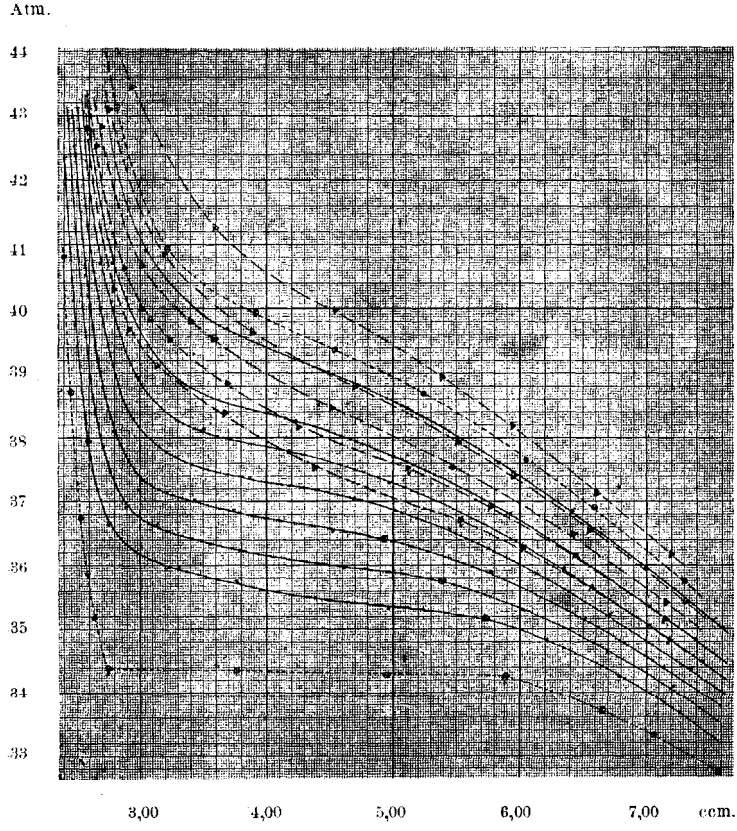



Fig. 5.

hatte, sodass der Äther 0,70% Luft enthielt oder ca. 3 mal mehr als im ersten Fall. Die Messungsresultate finden sich am Schluss der Tabelle III.

In der ersten Serie war die höchste Temperatur 197°,23. Aus der Tabelle ersieht man, dass 193°,07 sich unterhalb der

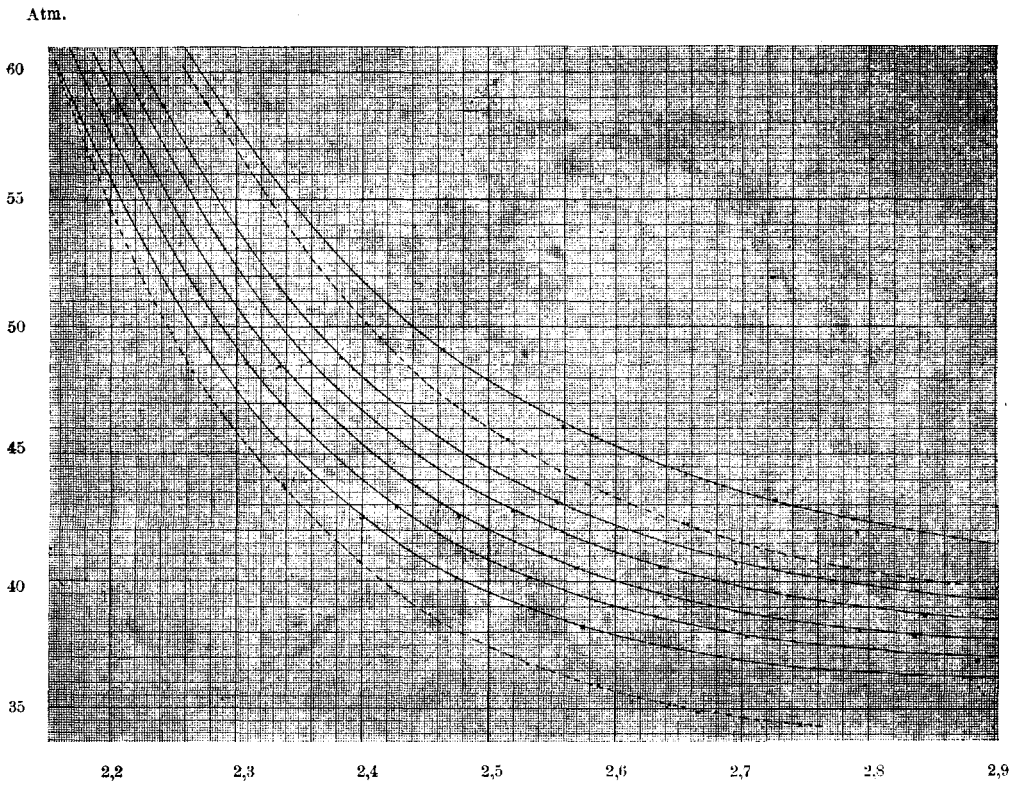



Fig. 6.

kritischen Temperatur befand und 193°,17 bereits oberhalb, da es dort nicht gelang den Meniskus sichtbar zu macheu, obgleich man sehr eifrig vom Rührer Gebrauch machte. Beim Volumen 3,863 zeigte sich bei langsamer Ausdehnung Nebel. Indem man das Rohr längere Zeit mit Hilfe anhaltenden Rührens periodisch durch den Schatten der Spule vor der Bestrahlung der Beleuchtungslampe schützte, gelang es die Temperatur bis auf 193°,14 zu erniedrigen. Da wurde zunächst der Nebel dichter und der Meniskus ganz unten sichtbar.

Als kritische Daten würden für diesen Fall also gelten

$t = 193^0,14$ und $p = 37,35$ Atmosphären. Das angegebene Volumen ist grösser, als das kritische, da der Meniskus unterhalb der Mitte des ganzen Volumens auftrat.

In der zweiten Serie wurden die kritischen Grössen auf ähnliche Weise bestimmt, indem man die Temperatur von $192^0,17$ weiter um $0^0,21$ erhöhte. Diesem Fall entsprechen:

$$t_k = 192^0,37$$
$$p_k = 39,36 \text{ Atm.}$$
$$v_k = 3,764 \text{ ccm,}$$

wo das gegebene $v_k$ dem kritischen Volumen näher zu stehen kommt, als im vorhergehenden Fall.

Die höchste Temperatur in dieser Serie war $195^0,18$.

Auf Figur 5 sind diese Tabellen in ein Koordinatennetz eingetragen, wobei die ausgezogenen Linien der ersten, und die langgestrichelten mit Dreiecken der zweiten Serie entsprechen. Zum Vergleich sind hier für den reinen Äther die Isothermen für $t = 190^0,19$ und $t = 200^0,30$ mit punktierten Linien und Kreisen eingezeichnet.

Man erkennt hier deutlich, wie ein kleiner Luftzusatz das Isothermennetz nach der Seite des gasförmigen Zustandes verschiebt. Der $200^0$-Isotherme des reinen Äthers entspricht dem Charakter nach die $197^0$-Isotherme des Gemenges. Eine etwas höhere Temperatur für das Gemenge gibt fast naturgetreu die Ätherisotherme für $200^0$ wieder. Man kann also durch Zusatz reiner Gasmoleküle dasselbe erreichen, was sonst eine höhere Temperatur von selbst tut, wo sie von Molekülkomplexen einen Teil in Form von reinen Molekülen abspaltet.

Fig. 6 zeigt den Teil der Isotherme für höhere Drucke. Beträchtlich höher liegen die Kurven für den zweiten Fall, wo bereits die $195^0$-Isotherme eine höhere Lage einnimmt, als die $200^0$-Isotherme für den reinen Äther, und dabei dem Aussehen nach einen mehr gasförmigen Zustand darstellt.

## § 6. Isothermen mit Beimengung von Borneol.

Bei den Orientierungsversuchen habe ich wiederholt Stoffe ausfindig zu machen versucht, die in Äther leicht löslich wären, und unter den Salzen keine solchen finden können.

Es zeigte sich, dass Borneol in beliebigen Verhältnissen in Äther löslich ist. Man stellte daher eine schwache Borneollösung her (auf 100 gr reinen Äther 0,8 gr Borneol) und füllte ein Rohr mit dieser Lösung unter ähnlichen Vorsichtsmassregeln, wie beim Experiment mit reinem Äther. Die folgenden Beobachtungen wurden dann mit einer solchen Füllung durchgeführt.

In der Tabelle IV sind die Hauptisothermen zusammengestellt.

Tabelle IV.

| $t = 190^0,19$ | | | $t = 191^0,19$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2,154 ccm | 58,50 Atm. | | 2,176 ccm | 57,09 Atm. | |
| 2,229 | 49,30 | | 2,252 | 48,82 | |
| 2,312 | 43,47 | | 2,327 | 43,50 | |
| 2,345 | 41,11 | | 2,373 | 41,28 | |
| 2,394 | 38,94 | | 2,423 | 39,03 | |
| 2,455 | 36,97 | | 2,492 | 37,27 | |
| 2,491 | 36,14 | | 2,605 | 35,34 | |
| 2,543 | 35,21 | | 2,711 | 34,47 | 0,000 |
| 2,597 | 34,42 | | 3,058 | 34,38 | 0,209 |
| 2,626 | 34,01 | 0,000 | 3,694 | 34,28 | 0,485 |
| 2,957 | 33,91 | 0,186 | 4,583 | 34,05 | 0,721 |
| 3,617 | 33,81 | 0,470 | 5,301 | 33,92 | 0,856 |
| 4,392 | 33,67 | 0,688 | 6,175 | 33,67 | 0,944 |
| 5,027 | 33,56 | 0,808 | 6,593 | 33,49 | 0,975 |
| 5,676 | 33,40 | 0,898 | 6,829 | 33,47 | 1,000 |
| 7,256 | 32,90 | 1,000 | | | |
| $t = 192^0,17$ | | | $t = 193^0,17$ | | |
| 2,181 | 57,86 | | 2,186 | 58,87 | |
| 2,267 | 49,34 | | 2,283 | 49,67 | |
| 2,356 | 43,39 | | 2,385 | 43,38 | |
| 2,407 | 41,20 | | 2,431 | 41,45 | |
| 2,472 | 39,08 | | 2,497 | 39,49 | |
| 2,546 | 37,36 | | 2,591 | 37,62 | |
| 2,675 | 35,59 | | 2,877 | 35,49 | 0,000 |
| 2,778 | 35,04 | 0,000 | 3,141 | 35,48 | 0,183 |
| 3,042 | 34,94 | 0,168 | 3,687 | 35,34 | 0,471 |
| 3,707 | 34,79 | 0,485 | 4,396 | 35,19 | 0,724 |
| 4,421 | 34,66 | 0,704 | 4,887 | 35,07 | 0,835 |
| 5,068 | 34,53 | 0,844 | 6,157 | 34,70 | 1,000 |
| 5,936 | 34,28 | 0,947 | 6,809 | 34,13 | |
| 6,458 | 34,09 | 1,000 | | | |
| 6,964 | 33,64 | | | | |

## Tabelle IV. Fortsetzung.

| $t = 194^0,16$ | | | $t = 195^0,09$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 2,197 ccm | 59,02 Atm. | | 3,362 ccm | 36,67 Atm. | 0,000 |
| 2,302 | 49,56 | | 3,496 | 36,57 | 0,223 |
| 2,405 | 43,67 | | 3,741 | 36,54 | 0,500 |
| 2,470 | 41,29 | | 4,214 | 36,41 | 0,797 |
| 2,553 | 39,31 | | 4,530 | 36,28 | 0,914 |
| 2,674 | 37,49 | | 4,947 | 36,15 | 1,000 |
| 2,921 | 36,19 | | 5,467 | 35,91 | |
| 3,015 | 35,99 | 0,000 | 6,179 | 35,42 | |
| 3,312 | 35,96 | 0,224 | 6,617 | 34,98 | |
| 3,757 | 35,85 | 0,491 | 6,954 | 34,58 | |
| 4,397 | 35,75 | 0,747 | | | |
| 5,036 | 35,52 | 0,895 | | | |
| 5,648 | 35,29 | 1,000 | | | |
| 6,266 | 34,87 | | | | |
| 6,974 | 34,22 | | | | |
| $t = 195^0,19$ | | | $t = 195^0,27$ | | |
| 3,457 | 36,59 | 0,000 | 3,558 | 36,64 | 0,000 |
| 3,566 | 36,59 | 0,211 | 3,621 | 36,62 | 0,099 |
| 3,722 | 36,58 | 0,460 | 3,737 | 36,61 | 0,480 |
| 4,110 | 36,50 | 0,768 | 3,994 | 36,59 | 0,723 |
| 4,888 | 36,25 | 1,000 | 4,760 | 36,32 | 1,000 |
| 5,506 | 35,92 | | 5,327 | 36,10 | |
| 6,396 | 35,28 | | 6,203 | 35,48 | |
| 6,888 | 34,70 | | 6,835 | 34,82 | |
| $t = 195^0,40$ | | | $t = 195^0,50$ | | |
| 2,237 | 57,93 | | 3,437 | 36,86 | |
| 2,352 | 48,80 | | 3,636 | 36,80 | |
| 2,468 | 43,34 | | 3,805 | 36,74 | |
| 2,549 | 41,02 | | 3,984 | 36,73 | 0,917 |
| 2,675 | 38,89 | | 4,252 | 36,61 | 1,000 |
| 2,891 | 37,39 | | 4,671 | 36,46 | |
| 3,087 | 36,68 | | 5,404 | 36,11 | |
| 3,712 | 36,63 | | 6,218 | 35,51 | |
| 3,826 | 36,61 | | 6,966 | 34,68 | |
| 3,998 | 36,61 | | | | |
| 4,276 | 36,51 | 0,913 | | | |
| 4,595 | 36,47 | 1,000 | | | |
| 5,015 | 36,28 | | | | |
| 6,149 | 35,50 | | | | |
| 6,807 | 34,84 | | | | |

Tabelle IV. Fortsetzung.

| $t = 195^0,59$ | | | $t = 196^0,21$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
| 3,208 ccm | 37,09 Atm. | | 2,248 ccm | 58 27 Atm. | |
| 3,621 | 36,83 | | 2,353 | 49,25 | |
| 3,847 | 36,79 | | 2,412 | 46,46 | |
| 4,097 | 36,75 | | 2,483 | 43,69 | |
| 4,739 | 36,56 | | 2,563 | 41,53 | |
| 5,357 | 36,16 | | 2,725 | 39,25 | |
| 6,112 | 35,69 | | 3,110 | 37,46 | |
| 6,385 | 35,38 | | 3,726 | 37,09 | |
| 6,845 | 34,89 | | 4,439 | 36,86 | |
| | | | 5,111 | 36,54 | |
| | | | 5,704 | 36,16 | |
| | | | 6,405 | 35,56 | |
| | | | 6,823 | 35,08 | |
| $t = 197^0,23$ | | | $t = 200^0,30$ | | |
| 2,256 | 58,20 | | 2,303 | 58,79 | |
| 2,370 | 49,60 | | 2,455 | 49,49 | |
| 2,515 | 43,95 | | 2,553 | 46,24 | |
| 2,632 | 41,39 | | 2,664 | 43,78 | |
| 2,814 | 39,20 | | 2,852 | 41,60 | |
| 3,413 | 37,85 | | 3,436 | 39,69 | |
| 4,009 | 37,54 | | 4,117 | 39,08 | |
| 4,651 | 37,29 | | 4,711 | 38,57 | |
| 5,255 | 36,89 | | 5,505 | 37,83 | |
| 6,230 | 36,08 | | 6,387 | 36,86 | |
| 6,764 | 35,46 | | 6,958 | 36,06 | |

Im Gebiete des kritischen Zustandes sind Temperaturintervalle von $0^0,1$ zu $0^0,1$ gegeben, um sich hier etwas genauer über die Erscheinungen zu orientieren. Man hat es bei solch einer Lösung eigentlich mit keinem reinen kritischen Zustande zu tun. Bereits bei $t = 190^0$ zeigte es sich, dass die Krümmung des Meniskus um so stärker wurde, je niedriger derselbe im Rohre zu stehen kam, und ähnlich gestaltete sich weiter die Erscheinung bei höheren Temperaturen.

Bei $t = 195^0,40$ verschwindet der Meniskus bei $v = 3,720$ ccm; vergrössert man aber das Volumen, so bildet sich weisser Nebel, wobei unten über dem Quecksilber der Flüssigkeitsme-

niskus zum Vorschein kommt. Der kritische Zustand hängt hier also auch vom Volumen ab.

Bei $t = 195^0{,}50$ zeigt sich für $v = 3{,}805$ ccm nach sehr langem Rühren dichter Nebel, wobei sich unter keiner Bedingung ein Meniskus ausscheidet. Für $v = 3{,}984$ lässt sich durch andauerndes

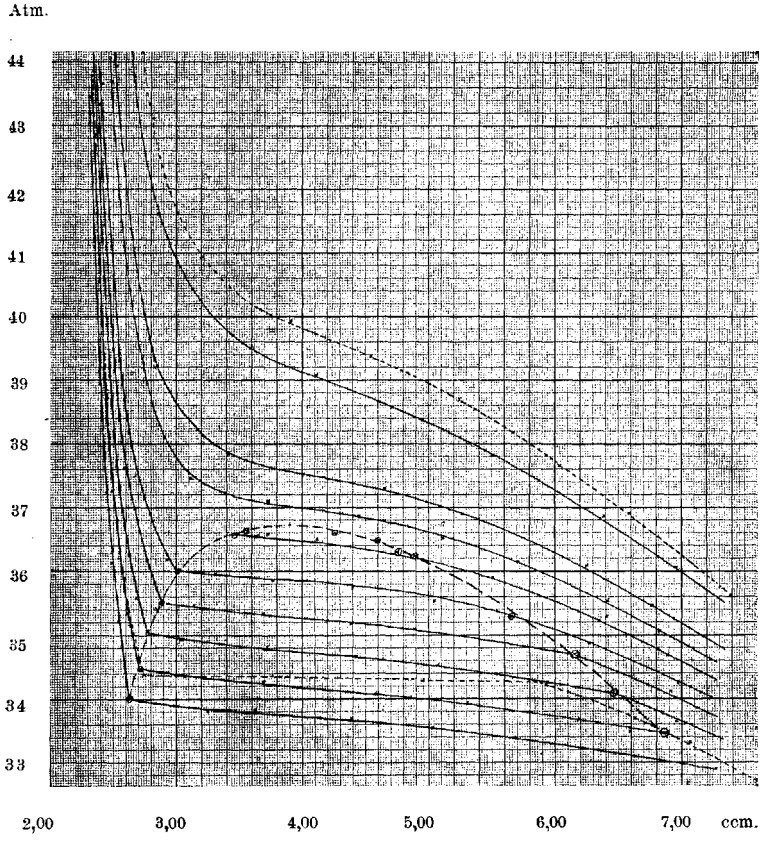



Fig. 7.

Rühren ein Meniskus hervorrufen, der sehr bald verschwindet. Bei $t = 195^0{,}59$ lässt sich bereits auf keiner Höhe ein Meniskus sichtbar machen.

Einen Teil der Werte dieser Tabelle habe ich auf Fig. 7 und 8 graphisch veranschaulicht. Man erkennt hier, wie der Zusatz des festen Stoffes erstens die kritische Temperatur und dann das kritische Volumen beträchtlich erhöht. Das ganze Isothermennetz wird nach der Seite des flüssigen Zustandes verschoben. Zum Ver-

gleich sind die beiden Isothermen für reinen Äther bei $t = 190^0$ und $200^0$ punktiert hineingezeichnet. Der gesättigte Dampfdruck der Lösung hängt hier in beträchtlichem Masse vom Volumen ab.

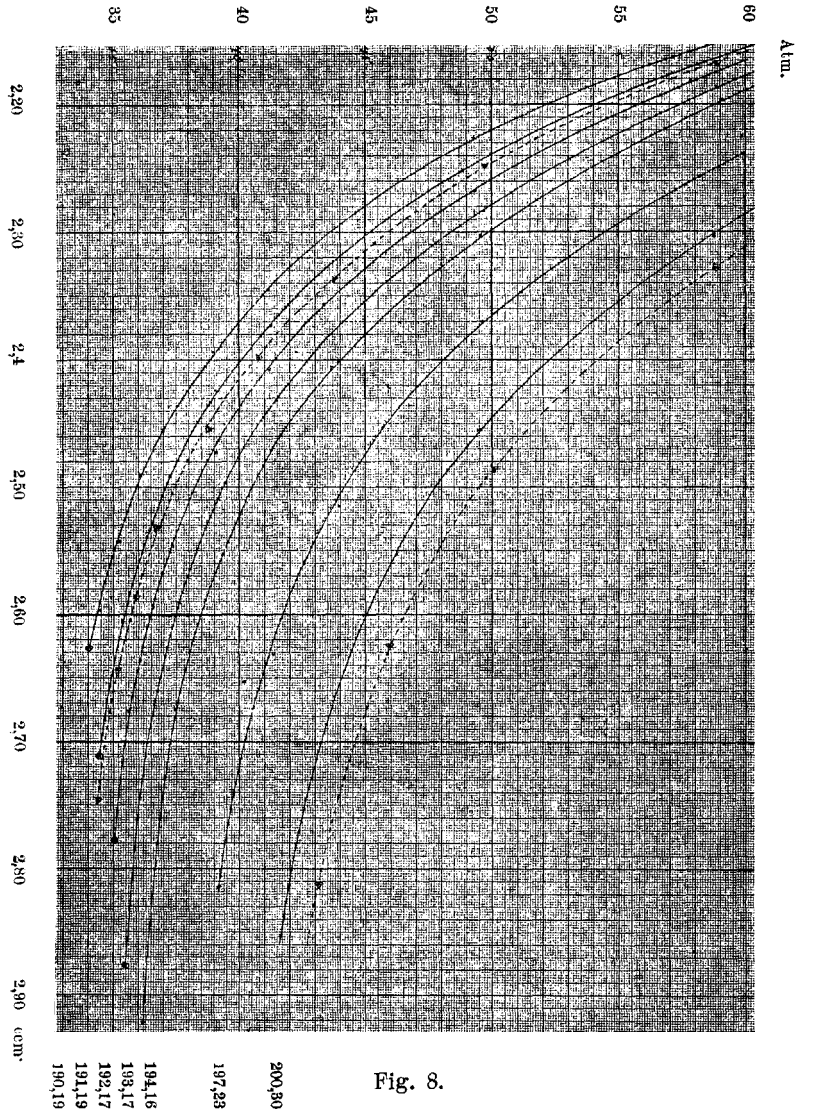



Fig. 8.

Figur 8 zeigt den Teil der Isothermen für höhere Drucke in anderem Masstabe. Hier verlaufen die Kurven denen des reinen Äthers parallel.

## § 7. Isothermenbestimmungen mit reinem Äthyläther in parallelen Röhren.

Aus Fürst B. Galitzin's[1]) Versuchen mit gebogenen Röhren, in denen 2 Äthermengen in verschiedenen Portionen durch einen Quecksilberfaden von einander getrennt auf Temperaturen oberhalb der kritischen gebracht wurden, ging hervor, dass bei ein und demselben Druck und Temperatur bedeutende Dichtigkeitsunterschiede vorkommen können. Daraus lässt sich schliessen, dass diejenigen Isothermen, die von einer grösseren Menge von Flüssigkeit herstammen, einem etwas flüssigeren Zustande entsprechen oder niedriger liegen müssten, als die von kleineren Portionen. Um zu entscheiden, wie diese Frage sich beim Gebrauch eines Rührers in der Versuchsflüssigkeit gestaltet, wurden 2 Beobachtungsserien mit parallelen Röhren angestellt, wobei jedes Mal in der zweiten Röhre ungefähr 3 Mal mehr Flüssigkeit genommen wurde.

In der ersten Serie waren die Röhren gleich lang, so dass die Quecksilberkuppe rechts bei hohen Temperaturen beträchtlich niedriger stand (ca. 6—7 cm), in der zweiten Serie war das Rohr mit weniger Flüssigkeit kürzer gewählt, so dass für Volumina, die grösser als das kritische waren, die Quecksilbermeniskusse fast auf gleicher Höhe sich befanden (Fig. 9). Jedes Paar dieser Röhren wurde in eine besondere Hülse mit 2 Durchbohrungen eingekittet und in üblicher Weise mit inneren Rührern ausgestattet. Auf der Figur sind die Rührer fortgelassen; den beiden Röhren entsprechend wurde auch der Rührer im Glyzerinbade modifiziert.

Es wurden nun mit diesen Röhren Messungen oberhalb der kritischen Temperatur vorgenommen und zwar nur in der Umgebung des kritischen Volumens, wobei man vor den Messungen von allen Rührern eifrig Gebrauch machte. Ich halte es für überflüssig, das Zahlenmaterial in Tabellen zu veröffentlichen, und ziehe hier die Graphik vor.

Zu Beginn der Beobachtungen mit dem ersten Röhrenpaar zeigte sich im rechten Rohr ein beträchtlicher negativer Druck, wobei im linken sich Dampf bildete und die Quecksilberkuppe bedeutend niedriger geschraubt werden konnte. Erst beim Wei-

1) Ann. d. Physik. L. 1893, p. 540.

tererwärmen bildete sich auch im rechten Schenkel Dampf, worauf dann das Quecksilber im linken Schenkel sich höher einstellte. Im zweiten Fall beobachtete man gewöhnlich so, dass man beim Erwärmen im linken Schenkel ein möglichst grosses Dampfvolumen aufrecht hielt, so dass z. B. bis 180° eine Differenz der Kuppen von 110 mm statt hatte.

Es wurden folgende Temperaturen gewählt, die bereits für die Grundisothermen benutzt waren: 194°, 195°, 196°, 197° und 200°. Auf Fig. 10 ist das Resultat auf ein Koordinatennetz aufgetragen, wo die Kreise mit Strichen ausgemessene Punkte des ersten Röhrenpaares und die Dreiecke mit Strichen ausgemessene Punkte des zweiten Röhrenpaares bedeuten (1 Strich ≡ weniger Flüssigkeit).

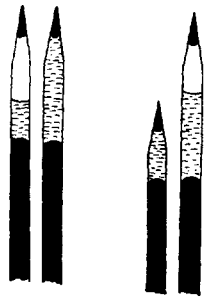


Fig. 9.

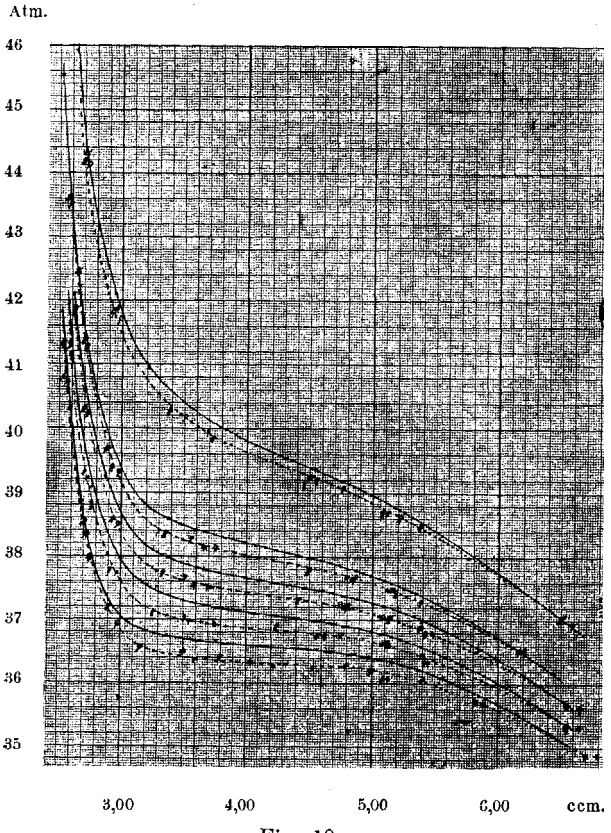



Fig. 10.

Ein Blick auf die Figur lässt erkennen, dass im ersten Fall in der Tat ein geringer Unterschied bestehen geblieben ist, so dass die Isotherme für mehr Flüssigkeit etwas niedriger liegt, d. h. einem flüssigeren Zustande entspricht. Im zweiten Fall lässt sich das nicht behaupten. Immerhin sind die Unterschiede sehr gering und bleiben von denen weit entfernt, die man früher ohne Rührer beobachtet hat. Durch alle diese Punkte habe ich daher eine gestrichelte Durchschnittsisotherme gezogen. Um nun diese Kurven mit den Grundisothermen zu vergleichen, sind nebenbei diese letzteren eingezeichnet. Es fällt hier sofort auf, dass alle 4 Röhren bei genau ein und derselben Temperatur einen flüssigeren Zustand anzeigen, als dieses in den Grundisothermen der Fall gewesen ist. Sehen wir zu, wieviel % Dichtigkeitsunterschiede bei genau derselben Temperatur und demselben Druck hier vorkommen. Aus den Kurven findet man:

| $t$ | $p$ | $v$ | $\Delta v$ |
|---|---|---|---|
| 194° | 36,42 Atm. | 3,40—4,90 ccm | 44 % |
| 195 | 37,00 | 3,50—4,46 | 27 % |
| 196 | 37,60 | 3,55—4,16 | 17 % |
| 197 | 38,20 | 3,60—4,04 | 12 % |
| 200 | 39,80 | 3,80—4,01 | 6 % |

Wir sehen, dass noch bei 200° bis 6 % Volumendifferenz ines Gramms konstatiert wurde. Es fragt sich nun, was hier eigentlich als Ursache gelten soll, warum eine solche Dichtedifferenz noch vorkommt, wo man doch in beiden Fällen sich aller Rührer bedient hat, und wo in den parallelen Röhren unter sich die Differenzen fast vollständig beseitigt waren.

Es handelt sich hier um die Dauer der Beobachtungen. Während bei der Grundisotherme und anderen sonstigen Beobachtungen auf jeden Punkt der Isotherme 12—15 Minuten kamen, fiel bei dieser Beobachtungsserie nur $^1/_4$ dieser Zeitdauer oder noch etwas weniger auf jeden Punkt, da erstens 2 Punkte parallel zu messen waren und zweitens alle diese 5 mal 4 Isotermenteile innerhalb von 4 Tagen ausgeführt werden mussten. Das Rühren beschleunigt also in der Tat die innere Verdampfung, ist aber nicht genügend lange fortgesetzt worden, um einen endgültigen Grenzzustand herbeizuführen. Man muss auch Zeit geben, damit die Molekülkomplexe, die in grösseren Massen gruppiert sind, bis zu einem Grenzzustande weiter zerfallen können. Dieser

Umstand scheint die beobachtete Differenz am plausibelsten zu erklären, da man alle diese Messungen in der Reihenfolge vom kleineren Volumen zum grösseren ausführte. Was die gemachten Einwände anbetrifft, inbezug auf Beimengungen von Luft und Gasen, die durch Zersetzung beim Zulöten der Röhren entstehen sollen, so scheinen dieselben von untergeordneter Bedeutung zu sein. Dieses geht aus dem Umstande hervor, dass die Beseitigung der Luft bei den oben verwendeten 4 Röhren kaum mit gleicher Präzision gelingen konnte, die gemessenen Punkte aber sehr geringe Abweichungen aufweisen. Anders wäre es schon, wenn man absichtlich bemerkbare Portionen von Luft drinliesse, etwa eine kleine Blase, die man mit dem blossen Auge schon bemerken könnte, was aber bei derartigen Füllungen nie der Fall sein konnte.

## § 8. Beobachtungen über das Verhalten des Dampfes und der Flüssigkeit beim Rühren.

Bei der Ausmessung der Isothermen für reinen Äther hatte es sich herausgestellt, dass die Lage des Flüssigkeitsmeniskus im Versuchsrohr keine konstante war, sondern allmählich sich von selbst langsam änderte, durch Eingreifen des inneren Rührers aber recht schnell eine fast konstante Stellung einnahm und dieselbe beibehielt, solange der Rührer in Funktion blieb. Liess man das Rohr ruhig stehen und brachte nur den äusseren Rührer in Anwendung, so änderte sich allmählich wieder die Höhe des Meniskus. Daraus ersieht man, dass die Dichten des Dampfes und der Flüssigkeit bereits beim Vorhandensein einer scharfen Grenze variable Grössen sind.

In den folgenden Tabellen V und VI sind einige Messungsresultate zusammengestellt, die teils bei der Bestimmung der Isothermen erlangt wurden, teils aber ganz unabhängig von jenen Messungen angestellt wurden. In Tab. V stehen in den beiden letzten Kolumnen Werte für $\frac{v_d}{v}$ vor und nach dem Rühren.

Tabelle V.

| $t$ | $p$ | $v$ | $\frac{v_d}{v}$ vor | $\frac{v_d}{v}$ nach |
|---|---|---|---|---|
| 190°,19 | 34,28 Atm. | 4,951 ccm | 0,818 | 0,828 |
| 190 ,68 | 34,71 | 3,168 | 0,242 | 0,239 |
| | 34,54 | 4,854 | 0,831 | 0,835 |

Tabelle V. Fortsetzung.

| $t$ | $p$ | $v$ | $\frac{v_d}{v}$ | $\frac{v_d}{v}$ |
|---|---|---|---|---|
| 191°,18 | 34,95 | 3,213 | 0,246 | 0,245 |
| | 34,84 | 4,859 | 0,829 | 0,845 |
| 191 ,67 | 35,19 | 3,255 | 0,251 | 0,250 |
| | 35,10 | 4,653 | 0,817 | 0,824 |
| 192 ,18 | — | 3,231 | 0,209 | 0,194 |
| | 35,40 | 4,705 | 0,852 | 0,864 |
| 192 ,77 | 35,81 | 3,349 | 0,219 | 0,212 |
| | | | 0,225 | 0,216 |
| Noch länger gemischt → | | | | 0,202 |
| 193 ,27 | 36,05 | 3,617 | 0,432 | 0,369 |
| | 36,06 | 4,172 | 0,722 | 0,776 |
| 193 ,36 | 36,09 | 3,496 | 0,271 | 0,249 |
| | 36,09 | 3 727 | 0,523 | 0,503 |
| | 36,06 | 4,324 | 0,813 | 0,893 |

Bei den folgenden Beobachtungen wurden die Drucke nicht abgelesen. Für $\frac{v_d}{v}$ sind mehrere Werte gegeben worden, je nachdem, unter welchen Bedingungen man die Messungen anstellte.

Tabelle VI.

| $t$ | $v$ | $\frac{v_d}{v}$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Ungemischt. | Gemischt. | Nach 2 Min. | Gemischt. |
| 193°,02 | 3,732 ccm | 0,470 | 0,475 | 0,477 | 0,467 |
| 193 ,03 | 4,647 | 0,845 | 0,899 | 0,902 | 0,936 |
| 192 ,98 | 3,882 | 0,583 | 0,566 | 0,571 | 0,574 |
| 192 ,99 | 3,373 | 0,278 | 0,208 | 0,230 | 0,214 |
| 192 ,56 | 4.505 | 0,836 | 0,845 | — | — |
| „ | „ | 0 839 | 0,844 | — | — |
| „ | „ | 0,835 | 0,847 | — | — |
| „ | „ | 0,833 | 0,849 | — | — |
| 192 ,37 | 4,532 | 0,818 | 0,831 | — | — |
| „ | „ | 0,826 | 0,835 | — | — |
| „ | „ | 0,824 | 0,832 | — | — |
| „ | 3,130 | 0,171 | 0,136 | — | — |
| 192 ,17 | 3,222 | 0,208 | 0,194 | — | — |
| „ | „ | 0,202 | 0,198 | — | — |
| „ | „ | 0,207 | 0,189 | — | — |

Aus der Tabelle V ersieht man, dass das Rühren der inneren Schichten das Verhältnis des Dampfvolumens $v_d$ zum ganzen Volumen $v$ verändert. Wenn der Meniskus eine solche Stellung einnimmt, dass das Dampfvolumen kleiner oder fast gleich dem Flüssigkeitsvolumen ist, bewirkt der Rührer gewissermassen eine Auseinanderspreizung der der Schwere folgenden flüssigen Molekülkomplexe. Wird das Dampfvolumen aber beträchtlich grösser, so sättigt sich der Raum über dem Meniskus nicht momentan, sondern der Rührer erst spritzt die flüssigen Teile in den Dampfraum, wodurch, wie die Zahlen zeigen, bisweilen beträchtliche Differenzen zustande kommen.

Etwas ähnliches ergibt sich aus der Wiederholung derartiger Versuche, deren Resultate in der Tabelle VI zusammengestellt sind. Hier sieht man zunächst, dass der Meniskus beim Stillstand nach 2 Minuten wieder eine andere Stelle eingenommen hat, wobei dann das Rühren dieselbe wiederum verändert. Im zweiten Fall, beim grossen Dampfvolumen, ist der Sättigungspunkt noch nicht erreicht, und der Meniskus hat sich nach 2 Minuten ohne Mithilfe des Rührers etwas gesenkt, worauf dann das Eingreifen des Rührers einen beträchtlichen Unterschied hervorruft. In den anderen Fällen, bei $t = 192^0{,}56$, $192^0{,}37$ und $192^0{,}17$, ist bereits sowohl die maximale Dampf- als auch die minimale Flüssigkeitsdichte erreicht, und jedesmal nach dem Rühren strebt der Meniskus der Schwere folgend auf seinen entsprechenden Gleichgewichtszustand zu. Alle diese Versuche deuten darauf hin, dass bereits unterhalb der kritischen Temperatur sowohl für die Dampf- als auch für die Flüssigkeitsphase die Dichtigkeiten variabel sind, und dieses bei sehr konstanter Temperatur. Ohne Anwendung des Rührers können die Differenzen beträchtlich sein, wie dieses aus der zweiten Beobachtung der Tabelle VI klar hervorgeht.

## § 9. Beobachtungen über den Druck und das Volumen des gesättigten Dampfes.

Wie die vorhergehenden Versuche gezeigt haben, ist die Dichtigkeit beider Phasen bei Gegenwart des Meniskus etwas variabel. Durch Rühren liessen sich gewisse extreme Werte aufrecht erhalten. Es steht nun zu erwarten, dass derselbe Fall eintritt für das kleinste gesättigte Dampf- und das grösste Flüs-

sigkeitsvolumen. Es war bereits erwähnt worden, dass man für den gesättigten Dampf mehrere Volumina beobachtet hatte, wobei dem kleinsten Volumen auch der höchste Druck entspricht. Hier wollen wir einzelne Zahlenwerte geben, die dieses bestätigen.

Tabelle VII.

| $t$ | $p$ | $v$ |
|---|---|---|
| 190°,19 | 34,19 Atm. | 6,024 ccm |
| „ | 34,23 | 5,890 |
| 191 ,18 | 34,66 | 5,783 |
| „ | 34,74 | 5,568 |
| 192 ,18 | 35,26 | 5,360 |
| „ | 35,38 | 5,179 |
| 193 ,18 | 35,92 | 4,702 |
| „ | 35,96 | 4,657 |
| „ | 36,03 | 4,586 |
| 193 ,26 | 35,94 | 4,999 [1] |
| „ | 36,02 | 4,576 |
| “ | 36,03 | 4,487 |
| 193 ,36 | 36,00 | 4,862 |
| „ | 36,06 | 4,482 |
| „ | 36,08 | 4,444 |
| „ | 36,10 | 4,403 |
| „ | 36,12 | 4,402 |
| 193 ,56 | 36,22 | 4,169 |
| „ | 36,24 | 4,131 |
| 193 ,07 | 36,09 | 3,108 |
| „ | „ | 3,114 |
| „ | „ | 3,126 |
| „ | „ | 3,130 |
| „ | „ | 3,144 |
| 193 ,57 | 36,24 | 3,455 |
| „ | „ | 3,553 |
| „ | „ | 3,670 |
| „ | „ | 3,767 |

In der Tabelle VII werden zunächst Angaben über das Dampfvolumen gegeben, in dem Moment, wo am Rande des Quecksilbermeniskus noch die letzten Flüssigkeitsspuren wahrgenommen wurden, was als Zeichen gilt, dass der Raum oberhalb gesättigt sein muss. Wir ersehen nun aus der Tabelle, dass ein und derselben Temperatur mehrere solcher Volumina entsprechen können. Am gesättigtsten ist der Dampf beim kleinsten Volumen, wobei diesem Zustande auch der höchste Druck entspricht. Diese kleinsten Werte sind die extremsten, die man durch fortgesetztes Rühren erreichen konnte. Bei der geringsten Volumenveränderung scheidet sich sofort mehr Flüssigkeit über dem Quecksilbermeniskus aus.

Bei $t = 193°,26$ war der innere Rührer zufällig oben im konischen Teil der Röhre stecken geblieben, und man konnte durch stundenlanges Warten auf keine Weise ein kleineres Dampfvolumen hervorrufen. Die beiden anderen durch den Rührer erreichten Werte weichen bedeutend von jenem ab.

Wie verhält es sich nun eigentlich mit einer Säule gesättigten Dampfes?

1) Diese Beobachtung ist ohne Mitwirkung des inneren Rührers gemacht worden.

Wir wissen, dass bei der geringsten Druckerhöhung Kondensation eintritt. In einer solchen Säule herrscht aber unten an der Quecksilberoberfläche unter der Wirkung der Dampfsäule ein höherer Druck als in der Rohrspitze, weshalb dort streng genommen nur in der untersten Schicht gesättigter Dampf bestehen kann. In den oberen Schichten müsste der Dampf also ungesättigt sein. Folglich entspricht der abgelesene Druck dem des ungesättigten Dampfes in der obersten Spitze des Versuchsrohrs. Von diesem Standpunkt aus ist ein etwas niedrigerer Druck im Falle des gesättigten Dampfvolumens plausibel und führt zu keinem Widerspruch mit der theoretischen Anschauung.

Wir erinnern uns der eigentümlichen Erscheinung, dass sich beim Vorhandensein beider Phasen im Versuchsrohr der Quecksilbermeniskus im Manometer verflachte, was auf ein höchst langsames Abnehmen des Druckes hindeutet. Gesetzt den Fall, dass wir durch anhaltendes Rühren eine vollständige Sättigung erreicht haben, so entspricht diesem höchsten Sättigungsgrad auch ein höchster Druck, wobei aber dieser Zustand kein stabiler ist, sondern sofort beim Ausschalten des Rührers der Wirkung der Schwere nachgibt, wodurch ein äusserst langsames Kriechen des Quecksilbers im Manometer entsteht. Also steht diese Erscheinung in vollem Einklang mit der oben erwähnten Vorstellung.

Etwas weniger variabel ist die Dichte der Flüssigkeit, und dabei bleibt der Druck konstant. Beim Dampfvolumen vergrössert der Rührer die Dampfdichte und zugleich auch den Druck, bei der Flüssigkeit geschieht das umgekehrte, insofern der Rührer gewissermassen die Entfernung der Molekülkomplexe zu vergrössern strebt und den unter der Wirkung der Schwere vielleicht flach an einander gedrückten Gebilden zu einer etwas runderen Gestalt verhilft. Die beiden letzten Serien für $t = 193^0{,}07$ und $193^0{,}57$ geben einen kurzen Überblick über den Vorgang, wo die letzten Zahlenwerte das grösste Volumen bedeuten, welches man durch langes vorsichtiges Rühren herstellen konnte.

## § 10. Beobachtungen über die Grenzvolumina von Dampf und Flüssigkeit zur Bestimmung des kritischen Volumens.

Es wurden noch unabhängig von den Bestimmungen der Isothermen spezielle Messungen über die extremen erreichbaren

Flüssigkeits- und Dampfvolumina vorgenommen, erstens, um aufzuklären, wie nahe man die Drucke in beiden Fällen durch beständiges Mitwirken des Rührers bringen kann, und zweitens, um genaueres Material für das Gesetz der geraden Mittellinie zu sammeln und aus demselben genaue kritische Konstanten zu bestimmen. Diese Beobachtungen wurden ebenfalls für die Borneollösung ausgeführt.

In der folgenden Tabelle VIII sind diese Resultate niedergelegt, wie dieselben sich für reinen Äther als Mittelwerte von Messungen an zwei verschiedenen Tagen ergaben.

Tabelle VIII.

| $t$ | $v$ | $p$ |
|---|---|---|
| 190°,18 | 2,747 ccm | 34,40 Atm. |
| | 5,891 | 34,24 |
| 191 ,18 | 2,833 | 34,92 |
| | 5,568 | 34,74 |
| 192 ,17 | 2,945 | 35,46 |
| | 5,179 | 35,38 |
| 193 ,17 | 3,163 | 35,97 |
| | 4,680 | 35,94 |
| 193 ,36 | 3,232 | 36,08 |
| | 4,463 | 36,07 |
| 193 ,56 | 3,505 | 35,23 |
| | 4,154 | 36,21 |

Tabelle IX.

| $t$ | $v$ | $p$ |
|---|---|---|
| 194°,17 | 3,020 ccm | 36,18 Atm. |
| | 5,558 | 35,52 |
| 194 ,67 | 3,152 | 36,34 |
| | 5,237 | 35,86 |
| 194 ,98 | 3,224 | 36,49 |
| | 5,078 | 36,04 |
| 195 ,08 | 3,326 | 36,49 |
| | 5,006 | 36,10 |
| 195 ,18 | 3,399 | 33,58 |
| | 4,879 | 36,26 |
| 195 ,28 | 3,520 | 36,59 |
| | 4,788 | 36,29 |
| 195, 38 | 3,721 | 36,62 |
| | 4,700 | 36,36 |

In der Tabelle IX finden sich ähnliche Angaben für die Borneollösung.

Hierbei sei nochmals darauf hingewiesen, dass es in diesem letzten Fall keinen reinen kritischen Zustand gibt, da nach dem scheinbaren Verschwinden des Meniskus beim Vergrössern des Volumens die flüssige Phase wiederum sichtbar wird. Diese Erscheinung ist mit dem Namen „retrograde Kondensation" bezeichnet worden. In unserem Fall haben wir es aber mit einer sehr geringen Beimengung eines zweiten Körpers zu tun, daher macht sich dieser erwähnte Umstand nur sehr wenig geltend.

Für die niedrigeren Temperaturen wurden hier keine Wiederholungen vorgenommen. Bei den späteren Auswertungen

werden dieselben durch diejenigen ergänzt werden, die bei den Isothermenbestimmungen vorgeführt worden sind. Bei $t = 195,^{0}18$ erscheint bereits beim Flüssigkeitsvolumen die Röhre mit weisslichem Nebel erfüllt, wobei aber der Meniskus immer noch zu erkennen ist; bei $t = 195^{0},28$ ist dieser Nebel beträchtlich intensiver geworden, und im letzten Fall ($t = 195^{0},38$) macht der ganze Inhalt den Eindruck eines vollständigen kritischen Zustandes, wobei die Röhre total undurchsichtig erscheint. Im weiteren Verlauf gelang es keine Bestimmungen vorzunehmen.

Von allen diesen Werten in Tabelle VIII und IX soll später Gebrauch gemacht werden.

## § 11. Einfluss der Abkühlungsgeschwindigkeit auf das Erscheinen des Meniskus.

Die anfänglichen Beobachtungen zeigten bereits klar, dass die Temperatur, die das Thermometer anzeigt, beträchtlich von der richtigen kritischen Temperatur abweichen muss, wenn man beim Abkühlen des Stoffes oberhalb der kritischen Temperatur das Erscheinen des Meniskus hervorruft. Sie muss nämlich immer niedriger sein, da das Thermometer sich ausserhalb der Versuchsflüssigkeit befindet und die Abkühlung durch die Rohrwand hindurch nach innen stattfindet. Je langsamer und vorsichtiger man die Temperaturerniedrigung vor sich gehen lässt, umso weniger muss die Differenz betragen.

Es wurden nun Versuche über diese Frage angestellt, um zu sehen, wie die Sache sich mit einem solchen Thermostaten gestaltet und wie nahe man der kritischen Temperatur auf diesem Wege kommen kann. Hier benutzte man nicht die umgekehrte Methode, nämlich die Bestimmung der Temperatur des Verschwindens des Meniskus, da diese wegen der Druckregulierung des Siedeapparates etwas mühevoller gewesen wäre.

Eine erste Beobachtungsserie mit reinem Äther wurde in der Weise ausgeführt, dass man nur den äusseren Rührer energisch funktionieren liess, während die inneren Schichten des Äthers selbst ungerührt blieben.

| $t$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
|---|---|---|---|
| $195^{0},18$ | 3,741 ccm | 37,13 Atm. | — |
| 193 ,55 | 3,669 | 36,21 | 0,394 |

Die erste Zeile gibt an, von welchen Anfangsbedingungen man bei der Abkühlung ausging. Man hielt den Thermostaten etwa $\frac{1}{2}$ Stunde bei der angegebenen Temperatur und erreichte nach einer Stunde langsam abkühlend $t = 193^0,56$, worauf man in der Mitte der Röhre beim Hindurchblicken rötliche Färbung bemerkte. Indem man dann ein wenig mit dem äusseren Rührer wirkte, zeigte sich der Meniskus, der wiederum bald verschwand.

| $t$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
|---|---|---|---|
| $196^0,23$ | 3,489 ccm | 37,80 Atm. | — |
| 193 ,55 | 3,396 | 36,21 | 0,009 |

Bei diesem Volumen wurde der Versuch wiederholt, wobei sich hier Färbung und Trübung bemerkbar machte, der Meniskus aber ganz oben sichtbar wurde und sich dort bald auflöste.

| $t$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
|---|---|---|---|
| $196^0,21$ | 3,665 ccm | 37,78 Atm. | — |
| 193 ,56 | 3,578 | 36,23 | 0,229 |

Hier vergrösserte man etwas das Volumen und verfuhr in ähnlicher Weise wie früher. Wenn man nur den äusseren Rührer benutzte, so zeigte sich nie intensiver Nebel, sondern nur an der Stelle des Meniskus Trübung, was darauf hindeutet, dass der Inhalt bei voller Temperaturkonstanz nicht homogen war.

| $t$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
|---|---|---|---|
| $196^0,21$ | 4,046 ccm | 37,63 Atm. | — |
| 193 ,57 | 3,972 | 36,22 | 0,843 |

In diesem Fall, wo das Volumen über das kritische vergrössert ist, zeigt sich zunächst im unteren Teil der Röhre rötlicher Nebel, der allmählich farblos wird, wobei der Meniskus sich langsam vom Boden erhebt. Wiederum ein Beweis, dass die schwereren flüssigen Teile auch oberhalb der kritischen Temperatur sich im unteren Teil der Röhre konzentriert hatten.

Die folgende Beobachtungsserie wurde nun in ähnlicher Weise ausgeführt, nur mit dem Unterschiede, dass man eifrig auch den inneren Rührer in Funktion hielt.

Man ging immer von einer höheren Temperatur aus und kühlte dann langsam ab, wobei man zuerst den Druck des Ther-

mostaten auf $t = 193^0,46$ einstellte. So hatte man genügend Zeit die Erscheinung genauer zu verfolgen.

| $t$ | $v$ | $\frac{v_d}{v}$ |
|---|---|---|
| $193^0,51$ | 3,942 ccm | 0,761 |
| 193 ,55 | 3,755 | 0,394 |
| 193 ,57 | 3,594 | 0,088 |
| 193 ,55 | 3,809 | 0,444 |

Man wiederholte die Beobachtungen bei einem grösseren, kleineren und mittleren Volumen. Der vierte Versuch wurde in der Weise abgeändert, dass man den Stoff zunächst 10 Minuten lang bei $200^0$ gehalten hatte, um zu sehen, ob ein Einfluss sich geltend machte.

Im ersten Fall herrscht bei $t = 193^0,56$ rötlicher Nebel, der Meniskus erscheint erst bei $t = 193^0,51$, wobei zunächst der Nebel verschwindet. Im zweiten Fall zeigt sich bereits bei $t = 193^0,71$ ein sehr leichter Nebel, der bei $193^0,60$ etwas stärker wird.

Bei $t = 193^0,56$ füllt sich das Rohr mit sehr dichtem rötlichem Nebel an, der beim weiteren Rühren in Trübung übergeht, keinen Meniskus entstehen lässt, sich aber wiederum in Nebel verwandelt. Erst bei $t = 193^0,55$ entwickelt sich aus der Trübung der Meniskus.

Im dritten Fall ist der Charakter der Erscheinung ein ähnlicher, indem sich bei $t = 193^0,66$ rötlicher Nebel und dann Trübung zeigt, worauf ganz oben ein Meniskus erscheint, der sich allmählich senkt.

Im vierten Fall erkannte man Spuren von rötlichem Nebel bei $t = 193^0,76$, worauf dieser Nebel immer intensiver wurde, sich in Trübung verwandelte und bei $t = 193^0,55$ den Meniskus erscheinen liess.

Alle diese Versuche würden sich auch ebenso gut in umgekehrter Richtung durchführen lassen, wo man das Verschwinden des Meniskus beobachten würde. In diesem Fall würde $t$ sich etwas höher ergeben, als die wahre kritische Temperatur.

So gestaltet sich der kritische Zustand ohne und mit innerem Rührer: bei homogener Masse haben wir gleichmässige Nebelbildung des ganzen Rohrinhalts, ohne Durchrührung der Schichten bildet sich jedoch der Nebel in der Gegend, wo der Meniskus entsteht.

Hierbei soll noch auf einen sehr wichtigen Umstand hinge-

wiesen werden, nämlich dass bereits oberhalb der kritischen Temperatur, z. B. bei $t = 193^0{,}76$, ein rötlicher Nebel konstatiert wurde, wo bereits der gasförmige Zustand eingetreten und der Stoff homogen sein müsste. Dieses nimmt man bei einer Schichtdicke von nur einigen wenigen Millimetern wahr!

Gesetzt den Fall, dass wir zur Beobachtung eine Röhre von mehreren Zentimetern Durchmesser wählen wollten, so steht zu erwarten, dass wir mit Hülfe eines empfindlichen Photometers oder einer photographischen Methode noch weit oberhalb der kritischen Temperatur eine stärkere Lichtabsorption konstatieren könnten, besonders wenn wir das Volumen mit dem kritischen fast identisch wählen sollten.

Dieses würde vollständig im Einklang sein mit dem Charakter der Isotherme, die noch oberhalb der kritischen Temperatur einen fast horizontalen Teil besitzt, wie im Fall des gesättigten Dampfzustandes. Dieses soll eben besagen, dass oberhalb der kritischen Temperatur noch die flüssige Phase in feinverteiltem Zustande fortbesteht, ohne dass dabei ein Meniskus zustande kommt.

Ich glaube, das hier die Einwände inbetreff verschiedener Verunreinigungen nicht stichhaltig sind. Die erwähnte Eigenschaft kommt ganz besonders reinen und einheitlichen Stoffen zu.

Es müssen hier noch einige Beobachtungen Platz finden, die sehr deutlich die Bedeutung beider Rührer in solchen Fällen illustrieren. Das Volumen wurde bei allen diesen Versuchen in der Nähe des kritischen gehalten, nämlich $v = 3{,}809$ ccm. $t$ soll wiederum die Temperatur bedeuten, die abgelesen wurde im Moment, wo der Meniskus sich zeigte, $\tau$ aber die Zeitdauer in Sekunden, in welcher das Thermometer um $0^0{,}1$ fiel, woraus man die Abkühlungsgeschwindigkeit ersieht.

| | $t$ | $\tau$ |
|---|---|---|
| I. | $193^0{,}51$—$193^0{,}56$ | $24^s$ |

Nachdem man 30 Min. lang das Rohr bei $t = 197^0$ gehalten hatte, kühlte man es ab, wobei nur im Glyzerinbade gerührt und nach einer Uhr das Fallen des Thermometers verfolgt wurde. Der Meniskus erschien etwas unterhalb der Mitte.

| | $t$ | $\tau$ |
|---|---|---|
| II. | $192^0{,}97$ | $24^s$ |
| | $192\ ,67$ | 22 |

Im Falle II wiederholte man den Versuch I, mit dem Unterschiede, dass man von keinem Rührer Gebrauch machte. Hier zeigte sich bei $t = 193^0{,}07$ in der Mitte Nebel.

| | $t$ | $\tau$ |
|---|---|---|
| III. | $190^0{,}18$ | $2^s$ |

Nachdem man das Rohr 10 Minuten lang bei $t = 197^0$ gehalten hatte, löschte man den Bunsenbrenner aus und beobachtete die Erscheinung bei sehr schneller Abkühlung, ohne von den Rührern Gebrauch zu machen. Hierbei zeigte sich bei der Bildung des Meniskus der Nebel und die Trübung nicht längs des ganzen Inhalts, sondern nur an der Stelle, wo der Meniskus entstand.

| | $t$ | $\tau$ |
|---|---|---|
| IV. | $193^0{,}41$ | $16^s$ |
| | 193 ,33 | 12 |
| | 192 ,47 | 1,8 |

In der IV. Serie wurde von beiden Rührern Gebrauch gemacht, wobei das Rohr vorher lange Zeit bei $t = 197^0$ gehalten wurde. Die letzte der 3 Beobachtungen entspricht vollständig III, nur wurde in diesem Falle gerührt. Hier erkennt man besonders klar die Bedeutung des äusseren Rührers, da dank demselben $t$ sich um mehr als $2^0$ der kritischen Temperatur näher ergab.

Ähnliche Versuche wurden auch mit der ersten Luftmischung ausgeführt, wobei man gleichfalls von $t = 197^0$ ausging. Im folgenden sind hierzu die Werte gegeben.

| $t$ | $\tau$ |
|---|---|
| $193^0{,}07$ | $24^s$ |
| 192 ,92 | 15 |
| 192 ,37 | 8 |

Hierbei wurde die ganze Zeit im Innern und im Glyzerinbade gerührt. Der Nebel zeigte sich bei einer um $0^0{,}1$ höheren Temperatur.

Anders gestaltet sich hier der Vorgang, wenn man die inneren Schichten nicht durchrührt. Die Schichten haben sich noch nicht durchmischen können und es bildet sich auch kein Nebel. Der Meniskus erscheint sogar beträchtlich früher, als in dem Fall, wo auch innen gerührt wurde, wie die folgenden Werte zeigen:

| $t$ | $\tau$ |
|---|---|
| $192^0{,}57$ | $5^s$ |

Inbezug auf das Erscheinen des Meniskus kann man über beide Fälle, ohne Luft und mit Luft, aussagen, dass derselbe sich ruhig bildet, mit einer Trübung in der Umgebung des Meniskus, wenn man bei hoher Temperatur nur aussen gerührt hat. Sind die Schichten aber bei hoher Temperatur bereits durcheinandergerührt, so zeigt sich der Nebel und die Trübung in der ganzen Länge des Rohres. Aus diesen Erscheinungen muss man schliessen, dass der Stoff oberhalb der kritischen Temperatur nicht homogen ist, da im ersten Fall der Inhalt des Rohres oben und unten (in Dampf- und Flüssigkeitsteil) durchsichtig bleibt.

Wie nun alle diese Versuche gezeigt haben, erhält man für das Erscheinen des Meniskus Temperaturen, unter denen die höchste beobachtete 193°,57 war. Dabei ist kein Unterschied, ob die inneren Schichten durchgerührt waren, oder ob der Meniskus in der inhomogenen Masse zum Vorschein kam. $t$ ergab sich in beiden Fällen gleich gross. Diese Grösse hängt aber von der Wärmeleitung des Zwischenmediums zwischen der Thermometerkugel und dem Äther ab.

Bei einer anderen Wandstärke des Versuchsrohres würden sich diese Temperaturen anders ergeben haben.

Man machte nun einen Versuch, durch sehr langsame Abkühlung diese Temperatur noch etwas heraufzubringen, um zu sehen, wie nahe man der kritischen Temperatur auf diese Weise kommen kann. Man wusste, dass 193°,71 oberhalb der kritischen Temperatur liegt, da es hier nämlich unter keiner Bedingung gelang, einen Meniskus hervorzurufen. Man wollte alsdann von dieser Temperatur langsam abwärts schreiten.

Bemühungen, solche geringe Temperaturdifferenzen für diesen speziellen Zweck durch Druckregulierung des Thermostaten zu erreichen, hätten schwerlich zum Ziel geführt. Man bediente sich daher zu diesem Zweck des Rührers im Glyzerinbade, indem man ihn, lange Zeit rührend, jedes Mal mit dem einen Ende in die obere etwas kühlere Luftschicht heraushob. Nach langem Rühren fiel die Temperatur auf diese Weise bis auf 193°,63, wobei im Versuchsrohr sich ein äusserst dichter Nebel bildete. Beim weiteren Fortsetzen mit dem Rühren in ähnlicher Weise gelang es die Temperatur bis auf 193°,60 zu erniedrigen, wo bereits der Meniskus ganz deutlich sichtbar wurde.

Wie wir später sehen werden, weicht diese direkt bestimmte kritische Temperatur nur um ein oder anderthalb Hundertstel Grad

von derjenigen ab, die das Gesetz der geraden Mittellinie von Mathias zu bestimmen gestattet. Die richtige kritische Temperatur muss selbstverständlich etwas höher sein. Die bei diesem Versuch gemessenen Grössen mögen hier mitgeteilt werden:

| $t$ | $v$ | $p$ | $\frac{v_d}{v}$ |
|---|---|---|---|
| 193°,60 | 3,739 ccm | 36,275 Atm. | 0,459. |

## § 12. Ein Versuch ohne Druckapparat über die Temperaturverhältnisse im Innern des Rohres beim Verschwinden des Meniskus.

Wenn nun im Falle des kritischen Volumens der Meniskus verschwindet, während die Schichten ungerührt bestehen bleiben, in der Art, dass die Dichte im unteren Teil der Röhre grösser ist, als im oberen, so fragt es sich, ob nicht noch beständig eine Umwandlung der unteren flüssigen Teile in eine Dampfform bemerkbare Wärme verbraucht, wodurch im Innern des Rohres selbst Temperaturdifferenzen zustande kommen könnten.

Villard[1]) hat beispielsweise mit einem Nattererrohr, in welches oben und unten Thermometer eingeschmolzen waren, Temperaturdifferenzen konstatiert, die einige Grad betrugen. Bei seinen Versuchen war aber so wenig Flüssigkeit genommen worden, dass diese sich bei langsamem Erwärmen gänzlich in Dampf verwandeln konnte.

Um im vorliegenden Fall diese Frage experimentell zu entscheiden, musste noch zur Ergänzung ein ähnlicher Versuch vorgenommen werden.

Das Einschmelzen von Thermometern ist eine ziemlich komplizierte Prozedur und gelingt nur dann vorzüglich, wenn das ganze System aus ein und derselben Glassorte hergestellt wird; es musste daher im gegebenen Fall eine einfachere Methode ersonnen werden.

Als bestes Kriterium zur Feststellung einer bestimmten Temperaturdifferenz kann man den kritischen Zustand selbst benutzen, wie dieses die vielfachen früheren Versuche gezeigt haben. Von diesem Gedanken liess man sich auch leiten.

Es war von Interesse, die Temperaturen in drei verschiedenen Höhen des Rohres mit einander zu vergleichen, im oberen

1) Comptes rendus 121, p. 115, 1895.

Dampfteil, in der Meniskusgegend und unten im Flüssigkeitsgebiet. Es wurde zu dem Zweck ein System von vier Röhren mit reinem Äthyläther in Mengen, welche ungefähr dem kritischen Volumen entsprechen sollten, hergestellt, in der Weise, dass eine äussere breite und lange drei kleine übereinander in sich schloss. (Fig. 11.)

Dazu wurde ein Rohr von 4—5 m/m lichter Weite genommen, an einer Stelle dickwandig zusammengeschmolzen und die beiden offenen Enden weiter zur Einfüllung des Äthers eingerichtet, wodurch ein Paar der inneren Röhren hergestellt war. Nachdem dieselben beide in üblicher Weise mit Äther gefüllt und abgeschmolzen waren, wurde das dritte Stück aus demselben Rohr drangeschmolzen und in dasselbe gleichfalls die nötige Menge Äther hineingetan.



Fig. 11.

Dieses System konnte hierauf durch den etwas breiter gelassenen Hals eines Rohres von ca. 2 cm lichter Weite in dasselbe hineingeführt werden, worauf dieses Mantelrohr ebenfalls gefüllt wurde, wobei es hier möglich war, auch die verdächtigen Zersetzungsgase durch einen Quecksilberfaden von dem Hauptraum abzusperren.

Dieses ca. 18 cm lange Rohr konnte dann ins Glyzerinbad des Thermostaten gebracht und auf die kritische Temperatur erhitzt werden.

Bei der Erwärmung flachte sich der Meniskus in allen 4 Abteilungen ruhig ab. War die Temperatur bis auf 193°,8 heraufgegangen, so verschwand der Meniskus aller vier Röhren genau zu gleicher Zeit. Wäre nur 0°,1 Temperaturdifferenz vorhanden gewesen, so wäre dieses sicherlich aufgefallen.

Bei Wiederholung des Versuches in umgekehrter Lage des Rohres, während der Quecksilberfaden nach unten zu stehen kam, erhielt man dasselbe Resultat. Natürlich konnte hier nur im Glyzerinbade gerührt werden. Also kann man auf Grund dieses Versuchs wohl als Tatsache gelten lassen, dass beim kritischen Zustande die Temperatur in verschiedenen Höhen die gleiche bleibt.

Ausserdem scheinen die Zersetzungsgase beim Zulöten der inneren Röhren keine merkliche Rolle gespielt zu haben, wie dieses vielfach vorausgesetzt wird, da bei ihnen sonst wohl ein früheres Verschwinden des Meniskus bemerkbar gewesen wäre.

## § 13. Versuchsergebnisse.

Schreiten wir nun zur genaueren Bestimmung der kritischen Konstanten des reinen Äthyläthers.

Aus dem Isothermennetz geht hervor, dass die kritische Isotherme zwischen 193°,56 und 193°,66 liegen muss. So ist bereits die kritische Temperatur und auch der kritische Druck ziemlich genau bekannt, welcher nämlich zwischen 36,22 und 36,32 Atm. liegen muss. Wo das kritische Volumen zu stehen kommt, dieses haben wir bisweilen aus der intensivsten Nebelbildung erraten, und folgern somit, dass es ungefähr bei 3,7 oder 3,8 ccm liegen dürfte. Nun wollen wir sehen, wie sich die Aufsuchung dieser letzten Grösse nach dem Gesetz der geraden Mittellinie gestaltet.

Indem wir die Tabelle VIII benutzen, können wir die Werte auf Koordinatenpapier auftragen und nach der erhaltenen Kurve die kritische Temperatur und das kritische Volumen leicht extrapolieren. Die Kurve, die einer schiefen Parabel ähnlich aussieht, deren Axe zur Abszisse eine Neigung von ca. 8 Grad hat, ergab für $t_k = 193°,61$ und für $v_k = 3,83$ ccm. Um nun das Durchmessergesetz von Mathias inbezug auf die Dichten zu untersuchen, wurden die Volumina umgewertet, wobei man hierzu bereits die ausgeglichenen $v$ aus der Kurve entnahm. In der folgenden Tabelle befinden sich die umgerechneten Dichten des Dampfes und der Flüssigkeit.

Tabelle X.

| $t$ | $\delta_s$ | $\delta_\sigma$ |
|---|---|---|
| 190°,0 | 0,1685 | 0,3648 |
| 191 ,0 | 1774 | 3552 |
| 192 ,0 | 1901 | 3418 |
| 193 ,0 | 2116 | 3223 |
| 193 ,3 | 2222 | 3108 |
| 193 ,5 | 2336 | 2945 |
| 193 ,56 | 2395 | 2865 |

Aus den 5 ersten Werten ergibt sich, dass die Axe der Parabel genau horizontal liegt, und ferner als Mittelwert für die kritische Dichte

$$\delta_k = 0,2665,$$

woraus für das kritische Volumen folgt:

$$v_k = 3{,}752 \text{ ccm},$$

also beträchtlich kleiner, als bei der Mitberücksichtigung der beiden der kritischen Temperatur ganz nahe liegenden Werte.

Es fragt sich nun, wodurch diese starke Neigung der Parabelaxe in der nächsten Nähe des kritischen Punktes bedingt gewesen sein mag? Es gelang ja überhaupt nur mit Hülfe des Rührers diese minimalen Dampfvolumina zu realisieren. Da nun die flüssigen Molekülkomplexe bei dieser Temperatur noch beträchtliche Grösse besitzen und das Bestreben haben sich in grössere zusammenzuballen, so bildet sich infolge der Wirkung der Schwere über dem Quecksilber die flüssige Phase, obgleich man sich Mühe gibt, mit dem Rührer die zusammendrückbaren Teilchen nach oben zu zerstreuen. Die gemessenen Volumina müssen daher zu gross ausfallen. Aus dem Grunde ist es am Platz, dem geraden Durchmessergesetz volle Geltung zuzuerkennen.

Dadurch, dass überhaupt eine Verzögerung der Verdampfung auch bei niedrigen Temperaturen durch den Rührer beseitigt wird, muss in unserem Fall die kritische Dichte grösser ausfallen, als bei älteren Bestimmungen, wo kein innerer Rührer benutzt wurde.

Auf diese Weise ergibt sich ein beträchtlich kleinerer Wert, als nach dem Volumendiagramm.

In dem Falle, wo man es mit einer Mischung von 2 verschiedenen Stoffen zu tun hat, kann man von keinem reinen kritischen Zustande reden. Bei meinen Versuchen war in der Borneollösung der Zusatz des zweiten Stoffes sehr gering, so dass noch eine ziemlich reine kritische Erscheinung beobachtet werden konnte, mit dem Unterschiede, dass sich später etwas Flüssigkeit doch noch kondensierte. Somit wollen wir auch hier bei dem sogenannten unreinen Äther das Durchmessergesetz untersuchen.

In der folgenden Tabelle XI sind für die Dichtigkeiten des Dampfes und der Flüssigkeit nach dem Volumendiagramm die Werte zusammengestellt, wobei Tabelle IV und IX benutzt worden sind.

Tabelle XI.

| $t$ | $\delta_s$ | $\delta_\sigma$ |
|---|---|---|
| 190°,0 | 0,1385 | 0,3785 |
| 191 ,0 | 1443 | 3731 |

Tabelle XI. Fortsetzung.

| $t$ | $\delta_s$ | $\delta_\sigma$ |
|---|---|---|
| 192°,0 | 1517 | 3634 |
| 193 ,0 | 1612 | 3495 |
| 194 ,0 | 1746 | 3317 |
| 195 ,0 | 1975 | 3030 |
| 195 ,2 | 2053 | 2915 |
| 195 ,4 | 2165 | 2703 |
| 195 ,5 | 2273 | — |
| (195 ,5 | 0,2510 | —) |

Alle Werte der Tabellen X und XI sind auf Fig. 12 auf Koordinatenpapier aufgetragen und die Kurven gezogen worden.

Wir sehen nun, dass sich für den reinen Äther die

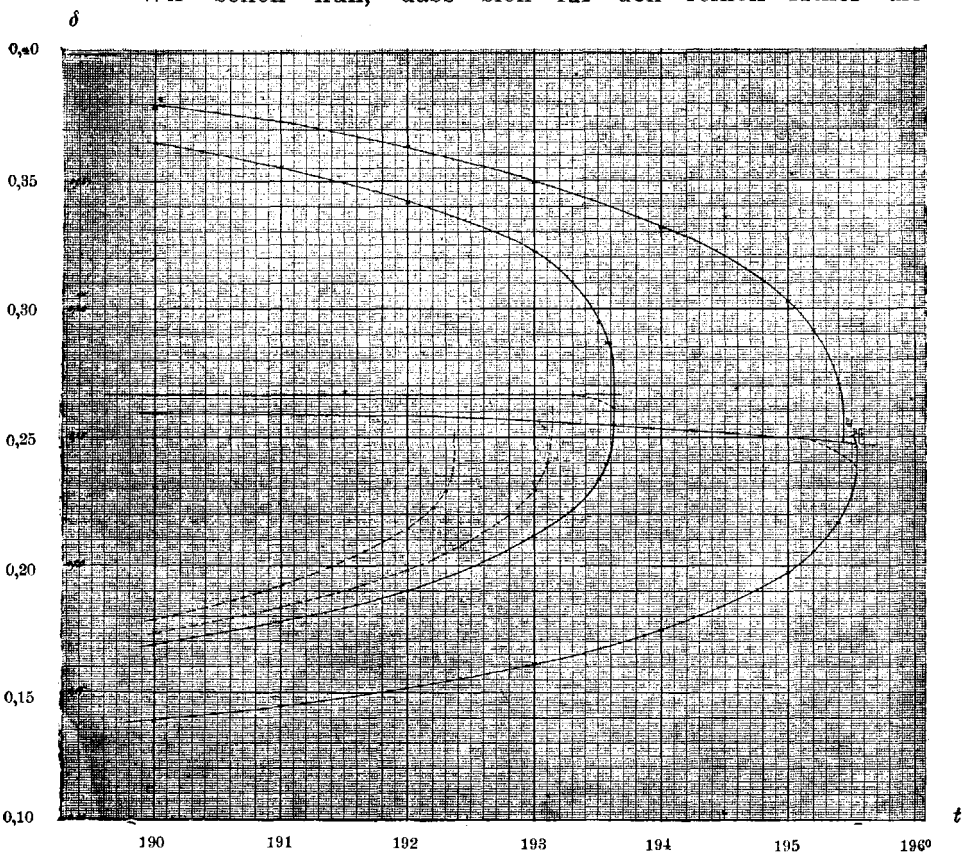



Fig. 12.

Mittellinie als eine Gerade erweist, wenn wir die beiden Beobachtungspaare in der nächsten Nähe des kritischen Punktes nicht mitberücksichtigen wollen, weil sie nach obiger Erklärung eine kleine Unsymmetrie in der Kurve hervorrufen.

Ganz anders gestaltet sich die Sache bei der Borneollösung: die Mittellinie ist hier keine Gerade, sondern neigt sich allmählich nach der Abszissenaxe hin. Die Eigenschaft der Krümmung der Mittellinie ist von Young[1]) auch bei einheitlichen Stoffen wahrgenommen worden. In der allernächsten Nähe des kritischen Punktes verhält sich also der Ätherdampf ähnlich, wie im Fall, wo ein Fremdkörper infolge der Schwere ein allzugrosses Dampfvolumen bewirkt. Die flüssigen Molekülkomplexe gravitieren genau ebenso und liefern die oben erwähnte Abweichung von der Horizontallinie.

Die beiden Kurvenäste für die Dichtigkeiten der Borneollösung verhalten sich anders, als bei reinem Stoff; die Hälfte für die Dampfphase durchschneidet die Horizontale etwas weiter, so dass wir zwei Temperaturen bekommen, für welche die Dichten gleichfalls etwas verschieden sind.

Wir erhalten also aus der Graphik folgende Werte:

$$t_{k_1} = 195^0{,}44 \quad \text{und} \quad t_{k_2} = 195^0{,}54;$$

ebenso

$$\delta_{k_1} = 0{,}2480 \quad \text{und} \quad \delta_{k_2} = 0{,}2475,$$

Grössen, die wegen der Kleinheit der Beimischung recht nahe bei einander liegen.

Den ersteren Punkt bezeichnet man als den kritischen Faltenpunkt, den zweiten als den kritischen Kontakt, wobei $t_{k_1} < t_{k_2}$ ist.

Um $0^0{,}3$ vom kritischen Punkt entfernt sehen wir ganz genau dieselbe Abweichung vom Durchmessergesetz, wie bei reinem Äther, wo der Rührer gegen die Schwere doch nichts mehr auszurichten imstande ist.

Die Kurve illustriert sehr anschaulich den Einfluss der Verunreinigung auf die Flüssigkeits- und Dampfdichte, wo die letzteren Werte beträchtlich kleiner ausfallen.

---

1) Phil. Mag. 50, p. 291, 1900.

Wir sehen, dass die weniger flüchtigen Borneolteilchen oberhalb der kritischen Temperatur des reinen Äthers noch weiter als Kondensationskerne für die Molekülkomplexe dienen, dieselben dem Ätherdampf entziehen und dadurch die Dampfdichte herabsetzen.

Als Folge ergibt sich dann auch ein grösserer Kontrast der Dichtigkeit des Dampfes und der Flüssigkeit und eine erhöhte kritische Temperatur.

Der Vollständigkeit halber sind in dieser Figur auch für die Luftmischung die entsprechenden Dampfdichten eingetragen, da es hier ja nicht gelang, die flüssige Phase rein zu erhalten. Man sieht, wie beträchtlich die Dampfdichte bei Luftzusatz zugenommen hat. Das Gas hilft die flüssigen Teilchen leichter in der Schwebe zu halten, da die den Molekülkomplexen des Äthers fremden Luftmolekel gewissermassen eine isolierende Hülle zwischen ihnen bilden, wodurch ein kleinerer Kontrast der Dampfdichte und derjenigen der flüssigen Phase und infolgedessen eine Erniedrigung der kritischen Temperatur eintreten muss.

Wollen wir sehen, ob die letztere nicht nach der Mischungsformel berechnet werden kann. Die kritische Temperatur der atmosphärischen Luft beträgt — 140°,5. Daher wären in unseren beiden Fällen mit Luftzusatz folgende kritische Temperaturen zu erwarten:

$$t'_k = \frac{0{,}27840.\ 193{,}61 - 0{,}00066.\ 140{,}5}{0{,}27840 + 0{,}00066} = 192^0{,}8;$$

$$t''_k = \frac{0{,}27840.\ 193{,}61 - 0{,}00197.\ 140{,}5}{0{,}27840 + 0{,}00197} = 191^0{,}3.$$

Die beobachteten kritischen Temperaturen betrugen aber 193°,14 und 192°,37, so dass die Abweichungen 0°,34 und 1°,07 ausmachen. Dieselben sind dem Luftzusatz fast proportional. Die Mischungsformel ist also nicht zulässig.

Diese letztere mag bis zu gewissem Grade zutreffen, wenn die kritischen Temperaturen der beiden Komponenten nicht zu weit von einander abstehen, wo man aber auch in solchen Fällen ziemlich schlechte Übereinstimmung gefunden hat.

Weiter wollen wir uns mit der Bestimmung des kritischen Druckes näher beschäftigen. Da uns die kritischen Temperaturen bekannt sind, so ergibt sich derselbe aus der Dampfdruckskurve. Hierbei wollen wir darüber ins Klare kommen, welche Werte für den Dampfdruck zu diesem Zweck zu wählen wären. Am wichtigsten wäre es aus den oben erwähnten Gründen den Druck zu wählen, der dem Meniskus oben in der Spitze entspricht. Da nun die Unterschiede überhaupt sehr klein sind, so habe ich für reinen Äther den mittleren Druck für gesättigte Dämpfe als normal gelten lassen, d. h., $p$ soll nur Funktion der Temperatur allein sein. Für diese Kurve für reinen Äther haben wir eine sehr grosse Anzahl von Werten, die im folgenden zusammengestellt sind:

| $t$ | $p$ |
|---|---|
| 190°,18 | 34,32 Atm. |
| 190 ,68 | 34,63 |
| 191 ,18 | 34,82 |
| 191 ,68 | 35,07 |
| 192 ,18 | 35,41 |
| 192 ,37 | 35,49 |
| 192 ,57 | 35,61 |
| 192 ,77 | 35,74 |
| 192 ,97 | 35,87 |
| 193 ,17 | 35,95 |
| 193 ,26 | 36,05 |
| 193 ,36 | 36,08 |
| 193 ,46 | 36,13 |
| 193 ,57 | 36,23. |

Zugleich mögen hier Angaben für die erste Luftmischung, sowie für die Borneollösung folgen, wobei hier in beiden Fällen $p$ sich auf das gesättigte Dampfvolumen bezieht.

| Luft | | Borneol | |
|---|---|---|---|
| $t$ | $p$ | $t$ | $p$ |
| 190°,18 | 35,17 Atm. | 191°,19 | 33,47 Atm. |
| 191 ,18 | 35,77 | 192 ,17 | 34,09 |
| 192 ,17 | 36,42 | 193 ,17 | 34,70 |
| 192 ,68 | 36,76 | 194 ,17 | 35,40 |
| 192 ,88 | 36,91 | 194 ,67 | 35,86 |
| 192 ,97 | 37,02 | 194 ,98 | 36,04 |

| Luft | | Borneol | |
|---|---|---|---|
| $t$ | $p$ | $t$ | $p$ |
| 193°,07 | 37,15 Atm. | 195°,08 | 36,12 Atm. |
| | | 195 ,19 | 36,26 |
| | | 195 ,28 | 36,31 |
| | | 195 ,37 | 36,36 |
| | | 195 ,50 | 36,61. |

Für den zweiten Fall mit Luft wurden die kritischen Grössen direkt bestimmt, wobei sich ergab:

$$t_k = 192^0,37 \quad p_k = 39,36 \text{ Atm.} \quad v_k = 3,764 \text{ ccm.}$$

Zur Extrapolierung des kritischen Druckes sind nun für

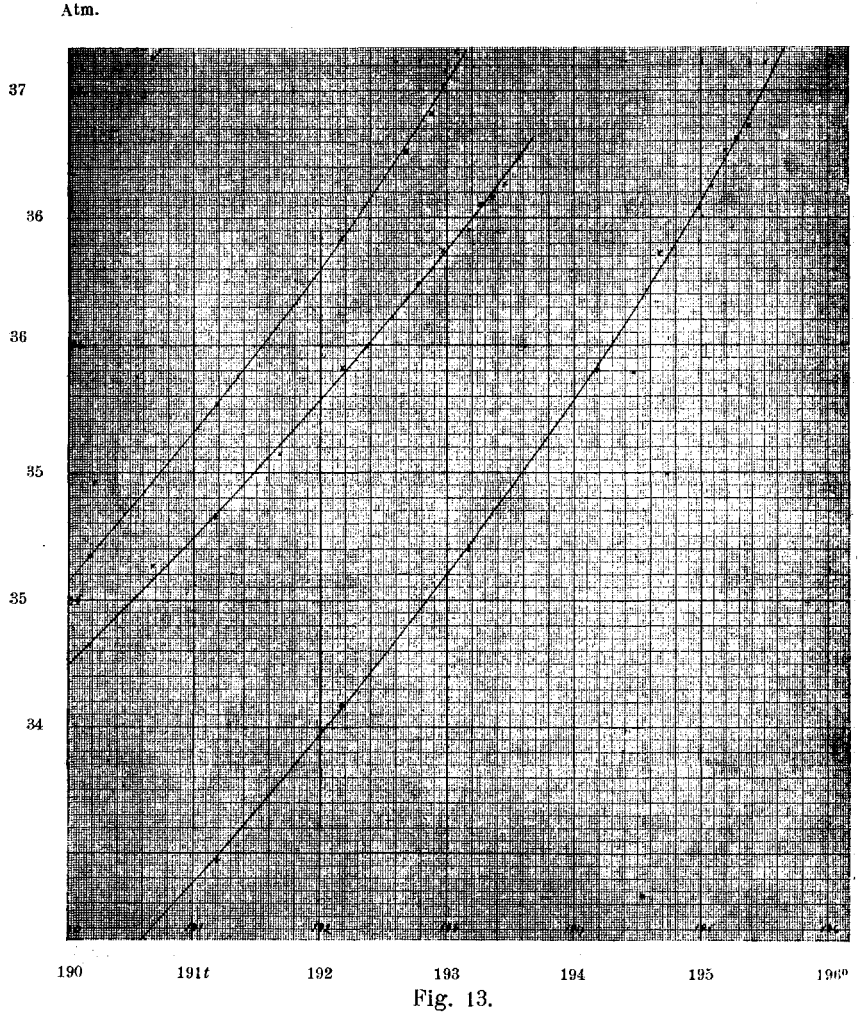



Fig. 13.

die 3 Fälle Dampfdruckkurven auf Figur 13 gezogen worden, wobei die mit Luft um eine halbe Atmosphäre nach unten verschoben ist. Darauf folgt die Kurve für reinen Äther und am niedrigsten die für die Borneollösung. Alle drei weichen etwas von einer Geraden ab, wie dieses immer gefunden wird, und man erhält aus ihnen für

| | | |
|---|---|---|
| reinen Äther | $t_k = 193^0,61$ | $p_k = 36,275$ Atm. |
| Äther mit Luft | $= 193,14$ | $= 37,15$ |
| „ „ Borneol | $= 195,44$ | $= 36,45$ |
| | $= 195,54$ | $= 36,55$. |

Wollen wir auf folgenden wichtigen Umstand unsere Aufmerksamkeit richten. Wir hatten mit Hülfe des elektromagnetischen Rührers die kritische Temperatur und den kritischen Druck für reinen Äther direkt bestimmt, wobei sich Werte ergaben, die fast genau mit denjenigen zusammenfallen, welche wir aus der graphischen Extrapolation folgern konnten.

Der innere Rührer ermöglicht also diese Grössen für einen Stoff bei Vorhandensein eines guten Thermostaten schnell zu bestimmen, wobei sich z. B. für die kritische Temperatur eine Differenz von nur höchstens $0^0,02$ herausstellte.

Wo man diese kritischen Elemente für mehrere Stoffe rasch erhalten will, da wäre diese direkte Methode allen anderen vorzuziehen.

Was die kritischen Volumina anbetrifft, so muss diese Grösse bereits nach dem Durchmessergesetz extrapoliert werden, wobei es sich wegen der Wirkung der Schwere empfiehlt, nur jene Beobachtungen, die nicht näher als etwa $0^0,3$ von der kritischen Temperatur gemacht wurden, heranzuziehen.

Von einer genaueren Untersuchung der Funktion $p = f(t)$ kann hier kaum die Rede sein, da das Temperaturintervall in unserem Fall nur einige Grade beträgt.

Für die Dampfdrucke gibt es eine grosse Anzahl von grösstenteils empirischen Formeln, von welchen wir im gegebenen Fall die van der Waals'sche aussuchen, welche sehr einfach ist und vielfach angewendet wird. Sie lautet:

$$lg \frac{p_k}{p} = f\left(\frac{T_k}{T} - 1\right)$$

wo $p_k$ den kritischen Druck, $T_k$ die absolute kritische Temperatur und $f$ eine Konstante bedeutet.

Wollen wir für unsere drei Fälle diese Formel untersuchen. Berechnet man nach ihr für verschiedene Temperaturen die Konstante $f$, so erhält man folgende Tabelle XII.

Tabelle XII.

| | Äther | Mit Luft | Mit Borneol |
|---|---|---|---|
| 190°,0 | 3,22 | 3,69 | — |
| 190 ,5 | 3,27 | 3,77 | — |
| 191 ,0 | 3,33 | 3,86 | 4,01 |
| 191 ,5 | 3,42 | 3,97 | 4,08 |
| 192 ,0 | 3,48 | 4,12 | 4,16 |
| 192 ,5 | 3,54 | 4,27 | 4,24 |
| 193 ,0 | 3,68 | 4,57 | 4,34 |
| 193 ,5 | 4,07 | — | 4,45 |
| 194 ,0 | — | — | 4,60 |
| 194 ,5 | — | — | 4,78 |
| 195 ,0 | — | — | 4,97 |

Aus der Tabelle ersieht man, dass $f$ mit der Temperatur zunimmt. Im allgemeinen gilt es, je grösser $f$ ist, umso stärker ist der Druckgradient. Für reinen Äther findet sich in der Literatur der Wert 3,01, der sich auf ein grösseres Temperaturbereich bezieht. In der Nähe der kritischen Temperatur ist dieser Wert beträchtlich grösser. Immerhin würde für dieses kleine Temperaturintervall ein Mittelwert ziemlich gute Übereinstimmung mit der Formel liefern.

Weiter wollen wir uns mit der Neigung der Isothermen in dem Gebiet beschäftigen, wo beide Phasen vorhanden sind oder in einander übergehen.

Wir hatten gesehen, dass auch bei reinem Äther eine schwache Neigung gefunden wurde.

Mögen] die Volumina des gesättigten Dampfes und der Flüssigkeit, wie gewöhnlich, mit $s$ und $\sigma$, die ihnen entsprechenden Drucke mit $p_s$ und $p_\sigma$ bezeichnet werden, so kann man für verschiedene Temperaturen den Neigungskoeffizienten

$$\nu = \frac{p_\sigma - p_s}{s - \sigma}$$

bestimmen. Durch graphische Ausgleichung ergibt sich dann folgendes:

| $t$ | $\nu$ |
|---|---|
| 190°,18 | 0,075 |
| 191 ,18 | 0,054 |
| 192 ,17 | 0,033 |
| 193 ,17 | 0,012 |
| 193 ,36 | 0,008 |

Es ist möglich, dass die Änderung von $\nu$ keine lineare ist. Immerhin kann man ganz deutlich ersehen, dass die Neigung $\nu$ mit dem Wachsen der Temperatur abnimmt und beim kritischen Punkt fast Null wird. Für die Mischung mit Luft fehlt das reine Flüssigkeitsvolumen, daher kann man in diesen Fällen den Anstieg der Isotherme in der nächsten Nähe des gesättigten Dampfvolumens bestimmen, wobei hier

$$\nu = \frac{p_v - p_s}{s - v}$$

gesetzt werden mag.

Wir erhalten für unsere beiden Mischungen folgende Werte:

| $t$ | $\nu$ |
|---|---|
| 190°,18 | 0,19 |
| 191 ,18 | 0,24 |
| 192 ,17 | 0,40 |
| 193 ,07 | 0,68 |

und

| | |
|---|---|
| 190 ,18 | 0,69 |
| 191 ,18 | 0,75 |
| 192 ,17 | 1,16 |

Der Wert von $\nu$ steigt hier in beiden Fällen mit der Temperatur steil an, wobei die Abhängigkeit keine lineare ist.

Dieser Neigungskoeffizient wurde nun gleichfalls für die Borneollösung bestimmt, wobei hier wiederum die äussersten Volumina benutzt wurden.

Man hatte hier zwischen 190°,19 und 195°,38 im Ganzen 11 Paare von Werten zur Verfügung, aus denen $\nu$ berechnet werden konnte.

Es konnte hier keine Abhängigkeit des $\nu$ von der Temperatur konstatiert werden. Im Mittel ergab sich:

$$\nu = 0{,}242.$$

Wir haben es also in allen drei Fällen mit einem Neigungs-

koeffizienten zu tun, der sich aber der Temperatur gegenüber ganz verschieden verhält.

Beim oberflächlichen Betrachten der Isothermen wäre man vielleicht geneigt, zu glauben, dass diese schwache Neigung bei reinem Äther geringen Beimengungen von Gasen oder anderen löslichen Stoffen zuzuschreiben sei.

Hier stellt sich aber heraus, dass dieser Koeffizient im Falle des reinen Äthers der Temperatur gegenüber sich ganz anders benimmt, als bei Lösungen, also kann diese Tatsache als Stütze der Anschauung dienen, dass diese Neigung durch die Konstitution der Dämpfe des reinen Stoffes selbst bewirkt wird.

Aus den Isothermen lassen sich weiter einige charakteristische Unterschiede in diesen drei Fällen ableiten.

Betrachten wir zunächst alle Punkte, für welche das Volumen eines Grammes $v = \text{const.}$ ist, so können wir untersuchen, wie sich der Druck in der Abhängigkeit von der Temperatur ändert.

Auf diese Weise las man von Grad zu Grad auf den Isothermen die gleichen Volumina entsprechenden Drucke ab und trug dieselben auf ein Koordinatennetz ein. Dort liess sich dann feststellen, ob der Druck sich linear änderte oder gewissen Abweichungen unterworfen war.

Mögen $t$ und $t_1$ zwei Temperaturen und $p_t$ und $p_{t_1}$ die ihnen entsprechenden Drucke bedeuten, so berechnete man den mittleren Koeffizienten

$$\alpha_p = \frac{p_{t_1} - p_t}{t_1 - t}$$

In der folgenden Tabelle XIII sind diese Werte für die drei Fälle zusammengestellt:

Tabelle XIII.

| $v$ | $\alpha_p$ | | |
|---|---|---|---|
| | Äther | Mit Luft | Mit Borneol |
| 2,3 ccm | 1,518 | 1,620 | 1,502 |
| | | 1,293 | |
| 2,4 | 1,355 | 1,365 | 1,321 |
| | | 1,203 | |
| 2,5 | 1,212 | 1,208 | 1,166 |
| | | 1,113 | |

Tabelle XIII. Fortsetzung.

| $v$ | $\alpha_p$ | | |
|---|---|---|---|
| | Äther | Mit Luft | Mit Borneol |
| 2,6 ccm | 1,087 | 1,075 | 1,051 |
| | | 1,013 | |
| 2,7 | 0,987 | 0,963 | 0,946 |
| | | 0,910 | |
| 2,8 | 0,905 | 0,873 | 0,882 |
| | | 0,797 | |
| 2,9 | 0,823 | 0,741 | — |
| 3,0 | — | 0,707 | — |
| 6,0 | 0,351 | 0,339 | — |
| 6,5 | 0,316 | 0,303 | — |
| 7,0 | 0,286 | 0,274 | — |
| 7,5 | 0,255 | 0,250 | — |

Für reinen Äther und Borneollösung erwies sich dieser Koeffizient $\alpha_p$ als konstant, so dass die Abhängigkeit der Druckänderung von der Temperatur linear ist. $\alpha_p$ ist in der Tabelle dort für $t$ zwischen 190° und 200° oder, wo das Vorhandensein von beiden Phasen zugleich dieses ausschloss, für 191°—201°, 192°—202° und 193°—203°, also mit Extrapolation gegeben worden.

Bei der Luftmischung erwies sich dieser Koeffizient bei kleinem $v$ nur für niedrigere Temperaturen als angenähert konstant, zwischen 190°—194°, der Punkt bei $t = 197°$ wich bereits beträchtlich von dieser Geraden ab. Wo daher für Luft zwei Werte gegeben sind, bezieht sich der erste auf das Intervall 190°—194°, der zweite aber auf 194°—197°. (Für 200° fehlte hier die Isotherme).

In allen drei Fällen nimmt $\alpha_p$ mit dem Wachsen von $v$ ab. Sowohl für die Luftmischung, als auch für die Borneollösung fällt $\alpha_p$ im allgemeinen kleiner aus, nur für kleinere Volumina ist für Luft der Koeffizient grösser. Von $v$ gleich 2,9 ccm ab ist auch für die Luftmischung die Abhängigkeit eine lineare.

In ganz ähnlicher Weise wurden für gleiche Drucke die Werte von $v$ für verschiedene Temperaturen behandelt, aus denen man den Koeffizienten

$$\alpha_v = \frac{v_{t_1} - v_t}{t_1 - t}$$

ableiten konnte. Hier erwies sich die Abhängigkeit als keine

lineare, so dass man nur von einem mittleren Koeffizienten sprechen kann.

Die folgende Tab. XIV gibt das Resultat der Auswertung wieder.

Tabelle XIV.

| $p$ | Äther | | Mit Luft | | Mit Borneol | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $t_1-t$ | $\alpha_v$ | $t_1-t$ | $\alpha_v$ | $t_1-t$ | $\alpha_v$ |
| 60 Atm. | 190°—192° | 0,0130 | 190°—194° | 0,0167 | 190°—194° | 0,0110 |
| | 192 —194 | 139 | 194 —197 | 147 | 194 —197 | 154 |
| | 194 —196 | 145 | | | 197 —200 | 159 |
| | 196 —200 | 169 | | | | |
| 55 | 190 —192 | 160 | 190 —194 | 196 | 190 —194 | 150 |
| | 192 —194 | 178 | 194 —197 | 185 | 194 —197 | 180 |
| | 194 —196 | 183 | | | 197 —200 | 198 |
| | 196 —200 | 209 | | | | |
| 50 | 190 —192 | 180 | 190 —194 | 239 | 190 —194 | 197 |
| | 192 —194 | 229 | 194 —197 | 257 | 194 —197 | 217 |
| | 194 —196 | 232 | | | 197 —200 | 225 |
| | 196 —200 | 271 | | | | |
| 45 | 190 —192 | 244 | 190 —191 | 317 | 190 —194 | 251 |
| | 192 —194 | 302 | 191 —192 | 322 | 194 —197 | 305 |
| | 194 —196 | 326 | 192 —193 | 341 | 197 —200 | 408 |
| | 196 —200 | 448 | 193 —194 | 368 | | |
| | | | 194 —197 | 432 | | |
| 40 | 190 —191 | 342 | 190 —191 | 600 | 190 —191 | 319 |
| | 191 —192 | 383 | 191 —192 | 600 | 191 —192 | 344 |
| | 192 —193 | 498 | 192 —193 | 772 | 192 —193 | 377 |
| | 193 —194 | 583 | 193 —194 | 943 | 193 —194 | 455 |
| | 194 —195 | 704 | | | 194 —197 | 632 |
| | 195 —196 | 796 | | | | |
| | 196 —197 | 1039 | | | | |

$\alpha_v$ steigt im allgemeinen mit der Temperatur und beim Abnehmen des Druckes.

Bei der Luftmischung ist bei höheren Drucken eine Abweichung vorhanden, indem $\alpha_v$ mit der Temperatur abnimmt. Das mittlere $\alpha_v$ ist für die Borneollösung durchaus kleiner, bei der Luftmischung aber grösser, als für den reinen Äther.

Das wären einige charakteristische Merkmale, die sich aus den Isothermen herauslesen lassen.

Weiter wollen wir sehen, welche Übereinstimmung die Zu-

standsgleichung von van der Waals zu erreichen gestattet, die theoretisch so viel bemerkenswertes geleistet hat. Sie lautet bekanntlich:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)\left(v - b\right) = RT$$

Hierbei ist die kritische Isotherme dadurch charakterisiert, dass sie einen Wendepunkt besitzt. Infolgedessen sind im kritischen Punkt noch folgende Gleichungen zu erfüllen:

$$\frac{\partial p}{\partial v} = 0 \text{ und } \frac{\partial^2 p}{\partial v^2} = 0$$

Aus diesen Bedingungen lassen sich dann folgende Beziehungen entwickeln:

$$b = \frac{v_k}{3}$$

$$a = 27 b^2 p_k$$

$$R = \frac{8a}{27b \,.\, T_k}$$

Kennt man also die kritischen Werte $v_k$, $p_k$ und $T_k$, so kann man die Konstanten der van der Waals'schen Zustandsgleichung berechnen.

Sonst gibt es noch eine andere Möglichkeit die Beobachtungen mit der Theorie zu vergleichen, nämlich, indem man die obige Gleichung mit Hülfe der kritischen Grössen umformt und sie in Form der reduzierten Gleichung schreibt, welche lautet:

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)\left(3\omega - 1\right) = 8\vartheta,$$

worin

$$\pi = \frac{p}{p_k} \quad \omega = \frac{v}{v_k} \quad \vartheta = \frac{T}{T_k}$$

bedeuten.

Welche von beiden Formeln wir anwenden, ist nicht von Bedeutung; bei der Ausführung der Rechnungen erweist sich die ursprüngliche als einfacher.

Es wurden nun für unsere 3 Fälle die Grössen $a$, $b$ und $R$ nach den kritischen Daten berechnet, wobei man für die Luftmischung für $v_k$ den Wert für reinen Äther benutzte, da $v_k$ sich nicht direkt bestimmen liess und, nach der äusserst intensiven Ne-

belbildung zu schliessen, nur wenig von jenem abweichen wird. Für die kritische Temperatur der Borneollösung wählte man das Mittel zwischen der des kritischen Faltenpunktes und der des kritischen Kontaktes, die ja nur um $0^0,1$ von einander abwichen.

Es ergaben sich dann folgende Werte für die Konstanten:

| | Äther | Mit Luft | Mit Borneol |
|---|---|---|---|
| $a =$ | 1532,1 | 1569,1 | 1783,3 |
| $b =$ | 1,2507 | 1,2507 | 1,3452 |
| $R =$ | 0,7779 | 0,7974 | 0,8367 |

Mit Hülfe dieser Konstanten berechnete man dann für eine Reihe von $v$ bei Äther und bei der Borneollösung für die Temperaturen $194^0,16$; $197^0,23$; $200^0,30$ sowie bei der ersten Luftmischung für $194^0,16$ und $197^0,23$ die entsprechenden Werte von $p$. In der folgenden Tabelle XV sind diese Angaben zusammengestellt, wobei daneben die aus den Isothermen entnommenen $p$ eingetragen sind.

Tabelle XV.

Äther.

| | $194^0,17$ | | $197^0,23$ | | $200^0,30$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ in Atm. | | | | | | $\Delta p$ | | |
| ccm | Beob. | Ber. | Beob. | Ber. | Beob. | Ber. | | | |
| 2,3 | 52,17 | 56,71 | 56,74 | 58,98 | 61,03 | 61,26 | −4,54 | −2,24 | −0,23 |
| 2,4 | 46,07 | 50,18 | 50,30 | 52,26 | 54,37 | 54,34 | −4,11 | −1,96 | 0,03 |
| 2,5 | 42,25 | 45,72 | 46,00 | 47,63 | 49,63 | 49,55 | −3,47 | −1,63 | 0,08 |
| 2,6 | 40,03 | 42,70 | 43,34 | 44,47 | 46,57 | 46,24 | −2,67 | −1,13 | 0,33 |
| 2,7 | 38,62 | 40,56 | 41,62 | 42,21 | 44,59 | 43,86 | −1,94 | −0,59 | 0,73 |
| 2,8 | 37,80 | 39,14 | 40,50 | 40,68 | 43,28 | 42,22 | −1,34 | −0,18 | 1,06 |
| 2,9 | 37,36 | 38,15 | 39,79 | 39,60 | 42,40 | 41,05 | −0,79 | 0,19 | 1,35 |
| 3,0 | 37,07 | 37,51 | 39,28 | 38,87 | 41,75 | 40,24 | −0,44 | 0,41 | 1,51 |
| 3,5 | 36,71 | 36,49 | 38,47 | 37,55 | 40,20 | 38,62 | 0,22 | 0,92 | 1,58 |
| 4,0 | 36,61 | 36,42 | 38,22 | 37,29 | 39,85 | 38,16 | 0,19 | 0,93 | 1,69 |
| 4,5 | 36,56 | 36,18 | 37,99 | 36,91 | 39,40 | 37,65 | 0,38 | 1,08 | 1,75 |
| 5,0 | 36,41 | 35,64 | 37,68 | 36,28 | 38,94 | 36,91 | 0,77 | 1,40 | 2,03 |
| 5,5 | 36,12 | 34,87 | 37,25 | 35,43 | 38,38 | 36,00 | 1,25 | 1,82 | 2,38 |
| 6,0 | 35,69 | 33,96 | 36,73 | 34,47 | 37,72 | 34,96 | 1,73 | 2,26 | 2,76 |
| 6,5 | 35,18 | 32,96 | 36,10 | 33,42 | 37,00 | 33,87 | 2,22 | 2,68 | 3,13 |
| 7,0 | 34,56 | 31,94 | 35,43 | 32,35 | 36,23 | 32,77 | 2,62 | 3,08 | 3,46 |
| 7,5 | 33,89 | 30,91 | 34,71 | 31,29 | 35,45 | 31,67 | 2,98 | 3,42 | 3,78 |

## Tabelle XV. Fortsetzung.

Mit Luft.

| | 194°,17 | | 197°,23 | | 200°,30 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $v$ | $p$ in Atm. | | | | | | $\Delta p$ | | |
| ccm | Beob. | Ber. | Beob. | Ber. | Beob. | Ber. | | | |
| 2,3 | 53,94 | 58,41 | 57,94 | 60,75 | | | — 4,47 | — 2,81 | |
| 2,4 | 48,03 | 51,72 | 51,83 | 53,86 | | | — 3,69 | — 2,03 | |
| 2,5 | 44,46 | 47,13 | 47,90 | 49,10 | | | — 2,67 | — 1,20 | |
| 2,6 | 42,22 | 43,98 | 45,33 | 45,78 | | | — 1,76 | — 0,45 | |
| 2,7 | 40,75 | 41,80 | 43,52 | 43,49 | | | — 1,05 | 0,03 | |
| 2,8 | 39,87 | 40,30 | 42,33 | 41,89 | | | — 0,43 | 0,44 | |
| 2,9 | 39,31 | 39,30 | 41,50 | 40,78 | | | 0,01 | 0,72 | |
| 3,0 | 38,86 | 38,62 | 41,12 | 40,02 | | | 0,24 | 1,10 | |
| 3,5 | 38,09 | 37,53 | 39,91 | 38,62 | | | 0,56 | 1,29 | |
| 4,0 | 37,86 | 37,43 | 39,40 | 38,32 | | | 0,43 | 1,08 | |
| 4,5 | 37,63 | 37,16 | 39,01 | 37,91 | | | 0,47 | 1,10 | |
| 5,0 | 37,29 | 36,60 | 38,57 | 37,25 | | | 0,69 | 1,32 | |
| 5,5 | 36,86 | 35,80 | 38,04 | 36,37 | | | 1,06 | 1,67 | |
| 6,0 | 36,34 | 34,85 | 37,40 | 35,37 | | | 1,49 | 2,03 | |
| 6,5 | 35,73 | 33,83 | 36,71 | 34,30 | | | 1,90 | 2,35 | |
| 7,0 | 35,08 | 32,77 | 35,97 | 33,20 | | | 2,31 | 2,77 | |
| 7,5 | 34,40 | 31,71 | 35,17 | 32,10 | | | 2,69 | 3,07 | |
| | Mit Borneol | | | | | | | | |
| 2,3 | 49,87 | 73,22 | 54,47 | 75,91 | 58,88 | 78,61 | —23,35 | —21,44 | —19,73 |
| 2,4 | 44,03 | 61,83 | 48,08 | 64,26 | 52,25 | 66,71 | —17,80 | —16,18 | —14,46 |
| 2,5 | 40,50 | 53,93 | 44,17 | 56,16 | 47,77 | 58,39 | —13,43 | —11,99 | —10,62 |
| 2,6 | 38,48 | 48,42 | 41,72 | 50,47 | 45,04 | 52,52 | — 9,94 | — 8,75 | — 7,48 |
| 2,7 | 37,27 | 44,55 | 40,22 | 46,45 | 43,26 | 48,35 | — 7,28 | — 6,23 | — 5,09 |
| 2,8 | 36,65 | 41,85 | 39,29 | 43,61 | 42,08 | 45,39 | — 5,20 | — 4,32 | — 3,31 |
| 2,9 | 36,38 | 39,94 | 38,95 | 41,59 | 41,43 | 43,25 | — 3,56 | — 2,64 | — 1,82 |
| 3,0 | 36,07 | 38,61 | 38,65 | 40,16 | 40,91 | 41,74 | — 2,54 | — 1,51 | — 0,83 |
| 3,5 | 35,92 | 36,24 | 37,79 | 37,43 | 39,62 | 38,63 | — 0,32 | 0,36 | 0,99 |
| 4,0 | 35,86 | 36,12 | 37,53 | 37,09 | 39,13 | 38,06 | — 0,26 | 0,44 | 1,07 |
| 4,5 | 35,76 | 36,12 | 37,33 | 36,94 | 38,75 | 37,75 | — 0,36 | 0,39 | 1,00 |
| 5,0 | 35,62 | 35,86 | 37,08 | 36,57 | 38,33 | 37,27 | — 0,24 | 0,51 | 1,06 |
| 5,5 | 35,39 | 35,34 | 36,73 | 35,96 | 37,85 | 36,58 | 0,05 | 0,77 | 1,27 |
| 6,0 | 35,09 | 34,63 | 36,29 | 35,18 | 37,27 | 35,73 | 0,46 | 1,11 | 1,54 |
| 6,5 | 34,69 | 33,79 | 35,76 | 34,29 | 36,64 | 34,79 | 0,90 | 1,47 | 1,85 |
| 7,0 | 34,25 | 32,89 | 35,18 | 33,34 | 35,97 | 33,80 | 1,36 | 1,84 | 2,17 |

Die Tabellen zeigen in allen drei Fällen beträchtliche Abweichungen vom Gesetz.

Wenn wir zunächst die $\Delta p$ für reinen Äther in Betracht

ziehen, so könnte man denken, dass ein fehlerhafter kritischer Druck eine bedeutende Rolle spielen würde. Würde man nach der reduzierten Gleichung berechnet haben, so erkennt man, dass in

$$p = \pi p_k$$

$p_k$ als Faktor auftritt. Bei einem kleineren $p_k$ würde daher $\Delta p$ nur für kleinere $v$ kleiner sein, für grössere $v$ dagegen in entgegengesetzter Richtung zunehmen und infolgedessen im allgemeinen die Abweichungen bestehen bleiben.

Ein geringer Luftzusatz ändert gleichfalls wenig an der Sache. Die Abweichungen erweisen sich in diesem Fall sogar noch kleiner, als bei reinem Äther.

Am empfindlichsten macht sich wohl das kritische Volumen geltend, und hätte man Werte nach Bestimmungen ohne elektromagnetischen Rührer zur Grundlage der Berechnungen gemacht, so würden die Differenzen noch viel grösser sein.

Mit Borneolzusatz ergibt sich ein sehr grosses kritisches Volumen, daher sind gerade die Abweichungen für kleinere $v$ recht bedeutend.

Im allgemeinen verläuft die berechnete Isotherme viel steiler, als die beobachtete; mit anderen Worten, sie entspricht für kleinere $v$ einem mehr flüssigen und für grössere einem gasförmigeren Zustande. Hat man es mit beiden Phasen zugleich zu tun, so verläuft ja die Kurve fast horizontal und hat das Bestreben, im Gebiete der ungesättigten Dämpfe diese Richtung noch lange Zeit einzuhalten (schwache Neigung), und zwar noch weit oberhalb der kritischen Temperatur. Dieses ist als ein direkter Beweis dafür anzusehen, dass ein gewaltiger Unterschied besteht erstens zwischen dem rein gasförmigen Zustande und dem des ungesättigten Dampfes, und zweitens zwischen dem rein gasförmigen Zustande und dem Gebiete des gemischten Zustandes oberhalb des kritischen Punktes.

Bei Gasen haben wir es mit reinen Molekeln oder Atomen zu tun, bei Dämpfen aber, mögen sie gesättigt oder ungesättigt sein, mit einer Mischung von Molekülen und Molekülkomplexen. Alle mit dem Rührer vorgenommenen Versuche über Lichtbrechung verraten, dass noch weit oberhalb der kritischen Temperatur schwerere Teilchen in einem leichteren Medium schweben, was wohl nichts anderes bedeuten soll, als dass hier ganze Gruppen von Mole-

külen in einem homogenen, aus reinen Molekeln bestehenden Stoff Platz haben und sich leicht in grössere zusammenschliessen.

Das Bild der Isothermen sowie die optischen Messungen verraten es, dass diese Molekülkomplexe mit dem Wachsen der Temperatur beständig kleiner werden und sich in reine Moleküle verwandeln. Natürlich begünstigt den Zerfall ausserdem ein verminderter Druck.

Weiter zeigen die Tabellen noch, dass die berechneten Isothermen dichter an einander liegen, als die beobachteten, wie dieses aus dem Wandern des Durchschnittspunktes derselben mit den beobachteten hervorgeht. Hierbei nimmt $\Delta p$ mit dem Wachsen der Temperatur ab, was wohl nichts anderes bedeuten soll, als dass sich der Stoff mehr einem rein gasförmigen Zustande nähert, oder mit anderen Worten, dass bei höherer Temperatur kleinere Molekülkomplexe bestehen.

Sogar bei Luftzusatz macht sich ein Einfluss in dieser Richtung geltend, indem $\Delta p$ für dasselbe Temperaturintervall kleiner geworden ist, was eine Folge der Anwesenheit von fremden reinen Gasmolekeln ist.

Diese Prozesse des Zerfalls der Molekülkomplexe kann die einfache Form der van der Waals'schen Gleichung selbstverständlich nicht wiedergeben.

Möge hier noch darauf aufmerksam gemacht werden, dass eine Anwendung der ersten Clausius'schen Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{T(v+\beta)^2}\right)\left(v - b\right) = RT$$

sich kaum rechtfertigen lässt.

Dieselbe würde für die Volumenkorrektion $b$ einen viel zu kleinen Wert ergeben [1]).

Würde man für den kritischen Druck etwas andere Grössen wählen, so kann $b = o$ oder sogar negativ ausfallen, was natürlich unzulässig ist.

Wenn man nun den komplizierten Bau eines einfachen Moleküls in Betracht zieht und daran denkt, wie mannigfaltig sich eine Gruppierung solcher Moleküle zu grösseren Komplexen gestalten kann, indem dieselbe bei jedem einzelnen Stoff ganz ver-

1) Siehe auch: Bulletin de l'Académie Imp. des Sciences de St. Pétersb. 1899. T. XI, № 3. Fürst B. Galitzin und J. Wilip, Untersuchungen über das Brechungsverhältnis des Äthyläthers in der Nähe des kritischen Punktes, p. 179.

schieden ausfallen muss, so lässt sich wohl begreifen, warum alle Bestrebungen gescheitert sind, jene Prozesse in ein allgemeines mathematisches Gesetz zusammenzufassen.

Sicherere Fortschritte in dieser Richtung könnte man erwarten, wenn man vorzügliche Thermostaten für sehr niedrige Temperaturen besässe und ähnliche Versuche mit dem einfachsten Stoff, nämlich Wasserstoff, anstellen wollte.

In dieser Richtung sind denn auch Versuche gemacht worden, und zwar von Seiten eines Verteidigers der älteren Anschauung und seiner Schüler, nämlich H. Kammerlingh Onnes, in dessen Laboratorium im Laufe von vielen Jahren Isothermen für einatomige und auch für andere Stoffe bestimmt worden sind.

Diese Forscher konnten auf Grundlage ihrer Messungen nur empirische Zustandsgleichungen aufstellen, die in einer Reihenentwickelung bestanden. Eine solche ist bereits von M. Thiesen[1]) vorgeschlagen worden, nämlich

$$pv = RT\left(1 + \frac{T_1}{v} + \frac{T_2}{v^2} + \cdots\right)$$

Die Gleichung von Kammerlingh Onnes lautet ähnlich:

$$pv = A + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^4} + \frac{E}{v^6} + \frac{F}{v^8} + \cdots,$$

worin $A$, $B$, $C$ .... Virialkoeffizienten genannt werden und selbst Funktionen der Temperatur sind. Der erste Koeffizient hat hier gleichfalls die Bedeutung $A = RT$.

Die reduzierte Gleichung hat eine ähnliche Form.

Diese Reihenentwickelung mit ihren Koeffizienten als Temperaturfunktionen scheint mir mit der neueren Anschauung viel besser zu harmonieren, als irgend eine andere Zustandsgleichung. Gerade die Koeffizienten besagen eben, dass es sich um eine molekulare Umgruppierung mit der Temperatur handelt, die nicht so einfach mathematisch zu formulieren ist.

Das hier vorliegende Beobachtungsmaterial umfasst ein zu kleines Gebiet, da die grösseren Volumina über 7,5 ccm fehlen, daher halte ich es nicht für der Mühe wert den Versuch zu machen, aus ihnen eine neue Zustandsgleichung abzuleiten und die Anzahl der bereits vorhandenen noch zu vermehren. Der Hauptzweck dieser Untersuchungen sollte ja nur sein, die Aufmerksamkeit

1) Wied. Ann. 24, p. 467, 1885.

auf einige Untersuchungsmethoden und ihre Handhabung zu lenken, sowie zu zeigen, wie man heutzutage vertrauenswertere physikalische Grössen bestimmen kann, als diejenigen, die bisher vielfach in manchen alten Konstantensammlungen enthalten sind.

Wir sehen also, dass die Anschauung, nach welcher die gewöhnliche kritische Isotherme als Grenze für den gasförmigen und flüssigen Zustand gelten soll, auch bei Anwendung der besten Thermostaten nur scheinbar sich mit dem Experiment verträgt. Es gibt für jeden stabilen Stoff eine Isotherme, welche der Temperatur entspricht, bei der alle Molekülkomplexe zerfallen sind, und die als Grenze für den reinen gasförmigen Zustand dienen mag.

Erst jene Temperatur könnte man als die wahre kritische Temperatur bezeichnen, und die ihr entsprechende Isotherme als die wahre kritische Isotherme. Bestimmte Kriterien für diese Isotherme ausfindig zu machen, wäre eine wichtige Aufgabe der Zukunft.

## § 14. Schlussfolgerungen.

Zum Schluss wollen wir noch kurz rekapitulieren, was für Hauptresultate sich aus diesen Versuchen ergeben haben.

Die älteren Methoden zur Bestimmung der Isothermen und kritischen Konstanten müssen durchaus durch einen inneren elektromagnetischen Rührer ergänzt werden.

Die Einführung eines solchen Rührers bedeutet mit Recht eine neue Aera für die Theorie und Praxis des flüssigen und gasförmigen Zustandes der Materie.

Mit Hülfe desselben lässt sich die kritische Temperatur eines Stoffes mit einer Genauigkeit von $0^0{,}01$—$0^0{,}02$ direkt bestimmen, wobei bei Anwendung eines Druckapparats und Manometers sich auch der kritische Druck als identisch mit demjenigen ergibt, der sich aus den Dampfdrucken unterhalb der kritischen Temperatur durch Extrapolation folgern lässt.

Der benutzte Thermostat im Verein mit den elektromagnetischen Rührern ermöglicht das Isothermennetz eines Stoffes von $0^0{,}1$ zu $0^0{,}1$ zu verfolgen. Dabei ist selbstverständlich darauf Rücksicht zu nehmen, dass man den Grenzzustand jedesmal abwartet, wo die Molekülkomplexe völlig ihre endgültige Grösse angenommen haben, so dass der Zustand als stationär gelten kann.

Als besonders wichtig erscheint der innere Rührer bei der Bestimmung des kritischen Volumens. Jene Grösse ergibt sich bei Anwendung desselben als beträchtlich kleiner, als nach den alten Bestimmungen.

Der Rührer lässt klar erkennen, dass sowohl die Dampf- als auch die Flüssigkeitsdichten unterhalb der kritischen Temperatur variable Grössen sein können, und zwar bei derselben Temperatur und bei demselben Druck.

Unzweifelhaft besteht die flüssige Phase fein verteilt noch oberhalb des kritischen Zustandes fort, wie dieses aus der Färbung des Rohrinhalts in der Durchsicht, aus den Erscheinungen der Meniskusbildung ohne Anwendung des inneren Rührers und aus der horizontalen Lage eines Teiles der Isothermenkurve hervorgeht.

Noch ganz besonders spricht für die Zweiphasenauffassung der Einfluss von Fremdstoffen auf die Dichtigkeiten und den Charakter der Isotherme oberhalb der kritischen Temperatur.

Das Gesetz der halbierenden Mittellinie, welches nur unter Mitwirkung des Rührers zur vollen Geltung kommt, gilt bis auf die Entfernung von ein paar Zehnteln Grad von der kritischen Temperatur, worauf bereits die Wirkung der Schwere bemerkbar wird. Dieses Gesetz ist, bei Anwendung eines inneren Rührers, ein wertvolles Mittel zur genauen Bestimmung des kritischen Volumens resp. der kritischen Dichte.

Die halbierende Mittellinie ist für reinen Äther eine Gerade, welche der Abszissenaxe parallel verläuft.

Eine kleine Beimengung von Borneol erhöht sehr wesentlich die kritische Temperatur und das kritische Volumen, wobei die halbierende Mittellinie nicht mehr eine Gerade bleibt, sondern eine schwache Krümmung von der Abszissenaxe nach oben aufweist. Ein geringer Luftzusatz erniedrigt die kritische Temperatur, wobei die Mischungsformel keine Geltung hat.

Beim Verschwinden des Meniskus herrscht in allen Schichten gleiche Temperatur, so dass bei einem langsamen Ausgleich der Dichtigkeiten kein Wärmeverbrauch konstatiert werden konnte.

Die Tension des gesättigten Dampfes folgt in allen drei Fällen nur annähernd dem van der Waals'schen Dampfdruckgesetz. Die Konstante der Formel wächst mit der Temperatur.

Ein Zusatz von Luft resp. Borneol ändert das Isothermen-

netz in der Weise, dass im ersteren Fall sich alles zum gasförmigen, im zweiten zum flüssigen Zustande hin verschiebt.

Wartet man nicht genügend ab, so kann scheinbar bei derselben Temperatur die Isotherme etwas niedriger oder einem flüssigeren Zustande entsprechend ausfallen, was darauf hindeutet, dass die Wärmeaufnahme sehr langsam vor sich geht und die Molekülkomplexe in ihrem Zerfallprozess noch nicht schnell genug den Grenzzustand erreichen können.

Dadurch können bei genau demselben Druck und scheinbar derselben Temperatur beträchtliche Dichtigkeitsunterschiede entstehen.

Der Druck des gesättigten Dampfes hängt auch vom Volumen ab, was sich nicht auf Beimengungen von Fremdstoffen zurückführen lässt.

Der Zustand des gesättigten Dampfes ist kein stabiler und kann nur durch den Rührer aufrecht erhalten werden.

Die Form der Isotherme in der Nähe des Gebietes der gesättigten Dämpfe verrät sehr klar den Unterschied zwischen dem dampfförmigen und dem rein gasförmigen Zustande. Man gewinnt immer den Eindruck, dass man es beim ersteren mit flüssigen Teilchen, beim letzteren mit reinen Gasmolekülen zu tun hat.

Dieses bestätigt ein Vergleich der nach dem Gesetz der korrespondierenden Zustände berechneten Isotherme mit der empirischen, wo die Differenzen zu Gunsten des Fortbestehens der flüssigen Phase oberhalb der kritischen Temperatur sprechen.

Die gewöhnlich beobachteten Abweichungen vom van der Waals'schen Gesetz sind nicht etwa durch Temperaturinkonstanz oder Beimengungen fremder Substanzen bedingt, sondern die Ursache ist wohl in der Tatsache zu suchen, dass dieses Gesetz nicht alle möglichen Details der verschiedenen Vorgänge beim Zerfall der Molekülkomplexe in ihrer Abhängigkeit von Druck und Temperatur wiederzugeben imstande ist.

Aus diesem Grunde wäre es wohl an der Zeit, dass man dem Gesetz von den korrespondierenden Zuständen die Bedeutung, die man ihm vielfach beigemessen hat, abspräche.

# DAS BEWEGUNGSFELD IM FUSS EINER FORTSCHREITENDEN WIND- ODER WASSERHOSE

VON

JOHANNES LETZMANN

DORPAT 1923

Druck von C. Mattiesen, Dorpat.

# Inhaltsverzeichnis.

Seite

**Erstes Kapitel.** Die Grundlagen . . . . . 5.

Methodisches 5. Die zirkulare Bewegungskomponente 7. Singuläre Linien und Punkte 12. Der Einfluss der Reibung 12. Die Komponente parallel der $Z$-Achse 14. Barotrope und barokline Wirbel 16. Die Kompensationsströmung 18. Doppelröhren 20. Schemata 22. Die fortschreitende Bewegung 23. Das Geschwindigkeitsverhältnis 24.

**Zweites Kapitel.** Die Methode der Individualkreise . . . 26.

Die analytischen Untersuchungen von Hesselberg, Sverdrup, Dietzius 26. Die Methode der Individualkreise 31. Der Höchstwert des Fallwinkels 36. Die Windstille innerhalb einer fortschreitenden Trombe 39.

**Drittes Kapitel.** Das Bewegungsfeld im translatorischen Fall . . . . . 43.

Der Kern 44. Die Verlagerung der zentralen Stille 45. Der Mantel 52. Die singulären Linien $C_1$, $C_2$, $D_1$, $D_2$ 54. Der „Wirbelkopf“ 57. Der ganze Wirbel 61. Trombenmodelle 61. Entwickelungsphasen 64. Echter und unechter Kern 68. Diagramme: A. Der Ablenkungswinkel ist konstant 68. B. Der Ablenkungswinkel ist veränderlich 74. Doppelmaximum 78. Doppelröhre 81.

**Viertes Kapitel.** Anwendung auf reale Verhältnisse . . . 83.

Solenoidale Vektoren 84. Abweichungen 85. Der Einfluss der Kompensationsströmung 86. Die Abnahme der Dichte ist gering 86. Die Dichte erreicht in der Achse den Wert 0 88. Reale Strömungsfelder 89.

**Fünftes Kapitel.** Der Åsgårdsweg . . . . . 92.

Die Methode der Ableitung einer Spur 92. Ideale Normalschnitte einer Spur 95. Klassifizierung der Spurtypen. Der Baum mit $\psi = 0^0$ 105. Der Baum mit $\psi = 180^0$ 105. Die „gekreuzte Linie“ 106. Spurtypen und Spurformen, Beispiele 107. Typenübergänge 113. Formenübergänge 120.

**Sechstes Kapitel.** Torsionswirkung an Bäumen . . . . . 121.

„Zerdreht“ und „zerspällt“ 121. Schwankungen der Windrichtung innerhalb einer fortschreitenden Trombe 122. Ergebnisse 126. Beispiele 126.

**Zusammenfassung** . . . . . 128.

**Literaturverzeichnis** . . . . . 132.

# Korrigenda.

| Seite | Zeile | steht | soll stehen |
|---|---|---|---|
| 30 | 29 | n | in |
| 31 | 3 | $\alpha_2+\beta_2$ | $\alpha^2+\beta^2$ |
| 31 | 6 | $tg\varepsilon=\frac{\beta}{\alpha}$ | $tg\varepsilon=-\frac{\beta}{\alpha}$ (Erratum in [12] pg. 185) |
| 31 | 12 und 14 | $\varphi$ | $\varphi$ |
| 32 | 25 | $-2trcs\psi$ | $-2tvcs\psi$ |
| 33 | 26 | $\mathfrak{t} \parallel \mathfrak{v}$ | $\mathfrak{t} \parallel \mathfrak{r}$ |
| 37 | 21 | $\sqrt{t^2+r^2+2trcs\varphi^3}$ | $\sqrt{(t^2+r^2+2trcs\varphi)^3}$ |
| 37 | 22 | $-\frac{b}{a}$ | $-\frac{r}{t}$ |
| 40 | 29, 30, 36, 37 | $\bar{\varphi}$ | $\varphi$ |
| 41 | 4 | $\bar{\varphi}$ | $\varphi$ |
| 46 | 3 | $\frac{t}{c}\cdot$ | $\frac{t}{c}R.$ |
| 46 | 17 | Bruchteilen der | Bruchteilen nach der |
| 47 | 6 | (24) | (24 $A$) |
| 51 | 12 | Ablenkungswi | Ablenkungswinkel |
| 52 | 37 | $-\frac{R}{r}$ | $-\frac{R}{r}=-\frac{\sqrt{1-r^2}}{r}$ |
| 53 | 6 | $\int_0^t \frac{1}{A}\,dr$ | $R\int_0^t \frac{1}{A}\,dr$ |
| 53 | 10 | $R-\int_0^t \frac{1}{A}\,dr$ | $R\left(1+\int_0^t \frac{1}{A}\,dr\right)$ |

Erstes Kapitel.

# Die Grundlagen.

Wenn in vorliegender Untersuchung an das Problem des Bewegungsfeldes innerhalb des Fusses einer fortschreitenden Wind- oder Wasserhose herangetreten werden soll, — ein Problem, das bisher allen Versuchen einer analytischen Lösung hat trotzen können, — so sind wir uns der dabei auftretenden Schwierigkeiten voll bewusst. Deshalb soll das Ziel dieser Untersuchung auch sein: auf Grund der uns schon bekannten Erscheinungsformen dieser Luftwirbel ein der Wirklichkeit möglichst entsprechendes Modell einer Windhose festzustellen und nachzuprüfen, in wieweit die aus ihm abzuleitenden Folgerungen in Bezug auf das Bewegungsfeld, die Bruchspuren und sonstigen der Beobachtung zugänglichen Erscheinungsformen mit den realen Verhältnissen in der Natur übereinstimmen. Es berechtigt uns zu unserem Vorhaben die Tatsache, dass augenblicklich schon ein so reichhaltiges Material von gesichteten Beobachtungen vorliegt, dass dieser Vergleich ein entscheidendes Urteil über die, wie bei allen wissenschaftlichen Untersuchungen, als Grundlagen benutzten Postulate zu geben vermag.

Darum wird der Aufbau der Untersuchung der sein, dass wir anfangs die bisher als feststehend geltenden Tatsachen und theoretischen Möglichkeiten systematisieren, um nachher auf dieser breiteren Basis unter Anwendung der Methode der graphischen Integration und der Methode der Individualkreise eine Reihe von Folgerungen zu ziehen, die möglichst viele der ganz allgemein vorauszusetzenden Fälle berücksichtigen.

Als letzte Phase käme dann eine kritische Wertung aller gewonnenen Einzelfälle in Anwendung, um, den Bereich der Möglichkeiten einschränkend, zuletzt den Kern des Problems so eng als möglich zu erfassen und die so gewonnenen Resultate mit den

realen Erscheinungsformen der Wind- und Wasserhosen zu vergleichen.

Eine geringe Abweichung der unter den verschiedenartigsten Bedingungen gewonnenen Diagramme von einander bietet uns, wie das hier im voraus erwähnt sei, Anhaltspunkte zum Beurteilen des Grades der Sicherheit der gewonnenen Ergebnisse. Die Frage nach der Entstehung der Windhosen überhaupt soll hier nicht behandelt werden.

Seit dem Erscheinen des Buches von A. Wegener „Wind- und Wasserhosen in Europa," das eine kritische Sichtung fast aller beschriebenen europäischen Windhosen enthält, können wir die grundlegendsten Erscheinungsformen dieser Gebilde als soweit geklärt erachten, dass der Versuch einen Aufschluss über das Bewegungsfeld eines solchen Wirbels zu gewinnen auf einer genügenden Grundlage durchgeführt werden kann.

Ein reichliches, wenn auch von etwas abweichenden Gesichtspunkten durchgearbeitetes Tatsachen-Material bieten auch die Beschreibungen der nordamerikanischen Tornados, vornehmlich durch Finley, Davis, Hinrichs, Ferrel u. a. Die europäischen Windhosen können ihrem Wesen nach mit den Tornados von Nord-Amerika als identisch betrachtet werden, wenngleich zwischen ihnen sowohl in Bezug auf die Intensität der Zirkulations- und Fortpflanzungsgeschwindigkeit, sowie die Lebensdauer, die jährliche und tägliche Häufigkeit gewisse Abweichungen vorhanden sind. Die Bewegungsenergie dieser Gebilde ist in Nord-Amerika grösser, als in Europa, die Lebensdauer länger, während das Maximum der Häufigkeit dort auf den Mai, hier auf den Juli fällt und die tägliche Häufigkeitsperiode, ausser dem in beiden Fällen gleichen Maximum gegen 5 Uhr nachmittags, dort eine einfache scharf ausgeprägte Periode zeigt, hier dagegen in den Vormittagsstunden von 7—10 Uhr eine merkliche Zunahme der Häufigkeit aufweist [(1), pg. 91]. Auch in Bezug auf die Lage zum Zentrum der Mutterzyklone bestehen in Europa grössere Verschiedenheiten, als in Amerika, wenngleich man meist die Nähe der Böenlinie, und zwar das Gebiet des warmen Sektors in geringer Entfernung von einer kalten Front als bevorzugtes Entstehungsgebiet bezeichnen kann [1]).

1) Siehe besonders M. Davis [(36), pg. 337], A. Wegener [1], H. Seilkopf [(31) pg. 37], J. Letzmann [28.] Die eingeklammerten Zahlen bezeichnen die Titel der Schriften im Literatur-Verzeichnis am Schluss.

Ihrem Wesen nach sind Wind- und Wasserhosen eng an die Vorgänge in einem sich entwickelnden Cumulus gebundene Wirbel mit einer senkrechten, oder schräge stehenden Achse; ihre Energie schöpfen sie aus dem Energievorrat der Mutterwolke, um sie auf die Erdoberfläche zu übertragen.

## I. Die zirkulare Bewegungskomponente.

Bei einer Feststellung des Tatsachen-Materiales, auf das sich die folgende Untersuchung stützen soll, müssen wir zuerst die Bewegungsverhältnisse innerhalb einer stillstehenden Trombe ins Auge fassen und wollen uns dabei die Gesamtbewegung in 2 Komponenten zerlegt vorstellen: eine zirkulare ($r$) und eine auf- und absteigende. Es möge die erstere in der $XY$-Ebene eines rechtwinkligen Koordinatensystems erfolgen, dessen $Z$-Achse mit der Wirbel-Achse zusammenfällt. Durch das Zusammenfallen dieser beiden Achsen soll die zirkulare Komponente vom Einfluss der wechselnden Achsenneigung der Trombe zur Erdoberfläche befreit werden.

Betrachten wir zuerst die Bewegungskomponente, wie sie in der $XY$-Ebene, als Projektion der Gesamtbewegung auf diese, auftritt, so finden wir auf der nördlichen Halbkugel zumeist eine positive Richtung der Zirkulation, d. h. eine Bewegung gegen den Uhrzeiger, wenn auch ausnahmsweise eine negative (mit dem Uhrzeiger) vorkommen kann. In Europa wiesen nach A. Wegener [(1) pg. 180] 72% aller Windhosen, deren Drehungssinn festgestellt werden konnte, eine positive, 28% eine negative Drehung auf, während in Amerika das entsprechende Verhältnis nach Finley [42] 95% zu 5% beträgt[1]). Das Vor-

1) Dabei wird von Finley der Drehungssinn der letzteren Gruppe als „wahrscheinlich antizyklonisch" bezeichnet.

Es sei hier hervorgehoben, dass die Bezeichnung der Tromben als „zyklonisch", resp. „antizyklonisch" zu Misverständnissen Anlass geben kann, insofern, als wir vom Standpunkt eines Beobachters auf der nördlichen Halbkugel unter diesen Bezeichnungen entweder eine nach einem Punkt hin konvergierende positive Drehung, resp. eine negative divergierende verstehen, während innerhalb der Windhosen ausserdem noch positiv divergierende und negativ konvergierende, entsprechend der Luftbewegung einer Zyklone, resp. Antizyklone der südlichen Halbkugel vorkommen können. Innerhalb einer realen Trombe auf der nördlichen Halbkugel dürfte als gewöhnlichste Kombination eine nord-zyklonale und süd-antizyklonale Zirkulation nebeneinander vorkommen.

wiegen der ersteren kann dem Einfluss der Erdrotation zugeschrieben werden.

Was die Geschwindigkeit der zirkularen Bewegungskomponente und ihre Verteilung innerhalb des Trombenwirbels im nichttranslatorischen Fall anbetrifft, können wir uns den Ausführungen von Oberbeck [25], Sprung [7], Guldberg und Mohn [34] und A. Wegener [1] anschliessen, die eine voll ausgebildete Windhose als aus 2 Teilen bestehend betrachten: einem „Kern" und einem weiteren oder engeren „Mantel", wie Wegener sie nennt. Die Geschwindigkeitsverteilung kann nach letzterem in erster Annäherung durch

$$r R^{\lambda} = c$$

ausgedrückt werden, wenn $r$ die Geschwindigkeit der zirkularen Bewegung, $R$ den Achsenabstand, $\lambda$ und $c$ Konstanten bedeuten. Der Exponent $\lambda$ ist für jeden der beiden Teile: als $\lambda_i$ im Kern, und $\lambda_a$ im Mantel gegeben, und zwar ist er im Kern negativ, im Mantel positiv, wenn die Geschwindigkeit im ersteren mit dem Achsenabstand zunehmen, im letzteren dagegen abnehmen soll. Auch die Konstante $c$ braucht innen und aussen nicht gleich zu sein, so dass die Formel von A. Wegener in

$$(1) \qquad \text{a) } r_i R^{\lambda_i} = c_i \qquad \text{b) } r_a R^{\lambda_a} = c_a$$

zerfällt, die als Sonderfall $c_i = c_a$ zulassen.

Die grösste Geschwindigkeit muss nach (1) die Grenzlinie zwischen dem Kern und Mantel aufweisen, in der Achse und am Aussenrande des Wirbels muss $r = 0$ sein.

Weiter unterscheidet A. Wegener 2 Stadien der Trombenbildung. Es kann bei wohlausgebildetem Kern ein Mantel von ganz geringer Dicke vorhanden sein, der in Ausnahmefällen, bei einer grossen Zirkulationsgeschwindigkeit bis auf einen Gleitwirbel zusammenschrumpfen kann. Bleibt die Windhose aber, ohne ihren Ort in der unteren Luftschicht zu verändern, hinreichend lange in Rotation, so wird die Entfernung, bis zu welcher die umgebende Luft in Mitleidenschaft gezogen wird, immer grösser, bis die Geschwindigkeit im Mantel nach dem Gesetze $r_a R = c_a$ abnimmt, was allerdings praktisch erst nach unendlich langer Zeit erreicht werden wird. Das erste Stadium der Trombe wird von Wegener als ihr „Jugendstadium", das zweite als ihre „Altersform" bezeichnet [(1) pg. 190]. Aus dem Angeführten folgt, dass für das Jugendstadium $\lambda_a$ in der For-

mel (1) der Unendlichkeit, für die Altersform $+1$ zustreben muss. Bei $\lambda_i = -1$ rotiert der Kern wie ein starrer Körper. Fraglos wird $\lambda$ in den einzelnen Tromben verschiedene Werte haben und sich während der Entwickelungsphasen einer und derselben Trombe gleichfalls ändern, wenn auch der charakteristische Unterschied zwischen dem inneren und äusseren Teil erhalten bleiben wird.

Versuchen wir es nun an der Hand der Formel (1) Anhaltspunkte für eine spätere graphische Darstellung des Windsystems in der $XY$-Ebene einer Trombe zu gewinnen und setzen

I. für den Kern $\lambda_i = -1$. Dann nimmt die Formel (1a) die Gestalt $r_i = c_i R$ an, und die Bewegung des Kernes wird identisch mit derjenigen eines rotierenden starren Körpers, dessen Rotation durch seine Zirkulation $C = 2\pi R^2 c_i$ gemessen wird, wenn $c_i$ die Winkelgeschwindigkeit bedeutet. Die Geschwindigkeit der zirkularen Bewegung nimmt im Kern vom Mittelpunkte aus linear zu.

II. Setzen wir weiter $\lambda_a = +1$ und $c_a = 1$, so erhält man für die Bewegung im Mantel $r_a = \frac{1}{R}$, d. h. den Fall einer zyklischen Potentialbewegung, deren Geschwindigkeit den Wert 0 erst im unendlichen Abstand von der Achse erreicht. Die Isopotentiallinien müssen radial verlaufen, und die Stromlinien konzentrische Kreise bilden, deren Radienlängen eine geometrische Reihe darstellt[1]). Die Rotation eines beliebigen durch 2 konzentrische Kreise begrenzten Streifens in diesem zweidimensionalen Bewegungs-Felde ist $= 0$.

Wenn $r_1$ und $r_2$ die Geschwindigkeiten im Achsen-Abstande resp. $R_1$ und $R_2$ bedeuten, finden wir die Zirkulation längs beiden Rändern

$$C_1 = 2\pi R_1 r_1 \qquad \text{und} \qquad C_2 = -2\pi R_2 r_2.$$

Wenn ferner $r = \frac{1}{R}$ ist, finden wir $r_2 = r_1 \frac{R_1}{R_2}$, was nach einer Substitution in die Formel für $C_2 = -2\pi r_1 R_1$ ergibt, wonach

$$C_1 + C_2 = 0.$$

D. h. sowohl der gesamte Normalquerschnitt des Mantels, als auch jeder konzentrisch be-

1) Siehe auch Lanchester, Aerodynamik, Leipzig und Berlin 1909, pg. 72 ff.

grenzte Kreisstreifen in ihm ist in diesem Fall rotationslos[1]).

Der Ausdruck $r_a = \frac{1}{R}$ besagt ausserdem, dass in diesem Falle, der in einer realen Trombe höchstens auf einem schmäleren oder breiteren Streifen für kurze Zeit als Übergangsstadium vorkommen kann, die Kurve der Geschwindigkeitsverteilung eine Hyperbel ist.

Wenn im Kerne die sub I und im Mantel gleichzeitig die sub II besprochenen Verhältnisse herrschen, werden alle Stromlinien, sowohl wie die Windbahnen, konzentrische Kreise bilden, wenn wir die Trombe als stillstehend betrachten und von einem Ein- oder Ausströmen absehen. Die maximale Geschwindigkeit fällt in diesem Fall auf die Grenzlinie.

III. Im Falle eines idealen Gleitwirbels verschwindet der Mantel, während

IV. im realen Fall der Geschwindigkeitsabfall durch die meist eintretende Turbulenz und die damit verbundene Energiezerstreuung beschleunigt werden wird, so dass die Kurve der Geschwindigkeitsverteilung bei gleichem Durchmesser des Kernes sich den Koordinatenachsen mehr nähern wird, als die Hyperbel des Falles II.

Da in unseren späteren Betrachtungen diejenigen Teile des Mantels, in welchen die Geschwindigkeit unter einen bestimmten Wert gesunken sein wird, eine ganz unbedeutende Rolle beim Zustandekommen des Bewegungsfeldes spielen werden, können wir in erster Annäherung die Kurve der Geschwindigkeitsverteilung durch eine zum mittleren Teil der Hyperbel tangentiale Gerade ersetzen (siehe Fig. 7, sowie 13, 14, 15), weil in der Natur in der Gegend des Geschwindigkeitsmaximums ebenfalls ein langsameres Anwachsen der Bewegungsintensität eintreten muss, als es der Verlauf der Hyperbel verlangt.

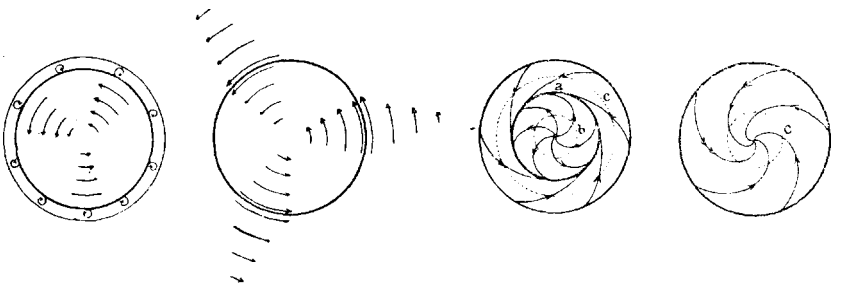
Die Entstehung des Mantels ist somit durch die Zähigkeit der Luft bedingt, und er bildet die Zone des hauptsächlichen

1) Das Fehlen einer Rotation kann hier derart vorgestellt werden, dass alle Luftpartikeln bei ihrer zirkularen Bewegung doch keine Drehung um die eigene Achse ausführen, während im Fall I sie sich bei der Zirkulation selbst soweit um die Achse drehen, als es nötig ist, um dem Mittelpunkt immer dieselbe Seite zuzukehren. Die Bewegung im Mantel dürfte im allgemeinen derart erfolgen, dass die Luftpartikeln sich in einem der Richtung im Kern entgegengesetzten Sinne um ihre, zur $XY$-Ebene senkrechte Achse drehen.

Energieverbrauches einer Trombe, welche den Boden noch nicht berührt.

Im Kerne werden die Wirbellinien einer Trombe bei positiver Drehung von unten nach oben verlaufen, wo sie nach J. W. Sandström [5] umbiegen und den Mantel von oben nach unten durchziehend, in der Nähe des Erdbodens in den Kern zurückkehren, um geschlossene Kurven zu bilden, da sie nicht frei enden können. Die Wirbelfäden des Kernes (Wirbelröhren)[1]) können dagegen an der Grenze des betr. Mediums (am Erdboden) enden[2]). Im Falle des Gleitwirbels müssen die absteigenden Teile dieser Wirbellinien dicht gedrängt an der Oberfläche des Kernes verlaufen.

Es sei hier noch hervorgehoben, dass die behandelten Verhältnisse sich auf den Fall einer fehlenden $Z$-Komponente beziehen, wie er etwa in einem barotropen Wirbel eintreten könnte.




a. Jugendstadium. b. Altersstadium. c. Singuläre Linie. d. Grundschema.
Fig. 1. Grundschemata der Luftbewegung in der $XY$-Ebene einer Windhose.

Unsere Fig. 1 stellt das Schema eines Normalschnittes durch eine Trombe dar, und zwar 1a im Jugendstadium (Fall I), während 1b sich auf eine reale Trombe dieses Typus bezieht.

Mit dem Auftreten einer Komponente in der Richtung der $Z$-Achse beginnt das Spiel der auf- und absteigenden Ströme, die unten eingehender behandelt werden sollen.

1) L. Prandtl, Abriss von der Lehre einer Flüssigkeits- und Gasbewegung. (Separatum aus: Handbuch der Naturwissenschaften, Bd. IV.) Jena 1913 pg. 104.

2) Zur Beurteilung der Bedingungen, unter denen Tromben in der Höhe der Wolken frei enden, falls sie nicht umbiegend die Erde noch einmal berühren, fehlen uns eben noch die Anhaltspunkte. Das sie frei enden können, zeigen die kürzlich veröffentlichten Versuche von Exner [9].

Als deren Folge muss im normalen Trombenquerschnitt im nichttranslatorischen Fall eine Konvergenz und Divergenz der Stromlinien, sowie singuläre Punkte auftreten. (Fig. 1c und 1d). Als zweite Veränderung kann, wenn wir hier vom unten zu behandelnden Einfluss der Luftverdünnung im Kern absehen, eine Verlagerung der Zone mit grösster Geschwindigkeitskomponente in der $XY$-Ebene eintreten, wobei im allgemeinen dieser Höchstwert zwischen 2 Singularitäten zu suchen sein wird, wie das die Linien $b$ und $c$ der Figur 1c andeuten, wenn wir im Mittelpunkt eine absteigende, in der singulären Linie eine aufsteigende Bewegung, oder umgekehrt, annehmen.

Da die Bewegung in der Richtung der $Z$-Achse mit einer zirkulären in der $XY$-Ebene verbunden ist, steht unter Umständen, je nach der Intensität der letzteren und dem Steigungswinkel der Windungen der Luftbahn, dem nichts im Wege, dass das weniger scharf ausgesprochene Maximum noch immer mit der singulären Linie zusammenfallen könnte. In diesem Falle ist die Projektion des Vectors der grössten Gesamtgeschwindigkeit $v$ auf die $XY$-Ebene absolut genommen grösser, als das Geschwindigkeitsmaximum zwischen den Singularitäten, d. h.

$$| v \cos \alpha | > v_{max.}$$

wenn $\alpha$ den Steigungswinkel bedeutet.

Hier kann somit das Gesetz der Geschwindigkeitszunahme verändert werden, sofern wir die für unsere Zwecke in Betracht kommende Projektion in die $XY$-Ebene im Auge behalten wollen.

Die Veränderung kann sich im nichttranslatorischen Zustand vor allem darin äussern, dass an Stelle des bisher theoretisch möglichen scharfen Geschwindigkeitsmaximums beim Übergang vom Mittelpunkt zum Rande der Windhose ein allmählicher Übergang eintritt, wobei auch im Mantel eine sekundäre Zone mit maximaler Geschwindigkeit auftreten kann (Fig. 1c Linie $c$). Die Zunahme der Geschwindigkeit ist nicht mehr linear. Die Ursache des Auftretens dieser $Z$-Komponenten der Bewegung kann schon durch Guldberg und Mohn [34], Ferrel [44 pg. 311 ff.] und Sprung [7] in der Reibung, besonders an der Erdoberfläche, als nachgewiesen betrachtet werden.

Als unmittelbare Wirkung der Reibung am Erdboden wird nach Hann [10] und Exner [8] in der untersten Schicht eine proportionale Geschwindigkeitsabnahme der Luftbewegung ein-

treten, wobei sie nach Ferrel [(44), pg. 287 ff.] gleichzeitig zu einer mächtigen Ursache der Entwickelung eines aufsteigenden Stromes wird, der wohl einen weiteren Energieverlust für die Zirkulation in der $XY$-Ebene bedeutet.

Es tritt ferner, nach Guldberg und Mohn [34], sowie nach Sprung [pg. 115], Hesselberg [12 pg. 180] u. a. als Folge der Reibung eine Abnahme des Ablenkungswinkels des Windes vom radial gerichteten Druckgradienten auf, die ihrerseits rein geometrisch eine Verkleinerung des Durchmessers der geschlossenen singulären Linien zur Folge haben muss. Da die singuläre Linie, und zwar die Konvergenzlinie, die Zone des stärksten Aufsteigens der Luftmassen, d. h. die Grenzfläche zwischen Kern und Mantel bezeichnet, wird der Durchmesser des Wirbelkernes durch die Reibung verkleinert werden, besonders sein unteres Ende, bis er sich zu einem Punkt zusammengezogen hat, worauf eine weitere Einwirkung der Reibung ein Emporsteigen vom Boden veranlassen muss. Eine neue Energiezufuhr kann ihn vom neuen zum Herabsteigen veranlassen u. s. w., wodurch die „hüpfende Bewegung" der Trombe zustande kommt. Während der Wirbelkern über dem Boden schwebt, kann der „Mantel" unter ihm bis zur Erde reichen und verleiht durch emporgewirbelten Staub der Trombe in diesem Stadium häufig die Gestalt einer Sanduhr.

Andererseits wird bei einer durch die Reibung annähernd linear verminderten Zirkulationsgeschwindigkeit die Zentrifugalkraft dem radialen Druckgradient nicht mehr gleich sein, wodurch ein Einströmen der Luft in den bisherigen Bereich des Kernes erfolgen muss. Die Krümmungshalbmesser der Luftbahnen des Mantels werden hierbei ebenfalls verringert, wodurch bei einer selbst nur teilweisen Erhaltung des Rotationsmoments[1]) eine Zunahme der Geschwindigkeit, sowohl der zirkularen, als der an der Grenzschicht aufsteigenden, erfolgen muss, welche sich fraglos wohl auf den äusseren Teil des Kernes übertragend, seinen Verlust an zirkularer Geschwindigkeit teilweise kompensieren könnte. Hieraus dürfte wiederum eine weitere Veränderung des Rotationsgesetzes des Kernes, auf die $XY$-Ebene bezogen,

1) Analog dem Versuch zur Darstellung des Wirbels im Gefäss, dessen schwach rotierender Flüssigkeitsinhalt durch eine enge Öffnung zum Ausfliessen gebracht wird und dabei einen Wirbel bildet.

durch die auftretende oder veränderte Reibung resultieren, wobei es nicht ausgeschlossen ist, dass die Kurve der realen Geschwindigkeitsverteilung im Kern zeitweilig die Form eines Hyperbelabschnittes annimmt. Die Verkleinerung des Ablenkungswinkels durch die Reibung wird jedenfalls im Mantel das Einströmen der Luft zur Achse vergrössern und somit neue Luftmassen, wenn auch anfangs erst langsam, in den Wirbel hinein beziehen.

Unsere Figuren 1c und 1d (Seite 11) stellen 2 Normalschnitte durch einen solchen, unter dem Einfluss der Reibung stehenden Wirbel dar, wobei in der ersten *a* die Konvergenzlinie, d. h. Trennungslinie zwischen Kern und Mantel, *b* — die Zone der grössten zirkularen Geschwindigkeit im Kern und *c* eine solche im Mantel bezeichnet. Der Normalschnitt Fig. 1d ist durch das untere Trombenende verlaufend gedacht, wobei an Stelle der singulären Linie ein singulärer Punkt auftritt. Die Linie *c* dürfte hier diesen Punkt umschliessen.

Zusammenfassend können wir annehmen, dass durch die Reibung neben der Abschwächung der zirkularen Geschwindigkeit das Auftreten der Konvergenzlinie und ein teilweiser Übergang ihrer Energie in eine Bewegung, parallel der *Z*-Achse verursacht wird. Durch die Reibung wird der Durchmesser des Wirbelkernes verkleinert, derjenige des Hofes gleichzeitig vergrössert werden [1]).

## 2. Die Komponente parallel der *Z*-Achse.

Wenn wir zur Betrachtung der Bewegungskomponente in der Richtung der *Z*-Achse übergehen, seien, bevor wir die theoretischen Möglichkeiten klarlegen, zuerst die Ergebnisse der Beobachtungen angeführt. In 31 Fällen ist eine derartige Bewegung in Europa wahrgenommen worden, und in Bezug auf sie kommt A. Wegener (l. c. pg. 212 ff.) zu folgenden Ergebnissen:

Die aufsteigende Bewegung überwiegt bei weitem bei Windhosen, weniger bei Wasserhosen. Die Geschwindigkeit dieser Bewegung ist aber nicht in allen Höhen gleich gross, da sie nach oben hin abzunehmen scheint und erreicht ihren Höchst-

1) Worauf auch die „stundenglasähnliche" Gestalt der den Boden berührenden Trombe hinweist.

betrag nicht in der Achse selbst, sondern in einem bestimmten Abstand von ihr, welcher der kondensierenden Röhrenwand entspricht, mitunter aber auch deren Innen- oder Aussenrand. Die häufig gleichzeitig beobachtete absteigende Bewegung erreicht ihr Maximum wahrscheinlich in der Achse, wo eine solche schon wegen der Auflösung der Wolken jedenfalls vorhanden sein muss Andererseits aber scheint auch der aufsteigende Mantel noch wieder von einem absteigenden umgeben zu sein, der bei stärkerer Ausbildung wohl eine ringwulstartige Senkung der Wolkenbasis zur Folge hat und damit zu der Erscheinung der Doppelröhre hinüberleitet.

Eine Erklärung hierfür ergibt sich nach A. Wegener aus dem Einfluss, welchen die Bodenreibung auf den Trombenwirbel ausübt. Auf graphischem Wege findet er durch einen Vergleich der berechneten Druckverteilungskurven bei fehlender und vorhandener Reibung folgende Resultate: Im unteren Teil der Trombe muss ein eigentümliches System vertikaler Gradienten entstehen, in der Achse ein stark abwärts gerichteter Gradient, aussen umgeben von einer Zone sehr stark aufwärts gerichteter Gradienten, die ihrerseits wieder umgeben ist von einer Zone schwacher, nach unten gerichteter Gradienten. — In diesen Ausführungen A. Wegeners kommen auf Grund der vorhandenen Beobachtungen naturgemäss die Verhältnisse innerhalb der häufigsten Trombenform am stärksten zur Geltung. Ihnen kann, wenigstens als Grenzfall, noch ein zweiter Trombentypus an die Seite gestellt werden, dem sich die realen Tromben mehr oder weniger nähern können, und dessen Möglichkeit als Grenzfall ebenfalls von W. Ferrel [cf Sprung (7) pg. 228] zugegeben wird.

Es handelt sich um den Fall mit rein zirkularer Bewegung, ohne eine Komponente in der Richtung der $Z$-Achse, wie er oben Seite 7 bis 11 schon in Bezug auf die Zirkulation im Querschnitt parallel der $XY$-Ebene behandelt worden ist, und auf den sich auch die Formel (1) im Falle I, II und besonders III (pg. 10) bezieht. Als Voraussetzung seiner Entstehung muss einerseits eine stark verminderte Reibung bei grosser Zirkulationsgeschwindigkeit und einer ausgiebigen Energie-Quelle im Cumulus vorhanden sein, die imstande wäre den unvermeidlichen Geschwindigkeitsverlust durch die Reibung sofort und gleichmässig zu ersetzen. Derartige Bedingungen wären ferner ausser einer grossen Zirkulationsgeschwindigkeit, die Anwesenheit einer Diskontinuitätsfläche der

Geschwindigkeit im Gleitwirbel als koaxialer Zylinderfläche; während das untere Ende durch eine wenig reibende Wasserfläche begrenzt werden soll. Wir hätten es hier also mit dem Idealfall der streng zylindrischen, wenig reibenden Wasserhose zu tun — einem Wirbel, der in der Terminologie von V. Bjerknes [2] als barotrop bezeichnet werden könnte, und in dem keine Bewegung in der Richtung der *Z*-Achse notwendig ist.

In einem barotropen Wirbel darf die Geschwindigkeit sich nicht ändern, wenn man längs einer Parallelen zur Wirbelachse aufsteigt. Da sein Kraftfeld nach Bjerknes [2] konservativ ist, fällt in ihm jede äquisubstantielle (isosthere) Fläche, oder jede Diskontinuitätsfläche mit einer Isobarenfläche und den Aequipotentialflächen zusammen, so dass die Bewegung eines Massenteilchens von der Oberfläche zur Achse oder umgekehrt mit einer bestimmten Arbeitsleistung verbunden ist. Eine Verschiebung in der *Z*-Richtung, dagegen, sowohl innerhalb einer Aequipotentialfläche, wie auch, folglich, in jedem Zylinderrohr das innerhalb der Trombe parallel der Achse verläuft, verlangt keine Arbeitsleistung, welcher Umstand eine vollkommene und schnelle Kraftübertragung von der Energiequelle bis an das Ende des Wirbels gewährleistet. Wenn wir in der Wolkenhöhe die Entstehung eines barotropen Abschnittes der Wasserhose zulassen, wird sich dieser Rotationstypus dank seinen konservativen Eigenschaften und der leichten Übertragbarkeit der Kraft von selbst herabwachsend ausbreiten, soweit es die Leistungsfähigkeit der Energiequelle zulässt, und bis zu jener Stelle, an welcher die Energiezerstreuung über ein gewisses Mass hinaus erhöht wird. Das untere Ende dieses Wirbels kann jedenfalls nicht mehr barotrop sein, sondern muss dem baroklinen Typus angehören und bildet als solches den Kern des „Wasserfusses".

Wenn wir uns die vorhandenen Beobachtungen auf das Vorkommen dieses Grenzfalles hin ansehen, finden wir in Bezug auf das Fehlen einer Bewegung parallel der *Z*-Achse keine ausdrücklichen Angaben. Während nach A. Wegener in 25 Fällen in Europa eine zirkulare Bewegung festgestellt ist, liegt bisher kein einziger vor, in dem das Fehlen einer auf- oder absteigenden Komponente ausdrücklich erwähnt wäre[1]), wenngleich

1) Was übrigens bei der Fülle von in kurzer Zeit sich dem Beobachter aufdrängenden wesentlicheren Wahrnehmungen z. T. verständlich ist.

einige Berichte diese Möglichkeit auch nicht ausschliessen[1]). Die bisher beobachteten Wasserhosen mit einem gleichmässig dicken Wolkenschlauch müssen dagegen als Übergangsfälle [W. Milch (4)] betrachtet werden, deren Massenverteilung der barotropen bloss mehr oder weniger nahe kam, da in ihnen in einer Reihe von Fällen eine wenn auch geringere Luftbewegung in der Richtung der *Z*-Achse beobachtet worden ist.

Die häufig festgestellte Hohlröhrenform der Wasserhosen verlangt zu ihrer Erklärung nicht unbedingt eine herabsteigende Bewegung, da sie auch durch eine Art Zentrifugierung der Kondensationströpfchen entstanden sein kann; dagegen spricht die meist schwächere Kondensation einer Wasserhose, im Vergleich zur Windhose, für das Vorhandensein einer relativ geringen *Z*-Komponente.

Als ausgesprochener Fall eines baroklinen Wirbels können dagegen die trichterförmigen Windhosen bezeichnet werden, in denen die Bewegungskomponente in der Richtung der *Z*-Achse eine beträchtliche Geschwindigkeit aufweisen kann[2]).

Wenn die Verzögerung der zirkularen Bewegung am Erdboden sich mehr oder weniger gleichmässig auf den gesamten Wirbel verteilt, tritt der Fall ein, dass beim Aufsteigen längs einer Geraden parallel der Wirbelachse im Mantel eine ständige Zunahme der Geschwindigkeit zu verzeichnen ist. In diesem Fall schnei-

1) So heisst es z. B. in der „Beschreibung mehrerer auf dem Mittelländischen Meer beobachteten Wasserhosen" von Murhard, Gilberts Annalen der Physik 12, 239, 1803 (vom 5. November 1800): „Die Säulen waren alle sehr gleichförmig und in jeder Entfernung von der Oberfläche des Meeres gleich dick. . . Oben und unten allein (gesperrt v. Verfasser), wo sich die Säulen in den Wolken und im Meer verloren, hatten sie eine weit beträchtlichere Peripherie, denn an diesen beiden Orten erblickte man unzählige Wirbel und Schneckengänge, die das hinauf- und hinabrollende Wasser (sollte wohl Dampf oder Wolken heissen! d. Verf.) bildete, und die den Säulen das Aussehen gaben, als wären sie mit Kapitälern versehen" [zitiert nach A. Wegener (1) pg. 129]. — Vom baroklinen Wasserfuss abgesehen, könnte das obere barotrope Ende eine abweichende Zirkulationsschicht an der unteren Wolkenbasis durchsunken haben. Die endgültige Entscheidung der Frage, ob die Bewegung in der *Z*-Richtung fehlen kann, dürfte aber erst durch einwandfreie Beobachtungen darauf eingestellter Beobachter entschieden werden.

2) Nach einer Berechnung von A. Wegener für die Trombe von Novska [lc. pg. 185] ergab sich eine Geschwindigkeit dieser Komponente als $= 72$ msc $^{-1}$.

den sich nach V. Bjerknes (l. c.) die isobaren und isostheren Einheitsflächen, es entstehen Solenoide, als deren Folge eine in der Mitte aufsteigende und aussen absteigende Zirkulation auftreten muss. Die Grösse der Zirkulation ist der Anzahl der Solenoide proportional.

Die Zirkulation im Achsenschnitt einer baroklinen Windhose ist in Fig. 2 dargestellt, wobei jedoch der aufsteigende Luftstrom nicht die Mitte der Trombe einnimmt, sondern der Zentrifugalkraft folgend, sich der Zone der grössten Zirkulationsgeschwindigkeit an der Grenze zwischen dem Kern und Mantel nähernd dargestellt ist, während die Mitte von einer schwach zirkulatorisch herabsteigenden Kompensationsströmung eingenommen wird. Die in diesem Strom gelegenen Massenteilchen dürften, wenn sie einen gewissen Abstand von der Rotationsachse haben, bald der Zentrifugalkraft folgend ihre Richtung ändern, um in den allgemeinen Strom in der Grenzfläche überzugehen und die Zirkulation als aufsteigende Teilchen zu schliessen. Nur die in der Achse selbst absteigenden dürften bis in die untere Spitze gelangen.

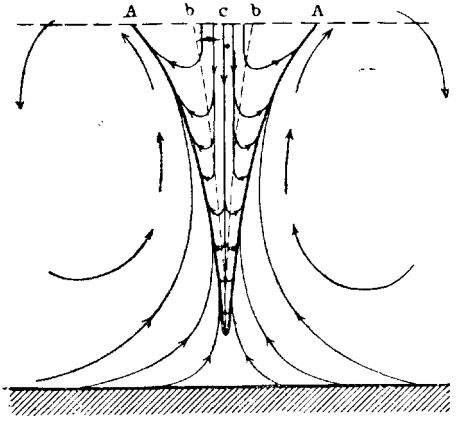



Fig. 2. Schema der Vertikalzirkulation einer Windhose.

Für das Vorhandensein einer derartigen Kompensationsströmung spricht eine Reihe direkter Beobachtungen. Im Bericht über die Windhose von Trier[1]) berichtet z. B. Nöggerath von einem Mann, der in die Trombe hineingeriet: „Aber er behauptet zwei Strömungen in demselben verspürt zu haben, wovon die eine schief nach oben gegangen sei, und Kornhalme mit Ähren und andere leichte Körper mitgenommen, die andere aber die entgegengesetzte Richtung gehabt habe".

Diese Darstellungsweise stimmt weiter mit der Ansicht

1) Schweiger-Seidels Journal für Chemie und Physik, 56, 377, 1829 (zitiert nach A. Wegener).

J. W. Sandströms [(6) Taf. 27. Fig. 1] überein, der in einer tropischen Zyklone und Trombe eine Konvergenzlinie annimmt, innerhalb deren eine herabsteigende und in positiver Richtung divergierende Luftbewegung herrschen muss.

A. Wegener führt weiter [47] die Zeichnung einer Kleintrombe auf der Havel bei Potsdam an, die von Dr. E. Mylius stammt und einen deutlichen Schaumring in der Konvergenzlinie zeigt[1]).

Als weitere Belege seien hier 2 Versuche genannt: Der erste wurde von Vettin ausgeführt, dem es bei künstlicher Darstellung der Bewegungsvorgänge in der Atmosphäre gelang trombenartige Gebilde mit einer deutlich herabsteigenden Mittelströmung zu erhalten [(24) Taf. 6., Fig. 6]. Im zweiten Fall wurde von A. v. Parseval[2]) bei einer Versuchsanordnung zum Studium der Wirbel um die Tragfläche eines Flugzeugs das Übertreten der Wirbel in die Luft hinter der Fläche durch Rauch sichtbar gemacht, wobei in der Mitte des trichterförmig erweiterten Wirbels eine rotierende Kompensationsströmung auftrat.

Die Darstellung der Fig. 2 deckt sich mit den (Seite 7) angeführten Ansichten Wegeners über die auf- und absteigende Bewegung in Windhosen, während eine Abweichung darin besteht, dass hier das äussere Herabsteigen der Luft in grösserer Entfernung vom Kern der Trombe angenommen wird, während die Bildung der Ringwülste, besonders der kleineren, die häufig die Wasserhose entlang nach unten wandern, [30] nicht auf eine Bewegung vorwiegend in der *Z*-Richtung, sondern auf das Vordringen eines neuen, mehr dem barotropen Typus ähnelnden Zirkulationssystems zurückzuführen wäre[3]). Es ist ferner nicht unwahrscheinlich, dass eine jede Wasserhose an der Stelle, wo die Säule in den Wasserfuss übergeht, eine ringwulstartige Stufe aufzuweisen hat.

---

1) Es heisst in der Beschreibung: „... die Säule von Wasserstaub ... peitschte ... einen ringförmigen Wall von 20—30 cm Höhe auf, und bohrte — so sah es aus — ein Loch von 30 cm Tiefe (gespert v. Verf.) und 1.8 m Durchmesser". Hier scheint ebenfalls eine herabsteigende Kompensations-Strömung in der Achse vorhanden gewesen zu sein.

2) Berichte und Abhandlungen der wissensch. Gesellschaft für Luftschiffahrt 1921. Heft IV.

3) Diese Ringwülste sind auf einigen Photographien sichtbar, z. B. der Wasserhose auf dem Zugersee. Siehe Früh, Wasserhosen auf Schweizer Seen. Jahrbuch der Geogr.-Ethnogr. Ges. in Zürich 1906—07, S. 105, Zürich 1907.

Es erscheint ferner, — solange wir über die Vorgänge innerhalb einer doppelröhrigen Trombe kein ausreichendes Beobachtungsmaterial haben, nicht ausgeschlossen, dass durch einen der Trombenbildung analogen Vorgang die zirkulierende Kompensationsströmung einen derartigen Anschluss an die Energiequelle gewinnt, dass sie zum selbstständigen Kern wird und keine Luft mehr nach aussen abgibt, wie das letztere in Fig. 2 der Fall ist. Wenn diese Veränderung ihres inneren Baues zum Zerfall der Trombe führt, hätte ein Beobachter den Anblick einer zerfallenden äusseren Röhre, in der eine schmale Mittelröhre sichtbar wird, wie das W. Köppen [cf. (1) pg. 219] beschreibt, und von Bigelow als Entwickelungsstadium der Wasserhose von Cottage City photographiert [46] worden ist. Sowohl im Falle eines breiteren Ringwulsts, als auch einer Doppelröhre, hätten wir es mit der Möglichkeit des Auftretens einer doppelten Konvergenzlinie im *XY*-Schnitt der Trombe zu tun.

In der letzten Zeit sind noch weitere Beschreibungen doppelwandiger Wasserhosen erschienen, von denen die eine von Hale Carpenter am Victoria-Nyanza am frühen Morgen des 30. Juni 1922 aus einer Entfernung von gegen 100 m 5 Minuten lang beobachtet werden konnte[1]). Dort heisst es:

„der Kern der Kolonne war viel weniger dicht gewesen, als die Peripherie, und das starke spiralige Aufsteigen des Wassers konnte man deutlich sehen . . . Umgebend den zentralen Kern, aber getrennt von ihm durch einen klaren engen Raum (gesp. v. Verf.) war eine Hülle, deren unteres Ende in einiger Entfernung über dem Wasser allmählich verschwand. Das Profil dieser Hülle war gewellt, da es an einigen Stellen dicker war, als an anderen."

Etwas weniger klar ist eine zweite Mitteilung von H. E. Wood[2]) (Union Observatory, Johannesburg):

„Einen interessanten Zug der Wasserhose scheint mir ein Detail des der Erde zugewandten Endes zu bieten: dort war ein gut ausgeprägter Kern (core), umgeben von einer weniger dichten Scheide vorhanden."

Lehrreicher ist der vom Kapitän des dänischen Dampfers „Hamershus" am 7. März 1923 um $11^h$ a. in $3^0$ N. Breite und $23^0 30'$ W. Länge an einem stürmischen Regentage beobachtete

1) Monthly Weather Review, volume 51, № 4, April 1923, pg. 209, nach einem Bericht in Nature, Sept. 23 1922. pg. 414.

2) Nature, Jan. 1920 pg. 82.

Fuss einer nicht kondensierenden Doppelrohrtrombe, den er folgendermassen beschreibt[1]):

„An einem Ring von Sprühregen, der sich etwa 1 m (3 Fuss) hoch über das Meeresniveau erhob und ungefähr 75 cm (2 Fuss) breit war, fuhr das Schiff in ca 36 m (20 Faden) Entfernung im Osten vorüber. Der Ring hatte 46 m (150 Fuss) im Durchmesser. Der Sprühregen hatte eine rotierende Bewegung in der Richtung der Uhrzeiger und die Form eines fast vollkommenen Kreises. Im Zentrum dieses grossen Ringes befand sich ein zweiter, viel kleinerer Ring mit einem Halbmesser von 2.4 m (8 Fuss). Dieser zweite Ring bestand auch aus einem Sprühregen, welcher sich in derselben Richtung bewegte, wie der äussere. Augenscheinlich war seine Bewegung auch stärker und der Sprühregen schien auch höher von der Oberfläche des Wassers emporzusteigen. Zwischen beiden Ringen hatte das Meer dasselbe Aussehen, wie ausserhalb des grossen Ringes: man konnte den Regen herunterfallen sehen. Im Inneren des kleinen Ringes war das Meer ganz ruhig, man konnte nicht den Regen herabfallen sehen, und die Oberfläche schien konkav zu sein. Vielleicht war das auch eine Täuschung, welche durch die Rotation des Sprühregens um den Rand des Ringes verursacht wurde. Beide Ringe schienen absolut konzentrisch zu sein, und bewegten sich, absolut genommen, in westlicher Richtung, ungefähr 18,5 km (10 Meilen) pro Stunde“ (3 msc $^{-1}$).

Aus vorstehender Beschreibung geht wohl recht klar hervor, dass innerhalb des kleinen Ringes eine herabsteigende Bewegung oder Stille geherrscht hat. Im Zwischenraum zwischen beiden Konvergenzlinien kann sicher eine herabsteigende Bewegung und in den konzentrischen Kreisen eine stark aufsteigende angenommen werden (Vgl. Fig. 32 *a*). Die Durchmesser der Kreise verhielten sich wie 1 : 10.

Wenn wir es nun versuchen das wahrscheinliche Ergebnis aller angeführten Beobachtungen zusammenzufassen, erhalten wir die Figuren 3 und 4.

In Figur 3 ist der untere Teil einer nahezu barotropen Wasserhose schematisch dargestellt. Die untere Spitze ist baroklin gedacht und zeigt ein Zirkulationssystem analog Fig. 2. Die hier emporgehobenen Wassertropfen müssen nach Erlangung einer bestimmten Zirkulationsgeschwindigkeit der Zentrifugalkraft folgend in tangentialer Richtung von der Säule nach aussen weggeschleudert werden, wo sie in Parabelbahnen herabfallend und gleichzeitig horizontal mit der umgebenden Luft zirkulierend den Wasserfuss des Wirbels bilden, der wie eine Art zwie-

1) Aus einem Bericht, gegeben der Marine-Division des Weather Bureau, cf. Monthly W. Rev. l. c.

fach zirkulierender Wirbelring die Trombenspitze umgibt. Das untere Ende des nahezu barotropen Teiles ist stufenförmig ringwulstartig erweitert gezeichnet, von welchem Punkte aus man den Beginn der starken Energiezerstreuung im Fuss annehmen kann. Durch kleine Pfeile ist die im zylindrischen Teil meist beobachtete Bewegung in der $Z$-Richtung angedeutet[1]).

Fig. 4 soll ein Schema der Gesamtzirkulation einer baroklinen Windhose geben, wobei die gestrichelten Linien die Bahnen der Luftteilchen innerhalb der Trombe bezeichnen. Es sei hier noch hervorgehoben, dass die Form des Kernes einer

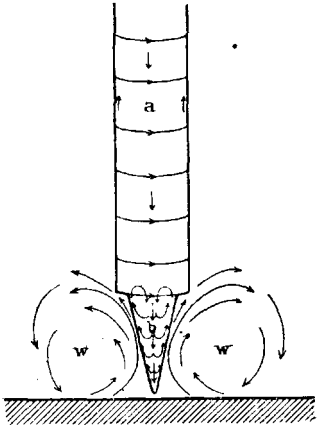



Fig. 3. Schema der Luftzirkulation einer Wasserhose.

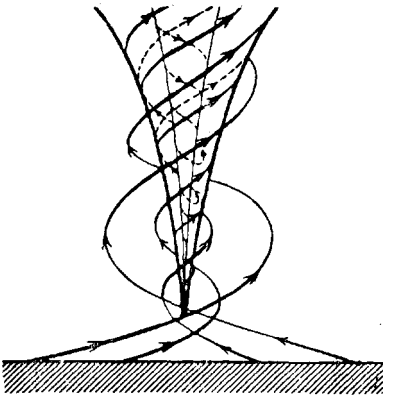


Fig. 4. Schema der Luftzirkulation einer baroklinen Windhose.

Windhose nicht dem Bilde genau zu entsprechen braucht, das wir beim Anblick des Wolkentrichters haben, da letzterer unten nicht immer bis zur Spitze des Kernes herabzureichen braucht, dafür am oberen Ende wohl meist bedeutend breiter als der Kern sein dürfte.

Die Geschwindigkeit der zirkularen Bewegung ($r$) hat in einigen Fällen annähernd geschätzt, oder nach den Zerstörungsspuren berechnet werden können, jedoch beziehen sich die meisten Berechnungen dieser Art auf die Gesamt-

1) Die Einzelheiten des Überganges dieser beiden Teile ineinander bedürfen eben jedenfalls noch einer experimentellen Bestätigung oder Widerlegung, während die Form des Wasserfusses im genannten Werk von A. Wegener aus zahlreichen Beschreibungen hervorgeht.

geschwindigkeit ($v$), d. h. das Resultat einer Superposition zweier Bewegungsfelder: eines translatorischen und eines zirkularen. W. Ferrel [(45.) pg. 234] berechnet die Windgeschwindigkeit in einem Tornado in 21 m Entfernung von der Achse zu 140 msc$^{-1}$. Nach Finley [42] kann man die zirkulare Geschwindigkeit auf 45—250 msc$^{-1}$ schätzen. Er betrachtet 450 msc$^{-1}$ als Maximalwert, der im Wirbel überhaupt vorkommen dürfte.

Für Europa liegt eine Berechnung von Lalanne für die Trombe von Chatenay [48] vor, die 72.5 msc$^{-1}$ ergibt, während Wegener 4 Windhosen, deren Geschwindigkeit auf 30, 35, 45 und 40—50 msc$^{-1}$ geschätzt wurde, zu den schwächeren rechnet und die Ansicht vertritt, ein Beweis dafür, dass jemals der Wert von 100 msc$^{-1}$ in Europa wesentlich überschritten worden ist, sei jedenfalls bisher noch nicht erbracht; in normalen Fällen lassen die Zerstörungen auf Werte von 70—80 msc$^{-1}$ schliessen. Die für Europa berechneten Höchstwerte sind: nach Abbé Bourgeat (Trombe St.-Claude) [49] 83 msc$^{-1}$, nach Mohorovičič und Wegener (Tornado von Novska) [(1) pg. 186] 100 msc$^{-1}$. Dabei waren die Kraftäusserungen schon so gewaltig, dass im ersten Fall ein Krahn von 25.000 kg Gewicht hochgehoben, und im zweiten ein Eisenbahnwagen von 13.140 kg über einen Zaun weggetragen wurde. Die Korrektion zur Berechnung der zirkularen Geschwindigkeit nach der resultierenden beträgt für Europa etwa 10—15 msc$^{-1}$, was die Daten nur unwesentlich verkleinert.

### 3. Die fortschreitende Bewegung.

Zu den behandelten 2 zirkularen Bewegungskomponenten tritt im Bewegungsfelde einer Trombe die translatorische Komponente (t) des ganzen Wirbels hinzu.

Nach Finley [42] haben die Tornados der Vereinigten Staaten eine Zuggeschwindigkeit von 3—45 msc$^{-1}$, mit 20 msc$^{-1}$ als Mittelwert. In Europa hat sie nach A. Wegener Werte von 0—24 msc$^{-1}$ aufzuweisen gehabt, so dass der Mittelwert aus 30 Fällen bloss 6.4 msc$^{-1}$ beträgt, was 61% der mittleren Zuggeschwindigkeit der Gewitter ausmacht. Im Ostbaltischen Gebiet, wo relativ viele Windhosen beobachtet worden sind [27, 28], scheint auch diese Geschwindigkeitskomponente grösser zu sein. Es beträgt dort das Mittel aus 8 Fällen, in denen die

Zuggeschwindigkeit ermittelt werden konnte, 15.1 $msc^{-1}$, wobei sie zwischen 0.7 und 30 $msc^{-1}$ schwankte [1]).

Die translatorische Bewegung der Windhosen kann in vielen Fällen sowohl der Geschwindigkeit, als auch der Richtung nach als konstant angesehen werden. Im allgemeinen Fall ist sie es jedoch nicht. Ausser beobachteten Ablenkungen der Spur beim Übergang aus dem Walde auf das freie Feld oder umgekehrt, beim Überschreiten grösserer Wasserflächen, beim erstmaligen Berühren des Bodens [(1) pg. 170 ff.], [42], [28], scheint die Trombe nach Wegener in ihrer Bewegung häufig zykloidenähnliche Schwankungen auszuführen, deren Breite allerdings diejenige des Åsgardsweges nur wenig übertrifft [(28) p. 39] [2]). Im Falle der Windhose von Königswinter [3]) war die Bahn eine unregelmässige Kurve und wies eine plötzliche Richtungsänderung um fast 170° über dem Rhein auf, an welchem Punkt die fortschreitende Geschwindigkeit wenigstens für eine kürzere Zeit bis fast auf 0 zurückgegangen sein muss.

Derartige Unregelmässigkeiten dürften jedoch selten, besonders bei stärkeren Tromben sein, während Beispiele geringer Schwankungen der Mittellinie einer Windhose weiter unten (Kap. V) angeführt sind. Weil das Bewegungsfeld innerhalb einer fortschreitenden Trombe in viel höherem Masse von dem Verhältnis der Geschwindigkeit der zirkularen zu derjenigen der fortschreitenden Bewegung ($r : t$) abhängt, als von den Absolutwerten der Geschwindigkeit (siehe weiter unten, Kap. III), seien hier einige wahrscheinliche Werte dieses **Geschwindigkeitsverhältnisses** ($G$) angeführt.

Aus den oben genannten Zahlen für Nordamerika erhalten wir unter Berücksichtigung der Mittelwerte $r = 150$, $t = 20\ msc^{-1}$:

$$G = 7.5.$$

Von der Annahme ausgehend, dass der Höchstwert von $r$ gleichzeitig mit dem Maximum von $t$ in derselben Trombe auftrat, erhalten wir $G = 10.0$.

---

1) Die von A. Wegener noch nicht angeführten ostbaltischen Fälle ergeben mit den übrigen europäischen zusammen einen Mittelwert von 8.3 $msc^{-1}$.

2) Die Abweichung von der mittleren Bahnlinie der amerikanischen Tornados kann nach J. v. Hann [(10) pg. 546] 40 bis 250 m. betragen.

3) G. vom Rath: Über die Wettersäule, welche am 10. Juni 1858 oberhalb Königswinter zwei Mal über den Rhein ging. Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie 104, 631, 1858. Siehe auch A. Wegener l. c. pg. 31.

Eine Verwendung der entgegengesetzten Extremwerte ($r = 250$, $t = 3$ msc$^{-1}$) liefert als äusserste Werte:

$$1.0 < G < 83.3,$$

wobei der letztere Wert als unwahrscheinlich und beträchtlich zu gross bewertet werden muss.

In Europa erhalten wir als Mittelwert unter Berücksichtigung auch der ostbaltischen Fälle

$$G = 9.0.$$

Eine Verwendung der Extremwerte ergibt hier $G = 3{,}3$ und $G = \infty$, welch letzterer Wert bei $t = 0$ eintritt und praktisch von keiner Bedeutung ist. Nach den entgegengesetzten Extremen findet man als äusserste Werte:

$$1.0 < G < \infty.$$

Der für Europa gefundene Mittelwert ist durch die verhältnismässig grosse Zahl der Werte $t = 0$ stark beeinflusst und dürfte, wie auch in Amerika, bei $G = 6$ liegen[1]). Als Extremwerte sollen für uns fernerhin $G = 1$ und 15 bis 20 gelten, wobei aber aus theoretischen Gründen die Werte unter 1.0 ebenfalls mitberücksichtigt werden sollen. Das grösste Geschwindigkeitsverhältnis dürften nicht die Windhosen mit maximaler Zirkulations-, sondern diejenigen mit minimaler Translationsgeschwindigkeit haben. Wichtiger als die Mittelwerte sind jedoch die individuell vorkommenden Werte von $G$.

Im Falle der Windhose von Wien-Neustadt [22] z. B. kann die Gesamtgeschwindigkeit innerhalb des Wirbels nach den Aufzeichnungen eines Anemographen als weit über 40 msc$^{-1}$ angenommen werden. Andererseits wurde durch sie ein fahrender Eisenbahnzug soweit seitlich geneigt, dass er beinahe umgekippt wäre. Analog der Berechnung von A. Wegener und Mohorovičič (pg. 23) für die Windgeschwindigkeit der Trombe von Novska[2]), die einen Eisenbahnzug umwarf und emporhob, kann die Geschwindigkeit kleiner als 100 msc$^{-1}$ angenommen werden. Da die Windhose

1) In Anbetracht der fehlenden genauen Anhaltspunkte zum Reduzieren der angeführten Zirkulationsgeschwindigkeiten in fortschreitenden Windhosen auf stillstehende, müssen diese Werte von $r$ als im allgemeinen zu gross betrachtet werden, wodurch der Wert des Geschwindigkeitsverhältnisses ebenfalls zu gross wird, und eine Verringerung hier berechtigt erscheint.

2) l. c.

mit einer Geschwindigkeit von 30 $msc^{-1}$ einherzog, dürfte in diesem Individualfall $G$ grösser als 1.25 und kleiner als 3.3 gewesen sein.

Auf Grund des Ausgeführten werden wir bei der Analyse des Bewegungsfeldes atmosphärischer Wirbel mit Werten von $G = 0.75$ bis 6.0 rechnen.

---

Zweites Kapitel.

## Die Methode der Individualkreise.

Einer analytischen Behandlung des Bewegungsfeldes innerhalb einer fortschreitenden Windhose als eines Ganzen stellen sich ausserordentliche Schwierigkeiten entgegen. Daher soll hier, um der Lösung dieser Frage praktisch näher zu rücken, die Methode der graphischen Analyse des Problems angewandt werden.

In Anbetracht der grossen Ähnlichkeit zwischen Tromben und Zyklonen seien hier einige Untersuchungsergebnisse dieser letzteren, oder von Wirbeln im allgemeinen, angeführt, um daraus eine Handhabe zum Beurteilen der weiter unten gefundenen Resultate zu gewinnen.

Im Jahre 1909 erschien in den Annalen der Hydrographie die Abhandlung von J. W. Sandström: „Über die Bewegung der Flüssigkeiten" [6], in welchen er die von ihm erfundene Isogonen-Methode zum Zeichnen von Integraldiagrammen der Bewegungsvektoren vorschlägt. Die auf graphischem Wege (z. T. mit Hilfe einer Integrationsmaschine) erhaltenen Vektorlinienfelder der Stromlinien[1]) zeigen eine Reihe von Singularitäten, wie Konvergenz- und Divergenz-Punkte oder -Linien, welchen seither in der Geophysik, speziell der Atmosphäre und des Meeres, eine immer wachsende Aufmerksamkeit geschenkt wird, und die u. a. von V. Bjerknes [3] als wichtige Elemente beim Aufstellen kinematischer Diagnosen atmosphärischer und hydrosphärischer Bewegungszustände verwandt worden sind.

---

1) V. Bjerknes nennt diese Vektorlinien, die in jedem Punkt des Feldes die momentane Bewegungsrichtung bezeichnen, l. c. pg. 23 „Strömungslinien".

Analytisch ist das Bewegungsfeld der Atmosphäre neben V. Bjerknes [3] in den Veröffentlichungen des Geophysikalischen Instituts in Leipzig von Hesselberg und Sverdrup [12], sowie von Dietzius [21] u. a. behandelt worden[1]), wobei sich die Ausführungen auf homogene Bewegungsfelder in der Nähe singulärer Punkte beziehen und als solche auch innerhalb eines bestimmten Gebietes schwächerer Tromben in erster Annäherung gelten dürften.

Hesselberg und Sverdrup (12), sowie Dietzius (21) behandeln das Problem für den nichttranslatorischen Fall und gehen von der Annahme aus, dass die Geschwindigkeitskomponenten der Bewegung parallel den Achsen, $v_x$ und $v_y$, lineare Funktionen von $x$ und $y$ darstellen, d. h.

$$(2) \qquad \begin{aligned} v_x &= \alpha x + \beta y + m \\ v_y &= \gamma x + \delta y + n. \end{aligned}$$

Nach einer Parallel-Verschiebung der Koordinatenachsen erhalten wir

$$\begin{aligned} v_x &= \alpha(x-a) + \beta(y-b) \\ v_y &= \gamma(x-a) + \delta(y-b). \end{aligned}$$

Hieraus ergeben sich als Koordinaten des Zentrums die Quotienten

$$(3) \qquad a = -\frac{\Delta_1}{\Delta_3} = -\frac{m\delta - n\beta}{\alpha\delta - \beta\gamma} \text{ und } b = \frac{\Delta_2}{\Delta_3} = \frac{m\gamma - n\alpha}{\alpha\delta - \beta\gamma}.$$

Wenn $m$ und $n$ Funktionen der Zeit $t$ sind, werden auch $a$ und $b$ zu solchen. Der Punkt $M_{(ab)}$ ist das Symmetriezentrum des Feldes.

Je nach dem Wert der Determinanten in (3) lassen sich nach den beiden ersten Autoren folgende 3 Fälle in Bezug auf die Lage des Zentrums unterscheiden:

1) Wenn $\Delta_3 \neq 0$, d. h. $\frac{\alpha}{\gamma} \gtrless \frac{\beta}{\delta}$, liegt $M_{(ab)}$ im Endlichen.

2) $\Delta_3 = 0$; wir erhalten kein Zentrum im Endlichen, sondern

---

1) Nach dem Abschluss dieser Arbeit sind als weitere Beiträge zur Frage nach dem Mechanismus einer Zyklone dem Verfasser bekannt geworden: T. Kobayasi: On the Mechanism of Cyklones and Anticyklones. Quarterly Journal. July 1923, pg. 177. — V. H. Ryd: Travelling cyclones. Publikationer fra det Danske Meteorologiske Institut. Meddelelser № 5.

a) bei $\Delta_2 = \Delta_1 = 0$, d. h. $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta} = \frac{m}{n}$ wird das Zentrum unbestimmt,

b) bei $\Delta_2$ und $\Delta_1 \neq 0$, d. h. $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta} \gtrless \frac{m}{n}$ werden $a$ und $b$ unendlich, d. h. im Endlichen ist kein Zentrum vorhanden.

Eine Stromlinie kann ferner durch die Differentialgleichung ausgedrückt werden:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_y}{v_x} = k, \text{ oder } \frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}, \tag{4}$$

durch deren Integration die Gleichung der Stromlinie erhalten wird. Nach Dietzius kann durch eine Drehung des Koordinatensystems die Gerade $ax + \beta y = \text{const.}$ der Abszisse parallel werden. Dann nimmt Gleichung (1) die Form an:

$$vx = ay + m_1$$
$$vy = by + n_1.$$

Nach einer Integration der Stromliniengleichung $\frac{dy}{dx} = \frac{by + n_1}{ay + m_1}$ erhalten wir in Bezug auf den Verlauf der Linien unter den oben gemachten Voraussetzungen nach Dietzius folgende Fälle:

A. Das Zentrum liegt im Unendlichen, oder ist unbestimmt.

1) $b = 0$.

Die Stromlinien sind kongruente Parabeln mit der gemeinsamen Achse $ay + m = 0$, parallel zur $x$-Achse.

2) $b = 0$, $a = 0$.

Die Stroml. bilden eine Schar paralleler Geraden, welche unter einem spitzen oder stumpfen Winkel die Achsen schneiden.

3) $b = 0$, $n_1 = 0$.

Die Linien sind der $x$-Achse parallele Gerade.

4) $a = 0$, $m_1 = 0$.

Die Geraden sind der $y$-Achse parallel.

5) $a = 0$, $m_2 \neq 0$.

Die Stromlinien sind eine Schar Exponentialkurven und schneiden im Unendlichen eine gerade Stromlinie, die im Abstande $\frac{n}{b}$ der $x$-Achse parallel verläuft.

6) $\frac{m_1}{a}=\frac{n_1}{b}$.

Die Luft strömt beiderseits einer windstillen Geraden in entgegengesetzter Richtung ab.

7) Wenn ausserdem noch $n_1 = 0$, bewegt sich die Luft beiderseits der windstillen Geraden ihr parallel, aber in entgegengesetzter Richtung.

8) $a \neq 0$, $b \neq 0$, $\frac{a}{b} \neq \frac{m_1}{n_1}$.

Bei beliebiger Wahl der 4 Koeffizienten bilden die Stromlinien zwei einander unähnliche Kurvenscharen mit einer gemeinsamen Asymptote $y = -\frac{n}{b}$.

B. Das Zentrum liegt im Endlichen, die Isogonen sind radial angeordnete Gerade.

Es sei in der Formel (3) $\Delta_3 \neq 0$, dann kann die Gleichung (4) der Stromlinie nach Dietzius (l. c. pg. 44) dargestellt werden durch:

$$-\frac{dx}{x}=\frac{\alpha+\beta z}{\beta z^2+(\alpha-\delta)\,z-\gamma}\,dz, \tag{5}$$

wo $z=\frac{y}{x}$ ist.

Im Verlauf der daraus gefundenen Stromlinien unterscheidet genannter Autor weiter folgende Fälle:

9)$_1$ $\Delta_3 \neq 0$, $\beta \neq 0$.

Wenn gleichzeitig die Diskriminante ($D$) der quadratischen Gleichung im Nenner von (4), d. h. $(\alpha-\delta)^2+4\beta\gamma \geqslant 0$ ist, enthält das Bewegungsfeld 2 singuläre Gerade, die sich in einem Punkt schneiden. Sind hierbei die Ausdrücke:

$$A=\frac{z_1+\frac{\alpha}{\beta}}{z_1-z_2} \text{ und } B=\frac{z_2-\frac{\alpha}{\beta}}{z_2-z_1},$$

wo $z_1$ und $z_2$ die Wurzeln der quadr. Gleichung bezeichnen, beide grösser als 0, so zerfällt jede Stromlinie in 4 hyperbelähnliche Äste, welche aber im Endlichen weder in die Asymptote einmünden, noch von ihr abzweigen. Längs der einen Geraden findet ein Einströmen, längs der anderen ein Ausströmen der Luft vom Zentrum statt. (Neutraler singulärer Punkt.)

9)$_{II}$ $\Delta_3 \neq 0$, $\beta \neq 0$, $A < 0$, $B > 0$.

Längs beider singulären Geraden findet ein Ausströmen vom Zentrum statt. Die Stromlinien sind denen des vorigen Falles ähnlich, haben jedoch alle ihren Ursprung im Zentrum.

10)$_{I}$ $\Delta_3 = 0$, $\beta \neq 0$, $D = 0$, $z_1 = z_2 - z_0$, $z_0 + \frac{\alpha}{\beta} > 0$,

wenn $z_0 = \frac{\delta - \alpha}{2}$.

Die Stromlinien haben eine gemeinsame Asymptote, entspringen aus dem Zentrum, wo sie diese Asymptote berühren, um später umzubiegen und sie noch einmal im Unendlichen zu berühren.

10)$_{II}$ $\Delta_3 = 0$, $\beta \neq 0$, $z_1 = z_2 - z_0$, $z_0 + \frac{\alpha}{\beta} < 0$.

Ergibt das Spiegelbild von 10)$_{I}$.

11) $D < 0$.

Wenn die Wurzeln $z_1$ und $z_2$ imaginär werden, sind die Stromlinien eine Schar logarithmischer Spiralen, ausgehend vom Koordinaten-Ursprung, den sie unendlich oft umwinden. Dieser Fall schliesst als Grenzfälle kreisförmige und radial verlaufende Stromlinien ein.

12) $\Delta_3 = 0$, $\beta = 0$.

Kann auf 9)$_{II}$ zurückgeführt werden.

Von allen genannten Fällen werden sich im Strömungsfeld fortschreitender Tromben der Fall 9)$_{I}$ und 11) am häufigsten wiederholen.

Obwohl Dietzius (l. c.) mit Recht hervorhebt, dass die Stromlinien, streng geometrisch genommen, im Endlichen mit wenigen Ausnahmen, wie z. B. im Falle 6, nicht in die singulären Linien einmünden können, wie auch der sing. Punkt von den Spiralen unendlich oft umwunden werden muss, so soll n der weiteren Untersuchung, um die morphologische Seite des Problems deutlicher hervorzuheben, die von Sandström, Bjerknes u. a. angewandte Darstellungsmethode beibehalten werden.

Der translatorische Fall einer Zyklone ist weiter von Hesselberg [11] und [12] untersucht worden, was zum Ergebnis führte, dass in einer sich fortbewegenden Zyklone oder Antizyklone eine Verlagerung des zentralen singulären Punktes des

Falles 11) (siehe oben) eintritt. Die Grösse der Verlagerung wird berechnet mit

$$R_1 = \sqrt{\frac{\alpha_2 + \beta_2}{k^2}} \cdot t,$$

wo $k$ eine für Zyklonen negative, für Antizyklonen positive Konstante, $t$ die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit bedeutet, und:

$$tg\, \varepsilon = \frac{\beta}{\alpha},$$

wenn $\varepsilon$ den Winkel zwischen der Richtung der translatorischen Bewegung und der Geraden bezeichnet, welche das ursprüngliche mit dem verlagerten Zentrum verbindet.

Dieselben Grössen können unabhängig von den Koeffizienten der Gleichung ausgedrückt werden [(12) pg. 186] durch:

(6) (7) $$R_1 = -\frac{k_1}{k} \cdot t \qquad \varepsilon = \pi - \varphi,$$

wo $k_1$ aus der Formel der Geschwindigkeitsverteilung in der Zyklone: $v = k_1 \cdot r$ gefunden werden kann, und $\varphi$ den Winkel zwischen dem Radiusvektor vom verlagerten Zentrum und der Windrichtung ist (cf. auch [11] pg. 130 ff.).

In einem realen Windfelde, sowohl in einer Zyklone als auch Trombe, sind $v_x$ und $v_y$ der Formel (1) nur in seltenen Fällen und auf geringen Gebieten streng lineare Funktionen von $x$ und $y$, wie auch die Folgerung, die Isogonen seien Gerade, im allgemeinen im translatorischen Fall einer Zyklone n i c h t erfüllt ist, wie das sich weiterhin ergeben wird. Somit können wir vorstehenden analytischen Betrachtungen, bis auf die Berechnung der Verlagerung des Zentrums im translatorischen Fall, nur eine allgemein orientierende Bedeutung zumessen. Die weiter vorgeschlagene Methode soll es uns ermöglichen, sowohl eine b e l i e b i g e Z u - und A b n a h m e der G e s c h w i n d i g k e i t innerhalb einer Zyklone und Trombe, als auch beliebige V e r ä n d e r u n g e n d e s A b l e n k u n g s w i n k e l s des Windes vom Druckgradienten beim Gewinnen der Integraldiagramme zu berücksichtigen.

### Die Methode der Individualkreise.

Um das Bewegungsfeld einer fortschreitenden Windhose oder Zyklone, wie es uns in der Projektion auf die $x$-$y$-Ebene erscheint, zu untersuchen, können wir folgendes Verfahren vorschlagen:

Zunächst wollen wir die Annahme machen, die Isogonen des Vektorfeldes seien radiale Gerade. Es soll dieser Fall uns nur als Ausgangspunkt dienen, während im allgemeinen das Windfeld im Normalschnitt in einzelne konzentrische Kreise zerlegt werden soll, für die sowohl die Windgeschwindigkeit, als die Richtung der zirkularen Bewegung, wie auch der Ablenkungswinkel des Windes von der Gradientrichtung individuell gewählt werden können. Dadurch können später die Isogonen eine ganz beliebige Gestalt annehmen.

Wenn wir uns einem beliebigen der konzentrischen Individualkreise zuwenden, finden wir den Geschwindigkeitsvektor $\mathfrak{v}$ in jedem seiner Punkte als eine Vektorsumme:

$$\mathfrak{v} = \mathfrak{t} + \mathfrak{r},$$

wenn $\mathfrak{t}$ den Vektor der fortschreitenden Bewegung und $\mathfrak{r}$ denjenigen der zirkularen bedeutet. Als Nullinie zur Winkelberechnung soll fortab die Richtung der translatorischen Bewegung, der „erste Durchmesser", gewählt werden, dann bezeichnet $\psi$ (Fig. 5 *B*, pg. 33) den Ablenkungswinkel des resultierenden Vektors $\mathfrak{v}$ von demjenigen der translatorischen Bewegung (t), und $\varphi$ den Winkel zwischen der Richtung der translatorischen und zirkularen Bewegung für den gegebenen Punkt.

Die Intensität von $\mathfrak{v}$ finden wir mit:

$$v = |\sqrt{t^2 + r^2 + 2tr\,cs\varphi}|. \tag{8}$$

Zur Bestimmung von $\psi$ bilden wir:

$$r^2 = t^2 + v^2 - 2tr\,cs\psi,$$

lösen diese Gleichung mit Hülfe von (8) auf und erhalten

$$cs\psi = \frac{t + r\,cs\varphi}{\sqrt{t^2 + r^2 + 2tr\,cs\varphi}}. \tag{9}$$

Beim Bestimmen des Vorzeichens der Winkel $\varphi$ und $\psi$ soll als positive Richtung diejenige gegen den Uhrzeiger, entsprechend der allgemein-mathematischen Bezeichnungsweise, gewählt werden, während entsprechend ein negativer Winkel nach rechts vom Vektor $t$ gerechnet werden soll. Eine zyklonale Drehung auf der nördlichen Halbkugel werden wir hierbei somit als positiv bezeichnen.

Die Formeln (8) und (9) sind in Bezug auf die Richtung der fortschreitenden Bewegung symmetrisch, und eine positiv

zirkulierende Trombe wird als Spiegelbild eine negativ zirkulierende ergeben, deren Vorkommen auf der nördlichen Halbkugel wenn auch seltener, so doch nicht ausgeschlossen ist.

Ein weiteres Element, das in (8) und (9) nicht enthalten ist, und das in Bezug auf den Verlauf der Stromlinien innerhalb des Normalschnittes eine grosse Bedeutung hat, ist der Ablenkungswinkel $\alpha$ des Windes von der Richtung des Druckgradienten (Fig. 5).

Unmittelbar muss die Lage des Punktes mit $\varphi = 0^0$, d. h. desjenigen, in welchem die Richtung von t mit derjenigen von r zusammenfällt, auf jedem Individualkreis von der Grösse dieses Winkels abhängig sein. Wenn wir im allgemeinen Fall das Azimut $A$ (Fig. 5) dieses Punktes suchen und es uns in der angenommenen positiven Richtung wachsend denken, finden wir, wenn $\mathfrak{t} \parallel \mathfrak{v}$ ist, durch eine geometrische Überlegung:

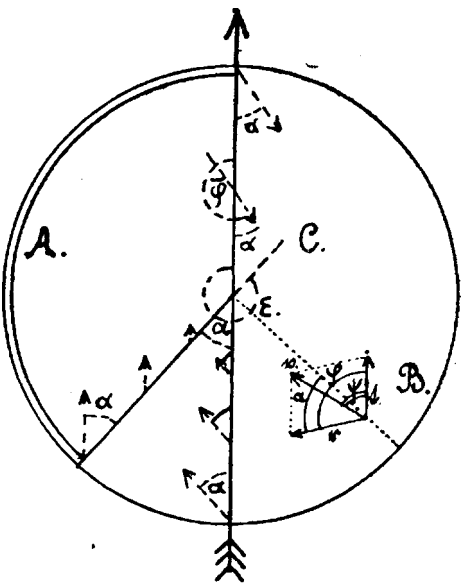


Fig. 5.

$$A = 180 - \alpha^0.$$

Hierbei muss aber das Vorzeichen von $\alpha$ mit berücksichtigt werden [1]).

Bei unveränderter Translationsrichtung bewirkt somit eine Veränderung von $\alpha$ bloss eine Verlagerung der im nichttranslatorischen Fall radialen Isogone $\varphi = 0^0$ und eine Verschiebung

1) Es sei hier um Missverständnissen vorzubeugen hervorgehoben, dass der Ablenkungswinkel $\alpha$ des Windes vom Gradienten auf der nördlichen Halbkugel ein negativer, auf der südlichen ein positiver ist. Das Vorzeichen des Ablenkungswinkels, von $0^0$ bis $\pm 180^0$ gerechnet, stimmt mit dem Vorzeichen der Zirkulation nach Kelvin [siehe Bjerknes (3) II, 112] überein.

ihres Schnittpunktes mit dem Individualkreis vom rückseitigen Endpunkt des ersten Durchmessers aus gerechnet in umgekehrter Richtung im Vergleich zur Veränderung von $\alpha$[1]).

Die Lage des Punktes mit $\varphi = 0^0$ bei $\alpha = \pm 90^0$ würde somit dem Fall einer Bewegung der Massenteilchen im Wirbel auf konzentrischen Kreisbahnen entsprechen, während bei einem Azimut von $180^0$ ein radiales Einströmen, bei $A = 0^0$ ein radiales Ausströmen in Bezug auf den Mittelpunkt eintreten muss. Die Zwischenlagen ergeben Stromlinien von der Gestalt logarithmischer Spiralen. Wir hätten somit für das Azimut des Punktes $\varphi = 0^0$ folgende Lagen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| (10) | $A = 0^0$ | $\alpha = 180^0$ | rad. Ausströmen |
| | $0 < A < 90^0$ | $90^0 < \alpha < 180^0$ | neg. Divergenz v. Z. (Nordantizyklone) |
| | $A = 90^0$ | $\alpha = 90^0$ | neg. Rotation |
| | $90^0 < A < 180^0$ | $0^0 < \alpha < 90^0$ | neg. Konvergenz (Südzyklone) |
| | $A = 180^0$ | $\alpha = 0^0$ | rad. Einströmen |
| | $180^0 < A < 270^0$ | $270^0 < \alpha < 360^0$ | pos. Konvergenz (Nordzyklone) |
| | $A = 270^0$ | $\alpha = 270^0$ | pos. Rotation |
| | $270^0 < A < 360^0$ | $180^0 < \alpha < 270^0$ | pos. Divergenz (Südantizyklone). |

Die Konstruktion der $XY$-Projektion des Bewegungsfeldes eines Wirbels mit Hülfe von Individualkreisen gestattet es uns alle möglichen Übergänge und Unstetigkeiten des Ablenkungswinkels darzustellen. Als weiterer Vorteil ergibt es sich, dass bei einer gleichen Veränderung des Ablenkungswinkels in der ganzen Trombe keine Änderung der Isogonendiagramme notwendig wird, sondern nur der Vektor t um denselben Betrag gedreht werden muss.

Bei der Anwendung der Formel (8) und (9) zur Berechnung der Intensität und Richtung von $v$ haben sich folgende Tabellen als nützlich erwiesen, welche die in der Praxis am häufigsten vorkommenden Geschwindigkeitsverhältnisse ($G$) berücksichtigen und die Werte von $v$ und $\psi$ für Stufen von 30 zu $30^0$ angeben.

---

1) Als praktische Regel kann hierfür gelten: „Man findet den Punkt $\varphi = 0^0$ auf jedem Kreise, indem man in positiver Richtung $180 - \alpha$, oder in negativer $180 + \alpha$ bestimmt".

## Hülfstabelle I
### zur Bestimmung von $v$
innerhalb einer fortschreitenden Windhose oder Zyklone.

| $G =$ \ $\varphi =$ | $0^0$ | $\pm 30^0$ | $\pm 60^0$ | $\pm 90^0$ | $\pm 120^0$ | $\pm 150^0$ | $\pm 180^0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.25 | 1.25 | 1.22 | 1.15 | 1.03 | 0.90 | 0.79 | 0.75 |
| 0.50 | 1.50 | 1.45 | 1.32 | 1.12 | 0.87 | 0.62 | 0.50 |
| 0.75 | 1.75 | 1.69 | 1.52 | 1.25 | 0.90 | 0.513 | 0.25 |
| 1.00 | 2.00 | 1.93 | 1.73 | 1.41 | 1.00 | 0.518 | 0.00 |
| 1.50 | 2.50 | 2.42 | 2.18 | 1.80 | 1.33 | 0.81 | 0.50 |
| 2.00 | 3.00 | 2.91 | 2.64 | 2.24 | 1.73 | 1.24 | 1.00 |
| 2.50 | 3.50 | 3.40 | 3.12 | 2.70 | 2.18 | 1.70 | 1.50 |
| 3.00 | 4.00 | 3.90 | 3.61 | 3.16 | 2.65 | 2.19 | 2.00 |
| 3.50 | 4.50 | 4.39 | 4.09 | 3.64 | 3.12 | 2.68 | 2.50 |
| 4.00 | 5.00 | 4.87 | 4.58 | 4.12 | 3.61 | 3.17 | 3.00 |
| 4.50 | 5.50 | 5.39 | 5.07 | 4.61 | 4.09 | 3.68 | 3.50 |
| 5.00 | 6.00 | 5.89 | 5.57 | 5.10 | 4.58 | 4.16 | 4.00 |
| 5.50 | 6.50 | 6.39 | 6.06 | 5.61 | 5.07 | 4.66 | 4.50 |
| 6.00 | 7.00 | 6.88 | 6.58 | 6.08 | 5.57 | 5.16 | 5.00 |

## Hülfstabelle II
### zur Bestimmung des Winkels $\psi$
innerhalb einer fortschreitenden Windhose oder Zyklone.

| $G$ \ $\varphi$ | 0° | 30° | 60° | 90° | 120° | 150° | 180° | 210° | 240° | 270° | 300° | 330° | 360° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.25 | 0° | 4°30′ | 12°0′ | 13°45′ | 13°30′ | 8°40′ | 0° | 351°20′ | 346°30′ | 346°15′ | 348°0′ | 355°30′ | 360° |
| 0.50 | 0° | 9°0′ | 18°45′ | 26°45′ | 30°30′ | 24°5′ | 0° | 335°55′ | 329°30′ | 333°15′ | 341°15′ | 351°0′ | 360° |
| 0.75 | 0° | 12°30′ | 25°15′ | 36°45′ | 46°0′ | 46°50′ | 0° | 313°10′ | 314°0′ | 323°15′ | 334°45′ | 347°30′ | 360° |
| 1.00 | 0° | 14°45′ | 30°0′ | 45°0′ | 60°0′ | 75°0′ | Unbest. | 285°0′ | 300°0′ | 315°0′ | 330°0′ | 345°15′ | 360° |
| 1.50 | 0° | 18°15′ | 36°30′ | 56°15′ | 79°15′ | 111°45′ | 180° | 248°15′ | 280°45′ | 303°45′ | 323°30′ | 341°45′ | 360° |
| 2.00 | 0° | 20°10′ | 40°45′ | 63°30′ | 90°0′ | 126°15′ | 180° | 233°45′ | 270°0′ | 296°30′ | 319°15′ | 339°50′ | 360° |
| 2.50 | 0° | 21°50′ | 43°30′ | 68°10′ | 96°10′ | 133°15′ | 180° | 226°45′ | 263°50′ | 291°50′ | 316°30′ | 338°10′ | 360° |
| 3.00 | 0° | 22°45′ | 46°0′ | 71°30′ | 101°0′ | 137°0′ | 180° | 223°0′ | 259°0′ | 288°30′ | 314°0′ | 337°15′ | 360° |
| 3.50 | 0° | 23°50′ | 47°45′ | 73°50′ | 103°50′ | 139°15′ | 180° | 220°45′ | 256°10′ | 286°10′ | 312°15′ | 336°10′ | 360° |
| 4.00 | 0° | 24°30′ | 49°0′ | 76°0′ | 106°0′ | 141°5′ | 180° | 218°55′ | 254°0′ | 284°0′ | 311°0′ | 335°30′ | 360° |
| 4.50 | 0° | 25°0′ | 50°10′ | 77°30′ | 107°50′ | 142°20′ | 180° | 217°40′ | 252°10′ | 282°30′ | 309°50′ | 335°0′ | 360° |
| 5.00 | 0° | 25°15′ | 51°0′ | 78°45′ | 109°10′ | 143°15′ | 180° | 216°45′ | 250°50′ | 281°15′ | 309°0′ | 336°45′ | 360° |
| 5.50 | 0° | 25°30′ | 51°45′ | 79°50′ | 110°10′ | 143°55′ | 180° | 216°5′ | 249°50′ | 280°10′ | 308°15′ | 334°30′ | 360° |
| 6.00 | 0° | 25°45′ | 52°30′ | 80°30′ | 111°5′ | 144°30′ | 180° | 215°30′ | 248°55′ | 279°30′ | 307°30′ | 334°15′ | 360° |

In Anbetracht der stark verschiedenen Grösse von $t$ in einzelnen Tromben sind die Zahlen dieser Tabelle unter der Voraussetzung $t = 1$ berechnet und ergeben die Geschwindigkeit in $msc^{-1}$ an der gesuchten Stelle nach einer Multiplikation mit der jeweiligen fortschreitenden Geschwindigkeit.

Die Winkel dieser Tabelle, wie auch die nach I berechneten Windgeschwindigkeiten, gelten für den gewählten Punkt auf einem gegebenen Kreise, wenn $G$ auf dem ganzen Kreise als konstant betrachtet werden kann, unabhängig von der Art der Geschwindigkeitsänderung beim Übergang vom Zentrum zur Peripherie [1]).

### Der Höchstwert des Fallwinkels $\psi$ der Bäume.

Die Formeln (8) und (9) gestatten es uns der Frage danach näher zu treten, wie gross die Fallwinkel der Bäume innerhalb einer ziehenden Trombe werden können. Es ist schon mehrfach nach der Lagerung der Bäume in einer Trombenspur die irrtümliche Auffassung vertreten worden, es handle sich garnicht um eine Windhose, sondern um eine schmale Bö, weil die gebrochenen Bäume mit nur geringen Abweichungen nach rechts oder links in der Zugrichtung lagen. Seitdem Hinrichs [(35) pg. 306] in Amerika Tornadas von Derechos, d. h. schmalen gradlinig fortschreitenden Böen, unterschied, sind derartige Unterscheidungsversuche auch in Europa gemacht worden. So beschrieb R. Assmann den fraglos als Windhose anzusprechenden Orkan von Osterburg, Arneburg und Nauen [58] als einen blossen „Lokalsturm", obgleich während seines Vorüberziehens auf der Elbe ausgesprochene „Wasserfüsse" sichtbar waren. Hess untersucht im Jahre 1913 die Trombenspur von Schönebaumgarten [56] und schliesst aus der Fallrichtung der Bäume darauf, dass in der Trombe keine Rotation vorhanden gewesen sein könne, während Pouillet bei der Beschreibung des „Meteors von Malauny"[2]) trotz vorliegender Beobachtungen der kegelförmi-

1) Die Werte der Tabelle I sind bis auf die erste Dezimalstelle, diejenigen der Tabelle II bis auf 30' genau bestimmt. Der Genauigkeitsgrad der Isogonen-Diagramme wird jedoch ein geringerer sein, da der durchschnittliche Ungenauigkeitsgrad einer Winkelkonstruktion kaum unter 1° herabgesetzt werden kann.

2) Pouillet, Note sur le météore de Malauny, Comptes rendus 21, 545—560, 1845.

gen Trombenwolke und ausgesprochener Lagerung der Bäume die Trombe als rotationslos bezeichnet [cf. A. Wegener (1) pg. 160].

Die Formel (9) gestattet es uns die jeweilige Maximalgrösse des Fallwinkels $\psi$ einer Trombe zu berechnen. Sie gibt uns $cs\psi$, somit auch $\psi$ bei konstanten $r$ und $t$ als Funktion nur von $\varphi$. Um den grösstmöglichsten Wert dieser Funktion zu finden, setzen wir als Bedingung eines Extremums

$$(11) \qquad \frac{dcs\psi}{d\varphi} = -\frac{r^2 sin\varphi(tcs\varphi + r)}{\sqrt{(t^2 + r^2 + 2trcs\varphi)^3}} = 0$$

oder, weil der Nenner nicht $= \infty$ werden kann:

$$-r^2 sin\varphi(tcs\varphi + r) = 0.$$

Hieraus folgen 2 Bedingungen eines Extremums:

$$(12) \qquad \begin{aligned} &1. \quad cs\varphi = -\frac{r}{t} \\ &2. \quad sin\varphi = 0^0. \end{aligned}$$

Um festzustellen, um welches Extremum es sich in jedem der angeführten Fälle handelt, bilden wir die zweite Ableitung nach $\varphi$:

$$(13) \quad \frac{d^2cs\psi}{cs\varphi^2} = \frac{tr^2 sin^2\varphi}{\sqrt{(t^2 + r^2 + 2trcs\varphi)^3}} - \frac{r^2 cs\varphi(tcs\varphi + r)}{\sqrt{(t^2 + r^2 + 2tr\,cs\varphi)^3}} - \frac{3 \cdot tr^3 sin^2\varphi(tcs\varphi + r)}{\sqrt{(t^2 + r^2 + 2tr\,cs\varphi)^5}}.$$

Im Falle der ersten Bedingung von (12) verschwinden beide letzten Glieder von (13), und wir erhalten den Ausdruck

$$\frac{d^2cs\psi}{d\varphi^2} = \pm \frac{tr^2(1 - cs^2\varphi)}{\sqrt{t^2 + r^2 + 2tr\,cs\varphi^3}},$$

welcher nach der Einführung von $cs\varphi = -\frac{b}{a}$ die Form annimmt:

$$(14) \qquad \frac{d^2cs\psi}{d\varphi^2} = \pm \frac{r^2}{t\sqrt{t^2 - r^2}}.$$

Im allgemeinen Fall kann dieser Ausdruck sowohl grösser, als auch kleiner als 0 sein.

Da die Formel (9) in Bezug auf die positive und negative Zirkulation symmetrisch ist, ist der gefundene Extremwert entsprechend diesen beiden Fällen im allgemeinen Fall zugleich ein

Maximum und ein Minimum, je nachdem ob es sich um eine positiv oder negativ zirkulierende Trombe handelt, wenn

$$t > r, \tag{15}$$

d. h. wenn die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung grösser ist, als diejenige der zirkularen.

Ist dagegen

$$r > t,$$

so wird (14) imaginär, und wir erhalten weder ein Maximum noch ein Minimum, da $\psi$ sowohl im positiven, wie negativen Fall einen beliebigen Wert von $\pm 0^0$ bis $360^0$ annehmen kann.

Wenn wir das positive Vorzeichen in (14) wählen, erhalten wir für die positive Zirkulation ein Min. des $cs\psi$, folglich ein Max. von $\psi$, das nach (9) gefunden werden kann als:

$$cs\psi_{max} = \pm \frac{\sqrt{t^2 - r^2}}{t}. \tag{16}$$

Das doppelte Vorzeichen deutet hier an, dass der Fallwinkel ($\psi$) der Räume im Falle einer positiven Zirkulation sowohl auf der rechten, als auch auf der linken Seite der Zugrichtung denselben Wert haben kann.

Im Falle der zweiten Bedingung (12), d. h. $\sin\varphi = 0^0$ verschwinden in (13) die Glieder mit $sin\varphi$ als Faktor, und da hier $cs\varphi = \pm 1$ ist, erhalten wir:

$$\frac{d^2 cs\psi}{d\varphi^2} = -\frac{r^2(t \pm r)}{(t \pm r)^3}, \text{ resp. } \frac{d^2 cs\psi}{d\varphi^2} = -\frac{r^2}{(r \pm t)^2},$$

wenn wir im übrigbleibenden Gliede die Wurzel als positiv betrachten, da sie die Grösse von $\mathfrak{v}$ angibt. Weil diese beiden Ausdrücke immer $< 0$ sind, haben wir es mit zwei Max. von $cs\psi$, d. h. mit zwei Min. von $\psi$ zu tun.

Substituiert man in (9) den Wert $cs\varphi = \pm 1$, so erhält man $cs\psi = \pm 1$, d. h. $\psi = 0$ oder $180^0$.

Es fallen somit im zweiten Fall $\mathfrak{t}$ und $\mathfrak{r}$ der Richtung nach zusammen, oder sind diametral entgegengesetzt gerichtet. Der Fallwinkel erreicht bei $\varphi = 0$ und $\varphi = \pm 180^0$ sein Minimum sowohl für eine positive, als auch negative Zirkulation, was zu erwarten war.

Die Formel (16) können wir dazu verwenden, einige Werte des grösstmöglichsten Winkels für verschiedene Geschwindigkeitsverhältnisse zu berechnen.

## Tabelle III.

### Höchstwerte des Fallwinkels $\psi$.

| $G = \frac{r}{t}$ | 1 | 0.67 | 0.50 | 0.33 | 0.25 | 0.20 | 0.17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\psi_{max.}$ | 90° | 41°49′ | 30°0′ | 18°42′ | 14°31′ | 11°33′ | 9°36′ |

Wir sehen aus dieser Tabelle, dass bei einer schwachen Zirkulation — im Verhältnis zur fortschreitenden Bewegung — etwa bei 4 oder mehr mal grösserem $t$ als $r$ die Spuren einer Trombe von denjenigen einer geradlinigen Bö ohne genaue Messungen schwer zu unterscheiden sein werden, besonders da innerhalb einer vorausgesetzten schmalen Böenspur durch äussere Umstände grössere oder kleinere Abweichungen von der Zugrichtung ebenfalls vorkommen können [1]).

### Die Windstille innerhalb einer fortschreitenden Trombe.

In den Trombenberichten findet man häufig Angaben darüber, dass in der nächsten Nähe einer Windhose eine volle Stille geherrscht habe, und schliesst daraus, der Beobachter habe sich ausserhalb der Trombe befunden, deren Wirbel scharf begrenzt war. Die Tatsache der beobachteten Windstille wird unter den von A. Wegener [(1) pg. 117] bearbeiteten Fällen europäischer Windhosen 23 mal erwähnt, so heisst es da in einem Fall: „... indess, was äusserst merkwürdig ist, dass ausserhalb dieser Breite (von 60 Schritten) eine Windstille herrsche. Man denke sich das Erstaunen einer Bauersfrau in Dittersdorf, welche durch das Fenster in der Wohnstube ihres Hauses die Scheune neben demselben (gesperrt von A. W.) mit dem grössten Geprassel einstürzen sieht, indem sie sich an ihrem Beobachtungsort ganz ruhig und ohne Erschütterungen befindet“ [2]). In einem zweiten Fall heisst es [(26) pg. 449] vom Beobachter einer nur 6 m im Durchmesser haltenden Trombe,

1) Wenn wir $t = 30$ msc$^{-1}$ annehmen, wie das bei der Windhose von Wiener Neustadt der Fall war, kann $r$ immerhin noch bis 7.5 msc$^{-1}$ erreichen, wenn die Fallrichtung der Bäume zwischen $\pm 15^0$ schwanken soll.

2) Lampadius, Systematischer Grundriss der Atmosphärologie. Freyberg 1806, pg. 167. Die Windhose war am 23. April 1800, 4—5 p. bei Hainichen unweit Freiberg in Sachsen entstanden.

dass er sie bis auf 5 m an sich herankommen liess, um dann, als er den Wind zu spüren begann, das Weite zu suchen.

Es ist sehr wahrscheinlich, dass der Beobachter in diesem und einer Reihe weiterer Fälle sich innerhalb der Windhose selbst befand, weil hier Gebiete mit schwachen Winden und singuläre Punkte mit völliger Windstille auftreten können, auch wenn in der Luft ausserhalb des Wirbels eine Geschwindigkeit, entsprechend seiner fortschreitenden Bewegung herrscht.

Innerhalb einer fortschreitenden Trombe wird die Windstärke ihren grössten Wert in denjenigen Punkten eines jeden konzentrischen Kreises besitzen, für welche die translatorische und die zirkulatorische Bewegung der Richtung nach zusammenfallen, d. h. auf der Isogone $\varphi = 0^0$. Diese Isogone kann im allgemeinen Fall jede beliebige Lage innerhalb der Trombe einnehmen und wird hierin, wie oben erörtert, von der Grösse des Ablenkungswinkels abhängen. Wenn dieser Winkel negativ ist, liegt das Gebiet mit der grössten Windstärke rechts, im entgegengesetzten Fall links vom ersten Durchmesser. Nur im Falle eines radialen Ein- oder Ausströmens fällt die Isogone mit dem ersten Durchmesser zusammen. Der absolut grösste Wert von $v$ wird sich auf dieser Isogone $\varphi = 0^0$ näher oder weiter vom Mittelpunkt entfernt vorfinden, und zwar im Fall einer Trombe im Jugendstadium an deren Peripherie, im Falle des Altersstadiums zwischen dem Mittelpunkt und dem Umfang, während er bei emporgehobenem Kern und einer blossen Mantelwirkung in der Nähe des Erdbodens sich dem Mittelpunkte bis auf eine gewisse minimale Entfernung nähern muss.

Die Bedingung einer Windstille erhalten wir aus (8) für die Isogone $\bar{\varphi}$

$$cs\bar{\varphi} = -\frac{t^2 + r^2}{2tr}.$$

Wir sehen, dass bei $t \neq r$ eine Windstille ausgeschlossen ist, weil in diesem Fall

$$\frac{t^2 + r^2}{2tr} > 1$$

wird. Somit können wir windstille Punkte nur auf den konzentrischen Individualkreisen mit $G = 1$ erwarten.

Im Falle $t = r$ erhalten wir $cs\bar{\varphi} = -1$, d. h.: $v = 0$ liegt auf der Isogone $\bar{\varphi} = 180^0$, was zu erwarten war, und zwar in ihrem

Schnittpunkt mit dem konzentrischen Kreise $G = 1$. Im Falle einer Zu- und Abnahme von $r$ müssen 2 solche Punkte auftreten, im Fall einer Doppelröhre kann ihre Anzahl 4 erreichen usw.

Nach der Lage der Isogone $\overline{\varphi} = 180^0$ wird das windstille Gebiet bei positivem Ablenkungswinkel, — d. h. auf der nördlichen Halbkugel im Fall einer Antizyklone — auf der rechten, bei negativem Winkel — im Fall einer Zyklone — links vom ersten Durchmesser liegen.

Somit sollen innerhalb einer fortschreitenden Windhose 2 Gebiete mit abgeschwächten Winden unterschieden werden: das marginale und zentrale — wenn wir die letztere Bezeichnung nicht streng geometrisch brauchen —, wie sie sich auch in den tropischen Zyklonen in der zentralen Kalme und der fahrbaren (maniable) Hälfte andeuten[1]).

In den weiter unten (Kap. III) wiedergegebenen Querschnitten durch den Fuss eines Windhosenwirbels sehen wir, wie beträchtlich die Ausdehnung des windschwachen Marginal-Gebietes, wenn wir darunter das Gebiet mit $v < t$ verstehen, sein kann, nimmt es doch bei $G_{max.} = 1.0$ (Fig. 18) 45.6% der gesamten Fläche des Trombenquerschnittes ein, so dass wir bloss nach dem Åsgårdswege eine im allgemeinen unzutreffende Vorstellung vom Durchmesser der rotierenden Wolkensäule erhalten werden. Bei $G_{max.} = 6$ schrumpft das marginale Gebiet allerdings bis auf 15.5% der Gesamtfläche zusammen (Fig. 20).

Das windschwache Gebiet ist schon bei ganz geringen Zirkulationsgeschwindigkeiten vorhanden. Es vertieft sich mit wachsendem $G_{max.}$, bis bei $G_{max.} = 1$ ein Punkt mit völliger Windstille auftritt. Bei $G_{max.} > 1$ tritt eine Spaltung des Punktes in 2 ein, wobei auch das gesamte windschwache Gebiet anfängt eine Einschnürung zu zeigen. (Vgl. Fig. 17, 18, 19, 20.) Erst bei $G_{max.} = 1.5$ ist im Gebiet mit $v \leqslant {}^1/_2\, t$ eine Abschnürung des zentralen Teiles vom marginalen vollzogen, für das Gebiet mit $v \leqslant t$ jedoch erst bei $G = 2$.

In der Fig. 6 ist die Grösse beider windschwachen Gebiete im Verhältnis zum gesamten Trombenquerschnitt graphisch

1) Es liegt nahe in einer tropischen Zyklone unter gewissen Bedingungen ebenfalls ein marginales Kalmengebiet zu erwarten. In den bisherigen Beobachtungen scheint man diesem wenig auffallenden Umstand nicht die gebührende Aufmerksamkeit geschenkt zu haben.

dargestellt. Hier sei durch die ausgezogene Linie die Fläche des ganzen windschwachen Gebiets angegeben, während die Abszissendifferenz der ausgezogenen und der gestrichelten die Fläche des zentralen Gebietes darstellt. Der Teil der gestrichelten Kurven zwischen dem Auftreten und der Vollendung der Abschnürung der windschwachen Gebiete ist in der Figur extrapoliert und deshalb punktiert gezeichnet. Nach

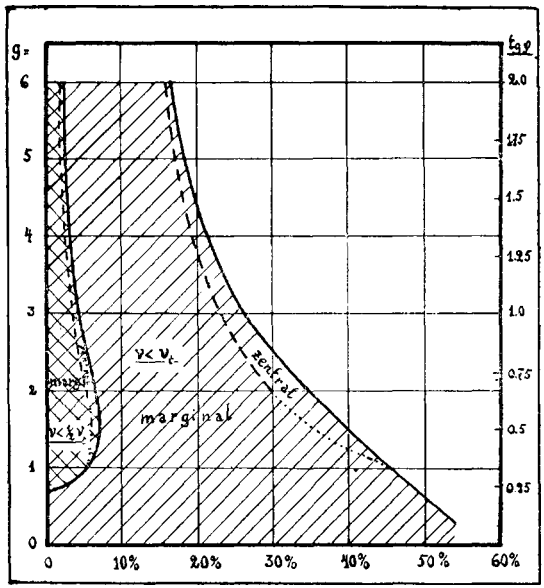



Fig. 6. Die Fläche der windschwachen Gebiete einer Trombe in % der Gesamtfläche.

der Spaltung des windstillen Punktes strebt der zentrale mit wachsendem $G_{max.}$ der Mitte zu, während der marginale sich dem Rande nähert. Der erstere ($Z$) bildet den Fusspunkt der Achse des aufsteigenden Luftstromes [Fall 11) nach Dietzius, cf. pg. 30][1]), während der letzere einen singulären Punkt ($M$) mit hyperbelähnlichen Luftbahnen in der Nähe des Bodens ohne eine aufsteigende Komponente vorstellt [Fall $9)_I$ nach Dietzius, vgl. pg. 30].

1) Aus dem Angeführten folgt in Bezug auf die tropische Zyklone, dass in ihr die Kalme genau genommen mit Unrecht die Bezeichnung „zentrale" führt.

Die grösste Fläche nimmt das zentrale windschwache Gebiet im Modell einer „linearen Trombe“ mit $a = const.$ bei $G = 2.0$ mit 6.3% der Gesamtfläche ein.

Ein Vergleich der genannten Isogonen-Diagramme mit denjenigen, deren Winkel $a$ nicht konstant ist (Fig. 22—27), zeigt, wie unwesentlich die Beeinflussung der Grösse dieser Gebiete durch Veränderungen des Ablenkungswinkels ist, während die Geschwindigkeitsverteilung eine ausschlaggebende Rolle spielt.

Im Falle einer „alten“ Trombe, d. h. wenn der Geschwindigkeitsabfall im Mantel durch eine Hyperbel dargestellt werden kann (Fig. 11), wird dieses Gebiet unendlich gross, während ein entsprechender linearer Mantel ($G_{max.} = 4$, hier nicht reproduziert) es auf 29.7% verkleinert.

Im allgemeinen Fall ist die Kurve der Geschwindigkeitszunahme im Kern von derjenigen im Mantel unabhängig und ändert sich mit dem Abstand der Zone stärkster Winde vom Zentrum, daher hat man im allgemeinen keine Möglichkeit vom beobachteten Zentralgebiet auf ein Vorhandensein oder die Grösse des dazugehörigen marginalen zu schliessen, und umgekehrt.

Die Lage des zentralen Stillenpunktes kann nach der angeführten Formel (20) berechnet werden. Er liegt immer auf der Isogone $\varphi = 0$, resp. $180^0$ im Übergangspunkte der einen in die andere, wenn $t \to 0$, wird er dem Mittelpunkte unseres kreisförmigen Trombenfeldes zustreben.

---

Drittes Kapitel.

## Das Bewegungsfeld im translatorischen Fall.

Zur Erläuterung der Diagramme dieses Kapitels haben wir in Fig. 7 diejenigen Geschwindigkeitsverteilungen zusammengestellt, welche innerhalb eines stillstehenden Trombenwirbels anzunehmen uns die im Kap. I angeführten Beobachtungen und Überlegungen berechtigen, wenn wir fürs erste vom Einfluss einer Abnahme der Luftdichte im Kern absehen, d. h. atmosphärische Wirbel mit relativ geringer Zirkulationsgeschwindigkeit, oder von grösserer Ausdehnung betrachten.

**Der Kern.** In Fig. 7 ist als Abszisse der Abstand von der Achse ($R$), als Ordinate die Intensität der zirkularen Geschwindigkeit ($r$), ausgedrückt durch $G$ und $t$, abgetragen. Es beziehen sich die Kurven 1, 2, 3 auf den Kern. Von ihnen entspricht 2 einer linearen Geschwindigkeitszunahme nach der Formel $r = Rc$ (pg. 8), wobei der ganze Kern wie ein starrer Körper rotiert. Der Geschwindigkeitsaszendent nach V. Bjerknes [1]) ist konstant:

$$A = \frac{dr}{dR} = c. \tag{17}$$

Im Falle eines veränderlichen Aszendenten veranschaulicht Kurve 1 eine erst langsame, dann gegen den Rand des Kernes

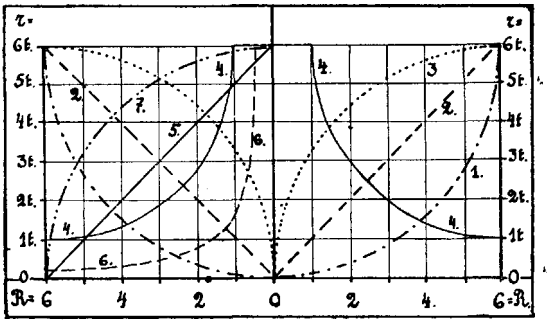



Fig. 7. Geschwindigkeitsverteilung.
Kurve 1, 2, 3 im Kern, 4, 5, 6, 7 im Mantel.

hin immer stärkere Zunahme der Intensität des Vektors. Im Falle eines Kreisbogens hätten wir:

$$A = \frac{\sqrt{r(2-r)}}{1-r}, \tag{18}$$

während die Kurve 3 einen Fall mit entgegengesetzter Veränderung der Intensität darstellt. Wenn die Kurve als Kreisbogen gedacht ist, erhalten wir:

$$A = \frac{\sqrt{1-r^2}}{r}. \tag{19}$$

Ausser dem Grenzfalle, dass die Kurve aus 2 Abschnitten von Geraden besteht, deren einer mit einer Achse zusammenfällt, der andere der zweiten Achse parallel verläuft, können alle möglichen stetigen Kurven zwischen den gegebenen 2 Endpunkten

1) Der Aszendent drückt die Zunahme eines Skalars auf einer Längeneinheit aus [(3) I pg. 17].

als aus Teilen zusammengesetzt betrachtet werden, welche zu einem dieser 3 Typen gehören [1]).

**I.** Für den translatorischen Fall ist eine graphische Darstellung des Bewegungsfeldes im Kern mit Hülfe der nach Formel (8) und (9) berechneten Werte für eine Reihe von Individualkreisen konstruiert und ergab als Isogonen-Diagramm die Fig. 8, welche für $a = const.$ und den Fall einer linearen Geschwindigkeitszunahme (Fig. 7, Kurve 2) entworfen ist. Die punktierten Linien stellen die Isogonen, die ausgezogenen — die Kurven gleicher Intensität dar und zwar für Intervalle von je $1t$. Wir finden die Verlagerung des singulären Zentralpunktes bei kreisförmigem Verlauf der Intensitätskurven und geradlinigen Isogonen, wie das nach den analytischen Ausfürungen von Hesselberg [11] zu erwarten war. Das Bewegungsfeld stellt sich als kongruent mit demjenigen des nichttranslatorischen Falles (punktierte Kreise) heraus, was für den $0^0$—$180^0$ Durchmesser durch eine einfache Berechnung nachgewiesen werden kann.

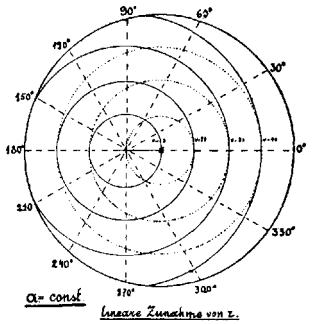



Fig. 8. Das Bewegungsfeld im Trombenkern I. Isogonendiagramm.

Der Punkt der Zentralen Stille liegt, wie oben ausgeführt, immer auf dieser $0^0$—$180^0$ Isogone als Grenzpunkt zwischen beiden Abschnitten. Der Wert von $\psi$ ist in ihm unbestimmt.

Aus der Tabelle II (pg. 35) wissen wir, dass der zentrale Stillenpunkt immer an der Stelle liegt, wo der Individualkreis $r = t$ des nicht translatorischen Falles diese Hauptisogone schneidet.

Um danach die Grösse der Verlagerung $R_1$ zu bestimmen, müssen wir somit im allgemeinen Fall das Integral

$$\int_0^t f(r)dr = \int_0^t \frac{1}{A}dr \tag{20}$$

bestimmen, in welchem $f(r) = \frac{1}{A}$ ist.

1) Vorausgesetzt wird hier, dass es sich nur um eine Zunahme der Intensität vom Mittelpunkt zum Rande hin handelt, was wir für jeden Kern annehmen.

Für den Fall, dass der Kern wie ein starrer Körper rotiert, erhalten wir aus (17)

$$R_1 = \frac{t}{c}. \tag{21}$$

Einen Ausdruck, der vor dem pg. 31 als (6) angeführten den Vorzug der grösseren Einfachheit hat, und den Wert der Verlagerung des zentralen Stillenpunktes sowohl für den Fall eines radialen Einströmens, als den mit geschlossenen kreisförmigen Stromlinien, oder solchen von der Form logarithmischer Spiralen gilt, weil wir alle diese Stromlinien durch die pg. 33 dargelegte Berücksichtigung des Ablenkungswinkels $\alpha$ aus demselben Isogonen-Diagramm nach der Sandström'schen Methode erhalten können.

Nach den Kurven 1 und 3 der Fig. 7 lässt sich beispielsweise die Grösse der Verlagerung $R_1$ aus den Formeln (18) und (19) nach (20) berechnen als:

$$\text{(22)} \quad \text{a) } R_1 = R(\sqrt{2t - t^2}), \quad \text{b) } R_1 = R(1 - \sqrt{1 - t^2}).$$

Hier ist $t = \frac{1}{G_{max.}}$, d. h. in Bruchteilen der maximalen Zirkulationsgeschwindigkeit zu berechnen.

Um die Richtung zu bestimmen, in welcher eine Verlagerung des Punktes der zentralen Stille im eben besprochenen Falle des translatorischen Bewegungsfeldes erfolgen wird, können wir aus der Fig. 5, pg. 33 unmittelbar durch eine geometrische Betrachtung entnehmen, dass wenn das Azimut $A$ der Isogone $\varphi = 0^0$ des nichttranslatorischen Falles, auf welchen sich die erwähnte Figur bezieht, durch

$$A = 180^0 - \alpha \tag{23}$$

gegeben ist, wir die Formel für den gesuchten Winkel $\varepsilon$ ausdrücken können:

$$\varepsilon = \pi + A.$$

Dabei müssen wir Folgendes im Auge behalten:

Auf der Hauptisogone müssen in allen Fällen sowohl der Maximal- als auch der Minimalwert der Intensität, und zwar auf verschiedenen Seiten des ursprünglichen Zentrums, vorkommen. Der Maximalpunkt liegt naturgemäss immer irgendwo auf der Isogone $\varphi = 0^0$, deren Azimut die Formel (23) angibt. Der ihm diametral entgegengesetzte Stillenpunkt $C$, Fig. 5, hat somit das Azimut $\varepsilon$

$$\varepsilon = 2\pi - \alpha. \tag{24}$$

Wenn wir dagegen den Winkel $\bar{\varphi}$ (Fig. 5) zwischen der Richtung der Translationsbewegung und der durch den Isogonenwinkel auf dem ersten Radius bestimmten Richtung benutzen, erhalten wir, wie nicht schwer einzusehen,

$$\alpha = \bar{\varphi} - \pi$$

oder

$$\varepsilon = \pi - \bar{\varphi}, \tag{24}$$

welche Beziehung Hesselberg [(12) pg. 186] auf anderem Wege findet [1]).

Die Stromlinien im translatorischen Fall des linearen Kernes I sind nach Fig. 8 in Fig. 8 *a*, *b*, *c*, *d* für den Fall $\alpha = 45^0$, $135^0$, $225^0$ und $315^0$, d. h. für eine südliche Zyklone, nördliche Antizyklone, südliche Antizyklone und nördliche Zyklone ausgeführt. Wir finden dort eine Verlagerung des Stillenpunktes auf der nördlichen Halbkugel

im zyklonalen Fall nach vorne und links
im antizyklonalen nach hinten und rechts

vom Mittelpunkt, wenn wir in der Zugrichtung schauen.

Die Stromlinien bei $\alpha = 0$ und $180^0$ (nicht reproduziert) sind den Isogonen in Fig. 8, diejenigen bei $\alpha = 90^0$ und $270^0$ dagegen den Intensitätskurven kongruent. Der zentrale Stillenpunkt behält seine konstante Verlagerung $R_1$, er muss nur durch eine entsprechende Drehung verschoben werden, wenn wir die Diagramme der Fälle 8 *a*, *b*, *c*, *d* oder solche nach beliebigen Zwischenwerten von $\alpha$ finden wollen.

Wenn die genannten Figuren Trombenwirbel darstellen sollen, müssen sie von einer Unstetigkeitsschicht der Geschwindigkeit — einem Gleitwirbel — umgeben sein. Dann würde Fig. 8 mit den Nebendiagrammen eine Trombe im Jugendstadium nach Wegener (pg. 8) darstellen.

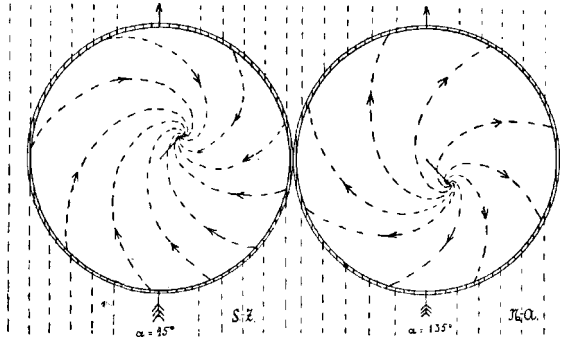
Da wir die umstehenden Fig. 8 nach der Kurve 2 (Fig. 7) gewonnen haben, sei hier noch erwähnt, dass in Fällen einer geringeren Neigung dieser Geraden die Diagramme denjenigen

---

1) In der Abhandlung von Hesselberg [(12) pg. 186] ist der Ausdruck für $\varepsilon$ in der obigen Form abgeleitet, seine Auswertung und Berechnung dagegen führt pg. 188 sowohl im Falle einer Zyklone als Antizyklone zu einer nichtzutreffenden Darstellung. Vgl. Fig. 8*b* und 8*d* auf der Seite 48 mit Fig. 7 und 8 bei Hesselberg (12).

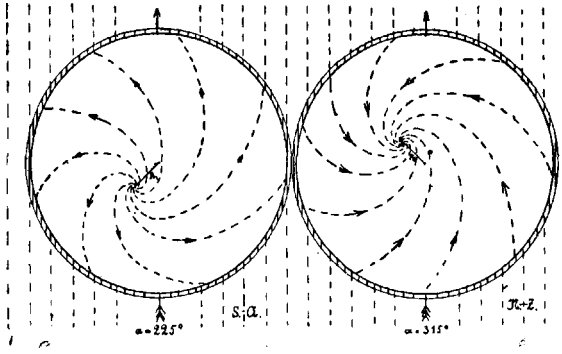
der Fig. 8 geometrisch ähnlich waren, und bloss bis zum gewählten Einheitsdurchmesser vergrösserte Ausschnitte aus diesen Figuren darstellten.

Bei grösserem Neigungswinkel wurden innerhalb des Feldes



8 *a*) $\alpha = 45^0$ Süd-Zyklone.

8 *b*) $\alpha = 135^0$ Nord-Antizyklone.



8 *c*) $\alpha = 225^0$ Süd-Antizyklone.

8 *d*) $\alpha = 315^0$ Nord-Zyklone.

Fig. 8 *a, b, c, d.* Stromlinien des Trombenkernes I.

Teile der Kurven sichtbar, die in Fig. 8 ausserhalb des gewählten Umfanges lagen.

**II.** Wenn wir zur weiteren Untersuchung derjenigen Fälle eines Wirbelkernes übergehen, in denen der Geschwindigkeitsgradient nicht konstant ist, so haben wir die Möglichkeit mit Hülfe der Methode der Individualkreise die Stromlinien für jede

beliebige, gleichmässige oder ungleichmässige Zunahme der Windgeschwindigkeit mit $R$ zu finden. Da in einem dem barotropen ähnlichen Wirbel diese Zunahme in der Nähe der Achse langsamer erfolgen dürfte, als in der Nähe der Grenzfläche zwischen Kern nnd Mantel, wählen wir als zweites Beispiel den Fall, dass die Kurve der Geschwindigkeitsverteilung (Fig. 7, № 1) einen Viertelkreis bildet, d. h. im Zentrum die Abszisse, am Rande die Ordinate berührt. In diesem Fall gilt die Beziehung (18) bei der Berechnung des Aszendenten.

Da der Kreisbogen als zusammengesetzt aus unendlich vielen Geradenabschnitten von unendlich geringer Länge und wechseln-

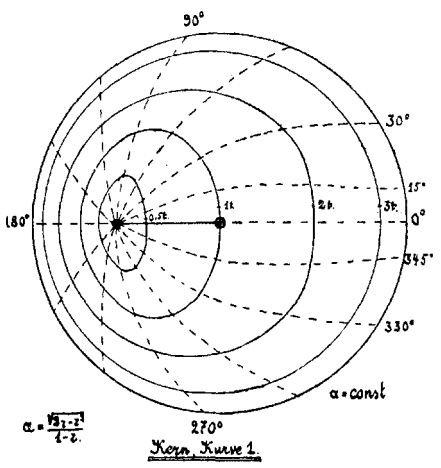



Fig. 9. Isogonendiagramm des Kernes II.

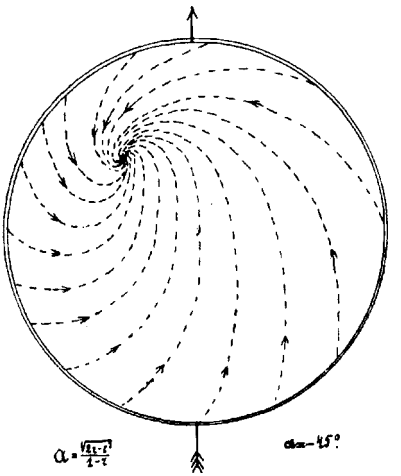



Fig. 9a. Stromlinien im Kern II.

dem Steigungsmass betrachtet werden kann, wäre hier im allgemeinen derselbe Typus der Stromlinien zu erwarten, wie in Fig. 8, wenngleich es sich auch nicht mehr um logarithmische Spiralen handeln kann.

Fig. 9 gibt uns die Isogonen und Intensitätskurven dieses Falles, während Fig. 9a die Stromlinien darstellt. Der Winkel $\varepsilon$ der Stillenverlagerung ist hier mit demjenigen von Fig. 8 gleich gross, während der Betrag der Verlagerung grösser ist. Die Kurven gleicher Intensität umschliessen den Stillenpunkt, sind aber im Bereich der Isogone von $\psi = 180^0$ zusammengedrängt. Die Isogonen sind nicht mehr Gerade, die Stromlinien — eine Art Spiralen.

**III.** Um auch den entgegengesetzten Fall zu berücksichtigen, wurde ferner das Bewegungsfeld des translatorischen Falles im Wirbelkern bei einer Geschwindigkeitsverteilung untersucht, wie sie Fig. 7, Kurve 3 darstellt, deren Steigungswinkel sich im entgegengesetzten Sinne im Vergleich zu Kurve 1 ändert.

Die hier nicht wiedergegebenen Diagramme zeigten bei geradlinien Isogonen nur eine geringe Verschiebung des Stillenpunktes. Die Stromlinien waren ebenfalls eine Art Spiralen, wenn auch von schwächerer Krümmung, als in Fig. 8. Die Kurven gleicher Intensität umschlossen das Zentrum und zeigten insofern eine dem letzten Falle entgegengesetzte Verteilung, als sie sich im Bereich der Isogone $\psi = 180^0$ nur in der Nähe des Zentrums stärker zusammendrängten.

Es ist nach Fig. 7 nicht schwer auch in beiden letzten Fällen den Betrag der Verlagerung des Stillenpunktes graphisch festzustellen, wenn die Kurve der Geschwindigkeitsverteilung gegeben ist. Er ist gleich der Abszisse desjenigen Punktes der Kurve, welcher die Ordinate $r = t$ hat. Wenn wir den analytischen Ausdruck der Geschwindigkeitsverteilung kennen, gibt uns die Formel (20) denselben Wert.

Auch im Falle einer unregelmässigen Geschwindigkeitsverteilung, wenn mehrere Stillenpunkte im fortschreitenden Wirbel auftreten, kann deren Abstand vom Mittelpunkte durch ein Feststellen aller Abszissen, denen Ordinaten $r = t$ im nichttranslatorischen Fall entsprechen, gefunden werden.

Für den Fall eines konstanten Ablenkungswinkels hätten wir somit für jede stetige Geschwindigkeitsverteilung bei einmaliger Zunahme im Kern, — ausser wenn die Kurven mit den Koordinatenachsen zusammenfallen, — Bewegungsfelder von einem ähnlichen Typus zu erwarten: und zwar müssen alle Kurven gleicher Intensität den Stillenpunkt umschliessen, die Isogonen laufen als gerade oder gekrümmte Linien in einem singulären Punkt zusammen, während die Stromlinien entweder radial verlaufen, Kreise, oder in den Übergangsfällen Spiralen verschiedener Art bilden werden, die alle, genau genommen, den Mittelpunkt unendlich oft umwinden müssen.

Nach pg. 33 haben wir die Möglichkeit mit Hülfe der Methode der Individualkreise die Bewegungsfelder innerhalb einer fort-

schreitenden Zyklone oder Windhose auch dann darzustellen, wenn der Ablenkungswinkel des Windes vom Gradienten sich beim Übergang von einem Individualkreis zum anderen beliebig ändert.

Das Auftreten einer solchen Änderung von $\alpha$ wird in einer Trombe neben anderen Umständen in hohem Grade von der Geschwindigkeitsverteilung und der mit ihr ab- oder zunehmenden Normalbeschleunigung im nichttranslatorischen Fall abhängen. Wenn bei einströmender Bewegung die Zirkulationsgeschwindigkeit zunimmt, oder der Krümmungsradius der Luftbahn abnimmt, darf eine Vergrösserung des Ablenkungswinkel $\alpha$ erwartet werden.

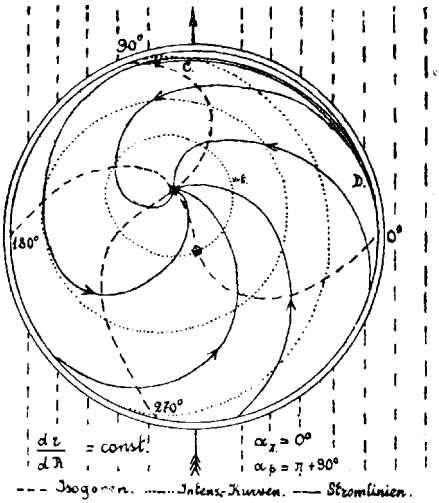


Fig. 10. Kern IV bei veränderlichem $\alpha$.

Ausser Guldberg und Mohn [34] haben neuerdings Hesselberg und Friedmann [13] nachgewiesen, dass selbst für eine Zyklone das Beschleunigungsglied der Bewegungsgleichung im allgemeinen Fall nicht fortgelassen werden darf, weil es dieselbe Grössenordnung besitzen kann, wie die übrigen Glieder. In einer Windhose muss diese Veränderung von $\alpha$ um so stärker und häufiger eintreten, je kleiner der Trombendurchmesser, und je grösser die Geschwindigkeit der zirkularen Bewegungskomponente sein kann.

Im allgemeinen muss der grösste Wert des Winkels $\alpha$ auf die Zone der grössten Zirkulationsgeschwindigkeit, d. h. auf den Aussenrand des Kernes fallen, wo wir eine Zunahme seiner Grösse bis $|\alpha| = 90^0$ zulassen wollen. Hier kann dadurch am Rande des Kernes eine singuläre Linie mit einem einseitigen Ein- oder Ausströmen der Luft vom Mittelpunkte aus oder zu ihm hin entstehen.

**IV.** Wenn wir uns dem Fall zuwenden, dass bei linearer Geschwindigkeitszunahme (entspr. Fig. 8) auch $\alpha$ gleichmässig vom Werte $0^0$ im Zentrum bis $-90^0$ an der Peripherie des

Trombenkernes zunimmt, so erhalten wir das Isogonendiagramm Fig. 10. Hier zeigen die Isogonen in ihrem Verlauf einige Änderung gegenüber den bisherigen Fällen: sie erinnern an die Figur des Hakenkreuzes, während sowohl die Stromlinien, als auch die Kurven gleicher Intensität mit geringen Abweichungen das frühere Bild zeigen. Nur hart am Vorderrande der Trombe ist eine Divergenzlinie angedeutet, die später in weiteren Diagrammen deutlich hervortreten soll.

Hier nicht wiedergegebene Diagramme des Kernes II und III bei wechselndem Ablenkungswinkel zeigen Abweichungen ähnlicher Art, wie Fig. 10 von 8.

**Der Mantel.** Wie oben ausgeführt, kann unter gewissen Bedingungen der Normalschnitt durch das Windsystem einer Trombe nur eine Wirkung des Mantels zeigen, ohne dass eine Kernwirkung aufzutreten braucht. Dieser Fall wird z. B. dann eintreten, wenn der Kern in einiger Höhe über der Erde schwebt, während die Windwirkung bis zum Boden reicht. Das berechtigt uns zu einer getrennten Behandlung des Trombenmantels in Bezug auf sein Bewegungsfeld.

Über die Geschwindigkeitsverteilung im Mantel lassen sich die oben (pg. 9) besprochenen Annahmen machen, wobei als Idealfall, besonders bei einer eine längere Zeit stillstehenden Windhose, eine Bewegung der Luftpartikel nach der Art einer zyklischen Potentialbewegung rotationslos erfolgen dürfte.

Die Geschwindigkeitsverteilung folgt dabei dem Gesetz

$$rR = c.$$

Ein Mantel mit einer derartigen Geschwindigkeitsverteilung (Fig. 7, Kurve 4 und 6) soll als „hyperbolisches" Modell weiter behandelt werden; die Kurve der Geschwindigkeitsverteilung ist eine Hyperbel.

Als zweiter Fall soll eine lineare Abnahme der Geschwindigkeit im Mantel behandelt werden, die uns das lineare Modell liefert (Fig. 7, Kurve 5), während die Kurve 7 dieser Figur eine erst langsame, dann schnellere Abnahme darstellen soll. In Fig. 7 ist als Kurve 7 ein Viertelkreis gewählt, für welchen

$$A = \frac{dr}{dR} = -\frac{R}{r}$$

ist.

Wie bei der Behandlung des Kernes, können wir uns jede einfache Geschwindigkeitsabnahme im Mantel durch eine Kurve

vom Typus der drei angeführten oder durch eine Kombination mehrerer von ihnen dargestellt denken und die Grenzfälle ausser Acht lassen. Analog unseren Ausführungen für den Kern könnte auch hier die Lage des marginalen Stillenpunktes berechnet werden nach

$$R_2 = \int_0^t \frac{1}{A} dr, \tag{25}$$

wenn $R_2$ den Abstand dieses Punktes vom Rande des Wirbels bedeutet.

Der Abstand vom Mittelpunkte kann berechnet werden als

$$R_3 = R - \int_0^t \frac{1}{A} dr. \tag{26}$$

**V.** Den Fall eines **hyperbolischen Mantels** stellt das Isogonendiagramm Fig. 11, die dazugehörigen Stromlinien für eine Reihe typischer Werte des konstanten Ablenkungswinkels $a$ die Figuren 11 $a$ bis $e$ dar.

Alle diese Diagramme können das ganze Bewegungsfeld des Mantels nicht fassen, weil $r = 0$ erst im Unendlichen erreicht wird, deshalb ist Fig. 11, und nach ihr die übrigen, derart entworfen, dass im nichttranslatorischen Fall der Rand des Feldes mit der Intensitätskurve $r = 0.25\ t$ zusammenfiel (Fig. 7, Kurve 6). Die hierdurch bedingte Diskontinuität mit dem Bewegungszustande der umgebenden Luft ist in den Figuren $a$ bis $e$ durch einen doppelten Aussenkreis hervorgehoben.

Eine weitere Abweichung des realen Wirbels von diesem theoretischen Fall müssen wir in der Gegend des Mittelpunktes erwarten, weil der Zunahme von $r$ beim Übergang zum Zentrum in der Natur ebenfalls eine obere Grenze gezogen sein wird. Das Gebiet mit $r > 5t$ im translatorischen Fall ist deshalb in Fig. 11 schwarz gedeckt, wodurch angedeutet werden soll, dass innerhalb dieses Gebietes irgend eine andere, uns unbekannte Geschwindigkeitsverteilung herrschen wird, so dass sich unsere Betrachtungen in diesem Fall eigentlich nur auf einen rotationslosen Kreisring — den Mantel beziehen.

In Fig. 11 ist das ganze Wirbelfeld durch eine gerade Intensitäts-Linie in 2 Teile zerlegt, von denen der rechte, Werte

von $v \gtrless t$ aufweist, während auf der linken Seite geringe Intensitäten mit einem Stillenpunkt vorkommen. Der singuläre Punkt ist hier jedoch ein neutraler und demjenigen der Fig. 8—10 nicht analog. Es handelt sich hier um den nahe an den Mittelpunkt herangerückten marginalen Stillenpunkt. Die Isogonen sind Kreise. Diejenige von $\varphi = 180^0$ schneidet alle Kurven gleicher Intensität, somit hätten wir im Falle eines hyperbolischen Mantels in der Spur immer Bäume zu erwarten, die gegen die

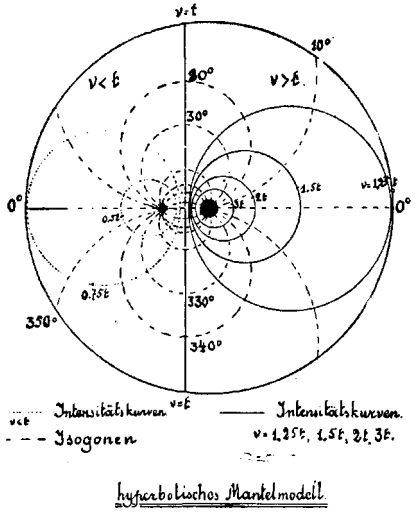



Fig. 11. Isogonendiagramm. Mantel V.

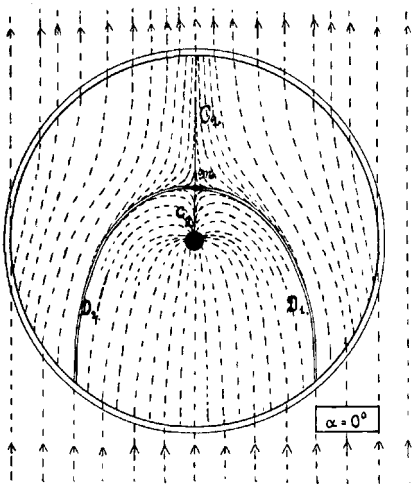



Fig. 11*a*. Stromlinien. Mantel V.

Richtung der fortschreitenden Bewegung umgebrochen sind. (Fig. 41).

Die Stromliniendiagramme der Fig. 11*a* bis *e* zeigen das Strömungsfeld, wenn wir $\alpha$ die Werte von 0, $-30^0$, $-90$, $-135$, und $+135^0$ geben, was den Verhältnissen einer Nord-Zyklone, Süd-Antizyklone, sowie Nord-Antizyklone entspricht, und finden dabei im Felde einige charakteristische singuläre Linien. Fig. 11*a* zeigt uns die Stromlinien eines fortschreitenden Trombenmantels, wenn er ohne die Translation ein radiales Einströmen, oder, bei einer Drehung des Diagramms um $180^0$, — ein radiales Ausströmen aufzuweisen hat.

Wie in jedem der weiter folgenden Integraldiagramme, finden wir hier je ein Paar Konvergenz- und ein Paar Diver-

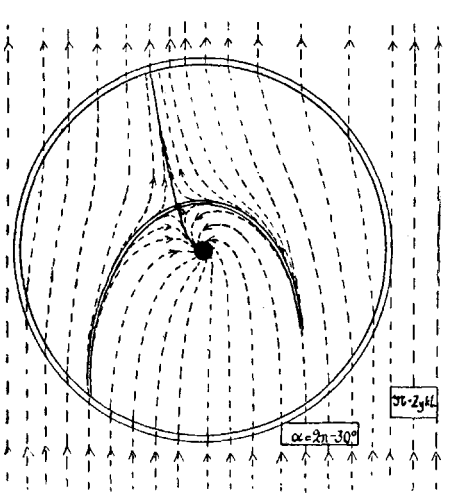



Fig. 11 *b*.
$\alpha = -30^0$

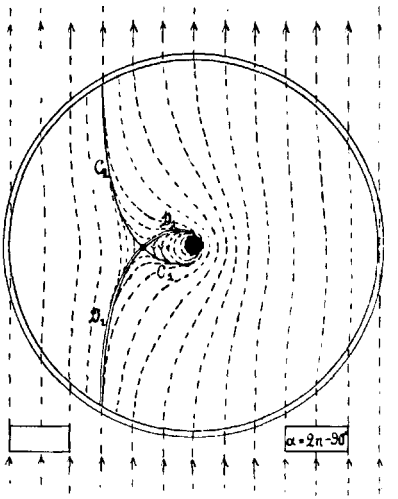



Fig. 11 *c*.
$\alpha = -90^0$

Nord-Zyklone.

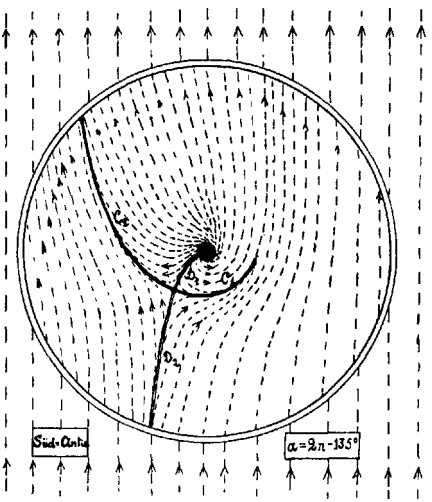



Fig. 11 *d*.
$\alpha = -135^0$. Süd-Antizyklone.

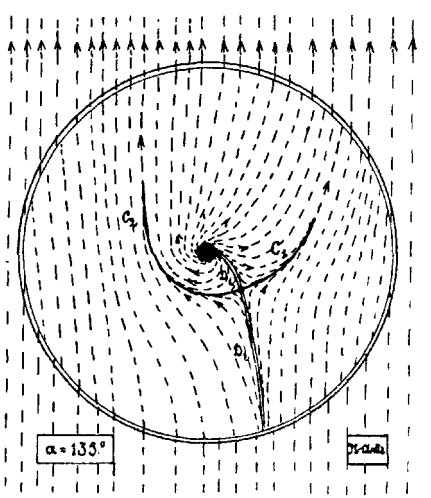



Fig. 11 *e*.
$\alpha = +135^0$. Nord-Antizyklone.

Stromliniendiagramme. Mantel V.

genzlinien vor, von denen die Teile eines jeden Paares eine entgegengesetzte Divergenz haben. Morphologisch können wir diese beiden, jede aus den genannten paarweisen Bestandteilen

zusammengesetzten Linien als Trennungslinie und Grenzlinie auseinanderhalten.

Die Grenzlinie verläuft immer von der Mitte des Feldes in der Form eines Kurvenastes zu einem Punkt des Umfanges, wobei der äusserste Kurvenabschnitt immer das Bestreben zeigt die Richtung der translatorischen Bewegung anzunehmen. Sie bildet in Fig. 11 *a* bis an den Rand des Feldes die Grenze zwischen den Stromlinien, die rechts und links vom ersten Durchmesser in das Feld eingetreten sind und vorne getrennt das Feld verlassen. Die Grenzlinie wird im singulären Punkt der marginalen Stille (Punkt M) in 2 Teile mit entgegengesetzter Konvergenz zerlegt.

Die Sperrlinie umfasst dagegen die Mehrzahl der von der Rückseite ins Feld eintretenden Stromlinien, denen sie, im Bogen vorne vorüberlaufend, den Durchgang zum Vorderrande versperrt. Alle diese Stromlinien laufen in einem Punkt zusammen, wo ein Aufsteigen der Luftmassen erfolgen muss.

Die Annäherung der Luft von beiden Seiten zur Grenzlinie bei $|\alpha| < 90^0$ kann unter Umständen, — wenn in einem Wirbel von grossem Durchmesser von seiner rechten zur linken Seite oder umgekehrt ein Temperaturgradient besteht, — der Grenzlinie den Charakter einer ausgeprägten Diskontinuitätslinie der Temperatur verleihen, wie wir sie z. B. in der warmen und kalten Front der Zyklonen kennen.

Bei $|\alpha| > 90^0$ verliert sie die Eigenschaft einer Temperaturgrenze. Die Sperrlinie zeigt bei $|\alpha| < 90^0$ keine Neigung den Temperaturgradient zu verstärken, tritt jedoch bei $|\alpha| > 90^0$ in die anfängliche Rolle der Grenzlinie in dieser Hinsicht ein, weil sie dann zur Konvergenzlinie wird.

Aus unseren Figuren 11 geht unmittelbar hervor, dass beim Übergang von einer nordzyklonalen zur süd-antizyklonalen Zirkulation die Konvergenzlinie im ersten Fall morphologisch als Grenzlinie, im zweiten als zur Tromben-Rückseite konvexe Sperrlinie auftritt, um bei weiterer Zunahme des Ablenkungswinkels eine analoge Rückentwickelung zur Grenzlinie durchzumachen, dabei jedoch auf die rechte Seite der Windhose gespiegelt liegt. Die Divergenzlinie macht eine analoge Entwickelung von der Sperrlinie zur Grenzlinie und zurück durch.

Wir bezeichnen diejenigen Teile der Konvergenzlinie, die in der Richtung einer positiven Drehung konvergieren oder diver-

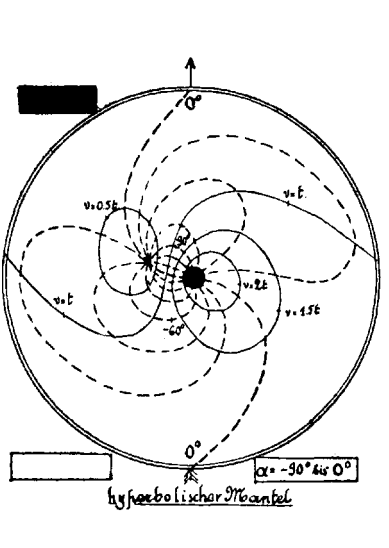
gieren, als $C_1$ oder $D_1$, und die mit einem entgegengesetzten Verhalten durch $C_2$ resp. $D_2$.

Wenn wir nun in den Fig. 11 *a—e* die Veränderungen im Stromfelde bei wechselnder Grösse von $\alpha$ näher ins Auge fassen, können wir folgenden Entwickelungsgang feststellen:

1) Bei einem radialen Einströmen bilden die Kurven $C_1$ und $C_2$ eine Gerade, parallel der Translationsrichtung, während $D_1$ und $D_2$ zu ihr symmetrisch gelegen und gleich gut entwickelt sind. (Fig. 11 *a*.)
2) Im Falle dass $\alpha$ im IV. Quadranten liegt, d. h. bei nordzyklonalem Einströmen, finden wir die Kurve $C$ mit wachsendem $\alpha$ immer stärker mit der konvexen Seite nach links gebogen (Fig. 11*b*), während die Kurven $D_1$ und $D_2$ unsymmetrisch werden: $D_1$ nimmt an Länge ab, $D_2$ — zu. Zwischen $C_1$ und $D_1$ bildet sich dabei ein Stromliniensystem aus, welches an den von Schmidt [16] beim Einströmen von kalter Luft unter warme beobachteten „Böenkopf" erinnert, und das wir, morphologisch betrachtet, als Wirbelkopf bezeichnen wollen. In ihn mündet eine grössere oder kleinere Anzahl von Stromlinien, die von der Rückseite der Trombe herkommen, ein. Mit der Annäherung des Absolutwertes von $\alpha$ an $90^0$ wird die Anzahl der in ihn einmündenden Stromlinien immer kleiner, bis er bei
3) $\alpha = 90^0$ ein abgesondertes Gebiet mit geschlossenen Stromlinien bildet und jederseits von den nunmehr symmetrisch gelegenen Linien $C$ und $D$ begrenzt wird, die ihren Charakter als Grenz- und Sperrlinie verloren haben (Fig. 11 *c*).
4) Bei weiterer Zunahme von $\alpha$ (Süd-Antizyklone) tritt der Wirbelkopf vom neuen auf. Es findet in ihm jedoch jetzt ein Ausströmen statt, so dass seine Stromlinien am Vorderrande der Trombe enden. Dabei ist die Divergenzlinie zur Grenzlinie, und die Konvergenzlinie zur Sperrlinie geworden, deren Äste sich immer symmetrischer entwickeln (Fig. 11 *d*), bis wir
5) bei $\alpha = \pi$ wieder eine volle Symmetrie wie im Falle 1) vorfinden. Die Rolle der Linien $C$ und $D$ als Grenz- resp. Sperrlinie sind im Vergleich zu 1) nur gegenseitig vertauscht: die Sperrlinie zeigt eine Konvergenz und

ist nach vorne gerichtet, die Grenzlinie weist eine Divergenz auf und liegt auf der Rückseite des Wirbels.

6) Im Falle eines Winkels $\alpha > \pi$ zeigt uns Fig. 14 *e* das Strömungsfeld einer nord-antizyklonal rotierenden Trombe, das nun eine Krümmung der Grenzlinie mit der konvexen Seite zum rechten Rande hin und eine stärkere Ausbildung von $C_2$ im Vergleich zu $C_1$ aufweist. Der Wirbelkopf tritt von der linken Seite an das Zentrum heran. Wir haben das Spiegelbild des Falles Fig. 11 *d*.



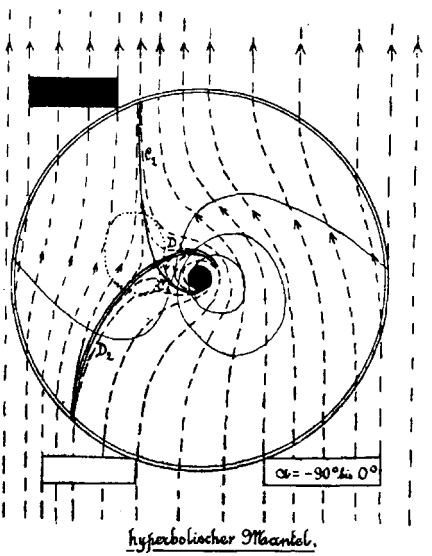




Fig. 12. Isogonen. Mantel VI. Fig. 12 *a*. Stromlinien. Mantel VI. Im Zentrum $\alpha = -90^0$, an der Peripherie $\alpha = 0^0$.

**VI. Hyperbolischer Mantel mit veränderlichem** $\alpha$. Analog der Fig. 10 sei ferner der Einfluss eines veränderlichen Winkels $\alpha$ auf das eben dargestellte Modell untersucht. Wir nehmen dabei an, das Einströmen erfolge am Rande der Windhose ohne jede Ablenkung ($\alpha = 0^0$), im Zentrum dagegen erfolge die Bewegung im nichttranslatorischen Fall in Kreisbahnen, der Ablenkungswinkel sei hier $-90^0$.

Das Isogonen-Diagramm Fig. 12 zeigt bei *S*-förmig gebogener Hauptisogone eine entsprechende Verschiebung der rechten und linken Hälfte der Fig. 11, wobei das Integraldiagramm der Bewegung, Fig. 12 *a*, gegenüber Fig. 11 *b* nur geringe Abweichungen aufweist.

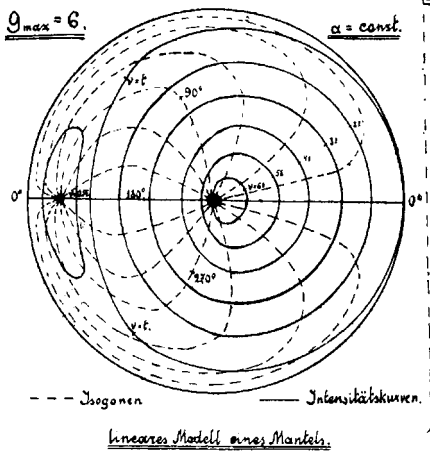



Fig. 13.
Isogonen des Mantels VII.

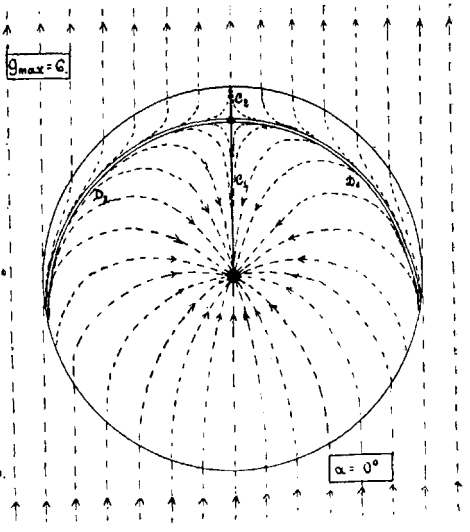



Fig. 13 *a*.
Stromlinien bei $\alpha = 0^0$.

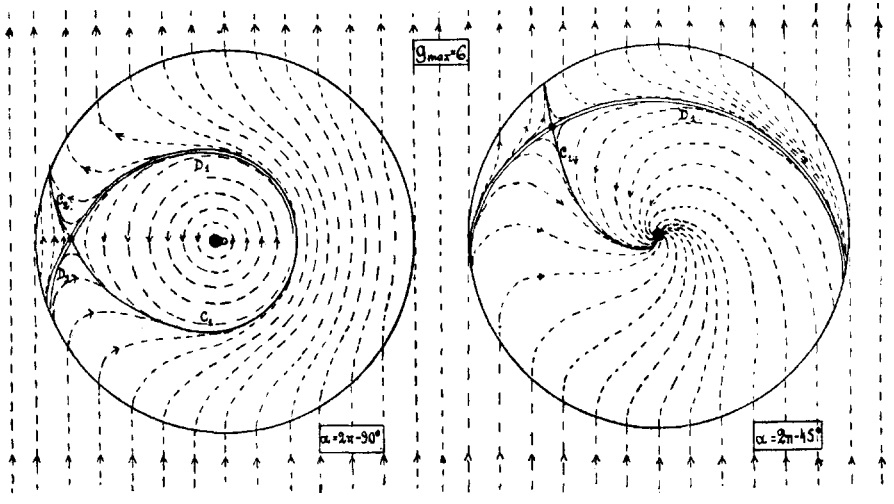



Fig. 13 *b*.
$\alpha = -90^0$.

Fig. 13 *c*.
$\alpha = -45^0$.

Stromlinien im Mantel VII.

**VII. Linearer Mantel.** Er ist analog dem Fall I des Kernes nach Kurve 5 (Fig. 7) ausgeführt und soll uns zeigen, in welchen Beziehungen dieser, später häufiger benutzte Typus eines Man-

tels vom hyperbolischen abweicht. Sein Bewegungsfeld ist in Fig. 13 als Isogonendiagramm dargestellt, während Fig. 13 *a*, *b*, *c* die Stromlinien bei $\alpha = 0$, $-90^0$ und $-45^0$ wiedergeben.

Fig. 13 zeigt ähnliche Verhältnisse wie Fig. 11, insofern als alle Isogonen in geschwungenen Kurven durch die beiden singulären Punkte verlaufen, während die Intensitätskurven wie im ersten Fall geschlossene Kurven um den einen oder anderen dieser Punkte bilden. Das ganze Bild zeigt Fig. 11 gegenüber in der Gegend der Mitte eine Dehnung, bei einer Zusammenschiebung am Rande. Es tritt hier ein Umstand deutlich hervor, dass die Isogone $\psi = 180^0$ einen Teil der Geraden $\psi = 0^0$ bildet und zwischen beiden singulären Punkten liegt. Das Vorherrschen der Isogone $\psi = 180^0$ mit ihren oben erwähnten Folgen für den Åsgårdsweg wird in diesem Fall durch die Dehnung im Vergleich zu Fig. 11 sehr gefördert.

In der Mitte des Feldes muss auch in diesem Fall eine Abweichung von der linearen Geschwindigkeitsverteilung des stationären Falles angenommen werden, weil bei dieser Verteilung von $r$ durch eine Superposition der Translationsgeschwindigkeit im Zentrum eine Unstetigkeit auftreten müsste, indem durch einen Punkt gleichzeitig 2 Kurven gleicher Intensität verlaufen, was den Grundsätzen der Vektor-Analyse widerspricht. In der Natur dürfte im Fall einer blossen Mantelwirkung innerhalb eines kleinen Zentralgebietes eine Abweichung, — etwa ein einseitiges dichteres Zusammendrängen der Intensitätskurven eintreten. Es ist dieses jedenfalls der Ort, wo im realen Falle das windstille Gebiet des Kernes entsteht, von dessen eventuellem Vorhandensein im schwarzen bedeckten Zentralgebiet (Fig. 12 und 13) bei einer Betrachtung des Mantels allein abgesehen werden kann.

Die Stromlinien (Fig. 13 *a*, *b*, *c*) zeigen in z. T. vergrössertem Massstabe die Verhältnisse einer rotationslosen Zirkularbewegung (Fig. 11), nur bilden sie innerhalb der Diagramme eine unmittelbare Fortsetzung derjenigen der umgebenden Luft, weil die Rotationsgeschwindigkeit am Rande des Feldes den Wert $r = 0$ erreicht.

Wenn wir zuletzt eine Geschwindigkeitszunahme $\frac{dr}{dR} = -\frac{R}{r}$ (cf. pg. 52, sowie Fig. 7, Kurve 7) berücksichtigen, finden wir auch hier dieselben Verhältnisse bei noch stärkerer Dehnung der

Mitte und Schrumpfung am Rande vor, so dass die Linie $C_2$ fast ganz verschwindet, $D_1$ und $D_2$ hart am Trombenrande liegen. Um so stärker entwickelt ist $C_1$ [1]).

Somit können wir innerhalb des untersuchten Bereiches einen einheitlichen Typus des Stromlinienfeldes im Trombenmantel annehmen, wie er durch die Linien $C_1$, $C_2$, $D_1$, $D_2$, die als Grenz- oder Sperrlinie auftreten können, und — von den Übergangsfällen abgesehen — durch einen „Wirbelkopf" charakterisiert ist. Wie weiter unten ausgeführt wird, gilt hierbei als Bedingung $G_{max} > 1$.

Der Umstand, dass wir eine jede Kurve bei ununterbrochener Zu- oder Abnahme vor $r$ als zusammengesetzt aus unendlich zahlreichen, verschwindend kleinen linearen Abschnitten betrachten können, berechtigt uns zu der Annahme, dass, wie im Kern, ausser den Grenzfällen selbst bei jeder Geschwindigkeitsverteilung immer das erwähnte Stromlinienfeld, wenn auch mit bestimmten Abweichungen, auftreten muss.

### Der ganze Wirbel.

Aus beiden Bestandteilen: dem Kern und Mantel setzt sich eine voll ausgebildete Trombe zusammen. Dieses kann auf verschiedene Art je nach der Kombination der auf S. 44 behandelten Geschwindigkeitskurven des Kernes und Mantels erfolgen, wodurch wir mehrere „Trombenmodelle" erhalten können.

Wenn wir den Übergang des Skalarwertes der Intensität an der Grenze zwischen Kern und Mantel, dem realen Fall entsprechend, als allmählich betrachten, so werden sich in dieser Grenzzone im allgemeinen Fall Abweichungen vom Verlauf beider Kurven ergeben, auf deren Charakter und dynamische Bedingtheit hier nicht eingegangen werden soll, da sie, wie aus den weiter angeführten Diagrammen ersichtlich, sowohl die Isogonendiagramme, als auch die Strömungsfelder nur unwesentlich beeinflussen.

Fig. 14 zeigt uns die Geschwindigkeitsverteilung innerhalb einer Windhose im nichttranslatorischen Fall, wie wir sie auf Grund der bisherigen Betrachtungen, als im Bereich der Mög-

1) Diese Diagramme sind hier nicht wiedergegeben.

lichkeit liegend, einer Anwendung unserer graphischen Methode zu Grunde legen wollen.

Die Kurven *a* und *e* entsprechen dem „linearen Modell", in welchem sowohl im Kern, als im Mantel eine lineare Geschwindigkeitsverteilung herrscht. Der Kern rotiert wie ein starrer Körper. Eine lineare Kurve kann im Mantel zum mindesten als nichtstationäres Übergangsstadium auftreten und als solches sich immerhin in der Trombenspur äussern.

Ihm gegenüber steht das „hyperbolische Modell", Kurve *d*, wie es A. Wegener (pg. 9) als für eine Trombe charakteristisch betrachtet, das aus einer linearen Zunahme von *r* im Kern und einer hyperbolischen Abnahme im Mantel besteht [1]).

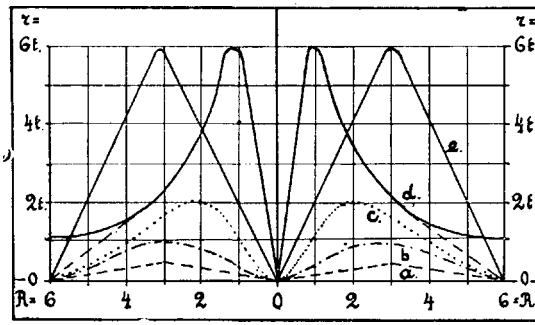



Fig. 14. Typen der Geschwindigkeitsverteilung in stillstehenden Tromben. *a* und *e* lineares Modell, *b*, *c*, *d* reale Tromben.

Im realen Fall dürften sich jedoch auch von diesem Typus Abweichungen ergeben, weil der Trombendurchmesser einen endlichen Wert besitzt. Deshalb dürfte die Kurve *d* den realen Verhältnissen einer Windhose am meisten entsprechen, wenn wir uns ihr äusseres Ende linear zum 0-Punkt verlaufend denken (gestrichelter Abschnitt in Kurve *d*).

Die Kurve *c* weist keine lineare Zunahme von *r* im Kern auf, sondern zeigt dort eine erst langsamere, dann stärkere Zu-

1) Eine analoge Geschwindigkeitsverteilung in einem Wirbel ergibt sich ebenfalls nach Prandtl aus dem Gesetz von Oseen über die Erweiterung des Kerndurchmessers unter dem Einfluss der inneren Reibung bei gleichzeitiger Abnahme der Wirbelgeschwindigkeit. Siehe „Berichte und Abhandlungen der Wissenschaftlichen Gesellschaft für Luftschiffahrt" 1921, IV. (In der Diskussion zum Vortrag von A. v. Parseval.)

nahme der Geschwindigkeit, wie das im Falle einer starken Abnahme der Luftdichte oder eines breiteren Kompensationsstromes eintreten kann. Sie kann als Verteilungskurve von $r$ innerhalb einer realen Trombe mit kleinerem $G_{max.}$ betrachtet werden.

Die Kurven $a$ und $b$ weisen ein geringes Geschwindigkeitsverhältnis ($G_{max.} = 0.5$ resp. 1.0) auf und gehören mit Kurve $e$ zusammen zu einer Gruppe, deren $r_{max.}$ auf die Hälfte des Radius entfällt.

Wenn wir weiter mit dem Auftreten von konzentrischen singulären Linien innerhalb der stillstehenden Trombe in der Gegend des Maximums von $r$ eine Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit zulassen, können die Geschwindigkeitskurven der

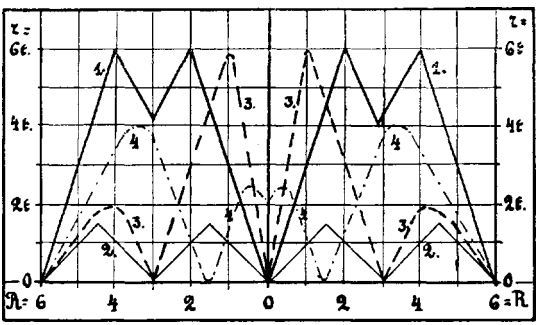



Fig. 15. Geschwindigkeitsverteilung in stillstehenden Tromben. Doppelmaxima oder Doppelröhren.

Fig. 15 die realen Verhältnisse wiedergeben. Neben Kurve 1, die ein geringes sekundäres Minimum aufweist, finden wir in Kurve 2 in der Mitte des Halbmessers den Wert $r = 0$, während die Kurven 3 und 4 zwei Fälle mit ungleich entwickelten Maxima wiedergeben.

Beim Zustandekommen einer Doppelrohrtrombe müssen wenigstens 3 singuläre Linien und 1 singulärer Punkt vorhanden sein, wie aus den oben pg. 21 angeführten Beispielen ersichtlich ist. Deshalb muss in diesem Fall ausser der hier wiedergegebenen Geschwindigkeitsverteilung noch eine mehrfache Zu- und Abnahme des Ablenkungswinkels vorhanden sein. Wenn dagegen eine einfache Zu- und Abnahme dieses Winkels auftritt, muss trotz des Doppelmaximums ein einfaches Trombenrohr vorhanden sein, wie das weiter unten für den Fall eines echten und unechten Kernes genauer behandelt werden soll.

Um die Bedeutung der einzelnen unten folgenden Trombendiagramme und ihre Beziehungen unter einander deutlicher auseinanderzuhalten, seien im Folgenden kurz die Entwickelungsphasen einer Trombe zusammengestellt, wie wir sie auf Grund der bisherigen Beobachtungen und Schlüsse als wahrscheinlich betrachten können. Die Geschwindigkeitskurven der einzelnen Phasen im nichttranslatorischen Fall sind in Fig. 16 zusammengestellt.

1) Der reale Trombenkern schwebt über dem Boden und übt eine Saugwirkung auf die darunterliegende, schon auf einem grösseren oder kleineren Gebiet in langsame Rotation geratenen Luftmassen aus, welche dem Mittelpunkt in spiraligen Bahnen

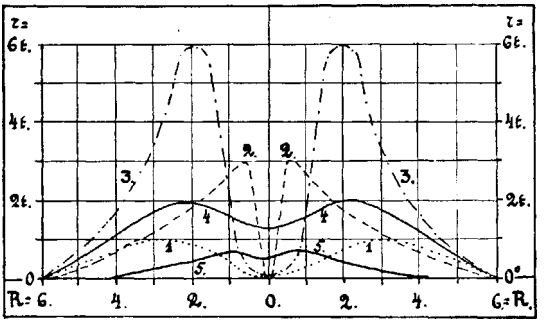



Fig. 16. Geschwindigkeitsverteilung in stillstehenden Tromben. Entwickelungsphasen.

zustreben[1]). Infolge einer, wenn auch nur teilweisen Erhaltung des Rotationsmoments muss ihre Geschwindigkeit hierbei zunehmen, bis in einer bestimmten Entfernung von der Achse die Verkleinerung des Radius zugleich mit dem Anwachsen der Geschwindigkeit das Auftreten einer merklichen Normalbeschleunigung verursacht. Hierdurch muss der Winkel $\alpha$ unter Umständen bis $\pm 90^0$ anwachsen, ohne dass sich anfangs die im Zentrum und an der Peripherie vorhandenen kleinen Absolutwerte dieses Winkels ändern.

1) Ein blosses Zuströmen zur Achse wird unter dem Einfluss der Erdrotation das gleiche Ergebnis liefern. Der Ablenkungswinkel kann anfangs als klein und auf der ganzen Radienlänge in erster Annäherung als konstant angenommen werden,

Somit tritt bei spiraligem Einströmen eine Geschwindigkeitsverteilung, wie Fig. 16, Kurve 1, sie darstellt, auf: das Maximum von $r$ findet sich in einer gewissen Entfernung von der Achse vor, womit schon die Einteilung des Feldes in ein Mittel- und ein Randgebiet gegeben ist[1]). Ein Aufsteigen der Luft über der Zone mit $r_{max.}$ findet nicht statt, wodurch eine Zweiteilung des Maximums vermieden wird. Dieses erste Stadium der Trombenentwickelung ähnelt dem Fall einer Zyklone höherer Breiten, wie sie von Kassner [17] und Polis [18] nachgewiesen ist.

Bei stärkerer Zunahme der Geschwindigkeit muss eine Zunahme des Ablenkungswinkels bis 90° das Auftreten einer singulären Konvergenz-Divergenzlinie in einer Entfernung verursachen, die mit der Zone maximaler Geschwindigkeit zusammenfällt. Da die Massenpartikeln der Luft ihre grössere Geschwindigkeit in dieser Linie eben bloss ihrer Annäherung an die Achse zu verdanken haben, können sie diese, in der singulären Linie laufend, bald einbüssen und dann wieder mit verkleinertem Ablenkungswinkel allmählich in eine aufsteigende Bewegung geratend, dem Ort des stärksten Aufsteigens zuströmen. Die Geschwindigkeitskomponente $r$ kann hierbei fraglos von der singulären Linie bis zum Mittelpunkte abnehmen und den Wert $r = 0$ erreichen. (Fig. 16, Kurve 1.) Bis zur Konvergenz-Divergenzlinie kann somit von aussen her das Zuströmen vorwiegen, innerhalb ihrer die aufsteigende Bewegung.

2) Während der Trombenkern nun tiefer herabsinkend sich der Erde nähert, ohne sie vorab noch zu berühren, wird die Saugwirkung zur Achse hin verstärkt bei gleichzeitigem Auftreten grösserer Zirkulationsgeschwindigkeiten in der Nähe des Kernes. (Fig. 16, Kurve 2.)

Die Stelle, wo die Zentrifugalkraft jetzt der Zentripetalkraft die Wage hält, wird wiederum $\alpha = 90^0$, sowie das Geschwindigkeitsmaximum aufweisen und könnte sich der stärkeren Saugwirkung entsprechend dem Mittelpunkte genähert haben, jedoch so, dass der Wert von $r$ an der bisherigen Stelle der Maximalgeschwindigkeit (Phase 1) nicht wesentlich geringer geworden zu sein braucht. Die Konvergenz-Divergenzlinie kann

1) Nur das Randgebiet kann als echter „Mantel" angesprochen werden, während das Mittelgebiet als eine Art „unechter Kern" bezeichnet werden muss.

sich hierbei allmählich zum Mittelpunkt hin zusammenziehen, weil mit herabsinkender Kernspitze das Gebiet mit dem intensivsten Aufstieg ebenfalls einen geringeren Durchmesser erhalten dürfte.

3) Eingehender experimenteller Untersuchungen bedarf noch die Frage nach dem Übergang der Phase 1 in die weiter unten folgende Phase 4, welche durch eine echte zweiseitige Konvergenzlinie charakterisiert werden kann, wie wir das oben in Übereinstimmung mit Sandström annahmen. Soviel wir die Sachlage eben übersehen, kann ausser der in 2) erwähnten Zusammenziehung der Konvergenz-Divergenzlinie der Phase 1 hier noch eine zweite Möglichkeit vorliegen, wenn wir vor allem die Stetigkeit des Überganges im Auge behalten.

Im ersten, sub 2) erwähnten Fall einer Verkleinerung des Durchmessers der K.-Div.-Linie werden wir in ihrer Mitte ein Gebiet oder einen Punkt mit aufsteigender Luftbewegung vorfinden, bis die Kernspitze den Boden berührt.

Von diesem Moment ab tritt der absteigende Kompensationsstrom auf, und die K.-D.-Linie muss sich in eine zweiseitige Konvergenzlinie verwandeln, — ganz gleichgültig ob wir ein Vordringen des Kernes durch das Vordringen seines Zirkulationssystems von oben, oder ob wir dank der Abnahme des Krümmungsradius der Luftbahnen mit abnehmendem Durchmesser der K.-D.-Linie, ein derartig starkes Anwachsen der Winkelgeschwindigkeit in der Nähe des Zentrums annehmen, dass das Aufsteigen der Luft für einen Augenblick durch die Zentrifugalkraft ganz verhindert wird, und im nächsten auf die Weise weitergeht, dass die Luftmassen aus dem zentralen Raum erst herab- und dann emporgezogen werden, weil die Zentrifugalkraft ein Herantreten der Luftteilchen von aussen in die Mitte des aufsteigenden Stromes verhindert.

In diesem letzten Fall hätten wir es mit einer Entstehung des Trombenkernes am Ort zu tun, der dann einen Anschluss an die Spitze des oberhalb schwebenden Kernes als dessen Verlängerung finden wird. Für die Möglichkeit dieses Vorganges spricht jedenfalls das schnelle Herab- und Heraufsteigen des Kernes während seiner hüpfenden Bewegung, sowie die Bildung des Trombenkernes ohne einen Anschluss an ein analoges Bewegungs-System in der Höhe bei den Versuchen von Exner [9].

Im anderen möglichen Falle erscheint es nicht ausgeschlossen,

dass die K.-D.-Linie in einer gewissen Entfernung von der Achse verharrt, während das Aufsteigen über dem Mittelpunkt immer schwächer wird, wodurch bei abnehmendem Einströmen zur Achse der Ablenkungswinkel $\alpha$ im Zentralraum immer grössere Werte annehmen muss, bis er innerhalb der singulären Linie überall den Wert $\alpha = \pm 90^0$ aufweist. Mit dem Auftreten des Kompensationsstromes muss sein Wert weiter über $\alpha \pm 90^0$ wachsen, und zwar zuerst in der Nähe der Achse, welcher Vorgang sich nachher bis zur singulären Linie ausbreiten, und sie dadurch in eine zweiseitige Konvergenzlinie verwandeln wird.

In beiden Fällen geht die Entwickelung über 3 singuläre Punkte in der Achse: einen mit konvergierenden, einen neutralen und einen mit divergierenden Stromlinien. Eine andere Möglichkeit scheint nicht vorzuliegen.

4) Im nächsten Augenblick, wenn der Kern den Boden berührt hat, tritt der Anschluss an das horizontale Zirkulationssystem des Kernes ein, es findet eine direkte Kraftübertragung aus der Kraftquelle in den Wolken statt, die Geschwindigkeit $r$ nimmt stark zu, wodurch am Boden eine Divergenz der herabsteigenden Luftmassen mit einer ausgesprochenen Konvergenzlinie[1]) als Grenze zwischen den von einander gesonderten Gebieten des Kernes und Mantels auftreten muss. Zusammen mit dieser singulären Linie entfernt sich nun das Gebiet des stärksten Aufsteigens immer mehr von der Achse. Vom Moment des Auftretens der Konvergenzlinie an rechnen wir die Entstehung des eigentlichen Wirbelkernes im Normalschnitt durch das Bewegungsfeld einer Windhose.

Je nach der zur Verfügung stehenden Energie kann der Durchmesser des Kernes auf dem Höhepunkt der Windhosenentwickelung grösser (Fig. 16, Kurve 3) oder kleiner werden[2]).

---

1) Die Entstehung eines Wirbelkernes über dem Zentrum einer rotierenden Scheibe ist neuerdings von F. W. Exner beim Darstellen künstlicher Tromben beobachtet worden [9], während J. W. Sandström das Ausscheiden einer Konvergenzlinie auf Grund seiner Untersuchungen sowohl für eine Trombe, als für eine tropische Zyklone für charakteristisch hält.

2) Ausser Acht gelassen ist hier in Kurve 3 der Übersichtlichkeit wegen der Umstand, dass in der Konvergenzlinie selbst eine sekundäre Abnahme der Geschwindigkeit im $XY$-Schnitt eintreten muss, wobei eine Zweiteilung der Zone mit grösster Geschwindigkeit im Normalschnitt bedingt wird.

5) Bei einer Geschwindigkeitsabnahme im Stadium des Verfalles einer Trombe müssen wir als Folge der Reibung am Boden eine der Ordinatenhöhe proportionale Abnahme der Geschwindigkeit [(8), (10)] erwarten, wenngleich auch in diesem Stadium durch eine Verkleinerung des Ablenkungswinkels als Folge derselben Reibung eine lokale Geschwindigkeitszunahme noch für kurze Zeit zur Bildung einer Art unechten Kernes führen kann (Fig. 16, 4 und 5). Nach Oseen (pg. 62, Fussnote) muss die innere Reibung der Luft eine Vergrösserung des Kerndurchmessers in einem erlöschenden Wirbel hervorrufen.

Bevor wir nun zur Betrachtung der Diagramme nach den angeführten Kurven der Geschwindigkeitsverteilung im translatorischen Fall übergehen, sollen die beiden Möglichkeiten, und zwar diejenige eines „unechten Kernes", dessen Aussenrand durch eine Konvergenz-Divergenzlinie gebildet wird, von derjenigen eines „echten Kernes" unterschieden werden, welch letzterer von einer geschlossenen Konvergenzlinie umfasst werden soll.

Der oben (Phase 3) behandelte Übergang des einen in den anderen lässt sich in der Natur schwer verfolgen, da er sehr plötzlich vor sich geht, daher können wir in der weiteren Untersuchung von ihm völlig absehen und nur das vorausgehende und nachfolgende Stadium im Auge behalten [1]).

## Diagramme.

### A. Der Ablenkungswinkel ist konstant.

Wenden wir uns zuerst der Betrachtung des theoretischen Falles zu, dass wir es mit einem Wirbel in einer nicht kompressiblen Flüssigkeit zu tun haben. Nehmen wir ferner an, der Ablenkungswinkel sei auf dem ganzen Wirbelhalbmesser gleich gross, wobei die Geschwindigkeitsverteilung im Kern und Mantel als linear angenommen wird. Dann erhalten wir ein „lineares Windhosenmodell" (Fig. 14*a* und *e*), dessen Abweichungen von den übrigen untersuchten Verteilungsarten von $r$ sowohl im Kern, als im Mantel wir schon oben kennen gelernt haben.

1) Daher betrachten wir unsere Ausführungen hierüber als eine wenn auch sehr wahrscheinliche Extrapolation, während die Fälle des echten und unechten Kernes in beliebigen Entwickelungsstadien graphisch dargestellt und untersucht werden können.

Ein derartiges Modell hat vor den übrigen den Vorzug der Einfachheit und dürfte keinem stationären, sondern einem der Übergangszustände entsprechen.

Die Ähnlichkeit aller Diagramme der Isogonen- und Intensitätslinien (Fig. 17—21) unter einander zeigt die geringe Ab-

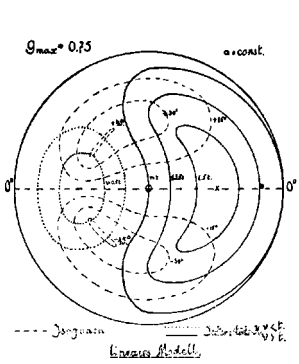



Fig. 17.
Isogonen.

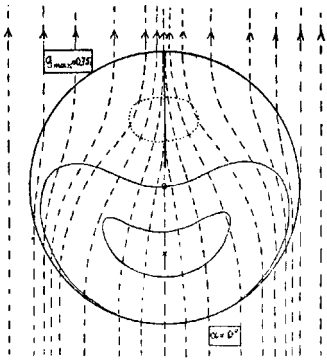



Fig. 17 *a*.
Stromlinien. $\alpha = 0^0$.

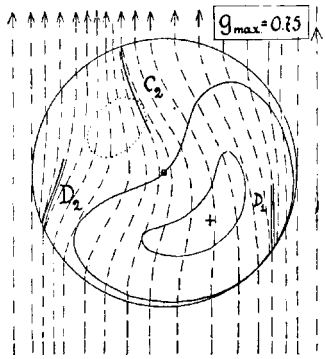



Fig. 17 *b*.
$\alpha = -45^0$. Nord-Zyklone.

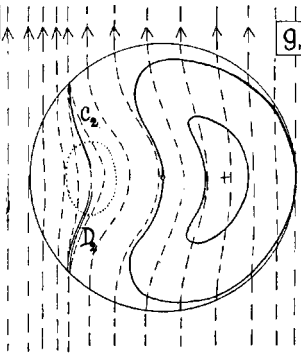



Fig. 17 *c*.
$\alpha = -90^0$.

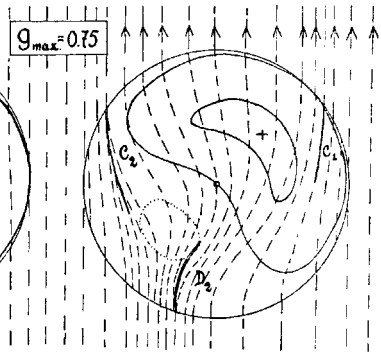



Fig. 17 *d*.
$\alpha = -135^0$. Süd-Antizyklone.

Stromlinien. $\alpha = const.$

Das Bewegungsfeld einer fortschreitenden Trombe. Modell VIII. $G_{max.} = 0.75$.

hängigkeit dieser Linien von den Änderungen des Geschwindigkeitsverhältnisses ($G_{max.}$), während die entsprechenden Strömungsfelder hierbei wesentlichere Unterschiede aufweisen.

**VIII. Lineares Modell.** Unter den genannten Voraussetzungen stellt Fig. 17 die Isogonen und Linien gleicher Inten-

sität dieses Modelles dar, wenn wir $G_{max.} = 0{,}75$ annehmen. Der Wert des Winkels $\psi$ übertrifft $\pm 47^0$ nicht. Die Isogonen sind geschlossene Kurven, denen die Isogone $\psi = 0^0$ als Symmetrieachse dient. Die Linien gleicher Intensität sind ebenfalls zur genannten Isogone symmetrisch gelegene, geschlossene Kurven von abgestumpft-sichelförmiger Gestalt. Die ausgezogenen bezeichnen $v > t$, die punktierten $v < t$. Innerhalb der letzteren tritt keine volle Windstille, sondern als Minimum $v = 0{,}25\,t$ auf. Dieser Wert, wie das Maximum von $1{,}75\,t$ liegen, wie oben ausgeführt, auf der Hauptisogone. Die Stromlinien, bei radialem Einströmen innerhalb einer stillstehenden Trombe (Fig. 17 *a*), zeigen eine radial verlaufende Konvergenzlinie ($C_2$) im windschwachen Teil, sowie die Andeutung zweier Divergenzgebiete an beiden Seiten.

In Fig. 17 *b* finden wir $a = -45^0$, d. h. der Fall würde einer Luftbewegung nach der Art der Nord-Zyklonen entsprechen. Neben einer Verlagerung der Intensitätskurven findet sich ausser der nunmehr gebogenen Konvergenzlinie ($C_2$) eine Divergenzlinie ($D_2$) in der Nähe des Gebietes mit schwächerer Luftbewegung angedeutet. Eine Andeutung von $D_1$ findet sich am rechten Rande des Feldes.

In Fig. 17*c* liegen bei $a = -90^0$ die singulären Linien symmetrisch zur $0^0$-Isogone im windschwachen Teil des Trombenmodelles, während sie bei weiter anwachsendem $|a|$ im Fall einer Süd-Antizyklone (Fig. 17*d*) ihre Rollen vertauschen, bis bei radialem Ausströmen nur eine zentral angeordnete Divergenzlinie übrigbleibt (Fig. 17 *a*, um $180^0$ gedreht).

In den weiteren Fällen einer Nord-Antizyklone und Süd-Zyklone wiederholen sich die Verlagerungen der Linien bei gespiegelter Anordnung in Bezug auf die betrachteten Fälle [1]).

**IX. Lineares Modell.** Bei $G_{max.} = 1$ (Fig. 18) schneiden sich alle Isogonen in einem Punkt der Symmetrieachse, in welchem die Intensität den Wert 0 erreicht. Der Maximalwert der Intensität erreicht hier $v = 2t$, der Maximalwert des Winkels $\psi = \pm 75^0$. Die Diagramme der Stromlinien (Fig. 18 *a*, *b*, *c*) weichen bei $a = 0$ von denjenigen des Falles $G_{max.} = 0{,}75$ (Fig. 17) insofern ab, als hier von vornherein beide Zweige der Divergenzlinie ($D_2$ und $D_1$) vorhanden sind, von denen aber einer bei der geringsten Zunahme von $a$ verschwindet, so dass die Zwischenstufen denjenigen des vorigen Falles ähnlich werden.

1) Die Zeichnungen sind hier nicht reproduziert.

Die singuläre Linie $C_2$ ist gut ausgeprägt, während $C_1$ noch immer fehlt. In $C_2$ münden bei $\alpha = 0^0$ zahlreiche Stromlinien (im 0-Punkt der Intensität) ein, während bei $|\alpha| = 90^0$ eine starke Ausbuchtung der Stromlinien die Stelle bezeichnet, an welcher später der Mittelpunkt der Spiralwindungen liegen wird.

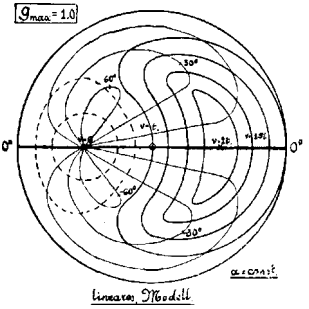



Fig. 18. Isogonen.

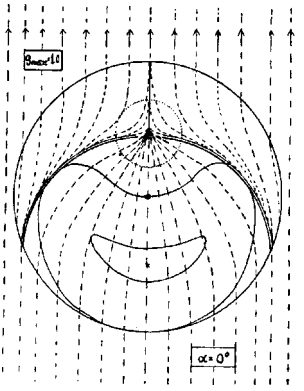



Fig. 18 *a*. Stromlinien.

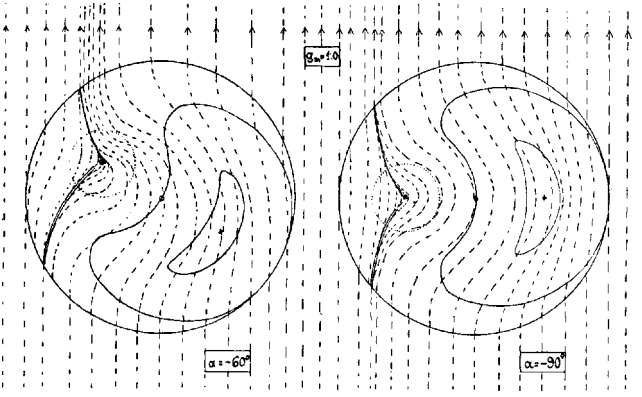


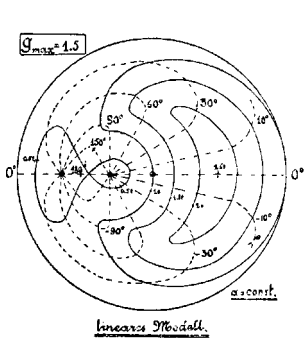

Fig. 18 *b*. Stromlinien. Fig. 18 *c*. Stromlinien.

Das Bewegungsfeld einer fortschreitenden Trombe. Modell IX. $G_{max.} = \mathbf{1.0}$.

Alle singulären Linien liegen im windschwachen Gebiet, im Gebiet $v > t$ findet sich nur eine mehr oder weniger gleichmässige Konvergenz oder Krümmung vor.

**X. Lineares Modell.** Sobald $G_{max.}$ den Wert 1,0 überschreitet, findet eine Spaltung des singulären Punktes in 2 statt, die mit wachsendem $G_{max.}$ immer weiter auf der 0°-Isogone auseinanderrücken und den Anlass zur Ausbildung zweier Stillen-

gebiete im Wirbel, des zentralen und marginalen, geben. Bei $G_{max.} = 1.5$ (Fig. 19 und 19 *a*) sind diese Punkte schon soweit auseinandergetreten, dass sie in getrennten Gebieten mit $v < 0{,}5\,t$ liegen, jedoch noch von einer gemeinsamen Intensitätskurve $v = t$ umgeben werden. Bei $G_{max.} = 2.0$ sind diese windschwachen Gebiete dagegen schon völlig von einander getrennt. Mit dem Auftreten der Trennung der singulären Punkte tritt innerhalb des Wirbel-Modelles auch gleichzeitig der Winkel $\psi = 180^0$ auf, dessen Isogone immer zwischen beiden singulären Punkten gelegen ist. Das Strömungsfeld (Fig. 19 *a*) zeigt bei $G_{max.} = 1.5$ schon Verhältnisse analog denen des Mantels (Fig. 11 und 12) mit 4 singulären Linien.



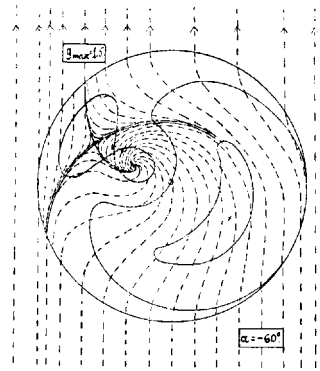




Fig. 19. Isogonen. Fig. 19 *a*. Stromlinien.
Modell X. $G_{max.} = \mathbf{1.5}$.

Die Konvergenzlinie $C_1$ tritt somit erst bei $G_{max.} > 1.0$ auf, womit gleichzeitig bei $a$, das nicht dem Vielfachen eines rechten Winkels gleich ist, sich ausserdem der Wirbelkopf, wie in Fig. 11 *b*, zeigt.

**XI. Lineares Modell.** Bei stark anwachsendem $G_{max.}$ finden wir, dass die Linien $C_2$ und $D_2$ stark verkürzt werden können, während $D_1$ und $C_1$ an Ausdehnung immer weiter gewinnen. Fig. 20 und 21 zeigen die Verteilung der Isogonen und Intensitätskurven bei $G_{max.} = 6.0$, wobei in Fig. 20 der Höchstwert der Intensität auf die Hälfte des Trombenhalbmessers fällt.

1) Ähnliche Diagramme, wie hier im Fall $\alpha = \text{const.}$ sind auch früher mehrfach auf anderem Wege gewonnen worden; s. u. a. Hesselberg [59] pg. 25 u. 26.

**XII. Linear-hyperbolisches Modell.** In Fig. 21, deren Kern nach einer linearen, der Mantel nach einer hyperbolischen Geschwindigkeitskurve gezeichnet ist, ist diese Zone der Höchstwerte mit $v = 6t$ in die Nähe des Mittelpunktes verlagert.

In beiden letzten Fällen sind die singulären Punkte weit auseinandergerückt, der zentrale liegt ganz in der Nähe des

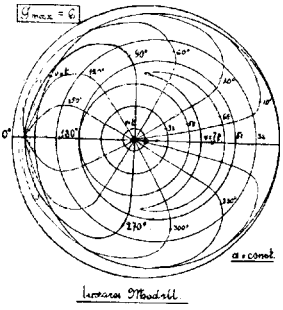



Fig. 20. Isogonen.
Lineares Modell.

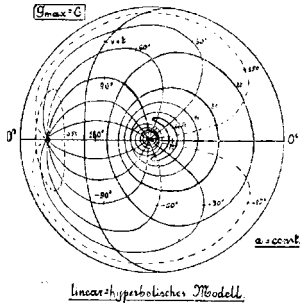



Fig. 21. Isogonen.
Linear-hyperbolisches Modell.

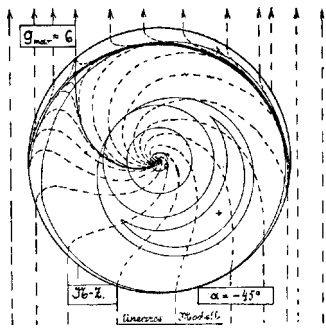



Fig. 20 *a*. Stromlinien.
Modell XI. $G_{max.} = \mathbf{6.0}$.

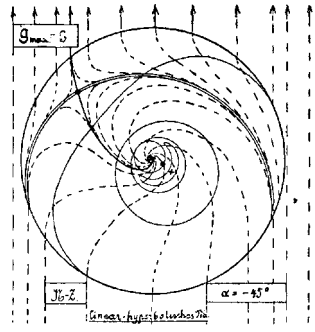



Fig. 21 *a*. Stromlinien.
Modell XII. $G_{max.} = \mathbf{6.0}$.

$\alpha = -45^0$.

Zentrums. Das windschwache Gebiet mit dem Punkt der marginalen Stilleliegt hart am Aussenrande der Windhose und ist ganz schmal. Die Intensitätskurven gehören 2 Typen an: diejenigen, deren Wert um den Betrag bis zu $1t$ geringer oder grösser ist, als $G_{max.}$, haben eine Sichelform, alle übrigen sind geschlossene Kurven um das Zentrum.

Fig. 20 *a* und 21 *a* zeigen die entsprechenden Strömungsfelder bei $\alpha = -45^0$. Aus ihnen sehen wir 1) wie geringfügig

die Änderungen im Strömungsfeld sind, wenn wir einen hyperbolischen Mantel durch einen linearen ersetzen, und 2) wie unbedeutend in Bezug auf dieses Feld der Einfluss einer Verlagerung der Zone maximaler Intensität zum Mittelpunkte hin ist.

B. Der Ablenkungswinkel $\alpha$ ist veränderlich.

Entsprechend der Unterscheidung des „echten Kernes" einer Windhose von einem „unechten" (pg. 68) können wir in diesem Abschnitt 2 Arten der Zunahme des Winkels $\alpha$ beim Übergang vom Mittelpunkt der stationären Trombe zu ihrem Rande annehmen. Im ersten Falle, dem eines echten Kernes, müssen wir im Zentrum Werte von gegen $180^0$, in der Mitte des Halbmessers solche von $\pm 90^0$ und am Rande — von $0^0$ annehmen. Im anderen Fall (ein unechter Kern) sind der zentrale und der periphere Wert $\alpha = 0^0$, in der Mitte des Halbmessers ist $\alpha = \pm 90^0$.

Wenn wir diese Verhältnisse nach der oben entwickelten Methode graphisch darstellen, erhalten wir im allgemeinen gekrümmte Isogonen, wobei die Hauptisogone (diejenige von $\psi = 0^0$ und $180^0$) zweierlei Krümmung aufweisen kann: im Falle des echten Kernes zeigt jeder Ast eine solche nur in einer Richtung. Beim unechten dagegen ist jeder doppelt gekrümmt.

Im translatorischen Fall erweist es sich, dass die singulären Linien des Kernes nicht gleichermassen deutlich bei grossen und kleinen Werten von $G_{max.}$ ausgeprägt sind, wobei sie bei den ersteren stark hervortreten, wenn auf die sing. Linie gleichzeitig das Maximum von $r$ fällt.

**XIII, XIV. Lineare Modelle.** Solche Fälle zeigen für $G_{max.} = 6$ Fig. 22 und 23, sowie deren Strömungsfelder Fig. 22 *a* und 23 *a*, von denen die erstere das Bewegungsfeld vor der Berührung des Bodens durch den Wirbelkern, d. h. eine blosse Mantelwirkung, die letztere dasjenige einer voll entwickelten Windhose darstellt (cf. pg. 65 ff.).

Die Zirkulation der ganzen ersteren kann als nordzyklonal bezeichnet werden, während in einer voll entwickelten Trombe innerhalb eines nordzyklonal zirkulierenden Mantels ein Kern mit süd-antizyklonaler Zirkulation steckt (Fig. 23 *a*). Die Gesamtzirkulation ist in beiden Fällen positiv [1]).

1) Es sei hier hervorgehoben, dass ein Beobachter von aussen das Vorhandensein eines echten, und besonders eines unechten Kernes an einem

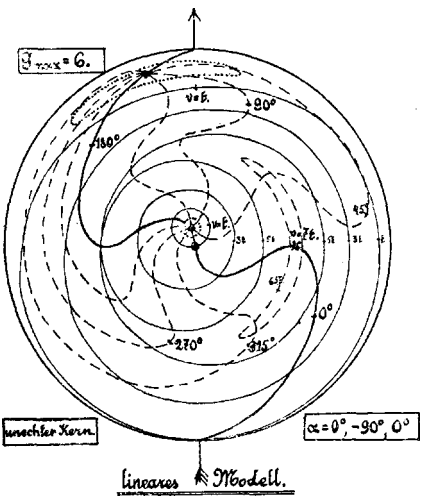



Fig. 22. Isogonen.

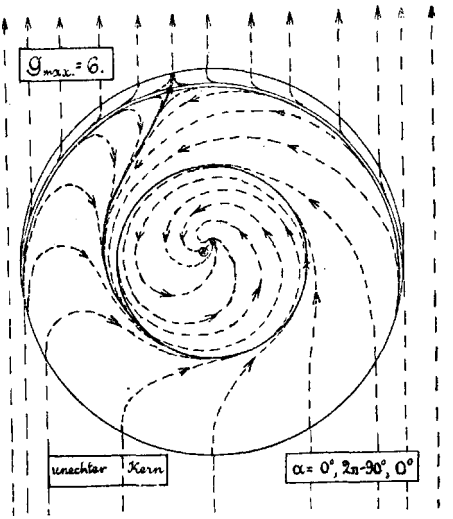



Fig. 22 *a*. Stromlinien.

Unechter Kern. $G_{max.} = \mathbf{6.0.}$
Modell XIII.

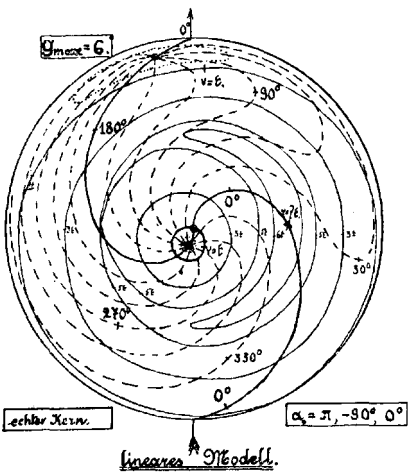



Fig. 23. Isogonen.

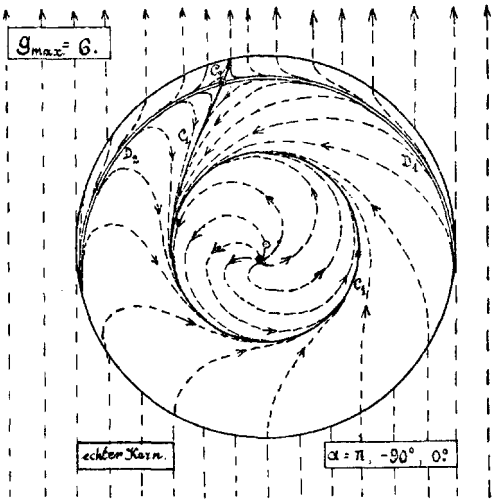



Fig. 23 *a*. Stromlinien.

Echter Kern. $G_{max} = \mathbf{6.0.}$
Modell XIV.

---

Unterschiede des Zirkulationssinnes nicht wahrnehmen kann; auch die aufsteigende Bewegung fällt sowohl in den Mantel, als in den Kern, wenngleich ersterer den grösseren Teil davon umfasst.

Ein analoges Diagramm (hier nicht wiedergegeben) für dieselben Verhältnisse von $r$, sowie für dasselbe $G_{max.} = 6$ wie Fig. 22, aber unter der Annahme, dass $|a|$ den Wert von 90° nicht erreicht, zeigte, dass in diesem Fall eines unechten Kernes die Stromlinien in der Gegend der zu erwartenden singulären K.-D.-Linie bloss näher aneinander herantreten ohne sich zu berühren. Sie liegen am dichtesten am inneren Ende der Linie $C_1$, welche sich bei weiterem Anwachsen von $a$ zur geschlossenen singulären Linie zusammenrollt. Wenn die Zone der Maximalgeschwindigkeit und des grössten Wertes von $a$ sich der Achse nähert, ändert sich im Stromlinienverlauf nur der Durchmesser des Kernes, der immer kleiner wird, um im Übergangsstadium zum echten Kern (pg. 66) in einen Punkt zusammenzuschrumpfen.

Wenn wir auch weiter kleinere Werte von $G_{max.}$ untersuchen, zeigt es sich, dass der Stromlinienverlauf stark von diesen Maximalwerten von $G$ abhängig ist, weil mit der Abnahme des letzteren der Einfluss der geradlinigen Translationsbewegung immer deutlicher modifizierend hervortritt.

**XV. Lineares Modell.** Bei $G_{max.} = 3.0$ zeigten die Diagramme[1]) z. B. den echten Kern der stillstehenden Windhose auch in einer wandernden gut ausgeprägt, während der unechte Kern des nichttranslatorischen Grund-Schemas sich im Auftreten von welligen Ausbuchtungen der Stromlinien äusserte, wodurch diese in der Zone der Kerngrenze einander nähergerückt waren. Der Charakter des Punktes der zentralen Stille ($Z$) als Konvergenz- resp. Divergenzpunkt änderte sich durch das Hinzutreten der translatorischen Bewegung nicht, während sowohl $C_1$ als auch $D_1$ in der Gegend der Höchstwerte von $v$ endeten, wobei an die Stelle der zu erwartenden rückläufigen Umbiegung der ersteren die genannten welligen Ausbuchtungen der Stromlinien traten.

**XVI, XVII. Lineare Modelle.** Im vorstehenden Modellpaar sind die Verhältnisse innerhalb eines Wirbels dargestellt, wenn $G_{max.} = 1.5$ bei linearer Geschwindigkeitsverteilung im nichttranslatorischen Fall vorausgesetzt wird. In beiden ist ein echter Kern angenommen, dessen Konvergenzlinie in $^1/_2 R$ liegt. Der Wert $r_{max.}$ findet sich in Fig. 24 um $^2/_6 R$, in Fig. 25 um $^4/_6 R$

1) Hier nicht wiedergegeben.

vom Mittelpunkt entfernt[1]). Die Verschiedenheit der Strömungsfelder im translatorischen Fall (Fig. 24, 25) ist eine beträchtliche: wenn $r_{max.}$ innerhalb der Konvergenzlinie liegt, finden wir (Fig. 24) vom Wirbelkopf aus eine starke Divergenz der Stromlinien vor, entsprechend den grösseren Werten von $a$ in der Zone von $r_{max.}$. $C_1$ und $D_1$ sind verschieden stark entwickelt.

In Fig. 25 fällt $r_{max.}$ ausserhalb der Konvergenzlinie, wobei die Stromlinien des Wirbelkopfes geschlossene Kurven bilden und an dessen Rückseite dichter gedrängt verlaufen.

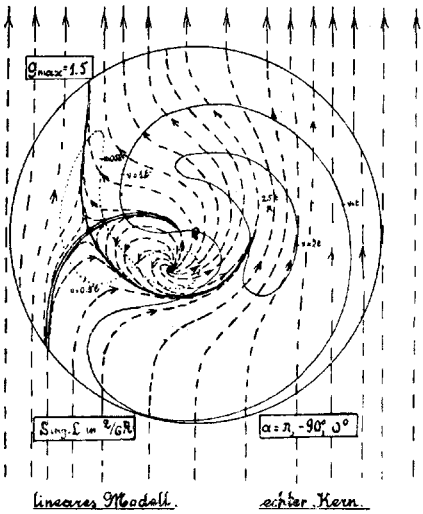



Fig. 24. Modell XVI. $G_{max.} = \mathbf{1.5}$. $r_{max.}$ in $^2/_6 R$.

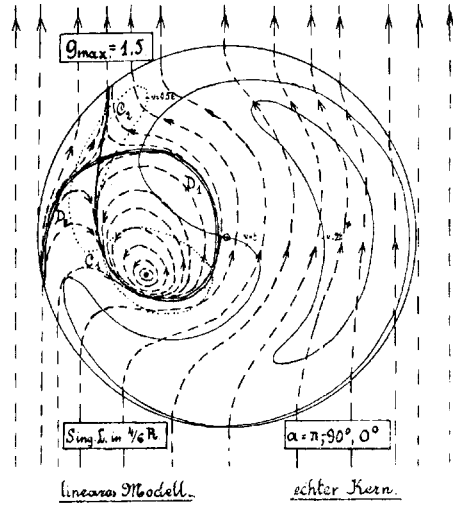



Fig. 25. Modell XVII. $r_{max.}$ in $^4/_6 R$.

Echter Kern.

**XVIII, XIX. Lineare Modelle.** $G_{max.} = 1.5$. Die Geschwindigkeitsverteilung im nichttranslatorischen Fall wie im vorigen Fall, der Kern ist ein unechter. Die Unterschiede im Strömungsfeld bei $r_{max.}$ in $^2/_6 R$ (Fig. 26) und in $^4/_6 R$ (Fig. 27) sind geringer. Beide zeigen einen deformierten Wirbelkopf mit einer Umbiegung von

1) Die punktiert gezeichneten Intensitätskurven entsprechen Werten von $v < t$, die ausgezogenen Werten von $v > t$. Links unten ist die Lage der singulären Linie im stationären Fall in Bruchteilen des Halbmessers, vom Mittelpunkte aus gerechnet, angegeben. Die Grösse von $a$ bezieht sich immer der Reihe nach auf das Zentrum, den mittleren Achsenabstand und den Rand des Feldes.

$C_1$, innerhalb deren entweder geschlossene Stromlinien oder (Fig. 27) sogar eine Divergenz auftritt. Der unechte Kern zeigt hier, wie auch sonst, viel weniger charakteristische Verhältnisse, als ein echter. Der $Z$-Punkt zeigt keine Verlagerung nach $C_1$ hin wie in Fig. 25; in Fig. 27 liegt er sogar näher zu $D_1$.

**XX, XXI. Lineares Modell.** Im Falle, dass $G_{max.} < 1$, zeigen sich ziemlich beträchtliche Unterschiede im Verlauf sowohl der Isogonen als auch der Linien gleicher Intensität (Fig. 28 und 29). Die Stromlinienbilder (Fig. 28*a* und 29*a*) weichen dagegen relativ

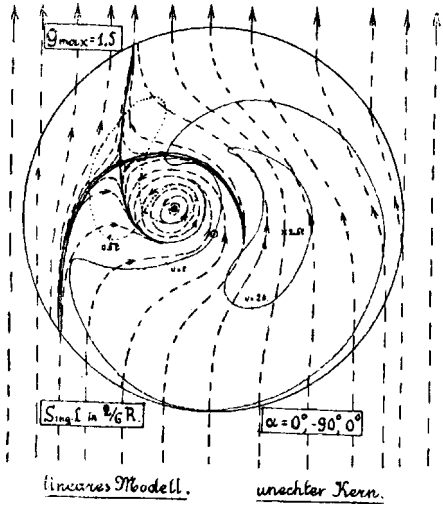



Fig. 26. Modell XVIII. $G_{max.} = \mathbf{1.5}$. $r_{max.}$ in $^2/_6 R$.

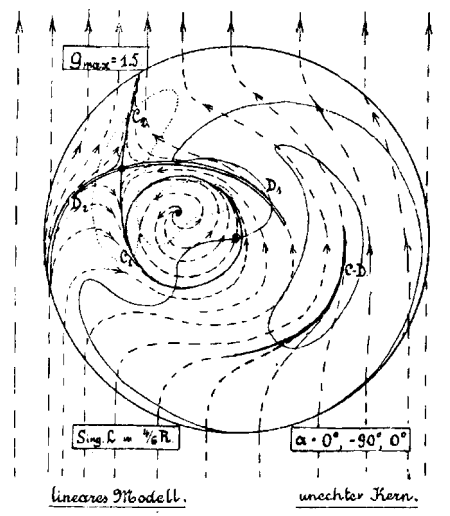



Fig. 27. Modell XIX. $r_{max.}$ in $^4/_6 R$.

Unechter Kern.

wenig von einander und vom entsprechenden Fall mit $a = const.$ ab: wir finden dieselben 2 singulären Linien vor, wie im oben behandelten Fall (Fig. 17).

**XXII. Doppelmaximum, lineares Modell.** (Fig. 30.) Wie pg. 63 ausgeführt wurde, liegt es nahe innerhalb einer realen Windhose eine derartige Verteilung der Geschwindigkeit $r$ anzunehmen, dass in der Gegend des Maximums unter dem Einfluss der auftretenden Konvergenzlinie ein sekundäres Minimum die Zone des Höchstwertes von $r$ in 2 Teile zerlegt. Wenn gleichzeitig keine entsprechende doppelte Zu- und Abnahme des Ablenkungswinkels vorhanden ist, haben wir es trotzdem nur mit einer

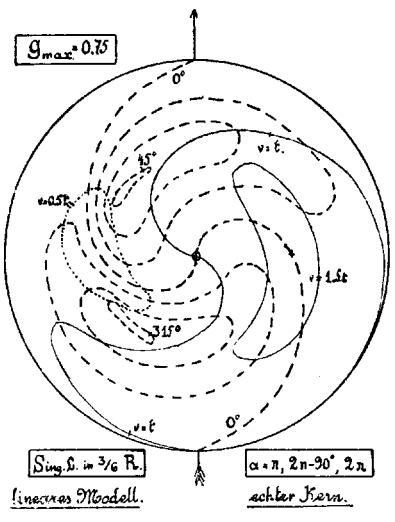



Fig. 28. Isogonen.

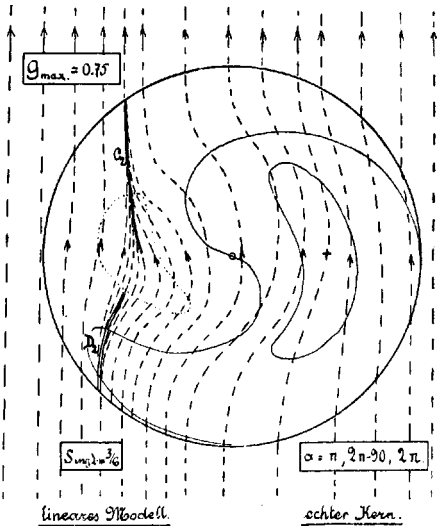



Fig. 28 *a*. Stromlinien.

Echter Kern, Modell XX. $G_{max.} = \mathbf{0.75}$.

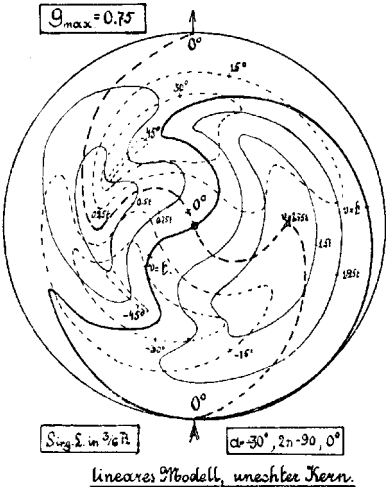



Fig. 29. Isogonen.

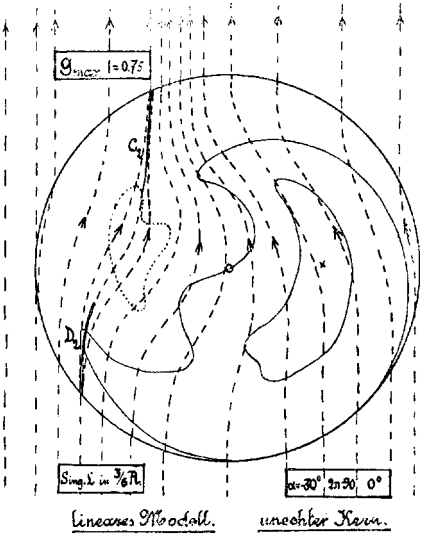



Fig. 29 *a*. Stromlinien.

Unechter Kern, Modell XXI. $G_{max.} = \mathbf{0.75}$.

Einrohrtrombe zu tun, weil das Kondensieren der Röhrenwand an das Vorhandensein einer aufsteigenden Komponente über einer Konvergenzlinie gebunden ist.

Im Modell XXII ist der lineare Geschwindigkeitsaszendent gleich demjenigen des Falles mit $G_{max.} = 3$ bei einfachem Maximum (Fig. 15, Kurve 2), die gleich grossen Höchstwerte der Rotationsgeschwindigkeit erreichen nur je $1.5\,t$, während zwischen ihnen im Minimum $r = 0$ liegt.

Diesem Grundschema des nichttranslatorischen Falles entsprechen im translatorischen die Diagramme Fig. 30 und 30 *a*, in welchen sich je 4 singuläre Punkte — 2 vom Charakter eines zentralen, 2 von demjenigen eines marginalen Stillenpunktes —

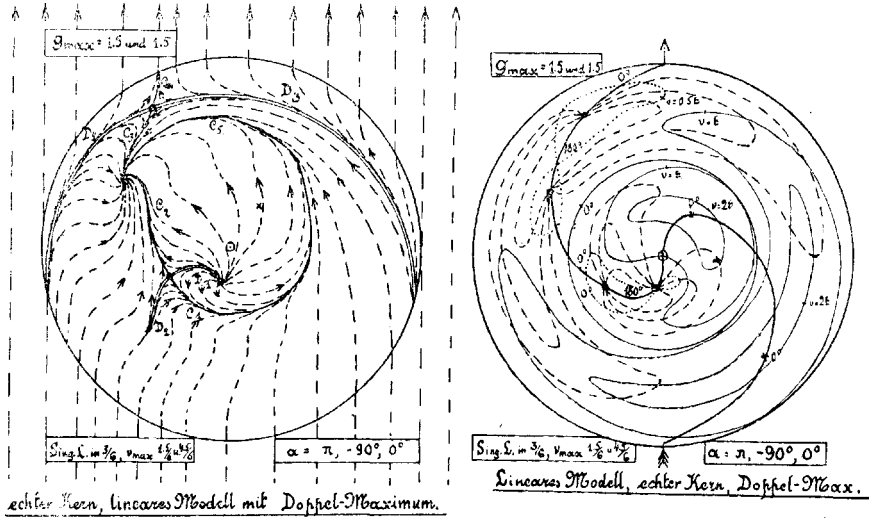



Fig. 30 *a*. Stromlinien. Fig. 30. Isogonen.
Echter Kern. $G_{max.} = \mathbf{1.5}$.
Modell XXII.

vorfinden. Im wesentlichen unterscheidet sich das Strömungsfeld Fig. 30 *a* vom analogen mit einem einfachen Maximum (etwa Fig. 23 *a*) nur in Bezug auf die Linie $C$, welche in 3 Abschnitte zerlegt erscheint. Neu hinzugekommen sind 2 singuläre Punkte und 2 Divergenzlinien ($D_2$ und $D_1$, Fig. 30 *a*).

**XXIII. Doppelmaximum.** Zum Vergleich seien hier in Fig. 31 und 31 *a* die entsprechenden Diagramme wiedergegeben, in welchen das Vorhandensein eines unechten Kernes zugelassen wird. Das sekundäre Minimum kann hier nicht durch eine aufsteigende Bewegung verursacht sein, sondern muss irgendwelche andere Ursachen haben. Entsprechend Fig. 24 *a* ist der zentrale

singuläre Punkt ein Konvergenzpunkt, und der Fall dem vorigen ähnlich bis auf das Auftreten der Linie $C_5$, welcher in Fig. 30 *a* der Endabschnitt der umgebogenen Linie $C_1$ entspricht.

Wenn das sekundäre Minimum den Wert $r = t$ übertrifft, können wir es auch im Fall eines Doppelmaximums nur mit 2 singulären Punkten zu tun haben.

**XXIV. Doppelröhre; lineares Modell.** Wenden wir uns dem Fall einer Doppelröhre zu, wie er auf Seite 63 behandelt wurde, so finden wir in Fig. 32 das Isogonendiagramm mit den

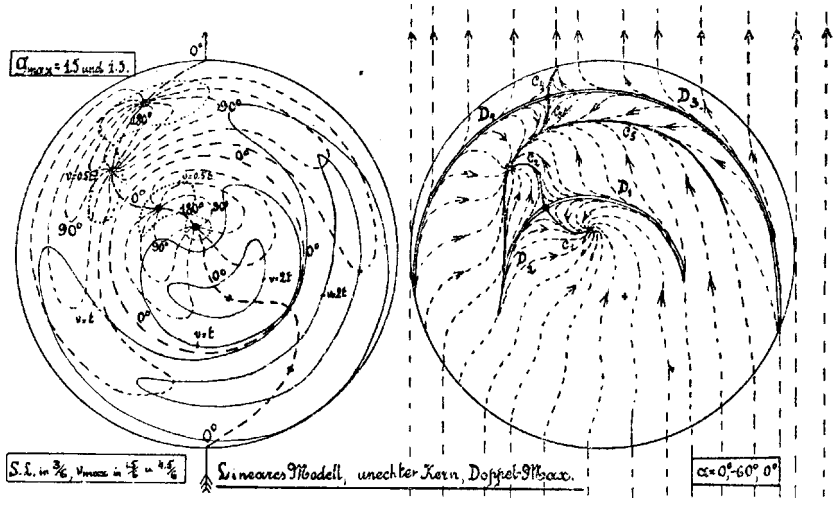



Fig. 31. Isogonen. Fig. 31 *a*. Stromlinien.
Unechter Kern. $G_{max} = 1.5$.
Modell XXIII.

Intensitätskurven. Als Grundlage diente ein nichttranslatorisches Modell mit linearer Geschwindigkeitsverteilung, wobei die Kurve 2 Maxima von $r = 4t$ und dazwischen ein sekundäres Minimum von $3t$ aufwies (in der Art von Fig. 15, Kurve 1). Im Zentrum und an der Peripherie ist $r = 0$. Der Ablenkungswinkel ändert sich von $\alpha = -120^0$ im Zentrum bis $\alpha = -90^0$ im Gebiet jedes der 2 Intensitätsmaxima und hat $-60^0$ als Minimalwert und $120^0$ als zweiten Maximalwert, wie das unter der Fig. 32 angegeben ist.

Das Isogonendiagramm zeigt denn auch eine Verdoppelung der wichtigsten Elemente eines einfachen Bewegungsfeldes, nur die singulären Punkte sind nicht verdoppelt.

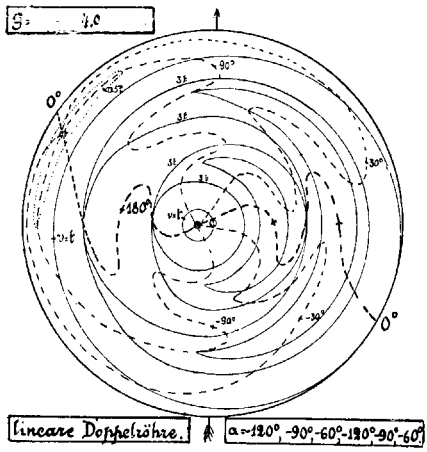



Fig. 32. Isogonen.

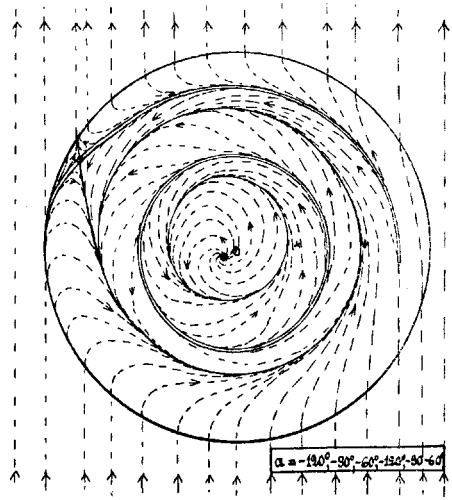



Fig. 32 *a*. Stromlinien.

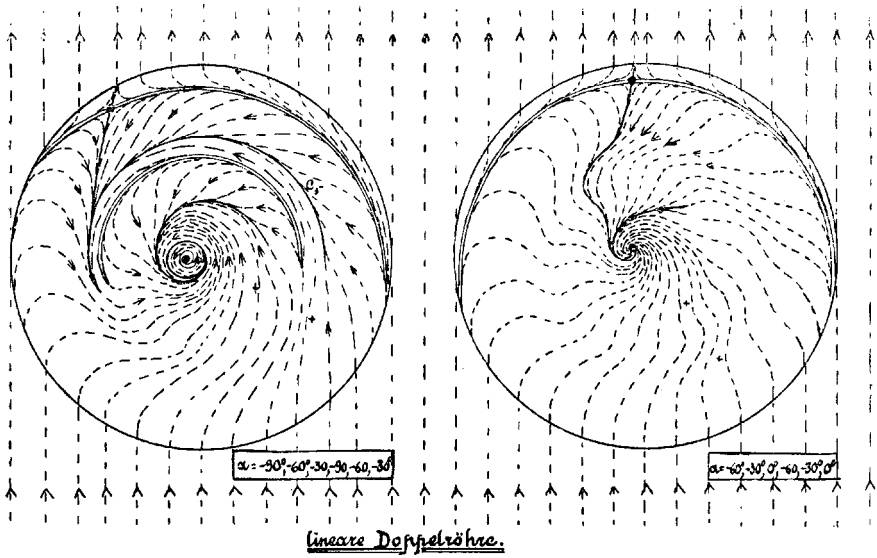



Fig. 32 *b*. Stromlinien. Fig. 32 *c*.

Das Bewegungsfeld einer fortschreitenden Doppelrohrtrombe. Modell XXIV.
$G_{max.} = \mathbf{6.0}$.

Das Strömungsfeld, Fig. 32 *a*, *b*, *c*, zeigt ausser der zu erwartenden Verdoppelung der Singularitäten $C_1, C_2, D_1, D_2$ die Linie $C_5$ (Fig. 32 *b*), die in Fig. 32 *a* deutlich eine Fortsetzung der Linie $C_1$

bildet. Sie läuft in sich selbst zurück und umschliesst 2 weitere exzentrisch gelegene geschlossene singuläre Linien. Die Linie $C_5$ liegt zwischen 2 Divergenzlinien und muss als deren unmittelbares Korrelat angesprochen werden.

Die geschlossenen, einander umschliessenden Konvergenzlinien, besonders in Fig. 32 *a*, müssen als der Ort betrachtet werden, wo sich die Kondensationsprodukte des Wirbels ansammeln, und so das Bild einer doppelwandigen Röhre mit klaren Zwischenräumen im Inneren ergeben. Diese Wirkung muss durch eine heraufsteigende Bewegung in diesen Flächen und eine herabsteigende über den Divergenzlinien zwischen ihnen noch verstärkt werden. Die Zirkulationsrichtung ist in der ganzen Windhose unter den gemachten Voraussetzungen positiv [1]).

Eine Änderung aller Werte von $a$ um denselben Betrag führt, wenn die Änderung von $a = -30^0$ beträgt, zur Fig. 32 *b* mit gut ausgeprägten halbkreisförmigen singulären Linien, und wenn sie $-60^0$ beträgt, — zu Fig. 32 *c*, welch letztere dem Fall eines radialen Einströmens der früheren Figuren entspricht und sich von ihnen nur durch stark gewellte Stromlinien, sowie einen Rest der singulären Linie $C_5$ unterscheidet.

---

Viertes Kapitel.

## Anwendung auf reale Verhältnisse.

Wenn wir nun der Frage danach näher treten, inwiefern die nach der Methode der Individualkreise erhaltenen Isogonen- und Intensitätsdiagramme, sowie die Stromlinienbilder den wirklichen Verhältnissen in unserer Atmosphäre entsprechen, so müssen wir in erster Linie den Fall einer Zyklone von demjenigen einer Windhose unterscheiden, weil die Druckverhältnisse in ihnen verschieden sein müssen. Der erstere soll hier nicht betrachtet werden.

Alle unsere bisherigen Untersuchungen galten für den Fall einer homogenen inkompressiblen Flüssigkeit. In einer solchen ist nach V. Bjerknes [(3) T. II, Kap. 3, pg. 26] der Transport

---

1) Vgl. die Beschreibung auf pg. 21.

des Bewegungsvektors aus einer gegebenen geschlossenen Fläche heraus im ganzen Felde = 0.

$$\int A_n d\sigma = 0 \tag{27}$$

wenn $d\sigma$ ein Flächenelement, $A_n$ die zu ihm normale Komponente des Bewegungsvektors bedeutet.

Wenn ein Vektor der Bedingung (27) genügt, kann er als solenoidal bezeichnet werden, und wir haben nach V. Bjerknes die Möglichkeit aus dem zweidimensionalen Vektorfelde die $Z$-Komponente des Vektors zu berechnen.

Wenn im gegebenen Massenfelde jedes stationäre Volumen einen konstanten Masseninhalt besitzt, ist auch die Bewegungsgrösse ein solenoidaler Vektor.

Unter der Annahme eines homogenen und inkompressiblen Mediums sind somit sowohl die Geschwindigkeit als auch die Bewegungsgrösse solenoidal.

Wenn die Beziehung

$$V = v\varrho$$

gilt, d. h., wenn die spezifische Bewegungsgrösse als Produkt aus einer Geschwindigkeit in eine Dichte aufgefasst wird, können beide korrespondierenden Grössen durch einander gemessen werden. Sie unterscheiden sich in ihren geometrischen Zügen nicht von einander ([3] T. I, pg. 3).

Wie V. Bjerknes es weiter gezeigt hat, erfüllt in der Atmosphäre die spezifische Bewegungsgrösse nur soweit die Bedingung einer Solenoidalität, als die Felder der Temperatur und des Druckes keine wesentlichen Änderungen im Massenfelde hervorrufen. Dieses ist z. B. in der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre und einer Zyklone der aussertropischen Breiten der Fall. In einer Windhose und tropischen Zyklone jedoch, mit der auftretenden Möglichkeit einer starken Abnahme der Luftdichte im Kern, kann weder die Geschwindigkeit, noch die spezifische Bewegungsgrösse in allen Teilen des Wirbels als solenoidal angenommen werden, d. h., wir können nach dem zweidimensionalen Felde weder des einen, noch des anderen Vektors die $Z$-Komponente genau berechnen.

Bei einem trotzdem durchgeführten Versuch muss der Fehler um so grösser sein, je grösser der Gradient des Luftdruckes an der gegebenen Stelle im Kern der Windhose sein wird, wenn wir uns die Trombe fortschreitend denken.

Innerhalb einer Zyklone ist, — trotz ihrer erst zu- und dann abnehmenden Geschwindigkeit beim Übergang vom Zentrum zur Peripherie und der ebenfalls veränderlichen Grösse des Ablenkungswinkels —, der Fehler nach V. Bjerknes noch verhältnismässig gering ([3] pg. 29).

Für eine Windhose hat A. Wegener ([1] pg. 195) gezeigt, dass der Luftdruck in der Achse den Wert 0 erreichen müsste, wenn die maximale Zirkulationsgeschwindigkeit ($r$) innerhalb einer „jugendlichen" Trombe 393 $msc^{-1}$ erreicht. Innerhalb der von ihm behandelten „alten" Tromben tritt dieser Zustand schon bei $r_{max.} = 280$ $msc^{-1}$ ein. Wenn die erwähnten Geschwindigkeiten im realen Fall auch recht selten auftreten, so beträgt doch die Druckerniedrigung schon bei $r_{max.} = 100$ $msc^{-1}$ für jugendliche Tromben 50 mm, für alte 100 mm Quecksilber, wodurch die Dichte der Luft in der Achse um resp. 6.6 % und 13.2 % abnehmen muss.

Die Abnahme des Luftdruckes im Mantel allein ist, wie aus den Diagrammen von A. Wegener [l. c. pg. 213] weiter hervorgeht, beträchtlich geringer, so dass wir für ihn den Vektor der spezifischen Bewegungsgrösse als in erster Annäherung solenoidal annehmen können [1]).

In Bezug auf den Kern lässt sich das im allgemeinen nicht sagen. In seiner Achse dürfte der Fehler, den wir durch unsere Annahmen begehen können, für die spez. Bewegungsgrösse, wie oben erwähnt, etwa 10—15 % betragen; im Falle von Geschwindigkeiten $r > 114$ $msc^{-1}$ kann er noch grösser sein.

Anhaltspunkte zu einer weiteren Beurteilung der auftretenden Abweichungen innerhalb unserer Diagramme können wir durch folgende Betrachtung gewinnen:

Da wir die vorliegenden Ausführungen nur auf den $XY$-Schnitt durch eine Windhose beziehen, können wir die möglichen Fehler einer Geschwindigkeit in der Richtung der $Z$-Komponente

1) Wenn die Maximalgeschwindigkeit der Zirkulation in 100 m von der Achse 80 $msc^{-1}$ (für Europa der normale Wert) beträgt, ist die Druckerniedrigung an der Grenze zwischen Kern und Mantel 12 mm (1.6 %). Bei einer fortschreitenden Bewegung von 10 $msc^{-1}$ Geschwindigkeit und einer Mantelweite von nur 100 m beträgt somit die Änderung der Luftdichte infolge der Druckabnahme 0,16 % in der Sekunde, woraus eine Änderung der Geschwindigkeit der $Z$-Komponente im Wolkenniveau um ca 28 $cmsc^{-1}$ resultiert, wenn wir einen Luftzylinder von 1000 m Höhe betrachten.

ausser Acht lassen. Ausser Acht lassen können wir ebenfalls den Einfluss, welchen eine Abnahme der Dichte auf die Verteilung der zirkularen Geschwindigkeitskomponente ($r$) im Kern ausüben muss. Im Vergleich zum Fall einer homogenen Massenverteilung kann hierdurch in der Achsengegend des Kernes höchstens eine langsamere Zunahme von $r$ eintreten, welcher an der Peripherie des Kernes ein stärkerer Aszendent entsprechen muss, wodurch an die Stelle der Kurve 2 die Kurve 1 (Fig. 7) treten wird, und an die Stelle des Diagramms Fig. 8 — die Fig. 9 (pg. 49).

Unsere oben gemachte Annahme einer zentralen Kompensationsströmung macht dagegen hier die Betrachtung der Rolle notwendig, welche im $XY$-Schnitt des Kernes die radiale Komponente der Bewegung spielen wird. In Bezug auf den $XY$-Schnitt wollen wir 2 Fälle ins Auge fassen.

I. Es möge in einer Windhose die Druckabnahme in der Achse eine merkliche Abnahme der Dichte verursachen, ohne dass der Wert 0 erreicht wird. Wenn hierbei ein stationärer Zustand und mit ihm die grösste Abnahme der Dichte eingetreten sein wird, muss im Kern ebensoviel Luft im Kompensationsstrom, oder auf irgend einem anderen Wege herabsteigen, wie an der Innenseite der Trennungsfläche wieder emporsteigt. Der Transport der spezifischen Bewegungsgrösse, in radialer Richtung

$$\int V_n d\sigma,$$

d. h. die Masse des Mediums, welche in einer Zeiteinheit durch eine konzentrische Kreiskurve des Querschnittes geht, muss unter diesen Voraussetzungen für jeden Abstand vom Mittelpunkte als konstant betrachtet werden. Die Geschwindigkeit muss jedoch im reziproken Verhältnis zum Halbmesser stehen, weil die Längenausdehnung eines beliebigen in Bogenmass gegebenen Abschnittes dieser Kreise sich im umgekehrten Verhältnis zu $R$ ändert. Wenn wir ferner im Auge behalten wollen, dass mit abnehmender Luftdichte der gleiche Wert der spezifischen Bewegungsgrösse nur durch eine Zunahme der Geschwindigkeit im umgekehrten Verhältnis zur Dichte erhalten werden kann, müssen wir schliessen, dass im Kern des Trombenwirbels die radial gerichtete Geschwindigkeit der Luftbewegung von seinem Umfang aus zur Achse hin zunehmen muss.

Wir erhalten dann

$$v_{rad.} = \frac{\bar{v}_{rad.}}{R \cdot \varrho}, \tag{28}$$

wo $v_{rad.}$ die radiale Komponente der Luftbewegung, $R$ den Achsenabstand bis zum Punkte mit $\bar{v}_{rad.}$, und $\varrho$ die Luftdichte bezeichnen. Die Grösse $\bar{v}_{rad.}$ erreicht die radiale Komponente dort, wo diese Bewegung der auf- und absteigenden Luftbahnen der $XY$-Ebene parallel verläuft.

Weil im realen Fall das Herabsteigen der Luft nicht nur auf die Achse allein beschränkt sein kann, wird von derjenigen Entfernung an, in welcher die erwähnten Luftbahnen parallel der $XY$-Ebene verlaufen, zur Achse hin sich eine beträchtliche Abnahme der radialen Komponente einstellen können.

Wenn wir die Lage der Zone mit grösster Gesamtgeschwindigkeit im Trombenquerschnitt suchen, finden wir sie, je nach dem Verhältnis der Intensitäten von $\bar{v}_{rad.}$ und $r_{max.}$, entweder an der Grenze zwischen Kern und Mantel, oder um einen grösseren oder kleineren Betrag in den Kern hinein verschoben vor.

Eine derartige Verteilung der Geschwindigkeitskomponenten, d. h. eine Zunahme der radialen und Abnahme der zirkularen beim Übergang vom Rande des Kernes zu dessen Mitte, muss aber auf den Verlauf der Stromlinien im Kern einigen Einfluss ausüben, indem sie bis zu einiger Entfernung von seinem Zentrum dem Ablenkungswinkel, entsprechend einem fast radialen Ausströmen von der Achse, einen Wert von $\alpha \approx 180^0$ gibt, worauf weiterhin nach Erreichen des Wertes $\bar{v}_{rad.}$ ein schnellerer Übergang zum Ablenkungswinkel $\alpha = \pm 90^0$ bei einer Annäherung an die singuläre Linie erfolgen wird.

Wenn wir bisher unter Annahme eines homogenen Massenfeldes von der Intensität des Vektors im allgemeinen sprachen, konnten wir darunter sowohl die Geschwindigkeit als auch die Bewegungsgrösse verstehen. Für den Kern mit geringer Luftdichte müssen wir sie getrennt behandeln.

Wenn die spezifische Bewegungsgrösse

$$V = v \cdot \varrho$$

ist, so gilt für deren radiale Komponente, — ein Herabsteigen nur in der Achse angenommen —, nach einer Substitution von (28):

$$V_{rad.} = \frac{\bar{v}_{rad}}{R}, \tag{29}$$

d. h. die Zunahme der Bewegungsgrösse müsste in diesem Fall geringer sein, als diejenige der Geschwindigkeit, wenn wir uns dem Mittelpunkte nähern.

Wenn in Bezug auf den Ort der herabsteigenden Kompensationsströmung reale Verhältnisse angenommen werden, wird zur Achse hin von der Stelle an, in welcher die $Z$-Komponente auftritt, eine starke Abnahme der Bewegungsgrösse einsetzen.

Das Maximum dieses Gesamtvektors muss, wie im oben behandelten Falle der Gesamtgeschwindigkeit, ebenfalls entweder auf die Zone mit $r_{max.}$ (die Grenzzone) fallen, oder von ihr etwas zur Achse hin verlagert erscheinen.

Diese Verlagerung der Maximalzone der Bewegungsgrösse muss dabei etwas geringer sein, als diejenige der Geschwindigkeit.

Die Folgen für unsere Isogonendiagramme und Integraldiagramme des Bewegungsvektors einer fortschreitenden Trombe müssen nun darin bestehen, dass die Stromlinien durch diese eventuelle Verschiebung der Maximalzone der Bewegungsgrösse nicht verändert zu werden brauchen. Die Verlagerung des Intensitätsmaximums wird uns nur dazu führen, bei gegebener Verteilung von $r$, als Grundlage der graphischen Darstellung ein Modell mit etwas geringerem Kerndurchmesser zu wählen, die Ablenkungswinkel dagegen nach der anfangs gegebenen Verteilung von $r$ zu richten.

Somit hätten wir für den Fall einer gewöhnlichen Abnahme der Dichte im Trombenkern keine wesentlichen Veränderungen des Bewegungsfeldes in der $XY$-Ebene einer Windhose zu erwarten.

II. Als zweiten Fall wollen wir einen Wirbel berücksichtigen, in dessen Achsenraum die Luftdichte sehr gering wird.

Aus den Formeln (28) und (29) folgt, dass bei gleichem Durchmesser des Kernes im Fall II die Zunahme der radialen Geschwindigkeit im ganzen Kern — bis zur Achse mit ihrer herabsteigenden Luftbewegung — grösser sein muss, als im Falle I. Die radiale Bewegungsgrösse wird unverändert bleiben, weil (29) von $\varrho$ unabhängig ist.

Im realen Fall liegen die Zonen des Maximalwertes der Gesamtgeschwindigkeit und -Bewegungsgrösse ähnlich, wie im Falle I.

Wenn die Luftdichte im zentralen Teil des Kernes $= 0$

wird, müssen hier beide Vektoren ebenfalls verschwinden, während die absteigende Bewegung in einiger Entfernung von der Achse stattfinden kann, wenn sie nicht ganz aufhört (cf. pg. 15 ff.).

In Bezug auf den Winkel $\alpha$ im zentralen Raum gilt das im Fall I ausgeführte, bis auf die unbestimmte Achsenumgebung mit ihrer verschwindend geringen Luftdichte.

Sowohl die Formel (28) als auch (29) führen im Zähler die Grösse $\bar{v}_{rad.}$ Alle behandelten Verlagerungen und Richtungsänderungen der Stromlinien im Kernraum sind von dieser Grösse abhängig. Wenn sie $= 0$ wird, haben wir keine Abweichungen von den Diagrammen unserer Trombenmodelle zu erwarten. Zur praktischen Feststellung der Grösse dieses Einflusses, — dessen Richtung wir im Obenstehenden behandelten —, fehlen uns eben noch die genaueren Daten.

Die zentripetale Bewegungskomponente im Mantel braucht hier nicht näher behandelt zu werden, da sie sich bei einer Annäherung an den Kern im entgegengesetzten Sinne ändert, wie die Geschwindigkeit $r$, und dabei meist nur eine Vergrösserung der resultierenden Geschwindigkeit verursachen wird. Die Zunahme des Ablenkungswinkels am Innenrande des Mantels kann durch sie nur etwas vergrössert werden.

### Reale Strömungsfelder.

Wenn wir nun feststellen wollen, in wieweit die Bewegungsfelder unserer Diagramme durch Beobachtungen bestätigt werden, so fällt schon bei einer flüchtigen Betrachtung der Stromlinienkarten des Leipziger Geophysikalischen Instituts [14] die Häufigkeit ähnlicher Bildungen oder deren Bruchstücke in fortschreitenden Zyklonen auf.

Die Zusammenstellung eines Wirbelkopfes mit dem Marginalpunkt und den singulären Linien $C_1$, $C_2$, $D_1$, $D_2$, entsprechend unseren Strömungsfeldern bei $0 > |\alpha| > 90^0$ und $90^0 < |\alpha| < 180^0$, findet sich fast auf jeder der genannten Karten vor, wenngleich in grösserer Entfernung vom Zyklonen-Zentrum lokale Abweichungen und Einflüsse der Nachbargebilde sowohl zyklonaler als antizyklonaler Natur den Verlauf der Stromlinien stellenweise stark ändern [1]).

1) Vgl. z. B. den Fall einer Zyklone mit ausgebildetem Wirbelkopf auf den Karten vom 8. Mai, 8.—13. August, 2.—4. November 1910, 7. und 9. Juni 1911. Einen ähnlichen antizyklonalen Fall finden wir am 18., 19. und 20. Mai

Die Stromlinien einer Windhose festzustellen dürfte in den meisten Fällen dagegen kaum möglich sein. Nur wenn bei stark „hüpfender Bewegung" der Kern für ganz kurze Zeit den Boden berührt, kann die Windrichtung ein Stromlinienbild ergeben. Eine Gelegenheit dieses Bild zu erhalten bot sich dem Verfasser in der Spur der Windhose vom 22. Juli 1923 bei Trikaten[2]) in Lettland, wo der Wirbel über einem Weizen- und Roggenfelde des Libeet-Gehöftes zur Erde herabgestiegen war. Wie aus Fig. 56 ersichtlich, fanden sich vor dem Beginn der regelrechten „Spur" einzelne „Nester" als Resultat der hüpfenden Bewegung vor, in welchen in kleinerem Umkreise (5—7 m im Durchmesser) das Korn stark niedergeschlagen war.

In einem Fall fand sich ein etwas grösseres Gebiet (4 und 4 *a* in Fig. 56) vor, in welchem eine sehr deutlich sichtbare Divergenzlinie ($D_1$) und ein Teil einer Konvergenzlinie $C$ vorhanden war (Fig. 33). Entsprechend der Lage des Gebietes mit grösseren Geschwindigkeitswerten, kann es sich hier nur um den rechten Rand handeln, während sowohl das zentrale, als auch das marginale windschwache Gebiet mit dem neutralen

---

1910. Unserer um 180° gedrehten Fig. 17 *a* mit $\alpha = 180^0$ und radialem Ausströmen ähnelt die Antizyklone zwischen der Donau und Weichsel am 18. Mai 1910 um $7^a$, während Fälle eines Einströmens bei geringem $\alpha$ ebenfalls garnicht selten sind.

Der 6. Januar 1910 zeigt vom Kanal bis zum mittleren Rhein eine Zyklone mit einer geschlossenen singulären Linie, innerhalb welcher die Stromlinien ebenfalls geschlossene, stark nach einer Seite hin zusammengedrängte Kurven bilden, wie in unserer Fig. 25 bei $G_{max.} = 1.5$ und vom Rande zur Mitte hin zunehmenden Werten des Winkels $\alpha$.

Ein unregelmässiges geschlossenes „Auge" einer Antizyklone findet sich mit den dazugehörigen übrigen Elementen am 8. August 1910 über den Ostalpen u. s. f. Siehe auch den Atlas zu V. Bjerknes Dynamischer Meteorologie, Tafel LV, während auf der Tafel LIX in der Hauptisobarenschicht VIII über einer Zyklone Stromlinien in symmetrischer Verteilung, wie bei $\alpha = 90^0$ (Fig. 11 *c*), auftreten. Im Zentrum findet sich hier allerdings zum Unterschiede von unserer Figur ein Konvergenzpunkt. — Da wir hier nur die Strömungsfelder untersuchen, mit denen die Druckfelder der Zyklonen nicht immer zusammenfallen, wird die hier gebrauchte Bezeichnung „Zyklone" mit ihrem gewöhnlichen Sinne nicht streng identisch sein.

2) Durch einen Zufall fand der Verfasser dieses Feld kurz vor der Ernte, während die übrige Spur dieser Windhose von Prof. R. Meyer in Riga untersucht wurde und bearbeitet wird.

Punkt und den Linien $C_1$, $C_2$, $D_2$ nicht zur Geltung kommen konnten [1]).

Den Bruchteil einer Konvergenzlinie in der Mitte der Figur 33 müssen wir mit der Linie $C_5$ (Fig. 30*a*, 31*a*, 32*b*) identifizieren, d. h. als die umgebogene Spitze der Linie $C_1$ (Grenzlinie) auffassen, in welchem Sinn die Rekonstruktion der Figur vorgenommen ist.

In der Divergenzlinie $D_1$ erkennen wir hier fraglos eine Sperrlinie, so dass aus dieser Aufnahme jedenfalls einwandfrei die

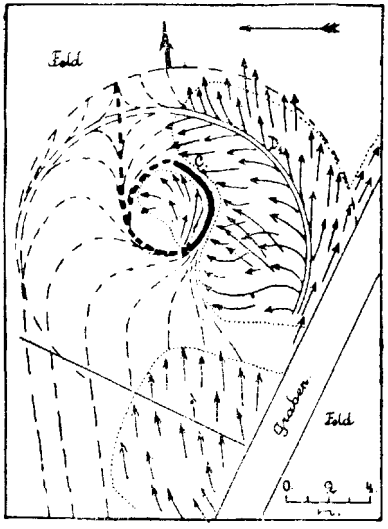



Fig. 33. Stromlinien der Windhose von Trikaten im Kornfelde.

zyklonale Zirkulationsrichtung dieser Windhose bei $0 > a > -90^0$ hervorgeht. Das Geschwindigkeitsverhältnis muss $G_{max.} > 1.5$ betragen haben, während die absolute Geschwindigkeit für eine Windhose als relativ gering bezeichnet werden kann.

1) In der Figur 33 bedeuten die ausgezogenen Pfeile die Richtung der niedergedrückten Halme, die Doppellinie stellt die Divergenzlinie, die stark gezeichnete — die Konvergenzlinie vor. Alle gestrichelte Linien sind Ergänzungslinien, während die punktierten die Grenzen der Gebiete mit stark niedergedrücktem Korn bedeuten.

Die Figur selbst ist nach einer an 3 Tagen wiederholten zeichnerischen Aufnahme der betr. Stelle im Kornfelde entworfen, wobei der Verfasser die Möglichkeit hatte, dank dem Entgegenkommen des Besitzers, die Aufnahme im Felde selbst vorzunehmen.

## Fünftes Kapitel.

# Der Åsgårdsweg.

Als den zuverlässigsten und am leichtesten zugänglichen Weg zur Erlangung eines Aufschlusses über den Bau und die Kräfte eines Trombenwirbels müssen wir die Untersuchung der hinterlassenen Bruchspuren betrachten, wie wir solche besonders in grösseren Wäldern von homogenem Baumbestande als sog. Åsgårdswege nach dem Vorübergang einer Windhose vorfinden.

Wenn man von allgemeinen Beschreibungen früherer Autoren absieht, kann als erster wesentlicherer Versuch aus der Fallrichtung der Bäume einen Schluss auf den Bau des Wirbels zu ziehen, derjenige von A. Wegener betrachtet werden.

A. Wegener leitet das Bild der Spur für den Fall eines radialen Einströmens graphisch ab und hat im allgemeinen den Einfluss eines Wirbels mit spiralförmigen Stromlinien auf die Spur angegeben ([1] pg. 167—169).

Mit Hülfe unserer Isogonen-Diagramme gewinnen wir die Möglichkeit dieses Problem eingehender zu behandeln und eine Reihe von Spurtypen aufzustellen, die sich fast alle in den schon vorhandenen Spur-Aufnahmen früherer Beobachter wiederfinden.

Im allgemeinen muss das Abbrechen eines zylindrischen Baumstammes, der mit dem einen Ende im Boden festwurzelt, dann erfolgen, wenn die auf ihn wirkende Kraft den Wert der Bruchfertigkeit $P$

$$P = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\bar{k} r^3}{l} \tag{30}$$

erreicht. Hier bedeutet $l$ den Abstand von der Bruchstelle des Angriffspunktes der Resultierenden aller Kräfte, und $r$ den Halbmesser des Baumes an dieser Stelle, während der Koeffizient $\bar{k}$ durch:

$$\bar{k} = \frac{M \cdot r}{T}$$

als gleich dem Produkt des Kraftmoments ($M$) in den Halbmesser, dividiert durch das Trägheitsmoment des Baumes angenommen werden kann. (Cf. Grimsehl [15] pg. 189.)

Je nach der Grösse der Krone wird nun das Kraftmoment bei einer und derselben Windstärke eine starke Verschiedenheit aufweisen. Wenn hierzu, ferner, ein verschieden grosser Durchmesser der einzelnen Baumstämme kommt, mit dessen dritter

Potenz die Bruchfestigkeit wächst (Formel 30), so sehen wir, wie verschieden die Kräfte sein können, denen bei gemischtem Bestande die einzelnen Bäume zum Opfer fallen werden. Mit dem Werte der Intensität ändert sich innerhalb einer Windhose aber auch der Fallwinkel der Bäume.

Wenn wir, ferner, die Impulsformel

$$I = mv$$

auf die dynamischen Vorgänge beim Abbrechen eines Baumes anwenden wollen, ist es von vornherein klar, dass nur ein Teil des Gesamtimpulses der vorüberstreichenden Luftmassen als Winddruck auf den Baum wirken kann. Setzen wir

$$\mu I = Kt,$$

worin $\mu$ als Koeffizient einen echten Bruch, und $K$ die Kraft bedeutet, welche auf den gegebenen Baum wirkt, so ergibt sich:

$$Kt = \mu mv.$$

Entsprechend dem Verhalten des Winddruckes mit wachsendem $v$, kann angenommen werden, dass hierbei auch $\mu$ grösser wird.

Betrachten wir ferner den Impuls pro Zeiteinheit

$$K = \mu m_1 v,$$

so haben wir, wenn $m_1$ die Masse der in 1 sec. am Baum vorüberstreichenden Luft bedeutet, in der Bewegungsgrösse [1]) pro Sekunde

$$V_1 = m_1 v$$

ein Mass der Kraft $K = \mu V_1$, deren Moment das Abbrechen des Baumes verursacht. Mit der Fläche des Kronenquerschnittes bei gleichem $v$ wird $m_1$, und damit ebenfalls $K$ zunehmen. Nur wenn die Kronenquerschnitte aller Bäume, eine gleiche Höhe vorausgesetzt, gleich gross und gleich dicht sein werden, können wir annehmen, dass alle Bäume einer gleichen Windgeschwindigkeit zum Opfer fallen müssen.

1) Da beim Zustandekommen von Waldbruch die spezifische Bewegungsgrösse, und nicht die Geschwindigkeit der Luft ausschlaggebend ist, soll von hier ab unter dem Vektor $v$ unserer Vektorfelder nur die erstere verstanden werden, während er bisher sowohl die eine, als die andere Grösse ausdrücken konnte, wenn wir die Einschränkungen für das Kerngebiet im Auge behielten. Wie oben ausgeführt, spielt das Gebiet innerhalb der Zone maximaler Intensität beim Zustandekommen der Bruchspur jedoch keine Rolle und kann hier ausser Acht gelassen werden.

Im entgegengesetzten Fall kann der Spurtypus bloss angenähert festgestellt werden, was immer an zahlreichen stark gekreuzt liegenden Baumgruppen in unregelmässiger Verteilung zu erkennen sein wird. In gemischten Wäldern mit verschieden starken Bäumen finden sich daher häufig Spuren, aus denen das Bild des Åsgårdsweges nicht deutlich hervorgeht. Am besten eignen sich zum Ausführen dieser Untersuchungen gleichmässig gezogene, grössere Nadelholzwälder, wie sie in den nordischen Ländern Europas häufig anzutreffen sind, in denen sowohl die Gestalt der Bäume, als auch deren Stärke sehr gleichmässig sein kann. Hier finden sich daher häufig schöne Spurtypen vor. So kennen wir von mehreren schwedischen und ostbaltischen Fällen sehr schöne Spurbilder. Gute Spurbilder finden sich auch in Kornfeldern, wo die oben genannten Bedingungen ebenfalls erfüllt sind. (Vgl. Fig. 33, 55 und 56.)

Im einzelnen werden somit Spuren an Kornfeldern, im Walde und diejenigen zerstörter Gebäude nicht unmittelbar mit einander vergleichbar sein, während es sich in der Praxis zeigt, dass bei geringen Unterschieden im Baumbestande eines Waldes oder Gartens häufig noch deutlich feststellbare Spurbilder zu erkennen sind, besonders wenn der Aufnehmende über einige Übung verfügt.

Das Verfahren der Ableitung des Spur-Bildes nach einem unserer Isogonendiagramme besteht darin, dass wir erst festzustellen suchen, welche der Linien gleicher Intensität kritischen Werten der Bewegungsgrösse entspricht. Wenn das nicht festzustellen ist, können für jede Trombe die einzelnen Intensitätskurven nach einander zum Ableiten der Spur verwandt werden, und nach den gewonnenen Spurbildern die entsprechende Intensität nachher gefunden werden. Die Spur selbst wird dadurch gewonnen, dass wir eine Intensitätskurve entlang gehend, die Punkte mit bestimmtem Ablenkungswinkel, — etwa die Schnittpunkte der Isogonen und Intensitätskurven —, auf eine Gerade, senkrecht zur Richtung der fortschreitenden Bewegung projizieren, worauf die Fallrichtung unter dem betreffenden Winkel eingezeichnet wird. Die Richtung der fortschreitenden Bewegung kann für jeden gewünschten Ablenkungswinkel $\alpha$ nach Figur 5 gefunden werden, was sich als besonders leicht bei $\alpha = \text{const.}$ erweist.

Die oben vermerkte Erfahrung, dass die Isogonendiagramme

in weit höherem Masse vom Geschwindigkeitsverhältnis $G_{max.}$ abhängen, als von den verschiedenen Arten, wie wir die Zu- und Abnahme von $r$ im Fall eines stillstehenden einfachen Wirbels annehmen, berechtigt uns dazu, zur vorstehenden Ableitung der Spurtypen unser lineares Windhosenmodell mit $a = \text{const.}$ zu benutzen. Als besonderen Vorteil erreichen wir hierbei eine grösstmöglichste Übersichtlichkeit, während an einzelnen Beispielen später die Unterschiede im Vergleich zu den Verhältnissen gezeigt werden sollen, wie wir sie in komplizierteren Fällen annehmen müssen.

Ferner muss hier der Einfluss berücksichtigt werden, den die uns nicht genügend bekannte Abnahme der Luftdichte innerhalb des Kernes auf das Zustandekommen des Spurtypus ausüben dürfte. Hierbei spricht jedoch für die Anwendbarkeit unserer Methode auch auf den Kern: erstens, wie im Kapitel IV ausgeführt, die geringe Verlagerung der Kurve maximaler Intensität durch das Hinzukommen des Einflusses der Kompensationsströmung oder der Dichteabnahme im Kern, und zweitens die in Fig. 8*d* und 9*a* festgestellte geringe Änderung des Stromlinienverlaufes, wenn wir im Kern an Stelle der linearen Geschwindigkeitsverteilung eine andere, z. B. die durch Fig. 7 Kurve 1 dargestellte, setzen.

Wenn wir, weiter, im Auge behalten, dass nach dem Vorübergang der höchsten Intensitätskurven in der Übergangszone vom Kern zum Mantel die nächsten Kurven mit geringerer Intensität im windschwachen Kerngebiet in der Spur nicht mehr zur Geltung kommen können, dürfen wir hierbei vom Einfluss des Kernes auf die Spur gänzlich absehen, so dass beim Ableiten der Spur nach den Isogonendiagrammen das mit einiger Unsicherheit behaftete Gebiet im Kern in den meisten Fällen herausfällt.

### Ideale Normschnitte der Spur.

Unsere Figuren 34 bis 44 stellen die auf dem oben genannten Wege nach den Isogonendiagrammen des linearen Modelles gewonnenen Spurquerschnitte dar. Wir finden da Beispiele für verschiedene Werte von $G_{max.}$, angefangen mit $G_{max.} = 0.75$ bis 6.0, während die Spuren für $G_{max.} = 3$ bis 5 weggelassen sind, weil sie denen von $G_{max.} = 2$ und 6 analog waren. Neben dem Falle eines radialen Einströmens bei $a = 0$ zeigt uns jede

Figur bei $a = -30^0$ und $-60^0$ die Verhältnisse einer nord-zyklonalen Zirkulation, bei $-90^0$ den Fall geschlossener kreisförmiger Stromlinien des nicht translatorischen Falles und bei $a < -90^0$ den Fall eines positiven Ausströmens bei süd-antizyklonaler Zirkulation, wie sie in unseren Windhosen relativ viel häufiger, als das negative Ausströmen im nord-antizyklonalen Fall vorkommen dürften.

Um die Möglichkeit offen zu halten, dass alle relativen Intensitätskurven den Wert der kritischen spez. Bewegungsgrösse erhalten, sind für jeden Wert von $a$ mehrere Spurbilder, nach einer Auswahl von Intensitätskurven gegeben. Der unterste Spurquerschnitt entspricht immer der höchsten Kurve, deren Wert nur um 0.5 bis $1.0\,t$ geringer ist, als der Wert des dazugehörigen Maximalpunktes.

Die Spur für $v = 1t$ ist in denjenigen Fällen angeführt, wenn in der Zeichnung eine Intensitätskurve für $v$ etwas grösser als 1.0 fehlte; sie soll diese ersetzen. Im allgemeinen ist angenommen, dass der Wert $v = t$ der spezif. Bewegungsgrösse, die wir hier unter den oben gemachten Einschränkungen unter $v$ verstehen wollen, den kritischen Wert nicht erreicht.

Alle Spurbilder zeigen bei $0^0 < |a| < 90^0$ eine Reihe von ähnlichen Spurtypen, bei $|a| > 90^0$ dagegen ist das Bild in allen Fällen dasselbe.

Fig. 34 zeigt uns die Spurschnitte nach dem linearen Modell VIII mit konstantem Winkel $a$ und $G_{max.} = 0{,}75$. Als kritische Intensitätskurven sind diejenigen mit $v = 1.25t$, $1.5t$ und $1.7t$ zum Entwerfen der Spur benutzt worden. Die Figur entspricht einer schnellziehenden Windhose mit schwacher Zirkulation.

Wir erhalten bei radialem Einströmen des nichttranslatorischen Grundschemas ($a = 0^0$) ein leichtes Konvergieren der Bäume zur Mitte, wo sich der Baum mit $\psi = 0^0$ befindet. Mit zunehmendem $a$ verschiebt sich der Åsgårdsweg nach rechts von der Spur des ersten Trombendurchmessers (vom langen Mittelpfeil der Figuren); auch der Baum von $\psi = 0^0$ folgt ihm, rückt dabei aber innerhalb des Åsgårdsweges nach links. Wenn $|a| > 90^0$ wird, tritt in der Spur eine Divergenz der Fallrichtungen ein. Aus der mittleren Spuren-Gruppe sehen wir, wie schmal und wie stark verschoben der Åsgårdsweg im Vergleich zum Windhosendurchmesser sein kann, wenn wir eine der

höheren Intensitätskurven dieses Modelles ($v = 1.7t$) als kritisch betrachten [1]).

Bei einer süd-zyklonalen und nord-antizyklonalen Zirkula-

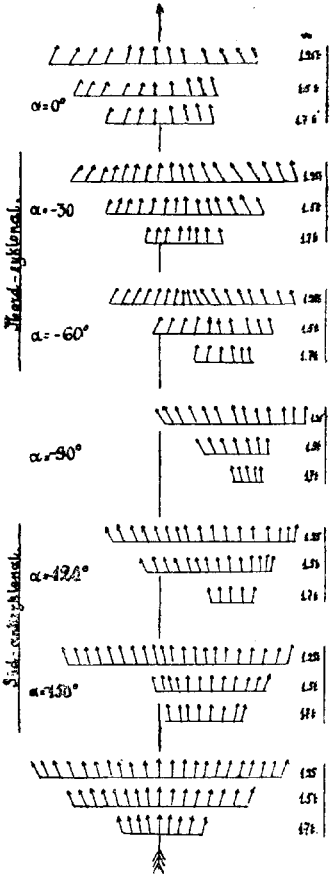



Fig. 34.
Trombenspuren nach Modell VIII (Fig. 17). $G_{max.} = 0{,}75$. $\alpha = \text{const.}$

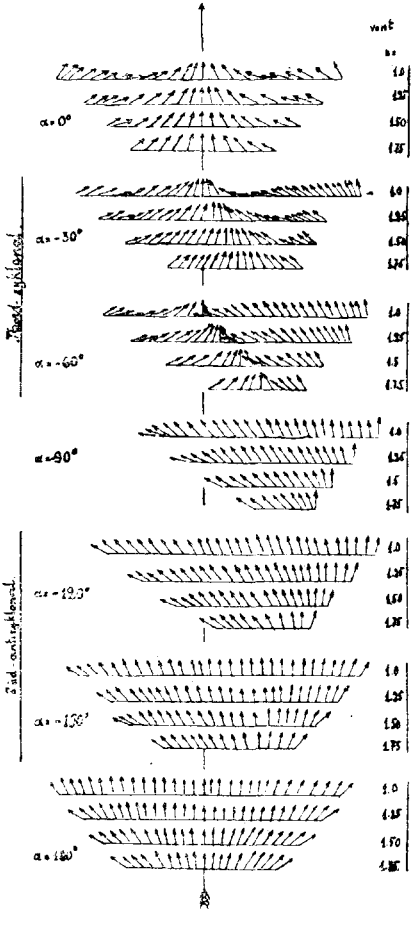



Fig. 35.
Trombenspuren nach Modell IX (Fig. 18). $G_{max.} = 1{,}0$. $\alpha = \text{const.}$

tion müsste die Verschiebung nach links von der Spur des ersten Durchmessers erfolgen.

Fig. 35. Entworfen nach dem linearen Modell IX. $G_{max.} = 1.0$,

1) Die Breite des Querschnittes der ersten Reihe in jeder ersten und letzten Gruppe der Spuren ($\alpha = 0^0$ und $180^0$) ist immer fast der ganzen Breite des Luftwirbels gleich. In Fig. 36 stimmt sie mit ihr genau überein ($v = 1t$).

$\alpha = \text{const.}$ Die Zirkulationsgeschwindigkeit ist etwas grösser, als im vorigen Fall.

Bei $\alpha = 0^0$ findet sich der grösste Wert von $\psi$ in einigem Abstand von der Zentrallinie vor, während in dieser Linie und am Rande die Fallwinkel kleinere Werte aufweisen.

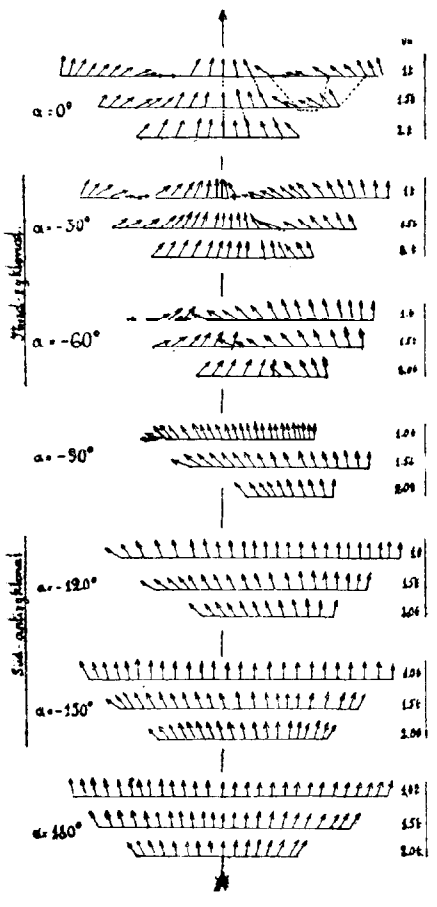


Fig. 36.
Trombenspuren nach Modell X (Fig. 19).
$G_{max.} = 1{,}5$. $\alpha = \text{const.}$

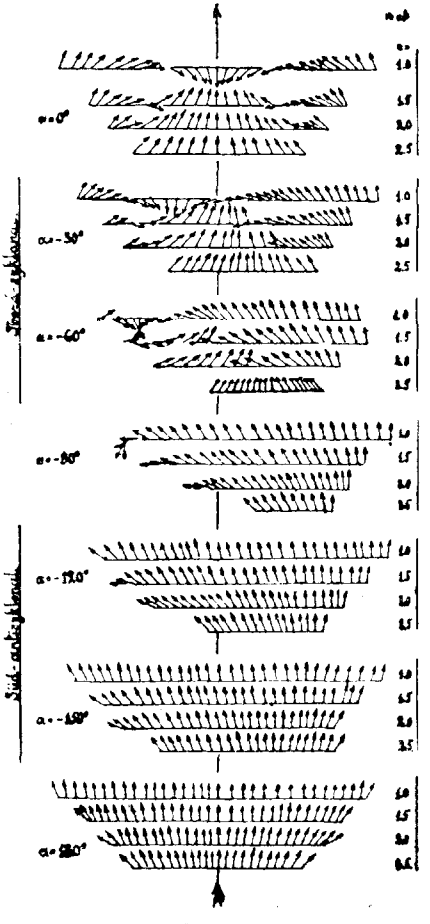


Fig. 37.
Trombenspuren.
$G_{max.} = 2{,}0$. $\alpha = \text{const.}$

Bei $\alpha = -30^0$ und $-60^0$ tritt in einem Punkte der Spur eine schnellere Veränderung der Grösse des Fallwinkels auf, wodurch an dieser Stelle die Bäume gekreuzt liegen müssen.

Die hier an den wenig veränderten linken Rand des Åsgårdsweges von rechts her stossende Baumgruppe zeigt eine Zunahme

des positiven Fallwinkels beim Übergang von rechts nach links und soll als „Gruppe mit wachsendem positiven Winkel" weiterhin bezeichnet werden. Bei $\alpha = 90^0$ beherrscht sie den ganzen Åsgårdsweg.

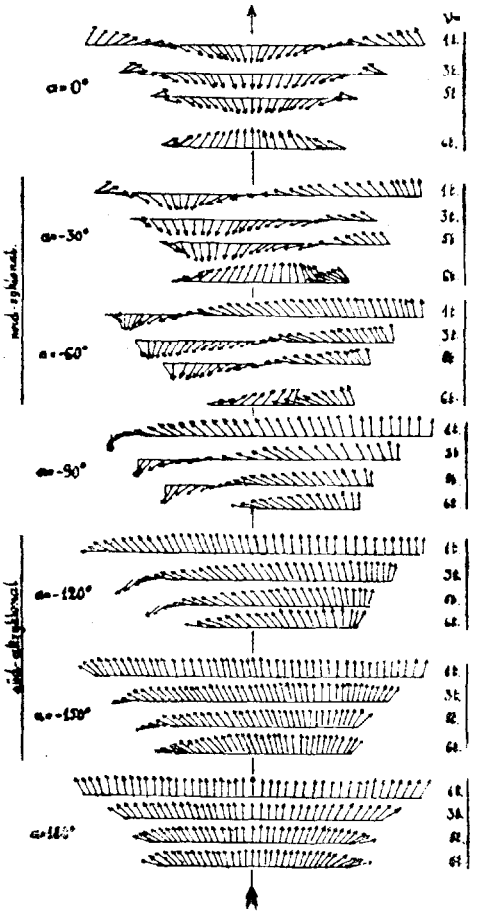


Fig. 38.
Trombenspuren Modell XI (Fig. 20).
$G_{max.} = 6{,}0$. $\alpha = \text{const.}$

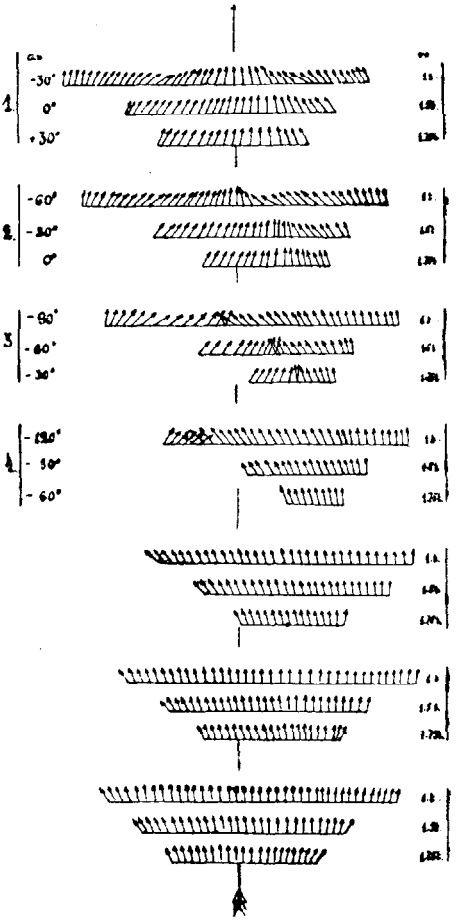


Fig. 39.
Trombenspuren.
$G_{max.} = 1{,}0$. Echter Kern.

Die Spuren bei $|\alpha| > 90^0$ unterscheiden sich wenig von denen der vorigen Figur.

Fig. 36. Entworfen nach dem linearen Modell X. $G_{max.} = 1.5$, $\alpha = \text{const.}$ Die in diesem Modell erfolgte Zweiteilung des Stillenpunktes äussert sich, wie zu erwarten war, in den Spurbildern

nicht. Bis auf das Auftreten von grösseren Werten von $\psi$ (bis 90°) ähnelt die Spur derjenigen der vorigen Figur.

Fig. 37. Entworfen nach einem linearen Model mit $G_{max.} = 2.0$ und $a = \text{const.}$, dessen Diagramme in dieser Schrift nicht abgebildet worden sind. Bis auf das Erscheinen des Baumes mit $\psi = 180^0$ in den Spurbildern der Kurven geringster Intensität ähneln die Querschnitte z. T. denen der Modelle mit geringerer Zirkulationsgeschwindigkeit.

Fig. 38. Entworfen nach dem linearen Modell XI. $G_{max.} = 6.0$, $a = \text{const.}$ Der Baum mit $\psi = 180^0$ findet sich in den Spuren aller Intensitätskurven bis auf diejenigen der höchsten, deren Intensität nur bis $2t$ unter dem absoluten Maximum bleibt. Dieses letzte Spurbild behält die Züge derjenigen bei $G_{max.} < 2.0$, während alle übrigen Spuren einer Gruppe zum neuen Typus der Fig. 37 gehören. Die Gegensätze in Bezug auf die Werte des Fallwinkels nehmen mit wachsendem Wert von $G_{max.}$ in allen Gruppen zu.

Fig. 39. Zum Vergleich mit der Fig. 35 mit $a = \text{const.}$ seien hier die Spurschnitte eines linearen Modelles mit $G_{max.} = 1.0$, aber veränderlicher Grösse von $a$ wiedergegeben [1]). Der Fall entspricht einem echten Kern.

Die Winkelgrössen am linken Rande einer jeden Gruppe beziehen sich von oben nach unten gelesen auf das Zentrum, die Zone der grössten Intensität in der Hälfte des Halbmessers und auf den Rand [2]).

Wir finden gegenüber Fig. 35 einige Unterschiede vor. So zeigen die Bäume am Rande geringere Werte von $a$, wie auch die Gegensätze in der Gegend der gekreuzten Linie etwas abgeschwächt erscheinen. Auffallender ist die Abweichung in der oberen Spur der vierten Gruppe von derjenigen der Fig. 35.

Fig. 40. Zum Vergleich mit der Fig. 38 ist hier ein lineares Modell mit $G_{max.} = 6.0$, aber veränderlichem $a$ entsprechend einem echten Kern wiedergeben [1]). Der Unterschied zeigt sich hauptsächlich in einer Verschiebung des Baumes mit $\psi = 180^0$.

Fig. 41. Entworfen nach dem Modell V eines hyperbolischen Mantels mit rotationsloser zyklischer Potentialbewegung.

1) Die Diagramme selbst sind in dieser Schrift nicht abgebildet.

2) Weil die letzten 3 Gruppen aller Figuren ganz unbedeutende Unterschiede gegen einander zeigen, sind hier diese Werte von $a$ als bedeutungslos fortgelassen.

Die Spuren zeichnen sich durch das Fehlen des Typus von Fig. 35 und 36 aus, während in allen Gruppen bis einschliesslich $\alpha = 90^0$ der Baum mit $\psi = 180^0$ vorkommt.

Im Vergleich zu den vorigen Figuren zeigt die Gruppe der

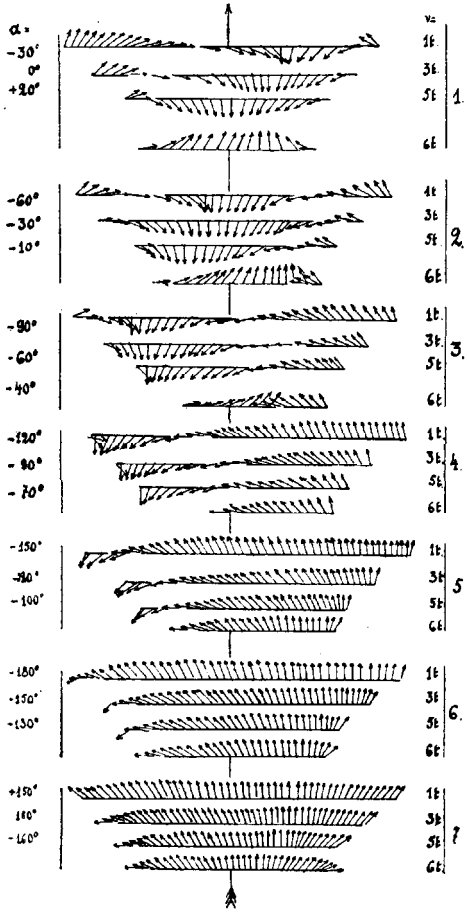


Fig. 40.
Trombenspuren.
$G_{max.} = 6{,}0$. Echter Kern.

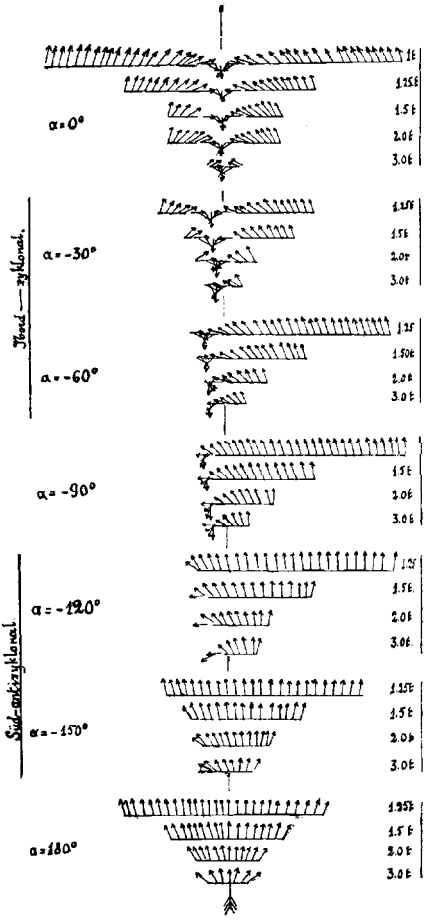



Fig. 41.
Trombenspuren
eines hyperbolischen Mantels Modell V (Fig. 11). Rotationslose Potentialbewegung. $\alpha = \text{const.}$

Bäume mit $|\psi| > 90^0$ eine geringe Breite. Dieser Umstand hängt davon ab, welche Intensität wir am Rande des nichttranslatorischen Grundschemas annehmen. Im vorliegenden Fall ist es $r = 0{,}25\,t$ (Fig. 7, Kurve 6). Wenn $r$ am Rand einen grösseren

Wert erhält, kann sich die Baum-Gruppe mit $|\psi| > 90^0$ beliebig weit innerhalb der Spur ausdehnen, wie das die Spuren der höheren Intensitätskurven ($v = 3.0\,t$) einer jeden Gruppe dieser Figur zeigen. Das in Fig. 11 schwarzgedeckte Zentralgebiet

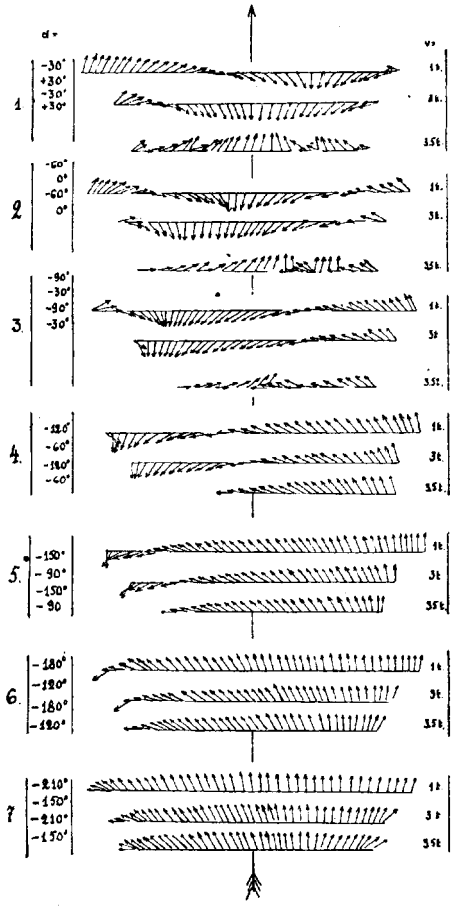


Fig. 42.
Trombenspuren.
Doppelröhre. Modell XXIV (Fig. 32).
$G_{max.} = 4{,}0$. $\alpha$ = veränderlich.

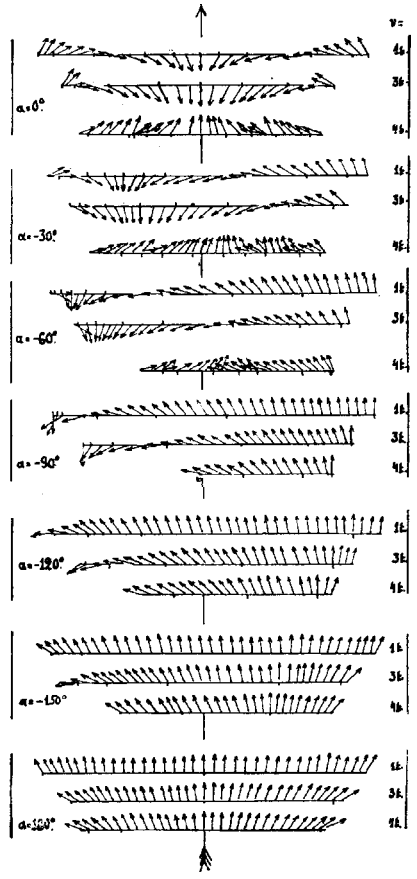


Fig. 43.
Trombenspuren, Doppelmaximum.
$G_{max.} = 4{,}0$. $\alpha$ = const.

mit unbekannten Bewegungsverhältnissen fällt beim Ableiten der wiedergegebenen Spuren heraus.

Ein linear-hyperbolisches Trombenmodell (Modell XII, pg. 73) zeigte im Vergleich zum hyperbolischen Mantel nur eine Ver-

breiterung des Teiles der Spur mit $|\psi| > 90^0$, ohne alle wesentlicheren Änderungen. (Die Spuren sind hier nicht wiedergegeben.)

Fig. 42. Doppelrohrtrombe. Entworfen nach dem linearen Modell XXIV mit einem doppelten $G_{max.} = 4.0$ und dazwischen als sekundärem Minimum $r = 3.0t$. Der Ablenkungswinkel erreicht den Wert $a = -90^0$ dreimal: in beiden Konvergenzflächen mit aufsteigender Luft über den Zonen mit $r_{max.}$ und im Gebiet des sekundären Minimums dazwischen.

Die Spuren mit $\psi = 180^0$ zeigen keinerlei wesentliche Abweichungen von denjenigen einer Einrohrtrombe, während die höchsten Intensitätslinien $v = (G_{max.} + 1$ bis $G_{max.} - 1)t$ uns Spuren mit einer mehrfachen Zu- und Abnahme der Fallwinkel liefern. Somit dürfte es bei schwächeren Windhosen dieser Art möglich sein, nach der Spur das Vorhandensein einer doppelten Trombenröhre festzustellen, besonders wenn sie im Verhältnis zur Rotationsgeschwindigkeit langsam fortschreiten.

Fig. 43. Doppelmaximum. Entworfen nach einem Modell mit einer Geschwindigkeitsverteilung wie Fig. 42, d. h. mit einem Doppelmaximum von $G_{max.} = 4.0$, und dazwischen einem sekundären Minimum von $r = 3t$. Der Ablenkungswinkel ist dagegen konstant, wodurch die Windhose als Einrohrtrombe mit einem sekundären Minimum von $r$ qualifiziert wird.

Die Ähnlichkeit mit der Spur einer Doppelrohrtrombe ist auffallend gross. Es muss hier jedoch im Auge behalten werden, dass die hier zugelassene Kombination eines Doppelmaximums mit $a = \text{const.}$ nur den Zweck hat, einen Vergleich mit Fig. 42 zu ermöglichen [1]).

Fig. 44. In dieser Figur sind 5 Spurgruppen verschiedener Modelle zusammengestellt.

Gruppe $a$ und $b$. Doppelmaxima nach den Modellen XVII (Fig. 25) und XIX (Fig. 27) mit einem echten und unechten Kern. $G_{max.} = 1.5$, das sekundäre Minimum des nichttranslatorischen Falles dazwischen erreicht $r = 0$.

Da wir es hier dank den kleinen Werten von $r$ nur mit einer Spur von der Art der letzten in jeder Gruppe der Fig. 42 zu tun haben: $v = (G_{max.} + 1$ bis $G_{max.} - 1)t$, tritt im Fall des echten

1) Vgl. auch die Behandlung des Modelles XXIII (pg. 80).

Kernes deutlich die uns schon von Fig. 42 her bekannte mehrfache Zu- und Abnahme des Winkels $\psi$ entgegen.

Im Fall eines unechten Kernes sind diese Schwankungen von $\psi$ bedeutend schwächer, aber immerhin angedeutet.

Die Gruppen $c$ und $d$ sollen uns den Einfluss eines unechten und echten Kernes auf die Spur einer stark rotierenden Windhose zeigen ($G_{max.} = 6.0$). Sie sind nach den Modellen XIII

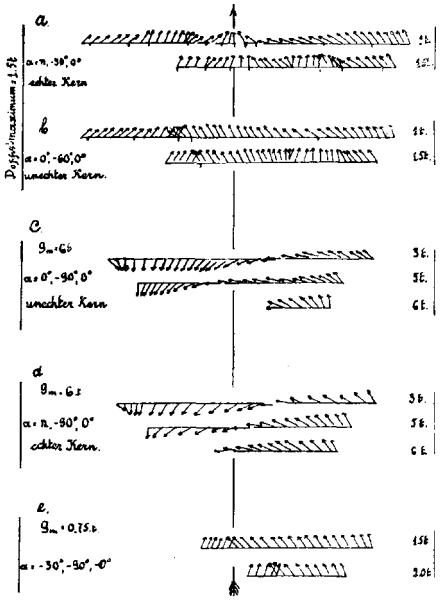



Fig. 44.
Trombenspuren.

$a$ — Doppelmaximum, echter Kern. Modell XVII (Fig. 25) } $G_{max.} = 1{,}5$.
$b$ — Doppelmaximum, unechter Kern. Modell XIX (Fig. 27) }
$c$ — Modell XIII (Fig. 22) } $G_{max.} = 6{,}0$.
$d$ — Modell XIV (Fig. 23) }
$e$ — Modell XXI (Fig. 29). $G_{max.} = 0{,}75$.

(Fig. 22) und XIV (Fig. 23) entworfen und zeigen, wie gering dieser Einfluss auf die Spur ist.

Die Gruppe $e$ gibt uns zuletzt die Spuren einer Windhose mit schwacher Rotation resp. schneller translatorischer Bewegung ($G_{max.} = 0.75$), wenn wir in ihr einen unechten Kern annehmen (Modell XXI, Fig. 29).

Sie unterscheidet sich nur durch die gekreuzt liegenden Bäume von derjenigen der analogen Fig. 34, welche unter der

Annahme von $a = \text{const.}$ abgeleitet wurde, und ähnelt den Spuren der Fig. 39 mit einem echten Kern.

### Klassifizierung der Spurtypen.

Als Anhaltspunkte beim Klassifizieren der Spurtypen dienten uns folgende Charaktermerkmale der Spurbilder.

In allen Fällen einer nord-zyklonalen Zirkulation haben wir es in den Spurbildern mit einer Konvergenzlinie zu tun, welche durch den Baum mit der Fallrichtung $\psi = 0^0$ oder $180^0$ bezeichnet wird.

1) Der Baum von $\psi = 0^0$. Wenn $a = 0^0$ ist, liegt dieser Baum in der Mitte der Spur. Er erleidet mit wachsendem $|a|$ bei nordzyklonaler Zirkulation eine Verschiebung an den linken Rand, während am rechten Rande eine „Baumgruppe mit wachsendem positivem Winkel“ (siehe Fig. 35) auftritt, die an Raum ständig gewinnt, bis sie bei $a = -90^0$ das ganze Feld beherrscht. Ein zweiter Baum mit $\psi = 0^0$ liegt in diesem letzteren Falle am rechten Rande der Spur, während die übrigen Winkel am linken Rande Werte bis $90^0$ und mehr aufweisen können. Dieser zweite Baum mit $\psi = 0^0$ bezeichnet jedoch eine Divergenzlinie und verschiebt sich bei Werten von $|a| > 90$ allmählich bis zur Mitte der Spur, wo er bei $|a| = 180^0$ anlangt. Im Integraldiagramm der Fallrichtung dieser Figur dient die Divergenzlinie als Symmetrieachse.

2) Der Baum von $\psi = 180^0$. Dieser Baum zeigt in jedem Fall die Lage einer Konvergenzlinie an. Er wird bei $|a| > 90^0$ durch einen Baum mit $\psi = 0^0$ am rechten Rande ersetzt, welcher in der erwähnten Divergenzlinie liegt und bei $|a| \to 180^0$ zur Mitte der Spur wie im vorigen Fall vorrückt.

Somit können uns diese beiden singulären Linien als Symptome der ein- oder ausströmenden Zirkulation zum Mittelpunkte hin, oder von ihm weg dienen.

Das Auftreten der Bäume mit $\psi = 0$ und $\psi = \pi$ ist an bestimmte Formen der Intensitätskurven geknüpft. Aus dem Verlauf der Isogonen von $\psi = 0$ und $\psi = \pi$ in unseren Diagrammen können wir den Satz formulieren:

Wenn diejenige Intensitätskurve, welche wir als kritisch betrachten, die Form einer Sichel besitzt, ohne dass sich die Spitzen berühren,

kommt in der Spur ein Baum von $\psi = 0^0$ vor. Wenn sie dagegen das Mittelgebiet mit dem Punkte der zentralen Stille einschliesst, tritt der Baum von $\psi = 180^0$ auf.

In jedem Isogonendiagramm von $G_{max.} \geqslant 2.0$ finden sich einige dieser „umschliessenden" Intensitätskurven vor, während diejenigen, deren Wert im Bereiche von $v = (G_{max.} \pm 1)t$ liegt, bei jedem Geschwindigkeitsverhältnis die Sichelform beibehalten und wenn sie den kritischen Wert darstellen, einen Baum von $\psi = 0^0$ liefern müssen.

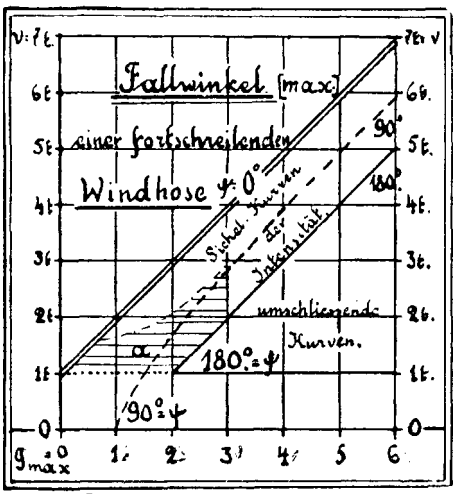



Fig. 45. Der Bereich der umschliessenden und Sichelkurven der Intensität.

Um das Vorkommen der einen und anderen Art dieser Intensitätskurven zu erläutern, sind in Fig. 45 die maximalen Fallwinkel innerhalb einer fortschreitenden Windhose im Diagramm wiedergegeben, in welchem als Abszisse die Skala von $G_{max.}$, als Ordinate eine Skala der Intensität ($v$) dient, wie sie in jeder Trombe vorkommen kann. Wenn wir eine beliebige Vertikale durchlaufen, finden wir für das entsprechende $G_{max.}$ die Schnittpunkte mit jeder der 3 eingetragenen Kurven ($\psi = 0^0$, $90^0$, $180^0$) oder einer beliebig interpolierten Kurve des maximalen Winkels $\psi$, welcher bei diesem $G_{max.}$ vorkommen kann. Die Sichelkurven der Intensität liegen im Bereich der höchsten $v$-Kurven, d. h. innerhalb der Zone $v = (G_{max.} \pm 1)t$.

Gleichzeitig können wir aber auch nach dem Vorkommen des Baumes von $\psi = 180^0$ eine Auskunft darüber erhalten, ob „umschliessende" Intensitätskurven vorkommen. Wie aus der Fig. 45 ersichtlich, ist das zum ersten Mal bei $G_{max.} = 2.0$ der Fall, und zwar auf der Intensitätskurve $v = 1t$.

3) Die gekreuzte Linie. In einigen Fällen treten an der Stelle, wo der Baum $\psi = 0^0$ stehen müsste, ge-

kreuzte[1]) Bäume auf, weil hier 2 Gebiete mit verschiedenen Winkeln unmittelbar aneinander stossen. Diese Erscheinung tritt mit dem Augenblick ein, wenn die Sichelkurven mit wachsendem $a$ soweit gedreht werden müssen (pg. 33), dass die Spitze der Sichel den Punkt mit $\psi = 0^0$ an deren konkaver Seite verdeckt, was bei jedem Werte von $G_{max.}$ und für jede sichelförmige Intensitätskurve mit wachsendem Winkel $a$ einmal eintreten muss.

Um diese Erscheinung genauer beurteilen zu können, ist in Fig. 46 der hierbei in Betracht kommende maximale Winkel $a$ für jede Intensitätskurve und eine Reihe von Werten des Geschwindigkeitsverhältnisses ($G_{max.}$) dargestellt. Sie ergänzt somit die Tabelle 47 und kann bei der Spuranalyse von Nutzen sein. So finden wir z. B., dass in der Spur gekreuzte Stämme bei $G_{max.} = 3.0$ unter Annahme von $v = 2t$ als einer kritischen Intensität, bei allen Werten von $a$ von 0 bis $\pm 90^0$ vorkommen können. Wenn die Kurve $v = 3t$ den kritischen Wert wiedergibt, finden sich gekreuzte Stämme nur bei $|a| > 45^0$, während bei $|a| < 45^0$ an Stelle der gekreuzten Stämme ein Baum mit $\psi = 0^0$ die Konvergenzlinie bezeichnet (vgl. Fig. 47, Typus III, Form *b* und *c*).

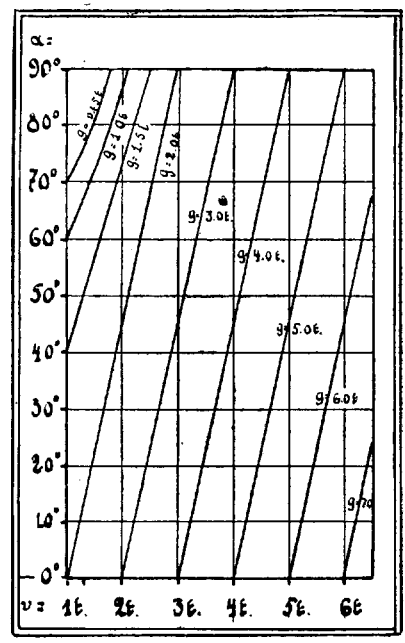



Fig. 46. Das Auftreten der „gekreuzten Linie" im Åsgårdsweg.

Auf Grund der Fig. 34 bis 44 kann folgende Einteilung der Spurtypen in Gruppen und Formen vorgenommen werden, wie sie die umstehende Spurtypentafel Fig. 47 wiedergibt.

**Typus I. Wird durch Sichelkurven der Intensität bewirkt.** Die Bäume konvergieren schwach zur Mitte des Feldes hin.

1) Es sei betont, dass hier das Vorkommen eines regelmässigen Längsstreifens mit gekreuzten Bäumen in der Spur gemeint ist, nicht unregelmässige Übereinanderlagerungen an verschiedenen Stellen der Spur, die ganz andere Entstehungsursachen haben können.

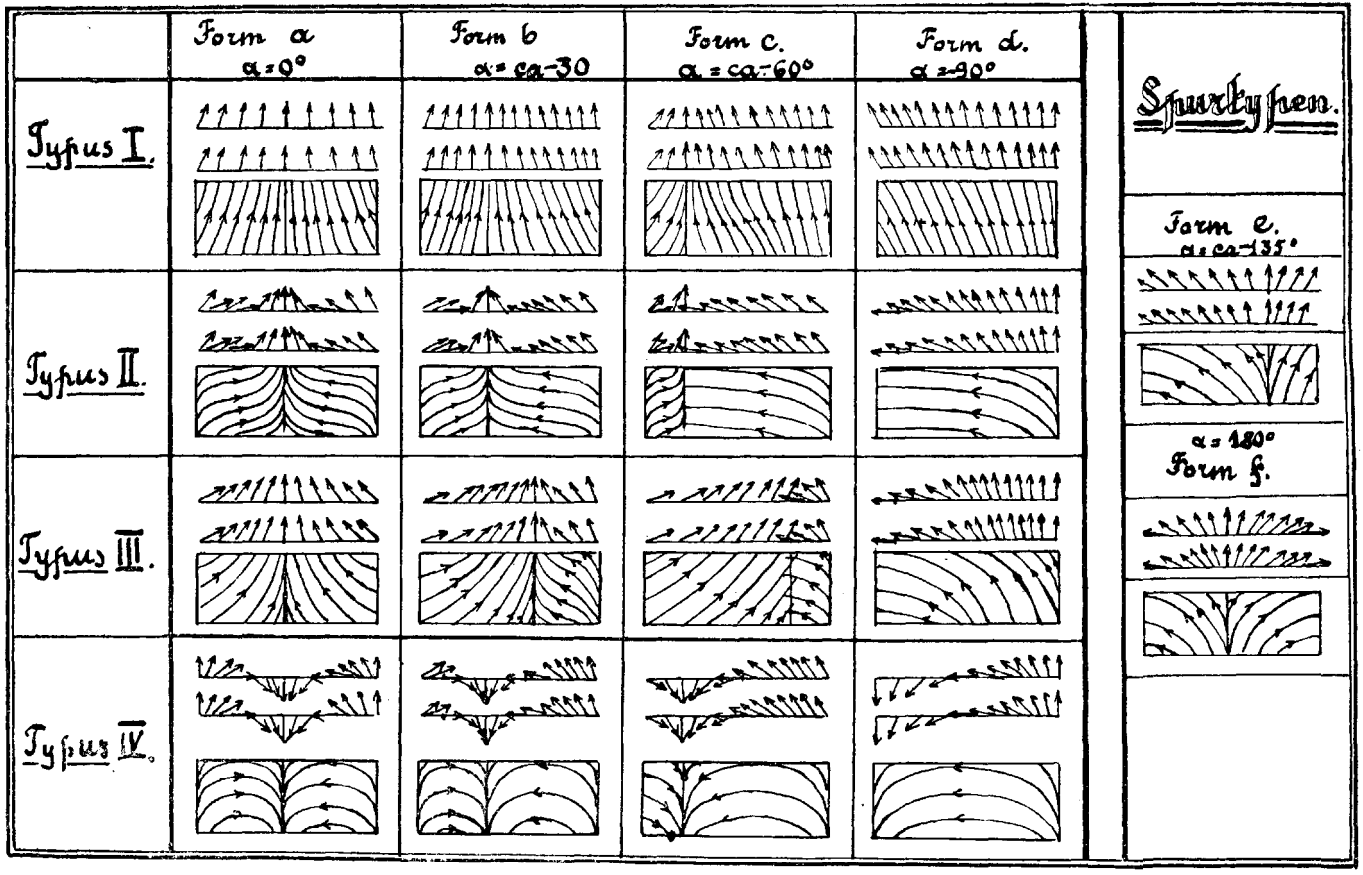

Form a
α = 0°
Form b
α = ca. 30
Form c.
α = ca. 60°
Form d.
α = 90°
Typus I.
Typus II.
Typus III.
Typus IV.
Spurtypen.
Form e.
α = ca. 135°
α = 180°
Form f.

Fig. 47.

Dieser Typus entsteht bei Werten von $G_{max.} < 1{,}0$, wie überhaupt bei Intensitäten, welche $1t$ nur unwesentlich überschreiten, d. h. bei den geringsten Intensitäten eines Feldes.

Mit zunehmendem Winkel $\alpha$ verlagert sich die Konvergenzlinie nach links, die „gekreuzte Linie" tritt nur im Gebiet von $\alpha = -60^0$ bis $\alpha = -90^0$ ein (Fig. 46), dabei wird die Kreuzung, dank der geringen Winkeldifferenz in der Spur häufig über-

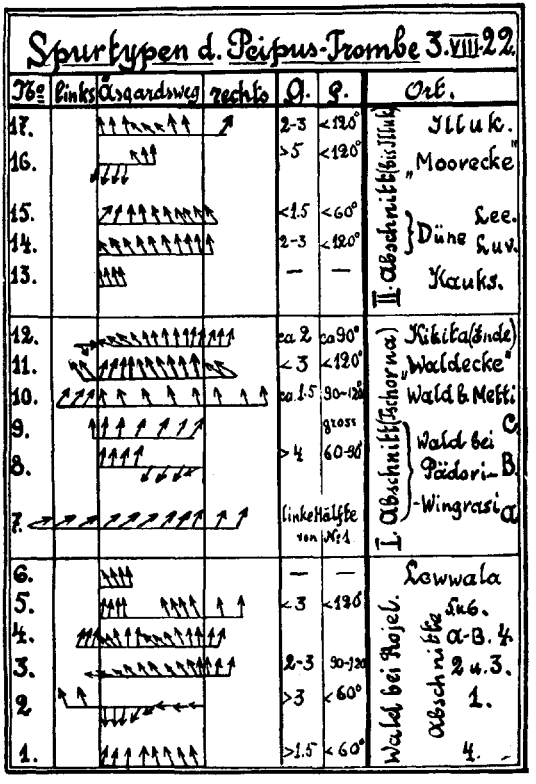



Fig. 48. Spurbilder der Peipustrombe vom 3. Aug. 1922 in Estland.

sehen werden. Bei $\alpha = -90^0$ ist der Typus daran leichter zu erkennen, dass die Werte der grössten positiven Winkel $60^0$ nicht überschreiten, jedoch dürfen am rechten Rande keine Bäume mit negativen Werten von $\psi$ sichtbar geworden sein, weil dieser Umstand bei allen 4 Spurtypen die gleichen Formen $e$ und $f$ (Fig. 47) liefert, welche ein Ausströmen der Luft anzeigen.

Beispiele des Typus I finden wir in der Spur der Peipustrombe [28] (Fig. 48, № 1, 14, 15), sowie in allen den

Fällen, wo die Beobachter nur parallel der Zugrichtung gelagerte Stämme angeben. Die Zuggeschwindigkeit muss in diesem Falle als relativ gross, oder die translatorische Geschwindigkeit als klein angenommen werden.

Ein Beispiel der Formen *e* und *f* des Typus I findet sich in der Spur von Odenpäh [29], und zwar bei Uhti I und Uhti II (Fig. 49) vor. Auch der Crossener Orkan zeigt bei einer Eintragung der von W. Köppen und R. Assmann gemessenen Fallrichtungen diesen Typus mit geringer Zirkulation und zwar vor der Oder am „Gestell" (l. c. pg. 447), am kleinen See (die Form *a*) (pg. 448) und im „Nest" im Jagen 77 (die Form *d*) (pg. 490 № 1). Auf eine etwas grössere Zirkulationsgeschwindigkeit deutet dagegen die $1^1/_2$ km lange Spur desselben Wirbelsturmes im Bauernwalde (l. c. pg. 492 № 29).

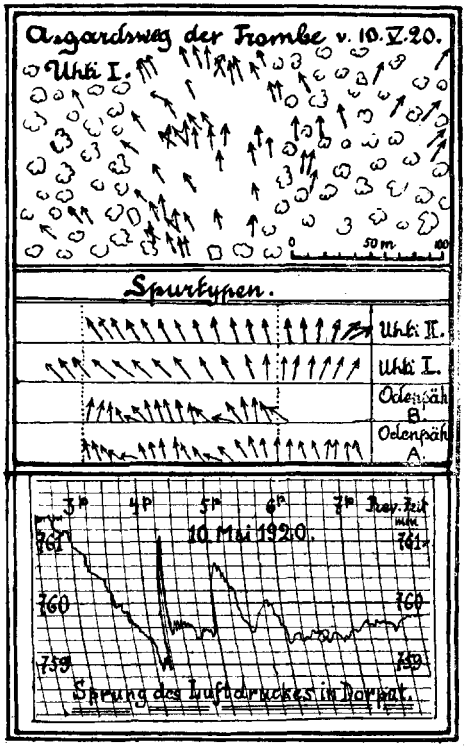



Fig. 49. Die Spur der Windhose von Odenpäh in Estland am 20. Mai 1920.

**Typus II.** Die Integralkurven der Fallrichtung zeigen eine Umbiegung und eine Konvergenz-Linie in der Mitte, welche sich mit wachsenden Werten von $\alpha$ im Falle einer positiven Zirkulation wie im Typus I nach links verlagert [1]).

1) Eine Verschiebung des Punktes mit $\psi = 0^0$ auf der Innenseite der Sichelkurven bei zunehmenden Werten des negativen Winkels $\alpha$ müsste bei einer sehr schmalen Sichel absolut genommen nur nach rechts erfolgen (cf. das zum Typus I Gesagte). Die beobachtete Verschiebung nach links dagegen wird durch eine starke Ausdehnung des rechten Randes bewirkt, so dass im Vergleich zur Mittellinie des Åsgårdsweges der Baum mit $\psi = 0^0$ oder $\pi$ nach

Das Auftreten dieses Typus ist, wie das des vorigen, an ein Vorhandensein von breiteren Sichelkurven der Intensität geknüpft. Am Rande und in der Mitte finden sich geringe Werte von $|a|$, dazwischen grössere, bis $90^0$ und mehr.

Wir finden diesen Typus im gestrichelten Gebiet $a$ der Fig. 45, d. h. zwischen $G_{max.} = 1.0$ und 3.0—3.5. Aus ihr ersehen wir weiter, dass bei denselben Werten von $G_{max.}$, jedoch bei

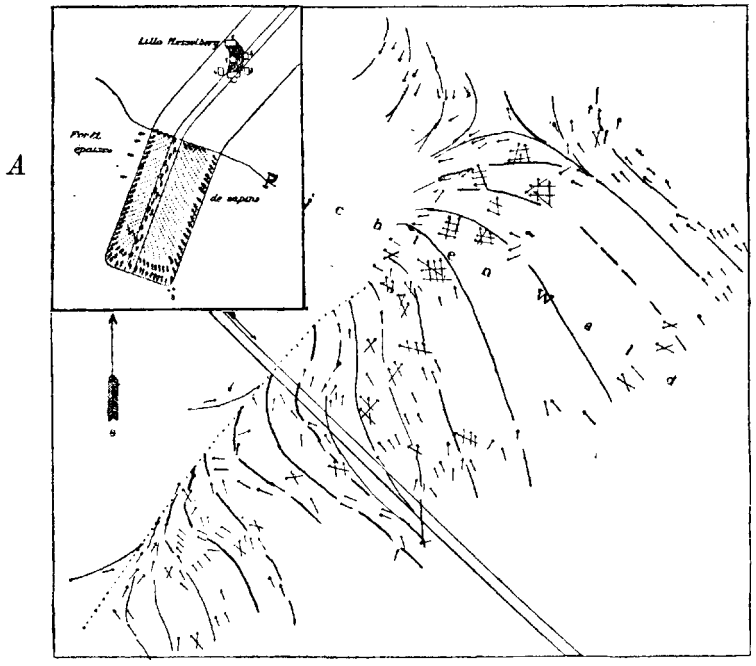



Fig. 50. Die Spur der Windhose von Vimmerby [52] und ($A$) von Hallsberg (links oben) [51]. Typus II.

kritischen Intensitäten, die nur im Bereich eines $t$-Intervalls unter dem jeweiligen Maximum (Kurve $\psi = 0$) liegen, der nächste Typus III auftreten kann. (Nicht gestricheltes Gebiet zwischen den Linien $\psi = 0^0$ und $\psi = 180^0$ der Fig. 45.)

Andererseits kann aber der Typus II, wie aus derselben Figur 45 ersichtlich ist, auch z. T. dann auftreten, wenn nach

links verschoben erscheint, wie auch andererseits die Mitte des Åsgårdsweges durchaus nicht der Mitte der Windhose zu entsprechen braucht, wie das die Figuren 34—44 zeigen.

dem Werte des Geschwindigkeitsverhältnisses schon der Typus IV (siehe unten) erscheinen könnte, d. h. bei $G_{max.} > 2.0$, wenn aber die kritischen Werte erst von höheren Intensitätskurven erreicht werden.

Bei $G_{max.} > 3{,}5$ dürfte dieser Typus seltener sein, er kann aber bei keinem $G_{max.}$ als ausgeschlossen gelten.

In der Form *d* können die Bäume von $\psi_{max.} > 90^0$ vorkommen; diese Form ist aber mit derjenigen des nächsten Typus III leicht zu verwechseln (Fig. 47).

Beispiele des Typus II in der Form *b* finden wir im Åsgårdsweg mehrerer schwedischen Tromben, so in der bekann-

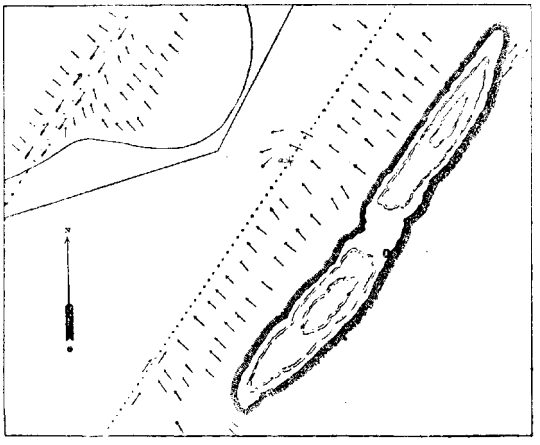


Fig. 51. Spuren der Windhose von Strömsberg [52]. Typus II.

ten Spur von Hallsberg (Fig. 50*A*) ([51] Tafel). Zum Typus II von der Form *b* oder *c* (Fig. 52), gehört ebenfalls die Spur von Upsala ([53] pg. 14), wie sie sich bei Lennabruck (Taf. I) und im Walde von Hamra (Taf. I) wiederfindet[1]). Die Spur von Vimmerby [52] zeigt neben dem Typus II (Form *c* bis *d*, Fig. 50) einen Übergang zum Typus IV vor dem Aufhören der Spur. Die Spur von Strömsberg (Fig. 51) zeigt den Typus II*b* und II*d* ([52], Taf. II), wobei die vorkommenden Winkel von $\psi > 90^0$ nach Fig. 45 darauf hindeuten, dass die Intensitätskurve von etwa $2t$ kritische Geschwindigkeiten aufwies. Wenn wir diese gleich 30 $msc^{-1}$ annehmen, dürfte die Geschwindigkeit $t$ dieser

1) Dieselbe Spur sei ferner bei Nöttja gefunden worden ([52] pg. 7).

Windhose etwa 15 $msc^{-1}$ betragen haben, was einen plausiblen Wert liefert.

Weitere Beispiele bieten die Spuren von Borås [54], Wetzlar [55] und die von Schönebaumgarten [56]. Die Windhose von Säby [57] zeigt, trotz vorhandener Unregelmässigkeiten, auf dem Plateau von Lundarp (pg. 15) ebenfalls diesen Typus. Ihn zeigt auch der Baumbruch beim Schloss Traneryd (Fig. 53) ([57] Taf. III), wo wir übrigens ein schönes Beispiel des Überganges von einem Spurtypus in den anderen (Typus II in Typus IV) vor uns haben. Die Konvergenzlinie des Typus IV findet sich nach links gegen diejenige von Typus II verschoben, wobei zwischen ihr und der Verlängerung der letzteren ein Störungsgebiet im Verlauf der Integralkurven der Fallrichtung auftritt.

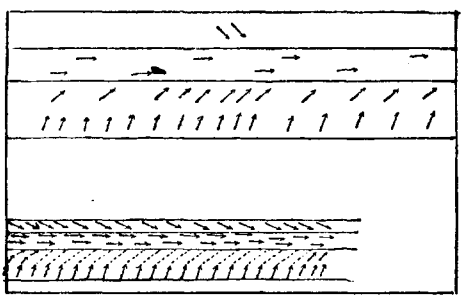


Fig. 52. Die Spur der Windhose von Upsala [53]. Typus II.

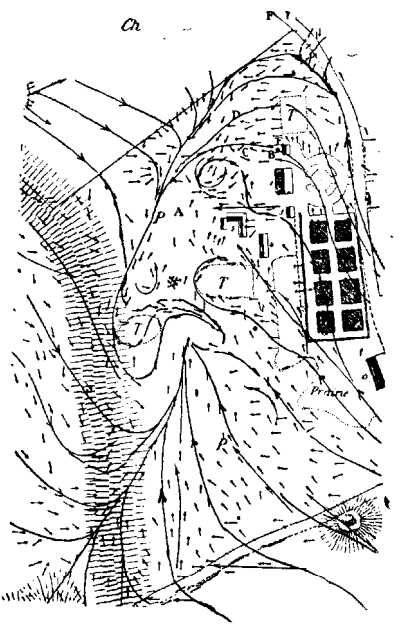


Fig. 53. Die Spur der Windhose von Säby [57] beim Schlosse Traneryd. Typus II und IV.

Ein derartiger Übergang tritt hin und wieder am Ende einer Spur auf, wenn der Kern vom Boden emporsteigt. Durch die Kontraktion des Kernes in einen Punkt im Moment seiner Ablösung vom Boden muss in diesem Augenblick nur eine Mantelwirkung (Fig. 41) auftreten (Typus IV). Eine Verschiebung der singulären Linie nach links deutet auf eine zeitweilige Zunahme des Winkels $\alpha$ im Mittelgebiet als Folge einer vorübergehenden Zunahme der Intensität unter dem Einfluss der Saugwirkung des Kernes.

Den Typus II in einer Form, die zwischen *c* und *d* liegt, stellt ebenfalls die Spur der Peipus-Trombe, Fig. 48 № 12, dar, während № 3 dieser Figur auf eine Form zwischen *d* und *e* $|a| > 90^0$ und № 5 auf die Form *b* hindeuten.

Zum Typus II muss ebenfalls der von R. Assmann [58] beschriebene „Gewittersturm von Osterburg, Arneburg, Nauen" gerechnet werden, dessen Spur (siehe l. c. die Tafel LXIII) am Anfang auf geringere, später auf grössere Ablenkungswinkel *a* hindeutet.

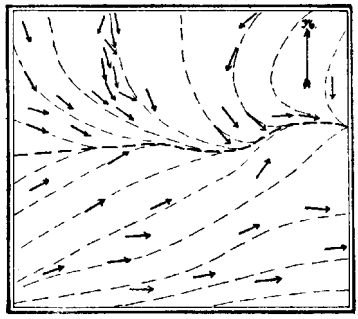


Fig. 54. Die Spur des Tornado von Providence. Typus II.

Ein klares Beispiel dieses Typus zeigt ebenfalls der Tornado von Providence[1]), Fig. 54, in dessen Spur der wellige Verlauf der Konvergenzlinie hervortritt.

**Der Typus III** ist von seinen beiden Vorgängern dadurch zu unterscheiden, dass in ihm bei nord-zyklonaler Zirkulation und wachsendem Wert des negativen Winkels *a* eine Verlagerung der Konvergenzlinie samt dem Baum von $0^0$ innerhalb des Åsgårdsweges nach rechts erfolgt (Fig. 47), bis auch hier die Gruppe der Bäume mit positiver Zunahme des Fallwinkels, von rechts auftauchend, zuerst eine gekreuzte Linie erzeugt, um dann bei $a = -90^0$ das ganze Feld zu beherrschen. Es kann auch vorkommen, dass die Integralkurven der Fallrichtung eine Umbiegung wie im Typus II *a* aufweisen. Dieser Typus wird durch die schmalen Sichelkurven hervorgerufen, die innerhalb der geschlossenen Kurven liegen und den grössten Werten der Intensität entsprechen. (Das nicht schraffierte Gebiet zwischen den Linien $\varphi = 0$ und $\varphi = 180$ in Fig. 45.) Es kann sich — eine gleiche kritische Geschwindigkeit für alle Fälle vorausgesetzt — hier nur um langsam ziehende Windhosen handeln, und besonders müssen die ersten Spuren einer langsam herabsteigenden Trombe diesem Typus angehören.

Als Beispiele seien hier die Spur des Tornado von New-

1) Ergänzt nach Th. Reye „Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen etc.", pg. 72.

Haven Ct.[1]) in Fig. 55 wiedergegeben, sowie in Fig. 56 die vom Verfasser im Sommer 1923 in einem Kornfelde bei Trikaten in Lettland aufgenommene Spur[2]).

Nach einigen vorübergehenden Berührungen des Kornfeldes, deren Spuren als grössere oder kleinere „Nester" zurückblieben, findet sich an der Grenze zwischen einem Weizen- und einem

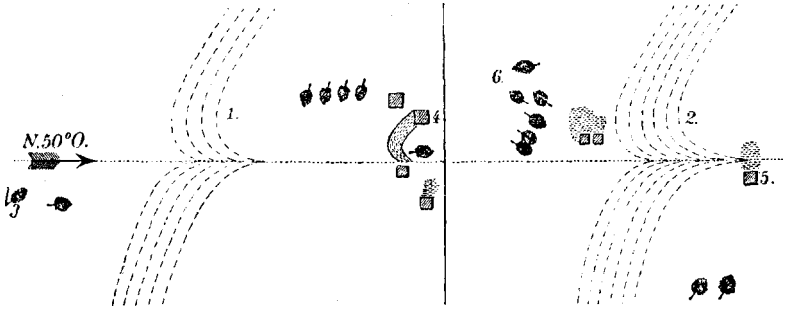



Fig. 55. Spur des Tornado von New-Haven Ct. in einem Kornfeld.

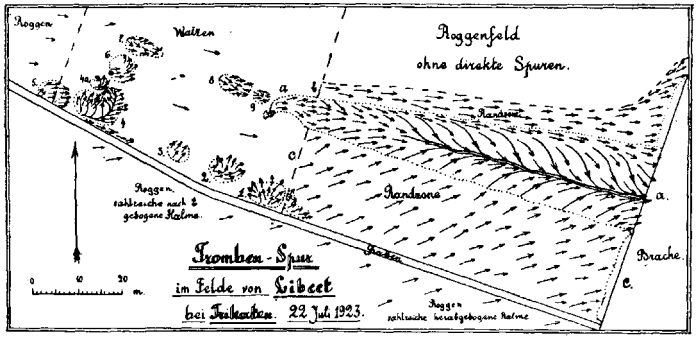



Fig. 56. Spur der Windhose von Trikaten im Kornfelde. Typus III.

Roggenfelde der Beginn einer fortlaufenden Spur zuerst als eine schwache allgemeine Konvergenz zur Mitte, was dem Typus I mit geringen Windgeschwindigkeiten entsprechen würde. Etwa 50 m vom Beginn bildet sich eine Konvergenzlinie aus, die eine geringe Verlagerung nach rechts wie im Typus III auf-

1) Nach Th. Reye „Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen etc." Hannover 1880, pg. 64. Die punktierten Linien bezeichnen die Lagerungsrichtung der Halme in 2 Kornfeldern.

2) cf. pg. 90.

weist. Die Integral-Kurven der Fallrichtung zeigen in der linken Hälfte eine doppelte Krümmung, während das Mittelgebiet *a* (Fig. 56) mit vollständig niedergeschlagenem Roggen von zwei Randgebieten: *b* und *c* eingefasst war, in denen recht viele, aber nicht alle Halme in der Windrichtung herabgedrückt waren. Der rechte Rand war dabei über 40—50 m breit, während am Ende beider ein 1—2 m breiter Streifen Korn ohne eine Beugung dastand. Ein Teil der Halme im Mittelstreifen hatte die Ähren eingebüsst.

Eine Verbreiterung des Mittelstreifens deutet auf eine Zunahme der Kraft, während wir entsprechend dem Typus III die Spur als durch eine der maximalen Intensitätslinien einer schwachen Windhose verursacht annehmen müssen.

Die geringe Verlagerung der Konvergenzlinie zeigt einen geringen Wert des Ablenkungswinkels, also ein starkes Einströmen der Luft zur Achse an. Wenn wir weiter in Betracht ziehen, dass hier der Baum mit $\psi = 180^0$ (Typus IV) nicht vorkommt, können wir diese Spur als Folge einer Manteleinwirkung im Stadium des unechten Kernes (pg. 65, 2) auffassen.

Nach dem Übertreten des Wirbels auf das Feld hat dessen Besitzer eine Säule aufgewirbelter Erde und Staubes sich einige Meter vom Boden erheben sehen.

Sowohl in Fig. 53, als auch 54 und 56 finden wir die auffallende Erscheinung, dass die Konvergenzlinie des Typus II und III nicht gerade verläuft, sondern beständige geringe Schwankungen aufweist und dadurch den Charakter einer Wellenlinie erhält.

Eine „gekreuzte Linie" ist von Assmann ([55] pg. LVII) im Forste von Nauen beobachtet worden; hier lagen die Bäume auf der rechten Seite vorwiegend von SSW oder W, auf der linken von N, während sie „in der Mittellinie kreuz und quer geworfen waren, wobei die SW-lichen unter den nördlichen lagen."

**Typus IV** ist leicht am Baum mit $\psi = 180^0$ zu erkennen (Fig. 47). Ihn bilden entweder Modelle mit hohen Werten von $G_{max.}$, in welchen schon die ersten Intensitätskurven kritischen Geschwindigkeitswerten entsprechen, oder das hyperbolische Mantelmodell (Fig. 41). Zu diesem in der Praxis relativ seltenen Typus dürften die Tromben mit grossen Zirkulationsgeschwindigkeiten, oder die sehr langsam ziehenden Windhosen gehören.

Die Verlagerung der singulären Linien erfolgt wie beim Typus I und II mit zunehmendem Wert des negativen Winkels $\alpha$ nach links.

Die Form *d* zeigt eine halbe Konvergenz- und eine halbe Divergenz-Linie. Bäume mit $\psi = 180^0$ findet man manches Mal am Anfang und am Ende einer Spur, als Folge einer Manteleinwirkung, wobei sie aber bald verschwinden.

Beispiele des Typus IV bietet die Trombenspur von Odenpäh ([29] pg. 7). Es fand sich dort in einem Nestbruch am Nõuni-See am Anfang eine Reihe nach rückwärts gebrochener Bäume vor. Dasselbe konnte am Beginn der Spur von Rojel der Peipustrombe ([28] pg. 15) festgestellt werden (cf. Fig. 57) und kommt in den Spuren № 2 und № 16 der Fig. 48 zum Ausdruck.

Köppen fand ([19] pg. 450) in der Spur des Crossener Orkans am Beginn der Spur rückwärts ungeworfene Bäume mit $\psi = 180^0$ vor. Auch in den Nestbrüchen fand er vielfach Fallrichtungen gegen den Zug der Windhose. Dieselbe Erscheinung findet sich auch beim Schloss Traneryd in der Spur von Säby (Fig. 53) und am Ende derjenigen von Vimmerby [52] vor (Fig. 50), wo wir es in beiden Fällen mit einem Übergang der Typen II und IV in einander zu tun haben.

In der Spur von Säby finden wir den Typus IV noch an mehreren Stellen der Prärie ([57] Tafel I und II), wo er mit dem weiteren Vorrücken der Trombe immer deutlicher zu Tage tritt. Ein schönes Beispiel des Typus IV Form *c* erhalten wir, wenn wir die Messungen der Fallrichtungen der Bäume bei Twelbäke durch Köppen in ein Spurbild eintragen [19], während auch die Arneburger Spur Assmanns [58] dasselbe etwas weniger deutlich zeigt.

Zu einer Erklärung des Typenüberganges am Anfang und Ende der Spur kann die Tatsache herangezogen werden, dass nach Fig. 41 die Spur des kernlosen Mantels durch keine Sichelkurven beeinflusst wird und nach Fig. 45 den Typus IV abgeben muss. Das starke Aufsteigen der Luft muss hierbei auf einen kleinen Raum beschränkt sein.

Diese Form des Mantels kann später, wenn der schon in einiger Höhe schwebende Kern ein merkliches Aufsteigen der Luft vom Boden über einer grösseren Fläche veranlasst, durch denjenigen mit einem unechten Kern, Fig. 44*c*, ersetzt werden,

der allerdings bei geringem $G_{max.}$ (Fig. 44*b*) den Spurtypus I im letzten Spurabschnitt liefern kann. Das Vorhandensein eines grösseren Geschwindigkeitsverhältnisses ($G_{max.}$) wird uns aber auch hier den Baum mit $\psi = 180^0$ liefern, und kann durch die Annahme eines Nachlassens der fortschreitenden Bewegung erklärt werden.

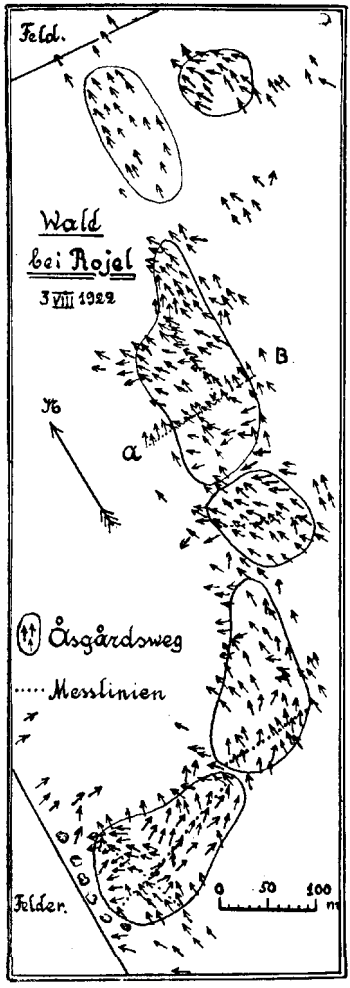


Fig. 57. Der Åsgårdsweg von Rojel [28]. Hakenspur.

Eine auffallende Eigentümlichkeit der Åsgårdswege muss hier noch hervorgehoben werden: das Stehenbleiben einer Reihe Bäume hart am Beginn und Ende längerer Spurabschnitte, wie sie von Assmann [58] in der Spur des Orkans von Osterburg, Arneburg und Nauen zuerst festgestellt, und vom Verfasser in der Spur von Blumbergshof [(27) pg. 21 und 22] an 2 Stellen: beim Eintreten und Verlassen des Blumbergshofschen Waldes, sowie in einem Fall ([28] pg. 15) bei Rojel beobachtet wurde. Die Trombenspur im Kornfelde, Fig. 56, zeigt dieselbe Erscheinung bei *b* und *c*.

In den analysierten Trombenspuren fanden sich ausser den 2 erwähnten Übergängen eines Spurtypus in den anderen noch weitere Fälle, die sich auf andere Typenübergänge beziehen. Besonders häufig ist in der Form *d* des Typus II oder III ein Herausfallen der Bäume an einzelnen Stellen der linken Seite aus dem Bereich der Spur beobachtet worden. Die Fallwinkel $\psi$ nehmen im allgemeinen am Ende eines Abschnittes der Spur merklich zu, so dass in besonders ausgeprägten Fällen die Integralkurven der Fallrichtung geschlossene Kurven zu bilden scheinen.

Solch ein Fall ist in Fig. 51 in der Spur von Strömsberg sichtbar; er fand sich ebenfalls am Ende der Abschnitte des

Åsgårdsweges bei Rojel, Fig. 57, im Typus II *c—d* als „Hakenspur" wiederholt vor und ist in der Spur der Sachsenwaldtrombe ([32] pg. 35) festgestellt worden.

Ein eigenartiger Fall fand sich auch in der Moorecke der Peipustrombe, Fig. 58, vor, in dem die Integralkurven der Fallrichtung, wenn man sie in die Figur einzeichnet, ein Bild ergeben können, das äusserlich an den Wirbelkopf unserer Diagramme erinnert. Die Ähnlichkeit kann hier aber bloss eine äusserliche sein, da, wie wir es sahen, eine vollständige Ausbildung des Stromlinienfeldes in der Spur durch die beiden Stillengebiete verhindert werden muss.

Vom Standpunkt der Typen-Einteilung aus betrachtet kann es sich in den letztgenannten Fällen nur um eine Änderung des Typus II oder III in der Richtung zum Typus IV hin handeln, so dass als Ursache entweder eine Verminderung der translatorischen oder Vergrösserung der zirkulatorischen Geschwindigkeit angenommen werden kann.

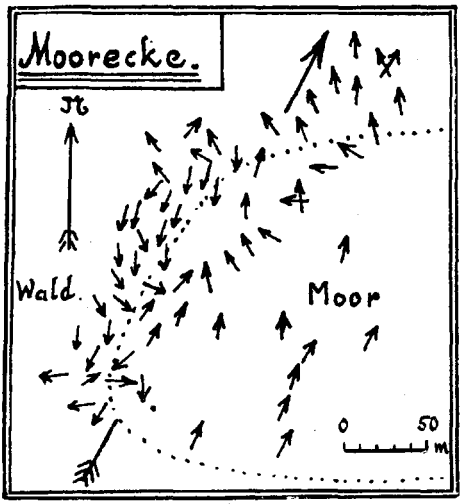



Fig. 58. Die Spur der Peipustrombe [28] an der Moorecke. Geschlossene Integralkurven von $\psi$.

Es ist nicht von der Hand zu weisen, dass ein herabsteigender zirkulatorischer Stoss ähnliche Erscheinungen verursachen kann, während doch andererseits dieser Typenübergang am Anfang und Ende der Spur auf eine kurz dauernde Verminderung der Translationsgeschwindigkeit als Ursache hinweisen könnte, wie sie in mehreren Spuren zum Ausdruck kommt.

So findet sich z. B. in der Trombenspur im Park von d'Abondant Fig. 59 [1]) ein spiralig konvergierender Verlauf der Integralkurven der Fallrichtung, wie sie durch eine kurzdauernde Wirkung im letzten Moment vor dem Aufhören der

1) Ergänzt nach Hildebrandsson et Teisserence de Bort: Les bases de la météorologique dynamique. Seite 291, Tafel LXIII.

Translation entstehen kann. In diesem Fall erhalten wir eine Annäherung bis zum Zusammenfallen der Integralkurven der Fallrichtung und der Stromlinien miteinander.

Eine scharf ausgesprochene Änderung der Form finden wir weiter in der Spur der Peipustrombe, Fig. 60, wo der Ablenkungswinkel in einer Spur des Typus II ([28] pg. 25) von etwa $-70^0$ oder $-80^0$ auf $-10^0$ bis $-20^0$ beim Überschreiten einer Düne zurückgegangen sein muss. Hier ist die Form *c* durch die Hemmung der Luftbewegung an einer Düne von 5—10 m Höhe in die

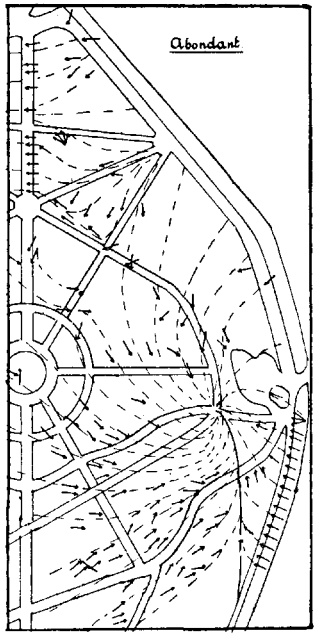



Fig. 59. Spuren der Trombe im Park von Abondant vor dem Erlöschen der Spur.

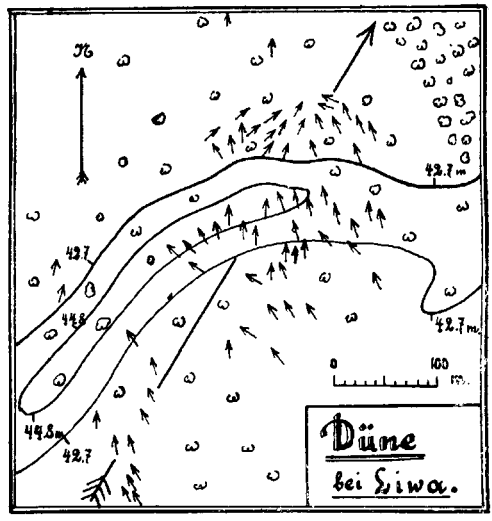



Fig. 60. Spurformen-Übergang an der Düne bei Liwa [28]. Typus II Form *c* und *a*.

Form *a* übergegangen, und uns ein Musterbeispiel des Einflusses der Reibung auf die Spur gegeben.

Beispiele einer Spur mit doppelter Zu- und Abnahme des Winkels *a* innerhalb einer Trombe, die einer Doppelrohrtrombe entsprechen könnten, finden sich nicht selten in den Spuraufnahmen, sofern sie nur genügend genau ausgeführt sind. Die Spur von Odenpäh, Fig. 49, sowie der Peipustrombe, Fig. 48 № 4, zeigen uns 3 derartige Fälle, bei denen eine nähere Beurteilung allerdings schwerer ist, als in den einfachen, oben klassifizierten Fällen.

## Sechstes Kapitel.

# Torsionswirkung an Bäumen.

Beim Untersuchen des Åsgårdsweges einer Trombe kann man häufig Bäume finden, die ausser einem Bruch eine deutliche Drehung der Fasern aufweisen. Die bisherigen Beobachtungen haben über ihr Vorkommen in den verschiedenen Zonen der Spur keine eindeutigen Resultate ergeben.

Im Werke von A. Wegener [1] findet sich eine Reihe von Fällen, in denen eine Zerdrehung der Bäume erwähnt wird, so in den dort angeführten Beschreibungen № 128, 177, 102, 124. In der ersten heisst es ausdrücklich, die Bäume seien im Zentrum des Wirbels „zerdreht“ [1]) worden, wenngleich man hier die Bezeichnung „Zentrum“, wie oben ausgeführt, mit Vorbehalt aufnehmen muss. In № 177 wird die Richtung der Zerdrehungen als „gegen die Sonne“ bezeichnet. Ein grösseres Interesse wurde den zersplitterten (zerdrehten) Bäumen von Seiten der Anhänger der elektrischen Theorie der Windhosen, vor allen Martins' und Peltiers, entgegengebracht, dabei aber die eigentlich zerdrehten von den bloss „gespällten“, dass heisst in einzelne Fasern zersplitterten Bäumen nicht immer genügend scharf unterschieden, wenngleich Martins in seiner „Anweisung zur Beobachtung der Windhosen oder Tromben“ ([26] pg. 453) bei einer Klassifizierung der gebrochenen Bäume die zerdrehten, je nachdem sie hierbei aufgesplittert sind oder nicht, in 2 verschiedene Klassen unmissverständlich zusammenfasst.

Wenn wir heute der Erklärung einer Zersplitterung der Bäume im Åsgårdsweg als Folge einer elektrolytischen oder dampfbildenden Wirkung der Elektrizität als nicht bewiesen ablehnend gegenüberstehen, können wir die Zerdrehung nur als rein mechanisch betrachten.

Versuchen wir es nun hierbei unsere graphisch gewonnenen Bewegungsfelder zur Erklärung des Drehungssinnes der zerdrehten Bäume heranzuziehen. Dann erhalten wir Ergebnisse, die den Verhältnissen im Åsgårdsweg durchaus ent-

1) C. G. Fineman [57], wo es heisst: Es war auch recht interessant zu sehen, wie im Zentrum des Wirbels die Bäume, während sie in einer Ebene blieben, zerdreht waren, und dass sie, später ausgerissen, sich mehrere Mal in den Vertiefungen herumgedreht hatten, welche bei ihrem Ausreissen entstanden, am Rande des Wirbels waren die Bäume glatt abgebrochen.

sprechen. Zur Beurteilung der Drehung konnten wir, wie auch oben zur Ableitung der Spurbilder, die Diagramme unseres linearen Modelles benutzen. Hier müssen wir vor allem im Auge behalten, dass eine Drehung nicht in der Wirbelachse oder im marginalen singulären Punkt *M* am ehesten zum Ausdruck kommen kann, wie häufig angenommen wird, weil hier ein sehr schneller Wechsel der Windrichtung in kurzer Zeit erfolgen muss, und weil hier die Isogonen in einem Punkt zusammenlaufen: die Umgebung beider genannten Singularitäten zeichnet sich durch stark abgeschwächte Winde oder einen völlig windstillen Punkt aus. Das stärkste Drehmoment kann dann auftreten, wenn ein Baum bei beträchtlicher Neigung der Krone einem Umspringen des Windes ausgesetzt ist, ohne sich dabei um seine Achse zurückdrehen zu können. Eine unsymmetrisch gestaltete Krone kann diese Wirkung noch verstärken.

Somit ist beim Zustandekommen der Abdrehung bloss eine in möglichst kurzer Zeit erfolgende grössere oder kleinere Schwankung des bis zur kritischen Stärke anwachsenden Windes erforderlich. Als Moment des Drehbruches wird bei einer Hin- und Herschwankung nicht der Moment der Richtungsänderung in Betracht kommen, sondern der Moment kurz vor dem Beginn des Überganges, resp. gegen das Ende der rückwärtigen Bewegung. Wenn wir, von diesen Gesichtspunkten ausgehend, zur Erklärung der Drehrichtung die Schwankungen eines Baumes in verschiedener Entfernung vom Hauptdurchmesser einer fortschreitenden Trombe im Bewegungsfeld des Isogonendiagramms $G_{max.} = 6$ heranziehen (Modell XI, Fig. 20), erhalten wir bei einer Grösse des Ablenkungswinkels von $\alpha = -45^0$ in einer einfachen oder bei $-90^0$ am Rande der Doppelrohrtrombe (Modell XXIV, Fig. 32) die Diagramme Fig. 61 u. 62.

Durch die Richtung und Grösse der Vektoren wird in beiden Figuren die Richtung und Grösse des Bewegungsvektors im gegebenen Punkt der Erdoberfläche ausgedrückt. Ein Baum wäre also beim Vorübergang der Windhose nacheinander Kräften ausgesetzt, die sich ebenfalls in erster Annäherung durch diese Vektoren messen lassen. Der Masstab zeigt, wieviel mal die Gesamtvektoren-Intensität der Luftbewegung grösser ist, als diejenige der fortschreitenden Bewegung, d. h. er gibt uns $v : t$.

Die kleinen Hülfskreise unter den Figuren zeigen, in welchem Sinne und bis zu welchem Azimut die Vektoren beim Vor-

übergang einer Windhose schwanken. Sie enthalten dafür keine Angaben über den Wert der Intensität, der nur aus den Figuren selbst entnommen werden kann. Die Lage der windstillen singulären Punkte ist durch + bezeichnet.

Die Reihe der Hülfskreise unter Fig. 61 zeigt uns, dass in der Gegend der Trombenmitte Richtungsschwankungen bis 360° vorkommen können, auf die weiter zum Rande hin Schwankungen mit mehrmaliger Richtungsänderung folgen, deren Azimut immer mehr und mehr abnimmt. Wenn über den Baum ein singulärer Punkt hinweggeht, finden wir einen plötzlichen Übergang bis zu 180° vor (der II. Halbkreis von links).

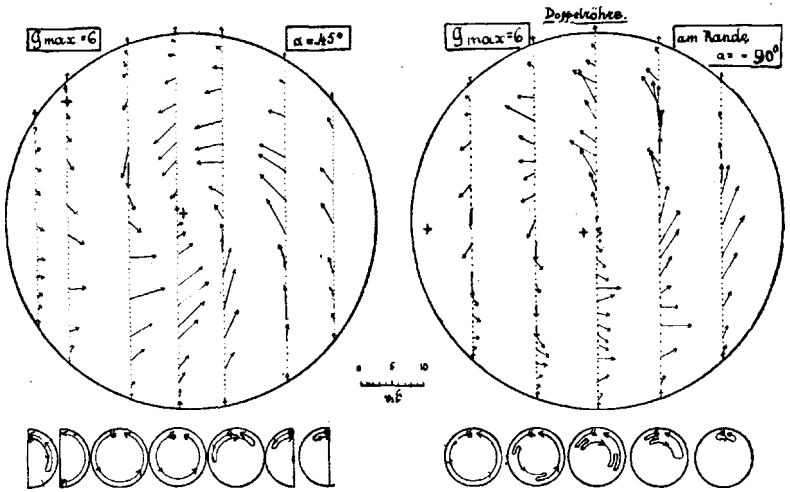



Fig. 61.
Modell XI (Fig. 20).

Fig. 62.
Doppelröhre. Modell XXIV (Fig. 32).

Schwankungen der Richtung und Intensität der Luftbewegung beim Vorübergang einer Trombe.

Fig. 62 zeigt, dass innerhalb einer Doppelröhre Schwankungen mit einer siebenfachen Richtungsänderung vorkommen können.

Wenn wir die Zu- und Abnahme der Windstärke mit berücksichtigen, finden wir in Fig. 62 die Möglichkeit einer Abdrehung des Baumes in der linken (positiven) Hälfte der Spur und in deren Mitte in positivem Drehungssinne. Rechts von der Mittellinie finden wir auf der ersten Linie, die sowohl durch den Kern als den Mantel des Wirbels verläuft, eine Möglichkeit beider Drehungsrichtungen vor, wobei aber die Intensität derart

verteilt ist, dass ein Baum, dessen Drehfestigkeit einer Zerdrehung in positiver Richtung standhalten konnte, der negativen zum Opfer fallen kann.

Die Bäume auf der rechten Seite in grösserem Abstand vom Hauptdurchmesser, die in unserem Fall nur vom Mantel berührt werden, können der Zerdrehung in negativem Sinne standhalten, wenn sie das der positiven gegenüber gekonnt haben.

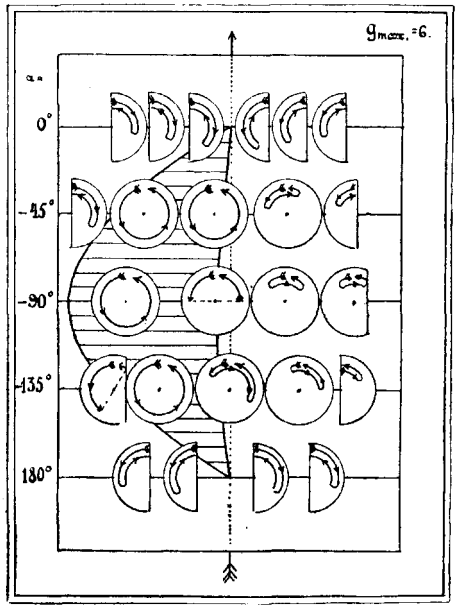



Fig. 63. Der Einfluss des Ablenkungswinkels $\alpha$ auf die Richtungsänderung der Luftbewegung beim Vorüberziehen einer Trombe.

Die im Falle einer Doppelröhre (Fig. 62) auftretenden mehrfachen Hin- und Herschwankungen müssen die Wahrscheinlichkeit eines Vorkommens von Drehungen in beiden Richtungen sowohl für die rechte, als auch für die linke Seite erhöhen.

Eine Übersicht der Richtungsänderung des Windes in einer relativ stark rotierenden Trombe, deren $G_{max.} = 6$ ist, für verschiedene Werte des Ablenkungswinkels $\alpha$ ist ebenfalls nach dem linearen Modell (Fig. 20 auf pg. 73) in Figur 63 zusammengestellt, wobei die Breite der Zeichnung der Breite des ganzen Trombenquerschnittes entspricht und die punktierte Linie die Lage des Hauptdurchmessers wiedergibt. Die Mittelpunkte der Hülfskreise bezeichnen den Abstand des Baumes vom Hauptdurchmesser, während die wagerechten Reihen sich auf die am Rande vermerkten Werte von $\alpha$ in Intervallen von je $45^0$ beziehen[1]).

1) Die Fälle $\alpha = 0$ oder $180^0$ beziehen sich auf ein rotationsloses Ein- oder Ausströmen der Luft und können somit nur als Grenzfälle in Betracht gezogen werden, wenngleich es nicht ausgeschlossen ist, dass sie als Übergangsfälle vorkommen.

Der in Fig. 63 wiedergegebenen Drehung eines Baumes bei positiver

In der linken Hälfte der Figur finden sich Drehungen mit einem Azimut von 360°. Es liess sich feststellen, dass sie bei jedem Wert von $\alpha$ immer zwischen den Spurlinien beider singulären Punkte lagen, deren Abstand bei $\alpha = -90^0$ sein Maximum erreichte und bei $\alpha = 0$ oder 180° verschwand. Somit kann diese Drehung um 360° nur innerhalb des gestrichelten Gebietes vorkommen, dessen Breite aus der Figur 63 für jeden Wert des Ablenkungswinkels $\alpha$ entnommen werden kann. Innerhalb des gestrichelten Gebietes kommt nur eine Art der Drehung vor, und zwar diejenige im Sinne der jeweiligen Trombenzirkulation. In der Spurlinie der beiden singulären Punkte erhalten wir zwei getrennte Abschnitte einer Drehung im Sinne der Zirkulation (siehe $\alpha = -90$ und $-135^0$), zwischen denen ein Augenblick der Windstille und einer Azimutänderung um 180° liegt. Ausserhalb des gestrichelten Gebietes finden wir wenigstens 2 entgegengesetzte Drehungsabschnitte vor. Welcher Abschnitt dem anderen gegenüber in seiner Wirkung auf den Baum vorherrscht, kann nur durch eine Betrachtung der Intensitätsvektoren (Fig. 61 und 62) entschieden werden.

Hervorgehoben sei hier noch, dass die Spurbreite des Åsgårdsweges im allgemeinen Fall geringer sein muss, als die in Fig. 63 abgetragene Länge der wagerechten Strecken, weil das am linken Rande gelegene windschwache Gebiet in der Spur herausfallen muss. Es ist ohne weiteres klar, dass die Spur bei $\alpha = \pm 90$ die geringste Breite haben und nur bei $\alpha = 0$ oder 180° dem Trombendurchmesser gleich sein wird.

Um auf die Frage danach, welcher Drehungssinn der abgedrehten Bäume in unseren Windhosen auf der rechten und linken Seite vorkommen kann, eine zusammenfassende Antwort zu geben, haben wir in der Tabelle IV diesen Drehungssinn mit + und — bezeichnet, dabei die Fälle, in denen die folgende Drehwirkung schwächer ist, als die vorausgehende, eingeklammert und kommen zu folgenden Ergebnissen: Im allgemeinen lässt sich bei positiver Zirkulation ($\alpha$-negativ) auf der linken Seite häufiger eine positive, auf der rechten — beide Arten einer Drehung gleich häufig erwarten, wie das für die Werte

---

Zirkulationsrichtung stehen analoge Verhältnisse in negativ zirkulierenden Tromben gegenüber, die sich sowohl nach der Richtung als auch nach der Verteilung im Diagramm durch eine Spiegelung der Fig. 58 erhalten lassen.

**Tabelle IV.**

**Mögliche Drehrichtung der zerdrehten Bäume in einem linearen Trombenmodell.**

| Abl. Winkel | links | Mitte | rechts | Abl. Winkel | links | Mitte | rechts |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $0^0$ | $\overline{+}$ | —— | $\pm$ | 0 | $\overline{+}$ | —— | + |
| + $45^0$ | + | $\underset{(-)}{+}$ | $\pm$ | — 45 | $\overline{+}$ | $\overline{(+)}$ | — |
| + $90^0$ | + | $\underset{(-)}{+}$ | $\underset{(-)}{+}$ | — 90 | $\overline{+}$ | $\overline{(+)}$ | — |
| + $135^0$ | + | $\overline{(+)}$ | $\overline{(+)}$ | — 135 | $\underset{(-)}{+}$ | $\underset{(-)}{+}$ | — |
| $180^0$ | $\underset{(-)}{+}$ | —— | $\overline{(+)}$ | 180 | $\underset{(-)}{+}$ | —— | $\overline{(+)}$ |

von $\alpha$ von kleinen negativen Beträgen bis — $90^0$ in unserer Tabelle IV deutlich hervortritt. Im Falle einer negativen Zirkulation (nord-antizyklonal, $\alpha$-positiv) überwiegt die negative Drehung, besonders auf der rechten Seite, während die linke sowohl positive als negative Fälle aufweisen kann.

Die Zuordnung des Drehungssinnes der abgedrehten Bäume einer jeden Hälfte fortschreitender Windhosen ist somit nicht eindeutig, wie das bisher häufig angenommen wurde.

Wenn wir hier zum Vergleich die vorhandenen Beobachtungen heranziehen, finden wir ausser den bei Wegener pg. 281 ff. angeführten Angaben einige weitere für 4 ostbaltische Windhosen. In der Trombe von Blumbergshof ([27] pg. 29) fand sich am linken Rande ein positiv abgedrehter Baum vor. Nach Sievers' Untersuchungen des Åsgårdsweges von Wenden [23] standen auf der linken Seite 8, auf der rechten 14 abgedrehte Bäume. Von den ersteren zeigten 6 eine Drehung in positiver, 2 in negativer Richtung (75 und 25%), von den letzteren auf der rechten Seite dagegen 5 eine solche in positiver und 9 in negativer Richtung (36 und 64 %). Im Birkengehege bei Kallenhof fand der genannte Beobachter weitere 18 Fälle, von denen 10 positiv (56 %) und 8 negativ (44 %) gedreht waren. Dieses Gehege lag auf der linken Seite der Spur, und es fanden sich dort Drehungen bis zu $^2/_3$ und $^3/_4$ einer vollen Umdrehung vor. Hier waren viermal nahe bei einander stehende Bäume in entgegengesetzter Richtung gedreht.

Wenn wir mit in Betracht ziehen, dass bei dieser mächtigen Windhose[1]) die Breite der Spur an der erwähnten Stelle bis zu 1 km betrug, wird das Vorkommen beider Arten von Drehungen in beiden Hälften durch die sehr wahrscheinliche komplizierte Struktur dieses Wirbels verständlich. Das Auftreten pulsierender Einzelstösse, wie sie in der Spur der Peipustrombe ([27] pg. 17) angedeutet sind, kann ebenfalls derartige Doppeldrehungen veranlassen.

Im Åsgårdswege von Odenpäh [39] wurden in 4 Fällen abgedrehte Stämme beobachtet: je zwei in der Mitte und am rechten Rande der Spur. Der eine Baum in der Mitte zeigte eine deutlich ausgesprochene Drehwüchsigkeit. Die Drehungsrichtung war in den übrigen 3 Fällen negativ.

In der Spur der Windhose bei Rojel [28] fand sich am rechten und linken Rande je ein positiv abgedrehter Baum vor, während in der Spur der Trombe von Trikaten[2]) vom Verfasser bei Wittkop (Teepele) am rechten Rande 3 Bäume mit deutlichen Drehspuren beobachtet wurden. Zwei von ihnen waren positiv, einer negativ gedreht.

Von den hier angeführten 47 Fällen, die sich einem Rande zuordnen lassen, entfallen auf den linken Rand 28 mit 64% positiver und 36% negativer Drehung, während auf den rechten Rand 19 Bäume mit 37% positiver und 63% negativer Drehung entfallen.

Die Zirkulation von 3 der angeführten ostbaltischen Windhosen war positiv, von derjenigen von Blumbergshof wahrscheinlich negativ.

Dieses Resultat wird von den Verhältnissen der Windhose vom 22. Mai 1872 stark beeinflusst, deren Abweichungen von unserem Modell beträchtlich gewesen sein mögen. Aus einer grösseren Anzahl kleinerer Tromben dürfte sich eine bessere Übereinstimmung mit den Verhältnissen eines einfachen Wirbels ergeben, wie wir ihn der Tab. IV und den Fig. 61, 63 zugrunde gelegt haben.

1) Die Gesamtlänge der Trombenspuren vom 22. V. 1872 betrug 239 km, es wurden 25 Güter und 74 Bauernhöfe teilweise oder ganz zerstört, 7 Personen getötet, 14 verletzt, von einer steinernen Kirche blieben nur wenige Mauerreste nach (siehe die eingehende Beschreibung in [36]).

2) Am 22. Juli 1923 bei Trikaten in Livland, Lettland. Die Trombe zirkulierte positiv (cf. pg. 90 und 115).

## Zusammenfassung.

Gleichzeitig mit einer Zusammenstellung der bisherigen Ergebnisse der Trombenforschung in Bezug auf den Fall einer stillstehenden Windhose wurde der Versuch gemacht, sie möglichst in allen Einzelheiten mit einander in Einklang zu bringen resp. zu ergänzen.

Die Annahme einer „Kompensationsströmung" machte eine theoretische Unterscheidung von Wirbeln mit einer vorhandenen und fehlenden $Z$-Komponente der Bewegung in Anlehnung an die V. Bjerknes'schen Idealformen eines barotropen und baroklinen Wirbels notwendig.

Neben der bisher üblichen Einteilung des Wirbels in einen Kern und Mantel wurden 2 Arten des Kernes unterschieden: ein „echter" und ein „unechter", je nachdem die singuläre Linie den Charakter einer zweiseitigen Konvergenzlinie oder einer Konvergenz-Divergenzlinie aufwies. Der „echte Kern" wird hierbei durch die Sandström'sche Konvergenzlinie charakterisiert.

Das Maximum der Rotationsgeschwindigkeit wurde im Grundschema an der Grenze zwischen dem Kern und Mantel angenommen, wobei im Falle des echten Kernes eine Zweiteilung dieses Maximums eintreten muss. Ein „unechter Kern" bedingt keine Teilung der Zone des Höchstwertes von $r$.

Nach einer Wiedergabe der wesentlichsten Ergebnisse der analytischen Untersuchungen von Dietzius, Hesselberg und Sverdrup wurden die analytischen Grundlagen der „Methode der Individualkreise" entwickelt und die zur Konstruktion nötigen Hülfstabellen wiedergegeben. Die Methode gestattet es uns, ausser der Berücksichtigung einer beliebigen Verteilung von $r$ im nichttranslatorischen Grundschema einer Trombe, die verschiedenen Werte des Ablenkungswinkels ($\alpha$) auch in dem Falle zu verwenden, wenn diese Werte sich auf der Länge des Radius ganz beliebig ändern.

Damit erhalten wir, wenn die Verteilung von $r$ und $\alpha$ als gegeben betrachtet werden kann, die Möglichkeit, das Vektorfeld der Bewegung eines fortschreitenden Wirbels in der Form eines Differentialdiagramms (mit Isogonen und Intensitätskurven) und eines Integraldiagramms (Stromlinienfeld) zu gewinnen.

Um die Möglichkeit offen zu halten, zum Zweck einer Ableitung von Spurschnitten einer jeden beliebigen Intensitäts-

kurve den kritischen Wert zuschreiben zu können, wurde die Intensität der zirkularen Komponente im Verhältnis zu derjenigen der translatorischen mit Hülfe des „Geschwindigkeitsverhältnisses“ ($G$) ausgedrückt. Jeder Trombe kommt somit im gegebenen Augenblick ein bestimmtes $G_{max.}$ zu.

Das „windschwache Gebiet“ innerhalb einer jeden fortschreitenden Trombe wurde näher untersucht und graphisch dargestellt. Seine Grösse kann bis 50% des gesamten Wirbelquerschnittes ausmachen.

Zur Berechnung der Verlagerung des „zentralen Stillenpunktes“ wurden die Formeln (20), (21), (23), des „marginalen Stillenpunktes“ — die Formeln (25) und (26), sowie zur Bestimmung beider eine graphische Methode vorgeschlagen.

Aus einer grösseren Zahl (185) entworfener Diagramme wurde eine Auswahl wiedergegeben und nach ihnen folgende Einzelheiten der Strömungsfelder fortschreitender Tromben festgestellt:

a) Die Isogonen eines ganzen Wirbels, sowie des Mantels allein sind im allgemeinen keine Geraden, sondern Kurven, die in beiden Stillenpunkten enden.

b) Wir unterscheiden im Felde einer jeden fortschreitenden Windhose neben den beiden Stillenpunkten als morphologische Einzelheiten je 2 Konvergenz- und 2 Divergenzlinien ($C_1$, $C_2$, $D_1$, $D_2$) oder deren Andeutungen in entsprechenden Kon- resp. Divergenzgebieten.

c) Beide Linienpaare können als „Grenzlinie“ oder „Sperrlinie“ auftreten.

d) Ausser den 4 Übergangsfällen liegt zwischen den singulären Linien $C_1$ und $D_1$ ein Strömungsfeld, das wir als „Wirbelkopf“ bezeichnen. Diese Linien und mit ihnen der „Wirbelkopf“ treten erst bei $G_{max.} > 1$ auf.

e) Die Ausbildung eines „echten Kernes“ geht im Integraldiagramm des Vektors mit einem Zusammenrollen des Endabschnittes der Linie $C_1$ oder $D_1$ parallel. Ein unechter wird durch das Auftreten von welligen Ausbuchtungen in den Stromlinien angezeigt.

Alle als möglich in Betracht gezogenen Modelle einer einfachen Verteilung von $r$ ergaben im translatorischen Fall bei $a$ = const. nur unwesentlich veränderte Diagramme.

Eine doppelte Zu- und Abnahme von $r$ verursachte eine entsprechende Verdoppelung aller oder einiger Singularitäten.

Die untersuchten Fälle mit

1) einer unveränderlichen Grösse von $a$ (Fig. 17—21),

2) einem „unechten Kerne“ als erstem Stadium der Mantelwirkung (Fig. 22, 26, 29),

3) der eigentlichen Mantelwirkung (Fig. 11, 12, 13) und

4) mit einem echten Kern (Fig. 23, 24, 28, 30), — der letztere mit einer möglichen Zweiteilung des Intensitätsmaximums —, konnten folgenden Entwickelungsstadien einer Windhose zugeordnet werden:

1) die (blinde) Windhose schwebt in grösserer Höhe über dem Boden und versetzt die untere Luftschicht in eine Zirkulation nach der Art einer Zyklone,

2) der Wirbelkern befindet sich in geringerer Höhe über der Erde,

3) die Spitze des Kernes berührt den Boden,

4) der voll entwickelte Kern berührt die Erdoberfläche.

Beim Abbau eines Wirbels dürften die Diagramme in umgekehrter Reihe auf einander folgen.

Die Kombination eines Doppelmaximums der Intensität mit einer doppelten Zu- und Abnahme von $a$ ergab das Strömungsfeld einer Art Doppelrohrtrombe (Fig. 32).

Neben ähnlichen Gebilden im Bewegungsfelde von Zyklonen konnte ein Fall mit Abschnitten von Stromlinien einer Windhose angeführt werden, welche sich zu einem der theoretisch abgeleiteten Strömungsfelder ergänzen liessen.

Die Ableitung der Spurquerschnitte eines Åsgårdsweges nach den Kurven gleicher Intensität führte zur Aufstellung von 4 Spurtypen, deren jede in 6 Formen vorkommen kann.

Es wurden aus früheren Spuraufnahmen Beispiele aller 4 Typen und einige Fälle von Typenübergängen, besonders am Anfang und Ende der Spur, angeführt, die mit der oben angenommenen Reihenfolge der Entwickelungsstadien und der ihnen entsprechenden Strömungsfelder im Einklang stehen.

Ein Fall eines Überganges einer Form in eine andere konnte nachgewiesen werden.

Eine Untersuchung des Einflusses, den die Anwesenheit eines kompressiblen Mediums und des mit einiger Unsicherheit behafteten Kerngebietes mit ihrer Dichteabnahme auf das Strö-

mungsfeld ausüben könnte, ergab, dass soweit die Bewegungsverhältnisse im Kern sich eben überblicken lassen, die zu erwartenden Abweichungen im Bewegungsfelde mit Hilfe der „Methode der Individualkreise“ beim Entwerfen der Diagramme berücksichtigt werden können.

Zuletzt wurde die Möglichkeit des Auftretens von abgedrehten Bäumen in beiden Hälften des Åsgårdsweges untersucht und keine eindeutige Zuordnung eines bestimmten Drehungssinnes zu der einen oder anderen Hälfte gefunden, wie das früher angenommen wurde. Es fand sich nur ein Überwiegen des einen Drehungssinnes in der einen oder anderen Hälfte, so z. B. das Überwiegen einer positiven Drehung in der linken Hälfte des Åsgårdsweges bei positivem (nordzyklonalem) Sinne der Zirkulation.

# Literaturverzeichnis.


1. Alfred Wegener. Wind- und Wasserhosen in Europa. Braunschweig 1917.
2. V. Bjerknes. Die Atmosphäre als zirkularer Wirbel. Ergebnisse der aerologischen Tagung vom 3.—6. Juli 1921 im Preuss. Aeron. Observat. Lindenberg. Sonderheft der Beiträge zur Physik d. fr. Atmosphäre, pg. 6.
3. V. Bjerknes. Dynamische Meteorologie und Hydrographie mit einem Atlas. Braunschweig 1913.
4. W. Milch. Über Bjerknes Dynamik der Wirbel und Wellen. Met. Zeitschrift 1923, pg. 105.
5. J. W. Sandström. Über die Wirbelbewegungen in der Atmosphäre. Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik 7, № 30, 1912.
6. J. W. Sandström. Über die Bewegung der Flüssigkeiten. Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie 1909, pg. 242 ff.
7. A. Sprung. Lehrbuch der Meteorologie. Hamburg 1885.
8. F. M. Exner. Dynamische Meteorologie. Berlin 1917, pg. 105.
9. F. M. Exner. Über die Bildung von Windhosen und Zyklonen. Sitzungsberichte der Akad. d. Wiss. in Wien. Math. naturwiss. Klasse, Abt. IIa, 132. Bd., 1. und 2. Heft 1923.
10. J. v. Hann. Lehrbuch der Meteorologie. III. Aufl., Berlin 1915, pg 753.
11. Th. Hesselberg und H. U. Sverdrup. Das Beschleunigungsfeld bei einfachen Luftbewegungen. Veröffentlichungen des Geophys. Instituts der Univ. Leipzig. II. Ser., Heft 5, Leipzig 1914.
12. Th. Hesselberg. Über die Beziehung zwischen Luftdruck und Wind im nichtstationären Fall. Veröff. d. Geophys. Inst. d. Univ. Leipzig. II. Serie, Heft 7.
13. Th. Hesselberg und A. Friedmann. Die Grössenordnung der meteorologischen Elemente und ihre räumliche und zeitliche Ableitung. Veröff. d. Geophys. Inst. der Univ. Leipzig. II. Serie, Heft 6, 1914, pg. 163.
14. Veröffentlichungen des Geophys. Inst. der Univ. Leipzig. Synoptische Darstellungen atmosphärischer Zustände 1910 und 1911.
15. E. Grimsehl. Lehrbuch der Physik. Leipzig und Berlin 1914.
16. W. Schmidt. Experimentaluntersuchungen über den Einbruch kalter Luft und Folgerungen daraus für die Mechanik der Böen.

Sitzungsber. der Math.-Naturwiss. Klasse der Kais. Akademie d. Wiss. Wien. Bd. CXIX, 1910, pg. 1134.
17. C. Kassner. Über kreisähnliche Zyklonen. Archiv d. Deutsch. Seewarte. Jahrg. XVI, № 2, 1893, pg. 9 und 15.
18. P. Polis. Die Strömungen der Luft in den barometrischen Minima und Maxima. Arch. d. Deutsch. Seewarte, 1899, № 2, pg. 28, 31.
19. W. Köppen. Der Orkan vom 14. Mai in Crossen an der Oder (1886). Met. Zeitschr. 1886, pg. 450.
20. W. Köppen. Die Windhose vom 15. Juli 1890 bei Oldenburg und die Gewitterbö vom 10. Juli 1896 in Ostholstein. Annalen der Hydr. und mar. Met., Heft X, XI und XII, 1896.
21. R. Dietzius. Die Gestalt der Stromlinien in der Nähe der singulären Punkte. Beitr. z. Phys. d. fr. Atmosphäre, Bd. VIII, Heft 1, pg. 29. Leipzig 1919.
22. Norbert Dörr. Die Windhose von Wien-Neustadt am 10. Juli 1916. Meteorol. Zeitschr. 1917, pg. 1.
23. G. Schweder. Der Hagelsturm des 10. (22.) Mai 1872. Arbeiten des Naturforscher-Vereins in Riga. Neue Folge, V. Heft. Riga 1873.
24. Dr. Vettin. Experimentelle Darstellung von Luftbewegungen unter dem Einfluss von Temperatur-Unterschieden und Rotations-Impulsen. Meteorol. Zeitschr. 1884, pg. 227 und 271.
25. A. Oberbeck. Über die Bewegung der Luft an der Erdoberfläche. Annalen der Physik und Chemie. Neue Folge, Bd. XVII, 1882, pg. 129 ff.
26. Ch. Martins. Anweisung zur Beobachtung der Windhosen oder Tromben. Pogg. Annalen 81, pg. 444.
27. J. Letzmann. Tromben im Ostbaltischen Gebiet. Sitzungsberichte der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Dorpat, Bd. XXIV, 1918/19.
28. J. Letzmann. Die Peipus-Trombe am 3. Aug. 1922. Sitz.-Ber. der Naturf.-Ges. b. d. Univ. Dorpat, Bd. XXX, pg. 8, 1923.
29. J. Letzmann. Die Trombe von Odenpäh am 10. Mai 1920. Acta et Commentationes Univers. Dorpatensis A III Misc. pg. 3. Dorpat 1922.
30. J. Letzmann. Die Trombe von Cuxhaven am 16. Juli 1922. Annalen d. Hydr. u. marit. Met. 1922, pg. 307.
31. H. Seilkopf. Über die Windhose von Frankfurt an d. Oder am 18. Juli 1918 und die Beziehungen zwischen Wetterlage und Trombenbildung. Met. Zeitschr. 1923, pg. 97.
32. E. Kuhlbrodt. Über Tromben, insbesondere die 7 norddeutschen Windhosen vom 28. Juni 1920. Met. Zeitschrift 1922, pg. 37.
33. E. Kuhlbrodt. Das Windsystem der Sachsenwaldtrombe vom 28. Juni 1920. Annalen der Hydrographie etc. 1922, V, pg. 154.
34. C. M. Guldberg und H. Mohn. Etudes sur les mouvements de l'atmosphère, I partie, Christiania 1876.
35. G. Hinrichs. Tornadoes and Derechos. Americ. Meteorol. Journal V pg. 308 ff.

36. M. Davis. The Relation of Tornadoes to Cyklones. Amer. Met. Journal I pg. 121.
37. M. Davis and H. Clayton. The Lawrence Tornado July 26. 1890. Investigations of the New-England Meteorol. Society for the year 1890. Cambridge 1892.
38. W. Glenn. Report of the Tornado of Aug. 28 1884, near Huron, Dakota. Signal. Service Notes XIX. Washington 1885.
39. A. Henry. Report Chief Weather Bureau 1895/96 pg. XXIII.
40. L. Prandtl. Abriss von der Lehre einer Flüssigkeits- und Gasbewegung (Separatum aus Handbuch der Naturwiss. Bd. IV) Jena 1913, pg. 104.
41. J. P. Finley. Report on the Character of six hundred Tornadoes. Prof. Papers, Sign. Service № VII. Washington 1884.
42. J. P. Finley, Tornadoes. New-York 1887.
43. J. P. Finley, Report of the Tornadoes of May 29 and 30 1879. Prof. Papers Sign. Service № 4. Washington 1881.
44. W. Ferrel. Recent advances in Meteorology. Annual Report of the Chief Signal Officier, 1885, Appendix 71. Washington 1886.
45. W. Ferrel. A popular treatise on the Winds. New-York 1889.
46. F. H. Bigelow. The waterspout seen of Cottage City Mass. in Vineyard Sound on Aug. 19. 1896. Monthly Weather Review, July 1906, pg. 307, und Aug. 1906, pg. 360. Mit 10 Tafeln.
47. A. Wegener. Kleintromben auf See, Annalen d. Hydr. und mar. Meteorologie 1919, pg. 282.
48. Lalanne. Sur l'évaluation numérique de la force qui a produit certeins effets de rupture à Chatenay. Compt. Rend. Bd. 9, pg. 219—223, 1839 (zitiert nach A. Wegener [1] pg. 184).
49. Abbé Bourgeat. La trombe-cyclone du 19 août 1890 dans le Jura, Lons-Le-Saunier, 1891 (Extrait des Mémoires de la Société d'Emulation du Jura). Siehe auch [1] pg. 81.
50. R. Wenger. Über einige Eigenschaften der Strömungsfelder und ihre Beziehung zu den Druckfeldern in der Atmosphäre. Annalen der Hydrographie und mar. Meteorologie 1920 pg. 112 ff.
51. H. Hildebrandsson. Sur la trombe près de Hallsberg le 18 août 1875. Nova Acta R. Soc. Scientiarum Upsaliensis, Ser. III. Vol. X. Upsal 1879, pg. 1.
52. Erwähnt in: Thure Wigert, Trombe de Vimmerby le 4 juillet 1890. Bihang till Kgl. Svenska Vet.-Akad. Handlingar, Bd. 16 Afd. I. № 10. Das Manuskript in der Bibl. des Met. Observatoriums Upsala.
53. Thure Wigert, Orage accompagné de trombes près Upsala. Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handlingar Bd. 14, Afd. 1 № 4. Stockholm 1888.
54. Martin Jansson. Sur la trombe de Borås le 3 juillet 1899. Bih. till. K. Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 26 Afd. I № 3 Stockholm, 1900.
55. R. Assmann. Der Gewittersturm von Wetzlar am 23. Mai 1886. „Das Wetter" 3, pg. 186, 1886.

56. Hess. Über die Entstehung der Trombe von Schönenbaumgarten. Beil. zum Progr. d. Thurg. Kantonschule f. d. Jahr 1912/13, Frauenfeld, 1913 (nach A. Wegener [1]).
57. C. G. Fineman. Sur la trombe du 7 juin 1882 dans la vallée de Säby. Nova Acta Reg. Soc. Scientiarum Upsaliensis, Ser. III, Vol. XII. 1884.
58. R. Assmann. Der Orkan von Osterburg, Arneburg, Nauen. Deutsches Met. Jahrbuch 1890 pg. LV—LVIII.
59. Th. Hesselberg. Die Luftbewegungen im Cirrusniveau. Veröffentl. des Geophysikalischen Jnstituts der Universität Leipzig, II. Serie, Heft 2, pg. 25, 26.

## Ergänzung der Korrigenda.

| Seite | Zeile | steht | soll stehen |
|---|---|---|---|
| 10 | 28 | 13, 14, 15 | 14, 15, 16 |
| 20 | 8 | Fig. 2 der Fall ist | Fig. 2 noch nicht der Fall ist |
| 33 | 8 | Druckgradienten | Druckgradienten einer Zyklone |
| 45 | 9 | punktierten | unterbrochenen |
| 56 | 1 | Trennungslinie | Sperrlinie |
| 80 | letzte | 24a | 22a |
| 81 | 19 | $-60^0$ | $60^0$ |
| 83 | 15 | $-30$ | $+30^0$ |
| 83 | 17 | $-60^0$ | $+60^0$ |
| 85 | 33 | 27 $cmsc^{-1}$ | 1.8 $msc^{-1}$ |
| 88 | 16 | des | dieses |
| 116 | 17 | Baum | Winkel |
| 131 | 13 | nordzyklonal | südzyklonal |

# DIE GRUNDLAGEN PALÄOGEOGRAPHISCHER KARTEN

VORTRAG
GEHALTEN IN DER NATURFORSCHER-GESELLSCHAFT ZU DORPAT
AM 6. APRIL 1922

VON

**Prof. Dr. H. SCUPIN**

---

DORPAT 1924

Druck von C. Mattiesen, Dorpat

Die Aufgabe des mit stratigraphischen Forschungen beschäftigten Geologen kann sich nicht darin erschöpfen, das Vorkommen eines Schichtensystems in einer Gegend festzustellen und zu verfolgen, dasselbe stratigraphisch zu gliedern und in Beziehung zu dem geologischen Gesamtbilde zu setzen, der Geologe wird vielmehr in letzter Linie soweit angängig auch bestrebt sein müssen, sich eine Vorstellung über die einstige Verteilung von Wasser und Land in grösserer oder geringerer Ausdehnung innerhalb einzelner Zeitabschnitte zu bilden. Dieser Versuch ist ja in einer ganzen Anzahl paläogeographischer Karten gemacht worden, unter denen besonders die Weltkarten Neumayrs[1]), Frechs[2]), Kokens[3]), Lapparents[4]), Matthews[5]), Kilians[6]), Arldts[7]), Kossmats[8]) und Uhligs[9]) zu nennen sind. Dazu tritt eine Fülle paläogeographischer Karten einzelner Erdteile, Länder oder kleinerer Bezirke, über die E. Dacqué[10]) eine wertvolle Übersicht gegeben hat.

Naturgemäss werden diese Karten umso unsicherer, je grösser das Gebiet ist, das sie umfassen. Es hat daher auch

---

1) M. Neumayr, Die geographische Verbreitung der Juraformation. Denkschr. d. K. K. Akademie d. Wissensch. math. phys. naturw. Kl. 5. Bd. 1886 S. 57.

2) F. Frech, Lethaea palaeozoica II.

3) E. Koken, Die Vorwelt; sowie Indisches Perm und die permische Eiszeit. N. Jahrb. f. Min. u. s. w. 1907 Festband.

4) Lapparent, Traité de géologie. 4. Aufl. u. folgende.

5) Matthew, Hypothetical outlines of the continents in Tertiary time. Bull. of the American Museum of Nat. History XXII S. 353.

6) Lethaea geognostica II, Bd. 3. 1907.

7) R. Arldt, Die Entwicklung der Kontinente und ihrer Lebewelt, Leipzig 1907.

8) F. Kossmat, Palaeogeographie, Leipzig 1908.

9) V. Uhlig, Die marinen Reiche des Jura und der Unterkreide. Mitteil. d. Wiener Geol. Ges. Bd. 4. 1911.

10) E. Dacqué, Grundlagen und Methoden der Paläogeographie, Jena 1915. S. 12.

nicht an Stimmen gefehlt, die an derartigen Karten für ein grösseres Gebiet scharfe Kritik geübt und, man kann wohl sagen, geradezu vor der Konstruktion solcher gewarnt haben[1]) und zwar namentlich im Hinblick auf die sich aus Gründen mangelnder Gleichzeitigkeit ergebenden Schwierigkeiten. Man darf indes nicht vergessen, dass auch die geologischen Karten sich aus mehr oder weniger ungenauen, oft sogar skizzenhaften Übersichtskarten entwickelt haben, die auch nur den augenblicklichen Stand unserer geologischen Kenntnisse zum Ausdruck bringen wollten und erst mit der Zeit mehr und mehr ausgestaltet und genauer bzw. richtiger geworden sind. Ebenso entsprechen unsere älteren geographischen Karten bekanntlich nicht der Wirklichkeit, ja sie lassen auch heute noch stellenweise besonders in den polaren Gegenden viel zu wünschen übrig, und so müssen auch paläogeographische Karten cum grano salis betrachtet werden.

Solange sie zum Ausdruck bringen, dass sie hypothetisch sind und vor allem von einer guten Erklärung begleitet sind, auf was sich die Konstruktionen der Meere und Kontinente gründen, und besonders weiter auch gesagt ist, welche andere Deutung vielleicht noch zulässig wäre, scheinen sie nicht nur unbedenklich, sondern sogar wünschenswert. In dieser Beziehung ist besonders die von F. Toula[2]) gegebene Zusammenstellung der von den einzelnen Autoren gebrachten Kartenskizzen von Interesse. Späteren Untersuchungen muss dann eine allmähliche Richtigstellung überlassen bleiben, die beim Einsetzen einer sorgfältigen, besonders stratigraphischen Spezialuntersuchung unter gleichzeitiger Berücksichtigung aller in Betracht kommenden Gesichtspunkte, nicht nur der faunistischen, bis zu einem gewissen Grade an vielen Punkten nicht aussichtslos sein dürfte, während allerdings oft genug, besonders da, wo das heutige Meer sich als unüberbrückbare Kluft einschiebt, endgültige Lösungen paläogeographischer Probleme niemals zu finden sein werden.

Dreierlei Gesichtspunkte kommen für die Konstruktion paläo-

1) M. Semper, Die Grundlagen paläogeographischer Untersuchungen, Centralbl. f. Min. u. s. w. 1908. S. 434.

2) F. Toula, Das Werden und Schwanken der Meere. Schriften d. Vereins z. Verbreitung naturwissensch. Kenntnisse zu Wien. Bd. 48. 1908. S. 293.

geographischer Karten in Betracht: Stratigraphische[1]), lithologiche und paläontologische.

## Stratigraphische Gesichtspunkte der Paläogeographie.

Ist die einstige Verbreitung gewisser Ablagerungen dem Auge nicht unmittelbar zugänglich, so ergeben sich hierfür wieder drei Möglichkeiten:

a) die Ablagerungen sind durch jüngere Schichten verdeckt;

b) die ursprünglich gebildeten Schichten sind zerstört und abgetragen;

c) sie sind umgeprägt, so dass sie nicht ohne weiteres als Ablagerungen dieser Zeit erkennbar sind.

Sind die in Frage kommenden Ablagerungen verdeckt, so ist ihr örtliches anderweitiges Zutagetreten vielfach bedingt durch tektonisch-orogenetische oder epirogenetische Vorgänge in Verbindung mit den Wirkungen der Sedimentation oder Erosion. Es kann hier nicht meine Aufgabe sein, alle in Betracht kommenden, in einer Vorlesung über Allgemeine Geologie zu erörternden Möglichkeiten aufzuzählen[2]), unter denen tiefer liegende Schichtensysteme zu Tage treten bezw. umgekehrt verdeckt werden. Auch der Nichtgeologe oder Anfänger erkennt ohne Schwierigkeiten die Zusammengehörigkeit gleichstreichender Schichtenglieder älteren Gebirges, die auf eine gewisse Strecke hin von jüngeren Bildungen überdeckt sind, aber auch bei grösseren Entfernungen etwa variskisch streichender, durch mesozoische Bildungen getrennter paläozoischer Vorkommen wird es ihm vielfach nicht schwer werden, sich eine Vorstellung über den unmittelbaren Zusammenhang unter Tage zu machen. In vielen anderen Fällen aber wird nur die Einheitlichkeit der Profile weit auseinander liegender Vorkommen, vor allem auch solcher, die heute durch Meer getrennt sind, auch eine gewisse Einheitlichkeit in der Bildungsweise verbürgen, ohne dass zunächst im Einzelnen festzustellen ist, wie der Zusammenhang der Meeres-

1) Schuchart, Palaeogeography of North America, unterscheidet vier Methoden. Seine areal geologic method und diastraphic method decken sich etwa mit den hier genannten stratigraphischen Gesichtspunkten. Vergl. Bull. geol. soc. America XX 1910. S. 427.

2) Vgl. Dacqué, Palaeogeographie S. 313.

becken gewesen und was für Inseln oder Halbinseln sich etwa dazwischen geschoben haben könnten.

Nicht immer leicht zu entscheiden ist die Frage, ob das Fehlen mariner Schichten in einer Gegend durch Abwaschung oder eine Festlandsepoche zu erklären ist. Selbst wenn gute Profile vorhanden sind, ist ja bei einer Lücke in der Schichtenfolge ein Schluss auf Festland nur für die letzte Zeit dieser Schichtenlücke zu machen, aber wir erhalten keine Auskunft darüber, wie weit sich diese Festlandsepoche zurückerstreckt und wie viel von den älteren Ablagerungen in dieser Zeit wieder abgetragen ist. Je länger der durch Ablagerungen gegenwärtig nicht mehr vertretene Zeitraum ist, um so unsicherer müssen naturgemäss unsere Schlüsse werden.

In einer grösseren Schichtenlücke können mehrere kleinere zusammengeschlossen sein; sie kann mehreren wieder durch Meeresablagerungen getrennten Festlandsepochen entsprechen, in denen die vorher gebildeten Ablagerungen wieder abgetragen wurden.

Im südöstlichen Harzvorlande, der Mansfelder Mulde sowie den Nachbarmulden, reicht die Schichtenlücke vom Muschelkalk bis Oligozän, stellenweise bis Eozän[1]), und es bleibt dabei ungewiss, was in dieser Schichtenlücke noch zur Ablagerung gelangt ist. Zwischen den Ablagerungen des Oberen Jura am Harzrande und den sächsisch-böhmischen der Hohnsteiner Überschiebung ist keine Spur von solchen vorhanden, es wäre aber verfehlt, daraus den Schluss zu ziehen, dass sie nie dagewesen sind. Man kann sich vorstellen, dass in der jüngeren Jurazeit auch hier Meeressedimente abgelagert wurden, die vielleicht schon in der Unterkreide wieder beseitigt wurden. Hat man hier durch das Auftreten von gleichalterigen Ablagerungen im Nordwesten und Südosten wenigstens einen Ausgangspunkt für Vermutungen, so vermindert sich die Grundlage für diese für die Liaszeit, wo Ablagerungen gegen Südosten hin nicht vorhanden sind, während sie im Nordosten, im Untergrunde von Berlin festgestellt sind; es bleibt aber damit ganz ungewiss, wo die Küste

1) Der grösste Teil der Halleschen Braunkohlen ist Oligozän, die Braunkohle im Geiseltale Eozän + Oligozän. Vergl. Scupin, Die stratigraphische Stellung der subherzynen Braunkohlenformation. Jahrb. d. preuss. geol. Landesanst. Bd. 36 II. 1915. S. 325.

des Liasmeeres lag. Für die Obere Kreide könnten die gleichen Betrachtungen bezüglich dieses Gebietes wie für den Oberen Jura angestellt werden, und man müsste dann annehmen, dass diese restlos bereits im Paleozän und teilweise noch im Eozän wieder abgetragen wurde. Auf die einstige grosse Verbreitung des Kreidemeeres weisen ja auch die Kreideschollen des Ohmgebirges hin. Dass auch das Untersenon südlich über den niedersächsischen Uferrand auch im Elbegebiet hinausging, wird durch das Vorkommen in Schlesien wahrscheinlich gemacht; die Emscher-Ablagerungen in Sachsen (Zittau) und Böhmen bilden offenbar keinen Abschluss der dortigen Schichtenfolge.

Je geringer die Schichtenlücke andererseits, zu um so bestimmteren Schlüssen wird man geführt werden. So gelangt man zwanglos zu der Annahme einer Landzeit wenigstens für den grössten Teil[1]) des Unterdevons in Thüringen oder des Oberkambriums in Böhmen und wohl auch im Baltikum[2]).

Ein spezieller Fall, der früher mehrfach zu Trugschlüssen geführt hat, ist gegeben, wenn bei verhältnismässig nicht zu grosser räumlicher Entfernung der Zusammenhang gleichaltriger Schichten durch ältere in grösserer Höhenlage unterbrochen wird. Oft genug ist hier von älteren Forschern das Fehlen der jüngeren Schichten auf eine Festlandsepoche zurückgeführt worden. Noch Ende des vorigen Jahrhunderts galten Harz und Thüringerwald manchen für Inseln im Zechstein- und Muschelkalkmeere. In ähnlicher Weise sind Mulden, die ihre Form erst der saxonischen Gebirgsbildung verdanken, mitunter als Buchten angesprochen worden. Sehr verbreitet ist z. B., und nicht nur in der älteren Literatur, die Bezeichnung „Loewenberger Bucht" oder „Goldberger Busen" für die Ablagerungen des Kreidemeeres im Norden des Riesengebirges, deren aus paläozoischen Schiefern gebildete äusserste Umrandung in dieser Form erst in postkretazischer Zeit oder frühstens im Obersenon gebildet wurde.

1) Ich habe mich von dem gänzlichen Fehlen des Spirifer paradoxus in Thüringen angesichts eines Hallenser Hohldruckes trotz der Ausführungen von Karl Walter nicht überzeugen können.

2) Die enge Verbindung von Obolussandstein und Dictyonemaschiefer, von dem vereinzelte Schmitzen schon dem ersteren eingeschaltet sind, drängt dazu, auch den Obolusandstein zum Untersilur zu ziehen, wie dies auch schon W. Lamansky vorgeschlagen hat. (Die ältesten silurischen Schichten Russlands. Mém. Com. géol. nouv. sér. 20. Petersburg 1905 Tabelle S. 104.)

Wo keine Denudationsreste in höherer Lage einen Rückschluss auf die frühere weite Verbreitung der betreffenden Meere gestatten, wie die Zechsteinschollen auf dem Thüringer Walde, die Karbonreste auf dem Eulengebirge, die Kreideschollen im Erzgebirge, sind dann besonders auch die unten besprochenen lithologischen und faunistischen Gesichtspunkte für die Frage nach der Nähe von Land mit heranzuziehen.

Derartig hohen Denudationsresten für die Beurteilung gleichwertig sind solche abgesunkenen Schollen, deren Sprunghöhe erkennen lässt, dass sie einst die stehengebliebene bezw. ihnen gegenüber gehobene, jetzt von Ablagerungen befreite Scholle überragt haben, wobei insbesondere auch die verschiedene Widerstandsfähigkeit der Gesteine gegen Abtragung diesseits und jenseits der Verwerfung in Rechnung zu ziehen ist. Aus diesem Grunde glaube ich z. B. auch im Gegensatz zu Lepsius[1]) die Überflutung des Lausitzer Granits durch das Kreidemeer annehmen zu müssen[2]).

Von erhöhtem Interesse sind Reste oder Spuren von Ablagerungen, die nur durch besondere erdgeschichtliche Ereignisse erhalten geblieben sind. Hierher kann die Konservierung denudierter jüngerer Schichten in vulkanischen Durchbruchsröhren gerechnet werden, wiewohl z. B. speziell das Vorkommen von Weissjura in den schwäbischen im Lias aufsetzenden Vulkanembryonen oder im Alpersbacher Stollen in diesem Falle bedeutungslos bleibt, ebenso wie das von Emscher-Brocken in einem Schlot des schlesischen Turon, nahe Goldberg, da die Ausbreitung des Meeres in dieser Zeit hier auch ohnedem gesichert gewesen wäre; doch könnten derartige Gebilde bei weit vorgeschrittener Denudation wertvolle Fingerzeige über das einstige Vorkommen bestimmter Schichten geben, wie die Eruptionen andererseits auch durch Einschlüsse über jetzt verdeckte Schichten der Tiefe Aufschluss geben können.

Zu nennen wäre in diesem Zusammenhang aber vor allem die durch Einklemmung in einer Verwerfungsspalte bedingte Erhaltung der Juraschollen in der Hohnsteiner Überschiebung zwischen Kreide und Lausitzer Granit. Ohne sie würde für die

1) Lepsius, Geologie von Deutschland II S. 174.

2) Scupin, Über sudetische, prätertiäre junge Krustenbewegungen und die Verteilung von Wasser und Land zur Kreidezeit in der Umgebung der Sudeten und des Erzgebirges. Zeitschr. f. Naturwissensch. Halle Bd. 82. 1910 S. 321.

einstige Meeresbedeckung von Teilen Sachsens und Nordböhmens zur Jurazeit keinerlei unmittelbareres Zeugnis vorliegen. Für die Meeresbedeckung des Lausitzer Granits zur Weissjurazeit gilt dann das Gleiche, was bezüglich der Überflutung desselben zur Zeit der Oberen Kreide gesagt wurde. Auch der schmale paläozoische Graben im finnischen Granit wäre hier unter gleichem Gesichtspunkte zu nennen. Weiter gehört auch hierher das Auftreten von Geröllen zerstörter Ablagerungen in jüngeren Schichten, wie das von Cenomangeröllen im Tertiär bei Kassel und dementsprechend auch das Vorkommen von jurassischen und kretazischen Sedimentgeschieben im norddeutschen Diluvium auch aus Schichten, von denen sonst nur vereinzelte Vorkommen in Pommern und Mecklenburg noch Zeugnis ablegen, deren einstige Verbreitung aber auch ohne diese Vorkommen schon durch die Geschiebe angezeigt wäre.

Naturgemäss wächst mit der Grösse einer von Ablagerungen bestimmten Alters freien Fläche auch die Wahrscheinlichkeit, dass das Fehlen dieser Sedimente hier auf mangelnde Wasserbedeckung zurückzuführen ist. So wird das Fehlen von marinem Lias in Schlesien und Sachsen sowie überhaupt im Osten, soweit Bohrungen Aufschluss geben (z. B. Hohensalza in Posen), mit grösster Wahrscheinlichkeit auf eine Festlandsepoche hinweisen, und zwar wohl auch da, wo infolge Fehlens von Mittlerem und Oberem Jura keine nur auf Lias beschränkte Schichtenlücke eine vorangegangene Landzeit bekundet (z. B. südlicher Teil der Provinzen Sachsen und Brandenburg)[1]).

Das Gleiche gilt für den Ausfall der Unteren Kreide im östlichen Deutschland[2]). Anders im höheren Jura (oberen Dogger und Malm). Hier liegen die oberen bereits angezogenen Juraschollen der Hohnsteiner Überschiebung zwischen Harz und dem polnisch-oberschlesischen Jura. In welcher Ausdehnung sie allerdings Meeresbedeckung andeuten bezw. wie sich die Meeresverbindung zwischen Harz und Oberschlesien gestaltete, bleibt ungewiss. So lässt Neumayr in seiner Karte des Oberen Jura-Meeres ganz Schlesien vom Meere bedeckt sein, worin ihm auch Uhlig folgt, eine Auffassung der nichts im Wege steht, da die Landzeit in der Unteren Kreide wohl genügte, um alle Weissjura-

1) In Berlin und in Pommern bei Kammin bekanntlich erbohrt.
2) Mariner Gault ebenfalls in Pommern erbohrt.

bildungen wieder abzutragen, wie sie auch aus der nächsten Umgebung der sächsisch-böhmischen Vorkommen abgetragen wurden, wogegen Partsch[1]) annimmt, dass Schlesien während der ganzen Jurazeit Land war, so dass dann eine Verbindung des böhmisch-sächsischen Jurameeres mit dem polnischen erst nördlich Schlesien bestanden hätte.

Die Wahrscheinlichkeit einer Landzeit für irgendwelche Periode wächst weiter, wenn die von Ablagerungen freien Gebiete von sicher kontinentalen Ablagerungen dieser Zeit umgeben oder stellenweise bedeckt werden. Es gilt dies besonders für eine Reihe von Zeitabschnitten bezüglich Afrikas, wo das kristalline Grundgebirge zwischen den kontinentalen Ablagerungen, etwa des „Nubischen Sandsteins" bzw. Forestsandsteins, die Passarge für gleichaltrig hält[2]), oder andern kontinentalen Bildungen hervortritt.

Ein dritter Faktor, der die Frage nach der Verteilung von Wasser und Land kompliziert, ist die Umprägung (Metamorphose) der Schichten, die die Zugehörigkeit zu dieser oder jener Formation mitunter nur nach eingehendsten Spezialuntersuchungen, vielfach aber auch gar nicht mehr erkennen lässt. Allgemeine Bezeichnungen wie Gneis-, Glimmerschiefer-, Phyllit- und Tonschieferformation müssen dann notgedrungen angewendet werden, wie wir sie auf den Karten in allen Gebieten kristallinen Grundgebirges finden. So mag häufig die grosse räumliche Entfernung gleichaltriger Ablagerungen durch umgewandelte Gesteine teilweise überbrückt werden. In dem grossen Gebiete zwischen dem normal ausgebildeten Devon des Harzes bzw. Thüringens einerseits und Schlesiens (einschliesslich des früheren Oesterreich-Schlesiens und Mährens) bei Ebersdorf, Freiburg, Würbenthal, Olmütz andererseits waren bis vor noch nicht langer Zeit nur die stark veränderten Gesteine, Phyllite, Grauwackenglimmerschiefer u. s. w. des Erzgebirges und sächsischen Granulitgebirges bekannt, die zum Teil dieser Formation zugerechnet werden können. Die noch immer grosse Lücke ist von E. Zimmermann[3]) wieder verkleinert worden durch die Auffindung von

1) J. Partsch, Schlesien I, Breslau 1896. S. 148.

2) Passarge, Südafrika, Leipzig 1908. S. 35.

3) E. Zimmermann. Das Palaeozoicum bei Görlitz und die Auffindung devonischer Trilobiten daselbst. Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. Monatsber. 60. 1908. S. 168.

Devonfossilien im Bereich der „niederschlesischen Tonschieferformation" bei Görlitz. Ob in den Glimmerschiefern, Frucht- und Knotenschiefern des Riesen- und Isergebirges noch weitere Devonsedimente enthalten sind, wird sich vielleicht nie entscheiden lassen. Glückliche Funde wie etwa das Vorkommen von bestimmbaren Fossilien in hochkristallinen Schiefern der Bretagne sind ja leider Ausnahmen.

Ein weiterer hier zu erwähnender Punkt, der meist nicht genügend gewürdigt wird, und auch in paläogeographischen Karten kaum richtig zum Ausdruck gebracht werden kann, beruht in der Zusammenschiebung der Schichten, wodurch in den Karten naturgemäss eine Verzerrung eintreten muss, wie etwa ein in Falten gelegtes und dann auf die verkleinerte Ebene durch Photographie projiziertes Porträt seine Ähnlichkeit verlieren muss. Das Gegenstück bildet die Verzerrung der Karten in Merkatorsprojektion an den Polen, nur dass bei diesen die Verzerrung in der Horizontalen eine Vergrösserung bringt und regelmässig ist, während die gegen aussen hin flacher werdenden Falten eine grosse Unregelmässigkeit in der Verzerrung des Kartenbildes bedingen. Sie wird in Deutschland und Frankreich besonders die paläogeographischen Karten der prävariszischen Formationen betreffen. Liebe[1]) hat ausgerechnet, dass vor dem Zusammenschub des thüringischen Schiefergebirges der von den in Betracht kommenden Schichten eingenommene Streifen etwa $2^1/_2$ mal so breit gewesen sein muss als jetzt. Lepsius[2]) ist der Ansicht, dass dieser Betrag keineswegs genügt; auch ich meine, dass man mindestens das Doppelte der Liebeschen Schätzung einsetzen muss. Ganz besonders auch werden die gebirgsbildenden Vorgänge bei den überfalteten Schichten der Alpen auf die Konstruktion der Karten störend einwirken, Vorkommen derselben Formation, die jetzt unmittelbar nebeneinander bezw. übereinander liegen, müssen besonders da, wo mehrere Faltungsdecken auftreten, namentlich wenn man die weitere Fältelung der Horizontalfalten in Betracht zieht, mehrere hundert Kilometer von einander entfernt zur Ablagerung gelangt sein. So wird die Verzerrung des paläogeographischen Kartenbildes in Europa

1) Liebe, Übersicht über den Schichtenaufbau Ostthüringens. Abhandl. d. preuss. geol. Landesanst. 1884. S. 40.

2) Lepsius, Geologie von Deutschland II, S. 232.

und Asien sich besonders in meridionaler Richtung, in Amerika senkrecht dazu äussern und damit das Bild im Bereich des Atlantischen Ozeans in doppelter Hinsicht verschieben, und zwar wird hier, während im allgemeinen sonst bei Karten eines kleineren Gebietes mit grösserer Genauigkeit zu rechnen ist, in diesem Falle bei solchen der Fehler stärker zum Ausdruck kommen als bei Weltkarten.

## Der lithologische Charakter der Ablagerungen.

Von ganz besonderer Bedeutung für die Abgrenzung alter Meere ist hier natürlich die Stellung, die der Forscher zu der Frage einnimmt, ob eine Ablagerung als kontinental oder marin anzusehen ist.

### Landablagerungen.

Für unsere wichtigsten gut untersuchten Steinkohlengebiete, die englischen, belgischen, westfälischen, oberschlesischen, südrussischen, amerikanischen u. s. w. bestehen hinsichtlich ihrer Entstehung wohl kaum noch Meinungsverschiedenheiten. Allgemein erscheint der Beweis ihrer Autochthonie erbracht, so dass ihr Auftreten ohne weiteres das Vorhandensein eines Kontinents bezeichnet. Wo allochthone Kohlenbildungen auftreten, entscheidet ihre geographische Lage und ihre Verbindung mit marinen oder anderen kontinentalen Bildungen meist ohne Schwierigkeit, ob es sich um Kohlen handelt, die in Landseen oder an der Küste zusammengeschwemmt sind. Beispiele für erstere, die sicher viel häufiger sind, als für letztere, finden sich in den Kohlenbecken des französischen Zentralplateaus[1]), Sachsens und Böhmens, wo das Vorkommen im Bereich des mittelkarbonischen Gebirges keinen Zweifel über die geographische Lage lässt; ein Beispiel für letzteren Fall bilden die sonst wirtschaftlich belanglosen Kohlen, die in dem allmählich verflachenden Untersenonmeere Niederschlesiens als umgelagerte Moore zum Absatz kamen[2]). Wenn sich dann weiter autochthone Kohlen durch marine Ein-

1) Wenn Grand' Eury den Begriff „Autochthon" auch auf diejenigen Kohlen ausdehnt, die nur einen kurzen Transport durchgemacht haben, so wird dadurch der Gegensatz zwischen gewachsenen und zusammengeschwemmten Flözen verwischt und die Begriffsbestimmung unklar.

2) H. Scupin, Die Entstehung der niederschlesischen Senonkohlen. Zeitschr. f. prakt. Geologie 1910, S. 254.

lagerungen als Kohlenfelder in der Nähe einer alten Küstenlinie kennzeichnen wie die oberschlesischen, westfälischen, belgischen und englischen, so kann dann wohl die Konstruktion einer Küstenlinie auch versucht werden, wo Kohlen heutzutage nicht zu finden sind, wie auch Frech auf Grund dieses Vorkommens einen direkten Zusammenhang zwischen den oberschlesischen und westfälischen Kohlenfeldern nördlich der Mittelgebirge im Gebiete der norddeutschen Tiefebene als nicht unwahrscheinlich bezeichnet hat[1]). Ebenso ist der Wechsel terrestrischer und mariner Schichten für die Konstruktion der Küstenlinie in der Frechchen Karte des Oberkarbon in Südrussland, Ostasien und Nordamerika wichtig geworden.

Noch immer umstritten ist die Bedeutung des Vorkommens roter Sandsteine. F. Frech meint bei Besprechung der roten tauben Fazies des Oberkarbons[2]), es sei fraglich, ob solche für ein gemässigt trockenes oder ein heisses Klima in Anspruch zu nehmen seien, wahrscheinlicher sei das Erstere, jedenfalls aber deuten sie auf Bedingungen, welche die Kohlenbildung ausschliessen. Die Wüstentheorie für den Buntsandstein, die von J. G. Bornemann[3]) begründet, besonders von E. Fraas[4]), E. Philippi[5]), Joh. Walther[6]) und E. Kayser[7]) vertreten wurde, ist dann namentlich von E. Koken[8]), M. Blankenhorn[9]) und A. Tornquist[10]) bekämpft worden. In gleicher Weise sind die Ablagerungen des Rotliegenden, des roten tauben Oberkarbons, des devonischen Altrotsand-

1) F. Frech, Lethaea palaeozoica, II 3. S. 340.

2) ebenda S. 273.

3) J. G. Bornemann, Über den Buntsandstein in Deutschland und seine Bedeutung für die Trias, Jena 1889.

4) E. Fraas, Die Bildung der germanischen Trias, eine petrogenetische Studie. Jahreshefte d. Ver. f. vaterl. Naturkunde in Würtemberg 55. 1899. S. 36.

5) E. Philippi, Über die Bildungsweise der bunt gefärbten klastischen Gesteine der kontinentalen Trias. Zentralbl. f. Min. u. s. w. 1901 S. 433, sowie Vorlesungen, herausgegeben von O. Marschall, Jena 1912 S. 42.

6) Joh. Walther, Das Gesetz der Wüstenbildung, Leipzig 1900 und 1912 S. 226, sowie Geschichte der Erde und des Lebens, Leipzig 1908 S. 366.

7) E. Kayser, Lehrbuch der Formationskunde.

8) E. Koken, Jahreshefte des Vereins f. vaterl. Naturkunde in Würtemberg Bd. 61. 1905 S. LXXVII.

9) M. Blankenhorn, Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. 1907. Monatsber. S. 297.

10) A. Tornquist, Die Binnenmeerfazies der Trias, Geolog. Rundschau Bd. 3. 1912. S. 117.

steins zu beurteilen. Man wird dabei die rote Farbe nicht für sich allein für die Betrachtung heranziehen dürfen, sie ist vielmehr im Zusammenhang mit den sonstigen Ablagerungsverhältnissen zu betrachten. Denn rote Kontinentalgesteine können ihre Farbe auch behalten, wenn sie umgelagert und ins Meer geschwemmt sind, wie E. Koken [1]) betont, indem er auf umgelagerte Laterite an der Ostküste Indiens hinweist. Auch die roten Tone im Untersenon der Bunzlauer Kreide sind sicher im Wasser abgelagert zwischen allerlei andersfarbigen Tonen. Eine nachträgliche Hydratisierung findet ja auch bei den Wasserhorizonten im roten Sandstein nicht statt. Brauneisenfärbung deutet daher schon auf Feuchtigkeit bei der Bildung solcher Gesteine. Andererseits darf der umgekehrte Schluss nicht ohne weiteres gezogen werden, dass Rotfärbung dementsprechend immer auf Wassermangel schliessen lässt. Nach den kritischen Ausführungen H. Stremmes [2]) über Lateritbildung entsteht in feuchten tropischen Waldböden im Untergrund Rotfärbung, in dem das Eisen aus den oberen Teilen des Gesteins unter Bildung von Bleicherde ausgelaugt und unten angereichert wird.

Damit wäre die Möglichkeit der Entstehung roter Bildungen in feuchtem Boden erwiesen, aber es fragt sich, ob es nicht nur eine Möglichkeit ist und ob diese ausreicht, die roten Gesteine der Erdgeschichte vom Typus des Buntsandsteins zu erklären, so dass damit auch die Beobachtungen Joh. Walthers [3]) in Australien vereinbar wären, nach dem die dortigen Roterden in trocknem Klima gebildet sind. Wo er sie in feuchtem Klima fand, waren sie von Braunerde bedeckt, was ihn dazu veranlasste, diese letzteren als fossil anzusprechen. Bei den roten Gesteinen des Paläozoikums und Mesozoikums handelt es sich ja um Gebilde von vielen hundert Metern Mächtigkeit sowohl im Buntsandstein wie auch in Rotliegenden und im Altrotsandstein, dessen Mächtigkeit im Baltland wohl auch bis 400 oder 500 m heraufgehen könnte [4]). Unmöglich kann hier die Zuführung von

1) Koken a. a. O.

2) H. Stremme, Die Entstehung des Laterits, Zeitschr. der Gesellsch. f. Erdkunde, Berlin 1917. S. 114.

3) Joh. Walther, Laterit in West-Australien, Zeitschr. d. deutsch. geolog. Gesellsch. 67, Monatsber. S. 113, 1915.

4) H. Scupin, Die Frage des Vorkommens von Steinsalz in Estland. Sitzungsber. d. Naturforscher-Gesellsch. zu Dorpat XXIX (1922) 1923. S. 19.

Eisenoxyd einfach durch Einsickerung von oben erfolgt sein. Das beweisen schon die hellen, weissen, grauen oder grünlichen Einlagerungen.

Auch eine mehrmalige Bildung unter denselben Bedingungen kommt in der Regel nicht in Frage. Denn der Wald stirbt in Folge der Bildung einer Eisenkruste im Untergrunde ab, und es bildet sich Savanne, wie das auch in den Ausführungen Stremmes zum Ausdruck kommt. An eine mehrmalige Bildung in dieser Art wäre höchstens bei den sog. „versteinerten Wäldern" zu denken. Man wird unbedingt an Umlagerung denken müssen, ohne die man aber auch die „versteinerten Wälder", deren Stämme eine Einbettung erfahren mussten, nicht erklären kann. Die Aufschüttungsmassen müssen also aus den Randgebieten stammen, dann aber ergeben sich neue Schwierigkeiten. Mit einer Mächtigkeit der Rotbildungen im Untergrund der Tropenwälder, die der des Buntsandsteins einigermassen vergleichbar ist, kann nicht gerechnet werden. Also müssten zur Erklärung der ungeheuren Rotflächen der Buntsandsteinzeit Waldflächen in den Randgebieten angenommen werden, die diese noch um ein Mehrfaches übertreffen. Denn eine Weiterbildung von Roterden im Ursprungsgebiet in entsprechendem Massstabe erfolgt nicht. Ist der Wald einmal abgestorben, so ist auch die Quelle für die Bildung des Aufschüttungsmaterials im Ursprungsgebiet versiegt. Mit der Vorstellung, wie man sie auch hört, dass die Gesteine des Buntsandsteins einfach umgelagertes Gesteinsmaterial des Rotliegenden sind, dieses aber wieder umgelagerter Altrotsandstein des Devons — man kann in dieser Weise bis zum Praecambrium zurückgehen (Torridonsandstein, rote Dalaquarzite) — kommen wir auch nicht weiter, das heisst nur die Frage zeitlich verschieben (ähnlich wie die Frage nach dem Ursprung des Lebens gelegentlich örtlich verschoben wurde), abgesehen davon, dass die Bildung roter Gesteine im Praecambrium dann ins Ungemessene gesteigert würde, wenn der ganze Vorrat solcher aus jüngeren Formationen schon in dieser Zeit entstanden wäre. So wird man eben doch zu dem Gedanken gedrängt, dass der grossen Masse der Rotgesteine der Erdgeschichte nur Rechnung getragen werden kann, wenn im Randgebiet die weitere Entstehung von solchen mit der Aufschüttung einigermassen Schritt hält. Dass Joh. Walther keine „absolute" Trockenheit für seine Auffassung fordert, ist von ihm mehrfach

betont worden, indem er auf die Bedeutung zeitweiliger, aber dann besonders gewaltiger Regenstürze im Gebiete des Trockenklimas hinwies[1]). Die zeitlich ganz bei weitem überwiegende trockene Hitze bewirkt dann energische chemische Veränderungen des verwitternden Gesteins, über deren Einzelheiten wir vorläufig noch nichts wissen. Der Boden wird gewissermassen ausgekocht.

So könnten klimatische Verhältnisse, wie sie Joh. Walther aus der australischen Wüste beschreibt, immerhin als Grundlage für die Auffassung der Entstehungsbedingungen der älteren Rotsandsteinbildungen betrachtet werden. Man kann sich dabei auch vorstellen, dass die eben geschilderten Gegensätze, zeitweilige starke Regenstürze und langandauernde trockne Hitze, in der Vergangenheit örtlich noch gesteigert waren, wenn wir in Betracht ziehen, dass wir augenblicklich in einer verhältnismässig kühlen Erdperiode leben. Mit Passarge nahm E. Philippi[2]) an, dass es z. B. in den Tropen im Mesozoikum noch sehr viel heisser war als heute, so dass im Inneren der tropischen Kontinentalmasse organisches Leben überhaupt nicht mehr möglich war. Die rote Farbe für sich allein kann also nur für warmes Klima in Anspruch genommen werden, und erst die Form der Umlagerung, wie sie im Buntsandstein, Rotliegenden und devonischen Altrotsandstein erscheint, gibt diesen Ablagerungen ihr kontinentales Gepräge. Unmöglich können so mächtige Sandablagerungen in Flächen von vielen hundert Quadratkilometern im Meere abgelagert sein, und die Bemerkung E. Kokens (a. a. O.), dass ein langsam vordringendes Meer alle Eigentümlichkeiten des Buntsandsteins zu erklären vermöge, trifft sicher nicht zu. Ein landeinwärts vordringendes Meer schiebt freilich weite Sandfläche in den Kontinent hinein; aber das Sinken des Meeresbodens, wie es doch zur Erklärung der Mächtigkeit derselben gefordert werden müsste, würde immer wieder nur an der Küste grob- und mittelkörnige Sedimente, draussen aber feinklastische oder kalkige entstehen lassen ähnlich wie in der mittleren Trias Muschelkalk und „Muschelsandstein". Wenn es ausserdem, wie Koken fordert, langsam vordringt, so würden die sandigen Sedimente der Küste den sandigen küstenfernen altersungleich werden. Welcher Art dann das ablagernde Medium gewesen ist,

1) Joh. Walther, Das Gesetz der Wüstenbildung, 2. Aufl. S. 22.
2) E. Philippi, Vorlesungen, S. 147.

Wind, Binnenseen, zeitweilig auftretende Flüsse oder besser breite Überschwemmungsfluten infolge gewaltiger Regenstürze, ist für die vorliegende Frage von untergeordneter Bedeutung. Voraussichtlich muss ein Zusammenwirken aller dieser Faktoren angenommen werden, auch zeitweilige örtliche Überschwemmungen durch das Meer werden nicht gefehlt haben. Die Annahme salziger Binnenseen genügt auch vollständig für die Erklärung oolithischer Kalksteine in derartigen Ablagerungen, wie aus den Forschungen Passarges[1]) in der Kalahari hervorgeht, wie ja auch Linck[2]) zu ihrer Erklärung Einwirkung von Natrium- und Ammoniumkarbonat auf Kalziumsulfat annimmt. So dürfte, ganz abgesehen von den übrigen Merkmalen, vorwiegender Fossilfreiheit, Tongallen, Dreikantern, Trockenrissen, kein Hindernis bestehen, bei palägeographischen Karten Schichten vom Typus des deutschen Buntsandsteins, des Rotliegenden oder des devonischen Altrotsandsteins den Kontinentalgebieten zuzurechnen.

Für die Gesteine des Rotliegenden, besonders aber des Oberkarbons tritt die Bedeutung der roten Farbe mitunter noch stärker durch den Gegensatz zu den grau, weiss oder dunkel gefärbten Gesteinen hervor. In der paralischen Entwicklung der Steinkohlenformation in England, Belgien, Westfalen, Oberschlesien und dem Donjetzbecken, für die wir naturgemäss ein feuchtes Klima annehmen müssen, fehlt die rote Farbe, sie findet sich, wie bekannt, stets nur etwas weiter gegen das Innere der alten Kontinente in Niederschlesien, im Erzgebirge, in der Provinz Sachsen und im Saargebiet, hier aber immer nur als taube Fazies. Wo die Bedingungen für die Kohlenbildung, also feuchtes Klima, vorhanden waren, erscheinen graue oder helle Schichten, wo sie fehlten, rote. Kohlenbildung und rote Farbe schliessen sich aus. Merkwürdig bleibt allerdings die oft grosse Nähe der tauben roten und der kohleführenden Fazies, wie bei Wettin, wo man wohl an eine Oase im Trockengebiet zu denken hat. Jedenfalls ist es für die klimatischen Verhältnisse in diesem ganzen, dem Kern der variszischen Faltung zunächstliegenden, die Böhmische Masse umgreifenden Gürtel, Niederschlesien, Erzgebirge, Sachsen, Saargebiet, bezeichnend, dass er dem Meere ferner lag, als die kohlenführenden Schichten mit marinen Einlagerungen von Eng-

1) J. Passarge, Die Kalahari. 1904 S. 258.
2) G. Linck, Neues Jahrb. f. Min. u. s. w. Beil. Bd. 16 S. 495. 1903.

land bis Oberschlesien, womit die kontinentale Lage des roten Oberkarbons erwiesen ist.

M. Blankenhorn hat (a. a. O.) auch den gleichfalls lithologisch ähnlichen roten Nubischen Sandstein mit marinen Fossilien als Gegenbeleg dafür herangezogen, dass derartige Bildungen auch im Meere abgelagert werden können (was oben ja bereits zugegeben wurde), doch beweist das, sobald man an Sandmassen denkt, die vom Inneren des Kontinents eingeweht oder eingespült wurden, nichts gegen die auch von Passarge[1]) festgehaltene Auffassung der kontinentalen Entstehung des sich durch grosse Teile von Afrika hinziehenden roten Sandsteins, der vielleicht das ganze Mesozoikum sowie den letzten Teil des Paläozoikums umschliesst und von ihm unter dem Kollektivnamen „Afrikasandstein" zusammengefasst wird.

In gleicher Weise wie die rote Farbe ist für die Beurteilung der Kontinente das Vorkommen der Dreikanter heranzuziehen. Auch hier ist zu erwägen: Sind die Dreikanter umgelagert, stammen sie aus einer älteren kontinentalen Bildung oder sind sie ein Produkt der in Frage kommenden Zeit? Der Erhaltungszustand wird darüber im allgemeinen leicht Auskunft geben. Mehrfach beobachtet sind Dreikanter bekanntlich im Buntsandstein, sowie auch im Rotliegenden. Sehr gute Stücke, die von F. Meinecke[2]) im Oberrotliegenden von Mansfeld gesammelt wurden und die jedenfalls keinen weiten Transport durchgemacht haben, befinden sich im Geologischen Institut der Universität Halle. Gleich gute Stücke sammelte ich in der mittelsudetischen Mulde im fossilfreien konglomeratischen Zechstein unweit Friedland in Schlesien. Die Dreikanter dürfen dabei nicht unter eine gewisse Grenze heruntergehen. Voraussetzung ist, dass sie gross genug sind, um dem Winde Widerstand zu leisten und nicht selbst verweht zu werden. Es mag dabei auf das Vorkommen sehr kleiner, oft nur millimetergrosser Gebilde verwiesen werden, wie ich sie im Quadersandstein der Loewenberger Kreide gelegentlich beobachtete, die in ihrer Form ganz den eigentlichen Dreikantern gleichen und schnurgerade Kanten besitzen, aber wegen ihrer Kleinheit nicht in derselben Weise

1) S. Passarge, Südafrika, Leipzig 1905. S. 58.

2) F. Meinecke, Das Liegende des Kupferschiefers. Jahrb. d. preuss. geol. Landesanstalt f. 1910 II. S. 253.

erklärt werden können. Auch Herr Geheimrat Kalkowsky machte mich vor Jahren bei einem Besuche des Dresdener Museums auf solche winzigen Gebilde aufmerksam.

Zersprungene Gerölle in Teilstücken innerhalb grobklastischer Ablagerungen gehören in die gleiche Kategorie erdgeschichtlicher Belegstücke für Kontinentalablagerungen. Stücke mit schneidend scharfen Kanten, die keinerlei Wassertransport durchgemacht haben können, fanden sich am gleichen Fundpunkte in Friedland neben den eben genannten Dreikantern im kontinentalen Zechstein[1]) der böhmischen Masse.

Über Trockenrisse, Rippelmarken, fossile Regentropfen, Abdrücke von Steinsalzwürfeln u. s. w. kann ich mir weitere Bemerkungen ersparen. Soweit sie nicht als Beweise für ausgedehnte Landflächen anerkannt sind, werden sie doch mindestens als im Schlamme der Küste gebildet angenommen. Um ihre Verbreitung in grosser horizontaler Ausdehnung, andererseits aber auch in vertikaler Richtung zu erklären, bleibt bei dieser letzten Auffassung nur die Möglichkeit eines dauernden schnellen Vor- und Zurückschiebens der Küste, womit gleichzeitig auch die zeitweise eintretende Verlandung des Gebietes ausgesprochen wird. Bis zu einem Landgebiet mit Trockenklima mit zeitweiligen Meeresüberschwemmungen, wie sie auch führende Vertreter der Wüstentheorie zugeben, ist dann nur noch ein Schritt.

Müssen naturgemäss Gips- und Steinsalzablagerungen selbst als Beleg für das Auftreten von Kontinenten gelten, so wird es doch nicht immer leicht sein, diese kartographisch festzulegen. Da, wo Ablagerungen geringerer Ausdehnung den Schluss auf eingetrocknete Salzseen gestatten, sind wohl Anhaltspunkte gegeben, und es wird für das Gesamtbild nicht allzuviel ausmachen, ob diese letzteren mehr oder weniger genau abgegrenzt werden. Wird der Salzsee aber so gross, wie der zur Zechsteinzeit, so wird seine Abgrenzung ebenso wichtig für das paläogeographische Bild, wie die Linienführung für die Meeresküste; und wenn man sich auch in Deutschland etwa ein Bild von der südlichen und westlichen Begrenzung machen kann[2]), so dürfte die Dar-

1) Vergl. auch Joh. Walther, Über Chirotherium. Zeitschr. d. deutsch. geolog. Gesellsch. 69. Monatsber. 1917/18 S. 184.

2) Vergl. die Kartenskizze des Zechsteinbinnenmeeres bei Everding, Zur Geologie der deutschen Zechsteinsalze in: Der Deutsche Kalibergbau. Festschr. z. 10. allgem. deutschen Bergmannstag zu Eisenach. 1907. In den Sudeten

stellung der paläogeographischen Verhältnisse der jüngeren Zechsteinzeit wenigstens hinsichtlich der nördlichen Begrenzung Schwierigkeiten machen[1]). Weit verbreitet sind Gipsbildungen im baltischen Devon. Sie treten besonders in der dem Oberen Mitteldevon angehörigen „Dolomitstufe" im Hangenden des älteren Altrotsandsteins auf. Drei örtliche Fazies sind hier nach Grewingk[2]) zu unterscheiden. Im Osten die Welikaja-Fazies, vorwiegend marin und nur oben Gipslager, so bei Isborsk, sowie auch Abdrücke von Steinsalzwürfeln. Westlich folgt die Düna-Fazies; auch hier unten noch marin, weiter oben Dolomite mit einer artenarmen, individuenreichen Fauna, wie sie sich in nicht normal gesalzenem Wasser findet, sowie ebenfalls Gipslagern, die sich dann in der Kurischen Fazies häufen, wo auch wieder Rotsandsteinbildungen erscheinen. Der obere Teil des Oberen Mitteldevons zeigt also einen Rückzug des überhaupt sehr flachen Meeres unter Bildung von Gipspfannen, wobei die Trockenlegung im Westen ihren Anfang nimmt.

Als weitere Merkmale kontinentaler Bildungen dürfen nicht übergangen werden die Spuren einstiger Vereisung, insbesondere Gletscherschliffe und Moränen mit geschrammten Geschieben. Sie waren es ja auch, die im letzten Viertel des vorigen Jahrhunderts die Annahme eines den Norden Deutschlands bedeckenden Diluvialmeeres endgültig beseitigten und die auch auf kontinentale Massen im Umkreis des Indischen Ozeans zur Permzeit hinwiesen. Besonderes Interesse verdienen sie in dieser Beziehung in Südafrika, wo das Dwykakonglomerat gegen das Innere hin als Moräne, weiter im Süden aber als Driftbildung entwickelt

---

greift die Küste etwas zu weit nach Süden, indem dort die kontinentalen Ablagerungen noch mit einbezogen sind. Die neue Überflutung im Oberen Zechstein verschob die Grenzen weiter nach Süden, wie aus den sächsischen Zechsteinablagerungen hervorgeht, wo Oberer Zechstein über Rotliegendes transgrediert. Das Gleiche gilt von Schlesien, wo im Bobergebiet bei Lähn, wie schon erwähnt, mariner Oberer Zechstein auf kontinentalem Konglomerat des Unteren und Mittleren Zechstein liegt.

1) Vergl. hierzu auch die von chemischer Seite gemachten Einwendungen gegen die Ochseniussche Barrentheorie bei E. Erdmann, Die Entstehung der Kalilagerstätten. Zeitschr. f. angewandt. Chemie XXI, Heft 32. 1908 S. 1685, wo die Salzwüstentheorie Joh. Walthers in einer modifizierten Form erscheint.

2) Grewingk, Geologie von Liv- und Kurland. Arch. f. Naturkunde Liv-, Est- und Kurlands 1. Ser. II. S. 507.

ist[1]), so dass von einigen die Küstenlinie mitten hindurch gezogen worden ist, während E. Koken[2]) Landseen annahm.

Fassen wir jetzt

**die Meeresablagerungen**

ins Auge, so bleibt die Zunahme des grobklastischen Charakters eines Schichtensystems nach einer Richtung hin natürlich für die Aufsuchung der Küste am wichtigsten. Bisweilen werden ohne weiteres tonige Ablagerungen einfach als küstenfern bezeichnet. Schon ein Hinweis auf das Wattenmeer an der Schleswig-Holsteinschen Nordseeküste zeigt, dass das nicht zutrifft und dass feinklastische Ablagerungen nur im Zusammenhange mit den übrigen in diesem Sinne gewertet werden dürfen. Auch die Geschichte der Geologie lehrt, wie vorsichtig man bei Bewertung des lithologischen Charakters einer Ablagerung in dieser Beziehung sein muss. Allgemein galt früher im Unterkarbon der Kohlenkalk als küstenferne, der „Kulm" als küstennahe Ablagerung, bis Holzapfel[3]) auf die Dickschaligkeit der Mollusken und Brachiopoden im Kohlenkalk und im Gegensatz dazu auf die Dünnschaligkeit der Posidonomya Becheri im „Kulm" hinwies, so dass nur den teilweise Pflanzen führenden Kulmgrauwacken und Konglomeraten (Nötscher Schichten, Frech[4])) ihr küstennaher Charakter verblieb. Die untersenonen Tone von Suderode am Harz[5]) sind ganz gewiss küstennahe Ablagerungen, die sich in geschützten, schlammigen Buchten der ja im Senon schon vorhandenen Harzinsel niederschlugen und durch die Führung von Cyrenen auf eine Aussüssung durch Zuflüsse derselben schliessen lassen. Ebenso wie am Harz sind die kretazischen Bunzlauer Tone, die den Suderoder auch im Alter gleichstehen, in ganz flachem Wasser im Bereich eines allmählich verlandenden Beckens abgelagert worden[6]).

1) Hatch and Costorphine, Geology of South Africa 2. Aufl. S. 225.

2) E. Koken, Indisches Perm und permische Eiszeit. N. Jahrb. f. Min. u. s. w. Festband 1907 S. 506.

3) E. Holzapfel, Die cephalopodenführenden Kalke des Unterkarbon von Erdbach-Breitscheid b. Herborn. Palaeont. Abhandl. von Dames und Kayser. V (N. F. I) S. 6 ff.

4) Vergl. F. Frech, Lethaea palaeoz. II, 3. S. 304.

5) F. Frech, Die untersenonen Tone von Suderode. Zeitschr. d. deutsch. geolog. Gesellsch. Bd. 39. S. 141. 1887.

6) H. Scupin, Die Loewenberger Kreide. Palaeontographica. Suppl. VI. S. 56. 1912/13.

In fast allen Lehrbüchern werden die Dictyonema-Schiefer und die Graptolithenschiefer als Ablagerungen tiefen Wassers, gelegentlich sogar als abyssisch bezeichnet. Das ist sicher falsch, worauf wohl zuerst Deecke[1]) hingewiesen hat. Man muss hier das ganze Profil, das Werden der Ablagerung in Betracht ziehen. Da bereits Schmitzen von Dictyonemaschiefer dem unterlagernden, eine deutliche Strandbildung darstellenden Obolus-Sandstein eingeschaltet sind, so widerlegt sich diese Auffassung abgesehen von anderen Gründen ganz von selbst[2]). Auch der „Blaue Ton" am estnischen Glint ist sicher ganz küstennah abgelagert.

Darf man also aus feinschlammigen Ablagerungen, die man als Schicht nur in beschränktem Masse weiter verfolgen kann, einen Schluss auf tieferes Wasser zunächst nur unter Berücksichtigung der anderen in Betracht kommenden Faktoren, des organischen Inhalts, der Lagerungsverhältnisse und des Auftretens im Schichtenverbande, machen, so wird doch andererseits ein regelmässiger Übergang derartiger ausgedehnter Sedimente in gröbere ein guter Hinweis auf die Richtung, in der die Küste zu suchen ist, bleiben. Die Festlegung der Küste wird an Sicherheit gewinnen, je breiter der Streifen ist, in dem die gleiche Erscheinung beobachtet werden kann. Eine stark gekrümmte Küstenlinie bezw. eine Halbinsel oder Insel wird vorhanden sein, wenn von mehreren Punkten aus in verschiedenen gegen die Mitte zusammenlaufenden Richtungen die Zunahme des grobklastischen Charakters bemerkbar wird.

So zeigt sich in der Oberen Kreide in Sachsen ziemlich allgemein eine Zunahme der Korngrösse gegen Südosten, indem die Pläner in Plänersandstein oder Sandstein übergehen; in Böhmen bietet sich das gleiche Schauspiel gegen Nordosten. Beide Richtungen konvergieren gegen das Riesengebirge, woraus dessen Landfestigkeit zur Oberkreidezeit gefolgert werden kann. In gleicher Weise zeigt sich diese Erscheinung weiter südlich in Böhmen und in der Loewenberger Kreide gegen Osten, so dass hier eine zweite auch aus paläontologischen Gründen zu

1) W. Deecke, Faziesstudien über europäische Sedimente. Berichte d. Naturforsch. Gesellsch. zu Freiburg i. Br. Bd. XX S. 5. 1913.

2) H. Scupin, Ist der Dictyonemaschiefer eine Tiefseeablagerung? Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. 73. Monatsber. S. 153. 1921.

folgernde Landmasse angenommen wurde[1]). Ähnlich liegen die Verhältnisse in der Unterkreide Nordwestdeutschlands, wo H. Stille aus dem Auftreten der sandig-konglomeratischen Fazies im Süden gegenüber der tonigen weiter nördlich Schlüsse auf den Verlauf des Niedersächsischen Uferrandes zog[2]).

Ebenso berechtigt die sandige Ausbildung des rheinischen und Oberharzer Unterdevons zu einem Schlusse auf eine nahe Küste im Norden, wie sie F. Frech[3]) auch in seiner Meereskarte einträgt. In der Lennegegend bezeichnet die sandige Fazies des Mitteldevons im Gegensatz zu der Eifeler die Annäherung an die Küste. Deutlicher kennzeichnen diese noch die Konglomerate bei Aachen.

Ein sehr charakteristisches Beispiel ist ferner die Abgrenzung des Zechsteinmeeres gegen Westen durch die früher für Rotliegendes gehaltenen Konglomerate am Ostrande des Rheinischen Schiefergebirges. In dieser Hinsicht bezeichnend ist auch das Auftreten roter sandiger Bildungen unter der Bank von Zechsteinkalk von Albersweiler in der Pfalz, die meist noch als Rotliegendes angesprochen werden. Fasst man sie als sandige Vertretung des Zechsteins auf, so spielt es für die Lage der in nächster Nähe anzunehmenden Küste keine wesentliche Rolle, ob man sie als kontinental oder etwa als eingeschwemmte, kontinental gebildete Strandablagerungen auffasst.

In diesem Zusammenhange sei noch einmal auf die roten sandig-konglomeratischen Zechsteinablagerungen in Niederschlesien[4]) hingewiesen. Während ein Teil der sandigen Bildungen, die lithologisch nicht vom Buntsandstein zu unterscheiden sind („Steinsalzpseudomorphosen"!), vor allem aber die kalkigen Konglomerate des Unteren und Mittleren Zechsteins des Bober-Katzbach-Gebietes, sowie die den ganzen Zechstein umfassenden der mittelsudetischen Mulde, wie schon ausgeführt, als Kontinentalablagerungen anzusehen sind, ist ein anderer Teil derselben auch in Form von roten Sandsteinen durch Fossi-

1) H. Scupin, Loewenberger Kreide, S. 82.

2) H. Stille, Die mitteldeutsche Rahmenfaltung. 3. Jahresber. d. niedersächsisch. geolog. Vereins zu Hannover 1910 S. 168.

3) F. Frech, Lethaea geognostica II. 2.

4) Vergl. H. Scupin, Die erdgeschichtliche Entwicklung des Zechsteins im Vorlande des Riesengebirges. Sitzungsber. d. Königl. preuss. Akademie d. Wissensch. Math. phys. Kl. S. 1266. 1916.

lien als Küstenbildungen gekennzeichnet. Als chemische Flachwasserbildungen der Küste am Rande der böhmischen Masse ist hier auch der Plattendolomit im mittleren Teil des Oberen Zechsteins zu nennen, der in Thüringen, Sachsen und Schlesien auftritt, im Gebiet des Zechsteins des Harzvorlandes aber nicht mehr vorhanden ist[1]).

Weiter sei an das Verhältnis der linksrheinischen sandigen Fazies des Muschelkalkes zu der normalen kalkigen Ausbildung erinnert.

Recht scharf lässt sich auch die oligozäne Küste im Südosten des Harzes auf Grund des lithologischen Befundes festlegen. Im Verlaufe des Unteroligozäns gegen Süden vordringend, lag sie im Mitteloligozän etwa bei Halle, wo der Magdeburger Sand die litorale Fazies des etwas küstenferner abgelagerten Septarientons darstellt, während südlich und westlich von Halle Dünensande als Kontinentalfazies erscheinen[2]).

In ähnlicher Weise wie für das feinste Material ist auch bei Bewertung des gröbsten, insbesondere der Konglomerate, vielfach nicht ohne weiteres ein sicherer Schluss zu machen. Häufig wird bei dem Vorhandensein von Konglomeraten schlechthin auf Bildungen in allernächster Nähe der Küste geschlossen. Der Schluss wird dann zutreffen, wenn es sich um einen nicht zu breiten Streifen handelt, der ein von Ablagerungen der betreffenden Epoche freies Gebiet begrenzt und nach der anderen Seite in feinklastisches Material übergeht. Bedecken die konglomeratischen Schichten eine grössere Fläche, so wird sich das, wenn sie als basale Ablagerungen einer transgredierenden Formation auftreten, durch das Vordringen des Meeres bezw. die Zurückschiebung der Küste erklären lassen; man muss sich dann aber vergegenwärtigen, dass diese basalen Ablagerungen je nach der Schnelligkeit, mit der das Meer vordrang, nicht mehr ganz altersgleich sind. Basalkonglomerate finden sich in der Kreide Sachsens nicht nur an der Basis des Cenomans, son-

1) Vergl. E. Zimmermann, Der thüringische Plattendolomit und seine Vertreter im Strassfurter Zechsteinprofil. Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. Bd. 65 Monatsber. S. 357. 1913. sowie H. Scupin, Das Vorkommen des Plattendolomits im niederschlesischen Zechstein. Zeitschr. d. deutsch. geolog. Gesellsch. Bd. 69 Monatsber. S. 104. 1917.

2) H. Scupin, Geologischer Führer in die Umgebung von Halle a. S. Berlin 1913. S. 33 ff.

dern dort, wo Aufragungen an der alten Landfläche vorhanden waren, auch etwas höher[1]). Auch werden Anhäufungen grober Küstenkonglomerate von grosser Mächtigkeit immer nur beschränkte, bandförmige Verbreitung haben können. Auch die Sandsteinmassen der sächsisch-böhmischen Kreide keilen peripher von der alten Riesengebirgsinsel aus und erscheinen dort in Verzahnung mit den feinklastischen Plänern. Mächtige und gleichzeitig in grosser Flächenverbreitung erscheinende grobklastische Ablagerungen sind daher nicht marin, sondern kontinental[2]) (Altrotsandstein, Oberkarbon, Rotliegendes, Buntsandstein).

Übrigens sind auch Basalgerölle einer marinen Schichtenfolge keineswegs immer selbst als Produkt der Meereswoge anzusehen; vielfach mag sie letztere bereits vorgefunden und nur verkittet haben. Das gilt wohl bezüglich des Zechsteinkonglomerates sowie mancher Konglomerate an der Basis der Oberen Kreide in Sachsen und Schlesien. Ich stimme Lepsius[3]) durchaus zu, wenn er meint, dass die Wirkung der Brandungswoge stark überschätzt werde und dass insbesondere in Sachsen die Oberfläche des Grundgebirges unter der Kreide nicht als Abrasionsfläche aufzufassen sei, vielmehr erfolge die Abtragung durch Denudation und Erosion.

Von besonderer Bedeutung in paläogeographischer Hinsicht sind in einem konglomeratischen Gestein solche Gerölle, deren Herkunft die örtliche Freilegung älterer Gesteinskomplexe und damit deren Landfestigkeit beweist. Hierher gehören die von Brandes[4]) beschriebenen Trümmergesteine der Kreide am Harz, der Gneiskonglomerate des Unterkarbons im Eulengebirge u. s. w. Ein Geröll von rotliegendem Konglomerat fand ich im schlesischen Untersenon, das damit ebenfalls die Landfestigkeit eines Teils der Nordsudeten beweist.

Ist durch die organischen Einschlüsse der Nachweis zu erbringen, dass grob- oder mittelklastische Gesteine, insbesondere Sandsteine, nicht als kontinentale Bildungen aufzufassen sind,

---

1) W. Petraschek, Faziesbildungen im Gebiete der sächsischen Kreideformation. Isis. Dresden 1899 Heft 2. S. 57.

2) Vergl. oben S. 16.

3) Vergl. R. Lepsius, Geologie von Deutschland II. S. 174, Fussnote.

4) G. Brandes, Einige Bemerkungen über Trümmergesteine im mittleren und oberen Untersenon der Aufrichtungszone des nördlichen Harzrandes. Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. Bd. 54. Sitzungsberichte S. 19.

so werden sie jedenfalls im allgemeinen ein wertvoller Fingerzeig für die Nähe der Küste sein. Da wo eine Veränderung im Charakter der Ablagerungen sich nicht nachweisen lässt, die einen Hinweis auf die Lage der Küste geben könnte, wird die Richtung, in der sie zu suchen ist, unter Heranziehung der sonstigen Lagerungsverhältnisse zu bestimmen sein. Hierher gehört das Vorhandensein jüngerer Transgressionsablagerungen über älteren Bildungen in der Nachbarschaft, die beweisen, dass dieses Nachbargebiet in der in Frage kommenden Zeit Kontinent war. Der klastische Charakter des Unterdevons am Bosporus zeigt in Verbindung mit der Fauna, die der rheinischen vergleichbar ist, Küstennähe an, die mittel- und oberdevonische Transgression südlich und nördlich[1]) belehrt uns, dass die Ablagerungen einem sich etwa ostwestlich erstreckenden Meeresarm zwischen zwei Landmassen entsprechen.

## Der paläontologische Charakter der Ablagerungen.

Die zur Ablagerung von Meeresbecken und den sie trennenden Landmassen am häufigsten herangezogene und auch wichtigste Methode ist die faunistische bezw. floristische. Andererseits ist sie es aber auch, die für sich allein betrachtet am leichtesten zu Trugschlüssen führen kann und die auch ganz besonders in dem eingangs erwähnten Aufsatze Sempers kritisiert wird.

Sie ist aufgebaut auf der Voraussetzung, dass gleiche Arten bezw. Gattungen in gleichen Lebensbezirken hausen, die ein geschlossenes Ganzes darstellen oder wenigstens früher dargestellt haben, während umgekehrt die Verschiedenartigkeit einer Fauna auch für eine Verschiedenartigkeit des Lebensbezirkes in Anspruch genommen wird. E. Dacqué[2]) äussert Bedenken gegen diese tiergeographische Methode, indem er auf Konvergenzbildungen in getrennten Räumen hinweist. Es kann nicht bestritten werden, dass solche vorkommen (Unioniden, Oppelia u. a.), immerhin aber bleiben es Ausnahmen. Unsere ganze Systematik bricht zusammen, wenn wir derartigen Bildungen allgemeinen Wert beilegen. Dass eine ganze Faunengemeinschaft, nach

1) Vergl. die Karte: Meer und Kontinente des Unterdevons bei Frech, Lethaea palaeozoica II. 2.

2) E. Dacqué, Grundlagen und Methoden der Paläogeographie S. 372.

der ja allein geurteilt werden kann, sich so entwickelt, ist doch ausgeschlossen. Dagegen ist es in der Tat richtig, wenn Dacqué bemerkt, dass der Satz, das Vorkommen gleichartiger Formen lasse einen Zusammenhang der Lebensbezirke voraussetzen, unbedingter gelte, als seine Umkehrung, die aus der Verschiedenheit eine Trennung folgert. Wiederum ist aber mit dem Begriff „Zusammenhang" paläogeographisch nicht viel anzufangen. Über die Abgrenzung von Wasser und Land ist damit allein noch nichts ausgesagt. Auch das australische Silur zeigt gemeinsame Formen mit dem paläoarktischen und dem böhmischen. Die Hauptfehlerquelle für die Beurteilung der Tatsachen liegt darin, dass die Verschiedenartigkeit einer Fauna wiederum durch eine ganze Anzahl von Ursachen bedingt sein kann, und der Fehler stellt sich ein, sobald man aus ihr, wie es mitunter geschieht, den Schluss auf räumliche Trennung macht.

Die Verschiedenartigkeit kann verursacht sein

1) durch geographische Unterschiede, räumliche Trennung,

2) durch fazielle Unterschiede, bedingt durch vorhandenen oder fehlenden, stärkeren oder schwächeren Salzgehalt des Wassers, durch die Nähe oder Ferne der Küste bezw. geringere oder grössere Tiefe des Wassers oder durch die Beschaffenheit des Untergrundes,

3) durch klimatische Unterschiede, wobei auch zwei dieser Faktoren oder alle drei zusammen wirken können.

Es ist dabei weiter im Auge zu behalten, dass auch bei gleichen Faunen längst eine räumliche Trennung derselben stattgefunden haben kann, die nur durch die Gleichheit der Lebensbedingungen im Laufe der Erdgeschichte eine Weile verborgen blieb. Bei der Konstruktion paläogeographischer Karten ist es also wahrscheinlich zu machen, dass die Abweichungen nicht durch die an zweiter und dritter Stelle genannten Ursachen hervorgerufen sind.

Klimatische Unterschiede werden bei Karten, die kleinere Gebiete umfassen, im allgemeinen überhaupt ausser Betracht bleiben können; ebenso bei Karten grösseren Umfanges, wenn es sich um nah benachbarte Gebiete etwa gleicher Breite handelt, wenn auch durch Meeresströmungen Verschiebungen

in gewissem Umfange eintreten können. Interessant ist in dieser Hinsicht z. B. die Feststellung von Lasswitz[1]), dass die Ammoniten der Kreide von Texas stärkere Beziehungen zu denen der mitteleuropäischen Kreide aufweisen, als zu denen der nordafrikanischen, was auf eine ähnliche Verteilung der Meeresströmungen in der Kreidezeit wie heute und dadurch auch auf eine ähnliche Verteilung der Landmassen in der Gegend des heutigen Mittelamerika schliessen lässt. Es wird aber, um ein besonders augenfälliges Beispiel zu wählen, bei so scharfen Unterschieden, wie sie im Kambrium in der Dikellocephalus-Fauna des grössten Teils von Nordamerika und der Olenus-Fauna im östlichsten Teile des Landes bestehen, niemand auf den Gedanken kommen, hier klimatische Unterschiede zur Erklärung heranzuziehen.

Abweichungen auf Grund der Fazies werden in Karten kleinerer Landflächen ebenfalls als solche leichter kenntlich werden, jedenfalls wird bei faunistischen Unterschieden in räumlich getrennten Vorkommen verschiedenen lithologischen Charakters kein Schluss auf ein Vorkommen einer trennenden Landmasse gemacht werden dürfen. Je enger die verglichenen Fazies dabei zusammenrücken, um so klarer werden die wirklichen Verhältnisse werden, und so musste bei einem Vergleich des rheinischen Devons mit dem böhmischen schon das Vorkommen des mit dem Mnenianer so völlig übereinstimmenden Greifensteiner Kalkes zeigen, dass die faunistischen Verschiedenheiten nur faziell bedingt sein konnten. Das Gleiche zeigten schon für das mittlere Unterdevon die herzynischen Faunen des Unterharzes und Kellerwaldes. Andererseits legen die immerhin merklichen Verschiedenheiten zwischen Kellerwald-Harz einerseits und Böhmen andererseits bei annähernd gleicher, kalkiger Fazies die Annahme eines trennenden Landes nahe, das in der Thüringer Unterdevon-Halbinsel oder -Insel gefunden werden kann, die auf Grund des Fehlens von Ablagerungen während fast der ganzen Unterdevonzeit anzunehmen ist, ein hübsches Beispiel des Zusammenwirkens faunistischer und stratigraphischer Gesichtspunkte.

Es werden daher nur Abweichungen der Fauna bei gleicher Fazies und Fortfall von Klimaunterschieden paläogeographisch bedeutungsvoll sein können. So fallen auch die faunistischen

1) Lasswitz, Die Kreide-Ammoniten von Texas. Geolog. u. Paläontolog. Abhandl. v. Koken. N. F. VI, Heft 4. S. 259. 1904.

Abweichungen der fränkischen Oberkreide von der böhmischen auf, trotzdem sie lithologisch und faunistisch zu dieser gehört. Sie dürften m. E. durch eine Insel zu erklären sein, die während des Cenomans und unteren Turons in der Gegend des Bayrischen Waldes bestand, die aber in der Scaphitenzone, wo die Unterschiede sich verwischen und wo auch im ganzen Gebiet die grösste Vertiefung des Meeresbeckens angenommen werden muss, vom Meere ganz oder zum Teil überflutet wurde.

Bei paläogeographischen Karten grösserer Ausdehnung werden auch hier die Schwierigkeiten wachsen. Andererseits ist bei mehreren grösseren Verbreitungsgebieten mit einem Wechsel der Fazies innerhalb der betreffenden Ablagerungen zu rechnen, und so erhöht sich die Aussicht auf das Vorkommen korrespondierender isopischer, also für paläogeographische Zwecke vergleichbarer Schichten. Auch gibt es immerhin eine ganze Reihe von Fossilien, die bis zu einem gewissen Grade unabhängig von der Fazies sind [1]) und Vergleiche ermöglichen.

Besonders bedeutsam werden die Fälle, wo nach ursprünglicher Übereinstimmung zweier Faunengebiete sich allmählich Verschiedenheit ausbildet oder umgekehrt ein allmählicher Ausgleich der Faunen erfolgt. Hier können mit grosser Wahrscheinlichkeit werdende oder verschwindende Landmassen gefolgert werden. Der erste Fall ist für F. Frech massgebend geworden bei der Kartenskizze der Land- und Wasserverteilung im Kambrium Amerikas, der andere bei der Karte des Silurmeeres in Nordeuropa (Europäische Landenge) sowie der nordatlantischen Halbinsel im Unterdevon. Ist dieses Gebilde ja auch ganz hypothetisch begrenzt und mitten in den heutigen Atlantischen Ozean hineinverlegt, so wird man doch der kühnen Spekulation Frechs auf Grund dieser Erwägungen eine gewisse Berechtigung nicht absprechen dürfen.

Gleichwohl aber bleiben natürlich noch immer zahlreiche Fälle, wo es schwer zu entscheiden ist, wieviel bei der faunistischen Verschiedenheit jeweilig auf Rechnung von Klima, Fazies oder räumliche Trennung zu setzen ist und wo der lithologische Charakter bei der Beurteilung mitzusprechen hat. Die faunistische Verschiedenheit des deutschen Zechsteinmeeres von dem medi-

1) Näheres darüber in einem im Druck befindlichen Aufsatze: Der chronologische Wert der Leitfossilien. (Inzwischen erschienen. Centralbl. f. Min. u. s. w. 1923 S. 400.)

terranen ist räumlich und faziell (flacheres Wasser, stärkerer Salzgehalt) bestimmt, aber gerade die Faziesverhältnisse, in diesem Falle die Salzlagerstätten, beweisen die räumliche Trennung, und die Verbreitung der klastischen Gesteine am Rande zeigt die Abgrenzung. Ähnliche Erwägungen gelten für das Muschelkalkmeer.

Auch die Vindelizische Landmasse[1]) ist faunistisch und lithologisch gestützt. Auch bei ihr ist, wie aus den Ausführungen Pompeckjs hervorgeht, eine Veränderung in der Land- und Wasserverteilung während des höheren Jura festzustellen, insofern die anfängliche Verschiedenartigkeit des süddeutschen und alpinen Meeres während Trias, Lias und unterem Dogger allmählich zurücktritt und beide Ablagerungsgebiete mehr und mehr gleichartig werden, so dass im Oberen Jura mit einem Verschwinden des Vindelizischen Landes zu rechnen ist.

Ganz von selbst drängt sich dadurch die Frage auf, in wie weit das Vorkommen gleicher oder verwandter Formen in verschiedenen Gegenden überhaupt die annähernde Gleichzeitigkeit der Bildungen verbürgt, eine Frage, über die ja in letzter Zeit viel gestritten worden ist. Ich habe mich an anderer Stelle eingehend über diese geäussert und bin zu dem Schlusse gelangt, dass doch in recht viel Fällen mit einer ziemlich weitgehenden Gleichaltrigkeit homotaxer Schichten gerechnet werden kann[2]), wobei besonders die Verbreitung durch Strömungen, vor allem auch der Larven in Betracht zu ziehen ist. Bei der Vergleichung der Faunen wird dabei oft wenigen Formen, die bis zu einem gewissen Grade faziesfest erscheinen, der Vorrang vor einer Mehrzahl anderer zu geben sein; es wird die Wahrscheinlichkeit gleichen Alters ausserdem wachsen, wenn in den verglichenen Gebieten gleiche Faunenfolgen mit möglichst viel Gliedern vorhanden sind. Gibt es auch manche Unstimmigkeiten in der Verbreitung einzelner Formen, die auf Wanderungen derselben zurückzuführen sind, so ist es doch nicht wahrscheinlich, dass sich durch solche Abwanderungen bedingte Verspätungen mehrfach in der gleichen Weise und in gleichem

1) Vergl. besonders Pompeckj, Die Juraablagerungen zwischen Regensburg und Regenstauf. Geogn. Jahreshefte 14. München 1901 S. 139 sowie R. Lang, Das Vindelizische Gebirge zur mittleren Keuperzeit. Jahreshefte des Ver. f. vaterländ. Naturkunde in Würtemberg 67. S. 218. 1911.

2) H. Scupin, Der chronologische Wert der Leitfossilien. Centralbl. f. Min. u. s. w. 1923. Heft 12—14.

Abstande wiederholen. Man wird daher wohl damit rechnen dürfen, dass die in verschiedenen Gegenden auftretenden einzelnen Glieder solcher Faunenfolgen auch wirklich etwa gleichzeitig in den verglichenen Gegenden gelebt haben. Endlich ist bei dieser Frage der Gleichzeitigkeit namentlich bei räumlich weit entfernten Gegenden die Gleichartigkeit der Faunenmischung oft von Bedeutung. Da die Formen mit Eigenbewegung sich offenbar nicht mit der gleichen Geschwindigkeit verbreiten und die Verspätung der langsameren Formen gegenüber den schnelleren mit der Grösse des Zeitraumes wachsen muss, so wird bei gleichzeitigem Erscheinen einer biologisch verschieden zusammengesetzten Fauna in einer räumlich entfernten Gegend auch auf einen kurzen Zeitraum für die Verbreitung geschlossen werden dürfen, und zwar wird in vielen Fällen dann wohl an die Vertreibung der Larvenfauna durch die Meeresströmungen zu denken sein. Im übrigen muss bezüglich dieser Frage auf die Ausführungen selbst verwiesen werden.

Jedenfalls meine ich, dass trotz der Wanderungen von Faunen infolge Fazies und Klima doch in vielen Fällen mit einer so weitgehenden annähernden Gleichzeitigkeit gerechnet werden darf, dass sie für die Konstruktion einer paläogeographischen Karte ausreicht. Niemand wird ja für einen ganz bestimmten Bruchteil eines faunistisch ungefähr gleichartigen Zeitraumes, etwa eine bestimmte Stufe oder gar Zone, paläogeographische Konstruktionen für eine grössere Landfläche, etwa einen Erdteil oder auch nur ein grösseres Land, versuchen wollen. Je kleiner der paläogeographisch darzustellende Zeitraum ist, um so kleiner wird auch das darzustellende Gebiet sein müssen. Gerade dadurch, dass unsere paläogeographischen Übersichtskarten meist grössere Zeiträume umspannen, bringen sie zum Ausdruck, dass die Grenzlinien zwischen Wasser und Land nur Durchschnittswerte darstellen, und dass man sich dieselben hier früher, dort später, an dieser Stelle mehr, an jener weniger nach der einen oder anderen Seite verschoben zu denken hat, auch abgesehen von den Signaturen für Transgressionen und Regressionen, die ja den diesen Karten zu Grunde liegenden Entwicklungsgedanken am deutlichsten zum Ausdruck bringen. Anders sind sie wohl auch nirgends gemeint.

Für die Feststellung von Meeren und Kontinenten innerhalb einer bestimmten Zeit ist zunächst die Frage nach dem

**Vorhandensein oder Fehlen von organischen Resten**

überhaupt von Wichtigkeit. Das fast völlige Fehlen von solchen im Buntsandstein sowie in einem grossen Teile des Rotliegenden hat ebenfalls dazu beigetragen, diese Ablagerungen für kontinental anzusprechen. Zweifellos wird diesem Gesichtspunkte Bedeutung nicht zu versagen sein, und auch das Vorkommen örtlicher fossilführender Bänke, die sich durch zeitweise auftretende Wasseransammlungen erklären, wird ihm keinen Eintrag tun, immerhin bleibt daneben auch bemerkenswert die fast völlige Fossilfreiheit oder doch Fossilarmut mancher sicher im Meere abgelagerten sandigen Schichten. Sehr fossilarm ist z. B. der kambrische Eophyton- und Fukoidensandstein Estlands. Besonders auffallend wird die Fossilarmut in einigen Horizonten der südostdeutschen Kreide. Der schlesische Cuvieri-Quader ist fast ganz frei von organischen Resten trotz nicht unbedeutender Mächtigkeit, und auch in andern Horizonten ist stellenweise ebenso wie in Sachsen und Böhmen verhältnismässig wenig zu finden. Man kann vielleicht annehmen, dass diese Armut an organischen Resten auf sehr schnelle Sedimentation z. T. vielleicht infolge eingewehter Sandmassen zurückzuführen ist. Man wird daher Fossilfreiheit nur in Verbindung mit den übrigen, oben z. T. schon erörterten Merkmalen für Kontinentalablagerungen . als weiteres Glied in der Kette der Wahrscheinlichkeitsbeweise werten können.

**Landtiere und Landpflanzen.**

Am einfachsten liegt natürlich der Fall, sobald es sich um Ablagerungen mit Landtieren handelt. Landtiere, besonders fliegende, werden ja allerdings auch in marine Ablagerungen gelangen können, wie das besonders der Solnhofener Schiefer mit Archaeopteryx, Flugsauriern und Insekten zeigt. Andererseits wird doch niemand an der Landfestigkeit grosser Flächen Afrikas in der Karruformation mit ihrer Theromorphen-Fauna zweifeln. Anerkannt kontinentale Ablagerungen sind ebenso die Dinosaurier-Ablagerungen am Tendaguru in Ostafrika oder die Atlantosaurus-Schichten in Amerika, und schliesslich sind in diesem Zusammenhange auch die Lungenschnecken des Löss zu nennen. Ebenso sicher nötigt die Geschichte des Pferdestammes zu dem Schluss auf einen alten Zusammenhang der alten und der neuen Welt, wie auch schon lange, ehe die Geologie

paläogeographische Studien versuchte und Neumayr seine Karte der Jurameere und -Kontinente entwarf, die Verbreitung der Lemuren zu der Annahme eines untergegangenen Kontinentes zwischen Madagaskar und Indien geführt hatte.

Dagegen werden für die Abgrenzung von Kontinenten Landtiere wegen ihrer ungünstigeren Erhaltungsbedingungen im allgemeinen nicht geeignet sein. Hier werden höchstens die Süsswassertiere des Kontinentes, vielleicht auch gelegentlich Brackwasserablagerungen sowie besonders die marinen Ablagerungen der Umgegend unter eingehendster Berücksichtigung der stratigraphischen (Auskeilen) und lithologischen Verhältnisse (Zunahme des grobklastischen Charakters gegen die Küste) in Frage kommen.

Landpflanzen sind, da sie sich ausser in kontinentalen Süsswasserbildungen auch in Küstenablagerungen in grösserer Häufigkeit finden, im allgemeinen für sich allein betrachtet wenig geeignet für die Beurteilung der Ablagerungsstelle. Hier wird erst die Frage des Zusammenvorkommens mit marinen Fossilien, wie etwa bei einem Vergleich des pflanzenführenden Unterkarbons (Nötscher Schichten Frechs) mit dem produktiven Karbon zu prüfen sein. Auch wird die geringere oder grössere Vollständigkeit in der Erhaltung der zartesten Teilchen einen Hinweis auf die Länge des Transportweges geben. Nur da, wo Landpflanzenreste noch sicher in situ sind, wie die aufrechtstehenden verkohlten oder verkieselten Stämme in der Steinkohlenformation und Braunkohlenformation, ferner die Stigmarien-Wurzeln in Liegenden der Steinkohlenflöze, werden sie für die Auffassung der Ablagerungen als kontinentale von Bedeutung.

Schwieriger liegt die Frage bei

**Süss- und Brackwassertieren.**

Zunächst geht man bei der Erwägung der Frage, was im Bereich des süssen oder halbsalzigen Wassers, andererseits, was im Meere seinen Wohnsitz hatte, vielfach unberechtigterweise von der Gegenwart aus, indem man den Schluss macht, dass die heute lebenden Gattungen, ja auch Familien oder noch höhere Kategorien der Systematik auch in der Vergangenheit die gleiche Lebensweise gehabt haben. Es ist ja schon vielfach darauf hingewiesen worden, dass hierdurch die Möglichkeit von Trug-

schlüssen gegeben ist[1]), zumal ja auch in der Gegenwart einzelne Formen im Salz- und Süsswasser vorkommen — man denke nur an die Laichzüge der Fische — und sich auch ausgeprägte Süsswasserformen gelegentlich an salziges Wasser anpassen und umgekehrt. Eine unserem Flusskrebs nahe stehende Form Astacus pachypes Pall. kommt im Salzwasser des Kaspisees vor, umgekehrt tritt der Hering in jungen Reliktenseen Finnlands auf. Noch in historischer Zeit wanderte ein Hydropolyp Cordylophora lacustris ins Süsswasser ein[2]). Bekannt ist das Auftreten von Süsswassermedusen im Tanganjikasee und mittelamerikanischen Seen, die beim Versetzen in ihren angestammten marinen Lebensbezirk zu Grunde gehen, und so liessen sich die Beispiele stark vermehren. Es kann daher auch schliesslich das Auftreten einzelner Formen aus Tierklassen oder Ordnungen, die in der Jetztwelt und nach ihrem geologischen Vorkommen für ausgesprochen marin gelten, in Ablagerungen, die man lithologisch für kontinental halten muss, wohl auffallen, ohne dass es zur Charakterisierung derselben als marin ausgenutzt werden darf. Dahin gehört z. B. das bereits oben erwähnte Beispiel einer Lingula im devonischen Altrotsandstein des Baltlandes. Im Hinblick auf das oben genannte Beispiel von Süsswassermedusen wäre auch das von Pohlig[3]) beschriebene Vorkommen einer angeblichen Meduse im Rotliegenden von Friedrichroda in Thüringen, Medusites atavus, selbst wenn es sich um eine einwandfreie Form handelte, was nicht der Fall[4]), kein Argument für die marine Entstehung der deutschen Rotliegendablagerungen.

Ebenso ist man vielfach geneigt, die Erfahrungen, die man aus dem Vorkommen einer grösseren Tiergruppe während langer geologischer Zeiträume gesammelt hat, zu verallgemeinern und beispielsweise anzunehmen, dass die Ganoïden sich erst in verhältnismässig später geologischer Zeit im Kampf ums Dasein namentlich im Wettbewerbe mit den Knochenfischen in die Flüsse zurückgezogen haben. Es spricht indes nichts gegen die Möglichkeit, dass sich eine ähnliche Anpassung einzelner Arten und

1) Vergl. hierzu auch W. Deecke a. a. O. S. 35.

2) Auf diesen Fall von Anpassung wurde ich durch Herrn Prof. v. Kennel, Dorpat, freundlichst aufmerksam gemacht.

3) Pohlig, Altpermische Saurierfährten, Fische und Medusen der Gegend von Friedrichroda. Festschrift z. 70. Geburtstage R. Leuckarts S. 59. Taf. 2.

4) Vergl. Zittel, Grundzüge der Palaeontologie I. S. 149.

vielleicht auch Gattungen ans Süsswasserleben schon mehrfach in frühèrer Zeit vollzogen hat. Hierher gehören die Ganoïden des devonischen Altrotsandsteins, des Mittelrotliegenden, ebenso zum mindesten der grösste Teil der Semionotus-Arten der Keuperzeit auf der nördlichen und südlichen Halbkugel.

Immerhin werden doch die Fälle, in denen Meinungsverschiedenheiten über den Charakter der Ablagerungen auf Grund der Fauna vorkommen, im allgemeinen zurüktreten. Da, wo Süss- und Brackwasserformen gemischt mit solchen auftreten, die in sicher marinen Ablagerungen etwa der kurz vorhergehenden Zeit gefunden sind, wird man an allmählich sich aussüssende Becken oder an Ästuarien denken können, in denen es einem Teile der Meeresfauna gelungen ist, sich dem schwächeren Salzgehalte anzupassen, was sich dann schon durch die Massenhaftigkeit des Auftretens einzelner Arten bei geringem Artenreichtum verraten wird, eine Erscheinung, die ja allerdings auch oft auf Übersalzung hinweist.

Die Bedeutung gleichartiger Binnenseefaunen für die Annahme eines gemeinsamen Kontinents darf man nicht zu hoch veranschlagen. Eine Verschleppung durch Vögel ist ja heute sehr häufig, und da, wo Vögel in der Vorzeit noch nicht in Betracht kommen, kann man wohl an Verschleppung durch Insekten [1]) denken, die allerdings im älteren Palaeozoicum auch fortfallen. Es bleibt also an sich vielfach die Möglichkeit einer durch Meeresarme zerschnittenen oder in Inseln aufgelösten Landmasse. Aber auch im Falle eines einheitlichen Kontinentes bleibt es zunächst fraglich, ob dieser in der ganzen durch Binnenseeablagerungen bezeichneten Ausdehnung gleichzeitig bestanden hat, oder ob Teile eines solchen Kontinents schon wieder vom Meere bedeckt waren, als die sich langsam ausbreitende Fauna erst in entfernteren Gegenden erschien. Alle diese Fragen werden nur auf Grund stratigraphischer Beobachtungen über die Beziehungen zu gleichaltrigen, älteren oder jüngeren Meeresbildungen zu entscheiden sein.

Andererseits kann eine durchgreifende Verschiedenheit von Süsswasserfaunen auch wieder mannigfache Erklärungsmöglichkeiten bieten. Die räumliche Trennung, die ausser klimatischen Verschiedenheiten als Ursache für die Abweichungen in Betracht

1) Vergl. W. Kobelt, Studien zur Zoogeographie, Wiesbaden 1897 I. S. 34.

käme, kann einmal durch Einschiebung von Meeresräumen, dann aber auch durch eine ganze Landstrecken scharf abschneidende Wasserscheide veranlasst werden, die dann besonders wirksam werden wird, wenn sie klimatisch verschiedene Gebiete quer durchschneidet wie heute der Ural oder noch stärker ausgeprägt die Anden. Ganz besonders müssen Klimaunterschiede auch bei räumlich geringeren Entfernungen in den stark orogenetischen Perioden der Vorzeit für die Bewertung der faunistischen Abweichungen von Süsswasserfaunen in Betracht gezogen werden.

**Marine Tiere.**

Wichtiger als bei kontinentalen Tieren wird bei marinen Gleichheit oder Verschiedenheit für die Beurteilung von Meeren und Kontinenten. In vielen Fällen weist die Verschiedenheit zweier Meeresfaunen mit grösster Wahrscheinlichkeit auf eine dazwischen liegende, den Austausch verhindernde oder erschwerende Landmasse hin. Fälle dieser Art, wo die Verschiedenheit sicher räumlich, also nicht klimatisch oder faziell bedingt ist, wurden bereits oben genannt, ebenso solche, wo sie umgekehrt sicher faziell begründet ist, und namentlich die letzteren liessen sich ausserordentlich vermehren. In den meisten Fällen werden faunistische, lithologische und stratigraphische Beobachtungen zusammenwirken müssen, um einigermassen sichere Schlüsse zu ermöglichen. Die Merkmale werden sich in ihrer Auswirkung gegenseitig stützen müssen.

So wird das Vorhandensein einer Landmasse, die von R. Leonhard[1]) auf Grund faunistischer Unterschiede zwischen der böhmisch-Loewenberger und der oberschlesisch-baltischen Kreide vermutet wurde, durch den lithologischen Charakter, Zunahme des grobklastischen Materials gegen Nordosten in der Heuscheuer-Kreide und gegen Osten zwischen Loewenberg und Goldberg vollauf bestätigt und der Einwand von Lepsius[2]) gegegen diese Deutung, dass es sich hier nur um fazielle Abweichungen handele, damit erledigt.

Wenn ferner im Baltenland marine Unterdevonablagerungen fehlen, dann hier im Mitteldevon die Altrotsandstein-Abla-

1) R. Leonhard, Die Fauna der Kreideformation in Oberschlesien. Palaeontographica 44 S. 20.

2) Lepsius, Geologie von Deutschland III. S. 139.

gerungen kontinentalen Charakters von marinen Transgressionsbildungen bedeckt werden, wenn weiter marines Unterdevon im Ural vorhanden ist und zwar in einer mit dem Unterdevon der Karnischen Alpen so stark übereinstimmenden Ausbildung, dass selbst einzelne anderweitig unbekannte Formen wie Karpinskya conjugula Tschern.[1]) gemeinsam sind, und wenn schliesslich diese karnischen Ablagerungen wieder die weitgehendste Übereinstimmung mit den böhmischen Unterdevonablagerungen ($F_2$) zeigen, so ergibt sich aus all diesen Beobachtungen eine Kette von Schlüssen, und mit einiger Sicherheit erscheint im Unterdevon das von Frech gezeichnete Bild einer im Nordwesten des alten Russlands liegenden Landmasse[2]), die sich vom Norden her vorschiebt und im Westen, Süden und Osten von einem zusammenhängenden Meere umgeben war, das im späteren Mitteldevon über sie fortgriff. Das Vorhandensein von klimatischen Differenzen soll nicht bestritten werden, spielt aber in diesem Falle keine ausschlaggebende Rolle.

Bei einem Vergleich von altersgleichen Faunen ist für unsere Frage zu unterscheiden zwischen den nektonischen oder planktonischen Tieren des offenen Meeres und den fossilen Flachseebewohnern, deren Verbreitungsmöglichkeit zunächst den andern gegenüber eingeschränkt erscheint. Ein Austausch von Formen über den tieferen Ozean hinfort ist für solche nur im Larvenzustand möglich, doch hat auch diese Verbreitungsmöglichkeit ihre Grenze, insofern die Larven in der Lage sein müssen, sich nach einer bestimmten Zeit festzusetzen und weiter zu entwickeln. Das gleichzeitige Auftreten von Litoralformen in räumlich weit getrennten Ablagerungen wie etwa Amerikas oder Europas wird daher das Vorhandensein einer verbindenden Küste oder von Inseln im Ozean wahrscheinlich machen, an deren Strand die Verbreitung etappenweise weiter erfolgen konnte. So wird Frech durch das gemeinsame Vorkommen litoraler kambrischer Formen im Osten Nordamerikas und in Europa in Übereinstimmung mit dem Fehlen kambrischer Ablagerungen im Norden zu einem Schluss auf einen kambrischen arktischen Kontinent geführt, der durch den litoralen Charakter der Sedi-

1) Vergl. H. Scupin, Das Devon der Ostalpen. Die Fauna des devonischen Riffkalkes II. Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. 58. 1906 S. 304.

2) F. Frech, Lethaea palaeozoica II, 2. Karte der Meere und Kontinente zur Zeit des Unterdevon.

mente noch eine weitere Stütze erhält. Ebenso hat Frech für das Unterdevon zur Erklärung der Übereinstimmung der Flachseebewohner in den südamerikanischen und südafrikanischen Ablagerungen eine Reihe von Inseln im südlichen Teile des Atlantischen Ozeans angenommen.

Umgekehrt kann die Verschiedenheit von Litoralfaunen, wenn wir von der geographischen Lage in verschiedenen Breiten absehen, sowohl durch ozeanische Tiefen wie durch ausgedehnte Landmassen bedingt sein, namentlich dann, wenn sich diese durch klimatisch stark verschiedene Gebiete erstrecken. Auch in ersterem Falle bleibt aber das Vorhandensein einer verbindenden Küste oder von Inseln möglich, die in so hohen oder niedrigen Breiten liegen könnten, dass es den Tieren oder wenigstens einem Teile derselben nicht möglich ist, die Verbindungsbrücke auszunutzen.

Da die Ausbreitung der benthonischen Formen verhältnismässig schnell durch die Verbreitung der Larven erfolgen kann, so werden auch die dauernd planktonischen oder wie manche Dibranchiaten später planktonisch werdenden Formen[1]) einschliesslich des Pseudoplanktons z. B. der erst nach dem Tode vertriebenen Ammonitenschalen[2]), sowie auch die Freischwimmer nicht viel anders vom Standpunkte der Verteilung von Meeren und Kontinenten zu beurteilen sein. Das zeigen schon die homotaxen Lebensgemeinschaften biologisch verschiedener Formen, auf die bereits hingewiesen wurde[3]). Der Vorrang, der zuweilen gerade den Graptolithen und Ammoniten in dieser Beziehung als Formen schneller und weiter Verbreitung gern gegeben wird, besteht daher nur in eingeschränktem Masse. Die erwachsenen Planktonformen sind den embryonalen nur insofern überlegen, als sie dauernd weitertreiben können und nicht auf Anheftungsstellen innerhalb bestimmter Zeit angewiesen sind. Dadurch werden sie in ihrer Verbreitung zeitlich allerdings einen gewissen Vorsprung vor jenen erreichen können, aber dieser wird, sofern

1) Vergl. O. Abel, Die Lebensweise der Dibranchiaten S. 192.

2) Wenn man auch nicht alle oder auch nur einen grossen Teil der Ammonitenschalen als pseudoplanktonisch vertrieben ansehen kann, so wird eine solche Vertreibung doch in bestimmten Fällen anzunehmen sein. Vergl. H. Scupin, Welche Ammoniten waren benthonisch, welche Schwimmer? Verhandl. d. deutsch. Zoolog. Gesellsch. 1912 S. 352.

3) Vergl. oben S. 31.

überhaupt genügend Anheftungspunkte für die Larven da sind, nur nach ein paar Jahrzehnten zu bemessen sein und keinerlei Rolle spielen[1]).

Dagegen wird die Verbreitungsmöglichkeit eine grössere werden. Die Hindernisse, die insellose bezw. inselarme Meere der Verbreitung der Larven fossiler Formen bieten, bestehen hier nicht mehr, auch mag sich die erwachsene Planktonform widerstandsfähiger gegen die durch den Transport bedingten Veränderungen wie Wasserwärme und Salzgehalt zeigen können, und insofern wird daher die Verbreitung rein planktonischer Formen gegenüber embryonal-planktonischen Benthostieren doch für die Vorstellung über die Ausdehnung der Meere unter Umständen eine gewisse Bedeutung erlangen können. Man vergleiche in dieser Hinsicht z. B. die grosse Verbreitung einzelner Graptolithenarten mit gleichalterigen Brachiopoden- und Zweischalerarten. Freilich gibt es ja auch unter Brachiopoden und Zweischalern ungeheuer weitverbreitete Formen wie Spirifer Verneuili im Oberdevon und Pseudomonotis ochotica in der Trias. Hier mag es sich wohl um besonders widerstandsfähige, lebenskräftige Larven gehandelt haben. Das Gleiche wie vom echten Plankton wird vom Pseudoplankton gelten.

Dagegen wird die Bedeutung der freien Schwimmfähigkeit leicht überschätzt. Auch der Schwimmer ist mehr oder weniger abhängig von Klima und Nahrung und verlässt im allgemeinen seinen Wohnsitz nicht ohne Veranlassung, wenn wir von den periodischen Massenzügen etwa bei Fischen absehen. Das lehrt die Verbreitung heute lebender und fossiler Schwimmer. Dabei zeigen sich auffallenderweise auch zwischen nah verwandten Formen in dieser Beziehung grosse Unterschiede. Clupea sardo sowie Engraulis encrasicholus haben beschränktere, Clupea sprattus ausserordentlich weite Verbreitung[2]) (Australien), gerade auf Grund ihrer Ansprüche an die Art der Nahrung. Nur ausgesprochen polyphage Schwimmer können daher Hindernisse überwinden, die sich sonst der Verbreitung anderer Tiere entgegenstellen. Sind sie ausserdem noch eurytherm, so

1) Vergl. auch Born, Die Bedeutung der Meeresströmungen für die geologische Zeitrechnung. 50. Bericht der Senckenbergischen naturforsch. Gesellsch. Frankfurt a. M. 1920 S. 207.

2) Ich verdanke diese Angaben Herrn Prof. Dr. Guido Schneider an der Universität Dorpat.

werden sie auch im Stande sein, langgestreckte Landmassen, die sich durch verschiedene Klimate hindurch ziehen, zu umwandern. Dann aber wird gerade dadurch ihre Bedeutung für die Paläogeographie verschwinden, während sie für die zeitliche Einordnung der betreffenden Ablagerungen besonders wertvoll werden. Bedeutsamer für die Verteilung von Wasser und Land sind sicher gerade die Formen mit beschränkter Verbreitung, die, soweit sie erhaltungsfähige Reste hinterlassen und von weichen Grundtieren oder nicht erhaltungsfähigem Plankton lebten, uns damit auch einen Hinweis geben auf die Verbreitung einer uns sonst gänzlich unbekannten Lebewelt.

Wird es nach dem Gesagten auch bei Beobachtung aller erörterten Gesichtspunkte nie gelingen können, ein allgemeines, der Wirklichkeit auch nur einigermassen nahe kommendes paläogeographisches Kartenbild eines erdgeschichtlichen Zeitabschnittes zu geben, so wird doch vielfach für enger oder weiter begrenzte Bezirke eine Skizzierung von Küstenlinien innerhalb eines kurzen geologischen Zeitabschnittes möglich sein, wobei in erster Linie die lithologischen Verhältnisse den Ausschlag geben werden. Aber auch die paläogeographischen Weltkarten, bei denen die faunistischen Verhältnisse die gewichtigere Rolle spielen, werden unter den oben dargelegten Voraussetzungen ihre Bedeutung behalten, solange sie so verstanden werden, wie sie die meisten Forscher, die solche Karten entworfen haben, auch aufgefasst wissen wollten, nicht als paläogeographische Kartenskizze eines ganz bestimmten, begrenzten Zeitabschnittes, sondern als Ausdruck eines lang anhaltenden, erdgeschichtlichen Entwicklungsvorganges.

# PHOTOMETRIC MEASURES ON THE MOON AND THE EARTH-SHINE

BY

E. ÖPIK

---

TARTU 1924

Printed by C. Mattiesen, Tartu-Dorpat.

# I. On the Illumination-Law of the Moon's Surface.

## 1. Introduction.

In 1914 a series of lunar photographs was obtained by the writer with the aid of a 160 mm visual refractor (focal length 274 cm) of the private observatory of Mr. Trindin in Moscow; on the same plate near the focal image of the Moon extrafocal photographs of $\alpha$ Lyrae or $\alpha$ Aurigae were taken; these photographs with varying exposure formed a scale of photographic density with which the density of different parts of the Moon's surface could be compared. In 1922 these photographs were measured with the aid of a microphotometer at the Tartu Observatory; the measures were undertaken chiefly as a training in microphotometer readings; nevertheless certain results of interest can be deduced from them. On account of the non-uniformity of the extrafocal images of the comparison star, due to the chromatic aberration of the visual objective, much weight cannot be attributed to the absolute brightness deduced from the measures; variations of atmospheric transparency added to the uncertainty, so that the probable error of one plate [1]) resulted as $\pm 0.18$ st. magnitudes. On the contrary, the difference of brightness of the single points on the Moon's surface could be deduced with greater precision, the differential measures being affected only by the variations in the sensitiveness of the plate at different points: the probable error of the differential brightness of a point measured on a single plate came out as $\pm 0.07$ st. mg. Thus the derivation of the distribution of brightness over the Moon's surface at different phase-angles may be regarded as the chief purpose of the present investigation; as the final

1) For one photograph this error may be regarded as systematical, affecting equally all measured points.

result the observational data are represented by an empirical law, giving the surface brightness as the function of the angles of incidence and reflection.

It is well known that all so-called "theoretical laws of illumination" fail to represent the actual variation with phase-angle of the brightness of the planets and the Moon; since the physical conditions on the surface of different celestial bodies may present an infinite variety, the optical properties of these bodies must show the same variety, so that a single "law" cannot hold in all cases, and without knowing the true structure of the surface the brightness at given conditions cannot be theoretically computed. On the contrary, by inverting the problem — i. e. by determining empirically the illumination-law and by trying to find a model of the reflecting surface that fits best the observational data — considerable advance in the knowledge of planetary surfaces can be expected.

With these ideas in view the measurements discussed in this paper were undertaken.

## 2. Measurement and Reduction of the Plates.

Table 1 contains the data relating to the photographs and their reduction.

The separate columns of this table contain: Sec $z$ — the mean secant of the zenith distance, $\psi$ — the phase-angle, $\varrho$ — the apparent radius of the Moon; $B_g$ and $L_g$ — the selenocentric selenographic latitude and longitude of the observer, $B_\odot$ and $L_\odot$ — the corresponding selenocentric coordinates of the sun; $\Delta f$ — distance from focus of the extrafocal images of the star; $n$ — number of exposures of the star; exposures max. and min. — the longest resp. shortest exposures of the star, the other exposures forming a regular progression between these extreme values. The quantities $\psi$, $\varrho$, $B_g$, $L_g$ and $z$ for the Moon are values corrected for parallax. The kind of plates used were Lumière extra-rapides, size $4\frac{1}{2} \times 6$; developer Metol-Hydrochinon. For the Moon diaphragms of 39.5, 25.3 and 20.2 mm were used, as indicated in the table; the purpose was to obtain greater accuracy by lengthening the time of exposure and by approaching the surface brightness of the focal image of the Moon to the surface brightness of the extra-

# Table 1.

## a) Photographs of the Moon.

| Negative | Date, 1914 G.M.T. | Exposure | Diaphragm | Sec $z$ | $\psi$ | $\varrho$ | $B_g$ | $L_g$ | $B_\odot$ | $L_\odot$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | h m | s | mm | | | | | | | |
| 9. I[1] | April 4, 5 32 | 3.0 | 39.5 | 1.18 | 78.°7 | 15′57.″0 | −4.°5 | −7.°7 | +0.°8 | 70.°9 |
| „ II | „ , 5 36 | 3.0 | „ | 1.18 | „ | „ | „ | „ | „ | „ |
| 10. | „ , 6 47 | 4.0 | „ | 1.27 | 78. 3 | 15 56. 6 | −4. 4 | −7. 9 | „ | 70. 3 |
| 14. | April 5, 9 42 | 3.0 | „ | 1.81 | 64. 1 | 16 10. 6 | −2. 9 | −7. 5 | „ | 56. 6 |
| 26. | April 30, 5 46 | 7.0 | „ | 1.61 | 120. 7 | 15 27. 7 | −5. 3 | −7. 1 | +1. 3 | 113. 6 |
| 27. | „ , 5 49 | 8.0 | „ | 1.62 | „ | „ | „ | „ | „ | „ |
| 28. I | „ , 5 51 | 4.0 | „ | 1.63 | „ | „ | „ | „ | „ | „ |
| „ . II | „ , 5 53 | 12.0 | „ | 1.64 | „ | „ | „ | „ | „ | „ |
| 32. | May 3, 6 09 | 9.0 | 25.3 | 1.40 | 83. 6 | 16 06. 0 | −2. 0 | −6. 8 | „ | 76. 8 |
| 35. | May 6, 7 32 | 7.0 | „ | 1.95 | 43. 1 | 16 40. 2 | +3. 1 | −3. 5 | +1. 4 | 39. 6 |
| 36. | May 7, 9 47 | 9.0 | 20.2 | 2.97 | 28. 1 | 16 44. 7 | +4. 7 | −1. 8 | „ | 26. 2 |
| 37. | „ , 9 48 | 10.0 | „ | 2.97 | „ | „ | „ | „ | „ | „ |

## b) Comparison Star.

| Negative | Star | Date 1914 | $\Delta f$ | $n$ | Exposures Max. | Exposures Min. | Sec $z$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | mm | | s | s | |
| 9 | $\alpha$ Aurigae | April 4 | 33.1 | 13 | 82 | 7 | 1.28 |
| 10 | „ | April 4 | 33.0 | 10 | 52 | 7 | 1.46 |
| 14 | „ | April 5 | 33.1 | 10 | 60 | 8 | 2.38 |
| 26 | $\alpha$ Lyrae | April 30 | 31.1 | 9 | 20 | 2 | 1.10 |
| „ | „ | „ | 41.1 | 13 | 40 | 2 | 1.10 |
| „ | „ | „ | 71.1 | 9 | 60 | 6 | 1.09 |
| 27 | „ | April 30 | 41.1 | 15 | 45 | 2 | 1.18 |
| „ | „ | „ | 81.1 | 10 | 116 | 8 | 1.15 |
| „ | „ | „ | 31.1 | 11 | 21 | 2 | 1.11 |
| 28[2] | „ | May 5 | 41.1 | 13 | 37 | 2 | 1.21 |
| 32[2] | „ | May 5 | 41.1 | 13 | 44 | 3 | 1.18 |
| „ | „ | „ | 81.1 | 11 | 120 | 9 | 1.16 |
| „ | „ | „ | 31.1 | 13 | 24 | 2 | 1.13 |
| 35 | „ | May 6 | 81.1 | 11 | 120 | 8 | 1.24 |
| „ | „ | „ | 41.1 | 8 | 40 | 6 | 1.18 |
| 36 | „ | May 7 | 51.1 | 14 | 60 | 3 | 1.18 |
| 37 | „ | May 7 | 51.1 | 15 | 60 | 3 | 1.24 |

1) This photograph was obtained 24.8 mm out of focus. Other photographs were focal.

2) The comparison star for Neg. 28 and 32 was photographed 5 resp. 2 days after the lunar photograph.

focal stellar images; a considerable improvement of the quality of the images of the Moon was also obtained, the chromatic aberration of the visual objective being of no significance for the small diaphragms used.

Table 2 contains the selenographic coordinates of the measured points. A few points, included originally in the program, were not measured, chiefly on account of the irregularities in brightness[1]) which did not allow to obtain accurate readings on the microphotometer; the numeration originally adopted was not changed, and so the gaps in the numeration of the table were produced. The points were chosen so that the chief formations, the dark "maria" and the bright "continentes", were represented at various conditions of illumination and observation. The points on the continentes were chosen where no great irregularities of the surface occurred; thus they may be regarded as representing, on the average, the photometric conditions of a horizontal surface. All points may be divided into two groups: points of the regular program, from 1 to 64, measured on every photograph where the point was illuminated by the sun; and supplementary points, marked by the letter $s$, from $1_s$ to $45_s$, chosen near the terminator where the variation of the brightness is extremily rapid; the supplementary points were measured only on one day, when the terminator passed near tnem.

On the microphotometer the points were found from their rectangular coordinates computed in advance; the scales of the microphotometer could be read with accuracy to 0.05 mm, or about 1 : 500 of the Moon's diameter; the actual accuracy of pointing as controlled by lunar craters with known coordinates was somewhat less. The computation of the coordinates was made as follows: the rectangular coordinates of each point were found from their selenographic coordinates ($B$, $L$ of table 2) and the optical libration ($B_g$, $L_g$, table 1), and were converted into millimeters with the aid of the known focal distance and the apparent radius ($\varrho$, table 1); two conspicuous markings (artificial or defects of the plate), distant enough, were chosen on the plate; the orientation of the Moon's disk with respect to these markings was determined by measuring on a Repsold machine points

1) Produced by the irregular topography of the surface.

## Table 2.
## Selenographic Coordinates of Measured Points.

| № | Formation | $B$ | $L$ |
|---|---|---|---|
| 1 | Cont., N Polar Region | +73.°7 | + 0.°0 |
| 2 | " | +68. 8 | + 0. 0 |
| 3 | " | +65. 0 | 0. 0 |
| 5 | Cont., NW Limb | +66. 5 | +54. 2 |
| 6 | " | +62. 0 | +40. 8 |
| 7 | Mare Frigoris | +56. 5 | +27. 2 |
| 8 | Cont. NW Limb | +39. 0 | +70. 5 |
| 9 | " | +37. 1 | +59. 6 |
| 10 | " | +34. 6 | +49. 5 |
| 11 | " | +32. 0 | +41. 0 |
| 12 | " | +29. 2 | +33. 8 |
| 13 | Cont. Equator. Limb | 0. 0 | +74. 5 |
| 14 | Mare Crisium | +17. 1 | +58. 1 |
| 15 | Cont. near M. Crisium | + 7. 1 | +57. 0 |
| 16 | Cont. near Proclus | +14. 5 | +43. 2 |
| 16 a | Proclus | +16. 2 | +46. 4 |
| 17 | Mare Foecunditatis | − 2. 0 | +51. 9 |
| 19 | Cont. near centre | + 2. 2 | +11. 7 |
| 20 | Mare Tranquillitatis | + 5. 5 | +29. 0 |
| 21 | " | + 2. 3 | +26. 6 |
| 22 | Mare Serenitatis | +23. 7 | +22. 3 |
| 23 | " | +31. 7 | +21. 2 |
| 23 a | Mare Seren., on Ray of Tycho | +31. 7 | +23. 2 |
| 24 | Mare Seren. | +26. 2 | +13. 5 |
| 25 | Contin. SW Limb | −34. 5 | +69. 0 |
| 26 | " | −32. 5 | +61. 8 |
| 27 | " | −29. 5 | +50. 7 |
| 28 | " | −27. 0 | +42. 9 |
| 29 | " | −23. 8 | +36. 9 |
| 31 | Mare Nectaris | −13. 9 | +32. 6 |
| 32 | " | −13. 1 | +36. 5 |
| 33 | " | −18. 5 | +36. 6 |
| 34 | Cont. between M. Nect. and M. Foec. | − 5. 3 | +34. 8 |
| 35 | Contin. | −34. 2 | +36. 0 |
| 36 | Contin. | − 8. 0 | +11. 2 |
| 37 | Contin. | −27. 2 | +17. 1 |
| 38 | Contin. | − 4. 4 | +19. 8 |
| 39 | Contin. | −27. 4 | + 5. 3 |
| 40 | Contin. SW Limb | −61. 6 | +51. 0 |
| 40 a | " | [1] | [1] |
| 41 | " | −58. 1 | +41. 0 |
| 42 | " | −52. 0 | +27. 2 |
| 43 | " | −45. 9 | +20. 8 |
| 44 | " | −41. 0 | +15. 2 |

1) On Neg. 26—28 $B = -68.°1$ $L = +66.°0$; Neg. 9, 10 $B = -67.5$ $L = +71.0$; Neg. 14 $B = -66.2$ $L = +66.0$; Neg. 32 $B = -66.°9$ $L = +64.°0$.

NB. On Negatives 36 and 37 the coordinates of the actually measured points differed by several tenths of a degree from the coordinates given in the table. In the reduction of the measures this difference was taken into account.

Table 2. Continued.

| № | Formation | *B* | *L* |
|---|---|---|---|
| 49 | Ptolemaeus | — 9.°0 | — 2.°1 |
| 50 | Cont. near Ptol. | — 7. 2 | — 6. 0 |
| 52 | Cont. near Tycho | —37. 8 | — 4. 1 |
| 53 | Mare Humorum | —23. 7 | —38. 0 |
| 54 | Oceanus Procellarum | — 4. 5 | —36. 1 |
| 55 | Mare near centre | + 7. 6 | — 8. 1 |
| 55 a | Dark Spot between Rays of Copern. | + 6. 0 | — 8. 1 |
| 57 | Rays of Copernicus | +12. 4 | —17. 6 |
| 58 | Mare Imbrium | +21. 3 | — 7. 7 |
| 59 | „ | +36. 5 | —14. 0 |
| 60 | Oceanus Procellarum | +22. 3 | —33. 5 |
| 61 | Sinus Iridum (mare) | +43. 8 | —32. 9 |
| 62 | Near Kepler (bright) | + 6. 5 | —36. 5 |
| 63 | Contin. near Sin. Iridum | +44. 0 | —43. 0 |
| 64 | Plato | +50. 8 | —10. 2 |
| 1 s | Mare Crisium | +18. 4 | +69. 1 |
| 2 s | „ | +18. 0 | +65. 0 |
| 3 s | „ | +17. 7 | +59. 6 |
| 4 s | „ | +17. 3 | +55. 4 |
| 5 s | Mare Serenitatis | +20. 3 | +28. 7 |
| 6 s | „ | +19. 3 | +27. 8 |
| 7 s | „ | +18. 0 | +26. 5 |
| 8 s | Mare Tranquillitatis | +12. 3 | +39. 6 |
| 9 s | „ | + 9. 0 | +35. 0 |
| 10 s | „ | + 5. 5 | +31. 5 |
| 11 s | Oceanus Procellarum | — 1. 0 | —30. 3 |
| 12 s | „ | — 1. 0 | —35. 0 |
| 13 s | „ | — 1. 0 | —38. 6 |
| 14 s | „ | — 1. 0 | —41. 8 |
| 15 s | „ | +33. 0 | —23. 5 |
| 16 s | „ | +32. 5 | —27. 5 |
| 17 s | „ | +32. 5 | —30. 0 |
| 18 s | „ | +32. 5 | —34. 2 |
| 19 s | „ | +32. 5 | —37. 1 |
| 20 s | „ | +32. 5 | —41. 4 |
| 21 s | „ | — 0. 3 | —43. 0 |
| 22 s | „ | — 0. 4 | —48. 4 |
| 23 s | „ | +29. 3 | —37. 6 |
| 24 s | „ | +32. 9 | —43. 5 |
| 25 s | „ | +35. 1 | —50. 9 |
| 26 s | Contin. to E from Tycho | —44. 4 | —12. 4 |
| 27 s | „ | —44. 1 | —22. 8 |
| 28 s | „ | —44. 1 | —28. 0 |
| 29 s | „ | —44. 1 | —33. 5 |
| 30 s | „ | —44. 1 | —44. 8 |
| 31 s | „ | —44. 1 | —50. 8 |
| 32 s | Contin. to N from Plato and Sin. | +52. 3 | —21. 3 |
| 33 s | „ Iridum] | +52. 3 | —22. 2 |
| 34 s | „ | +51. 2 | —29. 0 |
| 35 s | „ | +50. 0 | —34. 8 |
| 36 s | „ | +44. 9 | —36. 6 |
| 37 s | „ | +40. 3 | —39. 1 |
| 38 s | „ | +39. 5 | —41. 2 |

Table 2. Continued.

| № | Formation | *B* | *L* |
|---|---|---|---|
| 39 s | Contin. to E from Tycho | −39. 5 | −35. 8 |
| 40 s | „ | −44. 5 | −44. 6 |
| 41 s | „ | −50. 2 | −58. 3 |
| 42 s | „ | −49. 7 | −57. 8 |
| 43 s | Contin. near Mare Humorum | −15. 5 | −41. 3 |
| 44 s | „ | −17. 0 | −46. 6 |
| 45 s | „ | −18. 5 | −53. 8 |

on the lunar surface with known coordinates (Tycho, Plato, Kepler, Proclus and other craters were used); on the microphotometer the position of the two markings was measured and the orientation of the Moon's axis thus determined; the orientation being known, the rectangular coordinates were transformed into coordinates of the microphotometer; the computation was controlled by measuring on the microphotometer the coordinates of the lunar formations that were measured previously on the Repsold machine [1]).

The area measured on the microphotometer covered a circle of 0.11 mm diameter or about 0.5 selenocentric degrees at the centre of the disk; two readings of the photometric wedge were made on each point by moving the wedge in opposite directions; the accuracy of the readings being greater than the differences produced by the unequal sensitiveness of the plate at different points, a greater number of readings was considered as useless. In the few cases, chiefly on the continentes, when the area to be measured was not uniform, the reading was made so that one-half of the area appeared brighter, and one-half — fainter than the wedge; since points with very great contrasts in the brightness were rejected, in the case of moderate contrasts the way of measurement used is quite legitimate and the result may be regarded as representing the average surface brightness of the area.

The microphotometer readings on the extrafocal stellar images were made always on a point, called afterwards "*a*", corres-

1) These formations could not be directly used to determine the orientation on the microphotometer because of the difficulty of finding these objects with the aid of the small field (about $\frac{1}{2}$ mm) covered by the microphotometer.

ponding to a definite point on the objective, 22 mm from its centre. The very centre of the image could not be used for this purpose on account of the considerable chromatic aberration. The extrafocal images revealed a non-uniformity due to the following causes: 1) the chromatic aberration, producing a gradual decrease of the intensity from the centre towards the edges of the image, the intensity- gradient decreasing with the increasing distance from the focus; and 2) certain irregularities in the transparency of the objective, producing a network of fine details which remained invariable at different distances from the focus. The effect of the chromatic aberration was neglected in the reduction; this is the weak point of the work, and an error in the zero-point and in the scale of magnitudes could hence arise. As to the details produced by the unequal transparency of the objective, they favoured the identification of the point "$a$"; the coordinates of the latter were measured on the Repsold machine separately for each image and on the microphotometer the points were found in the same manner as the points of the lunar surface.

Table 3 contains the microphotometer readings made on the point "$a$" of the extrafocal stellar images; the logarithms of the single exposures are reduced to a certain mean zenith distance by the application of small corrections for atmospherical absorption; these corrections did not exceed a few units of the third decimal.

The data of table 3 were used to fix the scale of stellar magnitudes. For purposes of interpolation Schwarzschild's formula was adopted: $it^p = i_1 t_1^p$ . . . . (1), where $i$ and $i_1$ are the intensities giving equal photographic effect with the exposures $t$ and $t_1$. It may be questioned whether the more general formula of E. Kron[1]) must be used here; certain departures from Schwarzschild's law were found and examined from the standpoint of Kron's formula; the most probable value of the "optimal intensity" resulted as $\infty$, for which Kron's formula is equivalent to the formula of Schwarzschild; this circumstance, as well as the low value found for the exponent $p$, makes quite legitimate the use of Schwarzschild's formula in the present occasion.

The exponent $p$ was determined from the data of table 3

1) Publ. d. Astrophys. Observatoriums zu Potsdam, № 67.

## Table 3.

## Microphotometer Readings on the Extrafocal Stellar Images.

Measurements of a point 0.27 radii from the centre.

$D$ = photographic density or reading of the photometric wedge.
$Lge$ = logarithm of exposure in seconds, reduced to mean zenith distance.

| D | Loge | D | Loge | D | Loge | D | Loge | D | Loge | D | Loge |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Neg. 9 α Aurigae $\Delta f = 33.1$ | | Neg. 26 α Lyrae $\Delta f = 31.1$ | | Neg. 27 α Lyrae $\Delta f = 41.1$ | | Neg. 28 α Lyrae $\Delta f = 41.1$ | | Neg. 32 α Lyrae $\Delta f = 41.1$ | | Neg. 36 α Lyrae $\Delta f = 51.1$ | |
| 4.86 | 0.845 | 4.89 | 0.699 | 3.08 | 0.291 | 3.86 | 0.699 | 7.74 | 1.638 | 4.00 | 0.477 |
| 5.11 | 1.000 | 5.16 | 0.778 | 3.48 | 0.467 | 3.01 | 0.301 | 7.36 | 1.512 | 4.06 | 0.613 |
| 5.38 | 1.114 | 5.54 | 0.903 | 3.83 | 0.592 | 3.51 | 0.477 | 6.84 | 1.393 | 4.29 | 0.699 |
| 5.58 | 1.230 | 5.86 | 1.041 | 3.74 | 0.592 | 4.20 | 0.699 | 6.57 | 1.296 | 4.76 | 0.778 |
| 5.97 | 1.342 | 6.24 | 1.176 | 4.32 | 0.768 | 4.50 | 0.778 | 5.99 | 1.171 | 6.07 | 1.041 |
| 6.16 | 1.431 | 6.55 | 1.301 | 4.48 | 0.835 | 4.92 | 0.903 | 5.75 | 1.074 | 6.54 | 1.146 |
| 6.56 | 1.556 | $\Delta f = 41.1$ | | 4.57 | 0.893 | 5.20 | 1.000 | 5.06 | 0.898 | 6.95 | 1.230 |
| 6.84 | 1.681 | 3.00 | 0.301 | 4.79 | 0.990 | 5.41 | 1.079 | 5.94 | 1.199 | 6.84 | 1.230 |
| 7.20 | 1.806 | 3.32 | 0.477 | 4.93 | 1.069 | 5.82 | 1.204 | 4.65 | 0.773 | 7.17 | 1.322 |
| 7.50 | 1.914 | 3.66 | 0.602 | 5.31 | 1.166 | 6.48 | 1.447 | 4.14 | 0.694 | 7.59 | 1.415 |
| 5.26 | 1.079 | 3.88 | 0.699 | 5.48 | 1.291 | 6.90 | 1.568 | 3.94 | 0.597 | 7.93 | 1.519 |
| 5.62 | 1.204 | 4.19 | 0.778 | 5.84 | 1.405 | Neg. 35 α Lyrae $\Delta f = 81.1$ | | 3.47 | 0.472 | 8.16 | 1.643 |
| 5.96 | 1.342 | 4.44 | 0.845 | 6.26 | 1.521 | | | $\Delta f = 81.1$ | | Neg. 37 α Lyrae | |
| Neg. 10 α Aurigae $\Delta f = 33.0$ | | 4.72 | 0.903 | 6.45 | 1.643 | 6.62 | 2.071 | 6.34 | 2.079 | | |
| | | 4.82 | 1.000 | $\Delta f = 81.1$ | | 6.28 | 1.979 | 6.06 | 1.964 | 3.98 | 0.602 |
| 4.87 | 1.000 | 5.14 | 1.114 | 3.00 | 1.041 | 5.81 | 1.849 | 5.58 | 1.839 | 4.05 | 0.602 |
| 4.45 | 0.845 | 5.51 | 1.230 | 3.20 | 1.146 | 5.21 | 1.724 | 5.26 | 1.716 | 3.92 | 0.477 |
| 5.26 | 1.114 | 5.82 | 1.362 | 3.76 | 1.301 | 4.78 | 1.594 | 4.46 | 1.462 | 4.23 | 0.699 |
| 5.58 | 1.255 | 6.06 | 1.491 | 4.16 | 1.431 | 4.44 | 1.469 | 4.04 | 1.342 | 4.44 | 0.778 |
| 5.88 | 1.380 | 6.32 | 1.602 | 4.36 | 1.531 | 4.15 | 1.354 | 3.25 | 1.079 | 5.15 | 0.903 |
| 6.36 | 1.568 | $\Delta f = 71.1$ | | 4.65 | 1.653 | 3.73 | 1.222 | 2.93 | 0.954 | 5.44 | 0.954 |
| 6.69 | 1.716 | 5.25 | 1.778 | 5.14 | 1.778 | 3.28 | 1.106 | $\Delta f = 31.1$ | | 5.82 | 1.041 |
| 6.14 | 1.477 | 4.80 | 1.653 | 5.51 | 1.908 | 3.12 | 0.992 | 7.70 | 1.388 | 6.47 | 1.146 |
| 5.78 | 1.342 | 4.63 | 1.531 | 5.84 | 2.064 | $\Delta f = 41.1$ | | 7.44 | 1.263 | 6.73 | 1.230 |
| Neg. 14 α Aurigae $\Delta f = 33.1$ | | 4.32 | 1.415 | $\Delta f = 31.1$ | | 7.59 | 1.610 | 7.02 | 1.154 | 7.14 | 1.322 |
| | | 4.10 | 1.301 | 3.58 | 0.309 | 7.20 | 1.485 | 6.76 | 1.049 | 7.45 | 1.415 |
| | | 3.72 | 1.176 | 4.38 | 0.485 | 6.70 | 1.350 | 6.24 | 0.911 | 7.77 | 1.531 |
| 6.28 | 1.778 | 3.35 | 1.041 | 4.74 | 0.610 | 6.28 | 1.212 | 5.91 | 0.786 | 7.97 | 1.653 |
| 5.98 | 1.681 | 2.96 | 0.903 | 4.42 | 0.485 | 5.74 | 1.087 | 5.41 | 0.610 | 8.30 | 1.778 |
| 5.64 | 1.580 | | | 4.72 | 0.610 | 5.52 | 1.008 | | | | |
| 5.36 | 1.477 | | | 5.13 | 0.707 | 5.14 | 0.911 | | | | |
| 5.13 | 1.380 | | | 5.50 | 0.853 | 4.72 | 0.786 | | | | |
| 4.84 | 1.279 | | | 5.84 | 0.962 | | | | | | |
| 4.62 | 1.176 | | | 6.14 | 1.087 | | | | | | |
| 4.46 | 1.079 | | | 6.44 | 1.212 | | | | | | |
| 4.20 | 0.954 | | | | | | | | | | |
| 4.24 | 0.903 | | | | | | | | | | |

Table 4.

Determination of Schwarzschild's Exponent $p$.

| $\Delta f_1$ / $\Delta f_2$ | 31.1 / 41.1 | | | 31.1 / 71.1 | 31.1 / 81.1 | | 41.1 / 71.1 | 41.1 / 81.1 | | | Average | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2(\log \Delta f_2 - \log \Delta f_1)$ | 0.242 | | | 0.718 | 0.832 | | 0.476 | 0.590 | | | $p$ | $n$ |
| Negative | 26 | 27 | 32 | 26 | 27 | 32 | 26 | 27 | 32 | 35 | | |
| $D$ (Density) | $\log e_2 - \log e_1$ | | | | | | | | | | | |
| 7.5 | — | — | 0.256 | — | — | — | — | — | — | — | 0. 95 | 1 |
| 7.1 | — | — | 0.282 | — | — | — | — | — | — | — | 0. 86 | 1 |
| 6.7 | — | — | 0.305 | — | — | — | — | — | — | 0.744 | 0. 69 | 2 |
| 6.3 | 0.396 | 0.407 | 0.316 | — | — | 1.132 | — | — | 0.813 | 0.756 | 0.717 | 6 |
| 5.9 | 0.348 | 0.415 | 0.350 | — | 1.070 | 1.147 | — | 0.650 | 0.796 | 0.760 | 0.751 | 8 |
| 5.5 | 0.342 | 0.421 | 0.373 | — | 1.078 | 1.157 | — | 0.658 | 0.783 | 0.777 | 0.744 | 8 |
| 5.1 | 0.325 | 0.396 | — | 0.970 | 1.075 | — | 0.643 | 0.679 | 0.767 | 0.782 | 0.759 | 8 |
| 4.7 | — | 0.362 | — | — | 1.053 | — | 0.638 | 0.690 | 0.748 | 0.773 | 0.779 | 6 |
| 4.3 | — | 0.315 | — | — | 1.037 | — | 0.592 | 0.720 | 0.718 | — | 0.807 | 5 |
| 3.9 | — | 0.257 | — | — | 0.985 | — | 0.550 | 0.724 | 0.686 | — | 0.853 | 5 |
| 3.5 | — | — | — | — | — | — | 0.544 | 0.742 | 0.660 | — | 0.851 | 3 |
| 3.1 | — | — | — | — | — | — | 0.585 | 0.783 | — | — | 0.779 | 2 |
| Average $p$ | 0.701 | | | 0.740 | 0.769 | | 0.804 | 0.801 | | | 0.775 | |
| $n$ | 17 | | | 1 | 9 | | 6 | 22 | | | 55 | |

on the assumption that the intensity of the extrafocal images varied as the inverse square of the distance from the focus, $\Delta f$[1]). If $e_1$ and $e_2$ are the exposures producing equal density $D_1 = D_2$ on the distances $\Delta f_1$ and $\Delta f_2$ from the focus, then

$$p = \frac{2\,(\log \Delta f_1 - \log \Delta f_2)}{\log e_1 - \log e_2} \quad \ldots \quad (2).$$

When a series of different determinations of $p$ is available, the mean value is given by

$$\bar{p} = 2\,\frac{\Sigma\,(\log \Delta f_1 - \log \Delta f_2)}{\Sigma\,(\log e_1 - \log e_2)} \quad \ldots \quad (2^1).$$

The *Log e* of table 3 were plotted with the $D$ as abscissae and smooth curves drawn through the points; for the negatives 26, 27, 32 and 35, on which exposures at different distances from the focus were made, the logarithmic difference of the expos-

1) The effective focus of the photographic radiation may be regarded as known with the accuracy of about $\pm 0.2$ mm.

ures producing equal density was determined graphically from these curves; table 4 contains the result. The values of $p$, computed according to formula (2[1]), are grouped in this table according to the density and the distances from the focus; the density has evidently no systematic influence on $p$; however, a systematic decrease of $p$ with decreasing $\Delta f$ (or increasing intensity of illumination) seems to be indicated in the table; the change takes place in a sense opposite to the direction demanded by Kron's formula, so that the use of this formula can give no improvement; besides, the systematic variation cannot be much relied upon, since the greatest deviation occurs where the difference of $\Delta f$ is the smallest, and where a systematic error in the adopted brightness at $\Delta f = 31.1$ of about 0.06 st. mg. may account for the deviation. The source of such an error may be, e. g., a systematic error of pointing, the point measured on the small extrafocal images being systematically somewhat too far from the centre as compared with the position of the point "$a$" on the large images; the error described would tend to act in a direction opposite to the effect of chromatic aberration; the chief reason why the chromatic aberration was not taken into account was that, whereas the latter should increase the intensity at the point "$a$" at small distances from the focus (the increase relatively to the inverse-square law was estimated for $\Delta f = 31.1$ as 0.24 st. magnitudes), the observations indicated the existence of an unknown systematic influence which not only counterbalanced the supposed effect, but even changed the sign of the deviation. Under these circumstances the simple assumption of the inverse-square law seemed to be the best which could be made. Finally the average value

$$p = \mathbf{0.775} \text{ was adopted.}$$

It is interesting to compare the result here obtained with results derived from eye-estimates; in 1914 such estimates were made by the writer in connection with an investigation on the brightness of Mars[1]); from a greater number of plates than the number used here the following values were found[2]):

1) Zum Lichtwechsel d. Planeten Mars. Astronomische Nachrichten 5162, pp. 17—24.

2) Loc. cit. p. 18, Tabelle 1.

Star: $\alpha$ Lyrae.

| Negat. | 23 | 23 | 24 | 24 | 26 | 26 | 27 | 27 | 32 | 32 | 31 | 31 | 35 | 38 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta f_1$ | 41.1 | 31.1 | 46.1 | 31.1 | 31.1 | 41.1 | 41.1 | 31.1 | 41.1 | 31.1 | 33.1 | 46.1 | 41.1 | 63.1 |
| $\Delta f_2$ | 61.1 | 41.1 | 81.1 | 46.1 | 41.1 | 71.1 | 81.1 | 81.1 | 81.1 | 81.1 | 46.1 | 81.1 | 81.1 | 88.1 |
| $p$ | 0.810 | 0.737 | 0.784 | 0.780 | 0.759 | 0.774 | 0.805 | 0.748 | 0.751 | 0.727 | 0.680 | 0.713 | 0.756 | 0.770 |
| weight | 52 | 10 | 30 | 4 | 11 | 32 | 46 | 82 | 54 | 42 | 14 | 32 | 34 | 8 |

Grouping the data according to the values of $\Delta f$, we obtain:

| $\Delta f =$ | Average $p$ |
|---|---|
| 31.1—41.1<br>31.1—46.1<br>33.1—46.1 | $0.727 \pm 0.017$ |
| 31.1—81.1<br>31.1—71.1 | $0.741 \pm 0.010$ |
| 41.1—71.1<br>41.1—61.1<br>41.1—81.1<br>46.1—81.1 | $0.773 \pm 0.006$ |
| 63.1—88.1 | $0.770 \pm 0.040$ |
| Average of all | $0.760 \pm 0.005$ |

The eye-estimates show a better internal agreement than the microphotometric measures; this may be explained by the circumstance that irregularities in the extrafocal images have little influence on such estimates, the images being compared as a whole; a slight systematic change of $p$ is indicated, in the same direction as found from the microphotometer measures, although in a considerably less degree. The agreement of the final values of $p$ derived by the two different methods is very satisfactory, so that they may be regarded as supporting one another. This is of importance in our present case, since the effect of chromatic aberration on the eye-estimates is, probably, negligible.

Since the photographs of the Moon and of the point "$\alpha$" on the stellar images corresponded to different parts of the objective, a correction for differences in the transmission seemed necessary à priori; to determine the correction, the distribution of the brightness in the inner part of the extrafocal images was determined on different plates and images, chiefly for $\Delta f = 81.1$ and 71.1. The photographic density was converted into intensity logarithms by using the time-scale of the negative (table 3) and by multiplying the *loge* by the factor $p = 0.775$. The following results were obtained:

Table 5.

Ratio of the Average Transmission of the Diaphragms to the Transmission at the Point "a".

| Diam. of Diaphragm, mm. | 20.3 | 25.3 | 39.5 |
|---|---|---|---|
| | | Ratio | |
| | 1.028 | 1.034 | 0.960 |
| | 1.006 | 1.002 | 1.008 |
| | 0.959 | 0.952 | 1.040 |
| | 1.074 | 1.052 | 0.993 |
| | 1.034 | 1.006 | 0.976 |
| | 0.978 | 0.975 | |
| Mean | 1.013 | 1.004 | 0.995 |
| | ± 0.011 | ± 0.010 | ± 0.009 |

The difference in the mean transmission comes out very small, indeed; for convenience' sake the correction for transmission was applied, though it could as well be neglected.

The surface brightness of the Moon was expressed in stellar magnitudes, *the zero point of which* was taken *equal to the surface brightness of the extrafocal photographs of α Lyrae at the distance 31.1 mm from the focus;* the surface brightness was reduced to the diameter of the diaphragm = 39.5 mm. The surface brightness so obtained was called the "*standard magnitude*" or the "standard surface brightness". For each plate a table was constructed for converting the microphotometer readings into standard magnitudes. For this purpose the following corrections were applied.

1) Correction for diaphragm and transmission of the objective; taking the intensity of illumination proportional to $d^2$, $d$ being the diameter of the diaphragm, and using the values of the transmission given in table 5, the following quantities to be added to the observed surface brightness were adopted:

| Diaphragm mm | 20.3 | 25.3 | 39.5 |
|---|---|---|---|
| Correction of Surf. Br. (Stellar Magn.) | —1.430 | —0.965 | —0.005; |

with the aid of these corrections the surface brightness can be reduced to the aperture 39.5 mm and transmission of the point "a".

2) Correction for atmospheric absorption; the

mean coefficient of absorption found from another series of photographs made in spring, 1914, in Moscow[1]) was adopted as **0.255 of the logarithm of exposure per unit of air mass:** it is obvious that, where Schwarzschild's formula holds, the correction can be applied to the logarithm of exposure as a linear function of Sec $z$.

3) The logarithm of the exposure-ratio of the Moon and the comparison star was multiplied by $2.5\,p = 1.938$ and so converted into stellar magnitudes.

4) The relative intensities of the images of the comparison star were adopted according to the inverse-square law as follows:

| $\alpha$ Lyrae, $\Delta f =$ | 31.1 | 41.1 | 51.1 | 71.1 | 81.1 | $\alpha$ Aurigae, $\Delta f =$ | 33.0 | 33.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Surface Brightness, Stellar Magn. | 0.000 | +0.605 | +1.075 | +1.795 | +2.080 | | +0.930 | +0.935 |

The zero-point of the surface brightness corresponds to $\alpha$ Lyrae photographed 31.1 mm behind the focus; the photographic difference of magnitude of $\alpha$ Aurigae — $\alpha$ Lyrae was adopted, according to *Harvard Annals*, 71, equal to +0.80 st. mg.

With the aid of these data and of smooth curves drawn through the points represented by table 3, table 6 was constructed. This table gives the *standard surface brightness* of the Moon in stellar magnitudes as the function of the photographic density. When several series of extrafocal images at different distances from the focus were available, independent values of the standard magnitude were determined from each series and the mean taken. The computation was executed in the following way: for each value of the density the *loge* was found from curves representing table 3; if $e_0$ is the exposure for the lunar photograph, $2.5\ p\ (loge_0 - loge)$ gives the difference in surface brightness of the Moon and the stellar images; by adding the corrections 1), 2) and 4) described above the standard surface brightness of the Moon is obtained.

The difference $loge_0 - loge$ indicates the "range of extrapolation": an error in the factor $p$ or deviations from Schwarzschild's law will the more influence the result the greater the difference is. The "range of extrapolation" can be easily deter-

1) Astr. Nachrichten loc. cit. p. 19.

mined for every value of the photographic density by taking *loge* from table 3 and $e_o$ — the exposure used for the Moon — from table 1.

Table 7 contains the result of measurement of the lunar photographs. In this table each point is indicated by the number assigned to it in table 2; $s$ and $I$ mean the standard surface

## Table 6.

For converting Photographic Density ($D$) of the Moon into Standard Surface Brightness ($s$) (Stellar Magnitudes).

| $D$ | $s$ | $D$ | $s$ | $D$ | $s$ | $D$ | $s$ | $D$ | $s$ | $D$ | $s$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Neg. 9 I and II | | Neg. 14 | | Neg. 27 | | Neg. 28 I Continued | | Neg. 32 Continued | | Neg. 36 and 37 | |
| 4.9 | + 0.300 | 4.2 | + 0.365 | 3.0 | + 1.565 | 5.2 | — 0.390 | 7.0 | — 1.440 | 4.2 | — 0.650 |
| 5.1 | + 0.065 | 4.3 | + 0.220 | 3.2 | + 1.410 | 5.4 | — 0.520 | 7.2 | — 1.545 | 4.4 | — 0.785 |
| 5.3 | — 0.150 | 4.5 | — 0.020 | 3.4 | + 1.255 | 5.6 | — 0.660 | 7.4 | — 1.660 | 4.6 | — 0.855 |
| 5.5 | — 0.320 | 4.7 | — 0.230 | 3.6 | + 1.040 | 5.8 | — 0.790 | 7.6 | — 1.770 | 4.8 | — 0.930 |
| 5.7 | — 0.470 | 4.9 | — 0.390 | 3.8 | + 0.925 | 6.0 | — 0.925 | 7.8 | — 1.890 | 5.0 | — 0.990 |
| 5.9 | — 0.620 | 5.1 | — 0.535 | 4.0 | + 0.800 | 6.2 | — 1.060 | | | 5.2 | — 1.060 |
| 6.1 | — 0.765 | 5.3 | — 0.695 | 4.2 | + 0.680 | 6.4 | — 1.195 | Neg. 35. | | 5.4 | — 1.135 |
| 6.3 | — 0.900 | 5.5 | — 0.830 | 4.4 | + 0.560 | 6.6 | — 1.330 | 3.1 | + 0.400 | 5.6 | — 1.215 |
| 6.5 | — 1.050 | 5.7 | — 0.965 | 4.6 | + 0.410 | 6.8 | — 1.460 | 3.3 | + 0.265 | 5.8 | — 1.290 |
| 6.7 | — 1.190 | 5.9 | — 1.090 | 4.8 | + 0.270 | 6.9 | — 1.525 | 3.5 | + 0.150 | 6.0 | — 1.370 |
| 6.9 | — 1.340 | 6.1 | — 1.210 | 5.0 | + 0.130 | | | 3.7 | + 0.010 | 6.2 | — 1.440 |
| 7.1 | — 1.470 | 6.3 | — 1.315 | 5.2 | — 0.010 | Neg. 32 | | 3.9 | — 0.115 | 6.4 | — 1.520 |
| 7.3 | — 1.615 | | | 5.4 | — 0.155 | 3.0 | + 0.920 | 4.1 | — 0.245 | 6.6 | — 1.610 |
| 7.5 | — 1.750 | Neg. 26 | | 5.6 | — 0.295 | 3.2 | + 0.780 | 4.3 | — 0.380 | 6.8 | — 1.700 |
| | | 3.0 | + 1.380 | 5.8 | — 0.430 | 3.4 | + 0.560 | 4.5 | — 0.540 | 7.0 | — 1.795 |
| Neg. 10 | | 3.2 | + 1.210 | 6.0 | — 0.580 | 3.6 | + 0.435 | 4.7 | — 0.660 | 7.2 | — 1.910 |
| 4.5 | + 0.505 | 3.4 | + 1.045 | 6.2 | — 0.770 | 3.8 | + 0.320 | 4.9 | — 0.780 | 7.4 | — 2.025 |
| 4.7 | + 0.385 | 3.6 | + 0.900 | 6.4 | — 0.920 | 4.0 | + 0.200 | 5.1 | — 0.900 | 7.6 | — 2.160 |
| 4.9 | + 0.265 | 3.8 | + 0.755 | 6.6 | — 1.160 | 4.2 | + 0.080 | 5.3 | — 0.995 | 7.8 | — 2.305 |
| 5.1 | + 0.115 | 4.0 | + 0.625 | | | 4.4 | — 0.040 | 5.5 | — 1.080 | 8.0 | — 2.470 |
| 5.3 | — 0.035 | 4.2 | + 0.500 | Neg. 28 I [1] | | 4.6 | — 0.150 | 5.7 | — 1.180 | | |
| 5.5 | — 0.185 | 4.4 | + 0.365 | 3.0 | 0.970 | 4.8 | — 0.260 | 5.9 | — 1.275 | | |
| 5.7 | — 0.335 | 4.6 | + 0.220 | 3.2 | + 0.825 | 5.0 | — 0.370 | 6.1 | — 1.385 | | |
| 5.9 | — 0.495 | 4.8 | + 0.070 | 3.4 | + 0.670 | 5.2 | — 0.480 | 6.3 | — 1.495 | | |
| 6.1 | — 0.655 | 5.0 | — 0.085 | 3.6 | + 0.545 | 5.4 | — 0.540 | 6.5 | — 1.605 | | |
| 6.3 | — 0.805 | 5.2 | — 0.230 | 3.8 | + 0.420 | 5.6 | — 0.665 | 6.7 | — 1.720 | | |
| 6.5 | — 0.970 | 5.4 | — 0.340 | 4.0 | + 0.300 | 5.8 | — 0.785 | 6.9 | — 1.845 | | |
| 6.7 | — 1.115 | 5.6 | — 0.480 | 4.2 | + 0.185 | 6.0 | — 0.905 | 7.1 | — 1.950 | | |
| | | 5.8 | — 0.625 | 4.4 | + 0.080 | 6.2 | — 1.025 | 7.3 | — 2.065 | | |
| | | 6.0 | — 0.790 | 4.6 | — 0.040 | 6.4 | — 1.140 | 7.5 | — 2.180 | | |
| | | 6.2 | — 0.970 | 4.8 | — 0.160 | 6.6 | — 1.215 | 7.7 | — 2.305 | | |
| | | 6.4 | — 1.055 | 5.0 | — 0.270 | 6.8 | — 1.335 | | | | |
| | | 6.6 | — 1.200 | | | | | | | | |

1) For Neg. 28 II $s$ can be obtained by adding + 0.925 mg. to the $s$ of Neg. 28 I.

## Table 7.

### Measured Brightness of different Points on the Moon's Surface.

$s$ = Standard Surface Brightness in stellar magnitudes; $I = 2.512^{-s}$; $i$ = angle of incidence of the solar rays; $\varepsilon$ = angle of reflection; $\psi$ = phase-angle.

| Point | April 30. $\psi = 120.^{0}7$. $s$ Neg. 26 | Neg. 27 | Neg. 28 I | Neg. 28 II | Neg. 26, 27, 28 I, 28 II Mean $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | − 0.15 | − 0.20 | − 0.41 | − 0.32 | −0.27 | 1.28 | 0.215 | 82.°5 |
| 6 | − 0.12 | − 0.15 | − 0.24 | − 0.22 | −0.18 | 1.18 | 0.150 | 76. 4 |
| 8 | − 1.06 | − 0.74 | — | − 0.70 | −0.90 | 2.29 | 0.577 | 83. 0 |
| 9 | − 0.91 | − 0.61 | — | − 0.65 | −0.79 | 2.07 | 0.476 | 73. 9 |
| 10 | − 0.54 | − 0.26 | — | − 0.38 | −0.46 | 1.53 | 0.368 | 66. 2 |
| 11 | − 0.26 | − 0.16 | — | − 0.05 | −0.22 | 1.22 | 0.259 | 58. 5 |
| 12 | + 0.30 | + 0·36 | — | + 0.45 | +0.31 | 0.752 | 0.160 | 51. 9 |
| 13 | − 1.09 | − 0.69 | − 1.37 | — | −1.04 | 2.61 | 0.774 | 80. 6 |
| 14 | − 0.56 | − 0.22 | − 0.75 | − 0.52 | −0.51 | 1.61 | 0.544 | 67. 8 |
| 15 | − 0.80 | − 0.48 | − 1.09 | — | −0.78 | 2.05 | 0.549 | 64. 0 |
| 16 | − 0.34 | − 0.15 | − 0.42 | − 0.17 | −0.27 | 1.28 | 0.325 | 53. 5 |
| 17 | − 0.30 | − 0.10 | − 0.48 | — | −0.28 | 1.30 | 0.471 | 58. 9 |
| 20 | + 1.32 | + 1.52 | — | + 1.43 | +1.36 | 0.285 | 0.086 | 37. 3 |
| 21 | — | — | — | + 1.66 | +1.63 | 0.223 | 0.049 | 34. 5 |
| 25 | − 1.04 | − 0.68 | − 1.31 | − 1.08 | −1.03 | 2.58 | 0.577 | 74. 6 |
| 26 | − 1.05 | − 0.77 | − 1.34 | − 1.18 | −1.08 | 2.70 | 0.513 | 69. 4 |
| 27 | − 0.77 | − 0.59 | − 1.13 | − 0.87 | −0.84 | 2.17 | 0.390 | 60. 0 |
| 28 | − 0.16 | − 0.03 | − 0.59 | − 0.22 | −0.25 | 1.26 | 0.288 | 52. 0 |
| 29 | − 0.04 | + 0.14 | − 0.04 | + 0.01 | +0.02 | 0.982 | 0.202 | 46. 0 |
| 31 | + 0.63 | + 0.70 | + 0.47 | + 0.62 | +0.61 | 0.570 | 0.144 | 39. 7 |
| 32 | + 0.20 | + 0.32 | + 0.05 | + 0.16 | +0.18 | 0.848 | 0.214 | 43. 7 |
| 33 | + 0.30 | + 0.42 | + 0.18 | + 0.24 | +0.29 | 0.752 | 0.206 | 44. 5 |
| 34 | + 0.24 | + 0.22 | + 0.05 | + 0.22 | +0.18 | 0.848 | 0.192 | 41. 3 |
| 35 | + 0.06 | + 0.27 | + 0.05 | − 0.11 | +0.07 | 0.938 | 0.168 | 49. 2 |
| 40a | − 0.60 | − 0.30 | − 0.62 | − 0.48 | −0.50 | 1.59 | 0.238 | 83. 0 |
| 41 | + 0.30 | − 0.16 | — | — | −0.01 | 1.01 | 0.143 | 64. 1 |
| 1s | − 0.66 | — | — | — | −0.66 | 1.84 | 0.679 | 75. 0 |
| 2s | − 0.58 | — | — | — | −0.58 | 1.71 | 0.630 | 71. 2 |
| 3s | − 0.54 | — | — | — | −0.54 | 1.65 | 0.564 | 66. 5 |
| 4s | − 0.53 | — | — | — | −0.53 | 1.63 | 0.509 | 63. 1 |
| 5s | + 1.21 | + 1.37 | — | — | +1.21 | 0.328 | 0.082 | 42. 5 |
| 6s | + 1.26 | + 1.42 | — | — | +1.26 | 0.314 | 0.071 | 40. 8 |
| 7s | + 1.40 | + 1.47 | — | — | +1.36 | 0.286 | 0.053 | 39. 6 |
| 8s | + 0.34 | + 0.47 | + 0.19 | + 0.43 | +0.36 | 0.719 | 0.270 | 48. 5 |
| 9s | + 0.72 | + 0.79 | + 0.48 | + 0.68 | +0.67 | 0.540 | 0.193 | 43. 3 |
| 10s | + 1.09 | + 1.14 | + 0.90 | + 1.09 | +1.06 | 0.377 | 0.137 | 39. 5 |

| Point | Neg. 32. May 3. $\psi = 83.^{0}6$ $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ |
|---|---|---|---|---|
| 5 | −1.45 | 3.81 | 0.389 | 79.°5 |
| 6 | −1.37 | 3.53 | 0.400 | 73. 0 |
| 7 | −0.83 | 2.15 | 0.375 | 64. 0 |
| 8 | −1.43 | 3.74 | 0.788 | 79. 9 |
| 9 | −1.46 | 3.84 | 0.775 | 71. 5 |
| 10 | −1.28 | 3.25 | 0.742 | 63. 0 |
| 11 | −1.22 | 3.08 | 0.698 | 55. 9 |
| 12 | −1.08 | 2.70 | 0.651 | 49. 7 |
| 13 | −1.24 | 3.14 | 1.000 | 79. 6 |
| 14 | −0.85 | 2.19 | 0.910 | 66. 5 |
| 15 | −1.15 | 2.89 | 0.934 | 63. 1 |
| 16 | −1.10 | 2.75 | 0.811 | 52. 0 |
| 16a | −1.55 | 4.18 | 0.833 | 55. 0 |
| 17 | −0.75 | 2.00 | 0.905 | 58. 1 |
| 19 | −1.04 | 2.61 | 0.419 | 19. 0 |
| 20 | −0.49 | 1.58 | 0.665 | 36. 0 |
| 21 | −0.53 | 1.64 | 0.640 | 33. 3 |
| 22 | −0.55 | 1.67 | 0.540 | 38. 1 |
| 23 | −0.50 | 1.59 | 0.494 | 42. 7 |
| 23a | −0.72 | 1.95 | 0.519 | 43. 6 |
| 24 | −0.38 | 1.42 | 0.411 | 34. 1 |
| 25 | −1.36 | 3.50 | 0.801 | 75. 4 |
| 26 | −1.36 | 3.50 | 0.799 | 70. 0 |
| 27 | −1.37 | 3.53 | 0.771 | 61. 3 |
| 28 | −1.13 | 2.83 | 0.727 | 53. 5 |
| 29 | −1.02 | 2.56 | 0.691 | 47. 4 |
| 31 | −0.85 | 2.19 | 0.688 | 40. 5 |
| 32 | −0.85 | 2.19 | 0.735 | 44. 1 |
| 33 | −0.71 | 1.93 | 0.717 | 45. 2 |
| 34 | −1.02 | 2.56 | 0.737 | 41. 5 |
| 35 | −1.00 | 2.51 | 0.611 | 50. 9 |
| 36 | −0.88 | 2·25 | 0.406 | 18. 4 |
| 37 | −0.76 | 2.02 | 0.438 | 33. 7 |
| 38 | −1.13 | 2.83 | 0.539 | 26. 7 |
| 39 | −0.55 | 1.67 | 0.271 | 27. 8 |
| 40 | −1.06 | 2.65 | 0.409 | 72. 7 |
| 40a | −1.22 | 3.08 | 0.363 | 80. 3 |
| 41 | −0.92 | 2.33 | 0.408 | 66. 5 |
| 42 | −0.78 | 2.05 | 0.382 | 57. 1 |
| 43 | −0.87 | 2.23 | 0.373 | 50. 0 |
| 49 | −0.04 | 1.04 | 0.185 | 8. 4 |
| 50 | +0.52 | 0.620 | 0.119 | 5. 0 |

## Table 7. Continued.

| Point | April 4. $\psi = 78^0.7$. s Neg. 9 I[1] | Neg. 9 II | Neg. 10 | Neg. 9 I. 9 II. 10 Mean s | I | Cosi | ε | Point | April 4. Continued. s Neg. 9 I[1] | Neg. 9 II | Neg. 10 | Neg. 9 I. 9 II. 10 Mean s | I | Cosi | ε |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | — | −1.02 | −1.20 | −1.18 | 2.97 | 0.397 | 80.°9 | 29 | −1.26 | −1.13 | −0.83 | −1.07 | 2.68 | 0.753 | 47.°3 |
| 6 | — | −1.00 | −1.12 | −1.14 | 2.86 | 0.419 | 75. 1 | 31 | — | −0.82 | −0.67 | −0.82 | 2.13 | 0.760 | 40. 5 |
| 7 | — | −0.51 | −0.62 | −0.64 | 1.81 | 0.411 | 66. 2 | 32 | — | −0.85 | −0.52 | −0.76 | 2.02 | 0.800 | 44. 0 |
| 8 | — | −1.24 | −1.13 | −1.26 | 3.19 | 0.786 | 82. 8 | 33 | — | −0.83 | −0.53 | −0.76 | 2.02 | 0.780 | 45. 2 |
| 9 | −1.54 | −1.36 | −1.18 | −1.36 | 3.50 | 0.789 | 73. 9 | 34 | — | −1.06 | −0.72 | −0.97 | 2.44 | 0.806 | 42. 5 |
| 10 | −1.37 | −1.09 | −1.13 | −1.20 | 3.02 | 0.773 | 65. 5 | 35 | −1.22 | −1.13 | −0.80 | −1.05 | 2.63 | 0.669 | 50. 0 |
| 11 | −1.30 | −1.06 | −1.02 | −1.13 | 2.83 | 0.742 | 58. 3 | 36 | −0.88 | −0.75 | −0.81 | −0.81 | 2.11 | 0.497 | 18. 6 |
| 12 | −1.13 | −0.86 | −0.73 | −0.91 | 2.31 | 0.707 | 50. 6 | 37 | −0.90 | −0.80 | −0.57 | −0.76 | 2.02 | 0.521 | 32. 4 |
| 13 | — | −1.31 | −0.92 | −1.19 | 2.99 | 0.999 | 80. 4 | 38 | −1.24 | −1.05 | −0.97 | −1.09 | 2.73 | 0.627 | 27. 5 |
| 14 | −0.99 | −0.82 | −0.57 | −0.80 | 2.09 | 0.934 | 67. 9 | 39 | −0.73 | −0.59 | −0.56 | −0.63 | 1.79 | 0.364 | 25. 9 |
| 15 | −1.37 | −1.21 | −0.89 | −1.16 | 2.91 | 0.962 | 64. 8 | 40 | −1.24 | −1.17 | −0.81 | −1.07 | 2.68 | 0.437 | 68. 8 |
| 16 | — | −1.13 | −0.94 | −1.11 | 2.78 | 0.861 | 53. 4 | 40a | — | −1.33 | −0.92 | −1.20 | 3.02 | 0.371 | 86. 0 |
| 16a | — | −1.56 | −1.38 | −1.55 | 4.18 | 0.879 | 56. 4 | 41 | −1.10 | −1.15 | −0.85 | −1.03 | 2.58 | 0.446 | 64. 7 |
| 17 | −0.89 | −0.80 | −0.43 | −0.71 | 1.93 | 0.944 | 59. 6 | 42 | −1.03 | −0.93 | −0.68 | −0.88 | 2.25 | 0.435 | 55. 1 |
| 19 | −1.02 | −0.85 | −0.94 | −0.94 | 2.38 | 0.514 | 20. 2 | 43 | −0.93 | −0.95 | −0.57 | −0.82 | 2.13 | 0.437 | 47. 7 |
| 20 | −0.57 | −0.47 | −0.22 | −0.42 | 1.48 | 0.742 | 38. 0 | 44 | −0.88 | −0.89 | −0.62 | −0.80 | 2.09 | 0.419 | 41. 3 |
| 21 | −0.61 | −0.51 | −0.33 | −0.48 | 1.56 | 0.717 | 35. 2 | 49 | −0.33 | −0.11 | −0.21 | −0.22 | 1.22 | 0.289 | 6. 8 |
| 22 | −0.51 | −0.33 | −0.32 | −0.39 | 1.44 | 0.610 | 40. 5 | 50 | — | 0.00 | −0.03 | −0.06 | 1.06 | 0.225 | 2. 9 |
| 23 | −0.56 | −0.40 | −0.27 | −0.41 | 1.46 | 0.558 | 45. 2 | 52 | — | −0.22 | −0.31 | −0.34 | 1.37 | 0.198 | 32. 9 |
| 23a | — | −0.45 | −0.45 | −0.53 | 1.64 | 0.583 | 46. 1 | 55 | — | — | +0.24 | +0.08 | 0.930 | 0.196 | 11. 8 |
| 24 | −0.41 | −0.21 | −0.28 | −0.30 | 1.32 | 0.492 | 37. 1 | 55a | — | — | +0.42 | +0.26 | 0.788 | 0.196 | 10. 2 |
| 25 | — | −1.52 | −1.10 | −1.39 | 3.60 | 0.813 | 75. 3 | 58 | — | — | +0.24 | +0.08 | 0.930 | 0.198 | 25. 5 |
| 26 | −1.73 | −1.53 | −1.22 | −1.49 | 3.95 | 0.824 | 70. 0 | 59 | — | — | +0.58 | +0.42 | 0.680 | 0.080 | 41. 0 |
| 27 | −1.50 | −1.50 | −1.12 | −1.37 | 3.53 | 0.813 | 60. 4 | 64 | — | — | +0.39 | +0.23 | 0.810 | 0.114 | 54. 0 |
| 28 | −1.31 | −1.26 | −0.89 | −1.15 | 2.89 | 0.782 | 52. 7 | | | | | | | | |

| Point | Neg. 35. May 6. $\psi = 43^0.1$. s | I | Cosi | ε | Point | Neg. 35. May 6. Continued. s | I | Cosi | ε |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | −1.63 | 4.50 | 0.239 | 72.°8 | 8 | −1.91 | 5.81 | 0.680 | 75.°1 |
| 2 | −1.65 | 4.58 | 0.301 | 65. 7 | 9 | −1.94 | 5.97 | 0.763 | 66. 5 |
| 3 | −1.44 | 3.77 | 0.347 | 61. 9 | 10 | −1.92 | 5.86 | 0.822 | 58. 0 |
| 5 | −1.71 | 4.84 | 0.401 | 74. 5 | 11 | −1.80 | 5.25 | 0.860 | 50. 6 |
| 6 | −1.71 | 4.84 | 0.490 | 67. 2 | 12 | −1.61 | 4.41 | 0.883 | 43. 8 |
| 7 | −1.28 | 3.25 | 0.554 | 58. 0 | 13 | −1.98 | 6.20 | 0.818 | 78. 0 |

1) Neg. 9 I, being taken about 25 mm out of focus, could not furnish reliable measures on points where great contrasts of brightness existed in the neighbourhood; such points were therefore omitted and only those were measured which were surrounded by a comparatively uniform surface. The diameter of the bundle of rays for this photograph was about 0.35 mm (corresponding to the diaphragm 39.5 mm).

Table 7. Continued.

| Neg. 35. May 6. $\psi = 43.^{0}1$. | | | | | Neg. 35. May 6. Continued. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Point | $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ | Point | $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ |
| 14 | — 1.50 | 3.98 | 0.910 | 61°.7 | 44 | — 1.80 | 5.25 | 0.671 | 47°.2 |
| 15 | — 1.92 | 5.86 | 0.948 | 59 .9 | 49 | — 1.38 | 3.57 | 0.732 | 12 .0 |
| 16 | — 1.76 | 5.07 | 0.971 | 47 .7 | 50 | — 1.40 | 3.63 | 0.692 | 10 .4 |
| 16a | — 2.24 | 7.88 | 0.958 | 50 .7 | 52 | — 1.88 | 5.65 | 0.557 | 40 .8 |
| 17 | — 1.44 | 3.77 | 0.975 | 55 .5 | 53 | — 0.06 | 1.06 | 0.188 | 43 .0 |
| 19 | — 1.76 | 5.07 | 0.882 | 15 .3 | 54 | — 0.01 | 1.01 | 0.243 | 33 .4 |
| 20 | — 1.17 | 2.94 | 0.975 | 32 .5 | 55a | — 0.85 | 2.19 | 0.668 | 4 .8 |
| 21 | — 1.28 | 3.25 | 0.971 | 30 .3 | 57 | — 1.19 | 2.99 | 0.532 | 16 .9 |
| 22 | — 1.19 | 2.99 | 0.881 | 32 .6 | 58 | — 1.03 | 2.58 | 0.640 | 18 .6 |
| 23 | — 1.24 | 3.14 | 0.816 | 37 .0 | 59 | — 0.87 | 2.23 | 0.488 | 34 .4 |
| 23a | — 1.34 | 3.44 | 0.820 | 37 .9 | 60 | — 0.22 | 1.22 | 0.278 | 35 .0 |
| 24 | — 1.21 | 3.05 | 0.813 | 28 .4 | 61 | — 0.23 | 1.24 | 0.232 | 48 .3 |
| 25 | — 2.13 | 7.12 | 0.702 | 77 .8 | 62 | — 0.69 | 1.89 | 0.239 | 33 .1 |
| 26 | — 2.27 | 8.10 | 0.766 | 71 .0 | 63 | — 0.24 | 1.25 | 0.130 | 51 .8 |
| 27 | — 2.14 | 7.19 | 0.842 | 61 .5 | 64 | — 0.85 | 2.19 | 0.427 | 49 .4 |
| 28 | — 1.91 | 5.81 | 0.880 | 53 .6 | 11s | — 0.46 | 1.53 | 0.341 | 26 .5 |
| 29 | — 1.74 | 4.97 | 0.905 | 47 .8 | 12s | — 0.20 | 1.20 | 0.263 | 30 .9 |
| 31 | — 1.58 | 4.29 | 0.955 | 39 .6 | 13s | + 0.02 | 0.983 | 0.202 | 34 .6 |
| 32 | — 1.52 | 4.06 | 0.964 | 43 .0 | 14s | + 0.30 | 0.759 | 0.148 | 37 .7 |
| 33 | — 1.46 | 3.84 | 0.939 | 45 .2 | 15s | — 0.64 | 1.81 | 0.390 | 35 .9 |
| 34 | — 1.65 | 4.58 | 0.989 | 39 .1 | 16s | — 0.48 | 1.56 | 0.337 | 37 .7 |
| 35 | — 1.80 | 5.25 | 0.812 | 52 .8 | 17s | — 0.49 | 1.58 | 0.306 | 39 .5 |
| 36 | — 1.68 | 4.71 | 0.864 | 18 .4 | 18s | — 0.18 | 1.18 | 0.244 | 42 .3 |
| 37 | — 1.64 | 4.54 | 0.809 | 36 .1 | 19s | + 0.08 | 0.930 | 0.203 | 44 .4 |
| 32s | — 1.04 | 2.61 | 0.317 | 51 .2 | 20s | + 0.32 | 0.745 | 0.143 | 47 .6 |
| 33s | — 1.06 | 2.65 | 0.307 | 51 .6 | 26s | — 1.94 | 5.97 | 0.422 | 47 .2 |
| 34s | — 0.84 | 2.17 | 0.246 | 53 .0 | 27s | — 1.46 | 3.84 | 0.314 | 48 .8 |
| 35s | — 0.56 | 1.68 | 0.189 | 54 .6 | 28s | — 1.32 | 3.37 | 0.258 | 50 .3 |
| 38 | — 1.80 | 5.25 | 0.934 | 24 .7 | 29s | — 1.13 | 2.83 | 0.191 | 52 .0 |
| 39 | — 1.75 | 5.01 | 0.721 | 31 .6 | 30s | — 0.69 | 1.89 | 0.051 | 56 .9 |
| 40 | — 1.94 | 5.97 | 0.446 | 76 .5 | 31s | + 0.06 | 0.88 | 0.000 | 59 .8 |
| 41 | — 1.88 | 5.65 | 0.509 | 69 .1 | 36s | — 0.44 | 1.51 | 0.184 | 52 .8 |
| 42 | — 1.86 | 5.55 | 0.582 | 60 .5 | 37s | — 0.18 | 1.18 | 0.163 | 50 .5 |
| 43 | — 1.74 | 4.97 | 0.642 | 52 .9 | 38s | + 0.06 | 0.88 | 0.137 | 51 .9 |

| Neg. 14. April 5. $\psi = 64^{0}.1$. | | | | | Neg. 14. April 5. Continued. | | | | | Neg. 14. April 5. Continued. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Point | $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ | Point | $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ | Point | $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ |
| 5 | — 1.36 | 3.50 | 0.411 | 80°.3 | 14 | — 0.99 | 2.49 | 0.959 | 67°.3 | 23 | — 0.74 | 1.98 | 0.699 | 43°.8 |
| 6 | — 1.37 | 3.53 | 0.462 | 74 .4 | 15 | — 1.28 | 3.25 | 0.993 | 64 .4 | 24 | — 0.65 | 1.83 | 0.659 | 35 .3 |
| 7 | — 0.97 | 2.44 | 0.489 | 65 .2 | 16 | — 1.21 | 3.05 | 0.942 | 52 .9 | 25 | — 1.30 | 3.31 | 0.794 | 76 .0 |
| 8 | — 1.42 | 3.70 | 0.761 | 80 .5 | 16a | — 1.53 | 4.10 | 0.946 | 55 .9 | 26 | — 1.31 | 3.34 | 0.831 | 70 .8 |
| 9 | — 1.47 | 3.88 | 0.806 | 73 .4 | 17 | — 0.83 | 2.15 | 0.996 | 59 .3 | 27 | — 1.27 | 3.22 | 0.860 | 61 .0 |
| 10 | — 1.28 | 3.25 | 0.824 | 64 .3 | 19 | — 1.04 | 2.61 | 0.707 | 19 .8 | 28 | — 1.09 | 2.73 | 0.857 | 53 .4 |
| 11 | — 1.28 | 3.25 | 0.821 | 56 .8 | 20 | — 0.66 | 1.84 | 0.881 | 37 .1 | 29 | — 1.01 | 2.53 | 0.855 | 47 .7 |
| 12 | — 1.16 | 2.91 | 0.812 | 50 .5 | 21 | — 0.62 | 1.77 | 0.865 | 34 .3 | 31 | — 0.85 | 2.19 | 0.881 | 41 .0 |
| 13 | — 1.26 | 3.19 | 0.939 | 80 .3 | 22 | — 0.63 | 1.79 | 0.760 | 39 .6 | 32 | — 0.85 | 2.19 | 0.908 | 44 .5 |

Table 7. Continued.

| Neg. 14. April 5. Continued. | | | | | Neg. 14. April 5. Continued. | | | | | Neg. 14. April 5. Continued. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Point | $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ | Point | $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ | Point | $s$ | $I$ | Cosi | $\varepsilon$ |
| 33 | — 0.78 | 2.05 | 0.885 | 45°.6 | 40a | — 0.96 | 2.42 | 0.386 | 86°.0 | 55 | — 0.21 | 1.21 | 0.423 | 10°.3 |
| 34 | — 1.03 | 2.58 | 0.923 | 41 .5 | 41 | — 0.88 | 2.25 | 0.496 | 66 .3 | 55a | — 0.03 | 1.03 | 0.423 | 8 .7 |
| 35 | — 0.90 | 2.29 | 0.764 | 51 .0 | 42 | — 0.75 | 2.00 | 0.525 | 56 .3 | 57 | — 0.26 | 1.27 | 0.268 | 18 .0 |
| 36 | — 0.94 | 2.38 | 0.693 | 18 .8 | 43 | — 0.74 | 1.98 | 0.555 | 49 .4 | 58 | — 0.23 | 1.24 | 0.409 | 24 .0 |
| 37 | — 0.99 | 2.49 | 0.680 | 33 .3 | 44 | — 0.78 | 2.05 | 0.558 | 42 .7 | 59 | — 0.15 | 1.15 | 0.272 | 39 .5 |
| 38 | — 1.14 | 2.86 | 0.794 | 27 .2 | 49 | — 0.51 | 1.61 | 0.511 | 7 .8 | 64 | — 0.26 | 1.27 | 0.260 | 54 .5 |
| 39 | — 0.74 | 1.98 | 0.548 | 27 .5 | 50 | — 0.45 | 1.52 | 0.453 | 4 .1 | | | | | |
| 40 | — 0.86 | 2.21 | 0.462 | 71 .6 | 52 | — 0.66 | 1.84 | 0.376 | 34 .6 | | | | | |

| May 7. $\psi = 28°.1$. | | | | | | | May 7. Continued. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Point | $s$[1]) Neg. 36 | $s$[1]) Neg. 37 | Neg. 36, 37 Mean $s$ | Neg. 36, 37 Mean $I$ | Cosi | $\varepsilon$ | Point | $s$[1]) Neg. 36 | $s$[1]) Neg. 37 | Neg. 36, 37 Mean $s$ | Neg. 36, 37 Mean $I$ | Cosi | $\varepsilon$ |
| 13 | — 2.27 | — 2.23 | —2.25 | 7.97 | 0.662 | 75°.8 | 55a | — 1.25 | — | —1.25 | 3.17 | 0.818 | 5°.4 |
| 14 | — 1.80 | — 1.66 | —1.73 | 4.93 | 0.805 | 61 .1 | 57 | — 1.72 | — 1.71 | —1.72 | 4.88 | 0.705 | 17 .6 |
| 15 | — 2.50 | — 2.44 | —2.47 | 9.74 | 0.841 | 59 .3 | 58 | — 1.52 | — 1.43 | —1.48 | 3.91 | 0.778 | 17 .9 |
| 16 | — 2.27 | — 2.13 | —2.20 | 7.59 | 0.922 | 46 .1 | 59 | — 1.54 | — 1.42 | —1.48 | 3.91 | 0.618 | 34 .0 |
| 17 | — 1.74 | — 1.69 | —1.72 | 4.87 | 0.891 | 54 .8 | 60 | — 1.12 | — 1.12 | —1.12 | 2.80 | 0.466 | 35 .8 |
| 19 | — 2.26 | — 2.18 | —2.22 | 7.74 | 0.966 | 13 .7 | 61 | — 1.20 | — 1.10 | —1.15 | 2.89 | 0.372 | 49 .6 |
| 20 | — 1.65 | — 1.58 | —1.62 | 4.45 | 0.994 | 30 .8 | 62 | — 1.54 | — 1.58 | —1.56 | 4.21 | 0.451 | 35 .3 |
| 21 | — 1.59 | — 1.60 | —1.60 | 4.37 | 1.000 | 28 .5 | 63 | — 1.42 | — 1.33 | —1.38 | 3.57 | 0.252 | 54 .6 |
| 22 | — 1.61 | — 1.49 | —1.55 | 4.18 | 0.921 | 30 .3 | 64 | — 1.52 | — 1.36 | —1.44 | 3.77 | 0.527 | 47 .5 |
| 23 | — 1.78 | — 1.64 | —1.71 | 4.84 | 0.857 | 35 .5 | 21s | — | — 0.98 | —0.98 | 2.47 | 0.356 | 41 .5 |
| 24 | — 1.68 | — 1.57 | —1.63 | 4.50 | 0.880 | 30 .0 | 22s | — | — 0.86 | —0.86 | 2.21 | 0.262 | 46 .4 |
| 31 | — 1.80 | — 1.74 | —1.77 | 5.11 | 0.954 | 39 .3 | 23s | — | — 1.10 | —1.10 | 2.75 | 0.398 | 41 .5 |
| 33 | — 1.75 | — 1.73 | —1.74 | 4.97 | 0.919 | 45 .3 | 24s | — | — 0.96 | —0.96 | 2.42 | 0.302 | 47 .7 |
| 34 | — 2.17 | — 2.16 | —2.17 | 7.39 | 0.979 | 38 .2 | 25s | — | — 0.82 | —0.82 | 2.13 | 0.167 | 54 .7 |
| 36 | — 2.15 | — 2.24 | —2.20 | 7.59 | 0.950 | 17 .7 | 39s | — | — 1.77 | —1.77 | 5.12 | 0.347 | 54 .2 |
| 37 | — 2.04 | — 2.32 | —2.18 | 7.46 | 0.865 | 37 .7 | 40s | — | — 1.50 | —1.50 | 3.98 | 0.217 | 62 .2 |
| 39 | — 2.02 | — 2.26 | —2.14 | 7.19 | 0.818 | 33 .4 | 41s | — | — 1.10 | —1.10 | 2.75 | 0.040 | 72 .3 |
| 49 | — 1.78 | — 1.82 | —1.80 | 5.25 | 0.862 | 13 .6 | 42s | — | — 0.99 | —0.99 | 2.50 | 0.048 | 72 .3 |
| 50 | — 1.82 | — 1.84 | —1.83 | 5.40 | 0.833 | 12 .6 | 43s | — | — 1.45 | —1.45 | 3.81 | 0.360 | 44 .0 |
| 53 | — 0.75 | — 1.14 | —0.94 | 2.38 | 0.375 | 46 .1 | 44s | — | — 1.18 | —1.18 | 2.97 | 0.274 | 48 .8 |
| 54 | — 1.03 | — 1.09 | —1.06 | 2.65 | 0.451 | 35 .9 | 45s | — | — 0.98 | —0.98 | 2.47 | 0.159 | 55 .6 |
| 55 | — 1.42 | — 1.42 | —1.42 | 3.70 | 0.818 | 7 .0 | | | | | | | |

brightness expressed in stellar magnitudes and ordinary intensity-units respectively; *Cosi* determines the intensity of illumination of a horizontal surface at the point measured; $\varepsilon$ is the angle of reflection or the zenith distance of the observer as seen from the point on the Moon. For the days when several pho-

1) On Neg. 36 and 37 a number of points on the continentes could not be measured, being overexposed.

tographs were obtained, the mean of the single measures as well as the mean of the *Cosi* and $\varepsilon$ was taken. In deriving the mean value of $s$ systematic differences of the individual plates were taken into account, as will be explained later on. Some points were occasionally omitted in the measures; the special reason of omission on Neg. 9 I, 36 and 37 is explained in the footnotes of the table; in the remaining instances the points were omitted either on account of defects of the plate or because an error was made in pointing, so that a wrong point was measured [1]).

Photographs made on the same day show systematic differences which must be attributed to variations of atmospheric absorption (acting on the whole photograph) and to a systematic variation of the sensitiveness of the plate (depending on the coordinates of the measured point). From the common points the following systematic differences of the photographs were found:

Table 8. Systematic Differences of Photographs.

| | April 30. | | | | | April 4. | | | | May 7. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Negative | 27—26 | $28_I - 26$ | $28_{II}$—26 | 26—26 | Mean | $9_I - 10$ | $9_{II}$—10 | 10—10 | Mean | 36—37 |
| Syst. Difference, St. Mg. | +0.16 | −0.19 | +0.03 | 0.00 | 0.00 | −0.31 | −0.17 | 0.00 | −0.16 | −0.02 |
| Number of Points | 24 | 18 | 21 | — | — | 28 | 45 | — | — | 34 |

From these differences the following systematic corrections of the single photographs were adopted:

Table 9. Systematic Corrections of the Photographs.

| Negative | 26 | 27 | $28_I$ | $28_{II}$ | $9_I$ | $9_{II}$ | 10 | 36, 37 *adopted* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Correction, St. Mg. | 0.00 | −0.16 | +0.19 | −0.03 | +0.15 | +0.01 | −0.16 | 0.00 |

By applying these corrections, the measured brightness was reduced to the average system of all negatives obtained on the corresponding day, and in this manner the *mean* values of table 7 were found.

The deviations of the individual differences from the mean of all points can give us an information on the precision of the

1) The coordinates on the microphotometer were noted during the measurement, so that the position of the measured point could be controlled afterwards.

differential measures of surface brightness; the pairs of negatives 27 — 26, $28_I$ — 26, $28_{II}$ — 26, $9_I$ — 10, $9_{II}$ — 10, 36 — 37 gave the following number of deviations (rounded off to 0.05 mg.) from the mean differences:

| Deviation | ±0.00 | ±0.05 | ±0.10 | ±0.15 | ±0.20 | ±0.25 | ±0.30 | ±0.35 | ±0.40 | ±0.62 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Number | 23 | 42 | 33 | 30 | 23 | 12 | 3 | 2 | 1 | 1 | 170 |

From these data the mean square deviation of the difference in $s$ for one point measured on two plates comes out as ±0.15 st. mg.; this corresponds to the following value of the probable error of *differential* measures of $s$ on one negative:

$$\text{p. e.} = \pm 0{,}674 \cdot \frac{0{,}15}{\sqrt{2}} = \pm 0.072 \text{ st. magn.}$$

This error includes 1) variations in the sensitiveness of the plate from one point to another, 2) errors in the microphotometer readings and 3) errors in the scale of the comparison star; the first source of error must be considered as the chief one.

## 3. Derivation of the Preliminary Illumination-Law.

The only way to determine the illumination-law of the Moon's surface consists in the assumption that similar formations of the surface have on the average the same reflecting power and that the same illumination-law holds for them; the deviations in the reflecting power must be regarded as accidental errors.

Therefore the measured points were joined into the following groups, according to their supposed reflecting power:

I[st] Group. Ordinary *continentes:* points 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 19, 25, 26, 27, 28, 29, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, $40_a$, 41, 42, 43, 44, $43_s$, $44_s$, $45_s$, $32_s$, $33_s$, $34_s$, $35_s$, $36_s$, $37_s$, $38_s$.

II[nd] „ Exceptionally bright *continentes*, like the region around Tycho: points $16_a$, 52, $26_s$, $27_s$, $28_s$, $29_s$, $30_s$, $31_s$, $39_s$, $40_s$, $41_s$, $42_s$.

III[rd] „ *Continentes* below normal brightness: points 49, 50.

IV[th] „ The "rays" around Copernicus and Kepler: points 57, 62.

V[th] „ Ordinary *maria*: points 14, 17, 20, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 53, 54, 55, 58, 59, 60, 61, 64, $1_s$, $2_s$, $3_s$,

V$^{th}$ Group. $4_s$, $5_s$, $6_s$, $7_s$, $8_s$, $9_s$, $10_s$, $11_s$, $12_s$, $13_s$, $14_s$, $15_s$, $16_s$, $17_s$, $18_s$, $19_s$, $20_s$, $21_s$, $22_s$, $23_s$, $24_s$, $25_s$.

VI$^{th}$ „ *Maria* above normal brightness: mare Frigoris, point 7.

VII$^{th}$ „ Mare Serenitatis, on bright "ray" of Tycho; point 23 a.

VIII$^{th}$ „ Dark spot, point 55 a.

It was assumed, as a first approximation, that all points of one group have identical optical properties. Only groups I and V could be used in the derivation of the law of illumination, the other groups being represented by too small a number of points. Points 1, 2, 3 and 63 were not included originally in the discussion, though they evidently belong to group I.

The points were classified according to the arguments $\varepsilon$ (angle of reflection) and $i$ (angle of incidence) and average values were formed; table 10 contains the result. Whereas in the case of observations of the same point the mean of the stellar magnitudes (logarithmic mean) must be taken, only the logarithmic

Table 10.

Average Surface Brightness arranged according to the Angles of Illumination and Reflection.

**Continentes, Group I.**

April 30 (4 Negatives).

| Average Cosi | 0.180 | 0.152 | 0.150 | 0.202 | 0.274 | 0.227 | 0.361 | 0.476 | 0.531 | 0.577 | 0.774 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 45°.2 | 58.0 | 76.4 | 46.0 | 55.3 | 82.8 | 59.9 | 73.9 | 66.7 | 78.3 | 80.6 |
| „ $I$ | 0.893 | 0.881 | 1.18 | 0.982 | 1.24 | 1.44 | 1.66 | 2.07 | 2.38 | 2.44 | 2.61 |
| Points | 34; 35. | 12; 41. | 6. | 29. | 11; 28. | 5; 40 a. | 10; 16; 27. | 9. | 15; 26. | 8; 25. | 13. |

May 3 (1 Negative).

| Average Cosi | 0.271 | 0.412 | 0.400 | 0.395 | 0.390 | 0.539 | 0.714 | 0.646 | 0.829 | 0.841 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 27°.8 | 18.7 | 41.8 | 61.8 | 76.4 | 26.7 | 44.4 | 54.8 | 61.7 | 76.6 |
| „ $I$ | 1.67 | 2.44 | 2.12 | 2.19 | 3.27 | 2.83 | 2.56 | 2.87 | 3.17 | 3.55 |
| Points | 39. | 19; 36. | 37; 43. | 41; 42. | 5; 6; 40; 40 a. | 38. | 29; 34. | 10; 11; 12; 28; 35. | 15; 16; 26; 27. | 8; 9; 13; 25. |

April 4 (3 Negatives).

| Average Cosi | 0.430 | 0.429 | 0.439 | 0.396 | 0.570 | 0.595 | 0.724 | 0.780 | 0.836 | 0.847 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 22°.2 | 45.0 | 62.9 | 80.7 | 23.6 | 41.2 | 54.4 | 44.9 | 61.1 | 78.0 |
| „ $I$ | 1.95 | 2.11 | 2.50 | 2.95 | 2.56 | 2.32 | 2.57 | 2.56 | 3.18 | 3.32 |
| Points. | 36; 39. | 43; 44. | 40; 41; 42. | 5; 6; 40 a. | 19; 38. | 35; 37. | 11; 12. | 29; 34. | 10; 15; 16; 26; 27; 28. | 8; 9; 13; 25. |

## Table 10. Continued.

### Continentes, Group I.

April 5 (1 Negative).

| Average Cosi | 0.510 | 0.430 | 0.548 | 0.556 | 0.731 | 0.680 | 0.764 | 0.778 | 0.855 | 0.835 | 0.818 | 0.923 | 0.968 | 0.939 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 61°.3 | 78.0 | 27.5 | 46.6 | 21.9 | 33.3 | 51.0 | 78.2 | 47.7 | 57.2 | 72.1 | 41.5 | 58.6 | 80.3 |
| „ $I$ | 2.12 | 2.92 | 1.98 | 2.02 | 2.62 | 2.49 | 2.29 | 3.50 | 2.53 | 3.07 | 3.61 | 2.58 | 3.15 | 3.19 |
| Points | 41; 42. | 5; 6; 40; 40a. | 39. | 43; 44. | 19; 36; 38. | 37. | 35. | 8; 25. | 29. | 10; 11; 12; 27; 28. | 9; 26. | 34. | 15; 16. | 13. |

May 6 (1 Negative).

| Average Cosi | 0.168 | 0.290 | 0.527 | 0.424 | 0.696 | 0.642 | 0.691 | 0.873 | 0.846 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 52°.5 | 51.9 | 65.6 | 75.5 | 39.4 | 52.9 | 76.5 | 16.8 | 40.0 |
| „ $I$ | 1.31 | 2.48 | 5.35 | 5.40 | 5.13 | 4.97 | 6.46 | 4.90 | 4.48 |
| Points | 35s; 36s; 37s; 38s; | 32s; 33s; 34s. | 6; 41; 42. | 5; 40. | 39; 44. | 43. | 8; 25. | 19; 36. | 12; 37. |

May 6 (1 Negative). Continued.

| Average Cosi | 0.832 | 0.792 | 0.934 | 0.955 | 0.948 |
|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 57.2 | 74.5 | 24.7 | 44.9 | 59.9 |
| „ $I$ | 5.89 | 7.15 | 5.25 | 4.87 | 5.86 |
| Points | 9; 10; 11; 27; 28; 35. | 13; 26. | 38. | 16; 29; 34. | 15. |

May 7 (2 Negatives).

| Average Cosi | 0.317 | 0.159 | 0.662 | 0.844 | 0.841 | 0.958 | 0.950 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 46°.4 | 55.6 | 75.8 | 35.6 | 59.3 | 15.7 | 42.2 |
| „ $I$ | 3.39 | 2.47 | 7.97 | 7.32 | 9.74 | 7.66 | 7.49 |
| Points | 43s; 44s. | 45s. | 13. | 37; 39. | 15. | 19; 36. | 16; 34. |

### Maria, Group V.

April 30 (4 Negatives).

| Average Cosi | 0.068 | 0.069 | 0.140 | 0.221 | 0.471 | 0.539 | 0.654 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 35°.9 | 41.0 | 39.6 | 45.0 | 58.9 | 65.8 | 73.1 |
| „ $I$ | 0.252 | 0.309 | 0.474 | 0.715 | 1.30 | 1.63 | 1.78 |
| Points | 20; 21. | 5s; 6s; 7s. | 31; 10s. | 32; 33; 8s; 9s; | 17. | 14; 3s; 4s. | 1s; 2s. |

May 3 (1 Negative).

| Average Cosi | 0.452 | 0.652 | 0.614 | 0.726 | 0.908 |
|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 38°.4 | 34.6 | 39.7 | 44.6 | 62.3 |
| „ $I$ | 1.50 | 1.61 | 1.93 | 2.06 | 2.10 |
| Points | 23; 24. | 20; 21. | 22; 31. | 32; 33. | 14; 17. |

April 4 (3 Negatives).

| Average Cosi | 0.197 | 0.080 | 0.114 | 0 553 | 0.730 | 0.780 | 0.939 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 18°.6 | 41.0 | 54.0 | 40.9 | 36.6 | 43.2 | 63.8 |
| „ $I$ | 0.930 | 0.680 | 0.810 | 1.40 | 1.52 | 2.06 | 2.01 |
| Points | 55; 58. | 59. | 64. | 22; 23; 24. | 20; 21. | 31; 32; 33. | 14; 17. |

Table 10. Continued.

**Maria, Group V.**

April 5 (1 Negative).

| Average Cosi | 0.272 | 0.260 | 0.416 | 0.679 | 0.873 | 0.842 | 0.908 | 0.978 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 39°.5 | 54.5 | 17.2 | 39.6 | 35.7 | 42.1 | 44.5 | 63.3 |
| „ $I$ | 1.15 | 1.27 | 1·22 | 1.90 | 1.80 | 2.01 | 2.19 | 2.32 |
| Points | 59. | 64. | 55; 58. | 23; 24. | 20; 21. | 22; 31; 33. | 32. | 14; 17. |

May 6 (1 Negative).

| Average Cosi | 0.198 | 0.202 | 0.341 | 0.270 | 0.321 | 0.439 | 0.427 | 0.640 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 35°.2 | 45.1 | 26.5 | 33.0 | 38.6 | 35.2 | 49.4 | 18.6 |
| „ $I$ | 0.917 | 1.03 | 1.53 | 1.21 | 1.57 | 2.02 | 2.19 | 2.58 |
| Points | $13_S$; $14_S$; 54. | $18_S$; $19_S$; $20_S$; 53; 61. | $11_S$ | $12_S$; 60. | $16_S$; $17_S$. | $15_S$; 59. | 64. | 58. |

May 6 (1 Negative). Continued.

| Average Cosi | 0.813 | 0.848 | 0.973 | 0.953 | 0.942 |
|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 28.4 | 34.8 | 31.4 | 42.6 | 58.6 |
| „ $I$ | 3.05 | 3.06 | 3.10 | 4.06 | 3.88 |
| Points | 24. | 22; 23. | 20; 21. | 31; 32; 33. | 14; 17. |

May 7 (2 Negatives).

| Average Cosi | 0.282 | 0.167 | 0.377 | 0.374 | 0.458 | 0.618 | 0.527 | 0.798 | 0.868 | 0.848 | 0.972 | 0.936 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ $\varepsilon$ | 47°.0 | 54.7 | 41.5 | 47.8 | 35.8 | 34.0 | 47.5 | 12.4 | 32.8 | 58.0 | 29.8 | 42.3 |
| „ $I$ | 2.32 | 2.13 | 2.61 | 2.64 | 2.72 | 3.91 | 3.77 | 3.80 | 4.67 | 4.90 | 4.33 | 5.04 |
| Points | $22_S$; $24_S$. | $25_S$. | 53; 61. | $21_S$; $23_S$. | 54; 60. | 59. | 64. | 55; 58. | 23; 24. | 14; 17. | 20; 21; 22. | 31; 33. |

errors of observation being responsible for the discrepancies, in the case of average values for *different* points the variety in brightness must be regarded as real, and it is therefore natural to find the mean of the intensities themselves instead of their logarithms. This is the reason why in table 7 the observed surface brightness ($s$) expressed in stellar magnitudes was converted into ordinary intensity ($I$). Table 10 gives the average values of *Cosi*, $\varepsilon$ and $I$. In such a form the table is yet not ready for discussion; since the surface brightness depends upon three arguments, $\psi$, $\varepsilon$ and $i$, it is desirable to obtain series of data where two of the arguments remain invariable, so that the influence of the third may be separated. The phase-angle remains practically constant for photographs taken on one day; we shall therefore arrange the measures of one day into groups with one of the arguments, $\varepsilon$ or $i$ constant; in the following $\varepsilon$ was actually chosen. The values of $I$ and *Cosi* of table 10 were changed so as to make them correspond to round values

## Table 11.

### Normal Values of the Surface Brightness.

$\psi$ = Phase-Angle; $i$ = Angle of Incidence; $j = -2{,}5 \log (\text{Cos}i)$;
$\varepsilon$ = Angle of Reflection; $I$ = Surface Brightness; $s = -2{,}5 \log I$.

**Continentes, Group I.**

| $\varepsilon = 20^0$ | | | | $\varepsilon = 30^0$ | | | | $\varepsilon = 45^0$ | | | | $\varepsilon = 60^0$ | | | | $\varepsilon = 75^0$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I$ | Cosi | $s$ | $j$ | $I$ | Cosi | $s$ | $j$ | $I$ | Cosi | $s$ | $j$ | $I$ | Cosi | $s$ | $j$ | $I$ | Cosi | $s$ | $j$ |
| | | | + | | | | + | $\psi = 120^0.7$ | | | + | | | | + | | | | + |
| | | | | | | | | 0.89 | 0.180 | + 0.12 | 1.87 | 0.91 | 0.152 | + 0.10 | 2.05 | 1.16 | 0.150 | — 0.16 | 2.06 |
| | | | | | | | | 0.95 | 0.190 | + 0.05 | 1.80 | 1.27 | 0.266 | — 0.26 | 1.44 | 1.39 | 0.239 | — 0.35 | 1.55 |
| | | | | | | | | | | | | 1.66 | 0.361 | — 0.55 | 1.11 | 2.10 | 0.488 | — 0.80 | 0.78 |
| | | | | | | | | | | | | 2.35 | 0.513 | — 0.93 | 0.72 | 2.43 | 0.568 | — 0.96 | 0.61 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | 2.60 | 0.770 | — 1.04 | 0.28 |
| | | | | | | | | $\psi = 83^0.6$ | | | | | | | | | | | |
| 2.43 | 0.411 | — 0.96 | 0.97 | 1.67 | 0.271 | — 0.55 | 1.42 | 2.13 | 0.399 | — 0.82 | 1.00 | 2.19 | 0.395 | — 0.85 | 1.01 | 3.16 | 0.390 | — 1.25 | 1.02 |
| | | | | 2.78 | 0.568 | — 1.11 | 0.61 | 2.56 | 0.714 | — 1.02 | 0.37 | 3.02 | 0.612 | — 1.20 | 0.53 | 3.51 | 0.840 | — 1.36 | 0.19 |
| | | | | | | | | | | | | 3.13 | 0.828 | — 1.24 | 0.21 | | | | |
| | | | | | | | | $\psi = 78^0.7$ | | | | | | | | | | | |
| 1.93 | 0.430 | — 0.71 | 0.92 | 2.00 | 0.430 | — 0.75 | 0.92 | 2.11 | 0.429 | — 0.81 | 0.92 | 2.44 | 0.437 | — 0.97 | 0.90 | 2.80 | 0.410 | — 1.12 | 0.97 |
| 2.61 | 0.565 | — 1.04 | 0.62 | 2.48 | 0.578 | — 0.99 | 0.59 | 2.40 | 0.638 | — 0.95 | 0.49 | 2.67 | 0.776 | — 1.07 | 0.28 | 3.30 | 0.845 | — 1.30 | 0.18 |
| | | | | | | | | 2.56 | 0.780 | — 1.02 | 0.27 | 3.14 | 0.832 | — 1.24 | 0.20 | | | | |
| | | | | | | | | $\psi = 64^0.1$ | | | | | | | | | | | |
| 2.64 | 0.740 | — 1.05 | 0.33 | 1.98 | 0.549 | — 0.74 | 0.65 | 2.02 | 0.555 | — 0.76 | 0.64 | 2.07 | 0.515 | — 0.79 | 0.72 | 2.78 | 0.444 | — 1.11 | 0.88 |
| | | | | 2.53 | 0.697 | — 1.01 | 0.39 | 2.36 | 0.736 | — 0.93 | 0.33 | 2.69 | 0.769 | — 1.08 | 0.29 | 3.37 | 0.776 | — 1.32 | 0.28 |
| | | | | | | | | 2.40 | 0.860 | — 0.95 | 0.16 | 3.18 | 0.832 | — 1.26 | 0.20 | 3.72 | 0.815 | — 1.43 | 0.22 |
| | | | | | | | | 2.69 | 0.932 | — 1.08 | 0.08 | 3.15 | 0.966 | — 1.24 | 0.04 | 3.18 | 0.946 | — 1.26 | 0.06 |
| | | | | | | | | $\psi = 43^0.1$ | | | | | | | | | | | |
| 4.85 | 0.870 | — 1.71 | 0.15 | 4.65 | 0.855 | — 1.67 | 0.17 | 1.31 | 0.168 | — 0.29 | 1.94 | 5.32 | 0.578 | — 1.81 | 0.59 | 5.40 | 0.429 | — 1.83 | 0.92 |
| 5.35 | 0.929 | — 1.82 | 0.08 | 5.15 | 0.939 | — 1.78 | 0.07 | 2.48 | 0.290 | — 0.99 | 1.34 | 5.42 | 0.656 | — 1.83 | 0.46 | 6.36 | 0.688 | — 2.01 | 0.41 |
| | | | | | | | | 5.07 | 0.674 | — 1.76 | 0.43 | 6.10 | 0.825 | — 1.96 | 0.21 | 7.18 | 0.791 | — 2.14 | 0.26 |
| | | | | | | | | 4.90 | 0.842 | — 1.72 | 0.19 | 5.86 | 0.948 | — 1.92 | 0.06 | | | | |
| | | | | | | | | 4.87 | 0.955 | — 1.72 | 0.05 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | $\psi = 28^0.1$ | | | | | | | | | | | |
| 7.63 | 0.957 | — 2.21 | 0.05 | 6.92 | 0.845 | — 2.10 | 0.18 | 3.54 | 0.342 | — 1.37 | 1.17 | 2.47 | 0.159 | — 0.98 | 2.00 | 7.97 | 0.662 | — 2.25 | 0.45 |
| | | | | 7.57 | 0.953 | — 2.20 | 0.05 | 8.28 | 0.843 | — 2.29 | 0.19 | 9.84 | 0.841 | — 2.48 | 0.19 | | | | |
| | | | | | | | | 7.48 | 0.950 | — 2.18 | 0.06 | | | | | | | | |

Table 11. Continued.

**Marla, Group V.**

| $\varepsilon = 20^0$ | | | | $\varepsilon = 30^0$ | | | | $\varepsilon = 45^0$ | | | | $\varepsilon = 60^0$ | | | | $\varepsilon = 75^0$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I$ | Cosi | $s$ | $j$ | $I$ | Cosi | $s$ | $j$ | $I$ | Cosi | $s$ | $j$ | $I$ | Cosi | $s$ | $j$ | $I$ | Cosi | $s$ | $j$ |
| | | | + | | | | + | | $\psi = 120^0.7$ | | + | | | | + | | | | + |
| | | | | 0.195 | 0.067 | + 1.78 | 2.93 | 0.360 | 0.070 | + 1.11 | 2.89 | 1.35 | 0.481 | — 0.32 | 0.80 | 1.82 | 0.687 | — 0.65 | 0.41 |
| | | | | | | | | 0.474 | 0.140 | + 0.81 | 2.14 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | 0.715 | 0.221 | + 0.37 | 1.64 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | $\psi = 83^0.6$ | | | | | | | | | | |
| | | | | 1.50 | 0.452 | — 0.44 | 0.86 | 1.50 | 0.452 | — 0.44 | 0.86 | 2.10 | 0.885 | — 0.80 | 0.13 | | | | |
| | | | | 1.61 | 0.652 | — 0.51 | 0.47 | 1.93 | 0.614 | — 0.71 | 0.53 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | 2.06 | 0.726 | — 0.78 | 0.36 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | $\psi = 78^0.7$ | | | | | | | | | | |
| 0.930 | 0.197 | 0.08 | 1.76 | 0.805 | 0.138 | + 0.24 | 2.15 | 0.680 | 0.080 | + 0.42 | 2.74 | 0.875 | 0.131 | + 0.15 | 2.21 | | | | |
| | | | | 1.40 | 0.680 | — 0.36 | 0.42 | 1.40 | 0.553 | — 0.36 | 0.64 | 2.02 | 0.907 | — 0.76 | 0.11 | | | | |
| | | | | | | | | 2.05 | 0.795 | — 0.78 | 0.25 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | $\psi = 64^0.1$ | | | | | | | | | | |
| 1.22 | 0.416 | — 0.22 | 0.95 | 1.60 | 0.902 | — 0.51 | 0.11 | 1.19 | 0.268 | — 0.19 | 1.43 | 1.32 | 0.255 | — 0.30 | 1.48 | | | | |
| | | | | | | | | 2.10 | 0.679 | — 0.80 | 0.42 | 2.30 | 0.966 | — 0.90 | 0.04 | | | | |
| | | | | | | | | 2.11 | 0.826 | — 0.81 | 0.21 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | 2.19 | 0.908 | — 0.85 | 0.10 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | $\psi = 43^0.1$ | | | | | | | | | | |
| 2.58 | 0.640 | — 1.03 | 0.49 | 0.87 | 0.196 | + 0.15 | 1.77 | 1.03 | 0.202 | — 0.03 | 1.74 | 3.86 | 0.941 | — 1.47 | 0.07 | | | | |
| | | | | 1.21 | 0.270 | — 0.21 | 1.42 | 1.59 | 0.311 | — 0.50 | 1.27 | | | | | | | | |
| | | | | 1.53 | 0.341 | — 0.46 | 1.17 | 2.13 | 0.431 | — 0.82 | 0.92 | | | | | | | | |
| | | | | 1.97 | 0.443 | — 0.73 | 0.89 | 4.03 | 0.951 | — 1.51 | 0.06 | | | | | | | | |
| | | | | 3.05 | 0.820 | — 1.21 | 0.22 | | | | | | | | | | | | |
| | | | | [2.94] | [0.976] | [— 1.17] | [0.03] | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | $\psi = 28^0.1$ | | | | | | | | | | |
| 4.15 | 0.826 | — 1.54 | 0.21 | 2.20 | 0.424 | — 0.86 | 0.93 | 2.32 | 0.282 | — 0.91 | 1.37 | 2.13 | 0.167 | — 0.82 | 1.95 | | | | |
| | | | | 3.96 | 0.648 | — 1.49 | 0.47 | 2.62 | 0.376 | — 1.05 | 1.06 | 4.93 | 0.846 | — 1.73 | 0.18 | | | | |
| | | | | 4.53 | 0.858 | — 1.64 | 0.17 | 3.68 | 0.527 | — 1.41 | 0.70 | | | | | | | | |
| | | | | 4.33 | 0.972 | — 1.59 | 0.03 | 4.78 | 0.858 | — 1.70 | 0.17 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | 5.22 | 0.927 | — 1.79 | 0.08 | | | | | | | | |

of $\varepsilon$, namely $\varepsilon = 20^0$; $30^0$; $45^0$; $60^0$; $75^0$; this was executed with the aid of linear interpolation with $\varepsilon$ as argument; each observed value was reduced to the nearest round value of $\varepsilon$; in this way table 11 was obtained. Each "normal value" of this table corresponds to a definite measured value; since in table 10 the average $\varepsilon$ are generally very near the round values chosen, and since the dependence of the brightness upon $\varepsilon$ proved to be of a linear character, as will be shown afterwards, the data of table 11 may be regarded as representing the observations almost unaltered, only schematized with respect to $\varepsilon$ and a little smoothed, because, as the consequence of the method of interpolation used, each value of table 11 was deduced from 2 ar 3 points of table 10; the smoothing was, however, very small — on account of the small range of interpolation — so that some irregularities, produced evidently by differences of the reflecting power of the points, appear still in table 11.

The "normal" values of $I$ and $Cosi$ in table 11 were converted into stellar magnitudes; the corresponding quantities are given in the same table under the headings $s$ and $j$. The latter quantity represents the intensity of illumination expressed in stellar magnitudes. The definition of $s$ and $j$ is given at the head of table 11.

To find an empirical formula representing the observations, the $s$ of table 11 were plotted with the $j$ as abscissae; straight lines of an inclination depending on the phase-angle seemed to fit the observations well; the general form of these lines may be given by the formula

$$\mathbf{s = s_0 + kj} \quad \ldots \quad (3), \text{ where}$$

$s_o$ is a function of the phase-angle and angle of reflection, $k$ depends only on the phase-angle, and $j = -2{,}5 \; log \; Cosi$, $i$ being the angle of incidence. Equation (3) is equivalent to the following general form of the law of illumination:

$$I = I_o \; (Cosi)^k \quad \ldots \quad (4), \text{ where}$$
$$I_o = F \; (\psi, \; \varepsilon) \text{ and}$$
$$k = f \; (\psi).$$

The actual limits for the exponent $k$ came out as

$$0 < k < 1;$$

it may be remarked that with $k = 1$ and $I_o = \text{const.}$ equation (4) will be transformed into the known law of Lambert.

Table 12.

Representation of the Brightness of the Normal Points with the aid of the formula $s = s_0 + kj$.

| $\psi$ | $k$ | $\varepsilon$ | $s_0$ | Deviations of Normal Points. Stellar Magnitudes. Computation — Observation. |
|---|---|---|---|---|
| **Continentes, Group I.** | | | | |
| 120°.7 | 0.66 | 45° | — 1.13 | —0.01 + 0.01 |
| | | 60 | — 1.34 | —0.11 +0.13 +0.06 —0.07 |
| | | 75 | — 1.36 | —0.16 —0.01 +0.05 —0.01 +0.13 |
| 79.9 [1] | 0.42 | 20; 30 | — 1.22 | —0.07 +0.10 —0.10 +0.15 —0.07 +0.06 —0.04 |
| | | 45 | — 1.17 | —0.03 +0.07 —0.05 —0.01 +0.02 |
| | | 60 | — 1.29 | +0.10 —0.05 +0.02 —0.08 +0.07 —0.05 |
| | | 75 | — 1.48 | —0.12 +0.12 —0.07 +0.08 |
| 64.1 | 0.59 | 20; 30 | — 1.20 | —0.05 +0.08 —0.04 |
| | | 45 | — 1.11 | —0.03 —0.02 +0.07 —0.02 |
| | | 60 | — 1.28 | +0.07 +0.03 —0.10 +0.02 |
| | | 75 | — 1.50 | —0.13 +0.01 —0.06 +0.20 |
| 43.1 | 0.63 | 20; 30 | — 1.82 | —0.02 +0.05 —0.04 0.00 |
| | | 45 | — 1.79 | +0.28 —0.04 —0.24 —0.05 +0.04 |
| | | 60 | — 2.09 | —0.09 —0.03 0.00 +0.13 |
| | | 75 | — 2.33 | —0.08 +0.06 +0.02 |
| 28.1 | 0.83 | 20; 30 | — 2.25 | 0.00 0.00 —0.01 |
| | | 45 | — 2.34 | 0.00 +0.11 —0.11 |
| | | 60; 75. | — 2.63 | +0.01 +0.01 —0.01 |
| **Maria, Group V.** | | | | |
| 120°.7 | 0.84 | 30; 45; 60; 75 | — 0.99 | —0.31 +0.33 0.00 —0.03 0.00 0.00 |
| 79.9 [1] | 0.43 | 20; 30 | — 0.66 | +0.04 +0.07 —0.03 +0.04 —0.10 |
| | | 45; 60 | — 0.80 | —0.07 +0.06 +0.06 —0.02 —0.15 +0.11 —0.02 +0.02 +0.01 |
| 64.1 | 0.45 | 20; 30 | — 0.60 | +0.05 —0.04 |
| | | 45; 60 | — 0.92 | —0.09 +0.07 —0.02 —0.02 +0.05 0.00 |
| 43.1 | 0.88 | 20; 30 | — 1.45 | —0.01 —0.05 0.00 +0.03 +0.06 —0.05 [—0.25] [2] |
| | | 45; 60 | — 1.58 | —0.03 +0.03 +0.05 —0.02 —0.05 |
| 28.1 | 0.66 | 20; 30 | — 1.68 | 0.00 —0.21 [2] +0.12 +0.07 —0.07 |
| | | 45; 60 | — 1.82 | —0.01 —0.07 +0.05 —0.01 +0.02 |

Table 12 contains the constants of formula (3) which represent the observations best. The deviations of the normal points from the values computed with the aid of formula (3) are given

1) Including Neg. 32, $\psi = 83°.6$; the phase-angle is the weighted mean of $\psi$ for April 4 and May 3.

2) These points were included with small weight in the derivation of $k$ and $s_0$.

in the same table; the deviations are generally small, which indicates that our formula represents the observations very satisfactorily; from the total of 123 normal points 22 show deviations greater than 0.10, and 8 — greater than 0.20 st. mg., and even these excessive deviations must be attributed rather to real differences in the reflecting power of the points used in deriving the "normal" brightness than to the failure of our empirical formula.

In deriving the constants $k$ and $s_0$ the data for May 3 (Neg. 32, $\psi = 83^0.6$) and April 4 (Neg. 9 I. 9 II. 10, $\psi = 78^0.7$) were joined together; the reason for doing so was the small difference in the phase-angle, so that a similar distribution of the brightness for both days might be expected; to obtain comparable data systematic corrections were determined, analogous to the corrections contained in table 9; for this purpose the comparison of the measured brightness of the same points could not be used since the angle of incidence showed considerable differences; therefore points with equal *Cosi* were compared, for which purpose preliminary curves connecting $s$ and $j$ for both days were drawn; from the relative shift of the curves the following systematic corrections were adopted:

for May 3, Neg. 32 . . . . . $+0.08$ st. mg.
for April 4, Mean of Neg. 9 I. 9 II. 10 . . . . $-0.02$ „ „

By applying these corrections the measured brightness was reduced to the mean system of the negatives 32, 9 I, 9 II, 10; the corrections and the mean phase-angle in table 12 were computed attributing to the single days a weight proportional to the number of the photographs.

On Fig. 1 and 2 the data of table 12 are represented graphically. Fig. 3 shows the variation of the factor $k$ with the phase-angle; in drawing the curves, for $\psi = 0$ $k$ was assumed $= 0.00$; this means that for the full Moon uniform brightness over the whole disk is assumed for a physically uniform surface — a distribution of brightness evidently confirmed by direct observation and required also by the law of Lommel-Seeliger; it appears that this law is in agreement with the observations only in the exceptional case $\psi = 0$, whereas for other phase-angles it fails utterly, like other theoretical laws. The point on the curve for the maria, $\psi = 3^0.5$ with $k = 0.04$, was deduced in

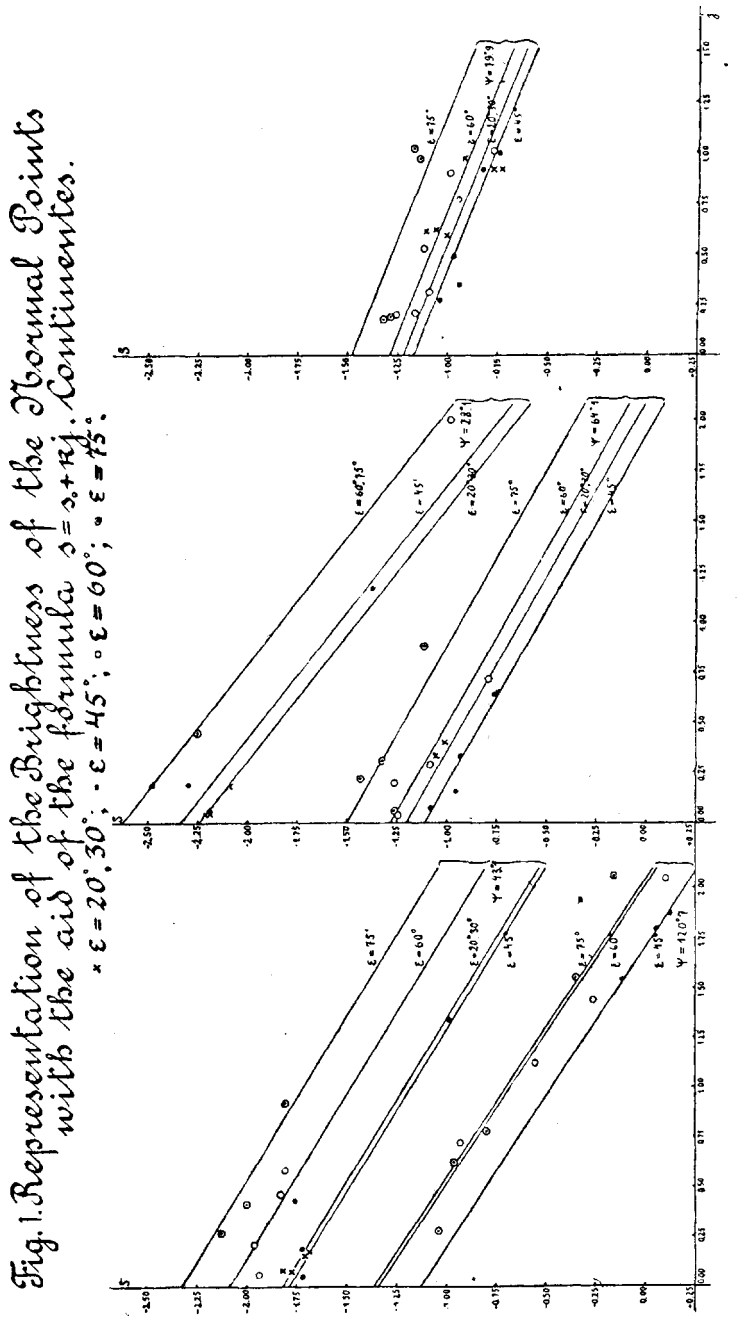


Fig. 1. Representation of the Brightness of the Normal Points with the aid of the formula $s = s_0 + \pi j$. Continuentes.
× $\varepsilon = 20°, 30°$; · $\varepsilon = 45°$; ○ $\varepsilon = 60°$; ⊙ $\varepsilon = 75°$.

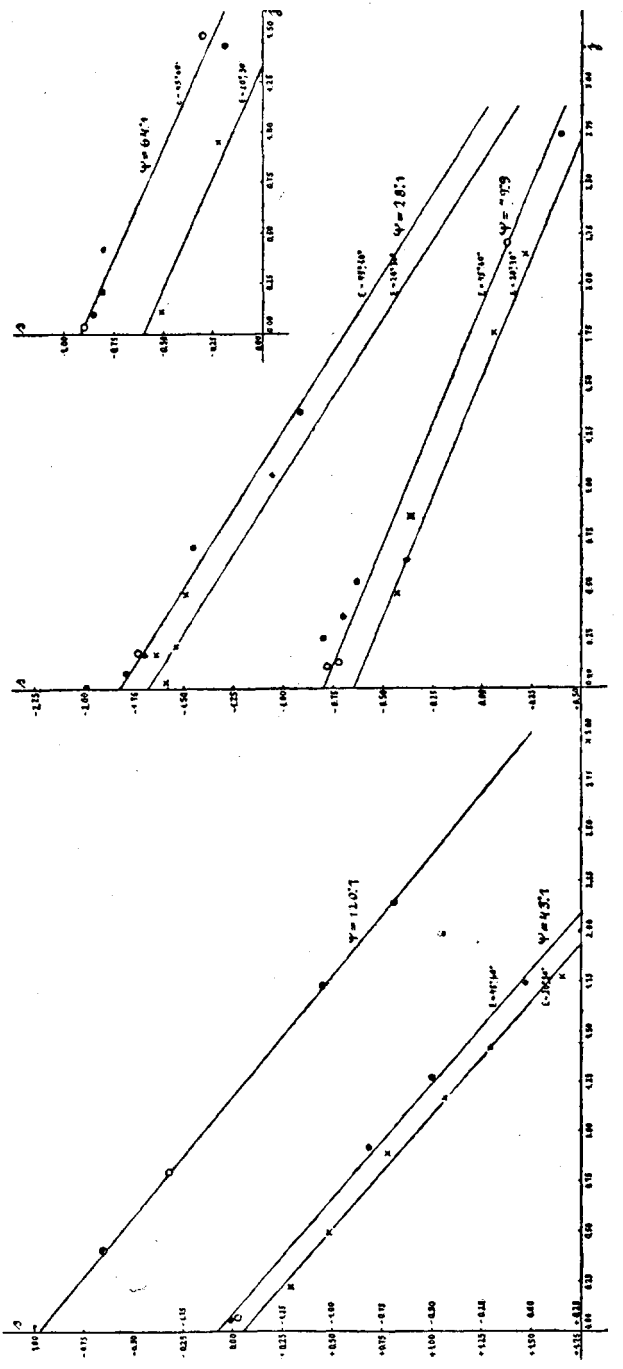
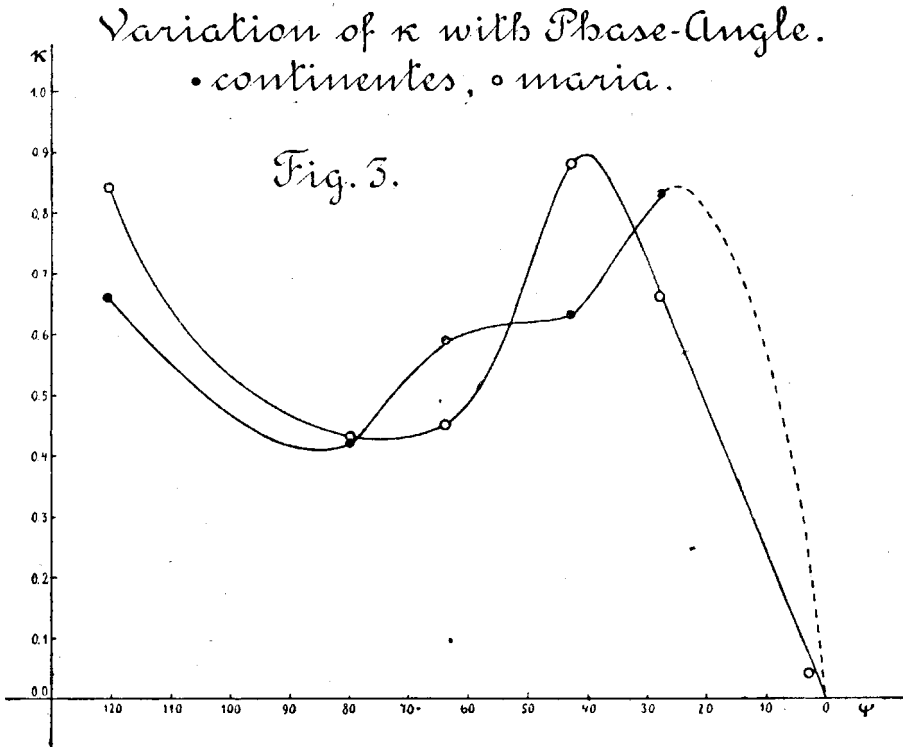


Fig. 2. Representation of the Brightness of the Normal Points with the aid of the formula $s = s_1 + \eta j$. Maria.
• $\varepsilon = 20°30'$ • $\varepsilon = 45°$; ○ $\varepsilon = 60°$; • $\varepsilon = 75°$.

a manner similar to that described here, using the investigation by F. W. P. Goetz on the relative brightness of different points of the full Moon[1]); this point is in good agreement with the general character of the curve; it must be regretted that the data of Dr. Goetz did not allow to determine $k$ for the *continentes*, the points measured on the bright regions being not numerous and chosen almost exclusively on spots which we called here




„exceptional": exceptionally bright areas or points within the lunar craters; but from the general character of his data it appears that for the continentes also the value of $k$ near the full Moon falls close enough to the curve on fig. 3.

The fact that $k<1$ indicates that with decreasing *Cosi* (or intensity of illumination) the decrease of the apparent brightness goes on more slowly than should be expected from Lam-

1) Veröffentlichungen d. Sternwarte Oesterberg zu Tübingen, I Band Heft 2. Photogr. Photometrie d. Mondoberfläche. Teil I. (1919).

bert's law, or, in other words, that *the reflecting power increases with the increasing angle of incidence.*

The general character of variation of $k$ with the phase-angle is similar for the *continentes* and the *maria*, although a certain difference exists between the curves of fig. 3; the *maria* show a more regular curve than the *continentes*, which is due probably to the more regular character of the surface of the former; it must be, however, pointed out that the curves drawn have a considerable hypothetical element about them; the variation of $k$ with the phase-angle is very rapid and of a complicated character, so that the small number of points is not sufficient to draw the curves with certainty; the values of $k$ may be regarded as trustworthy only in the immediate neighbourhood of the phase-angles at which the observations actually took place; for the intermediate points the values of $k$ are rather uncertain.

The influence of the angle of reflection, $\varepsilon$, reveals itself in the different values of $s_0$; the variation of the latter quantity with $\varepsilon$, as shown by table 12, indicates, as a general rule, *an increase of the surface brightness with increasing angle of reflection*; the increase is equally well shown by the *continentes* and by the *maria;* for the latter the range of variation is somewhat less than for the *continentes;* however, the data of table 12 give little information as to the variation of $s_0$ with $\varepsilon$, since points with different values of $\varepsilon$ were joined together, so that the influence of $\varepsilon$ upon the brightness was considerably masked; this question will be discussed later on.

In the character of variation of $s_0$ with the phase-angle, $\psi$, the *maria* and *continentes* present also much analogy; from $\psi = 120^0$ to $\psi = 64^0$ $s_0$ remains practically constant; at $\psi = 43^0$ and $28^0$ a sudden increase of $s_0$ takes place, an increase which probably continues up to the full Moon; however, the *absolute* values of $s_0$ for different phase-angles are entitled to a lower weight than the *relative* values of $s_0$ for different $\varepsilon$, the latter depending on differential, the former — on absolute photometric measures.

The near likeness of the optical properties of surfaces so different as the *maria* and the *continentes* are, is worth to be noted; the chief difference seems to be only in the reflecting power, the variation with phase-angle, angle of incidence and angle of reflection being similar although not identical. Many

authors have pointed out that the photometric peculiarities of the Moon are due to the roughness and irregularities of her surface; since irregularities attaining the height of several kilometers and those only of a few centimeters can produce the same optical effect, the effect depending only on the shape, not on the size of the irregularities, it is not surprising that the *maria* which are apparently devoid of conspicuous mountains show nevertheless the same optical characteristics as the *continentes*. It appears probable that the solid surface of a planet, subject to various deforming factors, obtains a certain character determined by chance, with a certain distribution of the inclinations of the elementary surfaces, etc.[1]); from this standpoint the likeness of the photometric characteristics of planets devoid of atmosphere becomes probable, a likeness partly confirmed by the analogy of the phase-curves of Mercury and the Moon.

## 4. Synthetic Calculation of Total Brightness.

From the data of table 12 the brightness of an "ideal" Moon covered with the *continentes* or the *maria* only can be derived. Instead of integrating the surface brightness over the whole illuminated part of the disk, we will choose a less laborious way, although not so accurate, — the method of effective quantities: the average surface brightness of the Moon we shall put equal to the surface brightness of an imaginary point where the intensity of illumination (*Cosi*) and the angle of reflection (ε) represent *effective* values for the whole illuminated crescent. The systematical error produced by such a simplified way of computation may be estimated in the present case as attaining hardly a few per cent, probably less, and will be entirely lost in the uncertainty ot the parameters $k$ and $s_o$.

The effective surface brightness of the Moon was computed according to the formula

$$s = s_o + kj,$$

using for $j$ the value $-2.5\ log\ (\overline{Cosi})$, $\overline{Cosi}$ denoting the effective intensity of illumination according to Lambert's law; as to $s_o$,

1) The most probable structure of the Moon's surface seems to be the structure suggested by H. N. Russel (*Astrophysical Journal, 43, p. 192*): he supposes that „a great part of the Moon's surface is covered by broken fragments of rock, in whose interstices innumerable shadows are formed..."

the weighted mean of the values contained in table 12 was simply taken, the weight being assumed equal to the number of normal points from which the corresponding value was deduced; since the range of variation of $s_0$ is small, and since the points were distributed over the entire surface of the Moon, the average value so obtained will differ from the true average not more than, say, by 0.01 st. mg. In the following table the process of computation of the integrated brightness is given.

Table 13.

Computation of the Brightness of the "Ideal Moon".

| $\psi =$ | 28°.1 | 43°.1 | 64°.1 | 79°.9 | 120°.7 |
|---|---|---|---|---|---|
| Effective $\overline{\cos i}$ | 0.634 | 0.595 | 0.527 | 0.467 | 0.288 |
| Effective $\overline{\jmath}$ (st. mg.) | +0.49 | +0.56 | +0.70 | +0.83 | +1.35 |
| $k\overline{\jmath}$, *Continentes* | +0.41 | +0.35 | +0.41 | +0.35 | +0.89 |
| $k\jmath$, *Maria* | +0.32 | +0.49 | +0.32 | +0.36 | +1.13 |
| Average $\overline{s_0}$, *Continentes* | −2.41 | −1.97 | −1.28 | −1.27 | −1.31 |
| „ „ , *Maria* | −1.75 | −1.51 | −0.84 | −0.75 | −0.99 |
| $\overline{s_0} + k\overline{\jmath} = \overline{s}$ (average surface brightness) *Continentes* | −2.00 | −1.62 | −0.87 | −0.92 | −0.42 |
| *Maria* | −1.43 | −1.02 | −0.52 | −0.39 | +0.14 |
| Difference *Cont.-Maria* | −0.57 | −0.60 | −0.35 | −0.53 | −0.56 |
| Reduction to Integrated Brightness $= -8.57 + 5\ log\ Cos\ \frac{\psi}{2}$ ... | −8.51 | −8.41 | −8.21 | −7.99 | −7.04 |
| Integrated Brightn. of the „Ideal Moon", *Continentes* | −10.51 | −10.03 | −9.08 | −8.91 | −7.46 |
| Integrated Brightn. of the „Ideal Moon", *Maria* | −9.94 | −9.43 | −8.73 | −8.38 | −6.90 |
| Adopted % of *Maria* | 50 | 45 | 35 | 30 | 30 |
| Integr. Brightness of Average Moon | −10.26 | −9.80 | −8.97 | −8.78 | −7.33 |
| Visual Magn. (H. N. Russel) | −11.90 | −11.58 | −11.16 | −10.53 | −8.73 |
| Colour Index | +1.64 | +1.78 | +2.19 | +1.77 | +1.40 |
| Weight | 2 | 1 | 1 | 4 | 4 |

Weighted Mean **Colour Index** $= +1.66 \pm 0.06$

Deviations of the Colour-Index, derived from the single photographs, from its mean value:

| Neg. | 36 | 37 | 35 | 14 | 9 I | 9 II | 10 | 32 | 26 | 27 | 28 I | 28 II |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Dev., St. Mg. | −0.06 | −0.08 | +0.10 | +0.60 | −0.01 | +0.13 | +0.30 | +0.04 | −0.26 | −0.10 | −0.45 | −0.23 |

**Probable error of one photograph = ± 0.18 stellar magnitudes.**

In this table the reduction to the integrated brightness was computed from the formula

$$2.5\ log\left[\frac{(f\,tg\,\varrho)^2}{\left(\frac{1}{2}d\frac{\Delta f}{f}\right)^2}\,Cos\frac{2\psi}{2}\right]+0.14,\ \text{where}$$

$f = 2745$ mm is the focal length of the objective, $\varrho = 15'32''.6$ — the mean angular semidiameter of the Moon, $d = 39.5$ mm — the diameter of the diaphragm to which the „standard surface brightness" was reduced, $\Delta f = 31.1$ — the standard distance from focus of the comparison star, and 0.14 — the adopted photographic magnitude of $\alpha$ Lyrae. In other respects the table is self-explanatory.

The visual brightness of the Moon for different phase-angles is taken from a discussion of all available data by H. N. Russel [1]). The average colour-index derived from our measures, +1.66, is rather too large if compared with the value by Russel-King [2]), +1.18. There can be the following sources producing the discrepancy: 1) a colour-equation of our measures differing from the colour-equation of King's photographic scale; 2) an error in the zero-point of our scale due to the non-uniform distribution of brightness within the extrafocal image of the comparison star; 3) the fact that the points on the *continentes* were chosen on comparatively even areas and that all points of excessive brightness were excluded should make the average brightness obtained too low by one or two tenths of a stellar magnitude. The two latter factors tend to make the synthetic brightness too low and so their effect was probably summarized in increasing the apparent value of the colour-index. As to the colour-equation of the objective, it cannot be considerable; from an extrafocal comparison the difference in photographic magnitude of $\beta - \alpha$ Geminorum determined with the same objective was found equal to $+0.67 \pm 0.01$ st. magnitudes [3]), which gives with the Harvard visual magnitudes the colour-index of $\beta$ Gemi-

1) *Astrophysical Journal, 43,* pp 116 (table VI) and 125.
2) loc. cit. p. 125.
3) Astronomische Nachrichten, 5162 p. 20.

norum equal to + 1.07, a value very near to the colour-index given by King, + 1.15.

In any case, the absolute intensities of the moonlight derived from our measures must be entitled to low weight and, as was emphasized at the beginning of this discussion, only the results concerning the distribution of the brightness over the disk of the Moon can be considered as satisfactory.

## 5. Dependence of the Brightness upon the Angle of Reflection.

The method of joining the observations into normal points gave us the relation between the surface brightness and the angle of incidence, whereas the influence of the angle of reflection could not be determined with precision; to obtain information on the variation of the surface brightness with the angle of reflection, $\varepsilon$, the actually measured points must be treated separately. For every point the value $s_o = s - kj$, according to formula (3), was determined; $s$ denotes here the measured brightness, and $kj$ is the correction for the intensity of illumination; the reduced brightness, $s_o$, depends only on the angle of reflection, on the individual reflecting power of the point and on the phase-angle ($\psi$); for photographs made on the same day $\psi$ remains practically constant; treating the peculiarities of the single points as accidental deviations, the effect of the angle of reflection can be obtained by plotting $s_o$ with $\varepsilon$ as abscissae.

Table 14, under the heading "$s_o$ observed", contains the brightness, reduced to standard illumination according to the method described. The angles of reflection and illumination for the corresponding points can be found in table 7. On fig. 4 and 5 the observed $s_o$ are plotted with the angles of reflection as abscissae, separately for the *continentes* and the *maria*.

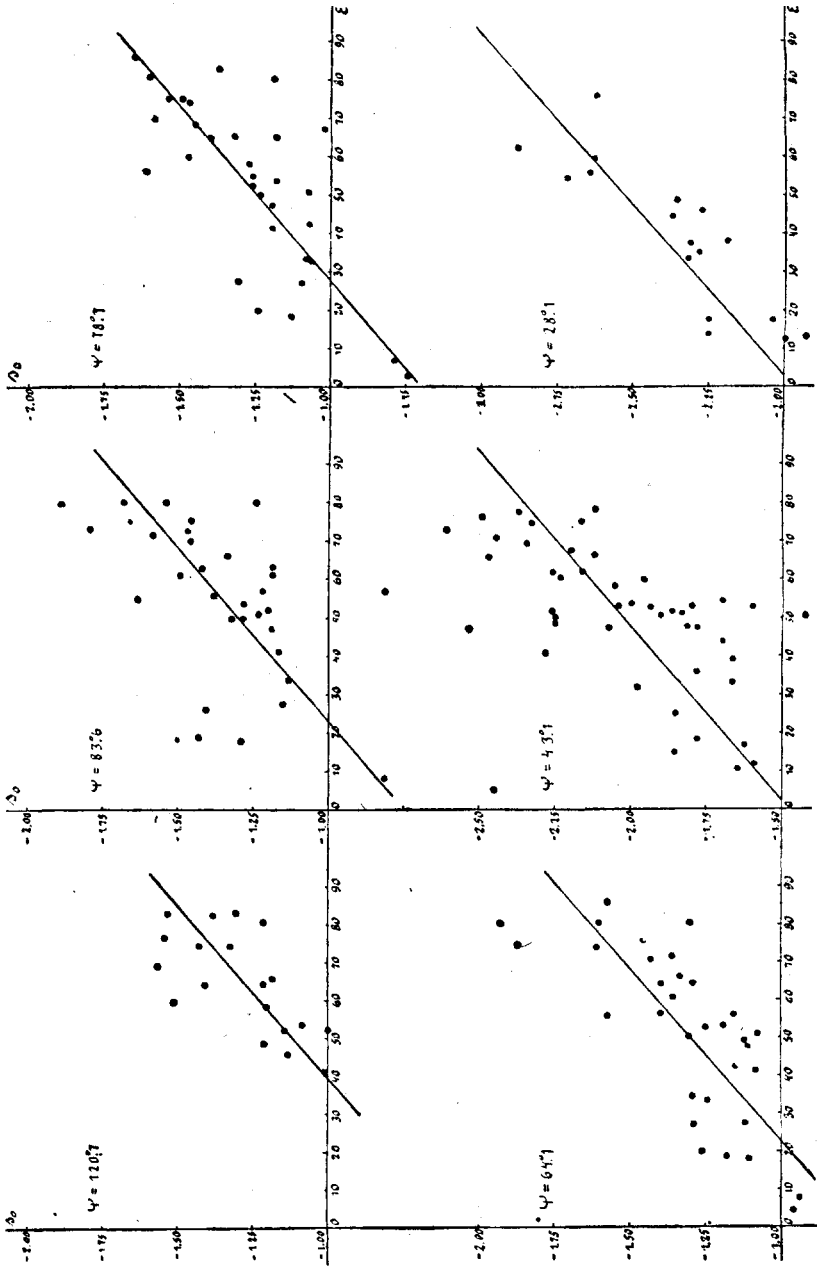
The points on the figures show a very pronounced dependence of the surface brightness upon the angle of reflection; a good representation of the points can be obtained by a simple linear relation of the form

$$s_o = a - k'\varepsilon \quad \ldots \quad (5),$$

where $a$ depends only on the phase-angle and the reflecting power (albedo); as to $k'$, this coefficient seems to remain practically constant within the range of $\psi$ observed ($28^0$—$121^0$), for both,

Fig. 4. Influence of the Angle of Reflection Continuentes.

$\vartheta_0 = a - 0.011\,\varepsilon$.



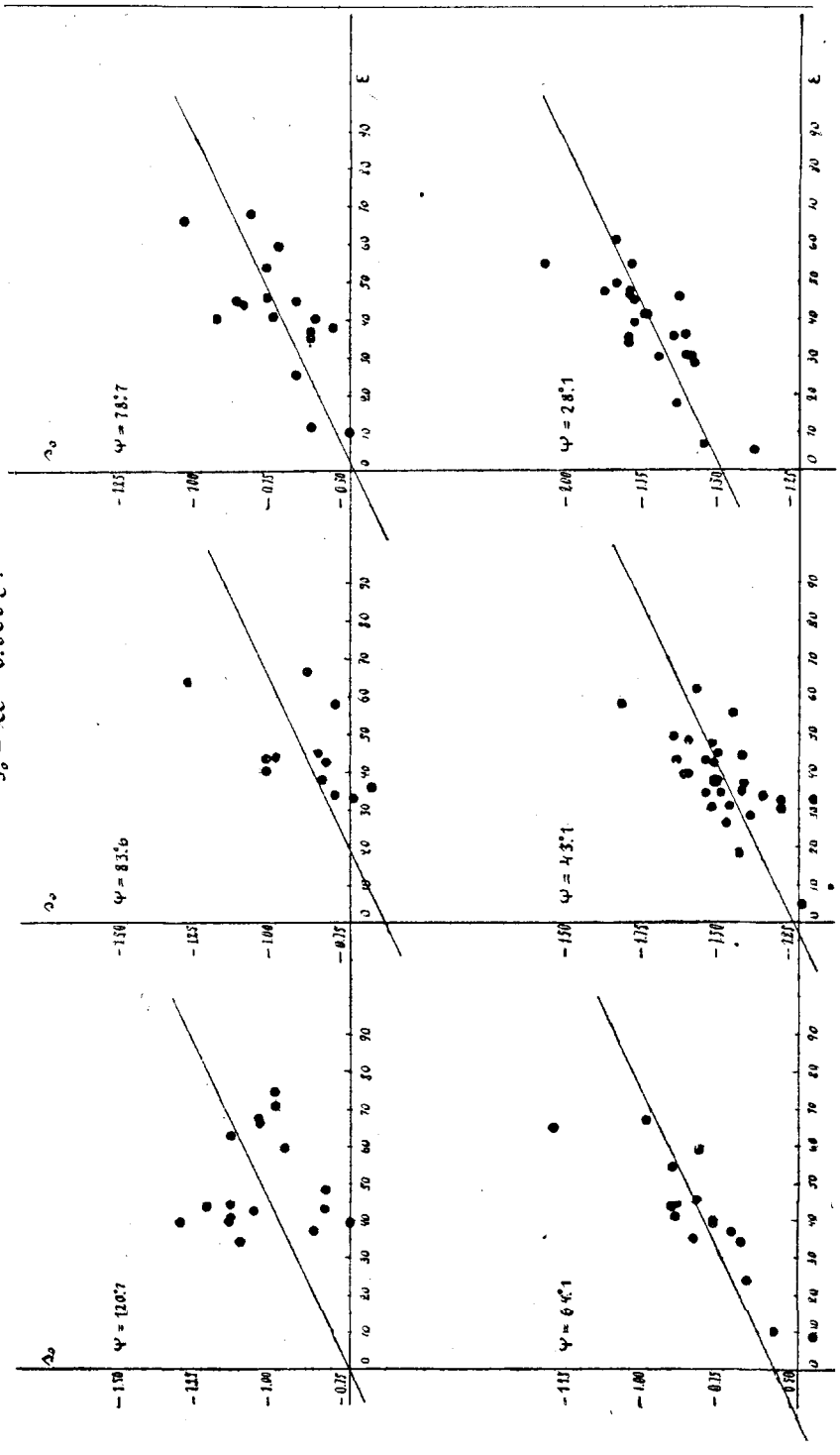



Fig. 5. Influence of the Angle of Reflection. Maria.
$\vartheta_0 = a - 0.006\,\varepsilon$.

## Table 14.

Representation of the observed Brightness of Individual Points with the aid of the formulae

$s = s_0 + kj$, $s_0 = a - k'\varepsilon$ ($\varepsilon$ expressed in degrees).

| Point | $kj$ | $s_0$ Obs. | $s_0$ Comp. | $O.-C.$ |
|---|---|---|---|---|
| **April 30. $\psi = 120^0.7$ Stellar Magnitudes.** | | | | |
| *Continentes.* $k=0.66$; $k'=0.011$; $a=-0.57$ | | | | |
| 5 | 1.10 | −1.37 | −1.47 | +0.10 |
| 6 | 1.36 | −1.54 | −1.41 | −0.13 |
| 8 | 0.40 | −1.30 | −1.48 | +0.18 |
| 9 | 0.53 | −1.32 | −1.38 | +0.06 |
| 10 | 0.72 | −1.18 | −1.30 | +0.12 |
| 11 | 0.97 | −1.19 | −1.21 | +0.02 |
| 12 | 1.31 | −1.00 | −1.14 | +0.14 |
| 13 | 0.18 | −1.22 | −1.46 | +0.24 |
| 15 | 0.43 | −1.21 | −1.27 | +0.06 |
| 16 | 0.81 | −1.08 | −1.16 | +0.08 |
| 25 | 0.40 | −1.43 | −1.40 | −0.03 |
| 26 | 0.48 | −1.56 | −1.33 | −0.23 |
| 27 | 0.67 | −1.51 | −1.23 | −0.28 |
| 28 | 0.89 | −1.14 | −1.14 | 0.00 |
| 29 | 1.15 | −1.13 | −1.08 | −0.05 |
| 34 | 1.19 | −1.01 | −1.02 | +0.01 |
| 35 | 1.28 | −1.21 | −1.11 | −0.10 |
| 40 a | 1.03 | −1.53 | −1.48 | −0.05 |
| 41 | 1.40 | −1.41 | −1.27 | −0.14 |
| *Maria.* $k=0.84$; $k'=0.006$; $a=-0.75$ | | | | |
| 14 | 0.55 | −1.06 | −1.16 | +0.10 |
| 17 | 0.69 | −0.97 | −1.10 | +0.13 |
| 20 | 2.23 | −0.87 | −0.97 | [+0.10] |
| 21 | 2.75 | −1.12 | −0.96 | [−0.16] |
| 31 | 1.77 | −1.16 | −0.99 | −0.17 |
| 32 | 1.41 | −1.23 | −1.01 | −0.22 |
| 33 | 1.44 | −1.15 | −1.01 | −0.14 |
| 1s | 0.35 | −1.01 | −1.20 | +0.19 |
| 2s | 0.42 | −1.00 | −1.18 | +0.18 |
| 3s | 0.52 | −1.06 | −1.15 | +0.09 |
| 4s | 0.62 | −1.15 | −1.13 | −0.02 |
| 5s | 2.28 | −1.07 | −1.00 | [−0.07] |
| 6s | 2.41 | −1.15 | −1.00 | [−0.15] |
| 7s | 2.68 | −1.32 | −0.99 | [−0.33] |
| 8s | 1.19 | −0.83 | −1.04 | +0.21 |
| 9s | 1.50 | −0.83 | −1.01 | +0.18 |
| 10s | 1.81 | −0.75 | −0.99 | +0.24 |
| **May 3. $\psi = 83^0.6$ Stellar Magnitudes.** | | | | |
| *Continentes.* $k=0.42$; $k'=0.011$; $a=-0.75$ | | | | |
| 5 | 0.43 | −1.88 | −1.63 | −0.25 |
| 6 | 0.42 | −1.79 | −1.55 | −0.24 |
| 8 | 0.11 | −1.54 | −1.63 | +0.09 |
| 9 | 0.12 | −1.58 | −1.54 | −0.04 |
| 10 | 0.14 | −1.42 | −1.44 | +0.02 |
| 11 | 0.16 | −1.38 | −1.37 | −0.01 |
| 12 | 0.20 | −1.28 | −1.30 | +0.02 |
| 13 | 0.00 | −1.24 | −1.63 | +0.39 |
| 15 | 0.03 | −1.18 | −1.44 | +0.26 |
| 16 | 0.10 | −1.20 | −1.32 | +0.12 |
| 16 a | 0.08 | −1.63 | −1.35 | −0.28 |
| 19 | 0.39 | −1.43 | −0.96 | −0.47 |
| 25 | 0.10 | −1.46 | −1.57 | +0.11 |
| 26 | 0.10 | −1.46 | −1.52 | +0.06 |
| 27 | 0.12 | −1.49 | −1.42 | −0.07 |
| 28 | 0.15 | −1.28 | −1.34 | +0.06 |
| 29 | 0.17 | −1.19 | −1.27 | +0.08 |
| 34 | 0.14 | −1.16 | −1.21 | +0.05 |
| 35 | 0.23 | −1.23 | −1.31 | +0.08 |
| 36 | 0.41 | −1.29 | −0.95 | −0.34 |
| 37 | 0.37 | −1.13 | −1.12 | −0.01 |
| 38 | 0.28 | −1.41 | −1.05 | −0.36 |
| 39 | 0.60 | −1.15 | −1.06 | −0.09 |
| 40 | 0.41 | −1.47 | −1.55 | +0.08 |
| 40 a | 0.46 | −1.68 | −1.63 | −0.05 |
| 41 | 0.41 | −1.33 | −1.48 | +0.15 |
| 42 | 0.44 | −1.22 | −1.38 | +0.16 |
| 43 | 0.45 | −1.32 | −1.30 | −0.02 |
| 49 | 0.77 | −0.81 | −0.84 | +0.03 |
| 50 | 0.97 | −0.45 | −0.81 | +0.36 |
| *Maria.* $k=0.43$; $k'=0.006$; $a=-0.63$ | | | | |
| 7 | 0.46 | −1.29 | −1.01 | −0.28 |
| 14 | 0.04 | −0.89 | −1.03 | +0.14 |
| 17 | 0.05 | −0.80 | −0.98 | +0.18 |
| 20 | 0.19 | −0.68 | −0.85 | +0.17 |
| 21 | 0.21 | −0.74 | −0.83 | +0.09 |
| 22 | 0.29 | −0.84 | −0.86 | +0.02 |
| 23 | 0.33 | −0.83 | −0.89 | +0.06 |
| 23 a | 0.31 | −1.03 | −0.89 | −0.14 |
| 24 | 0.42 | −0.80 | −0.83 | +0.03 |
| 31 | 0.18 | −1.03 | −0.87 | −0.16 |
| 32 | 0.15 | −1.00 | −0.89 | −0.11 |
| 33 | 0.15 | −0.86 | −0.90 | +0.04 |
| **April 4. $\psi = 78^0.7$ Stellar Magnitudes.** | | | | |
| *Continentes.* $k=0.42$; $k'=0.011$; $a=-0.70$ | | | | |
| 5 | 0.42 | −1.60 | −1.59 | −0.01 |
| 6 | 0.40 | −1.54 | −1.52 | −0.02 |
| 8 | 0.11 | −1.37 | −1.61 | +0.24 |
| 9 | 0.11 | −1.47 | −1.51 | +0.04 |
| 10 | 0.12 | −1.32 | −1.42 | +0.10 |
| 11 | 0.14 | −1.27 | −1.34 | +0.07 |
| 12 | 0.16 | −1.07 | −1.26 | +0.19 |
| 13 | 0.00 | −1.19 | −1.58 | +0.39 |
| 15 | 0.02 | −1.18 | −1.41 | +0.23 |
| 16 | 0.07 | −1.18 | −1.28 | +0.10 |
| 16 a | 0.06 | −1.61 | −1.32 | −0.29 |
| 19 | 0.30 | −1.24 | −0.92 | −0.32 |
| 25 | 0.10 | −1.49 | −1.52 | +0.03 |
| 26 | 0.09 | −1.58 | −1.47 | −0.11 |
| 27 | 0.10 | −1.47 | −1.36 | −0.11 |
| 28 | 0.11 | −1.26 | −1.28 | +0.02 |
| 29 | 0.13 | −1.20 | −1.22 | +0.02 |
| 34 | 0.10 | −1.07 | −1.17 | +0.10 |
| 35 | 0.18 | −1.23 | −1.25 | +0.02 |
| 36 | 0.32 | −1.13 | −0.90 | −0.23 |
| 37 | 0.30 | −1.06 | −1.06 | 0.00 |
| 38 | 0.21 | −1.30 | −1.00 | −0.30 |
| 39 | 0.46 | −1.09 | −0.99 | −0.10 |
| 40 | 0.38 | −1.45 | −1.46 | +0.01 |
| 40 a | 0.45 | −1.65 | −1.65 | 0.00 |
| 41 | 0.37 | −1.40 | −1.41 | +0.01 |
| 42 | 0.38 | −1.26 | −1.31 | +0.05 |
| 43 | 0.38 | −1.20 | −1.23 | +0.03 |
| 44 | 0.40 | −1.20 | −1.15 | −0.05 |
| 49 | 0.57 | −0.79 | −0.78 | −0.01 |
| 50 | 0.68 | −0.74 | −0.73 | −0.01 |
| 52 | 0.74 | −1.08 | −1.06 | −0.02 |
| *Maria.* $k=0.43$; $k'=0.006$; $a=-0.49$ | | | | |
| 7 | 0.42 | −1.06 | −0.89 | −0.17 |
| 14 | 0.03 | −0.83 | −0.90 | +0.07 |
| 17 | 0.03 | −0.74 | −0.85 | +0.11 |
| 20 | 0.14 | −0.56 | −0.72 | +0.16 |
| 21 | 0.15 | −0.63 | −0.70 | +0.07 |
| 22 | 0.23 | −0.62 | −0.73 | +0.11 |
| 23 | 0.27 | −0.68 | −0.76 | +0.08 |
| 23 a | 0.25 | −0.78 | −0.77 | −0.01 |
| 24 | 0.33 | −0.63 | −0.71 | +0.08 |
| 31 | 0.13 | −0.95 | −0.73 | −0.22 |
| 32 | 0.10 | −0.86 | −0.75 | −0.11 |
| 33 | 0.12 | −0.88 | −0.76 | −0.12 |
| 55 | 0.76 | −0.68 | −0.56 | −0.12 |
| 55 a | 0.76 | −0.50 | −0.55 | +0.05 |
| 58 | 0.76 | −0.68 | −0.64 | −0.04 |
| 59 | 1.18 | −0.76 | −0.74 | [−0.02] |
| 64 | 1.01 | −0.78 | −0.81 | +0.03 |

Table 14. Continued.

| Point | April 5. $\psi = 64^0.1$ Stellar Magnitudes. $s_0$ kj | Obs. | Comp. | O.—C. |
|---|---|---|---|---|
| | *Continentes.* $k=0.59$; $k'=0.011$; $a=-0.75$ | | | |
| 5 | 0.57 | −1.93 | −1.63 | −0.30 |
| 6 | 0.50 | −1.87 | −1.57 | −0.30 |
| 8 | 0.18 | −1.60 | −1.64 | +0.04 |
| 9 | 0.14 | −1.61 | −1.55 | −0.06 |
| 10 | 0.12 | −1.40 | −1.45 | +0.05 |
| 11 | 0.12 | −1.40 | −1.38 | −0.02 |
| 12 | 0.14 | −1.30 | −1.31 | +0.01 |
| 13 | 0.04 | −1.30 | −1.63 | +0.33 |
| 15 | 0.01 | −1.29 | −1.45 | +0.16 |
| 16 | 0.04 | −1.25 | −1.33 | +0.08 |
| 16 a | 0.04 | −1.57 | −1.37 | −0.20 |
| 19 | 0.22 | −1.26 | −0.97 | −0.29 |
| 25 | 0.15 | −1.45 | −1.58 | +0.13 |
| 26 | 0.12 | −1.43 | −1.53 | +0.10 |
| 27 | 0.09 | −1.36 | −1.42 | +0.06 |
| 28 | 0.10 | −1.19 | −1.33 | +0.14 |
| 29 | 0.10 | −1.11 | −1.28 | +0.17 |
| 34 | 0.05 | −1.08 | −1.21 | +0.13 |
| 35 | 0.17 | −1.07 | −1.31 | +0.24 |
| 36 | 0.24 | −1.18 | −0.96 | −0.22 |
| 37 | 0.25 | −1.24 | −1.11 | −0.13 |
| 38 | 0.15 | −1.29 | −1.05 | −0.24 |
| 39 | 0.38 | −1.12 | −1.05 | −0.07 |
| 40 | 0.50 | −1.36 | −1.54 | +0.18 |
| 40 a | 0.6. | −1.57 | −1.70 | +0.13 |
| 41 | 0.45 | −1.33 | −1.48 | +0.15 |
| 42 | 0.41 | −1.16 | −1.37 | +0.21 |
| 43 | 0.38 | −1.12 | −1.29 | +0.17 |
| 44 | 0.37 | −1.15 | −1.22 | +0.07 |
| 49 | 0.43 | −0.94 | −0.84 | −0.10 |
| 50 | 0.51 | −0.96 | −0.79 | −0.17 |
| 52 | 0.63 | −1.29 | −1.13 | −0.16 |
| 57 | 0.84 | −1.10 | −0.95 | −0.15 |
| | *Maria.* $k=0.45$; $k'$ 0.006; $a=-0.58$ | | | |
| 7 | 0.35 | −1.32 | −0.97 | −0.35 |
| 14 | 0.02 | −1.01 | −1.01 | 0.00 |
| 17 | 0.00 | −0.83 | −0.93 | +0.10 |
| 20 | 0.06 | −0.72 | −0.80 | +0.08 |
| 21 | 0.07 | −0.69 | −0.78 | +0.09 |
| 22 | 0.14 | −0.77 | −0.82 | +0.05 |
| 23 | 0.18 | −0.92 | −0.84 | −0.08 |
| 24 | 0.20 | −0.8. | −0.79 | −0.06 |
| 31 | 0.06 | −0.91 | −0.83 | −0.08 |
| 32 | 0.05 | −0.90 | −0.84 | −0.06 |
| 33 | 0.06 | −0.84 | −0.86 | +0.02 |
| 55 | 0.42 | −0.63 | −0.64 | +0.01 |
| 55 a | 0.42 | −0.45 | −0.63 | +0.18 |
| 58 | 0.44 | −0.67 | −0.72 | +0.05 |
| 59 | 0.63 | −0.78 | −0.82 | +0.04 |
| 64 | 0.66 | −0.92 | −0.90 | −0.02 |

| Point | May 6. $\psi = 43^0.1$ Stellar Magnitudes. $s_0$ kj | Obs. | Comp. | O.—C. |
|---|---|---|---|---|
| | *Continentes.* $k=0.63$; $k'=0.011$; $a=-1.48$ | | | |
| 1 | 0.98 | −2.61 | −2.28 | −0.33 |
| 2 | 0.82 | −2.47 | −2.21 | −0.26 |
| 3 | 0.72 | −2.16 | −2.16 | 0.00 |
| 5 | 0.62 | −2.33 | −2.30 | −0.03 |
| 6 | 0.49 | −2.20 | −2.22 | +0.02 |
| 8 | 0.26 | −2.17 | −2.31 | +0.14 |
| 9 | 0.18 | −2.12 | −2.21 | +0.09 |
| 10 | 0.13 | −2.05 | −2.12 | +0.07 |
| 11 | 0.10 | −1.90 | −2.04 | +0.14 |
| 12 | 0.09 | −1.70 | −1.96 | +0.26 |
| 13 | 0.14 | −2.12 | −2.34 | +0.22 |
| 15 | 0.04 | −1.96 | −2.14 | +0.18 |
| 16 | 0.02 | −1.78 | −2.01 | +0.23 |
| 16 a | 0.03 | −2.27 | −2.04 | −0.23 |
| 19 | 0.09 | −1.85 | −1.64 | −0.21 |
| 25 | 0.24 | −2.37 | −2.34 | −0.03 |
| 26 | 0.18 | −2.45 | −2.26 | −0.19 |
| 27 | 0.12 | −2.26 | −2.16 | −0.10 |
| 28 | 0.09 | −2.00 | −2.07 | +0.07 |
| 29 | 0.07 | −1.81 | −2.01 | +0.20 |
| 34 | 0.01 | −1.66 | −1.91 | +0.25 |
| 35 | 0.14 | −1.94 | −2.06 | +0.12 |
| 36 | 0.10 | −1.78 | −1.68 | −0.10 |
| 37 | 0.14 | −1.78 | −1.88 | +0.10 |
| 38 | 0.05 | −1.85 | −1.75 | −0.10 |
| 39 | 0.23 | −1.98 | −1.83 | −0.15 |
| 40 | 0.55 | −2.49 | −2.32 | −0.17 |
| 41 | 0.46 | −2.34 | −2.24 | −0.10 |
| 42 | 0.37 | −2.23 | −2.14 | −0.09 |
| 43 | 0.30 | −2.04 | −2.06 | +0.02 |
| 44 | 0.27 | −2.07 | −2.00 | −0.07 |
| 49 | 0.21 | −1.59 | −1.61 | +0.02 |
| 50 | 0.25 | −1.65 | −1.59 | −0.06 |
| 52 | 0.40 | −2.28 | −1.93 | −0.35 |
| 57 | 0.43 | −1.62 | −1.67 | +0.05 |
| 62 | 0.98 | −1.67 | −1.84 | +0.17 |
| 26s | 0.59 | −2.53 | −2.00 | −0.53 |
| 27s | 0.79 | −2.25 | −2.02 | −0.23 |
| 28s | 0.93 | −2.25 | −2.03 | −0.22 |
| 29s | 1.13 | −2.26 | −2.05 | −0.21 |
| 30s | 2.12 | −2.81 | −2.11 | [−0.70] |
| 31s | (∞) | — | — | — |
| 32s | 0.79 | −1.83 | −2.04 | +0.21 |
| 33s | 0.81 | −1.87 | −2.05 | +0.18 |
| 34s | 0.96 | −1.80 | −2.06 | +0.26 |
| 35s | 1.14 | −1.70 | −2.08 | +0.38 |
| 36s | 1.16 | −1.60 | −2.06 | +0.46 |
| 37s | 1.25 | −1.43 | −2.04 | +0.61 |
| 38s | 1.36 | −1.30 | −2.05 | +0.75 |

| Point | May 6. $\psi = 43^0.1$ Stellar Magnitudes. $s_0$ kj | Obs. | Comp. | O.—C. |
|---|---|---|---|---|
| | *Maria.* $k=0.88$; $k'=0.006$; $a=-1.27$ | | | |
| 7 | 0.56 | −1.84 | −1.62 | −0.22 |
| 14 | 0.09 | −1.59 | −1.64 | +0.05 |
| 17 | 0.03 | −1.47 | −1.60 | +0.13 |
| 20 | 0.03 | −1.20 | −1.46 | +0.26 |
| 21 | 0.03 | −1.31 | −1.45 | +0.14 |
| 22 | 0.12 | −1.31 | −1.47 | +0.16 |
| 23 | 0.19 | −1.43 | −1.49 | +0.06 |
| 23 a | 0.19 | −1.53 | −1.50 | −0.03 |
| 24 | 0.20 | −1.41 | −1.44 | +0.03 |
| 31 | 0.04 | −1.62 | −1.51 | −0.11 |
| 32 | 0.04 | −1.56 | −1.53 | −0.03 |
| 33 | 0.06 | −1.52 | −1.54 | +0.02 |
| 53 | 1.60 | −1.66 | −1.53 | −0.13 |
| 54 | 1.36 | −1.37 | −1.47 | +0.10 |
| 55 a | 0.39 | −1.24 | −1.30 | +0.06 |
| 58 | 0.42 | −1.45 | −1.38 | −0.07 |
| 59 | 0.69 | −1.56 | −1.47 | −0.09 |
| 60 | 1.22 | −1.44 | −1.48 | +0.04 |
| 61 | 1.39 | −1.62 | −1.56 | −0.06 |
| 64 | 0.82 | −1.67 | −1.56 | −0.11 |
| 11s | 1.03 | −1.49 | −1.43 | −0.06 |
| 12s | 1.28 | −1.48 | −1.46 | −0.02 |
| 13s | 1.53 | −1.51 | −1.48 | −0.03 |
| 14s | 1.83 | −1.53 | −1.50 | −0.03 |
| 15s | 0.90 | −1.54 | −1.49 | −0.05 |
| 16s | 1.04 | −1.52 | −1.50 | −0.02 |
| 17s | 1.14 | −1.63 | −1.51 | −0.12 |
| 18s | 1.35 | −1.53 | −1.52 | −0.01 |
| 19s | 1.52 | −1.44 | −1.53 | +0.09 |
| 20s | 1.86 | −1.54 | −1.56 | +0.02 |

Table 14. Continued.

| Point | kj | May 7. $\psi = 28^0.1$ Stellar Magnitudes. Obs. | $s_o$ Comp. | O.—C. | Point | kj | May 7. $\psi = 28^0.1$ Stellar Magnitudes. Obs. | $s_o$ Comp. | O.—C. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *Continentes.* | | | | | *Maria.* | | |
| | $k=0.83$; $k'=0.011$; $a=-1.97$ | | | | | $k=0.66$; $k'=0.006$; $a=-1.51$ | | | |
| 13 | 0.37 | —2.62 | —2.80 | +0.18 | 14 | 0.16 | —1.86 | —1.88 | +0.02 |
| 15 | 0.16 | —2.63 | —2.62 | —0.01 | 17 | 0.09 | —1.81 | —1.84 | +0.03 |
| 16 | 0.07 | —2.27 | —2.48 | +0.21 | 20 | 0.01 | —1.63 | —1.70 | +0.07 |
| 19 | 0.03 | —2.25 | —2.12 | —0.13 | 21 | 0.00 | —1.60 | —1.68 | +0.08 |
| 34 | 0.02 | —2.19 | —2.39 | +0.20 | 22 | 0.06 | —1.61 | —1.69 | +0.08 |
| 36 | 0.05 | —2.25 | —2.17 | —0.08 | 23 | 0.11 | —1.82 | —1.72 | —0.10 |
| 37 | 0.13 | —2.31 | —2.39 | +0.08 | 24 | 0.09 | —1.72 | —1.69 | —0.03 |
| 39 | 0.18 | —2.32 | —2.33 | +0.01 | 31 | 0.03 | —1.80 | —1.74 | —0.06 |
| 49 | 0.13 | —1.93 | —2.12 | +0.19 | 33 | 0.06 | —1.80 | —1.78 | —0.02 |
| 50 | 0.17 | —2.00 | —2.11 | +0.11 | 53 | 0.71 | —1.65 | —1.79 | +0.14 |
| 57 | 0.32 | —2.04 | —2.16 | +0.12 | 54 | 0.57 | —1.63 | —1.73 | +0.10 |
| 62 | 0.72 | —2.28 | —2.35 | +0.07 | 55 | 0.15 | —1.57 | —1.55 | —0.02 |
| 39s | 0.95 | —2.72 | —2.56 | —0.16 | 55 a | 0.15 | —1.40 | —1.54 | +0.14 |
| 40s | 1.38 | —2.88 | —2.65 | —0.23 | 58 | 0.18 | —1.66 | —1.62 | —0.04 |
| 41s | 2.90 | —4.00 | —2.76 | [—1.24] | 59 | 0.34 | —1.82 | —1.71 | —0.11 |
| 42s | 2.74 | —3.73 | —2.76 | [—0.97] | 60 | 0.55 | —1.67 | —1.73 | +0.06 |
| 43s | 0.92 | —2.37 | —2.45 | +0.08 | 61 | 0.71 | —1.86 | —1.81 | —0.05 |
| 44s | 1.17 | —2.35 | —2.51 | +0.16 | 64 | 0.46 | —1.90 | —1.79 | —0.11 |
| 45s | 1.66 | —2.64 | —2.58 | —0.06 | 21s | 0.74 | —1.72 | —1.76 | +0.04 |
| | | | | | 22s | 0.96 | —1.82 | —1.79 | —0.03 |
| | | | | | 23s | 0.66 | —1.76 | —1.76 | 0.00 |
| | | | | | 24s | 0.86 | —1.82 | —1.80 | —0.02 |
| | | | | | 25s | 1.28 | —2.10 | —1.84 | —0.26 |

the *maria* and the *continentes*, as shown by the following data obtained for different phase-angles:

| $\psi$ | $k'$ | |
|---|---|---|
| | *Contin.* | *Maria* |
| $120^0.7$ | 0.010 | — |
| 83 .6 | 0.014 | — |
| 78 .7 | 0.011 | 0.005 |
| 64 .1 | 0.008 | 0.008 |
| 43 .1 | 0.012 | 0.005 |
| 28 .1 | 0.013 | 0.007 |
| Average | 0.011 | 0.006 |

The coefficient $k'$ here given corresponds with the angle $\varepsilon$ expressed in degrees. For $\psi = 120^0.7$ and $83^0.6$ no reliable value of $k'$ could be obtained for the *maria* because of the small number of points and the small range in $\varepsilon$. The individual values of $k'$

differ within the limits of the probable error; therefore the average values, $k' = 0.011$ for the continentes and $k' = 0.006$ for the maria, were adopted for all phase-angles, from $\psi = 28^0$ to $\psi = 121^0$. With the aid of the assumed values of $k'$ the constant $a$ was

Table 15.

Relative Reflecting Power of Individual Points. Stellar Magnitudes.

*Continentes.* Zero Point = average Reflecting Power of the *Continentes.*

| Point | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 16a |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refl. Power | −0.33 | −0.26 | 0.00 | −0.10 | −0.13 | +0.14 | +0.02 | +0.07 | +0.04 | +0.12 | +0.29 | +0.15 | +0.14 | −0.25 |
| *n* | 1 | 1 | 1 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 4 |
| Residuals[1] | — | — | — | +0.20 | 0.00 | +0.04 | +0.04 | +0.05 | −0.02 | +0.02 | −0.05 | −0.09 | −0.06 | −0.03 |
| | | | | −0.15 | −0.11 | −0.05 | −0.06 | −0.05 | −0.05 | −0.10 | +0.10 | +0.11 | −0.02 | −0.04 |
| | | | | +0 09 | +0.11 | +0.10 | +0.02 | +0.03 | +0.03 | +0.07 | +0.10 | +0.08 | −0.04 | +0.05 |
| | | | | −0.20 | −0.17 | −0.10 | −0.08 | −0.02 | −0.06 | −0.11 | +0.04 | +0.01 | −0.06 | +0.02 |
| | | | | +0.07 | +0.16 | 0.00 | +0.07 | 0.00 | +0.10 | +0.14 | −0.07 | +0.03 | +0.09 | |
| | | | | | | | | | | | −0.11 | −0.16 | +0·07 | |

*Continentes.* Continued.

| Point | 19 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 40a |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refl. Power | −0.28 | +0.04 | −0.07 | 0.10 | +0.06 | +0.08 | +0.12 | +0.07 | −0.19 | +0.01 | −0.25 | −0.08 | +0.02 | +0.01 |
| *n* | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 5 | 5 | 5 | 4 | 5 | 4 | 4 |
| Residuals[1] | −0.19 | −0.07 | −0.16 | −0.18 | −0.06 | −0.13 | −0.11 | −0.17 | −0.15 | −0.02 | −0.11 | −0.01 | +0.06 | −0.06 |
| | −0.04 | +0.07 | +0.13 | +0.03 | 0.00 | 0.00 | −0.07 | +0.01 | −0.04 | −0.01 | −0.05 | −0.02 | −0.01 | −0.06 |
| | −0.01 | −0.01 | −0.04 | −0.01 | −0.04 | −0.06 | −0.02 | −0.05 | −0.03 | −0.14 | +0.01 | +0.01 | +0.16 | −0.01 |
| | +0.07 | +0.09 | +0.17 | +0.16 | +0.08 | +0.09 | +0.01 | +0.17 | +0.09 | +0.09 | +0.15 | −0.07 | −0.19 | +0.12 |
| | +0.15 | −0.07 | −0.12 | 0.00 | +0.01 | +0.12 | +0.13 | +0.05 | +0.11 | +0.07 | | +0.09 | | |
| | | | | | | | +0.08 | | | | | | | |

*Continentes.* Continued.

| Point | 41 | 42 | 43 | 44 | 49 | 50 | 52 | 57 | 62 | $26_S$ | $27_S$ | $28_S$ | $29_S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refl. Power | +0.01 | +0.08 | +0.05 | −0.02 | +0.03 | +0.05 | −0.18 | +0.01 | +0.12 | −0.53 | −0.23 | −0.22 | −0.21 |
| *n* | 5 | 4 | 4 | 3 | 5 | 5 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Residuals[1] | −0.15 | +0.08 | −0.07 | −0.03 | 0.00 | +0.31 | +0.16 | −0.16 | +0.05 | — | — | — | — |
| | +0.14 | −0.03 | −0.02 | +0.09 | −0.04 | −0.06 | +0.02 | +0.04 | −0.05 | | | | |
| | 0.00 | +0.13 | +0.12 | −0.05 | −0.13 | −0.22 | −0.17 | +0.11 | | | | | |
| | +0.14 | −0.17 | −0.03 | | −0.01 | −0.11 | | | | | | | |
| | −0.12 | | | | +0.16 | +0.06 | | | | | | | |

*Continentes.* Continued.

| Point | $32_S$ | $33_S$ | $34_S$ | $35_S$ | $36_S$ | $37_S$ | $38_S$ | $39_S$ | $40_S$ | $43_S$ | $44_S$ | $45_S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refl. Power | +0.21[2] | +0.18[2] | +0.26[2] | +0.38[2] | +0.46[2] | +0.61[2] | +0.75[2] | −0.16 | −0.23 | +0.08 | +0.16 | −0.06 |
| *n* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Residuals[1] | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |

1) Residuals given in the order of decreasing phase-angle.

2) With the sun very low; abnormally small surface brightness.

Table 15. Continued.

*Maria.* Zero Point = average Reflecting Power of the *Maria.*

| Point | 7 | 14 | 17 | 20 | 21 | 22 | 23 | 23a | 24 | 31 | 32 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refl. Power | −0.26 | +0.06 | +0.11 | +0.15 | +0.09 | +0.08 | 0.00 | −0.06 | +0.01 | −0.13 | −0.11 |
| *n* | 4 | 6 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 5 | 6 | 5 |
| Residuals [1] | −0.02 | +0.04 | +0.02 | +0.02 | 0.00 | − 0.06 | +0.06 | −0.08 | +0.02 | −0.04 | −0.11 |
| | +0.09 | +0.08 | +0.07 | +0.01 | −0.02 | +0.03 | +0.08 | +0.05 | +0.07 | −0.03 | 0.00 |
| | −0.09 | +0.01 | 0.00 | −0.07 | 0.00 | −0.03 | −0.08 | +0.03 | −0.07 | −0.09 | 0.00 |
| | +0.04 | −0.06 | −0.01 | +0.11 | +0.05 | +0.08 | +0.06 | | +0.02 | +0.05 | +0.05 |
| | | −0.01 | +0.02 | − 0.08 | −0.01 | 0.00 | −0.10 | | − 0.04 | +0.02 | +0.08 |
| | | −0.04 | −0.08 | | | | | | | +0.07 | |

*Maria.* Continued.

| Point | 33 | 53 | 54 | 55 | 55a | 58 | 59 | 60 | 61 | 64 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refl. Power | −0.03 | 0.00 | +0.10 | −0.04 | +0.11 | −0.02 | −0.05 | +0.05 | −0.06 | −0.05 |
| *n* | 6 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 | 4 |
| Residuals [1] | −0.11 | −0.13 | 0.00 | −0.08 | −0.06 | −0.02 | + 0.09 | −0.01 | −0.01 | +0.08 |
| | +0.07 | +0.14 | 0.00 | +0.05 | +0.07 | + 0.07 | −0.04 | +0.01 | 0.00 | +0.03 |
| | −0.09 | | | +0.02 | −0.05 | −0.05 | −0.06 | | | −0.06 |
| | +0.05 | | | | +0.03 | −0.02 | | | | −0.06 |
| | +0.05 | | | | | | | | | |
| | +0.01 | | | | | | | | | |

*Maria.* Continued.

| Point | $1_S$ | $2_S$ | $3_S$ | $4_S$ | $8_S$ | $9_S$ | $10_S$ | $11_S$ | $12_S$ | $13_S$ | $14_S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refl. Power | +0.19 | +0.18 | +0.09 | −0.02 | +0.21 | +0.18 | + 0.24 | −0.06 | −0.02 | −0.03 | −0.03 |
| *n* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Residuals | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |

*Maria.* Continued.

| Point | $15_S$ | $16_S$ | $17_S$ | $18_S$ | $19_S$ | $20_S$ | $21_S$ | $22_S$ | $23_S$ | $24_S$ | $25_S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refl. Power | −0.05 | −0.02 | − 0.12 | −0.01 | + 0.09 | +0.02 | + 0.04 | −0.03 | 0.00 | −0.02 | −0.26 |
| *n* | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Residuals | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |

determined for the *continentes* and the *maria;* the average value of $a$ for *all points* was assumed, no distinction of the groups mentioned in section 3 being made; at the head of each subdivision of table 14 the adopted value of $a$, together with the two other constants, $k$ and $k'$, is given.

For the *continentes*, $\psi = 28^{0}.1$ (May 7), $a$ was determined in a somewhat different way than at the other occasions; the average value for all measured points was $a = -1.91$; however, since a great number of points on this day was rejected on account of over-exposure, the average $a$ determined from the

1) Residuals given in the order of decreasing phase-angle.

remaining points should be too low because of selection; therefore a correction was applied, determined from a comparison with the negative taken on the preceding day, May 6 ($\psi = 43.^{o}1$). The points in common to both negatives gave $a = -1.42$, whereas all points measured on May 6 gave $a = -1.48$; hence the correction $-0.06$ was found; by applying this correction to the mean $a$ for May, 7, the finally adopted value of $a$ for the *continentes*, $a = -1.97$ ($\psi = 28''.1$), was obtained.

In calculating the average value of $a$ all points with $Cosi \leq 0.100$ were omitted, since in this case irregularities of the surface, e. g. slight inclinations, produce great differences in the measured brightness; the supplementary points were also entitled to low weight, groups of them being joined into normal points, whereas the points of the regular plan entered into the mean individually.

The values of $s_0$ computed from (5) with the aid of the $a$ and $k'$ adopted are given in table 14 under the heading "$s_0$ computed"; they are also represented on fig. 4 and 5 by straight lines. The difference "*O.—C.*" in the table may be regarded as representing the deviation of the individual reflecting power of the measured points from the average albedo of the given category of lunar formations *(continentes* or *maria)*; since the observations indicate a practically identical law of illumination for all points of the *continentes*, or all points of the *maria*, the differences in the albedo found here do not depend on the law of illumination adopted.

In table 15 the mean differential reflecting power of every measured point is given; this value was computed as the mean of the differences *C.—C.* of table 14 for all days on which the corresponding point was measured; measures with $Cosi \leq 0.100$ were not included; in forming the mean, the results of every day received equal weight without regard to the number of plates from which the surface brightness was deduced; this was made so, because the chief source of discordances proved to be not the errors in the differential measures, but real irregularities in the variation of the brightness of single points with the phase-angle; these irregularities are due evidently to the peculiar topography of the points.

In table 15 are also given the residuals of the reflecting power for the single days, in the order of decreasing phase-angle;

a progressive change in the residuals would indicate that for the corresponding point our empirical illumination-law does not hold; it is worth of noting that for the great majority of points no such progressive change can be perceived; the agreement is especially good for the *maria*, whereas the more irregular *continentes* show sometimes considerable discrepancies.

From the data of table 15 the following *mean quadratic residuals* were found:

for the *continentes* . . . . . ± 0.110 st. mg.
„ „ *maria* . . . . . ± 0.067 „ „ .

These quantities were computed from the formula

$$\pm\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-k}},\ \Delta \text{ denoting the residuals,}$$

$n$ — the total number of residuals, $k$ — the number of points for which the residuals were determined.

From points observed on 2 days or more the following values of the *dispersion of the albedoes* were determined:

for the *continentes* . . . . . ± 0.127 st. mg.
„ „ *maria* . . . . . ± 0.095 „ „ .

The dispersion of the albedoes was found from the formula

$$\pm\sqrt{\frac{\Sigma \Delta a^2}{k}},$$

$\Delta a$ denoting the relative reflecting power taken from table 15, and $k$ — the number of points.

## 6. Final Form of the Empirical Illumination-Law of the Moon's Surface.

The surface brightness of an elementary area reflecting light diffusely may be represented as the function of three arguments: $\psi$, the phase-angle; $i$, the angle of incidence; and $\varepsilon$, the angle of reflection. The influence of $i$ and $\varepsilon$ was studied in the present investigation on the basis of differential measures, and can be regarded as satisfactorily determined; as to the variation of the brightness with the phase-angle, its determination depends on absolute photometric measures, in which respect our results are not good; we shall therefore correct our absolute magnitude determinations with the aid of the known variation of the total

brightness of the Moon with the phase-angle. We shall suppose that this variation is parallel for the photographic and the visual radiation, so that the colour-index must remain constant; the corrections are then determined by the deviations from the mean colour-index; from the data of table 13 the following corrections to be applied to all measured surface brightnesses were found:

| Day | April 30 | May 3 | April 4 | April 5 | May 6 | May 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Correction, St. Mg. | +0.26 | −0.04 | −0.14 | −0.60 | −0.10 | +0.07 |

Instead of being added to the surface brightness, these corrections may be added to the parameter $a$ of formula (5) or of table 16.

The results of the present discussion may be summarized in the following formula, representing the surface brightness of a point on the Moon's surface:

$$s = a + \Delta a + kj - k'\varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad (6),$$

where $j = -2{,}5 \log (\cos i)$.

Here $s$ denotes the surface brightness in stellar magnitudes, the zero surface brightness being ascribed to the image of $\alpha$ Lyrae 31.1 mm out of focus, and the Moon being photographed with an aperture =39.5 mm and the focal length being 2745 mm.; $i$ is the angle of incidence, $\varepsilon$ — the angle of reflection (in degrees); $a$, $k$ and $k'$ are parameters, different for the *maria* and the *continentes*, $a$ and $k$ depending only on the phase-angle, and $k'$ remaining sensibly constant between $\psi = 28^0$ and $121^0$; $\Delta a$ is the *relative albedo*, a constant for a given point. Table 16 contains the parameters found for different phase-angles, the values of $a$ being corrected in the manner described above.

Table 16.

| | *Continentes* | | | *Maria* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\psi$ | $a$ | $k$ | $k'$ | $a$ | $k$ | $k'$ |
| 28°.1 | −1.90 | 0.83 | 0.011 | −1.44 | 0.66 | 0.006 |
| 43 .1 | −1.58 | 0.63 | „ | −1.37 | 0.88 | „ |
| 64 .1 | −1.35 | 0.59 | „ | −1.18 | 0.45 | „ |
| 78 .7 | −0.84 | 0.42 | „ | −0.63 | 0.43 | „ |
| 83 .6 | −0.79 | 0.42 | „ | −0.67 | 0.43 | „ |
| 120 .7 | −0.31 | 0.66 | „ | −0.49 | 0.84 | „ |

As to $\Delta a$, the corresponding values for the measured points are contained in table 15.

# II. Photographic Measurement of the Intensity of the Earth-Shine.

The method used was in some respect similar to the method described in the preceding investigation; with the same visual objective ($d = 160$ mm, $f = 2745$ mm.) photographs of the earth-shine and extrafocal images of *β Geminorum or α Coronae* were obtained; the same exposure-time, of about $150^s$, was used generally for the Moon, and the scale of photographic density of the comparison star was obtained by varying the diameter or the exposure of the extrafocal image. The plates were *Ilford Rapid Chromatics*, backed, $4\frac{1}{2} \times 6$ cm, developed in Methol-Hydrochinon.

The field of the photographs was of 40 mm diameter, the Moon about 25 mm; the extrafocal stellar images were obtained either in the same field near the image of the Moon, or without the field, on the unexposed part of the plate, for which purpose the plate-holder was moved so that the field of the Moon photograph fell on one end, the field of the comparison star — on the other end of the plate. Seven plates were obtained in 1914 and 1915, of which 5 were measured by the writer in 1922 with the microphotometer of the Tartu observatory; the other two plates were rejected, one taken near the last quarter with a highly illuminated background of the sky, the other with the comparison star photographed near the bright limb of the Moon where the background was also very bright; in both cases no reliable results could be expected.

Table 17 contains the data relating to the photographs which were measured. In this table $\psi$ denotes the phase-angle of the Moon; *Secz* represents the air-mass, needed to determine the correction for atmospheric absorption; for the days with

## Table 17.

*Photographs of the Earth-Shine.*

| Object and № | Moscow Mean Time | Exposure Seconds | $\Delta f$ mm | *Sec z* | Remarks |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Negative 25. April 28, 1914. $\psi = -143^0$. | | |
| | h m | | | | |
| Moon | 8 40 | 155 | 0.0 | 2.78 | Day with intense atmospheric absorption, coefficient of absorption 0.60 stellar magnitudes (specially determined). Earth-shine weak, $\frac{1}{5} - \frac{1}{7}$ of the illuminated background. Images of comparison star superposed on the sky-background. |
| $\beta$ Gemin. 1 | 11 35 | 155 | 61.1 | 2.90 | |
| „ 2 | 11 38 | 155 | 73.3 | 2.95 | |
| „ 3 | 11 42 | 155 | 85.3 | 3.02 | |
| „ 4 | 11 49 | 155 | 97.3 | 3.13 | |
| „ 5 | 11 54 | 160 | 115.3 | 3.22 | |
| | | | Negative 29. April 30, 1914. $\psi = -120^0$. | | |
| | h m | | | | |
| Moon | 9 20 | 160 | 0.0 | 1.96 | Normal transparency, coeff. of absorption adopted 0.44 st. mg. Earth-shine about 0,2—0,4 of the background. Comparison star on the illuminated background, edges partially superposed upon one another. |
| $\alpha$ Coronae 1 | 13 14 | „ | 57.1 | 1.14 | |
| „ 2 | 13 09 | „ | 66.1 | „ | |
| „ 3 | 13 04 | „ | 76.1 | „ | |
| „ 4 | 12 55 | „ | 89.1 | „ | |
| „ 5 | 12 31 | „ | 103.2 | „ | |
| „ 6 | 12 36 | „ | 115.2 | „ | |
| „ 7 | 12 41 | „ | 133.2 | „ | |
| „ 8 | 12 46 | „ | 151.2 | „ | |
| | | | Negative 41. September 15, 1914. $\psi = +129^0$. | | |
| | h m | | | | |
| Moon | 16 06 | 150 | 0.0 | 2.45 | Normal transparency. Earth-shine $\frac{1}{3}$ of the background. Comparison star on the illuminated background. |
| $\beta$ Gemin. 1 | 15 47 | „ | 120.5 | 1.65 | |
| „ 2 | 15 53 | „ | 106.1 | 1.62 | |
| „ 3 | 15 57 | „ | 93.1 | 1.60 | |
| „ 4 | 16 15 | „ | 81.1 | 1.52 | |
| | | | Negative 47. April 17, 1915. $\psi = -144^0$. | | |
| | h m | | | | |
| Moon | 8 28 | 140 | 0.0 | 2.90 | Normal transparency. Earth-shine 0,2—0,3 of the background. Comparison star photographed without the illuminated field. |
| $\beta$ Gemin. 1 | 10 32 | 26 | 41.1 | 1.74 | |
| „ 2 | 10 36 | 50 | 41.1 | 1.76 | |
| „ 3 | 10 40 | 63 | 41.1 | 1.78 | |
| „ 4 | 10 42 | 140 | 65.4 | 1.79 | |
| | | | Negative 48. April 20, 1915. $\psi = -111^0$. | | |
| | h m | | | | |
| Moon | 9 26 | 150 | 0.0 | 1.85 | Normal transparency. Earth-shine about $\frac{1}{10}$ of the background. Comparison star photographed without the illuminated field. |
| $\beta$ Gemin. 1 | 9 43 | 60 | 41.1 | 1.48 | |
| „ 2 | 9 45 | 48 | 41.1 | 1.50 | |
| „ 3 | 9 47 | 37 | 41.1 | 1.52 | |
| „ 4 | 9 48 | 30 | 41.1 | 1.54 | |
| „ 5 | 9 49 | 24 | 41.1 | 1.56 | |
| „ 6 | 9 51 | 19 | 41.1 | 1.58 | |
| „ 7 | 9 55 | 150 | 63.3 | 1.64 | |

"normal transparency" the coefficient of absorption was taken equal to 0.44 stellar magnitudes [1]).

The area measured on the microphotometer corresponded to a circle of 0.20 mm diameter on the plate; the method of measurement and orientation was similar to the method used in the measures of the Moon's surface (see preceding paper).

Table 18 gives a summary of the measures; the "photographic density" is usually the mean of two settings of the microphotometer wedge. The meaning of the different denotations is explained at the end of the table. The way of deriving the provisional intensity, $I$, will be explained later on.

In the reduction of the observations the difference of brightness of $\alpha$ Coronae — $\beta$ Geminorum was assumed equal to $+0.15$ stellar magnitudes; this would correspond to a colour-index of about $\frac{3}{4}$ the c. i. given by King, a value which seems the most probable for the plates used. Direct determinations of the difference of magnitude of $\alpha$—$\beta$ Geminorum and $\alpha$ Coronae — $\beta$ Geminorum were made on May 3, 1914, on an Ilford RapidChromatic plate; the following result, corrected for atmospherical absorption and reduced with the aid of a provisional value of Schwarzschild's exponent $p = 0.87$, was obtained:

$\alpha - \beta$ Geminorum $= -0.52$ st. mg.
$\alpha$ Coronae — $\beta$ Geminorum $= +0.05$ st. mg.
With $p = 1.00$ these quantities would become $-0.62$ and $0.00$ respectively.

The data, although uncertain, indicate that our assumption as to the colour-sensitiveness of the plates used is not far from the truth.

An approximate value of the exponent $p$ [2]) was needed, the accuracy desired for this quantity being of about $\pm 10\,\%$. Without giving details, the result derived from the extrafocal stellar images is as follows:

from Negative 47, $\beta_{1.2.3.4}$ . . . . . $p = 0.94$
„ „ 48, $\beta_{1.2.7}$ . . . . . $p = 0.99$

1) For the method of determination of the absorption see *Astronomische Nachrichten*, 5162; the coefficient of absorption for the chromatic plate used was taken 10 % less than for ordinary plates, which corresponds to a colour-index of about 0.8 the colour-index in the Harvard Scale.

2) See formula (1) of the preceding paper.

# Table 18.

## Measurement of the Earth-Shine.

**Negative 25.**

*Orientation:*

s, $\xi = 73.57$ and $\eta = 35.95$;
n, $\xi = 51.38$ and $\eta = 45.86$;
centre of disk, $\xi = 62.9$ and $\eta = 41.5$
diameter = 24.1 mm.

| № | $\xi$ | $\eta$ | Density | $l$ | Identification. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 50.2 | 43.0 | 4.76 | 3.53 | b, near n |
| 2 | 50.5 | 45.0 | 4.66 | 3.31 | „ „ |
| 3 | 51.2 | 47.0 | 4.57 | 3.11 | „ „ |
| 4 | 52.5 | 46.2 | 4.88 | 3.83 | l, NE |
| 5 | 52.2 | 49.0 | 4.49 | 2.95 | b |
| 6 | 53.8 | 48.2 | 4.81 | 3.66 | l, NE |
| 7 | 53.9 | 51.0 | 4.48 | 2.93 | b |
| 8 | 55.3 | 49.6 | 4.74 | 3.49 | l, NE |
| 9 | 57.1 | 51.0 | 4.67 | 3.33 | l, NE |
| 10 | 60.0 | 54.0 | 4.51 | 2.99 | b ($i_n$) |
| 11 | 59.0 | 52.0 | 4.70 | 3.40 | $i_n$ |
| 12 | 58.0 | 50.4 | 4.75 | 3.51 | $i_n$ |
| 13 | 57.0 | 48.8 | 4.70 | 3.40 | $i_n$ |
| 14 | 56.0 | 47.0 | 4.78 | 3.58 | $i_n$ |
| 15 | 55.0 | 45.1 | 4.80 | 3.63 | $i_n$ |
| 16 | 53.9 | 43.3 | 4.94 | 3.99 | $i_n$ |
| 17 | 53.0 | 41.7 | 4.89 | 3.85 | $i_n$ |
| 18 | 60.4 | 52.1 | 4.70 | 3.40 | l, NE |
| 19 | 62.3 | 52.2 | 4.68 | 3.35 | l, NE |
| 20 | 64.0 | 52.0 | 4.69 | 3.37 | l, NE |
| 21 | 66.0 | 51.8 | 4.74 | 3.49 | l, NE |
| 22 | 66.7 | 53.7 | 4.46 | 2.89 | b |
| 23 | 68.4 | 53.2 | 4.48 | 2.93 | b |
| 24 | 67.4 | 51.2 | 4.88 | 3.83 | l, SE ($i_o$) |
| 26 | 65.4 | 47.3 | 4.75 | 3.51 | $i_o$ |
| 28 | 63.2 | 43.0 | 4.82 | 3.68 | $i_o$ |
| 30 | 61.3 | 39.0 | 5.10 | 4.44 | $i_o$ |
| 32 | 59.5 | 35.0 | 5.24 | 4.87 | $l_o$ |
| 33 | 70.1 | 49.8 | 4.86 | 3.78 | l, SE |
| 34 | 71.4 | 51.2 | 4.53 | 3.03 | b |
| 35 | 72.8 | 49.7 | 4.56 | 3.09 | b |
| 36 | 71.4 | 48.5 | 4.94 | 3.99 | l, SE |
| 37 | 72.6 | 46.6 | 4.91 | 3.91 | l, SE |
| 38 | 74.3 | 47.3 | 4.64 | 3.26 | b |
| 40 | 75.7 | 47.6 | 4.61 | 3.20 | b |
| 41 | 74.9 | 46.0 | 4.60 | 3.18 | b |
| 42 | 73.8 | 43.8 | 5.00 | 4.15 | l, SE ($i_s$) |
| 43 | 73.1 | 42.0 | 4.98 | 4.09 | $i_s$ |
| 44 | 72.4 | 40.4 | 5.05 | 4.29 | $i_s$ |
| 45 | 71.6 | 38.6 | 5.10 | 4.44 | $i_s$ |
| 46 | 71.0 | 37.0 | 5.18 | 4.67 | $i_s$ |
| 47 | 70.2 | 35.4 | 5.28 | 5.00 | $i_s$ |
| 48 | 74.2 | 41.2 | 5.03 | 4.23 | l, SE |
| 49 | 75.9 | 41.2 | 4.70 | 3.40 | b, near s |
| 50 | 75.5 | 38.8 | 4.63 | 3.24 | b, near s |
| 51 | 73.8 | 39.2 | 5.02 | 4.20 | l, SE |

Table 18. Continued.

**Negative 25.** Continued.

| № | ξ | η | Density | I | Identification |
|---|---|---|---|---|---|
| 52 | 73.2 | 37.2 | 5.10 | 4.44 | l, SE |
| 53 | 74.8 | 36.5 | 4.70 | 3.40 | b, near s |
| 54 | 73.6 | 34.3 | 4.80 | 3.63 | b, near s |
| 55 | 76.7 | 56.4 | 4.84 | 3.73 | $\beta$ 1, centre |
| 55a | — | — | 4.51 | 2.99 | mean background for $\beta$ 1 |
| 56 | β9.0 | 56.0 | 4.66 | 3.31 | $\beta$ 2, centre |
| 56a | — | — | 4.50 | 2.97 | mean background for $\beta$ 2 |
| 57 | 63.4 | 55.6 | 4.61 | 3.20 | $\beta$ 3, centre |
| 57a | — | — | 4.45 | 2.87 | mean background for $\beta$ 3 |
| 58 | 57.4 | 55.6 | 4.54 | 3.05 | $\beta$ 4, centre |
| 58a | — | — | 4.42 | 2.82 | mean background for $\beta$ 4 |
| 59 | free plate | | 3.32 | — | p |

**Negative 29.**

*Orientation:*

n, $\xi = 73.76$ and $\eta = 34.78$;
centre of disk, $\xi = 62.4$ and $\eta = 40.3$
diameter = 25.2 mm
The greater part of the illuminated crescent without the field.

| № | ξ | η | Density | I | Identification |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 75.5 | 37.2 | 5.69 | 2.86 | b, near n |
| 2 | 75.0 | 35.2 | 5.08 | 1.90 | " |
| 3 | 74.2 | 33.6 | 4.82 | 1.60 | " |
| 4 | 73.0 | 31.8 | 4.58 | 1.36 | " |
| 5 | 71.6 | 30.6 | 4.54 | 1.32 | " |
| 6 | 69.3 | 28.7 | 4.68 | 1.45 | " |
| 7 | 72.6 | 34.6 | 5.16 | 2.00 | l, NE |
| 8 | 71.3 | 33.1 | 5.07 | 1.89 | l, NE |
| 9 | 70.0 | 31.7 | 5.04 | 1.85 | l, NE |
| 10 | 68.8 | 30.6 | 5.02 | 1.82 | l, NE |
| 11 | 67.4 | 29.8 | 5.08 | 1.90 | l, NE ($i_n$) |
| 12 | 68.0 | 31.1 | 5.04 | 1.85 | $i_n$ |
| 13 | 68.6 | 32.4 | 5.06 | 1.88 | $i_n$ |
| 14 | 69.2 | 33.8 | 5.12 | 1.95 | $i_n$ |
| 15 | 69.9 | 35.0 | 5.21 | 2.07 | $i_n$ |
| 16 | 70.6 | 36.4 | 5.38 | 2.32 | $i_n$ |
| 17 | 71.6 | 38.2 | 5.60 | 2.69 | $i_n$ |
| 18 | 67.4 | 28.0 | 5.02 | 1.82 | $\alpha_8$, 0.8 radius from centre |
| 19 | 64.8 | 28.7 | 5.20 | 2.06 | l, NE; superposed $\alpha_8$, 0.8 rad. from centre |
| 20 | 62.3 | 29.1 | 4.94 | 1.73 | l, NE |
| 21 | 59.9 | 29.2 | 5.02 | 1.82 | l, NE; superposed $\alpha_7$, 0.6 rad. from centre |
| 22 | 62.4 | 27.0 | 4.92 | 1.71 | $\alpha_8$, 0.8 rad. from centre |
| 23 | 60.0 | 27.2 | 4.75 | 1.52 | $\alpha_7$, 0.6 rad. from centre |
| 24 | 57.8 | 29.7 | 5.01 | 1.81 | l, SE; ($i_o$) superposed $\alpha_7$, 0.4 rad. from centre |
| 25 | 58.6 | 31.2 | 4.82 | 1.60 | $i_o$; superposed $\alpha_7$, 0.8 rad. from centre |
| 26 | 59.3 | 32.8 | 4.64 | 1.42 | $i_o$ |
| 27 | 60.0 | 34.5 | 4.67 | 1.44 | $i_o$ |

## Table 18. Continued.

**Negative 29.** Continued.

| № | ξ | η | Density | I | Identification |
|---|---|---|---|---|---|
| 28 | 60.9 | 36.2 | 4.82 | 1.60 | $i_0$ |
| 29 | 62.0 | 38.5 | 5.10 | 1.92 | $i_0$ |
| 30 | 63.0 | 41.0 | 5.40 | 2.35 | $i_0$ |
| 31 | 63.9 | 42.6 | 5.60 | 2.69 | $i_0$ |
| 32 | 57.9 | 28.0 | 4.66 | 1.44 | $\alpha_7$, centre |
| 33 | 56.6 | 27.2 | 4.58 | 1.36 | $\alpha_7$, 0.4 rad. from centre |
| 34 | 56.0 | 27.2 | 4.53 | 1.32 | $\alpha_7$, 0.8 rad. from centre |
| 35 | 55.5 | 24.0 | 4.32 | 1.14 | b |
| 36 | 53.2 | 27.3 | 4.23 | 1.08 | b |
| 37 | 54.8 | 28.0 | 4.48 | 1.27 | $\alpha_7$, 0.8 rad. from centre |
| 38 | 56.4 | 30.6 | 4.97 | 1.76 | l, SE; superposed $\alpha_7$, 0.7 rad. from centre |
| 39 | 55.1 | 31.8 | 4.86 | 1.64 | l, SE |
| 40 | 53.5 | 30.2 | 4.53 | 1.32 | $\alpha_6$, 0.7 rad. from centre |
| 41 | 53.2 | 33.1 | 5.03 | 1.84 | l, SE; superposed $\alpha_6$, 0.8 rad. from centre |
| 42 | 51.6 | 36.0 | 4.82 | 1.60 | l, SE |
| 43 | 50.8 | 34.8 | 4.28 | 1.11 | b |
| 44 | 51.0 | 33.4 | 4.41 | 1.21 | $\alpha_6$, 0.7 rad. from centre |
| 45 | 51.1 | 31.1 | 4.48 | 1.27 | $\alpha_6$, centre |
| 46 | 50.2 | 26.9 | 4.13 | 1.01 | b |
| 47 | 47.8 | 28.0 | 4.08 | 0.97 | b |
| 48 | 48.2 | 31.0 | 4.30 | 1.13 | $\alpha_6$, 0.85 rad. from centre |
| 49 | 49.2 | 33.2 | 4.64 | 1.42 | superposed $\alpha_6$, 0.85 rad., and $\alpha_5$, 0.8 rad. from centre |
| 50 | 49.8 | 35.2 | 4.52 | 1.31 | $\alpha_5$, 0.8 rad. from centre |
| 51 | 50.8 | 37.6 | 4.80 | 1.58 | l, SE; ($i_S$) |
| 52 | 51.8 | 39.4 | 4.88 | 1.66 | $i_S$ |
| 53 | 52.7 | 41.0 | 5.02 | 1.82 | $i_S$ |
| 54 | 53.6 | 42.5 | 5.12 | 1.95 | $i_S$ |
| 55 | 54.4 | 44.0 | 4.88 | 1.66 | $i_S$ |
| 56 | 47.0 | 31.0 | 4.11 | 0.99 | b |
| 57 | 46.4 | 31.6 | 4.04 | 0.95 | (b) near boundary of the field; transition |
| 58 | 45.7 | 31.8 | 4.06 | 0.96 | (b) " [from b to p |
| 59 | 45.1 | 32.2 | 3.68 | 0.75 | " |
| 60 | 44.4 | 32.4 | 3.31 | 0.58 | (p) " |
| 61 | 43.6 | 33.6 | 3.23 | 0.55 | (p) " |
| 63 | 47.5 | 35.1 | 4.52 | 1.31 | $\alpha_5$, centre |
| 64 | 44.8 | 35.4 | 3.94 | 0.89 | near boundary of the field |
| 65 | 43.9 | 35.4 | 3.28 | 0.57 | p |
| 66 | 49.3 | 38.6 | 4.27 | 1.10 | b |
| 72 | 50.8 | 39.3 | 4.88 | 1.66 | l, SE |
| 73 | 49.2 | 40.2 | 4.34 | 1.16 | b |
| 74 | 50.8 | 41.6 | 4.98 | 1.78 | l, SE |
| 75 | 49.1 | 42.1 | 3.73 | 0.77 | b—p |
| 76 | 58.1 | 25.0 | 5.22 | 2.08 | superposed $\alpha_1$, 0.6 rad. and $\alpha_7$, 0.8 rad. from centre |
| 77 | 58.2 | 23.8 | 5.36 | 2.29 | $\alpha_1$, 0.2 rad. from centre |
| 78 | 58.0 | 21.0 | 4.42 | 1.22 | b |
| 79 | 60.4 | 22.9 | 4.64 | 1.42 | b |
| 80 | 63.0 | 20.1 | 5.22 | 2.08 | $\alpha_2$, 0.6 rad. from centre |
| 81 | 63.8 | 22.2 | 5.37 | 2.30 | superposed $\alpha_2$, 0.6 rad., and $\alpha_8$, 0.7 rad. from centre |
| 82 | 65.2 | 25.1 | 5.09 | 1.91 | $\alpha_8$, centre |
| 83 | 68.1 | 23.7 | 5.05 | 1.86 | superposed $\alpha_4$, 0.7 rad., and $\alpha_8$, 0.7 rad. from centre |
| 84 | 66.2 | 22.1 | 4.89 | 1.67 | $\alpha_8$, 0.7 rad. from centre |
| 85 | 65.8 | 19.8 | 4.63 | 1.40 | b |
| 86 | 65.8 | 18.2 | 4.56 | 1.34 | b |

## Table 18. Continued.

**Negative 29.** Continued.

| № | ξ | η | Density | $I$ | Identification |
|---|---|---|---|---|---|
| 87 | 65.9 | 16.3 | 4.37 | 1.18 | b |
| 88 | 67.4 | 19.9 | 4.98 | 1.78 | $\alpha_3$, 0.7 rad. from centre |
| 89 | 68.9 | 20.0 | 5.04 | 1.85 | $\alpha_3$, centre |
| 90 | 69.4 | 21.2 | 5.21 | 2.07 | superposed $\alpha_3$, 0.7 rad., and $\alpha_4$, 0.6 rad. from centre |
| 91 | 69.9 | 22.9 | 4.94 | 1.73 | $\alpha_4$, centre |
| 92 | 71.6 | 22.8 | 4.82 | 1.60 | $\alpha_4$, 0.6 rad. from centre |
| 93 | 73.6 | 23.0 | 4.39 | 1.20 | b |
| 94 | 72.2 | 20.2 | 4.36 | 1.18 | b |
| 95 | 74.2 | 20.9 | 4.28 | 1.11 | b |
| 96 | 75.4 | 20.1 | 3.94 | 0.89 | b |
| Free plate | | | 3.14 | 0.52 | p |

**Negative 41.**

*Orientation*:

s, $\xi = 68.46$ and $\eta = 28.35$
centre of disk, $\xi = 58.2$ and $\eta = 36.3$
diameter = 25.3 mm.

| № | ξ | η | Density | $I$ | Identification | № | ξ | η | Density | $I$ | Identification |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 53.2 | 49.9 | 5.98 | 2.35 | b, near n | 31 | 56.8 | 35.1 | 5.87 | 2.18 | $i_0$ |
| 2 | 52.8 | 47.2 | 6.24 | 2.80 | l, NW | 32 | 58.6 | 36.8 | 5.96 | 2.32 | $i_0$ |
| 3 | 51.3 | 46.1 | 6.08 | 2.51 | l, NW | 33 | 60.2 | 38.2 | 6.19 | 2.70 | $i_0$ |
| 4 | 50.9 | 48.4 | 5.62 | 1.85 | b | 34 | 62.0 | 39.7 | 6.40 | 3.11 | $i_0$ |
| 5 | 49.2 | 47.0 | 5.48 | 1.68 | b | 35 | 63.8 | 41.4 | 6.60 | 3.56 | $i_0$ |
| 6 | 50.0 | 44.6 | 5.96 | 2.32 | l, NW | 36 | 46.4 | 22.5 | 4.98 | 1.21 | $\beta_1$, centre |
| 7 | 49.0 | 43.0 | 5.86 | 2.17 | l, NW | 37 | 50.3 | 19.6 | 4.66 | 0.97 | b |
| 8 | 47.2 | 44.0 | 5.30 | 1.49 | b | 37 a | 52.0 | 22.0 | 4.76 | 1.04 | b |
| 9 | 48.2 | 41.1 | 5.86 | 2.17 | l, NW | 38 | 53.0 | 28.2 | 5.56 | 1.78 | l, SW |
| 10 | 46.2 | 39.4 | 5.20 | 1.40 | b | 39 | 55.4 | 26.9 | 5.56 | 1.78 | l, SW |
| 11 | 48.0 | 39.4 | 5.79 | 2.07 | l, NW ($i_n$) | 40 | 54.0 | 25.2 | 4.88 | 1.13 | b |
| 12 | 49.8 | 41.1 | 5.76 | 2.03 | $i_n$ | 41 | 57.8 | 26.1 | 5.70 | 1.95 | l, SW |
| 13 | 51.6 | 42.7 | 5.92 | 2.26 | $i_n$ | 42 | 58.6 | 24.2 | 4.93 | 1.17 | b |
| 14 | 53.4 | 44.4 | 6.02 | 2.42 | $i_n$ | 43 | 60.1 | 25.9 | 5.54 | 1.75 | l, SW ($i_s$) |
| 15 | 55.0 | 45.8 | 6.21 | 2.74 | $i_n$ | 44 | 61.8 | 27.3 | 5.64 | 1.88 | $i_s$ |
| 16 | 56.3 | 47.0 | 6.37 | 3.05 | $i_n$ | 45 | 63.6 | 29.0 | 5.76 | 2.03 | $i_s$ |
| 17 | 41.1 | 45.6 | 4.00 | 0.63 | p | 46 | 65.0 | 30.3 | 5.86 | 2.17 | $i_s$ |
| 18 | 42.5 | 42.0 | 5.60 | 1.82 | $\beta_4$, centre | 47 | 66.4 | 31.6 | 6.06 | 2.48 | $i_s$ |
| 19 | 39.8 | 37.4 | 4.81 | 1.08 | b, near boundary | 48 | 67.7 | 32.7 | 6.25 | 2.82 | $i_s$ |
| 17 a | 44.1 | 45.6 | 5.18 | 1.38 | b | 49 | 69.1 | 34.0 | 6.50 | 3.33 | $i_s$ |
| 19 a | 42.0 | 37.4 | 4.95 | 1.18 | b | 50 | 68.7 | 29.8 | 6.16 | 2.65 | l, SW |
| 20 | 48.1 | 37.2 | 5.70 | 1.95 | l, NW | 51 | 71.2 | 29.8 | 6.10 | 2.55 | b |
| 21 | 48.4 | 35.0 | 5.68 | 1.92 | l, NW | 52 | 68.9 | 27.6 | 5.61 | 1.84 | b |
| 22 | 49.2 | 32.2 | 5.46 | 1.66 | l, NW | 53 | 67.5 | 29.0 | 6.08 | 2.51 | l, SW |
| 23 | 46.4 | 33.6 | 5.07 | 1.28 | b | 54 | 66.4 | 27.9 | 5.82 | 2.11 | l, SW |
| 24 | 41.4 | 31.4 | 5.25 | 1.44 | $\beta_2$, centre | 55 | 66.6 | 25.8 | 5.32 | 1.51 | b |
| 25 | 40.9 | 25.8 | 4.68 | 0.99 | b | 56 | 64.6 | 26.9 | 5.72 | 1.98 | l, SW |
| 25 a | 42.0 | 27.0 | 4.74 | 1.02 | b | 57 | 62.5 | 26.2 | 5.60 | 1.82 | l, SW |
| 26 | 44.1 | 27.8 | 4.80 | 1.07 | b | 58 | 62.8 | 24.5 | 5.06 | 1.27 | b |
| 27 | 49.5 | 28.2 | 4.99 | 1.21 | b | 59 | 65.1 | 21.1 | 4.96 | 1.19 | b |
| 28 | 51.0 | 29.9 | 5.52 | 1.73 | l, SW ($i_0$) | 60 | 61.2 | 20.6 | 4.85 | 1.11 | b |
| 29 | 52.9 | 31.4 | 5.54 | 1.75 | $i_0$ | 62 | 56.2 | 20.6 | 5.32 | 1.51 | $\beta_3$, centre |
| 30 | 55.0 | 33.5 | 5.64 | 1.88 | $i_0$ | Free plate | | | 4.04 | 0.64 | p |

## Table 18. Continued.

**Negative 47.**

*Orientation:*

s, $\xi = 77.63$ and $\eta = 64.65$
n, $\xi = 70.18$ and $\eta = 42.00$
centre of disk, $\xi = 73.7$ and $\eta = 53.3$
diameter = 24.0 mm.

| № | $\xi$ | $\eta$ | Density | $I$ | Identification | № | $\xi$ | $\eta$ | Density | $I$ | Identification |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 69.9 | 40.9 | 4.56 | 0.85 | b near n | 34 | 62.1 | 59.5 | 4.61 | 0.88 | b |
| 2 | 67.4 | 42.3 | 4.51 | 0.82 | „ | 35 | 63.8 | 62.1 | 4.66 | 0.91 | b |
| 3 | 63.6 | 44.7 | 4.58 | 0.86 | „ | 36 | 65.5 | 60.6 | 5.04 | 1.18 | l, SE |
| 4 | 61.8 | 47.0 | 4.54 | 0.84 | „ | 37 | 67.4 | 62.4 | 5.14 | 1.26 | l, SE |
| 5 | 64.0 | 47.6 | 4.84 | 1.03 | l, NE ($i_n$) | 38 | 66.0 | 64.0 | 4.81 | 1.01 | b |
| 6 | 65.4 | 46.2 | 4.90 | 1.07 | l, NE | 39 | 63.7 | 65.9 | 4.88 | 1.06 | b |
| 7 | 66.8 | 44.9 | 4.83 | 1.02 | l, NE | 40 | 69.2 | 63.7 | 5.20 | 1.31 | l, SE ($i_s$) |
| 8 | 68.3 | 43.7 | 4.84 | 1.03 | l, NE | 41 | 71.0 | 63.0 | 5.10 | 1.22 | $i_s$ |
| 9 | 69.9 | 42.9 | 4.87 | 1.05 | l, NE | 42 | 72.8 | 62.5 | 5.18 | 1.29 | $i_s$ |
| 10 | 74.9 | 44.1 | 5.21 | 1.32 | $i_n$ | 43 | 74.6 | 61.9 | 5.28 | 1.38 | $i_s$ |
| 11 | 73.2 | 44.6 | 5.07 | 1.20 | $i_n$ | 44 | 76.6 | 61.2 | 5.36 | 1.45 | $i_s$ |
| 12 | 71.0 | 45.4 | 4.94 | 1.10 | $i_n$ | 45 | 78.2 | 60.8 | 5.40 | 1.49 | $i_s$ |
| 13 | 69.4 | 45.9 | 4.84 | 1.03 | $i_n$ | 46 | 76.9 | 63.8 | 5.43 | 1.52 | l, SE |
| 14 | 67.8 | 46.5 | 4.78 | 0.99 | $i_n$ | 47 | 75.2 | 64.0 | 5.38 | 1.47 | l, SE |
| 15 | 66.0 | 46.9 | 4.80 | 1.00 | $i_n$ | 48 | 73.0 | 64.2 | 5.28 | 1.38 | l, SE |
| 16 | 63.2 | 50.2 | 4.74 | 0.96 | l, NE | 49 | 71.2 | 64.1 | 5.20 | 1.31 | l, SE |
| 17 | 60.8 | 50.0 | 4.51 | 0.82 | b | 50 | 69.1 | 65.5 | 4.78 | 0.99 | b |
| 18 | 57.3 | 49.6 | 4.54 | 0.84 | b | 51 | 72.8 | 66.2 | 4.78 | 0.99 | b |
| 19 | 55.4 | 51.6 | 4.56 | 0.85 | b | 52 | 75.8 | 66.0 | 5.04 | 1.18 | b |
| 20 | 60.8 | 53.4 | 4.49 | 0.81 | b | 53 | 78.6 | 66.4 | 5.12 | 1.24 | b |
| 21 | 62.9 | 52.2 | 4.72 | 0.95 | l, NE | 54 | 60.8 | 60.5 | 4.66 | 0.91 | b, near boundary |
| 22 | 62.8 | 54.4 | 4.77 | 0.98 | l, NE | 55 | 60.8 | 40.0 | 4.53 | 0.84 | p |
| 23 | 58.8 | 58.9 | 4.53 | 0.84 | b | 56 | 69.3 | 31.2 | 4.46 | 0.80 | p |
| 24 | 56.5 | 58.9 | 4.58 | 0.86 | b | 57 | 69.3 | 25.0 | 4.52 | 0.83 | p |
| 25 | 61.1 | 56.8 | 4.51 | 0.82 | b | 58 | 83.0 | 13.7 | 5.62 | 1.73 | $\beta_1$, centre |
| 26 | 63.0 | 56.8 | 4.94 | 1.10 | l, SE ($i_o$) | 59 | 85.0 | 13.5 | 5.12 | 1.24 | p, near $\beta_1$ |
| 27 | 65.6 | 56.0 | 4.74 | 0.96 | $i_o$ | 60 | 80.2 | 14.0 | 5.11 | 1.23 | p, near $\beta_1$, $\beta_2$ |
| 28 | 67.8 | 55.2 | 4.78 | 0.99 | $i_o$ | 61 | 78.6 | 14.3 | 5.82 | 1.98 | $\beta_2$, centre |
| 29 | 70.6 | 54.3 | 4.94 | 1.10 | $i_o$ | 62 | 76.5 | 15.0 | 4.88 | 1.06 | p, near $\beta_2$, $\beta_3$ |
| 30 | 73.2 | 53.6 | 5.11 | 1.23 | $i_o$ | 63 | 74.4 | 15.6 | 5.97 | 2.19 | $\beta_3$, centre |
| 31 | 76.2 | 52.6 | 5.33 | 1.42 | $i_o$ | 64 | 71.7 | 15.5 | 4.76 | 0.97 | p, near $\beta_3$, $\beta_4$ |
| 32 | 78.4 | 51.7 | 5.48 | 1.58 | $i_o$ | 65 | 68.5 | 15.3 | 5.66 | 1.78 | $\beta_4$, centre |
| 33 | 64.1 | 58.8 | 4.95 | 1.11 | l, SE | 66 | 65.3 | 15.3 | 4.80 | 1.00 | p, near $\beta_4$ |

near edge of the plate, background not uniform.

**Negative 48.**

*Orientation:*

s, $\xi = 89.1$ and $\eta = 34.2$
n, $\xi = 66.9$ and $\eta = 44.4$
centre of disk, $\xi = 77.9$ and $\eta = 39.2$
diameter = 24.4 mm.
Only NE quadrant available for measures, the other part being near edge of the plate.

| № | $\xi$ | $\eta$ | Density | $I$ | Identification | № | $\xi$ | $\eta$ | Density | $I$ | Identification |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 77.0 | 44.5 | 6.77 | 2.80 | $i_o$ | 4 | 77.0 | 47.5 | 6.56 | 2.43 | $i_o$ |
| 2 | 77.0 | 45.5 | 6.68 | 2.64 | $i_o$ | 5 | 77.0 | 48.5 | 6.54 | 2.40 | $i_o$ |
| 3 | 77.0 | 46.5 | 6.68 | 2.64 | $i_o$ | 6 | 77.0 | 49.5 | 6.48 | 2.30 | $i_o$ |

Table 18. Continued.

**Negative 48.** Continued.

| № | ξ | η | Density | I | Identification | № | ξ | η | Density | I | Identification |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 77.0 | 50.4 | 6.42 | 2.21 | l, NE ($i_o$) | 23 | 78·2 | 52.1 | 6.10 | 1.79 | b |
| 8 | 77.0 | 52.0 | 6.23 | 1.95 | b | 24 | 68.6 | 45.7 | 6.97 | 3.20 | l, NE (near n) |
| 9 | 77.0 | 53.0 | 6.01 | 1.68 | b | 25 | 67.6 | 46.6 | 6.79 | 2.84 | b |
| 10 | 77.0 | 54.0 | 6.12 | 1.81 | b | 26 | — | — | 5.60 | 1.28 | $\beta_1$, centre } near edge |
| 11 | 77.0 | 55.0 | 5.98 | 1.65 | b | 27 | — | — | 4.06 | 0.45 | p, between $\beta_1$—$\beta_2$ } near edge |
| 12 | 75.0 | 51.9 | 6.26 | 1.99 | b | 28 | — | — | 5.25 | 1.01 | $\beta_2$, centre |
| 13 | 75.0 | 50.0 | 6.48 | 2.30 | l, NE | 29 | — | — | 3.80 | 0.39 | b, between $\beta_2$—$\beta_3$ |
| 14 | 73.2 | 49.4 | 6.56 | 2.43 | l, NE | 30 | — | — | 4.97 | 0.84 | $\beta_3$, centre |
| 15 | 72.5 | 51.0 | 6.38 | 2.16 | b | 31 | — | — | 3.83 | 0.39 | p, between $\beta_3$—$\beta_4$ |
| 16 | 68.5 | 53.0 | 6.19 | 1.90 | b | 32 | — | — | 4.76 | 0.73 | $\beta_4$ centre |
| 17 | 69.3 | 52.0 | 6.29 | 2.03 | b | 33 | — | — | 3.72 | 0.36 | p, between $\beta_4$—$\beta_5$ |
| 18 | 69.9 | 51.0 | 6.38 | 2.16 | b | 34 | — | — | 4.54 | 0.63 | $\beta_5$, centre |
| 19 | 70.4 | 49.8 | 6.48 | 2.30 | b | 35 | — | — | 3.76 | 0.37 | p, between $\beta_5$—$\beta_6$ |
| 20 | 71.3 | 48.3 | 6.70 | 2.67 | l, NE ($i_n$) | 36 | — | — | 4.46 | 0.60 | $\beta_6$, centre |
| 21 | 72.0 | 47.0 | 6.76 | 2.78 | $i_n$ | 37 | — | — | 3.80 | 0.39 | p, between $\beta_6$—$\beta_7$ |
| 22 | 78.2 | 50.5 | 6.36 | 2.13 | l, NE | 38 | — | — | 5.34 | 1.08 | $\beta_7$, centre. |

*Explanation of table 18.*

$\xi$, $\eta$ = rectangular coordinates of the measured point, in mm.
density = mean reading of the microphotometer wedge.
$I$ = provisional intensity, corresponding to the density; the surface brightness of the extrafocal image of $\beta$ Geminorum, having 3 mm diameter, taken = 1.
s = southern } edge of illuminated crescent of the Moon.
n = northern }
$\beta$ = extrafocal image of $\beta$ Geminorum.
$\alpha$ = „ „ „ $\alpha$ Coronae.
l = earth-shine near the limb; NE, NW etc. denote the quadrant.
$i_o$ = earth-shine, interior points along the Moon's optical equator.
$i_n$ = earth-shine, interior points in the northern hemisphere.
$i_s$ = earth-shine, interior points in the southern hemisphere.
b = illuminated background of the sky.
p = free plate (unexposed).

The value finally adopted in the reduction was $p = 1.00$; by assuming this value, differing little from the values actually determined, a simplification of the reductions was obtained, since the intensity and the exposure time could be assumed as equivalent.

Table 19 contains the intensity, $j$, adopted for the extrafocal images of the comparison star; these values were computed on the assumption that the intensity was inversely proportional to the square of the diameter, and were corrected for atmospheric absorption so that the unit of intensity would be the intensity

of $\beta$ Geminorum of 3.0 mm diameter when photographed at *the same zenith distance* and with *the same exposure* as the Moon; the correction for exposure was made, as mentioned above, with $p = 1$ or on the assumption of the proportionality of the effective intensity and exposure.

Table 19.

*Effective Intensities* ($j$) of the Extrafocal Images of the Comparison Star. Unit Intensity = $\beta$ Geminorum with $d = 3.0$ mm ($\Delta f = 51.6$ mm), zenith distance and exposure = zenith distance and exposure of the Moon.

**Negative 25.** **Negative 29.**

| | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ | $\alpha_4$ | $\alpha_5$ | $\alpha_6$ | $\alpha_7$ | $\alpha_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $j =$ | 0.670 | 0.453 | 0.321 | 0.232 | 0.995 | 0.738 | 0.557 | 0.405 | 0.302 | 0.243 | 0.182 | 0.141 |

**Negative 41.** **Negative 47.**

| | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| = | 0.253 | 0.330 | 0.432 | 0.589 | 0.453 | 0.879 | 1.117 | 0.971 |

**Negative 48.**

| | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $\beta_5$ | $\beta_6$ | $\beta_7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $j =$ | 0.733 | 0.582 | 0.445 | 0.358 | 0.284 | 0.223 | 0.729 |

The chief difficulty in photographic measures of the earth-shine is the great intensity of the background of the sky near the Moon and its variation with the distance from the bright limb; the measured densities of the earth-shine and the star could, therefore, not be compared directly, a preliminary study of the distribution of brightness within the field of the photograph being needed. For this purpose a suitable formula of interpolation for converting the photographic density into intensity should be adopted. For the kind of measures here dealt with, when a small additional effect upon a luminous background must be determined, a certain freedom in the choice exists; the following formula was assumed:

$$\log I = K(D - C) \quad \ldots\ldots (7),$$

where $D$ is the measured density, $I$ — the intensity, $K$ — a constant for all plates, $C$ — the density corresponding to $I = 1$, a parameter different for different plates. In this formula the

density of the free plate (veil) $D_o$ is assumed also to be equivalent to a certain intensity, $I_o$. It may be remarked that for the determination of small intensities superposed on a bright background the parameters $K$ and $C$ are to some extent equivalent to one another: a change in the former can be counterbalanced by a suitable change in the latter, so that the absolute difference of intensities will remain unaltered; it was for this reason that for each plate only one variable parameter, $C$, was assumed.

As to $K$, the value $\mathbf{K = 0.290}$, derived from the scale of the comparison star on Negative 48, was adopted. The determination of $C$ was made in the following way.

Let $j$ be the effective intensity of the stellar image (given in table 19), $i$ — the effective intensity of the background, and let $D$ and $D_1$ be the microphotometer readings on the star and on the free background; then from (7) we have

$$log\ (j+i) = K\ (D - C) \quad . \ . \ . \ (8), \text{ and}$$
$$log\ i = K\ (D_1 - C) \quad . \ . \ . \ (9); \text{ whence}$$
$$log\ (1+\tfrac{j}{i}) = K\ (D - D_1) \quad . \ . \ . \ (10).$$

From (10) the ratio $\frac{j}{i}$ and, with $j$ known, $i$ can be found; (9) furnishes us then the value of $C$; each image of the comparison star gives one separate value; the average of these values can be finally adopted.

Table 20 contains the values of $C$ found for the single images and plates; in deriving them, the density of the background, $D_1$, corresponding to the centre of the stellar image, was interpolated from measures of the points which were nearest to the star.

Table 20. *Values of C.*

| | **Negative 25.** | | | | | **Negative 29.** | | | | | | | **Negative 41.** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | Mean | $\alpha_1$ | $\alpha_3$ | $\alpha_4$ | $\alpha_5$ | $\alpha_6$ | $\alpha_7$ | Mean | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | Mean |
| $C =$ | 2.98 | 2.43 | 2.87 | 2.85 | **2.87** | 4.11 | 4.12 | 4.22 | 4.00 | 3.79 | 4.46 | **4.12** | 4.39 | 4.90 | 4.75 | 4.57 | **4.70** |
| Relative Weight = | 8 | 2 | 2 | 1 | — | 10 | 4 | 3 | 2 | 1 | 1 | — | 1 | 3 | 4 | 4 | — |

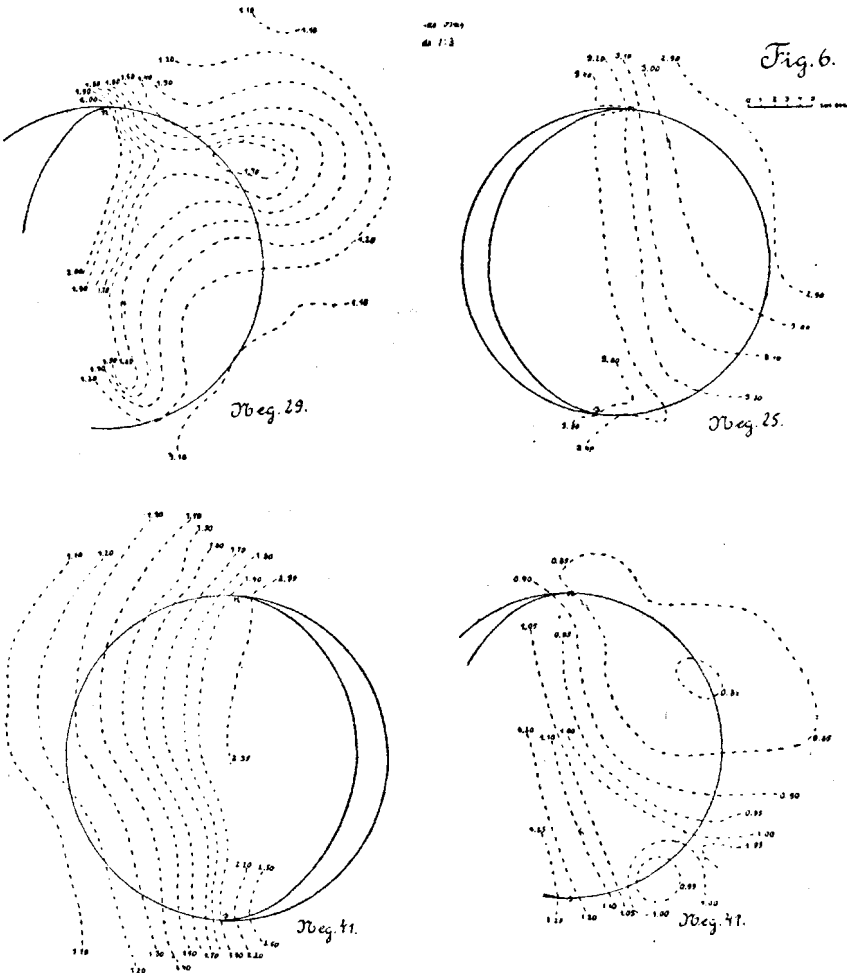
| | **Negative 47.** | | | | | **Negative 48.** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | Mean | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $\beta_5$ | $\beta_6$ | $\beta_7$ | Mean |
| $C =$ | 4.86 | 4.78 | 4.86 | 4.68 | **4.80** | 5.34 | 5.26 | 5.25 | 5.23 | 5.19 | 5.24 | 5.21 | **5.23** |
| Relative Weight = | 1 | 1 | 1 | 1 | — | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | — |

With the aid of the $K$ and $C$ adopted the *provisional intensities*, $I$, of table 18 were computed. It must be remembered that whereas the difference of intensity $I_1—I_2$, corresponding to the densities $D_1$ and $D_2$, is probably fairly near the truth when $D_1$ and $D_2$ are within the range covered by the comparison star, the absolute values of $I$ cannot be much relied on, and in certain cases have no real meaning, e. g. for the free plate (points "$p$" in table 18) where no light acted on the plate.

The next task was to determine the distribution of brightness in the illuminated background near the Moon; the problem was solved in a purely empirical way, independently for each plate. For this purpose the following points of table 18 were used: 1) direct measures of the background, denoted in the table by the letter $b$; 2) measures of *interior points* on the earthlit part of the Moon's disk; these are denoted in table 18 by $i_o$, $i_n$ or $i_s$. The "$b$" points need no explanation, their intensity being taken directly as given in the table. As to the "$i$" points, they were used in deriving the variation of the brightness of the background in the neighbourhood of the sunlit part of the Moon's disk.

The "$i$" points formed ordinarily a sequence of equidistant points on a straight line, approximately parallel to the Moon's optical equator, and as a rule three such sequences were measured: one on the optical equator ($i_o$), one in the northern ($i_n$) and one in the southern ($i_s$) hemisphere; each sequence was continued without the disk by corresponding "$b$" points. The provisional intensity, $I$, for each sequence was plotted with the distances from the Moon's optical axis as abscissae, and two smooth curves were drawn — one on the Moon's disk, the other through the "$b$" points without the disk; the curves showed a certain "break" at the point where they met the edge of the disk; the "break" or "jump" gave a provisional value of the intensity of the earth-shine for the corresponding sequence; by subtracting this value, the net intensity of the background for the "$i$" points was obtained. The method involves a slight uncertainty from the unknown relative albedo of the different points; the uncertainty is, however, negligible in most occasions, since each sequence comprised either the *maria* or the *continentes* only, so that the surface brightness of the points of one set could be regarded as practically constant; an exception presented the "$i_o$"

set of the eastern hemisphere (Neg. 25, 29, 47, 48), where the interior points corresponded to the dark Oceanus Procellarum, the points near the limb — to the *continentes;* the latter points were therefore omitted in the derivation of the intensity of the background. The uncertainty in the adopted provisional inten-




sity of the earth-shine has, after all, no real influence on the final result, since in deriving the latter only points on the limb were used, for which any near "*b*"-points with measured brightness of the background were available; the background of the interior points served only to execute a slight interpola-

tion, namely to reduce the brightness of the neighbouring exterior points to the brightness of the background on the limb.

From the values of the provisional brightness of the background, $I_b$, for all points, smooth curves of equal brightness (isophotic curves) were drawn on a diagram in rectangular coordinates. Figure 6 gives the diagrams constructed for the negatives 25. 29. 41 and 47. For Neg. 48 the points were too scarce for constructing a diagram, so that numerical interpolation was used.

From the diagrams the intensity of the background for a given point on the Moon's surface could be interpolated; by subtracting this value from the provisional intensity, $I$, (see table 18) the intensity of the earth-shine on the corresponding point is obtained. Practically the intensity of the earth-shine could be found only for points on the limb (in table 18 denoted by $l$), about 1 mm within the edge; the interior points presented a *circulus vitiosus*, since the intensity of the background, needed to determine the earth-shine, was derived previously on a certain assumption as to the intensity of the latter.

Table 21 gives under $I_e$ the intensity of the earth-shine for the points on the limb, together with their position angle, $P$, and the distance from the limb, $h$; $P$ is reckoned from the northern end of the projection of the Moon's axis. The letters in the column "formation" denote: $c$ — that the point belongs to the *continentes*; $m$ — a normal *mare*; $m'$ — an exceptionally bright *mare (mare Frigoris)*. For each quadrant the results are joined into mean values.

Since the measured points belonged to different formations with different reflecting power, the results must be reduced to some standard reflecting power — say, to the mean albedo of the Moon as a whole. For this purpose we shall make use of the investigation by F. W. P. Goetz [1]) on the relative photographic brightness of different points on the Moon's surface at full Moon; our own measures discussed above cannot be used in the present occasion, since they refer to phase-angles greater than 28°, whereas the conditions of observation of the earth-shine correspond to a phase-angle near zero. The zero of the relative intensities given by Goetz corresponds very nearly to the average surface brightness of the full Moon, so that these intensities taken with

1) *Loc. cit.*

## Table 21.

**Intensity of the Earth-Shine** for points on the limb.
Unit of intensity = surface brightness of extrafocal image of $\beta$ Geminorum having 3 mm diameter.

**Negative 25.**

| № | $I$ | $I_b$ | $I_c$ | $P$ | $h$ | Formation |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1) NE limb | | | |
| 4 | 3.83 | 3.14 | 0.69 | — 7° | 0.028 | m′ |
| 6 | 3.66 | 3.01 | 0.65 | + 5 | 0.036 | m′ |
| 8 | 3.49 | 2.97 | 0.52 | +16 | 0.043 | m′ |
| 9 | 3.33 | 2.95 | 0.38 | +28 | 0.043 | m′ |
| 11 | 3.40 | 2.93 | 0.47 | +39 | 0.042 | m |
| 18 | 3.40 | 2.93 | 0.47 | +47 | 0.051 | m |
| 19 | 3.35 | 2.93 | 0.42 | +56 | 0.056 | m |
| 20 | 3.37 | 2.92 | 0.45 | +65 | 0.053 | m |
| 21 | 3.49 | 2.93 | 0.56 | +76 | 0.047 | m |
| Mean | 3.480 | 2.968 | 0.512 | — | — | — |
| | | | 2) SE limb | | | |
| 24 | 3.83 | 2.95 | 0.88 | +85 ° | 0.049 | c |
| 33 | 3.78 | 3.02 | 0.76 | +101 | 0.042 | c |
| 36 | 3.99 | 3.07 | 0.92 | +110 | 0.041 | c |
| 37 | 3.91 | 3.12 | 0.79 | +121 | 0.044 | c |
| 42 | 4.15 | 3.20 | 0.95 | +137 | 0.037 | c |
| 48 | 4.23 | 3.41 | 0.82 | +149 | 0.034 | c |
| 51 | 4.20 | 3.56 | 0.64 | +160 | 0.039 | c |
| 52 | 4.44 | 3.64 | 0.80 | +172 | 0.039 | c |
| Mean | 4.066 | 3.246 | 0.820 | — | — | — |

**Negative 29.**

| № | $I$ | $I_b$ | $I_c$ | $P$ | $h$ | Formation |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1) NE limb | | | |
| 7 | 2.00 | 1.77 | 0.23 | + 1° | 0.044 | m′ |
| 8 | 1.89 | 1.54 | 0.35 | +10 | 0.048 | m′ |
| 9 | 1.85 | 1.50 | 0.35 | +20 | 0.045 | m′ |
| 10 | 1.82 | 1.55 | 0.27 | +29 | 0.042 | m′ |
| 11 | 1.90 | 1.69 | 0.21 | +36 | 0.038 | m′ |
| 19 | 1.94 | 1.62 | 0.32 | +50 | 0.028 | m |
| 20 | 1.73 | 1.46 | 0.27 | +61 | 0.054 | m |
| 21 | 1.64 | 1.28 | 0.36 | +74 | 0.048 | m |
| Mean | 1.846 | 1.551 | 0.295 | — | — | — |
| | | | 2) SE limb | | | |
| 24 | 1.63 | 1.20 | 0.43 | +83 ° | 0.040 | c |
| 38 | 1.62 | 1.17 | 0.45 | +92 | 0.045 | c |
| 39 | 1.64 | 1.14 | 0.50 | +102 | 0.052 | c |
| 41 | 1.64 | 1.11 | 0.53 | +113 | 0.032 | c |
| 42 | 1.60 | 1.14 | 0.46 | +129 | 0.040 | c |
| 51 | 1.58 | 1.16 | 0.42 | +137 | 0.028 | c |
| 72 | 1.66 | 1.22 | 0.44 | +146 | 0.038 | c |
| 74 | 1.78 | 1.28 | 0.50 | +157 | 0.038 | c |
| Mean | 1.644 | 1.178 | 0.466 | — | — | — |

**Negative 41.**

| № | $I$ | $I_b$ | $I_c$ | $P$ | $h$ | Formation |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1) NW limb | | | |
| 2 | 2.80 | 2.16 | 0.64 | + 2° | 0.036 | c |
| 3 | 2.51 | 1.91 | 0.60 | — 8 | 0.036 | c |
| 6 | 2.32 | 1.74 | 0.58 | —16 | 0.033 | c |
| 7 | 2.17 | 1.64 | 0.53 | —26 | 0.032 | c |
| 9 | 2.17 | 1.55 | 0.62 | —36 | 0.032 | c |
| 11 | 2.07 | 1.50 | 0.57 | —44 | 0.037 | c |
| 20 | 1.95 | 1.45 | 0.50 | —54 | 0.042 | c |
| 21 | 1.92 | 1.40 | 0.52 | —65 | 0.045 | c |
| 22 | 1.66 | 1.33 | 0.33 | —79 | 0.037 | c |
| Mean | 2.174 | 1.631 | 0.543 | — | — | — |

**Negative 47**

| № | $I$ | $I_b$ | $I_c$ | $P$ | $h$ | Formation |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1) NE limb | | | |
| 9 | 1.05 | 0.89 | 0.16 | — 6° | 0.036 | m′ |
| 8 | 1.03 | 0.84 | 0.19 | + 4 | 0.034 | m′ |
| 7 | 1.02 | 0.83 | 0.19 | +14 | 0.038 | m′ |
| 6 | 1.07 | 0.83 | 0.24 | +24 | 0.038 | m′ |
| 5 | 1.03 | 0.83 | 0.20 | +34 | 0.024 | m′ |
| 16 | 0.96 | 0.81 | 0.15 | +47 | 0.040 | m |
| 21 | 0.95 | 0.81 | 0.14 | +57 | 0.044 | m |
| 22 | 0.98 | 0.82 | 0.16 | +70 | 0.046 | m |
| Mean | 1.011 | 0.833 | 0.178 | — | — | — |

Table 21. Continued.

**Negative 41.** Continued.

| № | $I$ | $I_b$ | $I_c$ | $P$ | $h$ | Formation |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 2) SW limb | | | |
| 28 | 1.73 | 1.29 | 0.44 | −94 ° | 0.044 | c |
| 38 | 1.78 | 1.24 | 0.54 | −107 | 0.044 | c |
| 39 | 1.78 | 1.21 | 0.57 | −120 | 0.046 | c |
| 41 | 1.95 | 1.22 | 0.73 | −132 | 0.040 | c |
| 43 | 1.75 | 1.27 | 0.48 | −143 | 0.038 | c |
| 57 | 1.82 | 1.35 | 0.47 | −155 | 0.042 | c |
| 56 | 1.98 | 1.48 | 0.50 | −165 | 0.038 | c |
| 54 | 2.11 | 1.66 | 0.45 | −176 | 0.037 | c |
| 53 | 2.51 | 1.89 | 0.62 | +177 | 0.051 | c |
| 50 | 2.65 | 2.25 | 0.40 | +170 | 0.036 | c |
| Mean | 2.006 | 1.486 | 0.520 | — | — | — |

**Negative 47.** Continued.

| № | $I$ | $I_b$ | $I_c$ | $P$ | $h$ | Formation |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 2) SE limb | | | |
| 26 | 1.10 | 0.84 | 0.26 | +82 ° | 0.032 | c |
| 33 | 1.11 | 0.88 | 0.23 | +93 | 0.043 | c |
| 36 | 1.18 | 0.92 | 0.26 | +105 | 0.045 | c |
| 37 | 1.26 | 1.00 | 0.26 | +119 | 0.038 | c |
| 40 | 1.31 | 1.00 | 0.31 | +131 | 0.030 | c |
| 49 | 1.31 | 0.99 | 0.32 | +141 | 0.038 | c |
| 48 | 1.38 | 1.02 | 0.36 | +151 | 0.038 | c |
| 47 | 1.47 | 1.12 | 0.35 | +162 | 0.045 | c |
| 46 | 1.52 | 1.20 | 0.32 | +172 | 0.044 | c |
| Mean | 1.293 | 0.997 | 0.296 | — | — | — |

**Negative 48.**

| № | $I$ | $I_b$ | $I_c$ | $P$ | $h$ | Formation |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | NE limb | | | |
| 22 | 2.13 | 1.86 | 0.27 | +66 ° | 0.034 | m |
| 7 | 2.21 | 1.99 | 0.22 | +60 | 0.034 | m |
| 13 | 2.31 | 2.13 | 0.18 | +49 | 0.040 | m |
| 14 | 2.43 | 2.31 | 0.12 | +40 | 0.036 | m |
| 20 | 2.67 | 2.50 | 0.17 | +28 | 0.035 | m′ |
| 24 | 3.20 | 3.03 | 0.17 | +10 | 0.030 | m′ |
| Mean | 2.492 | 2.303 | 0.188 | — | — | — |

$I$ = provisional intensity of background + earth-shine.
$I_b$ = " " of background.
$I_c = I - I_b$ = intensity of earth-shine.
$P$ = position angle; $h$ = distance from the limb, fraction of Moon's diameter.
$c$ = *continens*; $m$ = *mare*; $m'$ = *mare* above normal brightness.

the opposite sign can be used as reductions to the mean intensity. From the 55 points measured by Goetz[1]) we choose the following ones as best representing our measured points.

1) Points on the *continentes* near the limb, corresponding to those denoted in table 21 by "c":

| № (Goetz) | 28 | 27 | 1 | 55 | 3 | 24 | 35 | 45 | 44 | 38 | 37 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rel. Intens. ($h_o$) (St. Mg.) | −0.42 | −0.63 | −0.19 | −0.36 | −0.04 | −0.20 | −0.58 | −0.62 | −0.08 | −0.30 | −0.26 |

Mean $h_o = -0.33$.

Adopted correction for "c" points . . . **+0.33 stellar magnitudes.**

1) Loc. cit., Tab. XV p. 32.

2) Points on the *Oceanus Procellarum* near the limb, corresponding to those denoted in table 21 by "m":

| № (Goetz) | 48 | 47 | 51 | 19 | 54 | 46 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rel. Intens. ($h_o$) (St. Mg.) | +0.49 | +0.34 | +0.31 | +0.40 | +0.44 | +0.30 |

Mean $h_o = +0.38$.

Adopted correction for "m"-points . . . **— 0.38 stellar magnitudes.**

3) Points on *Mare Frigoris*, corresponding to the "m'" in table 21, are not represented in Goetz's list; from table 15 of the present publication we find that the relative albedo of Mare Frigoris is by 0.26 st. mg. higher than the average, and that Mare Serenitatis (p. 23, 24) can be regarded as having the mean surface brightness; two points measured by Goetz on Mare Serenitatis give the mean relative intensity as +0.32 st. mg.; applying our difference, —0.26 st. mg., we find: relative intensity of mare Frigoris . . . $h_o = +0.06$ st. mg.; adopted correction for "m'" points . . . **— 0.06 stellar magnitudes.** Table 22 contains the definitive reduction of the measures of the earth-shine. In this table $\psi_g$ denotes the phase-angle of the earth as seen

Table 22.

*Brightness of the Earth-Shine.*

Reduction to Mean Reflecting Power.

| Neg. | Quadrant | Number of Points c | m | m' | Observed Brightn. $I_c$ | St. Mg. | Red. to mean Albedo St. Mg. | Brightn. of Earth-Shine for mean Albedo St. Mg. | Mean of Plate St. Mg. | Residual St. Mg. | $\psi_g$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | + | | + | + | | |
| 25 | NE | — | 5 | 4 | 0.512 | 0.73 | — 0.24 | 0.49 | 0.52 | —0.67 | 37° |
| 25 | SE | 8 | — | — | 0.820 | 0.22 | + 0.33 | 0.55 | | | |
| 29 | NE | — | 3 | 5 | 0.295 | 1.33 | — 0.18 | 1.15 | 1.16 | —0.03 | 60 |
| 29 | SE | 8 | — | — | 0.466 | 0.83 | + 0.33 | 1.16 | | | |
| 41 | NW | 9 | — | — | 0.543 | 0.66 | + 0.33 | 0.99 | 1.02 | —0.17 | 51 |
| 41 | SW | 10 | — | — | 0.520 | 0.71 | + 0.33 | 1.04 | | | |
| 47 | NE | — | 3 | 5 | 0.178 | 1.88 | — 0.18 | 1.70 | 1.68 | +0.49 | 36 |
| 47 | SE | 9 | — | — | 0.296 | 1.32 | + 0.33 | 1.65 | | | |
| 48 | NE | — | 4 | 2 | 0.188 | 1.82 | — 0.27 | 1.55 | 1.55 | +0.36 | 69 |
| | | | | | Average of all plates | | — | | +1.19 ± 0.15 | — | 51° |

from the Moon; the other data are self-explanatory.

In forming the mean, equal weight was attributed to each plate; this was made because the plates showed great systematic

differences affecting equally all measured points, and for which the only explanation can be found in the unequality of atmospherical absorption for Moon and comparison star; this is not surprising, if the great zenith distances at which the photographs were obtained are taken into account. The measures of one plate show a good internal agreement, as shown by the individual values of $I_e$ in table 21 and by the small differences in the brightness of the earth-shine as derived from the two quadrants (table 22, col. 9); these differences attain only a few hundredths of a stellar magnitude.

The final result of the measures is that the average difference in the surface brightness of earth-shine — $\beta$ Geminorum, $d = 3$ mm is

$$+1.19 \pm 0.15 \text{ (p. e.) stellar magnitudes.}$$

The diameter of the focal image of the Moon at mean distance is 24.9 mm for the objective used; hence we obtain the following difference of brightness:

$$\text{Earth-Shine} - \beta \text{ Geminorum} = +1.19 - 5 \log \left(\frac{24.9}{3.0}\right) =$$
$$= -3.41 \text{ St. Magn.}$$

The colour-index of the Moon, according to Russel and King [1]), is $+1.18$, or almost exactly equal to the colour-index of $\beta$ Geminorum; we may assume therefore the photographic difference of magnitudes of full Moon — $\beta$ Geminorum to equal the difference of their visual magnitudes, or equal to

$$-12.55\,^{2}) - 1.21 = -13.76 \text{ stellar magnitudes.}$$

This gives for the difference in brightness of the earth and the sun, as observed from the Moon at mean distance, the value

$$-3.41 + 13.76 = +10.35 \text{ st. mg., for } \psi_g = 51^0.$$

Assuming for the earth the law of variation of brightness with phase-angle to be identical with the variation of Venus, we find the correction for full phase equal to $-0.74$ st. mg. according to Müller's observations of Venus, and the difference

$$\text{"full earth" — sun} = +10.35 - 0.74 = +9.61 \text{ st. mg.}$$

This gives for the true albedo of the earth, or the albedo according to Bond's definition[1]), the value

$a = 1{,}2 \,.\, 2{,}512^{-9{,}61} \,.\, (60{,}27)^2 = 0.63 \pm 0.08$ (60.27 is the mean distance of the Moon in radii of the earth).

1) Astrophysical Journal **43**, p. 125.

2) Ibidem.

This value of the photographic albedo corresponds to a colour-sensitiveness of the plates giving a colour-index of about $\frac{3}{4}$ of the colour-index by King.

Adopting for the visual albedo the value 0.45 according to H. N. Russel[2]), the reflecting power of the earth for the kind of plates used comes out by 0.38 st. mg. greater than for visual radiation; taking into account the adopted colour-sensitiveness, the difference in colour-index of sun-earth results as $\frac{0{,}38 \cdot 4}{3} =$ $= +0.51$ st. mg. in King's scale, and with the sun's colour-index equal to $+0.79$, the colour-index of the earth in the Harvard Scale must be

$$+0.28 \text{ st. mg.}$$

---

## III. Summary.

1. An empirical law satisfactorily representing the distribution of brightness over the Moon's disk is proposed; formula (6) and table 16 give the analytical expression of the law, and the parameters for different phase-angles, ranging from $28^0$ to $121^0$, for the *continentes* and the *maria* separately.

2. The relative reflecting power of a number of points on the Moon's surface is determined; table 15 contains the result, the relative albedoes of the points on the *continentes* representing the deviations from the mean albedo of the *continentes*, and the relative albedoes of the points on the *maria* giving the deviations from the mean of all *maria*.

3. From 5 photographs of the earth-shine on Ilford Rapid Chromatic plates the albedo of the earth (Bond's definition) is found equal to $0.63 \pm 0.08$, if a phase-law identical with the law for Venus is assumed.

4. With a value of the visual albedo $= 0.45$ the colour-index of the earth in the Harvard Scale is determined as $+0.28 \pm 0.15$ stellar magnitudes.

---

1) See H. N. Russel, On the Albedo of the Planets and their Satellites loc. cit. pp. 173—196.

2) Loc. cit. p. 190.

# ÜBER DIE VERTORFUNGSWÄRME

VON

YRJÖ KAUKO

---

DORPAT 1924

C. Mattiesen, Dorpat.

Es sind viele Versuche gemacht worden, um eine Formel für die Berechnung der Verbrennungswärme des Torfes aufzustellen.

Bis auf einige grobe Annäherungsformeln sind alle Versuche misslungen; der Grund dazu liegt augenscheinlich darin, dass die Bildungswärme der einzelnen Vertorfungsstufen verschieden ist.

Die Dulong'sche Formel:

$$w = 8100\ C + 29000\left(H - \frac{O}{8}\right) + 2500\ S - 600\ W$$

gibt im allgemeinen zu niedrige Werte.

Dulong nimmt an, dass der Sauerstoff des Torfes in Bezug auf Wärmeinhalt als Wasser auftritt. Wenn also auf Grund der Elementaranalysen die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes und Wasserstoffes und evtl. Schwefels berechnet wird, so sollen noch etwa 6000 cal pro gr Sauerstoff abgezogen werden. Diesen Umstand berücksichtigt auch bekanntlich Langbein für Zellulose; er hat eine Formel aufgestellt, wo die in Abzug kommende Wärmemenge auf Grund der Experimente zu 2500 Kalorien pro 1 gr Sauerstoff bestimmt worden ist.

Auch die Langbeinsche Formel gibt für den Torf kein befriedigendes Resultat, sondern die Werte für die Anfangsstufen der Vertorfung fallen zu niedrig, und die für die späteren Stufen zu hoch aus.

Zailer und Wilk[1]) haben dann noch die Langbeinsche Formel umgebildet, und zwar auf Grund von Verbrennungswertbestimmungen bei der Humussäure. Die Verfasser bestimmten auf diese Art die in Abzug zu bringende Wärmemenge zu 2160 Kalorien pro 1 gr Sauerstoff.

Zailer und Wilk haben dann bei verschiedenen Vertorfungsstufen die Verbrennungswärme experimentell bestimmt und sie mit den berechneten Werten verglichen.

---

1) Zailer und Wilk, Ztschrft. f. Moorkultur u. Torfverwertg. V, 3, 1907, Seite 196.

| Torfarten. | Experim. Verbrennungswärme d. org. Substanzen. | Die berechnete Verbrennungswärme der org. Substanzen. | | | | | | Die Abnahme d. Verbrennungswärme durch d. Sauerstoff | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Dulong | Diff. | Langbein | Diff. | Zailer Wilk | Diff. | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Carex stricta . . . . . | 4441 | 4378 | — 54 | 4585 | +144 | 4748 | +307 | —2896 | —48.94 |
| „ acuta . . . . . | 4470 | 4292 | —178 | 4510 | + 40 | 4673 | +203 | —2648 | —42.37 |
| „ paludosa . . . . . | 4536 | 4195 | —341 | 4434 | —102 | 4601 | + 63 | —2313 | —37.01 |
| Carex: unzersetzt . . . . | 5192 | 4999 | —193 | 5077 | —115 | 5214 | + 22 | —2224 | —35.58 |
| „ wenig zers. . . . . | 5442 | 5527 | — 85 | 5667 | +225 | 5790 | +348 | —3269 | —52.30 |
| „ stark zers. . . . . | 5446 | 5289 | —157 | 5475 | + 29 | 5600 | +154 | —2639 | —42.22 |
| „ vollst. „ . . . . | 5634 | 5614 | — 20 | 5750 | +116 | 5871 | +237 | —2927 | —46.83 |
| Sphagnum acutifolium . . | 4338 | 3998 | —340 | 4262 | — 76 | 4433 | + 95 | —2377 | —38.03 |
| „ cymbifolium . . | 4357 | 4069 | —288 | 4330 | — 27 | 4499 | +142 | —2486 | —39.78 |
| „ cuspidatum . . | 4363 | 3928 | —435 | 4218 | —145 | 4390 | + 27 | —2221 | —35.54 |
| Sphagnum: unzersetzt . . | 4359 | 3921 | —438 | 4209 | —150 | 4382 | + 23 | —2213 | —35.41 |
| „ wenig zers. . | 4466 | 4064 | —402 | 4509 | +126 | 4509 | + 43 | —2260 | —36.16 |
| „ stark „ . | 5153 | 4994 | —159 | 5194 | + 41 | 5332 | +179 | —2648 | —42.37 |
| „ vollst. „ . | 5392 | 5382 | — 10 | 5592 | +200 | 5715 | +323 | —3180 | —50.88 |

Aus obiger Tabelle ersehen wir die Berechnungen von Zailer und Wilk und können aus den Werten feststellen, dass eine Formel auf die angegebene Art überhaupt nicht aufzustellen ist. Die veränderte Formel von Zailer und Wilk gibt zu grosse Werte für sämtliche Stufen. Zailer und Wilk haben dann aus den experimentellen Daten die Wärmemenge pro 1 gr Sauerstoff berechnet, welche auf Grund der berechneten Verbrennungswärme abzuziehen ist. Aus den betreffenden Zahlen ist ersichtlich, dass sie nicht konstant ist, sondern sehr schwankende Werte hat.

Die Anwendung der Dulongschen Formel setzt also voraus, dass der Torf keine Konstitutionswärme besitzt. Die Versuchsdaten zeigen uns, dass diese Annahme nicht richtig ist; nach Dulong erhalten wir zu niedrige Werte, also auf Grund der Konstitution der Moleküle enthält der Torf noch Wärme. Dies kann vielleicht auch so zu verstehen sein, dass der Sauerstoff noch nicht so weit reduziert, oder die entsprechende Menge Wasserstoff noch nicht so weit zu Wasser oxydiert ist, wie die Dulongsche Formel annimmt.

In jedem Falle ist es aber bereits aus der Tabelle ersichtlich, dass der Fehler, wie schon wiederholt erwähnt wurde, mit der Zunahme des Vertorfungsgrades abnimmt, d. h. die Energie, welche auf der Konstitution der Moleküle des Torfes beruht,

nimmt mit der Vertorfung ab. Die bei der Vertorfung frei gewordene Energie, bezogen auf die Masseneinheit des unzersetzten Torfes, bezeichnen wir als Vertorfungswärme [1]).

Die Dulongsche Berechnung zeigt uns weiter, dass die Bildungswärme des Torfes mit fortschreitender Vertorfung abnimmt und augenscheinlich u. U. gleich 0 wird, da ja die Dulongsche Formel für einen weitzersetzten Torf gute Uebereinstimmung mit den experimentellen Werten liefert. Der noch vorhandene Sauerstoff verhält sich augenscheinlich genau so, als wenn er als Wasser im Torfe vorkäme, oder wie es sich auch auslegen lässt, die chemische Struktur des Torfes bildet weiter keine Energiequelle, so dass mit fortschreitender Zersetzung also keine weitere Energie frei wird.

Hieraus ist ersichtlich, dass die Anwendung der Langbeinschen Formel, und ebenso die Aufstellung anderer Formeln im Sinne von Zailer und Wilk, zu falschen Daten führt. Es ist also nicht richtig, dem ganzen Sauerstoff des Torfes die gleiche Energieabnahme zuzuschreiben: diese variiert, und hat einen konstanten Wert erst von einem bestimmten Vertorfungsgrad an, dem der maximale Wert der Vertorfungswärme zugehört. Die Berechnung von Langbein stimmt natürlich für Zellulose und der Zellulose nahe Stoffe, weil die verschiedenen Zersetzungsstufen hier nicht vorkommen. Die Formel von Zailer und Wilk gilt für eine ganz bestimmte Torfart, wenn dort die Sauerstoffwärme erst experimentell bestimmt wird. Sobald aber verschiedene Zersetzungsstufen nebeneinander vorkommen, sind die Sauerstoffwärmewerte verschieden, und zwar nehmen sie mit fortschreitender Zersetzung ab.

Diese Tatsache wird durch experimentelle Daten bestätigt: man ersieht dies aus der Kolumne 8 bezw. 9 der obigen Tabelle.

Man kann es auch aus den Langbeinschen und Zailer-Wilkschen Verbrennungswerten ersehen. Langbein setzt für Sauerstoff den für Zellulose gefundenen in Abzug zu bringenden Wärmewert an. Dieser ist kleiner, als dem vollkommen zersetzten Torf zukommt, oder grösser, als dem weniger zersetzten entspricht. So bekommen wir zu kleine Werte für den weniger

1) Kauko, Beiträge zur Kenntnis der Torfzersetzung und Vertorfung. Acta et Comment. Univers. Dorpatensis A V (2), 1, 1924.

zersetzten und zu grosse Werte für den mehr zersetzten Torf. In der Mitte aber finden wir ziemlich richtige Werte. Zailer und Wilk nehmen für Sauerstoff den Wärmewert an, den sie durch experimentelle Bestimmung der Verbrennungswerte für Humussäuren aus wenig zersetztem Torf finden. Der so ermittelte Sauerstoffwärmewert ist einigermassen zutreffend für wenig zersetzte Torfarten; aber er ist zu klein für weiter zersetzte Torfarten.

Wenn die obige Auffassung richtig ist, so müsste der Wärmeenergiegehalt der Moore mit der weiter gehenden Zersetzung abnehmen. Dagegen ist festgestellt worden, dass die Verbrennungswärme des Torfes mit der Zersetzung zunimmt. Diese beiden Tatsachen widersprechen sich aber nicht. Die Verbrennungswärme nimmt allerdings zu, aber die Masse des Moores nimmt bei der Zersetzung ab. Das Produkt der Masse des Moores und der Verbrennungswärme des Torfes gibt die Gesamtenergie des Torfes wieder und nimmt mit der Vertorfung ab.

Die Vertorfungswärme liesse sich aus der Verbrennungswärmebestimmung berechnen, falls wir den Teil des zersetzten Torfes kennen würden, welcher aus einer Masseneinheit des unzersetzten Torfes herstammt. Da wir aber dieses nicht auf Grund der Aschenbestimmung berechnen können, weil der Aschengehalt von verschiedenen sekundären Faktoren abhängig ist, so hat Kauko[1]) an einer anderen Stelle eine Formel abgeleitet, aus welcher sich der Zersetzungsgrad des Torfes aus den Analysendaten berechnen lässt. Der Verfasser setzt bei dieser Auffassung voraus, dass die verschiedenen Stufen des Torfes aus solchen Pflanzenarten herstammen, deren elementaranalytische Zusammensetzung nahezu gleich ist, und gar keine andere Gewichtsabnahme stattfindet, als diejenige, die durch Zersetzung, d. h. durch Kohlensäure- und Wasserausscheidung hervorgerufen wird. Der Verfasser weist aber darauf hin, dass der so berechnete Zersetzungsgrad evtl. viel zu gross ausfallen wird, weil ja bei der Berechnung Annahmen gemacht werden, die der Wirklichkeit nicht entsprechen. Bekanntlich werden ja bei einigen Vertorfungsstufen durch die Tätigkeit der Mikroorganismen neben Kohlensäure und Wasser noch Kohlenwasserstoffe frei. Dieser Faktor kann auf Grund der Ergebnisse angedeutet, aber nicht weiter mathematisch berücksichtigt werden.

1) Kauko, loc. cit.

Der Zersetzungswert $\eta$ gibt also den Bruchteil des unzersetzten Torfes, der nach der Vertorfung übrig geblieben ist, an, und lässt sich berechnen aus der Formel:

$$\eta = \frac{27\,h_0 + 11\,c_0 - 300}{27\,h + 11\,c - 300}, \quad \text{wo}$$

$h_0$ und $c_0$ die prozentuellen Zusammensetzungen des Torfes an Wasserstoff bezw. Kohlenstoff im Anfangsstadium und $h$ und $c$ diejenigen in einem späteren Zersetzungsstadium des Torfes bedeuten.

Wenn die Verbrennungswärme im unzersetzten Torfe $w_0$ ist und diejenige des zersetzten Torfes $w$, und wenn von der Masseneinheit des unzersetzten Torfes bei der untersuchten Stufe $\eta$ Einheiten übrig sind, so gibt diese Torfmenge beim Verbrennen die Wärme $\eta w$ ab. Also die bei der Vertorfung frei gewordene Energie pro Masseneinheit des unzersetzten Torfes ist:

$$v = w_0 - \eta w$$

Wenn mit Hilfe der von Zailer und Wilk angegebenen Analysen die Vertorfungswärme berechnet wird, so finden wir, dass bei Sphagnumtorf bis zu stark zersetzter Stufe 239 Kalorien und bei vollkommen zersetztem Torf 419 Kalorien frei geworden sind. Bei den Carex- und Phragmites-Torfen dagegen werden schwankende Werte erhalten, und zwar kommt das von dem wegen der angeblichen starken Methanentwicklung zu hoch ausgefallenen Zersetzungsgrad. Die totale Vertorfungswärme bei Carextorf wird etwa 200 Kalorien auf 1 gr des unzersetzten Torfes betragen.

Berthelot und André[1]) haben bei der Untersuchung über die Humifizierung des Zuckers durch Säuren die frei gewordene Energie bei Zutritt eines Moleküls $H_2O$ gemessen und zu ca 45 Kal gr gefunden. Wenn man bedenkt, dass die natürliche Vertorfung mehrere Stufen des Wasseraustritts umfasst, so ist die Uebereinstimmung zwischen diesem und unserem Werte der Grössenordnung nach befriedigend.

Die Vertorfung findet also unter Wärmeentwicklung statt, wie dies auch auf Grund der Tatsache vorauszusehen war, dass die Vertorfung ein intramolekularer Oxydationsprozess ist.

---

1) Berthelot u. André, Ann. d. Chim. et de Phys. (6) 25, 403, 1892.

Die Annahme liegt nahe, dass gerade die frei werdende Energie die Richtung der Vertorfung bestimmt und die Ursache derselben ist. Es wäre weiter zu schliessen, dass gerade die Grösse der Vertorfungswärme auch die Intensität der Zersetzung bedingt. Der Helmholtzsche Temperaturkoeffizient der freien Energie kann bei der hier in Betracht kommenden tiefen Temperatur wohl unberücksichtigt bleiben, so dass die Abnahme der Vertorfungswärme der Abnahme der freien Energie entspricht. Wenn wir also eine Vertorfungsstufe erreicht haben, wo die freie Energie den Minimumwert, d. h. die Vertorfungswärme ihren Maximumwert erreicht hat, so ist die Vertorfung durch diesen Umstand zum Stillstand gekommen. Solche vollkommen zersetzten Torfe, für welche die Verbrennungswärme nach der Dulongschen Formel richtig berechnet werden kann, dürften also den Höchstgrad der Vertorfung erreicht haben.

Sollte aber der Temperaturkoeffizient der freien Energie einen recht erheblichen Wert haben, wie es bei entsprechenden physikalischen Verhältnissen (Temperatur, Druck) wohl möglich ist, so kann die Zersetzung einen ganz anderen Weg einschlagen. Vielleicht ist so die Steinkohlenbildung einerseits und die Braunkohlenbildung anderseits abweichend von der Torfbildung zu erklären.

Um Missverständnisse zu vermeiden, soll noch ausdrücklich betont werden, dass die oben gegebenen Ausführungen sich ausschliesslich auf den Teil der Vertorfung beziehen, der unter Abschluss des Luftsauerstoffes stattfindet. Die langsame Oxydation, die gewöhnlich in der Anfangstufe vorherrschend ist, fällt ausserhalb des Rahmens dieser Untersuchung.

Tammerfors, Technisches Institut,
21. XI. 1920.

# EIGENTÜMLICHKEITEN DER $H_2O$- UND $CO_2$-GEHALTE BEI DER UNVOLLSTÄNDIGEN VERBRENNUNG

VON

YRJÖ KAUKO

---

DORPAT 1924

C. Mattiesen, Dorpat.

Hiller[1]) stösst bei seinen Untersuchungen über das Wassergasgleichgewicht in der Bunsenflamme auf manche Eigentümlichkeiten, die er sich nicht befriedigend erklären kann. Unter anderem beobachtet er, dass manchmal der $H_2O$-Gehalt der Zwischengase denjenigen bei der theoretischen Verbrennung übertrifft. Diese Arbeit, ebenso wie diejenige von Bubnoff[2]), wird von Kauko[3]) einer eingehenden rechnerischen Prüfung unterzogen, wobei die fraglichen Umstände teils als Folge der mathematischen Beziehungen zwischen den Bestandteilen der Rauchgase, teils als Folge der in dem Frischgas der Bunsenflamme stattfindenden Gasentmischung erklärt werden. Die mathematischen Beziehungen zwischen den Bestandteilen der Rauchgase sind an und für sich einfach. Aber die grosse Zahl der Rauchgasbestandteile erschwert den Ueberblick und verschleiert die Endresultate der experimentellen Ergebnisse. Der Verfasser[4]) hat neuerdings eine graphische Behandlung der analytischen Beziehungen bei der Verbrennung eingeführt. Es lassen sich alle Beziehungen der Verbrennungserscheinungen als Funktionen des $CO_2$- und $CO$- (evtl. auch $O_2$-) Gehaltes des Rauchgases und der prozentualen Zusammensetzung des Brennstoffes ableiten. Dabei wird allerdings angenommen, was in vielen Fällen zutreffend sein dürfte, dass keine Kohlenwasserstoffe im Rauchgase anwesend sind und dass die Verbrennung ohne Teerbildung stattfindet.

Falls folgende Bezeichnungen angewandt werden:

| | |
|---|---|
| $CO_2$ im Rauchgase $x$% | — bezogen auf das luftfreie |
| $CO$ „ „ $y$% | |

1) Hiller, Ztschr. f. phys. Ch. 81. 591. 1913.

2) Bubnoff, Ztschr. f. phys. Ch. 88. 641. 1914.

3) Kauko, Annales Academiae Scientiarum Fennicae Ser. A. Tom. XIX Nr. 14. 1923.

4) Kauko, Chemikerzeitung 1922.

„ Teknilline Aikakauslehti 1923.

$H_2$ im Rauchgase $z\,^0/_0$
$H_2O$ „ „ $u\,^0/_0$ im Ganzen,
$H_2O$ „ „ $t\,^0/_0$ aus dem effekt. $H_2$ herstammend

} und wasserfreie Rauchgas

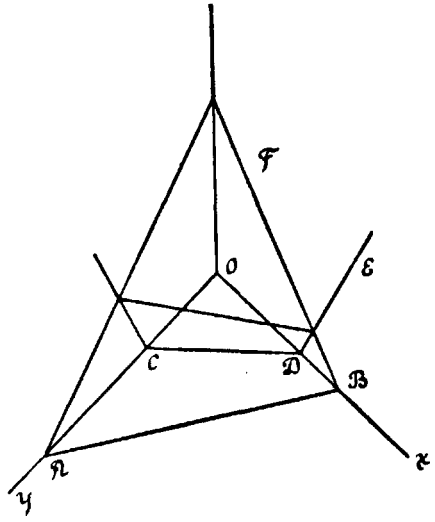
und falls der Brennstoff folgende Zusammensetzung hat:
Kohlenstoff . . . $C\,^0/_0$
effekt. Kohlenst. . $c\,^0/_0$[1])
Wasserstoff. . . $H\,^0/_0$
eff. Wasserstoff $h\,^0/_0$, und falls $\varepsilon = 6.\frac{h}{c}$, $\sigma = 6.\frac{H}{c}$ ist, so haben wir:

$$1)\quad z = \frac{9.56\,x + 5{,}78\,y - 200}{1.78} + \frac{3{,}78}{1.78}\,\varepsilon\,(x+y)$$

$$2)\quad t = \frac{200 - 9.56\,x - 5.78\,y}{1.78} - \frac{2\,\varepsilon}{1.78}\,(x+y)$$

$$3)\quad u = \frac{200 - 9.56\,x - 5.78\,y}{1.78} - \frac{2}{1.78}\,(x+y)\left(\frac{3.78}{2}\,\varepsilon - \frac{1.78\,\sigma}{2}\right)$$

Die graphische Darstellung erfolgt jetzt in der oben erwähnten Arbeit derart, dass die unabhängigen Variablen auf zwei und die abhängigen Variablen auf die dritte der gegeneinander senkrechten Achsen aufgetragen werden, wobei die Funktionen geometrisch Flächen darstellen. Diese Anschauung führt zur Aufstellung von Rechentafeln, die in der Praxis Anwendung finden können.




Figur 1.

Diese Betrachtungsweise lässt sich auch für die Theorie der Verbrennung im Allgemeinen dienstbar machen.

Die Funktionen 1) und 3) stellen augenscheinlich zwei Ebenen $E$ und $F$ (Fig. 1) dar.

1) Unter dem effektiven Kohlenstoff verstehen wir den Teil des Kohlenstoffes, der tatsächlich verbrennt. D. eff. Wasserst. ist d. Rest d. Wasserst., d. übrig bleibt, wenn soviel Wasserst. abgezogen wird, wie zur Wasserbildg. m. d. Konstitutionssauerst. d. Brennst. nötig ist.

Naturgemäss können nur solche Werte von $x$ und $y$ in Betracht kommen, für welche $z$ und $u$ d. h. die prozentualen Wasserstoff- und Wassergehalte des Rauchgases positiv sind, also bloss diejenigen $x$ und $y$, die innerhalb der Figur $ABDC$ fallen. $AB$ und $CD$ lassen sich dadurch bestimmen, dass für die erste Gerade $u = 0$ und für die zweite Gerade $z = 0$ ist. So erhalten wir für den Punkt

$$6) \quad B : \overline{x} = \frac{200}{9.56 + (3.78\,\varepsilon - 1.78\,\sigma)}$$

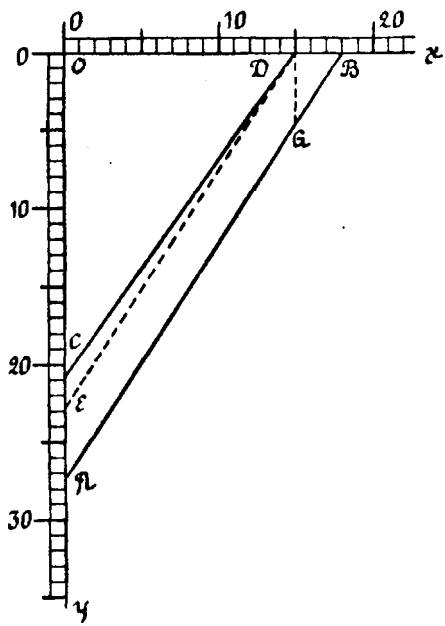
$$7) \quad A : \overline{y} = \frac{200}{5.78 + (3.78\,\varepsilon - 1.78\,\sigma)}$$

$$8) \quad D : \overline{\overline{x}} = \frac{200}{9.56 + 3.78\,\varepsilon}$$

$$9) \quad C : \overline{\overline{y}} = \frac{200}{5.78 + 3.78\,\varepsilon}$$

Die Gerade $DC$ entspricht dem Fall, dass aller Wasserstoff bei der Verbrennung verbraucht worden ist, und Punkt $D$ stellt die theoretische Verbrennung dar.

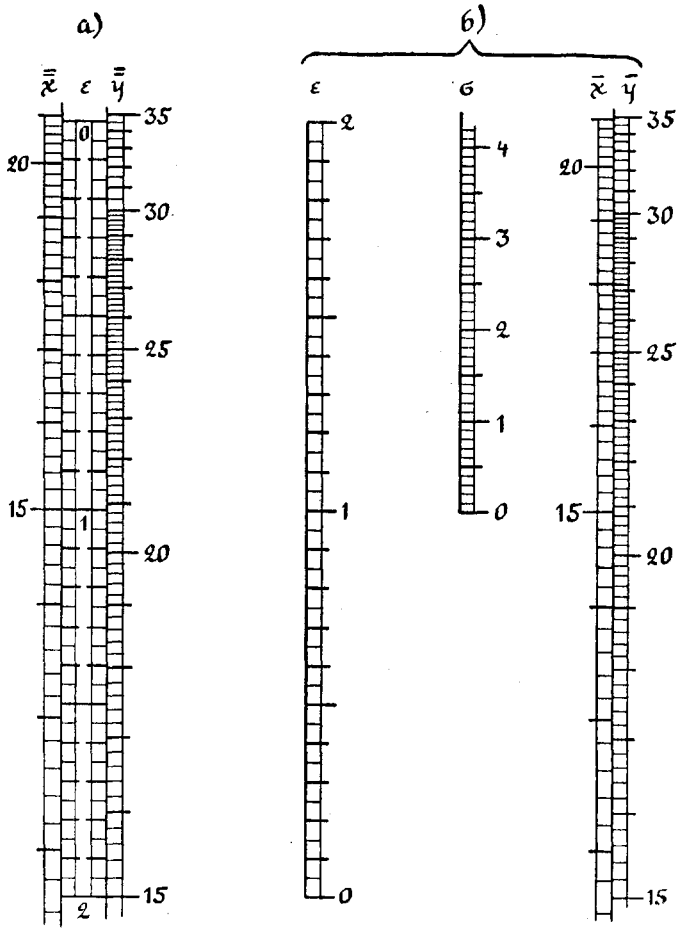
Der prozentuale Gehalt an $CO_2$ bei der theoretischen Verbrennung hängt ersichtlich mit $\varepsilon$ zusammen. In der Figur 3a. haben wir zwischen der $\overline{\overline{x}}$- und $\overline{\overline{y}}$-Achse eine Skala für $\varepsilon$ aufgetragen. Durch die Kenntnis von $\varepsilon$ lässt sich der Punkt $D$, d. h. der $CO_2$-Gehalt bei der theoretischen Verbrennung, direkt ablesen. Ebenso ermitteln wir aus der $\overline{\overline{y}}$-Achse den Punkt $C$, so dass die Linie $DC$, Fig. 2, gezogen werden kann.




Figur 2.

Für die Punkte $A$ und $B$ ist ausser der Kenntnis von $\varepsilon$ noch die von $\sigma$ erforderlich. In der Figur 3b werden

$\overline{y}$ und $\overline{x}$ d. h. $A$ und $B$ derart gewonnen, dassauf den $\varepsilon$- und $\sigma$-Achsen entsprechende Werte, z. B. für Aether $\varepsilon = 1$ und $\sigma = 1^1/_4$, aufgetragen und diese Punkte miteinander verbunden werden. Der Schnittpunkt dieser Linie mit der $\vartheta$-Achse zwischen den $\overline{x}$- und




Figur 3.

$\overline{y}$-Skalen gibt gleichzeitig die Werte für $\overline{x}$ und $\overline{y}$, die in den entsprechenden Skalen gelesen werden, an.

Es ergibt sich für Aether $\varepsilon = 1$ und $\sigma = 1^1/_4$ z. B.:

$B.\ \overline{x} = 18$
$A.\ \overline{y} = 27{,}3$
$D.\ \overline{\overline{x}} = 15$
$C.\ \overline{\overline{y}} = 20{,}9$

Auf diese Weise haben wir in der Fig. 2 die Linien $DC$ und $BA$ konstruiert, und wir sind in der Lage, dieselben für einen beliebigen Brennstoff zu zeichnen. Es wird jetzt vom Punkte $D$ eine Parallele $DG$ zur $y$-Achse gezogen, und dann eine zweite $DE$ zu $BA$. Dann ist ohne weiteres ersichtlich, dass den Punkten innerhalb des Dreiecks $DGB$ ein grösserer $CO_2$-Gehalt entspricht, als derjenige der theoretischen Verbrennung beträgt, und dass der $H_2O$-Gehalt innerhalb des Dreiecks $DCE$ grösser als derjenige der theoretischen Verbrennung ist.

Die Bedingungen, dass diese Dreiecke überhaupt entstehen, sind:

für $CO_2$:

$$OB > OD \text{ oder } \bar{x} > \bar{\bar{x}}$$

und für $H_2O$:

$$OE > OC, \text{ d. h. } y_0 > \bar{\bar{y}}, \text{ oder da } y_0 = \bar{y} \cdot \frac{\bar{\bar{x}}}{\bar{x}},$$
$$\frac{\bar{y}}{\bar{x}} > \frac{\bar{\bar{y}}}{\bar{\bar{x}}}$$

In dem ersten Falle ist durch Betrachten der Gleichungen 6 und 8 ohne weiteres ersichtlich, dass $\bar{x} \gtreqless \bar{\bar{x}}$, je nachdem $\sigma \gtreqless O$, d. h. falls der Brennstoff Wasserstoff enthält, ist das Dreieck $DGB$ immer vorhanden.

In dem zweiten Falle erhalten wir:

$$\frac{\bar{y}}{\bar{x}} \gtreqless \frac{\bar{\bar{y}}}{\bar{\bar{x}}}, \text{ je nachdem}$$

$$\frac{\dfrac{200}{5.78 + 3.78\,\varepsilon - 1.78\,\sigma}}{\dfrac{200}{9.56 + 3.78\,\varepsilon - 1.78\,\sigma}} \gtreqless \frac{\dfrac{200}{5.78 + 3.78\,\varepsilon}}{\dfrac{200}{9.56 + 3.78\,\varepsilon}}$$

oder ausgerechnet: $\sigma \gtreqless O$, wobei allerdings vorausgesetzt wird, dass $5.78 + 3.78\,\varepsilon - 1.78\,\sigma > O$ ist,

welche Annahme — abgesehen von solchen seltenen Brennstoffen, die Wasserstoff in Molen wenigstens 3 mal mehr als Kohlenstoff und ausserdem dem $H_2$ aequivalente Mengen Sauerstoff enthalten — auch berechtigt ist.

Wenn der Brennstoff neben Kohlenstoff Wasserstoff enthält, ist also die Möglichkeit, dass bei einer unvollständigen Verbrennung prozentual mehr Wasser vorkommt als bei der vollständigen, vorhanden.

Wenn wir in der Fig. 2 die in dieser Beziehung verdächtigen Werte von Hiller in der $x$-$y$-Ebene einzeichnen, so können wir dabei feststellen, dass die Punkte so gut wie alle innerhalb der Fig. $DCE$ fallen, wodurch diese Erscheinung in der Hillerschen Arbeit aufgeklärt ist.

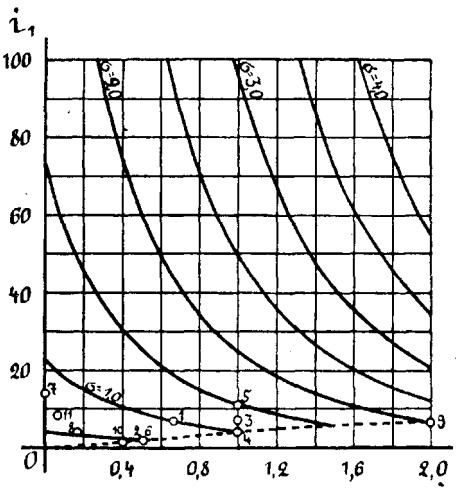
Es ist ersichtlich, je grösser die Inhalte der Dreiecke $DCE$ und $DGB$ sind, desto grösser sind die Möglichkeiten, dass bei unvollkommener Verbrennung ein grösserer $H_2O$- bezw. $CO_2$-Gehalt gefunden wird, als bei der vollkommenen Verbrennung. Da diese merkwürdige Tatsache insofern auch eine praktische Bedeutung haben kann, als bei der technischen Feuerungskontrolle u. U. irrtümliche Schlüsse gezogen werden können, so ist die Möglichkeit des Auftretens solcher Fälle einer genauen Untersuchung unterzogen worden.

## Der anormale $CO_2$-Gehalt.

$$\text{Fläche } DGB = \frac{DB.D.G}{2} = \frac{(\bar{x}-\bar{\bar{x}})^2}{2} \cdot \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$$

weil ja $DB = \bar{x} - \bar{\bar{x}}$ und $DG = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} (\bar{x} - \bar{\bar{x}})$

Die Abhängigkeit des Flächeninhaltes



Figur 4.

$$10)\quad i_1 = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \cdot \frac{(\bar{x}-\bar{\bar{x}})^2}{2}$$

von $\varepsilon$ und $\sigma$ wird durch die graphische Darstellung Fig. 4 veranschaulicht: auf die eine Achse haben wir die Werte von $\varepsilon$ und auf die andere diejenigen von $i_1$ eingetragen. Dann haben wir die Abhängigkeit des $i_1$ von $\varepsilon$ für verschiedene $\sigma$-Werte gezeichnet. Die Kurven laufen bis zu dem Punkte $\varepsilon = \sigma$ oder bis zu der Grenzkurve:

$$11)\quad i_1 = \frac{200^2 \cdot 1.78^2 \cdot \varepsilon^2}{2\,(5.78+2\,\varepsilon)\,(9.56+2\,\varepsilon)\,(9.56+3.78\,\varepsilon)^2}$$

Es ergibt sich jetzt aus der Figur:

1) Das Gebiet der besprochenen Anomalie in dem $CO_2$-Gehalte ist desto grösser, je grösser das Verhältnis zwischen dem totalen Wasserstoff und Kohlenstoff des Brennstoffes ist.

2) Bei demselben obigen Verhältnisse ($\sigma =$ konst.) ist das Anomaliegebiet desto grösser, je mehr Sauerstoff ($\varepsilon$ kleiner) der Brennstoff enthält.

3) Da nun im allgemeinen bei zunehmendem Sauerstoffgehalte auch der totale Wasserstoffgehalt zunimmt, so variiert das Anomaliegebiet bei verschiedenen Brennstoffen recht wenig. Um dieses zu demonstrieren haben wir die Punkte für verschiedene Brennstoffe eingezeichnet. Dabei entsprechen den Nummern folgende Brennstoffe: 1) Aceton, 2) Acethylen, 3) Aether, 4) Aethylen, 5) Alkohol, 6) Benzol, 7) Cellulose, 8) Holz, 9) Methan, 10) Naphtalin, 11) Torf.

Die absolute Grösse des Dreiecks *DGB* gibt schon ein Bild von der Wahrscheinlichkeit, dass bei einer unvollständigen Verbrennung mehr $CO_2$ vorkommen kann, als bei einer vollständigen. Bedenkt man aber, dass die Fläche *DCAB* die Gesamtheit der in der Verbrennung vorkommenden Gaszusammensetzung darstellt, und dass diese Fläche bei verschiedenen Brennstoffen verschieden gross ist, so sieht man ein, dass die absolute Grösse dieser Fläche *DGB* nicht für die Wahrscheinlichkeit massgebend sein kann, sondern vielmehr der Bruch:

$$\frac{\text{Fläche } BDG}{\text{Fläche } BDCA}$$

zu diesem Zwecke geeignet ist[1]).

Dieser Bruch wird durch den folgenden Ausdruck wiedergegeben:

$$F_1 = \frac{\overline{y}}{\overline{x}} \cdot \frac{(\overline{x} - \overline{\overline{x}})^2}{(\overline{x\,y} - \overline{\overline{x}\,\overline{y}})}$$

oder wenn die Werte aus den Gleichungen eingesetzt werden:

---

1) Es lässt sich allerdings zeigen, wie in einer späteren Arbeit vorgebracht wird, dass die Punkte der Fläche *BDCA* nicht bei der Verbrennung gleichberechtigt sind, sondern dass in der Tat ein sehr schmales Gebiet bezw. eine Linie in Frage kommen kann. Für d. qualitat. Begriff von d. Häufigkeit der obenangf. Anomalie dürfte dieser Umstand v. keiner ausschlaggebenden Bedeutung sein, da ja auch d. Fläche *BDG* kleiner wird.

$$12)\quad F_1 = \frac{(1.78\,\sigma)^2}{(9.56+3.78\,\varepsilon)^2}\cdot\frac{1}{\left[1-\left(1-\frac{1.78\,\sigma}{9.56+3.78\,\varepsilon}\right)\left(1-\frac{1.78\,\sigma}{5.78+3.78\,\varepsilon}\right)\right]}$$

Genau wie bei der absoluten Grösse der Anomaliefläche wollen wir uns hier Klarheit über folgende Fragen schaffen.

I. Ist die Möglichkeit des anomalen $CO_2$-Gehaltes bei irgend einem $\varepsilon$- und $\sigma$-Werte besonders gross oder klein, d. h. bei welchen $\varepsilon$- und $\sigma$-Werten wird $F_1$ Maximum oder Minimum.

II. Wie verändert sich bei den verschiedenen $\varepsilon$- und $\sigma$-Werten die Funktion $F_1$.

Die erste Frage wollen wir rein analytisch, die zweite graphisch beantworten.

Für beide Zwecke ist es angebracht, dass die Funktion durch Einführung von neuen Variablen einfacher gestaltet wird:

Es ist ja ersichtlich, dass falls

$$p = \frac{1.78\,\sigma}{9.56+3.78\,\varepsilon} \quad \text{so}$$

$$\frac{1.78\,\sigma}{5.78+3.78\,\varepsilon} = \frac{1.78\,\sigma\,.\,p}{1.78\,\sigma-3.78\,p} \quad \text{d. h.}$$

$$13)\quad F_1 = \frac{p\,(1.78\,\sigma-3.78\,p)}{3.56\,\sigma-1.78\,p\sigma-3.78\,p} \quad \text{oder}$$

$$F_1 = \frac{p\,(1.78-3.78\,.\,b)}{3.56-1.78\,p-3.78\,b} \qquad \text{falls } b = \frac{1.78}{9.56+3.78\,\varepsilon}$$

für Maximum oder Minimum soll:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \varepsilon} = O; \quad \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} = O$$

Bekanntlich:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon}\,d\varepsilon + \frac{\partial F}{\partial \sigma}\,d\sigma \quad \text{und}$$

$$dF = \frac{\partial F}{\partial p}\,dp + \frac{\partial F}{\partial b}\,db \quad \text{da aber} \quad dp = \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}\,d\varepsilon + \frac{\partial p}{\partial \sigma}\,d\sigma \quad \text{und}$$

$$db = \frac{\partial b}{\partial \varepsilon}\,d\varepsilon + \frac{\partial b}{\partial \sigma}\cdot d\sigma \quad \text{so erhalten wir:}$$

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial p}\cdot\frac{\partial p}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial F}{\partial b}\cdot\frac{\partial b}{\partial \varepsilon}\right)d\varepsilon + \left(\frac{\partial F}{\partial p}\cdot\frac{\partial p}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial b}\cdot\frac{\partial b}{\partial \sigma}\right)d\sigma \quad \text{d. h.}$$

$$14) \quad \frac{\partial F}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial F}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon}$$

$$15) \quad \frac{\partial F}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial \sigma}$$

Nun haben wir:

I. $$\frac{\partial p}{\partial \varepsilon} = -\frac{3.78 \,.\, 1.78\,\sigma}{(9.56 + 3.78\,\varepsilon)^2} = -\frac{3.78}{1.78} \cdot \frac{p^2}{\sigma} = -\frac{3.78}{1.78} bp$$

II. $$\frac{\partial p}{\partial \sigma} = \frac{1.78}{(9.56 + 3.78\,\varepsilon)} = \ldots . = b$$

III. $$\frac{\partial b}{\partial \varepsilon} = -\frac{1.78 \,.\, 3.78}{(9.56 + 3.78\,\varepsilon)^2} = -\frac{3.78}{1.78} b^2$$

IV. $$\frac{\partial b}{\partial \sigma} = \ldots . = O$$

V. $$\frac{\partial F_1}{\partial p} = \frac{3.56 \,.\, 1.78 - 5.34 \,.\, 3.78\, b + 3.78^2\, b^2}{(3.56 - 1.78\, p - 3.78\, b)^2}$$

VI. $$\frac{\partial F_1}{\partial b} = \frac{1.78 \,.\, 3.78\, p\,(1 + p)}{(3.56 - 1.78\, p - 3.78\, b)^2}$$

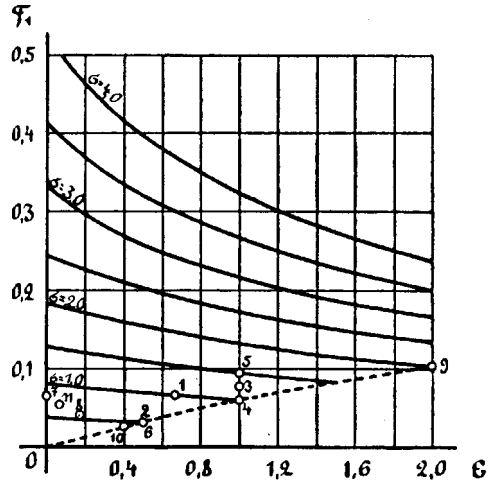
Wenn diese Werte in den Gleichungen 14) und 15) eingesetzt werden, so erhalten wir Werte:

$$b = O$$
$$p = O$$
$$p = \overline{\infty}$$
$$b = \infty$$
$$p = -\tfrac{1}{3{,}78}$$

welche Werte in unserem Falle nicht möglich sind: dieses bedeutet, dass bei dem bei uns in Frage kommenden Gebiete weder Maximum- noch Minimumstellen vorkommen. Dies ergibt sich auch aus der Fig. 5. Es ist weiter ersichtlich, dass die rel. Wahrscheinlichkeit der erwähnten Anomalie sehr stark von $\sigma$ d. h. von dem Verhältnis zwischen dem total. Wasserstoff und Kohlenstoff abhängig ist, dagegen von $\varepsilon$ d. h. von dem Verhältnis zwischen dem effekt. Wasserstoff und Kohlenstoff weniger abhängt. Bei den verschiedensten Brennstoffen ist die Gesamtvariation recht gering.

### Der anormale $HO_2$-Gehalt.

Wir haben bereits Fälle angeführt, wo tatsächlich bei der unvollkommenen Verbrennung der Wassergehalt der Rauchgase




Figur 5.

grösser ist, als bei der vollständigen. Die Wahrscheinlichkeit dieses Falles wird natürlich durch den Flächeninhalt

$$i_2 = CDE = {}^1/_2 (y_0 \bar{\bar{x}} - \bar{\bar{y}} \bar{\bar{x}}) \qquad \text{und durch das Verhältnis:}$$

$$F_2 = \frac{\text{Fläche } CDE}{\text{Fläche } ABDC} = \frac{y_0 \bar{\bar{x}} - \bar{\bar{y}} \bar{\bar{x}}}{\bar{x}\bar{y} - \bar{\bar{x}}\bar{\bar{y}}} \qquad \text{wo}$$

$$y_0 = \bar{y} \cdot \frac{\bar{\bar{x}}}{\bar{x}} \qquad \text{bestimmt.}$$

Durch Einsetzen der entsprechenden Werte erhalten wir:

$$i_2 = {}^1/_2 \frac{\bar{\bar{x}}}{\bar{x}} (\bar{y}\bar{\bar{x}} - \bar{\bar{y}}\bar{x})$$

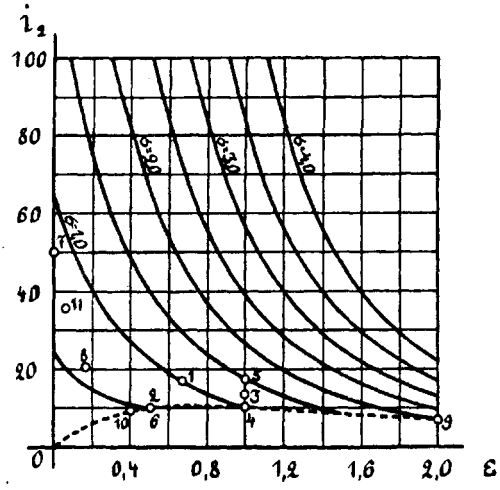
Es ist zweckmässig, $F_2$ in folgender Weise umzuformen:

$$F_2 = \frac{\dfrac{\bar{\bar{x}}}{\bar{x}} - \dfrac{\bar{\bar{y}}}{\bar{y}}}{\dfrac{\bar{x}}{\bar{\bar{x}}} - \dfrac{\bar{\bar{y}}}{\bar{y}}}$$

$$\frac{\bar{\bar{x}}}{\bar{x}} = 1 - p$$

$$\frac{\bar{\bar{y}}}{\bar{y}} = 1 - \frac{1.78\,\sigma p}{1.78\,\sigma - 3.78\,p} \qquad \text{wo } p = \frac{1.78\,\sigma}{9.56 + 3.78\,\varepsilon} \qquad \text{und}$$

$$\text{falls } b = \frac{1.78}{9.56 + 3.78\,\varepsilon}$$

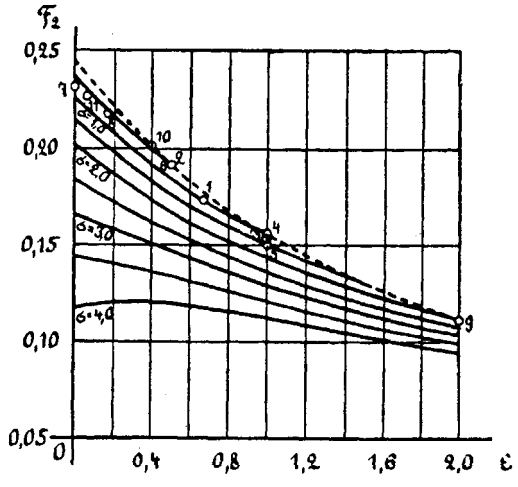



Figur 6.

$$\text{so} \quad F_2 = \frac{3.78\, b\,(1-p)}{3.56 - 1.78\, p - 3.78\, b}$$

und es ermittelt sich jetzt für $i_2$ und $F_2$ genau wie vorher für $i_1$ und $F_1$, dass es im Bereiche der physikalischen Möglichkeit weder Maximum- noch Minimumstellen gibt.

Das beste Bild ergibt sich durch die graphische Darstellung der Funktionen $i_2$ und $F_2$ als Funktionen von $\varepsilon$ und $\sigma$ (Fig. 6 und 7).




Figur 7.

Es zeigt sich nun, dass $i_2$ mit zunehmendem totalen Wasserstoff zunimmt, wogegen $F_2$ abnimmt, und dass bei dem zunehmenden ε d. h. bei abnehmendem Sauerstoffgehalt des Brennstoffes alle beide abnehmen. Bei der rel. Wahrscheinlichkeit $F_2$ spielt die Veränderung des tot. $H_2$-Gehaltes eine geringere und diejenige des effekt. $H_2$-Gehalts die massgebende Rolle. Also die Anomalie des $H_2O$-Gehalts ist desto geringer, je mehr Sauerstoff im Vergleich zu $H_2$ der Brennstoff enthält.

Es soll noch bemerkt werden, dass in den Figuren 5, 6, 7 dieselben Brennstoffe mit gleichen Bezeichnungen wie in Figur 4 eingezeichnet sind.

Die ab und zu vorkommende Eigentümlichkeit der prozentualen Zusammensetzung des Rauchgases, dass der Wasser- ebenso wie der Kohlensäuregehalt desselben bei der unvollständigen Verbrennung u. U. grösser ist als derjenige bei vollständiger Verbrennung, ist hier in Abhängigkeit von der Zusammensetzung des Brennstoffes gebracht worden.

Die Möglichkeit dieser Eigentümlichkeit ist im Allgemeinen desto grösser, je mehr Wasserstoff und Sauerstoff im Vergleich zu Kohlenstoff der Brennstoff enthält.

Der $H_2O$-Gehalt kommt bekanntlich bei den Rauchgasanalysen nicht vor; er hat aber bei der thermodynamischen Temperaturbestimmung eine grosse Bedeutung. Dagegen wird der $CO_2$-Gehalt auch in den wärmetechnischen Bestimmungen als Masstab für den Heizungseffekt angewandt. Ein Fall wie der oben geschilderte mag selten vorkommen, aber die Möglichkeit desselben dürfte nicht vergessen werden, um falsche Schlussfolgerungen vermeiden zu können.

Berlin, 20. III. 1922.

ANORGANISCH-TECHNISCHES LABORATORIUM DER UNIVERSITÄT ZU DORPAT
*DIREKTOR: PROF. DR. ING. Y. KAUKO*

# DIE WIRTSCHAFTLICHEN MÖGLICHKEITEN DER ANWENDUNG VON SPIRITUS ALS BRENNSTOFF

VON

**MAX TILZEN** UND **YRJÖ KAUKO**

DORPAT 1924

Druck von C. Mattiesen, Dorpat.

Mit der Entwickelung der Industrie und der damit verbundenen drohenden Erschöpfung unserer Brennstoffvorräte ist die Brennstoffrage in letzter Zeit akut geworden, ganz besonders gilt das inbetreff der flüssigen Brennstoffe, deren Vorkommen einerseits verhältnismässig beschränkt ist, während andererseits ihr Verbrauch als Motorbetriebsstoff in rapidem Steigen begriffen ist[1]). Während des Krieges haben die Zentralmächte, aber auch die nordischen Länder am Mangel von flüssigen Brennstoffen gelitten, und es sind Versuche ausgeführt worden, um Petroleum, Benzin etc. durch Brennstoffe zu ersetzen, die sich in diesen Ländern aus eigenen Rohstoffen herstellen lassen, wie z. B. Spiritus[2]).

Die Anwendbarkeit von Spiritus bzw. Benzolsprit zu technischen Zwecken darf vom technischen Standpunkte aus als gelöst betrachtet werden[3]). Allerdings ist zum Erzielen desselben Effekts der Verbrauch an Spiritus grösser als derjenige an Benzin bzw. Petroleum. Dieses beruht auf der Verschiedenheit der Heizwerte, die in der Tabelle I zusammengefasst sind[4]).

---

1) Reichenheim, Die wirtschaftliche Bedeutung der flüssigen Treibstoffe.
Ullmann, Enzyklopädie der technischen Chemie III.
Wirth, Brennstoffchemie.
Oelschläger, Der Wärmeingeneur.
Gerbel, Kraft und Wärmewirtschaft in der Industrie.

2) Löw, Kraftwagenbetrieb mit Inlandstreibstoffen.
Oschmann, Spirituskraftwagen.
Hägglund, Die Sulfitablauge u. ihre Verarbeitung auf Alkohol.
Kungl. Kommerskollegii Utredning angående åtgärder främjande av Sulfitsprittillverkningen, verkställd med biträde av tillkallade sakkunniga. Im weiteren kurzweg „Sulfitsprittillverkningen" genannt.
Formaneck, Benzin und Benzinersatzstoffe.
Donath und Gröger, Die Treibmittel der Kraftfahrzeuge.

3) Donath und Gröger, loc. cit.
Sulfitsprittillverkningen.
Löw, loc. cit.
Hägglund, loc. cit.

4) Sulfitsprittillverkningen.

Tabelle 1.

Untere Heizwerte pro Liter.

| Brennstoff | Spec. Gewicht | Heizwert in Kal. |
|---|---|---|
| Spiritus 100% . . | 0,7947 | 5136 |
| „ 95% . . | 0,8168 | 4842 |
| „ 90% . . | 0,8346 | 4551 |
| „ 80% . . | 0,8645 | 3972 |
| Benzin . . . . . | 0,72 | 7200—7560 |
| Benzol . . . . . | 0,692 | 8400 |
| Petroleum . . . . | 0,825 | 8260—8660 |
| Rohöl . . . . . | 0,85 | 8500—8920 |
| Benzolsprit . . . | — | 5410 (auf 100 Teile Spir. 20 T. Benzol). |

Die Umsetzung der Wärmeenergie in die mechanische ist beim Spiritus allerdings prozentual günstiger, als bei Benzin, bzw. Benzol oder Petroleum, welcher Umstand mit dem beim

Tabelle 2.

Notwendiges Preisverhältnis zwischen den Einheitspreisen der verschiedenen Motorbetriebsstoffe und Spiritus.

| Brennstoff | Automobilbetrieb, Wirkungsgradverhältnis 4 : 5 | | Ortsfester Betrieb, Wirkungsgradverhältnis 2 : 3 | |
|---|---|---|---|---|
| | Mehrverbrauch an Sprit in Vol. % | Preisverh. in Lt. | Mehrverbrauch an Sprit in Vol. % | Preisverh. in Lt. |
| Benzin : Sprit . . . | 23% | 1 : 0,81 | 2% | 1 : 0,98 |
| Petrol : Sprit . . . | — | — | 17% | 1 : 0,86 |
| Rohöl : Sprit . . . | — | — | 20% | 1 : 0,84 |
| Benzin : Benzolspr. | 9,5% | 1 : 0,91 | —8,5% | 1 : 1,1 |
| Petr. : Benzolspr. . | — | — | 4% | 1 : 0,96 |
| Rohöl : Benzolspr. . | — | — | 8% | 1 : 0,93 |

Bemerkung: Beim ortsfesten Betriebe kommt Benzin nur selten zur Anwendung.

Spiritusbetriebe möglichen höheren Kompressionsverhältnissen zusammenhängt [1]). Folglich stehen die verbrauchten Brennstoffmengen bei derselben Leistung nicht ganz im direkten Verhält-

1) Sulfitsprittillverkningen.
Hägglund, Die Sulfitablauge und ihre Verarbeitung auf Alkohol.
Löw, Kraftwagenbetrieb mit Inlandsbrennstoffen.

nis der Heizwerte, sondern das Verhältnis verschiebt sich zu Gunsten des Spiritus. Diesbezüglich angestellte Versuche haben gezeigt, dass sich der thermische Wirkungsgrad eines ortsfesten Petroleum- rsp. Benzinmotors zu demjenigen eines Spritmotors annähernd wie 2:3 verhält[1]), bei Automobilmotoren, wo dank dem hier notwendigen leichteren Bau das Kompressionsverhältnis sich nicht in dem Masse steigern lässt, beträgt obiges Verhältnis annähernd 4:5[2]). Auf Grund der entsprechenden Heizwerte und obiger Wirkungsgradverhältnisse lässt sich nun das notwendige Preisverhältnis von Benzin bzw. Petroleum zu Spiritus bzw. Benzolsprit leicht berechnen. Die erhaltenen Resultate sind in der Tabelle 2 zusammengefasst.

Weiter kann Spiritus zu Beleuchtungszwecken benutzt werden. Über diese Verwendungsart gibt folgende Tabelle 3 Aufschluss[3]).

Tabelle 3.

Verbrauch pro Hefnerkerzenstunde.

| Leuchtstärke in Hefnerkerz. | Petrol. Verbr. | Leuchtgas-Verbrauch | Elektriz.-Verbr. | Spiritus-Verbrauch |
|---|---|---|---|---|
| 10—20 | 0,004 Lt. | — | 1,7—1,3 Watt | 0,0035—0,0025 Lt. |
| 20—100 | — | 1,6—1,4 Lt. | — | 0,002 Lt. |
| 100—200 | 0,0007 Lt. | — | — | 0,002—0,00175 Lt. |

Was die technische Ausführung der Anwendung von Spiritus zu Beleuchtungszwecken anbetrifft, so kann sie wiederum als in bejahendem Sinne gelöst betrachtet werden. Dasselbe gilt auch für die Anwendung von Spiritus zu Heizzwecken, doch haben diese beiden Verwendungsmöglichkeiten des Spiritus nur eine untergeordnete Bedeutung im Vergleich zu derjenigen als Motorbetriebsstoff. Folgende Tabelle 4 gibt die Verbrauchszahlen von Spiritus, Petroleum und Gas bei Verwendung zu Heizzwecken wieder[4]).

Auf Grund der Tabellen 3 und 4 lässt sich das notwendige Preisverhältnis der entsprechenden Beleuchtungs- rsp. Heizstoffe zum Spiritus leicht berechnen.

1) Hägglund, loc. cit.
2) Löw, loc. cit.
3) Sulfitsprittillverkningen.
4) Sulfitsprittillverkningen.

Tabelle 4.

Brennstoffverbrauch in den verschiedenen Kochapparaten.

| Kochapparat | Wärmeverbrauch pro Stunde in Kalorien | Wärmeverbrauch z. Erwärmen von 1 kg. Wasser von 0° auf 100° in Kalorien | Wirkungsgrad in % | Heizwert der Brennstoffe pro Liter | Brennstoffverbrauch zum Erwärmen von 1 kg. Wasser von 0° auf 100°C in Liter |
|---|---|---|---|---|---|
| Spirituskücheˑ . | 654 | 222 | 45 | 4842 | 0,046 |
| Primus № 1 . . . | 1978 | 234 | 43 | 8500 | 0,028 |
| Petroleumküche . | 2348 | 250 | 40 | 8500 | 0,029 |
| Gasküche . . . . | — | 177 | 57 | 5 | 35,4 |

Tabelle 5.

Notwendiges Preisverhältnis zwischen den Einheitspreisen der verschiedenen Beleuchtungs- rsp. Heizstoffe zu Spiritus.
Masseinheiten: für Petroleum und Spiritus — Liter
für Elektrizität — kw/st
für Leuchtgas — cbm.

| Brennstoff | Beleuchtung | Heizung | Bemerkungen |
|---|---|---|---|
| Petrol.: Spiritus . | 1 : 1,25 bei 10—20 H-Kerzen | 1 : 0,63 | |
| „ „ | 1 : 0,4 „ 100—200 „ | | |
| Gas: Spiritus . . . | c. 1 : 0,75 | 1 : 0,77 | |
| Elektriz.: Spir. . . | c. 1 : 0,45 | — | |

Was die Preise aller erwähnter Energiequellen betrifft, so ist es schwierig eine einheitliche Preisliste aufzustellen. Abgesehen von den jetzigen unnormalen Zeiten, wo sich die Folgen des Weltkrieges fast überall noch geltend machen, schwankten sie auch früher je nach dem Verbrauchsort in verhältnismässig weiten Grenzen. Folgende Zusammenstellung [1]) gibt annähernd sowohl die Vorkriegspreise (Kol. II und III), wie auch die gegenwärtigen in Eesti-Mark [2]) (Kol. IV) wieder. Die beiden folgenden Kolonnen V und VI enthalten die auf Grund der erwähnten Preisverhältnisse berechneten zulässigen Spiritus- rsp. Benzolspiritus-Preise.

Schon aus der obigen Zusammenstellung sieht man, dass die wirtschaftliche Anwendung von Spiritus als Brennstoff in

1) Zschrft. f. angew. Ch. 1913 und 1914.
Donath und Gröger, Die Treibmittel der Kraftfahrzeuge.
2) Marktpreise vom Jahre 1923.

## Tabelle 6.

Preise der verschiedenen Energiequellen und die entsprechenden zulässigen Spiritus- bzw. Benzolspritpreise je nach der Verwendungsart.

| I | II | III | IV | V | | VI | | VII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Energiequelle. | Russland Kop. pro Lit. | Deutschl. Pf. pro Lt. | Estl. Emk. pro Lt. | Zulässiger Spirituspreis pro Lt. | | Zulässiger Benzolspr. preis pro Lt. | | Verwendungsart. |
| | | | | Kop. | Emk. | Kop. | Emk. | |
| Petroleum. . | 6—8 | 20 | 15—18 | 5—7 | 13—15 | 6—7,5 | 14—17 | Ortsfester Motorbetrieb |
| | | | | 3—9 | 7—21 | | | Beleuchtung |
| | | | | 5 | 11 | | | Beheizung |
| Motorbenzin | 15—17,5 | 38 | 31—35 | 12—14 | 25—28 | 13—16 | 28—32 | Automobilbetrieb |
| | | | | 15—17 | 30—34 | 16—19 | 34—38 | Ortsfester Betrieb |
| Motorbenzol | 17,5 | 37,5 | 35 | 11—13 | 22—25 | | | Automobilbetrieb |
| Gas pro cbm. | 10 | | 20 | 7,5 | 15 | | | Beleuchtung |
| | | | | 7,7 | 15,5 | | | Heizung |
| Elektrizität pro kw/st. | 8 | | 20 | 3,5 | 9,0 | | | Beleuchtung |
| Motorspiritus | ca. 18 | 34—38 | | | | | | |

manchen Fällen z. B. als Ersatz für Benzin doch in Frage kommen könnte. Auch haben sich bei der Herstellung von Spiritus in letzter Zeit grosse Veränderungen wirtschaftlicher Natur einführen lassen, und es dürfte deshalb angebracht sein, dass die wirtschaftliche Leistungsfähigkeit der verschiedenen Methoden genauer geprüft wird, um die Aussichten der diesbezüglichen technischen Anwendung von Spiritus jetzt und in der nächsten Zukunft beurteilen zu können. Im Folgenden soll an der Hand der einzelnen Herstellungsmethoden die Berechnung des Einstandspreises pro Liter Spiritus durchgeführt werden. Da aber die gegenwärtigen Verhältnisse nicht als vollkommen normale angesprochen werden können, so soll jede Berechnung zweimal durchgeführt werden, und zwar das eine Mal auf Grund der letzten normalen Vorkriegsjahre in russischen Goldrubeln, und das andere Mal auf Grund der gegenwärtigen Verhältnisse in Eesti-Mark. Auf die Art und Weise der Spiritusherstellung soll nicht näher eingegangen werden, sondern es werden nur die Literaturangaben, auf Grund

welcher der betreffende Kostenanschlag ausgeführt ist, gemacht werden. Um aber die Entwicklungsfähigkeit der verschiedenen Methoden beurteilen zu können, werden wir in dem Folgenden auf die Mängel und eventuellen Verbesserungen, die bis jetzt entweder gar keine oder nur teilweise Berücksichtigung gefunden haben, aufmerksam machen. Die zur Zusammenstellung der Kostenanschläge nötigen Preise sind im Anhange in einer besonderen Preisliste zusammengefasst.

Je nach dem Ausgangsmaterial können die Herstellungsweisen wie folgt eingeteilt werden:

I. Spiritus pflanzlicher Herkunft.
   1. Aus stärkemehlhaltigen Rohstoffen:
      a) Kartoffel
      b) Getreide (Roggen, Mais usw.).
   2. Aus zuckerhaltigen Rohstoffen:
      a) Zuckerrübe und Zuckerrohr
      b) Melasse.
   3. Aus zellulosehaltigen Rohstoffen:
      a) Sulfitablaugen
      b) Holz rsp. Holzabfälle
      c) Torf.

II. Synthetischer Spiritus.
   1. Aus Kalciumkarbid.
   2. Äthylengas.

# I. Spiritus pflanzlicher Herkunft.

## 1. Spiritus aus stärkemehlhaltigen Rohstoffen.

### a) Kartoffelspiritus.

Was zunächst die Kartoffelbrennerei anbetrifft, so ist sie ebenso wie die Getreidebrennerei eng mit der Landwirtschaft verknüpft. Momentan ist wohl die Kartoffel das wichtigste Ausgangsmaterial zur Herstellung von Spiritus, doch hat sie gerade in den letzten Jahren dank dem Hinzukommen anderer Herstellungsmethoden an Bedeutung verloren [1]).

Der Anbau von Kartoffel ist von grosser Wichtigkeit für die Landwirtschaft. Dank ihrer grossen Anspruchslosigkeit gedeiht sie auch auf geringem Sandboden, dem sie viel mehr

1) Lühder, Die Technologie der Spiritusindustrie.
Leist, Einwirkung des Weltkrieges und seiner Folgen auf die Spiritusind.

Kohlenhydrat abgewinnt als das Getreide [1]). Auch wird der Boden hierbei infolge der intensiveren Beackerung in hervorragender Weise für die nachfolgende Körnerfrucht vorbereitet, so dass auch gleichzeitig ihre Erträge durch den Kartoffelanbau gesteigert werden. Weiter liefert die Kartoffelbrennerei die für die Landwirtschaft so wichtige Schlempe, die hohen Nährwert besitzt [2]).

Was die Verhältnisse hier in Eesti anbetrifft, so sind sie für den Kartoffelbau selten günstig: der leichte Boden, vielfach Sand, verlangt um einigermassen annehmbare Ernten an Getreide zu erzielen viel Kunstdünger, das Winterkorn leidet oft durch ungünstige Witterungsverhältnisse, mit der anspruchslosen Kartoffel lassen sich dagegen auch unter diesen Verhältnissen annehmbare Ernten erzielen. Wenn sich nun die Kohlenhydrate der Kartoffel durch Spiritusgewinnung vorteilhaft verwerten liessen, so könnte man das Abfallprodukt, die Schlempe, zweckmässig zur Fütterung von Mastvieh verwerten — was besonders wichtig wäre, da ja Fleisch- und Milchprodukte zu den Hauptausfuhrartikeln des Landes gehören.

## Kostenanschlag.

Zusammengestellt auf Grund persönlich gesammelter Daten von den Brennereien Salishof Kreis Werro u. Tarwast Kreis Fellin [3]), für eine Brennerei von 100.000 Liter Alkohol Jahresproduktion bei einem mittleren Stärkegehalt der Kartoffel von 18% und einer Ausbeute von 0,60 Lit. Alkohol pro ein Kg. Stärke.

A. Anlagekosten

ca. 30.000 Rub. resp. 7.500.000 Emk.

B. Betriebskosten:

I. Direkte.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. Kartoffel | 925.000 | Kg. | à 1,25 | Kop. | = | 11.500 | Rub. rsp. | à 2,5 | Emk. = 2.300.000 Emk. |
| 2. Gerste | 230.000 | „ | à 5,5 | „ | = | 1.250 | „ „ | à 11 | „ = 250.000 „ |
| 3. Holz | 800 | cbm. | à 1 | Rub. | = | 800 | „ „ | à 450 | „ = 360.000 „ |
| 4. Löhne | 1500 | Tage | à 0,60 | „ | = | 900 | „ „ | à 160 | „ = 240.000 „ |
| 5. Unterh. | 1,5 % der Anlagekost. | | | | = | 450 | „ „ | — | = 110.000 „ |

1) Lühder, loc. cit.
Janke, Oestr. Chem. Zt. № 20, 1918.
2) Lühder, loc. cit.
3) Siehe auch Lühder, Technologie der Spiritusind. und Brennereilexikon.

## II. Indirekte.

| | | |
|---|---|---|
| Amortisation und Zinsen 15 % der Anlagekosten . . . . | = 4.500 „ „ | = 1.100.000 Emk. |
| | Summe 18.400 Rub. rsp. | = 4.360.000 Emk. |
| Davon ist der Schlempewert in Abzug zu bringen, der sich nach Lühder zu ca. $^1/_4$ des Kartoffelwertes berechnet . . . . . | = 2.900 Rub. rsp. | = 560.000 Emk. |
| 100.000 Liter Spiritus kosten . | 15.500 Rub. rsp. | = 3.800.000 Emk. |
| Einstandspreis pro Liter Alkohol . . . . | $\frac{15.500}{100.000}$ = 15,5 Kop. resp. 38,00 Emk. | |

In vorliegender Berechnung ist, wie es auch im Folgenden der Fall sein soll, Holz als Brennstoff angegeben, und das einerseits darum, weil es de facto in allen Betrieben in Estland der Fall ist, und andererseits darum, weil Holz sich, in nordischen Ländern im allgemeinen, meist als das geeigneteste Mittel zur Dampferzeugung erweist, denn bei Zugrundelegung folgender Heizwerte[1]):

Holz = 3500 Kal. Kohle = 7000 Kal.
Torf = 3500 „ Brennschiefer = 3000 Kal.[2])

und der in der Preisliste angegebenen Preise, berechnen sich je 10.000 Kal. aus den betreffenden Brennstoffen wie folgt:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10.000 Kal. | aus Holz | = 0,8—1,0 | Kop. rsp. | 3,7—4,0 Emk. |
| 10.000 „ | „ Torf | = 0,8—1,4 | „ „ | 3,0—4,3 „ |
| 10.000 „ | „ Kohle | = 1,4—2,0 | „ „ | 4,1—4,3 „ |
| 10.000 „ | „ Brennsch. | = — | „ „ | 2,5—3,5 „ |

Hiernach müsste sich oft der Betrieb mit Torf rsp. mit Brennschiefer als der billigste erweisen, doch ist einerseits zu berücksichtigen, dass Torf nicht allerorts zu Verfügung steht, weite Transporte würden ihn aber wesentlich verteuern, andererseits sind bei ihm grosse Schwankungen im Heizwert möglich, so dass sein Kalorienpreis sich schwer voraussagen lässt. Die Anwendung von Brennschiefer erfordert wiederum besondere Vorkehrungen und Einrichtungen, so dass sie vorläufig noch eine beschränkte ist.

Obigen Kostenanschlägen war eine Ausbeute von 0,60 Liter

1) Ost, Chemische Technologie.
Hausding, Handbuch der Torfgewinnung und Torfverwertung.
2) Mühlen, Die Oelschiefer des Europ. Russlands.

Alkohol pro 1 Kg. Stärke zu Grunde gelegt, wie es im Durchschnitt meist der Fall ist. Theoretisch liessen sich aus 1 Kg. Stärke 0,715 Liter Alkohol erzeugen, die Ausbeute betrug also 84 % der Theorie. Durch geeignete Massnahmen wie z. B. Anwendung nicht zu konzentrierter Maischen und geschlossener Gärkessel mit Kohlensäurewäschen kann man bedeutend höhere Ausbeuten erzielen[1]), so sind beispielsweise in Deutschland 95 % der Theorie erreicht worden. Ein anderes Mittel der Vervollkommnung besteht im Anbau und in der planmässigen Zucht geeigneter Kartoffelsorten, wodurch sich der Stärkegehalt, der bei den hiesigen Kartoffeln ungefähr zwischen 14 und 22 % schwankt, bis zu 25 % und darüber steigern lässt. Bei Annahme einer Ausbeute von 95 % und eines Stärkegehalts der Kartoffel von 25 % berechnet sich der Einstandspreis pro Liter Alkohol zu 12,00 Kop. rsp. 31,5 Emk. Es liesse sich also auf diesem Wege eine bedeutende Verbilligung erzielen.

### b) Getreidespiritus.

Die Getreidebrennereien, auf denen etwa vor 100 Jahren fast ausschliesslich aller Alkohol hergestellt wurde, haben mit der Entwickelung des Kartoffelbaues immer mehr und mehr an Bedeutung verloren, besonders für technische Zwecke, da die hier verwendeten Rohmaterialien Roggen, Mais, Gerste usw. viel zu teuer sind. Daher dient die Kornbrennerei auch fast ausschliesslich nur zur Herstellung von Edelbranntwein zu Trinkzwecken. Nur in Ländern mit starker Überproduktion an Getreide wie Russland, Amerika kommt auch der technische Zweck in Betracht. Doch auch in diesem Falle liegen die Verhältnisse anders als bei der Kartoffel: für Getreide gibt es einen Weltmarkt, es ist ein hochwertiges Produkt, das Frachten ohne weiters verträgt und dank dem geringen Wassergehalt nicht die Empfindlichkeit der Kartoffel beim Transport gegen Druck, Stoss und Frost besitzt. Ernteüberschüsse lassen sich also leicht aufspeichern. Beim Getreide fehlt somit die Notwendigkeit zum Brennen, und deswegen verliert die Methode mehr und mehr an Bedeutung.

Was die Art und Weise der Herstellung von Alkohol aus Getreide anbetrifft, so unterscheidet sie sich weder der Anlage noch dem Betriebe nach wesentlich von der aus Kartoffeln — so

1) Lühder, Die Technologie der Spiritusind.

dass man ohne wesentlichen Fehler den Preis pro Liter berechnen kann, indem man bei der Berechnung für Kartoffelspiritus den entsprechenden Rohstoff ersetzt. Von einer genauern Berechnung kann aus den obigen Gründen abgesehn werden. Im guten Betriebe erhält man 33—34 Liter Alkohol pro 100 Kg. Getreide, bei Mais etwa 37—38[1]) Liter, so wären für eine Jahresproduktion von 100.000 Liter etwa 300.000 Kg. Getreide notwendig, beispielsweise Roggen, und da der Schlempewert nach Lühder und Dellbrück etwa $^1/_3$ bis $^1/_4$ des angewandten Roggens beträgt[2]), so berechnet sich der Einstandspreis pro Liter Alkohol zu 20,87 Kop. rsp. 59,00 Emk. Also, wie vorauszusehen war, bedeutend teurer als der Kartoffelspiritus.

### 2. Spiritus aus zuckerhaltigen Rohstoffen.

Bei der Spiritusfabrikation aus zuckerhaltigen Rohstoffen kommen als hauptsächlichste Rohstoffe in Frage: die Zuckerrübe und die Zuckerrübenmelasse, in den Tropen auch der Rohrzucker bzw. die Rohrzuckermelasse, doch haben letztere dank ihrem beschränkten Vorkommen nur eine untergeordnete Bedeutung.

#### a) Spiritus aus Rüben.

Der Gedanke Rüben auf Spiritus zu verarbeiten ist ebenso alt, wie die Entdeckung, dass aus Zuckerrüben Zucker gewonnen werden kann. Aber zu einer bedeutenderen Rolle in der Spiritusindustrie haben sich die Rübenbrennereien nicht aufschwingen können, abgesehen von einigen wenigen Ländern wie z. B. Frankreich, wo die Rübenbrennereien ungefähr dieselbe Rolle spielen, wie anderswo die Kartoffelbrennerei[3]). Die Alkoholerträge in den Rübenbrennereien sind grossen Schwankungen unterworfen, da der Zuckergehalt der Rüben ein sehr wechselnder ist: von 8—18%, entsprechend einer Alkoholausbeute von 5,12 bis 11,52 Liter in sehr gutem und v. 4,8 bis 10,8 in mittlerem Betriebe aus 100 Kg. Rüben[4]). Der Schlempewert ist dank dem niedrigeren Gehalt an organischen Nährstoffen geringer als bei der Kartoffel, etwa 1/6 des Rübenwertes.

In nordischen Ländern kann die Spiritusgewinnung aus

1) Lühder, Die Technologie der Spiritusindustrie. Dellbrück, Brennerei-Lexikon.

2) Lühder, loc, cit.

3) Sidersky, Brennereifragen.

4) Lühder, Die Technologie der Spiritusindustrie.

Rüben dank dem geringen Zuckergehalt, der meist infolge des rauhen Klimas und der ungünstigen Bodenbeschaffenheit hinter dem obengenannten zurückbleibt, nicht in Betracht kommen.

Sollte man die hier meist angebauten Futterrüben auf Alkohol verarbeiten, so liessen sich im besten Fall drei bis vier Liter Alkohol pro 100 Kg. Rüben gewinnen [1]). Falls die Rüben, wie es häufig gemacht wird, statt Kartoffel in Kartoffelbrennereien verarbeitet werden, so lässt sich der Kostenanschlag für eine Jahresproduktion von 100.000 Liter bei einer Ausbeute von 3 Liter Alkohol aus 100 Kg. Rüben, folgendermassen zusammenstellen [2]).

Kostenanschlag.

A. Anlagekosten

ca. 30.000 Rub. rsp. 7.500.000 Emk.

B. Betriebskosten:

I. Direkte.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. Rüben | 3300 t. | à | 7 | Rub. | = 23.000 | Rub. rsp. | à | 1 500 | Emk. | = 4.950.000 Emk. |
| 2. Gerste | 17 „ | à | 55 | „ | = 950 | „ | „ à | 12.000 | „ | = 204.000 „ |
| 3. Holz | 1800 cbm | à | 1 | „ | = 1800 | „ | „ à | 450 | „ | = 810.000 „ |
| 4. Löhne | 2500 Tage | | | | = 1500 | „ | „ | | „ | = 400.000 „ |
| 5. Unterhalt | 1,5% der Anlagekosten | | | | 450 | „ | „ | | „ | = 112.000 „ |

II. Indirekte.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Amortisation und Zinsen 15% | = 4 500 Rub. | | = 1.120.000 Emk. |
| | Summe 32.200 Rub. rsp. | | = 7.596.000 „ |
| Abzug des Schlempewertes . . | = 3.800 „ „ | | = 825.000 „ |
| 100.000 Liter Alkohol kosten | = 28.400 „ „ | | = 6.771.000 „ |

Einstandspreis pro Liter Alkohol = 28,4 Kop. resp. 67,71 Emk.

Wie aus obiger Zusammenstellung ersichtlich, bildet das Rohmaterial den ausschlaggebenden Posten, folglich wird sich der Spirituspreis bei entsprechend höherem Kohlenhydratgehalt der Rüben bedeutend verringern. So berechnet sich der Einstandspreis z. B. bei einer Ausbeute von 7 Liter Alkohol pro 100 Kg. Rüben, die bei Zuckerrüben gewöhnlich erreicht wird, zu 17,5 Kop. rsp. 45,0 Mrk.

b) Spiritus aus Melasse.

Als Melasse bezeichnet man sowohl den bei der Gewinnung des Rohzucker als auch den bei der Reinigung desselben verblei-

1) Lühder, Die Technologie der Spiritusindustrie.
2) Lühder, loc. cit.

benden Restsyrup — Rohzuckermelasse bzw. Raffineriemelasse. Sie enthält ungefähr 50% Zucker, der aber kristallinisch schwer zu gewinnen ist. Die Herstellung von Spiritus aus Melasse kann naturgemäss nur in Ländern in Frage kommen, die über eine ausgedehntere Zuckerindustrie verfügen, und wo für die Melasse keine vorteilhaftere Anwendung wie z. B. zu Nahrungs- oder Futterzwecken möglich ist.

Die Ausbeute schwankt je nach dem Zuckergehalt der Melasse zwischen 26 und 30 Liter Alkohol aus 100 Kg. Melasse[1]), was ungefähr 60 Liter Alkohol pro 100 Kg. Zucker ausmacht. Durch Anwendung geschlossener Gärkessel und Kohlensäurewäschen liessen sich die Ausbeuten wohl steigern bis etwa 65 Liter Alkohol pro 100 Kg. Zucker. Die Melasseschlempe ist als Futtermittel ungeeignet, da der grösste Teil der stickstoffhaltigen Substanz in Form von unverdaulichen Stoffen vorliegt[2]). Dagegen ist der Düngerwert der Schlempe recht hoch, nach Lühder beträgt er 1,30 Rmk. pro 100 Kg. Melasse. Häufig wird die Schlempe auf Schlempekohle verarbeitet, wobei pro Hektoliter Alkohol ein Mehraufwand von ca $^1/_2$ cbm. Holz nötig ist. 100 Kg. Melasse ergeben durchschnittlich 10 Kg. Schlempekohle[3]).

Da sich Angaben über Anlage- und Betriebskosten in der zugänglichen Literatur nicht vorfanden, so würde vielleicht folgende Überlegung annähernd zum Ziele führen: bei der Anlage fallen Henzedämpfer und Vormaischbottich fort, dagegen sind Bottiche zum Verdünnen und Ansäuern der Melasse nötig, desgleichen Vorrichtungen zum Kochen der Melasse und zur Herstellung der Schlempekohle, wodurch die Anlagekosten annähernd dieselben bleiben dürften, wie bei der Kartoffelbrennerei; bei den Betriebskosten spielt, abgesehen von den Rohmaterialien, der Brennstoffverbrauch eine wichtige Rolle. Bei der Melassebrennerei fällt das Dämpfen und Verzuckern der Stärke fort, doch tritt anstelle dieser Operation das Kochen der Melasse. Die Konzentration der vergorenen Maische ist ungefähr dieselbe wie bei der Kartoffelbrennerei — so dass der Brennstoffverbrauch sich eher etwas verringern als vergrössern dürfte.

---

1) Lühder, Technologie der Spiritusindustrie. Brauer-Tuchorze, Die moderne Spirutusfabrikation. Ullmann, Enzyklopädie I. Brennereilexikon.

2) Lühder, Die Technologie der Spiritusind.

3) Lühder, loc. cit.

## Kostenanschlag.

Für 100.000 Liter Jahresproduktion, bei einem Zuckergehalt der Melasse von 50% und einer Ausbeute von ca. 57 Liter Alkohol aus 100 Kg. Zucker.

A. Anlagekosten

30.000 Rub. rsp. 7.500.000 Emk.

B. Betriebskosten:

I. Direkte.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Melasse 350 t. à 40 Rub. | = | 14.000 | Rub. | rsp. | à 8 000 | Emk. | = | 2.800.000 Emk. |
| 2. | Roggen 10 „ à 70 „ | = | 700 | „ | „ | à 18.000 | „ | = | 180.000 „ |
| 3. | Malz 3 „ à 90 „ | = | 270 | „ | „ | à 20.000 | „ | = | 60.000 „ |
| 4. | Holz f. d. Brennerei 700 cbm. | = | 700 | „ | „ | à 450 | „ | = | 315.000 „ |
| | Holz f. d. Schlempekohle 500 cbm. | = | 500 | „ | „ | | | = | 225.000 „ |
| 5. | Löhne ca. 2000 Tage | = | 1200 | „ | „ | | | = | 320.000 „ |
| 6. | Chemikalien ca. | = | 200 | „ | „ | | | = | 50.000 „ |
| 7. | Unterhalt 1,5% d. Anlagekost. | = | 450 | „ | „ | | | = | 112.000 „ |

II. Indirekte.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Amortisation u. Zinsen 15% | = | 4500 „ | „ | = 1.120.000 „ |
| Summe | = | 22520 Rub. | rsp. | = 5.182.000 Emk. |
| Abzug von 35 t. Kohle à 70 Rub. | = | 2450 „ | „ | = 455.000 „ |
| 100.000 Liter Alk. kosten | = | 20070 Rub. | rsp. | = 4.727.000 Emk. |

Einstandspreis pro Liter Alkohol = 20,1 Kop. rsp. 47,27 Emk.; für eine höhere Ausbeute von 65 Liter Alkohol pro 100 Kg. Zucker berechnet sich der Einstandspreis zu 18,4 Kop. resp. 43,7 Emk.

### 3. Spiritus aus zellulosehaltigen Stoffen.

#### a) Sulfitspiritus.

Die Verarbeitung zellulosehaltiger Stoffe auf Alkohol hat in den letzten Jahren eine nicht zu unterschätzende wirtschaftliche Bedeutung erlangt. Bei allen Sulfit-Zellstoff-Fabriken entstehen täglich grosse Mengen von Sulfitablaugen. Liefert doch eine Tonne Zellstoff rund 10 cbm. Ablauge, allerdings wird ein grosser Teil davon im Kocher zurückgehalten, so dass im Durchschnitt etwa 4,5 cbm. Ablauge pro Tonne Zellstoff zur Verfüg-

ung stehen[1]). Diese Ablaugen enthalten vergärbaren Zucker, dessen Gehalt je nach dem Kochverfahren der Zellstoffabrik in verhältnismässig weiten Grenzen schwankt, im Durchschnitt jedoch 1,5 = 2,5 % beträgt[1]), und der ohne grosse Schwierigkeiten auf Alkohol verarbeitet werden kann. Dieses Verfahren kommt naturgemäss nur in waldreichen Ländern mit entwickelter oder entwickelungsfähiger Zellstoffindustrie in Betracht. Es sei an dieser Stelle auch kurz auf die Herstellungsweise eingegangen. Im Allgemeinen kann man hierbei drei Hauptabschnitte unterscheiden:

I. Die Neutralisation der Sulfitablauge, die im Durchschnitt 2,5—3 % freie schweflige Säure, 0,75—0,15 % Essigsäure und 0,008—0,016 % Ameisensäure enthält[2]), erfolgt in grossen Betontürmen, in denen die saure Flüssigkeit unter gleichzeitigem Einblasen von Luft je nach der Acidität mit der nötigen Menge Kalk und Kalkstein abgestumpft wird. Nach dieser Vorbehandlung wird die Lauge vom entstehenden Schlamm gereinigt, abgekühlt, in Beton- oder Holzbottichen geklärt und unter Zugabe von Nährstoffen für die Hefe in

II. Gärung gebracht. Die Gärungstemperatur beträgt ca 29—30 Grad C. und die Dauer ca 3—4 Tage. Neuerdings wird vielfach und mit gutem Erfolge das sogenannte kotinuierliche Gärverfahren angewandt: nach Zugabe der Nährstoffe wird die Lauge nur bis $^1/_3$ der vorhandenen Zuckermenge vergoren, wonach $^1/_3$—$^1/_2$ des Bottichinhalts in einen anderen übergeführt und dort weiter vergoren wird, während neue unvergorene Lauge in den Vorgärbottich nachgefüllt wird usw. Der Alkoholgehalt der vergorenen Lauge beträgt im Mittel 0,8—1,0 %[2]).

III. Die vergorene Lauge wird in der üblichen Weise der Destillation unterworfen.

Betrieb und Anlage von Sulfitspiritusfabriken sind nach Obigem die denkbar einfachsten, der einzige Übelstand besteht in der geringen Konzentration der vergorenen Laugen und dem damit verbundenen grossen Dampfbedarf für die Destillation, der je nach dem System des Destillierapparates zwischen 16 und 26 Kg. Dampf pro 100 Liter Maische schwankt[3]). Daher muss das Bestreben der Zellstoffabriken, die ihre Ablaugen auf Spiritus

1) Hägglund, Die Sulfitablauge und ihre Verarbeitung auf Alkohol.
2) Hägglund, loc. cit.
3) Hausbrand, Die Wirkungsweise der Rektifizier- und Destillierapparate.

verarbeiten, darauf gerichtet sein, Ablaugen von möglichst hohem Zuckergehalt zu gewinnen. Von grösster Wichtigkeit hierbei ist die Art und die Dauer des Kochverfahrens, denn beim Kochen kann unter Umständen schnell Zersetzung des Zuckers eintreten.

## Kostenanschlag

für eine Jahresproduktion von 500.000 Liter Alkohol und für eine Ausbeute von 8 Liter Alkohol pro 1 cbm. Lauge, zusammengestellt nach persönlich von der finnischen Sulfitspiritusfabrik Tornator (Enso) eingeholten Daten [1]).

### A. Anlagekosten

ca 100.000 Rbl. rsp. 25.000.000 Emk.

### B. Betriebskosten:

#### I. Direkte.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. Sulfitlauge 62.500 cbm. kostenlos | | | | | |
| 2. Neutralisation und Chemikalien | = 4.000 | Rub. | rsp. | 700.000 | Emk. |
| 3. Holz (20 Kg. Dampf pro 100 Kg. Lauge) 12.500 cbm. à 1 Rub. | = 12·500 | „ | „ à 450 Emk. | 5.600.000 | „ |
| 4. Löhne ca. | = 4.500 | „ | „ | 660.000 | „ |
| 5. Unterhalt 1 % der Anlagekosten | = 1.000 | „ | „ | 250.000 | „ |

#### II. Indirekte.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Amortisation und Zinsen 15 % | = 15.000 | „ | „ | 3.750.000 | „ |
| Summe | 36.000 | Rub. | rsp. | 10.960.000 | Emk. |

Einstandspreis pro Liter Alkohol 7,29 Kop. rsp. 21,90 Emk.[2]).

Nächst der Amortisation und den Zinsen bildet der Brennstoff die Hauptausgabe. Durch Abdampfbenutzung liesse sich eine bedeutende Verbilligung des Betriebes erzielen. Ihn aus der dazugehörigen Zellstoffabrik zu erhalten, wird kaum möglich sein, da diese im Allgemeinen über keinen freien Abdampf verfügen wird, dagegen kann der im Betriebe benötigte Dampf zuerst zur Kraft-erzeugung benutzt werden, und die aus ihm gewonnene Kraft in Form von elektrischer Energie verkauft rsp. in einem anderen nur

1) Hägglund, Die Sulfitablaugen und ihre Verarbeitung auf Alkohol. Sulfitsprittillverkningen.
Umschau 1919. № 18.
Süd-Deutsche Apothekerzeitung 1921. № 4.

2) Hägglund berechnet den Spirituspreis zu 13—17 Goldpfennigen pro Liter.

mechanische Energie verbrauchenden Betriebe, wie z. B. zur Erzeugung des Holzschliffes, verwandt werden. Im vorliegenden Fall sind 13.000.000 Kg. Dampf pro Jahr = ca. 4300 Kg. Dampf pro Stunde vorhanden [1]). Eine Gegendruckdampfturbine mit einem Abdampf von ca. 2 Atm. wird in diesem Fall ungefähr 10 Kg. Dampf pro PS/Stde verbrauchen [2]). Also könnte hierbei eine Kraftanlage von $\frac{4300}{10} = 430$ PS oder ca. 300 Kw. ausgeführt werden, und der Einstandspreis pro Kw/st würde sich bei 50 %-iger Ausnutzung der Anlage ungefähr zu 0,8 Kop. rsp. 2,5 Emk. berechnen, wenn man berücksichtigt, dass der Dampfkessel sowieso für die Zellstoffabrik nötig ist [3]). Bei Annahme eines Selbstverbrauches in der Fabrik von 50 Kw. bleiben zum Verkauf 250 Kw. oder 750.000 Kw/st pro Jahr übrig [4]), gerechnet die Kw/st zu 2,8 Kop. rsp. 10 Emk.; so beträgt der Gewinn pro abgegebene Kw/st 2 Kop. rsp. 7,5 Emk., was pro Jahr einen Gewinn von 15.000 Rbl. rsp. 5.600.000 Emk. bedeutet. Werden diese Summen von den entsprechenden Betriebskosten der Spiritusfabrik abgezogen, so berechnet sich der Einstandspreis pro Liter Alkohol zu 4,24 Kop. rsp. 10,62 Emk. Durch eine derartige Kombination hat sich der Spirituspreis also ungefähr um die Hälfte verringert. Im Falle die Energie im eigenen Betriebe zu einem billigeren Abnahmepreise angewandt werden muss, so ist das Ergebnis allerdings weniger günstig für den Alkoholpreis.

In Estland wurden im Jahre 1921 ca. 15.000 t. Zellulose hergestellt, im J. 1914 ca. 30.000 t. [5]), was einer Spiritusmenge von ungefähr 1 rsp. 2 Millionen Liter entspricht. Die Gesamtproduktion an Spiritus betrug im Jahre 1921/22 8,3 Millionen Liter, folglich wären aus Sulfitablaugen ca. 12 % der Gesamtproduktion erhältlich gewesen. In Anbetracht des niedrigen Sulfitspirituspreises wäre es durchaus zweckentsprechend, wenigstens an den grössten Sulfitzellstoffabriken Spiritusnebenbetriebe anzulegen, um so mehr da der Sulfitspiritus sich durch entsprechende Massnahmen ebenso gut reinigen lässt wie der Kartoffelspiritus.

1) 1 cbm. Holz wiegt ca. 350 Kg. und 1 Kg. Holz liefert ca. 3 Kg. Dampf.
2) Hütte, Des Ingenieurs Taschenbuch.
3) Taschenbuch für Elektrotechniker.
Gerbel, Kraft- und Wärmewirtschaft in der Industrie.
4) Gerechnet das Jahr zu 300 Tagen und den Arbeitstag zu 10 Stunden.
5) „Eesti vabrikute tegevus“ 1921.

### b) Spiritus aus Holz rsp. Holzabfällen.

Schon lange, seit Anfang des vorigen Jahrhunderts, ist die Tatsache bekannt, dass bei Behandlung zellulosehaltiger Stoffe mit Säuren vergärbarer Zucker entsteht, aber erst innerhalb der letzten 10—15 Jahre ist es in erster Linie amerikanischen Interessentenkreisen gelungen, die Gewinnung von Spiritus aus Holz rsp. Holzabfällen in Grossbetrieben praktisch durchzuführen[1]).

Vor allem in Amerika sind bei den grossen industriellen Sägemühlen Spiritusfabriken als Nebenbetriebe angelegt, aber auch in Deutschland und Schweden sind neuerdings derartige Anlagen ausgeführt worden. Bisher haben sich nur Betriebe von grösserem Masstabe bewährt, hauptsächlich weil die Anlagekosten verhältnismässig sehr hoch sind, da viel teuere säurebeständige Apparate und Maschinen gebraucht werden. Die meisten bestehenden Anlagen brauchen zum Aufschluss von Holz bei ca. 7 Atm. Druck und 20 Min. Kochdauer auf 100 Kg. Holztrockensubstanz 2,5 Teile Schwefelsäure und 125 Teile Wasser und erhalten ca. 23 % Zucker, von dem etwa 70 % vergärbar sind[2]), was einer Ausbeute von 8 Liter Alkohol pro 100 Kg. Holztrockenstoff entspricht. Im besten Fall haben sich bisher im Grossbetriebe Ausbeuten von 10—12 Liter Alkohol pro 100 Kg. Holz erzielen lassen[3]). Aller Wahrscheinlichkeit nach entsteht hierbei der grösste Teil des Alkohols aus den Hexosanen, während die Zellulose nur zu einem geringen Teile angegriffen wird, was daraus zu ersehen ist, dass z. B. beim Tannenholz, entsprechend einem Hexosanengehalt von ca. 13 %, 7—8 Lt. Alkohol entstehen, während man bei derselben Arbeitsweise aus Laubhölzern, die etwa 5 % Hexosane enthalten, entsprechend kleinere Ausbeuten an Alkohol erhält[4]). Aber auch andere Meinungen sind vorhanden[5]).

1) Ullmann. Enzyklopädie I.
Brauer Tuchorze, Die moderne Spiritusfabrikation.
Lühder, Die Technologie der Spiritusind.
Oesterr. Chem. Ztg. 1918. №. 20.
Chem. Zentralblatt 1919 II p. 182; 1919 IV p. 543; 1920 IV p. 508; 1921 II. p. 18.
Ztschr. f. Brennstoffchemie 1921. №. 18.
2) Janke, Oestr. Chem. Ztg. 1918.
3) Brauer-Tuchorze, loc. cit. Chem. Zentralblatt 1919 II p. 82.
4) Pringsheim, Die Polysaccharide.
5) Lühder, loc. cit.

## Kostenanschlag

für eine Jahresproduktion von 500.000 Liter Alkohol bei einer Ausbeute von 7 Liter Alkohol pro 100 Kg. Holztrockenstoff.

A. Anlagekosten

ca. 200.000 Rub. rsp. 50.000.000 Emk.

B. Betriebskosten:

I. Direkte.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. Sägespäne (50% Wasser enthaltend) 14,280 t. | à 0,5 Rub. | = | 7.140 Rub. | rsp. | à 70 Emk. | = | 1.000.000 | Emk. |
| 2. Schwefelsäure 180 t. | à 40 „ | = | 7.200 „ | „ | | = | 3.000.000 | „ |
| 3. Kalk 103 t. | à 12 „ | = | 1.240 „ | „ | à 2500 „ | = | 260.000 | „ |
| 4. Chemikalien ca. | | = | 2.000 „ | „ | | = | 500.000 | „ |
| 5. Brennstoff 8000 cbm. Holz | | = | 8.000 „ | „ | | = | 3.700.000 | „ |
| 6. Löhne ca. | | = | 7.000 „ | „ | | = | 2.100.000 | „ |
| 7. Unterhalt 1,5% der Anlagek. | | = | 3.000 „ | „ | | = | 750.000 | „ |

II. Indirekte.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Amortisation und Zinsen 15% | | = | 30.000 „ | „ | | = | 7.500.000 | „ |
| Summe | | | 65.500 Rub. | rsp. | | = | 18.010.000 | Emk. |

Einstandspreis pro Liter Alkohol = 13,10 Kop. rsp. 36.0 Emk.

Zu obiger Berechnung sei gesagt, dass sich im Allgemeinen kein fester Preis für Sägespäne angeben lässt. Vielfach stehen sie kostenlos zur Verfügung. Was den Posten „Brennstoff" anbetrifft, so wird er oft entweder ganz wegfallen oder jedenfalls bedeutend kleiner sein, da das Heizmaterial ebenfalls die Holzabfälle, deren Vorhandensein ja Voraussetzung einer derartigen Anlage ist, bilden werden. Setzt man also den günstigsten Fall voraus, d. h. dass Holzabfälle kostenlos und in genügender Menge zur Verfügung stehen, so würde der Spirituspreis 10,2 Kop. rsp. 24,9 Emk. pro Liter betragen.

Anlagen von der Grösse wie obenstehende sind nur in Ländern möglich, wo grosse Sägereien vorhanden sind. In Estland z. B., wo die grösseren Sägereien im besten Fall über eine Holzabfallmenge von ca. 5000 t. pro Jahr verfügen, also etwa dreimal weniger als im Kostenanschlage angegeben, ist es fraglich, ob sich derartige Anlagen rentieren würden, da mit einer Verkleinerung des Betriebes eine Erhöhung der Betriebskosten pro Liter Spiritus verbunden ist. Nimmt man beispielsweise an, dass sich die Produktion 5 mal, die Betriebskosten dagegen nur 4 mal verringern, so kommt man zu einem Preise von 16,4 Kop.

rsp. 45,0 Emk. pro Liter. Dazu kommt noch, dass die Säurepreise hier vorläufig wenigstens unverhältnismässig hoch sind (etwa das 500-fache der Vorkriegszeit).

Wenn man in Betracht zieht, dass z. B. Fichtenholz ca. 60—70 % Zellulose und Kohlenhydrate enthält[1]), so müsste man eine bedeutend höhere Ausbeute an Alkohol, etwa 30—35 Liter pro 100 Kg. Holztrockenstoff, erwarten. Tatsächlich lässt sich durch Behandlung mit grossen Mengen konzentrierter Säure eine fast quantitative Verzuckerung erzielen[2]). Doch ist diese Art des Verfahrens wegen der hohen Kosten, die die Wiedergewinnung und Konzentrierung der Säure verursacht, in der Praxis nicht durchführbar[3]). Dagegen sind schon früher Vorschläge gemacht worden, dass man Zellulose bezw. zellulosehaltige Rohstoffe mit kleinen Mengen konzentrierter Säure bzw. Chlorwasserstoffgas behandeln sollte[4]). Es wurde aber durch angestellte Versuche gezeigt, dass diese Methode darum scheiterte, weil der entstandene Zucker sich angeblich wegen der hohen Säurekonzentration sofort zersetzte[5]). Erst in allerletzter Zeit ist es der Forschung gelungen, ohne entstandenen Zucker zu zersetzen, mit Säuremengen zu arbeiten, die den 100-sten Teil davon ausmachen, was noch vor kurzem nötig war[6]). Hiernach werden die Holzabfälle bei 13—16 Grad. C. mit gasförmigem Chlorwasserstoff, 0,82 Kg. HCl auf ein Kg. Zellulose behandelt[7]), danach wird der grösste Teil (ca. 80 %) des HCl durch ausblasen rsp. absaugen wiedergewonnen, die zurückbleibende Masse mit Wasser unter Druck bei ca. 120 Grad C. gekocht, neutralisiert und vergoren[8]). Hierbei wird eine fast quantitative Ausbeute erzielt, also ca. 30 Liter Alkohol pro 100 Kg. Holztrockenstoff. Im Grossbetriebe ist dieses Verfahren bisher noch nicht angewandt worden, daher ist es schwer vorauszusagen, wie es sich

1) Pringsheim, Die Polysaccharide.
Lühder, Die Technologie der Spiritusindustr.
2) Willstätter, Ber. 46. 1913 p. 2403.
3) Ztschr. Brennstoffch. 1921 № 18.
4) D. R. P. № 11836 Klasse 6 (23. III. 1880).
5) Ost, Ber. 46. 1914 p. 2995.
6) Kauko, Beiträge zur Kenntnis der quantit. Verzuckerung der Zellulose (Annales Academiae scientiarum finnicae und Naturwissensch. 1921. 14).
D. R. P. №. 305690 Klasse 89 i (4. V. 1916).
Hägglund, Finska Kemistsamfundets meddelanden 1923 № 1.
7) Kauko, loc. cit.
8) Hägglund schlägt vor zum Verdünnen Sulfitablauge zu benutzen.

bewähren wird. Die Hauptschwierigkeiten dürften im Einhalten der Temperatur von 13—16 Grad beim Behandeln mit HCl (es entwickelt sich hierbei viel Wärme) und im Wiedergewinnen des HCl liegen[1]). Es ist jedenfalls eine Frage von grossem Interesse, wie teuer sich der Spiritus nach diesem Verfahren stellen würde. Als Anhaltspunkt für einen diesbezüglichen Kostenanschlag könnte der vorhergehende dienen, da sich das vorliegende Verfahren prinzipiell nur durch die Vorbehandlung des Holzes mit gasförmigem HCl vom Vorhergehenden unterscheidet. Unter Annahme derselben Jahresproduktion von 500.000 Liter Alkohol und einer Ausbeute von 28 Liter Alkohol pro 100 Kg. Holztrockenstoff müsste sich der Betrieb annähernd drei- bis viermal verringern. Zwecks Beschaffung eines möglichst billigen Chlorwasserstoffgases wäre es am vorteilhaftesten, es in einem Nebenbetriebe aus Steinsalz und Schwefelsäure nach dem Vorbild der Sulfat-Salzsäurefabriken rsp. in einer Chloralkalianlage zu gewinnen. Nach Meyer „Die Fabrikation von Sulfat und Salzsäure" berechnet sich der Einstandspreis pro Tonne Chlorwasserstoffgas zu 42 Rbl. rsp. 17.000 Emk.

## Kostenanschlag

der Spiritusfabrik für 500.000 Liter Jahresproduktion bei einer Ausbeute von 28 Liter Alkohol pro 100 Kg. Holztrockenstoff nach dem Verfahren mit gasförmigem Chlorwasserstoff.

A. Anlagekosten ca. 100.000 Rub. rsp. 25.000.000 Emk. (d. h. die $^1/_2$ des vorigen Kostenanschlages, wobei sich die Grösse der Fabrik etwa 4-mal verringert hat, da die Ausbeute das 4-fache der im vorigen Kostenanschlage angegebenen beträgt, während die Jahresproduktion dieselbe geblieben ist).

B. Betriebskosten:

I. Direkte.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. Sägespäne 3600 t. à 0,5 Rub. | = | 1.800 | Rub. | rsp. | à | 70 | Emk. | = 250.000 Emk. |
| 2. HCl-gas 200 t. à 42 Rub. | = | 8.400 | „ | „ | à | 17.000 | „ | = 3.400.000 „ |
| 3. Kalk 160 t à 12 Rub. | = | 1.900 | „ | „ | à | 2.500 | „ | = 400.000 „ |
| 4. Chemikalien ca. | = | 2.000 | „ | „ | | | | = 500.000 „ |
| 5. Holz 2000 cbm. à 1 Rub. | = | 2.000 | „ | „ | à | 450 | „ | = 900.000 „ |
| 6. Löhne ca. | = | 1.500 | „ | „ | | | | = 700.000 „ |
| 7. Unterhalt 1,5% der Anlagek. | = | 1.500 | „ | „ | | | | = 375.000 „ |

1) Nach Hägglund, loc. cit., wird das Abtreiben von HCl in Vakuumpfannen durch Heizen mit erhitztem Öl durchgeführt.

II. Indirekte.

| | | |
|---|---|---|
| Amortisation und Zinsen 15% | = 15.000 Rub. rsp. | = 3.750.000 Emk. |
| Summe | = 35.100 Rub. rsp. | = 10.275.000 Emk. |

Einstandspreis pro Liter Alkohol = 7,0 Kop. rsp. 20,5 Emk[1]).

Stehen Holzabfälle kostenlos und in genügender Menge zur Verfügung, so kostet der Liter Spiritus 6,3 Kop. rsp. 18,2 Emk.

Aus dem Vergleich beider Herstellungsmethoden von Spiritus aus Holz geht ohne weiteres hervor, dass der zweiten der Vorzug zu geben ist, vorausgesetzt, dass sich in der Praxis nicht unvorhergesehene Schwierigkeiten entgegenstellen.

### c) Spiritus aus Torf.

Der Versuch, Torf zur Herstellung von Spiritus zu benutzen, ist schon vielfach gemacht worden und hat sich wohl zwar als technisch durchführbar erwiesen, scheitert aber bisher an den hohen Kosten. Die Arbeitsweise ist im Allgemeinen dieselbe, wie bei der Spiritusgewinnung aus Holzabfällen. Pro 100 Kg. Torf werden 6—8 Kg. Schwefelsäure angewandt, wobei man im Durchschnitt eine Ausbeute von 5—7 Liter Alkohol pro 100 Kg. Trockentorf erhält[2]).

Kostenanschlag

für eine Jahresproduktion von 500.000 Liter Alkohol bei einer Ausbeute von 6 Liter Alkohol pro 100 Kg. Trockentorf.

A. Anlagekosten ca. 200.000 Rub. rsp. 50.000.000 Emk.

B. Betriebskosten:

I. Direkte.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. Torf 11.100 t. à 2,5 Rub. | = | 28.000 Rub. | rsp. | à | 700 | Emk. | = | 7.770.000 Emk. |
| 2. Schwefelsr. 500 t. à 40 Rub. | = | 20.000 „ | „ | à | 20.000 | „ | = | 10.000.000 „ |
| 3. Kalk 280 t. à 12 Rub. | = | 3.400 „ | „ | à | 2.500 | „ | = | 700.000 „ |
| 4. Chemikalien ca. | = | 2.000 „ | „ | | | | = | 500.000 „ |
| 5. Holz ca. 1200 cbm. à 1 Rub. | = | 12.000 „ | „ | à | 450 | „ | = | 5.400.000 „ |
| 6. Löhne ca. | = | 7.000 „ | „ | | | | = | 2.100.000 „ |
| 7. Unterhalt 1,5% d. Anlagek. | = | 3.000 „ | „ | | | | = | 750.000 „ |

1) Hägglund berechnet den Preis pro Liter Spiritus zu 20 Oere; die Differenz zwischen unserer Schätzung und derjenigen von Hägglund erklärt sich dadurch, dass die Kaufkraft des Goldes in Schweden zur Zeit ca. 0,7 von derjenigen der Vorkriegszeit ausmacht.

2) Kauko, Alkohoolia turpeesta ja jäkälistä, Tekn. Aik. 1920.

II. Indirekte.

| | | |
|---|---|---|
| Amortisation und Zinsen 15 % = | 30.000 Rub. rsp. | = 7.500.000 Emk. |
| Summe | 105.400 Rub. rsp. | = 32.720.000 Emk. |

Einstandspreis pro Liter Alkohol = 21.1 Kop. rsp. 62,4 Emk.

Selbst wenn der Brennstoffbedarf durch die ausgepressten Rückstände gedeckt werden sollte, würde sich der Torfspiritus bedeutend teurer stellen, als derjenige aus Holzabfällen, nähmlich 18,7 Kop. rsp. 54,6 Emk, pro Liter.

Allerdings sind dem Verfahren entsprechend scheinbar in diesem Falle bloss leicht hydrolysierbare Hexosane verzuckert und vergoren worden: dieses sieht man auch aus der Untersuchung von Kauko und Lange [1]), die bei dem wenig zersetzten Torf 7,69 % Hexosane und 17,21 % Zellulose finden. 7,69 % Hexosanen entsprechen 8,45 % Hexosen bezw. 4,4 Gew. % oder 5,9 Liter Alkohol pro 100 Kg. Torf, was unter Berücksichtigung dessen, dass bei einem sich zersetzenden Material Schwankungen in der Zusammensetzung vorkommen können, mit der industriellen Ausbeute an Alkohol in guter Übereinstimmung steht. Wenn aber der Torf mit konzentrierter Säure behandelt wird, so hydrolysiert sich auch die vorhandene Zellulose ca. 17 %, entsprechend einer Gesamtalkoholausbeute von 14,14 Gw % rsp. 17,9 Liter Alkohol pro 100 Kg. Torf. Wenn wir aber berücksichtigen, dass die theoretische Ausbeute von Holzabfällen ca. 33 Liter Alkohol pro 100 Kg. trockeneHolzabfälle beträgt, und dass der Preis von Holzabfällen jedenfalls nicht höher ist, als derjenige von Torf, sondern dass im Gegenteil der Torf in dem Zustande, wie er hier zur Anwendung käme, ein bedeutend teureres Rohmaterial ist, als Holzabfälle, so ist es ohne weiteres klar, dass die Anwendung von Torf zur Herstellung von Alkohol nach dieser Methode einstweilen nicht in Frage kommen kann.

## II. Synthetischer Spiritus.

### 1. Spiritus aus Calciumkarbid.

Die Tatsache, dass Alkohol synthetisch hergestellt werden kann, ist schon lange bekannt, doch stiess der Versuch diese Herstellungsweise in der Praxis anzuwenden auf grosse Schwierigkeiten, und zwar stellten sich die Betriebskosten viel zu hoch. Erst in den letzten Jahren ist es gelungen, durch Vervollkommnung des Ver-

1) Kauko und Lange, Beiträge zur Kenntnis der Torfhydrolyse (Annalen der Finnischen Akademie d. Wiss. Serie A. 1922 p. 19).

fahrens es im Grossbetriebe anzuwenden. In Deutschland bestehen zur Zeit zwei Anlagen, die Spiritus aus Calciumkarbid herstellen, doch sind diese Fabriken mehr als Versuchsanlagen zu betrachten [1]). In der Schweiz soll auch eine derartige Anlage bestehen (Lonza-Werk)[2]).

Das aus dem Karbid entwickelte Acetylen wird nach zwei verschiedenen Methoden in Acetaldehyd übergeführt, das sich durch die bekannten Mittel der Katalyse (Nickel) fast quantitativ zu Alkohol reduzieren lässt. Was die Überführung von Acetylen in Acetaldehyd anbetrifft, so fanden sich in der zugänglichen Literatur inbetreff der beiden Methoden, sowohl der sogenannten Grünstein'schen, wie auch der andern des Konsortiums für elektrochemische Industrie, nur recht mangelhafte Daten, ohne Angabe der Ausbeute [3]). Daher sind beide Methoden inbezug auf die Ausbeute im Laboratorium geprüft worden, wobei nach der Grünstein'schen Methode [4]) bei 20—25 Grad C. die günstigste Ausbeute erzielt wurde und zwar 79,8 % der Theorie, während die andere [5]) eine Ausbeute von 88,4 % ergab.

Da zur Herstellung von einer Tonne Karbid 600—700 Kg. Koks, 920—1050 Kg. Kalk und 4000 Kw/St notwendig sind [6]), so ist es vorauszusehen, dass der Herstellungspreis des Karbidspiritus sich unmittelbar nach dem Preise der Kohle bzw. der Kraft richten wird. Unter Annahme eines Energiepreises von 0,5 Kop. rsp. 2,0 Emk. pro Kw/St berechnet sich der Karbidpreis zu 50 Rub. rsp. 13.000 Emk. pro Tonne [7]).

## Kostenanschlag

der Karbidspiritusfabrik für eine Jahresproduktion von 1.000.000 Liter Spiritus [8]).

A. Anlagekosten.

Schätzungsweise 250.000 Rub. rsp. 60.000.000 Emk.

1) Schreiben des Reichsmonopolamtes von 24. VIII. 1923, erhalten auf eine diesbezügliche Anfrage.

2) Lühder, Die Technologie der Spiritusindustrie.

3) Ullmann, Enzyklopädie. I.

4) D. R. P. № 250356 und 253702.

5) F. P. № 455370 (Franz. Patent).

6) Askenasy, Technische Elektro-Chemie.

7) Askenasy, Technische Elektro-Chemie.

8) Brauer-Tuchorze, Die moderne Spiritusfabrikation.
Ullmann, Enzyklopädie. I.
Blücher, Auskunftsbuch der Chemischen Industrie.

## B. Betriebskosten:

### I. Direkte.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. Karbid 1600 t. à 50 Rub. | = 80.000 | Rub. | rsp. | à 13.000 | Emk. | = 20.000.000 | Emk. |
| 2. Schwefels. ca. 100 t. à 40 Rub. | = 4.000 | „ | „ | à 20.000 | „ | = 2.000.000 | „ |
| 3. Quecksilberoxyd 1000 Kg. à 0,5 Rub. | = 500 | „ | „ | à 500 | „ | = 500.000 | „ |
| 4. $H_2$-gas 400.000 cbm. à 5 Kop. | = 20.000 | „ | „ | à 20 | „ | = 8.000.000 | „ |
| 5. Reinigungsmasse f. Azetylen = 3 t. Schwefelsäure 5 t. Natriumbichromat | = 1.000 | „ | „ | | | = 1.000.000 | „ |
| 6. Brst. 500 t. Kohle = 3500 cbm. Holz | = 3.500 | „ | „ | à 450 | „ | = 1.600.000 | „ |
| 7. Löhne ca. | = 10.000 | „ | „ | | | = 2.000.000 | „ |
| 8. Unterh. 1,5% der Anlagekost. | = 3.700 | „ | „ | | | = 900.000 | „ |

### II. Indirekte.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Amortisation und Zinsen 15% | = 37.000 | „ | „ | | | = 9.000.000 | „ |
| Summe | = 149.700 | Rub. | rsp. | | | = 45.000.000 | Emk. |

Einstandspreis pro Liter Alkohol = 14,97 Kop. rsp. 45,0 Emk.[1])

Die aufgestellte Berechnung kann nur unter bestimmten Bedingungen annähernd richtig sein: 1) weil über die Anlagekosten aus der Praxis noch keine Daten vorliegen, 2) weil die Preise für Chemikalien einschliesslich Karbid grossen Schwankungen unterliegen, besonders bei der Berechnung in Eesti Mark.

In obiger Aufstellung machen die Ausgaben für Energie trotz angenommenen billigen Preises derselben ca. 25—30% der Gesamtherstellungskosten aus. Es ist einleuchtend, dass diese Methode nur dort in Betracht kommen kann, wo billige Energie zur Verfügung steht. Andererseits können auch solche Länder kaum in Frage kommen, die weder über Kohle noch über die zum Betriebe nötigen Chemikalien verfügen, da die Einfuhr derselben den Betrieb naturgemäss verteuern würde, was auch die Berechnung für estländische Verhältnisse beweist, wo der Preis von 45 Emk. pro Liter bedeutend höher ist als derjenige von Kartoffelsprit, während der Preis von 14,97 Kop. pro Liter niedriger ausgefallen ist, als der entsprechende Kartoffelspritpreis.

Welch grosser Energieaufwand zur Herstellung von Karbid-

1) Waeser gibt in der Ztschr. f. Brennstoffchem. 1921, № 6, einen Karpiqspirituspreis von 24 Goldpfennigen pro Liter an.

spiritus notwendig ist, zeigen folgende in Deutschland gesetzlich festgelegte Zahlen[1]), pro 1 Hektoliter Alkohol werden danach verbraucht:

| | | |
|---|---|---|
| 635 Kw/St rsp. | 600 Kg. | Kohle |
| zum Karbid | 200 „ | „ |
| als Betriebsstoff | 50 „ | „ |
| Zusammen | 850 Kg. | Kohle. |

Dazu kommen noch 40 cbm. Wasserstoffgas und 320 Kg. Kalk. Eine Kartoffelbrennerei verbraucht dagegen nur 100—120 Kg. Kohle pro Hektoliter Alkohol. Die Energiefrage spricht somit scheinbar gegen eine Ausdehnung der Karbidspiritusindustrie. Das Karbidverfahren wird auch vom Brennereigewerbe scharf angegriffen, und das auf Grund folgender Überlegungen[2]): 1 t. Karbid liefert rund 620 Liter Alkohol, zu deren Herstellung die Brennerei ca. 6,2 t. Kartoffel verbraucht. Andererseits können aus einer t. Karbid 1,25 t. Kalkstickstoff hergestellt werden, der im landwirtschaftlichen Betriebe einen Mehrertrag von 25 t. Kartoffel ergeben würde, diese liefern bei der Verwertung in der Brennerei 2500 Liter Alkohol, d. h. 4-mal soviel als 1 t. Karbid. Danach wäre die Verwendung von Karbid zur Spiritusherstellung nur dann zulässig, wenn der gesamte Ackerboden genügend mit Stickstoffdünger versorgt ist, was aber noch längst nicht der Fall ist. Weiter wird ausgeführt, dass vom volkswirtschaftlichen Standpunkt entschieden jener Fabrikationsmethode der Vorzug gebühren muss, welche ein Rohmaterial verarbeitet, das unter Mithilfe der Natur auch jetzt noch produziert werden kann, und nicht ein solches, dessen Verschwinden einen unersetzlichen Verlust bedeutet.

Diese Gegenüberstellung der Kartoffelspritfabrikanten ist allerdings nicht unparteiisch. Bei der Herstellung von Spiritus aus Kartoffel wird nicht nur Energie in Form von Kunstdünger angewandt, sondern auch zur Bestellung des Ackerbodens selbst sind wertvolle Brennstoffe, gewöhnlich flüssige zum Motorbetriebe oder auch noch wertvollere z. B. Futtermittel nötig, so dass letz-

1) Ztschr. f. Brennstoffchemie 1921. № 6.
Ztschr. f. Spiritusindustrie 1918. № 25.
2) Foth, Chem. techn. Wochenschrift 1918. № 23—24.
Janke, Oester. Chemikerzeitung 1918. № 20.

ten Endes die Herstellung von Spiritus unter Berücksichtigung aller Faktoren, auch desjenigen der zweckmässigsten Ausnutzung des Bodens, vom Standpunkte der Volkswirtschaft ähnlich wie die allgemeine Rentabilitätskalkulation ausfallen wird. Weiter besteht ein nicht zu unterschätzender Vorzug des Karbidverfahrens in seiner Unabhängigkeit von der Zeit und Natureinflüssen: hier lässt sich das ganze Jahr hindurch Spiritus mit konstanten Ausbeuten herstellen, Witterungsverhältnisse und Missernten spielen keine Rolle. Es darf auch in diesem Zusammenhange nicht vergessen werden, dass die Anwendungsmöglichkeit dieses Verfahrens durch den niedrigen Energiepreis sowieso vorgeschreiben ist. Es ist gar nicht zulässig den Energieaufwand in Kohlen zu berechnen, weil die Energie wegen des hier nur zulässigen billigen Preises überhaupt nicht aus der Kohle gewonnen werden darf, sondern ausschliesslich andere Energiequellen wie Wasserfälle, Torfmoore etc. in Frage kommen, falls für die Energie keine preiswertere Anwendung vorhanden ist. Es ist auch vom volkswirtschaftlichem Standpunkte bloss zu begrüssen, wenn diese unausgenutzt verschwindende Energie (Wasserfälle) auf diese Art verwertet werden könnte.

## 2. Spiritus aus Äthylengas.

Die Gewinnung von Alkohol aus dem Äthylengas der Hochöfen, Kokereien und Gasanstalten steckt noch mehr in den Kinderschuhen als diejenige aus Karbid. Hauptsächlich in England sind Versuche in dieser Hinsicht angestellt worden[1]).

Der Äthylengehalt der Gase der trockenen Destillation von Brennstoffen schwankt in ziemlich weiten Grenzen: Leuchtgas enthält z. B. 2—5 %, Kokereigas oft bedeutend mehr. Das Prinzip der Spiritusherstellung aus Äthylen besteht in dessen Absorption durch konzentrierte Schwefelsäure (100 Kg. Säure absorbieren 14 Kg. Gas, entsprechend 450 Kg. Säure pro 100 Liter Alkohol) unter Bildung von Äthylschwefelsäure, die sich beim Erhitzen mit Wasser in Alkohol und Schwefelsäure spaltet. Der Alkohol wird abdestilliert, die Säure wird nach Konzentrierung dem Betriebe wieder zugeführt, oder man kann die verdünnte Säure beispielsweise der Ammonsulfatfabrikation zuführen, wodurch sich der

1) Chem. Ztg. 1923. № 1/3.
Ztschr. f. Brennstoffchemie 1921 № 6.

Wärmeaufwand verringern würde. Gegenüber dem grossen Aufwand an Energie und Stoff beim Karbidverfahren sind hier nur Bruchteile davon nötig; da ausserdem die Apparaturen einfach sind, so lässt es sich erwarten, dass der Spiritus aus Äthylengas der Kokereien usw. bedeutend billiger sein wird als derjenige aus Karbid. Einen massgebenden Kostenanschlag ist es zur Zeit noch nicht möglich zusammenzustellen. Untenstehende Berechnung soll nur schätzungsweise die im Grossbetriebe zu erwartenden Verhältnisse wiedergeben.

## Kostenanschlag

für eine Jahresproduktion von 1.000.000 Liter Alkohol.

A. Anlagekosten ca. 160.000 Rub. rsp. 40.000.000 Emk.

B. Betriebskosten:

I. Direkte.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. Äthylengas[1]) 400.000 cbm. | = 5.600 Rub. rsp. | | = 1,400.000 Emk. |
| 2. Schwefels. 450 t. à 40 Rub. | = 18.000 „ „ | à 20.000 Emk. | = 9.000.000 „ |
| 3. Kohle 1500 t. à 10 Rub. | = 15.000 „ „ | à 2.500 „ | = 3.750.000 „ |
| 4. Löhne ca. | = 5.000 „ „ | | = 1.300.000 „ |
| 5. Unterh. 1,5% der Anlagekst. | = 2.400 „ „ | | = 600.000 „ |

II. Indirekte.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Amortisation und Zinsen 15% | = 24.000 „ „ | | = 6.000.000 „ |
| Summe | = 72.000 Rub. rsp. | | = 22.050.000 Emk. |

Einstandspreis pro Liter Alkohol = 7,20 Kop. rsp. 22,05 Emk.

Da der hauptsächlichste Wärmeverbrauch zum Abdestillieren des Alkohols und zum Regenerieren der Schwefelsäure dient, so ist bei der Brennstoffberechnung angenommen, dass die konzentrierte Säure mit 300 Vol. % Wasser verdünnt wurde, ferner dass die verdünnte Säure 10% Alkohol enthält, und die Verdünnungswärme der Schwefelsäure im gegebenen Fall 160 Kal/Kg. beträgt. Der Einbusse des Heizwertes des Kokereigases ist ebenfalls Rechnung getragen, indem das verbrauchte Äthylen nach seinem Kalorien-Wert in Rechnung gesetzt worden ist. Die Schwefelsäuremenge von 450 t. beträgt 10% der jährlich in dem Fall benötigten, wenn keine Rückgewinnung der Säure vorgenommen wird.

1) Heizwert des Äthylens = 14,000 Kal. pro cbm., 10.000 Kal. = 1 Kop. rsp. 2,5 Emk. (vgl. Seite 10.)

T

**Vergleichende Zusammenstellung der v**

Die in Klammern [ ] stehenden Preise sind erst durch Verbesserung des Betriel

| Rohmaterial. | Jahresproduktion der Anlage in lt. | Stärkegehalt in % | Zuckergehalt in % | Ausbeute in % | 100 kg. Rohmaterial geben lt. Alkohol | pro 1 hlt. Alkohol Rohmaterial- | | | Alkoholgehalt der vergorenen Maische % | Brennstoverbrauc in Kal. pro 1 hlt Alkoho |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | verbrauch in kg. | kosten in Rub. | kosten in EMK. | | |
| Kartoffel . . . | 100,000 | 18 | — | 84 | 10,8 | 925 | 11,5 | 2300 | 10 | 840,000 |
| „ . . . | — | 25 | — | 95 | 18,9 | 530 | 6,6 | 1300 | — | — |
| Roggen . . . | 100,000 | c. 60 | — | — | — | — | | | — | — |
| Rüben . . . . | 100,000 | — | ca. 5—6 | ca. 90 | 3 | 3300 | 23 | 4950 | 3 | 1,700,000 |
| „ | — | — | ca. 12 | 90 | 7 | 1400 | 9,8 | 2100 | 7 | 1,200,000 |
| Melasse . . . | 100,000 | — | ca. 50 | 84 | 28,5 | 350 | 14 | 2800 | 10 | 730,000 |
| „ . . . | — | — | 50 | 97 | 33,0 | 300 | 12 | 2400 | 10 | — |
| Sulfitablauge | 500,000 | — | ca. 1,5 | ca. 85 | 0,8 | 125 cbm. | kostenlos | | 0,8 | 2,600,000 |
| „ . . . | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| Holzabfälle mit 50% Wasser | 500,000 | — | — | ca. 20 | 3,5 | 2850 | 1,42 | 200 | 2 | 1,800,000 |
| „ | — | — | — | — | — | — | kostenlos | | — | kostenlos |
| „ | — | — | — | ca. 80 | 14 | 710 | 0,355 | 50 | 12 | 600,000 |
| Torf lufttrocken . | 500,000 | — | — | ca. 50 | 4,5 | 2250 | 5,6 | 1800 | 1—1,5 | 2,500,000 |
| Karbid . . . . | 1,000,000 | — | — | — | 62,5 | 160 | 8,0 | 2400 | z. Karbid = z.Betrieb = | 1,500,000 350,000 =1,850,000 |
| Äthylen . . . | 1,000,000 | — | — | — | — | 40 cbm. | 0,84 | 220 | | 1,050,000 |

Es sei an dieser Stelle noch kurz erwähnt, dass diese Herstellungsmethode unter anderem auch in Estland Anwendung finden könnte, da die Gase der Brennschieferdestillation ebenfalls nennenswerte Mengen von Äthylen enthalten. Doch wäre es verfrüht, daraus jetzt schon irgendwelche Schlüsse zu ziehen, da sowohl die hiesige Brennschieferdestillation, als auch die Spiritusgewinnung aus Äthylen im Allgemeinen sich erst im Anfangsstadium befinden.

Inbetreff der Genauigkeit der aufgestellten Kostenanschläge sei noch gesagt, dass die Berechnungen beim Kartoffel-, Sulfit- und Torfspiritus dank den zur Verfügung stehenden und meist aus den praktischen Betrieben erhaltenen Daten am genauesten ausgefallen sein dürften. Beim Rüben-, Melasse- und Holzspiritus sind hauptsächlich Schwankungen in den Anlagekosten mög-

elle 7.

**hiedenen Methoden zur Spiritusherstellung.**

p. neue im Grossbetriebe bisher noch nicht angewandte Verfahren erreichbar.

| 15% ıortisation . Zinsen ro 1 hlt. Alkohol | | Verkaufspreis pro lt. Alkohol | | Verkaufspreis pro lt. Benzolsprit | | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ıb. | EMk. | Kop. | EMk. | Kop. | EMk. | |
| 4,5 | 1120 | 17,27 | 43,50 | 17,45 | 42,00 | |
| — | — | [13,95 | 37,00 | 14,55 | 36,50] | bei Steigerung der Ausbeute und höherem Stärkegehalt der Kartoffel. |
| — | — | 22,97 | 64,60 | 22,00 | 60,00 | |
| 4,5 | 1120 | 32,60 | 73,21 | 30,00 | 66,80 | bei höherem Zuckergehalt. |
| | — | 19,70 | 50,50 | 19,35 | 48,00 | |
| 4,5 | 1120 | 22,80 | 54,10 | 21,90 | 51,00 | |
| — | — | [21,10 | 50,50 | 20,50 | 48,00] | bei Steigerung der Ausbeute. |
| 3,0 | 750 | 8,74 | 25,22 | 10,20 | 26,85 | |
| — | — | [ 5,74 | 14,00 | 7,70 | 17,50] | bei Verkauf der Abfallenergie. |
| 3,0 | 1500 | 16,0—19,0 | 43,5—52,5 | 16,3—19,3 | 42,0—49,5 | nach dem Verfahren mit verd. $H_2SO_4$. |
| — | — | 13,2 | 32,40 | 13,90 | 41,20 | Holzabfälle — kostenlos. |
| 3,0 | 750 | [ 8,50 | 23,90 | 10,0 | 25,75] | n. d. Verfahren mit gasförmigem HCl. |
| 3,0 | 1500 | 24,10 | 69,90 | 23,0 | 64,00 | |
| 3,7 | 900 | 16,70 | 49,50 | 16,90 | 47,00 | |
| 2,4 | 600 | [ 8,40 | 25,00 | 9,90 | 26,70] | |

lich, doch wohl nur in dem Masse, dass sie nicht wesentlich auf den Spirituspreis einwirken dürften. Grössere Unsicherheiten sind beim synthetischen Spiritus möglich, da diese Herstellungsweise noch nicht über das Versuchsstadium hinaus ist.

In der Tabelle 7 sind alle erhaltenen Resultate zusammengefasst. Bei der Berechnung des Verkaufspreises ist zu den Betriebskosten ein Zuschlag für den Gewinn gemacht worden, und zwar in der Höhe von 7,5% des Grundkapitals. Am günstigsten liegen die Verhältnisse beim Sulfitspiritus. Er stellt sich etwa die Hälfte billiger als der Kartoffelspritus. Durch im Betriebe vorzunehmende Veränderungen liesse sich sein Preis noch etwa um die Hälfte herabdrücken, so dass die Anwendung dieser Herstellungsmethode durchaus angebracht erscheint, besonders da

ihre Durchführung mit keinen grossen Schwierigkeiten verknüpft ist. Auch Holzspiritus nach den Verfahren mit Chlorwasserstoffgas und Äthylenspiritus stellen einen billigen Spirituspreis in Aussicht. Die Anwendung des ersteren Verfahrens, eventuell auch des letzteren, wäre unter anderem auch in Estland möglich.

Wenn wir nun zur Anwendung von Spiritus als Brennstoff zurückkehren, so haben wir für das erste zu bemerken, dass in vielen Ländern die Spiritusfabrikation und der Spirituskonsum aus dem Gleichgewicht geraten sind, so z. B. in Estland, wo die Gesamtproduktion im Jahre 1913/14 42.780.000 Liter, im Jahre 1921/22 8.273.000 Liter und im Jahre 1922/23 5.420.000 Liter betrug, also bloss $^1/_8$ der Vorkriegsproduktion[1]), was wohl hauptsächlich durch das Fehlen der Ausfuhr nach Russland erklärlich ist. Ein grosser Teil der Brennereien liegt also brach oder arbeitet mit stark verringerter Produktion. Durch Verwendung von Spiritus als Motorbetriebsstoff könnte einerseits diesem Übelstande abgeholfen werden, andererseits könnte dadurch die Einfuhr von ausländischen flüssigen Brennstoffen, die im Jahr 1920/21 ungefähr 12.000.000 Liter betrug[2]), eingeschränkt werden. Es fragt sich nur, ob der Spirituspreis eine derartige Verwendung zulässt. Wir haben bereits in der Tabelle 6 die maximalen Preise für Spiritus rsp. Benzolsprit, angewandt als Ersatz für Benzin, Petroleum etc., angegeben. Berücksichtigen wir jetzt den Verkaufspreis von Spiritus rsp. Benzolsprit je nach den verschiedenen Herstellungsmethoden an der Hand der Tabelle 7, so sehen wir, dass vorläufig nur der Alkohol aus Sulfitablaugen rsp. der entsprechende Benzolsprit als Ersatz für Benzin und Benzol Anwendung finden kann. Der Spiritus aus Holzabfällen nach dem Verfahren mit gasförmigem Chlorwasserstoff und Äthylenspiritus versprechen dasselbe, doch sind beide Verfahren vorläufig noch nicht im Grossbetriebe angewandt worden. Beim ortsfesten Betriebe (Wirkungsgradverhältnis 2 : 3) würden die Verhältnisse für den Spiritus günstiger sein, doch kommt dort ebenso wie bei den langsam fahrenden Traktoren Benzin als Betriebsstoff selten in Frage, sondern Petroleum rsp. Naphta, mit denen der Spiritus vorläufig nicht konkurrieren kann. Nur die Verarbeitung der Sulfitablaugen bei günstiger Verwertung rsp. Ver-

1) Dorpater Nachrichten, Aug. 1923.
2) „Eesti välja- ja sissevedu" 1920—21.

kauf der Abfallkraft verspricht den Spiritus zu einem Preise zu liefern, der ihn als Ersatz für Petroleum in Frage kommen lässt; dieses gilt auch inbezug der Anwendung von Spiritus zu Heizungs- bzw. Beleuchtungszwecken.

## Preisliste.

| Material. | Eesti Mark. 1922/23. | Russ. Goldrbl. 1913/14. | Deutsch. Goldmk. 1913/14. |
|---|---|---|---|
| t. (Tonne) Kartoffel | 2000—2500 | 12,5—14,0 | 25—35 |
| 1 t. Roggen | 17000—18500 | 65—70 | 153 |
| 1 t. Gerste | 12000 | 55—60 | 143 |
| 1 t. Mais | — | 50—60 | 171 |
| 1 t. Rüben | ca. 1500 | ca. 7 | — |
| 1 t. Darrmalz | ca. 20000* | ca. 90* | 180—200 |
| 1 t. Melasse | ca. 8000* | 35—40* | 67—80 |
| 1 t. Kalk | 2400—2500 | 12 | — |
| 1 cbm. Holz = 350 Kg. | 430—470 | 1— 1,2 | — |
| 1 t. Torf | 1000—1500 | 2,5—5 | — |
| 1 t. Kohle | 2500—3000 | 10—15 | — |
| 1 t. Brennschiefer | 600—700 | — | — |
| 1 t. Sägespäne | ca. 70 | ca. 0,5 | — |
| 1 t. Calciumkarbid | 10000—15000 | 50—60 | 100—120 |
| 1 t. Schwefelsäure | 20000—25000 | 30—50 | — |
| 1 t. Salzsäure | ca. 25000 | — | — |
| 1 Kg. Quecksilberoxyd | ca. 500 | ca. 0,5 | ca. 0,7 |
| 1 cbm. Wasserstoff | ca. 20 | 0,05 | 0,1 |
| 1 Kg. Natriumbichromat | — | ca. 0,4* | 0,8—1,0 |
| 1 Arbeitstag | 150—200 | 0,60—1,0 | — |
| 1 cbm. umbauten Raumes | 1500—2000 | 5—7 | — |
| Destillierappar. 170—180 Litr. pro St. | — | ca. 3000 | — |
| Henzedämpfer f. 5—600 Lt. pro St. | — | ca. 2000 | — |
| Gärbottich 25 Hlt. | — | ca. 200 | — |
| Spiritus-Zisterne pro 10 Lt. | — | ca. 1 | — |

Bemerkung: Die Preise in Eestimark und Goldrubel stellen die Marktpreise der betreffenden Jahre dar, während die Preise in deutschen Goldmark der Literatur entnommen sind (Ztschr. f. angw. Chem. 1913/14, Brennereilexikon u. a.). Die mit einem * versehenen Preise sind aus denjenigen in Goldmark erhalten durch Multiplikation mit 100 für Eesti-Mark rsp. mit 0,5 für Goldrubel.

Schlussergebnis ist: die günstigsten Methoden zur Herstellung von Spiritus (Sulfitablauge, Holzabfälle, Äthylengas) können einen wirtschaftlich rentablen Ersatz für Benzin liefern, und es ist zu erwarten, dass in der nächsten Zukunft auch das Petroleum wirtschaftlich rentabel durch Spiritus wird ersetzt werden können — das umsomehr, da aller Wahrscheinlichkeit nach die Petroleumpreise steigen werden, weil die Erdölreserven durch den ständig rapide zunehmenden Verbrauch an flüssigen Brennstoffen stetig abnehmen. Dagegen kann Spiritus aus Kulturpflanzen bloss unter ausnahmsweise günstigem Kartoffelbau (höherer Stärkegehalt) und vervollkommneter Alkoholfabrikation (höhere Ausbeute) als Brennstoff eventuell in Frage kommen. Augenblicklich aber ist eine wirtschaftliche Anwendung des Spiritus aus Kulturpflanzen als Brennstoff nicht möglich.

# Inhaltsverzeichnis.


Seite

I. Einleitung: das Brennstoffproblem . . . . . 3
II. Die technische Seite der Anwendung des Spiritus als Brennstoff . . . 3
III. Die wirtschaftliche Seite der Anwendung des Spiritus als Brennstoff . 6

Die Wirtschaftlichkeit der verschiedenen Herstellungsmethoden von Spiritus:

I. Spiritus pflanzlicher Herkunft.
1. Spiritus aus stärkemehlhaltigen Rohstoffen:
a) Kartoffel . . . . . 8
b) Getreide . . . . . 11
2. Spiritus aus zuckerhaltigen Rohstoffen:
a) Rüben . . . . . 12
b) Melasse . . . . . 13
3. Spiritus aus zellulosehaltigen Rohstoffen:
a) Sulfitablauge . . . . . 15
b) Holz rsp. Holzabfälle . . . . . 19
c) Torf . . . . . 23
II. Synthetischer Spiritus.
1. Calciumkarbid . . . . . 24
2. Äthylengas . . . . . 28

IV. Schlussbetrachtungen über die Möglichkeit der wirtschaftlichen Anwendung von Spiritus zu technischen Zwecken . . . . . 31

Anhang: Preisliste . . . . . 33

# BEITRAG ZUR UNTERSUCHUNG DES ÖLES AUS ESTLÄNDISCHEM ÖLSCHIEFER

VON

M. WITTLICH

---

DORPAT 1924

C. Mattiesen, Dorpat.

Der estländische Ölschiefer — Kukkersit — liefert bei Tieftemperatur-Destillation einen flüssigen Teer, der, bei ansehnlichem Phenolgehalt, vorwiegend aus solchen Verbindungen besteht, die mit conc. Schwefelsäure in Reaktion treten und meist als ungesättigte Bestandteile angesprochen werden.

Der allgemeine Charakter des Rohöls ist natürlich bis zu gewissem Grade bestimmt durch die Art des Destillationsverfahrens, die auffallend geringe Beständigkeit eines Teils seiner Komponenten wird jedoch hierdurch nur wenig modifiziert, sie ist eine besondere Eigenheit dieses Produkts, und wenn der frisch gebrochene Ölschiefer unter atmosphärischen Einwirkungen nachweisbare Veränderungen erlebt, so gehen diese im Rohöl auch bei Ausschluss von Luft und Licht vor sich. Die Veränderlichkeit mag in erster Linie durch die Konstitution der Bestandteile bedingt sein und des weiteren vielleicht durch vorhandene katalytisch wirksame Substanzen.

Es ist klar, dass bei einer Verarbeitung eines so wenig stabilen Materials in die üblichen und gangbaren Gebrauchsöle die gewöhnlichen Reinigungsverfahren nicht in Anwendung kommen können. Jedes Umdestillieren vergrössert die Menge der pechartigen Nebenprodukte, und eine chemische Reinigung mit Schwefelsäure oder der in anderen Fällen vorzüglich geeigneten flüssigen schwefligen Säure ist ohne weiteres nicht anwendbar.

Wenn für manche Zwecke vor allem die Entfernung der Schwefelverbindungen notwendig ist, so dürfte hierfür vielleicht das „Silica-Gel"-Verfahren in Frage kommen, das bei vielen anderen Ölen ganz neuerdings mit überraschendem technischen und wirtschaftlichen Erfolg in Anwendung genommen worden ist.

Weil nun die Wahl der Reinigungsverfahren für Veredelung des Rohöls in engem Zusammenhang steht mit den Eigenschaften des Öles als Ganzes und seiner Bestandteile, so ist

deren eingehende Untersuchung eine notwendige Vorarbeit, die möglichst vielseitig durchgeführt werden sollte.

Die folgenden vorherrschend physikalischen Untersuchungen sind an einem Rohöl ausgeführt worden, das wohl hier zu Lande zum ersten Mal bei grösserem Dauerbetrieb aus dem Ölschiefer gewonnen wird und in seiner Natur von den bereits vielfach untersuchten Laboratoriumölen merklich abweicht.

Es sind die üblichen Arbeitsmethoden angewandt worden, wie sie für allgemeine Charakterisierung von Ölen gebräuchlich sind, freilich bei der klaren Einsicht, dass die Resultate nur informativen Wert haben können und nur wenig beitragen zum Verständnis der besonderen Eigenheiten dieses Produkts, deren Erforschung vielleicht eine ganz andere Arbeitsweise erfordern wird.

Das Rohöl stammte aus der staatlichen Versuchsanlage „Kochtla-Järwe", die nun zwei Jahre im Betrieb steht und täglich 1000—1200 kg. Rohöl liefert. Die allgemeinen Eigenschaften des bei Tieftemperatur-Bedingungen nach Verfahren „Pintsch" erhaltenen und gut abgestandenen Öles waren, im Mittel von mehreren Sendungen, folgende:

| | |
|---|---|
| Spezifisches Gewicht | 0·999—1·008 |
| Farbe schwarz-braun. | |
| Wassergehalt | 0·7—1·8 % |
| Entflammungspunkt des getrockneten Öles (bestimmt im offenen Tiegel 4 × 4 cm.) | 112—132° |
| Entzündungstemperatur des getrockneten Öles | 155—185° |
| Viskosität nach „Engler" bei 20° | 50—71 |
| „ „ „ „ 50° | 5—7 |
| Säurezahl im Mittelwert | 4 |
| Durch conc. Schwefelsäure absorbierbar | 84—90 % |
| Phenole, bestimmt nach üblichem technischen Verfahren | 23—26 % |
| Kohlenstoff 81·25 % als Mittelwert und entsprechend | |
| Wasserstoff 10·25 % „ „ | |
| Stickstoff 0·25 % „ „ | |
| Sauerstoff 7·50 % „ „ | |
| Schwefel 0·75 % „ „ | |

Die Schwankungen der Eigenschaften des Rohöls erklären sich aus der Notwendigkeit mehrfacher Änderungen der Destillationsbedingungen in der ersten Arbeitsperiode der Versuchsan-

lage. Mit der schliesslichen Wahl einer bestimmt definierten Destillationsmethode wurde dann auch die Beschaffenheit des Rohöles mehr oder weniger konstant und nur so weit, innerhalb enger Grenzen, variierend, als es etwa durch wechselnde Eigenschaften des Rohmaterials bedingt war.

Es war nun natürlich von Interesse zu untersuchen, welche Ergebnisse eine fraktionierte Destillation des nunmehr in seinen allgemeinen Eigenschaften genügend gleichmässig anfallenden Rohöles gibt, in wie weit die Resultate der Fraktionierung in quantitativer und qualitativer Hinsicht durch die Art und Weise der Ausführung der Destillation beeinflussbar sind und welches die Zahlen sind, die für eine erste allgemeine Charakterisierung der Produkte dienen.

Von gut abgestandenem Rohöl mit 0·7 % Wasser wurden zunächst 30 kg. in acht Einzeldestillationen aus einer 5 Liter grossen kupfernen Destillierblase abdestilliert und in 4 Fraktionen geschieden.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fr. | 1 | bis | 250° | erhalten | 4·3 % | $Fe_{20}$ | 1·5 | spez. Gew. | 0·875 |
| „ | 2 | „ | 300° | „ | 13·4 % | „ | 1·7 | „ „ | 0·907 |
| „ | 3 | „ | 350° | „ | 12·3 % | „ | 5·0 | „ „ | 0·945 |
| „ | 4 | „ spez. Gew. = 1 | | „ | 12·0 % | „ | 17·0 | „ „ | 0·995 |

Die Gesamtausbeute betrug somit 42 %, in der Blase verblieb ein Pech von weicher Konsistenz und der Verlust war rund 2·5 %.

Da bei 300° merkliche Zersetzung begann, so wurde zum Ende hin die Fraktionierung durch überhitzten Dampf und Vakuum unterstützt und die ganze Destillation überhaupt möglichst rasch durchgeführt. Je nach den Fraktionen war die Temperatur des überhitzten Dampfes von 160—300° und das Vakuum von 50—300 mm. In analoger Weise wurden dann weitere 1715 gr. Rohöl zu je ca. 550 gr. in einem kleineren kupfernen Destillierapparat bei langsamen Abtrieb in dieselben Fraktionen geschieden und schliesslich aus beiderlei Rohfraktionen durch systematische Redestillation je 8 Fraktionen in 25° Intervallen hergestellt. Die ersten wiederum bei raschem Abtrieb und die zweiten bei möglichst langsamen Gang 60—70 Tropfen die Minute. In der folgenden Tabelle 1 sind die korrespondierenden Zahlen für schnellen und langsamen Gang der Destillation in den einzelnen Spalten nebeneinander gestellt, die

Ausbeutezahlen sind in Prozenten des Rohöls gegeben. Diese Fraktionierung wurde in Glasretorten ausgeführt.

| Fr. | Temp. | Ausbeute | | Spez. Gew. 15° | | Refraktometerwerte rl. □ 21 | | Viskosität „Engler" 20° | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | r. | l. | r. | l. | r. | l. | r. | l. |
| 1 | bis 175° | 0·4; | 5·9% | 0·820; | 0·853 | 1·446; | 1·468 | 0·9; | — |
| 2 | 175—200° | 1·0; | 2·3% | 0·844; | 0·874 | 1·458; | 1·480 | 1·0; | — |
| 3 | 200—225° | 3·2; | 3·7% | 0·867; | 0·880 | 1·469; | 1·486 | 1·1; | — |
| 4 | 225—250° | 4·4; | 3·5% | 0·882; | 0·915 | 1·481; | 1·500 | 1·6; | — |
| 5 | 250—275° | 5·8; | 4·3% | 0·902; | 0·941 | 1·495; | 1·513 | 1·8; | — |
| 6 | 275—300° | 5·5; | 9·9% | 0·931; | 0·965 | 1·511; | 1·528 | 2·4; | — |
| 7 | 300—325° | 7·0; | — | 0·963; | 0·970 | 1·530; | 1·530 | 6·7; | — |
| 8 | 325—350° | 6·8; | — | 0·988; | 0·997 | 1·537; | 1·546 | 28·0; | — |

Es fehlen zwei Werte für Ausbeuten bei langsamer Destillation wegen vorgekommener Substanzverluste und die Viskositäten der letzten Spalte, die, infolge geringer Ölmengen, im Englerapparat nicht bestimmt werden konnten.

Bei der Fraktionierung verblieben rund 6% Pech, und die Gesamtausbeute an Öl stellte sich nun auf 34% bezogen auf das Rohöl und der pechartige Rückstand auf 61·4% bei 0·7% Wasser im Rohöl und 3·7% Arbeitsverlust (Gase und mechanische Verluste).

Das Ergebnis vielfacher, modifizierter Destillationsversuche wäre vorläufig folgendes:

Redestillation chemisch nicht behandelter Öle ist verknüpft mit Neubildung pechartiger Substanz.

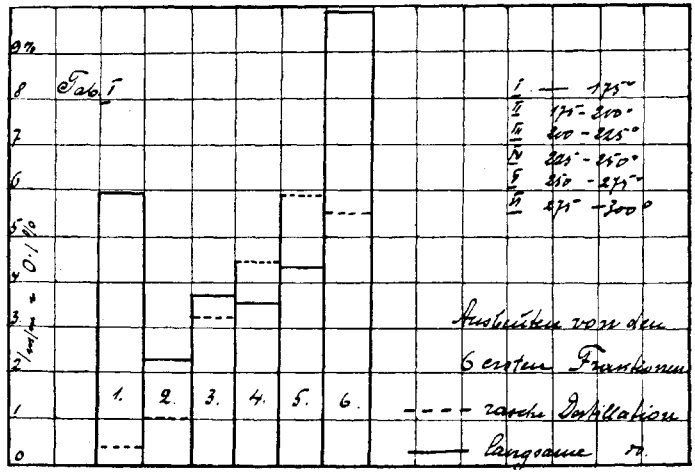
Die prozentuale Menge der pechartigen Substanz ist grösser bei langsamer Destillation kleiner Mengen und lässt sich bei entsprechender Verarbeitung des Rohöls im Grossbetriebe, d. h. bei Vermeidung der Zustände, die die Pechbildung fördern können, vermutlich ganz bedeutend herabsetzen.

Wasserdampf und Vakuum üben eine günstige Schutzwirkung aus.

Langsamer Abtrieb erhöht die Ausbeute an leichteren Fraktionen.

Die Kennziffern der Einzelfraktionen sind abhängig von der Art und Weise der Destillationsausführung und der Form des Apparates.

Es deckt sich das alles mit den Erfahrungen, die bei anderen Ölen gemacht worden sind, und zu besserer Veranschaulichung mögen die folgenden Diagramme dienen: 1. betreffend Ausbeuten; 2. betreffend die spezifischen Gewichte und 3. die Refraktionswerte, für langsame und rasche Fraktionierung. Verhältnismässig wenig scheint die Fraktion 200—225° durch Änderungen der Arbeitsweise alteriert zu werden, und beachtenswert




ist ferner die Beobachtung, dass bei den Temperaturen 170°, 207—210°, 237° und 330° die Destillation längere Zeit eben bei diesen Temperaturen verläuft, während sonst im allgemeinen ein stetiges Ansteigen des Quecksilberfadens besteht.

Es seien an dieser Stelle einige Angaben eingefügt über Öle, die aus demselben Ölschiefer bei Aussenbeheizung (indirekter) in grösseren Retorten, jedoch bei höheren Temperaturen — 600—700° — erhalten wurden.

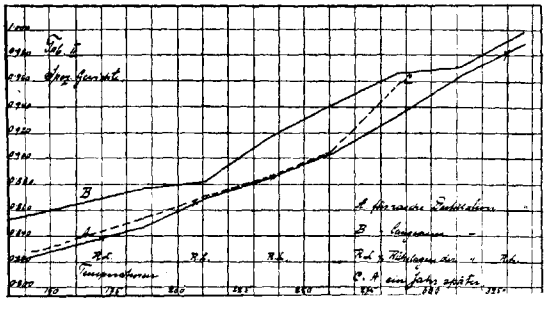
Rohöl. Spezifisches Gewicht 0·907. Fp. 37·5.

Eine fraktionierte Destillation des Rohöls ergab:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fr. 1. | Temp. | 65—150°. | Ausbeute | 9·9 % | Spez. Gew. | 0·790 |
| „ 2. | „ | 150—200° | „ | 27·5 % | „ „ | 0·831 |
| „ 3. | „ | 200—250° | „ | 17·5 % | „ „ | 0·879 |
| „ 4. | „ | 250—280° | „ | 7·5 % | „ „ | 0·925 |
| „ 5. | | mit überhitztem Dampf von 240° und unterschieden nach der Farbe in: | | | | |

a) 4·4 % Spez. Gew. 0·942
b) 7·5 % Spez. Gew. 0·993
c) 2·1 % „ „ 1·010

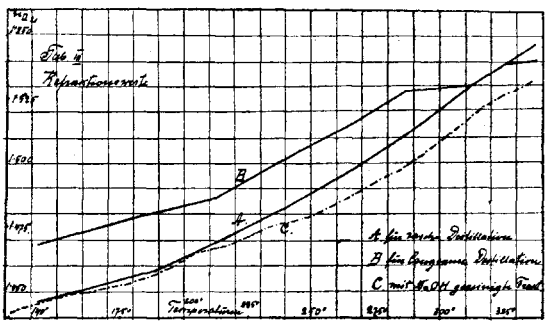
Die Anteile 3 und 4 wurden bei 90 mm. Vakuum abdestilliert. Weil diese Fraktionierung seinerzeit bei anderen Temperatur-Intervallen ausgeführt worden war, ist hier von einer Gegenüberstellung den ersten Werten abgesehen worden. Die Rohölausbeute war bei dieser Destillationsart, deren glatte praktische Durchführung auch heute noch nicht befriedigend gelungen ist, wesentlich kleiner als bei dem Verfahren „Pintsch".



Die Schaulinien für die spezifischen Gewichte bei rascher und bei langsamer Temperatur verlaufen wesentlich verschieden, und zwar liegen die spezifischen Gewichte der bei langsamen Arbeiten erhaltenen Fraktionen niedriger. Zur Erklärung könnten etwa folgende Erwägungen in Betracht kommen: einmal ist die Ausbeute der leichtesten Fraktion bei raschem Destillieren viel geringer, d. h. die leichteren Öle verteilen sich auf die nächsten schwereren Fraktionen, zum anderen ist auch die Möglichkeit einer Neubildung leichter Öle nicht auszuschliessen, und schliesslich werden bei lebhaftem Sieden von den Dämpfen feinste Ölteilchen mitgeführt, deren Temperatur höher ist als die des Dampfes, wodurch dann die Thermometeranzeige höher ausfällt als dies der Dampftemperatur entspricht. Infolgedessen haben diese Schaulinien nur einen informativen Wert hinsichtlich des Charakters der Änderungen der spezifischen Gewichte.

Von Interesse ist das Temperaturgebiet von 190—240°, wo, nach einer anfänglichen Neigung zum Zusammenkommen der spezifischen Gewichte, von etwa 210° ab wieder ein Auseinandergehen eintritt.

Einen ähnlichen Verlauf haben die Linien der Refraktionswerte. Wenn die spezifischen Gewichte in Tabelle II bei ca. 312° recht nah zusammenkommen, so findet ungefähr bei derselben Temperatur für die Refraktionswerte ein zeitweiliges Zusammen-



fallen statt. Die refraktometrischen Bestimmungen wurden bei Na-Licht mit einem Pulfrich-Apparat ausgeführt, und die Ermittelung der spezifischen Gewichte mit der Mohr'schen Wage und pyknometrisch.

Die einzelnen Fraktionen wurden nun in chemische Behandlung genommen, um festzustellen, welche Veränderung die charakteristischen Kennziffern hierdurch erfahren. Als Reinigungsmittel dienten verd. Natronlauge, verd. Schwefelsäure und Dimethylsulfat, das von H. Arnold für Abscheidung der ungesättigten und aromatischen Anteile im Urteer empfohlen ist.

Die in üblicher Weise ausgeführte Behandlung der Fraktionen mit 10—15 % Natronlauge gibt keine erschöpfende Absonderung der Phenole und Säuren, weil Wasser- und Ölphase ganz merklich gegenseitig ineinander löslich sind. Eine derart durchgeführte rohe Trennung ergab durch NaOH entfernbare Bestandteile in Fraktion: 1) 11·0 %; 2) 14·8 %; 3) 16·0 %; 4) 19·5 %; 5) 20·0 % und in 6) 20·8 %. In 7 und 8 wurde die Bestimmung nicht weiter vorgenommen, weil bei ihrer Destillation reichlich Wasserdampf angewandt worden war.

Um nun ein Bild zu bekommen über die Art der Beeinflussung einiger Kennzahlen durch die NaOH-Behandlung, wurde einmal Rohöl mit NaOH gewaschen und alsdann durch dreimalige systematische Destillation in 25° Fraktionen geschieden, zum anderen wurden die ursprünglichen, direkt fraktionierten Öle mit NaOH behandelt und hiernach redestilliert, um möglichst gleichartiges,

trockenes Material zum Vergleich zu haben. In der folgenden Tabelle stehen unter I die Zahlen für unbehandeltes Öl, unter II die für die behandelten Fraktionen und unter III die Zahlen der aus behandeltem Rohöl erhaltenen Fraktionen.

| | I | | II | | III | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Spez. Gew. | Viskosit. 20° | Spez. Gew. | Viskosit. 20° | Spez. Gew. | Viskosit. 20° |
| 1) bis 175° | 0·820 | 0·9 | 0·808 | — | 0·808 | — |
| 2) 175—200° | 0·844 | 1·0 | 0·824 | — | 0·824 | — |
| 3) 200—225° | 0·867 | 1·1 | 0·845 | — | 0·849 | — |
| 4) 225—250° | 0·882 | 1·6 | 0·856 | 1·1 | 0·861 | 1·1 |
| 5) 250—275° | 0·902 | 1·8 | 0·872 | 1·3 | 0·877 | 1·4 |
| 6) 275—300° | 0·931 | 2·4 | 0·895 | 1·8 | 0·898 | 1·8 |
| 7) 300—325° | 0·963 | 6·7 | 0·906 | 3·2 | 0·923 | 3·4 |
| 8) 325—350° | 0·988 | 28·0 | 0·956 | 2·6 bei 50° | 0·975 | 2·7 bei 50° |
| 9) 350—375° | — | — | — | — | 0·996 | 5·5 „ „ |
| 10) 375—400° | — | — | — | — | 1·012 | 15·2 „ „ |

Die Entfernung der Phenole und Säuren ergiebt also ein Abfallen der spezifischen Gewichte und der Viskosität; die Abweichungen in den Werten der Spalten II und III erklären sich teilweise aus der Schwierigkeit der Einhaltung genau gleicher Bedingungen bei der Fraktionierung, bei den höchsten Fraktionen scheinen noch andere Einflüsse mitzuspielen. In den destillierten Ölen sub II wurde dann noch einmal die Menge der mit NaOH abscheidbaren Bestandteile ermittelt, und es ergaben sich deren für 1) 0·03%; 2) 0·12%; 3) 0·55%; 4) 0·65%; 5) 0·80%; 6) 1·10%; 7) 2·30%; 8) 2·60%.

Es wäre zu untersuchen, ob solche Mengen noch nach der NaOH Behandlung im Öl verbleiben oder bei der Destillation neugebildet wurden aus sauerstoffhaltigen Verbindungen, die ausser Phenolen und Säuren im Öl enthalten sind.

Die vorgenannten Bestimmungen wurden an Ölen rascher Destillation gemacht.

Von den Ölen langsamer Fraktionierung wurden die ersten 6 Fraktionen 2—3 Mal mit 10% NaOH und — nach Auswaschen mit Wasser — mit 10 und 20% $H_2SO_4$ behandelt zur Beseitigung der Basen, deren Gehalt nicht an 1% heranreicht, und schliesslich mit Dimethylsulfat zweimal extrahiert, je 2 Teile Dimethylsulfat auf ein Teil Öl, — gewaschen und getrocknet.

Einmaliges Behandeln war ungenügend, die Öle zeigten starkes Nachdunkeln und auch nach der 2. Reinigung verblieb eine deutliche Empfindlichkeit gegen conc. $H_2SO_4$.

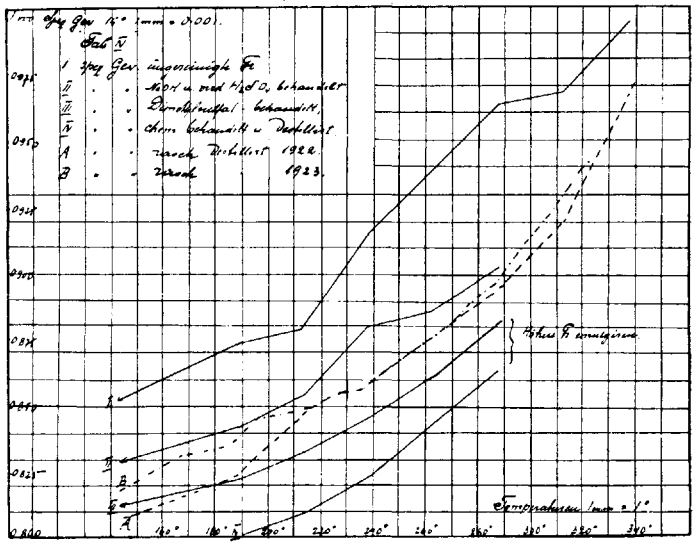
Von der Fraktion 250—275 wurde ein Teil viermal mit Dimethylsulfat ausgeschüttelt, es wurden so 62% des Öles wegextrahiert, das Produkt war fast geruchlos geworden, gab aber doch noch mit $H_2SO_4$ eine unverkennbare Bräunung, d. h. es enthält durch Schwefelsäure angreifbare Teile, die durch Dimethylsulfat nicht entfernbar sind. Eine dreimalige Behandlung mit conc. $H_2SO_4$ entzog dem Öl 60% (50%; 60%; 60%).

Die chemisch behandelten Öle wurden dann endlich noch einmal destilliert.

Nach den Einzelbehandlungen ergaben sich für die spezifischen Gewichte und Brechungskoeffiziente die folgenden Werte:

Spezifische Gewichte $15^0$.

Spalte I nach Behandlung mit NaOH und $H_2SO_4$.
„ II „ „ „ Dimethylsulfat.
„ III „ Destillation der chemisch gereinigten Öle.
„ IV entsprechende Zahlen der rohen Fraktionen.



| | I | II | III | IV |
|---|---|---|---|---|
| Fr. bis 175 | 0·829 | 0·812 | — | 0·853 |
| „ 175—200 | 0·842 | 0·822 | 0·801 | 0·874 |
| „ 200—225 | 0·854 | 0·833 | 0·809 | 0·880 |
| „ 225—250 | 0·881 | 0·846 | 0·823 | 0·915 |
| „ 250—275 | 0·887 | 0·862 | 0·843 | 0·941 |
| „ 275—300 | 0·905 | 0·882 | 0·864 | 0·965 |

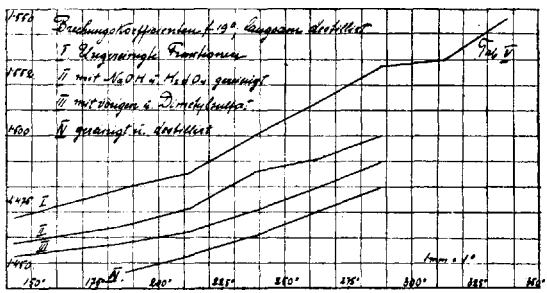
Die entsprechenden Schaulinien finden sich in der Tabelle IV. Die Fraktion bis 175° ist im Erfolg der Behandlung mit Dimethylsulfat überhaupt verschwunden und besteht somit wohl zum grössten Teil aus ungesättigten und absorbierbaren zyklischen Verbindungen.

In der folgenden Zusammenstellung sind die Refraktionswerte in derselben Ordnung zusammengefasst, wie oben die spezifischen Gewichte.

Refraktionswerte $n_D$ 18·5°.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Fr. bis 175° | 1·458 | 2·453 | — | 1·468 |
| „ 175—200° | 1·465 | 1·458 | 1·447 | 1·480 |
| „ 200—225° | 1·472 | 1·463 | 1·453 | 1·486 |
| „ 225—250° | 1·486 | 1·471 | 1·461 | 1·500 |
| „ 250—275° | 1·491 | 1·480 | 1·471 | 1·513 |
| „ 275—300° | 1·500 | 1·490 | 1·480 | 1·528 |

Die entsprechenden Schaulinien gibt die Tabelle V. Ergänzend sei hier noch hinzugefügt, welche Mengen der ein-



zelnen Fraktionen durch Dimethylsulfat absorbiert wurden und das Mengenverhältnis der Öle von der letzten Destillation.

| | Extrahiert | relative Menge |
|---|---|---|
| bis 175 | 34% | — |
| 175—200 | 33% | 10 |
| 200—225 | 27% | 17·5 |
| 225—250 | 25% | 38 |
| 250—275 | 33% | 24·5 |
| 275—300 | 25% | 10 |

In den Tabellen II und IV finden sich neben den bereits erwähnten Linien andere, die Bezug nehmen auf die Veränderungen der Öle bei längerem Aufbewahren. Die Linie C in Tabelle II zeigt die Anderung der spezifischen Gewichte der Rohfraktion im Laufe eines Jahres, und in der Tabelle IV charakterisiert die Linie B dasselbe für die mit NaOH gereinigte Fraktion, die Refraktionswerte konnten hier wegen zu starken Nachdunkels nicht bestimmt werden, wohl aber die Englerwerte für die Viskosität. Die folgende Zusammenstellung gibt unter 1 die Zahlen für die frischen Öle und unter 2 die entsprechenden Zahlen nach ca. einem Jahr.

| | Spezifische Gewichte | | | | Viskosität der Rohfraktion | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Rohfraktionen | | Mit NaOH behandelt | | | |
| | 1. | 2. | 1. | 2. | 1. | 2. |
| Fr. bis 175° | 0·820 | 0·823 | 0·808 | — | — | — |
| „ 175—200° | 0·844 | 0·852 | 0·824 | 0·838 | 1·0 | 1·0 |
| „ 200—225° | 0·867 | 0·868 | 0·845 | 0·849 | 1·1 | 1·1 |
| „ 225—250° | 0·882 | 0·884 | 0·856 | 0·858 | 1·6 | 1·2 |
| „ 250—275° | 0·902 | 0·906 | 0·872 | 0·877 | 1·8 | 1·5 |
| „ 275—300° | 0·931 | 0·956 | 0·895 | 0·888 | 2·4 | 2·3 |

Im allgemeinen konnte so ein Ansteigen der spezifischen Gewichte und ein Abfallen der Viskosität festgestellt werden. Die Proben wurden bei gewöhnlichen Laboratoriumsverhältnissen in gewöhnlichen Stöpselflaschen gehalten und bei mehrfachem Luftzutritt infolge gelegentlicher Probeentnahmen. Das spezifische Gewicht des Rohöls war auf 1·052 gestiegen, aus den Rohfraktionen hatten sich schmierige Sedimente abgesetzt, und zwar relativ am meisten aus den Anteilen bis 175° und 225—250°. Die chemisch behandelten Proben waren klar, ohne Ausscheidungen und im Verhältnis zu den Rohfraktionen wenig nachge-

dunkelt, während die mit Dimethylsulfat extrahierten und destillierten nach der bisherigen Beobachtung keine Neigung zu Veränderungen zeigen.

Wenn man nun annehmen kann, dass in den Rohfraktionen, die ansehnliche Mengen durch NaOH absorbierbare Bestandteile enthalten, eben diese Phenole und weiter vielleicht auch die basischen Körper die Hauptursachen der Veränderungen sind, so weisen die Änderungen in den Eigenschaften der chemisch behandelten Öle auf die Gegenwart noch anderer instabiler Bestandteile hin.

Es wurde dann noch eine differenziertere Fraktionierung des mit NaOH behandelten Öles in 10° Fraktionen durchgeführt, in der Erwartung vielleicht doch einen konstanter siedenden Anteil zu finden, jedoch die folgenden Werte lassen so ein Beginnen ziemlich aussichtslos erscheinen.

| | Spez. Gew. | $n_D$ 18·5 |
|---|---|---|
| Fr. bis 160 | 0·800 | 1·443 |
| „ 160—170 | 0·832 | 1·451 |
| „ 170—180 | 0·833 | 1·453 |
| „ 180—190 | 0·835 | 1·456 |
| „ 190—200 | 0·846 | 1·460 |
| „ 200—210 | 0·848 | 1·466 |
| „ 210—220 | 0·850 | 1·469 |
| „ 220—230 | 0·855 | 1·472 |
| „ 230—240 | 0·857 | 1·477 |
| „ 240—250 | 0·866 | 1·479 |
| „ 250—260 | 0·872 | 1·482 |
| „ 260—270 | 0·880 | 1·487 |
| „ 270—280 | 0·890 | 1·492 |
| „ 280—290 | 0·898 | 1·497 |
| „ 290—300 | 0·911 | 1·504 |
| „ 300—310 | 0·923 | 1·511 |
| „ 310—320 | 0·937 | 1·519 |
| „ 320—330 | 0·948 | — |
| „ 330—340 | 0·957 | 1·529 |

Die Fraktion 200—225 wurde in 5° Anteile zerlegt mit folgendem Ergebnis:

| | Spez. Gew. | $n_D$ 20·5° |
|---|---|---|
| $\frac{195^0}{200}$ | 0·835 | 1·463 |
| $\frac{200^0}{205}$ | 0·837 | 1·464 |
| $\frac{205^0}{210}$ | 0·840 | 1·466 |
| $\frac{210^0}{215}$ | 0·843 | 1·468 |
| $\frac{215^0}{245}$ | 0·847 | 1·473 |

Somit auch hier ein stetiges Ansteigen der Kennzahlen und keinerlei bemerkenswerten Ruhelagen bei dieser Art der Untersuchung des komplizierten Gemisches der Öle aus dem Brennschiefer.

In den Laboratorien der hiesigen Universität ist die chemische Untersuchung des Öles von mehreren Seiten in Angriff genommen worden, und wenn diese, in den verschiedensten Richtungen eingestellten Arbeiten zum Abschluss gekommen sind, dann wäre eine weitere dringende Aufgabe, die Veredelung dieser Öle, die ja nun wohl auch schon als Trieb-, Heiz- und Schmieröle verwandt werden, auf gangbare Handelsprodukte für technische Zwecke aller Voraussicht nach viel aussichtsvoller anzufassen.

An den verwandten Urteerölen aus Braunkohle und Steinkohle ist ja in neuester Zeit in Westeuropa und Amerika ausserordentlich intensiv gearbeitet worden, und eine ganze Reihe von Verfahren stehen zum Ausprobieren gewissermassen zur Auswahl da. Möglicherweise ist die Frage für obige Öle bereits praktisch gelöst, und es ist nicht ausgeschlossen, eher lebhaft zu wünschen, dass die Frage auch für die Öle aus estländischem Ölschiefer rascher in der Praxis ihre Lösung finde, als aus der systematischen aber langsamen Laboratoriumsarbeit heraus.

Der grössere Teil der experimentellen Arbeit ist von meinen geschätzten Mitarbeitern Mag. chem. A. Mickwitz und J. Weshnjakow geleistet worden.

M. Wittlich.

Dorpat, Dezember 1923.

# EMERGENZWINKEL, UNSTETIGKEITSFLÄCHEN, LAUFZEIT

VON

J. WILIP

---

DORPAT 1924

C. Mattiesen, Dorpat.

# Emergenzwinkel, Unstetigkeitsflächen, Laufzeit.

Von J. Wilip.

Die Erforschung des inneren Baues unserer Erdkugel gehört zu den wichtigsten Aufgaben der modernen Präzisionsseismometrie. Wegen ungenügender Ausstattung der seismischen Stationen mit entsprechenden Apparaten und überhaupt ihrer geringen Anzahl auf der ganzen Erdkugel hat bis heutzutage nur ein ziemlich dürftiges Material in dieser Richtung gesammelt werden können.

Die alte Hypothese eines inneren eisernen Kernes, der von einer steinernen Hülle umgeben sein sollte, musste bald aufgegeben werden, wo man nach der Aufzeichnung von Fernbeben sich genötigt sah im Inneren der Erde noch weitere Unstetigkeitsflächen anzunehmen, so dass an die Stelle einer einzigen, in der Tiefe von 1500 km, drei in 1200, 1700 und 2500 km traten.

Die neuere Seismometrie bietet nun ein mächtiges Hülfsmittel dar, auf dessen Grundlage man genauer den Gang der seismischen Strahlen verfolgen und hieraus auf den inneren Bau der Erde Schlüsse ziehen kann. Es ist dieses der Austrittswinkel der seismischen Strahlen an der Erdoberfläche mit dem Horizont oder der sogenannte scheinbare Emergenzwinkel, zu dessen Bestimmung auf der seismischen Station ausser den Horizontalpendeln noch ein Vertikalseismograph erforderlich ist.

Bei gleichmässiger Zunahme der Wellengeschwindigkeit mit der Tiefe würden die seismischen Strahlen bei ihrer Ausbreitung vom Herd glatte Bahnkurven bilden, wobei sie nach dem Brechungsgesetz dem Erdmittelpunkt ihre Krümmung zukehren würden.

Wenn aber ein zufälliger Sprung in der Geschwindigkeit oder eine sehr schnelle Zunahme oder Abnahme derselben unterwegs auftreten sollte, so sind auch in der Richtung der seismischen Strahlen Anomalien möglich.

Die Abhängigkeit des Austrittswinkels von der Epizentral-

entfernung lässt sich nicht mehr durch eine gleichmässige Kurve darstellen, sondern zeigt verschiedene Unregelmässigkeiten, so dass bisweilen für entfernte Beben der scheinbare Emergenzwinkel $\bar{e}$ bedeutend kleiner ausfällt, als man erwarten könnte.

Die seismischen Strahlen schneiden sich gewissermassen, bevor sie an die Oberfläche treten.

Dieses haben die langjährigen Beobachtungen in Pulkovo immer und immer wieder klargelegt, und noch viel mehr, dass nämlich einigen nach den üblichen Laufzeiten ermittelten Epizentralentfernungen bei einem und demselben $\Delta$ mehrere Emergenzwinkel $\bar{e}$ entsprechen können.

Fürst B. Galitzin[1]) hat auf Grundlage der Pulkovoer Beobachtungen aus den Jahren 1912 und 1913 in den obersten Schichten der Erdkugel mehrere Unstetigkeitsflächen konstatiert, von welchen diejenige in der Tiefe von 500 km meiner Erfahrung nach sehr scharf ausgeprägt ist.

Über die genauen Tiefen derselben ist noch schwer etwas feststehendes auszusagen, da über Emergenzwinkel für die Entfernungen von 0 bis 2000 km nur ein dürftiges Material vorliegt, und auch die Laufzeiten viel Unsicheres in sich schliessen[2]). Ebenso kann die Geschwindigkeit der Longitudinalwellen in den obersten Schichten, die man noch kürzlich als ca. 7 km angenommen hatte, die aber inzwischen nach neueren Beobachtungen auf 5,6—5,9 km herabgesetzt werden musste, noch Veränderungen erfahren, wenn es gelingt, mit den empfindlichsten Apparaten das erste Eintreffen der schwächsten Longitudinalwellen einwandfrei zu konstatieren. Jedenfalls ist durch S. Mohorovičić.[3]) und neuerdings durch O. Hecker[4]) wertvolles Material zu dieser Frage veröffentlicht worden.

Zur Erforschung des Emergenzwinkels eignen sich ganz besonders gut starke Beben, da sie eine grössere Genauigkeit zu erreichen gestatten.

Hier sollen die Emergenzwinkel reflektierter Wellen vielleicht zum erstenmal zur Sprache kommen. Gelegentliche An-

---

1) Извѣстія Постоянной Центральной Сейсмической Комиссіи, т. VII, в. 2. Sur l'angle d'émergence des rayons sismiques. 1917.

2) И. Вилипъ. О нѣкоторыхъ землетрясеніяхъ. Изв. Пост. Центр. Сейсмич. Комиссіи, т. VI, в. 1. Rumänisches Beben 25/V 1912, p. 53.

3) Gerland's Beiträge zur Geophysik, Bd. XIII, 1914.

4) O. Hecker. Die Explosionskatastrophe von Oppau. 1922.

gaben habe ich in den wöchentlichen Bulletins der Zentralstation in Pulkovo in den Kriegsjahren gemacht.

Von Hause aus möge bemerkt werden, dass die Aufsuchung von reflektierten Wellen einige Schwierigkeiten darbietet und eine grosse Übung voraussetzt. Noch mehr, um keinem Irrtum anheim zu fallen, muss man bereits über die innere Konstitution der Erdkugel einigermassen orientiert sein, wozu ganz besonders gut dienlich ist ein Vergleich der Stärke der direkten Longitudinalwellen für kleinere Epizentralentfernungen mit der reflektierten für grosse $\triangle$. Für $\triangle$, bei denen infolge von Schichtungen starke Zerstreuung der seismischen Energie auftritt, ist bereits teilweiser seismischer Schatten vorhanden.

Es steht zu erwarten, dass die reflektierten Strahlen, die ein vielfaches des Weges $\triangle$ zurücklegen, auch entsprechend schwächer auftreten, so dass oft die höheren Reflexionen fast ganz übersehen oder falsch angesprochen werden. Es gibt aber Epizentralentfernungen, für welche die höheren Reflexionen alle sehr deutlich erkennbar sind, wie z. B. für $\triangle = 8540$ km.

Die erste reflektierte Welle wird von einem ziemlich ungeübten Beobachter noch richtig angesprochen, es sei denn, dass sie im Vergleich zu der zweimal reflektierten verschwindend klein ausgefallen ist.

Was den Emergenzwinkel für reflektierte Wellen anbetrifft, so steht zu erwarten, dass derselbe ebenso gross ausfällt, wie derjenige für direkte Strahlen der der Reflexion entsprechenden Entfernung, d. h. für $PR_1$, wie für eine Epizentralentfernung $\frac{\triangle}{2}$, für $PR_2$, wie für $\frac{\triangle}{3}$ u. s. w.

In gewissen Fällen könnten nur innere Reflexionen an den Unstetigkeitsflächen störend mitwirken, wo dann gerade der Wert des Emergenzwinkels entscheidend ist.

Zur vorliegenden Untersuchung habe ich 2 starke Kamtschatka-Beben ausgewählt, bei denen die Epizentralentfernung eine solche war, die sehr gut ausgesprochene reflektierte Wellen zulässt.

Das erste dieser Beben ereignete sich am 31/VII 1915, und sein Epizentrum lag östlich von der Halbinsel im Stillen Ozean. Das zweite am 30/I 1917 spielte sich nach den Pulkovoer Seismographen fast 3 mal stärker ab, wurde nach Zeitungsnachrich-

ten auf der ganzen Halbinsel gefühlt und ergab nach den Bestimmungen der Zentralstation in Pulkovo ein Epizentrum im Gebiete zwischen Kljutschevskaja Sopka und Petropavlovsk.

Unten sind Angaben über diese beiden Beben zusammengestellt, wie dieselben aus den Pulkovoer Aufzeichnungen gefolgert werden konnten. In der ersten Kolumne stehen die Bezeichnungen der Phasen, in der zweiten ihre Momente, dann in der dritten die Epizentralentfernungen, wobei für die reflektierten Wellen die der Reflexion entsprechende Teilentfernung gegeben ist, mit Abrundung der letzten Stelle, und in der vierten der scheinbare Emergenzwinkel $\bar{e}$ der Phase.

Ausserdem sind für beide Beben die Phasendifferenzen zwischen den reflektierten und der direkten Longitudinalwelle gegeben, wie dieselben sich aus den direkten Messungen nach den Seismogrammen, dann nach den Wiechert-Zöppritzschen und drittens nach den Laufzeiten von A. Mohorovičić [1]) folgern lassen.

Erdbeben am 31./VII. 1915.

| Phasen. | Momente. | △ | $\bar{e}$ |
|---|---|---|---|
| $P$ | 1h 41m 34s | 6750 km | 50° |
| $PR_1$ | 44 12 | 3380 | 52 |
| $PR_2$ | 45 28 | 2250 | 45 |
| $PR_3$ | 46 40 | 1690 | 48 |

| | Abgelesen. | W-Z. | Moh. |
|---|---|---|---|
| $PR_1-P$ | 2m 38s | 2m 50s | 2m 36s |
| $PR_2-P$ | 3 54 | 3 56 | 3 45 |
| $PR_3-P$ | 5 6 | 4 28 | 4 8 |

Erdbeben am 30./I. 1917.

| Phasen. | Momente. | △ | $\bar{e}$ |
|---|---|---|---|
| $P$ | 2h 55m 35s | 6540 km | 62° |
| $PR_1$ | 57 54 | 3270 | 52 |
| $PR_2$ | 59 18 | 2180 | 44 |
| $PR_3$ | 3 0 14 | 1640 | 55 |

1) A. Sieberg. Geologische, physikalische und angewandte Erdbebenkunde. 1923 p. 288.

| | Abgelesen. | W-Z. | Moh. |
|---|---|---|---|
| $PR_1$—$P$ | 2m 19s | 2m 45s | 2m 32s |
| $PR_2$—$P$ | 3 43 | 3 46 | 3 37 |
| $PR_3$—$P$ | 4 39 | 4 18 | 4 2 |

Diese beiden Beben haben in jener Beziehung grosses Interesse, dass ungeachtet der geringen Differenz der Epizentralentfernungen die Emergenzwinkel der direkten longitudinalen Wellen von einander total verschieden sind. Ein Emergenzwinkel $\bar{e} = 50^0$ entspricht sonst der Epizentralentfernung von 2500 bis 3000 km.

Für die kleinere Entfernung tritt der Strahl beträchtlich steiler aus der Erdrinde heraus. Damit soll nicht gesagt sein, dass für diese Epizentralentfernung keine weniger geneigten Strahlen angekommen sind, dieselben müssen nur später eingetroffen sein als der steilere, und von diesem durch Superposition maskiert worden sein. Dieses kann auf solche Weise vor sich gegangen sein, dass der letztere durch eine Unstetigkeitsfläche hindurchgegangen sein mag, durch diese gebrochen wurde und auf diese Weise einen Teil des Weges mit grösserer Geschwindigkeit zurücklegte.

Der grössere Emergenzwinkel des longitudinalen Strahles entspricht nun durchaus dem gewöhnlichen Fall, während die kleineren $\bar{e}$ zu den Ausnahmefällen zu zählen sind und darauf hindeuten, dass der weniger steile Strahl eine kürzere Laufzeit besessen hat, als der steilere, vorausgesetzt eine ganz bestimmte Epizentralentfernung, für welche der Strahl eben noch eine beträchtliche Strecke im Inneren fast geradlinig verlief.

Ein genaueres Studium einer ganzen Gruppe der ersten eintreffenden Longitudinalwellen lehrt, dass gewöhnlich die dem ersten Stoss folgenden Strahlen noch bedeutend steiler austreten. Die Phase $eP$ besitzt also einen viel kleineren Emergenzwinkel, als $iP$, und somit auch eine kürzere Laufzeit. Hierdurch erklärt es sich, warum die Bestimmungen des Emergenzwinkels nach verschiedenen Beobachtern weit auseinandergehen können, da in dieser Frage die Empfindlichkeit der Apparate mit eine wichtige Rolle spielt. Die weniger empfindlichen Seismographen lassen oft die ersten eintreffenden Wellen als verschwindend klein erscheinen, und die späteren werden vom Beobachter für den Win-

kel $\bar{e}$ als massgebend angesehen, wodurch ein grösserer Emergenzwinkel gefunden wird.

Bei diesen beiden Beben sind nun die Winkel nach der ersten halben und der folgenden ganzen Amplitude für $P$ bestimmt worden.

Aus den Pulkovoer Beobachtungen vom Jahre 1912 und 1913 folgt als Mittel für einige Beben in diesem Epizentralbereich:

$$\triangle = 6330 \text{ km} \quad \bar{e} = 61^0$$
$$\triangle = 6730 \text{ „} \quad \bar{e} = 53^0,$$

was mit den hier betrachteten Fällen übereinstimmt, wobei im letzteren Fall das Minimum in $\bar{e}$ noch ausgeprägter ist.

Wenden wir nun unsere Aufmerksamkeit den reflektierten Wellen zu, so erkennen wir, dass dieselben für $PR_1$ und $PR_2$ bei beiden Beben fast identisch ausgefallen sind.

Vergleicht man diese Werte mit denjenigen, die aus den früheren Beobachtungen für die direkten Longitudinalwellen erhalten wurden, so findet man für $PR_1$ und $PR_2$ ganz gute Übereinstimmung.

So war für $\triangle = 3130$ km $\bar{e} = 55^0$.

Hier haben wir für $PR_1$ ($\triangle = 3380$ und 3270 km) $\bar{e} = 52^0$. Da die Entfernungen nicht identisch sind, so ist hier eine Abweichung zulässig.

Aus den Beobachtungen der Jahre 1912 und 1913 folgt für

$$\triangle = 2100 \text{ km} \quad \bar{e} = 48^0$$
$$\triangle = 2270 \text{ „} \quad \bar{e} = 41$$

Auch hier muss man die Übereinstimmung als befriedigend gelten lassen, da die beiden $\frac{\triangle}{3}$ und $\bar{e}$ in diesen Intervallen enthalten sind.

Dieses Resultat erscheint als äusserst wichtig, da es klar zeigt, dass man zur Bereicherung des Beobachtungsmaterials über den Emergenzwinkel sich auch der reflektierten Wellen bedienen kann, was ganz besonders aus jenem Grunde zur Geltung kommt, dass die Anzahl der seismischen Stationen auf der Erdkugel sehr gering ist, und man nicht auf einer und derselben Station beliebige Epizentralentfernungen zur Verfügung haben kann.

Ausserdem wird bisweilen für die P-Wellen die lokale

1) L. c.

Erschütterung mit der Periode $T = 1^s,5$ die Hauptwelle dermassen überdecken, dass eine Bestimmung von $\bar{e}$ erschwert ist, wobei aber die reflektierten Wellen für grössere Epizentraldistanzen eine zuverlässige Ausmessung des Winkels sehr wohl gestatten. Ganz besonders charakteristisch ist aber bei diesen beiden Beben der Emergenzwinkel für die $PR_3$-Wellen. Im allgemeinen besitzt derselbe für beide Beben einen zu hohen Wert, ganz besonders aber für die kürzere Epizentralentfernung.

In einem Vortrag in der Russischen Seismologischen Kommission im Jahre 1917 habe ich bereits auf diesen Umstand hingewiesen und daraus auf eine Unstetigkeitsfläche in den obersten Schichten der Erdkugel geschlossen, deren Tiefe ich zuerst auf 220 km schätzte, später aber auf ca. 380 km berechnete.

Beim ersten Beben lässt sich der steile Austritt der $PR_3$-Wellen durch eine ungewöhnlich erhöhte Geschwindigkeitszunahme in einer Tiefe von 380 km erklären, beim zweiten muss der Strahl an einer Unstetigkeitsfläche 4 mal total reflektiert worden sein, die sehr ausgeprägt ist und vom Fürsten B. Galitzin[1]) auf eine Tiefe von ca. 500 km berechnet wurde.

Noch auf folgendes möge hier hingewiesen werden. Wenn man die Laufzeitdifferenzen zwischen den reflektierten Wellen und der direkten etwas näher ins Auge fasst, so erkennt man im zweiten Fall für $PR_1$—$P$ und in beiden Fällen für $PR_3$—$P$ enorm grosse Abweichungen. Nimmt man die Laufzeit der $PR_1$-Wellen als massgebend an, so hat sich der direkte Strahl beim zweiten Beben beträchtlich verspätet. Wir haben also für den weniger steilen Strahl kürzere Laufzeit, als für den steileren. Dieser Umstand lässt wohl darauf schliessen, dass die Laufzeitkurve keine gleichmässige ist, sondern an bestimmten Stellen Knicke aufweisen muss.

Die gemessene $PR_3$-Welle ist mit beträchtlicher Verspätung eingetroffen. Hiermit soll nicht gesagt sein, dass diese die einzige und erste $PR_3$-Welle war, sondern nur, dass sie die stärkste und auffallendste gewesen, wobei die früheren schwächeren maskiert waren.

Um dieses zu entscheiden, kann man Aufzeichnungen für andere Epizentralentfernungen heranziehen, auf denen die vorausgehenden Wellen sich leicht finden lassen.

---

1) L. c.

Am massgebendsten sind solche Beben, wo im Herd ein einziger Stoss stattgefunden hat, wie man sie bisweilen aus der Gegend von Buchara registriert. Die Reproduktion des Anfanges eines solchen Bebens findet sich in einer früheren Mitteilung [1]).

Die $Z$-Komponente lässt dort sehr schön die reflektierten Stösse herauslesen, nämlich die Differenzen:

$$P'R_1 - P = 41^s$$
$$PR_1 - P = 62$$
$$PR_2 - P = 78$$

Die beiden letzten Differenzen entsprechen sehr gut den Laufzeiten von Mohorovičić, für die erste gibt es aber keine Laufzeitbestimmungen, weil die Welle schwach ist und übersehen wird. Die schwache Welle entspricht einem weniger gebogenen Strahl, die stärkere dem in einer Tiefe von 500 km 2 mal total reflektierten. Dieses bestätigt auch eine genauere Analyse des Emergenzwinkels, wo $P'R_1$ ein $\bar{e} =$ ca. $45^0$, $PR_1$ dagegen $\bar{e} = 54^0{,}5$ ergibt.

Der zweite Strahl hat sich hier um $21^s$ verspätet. Ein dieser Reflexionsentfernung entsprechendes direktes Wellenpaar würde auf der Registrierung also ca. $10^s$ von einander entfernt auftreten. Leider ist Pulkovo arm an Epizentralentfernungen zwischen 1500 und 1800 km. Es ist mir nur soviel gelungen festzustellen, dass bei $\triangle = 1810$ km $\bar{e} =$ ca. $35^0$, bei $\triangle = 1910$ km $\bar{e} =$ ca. $53^0$ beträgt, d. h. der steilere Strahl hat einen anderen bei 1910 km überholt. Bei dieser letzten Entfernung nimmt auch in der Tat der Emergenzwinkel allmählich ab, während in den gewöhnlichen Fällen ein Ansteigen sich erkennen lässt.

Dieses Beben wurde im Kaukasus gefühlt und zeigte eine ungewöhnliche Abweichung von den Laufzeiten, insofern $\triangle$ um einige hundert Kilometer kürzer ausfiel. Es hat den Anschein, wie wenn die ersten $P$-Wellen in einem totalen seismischen Schatten vollständig verloren gegangen wären.

Es liess sich dieses Strahlenpaar auch an den höheren Reflexionen eines anderen Fernbebens sehr deutlich nachweisen: es ist dieses das Beben vom 15/VIII 1913, dessen Kopie seinerzeit an verschiedene seismische Stationen und Fachgelehrte versandt

1) Извѣстія Пост. Центр. Сейсм. Комиссіи, т. VI, в. 2. J. Wilip. Über ein in Pulkovo registriertes künstliches Erdbeben, p. 177 1914.

wurde. Es mögen hier einige Angaben über die Untersuchung des Emergenzwinkels für dieses Beben mitgeteilt werden.

| Phasen. | Momente. | △ | $\bar{e}$ |
|---|---|---|---|
| $P$ | 19h 15m 0s | 8540 km | 67° |
| | 15 32 | — | 73 |
| $PR_1$ | 17 56 | 4270 | 55 |
| $PR_2$ | 19 44 | 2850 | 52 |
| $PR_3$ | 20 29 | 2135 | 54 |
| $P'R_4$ | 20 59 | 1710 | 45 |
| $PR_4$ [1]) | 21 49 | 1710 | 57 |

Auch für diese Entfernung haben wir bei $P$ 2 Strahlen, wobei der steilere mit $\bar{e} = 73^0$ sich um 32s verspätet hat. Man erkennt hier in der Gruppe der $PR_4$-Wellen die oben untersuchten Strahlen wieder. Die Verspätung des steileren ($\bar{e} = 57^0$) Strahles, der in der Tiefe von 500 km 5 mal total reflektiert worden sein muss, beträgt hier auch in der Tat 50s, wie es sein muss, da die Strecke 1710 km in △ 5 mal enthalten ist.

Ein Strahl mit dem kleineren Emergenzwinkel wird für gewisse Epizentralentfernungen von den gebrochenen steileren Strahlen überholt, die in einem besser leitenden Medium einen Teil des Weges zurücklegen, und so entsteht die Anomalie in den Emergenzwinkeln für gewisse Entfernungen. Jedenfalls könnte die Laufzeitkurve infolgedessen bisweilen eine zweifelhafte Gestalt haben.

Es können z. B. Fälle vorkommen, wo 2 verschiedene Epizentralentfernungen dieselbe Laufzeit besitzen.

Nach diesen beiden Kamtschatka-Beben bestätigt sich die Tatsache des Vorhandenseins einer Unstetigkeitsfläche in grösserer Tiefe aus dem Emergenzwinkel der direkten Longitudinalwellen.

Zugleich kann aus dem Emergenzwinkel von reflektierten Wellen auf eine weniger ausgeprägte Unstetigkeitsfläche in den oberen Schichten der Erdkugel geschlossen werden. Die Unstetigkeitsfläche in einer Tiefe von 500 km muss ganz besonders scharf sein, worauf der grosse Wert des Emergenzwinkels für reflektierte Wellen ($\bar{e} = 55^0$) hinweist. Der Emergenzwinkel für

1) Diese Stelle hat G. Walker bei einer genaueren Untersuchung meines Seismogramms mit einem Pfeil gekennzeichnet. Siehe: Phil. Trans. Roy. Soc. London. S. A. Vol. 218, 1919, p. 373, Fig. 5.

reflektierte Strahlen stimmt mit dem für entsprechende Entfernungen direkt gemessenen im allgemeinen überein.

Es kommen infolge von Richtungsänderungen des Strahles durch Schichtungen auffallende Differenzen in den Laufzeiten vor.

Aus diesen kurzen Bemerkungen geht jedenfalls deutlich hervor, welch eine grosse Bedeutung für die Seismometrie ein Vertikalseismograph besitzt. Derselbe gibt ein mächtiges Mittel in die Hand, den inneren Bau unserer Erdkugel näher zu studieren. Jedenfalls ist die Anzahl der seismischen Stationen viel zu gering, um ein einwandfreies einheitliches Beobachtungsmaterial zu sammeln. Würde man auf einem Erdquadranten 100 Stationen in je 100 km Entfernung von einander mit genau gleichartigen Seismographen ausgestattet zur Verfügung haben, so wäre die Analyse des Erdinneren eine leichte Sache. Fürs erste begnügt man sich immer nur mit gelegentlichen Epizentralentfernungen, die jeder seismischen Station eigen sind und nur stückweise dieses oder jenes zu liefern imstande sind.

# ZUR PETROLEUMFRAGE IN DEN BALTISCHEN LÄNDERN

VON

H. SCUPIN-DORPAT

DORPAT 1924

C. Mattiesen, Dorpat.

Die Frage nach dem Vorkommen von Petroleum auch in den baltischen Ländern ist wohl zuerst von B. Doss[1]) aufgeworfen worden, der im Jahre 1900 die Aufmerksamkeit auf einige unbedeutende oberflächliche Ansammlungen in Kurland richtete. Wäre eine Erbohrung namhafterer Mengen von Petroleum schon damals von grosser wirtschaftlicher Bedeutung für den Nordwesten Russlands gewesen, das mit seinen südrussischen Ölschätzen bereits zu den ölreichsten Ländern gehörte, so würde ein derartiges Vorkommen heute noch ganz besonders an Wert gewinnen, wo diese Länder nicht mehr zum russischen Reiche gehören, und es lohnt sich daher wohl der Frage vom wissenschaftlichen Standpunkte etwas näher zu treten, zumal sie auch in der öffentlichen Meinung einen Widerhall gefunden hat und auch schon Bohrungen auf Dagö in Angriff genommen worden sind, die aber zunächst abgebrochen wurden.

Die von Doss untersuchten Ölansammlungen fanden sich 3 km nordwestlich Schmarden an der Kronsmühle im heutigen Lettland. Nach dem Bericht von Doss tritt hier devonischer Dolomit in dem Mühlkanal zu Tage, zwischen dessen Bänken eine kleine Quelle ausfliesst. Hier hatten sich Ölflecke auf der Wasseroberfläche gezeigt, allerdings nur in ganz minimalen Spuren, so dass es nicht einmal gelang, etwas von dem Öl zu sammeln, eine ganz kleine Menge hatte der Mühlenpächter gelegentlich früherer Ausräumungsarbeiten gesammelt. An zwei weiteren Stellen, an denen sich nach Aussage des Müllers Petroleumspuren gezeigt haben sollen, konnten von Doss Beobachtungen nicht mehr angestellt werden. Nachdem Doss zunächst die Möglichkeit in Betracht gezogen hatte, dass es sich vielleicht

---

1) B. Doss, Über die Möglichkeit der Erbohrung von Naphtalagerstätten bei Schmarden in Kurland. Korrespondenzbl. d. Naturforscher-Vereins zu Riga, Bd. 43, 1900, S. 157.

um ausgelaufenes Petroleum gehandelt haben könne, hat er sich dann eingehender mit der Frage befasst.

Auf Grund einer älteren Analyse des Schmardenschen Öles aus dem Jahre 1889 kam er zu dem Schlusse, „dass die ölige Substanz als Naphta anzusehen sei, da sie sowohl bezüglich des spezifischen Gewichtes, als auch hinsichtlich des Siedepunktes und seiner elementaren Zusammensetzung den bekannten Naphtasorten entspräche." Als Ursprungsgesteine betrachtete er die bituminösen silurischen Schiefer, Kuckersit oder Dictyonemaschiefer. Inzwischen haben sich in dem verstrichenen Vierteljahrhundert die Anzeichen vermehrt, die auf das Vorhandensein von Petroleum in grösserer Tiefe schliessen lassen.

Die Voraussetzungen für die Bildung von Petroleum sind zweifellos gegeben. Träger von Bitumen sind, wie gesagt, im Dictyonemaschiefer und den Kuckersschen Brandschiefern gegeben, die beide gleichzeitig undurchlässige Schichtenstösse bilden, zwischen denen von unten nach oben Glaukonitsand, Glaukonitkalk, Vaginatenkalk und Echinosphaeritenkalk, im Ganzen etwa 25 m durchlässige bezw. durchklüftete Gesteine liegen. Diese Sande und Kalke kommen in keinem Falle als ursprüngliche Ablagerungsstätte für Petroleum in Betracht, sondern nur als Aufnahme-Gesteine für ein natürliches Destillat der liegenden Schicht, des Dictyonemaschiefers. Deshalb kann auch nur dieser, nicht der Kuckerssche Brandschiefer im Hangenden als Ursprungsgestein in Frage kommen, obwohl letzterer ja viel reicher an bituminösen Stoffen ist. Ein Destillat des letzteren könnte sich erst wieder im Hangenden desselben finden, hier fehlen aber wieder durchgehende undurchlässige Schichten im Hangenden in nicht zu grossem Vertikalabstande, die ein Ansammeln in den durchlässigen Zwischenschichten ermöglichen. Ferner fehlen auch im Baltikum trotz der flachen Lagerung der Schichten Antiklinalen nicht, die also einen Hinweis auf Anreicherungsstellen, Öllinien, geben könnten.

Anzeigen für das Vorkommen natürlicher Kohlenwasserstoffe in freiem Zustande sind vor allem gegeben in dem grossen Gasausbruch von 1903 auf der Insel Kokskär 35 km nordöstlich von Reval, der auch in der weiteren Öffentlichkeit Aufsehen erregte und über den auch die Tageszeitungen berichteten. Hier war zur Erlangung artesischen Wassers ohne Erfolg ein Bohrloch bis auf etwa 115 m Tiefe niedergebracht worden, dem

von 27 m Tiefe an ein brennbares Gas entströmte. Der erste Bericht stammt von A. v. Mickwitz, der sich später noch mehrfach äusserte [1]). Weiter haben sich mit diesem Gasausbruch H. v. Winkler [2]), Baron A. Pahlen [3]) sowie besonders B. Doss [4]) beschäftigt, der auch die einzig mögliche geologische Erklärung für ihn gab.

Bei der Bohrung kam es oft zu stärkeren Gaseruptionen unter Ausschleuderung von Sand, Ton und Steinen (besonders den sog. Imatrakonkretionen). Das ganze Bohrloch steht im Diluvium, die Sohle desselben liegt noch unterhalb des Ostseebodens in der Umgebung der Insel, wo sich die grösste Meerestiefe nördlich Estland befindet. — Nach einer Analyse von H. v. Winkler besteht das Gas aus 79,0% Methan und 20,8% Wasserstoff [5]). — Der Druck des Gases stand jahrelang zwischen 1,5—1,7 Atmosphären. Von 1907 bis Juni 1912 diente das Gas zur Beleuchtung des Leuchtturms, ebenso wurde es zur Heizung einiger Wohnungen benutzt. Infolge mehrfacher unterirdischer Geräusche aber wurde man ängstlich. Nach einem mir freundlichst übersandten Bericht des früher auf Kokskär stationierten Leuchtturmwärters steigerte sich der Druck gewaltig und das Gas entströmte mit einem so gewaltigen Getöse, dass man es bis Reval hörte. Man stellte daher die Versorgung des Leucht-

---

1) A. v. Mickwitz, Revalsche Zeitung 1903, № 244, 1904 № 58. Bericht über den Gasbrunnen auf Kokskär. — Bull. de l'Académie des sciences de St. Pétersbourg 1908, S. 188, sowie Bericht bei Fr. Schmidt: Über den Austritt brennbaren Gases aus einem Bohrloch auf der Insel Kokskär. Verhandl. d. Kaiserl. Russ. Min. Gesellsch. zu St. Petersburg. II. Ser., Bd. 41, 1903, S. 43.

2) H. v. Winkler, Die bei der estländischen Küste belegene Gasquelle auf Kokskär. Chemiker-Zeitung, Cöthen 29, 1905, № 49. — Über Umfang und Abbauwürdigkeit estländischer Bodenschätze. Mitteilungen a. d. Geolog. Institut d. Universität Greifswald, Heft 3, 1920, S. 24. — Eestimaa geoloogia. Reval 1922. S. 45.

3) Baron A. v. d. Pahlen, Revalsche Zeitung 1913, № 251, sowie Erwiderung auf Prof. B. Doss Bemerkungen zu den geologischen Verhältnissen beim Kundaer Gletscherschliff und auf der Insel Kokskär. Reval 1914.

4) B. Doss, Über die Herkunft des Naturgases auf der Insel Kokskär im Finnischen Meerbusen. Korrespondenzbl. d. Naturforsch. Vereins zu Riga, Bd. 56, 1913, S. 72, sowie Centralbl. f. Mineralogie u. s. w. 1913, S. 601. — Nochmals der Kundaer Gletscherschliff und die geologische Natur der Insel Kokskär, eine Erwiderung an A. Baron von der Pahlen. Korrespondenzbl. d. Naturforsch. Ver. zu Riga, Bd. 57, 1915, S. 96.

5) H. v. Winkler 1905, S. 670.

turms mit Naturgas ein, das nun ungenutzt dem Boden entströmt.

Während A. v. Mickwitz die Ansicht vertrat, dass die Gasquelle im Diluvium selbst liege, indem das vorrückende Inlandeis „alle animalen und vegetabilen Organismen des Meeres, lebende wie tote mitsamt den weichen unterkambrischen Tonen, die den Wasserboden bildeten, vor sich hergeschoben, an der estländischen Steilküste zusammengekehrt, diese organischen Massen mit dem plastischen Ton verknetet" habe, so dass das Gas durch die Zersetzung dieser Organismen innerhalb der Diluvialablagerungen entstanden sei, führte B. Doss das Gas bereits mit Recht auf den Dictyonemaschiefer zurück, dessen Glühverlust nach den älteren Analysen von A. Kupffer bis auf 22,41 % heraufgeht, indem er auf die völlige Unhaltbarkeit der Mickwitzschen Auffassung, der sich später auch Baron A. Pahlen anschloss, hinwies. Doss folgerte hieraus eine den Nordrand des Glints begrenzende Verwerfung, die den Dictyonemaschiefer im Untergrunde des Finnischen Meerbusens um mindestens 125 m gegen die nördliche Steilküste Estlands verwarf. Die Diluvialablagerungen der Insel selbst wurden von ihm als Ås aufgefasst.

Ausser diesem neuzeitlichen Gasausbruch haben offenbar schon früher Ausbrüche an anderen Stellen stattgefunden, und wie O. v. Linstow nachgewiesen hat, ist auch der sog. Krater von Sall auf Ösel nichts anderes als ein Durchschlagsrohr einer natürlichen Gasexplosion [1]), wie auch einige andere kleinere kraterähnliche Gebilde. Da es keine Dolinen bezw. Erdfälle sein können, wie sie anderweitig im Baltikum vorkommen, wegen der Neigung der sie umgebenden Kalkschichten — am Krater Sall fallen die Schichten mit 25—40° nach aussen —, auch vulkanische Maare nicht in Betracht kommen wegen des Fehlens von vulkanischem Auswurfsmaterial, andererseits aber die Neigung der Kalkschichten nach aussen deutlich auf eine von unten nach oben wirkende Kraft hinweist, so ist die Deutung als Durchschlagsröhre einer Gasexplosion ähnlich der von Kokskär die allein gegebene, die alle Erscheinungen ohne weiteres erklärt. v. Linstow nimmt ebenfalls den Dictyonema-

1) O. v. Linstow, Der Krater von Sall auf Ösel. Zentralbl. f. Min. u. s. w. 1919, S. 326.

schiefer als Ursprungsgestein des Gases an, nicht den Kuckersit, der nach Westen auskeilt. Die Gasausbrüche verlegt v. Linstow nach der Yoldia-Zeit. Postglazial müssten sie sein, da das Eis die Krateraufwölbung zerstört hätte. Dann überflutete das Yoldia-Meer die Insel Ösel, so dass die Ausbrüche etwa 4000—8000 Jahre vor Christus stattgefunden hätten.

Da nach H. v. Winkler[1]) der Dictyonemaschiefer 108 cbm Gas in der Tonne enthält, ein Betrag, der sich nach anderen Angaben[2]) bis auf 190 cbm steigern kann, und die Mächtigkeit bei Baltischport bis auf 4,8 m heraufgeht, so kommen, wenn man das spezifische Gewicht des Schiefers mit 2,2 annimmt, auf 1 qm Schicht rund 1150—2000 cbm Gas. Die grossen Mengen des ausströmenden Gases auf Kokskär und die starke in den Kratern auf Ösel zum Ausdruck kommende Wirkung der Gasausbrüche sind daher wohl begründet.

Weiter sind in diesem Zusammenhange zu nennen in der Literatur mehrfach erwähnte vereinzelte Nester fester asphaltartiger Kohlenwasserstoffe, die ebenfalls nur auf natürliche Destillation der in den bituminösen Schiefern vorhandenen Kohlenwasserstoffe mit nachträglicher Kondensation und Oxydation zurückzuführen sind[3]). Unmittelbar über dem Dictyonemaschiefer im Glaukonitsand fand sich ein solches Nest bei Baltischport. In Arro bei Kunda wurde im Echinosphaeritenkalk ein Nest von 900 ccm beobachtet, das ebenfalls auf den Dictyonemaschiefer zurückgehen dürfte. Andere liegen höher im Kalk der Jördenschen Schicht bei Paloküll und Pühalep, im Borealis-Kalk von Pusko bei Linden südwestlich Hapsal, bei Putkas und Kasargen im Kalk der Raiküllschen Schichten. Diese kleinen Vorkommen liegen also höher als die Kuckerssche Schicht, und man könnte daher daran denken, sie von dieser abzuleiten. Da der Kuckersit aber nach Westen auskeilt, so bleibt auch hier die Wahrscheinlichkeit, dass sie ebenfalls auf den Dictyonemaschiefer zurückzuführen sind und die Produkte der natürlichen Destillation auf Spalten nach oben gelangten.

Schliesslich ist auch bei Waimel auf Dagö im Jahre 1905 in 18—20 m Tiefe im Keller des Gutsgebäudes ein Nest von

---

1) H. v. Winkler 1920 a. a. O.
2) O. v. Linstow a. a. O. S. 330.
3) Vergl. auch B. Doss, 1900, S. 194, sowie H. v. Winkler, 1920, S. 10.

Rohöl gefunden worden. Es waren einige hundert Liter eines klebrigen, dicken schwarzbraunen Ölgemisches, das bei 15° ein spezifisches Gewicht von 0,8325 aufwies. Die Entzündungstemperatur betrug 58° C, der Siedepunkt 200°. Bis 150° destillierte 0,1 % über, bis 300° 73,12 %, bis 400° 81 % [1]). Auch ein noch 50 m vom Bohrloch entfernter Brunnen gab nach Erdöl schmeckendes Wasser.

Wohl gerade auf letzteren Befund hin ist nun versucht worden, der Frage praktisch näher zu treten und zu bohren. Am 7. Juli 1922 berichtete der „Revaler Bote“ [2]): „Naphta auf der Insel Dagden. Von der Bergverwaltung des Handelsministeriums sind gegen 100 Genehmigungen an verschiedene Firmen ausgegeben worden zwecks Ausführung von Arbeiten zur Aufsuchung von Naphtalagern auf der Insel Dagden. Es sind alles ausländische Unternehmer.“ In der Tat ist auch auf Dagö (Dagden) gebohrt, die Bohrung aber schon in ganz geringer Tiefe abgebrochen worden. Nach freundlicher Mitteilung von Herrn H. v. Winkler hat die Bohrung nur 6,24 m Tiefe erreicht und ist dann wegen Krankheit des Unternehmers eingestellt worden. Angesetzt ist sie innerhalb eines von O. v. Linstow (a. a. O.) erwähnten Kellers im Gutshause von Waimel auf Dagö. Natürlich hätte bis zur Oberkante des Dictyonemaschiefers gebohrt werden müssen, um ein Urteil zu bekommen.

Da nach dem Gesagten eine primär Petroleum führende Schicht mit fettreichen, der Fäulnis unterworfenen Tierresten als Träger nutzbar zu machenden Öls nicht in Frage kommen kann [3]), sondern vorhandenes Öl, ebenso wie die asphaltähnlichen Vorkommen und die gasförmigen Kohlenwasserstoffe, auf natür-

---

1) Vergl. O. v. Linstow a. a. O. und H. v. Winkler, 1922.

2) Gefällige Mitteilung von Herrn H. v. Winkler, der mich auch auf folgenden seltsamen Bericht der Zeitung vom 2. Juni aufmerksam machte: „Die „Institution of Petroleum Technologists“ veröffentlicht einen längeren Bericht von Prof. E. H. Cunningham-Craig über den estländischen Brennschiefer. Die estländischen Brennschieferlager, so heisst es in dem Bericht, sind die ältesten der Welt und ausserordentlich reich an Ölen. Die Entstehung der Lager lässt sich durch das Vorhandensein eines Petroleumfeldes erklären, wo aber die Vorbedingungen für die Ansammlung von Petroleum fehlten.“ (!). Ich war nicht in der Lage, das Original dieses Zitates von Prof. Cunningham-Craig nachzuprüfen und muss die Verantwortung für die richtige Wiedergabe dieser merkwürdigen Auffassung der Zeitung überlassen.

3) Vergl. B. Doss, 1900, S. 164 unten.

liche Destillation aus dem Dictyonemaschiefer zurückgeführt werden müssen, so entsteht die Frage nach der Wärmequelle für diesen Destillationsvorgang. Die Tiefe, in der jetzt der Dictyonemaschiefer ansteht, ist keine so bedeutende, dass hier auch eine nur annähernd hinreichende Tiefentemperatur angenommen werden kann. Am Glint tritt der Dictyonemaschiefer bei Reval etwas oberhalb des Meeresspiegels zu Tage, auf Dagö dürfte seine Oberfläche rund 60 m tief liegen. Bei Dorpat, wo nach Durchsinken des alten Rotsandsteins das Obersilur der unteren Oeselschichten in 135 m Tiefe erbohrt ist, kann man mit einer Tiefe von 255 m für den Dictyonemaschiefer rechnen. Weiter im Süden könnte der Dictyonemaschiefer etwa bis 500 oder 600 m herabtauchen. Legt man die durchschnittliche geothermische Tiefenstufe von rund 30 m für je 1° C zu Grunde, so ergibt sich bei Annahme eines Jahresmittels von 6° auf der Erdoberfläche für 300 m Tiefe eine Temperatur von nur rund 16°, weiter im Süden bei Annahme von 600 m Tiefe eine Temperatur von 26°. Allerdings war der überlagernde Schichtenstoss in früherer Zeit sehr viel beträchtlicher. Es hat weiter im Süden, in Litauen und Lettland sicher, bei uns wenigstens im südlichen Estland möglicherweise der Zechstein und der Obere Braune sowie der Weisse Jura darüber gelegen, vielleicht ausserdem auch noch Kreide, die weiter südlich im Gebiete der Windau erbohrt ist, aber auch dann würde keine ausreichende Temperatur herauszubringen sein. Sie bliebe immer noch weit unter der Siedetemperatur derartiger Öle auch bei normalem Drucke, vor allem aber unter der Temperatur, die bei der Reaktion anzunehmen ist, die den Endprozess der Erdölbildung bei Laboratoriumsversuchen darstellt (300° und mehr). Auch eine Kompensation der Temperatur durch Druck, wie solche mitunter vermutet worden ist, kann nicht angenommen werden, worauf Hoefer ausdrücklich hinweist[1]). Dagegen betont genannter Forscher, dass eine solche wohl durch die lange zur Verfügung stehende Zeit möglich sei und dass ein Vorgang, der im Laboratorium 350° beanspruche, sich vielleicht im Laufe langer geologischer Zeiträume schon bei 100° vollziehen könne. Nach dem oben Gesagten ist doch das Vorkommen von Destillaten besonders in Form von Gasen erwiesen, und so muss man wohl annehmen, dass die nötige

1) Vergl. H. Höfer, Das Erdöl. II. Leipzig 1909, S. 119.

Wärmemenge durch chemische Vorgänge hervorgerufen ist. Solche sind es ja auch, die vielleicht den Betrag der geothermischen Tiefenstufe stark herabsetzen können, worauf auch Höfer hinweist. Beim Bohrloch von Neuffen in Würtemberg geht sie auf 11,1 m herunter, nach Daubrée verminderte sie sich im Tertiär des Petroleumlagers von Pechelbronn sogar gelegentlich auf 8,2 m, bei Kutzenhausen auf 7 m, nach van Werwecke im gleichen Gebiet sogar auf 5 m. Ebenso beobachtete Höfer in der Nähe des Braunkohlenlagers von Osseg 5,1 m als Tiefenstufe [1]). Hier handelt es sich offenbar um Wärmezufuhr infolge von Oxydationsvorgängen. Im vorliegenden Falle ist diese offenbar durch Oxydation des in ausgedehnten Bänken vorkommenden Markasits und Schwefelkieses hervorgerufen.

In dieser Hinsicht sind die vielfach am Glint beobachteten Erdbrände durch Selbstentzündung bemerkenswert, auf die schon Doss [2]) hinwies und über die besonders ausführlich H. v. Winkler berichtet [3]). Auch hier kann die Selbstentzündung wohl nur durch die Oxydation des Pyrits und Markasits entstanden zu denken sein.

Nach dem Gesagten muss das Vorkommen der bisher beobachteten Kohlenwasserstoffe, sowohl der flüssigen, wie der gasförmigen und festen wohl auf Spalten und Spältchen zurückgeführt werden, auf denen sie vom Dictyonemaschiefer aus in die Höhe drangen. Auf Grund ihres Vorkommens aber wird danach auch die Möglichkeit eines lagerförmigen Vorkommens, wie es für eine praktische Ausnutzung allein in Betracht käme, nicht bestritten werden können. Diese aber wird abhängen von der Menge des im Dictyonemaschiefer aufgestapelten Bitumens sowie weiter von den Lagerungsverhältnissen, die unter Umständen eine örtliche Anreicherung ermöglichen.

Zunächst ist festzustellen, dass der Dictyonemaschiefer nach Osten auskeilt und bei Narva ganz verschwunden ist. Der Osten schaltet also für die Frage mehr und mehr aus. Über sein Verhalten in dieser Beziehung nach Süden sind wir leider nicht orientiert. Wenn ferner das Auftreten von Sätteln für die örtliche Ansammlung von Petroleum bedeutsam ist, insofern

---

1) Höfer a. a. O., S. 122.
2) Doss, Centralbl. f. Min. u. s. w. 1913, S. 606. Fussnote.
3) H. v. Winkler, 1922, S. 43—45.

etwa vorhandenes Erdöl zwischen undurchlässigen Schichten in wassererfülltem Raum wegen seines geringeren spezifischen Gewichtes im Sandstein und Kalk bis zu grösstmöglichster Höhe aufsteigt, so wird die Beurteilung in erster Linie von der Grösse der Fläche abhängen, die dem Wirkungsbereich des Sattels angehört, also von der Länge der Sattelschenkel. Im orogenetisch gefalteten Gebiet (Undulation Stille) wird diese bei steileren Falten in einem stärkeren Herabtauchen zum Ausdruck kommen müssen, im Tafellande mit höchstens epirogenetischer Wellung (Undation Stille) wird andererseits dementsprechend eine grössere Landfläche dem Sattelscheitel tributpflichtig. Im ersten Falle ist der natürliche Petroleumbehälter bei gleichen Mengen verhältnismässig schmal und tief, im anderen Falle breit und flach.

Der letztgenannte Fall käme für unsere Gegend gegebenenfalls in Frage. Dass flache Lagerung an sich kein Hindernis für Petroleumvorkommen ist, zeigt der westliche Teil des Appalichischen Petroleumfeldes, und ein Vergleich mit der hiesigen Gegend wäre in dieser Beziehung möglich. Ähnliches gilt bezüglich der flachen Lagerung im Südosten von Ohio u. s. w. Sättel sind an verschiedenen Stellen der baltischen Länder vorhanden. Alle Schichten steigen bekanntlich ganz flach gegen Norden, gegen die Geoantiklinale Finnland an, wobei die durchschnittliche Neigung etwa $^1/_2{}^0$ beträgt. Am Finnischen Meerbusen brechen sie an einer streichenden Verwerfung ab, auf die, wie oben gezeigt, B. Doss mit Bestimmtheit hinwies, nachdem schon eine Reihe anderer Forscher sich in ähnlichem Sinne geäussert hatte. Etwa vorhandenes Petroleum müsste also im Glaukonitsandstein und den auflagernden Kalken ebenfalls gegen Norden aufsteigen, ohne den Sattelscheitel erreichen zu können, der in Finnland liegen würde, dort aber abgetragen ist und zudem durch die Grabenversenkung des Finnischen Meerbusens von dem Hauptteil des südlichen Schenkels getrennt wäre. So kämen also nur Spezialsättel innerhalb des nach Süden flach fallenden Schenkels in Betracht. Ein solcher liegt z. B. auf Ösel[1]), wo er sich quer durch die Insel zieht. Einen flachen Sattel mit 1—3° Einfallen und einem Streichen von NNW—SSO erwähnt Grewingk[2]) aus der Gegend von Dorpat, der aber jetzt

1) Vergl. O. v. Linstow a. a. O. S. 331.

2) C. Grewingk, Erläuterungen zur zweiten Ausgabe der geographi-

der Beobachtung entzogen ist und sich nicht nachprüfen lässt. Weiter folgert B. Doss [1]) einen Sattel aus dem Wiederauftauchen devonischer Tone am Kobratokruge, etwa 10 km nördlich Dorpat an der Petersburger Landstrasse, die im Altrotsandstein vorwiegend unten auftreten [2]). Neben den auch auf den mitteldevonischen Altrotsandstein übergreifenden Falten bezw. Wellen könnten natürlich auch auf die kambrisch-silurischen Schichten beschränkte flache Sättel und Mulden rein epirogenetischer Art vorhanden sein, die sich der Beobachtung durch den diskordant auflagernden Altrotsandstein völlig entziehen und in die Zeit der Trockenlegung der Silurablagerungen fallen. Dahin könnte vielleicht ein Sattel gehören, den man bei Dorpat aus der verschiedenen Höhenlage des in der Tiefe erbohrten Obersilurs folgern könnte. Er würde mit einer westöstlichen Streichrichtung sich den Lagerungsverhältnissen der kambrisch-silurischen Schichten gut eingliedern [3]).

Was die in Frage kommende Ölmenge selbst anbelangt, so könnte man folgende nur einen oberen Grenzwert ergebende Mengenberechnung anstellen: Nach H. v. Winkler kann im Höchstfalle mit 4—5 % Öl in Dictyonemaschiefer gerechnet werden [4]). Nehmen wir das spezifische Gewicht des Dictyonemaschiefers mit rund 2,2 an, wie es lufttrockene, vom Schwefelkies freie Stücke zeigten, so ergeben sich für 1 cbm Gestein als Höchstwert 0,110 t Öl, bei einer Maximalmächtigkeit von 4,8 m also rund 530 000 t Öl auf den Quadratkilometer.

Es ist dies aber, wie gesagt, nur eine obere, rein theoretische Grenze. Denn es ist zunächst die Höchstmächtigkeit des Dictyonemaschiefers zu Grunde gelegt, der nach Osten auskeilt, ferner kann ein Ölgehalt von 5 % auch nur als Höchstwert an-

schen Karte Liv-, Est- und Kurlands. Arch. f. Naturk. Liv-, Est- und Kurlands. 1. Ser., Bd. 8, 1879, S. 436.

1) B. Doss, Gutachten über das Projekt einer Grundwasserversorgung der Stadt Dorpat. Riga 1906, S. 5.

2) Vergl. die Profile Grewingks in der Geologie Liv- und Kurlands; ein klimatisch-erdgeschichtliches Analogon zur Entwicklung des Unteren und Mittleren Buntsandsteins in Mitteldeutschland!

3) Vergl. H. Scupin, Die Frage des Vorkommens von Steinsalz in Estland. Sitzungsberichte der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Dorpat, Bd 29, 1922, S. 19.

4) Vergl. C. Gäbert, Über die Ölschiefer in Estland. Zeitschrift Braunkohle, Jahrgang 19, 1921, S. 599.

genommen werden, vor allem aber bezeichnet der angegebene Betrag nur die Höchstmenge im Dictyonemaschiefer selbst, und nur ein Teilbetrag davon kann als in die hangenden Schichten gelangtes Destillat angesetzt werden. Die Schätzung kommt der von Doss ziemlich nahe, der sich zuerst in einem Vortrage vor dem Naturforscher-Verein zu Riga mit grosser Reserve ausgesprochen hatte[1]), in der Hauptabhandlung aber, die sich mit der Möglichkeit der Erbohrung von Naphthalagerstätten beschäftigte, eine ziemlich optimistische Auffassung vertrat[2]).

Bei der Beurteilung wird natürlich sehr viel davon abhängen, wie ausgedehnt die einzelnen Sattelgebiete sind, welche Fläche die Schenkel des Sattels einnehmen. Darüber aber ist infolge der Bedeckung mit jüngeren Schichten vorläufig kaum etwas auszusagen, hier könnte nur eine hinreiche Zahl von Bohrungen Auskunft geben. Sollten die von mir (a. a. O.) als wünschenswert bezeichneten Bohrungen auf Salz in Angriff genommen werden, so werden sie nebenbei vielleicht auch schon über diese Frage einigen Aufschluss geben können.

---

1) Autoreferat u. a. in der „Rigaschen Rundschau“ № 45 vom 24. Februar 1900, abgedruckt bei Doss a. a. O. 1900, S. 161 ff.

2) a. a. O. 1900, S. 205.

# ZWEI GRUNDGESETZE

## (FUNKTION- UND STRUKTURPRINZIP)

# DER LEBENDIGEN MASSE

VON

PROF. DR. **HANS RICHTER**, DORPAT

(NACH EINER ANTRITTSVORLESUNG, GEHALTEN AM 29. NOVEMBER 1923
AN DER UNIVERSITÄT DORPAT)

---

DORPAT 1924

C. Mattiesen, Dorpat.

Ebenso wie im wirtschaftlich-praktischen Leben ist auch in der Wissenschaft eine weitgehende Arbeitsteilung eingetreten. Und wenn wir nach einem Charakteristikum der modernen Wissenschaft fragen, so gehen wir wohl nicht fehl, wenn wir antworten, dass das hervorstechendste Merkmal der heutigen Wissenschaft die Spezialisierung ist.

An sich sind natürlich dadurch staunenerregende Leistungen für das einzelne Fach und den einzelnen Fall erreicht worden. Aber im allgemeinen betrachtet ist dadurch der Wissenschaftsbaum gewissermassen stark ins Kraut, zu sehr ins Geäst geschossen. Die einzelnen Zweige sind in zu weiten Abstand von einander geraten. Ja, die Wissenschaft gleicht eigentlich weniger noch einem zusammenhängenden Naturobjekt, wie dies ein Baum ist, als vielmehr einem grossen Banktresorschrank, bestehend aus lauter nebeneinander gesetzten, ängstlich getrennten Fächern, die sich gegenseitig nichts anzugehen scheinen, und zu denen nur die zunftmässig Befugten den Schlüssel und Zugang haben. Cerberusse, welche mit Strenge an den Eingängen Wache halten, fehlen da auch keineswegs. Ja, man ist nicht selten so weit gekommen, dass man sich in technischen Ausdrücken gar nicht mehr gegenseitig versteht, dass manchmal dieselben Worte für verschiedene Begriffe gebraucht werden. Man möchte fast das Wort „multiversitas", an Stelle von „universitas" literarum prägen.

Nun ist es bekanntlich leichter und rentabler mit als gegen den allgemeinen Strom zu schwimmen. Darum ist es eigentlich etwas verwegen von mir, statt in der Richtung nach den Zweigspitzen des Wissenschaftsbaumes einmal in der Richtung nach dem Stamme zu streben, indem ich versuche aus der Vielheit und Vielgestaltigkeit einmal das Gemeinsame herauszufinden, und indem ich es wage, hier über zwei Grundgesetze, zwei Prinzipe, der lebenden Körper, der lebendigen Masse zu sprechen.

Aber der Umstand hat mir Mut zu diesem Unterfangen

gegeben, dass ich das Gefühl habe, als ob es sich auch auf anderen Zweigen des Wissenschaftsbaumes schüchtern zu regen anfängt mit einer solchen Abkehr von der Spezialisierung zur Betätigung in der zusammenfassenden Richtung. Es scheint die richtige Erkenntnis im Wachsen begriffen zu sein, dass nämlich die Wissenschaft auch vorzüglich darin besteht, die grossen und tiefen Zusammenhänge in der Vielgestaltigkeit der Natur aufzuweisen.

Beim Streben nach eben diesem Ziele kommt man unwillkürlich auf die Philosophie. Denn sie ist ja der eigentliche Stamm des Wissenschaftsbaumes, der die Äste und Zweige zusammenhält. Denn die vornehmste Aufgabe der Philosophie ist ja, das Wissen über das Wissen klar zu legen. Darum ist es nicht verwunderlich, wenn ich mich bei meinem Bestreben und Forschen von dem Ausspruch eines Philosophen leiten liess, u. zw. von einem deutschen Philosophen, der zur Zeit Goethes eine Rolle spielte, von Lichtenberg. Dieser sagt an einer Stelle: „Was jedermann für ausgemacht hält, verdient am meisten untersucht zu werden!“

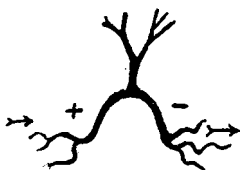


Fig. 1.

Von der Definition der lebenden Masse soll abgesehen werden, ebenso von der Frage des ersten Entstehens. Wir betrachten nur die Grunderscheinungen, die uns an lebenden Geschöpfen und deren Teilstücken entgegentreten.

Dabei diente mir als Richtschnur das ausgezeichnete Werk des Histologen M. Heidenhain (Lit. Nr. 1): „Plasma und Zelle“, dessen erste Abteilung „Allgemeine Anatomie der lebendigen Masse“ betitelt ist.

An der lebenden Masse lassen sich folgende „Wirksamkeiten“, als Ausdruck des „Lebendigseins“ feststellen (cf. Fig. 1):

der Stoffwechsel. Dieser hat etwas kontinuierlich Fliessendes an sich. Der Begriff „Wechsel“ schliesst zwei Phasen der Tätigkeit in sich:

a) ein Forttun, Wegtun, ohne eigentliche Beziehung ausgedrückt, ein Abfliessen. Diese Seite des Stoffwechsels stellt sich als Zerfall oder Aufbrauch dar. Wir geben ihm die Bezeichnung „Dissimilation“ oder „Diathese“, welche sich nach aussen hin in Form einer Ausscheidung (Se- und Excretion) kund tun kann.

Mathematisch ausgedrückt ist es ein Subtrahieren, ein Minus-Machen (—).

b) Die andere Tätigkeit, welche im Begriff „Wechsel" liegt, ist das Hinzutun, das Neu- (Wieder-) Hinzufügen, Aufbauen, Ersetzen, oder frei von relativer oder teleologischer Betrachtung ausgedrückt: ein Zufliessen. Das lebende Ding nimmt von aussen her Stoffe auf, die es sich anähnelt oder angleicht, was wir „Assimilation" nennen. Dadurch wird der bei der Dissimilation entstandene Verlust ersetzt, auch überersetzt. Dies wirkt also aufbauend, als „Synthese".

Mathematisch ist es eine Addition, ein Plus-Machen (+).

Beide Tätigkeiten gehen als Stoffwechsel ohne eine Grenze, wie zwei Seiten einer fliessenden Welle oder einer Kurve in einander über.

Aber das Plus muss irgendwoher genommen, und das Minus irgendwohin abgegeben werden. Das heisst mit anderen Worten: der Stoffwechsel kann nur dadurch zustande kommen, dass das lebendige Ding mit der Umgebung, dem Seinsmittel, dem „milieu", eine Verbindung, einen Kontakt hat, dass es mit der Aussenwelt „in Kontinuität steht", so dass diese auf das lebendige Ding, und umgekehrt, das Ding auf die Umwelt einwirken kann. Also ist die Gemeinsamkeit, die Kontinuität mit der Umgebung eine unbedingte Voraussetzung des Stoffwechsels.

Die Erscheinung nun am lebenden Dinge, welche dieses „In Verbindungstehen", dieses „In Kontinuität Sein" mit der Aussenwelt dokumentiert, nennen wir „Reizbarkeit", „Irritabilität". Subjektiv betrachtet sehen wir dies als eine Fähigkeit des lebenden Dinges an, womit sich dieses an die äusseren Umstände anpassen und diese beherrschen kann, was im Grunde genommen auf dasselbe herauskommt.

Die Irritabilität gehört also eng zum Stoffwechsel, denn ohne Kontinuität mit der Umgebung, ohne ein Inbeziehungtreten mit dem „milieu" ist ein Stoffwechsel nicht denkbar.

Aber Irritabilität und Stoffwechsel machen das Leben noch nicht vollkommen aus. Es muss noch hinzukommen: das Wachstum und das negative davon, das Absterben [Goethe drückt sich poetisch so aus: „Und solang' du das nicht hast, dieses Stirb und Werde, bist du nur ein trüber Gast auf der dunklen Erde"].

Und dort wo beide, Wachstum und Absterben, in einander

übergehen, wo sich gewissermassen das Plus des Wachstums und das Minus des Absterbens, des Vergehens die Wage halten, da tritt die Fortpflanzung auf, die ja auch als „das Wachstum über das individuelle Mass hinaus" bezeichnet wird (Fig. 1).

Das Wachstum ist eigentlich eine gesteigerte Assimilation, eine vermehrte Synthese, aus der ein Plus an lebender Masse (Ansteigen, Höherwerden der Welle) resultiert, ein Grösserwerden des lebendigen Dinges, was doch „Wachsen" heisst.

Hat das Wachstum, die Anschwellung der Welle einen gewissen Grad erreicht, gewissermassen das Optimum, so kommt es weiterhin zu einer Aufteilung und Abtrennung (Fig. 1). Dies ist dann die Fortpflanzung, das Wachstum über das „individuelle Mass hinaus". Die Fähigkeit der Fortpflanzung sichert die „Kontinuität des Lebens" (Darwin); sie stellt zugleich eine Verjüngung des Lebens dar. Die Produkte der Fortpflanzung zeigen wiederum: Irritabilität, Stoffwechsel, Wachstum, Fortpflanzung durch Aufteilung und Abtrennung.

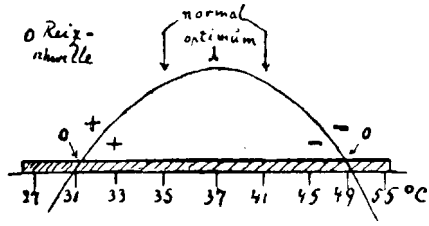


Fig. 2.

Dies sind die Vorgänge, welche man an lebenden Dingen konstatieren kann. Dies sind gewissermassen die funktionellen Eigenschaften der Körper, welche wir „lebendige" nennen. Überblicken wir diese Vorgänge, so ist gewissermassen alles ein immerwährendes, ohne Grenze ineinander gehendes, Fliessen. Alles ist in steter Fliessbewegung begriffen: movere in Form von vellere, das „*πάντα ῥεῖ*" (= das All fliesst) der alten Griechen.

Dieses Prinzip des Lebensvorganges in Gestalt einer Welle oder Kurve tritt uns auch bei jeder Reaktion jedes lebendigen Dinges entgegen, sei es dass dieses einen hochorganisierten Körper darstellt, sei es dass es nur eine einzelne Zelle ist, oder nur ein Bakterium. Bei der letzteren Kategorie des lebendigen Protoplasmas lässt sich dieses funktionelle Lebensgesetz in besonders durchsichtiger und einfacher Weise darstellen (cf. Fig. 2). Nehmen wir an, ich hätte eine Bakterienkultur auf einem Nährboden ausgesät. Dass sie lebt, erkenne ich daran, dass sie wächst. Das Wachstum hat durch Teilung der einzelnen Bakterien statt, wie ich dies unter dem Mikroskop direkt beobachten

kann. Das Wachstum wird beeinflusst durch Zufuhr von Wärme. Ich beobachte nun eine Bakterienkultur unter einem Mikroskop mit einem heizbaren Objekttische. Dabei lasse ich die Temperatur von einem niedrigen Grade langsam ansteigen. Dann beobachte ich folgendes: die Teilung wird beim Erreichen einer bestimmten Temperatur allmählich „lebhafter" werden. Dies wird sich mit dem weiteren Ansteigen der Temperatur auch steigern bis zu einem Optimum. Bei weiterer Erhöhung der Wärme wird das Wachstum aber wieder allmählich abnehmen.

Unter dem Einflusse einer gleichmässig ansteigenden Bedingung wird also das Wachstum oder der Lebensvorgang in einer erst auf- und dann wieder absteigenden Kurve verlaufen. Den Wärmeeinfluss auf die Kultur muss man sich so vorstellen, dass die in der Wärme enthaltene Bewegung auf die Bakterien einwirkt. Wenn ich nun die Bakterien ins Auge fasse, so wird ihre Kultur von der umgebenden Wärmebewegung zuerst (= ansteigender Schenkel der Kurve) profitieren, d. h. Plus (+) machen bis zu einem Optimum (= beste Bedingung) bei etwa 37° C, dann wird sie aber davon Schaden erhalten, Minus (—) machen (= absteigender Kurvenschenkel). Die Bakterien „assimilieren" erst die Wärme, dann „dissimilieren" sie. Zwischen Wärmebewegung und Bakterienwachstum (-leben) besteht also eine Plusminusrelation (-beziehung) (+⌒—). Gewöhnlich sagt man: für die betreffende Bakterienart ist 37° C die günstigste Wachstumtemperatur, die Optimumtemperatur, 30° das Minimum und 50° das Maximum der Temperatur, bei welcher sie wächst, lebt. Bei allen physiologischen Vorgängen des Körpers und seiner Teile herrscht eben dieses Prinzip. Bei allen Vorgängen in der Lebewelt begegnen wir diesem Gesetze. Überall, wo irgendeine stetig ansteigende Bedingung auf das Lebendige einwirkt, können wir, wenn ich der Kurve nachgehe, unterscheiden: Aus dem Unberührtseinlassen (Intangibilität) kommen wie zur Reizschwelle. (Ich sage nicht Grenzlinie, denn scharfe Grenzen gibt es in der Natur nicht, diese werden nur vermittels unseres Gehirns gezogen!) Dann kommt der Anstieg der Tätigkeit, Einwirkung der Bedingung im positiven (+) Sinne, Assimilation, bis zu einem Gipfelteil der Kurve (ich sage wieder nicht Gipfelpunkt).

Wenn man den Gipfelteil nach der Auf- und Abstiegseite weiter ausdehnt, so kommt man zu dem Begriff der Norm, des

Normalen. Weiterhin Abstieg der Tätigkeit, Einwirkung im negativen (—) Sinne, Dissimilation. Schliesslich kommen wir zum Verschwinden der Irritabilität überhaupt, zum Maximum der Ertragungsmöglichkeit der Bedingung, zur negativen Reizschwelle.

In der Therapie ist eine neue Richtung aufgetaucht und in den Vordergrund des allgemeinen Interesses getreten, die sogen. „Schwellenreiztherapie". Sie wird von so bedeutenden Männern wie z. B. dem Chirurgen Aug. Bier in Berlin vertreten. Die Grundlage der Schwellenreiztherapie bildet das sogen. Arndt-Schulz'sche biologische Grundgesetz. Der verstorbene Arndt war Physiologe in Greifswald, Schulz ist noch Pharmakologe an der gleichen Universität. Der Physiologe Arndt stellte folgenden Satz über die Wirkung der Reize auf: „Schwache Reize fachen die Lebenstätigkeit an, mittelstarke fördern sie, starke hemmen sie, stärkste heben sie auf".

Der Pharmakologe Hugo Schulz wendete dieses biologische Grundgesetz seines Kollegen auf die Wirkung der Gifte und Arzneimittel an und zeigte, wie dieses Gesetz auch hier seine Geltung hat, wobei Gift bezw. Arzneimittel als Reiz auslösender Faktor für den Organismus zu betrachten ist. Seine mannigfaltigen Versuche bestätigten vollauf die Richtigkeit dieses biologischen Grundgesetzes. Und, während es ihm nur daran gelegen war, das Körnchen Wahrheit auch in der Homoiopathie klar zu legen, kam er sogar in den Verdacht, die Laienhomoiopathie vertreten zu wollen. Er wurde deswegen in der wissenschaftlichen Literatur totgeschwiegen. Erst jetzt, wo dieser Gelehrte und Forscher seinen 70. Geburtstag feierte, kam man endlich dazu ihm Gerechtigkeit widerfahren zu lassen und Anerkennung zu zollen. Mit der neuen Richtung der Therapie, der man auch den Namen „konstitutionelle Therapie" gibt, werden die Namen Arndt und Schulz stets verbunden bleiben.

Vergleicht man dieses Arndt-Schulz'sche biologische Grundgesetz mit dem von mir aufgestellten Funktionsprinzip der lebenden Masse in Form der Plusminusrelation oder Kurvenreaktion, so fällt sogleich die grosse Ähnlichkeit, ja Übereinstimmung beider auf. Leider wurde ich mit diesem von Arndt und Schulz aufgestellten Gesetz, das ich in keinem der bekannten physiologischen Werke erwähnt oder abgehandelt gefunden habe, erst jetzt durch die Jubiläumsartikel für Schulz

in der Münchener medizin. Wochenschr. im August dieses Jahres (Lit. Nr. 5) bekannt.

Ich will hier gleich noch hinzufügen, dass das Funktionsprinzip der Plusminusrelation Beziehung hat mit dem Weberschen Gesetz über den Empfindungszuwachs (oder dem Fechner'schen psychophysischen Gesetz der Empfindungszunahme) und zu dem analogen Gesetz der Befriedigung, welches der grosse Mathematiker Bernouilli in Basel aufgestellt hat.

Denn ein Grundgesetz der lebendigen Masse muss natürlich auch auf die Gehirnfunktion Anwendung haben, und deshalb auch im einfachen und abstrakten Denken in der Mathematik zum Ausdruck kommen. Darum seien die Mathematiker an ihren Ausdruck „Funktion" erinnert und an die zum Verständnis der Differential- und Integralrechnung verwendeten Kurven. Auch die betreffenden hierbei verwendeten Zeichensymbole scheinen in gedanklicher Verbindung hiermit zu stehen. In dieser höheren Mathematik wird der Mathematiker gewissermassen wieder biologisch!

Das zweite Prinzip der lebendigen Masse, das Aufbau- oder Strukturprinzip liegt als etwas Morphologisches, mit den Augen leichter Erfassbares uns Menschen als „Augentieren" näher. Es ist in der bekannten „Protomerentheorie" von M. Heidenhain enthalten.

Heidenhain sagt, wenigstens dem Sinne nach: Es kommt nicht auf die Grundform des elementarsten Teilchens der lebenden Masse an, auch nicht zunächst auf die Grössenordnung desselben. Sondern es kommt darauf an, dass der lebende Körper überhaupt aufteilungsmöglich (oder teilungsfähig, was auf dasselbe hinausläuft) ist. Aber nicht in der Weise ist die Aufteilung, wie etwa ein Sandsteinblock in lauter Sandkörnchen zerfällt. Die Aufteilung erfolgt vielmehr in einer Aufeinanderfolge von verschiedenen Stufen und Ordnungen, in Teilkörpersysteme oder „Biosysteme", wie sie Heidenhain auch nennt, von denen das eine immer wieder aus dem anderen durch „Teilung" (primäre, sekundäre, tertiäre etc.) hervorgeht. Das Beispiel des Wirbeltier-Körpers möge zeigen wie dies gemeint ist: Die bilaterale (zweiseitige) Symmetrie zeigt uns die Teilung in eine rechte und linke Hälfte (Antimere). Jede von diesen zeigt eine metamere Aufteilung, wobei die Glieder in der Richtung vom Kopf zum Schwanz aufeinander folgen, ohne weiteres sichtbar

und erkennbar an der Wirbelsäule, den Muskeln, Rückenmark mit Nerven etc.

Auch am Skelett der Extremitäten tritt dieses Prinzip der stufenweisen Aufteilung leicht erkennbar zutage. So hat z. B. der Oberarm nur einen Knochenstab als Grundlage, im Unterarm ist schon eine Spaltung in 2 Knochen vorhanden, an der Hand und an den Fingern schon eine weitere Teilung in der Regel in 5 Strahlen. Das Nämliche ist in der Beckenextremität zu konstatieren. Sehr schön zeigt sich diese Tendenz auch in dem Auftreten von überzähligen Fingern und Zehen als Missbildung, wie sie namentlich auch bei unseren Haustieren häufig auftreten. Und das Missbildungsphänomen der Polydaktylie auf der einen Seite, und der Syndaktylie auf der anderen lässt sich leicht aus einem Plus und Minus dieses Aufteilungsprinzipes erklären.

Der alte Streit aber zwischen den Pathologen (Rud. Virchow!) einerseits und den Zoologen und Phylogenetikern andererseits, wobei die ersteren die Polydaktylie bei unseren Haustieren als „teras", die letzteren als „atavismus" auffassten, wird durch Anerkennung dieses Prinzipes als eines der lebendigen Masse überhaupt, geschlichtet.

In diesem Falle der spaltförmigen Aufteilung in der Wachstumsrichtung entspricht das Prinzip ganz dem Bilde der Verästelung und Verzweigung eines Baumes. Denn auch im Pflanzenreiche herrscht eben dieses Prinzip des Aufbaues, der Aufteilung in stufenweiser Folge.

Auf mikroskopischem Gebiete hat Heidenhain es in Form einer Teilkörpertheorie an einem weitschichtigen Bearbeitungsmaterial der tierischen Körperorgane und Gewebe dargestellt. So zeigt es sich z. B. besonders schön bei der quergestreiften Muskulatur auf dem Querschnitte im Bilde der Ineinanderschachtelung (Enkapsis). Der grössere Muskelbauch zeigt die stufenweise Aufeinanderfolge der Zusammenlagerung in primären, sekundären, tertiären u. s. f. Bündeln von Muskelfasern, während eine solche einzelne Faser selbst wieder in der Anordnung ihrer feinsten Fibrillenbestandteile jene Encapsis in Form der Cohnheim'schen Felderung unter ganz dem gleichen Bilde aufweist. Auch im sogen. Baustein der Gewebe, in der Zelle spiegelt sich dieses Prinzip wieder, ebenso am Cytoplasma, dem Zellleibe leicht erkennbar in der Centrosphäre, mit ihrem geschichteten Strah-

lenbezirk, dem Centrosoma und den Kernen des Centrosoma, den Centriolen.

So lässt sich das gleiche Prinzip des Aufbaues an allen Organen und Gewebsarten feststellen. Durch Analogieschluss muss man annehmen, dass auch über die Grenze hinaus, da, wo die Auflösungskraft des Mikroskopes versagt, solche Teilsysteme aufeinander folgen, also auch dort, wo keine Struktur mehr erkennbar ist, wo alles homogen erscheint. Die kleinsten denkbaren lebenden Einheiten nennt dann Heidenhain „Protomeren" (= Urteilchen der lebendigen Masse).

Hierbei ist aber noch folgendes festzuhalten:

a) Die Teilstücke derselben Stufe sind einander niemals gleich; sie weichen in Grösse, Form, Gewicht immer voneinander ab, müssen immer ungleich sein, da es keine absolute Gleichheit zweier Dinge in der Natur gibt. In dieser herrscht „iniquitas", die zur Asymmetrie führt. Schema: Y

b) Die Teilung braucht nicht vollständig zu sein; sie kann alle Übergänge zeigen. Schema: V Y Y

c) Die Teilung kann mehrfach sein und in allen 3 Raumrichtungen erfolgen.

Hierdurch entstehen die Formen: Spaltung nnd Entbündelung, segmentale Gliederung und die Querschnittsform der Einschachtelung (Enkapsis). Aus diesen Verschiedenheits- (Ungleichheits-) Typen kann eine ungeheure Mannigfaltigkeit entstehen. Aber immer ist die Teilungsfähigkeit der lebenden Masse in Form von Ordnungen, Systemen dasjenige, was bei der Ausbildung der Struktur das Gemeinsame abgibt.

Kurz und gut, man nehme irgend einen Teil eines lebendigen Körpers, das Aufbauprinzip ist feststellbar, und ich habe dieses Prinzip in Anlehnung an Heidenhain die „Merie" (τὸ μέρος griech. der Teil) genannt.

Wir haben also ein Funktionsprinzip, die „Plusminusrelation", und ein Strukturprinzip, die „Merie" (vergl. Fig. 3).

Im Strukturprinzip kommt zu gleicher Zeit die Form des Wachstums zum Ausdruck. Aus der Figur ist ersichtlich, dass die beiden Prinzipe ohne Grenze in einander übergehen, wie sich ja auch Funktion und Wachstum bekanntlich gegenseitig bedingen. Die Art des Wachstums wieder führt zu einer bestimmten Struktur, und aus dieser leitet sich weiter die äussere Form her.

Steigen wir noch eine Stufe tiefer in der Betrachtung und untersuchen wir: in welcher Beziehung („relatio“) stehen wieder diese beiden Prinzipien, das der Funktion und das der Struktur, zu einander? Gehen wir einmal von der sichtbaren Darstellung dieser beiden Prinzipien, von ihrem „signum“, von ihrem „Symbol“ (Fig. 3) aus, so können wir dieses auch leicht in solcher Weise umgestalten, wie es Fig. 4 zeigt. Das Symbol lässt sich dann so auffassen, dass es zwei Wellenberge sind, welche gegen einander (von oben nach unten) gerichtet sind. Wie lässt sich dieses im Rahmen der biologischen Funktion ausdeuten?

Die wachsende Welle, als Individuum für sich betrachtet, stösst bei ihrem Ansteigen, beim Anwachsen, nicht ins „Leere“ — denn es herrscht der „horror vacui in natura“, es besteht eine „continuitas“ im All —, sondern gegen den Widerstand des „Seinsmittels“, des „milieu“, der Umgebung. Nimmt dieser Widerstand zu, und wird er stärker als die „individuelle“ Wachstumskraft der einheitlichen Welle, so kommt es zu einer Aufteilung und Aufspaltung in Form der „Merie“. Hieraus könnte sich dem Sinne nach das Wort der klassischen Naturphilosophen: bellum pater rerum erklären lassen.

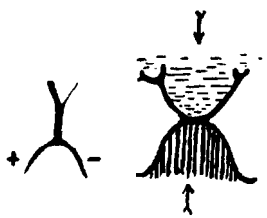


Fig. 3 u. 4.

Was ist nun das Tertium comparationis zwischen diesen beiden Naturprinzipien? Das ist die „Polarität“, welche sich aus dem Funktionsprinzip, der Plusminusrelation ergibt. Das primäre — zeitlich genommen — ist das Funktionsprinzip, das Sekundäre die „Merie“, das Strukturprinzip. In der Protomerentheorie Heidenhains steckt streng genommen nicht ein rein morphologischer Begriff, sondern auch ein funktioneller, nämlich die Art und Weise des Teilungsvorganges. Heidenhain ist also im Grunde genommen hier schon Physiologe.

Also die „Plusminusrelation“ und die „Polarität“ sind zwei Begriffe, die sich so ziemlich decken. Der Vorgang, welcher zur Polarität führt, ist das „Urprinzip“, und zwar nicht nur der lebenden Masse, sondern der Natur überhaupt. [Wie diese Gesetze der lebenden Masse auch für die sogen. „leblose“, tote Masse und Substanz Geltung haben, habe ich in meiner Schrift: „Die Entwicklung der Begriffe: Kraft, Stoff, Raum, Zeit“ etc. (Lit.

Nr. 3) und in einem Vortrage: Zwei Grundgesetze der lebenden Masse und der Natur überhaupt (Lit. Nr. 4) näher dargelegt.]

Und dieses Urprinzip, diese „Polarität" ist zugleich dasselbe, was Goethe als „Urphänomen" bezeichnet hat. Man muss festhalten, dass Goethe in erster Linie Naturforscher und Naturphilosoph war. So wollte er auch betrachtet werden. Und sein ganzer „Faust" ist nur unter dieser Voraussetzung, unter einem solchen Gesichtswinkel richtig zu verstehen. Auch Goethe stellt den Vorgang, die Funktion, die Bewegung an erste Stelle und lässt Faust übersetzen: Am Anfang war nicht das geprägte Wort, auch nicht der feste Begriff, nicht der begreifbare Sinn, sondern „am Anfang war die Tat", also die Funktion.

Es liessen sich aus Faust, namentlich aus dem zweiten Teil und den spät geschriebenen Stellen, noch manche anführen, von denen man annehmen muss, dass Goethe dort ähnliche naturphilosophische Gedanken zum Ausdruck bringen wollte.

---

Ich möchte noch einige Beziehungen dieser beiden festgestellten Prinzipe der lebenden Masse, der „Plusminusrelation" und der „Merie", zur Methode des allgemeinen Denkens und der Logik aufweisen:

Die einfachste Form des Denkens ist die „ratio", die Rechnung. An den beiden niedrigsten und einfachsten Rechnungsarten zeigt sich sogleich die „Polarität", da sich Addition und Subtraktion wie Plus und Minus verhalten. Durch Aufteilung und das Ergebnis davon, die Vermehrung der Zahl, kommen wir zur nächsten Stufe, der Division und Multiplikation, und in weiterer Stufenfolge zur Radizierung und Potenzierung. Und in der höheren Mathematik ist dasjenige, was man „Funktion" nennt, die sogenannte Sinuskurve buchstäblich und dem Sinne nach die Plusminusrelation, das Funktionsprinzip der lebenden Masse, und der Vorgang, welcher zur Ermittelung des Differential-quotienten „Delta" führt, ist weiter nichts als eine immer weitere stufenweise Aufteilung, also eine „Merie", und die „Integrierung" lässt sich als das „polare" Gegenteil der Differenzierung ansprechen. Auch wer sich etwas näher mit der Philosophie des Physikers Mach (Lit. Nr. 2) beschäftigt hat, wird in seiner Abstraktion und Supplementierung („Vervoll-

ständigungstrieb") leicht die Plusminusrelation (mathematische „Funktion") wiedererkennen.

Die Bildung von „Kategorien", die ja in der Philosophie eine solche Rolle spielt, ist weiter nichts als die Ordnung der Erscheinungswelt in Form der stufenweisen Aufteilung („Merie") bezw. des entsprechenden „polaren" Gegenteils, des Zusammenschlusses.

In der Logik und Erkenntnistheorie wird der sogen. „diametrale Gegensatz" meist durch zwei sich senkrecht schneidende Pfeillinien, also durch eine Überkreuzung, durch ein Kreuz symbolisiert und ausgedrückt. Dies ist auch die einfachste, richtigste und wahrste Ausdrucksform, in welcher an lebendigen Dingen der Natur der Antagonismus sich nachweisen lässt. In wunderbarer Weise zeigt sich diese „antagonistische Überkreuzung" an den Muskeln des Rumpfes, die einander entgegenwirken. Es sei auf das Beispiel der musculi intercostales externi und interni hingewiesen. Sie überkreuzen sich in ihrem Faserverlauf, die äusseren sind Inspiratoren, die inneren Exspiratoren, sie sind also Antagonisten in ihrer Kontraktionsleistung. Das gleiche Prinzip zeigt sich in der Form der Zellteilung, bei der auch die zweite Teilungsebene die erste überkreuzt. Es liessen sich noch mannigfaltige Beispiele und Beweise anführen, dass überall in der lebendigen Natur der Kreuzantagonismus herrschend ist. Und dieser Kreuzantagonismus lässt sich unmittelbar aus dem Kurven- (Bogen-) verlauf der Plusminusrelation herleiten. Diese beiden Prinzipe decken sich also!

Wenn in der jetzt üblichen mathematischen Physik (namentlich bei der Behandlung des Verlaufes der Lichtstrahlen durch mathematische Formeln) das Hin und Zurück, oder das Gegeneinanderlaufen, also der Antagonismus, das Diametral Entgegengesetzte der Bewegung, durch zwei parallel verlaufende Linien mit entgegengesetzter Pfeilrichtung dargestellt und symbolisiert wird, so liegt hier ein prinzipieller Irrtum zugrunde!!! In der Natur gibt es so etwas nirgends. (Man vergleiche hierzu meine entsprechenden Auslassungen über „Parallelität" in meiner oben schon erwähnten Schrift: Lit. Nr. 3.)

Hier in der lebendigen Natur herrscht überall die Wellenbewegung, nirgends das Parallellaufen, die „ideelle" Gleit- oder Schiebebewegung. Schon die Geschichte der Optik hat gezeigt, dass die rein geometrische Auffassung der Lichtstrahlen dem Fortschritt in der optischen Technik hinderlich gewesen

ist. Und ein durch eine solche geometrische Berechnung veranlasstes, mit grossem wissenschaftlichen Pathos ausgesprochenes „Unmöglich" auf dem Gebiete der Fernrohrtechnik erwies sich später als übereilt ausgesagt und wurde durch die tatsächlichen Erfolge widerlegt. Ähnliche Erfahrungen machte man auf mikroskopischem Gebiete. Erst nachdem ein Abbé in Jena nicht mehr mit geometrischen Lichtstrahlen, sondern mit Lichtwellen operierte, wurde der Bau der Mikroskope auf eine sichere und fortschrittliche Basis gestellt, eine Grundlage, in welcher die moderne mikroskopische Technik wurzelt und weiter wächst.

In der rein gedanklichen, ideellen Sphäre, in der sich ja die Mathematik (Geometrie und Algebra) bewegt, ist der Begriff der Polarität ein anderer, als in der bewegten lebendigen, wirklichen Natur. In der Geometrie sind die entgegengesetzten „Pole" einer unbeweglichen, starren, toten Kugel die zwei Endpunkte der axialen Linie. Hier kann niemals eine Vereinigung beider „Pole" stattfinden. Sie bleiben immer getrennte, unversöhnliche feindliche Gegensätze. Anders die „Polarität" in der beweglichen lebendigen Natur. Hier stellen sich die Pole wie die zwei zusammengehörigen Teile, Hälften eines Ganzen dar, die sich nicht von einander trennen lassen wollen. Hier verhalten sich die zwei entgegengesetzten Pole, das Plus (+) und Minus (—), wie Wellenberg und Wellental einer fortschreitenden Wellenbewegung, oder wie der auf- und absteigende Teil eines Kurvenverlaufes, wie die Schenkel eines Bogens, einer Brücke. Einzeln, getrennt von einander sind sie nicht denkbar, nur zusammen bilden sie das „Individuum", die „Person". Sie sind die zwei Hälften eines Ganzen.

(Es ist mir aufgefallen, dass eigentümlicherweise in der estnischen und auch finnischen Sprache ein mit „Pol" gleichklingendes Wort „pool" für „halb", „Hälfte" gebraucht wird. Ob dies nur ein zufälliger Gleichklang ist, oder ob man hier vielleicht das Wort Goethes in Faust: „Jedem Worte klingt der Ursprung nach, wo es sich herbedingt" heranziehen könnte, diese Frage zu entscheiden möchte ich aus guten Gründen Philologen überlassen. Ich möchte hier lediglich auf den Tatbestand hingewiesen haben.)

Auch in der Morphologie der lebendigen, gewachsenen Organismen kommt diese Art der Polarität meist wunderbar

zum Ausdruck, so recht sinnfällig in der weit verbreiteten „bilateralen Symmetrie“

Das Zusammengehören, Zusammenpassen der beiden Pole zeigt sich aber auch in der Physik (Magnetismus, Elektrizität) und in der Chemie (Ionen).

Sobald die Wirkung, also die „Funktion“, der entgegengesetzten Pole inbetracht kommt, tritt sogleich das Sich Anziehende, Entgegenkommende, Zusammengehörige in Erscheinung. Und ist dies mit der Polarität der Geschlechter im Reiche der lebendigen Organismen bis hinauf zum „homo sapiens“ nicht das Gleiche?

Sollte diese prinzipielle Übereinstimmung auf diesen so heterogenen Gebieten, in diesen so verschiedenen Kategorien der Wissenschaft nur ganz zufällig und ohne einen inneren Zusammenhang sein, ohne eine gegenseitige Beziehung, ohne Relation? — Wo doch ein anderer Philosoph — und diesmal ein französischer, Renouvier — als die tiefste Kategorie, als die Kategorie der Kategorien die „Relation“ bezeichnet hat?

## Literatur.

1) M. Heidenhain, Plasma und Zelle, im Handbuch der Anatomie des Menschen v. Bardeleben. Jena 1907 und 1911. Verlg. G. Fischer. Jena.
2) E. Mach, Die Analyse der Empfindungen. 9. Auflg. 1922. G. Fischer. Jena.
3) H. Richter, Die Entwicklung der Begriffe Kraft, Stoff, Raum, Zeit durch die Philosophie mit Lösung des Einstein'schen Problems. Leipzig 1921. Verlg. Otto Hillmann.
4) H. Richter, Zwei Grundgesetze der lebenden Masse und der Natur überhaupt. Tierärztl. Rundschau 1922, Heft 14/15, und Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern 1922.
5) F. Martius, Das Arndt-Schulz'sche Grundgesetz u.
Aug. Bier, Der Reizverzug. Beide in Münch. medizin. Wochenschr. 1923. Jhrg. 70. Nr. 31. S. 1005 u. 1006.

**A V** (1924). **1.** E. Öpik. Photographic observations of the brightness of Neptune. Method and preliminary results. — **2.** A. Lüüs. Ergebnisse der Krüppelkinder-Statistik in Eesti. — **3.** C. Schlossmann. Culture in vitro des protozoaires de l'intestin humain. — **4.** H. Kaho. Über die physiologische Wirkung der Neutralsalze auf das Pflanzenplasma. — **5.** Y. Kauko. Beiträge zur Kenntnis der Torfzersetzung und Vertorfung. — **6.** A. Tammekann. Eesti diktüoneema-kihi uurimine tema tekkimise, vanaduse ja levimise kohta. (Untersuchung des Dictyonema-Schiefers in Estland nach Entstehung, Alter und Verbreitung.) — **7.** Y. Kauko. Zur Bestimmung des Vertorfungsgrades. — **8.** N. Weiderpass. Eesti piparmündi-õli (Oleum menthae esthicum). (Das estnische Pfefferminzöl.)

---

**B I** (1921). **1.** M. Vasmer. Studien zur albanesischen Wortforschung. I. — **2.** A. v. Bulmerincq. Einleitung in das Buch des Propheten Maleachi. 1. — **3.** M. Vasmer. Osteuropäische Ortsnamen. — **4.** W. Anderson. Der Schwank von Kaiser und Abt bei den Minsker Juden. — **5.** J. Bergman. Quaestiunculae Horatianae.

**B II** (1922). **1.** J. Bergman. Aurelius Prudentius Clemens, der grösste christliche Dichter des Altertums. I. — **2.** L. Kettunen. Lõunavepsa häälik-ajalugu. I. Konsonandid. (Südwepsische Lautgeschichte. I. Konsonantismus.) — **3.** W. Wiget. Altgermanische Lautuntersuchungen.

**B III** (1922). **1.** A. v. Bulmerincq. Einleitung in das Buch des Propheten Maleachi. 2. — **2.** M. A. Курчинскій (M. A. Kurtschinsky). Соціальный законъ, случай и свобода. (Das soziale Gesetz, Zufall und Freiheit.) — **3.** A. R. Cederberg. Die Erstlinge der estländischen Zeitungsliteratur. — **4.** L. Kettunen. Lõunavepsa häälik-ajalugu. II. Vokaalid. (Südwepsische Lautgeschichte. II. Vokalismus.) — **5.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. [I.] — **6.** A. M. Tallgren. Zur Archäologie Eestis. I.

**B IV** (1923). **1.** E. Kieckers. Sprachwissenschaftliche Miscellen. II. — **2.** A. v. Bulmerincq. Einleitung in das Buch des Propheten Maleachi. 3. — **3.** W. Anderson. Nordasiatische Flutsagen. — **4.** A. M. Tallgren. L'ethnographie préhistorique de la Russie du nord et des États Baltiques du nord. — **5.** R. Gutmann. Eine unklare Stelle in der Oxforder Handschrift des Rolandsliedes.

---

**TARTU ÜLIKOOLI TOIMETUSED** ilmuvad kolmes seerias:

**A:** Mathematica, physica, medica. (Matemaatika-loodusteaduskonna, arstiteaduskonna, põllumajandusteaduskonna ja loomaarstiteaduskonna tööd.)

**B:** Humaniora. (Usuteaduskonna, filosoofiateaduskonna ja õigusteaduskonna tööd.)

**C:** Annales. (Aastaaruanded.)

**Ladu:** Ülikooli Raamatukogus, Tartus.

---

**LES PUBLICATIONS DE L'UNIVERSITÉ DE TARTU (DORPAT)** se feront en trois séries:

**A:** Mathematica, physica, medica. (Mathématiques, sciences naturelles, médicine, agronomie, sciences vétérinaires.)

**B:** Humaniora. (Théologie, philosophie, linguistique, histoire, jurisprudence.)

**C:** Annales.

**Dépôt:** La Bibliothèque de l'Université de Tartu, Esthonie.

---