

# PILOOTUURING

## KUTSEÕPPEASUTUSTE I KURSUSE ÕPILASTE MATEMAATIKA TEADMISTEST JA OSKUSTEST

### Kokkuvõte

Liina-Mai Tooding  
Anne-Liis Rämson

Lisa 1 – matemaatika lõpueksami valikuuringu tulemused, fail *REksam.zip*;

Lisa 2 – tabelid, fail *tabelid.doc*;

Lisa 3 – joonised; fail *joonised.doc*

Käesolevas analüüsis esitatakse üldülevaade 2003. aasta sügisel Eesti kutseõppeasutustes läbi viidud matemaatikateadmiste testi tulemustest. Et test koosnes põhikooli 2003. aasta matemaatikaeksami ülesannetest, siis on allpool võrdlusena kasutatud põhikooli lõpueksami tulemuste valikuuringu kokkuvõtlikke andmeid (tabelid ja joonised lisas 1). Lisaks kutseõppeasutustele viidi test võrdluseesmärgil läbi ka väikeses gümnaasiumi 10. klassi õpilaste grupis. Tekstis viidatud tabelid paiknevad lisas 2 ja joonised lisas 3.

### 1. Testitegijate üldandmed

Matemaatika tasemetesti tegi 1267 õpilast ja see toimus 33 kutseõppeasutuses, mis hõlmasid 34 erisugust eriala (1144 õpilast), ja neljas gümnaasiumis (123 õpilast). Testitegijate valikuga püüti esindavalt katta kutseõppeasutuste õppevaldkondi.

Test hõlmas 17 õppevaldkonda. Suhteliselt suurema testitegijate hulgaga olid esindatud majutamise ja toitlustamise ala õpilased (187 testitegijat) ning mehhaanika ja metallitööde ala õpilased (126 testitegijat). Vähimad grupid valdkonniti olid haaratud metsanduse alalt (18 õpilast) ning ehituse ja tsiviilrajatiste alalt (21 õpilast). Valdkondade eristamisel kasutatakse analüüsis neid nimetusi, mis olid märgitud tööde tiitellehtedel.

Üksikerialadest oli suhteliselt suurema grupiga esindatud koka eriala (171 õpilast), aga samuti autolukkseppade-autoremondilukkseppade eriala (kokku 125 õpilast). Piimatoodete tehnoloogid moodustasid vähima grupi (5 õpilast), samuti olid suhteliselt väikese arvuliselt esindatud kaluri-laevajuhi ja sisevete majanduse erialade õpilased (vastavalt 13 ja 14 õpilast). Ka erialanimetused on võetud tööde tiitellehtedelt.

Õppevaldkondade nimistu ning esindatus selgub tabelist 1.

Testi teinud õpilaste seas oli 501 tütarlast ja 766 noormeest (60,5 % testitegijatest). Kutseõppeasutustest pärit testitegijate seas oli meesõpilaste osakaal suurem kui gümnaasiumides (vastavalt 62% ja 45%). Enamik õppevaldkondi olid soospetsiifilised – valitses kas noormeeste või tütarlaste tugev ülekaal, välja arvatud majutamise ja

toitlustamise ning muusika ja esituskunstide valdkond, kus oli nii tütarlapsi kui ka noormehi enam-vähem võrdselt. Analoogiline sooline muster ilmnis erialade korral, kus sooline tasakaal oli olemas koka, pagar-kondiitri, talu-kodumajanduse erialadel, samuti kaubanduse arvutiteeninduse ja muusika erialadel.

Testi sooritati kahes variandis, mille vahel õpilased jagunesid enam-vähem pooleks. Ka valdkonniti, erialade poolest ja koolide lõikes jaotusid variandid ühesuguselt.

## **2. Tasemetöö tulemuste punktisumma üldine jaotus**

Tasemetöö tulemused osutusid kutseõppeasutustes jaotuse poolest erinevaks gümnaasiumidest, mistõttu tuleb neid kaht koolide gruppi käsitleda lahus.

Keskmine punktisumma kutseõppeasutustes oli 16,7 punkti (standardhälve 10,0 punkti) ja gümnaasiumides oluliselt kõrgem – 32,6 punkti standardhällbega 7,2 punkti (tabel 2, veerud “Kokku”). Kutseõppeasutuste keskmine tulemus ulatub napilt üle 40% võimalikust maksimumtulemusest (40 palli), gümnaasiumides on aga keskmise tulemuse osakaal maksimumi suhtes suur – 82%.

Jaotuse iseloomu poolest on tulemuste jaotus kutseõppeasutustes positiivselt asümmeetriline (domineerivad väiksemad punktisummad) ja gümnaasiumides teravalt negatiivselt asümmeetriline (domineerivad suured punktisummad). Pooled kutseõppeasutuste testitegijaist said tulemuse kuni 16 palli, gümnaasiumides on see piir 35 palli (tulemuste põhilisi jaotusparameetreid vt. tabel 2). Kolmveerand kutseõppeasutuses tehtud töid jääb alla 23 punkti. Gümnaasiumides on see piir 38, seega gümnaasiumides sooritas üks neljandik õpilastest töö punktidele 38-40.

Test oli gümnaasiumiõpilastele lihtne, tulemused on kontsentreeritud skaala suuremate punktide alale, seevastu kutseõppeasutuste õpilaste hinded katavad kogu skaala (joonis 1), haarates sealhulgas ka väga nõrkade tulemuste ala. Loogiliselt võib siit tuletada järelduse, et test (seega ka põhikooli lõpueksami ülesannete komplekt) on kutseõppeasutusi orientatsiooniga noortele liiga raske.

Põhikooli lõpueksamil saavutati keskmine üldtulemus 26,9 palli standardhällbega 9,7 palli. Keskmine eksamitulemus moodustab 67% võimalikust maksimumist. Neid andmeid käesoleva töö tulemustega võrreldes peab arvestama, et ei ole teada, milline oli konkreetselt kutseõppeasutustesse tulnud põhikoolilõpetajate edukus matemaatikas. Samuti ei pruugi kõik testitegijad olla 2003. aasta koolilõpetajad. Samuti tegid testi ka venekeelse põhikooli lõpetajad, kes õpivad eestikeelsetes rühmades, ja neile võis testi tekst jääda kohati arusaamatuks.

Olles kodeerinud punktisummad vastavalt kehtestatud korrale hinneteks (alla 25% võimalikust maksimumtulemusest – 1; 25...49% – 2; 50...69% – 3; 70...89% – 4; 90% ja enam – 5; haridusministri määrus nr. 33, 20.09.2000), ilmneb, ühelt poolt, gümnaasiumiõpilaste paremus, aga teiselt poolt kõrge mitterahuldavate hinnete osakaal kutseõppeasutustes – 63% (joonis 2).

Jaotus hinnete alusel avab teatava selgema võimaluse vaadeldava testi tulemuste võrdluseks põhikooli lõpueksamite uurimistulemustega (lisa 1). Üldiselt oli kevadisel põhikooli lõpueksamil mitterahuldavate hinnete osakaal pisut üle 13%, kusjuures

hinnete “neli” ja “viis” osakaal oli kokku üle poole – 52%. Põhikoolides toimunud lõpueksamitöodes olid tulemused küll veidi tagasihoidlikumad, aga siiski märgatavalt paremad kui siinkohal vaatluse all olevas testis.

Tutvudes lõpueksami tulemuste jaotusega (lisa 1), tekib teatavaid edasisi küsimusi võrreldavuse võimalikkuse kohta. Lõpueksami tulemuste jaotuse (0 kuni 40 punkti) graafikut uurides võib püstitada hüpoteesi, et lõpueksamite töid on hinnatud eelkõige hindepõhiselt, mitte pidevat punktiskaalat kasutades. Sellele viitab esmalt punktisumma jaotuse üldmulje – 4-5 tugevalt väljaulatuvat üksikväärtust (hinnete piirpunktid) katavad enam kui pooled väärtustest ja ülejäänud tulemused on väikese osakaaluga. Sellise jaotuse teke on 40-pallisel skaalal statistiliselt väga ebaootuspärane. Käesoleva testi tulemuste jaotus, nagu nähtub jooniselt 1, katab aga kogu skaalat ja naaberväärtuste sagedused on lähedase suurusega. Keskmiste ja muude jaotusparameetrite kasutamine on sellise jaotuse puhul kogumi kohta tervikuna muidugi tunduvalt informatiivsem kui diskreetsete üksikväärtustega lõputööde jaotuse puhul. Sellele vaatamata viitame allpool siiski ka lõpueksami puhul keskmistele punktisummadele.

Lõpueksami ja käesoleva testi erisugusest hindamisstrateegiast annab tunnistust seegi asjaolu, et niihästi hinde “kolm” kui ka hinde “viis” saanutel on lõpueksami andmeil keskmine punktisumma pisut madalam kui vaadeldava kutseõppeasutuste testi puhul (hinde “neli” puhul pisut kõrgem). Ülalöeldust järeldub, et lõputööde ja käesoleva testi tulemuste kõrvutamise õpilaste edukuse seisukohalt on küsitav, kuivõrd nende tööde läbiviimise eesmärgid olid erisugused. Küll aga saab lõputööde tulemusi kasutada hinnete struktuuri analüüsil, sest eeldatavasti oli hindamisprintsip kogu töö vältel ja kõigi tööde puhul ühtne.

Kokkuvõtte punktisumma üldanalüüsist:

- test oli kutseõppeasutustesse õppima läinutele väga raske;
- testi tulemused jäävad väga tugevalt alla lõpueksami tulemustele;
- testitagemise edukust ei saa punktisumma jaotuse erineva iseloomu tõttu otseselt võrrelda põhikooli lõpueksamite edukusega.

### **3. Punktisumma erisused valdkonna lõikes**

Valdkonniti ilmneb märgatav keskmise üldtulemuse variatiivsus: 10,9 kuni 28,0 punkti (vt. joonis 3 ja tabel 3). Seda tõlgendades tuleb silmas pidada ka tütarlaste-noormeeste arvukuse suhet valdkonnas. Lõpueksamite tulemustest selgus nimelt, et tütarlaste keskmine punktisumma ja ka hinded olid mõnevõrra kõrgemad kui noormeestel. Et valdkonnad on selgelt soospetsiifilised, siis on vaadeldava testi puhul raske teineteisest eristada valdkonna mõju ja soo mõju tulemuse kujunemisele.

Selgelt alla üldkeskmise (16,7 punkti) on kolm “tütarlaste valdkonda”: toiduainetetöötlus ja tootmine, tekstiili, rõivaste ja jalatsite valmistamine ning aiandus. Alla keskmise jääb ka tüüpiline noormeeste valdkond – mehhaanika ja metallitööd. Üle keskmise on tulemuste poolest väikesearvuline metsanduse (noormeeste) rühm, arvutiteaduste valdkonna ja muusika- ning esituskunstide valdkonna õpilaste tööd.

Valdkonnakeskmiste alusel eristus omaette tipuna arvutiteaduste valdkond, kus keskmine hinne ületab 1,1 punkti võrra ka lõpueksamite keskmise (26,9 punkti).

Sellel suhteliselt homogeenne kõrgemate punktisummade valdkondade grupi moodustasid (dispersioonanalüüsi *post hoc* testidele tuginedes) elektroonika ja automaatika, transporditeenuste, ehitus- ja tsiviilrajatiste, metsamajanduse, muusika ja esituskunstide valdkonnad. Kõik ülejäänud õppevaldkonnad moodustasid keskmiste tulemuste alusel suhteliselt homogeenne madalamate punktisummade grupi.

Erialade lõikes kordus valdkonniti selgunud üldpilt. Üle keskmise saavutati tulemus arvutite ja arvutivõrkude, automaatika, paadiehituse, laomajanduse ja metsamajanduse erialadel. Keskmise punktisumma jäi alla üldkeskmise pagari-kondiitritoote tehnoloogia, aianduse, maamajanduse mehhaniseerimise, postiopeaatorite, remondilukkseppade, elektrikute, majutusteeninduse erialadel, samuti tulevastel õmblejatel. Keskmiste punktisummade alusel erialasid grupeerides eristusid teistest tugevamatena arvuti- ja arvutivõrkude eriala õpilased, teiselt poolt aga pagar-kondiitri ja aianduse eriala õpilased. Ülejäänud erialad olid üksteisele suhteliselt lähedased.

Kui võrrelda tütarlaste ja noormeeste keskmisi punktisummasid valdkonnast sõltumatult, siis ilmneb kutseõppeasutustes statistiliselt suure usaldusväärusega noormeeste paremus 1,3 punkti võrra (tabel 4). Vaadeldes gümnaasiumiõpilaste suhteliselt väikesearvulist gruppi ei saa punktisumma keskmistes soolisi erinevusi statistiliselt usaldusväärset esile tuua, aga nõrga suundumusena ilmneb samuti noormeeste väike paremus.

Sellise pildi seletuseks tütarlaste poistest keskmiselt paremate lõpueksamitööde taustal (vt. Lisa 1) võib oletada, et matemaatika alal edukamad tütarlapsed ei valinud kuigi sageli haridustee jätkamiseks kutseõppeasutusi, noormehed aga sagedamini. Selle oletuse kontrollimiseks peaksid koos testihinnetega käepärast olema koolihinded.

Vaatleme valdkonnaerisusi ka hindedkaalal (tabel 5). Mitterahuldavate hinnete osakaal on üldiseltki kõrge – 63%, kuid mõnedes valdkondades isegi ületab selle. Edukus on üle 50% üksnes arvutiteaduste ja metsanduse valdkonnas ning ligineb poolele transporditeenuste ja muusika ja esituskunstide valdkondades. Teatavaks võrdluseks nimetagem, et lõpueksami puhul oli edukus 87%.

Erialati ilmnes suhteliselt kõrgem rahuldavate hinnete osa arvutite ja arvutivõrkude erialal ja laomajanduse erialal, samuti küllaltki väikesearvuliselt esindatud paadiehituse, autode ja masinate remondi, automaatika ja metsamajanduse erialadel.

Hinneteskaalal statistiliselt olulisi soolisi erinevusi ühelgi mõeldaval olulisuse nivool esile ei tulnud, seda ei kutseõppeasutuste ega gümnaasiumiõpilaste puhul (jaotus hinnete alusel on esitatud tabelis 6).

Testitegijate seas leidis 25 õpilast, kes said puhta nulltulemuse. Need jaotusid mitme eriala vahel, kuigi leidis ka koole, kus selliseid tulemusi oli mitu. See viib mõttele erinevate õppegruppide võimalikust erisugusest motivatsioonist end lahendamisel pingutada. Oletatavalt oli suhtumine erisugune, kui võrrelda kevadist lõpueksamit ja käesolevat testi, mis kahtlemata selgitab osa saadud tulemustes sisalduvatest erinevustest.

Erisuguste tulemuste allikaks võis osutada ka kooli asukoht. Lõpueksamite analüüsist selgub nimelt, et suurlinnades on hinne kahe palli võrra kõrgem kui maakonnakeskustes ja valla- ning väikelinnakoolides (parim tulemus saavutati seejuures nn.

teeninduspiirkonnata koolides). Et analüüsitav test tehti alles studiumi algul, siis peegeldab see pigem lõpetatud põhikooli (ja iseenese) taset, aga mitte valitud kutseõppeasutusi. Ainus mõeldav seos kooli asukohaga võib tuleneda sellest, et kool valitakse senise harjumuspärase keskkonna kohaselt (kutseõppeasutus kodukoha lähedal), kuid see on segatud ja üksnes kaudne mõju. Regionaalset mõõdet võiks käsitleda siis, kui oleks teada lõpetatud põhikool.

Kokkuvõtteks saab öelda järgmist:

- Nii valdkonniti kui ka eriala poolest ilmneb punktisumma ja hinde suur variatiivsus.
- Paremaid tulemusi saavutati ootuspäraselt arvutiteaduste erialadel, nõrgemini esinesid mehhaanika ja metallitööde ning aiandusvaldkonna õpilased.
- Hüpoteesina võib väita, et kutseõppeasutusi valivad need tütarlapsed, kellel on põhikoolis matemaatikas suhtelised tagasihoidlikud saavutused; seevastu noormehed, kes valivad kutseõppeasutusi, ei pruugi olla matemaatikas nõrgad.

#### **4. Kohustuslike ja valikülesannete punktisumma**

Teatavasti koosnes test kahest osast: neljast kohustuslikust ülesandest (igäüks kuni 6 punkti) ja omal valikul kahest valikülesandest (kumbki kuni 8 punkti). Kutseõppeasutuste õpilastest jättis 142 õpilast (12%) valikülesanded hoopis tegemata ja 359 (31%) lahendas ainult üht ülesannet. Nõuetekohaselt kaht valikülesannet lahendas 643 kutseõppeasutusi õpilast (56%). Praktiliselt kõik gümnaasiumiõpilased lahendasid kaks valikülesannet. Valikülesannetest loobumine on ka üks kutseõppeasutusi õpilaste väikese punktisumma põhjusi. Seetõttu on mõtet uurida eraldi kohustusliku ja valikosa punktisummasid.

Kohustusliku osa keskmine punktisumma kutseõppeasutuses tuli 11,1 punkti standardhälbega 6,6 punkti (tabel 2). Keskmine moodustab maksimumist 46% (maksimum on 24 punkti). Gümnaasiumis saavutati kohustusliku osa keskmiseks punktisummaks 19,9 punkti standardhälbega 4,1 punkti. Keskmine moodustab gümnaasiumiõpilaste tööde korral 83% võimalikust maksimumist. Kohustusliku osa keskmine tulemus võimaliku maksimumi suhtes on seega veidi parem kui üldtulemusel.

Kohustusliku osa punktisumma on analüüsi käigus teisendatud ka hinneteks, kasutades samalaadset skeemi nagu eespool üldise punktisummagi puhul:

0...5 punkti – 1, 6...11 punkti – 2; 12...16 punkti – 3; 17...21 punkti – 4; 22 ja enam punkti – 5.

Kohustusliku osa hinnete jaotus osutus veidi röömustavamaks, kui oli üldhinde puhul, nimelt on mitterahuldavate hinnete osakaal veidi madalam – kutseõppeasutustes 54%, gümnaasiumides vaid 6% (tabel 7).

Kohustusliku osa keskmistes tulemustes ei ilmnenud statistiliselt usaldusväärseid erinevusi tütarlaste ja noormeeste vahel (tabel 4).

Valikosa keskmine punktisumma tuli kutseõppeasutustes 5,7 punkti standardhälbega 4,7 (tabel 1). Keskmine moodustab maksimumist (16 punkti) vaid veidi üle kolmandiku – 36 %. Väga madal keskmine ja suhteliselt suur hajuvusmõõt ongi tingitud sellest, et valikülesandeis esines sageli puhast nulltulemust. Valikosa punktisumma esimene detšiil (10% halvimate tulemuste piir) on null punkti ja teine detšiil ainult 1 punkt.

Gümnaasiumis saavutati valikosa keskmiseks punktisummaks 12,7 punkti standardhälbega 3,8. Keskmine moodustab 80% võimalikust maksimumist.

Valikosa punktisumma on analüüsi käigus samuti teisendatud ka hinneteks (tabel 7), kasutades samalaadset skeemi nagu eespool:

0...3 punkti – 1, 4...7 punkti – 2; 8...11 punkti – 3; 12...14 punkti – 4; 15 ja enam punkti – 5.

Ootuspäraselt on kutseõppeasutuste õpilaste edukus (vähemalt rahuldava hinde saanute osa) valikosa põhjal madal – vaid kolmandiku ringis, gümnaasiumides seevastu kõrge – 87%.

Erinevalt kohustuslikust osast tuli valikülesannete puhul esile statistiliselt usaldusväärne erinevus tütarlaste ja noormeeste keskmistes tulemustes noormeeste kasuks 1,5 punkti võrra (tabel 4). Seega on oodata ka valdkonniti kohustusliku ja valikosa erisugust paremusjärjestust, sest valdkonnad erinevad üksteisest oma sooprofiili poolest.

Järjestades valdkondi edukusprotsendi poolest, ilmneb, et niihästi kohustusliku kui ka valikosa alusel tehtud järjestused on küllaltki sarnased, ühtides suures osas üldhinde alusel tekkiva järjestusega. Kohati ilmneb aga ka erisusi. Valdkonnad, mille õpilased on kohustusliku osa keskmise tulemuse poolest järjestuses märgatavalt eespool kui valikosa poolest, on hulgi- ja jaekaubandus (tütarlapsi 87%), toiduainetetöötlus ja tootmine (81% tütarlapsi) ning transporditeenused (84% tütarlapsi). Valdkondadeks, milles õpilased on valikosa keskmise tulemuse poolest järjestuselt märgatavalt eespool kui kohustusliku osa poolest, on ehituse ja tsiviilrajatiste ning mootorliikurite, laevanduse ja lennundustehnika valdkonnad (tütarlapsi neil aladel ei olnud). Siiski on kohustusliku ja valikosa tulemuste vaheline korrelatsioon mõõdukalt kõrge – kutseõppeasutustes töödes 0,53 ja gümnaasiumide puhul 0,64 (statistiliselt tõsikindlalt usaldusväärne seos).

Kohustusliku ja valikosa punktisummade alusel saab teha järgmise kokkuvõtte:

- valikosa ülesannetest saadi suhteliselt vähem punkte kui kohustuslikust osast, seda eriti kutseõppeasutustes;
- hüpoteesina võiks oletada, et valikosa ülesannete lahendamisse suhtuti ükskõiksemalt kui kohustusliku osa ülesannetes;
- kohustusliku ja valikosa tulemused on omavahel korreleeritud;
- kohustusliku osa keskmised tulemused on tütarlastel ja noormeestel sarnased, valikosa tulemused on aga erisugused noormeeste kasuks;
- valdkondade paremusjärjestuses eraldi kohustusliku ja valikosa alusel ilmnevad soolised erisused: noormeestel õnnestus valikosa paremini.

## 5. Üksikülesannete tulemused

Kohustusliku osa ülesannetes seati kõik testitegijad ühte ja samasse olukorda, valikosa korral aga peegeldusid valikuis (kergem – raskem jne) kaudselt ka õpilaste oskused ja teadmised.

Vaatleme kõigepealt, kui sageli ühe või teise valikülesande lahendusi esitati (tabel 8, ülesanded on nummerdatud kohustuslikus osas: K1, ..., K4 ja valikosas: V5, ..., V8). Sagedasim ja ligi poolte valikülesandeid lahendanud õpilaste poolt valitud ülesanne nii

kutseõppeasutuses kui ka gümnaasiumis oli V5 – tulpdiaagrammi analüüs, sageduselt järgmised olid ülesanne V8 – funktsiooni graafiku joonistamine (seda valis kolmandiku ringis) ja V6 – ristküliku liigendamine, trigonomeetria. Kõige vähem valiti ülesannet V7 – veepaagi mahu arvutamine (alla 5%).

Kutseõppeasutusi õpilastel ebaõnnestus valikülesanne küllalt sageli. Puhta nulli sai ülesandes V6 40% selle valinud kutseõppeasutusi õpilastest, ülesandes V7 ligi viiendik ja ülesannetes V5 ja V8 – umbes kümnendik. Neid, kel mõlemad valikülesanded ebaõnnestusid, oli õnneks vähe – 3% ringis. Gümnaasiumiõpilastel ebaõnnestus endavalitud ülesande lahendus täielikult vaid üksikjuhtudel.

Tuues esile ülesannete “paremusjärjestuse” saavutatud punktisumma poolest, tuleb kindlasti läbi mõelda ülesannete iseloom lahendaja seisukohalt. Mis klassis vastavaid elemente õpitakse, kas korduvalt mitmel õppeaastal, kui kaua aega tagasi – need asjaolud võivad mõjutada lahenduse edukust. Ülesanded, mis on lahendatavad nõ terve mõistuse seisukohalt ja ei nõua matemaatikaalaseid eriteadmisi, peaksid samuti tulemustes eristuma. Vaatleme järgnevalt läbi üksikülesannete korral saadud tulemused.

**5.1.** Ülesanne K1 nõudis avaldise lihtsustamist ja seda õpitakse tavaliselt, nõ õpiku järgi 8. klassis. Ülesandel on kaks osa – lihtsustamine ja avaldise väärtuse arvutamine. Kogemus analoogiliste ülesannetega ütleb, et lihtsustatakse õigesti, kuid eksitakse väärtuse arvutamisel. Ülesanne ise on täiesti tavaline: õppur peaks ära tundma ruutude vahe valemi (ei ole otseselt näha, seda peab märkama) ja vahe ruudu valemi, teadma märgireeglit negatiivse arvuga korrutamisel. Selliseid ülesandeid lahendatakse koolis palju.

See ülesanne on keskmise punktisumma poolest kohustusliku osa nelja ülesande seas teisel kohal, seda nii kutseõppeasutuses, gümnaasiumis kui ka lõpueksamil, nii tütarlastel kui ka noormeestel (tabel 9 ja joonis 4). Keskmise tulemus on kutseõppeasutuses 3,01 punkti (standardhälve 2,19), gümnaasiumis 5,14 punkti (standardhälve 1,26) ja lõpueksamil 4,66 punkti (standardhälve 1,81). Testitulemuste põhjal ei tule selles ülesandes esile usaldusväärseid erinevusi tütarlaste ja noormeeste keskmistes tulemustes, küll aga oli põhikooli lõpueksamil tütarlastel statistiliselt usaldusväärne paremus noormeeste ees (olulisustõenäosusega alla 0,5%; vt. tabel 9 ja joonis 6). Nähtavasti õpivad tütarlapsed algoritmi paremini selgeks.

**5.2.** Ülesanne K2 nõudis lineaarvõrrandi lahendamist, kusjuures enne tuleb vabaneda harilikest murdudest. Harilikke murde õpitakse 6. klassis, kuid lineaarvõrrandeid 7. klassis. Üldiselt peavad õpilased murdudest vabanemisega lineaarvõrrandeid rasketeks. Sageli ei osata leida ühist nimetajat. Teiselt poolt on ülesanne jälle kergem selles mõttes, et kõik liidetavad on harilikud murrud. Kui ühine nimetaja on õigesti leitud ja hakatakse laiendajaid määrama, siis sellega üldiselt ei eksita. Veaohtlik on negatiivse märgiga liidetava (kaksliige) laiendamine – unustatakse, et korrutamisel negatiivse arvuga muutub sulgudes märk. Teine lugu on lahendi kirjaliku kontrollimisega, seda õpilased ei armasta, eriti veel sellise võrrandi puhul. Tavaline on, et võrrand lahendatakse õigesti, kuid kontrollimisel eksitakse. Ülesanne tundub raskem kui K1.

Kui aga vaadelda tulemusi, siis on see ülesanne kohustuslikus osas selgelt parim: kutseõppeasutuses keskmiselt 3,59 punkti (standardhälve 2,17 punkti), gümnaasiumis 5,47 punkti (standardhälve 1,17 punkti), lõpueksamil 4,90 punkti (standardhälve 1,71 punkti). Ilmneb statistiliselt usaldusväärne erinevus (veaga alla 0,1%) kutseõppeasutusi

tütarlaste ja noormeeste keskmises tulemuses 0,4 punkti võrra tütarlaste kasuks. Sama suhe kehtib praktiliselt tõsikindlalt ka lõpueksamil. Gümnaasiumis soolisi erisusi ei ilmne. Erinevuse seletus on nähtavasti sama, mis K1 korral – tütarlapsed rakendavad õpitud lahenduskäiku kindlamalt kui poisid.

Niisiis, esialgne kartus ülesande K2 raskuses ei olnud põhjendatud. Ilmselt on seletus selles, et taolisi ülesandeid lahendatakse pikema aja vältel (juba alates 7. klassi II veerandist, kuid K1 tüüpi ülesandeid alates 8. klassi II veerandist). Võib öelda, et ülesanne K2 on lahendatud täiesti rahuldaval tasemel.

**5.3.** Ülesanne K3 nõudis Pythagorase teoreemi tundmist, mida käsitletakse 9. klassis. Trapetsit õpitakse 7. klassis (pindala valem). Lahendamisel peab taipama, et on tarvis teada trapetsi kõrgust. Kui see on käes, siis peaks hakkama saama ka ilma trapetsi pindala valemita – leida ristküliku pindala ja sellele liita täisnurkse kolmnurga pindala. Seda ülesannet on suurema taiplikkuse korral võimalik lahendada ka väiksema teadmiste hulgaga.

Ülesande K3 keskmine asetus üldjärjestuses kolmandale kohale. Kutseõppeasutuste korral tuli keskmiseks 2,40 punkti (standardhälve 2,32), gümnaasiumides 4,83 punkti (standardhälve 1,63). Põhikooli lõpueksami korral saadi keskmiseks tulemuseks 4,18 punkti standardhällbega 2,09. Kutseõppeasutuste õpilastele osutus see ülesanne niisiis parajaks pähkliks (ilmnes suurim erinevus kohustuslike ülesannete seas lõpueksami vastava keskmise suhtes), seejuures on tulemuste suhteline hajuvus märgatavalt kõrgem kui gümnaasiumis või lõpueksamil. Gümnaasiumi korral ilmnes tütarlastel ja noormeestel keskmiselt üks ja sama tulemus, kutseõppeasutustes aga on erinevus usaldusväärne (olulisustõenäosusega alla 1%) noormeeste kasuks ligi 0,4 punktiga. Erinevus on usaldusväärne ka lõpueksamil (olulisustõenäosus pisut üle 1%), kuid vastupidine – 0,2 palli tütarlaste kasuks. Lahenduskäikude edasine detailsem analüüs võimaldaks ehk tuua selgust, mis strateegia kohaselt tütarlapsed ja mis strateegia kohaselt noormehed seda ülesannet lahendasid. Geomeetrilise ettekujutusega seotud ülesanded õnnestuvad üldiselt paremini noormeestel, ruumiline mõtlemine on neile omasem kui tütarlastele.

**5.4.** Ülesanne K4 oli tekstülesanne võrrandi koostamiseks ja lahendamiseks. Vaadeldavast neljast kohustuslikust ülesandest võiks seda pidada kõige raskemaks. Tekstülesandeid (võrrandi koostamisega) õpitakse alates 7. klassist: 7. klassis ühe tundmatuga lineaarvõrrandit, 8. klassis – kahe tundmatuga lineaarvõrrandite süsteemi, samuti ruutvõrrandeid, 9. klassis – murdvõrrandeid. Selles ülesandes jõutakse ruutvõrrandini. Tekstülesandeid peetakse üldiselt vastumeelseiks, sest nende puhul puudub kindel ühene algoritm alustamiseks. Kui algus kätte anda, siis osatakse edasi teha küll.

Selles ülesandes saadi kutseõppeasutustes keskmiselt 2,05 punkti (meenutame, et võimalik oli saada 6 punkti) standardhällbega 2,07, mis viitab väga suurtele erinevustele punktiarvudes. Gümnaasiumides saadi kõrge hinne – 4,46 punkti standardhällbega 1,57, põhikooli lõpueksamil – 3,49 punkti standardhällbega 1,94. Selle ülesande keskmine tulemus on teistega võrreldes madalaim. Tütarlaste ja noormeeste keskmiste tulemuste erinevus ilmneb üksnes lõpueksami hinnetes (ligi pool punkti tütarlaste kasuks), kuid vaadeldava testi korral mitte. See eripära vajaks samuti seletust lahenduskäigu detailsema analüüsi alusel (st mis vigu tegid noormehed, mis vigu tütarlapsed – kas erisuguseid).

Võrreldes kohustuslikke ülesandeid keskmise punktisumma alusel saab kutseõppeasutuste korral kõik omavahelised erinevused lugeda statistiliselt olulisteks (väga väikese olulisustõenäosusega, vt tabel 10). Gümnaasiumide korral (väikese õpilaste arvu tõttu) ei ole erinevused nii suure usaldusväärsusega kui kutseõppeasutustes, kuid nõrgema suundumusena peegeldavad sama ülesannete tulemuslikkuse järjestust: K2, K1, K3, K4. Kohustuslikud ülesanded olid õpilastele raskuse poolest erisugused.

**5.5.** Valikülesanne V5 tähendas andmete lugemist jooniselt. Ülesandes tuli leida puudu oleva osa suurus (puudu oleva tulba kõrgus) terviku põhjal. Ülesanne oli lihtne – 6. klass – ja seda taibati, sest V5 oli sagedane valik. Tulemused tulid ootuspäraselt head (parim võimalik tulemus 8 punkti): kutseõppeasutustes keskmiselt 4,84 punkti standardhälbega 2,71, gümnaasiumides isegi 6,96 punkti väga ühtselt (standardhälve 1,83). Lõpueksamil saadi selle ülesande lahendamise eest keskmiselt 5,84 punkti standardhälbega 2,49. Ei lõpueksamil ega käesoleva testi puhul gümnaasiumides ei tulnud esile erinevusi tütarlaste ja noormeeste keskmistes tulemustes, küll aga said seda ülesannet lahendanud kutseõppeasutusi noormehed punkti võrra kõrgema tulemuse kui tütarlapsed. Kas oli siis nii, et vaba valiku korral esitasid noormeestest lahenduse vaid need, kes olid endas kindlad, tütarlapsed aga kohusetundlikult kõik, kes vähegi proovisid? Või on erinevuse põhjuseks see, et ülesannet saab osaliselt lahendada ka ainult "tervele mõistusele" toetudes, mida noormehed rakendasid vabamalt, lahendusrutiini otsimata?

**5.6.** Valikülesande V6 aines on 9. klassi trigonomeetria. Peab tundma siinus- ja koosiinusfunktsiooni. Tundub, et see on ebatraditsiooniline ülesanne, eriti trigonomeetria seisukohalt ja selle ülesandega on palju mässamist. Seda peegeldab ka selle ülesande valikusagedus, mis ei ületa 15% lahendatud valikülesannetest. Kutseõppeasutustes saadi ülesandes V6 keskmiseks 3,16 punkti väga suure tulemuste varieeruvusega (standardhälve 3,35 isegi ületab keskmise), gümnaasiumides 7,02 palli standardhälbega 2,06. Lõpueksami keskmine punktiarv oli nende kahe vahel – 5,64 punkti standardhälbega 2,70. Tütarlaste ja noormeeste keskmiste tulemuste erinevus tuleb esile üksnes kutseõppeasutuste korral ligi ühepunktilise eduga noormeeste kasuks. Kas jälle see efekt, et noormeestest tegelesid selle ülesandega need, kes selgelt lahendada oskasid?

**5.7.** Ülesanne V7 põhineb silindri tundmisel ja seda õpitakse 9. klassis. Vajalik on teada ruumala ja täispindala valemit. Kui teatakse, siis on see ülesanne arvatavasti lihtsam kui eelmine, kuid vajab igatahes kolmemõõtmelist ettekujutust.

Keskmiste tulemuste poolest on see ülesanne suhteliselt halvem. Kutseõppeasutustes saadi suure varieeruvusega tulemusteks keskmiselt 2,77 punkti (standardhälve 2,49 punkti). Gümnaasiumiõpilaste keskmine on küll kõrgem – 4,78 punkti standardhälbega 2,73, aga ikkagi valikülesannetest madalaim. Ka lõpueksamil saadi suhteliselt kehv tulemus – 3,72 punkti standardhälbega 2,50 punkti. Niihästi kutseõppeasutuses kui ka gümnaasiumis ilmneb noormeeste paremus selle, üldiselt harva valitud ülesande korral.

**5.8.** Ülesandes V8 sisalduvaid lineaarfunktsioonide graafikuid joonestatakse esimest korda 7. klassis. Graafikute lõikepunkti leidmist ja võrrandisüsteemide lahendamist õpitakse 8. klassis. Võtmeküsimus selles ülesandes seisneb õige võtte valimises, antud

juhul on otstarbekas valida asendusvõte, sest võrrandid on selleks sobival kujul. Õpikutest sellist kompleksülesannet eriti sageli ei leia, eriti neljandat elementi – varjutada kolmnurk. Raskeks teeb ülesande graafikute joonestamine, millegipärast seda ei osata. Siinkohal peab ise valima punkti ühe koordinaadi, mille järgi leida teist. Valmistab raskusi aru saada, et punkte võib määrata vabalt. Seda valikülesannet võeti lahendamiseks siiski suhteliselt sageli.

Keskmiseks tulemuseks ülesandes V8 saadi kutseõppeasutustes 3,21 punkti standardhälbega 2,25 punkti. Gümnaasiumiõpilaste hinne oli kõrge – 5,83 punkti standardhälbega 2,08. Lõpueksami tulemus on 5,18 punkti standardhälbega 2,22. Tütarlaste ja noormeeste testitulemused keskmiselt ei erine. Küll aga saab lõpueksami hinnete alusel kinnitada tütarlaste paremust poole punkti võrra.

Kui võrrelda valikülesandeid lahenduse edukuse poolest, siis kutseõppeasutuste puhul on tulpdiaagrammi ülesanne usaldusväärselt paremini lahendatud kui teised ülesanded (tabel 10, joonis 5). Risküliku ülesanne on keskmiselt sama tulemusega nagu silindri ja graafiku ülesanded. Graafiku ülesanne lahendati keskmiselt pisut paremini kui silindri ülesanne. Gümnaasiumiõpilaste tööde puhul ei saa usaldusväärset ülesannete paremusjärjestust koostada, sest valikusagedus on mitmeski võrdluspäaris liiga väike.

Teatavat huvi võib pakkuda ka see, mil viisil korreleeruvad üksikülesannete tulemused omavahel (tabel 11). Osutub, et kõik korrelatsioonseosed on positiivsed.

Torkab silma kohustusliku ülesande K4 suhteliselt tugevam positiivne korrelatsioon ülejäänutega, aga samuti kahe esimese ülesande tulemuste vaheline korrelatsioonseos kutseõppeasutuse õpilaste töödes. Valikülesannetes ilmneb ülesande V6 tulemuste suhteliselt tugevam korrelatsioonseos ülesannete V7 ja V8 tulemustega (seda kutseõppeasutuse õpilaste töödes, ühe või teise ülesandepaari valikuid gümnaasiumis on märkimisväärselt seoste esiletoomise jaoks vähe).

Üksikülesannete tulemuste analüüsist saame teha järgmise kokkuvõtte:

- ülesanded erinevad lahenduse edukuse poolest selgelt, mille alusel võib oletada lahendamiseks vajalike teadmiste erisugust omandamisvõimet;
- ülesannete järjekord edukuse alusel on vaadeldavas testis sama mis põhikooli lõpueksamil, kutseõppeasutustes osas ainult märgatavalt nõrgemate tulemustega.
- tütarlaste ja noormeeste valitud lahendusstrateegiates võib oletada erinevusi;
- erinevate valikülesannete valikusagedus ei ole ühtlane.

## **6. Kohustusliku osa ülesannete lahendamise detailsem analüüs kutseõppeasutuste töödes**

Kohustusliku osa ülesannete lahendusviiside uurimiseks valiti välja tööde alagrupp, mis hõlmas 158 tööd seitsmes kutseõppeasutusi õppegrupis (suurusega 16 – 29 õpilast). Õppegruppide valik tehti juhuslikult. Keskmise hinne poolest saadi küll veidi kehvemate tööde grupp kui oli üldiselt, aga siiski küllalt hästi kokkulangevate tulemustega:

K1 – keskmine alagrupp 3,1; kutseõppeasutustes üldse 3,0,

K2 – keskmine alagrupp 3,3; kutseõppeasutustes üldse 3,6,

K3 – keskmine alagrupp 2,0; kutseõppeasutustes üldse 2,4,

K4 – keskmine alagrupp 1,6; kutseõppeasutustes üldse 2,0.

Detailsemaks analüüsiks valitud tööd vaadati uuesti läbi ja fikseeriti tehtud vead. Saadud andmestiku alusel on allpool esitatud kokkuvõtte iga ülesande puhul tüüpiliselt esiletulnud komistuskohadest.

### 6.1. Tüüpilised eksimused esimese kohustusliku ülesande – avaldise lihtsustamise korral

Perfektselt tehtud töid oli ligi kuuendik. Vaadeldud töödest ligi kümnendikus lahendust ei alustatudki või ei jõutud sellega kuigi kaugemale. Paaris töös asuti lihtsustust eirates kohe avaldise väärtust arvutama. Märkimisväärne – kuuendik – oli nende õpilaste osa, kes küll teisendasid avaldist, kuid ei viinud lihtsustust päris lõpuni, jättes näiteks mõne sulu avamata või ühenimelised liikmed koondamata. See näitab, et lihtsustamise mõte (arvutamise eel) ei ole päris selge. Kümnekonnas töös ei taibatud üldse, mida tehakse. Nii näiteks arvati mõnes töös, et lahendatakse võrrandit ja võrdsustati lihtsustatud avaldis nulliga ning asuti lahendit otsima.

Aritmeetika ja tähelepanuvigu tuli ette enam kui paarikümnes töös (liitmise asemel korrutati,  $6m - 4m = -2m$  jms,  $3 \cdot 3 = 6$ ,  $2 + 3m = 5m$ ).

Lihtsustuse korral oli kahes kohas võimalik kasutada abivalemeid: ruutude vahe ja vahe ruudu valemeid. Vaid viiendikus töödes taibati, et  $(a - b)(b + a) = a^2 - b^2$ , enamuses asuti kaksliikmeid läbi korrutama. Avaldist  $(a - b)^2$  seevastu püüti valemi alusel lahti kirjutada, kuid selles eksis umbes kolmandik. Eksimisvariante oli rohkesti:  $a^2 + b^2$ ,  $a^2 - b^2$ ,  $a^2 - ab + b^2$ ,  $a^2 - ab - b^2$ ,  $2a - 2b$  jne. Mitte üheski töös ei olnud märgata, et valemis ebakindel olles oleks püütud tulemust saada vahede läbikorrutamise teel. Abivalemite kasutamine tundus olevat kramplikult mehhaaniline.

Sagedasim eksimus sulgude avamisel tekkis miinusmärgi puhul sulgude ees (nt.  $3m - 2(2m + 4) = 3m - 4m + 8$ ). Eksimusi oli ka arvu ja üksliikme korrutamisel (nt.  $2 \cdot 3m = 6$ ,  $2a \cdot 3 = 6a^2$ ) või kahe üksliikme korrutamisel (nt.  $3m \cdot 3m = 9m$ ). Ühtekokku esines kolmandikus töödes sulgude avamise viga.

Raskeks pähkliks kujunes arvutamine arvu -0,5 abil. Paarikümnes töös, kus lihtsustusülesandega üldse tegeldi, loobuti avaldise väärtuse arvutamisest. Arvutusjuhtudest kolmandikus leidis eksimusi (kontrollisime ka neid avaldise, kus lihtsustuse tulemus oli vale). Sagedasim viga tulenes sellest, et arvu -0,5 ei piiratud sulgudega juhtudel, kus see oli hädavajalik. Kirjutist  $-0,5^2 = 0,25$  kasutati sageli. Kohati esines ootamatuid arvutusi:  $-0,5^2 = -1$ ,  $-0,5^2 = 2 \cdot 0,5 = 1$  (st. kahega astendamise asemel korrutati, seejuures mitte arvu iseendaga, vaid astmega).

Kokkuvõtteks võiks ülesande 1 alusel esile tuua järgmist:

- abivalemite „abistav“ funktsioon on teadvustamata;
- lihtsustamise mõte ja kasulikkus on ajuti jäänud ähmaseks;
- negatiivse arvuga arvutamine tundub raske ja abstraktne; siinkohal võiks praktikute õpetuses piirduda küsimustega, mis on lahutamistehte kaudu läbinähtavad;
- praktikute miinimumoskus võiks olla arvutamine lineaarkombinatsiooni (mitte astmete) alusel ja positiivsete arvudega.

## 6.2. Tüüpilised eksimused teise kohustusliku ülesande – lineaarvõrrandi lahendamise korral

Kohustuslikus ülesandes 2 oldi edukaim vaadeldava nelja ülesande seas. Lahendusest loobujaid oli alla kümnendiku ja enam-vähem perfektseks võis lahenduse lugeda 30% puhul. Lahendust alustanutest ei jõudnud võrrandini või lahendini umbes kuuendik. Seega umbes pooltel lahendust alustanutest leidis eksimusi.

Sagedasim eksimuste allikas oli võrrandi murdarvuliste liikmete lihtsustamine. Ühine nimetaja ja laiendajad leiti paari erandit välja arvates õigesti, kuid kaksliikme sulgude avamisel eksiti väga sageli, eriti miinusmärgi puhul sulu ees (60 tööd vaadeldud töödest). Leidub ka märgivigu liikme viimisel teisele poole võrdusmärki. Teatavat kõhklust ilmnas mõnes töös sel sammul, kus tuleb loobuda ühisnimetajast võrrandi mõlemal poolel. Paaris töös leiti ühine nimetaja vaid võrrandi ühe poole jaoks. Paaris töös võeti ühiseks nimetajaks vajalikust suurem arv (kordne), mis komplitseeris ülesannet aritmeetiliselt. Keegi astendas liikmed laiendajaga.

Saadud lahendi kontroll jäeti ära veerandil juhtudest, kus lahendini üldse jõuti (neid töid oli 117). Kohati võis kontrollimast kohutada ka saadud valelahendi vorm – “komaga” arv, liiga suur arv jne. Tundub aga ka, et kontrolli suhtutakse kui kohustuslikku rituaalsesse tegevusse (mis tipneb müütilise võrdusega  $V = P$ ), mitte aga abivahendisse iseenda kontrollimisel. Kui kontroll “ei tule välja”, siis peaks lahenduse uuesti üle vaatama, kuid ühtki sellist katset ei hakanud silma. Pigem klapitati kontrolli arvutusi soodsas suunas (20 kontrollis oli eksimusi). Et kontrolli mõte on jäänud ähmaseks, kinnitab seegi asjaolu, et paarikümnes töös tehti kontroll vahe- või koguni lõppavaldise, mitte aga algvõrrandi põhjal.

Teise kohustusliku ülesande kokkuvõtteks võiks esile tuua järgmist:

- lineaarvõrrandi edukat lahendamist takistab vähene avaldise lihtsustusoskus, kusjuures praktikuile piisaks avaldiste lihtsustamise põhiregleist;
- eksimused kontrollis ja kontrollist loobumine viitavad võimalikele arvutusraskustele;
- kontrolli suhtumine vihjab sellele, et kontrollimise mõte, aga seetõttu ka võrrandi lahendamise mõte üldse võib olla jäänud ähmaseks;
- tundub, et murrujoon on praktikutele abstraktne; murru tähendus jagamistehte kaudu ei ole omane, omandatud on murru kui osa tähendus.

## 6.3. Tüüpilised eksimused kolmanda. kohustusliku ülesande – trapetsi pindala arvutamise korral

Kohustuslikus ülesandes 3 jõudis õige vastuseni 35 õpilast, kusjuures 62 analüüsitud töös seda ülesannet kas ei alustatudki või piirduti vaid algandmete ja joonise ülekandmisega lahenduskohale. Meenutame ka, et süvaanalüüsiks juhuslikult valitud õppegruppide töödes oli selle ülesande keskmine tulemus veidi madalam kui üldkeskmine.

Ülesandes oli võtmekohaks pindala arvutusteks vajaliku puuduva lõigupikkuse arvutus Pythagorase teoreemi alusel. Seda kas ei taibanud või eksis selle puhul enam kui neljandik neist, kes seda ülesannet lahendasid.

Teine eksimuste rühm tekkis pindala arvutamise loogika ja pindala arvutamise valemite alusel. Lahenduseks oli kolm võimalust: trapetsi kesklõigu kaudu ja ristkülikust kolmnurga pindala mahaarvamise või juurdeliitmise kaudu. Kõiki viise oli ka kasutatud, seejuures suhteliselt sagedamini arvutust kesklõigu kaudu – kui küsitakse trapetsi pindala, siis meenubki formaalselt kõigepealt selle erivalemi olemasolu. Palju eksimusi tekkis mõõdete valemisse panekul, sest valemid kirjutati enamasti üles abstraktselt ( $S = a \cdot b$ ,  $S = ab / 2$  jne.), kuid valemitele vastavad tähistused kanti joonisele aru harva. Nii valitigi vajalikud lõigu pikkused ekslikult.

Ette võiks heita ka seda, et vastust saades ei osata vaagida selle tõepärasust. Nii näiteks võiks trapetsile ligikaudu vastava ristküliku pindala alusel hinnata, kas vastus on realistlik. Usutavasti vastavat ülesannet tegelikus elus lahendades (nt. tislertoolipõhja materjali valides) liigub mõtte matemaatikast kammitsmata loomulikumat rada pidi.

Kolmanda kohustusliku ülesande lahenduste analüüsi alusel võib kutseõppeasutuse õpilaste kui tulevaste praktilisel alal töötajate vajaduste seisukohalt kokkuvõtteks esile tuua järgmist:

- ülioluline ülesanne lahendati ebarahuldavalt ja seda põhimõttelistel, mitte üksnes juhuslikel põhjustel;
- ei tajuta visualiseerimise abistavat mõju; joonis tundub olevat kohustus, mitte võimalus käsitletava probleemi asjaolusid selgitada;
- valemite tajutakse formaalselt ja mäletatakse mehhaaniliselt;
- eriti tuleks kujundada tervikvaadet ülesande suhtes, jälgides, et lahendusstrateegia kujuneks eeskätt saadava tulemuse, mitte aga lahendusrutiini võtmes.

#### 6.4. Tüüpilised vead neljanda kohustusliku ülesande – tekstülesande – korral

Kohustuslik ülesanne 4 oli süvaanalüüsi kogumis esindatud samuti veidi kehvemate töödega, kui olid tööd üldiselt. Perfektseid lahendusi, kus anti vastuseks nõutud mõlemad arvupaarid, leidis vaid viies töös. Seda ülesannet ei alustanudki või jõudis vaid võrrandi ideeni kolmandik vaadeldud kogumist. Suur lahendajate grupp (28 töös) pakkus vastust proovimise teel ja see annab tunnistust terve mõistuse käivitumisest sobivas kohas.

Võrrand jäi poolikuks või sisaldas vigu 19 töös. Ideed võrrandi korrastamiseks luhtusid nii mõnelgi juhul jällegi raskuste tõttu sümbolavaldistega opereerimisel. Nii näiteks saadi teisenduste rida  $x \cdot x + 9 = 252$ ;  $x^2 + 9 = 252$ , kuid mõeldi selle alla  $x(x + 9) = 252$ . Või: võrrandi  $x(x - 15) = 406$  asemel esitati avaldiste rida  $x \cdot x - 15 = 406$ ;  $2x = 421$ ;  $x = 210,5$ . Võib-olla ei vajagi praktik üldjuhul teadmisi ruutvõrrandi kohta?

Ruutvõrrandi lahendusvalemi vigu või lahendamata jätmist ei olnud palju (paarkümmend) – kes niikaugemale riskis minna, see ka teadis vastavat valemit.

Tõsine loogiline eksimisrisk tabas ruutvõrrandi lahenduse järel, kus kolmandik võrrandi lahendamiseni jõudnud õpilastest pakkus sisulise vastusena (tingimust rahuldava arvupaarina) ruutvõrrandi lahendit. Et lahendipaari arvud absoluutväärtuse poolest klappisid, aga märgid mitte, siis manipuleeriti viimaseid suvaliselt. Piirdumine võrrandi lahendamise viitab formaalsele suhtele matemaatikaülesande püstitusse. Nähtavasti üsna sageli piisabki matemaatikakursuses võrrandi äralahendamisest, kuid praktilistes ülesannetes ei pruugi see nii olla.

Teine kolmandik pakkus vastuseks vaid ühe arvupaari, väites enamasti, et negatiivne lahend ei sobi ja taipamata sellele sobivat negatiivset paarilist leida. Negatiivse lahendipaari taipamist võib pidada pigem analüütiku, mitte praktiku oskuste näiteks, mistõttu vaadeldava ülesande ebaõnnestumine ei peegeldagi vast kutseõppeasutuse õpilaste matemaatikateadmiste kõige olulisemaid külgi.

Neljanda ülesande kokkuvõtteks võiks öelda järgmist:

- lahenduste leidmine taipamise ja “terve mõistuse” kohaselt võiks olla praktiku matemaatikaõpetuse tähtis osa;
- võib püstitada küsimuse, kas see ülesanne testis kutseõppeasutuse õpilaste seisukohalt esmatahtsaid teadmisi (ruutvõrrandi lahendamine, opereerimine negatiivsete arvudega);
- matemaatilise ja praktilise probleemi vahel ei osata näha seost (kuigi see ongi keeruline).

## 7. Üldisemaid märkusi kokkuvõtteks

Vaadeldava testi korraldamise üheks eesmärgiks oli saada viiteid ja empiirilisi põhjendusi matemaatika õppekavade, sh. põhikooli ja kutseõppeasutusi õppekava võimalike muudatuste jaoks. Olles selgelt seisukohal, et õppekava on hariduspoliitiline element, mille käsitlus eeldab vastavat pädevust ja mille suhtes käesoleva kokkuvõtte koostajad peavad end kindlasti kõrvalseisjaiks, tundub tehtud analüüsi alusel siiski vajalikuna esile tuua järgmist.

1. Põhikoolis omandatud matemaatikateadmised ei osutu kuigi püsivateks, täpsemalt, nende rakendamiseks uues olukorras ei olda võimeline või valmis. Lühikese, paarikuuse ajavahe järel pärast põhikooli lõpetamist ei tulnud enam kui pooled kutseõppeasutustesse astunud noortest toime kevadise saavutuse kordamisega. Isegi kui arvestada erisugust motivatsiooni lahendamisel, hindamise kui subjektiivse tegevuse eripära, tavaseisukohta, mille kohaselt kutseõppeasutusi astuvad reeglina koolihinnete poolest nõrgemad, ja võimalust, et kõik testitud õpilased ei olnud 2003. aasta põhikoolilõpetajad, võib ebaedu ühe olulise allikana näha ebastabiilseid, kinnistamata teadmisi. Selle põhjuseks võib olla matemaatikakursuse suure mahu tõttu tekkiv kiirustamine ja pinnapealsus.
2. Testiülesannete lahendusviiside analüüs annab tunnistust teadmiste kaootilisusest. Ei jää muljet, et teatud osad oleksid alusteadmistena selgelt omandatud (nagu on ükskordüks). Võib-olla oleks võimalik ja otstarbekas õppekavas nii õpilasi kui ka õpetajaid abistavalt selgemalt esile tuua õppematerjali hierarhiline struktuur, mis vastab põhikooli matemaatikakursuse eesmärkidele – mis on fundamentaalne ja mis toetub sellele, mis peamine, mis kõrvaline.
3. Lahendusi analüüsidis tuli veenvalt esile, et suhe matemaatilistesse konstruktidest on formalistlik: lahendatakse matemaatikaülesannet, mitte sisulist probleemi. Ei tulda selle peale, et vastus esitatud küsimusele on ebarealistlik, ei rakendu silmamõõt ega tunta abi joonisest. Matemaatika kui õppeaine (pea)eesmärk – arendada arutlus- ja analüüsi oskust – näib vaadeldud töödele tuginedes paljuski olevat saavutamata. Võib püstitada oletuse, et oma osa on seejuures õppekavas realiseeritud ideel arendada mõtlemisioskust suhteliselt keeruliste, intuiivselt raskesti tabatavate matemaatiliste konstruktidest varal, mille formaalsetegi käsitlusreeglite omandamine tundub õpilasele juba

- tõsise teadmisenä. Ülesannete valik vaadeldavas testis viitab ka sellele – olulisel kohal on algebralised teisendused ja “abstraktne” arvutus (negatiivsete arvudega). Põhikooliteadmistes võiks olulisel kohal olla ka näiteks tabelite-graafikute analüüs ja lugemisoskus, need ülesanded olid aga paigutatud valikülesannete hulka.
4. Tekib mulje, et põhikoolis õpitavad matemaatikateadmised on strateegiliselt orienteeritud pigem akadeemilise haridustee ülesehitamisele kui põhihariduse saamisele matemaatikas, millele võib järgneda ka praktiku koolitus. Võib-olla ei olnud matemaatika õppekava reform strateegiliselt piisavalt julge ja uuenduslik, kui omal ajal kaotati keskhariduse kohustus? Ei tuleks karta, et teatud keerulisemate küsimuste väljajätmine muudab matemaatikaõpetuse “lahjaks”. Õpilaste mõttekäigu jälgimine kas või kõnealusegi testi puhul annab tunnistust sellest, et ka lihtsamate matemaatiliste mõistete viimisel mõttearenduse teadlikult kasutatavateks osisteks näib tööpõld suur.
  5. Oluliseks matemaatikaõpetuse faktoriks osutuvad lähiaja uued infotehnoloogiad, mis võivad niihästi vähendada motivatsiooni üksikasjadesse süveneda (arvuti “teeb” asja ära niikuinii) või hoopis suurendada seda (tahan ise ka osata midagi teha). Matemaatikaprogrammid peaksid arenema käsikäes infokeskkonna metoodika ja didaktikaga, muidu võib tulla halbu tagasilööke matemaatika alusteadmiste levikus ja matemaatikaõpetuse üldises efektiivsuses mõtlemisoskuse arendajana.

Käesoleva kokkuvõtte üks autoritest puutub oma igapäevatoos kokku “mittematemaatilistel” aladel õppivate üliõpilastega, kelle eeldused vaimseks tegevuseks on oluliselt kõrgemad keskmisest. Vajades õpetuse käigus ka teatavaid matemaatikakursusse kuuluvaid mõisteid (protsent, suhe, logaritm, keskmine jms) ja püüdes vahel mõnd asjaolu selgitada näiteks valemi alusel, tekitab teatavat hämmastust sel puhul üliõpilastes instinktiivselt kujunev vaimne tõrjeasend. Subjektiivse mulje alusel võiks öelda, et pelg matemaatika suhtes on aastatega teataval määral isegi süvenemas. Matemaatikatundide maht ei ole niigi kuigi suur ja oleks sügavalt kahju, kui ülepakutud aineprogrammi alusel töötades osutuks osa õpetajate vaevast mahavisatud vaevaks. Matemaatika õppekava strateegiline korrastamine üldises hariduspoliitika raamistikus tundub käesoleval ajal isegi olulisema ülesandena kui mis tahes muu matemaatikaõpetuse probleem.