

№ 1490.

**Berichtigung zu der Abhandlung „Über die elastische Nachwirkung bei Aneroid-
Barographen“.**

Von **Elmar Rosenthal**.

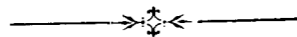
(Der Akademie vorgelegt am 21. April 1904.)

In einem Briefe vom 16. April 1904 macht mich Herr Dr. Chree in liebenswürdiger Weise darauf aufmerksam, dass in meiner Abhandlung «Über die elastische Nachwirkung bei Aneroid-Barographen» (Bull. de l'Acad. Imp. d. Sc. de St.-Pét. V° série, Bd. XIX, № 3, pg. 115—170) beim Citieren der von Chree gefundenen Werte der Function q ein Missverständniss obgewaltet hat. Da Chree das Argument r vom niedrigsten erreichten Druck anfangen lässt, so sind seine Zahlen (pg. 448—449 seiner Abhandlung) in umgekehrter Reihenfolge zu lesen und statt der auf pg. 136 meiner Arbeit gegebenen Tabelle ist folgende zu setzen.

r (Rosenthal's Bezeichnung.)	q (Rosenthal.)	q (Chree.)
0.0	0.68	0.72
0.1	0.98	0.96
0.2	1.15	1.12
0.3	1.24	1.23
0.4	1.24	1.30
0.5	1.29	1.30
0.6	1.20	1.23
0.7	1.13	1.13
0.8	1.02	0.96
0.9	0.81	0.69
1.0	0.18	0.35

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung beider Reihen vorzüglich und bedeutend besser, als ich angenommen hatte. Die etwas grössere Abweichung bei $r = 1.0$ ist, wie es mir scheint, dem Einfluss der bei den Versuchen von Chree länger dauernden Ruhepause auf dem niedrigsten Druck zuzuschreiben, wie dies der Vergleich mit den von mir auf pg. 156 meiner Ab-

handlung erhaltenen Zahlen zeigt. Man wird also zu der Annahme geführt, dass die Function q in der Tat für alle Aneroide mit Vidi-Dosen dieselbe Form hat, was möglicherweise auf der Gleichartigkeit des verwendeten Metalles beruhen könnte.



Напечатано по распоряжению Императорской Академіи Наукъ.
Юль 1904 г. Непрѣмѣнный Секретарь, Академикъ Н. Дубровинъ.

Типографія Императорской Академіи Наукъ.

(Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Petersbourg.
1903. Octobre. T. XIX, № 3.)

Über die elastische Nachwirkung bei Aneroid- Barographen.

Von **Elmar Rosenthal**.

(Der Akademie vorgelegt am 8. October 1903.)

Im Laufe der letzten Jahre ist die meteorologische Erforschung der höheren Luftschichten immer mehr in den Vordergrund des Interesses getreten. Ballonfahrten und Drachenaufstiege finden laut internationaler Vereinbarung in grosser Zahl statt und das Bedürfniss nach geeigneten Registrirapparaten steigert sich in bedeutendem Masse. Für die Messung des Luftdruckes, dessen Grösse ja den Ausgangspunct für alle Berechnungen der erreichten Höhen bildet, ist man dabei fast ausschliesslich auf die leichten und compendiösen Aneroid-Barographen angewiesen. Die Druckangaben derselben sollten, als unabhängig von Strahlungseinflüssen, Ventilation etc. eigentlich absolute Werte bedeuten. Leider aber sind sie infolge der elastischen Nachwirkung meist in unliebsamer Weise fehlerhaft und die Genauigkeit, mit der die Barographencurven den wahren Luftdruck wiedergeben, entspricht keineswegs der Genauigkeit der vorausgegangenen Prüfungen und dem Masstab der Curven. Während die Erscheinung der elastischen Nachwirkung schon lange bekannt und vielfach untersucht worden ist, giebt es doch immer noch keine allgemein anwendbare Methode zur strengen Vorausberechnung der zu erwartenden elastischen Verschiebungen. Speciell für Barographen ist der Character der Nachwirkungserscheinungen noch nicht genauer studirt worden, so dass nur einige Arbeiten über die ähnlich construirten Aneroide im folgenden benutzt werden können. Es ist der Zweck der vorliegenden Arbeit, die Fehler, welche bei zu Höhenmessungen bestimmten Barographen infolge der elastischen Nachwirkung auftreten, in ihrem numerischen Betrage kennen zu lernen, um sie womöglich innerhalb der Grenzen der zufälligen Beobachtungsfehler vorausberechnen zu können.

Tage ja Wochen erforderlich wären. Im nachstehenden wird diese Symmetrie der auf- und absteigenden Curvenzweige der Berechnungsmethode zu Grunde gelegt werden und der Einfluss einer Ruhepause auf dem niedrigsten Druck besonders untersucht werden. Wie man sieht, ist es nicht ohne weiteres klar, welche der vielen möglichen Curven als wahre Scala oder Teilungslinie aufzufassen ist, zumal da die theoretisch wohl definirbaren Linien OQ oder OR durch directe Vergleichung mit dem Hg. Manometer nicht zu gewinnen sind. Wir müssen also eine willkürliche Festsetzung treffen und von diesem Gedankengange ausgehend, erscheint es uns am natürlichsten, die Mittellinie BE d. h. das arithmetische Mittel der entsprechenden Ordinaten des auf- und absteigenden Zweiges als Scala den Berechnungen zu Grunde zu legen und die Reduction wegen der Krümmung der wirklich durchlaufenen Curvenzweige später rechnerisch anzubringen. Die Hälfte der Differenz AC der Ordinaten beider Zweige ist das Mass für diese Krümmung. Aber auch auf diesem Wege erhält man noch keine absolute Bestimmung der Scala. Prüft man den Barographen unter anderen Verhältnissen, d. h. mit einer anderen Geschwindigkeit der Druckänderung und innerhalb eines anderen Druckintervalles, so erhält man statt der Curven $OABCD$ die ähnlichen Curven $Oabcd$ und die halbe Summe der Ordinaten ergibt statt der Mittellinie EB die neue eb . Hat man also EB als Ausgangsscala angenommen, so muss man sie zunächst um das Stück nN auf eb reduciren und dann noch die Correction wegen der Krümmung ($\frac{1}{2}ac$) anbringen. Es handelt sich also noch darum, zu entscheiden, welche der unendlich vielen möglichen Scalen EB, eb, \dots als Grundscala angenommen werden soll. Diese Festsetzung ist, wie man leicht einsieht, ganz willkürlich, ebenso wie etwa die Festsetzung, alle Barometerangaben auf 0° statt auf eine beliebige andere Temperatur zu reduciren, und es können hier nur practische Gründe entscheiden. Solange darüber keine allgemeine Einigung besteht, muss jedesmal angegeben werden, was für eine Grundscala angenommen worden ist. Wir führen noch die 4 Sätze an, zu denen Reihertz in seiner citirten Abhandlung in Bezug auf die Scalencorrection der Aneroide (in unserem Falle Teilungslinien der Barographen) gelangt ist und die wir etwas besprechen müssen.

1. «Die Teilungslinien sind Curven, die sich mit ihrer convexen Seite an eine durch ihren Anfangspunct gezogene Tangente anlehnen.» Es sind dies nach Reihertz die durch directe Vergleichung mit dem Hg. Manometer zu gewinnenden Curven Oab, OAB, FR, \dots Wir werden, wie schon angedeutet, eine andere Festsetzung treffen.

2. «Die Krümmung dieser Curven ist für ein gegebenes Instrument vom Druckintervall und vom «Tempo» (der Geschwindigkeit der Druck-

änderung) abhängig.» Wir werden sehen, dass diese Krümmung durch eine gewisse Abstraction von beiden genannten Factors (wir werden den Reihertz'schen Ausdruck «Tempo» im folgenden beibehalten) innerhalb weiter Grenzen unabhängig gemacht werden kann.

3. «Die Teilungsverbesserung ist von dem jeweiligen Anfangspunct des Druckintervalles abhängig.» Dieser Satz gilt nur für Aneroide. Für Barographen ist ja der Anfangspunct der Scala willkürlich. Durch directe Vergleichung mit dem Hg. Barometer vor Beginn eines Aufstieges kann und wird ja stets die Correction des Anfangspunctes der Registrircurve wegen elastischer Nachwirkung = 0 gemacht. Wenn also die Resultate einer Prüfung mit Hülfe einer schon bestimmten Scala berechnet werden, so wird eine etwa notwendige Correction des Anfangspunctes stets auf Rechnung einer zufälligen Verschiebung der Schreibfeder gegen das Papier gesetzt und daher werden alle übrigen Correctionen so verändert, dass jene erste = 0 wird. Dieses bei allen Aufstiegen beobachtete Verfahren müssen wir ebenfalls einhalten. Wenn wir also z. B. die Scala EB statt der wirklich beobachteten Curve $OABCD$ annehmen, so muss gleich der Anfangspunct um das Stück OE corrigirt werden und wir benutzen dann statt EB eine ihr parallele Linie durch O . Diese Correction $OE = \frac{1}{2}OD$ ist die erste aller halben Ordinatendifferenzen $\frac{1}{2}AC$. Sobald für diese ein Gesetz bekannt ist, ergibt sich daraus auch die Correction OE .

4. «Die bei Druckzunahme und Abnahme bei demselben Anfangs- und Endpunct und demselben Tempo erhaltenen Teilungslinien (OAB und BCD etc.) sind ähnliche mit ihren concaven Seiten einander zugewandte Curven.» Diese Symmetrie haben wir schon vorhin betont.

Aus den vorstehenden Erörterungen sowie aus den angeführten Sätzen von Reihertz ersieht man, dass eine Bestimmung der Scala ohne gleichzeitige Berücksichtigung der elastischen Nachwirkung nicht möglich ist. Die letztere ändert sich aber von Fall zu Fall (nach Druckintervall und Tempo). Wenn man also ihren Einfluss berechnen oder auch nur möglichst unschädlich machen will, so muss man die Scala so wählen, dass die Abweichungen von derselben wegen elastischer Nachwirkung in allen in praxi vorkommenden Fällen möglichst klein bleiben oder in einfacher Weise in Rechnung gezogen werden können. Wenn man durch einen Laboratoriumsversuch nur bei fallendem Druck eine Teilungslinie OAB in einem Tempo der Druckänderung bestimmt, das dem bei der practischen Verwendung zu erwartenden möglichst nahe kommt, so kann mit Hilfe der aus diesen Versuchen erhaltenen Scala die Registrircurve des Aufstieges bearbeitet werden; für die beim Abstieg registrirte Curve wäre dagegen diese Scala unbrauchbar und es müsste für die Verwertung derselben durch entsprechende Versuche bei

steigendem Druck eine neue Scala bestimmt werden. Um beide Curvenzweige möglichst gleichmässig auszunutzen, treffen wir daher eine andere Festsetzung und wählen als Scala die Mittellinie EB , welche bei einer vollständigen Prüfung bei abnehmendem und dann wieder bei zunehmendem Druck als arithmetisches Mittel aus beiden Beobachtungsreihen erhalten wird. Auch hier muss angegeben werden, für welches Druckintervall und bei welchem Tempo die Scala gewonnen worden ist. Man hat dann aber den Vorteil, beide Curvenzweige mit gleicher Genauigkeit auf die Ausgangsscala beziehen zu können. Der Nachteil, dass jetzt keine der wirklich registrierten Curven mit dieser Ausgangsscala nahe zusammenfällt, kommt nicht in Betracht, da die Reduction wegen der Krümmung dieser Curven, wie sich zeigen wird, leicht und sicher rechnerisch angebracht werden kann.

Nach diesen Festsetzungen können wir dazu übergehen, die Methoden zur Berechnung der elastischen Nachwirkung einer Betrachtung zu unterziehen.

2. Die Berechnung des Einflusses der elastischen Nachwirkung.

Für den Verlauf der Nachwirkungserscheinungen nach beliebigen elastischen Deformationen hat bekanntlich Kohlrausch¹⁾ zwei Formeln aufgestellt, welche die nach Aufhören der wirkenden Kräfte auftretenden Bewegungen bis zur Erreichung der vollständigen Ruhelage sehr gut darstellen. Sie lauten:

$$x = Ce^{-at^m}; \quad x = \frac{c}{t^a}$$

Hier bedeutet x den zur Zeit t vorhandenen Abstand von der Ruhelage, e ist die Basis der natürlichen Logarithmen, die übrigen Grössen sind specielle Constanten. Reihertz²⁾ hat versucht, diese Formeln auf die von ihm untersuchten Aneroide anzuwenden und hat die erste derselben durchaus brauchbar gefunden. Sie stellte die Nachwirkungsbewegung nach Aufhören der Druckänderung (also während der Ruhepause auf dem niedrigsten Druck) gut dar. Er hat ferner den Versuch gemacht³⁾ mit Hilfe der so gefundenen Constanten den Verlauf der Nachwirkung während einer continuirlichen Druckänderung zu berechnen, jedoch ohne Erfolg. Nach seinem eigenen Urteil sind eben die von ihm gemachten Voraussetzungen nicht ganz zutreffend und speciell erregt die Benutzung der Constanten, welche aus Beobachtungen nach Aufhören der wirkenden Kräfte abgeleitet sind, auf

1) F. Kohlrausch, Über die elastische Nachwirkung bei der Torsion. Pogg. Ann. 119 p. 337 etc. F. Kohlrausch, Beiträge zur Kenntniss der elastischen Nachwirkung. Pogg. Ann. 128, pg. 1 etc.

2) l. c. pg. 190.

3) l. c. pg. 196—198.

die Bewegung während der Kraftwirkung Bedenken. Reihertz bezeichnet daher diesen auf theoretische Erwägungen gegründeten Weg zur Berechnung der elastischen Nachwirkung als unfruchtbar und rät dazu, nach empirischen Interpolationsformeln zu suchen, welche der practischen Verwendung der Aneroide besser entsprechen. Diesen Weg hat vor kurzem Chree¹⁾ eingeschlagen. Er sucht zunächst eine Beziehung zu gewinnen zwischen den Differenzen in den Angaben der von ihm untersuchten Aneroide, welche sich bei steigendem und fallendem Druck für denselben absoluten Druckwert ergeben. Es sind dies nach unserem Diagramm die Ordinatendifferenzen AC der Curven für fallenden und steigenden Druck. Diese Differenzen $y''-y'$ stellt er in der Form eines Productes $Q.M$ dar. M ist ein für jedes Instrument berechneter Mittelwert aus allen beobachteten Differenzen $y''-y'$ und Q ein Factor, mit dem man diesen Mittelwert multipliciren muss, um irgend eine bestimmte Differenz zu erhalten. Dabei benutzt er als Argument für Q nicht den jeweiligen Druck p , sondern einen Quotienten $r = \frac{p_0 - p}{\Delta p}$, wo p_0 der Anfangsdruck und Δp das gesammte während einer Prüfung durchlaufene Druckintervall ist. Es zeigt sich dann, dass Q nur von dem Werte des Verhältnisses r , nicht aber von dem absoluten Betrage von Δp abhängt und für alle von ihm untersuchten Aneroide dieselbe Function von r ist, während M in nahezu linearer Weise von Δp abhängt, für ein constantes Δp aber eine für ein gegebenes Aneroid charakteristische Constante ist. Für die Nachwirkungsbewegung bei constant gewordenem Druck findet Chree²⁾ die zweite Kohlrausch'sche Formel bestätigt. Unter Zuhilfenahme der auf dem letzteren Wege gefundenen Constanten³⁾ sucht er dann die gesammte Nachwirkungsbewegung zu berechnen, doch teilt er keine speciellen Beispiele mit, sondern giebt nur Mittelwerte für seine Constanten aus einer grösseren Zahl von Experimenten.

Es zeigt sich somit, dass ein empirisches Verfahren zur Berechnung des Einflusses der elastischen Nachwirkung in der That fruchtbarer ist, als die auf theoretische Erwägungen gegründeten Formeln von Kohlrausch, welche zwar die Nachwirkungsbewegung bei constant gewordenem Druck recht gut darstellen, aber für die Berechnung der Veränderungen, welche während einer continuirlichen Druckzunahme oder Abnahme erfolgen, unbrauchbar sind. Namentlich ist die Methode von Chree zur Berechnung der Differenzen zwischen den entsprechenden Angaben für fallenden und steigenden Druck sehr bequem. Sie leistet, wenn wir uns wieder zu dem oben

1) C. Chree, Experiments on Aneroid Barometers at Kew Observatory and their Discussion. Phil. Trans. Roy. Soc. London. A. Vol. 191, pg. 441. 1898.

2) l. c. pg. 459, 462.

3) l. c. pg. 487—492.

gegebenen Diagramm wenden, die Reduction der Curven OAB und BCD auf die Mittellinie EB ohne weiteres und hiernach ergiebt sich dann auch die Berechtigung, diese Mittellinie EB als Ausgangsscala zu wählen. Wir werden daher in dieser Arbeit ebenfalls den von Chree betretenen Weg verfolgen und nachstehendes Verfahren einschlagen.

Es wird zunächst durch irgend eine Prüfung eine Scala für den gegebenen Barographen festgestellt, z. B. EB . Dann wird das Instrument unter anderen Umständen, d. h. bei anderem Druckintervall und Tempo, noch einmal geprüft und die Ordinaten der neuen Curve mit Hilfe der früheren Scala berechnet. Die so erhaltenen Druckwerte weichen infolge der elastischen Nachwirkung von den wahren Drucken (den Angaben des Hg. Manometers) ab und es ergeben sich Correctionen C' für fallenden Druck und C'' für steigenden Druck, die unter sich für dasselbe Argument verschieden sind. Zieht man die erste Correction C'_0 (für den Ausgangswert des Druckes) von allen übrigen ab, so erhält man ein neues System von Correctionen c' und c'' , von denen die erste $c'_0 = 0$ ist. Dies ist in der Tat das Verfahren bei der Auswertung der Registration eines Aufstieges. Man berechnet die Curve mit Hilfe der gegebenen Scala und corrigirt die erhaltenen Werte so, dass die Angabe des Barographen für den Ausgangspunkt mit dem beobachteten wahren Druck zusammenfällt. Die Correctionen c' und c'' sind nun die Fehler wegen elastischer Nachwirkung und würden sich ohne weiteres ergeben, wenn etwa ihre halben Summen $\frac{1}{2}(c'' + c')$ und halben Differenzen $\frac{1}{2}(c'' - c')$ für jeden Wert ihres Arguments bekannt wären. Wir stellen uns die Aufgabe, diese beiden Systeme von Grössen zu berechnen.

Was zunächst die halben Differenzen $\Delta = \frac{1}{2}(c'' - c') = \frac{1}{2}(C'' - C')$ betrifft ($\frac{1}{2}[Na - Nc]$ in der Fig. I) so stellen diese die Reduction der auf- und absteigenden Curvenzweige (Oab und bcd in der Figur) auf ihre Mittellinie eb dar und entsprechen immer, welche Scala man auch der Berechnung zu Grunde legen möge, den halben Ordinatendifferenzen $\frac{1}{2}ac$. Nach dem Vorgange von Chree stellen wir sie in der Form $\Delta = q \cdot m$ dar und benutzen als Argument für die Variable q dieselbe Function $r = \frac{p_0 - p}{\Delta p}$, deren Anwendung Chree so fruchtbar gefunden hat. Für den Ausgangspunkt der Druckänderung p_0 wird $r = \frac{p_0 - p_0}{\Delta p} = 0$, für den Endpunkt wird $r = \frac{p_0 - (p_0 - \Delta p)}{\Delta p} = 1$ und ist also während der ganzen Druckänderung ein echter Bruch; ändert sich r um 0.1 so ändert sich p um $\frac{1}{10} \Delta p$. Beträgt z. B. $\Delta p = 300^{mm}$ Hg. und ist der Anfangsdruck 760^{mm} , so hat man folgende zusammengehörige Werte:

$$p = 760^{mm}, 730^{mm}, 700^{mm} \dots \dots \dots 460^{mm}$$

$$r = 0.0, 0.1, 0.2 \dots \dots \dots 1.0$$

Der absolute Wert von p_0 ist für r gleichgültig, was einer Anwendung auf Barographen vollkommen entspricht. Der Mittelwert

$$m = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n \frac{1}{2}(c_v'' - c_v')$$

wird sich etwas ändern, wenn man zu seiner Bestimmung einzelne wenige Werte von $\frac{1}{2}(c'' - c')$ benutzt. Chree hält es für genügend genau, ihn aus den 11 Werten von $\frac{1}{2}(c'' - c')$ für die 11 gleichmässig verteilten Argumente $r = 0.0, 0.1, 0.2 \dots 1.0$ abzuleiten und definiert ihn geradezu so. Auch diesem Vorgange werden wir uns anschliessen

$$\text{und definiren also } m = \frac{1}{11} \sum_{r=0.0}^{r=1.0} \Delta_r.$$

Die Function q lässt sich nach Chree durch ein Polynom dritten Grades darstellen. Für die Praxis genügt es natürlich, den Zahlenwert derselben für eine genügende Zahl von Argumenten, etwa für die schon angeführten 11 Werte $r = 0$ bis $r = 1.0$, zu kennen und zwischen diesen, wenn nötig, rechnerisch oder graphisch zu interpoliren. Wir werden sehen, dass man leicht zur Kenntniss dieser beiden Grössen q und m gelangen kann.

Etwas schwieriger ist es, die halben Summen $\frac{1}{2}(c'' + c') = c$ zu bestimmen, denn diese fallen verschieden aus, je nachdem welche Grundscala angenommen worden ist. Auch geometrisch ist die Bedeutung dieser Correctionen etwas verwickelter. Wenn keine zufällige Verschiebung des Papiere gegen die Schreibfeder stattfindet, so stellt die halbe Summe der ursprünglichen Correctionen $\frac{1}{2}(C'' + C')$ (in der Figur $\frac{1}{2}[Na + Nc]$) die Verschiebung der neuen Scala gegen die alte, also das Stück nN dar. Dies gilt nicht mehr für $\frac{1}{2}(c'' + c') = c$. Dafür ist aber der erste Wert c_0 bekannt. Denn da $c'_0 = 0$ ist, so ist $c_0 = \frac{1}{2}(c_0'' + c_0') = \frac{1}{2}(c_0'' - c_0') = \Delta_0$ und also nach dem vorigen durch q und m bereits gegeben. Wir ziehen daher diesen Wert c_0 von allen übrigen ab und erhalten ein neues System von Correctionen $C = \frac{1}{2}(c'' - c') - \frac{1}{2}(c_0'' + c_0')$, welches die Eigenschaft hat, dass die erste derselben $C_0 = 0$ ist. Geometrisch bedeutet dies, dass die Linie eb parallel mit sich selbst soweit verschoben ist, bis die Punkte e und E zusammenfallen. Es wird sich zeigen, dass die Grössen C , abgesehen von kleinen Correctionsgliedern, ihrem Argument $p_0 - p$ oder r als nahezu proportional angesehen werden können. Sie bestimmen also die Neigung der beiden Teilungslinien eb und EB gegen einander und wir werden versuchen, einfache Gesetze für die Abhängigkeit dieser Neigung von den bestimmenden Umständen, Druckintervall und Tempo, aufzufinden, wonach die Werte

C berechnet werden können. Sind diese bekannt, so ergibt sich sofort auch c als $C - \Delta_0$ und dann erhält man auch die Correctionen wegen elastischer Nachwirkung als:

$$c' = c - \Delta \quad \text{und} \quad c'' = c + \Delta$$

Da wir die besprochenen Bezeichnungen im folgenden fortwährend brauchen werden, so geben wir hier zur Bequemlichkeit eine Zusammenstellung derselben.

C' bedeutet die Correction der Angabe des Barographen in Bezug auf die gewählte Scala bei fallendem Druck.

C'' bedeutet die entsprechende Correction bei steigendem Druck.

$c' = C' - C'_0$ ist die obige Correction so reducirt, dass sie für $r = 0$ auch $= 0$ ist.

$c'' = C'' - C''_0$ ist die entsprechende Correction bei steigendem Druck.

$c = \frac{1}{2} (c'' + c')$ ist die halbe Summe dieser Correctionen.

$C = c - \frac{1}{2} (c''_0 + c'_0)$ ist die Correction der Grundscala auf die neue unter der Annahme, dass beide denselben Anfangspunct haben.

$\Delta = \frac{1}{2} (c'' - c')$ ist das Mass für die Krümmung der beiden Curvenzweige.

m ist der Mittelwert von Δ und wird durch $\frac{1}{11} \sum_{r=0}^{r=1.0} \Delta_r$ definirt.

q ist das Verhältniss $\frac{\Delta}{m}$, wie oben besprochen.

p ist der jeweilig herrschende Druck, also p_0 der Anfangsdruck in O für $r = 0$.

Δp ist das ganze bei einer Prüfung in Betracht kommende Druckintervall

$r = \frac{p_0 - p}{\Delta p}$ ist das oben besprochene Argument.

t bedeutet die Geschwindigkeit der Druckänderung, das «Tempo», und soll immer in mm. pro Minute gegeben werden.

T ist die Gesamtdauer des Versuches.

τ ist die Ruhepause auf dem niedrigsten Druck.

3. Die Beobachtungsmethode.

Die für die vorliegende Untersuchung notwendigen Versuche konnten mit Hülfe des Apparates angestellt werden, der im Physikalischen Central-Observatorium in St. Petersburg zur Prüfung von Aneroiden und Barographen dient. Dieser Apparat besitzt einen mit einem getheilten Kreise und Nonius versehenen Hahn, durch welchen das Ein- und Ausströmen der Luft

aus dem Recipienten, unter dem sich die zu prüfenden Instrumente befinden, nach Belieben regulirt werden kann. Diese auch am Kew-Observatorium vorhandene Vorrichtung¹⁾ leidet an dem Uebelstande, dass (wahrscheinlich infolge der unvermeidlichen Fetzung des Hahnes) das Tempo der Druckänderung schwer constant zu erhalten ist. Einer bestimmten Hahnstellung entspricht nicht immer dasselbe Tempo, so dass eine beständige Aufmerksamkeit zur fortlaufenden Regulirung seitens des Beobachters erforderlich ist. Immerhin gelingt es auf diesem Wege ein durchschnittlich gleichmässiges Tempo zu erzielen. Für $t = 1.0$ z. B. waren die grössten Verschiedenheiten im Tempo während weniger Minuten $t = 0.5$ und $t = 1.5$, wie sich aus den registrirten Curven später entnehmen liess. Für grössere Geschwindigkeiten, z. B. für $t = 10.0$ ist die Schwankung absolut grösser (8.0 bis 12.0) aber procentisch viel kleiner. Im Durchschnitt bleiben aber die Schwankungen im ganzen viel kleiner, als die angeführten Beträge und da auch diese angeführten äussersten Abweichungen die zu bestimmenden Grössen, wie wir sehen werden, nur wenig verändern, so kann angenommen werden, dass die besprochene Unvollkommenheit keinen wesentlichen Einfluss auf die Resultate gehabt hat und höchstens den zufälligen Beobachtungsfehler etwas vergrössert hat. Zur Messung der wahren Drucke diente ein Quecksilber-Manometer, dessen Construction eine Genauigkeit von $\pm 0^{mm}1$ für die abgelesenen Barometerhöhen gewährleistet. Die Erwärmung durch den Beobachter dürfte diesen Fehler auf höchstens $\pm 0^{mm}2$ erhöht haben. Mit dem beschriebenen Apparate werden die laufenden Prüfungen im Physikalischen Central-Observatorium in ähnlicher Weise angestellt wie im Kew-Observatorium²⁾. Bei Stationsaneroiden z. B. beträgt die Druckänderung immer 10^{mm} in etwa einer Minute; darauf wird der Druck $20''$ lang constant erhalten und dann erst wird abgelesen. Vor jeder Ablesung werden die Instrumente zur Ueberwindung der Reibung leicht erschüttert. Da das für Stationsaneroide in Betracht kommende Druckintervall höchstens 100^{mm} beträgt, so ist bei dieser Prüfungsmethode ein merklicher Einfluss der elastischen Nachwirkung wohl nicht zu befürchten. Die Verhältnisse ändern sich aber wesentlich, wenn es sich um grössere Druckunterschiede und um bedeutende Geschwindigkeiten der Druckänderung handelt, wie dies bei den in Rede stehenden, zu Höhenmessungen bestimmten Barographen der Fall ist. Dann lassen sich gegen ein dem skizzirten ähnliches Prüfungsverfahren principielle Einwände erheben. Wie schon in § 2 hervorgehoben worden ist, verläuft die elastische Nachwirkung während

1) Chree, l. c. pg. 443.

2) Chree, l. c., pg. 442.

einer continuirlichen Druckänderung anders als nach einer solchen bei constantem Druck, so dass es keineswegs einerlei ist, ob man eine Druckänderung von z. B. 20^{mm} in 1 Min. vornimmt und dann 19 Min. bis zur Ablesung wartet, oder ob man dieselbe Druckänderung in 20 Min. vornimmt und dann gleich abliest. Bei Ballonfahrten und namentlich bei Freiballons hat man es aber mit ganz continuirlichen Druckänderungen zu tun, so dass das obige Verfahren, welches ursprünglich einen Anschluss an Gebirgstouren mit Aneroiden erreichen sollte, nicht statthaft erscheint. Ebenso unstatthaft ist die Annahme, dass in der kurzen Ruhepause von 10—20 Min. die durch die vorhergehende kleine Druckänderung bewirkte elastische Nachwirkung bereits verschwindet und auf diesem Wege also eine absolute Scala erhalten werden könnte. Wir führen zum Beweise einige Zahlenangaben aus der vorhandenen Litteratur an. Nach Reinhertz¹⁾ betrug die Standänderung eines Aneroides für $\Delta p = 20^{\text{mm}}$ bei $t = 2.0$ nach 20 Min. $0^{\text{mm}}17$, nach 2 Stunden $0^{\text{mm}}22$, während die gesammte Nachwirkung $0^{\text{mm}}45$ betrug. Für $\Delta p = 20^{\text{mm}}$ und $t = 1.0$ ändern sich die angeführten Werte um etwa 10%. Nach Chree²⁾ betrug die Standänderung eines Aneroids für $\Delta p = 150^{\text{mm}}$ und $t = 5.0$ nach $\tau = 30^{\text{m}}$ ungefähr $1^{\text{mm}}2$, nach $\tau = 150^{\text{m}}$ aber $2^{\text{mm}}6$ und hätte nach längerer Zeit noch grössere Werte erreicht. Auch Whymp³⁾ findet ähnliche Verhältnisse. Diese Zahlenverhältnisse müssen, wenigstens relativ, auch für Barographen gelten und man kann also in 20—30 Min. Ruhe nur etwa 40% der gesammten elastischen Nachwirkung erwarten. Endlich kann das Klopfen doch auch nur als Willkür bezeichnet werden und entspricht auch garnicht den Verhältnissen einer Ballonfahrt.

Bei den Prüfungen, welche die experimentelle Grundlage der vorliegenden Arbeit bilden, wurde daher ein anderes Verfahren eingeschlagen. Die Druckänderung erfolgte mit Hilfe der erwähnten Regulirvorrichtung möglichst continuirlich während des ganzen Druckintervalles Δp . Nach Erreichung des niedrigsten Druckes wurde nach mehr oder weniger kurzer Ruhepause der Druck in demselben Tempo wieder möglichst continuirlich bis zum Anfangsdruck gesteigert. Das *HG* Manometer wurde für die erwähnten 11 Werte von r ($r = 0.0, 0.1, 0.2 \dots$) abgelesen und es konnten dabei diese Schwellenwerte von r sehr genau eingehalten werden. Für $\Delta p = 300^{\text{mm}}$ wurde also alle 30^{mm} abgelesen, für $\Delta p = 100^{\text{mm}}$ alle 10^{m} . Die Abweichungen von den genauen Zehnteln von r betragen höchstens 0.02 und auch das nur selten. Begnügt man sich also mit einer Decimalstelle

1) l. c., pg. 166.

2) l. c., pg. 458. Wir verwandeln seine Angaben genähert in mm.

3) Edward Whymp, How to use the aneroid barometer. London 1891.

von r , so sind in den unten zu beschreibenden Versuchen die Zehntel genau eingehalten worden. Zur Ablesung des Manometers musste allerdings die Druckänderung unterbrochen werden und wurde unterdessen auf der Registration der Barographen ein kurzer horizontaler Strich erhalten. Diese Pausen betragen aber nur etwa $\frac{1}{2}$ Min. Nach den schon mitgetheilten Zahlen von Reinhertz¹⁾ beträgt die elastische Nachwirkung für Aneroiden in diesem kurzen Zeitraum etwa $0^{\text{mm}}02$, so dass der Fehler der Manometerablesung schon den 10fachen Betrag dieses Fehlers erreicht. Es darf also angenommen werden, dass die Pausen zur Ablesung die Vergleichbarkeit unserer Versuche mit wirklichen continuirlichen Aufstiegen nicht beeinträchtigen. Auch die kleinen langsamen Temperaturschwankungen von höchstens $1—2^{\circ}$, denen die Barographen während der Dauer der Versuche unterworfen waren, können einen Maximalfehler von höchstens $0^{\text{mm}}1—0^{\text{mm}}2$ hervorgerufen haben, da die Temperaturcoefficienten aller untersuchten Instrumente sehr klein waren. Nach Beendigung der Versuche wurden die erhaltenen Registrircurven mit Hilfe einer in mm. getheilten Glasscala ausgemessen und so die Ordinaten in den durch die kurzen horizontalen Teile der Curve kenntlichen Momenten der Manometerablesungen mit einer Genauigkeit von $\pm 0^{\text{mm}}1$ linear erhalten. Die entsprechenden Manometerangaben wurden natürlich ausser auf 0° auch auf Normalschwere reducirt.

Die untersuchten Barographen zerfallen nach ihrer Construction in zwei Klassen. Bei der ersten Klasse besteht der wirksame Bestandteil aus je zwei runden gewellten Dosen nach Vidi. Die Registrirtrommel reicht für Druckdifferenzen von $300^{\text{mm}}—400^{\text{mm}}$ aus und die Registration erfolgt mit Tinte auf gewöhnlichem Papier. Die im Observatorium geprüften Instrumente dieser Art sind sämmtlich von der Firma Richard (Marke RF) in Paris hergestellt; sie werden gewöhnlich bei bemannten Ballonfahrten benutzt und als Höhenmessungs-Barographen bezeichnet. Es gehört zu ihnen ein von der Firma Richard mit № 25 A oder № 25 C bezeichnetes geteiltes Papier, doch wurde von der Benutzung dieser Teilung, wie schon bemerkt, abgesehen. Der Scalenwert dieser Instrumente beträgt ungefähr 5^{mm} Druckdifferenz auf 1^{mm} linearer Ordinatendifferenz, so dass die aus den registrierten Curven abgeleiteten Drucke abgesehen von der elastischen Nachwirkung bis auf $\pm 0^{\text{mm}}5$ Quecksilberdruck genau sein müssen. Zehn von diesen Instrumenten konnten wiederholten Prüfungen nach der geschilderten Methode unterworfen werden, wobei sie in 3 Gruppen zusammengefasst wurden. Die erste Gruppe bestand aus 3 Instrumenten RF 3762, RF 15986 und RF 29572, welche mit $t = 3.33$ bis $\Delta p = 300^{\text{mm}}$, dann bis $\Delta p = 200^{\text{mm}}$ und bis

1) In Anlehnung an seine Berechnungen, pg. 191.

$\Delta p = 100^{mm}$ geprüft wurden. Für jedes Zehntel von r wurde das Manometer abgelesen, so dass zwischen den einzelnen Ablesungen resp. 9, 6 und 3 Min. vergingen. Nach Erreichung und Ablesung des niedrigsten Druckes wurde der Druck gleich wieder um $1 - 2^{mm}$ erhöht und nach $\tau = 9, 6$ resp. 3 Min. wieder abgelesen. Diese Ablesung wurde als zu $r = 1.0$ für steigenden Druck gehörig betrachtet und lieferte also die Correction c_{10}'' . Aus der ersten Prüfung bis $\Delta p = 300^{mm}$ wurde graphisch in recht grossem Massstabe die Grundscala abgeleitet und mit Hilfe dieser alle anderen Prüfungen berechnet. Ferner wurden dieselben Instrumente auch bei constantem $\Delta p = 200^{mm}$ mit $t = 1.67, 3.33$ und 6.67 geprüft, wobei entsprechend $\tau = 12, 6$ und 3 Min. war. Um die Ableitung der Grundscala von den übrigen Prüfungen unabhängiger zu machen, wurde diese für die Instrumente der nächsten Gruppe RF 11295, RF 32403, RF 32407 aus einer besonderen Prüfung mit $\Delta p = 360^{mm}$ und $t = 18.0$ in derselben Weise, wie vorhin, abgeleitet und erst dann die übrigen Prüfungen vorgenommen. Bei diesen betrug τ immer nur $1 - 2$ Min. und zwar wurde in dieser Zeit, nachdem die Ablesung für $r = 1.0$ bei fallendem Druck gemacht worden war, der Druck mit ca. $t = 3.0$ noch um $1 - 2^{mm}$ erniedrigt, sofort wieder um ebenso viel gesteigert und dann die Ablesung für $r = 1.0$ bei steigendem Druck gemacht. In dieser Weise wurden folgende Prüfungen vorgenommen: zunächst bei constantem $t = 2.5$ bis $\Delta p = 300^{mm}$ (diese Prüfung wurde am Schluss der ganzen Reihe noch einmal wiederholt), ferner bis $\Delta p = 200^{mm}$ und $\Delta p = 100^{mm}$; sodann bei constantem $\Delta p = 200^{mm}$ mit $t = 1.0, 2.5, 4.0, 5.5$ und 10.0 . Um den Einfluss einer kürzeren Ruhepause festzustellen, wurden für $\Delta p = 200^{mm}$ und $t = 2.5$ noch zwei Versuche mit $\tau = 20^m$ und $\tau = 1^h 7^m$ angestellt und hier die kleine symmetrische Druckerniedrigung und Steigerung, welche bei den vorigen Versuchen zwecks einer möglichst einwurfsfreien Bestimmung von c_{10}' und c_{10}'' vorgenommen worden war, weggelassen. Statt dessen wurde die Ablesung zu Anfang der Ruhepause zur Ableitung von c_{10}' verwertet und die zu Ende derselben für c_{10}'' . In der Tat stieg immer während der Ruhepause der Druck unter der Luftpumpenglocke um $1 - 2^{mm}$, vermutlich infolge langsamer Erwärmung. Zur dritten Gruppe gehörten die Instrumente RF 32408, RF 32404, RF 29520 und RF 29518. Es wurde ganz wie bei der vorigen Gruppe verfahren, aber mit Fortlassung der kleinen symmetrischen Druckänderung in der Nähe von $r = 1.0$. In Bezug hierauf ähnelte das Verfahren dem für die erste Gruppe angewandten, nur war bei allen Prüfungen $\tau = 1 - 2$ Min. Mit dieser Gruppe wurden ausser der besonderen Prüfung zur Ableitung der Scala mit $\Delta p = 360^{mm}$ und $t = 18.0$ folgende Versuche angestellt: mit $t = 2.5$ für $\Delta p = 300^{mm}, 200^{mm}$ und 100^{mm} ; ferner mit

$\Delta p = 200^{mm}$ für $t = 1.0, 2.5, 4.0$ und 5.5 ; endlich noch mit $\Delta p = 200^{mm}$ und $t = 2.5$ für $\tau = 20^m$ und $1^h 8^m$. Um die bei den einzelnen Versuchen beobachteten Nachwirkungen möglichst unabhängig von einander zu gestalten, wurden zwischen den Prüfungen immer $2 - 3$ Tage verstreichen gelassen. Nach einer Formel von Chree¹⁾ ist in der Tat die erste Differenz Δ_0 nach 2 Tagen nur $\frac{1}{10}$ [genauer 0.111] von der gleich nach dem Versuch beobachteten. Für $\Delta_0 = 5^{mm}$ (von dieser Grösse sind ungefähr die durchschnittlich vorkommenden Werte) hat man nach 2 Tagen den Betrag $0^{mm}5$ zu erwarten. Hieraus folgt, dass nach $2 - 3$ Tagen die noch vom früheren Versuche herrührende Nachwirkung innerhalb der zufälligen Fehler der Registrircurve liegt. Die einzelnen Prüfungen sind also in der Tat als unabhängig von einander anzusehen, aber freilich dehnt sich so die vollständige Durchprüfung einer Gruppe von Barographen auf einen Zeitraum von ca. 1 Monat aus.

Die zweite Klasse von Barographen enthält als wirksamen Bestandteil eine luftleere elastische Röhre nach Bourdon. Die Registrirtrommel reicht für die grössten in der Atmosphäre vorkommenden Druckdifferenzen aus und die Registration erfolgt durch einen spitzen Stift auf berusstem Papier. Die zur Prüfung gelangten Instrumente dieser Art wurden im Observatorium hergestellt und waren zur Ausrüstung von Freiballons bestimmt. Es war nicht möglich, diese Instrumente so langdauernden Prüfungen zu unterwerfen, wie die der vorigen Klasse. Nur ein einziges mit einer von Richard bezogenen Bourdonröhre versehenes Instrument konnte analog der vorigen Klasse geprüft werden; die übrigen wurden nur den gewöhnlichen laufenden Prüfungen nach der alten Methode unterworfen. Der Scalenwert aller dieser Instrumente betrug im Mittel 10^{mm} Quecksilberdruckdifferenz für 1^{mm} Ordinattendifferenz, so dass die aus den Registrircurven abgeleiteten Drucke infolge der Genauigkeit der Registration bis auf $\pm 1^{mm}$ unsicher sind.

Es erübrigt noch einige Worte über das Tempo zu sagen. Aus einer Reihe von auf's Geratewohl herausgegriffenen internationalen bemannten Ballonfahrten, über die sich Angaben in der «Meteor. Zeitschr.» finden, ergab sich ein mittleres Tempo der Druckänderung im Minimum zu 1.0 , im Maximum zu 4.3 , im Mittel zu 2.3 , so dass die oben skizzirten Prüfungen in der Tat den Verhältnissen der Praxis entsprechen. Bei Freiballons sind die Geschwindigkeiten viel grösser; sie steigen meist anfangs mit einer Geschwindigkeit von $2 - 3^m/s$, was einem Tempo von $10 - 20^{mm}/m$ entspricht. In einem solchen Tempo fanden auch die Prüfungen der Apparate der

1) l. c., pg. 462.

zweiten Klasse statt. Nach diesen Angaben können wir zur Besprechung der Prüfungsergebnisse übergehen.

4. Die Ableitung der Beobachtungsergebnisse.

Da es wenig Interesse bietet, alle gefundenen Correctionen der Barographenangaben gegen das Quecksilbermanometer in extenso mitzuteilen und sich dieselben ausserdem durch die später doch anzugebenden Functionen ihrer halben Summen und Differenzen innerhalb der Grenzen der zufälligen Beobachtungsfehler durch einfache Rechnung ergeben, so soll hier nur ein Beispiel ausführlich berechnet werden. Wir wählen dazu das Instrument RF 15986, bei dem die elastische Nachwirkung besonders grosse Beträge erreicht. Dieses Instrument wurde zunächst bis $\Delta p = 300^{mm}$ mit $t = 3.33$ und $\tau = 9^m$ geprüft; $T = 3^h 9^m$. Nach den gemessenen Ordinaten und den ihnen entsprechenden Manometerangaben wurde dann graphisch die Mittellinie der auf- und absteigenden Curvenzweige als möglichst gleichmässig gekrümmte Curve ohne Knickungen construiert und daraus die folgende Zahlentabelle als Grundscala zur Berechnung der Angaben des Barographen entnommen.

RF. 15986

Ordinate der Curve des Barographen.	Entspr. Druck in mm Quecksilber.	Differenz für 1 mm.
0.0	782.2	8.14
5.0	741.5	8.14
10.0	700.8	8.02
15.0	660.7	7.80
20.0	621.7	7.74
25.0	583.0	7.80
30.0	544.0	8.04
35.0	503.8	8.26
40.0	462.5	8.50
45.0	420.0	

Berechnet man mit dieser Tabelle dieselbe Prüfung, so erhält man folgende zusammengehörige Werte:

r	Abnehmender Druck.			Steigender Druck.			$\frac{1}{2}(C'' + C')$	c'	c''
	Manom.	Barogr.	C'	Manom.	Barogr.	C''			
0.0	747.2	755.4	- 8.2	749.2	740.7	+ 8.5	+0.2	0.0	+16.7
0.1	718.0	732.5	-14.5	718.5	706.5	+12.0	-1.2	-6.8	+20.2
0.2	687.9	702.4	-14.5	689.1	675.9	+13.2	-0.6	-6.3	+21.4
0.3	656.6	670.3	-13.7	658.8	645.1	+13.7	0.0	-5.5	+21.9
0.4	628.4	642.0	-13.6	629.9	615.5	+14.4	+0.4	-5.4	+22.6
0.5	597.9	610.9	-13.0	599.7	583.8	+15.9	+1.4	-4.8	+24.1
0.6	567.4	581.4	-14.0	570.0	554.9	+15.1	+0.6	-5.8	+23.3
0.7	538.1	551.0	-12.9	539.8	525.5	+14.3	+0.7	-4.7	+22.5
0.8	508.1	519.9	-11.8	511.4	497.2	+14.2	+1.2	-3.6	+22.4
0.9	476.9	485.6	- 8.7	487.1	479.0	+ 8.1	-0.3	-0.5	+16.3
1.0	447.1	449.8	- 2.7	449.0	448.9	+ 0.1	-1.3	+5.5	+ 8.3
							Mittel	+0.1	

Die Werte $\frac{1}{2}(C'' + C')$ sind deshalb nicht streng gleich Null, weil die Mittellinie graphisch etwas ausgeglichen ist. Das arithmetische Mittel (+0.1) zeigt, dass kein systematischer Fehler vorliegt, das Mittel ohne Rücksicht auf das Zeichen (± 0.7) ist kaum grösser als der wahrscheinliche Fehler, was bei den bedeutenden Beträgen der elastischen Nachwirkung in diesem Falle nicht von Bedeutung ist. Hätte man statt der Mittellinie den ersten Curvenast als Grundscala angenommen, so würde dieser natürlich genau dargestellt werden können. Für den rückkehrenden Curvenast würde man aber dann folgende Correctionen erhalten:

r	Correction.	r	Correction.
1.0	+ 2.8	0.4	+27.4
0.9	+14.9	0.3	+27.8
0.8	+22.7	0.2	+26.4
0.7	+25.3	0.1	+25.7
0.6	+28.0	0.0	+21.1
0.5	+29.1		

Aus den Werten C' und C'' findet man durch Addition von $8^{mm} \cdot 2$ die oben angeführten Correctionen c' und c'' und aus diesen letzteren die Werte von Δ und c , sowie der daraus abzuleitenden Functionen m , q und C , wie folgt:

r	Δ	$q = \frac{\Delta}{m}$	c	C
	mm		mm	mm
0.0	+ 8.4	0.7	+8.4	0.0
0.1	+13.2	1.1	+7.0	-1.4
0.2	+13.8	1.2	+7.6	-0.8
0.3	+13.7	1.2	+8.2	-0.2
0.4	+14.0	1.2	+8.6	+0.2
0.5	+14.4	1.2	+9.6	+1.2
0.6	+14.6	1.2	+8.8	+0.4
0.7	+13.6	1.2	+8.9	+0.5
0.8	+13.0	1.1	+9.4	+1.0
0.9	+ 8.4	0.7	+7.9	-0.5
1.0	+ 1.4	0.1	+6.9	-1.5
	mm			
	$m = +11.7$			

Wie man sieht, sind die Differenzen Δ positiv. Die beiden Curven (die auf— und absteigende) fallen also nicht zusammen, sondern C'' ist stets (algebraisch genommen) grösser als C' , sodass der Barograph hinter den wahren Druckänderungen zurückbleibt. Ferner ersieht man aus dem Gange der Werte von Δ und aus der diesen Gang characterisirenden Function q , dass die Ordinatendifferenz beider Curvenzweige in der Mitte des durchlaufenen Druckintervalles am grössten ist, an den Enden desselben aber am kleinsten, so dass die Curven in der That ihre concaven Seiten einander zukehren. Dieses Verhalten, dass wir auch bei allen übrigen Instrumenten wiederfinden werden, bestätigt den ersten und vierten Satz von Reinhertz, die demnach auch auf Barographen ausgedehnt werden können. In Bezug auf die möglichen Fehlergrenzen ist zu bemerken, dass, wenn C' und C'' um etwa $\pm 0^{mm}5$ unsicher sind, auch Δ und c ungefähr dieselben Fehler haben, C sogar im allgemeinen einen etwas grösseren, wegen des Fehlers des Addenden c_0 . Der Mittelwert m ist dann bis auf $\pm 0^{mm}1$ oder $\pm 0^{mm}2$ sicher, so dass die Fehler in q hauptsächlich durch die Fehler in Δ bedingt sind. Da diese etwa $\pm 0^{mm}5$ betragen, so sind für $m = 1^{mm}$ die Werte von q um etwa 0.5 unsicher, was bei so kleinen Werten von m beachtet werden muss. Für $m = 10^{mm}$ beträgt dagegen der Fehler nur 0.05. In diesem Falle (wie im vorliegenden) sind die Zehntel von q vollkommen scharf. Zwischen den angegebenen Grenzen liegen in der Regel die Werte von m und daher werden wir q immer mit einer Decimalstelle ansetzen. Man kann dann durch Multiplication aus $q \cdot m$ die Werte von Δ innerhalb ihres möglichen Fehlers wiedergewinnen. Wir werden daher im folgenden nur die aus den Experimenten abgeleiteten Werte von q und m mitteilen. Die Werte C , welche die Scalencorrection in Bezug auf die gewählte Grundscala bilden, stimmen in

dem vorliegenden Versuch, aus dem eben diese Grundscala abgeleitet worden ist, natürlich mit $\frac{1}{2}(C'' + C')$ überein, mit dem Unterschiede, dass C_0 strenge gleich Null gemacht worden ist.

Dasselbe Instrument wurde darauf unter den Bedingungen $\Delta p = 200^{mm}$, $t = 3.33$, $\tau = 6^m$, $T = 2^h 6^m$ noch einmal geprüft. Es ergab sich:

r	c'	c''	Δ	q	c	C	$-6.2r - 1.8 \sin 2\pi r$	Abweich.
	mm	mm	mm		mm	mm	mm	mm
0.0	0.0	+ 9.2	+ 4.6	0.6	+4.6	0.0	0.0	0.0
0.1	- 4.8	+11.5	+ 8.2	1.0	+3.4	-1.2	-1.7	+0.5
0.2	- 8.0	+12.2	+10.1	1.3	+2.1	-2.5	-2.9	+0.4
0.3	-10.0	+11.5	+10.8	1.4	+0.8	-3.8	-3.6	-0.2
0.4	- 9.3	+12.0	+10.6	1.3	+1.4	-3.2	-3.6	+0.4
0.5	- 8.6	+12.7	+10.6	1.3	+2.0	-2.6	-3.1	+0.5
0.6	- 8.2	+11.6	+ 9.9	1.2	+1.7	-2.9	-2.6	-0.3
0.7	- 7.3	+11.2	+ 9.2	1.2	+2.0	-2.6	-2.6	0.0
0.8	- 5.2	+ 9.7	+ 7.4	0.9	+2.2	-2.4	-3.3	+0.9
0.9	- 4.9	+ 6.1	+ 5.5	0.7	+0.6	-4.0	-4.5	+0.5
1.0	- 3.4	- 2.4	+ 0.5	0.1	-2.9	-7.5	-6.2	-1.3
			mm					mm
			$m = + 8.0$					$\epsilon = \pm 0.5$

Das Verhalten von Δ stimmt im allgemeinen mit dem des vorigen Versuches überein. Die Werte von q sind innerhalb ihrer Unsicherheit in beiden Versuchen dieselben, der Wert von m ist indessen bedeutend kleiner, als bei dem vorigen Versuche. Namentlich aber erregen die Werte von C die Aufmerksamkeit. Trotzdem das Tempo dasselbe geblieben ist, übersteigen sie doch bedeutend ihren wahrscheinlichen Fehler und haben alle dasselbe Vorzeichen; sie sind also reelle, nicht zu vernachlässigende Grössen. Folglich ändert sich die Scala, wenn als solche die in Fig. I mit EB bezeichnete Mittellinie gewählt wird, auch bei einer Änderung von Δp allein. Diese Änderung lässt sich innerhalb der zulässigen Fehler durch eine ziemlich einfache Function von r , nämlich in der Form

$$ar + b \sin 2\pi r$$

darstellen, wie dies die beiden letzten Spalten der obenstehenden Tabelle zeigen. Wir werden dieses Verhalten auch bei allen anderen Barographen dieser Klasse bestätigt finden.

Nachdem durch diese Beispiele die Berechnung der Prüfungsergebnisse dargelegt worden ist, können wir dazu übergehen, die Abhängigkeit der beiden Grössen Δ und C von den bestimmenden Umständen, Δp und t , im einzelnen zu untersuchen. Dabei sehen wir zunächst von einem Einfluss der

Ruhepause auf dem niedrigsten Druck ganz ab, den wir später besonders besprechen werden, und benutzen nur die Versuche mit kleinen Werten von τ . Dass die kleinen Schwankungen in τ , die bei diesen Versuchen für die einzelnen Gruppen von Barographen noch vorkommen, ganz belanglos sind, wird sich dann später ergeben. Wir beginnen mit der Betrachtung des Verhaltens der Grösse Δ .

5. Die Reduction auf die Mittellinie.

Die Kenntnis von Δ , welche die Reduction der auf- und absteigenden Curvenäste auf ihre Mittellinie leistet, ist verhältnissmässig leicht zu erlangen. Wir betrachten zunächst die Abhängigkeit von Δp . Dazu wählen wir die Versuche, welche bei constantem t und variablem Δp angestellt wurden und teilen gleich die Werte von q und m für die 10 mehrfach untersuchten Barographen mit.

Werte von q und m für verschiedene Druckintervalle.

		RF 3762; $t = 3.33$			RF 15986; $t = 3.33$			RF 29572; $t = 3.33$			RF 11295; $t = 2.5$			
$\Delta p =$	r	100 mm	200 mm	300 mm	100 mm	200 mm	300 mm	100 mm	200 mm	300 mm	100 mm	200 mm	300 mm	300 mm
		q	q	q	q	q	q	q	q	q	q	q	q	q
0.0		0.9	0.7	0.7	0.8	0.6	0.7	0.6	0.8	0.8	0.2	0.4	0.6	0.5
0.1		0.5	1.3	1.0	1.1	1.0	1.1	0.0	1.1	1.0	0.2	1.0	0.9	1.0
0.2		1.0	1.4	1.2	0.9	1.3	1.2	1.6	1.4	1.1	0.3	1.3	1.1	1.1
0.3		1.2	1.3	1.1	1.4	1.4	1.2	1.2	1.3	1.1	1.0	1.2	1.2	1.2
0.4		1.4	1.3	1.3	1.5	1.3	1.2	0.9	1.4	1.3	1.5	1.1	1.3	1.3
0.5		1.2	1.4	1.3	1.3	1.3	1.2	1.3	1.3	1.3	1.7	1.4	1.3	1.3
0.6		1.0	1.1	1.2	1.3	1.2	1.2	1.6	1.1	1.3	1.1	1.3	1.4	1.2
0.7		1.0	0.9	1.1	1.1	1.2	1.2	1.2	1.1	1.2	1.0	1.2	1.2	1.3
0.8		1.0	0.8	1.1	0.8	0.9	1.1	1.3	0.9	1.0	1.7	1.0	1.0	1.0
0.9		0.9	0.6	0.9	0.7	0.7	0.7	1.0	0.6	0.8	1.7	0.7	0.8	0.7
1.0		0.4	0.1	0.1	0.0	0.1	0.1	0.0	0.3	0.1	0.3	0.3	0.2	0.1
$m =$		mm +0.8	mm +1.8	mm +2.7	mm +4.6	mm +8.0	mm +11.7	mm +0.4	mm +2.4	mm +4.4	mm +0.6	mm +2.4	mm +4.3	mm +4.4

		RF 32403; $t = 2.5$				RF 32407; $t = 2.5$				RF 29518; $t = 2.5$		
$\Delta p =$	r	100 mm	200 mm	300 mm	300 mm	100 mm	200 mm	300 mm	300 mm	100 mm	200 mm	300 mm
		q	q	q	q	q	q	q	q	q	q	q
0.0		0.5	0.6	0.9	0.8	0.5	0.5	0.9	0.7	0.7	0.9	0.9
0.1		1.0	1.0	1.3	1.2	1.1	1.3	1.2	1.1	1.2	1.1	1.1
0.2		1.1	1.3	1.2	1.2	0.9	1.3	1.2	1.4	1.2	1.2	1.1
0.3		1.4	1.3	1.3	1.3	1.4	1.3	1.1	1.3	1.2	1.2	1.3
0.4		1.3	1.3	1.2	1.3	1.4	1.3	1.2	1.3	1.2	1.2	1.1
0.5		1.4	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.3	1.3	1.3	1.3
0.6		1.3	1.2	1.1	1.0	1.4	1.2	1.0	1.0	1.2	1.1	1.1
0.7		1.1	1.2	1.1	1.1	1.1	1.0	1.0	1.1	1.1	1.1	1.1
0.8		1.1	0.9	0.8	1.0	1.1	0.9	1.0	1.0	1.2	0.9	1.0
0.9		0.7	0.6	0.7	0.8	0.9	0.7	0.8	0.8	0.7	0.8	0.8
1.0		0.1	0.4	0.1	0.2	0.0	0.3	0.3	0.1	0.2	0.1	0.1
$m =$		mm +1.6	mm +2.3	mm +4.1	mm +3.7	mm +1.3	mm +1.9	mm +3.1	mm +2.8	mm +1.9	mm +3.0	mm +4.1

		RF 29520; $t = 2.5$			RF 32404; $t = 2.5$			RF 32408; $t = 2.5$		
$\Delta p =$	r	100 mm	200 mm	300 mm	100 mm	200 mm	300 mm	100 mm	200 mm	300 mm
		q	q	q	q	q	q	q	q	q
0.0		0.5	1.0	0.9	0.5	0.9	0.6	0.6	0.6	0.7
0.1		1.1	0.8	1.1	1.2	0.9	0.9	0.9	0.8	1.1
0.2		1.0	1.2	1.1	1.1	1.2	1.1	1.0	1.1	1.2
0.3		1.5	1.3	1.1	0.9	1.2	1.2	1.3	1.3	1.1
0.4		1.2	1.3	1.1	0.8	1.0	1.2	1.2	1.4	1.2
0.5		1.2	1.2	1.2	1.0	1.3	1.4	1.3	1.5	1.3
0.6		1.0	1.1	1.2	1.3	1.2	1.3	1.1	1.3	1.4
0.7		1.0	1.1	1.1	1.3	1.2	1.3	1.1	1.2	1.2
0.8		0.8	1.1	1.1	1.4	1.1	1.1	1.1	1.0	1.0
0.9		0.8	0.9	0.8	1.0	0.8	0.8	0.9	0.7	0.7
1.0		0.5	0.1	0.3	0.2	0.2	0.2	0.4	0.1	0.2
$m =$		mm +0.8	mm +2.0	mm +3.1	mm +1.2	mm +2.9	mm +4.4	mm +1.8	mm +3.1	mm +5.0

Aus der vorstehenden Tabelle ersieht man zunächst, dass der Wert von m zwar für jedes Instrument und jedes Δp verschieden ist, aber für ein constantes Δp eine für ein gegebenes Instrument charakteristische Constante darstellt, wie dieses namentlich die bei $\Delta p = 300^{mm}$ zweimal geprüften Barographen zeigen. Was die Abhängigkeit der Grösse m von Δp anlangt, so zeigen die mitgeteilten Beobachtungen auf den ersten Blick, dass eine

lineare Gleichung zu einer Darstellung innerhalb der zulässigen Fehler ausreicht. Er findet sich z. B. für:

$$\begin{aligned} \text{RF 29572} &: m = -1.6 + 0.020 \Delta p & (m = 0 \text{ für } \Delta p = 80^{mm}) \\ \text{RF 11295} &: m = -1.4 + 0.019 \Delta p & (m = 0 \text{ für } \Delta p = 74^{mm}) \\ \text{RF 32408} &: m = +0.1 + 0.016 \Delta p \end{aligned}$$

Zu einem ähnlichen Resultat gelangt auch Chree¹⁾. Er stellt allerdings eine quadratische Gleichung zwischen m und Δp auf, indessen ist das quadratische Glied sehr klein. Für die bei unseren Barographen erforderliche Genauigkeit genügt jedenfalls eine lineare Gleichung. Hat man also durch 2 Prüfungen die Werte von m für zwei möglichst verschiedene Δp ermittelt, so genügt eine lineare Interpolation, um m für ein beliebiges zwischenliegendes Δp zu ermitteln.

Noch einfacher gestaltet sich die Sache für die Function q . Nimmt man aus sämtlichen Instrumenten das Mittel, so findet sich

$\Delta p =$	100^{mm}	200^{mm}	300^{mm}	Mittel	Chree ²⁾
r	q	q	q	q	
0.0	0.58	0.70	0.75	0.68	0.55
0.1	0.83	1.03	1.08	0.98	0.69
0.2	1.01	1.27	1.17	1.15	0.96
0.3	1.25	1.28	1.19	1.24	1.13
0.4	1.24	1.26	1.23	1.24	1.23
0.5	1.29	1.32	1.27	1.29	1.30
0.6	1.23	1.18	1.18	1.20	1.30
0.7	1.11	1.12	1.15	1.13	1.23
0.8	1.10	0.95	1.02	1.02	1.12
0.9	0.93	0.71	0.78	0.81	0.96
1.0	0.21	0.20	0.14	0.18	0.72

Man sieht, dass zwischen den einzelnen Wertreihen von q keine die Grenzen der möglichen Fehler übersteigende Abhängigkeit von Δp besteht. Da m im Mittel etwa 3.5^{mm} beträgt, so ist ein einzelner Wert von q um etwa ± 0.15 unsicher und der des Mittels aus 10 Barographen um etwa ± 0.05 . Dabei ist die Reihe für $\Delta p = 100$ am schlechtesten bestimmt, die für $\Delta p = 300$ wegen des grösseren Wertes von m und der etwas grösseren Zahl von Beobachtungen am besten. Die analogen Werte, welche Chree gefunden hat, sind oben angeführt. Die Unterschiede zwischen seinen Wertreihen von q für verschiedenes Δp sind vielfach grösser, als die in der obigen Zusammenstellung vorkommenden, aber auch er kann keine Abhängig-

1) l. c., pg. 454.

2) Mittel aus den l. c., pg. 448—449 in Table II und III gegebenen Werten.

keit von Δp constatiren. Worin die Unterschiede zwischen der Wertreihe von Chree und unserem Mittel begründet sind, lässt sich ohne weiteres nicht entscheiden. Zum Teil liegt das jedenfalls an der verschiedenen Prüfungsmethode (siehe oben). Namentlich muss ja der letzte Wert von q für $r = 1.0$ um so kleiner werden, je kürzer die Ruhepause auf dem niedrigsten Druck ist und er würde streng $= 0$ sein, wenn man genau gleichzeitig und genau bei demselben Drucke die Correction für steigenden und fallenden Druck bestimmen könnte. Andererseits könnte auch zu jedem Instrument eine individuell etwas verschiedene Wertreihe q gehören. Chree entscheidet diese Frage stillschweigend im negativen Sinne, indem er nur die Mittel aus einer grösseren Zahl von Aneroiden mitteilt. In unserer Tabelle bemerkt man z. B. bei RF 11295 ein viel steileres Ansteigen der Werte von q vom Anfang gegen die Mitte, als etwa bei RF 29518. Indessen sind diese Unterschiede gering genug, um durch die zulässigen Beobachtungsfehler erklärt zu werden und kommen daher für practische Zwecke nicht in Betracht. Aus practischen Gründen verzichten wir auch auf eine Darstellung der Function q durch ein Polynom 3ten Grades in Bezug auf r , wie Chree¹⁾ es tut. Eine Zahlentabelle von der oben gegebenen Form definiert q ebensogut und ist für practische Zwecke bedeutend bequemer.

Wir wenden uns jetzt zur Abhängigkeit unserer Functionen q und m vom Tempo. Die diesbezüglichen Versuche lieferten folgende Zahlenwerte.

Werte von q und m für verschiedenes Tempo.
($\Delta p = 200^{mm}$).

$r =$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	m	
RF 3762	1.67	0.7	1.0	1.5	1.3	1.7	1.7	1.3	0.9	0.7	0.4	0.0	+1.4
	3.33	0.7	1.3	1.4	1.3	1.3	1.4	1.1	0.9	0.8	0.6	0.1	+1.8
	6.67	0.3	0.8	1.4	1.5	1.7	1.6	1.2	1.0	0.7	0.7	0.2	+1.6
	Mittel	0.6	1.0	1.4	1.4	1.6	1.6	1.2	0.9	0.7	0.6	0.1	+1.6
RF 15986	1.67	0.6	1.1	1.2	1.3	1.3	1.3	1.2	1.1	1.0	0.7	0.2	+8.1
	3.33	0.6	1.0	1.3	1.4	1.3	1.3	1.2	1.2	0.9	0.7	0.1	+8.0
	6.67	0.5	1.0	1.4	1.3	1.3	1.3	1.1	1.2	1.0	0.7	0.1	+6.8
	Mittel	0.6	1.0	1.3	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	1.0	0.7	0.1	+7.6

1) l. c. pg. 451.

		$r =$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	m
RF 29572	t		q											mm
	1.67	0.8	1.0	1.0	1.2	1.3	1.4	1.4	1.3	1.1	0.7	0.0		+2.2
	3.33	0.8	1.1	1.4	1.3	1.4	1.3	1.1	1.1	0.9	0.6	0.3		+2.4
	1.67	0.6	1.1	1.4	1.3	1.5	1.4	1.3	1.0	0.9	0.6	0.0		+1.6
	Mittel	0.7	1.1	1.3	1.3	1.4	1.4	1.3	1.1	1.0	0.6	0.1		+2.1
RF 11295	t		q											mm
	1.0	0.7	1.3	1.7	1.3	1.2	1.1	1.1	1.0	0.9	0.6	0.3		+2.3
	2.5	0.4	1.0	1.3	1.2	1.1	1.4	1.3	1.2	1.0	0.7	0.3		+2.4
	4.0	0.4	0.9	1.1	1.2	1.2	1.5	1.5	1.2	0.9	0.8	0.4		+1.9
	5.5	0.7	1.2	1.2	1.3	1.5	1.4	1.3	1.1	1.1	0.3	0.1		+2.1
Mittel	0.6	1.1	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.1	1.0	0.6	0.3		+2.1	
RF 32403	t		q											mm
	1.0	0.7	1.1	1.3	1.3	1.3	1.4	1.1	0.9	0.9	0.6	0.2		+3.2
	2.5	0.6	1.0	1.3	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	0.9	0.6	0.4		+2.3
	4.0	1.0	1.2	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	0.9	0.8	0.6	0.3		+2.6
	5.5	0.7	1.2	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	1.0	0.9	0.7	0.1		+2.4
Mittel	0.8	1.1	1.3	1.3	1.3	1.3	1.2	1.0	0.9	0.6	0.2		+2.5	
RF 32407	t		q											mm
	1.0	0.5	0.9	1.2	1.3	1.3	1.4	1.3	1.1	1.0	0.9	0.2		+2.2
	2.5	0.5	1.3	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	1.0	0.9	0.7	0.3		+1.9
	4.0	0.8	1.2	1.4	1.1	1.2	1.2	1.1	0.9	0.9	0.9	0.2		+2.0
	5.5	0.8	1.1	1.3	1.2	1.1	1.2	1.2	1.0	1.0	0.7	0.2		+2.1
Mittel	0.7	1.1	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2	1.0	0.9	0.7	0.2		+2.0	
RF 29518	t		q											mm
	1.0	0.8	1.2	1.3	1.1	1.2	1.1	1.2	1.0	1.0	0.8	0.2		+3.4
	2.5	0.9	1.1	1.2	1.2	1.2	1.3	1.1	1.1	0.9	0.8	0.1		+3.0
	4.0	0.8	1.3	1.3	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	0.9	0.7	0.2		+3.0
	5.5	0.9	1.2	1.3	1.3	1.2	1.3	1.2	1.1	0.8	0.7	0.2		+2.9
Mittel	0.8	1.2	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2	1.1	0.9	0.7	0.2		+3.1	
RF 29520	t		q											mm
	1.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.3	1.2	1.4	1.1	1.0	1.0	0.3		+2.2
	2.5	1.0	0.8	1.2	1.3	1.3	1.2	1.1	1.1	1.1	0.9	0.1		+2.0
	4.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.2	1.3	1.4	1.2	1.1	1.0	0.2		+2.0
	5.5	0.7	0.9	1.0	1.2	1.3	1.2	1.3	1.0	1.2	0.9	0.2		+2.0
Mittel	0.8	0.9	1.0	1.1	1.3	1.2	1.3	1.1	1.1	1.0	0.2		+2.0	

		$= r$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	m
RF 32404	t		q											mm
	1.0	0.7	0.8	1.0	1.0	1.3	1.2	1.4	1.2	1.1	1.1	0.2		+2.6
	2.5	0.9	0.9	1.2	1.2	1.0	1.3	1.2	1.2	1.1	0.8	0.2		+2.9
	4.0	0.6	0.9	1.1	1.0	1.3	1.3	1.1	1.4	1.3	0.9	0.2		+2.8
	5.5	0.5	0.9	1.1	1.0	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.0	0.3		+2.7
Mittel	0.7	0.9	1.1	1.1	1.2	1.3	1.2	1.2	1.2	1.0	0.2		+2.8	
RF 32408	t		q											mm
	1.0	0.5	0.9	1.2	1.4	1.4	1.4	1.2	1.2	0.9	0.8	0.2		+3.7
	2.5	0.6	0.8	1.1	1.3	1.4	1.5	1.3	1.2	1.0	0.7	0.1		+3.1
	4.0	0.6	1.2	1.2	1.2	1.5	1.5	1.4	1.2	1.1	0.8	0.1		+3.4
	5.5	0.5	0.9	1.1	1.3	1.4	1.4	1.2	1.2	1.0	0.7	0.3		+3.4
Mittel	0.6	1.0	1.2	1.3	1.4	1.4	1.3	1.2	1.0	0.8	0.2		+3.4	

Aus dieser Zusammenstellung folgt zunächst, dass der Wert von m innerhalb der practisch vorkommenden Geschwindigkeiten der Druckänderung als vom Tempo unabhängig angesehen werden kann. Man bemerkt zwar im allgemeinen eine ganz leichte Abnahme von m mit wachsendem t , indessen liegt dieselbe durchaus innerhalb der möglichen Fehler, sodass sie vernachlässigt werden muss. Zu demselben Resultat kommt auch Chree¹⁾. Er findet das Verhältniss der Differenzen Δ im Sinne (langsames Tempo) : (schnelles) im Mittel $= 1.04$, was mit dem obigen übereinstimmt, und schreibt die kleine Abweichung von der Einheit ebenfalls den möglichen Beobachtungsfehlern zu.

In Bezug auf das Verhalten der Function q gegenüber einer Aenderung von t macht Chree keine Angaben. Bei Durchmusterung der obigen Beobachtungsergebnisse erkennt man aber, dass bei keinem Instrument eine einigermaßen merkliche systematische Aenderung der einzelnen Werte von q mit wachsendem Tempo vorhanden ist. Die vorkommenden Unterschiede sind ganz unregelmässig und überschreiten nicht den Betrag der zulässigen Fehler. Es ist daher gestattet, für jedes Instrument Mittelwerte für die Function q abzuleiten, die also etwas sicherer sind als jede einzelne durch directe Beobachtung gewonnene Reihe. Diese Mittelwerte, welche in der obigen Tabelle angeführt sind, sind den analogen, aus den Beobachtungen für veränderliches Δp abzuleitenden vorzuziehen, da die einzelnen constituiren-

1) l. c., pg. 477. Er hat nur bei zwei verschiedenen Geschwindigkeiten der Druckänderung beobachtet.

den Wertreihen wegen der Constanz von m gleiches Gewicht haben. Die grösseren Schwankungen welche in den Versuchen mit $\Delta p = 100^{\text{mm}}$ wegen des kleinen Divisors m vorkommen, trüben das jetzt abgeleitete Resultat nicht.

An der Hand dieser Mittelwerte kann man versuchen, die Frage zu entscheiden, ob q für jedes Instrument eine individuell etwas verschiedene Function von r ist, oder ob es eine absolute Bedeutung hat. Man bemerkt, dass das letztere der Fall zu sein scheint. Trotz der ziemlich verschiedenen Fabricationsnummer der Barographen, welche stärkere Aenderungen in dem verwandten Material voraussetzen lässt, stimmen die einzelnen Instrumente unter sich vorzüglich überein. Etwas grössere Abweichungen finden sich nur bei RF 3762 und erklären sich durch den besonders kleinen Wert von m für dieses Instrument. Wir bilden daher das allgemeine Mittel aus allen 10 Barographen, wie folgt:

r	q	r	q
0.0	0.69	0.6	1.24
0.1	1.04	0.7	1.09
0.2	1.25	0.8	0.97
0.3	1.25	0.9	0.73
0.4	1.32	1.0	0.18
0.5	1.32		

Die Übereinstimmung mit den oben aus den Versuchen mit veränderlichem Δp gefundenen Mittelwerten ist durchaus befriedigend. Man gelangt also zu dem Schlusse, dass die Function q , wenigstens für alle mit Vididosen versehenen Barographen, von den besonderen Umständen der Druckänderung: Druckintervall und Tempo unabhängig ist. Die Abweichungen der von Chree gefundenen Werte von den unsrigen dürften immerhin zum Teil der Verschiedenheit der Methoden der Prüfung zuzuschreiben sein, da jedenfalls der letzte Wert von q für $r = 1.0$ von der Länge der Ruhepause auf dem niedrigsten Druck abhängt und dieser Einfluss sich auch vielleicht noch weiter erstrecken kann. Da bei unseren Versuchen die Ruhepause möglichst kurz war, und wegen der guten Übereinstimmung der einzelnen Instrumente, leiten wir gleich noch etwas genauere, gewissermassen normale Werte für q ab. Beide von uns bei variablem Δp und variablem t gefundenen Reihen für q stimmen unter sich vortrefflich überein und ihr Mittel weist fast keine Unregelmässigkeiten im Gange mehr auf; somit erscheint eine strenge Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Hülfe einer empirischen Formel überflüssig und wir begnügen uns mit einer graphischen Ausgleichung.

Dieselbe ergibt:

r	q	Abgekürzt:	
		r	q
0.00	0.67		
0.05	0.89		
0.10	1.02		
0.15	1.12		
0.20	1.19	0.0	0.7
0.25	1.24	0.1	1.0
0.30	1.27	0.2	1.2
0.35	1.29	0.3	1.3
0.40	1.30	0.4	1.3
0.45	1.30	0.5	1.3
0.50	1.29	0.6	1.2
0.55	1.27	0.7	1.1
0.60	1.23	0.8	0.9
0.65	1.18	0.9	0.6
0.70	1.11	1.0	0.1
0.75	1.02		
0.80	0.92		
0.85	0.77		
0.90	0.58		
0.95	0.35		
1.00	0.08		

Zur weiteren Bestätigung der vorstehenden Resultate ziehen wir noch einiges Material aus den im Physikalischen Central-Observatorium als laufende Arbeiten angestellten Prüfungen heran. Dieselben unterscheiden sich in der Methode, wie in § 3 erwähnt, von den im vorstehenden benutzten, auch ist dabei jedes Instrument immer nur einmal geprüft worden, so dass über die Veränderlichkeit der in Betracht kommenden Grössen mit Δp und t nichts genaueres geschlossen werden kann. Immerhin hat ein Vergleich einiges Interesse. Wir geben daher zunächst die Werte von m , welche im Laufe der letzten Jahre für 12 Barographen der Firma Richard von demselben Typus, wie die oben specieller untersuchten 10 Instrumente, gefunden worden sind. Da dieselben in der Regel aus weniger als 11 einzelnen Werten Δ abgeleitet worden sind, so sind sie auch aus diesem Grunde unter sich und mit den vorigen nicht streng vergleichbar, doch dürfte der daraus entstehende Fehler, wie einige Proberechnungen zeigten, kaum mehr als 5% betragen.

Instrum.	T	τ	Δp	t	m	$\frac{100 m}{\Delta p}$
RF 1278	40 ^m	2 ^m	390 ^{mm}	18.6	+3.6	+0.9
RF 11294	100	10	260	5.2	+3.2	+1.2
RF 12840	74	6	260	6.8	+2.8	+1.1
RF 24457	230	15	305	2.4	+4.7	+1.6
RF 24466	160	10	360	5.1	+4.8	+1.4
RF 27277	230	15	305	2.4	+4.6	+1.5
RF 29521	230	15	305	2.4	+2.6	+0.8
RF 29523	270	15	355	3.0	+2.8	+0.8
» »	60	5	300	8.6	+1.7	+0.6
RF 32400	210	15	255	2.4	+3.1	+1.2
RF 32406	235	15	260	2.4	+2.4	+0.9
RF 32409	210	15	255	2.4	+3.6	+1.4
				Mittel	+1.1	

In der letzten Spalte stehen die Werte von m auf $\Delta p = 100^{mm}$ reducirt, unter der Annahme einfacher Proportionalität mit Δp .

Man bemerkt, dass diese Werte innerhalb etwas engerer Grenzen schwanken, als für die von uns specieller untersuchten 10 Instrumente. Es folgt daraus, dass für gute Richard'sche Barographen vom betrachteten Typus der Wert von m (für $\Delta p = 100^{mm}$) zwischen etwa $0^{mm}.5$ und $2^{mm}.0$ schwankt, so dass er für $\Delta p = 400^{mm}$ ungefähr $2^{mm}.0$ bis $8^{mm}.0$ beträgt. Dies giebt als maximales Δ (für $q = 1.3$) die Werte $2^{mm}.6$ bis $10^{mm}.4$ und dementsprechend muss man sich auf Unterschiede in den Druckangaben bei fallendem und bei steigendem Druck von 5^{mm} bis 20^{mm} gefasst machen (also etwa das 10fache von m für $\Delta p = 100$). Interessant ist auch die Wertreihe q , die sich für die zuletztangeführten 12 Barographen im Mittel ergibt. Man hat nämlich:

$$r = 0.0 \quad 0.1 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.4 \quad 0.5 \quad 0.6 \quad 0.7 \quad 0.8 \quad 0.9 \quad 1.0$$

$$q = 0.8 \quad — \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.4 \quad 1.3 \quad 1.1 \quad 1.0 \quad 0.8 \quad 0.6 \quad 0.4$$

Die Übereinstimmung mit unserer normalen Reihe für q ist vortrefflich und bestätigt die Annahme, einer für alle Barographen der betrachteten Construction gleichen Function q .

Eine zweite Gruppe von Barographen mit Vidi-Dosen bilden diejenigen Instrumente, welche im Observatorium selbst zusammengesetzt worden sind und zu Drachenexperimenten gedient haben. Die hierbei verwendeten Vidi-Dosen sind von verschiedenen in- und ausländischen Fabrikanten bezogen, zum Teil auch alten, ausrangirten Instrumenten entnommen und die fertigen Barographen dienten oft nur als Versuchsmodelle oder sind, wenn die Prüfung sehr ungünstige Resultate ergab, gar nicht in wissenschaftlichen Gebrauch gekommen. Wenn wir trotzdem die Hauptergebnisse der Prüfungen

ebenso wie für die vorige Gruppe hier anführen, so geschieht es, um zu zeigen, welche äussersten Grenzen m unter Umständen erreichen kann, und dass die Werte von q mit unseren Normalwerten trotz der ungünstigen Verhältnisse leidlich stimmen.

Nr.	T	τ	Δp	t	m	$\frac{100 m}{\Delta p}$
1	130 ^m	10 ^m	250 ^{mm}	3.6	+4.0	+1.6
2	130	10	216	3.1	+4.8	+2.2
3	130	10	216	3.1	+3.9	+1.8
4	80	10	186	4.6	+3.6	+1.9
5	230	15	372	3.5	+3.4	+0.9
6	125	10	226	4.1	+1.4	+0.6
7	125	10	226	4.1	+2.4	+1.1
8	95	11	262	6.0	+6.0	+2.3
9	50	5	228	9.1	+3.4	+1.5
10	50	5	291	11.6	+3.1	+1.1
11	80	10	186	4.6	+6.2	+3.3
12	89	10	234	4.7	+2.3	+1.0

$$r = 0.0 \quad 0.1 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.4 \quad 0.5 \quad 0.6 \quad 0.7 \quad 0.8 \quad 0.9 \quad 1.0$$

$$q = 0.9 \quad — \quad 1.1 \quad 1.1 \quad 1.1 \quad — \quad 1.1 \quad — \quad 0.9 \quad — \quad 0.7$$

6. Die Scalencorrection.

Wir wenden uns jetzt zum zweiten Teile der Reduction wegen elastischer Nachwirkung, nämlich zu der Grösse C welche mit dem Namen «Scalencorrection» bezeichnet werden kann. Da sie von der gewählten Grundscala abhängig ist, so braucht sie nicht notwendig immer von demselben Vorzeichen zu sein, wie dies mit Δ der Fall ist und daher ist eine Darstellung derselben in Form eines Productes zweier Factoren nicht bequem. Für die von uns untersuchten 10 Barographen hat sich aber eine andere Darstellung mit 2 Functionen von r finden lassen, welche allen Beobachtungen gut entspricht. Somit erscheint die Vermutung berechtigt, dass diese Darstellungsform für alle Barographen der betrachteten Construction gültig ist. Wir haben schon in § 4 ein Beispiel dafür gegeben und C in der Form

$$C = ar + b \sin 2\pi r$$

dargestellt. Das zweite Glied ist oft von derselben Grösse wie der wahrscheinliche Fehler, so dass man in diesen Fällen die Constante $b = 0$ setzen könnte. Der allgemeineren Anwendung wegen halten wir aber die zweigliedrige Form fest. Die Grössen a und b sind für jede einzelne Prüfung und jedes einzelne Instrument nach der Methode der kleinsten Quadrate be-

	RF 3762	RF 29520	RF 32407	RF 32408	RF 32404
	$\Delta p = 200^{mm}, t = 3.33$ $T = 2^h 6^m, \tau = 6^m$	$\Delta p = 200^{mm}, t = 2.5$ $T = 2^h 42^m, \tau = 2^m$	$\Delta p = 300^{mm}, t = 2.5$ $T = 4^h 3^m, \tau = 8^m$	$\Delta p = 200^{mm}, t = 1.0$ $T = 6^h 43^m, \tau = 3^m$	$\Delta p = 100^{mm}, t = 2.5$ $T = 1^h 22^m, \tau = 2^m$
<i>r</i>	Beob. ^{mm} 0.0 Rechn. ^{mm} 0.0 Abw. ^{mm} 0.0	Beob. ^{mm} 0.0 Rechn. ^{mm} 0.0 Abw. ^{mm} 0.0	Beob. ^{mm} 0.0 Rechn. ^{mm} 0.0 Abw. ^{mm} 0.0	Beob. ^{mm} 0.0 Rechn. ^{mm} 0.0 Abw. ^{mm} 0.0	Beob. ^{mm} 0.0 Rechn. ^{mm} 0.0 Abw. ^{mm} 0.0
	0.1 -1.0 -0.6 -0.4	0.1 -1.4 -0.9 -0.5	0.1 -1.2 -0.7 -0.5	0.1 -1.4 -0.8 -0.6	0.1 0.0 -0.2 +0.2
	0.2 -1.2 -1.1 -0.1	0.2 -1.4 -1.5 +0.1	0.2 -1.3 -1.2 -0.1	0.2 -1.6 -1.5 -0.1	0.2 -0.7 -0.5 -0.2
	0.3 -0.9 -1.2 +0.3	0.3 -1.8 -1.7 -0.1	0.3 -1.5 -1.4 -0.1	0.3 -1.8 -1.9 +0.1	0.3 -0.9 -0.8 -0.1
	0.4 -0.8 -1.1 +0.3	0.4 -2.0 -1.7 -0.3	0.4 -1.0 -1.3 +0.3	0.4 -2.2 -2.2 0.0	0.4 -0.6 -1.2 +0.6
	0.5 -0.4 -0.7 +0.3	0.5 -2.0 -1.2 -0.8	0.5 -1.0 -1.0 0.0	0.5 -3.2 -2.4 -0.8	0.5 -1.2 -1.6 +0.4
	0.6 -0.3 -0.4 +0.1	0.6 -1.2 -0.7 -0.5	0.6 -1.2 -0.7 -0.5	0.6 -3.0 -2.6 -0.4	0.6 -1.4 -2.1 +0.7
	0.7 0.0 -0.2 +0.2	0.7 -1.2 -0.6 -0.6	0.7 -1.0 -0.6 -0.4	0.7 -3.2 -2.9 -0.3	0.7 -2.2 -2.5 +0.3
	0.8 -0.6 -0.4 -0.2	0.8 -0.9 -0.8 -0.1	0.8 -0.6 -0.8 +0.2	0.8 -3.4 -3.3 -0.1	0.8 -2.8 -2.9 +0.1
	0.9 -1.0 -0.8 -0.2	0.9 -0.7 -1.4 +0.7	0.9 -1.0 -1.3 +0.3	0.9 -3.8 -4.0 +0.2	0.9 -3.5 -3.1 -0.4
	1.0 -1.6 -1.5 -0.1	1.0 -2.0 -2.3 +0.3	1.0 -2.0 -2.0 0.0	1.0 -4.2 -4.8 +0.6	1.0 -4.0 -3.3 -0.7
	$\epsilon = \pm 0.2$	$\epsilon = \pm 0.4$	$\epsilon = \pm 0.2$	$\epsilon = \pm 0.3$	$\epsilon = \pm 0.3$
	$C = -1.5r - 0.8 \sin 2\pi r$	$C = -2.3r - 1.1 \sin 2\pi r$	$C = -2.0r - 0.8 \sin 2\pi r$	$C = -4.3r - 0.5 \sin 2\pi r$	$C = -3.3r + 0.2 \sin 2\pi r$

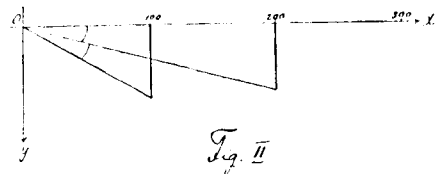
rechnet worden. Es ist dann die mittlere Abweichung ϵ (Beobachtung-Rechnung) gebildet worden, als Charakteristikum der Güte der Darstellung, und es ergab sich dieselbe meistens sogar kleiner, als der zu erwartende Fehler (± 0.5) eines Einzelwertes von C , nämlich zu $\pm 0^{mm}2$ bis $\pm 0^{mm}3$; nur in 2 Fällen überstieg sie etwas $\pm 1^{mm}0$. Da es zu viel Raum beanspruchen würde, für alle 74 berechneten Fälle den Vergleich zwischen Beobachtung und Rechnung in extenso wiederzugeben und auch die jedesmalige Angabe von ϵ diesen Mangel grösstenteils ersetzt, so sind auf Seite 144 nur einige Beispiele mitgeteilt werden, welche so gewählt sind, dass sie die Verhältnisse möglichst vielseitig illustrieren. Es sind aus jeder der 3 Gruppen von Experimenten Instrumente herausgegriffen worden unter Vermeidung derjenigen Barographen, welche noch später zu Beispielen dienen sollen. Die benutzte Formel mit ihren Constanten findet sich am Fusse der entsprechenden Spalte.

Durch die Benutzung der Gleichungen von der Form $ar + b \sin 2\pi r$ statt der Originalwerte von C wird die Discussion der Abhängigkeit dieser Function von Δp und t wesentlich erleichtert, da man es statt mit umfangreichen Zahlentabellen nur mit den beiden Grössen a und b zu tun hat. Die Genauigkeit der Untersuchung leidet darunter nicht, da die mittlere Abweichung der nach den Gleichungen berechneten Werte von den beobachteten im Mittel aus sämtlichen Reihen $\pm 0^{mm}4$ beträgt, was mit dem für unsere Barographen zulässigen Fehler stimmt. Eine mittlere Abweichung von $\leq 0^{mm}4$ findet sich für 48 von den berechneten 74 Gleichungssystemen, ein Fehler zwischen $\pm 0^{mm}8$ und $\pm 1^{mm}2$ dagegen nur 9 Mal; in den übrigen 17 Fällen beträgt der Fehler $\pm 0^{mm}5$ bis $0^{mm}7$. Dadurch wird die Einführung dieser rein empirischen Gleichungen gerechtfertigt.

Wir wenden uns nunmehr zur Untersuchung des Verhaltens von a und b gegenüber einer Änderung von Δp und t und beginnen mit Δp . Die hierzu dienlichen Versuche ergaben folgende Werte.

	<i>t</i>	$\Delta p = 100^{mm}$			$\Delta p = 200^{mm}$			$\Delta p = 300^{mm}$			$\Delta p = 300^{mm}$		
		<i>a</i>	<i>b</i>	ϵ	<i>a</i>	<i>b</i>	ϵ	<i>a</i>	<i>b</i>	ϵ	<i>a</i>	<i>b</i>	ϵ
RF 3762	3.33	-1.4	-0.2	± 0.2	-1.5	-0.8	± 0.2	—	—	—	—	—	—
RF 15986	3.33	-7.2	-1.6	± 0.5	-6.2	-1.8	± 0.5	—	—	—	—	—	—
RF 29572	3.33	-1.6	-0.8	± 0.2	-1.7	-0.3	± 0.6	—	—	—	—	—	—
RF 11295	2.5	-5.0	-0.8	± 0.2	-4.4	-0.2	± 0.2	+0.3	-0.1	± 0.2	-0.7	-0.7	± 0.4
RF 32403	2.5	-5.8	-0.7	± 0.3	-6.1	-1.0	± 0.2	-2.6	-0.7	± 0.7	-4.0	-1.3	± 0.3
RF 32407	2.5	-3.8	-0.4	± 0.3	-4.0	-0.7	± 0.3	-2.6	-1.2	± 0.5	-2.0	-0.8	± 0.2
RF 32408	2.5	-6.4	-0.9	± 0.3	-5.2	-1.5	± 0.3	-4.6	-1.9	± 0.4	—	—	—
RF 32404	2.5	-3.3	+0.2	± 0.3	-3.1	-0.8	± 0.4	-0.3	-1.2	± 0.8	—	—	—
RF 29520	2.5	-2.1	-0.4	± 0.2	-2.3	-1.1	± 0.4	+1.0	-0.5	± 0.5	—	—	—
RF 29518	2.5	+0.4	-0.2	± 0.2	+1.6	-0.4	± 0.6	+5.9	+1.0	± 1.2	—	—	—

Sehen wir zunächst von den Grössen b ab und betrachten nur die Grössen a , d. h. wir setzen $C = ar$. Dann ist die Scalencorrection einfach r proportional und demnach auch Δp proportional. Die neuen Teilungslinien sind dann Grade und $\left(\frac{a}{\Delta p}\right)$ ist proportional der trigonometrischen Tangente des Winkels, den eine solche Teilungslinie mit der Axe Δp bildet. Dabei hängt der Winkel natürlich von dem gewählten Masstabe ab, wenn man ihn für a und Δp verschieden annimmt. Diese geometrische Auffassung führt leicht zu einem einfachen Gesetze, das für die Beziehung zwischen a und Δp besteht. Nehmen wir beispielsweise das Instrument RF 3762 und tragen auf quadrirtem Papier in der Richtung OX die Werte Δp auf (im Masstabe 1 Quadrat = 10^{mm}), in der Richtung OY die Werte a (1 Quadrat = $0^{mm}5$). Mit $\Delta p = 300^{mm}$ und $t = 3.33$ (dasselbe Tempo, wie die zu discutirenden Versuche) ist die Grundscala abgeleitet worden; für dieses Druckintervall ist also $C = 0$ (abgesehen von den zufälligen Fehlern), folglich auch $a = 0$ und die Grundscala fällt mit der Axe OX zusammen. Für $\Delta p = 200^{mm}$ ist $a = -1^{mm}5$ gefunden worden; verbindet man diesen Punkt mit dem Anfangspunct O , so erhält man eine gegen OX um einen Winkel von 8° (im angegebenen Masstabe) nach der negativen Seite geneigte Grade. Dieselbe Construction für $\Delta p = 100^{mm}$ und $a = -1^{mm}4$ ergibt den Winkel 16° . Bei gleichen Änderungen von Δp werden also die ihnen entsprechenden Teilungslinien um gleiche Winkel gegen die Grundscala gedreht. Die nachstehende Figur II veranschaulicht diese Verhältnisse. Bei den beiden an-



deren Gruppen von Barographen, für welche die Grundscala aus Versuchen mit $\Delta p = 360$ und $t = 18$ abgeleitet worden ist, liegen die Verhältnisse etwas anders. Ist nämlich a nicht nur von Δp , sondern auch von t abhängig, wie dies ja im allgemeinen erwartet werden muss und wie wir später noch ausführlicher zeigen werden, so ist die Neigung der Teilungslinien für $t = 2.5$ und $\Delta p = 300^{mm}, 200^{mm}, 100^{mm}$ gegen die Axe OX , welche ja mit der Grundscala immer zusammenfällt (da für sie $C = 0$, also auch $a = 0$ ist), nicht nur von dem Verhältniss der Δp abhängig. Der Winkel, unter dem die Teilungslinie für $\Delta p = 300^{mm}$ gegen die Axe OX geneigt ist, ist nicht nur vom Verhältniss $\frac{360}{300}$ abhängig, sondern auch von der Änderung von a mit t , und, solange diese nicht bekannt ist, auch nicht a priori zu bestimmen. Es müssen aber dann, wenn das für den Barographen RF 3762

gefundene Gesetz allgemein gültig ist, wenigstens die Winkeldifferenzen der Teilungslinien unter einander den Druckdifferenzen proportional sein. In der Tat finden wir z. B. für den Barographen FR 32404 unter Zugrundelegung desselben Masstabes wie oben die folgenden Winkel. Für $\Delta p = 300^{mm}$ ist $a = -0^{mm}3$ und der Winkel der entsprechenden Teilungslinie gegen OX findet sich zu -2° . Für $\Delta p = 200^{mm}$ und $a = -3^{mm}1$ erhält man -18° und für $\Delta p = 100^{mm}$ und $a = -3^{mm}3$ ergibt sich -34° . Die Winkeldifferenzen sind also den gleichen Druckdifferenzen entsprechend -16° und -16° . Man könnte jetzt diese Beziehung algebraisch formulieren und dann nach der Methode der kleinsten Quadrate untersuchen, bis zu welcher Genauigkeit dieselbe von den von uns untersuchten Barographen erfüllt wird.

Da indessen wegen der in die Beziehungen eingehenden Tangente die Gleichungen nicht linear sind, so ist die directe Benutzung der Methode der kleinsten Quadrate nicht möglich und wegen der höchstens 4 vorhandenen Bedingungen auch nicht lohnend genug. Wir haben uns daher mit dem graphischen Verfahren begnügt und benutzen zur Abschätzung der zu erwartenden Genauigkeit die 3 Barographen, welche für $\Delta p = 300^{mm}$ zweimal untersucht worden sind. Die mittlere Differenz der beiden so gefundenen a ist $\pm 1^{mm}0$; dies entspricht bei $\Delta p = 300^{mm}$ einer Winkeldifferenz von $\pm 4^\circ$. Für kleinere Werte von Δp kann demselben linearen Fehler noch ein etwas grösserer Fehler im Winkel entsprechen, so dass man im Mittel etwa $\pm 5^\circ$ als den zulässigen Fehler einer Winkeldifferenz und $\pm 3^\circ$ als den zulässigen Fehler eines einzelnen Winkels annehmen kann. Die Construction in dem schon angegebenen Masstabe ergab die umstehend mitgetheilten Winkel, wobei die infolge ungenauer Construction entstandenen Fehler auf etwa $\pm \frac{1}{2}^\circ$ zu schätzen sind. (Siehe folgende Seite.)

Der mittlere Unterschied der für jeden Barographen bestimmten 2 Winkeldifferenzen beträgt $\pm 4^\circ$, so dass man in der Tat die der constanten Differenz in Δp von 100^{mm} entsprechende Winkeldifferenz als constant ansehen kann. Bei dem gewählten Masstabe schwankt diese Winkeldifferenz für die verschiedenen Instrumente zwischen etwa 5° und 30° , ist immer negativ und stellt eine für ein gegebenes Instrument charakteristische Constante dar. Es ist dieses Verhalten ganz analog dem vorhin für die Grösse m gefundenen. Man braucht wiederum nur 2 Versuche mit möglichst verschiedenem Δp und gleichem t anzustellen und zwischen diesen linear zu interpolieren; aus denselben Versuchen würde man dann auch m berechnen. Als Grundscala wird man die aus dem mit dem grössten Δp angestellten Versuche abzuleitende annehmen, wie dies bei den ersten 3 Barographen unserer Tabelle geschehen ist. Dass bei den übrigen 7 ein anderes Ver-

	$\Delta p = 300^{mm}$	300^{mm}	200^{mm}	100^{mm}
<i>RF</i> 3762	Winkel —	0°	— 8°	—16°
	Differ.		— 8°	— 8°
<i>RF</i> 15486	Winkel —	0	—32	—56
	Differ.		—32	—24
<i>RF</i> 29572	Winkel —	0	— 9	—18
	Differ.		— 9	— 9
<i>RF</i> 11295	Winkel $\underbrace{+ 1^\circ \quad - 3}_{(-1^\circ)}$		—24	—45
	Differ.		—23	—21
<i>RF</i> 32403	Winkel $\underbrace{-10 \quad -16}_{(-13^\circ)}$		—32	—50
	Differ.		—19	—18
<i>RF</i> 32407	Winkel $\underbrace{- 8 \quad -10}_{(-9^\circ)}$		—22	—37
	Differ.		—13	—15
<i>RF</i> 32408	Winkel —	—17	—28	—51
	Differ.		—11	—23
<i>RF</i> 32404	Winkel —	— 2	—18	—34
	Differ.		—16	—16
<i>RG</i> 29520	Winkel —	+ 4	—13	—23
	Differ.		—17	—10
<i>F</i> 28518	Winkel —	+21	+ 9	+ 4
	Differ.		—12	— 5

fahren eingeschlagen wurde, geschah, wie hier bemerkt werden möge, in der Hoffnung, möglicherweise bei recht grossem t eine in gewissem Sinne absolute Scala zu gewinnen und um die bei veränderlichem Δp zu erwartenden Variationen unabhängiger von der Grundscala zu gestalten. Wie die Discussion der Versuchsergebnisse lehrt, ist indessen dieser Weg nicht practisch.

Wir wenden uns zu der bisher unbeachtet gelassenen Grösse b . Sie ist in vielen Fällen sehr klein, oft sogar kleiner als ϵ , so dass sie vernachlässigt werden könnte. In anderen Fällen erreicht sie aber den 4—5 fachen Betrag von ϵ und ist dann als reell anzusehen. Irgend ein Gesetz für eine Variation von b bei veränderlichem Δp lässt sich kaum aufstellen. Eine einfach lineare Abhängigkeit existirt, wie man aus der Seite 145 mitgetheilten Tabelle sieht, nicht und nach einer Gleichung höherer Ordnung zu suchen hätte bei der schon hervorgehobenen Kleinheit von b keine practische Bedeutung. Auch der Versuch einer analogen Construction, wie der für a angegebenen, schlägt fehl, auch wenn man grössere Fehlergrenzen zugiebt: die Winkel fallen bei verschiedenen Instrumenten ganz verschieden aus. Es ist daher gerechtfertigt, für ein gegebenes Instrument b einfach constant zu setzen, zumal ja dadurch nur an den Stellen, wo $\sin 2\pi r$ nahe gleich 1

wird, ein ebenso grosser Fehler, wie der durch die Abweichungen des Mittelwertes von b von seinen Einzelwerten entstehende, gemacht wird, an den übrigen Stellen aber kleinere. Man überzeugt sich bei genauer Durchsicht der oben mitgetheilten Tabelle, dass durch die Annahme eines mittleren Wertes von b für alle mit einem einzelnen Instrument angestellten Versuche der Fehler ϵ nur um sehr wenig und in durchaus tolerirbarer Weise vergrössert wird. Die sich ergebenden Mittelwerte von b sind folgende:

Instr.:	<i>RF</i> 3762,	<i>RF</i> 15986,	<i>RF</i> 29572,	<i>RF</i> 11295,	<i>RF</i> 32403,
$b =$	$\frac{mm}{-0.5}$	$\frac{mm}{-1.7}$	$\frac{mm}{-0.6}$	$\frac{mm}{-0.4}$	$\frac{mm}{-0.9}$
mittl. $\epsilon =$	± 0.2	± 0.5	± 0.4	± 0.3	± 0.4
Instr.:	<i>RF</i> 32407,	<i>RF</i> 32408,	<i>RF</i> 32404,	<i>RF</i> 29520,	<i>RF</i> 29518,
$b =$	$\frac{mm}{-0.8}$	$\frac{mm}{-1.4}$	$\frac{mm}{-0.6}$	$\frac{mm}{-0.7}$	$\frac{mm}{+0.1}$
mittl. $\epsilon =$	± 0.3	± 0.3	± 0.5	± 0.4	± 0.7

Trotzdem die Annahme, dass b für alle Werte von Δp constant ist, etwas befremdet, wird man das Glied mit b doch berücksichtigen: es ist doch fast bei allen Instrumenten grösser als ϵ . Uebrigens ist es sehr leicht, die in Rede stehende Correction anzubringen. Der Wert von b ergibt sich angenähert aus dem zweiten der vorhin vorgeschlagenen Versuche und die erforderlichen Werte von $\sin 2\pi r$ setzen wir hierher.

r	$\sin 2\pi r$	r	$\sin 2\pi r$
0.0	0.00	0.6	—0.59
0.1	0.59	0.7	—0.95
0.2	0.95	0.8	—0.95
0.3	0.95	0.9	—0.59
0.4	0.59	1.0	0.00
0.5	0.00		

Es handelt sich nun nur noch darum, eine Variation von C , resp. a und b , in Abhängigkeit von t zu constatiren und wo möglich zu berechnen. Wir teilen umstehend (a. f. S.) die Ergebnisse der entsprechenden Versuche mit und zwar zunächst für a allein.

Wie die Tabelle lehrt, sind die Grössen a in der Tat mit t veränderlich und es ist die Abhängigkeit offenbar keine lineare. Dies stand zu erwarten. Denn da, wie bekannt, die elastische Nachwirkung vom Tempo abhängt, so muss wenigstens eine der sie bestimmenden Grössen diese Abhängigkeit zeigen. Ferner ist an und für sich klar, dass für unendlich langsame oder unendlich schnelle Druckänderung die Nachwirkung während der Dauer derselben verschwindet; die gesuchte Abhängigkeit muss demnach eine quadratische Function

<i>t</i>	RF 3762		RF 15986		RF 29572		RF 11295		RF 32403		RF 32407		RF 32408		RF 32404		RF 29520		RF 29518	
	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ	<i>a</i>	ϵ
1.0	+0.7	± 0.7	-2.4	± 1.0	+0.1	± 0.7	-1.2	± 0.3	-4.8	± 0.3	-2.6	± 0.3	-3.8	± 0.2	-4.2	± 0.2	-1.6	± 0.2	+1.3	± 0.8
1.67	-1.5	± 0.2	-6.2	± 0.5	-1.7	± 0.6	-4.4	± 0.2	-6.1	± 0.2	-4.0	± 0.3	-5.2	± 0.3	-3.1	± 0.4	-2.3	± 0.4	+1.4	± 0.6
2.5	+1.4	± 0.9	-7.6	± 0.9	-0.8	± 0.8	-4.1	± 0.1	-5.6	± 0.3	-5.5	± 0.3	-4.8	± 0.3	-4.2	± 0.4	-1.7	± 0.2	+1.6	± 0.6
3.33							-4.1	± 0.2	-6.6	± 0.7	-4.9	± 0.5	-4.8	± 0.3	-5.2	± 0.3	-1.1	± 0.3	+1.3	± 0.6
4.0							-2.7	± 0.3	-5.2	± 0.4	-5.1	± 0.5								
5.5																				
6.67																				
10.0																				
Mittl. ϵ :		± 0.6		± 0.8		± 0.7		± 0.2		± 0.4		± 0.4		± 0.3		± 0.3		± 0.3		± 0.7

von t sein. Da die Grundscala bei unseren Barographen schon einen Teil der elastischen Nachwirkung enthält, so werden die Wurzeln der zwischen a und t aufzustellenden Gleichung allerdings nicht 0 und ∞ sein, sondern Werte haben, die von der gewählten Grundscala abhängen. Es fragt sich nun, wie weit die aus den Versuchen gewonnenen Zahlen diesen Voraussetzungen entsprechen. Die ersten 3 Barographen können darüber nichts entscheidendes beweisen, da sie nur bei 3 Werten von t untersucht worden sind, und die 3 so erhaltenen Bedingungen durch eine quadratische Gleichung identisch erfüllt werden. Alle 3 weisen aber gemeinsame Züge auf. Für RF 3762 und RF 29572 erreicht a für mittlere Werte von t den grössten negativen Betrag, für kleinere und grössere Werte von t aber nimmt a algebraisch wieder zu, also ganz wie zu erwarten war. Für den Barographen RF 15986 liegt der zweite Punkt des Nullwerdens von a dann weit ausserhalb der vorhandenen Werte. Ein ähnliches Verhalten zeigen auch die meisten übrigen Barographen. Für RF 29518 dagegen mit durchweg positiven Werte von a sind die Beträge von a für mittlere Werte von t am grössten positiv und nehmen für abnehmendes und wachsendes t ab. Eine Ausnahme bildet nur

RF 32404; nach dem Gange der für dieses Instrument ermittelten Werte von a gibt es keinen Wert von t , für welchen $a=0$ werden könnte. Woran dies liegt, lässt sich aus dem vorhandenen Material nicht beurteilen. Die Richtigkeit des vorstehenden Raisonnements zugegeben, wird man an eine ungünstige Combination der unvermeidlichen Fehler denken müssen, welche die Rechnungsergebnisse so entstellt haben, dass der normale Gang umgekehrt erscheint.

Für die 7 Barographen, bei denen mehr als 3 zusammengehörige Wertepaare a und t bekannt sind, kann man unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate untersuchen, ob sich dieselben wirklich durch eine Gleichung zweiten Grades genügend gut darstellen lassen. Die Durchführung dieser Rechnungen ergab folgende Resultate:

$$RF\ 11295 : a = -0.5 - 1.40t + 0.120t^2, \quad \epsilon = \pm 0.5$$

$$RF\ 32403 : a = -4.4 - 0.73t + 0.063t^2, \quad \epsilon = \pm 0.3$$

$$RF\ 32407 : a = -1.7 - 1.09t + 0.076t^2, \quad \epsilon = \pm 0.3$$

$$RF\ 32408 : a = -2.7 - 1.28t + 0.173t^2, \quad \epsilon = \pm 0.2$$

$$RF\ 32404 : a = -4.8 + 1.04t - 0.204t^2, \quad \epsilon = \pm 0.3$$

$$RF\ 29520 : a = -1.4 - 0.45t + 0.096t^2, \quad \epsilon = \pm 0.2$$

$$RF\ 29518 : a = +0.9 + 0.36t - 0.058t^2, \quad \epsilon = \pm 0.1$$

Wie die nebenstehenden mittleren Abweichungen zeigen, sind quadratische Gleichungen in der Tat zur Darstellung der beobachteten Werte ausreichend. Die Coefficienten von t und t^2 sind bei den ersten 4 Barographen nicht erheblich verschieden; für die übrigen 3 weichen sie stärker ab. Kehrt man die Vorzeichen für RF 29518 (wo a positiv ist) um und schliesst RF 32404 aus, so ergibt sich im Mittel für die letzten 2 Glieder: $-1.0t + 0.10t^2$. Reducirt man jetzt mit diesen Werten die beobachteten a auf $t=0$, so stimmen die so erhaltenen Werte viel schlechter unter sich überein, als nach den angegebenen Werten von ϵ zu erwarten steht, für RF 32404 übrigens nicht schlechter als für die anderen. Es ist demnach wahrscheinlich, dass für jedes einzelne Instrument eine ihm eigentümliche Gleichung zwischen a und t existirt, die durch einige passend gewählte Versuche bestimmt werden muss. Schätzungsweise und wenn eine geringere Genauigkeit ausreicht, könnte man sich mit dem erwähnten Mittelwert der beiden letzten Glieder begnügen und das noch fehlende constante Glied aus einem einzigen Versuche bestimmen. Die Summe jener beiden letzten Glieder beträgt für einige Werte von t :

t	$-1.0t + 0.10t^2$
2	-1.6
4	-2.4
6	-2.4
8	-1.6
10	0.0

Hieraus und auch aus der Betrachtung der Originalwerte von a ersieht man, dass wenigstens für gute neuere Barographen der Firma Richard der Einfluss von t auf a zwischen den Grenzen $t = 2$ und $t = 8$ sehr gering ist und füglich vernachlässigt werden kann. Um sicher zu gehen und namentlich, wenn bei der practischen Anwendung weitere Grenzen von t erwartet werden müssen, wird man aber doch ein gegebenes Instrument ausser den schon empfohlenen zwei Prüfungen zur Bestimmung von m und a als Functionen von Δp noch einigen Prüfungen für möglichst verschiedene Werte von t unterwerfen und aus ihnen eine genauere Gleichung für a berechnen.

Es handelt sich jetzt nur noch um die Grössen b als Functionen von t . Die aus den Beobachtungen berechneten Werte sind folgende.

t	RF 3762	RF 15986	RF 29572	RF 11295	RF 32403	RF 32407	RF 32408	RF 32404	RF 29520	RF 29518
1.0				0.0	-0.5	-0.5	-0.7	-0.4	-0.5	+0.2
1.67	+0.9	-1.1	-0.1							
2.5				-0.2	-1.0	-0.7	-1.5	-0.8	-1.1	-0.4
3.33	-0.8	-1.8	-0.3							
4.0				0.0	-1.0	-0.8	-1.2	-0.5	-0.8	+0.1
5.5				-0.1	-0.9	-1.0	-0.9	-0.4	-0.5	-0.1
6.67	+1.6	-1.6	+0.5							
10.0				+0.4	-0.7	-0.9				
Mittel	+0.6	-1.5	0.0	0.0	-0.8	-0.8	-1.1	-0.5	-0.7	0.0

Die Durchsicht dieser Resultate zeigt, dass sich b ohne Ausnahme dem für a geforderten Verhalten anschliesst: der grösste negative Betrag liegt überall bei einem mittleren Werte von t . Wegen der Kleinheit von b scheint die Berechnung einer quadratischen Gleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate kaum lohnend. Die oben angeführten Mittelwerte genügen bereits innerhalb der zulässigen Fehler den Beobachtungen. Sie stimmen übrigens innerhalb derselben Grenzen mit den vorhin gelegentlich der Untersuchung der Abhängigkeit von Δp gegebenen Mittelwerten überein. Immer hin teilen wir die betreffenden Gleichungen mit.

RF 11295	: $b = + 0.1 - 0.12t + 0.015t^2$;	$\epsilon = \pm 0.1$
RF 32403	: $b = - 0.5 - 0.15t + 0.017t^2$;	$\epsilon = \pm 0.2$
RF 32407	: $b = - 0.3 - 0.22t + 0.015t^2$;	$\epsilon = \pm 0.1$
RF 32408	: $b = + 0.2 - 1.07t + 0.160t^2$;	$\epsilon = \pm 0.1$
RF 32404	: $b = - 0.5 - 0.04t + 0.009t^2$;	$\epsilon = \pm 0.1$
RF 29520	: $b = + 0.2 - 0.80t + 0.124t^2$;	$\epsilon = \pm 0.1$
RF 29518	: $b = + 0.6 - 0.50t + 0.071t^2$;	$\epsilon = \pm 0.2$

Auch hier gelten dieselben Bemerkungen, welche vorhin für a gemacht worden sind. Der Mittelwert der beiden letzten Glieder beträgt $-0.4t + 0.06t^2$ und ergibt für

$$-0.4t + 0.06t^2 = \begin{matrix} t = & 1 & 3 & 5 & 7 \\ & -0.3 & -0.7 & -0.5 & +0.4 \end{matrix}$$

Also auch für b ist bei mittleren Werten von t die Veränderlichkeit sehr gering und es erhellt daraus die Berechtigung, sich in praxi mit einem Mittelwert von b in solchen Fällen begnügen zu dürfen.

Nachdem so das Verhalten aller Grössen, welche die elastische Nachwirkung während einer continuirlichen Druckänderung bestimmen, besprochen worden ist, erübrigt es nur noch den Einfluss einer Ruhepause auf dem niedrigsten Druck zu untersuchen. Bei der practischen Anwendung entspricht dies dem Falle, dass der Ballon nach Erreichung der grössten Höhe hier eine Zeit lang ohne wesentliche Höhenänderung schwebt, ehe wieder der Abstieg beginnt.

7. Die Ruhepause auf dem niedrigsten Druck.

Um die einschlägigen Verhältnisse zunächst theoretisch zu übersehen, wenden wir uns wieder zu dem eingangs gegebenen Diagramm. Für den Fall eines momentanen Ueberganges von der Druckerniedrigung zur Drucksteigerung stellt die Curve $OABCD$ den Weg der Feder des Barographen dar; macht man dagegen auf dem niedrigsten Druck eine Ruhepause, so erhält man das System $OABRF$. Dabei sind von vornherein mehrere Fälle möglich, von denen zwei ein besonderes Interesse beanspruchen. Im ersten dieser Fälle ist die neue Rückkehrcurve RF der alten BCD vollkommen gleich und parallel, dann ist auch die neue Mittellinie der alten parallel und es ändert sich die Function C nicht bei einer Aenderung von τ , dagegen wird m vergrössert und die Wertreihe q geändert. Im zweiten Falle ist die neue Rückkehrcurve der alten nicht parallel, sondern gegen sie derart geneigt,

dass etwa $OF < BF$ ist. Dann kann für eine bestimmte Lage von RF m un-
geändert bleiben; die Werte von q aber nehmen gegen den Wert $r = 1.0$
zu, gegen $r = 0$ ab und ebenso ändert sich auch C . Im allgemeinen aber
muss man sich auf Aenderungen bei allen die elastische Nachwirkung be-
stimmenden Elementen gefasst machen, jedoch besteht die Möglichkeit, dass
diese Aenderungen für eine kürzere Ruhepause so klein sind, dass sie wenig-
stens für Höhenmess-Barographen unterhalb der tolerirbaren Fehlergrenze
bleiben. Die zu erwartenden Beträge können wir angenähert schon auf
Grund der für Aneroide vielfach angestellten Untersuchungen abschätzen,
welche sich mit der Standänderung derselben bei constantem Drucke be-
schäftigen und benutzen dabei die Ziffern, die sich in den schon mehrfach
citirten beiden Arbeiten finden. Chree¹⁾ teilt für einige Aneroide die abso-
luten Beträge der Standänderung mit, den sie auf dem niedrigsten Druck
nach Ablauf verschiedener Zeiten τ zeigen. Wir entnehmen hieraus (nach
Umrechnung in mm.) folgende Zahlen:

$\Delta p = 152^{mm}$				$\Delta p = 230^{mm}$					
$\tau = 2''$	$4''$	$30''$	$60''$	$\tau = 2''$	$4''$	$30''$	$60''$		
Aneroid № 1:	0.2	0.4	1.3	2.0	Aneroid № 1:	0.25	0.5	2.0	2.5
» № 4:	0.05	0.2	0.8	1.2	» № 4:	0.1	0.3	1.0	1.0

Im Mittel ergibt sich aus diesen Zahlen für

$\tau = 3''$	$30''$	$60''$	
Standänderung:	0.3	1.2	1.7

Analog ergeben Beobachtungen von Reinhertz²⁾ für $\Delta p = 100$ und
 $t = 2.0$ für

$\tau = 2''$	$30''$	$60''$	
Standänderung:	0.1	0.4	0.6

In den von uns bisher discutirten Beobachtungen ist, wie schon er-
wähnt, τ nie gleich Null gewesen, aber stets sehr klein und haben wir auf
diesen Umstand bisher keine Rücksicht genommen. Die Berechtigung zu die-
sem Verfahren ergibt sich aus den angeführten Zahlen. Während der 2—3
Min. (oder wenig mehr), die in unseren Versuchen zwischen den beiden Ab-
lesungen für $r = 1.0$ verfließen, kann die infolge elastischer Nachwirkung
eingetretene Standänderung nach obigem nur $0^{mm}1$ bis $0^{mm}3$ betragen haben
und ist also von der Ordnung der Beobachtungsfehler gewesen. Die ausser-
dem vorgenommene kleine Druckänderung hat diese Beträge allerdings etwas

1) l. c., pg. 457—458.
2) l. c., pg. 166.

vergrössert und daher ist q für $r = 1.0$ nicht gleich Null sondern etwa
 $= 0.1$ bis 0.2 gefunden worden, so dass jene Standänderungen etwa $1^{mm}0$
betragen haben¹⁾. Eine Verlängerung von τ auf $30''$ resp. $60''$ vergrössert
nach Chree und Reinhertz die Standänderung um $0^{mm}6$ bis $1^{mm}0$. Bei
unseren Versuchen wird die gleichzeitige geringe Druckänderung diese Be-
träge auch wieder vergrössern, aber wegen des sehr langsamen Tempos um
weniger als vorhin, so dass jedenfalls nicht mehr als $1^{mm} — 2^{mm}$ zu erwarten
sind. Nehmen wir an, dass alle übrigen Teile beider Curven vollständig un-
geändert bleiben und die eben besprochene Aenderung allein eintritt, so wird
dadurch m um 0.1 vergrössert, q_{10} verändert sich in 0.3 bis 0.4 und C_{10}
wird um etwa 0.5 verändert, so dass bei einer Berechnung nach der Methode
der kleinsten Quadrate auf a auch nur eine Veränderung von etwa 0.1 ent-
fällt. Die zu erwartenden Veränderungen sind demnach sehr gering, so
dass eine kürzere Ruhepause die vorhin abgeleiteten Resultate nur wenig
verändern kann.

Nach diesen Vorbemerkungen gehen wir auf die Versuche über, die
mit den letzten 7 Barographen bei $\tau = 20''$ und $\tau = 1^h 7^m$ resp. $1^h 8^m$ ange-
stellt worden sind. Folgende Zusammenstellung enthält die sich aus ihnen
ergebenden Werte von q und m .

q ($\Delta p = 200^{mm}$ $t = 2.5$).													
$r =$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	τ	m
RF 11295	0.4	1.0	1.3	1.2	1.1	1.4	1.3	1.2	1.0	0.7	0.3	3	+2.4
RF 32403	0.6	1.0	1.3	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	0.9	0.6	0.4	3	+2.3
RF 32407	0.5	1.3	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	1.0	0.9	0.7	0.3	3	+1.9
RF 32408	0.6	0.8	1.1	1.3	1.4	1.5	1.3	1.2	1.0	0.7	0.1	2	+3.1
RF 32404	0.9	0.9	1.2	1.2	1.0	1.3	1.2	1.2	1.1	0.8	0.2	2	+2.9
RF 29520	1.0	0.8	1.2	1.3	1.3	1.2	1.1	1.1	1.1	0.9	0.1	2	+2.0
RF 29518	0.9	1.1	1.2	1.2	1.2	1.3	1.1	1.1	0.9	0.8	0.1	2	+3.0
Mittel:	0.70	0.99	1.23	1.26	1.23	1.31	1.20	1.14	0.99	0.74	0.21	2.4	+2.51
RF 11295	0.2	1.1	0.9	1.2	1.2	1.4	1.4	1.2	0.9	1.1	0.2	20	+2.0
RF 32403	0.6	1.1	1.3	1.4	1.3	1.4	1.2	1.1	1.1	0.6	0.1	20	+2.7
RF 32407	0.4	1.1	1.2	1.3	1.3	1.4	1.2	1.1	0.9	0.8	0.2	20	+2.4
RF 32408	0.6	0.9	1.3	1.3	1.4	1.3	1.1	1.0	1.0	0.7	0.3	20	+3.5
RF 32404	0.6	0.9	0.9	1.1	1.1	1.2	1.1	1.0	1.3	1.3	0.3	20	+2.6
RF 29520	0.8	0.8	0.9	1.1	1.1	1.4	1.2	1.1	1.1	1.2	0.3	20	+1.8
RF 29518	0.6	1.1	1.3	1.2	1.3	1.2	1.1	1.2	1.0	0.8	0.2	20	+3.1
Mittel:	0.54	1.00	1.11	1.23	1.24	1.33	1.19	1.10	1.04	0.93	0.23	20.0	+2.59

1) Für $\Delta p = 200$ und $t = 2.5$ ist $m = 2.5$ im Mittel also $2mq = 1.0$ für $q = 0.2$.

RF 11295	0.1	0.7	0.8	1.2	1.4	1.4	1.6	1.3	1.1	1.1	0.4	67	+2.3
RF 32403	0.6	1.1	1.3	1.3	1.3	1.2	1.1	1.1	0.9	0.7	0.3	67	+2.5
RF 32407	0.6	1.1	1.1	1.2	1.4	1.2	1.0	0.9	1.1	0.9	0.2	67	+2.0
RF 32408	0.5	0.8	1.1	1.2	1.5	1.4	1.3	1.2	1.0	0.7	0.3	68	+3.5
RF 32404	0.4	0.8	1.1	1.0	1.3	1.3	1.2	1.3	1.1	1.0	0.4	68	+2.8
RF 29520	0.5	0.8	1.0	0.8	1.3	1.3	1.2	1.3	1.2	0.8	0.5	68	+1.9
RF 29518	0.7	1.3	1.5	1.1	1.2	1.2	1.3	0.9	1.0	0.8	0.2	68	+3.0
Mittel:	0.49	0.94	1.13	1.11	1.34	1.29	1.24	1.14	1.06	0.86	0.33	67.6	+2.57

Man sieht zunächst, dass m sich bei einer Verlängerung der Ruhepause gar nicht ändert. Es scheint also der zweite vorhin besprochene Fall statt zu haben, d. h. die neue Rückkehrcurve RF ist gegen die alte etwas geneigt. Dieser Annahme schliesst sich auch das Verhalten der Function q an. Die letzten Werte derselben (gegen $r = 1.0$ zu) wachsen bei wachsendem τ , während die ersten (bei $r = 0$) abnehmen. Immerhin ist diese Aenderung von q sehr klein: sie beträgt bei $r = 0.0$ im Maximum 0.2; dies entspricht bei einem Durchschnittswert $m = 2.5$ ungefähr $0^{mm}5$ in Δ_0 , eine Grösse, die nur im Mittel aus vielen Versuchen einigermaßen merklich werden kann. Es ergibt sich demnach aus vorstehendem Material der Schluss das eine kürzere Ruhepause von etwa 10—20 Min. für die Praxis gar nicht berücksichtigt zu werden braucht. Bei etwas länger dauernder Ruhepause (ca. 1^h) kann man zur Erhöhung der Genauigkeit statt der normalen Wertreihe q etwa die folgende (etwas ausgeglichene) benutzen:

$r = 0.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$q = 0.5$	0.9	1.1	1.2	1.3	1.3	1.2	1.1	1.0	0.8	0.3

Die Grösse m bleibt dagegen auch in diesem Falle ungeändert. Man bemerkt noch, dass die soeben für eine längere Ruhepause aufgestellte Wertreihe q der von Chree aufgestellten näher kommt, als unsere normale. Dieser Umstand deutet ebenfalls darauf hin, dass die Unterschiede in beiden Reihen vielleicht nur einer Verschiedenheit in der Prüfungsmethode zuzuschreiben sind. Jedenfalls sind die von einer individuellen Verschiedenheit der geprüften Instrumente herrührenden Unterschiede von derselben Ordnung wie die durch die Umstände der Prüfung und die zulässigen Beobachtungsfehler bedingten.

Nach dem vorstehenden lässt sich erwarten, dass die Ruhepause auf dem niedrigsten Druck wegen der geringen Änderung von q auch nur eine geringe Neigung der neuen Mittellinie gegen die alte bewirken wird. Die Werte C und also auch die Constanten a und b werden demnach ebenfalls nur wenig geändert werden können. In der Tat ergab die Berechnung derselben Versuche, für die soeben die Grössen q und m angeführt worden sind, folgende Zahlen.

$\tau = 2.4$			
	a	b	ϵ
RF 11295	-4.4 r	-0.2 $\sin 2\pi r$	± 0.2
RF 32403	-6.1	-1.0	± 0.2
RF 32407	-4.0	-0.7	± 0.3
RF 32408	-5.2	-1.5	± 0.3
RF 32404	-3.1	-0.8	± 0.4
RF 29520	-2.3	-1.1	± 0.4
RF 29518	+1.4	-0.4	± 0.6
Mittel	-3.4	-0.8	± 0.3

$\tau = 20.0$			
	a	b	ϵ
RF 11295	-6.1	-0.7	± 0.4
RF 32403	-6.7	-1.3	± 0.7
RF 32407	-7.1	-1.5	± 0.4
RF 32408	-3.1	-0.9	± 0.3
RF 32404	-3.7	-0.2	± 0.3
RF 29520	-1.2	-0.7	± 0.3
RF 29518	+1.0	-0.2	± 1.2
Mittel	-3.8	-0.8	± 0.5

$\tau = 67.6$			
	a	b	ϵ
RF 11295	-2.7	-0.2	± 0.3
RF 32403	-5.9	-0.9	± 0.6
RF 32407	-5.1	-0.9	± 0.5
RF 32408	-4.8	-1.0	± 0.3
RF 32404	-4.0	-0.1	± 0.3
RF 29520	-1.6	-0.7	± 0.2
RF 29518	+1.8	-0.2	± 0.8
Mittel	-3.2	-0.6	± 0.4

Es lässt sich aus diesen Versuchen keine systematische Veränderung weder von a noch von b mit wachsendem τ erkennen, wie dies auch die allgemeinen Mittel aus allen Barographen zeigen. Auch eine wesentliche Vergrößerung von ϵ , was darauf hindeuten würde, dass die Formel $C = ar + b \sin 2\pi r$ unbrauchbar wird, lässt sich nicht sicher constatieren. Für jeden einzelnen Barographen schwanken die Werte a und b ganz unregelmässig hin und her und die Abweichungen vom Mittel sind im allgemeinen nicht bedeutend.

Nach dem vorstehenden Zahlenmaterial ist also der Schluss berechtigt, dass eine kurze Ruhepause auf dem niedrigsten Druck bei der Berechnung der elastischen Nachwirkung während der kontinuierlichen Druckänderung einfach vernachlässigt werden darf. Um ganz sicher zu gehen, wird man die gelegentlich der Besprechung des Verhaltens von Δ und C empfohlenen Versuche zur Bestimmung von m und a gleich so einrichten, dass auf dem niedrigsten Druck eine den mittleren practischen Verhältnissen entsprechende Ruhepause gemacht wird. Leitet man aus diesen Versuchen auch gleich q ab, so ist der Einfluss der Ruhepause von selbst in Rechnung gezogen. Abweichungen von etwa $\pm \frac{1}{2}$ Stunde (oder noch etwas mehr) von dem bei den Prüfungen eingehaltenen Zeitraum können die Berechnung der Ballonbeobachtungen mit Hilfe der Prüfungsergebnisse nicht merklich beeinträchtigen.

8. Anwendungsbeispiele.

Um die praktische Anwendbarkeit der aus den vorstehenden Untersuchungen abgeleiteten Resultate zu illustrieren, wollen wir noch einige specielle Fälle im Detail berechnen. Wir wählen dazu einige von den oben untersuchten Barographen, für welche sonach die erforderlichen Constanten bekannt sind, und suchen die zu erwartenden Abweichungen von den Angaben des Quecksilbermanometers voraus zu berechnen. Es handelt sich dabei natürlich um Versuche, die ausser den im vorstehenden schon benutzten in derselben Weise wie diese (d. h. bei möglichst kontinuierlicher Druckänderung) angestellt worden sind und die also nicht zur Ableitung der Constanten benutzt worden sind. Es sind dies folgende.

1. Der Barograph RF 11295 wurde etwa 3 Monate nach den vorstehend angeführten Prüfungen noch einmal bis $\Delta p = 250^{mm}$ geprüft und dieser Versuch mit der auch schon früher benutzten Grundscala (gewonnen aus $\Delta p = 360^{mm}$ und $t = 18$) berechnet. Dabei war während der Druckerniedrigung das Tempo $t_1 = 5.0$, bei der Drucksteigerung das Tempo $t_2 = 2.0$ eingehalten worden und nach Erreichung des niedrigsten Druckes eine Ruhepause von $\tau = 40^m$ gemacht worden. Die für den Anfangsdruck durch Vergleich mit dem Manometer erhaltene Correction wurde von allen Angaben abgezogen und es sollen die noch übrig bleibenden Correctionen berechnet werden. Für $\Delta p = 250^{mm}$ ergibt sich durch lineare Interpolation $m = +3.4^{mm}$ und für q benutzen wir wegen der längeren Ruhepause die Seite 156 mitgeteilte Wertreihe. Es ergibt sich

$$r = 0.0 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.7 \ 0.8 \ 0.9 \ 1.0$$

$$\Delta = 1.7 \ 3.1 \ 3.7 \ 4.1 \ 4.4 \ 4.4 \ 4.1 \ 3.7 \ 3.4 \ 2.7 \ 1.0$$

Von dem beim Auf- und Abstieg verschiedenen Tempo hängen diese Grössen nicht ab. Für a dagegen erhalten wir, wenn wir unter Zugrundelegung desselben Masstabes wie in § 6 eine unter -12° gegen die Abscissenaxe geneigte Grade ziehen, bei $\Delta p = 250^{mm}$ den Wert $a = 2.7^{mm}$. Er gilt für $t = 2.5$. Aus der Formel

$$-2.7 = x - 1.40 \times 2.5 + 0.120. (2.5)^2$$

ergibt sich $x = 0.0$, also hat man

$$\text{für } t = 2.0, \ a = -2.3^{mm}; \quad \text{für } t = 5.0, \ a = -4.0^{mm}$$

Für b verwenden wir den Mittelwert -0.2 . Demnach berechnen sich die Scalencorrectionen wie folgt:

	$r = 0.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
für $t = 2.0, C = 0.0$	0.0	-0.3	-0.7	-0.9	-1.0	-1.2	-1.3	-1.4	-1.6	-2.0	-2.3
für $t = 5.0, C = 0.0$	0.0	-0.5	-1.0	-1.4	-1.7	-2.0	-2.3	-2.6	-3.0	-3.5	-4.0

Zu beiden Reihen muss man, um c zu erhalten, noch die Constante $\Delta_0 = +1.7^{mm}$ hinzuaddiren. Man erhält so:

$$c_f = +1.7, \ +1.2, \ +0.7, \ +0.3, \ 0.0, \ -0.3, \ -0.6, \ -0.9, \ -1.3, \ -1.8, \ -2.3$$

$$c_s = +1.7, \ +1.4, \ +1.0, \ +0.8, \ +0.7, \ +0.5, \ +0.4, \ +0.3, \ +0.1, \ -0.3, \ -0.6$$

Hieraus ergibt sich $c' = c_f - \Delta$ und $c'' = c_s + \Delta$. Der Vergleich mit den aus den Manometerangaben sich ergebenden Correctionen ist in der folgenden Zusammenstellung enthalten:

Barograph RF 11295; $\Delta p = 250^{mm}, t_1 = 5.0, t_2 = 2.0, \tau = 40^m,$
 $T = 3^h 35^m.$

Manometer Mittel f. F. & St.	r	Beobachtet		Berechnet		ϵ		$\epsilon - 0.5$	
		c'	c''	c'	c''	F. Dr.	St. Dr.	F. Dr.	St. Dr.
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
755.6	0.0	0.0	+4.2	0.0	+3.4	0.0	+0.8	-0.5	+0.3
731.1	0.1	-1.1	+4.8	-1.9	+4.5	+0.8	+0.3	+0.3	-0.2
707.0	0.2	-2.9	+5.2	-3.0	+4.7	+0.1	+0.5	-0.4	0.0
680.7	0.3	-3.0	+5.2	-3.8	+4.9	+0.8	+0.3	+0.3	-0.2
657.0	0.4	-4.0	+5.2	-4.4	+5.1	+0.4	+0.1	-0.1	-0.4
631.6	0.5	-3.8	+5.6	-4.7	+4.9	+0.9	+0.7	+0.4	+0.2
607.0	0.6	-3.4	+4.8	-4.7	+4.5	+1.3	+0.3	+0.8	-0.2
581.5	0.7	-4.0	+4.2	-4.6	+4.0	+0.6	+0.2	+0.1	-0.3
556.8	0.8	-3.8	+4.0	-4.7	+3.5	+0.9	+0.5	+0.4	0.0
531.7	0.9	-3.7	+3.1	-4.5	+2.4	+0.8	+0.7	+0.3	+0.2
506.7	1.0	-2.1	-0.5	-3.3	+0.4	+1.2	-0.9	+0.7	-1.4
						Mittl. $\epsilon = \pm 0.6$		$\epsilon = \pm 0.35$	

Die Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung sind, wie man sieht, in der Tat von der Ordnung der zulässigen Beobachtungsfehler und betragen im Mittel ± 0.6 . Sie sind aber fast durchgängig positiv und ergeben einen Mittelwert von $+0.5^{mm}$. Es ist dies dadurch zu erklären, dass bei der Ableitung der Correction für den Anfangsdruck ein Fehler von 0.5^{mm} gemacht worden ist, was einem Fehler von 0.1^{mm} linear in der betreffenden Ordinate der Barographencurve entspricht. Zieht man diesen Betrag überall ab, so ergibt sich die zweite in der Tabelle angegebene Reihe von Fehlern und diese sind in der Tat von wechselndem Zeichen und haben keinen systematischen Charakter. Ihr Mittel ist $\pm 0.35^{mm}$, also eine durchaus befriedigende Genauigkeit. Hingegen erreichten die ursprünglichen Fehlerbeträge ca. 5^{mm} und hätte man statt der Mittellinie einen aufsteigenden Curvenast als Grundscala angenommen, so wären zwar die Abweichungen des aufsteigenden Curvenastes kleiner geworden, der absteigende hätte aber Fehler von $8^{mm}-9^{mm}$ ergeben.

2. Der Barograph RF 32408 wurde 4 Tage nach Beendigung der schon besprochenen Grundversuche einer Controlprüfung unterworfen unter den Umständen: $\Delta p = 150^{mm}$, $t = 3.0$ gleichmässig für den auf- und absteigenden Curvenzweig, $\tau = 16^m$, $T = 1^h 56^m$. Unter diesen Umständen haben wir $m = +2.5$ und wählen wegen der kurzen Ruhepause die Normalwerte von q (Seite 141). Es ergibt sich demnach:

$$r = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$$

$$\Delta = +1.7, 2.5, 3.0, 3.2, 3.2, 3.0, 2.8, 2.2, 1.5, 0.2$$

Zur Bestimmung von a ziehen wir eine Linie unter dem Winkel von 41° (ein mittlerer Wert bei den für dieses Instrument nicht gut stimmenden Winkeln) und erhalten so bei $\Delta p = 150^o$, $a = -6^{mm}5$.

Die beiden Glieder $-1.28t + 0.173t^2$ betragen für $t = 2.5$: -2.0 , für $t = 3.0$ aber -2.2 . Folglich ist in unserem Falle $a = -6.7$. Für b finden wir durch lineare Interpolation den Wert -1.3 . Somit ergeben sich für C die Werte:

$$r = 0.0 \quad 0.1 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.4 \quad 0.5 \quad 0.6 \quad 0.7 \quad 0.8 \quad 0.9 \quad 1.0$$

$$C = 0.0 \quad -1.4 \quad -2.5 \quad -3.2 \quad -3.4 \quad -3.4 \quad -3.3 \quad -3.5 \quad -4.2 \quad -5.3 \quad -6.7$$

Demnach wird $c = C + 1.7$ und $c' = c - \Delta$, $c'' = c + \Delta$. Der Vergleich zwischen Beobachtung und Rechnung stellt sich also wie folgt:

r	Beobachtung.		Berechnung.		ε	
	c'	c''	c'	c''		
0.0	0.0	+3.3	0.0	+3.4	0.0	-0.1
0.1	-2.2	+2.6	-2.2	+2.8	0.0	-0.2
0.2	-4.0	+2.2	-3.8	+2.2	-0.2	0.0
0.3	-4.7	+2.9	-4.7	+1.7	0.0	+1.2
0.4	-5.7	+2.6	-4.9	+1.5	-0.8	+1.1
0.5	-5.5	+2.0	-4.9	+1.5	-0.6	+0.5
0.6	-5.7	+0.7	-4.6	+1.4	-1.1	-0.7
0.7	-5.6	+0.1	-4.6	+1.0	-1.0	-0.9
0.8	-5.1	+0.2	-4.7	-0.3	-0.4	+0.5
0.9	-4.5	-1.5	-5.1	-2.1	+0.6	+0.6
1.0	-4.5	-3.2	-5.2	-4.8	+0.7	+1.6

$\epsilon_m = \pm 0.6$

Die mittlere Abweichung ergibt sich also auch hier zu $\pm 0^{mm}6$; eine systematische Abweichung ist diesmal nicht vorhanden, denn das arithmetische Mittel aller Abweichungen beträgt $+0^{mm}04$. Die Übereinstimmung ist also auch hier als genügend zu erachten.

3. Der Barograph RF 29572 war etwa 3 Wochen vor Beginn der systematischen Versuche einer gewöhnlichen Prüfung im Observatorium mit dem Druckintervall $\Delta p = 250^{mm}$ unterworfen worden. Für dieses Intervall ist $m = +3^{mm}4$, $a = -1^{mm}1$ (Winkel $= -4\frac{1}{2}^\circ$) und für b wählen wir als Mittelwerth $-0^{mm}3$. Letztere Grössen gelten für das Tempo 2.5. Da die zu berechnende Prüfung nicht bei nahezu kontinuierlicher Druckänderung vorgenommen wurde, sondern nach einer verhältnissmässig schnellen Druckverminderung (resp. Steigerung) um ca. 40^{mm} (wahrscheinlich mit $t = 10$) etwa 10—15 Min. bis zur Ablesung gewartet wurde, so ist es fraglich, welches Tempo der Berechnung zu Grunde gelegt werden soll. Wir wählen den aus der gesamten Versuchsdauer $T = 3^h 20^m$ sich ergebenden Mittelwert $t = 2.5$, da auf eine gute Übereinstimmung wegen der abweichenden Prüfungsstände doch nicht zu rechnen ist. Mit Hilfe der angeführten Constanten ergibt sich:

p	r	c' mm	c'' mm
759 ^{mm}	0.0	0.0	+4.8
734	0.1	-1.3	+5.5
709	0.2	-2.2	+6.0
684	0.3	-2.6	+6.2
659	0.4	-2.6	+6.2
634	0.5	-2.6	+6.2
609	0.6	-2.2	+6.0
584	0.7	-1.8	+5.6
559	0.8	-1.3	+4.9
534	0.9	-0.4	+3.6
509	1.0	-1.0	+1.6

Hieraus ergeben sich durch Interpolation die Correctionen für die Drucke bei denen die Vergleiche gemacht worden sind. Man erhält so folgende Zahlen:

Manometer	Barograph (Grundsc.)	Correction		ϵ
		Beobacht.	Berechn.	
758.7	758.1	0.0	0.0	0.0
717.0	716.9	-0.5	-1.9	+1.4
674.5	675.3	-1.4	-2.6	+1.2
634.2	635.9	-2.3	-2.6	+0.3
596.6	598.4	-2.4	-2.0	-0.4
562.1	564.4	-2.9	-1.4	-1.5
528.4	531.3	-3.5	-0.5	-3.0
509.4	511.9	-3.1	-0.9	-2.2
514.1	514.9	-1.4	+2.0	-3.4
534.1	531.8	+1.7	+3.4	-1.7
569.3	565.3	+3.4	+5.2	-1.8
604.6	598.7	+5.3	+5.9	-0.6
643.1	635.9	+6.6	+6.2	+0.4
680.8	673.2	+7.0	+6.2	+0.8
723.2	715.8	+6.8	+5.7	+1.1
760.1	752.8	+6.7	+4.8	+1.9
Mittl $\epsilon = \pm 1.4$				

Man sieht, dass durch die vorgeschlagene Berechnungsmethode die Fehler des Barographen wegen elastischer Nachwirkung bedeutend verringert worden sind. Immerhin sind in dem vorliegenden Falle die übrigbleibenden Abweichungen noch recht beträchtlich und das beweist, dass durch die üblichen Prüfungsmethoden doch den practischen Verhältnissen nicht genügend Rechnung getragen werden kann. Es ist durchaus darauf

zu achten, dass während der Prüfung die Druckänderung so gleichmässig wie möglich vorgenommen wird und die zu den Vergleichen mit dem Manometer notwendigen Pausen so kurz wie möglich sind. Dann aber lässt sich durch geeignet gewählte mehrfache Prüfungen der Einfluss der elastischen Nachwirkung bis auf Beträge vermindern, die die unvermeidlichen zufälligen Fehler kaum übersteigen.

9. Barographen mit Bourdon-Röhren.

Diese Klasse von Barographen konnte, wie schon bemerkt, nicht so eingehenden Untersuchungen unterworfen werden, wie die vorigen, so dass sich definitive Resultate über das Verhalten der Constanten dieser Instrumente gegenüber den die elastische Nachwirkung bestimmenden Factoren aus den Versuchen nicht ziehen lassen. Wenn wir trotzdem einige Angaben über diese Barographen, soweit das vorhandene Zahlenmaterial reicht, hier mitteilen, so geschieht es hauptsächlich deshalb, weil die meisten untersuchten Instrumente so überraschend kleine Werte für die den Effect der Nachwirkung characterisirenden Grössen ergeben, dass damit sich ein Weg eröffnet, möglichst nachwirkungsfreie Instrumente herzustellen. Es handelt sich um eine Anzahl von der Firma Richard bezogener Bourdonröhren, welche, wie es scheint, aus einer speciellen Metallcomposition hergestellt sind. Eine derselben, welche schon früher vielfach im Gebrauch gewesen war, wurde zum Zwecke eingehender Prüfung frisch ausgepumpt und neu montirt. Sie wurde in derselben Weise, wie die Instrumente der vorigen Klasse, zunächst mit $t = 10.0 \frac{mm}{m}$ bei $\Delta p = 500^{mm}$, 400^{mm} , 300^{mm} und 200^{mm} geprüft; dann noch bei $\Delta p = 400^{mm}$ mit $t = 5.0$, 15.0 und 20.0 . Die Ruhepause auf dem niedrigsten Druck betrug bei allen Versuchen etwa 1^m . Zur Bestimmung der Grundscala diente ein Versuch mit $\Delta p = 565^{mm}$ und $t = 40$; mit der so gewonnenen Scala wurden die Versuche berechnet. Der Scalenwert war durchschnittlich $10^{mm}6$ Hg. für 1^{mm} linearer Ordinaten-differenz der Registration. Dementsprechend ist der zulässige Fehler einer Vergleichung mit dem Manometer etwa doppelt so gross, wie bei der vorigen Klasse von Barographen, nämlich etwa $\pm 1^{mm}$.

Wir betrachten zunächst das Verhalten von q und m . Folgendes sind die Werte, die sich bei constantem t ergeben.

$\Delta p =$	500	400	300	200	Mittel
r	q				
0.0	0.9	1.0	0.8	0.5	0.8
0.1	1.8	1.5	2.2	1.7	1.8
0.2	1.5	1.9	1.3	1.6	1.6
0.3	1.8	1.8	1.2	2.0	1.7
0.4	1.1	1.4	1.0	1.2	1.2
0.5	1.7	1.2	1.3	1.6	1.4
0.6	0.9	0.5	1.2	0.5	0.8
0.7	0.3	0.3	0.7	0.8	0.5
0.8	0.8	0.2	0.5	1.1	0.6
0.9	0.2	0.6	0.5	0.1	0.4
1.0	0.2	0.5	0.4	0.2	0.3
$m =$	^{mm} +2.0	^{mm} +1.3	^{mm} +1.2	^{mm} +0.8	
$\frac{100 m}{\Delta p}$	+0.4	+0.3	+0.4	+0.4	^{mm} +0.4

Aus dem Versuch zur Bestimmung der Grundscala folgt:

$$\text{für } \Delta p = 565, m = + 2^{mm}8,$$

woraus folgen würde:

$$\text{für } \Delta p = 100, m = + 0.5.$$

Es fällt hier zunächst der im Verhältniss zur vorigen Klasse von Barographen sehr kleine Wert von m auf. Er ändert sich ebenfalls proportional mit Δp und beträgt für $\Delta p = 100^{mm}$ im Mittel nur $0^{mm}4$. Infolgedessen zeigen auch die Factoren q viel beträchtlichere zufällige Schwankungen, welche infolge der Beobachtungsfehler eine ganze Einheit betragen können. Ein zufälliges Auftreten kleiner negativer Werte von Δ , wie es sich bei den noch später zu besprechenden Barographen ab und zu findet, kann also nicht befremden und ist kein Gegenbeweis gegen das schon eingangs aufgestellte Gesetz von der Krümmung der Teilungslinien. Ferner ersieht man aus den obigen Zahlen, dass q auch für das betrachtete Instrument von einer Variation von Δp unabhängig ist. Dasselbe gilt auch von einer Variation von t . Die betreffenden Versuche ergeben nämlich:

$t =$	5.0	10.0	15.0	20.0	Mittel	Mittel aus beiden Reihen
r	q				q	q
0.0	0.4	1.0	0.6	1.1	0.8	0.8
0.1	1.7	1.5	1.7	2.1	1.8	1.8
0.2	0.3	1.9	1.2	2.0	1.4	1.5
0.3	1.7	1.8	1.7	0.7	1.5	1.6
0.4	1.0	1.4	1.9	1.2	1.4	1.3
0.5	1.7	1.2	1.0	1.3	1.3	1.3
0.6	1.5	0.5	1.0	0.6	1.2	1.0
0.7	1.1	0.3	0.2	0.4	0.5	0.5
0.8	0.7	0.2	1.3	1.0	0.8	0.7
0.9	0.6	0.6	0.2	0.7	0.5	0.4
1.0	0.2	0.5	0.2	0.1	0.2	0.2
$m =$	+1.4	+1.3	+1.2	+2.0	+1.5	

Es verhält sich also das in Rede stehende Instrument in Bezug auf die Abhängigkeit der Grössen q und m von Δp und t ganz so wie die Instrumente der vorigen Klasse. Eigentümlich sind ihm dagegen der sehr kleine Wert von m (etwa $\frac{1}{3}$ des Mittelwertes für die Instrumente mit Vidi-Dosen) und der von unserer Normalreihe abweichende Gang in der Reihe für q . Obwohl diese letzteren Abweichungen nicht zu gross sind, um nicht durch die Beobachtungsfehler erklärt zu werden, so ist doch der Character derselben ein systematischer; das Maximum von q beträgt etwa 1.7 und liegt bei $r = \frac{1}{4}$, während für die Instrumente mit Vidi-Dosen das Maximum nur 1.3 beträgt und bei $q = \frac{1}{2}$ liegt. Noch grösser sind die Abweichungen von der Reihe von Chree. Es wird sonach die Frage offen bleiben, ob nicht für Instrumente mit Bourdonröhren oder gar speciell für jedes individuelle Instrument eine besondere Wertreihe q anzunehmen sei, und es wird dieselbe nur durch ausgedehnte Versuchsreihen zu beantworten sein. Für die Praxis hat die Frage übrigens keine besondere Wichtigkeit, da man für jedes Instrument gelegentlich der Bestimmung von m und a die Reihe q mit erhält und je nach der Sicherheit der gewonnenen Resultate entscheiden wird, ob die normale oder die direct gefundene Wertreihe vorzuziehen ist.

In Bezug auf die Grössen C , welche sich aus den vorstehend benutzten Versuchen ergeben, muss zunächst bemerkt werden, dass dieselben im allgemeinen von wechselndem Zeichen und nur sehr selten grösser als $1^{mm}5$ sind. Sie widersprechen also nicht der Auffassung als zufällige Beobachtungsfehler und man kann aus ihnen für jede Prüfung einen mittleren Wert Σ (ohne Rücksicht auf das Vorzeichen) ableiten. Andererseits kann man auch

versuchen, sie in Analogie mit dem bei der vorigen Klasse von Barographen beobachteten Verfahren durch eine Gleichung von der Form $C = a + b \sin 2\pi r$ nach der Methode der kleinsten Quadrate darzustellen und die sich ergebenden mittleren Abweichungen ϵ zwischen Beobachtung und Rechnung zu bilden. Falls Σ kleiner als ϵ ausfällt, ist die letztere Darstellung unzulässig, wenn dagegen Σ viel grösser als ϵ erhalten wird, so ist sie geboten. In unserem Falle ergibt sich:

$$a) t = \text{const. } (10 \cdot 0 \text{ } \frac{\text{mm}}{\text{m}}).$$

$\Delta p = 500 \text{ } \frac{\text{mm}}{\text{m}}$,	$C = -1.1 r + 0.6 \sin 2\pi r$,	$\epsilon = \pm 0.6$,	$\Sigma = \pm 0.9$
400	-1.4 + 0.1	± 0.4	± 0.8
300	+ 0.6 0.0	± 0.5	± 0.7
200	+ 0.8 0.0	± 0.3	± 0.3

$$b) \Delta p = \text{const. } (400 \text{ } \frac{\text{mm}}{\text{m}}).$$

$t = 5.0$	$C = + 0.4 r + 0.5 \sin 2\pi r$,	$\epsilon = \pm 0.3$,	$\Sigma = \pm 0.4$
10.0	-1.4 + 0.1	± 0.4	± 0.8
15.0	-2.5 - 0.3	± 0.3	± 1.3
20.0	+ 1.3 + 0.6	± 0.6	± 0.8

Das Verhalten von Σ zeigt, dass für das untersuchte Instrument die Scalencorrectionen so klein sind, dass man sie einfach als zufällige Beobachtungsfehler auffassen kann, ohne dadurch die mit dem Instrument überhaupt erreichbare Genauigkeit wesentlich zu beeinträchtigen. Andererseits aber beweist die geringere Grösse von ϵ , dass eine Darstellung durch die bei allen anderen Barographen angewandte Gleichung berechtigt ist, wobei allerdings b so klein ist, dass es vernachlässigt werden muss. Die auf diese Weise erhaltene Grösse a zeigt in Bezug auf eine Änderung von t ganz dasselbe Verhalten, wie es sich bei den Instrumenten mit Vidi-Dosen ergeben hatte, in Bezug auf eine Änderung von Δp aber nicht. Bei der geringen Grösse von a im Verhältniss zu Σ kann dies aber nicht als ein Beweis weder für noch gegen die Anwendbarkeit der für Vidi-Dosen gefundenen Gesetze auf Bourdonröhren angesehen werden.

Die sonst noch im Observatorium zur Untersuchung gekommenen Bourdonröhren der Firma Richard sind meist nur einer einzigen Prüfung nach der gewöhnlichen Methode (in Absätzen) unterworfen worden, oder doch vor einer erneuten Prüfung völlig neu montirt worden, so dass eine Anwendung der aus der ersten Prüfung gefundenen Scala auf die nächste Prüfung nicht angängig war. In einigen wenigen Fällen, wo doch ein Instru-

ment ohne inzwischen vorgenommene Änderung mehrfach geprüft wurde, waren die Werte Δp und t so nahe dieselben, dass die sich ergebende Übereinstimmung der Resultate keine weiteren Schlüsse gestattet. Nur für ein mit № 22418 bezeichnetes Instrument konnte die Grundscala aus einem Versuch mit $\Delta p = 521 \text{ } \frac{\text{mm}}{\text{m}}$ und einem durchschnittlichen $t = 26.0$ abgeleitet und mit dieser ein zweiter Versuch mit $\Delta p = 483$ und $t = 32.2$ berechnet werden. Der durchschnittliche Scalenwert war in diesem Falle ca. $15 \text{ } \frac{\text{mm}}{\text{m}}$ Hg. und die aus der zweiten Prüfung sich ergebenden Scalencorrectionen berechnet sich, wie folgt:

r	C
0.0	0.0
0.1	+1.5
0.3	+0.8
0.4	+1.2
0.6	+0.9
0.7	+1.6
0.8	+2.8
1.0	+0.7

Sie übersteigen also auch kaum die zulässigen Beobachtungsfehler. Es ist dagegen von Interesse, die sich aus den besprochenen Prüfungen ergebenden Werte von m anzuführen.

Instrum.	t	Δp	m	$\frac{100 m}{\Delta p}$
22826	27.7	498	$\frac{\text{mm}}{\text{m}} -0.2$	$\frac{\text{mm}}{\text{m}} -0.04$
20763 A	39.5	552	+0.6	+0.11
20763 B	39.5	552	+0.9	+0.16
22417 A	32.3	523	+0.8	+0.15
22417 B	32.3	523	+1.4	+0.27
24834 A	20.8	571	+1.5	+0.26
24834 B	20.8	571	+2.0	+0.35
22418	26.0	521	+0.9	+0.17
»	32.2	483	+1.2	+0.25
22418*	19.0	571	+0.7	+0.12
»	25.8	542	+0.6	+0.11
RF 31045 A	24.9	498	+2.4	+0.48
»	26.3	447	+2.0	+0.45
»	23.6	473	+1.4	+0.30
RF 31045 B	24.9	498	+2.3	+0.46
»	26.3	447	+1.9	+0.43
»	23.6	473	+0.6	+0.13
			Mittel	+0.25

Bei dem grösseren Teil der angeführten Instrumente ergibt sich m noch viel kleiner, als bei dem vorhin ausführlicher untersuchten Barographen. Für das an die Spitze der Tabelle gestellte Instrument ist es sogar negativ ausgefallen, was natürlich nur ein Rechnungsergebnis darstellt. Man sieht also, dass sich Barographen herstellen lassen, bei denen die Abweichungen der Angaben, die für denselben absoluten Druckwert bei fallendem und steigendem Druck erhalten werden, auch für die grössten in der Atmosphäre vorkommenden Druckdifferenzen von 600^{mm} — 700^{mm} nur 1 — 2^{mm} betragen, oder noch weniger, so dass sie in den zufälligen Fehlern der Auswertung der Registrierung verschwinden. Es ist anzunehmen, dass auch die von uns als Scalencorrectionen bezeichneten Grössen bei solchen Barographen von derselben Ordnung sein werden, wie jene Differenzen, so dass man die Instrumente als practisch unabhängig von der elastischen Nachwirkung ansehen kann.

Wir teilen noch die Werte von q mit, die sich im Mittel aus allen angeführten Barographen mit Ausschluss des ersten ergeben.

$r = 0.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$q = 0.9$	1.0	1.2	1.7	1.5	1.2	0.6	1.0	0.6	0.6	0.4

Auch hier ist das Maximum etwas steiler und etwas gegen den Anfang verschoben, doch kommt diese Reihe der Normalreihe für q etwas näher, als die vorhin für das besonders untersuchte Instrument gefundene.

Es muss zum Schluss noch hervorgehoben werden, dass die Eigenschaft, der elastischen Nachwirkung nicht merklich unterworfen zu sein, nicht ohne weiteres allen Bourdonröhren zukommt. Es sind z. B. im Observatorium auch *nicht* von der Firma Richard bezogene, aus gewöhnlichem Messing hergestellte Röhren zur Prüfung gekommen, welche zum Teil viel grössere Werte von m ergaben. Unter ähnlichen Prüfungsverhältnissen, wie vorhin ($\Delta p = 500^{\text{mm}}$ bis 600^{mm} , $t = 20^{\text{mm}}/m$ bis $30^{\text{mm}}/m$) ergaben sich Werte von m zwischen 2^{mm} und 7^{mm} , was auf $\Delta p = 100^{\text{mm}}$ reducirt $0^{\text{mm}}.3$ bis $1^{\text{mm}}.3$ ergibt, also dieselben Beträge, wie sie für Instrumente mit Vidi-Dosen gefunden wurden. Da die Prüfungsergebnisse dieser Instrumente sonst nichts neues bieten, so sehen wir von einer detaillirteren Wiedergabe derselben ab.

Zusammenfassung.

Die Resultate, welche sich aus den in der vorliegenden Arbeit discutirten Versuchen ergeben haben, können kurz folgendermassen wiedergegeben werden.

Die Erscheinung der elastischen Nachwirkung, welche bisher der genauen Ermittlung von Luftdruckwerten mit Hilfe von Aneroid-Barographen hindernd im Wege stand, kann innerhalb der durch den Masstab der Registrircurven bedingten Fehlergrenze rechnerisch berücksichtigt oder durch die Construction der Instrumente vermieden werden. Es lassen sich Barographen herstellen, die innerhalb weiter, für die Praxis genügender Grenzen von Druckintervall und Tempo, stets eine Registration liefern, welche, mit der durch irgend einen passenden Laboratoriumsversuch bestimmten Scala berechnet, den wahren Luftdruck bis auf die zufälligen Fehler der Auswertung derselben genau wiedergibt, ohne dass die elastische Nachwirkung diesen Fehler merklich vergrössert.

Bei den gewöhnlich benutzten Aneroid-Barographen entstehen aber infolge der elastischen Nachwirkung Abweichungen von den wahren Luftdruckwerten, welche im Mittel 5^{mm} — 10^{mm} , unter Umständen sogar 20^{mm} — 30^{mm} Quecksilberdruck betragen können. Diese Abweichungen lassen sich durch eine passende Interpolationsrechnung unter Benutzung von Constanten bestimmen, die aus einer Reihe systematisch angestellter Prüfungen zu gewinnen sind. Die Prüfungen müssen bei möglichst continuirlicher Druckänderung und mit einer den practischen Verhältnissen nahe kommenden Ruhepause nach Erreichung des niedrigsten Druckes angestellt werden. Kleine Abweichungen (von etwa $\pm \frac{1}{2}$ St.) in der Zeitdauer der letzteren von dem wirklich vorkommenden Wert beeinträchtigen die Resultate gar nicht. Das Wesen der vorgeschlagenen Berechnung ist in der symmetrischen Benutzung des auf- und absteigenden Astes der Registrircurve begründet. Die halben Summen und Differenzen der Abweichungen der sich entsprechenden Curvenpunkte von der Mittellinie eines beliebigen Grundversuches können nämlich als einfache Functionen von den bestimmenden Umständen, Druckintervall und Tempo, aufgefasst werden. Zu diesem Zwecke werden erstere (die halben Summen) in der Form $ar + b \sin 2\pi r$ und letztere (die halben Differenzen) in der Form qm dargestellt, wobei r das Verhältniss des jeweiligen Druckintervalles zum ganzen bei dem betreffenden Versuch in Betracht kommenden Druckintervall bedeutet. Die Grösse a ist eine quadratische Function vom Tempo; ihre Abhängigkeit vom Druckintervall kann durch eine einfache geometrische Construction ermittelt werden, da die durch sie bestimmte neue Teilungslinie gegen die der Berechnung zu Grunde gelegte um einen dem Druckintervall proportionalen Winkel gedreht ist. Die Grösse b kann innerhalb nicht zu weiter in praxi vorkommender Grenzen von Druckintervall und Tempo als Constante betrachtet werden. Diese Constante, sowie auch der Proportionalitätsfactor für den besprochenen Winkel und die Coefficienten der erwähnten quadratischen Function sind für einen gegebenen

Barographen charakteristische Grössen und müssen durch Versuche bestimmt werden. In Bezug auf die in der Form qm darstellbaren halben Differenzen ergibt sich in Übereinstimmung mit den Resultaten, die Chree für Ane-roide aus den Prüfungen des Kew - Observatory abgeleitet hat, dass die Grösse m dem Druckintervall proportional wächst, vom Tempo aber unab-hängig und ebenfalls für einen gegebenen Barographen charakteristisch ist. Dagegen ist q eine sowohl vom Druckintervall als auch vom Tempo unab-hängige Function von r . Ob diese Function für alle auf die Gesetze der Elasticität fester Körper gegründeten Druckmesser ein und dieselbe ist, oder ob sie für bestimmte Constructionstypen oder gar für jedes einzelne Instrument eine etwas verschiedene Form hat, ist nach den vorhandenen Beobachtungen nicht zu entscheiden. Im letzteren Falle sind jedenfalls die Verschiedenheiten so gering, dass sie den Betrag der zufälligen Beobach-tungsfehler kaum übersteigen.

Wird der Einfluss der elastischen Nachwirkung in der geschilderten Weise berücksichtigt, so sind die übrig bleibenden Fehler nicht grösser, als es für die untersuchten Barographen aus anderen Gründen zulässig ist, und betragen etwa $0^{mm}5$ bis $1^{mm}0$.

