



HARJUTUSI
JA
ÜLESANDEID
keskkooli
matemaatika-
kursuse
kordamiseks

TALLINN • 1969

75442

TALLINNA POLÜTEHNILINE INSTITUUT

Matemaatika kateeder

HARJUTUSI JA ÜLESANDEID

keskkooli matemaatikakursuse kordamiseks

Tallinn, 1969

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Кафедра математики

УПРАЖНЕНИЯ И ЗАДАЧИ

ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ КУРСА МАТЕМАТИКИ
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

На эстонском языке

Составили:

Э.Этverk, А.Гаршнек, А.Касс, Р.Касс, Х.Крусберг,
М.Тээяр

ARHIIVKOGU

2

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu

75442

Koostanud

Е.Этverk, А.Гарšнек, А.Касс, Р.Касс, Н.Крусберг, М.Тееäär

Kordustrükk

Trükkimisele antud 18.IV 69. Paber 60x84/16
Trükipg. 4,0. Tingpg. 3,72. Tiraaz 2000. MB-04416
Tell. 183 TPI rotaprint, Tallinn, Pikk jalg 14

Hind 10 kop.

E E S S Ö N A

Keskkooli matemaatikakursuse kordamiseks leidub meie õppekirjanduses (keskkooli õpikutes ja ülesannete kogudes, mitmesugustes kõrgemate koolide sisseastumiseksamitel antud ülesannete kogudes jm.) õige rikkalikult ülesandeid ja harjutusi, kuid see üldiselt väärtuslik materjal on paljude raamatute vahel laiali pillatud, mistõttu sisseastumiseksamiks valmistumisel on üliõpilaskandidaadil raskusi sobiva harjutusmaterjali leidmisel. Ka ei ole lihtne teha sellest rikkalikust materjalist valikut, mis haaraks võimalikult paljusid keskkooli matemaatika programmi teemasid ja oleks eksamiteks ettevalmistumise perioodil mingil määral läbilahendatav. Käsitlev ülesannete kogu ongi mõeldud TPI-sse astujate töö kergendamiseks selles osas. Ülesannete valik vastab sisseastumiseksamite programmile ja näitab neid nõudeid, mis matemaatika kirjalikul eksamil esitatakse sisseastujaile, kuna kogu sisaldab muu materjali kõrval ka neil eksamitel kasutatud ülesandeid.

Ülesannete liigitus on tehtud vastavalt vastuvõtueksami programmile. Lahenduste kergemaks kontrollimiseks on enamik ülesandeid varustatud vastustega.

I. Reaal- ja kompleksarvud1. Tehted reaalarvudega

1. Leida järgmiste arvude suurim ühistegur ja väikseim ühiskordne:

a) 168 ja 576; b) 336, 432 ja 756; c) 125, 400, 500 ja 750.

2. Teostada järgmised tehted:

- a)
$$\frac{1,45 : 0,2 + 7,2 \cdot (2\frac{3}{8} \cdot 2\frac{1}{9} - \frac{47}{48})}{36,18 : 4,5 - 7,89};$$
- b)
$$\frac{11,34 : 2,8 - 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{7}{40}}{27 \cdot \frac{1}{3} - 6\frac{4}{5}} \cdot (9\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} \cdot 2,8 + 2\frac{5}{6} : 3,4);$$
- c)
$$1\frac{7}{20} : 2,7 + 2,7 : 1,35 + (0,4 : 2\frac{1}{2}) \cdot (4,2 - 1\frac{3}{40});$$
- d)
$$(14,28 : 3,5 - 0,68 \cdot 2\frac{1}{4}) : 1,7 - (3\frac{1}{3} : 4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{14}) \cdot 6,75;$$
- e)
$$\frac{(95\frac{7}{30} - 93\frac{5}{18}) \cdot 2\frac{1}{4} + 0,373}{0,2}; \quad f) \frac{(58\frac{4}{15} - 56\frac{7}{24}) : 0,8 + 2\frac{1}{9} \cdot 0,225}{8\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}};$$
- g)
$$\left[\frac{(2,4 + 1\frac{5}{7}) \cdot 4,375}{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}} - \frac{(2,75 - 1\frac{5}{6}) \cdot 21}{8\frac{3}{20} - 0,45} \right] : \frac{67}{200};$$
- h)
$$\frac{1}{3} : \frac{2}{3} + 0,228 : [(1,5291 - \frac{14,53662}{3 - 0,095}) \cdot 0,305] : 0,12];$$
- i)
$$(46\frac{2}{25} : 12 + 41\frac{23}{35} : 260\frac{5}{14} + 800 : 12\frac{28}{31}) \cdot \frac{0,8 \cdot 7,2 \cdot 4,5 \cdot 1,3}{6,5 \cdot 2,7 \cdot 1,92}.$$

3. a) Leida arv, millest 3,6% on

$$\frac{3 + 4,2 : 0,1}{(1 : 0,3 - 2\frac{1}{3}) \cdot 0,3125}$$

b) Väljendada protsentides suhe

$$(4,8 - 3 : 1\frac{2}{3}) : (5,7 + 3 : 1\frac{2}{3}).$$

c) Leida x , kui $\frac{1,15 : (\frac{1}{5} + \frac{3}{8})}{9 : 11,25}$ % arvust x on

$$(15,08 - 2\frac{7}{25}) \cdot \frac{\frac{1}{101} - \frac{1}{923}}{\frac{1}{101} + \frac{1}{923}}.$$

4. Arvutada lükati abil:

- a) $32,7 \cdot 0,0267$; b) $5,08 \cdot 27,4$;
c) $21,3\%$ arvudest 175; d) $9,1 \cdot 7,6 \cdot 5,4 \cdot 2,68$;
 318 ; 521 ; 864 ; 1218 ;
e) $2,78 : 6,23$; f) $35,7 : 0,271$;
g) $\frac{3,15 \cdot 69,2}{0,784}$; h) $\frac{0,867 \cdot 12,7 \cdot 43,8}{5,64 \cdot 7,22 \cdot 0,348}$.

5. Arvutada lükati abil:

- a) $\sqrt{29,7}$; b) $\sqrt{0,0863}$; c) $0,165^2$
d) $68,3^2$; e) $\sqrt[3]{47,3}$; f) $\sqrt[3]{0,0023}$;
g) $\frac{61,5 \cdot \sqrt{0,007}}{33,4}$; h) $28,3 \cdot \sqrt[3]{0,0175}$.

6. Arvutada lükati abil:

- a) x_1, x_2, x_3 võrdest $\frac{4,35}{58} = \frac{x_1}{28} = \frac{x_2}{32,5} = \frac{13,2}{x_3}$;
b) $(\frac{0,815 \cdot 66,6}{0,91})^2$;

c) $\left(\frac{0,802}{1,055}\right)^3$;

d) 5,8%, 6,1%, 72%, 115% arvust 625;

e) mitu protsenti moodustab 260 arvust 4000; 650; 200; 80.

7. Teisendada harilikeks mürdudeks kümnendmurrud

a) 0,6363...; b) 0,243243...; c) 0,51919... .

2. Ülesandeid tehetele reaalarvudega

8. Plaanil mastaabiga 1 : 1200 on ristkülikukujulise maatüki mõõtmed 17,8 cm ja 9,5 cm. Leida maatüki pindala.

9. Kangast pikkusega $956\frac{1}{4}$ meetrit ja lausega $\frac{3}{4}$ meetrit õmmeldi 204 mantlit. Mitu sellist mantlit võib õmmelda $112\frac{1}{2}$ meetri pikkusest ja 1 meetri laiusest kangast?

10. 100 km pikkusel teel kulutasid 5 "Moskvitš'i" ja 8 "Pobedat" kokku 197 liitrit bensiini. Kui palju bensiini kulub igal autol, kui iga "Pobeda" kulutas 10 liitrit rohkem bensiini kui iga "Moskvitš"?

11. Üks kombain koristaks 462 ha suuruse põllu 21 päevaga, kui ta töötaks 10 tundi päevas. Teine kombain koristaks sama põllu samuti 21 päevaga, kui ta töötaks 11 tundi päevas. Kui palju aega kuluks selle põllu koristamiseks neil kahel kombainil, kui nad töötaksid korraga?

12. Kapsas sisaldab 90% vett. Leida vee hulk kapsastes, mis kogutakse ristkülikukujuliselt põllult laiusega 0,06 km ja pikkusega 0,5 km, kui keskmine saak ühelt hektarilt on 150 tonni.

13. Kruupides on valkaineid $30\frac{3}{4}$ korda rohkem kui rasvaineid, mida omakorda on 171,25 korda vähem kui süsivesikuid. Kui palju leidub iga nimetatud ainet 200 g kruupides, kui nende kogukaal on 81,2% kruupide kaalust?

14. Kolm töölist valmistasid 11 016 detaili, kusjuures nende poolt valmistatud detailide hulgad suhtuvad nagu $\frac{5}{6} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$.

Mitu detaili valmistas iga tööline?

15. Tehases on 3 liiki tööpinke, millede hulgad suhtuvad nagu $1\frac{5}{6} : 1 : \frac{1}{2}$. Esimest liiki tööpinke on 288 tükki rohkem kui kolmandat liiki tööpinke. Kui palju on tehases igat liiki tööpinke?

16. Nisu, rukki ja odra külvipinnad suhtuvad nagu $2\frac{1}{4} : 1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$. Mitmele hektarile on külvatud rukist ja mitmele otra, kui nisu külvipind on 522 ha?

17. Kartuli, kapsa ja muu köögivilja alune pindala on 188,7 ha. Kartuli- ja kapsapõllu pindalade suhe on $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$ ja kapsapõllu ning muu köögivilja põllu pindalade suhe $3\frac{1}{5} : 2\frac{1}{4}$. Mitu ha on kartuli, mitu kapsa ja mitu muu köögivilja all?

18. Kolhoosis kasvatati teravilja, tehnilisi kultuure ja aedvilja. Aedvilja alune pindala moodustas 14% kogu põllu- maast, kuid teravilja ja tehniliste kultuuride põldude pindalad suhtusid nagu $5\frac{1}{4} : 1\frac{1}{5}$. Leida kolhoosi põllumaa suurus, kui teravilja all oli 729 ha rohkem kui tehniliste kultuuride all.

19. Kaks rongi sõitsid teineteisele vastu paralleelsetel teedel kiirustega $54\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ja $36\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Reisija, kes viibis teises rongis, nägi, et esimene rong möödus temast 5 sekundi vältel. Kui pikk oli esimene rong?

20. Kontrolltöös ei lahendanud 12% klassi õpilastest ühtki ülesannet, 32% lahendasid osa ülesandeid ja ülejäänud 14 õpilast lahendasid kõik ülesanded. Mitu õpilast oli klassis?

21. Vase ja hõbeda sulamis on hõbedat $14\frac{2}{7}\%$ vase kaalust. Kui palju hõbedat on 2 kg sulamis?

22. Kui palju puhast piiritust tuleb lisada 735 g 16%-lisele joodilahusele (piirituses), et saada 10%-line joodilahus?

23. Kolhoosis külvati nisu 672 hektarile, mis on 5% suurem rukki all olevast pinnast. Muude kultuuride külvipind on kol-

hoosis 10% suurem nisu külvipinnast. Mitu hektarit külvati muid kultuure rohkem kui rukist?

24. Ristkülikukujuline aed mõõtmega 250 m X 120 m on 0,15% kogu kolhoosi põllumaast. Teravilja on külvatud 1260 hektarile. Mitu protsenti kogu kolhoosi põllumaast on teravilja all?

25. Kauba taarakaal on 15% netokaalust. Leida kauba taarakaal, kui brutokaal on 138 kg.

26. Kolhoosil on 180 veist; 85% neist on lüpsilehmad. Iga lehm lüpsis aastas keskmiselt 3250 kg piima, mis teeb 3,2 ts kolhoosi tulundusmaa iga hektari kohta. Mitu hektarit on kolhoosil tulundusmaad?

27. Käitise osakond, mis töötab kolmes vahetuses, ületas ööpäevase plaani 46,25% võrra. Esimese ja teise vahetuse toodangu hulgad suhtusid nagu $8\frac{1}{4} : 7\frac{3}{5}$. Kolmas vahetus tootis 87,5% teise vahetuse toodangu hulgast. Mitu protsenti ööpäevast plaanist moodustas teise vahetuse toodang?

28. 16 inimesest koosnev metsaraiujate esimene brigaad valmistas 20 päeva jooksul 1024 m³ puitu. Kui palju puitu valmistas 15 inimesest koosnev teine brigaad 18 päeva jooksul, kui nende tootlikkus oli 25% kõrgem võrreldes esimese brigaadiga?

29. Valmistoodangu saamiseks tuleb tooraine kolm korda ümber töötada, kusjuures materjali kadu igakordsel ümbertöötamisel on vastavalt 8%, 6% ja 2%. Kui palju kulub toorainet 653 tonni valmistoodangu saamiseks?

30. 2 kg kruntvärvi valmistamiseks võeti 85% tsinkvalget ja värnitsat ning ülejäänud osa tärpentini. Kui palju võeti igat ainet, kui värnitsat võeti 2,4 korda vähem kui tsinkvalget?

31. Kaevur täidab päevanormist 75%. Ta kavatses päevast tööhulka suurendada 40% võrra. Mitu protsenti täidab ta siis normist?

32. 261 tonni kivisütt sisaldab praegu niiskust 3%, teatud aja möödudes aga 13%. Leida antud koguse kaal pärast niiskuse suurenemist.

33. Kamba hinda alandati 10%. Mitu protsenti tuleb uut hinda veel alandada et kogu hinnaalandus endisest oleks 28%.

3. Tehted kompleksarvudega

34. Kujutada geomeetriliselt kompleksarvud a) $-3 + 2i$; b) 2 ; c) $-5i$; d) $4 - 3i$; e) $-1 - \sqrt{3}i$. Leida nende moodul ja argument.

35. Kujutada geomeetriliselt kompleksarvud ja leida nende summa vektorite liitmise teel:

- a) $(1 + 2i) + (-4 + 6i)$;
- b) $(3 - 3i) + (5 + 3i)$;
- c) $(-5 - i) + (-4i)$.

36. Teostada järgmised tehted:

- a) $(1\frac{3}{4} + \frac{2}{3}i) + (1\frac{1}{2} - \frac{5}{6}i) + (\frac{3}{4} - 2i)$;
- b) $(0,8 - 0,2i) + (0,1 - 1,3i) - (1,5 + 0,7i) - (2,3 - 0,6i)$
- c) $(-5 + 7i)(7 + 12i)$;
- d) $\frac{-2\sqrt{3} + i}{1 + 2i\sqrt{3}}$;
- e) $(1 + i)^4$;
- f) $\sqrt{5 + 12i}$.

37. Leida x ja y kahe kompleksarvu võrdsuse tingimuse põhjal, kui

$$\frac{8i}{x} + iy - 2 = 7i - \frac{10}{x} + y$$

38. Missuguse tingimuse korral $(a + bi)(c + di)$ on

- a) reaalarv, b) imaginaararv, c) puhtimaginaararv.

39. Arvutada

$$\frac{(1 + 2i)^2 - (1 - i)^3}{(3 + 2i)^3 - (2 + i)^2}$$

40. Esitada trigonomeetrilisel kujul järgmised kompleksarvud:

- a) $1 + i\sqrt{3}$; b) $1 - i$, c) $-3 + 9i$.

41. Kasutades kompleksarvu trigonomeetrilist kuju, arvutada:

a) $\sqrt{2 + i\sqrt{12}}$;

b) $(1 + i)^{10}$;

c) $\sqrt[3]{-i}$.

II. Algebraaliste avaldiste teisendamine

1. Hukliikme lahutamine tegureiks

42. Lahutada tegureiks järgmised hukliikmed:

a) $4x^2 - 20xy + 25y^2 - 36$;

d) $27x^6 - 27x^4y + 9x^2y^2 - y^3$;

b) $2 - 18a^3 + 54a^6 - 54a^9$;

e) $16a^4 + 8a^3 - 2a - 1$;

c) $216u^6 - 125v^9$;

f) $x^3 - 3x + 2$.

43. Lahutada tegureiks järgmised ruutkolmikud:

a) $x^2 + 14x + 48$;

d) $3u^2 + 5u - 2$;

b) $x^2 - 3x^2 + 14$;

e) $6x^2 - 5x - 1$;

c) $2a^2 - 7a - 4$;

f) $6x^2 - 13x + 6$.

44. Taandada murrud:

a) $\frac{a^2 + 3a - 4}{a^2 - 3a + 2}$;

b) $\frac{(3x - 1) \cdot (3x^2 - 20x - 7)}{(3x^2 + 8x - 3) \cdot (3x + 1)}$.

45. Teades, et hukliikme

$$3x^3 - 4x^2 + ax + 2$$

üks nullkoht on 2, leida kordaja a ja lahutada hukliikme tegureiks.

46. Lahutada polünoom

$$2x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 4x - 10$$

reaalseteks teguriteks, kui tema üks nullkoht on $2 + i\sqrt{6}$.

47. Lahendada võrrand

$$x^4 + 13x^3 + 21x^2 - 13x - 22 = 0.$$

48. Teades, et võrrandi

$$6x^4 + ax^3 - 37x^2 + bx + 36 = 0$$

kaks lahendit on -2 ja 3 , leida kordajad a ja b ning võrrandi ülejäänud lahendid.

2. Tõetud algebraliste murdudega

49. Lihtsustada avaldised:

$$a) \left(\frac{3a+1}{6a+2} - \frac{a+1}{9a-3} - \frac{5a^2-6}{54a^2-6} \right) \cdot \frac{6-18a}{4a-1};$$

$$b) \left(\frac{2a-1}{a-3} - \frac{a^2-4}{a^2+6a+9} \cdot \frac{a+3}{a-2} + \frac{3}{9-a^2} \right) : \frac{a^2}{a-3};$$

$$c) \frac{b}{ab-2a^2} - \frac{2}{b^2+b-2ab-2a} \cdot \left(1 + \frac{3b+b^2}{3+b} \right);$$

$$d) \frac{2a}{a^2-4b^2} + \frac{1}{2b^2+6b-ab-3a} \cdot \left(b + \frac{3b-6}{b-2} \right);$$

$$e) \left(1 + \frac{5x^2-x}{6x^2-3xy+2x-y} \cdot \frac{3x+1}{5x-1} + \frac{6x^2-xy-2y^2}{y^2-4x^2} \right) \cdot \frac{x-y}{2y};$$

$$f) \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)};$$

$$g) \left[\frac{3(n+2)}{2(n^3+n^2+n+1)} + \frac{2n^2-n-10}{2(n^3-n^2+n-1)} \right] : \left[\frac{5}{n^2+1} + \frac{3}{2(n+1)} - \frac{3}{2(n-1)} \right].$$

50. Teades, et

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1},$$

tõestada samasus

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

51. Tõestada samasus

$$(2n^2-1) \left(\frac{n}{1-n} + \frac{1+n}{n} \right) = \frac{n}{1-n} - \frac{1+n}{n}.$$

52. Eraldada täisosa murrust

$$a) \frac{x^3 - 2x^2 + x - 1}{x + 1};$$

$$b) \frac{2x^4 - 5x^2 + 1}{x^2 + 1};$$

$$c) \frac{3x^5 + x^3 - 4x + 3}{x^2 - 2}.$$

3. Tehted juurtega

53. Arvutada:

$$a) 4\sqrt{\frac{7}{2}} - \frac{2\sqrt{10}}{2\sqrt{3} - \sqrt{10}}; \quad b) \left[\left(\frac{2^{\frac{1}{2}}}{3 \cdot 6} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$c) \left[4^{-\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2^{-\frac{3}{2}}} \right)^{-\frac{4}{3}} \right] \left[4^{-0,25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right].$$

54. Arvutada avaldise

$$\left[a^{-\frac{3}{2}} b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}} (a^{-1})^{-\frac{2}{3}} \right]^3$$

väärtus, kui $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

55. Lihtsustada järgmised avaldised.

$$a) \left(\frac{2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} \cdot \frac{a - \sqrt{ab} + b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right) : 4\sqrt{ab};$$

$$b) 2x + \sqrt{x^2 - 1} \left(1 + \frac{x^2}{x^2 - 1} \right) - \frac{1 + \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}};$$

$$c) \frac{n+2+\sqrt{n^2-4}}{n+2-\sqrt{n^2-4}} + \frac{n+2-\sqrt{n^2-4}}{n+2+\sqrt{n^2-4}};$$

$$d) \left[\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right) \left(a^{\frac{1}{2}} + 5b^{\frac{1}{2}} \right) - \left(a^{\frac{1}{2}} + 2b^{\frac{1}{2}} \right) \left(a^{\frac{1}{2}} - 2b^{\frac{1}{2}} \right) \right] : \left(2a + 3a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} \right);$$

$$e) \left[\frac{\left(a + \sqrt[3]{a^2x} \right) : \left(x + \sqrt[3]{ax^2} \right) - 1}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right]^6.$$

56. Arvutada avaldise

$$x^3 - x^2 - 4x + 1$$

väärtus, kui $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.

57. Arvutada avaldise

$$3x^4 - 2x^2 + 6$$

väärtus, kui $x = \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

58. Leida avaldise

$$5x^2 - 6xy - 2y^2$$

väärtus, kui $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ ja $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

III. Võrrandid, võrrandisüsteemid, võrratused

1. Lineaarsed võrrandid ja võrrandisüsteemid

59. Lahendada võrrandid (tähe x suhtes):

$$a) \frac{x}{b(a-x)} + \frac{c}{d(x-a)} = \frac{ad-bc}{3abd};$$

$$b) \frac{3n(x-m)}{5m} + \frac{x-n^2}{15n} + \frac{(4m+px)n}{6m} = 0.$$

60. Missuguste p ja q väärtuste korral võrrandisüsteemil

$$\begin{cases} 3x - py = 1 \\ 6x + 4y = q \end{cases}$$

a) on ühene lahend, b) ei ole lahendit, c) on lõpmatu hulk lahendeid?

61. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} 3x - 5y = 13; \\ 2x + 7y = 81; \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - y\sqrt{3} = 1; \\ x\sqrt{3} - 3y = \sqrt{3}; \end{cases} \quad c) \begin{cases} 2x - y\sqrt{2} = 1; \\ x\sqrt{2} - y = 2. \end{cases}$$

62. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} \frac{x+a}{b} = \frac{y+b}{a}; \\ \frac{x+b}{x} = \frac{y+a}{y}; \end{cases} \quad b) \begin{cases} (a-b)x + (a+b)y = 2a(a^2 - b^2); \\ x - y = 4ab; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a(1-x)}{b(1-y)} = \frac{a-1}{b-1}; \\ \frac{x}{y} = \frac{b}{a}. \end{cases}$$

63. Sovhoosi traktoribrigaad pidi kündma iga päev 56 ha põldu. Ületades plaani, kündis brigaad iga päev 64 ha, mistõttu kaks päeva enne tähtaega jäi künda veel vaid 40 ha põldu.

Mitu hektarit põldu pidi brigaad tähtajaks kündma plaani järgi?

64. Jaamast väljus kaubarong, mis sõitis kiirusega $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 4 tundi hiljem järgnes talle kiirrong kiirusega $a \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Mitme tunni pärast jõuab kiirrong kaubarongile järele? Missuguste a väärtuste puhul ülesanne pole lahenduv?

65. Kooli matemaatikaolümpiaadil tuli lahendada 8 ülesannet. Iga õigesti lahendatud ülesanne andis +5 punkti, iga valesti lahendatud või lahendamata ülesanne -3 punkti. Mitu ülesannet lahendas õpilane, kes sai a punkti? Missuguseid väärtusi võib omada a ?

66. Kaks sorti lahust sisaldab vastavalt 5% ja 40% hapet. Kui palju on vaja segada kumbagi sorti, et saada 14 liitrit lahust, milles on 30% hapet?

67. Kaks metsatöölise brigaadi valmistas jaanuaris kokku 1000 m^3 küttepuid. Veebruaris valmistas esimene brigaad küttepuid 16% rohkem kui jaanuaris, teine aga 21% rohkem kui jaanuaris. Kokku valmistasid nad veebruaris 1190 m^3 küttepuid. Mitu kuupmeetrit küttepuid valmistas kumbki brigaad veebruaris?

68. Ringjoonel, mille pikkus on 36 m, liiguvad ühtlaselt ühes ja samas suunas kaks punkti, milledest üks sooritab tiiru 9 sek. võrra lühema ajaga kui teine. Leida punktide lineaarsed kiirused, kui punktide ühtelangemise momendid korduvad iga 4 sek. järel.

69. Kahe arvu geomeetriline keskmine on 4 võrra suurem väiksemast arvust ja aritmeetiline keskmine 5 võrra väiksem suuremast arvust. Leida need arvud.

70. Segati 20%- , 30%- ja 45%-list vähvelhappe lahust ning saadi 4,5 kg 32%-list lahust. Kui palju võeti iga lahust, kui 20%-list lahust võeti 3 korda rohkem kui 30%-list lahust?

71. Lahendada graafiliselt võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} x + y = 1; \\ y = x; \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - 2y = 0; \\ x = 2y - 4; \end{cases} \quad c) \begin{cases} x - 2y = 3; \\ 2y = 5. \end{cases}$$

72. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} x - 2y + z = 4; \\ 2x - 7z = 1; \\ \frac{y+1}{x-2} = \frac{2}{3} \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + \frac{1}{y+1} = 3; \\ \frac{1}{z-1} - x = 1; \\ \frac{3}{y+1} + \frac{1}{2(z-1)} = 7; \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y + z = 4; \\ 2x - y - 2z = 3; \\ x + 2y - z = -1. \end{cases}$$

$$d) x^4 - 25x^2 = m^2x^2 - 25m^2;$$

$$e) (6x^2 - 7x)^2 - 2(6x^2 - 7x) - 3 = 0.$$

78. Ruutvõrrandi $x^2 + px - 12 = 0$ lahendite vahe on 7. Lei-
da kordaja p.

79. Koostada ruutvõrrand, mille lahendid on:

$$a) \frac{2}{7 - 3\sqrt{3}} \quad \text{ja} \quad \frac{2}{7 + 3\sqrt{3}}; \quad b) \frac{2 + \sqrt{1}}{3} \quad \text{ja} \quad \frac{2 - \sqrt{1}}{3};$$

$$c) 1 + i \quad \text{ja} \quad \frac{2 - i}{1 + i}.$$

80. Ruutvõrrandit $2x^2 - 7x + 6 = 0$ lahendamata koostada
uued ruutvõrrandid, mille lahendid on:

- a) antud võrrandi lahenditest kolm korda suuremad;
b) antud võrrandi lahendite pöördväärtused.

81. Lahendada graafiliselt võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} x^2 - y = 2; \\ 2x + y = 1; \end{cases} \quad b) \begin{cases} x^2 - y = 8; \\ x - y = 2. \end{cases}$$

82. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} x^2 + y^2 = 74; \\ x^2 - y^2 = 24; \end{cases} \quad b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25; \\ x + y = 7; \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{10a^2}{9}; \\ xy = \frac{a^2}{3}; \end{cases} \quad d) \begin{cases} x^2 - y = 23; \\ x^2y = 50; \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12}; \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{12}; \end{cases} \quad f) \begin{cases} \frac{x+k}{k} - \frac{y+k}{y} = 3; \\ \frac{y+k}{k} - \frac{x+k}{x} = \frac{3}{4}; \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2x^2 + 15xy + 4y^2 + 43x + 24y + 7 = 0; \\ x - 2y + 5 = 0. \end{cases}$$

83. Lahendada võrrandid:

a) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2;$

b) $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-6} = 2;$

c) $\frac{\sqrt{x^2-16}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x+3} = \frac{7}{\sqrt{x-3}};$

d) $\frac{2-x}{2-\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{2-x}{2}};$

e) $\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}};$

f) $\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{3x-2}} = \frac{4}{\sqrt{3x^2+4x-4}}.$

84. Ühest ja samast sadamast väljusid üheaegselt kaks aurikut, üks lõuna, teine lääne suunas. Kahe tunni möödudes oli nendevaheline kaugus 60 km. Leida aurikute liikumiskiirused, kui esimese auriku kiirus oli 6 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ suurem kui teisel.

85. Pärast kaht järjestikust hinnaalandust x protsendi võrra langes kauba hind 30 rublalt 19 rubla 20 kopikani. Lei-da x .

86. Aastane suhkrutoodang oli 4,3 miljonit tonni. Järgneval kahel aastal toodang kasvas kummalgi aastal protsentuaalselt ühepalju, mille tulemusena kolmanda aasta toodang oli 5,3 miljonit tonni. Mitu protsenti kasvas suhkrutoodang ühe aastaga?

87. Ühes kolhoosis oli aastane piimatoodang 820 tonni ja teises 1050 tonni. Teises kolhoosis oli 60 lehma vähem kui esimeses ja toodang iga lehma kohta 1 tonni võrra suurem kui esimeses kolhoosis. Leida lehmade arv ja piimatoodang lehma kohta kummaski kolhoosis.

88. Kahe raudteejaama vaheline kaugus on 96 km. Üks rongidest läbib selle tee 40 min. võrra lühema ajavahemikuga kui tei-

ne. Leida rongide kiirused, kui esimese rongi kiirus on $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ suurem kui teisel rongil.

89. Linnade A ja B vaheline kaugus on raudteed mööda 32 km ja veeteed mööda 47 km. Linnast A väljus rong 3 tundi hiljem kui aurik ja saabus linna B 15 min. varem kui aurik. Leida rongi ja auriku kiirus, kui rongi kiirus on $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ suurem kui aurikul.

90. Kahekohalise arvu korrutis tema numbrite summaga on 52. Leida see kahekohaline arv, kui tema üheliste arv on kümneliste arvust 2 võrra suurem.

91. Kaks brigaadi remontis raudteed, kusjuures teine brigaad töötas ühe päeva vähem kui esimene. Kumbki brigaad remontis 10 km teed. Mitu kilomeetrit raudteed remontis kumbki brigaad päevas, kui nad kokku remontisid 4,5 km teed päevas?

92. 30 km pikkusel vahemaal on tarvis asendada kõik telefonipostid uutega. Kui vähendada iga kahe kõrvuti oleva posti vahemaad 10 meetri võrra, siis läheb vaja uusi poste 100 tükki rohkem kui oli varem. Mitu posti oli esialgu sellel vahemaal?

93. Kaks erineva võimsusega traktorit jõuavad koos töötades kolhoosi põllu üles kända 12 tunniga. Kui poole põllust künnaks üles üks traktor ja teise poole seejärel teine, siis kuluks põllu üleskündmiseks 25 tundi. Mitme tunniga jõuaks selle põllu kumbki traktor üksinda üles kända?

94. Rong pidi teatava ajaga läbima 250 km. Kolm tundi pärast väljumist peatati ta teel 20 minutiks. Et õigel ajal sihtkohta jõuda, suurendas rong kiirust 2 km võrra tunnis. Leida rongi esialgne kiirus.

95. Metsaraiujate brigaad pidi plaani järgi üles töötama 216 ruumimeetrit puitu. Esimesel kolmel päeval täitis brigaad iga päev plaanis kindlaksmääratud normi ja seejärel töötas üles iga päev 8 ruumimeetrit üle plaani, mistõttu juba päev enne tähtaega oli üles töötatud 232 ruumimeetrit puitu. Mitu ruumimeetrit puitu pidi brigaad üles töötama iga päev plaani järgi?

96. Autojuhile tehti ülesandeks transportida suhrutehases-

se 45 tonni suhrupeeti. Täitnud 20% plaanist, rakendas ta autole taha järelvankri, mistõttu suutis transportida iga päev 1,5 tonni rohkem plaanis ettenähtust ja täitis temale antud ülesande 4 päeva enne tähtaega. Mitu tonni suhrupeeti transportis autojuht algul ja pärast päevas?

97. Linnadest A ja B väljusid ühesaegselt kaks jalakäijat, liikudes teineteisele vastu; nad kohtusid 3 tunni 20 minuti pärast. Kui palju aega kulub kummalgi jalakäijal linnadevahelise maa läbimiseks, kui linnast A väljumud jalakäija jõudis linna B 5 tundi hiljem kui linnast B väljumud jalakäija linna A?

98. Üks mootor kulutas teatud aja vältel 700 g bensiini ja teine mootor 3 tunni võrra lühema aja vältel 343 g bensiini. Kui esimene mootor oleks tunnis kulutanud nii palju kui teine mootor ja teine nii palju kui esimene, siis samade töötamis-aegade kestel oleksid nad kulutanud võrdsed kogused bensiini. Kui palju bensiini kulutas kumbki mootor tunnis?

99. Kui kahe positiivse arvu korrutist vähendada väiksema teguri võrra, siis saame 65. Kui aga seda korrutist suurendada suurema teguri võrra, siis saame 84. Leida need arvud.

100. Kui kahekohaline arv jagada tema numbrite korrutisega, siis tekib jagatis 2 ja jääk 16. Kui aga jagada arv tema numbrite summaga, siis tekib jagatis 6 ja jääk 4. Leida see arv.

101. Kahele ristkülikukujulisele maatükile on istutatud ridadesse 350 viljapuud, kusjuures kummalgi maatükil on ridu ühe võrra rohkem kui viljapuud reas. Mitu viljapuud on istutatud igasse ritta kummalgi maatükil, kui esimesel neist on 130 viljapuud rohkem kui teisel?

102. Kolme arvu aritmeetiline keskmine on a ja nende ruutude aritmeetiline keskmine on b. Leida nende arvude kahekaupa võetud korrutiste aritmeetiline keskmine.

103. Koes töötades künnavad kaks erineva võimsusega traktorit põllu 8 päevaga. Kui esimene neist künnab poole põllust ja ülejäänud poole künnavad koos, siis kündmine lõpetatakse 10 päevaga. Mitme päevaga künnab kumbki traktor põllu üksi töötades?

104. Täismurkse kolmnurga hüpotenuus on $3\sqrt{5}$ cm. Kui suurendada üht kaatetit $133\frac{1}{3}\%$ ja teist $16\frac{2}{3}\%$, siis on nende summa 14 cm. Leida kaatetid.

3. Võrratused

105. Lahendada võrratused:

a) $16 - 3(2x - 5) < 3 - 16x$;

b) $2x(3x - 2) - 13 > 3 [1 - (2 - x)(2x + 3) - \frac{x - 3}{2}]$;

c) $3 \left\{ x - \frac{3x - 1}{4} - [1 - 2(x - \frac{3x + 5}{5})] \right\} < 5x - 2$;

d) $|2x - 5| > 3$;

e) $|3x + 7| < 2$;

f) $\frac{2x - 7}{3x + 5} > 0$;

g) $\frac{7x - 5}{8x + 3} > 4$.

106. Lahendada võrratusesüsteem

$$\begin{cases} \frac{3x - 1}{5} - \frac{13 - x}{2} > \frac{7x}{3} - \frac{11(x + 3)}{6} \\ \frac{2x + 7}{3} < \frac{3x + 5}{7} + 8 + \frac{10 - 3x}{5} \end{cases}$$

107. Lahendada võrratused:

a) $3x^2 + 8x > 4$;

b) $4x^2 + 6x + 9 < 0$;

c) $\frac{13x^2 - 4}{12} \leq 3\frac{5}{9} + \frac{20 - 3x^2}{18}$;

d) $\frac{x^2 + 4}{x + 2} > 0$;

e) $\frac{x^2 - 6x - 91}{x^2 + 8x - 105} > 0$.

108. Lahendada võrratus

$$\log x + \log(x - 1) < \log(3x + 5).$$

109. Leida parametri t väärtused, mille puhul võrrandi

$$\frac{2}{x - 1} = 4 - t$$

lahend on negatiivne.

110. Missuguste x väärtuste puhul on $\log(x^2 - 5x - 24)$ määratud?

111. Leida m väärtused, millede puhul võrrandi

$$mx^2 + 2mx + 3m - 2 = 0$$

lahendid on reaalsed ja seejuures erinevate märkidega.

112. Missuguste x väärtuste puhul on

$$\sqrt{x^2 + 6x - 55}$$

reaalne?

113. Lahendada võrratused:

a) $|x^2 - 50| > 14;$

b) $|x^2 - 50| < 14.$

IV. Progressioonid

1. Aritmeetiline progressioon

114. Leida aritmeetilise progressiooni antud kolme elemendi põhjal ülejäänud kaks elementi:

Harj. nr.	a_1	d	n	a_n	S_n
1	13	7		202	
2	-24			63	585
3	27	-2,5			157,5
4	-9	0,5			-75
5		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{6}$	$-158 \frac{2}{3}$

115. Lahendada võrrand

$$(x - 1) + x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 18) = 370.$$

116. Kumera hulknurga nurkade suurused moodustavad aritmeetilise progressiooni 172° , 164° , 156° , Mitu nurka on sellel hulknurgal?

117. Näidata, et mistahes algarvust p väiksemate naturaalarvude summa jagub arvuga p .

118. Kahest punktist, mille kaugus teineteisest on 270 m, hakkavad üheaegselt liikuma teineteisele vastu kaks keha. Esimene keha liigub kiirusega $8 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$, teine aga esimeses sekundis 30 m ja igas järgmises 2 m võrra vähem kui eelmises. Mitme sekundi pärast need kehad kohtuvad?

119. Kaks keha A ja B alustasi üheaegselt liikumist teineteisele vastu kahest punktist, mille vahemaa on 108,5 m. Keha A läbib esimeses minutis 4 m ja igas järgmises minutis 1,5 m rohkem kui eelmises. Keha B läbib esimeses minutis 1 m ja igas järgmises minutis 2 m rohkem kui eelmises. Mitme minuti pärast on nende vahemaa 26 m?

120. Kuue venna vanused aastates moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille summa on 57. Kõige vanem vend on kõige nooremast kolme noorema venna vanuste summa võrra vanem. Leida vendade vanused.

2. Geomeetriline progressioon

121. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige ja tegur, kui $a_6 - a_4 = 216$ ja $a_3 - a_1 = 8$. Mitme liikme summa on 40?

122. Leida 6 arvu, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni, kui on teada, et esimene viie arvu summa on 31 ja viimase viie arvu summa 62.

123. 45 tšellist on jaotatud 3 brigaadiks nii, et tšelliste arvud brigaadides moodustavad aritmeetilise progressiooni. Ühel päeval haigestus teises brigaadis 3 tšellist. Sellel päeval moodustasid tšelliste arvud brigaadides geomeetrilise progressiooni. Leida tšelliste arv igas brigaadis.

124. Kolm mittevõrdset arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni. Nende summa on 95. Leida need arvud teades, et nad on ühe aritmeetilise progressiooni esimeseks, teiseks ja seitsmendaks liikmeks.

125. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa

on 25 ja tegur 0,6. Leida kolmas liige.

126. Leida summa

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{7} + \frac{10}{49} + \dots,$$

kui liidetavad moodustavad lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni.

127. Leida positiivsete liikmetega lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa, kui progressiooni esimene liige on 4 ning kolmanda ja viienda liikme vahe on $\frac{32}{81}$.

128. Leida rea $2\sqrt{3} + 6 + 6\sqrt{3} + \dots$ esimese kuue liikme summa, kui need liikmed moodustavad geomeetrilise progressiooni.

129. Leida summa

$$\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2) + \frac{3 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}} + \dots$$

teades, et liikmed moodustavad lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni.

130. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 9, tema liikmete ruutude summa 40,5. Leida see progressioon.

V. Logaritmid

1. Eksponent- ja logaritmifunktsioon

131. Joonestada funktsiooni $y = 2^x$ graafik ja selle põhjal funktsioonide 2^{-x} , -2^x ja -2^{-x} graafikud.

132. Kasutades $y = 2^x$ graafikut, joonestada funktsioonide 2^{x+1} ja 2^{x-1} graafikud.

133. Joonestada funktsiooni $y = \log x$ graafik ja selle põhjal funktsioonide $\log(-x)$, $-\log x$ ja $-\log(-x)$ graafikud.

134. Kasutades $y = \log x$ graafikut, joonestada funktsioonide $\log(x + 2)$ ja $\log(x - 2)$ graafikud.

135. Logaritmida avaldised:

$$a) \frac{\sqrt[5]{5m^3 \sqrt{n}}}{\sqrt[3]{(m+n)^2}}; \quad b) \frac{\sqrt[3]{a \sqrt[3]{a \sqrt{a}}}}{\sqrt{a} \sqrt[3]{a}}; \quad c) \log \sqrt{3}.$$

136. Leida x , kui

$$a) \log x = \frac{1}{3} [\log a + 2 \log b - \frac{3}{4} \log(a+b)];$$

$$b) \log x = \log 3 - \log p + \frac{2}{5} (\log k - 5 \log p).$$

137. Teades, et

$$a^2 + b^2 = 7ab,$$

tõestada, et

$$\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2} (\log a + \log b).$$

$$\text{Näpunäide: } (a+b)^2 = 9ab.$$

138. Arvutada logaritmide tabeli abil

$$a) x = \frac{\pi \cdot 0,134^2}{\sqrt[3]{8,7} \cdot \sqrt[5]{0,001564}}; \quad b) y = \frac{0,578^{0,3} \cdot \sqrt[4]{0,007}}{\sqrt[3]{5} \sqrt{25,78 - 1,378^{\frac{2}{3}}}}$$

$$c) z = \sqrt[3]{\frac{1,835^2 \sqrt[3]{0,0732}}{0,8425^4} + 100^{0,4}}.$$

2. Eksponent- ja logaritmivõrrandid

139. Lahendada võrrandid:

$$a) \left(\frac{3}{7}\right)^{3x-3} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3};$$

$$b) 2^{x^2-6x-2,5} = 16\sqrt{2};$$

$$c) 0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1};$$

$$d) \left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\log 4}{\log 8};$$

$$e) 2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 112;$$

$$f) 7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3};$$

g) $9^{2x+4} = 26 \cdot 3^{2x+3} + 3;$ h) $4^{2+x} = 31 \cdot 2^{1+x} + 8.$

140. Lahendada võrrandisüsteemid:

a)
$$\begin{cases} y^{x^2+7x+12} = 1 \\ x + y = 6; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 8^{2x+1} = 32 \cdot 2^{4y-1} \\ 5 \cdot 5^{x-y} = \sqrt{25^{2y+1}}. \end{cases}$$

141. Lahendada logaritmid tabeli abil võrrandid:

a) $10^x = 50;$ b) $5^x = 1,5.$

142. Lahendada võrrandid:

a) $\log_2 (x + 14) + \log_2 (x + 2) = 6;$

b) $\frac{1}{2} (\log x - \log 5) = \log 2 - \frac{1}{2} \log (9 - x);$

c) $100^{\log x} - 10^{\log x} + \log 6 + 10^{\log 8} = 0;$

d) $4 - x = \log_2 (8 - 2^x);$

e) $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0;$

f) $\frac{1}{2} \log \sqrt{x^2 + x - 5} - \log x - \log \frac{1}{x} = 0.$

143. Lahendada võrrandid:

a) $\log \sqrt{1+x} + 3 \log \sqrt{1-x} = \log \sqrt{1-x^2} + 2;$

b) $\log 2 + \log (4^{x-2} + 9) = 1 + \log (2^{x-2} + 1);$

c) $\log^2 (x + 1) = 4;$

d) $\log (x + 1)^2 = 4;$

f) $\frac{\log (35 - x^3)}{\log (5 - x)} = 3;$

g) $x^{\log x} = 100x;$

h) $x^{1+\log x} = 0,001^{\frac{-2}{3}};$

i) $x^{\frac{\log x + 7}{4}} = 10^{\log x + 1}.$

144. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} \log_a x + \log_a y = 2 \\ \log_b x - \log_b y = 4 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \log(x^2 + y^2) - 1 = \log 13 \\ \log(x + y) - \log(x - y) = 3 \log 2 . \end{cases}$$

145. Kahe arvu logaritmid summa on 1,5 korda suurem esimese arvu logaritmist. Nende arvude suhe on 20. Leida need arvud.

VI. Ühendid ja Newtoni binoomvalem

1. Ühendid

146. Mitu erinevat viiekohalist arvu saab moodustada numbritest 0, 1, 3, 5, 7? Mitu neljakohalist arvu saab moodustada neist numbritest?

147. Kuue klassi matemaatikatunnid jaotatakse kolme õpetaja vahel nii, et iga õpetaja hakkab õpetama kahes klassis. Mitu võimalust selliseks jaotamiseks on?

148. Koosolekul on 30 inimest, nende hulgas 2 naist. Valitakse 4 esindajat valimiskomisjonidesse. Mitu võimalust on, et valituteks osutuvad ka mõlemad naised?

149. Permutatsioonide arv n elemendist suhtub permutatsioonide arvusse $n+2$ elemendist nagu 0,1 : 3. Leida n .

150. Lahendada võrrand

$$A_{x+4}^2 - 2C_{x+1}^2 = 8x.$$

151. Leida m ja n teades, et

$$C_{n+1}^{m+1} : C_{n+1}^m : C_{n+1}^{m-1} = 5 : 5 : 3$$

$$\text{Näpunäide: } C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

2. Newtoni binoomvalem

152. Arendada:

a) $(1 + \frac{2a}{\sqrt{x}})^6$;

b) $(b - 4a^2)^5$.

153. Leida binoomi $(x^2 + \frac{a}{x})^n$ astendaja n teades, et binoomi arendi neljanda ja kolmeteistkümnenda liikme kordajad on võrdsed.

154. Leida binoomi $(\frac{a}{x} - \sqrt{x})^{16}$ arendi keskmine liige.

155. Binoomi $(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4})^n$ arendi kolmanda liikme kordaja on teise liikme kordajast 44 võrra suurem. Leida liige, milles x puudub.

156. Näidata, et $11^{10} - 1$ jagub 100-ga.

$$\text{Näpunäide: } 11^{10} = (10 + 1)^{10}.$$

157. Mitu ratsionaalset liiget on binoomi $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$ arendis?

Näpunäide: kasutada binoomi arendi üldliikme valemit.

158. Leida x , kui binoomi $(x + x^{\log x})^5$ arendi kolmas liige on 1000 000.

159. Leida x avaldisest $(2\sqrt[2]{2^{-1}} + \frac{4}{\sqrt[4]{4-x}})^6$, mille arendi kolmas liige on 240.

G E O M E E T R I A

I. Planimeetria

1. Konstruksioonülesandeid

160. Kasutades ainult sirklit ja joonlauda, joonestada nurk 150° , 105° ja $52^\circ 30'$.

161. Ringi, mille raadius on 30 mm, joonestada kõõlud $MN = 12$ mm ja $PQ = 16$ mm. Konstrueerida: 1) kaarte MN ja PQ summa; 2) kaarte PQ ja MN vahe; 3) kaar, mis on kaarest MN kolm korda pikem.

162. Lõik pikkusega 17 cm jaotada osadeks suhtes $2 : 7 : 3$.

163. Linnas on kolm vabrikut, millede vahelised kaugused on 3500 m, 2400 m ja 1900 m. Iga vabriku vile kostab 4 km kaugusele. Joonestada plaan ja leida sellel piirkond, kuhu kostavad kõigi kolme vabriku viled.

164. Joonestada kolmnurk, kui on antud kaks külge ja kolmanda külje mediaan.

Näpunäide. Kasutada rööpkülikut, mille üheks diagonaaliks on mediaani kahekordne.

165. Konstrueerida kolmnurk, kui on antud üks külge a , külgedele c ja b vahe $c - b$ ning külje c vastasnurk γ .

166. Nurga $\angle ACB = 120^\circ$ haaradel on võetud lõigud $CA = CB = 4$ cm. Konstrueerida ringjoon läbi punktide A , B ja C . Kui suur on selle ringjoone raadius?

167. Antud on lõigud a , b ja c , kusjuures $c < b$. Konstrueerida lõigud $x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ja $y = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$.

168. Konstrueerida ristkülik, kui on antud tema diagonaal ja külgede suhe $2 : 1$.

169. On antud ristküliku lähisküljed a ja b , kusjuures $a > b$. Leida küljel a punkt, millest selle vastaskülge on näha täisnurgas. Millal ülesandel on kaks lahendit, millal üks la-

hend, millal lahend puudub?

170. On antud ristküliku lähisküljed a ja b, kusjuures $a > b$. Leida pikemal küljel punkt, millest vastaskülge ja üks lähiskülge on näha võrdsete nurkade all.

2. Arvutusülesandeid

171. Kolmnurga kaks külge on 1,9 m ja 0,8 m. Leida kolmas külge, kui tema pikkus meetrites väljendub täisarvuna.

172. Kolmnurga nurgad suhtuvad nagu $\frac{1}{2} : \frac{1}{9} : \frac{2}{9}$. Leida nurgad.

173. Leida rööpküliku nurgad, kui nurk ühest ja samast tipust eri külgedele tõmmatud kõrguste vahel on $0,3\pi$.

174. Kolmnurga ühe külje pikkus on 60 cm, sellele küljele toetuva kõrguse pikkus 12 cm ja mediaani pikkus 13 cm. Leida teiste külgede pikkused.

175. Nürinurkse kolmnurga kaks külge on 25 cm ja 6 cm, tema pindala on 60 cm^2 . Leida kolmas külge.

176. Täisnurkse kolmnurga kaatetid suhtuvad nagu 2 : 3. Kuidas suhtuvad pindalad kolmnurkadel, milledeks kõrgus jaotab selle kolmnurga?

177. Kolmnurga ümbermõõt on 4,5 cm ja sisenurga poolitaja jaotab vastaskülje osadeks, mille pikkused on 9 mm ja 6 mm. Leida kolmnurga küljed.

178. Täisnurkse kolmnurga täisnurga poolitaja jaotab hüpotenuusi osadeks, mis suhtuvad nagu 4 : 3. Hüpotenuusile tõmmatud kõrgus on 4,8 cm. Leida selle kolmnurga kaatetid.

179. Toa aken laiusena 1 m on raudteega paralleelne. Istudes toas 2 m kaugusel aknast, võib möödasõitvast rongist korraga näha 10 vagunit. Vaguni pikkus (koos puhvritega) on 8 m. Leida maja kaugus raudteest.

180. Võrdhaarse kolmnurga mittevõrdsete külgede pikkused on 4 cm ja 8 cm. Leida alusnurkade poolitajate ja haarade lõikepunktide vaheline kaugus.

181. Kolmnurga küljed on a, b ja c. Leida küljele a toetuv mediaan.

182. Kolmnurk ABC on jaotatud kolmeks pindvõrdseks kujundiks sirgetega, mis on paralleelsed küljega AC. Leida, millisteks osadeks jaotavad need sirged külje AB = a.

183. Leida võrdhaarse kolmurga ümberjoonestatud ringjoone raadius, kui kolmurga haar on b ja kõrgus on h.

184. Trapetsi diagonaal jaotub diagonaalide lõikepunktis suhtes 2 : 3. Trapetsi keskloik on 50 mm. Leida trapetsi alused.

185. Täisnurkse trapetsi alused on a ja b ning lühem haar on c. Leida diagonaalide lõikepunkti kaugused alusest a ja lühemast haarast.

186. Leida trapetsi pindala, kui aluste pikkused on 16 cm ja 44 cm ning haarade pikkused 17 cm ja 25 cm.

187. Kahe teineteist väliselt puudutava ringjoone ühine väline puutuja lõikab keskpunkte ühendavat sirget punktis, mis asub keskpunktidest vastavalt 15 cm ja 30 cm kaugusel. Leida ringjoonte raadiused.

188. Kahe ringjoone ühine sisemine puutuja jaotab keskpunktide vahelise lõigu osadeks, millede vahe on 16 mm. Leida keskpunktide vaheline kaugus, kui ringjoonte raadiused on 36 mm ja 24 mm.

189. Kahe rihmaratta keskpunktide vaheline kaugus on 7 m, rataste läbimõõdud on 1 m. Leida neil oleva rihma pikkus.

190. Kui palju suureneks maakera ümbermõõt, kui tema raadius suureneks 1 m võrra?

191. Hammasrattal on 27 hammas, naaberhammade tippude vaheline kaugus on 2 cm. Leida ratta raadius.

192. Seinakella pendel võngub 34° ulatuses, pendli pikkus on 47 cm. Leida kaare pikkus, mille kujundab pendli ots.

193. Leida suurim raskus, mida võib riputada 2,5-mm läbimõõduga messingtraadi külge, kui traadi tõmbetugevus on $6,5 T \text{ 1 cm}^2$ kohta.

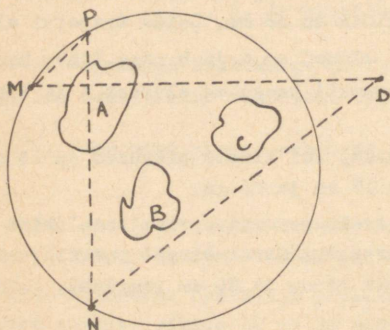
194. Võrdhaarse trapetsi alused on 9 ja 36 cm. Leida trapetsisse joonestatud ringi pindala.

195. Arvutada Kuu varju pikkus, kui Kuu asetseb Päikesest 150 milj. km kaugusel ja Päikese läbimõõt on Kuu läbimõõdust

404 korda suurem.

196. Võrdhaarse kolmnurga alus on 16 cm ja haar on 17 cm. Arvutada ümberjoonestatud ringi ja sissejoonestatud ringi pindalade suhe.

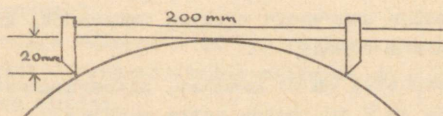
197. Sadama lähistel on madalikud A, B, C, mida laevadel



on vaja vältida. Laevade juhtimise kergendamiseks on punktidesse M ja N paigutatud tuletornid, mis asetsevad hädaohtlikku piirkonda haaraval ringjoonel. Juhtides laeva D sadamasse, mõõdab loots nurga MDN laevast tuletornidesse suunatud sihtide vahel. Kuidas saab loots, teades piir-

denurga MPN suurust, veenduda, et laev D ei ole hädaohtlikus piirkonnas?

198. Palgi läbimõõtu võib määrata juuresoleval joonisel kujutatud riista abil. Leida palgi läbimõõt joonise andmetel.



199. Millisel hulknurgal on niisama palju külgi kui diagonaale?

200. Trapetsi alused on 5 cm ja 7 cm. Kui pikk on alustega paralleelne lõik, mis jaotab trapetsi kaheks pindvõrdseks osaks?

3. Tõestusülesandeid

201. Tõestada, et kumera nelinurga külgede keskpunkte järjestikku ühendavad lõigud moodustavad rööpküliku.

202. Tõestada, et igas trapetsis 1) haarade ja diagonaalide keskpunktid asetsevad ühel sirgel; 2) diagonaalide kesk-

punktide vaheline kaugus võrdub aluste poolvahega.

203. Tõestada, et täisnurkses kolmnurgas täisnurga poolitaja poolitab nurga samast tipust väljuva kõrguse ja mediaani vahel.

204. Kolmnurga ABC mediaanide lõikepunkt on M. Tõestada, et kolmnurga AMB pindala on $\frac{1}{3}$ antud kolmnurga pindalast.

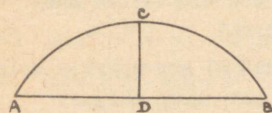
205. Ringjoon on jaotatud neljaks kaareks. Tõestada, et sirged, mis ühendavad üksteise vastas asetsevate kaarte keskpunkte, on risti.

206. Kaks ringjoont puudutavad teineteist väliselt. Tõestada, et välise puutuja lõik on diameetrite geomeetriline keskmine.

207. Teravnurkses kolmnurgas ABC kõrgused BD ja CE lõikuvad punktis H. Tõestada, et 1) $EH \cdot CH = BH \cdot HD$; 2) $AB \cdot AE = AC \cdot AD$; 3) $AD \cdot CD = BD \cdot HD$.

208. Ristküliku diagonaalile ehitatud ruudu pindala osutus kaks korda suuremaks kui ristküliku pindala. Tõestada, et see ristkülik on ruut.

209. Tõestada, et juuresoleval joonisel kujutatud kaare AB raadiust võib arvutada valemi



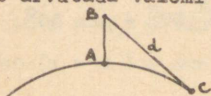
$$r = \frac{a^2}{8h} + \frac{h}{2}$$

järgi, kus $a = AB$ ja $h = CD$ (D on kõõlu AB keskpunkt).

Arvutada 1) nõguspeegli kõverusraadius, kui peegli laius on 10 cm ja sügavus 0,8 cm; 2) sümmeetrilise kaksikkumera lääts kõverusraadius, kui lääts läbimõõt on 4 cm ja paksus 2 mm.

Näpunäide. Kasutada teoreemi diameetri ja kõõlu lõikumisest.

210. Tõestada, et vaatleja B vaatekaugust horisondini BC võib arvutada valemi järgi $d = \sqrt{2Rh + h^2}$, kus $h = AB$ on vaatleja kõrgus merepinnast ja R on Maa raadius ($2R \approx 12800$ km).



Et h on väike võrreldes Maa raadiusega, siis võib arvutamisel kasutada ka valemit $d \approx \sqrt{2Rh}$.

Kui kaugele võib näha 1) tasasel maastikul seisev inimene ($h = 1,7$ m), 2) lendur 2 km kõrguselt?

II. Trigonomeetria

1. Nurga ja kaare mõõtmine

Trigonomeetriliste funktsioonide põhiomadused

211. Hammasrattal on 120 hammast. Missuguse nurga võrra pöördub ratas, kui teda pöörata a) 137 hamba võrra kellaosuti liikumisele vastupidises suunas, b) 200 hamba võrra kellaosuti liikumise suunas?

212. Kaevuämber tõuseb 2 m võrra, kui vinna käepidet pöörata 5 täispöört kellaosuti liikumise suunas. Missuguse nurga võrra tuleb käepidet pöörata, et ämber a) tõuseks 1,5 m võrra, b) laskuks 1,25 m võrra?

213. Kaks hammasratast on ühendatud teineteisega nii, et nad pöörlevad vastandsuundades. Vedaval hammasrattal on 30 hammast, veetaval 45. Missuguse nurga võrra pöördub veetav hammasratas, kui vedav ratas pöördub 240° võrra?

214. Väljendada kraad- ja radiaanmõõdus a) korrapärase kolmnurga sisenurk; b) võrdhaarse täisnurkse kolmnurga nurgad; c) korrapärase viisnurga sisenurk; d) korrapärase kaksteistnurga sisenurk.

215. Konstrueerida nurgad, mille a) siinus on $\frac{1}{2}$; b) koosinus on $-\frac{3}{4}$; c) tangens on 3; d) kootangens on $-1,5$.

216. Arvutada:

a) $\tan^2 30^\circ + 2 \sin 60^\circ + \tan 45^\circ + \tan(-60^\circ) + \cos^2 30^\circ$;

b) $\cot^2 45^\circ + \cos(-60^\circ) - \sin^2(-60^\circ) + \frac{3}{4} \cot^2(-60^\circ)$;

c) $\cos 60^\circ - \tan^2 45^\circ + \frac{3}{4} \tan^2(-30^\circ) + \cos^2 30^\circ - \sin 30^\circ$.

217. Määrata järgmiste trigonomeetriliste funktsioonide märgid:

- a) $\sin 248^\circ$; b) $\tan(-194^\circ)$; c) $\cos 806^\circ$; d) $\sin 4$;
e) $\cos(-2)$; f) $\cot(-1)$; g) $\tan 1,6$.

218. Taandada teravnurga funktsioonideks:

- a) $\sin 167^\circ 15'$; $\cos 229^\circ$; $\tan 738^\circ$; $\cot(-165^\circ)$; $\sin 1006^\circ$;
 $\cos 348^\circ$; $\tan(-237^\circ)$; $\cot(-568^\circ)$; $\cos(-133^\circ 16')$; $\sin 500^\circ$;
b) $\sin 7$; $\sin(-3,5)$; $\cos 2$; $\cos 10$; $\tan 6,37$; $\tan 11,3$;
 $\cot(-5,2)$; $\cot 16,5$; $\sin 30$; $\cos 200$.

219. Taandada teravnurga funktsioonideks ja leida väärtused (vajaduse korral tabelite abil):

- a) $\sin 210^\circ$; $\cos 330^\circ$; $\tan(-225^\circ)$; $\cot 7200^\circ$;
b) $\cos \frac{8}{3}\pi$; $\sin 7\pi$; $\tan(-\frac{5\pi}{2})$; $\cot \frac{13}{6}\pi$;
c) $\sin 6$; $\cos(-5)$; $\tan 3,9$; $\tan(-4)$.

220. Lihtsustada järgmised avaldised:

- a) $\sin(90^\circ + x) + \cos(x - 180^\circ) + \tan(270^\circ + x) + \cot(360^\circ - x)$;
b) $\sin(90^\circ + x) \sin(270^\circ - x) + \cos(x - 90^\circ) \sin(x - 180^\circ)$;
c) $\cos 999^\circ \sin 99^\circ + \sin 171^\circ \sin 261^\circ + \cot 1089^\circ \cot 630^\circ$;
d) $1 + \sin(x - 2\pi) \cos(x - \frac{3\pi}{2}) - \tan(\pi - x) \tan(\frac{3\pi}{2} - x) - 2\cos^2 x$;
e) $\sin^2(\pi - x) + \tan^2(\pi - x) \tan^2(\frac{3\pi}{2} + x) - \sin(\frac{\pi}{2} + x) \cos(x - 2\pi)$;
f) $\frac{\tan(\pi - x) \sin(1,5\pi + x)}{\cos(\pi + x) \tan(1,5\pi + x)}$.

221. Leida tabelite abil a) $\cos(\sin 1)$; b) $\cos[\sin(-0,5)]$.
Missuguse märgiga on avaldise $\cos(\sin x)$ väärtused?

222. Leida väikseim α väärtus igas järgmises samasuses:

- a) $\sin(x + \alpha) \equiv \sin x$; b) $\sin(x + \alpha) \equiv \cos x$;
c) $\cos(x + \alpha) \equiv \cos x$; d) $\tan(x + \alpha) \equiv \tan x$;
e) $\cot(x + \alpha) \equiv \cot x$.

223. Otsustada, missugused järgmistest võrdustest on samasused, missugused mitte:

a) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$;

b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$;

c) $\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$;

d) $\tan(\pi + x) = \tan x$;

e) $\cos(\pi - x) = \sin x$.

224. Mille poolest erinevad üksteisest järgmiste funktsioonide graafikud?

a) $y = \sin x$ ja $y = \sin(x + \alpha)$; b) $y = \sin x$ ja $y = \frac{1}{2} \sin x$;

c) $y = \sin x$ ja $y = \sin 2x$; d) $y = \sin x$ ja $y = 1 + \sin x$;

e) $y = \sin x$ ja $y = |\sin x|$; f) $y = \sin x$ ja $y = \sin|x|$.

225. Leida võrratuste lahendid vahemikust 0 kuni 2π ja kujutada need ringis:

a) $\sin x - 0,5 > 0$; b) $\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$;

c) $\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$; d) $\tan x - 1 > 0$;

e) $\cot x - \sqrt{3} < 0$; f) $\frac{1}{2} - \cos x > 0$.

226. Ringi raadius $r = 25$ cm. Leida a) niisuguse kaare pikkus, mille radiaanmõõt on 1,25; b) niisuguse kaare pikkus, mille kraadmõõt on 144° .

2. Trigonomeetriliste avaldiste teisendamine

227. Avaldada järgmised murrud $\tan x = t$ kaudu:

a) $\frac{2\sin x + \cos x}{\cos x - 3\sin x}$;

b) $\frac{1 + 2\sin x \cos x}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x}$;

c) $\frac{3 + \cos x \sin x}{\cos^2 x - 5\sin^2 x}$.

228. Arvutada:

a) $\frac{1 - 2\cos^2 x}{3\sin x \cos x}$, kui $\tan x = \frac{5}{12}$;

b) $\frac{\sin u + 2\cos u}{\cos u - 3\sin u}$, kui $\tan u = \frac{1}{2}$.

229. Arvutada $\frac{\sin x}{2 - \cos x}$, kui $\cot \frac{x}{2} = 2$ ja x on teravnurk.

230. Arvutada nurga $\frac{x}{4}$ trigonomeetrilised funktsioonid teades, et $\sin x = -0,96$ ja $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$.

231. Tõestada samasused:

a) $(\sin x + \tan x)(\cos x + \cot x) = (1 + \sin x)(1 + \cos x)$;

b) $\left(\sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} - \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} \right)^2 = 4\tan^2 x$;

c) $\frac{1 - \sin^4 x - \cos^4 x}{\cos^4 x} = 2\tan^2 x$;

d) $3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$;

e) $\frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y = -1$.

232. Lihtsustada järgmised avaldised:

a) $\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} - \frac{(\cot^2 x - 1)^2}{\cot^2 x}$;

b) $\sin^2 x \sin^2 y + \cos^2 x \cos^2 y + \sin^2 x \cos^2 y + \cos^2 x \sin^2 y$;

c) $\frac{1}{1 + \tan^2 100^\circ} + \frac{1}{1 + \cot^2 100^\circ}$;

d) $(a \sin x + b \cos x)^2 + (b \sin x - a \cos x)^2$;

11^A e) $\sin^3 x(1 + \cot x) + \cos^3 x(1 + \tan x)$;

f) $\frac{\sin^2 x}{\sin x - \cos x} - \frac{\sin x + \cos x}{\tan^2 x - 1}$.

233. Teisendada järgmised avaldised korrutisteks:

a) $\sin 38^\circ + \cos 22^\circ$; b) $\sin(60^\circ + y) - \sin(60^\circ - y)$;

c) $\cos 2 - \cos 6$; d) $\sin 3x + \sin 7x$;

e) $\sin A - \cos B$; f) $\sin^2 u - \sin^2 v$.

234. Teisendada järgmised korrutatise trigonomeetriliste funktsioonide summaks või vaheks:

a) $2 \sin 3 \sin 5$; b) $\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{8}$;

c) $2 \sin(x - y) \cos(x + y)$; d) $\sin A \sin 2A$;

e) $\sin 55^\circ \cos 33^\circ$; f) $\cos x \cos(x + 1)$.

235. Arvutada $\cos(u - v)$ ja $\sin(u + v)$, kui $\tan u = \frac{3}{4}$ ja $\tan v = \frac{5}{12}$ (u ja v on teravnurgad).

236. Arvutada $\cot \frac{x}{2}$ ja $\cot \frac{x}{4}$, kui $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ ja $45^\circ < x < 90^\circ$.

237. Arvutada a) $\cos 2x$, kui $\tan x = \sqrt{2}$;

b) $\cos x$, kui $\cot \frac{x}{2} = \frac{2}{3}$;

c) $\sin 2x$, kui $\tan x = 2,5$.

238. Arvutada $\tan \frac{x}{2}$, kui $\tan x = \frac{4}{3}$ ja $180^\circ < x < 270^\circ$.

239. Arvutada ilma tabeliteta a) $\sin 15^\circ$; b) $\tan 105^\circ$.

240. Kolmurga kahe nurga tangensid on 2 ja 3. Leida kolmas nurk.

241. Tõestada, et kui

$$\tan x = \frac{1}{7} \text{ ja } \sin y = \frac{1}{\sqrt{10}},$$

siis

$$x + 2y = \frac{\pi}{4};$$

kus x ja y on teravnurgad.

242. Arvutada $a \sin 2x + b \cos 2x$ teades, et $\tan x = \frac{a}{b}$.

243. Tõestada samasused:

a) $12 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} (\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}) = 3 \sin 2x;$

b) $\frac{\sin 3x + \sin 5x + \sin 7x}{\cos 3x + \cos 5x + \cos 7x} = \tan 5x;$

c) $\tan\left(\frac{\pi}{4} - a\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} + a\right) = \frac{2}{\cos 2a};$

d) $\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + \frac{x}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x;$

e) $\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \tan(45^\circ + x);$

f) $2 \sin(45^\circ + x) \sin(45^\circ - x) = \cos 2x;$

g) $\sin x - \cos x \tan \frac{x}{2} = \tan \frac{x}{2};$

244. Leida $\sin(x + y + z)$ ja $\cos(x + y - z)$ teades, et $\sin x = \frac{3}{5}$, $\sin y = \frac{12}{13}$ ja $\sin z = \frac{7}{25}$ (x , y ja z on teravnurgad).

3. Trigonomeetrilised võrrandid

245. Leida järgmised suurused:

a) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2};$

c) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2};$

b) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right);$

d) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right);$

e) $\arcsin(-0,2)$;

h) $\operatorname{arccot} 1$;

f) $\arctan \sqrt{3}$;

i) $\operatorname{arccot}(-1)$;

g) $\arctan(-\sqrt{3})$;

k) $\operatorname{arccot}(-2)$.

246. Leida järgmiste suuruste kõik väärtused vahemikust 0 kuni 2π :

a) $\operatorname{Arcsin} \frac{1}{2}$;

g) $\operatorname{Arcsin} 0,7831$;

b) $\operatorname{Arccos} \frac{\sqrt{2}}{2}$;

h) $\operatorname{Arccos}(-0,48)$;

c) $\operatorname{Arctan}(-\sqrt{3})$;

i) $\operatorname{Arctan} 1,1616$;

d) $\operatorname{Arccot} 1$;

k) $\operatorname{Arccot} 2,3$

e) $\operatorname{Arccos} 0,5$;

l) $\operatorname{Arctan}(-1)$;

f) $\operatorname{Arcsin} 0$;

m) $\operatorname{Arcsin}(-0,1)$.

247. Kirjutada järgmiste suuruste üldavaldised:

a) $\operatorname{Arcsin} 1$;

d) $\operatorname{Arcsin} 0,5$;

b) $\operatorname{Arccos} 0$;

e) $\operatorname{Arccos}(-0,9323)$;

c) $\operatorname{Arctan}(-\frac{\sqrt{3}}{3})$;

f) $\operatorname{Arctan} 2$.

248. Leida (suuliselt):

a) $\sin(\arctan 1)$;

e) $\tan(\arctan \sqrt{3} - \arctan \frac{1}{3})$;

b) $\tan(\arcsin 0,5)$;

f) $\sin[\arctan(-1)]$;

c) $\sin[\operatorname{arccos}(-\frac{\sqrt{2}}{2})]$;

g) $\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{arccos} 0$;

d) $\cot(2 \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2})$;

h) $(\arctan 1)^2$.

249. Lahendada järgmised võrrandid:

- a) $\sin x = 1$; e) $\sin 2x = -0,7$;
b) $\cos x = -0,5$; f) $\cos \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
c) $\tan x = \sqrt{3}$; g) $\tan(x + \frac{\pi}{6}) = 1$;
d) $\cot x = 1,7$; h) $\cot(3x - 1) = \sqrt{3}$.

250. Lahendada järgmised võrrandid:

- a) $2 \sin 3x - 1 = 0$; d) $\cos(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}) = 1$;
b) $\cos(\frac{x}{3} - 30^\circ) + 1 = 0$; e) $\tan(x + 15^\circ) - \sqrt{3} = 0$;
c) $\sin^2(\frac{x}{2} + 60^\circ) - 1 = 0$; f) $\cot(2x - 28^\circ) + 1 = 0$.

251. Lahendada järgmised võrrandid:

- a) $3 \cos 5x - 2 = 0$; d) $10 \cot(2x - \frac{\pi}{3}) = 1$;
b) $5 \sin \frac{x}{3} = 7$; e) $3 \sin x = 11 \cos x$;
c) $\tan \frac{3x}{2} = 5$; f) $\frac{\sin x + 2 \cos x}{\sin x - 2 \cos x} = 4$.

252. Lahendada järgmised võrrandid:

- a) $\cos \frac{x}{2} + \cos x = 1$; ✓c) $1 + \cos x + \cos \frac{x}{2} = 0$;
b) $\cos^2 x + \sin x \cos x = 1$; d) $8 \sin x \cos 2x \cos x = \sqrt{3}$;
e) $\sin x + \cos x = \cos 2x$.

253. Lahendada järgmised võrrandid:

- a) $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 2x$; c) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1,5$;
b) $\sin^4 x + \cos^4 x = 0,5$; d) $\tan x^2 = 1$.

254. Lahendada järgmised võrrandid:

a) $\frac{1 + \cos 2x}{\cos x} = 0;$

c) $\frac{\tan 2x}{\tan x} + \frac{\tan x}{\tan 2x} = -2;$

b) $\frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{2};$

d) $\tan 3x = \sin 6x.$

4. Kolmnurkade lahendamine

255. Joonestada täisnurkne kolmnurk, mille kaatetid on 3 cm ja 7 cm. Leida arvutuslükati abil hüpotenuus ja teravnurgad ning kontrollida tulemusi otsese mõõtmise teel.

256. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on a ja b, teravnurgad vastavalt α ja β ning pindala S. Täita järgmine tabel. Arvutused teostada 1) tabelite abil, 2) arvutuslükati abil.

Jrk. nr.	a	b	c	α	β	S
1	49,2	24,0				
2		6,32	8,54			
3	7,3			$3^{\circ}30'$		
4			25	52°		
5	16,5				$20^{\circ}20'$	

257. Nurgasse, mille suurus on 50° , tuleb joonestada ringjoon raadiusega 2,5 cm. Leida ringi keskpunkti kaugus nurga tipust.

258. Võrdhaarse kolmnurga alus on 40% haarast. Leida kolmnurga nurgad.

259. Ristküliku külgede pikkused on 25,4 cm ja 16,7 cm. Leida diagonaalide vaheline nurk.

260. Leida ümbermõõt ristkülikul, mille diagonaal pikkusega 100 cm moodustab küljega nurga 70° .

269. Rõõpküliku teravnurk on α ja diagonaalide lõikepunkti kaugused mittevõrdsetest külgedest on m ja n . Avaldada rõõpküliku diagonaalid ja pindala.

270. Kolmnurga külge pikkusega 33 cm on jaotatud 3 võrdseks osaks. Jaotuspunktid on ühendatud selle külje vastastipuga. Leida vastastipu juures tekkivad nurgad, kui antud külje lähimnurgad on 44° ja $54^\circ 6'$.

271. Rombi teravnurk on α . Leida nurk, mille all paistab rombi külge vastaskülje keskpunktist. Missuguses rombis see nurk omab maksimaalset väärtust?

272. Kolmnurga kaks nurka suhtuvad nagu 1 : 2, nende vastasküljed aga suhtuvad nagu 1 : $\sqrt{3}$. Leida selle kolmnurga nurgad.

273. Kolmnurga nurgad on seotud võrdusega $\sin A = 2\sin B \cos C$. Tõestada, et see kolmnurk on võrdhaarne.

Näpunäide. Teisendada $\sin B \cos C$ summaks.

274. Kolmnurga küljed on seotud võrdusega $\frac{a^2 - (b - c)^2}{bc} = 1$. Leida nurk A.

III. Stereomeetria

1. Konstruksioonülesandeid

275. Püramiidi SABC tahul SAB on antud punkt M ja tahul SBC punkt N. Teha joonis ja leida sellel:

- tasapindade SMN ja SAB lõikejoon;
- tasapindade SMN ja SBC lõikejoon;
- tasapindade SMN ja ABC lõikejoon;
- sirge MN ja tasapinna ABC lõikepunkt;
- tasapindade SMN, ABC ja SAC lõikepunkt (eeldusel, et neil leidub ühine punkt);
- sirge MN ja tasapinna SAC lõikepunkt.

276. Püramiidi SABC serval SA on antud punkt M, serval SB punkt N ja serval SC punkt P. Teha joonis ja leida sellel:

- punktid, kus sirged MN, NP ja PM lõikavad tasapinda ABC;
- tasapindade ABC ja MNP lõikejoon.

277. Püramiidi SABC tahul SAB on antud punkt M, tahul SBC punkt N ja serval SC punkt P. Teha joonis ja leida sellel:

- püramiidi SABC lõige tasapinnaga MNP;
- tasapindade ABC, SBC ja MNP ühine punkt (kui selline leidub).

278. Püramiidi SABC tahul SAB on antud punkt M, tahul SBC punkt N ja tahul SAC punkt P. Teha joonis ja leida sellel tasapindade ABC ja MNP lõikejoon.

279. Rööptahuka $A B C D A_1 B_1 C_1 D_1$ serval AB on antud punkt M ja serval AD punkt N. Teha joonis ja esitada sellel rööptahuka lõige tasapinnaga MNC_1 .

Näpunäide. Kasutada punkte, kus sirge MN lõikab tasapindu BCC_1 ja DCC_1 .

280. Rööptahukas on lõigatud tasapinnaga, mis läbib kahel lähistahul antud punkte M ja N ning nende tahkude ühisel serval antud punkti P. Teha joonis ja kujutada sellel rööptahuka lõige tasapinnaga MNP.

281. Lõigata rööptahukas tasapinnaga, mis läbib kolme paariti kiivse serva keskpunkte.

Näpunäide. Leida esmalt punkt, kus kahte antud punkti läbiv sirge lõikab selle tahu tasapinda, millel asetseb kolmas antud punkt.

2. Arvutusülesandeid

282. Võrdkülgse kolmnurga tasapind moodustab kolmnurga üht külge läbiva tasapinnaga kahetahulise nurga 60° . Leida nurgad, mis kolmnurga kaks külge moodustavad kolmandat külge läbiva tasapinnaga.

283. Võrdhaarne täisnurkne kolmnurk, mille hüpotenuus on c , asetseb nii, et tema kaatetid moodustavad hüpotenuusi läbiva tasapinnaga T nurga 30° . Leida

- a) täisnurga tipu kaugus tasapinnast T ;
- b) kolmnurga tasapinna ja tasapinna T vaheline nurk.

284. Kolmnurga kaatetid on 14 cm ja 48 cm. Täisnurga tipust on tõmmatud kolmnurga tasapinnaga ristuv lõik pikkusega 6 dm. Leida ristlõigu otspunktide kaugused hüpotenuusi keskpunktist.

285. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 24 cm ja 32 cm. Ruumis olev punkt M asetseb kolmnurga külgedest 10 cm kaugusel. Leida selle punkti kaugus kolmnurga tasapinnast.

286. Kuubi $A B C D A_1 B_1 C_1 D_1$ serva pikkus on a . Serval AA_1 on võetud punkt M nii, et $AM : MA_1 = 1 : 2$. Kui kaugel tahul $A B C D$ keskpunktist asetseb selle tahu ja sirge $C_1 M$ lõikepunkt?

287. Kuubis $A B C D A_1 B_1 C_1 D_1$ on tehtud lõiked $A B_1 C_1 D$ ja $C B_1 A_1 D$. Leida nende lõigete poolt moodustatud kahetahulise nurga suurus.

288. Ruudukujulise põhjaga kioskile on vaja ehitada püramiiditaoline katus. Arvutada, kui suure alusnurgaga on võrd-

haarseid kolmnurki kujutavad katuse tahud, kui katuse kalde-
nurk on 45° .

289. Korrapärase kolmnurkse prisma $A B C A_1 B_1 C_1$ kõrgus
on 6 dm ja kahetahuline nurk põhja ning lõike $A_1 B C$ vahel on
 45° . Leida prisma täispindala.

290. Korrapärase kolmnurkse prisma põhiserv on a. Tasapind,
mis läbib prisma üht põhiserva ja selle vastas asetsevat teise
põhja tippu, jaotab prisma pinna suhtes 2 : 3. Leida prisma
täispindala.

291. Püströöptahuka $A B C D A_1 B_1 C_1 D_1$ diagonaalid
 $B D_1 = 6$ cm ja $A_1 C = 8$ cm on teineteisega risti. Leida rööp-
tahuka ruumala, kui serv $AB = 3$ cm.

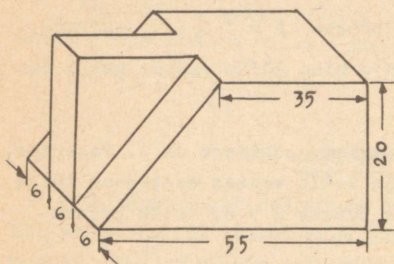
292. Püströöptahuka põhjaks on romb. Diagonaalõigete pind-
alad on 3 dm² ja 875 cm². Leida rööptahuka külgpindala.

293. Hoone pikkus on $37,5$ m, laius $10,5$ m ja kõrgus $12,8$ m.
Hoonel on 4 välisust mõõtmega $1,8 \times 2,4$ m ja 66 akent mõõt-
metega $1,6 \times 2,25$ m. Kui palju kulub krohvisegu selle hoone
välisseina katmiseks, kui seina 1 m² krohvimiseks kulub 20 kg
krohvisegu?

294. Kärgetellise välismõõtmed on $250 \times 120 \times 103$ mm, kus-
juures igas tellises on 105 ava mõõtmega $8 \times 8 \times 103$ mm.
1952.a. toodeti Eesti NSV-s 25 miljonit kärgetellist. Mitu ton-
ni (erikaal $1,9 \frac{g}{cm^3}$) kulus toormaterjali vähem, võrreldes ha-
rilike tellistega?

295. Korrapärase kuusnurga kujulise keraamilise plaadi kaal
on 450 g, paksus 13 mm ja laius (paralleelsete vastasservade
vaheline kaugus) 145 mm. Arvutada materjali erikaal.

296. Korrapärase kuusnurkse prisma lühem diagonaal moodus-
tab põhitahuga 30° nurga. Kui suure nurga moodustab külgtahu
diagonaal põhjaga?



297. Arvutada juuresoleval
joonisel kujutatud detaili
kaal ($\rho = 7,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$), kui de-

taili mõõtmised on joonisel an-
tud millimeetrites.

298. Kolmnurkse püramiidi
külgservevad on omavahel risti
ja nende pikkused on 2 cm, 4 cm
ja 16 cm. Leida püramiidi kül-
g-pindala.

299. Korrapärase tetraeedri tippudeks on kuubi neli tippu.
Leida tetraeedri ja kuubi ruumalade suhe.

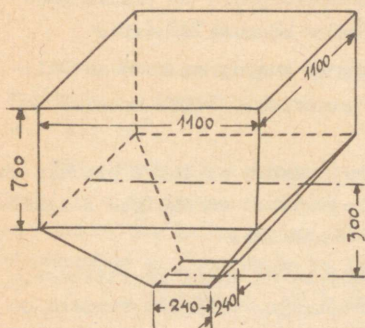
300. Püramiidi põhjaks on ruut. Üks külgservevadest on põhja-
ga risti ja kõige pikem külgservev on 12 cm. Leida püramiidi kõr-
gus, kui on teada, et kaks külgtahku moodustavad põhjaga nur-
gad 45° .

301. Püramiidi põhjaks on romb, mille küljed ja üks diago-
naal on a . Püramiidi kõrgus võrdub põhja pikema diagonaaliga
ja väljub rombi teravnurgast. Leida 1) püramiidi külgservevad,
2) külgservevade ja põhja vahelised nurgad, 3) külgtahkude ja dia-
gonaallõigetete pindalad.

302. Korrapärane nelinurkne püramiid on lõigatud tasapin-
naga, mis läbib üht põhiserva ja kõrguse keskpunkti. Leida sel-
le lõike kaugus tipust, kui püramiidi põhiservev on 9 cm ja kõr-
gus on 12 cm.

303. Püramiidi põhja pindala on 50 dm^2 . Püramiidis on kaks
põhjaga paralleelset lõiget, millede pindalad on 18 dm^2 ja
 32 dm^2 . Lõigete vahel asetsev külgserveva osa on 4 dm. Leida
külgserveva pikkus.

304. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi põhjade pinda-
lad on 98 cm^2 ja 450 cm^2 ning diagonaal on 26 cm. Leida nurk
külgserveva ja põhja vahel.



305. Viljakaalu punker koosneb korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi kujulisest osast ja selle peal asetsevast risttahukakujulisest osast. Nende osade mõõtmed on millimeetrites antud joonisel. Funker mahutab 650 kuni 750 kg teri. Leida vilja erikaal.

306. Silindri raadius on r . Leida telglõike ja sellega paralleelse, kuid kaks korda väiksema pindalaga lõike vaheline kaugus.

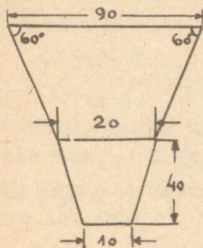
307. Silindri kõrgus on 15 cm ja põhja raadius on 5 cm. Lõigu $AB = 17$ cm otsad asetsevad põhja ringjoontel. Leida lõigu kaugus silindri teljest.

308. Silindrikujulise bensiinitsisterni telg asetseb horisontaalselt. Tsisterni läbimõõt on 140 cm ja pikkus 3 m. Mõdukepi abil leiti, et bensiini on tsisternis 35 cm kõrguselt. Leida bensiini ruumala, kui on teada, et segmendi pindala on ligiakudu $\frac{2}{3}bh$, kus b on segmendi alus ja h segmendi kõrgus.

309. Leida koonuse külgpinnalaotuse kui sektori nurk teades, et koonuse telglõike tipunurk on a) 60° , b) 90° .

310. Tüvikoonuse telg jaotab telglõike diagonaali lõikudeks $6\frac{7}{8}$ cm ja $13\frac{1}{8}$ cm. Leida põhjade raadiused, kui moodustaja on 13 cm.

311. Kui palju kulub plekki joonisel kujutatud leetri valmistamiseks (mõõtmed on joonisel antud millimeetrites)? Valtsimiseks kulub 5% materjalist.



312. Trapets, mille alused on 4 cm ja 4 dm ning haarad 25 cm ja 29 cm, pöörleb oma lühema aluse ümber. Leida saadud pöördekeha ruumala ja pindala.

313. Koonuse põhja raadius on r . Kera, mille keskpunkt asetseb koonuse teljel, puudutab koonuse põhja ja jaotab moodustajad kolmeks võrdseks osaks. Leida koonuse ruumala.

314. Koonusesse on kujundatud kera, kusjuures koonuse täispindala on kaks korda suurem kera pindalast. Leida koonuse ja kera ruumalade suhe.

315. Tõestada, et kera ümber kujundatud silindri pindala on selle kera pindala ja kera ümber kujundatud võrdkülgse telglõikega koonuse pindala geomeetriline keskmine.

316. Tüvikoonuse väiksemale põhjale on ehitatud silinder, mille kõrgus võrdub tüvikoonuse kõrgusega. Silindri ruumala on $\frac{3}{13}$ tüvikoonuse ruumalast. Leida tüvikoonuse põhjade raadiuste suhe.

317. Kerasse on kujundatud korrapärase nelinurkne püramiid, mille kõrguse kera keskpunkt jaotab 4 cm ja 5 cm pikkusteks osadeks. Arvutada püramiidi ruumala.

318. Koonus, mille kõrgus on h ja nurk moodustaja ning kõrguse vahel on α , on lõigatud kerapinnaga, mille keskpunkt asetseb koonuse tipus. Leida kera raadius, kui kerapind jaotab koonuse osadeks, mille ruumalad on võrdsed.

319. Kera raadius on 25 cm. Missugust osa kerapinnast valgustab punktikujuline valgusallikas, mis asetseb kerapinnast 2 dm kaugusel?

320. Tasapind jaotab kerapinna osadeks, mis suhtuvad nagu 1 : 3. Kuidas suhtuvad tekkinud kera osade ruumalad?

321. Täisnurkne kolmnurk, mille üks kaatet on a ja selle vastasnurk α , asetseb nii, et kaatet a on tasapinnal T ja hüpotenuus moodustab sellega nurga β . Avaldada ja arvutada
1) nurga α tipu kaugus tasapinnast T , 2) kolmnurga tasapinna ja tasapinna T vaheline nurk, kui

$$a = 5,72 \text{ m}, \quad \alpha = 37^{\circ}43' \text{ ja } \beta = 48^{\circ}14'.$$

322. Võrdhaarne kolmnurk, mille alus on a ja tipunurk on α , asetseb nii, et tema alus on tasapinnal T ja haar moodustab selle tasapinnaga nurga β . Avaldada ja arvutada kolm-

nurga tipu kaugus tasapinnast T, kui

$$a = 0,752 \text{ m}, \quad \alpha = 52^{\circ}14' \text{ ja } \beta = 41^{\circ}34'.$$

323. Koonuse kõrgus on h ja telglõike tipunurk on α . Avaldada ja arvutada koonuse täispindala, kui $h = 0,807 \text{ m}$ ja $\alpha = 103^{\circ}18'$.

324. Püstprisma põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille haar on a ja tipunurk on α . Prisma on lõigatud tasapinnaga, mis läbib ühe põhja alust ja teise põhja tippu. Selle lõike alusnurk on β . Avaldada ja arvutada lõike pindala, kui

$$a = 4,78 \text{ m}; \quad \alpha = 52^{\circ}34'; \quad \beta = 63^{\circ}43'.$$

325. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja tipp asetseb tema vastastahust kaugusel b . Leida püramiidi sisse kujundatud koonuse täispindala, kui püramiidi apoteem moodustab põhitahuga nurga α .

Arvutada koonuse täispindala, kui $b = 10,16 \text{ m}$ ja $\alpha = 61^{\circ}10'$.

326. Silindrisse on kujundatud püstprisma. Prisma põhjaks on täisnurkne kolmnurk, mille lühem kaatet on b . Leida silindri külgpindala, kui prisma suurima ja vähima külgtahu vaheline kahetahuline nurk on α ning kui nende külgtahkude ühest ja samast tipust tõmmatud diagonaalid moodustavad nurga β .

Arvutada silindri külgpindala, kui

$$b = 12,5 \text{ dm}; \quad \alpha = 67^{\circ}44' \text{ ja } \beta = 48^{\circ}16'.$$

327. Koonusesse on kujundatud püramiid, mille põhjaks on täisnurkne kolmnurk. Püramiidi külgtahk, mis läbib kolmnurga üht kaatetit, moodustab põhjaga nurga α . Leida püramiidi ruumala, kui koonuse moodustaja on l ning selle kaldenurk põhja suhtes on β .

Arvutada püramiidi ruumala, kui

$$l = 12,70 \text{ dm}; \quad \alpha = 62^{\circ}14' \text{ ja } \beta = 54^{\circ}19'.$$

328. Püramiidi põhjaks on ruut. Kaks külgtahku on risti põhitahuga ja teised kaks külgtahku moodustavad põhitahuga nurgad α . Sellesse püramiidi on kujundatud kuup nii, et selle neli tippu asetsevad püramiidi külgservadel ja teised neli püramiidi põhjal. Teades, et kuubi serv on a , leida pü-

ramiidi külgpindala.

Arvutada püramiidi külgpindala, kui

$$a = 8,525 \text{ m ja } \alpha = 52^{\circ}40'.$$

329. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja ümber joonestatud ringjoone raadius on r ja tipu juures asetsev tasamurk on α . Avaldada püramiidi ruumala.

330. Korrapärase nelinurkse püramiidi külgservade kaldenurgad põhja suhtes on α ja püramiidi apoteem on m . Avaldada püramiidi ümber kujundatud koonuse täispindala.

331. Koonuse põhja sisse on kujundatud ruut, mille külj on a . Koonuse lõikamisel tasapinnaga, mis läbib ruudu külge ja koonuse tippu, tekib võrdhaarne kolmnurk, mille tipumurk on α . Avaldada koonuse ruumala ja täispindala.

332. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhiserv on a ja nurk külgserva ning põhja vahel on α . Avaldada püramiidi ruumala.

333. Leida korrapärase tetraeedri külgserva kaldenurk põhitahu suhtes.

ÜLESANNETE VASTUSEID

1. a) 24; 4032; b) 12; 21168; c) 25; 6000.
2. a) 242; b) 0,64; c) 3; d) 0,6; e) 23,865; f) $\frac{157}{280}$;
g) 100; h) 10; i) 66.
3. a) 4000; b) 40%; c) 411.
4. a) 0,873; b) 139,2; c) 37,3; 67,7; 111; 184; 259;
d) 1001; e) 0,446; f) 131,7; g) 278; h) 34,1.
5. a) 5,45; b) 0,294; c) 0,0272; d) 31900; e) 3,62;
f) 0,132; g) 0,1541; h) 7,35.
6. a) $x_1 = 2,1$; $x_2 = 2,44$; $x_3 = 176$; b) 3550; c) 0,439;
e) 6,5%, 40%, 130%, 325%.
7. a) $\frac{7}{11}$; b) $\frac{9}{37}$; c) $\frac{257}{495}$; 8. 2,4 ha. 9. 32.
10. 91 ja 101. 11. 110 tundi. 12. 405 tonni.
13. 24,6 g; 0,8 g ja 137 g. 14. 4080; 3264; 3672.
15. 396; 216; 108. 16. 348 ha ja 116 ha.
17. 89,6 ha; 57,6 ha; 40,5 ha. 18. 1350 ha. 19. 125 m.
20. 25. 21. 0,25 kg. 22. 441 g. 23. 99,2 ha. 24. 63%.
25. 18 kg. 26. 1554 ha. 27. 49,4%. 28. 1080 m³.
29. 770 tonni. 30. 1,2 kg; 0,5 kg ja 0,3 kg. 31. 105%.
32. 291 tonni. 33. 20%.
34. a) $\sqrt{13}$; 143°08'; b) 2; 0°; c) 5; 270°; d) 5; 326°18';
e) 2; 240°.
36. a) $2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{6}i$; b) -2,9 - 1,6i; c) -119 - 11i;
d) i; e) -4; f) $\frac{1}{2}(3 + 2i)$. 37. $x = 2$; $y = 3$.
39. $\frac{44 - 5i}{318}$. 40. a) $2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$;

b) $\sqrt{2}(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$;

c) $3\sqrt{10}(\cos 108^\circ 26' + i \sin 108^\circ 26')$.

41. a) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + i)$; b) 32 i; c) i; $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$.

47. 1; -1; -2; -11; 48. a = 11; b = 36; $x_3 = -\frac{2}{3}$; $x_4 = \frac{3}{2}$.

49. a) $\frac{1-4a}{3a+1}$; b) $\frac{a+6}{a(a+3)}$; c) $\frac{1}{a}$; d) $\frac{1}{a+2b}$;

e) $\frac{x-y}{2(2x-y)}$; f) $\frac{1}{abc}$; g) $\frac{n+2}{2}$. 54. 1.

55. a) $\frac{\sqrt{a}}{2a(a-b)}$; b) $2(x + \sqrt{x^2 - 1})$; c) n; d) $3\sqrt{\frac{b}{a}}$;

e) $\frac{a^2}{x^4}$. 56. 3. 57. $23 - 10\sqrt{3}$. 58. $141 + 140\sqrt{6}$.

59. a) $\frac{a^2d + 2abc}{4ad - bc}$; b) 0. 60. a) $p \neq -2$; b) $p = -2$; $q \neq 2$;

c) $p = -2$; $q = 2$.

61. a) 16; 7; b) lõpmata hulk lahendeid; c) lahendid puuduvad.

62. a) lahendid puuduvad; b) $(a+b)^2$; $(a-b)^2$; c) $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$.

63. 616 ha. 64. $\frac{120}{a-30}$; $a \leq 30$. 65. $3 + \frac{a}{8}$.

66. 41; 10 l. 67. 464 m^3 ja 726 m^3 . 68. $12 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ja $3 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$.

69. 8; 18. 70. 1,95 kg; 0,65 kg; 1,9 kg.

72. a) 11; 5; 3; b) 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; c) 3; -1; 2.

76. a) $m > \frac{2}{\sqrt{5}}$; $m < -\frac{2}{\sqrt{5}}$; b) $m = \frac{2}{\sqrt{5}}$; c) $-\frac{2}{\sqrt{5}} < m < \frac{2}{\sqrt{5}}$.

77. a) $2(a - 2b)$; $2b$; b) $\pm \frac{b}{4}\sqrt{2}$; c) $a + 1$; $b + 1$;

d) ± 5 ; $\pm m$; e) $1,5$; $-\frac{1}{3}$; 1 ; $\frac{1}{6}$.

78. ± 1 . 82. a) $x = \pm 7$; $y = \pm 5$; b) 4 ja 3; 3 ja 4;

c) a ja $\frac{a}{3}$; $-a$; $-\frac{a}{3}$; $\frac{a}{3}$ ja a ; $-\frac{a}{3}$ ja $-a$.

d) 5 ja 2; -5 ja 2; e) 4 ja 6; f) $4k$ ja k ; $-k$ ja $-\frac{1}{4}k$;

g) -1 ja 2; $-\frac{184}{21}$ ja $-\frac{79}{42}$. 83. a) 1; 5; b) 7; c) 5;

d) 0; $\frac{16}{9}$; 2; e) $\frac{25}{16}$; f) 2. 84. $24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

85. 20%. 86. $\approx 11\%$. 87. 410 ja 350 lehma; 2 ja 3 tonni.

88. $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 89. $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 90. 13.

91. 2 km; 2,5 km. 92. 500. 93. 30; 20. 94. $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

95. 24. 96. 3; 4,5. 97. 10; 5. 98. $70 \frac{\text{g}}{\text{min}}$; $49 \frac{\text{g}}{\text{min}}$.

99. 5; 14. 100. 64. 101. 15; 10. 102. $\frac{3a^2 - b}{2}$.

103. 12; 24. 104. 3 cm ja 6 cm. 105. a) $x < -2,8$; b) $x > 5$;

c) $x > -3 \frac{14}{37}$; d) $x > 4$; $x < 1$; e) $-3 < x < -\frac{5}{3}$;

f) $x > 3,5$; $x < -0 \frac{5}{3}$; g) $-\frac{17}{25} < x < -\frac{3}{8}$. 106. $2 < x < 10$;

107. $x > \frac{-4 + 2\sqrt{7}}{3}$; $x < \frac{-4 - 2\sqrt{7}}{3}$; b) võrratust ei rahulda

ükski $x-1$ väärtus; c) $-2 \leq x \leq 2$; d) $x > -2$;

e) $x > 13$; $x < -15$; $-7 < x < 7$. 108. $1 < x < 5$.

109. $4 < t < 6$. 111 $0 < m < \frac{2}{3}$. 115. 10. 116. 9.
118. 9. 119. 6. 120. 2; 5; 8; 11; 14; 17.
121. $a_1 = 1$; $q = 3$; $n = 4$. 122. 1; 2; 4; 8; 16; 32.
123. 24; 15; 6. 124. 3; 15; 75. 125. 3,6. 126. 1,4.
127. $12(3 + 2\sqrt{2})$. 128. $26(3 + \sqrt{3})$. 129. $\frac{3(1 - \sqrt{3})}{2}$
130. 6; 2; $\frac{2}{3}$; 138. a) 0,0796; b) 0,2792; c) 2,079.
139. a) 0,6; b) 7; -1; c) -2; 4; d) 2; e) 5; f) -1
g) -1; h) 2. 140. a) -3 ja 9; -4 ja 10; b) $\frac{3}{14}$; $\frac{1}{14}$.
142. a) 2; b) 5; 4; c) 2; 4; d) 2; e) 8; f) 2.
143. a) lahendid puuduvad; b) 4; 2; c) 99; -0,99; d) 99; -101;
f) 2; 3; g) 100; 0,1; h) 10; 0,01; i) 10; 10^{-4} .
144. a) ab^2 ; $\frac{a}{b^2}$; b) 9; 7. 145. 400; 20. 146. 96; 96.
147. 90. 148. 378. 149. 4. 150. 6. 151. $m = 3$; $n = 6$.
153. 15. 154. $12870 \frac{a^8}{x^4}$. 155. 165. 157. 26.
158. $10; \frac{\sqrt{10}}{1000}$. 159. 2. 171. 2 m. 172. 24° ; 48° ; 108° .
173. $0,3\overline{5}$; $0,7\overline{5}$. 174. 27,7 cm ja 37 cm.
175. 29 cm. 176. 4 : 9. 177. 12 cm ja 18 cm.
178. 6 cm ja 8 cm. 179. 158 m. 180. $2\frac{2}{3}$ cm.
181. $\frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$. 182. $\frac{a}{\sqrt{3}}$; $\frac{a}{\sqrt{3}}(\sqrt{2} - 1)$; $\frac{a}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$.
183. $\frac{b^2}{2h}$. 184. 40 mm ja 60 mm. 185. $\frac{ac}{a+b}$; $\frac{ab}{a+b}$.

186. 450 cm^2 . 187. 5 cm ja 10 cm. 188. 80 mm. 189. 17,14 m.
190. $2\sqrt{11}$ m võrra. 191. $\approx 8,6$ cm. 192. 27,8 cm.
193. ≈ 320 kg. 194. $81\sqrt{11}$ cm. 195. 372 tuh. km. 196. ≈ 4 .
198. 52 cm. 199. viisnurgal. 200. $\sqrt{37}$.
209. 1) ≈ 16 cm; 2) ≈ 20 cm. 210. 1) 4,7 km; 2) 160 km.
211. a) 411° ; b) -600° . 212. a) -1350° ; b) 1125° . 213. -160° .
214. a) 60° ; $\frac{\sqrt{11}}{3} \approx 1,047$; b) 90° ja 45° ; $\frac{\sqrt{11}}{2} \approx 1,571$ ja $\frac{\sqrt{11}}{4} \approx 0,785$;
c) 108° ; $\frac{3\sqrt{11}}{5} \approx 1,885$; d) 150° ; $\frac{5\sqrt{11}}{6} \approx 2,618$.
216. a) $2 \cdot \frac{1}{12}$; b) 1; c) 0.
218. a) $\sin 12^\circ 45'$; $-\sin 41^\circ$; $\tan 18^\circ$; $\cot 15^\circ$; $\cos 16^\circ$;
 $\cos 12^\circ$; $-\cot 33^\circ$; $-\cot 28^\circ$; $-\sin 43^\circ 16'$; $\sin 40^\circ$;
b) $\sin 0,72$; $\sin 0,36$; $-\sin 0,43$; $-\cos 0,58$; $\tan 0,09$;
 $\tan 0,31$; $\tan 0,49$; $\tan 0,77$; $-\cos 0,17$; $\cos 0,96$.
219. a) $-\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; -1; väärtus puudub; b) $-\frac{1}{2}$; 0; väärtus
puudub; $\sqrt{3}$; c) -0,2762; 0,2860; 0,9507; -1,1619.
220. a) $-2 \cot x$; b) -1; c) 0; d) $\sin^2 x$; e) $2 \sin^2 x$; f) $\tan^2 x$.
221. a) 0,6663; b) 0,8873.
225. a) $\frac{\sqrt{11}}{6} < x < \frac{5\sqrt{11}}{6}$; b) $\frac{3\sqrt{11}}{4} < x < \frac{5\sqrt{11}}{4}$; c) $\frac{\sqrt{11}}{3} < x < \frac{2\sqrt{11}}{3}$;
d) $\frac{\sqrt{11}}{4} < x < \frac{\sqrt{11}}{2}$; $\frac{5\sqrt{11}}{4} < x < \frac{3\sqrt{11}}{2}$; e) $\frac{\sqrt{11}}{6} < x < \sqrt{11}$; $\frac{7\sqrt{11}}{6} < x < 2\sqrt{11}$;
f) $\frac{\sqrt{11}}{3} < x < \frac{5\sqrt{11}}{3}$.
226. a) 31,25 cm; b) 62,83 cm.

227. a) $\frac{1+2t}{1-3t}$; b) $\frac{1+2t+t^2}{4+3t^2}$; c) $\frac{1+t+t^2}{1-5t^2}$.

228. a) $-\frac{119}{180}$; b) -5 . 229. $\frac{4}{7}$.

230. $\sin \frac{x}{4} = 0,3\sqrt{10}$; $\cos \frac{x}{4} = 0,1\sqrt{10}$; $\tan \frac{x}{4} = 3$; $\cot \frac{x}{4} = \frac{1}{3}$.

232. a) 4; b) 1; c) 1; d) $a^2 + b^2$; e) $\sin x + \cos x$;
f) $\sin x + \cos x$.

233. a) $2\sin 53^\circ \cos 15^\circ$; b) $\sin y$; c) $2\sin 4 \sin 2$; d) $2\sin 5x \cos 2x$;

234. a) $\cos 2 - \cos 8$; b) $\frac{1}{2} \left(\cos \frac{17\sqrt{11}}{40} + \cos \frac{7\sqrt{11}}{40} \right)$;

c) $\sin 2x - \sin 2y$.

235. $\frac{63}{65}$ ja $\frac{56}{65}$. 236. $\sqrt{3}$ ja $2 + \sqrt{3}$. 237. a) $-\frac{1}{3}$; b) $-\frac{5}{13}$;

c) $\frac{20}{29}$. 238. -2 . 239. a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; b) $-(2+\sqrt{3})$.

240. 45° . 242. b. 244. $\frac{56}{65}$ ja $\frac{57}{1625}$.

245. a) $\frac{\sqrt{11}}{3}$; b) $-\frac{\sqrt{11}}{3}$; e) $-0,2013$; g) $-\frac{\sqrt{11}}{3}$; i) $\frac{3\sqrt{11}}{4}$; k) 2,678.

246. a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ ja $\frac{5\sqrt{11}}{6}$; c) $\frac{2\sqrt{11}}{3}$ ja $\frac{5\sqrt{11}}{3}$; g) 0,8997 ja 2,2419;

h) 2,0713 ja 4,2118; i) 0,8601 ja 4,0017; k) 0,4102
ja 3,5518; m) 3,2417 ja 6,1831.

247. d) $\sqrt{11}^k + (-1)^k \cdot \frac{\sqrt{11}}{6}$; e) $2\sqrt{11}^k \pm 2,77$; f) $\sqrt{11}^k + 1,1071$.

249. a) $2\sqrt{11}^k + \frac{\sqrt{11}}{2}$; b) $2\sqrt{11}^k \pm \frac{2\sqrt{11}}{3}$; c) $\sqrt{11}^k + \frac{\sqrt{11}}{3}$; d) $\sqrt{11}^k + 0,5317$;

e) $\frac{\sqrt{11}^k}{2} + (-1)^k \cdot 0,3876$; f) $10\sqrt{11}^k \pm \frac{5\sqrt{11}}{6}$; g) $\sqrt{11}^k + \frac{\sqrt{11}}{12}$;

h) $\frac{\sqrt{11}^k + 1}{3} + \frac{\sqrt{11}}{18}$.

250. a) $k \cdot 60^\circ + (-1)^k \cdot 10^\circ$; b) $(2k \pm 1) \cdot 540^\circ + 90^\circ$;
 c) $(4k \pm 1) 90^\circ - 120^\circ$; d) $3\pi k + \frac{3}{4}$; e) $k \cdot 180^\circ + 45^\circ$;
 f) $k \cdot 90^\circ - 3^\circ 30'$.

251. a) $k \cdot 72^\circ \pm 9^\circ 38'$; b) lahendid puuduvad;
 c) $k \cdot 120^\circ + 52^\circ 27'$; d) $k \cdot 90^\circ + 72^\circ 9'$;
 e) $k \cdot 180^\circ + 74^\circ 45'$; f) $k \cdot 180^\circ + 73^\circ 18'$.

252. a) $4\pi k \pm 2 \arccos \frac{\sqrt{17} - 1}{4}$; b) πk ; $k + \frac{\pi}{4}$;
 c) $(4k \pm 1)\pi$; $\frac{4}{3}(3k \pm 1)\pi$; d) $k \cdot 45^\circ + (-1)^k 15^\circ$;
 e) $k \cdot 180^\circ - 45^\circ$; $k \cdot 360^\circ$; $k \cdot 360^\circ - 90^\circ$.

253. a) $k \cdot 90^\circ - 22^\circ 30'$; b) $k \cdot 180^\circ \pm 45^\circ$; c) lahendid
 puuduvad; d) $\frac{1}{2} \sqrt{(4k + 1)\pi}$.

254. a) Lahendid puuduvad; b) $2\pi k$; $2\pi k - 2 \arctan 2$;
 c) $\text{Arctan}(\pm \sqrt{3})$; d) $k \cdot 60^\circ$; $k \cdot 60^\circ \pm 15^\circ$.

256.

Jrk. nr.	a	b	c	α	β	s
1	49,2	24,0	54,5	64°	26°	590,4
2	5,75	6,32	8,54	$42^\circ 20'$	$47^\circ 40'$	18,17
3	7,3	119,3	119,6	$3^\circ 30'$	$86^\circ 30'$	435,4
4	19,7	15,4	25,0	52°	38°	151,7
5	16,5	6,1	17,6	$69^\circ 40'$	$20^\circ 20'$	100,7

257. 5,9 cm. 258. $78^\circ 28'$ ja $23^\circ 4'$. 259. $66^\circ 40'$.

260. 256 cm. 261. $b \sin 2\alpha$. 262. 8,2 cm. 263. 21 cm.

264. 4,2 cm ja 9,8 cm. 267. $A = 52^\circ 30'$; $B = 7^\circ 30'$; $C = 120^\circ$.

Jrk. nr.	a	b	c	A	B	C	S
1	18	23,8	26,1	42°	62°	76°	207,4
2	16,4	32,2	20	25°	124°	31°	70,1
3	12,1	5	10	102°	23°54'	54° 6'	19,5
4	22	30,4	26	45° 6'	78°	56°54'	279,8
5	13,4 9,6	14	18	47°24' 31°48'	50°24'	82°12' 97°48'	93,1 66,4
6	1,2	2,23	1,5	30°14'	110°46'	39°	0,84
7	40	19	41	73°30'	27° 6'	79°24'	373, 5
8	150	250	180	36°27'	98° 5'	45°28'	13366

$$269. d = \frac{2\sqrt{m^2 + n^2 + 2mn \cos \alpha}}{\sin \alpha}; \quad s = \frac{4mn}{\sin \alpha}.$$

$$270. 28^{\circ}5'; 32^{\circ} \text{ ja } 21^{\circ}49'. \quad 271. \cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{25 - 16 \cos^2 \alpha}};$$

φ on maksimaalne, kui $\alpha = 90^{\circ}$.

$$272. 30^{\circ}; 60^{\circ} \text{ ja } 90^{\circ}. \quad 274. 60^{\circ}. \quad 282. \arcsin \frac{3}{4} \approx 48^{\circ}36'.$$

$$283. a) \frac{6}{4}\sqrt{2}; b) 45^{\circ}. \quad 284. 65 \text{ cm ja } 25 \text{ cm}. \quad 285. 6 \text{ cm}.$$

$$286. a\sqrt{2}. \quad 287. 120^{\circ}. \quad 288. 54^{\circ}50'. \quad 289. 96\sqrt{3} \text{ dm}^2.$$

$$290. \frac{5}{4}a^2\sqrt{3}. \quad 291. 16\sqrt{11} \text{ cm}^3. \quad 292. 18,5 \text{ dm}^2. \quad 293. 19,5 \text{ t}.$$

$$294. 32 \text{ 900 t}. \quad 295. 1,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}. \quad 296. 45^{\circ}. \quad 297. 137,5 \text{ g}.$$

$$298. 52 \text{ cm}^2. \quad 299. 1 : 3. \quad 300. 4\sqrt{3} \text{ cm}.$$

301. 1) $a\sqrt{3}$; $2a$; $2a$; $a\sqrt{6}$; 2) 90° ; 45° ; 60° ; 60° ;

3) $\frac{a^2}{2}\sqrt{3}$; $\frac{a^2}{4}\sqrt{15}$; $\frac{3}{2}a^2$; $\frac{a^2}{4}\sqrt{15}$.

302. $3,6$ cm. 303. 2 m. 304. $\frac{\sqrt{11}}{3}$. 305. $0,65 - 0,75 \frac{g}{cm^3}$.

306. $\frac{r}{2}\sqrt{3}$. 307. 3 cm. 308. 850 l. 309. a) 180° ; b) $254^\circ 34'$.

310. $5,5$ cm ja $10,5$ cm. 311. ≈ 150 cm².

312. $11,2\pi$ dm³; $26,8\pi$ dm². 313. $\frac{\sqrt{11}}{6} r^3 \sqrt{14}$.

314. 2 . 316. $\frac{1}{3}$. 317. 54 cm³. 318. $\frac{h}{2} \sqrt[3]{\frac{\tan^2 \alpha}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$.

319. $\frac{2}{9}$. 320. $\frac{5}{27}$. 321. 1) $\frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}$; $6,972$.

2) $\sin \gamma = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha}$; $\gamma = 70^\circ 32'$. 322. $\frac{a \sin \beta}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$; $0,5666$.

324. $a^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \tan \beta$; $9,069$ m². 325. $\frac{2\pi b^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{9 \sin^2 \alpha \cos \alpha}$; $144,5$ m².

326. $\frac{\pi b^2}{\cos^2 \alpha \sin \beta} \sqrt{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}$; $25,07$ m².

327. $\frac{2\sqrt{3} \sin^2 \beta \cos \alpha}{3 \sin^2 \alpha} \sqrt{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}$; $188,2$ dm³.

328. $\frac{4a^2 \cos^2(\alpha - 45^\circ) \cos^2(45^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha \cos \alpha}$; $668,5$ m².

329. $\frac{r^2}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \sin(60^\circ - \frac{\alpha}{2}) \sin(60^\circ + \frac{\alpha}{2})$.

$$\underline{330.} \quad \frac{4\pi m^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \alpha}{2 - \cos^2 \alpha}.$$

$$\underline{331.} \quad V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12 \cos \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin(60^\circ + \frac{\alpha}{2}) \sin(60^\circ - \frac{\alpha}{2})}.$$

$$S = \frac{\pi a^2}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos(\frac{\alpha}{4} + 22^\circ 30') \cos(\frac{\alpha}{4} - 22^\circ 30')$$

$$\underline{332.} \quad \frac{a^3 \tan \alpha}{12} \quad \underline{333.} \quad \arccos \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 54^\circ 48'.$$

S I S U K O R D

	Lk.
Eessõna	3
ARITMEETIKA JA ALGEBRA	
I. Reaal- ja kompleksarvud	
1. Tehted reaalarvudega	4
2. Ülesandeid tehetele reaalarvudega	6
3. Tehted kompleksarvudega	9
II. Algebraaliste avaldiste teisendamine	
1. Hukliikme lahutamine tegureiks	10
2. Tehted algebraaliste murdudega	11
3. Tehted juurtega	12
III. Võrrandid, võrrandisüsteemid, võrratused	
1. Lineaarsed võrrandid ja võrrandisüsteemid	13
2. Ruutvõrrandid ja ruutvõrrandite süsteemid	16
3. Võrratused	21
IV. Progressioonid	
1. Aritmeetiline progressioon	22
2. Geomeetriline progressioon	23
V. Logaritmid	
1. Eksponent- ja logaritmfunksioon	24
2. Eksponent- ja logaritmvõrrandid	25
VI. Ühendid ja Newtoni binoomvalem	
1. Ühendid	27
2. Newtoni binoomvalem	28

GEOMEETRIA

I. Planimeetria

1. Konstruksioonülesandeid	29
2. Arvutusülesandeid	30
3. Tõestusülesandeid	32

II. Trigonomeetria

1. Nurga ja kaare mõõtmine. Trigonomeetriliste funktsioonide põhiomadused	34
2. Trigonomeetriliste avaldiste teisendamine	36
3. Trigonomeetrilised võrrandid	39
4. Kolmnurkade lahendamine	42

III. Stereomeetria

1. Konstruksioonülesandeid	45
2. Arvutusülesandeid	46
Ülesannete vastuseid	53

A-30200

Hind 10 kop.

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00418379 6