



ТАРТУСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра общей физики

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ

I

Общие физические измерения,
механика и молекулярная физика

Под редакцией Э. Тамма

Тарту 1970

Предисловие.

Настоящий сборник является переводом соответствующего сборника на эстонском языке, изданного на ротапринте ТГУ в 1968 г. Напечатанные здесь руководства предназначены для студентов главным образом физического и математического отделений, но ими могут пользоваться и студенты других факультетов и отделений.

При составлении руководства ставилось целью предоставить студентам больше возможности для самостоятельного додумывания. Во многих работах студент должен сам найти подходящую методику для получения результатов с минимальной предельной погрешностью. Это указывает на необходимость планирования эксперимента. Довольно много внимания уделено графической обработке экспериментальных данных, что иногда существенно уменьшает трудоемкость работы.

Большинство практических работ, руководства которых включены в данный сборник, являются классическими. Руководства дополнены преподавателями кафедры и приспособлены к конкретным условиям. Составителем сборника введены некоторые изменения на основе опыта, полученного при работе со студентами на практике.

Из преподавателей (бывших и нынешних) кафедры над составлением руководств данного сборника особенно активно работали К. Куду, Х. Марран, Э. Тамм

Оригинальными являются составленное Х. Таммом руководство "Исследование деформации растяжения" и составленное Э. Таммом - "Калибровка реле времени".

Сборник на русский язык перевели А. Кузнецов, Т. Мюрсепи, Х. Рейссар, В. Веймер, Х. Корге, Н. Лавров, Э. Тетсов.

1. ОЗНАКОМЛЕНИЕ С УСТРОЙСТВАМИ ДЛЯ СНЯТИЯ ОТСЧЕТА.

1. Задание

Ознакомление с различными отсчетными приспособлениями и оценка ошибок, возникающих при снятии отсчета.

2. Принадлежности

Линейки № 1, 2, 3 со шкалами, модель спирального нониуса, толстая измерительная линейка, параллелепипед, конусообразный цилиндр, микрометр, микроскоп со шкалой в окуляре, вольтметр, батарея для карманного фонаря, металлическая измерительная линейка.

3. Принцип нониуса

Изготовление миллиметровой шкалы с точностью 0,01 мм или большей не является проблемой для промышленности, изготавлиющей измерительные приборы. Проблемой, однако, может стать использование такой шкалы, т.к. никто не в состоянии снять отсчет со шкалы с миллиметровыми делениями на глаз с точностью до сотых или тысячных долей миллиметра. Нанесение же на шкалу столь мелких делений повысило бы ее стоимость и затруднило бы ее использование (т.к. отсчитывать пришлось бы с помощью микроскопа). Поэтому для отсчета дробных частей делений шкалы обычно используют простое вспомогательное приспособление - нониус. Простейший нониус есть движущаяся вдоль основной шкалы маленькая вспомогательная шкала (рис.1).

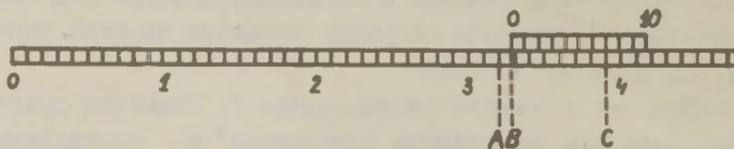


Рис.1.

Нулевой штрих вспомогательной шкалы является указателем для снятия отсчета с основной шкалы.

Трансверсальный нониус или поперечный масштаб (рис.2) представляет из себя прямоугольник, все стороны которого разделены на десять частей. Длина стороны, параллельной основной шкале (или ее проекция) в точности равна длине одного деления основной шкалы (или также его проекции); с помощью такого деления сторон прямоугольника определяют десятые доли делений основной шкалы. Сотые и тысячные доли определяются с помощью диагональных линий. Из подобия треугольников ABC и ADE получаем:

$$AE = AC \frac{ED}{CB} = 0,1 \frac{5,9}{10} = 0,059$$

Отсчет измерительного прибора будет 13, 259. И здесь нуль вспомогательной шкалы является указателем при снятии отсчета с основной шкалы. У поперечного масштаба на измерительных линейках нуль вспомогательной шкалы всегда совпадает с одним из делений основной шкалы, указателем при снятии отсчета с вспомогательной шкалы является конец измеряемого предмета.

Спиральный нониус без исключений используют только в оптических отсчетных приспособлениях. Объектив создает изображение основной шкалы. В плоскости изображения находится стеклянная пластинка, на которую нанесена неподвижная шкала с десятью делениями (рис.3). Длина этой шкалы в точности равна длине одного деления на изображении основной шкалы. Нуль неподвижной дополнительной шкалы является указателем при снятии отсчета с основной шкалы. Над неподвижной шкалой находится вторая стеклянная пластинка, на поверхность которой, находящуюся в той же плоскости, что и неподвижная шкала, нанесена круговая шкала со ста делениями и спираль Архимеда с десятью двойными витками $/2/$. Пластинку можно вращать вокруг общего центра спирали и круговой шкалы. Расстояние между витками спирали в точности равняется одному делению неподвижной шкалы (0,1 деления основной шкалы). Спираль Архимеда имеет то свойство, что если ее вращать вокруг центральной точки, то точка пересечения витка спирали с прямой, перпендикулярной виткам, скользит вдоль прямой, причем величина сдвига пропорциональна углу поворота.

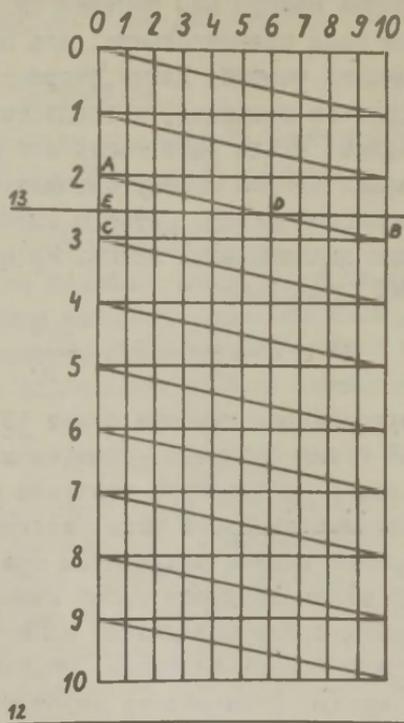


Рис. 2

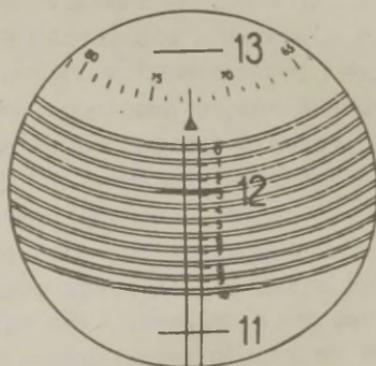


Рис. 3

Полному повороту соответствует сдвиг, равный одному промежутку между витками. Таким образом с помощью индекса, находящегося на неподвижной шкале, можно снимать с круговой шкалы сотые и тысячные доли основной шкалы и делить на глаз тысячные доли на десятитысячные. Витки спирали обычно двойные, т.к. глаз очень точно оценивает одинаковость расстояний одной линии от двух других близко находящихся линий.

Микроскоп с окуляром, снабженным спиральным нониусом, обычно движется как одно целое относительно основной шкалы. В фиксированном положении микроскопа в поле зрения видны три деления основной шкалы, из которых одно пересекает неподвижную шкалу. На рис.3 видно, что сразу же можно снять отсчет с точностью до десятых долей: 12,2. Так как в случае нулевого положения круговой шкалы витки спирали совпадают с делениями неподвижной шкалы, то, вращая спираль до тех пор, пока один из витков не совпадет со штрихом основной шкалы, по круговой шкале определим расстояние этого деления основной шкалы от второго деления вспомогательной шкалы: 0,0725. Весь отсчет будет 12,2725.

5. Параллактическая ошибка

Ошибка параллакса хорошо наблюдается при измерении толстой линейкой. Измерительная шкала в таких случаях находится значительно выше объекта, и отсчет зависит от положения глаза. Для получения правильного отсчета нужно смотреть совершенно перпендикулярно шкале. Это не так легко сделать. В некоторых случаях для корректировки луча зрения можно использовать треугольник, однако это довольно неудобно. В электроизмерительных приборах часто используются тонкие стрелки, ребро которых повернуто к наблюдателю. Конец такой стрелки будет казаться тонкой линией только тогда, когда наблюдатель смотрит перпендикулярно шкале. Но такие стрелки незначительно повышают точность. Гораздо лучшие результаты дает зеркальная шкала. При снятии отсчета с такой шкалы нужно смотреть так, чтобы стрелка и ее отражение совпадали. В зеркале можно увидеть также отражение собственного глаза. Если стрелка делит пополам изображение глаза, тогда луч зрения

направлен точно перпендикулярно зеркаду.

Особенно опасна параллактическая ошибка при работе с оптическими приборами, т.к. неопытный наблюдатель вообще может не обратить никакого внимания на параллакс. Сущность параллактической ошибки при наблюдении в подзорную трубу поможет понять рис. 4 .

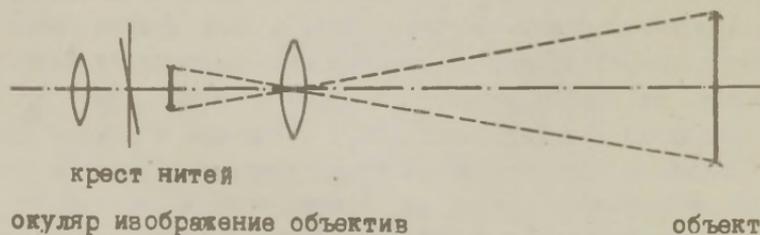


Рис. 4

Двигая окуляр взад и вперед (наводя на резкость), можно оставить положение окуляра таким, что изображение объекта будет находиться немного позади креста нитей. Если теперь наблюдатель будет немного двигать головой, то изображение будет казаться движущимся относительно креста нитей и точное визирование будет невозможным. Чтобы устранить параллактическую ошибку, нужно сдвинуть окуляр с крестом нитей так, чтобы изображение объекта совпало точно с крестом. Теперь изображение и крест нитей одинаково резки. Но судя только по резкости такое положение невозможно точно определить. Поэтому при установке на резкость в оптических приборах нужно всегда двигать головой, чтобы проверить наличие параллакса и добиваться улучшения резкости до тех пор, пока изображение не перестанет двигаться относительно креста нитей.

6. Измерение времени реакции

Опаздывание реакции наблюдателя на воспринятый сигнал ограничивает точность определения временных промежутков. Время реакции индивидуально. Для каждого наблюдателя оно зависит от нескольких факторов, и прежде всего - от сигнала. В наших опытах используется трудно улавливаемый сигнал: начало падения линейки. Сам опыт следующий. Один участник (помощник) устанавливает металлическую линейку вертикально к стене так, чтобы нулевая отметка совпала с проведенной на стене горизонтальной линией. Второй участник (испытуемый) держит руку непосредственно у линейки, вблизи нулевой отметки. Помощник неожиданно отпускает линейку, и испытуемый должен как можно быстрее остановить линейку, приказав ее обратно к стене. Затем снимают отсчет, который показывает, насколько линейка успела упасть. По формуле свободного падения вычисляют соответствующее время. Нужно сделать десять таких измерений. По полученным результатам вычисляется среднее время реакции \bar{t} и стандартное отклонение времени реакции

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n-1}} ,$$

где t_i - отдельные времена реакции, и n - количество опытов.

При измерении временных промежутков существенно не столько время реакции, сколько разность между временами реакции. Это случайная величина, среднее квадратичное которой (стандартное отклонение) есть

$$\sigma_{\Delta t} = \sqrt{2} \sigma_t .$$

$\sigma_{\Delta t}$ характеризует возможную ошибку при измерении временного промежутка.

Кто не доверяет последней формуле, тот может вычислить непосредственно из :

$$\sigma_{\Delta t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^n (t_i - t_{i-1})^2}{n-2}} .$$

7. Ход работы

Работу делают всей группой в один день. Для этого работа разделена на пренумерованные этапы.

Эти этапы следующие:

1. Знакомство с моделью нониусов № 1. Снятие отсчетов по отметкам a, b, c и d .

2. Знакомство с моделью нониусов № 2. Снятие отсчетов по отметкам a, b, c и d . Отсчет по отметке a нужно проверить миллиметровой измерительной линейкой. Допустима ошибка до пяти единиц.

3. Знакомство с моделью нониусов № 3. Снятие отсчетов по отметкам a, b, c .

4. Знакомство с моделью спирального нониуса. Снятие отсчетов по отметкам a, b и c .

5. Измерение толстой линейкой. Измерим расстояния между двумя нанесенными на бумагу метками. Это же самое расстояние измерим снова, располагая линейку ребром к бумаге, чтобы шкала соприкасалась с бумагой. Толстой линейкой измерим еще три стороны металлического параллелепипеда. Эти же самые стороны измерим для проверки обыкновенной металлической линейкой. Металлической линейкой измерим диаметр цилиндра с коническими основаниями. Этот же диаметр измерим для проверки микрометром.

6. Знакомство с микроскопом с измерительной шкалой. Упражняемся в устранении параллакса при наведении на какой-либо объект.

7. Измерение напряжения батареи вольтметром с зеркальной шкалой. Начальное положение стрелки вольтметра не на нуле, поэтому эту поправку нужно будет учитывать. Определим гарантированную точность измерения.

8. Измерение времени реакции.

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр.40-43.
2. И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. Справочник по математике. М., "Наука", 1965, стр.111.
3. Физический энциклопедический словарь, т.3. М., 1963, стр.438 .

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ВЕСА ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ ШТАНГЕНЦИРКУЛЯ, МИКРОМЕТРА И ТЕХНИЧЕСКИХ ВЕСОВ

1. Задание

Ознакомление со штангенциркулем, микрометром и техническими весами. Определение удельного веса тела правильной геометрической формы путем измерения линейных размеров и взвешивания.

2. Принадлежности

Штангенциркуль, микрометр, технические весы, гири и измеряемое тело.

3. Определение линейных размеров

Для определения линейных размеров измеряемого тела в данной работе используются штангенциркуль и микрометр.

Штангенциркуль - это измерительная линейка, снабженная специальными ножками для измерения (2, рис.1). В Советском Союзе штангенциркули производятся только с миллиметровой шкалой. Штангенциркуль предназначается для измерения внешних и внутренних размеров тел; некоторые типы применяются также для измерения глубины отверстий с помощью измерительного стержня. Одна из измерительных ножек является частью движущейся рамы (3) и скользит относительно другой. Для более точного снятия отсчета на движущейся раме имеется линейный нониус с точностью 0,1 или 0,05 мм. (О принципе нониуса и его использовании читай руководство № 1 на стоящего сборника.) Нуль нониуса является знаком, по которому снимают отсчет со шкалы линейки.

Для измерения внешних размеров предмет помещают между измерительными ножками. При этом нужно добиваться хорошего контакта измерительных поверхностей ножек и измеряемого тела: не должно быть люфта, но нельзя и слишком сильно прижимать измерительные поверхности к предмету. От этого показания могут уменьшиться. У некоторых типов штангенциркулей имеется точный регулировочный винт (7) для плавного сдвига рамы. При измерении внутренних размеров у некоторых типов

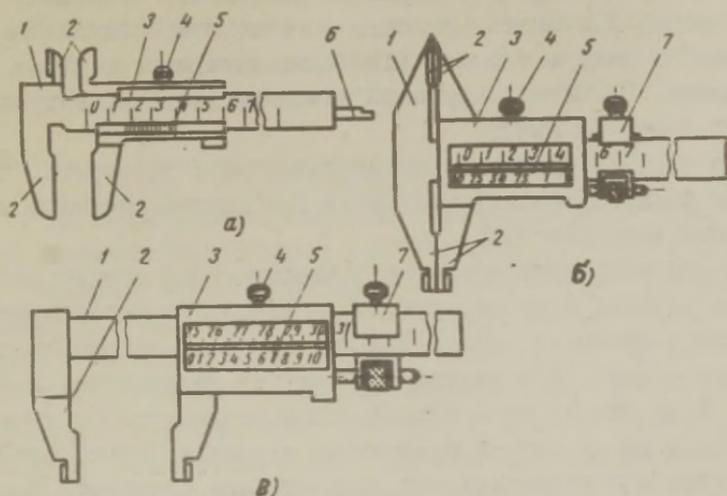


Рис. 1

штангенциркулей (рис.1, в, б) к отсчету нужно прибавить расстояние между измерительными поверхностями в нулевом положении (обычно оно обозначено на ножках).

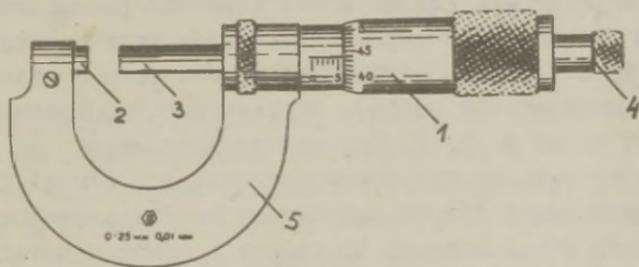


Рис. 2

Микрометр состоит из массивной скобы (5, рис.2), к которой прикреплена трубка с нарезанным отверстием, в которой, как в гайке, может двигаться винт. Шаг винта равен 0,5 мм. Тем самым основание винта - контактная поверхность - при полном обороте смещается в направлении оси винта относительно гайки на 0,5 мм. Число полных оборотов (т.е. число полных

и половинок миллиметров) считают на нанесенной на гайку двойной шкале. Для снятия отсчета с точностью 0,01 мм на соединенный с винтом барабан (1) нанесена круговая шкала с 50 делениями. Отсчеты с круговой шкалы снимают по центральной линии линейной шкалы.

Прежде чем приступить к измерениям, нужно проверить, равняются ли нулю показания обеих шкал при соприкосновении измерительных поверхностей.

Для приведения измерительных поверхностей в соприкосновение нужно вращать барабан, используя для этого находящуюся на его конце трещотку (4). (Вращать нужно до появления характерного треска, что всегда гарантирует равномерное давление.) Если показания круговой шкалы отличаются от нуля, то с помощью руководителя практикума микрометр нужно установить на нуль или учитывать эту поправку при отсчетах. Измеряемый предмет располагают между винтом и пяткой (2) скобы и, используя трещотку, вводят измерительные поверхности в соприкосновение с предметом. Запрещается вращать за барабан!

4. Взвешивание на технических весах

Технические весы II-го класса ВЛТ-5 являются рычажными равноплечными весами, на которые допускается максимальная нагрузка в 5 кг. Конечно, нельзя изготовить весы с абсолютно равными плечами (об ошибке, обуславливаемой неодинаковостью плеч, читай в /3/). Для взвешивания обычно используются гири третьего или четвертого классов (читай /3/). При работе ножки весов должны находиться на металлических основаниях. Весы устанавливают по отвесу с помощью винтов на ножках.

Для проверки нулевого положения весы осторожно освобождают от арретира. После нескольких колебаний стрелка должна остановиться в середине шкалы. В случае необходимости нулевое положение регулируют с помощью регулировочных винтов, находящихся на концах коромысла весов.

Взвешиваемый предмет кладут на левую чашку весов, а гири - на правую (левша поступает наоборот). Гири и взвешиваемые предметы можно класть только на арретированные ве-

сы ! Гири при взвешивании выбирают, начиная с самых тяжелых, переходя постепенно к более легким. Это обеспечивает минимальное количество используемых гирь, а тем самым и минимальную ошибку. Об обращении с гирями читай /3/.

5. Ход работы

1. На технических весах взвесим исследуемое тело.
2. Измерим необходимые для вычисления объема тела размеры. Размеры, большие сантиметра, измеряем штангенциркулем, а меньшие - микрометром. Для контроля каждый размер (длину, ширину, толщину и т.п.) измерим в нескольких местах предмета. Если появляются различия, которые заметны при данной точности измерительного прибора, в протокол запишем 5-10 измерений, сделанных в различных местах. Если различий нет, то достаточно одного результата измерений.
3. В качестве дополнительного задания измерим толщину волоса и толщину листа бумаги.
4. Вычислим удельный вес тела и определим максимальную ошибку удельного веса.
5. Сделаем рисунок исследуемого тела (в масштабе), а в случае необходимости в нескольких проекциях или аксонометрии.

6. Дополнительные вопросы

1. Какую точность дает нониус, 50 делений которого соответствуют 48 делениям основной шкалы ?
2. Когда нужно поправку нуля микрометра складывать с отсчетом со шкалы, а когда вычитать из него ?
3. Как устроена трещотка микрометра ?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. И. В. Ивероновой . М., "Наука", 1967, стр. 43-45.
2. И. Г. Космачев. Основы слесарного дела в инструментальном производстве. М., "Вышая школа", 1965.
3. H. Tammet. Praktilise metroloogia alged III. TRÜ rotaprint, Tartu, 1968.

3. ТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

1. Задание

Измерить три угла прямоугольника различными измерительными приборами и сравнить точность приборов. Измерить объем полого цилиндра. Измерить толщину листа бумаги.

2. Принадлежности

Треугольник со стальными шариками, полый цилиндр, лист бумаги, штангенциркуль, рейсмус, плоская пластинка, микрометр, оптический угломер.

3. Введение

Важнейшим свойством измерительного прибора является его точность. Измерительный прибор большой точности может по другим свойствам быть лучше, но он несравненно сложнее и дороже менее точных приборов (интерферометр стоит больше, чем 10 000 измерительных линеек).

Представление о точности измерительных приборов поможет получить измерение различными измерительными приборами одной и той же величины. Одним из подходящих объектов, который при измерениях позволяет пользоваться различными методиками, является треугольник. Измерение элементов треугольника поможет вспомнить тригонометрию и является хорошей иллюстрацией к теории ошибок измерений.

Для получения навыков использования простейших измерительных приборов в настоящей работе предусмотрено также измерение других объектов.

4. Вычисление углов треугольника

Если известны три стороны треугольника, то для вычисления его углов можно использовать теорему косинусов. Косинус угла, противоположного стороне a есть

$$\cos A = \frac{1}{2} \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} - \frac{a^2}{bc} \right). \quad (1)$$

С помощью аналогичных выражений вычисляют также два других угла. Особое внимание нужно обратить на точность вычисления. Так как целью является определение доверительных интервалов величины углов, то вычислять нужно на 1-2 порядка точнее, чем точность измерения. Для нахождения абсолютной ошибки нужно взять полный дифференциал формулы (1). Таким образом находят

$$\Delta(\cos A) = \left| \frac{1}{c} - \frac{c}{a^2} + \frac{a^2}{b^2 c} \right| \frac{\Delta b}{2} + \left| \frac{1}{b} - \frac{b}{c^2} + \frac{a^2}{b c^2} \right| \frac{\Delta c}{2} + \frac{a}{b c} \Delta a \quad (2)$$

Задание : Доказать, что высоты h_a , h_b и h_c , опущенные на стороны треугольника, обратно пропорциональны соответствующим сторонам a , b и c .

Если эта задача решена, то легко получить формулы для вычисления углов треугольника по трем высотам. Для этого в формулах (1) и (2) необходимо стороны заменить на обратные величины соответствующих высот. Получим:

$$\cos A = \frac{1}{2} \left(\frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c}{h_b} - \frac{h_a h_c}{h_a^2} \right), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta(\cos A) = & \left| \frac{h_c}{h_b} - \frac{h_c}{h_b} - \frac{1}{h_c} \right| \frac{\Delta h_b}{2} + \\ & + \left| \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_b}{h_c} - \frac{1}{h_c} \right| \frac{\Delta h_c}{2} + \frac{h_c h_c}{4 h_a^3} \Delta h_a. \quad (4) \end{aligned}$$

5. Измерение элементов треугольника

Вершинами измеряемого треугольника являются центры трех стальных шариков. Однако расстояние до центров невозможно измерить непосредственно. Для нахождения сторон и высот треугольника нужно измерить расстояние между поверхностями шариков и вычесть из этого диаметр шарика. При измерении углов диаметр шариков на результаты не влияет.

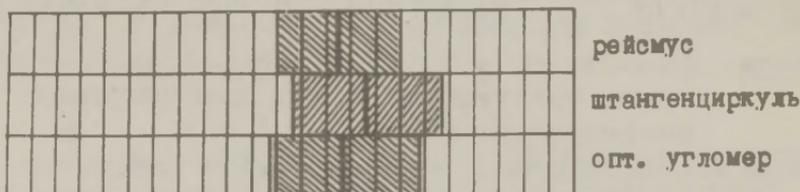
Измерения проводим следующим образом.

А. Микрометром измерим диаметры всех трех шариков. Эти диаметры в пределах точности измерений должны совпасть. Если это так, тогда из трех результатов возьмем средний.

- В. Штангенциркулем измерим стороны треугольника.
- С. Рейсмусом измерим высоты треугольника.
- Д. Оптическим угломером измерим углы треугольника.

3. Представление результатов

Вычислим по отдельности углы треугольника по его сторонам и по его высотам. Теперь у нас углы треугольника измерены тремя различными приборами. Для сравнения результатов для каждого угла сделаем рисунок такого типа.



На этом рисунке для каждого метода показан результат измерения вместе с интервалом возможных ошибок измерений (заштриховано). Для результатов измерений вычислим взвешенное среднее.

Дополнительно по результатам всех трех методов вычислим сумму внутренних углов треугольника и установим, во сколько раз действительная ошибка измерения этой величины отличается от предельной.

7. Дополнительные измерения

А. С помощью штангенциркуля измерим размеры полого металлического цилиндра и вычислим его объем.

В. С помощью микрометра измерим толщину листа бумаги двумя способами: во-первых, измерим один-единственный лист, во-вторых, - тонкую пачку бумаги. Определим, в каком случае точность измерения больше.

Литература

1. И.Г.Космачев. Основы слесарного дела в инструментальном производстве. М., "Высшая школа", 1965.
2. H.Tammet. Praktilise metroloogia algmed III.TRÜ rota-print, Tartu, 1968.

4. ИЗМЕРЕНИЕ МИКРОСКОПИЧЕСКИХ ДЛИН

1. Задание

Ознакомление со средствами и методами измерения малых (микроскопических) длин. Измерение внутренних диаметров капиллярных трубок.

2. Принадлежности

Стеклянные капилляры в рамке из органического стекла, измерительный микроскоп МИР-1 на штативе, биологический микроскоп, окулярный микрометр МОВ, объектмикрометр ОМП.

3. Теоретическое введение

Методы определения линейных размеров микроскопических объектов делятся принципиально на две группы:

а) Рассматриваемый объект передвигают вместе с подставкой. При этом передвигается изображение объекта в отношении отметки (штрих, крест и пр.), нанесенной на неподвижную стеклянную пластинку в окуляре микроскопа, сдвиг подставки измеряется микрометрически.

б) Изображение неподвижного объекта возникает в плоскости шкалы, нанесенной на стеклянную пластинку, которая находится в окуляре; глядя в окуляр, сравнивают изображение объекта со шкалой.

Для более точного определения долей деления шкалы можно пользоваться еще другой подвижной стеклянной пластинкой со штрихом (штрих находится почти в одной плоскости со шкалой). Сдвиг штриха опять измеряется микрометрически.

У измерительных микроскопов, используемых для менее точных измерений, имеется неввиняемый объектив, и шкала окуляра у них заранее откалибрована. Если погрешность цены деления шкалы не нормирована, для точных измерений шкалу надо снова откалибровать. У универсальных окулярных микрометров, которые можно использовать с любым биологическим микроскопом, имеется миллиметровая шкала и винт с 0,01 мм делениями. Они позволяют измерить длину изображения объекта. Для

Нахождения длины самого объекта надо определить еще увеличение объектива, т.е. откалибровать окулярную шкалу непосредственно в единицах, которые соответствуют размерам объекта. Для калибровки измерительного микроскопа и окулярного микрометра используют объектмикрометр — точно откалиброванную шкалу на стеклянной пластинке, которую помещают вместо объекта под объектив.

4. Устройство приборов и точность

Измерительный микроскоп МИР-1 имеет выдвижной тубус, который позволяет изменять расстояние между объективом и окуляром. Длину тубуса указывает нанесенная на внутреннюю трубку шкала. В соответствии с этим, конечно, изменяется увеличение и цена деления шкалы окуляра. В паспорте микроскопа задаются цены делений шкалы при различных длинах тубуса.

Длина тубуса в мм	130	140	150	160	170	180	190
Цена деления шкалы в мм	0,058	0,059	0,049	0,045	0,041	0,038	0,036

В паспорте точность калибровки шкалы МИР-1 не дается, т.е. МИР-1 не является нормированным измерительным прибором и его можно использовать лишь для ориентировочной оценки длины. Если прибор хотят использовать для измерений, шкалу микроскопа надо заранее (или позже) калибровать при помощи объектмикрометра, не изменяя длины тубуса.

У окулярного микрометра МОВ имеется неподвижная шкала с 1-миллиметровыми делениями и стеклянная пластинка с микрометрическим ходом, на которой нанесен крест и двойной штрих. Обе отметки и шкала наводятся на резкость передвиганием одной линзы окуляра, так что их изображения свободны от параллакса, т.е. не сдвинутся в отношении друг друга, когда положение глаза изменится. Микрометрический винт, используемый для передвижения стеклянной пластинки с отметками, имеет круговую шкалу со 100 делениями; целый круг винта соответствует смещению стеклянной пластинки на 1 мм, значит цена деления круговой шкалы 0,01 мм (не забывать: это соответствует

размерам изображения объекта, а не размерам самого объекта). Окулярмикрометр заменяет обычный окуляр у биологического микроскопа и его прикрепляют к тубусу винтом, вращаемым от руки.

Неподвижная шкала с миллиметровыми делениями используется как вспомогательное устройство для счета полных оборотов винта. Поэтому в паспорте не дается предела ошибки для делений этой шкалы. При измерении перемещают крест или двойной штрих от одной крайней точки до другой крайней точки изображения измеряемого объекта.

Объектмикрометр ОМП (микршкала) представляет собой шкалу (100 делений), нанесенную на стеклянную пластинку и покрытую другим стеклом; пластинка заклеена в отверстием стальной рамки. Цена деления шкалы 0,01 мм; при чтении делений отсчет надо снимать или по середине, или по определенному краю штрихов. О допустимой ошибке шкалы см. /1/.

5. Ход работ

1 . Определим внутренний диаметр стеклянных капилляров, которые находятся в рамке из органического стекла, при помощи измерительного микроскопа при трех разных длинах тубуса. Откалибруем окулярную шкалу для каждой длины тубуса. Вычислим средние значения диаметров.

2 . Измерим внутренние диаметры тех же капилляров с помощью биологического микроскопа и окулярмикрометра. Измерение сделаем с двумя объективами с разными увеличениями. Вычислим средние значения диаметров.

3 . Вычислим предельные ошибки. Сравним точность результатов, полученных двумя различными измерительными приборами. В пределах ошибок измерений результаты должны совпадать.

Литература

1. H. Tammet. *Praktilise metroloogia algused III. TRÜ rotaprint, Tartu, 1968.*

5. ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИН С ПОМОЩЬЮ ПРЕЦИЗИОННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

А. Введение

Промышленность измерительных приборов способна сегодня изготавливать измерительные шкалы, миллиметровые деления которых нанесены с точностью 0,5 мкм. Для этих шкал даются еще поправки с точностью 0,1 мкм. При использовании таких шкал необходимо гарантировать, чтобы ошибки, возникающие при сравнении измеряемого объекта со шкалой и при снятии дробных долей деления шкалы, были меньше ошибок, допущенных при нанесении делений на шкалу или по крайней мере были в том же порядке величины.

При расположении измеряемого предмета и шкалы друг над другом или сбоку (как при измерении линейкой) невозможно невооруженным глазом с большой точностью совместить нулевое деление шкалы с конечной точкой измеряемого отрезка. Часто измеряемый отрезок труднодоступен для такого измерения (например, находится на дне какого-то углубления). Кроме того, измерение таким способом часто может механически повредить шкалу (например, появятся царапины). Поэтому в таких измерительных приборах используют обычно оптические приборы для визирования — подзорные трубы или микроскопы. Изменяемый предмет (обычно вместе со специальной подставкой) или прибор для визирования передвигают, и, тем самым, совмещают изображения конечных точек измеряемого отрезка с находящейся в окуляре отметкой, а отсчеты со шкалы снимают, используя поперечный масштаб или спиральный нониус (см. работу № 1 настоящего сборника). Для чтения шкалы обычно имеется целая оптическая система. Изменяемый отрезок при этом должен быть строго параллелен шкале. В изме-

рительных приборах, используемых для определения размеров предметов с твердыми поверхностями, прибор для визирования иногда заменяют подвижной контактной поверхностью.

Настоящая работа знакомит с тремя точными измерительными приборами – горизонтальным компаратором, катетометром и сферометром. У первых двух из них есть устройство для визирования, у последнего же – контактная поверхность (наконечник). То, что мы перечисленные приборы можем назвать точными измерительными приборами, хорошо показывает сравнение допустимых относительных ошибок ряда измерительных приборов при измерении отрезка в 200 мм :

Металлическая измерительная линейка	0,05 % ,
Штангенциркуль с нониусом 0,05 мм	0,025 % ,
Компаратор ИЗА-2	0,001 % ,
Катетометр КМ-6	0,003 % - 0,01 % .

Б. Измерение длин компаратором

1. Задание

Ознакомление с устройством и принципом работы горизонтального компаратора. Измерение длин компаратором.

2. Принадлежности

Компаратор ИЗА-2 с тремя скобками для закрепления предметов, стеклянная пластинка с выгравированными линиями, деталь с круглым отверстием (диафрагма микроскопа).

3. Введение

Горизонтальный компаратор является прибором для точного измерения длины отрезков, находящихся в горизонтальной плоскости. У него имеется миллиметровая шкала 200 мм, нанесенная на стеклянную пластинку, которая прикреплена к подвижному столу и вместе с ним движется под отсчетным микроскопом. Визирный микроскоп расположен так, что направление измеряемого отрезка должно совпадать с направлением шкалы.

Шкала и измеряемый отрезок располагаются здесь последовательно. Такие компараторы называются продольными. В трансверсальных (поперечных) компараторах измеряемый отрезок располагается сбоку от шкалы, и микроскопы движутся перпендикулярно направлению измеряемого отрезка и шкалы.

Допустимая ошибка у компаратора ИВА-2 при измерении отрезка длиной 200 мм составляет 2 мкм /1/, т.е. в нормальных условиях достижима предельная относительная ошибка 10^{-5} (0,001%). У метрологических компараторов с пределом измерения в несколько метров ошибка составляет 0,1мм, и тем самым предельная относительная ошибка снижается до 10^{-7} (0,00 001 %). Используемые в геодезических измерениях компараторы с 24-, а то и 50-метровым пределом измерения даже при измерении базовых длин в 10-15 км позволяют получить точность измерения 10^{-7} .

4. Ход работы

1. Познакомимся с устройством компаратора с помощью выданной заводом инструкции. Выясним назначение всех регулировочных приспособлений, поупражняемся в снятии отсчета со шкалы с помощью спирального нониуса.

2. Согласно выбору руководителя определим или площадь нарисованного на стеклянной пластинке треугольника, или угол между двумя прямыми. Для этого с помощью компаратора определим длины необходимых элементов (линий) и вычислим нужную величину. При измерениях нужно следить, чтобы измеряемый отрезок был строго параллелен направлению движения стола.

3. Составим таблицу поправок для сантиметровых делений линейки. Для этого измерим расстояния всех штрихов от нуля. Как здесь, так и в предыдущей задаче нужно использовать в окуляре микроскопа сетку с двойными делениями (рис.6 а в "Инструкции"), т.к. измерять придется расстояния между серединами штрихов конечной ширины, а глаз позволяет очень точно установить штрих симметрично между двумя линиями.

4. Измерим диаметр круглого отверстия. Для этого удобно использовать окулярную сетку с пересекающимися линиями

(рис.6 "Инструкции"), причем точка пересечения линий окулярной сетки должна в точности двигаться по диаметру отверстия. Деталь с отверстием помещаем на стеклянную пластинку. Толкая пластинку линейкой, подставим диаметр отверстия под крест нитей. Можно также использовать другую окулярную сетку. В этом случае одну из линий совместим с касательной к отверстию.

5. Из-за большой точности шкал прибора при измерениях компаратором всегда нужно учитывать, что ошибка визирования больше инструментальной ошибки прибора или, по крайней мере, равна ей. Поэтому при всех измерениях визирование нужно повторять 3-5 раз, регулируя при снятии отсчета также спиральный нониус. Из результатов возьмем среднее, вычислим его ошибку. Учтем поправки линейной шкалы из паспорта. Можно найти инструментальную ошибку по данной в инструкции формуле.

Литература

1. H.Tammet. Praktilise metroloogia algmed III. TRÜ rotaprint, Tartu, 1968.
2. Физический энциклопедический словарь. Том 3. М., 1962, стр. 427.

В. Измерения со сферометром

1. Задание

Ознакомление со сферометром и принципом его работы. Определение радиусов кривизны выпуклой и вогнутой линз.

2. Принадлежности

Сферометр ИЭС-7 (ССО) вместе с измерительным кольцом и сферическим наконечником для измерения, толстая плоскопараллельная пластинка, противовес (для измерения легких предметов), трансформатор 220/3,5 в для питания осветительной лампочки на шкале, две линзы в качестве объектов измерения.

3. Введение

Сферометр позволяет очень точно измерять положения контактной поверхности измерительного наконечника, движущегося в вертикальном направлении. Он предназначен для измерения радиуса кривизны сферических поверхностей, причем непосредственно измеряют высоту сегмента сферы и диаметр окружности сечения.

С устройством сферометра можно познакомиться с помощью выданного заводом описания. В нем дана формула (10) для вычисления ошибки радиуса сферы. Ошибка стрелки (разница между двумя показаниями) составляет 0,8 мкм. При этом должны быть учтены данные в паспорте поправки к миллиметровой шкале.

4. Ход работы

1. Ознакомимся с устройством сферометра ИЭС-7 и методикой работы на нем с помощью выданного заводом описания.

2. Измерим радиусы кривизны одной вогнутой и одной выпуклой линзы. Как здесь, так и в дальнейшем, нужно при

снятии каждого показания устанавливать спиральный нониус на деление основной шкалы 3-5 раз и брать из результатов среднее арифметическое.

5. Некоторые данные из паспорта прибора

1). Измерительное кольцо № 3 .

Радиус кольца $r = (90,0001 + 0,0012)$ мм,

радиус шарика $\rho = (4,9600 + 0,0005)$ мм.

2). Поправки к миллиметровой шкале (поправки даны относительно 0-вого деления).

<u>№ деления</u>	<u>Поправка в мкм</u>
1	-0,2
2	0
3	0
4	0
5	0
6	-0,1
7	+0,1
8	0
9	0
10	+0,1
11	+0,2
12	+0,1
13	+0,2
14	+0,1
15	+0,1
16	+0,1
17	+0,3
18	+0,2
19	+0,3
20	+0,3
21	+0,2
22	+0,3
23	+0,4
25	+0,3
26	+0,3
27	+0,5
28	+0,4
29	+0,2
30	+0,2

Литература

1. Н.Таммет. *Praktilise metroloogia algmed III*. TRU rotaprint, Tartu, 1968.
2. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И.Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр.48-51.
3. Физический энциклопедический словарь. Том 5. М., 1966, стр.106.

Г. Определение удельного веса жидкости с помощью катетометра и U-образной трубки

1. Задание

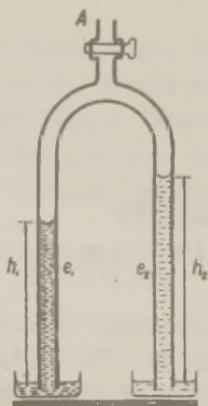
Ознакомление с устройством и принципом работы катетометра. Подготовка катетометра к работе, определение удельного веса жидкости в U-трубке.

2. Принадлежности

Катетометр КМ-6 вместе с комплектом дополнительных линз, трансформатор для питания осветительной лампочки, U-трубка с кранами на штативе вместе с двумя сосудами, резиновая груша для создания разрежения.

3. Введение

Концы U-трубки, расположенной вертикально, опущены в сосуды, наполненные различными жидкостями.



Если в U-трубке создать разрежение, то в обеих ветвях жидкость поднимается на равную высоту, что обусловлено равенством удельных весов жидкостей. Легко получить соотношение (сделать это!):

$$e_1 h_1 = e_2 h_2 .$$

Если теперь в одной из ветвей находится жидкость с известным удельным весом, то сможем вычислить удельный вес жидкости, находящейся в другой ветви:

$$e_2 = e_1 \frac{h_1}{h_2} .$$

В качестве жидкости с известным удельным весом обычно используют чистую (дистиллированную) воду, а высоты столбов жидкости измеряют катетометром.

Катетометр является измерительным прибором для точного измерения длин вертикальных отрезков. Катетометр часто используют не столько из-за большой точности измерения, сколько из-за того, что измеряемый отрезок недоступен для непосредственного измерения (например, штангенциркулем). В качестве прибора для визирования в катетометре используют подзорную трубу, которая фокусируется на предметы, находящиеся на разных расстояниях. Поэтому катетометром можно измерять все вертикальные отрезки, у которых видны конечные точки.

Шкала катетометра находится на массивном вертикальном столбе, вдоль которого перемещается подзорная труба вместе с отсчетным приспособлением. Для измерения столб надо установить строго вертикально. Это делается с помощью трех регулировочных ножек у основания столба и с помощью уровня. С устройством катетометра КМ-6 и методикой настройки нужно ознакомиться по описанию, выданному заводом. При этом нужно обратить внимание на то, что установить столб строго вертикально только с помощью находящегося на основании кругового уровня невозможно, т.к. его точность слишком маленькая. Настройку нужно уточнить с помощью регулируемого цилиндрического уровня, прикрепленного к подзорной трубе. К сожалению, у этого уровня отсутствует шкала, поэтому при

настройке нужно просто учитывать угол поворота регулировочного винта (количество полных оборотов). Вертикальная установка столба эквивалентна горизонтальной установке основания с помощью ножек и регулируемого уровня (см. работу № 6 данного сборника). Уровень можно вращать вместе со столбом, который вращается вокруг вертикальной оси.

U-трубку нужно установить на минимально возможное расстояние от подзорной трубы (почему?). В нашем случае вертикальность объекта проверяется тем, что в случае правильного положения нет необходимости фокусировать или поворачивать подзорную трубу (регулировать азимутально) при наблюдении второго конца отрезка. Следует напомнить, что дополнительная фокусировка и азимутальное регулирование увеличивают ошибку измерения, поэтому нужно будет умножить на два допустимую основную погрешность катетометра. О фокусировании зрительной трубы и использовании поперечного масштаба читай в руководстве № 1 настоящего сборника.

Высоты h_1 и h_2 измеряют от положения поверхности жидкости в сосуде до нижней поверхности мениска в трубке. В достаточно тонкой трубке всегда появляется дополнительный подъем столба жидкости, который обусловлен капиллярностью — часть веса столба жидкости уравнивается силами адгезии между жидкостью и стеклом. Чтобы учесть этот факт, высоты столбов жидкостей в ветвях U-трубки измеряют при отсутствии разрежения. Получим значения h_1' и h_2' , и формула для вычисления e_2 будет:

$$e_2 = e_1 \frac{h_1 - h_2'}{h_2 - h_2'}$$

Таким образом, в данной работе нужно будет измерить длину четырех отрезков, т.е. визировать катетометр на 8 точек. Визирование на каждую точку нужно повторить не менее 5 раз и вычислить среднее значение. Перед каждым визированием по уровню нужно проверить горизонтальность зрительной трубы, в случае необходимости, отрегулировать ее.

4. Ход работы

1. Хорошо вымытую (спиртом, эфиром или хромовой смесью) U-трубку на штативе поместим на расстоянии 14-15 см от объектива зрительной трубы.
2. Настроим катетометр, направим зрительную трубу на U-трубку, уточним расстояние ее от объектива и установим ее по возможности вертикально.
3. Измерим длины нужных отрезков.
4. Вычислим удельный вес e_2 вместе с предельной ошибкой.

5. Дополнительные вопросы

1. Измеряя высоту столба до нижней поверхности мениска, оставляют неучтенным вес жидкости, поднявшейся выше этого уровня. Почему в данной работе это не обуславливает дополнительной ошибки?

2. Что правильнее для достижения максимальной точности - использовать возможно маленькое или возможно большое разрежение в U-трубке?

Литература

1. H. Tammet. *Praktilise metroloogia algsed III*. TRÜ rotaprint, Tartu, 1968.

6. КАЛИБРОВКА УРОВНЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕГО ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

1. Задание

Ознакомление с устройством уровня, налаживание его, установка в горизонтальное положение подставки, упирающейся на три винтовые ножки, калибрование уровня и определение его чувствительности с помощью экзаменатора.

2. Принадлежности

Уровень, основания, опирающиеся на три ножки, экзаменатор уровня, стеклянная пластинка, микрометр.

3. Теоретическое введение

а) Устройство уровня

Уровень используют для проверки горизонтальности поверхностей и аппаратов. По внешнему виду можно разделить их на два типа. Круглый уровень представляет собой коробку со стеклянной крышкой. Внутренняя сторона стеклянной крышки является отшлифованной сферической поверхностью. Коробку наполняют горячей смесью спирта и эфира и герметично закрывают. Охлаждаясь, жидкость сжимается и в коробочке образуется пространство, наполненное паром жидкости — пузырек уровня. Коробочку прикрепляют к снизу плоскому металлическому основанию.

Так как пузырек легче жидкости, то он всегда находится в самой высокой части коробочки. Уровень устроен таким образом, что пузырек находится посередине крышки коробки, если уровень расположен на горизонтальной плоскости.

Для лучшего наблюдения за пузырьком на крышке нанесен ряд concentрических окружностей. При установлении такого уровня мы сразу же убедимся в наклоне поверхности: если основание не горизонтально, то пузырек сдвинется в ту сторону, которая расположена выше. Круглый уровень используют для малоточной и быстрой работы.

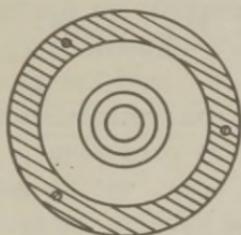


Рис. 1. Круглый уровень.

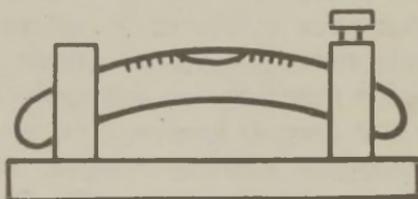


Рис. 2. Цилиндрический уровень.

Для более точной работы используют цилиндрический уровень.

Цилиндрический уровень представляет собой немного изогнутую стеклянную трубку, которая также, как и круглый уровень, наполнена смесью спирта и эфира. Для практического использования стеклянную трубку закрепляют в металлическую оправу-корпус. Для определения положения пузырька на верхнюю сторону трубки нанесен ряд штрихов.

б) Остировка цилиндрического уровня

Уровень налажен, если, положив его на горизонтальную поверхность, мы видим пузырек посередине. Если основание не горизонтально, то пузырек перемещается в ту часть трубки, которая находится выше. Чтобы убедиться, что уровень действительно налажен, расположим его на более или менее горизонтальной поверхности и заметим положение пузырька. Повернем уровень на 180° и опять определим положение

пузырька. Если уровень в обоих случаях показывает один и тот же наклон поверхности, т.е. пузырек вообще не сдвигается или сдвигается от среднего положения на одинаковую величину, то уровень налажен. Если уровень в том и другом случае показывает разную величину наклона поверхности, то он сам нуждается в настройке.

Для настройки уровень располагают на подставке АВ (рис. 3а) с регулируемым наклоном. Теперь наклон основания регулируют так, чтобы пузырек находился в центре (рис. 3б). Уровень поворачивают на 180° . Если он не настроен, то пузырек отклонится в сторону от центра (рис. 3в). Пузырек снова возвращают в середину, изменяя винтом N угол наклона уровня относительно основания рамы так, что пузырек сдвигается в сторону центра на половину своего отклонения, а оставшуюся половину пузырек проходит от того, что мы изменяем наклон подставки АВ. Теоретически уровень настроен уже вращением винта N , т.к. угол наклона α подставки к горизонтальной поверхности равен углу β наклона уровня относительно подставки (рис. 3б) и в повернутом положении (рис. 3в) угол наклона уровня с горизонтальную равен $\alpha + \beta$.

При смещении пузырька вращением винта N на пол смещения угол β исчезает и уровень параллелен со своим основанием (рис. 3г). Однако трудно следить за смещением пузырька и поэтому регулировку нужно продолжать и установить подставку так же горизонтально (рис. 3д). Уровень опять поворачивают на 180° , т.е. в первоначальное положение и следят, останется ли пузырек в середине. Обычно опять наблюдается отклонение, но намного меньше. Пузырек опять возвращают в середину. Первую половину пути пузырек проходит при вращении винта N , а вторую — при изменении угла наклона подставки. Поворачивают уровень на 180° и повторяют эту процедуру до тех пор, пока пузырек в обоих положениях не окажется посередине. Теперь уровень настроен: если он находится на горизонтальной поверхности, то пузырек находится в середине, т.е. в нулевом положении.

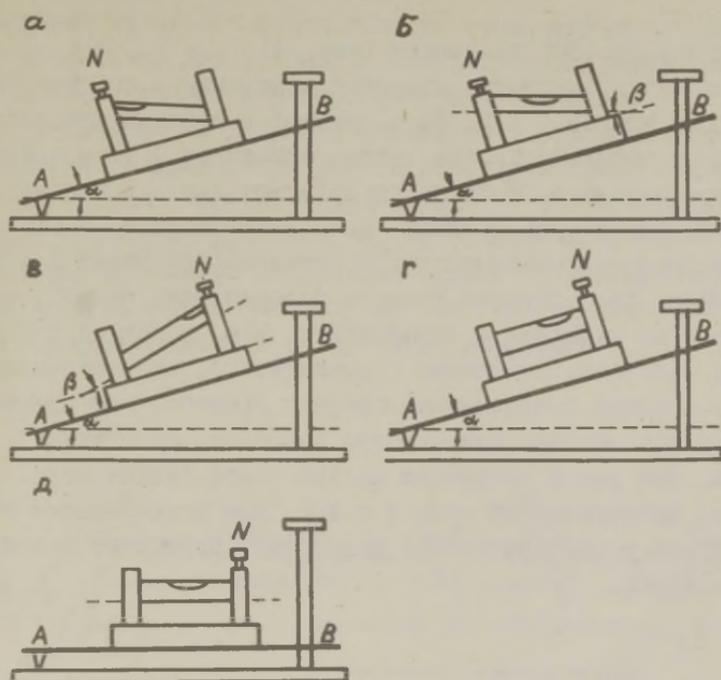


Рис. 3

В случае чувствительных уровней поступают иначе. Смещение пузырька производится вращением винта N и при этом считается количество оборотов винта. После того как пузырек достиг середины, его возвращают обратно на половину смещения. Для этого винт просто вращают в обратную сторону на половину числа оборотов.

в) Горизонтальная установка подставки

С помощью уровня можно установить в горизонтальное положение основания (подставки), опирающиеся на три винта. Причем такие основания используются также для настройки уровня. Для этого описанную в предыдущем пункте методику применяют следующим образом. Уровень располагают параллельно линии, соединяющей два винта один раз в одном, а другой раз -

в повернутом на 180° положении (рис. 4) .

Угол наклона основания изменяют вращением в противоположные стороны винтов 1 и 2. Если пузырек в обоих положениях находится в середине уровня, тогда основание в этом направлении горизонтально. Уровень располагают далее в направлении, перпендикулярном первому, т.е. в направлении 3-его винта, и пузырек устанавливают в середине вращением только этого винта. Для контроля уровень поворачивают на 90° , если пузырек не окажется в середине, то всю процедуру повторяют еще раз. Если основание горизонтально, то, независимо от того, в каком направлении повернут уровень, его пузырек находится посередине. Большинство приборов, снабженных уровнями, как раз и опирается на три винта (катетометр, теодолит, аналитические весы и т.д.). Для установления таких приборов в горизонтальное положение применяют описанный выше метод.

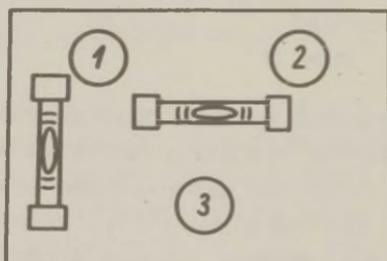


Рис. 4

г) Калибровка уровня и определение его чувствительности

У хороших уровней стеклянная трубка изогнута в виде дуги окружности так, что для смещения пузырька на одно деление в любой точке шкалы основание нужно наклонить на точно такой же угол. Величину этого угла называют чувствительностью уровня. Знать чувствительность уровня необходимо при

измерении маленьких углов наклона относительно горизонтальной плоскости. Для уровня, у которого чувствительность непостоянная, придется калибровать всю его шкалу.

Для калибровки уровня и определения его чувствительности используют экзаменатор (рис. 5), который представляет собой металлический стержень в виде буквы Т, опирающийся на три винта K_1 , K_2 и K_3 . Винт K_1 (у основания буквы Т) снабжен круговой шкалой со ста делениями, по которой отсчитывается угол поворота. На оси АВ находятся подставки L и M для установки уровней в трубчатых корпусах.

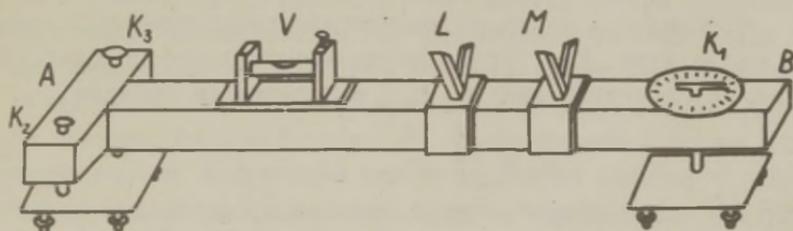


Рис. 5

Прежде всего нужно откалибровать сам экзаменатор, т.е. определить угол, на который изменится направление стержня АВ при повороте винта K_1 на одно деление. Этот угол находят из формулы

$$\alpha = \frac{h_1}{l} [\text{рад}], \quad (1)$$

где l — длина стержня АВ, т.е. расстояние между вершиной винта K_1 и прямой, соединяющей вершины винтов K_2 и K_3 ; h_1 равно 0,01 шага винта K_1 , т.е. высоте, на которую подыдется точка стержня АВ над вершиной винта K_1 , если сам винт повернуть на одно деление шкалы. Найденный по

формуле (1) угол можно выразить в секундах.

$$\alpha'' = 206265 \frac{h_1}{\ell} \approx 2,063 \cdot 10^5 \frac{h_1}{\ell} . \quad (2)$$

Экватор ставят на две стеклянные пластинки с ножками. Каждая из них имеет 3 ножки (винта) и заранее установлена горизонтально. С помощью уровня экватор (оси АВ и K_2 K_3) устанавливают горизонтально (как описано в пункте в). Для определения величины h_1 под винт K_1 экватора, установленного горизонтально, подкладывают стеклянную пластинку с хорошо обработанными поверхностями. Ее толщину d измеряют, например, микрометром. Затем стержень АВ экватора снова устанавливают горизонтально, вращая для этого винт K_1 . Угол поворота определяют по числу делений N круговой шкалы. h_1 вычисляют из формулы

$$h_1 = \frac{d}{N} . \quad (3)$$

Длину ℓ определяют с такой точностью, чтобы ее относительная ошибка не превышала относительные ошибки d и N .

Для калибровки и определения чувствительности уровень кладут на горизонтальный стержень АВ экватора (уровень в трубчатом корпусе устанавливают на подставки М и Л). Пузырек должен находиться посередине (рис. 6а).

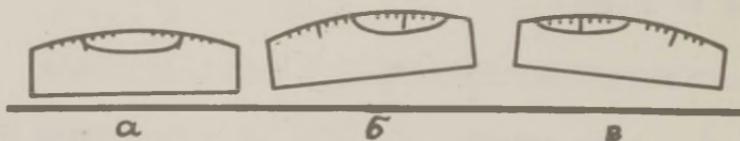


Рис. 6

Вращением винта K_1 его смещают в одно из крайних положений (рис. 6б). Затем, смещая каждый раз пузырек на одно

деление, считают количество делений круговой шкалы винта K_1 , пока не достигается положение рисунка 6 в. То же самое проделывают и в противоположную сторону. Находят среднюю чувствительность, для каждого положения пузырька вычисляют угол наклона относительно горизонтальной плоскости.

4. Ход работы

1. Настроим цилиндрический уровень, используя для этого одну из стеклянных пластинок из-под ножек экзаменатора. Заодно установим эту пластинку горизонтально.

2. Установим горизонтально также и вторую стеклянную пластинку, установим на них экзаменатор и приготовим его для измерений. Откалибруем круговую шкалу экзаменатора. Толщину стеклянной пластинки измерим микрометром. Для числа делений круговой шкалы N (разницы между двумя показаниями шкалы) допустимой ошибкой следует считать 0,1 деления. Это в случае, если оба показания получены при вращении винта в одну и ту же сторону, т.е. не учитывается мертвый ход винта. В нашем случае, однако, случайные ошибки могут значительно превысить эту ошибку, из-за чего их нельзя оставить неучтенными. Для оценки случайных ошибок повторим по крайней мере 5 раз установку пузырька уровня на одно из делений уровня, причем для уменьшения параллактической ошибки глаз нужно располагать как можно дальше от уровня. Если полученные показания круговой шкалы отличаются друг от друга больше, чем на 0,1 деления, опыт повторим еще 5 раз. Найдем максимум случайной ошибки единичного измерения 3σ (2). Тогда предельная ошибка величины N выражается так:

$$\Delta N = (3\sqrt{2} \sigma + 0,1) \text{ (делений)}. \quad (4)$$

ΔN и в дальнейшем будем считать предельной ошибкой разницы между двумя показаниями круговой шкалы. Ориентировочно измерим длину l , вычислим допустимый макси-

мум ее ошибки, исходя из условия, что ее относительная ошибка не превышала бы относительные ошибки α и N . Выберем подходящий измерительный прибор и измерим длину l . Методику, которая подходила бы для этого измерения, студент должен выбрать сам.

3. Определим среднюю чувствительность уровня и углы наклона основания относительно горизонтальной плоскости, которые соответствуют положениям пузырька у всех штрихов шкалы. Для этого желательно пронумеровать деления шкалы. Нулевыми будем считать те деления, у которых устанавливается пузырек уровня, находящегося в горизонтальном положении (получим прерывающуюся в середине шкалу). Деления справа от нуля пронумеруем положительными числами 1, 2, 3 , а слева - отрицательными -1, -2, -3 По описанной выше методике будем смещать пузырек из одного конца шкалы в другой. При этом будем записывать не число делений круговой шкалы, на которое нужно повернуть винт K_1 , чтобы пузырек сместился на одно деление, а показания круговой шкалы n_i , которые соответствуют нахождению пузырька у i -того штриха шкалы. Эту процедуру повторяем по меньшей мере 3 раза, пузырек каждый раз должен двигаться в одном и том же направлении (почему?). Вычислим средние n_i . Если для смещения пузырька из одного конца в другой винт K_1 нужно повернуть больше, чем на 2π , то число отсчитанных по круговой шкале делений нужно оставлять большим сотни. Начертим график

$$n_i = f(i).$$

Это должна быть прямая, проходящая через точку $(0, n_0)$. Угловой коэффициент прямой, умноженный на цену деления круговой шкалы α'' дает среднюю чувствительность уровня (см. формулу 2). Разброс точек около прямой позволяет определить предельную ошибку средней чувствительности.

4. График может быть прямой только в середине шкалы, у крайних делений чувствительность обычно изменяется. Из графика определим область шкалы уровня, где он имеет постоянную чувствительность. Тот же график может быть также кривой

калибровки уровня, если на l -оси отложить шкалу углов отклонений. Т.к. здесь нельзя больше свободно выбирать единицы на оси (почему?), то такой шкалой трудно пользоваться. Поэтому желательно построить новый график, где на оси абсцисс нанесем деления уровня, а на оси ординат - соответствующие этим делениям углы наклона φ относительно горизонтали. К графику припишем предельную ошибку углов наклона φ .

Литература

1. H.Таммет. *Praktilise metroloogia algmed I-III*. TRÜ rotaprint, Tartu, 1968.
2. П.Прюллер, X.Таммет. *Вычисление погрешностей измерений*. Тарту, ротап rint ТГУ, 1961.

7. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ И РАССТОЯНИЙ С ПОМОЩЬЮ ТЕОДОЛИТА

1. Задание

Ознакомление с устройством теодолита, регулировка теодолита. Определение расстояния между проекциями точек и их относительной высоты, составление плана.

2. Принадлежности

Теодолит ТТ-5 на треноге, штатив с отвесом, измерительная лента, груз для натяжения измерительной ленты, сосуд с водой для погашения колебаний.

3. Устройство и регулировка теодолита. Работа с теодолитом

Теодолит представляет собой зрительную трубу, вращающуюся относительно вертикальной и горизонтальной оси. Теодолит снабжен уровнями для установки его осей в вертикальном и горизонтальном направлениях, а также вертикальной и горизонтальной шкалами для измерения углов. Основной (первичной) операцией измерения теодолитом является определение угла между двумя прямыми. Для этого нужно установить теодолит на штатив таким образом, чтобы его вертикальная ось проходила через вершину измеряемого угла, направить зрительную трубу поочередно на предметы, установленные на этих прямых, и измерить угол поворота зрительной трубы. При возможности задача ставится таким образом, чтобы можно было ограничиться только измерением углов в вертикальной и горизонтальной плоскостях. В этом случае можно при измерении каждого угла

пользоваться только одной шкалой.

Основными частями теодолита (рис.1) являются зрительная труба, приспособления для измерения горизонтального и вертикального углов вместе с уровнями и тренога.

Зрительную трубу можно навести на резкость на предметы, удаленные на расстояние от 2 м и до ∞ , с помощью специальной фокусирующей линзы. Изображение возникает в плоскости окулярной сетки, нанесенной на стеклянную пластинку. Сетка имеет перекрестие, одна половина горизонтального штриха которого сдвояна (бисектор), и два горизонтальных штриха дальномера. Перемещением окуляра достигается резкость изображения окулярной сетки. Линия, соединяющая

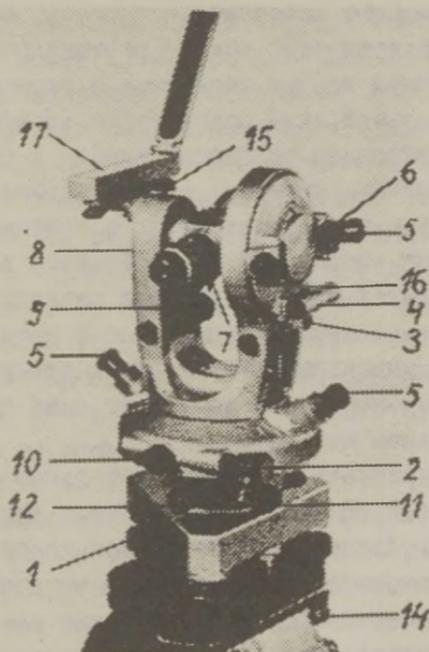


Рис.1

центр перекрестия с центром объектива, называется визирной осью, она перпендикулярна горизонтальной оси вращения зрительной трубы. При измерении углов необходимо, что-

би изображения предметов (точек), взятых на лучах измеряемого угла, попадали в центр перекрестия (визирная ось проходит в этом случае через выбранную точку).

Оба приспособления для измерения углов состоят из 2-х концентрических колец, центры которых находятся на оси вращения зрительной трубы. Внешнее кольцо - лимб - разделено на градусы и его части. На внутреннее кольцо - алидаду - нанесено симметрично относительно центра круга 2 вспомогательных шкалы - нониусы. Лимб и алидада вращаются относительно друг друга. Нониус дает возможность увеличить точность снятия отсчета с лимба. О принципе устройства нониуса и точности отсчета с помощью него можно прочитать в руководстве № 1 данного сборника.

Зрительная труба вращается вокруг вертикальной оси вместе со всей верхней частью теодолита и горизонтальной алидадой. Горизонтальный лимб может также вращаться вокруг этой оси. Для фиксирования положения лимба, а также алидады по отношению к лимбу, имеются зажимные винты (11,10). При закрепленных зажимных винтах можно с помощью специальных микрометрических винтов (12,2) перемещать лимб вместе с алидадой и зрительной трубой, а также алидаду и зрительную трубу относительно лимба. Неподвижно с горизонтальной алидадой закреплен цилиндрический уровень для установки осей вращения зрительной трубы соответственно в горизонтальном и вертикальном направлении.

Для измерения вертикальных углов зрительная труба соединена с лимбом, который вращается вместе с трубой вокруг горизонтальной оси. Алидада вращается вокруг этой же оси только на небольшом протяжении с помощью микрометрического винта (3). Вертикальный лимб имеет также зажимный винт (15) и микрометрический винт (9). С вертикальной алидадой соединен уровень (16) для установки нулей нониусов алидады на одной горизонтальной линии и для установки зрительной трубы в горизонтальное положение.

Оба приспособления для измерения углов имеют закрытую конструкцию. Отсчет производится с помощью дуп (5) через специальные отверстия.

Тренога является промежуточным звеном между теодолитом и штативом. Она прикрепляется к штативу становым винтом. Вращением подъемных винтов можно менять положение осей вращения теодолита. Сам теодолит крепится на треноге важным винтом (1).

К теодолиту ТТ-5 прилагается буссоль (17), представляющая собой магнитную стрелку на основании, устанавливаемом на теодолит. Буссоль применяется для определения магнитного азимута на местности. Магнитным азимутом называется угол между северным направлением магнитного меридиана земли и горизонтальной проекцией заданной линии, который отсчитывается от меридиана в направлении вращения часовой стрелки. При определении азимутов таким образом имеем дело всегда с направленными линиями. Каждая прямая имеет 2 значения азимута. Азимут может принимать значения от 0 до 360° .

Прямая, проведенная на основании буссоля, параллельна визирной оси; если ось магнитной стрелки совпадает с этой линией, то визирная ось ориентирована вдоль линии север-юг. Буссоль имеет важный винт; магнитную стрелку можно освободить только на время ориентировки лимба.

Внимание! 1. Вращая теодолит вокруг вертикальной оси нельзя держаться за зрительную трубу.

2. Зрительная труба имеет линзы, покрытые специальными, увеличивающими прозрачность линзы, слоями. Поэтому линзы ни в коем случае нельзя трогать! Снимать футляр с объектива можно только во время наблюдений!

Теодолиты используются главным образом в геодезии.

Вершина измеряемого угла обозначается на местности (на полу) какой-либо отметкой. Теодолит с треногой крепится к штативу. К крючку под штативом прикрепляется отвес. Штатив устанавливается над отметкой так, чтобы ноги его образовали равносторонний треугольник, а отвес был бы направлен на отметку. Эта операция называется центрированием теодолита.

Для большей точности в центрировании становой винт сделан в штативе подвижным. Перед окончательным центрированием нужно отрегулировать ноги штатива так, чтобы его диск был более или менее горизонтальным, а высота зрительной

трубы была бы удобной для наблюдений.

При подготовке к работе теодолита нужно вначале ориентировать ось вращения зрительной трубы вертикально, используя для этой цели подъемные винты треноги и уровень при горизонтальной алидаде. При условии, что уровень исправен (если плоскость алидады горизонтальна, то пузырек уровня будет посередине), операцию эту нужно производить следующим образом (см. руководство № 6 в данном сборнике). Ось уровня устанавливается параллельно прямой, соединяющей 2 подъемных винта треноги. С помощью этих винтов устанавливается пузырек уровня на середину. Теодолит поворачивается на 90° и устанавливается пузырек на середину с помощью третьего подъемного винта. Эта процедура повторяется еще один раз. Теперь оси вращения грубо установлены. Точную регулировку производят при помощи уровня у алидады вертикального круга. Этот уровень более чувствителен и имеет регулировочный винт (3, рис.1). Здесь используют методику одновременной настройки уровня и горизонтальной установки подставки (см. руководство № 6 в данном сборнике). При этом надо достичь того, чтобы пузырек уровня при вертикальной алидаде остался бы в середине в любом положении теодолита при вращении зрительной трубы вокруг вертикальной оси. Теперь одна из осей вращения горизонтальна, другая — вертикальна (взаимную перпендикулярность осей гарантирует завод).

Если уровень вертикального круга настроен правильно, настроенной является и вертикальная алидада, т.е. нулевые штрихи обих ее нониусов находятся в одной горизонтальной плоскости. Ось визирования зрительной трубы теперь горизонтальна, если отсчеты с вертикального круга будут $0^\circ 00' 00''$ и $180^\circ 00' 00''$. Для контроля устанавливают на лимбе такие показания, фиксируют вертикальный лимб и, поворачивая теодолит вокруг вертикальной оси, наводят зрительную трубу на какую-то отчетливо видимую точку. При том вертикальный круг находится, например, слева. Соответствующие показания отмечаем буквами КЛ (круг влево):

$$\text{КЛ} = 0^\circ 00' 00'' , 180^\circ 00' 00'' .$$

Затем зрительную трубу поворачивают на 180° вокруг обеих осей, фокусируют на ту же точку. Теперь вертикальный круг находится справа.

Если

$$\text{КП} = 180^\circ 00' 00'' , 0^\circ 00' 00'' . ,$$

то алидада исправна. Если это не так, алидаду надо настраивать при помощи регулировочных винтов (4, рис.1). Для этого надо обратиться к руководителю практических занятий или лаборанту.

При работе с теодолитом (как и с любыми другими измерительными приборами) нужно придерживаться такой методики измерения, которая позволила бы уменьшить систематические ошибки, вызванные методикой измерения неточностями инструмента. Для этого необходимо знать источники ошибок. При измерении углов теодолитом источников ошибок много. Основными из них являются: 1) неточность центрирования, 2) неточность визирования, 3) неточность настройки на резкость (если изображение и сетка не находятся в одной плоскости, возникает параллактическая ошибка), 4) ошибка в снятии отсчета, 5) неточности в изготовлении лимбов и нониусов, 6) негоризонтальность и невертикальность осей вращения зрительной трубы, 7) взаимная неперпендикулярность визирной оси зрительной трубы и горизонтальной оси вращения (коллимационная ошибка), 8) эксцентриситет алидады по отношению к лимбу (ось вращения не проходит через центры алидады и лимба), 9) ошибки случайного характера (колебание почвы, мелькание воздуха при наличии сильных конвективных потоков и др.).

В паспорте не лимитируются все эти ошибки в отдельности. Если теодолит отрегулирован в соответствии с указанной в паспорте методикой, если глаз наблюдателя достаточно натренирован, то все эти источники ошибок можно рассматривать как достаточно малые. При наличии очень большого количества малых источников ошибок повторяемость ошибок имеет нормальное распределение и мы можем результаты измерения характеризовать среднеквадратичной (или среднеарифметической) ошибкой. В паспорте теодолита ТТ-5 дана среднеквадратичная

ошибка единичного измерения $\delta = \pm 15''$. Следовательно, с вероятностью 99,7% гарантируется, что при повторном визировании на какую-либо точку полученные результаты не отличаются от их арифметического среднего больше чем на $3\delta = 45''$. Поскольку угол вычисляется как разность двух показаний, то среднеквадратичная ошибка измеренного угла, как результат двух визирований (одноразовых), будет $\delta_1 = \sqrt{2} \delta \approx 22''$. Таким образом, предельная ошибка, полученная при одноразовом измерении, будет $3\delta_1 = 1'$. Необходимо иметь в виду, что это имеет место при хорошо отрегулированном теодолите и опытным наблюдателе.

В общем случае при работе с теодолитом используют всегда повторные измерения, причем правильным выбором методики измерения некоторые ошибки удается скомпенсировать. При осреднении полученных с помощью двух нониусов значений измеренного угла, компенсируются ошибки, обусловленные эксцентриситетом (почему?). Коллимационную ошибку и ошибки, обусловленные негоризонтальностью оси вращения, можно компенсировать, измеряя угол на вертикальном круге при двух положениях трубы (т.е. снять показания КП и КЛ) и осредняя результаты. Ошибки, возникающие вследствие неточности делений на лимбе и нониусах, можно было бы компенсировать, повторяя измерения n раз и поворачивая каждый раз лимб на $1/n$ полного оборота, (например, можно делать 3 измерения, поворачивая лимб каждый раз на 120°). Этого, однако, обычно не делают, т.к. ошибка изготовления делений меньше ошибок, вызванных другими причинами ($< 3''$). Особенно тщательно нужно производить наводку на резкость, поскольку возникающая при этом параллактическая ошибка может в несколько раз превзойти все остальные. Наводку необходимо проверить на отсутствие параллакса — глаз перемещается перед окуляром, изображение сетки и предмета при этом не должны перемещаться относительно друг друга.

В соответствии с приведенной выше величиной предельной ошибки, значения горизонтальных и вертикальных углов, вычисленных из показаний КП и КЛ, могут отличаться друг от друга не более, чем на $2'$. В противном случае необходи-

мо измерения повторить. Если и теперь различия окажутся большими, чем $2'$, необходимо теодолит снова отрегулировать и измерения повторить. Полученное среднеарифметическое значение КП и КЛ не содержит теперь систематических ошибок, обусловленных тремя из перечисленных причин. Для оценки ошибки полученного значения нужно было бы повторить весь цикл измерения неоднократно и найти среднее значение арифметических средних КП и КЛ, и также квадратичную ошибку этого среднего значения. Этого, однако, обычно не делают. За максимальную ошибку найденного среднего значения угла по данным КП, КЛ принимается $1'$, как и при однократном измерении.

Измерение расстояния l от точки центрирования теодолита до установленной отметки является второй основной операцией измерения с помощью теодолита. При этом используется тригонометрия: катет прямоугольного треугольника находится из значений острого угла и другого катета. В точку, до которой измеряется расстояние, устанавливается вертикально рейка с нанесенными на нее делениями (т.н. нивелирная рейка). Зрительная труба с горизонтальной визирной осью направляется на рейку, затем на некоторое деление выше или ниже предыдущего, измеряется угол поворота и смещение точки визирования на рейке при повороте трубы. Расстояние (второй катет) вычисляется. В современных теодолитах для упрощения операций измерения и вычисления применяется так называемый нитяной дальномер. Для этого наносится на окулярную сетку кроме перекрестия еще две горизонтальные линии. Световые лучи, проходящие через эти линии, образуют постоянный острый угол, вершина которого находится вблизи вертикальной оси вращения. При горизонтальном положении визирной оси имеет место соответствие:

$$l = kh,$$

где h - количество делений на изображении рейки, находящихся между линиями дальномера, k - постоянная дальномера.

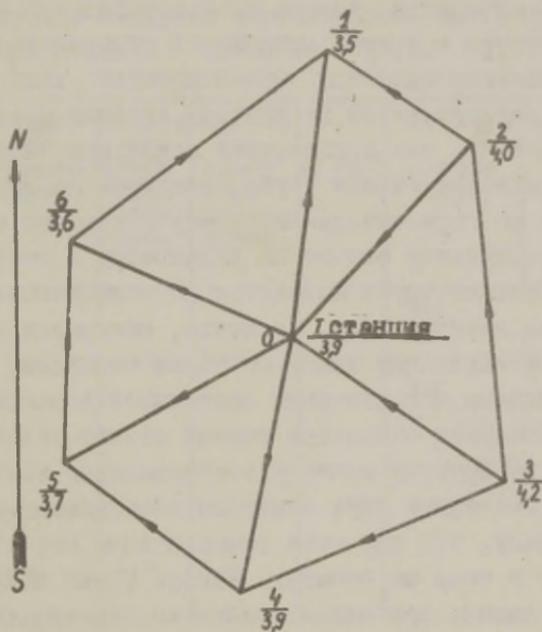
У большинства теодолитов (в том числе и у ТТ-5) $k=100$; число сантиметров, помещающееся при изображении рейки между линиями дальномера дает таким образом непосредственно e в метрах.

Ошибку в величине K нужно определять для каждого теодолита в отдельности. Для этого сравниваются расстояния, полученные путем измерения по теодолиту и с помощью металлической ленты. В практикуме проверяется постоянная K на основании описанного выше способа измерения длины. Погрешность нивелирной рейки также не нормируется. Необходим периодический контроль рейки. Продолжительные наблюдения показали, что под влиянием изменения температуры и влажности длина рейки может измениться до 0,5 мм на 1 м. Таким образом, за допустимую ошибку в длине рейки можно принять при длине рейки до 1 м - 0,5 мм, при длине рейки более 1 м - 0,05 %.

При работе с теодолитом, на котором имеется вертикальный круг и дальномер, можно определить положение проекций точек на местности на горизонтальной плоскости (в плане), а также относительную высоту этих точек (рельеф). Теодолит остается при этом в одной и той же точке. Такой способ измерений называется полярным способом, он очень распространен в землемерии. Точка центрирования теодолита называется станцией. Для определения расположения точек на плане выбирается одна из точек за начальную точку (направление от станции на начальную точку называется начальным направлением). Определяется азимут этой точки и углы между начальным направлением и линиями, соединяющими станцию с другими точками, и расстояния от станции до всех точек. Рекомендуется ориентировать лимб по магнитному меридиану, в этом случае отсчет, взятый по лимбу, дает непосредственно азимут данного направления. Для ориентировки лимба совмещается его нуль с нулем одного из нониусов алидады, закрепляется алидада и вращением лимба устанавливается зрительная труба по буссоли с севера на юг. Лимб закрепляется, он теперь ориентирован.

Для определения относительной высоты точек, в том случае, если разности высот выбранных точек не слишком велики, используется нивелирование горизонтальным лучом. Для этой цели снимаются отсчеты с рейки по всем точкам при горизонтальном расположении зрительной трубы. Разница этих отсчетов и дает нам относительную высоту точек. Для нахождения высоты точек по отношению к станции необходимо еще знать высоту теодолита.

Для облегчения обработки наблюдений набрасывается план измеряемого участка (на глаз), т.е. составляется т.н. кроки. На кроки наносятся направление севера-юга, расположения станции и измеряемых точек (пронумеровываются). Все точки соединяются со станцией и между собой отрезками прямых. Стрелка на отрезках указывает направление уклона. После обработки наблюдений составляется точный рисунок, для каждой точки записывается еще высота (в метрах) от какого-либо выбранного уровня (в знаменателе под номером точки). Такой чертёж называют планом. Пример плана приведен на рис. 2.



4. Ход работы

При небольшом расстоянии точек от станции нельзя использовать нивелирную рейку, поскольку малая точность делений и отклонения рейки от вертикального положения обуславливают ошибки, которые делают бессмысленным использование точного прибора — теодолита. Поэтому в данной работе используется металлическая измерительная лента, которая прикрепляется болтами к потолку. Груз, подвешенный к ленте, удерживает ее в вертикальном направлении. Для исключения колебаний груз можно опустить в воду. Измерению подлежат положение трех упомянутых болтов и их относительные высоты по отношению к наиболее выступающему болту. За измерительные точки можно выбрать любые точки на оконечности болтов (например, конец закрепительного штифта измерительной ленты); выбор точек не оказывает влияния на процесс измерения, поскольку зрительная труба наводится только на измерительную ленту. Теодолит центрируется в точке, показанной руководителем (станция 0), отрегулировывается. Ориентируется лимб. Измерительная лента подвешивается на один из крайних болтов (желательно на левый), так определится начальное направление. Горизонтальная зрительная труба наводится на ленту, снимается отсчет по горизонтальному лимбу с помощью обоих нониусов, снимается также отсчет по дальномеру и отсчет высоты. Затем зрительная труба наводится по возможности на самую высокую или низкую точку на ленте, снимается отсчет по ленте и по вертикальному лимбу по обоим нониусам. Последние данные необходимы для контроля постоянной дальномера. При отсчете по нониусам снимается полный отсчет только по одному нониусу, по другому нониусу отсчитываются только минуты и секунды. Показания двух нониусов осредняются. Необходимо иметь в виду, что для всех точек полные отсчеты снимаются по одному и тому же нониусу. Теперь у нас получены все необходимые данные при одном положении вертикального круга. Зрительная труба переворачивается через зенит и

весь цикл повторяется. То же самое делается и для остальных измерительных точек, только калибровка дальномера не повторяется.

Данные желательно поместить в таблицы по следующей форме.

Данные измерения горизонтальных углов $\widehat{102}$ и $\widehat{103}$:

Обозначен. точки на кроки	Отсчеты нониусов (КП)		Средн. отсчет	Величина угла (КП)	Отсчеты нониусов (КЛ)		Средн. отсчет	Величина угла (КЛ)
	1	II			1	II		
1	-	-	-	$\widehat{102}$	-	-	-	$\widehat{102}...$
2	-	-	-	$\widehat{103}$	-	-	-	$\widehat{103}...$
3	-	-	-		-	-	-	

Средние значения углов:

Данные измерений высоты и расстояний:

Отсчеты по нониусам вертикального круга при горизонтальной визирной оси : $0^{\circ}00'00''$ и

Обозн. точки на кроки	Отсчет по дально- меру	Отсчет по лимбу при гориз. трубе а	Отсчет по лимбу при наклон. трубе в	/а - в /	Отсчеты по вертик. кругу		Средн. отсчет	Верт. угол
					1	II		
1	---	---	---	---	КП			---
					---	---	---	
					КЛ			
					средн. угол			---
2	---	---						
3	---	---						

Составляется кроки.

Далее вычисляются расстояния между точками 1, 2, 3 и их относительная высота (вместе с ошибками). При вычислении расстояния употребляется уточненное значение постоянной дальномера. Чертится план в подходящем масштабе. Высоты отмечаются только у измеренных точек относительно самой низкой точки. Высота станции в этой работе не определяется.

5. Дополнительные вопросы

1. Почему вертикальная линия в окуляре сделана в виде биссектора ?

2. В каких случаях полезно использовать для точной наводки на предмет микрометрическое вращение не алидады, а лимба?

3. Доказать, что осреднение показаний, взятых по двум нониусам, компенсирует ошибки, обусловленные эксцентриситетом.

4. Выяснить, почему компенсируются ошибки, обусловленные наклоном горизонтальной оси, и коллимационная ошибка, при осреднении отсчетов по КП и КЛ.

5. Доказать геометрически, что формула дальномера $l = kh$ точна только при горизонтальной визирной оси.

6. Обосновать, почему по одному из нониусов можно записывать только минуты и полученные таким образом отсчеты по двум нониусам осреднять.

7. В каких случаях неприменимо нивелирование с помощью горизонтального луча ?

Литература

1. H. Farnet. Praktische metrologia aligned III. TRÜ rotaprint, Tartu, 1968.

2. Н.Н. Степанов. Геодезия. Л., Гидрометеонадат, 1954.

8. ВВЕШИВАНИЕ НА АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЕСАХ С ДЕМПФЕРАМИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТИННОЙ МАССЫ ТЕЛА.

1. Задание

Ознакомление с устройством аналитических весов с демпферами и с методами взвешивания на них. Ознакомление с источниками ошибок при взвешивании. Вычисление истинной массы тела (учет поправки, обусловленной выталкиванием из воздуха /закон Архимеда/).

2. Принадлежности

Аналитические весы АД-200, комплект гирь, взвешиваемое тело (наполненная воздухом и запаянная стеклянная ампула), измерительный цилиндр.

3. Устройство аналитических весов и методика определения массы

Аналитические весы 2-ого класса обеспечивают при измерениях предельную относительную ошибку от 10^{-5} до 10^{-6} (10^{-5} % до 10^{-4} %). Они являются равноплечными рычажными весами. Основной измерительной операцией является сравнение неизвестной массы взвешиваемого тела с массой комплекта, составленного из эталонов, т.е. гирь. Основной деталью весов является жесткое металлическое коромысло, которое острым ребром своей призмы из очень твердого материала - агата, кварца и пр. - опирается на плоское основание из того же материала. На концах коромысла прикреплены такие же призмы, вверх поддерживающим ребром. На эти ребра опираются плоские пластины, на которых висят чашки для взвешива-

ния. Вся эта система находится в шкафу со стеклянными дверцами. С помощью специального приспособления - арретира - приподнимается как коромысло, так и чашки немного вверх так, чтобы призмы отделились от пластин. Весы освобождают от арретира только на время взвешивания.

Коромысло с пустыми или одинаково нагруженными чашками должно при освобождении от арретира остаться в строго горизонтальном положении, т.е. в положении равновесия. Практически, однако, оно при освобождении от арретира всегда получает маленький толчок, который выводит его из положения равновесия. Коромысло устроено так, что его центр массы находится ниже, чем ребро опорной призмы, т.е. оно представляет из себя физический маятник и начнет колебаться вокруг положения равновесия. При этом перед шкалой колеблется конец длинной вертикальной стрелки, прикрепленной в середине коромысла, облегчая таким образом наблюдения за движением коромысла.

Более точные описания и теория аналитических весов даны в литературе /1/. Оказывается, что весы тем чувствительнее, чем ближе центр массы к ребру опорной призмы; но тогда больше также и период колебаний, и на их затухание уходит больше времени. Поэтому положение равновесия коромысла чувствительных весов определяют обычно через амплитуды колебаний /1/. Найденный таким образом отсчет вместе с тем и точнее, т.к. из-за наличия трения между призмой и опорной пластинкой коромысло может остановиться немного в стороне от правильного положения равновесия.

В настоящее время упомянутое трение делают очень маленьким. Весы снабжают электромагнитными или воздушными успокоителями (демпферами) для быстрого гашения колебаний. Воздушный успокоитель - демпфер - состоит из двух стаканов, входящих один в другой. Один из стаканов неподвижно прикреплен к опорному стрелно весов, а второй подвешен вместе с чашкой для взвешивания. Между двумя стаканами остается узкий воздушный промежуток. При колебании коромысла в одном из демпферов получается пониженное давление, а в другом - повышенное. Сила давления на подвижный стакан всегда

направлена противоположно движению. Сквозь узкий промежуток между стаканами течет воздух и возникающие силы трения также всегда противоположны движению. В результате всего этого колебания очень быстро затухают и равновесное положение коромысла определяют по остановившейся перед шкалой стрелке. При этом, конечно, возникает маленькая ошибка, обусловленная наличием трения. Она носит случайный характер. Максимум этой ошибки - допустимая вариация - определяется ГОСТ-ом и зависит от типа весов.

Коромысло, нагруженное одинаковыми массами, находится в горизонтальном положении только тогда, когда его плечи, т.е. расстояния между стрелкой и крайними призмами строго одинаковы. Для получения точности измерений 10^{-5} плечи длиной, например, 10 см, должны быть равными друг другу с точностью до 1 мкм. Но идеального равенства получить невозможно, к тому же при колебаниях изменяется отношение длин плеч. Последнее происходит от того, что цилиндрическое ребро призмы качается вдоль пластинки и положение точки опоры изменяется. Поэтому ГОСТ определяет ошибку, обусловленную неравномерностью плеч, как зависящую от класса точности /2/.

При взвешивании прежде всего определяют положение равновесия свободных весов. Это положение (нулевая точка) может быть смещено от середины шкалы не больше, чем на одно деление, в противоположном случае весы нужно отрегулировать. Затем взвешиваемый предмет кладут на левую чашку весов, а гири - на правую. Желательно перед этим взвесить тело на менее точных весах, т.к. потом проще подобрать нужны гири. Гири начинают брать с самых больших, постепенно переходя к самым маленьким. Таким образом, составляют комплект из минимального числа гирь, что обеспечивает также и минимальную ошибку. При подборе гирь весн нельзя полностью освобождать от арретира. При неполном освобождении коромысла оно отклоняется только в одну сторону, и сразу видно, нужно ли на правой чашке весов уменьшить массу гирь (т.е. заменить последнюю гирю более легкой) или увеличить (положить следующую гирю).

Обычно не удается имеющимися гирями уравновесить весы - они для этого слишком чувствительны. Для более точного уравновешивания используют рейтер. Рейтер представляет собой проводочную фигурку с определенной массой (в нашем случае - 10 мг). Рейтер помещают на верхнее ребро коромысла на определенном расстоянии от опорной призмы. Плечо силы тяжести рейтера меньше, чем у гирь, находящихся на чашке весов. Поэтому он своим вращающим моментом создает такой же эффект, как и гиря, положенная на чашку, но имеющая меньшую массу. Эквивалентную массу рейтера m' определяют из соотношения

$$m' = \frac{l'}{l} m = m \alpha,$$

где m - масса рейтера.

$\alpha = \frac{l'}{l}$ - отношение расстояния рейтера и длины плеча весов, которые определяют с помощью шкалы, находящейся на верхнем ребре коромысла. С помощью рейтера можно было бы в случае нагруженных весов АД-200 положение равновесия совместить с нулевой точкой так, что ошибка, обусловленная неуравновешенностью весов не превышала бы 0,1 мг. Однако, для экономии времени устанавливают положение равновесия в точке N_1 , не стараясь, чтобы оно точно совпадало с точкой N_0 (N_1 должно отличаться от N_0 больше, чем на 5 делений). Определяют поправку ΔM для суммарной массы M' гирь и рейтера

$$\Delta M = \frac{1}{\zeta} (N_1 - N_0).$$

Здесь ζ - чувствительность весов, т.е. отклонение стрелки весов, произведенное единичной массой. $\frac{1}{\zeta}$ - цена деления (измеряется обычно в мг/дел). Если деления шкалы пронумерованы, начиная слева, то эта формула дает поправку с правильным знаком. Для определения чувствительности рейтер перемещают на коромысле так, что оно занимает новое положение равновесия N_2 . Это должно находиться с другой

сторон от N_0 . Вычисляют τ :

$$\tau = \frac{|N_2 - N_1|}{\Delta m},$$

где Δm — изменение массы на чашке весов, эквивалентное смещению рейтера. Для вычисления массы взвешиваемого тела получим формулу

$$M = M' + \Delta M = M' + \Delta m \frac{N_1 - N_0}{|N_2 - N_1|}. \quad (1)$$

По окончании взвешивания снова проверяют нулевую точку. Она не должна отличаться от предыдущей больше, чем на 0,2 деления.

В данной работе положение равновесия нужно определять с точностью 0,1 — 0,2 деления. Это поможет сделать стрелка, которая на своем кончике ребром повернута к наблюдателю, что уменьшает паралактическую ошибку при снятии отсчета (см. работу 1 наст. сборника).

Предельную ошибку результата измерения M определяют, складывая : допустимые погрешности гирь, предельную допустимую ошибку, обусловленную неравноплечностью весов и ошибку поправки ΔM . Предельную ошибку поправки обычно не вычисляют на основании формулы 1, а складывают ошибку эквивалентной массы рейтера и максимальную допустимую вариацию Δm . Вариацию можно при многократном определении положения равновесия уменьшить так, что обусловленная ею ошибка может остаться неучтенной /2, стр. 25/. Погрешность эквивалентной массы рейтера находят умножением погрешности массы рейтера на отношение δ и прибавляя ошибку, обусловленную неточностью шкалы коромысла (в случае АД-200—0,2 мг). Используя метод замещения, можно устранить также ошибку, обусловленную неравноплечностью /1,2/. В этом случае погрешность M' определяет только сумма допустимых погрешностей гирь.

4. Вычисление истинной массы тела

Так как взвешивание происходит в воздухе, то, согласно закону Архимеда, как на гири, так и на взвешиваемое тело действует выталкивающая сила, и для уравновешенных весов (коромысло в горизонтальном положении) массы гирь и взвешиваемого тела не равны. Очевидно действует равенство:

$$M_{и}g - V_{г}\rho_{в}g = Mg - \rho_{в}gV_{т}$$

Здесь $M_{и}$ - истинная масса тела (ее мы получили бы при взвешивании в вакууме). M - приведенная масса использованных гирь /2, стр. 22/ вместе с поправкой по формуле (1), $\rho_{в}$ - плотность воздуха, $V_{г}$ и $V_{т}$ - соответственно объем тела и гирь. Если точность взвешивания не превышает 10^{-5} , то при вычислениях объема тела $V_{г}$ можем заменить $M_{и}$ на M и формула примет вид

$$M_{и} = M \left[1 + \rho_{в} \left(\frac{1}{\rho_{г}} - \frac{1}{\rho_{т}} \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь $\rho_{г}$ - плотность тела, $\rho_{в}$ равно 8000 кг/м^3 /2, стр. 22/. Если плотность тела не известна, проще определить его объем $V_{г}$; тогда формула (2) примет вид:

$$M_{и} = M + \rho_{в} \left(V_{г} - \frac{M}{\rho_{т}} \right). \quad (3)$$

В случае точности измерений до 10^{-5} плотность воздуха можно вычислить по формуле:

$$\rho_{в} = 347 \frac{p(\text{ммд})}{T(^{\circ}\text{K})} \left(\frac{\text{г}}{\text{м}^3} \right). \quad (4)$$

5. Правила пользования весами и гирями

1. Коромысла и чашки весов нельзя трогать руками.

2 . На чашки весов не разрешается класть ничего мокрого, горячего и пачкающего.

3 . Ввешиваемое тело кладут на левую чашку весов, а гири – на правую.

4 . Для предохранения от движения воздуха, стеклянные дверцы во время взвешивания должны быть закрыты.

5 . Запрещается перегрузка весов. Максимальная допустимая нагрузка на АД-200 составляет 200 г .

6 . Гири нельзя брать руками. О пользовании гирями читай /2/. Снятие с чашки весов гири кладут сразу обратно в коробочку, но ни в коем случае не на стол.

В коробке гири должны располагаться в порядке своей величины.

7 . Весы можно освободить от арретира только непосредственно на время взвешивания, причем стрелка не должна уходить за пределы шкалы. Весы нужно арретировать плавным движением в момент, когда стрелка проходит нуль шкалы.

8 . Во время взвешивания нельзя опираться на основание весов. Неарретированные весы нельзя толкать или трясти !

6. Ход работы

1 . Основательно ознакомимся с устройством и теорией аналитических весов. Поупражняемся в арретировании весов и освобождении от арретира. Установим весы горизонтально по круглому уровню, находящемуся на основании весов. Проследим, колеблется ли коромысло свободно, без сопротивления.

2 . Определим нулевую точку весов.

3 . Ввесим полую стеклянную ампулу с максимальной возможной точностью.

4 . С помощью измерительного цилиндра определим объем стеклянной ампулы.

5 . Вычислим истинную массу ампулы вместе с ошибкой.

7. Дополнительные вопросы

1 . Почему предельную ошибку ΔM можно считать равной

еделе допустимой вариации весов и погрешности эквивалент-
ной массы рейтера?

2 . Как можно регулировать нулевую точку и чувствитель-
ность аналитических весов?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика.
Под ред. В.И.Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр.63-75.
2. Н.Ташмет. Praktilise metroloogia algmed III. TRÜ rota-
print, Tartu, 1968, lk. 21-26.

9. КАЛИБРОВКА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ КОЛБЫ

1. Задание

Проградуировать стеклянную колбу как наливную и отливную меру вместимости.

2. Принадлежности

Колба с отметкой на горловине, аналитические весы, гири, дистиллированная вода, термометр, штангенциркуль.

3. Введение

Измерительные колбы и цилиндры бывают двух типов: наливные и отливные. Соответственно имеется на них знак "Н" или "О". Бюретки, пипетки и конические мензурки изготавливаются только отливными, у них нет и знака.

Номинальный рабочий объем наливных мер вместимости равен находящемуся в сосуде объему жидкости, при условии, что касательная к мениску пересекает отметку и температура равна 20°C .

Для правильного наполнения колбу нужно поставить на горизонтальный стол. Глаз наблюдателя должен находиться на той же высоте, что и мениск жидкости. Как это установить?

Коэффициент линейного расширения стекла $\approx 9 \cdot 10^{-6} \text{град}^{-1}$, т.е. коэффициент объемного расширения $2,7 \cdot 10^{-5} \text{град}^{-1}$.

Отсюда видно, что отличие температуры на 5 град. от нормальной обуславливает методическую ошибку $\approx 0,015 \%$.

Ее можно уменьшить, если учесть температурную поправку.

Нельзя забывать, что коэффициент объемного расширения жидкостей приблизительно в 100 раз больше, чем у стекла. Поэтому всегда должно быть ясно, при какой температуре нужно знать объем жидкости.

Если же измерения происходят при различной температуре, то нужно произвести перерасчет.

Наливными мерами можно измерить только количество наливаемой жидкости. Количество вылитой жидкости меньше номинального объема меры, т.к. часть жидкости остается на стенках сосуда. На практике чаще всего нужно знать как раз объем выливаемой жидкости. В этом случае используют отливные меры вместимости.

Номинальный рабочий объем отливной меры равен количеству вылитой жидкости, наполнявшей сосуд до отметки.

Условия: температура равна 20°C , и меру 30 сек. держали вверх дном. Отливными мерами можно правильно измерить только объем воды и водяных растворов слабой концентрации. (Очевидно, что при измерении сиропа получилась бы далеко не маленькая ошибка.)

Если отливную меру нужно использовать для измерения наливаемой жидкости, то его нужно предварительно смочить. Но, если это возможно, лучше все-таки использовать наливные меры, т.к. они точнее.

У некоторых (старого типа) измерительных колб имеются две отметки. Такие колбы можно использовать как наливные и как отливные меры.

4. Калибровка

Снабженные отметкой колбы калибруют с помощью весов и дистиллированной воды. При вычислении объема дистиллированной воды нужно знать зависимость плотности воды от температуры при нормальном давлении. Она дана в табл.1. Взвешивают сухую колбу и колбу, наполненную до отметки водой; разность их масс дает массу воды. Вычисляют истинную массу воды (см. работу № 8 настоящего сборника).

ТАБЛИЦА 1

t ($^{\circ}\text{C}$)	$\rho \cdot 10^3$ ($\text{кг}/\text{м}^3$)
12	0,99952
13	0,99940
14	0,99927
15	0,99913
16	0,99887
17	0,99880
18	0,99862
19	0,99843
20	<u>0,00823</u>
21	0,99802
22	0,99780
23	0,99757
24	0,99732
25	0,99707
26	0,99681
27	0,99654
28	0,99626
29	0,99597

При вычислении можно использовать формулы, гарантирующие точность до 10^{-5} . Вычисляют объем воды при температуре опыта. Это дает номинальную вместимость колбы как наливной меры. Чтобы узнать номинальную вместимость той же колбы как отливной меры, нужно взвесить мокрую колбу. Разница масс наполненной и мокрой колбы позволяет найти эту вместимость.

5. Ход работы

Взвесим пустую колбу согласно руководства 8. Затем наполним колбу до отметки водой (не касаться колбы мокрыми

или влажными руками!). Расстояние между отметкой и уровнем воды не должно превышать десятой доли миллиметра. При точной регулировке уровня воду можно прибавить или отнять с помощью пипетки или стеклянной палочки. Горлышко должно быть сухим. Теперь взвесим колбу, наполненную водой. Постараемся получить максимальную точность, которую позволяют достигнуть весы и гири. Сразу же после измерения поставим в колбу термометр и зарегистрируем температуру воды. В это же время отметим давление и температуру воздуха в лаборатории. Теперь опорожним колбу, опрокинув ее вверх дном и продержав так 30 сек. Затем взвесим ее. После этого наполним колбу; опрокинув ее на 10 сек. повторим взвешивание. Произведем, наконец, пятое взвешивание, продержав колбу вверх дном 5 минут (между 4 и 5 взвешиваниями колбу наполнять не нужно).

После этого штангенциркулем измерим внутренний диаметр горла колбы на уровне отметки.

Вычислим следующие величины:

1. Номинальный объем колбы как наливной меры.
2. Ошибку измерения объема при отклонении высоты уровня жидкости на 0,2 миллиметра.
3. Номинальный объем колбы как отливной меры.
4. Ошибку, допускаемую при выливании воды за 10 сек.
5. Ошибку, которую мы сделали бы, если бы приняли плотность воды равной в точности 1 г/см^3 .
6. Ошибку, которую бы мы сделали, если бы не учли закон Архимеда.

5. Дополнительные вопросы

1. Если у колбы две отметки, какая из них соответствует отливной мере, высшая или низшая?
2. Доказать, что хоть воду мы и взвешивали вместе с колбой, истинный вес воды мы можем вычислить обычным способом (см. руководство № 8).

10. КАЛИБРОВКА РЕЛЕ ВРЕМЕНИ

1. Задание

Ознакомление с устройством электрических секундомеров. Изготовление и калибровка простейшего реле времени. Изучение закона распределения случайных ошибок.

2. Принадлежности

Секундомер ПВ-53 Л или П-14 М , реле времени (стенд), провода.

3. Введение

а) Секундомер ПВ-53 Л представляет собой измерительный прибор вибрационного типа, использующий для измерения времени стабильность частоты 50 гц переменного тока. Принцип действия вибрационного секундомера поясняет рис.1.

Через обмотку возбуждения 1 пропускается переменный ток. Под действием переменного магнитного поля катушки намагничивается явчок 2 из мягкой стали, который находится между полюсами постоянного магнита. Он колеблется с частотой переменного тока, приводя посредством вала 3 в колебание и вилку 11, которая сообщает за время полного колебания явчика 2 толчка шестерне 5. Шестерня имеет 100 зубцов и делает один оборот в секунду, двигаясь толчками в $1/100$ сек , приводя в движение большую стрелку 6. С помощью системы передачи 7, 8 приводится во вращение маленькая стрелка 9, частота вращения которой в десять раз мень-

ше, чем у большой стрелки. С помощью специального рычага 10 стрелки перед измерением приводятся в нулевое положение. Секундомер питается переменным током в 220 или 110 в. Он имеет четыре клеммы, которые используются согласно схемы на циферблате. Переменное напряжение подается на клемму со звездочкой (первая справа) и клемму "220" или "110" в соответствии с напряжением сети, при этом ток идет в обмотку возбуждения через добавочные сопротивления. К клеммам "К" и "Ж" подведены концы самой обмотки, эти клеммы можно использовать для остановки секундомера замыканием обмотки накоротко. Пуск секундомера производится включением тока или размыканием короткого замыкания.

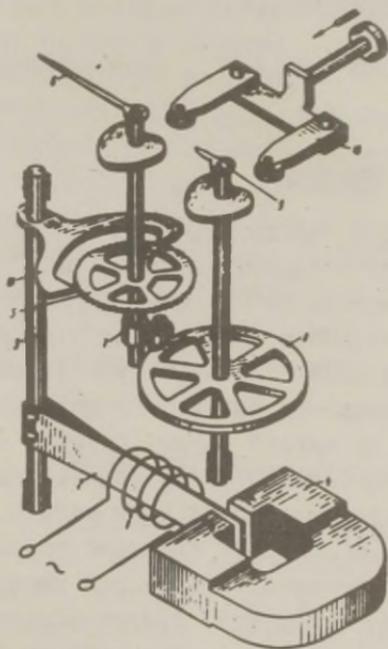


Рис.1

Прибор позволяет измерять промежутки времени до 10 сек, причем маленькая стрелка показывает полные секунды, а большая - десятые и сотые доли секунды. Для измерения больших промежутков времени ($t > 10$ сек) надо визуально отсчитывать число полных оборотов маленькой стрелки. Допустимая погрешность показаний при $0 < t < 3$ сек равна $\pm 0,03$ сек, а при $t > 3$ сек $\pm 0,05$ сек. В случае, когда делается несколько измерений последовательно, не переводя стрелки в нулевое положение, погрешность измерения суммарного промежутка времени равна сумме погрешностей его составляющих.

Ясно, что показания секундомера пропорциональны частоте питающего напряжения. Если частота отличается от номинальной, то правильный результат измерений получим из формулы:

$$t = t_s \frac{50}{f}, \quad (1)$$

где t - измеряемый промежуток времени, t_s - показание секундомера, f - частота используемого тока, измеренная с помощью частотомера (герцметра).

б) Электросекундомер П-14 М снабжен синхронным двигателем и электромагнитным сцеплением. Частота оборотов вала синхронного двигателя строго пропорциональна частоте переменного тока. На время измерений мотор постоянно включен в сеть (клеммы 1 и 2 на корпусе). Пуском тока в цепь электромагнитного сцепления (клеммы 3 и 4) с валом мотора соединяют зубчатую передаточную систему, которая приводит в движение стрелки. Как для питания мотора, так и сцепления, используют переменное напряжение 50 гц, 220 в.

У секундомера три стрелки, которые позволяют со шкалы емкостью в 10 минут снимать отсчеты с точностью 0,01 сек. Допустимая ошибка секундомера при номинальной частоте 0,01 сек. Для вычисления уточненных результатов измерений в случае частоты питающего напряжения, отличающейся от 50 гц, нужно использовать формулу (1).

При измерениях с меньшей точностью частоту сети не определяют. В этом случае для обоих секундомеров предельную ошибку результата измерения Δt вычисляют из формулы

$$\Delta t = 0,01 t + \Delta^{\circ}t \quad , \quad (2)$$

где $\Delta^{\circ}t$ - допустимая инструментальная погрешность секундомера.

в) Простейшее реле времени можно построить на базе электромагнитного реле ER , конденсатора C , сопротивления R и источника постоянного напряжения (рис.2). Чтобы привести в движение якорь электромагнитного реле, надо через обмотку реле пропустить ток некоторой минимальной силы. Назовем этот ток пусковым и обозначим через J_n . Под действием пружины притянутый якорь освобождается и возвращается в первоначальное положение при некотором меньшем значении тока J_0 .

Зарядка конденсатора через сопротивление R до напряжения U займет некоторое определенное время, причем напряжение на конденсаторе растет, а ток через сопротивление убывает по экспоненциальному закону. Если теперь зарядку производить через обмотку реле так, что в начальный момент ток превышает J_K , то в течение некоторого определенного промежутка времени, пока $J > J_0$, электромагнит удерживает якорь. Контур, соединенный с контактами реле в течение соответствующего промежутка времени либо замкнут, либо разомкнут в зависимости от нормального положения используемых контактов (замкнуты или разомкнуты при освобожденном якоре).

Такое же реле можно изготовить, используя ток разрядки заряженного конденсатора через обмотку реле.

Промежуток времени, в течение которого якорь в описанной схеме притянут, можно регулировать тремя способами:

- 1) изменяя напряжение, до которого заряжается конденсатор;
- 2) изменяя емкость конденсатора;
- 3) изменяя сопротивление, включенное последовательно с обмоткой реле.

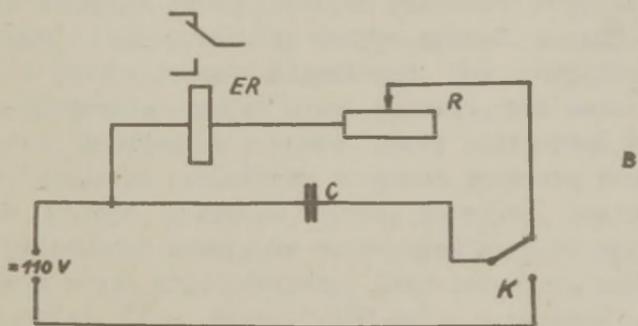
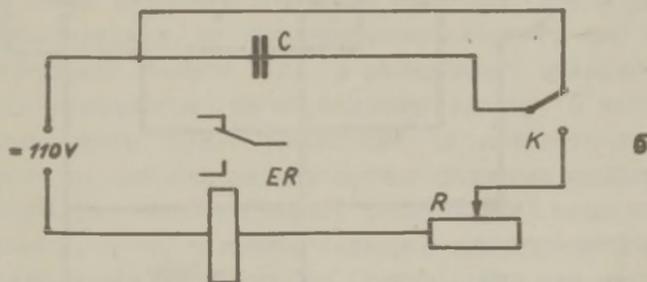
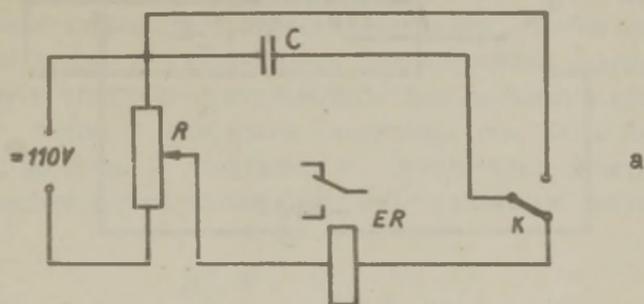
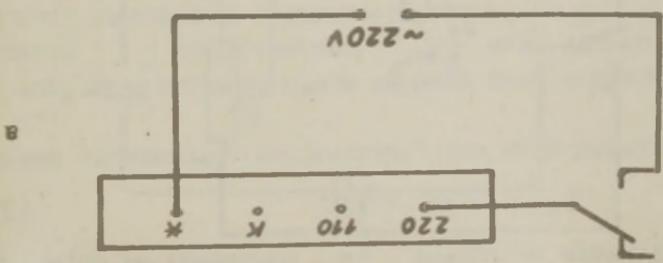
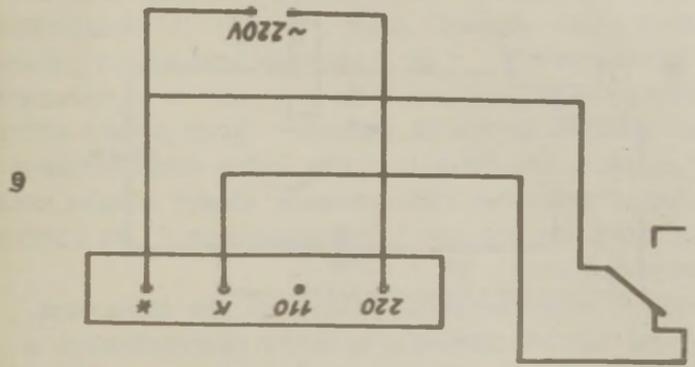


Рис. 2

Fig. 3



4. Закон распределения случайных ошибок

Описанную выше схему можно использовать также для исследования закона распределения случайных ошибок измерений. Для этого в каком-нибудь определенном положении подвижного контакта регулируемого сопротивления делают большое число n измерений (например, $n = 100$). Для промежутка времени t получают n результатов измерения t_i и n вероятнейших ошибок Δt_i этих единичных результатов:

$$\Delta t_i = \bar{t} - t_i ,$$

где \bar{t} - арифметическое среднее результатов измерений t_i .

Если имеем дело со случайными ошибками, обусловленными незначительными, но многочисленными факторами, то число вероятнейших ошибок Δt_i в зависимости от величины Δt_i распределяется по нормальному закону. В этом случае больше всего будет наименьших по абсолютному значению ошибок; чем больше абсолютное значение ошибки, тем реже она встречается. График, показывающий зависимость числа ошибок от их величины является симметричной кривой относительно оси числа ошибок (y -оси). Это так называемая гауссова кривая, которая по форме напоминает разрез колокола. Однако, если среди обуславливающих ошибки факторов найдутся такие, которые оказывают гораздо большее влияние, чем другие, то фигура кривой, характеризующей закон распределения, искажается. При построении графика распределения ошибок нужно уяснить, что вероятнейшие ошибки, полученные в опыте, имеют дискретные значения; это является выражением конечной точности измерительного прибора. В данном случае, например, результаты любого отдельного измерения отличаются друг от друга целым числом сотых долей секунды. Следовательно, минимальным значением Δt_i будет $1/100$ сек, и отдельные Δt_i тоже отличаются друг от друга целым числом сотых долей

секунды. Но это не значит, что функция распределения в принципе дискретная. Проведя измерения в таких же условиях более точными часами, мы получили бы ошибки другой величины, но число ошибок при довольно большом количестве измерений в достаточно широком интервале значений

Δt_i ; в обоих случаях было бы одинаковым. Поэтому и надо график функции распределения строить не по точкам, а по промежуткам.

Разделив число, которое выбрано чуть большим, чем самое большое по абсолютной величине Δt_i , на 4-7 равных промежутков, получим на оси x (оси величин ошибок) соответствующее количество промежутков в обе стороны от нуля. При выборе величины промежутка надо учитывать, чтобы он был больше, чем точность измерения (в данном случае 0,01 сек), и чтобы конечные точки промежутков не совпадали со значениями Δt_i , найденными из опыта. Найдем число ошибок Δn , лежащих в каждый из этих промежутков, разделим это число на общее число измерений n и, полученную таким образом относительную частоту $\frac{\Delta n}{n}$, можем отложить на оси ординат. $\frac{\Delta n}{n}$ характеризует вероятность того, что погрешность любого отдельного измерения (т.е. отличие измеренной величины от истинной) падает в данный промежуток. Получается ступенчатая кривая (рис. 4), т.е. $\frac{\Delta n}{n}$ характеризует промежуток, как целое.

Учитывая то, что функция распределения по природе плавная, можем ступенчатую кривую интерполировать в плавную кривую. По существу это означает уменьшение промежутка до нуля. В том случае ордината потеряет свой смысл: в промежутке с нулевой длиной не может оказаться конечного числа ошибок.

Поэтому по оси ординат откладывается величина $\frac{\Delta n}{n \Delta(\Delta t_i)}$, где $\Delta(\Delta t_i)$ - ширина промежутка аргумента. $\frac{\Delta n}{n \Delta(\Delta t_i)}$ имеет смысл и при плавной кривой - она показывает число ошибок, попадающих в промежуток единичной длины. Такой выбор ординаты упрощает и процесс разделения на промежутки оси абсцисс: промежутки не обязательно должны быть равными; если Δt_i , найденная из опыта, попадает на крайнюю точку

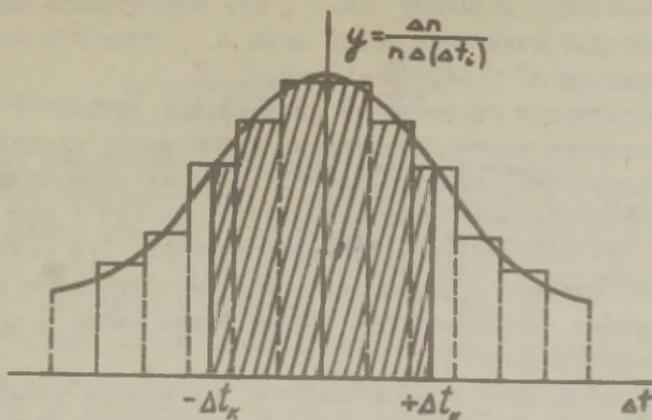


Рис. 4

промежутка, границу промежутка можно чуть-чуть сдвинуть. Площадь между построенной таким образом ступенчатой кривой или гистограммой (рис. 4) и ось абсцисс имеет конкретный смысл. Эту площадь можно вычислить как сумму площадей отдельных ступенек

$$S = \sum \frac{\Delta n}{n \Delta(\Delta t_i)} \cdot \Delta(\Delta t_i) = \sum \frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{n} \sum \Delta n = \frac{n}{n} = 1.$$

Ясно, что эта площадь представляет вероятность того, что погрешность результата единичного измерения попала в промежуток от $-|\Delta t_{i, \max}|$ до $+|\Delta t_{i, \max}|$. Поэтому при построении плавной кривой по гистограмме нужно следить, чтобы площадь под кривой равнялась площади под гистограммой: площади отрезанных и добавленных частей гистограммы нужно оставлять по возможности равными. Теоретически плавная кривая распределения в обоих направлениях асимптотически приближается к оси абсцисс, поэтому площадь под ней на рисунке конечных размеров немного меньше, чем 1. По кривой распределения легко найти вероятность для того, чтобы абсолютная величина ошибки единичного измерения не

превышала заданную величину Δt_k : эту вероятность дает площадь, которая заключена между осью x , кривой и вертикальными прямыми $\Delta t = -\Delta t_k$ и $\Delta t = +\Delta t_k$.

При практическом определении площади под непрерывной кривой в качестве единицы измерения нужно взять площадь прямоугольника, сторонами которого являются: отрезок оси x , который соответствует промежутку времени 1 сек и отрезок y -оси $\frac{\Delta n}{n \Delta (\Delta t_i)}$, соответствующей 1 (в единицах сек⁻¹). Площади практически можно измерить на миллиметровой бумаге, поэтому и сам график нужно также строить на миллиметровой бумаге.

В случае нормального распределения в качестве числа, характеризующего величину случайной погрешности, выбирают квадратичную ошибку единичного измерения

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n-1}} \quad (1)$$

и квадратичную ошибку арифметического среднего

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}} \quad (2)$$

Очень часто эти величины используются для характеристики случайных ошибок также и в случае, когда неизвестна форма кривой распределения. Вероятность того, что погрешность единичного измерения (т.е. отличие данного результата измерения от истинного значения измеряемой величины) не превышала σ , в случае нормального распределения равна 0,68. Определив эту вероятность по найденной в эксперименте кривой распределения можно приблизительно узнать, похожа ли форма экспериментальной кривой на форму кривой нормального распределения. Если на тех же осях, где построена экспериментальная кривая, построить и гауссову кривую по формуле

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\Delta t)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3)$$

то их можно будет сравнить непосредственно.

Что означает σ_N ? Оно показывает, что для арифметического среднего n измерений с вероятностью 0,68 можно ожидать, что оно не отличается от истинного значения измеряемой величины больше, чем на σ_N . Другими словами, если сделать много таких серий по n измерений, то 68 % средних арифметических из этих серий не будут по абсолютной величине отличаться от истинной величины больше, чем на σ_N . Так как σ_N в \sqrt{n} рав меньше, чем σ , то ясно, что арифметическое среднее является гораздо лучшим приближением к истинной величине, чем результат любого отдельного измерения.

5. Ход работ

1. По выбору руководителя составим одну из приведенных на рис. 2 схем. На рис. 3 приведены два варианта схемы цепи потребителя. В данном случае потребителем является секундомер ПВ-53 Л. Схему цепи потребителя выбирает также руководитель. Электросекундомер П-14 М включать в цепь можно только одним способом.

Детали, необходимые для постройки реле времени, размещены на общем стенде. Несколько соединений уже сделаны под стендом, что схематически отмечено и на стенде. Для получения длинных промежутков времени используется электролитический конденсатор большой емкости. На его среднюю клемму можно подавать только положительный потенциал относительно корпуса. Это соединение уже сделано под стендом. В качестве делителя напряжения (схема 2а) и переменного сопротивления (схемы 2б и 2в) используется один и тот же потенциометр. Конденсатор заряжается (схема 2в) или разряжается (схемы 2а и 2б) с помощью

переключателя.

При калибровке определяем время притягивания якоря реле в зависимости от положений рукоятки потенциометра по крайней мере 3 раза в каждом положении. Вычислим средние, построим график калибровки, который выражает время притягивания якоря как функцию от положения рукоятки потенциометра.

2. В положении рукоятки потенциометра, где время притяжения оказывается максимальным, сделаем не менее 100 измерений подряд. Вычислим арифметическое среднее, найдем вероятнейшие ошибки, вычислим σ , построим кривую распределения ошибок. Найдем вероятность того, чтобы ошибка единичного измерения не превышала σ .

3. На тех же осях построим гауссовы кривые, которые представляют распределение ошибок результатов единичных измерений и ошибок арифметических средних в сериях. В последнем случае в формуле (3) нужно заменить на

6. Дополнительные вопросы

1. Доказать, что площадь между кривой распределения, осью x и вертикальными прямыми $\Delta t = -\Delta t_k$ и $\Delta t = +\Delta t_k$ дает вероятность того, что абсолютная величина ошибки единичного измерения не превышает $|\Delta t_k|$.

2. Почему нельзя при измерении площади, отмеченной в 1-ом вопросе, в случае плавной кривой, в качестве единицы измерения выбрать общую площадь между кривой и осью x ?

3. Почему на среднюю клемму электродитического конденсатора нельзя подать отрицательный потенциал относительно корпуса?

4. Где можно использовать реле времени?

Литература

1. H. Tammet. Praktiline metroloogia algmed I. TÜÜ rotaprint, Tartu, 1967.
2. П. Придлер, Х. Таммет. Вычисление погрешностей измерений. Тарту, ротапонт ТТУ, 1961.

11. ПРОВЕРКА ЗАКОНОВ ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ АТВУДА

1. Задание

Проверка законов пройденного пути и скорости.
Проверка второго закона Ньютона.

2. Принадлежности

Машина Атвуда вместе с платформой и кольцевой платформой, с основными и дополнительными грузами, электромагнитом и выключательным устройством; секундомер.

3. Конструкция и теория машины Атвуда

Основными частями машины Атвуда являются вертикальный металлический стержень A , прикрепленный к стене (рис.1), и легкий алюминиевый блок B , прикрепленный к верхней части стержня. На стержне нанесена шкала с сантиметровыми делениями. Трение в блоке сведено к минимуму путем специальной конструкции подшипников. Через блок перекинута нить, на концах которой подвешены одинаковой массы m грузы C и C' . Нижняя часть груза C' сделана из мягкой стали, и поэтому груз C' может удерживаться в фиксированном положении с помощью электромагнита M . Массу основных грузов C и C' можно увеличивать дополнительными грузами D и E . К стержню A с помощью муфт прикреплены перемещающиеся вдоль стержня в вертикальном направлении кольцеобразная платформа F и платформа G .

Если на груз C поместить дополнительный груз мас-

сой m_1 , то вся система грузов придет в равномерно-ускоренное движение. Ускорение системы можно вычислить. На грузы C и C' , если не учитывать вес нити и силу трения, действует только сила тяжести и натяжение нити. Если считать блок невесомым, то натяжение нити будет одинаковым на всем ее протяжении. Если, кроме того, считать нить еще и нерастяжимой, то оба груза будут двигаться с ускорениями a , равными по величине и обратными по знаку. На основании второго закона Ньютона можем написать следующие уравнения для обоих грузов:

$$\left. \begin{aligned} (m+m_1)a &= (m+m_1)g - T \\ -ma &= mg - T \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где T - натяжение нити,

g - ускорение силы тяжести.

Решая систему относительно a и T , получаем:

$$a = g \frac{m_1}{2m+m_1}, \quad (2)$$

$$T = gm \frac{1 + \frac{m_1}{m}}{1 + \frac{m_1}{2m}}. \quad (3)$$

Для более точного определения ускорения необходимо учитывать также и массу блока. Натяжение нити в этом случае по обе стороны блока различно. К системе (1) следует теперь добавить уравнение, учитывающее вращательное движение блока. Считая по-прежнему нить невесомой и нерастяжимой, получим:

$$\left. \begin{aligned} (m+m_1)a_1 &= (m+m_1)g - T_2 \\ -ma_1 &= mg - T_1 \\ J\varepsilon &= \alpha m_0 r^2 \varepsilon = (T_2 - T_1)r \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $J = \alpha m_0 r^2$ - момент инерции блока,
 m_0 - масса блока,
 r - радиус блока,
 ϵ - угловое ускорение,
 α - константа, зависящая от характера
 распределения массы блока.

Предполагая, что нить на поверхности блока не скользит,
 связь между угловым ускорением блока и линейным ускорением
 системы запишется в виде $\alpha = \epsilon r$.

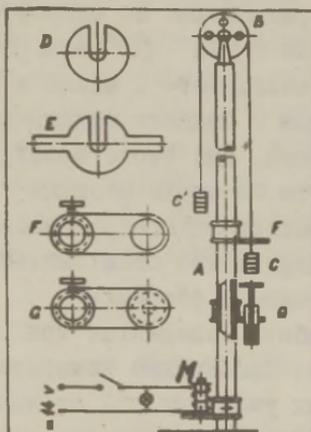


Рис. 1

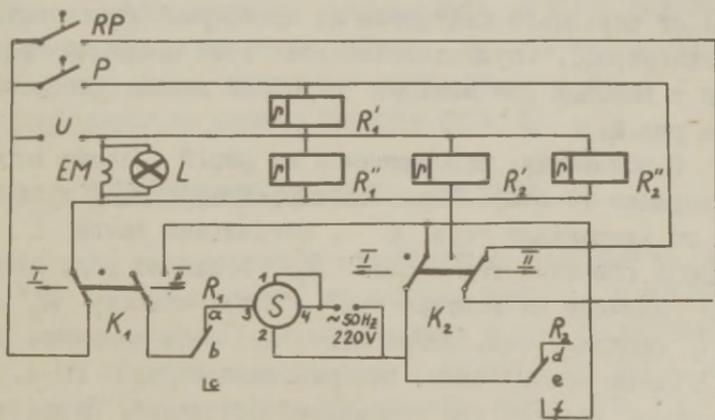


Рис. 2

В качестве решения системы (4) имеем теперь выражение:

$$a_1 = g \frac{m_1}{2m + m_1 + \alpha m_0} \quad (5)$$

Как видим, $a_1 < a$. Учет силы трения привел бы к дальнейшему уменьшению ускорения системы.

Таким образом, система грузов машины Атвуда движется с ускорением, которое определяется в первом приближении массами основных и дополнительных грузов, при этом

$\alpha < g$. Если в процессе движения системы устранить дополнительный груз D или E , то система начнет двигаться равномерно со скоростью, наблюдавшейся в момент устранения груза D или E .

Исходя из вышесказанного, можно в первом приближении проверить названные в задании законы кинематики, а также второй закон Ньютона. Для этого необходимо измерить пройденные участки пути на шкале стержня A и промежутки времени с помощью электрического секундомера П-14 М. (С устройством секундомера можно ознакомиться с помощью руководства № 10 настоящего сборника).

В настоящей работе содержится три операции измерения времени, а именно: необходимо измерить время падения груза C на следующих участках: 1) от начального положения до платформы, 2) от начального положения до кольцевой платформы (груз движется в этих случаях неравномерно) и 3) от кольцевой платформы до платформы (груз движется равномерно). Осуществление всех трех операций производится с помощью специальной релейной схемы, изображенной на рис. 2.

В положении, изображенном на рис. 2, схема выполняет операции 1) и 2). Через электромагнит EM проходит ток, и он удерживает груз C' , сигнальная лампа L горит. Через обмотку R_1'' реле R_1 проходит ток, якорь реле δ замкнут на контакт a . Через обмотку R_2'' реле R_2 проходит ток, якорь реле e - на контакте d . (В схеме использованы поляризованные реле РП-4, у якоря которых имеется два стабильных положения. Якорь всегда

соединен с одним из контактов).

С помощью переключателя K_1 выключается ток в электромагните и обмотках реле R_1'' и R_2'' (положение II), одновременно с этим включается секундомер S (подается напряжение на клеммы 3,4).

Когда груз C достигнет платформы или груз E достигнет кольцевой платформы, соответственно замыкаются контакты P или RP . Через обмотку R_1' идет ток, контакты a и b отключаются и секундомер фиксирует время.

Для осуществления третьей операции измерения нужно переключить тумблер K_2 в положение I . Теперь цепь секундомера будет разомкнута и после переключения тумблера K_1 (т.е. после освобождения груза C'); цепь замкнется только после того, как дополнительный груз E достигнет кольцевой платформы и включит контакт RP . Через обмотку R_2' теперь пройдет ток, якорь e замкнется на контакт P и цепь секундомера замкнется. Размыкание последней происходит аналогично тому, как это происходило при операциях 1) и 2).

4. Ход работы

В продолжение всей работы необходимо иметь ввиду следующее:

1. Ток в электромагните должен быть включен только непосредственно в процессе работы. Проследить, чтобы по окончании работы сигнальная лампа не горела.
2. Перегрузки не должны превосходить 40 Г.

1. Проверка закона пути $s = \frac{1}{2}at^2$

На груз C помещаем определенное количество перегрузков D , закрепляем их верхней гайкой. Включаем ток в цепь электромагнита, электромагнит будет удерживать груз C' . Система подготовлена к проведению опыта. Поместим платформу B на какое-либо определенное (для упрощения

вычислений (выраженное "круглым" числом) расстояние s от нижнего уровня груза C . Выключив ток в электромагните, приведем систему в движение. Измеряем время t , прошедшее от начала движения до момента столкновения груза C с платформой G . Измерения делаем по крайней мере при трех значениях расстояния s , измеряя для каждого расстояния время t по крайней мере три раза. Данные заносим в таблицу.

$$m_1 = \dots$$

№ опыта	Путь s	Время t	Среднее \bar{t}
1
2			
3			

При одной и той же перегрузке m_1 , ускорение не зависит от пройденного пути s и времени t . Следовательно, в пределах ошибок измерения должны существовать равенства:

$$a = \frac{2s_1}{\bar{t}_1^2} = \frac{2s_2}{\bar{t}_2^2} = \dots = \frac{2s_n}{\bar{t}_n^2}.$$

2. Проверка закона скорости $v = at$

На груз C помещаем определенное количество перегрузков E . Они должны быть помещены на верхнюю гайку и не закреплены. На определенном расстоянии s от груза C помещаем кольцевую платформу F , снимающую во время движения перегрузки. На расстоянии s' от этой платформы помещаем платформу G . Измеряем время t ускоренного движения груза C до кольцевой платформы, а также время равномерного движения между двумя платформами (не менее трех раз), вычисляем средние значения \bar{t} и \bar{t}' . Определяем скорость движения системы в момент снятия перегрузков $v = \frac{s'}{\bar{t}'}$. Изменяем не менее трех раз скорость v ,

изменяя расстояние s (а также, конечно, и s').
Здесь необходимо правильно выбирать соотношения между s и s' , а также уметь обосновать этот выбор, исходя из требования максимальной точности результатов.

Результаты заносим в таблицу:

$$m_1 = \dots$$

№ опыта	s	t	\bar{t}	s'	t'	\bar{t}'	v
1
2							
3							

Поскольку при постоянном m_1 ускорение тоже постоянно, в пределах ошибок измерения должны существовать равенства:

$$a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \dots = \frac{v_n}{t_n}$$

3. Проверка второго закона Ньютона ($F = Ma$)

Поместим перегрузки по обе стороны, но таким образом, чтобы $m_{1c} > m_{1c'}$. В дальнейшем будем сохранять массу M всей системы неизменной, но будем изменять движущую силу, перекладывая перегрузки с основного груза C' на основной груз C . В этом случае будет меняться и ускорение системы, так что

$$F_1 = Ma_1, \quad F_2 = Ma_2.$$

Составим отношения из этих равенств:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{s_1 \bar{t}_2^2}{s_2 \bar{t}_1^2}.$$

Измерения делаем таким же образом, как и при проверке формулы для участка пройденного пути. Для каждого значения движущей силы берем по крайней мере три расстояния, для

Каждого расстояния измеряем время не менее трех раз. Данные заносим в таблицу.

№ опыта	Перегрузки и сила	s_1	t_1	\bar{t}_1
1	$m_{1c} =$
2	$m_{1c}' =$			
3	$F_1 =$			
		s_2	t_2	\bar{t}_2
4	$m_{2c} =$
5	$m_{2c}' =$			
6	$F_2 =$			

С помощью полученных данных можем рассчитать три отношения $\frac{s_1 \bar{t}_2^2}{s_2 \bar{t}_1^2}$, которые в пределах ошибок измерений должны равняться отношению $\frac{F_1}{F_2}$.

5. Дополнительные вопросы

1. Ознакомиться с устройством подшипников оси блока машины Атвуда. Объяснить, почему такие подшипники обеспечивают минимальное трение.
2. Решить систему (4) до конца, найти натяжения нити T_1 и T_2 .
3. Сравнить полученные ускорения (пункты 1 и 2) с вычисленными по формуле (2) (масса держателя груза $(64,9 \pm 0,1) \text{ г}$).

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В. И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр. 51-54.
2. И. В. Савельев. Курс общей физики, т.1. М., "Наука", 1966, стр. 12-27.

12. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЕТА ПУЛИ БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Введение

Для определения скорости быстродвижущихся тел с малой массой (например, пули) можно использовать метод баллистического маятника. Производится соударение исследуемого тела с телом большей массы, которое представляет собой маятник, т.е. систему, имеющую ось вращения, вокруг которой эта система может колебаться. Вследствие большого различия в массах тел имеет место неравенство

$$\tau \ll T,$$

где τ продолжительность соударения, т.е. время, в течение которого исследуемое тело воздействует на маятник какой-либо силой, T - период колебания маятника.

Существование такого неравенства дает возможность представить движение маятника состоящим из двух частей:

1) Если $t \leq \tau$, маятник еще существенно не переместился из состояния равновесия, восстанавливающая сила пренебрежимо мала, и систему маятник - исследуемое тело можно рассматривать как изолированную. По отношению к этой системе можно применять законы сохранения количества движения, момента количества движения и энергии.

2) Если $t > \tau$, действие силы соударения прекратилось, и маятник движется под действием восстанавливающей силы, т.е. совершает собственные колебания. Здесь можно к системе применить уравнение собственных колебаний.

В данной работе для определения скорости пули, вылетающей из пневматического ружья, используется два различных типа маятников.

А. Баллистический маятник

1. Задание

Ознакомление с устройством баллистического маятника и экспериментальное определение скорости полета пули.

2. Принадлежности

Баллистический маятник, пневматическое ружье, пули, измерительная шкала, аналитические весы, технические весы, разновески, металлическая измерительная лента.

3. Теоретическое введение

Баллистический маятник представляет собой массивное тело (цилиндр, заполненный пластилином), подвешенное на длинных и легких нитях. В маятник стреляют в горизонтальном направлении. Если пуля с начальной скоростью v_0 и массой m застревает в маятнике массой M , то система массой $M+m$ приобретает при неупругом ударе скорость v . Маятник начнет колебаться и его центр тяжести поднимется на высоту h . Согласно сказанному во введении, можно по отношению к системе маятник-пуля применить закон сохранения момента количества движения, т.е. написать

$$mv_0 r = J\omega, \quad (1)$$

где r - расстояние центра тяжести системы от оси вращения, $J=(M+m)r^2$ - момент инерции системы относительно оси вращения, ω - угловая скорость отклонения системы от положения равновесия в момент действия удара.

Из преобразования уравнения (1) следует

$$mv_n z = (M + m) z^2 \frac{v}{z}$$

или

$$mv_n = (M + m)v. \quad (2)$$

Из уравнения (2) вытекает, что по отношению к системе маятник-пуля имеет место кроме того и закон сохранения количества движения.

Если массы M и m , а также v определены опытом, то v_n можно рассчитать с помощью формулы (2). Скорость можно найти следующим образом. После соударения маятник повернется относительно горизонтальной оси на некоторый угол, центр тяжести маятника при этом поднимется на некоторую высоту h . На основании закона сохранения энергии

$$\frac{M+m}{2} v^2 = (M+m)gh,$$

откуда

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (3)$$

h можно вычислить, измерив отклонение маятника вдоль горизонтали (рис.1). Расстояние центра тяжести подвижной системы от точки закрепления маятника считается заданным и приблизительно равным длине нити.

Из рис.1 следует, что

$$h = L - L \cos \alpha = 2L \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (4)$$

где α обозначает угол отклонения маятника от положения равновесия. α можно определить из условия

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{R}, \quad (5)$$

где s - смещение визирной нити в горизонтальном направлении, $R = L + a$ - расстояние этой горизонтали от оси вращения

маятника

На основании формул (2), (3) и (4) находим

$$v_n = 2 \frac{M+m}{m} \sqrt{gL} \sin \frac{\alpha}{2} .$$

Считая $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$, получаем окончательную формулу для расчета скорости полета пули:

$$v_n = \frac{(M+m)s}{mR} \sqrt{gL} . \quad (6)$$

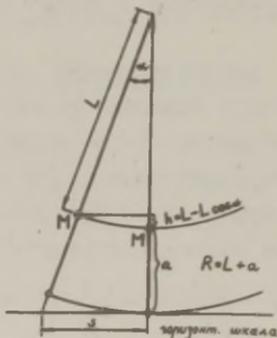


Рис. 1.

4. Ход работы

1. На аналитических весах определяем массы пяти пуль. На технических весах взвешиваем заполненный пластилином цилиндр.

2. Отрегулируем длины подвесных нитей цилиндра с помощью регулировочных винтов так, чтобы ось цилиндра располагалась горизонтально, а визирная нить — вертикально. Рядом с визирной нитью поместим миллиметровую шкалу с зеркалом; визир должен располагаться между шкалой и зеркалом (почему?). Шкала должна быть параллельна оси цилиндра.

3. Заряжаем пневматическое ружье, прицеливаемся в центр цилиндра (ось ствола ружья и ось цилиндра должны совпадать).

4. После того, как помощник (второе лицо) произведет выстрел, зарегистрируем отклонение φ визирной нити на шкале, избегая при этом параллактической ошибки (каким образом?).

Повторяем опыт не менее 5 раз. Вычисляем среднее отклонение Δ_k и среднюю скорость пули v_n , а также ошибку эксперимента. Длины L и R измеряем металлической измерительной лентой.

5. Дополнительные вопросы

1. Найти теоретически, будет ли отклонение визирной нити больше или меньше данного, если удар между маятником и пулей считать упругим.

Б. Крутильный баллистический маятник

1. Задание

Определить скорость полета пули с помощью крутильного баллистического маятника.

2. Принадлежности

Крутильный баллистический маятник, осветитель, шкала, пневматическое ружье, секундомер, измерительная линейка, аналитические весы, гири.

3. Теория

Пуля, попав в маятник, (см. описание прибора), вызовет его вращение относительно вертикальной оси. Исключив из рассмотрения момент силы трения, можем использовать закон сохранения момента количества движения. Считая соударение абсолютно неупругим, можем написать:

$$mvL = (J_1 + mL^2)\omega, \quad (1)$$

где m - масса пули,
 v - скорость полета пули,

L - расстояние от оси вращения до места соударения,
 ω - угловая скорость маятника,
 J_1 - момент инерции маятника.

Из закона сохранения механической энергии следует:

$$\frac{1}{2}(J_1 + mL^2)\omega^2 = \frac{1}{2}D\varphi^2, \quad (2)$$

где φ - максимальный угол поворота при первом колебании,
 D - постоянная момента упругих сил.

Из этих уравнений можно найти v :

$$v^2 = \frac{D\varphi^2}{m^2L^2} (J_1 + mL^2). \quad (3)$$

Поскольку момент инерции mL^2 во много раз меньше, чем J_1 , то уравнение (3) запишется в форме:

$$v^2 = \frac{D\varphi^2 J_1}{m^2L^2}. \quad (4)$$

Дифференциальным уравнением движения маятника после соударения, т.е. когда время $t > \tau$, будет

$$J_1 \ddot{\alpha} = -D\alpha,$$

где α - угол поворота маятника,
 $\ddot{\alpha}$ - угловое ускорение.

Решение этого уравнения дает выражение для периода колебаний

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{D}}. \quad (5)$$

Величины D и J_1 исключаются следующим образом. Изменяется момент инерции маятника, тогда

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{D}}, \quad (6)$$

$$J_1 - J_2 = \Delta J. \quad (7)$$

Здесь T_2 - период колебания маятника в случае нового момента инерции J_2 ,

ΔJ - разность между моментами инерции.

Из равенств (5) и (6) получаем:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2} \quad (8)$$

Из равенств (7) и (8):

$$J_1 = \frac{T_2^2}{T_1^2 - T_2^2} \Delta J \quad (9)$$

Из равенств (4), (5), (9):

$$v = \frac{2\pi\varphi}{mL} \cdot \frac{T_2}{T_1^2 - T_2^2} \cdot \Delta J \quad (10)$$

Момент инерции изменяется с помощью перемещения грузов (5 и 11 на рис.2). Считая эти массы точечными, можно записать момент инерции маятника в виде :

$$J_1 = J_0 + 2MR_1^2, \quad (11)$$

и

$$J_2 = J_0 + 2MR_2^2, \quad (12)$$

где J_0 - момент инерции маятника без дополнительных грузов;

J_1 - момент инерции в том случае, когда оба груза находятся на расстоянии R_1 от оси вращения;

J_2 - момент инерции в том случае, когда оба груза находятся на расстоянии R_2 от оси ;

M - масса одного груза.

Из уравнений (11) и (12) получаем:

$$J_1 - J_2 = \Delta J = 2M(R_1^2 - R_2^2). \quad (13)$$

Из уравнений (10) и (13) получаем выражение для искомой скорости

$$v = \frac{4\pi\varphi M}{mL} \cdot \frac{T_2}{T_1^2 - T_2^2} \cdot (R_1^2 - R_2^2). \quad (14)$$

4. Описание прибора

Основными принадлежностями опыта являются крутильный маятник, пневматическое ружье и осветитель вместе со шкалой.

Маятник (рис.2) состоит из двух горизонтальных стержней (4 и 10), прикрепленных с помощью муфты (7) к вертикальному стержню (3). На горизонтальных стержнях находятся массивные металлические цилиндры (5 и 11), перемещение которых обеспечивает изменение момента инерции маятника.

На концах стержней помещены чашечки (6 и 12), заполненные пластилином; они также могут перемещаться вдоль стержней.

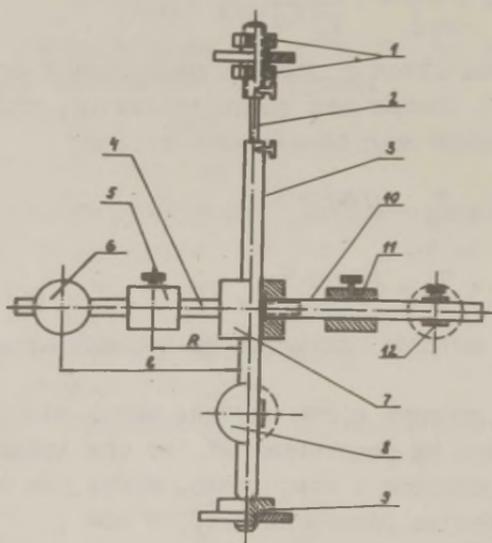


Рис. 2

Для измерения угла поворота маятника на вертикальном стержне (3) прикреплено зеркало (8). Луч света, выходящий из осветителя, находящегося на отдельном штативе, отражается от этого зеркала и образует световое пятно на шкале, помещенной на этом же штативе. При повороте маятника пятно сколь-

вит вдоль шкалы. Угол поворота определяется из формулы

$$\varphi = \frac{1}{2} \frac{s}{c} ,$$

где c — расстояние от зеркала до шкалы (по нормали),
 s — величина смещения светового пятна на шкале.

Эту формулу можно использовать, если $\varphi \leq 5^\circ \dots 6^\circ$
(тогда можно считать, что $\varphi \approx \tan \varphi$).

Маятник с помощью проволоки (2) прикреплен к кронштейну, нижний конец вертикального стержня опирается на подшипник (9). При вращении стержня проволока деформируется и возникает момент упругих сил. Освобождая затяжную гайку (1), можно поворачивать маятник и установить в нужном положении.

Пневматическое ружье закреплено на массивной подставке. Осветительная система должна быть сфокусирована таким образом, чтобы в середине светового пятна отчетливо была видна тонкая линия — изображение нити, по которому и определяется величина смещения светового пятна.

5. Ход работ

1. Ввешиваем на аналитических весах 6 пуль. Массы дополнительных грузов M заданы.

2. Подготавливаем маятник к проведению эксперимента. Мы можем произвольно выбирать расстояния чашечек с пластилином L и расстояния дополнительных грузов R_1 и R_2 от оси вращения. Выбирать, однако, эти расстояния необходимо так, чтобы ошибка вычисленной по формуле (14) скорости была бы минимальной.

Выбрав положения чашечек и дополнительных грузов, измеряем расстояния L и R (эти расстояния должны быть одинаковыми по обе стороны вращения). Регулируем осветитель и шкалу так, чтобы световое пятно было в середине шкалы, луч падал на шкалу перпендикулярно и чтобы изображение визирной нити на шкале было четким. Линейкой опреде-

ляем расстояние l зеркала от шкалы. Обрез дула ружья должен находиться не менее, чем на 60 см от чашечек, чтобы не повдвять на них потоком воздуха.

3. Максимальное угловое отклонение маятника φ и периоды колебаний T_1 и T_2 определяем не менее трех раз и вычисляем средние значения.

4. Вычисляем скорость пули и предельную ошибку скорости.

5. Для оценки неравенства $\tau \ll T$ измеряем приближенно τ . Для этого измеряем глубину проникновения пули в пластидин d , вычисляем среднюю скорость движения в пластидине $\bar{v} = \frac{v}{2}$ и время соударения: $\tau = \frac{d}{\bar{v}}$.

5. Дополнительные вопросы

1. Предположим, что слой пластилина слишком тонок, пуля достигла дна чашечки, отскочила назад, но не вышла из пластилина. Изменится ли при этом результат опыта?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В. И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр.129-132.
2. С. П. Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр.119-120, 164-180.
3. И. В. Савельев. Курс общей физики, т.1. М., "Наука", 1966, стр.61-64, 74-82, 86-99, 125-130.

13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЕТА ПУЛИ МЕТОДОМ ВРАЩАЮЩИХСЯ ДИСКОВ

1. Задание

Определение скорости полета пули и ознакомление с работой строботахометра.

2. Принадлежности

Установка с вращающимися бумажными дисками, строботахометр, пневматическое ружье, пули, измерительная линейка.

3. Введение

Используемая в данной работе установка (рис.1) состоит из двух бумажных дисков I и II, укрепленных на общем валу на расстоянии L друг от друга. Электромотор приводит вал с дисками во вращение.

Пуля, летя параллельно оси вращения дисков, проходит оба диска. За время полета пули между дисками, последние поворачиваются на угол φ . Из измеренных значений упомянутого угла φ , частоты вращения дисков ν и расстояния между дисками L можно вычислить скорость пули v .

Для определения частоты вращения дисков в данной работе используется стробоскопический метод, суть которого состоит в освещении вращающегося (или колеблющегося) тела короткими периодически повторяющимися световыми импульсами. Если частота следования импульсов равна частоте вращения (или колебания) тела или меньше последней в целое число раз, тело кажется наблюдателю покоящимся. Это явление носит название

стробоскопического эффекта и объясняется инерцией светового ощущения. Детали быстро вращающегося тела остаются глазу незаметными, но при кратковременном освещении тела при каждом повороте в одном и том же положении у наблюдателя возникает световое ощущение.

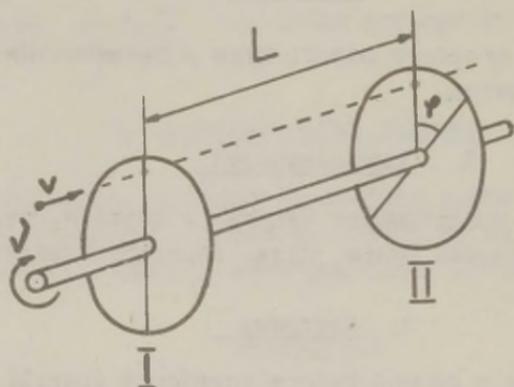


Рис. 1

Для измерения частот вращения в широком интервале требуется источник световых импульсов с плавно регулируемой калиброванной частотой следования импульсов (строботахометр). В качестве строботахометра можно использовать и источник световых импульсов с фиксированной частотой следования импульсов в комплекте с надеваемым на ось исследуемого вращающегося тела стробоскопическим диском. Диск этот изображен на рис.2. Он имеет пять кольцевых полос, разделенных соответственно на 5, 8, 12, 20 и 30 черных и белых зон. Если при освещении вращающегося стробоскопического диска стробирован-

ным светом все зоны кажутся покоящимися, то частота следования импульсов равняется частоте вращения или же меньше последней в целое число раз. Если же покоящимися кажутся зоны только одной полосы, то отношение частот, как правило, будет дробным числом (частота следования импульсов может быть и в целое число раз больше частоты вращения).

4. Ход работы

1. Ознакомимся с устройством установки. Выведем формулу для расчета скорости полета пули; уясним себе методику использования стробоскопического диска.

2. Установим на валу мотора бумажные диски. Для этого вынем шплинт из отверстия на конце вала и освободим гайку. Теперь вал снимается с мотора. При сборке надо следить, чтобы шпонки аккуратно вошли в паз вала.

3. Укрепим ружье на штативе и наведем его так, чтобы пуля летела мимо металлических частей установки и параллельно оси вращения. Для контроля параллельности произведем выстрел в покоящиеся диски. Если положить диски друг на друга, отверстия должны совпасть.

4. Включим блок питания строботахометра, а несколько минут спустя и импульсную лампу. Прибор должен быть установлен на частоту $(48,5 \pm 0,5)$ гц .

5. Включим мотор в сеть однофазного переменного тока через регулируемый автотрансформатор. Установив напряжение 220 в , включим основную обмотку мотора при помощи выключателя на основании мотора. Нажатием на кнопку включим пусковую обмотку на несколько секунд, пока мотор не придет во вращение. Измерим расстояние между дисками. Надо помнить, что края вращающихся бумажных дисков очень остры!

6. Определим скорость вращения вала и произведем выстрел. Выключим мотор и, когда диски остановятся, отметим отверстия. Аналогично произведем еще не менее 5 выстрелов при трех частотах вращения, по 2 выстрела при каждой частоте.

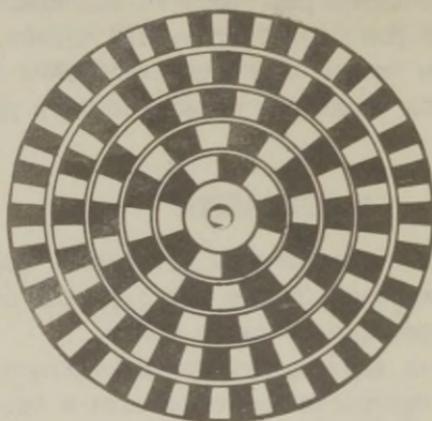


Рис. 2.

7. Снимаем диски, измеряем углы поворота φ . Для этого положим диски друг на друга так, чтобы совпадали отверстия от пули, выстреленной при покоящихся дисках.

8. Вычислим среднюю скорость полета всех пуль и погрешность ее определения.

5. Дополнительные вопросы

1. Как зависит точность результата от скорости пули, от частоты вращения дисков, от толщины дисков и от расстояния между ними? Как проверить выдвигаемые Вами гипотезы экспериментально?

2. Почему траектория пули должна быть параллельной оси вращения дисков?

3. Какой из описанных в данном сборнике методов определения скорости пули можно считать более точным? Почему?

Литература

1. Р. В. Поль. Механика, акустика и учение о теплоте. М., 1957, стр. 22-23.

14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КРЕСТОВОГО МАЯТНИКА

1. Задание

Опытное определение момента инерции крестового маятника динамическим методом при равных расстояниях от оси вращения грузов на стержнях маятника; вычисление момента инерции маятника без грузов и проверка основного закона динамики.

2. Принадлежности

Крестовый маятник с грузами, секундомер, штангенциркуль.

3. Теория

Крестовый маятник (рис.1) состоит из двух шкивов различного диаметра и четырех стержней, укрепленных на горизонтальном валу. На стержнях закреплены цилиндрические тела A_1, A_2, A_3 и A_4 одинаковой массы m_1 , которые можно перемещать по стержням. Для фиксации тел на определенном расстоянии от оси вращения, на стержнях сделаны углубления через 1 см. К валу прикреплена нить, которую можно наматывать на тот или иной шкив. На другой конец нити прикреплен груз В с массой m . Вал маятника закреплен в подшипниках на кронштейне. К кронштейну прикреплен еще пусковой крючок - фиксатор для фиксации маятника в определенном положении и для его освобождения. На стену под маятником прикреплена платформа-амортизатор С для торможения гру-

за В. На концах стержней - винтики a_1, \dots, a_4 для торможения случайно освободившихся грузов A_i .

Для определения момента инерции маятника пользуются основным уравнением динамики в случае вращательного движения. Пусть груз В приподнят на высоту h от платформы С (нижняя грань черной полосы на стене). Так как все грузы A_1, \dots, A_4 прикреплены на равном расстоянии от центра, то маятник сам находится в состоянии безразличного равновесия, и единственной действующей силой будет тяжесть mg груза В. Под влиянием последнего груз начинает падать, но с ускорением $a < g$, т.к. он заставляет вращаться еще и маятник. На маятник действует натяжение нити Т, его момент равен Tr (r - радиус шкива, на который намотана нить). Из основного уравнения динамики имеем

$$Tr = J\varepsilon. \quad (1)$$

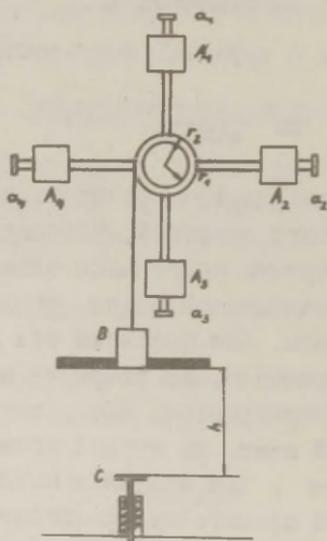


Рис. 1

Т находят из уравнения поступательного движения груза В :

$$mg - T = ma,$$

$$T = m(g - a).$$

Заменяв ε выражением $\varepsilon = \frac{a}{r}$, получаем

$$m(g - a)r = \frac{J a}{r}.$$

Отсюда выражение для момента инерции:

$$J = mr^2 \frac{g - a}{a}. \quad (2)$$

Из формулы (2) видно, что чем больше момент инерции маятника, тем меньше ускорение при падении груза В. Ускорение при падении груза В можно легко найти через время t и высоту h :

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

Заменяя a в формуле (2) этим выражением и взяв еще $r = \frac{d}{2}$, где d - диаметр шкива, получают конечное выражение момента инерции маятника

$$J = \frac{md^2(gt^2 - 2h)}{8h}. \quad (3)$$

Для вычисления момента инерции J_0 маятника без грузов A_1, \dots, A_4 пользуются выражением момента инерции системы

$$J_i = J_0 + 4m_i R_i^2, \quad (4)$$

где J_i - полный момент инерции маятника, если все грузы A_i находятся на расстоянии R_i от оси.

С помощью крестового маятника можно проверить правильность основного закона механики при вращательном движении. Для этого наматывают нить то на один, то на другой шкив и измеряют соответственно времена падения t_1 и t_2 . Исходя из формулы (1) можно вывести выражение

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{t_2}{t_1} \sqrt{\frac{1-a_1/g}{1-a_2/g}}, \quad (5)$$

где d_1 и d_2 - диаметры шкивов, a_1 и a_2 - соответственно ускорения падения груза В в первом и во втором случаях. Если $a_1 \ll g$ и $a_2 \ll g$, то формула (5) упрощается:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{t_2}{t_1}. \quad (6)$$

Уравнение (5) должно быть правильным в пределах ошибок измерения. Должно ли быть правильным уравнение (6), нужно решать каждый раз в отдельности, сравнивая ошибки измерения и методическую ошибку, обусловленную упрощением уравнения.

4. Ход работы

Установим грузы A_1, \dots, A_4 наиболее близко к оси. Проверим безразличность равновесия маятника, приподняв рукой слегка груз В. Если равновесие нарушено, устраним неравновесие. Проверку равновесия нужно произвести после каждого перемещения грузов!

Маятник нужно уравновесить в двух его положениях - в обоих случаях одна пара стержней горизонтальна, другая - вертикальна. Для уравновешивания пользуемся грузами A_i , вращая в обоих случаях один из грузов на 90° и слегка перемещая его. При этом смещение грузов в любом положении не более 1 мм, и ошибка расстояний всегда равна ± 1 мм.

Наматываем нить на один из шкивов (диаметр d_1) до тех пор, пока дно груза В не будет на уровне нижней грани черной полосы на стене. Для установления точной высоты груза В пользуемся наугольником. Зафиксируем маятник.

Освободим маятник, дернув за нить пускового крючка. Измерим время падения груза В до столкновения с платформой С. Повторим опыт еще 5 раз. Таких серий измерений сделаем не менее пяти, перемещая грузы все дальше от оси. Во время

последней серии грузы должны быть на концах стержней.

Измерим диаметр шкива штангенциркулем. Один раз измерим диаметр без намотанной нити, потом наматываем на шкив нить и измерим диаметр пять раз в разных местах и вычислим среднее этих пяти измерений. Величиной d возьмем среднее от этого последнего числа и первого измерения.

Все данные измерения времени представим в виде таблицы 1.

Серия №	Номер измерения	t	δ	Δ	Δ^2
1.	1 2 3 4 5				
	Арифм. среднее				
2.	1 2 3 и т.д.				

δ - отклонение от наименьшего измерения, Δ - отклонение от арифметического среднего.

Вычислим арифметическое среднее каждой серии и по надобности - квадратные ошибки средних.

По формуле (3) вычислим моменты инерции маятника J_1, \dots, J_5 , при пяти разных положениях грузов A_1, \dots, A_4 , относительные ошибки моментов инерции $\Delta J_1 / J_1, \Delta J_2 / J_2, \dots$, и их абсолютные ошибки $\Delta J_1, \Delta J_2, \dots$. Величины h и m даны как постоянные Установки.

Если величины трех первых ошибок $\frac{\Delta J_1}{J_1}, \frac{\Delta J_2}{J_2}, \frac{\Delta J_3}{J_3}$ приблизительно равны, то можно пользоваться их величинами и при последующих измерениях.

Результаты представим в виде таблицы 2.

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
R_i					
J_i					
$\frac{\Delta J_i}{J_i}$					
ΔJ_i					
$J_i \pm \Delta J_i$					

Из формулы (4) видно, что момент инерции маятника J зависит от расстояния грузов A_1, \dots, A_4 от оси маятника R , как квадратичная функция. На плоскости $J - R^2$ эту зависимость изображает прямая.

По данным таблицы 2 построим график зависимости J от R^2 . По начальной ординате находим момент инерции ненагруженного маятника J_0 , по тангенсу угла - массу m_1 грузов A_1, \dots, A_4 . Определим ошибки этих величин.

Измерим величины, нужные для проверки основного закона динамики (формула 5). Проверим правильность формулы 6 в пределах ошибок измерения. Вычислив величину выражения под корнем формулы (5), найдем величину методической ошибки, обусловленной упрощением формулы.

5. Дополнительные вопросы

1. При работе с каким шкивом будут наименьшие ошибки при определении зависимости $J = f(R)$?
2. J_0 является моментом инерции маятника без грузов A_1, \dots, A_4 при условии, что они - материальные точки. Что представляет J_0 на самом деле ?
3. Вывести формулу (5).

Литература

1. А. В. Кортнев и др. Практикум по физике. М., "Высшая школа", 1961, стр. 66-69.
2. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В. И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр. 92-95.
3. И. В. Савельев. Курс общей физики, т.1 . М., "Наука", 1966, стр. 99-125.

15. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ С ПОМОЩЬЮ ТРИФИЛЯРНОГО ПОДВЕСА

1. Задание

Определить с помощью трифилярного подвеса моменты инерции геометрически правильных тел и проверить теорему Штейнера.

2. Принадлежности

Трифиллярный подвес, секундомер, штангенциркуль, образцы для опыта, вертикальный стержень для облегчения подсчета колебаний, технические весы, гири.

3. Теория и устройство прибора

Трифиллярный подвес состоит из круглой платформы, которая подвешена на трех симметрично расположенных нитях (рис.1). Платформа может совершать крутильные колебания вокруг вертикальной оси, перпендикулярной к ее плоскости и проходящей через ее середину. Центр тяжести платформы при этом перемещается по оси. Период колебания определен отношением момента инерции платформы к ее весу и изменяется при нагружении платформы.

Если платформа массы m , вращаясь в одном направлении, поднимается на высоту h , то прирост ее потенциальной энергии равен

$$E_1 = mgh,$$

где g - ускорение силы тяжести. Вращаясь в другом

направлении, платформа придет в положение равновесия с кинетической энергией, равной

$$E_2 = \frac{1}{2} J \omega_0^2,$$

где J - момент инерции платформы, ω_0 - угловая скорость платформы при прохождении положения равновесия. Пренебрегая силами трения, на основании закона сохранения энергии имеем

$$\frac{1}{2} J \omega_0^2 = mgh. \quad (1)$$

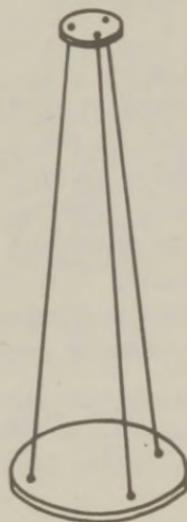


Рис. 1

Считая, что колебания платформы гармонические, получают зависимость углового смещения платформы от времени в виде

$$\beta = \alpha \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

где β - угловое смещение платформы, α - амплитуда

углового смещения, T - период колебания, t - текущее время. Угловая скорость является производной углового смещения по времени и выражается так:

$$\omega = \frac{d\beta}{dt} = \frac{2\pi\alpha}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

В момент прохождения положения равновесия ($t=0, \frac{1}{2}T, \frac{3}{2}T$ и т.д.) абсолютное значение угловой скорости будет

$$\omega_0 = \frac{2\pi\alpha}{T}. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) получим

$$mgh = \frac{1}{2} J \left(\frac{2\pi\alpha}{T} \right)^2. \quad (3)$$

Пусть L - длина нитей подвеса, R - расстояние от центра платформы до точки крепления нити на ней и r - та же величина для верхнего диска. На рис.2 прямая AO изображает линию сечения платформы с плоскостью рисунка в состоянии равновесия трифилярного подвеса, BA - нить крепления в том же состоянии. Если платформа повернулась на угол α и поднялась на высоту $h = OO_1 = CC_1$, то сечение ее с плоскостью рисунка изображает прямая C_1O_1 , а положение нити - BA_1 . Из рисунка видно, что

$$h = OO_1 = BC - BC_1 = \frac{(BC)^2 - (BC_1)^2}{BC + BC_1}.$$

Так как

$$(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2 = L^2 - (R-r)^2$$

$$\text{и} \quad (BC_1)^2 = (BA_1)^2 - (A_1C_1)^2 = L^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha),$$

получим

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos \alpha)}{BC + BC_1} = \frac{2Rr \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{BC + BC_1}.$$

При малых углах отклонения можно считать, что $\sin \alpha \approx \alpha$, а величину знаменателя положить равной $2L$. Учитывая это получим

$$h = \frac{Rr\alpha^2}{2L}$$

и из выражения (3) имеем

$$mg \frac{Rr\alpha^2}{2L} = \frac{1}{2} J \left(\frac{2\pi\alpha}{T} \right)^2,$$

откуда

$$J = \frac{mgRr}{4\pi^2 L} T^2. \quad (4)$$

По формуле (4) можно вычислить момент инерции самой платформы J_0 , а также и моменты инерции тел J_a , J_b и т.д., положенных на платформу, т.к. величины в правой части формулы можно измерить непосредственно. Вращательный импульс, необходимый для начала колебания, дается вращением верхнего диска; этим избегают возникновения линейных колебаний. Для вращения верхнего диска имеется соответствующий механизм.

Период колебаний измеряется секундомером. Угловая амплитуда не должна превышать 10° . Для счета числа колебаний к платформе подставляют вертикальный стержень; отсчет начинают и кончают в моменты, когда метка на платформе проходит мимо стержня, двигаясь в том же направлении.

4. Ход работы

1. Определим по формуле (4) момент инерции пустой платформы. Расстояния от центра платформы до точек крепления нитей измерим штангенциркулем. Измерим все три расстояния, вычислим среднее. Период колебаний T определим не менее трех раз из 20 полных колебаний. Данные занесем в таблицу. Постоянными прибора даны значения величин L , r и m .

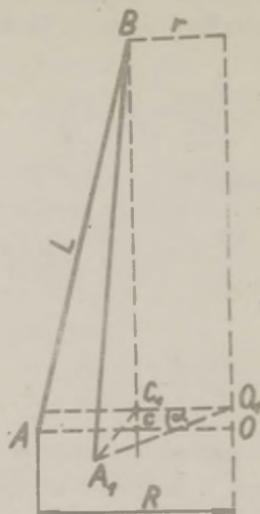


Рис. 2

2. По выбору преподавателя из комплекта тел (диск, кольцо, четырех- или треугольная пластинка) измеряют моменты инерции J_a и J_b двух тел относительно оси, проходящей через их центры тяжести. Для этого определим моменты инерции платформы с телами методом, описанным в 1-ой задаче и от полученной величины вычтем J_0 . Массу исследуемых тел M определим техническими весами. Исследуемые тела следует класть на платформу так, чтобы их центры тяжести и середина платформы находились на одной вертикали. Для облегчения этого на платформе нарисованы концентрические окружности. Затем определим суммарный момент инерции J_{a+b} обеих тел относительно оси, проходящей их центры тяжести, поставив их вместе на платформу. Вычислим ошибки результатов и проверим правильность выражения момента инерции для системы тел в пределах ошибок измерения:

$$J_a + J_b = J_{a+b} .$$

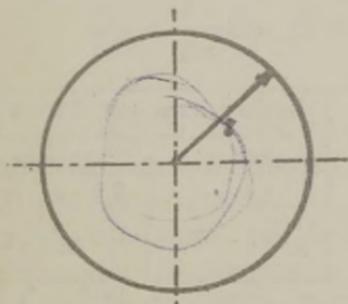
Вычислим теоретически моменты инерции использованных тел относительно оси, проходящей через центр тяжести и перпендикулярной плоскости фигуры по нижеприведенным формулам, и найдем их сумму. Линейные размеры измерим штангенциркулем.

Кольцо



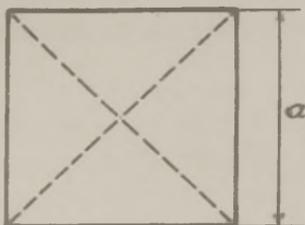
$$J_a^z = \frac{1}{2} M (r_a^2 + r_b^2).$$

Диск



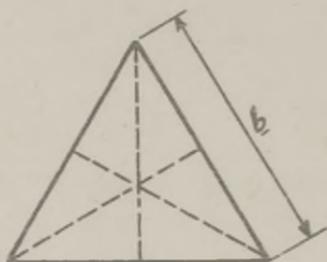
$$J_b^z = \frac{1}{2} M r^2.$$

Квадрат



$$J_c^z = \frac{1}{6} Ma^2.$$

Равнобедренный треугольник



$$J_d^z = \frac{1}{12} Mb^2.$$

Результаты представим таблицей.

Пример:

Порядк. №	Тело	Масса	Размеры	Момент инерции (кг·м ²)	
				Эксперим.	Теоретич.
1.	Квадрат	...	$a =$	$J_c^e = (\pm)$	$J_c^z = (\pm)$
2.	Диск	...	$r =$	$J_b^e = (\pm)$	$J_b^z = (\pm)$
				$J_c^e + J_b^e = (\pm)$	$J_c^z + J_b^z = (\pm)$
3.	Квадрат + диск			$J_{c+b}^e = (\pm)$	

Если три последние числа в пределах ошибок совпадают, то измерения и вычисления правильны.

3. Проверка теоремы Штейнера. В комплекте тел есть два маленьких диска с одинаковыми массами M и равными размерами. Определим момент инерции одного из дисков J_1 относительно оси, проходящей через его центр тяжести. Но момент инерции такого маленького тела намного меньше момента инерции платформы, и его момент инерции может быть определен с довольно большой ошибкой (почему?). Студенту предлагается самому найти метод для более точного определения момента инерции диска на этой же установке.

Установим оба диска на платформу симметрично относительно ее оси. Пусть расстояние центров дисков от центра платформы равно d . Такое установление дисков упрощает опять-таки концентрические круги и диаметры на платформе. Расстояние находят, как среднее от расстояний ближайшего и дальнего краев диска от центра платформы. Измеряем штангенциркулем. Определим момент инерции такой системы так, как в задачах 1 и 2, вычитаем с нее момент инерции пустой платформы. Деля результат на 2, получим момент инерции диска J_d относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и находящейся на расстоянии d от его центра тяжести. По формуле (4)

$$J_d = \frac{Rrg}{8\pi^2 L} [(m+2M)T_{0+2d}^2 - mT_0^2],$$

где T_0 - период колебаний пустой платформы, T_{0+2d} период колебаний платформы, нагруженной двумя дисками, m - масса платформы, M - масса диска.

По теореме Штейнера можно вычислить момент инерции диска относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и находящейся на расстоянии d от его центра:

$$J_d^t = J_1 + Md^2.$$

В пределах ошибок должно иметь место равенство:

$$J_d = J_d^t .$$

4. Определение момента инерции прямоугольного параллелепипеда. По образцу задач 1 и 2 определим моменты инерции данного параллелепипеда относительно 3 осей, которые проходят через центр тяжести тела и через центры разных граней параллелепипеда. Для этого поставим тело на платформу так, чтобы центр ее грани совпал с центром платформы. Все три момента отличаются друг от друга.

Теоретически момент инерции прямоугольного параллелепипеда массы M относительно оси 1 (рис. 3) выражается формулой

$$J_1 = M \frac{a^2 + b^2}{12} .$$

Соответственно для осей 2 и 3:

$$J_2 = M \frac{b^2 + c^2}{12} ,$$

$$J_3 = M \frac{a^2 + c^2}{12} .$$

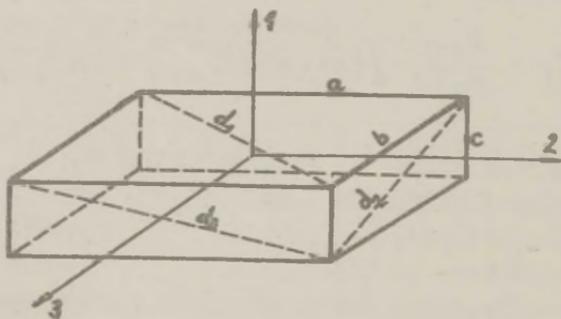


Рис. 3

При помощи геометрических преобразований легко перейти от квадратов сторон на квадраты диагоналей граней. Получим соотношение

$$J_1 : J_2 : J_3 = d_1^2 : d_2^2 : d_3^2 .$$

Вывести это соотношение и показать, что в пределах ошибок моменты инерции, найденные из опыта, отвечают этому соотношению.

Примечания. 1. Студент должен выполнить задачу 1 и по выбору преподавателя одну из задач 2, 3 или 4 .

2. Трифилярный подвес можно нагружать только симметрично относительно центра платформы, иначе возникнут другие колебания.

5. Дополнительные вопросы

1. Платформа трифилярного подвеса совершает крутильные колебания. Показать, какого происхождения восстанавливающий момент (иначе возникновение крутильных колебаний невозможно).

2. Что нужно изменить в конструкции трифилярного подвеса, чтобы уменьшить ошибки при опытном определении моментов инерции ?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр. 95-98.
2. С.П. Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр. 401-414.

16. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕЦЕССИИ ГИРОСКОПА

1. Задание

Ознакомление с элементарной теорией гироскопа, определение скорости прецессии и скорости вращения гироскопа.

2. Принадлежности

Гироскопическая установка, ротор (гироскоп), эталонный цилиндр, стальная проволока, амперметр, источник постоянного тока, секундомер, штангенциркуль, технические весы, гири.

3. Теоретическое введение

Гироскопом называется быстро вращающееся твердое тело, ориентация оси вращения которого может изменяться в пространстве. В качестве гироскопов можно рассматривать, например, небесные тела, орудийные снаряды в полете, роторы турбин и др. В современной технике роторы имеют существенное значение. Гироскопические устройства применяются в самолетах, ракетах, судах, торпедах и т.д. для автоматического управления движением, в навигации — для определения курса, и т.д.

Для того, чтобы гироскоп мог свободно ориентироваться в пространстве, его ось вращения обычно связывается с поворачиваемым кольцом, которое, в свою очередь, также находится внутри другого кольца. Оси вращения этих колец перпендикулярны (рис.1). У закрепленного таким образом гироскопа имеется три степени свободы, и он может

совершать любой поворот относительно точки пересечения осей вращения. Если центр массы гироскопа совпадает с точкой пересечения осей вращения, то гироскоп называется свободным. Если ось вращения гироскопа совпадает с его осью симметрии, то гироскоп называется симметричным.

Рассмотрим свободный симметричный гироскоп. В соответствии с основным законом динамики

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M},$$

где \vec{L} - момент количества движения гироскопа, \vec{M} - момент внешних сил

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

откуда $\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}$, где J - момент инерции гироскопа и $\vec{\omega}$ - его угловая скорость вращения. Отсюда следует, что угловая скорость гироскопа с постоянным моментом инерции, а, следовательно, и

ориентация оси вращения в пространстве не изменяются. Именно поэтому его можно использовать в качестве компаса. Существенно не изменяют ориентацию вращающегося гироскопа в пространстве и кратковременные сильные удары по его оси. В этом легко убедиться с помощью вышеприведенного уравнения движения.

Рассмотрим в качестве гироскопа массивный диск, вращающийся вокруг оси $O_1 O_2$ и уравновешиваемый грузом K (рис.2). Ось гироскопа прикреплена в точке O_1 шарниром к вертикальному основанию. Если уравновешивающий груз расположен так, что точка O_1 окажется центром массы гироскопа,

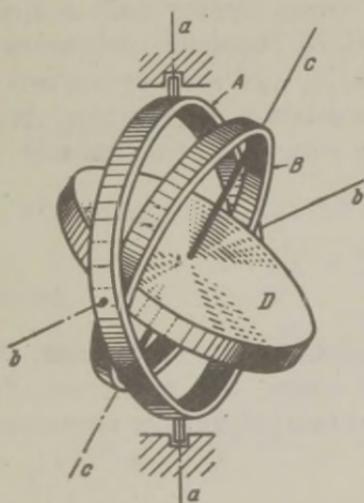


Рис.1

т. е.

$$P_1 x_1 = P_2 x_2 ,$$

где P_1 и P_2 - силы тяжести, действующие на диск и на уравновешивающее тело, а x_1 и x_2 - расстояния центров массы этих тел от точки O_1 , то момент внешних сил, оказывающих влияние на гироскоп, равен нулю.

Невращающийся гироскоп выводится из равновесия перемещением уравновешивающего груза. Иначе обстоит дело с вращающимся гироскопом. Пусть начальное положение гироскопа таково, как это изображено на рис. 3, при этом уравновешивающий груз пусть смещен по отношению к предыдущему положению вправо так, чтобы центр массы системы оказался в точке O' .

Момент внешних сил

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] ,$$

где \vec{r} - радиус-вектор, определяющий точку приложения O' силы F по отношению к точке опоры O_1 гироскопа. Направление оси гироскопа относительно вертикали определяет угол φ . В данном случае

$$F = P_1 + P_2 ,$$

вследствие чего

$$M = (P_1 + P_2) r \sin \varphi .$$

Из вышеприведенного основного уравнения динамики следует, что изменение момента количества движения $d\vec{L}$ за время dt будет $d\vec{L} = \vec{M} dt$. Следовательно, изменится и ориентация оси во время dt на $d\alpha$. За следующий промежуток времени произойдет такое же отклонение и т.д. Ось гироскопа таким образом начнет вращаться с определенной угловой скоростью Ω , образуя при своем движении коническую поверхность. Такое движение гироскопа называется прецессией. Величина $\Omega = \frac{d\alpha}{dt}$ называется угловой ско-

ростью прецессии. Вычислим угловую скорость прецессии. Из формул

$$M = (P_1 + P_2) r \sin \varphi$$

и

$$dL = M dt$$

следует, что

$$dt = \frac{dL}{(P_1 + P_2) r \sin \varphi}$$

Из рисунка 3 видно:

$$dL = AB d\alpha$$

Из треугольника ABO_1 : $AB = L \sin \varphi$, следовательно,

$$dL = L \sin \varphi d\alpha$$

Значит

$$dt = \frac{L d\alpha}{(P_1 + P_2) r}$$

и

$$\Omega = \frac{(P_1 + P_2) r}{L}, \text{ или } \Omega = \frac{(P_1 + P_2) r}{J \omega}$$

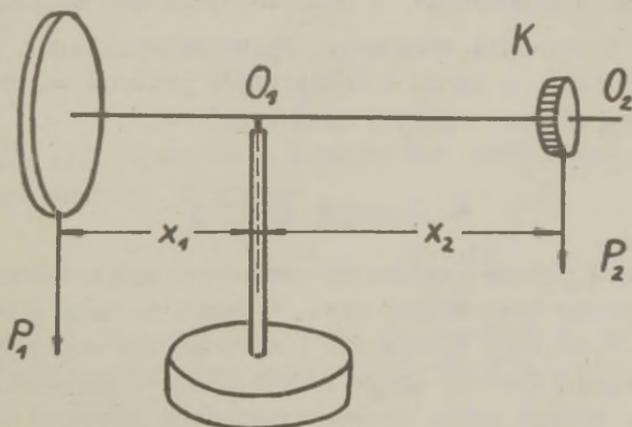


Рис. 2

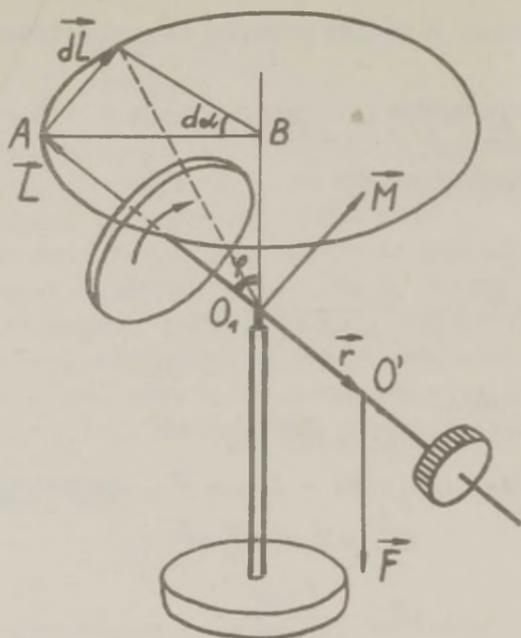


Рис. 3

Из полученной формулы следует, что с увеличением скорости вращения гироскопа скорость прецессии уменьшается; для гироскопа, вращающегося с постоянной скоростью, $\frac{(P_1 + P_2) \omega}{S}$ является постоянной величиной. Экспериментальная проверка этих следствий, а также и определение угловой скорости гироскопа и является задачей данной работы.

4. Описание прибора

В данной работе в качестве гироскопа используется ротор электромотора постоянного тока, имеющий большой момент инерции. К статору прикреплен расположенный коаксиально с осью ротора стержень, вдоль которого может перемещаться уравновешивающий груз. Статор прикреплен шарнирно к уста-

новленному вертикально основанию, или же свободно подвешен. Пусть ось гироскопа расположена горизонтально, и расстояние центра масс системы ротор-статор-стержень от точки O пересечения оси гироскопа с вертикальной осью равно x_1 , а расстояние точки приложения силы тяжести уравнивающего груза от точки O равно x_2 . Если обозначить силы тяжести, действующие на упомянутую систему и на уравнивающий груз, через P_1 и P_2 , то условием равновесия будет равенство

$$P_1 x_1 = P_2 x_2.$$

Если уравнивающий груз удалить от точки O так, чтобы новое расстояние точки приложения стало x_2' , то равновесие нарушится. Обозначая расстояние центра масс всей системы от точки O через z , можем написать

$$P_1(x_1 + z) = P_2(x_2' - z),$$

откуда

$$z = \frac{P_2 x_2' - P_1 x_1}{P_1 + P_2}.$$

Учитывая первое условие равновесия, можно написать:

$$z = \frac{P_2(x_2' - x_2)}{P_1 + P_2}.$$

Подставляя это выражение в формулу для вычисления угловой скорости прецессии, получаем

$$\Omega = \frac{P_2(x_2' - x_2)}{J\omega} = \frac{P_2 \cdot \Delta x}{J\omega}.$$

Если скорость вращения гироскопа не изменяется, то при различных положениях уравнивающего груза имеем

$$\frac{\Delta x_1}{\Omega_1} = \frac{\Delta x_2}{\Omega_2} = \frac{\Delta x_3}{\Omega_3} = \dots = \frac{\Delta x_i}{\Omega_i} = \frac{J\omega}{P_2} = \text{const},$$

где Δx_i - смещение противовеса от положения равновесия.

5. Ход работы

Подвесим гироскоп с помощью шнура или установим на вертикальной подставке. Уравновесим систему и соберем схему, питающую мотор, подсоединив для этого гироскоп к источнику тока через амперметр. Ток питания регулируется в пределах 1,5 - 2 А. Напряжение не должно при этом превышать 27 в. Измерения можно начинать только спустя 20 минут после включения тока, т.к. только к этому времени вращение гироскопа стабилизируется. Об этом можно судить также и по установившемуся показанию амперметра. В достаточно большой скорости вращения гироскопа можно убедиться, если слегка ударить по стержню с делениями. Что является критерием быстрого вращения? Если вертикальная ось системы закреплена неподвижно, то эффект, сопровождающий удар, будет иным. Каким? Дать объяснения. Если систему вращать относительно вертикальной оси, ось гироскопа будет стремиться повернуться вертикально, конец стержня при этом движется вверх или вниз. Почему?

После этих предварительных опытов следует приступить к определению угловой скорости прецессии. В начале убеждаемся в том, что уравновешенный гироскоп не прецессирует. Не выключая мотор, переместим на несколько делений уравновешивающий груз. Определив Δx_i , проследим за прецессией гироскопа. Можно заметить, что горизонтальное положение оси гироскопа со временем меняется, конец стержня опускается. Это вызвано тем, что на вертикальную ось действует сила трения, или, если гироскоп подвешен на шнуре, тем, что шнур закручивается. Определяем угловую скорость опускания стержня и оцениваем величину момента силы трения или силы упругости.

Для определения угловой скорости прецессии гироскопа ориентируем стержень с делениями приблизительно под углом 5° вверх от горизонта и проследим движение стержня до

момента опускания стержня на столько же градусов ниже горизонта. Опыт повторяем по крайней мере пять раз. Для избежания увеличения момента сопротивления каждый раз устраняем закручивание шнура. Следует также следить за тем, чтобы дополнительный момент сил не создавали провода, питающие мотор током. Аналогичные измерения делаем для семи различных положений противовеса. Вычисляем угловую скорость прецессии и вышеприведенные отношения.

Для вычисления угловой скорости гироскопа определяем массу уравновешивающего груза и момент инерции гироскопа. Для определения момента инерции используем другой, точно такой же ротор. Ротор прикрепляем к проволоке таким образом, чтобы он мог совершать крутильные колебания относительно вертикальной оси, проходящей через центр массы. Определяем период колебания системы, зарегистрировав 20-30 колебаний. Затем ротор заменяем однородным цилиндром и снова определяем период крутильных колебаний. Как известно, определяются периоды таких колебаний по формулам:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}} \quad \text{и} \quad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{D}},$$

где J - момент инерции гироскопа, J_1 - момент инерции цилиндра, D - модуль кручения проволоки.

Поскольку момент инерции цилиндра легко вычисляется, находим:

$$J = \frac{T^2}{T_1^2} J_1.$$

В заключение работы вычисляем скорость вращения гироскопа и оцениваем ошибку измерений.

6. Дополнительные вопросы

1. Каким образом определяется направление момента сил?
2. Почему в данной работе можно считать момент количества движения гироскопа совпадающим по направлению с осью гироскопа?

Литература

1. А. В. Кортнев и др. Практикум по физике. М., "Высшая школа", 1961, стр.69-73.
2. С. П. Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр.206-237.
3. С. Д. Хайкин. Физические основы механики. М., ФМ, 1963, стр. 439-466.

17. ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАТРИКА

1. Задание

Ознакомление с гармоническими и затухающими колебаниями.

2. Принадлежности

Кронштейн, линейка с сантиметровыми делениями, набор пружин и грузов, сосуд с жидкостью, секундомер.

3. Введение

Если подвесить к цилиндрической спиральной пружине, которая в одном конце туго закреплена, груз P , то пружина растянется. По закону Гука можно написать

$$P = k \Delta l_0, \quad (1)$$

где Δl_0 - величина, на которую растягивается пружина при подвешивании к ней груза P (отрезок AA_1 на рис.1). Коэффициент пропорциональности k показывает силу, под влиянием которой пружина растянется на единичную длину и он называется коэффициентом жесткости пружины.

Если груз P под влиянием какой-то внешней силы вывести в вертикальном направлении из положения равновесия (точка A_2 на рис.1), то силу, приложенную к ней, можно вычислить как разность упругой силы пружины и силы тяжести

груза P :

$$F = \kappa \Delta l - P.$$

Здесь Δl - смещение нижнего конца пружины относительно положения, где она была в ненагруженном состоянии. При помощи формулы (1) получим

$$F = \kappa(\Delta l - \Delta l_0). \quad (2)$$

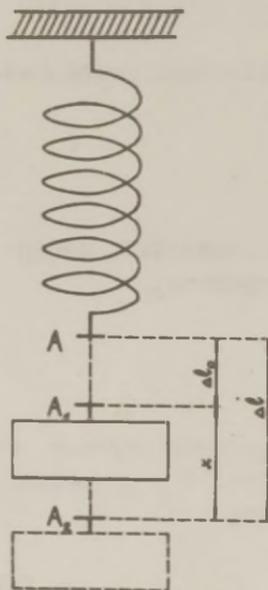


Рис. 1

Величина $(\Delta l - \Delta l_0) = x$ - смещение груза относительно положения равновесия. Итак, на груз, подвешенный к пружине, действует сила, которая пропорциональна отклонению от состояния равновесия и направленная всегда к положению равновесия. Если такой пружинный маятник находится в воздухе, то можно пренебречь сопротивлением среды на его движение и считать колебания гармоническими. Его движение можно описать дифференциальным уравнением

$$m\ddot{x} = -\kappa x, \quad (3)$$

решение которого следующее:

$$x = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4)$$

Здесь A_0 - амплитуда, φ_0 - начальная фаза, ω_0 - круговая частота собственных колебаний:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{\kappa}{m}} \\ T_0 &= \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\kappa}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Если пружинный маятник находится в среде, которая плотнее воздуха, например, в воде, тогда надо учитывать также силу трения. В первом приближении сила трения пропорциональна скорости (при небольших скоростях):

$$F_h = -r\dot{x}. \quad (6)$$

Коэффициент пропорциональности r называется коэффициентом силы трения (в данном случае коэффициентом сопротивления среды). Колебания теперь являются затухающими. Дифференциальное уравнение таких колебаний следующее:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \quad (7)$$

и его решение

$$x = A_1 e^{-\delta t} \sin(\omega_1 t + \varphi_1). \quad (8)$$

Здесь φ_1 и ω_1 имеют те же значения, как и при гармонических колебаниях, только теперь

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}. \quad (9)$$

δ называется коэффициентом затухания

$$\delta = \frac{r}{2m}. \quad (10)$$

A_1 - начальная амплитуда колебаний, $A_1 e^{-\delta t} = A(t)$ - амплитуда колебаний в момент времени t . Затухание характеризуется часто логарифмическим декрементом затухания Θ , который определяется как натуральный логарифм отношения двух последовательных односторонних амплитуд:

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}. \quad (11)$$

Найти связь между Θ и δ , написать формулу (8) так, чтобы она содержала логарифмический декремент затухания!

В данной работе определяют $T_0 = f(m)$ и $T_0 = f'(k)$ (формула 5) и изучают затухающее колебание пружинного маятника.

4. Ход работы

1. Определение коэффициента жесткости пружин статическим методом

Измерим растяжение пружины Δl_0 при подвешивании к ней груза P . Для каждой пружины сделаем не менее 5 измерений с различными грузами. Нарисуем графики зависимости $P = f(\Delta l_0)$. Угловые коэффициенты прямых и определяют коэффициенты жесткости пружин. На линейку нанесены сантиметровые деления с точностью 1 мм относительно нулевого штриха.

2. Зависимость периода собственных колебаний пружинного маятника от массы груза

Измерим период собственных колебаний пружинного маятника для одной из пружин при разных грузах. Верхний конец пружины придется крепко прикрепить к кронштейну. Для уменьшения ошибок измерений надо определить время многих полных колебаний. Для определения минимального нужного числа полных колебаний нужно исходить из требования, чтобы ошибка определения T не превышала 1%. Это значит, что при измерении времени электросекундомером сумма основной ошибки показания секундомера и ошибки, которая обусловлена запаздыванием реакции наблюдателя (см. работу № 1), должна быть на порядок величины меньше, чем допустимая ошибка частоты сети (1%).

Амплитуда колебаний не должна превышать растягивания из-за груза Δl_0 (зачем?). Для исключения возможных ошибок измерим период не менее трех раз.

Построим зависимость T от m в координатах m и T^2 (почему не T ?). Определим по графику k и сравним с результатом, полученным статическим методом.

3. Зависимость периода собственных колебаний пружинного маятника от коэффициента жесткости пружины.

Определим период колебаний пружинного маятника с 4 равными пружинами при одном и том же грузе. По формуле (5) вычислим коэффициенты жесткости пружин и сравним с коэффициентами, полученными статистическим методом. Массы, написанные на грузах, определены с точностью 0,5%. Построим зависимость T от k в координатах k и $\frac{1}{T^2}$ (почему?). Определим по графику m , сравним с величиной, написанной на грузе.

4. Определение логарифмического декремента затухания пружинного маятника и коэффициента сопротивления среды.

Подвесим к пружине груз и опустим его в сосуд, наполненный жидкостью (вода). Дадим пружине определенную начальную амплитуду A_1 и определим период колебаний и время t' , в течение которого амплитуда уменьшилась до какой-то величины $A(t')$. Здесь придется измерить обе величины не менее 5 раз. Выведем формулу для вычисления ζ при помощи A_1 и $A(t')$:

$$\zeta = \frac{T}{t'} \ln \frac{A_1}{A(t')}$$

найдем величину ζ при трех разных начальных амплитудах.

Пользуясь формулой (10) и связью между ζ и δ вычислим коэффициент сопротивления среды α .

5. Дополнительные задания и вопросы

1. Решить дифференциальные уравнения (3) и (7).
2. Какой физический смысл имеет коэффициент α ? Какова его размерность?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В. И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр. 156-158.
2. С. П. Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр. 401-418.

18. ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

1. Задание

Определение момента инерции длинного стержня и ускорения силы тяжести (двумя способами).

2. Принадлежности

Физический маятник - длинный металлический стержень с двумя прикрепленными к нему призмами, штатив, секундомер, линейка, технические весы, гири.

3. Теоретическое введение

Физическим маятником является каждое тело, которое может вращаться вокруг горизонтальной оси и центр тяжести которого не находится на оси вращения. Такое тело находится в стабильном равновесии, если его центр тяжести ниже оси вращения на вертикали, которая пересекает эту ось.

Обозначим через O ось вращения тела (физического маятника), C - его центр тяжести, а через R - расстояние между ними (рис.1). Если вывести тело из состояния равновесия так, чтобы центр тяжести оказался в точке C' и прямая OC' образовала с вертикалью угол α , то на тело действует момент силы тяжести P :

$$M = PR \sin \alpha = mg R \sin \alpha. \quad (1)$$

Этот момент заставляет тело возвратиться к равновесному положению и тело начинает колебаться, причем его положение в любой момент времени полностью определяется уг-

лом α . Для описания колебаний маятника следует найти уравнение движения, т.е. зависимость угла α от времени.

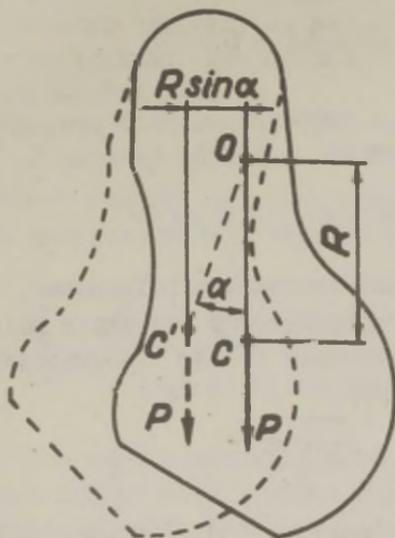


Рис. 1

Колебания физического маятника суть негармонические, т.к. действующий момент не зависит линейно от угла отклонения (формула 1). При маленьких амплитудах можно положить $\sin \alpha \approx \alpha$ и

$$M = -mgR\alpha, \text{ и} \quad (2)$$

считать колебания квазигармоническими.

Для нахождения уравнения движения исходят из 2-ого закона Ньютона для вращательного движения:

$$J\varepsilon = M, \quad (3)$$

где J - момент инерции тела относительно оси вращения и $\varepsilon = d^2\alpha / dt^2$ - угловое ускорение. Из формул (2) и (3) получаем

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -mgR \alpha$$

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + mgR \alpha = 0 \quad (4)$$

Последняя формула - дифференциальное уравнение движения маятника; его решением является функция

$$\alpha = A \sin(\omega t + \varphi). \quad (5)$$

Это и есть уравнение движения и показывает, что в данном случае колебания гармонические (на самом деле - квази-гармонические). В формуле (5) ω обозначает угловую или круговую частоту:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgR}{J}}, \quad (6)$$

A - амплитуду колебаний и φ - начальную фазу (равна ли эта величине угла α в начале опыта, когда $t = 0$?).

Период колебаний маятника определен зависимостью (6). Известно, что период и круговая частота колебаний связаны формулой

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

откуда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgR}}. \quad (7)$$

Период колебаний математического маятника равен

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (8)$$

где l - длина маятника.

Аналогичную форму можно дать и формуле периода колебания физического маятника: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (9)$

где величину $L = \frac{J}{mR}$ называют приведенной длиной маятника с периодом колебания T .

Точку, которая находится на прямой, проходящей через ось вращения и центр тяжести, на расстоянии L от оси, называют центром качания. Для нахождения центра качания исходят из теоремы Штейнера

$$J = J_0 + mR^2,$$

где J_0 - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр тяжести и параллельной предыдущей.

Отсюда

$$L = \frac{J}{mR} = \frac{J_0}{mR} + R. \quad (10)$$

Видно, что $L > R$, т.е. центр качания всегда ниже центра тяжести.

Если закрепить тело в центре качания так, чтобы оно могло вращаться вокруг оси, которая параллельна с прежней, то приведенная длина маятника будет следующей (из формулы 10):

$$L' = \frac{J_0}{m(L-R)} + (L-R) = \frac{J_0}{mR} + R = L.$$

Видно, что приведенная длина в таком случае не изменяется, и, следовательно, не изменяется и период колебаний. Это позволяет опытным путем измерить приведенную длину маятника.

4. Ход работ

А. Определение момента инерции длинного стержня

Вычисление моментов инерции геометрически сложных тел является очень трудной математической задачей. Часто его проще определить из опыта. Для определения момента инерции физического маятника нужно измерить его период колебаний. Момент инерции находят тогда из формулы

(7) :

$$J = \frac{mgRT^2}{4\pi^2} . \quad (11)$$

Если ось вращения проходит через центр тяжести ($R = 0$), то период колебаний T становится бесконечно большим (маятник в состоянии безразличного равновесия) и формулой (11) невозможно пользоваться для непосредственного вычисления J_0 . Для нахождения J_0 пользуются теоремой Штейнера:

$$J_0 = J - mR^2 . \quad (12)$$

Если сечение стержня маленькое по сравнению с длиной стержня, то момент инерции стержня J_0 относительно оси, перпендикулярной со стержнем и проходящей через его середину, можно вычислить по формуле

$$J_0 = \frac{1}{12} ml^2 , \quad (13)$$

где l - длина стержня, m - его масса.

Для выполнения работы прикрепим опорную призму на одном из концов стержня с помощью винтика и выемки в стержне (рис. 2, другую призму снимем).

Поставив опорную призму на пластинку, прикрепленную к штативу, приведем маятник в состояние качания и измерим продолжительность 30 колебаний три раза. Максимальную допустимую амплитуду колебаний нижнего конца стержня определим из условия, чтобы приближенное равенство

$\sin \alpha \approx \alpha$ было верно с точностью 0,2%. Перенесем призму на 5 см ближе к центру, измеряя каждый раз время 30-и колебаний по три раза. Повторим это, пока не дойдем до центра стержня.

Вычислим период T в каждом положении призмы и нарисуем график зависимости T от R ; R - расстояние между гранью призмы и центром тяжести стержня. R определяют из формулы:

$$R = \frac{1}{2} l - x , \quad (14)$$

где x - расстояние между гранью призмы и концом стержня (рис. 3).

Расстояние x можно каждый раз измерить линейкой, но можно определить только в одном положении и учесть, что все выемки просверлены относительно конца стержня с точностью 0,5 мм.



Рис. 2.

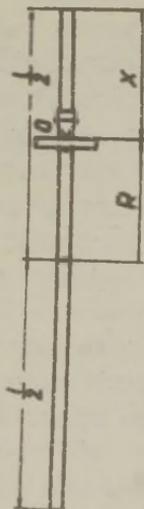


Рис. 3

По формуле (11) вычислим при каждом положении призмы момент инерции J стержня относительно точки опоры. Нарисуем график $J = f(R)$ и определим J_0 . Найдем величину J_0 и по формуле (13). Вычислим ошибки результатов.

Результаты представить таблицей:

N:	x	$R = \frac{1}{2}l - x$	t	t_{cp}	$T = t_{cp}/30$	J
1.					
2.					
3.					

и т.д.

Б. Определение ускорения силы тяжести оборотным маятником

Если можно было бы определить приведенную длину маятника экспериментально, то ускорение силы тяжести можно было бы определить по формуле (9). Для определения L нужно найти два положения оси вращения, при которых периоды колебания равны; расстояние между этими точками и есть приведенная длина физического маятника.

В настоящей работе физическим маятником служит металлический стержень, имеющий две опорные призмы А и В (рис.2), которые прикрепляются в соответствующих выемках. Эту систему навешивают оборотным или реверсивным маятником.

В начале работы призмы находятся на концах стержня. Грань призмы А опирается на подставку С. Легким толчком вставим маятник колебаться (насчет амплитуды см. пункт А). Измерим продолжительность 30-и колебаний. Потом повернем маятник так, чтобы он опирался на подставку призмой В и измерим время 30-и колебаний. Обе эти величины равны.

При всех измерениях одну призму оставим в первоначальном положении; назовем ее неподвижной (А) и положение, в котором маятник опирается на подставку призмой А — прямым. Другую призму перемещаем во время опыта, это — подвижная призма (В); если опорой маятника является призма В, то положение назовем оборотным.

Перемещаем подвижную призму по 5 см ближе к неподвижной и измерим каждый раз длительность 30-и колебаний в прямом и обратном положениях. Вначале получается, что в обратном положении период колебаний короче, но, продолжая перемещать призму В, достигнем положения, где период колебаний в обратном положении длиннее. Расстояние между гранями призмы даст теперь приведенную длину маятника с точностью 5 см.

Далее перемещаем подвижную призму в обратном направле-

нии по 1 см (ближе к свободному концу стержня) и измерим время колебаний (30-и колебаний) в прямом и обратном положениях, пока время колебаний в последнем случае не будет меньше времени прямых колебаний. Приведенную длину получим теперь с точностью до одного см.

Результаты измерений представим в виде таблицы.

Положение неподвижной призмы

Порядковый №	Положение подвижной призмы	Время 30-и колебаний	
		Прямое положение маятника	Обратное положение маятника
1.			
2.			
3.			
и т.д.			

Приведенная длина теперь определена с ошибкой $\Delta l = 1$ см, относительная ошибка $\sim 1,5\%$. Примерно такая же точность измерения времени 30-и колебаний с электрическим секундомером без пользования частотомером. При использовании частотометра можно определить g с минимальной погрешностью $2,5 \pm 3\%$. Для более точного определения g нужно измерить длительность большего числа колебаний и найти L интерполяционным методом.

Определим теперь в последнем положении подвижной призмы длительность 200 колебаний. С помощью частотометра вычислим поправку к показанию секундомера. Для оценки случайных ошибок сделаем измерения трижды в прямом положении и два раза в обратном. Подвинем призму B на один см ближе к центру и сделаем те же измерения. В обоих случаях измерим при помощи линейки с мм-делениями расстояние между опорными гранями призм (соответственно l_1 и l_2).

Составим таблицу.

Положение подвижной призмы	Расстояние между гранями призмы	Оборотное положение маятника		Прямое положение маятника	
		Время 200 колебаний	Среднее вр. 200 колеб.	Время 200 колебаний	Среднее время 200 кол.
	$l_1 =$	$t_1 =$	$t =$
	$l_2 =$	$t_2 =$	

В приведенной таблице среднее четырех времен 200 колебаний при прямом положении маятника и двух положениях подвижной призмы обозначено через t ; среднее от трех времен колебаний (200 колебаний) при обратном положении и расстоянии между призмами l_1 - через t_1 и, наконец, то же самое при расстоянии l_2 - через t_2 (должны выполняться условия $l_1 > l_2$ и $t_1 < t < t_2$). Предельные ошибки t_1, t_2 и t определяются как сумма трех слагаемых: максимума случайных ошибок, допустимой ошибки часов и ошибки, обусловленной реакцией наблюдателя (см. работу № 1 в данном сборнике). Приведенная длина L находится между l_1 и l_2 ($l_1 > L > l_2$). Если подвинуть призму в на $l_1 - L$ ближе к центру от положения, где расстояние между призмами l_1 , то времена колебаний в прямом и обратном положениях равны и равняются t .

На самом деле призму не перемещают, а находят приведенную длину путем линейной интерполяции, т.е. считают маленькое уменьшение расстояния между призмами, пропорциональным увеличению периода:

$$\frac{t_2 - t_1}{l_1 - l_2} = \frac{t - t_1}{l_1 - L} \quad (15)$$

Отсюда легко найти, что

$$L = l_1 - \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} (l_1 - l_2) \quad (16)$$

Ускорение силы тяжести найдем по формуле (9), учитывая, что период $T = \frac{t}{n}$, где в данном случае $n = 200$ и t — среднее четырех времен 200 колебаний при прямых положениях маятника. Для \mathcal{T} нужно взять значение, где его относительная ошибка была бы на порядок меньше относительных ошибок T^2 и \angle (ошибку \angle находят по формуле 16). Достаточна ли точность счетной линейки для вычислений?

В. Определение ускорения силы тяжести при помощи кривой, которая связывает период колебаний физического маятника с положением точки опоры маятника

Пусть физическим маятником является однородный цилиндрический стержень с длиной ℓ и точкой опоры в точке O (рис. 3). Представим приведенную длину маятника L через длину стержня ℓ и расстояние x (расстояние точки опоры от конца стержня) и расследуем зависимость длины L от положений точки опоры.

По теореме Штейнера и формуле (13) момент инерции стержня относительно оси, проходящей через точку опоры O , выражается формулой

$$J = \frac{m\ell^2}{12} + mR^2 = \frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2$$

или

$$J = \frac{m}{3} (\ell^2 - 3\ell x + 3x^2).$$

(Эта формула справедлива, если радиус стержня a маленький по сравнению с ℓ . Если стержень невозможно считать "бесконечно тонким", то формула момента инерции принимает вид:

$$J = \frac{m}{12} [3a^2 + 4(\ell^2 - 3\ell x + 3x^2)] \quad).$$

Вставим полученное выражение в формулу для приведен-

ной длины и учитывая, что $R = \frac{\ell}{2} - x$, получим

$$L = \frac{2}{3} \cdot \frac{\ell^2 - 3\ell x + 3x^2}{\ell - 2x}. \quad (17)$$

При $x = \frac{\ell}{2}$ приведенная длина L превращается в бесконечность, т.к. тогда точка опоры совпадает с центром тяжести стержня и маятник находится в безразличном равновесии. Минимум величины L определяют решения уравнения

$$6x^2 - 6\ell x + \ell^2 = 0.$$

Значения x , при которых $L = L_{min}$, следующие:

$$x_{1,min} = 0,21 \ell,$$

$$x_{2,min} = 0,79 \ell.$$

Из формулы (9) видно, что при $L = L_{min}$ и $T = T_{min}$. На рис. 4 приведены кривые, которые связывают период колебаний с местонахождением точки опоры. При однородном стержне обе ветви симметричны относительно центра стержня.

Для выполнения работы определим период колебаний в случае, когда призма находится на конце стержня, а затем и в остальных случаях, когда перемещаем призму по выемке ближе к центру. Период определим из 30-и колебаний. Длину вычислим по расстояниям между выемками.

Такие же измерения проведем и для другого конца стержня. Из полученных данных для T и x нарисуем график, показывающий зависимость периода колебаний от расстояния x (рис. 4). Значениям периода, большим минимального, соответствует четыре возможных положения опорной точки. Эти точки образуют пары AC и BD .

Расстояния между проекциями данных точек на ось абсцисс ($A'C'$ или $B'D'$) равны приведенной длине L для данного периода T , а точки (A' и C' или B' и D') сами являются опорными точками и центрами качания (расстояние между опорной точкой и центром качания и есть приведенная длина маятника).

Зная T и L , из формулы (9) получают ускорение

СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} .$$

Вычисления сделаем для нескольких значений T и L . Если измерения сделаны для одного конца стержня, то приведенную длину можно рассчитать по формуле

$$L = \ell - (x_A + x_B) ,$$

что видно из рис. 4.

Пользуясь полученными значениями x , вычислим L также по формуле (17) и по соответствующим значениям T найдем ускорение силы тяжести по формуле (9).

Сравним значения g и ошибки, полученные обоими способами.

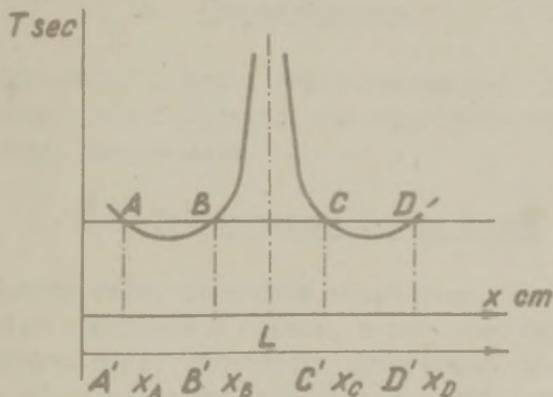


Рис. 4

6. Дополнительные вопросы

1. Вывести формулу (13).
2. Вывести формулу линейной интерполяции (16), исходя из рис. 4. Почему отличаются времена 200 колебаний при двух прямых положениях меньше, чем при соответствующих оборотных положениях маятника?

3. Точность каких измерений , T или L , нужно повысить в задаче Б (решить по величине ошибки, которую они дают при определении g) ? Как это сделать ?

Литература

1. Г.Е. Пустовалов. Учебное пособие по физическому практикуму студентов заочного и вечернего отделений естественных факультетов МГУ. М., 1959, стр.29-31.
2. С.П. Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр.401-414 .
3. И.В. Савельев. Курс общей физики, т.1. М., "Наука", 1966, стр. 186-189.

19. ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА ПОЛЯ

1. Задание

Определение резонансных кривых вынужденных колебаний механической системы при различных затуханиях.

2. Принадлежности

Крутильный маятник Поля, секундомер, стабилизатор напряжения, трансформатор, автотрансформатор, амперметр, реостат, выпрямитель.

3. Теоретические основы опыта

Каждое тело, способное колебаться, имеет одну или несколько резонансных частот, с которыми будут происходить колебания после одиночного возмущения. Но каждое такое тело можно заставить колебаться с любой частотой. В этом случае говорят о вынужденных колебаниях.

В настоящей работе изучают вынужденные колебания, которые вызывает сила, гармонически изменяющаяся во времени. Момент внешней силы $M_1 = M_0 \sin \omega_1 t$, где M_0 - амплитуда момента внешней силы, а ω_1 - ее круговая частота. На выведенный из положения равновесия крутильный маятник действует также момент силы $M_2 = -D\alpha$, вызванный упругостью пружины и направленный к положению равновесия; здесь α - угол поворота и D - коэффи-

циент пропорциональности. Величину D называют модулем кручения, и она равна моменту, который действует при угле кручения, равном одному радиану. На крутильный маятник действует также сила трения. Эта сила пропорциональна угловой скорости. Итак, момент силы трения $M_3 = -h\dot{\alpha}$, где h - коэффициент пропорциональности.

Исходя из этих данных можем записать дифференциальное уравнение движения маятника

$$J\ddot{\alpha} = -D\alpha - h\dot{\alpha} + M_0 \sin \omega_1 t, \quad (1)$$

где J - момент инерции маятника.

Общее решение этого уравнения будет:

$$\alpha = A e^{-\delta t} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + B \sin(\omega_1 t + \varphi), \quad (2)$$

где $\delta = \frac{h}{2J}$, ω_0 - частота собственных колебаний, A и φ_0 - амплитуда и начальная фаза собственных колебаний, B - амплитуда вынужденных колебаний, φ - сдвиг фаз вынужденных колебаний и момента внешней вынуждающей силы.

Через некоторое время с начала колебаний собственные колебания затухают и сохраняются только вынужденные:

$$\alpha = B \sin(\omega_1 t + \varphi) \quad (3)$$

где

$$B = \frac{M_0}{J \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\delta^2 \omega_1^2}}, \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\omega_1 \delta}{\omega_0^2 - \omega_1^2},$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}. \quad (5)$$

Из формулы (4) видно, что амплитуда вынужденных колебаний принимает максимальное значение, если выполнено условие $\omega_1^2 = \omega_0^2 - 2\delta^2$. Такое положение называют резонансом.

Из формулы (5) видно, что :

1) Если $\omega_1 \ll \omega_0$, то $\varphi \approx 0$, т.е. фаза вынужденных колебаний почти совпадает с фазой внешней силы;

2) Если $\omega_1 \approx \omega_0$, то $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$, т.е. при резонансе фаза вынужденных колебаний отстает от фазы внешней силы на четверть периода;

3) Если $\omega_1 \gg \omega_0$, то $\varphi \approx -\pi$, т.е. фаза собственных колебаний отстает от фазы внешней силы на полпериода.

4. Описание прибора

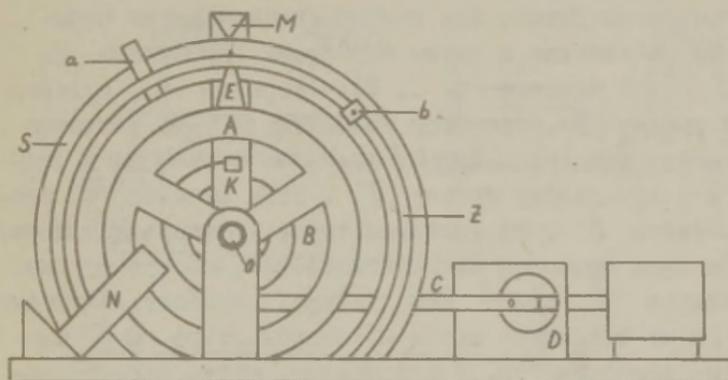


Рис.1

В данной работе для исследования колебаний используется прибор Поля (рис.1), в котором металлический диск А совершает колебания вокруг оси О . К диску прикреплена спиральная пружина В , второй конец которой соединен с рычагом К . При помощи рычага К диску придается момент вращения. Другой конец рычага соединен со стержнем С , который, в свою очередь, соединен с эксцентриком D . Эксцентрик D прикреплен к диску редуктора электромотора и при вращении мотора заставлял рычаг К двигаться взад-вперед. Изменяя расстояние между эксцентриком и осью диска редуктора, изменяется амплитуда колебаний

рычага, что в свою очередь изменяет амплитуды колебаний маятника. Для измерения амплитуды колебания диска к нему прикреплена стрелка E и за ней шкала S . Частоту внешней силы можно менять, изменяя число оборотов мотора в единицу времени (реостатом или автотрансформатором).

Затухание колебаний диска можно изменять электромагнитом N , между полюсами которого диск движется. При движении в магнитном поле в диске появляются вихревые точки, которые притормаживают движение диска, тем более, чем больше магнитное поле. Магнитное поле можно изменять изменением силы тоска в обмотках электромагнита.

Для измерения сдвига фаз прибор снабжен двумя передвижными контактами и двумя неоновыми лампочками. На шкале S один контакт a . Если стрелка M , прикрепленная к рычагу K , коснется контакта a , то зажжется одна неоновая лампочка. Другой движущийся контакт b прикреплен к специальному кольцу Z . Если стрелка E коснется контакта b , то зажжется другая неоновая лампочка. Чтобы диск вращался беспрепятственно, вместо пружинного контакта b можно использовать оптический контакт. Он состоит из источника света и фоторезистора. Свет направлен на фоторезистор. В тот момент, когда стрелка затемняет резистор, его сопротивление резко возрастает, и вызванное этим увеличение напряжения включает реле, которое в свою очередь включает неоновую лампочку.

5. Ход работ

Соберем схему по рис. 2.

1. Получение амплитудных кривых.

Кривую, которая описывает зависимость амплитуды от частоты момента внешней силы, называют амплитудой (иногда также амплитудно-резонансной кривой). Требуется найти амплитудные кривые при трех различных затуханиях.

Во-первых, при выключенном электромагните определим собственную частоту колебаний ω_0 . Затем включим

электромагнит (следить, чтобы сопротивление реостата было максимальным!) и доведем ток до 0,3 А. Определим коэффициент затухания по уравнению

$$\ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \delta T.$$

Для этого измерим ряд последовательных амплитуд x ; собственных колебаний, вычислим несколько значений δ и их среднее.

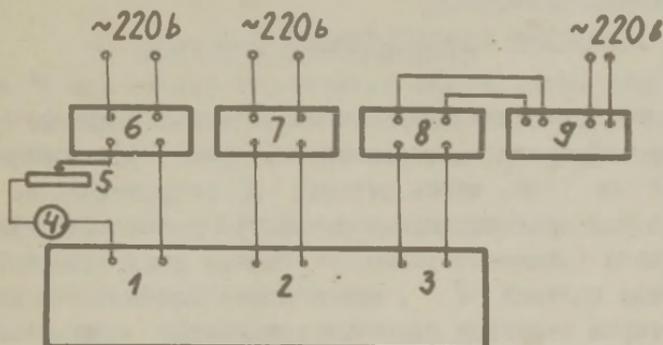


Рис. 2

1 - включатель электромагнита, 2 - включатель неоновых лампочек, 3 - включатель мотора, 4 - амперметр, 5 - реостат, 6 - выпрямитель, 7 - трансформатор, 8 - автотрансформатор, 9 - стабилизатор.

До начала опыта надо проверить, находится ли в случае равновесия маятника его стрелка на нуле шкалы. Если нет, учтем поправку нуля или определим среднюю двусторонних амплитуд.

Затем включаем мотор. Изменяя скорость вращения мотора, находим максимальную амплитуду вынужденных колебаний (в случае надобности изменяем амплитуду момента вынуждающей

После изменения скорости выждать стабилизацию колебаний.

силы) при резонансе и проверим уравнение:

$$\omega_0^2 = \omega_0^2 - 2\sigma^2.$$

Таким путем измерим еще шесть пар величин: частота момента внешней силы — амплитуда вынужденных колебаний. Три пары величин найдем на частотах меньших, чем резонансная, и три — на больших.

Увеличим затухание и измерим необходимые величины для построения еще двух амплитудных кривых. Полученные данные представим графически. По оси абсцисс откладывается частота вынуждающего момента, а по оси ординат — амплитуда вынужденных колебаний.

2. Получение фазовых кривых.

Кривую, показывающую зависимость сдвига фаз φ от частоты внешнего вынуждающего момента силы, называют фазово-резонансной кривой. Для измерения сдвига фаз поместим контакт α так, чтобы стрелка M дотронулась до контакта в тот момент, когда рычаг K достиг максимального отклонения (значение внешнего момента силы максимально). Перемещая контакт β , можем найти для него положение, при котором неоновые лампочки зажигаются одновременно. Сдвиг фаз φ найдем в этом случае из уравнения

$$\varphi = \arccos \frac{x}{x_0}, \quad (6)$$

где x — положение контакта β и x_0 — показание стрелки E в амплитудном положении.

Перед началом измерений надо убедиться, что стрелка E находится при равновесии на нуле шкалы и стрелка M отклоняется при движении в обе стороны от нуля на равные расстояния. Если не выполнено первое условие, необходимо отрегулировать пружину так, чтобы стрелка E стояла на нуле. Второе условие будет невыполнено, если стрелка M погнута. Ее нужно осторожно выпрямить.

Фазовые кривые находим при тех же затуханиях, что и амплитудные. Включаем электромагнит, мотор и неоновые лампочки. Изменяя число оборотов мотора, находим максимальную

амплитуду вынужденных колебаний и соответствующую частоту вынуждающего момента.

Перемещая контакт θ , находят состояние, когда лампочки зажигаются одновременно и из уравнения (6) находят сдвиг фаз φ . Аналогично определяют еще шесть пар значений: частота вынуждающего момента - сдвиг фаз. Три пары надо найти при частотах выше собственной.

Полученные результаты представим графически. По оси абсцисс отложим частоту вынуждающего момента, по оси ординат - сдвиг фаз.

6. Дополнительные вопросы

1. Почему при определении амплитуды при некоторой частоте вынуждающей силы нужно дождаться стабилизации колебаний?

2. Показать, что амплитуда вынужденных колебаний максимальна при $\omega_1^2 = \omega_0^2 - 2\sigma^2$.

3. Вывести уравнение (6).

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И.Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр.158-162.
2. С.П.Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр.418-427.
3. С.Э.Хайкин. Физические основы механики. М., изд. Ф-М, 1968, стр. 619-632.
4. И.В.Савельев. Курс общей физики, т.1. М., "Наука", 1966, стр.203-208.

20. ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

1. Задание

Получение стоячих волн, экспериментальная проверка уравнения (4) и изучение формы волн.

2. Принадлежности

Укрепленный на вертикальном штативе вибратор, равновес, кусок исследуемой струны, генератор звуковых частот, трансформатор 220/127 V, длинная линейка, аналитические весы.

3. Теоретическое введение

Введенная из положения равновесия напряженная струна может колебаться так, что возникают стоячие волны. На концах струны всегда будут узлы. Длина струны l содержит всегда целое число стоячих волн. Расстояние между узлами стоячей волны равно половине длины бегущей волны. Поэтому

$$\frac{\lambda}{2} n = l \quad (1)$$

где n - целое число (1, 2, 3 и т.д.).

Длина волны связана со скоростью распространения импульса деформации вдоль струны v и частотой колебания струны f :

$$\lambda = \frac{v}{f} .$$

Поэтому

$$f = \frac{n}{2l} v . \quad (2)$$

Уравнение (2) определяет частоты собственных или нормальных колебаний струны. Практически струну можно заставить колебаться только с одной определенной частотой, так что на струне образуется стоячая волна, с соответствующим выбором начальных условий. Потянув покоящуюся струну посередине перпендикулярно ее направлению, создают колебания на основной частоте (основной тона), при которых $n = 1$. Потянув на расстоянии от одного конца $1/4 \ell$ в одну сторону и на расстоянии $3/4 \ell$ от того же конца в противоположном направлении, создают первый обертоны, $n = 2$. На струну поместится здесь две пучности стоячей волны. Обычно же струна колеблется намного более сложно, на ней не видно так ясно картину стоячей волны. В этом случае колебания струны представляют из себя сумму колебаний на основном тоне и многих обертонах. Так как n может быть любым целым положительным числом, то ясно, что у струны неограниченное число обертонов. Надо, однако, отметить, что с ростом номера обертона n амплитуда колебаний на нем быстро падает.

Опыт показывает, что скорость распространения импульса деформации вдоль струны зависит от натяжения струны T и линейной плотности вещества струны ρ :

$$v = f(T, \rho). \quad (3)$$

Используя метод размерностей, этой функции можно дать определенный вид.

Действительно, пусть

$$v = f(T, \rho) = T^m \rho^n.$$

Так как

$$[T] = MLT^{-2}, [\rho] = ML^{-1}, [v] = LT^{-1},$$

тогда

$$[LT^{-1}] = (MLT^{-2})^m (ML^{-1})^n$$

Приравнивая соответствующие показатели степеней с обеих сторон равенства, получим

$$\begin{aligned} 1 &= m - n, \\ 1 &= 2m, \\ 0 &= m + n. \end{aligned}$$

Отсюда

$$m = \frac{1}{2}$$

и

$$n = -\frac{1}{2}.$$

Итак,

$$v = f(T, \rho) = T^m \rho^n = \sqrt{\frac{T}{\rho}}.$$

Следовательно, окончательным уравнением для собственных частот струны будет

$$f = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho}}. \quad (4)$$

Для создания колебаний на собственных частотах в данной работе используют резонансный метод. Натянутую струну возбуждают с одного конца синусоидальной, направленной перпендикулярно струне силой. Созданная волна отражается от другого конца струны, создается стоячая волна. Если частота возбуждающей силы совпадает с одной из собственных частот, то на струне уместится точно целое число полуволн бегущей волны и на струне появится стоячая волна большой амплитуды. Струна резонирует на частоте вынуждающей силы.

4. Постановка опыта

Проволока А (рис.1) укреплена вертикально перед шкалой Т. Внешняя, периодически действующая сила прикладывается к проволоке в ее верхнем конце, где проволока прикреплена к тонкому железному лепестку, являющемуся частью магнитной цепи электромагнита с воздушным зазором. В последнем создается переменное магнитное поле катушками С, которые питаются от генератора звуковой частоты. Для увеличения амплитуды колебаний применяют подмагничивание. Это производится через катушку D,

которую питают постоянным током. Постоянный ток получают от выпрямителя, который питается переменным напряжением 127 в и состоит из германиевого диода в качестве вентиля и электролитического конденсатора для сглаживания пульсаций.

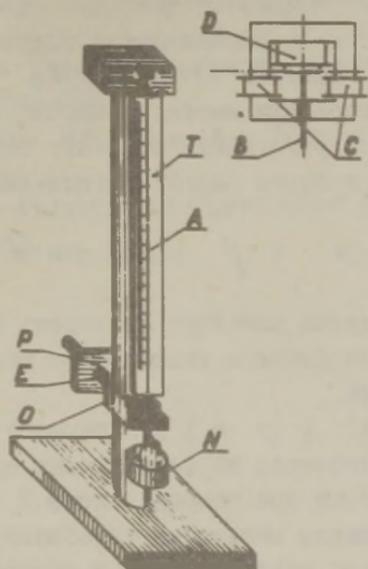


Рис. 1

Нижний конец проволоки А прикреплен к рычагу Е. Рычаг вращается вокруг оси в точке О. К тому же концу рычага прикреплена чашечка для равновесок. На другом конце — регулировочные винты для уравнивания рычага до загрузки чашечки равновесками.

Для лучшего наблюдения колебаний струны она освещается снизу люминесцентной лампой, которая питается переменным током 220 в. Для защиты глаз необходимо пользоваться защитными очками.

5. Ход работы

Установив штатив вертикально, уравниваем рычаг Е и подключаем устройство. В чашечку помещаем равновески (в пределах от 25 до 150 г). Максимальное получаемое число узлов может быть 11. Измерим длину струны. Надо ли мерить от язычка вибратора или места крепления верхнего конца проволоки, надо установить студенту самому.

Число наблюдаемых в опыте частот устанавливает руководитель.

Зная T , ℓ , n и f определим из формулы (4) линейную плотность.

Для проверки определим линейную плотность также и путем простого измерения длины и взвешивания дополнительного кусочка проволоки.

Для основного тона ($n = 1$) и первого и третьего обертонов проверим, является ли форма волны синусоидальной. Для этого определим при помощи шкалы T и подвижной вспомогательной шкалы амплитуды колебаний струны не менее, чем в 10 точках стоячей волны и построим график, который показывает зависимость амплитуды точки струны от координаты этой точки. В том же масштабе нарисуем синусоиду, амплитуда которой равна амплитуде экспериментальной кривой. Сравним кривые.

6. Дополнительные вопросы

1. Почему необходимо уравновесить рычаг Е до начала опыта?
2. Является ли задачей подмагничивания сердечника электромагнита только увеличение амплитуды колебаний?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр.171-176.
2. С.Э. Хайкин. Физические основы механики. М., изд.Ф-М, 1963, стр. 674-689.
3. С.Л. Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр.482-489.
4. Б.Д. Коган. Размерность физической величины. М., "Наука", 1968.

21. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ И СКОРОСТИ
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА В ГАЗЕ.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ c_p/c_v ГАЗА

Теоретическое введение

Звук представляет из себя распространение в веществе периодически меняющихся упругих деформаций (растяжение, сжатие и разрежение). Следовательно, звук - волновой процесс, и его характеризуют длина волны, частота, скорость распространения и другие величины, присущие волновым процессам.

Для определения скорости распространения волны в веществе рассмотрим распространение одиночного упругого импульса. Под действием кратковременной силы, действующей на торец стержня из упругого материала в направлении оси стержня, торцевые слои стержня смещаются, находящиеся там частицы вещества получают некоторое ускорение; на конце стержня возникает узкий слой сжатия (или растяжения, в зависимости от направления действия силы). Под действием появившихся упругих сил крайние слои останавливаются и начинают двигаться следующие - импульс сдвига частиц, скоростей и деформаций распространяется вдоль стержня.

Рассмотрим подробнее импульс сжатия.

Пусть толщина деформированного слоя Δx , сечение стержня S (рис.1), плотность вещества стержня в недеформированной части ρ , а в деформированной - ρ' ; масса движущегося уплотнения будет

$$\Delta m = \Delta \rho S \Delta x,$$

где $\Delta \rho = \rho' - \rho$ - "плотность уплотнения".

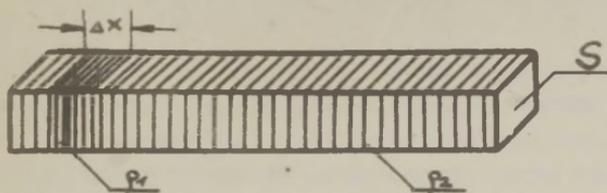


Рис. 1

Количество движения уплотнения будет

$$\Delta(mv) = v \cdot \Delta m = Sv \Delta \rho \Delta x,$$

где v - скорость распространения упругого импульса.

При не слишком больших деформациях изменение плотности $\Delta \rho$ (плотность уплотнения) выражается через относительное удлинение - деформацию

$$\varepsilon = \frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x}$$

и плотность ρ : $\Delta \rho = \varepsilon \rho$.

Отсюда

$$\Delta(mv) = Sv \varepsilon \rho \Delta x.$$

Скорость изменения количества движения равна действующей силе, итак :

$$F = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = Sv \varepsilon \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} = S \varepsilon \rho v^2. \quad (1)$$

Из закона Гука

$$\begin{aligned} F &= \varepsilon ES, \\ \varepsilon ES &= S \varepsilon \rho v^2, \\ v &= \sqrt{E/\rho}. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, скорость распространения импульса в упругой среде определена модулем упругости и плотностью, не зависит от величины деформации (при не очень больших деформациях, когда еще действует закон Гука и условие $\Delta \rho = \varepsilon \rho$).

Но скорость распространения импульсов уплотнения в газе зависит от плотности газа в импульсе. Только в случаях слабых импульсов (негромкие звуки), где изменением плотности в импульсе можно пренебречь, скорость распространения звука характерная константа для каждого газа и зависит от температуры.

Проводя аналогичный с предыдущим ход рассуждений, получим:

$$v^2 = \frac{\Delta p}{\Delta \rho} \quad (3)$$

(т.е. $F = S \Delta p$, где Δp - изменение давления в импульсе, $\Delta(mv)/\Delta t = S \Delta \rho v^2$). Для вычисления $\Delta p / \Delta \rho = dp / d\rho$ надо исходить из того, что происходящее в быстром импульсе сжатие адиабатическое и подчиняется закону

$$\rho V^\alpha = \text{const},$$

где $\alpha = c_p / c_v$ - отношение изобарической и изохорической теплоемкостей.

Так как $V \sim \frac{1}{\rho}$, то

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\rho^\alpha} &= \frac{\rho_0}{\rho_0^\alpha}, \\ \rho &= \frac{\rho_0}{\rho_0^\alpha} \rho_0^\alpha, \\ \frac{d\rho}{d\rho} &= \frac{\rho_0}{\rho_0^\alpha} \cdot \alpha \rho^{\alpha-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь p_0 и ρ_0 - давление газа и плотность в невозмущенной его части, а p и ρ - в возмущенной. Отсюда видно, что скорость распространения импульса зависит от плотности ρ газа в уплотнении. Только если $\rho \approx \rho_0$ (очень малые деформации):

$$\frac{dp}{d\rho} = \alpha \frac{p_0}{\rho_0} . \quad (5)$$

Из уравнения состояния газа можно подсчитать ρ_0

$$\rho_0 V = \frac{m}{\mu} RT ,$$

$$\rho_0 = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0 \mu}{RT} .$$

$$v = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{\alpha RT}{\mu}} . \quad (6)$$

Задачей данной работы является экспериментальное определение скорости распространения звука в газе двумя методами и определение отношения удельных теплоемкостей газа из уравнения (6).

А. Метод стоячих волн

1. Задание

Определение длины и скорости распространения звука в газе (воздух, углекислый газ) методом стоячих волн. Нахождение отношения удельных теплоемкостей.

2. Принадлежности

Резонансная труба переменной длины, снабженная телефоном и микрофоном, звуковой генератор, осциллоскоп,

термометр (для определения температуры в области комнатных температур).

3. Теория метода

Для экспериментального определения скорости распространения звука можно пользоваться методом стоячих волн. Если один конец стержня длиной l периодически деформировать (сжимать и растягивать) синусоидально изменяющейся силой, то по стержню будет распространяться синусоидальная плоская упругая волна, которая отразится от другого конца стержня; эти две волны (падающая и отраженная) интерферируя образуют стоячую волну. (В общем случае стоячая волна может образоваться в результате интерференции любых двух волн, распространяющихся навстречу друг другу и имеющих одинаковую амплитуду и частоту). Если другой конец стержня закреплен (отражение происходит от более плотной среды), то при отражении фаза волны сдвига частиц и скоростей изменится на π . Уравнения падающей и отражающей волны будут соответственно

$$y_1 = Y_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right),$$
$$y_2 = -Y_0 \sin \omega \left(t - \frac{2l-x}{v} \right).$$

Уравнение стоячей волны

$$y = 2Y_0 \sin \omega \frac{l-x}{v} \cos \omega \left(t - \frac{l}{v} \right). \quad (7)$$

Здесь $y(y_1, y_2)$ - сдвиг колеблющейся частицы вещества из точки равновесия в момент времени t ; x - расстояние этой точки от конца стержня, куда приложена синусоидальная сила; Y_0 - амплитуда падающей волны, v - скорость падающей волны, ω - круговая частота действующей силы (а также и волны).

В стоячей волне амплитуда колеблющихся частиц вещества ($y = 2y_0 \sin \omega \frac{e-x}{v}$) изменяется в пространстве синусоидально. Встречаются точки, которые вообще не колеблются (узлы) и точки, которые колеблются с максимальной амплитудой (пучности).

Координаты узлов можно найти из условий

$$\sin \omega \frac{e-x}{v} = 0 ,$$

$$\omega \frac{e-x}{v} = \kappa \pi ,$$

$$x = e - \frac{\kappa \pi v}{\omega} = e - \kappa \frac{\lambda}{2} . \quad (8)$$

Здесь λ — длина волны звука. Также можно найти координаты пучностей. Видно, что как узлы, так и пучности, повторяются в стержне через каждые пол-длины волны:

$$x_{\kappa+1} - x_{\kappa} = \frac{\lambda}{2} .$$

Зависит ли амплитуда стоячей волны также и от длины стержня и как ведут себя концы стержня?

Видно, что на закрепленном конце ($x = e$) — узел, а амплитуда колебания другого конца определяется действующей силой. Если длина стержня такова, что на этом конце должна быть пучность стоячей волны ($e = \kappa \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$), то максимальная амплитуда колебаний в стержне определяется именно амплитудой колебаний на этом конце. Но чем ближе находится этот конец к узлу ($e \approx \kappa \frac{\lambda}{2}$), тем больше амплитуда в пучностях. Если $e = \kappa \frac{\lambda}{2}$ и на обоих концах стержня узел, то в пучностях будет при данной действующей силе максимальная возможная амплитуда (она возросла бы до бесконечности, если бы среда была идеальной, т.е. без затухания). Причиной возрастания амплитуды является также тот факт, что неоднократно отраженные волны находятся в одной фазе и усиливают друг друга — стержень резонирует на данной частоте.

Из предыдущего вытекает простой способ для определения длины волны звука и скорости ее распространения в газах. Действительно, создавая в закрытом с обоих концов, с изменяемой длиной газовом столбе звуковые волны определенной длины волны (закрывая, например, один конец металлической трубы мембраной телефона), можно найти несколько длин столба, при которых газовый столб резонирует на данной частоте. Минимальная разность длин двух столбов, при которых происходит резонирование, будет $\frac{\lambda}{2}$. Скорость звука можно найти из уравнения

$$v = \lambda f . \quad (9)$$

Из уравнения (6) можно найти также отношение удельных теплоемкостей ∂e , определив предварительно температуру.

4. Описание установки опыта

Для определения длины волны звука используем специальную резонансную трубу переменной длины (рис.2). С одного конца трубы через маленькую трубочку вводится звук с мембраны телефона Т, другой конец закрыт мембраной микрофона М. Резонансная труба состоит из двух помещенных друг в друга трубок немного различающихся диаметров. При помощи двух патрубков через трубку можно пропустить поток исследуемого газа. В случае воздуха патрубки не используются.

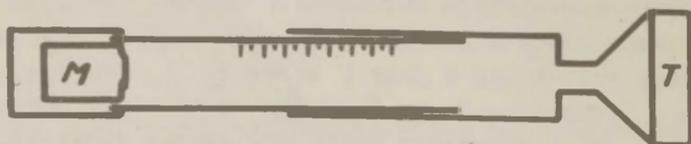


Рис.2

На внутреннюю более тонкую трубку нанесена миллиметровая шкала, которая позволяет измерять разность длин резонирующих столбов не измеряя длину самого столба. Шкала изготовлена по требованиям, предъявляемым к металлическим измерительным линейкам.

Звук создается телефоном, который возбуждается звуковым генератором. Для определения резонанса используют микрофон, который преобразует упругие колебания среды (газа) в электрические колебания (переменное напряжение). В случае резонанса амплитуда переменного напряжения максимальна. Возникающее на катушке микрофона переменное напряжение измеряется электронным осциллоскопом.

Для ознакомления с осциллоскопом и звуковым генератором надо использовать технические описания приборов.

5. Ход работы

1. Подсоединим телефон к звуковому генератору. Микрофон подсоединим к входным клеммам усилителя оси У осциллоскопа. Включим оба прибора в сеть. Даем им прогреться 10–15 минут. Подрегулируем напряжение на телефоне так, чтобы звук был слышен на всю комнату. Затем настроим генератор развертки и амплитуду синхронизации осциллоскопа так, чтобы на экране появилось 5–10 периодов синусоидальных колебаний. Уменьшим силу звука до минимума (чтобы не мешать другим работающим в лаборатории) так, чтобы синусоида на экране имела максимальную амплитуду около 5 см.

2. Для определения длины волны звука надо найти разность длин двух резонирующих столбов газа. Положение резонанса определяем по максимуму амплитуды синусоиды на экране осциллоскопа. Т.к. этот максимум при изменении длины трубки не очень резко выражен, то при его определении появляется случайная ошибка. Для ее оценки надо определить длину волны минимум пять раз. Для этого есть несколько вариантов. Можно при данной частоте колебаний определить показания шкалы во всех резонансных

состояниях, можно также повторить измерения при двух резонансных состояниях несколько раз. При выборе более подходящего способа надо исходить из условия минимума предельной погрешности измерений.

3. Определив длину волны при 5 частотах и температуру воздуха, найдем скорость звука при данной температуре. Для нахождения скорости звука при 0°C используем соотношение

$$v_0 = \frac{v_t}{1 + 0,004t}$$

Отношение удельных теплоемкостей определим из уравнения:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}}$$

Б. Интерференционный метод

1. Задание

Определение длины волны и скорости распространения звука в газе интерференционным методом. Определение отношения удельных теплоемкостей газа.

2. Принадлежности

Снабженная микрофоном и телефоном трубка Квинке, звуковой генератор, осциллоскоп, термометр.

3. Теория метода и описание установки

Сложение двух или нескольких волн одинаковой частоты называют интерференцией. Пусть вышедшие из точек А и В волны складываются в точке С (рис. 3). Если направления колебания частиц в обеих волнах одинаковые и волны когерентны, то колебательное состояние точки С получим при

алгебраическом сложении двух колебаний

$$y = y_1 + y_2 ,$$

где

$$y_1 = a_1 \sin \omega \left(t - \frac{x_1}{v} \right),$$

$$y_2 = a_2 \sin \omega \left(t - \frac{x_2}{v} \right).$$

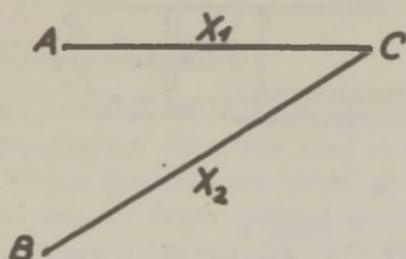


Рис. 3

Для амплитуды сложных колебаний получим

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos 2\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}} .$$

Колебание будет с минимальной амплитудой, если

$$x_1 - x_2 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} , \quad (n = 0, 1, 2, \dots) . \quad (10)$$

Это уравнение и является основным при расчете длины волн.

Для создания когерентных волн, в которых частицы колебались бы в одном направлении, можно использовать трубку Квинке (рис. 4). Концы одной согнутой трубки свободно входят в концы другой; трубки вместе образуют замкнутый канал. Трубку меньшего диаметра можно в большей или

меньшей степени выдвинуть из другой трубки (тромбообразная система), величина смещения от максимально выдвинутого положения измеряется миллиметровой шкалой. Идущий из телефона Т поток звука распределяется на две когерентные волны, которые, пройдя разные ветви кругового канала, интерферируют, давая на месте микрофона М интерференционный максимум, минимум или некоторые промежуточные колебательные состояния.

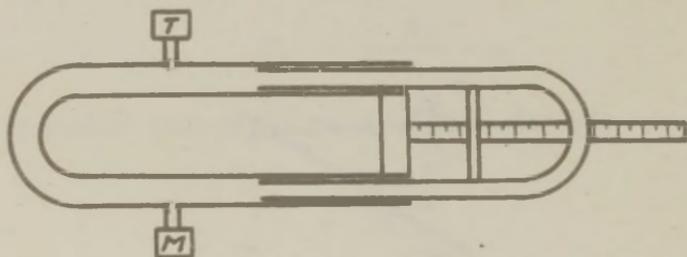


Рис. 4

Пусть система будет построена так, что в самом задвинутом состоянии передвигаемой трубки, которое соответствует нулевому делению шкалы, длина обеих ветвей кругового канала одинакова. Разность хода волн в этом случае равна нулю и на месте микрофона будет максимум. Для получения первого минимума надо одну ветвь канала увеличить на $\frac{\lambda}{2}$. Ясно, что если для этого придется вытянуть трубку на длину A_1 , то

$$2A_1 = \frac{\lambda}{2},$$

откуда

$$v = 4A_1 f,$$

где $f = \frac{v}{\lambda}$ - частота звука.

В общем нужный для получения n - минимума сдвиг A_n

связан с длиной волны

$$A_n = (2n-1) \frac{\lambda}{4} \quad (11)$$

и скоростью

$$v = \frac{4}{2n-1} A_n f. \quad (12)$$

4. Ход работы

1. Проверим, соответствует ли нулевому положению шкалы интерференционный максимум (как это сделать?). Если это так, можем использовать формулы (11) и (12). Если же это не так, то длину волны надо определить по равенности двух показаний шкалы при двух максимумах или минимумах (как?).

2. Измерения проведем по указанию, приведенному в части А. Вычислим λ, v_E, v_0 и x .

В. Дополнительные вопросы и задачи

1. Объяснить отражение упругого импульса от более или менее плотной среды (соответственно от свободного или закрепленного конца стержня или воздушного столба). Изменения фазы в импульсе сдвигов, скоростей и деформаций.

2. Показать, что равенство $\Delta p = \epsilon p$ действительно при малых деформациях. Для этого подсчитать $\Delta p = p' - p$ через длину уплотнения Δx и ее изменение $\Delta(\Delta x)$.

3. Вывести уравнение стоячей волны для стержня с незакрепленным концом, найти длину стержня, при которой наступает резонанс.

4. Надо ли рассматривать мембрану микрофона как неподвижную преграду, которая закрывает конец воздушного столба, или из-за своей упругости она может рассматриваться как менее плотная относительно воздуха среда, т.е.

будет ли на месте мембраны микрофона узел или пучность, когда в микрофоне появляется напряжение ? Установить это экспериментально.

5. На низких частотах форма кривой на экране осциллографа оказывается искаженной. Каким устройством искажения вызваны (звуковым генератором, осциллоскопом, телефоном или микрофоном) ?

Литература

1. С.Э. Хайкин. Физические основы механики. М., изд.Т-М, 1963, стр. 490-500, 592-601, 693-705, 727-731, 741-747.
2. И.В. Савельев. Курс общей физики, т.1. М., "Наука", 1966, стр. 216-219, 224-229, 230-233.

22. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА ЧЕРЕЗ МОДУЛЬ УПРУГОСТИ И МОДУЛЬ СДВИГА

1. Задание

Определение коэффициента Пуассона через модуль упругости и модуль сдвига.

2. Сущность работы и теория

Все реальные тела можно подвергнуть деформации, причем под деформацией подразумевается смещение одних частей тела относительно других или же изменение среднего расстояния между частицами. Самыми простыми являются деформации растяжения (также деформация сжатия) и сдвига. Все более сложные деформации сводятся к этим двум простым случаям.

Деформацию растяжения (сжатия) можно характеризовать относительным удлинением (укорочением) тела. Если начальная длина тела l и изменение длины в результате деформации Δl , то относительное удлинение ε выражается

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1)$$

Деформацию сдвига характеризует относительное смещение. Если на теле отметить точки, находящиеся на одной прямой (см. рис. 1), то абсолютное смещение AA' , BB' и т.д. для различных точек разное. Отношения абсолютных смещений к расстоянию от точки O будут одинаковые,

таким образом

$$\gamma = \frac{AA'}{OA} = \frac{BB'}{OB} = \tan \theta. \quad (2)$$

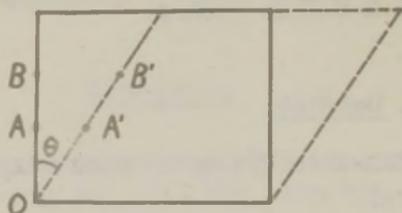


Рис. 1

При малых деформациях сдвига изменяется форма тела, объем же остается неизменным. В случае деформации растяжения (сжатия) наблюдается уменьшение (увеличение) площади поперечного сечения. Это можно проверить на простом опыте. На вертикальной резиновой трубке находится плотно посаженное металлическое кольцо. Если растянуть резиновую трубку, диаметр ее уменьшится и кольцо со - скользнет вниз. Изменение площади поперечного сечения при деформации растяжения (сжатия) можно характеризовать относительным поперечным сжатием (растягиванием)

ϵ_2

$$\epsilon_2 = \frac{\Delta d}{d}, \quad (3)$$

где d - размер тела в направлении, перпендикулярном деформирующей силе (в приведенном опыте - диаметр трубки) и Δd - изменение этого размера при деформации.

Отношение $\nu = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$ называется коэффициентом Пуассона, который не зависит от размеров тела и является характеристикой его материала. Коэффициент Пуассона характеризует упругие свойства веществ.

Упругие свойства веществ характеризуются также модулем упругости E (модуль Юнга) и модулем сдвига G . Эти три постоянные связаны между собой следующим соотношением:

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1. \quad (4)$$

Заданием данной работы и является вычисление коэффициента Пуассона посредством предшествующего определения модулей упругости и сдвига. Далее и описываются методы определения этих двух величин. Необходимо следить, чтобы тела, для которых определяются модули упругости и сдвига, были изготовлены из одинакового материала.

А. Определение модуля упругости через изгиб

1. Задание

Определение модуля упругости стержня, опирающегося на оба конца через изгиб.

2. Принадлежности

Стержни, изготовленные из исследуемого материала, стенд для определения модуля упругости, приспособление для измерения стрелы прогиба (измерительный микроскоп или катетометр), гири, линейка с миллиметровыми делениями, штангенциркуль.

3. Принципы работы и теория

Если один конец упругого стержня неподвижно прикрепить к стене, а к другому концу подвесить груз, то возникнет деформация изгиба. Понятно, что при такой деформации верхние слои стержня растягиваются, а нижние — сжимаются. Между этими слоями находится нейтральный

слой, длина которого не изменяется ; этот слой только искривляется.

Величина отклонения свободного конца стержня λ называется стрелой прогиба. Стрела прогиба тем больше, чем тяжелее груз. Также она зависит от формы стержня, его размеров и модуля упругости материала. Для вычисления стрелы прогиба рассмотрим стержень длиной L и прямоугольным сечением высотой b и шириной a .

Пусть рассматриваемое сечение находится на расстоянии x от свободного конца стержня. На рис.2 приведен элемент стержня длиной dx , опирающийся на названное сечение. \underline{I} обозначает направление этого сечения до изгиба, \underline{II} - направление этого же сечения относительно соседнего сечения \underline{III} в условиях деформации. В процессе изгиба сечение \underline{I} займет положение \underline{II} в результате вращения вокруг горизонтальной оси, проходящей через нейтральный слой.

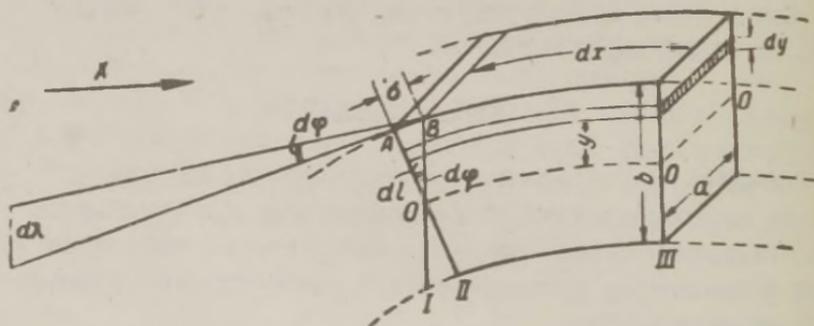


Рис. 2

Изгиб элемента стержня, изображенного на рис.2 характеризует угол $d\varphi$ между направлениями \underline{I} и \underline{II} . Нетрудно заметить, что

$$d\varphi = \frac{\sigma}{b/2} = \frac{2\sigma}{b}. \quad (4)$$

Найдем смещение свободного конца стержня, т.е. стрелу прогиба $d\lambda$, предположив, что деформирован только элемент, изображенный на рис. 2, остальная же часть стержня не искривлена. Для этого проведем из точек A и B перпендикуляры к сечениям I и II и продлим их до свободного конца стержня. Длина этих перпендикуляров x . Ясно, что угол между перпендикулярами равен также $d\varphi$.
Получим

$$d\lambda = x d\varphi = \frac{2\delta x}{b} . \quad (5)$$

Для вычисления стрелы прогиба стержня следует проинтегрировать уравнение (5). Для этого надо сперва определить δ . Найдем удлинение dl слоя толщиной dy , расположенного на расстоянии y от нейтрального слоя. Из рис. 2 следует, что

$$\frac{dl}{\sigma} = \frac{y}{b/2} ,$$

откуда

$$dl = \frac{2\delta y}{b} .$$

Это удлинение должна вызвать сила dF , которая согласно закону Гука равна :

$$dF = \frac{E ds dl}{dx} .$$

В этой формуле E обозначает модуль упругости материала стержня, ds - площадь поперечного сечения растягиваемого слоя. Подставив в это уравнение значение dl и заменив $ds = a dy$ (см. рис. 2), получим:

$$dF = \frac{2E a \delta y}{dx b} dy .$$

Для вычисления момента силы, действующего на поперечное сечение стержня, следует суммировать моменты сил dF , действующие на все элементарные сечения.

Элементарный момент силы выражается

$$dM = y dF = \frac{2Ea\delta}{dx b} y^2 dy.$$

Суммарный момент, возникший от сил упругости, равен:

$$M = \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{2Ea\delta}{dx b} y^2 dy = \frac{Ea\delta b^2}{6 dx}.$$

Так как в случае равновесия момент силы, вызванный силами упругости, равен моменту внешних сил, то

$$M = \frac{Ea\delta b^2}{6 dx} = Px \quad (6)$$

где P - сила, действующая на свободный конец стержня, x - расстояние от точки приложения P до рассматриваемого сечения.

Заменив в уравнении (5) δ из уравнения (6), получим:

$$d\lambda = \frac{2\delta x}{b} = \frac{12Px^2}{Eab^3} dx.$$

Вся длина стрелы прогиба:

$$\lambda = \int_0^L \frac{12P}{Eab^3} x^2 dx = \frac{4PL^3}{Eab^3}. \quad (7)$$

Такова длина стрелы прогиба стержня, который закреплен одним концом неподвижно, а на другой конец подвешен груз. Если стержень обоими своими концами опирается на неподвижные опоры и точка приложения груза P находится на середине стержня, то длина стрелы прогиба также вычисляется по уравнению (7). Только вместо P надо подставить $P/2$ и интегрирование проводить в пределах от 0 до $L/2$. Действительно, в таком случае обе точки опоры оказывают на стержень противодействие $P/2$, в то время как средняя часть остается горизонтальной. Стержень, точки опоры которого находятся на концах, представляет собой такой стержень, который как бы за-

креплен в середине, на концы же действуют направленные вверх силы $P/2$. Поэтому в таком случае длина стрелы прогиба

$$\lambda = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{12 \frac{P}{2} x^2}{E a b^3} dx = \frac{P L^3}{4 E a b^3} \quad (8)$$

$$E = \frac{P L^3}{4 a b^3 \lambda}$$

4. Ход работы

Описание прибора. Основными частями станда для определения модуля упругости являются две стальные призмы - на них устанавливается исследуемый стержень. Гири, применяемые для нагружения стержня, располагаются на специальной подставке, которая ребром своей призмы опирается на канавку в стальной пластинке, расположенной на середине стержня. Для измерения стрелы прогиба используется установленный на вертикальном штативе измерительный микроскоп или катетометр. Визиром является острие у подставки для гирь.

Измерения. 1. Штангенциркулем или микрометром измеряются по меньшей мере в пяти местах высота и ширина стержня. Стержень с предварительно установленной на нем подставкой для гирь устанавливается на призмы (см. деления на призмах!). Опорная призма нагрузки должна находиться на равных расстояниях от обоих концов стержня. Длина измеряется линейкой.

2. Измерительный микроскоп (катетометр) наводится на резкость на острие подставки. При применении измерительного микроскопа рекомендуется изображение острия отрегулировать на начало шкалы окуляра. Помещаются на подставку гири и измеряются соответствующие стрелы прогиба, сначала

Увеличивая нагрузку, затем уменьшая. О работе с измерительным микроскопом или катетометром следует читать в заводской инструкции, приложенной к приборам, или в руководствах № 4 и № 5 настоящего сборника.

3. Данные измерений наносятся на график с осями λ и P . Полученные точки в пределах ошибок опыта должны располагаться на одной прямой. По двум точкам, расположенным на прямой и возможно дальше друг от друга, определяется крутизна прямой и затем подставляется в уравнение (8) вместо отношения P/λ . Для вычисления E получается уравнение :

$$E = \frac{L^3}{4ab^3} \cdot \frac{P_2 - P_1}{\lambda_2 - \lambda_1} .$$

Названные две точки не должны быть обязательно экспериментально найденными точками, но должны находиться на прямой $P = P(\lambda)$ в пределах между крайними точками, полученными из опыта (почему?).

4. При вычислении предельной погрешности результата можно за основную погрешность гирь считать максимальное отклонение массы гири от ее номинального значения (200 г). Как это определить ?

Для скольких стержней вычисляется модуль упругости, определяется руководителем.

В. Определение модуля сдвига посредством крутильных колебаний

1. Задание

Определение модуля сдвига материала проволоки с помощью исследования колебаний крутильного маятника.

2. Принадлежности

Крутильный маятник (исследуемая проволока с подвешенным на конце поперечным стержнем и дополнительными

грузами), измерительная лента, микрометр, штангенциркуль, секундомер, технические весы, гири.

3. Теория метода и описание опытной установки

Деформация сдвига возникает при действии силы, направленной параллельно плоскости приложения. Отрезки прямых, соединяющие лобные частицы твердого тела и не являющиеся параллельными с направлением силы, изменяют свои направления. Рис. 3 изображает деформацию сдвига в случае прямого параллелепипеда - последний превращается в наклонный. Для области, где действует закон Гука, можно записать:

$$\Delta x = k f, \quad (10)$$

где $\Delta x = CC'$ - абсолютное смещение,
 k - коэффициент пропорциональности.

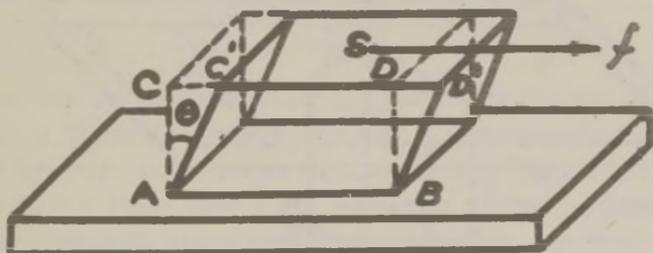


Рис. 3

Так как в случае малых деформаций относительная деформация выражается

$$\frac{\Delta x}{x} = \tan \theta \approx \theta$$

и $\tau = f/S$ - есть напряжение сдвига (S - площадь приложения силы f), то (10) можно записать в виде:

$$\Theta = \frac{\kappa S}{x} \tau.$$

Обозначая $\frac{\kappa S}{x} = \frac{1}{G}$, получается следующий вид закона Гука для деформации сдвига:

$$\tau = G\Theta. \quad (11)$$

Коэффициент G называется модулем сдвига и фактически является напряжением сдвига, которое вызвало бы единичное относительное смещение.

Деформация кручения фактически тоже сводится к деформации сдвига и возникает только при наличии пары сил. Пусть верхний конец проволоки (рис. 4) закреплен неподвижно. Второй конец поворачивается вокруг продольной оси под действием пары сил f, f , вызывающей момент M . Пусть длина проволоки L , радиус поперечного сечения — R .

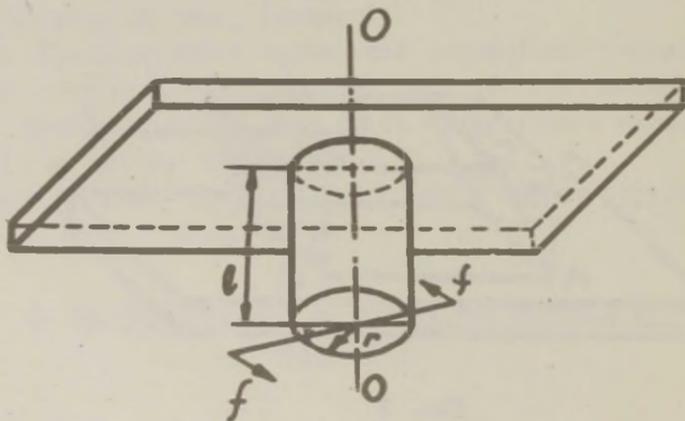


Рис. 4

Различные поперечные сечения проволоки относительно соседних сечений поворачиваются на разные углы. Нижнее сечение поворачивается относительно верхнего на угол φ , который называется углом кручения. Согласно закону Гука,

момент действующей силы пропорционален углу кручения:

$$M = D\varphi, \quad (12)$$

где D — модуль кручения. Модуль кручения равен моменту, который поворачивает конец проволоки на 1 радиан, и связан с модулем сдвига следующим образом:

$$D = G \frac{\pi R^4}{2L}. \quad (13)$$

Если подвесить к проволоке какое-нибудь тело и повернуть его относительно продольной оси проволоки на малый угол φ , то после освобождения тело начнет колебаться около своего положения равновесия. Такие колебания называются крутильными, а тело — крутильным маятником. Согласно II закону Ньютона и закону Гука можно записать:

$$D\varphi = -J \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (14)$$

где J — момент инерции маятника относительно оси вращения. Угловое ускорение крутильного маятника выражается:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{D}{J} \varphi$$

т.е. оно пропорционально угловому отклонению и направлено в противоположную сторону. Следовательно, крутильный маятник колеблется гармонически. Решением дифференциального уравнения (14) является обычное уравнение гармонических колебаний, где круговая частота выражается:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{J}}. \quad (15)$$

Период колебаний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (16)$$

Из уравнений (16) и (13) можно выразить модуль сдвига:

$$G = \frac{2LD}{\pi R^4} = \frac{8\pi LJ}{R^4 T^2}. \quad (17)$$

Неопределенным остается еще момент инерции маятника J . Для его определения пользуются крутильным маятником специальной конструкции (рис. 5).

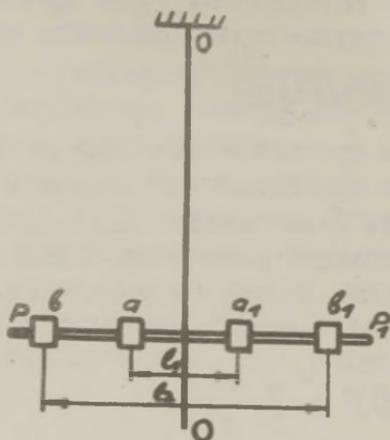


Рис. 5

К кронштейну прикреплена проволока OO из исследуемого материала. К нижнему концу подвешен горизонтальный стержень с гирями равных масс m , которые можно смещать по стержню. Чтобы стержень занимал горизонтальное положение, гири должны находиться на равных расстояниях от оси вращения. Пусть J_1 и J_2 моменты инерции крутильного маятника относительно оси OO при соответствующих положениях гирь $\alpha\alpha_1$ и $\beta\beta_1$. J_0 - момент инерции в случае, если центры масс обеих гирь находились бы на оси OO . Тогда

$$J_1 = \frac{1}{2} m l_1^2 + J_0, \quad J_2 = \frac{1}{2} m l_2^2 + J_0. \quad (18)$$

Соответствующие периоды колебаний T_1 и T_2 :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{D}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{D}}.$$

Отсюда периоды колебаний и моменты инерции связаны между собой:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{J_1}{J_2} \quad , \quad (19)$$

откуда

$$J_2 = J_1 \frac{T_2^2}{T_1^2} \quad .$$

Из системы (18) получаем:

$$J_2 - J_1 = \frac{1}{2} m (\ell_2^2 - \ell_1^2) \quad ;$$

учитывая (19),

$$J_1 = \frac{m (\ell_2^2 - \ell_1^2) T_1^2}{2 (T_2^2 - T_1^2)} \quad . \quad (20)$$

Из уравнений (17) и (20) получаем

$$G = \frac{8\pi L m (\ell_2^2 - \ell_1^2) T_1^2}{R^4 T_1^2 \cdot 2 (T_2^2 - T_1^2)} = \frac{4\pi L m (\ell_2^2 - \ell_1^2)}{R^4 (T_2^2 - T_1^2)} \quad . \quad (21)$$

Все величины в уравнении (21) экспериментально измерить.

4. Ход работы

1. Из анализа уравнения (21) выяснить, какие множители дают большую ошибку при вычислении G . Таковыми, очевидно, являются R^4 , $(T_2^2 - T_1^2)$ и $(\ell_2^2 - \ell_1^2)$. Для измерения соответствующих величин из перечисленных измерительных приборов выбрать такие, которые в данном случае обеспечат большую точность измерений. Также следует правильно выбрать положения гирь aa_1 и bb_1 , исходя из требований минимума погрешности G . Диаметр проволоки надо измерить в нескольких местах и затем вычислить среднее значение. Определив ориентировочно периоды колебаний T_1 и T_2 , найти минимальное количество полных колебаний, время выполнения которых надо опреде-

лить при нахождении T_1 и T_2 так, чтобы относительная ошибка сомножителя ($T_1^2 - T_2^2$) не превышала относительной ошибки R^4 . При этом предположено, что при использовании электрических часов учтена поправка на частоту, и в ошибку показаний времени входят основная допустимая ошибка секундных часов и ошибка, вытекающая из реакции наблюдателя (см. инструкцию № 1 настоящего сборника).

2. Измерить m и L с такой точностью, чтобы их относительная ошибка была по крайней мере на один порядок ниже ошибок остальных величин в формуле (21).

3. Вычислить модуль сдвига B и его предельную погрешность. **В!** Начальный импульс передается маятнику с помощью соответствующего механизма (дергая за веревку), причем амплитуда колебаний не должна превышать 10° (почему?).

В. Дополнительные вопросы

1. Вывести связь (4) между коэффициентом Пуассона и модулями упругости и сдвига.
2. Почему при определении модуля упругости груз должен находиться точно на середине стержней.
3. Является ли L расстоянием между опорными привазами или длиной исследуемого стержня?
4. Вывести связь (13) между модулем кручения и модулем сдвига.
5. Совпадает ли круговая частота колебаний крутильного маятника ω (15) с его угловой скоростью?

Литература

1. С. Э. Хайкин. Физические основы механики. М., изд. Ф-М, 1963, стр. 467-482.
2. С. П. Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр. 266-293.

23. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ РАСТЯЖЕНИЯ

1. Задание

Составление диаграммы растяжения материала и определение модуля упругости и критических напряжений.

2. Принадлежности

Исследуемая проволока, стенд для растяжения, комплект гирь, табурет, покрытый материей и подушечка, измерительная лента, микрометр с индикатором, глубиномер, пинцеты, нитрокраска, кусачки.

3. Введение

Простейший метод исследования деформации растяжения следующий: к проволоке из исследуемого материала подвешивают груз, измеряют удлинение. С помощью этого метода однако трудно построить диаграмму растяжения, так как в области текучести вещества невозможно добиться равновесия. Исследование же спадающей части диаграммы растяжения невозможно вообще (почему?).

Для определения диаграммы растяжения поступают иначе: за аргумент берется деформация и регистрируется возникаемое напряжение. Такой метод принципиально наилучший, но он требует для удовлетворительной точности измерений сложные установки.

Ниже описываемый метод схож с первым, однако позволяет добиться равновесия в области текучести и даже в

следующей части диаграммы растяжения. Преимуществом метода является кроме того простота конструкций, а также наглядная демонстрация законов статики.

4. Теория метода

Положение исследуемой проволоки горизонтальное. Проволока с обоих концов укреплена неподвижно и в середине подвешен груз массой m . Это позволяет:

1) получить силу натяжения, значительно большую нагрузки $P = mg$,

2) добиться равновесия в области текучести, т.е. в случае растяжения проволоки сила натяжения уменьшается без изменения нагрузки.

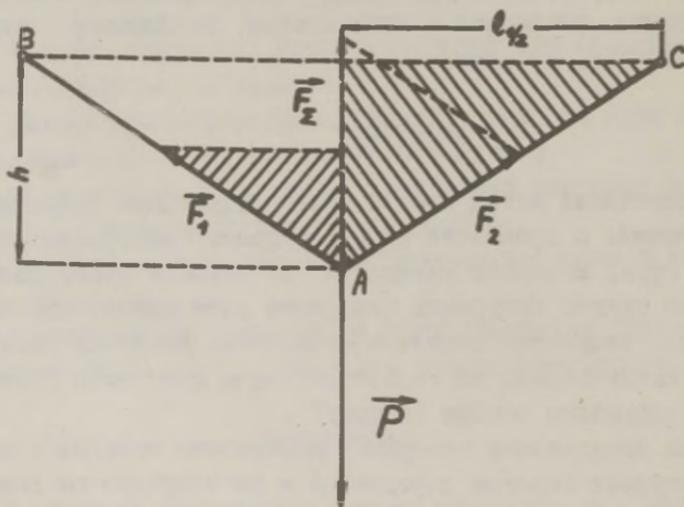


Рис. 1

На рис.1 В и С - точки укрепления проволоки. В точке А приложены 3 уравновешивающие друг друга силы:

сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и две силы натяжения \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . По симметрии $F_1 = F_2 = F$. Модуль результата сил натяжения $F_{\Sigma} = P$. Из подобия вентрикованных треугольников следует

$$\frac{\frac{1}{2} F_{\Sigma}}{F} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + l_{1/2}^2}}, \quad (1)$$

где h - величина прогиба проволоки и $l_{1/2}$ - половина ее начальной длины. Отсюда:

$$F = \frac{mg \sqrt{h^2 + l_{1/2}^2}}{2h} \quad (2)$$

и условное нормальное напряжение проволоки $\sigma = \frac{F}{S_0}$, где S_0 - начальная площадь поперечного сечения. (Для определения действительного нормального напряжения следует F поделить на действительную площадь поперечного сечения S , которая в нагруженном состоянии проволоки, в результате ее сужения, несколько меньше первоначальной площади поперечного сечения. Однако в учении о сопротивлении материалов почти никогда не пользуются действительным нормальным напряжением, а применяют всегда условное)

Конечное уравнение выглядит так:

$$\sigma = \frac{mg \sqrt{1 + (l_{1/2}/h)^2}}{2S_0}. \quad (3)$$

Необходимо еще вычислить относительное удлинение $\varepsilon = \Delta l / l_0$. Длина проволоки в деформированном состоянии:

$$l = 2\sqrt{h^2 + l_{1/2}^2}. \quad (4)$$

Формулу удлинения

$$\Delta l = 2\sqrt{h^2 + l_{1/2}^2} - l_0, \quad (5)$$

(где l_0 — начальная длина) можно выписать, однако для практического применения она не пригодна (почему?). Поэтому при составлении диаграммы растяжения здесь используют несколько искусственный прием. Нанесем на координатные оси шкалу величин σ и l (см. рис.2).

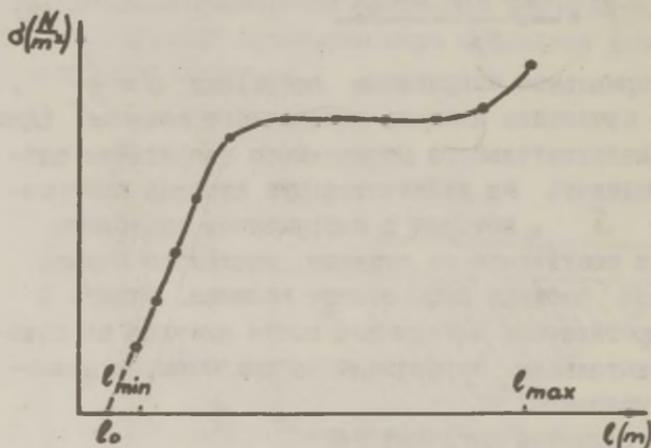


Рис. 2

На оси σ за нулевую точку примем начало координат. Ось l разделим таким образом, чтобы встречающиеся в опыте минимальное и максимальные значения l_{min} и l_{max} расположились так, как показано на рис.2. Шкалу l нанесем над осью абсцисс, оставив свободным место под осью. Теперь нанесем на координатную плоскость все опытные точки и проведем через них кривую. По закону Гука начальная часть этой кривой должна представлять собой прямую линию, что дает возможность с помощью линейки продолжить кривую до оси l (пунктирная линия на рис.).

Таким образом получим точное значение величины l_0 .

Теперь уже можно вычислить значения Δl и ε и составить диаграмму растяжения в обычном виде (оси ε и σ). Последнюю операцию можно рационализировать. Так как ε зависит от длины l линейно, то на оси абсцисс надо нанести только значения ε , соответствующие значениям l . Для этого и было оставлено свободное место под осью. Прежде всего вычислим $\varepsilon(l_{max})$ и выберем цену деления оси ε (так, чтобы ось абсцисс разделилась примерно на 10 частей). Теперь вычислим значения l , которые соответствуют делениям оси ε . Так как $\varepsilon = l - l_0 / l_0$, то

$$l = (1 + \varepsilon) l_0. \quad (6)$$

Деления полученной таким образом шкалы ε на оси абсцисс не совпадают с клетками бумаги. Поэтому проведем из каждой отметки шкалы ε цветные вертикальные линии. Прямую $\varepsilon = 0$ проводим аналогичной с осями координат линией: эта прямая есть действительная ось ординат диаграммы растяжения.

Из диаграммы растяжения найдем предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности и модуль упругости. Модулем упругости является угловой коэффициент прямой части диаграммы растяжения:

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon}. \quad (7)$$

Дополнительное задание для тех, кто добивается отличной оценки: проверить, верна ли описанная методика в случае, если проволока в начальном состоянии предварительно напряжена.

5. Ход работы

Для ознакомления с прибором прежде всего проведем предварительный опыт.

До основного опыта измерим еще раз постоянную прибора h_{Δ} . h_{Δ} есть показание глубиномера в случае целиком выпрямленной проволоки.¹

Для измерения h_{Δ} закрепим один конец проволоки зажимом, натянув проволоку закрепим и другой конец. Впоследствии обозначаем показание глубиномера h_{Σ} и только при обработке результатов вычислим

$$h = h_{\Sigma} - h_{\Delta} . \quad (8)$$

2 $l_{1/2}$. измерим измерительной лентой.

Для основного опыта отрезем кусок проволоки нужной длины. Диаметр проволоки измерим в 10-и местах с помощью микрометра с индикатором. Индикатор позволяет проделать все измерения при постоянном положении микрометрического винта, что облегчает работу.

В протоколе зафиксируем показание микрометрического винта и десять показаний индикатора. К показанию микрометрического винта добавим среднее всех показаний индикатора.

При закреплении проволоки нельзя зажимать конец с большим усилием, иначе около зажима проволока быстро порвется. Минимальное напряжение зажима, при котором проволока не скользит, выясняется при предварительном опыте. Для контроля возможного скольжения проволоки сделаем на ней отметки у зажима нитрокраской.

Затем повесим точно посередине проволоки крючок и поместим снизу табурет с подушкой для амортизации удара падающих гирь. Нагрузку желательно выбирать по следующей системе:

- а) одна гиря,
- б) та же гиря + гиря, вчетверо легче,
- в) та же гиря + гиря, вдвое легче
- г) вдвое тяжелее гиря,

и т.д. ...

В случае надобности нагрузку можно изменять более мелкими

¹ Не забывать, что h_{Δ} зависит от диаметра проволоки.

ступенями.

Массы гирь примерно следующие: 12,5 г , 25 г - 50 г .
100г, 200г, 400г, 800г, 1,6кг, 3,2кг. Точные значения при-
ведены в паспорте комплекта гирь.

Данные измерений и часть вычислений занесем в таблицу,
где в первом ряду приведены значения m , во втором -
значения h_{Σ} , далее - значения $h, \ell, \varepsilon, \sigma$ (всего 6
рядов).

При составлении таблиц оставляем достаточно места для
записи значений погрешностей .

При вычислении может оказаться полезным (если $x \ll a$)
следующее разложение в ряд:

$$\sqrt{a^2 + x^2} = a \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{x}{a} \right)^4 + \frac{1}{16} \left(\frac{x}{a} \right)^6 - \frac{5}{128} \left(\frac{x}{a} \right)^8 + \dots \right] \quad (9)$$

При определении погрешностей данных измерений следует
оценивать возможность сжимаемости и деформации изгиба
стенда.

Литература

1. С. П. Стрелков. Механика. М., "Наука", 1965, стр. 266-
279.

24. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО МЕТОДУ СТОКСА

1. Задание

Определение коэффициента внутреннего трения жидкости (масла) для различных температур по методу Стокса. Нахождение эмпирического уравнения для зависимости коэффициента внутреннего трения от температуры.

2. Принадлежности

Термостат со стеклянным сосудом, содержащим исследуемую жидкость, микрометр или микроскоп с окулярным микрометром и микрошкалой, 2 секундомера, измерительная линейка, контактный и лабораторный термометры.

3. Теоретическая часть

Относительному движению слоев реальной жидкости (газа) препятствует сила внутреннего трения. В движущейся жидкости (газе) сила внутреннего трения F , действующая со стороны жидкости на слой площадью S , параллельной направлению скорости, вычисляется по формуле Ньютона:

$$F = \eta S \frac{dv}{dl}, \quad (1)$$

где dv/dl - градиент скорости частиц (изменение абсолютного значения скорости на единицу длины в направлении, перпендикулярном с вектором скорости) у рассматриваемого

слоя жидкости (газа);

η - коэффициент пропорциональности, который называется коэффициентом внутреннего трения или динамической вязкостью.

Если в жидкости или газе движется какое-либо твердое тело, которое полностью смачивается жидкостью или газом (т.е. прилипшие к поверхности тела частицы жидкости (газа) не движутся относительно этой поверхности), то в действительности относительно жидкости (газа) движутся прилипшие к поверхности частицы, и сила сопротивления среды, действующая на тело, целиком обусловлена внутренним трением, а не взаимодействием жидкости с частицами тела. Вычисление силы сопротивления, действующей на тело, очень сложная задача, и аналитически она решена только в немногих простых специальных случаях. Для вычисления силы сопротивления F , действующей на движущийся с малой скоростью в бесконечном объеме несжимаемой жидкости (газа) шарик из твердого вещества, Стокс получил уравнение:

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (2)$$

где r - радиус шарика,

v - скорость шарика относительно неподвижных (расположенных бесконечно далеко) частиц среды.

Формула Стокса строго справедлива при движении шарика с бесконечно малой скоростью, когда можно не учитывать работу, затрачиваемую на приведение среды в движение, по сравнению с работой сил внутреннего трения при движении шарика. (При выведении формулы Стокса в дифференциальном уравнении не учитываются силы инерции, описывающие сопутствующее движение среды). Ошибка, которая получается при вычислении силы сопротивления по формуле Стокса, однозначно определяется числом Рейнольдса Re . Безразмерная величина Re выражает по существу отношение работ сил инерции и сил внутреннего трения при движении сплошной среды. При движении шара в бесконечно протяженной жид-

кости (газе) Re выражается:

$$Re = \frac{2r\rho_1 v}{\eta}, \quad (3)$$

где ρ_1 - плотность среды.

В следующей таблице приведено в зависимости от значения Re различие в процентах между силами сопротивления, вычисленными по формуле Стокса, и действительными (измеренными экспериментально) силами. Это различие δ определяет также методическую ошибку в значениях коэффициента внутреннего трения, определенного методом Стокса. Таблица составлена на основе экспериментальных данных многих исследований. В силу различия данных значения δ очень приближительны ($\Delta\delta = 0,1, \dots, 0,2\%$).

$Re \cdot 10^2$	1,2	1,6	2,0	4,0	6,0	8,0	10		
δ (%)	0,1	0,25	0,4	0,8	1,1	1,4	1,6		

Если шарик помещен в жидкость, то на него действуют 3 силы: сила тяжести, выталкивающая сила согласно закону Архимеда и сила сопротивления. Если плотность шарика ρ больше плотности жидкости ρ_1 , то шарик начнет опускаться ускоренно. При увеличении скорости возрастает и сила сопротивления, и наступит момент, когда силы, действующие на шарик, уравновесятся, и он начнет опускаться с постоянной скоростью v_s . Теоретически скорость движения шарика будет однако приближаться к v_s асимптотически, но в случае жидкости и шарика, используемых в данном опыте, отличие скорости от v_s уже в течение каких-то секунд становится исчезающе малым.

Условие равновесия сил при равномерном движении шарика:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g - 6\pi \eta r v_s = 0,$$

откуда

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \rho_1) g r^2}{r_2} \quad (4)$$

Уравнение (4) с точностью, представленной в таблице, справедливо только в случае бесконечно протяженной жидкости. В реальном опыте, однако, жидкость находится в сосуде с конечными размерами; слои жидкости, не сопутствующие движению шарика (неподвижные относительно стенок сосуда) находятся не бесконечно далеко. В результате увеличивается градиент скорости в жидкости, сопутствующий движению шарика, и также увеличивается и сила сопротивления. Если шарик опускается вдоль оси цилиндрического сосуда радиусом R_1 , то справедливо уравнение:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \rho_1) g r^2}{r_2 (4 + 2,4 r / R_1)} \quad (5)$$

Все величины, встречающиеся в уравнениях (4) и (5), могут быть измерены экспериментально. Поэтому по наблюдениям за опусканием маленьких шариков можно определять коэффициенты внутреннего трения, если выполнены вышеназванные предположения.

Коэффициенты внутреннего трения жидкостей и газов сильно зависят от температуры. В случае жидкостей при возрастании T уменьшается η . Френкель вывел уравнение

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{\Delta W}{kT}}, \quad (6)$$

где η_0 - коэффициент внутреннего трения при нормальных условиях, k - постоянная Больцмана, ΔW - энергия, необходимая для перехода молекулы жидкости из одного состояния равновесия в другое. Однако обычно употребляется эмпирическая формула:

$$\eta = a T^b \quad (7)$$

При подходящем выборе констант a и b эта формула приближает зависимость довольно хорошо.

Целью настоящей работы является определение постоянных в формуле (7) для касторового масла. Для этого определяется коэффициент внутреннего трения масла по методу Стокса для различных температур.

4. Описание установки

Для проведения опыта необходимо в течение довольно длительного времени поддерживать постоянную температуру в большом сосуде для масла. Для этого в данной работе применяется водяной термостат. Принцип работы термостата описан в руководстве № 29 настоящего сборника.

Сосуд термостата (4, рис.1), сделан из органического стекла (почему?). Теплообменником является электрический нагревательный элемент (3); терморегулятор состоит из контактного термометра (9) и электромагнитного реле в футляре (1). Для смешивания служит крыльчатка (12) с приводом от электромотора (6). Для точного определения температуры используется лабораторный термометр (7). Дополнительно нагревательный элемент (13) можно включить в работу с помощью выключателя, расположенного на боку футляра (1). Сосуд (11) с ис-

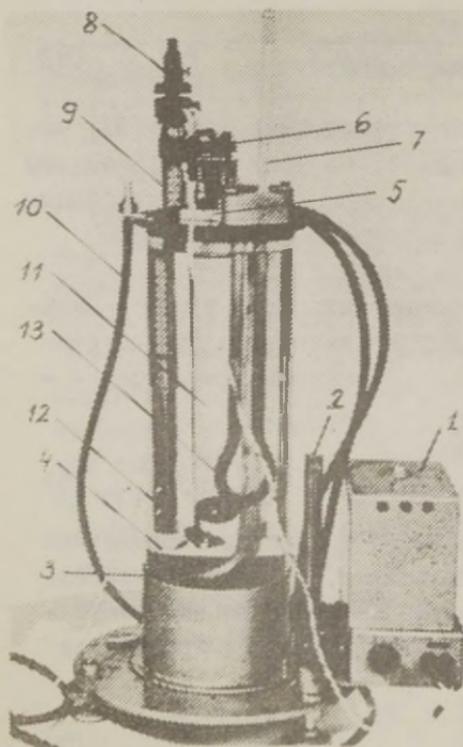


Рис. 1

следуемой жидкостью прикрепляется к крышке термостата с помощью зажима (5). Резиновый шланг (10) используется для опорожнения сосуда.

На рис. 2 представлена электрическая схема термостата.

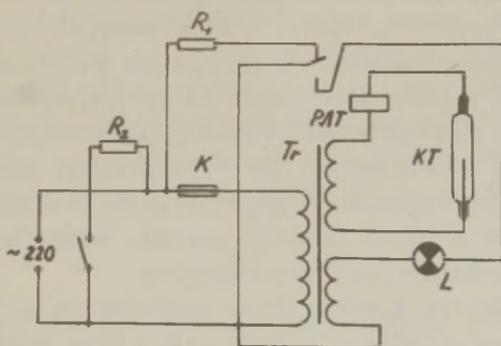


Рис. 2

Теплообменник R_1 включен в сеть переменного тока 220 в через контакты реле РЛТ, обмотка которого питается от трансформатора Tr через контактный термометр КТ. Последний включен в электрическую цепь с помощью двух проводников, один из которых впаян в резервуар с ртутью, второй - сверху термометра в открытый капилляр. Положение нижнего конца второго проводника можно регулировать с помощью вращающегося магнита (8, рис.1) таким образом, чтобы цепь обмотки реле замкнулась при необходимой температуре.

Рабочая область температур водяного термостата обычно $0^{\circ} - 100^{\circ}\text{C}$. В данной работе, однако, можно работать только в пределах $20^{\circ} - 70^{\circ}\text{C}$ (почему?).

Используемые шарики направляются вдоль оси сосуда с маслом при помощи пробки с коническим отверстием. Сосуд для масла можно расположить (более-менее) вертикально с помощью регулировочных винтов на основании термостата.

5. Ход работ

1. Определим диаметры всех шариков микрометром или с помощью микроскопа, снабженного окулярным микрометром. Микрометром можно измерять только стальные шарики.

2. Наполним термостат водой и отрегулируем контактный провод контактного термометра на нужную температуру. Желательно начать работу с минимальной температуры, при которой термостат уже работает. Каким условием определяется эта минимальная температура? При этом следует помнить, что шкала контактного термометра неточна (допустимая основная ошибка совпадает с ценой деления шкалы), температуру следует измерять лабораторным термометром.

Включим термостат в сеть. Если температура воды ниже желаемой, то для ускорения работ используем дополнительный нагревательный элемент (R_2 , рис.2). Если термостат начнет работать (погаснет сигнальная лампа), выключим R_2 и определим точность термостатирования (смотри руководство № 29). Точность термостатирования в сумме с допустимой основной ошибкой термометра определяет предельную ошибку значения температуры. За значение температуры возьмем среднюю температуру по крайней мере трех периодов (определять из графика). Так как точность термостатирования зависит от температуры, повторим ее определение и в случае максимальной температуры.

3. Проверим, стало ли движение шарика у верхней отметки равномерным. Для этого измерим секундомером времена движения шарика от верхней отметки до средней и от средней отметки до нижней и вычислим скорости опускания. Затем проведем опыт с тремя шариками. Какие отметки на сосудах выбрать для измерения времени прохождения шариком расстояния между ними, следует решить на основании результатов контрольного опыта и требования минимума погрешности результата основного опыта.

Опыт проведем по крайней мере при 5-6 различных температурах. Каждый раз следует проделывать контрольное измерение (почему?). Всего для этого необходимо не менее 20-24 шариков (если их на протяжении опыта не вынимать).

4. Вычислим η по уравнению (5) для каждой температуры как среднее из трех результатов измерений. Если радиусы шариков в пределах ошибок измерений равны, то можно усреднить значения v_s . Построим график $\eta = \eta(T)$. Далее выберем подходящую эмпирическую формулу, которая возможно хорошо приближала бы найденную зависимость (см. 3).

Исходя из формы кривой, можно предположить, что подходящей аппроксимирующей формулой является степенная функция:

$$\eta = a T^b.$$

Проверим пригодность формулы, выбирая величины, зависящие от η и T :

$$X = \log T \quad \text{и} \quad Y = \log \eta,$$

которые линейно связаны между собой

$$Y = \log a + bX.$$

Вычислим ряд значений величин X и Y , соответствующие значениям η и T , нанесем на график. Для точек, нанесенных на график, вычислим и нарисуем прямоугольники ошибок. Если $Y = Y(X)$ окажется в пределах ошибок прямой, значит выбранная формула подходит. Затем следует определить постоянные a и b . Метод наименьших квадратов для данного задания слишком громоздок, поэтому применим приближение по методу средних [3].

5. Вычислим число Рейнольдса и методическую ошибку, которая возникает при применении уравнения Стокса. Вычислим также ошибку, которая получилась бы при замене уравнения (5) на уравнение (4).

6. Дополнительные вопросы

1. Объяснить механизм внутреннего трения в жидкостях и газах. Как η зависит от температуры в первом и во втором случаях ?

2. Какова размерность η и единица в системе СИ ?

3. Каким может быть максимальный радиус шарика ($\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$), с помощью которого измеряется коэффициент внутреннего трения воздуха ($\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ СИ}$), чтобы методическая ошибка не превышала 1 % ?

Литература

1. Г. А. Зисман, О. М. Тодес. Курс общей физики, т.1. М., "Наука", 1967, стр. 240-243.
2. С. Э. Фриш, А. В. Тиморева. Курс общей физики, т.1. М., Физматгиз, 1962, стр. 148-156. (§ 42. Движение вязкой жидкости)
3. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. Справочник по математике для инженеров и уч-ся вузов. М., 1956, стр. 578-584.

25. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО ЗАТУХАЮЩИМ КРУТИЛЬНЫМ КОЛЕБАНИЯМ ДИСКА

1. Задание

Определение отношения коэффициентов внутреннего трения изучаемой и эталонной жидкости (относительной вязкости изучаемой жидкости).

2. Принадлежности

Штатив с подвешенным на проводе металлическим диском, просторная цилиндрическая ванна небольшой высоты, круговая шкала, секундомер, термометр, изучаемая жидкость и дистиллированная вода (эталонная жидкость).

3. Теория метода

Массивный металлический диск подвешен с помощью провода так, что ось вращения проходит через центр тяжести диска (рис.1). Диск снабжен стрелкой и круговой шкалой для определения угловых амплитуд крутильных колебаний. Если диск погрузить в жидкость и заставить совершать крутильные колебания, то из-за сил внутреннего трения жидкости эти колебания будут затухающими.

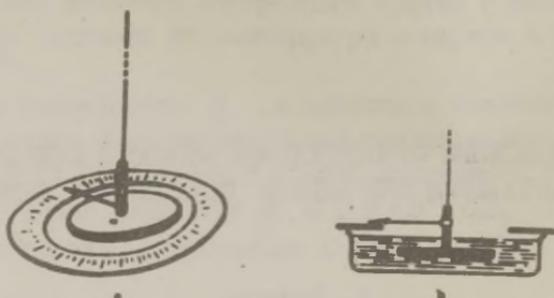


Рис. 1

Дифференциальное уравнение затухающего крутильного колебания следующее:

$$J\ddot{\varphi} = -D\varphi - \alpha'\dot{\varphi}$$

или

$$\ddot{\varphi} + 2\frac{\alpha'}{2J}\dot{\varphi} + \frac{D}{J}\varphi = 0. \quad (1)$$

Здесь φ - угловое отклонение, $\dot{\varphi}$ - угловая скорость, $\ddot{\varphi}$ - угловое ускорение, J - момент инерции колеблющегося диска в жидкости, D - модуль кручения проволоки, α' - коэффициент момента сил трения, который измеряется моментом сил трения, действующих на этот диск, вращающийся с единичной угловой скоростью.

Решение уравнения (1)

$$\varphi = \phi_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \psi). \quad (2)$$

Здесь ϕ_0 - начальная угловая амплитуда системы,
 $\omega = \sqrt{\frac{D}{J} - \frac{\eta^2}{4J^2}}$ - круговая частота колебания, ψ -
 начальная фаза, $\delta = \eta/2J$ - коэффициент затухания,
 $\phi(t) = \phi_0 e^{-\delta t}$ - амплитуда в момент времени t .

Если жидкость смачивает диск полностью, то сила трения, действующая на каждый элемент поверхности, определяется только внутренним трением жидкости. По формуле Ньютона

$$F = \eta S \frac{dv}{dx}$$

действующий на весь диск момент сил трения пропорционален коэффициенту внутреннего трения η . Следовательно,

$$\eta' = C\eta, \quad (3)$$

где C постоянная для данной механической системы.

При экспериментальном исследовании затухающих колебаний пользуются всегда понятием логарифмического декремента затухания, который легко определяется из опыта. Вычислим из формулы (2) логарифмический декремент для двух случаев: 1) диск колеблется в изучаемой жидкости (индекс 1) и 2) диск колеблется в эталонной жидкости (индекс 0).

$$\Theta_1 = \ln \kappa_1 = \ln \frac{[\phi(t)]_1}{[\phi(t+T_1)]_1} = \frac{C\eta_1 T_1}{2J},$$

$$\Theta_0 = \ln \kappa_0 = \ln \frac{[\phi(t)]_0}{[\phi(t+T_0)]_0} = \frac{C\eta_0 T_0}{2J}.$$

Из последних уравнений получается формула для определения относительной вязкости жидкости:

$$\xi = \frac{\eta_1}{\eta_0} = \frac{\Theta_1 T_0}{\Theta_0 T_1}. \quad (4)$$

Коэффициент внутреннего трения изучаемой жидкости:

$$\eta_1 = \pm \eta_0 = \eta_0 \frac{\Theta_1 T_0}{\Theta_0 T_1} \quad (5)$$

4. Об определении логарифмического декремента затухания

При определении логарифмического декремента как натурального логарифма отношения двух последовательных одно-сторонних амплитуд возникает дополнительная ошибка при определении положения равновесия системы (начальный импульс, необходимый для возникновения колебаний, может изменить положение равновесия). Поэтому выгодно вывести формулу для вычисления логарифмического декремента при помощи сумм последовательных амплитуд колебания, т.е. при помощи углов между последовательными амплитудными положениями системы. Обозначим через ϕ_1, ϕ_3, ϕ_5 , и т.д. левые амплитуды колебаний, а через ϕ_2, ϕ_4, ϕ_6 , и т.д. - правые амплитуды колебаний. Отношение углов между последовательными амплитудными положениями выражается следующим образом:

$$\mathcal{J} = \frac{\phi_1 + \phi_2}{\phi_2 + \phi_3} = \frac{\phi_1/\phi_2 + 1}{1 + \phi_3/\phi_2} \quad .$$

Пользуясь формулой (2) можно показать, что

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_2}{\phi_3} = \sqrt{\frac{\phi_1}{\phi_3}} = \sqrt{k} \quad (6)$$

Итак,

$$\mathcal{J} = \frac{\sqrt{k} + 1}{1 + 1/\sqrt{k}} = \sqrt{k}$$

$$\ln J = \frac{1}{2} \ln \kappa = \frac{1}{2} \Theta,$$

$$\Theta = 2 \ln J. \quad (7)$$

Очевидно, можно вычислить также, используя длины дуг на круговой шкале между амплитудными положениями. Обозначим дугу, соответствующую углу $\phi_1 + \phi_2$, через a_1 , дугу, соответствующую углу $\phi_2 + \phi_3$, через a_2 и т.д. Тогда

$$J = \frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_3}{a_4} = \dots \quad (8)$$

Видно, что

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 J = a_3 J^2 = a_4 J^3 = \dots, \\ a_2 &= a_3 J = a_4 J^2 = \dots, \\ a_3 &= a_4 J = a_5 J^2 = \dots \end{aligned}$$

В общем

$$\begin{aligned} a_1 &= a_n J^{n-1}, \\ a_p &= a_q J^{q-p} \end{aligned}$$

и

$$J = \sqrt[n-1]{\frac{a_1}{a_n}} = \sqrt[q-p]{\frac{a_p}{a_q}}. \quad (9)$$

Ошибка определения величины J (а также и логарифмического декремента затухания) зависит от выбора n (или разности $q-p$).

Действительно:

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{\Delta a_1}{a_1} + \frac{\Delta a_n}{a_n} \right).$$

Абсолютные ошибки определения всех длин дуг равны:

$$\Delta a_1 = \Delta a_n = \Delta a.$$

Получаем

$$\delta J = \frac{\Delta a}{n-1} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_n} \right)$$

Видно, что чем больше выбирать n , тем меньше будет первый множитель. Но в то же время уменьшается a_n и увеличивается второй член в скобках. Итак, при определенной n ошибка должна быть минимальной. Интуитивно понятно, что чем больше затухание, тем при меньших n должен быть этот минимум. Заменяв $a_n = \frac{a_1}{J^{n-1}}$, получим

$$\delta J = \frac{\Delta a}{a_1} \left(\frac{1+J^{n-1}}{n-1} \right).$$

Теперь придется решить задачу экстремума. Приравнявая первую производную нулю, получим трансцендентное уравнение

$$J^{n-2} (n-1-J) = 1$$

или

$$J^{n-2} = \frac{1}{n-1-J}$$

Это уравнение аналитически не решается. Для графического решения уравнения построим графики функций

$$f_1(n) = J^{n-2}$$

и

$$f_2(n) = \frac{1}{n-1-J}$$

в тех же координатных осях (для этого мы должны знать приблизительное значение \mathcal{J}). Целое число, ближайшее к абсциссе точки пересечения этих графиков, дает значение n_m , при котором ошибка определения \mathcal{J} минимальная.

Для предотвращения промахов и уменьшения случайных ошибок вычисляют для \mathcal{J} ряд значений из формул

$$\mathcal{J} = \frac{n_m - 1}{n_m} \sqrt{\frac{a_1}{a_{n_m}}} = \frac{n_m - 1}{n_m} \sqrt{\frac{a_2}{a_{n_m+1}}} = \frac{n_m - 1}{n_m} \sqrt{\frac{a_3}{a_{n_m+2}}} = \dots (10)$$

Наконец, вычисляют среднее.

5. Ход работы

1. Диск, подвешенный при помощи провода, тщательно очистим от остатков жира ацетоном, спиртом или бензином (зачем?). Заполним сосуд эталонной жидкостью (дистиллированная вода) и опустим диск в воду. Заставим диск совершать крутильные колебания и определим период колебаний T_0 (измерим время не менее 20 колебаний диска).

2. Определим приблизительно отношение \mathcal{J}_0 , вычислим n_m вышеуказанным методом.

3. Заставим диск колебаться (начальная амплитуда не больше 180° , запишем положения стрелки на шкале, соответствующие последовательным амплитудам $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots$, вычисляем длины дуг a_1, a_2, a_3, \dots . Амплитудных положений придется регистрировать столько, чтобы из формулы (10) можно было вычислить не менее 10 значений \mathcal{J}_0 . Ясно, что при $n_m = 10$ нужно 21 амплитудное положение, а при $n_m > 10$ придется регистрировать еще больше амплитудных положений. Вычислим среднее значение \mathcal{J}_0 . Оценим величину случайной ошибки.

4. Повторим все вышеуказанные измерения для исследуе-

мой жидкости, вычислим T_1 и ν_1 . Если ν_1 отличается от ν_0 немного, тогда значение n_m можно выбирать такое же, как и при эталонной жидкости. Надо помнить, что при обеих жидкостях должны быть высота слоя жидкости в сосуде и глубина погружения диска одинаковые (зачем?).

5. Измерим температуру обеих жидкостей. Определим с помощью таблицы коэффициент внутреннего трения дистиллированной воды η_0 при температуре опыта, вычислим из формул (5) и (7) коэффициент внутреннего трения исследуемой жидкости η . Найдем ошибку результата.

6. Дополнительные вопросы

1. Вывести формулы (1) и (6).
2. Существенно ли, которую амплитуду полного колебания (считая с начала колебаний) считаем за φ_1 ?

Литература

1. С.Д. Френ, А.В. Тиморева. Курс общей физики, т.1, М., Издательство, 1962, стр. 148-156, 395-399.

26. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ КАПИЛЛЯРНЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ

1. Задание

Определение динамического коэффициента внутреннего трения водных растворов солей капиллярным вискозиметром методом сравнения.

2. Принадлежности

Капиллярный вискозиметр на штативе, большой стакан с водой, отвес, секундомер, термометр, пикнометр, аналитические весы, гири, пипетка, кусок фильтровой бумаги, исследуемые жидкости, эталонная жидкость (дистиллированная вода).

3. Теоретические основы работы

При движении вязкой жидкости в трубе затрачивается часть потенциальной энергии давления жидкости для преодоления силы внутреннего трения, и статическое давление падает в направлении течения. Пусть вязкая несжимаемая жидкость течет ламинарно в цилиндрической трубе радиусом R , стенки которой смачивает жидкость. В этом случае в трубке возникает параболическое распределение скоростей частиц жидкости. Скорость частицы жидкости на расстоянии r от оси трубы выражается

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2). \quad (1)$$

Здесь Δp - изменение статического давления в протяжении длины l , η - динамический коэффициент внутреннего трения жидкости. За время Δt через такую трубу протекает объем жидкости Q :

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p \Delta t}{8 l \eta} \quad (2)$$

Формула (2) называется формулой Пуазейля. Величины Δp , Q , R и l можно определить экспериментально и так определять η . Обычно для определения η жидкость пропускают через очень узкую трубку (капилляр). Это обеспечивает ламинарный режим течения (почему?) и на концах капилляра возникает большая разность давления Δp , которая хорошо измеряется. Такие устройства называются капиллярными вискозиметрами.

Капиллярным вискозиметром удобно пользоваться для определения относительного коэффициента внутреннего трения. Определяем время, необходимое для протекания одинаковых объемов двух жидкостей через один и тот же капилляр (одинаковые R и l). Все величины, характеризующие эти две жидкости, обозначим индексами 0 и 1. Тогда по формуле (2)

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p_0 t_0}{8 l \eta_0}$$

и

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p_1 t_1}{8 l \eta_1}$$

Разделив второе уравнение на первое, получаем

$$1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_0} \cdot \frac{t_1}{t_0} \cdot \frac{\eta_0}{\eta_1}$$

или

$$\eta_1 = \eta_0 \cdot \frac{t_1}{t_0} \cdot \frac{\Delta p_1}{\Delta p_0} \quad (3)$$

Когда жидкость вытекает под действием силы тяжести,

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_0} = \frac{d_1}{d_0},$$

где d_0 и d_1 - плотности жидкостей, и формулу (3) можно записать так

$$\eta_1 = \eta_0 \frac{t_1}{t_0} \cdot \frac{d_1}{d_0}. \quad (4)$$

Зная время протекания жидкостей t_1 и t_0 и плотности жидкостей d_1 и d_0 , можно определить относительный коэффициент внутреннего трения η_1/η_0 . Находя из таблицы величину η_0 , можно вычислить η_1 .

4. Описание устройства

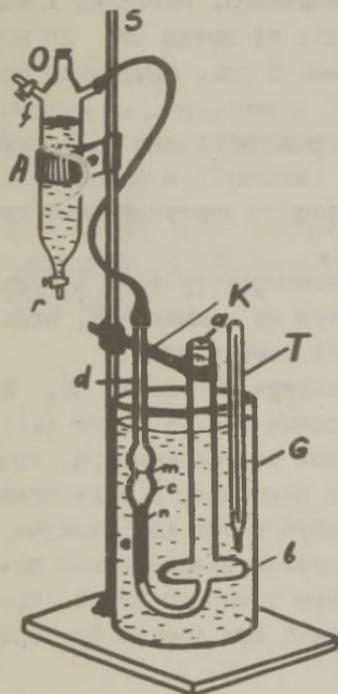


Рис. 1

Прибор (рис. 1) представляет собой U-образную стеклянную трубку *авсcd*, широкое колено которой заканчивается внизу расширением *б*, а другое колено состоит из капилляра *е*, заканчивающегося наверху шариком *с*, который переходит в более широкую трубку *д*. Под шариком и над ним на трубках *д* и *е* нанесены две метки *т* и *н*, ограничивающие вполне определенный объем жидкости, время истечения которого измеряется при опыте.

Прибор закрепляют в зажиме *К* на штативе *С* и опускают в стакан *Г* с водой так, чтобы уровень воды был выше верхней метки *т*. Прибор должен быть установлен вертикально. В ста-

кни опускают также термометр T . Для создания разрежения в трубке d пользуются аспириатором A .

5. Ход работы

1. Вычисти прибор спиртом, а затем тщательно прополощем дистиллированной водой. Установив вискозиметр по отвесу вертикально, наполняем при помощи пипетки широкое колесо ab определенным (6 мл, постоянный для всех опытов) объемом дистиллированной воды. Открывая кран r аспириатора создаем в трубке d разрежение и всасываем воду через капилляр до тех пор, пока уровень воды не будет выше метки m .

2. Ликвидируем разрежение в трубке d (как это сделать?). Уровень воды (мениск) понижается. Измеряем время, необходимое для прохождения мениска от метки m до метки n . Опыт повторяется не менее 5 раз. Вычисляем среднее время t_0 .

3. Вливаем воду из прибора, прополаскиваем небольшим количеством исследуемой жидкости (почему?) и наполняем затем исследуемой жидкостью. Повторяем вышеуказанный опыт 5 раз.

В обоих случаях регистрируем температуру воды в стакане. Чтобы температура в ходе опытов не изменилась, стакан должен наполняться водой комнатной температуры.

4. Определяем при помощи пикнометра плотность d_1 измеряемой жидкости. Методика определения дана в книге (1). Чтобы определить плотность при той же температуре, что была во время опыта, надо держать пикнометр с жидкостью перед взвешиванием примерно 10 минут в том же стакане, где находится вискозиметр. Перед самым взвешиванием довести уровень жидкости в пикнометре точно до метки (добавляя при помощи пипетки или отнимая при помощи фильтровальной бумаги).

5. Найдем в таблице коэффициент внутреннего трения воды η при температуре опыта, вычисляем из формулы (4)

коэффициент внутреннего трения изучаемой жидкости η .
Вычисляем его предельную ошибку.

По выбору преподавателя нужно определить коэффициент внутреннего трения одной или многих жидкостей или определить зависимость η от концентрации раствора.

6. Дополнительные вопросы

1. Вывести формулу (1) и формулу (2).
2. Для чего нужны расширения ϵ и δ на данном приборе ?
3. Капиллярные вискозиметры изготавливают с разными диаметрами капилляров. Каким принципом руководствуются при выборе вискозиметра для конкретной жидкости ?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В. И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр. 230-232; 78-81.
2. С. В. Зриш, А. В. Тимурева. Курс общей физики, т. 1. М., Гизматгиз, 1962, стр. 148-156. (§ 42. Движение вязкой жидкости)

27. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ВОЗДУХА КАПИЛЛЯРНЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ

1. Задание

Определение коэффициента внутреннего трения воздуха.

2. Принадлежности

Капилляр и жидкостный манометр на подставке, газгольдер, секундомер, измерительный микроскоп, линейка, штатив для укрепления капилляра, насос или компрессор для наполнения газгольдера.

3. Теоретическое введение

Сущность сил внутреннего трения разная в жидкости и в газе. Но влияние этих сил на внешние тела по характеру одинаковое. Поэтому можно для определения коэффициентов внутреннего трения газов использовать те же методы, что и для жидкостей.

Течение несжимаемой вязкой жидкости в цилиндрической трубке радиусом R подчиняется закону Пуазейля (см. рук-во № 26 настоящего сборника):

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p \Delta t}{8 \eta l} \quad (1)$$

где Q - объем жидкости, протекающий через любое сечение трубки за время Δt ,

Δp - разность давлений на участке трубки длиной l ,
 η - динамический коэффициент внутреннего трения жидкости.

Для газов можно эту формулу использовать только в частных случаях, когда перепад давления на всем протяжении течения маленький, и газ можно с некоторой точностью считать несжимаемым. Это действительно при течении газа с малой скоростью через короткий капилляр. В данной работе используется именно такой капилляр.

Из формулы (1)

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 l \phi} \quad (2)$$

где $\phi = \frac{Q}{\Delta t}$ - объемная скорость газа, т.е. объем газа, вытекающий за единицу времени при данном давлении.

4. Описание установки

Основными частями установки (рис.1) являются капилляр К, жидкостный манометр М для измерения разности давлений и газгольдер. На пути течения газа до и после капилляра в местах крепления трубок манометра находятся расширения (почему?).

Самое важное при опыте - получить течение газа с постоянной объемной скоростью. Для этого перед капилляром должно быть постоянное избыточное давление. Это достигается при помощи газгольдера (рис.1). Он состоит из внешнего резервуара (1) цилиндрической формы, внутри которого находится другой, более короткий цилиндр с меньшим диаметром (2). Зазор между ними заполнен маслом, на котором плавает третий цилиндр (3), имеющий форму опрокинутого стакана. Образуется жидкостный замок, который полностью гарантирует отсутствие утечки газа из рабочей части газгольдера.

Через кран (5) газгольдер наполняют воздухом (или другим газом). Если открыть кран (6), газ начинает вытекать через капилляр из-за сверхдавления в газгольдере, которое

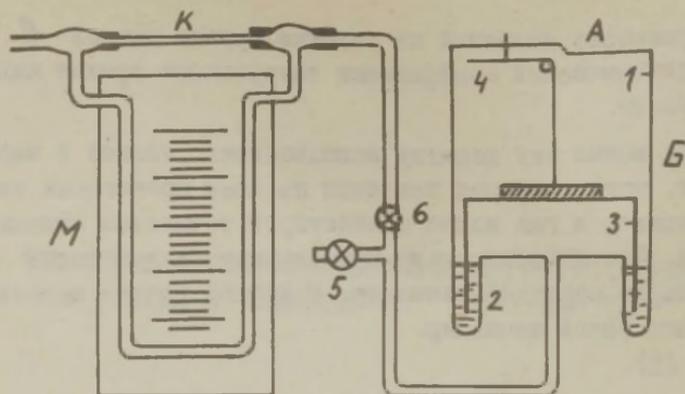


Рис. 1

возникает под тяжестью цилиндра (3).

Так как эта сила существенно не изменяется, объемная скорость постоянная во время всего опыта. В крышке большого цилиндра помещен круговой указатель объема. Основная погрешность и поправки шкалы даются на калибровочной кривой.

5. Ход работы

1. Измерим внутренний диаметр капилляра (см. руководство № 4 данного сборника) измерительным микроскопом, а длину - линейкой (если эти величины не даны как постоянные установки).

2. Убедившись, что капилляр сухой и в нем нет пыли, укрепим его в патрубках. Заполняем газгольдер воздухом. Для установления возможной утечки в кранах и в местах закрепления капилляра закроем пробкой выходной конец трубки и откроем кран (6). На протяжении 5 мин показание шкалы газгольдера не должно измениться. Закроем кран (6), удалим пробку. При утечке надо ее ликвидировать с помощью

лаборанта или руководителя.

3. Откроем осторожно (медленно) кран (6). Резкий толчок давления может выбросить часть жидкости из манометра, а попавшая в капилляр жидкость меняет сечение капилляра. Манометр должен показывать постоянную равницу давления. Теперь определяют объемную скорость при помощи шкалы газгольдера и секундомера. При этом надо через капилляр пропустить такое количество воздуха, чтобы предельная ошибка объемной скорости не превышала бы предельных ошибок других величин в формуле (2). Плотность жидкости манометра дается как постоянная установки.

4. Повторяем опыт не меньше 5 раз. Определим температуру воздуха (комнатную температуру). Найдем η и его предельную ошибку.

6. Дополнительные вопросы

1. Объяснить сущность внутреннего трения в жидкости и в газе. Как зависит коэффициент внутреннего трения от температуры?

2. Почему в руководстве сказано, что сила давления газгольдера на газ существенно не меняется при опускании цилиндра? Изменяется ли оно в какой-то степени? Почему?

3. При течении жидкости (газа) в цилиндрической трубке число Рейнольдса выражается формулой

$$Re = \frac{\rho v R}{\eta},$$

где ρ - плотность жидкости (газа),
 η - коэффициент внутреннего трения,
 R - радиус трубки,
 $v = \frac{Q}{S}$ - средняя скорость истечения, которая находится по объемной скорости (Q - поперечное сечение трубки).

Критическое значение числа Рейнольдса - 1200. Если $R \geq R_{кр}$, ламинарное течение может перейти в турбулентное течение. Тогда формула Пуазейля недействительна. Проверить, может ли в данном опыте появляться турбулентция.

Литература

1. И.К. Кикоин, А.К. Кикоин. Молекулярная физики, т.1. М., Физматгиз, 1963, стр.184-192.
2. С.Д. Фриш, А.В. Тиморева. Курс общей физики, т.1. М., Физматгиз, 1962, стр. 148-156.

28. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ПО ВЫСОТАМ ПОДЪЯТИЯ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРНЫХ ТРУБКАХ

1. Задание

Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости.

2. Принадлежности

Катетометр, измерительный микроскоп, капиллярные трубки равного диаметра, штатив, стаканы для жидкостей, отвес, жидкости для чистки капилляров.

3. Теоретическое введение

Если мысленно разрезать поверхность жидкости по какой-либо произвольной линии, то сила сцепления между обеими частями ее, вызванная взаимным притяжением молекул, находящихся по обе стороны линии, будет тем больше, чем больше будет длина линии l ; другими словами, сила поверхностного натяжения f будет прямо пропорциональна длине l :

$$f = \alpha l. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности α , представляющий собой силу поверхностного натяжения, действующую на единицу длины границы поверхностной пленки жидкости, называется коэффициентом поверхностного натяжения.

Если благодаря соприкосновению с твердым телом поверхность жидкости получит некоторую кривизну, то на такой

поверхности силы поверхностного натяжения вызывают некоторые дополнительные явления. Эти силы дают при выпуклых и вогнутых поверхностях добавочное давление, направленное всегда в сторону центра кривизны. Если поверхность сферическая, то это добавочное давление Δp вычисляют по формуле (вывести эту формулу!),

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R}, \quad (2)$$

где R - радиус кривизны поверхности. Этим добавочным давлением, т.е. давлением, обусловленным кривизной мениска, вызываются явления поднятия и опускания жидкости в капиллярных трубках. Жидкость поднимается (опускается) в капилляре настолько, чтобы гидростатическое давление столба жидкости уравновесило давление, вызванное кривизной поверхности.

Если считать, что жидкость полностью смачивает поверхность трубки, то радиус кривизны R совпадает с внутренним радиусом трубки r , так что

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{r} = \rho g h, \quad (3)$$

где ρ - плотность жидкости,
 h - высота ее поднятия,
 g - ускорение силы тяжести.

Таким образом, зная радиус капилляра, плотность жидкости и высоту ее поднятия в капилляре, можно по формуле (3) определить коэффициент поверхностного натяжения α .

4. Ход работы

Капиллярные трубки тщательно промываем хромовой смесью (насыщенный раствор $K_2Cr_2O_7$ в концентрированной серной кислоте), а затем дистиллированной водой и спиртом. Укрепим трубки в держателе и поворачиваем в горизонтальное положение. Отсчетным микроскопом определяем внутренний диа-

метр всех трех капилляров (см. руководство № 4). Эти измерения необходимо сделать в двух взаимно перпендикулярных направлениях с обеих концов трубки. Устанавливаем капилляры в вертикальном положении по отвесу и после того погружаем в стакан с дистиллированной водой, опустив их почти до дна стакана. Оставляем их в этом положении на несколько минут, чтобы стенки каналов трубок основательно смочились водой. Затем поднимаем трубки и отсчитываем положения вершин менисков при помощи катетометра (к каждому отсчету следует еще прибавить высоту, равную $1/3$ радиуса канала — поправку на мениск). Повторив измерения не менее трех раз, приступают к вычислению коэффициента поверхностного натяжения.

Вычисления. Если трубки совершенно чисты, то высоты жидкости в трубках должны быть каждый раз одни и те же. Обозначим эти высоты через h_1 , h_2 и h_3 , радиусы капилляров соответственно r_1 , r_2 и r_3 . Тогда

$$\alpha = \frac{r_1 h_1}{2} \rho g = \frac{r_2 h_2}{2} \rho g = \frac{r_3 h_3}{2} \rho g,$$

отсюда

$$h_1 - h_2 = \frac{2\alpha}{g r_1} - \frac{2\alpha}{g r_2},$$

и

$$h_1 - h_3 = \frac{2\alpha}{g r_1} - \frac{2\alpha}{g r_3};$$

следовательно

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{r_1 r_2}{2(r_2 - r_1)} (h_1 - h_2) \rho g = \\ &= \frac{r_1 r_3}{2(r_3 - r_1)} (h_1 - h_3) \rho g. \end{aligned}$$

Подставляя в эти равенства значения $h_1 - h_2$, $h_1 - h_3$, r_1 , r_2 и r_3 , полученные из измерений, и взяв из таблицы значение ρ при температуре наблюдения, находим искомое α .

6. Дополнительные вопросы

1. Почему надо тщательно промывать капилляры?
2. Почему берут на поправку мениска именно $1/3$ радиуса капилляра?
3. Когда поднимается и когда опускается столбик жидкости в капилляре?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр. 240-244.
2. И.В. Савельев. Курс общей физики, т.1. М., "Наука", 1966, стр. 376-389.
3. И.К. Кикоин, А.К. Кикоин. Молекулярная физика. М., Физматгиз, 1953, стр. 336-360.

29. ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ РАСТВОРА ОТ ЕГО КОНЦЕНТРАЦИИ И ТЕМПЕРАТУРЫ

1. Задание

Определение концентрационной и температурной зависимостей коэффициента поверхностного натяжения раствора.

2. Принадлежности

Прибор на подставке, электроплитка или горелка, стакан, сосуд для набора вытекающей из аспиратора воды, изучаемые жидкости, трубка с оттянутым концом, термометр.

3. Теоретическое введение

Если мысленно разрезать поверхность жидкости по какой-либо произвольной линии, то сила сцепления между обеими частями ее, вызванная взаимным притяжением молекул, находящихся по обе стороны линии, будет тем больше, чем больше длина линии l ; другими словами, сила поверхностного натяжения f будет прямо пропорциональна длине l

$$f = \alpha l . \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности α , представляющий собой силу поверхностного натяжения, действующую на единицу длины границы поверхностной пленки жидкости, называется коэффициентом поверхностного натяжения.

Если при соприкосновении с твердым телом поверхность жидкости получит некоторую кривизну, то на такой поверхности силы поверхностного натяжения вызывают некоторые дополнительные явления. Эти силы дают при выпуклых и вогнутых поверхностях слагающую, направленную всегда в сторону центра кривизны, которая обуславливает добавочное давление в том же направлении. Если поверхность сферическая, то это добавочное давление Δp можно выразить следующим образом

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}, \quad (2)$$

где R - радиус кривизны поверхности.

Формула (2) определяет добавочное давление также внутри газового пузырька, находящегося в жидкости. Поэтому давление внутри пузырька всегда выше, чем в окружающей атмосфере и в воде на той же глубине.

4. Описание прибора и теория метода измерения

Прибор (рис.1) состоит из наполненного водой аспиратора А, соединенного резиновыми трубками и четырех - конечной трубкой С со спиртовым манометром М и с верхней частью герметически закрытого сосуда В. В нижнюю часть сосуда В наливается изучаемая жидкость. Через отверстие в пробке в этот сосуд вводится стеклянная трубка с оттянутым концом так, чтобы конец трубки соприкасался с поверхностью изучаемой жидкости. Для поддержания (или при необходимости для изменения) температуры сосуд В помещается в стакан, наполненный водой, который может подогреваться на электроплитке. Аспиратор закрывается герметической пробкой. Зажим d позволяет соединить всю эту систему с атмосферой.

Если закрыть пробку аспиратора и осторожно открывать кран (только частично), то вода начнет медленно вытекать из него, и в верхней части аспиратора, а, следовательно,

и в соединенных с ней верхней части сосуда В и в левом колене манометра создается разрежение. При некотором определенном разрежении атмосферное давление проталкивает через узкий конец трубки в сосуд пузырьек воздуха. Это происходит тогда, когда равность давлений атмосферного воздуха и воздуха в сосуде В, измеряемая равностью уровней жидкости в коленях манометра М, уравнивается давлением, вызываемое поверхностным натяжением испытуемой жидкости, стремящееся сжать образовавшийся пузырек.

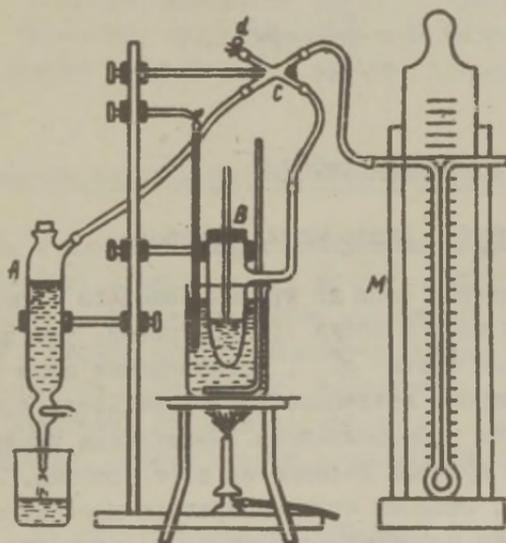


Рис. 1

Обозначим эту равность давлений через H и коэффициент поверхностного натяжения исследуемой жидкости через α . Тогда в момент отрыва пузырька между ними будет существовать следующее отношение:

$$\alpha = A \cdot H, \quad (3)$$

где A - коэффициент пропорциональности, зависящий от размеров кончика трубки, который постоянен для данного прибора. Для определения его необходимо произвести опыт с какой-либо жидкостью, поверхностное натяжение которой хорошо известно (вода). Тогда, подставив соответствующие значения H_0 и α_0 в формулу (3), имеем

$$A = \frac{\alpha_0}{H_0}. \quad (4)$$

Определив таким образом постоянную прибора, можно определить коэффициент поверхностного натяжения любой жидкости по формуле

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{H_0} \cdot H. \quad (5)$$

5. Ход работы

1. Определение постоянной прибора

Нальем в aspirатор воды до уровня бокового отростка и дистиллированной воды в сосуд В до уровня, указанного на рисунке. Открываем зажим d , устанавливая этим внутри прибора атмосферное давление. Уровни жидкости в коленях манометра при этом выравниваются. Передвигая шкаду манометра, установим нулевое деление на этот уровень. Затем закроем зажим d , откроем край aspirатора настолько, чтобы изменение давления происходило достаточно медленно и можно было легко отсчитать высоту уровней в манометре в момент отрыва пузырька.

Когда частота образования пузырьков установится, начинают снимать отсчеты по манометру, отмечая высоту уровня в обоих коленях в момент отрыва пузырька воздуха. Отсчеты снимаются не менее, чем для десяти пузырьков и из них берется среднее.

Одновременно измеряют температуру воды в стакане, в который погружен сосуд В.

Подставим в формулу (4) полученное значение H_0 и взятое из таблиц или графика значение α_0 для данной температуры, находят постоянную прибора.

2. Определение зависимости α от концентрации раствора

Заменяем воду в сосуде В раствором метилового спирта в воде определенной концентрации. Предварительно прополоскаем сосуд В и трубку с вытянутым концом малым количеством этого раствора. Измеряем аналогично предыдущему опыту (пункту) H , и по формуле (5) находим соответствующие значения α . Подобные измерения проводят для целого ряда растворов с известной концентрацией и по полученным данным строят график зависимости α от концентрации:
 $\alpha = \alpha(c)$.

3. Определение зависимости α от температуры

Прополоскаем и наполним сосуд В ксилолом до подходящего уровня. Нагреем внешний сосуд до $80^\circ - 90^\circ\text{C}$ и дадим ему медленно остыть, производя через каждые 10° измерения, указанные в первом пункте. Манометр должен стоять по возможности дальше от нагревателя, повернутым к нему задней стороной. Определив по этим отсчетам α для нескольких температур, строим график зависимости $\alpha = \alpha(t)$.

6. Дополнительные вопросы

1. Объяснить ход функций $\alpha = \alpha(c)$ и $\alpha = \alpha(t)$.
2. Доказать, что $A = \text{const}$, т.е. показать, что независимо от всяких условий радиус кривизны пузырька в момент отрыва все время один и тот же (при той же трубке).

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр. 246-249.
2. И.В. Савельев. Курс общей физики, т.1. М., "Наука", 1966, стр. 376-389.
3. И.К. Кикоин, А.К. Кикоин. Молекулярная физика. М., Физматгиз, 1963, стр. 336-360.

90. ИЗУЧЕНИЕ РЕЖИМА РАБОТЫ ТЕРМОСТАТА

1. Задание

Ознакомление с принципом работы термостата и изучение режима его работы в зависимости от мощности нагрева. Ознакомление с принципом работы электронного реле.

2. Принадлежности

Электрический кипятильник вместе с крышкой и мешалкой, контактный термометр, электронное реле, лабораторный термометр (цена деления $0,1^{\circ}$), ЛАТР (не менее 5А), вольтметр (0-300 в, 50 гц), планиметр.

3. Об устройстве термостата и о термостатировании

Термостатом называется автоматическое устройство для поддержания определенной температуры. В зависимости от среды, температуру которой поддерживают постоянной, термостаты подразделяются на жидкостные, воздушные, вакуумные и т.д.

Основными компонентами термостата являются терморегулятор и теплообменник. Если температура в окружающей среде ниже температуры термостата, то теплообменником служит нагреватель, подученной энергией которого компенсируют тепловые потери термостата. Наоборот, если температура термостата ниже температуры окружающей среды, то в таком случае должно быть в термостате охлаждающее устройство.

Задачей терморегулятора является автоматическое регулирование режима теплообменника, в результате чего температура в термостате держится в заданных пределах.

Каждый терморегулятор содержит элемент, у которого какой-либо параметр зависит от температуры. Изменение соответствующего параметра должно влиять на режим теплообменника таким образом, чтобы в случае нагревания термостата выше определенной температуры терморегулятор уменьшил мощность теплообменника, а при охлаждении — увеличил.

Термостат не поддерживает температуры абсолютно постоянной. Точностью термостатирования называется величина отклонения температуры от среднего значения, около которого колеблется температура в термостате. Колебания температуры могут возникать при наличии различных причин, чаще всего они обусловлены: 1) инерционностью передачи тепла, т.е. для перехода тепла от теплообменника к терморегулятору требуется некоторое время; 2) ограниченной чувствительностью терморегулятора.

В соответствии с общей теорией автоматического регулирования, которой подчиняется и термостат, колебания системы тем больше, чем больше времени затрачивается на передачу информации от силовой цепи (например, нагревательный элемент) к приемнику, т.н. датчику. В терморегуляторе датчиком является элемент, реагирующий на изменение температуры.

В системе термостата можем выделить всегда больше, чем одно инерционное звено. Одним из них является термостатируемая среда.

В жидкостных и газовых термостатах инерционность системы уменьшают перемешиванием термостатируемой среды (электрический вентилятор; крыльчатка, вращаемая мотором). Инерционными звеньями в термостате являются и терморегулятор и теплообменник, которые имеют определенные теплоемкости и теплопроводности, а, следовательно, им необходимо некоторое время для достижения температуры окружающей среды, если их температура отличается от последней.

В терморегуляторе в качестве датчика часто используют контактный термометр, соприкосновение ртутного столба с электрическим контактом которого используется для управления током в нагревательной цепи.

Оказывается, что одним ртутным контактным термометром невозможно регулировать нагрев в термостате. Если температура ниже определенной, то ртутный столб не может соприкоснуться с контактом и замкнуть цепь нагрева; и, наоборот, когда температура выше определенной, тогда цепь замкнута, температура будет все время повышаться и контактный термометр не разомкнет цепь (см. рис. 1); здесь K - нагреватель, KT - контактный термометр.

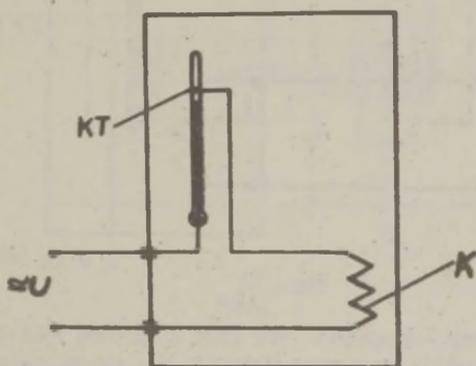


Рис. 1

Используя терминологию автоматического регулирования, мы можем сказать, что вышеуказанный регулятор работает в противоположной фазе по сравнению с тем, который необходим для обеспечения термостатирования.

Без электрического реле невозможно пользоваться ртутным контактным термометром для термостатирования. Электрическое реле - это устройство, которое за счет электрической энергии управляет токами в цепях: замыкает, размыкает или переключает.

Самый распространенный вид электрического реле - электромагнитное реле, которое состоит из электромагнита и контактной системы. Изменением силы тока в обмотке электромагнита контакты открываются, закрываются или переключаются.

Схема простейшего термостата, состоящая из электромагнитного реле и ртутного контактного термометра, представлена на рис. 2. Здесь K - нагреватель, KT - ртутный контактный термометр, R - реле, P - батарея питания релейной цепи.

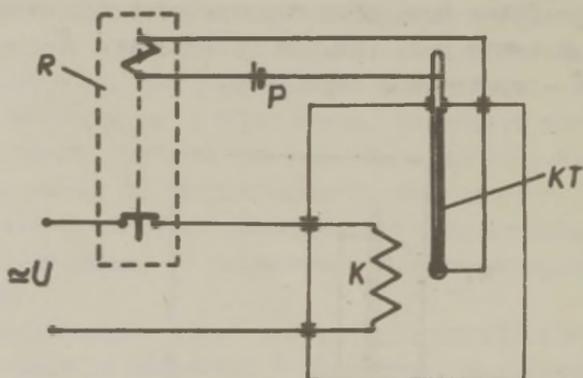


Рис. 2

Недостатком приведенной на рис.2 схемы является то обстоятельство, что через столб ртути будет проходить ток обмотки реле и поэтому длина столба может изменяться, что уменьшает точность термостатирования.

Вторым недостатком является необходимость дополнительного низковольтного источника питания (менее 10 в). Пользоваться напряжением в несколько десятков вольт нельзя, потому что это напряжение вместе с индуцированным в обмотке реле напряжением обуславливало бы искру или электрическую дугу между столбом ртути и контактом, что уменьшило бы срок работоспособности контакта.

Терморегулятор, содержащий электронное реле, лишен всех вышеназванных недостатков.

На рис. 3 представлена принципиальная схема самого простого электронного реле.

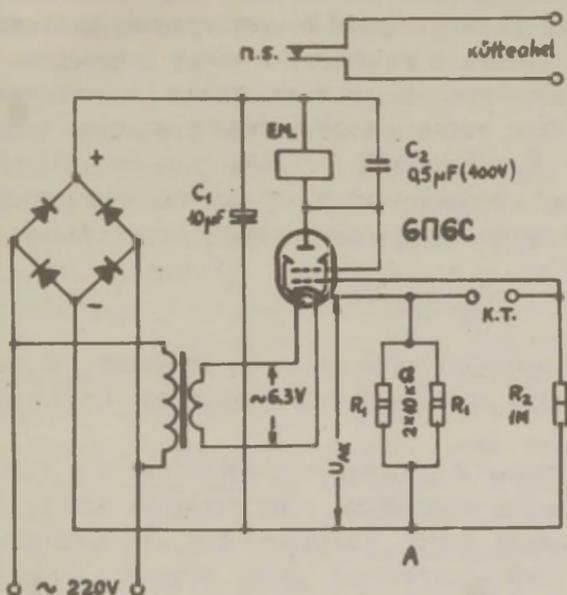


Рис. 3

Схема состоит из следующих основных узлов: электронная лампа с косвенным накалом, электромагнитное реле, выпрямитель для питания анодной цепи и трансформатор для питания накала лампы. Выпрямитель анодного питания содержит 4 германиевых диода и сглаживающий конденсатор ($C=10$ мкф), задачей которого является уменьшение пульсации выпрямленного напряжения. Катод лампы 6П6С требует для накала напряжения 6,3 в и тока 0,45 а.

Обмотка электромагнитного реле включена последовательно с анодной цепью лампы. Параллельно с обмоткой реле включен еще конденсатор ($C=0,5$ мкф), который служит для дополнительного сглаживания тока через обмотку реле.

Сила тока, проходящего через лампу, управляется изменением потенциала первой (самой близкой к катоду) сетки относительно катода. Потенциал катода принимается в данной схеме нулевым.

Контактный термометр включается между катодом и управляющей сеткой. Если в данный момент времени контактный термометр не замыкает управляющую сетку с катодом, то на сетке возникает отрицательный потенциал (по отношению к катоду), так как сетка в этом случае соединена через сопротивление R_2 с точкой А. Потенциал точки А по отношению к катоду определяется произведением силы тока i_a , протекающего через лампу, на величину сопротивления R_1 :

$$U_{AK} = i_a R_1.$$

В данном положении сила тока, протекающего через лампу, недостаточна для включения электромагнита. Контакты реле замкнуты.

Если контактный термометр соединяет сетку с катодом, то резко уменьшается внутреннее сопротивление лампы, и ток, протекающий через лампу, увеличивается скачкообразно. Элементы схемы (тип электронной лампы, величина сопротивления R_1 , число витков обмотки электромагнита) выбраны так, чтобы при соединении сетки с катодом анодный ток был бы достаточным для включения электромагнита и размыкания контактов реле.

4. Ход работы

Целью экспериментальной части настоящей работы является изучение работы модели термостата в трех случаях: 1) режим с нормальным напряжением нагревателя (220 в), без перемешивания воды в кипятильнике; 2) режим с нормальным напряжением нагревателя с перемешиванием воды; 3) режим с уменьшенным вдвое напряжением нагревателя (четверть мощности) с перемешиванием воды.

Необходимо установить, какая пара клемм предусмотрена

для соединения контактного термометра и какал - для соединения нагревательной цепи термостата.

В качестве термостата используем электрический кипятильник, в крышке которого имеются медные трубки, т.н. "карманы" для контактного и лабораторного термометров. Налеем столько воды в кипятильник, чтобы термометры оказались погруженными, примерно, на 4 см в воду.

Контактный термометр отрегулируем на некоторый определенный уровень в пределах $+85^{\circ} + 95^{\circ}\text{C}$.

Соберем схему согласно рис. 4. После проверки схемы преподавателем можно включить ламповое реле и автотрансформатор в сеть (стенные контакты). Регулируя автотрансформатор, устанавливаем по вольтметру напряжение нагревателя 220 в.

Если температура поднимается к определенному уровню, при достижении которого реле выключает нагрев термостата, начинаем регистрировать температуру, записывая через каждые 30 секунд отсчеты по лабораторному термометру с точностью $0,05^{\circ} - 0,1^{\circ}$. Таким образом регистрируем нагревание и охлаждение термостата на протяжении не менее 5 периодов.

Тогда включаем в электрическую цепь мотор для перемешивания воды и регистрируем вышеуказанным методом также ход температуры на протяжении не менее пяти периодов.

Наконец, регистрируем изменение температуры в термостате при четырехкратно уменьшенной мощности нагревания. Температуру регистрируем также на протяжении не менее пяти периодов.

По данным, занесенным в таблицы, построим графики (на миллиметровой бумаге) для всех трех исследованных режимов в координатах: температура (вертикальная ось) и время (горизонтальная ось).

Чтобы облегчить сравнение графиков, желательно начертить их различными цветами, причем в одних и тех же координатных осях.

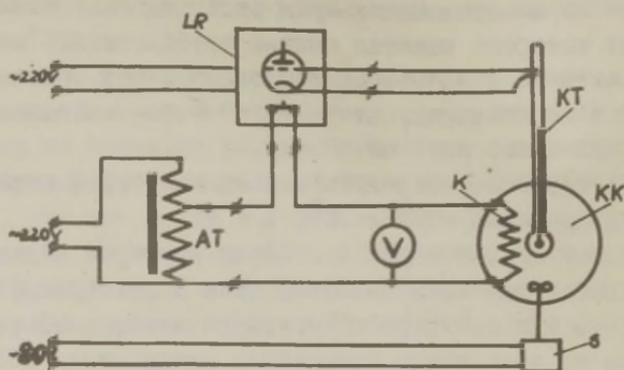


Рис. 4

LR - ламповое реле, *S* - мотор для перемешивания воды, *KK* - кипятильник (термостат), *AT* - регулируемый автотрансформатор, *K* - нагревательный элемент.

При сравнении графиков найдем ответы на следующие вопросы:

- 1) почему на графике зависимости температуры от времени поднимающаяся часть кривой более крутая?
- 2) что определяет период изменения температуры в термостате?
- 3) что определяет угол наклона в поднимающейся и опускающейся частях?
- 4) какая деталь имеет самую большую инертность в данном термостате?

Определим точность термостатирования во всех трех случаях. Для этого надо определить для каждого графика горизонтальную прямую так, чтобы площади, которые остались бы выше и ниже между графиком и той прямой, были бы равны.

Если бы график был симметричный, т.е. "зигзаги" выше и ниже прямой были бы подобны, то определить среднюю температуру было бы просто - ее можно было бы найти как

арифметическое среднее наивысшей и наимизшей температур. При несимметричном графике надо тоже найти вышеупомянутую прямую, но только при помощи планиметра, измеряя суммарные площади выше и ниже прямой, не менее 5 периодов. Прямую смещаем до тех пор, пока эти площади будут равными. Точность термостатирования определим отдельно в положительном и отрицательном направлениях как среднее значение пяти амплитуд. (При стационарном, т.е. не изменяющемся во времени или периодически изменяющемся процессе теплообмена эти 5 амплитуд должны быть равны; но всегда возможны ошибки измерений и изменения температуры, которые обусловлены случайными причинами).

Найдем ответ на вопрос: какие факторы определяют точность термостатирования?

5. Дополнительные вопросы

1. В промышленных термостатах обычно два теплообменных элемента - нагреватель и охладитель. Почему советуют выбирать их мощности так (при каждой конкретной температуре), чтобы время нагревания термостата было бы равно времени охлаждения?

2. Зависит ли точность термостатирования от разницы температур термостата и окружающей среды? Если да, то как?

Литература

1. Р.В. Телесин. Молекулярная физика. М., "Высшая школа", 1965, стр. 15-18.

31. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ ВЕЩЕСТВА КАЛОРИМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

1. Задание

Определение удельной теплоемкости твердого тела.

2. Принадлежности

Калориметр, источник пара, паровой термостат, тела из неучастков веществ, веревка калиброванной длины, термометр, ваттметр, автотрансформатор, электрический секундомер, часы, технические весы, гири, барометр.

3. Техническое задание

а) Понятие об удельной теплоемкости.

Удельной теплоемкостью вещества называется количество теплоты, нужное для нагревания вещества единичной массы на один градус:

$$c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)} \quad (1)$$

где Q - количество теплоты, которое нужно затратить, чтобы нагреть тело с массой m от температуры t_1 до температуры t_2 .

Так как теплоемкость вещества зависит от температуры, поэтому удельная теплоемкость определяется формулой:

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

Формула (1) определяет среднюю удельную теплоемкость в промежутке температур t_1, \dots, t_2 .

У большинства тел с повышением температуры теплоемкость увеличивается. Теплоемкость воды понижается в пределах от 0°C до $35,5^\circ\text{C}$, затем повышается (рис. 1).

Средняя теплоемкость воды в интервале от 0° до 100°C равна теплоемкости в интервале от $19,5^\circ\text{C}$ до $20,5^\circ\text{C}$.

Количество теплоты, необходимое для нагревания тела от температуры t_1 до температуры t_2 равно

$$Q = m \int_{t_1}^{t_2} c dt \quad (3)$$

Видно, что количество теплоты Q равно произведению площади под кривой температурной зависимости удельной теплоемкости данного вещества на массу вещества.

Если зависимость теплоемкости от температуры в определенном температурном интервале можно пренебречь,

то количество теплоты, необходимое для нагревания тела в этом интервале температур равно:

$$Q = cm(t_2 - t_1) \quad (4)$$

б) Основные принципы калориметрических измерений. Основными элементами калориметра являются калориметри-

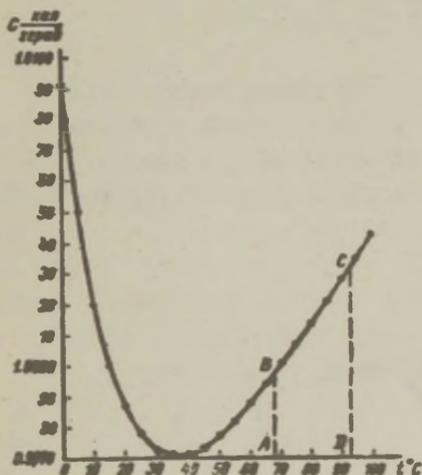


Рис. 1

ческий сосуд с жидкостью, термометр, нагреватель и мешалка. Для уменьшения теплообмена с окружающей средой пользуются многостенными сосудами с воздушными промежутками между стенками, и теплоизолирующие материалы (стекловата и др.).

Теплоемкость калориметра равна:

$$K = \sum_i m_i c_i \quad (5)$$

где m_i - масса i -того элемента калориметрической системы и c_i - его средняя удельная теплоемкость. Величина K определяется обычно опытным путем.

Допустим, что теплообмен калориметра с окружающей средой отсутствует. Сообщив калориметру количество теплоты ΔQ , его температура повышается на Δt :

$$\Delta Q = K \Delta t \quad (6)$$

Так как полностью устранить теплообмен калориметра с окружающей средой невозможно, то мы не можем из прямого опыта точно определить изменения температуры калориметра Δt . Достаточно точно его можно определить графическим методом.

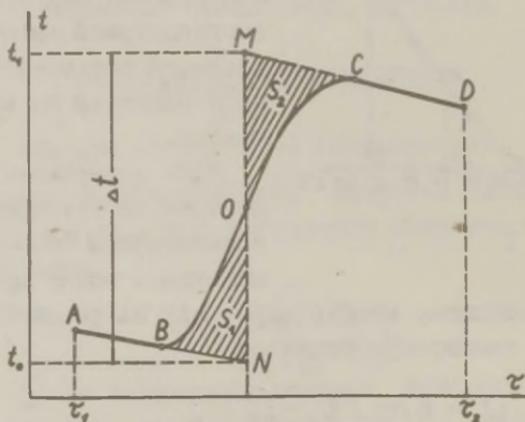


Рис. 2

На рис. 2 изображено графически изменение температуры в

калориметре (на горизонтальной оси - время и на вертикальной - температура).

Участок AB изображает первый этап изменения температуры в термостате, в течение которого происходит убывание температуры вследствие теплообмена калориметра с окружающей средой. Второй этап (на графике - отрезок BC) начинается с момента, когда в калориметр начинает поступать количество теплоты ΔQ . Этот этап характеризуется теплообменом калориметра с окружающей средой и теплообменом калориметра с телом, которое поставляет ему теплоту.

После установления теплового равновесия между телом и калориметрической системой температура калориметра снова убывает вследствие теплообмена калориметра с окружающей средой (отрезок CD).

Для определения изменения температуры Δt калориметрической системы заменим реальную кривую идеальной. Предположим, что на первом этапе калориметр охлаждался до температуры t_0 , а затем, в результате мгновенной передачи теплоты, температура калориметра мгновенно возросла на втором этапе до t_1 (t_1 - температура, которая установилась бы в конце второго этапа, если бы отсутствовал теплообмен с окружающей средой). Очевидно, $\Delta t = t_1 - t_0$.

Количество теплоты, полученное калориметром за время $t_2 - t_1$, пропорционально площади S под кривой $ABOCD$ (рис. 2).

$$Q = \beta S. \quad (7)$$

Здесь β - постоянный для данного опыта коэффициент, зависящий от конструкции калориметра.

Замену реальной кривой идеальной нужно провести таким образом, чтобы площадь S осталась неизменной. Это возможно лишь в случае равенства площадей S_1 и S_2 (рис. 2). Отсюда следует способ графического определения изменения температуры в калориметре: экстраполируют прямолинейные участки AB и CD за точки B и C и проводят вертикальную прямую MN так, чтобы $S_1 = S_2$ (равенство пло-

щадей S_1 и S_2 определяют опытным путем с помощью планиметра или взвешиванием вырезанных из бумаги фигур).

в) Для определения теплоемкости калориметра ему необходимо подать измеренное количество тепла ΔQ и определить вышеуказанным образом изменение температуры Δt . Определенное количество тепла можно подать калориметру с помощью электрического нагревателя. При помощи ваттметра определяют мощность N нагревателя, при помощи секундомера - время $\Delta \tau$, в течение которого нагреватель был включен.

Теплоемкость вычисляют из формулы

$$K = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{N \Delta \tau}{\Delta t} \quad (8)$$

г) Для определения удельной теплоемкости твердого тела нужно повысить температуру тела выше температуры калориметра. Это удобно сделать при помощи водяного пара. Если подвергать тело действию пара, то температура системы пар-тело держится постоянной (равной температуре t_3 кипения воды при данном давлении), если потери теплоты в течение определенного времени не превьсили количества теплоты, выделяемого в течение того же времени конденсацией подаваемого пара.

Поместим нагретое тело массой m в калориметр, температура которого будет t_0' . Из-за теплообмена калориметра с телом устанавливается равновесная температура Θ , причем температура калориметра повысится на величину $\Delta t_1 = \Theta - t_0'$. В условиях теплового равновесия

$$cm(t_3 - \Theta) = K \Delta t_1$$

и искомая теплоемкость равна

$$c = \frac{K \Delta t_1}{m(t_3 - \Theta)}$$

Так как

$$\Theta = t_0' + \Delta t_1$$

$$C = \frac{K \Delta t_1}{m[t_3 - (t_0' + \Delta t_1)]} \quad (9)$$

Изменение температуры калориметра определяется и теперь графическим методом.

4. Описание установки

В данном опыте используется калориметр (рис. 3), калориметрический сосуд (1) которого изолирован от внешней среды двойными стенками (2) и (3). В крышку калориметра вмонтированы нагревательная спираль (5), мешалка жидкости (воды) (6) с мотором (7) и термометр (8). Нагревательную спираль питают переменным током частотой 50 гц через автотрансформатор. Мощность измеряют ваттметром.

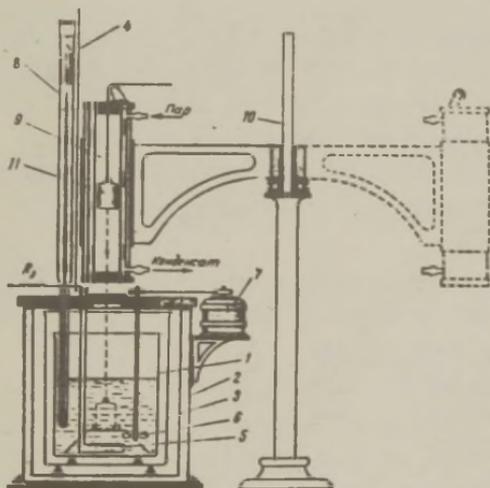


Рис. 3

Цилиндрическое тело (11) из исследуемого твердого вещества нагревают в паровом термостате (9), который при-

креплен на штативе (10). Паровой термостат закрывается поворачиваемой крышкой. На штативе имеется еще крючок для прикрепления веревочки калиброванной длины. При помощи веревки фиксируют исследуемое тело в двух положениях: в середине парового термостата, а потом в калориметрическом сосуде так, чтобы оно было целиком под водой, но не повредило бы мешалку и нагреватель. Пар образуется в специальном, электрически нагреваемом котле.

5. Ход работы

1. Ввесим исследуемое тело на технических весах и поставим в термостат. Включим нагрев парового котла. Приспособивая положения термостата и крючка, поставим тело с термостатом над калориметром так, чтобы пользуясь двумя петлями калиброванной веревки можно было бы перенести тело из одного вышеуказанного положения в другое. Наполним калориметрический сосуд до нужного уровня дистиллированной водой.

2. Определим теплоемкость калориметра. Включим мешалку, запишем показания термометра через каждые 30 секунд (в продолжении 5-7 минут). Включим нагревательную спираль на 5-10 минут и продолжаем записывание показаний термометра. Температуру регистрируем также после выключения нагревательной спирали в течение 8-10 минут. Нарисуем график $t = f(\tau)$, определим Δt (рис. 4).

Время работы нагревателя определим электросекундомером, который включается одновременно с нагревателем. При помощи формулы (8) вычислим теплоемкость K .

3. Перенесем исследуемое тело из термостата в калориметр (вода в котле должна кипеть и из термостата вместе с конденсированной водой должна вытекать струя пара - почему?). Опыт рекомендуется начать сразу после предыдущего опыта, т.к. тогда сэкономим время. Продолжаем регистрировать температуру через такие же промежутки времени и данные занесем на тот же график (рис. 4). Определим по графику

к t_0' и Δt_1 , вычислим из формулы (9) удельную теплоемкость. t_3 найдем из таблиц, определив предварительно атмосферное давление барометром.

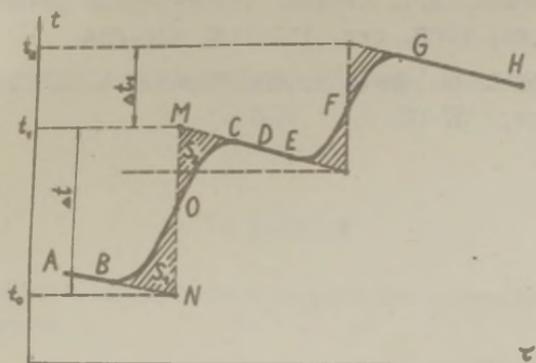


Рис. 4

Вычислим предельную погрешность результата опыта.

Теплоемкость скольких веществ нужно определить, решит руководитель практикума.

6. Дополнительные вопросы

1. Почему внешний сосуд калориметра полированный и никелированный?

2. Проверить на основе опытных данных, действителен ли закон Дюлонга-Пти.

3. Воздух является плохим теплопроводником только тогда, если в нем отсутствуют конвекционные потоки. Могут ли возникнуть в слоях воздуха между стенами калориметрических сосудов конвекционные потоки? Если да, тогда как нужно изменить конструкцию калориметра?

Литература

1. А. В. Кортнев и др. Практикум по физике. М., "Высшая школа", стр. 101-108.
2. И. К. Кикоин, А. К. Кикоин. Молекулярная физика. М., Физматгиз, 1963, стр. 110-114, 476-484.
3. Р. В. Телеснин. Молекулярная физика. М., "Высшая школа", 1965, стр. 67-82.

32. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТАЛЛОВ МЕТОДОМ ОХЛАЖДЕНИЯ

1. Задание

Определение зависимости удельной теплоемкости металлов от температуры.

2. Принадлежности

Штатив с электрической печью и термопарой, трансформатор для нагрева печи, секундомер, милливольтметр, термометр, цилиндрические образцы из изучаемых металлов.

3. Теория метода и описание установки

Металлический образец, имеющий температуру выше окружающей среды, остывает. Количество тепла, отдаваемое образцом окружающему воздуху за время dt , можно вычислить через его удельную теплоемкость c и скорость изменения температуры $\frac{\partial T}{\partial t}$:

$$Q = \int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt dV, \quad (1)$$

где ρ - плотность металла, и интегрирование происходит по всему объему металла. Это количество тепла отдается воздуху через внешнюю поверхность металла и его можно вычислить по ньютоновской формуле для процессов теплопередачи:

$$Q = \int_S \alpha (T - T_0) dt dS. \quad (2)$$

Здесь α - коэффициент теплопередачи, T_0 - температура внешней среды (среда считается бесконечной, ее температура не изменяется из-за теплопередачи), T - температура образца металла. Интегрируем по всей внешней поверхности металла.

При однородном образце c и ρ постоянные по всему объему. Полагая, что скорость охлаждения $\frac{\partial T}{\partial t}$ постоянная по всему объему, α и T постоянные по всей внешней поверхности, можно формулы (1) и (2) легко проинтегрировать. Так как левые части этих формул равны, то

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} V = \alpha (T - T_0) S. \quad (3)$$

Для двух образцов из различных металлов с равными линейными размерами $\alpha_1 = \alpha_2$, $S_1 = S_2$ и $V_1 = V_2 = V$. Написав формулу (3) для обоих образцов при одинаковой температуре ($T_1 = T_2$) и, разделив одно выражение на другое, получим

$$c_2 = c_1 \frac{m_1 \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_1}{m_2 \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_2}. \quad (4)$$

Здесь $m_1 = \rho_1 V$ и $m_2 = \rho_2 V$ - массы первого и второго образца.

Если для одного металла (эталоны) известна его удельная теплоемкость при температуре T , тогда можно определить удельные теплоемкости других металлов при той температуре, определяя из эксперимента скорости охлаждения эталона и изучаемых металлов (при равных температурах).

Схема устройства изображена на рис.1. Электродпечь смонтирована на направляющем стержне, по которому она может перемещаться вверх и вниз. На верхнем конце стержня печь

можно поворачивать вокруг вертикальной оси стержня. В одном конце эталонного и изучаемых цилиндров B просверлен канал, куда вставляют фарфоровую трубочку с термопарой C . Э.д.с. термопары измеряется милливольтметром mV . Другой спай термопары выведен под клеммы на штативе. Электрическая печь питается переменным током от трансформатора Tr .

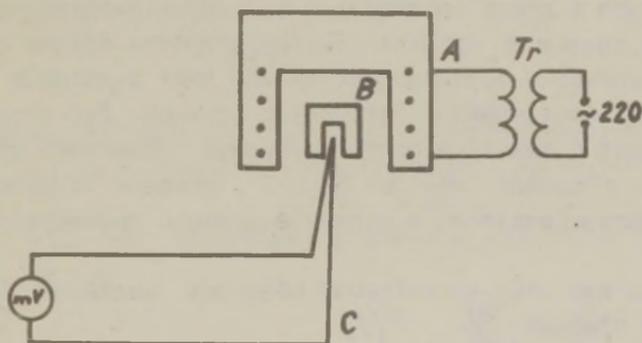


Рис. 1

4. Ход работы

1. Взвесим образцы на аналитических весах.

2. Поместим один из изучаемых образцов на фарфоровую трубку и опустим печь вниз так, чтобы образец полностью оказался внутри нее. Включим нагрев печи. Когда образец нагреется до 550°C – 600°C (алюминий не нагревать свыше 550°C \uparrow) печь быстро поднимают вверх и поворачивают на 180° вокруг штатива (чтобы печь не осталась над образцом). Нагретый образец охлаждается в неподвижном воздухе. Через каждые 10 секунд производим запись температуры образца по показаниям милливольтметра. Измерим также температуру второго спая термопары. После охлаждения образца ниже 100°C повторяем опыт снова (с каждым образцом не менее 3 раз), начиная считать время от той же температуры, что и в

первом опыте. Вычислим средние температуры.

3. Построим графики $T = f(t)$. Показаниям милливольтметра найдем соответствующие значения температуры при помощи калибровочной кривой прибора. Учитывать придется и температуру другого спая термомпары.

4. Найдем зависимость скорости охлаждения $\frac{\partial T}{\partial t}$ от температуры. Для этого разделим график функции $T = f(t)$ вертикальными линиями на части. Линии должны быть довольно близко друг к другу (почему?) и на равных расстояниях. Разности значений ординат, соответствующие точкам пересечения кривой и вертикальных линий, дают изменения температуры в определенных интервалах времени. Делим разности значений ординат на соответствующие промежутки времени и получим значения $\frac{\Delta T}{\Delta t} \approx \frac{\partial T}{\partial t}$, которые характеризуют скорость охлаждения в середине данного промежутка времени.

Найдем для всех исследуемых объектов значения $\frac{\partial T}{\partial t}$, построим графики $\frac{\partial T}{\partial t} = \psi(T)$.

5. Вычислим удельные теплоемкости измеряемых металлов при разных температурах по формуле (4). Эталонным веществом в данном опыте является медь, значения удельной теплоемкости которой даны в нижеследующей таблице.

$T^{\circ}\text{C}$	0	100	200	300	400	500	600
$C_1 \left(\frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}} \right)$	381,0	393,6	408,2	422,0	434,6	448,0	456,4

Для исследуемых металлов вычислим удельные теплоемкости при температурах, данных в этой таблице.

Нарисуем графики $C = \psi(T)$ для каждого металла.

5. Дополнительные вопросы

1. При каких предположениях можно считать $\frac{\partial T}{\partial t}$ и T постоянными по всему объему и по всей поверхности? Годен

ли указанный в данной работе метод для неметаллов?

2. Определить коэффициент теплопередачи α . От каких величин он зависит?

3. Годен ли вышеуказанный метод для абсолютных измерений (без эталона)?

4. Что значит выражение "образец охлаждается в неподвижном воздухе"? Является ли неподвижность воздуха обязательным условием? Как это гарантируется в данном опыте?

Литература

1. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И. Ивероновой. М., "Наука", 1967, стр.196-198.
2. Р.В. Телеснин. Молекулярная физика. М., 1965, стр.67-71, 140-141.

33. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛА (хорошего проводника тепла)

1. Задание

Определить удельную теплопроводность меди.

2. Принадлежности

Прибор с двумя термопарами для определения теплопроводности, два гальванометра, сосуд с устройством для стабилизации потока воды, трубки, штангенциркуль, секундомер, измерительный цилиндр.

3. Теоретическое введение и описание установки

Распространение теплоты в твердом теле осуществляется в основном за счет теплопроводности. Благодаря теплопроводности теплота передается от частей тела с высокой температурой к частям тела с более низкой температурой.

Точное теоретическое объяснение явления теплопроводности в твердых телах очень сложно. Только в металлах, где основными переносчиками тепла служат свободные электроны, существующие в виде электронного газа, можно объяснить явление теплопроводности сравнительно просто. В данном руководстве мы ограничимся общей термодинамической теорией.

Рассмотрим стержень с поперечным сечением S , концы которого имеют температуры t_1 и t_2 соответственно. Длина стержня равна l . Опыт, а также и интуитивное

представление, показывают, что количество теплоты, проходящее через поперечное сечение стержня в любом его месте за интервал времени τ , пропорционально сечению стержня S и градиенту температуры $\frac{\Delta t}{\Delta x}$:

$$Q = \lambda S \tau \frac{\Delta t}{\Delta x} . \quad (1)$$

В данном случае $\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{t_2 - t_1}{l}$. Коэффициент пропорциональности λ называют коэффициентом теплопроводности или удельной теплопроводностью. Из выражения видно, что если $\frac{\Delta t}{\Delta x} = 1$; $S = 1$; $\tau = 1$, то $Q = \lambda$, т.е. коэффициент теплопроводности есть величина, равная количеству теплоты, проходящему за единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной направлению градиента температуры, если градиент температуры составляет 1 градус на единицу длины.

Для определения величины λ имеется множество методов. Одним из самых простых и наглядных является метод, описанный в данном руководстве, основывающийся непосредственно на использовании выражения (1). Здесь в течение всего опыта градиент температуры сохраняется постоянным, что и делает опыт по возможности наглядным, а использование полученных при измерении данных простым для расчета.

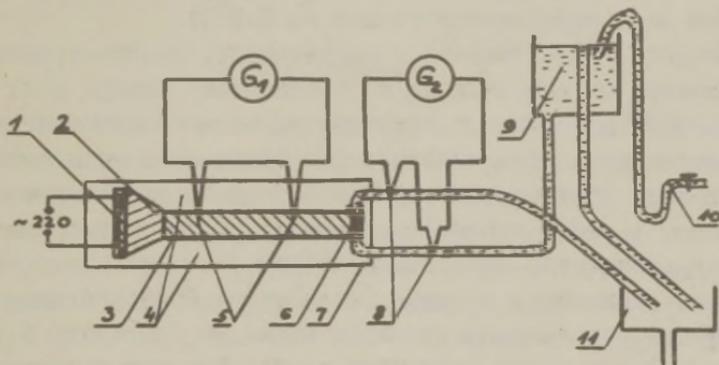


Рис. 1

Массивный цилиндр (3), изготовленный из исследуемого материала, помещен в деревянный ящик (7), стенки которого внутри покрыты теплоизолирующими материалами (4) (вата, войлок, асбест), чтобы исключить потери на излучение и конвекцию. К одному из концов цилиндра припаян железный конус (2), в котором находится электронагреватель (1). К другому концу приклеена цилиндрическая коробочка (6), через которую протекает холодная вода, служащая для охлаждения. Для стабилизации скорости потока воды используют специальный сосуд (9), в который вода направляется из крана (10). Вода из сосуда (9) поступает в сливной сосуд (11). Градиент температуры измеряется с помощью термопары (5); разницу температур, необходимую для расчета количества теплоты, унесенного охлаждающей водой, измеряют термопарой (8).

В данной работе для измерения разности температур приходится использовать термопары. Термометры нельзя применять по двум причинам: 1) для получения правильного значения температуры термометры следует помещать полностью или до начала шкалы в область исследуемой температуры (в зависимости от метода калибровки термометра на заводе), 2) точные термометры имеют большие резервуары; помещение их в исследуемую область существенно изменяет условия распространения теплоты, они неудобны при практическом использовании. Маленькие термометры не точны и не годятся для измерения маленьких разностей температур (температура охлаждающей воды поднимается только на 2-3⁰С).

Теплота, выделяющаяся в нагревателе, распространяется в цилиндре по направлению к охлаждаемому концу. Если скорость потока воды постоянная, то по всей длине цилиндра устанавливается стационарное (не меняющееся во времени) распределение температуры. В этом случае охлаждающая вода получает в любой промежуток времени количество теплоты, равное количеству теплоты, выделяющейся в нагревателе за этот же промежуток времени (вследствие большого отличия коэффициентов теплопроводности можно не учитывать потери тепла через теплоизоляционный слой). Так как скорость потока постоянна, то температура воды, вытекающей из охлади-

тельной коробки, остается неизменной.

Пусть расстояние между спаями термопары (5) равно l' , разница температур между спаями термоэлемента составляет Δt_1 , сечение цилиндра S . Тогда через поперечное сечение цилиндра в любом его месте в течение времени τ проходит количество теплоты (ур-ние 1)

$$Q_1 = \lambda S \tau \frac{\Delta t_1}{l'} \quad (1a)$$

В течение этого же промежутка времени вода получает количество теплоты равное

$$Q_2 = cm \Delta t_2, \quad (2)$$

где m - масса воды, прошедшей через коробку в течение времени τ ,

c - удельная теплоемкость воды,

Δt_2 - изменение температуры охлаждающей воды.

Вследствие сказанного выше:

$$Q_1 = Q_2,$$

откуда

$$\lambda = \frac{cm l' \Delta t_2}{S \tau \Delta t_1}. \quad (3)$$

4. Ход работы

Откроем ящик и познакомимся со схемой опыта. С помощью штангенциркуля измерим расстояние между спаями термопары и диаметр цилиндра. Закроем ящик. Включим нагреватель в сеть переменного тока 220 в. Соединим термопары с измерительными приборами. Для измерения повышения температуры охлаждающей воды используем зеркальный гальванометр М-17 (B_2 на рис.1); для измерения градиента температуры цилиндра - потенциометр постоянного тока ПП-63. До (и после) измерения замкнем накоротко клеммы гальванометра и про-

контролируем, а если нужно, скорректируем положение нуля (зайчик света должен быть на нуле шкалы).

Соберем систему охлаждения цилиндра водой, как показано на рис. 1. Откроем кран и подождем, пока сосуд наполнится до краев переливной трубки. Отрегулируем давление с помощью крана так, чтобы вода непрерывно текла из трубки. В таком случае небольшие изменения в давлении воды влияют только на количество воды, вытекающей по переливной трубке (следовательно, давление и скорость потока воды, проходящей через систему охлаждения, остаются постоянными).

Сосуд подвесим на самый нижний шуруп, укрепленный в стене над столом. Если в трубках остался воздух, то это может привести к прерыванию и пульсации потока воды. Тогда следует поднять сосуд на такую возможную высоту, чтобы поток воды большей скорости мог вытолкнуть из трубки воздух.

Подождя, пока процесс станет стационарным (зайчик гальванометра и стрелка потенциометра стоят на месте по меньшей мере одну минуту), измерим с помощью секундомера время, которое требуется для протекания максимального количества воды, измеряемого данным измерительным цилиндром, и фиксируем показания гальванометра и потенциометра. Проведем это при помещении сосуда на три разные высоты, причем для каждой определенной высоты не менее пяти раз. Графики калибровки термометров выдаются в практикуме.

Окончив опыт, следует до перекрытия потока охлаждающей воды отключить гальванометр G_2 , так как при отсутствии потока может возникнуть большая разность температур между спаями термопары (8, рис. 1), что поведет к перегрузке гальванометра.

Усредним данные, полученные при определенных высотах сосуда и вычислим значение λ для каждой высоты. Из полученных трех значений λ вычислим среднее. Определим предельную ошибку опыта.

6. Дополнительные вопросы

1. Какие способы передачи тепла существуют в природе?
2. Какие трудности возникнут при использовании описанного метода в случае плохих проводников тепла?
3. Почему переливная трубка специального сосуда должна иметь больший диаметр, чем остальные трубки?

Литература

1. И.К. Кикоин, А.К. Кикоин. Молекулярная физика. М., Физматгиз, 1963, стр. 172-183, 487-491.
2. Р.В. Телеснин. Молекулярная физика. М., "Высшая школа", 1965, стр. 133-135, 148-149.

34. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА

Введение

Влажность воздуха характеризуется следующими величинами.

1. Абсолютная влажность воздуха α — масса водяного пара, содержащегося в 1 м^3 воздуха, выраженная в граммах (г/м^3), т.е. парциальная плотность пара.

2. Упругость водяного пара e , находящегося в воздухе, которая выражается в мм ртутного столба или в миллибарах (мб), т.е. парциальное давление.

В физике баром принято называть давление $1 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$. В метеорологии баром называют давление в миллион раз большее, т.е. $10^6 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$. В качестве основной единицы принимают миллибар :

$$1 \text{ мб} = 10^{-3} \text{ бар} = 1000 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2} .$$

Поскольку имеющиеся психрометрические таблицы являются метеорологическими, то в настоящей работе мы будем пользоваться и метеорологической терминологией.

Можно подсчитать, что давлению в 1 бар (метеорологический) соответствует высота ртутного столба в 750,08 мм ,

$$\begin{aligned} 1 \text{ мм Hg} & \text{ соответствует } \frac{4}{3} \text{ мб} , \\ 1 \text{ мб} & \text{ соответствует } \frac{3}{4} \text{ мм Hg} , \\ 760 \text{ мм Hg} & \text{ соответствует } 1013,2 \text{ мб} . \end{aligned}$$

На практике измеряют именно упругость пара, которую часто (хотя строго говоря неправильно) называют абсолютной влажностью.

Зависимость абсолютной влажности воздуха α от упругости водяного пара e может быть представлена в следующем виде:

Масса 1 м^3 сухого воздуха при 0°C и нормальном давлении

$p_0 = 1293 \text{ г}$.

При давлении, равном e и температуре t , масса 1 м^3 воздуха равняется:

$$\frac{1293}{1 + \alpha t} \cdot \frac{e}{p_0} \quad (1),$$

где α температурный коэффициент объемного расширения воздуха.

Поскольку плотность водяного пара при тех же условиях по отношению к плотности воздуха равна $0,622$, то количество водяного пара в 1 м^3 воздуха при давлении e , т.е. абсолютная влажность будет:

$$\alpha = \frac{1293 \cdot 0,622 e}{(1 + \alpha t) p_0} \quad (\text{г/м}^3).$$

Если e и p_0 выразить в мм Hg, то

$$\alpha = \frac{1,06 e}{1 + \alpha t} \quad (\text{г/м}^3). \quad (2)$$

Если же e и p_0 выразить в миллибарах, то

$$\alpha = \frac{0,81 e}{1 + \alpha t} \quad (\text{г/м}^3). \quad (1)$$

3. Удельная влажность S - количество водяного пара в граммах, которое содержит 1 кг влажного воздуха. Удельную влажность S можно определить из формулы

$$s = \frac{622 e}{p - 0,378 e} \left(\frac{\text{г}}{\text{кг}} \right), \quad (3)$$

где e - парциальное давление водяного пара
 p - давление воздуха .

4. Относительная влажность α - отношение упругости водяного пара, находящегося в воздухе, к максимально возможной упругости пара при данной температуре; выражается обычно в процентах.

Относительная влажность в процентах выражается следующей формулой:

$$\alpha = \frac{e}{E} 100 \% , \quad (4)$$

где α - относительная влажность, e - упругость водяного пара, находящегося в воздухе, и E - максимально возможная упругость пара при данной температуре.

Относительную влажность можно также выразить через отношение абсолютной влажности, т.е. плотности пара, действительно находящегося в воздухе, к плотности пара A , необходимого для насыщения.

$$\alpha = \frac{a}{A} 100 \% . \quad (4a)$$

5. Дефицит влажности или недостаток насыщения d - разность между максимально возможной упругостью водяного пара при данной температуре воздуха и упругостью пара, действительно находящегося в воздухе.

$$d = E - e . \quad (5)$$

6. Точка росы - температура, при которой водяной пар, находящийся в воздухе, достигает состояния насыщения при неизменном давлении.

В настоящей работе изучают два способа определения влажности воздуха.

А. Психрометрический метод

1. Задание

Ознакомление с психрометрическим методом измерения влажности и устройством психрометров. Измерение влажности воздуха.

2. Принадлежности

Психрометр Августа (стационарный), психрометр Ассмана (аспирационный), баллончик для смачивания "смоченного" термометра психрометра Ассмана, дистиллированная вода.

3. Теория

Существует много методов опытного определения влажности воздуха, но наиболее распространенный из них - психрометрический. При психрометрическом методе влажность воздуха определяется на основании показаний двух одинаковых термометров, один из которых "сухой" и показывает температуру воздуха. Резервуар второго термометра обернут смоченной материей ("смоченный" термометр), с поверхности которой происходит испарение воды. Интенсивность испарения зависит от влажности окружающего воздуха. Чем больше недостаток насыщения в окружающем воздухе, тем интенсивнее будет происходить испарение со "смоченного" термометра, тем ниже будет его показание по сравнению с "сухим", так как на испарение расходуется тепло.

Подсчитаем приход и расход тепла для "смоченного" термометра.

Количество воды m , испарившейся с некоторой поверхности S в единицу времени, можно вычислить по формуле Дальтона

$$m = \frac{cS(E_s - e)}{r}, \quad (6)$$

где E_1 - максимальная упругость водяного пара при температуре поверхности испаряющейся жидкости; e - упругость водяного пара, находящегося в воздухе; p - давление воздуха; c - коэффициент пропорциональности, зависящей в основном от скорости протекания воздуха над поверхностью испаряющейся жидкости.

Расход тепла Q_1 , затраченного в единицу времени на испарение с поверхности S (резервуара термометра)

$$Q_1 = \lambda m = \frac{c \lambda S (E_1 - e)}{p}, \quad (7)$$

где λ - удельная теплота испарения воды. Так как термометр, отдавая тепло, охладится, то из воздуха к термометру в единицу времени будет поступать тепло Q_2 , которое можно подсчитать по формуле Ньютона

$$Q_2 = B S_1 (t - t_1), \quad (8)$$

где S_1 - площадь поверхности, через которую происходит теплообмен;

t - температура окружающего воздуха;

t_1 - температура поверхности испаряющейся воды "смоченного" термометра;

B - коэффициент пропорциональности (коэффициент внешнего теплообмена).

Так как определение влажности воздуха производят при установленном показании "смоченного" термометра, то можно считать, что приход тепла к "смоченному" термометру равен расходу на испарение, т.е.

$$Q_1 = Q_2$$

или

$$\frac{c \lambda S (E_1 - e)}{p} = B S_1 (t - t_1).$$

Отсюда определим e , полагая, что $S = S_1$:

$$e = E_1 - \frac{B (t - t_1) p}{c \lambda}. \quad (9)$$

Обозначая $V/c\lambda$ через C , получаем психрометрическую формулу

$$e = E_1 - C(t - t_1)p. \quad (10)$$

Здесь e - упругость водяного пара, находящегося в воздухе;

E_1 - максимальная упругость водяного пара при температуре поверхности испаряющейся воды, т.е. при температуре "смоченного" термометра;

t и t_1 - показания "сухого" и "смоченного" термометров;

p - давление воздуха;

C - постоянная психрометра, зависящая от его устройства и, главным образом, от скорости протекания воздуха около резервуара термометра.

Установлено, что при увеличении скорости движения воздуха около резервуара "смоченного" термометра психрометрическая постоянная уменьшается, вначале очень быстро, затем медленнее и, начиная со скорости 2,5 м/сек, изменения ее становятся очень малыми. Зависимость психрометрической постоянной от скорости воздуха приведена на рис.1.

4. Устройство психрометров

1. Стационарный психрометр (Августа).

Стационарный психрометр состоит из двух одинаковых термометров, укрепленных рядом на одном штативе. Резервуар одного из термометров плотно обвязан кусочком батиста. Для психрометра пригоден не всякий сорт батиста, а лишь такой, который хорошо тянет воду (за 15 минут вода должна подняться вверх не менее, чем на 7-8 см). Конец батиста погружен в стеклянный сосуд с дистиллированной водой. Расстояние от верхнего края сосуда до шарика термометра должно быть не менее 2-3 см, чтобы не мешать свободному обмену воздуха.

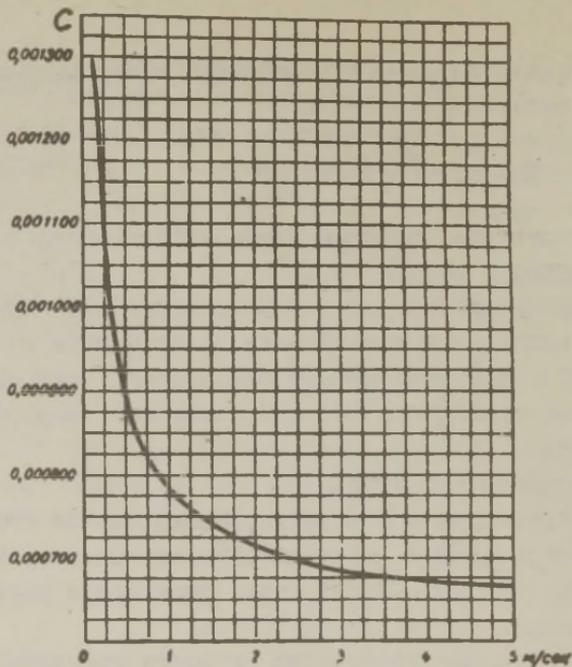


Рис. 1

2. Аспирационный психрометр (Ассмана).

Принцип действия аспирационного психрометра точно такой же, как и стационарного.

Однако, существенным отличием и преимуществом его перед стационарным являются постоянство скорости протекания воздуха у резервуаров термометров, которая равна 2 м/сек.

Это достигается искусственной вентиляцией. Аспирационный психрометр состоит из двух одинаковых термометров 1 и 2, укрепленных в металлической оправе (см. рис. 2). Между ними помещается трубка 3, раздваивающаяся книзу. Верхний конец трубки соединен с аспиратором 7, просасывающим наружный воздух через разветвления 5 и 6 трубки 3 мимо резервуаров термометров. Аспиратор имеет пружинный механизм, который приводит во вращение вентилятор 4.

Пружина заводится ключом 8. Трубки 5 и 6, защищающие резервуары термометров, имеют двойные изолированные друг от друга стенки и могут отвинчиваться.

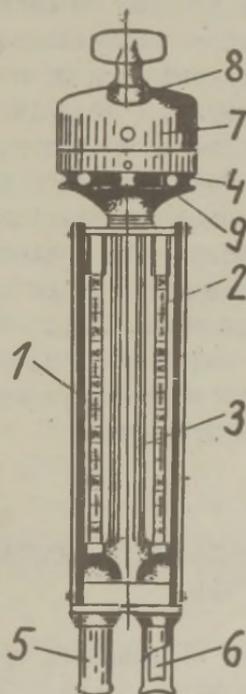


Рис.2

Резервуар одного из термометров (правого, 2) плотно обвязан батистом. Весь прибор никелирован и отполирован, поэтому им можно производить измерения в любых условиях, не защищая его от прямой солнечной радиации. Благодаря хорошей отражательной способности, прибор мало нагревается, и, кроме того, внутренние защитные трубки изолированы от корпуса.

Термометр, обвязанный батистом, смачивают при помощи специального баллончика, прилагаемого к прибору (рис.3). Баллончик наполняют дистиллированной водой. Нажимом на резиновую грушу 1 доводят воду до черточки у конца стеклянной пипетки 2 и оставляют ее на этом уровне, перекрыв трубку металлическим зажимом 3. Затем осторожно вводят пипетку в трубочку 6, окружающую "смоченный" термометр, и

оставляют в таком положении на 3-5 сек, чтобы батист хорошо пропитался водой. Потом открывают зажим, чтобы вода спустилась в грушу. Особенно следует следить, чтобы в этот момент не нажать на грушу, т.к. вода может смочить "сухой" термометр и стенки защитных трубок, отчего наблюдения будут ненадежны. Смочив термометр, заводят с помощью ключа механизм вентилятора, который во время отсчета должен работать полным ходом, поэтому в случае необходимости завод повторяют за 4 минуты до отсчета.

При производстве наблюдений сначала следует быстро отсчитать десятые доли градуса "сухого" и "смоченного" термометров и записать их; лишь затем уже отсчитать и записать целые градусы.

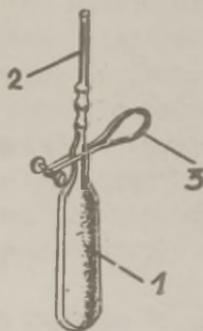


Рис. 3

При наблюдениях вне помещения надо строго следить за тем, чтобы ветер дул от прибора к наблюдателю, а не наоборот. Вычисление влажности воздуха производится по психрометрической формуле, в которой скорость протекания воздуха берется равной 2 м/сек. Такая скорость аспирации поддерживается при правильной работе вентилятора. При сильном ветре скорость аспирации может измениться. Поэтому при ветре больше 3 м/сек на аспиратор надевают с наветренной стороны особую ветровую защиту, прилагаемую к прибору.

5. Определение влажности воздуха по показаниям психрометра

После того, как получены данные наблюдений, приступают к вычислению упругости пара по формуле

$$e = E_s - C(t - t_s)p \quad (10)$$

и относительной влажности по формуле

$$r = \frac{e}{E} \cdot 100 \% . \quad (11)$$

При этом для каждого из психрометров берут свое значение коэффициента C . При измерении влажности воздуха на метеорологических станциях стационарный психрометр устанавливается в специальной будке. Влажность воздуха можно

найти из таблицы, созданной при $\rho = 1000$ мб и скорость ветра в будке 0,8 м/с. Тогда $C = 0,0007947$. Скорость движения воздуха около психрометра может изменяться, поэтому результаты, полученные с помощью стационарного психрометра, не всегда надежны. Большим преимуществом этого метода является необычайная простота. В практикуме берем $C = 0,0007947$, а ρ определяем барометром. Для аспирационного психрометра (скорость ветра 2 м/сек) принимаем $C = 0,000662$.

Аспирационный психрометр устанавливают на месте определения влажности за 15 минут до момента наблюдений (в практикуме он уже на месте и ждать не приходится). За 4 минуты до наблюдений смачивают батист термометра и заводят вентилятор. Производят отсчет, как это было указано выше. При этом нельзя дышать на психрометр или трогать его руками.

Получив показания термометров t и t_1 , находят по таблице 1 значения максимальной упругости водяного пара E при температуре t и E_1 - при температуре t_1 . Затем отсчитывают по барометру давление воздуха и по формулам (10) и (11) вычисляют упругость водяного пара и относительную влажность (e и α).

Упругость пара можно выравнять в мм Hg или в миллибарах в зависимости от того, в каких единицах взяты E , и ρ . Для вычисления абсолютной влажности в $г/м^3$ пользуются формулой (1) или (2). По формуле (5) определяют дефицит влажности, а по таблице 1 точку росы. Все эти величины вычисляем из показаний обоих психрометров, сравниваем результаты.

Чтобы определить относительную влажность по психрометрической номограмме, отыскиваем вертикальную линию, соответствующую температуре сухого термометра, и начало наклонной линии, соответствующей показанию смоченного термометра, пользуясь цифрами, нанесенными на верхнюю черту графика.

Точка пересечения этих линий даст относительную влажность, которую можно прочесть, пользуясь цифрами, нанесенными на поперечные линии.

ПСИХОМЕТРИЧЕСКАЯ НОМОГРАММА ДЛЯ АСПИРАЦИОННОГО ПСИХОМЕТРА

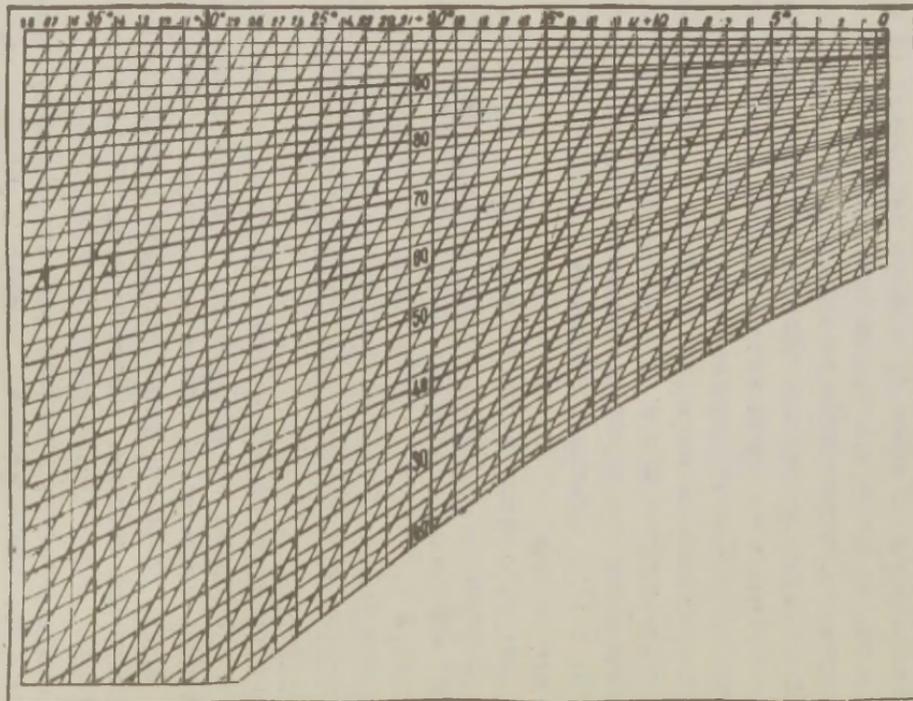


Таблица 1.

Цельс градусы	Давление воды в градусах									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3) Максимальная уругость водяного пара над водой /в миллибарах/										
°	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0
2	7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9
3	7,6	7,6	7,7	7,7	7,8	7,8	7,9	8,0	8,0	8,1
4	8,1	8,2	8,2	8,3	8,4	8,4	8,5	8,6	8,6	8,7
5	8,7	8,8	8,8	8,9	9,0	9,0	9,1	9,2	9,2	9,3
6	9,4	9,4	9,5	9,5	9,6	9,7	9,7	9,8	9,9	9,9
7	10,0	10,1	10,2	10,3	10,3	10,4	10,4	10,5	10,6	10,6
8	10,7	10,8	10,9	11,0	11,0	11,1	11,1	11,2	11,2	11,3
9	11,5	11,6	11,6	11,7	11,8	11,8	11,9	12,0	12,1	12,2
10	12,3	12,4	12,4	12,5	12,6	12,7	12,7	12,8	12,9	13,0
11	13,1	13,2	13,2	13,3	13,4	13,5	13,5	13,6	13,7	13,8
12	14,0	14,1	14,2	14,3	14,4	14,5	14,5	14,6	14,7	14,8
13	15,0	15,1	15,2	15,3	15,4	15,5	15,6	15,7	15,8	15,9
14	16,0	16,1	16,2	16,3	16,4	16,5	16,6	16,7	16,8	16,9
15	17,1	17,2	17,3	17,4	17,5	17,6	17,7	17,8	17,9	18,0
16	18,3	18,3	18,4	18,5	18,7	18,8	18,9	19,0	19,1	19,2
17	19,4	19,5	19,6	19,8	19,9	20,0	20,1	20,2	20,3	20,4
18	21,0	21,0	21,1	21,2	21,3	21,4	21,5	21,6	21,7	21,8
19	22,0	22,1	22,3	22,4	22,5	22,7	22,8	22,9	23,1	23,2
20	23,4	23,5	23,7	23,8	24,0	24,1	24,3	24,4	24,6	24,7
21	24,9	25,0	25,2	25,4	25,5	25,7	25,8	26,0	26,1	26,2
22	26,5	26,6	26,8	26,9	27,1	27,2	27,3	27,5	27,6	27,7
23	28,1	28,3	28,5	28,6	28,8	29,0	29,2	29,3	29,5	29,6
24	29,9	30,0	30,2	30,4	30,6	30,8	31,0	31,1	31,3	31,4
25	31,7	31,9	32,1	32,3	32,5	32,7	32,9	33,0	33,2	33,4
26	33,6	33,8	34,0	34,2	34,4	34,6	34,9	35,1	35,3	35,5
27	35,7	35,9	36,1	36,3	36,5	36,8	37,0	37,2	37,4	37,6
28	37,8	38,1	38,3	38,5	38,7	39,0	39,2	39,4	39,6	39,8
29	40,1	40,3	40,6	40,8	41,0	41,3	41,5	41,8	42,0	42,2
30	42,5	42,7	43,0	43,2	43,5	43,7	44,0	44,2	44,5	44,7
31	45,0	45,2	45,5	45,8	46,0	46,3	46,5	46,8	47,1	47,3
32	47,4	47,9	48,1	48,4	48,7	49,0	49,2	49,5	49,8	50,1
33	51,4	51,8	52,1	52,4	52,7	53,0	53,3	53,6	53,9	54,2
34	55,3	55,6	55,9	56,2	56,5	56,8	57,1	57,4	57,7	58,0
35	59,3	59,6	59,9	60,2	60,5	60,8	61,1	61,4	61,7	62,0
36	63,8	64,2	64,5	64,8	65,1	65,4	65,7	66,0	66,3	66,6
37	68,0	68,4	68,7	69,0	69,3	69,6	69,9	70,2	70,5	70,8
38	72,8	73,2	73,5	73,8	74,1	74,4	74,7	75,0	75,3	75,6
39	77,9	78,3	78,6	78,9	79,2	79,5	79,8	80,1	80,4	80,7
40	82,1	82,5	82,9	83,3	83,6	83,9	84,2	84,5	84,8	85,1
41	86,5	87,0	87,4	87,8	88,1	88,4	88,7	89,0	89,3	89,6
42	91,1	91,6	92,1	92,5	92,9	93,3	93,7	94,1	94,5	94,9
43	95,0	95,4	95,8	96,2	96,6	97,0	97,4	97,8	98,2	98,6
44	101,0	101,5	102,0	102,5	103,0	103,5	104,0	104,5	105,0	105,5
45	105,3	105,8	106,3	106,8	107,3	107,8	108,3	108,8	109,3	109,8
46	111,8	112,3	112,8	113,3	113,8	114,3	114,8	115,3	115,8	116,3
47	117,5	118,1	118,7	119,3	119,9	120,5	121,1	121,7	122,3	122,9

Таблица 2.

ПЕРЕВОД МИЛЛИБАРОВ В МИЛЛИМЕТРЫ РТУТНОГО СТОЛБА

Сотки в долиметре мм	Единицы мм									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
640	510,0	510,8	611,5	512,3	513,0	513,8	514,9	515,3	516,0	516,8
650	517,5	518,3	519,0	519,8	520,5	521,3	522,0	522,8	523,5	524,3
700	525,0	525,8	526,5	527,3	528,0	528,8	529,5	530,3	531,0	531,8
710	532,5	533,3	534,0	534,8	535,5	536,3	537,0	537,8	538,5	539,3
720	540,0	540,8	541,5	542,3	543,0	543,8	544,5	545,3	546,0	546,8
730	547,5	548,3	549,0	549,8	550,5	551,3	552,0	552,8	553,5	554,3
740	555,0	555,8	556,5	557,3	558,0	558,8	559,5	560,3	561,0	561,8
750	562,5	563,3	564,0	564,8	565,5	566,3	567,0	567,8	568,5	569,3
760	570,0	570,8	571,5	572,3	573,0	573,8	574,5	575,3	576,0	577,0
770	577,5	578,3	579,0	579,8	580,5	581,3	582,0	582,8	583,5	584,3
780	585,0	585,8	586,5	587,3	588,0	588,8	589,5	590,3	591,0	591,8
790	592,5	593,3	594,0	594,8	595,5	596,3	597,0	597,8	598,5	599,3
800	600,0	600,8	601,6	602,3	603,1	603,8	604,6	605,3	606,1	606,8
810	607,5	608,3	609,0	609,8	610,5	611,3	612,0	612,8	613,5	614,3
820	615,0	615,8	616,5	617,3	618,0	618,8	619,5	620,3	621,0	621,8
830	622,5	623,3	624,0	624,8	625,5	626,3	627,1	627,8	628,6	629,3
840	630,0	630,8	631,6	632,3	633,1	633,8	634,6	635,3	636,1	636,8
850	637,5	638,3	639,1	639,8	640,6	641,3	642,1	642,8	643,6	644,3
860	645,0	645,8	646,6	647,3	648,1	648,8	649,6	650,3	651,1	651,8
870	652,5	653,3	654,1	654,8	655,6	656,3	657,1	657,8	658,6	659,3
880	660,0	660,8	661,6	662,3	663,1	663,8	664,6	665,3	666,1	666,8
890	667,5	668,3	669,1	669,8	670,6	671,3	672,1	672,8	673,6	674,3
900	675,0	675,8	676,6	677,3	678,1	678,8	679,6	680,3	681,1	681,8
910	682,5	683,3	684,1	684,8	685,6	686,3	687,1	687,8	688,6	689,3
920	690,0	690,8	691,6	692,3	693,1	693,8	694,6	695,3	696,1	696,8
930	697,5	698,3	699,1	699,8	700,6	701,3	702,1	702,8	703,6	704,3
940	705,0	705,8	706,6	707,3	708,1	708,8	709,6	710,3	711,1	711,8
950	712,5	713,3	714,1	714,8	715,6	716,3	717,1	717,8	718,6	719,3
960	720,0	720,8	721,6	722,3	723,1	723,8	724,6	725,3	726,1	726,8
970	727,5	728,3	729,1	729,8	730,6	731,3	732,1	732,8	733,6	734,3
980	735,0	735,8	736,6	737,3	738,1	738,8	739,6	740,3	741,1	741,8
990	742,5	743,3	744,1	744,8	745,6	746,3	747,1	747,8	748,6	749,3
1 000	750,0	750,8	751,6	752,3	753,1	753,8	754,6	755,3	756,1	756,8
1 010	757,5	758,3	759,1	759,8	760,6	761,3	762,1	762,8	763,6	764,3
1 020	765,0	765,8	766,6	767,3	768,1	768,8	769,6	770,3	771,1	771,8
1 030	772,5	773,3	774,1	774,8	775,6	776,3	777,1	777,8	778,6	779,3
1 040	780,0	780,8	781,6	782,3	783,1	783,8	784,6	785,3	786,1	786,8
1 050	787,5	788,3	789,1	789,8	790,6	791,3	792,1	792,8	793,6	794,3
1 060	795,0	795,8	796,6	797,3	798,1	798,8	799,6	800,3	801,1	801,8
1 070	802,5	803,3	804,1	804,8	805,6	806,3	807,1	807,8	808,6	809,3
1 080	810,0	810,8	811,6	812,3	813,1	813,8	814,6	815,3	816,1	816,8
1 090	817,5	818,3	819,1	819,8	820,6	821,3	822,1	822,8	823,6	824,3
1 100	825,0	825,8	826,6	827,4	828,1	828,8	829,6	830,3	831,1	831,8

Таблица 3.

ПЕРЕВОД МИЛЛИМЕТРОВ РТУТНОГО СТОЛБА В МИЛИБАРЫ

Сотни и десятки мм рт. ст.	Единицы мм рт. ст.									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
510	679,9	681,3	682,6	683,9	685,3	686,6	687,9	689,3	690,6	691,9
520	693,3	694,6	695,9	697,3	698,6	699,9	701,3	702,6	703,9	705,3
530	706,6	707,9	709,3	710,6	711,9	713,3	714,6	715,9	717,3	718,6
540	719,9	721,3	722,6	723,9	725,3	726,6	727,9	729,3	730,6	731,9
550	733,3	734,6	735,9	737,3	738,6	739,9	741,3	742,6	743,9	745,3
560	746,6	747,9	749,3	750,6	751,9	753,3	754,6	755,9	757,3	758,6
570	759,9	761,3	762,6	763,9	765,3	766,6	767,9	769,3	770,6	771,9
580	773,3	774,6	775,9	777,3	778,6	779,9	781,3	782,6	783,9	785,3
590	786,6	787,9	789,3	790,6	791,9	793,3	794,6	795,9	797,3	798,6
600	799,9	801,3	802,6	803,9	805,3	806,6	807,9	809,3	810,6	811,9
610	813,3	814,6	815,9	817,3	818,6	819,9	821,3	822,6	823,9	825,3
620	826,6	827,9	829,3	830,6	831,9	833,3	834,6	835,9	837,3	838,6
630	837,9	841,2	842,6	843,9	845,3	846,6	847,9	849,3	850,6	851,9
640	853,3	854,6	855,9	857,3	858,6	859,9	861,3	862,6	863,9	865,3
650	866,6	867,9	869,3	870,6	871,9	873,3	874,6	875,9	877,3	878,6
660	879,9	881,3	882,6	883,9	885,3	886,6	887,9	889,3	890,6	891,9
670	893,3	894,6	895,9	897,3	898,6	899,9	901,3	902,6	903,9	905,3
680	906,6	907,9	909,3	910,6	911,9	913,3	914,6	915,9	917,3	918,6
690	919,9	921,3	922,6	923,9	925,3	926,6	927,9	929,3	930,6	931,9
700	933,3	934,6	935,9	937,3	938,6	939,9	941,3	942,6	943,9	945,3
710	946,6	947,9	949,3	950,6	951,9	953,3	954,6	955,9	957,3	958,6
720	959,9	961,3	962,6	963,9	965,3	966,6	967,9	969,3	970,6	971,9
730	973,3	974,6	975,9	977,3	978,6	979,9	981,3	982,6	983,9	985,3
740	986,6	987,9	989,3	990,6	991,9	993,3	994,6	995,9	997,3	998,6
750	999,9	1001,3	1002,6	1003,9	1005,3	1006,6	1007,9	1009,3	1010,6	1011,9
760	1013,3	1014,6	1015,9	1017,3	1018,6	1019,9	1021,3	1022,6	1023,9	1025,3
770	1026,6	1027,9	1029,3	1030,6	1031,9	1033,3	1034,6	1035,9	1037,3	1038,6
780	1039,9	1041,3	1042,6	1043,9	1045,3	1046,6	1047,9	1049,3	1050,6	1051,9
790	1053,3	1054,6	1055,9	1057,3	1058,6	1059,9	1061,3	1062,6	1063,9	1065,3
800	1066,6	1067,9	1069,3	1070,6	1071,9	1073,3	1074,6	1075,9	1077,3	1078,6
810	1079,9	1081,3	1082,6	1083,9	1085,3	1086,6	1087,9	1089,3	1090,6	1091,9
820	1093,3	1094,6	1095,9	1097,3	1098,6	1099,9	1101,3	1102,6	1103,9	1105,3
830	1106,6	1107,9	1109,3	1110,6	1111,9	1113,3	1114,6	1115,9	1117,3	1118,6

Десятые

мм

Б. Абсолютный (весовой) метод определения влажности воздуха

1. Задание

Определение влажности воздуха.

2. Принадлежности

Резервуар для воздуха, ампула с поглотителем (P_2O_5 или $CaCl_2$), аналитические весы, гири, насос.

3. Введение

Для определения влажности воздух пропускают через ампулу, содержащую вещества, которые хорошо поглощают влагу. Воздух течет через пористую шихту абсорбента. Появляется градиент концентрации водяных паров и начинается диффузия паров в направлении поверхности поглотителя. Если воздух находится в заворах поглотителя достаточное время (для P_2O_5 несколько секунд), то связывается практически вся вода, и абсолютную влажность можно вычислить из формулы

$$\alpha = \frac{\Delta m}{V} , \quad (12)$$

где Δm - увеличение массы поглотителя и V - объем воздуха, прошедшего через ампулу.

4. Ход работы

Нагнетаем насосом в резервуар 25 л воздуха. Высыпем в ампулу поглотителя в достаточном количестве. Поглотитель руками не трогать! Закроем пробкой быстро ампулу, введем ее на аналитических весах с максимальной точностью.

Ампулу соединим с резервуаром при помощи резинового шланга, откроем другой конец ампулы и кран резервуара. Приоткроем кран резервуара настолько, чтобы скорость потока воздуха не превышала 1 м в 1 минуту (пользуемся шкалой резервуара и ручными часами). Выпустив воздух из резервуара, закроем ампулу пробками и снова взвесим. Вычислим абсолютную влажность a и определим погрешность. Погрешность из-за неполной эффективности поглотителя мы не сможем определить. Сравниваем полученный результат с результатами измерений методом психрометра.

Внимание! Чтобы вымыть поглотитель, его сперва надо только слегка смочить. Растворение поглотителя сопровождается сильным выделением теплоты и ампула может взорваться.

В. Дополнительные вопросы

1. В каких пределах может меняться μ ? Может ли μ превышать 100% ?
2. Когда появится роса?

Литература

1. И.К. Кикоин, А.К. Кикоин. Молекулярная физика. М., Физматгиз, 1963, стр. 360-372.
2. М.С. Стернват, А.А. Сапожников. Метеорологические приборы, наблюдения и их обработка. Гидрометеиздат, 1950, стр. 75-89.

35. ТЕХНИКА ПОЛУЧЕНИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ ВАКУУМА

1. Задание

Ознакомление с основными понятиями вакуумной техники и приборами, применяющимися для получения и измерения вакуума.

2. Принадлежности

Вакуумная установка с форвакуумным ротационным (НН-461М) и пароструйным (ЦВЛ-100) насосом, вакуумметр ВИТ-1А с термопарной (ЛТ-2) и ионизационной (ЛМ-2) лампами, электрическая схема для регулировки и измерения мощности нагревателя диффузионного насоса.

3. Введение

Поскольку описание приборов, употребляемых в вакуумной технике, имеется в рекомендованной литературе, то их описание мы опускаем.

Перед тем, как приступить к работе, необходимо ознакомиться с принципами работы вакуумных насосов и манометров. Описание смотри: Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И. Ивероновой. М., 1967, стр.296-305.

4. Описание установки

Схема вакуумной установки, применяемой в данной работе,

изображена на рис.1. На схеме приведены следующие обозначения:

- 1 - форвакуумный ротационный насос БН-461М,
- 2 - диффузионный паромасляный насос ЦВЛ-100,
- 3 - манометрическая лампа ЛТ-2,
- 4 - манометрическая лампа ЛМ-2,
- 5 - лодушка для вымораживания паров масла,
- 6 - трехпозиционный кран.

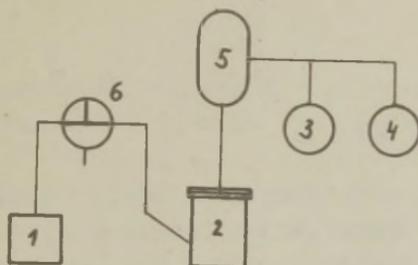


Рис. 1

Форвакуумный насос 1 служит для создания предварительного разрежения, необходимого для работы диффузионного насоса 2.

Кран 6 служит для соединения форвакуумного насоса 1 с атмосферой после выключения насоса, иначе атмосферное давление выдавит масло из рабочей камеры насоса в трубку, соединяющую насос с установкой.

Во время работы форвакуумного насоса кран 6 должен быть в положении 1 (см. рис.2), соединяя насос с откачиваемым объемом. После выключения форвакуумного насоса кран 6 необходимо повернуть в положение 2, т.е. соединить форвакуумный насос с атмосферой.

Чтобы избежать поглощения воздуха маслом, находящимся в диффузионном насосе, часть установки, связанная с диффузионным насосом, всегда должна находиться под "вакуумом",

т.е. край 6 никогда нельзя поворачивать в положение 3. Особенно важно, чтобы воздух при высоком давлении не попал в разогретый диффузионный насос, т.к. масло, имеющееся в насосе, при этом сгорает, и насос выходит из строя.

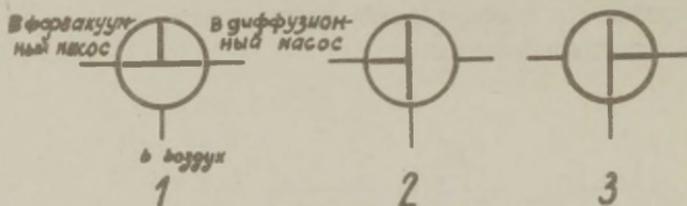


Рис. 2

Ловушка 5 представляет стеклянную колбу с двойными стенками, которую заполняют жидким азотом (см. рис. 3).

Газ, удаляемый из системы, течет между двойными стенками. Через такую систему ловушки пары масла не могут проникнуть в откачиваемый объем, их "вымораживают".

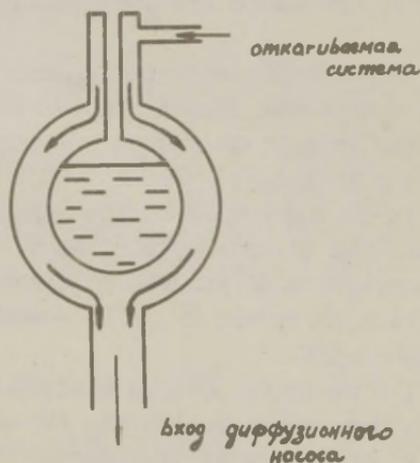


Рис. 3.

Термопарный манометр (манометрическая лампа 3 на рис.1) служит для измерения давления от 1 до 10^{-8} мм ртутного столба.

Ионизационный манометр (манометрическая лампа 4 на рис.1) измеряют давление от 10^{-8} до 10^{-7} мм рт. столба.

Прежде чем приступить к работе, надо обязательно ознакомиться с правилами пользования вакуумметром ВИГ-1А при помощи инструкции !

5. Ход работы

1. Ознакомимся с насосами ВН-461М и ЦВЛ-100, научимся измерять давление с помощью вакуумметра ВИГ-1А. Особое внимание обратим на правила работы с манометрическими лампами. Зарисуем схемы электрических вакуумметров, укажем рабочие области каждого из них.

Ознакомимся с вакуумной установкой, зарисуем схему установки.

2. Измерение предельного давления форвакуумного насоса ВН-461М.

Для измерения предельного давления надо повернуть край в положение 1, проверить уровень масла в насосе, включить насос и при помощи термопарного манометра определить минимальное достижимое давление ($\sim 10^{-2}$ мм рт. столба).

Ни в коем случае нельзя включать ионизационный манометр.

3. Измерение предельного давления диффузионного насоса ЦВЛ-100. После достижения предельного давления, создаваемого форвакуумным насосом, можно приступить к пуску диффузионного насоса. Для этого нужно собрать электрическую схему для измерения мощности нагревателя диффузионного насоса, как показано на рис.4. Затем следует пустить воду из водопроводного крана в систему охлаждения диффузионного насоса. Убедившись по стоку воды в достаточности ее поступления, включим нагреватель диффузионного насоса. Мощность нагревателя установим при помощи автотрансформатора на 450 ватт. Ни в коем случае нельзя включать нагреватель диффузионного насоса, если давление в системе

превышает 10^{-1} мм рт. ст.

При прекращении подачи воды надо немедленно выключить нагреватель и поставить в известность преподавателя или лаборанта.

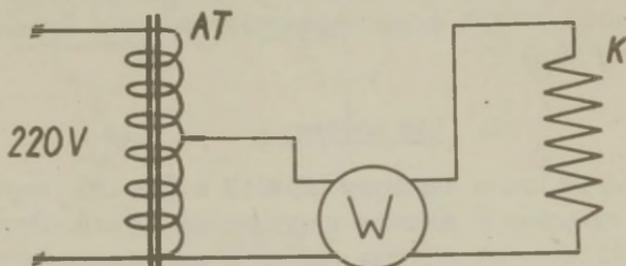


Рис. 4

По мере разогревания насоса из масла начинает выделяться поглощенный газ, поэтому давление вначале в установке немного возрастает.

Надо наблюдать, чтобы давление не возросло выше, чем 10^{-1} мм рт. ст.

Убедившись при помощи термоэлектрического манометра, что давление в системе не превышает 10^{-8} мм рт. ст., можно включить ионизационный манометр и приступить к измерению предельного давления диффузионного насоса.

При включении ионизационного манометра следует также следить, чтобы давление не возросло выше 10^{-8} мм рт. ст.

Предельный вакуум условимся считать достигнутым, если давление в системе меняется меньше, чем на $1 \cdot 10^{-6}$ мм рт. ст. за 3 минуты.

После окончания работы надо выключить систему в следующем порядке:

- 1) выключить нагреватель диффузионного насоса; для более скорого охлаждения насоса можно удалить нагреватель из-под насоса;

- 2) выключить ионизационный манометр;

- 3) если диффузионный насос полностью охладился, можно выключить форвакуумный насос, после этого надо повернуть кран в положение 2 ;
- 4) выключить водяное охлаждение и термпарный манометр.

6. Дополнительные вопросы

1. Какое состояние газа называется вакуумом ?
2. Почему манометрическая лампа ЛТ-2 не измеряет давление ниже 10^{-8} мм рт.ст. ?
3. Почему при прекращении подачи воды нужно выключать диффузионный насос?
4. Почему в нагретый диффузионный насос нельзя пустить воздуха ?
5. Почему нельзя включить ионизационный манометр при давлении выше 10^{-8} мм рт.ст. ?
6. Нужно ли выключить термпарный манометр, если давление в системе падает ниже 10^{-8} мм рт.ст. ?

Литература

1. Б.И. Королев. Основы вакуумной техники. "Энергия", 1964.
2. Р.Янкель. Получение и измерение вакуума. ИЛ, 1952.
3. Физический практикум. Механика и молекулярная физика. Под ред. В.И. Ивероновой. М., 1967.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

	Стр.
Предисловие	3
1. Ознакомление с устройствами для снятия отсчета ...	4
2. Определение удельного веса твердого тела с помощью штангенциркуля, микрометра и технических весов ...	14
3. Технические измерения	18
4. Измерение микроскопических длин	21
5. Измерение длин с помощью прецизионных измерительных приборов	24
6. Калибровка уровня и определение его чувствительности.....	34
7. Измерение углов и расстояний с помощью теодолита	44
8. Ввешивание на аналитических весах с демпферами. Определение истинной массы тела	57
9. Калибровка измерительной колбы	65
10. Калибровка реле времени	69
11. Проверка законов движения с помощью машины Атвуда	81
12. Определение скорости полета пули баллистическим методом	89
13. Определение скорости полета пули методом вращающихся дисков	99
14. Определение момента инерции крестового маятника..	103
15. Определение момента инерции с помощью трифилярного подвеса	110
16. Исследование прецессии гироскопа	120
17. Изучение собственных колебаний пружинного маятника	129
18. Физический маятник	134
19. Изучение вынужденных колебаний крутильного маятника Поля	147
20. Изучение собственных колебаний струны	154
21. Определение длины волны и скорости распространения звука в газе. Определение c_p/c_v газа ..	160

	Стр.
22. Определение коэффициента Пуассона через модуль упругости и модуль сдвига	173
23. Исследование деформации растяжения	187
24. Определение зависимости коэффициента внутреннего трения жидкости от температуры по методу Стокса.	194
25. Определение относительной вязкости жидкости по затухающим крутильным колебаниям диска	203
26. Определение коэффициента внутреннего трения жидкости капиллярным вискозиметром	211
27. Определение коэффициента внутреннего трения воздуха капиллярным вискозиметром	216
28. Определение коэффициента поверхностного натяжения по высотам поднятия жидкости в капиллярных трубках	221
29. Изучение зависимости коэффициента поверхностного натяжения раствора от его концентрации и температуры	225
30. Изучение режима работы термостата	231
31. Определение удельной теплоемкости вещества калориметрическим методом	240
32. Определение теплоемкости металлов методом охлаждения	249
33. Определение удельной теплопроводности металла (хорошего проводника тепла)	254
34. Определение влажности воздуха	260
35. Техника получения и измерения вакуума	276

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ

I

ОБЩИЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ, МЕХАНИКА
И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

На русском языке

Под редакцией Э.Тамма

Тартуский государственный университет
ЭССР, г. Тарту, ул. Юликооли, 18

Ответственный редактор К.Куду

Корректор Н.Чикалова

Ротапринт ТГУ 1970. Сдано в печать 25/УШ 1970 г.
Печ. листов 17,75 (условных 16,51). Учетн.-издат.
листов 12,3. Тираж 500 экз. Бумага 30x42. 1/4.
МВ 06935. Заказ № 619

Цена 60 коп.

Цена 60 коп.