K. R. Veski
Tartu õpetajateseminari matemaatika ja matemaatika metoodika õpetaja

J. Grünthal
endine H. Treffneri gümnaasiumi matemaatika õpetaja

Aritmeetika ja geomeetria

V õppeaasta

Neljas trükk.

Autori kirjastus — Tartus, 1925.

K. R. Veski
Tartu õpetajateseminari matemaatika ja matemaatika metoodika õpetaja

J. Grünthal
endine H. Treffneri gümnaasiumi matemaatika õpetaja

Aritmeetika ja geomeetria

V õppeaasta

Sisu:

Aritmeetika: Arvude jagatavuse tunnused. Arvude algteguriteks lahutamine. Arvude kõige suurem ühine jagaja ja kõige vähem ühine kordne. Harilikud murrud. Harilikkude murdude muutmine kümnendmurdudeks ja vastupidi. Suhted ja võrded. Perioodsed murrud ja ligikaudsed arvutamised.
Geomeetria: Võrdelised lõigud. Kolmnurkade sarnasus. Pythagorase lause. Jooniste muutmine ja tükeldamine. Ringjoone pikkus ja ringi pindala. Graafikud. Koordinaadid. Sümmeetria. Loodimine. Mõõtmised väljal ja plaanistamine.

Neljas trükk.

Autori kirjastus — Tartus, 1925.

Keeleline korrektor Tartu Ülikooli eesti keele lektor J. V. Veski.

Ed. Bergmann'i trükikoda, Tartus.

Arvude jagatavus.

§ 1. Algarvud ja kordarvud.

1. Leida jagatised: **36**:9; **72**:24; **84**:21; **360**:72.

Üks arv jagub teise arvuga, kui jagades ei saa jääki.

2. Leida tundmatu tegur: **36**$=9x$; **72**$=24y$; 84$=21z$; **360**$=72t$. Võrrelda ülesannete nr. 1. ja nr. 2. tehteid pärast lahendamist.

Jagatav võrdub jagaja ja jagatise korrutisega (kui ei ole jääki); seepärast võib jagatavat nimetada ka **kordarvuks**, sest et me saame ta teiste arvude korrutamisel. **Arvud, millede korrutamisel saame kordarvu, on kordarvu tegurid**. Seega on ka jagaja ja jagatis jagatava kui kordarvu tegurid.

3. Jagada: **36**:4; **72**:3; **84**:4 ja **360**:5.

Kõik kordarvu tegurid on ka kordarvu jagajad ja ümberpöördult — **kõik kordarvu jagajad on ka kordarvu tegurid**.

4. Kirjutada järgnevate arvude **kõik** tegurid (jagajad): 6; 12; 18; 36; 35.

5. Millega tarvis korrutada: 1) 9, et saada **36**? 2) 24, et saada 72? 3) 21, et saada 84? 4) 72, et saada 360?

Selle ülesande lahendamisel saadud arvusid: 4; 3; 4 ja 5 nimetatakse antud arvude: 9; 24; 21 ja 72 **täiendusteguriteks**.

6. Kirjutada järgnevate arvude kõik tegurid: 8; 21; 7; 11; 17; 19; 23.

19. Kirjutada kõik arvud 1—100-ni, mis jaguksid 4-ga.

20. Kirjutada kõik arvud 300—400-ni, mis jaguksid 4-ga.

V. Et $1000 = 8 . 125$, siis on arusaadav, et iga tuhandelistest koosnev arv jagub niihästi 8-ga kui ka 125-ga. Sellepärast oleneb arvu jagatavus 8-ga või 125-ga ainult kolmest viimasest numbrist moodustatud arvust.

Järjelikult: **Arv jagub 8-ga, kui arvu kolm viimast numbrit on nullid või moodustavad arvu, mis jagub 8-ga.**

VI. Samuti: **Arv jagub 125-ga, kui arvu kolm viimast numbrit on nullid või moodustavad arvu, mis jagub 125-ga**

21. Missugused arvudest: 9416, 902, 5736, 748, 384, 3872, 17512, 11342, 19552 jaguvad 8-ga, missugused 4-ga ja missugused ainult 2-ga?

22. Missugused arvudest: 645, 835, 13 375, 19 450 25 000, 97 750, 6485, 9825 jaguvad 125-ga, missugused 25-ga ja missugused ainult 5-ga?

23. Kirjutada kõige väiksem neljakümnendine (neljakohane) arv, mis jaguks 8-ga.

24. Kirjutada kõige suurem neljakümnendine arv, mis jaguks 125-ga.

25. Kirjutada kõige väiksem ja kõige suurem viiekümnendine arv, mis jaguksid 25-ga.

26. Kirjutada kolm kolmekümnendist arvu, mis jaguksid 4-ga ja 25-ga.

27. Kirjutada kõik neljakümnendised arvud, mis jaguksid 8-ga ja 125-ga.

VII. Arvu 3582 võime järgmiselt vaadelda:

$$3582 = 1000 + 1000 + 1000 + \\ + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + \\ + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \\ + 2 =$$

$$= \underbrace{999 + 999 + 999 + \\ + 99 + 99 + 99 + 99 + 99 + \\ + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + \\ +}_{\text{I rühm}} \qquad \underbrace{3 + \\ 5 + \\ 8 + \\ 2}_{\text{II rühm}}$$

Arv 3582 kujunes kahe arvurühmá summana, kusjuures esimene rühm, kui 9-liste summa, jagub 3-ga ja 9-ga. Arvu 3582 jagatavus 3-ga ja 9-ga oleneb täitsa teisest arvurühmast. Vaadeldes II rühma leiame, et ta sisaldab eneses need arvud, millede numbrid esinevad antud arvus. Seega oleneb antud arvu jagatavus 3-ga või 9-ga täitsa arvu numbrite summast.

Arvu numbrite summat nimetatakse arvu ristsummaks.

Arv jagub 3-ga, kui tema ristsumma jagub 3-ga; ja samuti: **arv jagub 9-ga, kui tema ristsumma jagub 9-ga.**

VIII. 10 jagub 10-ga, seega siis:

Iga arv, mis lõpeb nulliga, jagub 10-ga, sest et ta koosneb 10-listest.

IX. 100 jagub 100-ga; seepärast siis ka **iga arv, mis lõpeb kahe nulliga, jagub 100-ga**, sest et ta koosneb sajalistest.

X. 12 jagub 2-ga ja ka 3-ga; ühtlasi näeme, et 12 jagub ka 2 ja 3 korrutisega, s. o. 6-ga.

Kui üks arv jagub kahe algarvuga, siis jagub ta ka nende algarvude korrutisega: seepärast: **et arv jaguks mõne kordarvuga, peab ta jaguma kordarvu algteguritega.**

28. Missugune arvudest: 471, 324, 864, 375, 459, 1836 jagub 3-ga ja missugune 9-ga?

29. Missugune arvudest: 251, 351, 462, 834, 952, 387 jagub 3-ga?

30. Missugune arvudest: 384, 648, 252, 387, 954, 645 jagub 9-ga?

31. Numbritest: 1, 2, 5, 4 kokku seada neli neljakümnendist arvu, mis jaguksid 3-ga.

32. Numbritest: 1, 5, 0, 3 kokku seada neli neljakümnendist arvu, mis jaguksid 9-ga.

33. Missugused arvud tuleb liita arvudega: 139, 245, 389, 1674, et summad jaguksid 4-ga?

34. Missugused arvud peab lahutama arvudest: 142, 157, 182, 694, 1246, 1612, 3452, et vahed jaguksid 3-ga, 9-ga?

35. Kirjutada kõik neljakümnendised arvud, mis jaguksid 100-ga.

36. Kirjutada kõik kolmekümnendised arvud, mis jaguksid 100-ga.

37. Kirjutada kolm kolmekümnendist arvu, mis jaguksid 6-ga.

38. Kirjutada kaks neljakümnendist arvu, mis jaguksid 12-ga.

39. Kirjutada kolm viiekümnendist arvu, mis jaguksid 18-ga.

40. Kirjutada 4 neljakümnendist arvu, mis jaguksid 36-ga.

41. Kirjutada kõik kordarvud 1—100.

42. Missuguste ühekümnendiste arvudega jaguvad järgmised arvud: 896, 645, 374, 1845, 1236, 1641?

43. Missugune järgmistest arvudest: 7, 21, 36, 72, 83, 111, 231, 457, 896 on algarv ja missugune neist on kordarv?

44. 1) Missugune arvudest 15, 29, 38, 93, 101, 113, 215, 217, 486, 967 on algarv ja missugune neist on kordarv? 2) Missugune arvudest: 27, 47, 58, 69, 74, 81, 89, 131, 147, 152 on algarv ja missugune on kordarv?

§ 3. Arvude algteguriteks lahutamine.

45. 1) Kirjutada ükskõik missuguste tegurite korrutisena järgnevad arvud: 24; 96; 144; 2) kirjutada algarvude korrutisena järgmised arvud: 6; 14; 21; 25; 27.

Kui teguriteks on algarvud, siis nimetatakse seesuguseid tegureid **algteguriteks**. **Kordarvu kujutamist tema algtegurite korrutisena nimetatakse algteguriteks lahutamiseks**.

Näiteks lahutame 2052 algteguriteks;

$2052 = 2 . 1026$

$1026 = 2 . 513$, järjelikult $2052 = 2 . 2 . 513$

$513 = 3 . 171$, „ $2052 = 2 . 2 . 3 . 171$

$171 = 3 . 57$, „ $2052 = 2 . 2 . 3 . 3 . 57$

$57 = 3 . 19$, järjelikult:

$$\mathbf{2052 = 2 . 2 . 3 . 3 . 3 . 19}$$

Arvu 2052 algteguriteks lahutamist vaadeldes leiame, et 2052 tuleb jagada kõige väiksema algteguriga, s. o. 2-ga. Saadud jagatis 1026 tuleb omakord jagada algteguri 2-ga. Uus jagatis 513 ei jagu enam 2-ga. Tuleb katsuda, kas 513 jagub järgmise algteguriga, s. o. 3-ga. Et 513 jagub 3-ga, siis jagame ta 3-ga. Jagamist tuleb toimetada niikaua, kuni jagatises saame algarvu.

Kergemal algteguriteks lahutamise juhusel võib seda jagamist peast toimetada, arvu järele ainult algtegureid kirjutades.

Näit. lahutame 36 algteguriteks:

$$36 = 2.2.3.3.$$

Arvu algteguriteks lahutamist võib veel teisiti korraldada. Näiteks vaatame arvu 756 lahutamist algteguriteks.

756	2
378	2
189	3
63	3
21	3
7	7
1	

$$756 = 2.2.3.3.3.7.$$

Selleks tõmbame arvu järele püstjoone ja otsime arvu 756 algtegureid, alates kõige väiksema algarvuga, s. o. 2-ga. 756 jagame 2-ga, saame jagatises 378, mille arvu kirjutame 756 alla. Jagatise 378 jagame omakord 2-ga, saame 189, mille kirjutame 378 alla. Jagatised kirjutame kõik ühele poole püstjoont, kuna jagavad algarvud kirjutame teispoole püstjoont. Jagamist toimetame niikaua, kuni saame jagatises ühelise. Sel teel oleme 756 algteguriteks lahutanud.

46. 1) Lahutada arvud: 16, 9, 27, 81, 65, 72, 96 ainult kaheks teguriks; 2) lahutada arvud: 8, 12, 16, 24, 27, 63, ainult kolmeks teguriks.

47. Lahutada algteguriteks arvud: 8, 4, 9, 25, 36, 81, 72, 63, 49.

48. Lahutada järgnevad arvud algteguriteks, tarvitades seejuures kaht lahutamisviisi: 360; 288; 960. Kirjutage kummalgi lahutamisviisil saadud algtegurid ritta, vähemast tegurist alates.

Kui antud arv lahutada algteguriteks ja saadud algtegurid välja kirjutada vähemast tegurist alates, siis

saadakse antud arvu jaoks alati üks ja sama algtegurite rida.

49. Lahutada algteguriteks arvud: 98, 240, 272, 221, 324, 1860, 1900, 1920, 1155, 1001, 1215, 2580, 3290, 4125

50. 1920. a. esimesel poolel sõitis Tallinna sadamasse. nii mitu eesti laeva, kui suur on arvu 4905 kõige väiksema ja kõige suurema algteguri korrutis. Rootsi laevu sõitis aga samal ajal arvu 16 380 kõigi algtegurite summa võrra vähem. Mitu eesti ja mitu rootsi laeva sõitis tähendatud ajal Tallinna sadamasse?

51. Peetril oli arvutusevihikus nii mitu viga, kui suur on arvu 336 kõige suurem algtegur. Mitu viga oli Peetril arvutusevihikus?

52. Suve-vaheajal korjas Lembit nii mitu taime, kui suur on arvu 150 kõigi algtegurite summa, kuna tema õde Õie neid arvu 2052 kõige suurema algteguri võrra rohkem korjas. Mitu taime korjas Õie?

53. Klassis on nii mitu õpilast, kui suur on arvu 95 550 kõigi algtegurite summa. Neist sai järeleksami nii mitu õpilast, kui suur on arvu 280 kõige suurem algtegur, kuna istuma jäi nii mitu õpilast, kui suur on arvu 2457 kõige väiksem algtegur. Mitu õpilast sai ilma järeleksamita järgmise klassi?

§ 4. Arvude kõige suurem ühine jagaja.

Otsime arvu 150-ne jagajad.

Seks jagame 150 algteguriteks.

$$150 = 2 . 3 . 5 . 5.$$

Kõik 150-ne algtegurid ühe kaupa, 1 ja 150 ise ühes arvatud, on 150-ne jagajad. Võttes algtegureid kahe kaupa saame $2 . 3 = 6$; $2 . 5 = 10$, $3 . 5 = 15$ jne. Võttes kolme kaupa saame jagajad: $2 . 3 . 5 = 30$, $2 . 5 . 5 = 50$ ja $3 . 5 . 5 = 75$. Võttes nelja kaupa saame $2 . 3 . 5 . 5 = 150$, s. o. arvu enda. Seega oleme leidnud kõik arvu 150 jagajad.

Et leida arvu jagajad, tuleb kõik antud arvu algtegurid võtta ühe kaupa, siis korrutisena kahe, kolme jne. kaupa; ka 1 ja arv ise tuleb arvu jagajaks arvata.

54. Leida kõik arvu 32-he jagajad.

55. Leida kõik arvude: 48, 36, 52, 64 jagajad.

Mitmel arvul võib olla kas üks või mitu *ühist jagajat*. Näit. arvul 16 ja arvul 24 on 3 ühist jagajat: 2, 4 ja 8. Üks neist ühistest jagajatest on alati kõige suurem. Seega on arvude 16 ja 24 **kõige suurem ühine jagaja** (k. s. ü. j.) 8.

Antud arvude kõige suurem ühine jagaja on kõige suurem neist arvudest, millega jaguvad kõik antud arvud.

Antud arvude ühistel jagajatel on samad tegurid, mis antud arvudelgi, kuna kõige suuremas ühises jagajas on korrutatud kõik antud arvude ühised tegurid.

Näiteks vaatleme arvude 140, 360 ja 420 kõige suurema ühise jagaja leidmist. Seks lahutame antud arvud algteguriteks ja kirjutame kõik ühised tegurid välja:

$$140 = \mathbf{2}.\mathbf{2}.\mathbf{5}.7$$
$$360 = \mathbf{2}.\mathbf{2}.2.3.3.\mathbf{5}$$
$$420 = \mathbf{2}.\mathbf{2}.3.\mathbf{5}.7$$

$2.2.5 = 20$ (k. s. ü. j.).

20 on antud arvude: 140, 360 ja 420 kõige suurem ühine jagaja.

56. Leida kõik 48 ja 36 ühised jagajad.

57. Leida kõik 24 ja 56 ühised jagajad.

58. Leida algteguriteks lahutamise abil kõik järgmiste arvude ühised jagajad: 1) 34 ja 58, 2) 25 ja 125, 3) 42 ja 86, 4) 112 ja 36.

59. Leida algteguriteks lahutamise teel kõik järgmiste arvude ühised jagajad: 1) 32 ja 86, 2) 18 ja 45, 3) 70 ja 84, 4) 90 ja 18, 5) 85 ja 51.

60. Leida algteguriteks lahutamise abil järgmiste arvude kõige suurem ühine jagaja: 1) 42 ja 60, 2) 315 ja 525, 3) 60 ja 105, 4) 96 ja 56, 5) 120 ja 88.

61. Leida algteguriteks lahutamise abil järgmiste arvude kõige suurem ühine jagaja: 1) 96 ja 108, 2) 84 ja 60, 3) 48 ja 120, 4) 105 ja 135, 5) 360 ja 450.

62. Leida algteguriteks lahutamise abil järgmiste arvude kõige suurem ühine jagaja: 1) 36 ja 90, 2) 110 ja 65, 3) 75 ja 110, 4) 24 ja 42, 5) 32 ja 80, 6) 45 ja 30, 7) 375 ja 1575.

63. Leida algteguriteks lahutamise abil järgmiste arvude kõige suurem ühine jagaja: 1) 504 ja 6804, 2) 540 ja 1500, 3) 600 ja 1440, 4) 648 ja 2376, 5) 612 ja 228, 6) 150 ja 442, 7) 625, 1750 ja 1575, 8) 505, 1310 ja 1515.

64. Jagada arvud: 48, 120, 160, 96 nende kõige suurema ühise jagajaga.

65. Jagada arvud 42, 54, 60 nende kõige suurema ühise jagajaga ja jagatised liita.

Näide: Leida arvude 2052 ja 756 kõige suurem ühine jagaja.

$$\begin{array}{r}
2052 : 756 = 2 \\
-1512 \\
\hline
756 : 540 = 1 \\
-540 \\
\hline
540 : 216 = 2 \\
-432 \\
\hline
216 : \mathbf{108} = 2 \\
-216 \\
\hline
=
\end{array}$$

108, kui kõige viimane jagaja, on ka antud arvude: 2052 ja 756 kõige suurem ühine jagaja.

Juhusel, kui arvu lahutamine algteguriteks on suurte arvude tõttu raskendatud, võime kõige suurema ühise jagaja leidmiseks jagada suurema arvu väiksema antud arvuga. Kui jagamine sünnib jäägita, siis esineb väiksem arv kahe antud arvu kõige suurema ühise jagajana. Kui aga jagamisel saame jäägi, siis leiame väiksema arvu ja jäägi kõige suurema ühise jagaja, jagades väiksema antud arvu I-se jäägiga. See kõige suurem ühine jagaja on ka mõlema antud arvu kõige suurem ühine jagaja, sest esinedes väiksema antud arvu ja jäägi kõige suurema ühise jagajana jagab ta ka suurema antud arvu. Kui sellegi jagamise korral jäägi, s. o. II-se jäägi saame, siis jagame kõige suurema ühise jagaja leidmiseks I-se jäägi II-se jäägiga jne., kuni saame jäägis nulli; viimane jagaja on antud arvude kõige suurem ühine jagaja.

Säärast kõige suurema ühise jagaja leidmist nimetatakse kõige suurema ühise jagaja leidmiseks **järgse jagamise** abil.

Kõige suurema ühise jagaja leidmist järgse jagamise abil võib veel järgmiselt korraldada:

	2	1	2	2
2052	**756**	540	216	**108**
− 1512	− 540	− 432	− 216	
540	216	108	=	

Kui tahame samal viisil leida kolme või mitme arvu k. s. ü. j., siis leiame esiteks kahe antud arvu k. s. ü. j., pärast seda leiame leitud k. s. ü. j. ja kolmanda arvu k. s. ü. j. jne.

66. Järgse jagamise abil leida järgmiste arvude kõige suurem ühine jagaja: 1) 876 ja 327, 2) 648 ja 912, 3) 1575 ja 375, 4) 1832 ja 2748, 5) 990 ja 2670, 6) 4675 ja 850, 7) 780 ja 2730, 8) 674, 986 ja 1138 ja 9) 374, 950 ja 2378.

67. Järgse jagamise abil leida järgmiste arvude kõige suurem ühine jagaja: 1) 130 ja 250, 2) 60, 96 ja 84, 3) 96, 88 ja 120, 4) 96, 56 ja 84, 5) 481, 319 ja 697.

68. Leida järgmiste arvude kõige suurem ühine jagaja: 1) 378, 860 ja 2480, 2) 695, 780 ja 3750, 3) 248, 956 ja 2476.

69. 1920. a. oli Pärnu-Jaagupi kihelkonnas nii mitu hobust, kui suur on 12 068 ja 8620 kõige suurem ühine jagaja. Mitu hobust oli Pärnu-Jaagupi kihelkonnas?

70. Kolmes kotis oli raha: ühes kotis oli nii mitu 25-margalist, kui palju teises kotis 10-margalisi ja kolmandas 5-margalisi. Mitu marka oli igas kotis, kui kõigis kolmes kotis oli ühtekokku nii mitu marka, kui suur on arvude 480, 800 ja 1440 kõige suurem ühine jagaja?

71. 1921. a. oli Petserimaal nii mitu kooliealist last, kui suur on 22100 ja 9100 kõige suurem ühine jagaja. Neist oli koolis käinud ainult nii mitu last, kui suur on 9800 ja 6000 kõige suurem ühine jagaja. Mitu kooliealist last oli Petserimaal ja mitu neist käis koolis?

72. 3-tollise shrapnellikuuli (kannu) sees on nii mitu väikest ümmargust kuulikest, kui suur on 1300, 780 ja 1820 kõige suurem ühine jagaja. Iga kuulike kaalub nii mitu grammi, kui suur on 96 kõigi algtegurite summa. Kui palju kaaluvad kõik need kuulikesed ühtekokku?

73. 1919. a. oli Eestis suvirukki all nii mitu tiinu, kui suur on 3660 ja 9150 kõige suurem ühine jagaja. Igalt tiinult saadi nii mitu puuda teri, kui suur on 115 ja 161 kõige suurema ühise jagaja ja 1672 kõige väiksema algteguri korrutis. Mitu puuda saadi suvirukkeid?

74. Hääl jõuab sekundis nii mitu meetrit edasi, kui suur on 1332 ja 1665 kõige suurem ühine jagaja. Kui kaugele jõuab hääl 5 sekundi jooksul?

75. Tartust Elva on raudteed mööda nii mitu kilomeetrit, kui suur on 100 ja 275 kõige suurem ühine jagaja. Tartust Jõgevale on aga nii mitu kilomeetrit rohkem maad, kui suur on 110, 154 ja 198 kõige suurem ühine jagaja. Mitu kilomeetrit on Tartust Elva ja mitu kilomeetrit Tartust Jõgevale?

76. Väike Munamägi on nii mitu meetrit kõrge, kui suur on 1220 ja 1708 kõige suurem ühine jagaja, kuna Meegaste mägi on nii mitu meetrit madalam, kui suur on 455 ja 36 kõigi algtegurite summa. Kui kõrge on V. Munamägi ja kui kõrge on Meegaste mägi?

§ 5. **Kõige väiksema kordse leidmine.**

Arvuga 6 jagub terve rida arvusid: 6, 12, 18, 24, 30, 36 . . . Kõik need arvud on 6-e **kordsed** ehk 6-ga **jagatavad.**

Antud arvu kordseks ehk jagatavaks nimetame niisugust arvu, mis jagub antud arvuga.

Iga arvu kordse saame, kui arvu enda korrutame 2-ga, 3-ga, 4-ga jne.

Võtame 4-ja, 5-e ja 6-e kordsed:

4 kordsed: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40;
5 „ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40;
6 „ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42.

4-ja, 5-e ja 6-e kordseid vaadeldes näeme, et mõnedel arvudel võivad olla ühised kordsed; näiteks 4-ja ja 5-e ühised kordsed on 20, 40 jne., kuna 4-ja ja 6-e ühised kordsed on: 12, 24, 36 jne. Mitme arvu ühiseid kordseid vaadeldes näeme, et kui on leitud üks ühine kordne, siis saadakse kõik järgnevad kordsed kõige väiksemast kordsest, korrutades teda arvudega loomulikust arvureast. Seega näeme, et ühised kordsed lõpmata suurenevad.

Seepärast omandab enesele kõige suurema tähtsuse kõige väiksem ühine kordne, kui kõigi teiste ühiste kordsete alus.

Nii on 4-ja ja 6-e kõige väiksem ühine kordne 12, sest teist väiksemat arvu ei ole, mis korraga jaguks niihästi 4-ga kui ka 6-ga.

Antud arvude kõige väiksem ühine kordne on kõige väiksem arv, mis jagub iga antud arvuga.

Kui 4-ja ja 6-e kõige väiksema ühise kordse 12 kui ka 4 ja 6 algteguriteks lahutame:

$$12 = 2 . 2 . 3$$
$$4 = 2 . 2$$
$$6 = 2 . 3,$$

siis näeme, et kõige väiksem ühine kordne koosneb samadest algteguritest kui 4 ja 6. Kordses arvus peavad leiduma iga arvu algtegurid. Kuid kõige väiksemas ühises kordses arvus ei tohi üleliigseid tegureid olla.

Nii näeme, et 12 algteguriteks on kaks 2-list, s. o. arvu 4-ja algtegurid, kuna arvu 6 algtegurit 2 enam ei ole võetud, sest ta oli tarvilisel arvul juba olemas arvu 4-ja tegurite hulgas. 4-ja tegurite hulgas puudus veel 3, mis, kui 6-e algtegur, ühise kordse algteguriks tuli võtta.

Et leida antud arvude kõige väiksem kordne, tuleb arvud lahutada algteguriteks ja esimese arvu algtegurid välja kirjutada, neile juurde kirjutada puuduvad teise arvu algtegurid, samuti veel puuduvad kolmanda arvu algtegurid jne. Saadud algtegurite korrutis ongi antud arvude kõige väiksem ühine kordne.

Näide: Olgu tarvis leida 12, 27 ja 42 kõige väiksem ühine kordne.

Lahutame antud arvud algteguriteks:

$$12 = 2.2.3$$
$$27 = 3.3.3$$
$$42 = 2.3.7$$

$$\mathbf{2.2.3.3.3.7} = 756 \text{ (k. v. ü. k.).}$$

Kirjutame esimese arvu algtegurid 2.2.3 välja, siis kirjutame sinna juurde puuduvad teise arvu algtegurid 3.3 ja viimaks kolmanda arvu puuduva algteguri 7. Korrutades saadud algtegureid saame 12-ne, 27-me ja 42-he kõige väiksema ühise kordse: 756.

Seda algteguriteks lahutamist ja algtegurite väljakirjutamist võib kergesti toimetada järgmise tabeli abil:

12	2	2	3			7	
27			3	3	3		
42		2	3				
	2	2	3	3	3	7	= **756** (k. v. ü. k.).

Mõned algtegurid on mitmes arvus korraga olemas. Seepärast on parem, et me arvusid algteguriteks lahutades need mitmes arvus esinevad algtegurid kohe välja kirjutaksime.

12, 27, 42	2
6, 27, 21	2
3, 27, 21	3
1, 9, 7	3
— 3, 7	3
— 1, 7	7
1	

$2.2.3.3.3.7 = 756$ (k. v. ü. k.).

Seks kirjutame arvud ritta ja tõmbame paremalt poolt püstjoone. Paremale poole joont kirjutame saadavad algtegurid. Saame esiteks 2.

Jagades arvusid 2-ga näeme, et 2-ga jaguvad ainult kaks arvu, mis siis ka jagame. Arvu aga, mis 2-ga ei jagu, kirjutame muutmata. Seda teeme seni, kuni pahemale poole jagatisse tuleb 1, kuna paremale poole joont saame kõik kõige väiksema ühise kordse algtegurid. Viimaseid korrutades saame 756, mis ongi kõige väiksem ühine kordne.

Kui meil on tegemist kahe või mitme arvuga, mis isekeskis on algarvud, siis on nende kõige väiksem ühine kordne nende arvude korrutis.

Näiteks 23 ja 15 kõige väiksem ühine kordne on $23.15 = 345$.

77. Nimetada mõned arvud, mis jaguksid: 1) 2 ja 3-ga, 2) 4 ja 5-ga, 3) 6 ja 7-ga.

78. Leida arvude: 1) 6 ja 4, 2) 5 ja 7, 3) 2 ja 5, 4) 3 ja 8, 5) 2, 3 ja 5, 6) 2, 5 ja 7 kõige väiksem ühine kordne.

79. Leida arvude: 1) 16 ja 12, 2) 28 ja 21, 3) 49 ja 35, 4) 81 ja 54, 5) 45 ja 36, 6) 48 ja 60, 7) 28 ja 35, 8) 27 ja 36 ja 9) 32 ja 48 kõige väiksem ühine kordne.

80. Leida arvude: 1) 30, 45 ja 105, 2) 12, 18 ja 30, 3) 20, 25 ja 45, 4) 45, 96 ja 120, 5) 32, 36 ja 256 ja 6) 14, 21 ja 35 kõige väiksem ühine kordne.

81. Arvude: 70, 231, 110 ja 462 kõige väiksem ühine kordne jagada iga antud arvuga ning jagatised liita.

82. Arvude 40, 84, 36 ja 72 kõige väiksem ühine kordne jagada iga antud arvuga ning jagatised liita.

83. 1921. a. esimesel poolel on Narva kaudu veetud Venemaale terast nii mitu puuda, kui suur on arvude 14635 ja 8781 kõige väiksem ühine kordne. Mitu puuda terast veeti Venemaale?

84. Pärnumaal oli 1920. a. Luteri usu kirikutel maad nii mitu vakamaad, kui suur on arvude 64 ja 339 kõige väiksem ühine kordne. Mitu vakamaad oli Pärnumaa Luteri usu kirikutel maad?

85. 1921. a. augustikuul elas Narvas nii mitu eestlast, kui suur on 318 ja 153 kõige väiksem ühine kordne. Mitu eestlast elas tähendatud ajal Narvas?

86. 1920. a. oli Eestis nii mitu hobust, kui suur on 1645 ja 500 kõige väiksem ühine kordne. Mitu hobust oli tähendatud ajal Eestis?

87. Üks lehm andis aasta jooksul nii mitu toopi piima, kui suur on 150 ja 255 kõige väiksem ühine kordne. Mitu toopi piima andis lehm aasta jooksul?

88. 1920. a. saadi Eestis nii mitu puuda suvinisu, kui suur on arvude 728 ja 645 kõige väiksem ühine kordne, kuna teda aga 1919. a. nii mitu puuda vähem saadi, kui suur on arvude 964 ja 560 kõige väiksem ühine kordne. Kui suur oli suvinisu saak 1919. aastal Eestis?

89. 1921. a. septembrikuus on veetud Eestist Venemaale transiitkaupa üldse nii mitu puuda, kui suur on arvude 1600 ja 2636 kõige väiksem ühine kordne. Sellest kaubast veeti kuu esimesel poolel nii mitu puuda, kui suur on arvude 57869, 17715 ja 1470 kõige väiksem ühine kordne. Kui palju transiitkaupa veeti kuu teisel poolel Venemaale?

90. 1921. a. sügisel oli Tartumaal talivilja all ühtekokku nii mitu tiinu maad, kui suur on arvude 1128 ja 1600 kõige väiksem ühine kordne. Sellest seemendati nisuga nii mitu tiinu, kui suur on arvude 9080, 12320 ja 6720 kõige suurem ühine jagaja. Mitu tiinu rukkeid külvati 1921. a. sügisel?

91. Augustikuu alguses 1921. a. oli Eesti linnades nii mitu inimest, kui suur on arvude 33253, 24184 ja 12092 kõige väiksem kordne. Naisterahvaid oli nii mitu, kui suur on arvude 560, 425 ja 510 kõige väiksem ühine kordne. Mitu meesterahvast elas tähendatud ajal Eesti linnades?

Harilikud murrud.

§ 1. Murru môiste.

Täisühelist näit. 4-ks võrdseks osaks jagades ja saadud osasid näit. 3 võttes saame murru: **kolm neljandikku** — $^3/_4$. Arv 4 näitab, mitmeks võrdseks osaks on täisüheline jagatud; teda nimetatakse **murru nimetajaks**. Arv 3 aga näitab, mitu võrdset osa on võetud; teda nimetatakse **murru lugejaks**. Murru lugejat ja nimetajat nimetatakse **murru liikmeteks**. Üht murru liiget eraldab teisest liikmest rõhtus (horisontaalne) joon, mida nimetatakse **murrujooneks**.

Murru võime ka saada, kui jagame arvu, näit. 7, teise arvuga, näit. 2-ga; saame: $7:2 = {^7/_2}$.

7 aga 2-ga jagades saame 3 tervet, kuna jäägis on 1. Jääki 1 omakord veel 2-ga jagades saame $^1/_2$.

Seega $^7/_2 = 3^1/_2$.

Murd on üks ehk mitu täisühelise võrdset osa.

Murdusid $^3/_4$, $^7/_2$, $3^1/_2$, $^4/_4$ vaadeldes näeme, et murrul $^3/_4$ on lugeja nimetajast vähem. **Murdu, mille lugeja on nimetajast vähem, nimetatakse lihtmurruks.**

Murrul $^4/_4$ on lugeja nimetajaga võrdne, kuna aga murrul $^7/_2$ on lugeja nimetajast suurem. **Murdu, mille lugeja võrdub nimetajaga või mille lugeja on nimetajast suurem, nimetatakse liigmurruks.**

Arv $3^1/_2$ koosneb täisosast ja murdosast. **Arvu, mis koosneb täisosast ja murdosast, nimetatakse sega-arvuks.**

92. Lugeda murrud: $^1/_3$, $^3/_4$, $^3/_7$, $^4/_{15}$, $^7/_{24}$, $^{15}/_{37}$, $^{24}/_{107}$, $^{103}/_{405}$.

93. Lugeda murrud ja sega-arvud: $^3/_3$, $^{15}/_{15}$, $^{12}/_5$, $^{25}/_3$, $4^2/_3$, $5^2/_7$, $8^3/_5$.

94. Kirjutada murrud: 1) pool, 2) kolm viiendikku, 3) neli seitsmendikku, 4) kaheksa viieteistkümnendikku, 5) üksteistkümmend viiekümnendikku, 6) kolmkümmend.üks sajakolmekümneviiendikku, 7) sada viis kolmesajaseitsmendikku, 8) kakssada seitse kolmetuhande-neljasajaviiendikku.

95. Kirjutada murrud, mis saadakse, kui 1 täisüheline jagada: a) 3, 5, 12, 18-ga; b) 25, 46, 52-ga; c) 115, 345, 458-ga.

96. Kirjutada murrud, mis saadakse, kui 2, 3, 5, 25, 48 täisühelist jagada: 5-ga, 6-ga, 8-ga, 15-ga, 45-ga, 125-ga.

97. Kirjutada murruna: 1) missugune osa puudast on 2, 14, 18, 24, 35 naela? 2) mitu tundi on 6, 12, 40, 80, 100 minutit? 3) mitu aastat on 2, 4, 5, 7, 13, 16, 24, 28 kuud?

98. Kirjutada murruna: 1) mitu versta on 2, 545, 850, 1250, 3450 sülda? 2) mitu ruutjalga on 25, 40, 90, 150, 960, 1560, 2850, 7500, 1250 ruuttolli? 3) mitu kantsülda on: 250, 14500, 680, 750, 12500 kantjalga?

99. Lugeda järgmised murrud: Ebavere mäe kõrgus on $^{16}/_{17}$ Kellavere mäe kõrgusest; 2) Väikese Emajõe pikkus on $^3/_4$ Suure Emajõe pikkusest; Väikese Munamäe kõrgus on $^{244}/_{209}$ Meegaste mäe kõrgusest; 3) Mississipi jõe pikkus on $^7/_6$ Niiluse jõe pikkusest.

100. Murdudest: $^3/_4$, $^7/_5$, $^3/_2$, $^8/_9$, $^{13}/_{13}$, $^{11}/_{10}$, $^{101}/_{101}$, $^{12}/_{11}$, $^{14}/_{15}$, $^{36}/_{35}$ tähendada, missugused on lihtmurrud ja missugused liigmurrud.

101. Murdudest: $^2/_5$, $^6/_{11}$, $^8/_3$, $^4/_7$, $^5/_2$, $^{12}/_{12}$, $^{14}/_{25}$, $^{16}/_{31}$, $^{15}/_4$, $^{13}/_{11}$, $^{15}/_{28}$ tähendada, missugused on lihtmurrud ja missugused liigmurrud.

102. Arvudest: $2^1/_2$, $^7/_3$, $12^3/_4$, $^6/_5$, $15^6/_{11}$, $34^5/_9$, $^{17}/_8$, $^{19}/_3$, $^9/_9$, $^4/_9$, $2^5/_9$, $^7/_{12}$, $^{17}/_{17}$ tähendada, missugused on lihtmurrud, missugused liigmurrud ja missugused sega-arvud.

103. Arvudest: $^7/_8$, $1\,^1/_2$, $^6/_5$, $13\,^{14}/_{15}$, $^6/_{13}$, $2\,^4/_5$, $^2/_7$, $^{12}/_{17}$, $1\,^3/_8$, $^{17}/_{17}$, $^{14}/_{17}$, $^2/_2$, $3\,^1/_4$ tähendada, missugused on lihtmurrud, missugused liigmurrud ja missugused sega-arvud.

104. Arvudest 3, 4, 5, 7 kokku seada 3 lihtmurdu ja 3 liigmurdu.

§ 2. Täisarvu, sega-arvu ja liigmurru kuju muutmine.

I. Et $5:1 = {}^5/_1 = 5$, siis ümberpöördult: $5 = {}^5/_1$.

Iga täisarvu võime kirjutada murruna, mille lugejaks on täisarv ise, kuna nimetajaks on arv 1.

105. Kirjutada järgmised arvud: 2, 4, 7, 9 murruna, mille nimetajaks oleks arv 1.

106. Kirjutada järgmised arvud: 11, 17, 25, 36 murruna, mille nimetajaks oleks arv 1.

II. Et arvu 1 saame, kui 2 jagame 2-ga, 3 jagame 3-ga, 4 jagame 4-ga jne., siis:

$$1 = {}^2/_2 = {}^3/_3 = {}^4/_4 = {}^8/_8 = \ldots$$

Arvu 1 võime kirjutada murruna, mille lugejaks ja nimetajaks on üks ja sama arv.

107. Mitmeks pooleks, neljandikuks, kaheksandikuks võime ühe õuna jagada?

108. Mitu poolt, kolmandikku, viiendikku, kümnendikku on ühes terves?

109. Arv 1 kirjutada murruna, mille lugejaks oleks: 3, 7, 25, 36.

110. Arv 1 kirjutada murruna, mille nimetajaks oleks: 15, 18, 42, 56.

III. Et ${}^{15}/_3 = 5$; ${}^{20}/_4 = 5$; ${}^{25}/_5 = 5$; ${}^{30}/_6 = 5$ jne., siis $5 = {}^{15}/_3 = {}^{20}/_4 = {}^{25}/_5 = {}^{30}/_6$, kusjuures lugeja võrdub alati täisarvu 5-e ja nimetaja korrutisega.

Iga täisarvu võime kirjutada murruna, mille nimetajaks on mingi täisarv, kuna lugejaks on antud täisarvu ja nimetaja korrutis.

111. Mitu neljandikku on täisühelises? Mitu neljandikku on arvudes: 2, 3, 4, 5?

112. Mitu viiendikku on arvudes: 7, 8, 12, 15?

113. Muuta arvud: 8, 9, 11 murdudeks, mille nimetajaks oleks 3.

114. Muuta arvud: 4, 16, 21 murdudeks, mille nimetajaks oleks 8.

115. Muuta arvud: 5, 7, 13 murdudeks, mille lugejad oleksid vastavalt 15, 21 ja 39.

IV. Et 3 on $\frac{3.4}{4}=\frac{12}{4}$, siis $3\frac{3}{4}=\frac{3.4+3}{4}=\frac{15}{4}$.

Et muuta sega-arv liigmurruks, tuleb selle arvu täisosa korrutada nimetajaga ning korrutis liita lugejaga. Saadud summa võtta liigmurru lugejaks, kuna nimetaja jääb endiseks.

116. Mitu viiendikku on 2 täisühelises ehk 2 terves? Mitu viiendikku on 2 terves ja $^2/_5$?

117. Muuta sega-arvud: $1^1/_2$, $2^1/_2$, $3^1/_4$ liigmurruks.

118. Muuta sega-arvud: $1^1/_3$, $1^3/_4$, $2^2/_3$, $2^4/_5$, $3^3/_7$, $4^1/_5$, $5^3/_8$ liigmurruks.

119. Muuta sega-arvud: $2^2/_3$, $4^3/_5$, $5^3/_7$, $4^2/_7$, $5^6/_{17}$, $6^3/_8$, $1^5/_9$ liigmurruks.

120. Muuta sega-arvud: $1^2/_5$, $4^3/_4$, $5^2/_5$, $6^2/_3$, $1^3/_8$, $7^5/_6$, $4^4/_7$ liigmurruks.

V. Et $3^3/_4 = {}^{15}/_4$, siis ${}^{15}/_4 = 15 : 4 = 3^3/_4$.

Et muuta liigmurd sega-arvuks, tuleb lugeja jagada nimetajaga, ligikaudne jagatis võtta sega-arvu täisosaks, kuna jääk tuleb võtta murdosa lugejaks ja endine nimetaja murdosa nimetajaks.

Näiteks muudame liigmurru ${}^{214}/_{15}$ sega-arvuks. Seks tuleb 214 jagada 15. Jagades saame:

$$\begin{array}{r|l} 214 : & 15 \\ -15 & \overline{14} \\ \hline 64 & \\ -60 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

Sega-arvu täisosa on 14, kuna murdosa on $^4/_{15}$. Seega ${}^{214}/_{15}=14^4/_{15}$.

121. Isa jaotas ühe marga kahe poja vahel ühetasa. Missuguse osa margast sai kumbki poeg?

122. Ema tõi linnast apelsine ja jagas ühe apelsini 4-jale lapsele ühetasa ära. Mitmenda osa apelsinist sai iga laps?

123. Raudtee-rong sõidab Tartust Tallinna 7-me tunniga, sõites iga tund ühepalju maad. Missuguse osa teest sõidab rong 1-e tunniga? 2 t.? 3 t.? 4 t.? 5 t.? 6 t.? 7 t.?

124. Missugune osa puudast on 1 nael? Missugune osa puudast on 5 naela? 7 n.? 19 n.? 33 n.?

125. Missugune osa arssinast on 1 toll? Missugune osa arssinast on 3 t.? 5 t.? 9 t.? 17 t.?

126. Mitu täisühelist ehk tervet on: $^2/_2$, $^4/_2$, $^{12}/_2$, $^{24}/_2$, $^3/_3$, $^9/_3$, $^{15}/_3$, $^{24}/_3$, $^{12}/_4$, $^{20}/_4$, $^{36}/_4$, $^{49}/_7$, $^{98}/_7$, $^{84}/_7$, $^{91}/_7$?

127. Mitu täisühelist ehk tervet on: $^{56}/_8$, $^{72}/_8$, $^{33}/_{11}$, $^{77}/_{11}$, $^{60}/_{12}$, $^{36}/_{12}$, $^{96}/_{12}$, $^{45}/_{15}$, $^{30}/_{15}$, $^{60}/_{15}$, $^{105}/_{15}$?

128. Poiss kulutas õunte ostmiseks iga päev $^1/_9$ oma rahast. Mitu päeva saab poiss oma rahaga õunu osta?

129. Küünal põles iga tund $^1/_{12}$ oma esialgsest pikkusest. Mitme tunniga põleb küünal ära?

130. Reisija sõitis iga päev $^1/_3$ oma teekonnast. Mitu päeva tuli reisijal sõita?

131. Raudtee-rong sõitis 5 tunniga 153 km. Mitu kilomeetrit sõitis ta keskmiselt tunnis?

132. Üks nael suhkrut maksab 24 marka. Mitu naela suhkrut saab osta 60 marga eest?

133. 4 töölist said oma töö eest 11 puuda rukkeid. Kui palju rukkeid sai iga tööline, kui kõik said ühepalju?

134. Muuta sega-arvudeks liigmurrud: $^5/_3$, $^7/_5$, $^5/_4$, $^7/_4$, $^8/_5$, $^9/_6$, $^{10}/_8$, $^{15}/_7$, $^{26}/_3$, $^{17}/_9$, $^{20}/_{19}$, $^{40}/_{35}$, $^{48}/_{47}$, $^{11}/_9$, $^{18}/_8$, $^{24}/_{10}$, $^{15}/_4$, $^{17}/_6$, $^{20}/_3$. $^{48}/_{19}$.

135. Muuta liigmurdudeks sega-arvud: $2^1/_2$, $3^1/_3$, $5^2/_3$, $7^3/_4$, $2^4/_5$, $6^5/_6$, $7^1/_4$, $9^2/_5$, $8^1/_6$, $12^2/_7$.

136, Muuta liigmurdudeks sega-arvud $4^5/_8$, $7^3/_5$, $9^5/_7$, $4^5/_7$, $6^1/_9$, $24^1/_3$, $7^2/_3$, $9^9/_{10}$, $2^5/_6$, $11^4/_7$, $18^1/_4$.

§ 3. Murdude võrdlemine.

I. Võtame $^3/_8$ arssinat ja $^5/_8$ arss., siis näeme, et $^5/_8$ arssinat $>$ (on suurem) kui $^3/_8$ arss., sest et esimeses murrus on osasid rohkem, kuna osad aga on võrdsed.

Kahest ühesuguse nimetajaga murrust on suurem see murd, mille lugeja on suurem.

137. Kumb on suurem: $^1/_4$ naela või $^3/_4$ naela?

138. Kumb on suurem: $^1/_5$ km või $^4/_5$ km?

139. Kirjutada murrud: $^1/_7$, $^3/_7$, $^2/_7$, $^5/_7$, $^4/_7$ suuruse järele ritta, alates kõige vähemast.

140. Kirjutada murrud: $^1/_8$, $^6/_8$, $^7/_8$, $^3/_8$, $^5/_8$, $^2/_8$ suuruse järele ritta, alates kõige vähemast.

141. Kirjutada murrud: $^2/_{15}$, $^4/_{15}$, $^{14}/_{15}$, $^{13}/_{15}$, $^{10}/_{15}$, $^7/_{15}$, $^8/_{15}$, $^6/_{15}$, $^9/_{15}$, $^2/_{15}$ suuruse järele ritta, alates kõige suuremast.

II. $^3/_4$ marka on 75 penni, kuna $^3/_5$ marka on 60 penni. Siit näeme, et $^3/_4$ mk. $>$ $^3/_5$ mk.

Kahest ühesuguse lugejaga murrust on suurem see murd, mille nimetaja on vähem.

142. Kumb on suurem: $^1/_2$ arssinat või $^1/_3$ arss.? Kumb on suurem: $^2/_3$ puuda või $^2/_5$ puuda?

143. Missugune murdudest: $^4/_5$, $^4/_7$, $^4/_9$, $^4/_3$ on kõige suurem ja missugune on kõige vähem?

144. Kirjutada murrud: $^5/_8$, $^5/_9$, $^5/_4$, $^5/_3$, $^5/_{12}$, $^5/_{16}$, $^5/_7$ suuruse järele ritta, alates kõige vähemast.

145. Kirjutada murrud: $^7/_{12}$, $^7/_5$, $^7/_3$, $^7/_4$, $^7/_{15}$, $^7/_{23}$, $^7/_2$, $^7/_9$ suuruse järele ritta, alates kõige suuremast.

III. Kui murru $^3/_4$ lugejat korrutada 3-ga, siis saame $^9/_4$. Saadud murd on antud murrust kolm korda suurem, sest et osade arv on kolm korda suurenenud.

$$^3/_4 < {}^9/_4.$$

Mitu korda murru lugejat suurendatakse, nii mitu korda suureneb murd.

Järeldus. Murru lugejat 3-ga korrutades korrutame ka murdu ennast 3-ga, sest 3 korda 3 veerandit on 9 veerandit, s. o. $3.{}^3/_4 = \frac{3.3}{4} = {}^9/_4$.

Et korrutada murd täisarvuga, tuleb murru lugeja korrutada täisarvuga, nimetajat endiseks jättes.

146. Ühe raamatu pikkus on $^3/_{25}$ m, teise raamatu pikkus on aga $^6/_{25}$ m. Kumb raamat on pikem ja mitu korda pikem?

147. Ema ostis poest $^1/_4$ kg teed, võid aga 3 korda rohkem. Kui palju võid ostis ema?

148. Murrud: $^1/_4$, $^5/_7$, $^4/_5$, $^3/_8$ korrutada 4-ga.

IV. Kui murru $^5/_8$ lugeja jagada 5-ga, siis saame murru $^1/_8$. Murd $^1/_8$ on antud murrust 5 korda vähem, sest et osade arv on 5 korda vähenenud.

Mitu korda vähendatakse murru lugejat, nii mitu korda väheneb murd.

149. Üks vend on $^6/_7$ sülda pikk, teine aga $^3/_7$ sülda. Kumb on pikem ja mitu korda?

150. Kirjutada murrud: $^1/_8$, $^6/_8$, $^3/_8$ nende suuruste järele ritta, kõige suuremast alates.

V. Kui murru $^1/_2$ nimetaja korrutada 4-ga, siis saame $^1/_8$. Et ühes pooles on 4 kaheksandikku, siis on arusaadav, et $^1/_8$ on $^1/_2$-st 4 korda vähem.

Mitu korda suurendatakse murru nimetajat, nii mitu korda väheneb murd.

Järeldus. Murru $^1/_2$ nimetajat 4-ga korrutades vähendame murru väärtust 4 korda, s. o. jagame murru enda 4-ga, sest poolt neljaks võrdseks osaks jagades saame kaheksandikud, see on

$$^1/_2 : 4 = \frac{1}{2.4} = {}^1/_8.$$

Et jagada murd täisarvuga, tuleb murru nimetaja korrutada selle arvuga.

151. Kumb on suurem: $^1/_4$ või $^1/_8$ õuna? Kumb on suurem: $^2/_5$ või $^2/_{10}$ kilogrammi?

152. Ema andis ühele pojale $^1/_2$ apelsini, teisele aga 2 korda vähem. Mitmenda osa apelsinist andis ema teisele pojale?

153. Perenaine ostis turult $8^1/_2$ kg loomaliha, võid aga 5 korda vähem. Kui palju võid ostis ta turult?

154. Murrud: $^2/_3$, $^4/_5$, $^1/_7$ jagada 4-ga.

VI. Kui murru $^3/_4$ nimetaja jagame 2-ga, siis saame $^3/_2$. Murd $^3/_2$ on murrust $^3/_4$ suurem 2 korda, sest et pool on veerandist suurem 2 korda, kuna osade hulk on kummaski murrus üks ja sama.

Mitu korda vähendatakse murru nimetajat, nii mitu korda suureneb murd.

155. Kumb on suurem: $^1/_4$ jalga või $^1/_2$ jalga?

156. Murdude $^2/_3$, $^4/_9$, $^1/_6$ nimetajad jagada 3-ga. Mis sünnib iga murruga?

157. Murrud $^1/_4$, $^1/_2$, $^1/_8$ kirjutada suuruse järele ritta, alates kõige suuremast.

VII. Terve õuna võime jagada kas 4-jaks veerandiks ehk $^8/_8$. Seepärast: $\frac{4}{4}=\frac{8}{8}=\frac{2.4}{2.4}$.

Kui murru lugeja ja nimetaja korrutada ühe ja sama arvuga, siis ei muutu murru suurus ehk väärtus.

VIII. Eelmist näidet ümberpöördult kirjutades saame

$$\frac{8}{8}=\frac{4}{4}=\frac{8:2}{8:2}.$$

Kui murru lugeja ja nimetaja jagada ühe ja sama arvuga, siis ei muutu murru väärtus.

Murru peaomadus: Murru väärtus ei muutu, kui murru lugeja ja nimetaja korrutada või jagada ühe ja sama arvuga.

158. Mis on suurem: $^1/_2$ marka või $^1/_5$ marka? $^5/_{24}$ ööd-päeva või $^7/_{24}$ ööd-päeva? $^5/_{16}$ arssinat või $^{11}/_{16}$ arssinat? $^3/_{10}$ kilomeetrit või $^9/_{10}$ kilomeetrit? $^3/_4$ tundi või $^3/_6$ tundi?

159. Missugune murdudest: $^5/_{11}$, $^2/_{11}$, $^7/_{11}$, $^1/_{11}$, $^9/_{11}$ on kõige suurem ja missugune kõige vähem?

160. Missugune murdudest: $^4/_7$, $^4/_{11}$, $^4/_5$, $^4/_{21}$, $^4/_{15}$ on kõige suurem ja missugune kõige vähem?

161. Kirjutada murrud: $^5/_{21}$, $^3/_{21}$, $^7/_{21}$, $^{11}/_{21}$, $^{15}/_{21}$, $^{19}/_{21}$, $^1/_{21}$ nende suuruse järele ritta, kõige vähemast alates.

162. Kirjutada murrud: $^3/_{14}$, $^3/_5$, $^3/_{11}$, $^3/_{27}$, $^3/_{25}$, $^3/_{19}$, $^3/_2$, $^3/_{82}$ nende suuruse järele ritta, kõige suuremast alates.

163. Poiss kulutas õunte ostmiseks $^2/_{35}$, kaustiku soetamiseks $^3/_{35}$, sulgede ja pliiatsi peale $^4/_{35}$, aritmeetika õpperaamatu ostmiseks $^7/_{35}$, saksa keele raamatu ostmiseks $^8/_{35}$ ning inglise keele raamatu muretsemiseks $^6/_{35}$ oma rahast. Mille peale kulutas poiss kõige rohkem raha?

164. Mis sünnib murruga, kui lugeja suurendada 5 korda?

165. Mis sünnib murruga, kui lugeja jagada 5-ga?

166. Mis sünnib murruga $^3/_4$, kui nimetaja korrutada 2-ga?

167. Mis sünnib murruga $^4/_9$, kui nimetaja jagada 3-ga?

168. Mis sünnib murruga $^2/_3$, kui tema lugeja ja nimetaja korrutada 4-ga?

169. Mis sünnib murruga $^{16}/_{44}$, kui tema lugeja ja nimetaja jagada 4-ga?

170. Murru lugejat suurendati kaks korda. Mis tuleks teha nimetajaga, et murd jääks muutumatuks?

171. Suurendada murrud: $^2/_5$, $^3/_4$, $^4/_7$, $^5/_6$, $^9/_{11}$, $^{15}/_{16}$ neli korda.

172. Vähendada murrud: $^3/_5$, $^5/_7$, $^8/_9$, $^{10}/_{11}$, $^{25}/_{36}$, $^{45}/_{55}$ 5 korda.

173. Asta sai $^1/_2$ apelsini, Lembit aga 2 korda vähem. Mitmenda osa apelsinist sai Lembit?

174. Ühe toru läbi jookseb sekundis $^4/_5$ pange, teise toru läbi 4 korda vähem. Kui palju vett jookseb teise toru läbi ühes sekundis?

175. Kaupmees müüs ühele ostjale $^1/_8$ kg teed, teisele ostjale aga 4 korda rohkem. Kui palju teed müüs ta teisele ostjale?

176. Kaubarong sõidab $^1/_2$ km minutis, jalakäija käib aga 6 korda vähem. Kui palju maad käib jalakäija minutis?

177. 4-ga korrutada murrud: $^1/_4$, $^2/_8$, $^3/_9$, $^7/_{35}$, $^3/_{11}$, $^1/_9$.

178. 5-ga jagada murrud: $^3/_5$, $^1/_4$, $^2/_8$, $^4/_9$, $^3/_7$, $^4/_{15}$.

179. Mitu korda on: 1) $^1/_2$ suurem kui $^1/_4$? 2) $^1/_{12}$ vähem kui $^1/_4$? 3) $^1/_5$ suurem kui $^1/_{15}$? 4) $^2/_3$ suurem kui $^1/_3$? 5) $^3/_4$ suurem kui $^1/_4$?

180. Millega tuleb korrutada murdusid: $^1/_2$, $^3/_4$, $^4/_7$, $^5/_8$, et saaksime vastavalt: $1^1/_2$, $2^1/_4$, $1^1/_7$, $1^2/_8$.

181. Millega tuleb jagada murdusid: $^1/_4$, $^5/_6$, $^4/_7$, $^8/_9$, et saaksime vastavalt: $^1/_8$, $^5/_{12}$, $\frac{4}{14}$, $\frac{8}{18}$?

§ 4. *Murru lühendamine.*

Muru peaomaduse põhjal võime murru lugejat ja nimetajat ühe ja sama arvuga jagada, ilma et murru väärtus seejuures muutuks. Näiteks võtame $^8/_{16}$, mille lugeja ja nimetaja jagame 8-ga:

$$\frac{8}{16}=\frac{8:8}{16:8}=\frac{1}{2}.$$

Seega oleme murru **lühendanud.**

Murru lühendamine on murru kirjutamine lihtsamate arvude abil.

Et murdu lühendada, tuleb murru lugeja ja nimetaja ühe ja sama arvuga jagada.

Lühendada murd: $\frac{252}{924}$.

Seda võime kahel viisil teha.

I. Leiame arvu, millega jaguvad mõlemad antud murru liikmed; saadud murruga samuti toimetades leiame viimaks murru, mille liikmetel pole enam ühist jagajat:

$$\overset{2}{\frac{252}{924}}=\overset{2}{\frac{126}{462}}=\overset{3}{\frac{63}{231}}=\overset{7}{\frac{21}{77}}=\frac{3}{11}$$

II. Leiame murru lugeja ja nimetaja jaoks kõige suurema ühise jagaja, millega jagame mõlemad liikmed:

$$\overset{84}{\frac{252}{924}}=\frac{3}{11}.$$

Kui murru liikmed on suured arvud, siis on kergem kõige suuremat ühist jagajat järgse jagamise abil leida.

Lühendada murd: $\frac{13247}{42798}$.

Leiame 13 247 ja 42 798 kõige suurema ühise jagaja järgmise jagamise abil:

	3	4	3
− 42798 39741 3057	− 13247 12228 1019	− 3057 3057 =	**1019** (k.s.ü.j.)

$$\overset{1019}{\frac{13\,247}{42\,798}}=\frac{13}{42}$$

Murrud, milledel ei ole ühist jagajat, on **lühendumatud** murrud. Näit.: $^4/_7$ on lühendumatu murd.

183. Lühendada murrud: $^2/_4$, $^4/_{10}$, $^{12}/_{14}$, $^{14}/_{24}$, $^4/_{12}$, $^{20}/_{24}$, $^6/_{33}$, $^{18}/_{21}$, $^{12}/_{32}$, $^{16}/_{36}$, $^{40}/_{52}$, $^{36}/_{42}$, $^{14}/_{63}$, $^{21}/_{28}$, $^{18}/_{63}$, $^{27}/_{45}$.

184. Lühendada murrud: $^{45}/_{81}$, $^{18}/_{27}$, $^{45}/_{72}$, $^{81}/_{90}$, $^{27}/_{36}$, $^{81}/_{99}$, $^{50}/_{60}$, $^{90}/_{100}$, $^{40}/_{130}$, $^{56}/_{80}$, $^{16}/_{38}$, $^{12}/_{45}$, $^{21}/_{63}$, $^{34}/_{51}$.

185. Lühendada murrud: $^{175}/_{225}$, $^{77}/_{1111}$, $^{248}/_{873}$, $^{725}/_{1000}$, $^{144}/_{192}$, $^{288}/_{360}$.

186. Lühendada murrud: $^{162}/_{729}$, $^{93}/_{279}$, $^{96}/_{153}$, $^{99}/_{891}$, $^{125}/_{550}$, $^{366}/_{642}$, $^{529}/_{690}$.

187. Lühendada murrud: $^{45}/_{72}$, $^{132}/_{136}$, $^{159}/_{162}$, $^{1424}/_{1544}$. $^{1575}/_{1683}$, $^{172}/_{196}$, $^{1472}/_{1544}$, $^{2684}/_{3008}$, $^{8488}/_{9608}$.

188. Peeter tõusis hommikul kell 8 üles. Missugune osa ööst-päevast oli möödas? Missugune osa ööst-päevast jäi veel järgi?

189. Missugune osa arssinast on 1 jalg?

190. Lühendada murd, mille lugejaks on arvude 360, 720, 540 kõige suurem ühine jagaja, kuna nimetajaks on samade arvude kõige suurem ühine kordne.

191. Lühendada murd, mille lugejaks on arvude 720, 450 ja 480 kõige suurem ühine jagaja, kuna nimetajaks on samade arvude kõige suurem ühine kordne.

192. Meegaste mägi on nii mitu meetrit kõrge, kui suur on murru $\frac{37829}{131587}$ lühendatud kuju lugeja. Kui kõrge on Meegaste mägi?

193. Järvamaal oli 1921. a. laiarööpalist riigi-raudteed nii mitu kilomeetrit, kui suur on murru $\frac{6015}{7619}$ lühendatud kuju lugeja. Mitu kilomeetrit laiarööpalist riigi-raudteed oli Järvamaal?

§ 5. Samanimelised murrud.

Murdude peaomaduse põhjal võime murru lugejat ja nimetajat ühe ja sama arvuga korrutada, ilma et murru väärtus muutuks. Võtame 3 järgmist murdu ja korrutame nende liikmeid 2-ga, 3-ga jne. Saame:

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}=\frac{6}{\mathbf{12}}=\frac{8}{16}=\ldots$$

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{\mathbf{12}}=\frac{10}{15}=\ldots$$

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{\mathbf{12}}=\frac{12}{16}=\ldots$$

Meie muutsime pooled neljandikkudeks, kaheksandikkudeks, kaheteistkümnendikkudeks jne. Samuti muutsime kolmandikud ja neljandikud, ilma et murd oma väärtust oleks muutnud. Saadud murdude ridadest näeme, et jämedamalt trükitud murdudel on üks ja sama nimetaja.

Murdusid, milledel on võrdsed nimetajad, nimetatakse samanimelisteks murdudeks. Nii on $^6/_{12}$, $^8/_{12}$, ja $^9/_{12}$ samanimelised murrud.

Murrud, milledel on isesuurused nimetajad, on isenimelised murrud. Näit. $^1/_2$, $^2/_3$ ja $^3/_4$ on isenimelised murrud. Isenimelised murrud: $^1/_2$, $^2/_3$ ja $^3/_4$ muutsime samanimelisteks murdudeks: $^6/_{12}$, $^8/_{12}$ ja $^9/_{12}$.

Samanimeliste murdude nimetaja 12 on antud murdude nimetajate 2, 3 ja 4 kordne, nimelt kõige väiksem ühine kordne.

Et
$$\frac{1}{2}=\frac{6}{12}=\frac{1.6}{2.6}$$
$$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}=\frac{2.4}{3.4}$$
$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}=\frac{3.3}{4.3},$$

siis näeme, et murdusid samanimelisteks muutes tuleb antud murdude lugejaid ja nimetajaid korrutada vastavalt ühe ja sama arvuga. Seda arvu nimetatakse **täiendusteguriks.**

Muudame järgmised isenimelised murrud: $^3/_8$, $^4/_9$ ja $^5/_6$ samanimelisteks. Seks leiame antud murdude nimetajate: 8, 9 ja 6 kõige väiksema ühise kordse:

$$\begin{aligned}8&=2.2.2\\9&=3.3\\6&=2.3\\\hline 2.2.2.3.3&=72 \text{ (k. v. ü. k.).}\end{aligned}$$

Leiame iga murru liikmete jaoks täiendusteguri, mille iga murru kohta kirjutame ja siis samanimelised murrud leiame:

$$\frac{\overset{9}{\smile}3}{8}=\frac{27}{72};\quad \frac{\overset{8}{\smile}4}{9}=\frac{32}{72};\quad \frac{\overset{12}{\smile}5}{6}=\frac{60}{72}.$$

Et antud murdusid samanimelisteks muuta, tuleb samanimeliste murdude nimetajaks võtta antud murdude nimetajate kõige väiksem ühine kordne. Viimast iga antud murru nimetajaga jagades saame iga murru liikmete jaoks täiendusteguri. Antud murdude lugejaid vastavate täiendusteguritega korrutades saame vastava samanimelise murru lugeja.

194. Mitu kaheksandikku on $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$?

195. Mitu kaheteistkümnendikku on $^1/_2$? $^1/_3$? $^2/_3$? $^1/_4$? $^3/_4$? $^1/_6$? $^5/_6$?

196. Mitu kaheksateistkümnendikku on $^1/_2$? $^1/_3$? $^2/_3$? $^1/_6$? $^5/_6$? $^1/_9$? $^5/_9$? $^7/_9$?

197. Muuta samanimelisteks murrud: 1) $^1/_2$, $^2/_3$; 2) $^3/_4$, $^4/_5$; 3) $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$; 4) $^2/_3$, $^5/_7$, $^3/_5$; 5) $^1/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$.

198. Muuta samanimelisteks murrud: 1) $^7/_{18}$, $^5/_{24}$, $^{13}/_{72}$; 2) $^5/_{14}$, $^7/_{36}$, $^{11}/_{45}$; 3) $^5/_6$, $^4/_5$, $^3/_4$; 4) $^{111}/_{720}$, $^{211}/_{315}$, $^{11}/_{760}$; 5) $^5/_{144}$, $^7/_{360}$, $^2/_{45}$.

199. Muuta samanimelisteks murrud: 1) $^5/_{108}$, $^{11}/_{54}$, $^4/_9$; 2) $^5/_{16}$, $^7/_{18}$, $^1/_{30}$; 3) $^7/_9$, $^1/_4$, $^2/_3$; 4) $^{15}/_{16}$, $^{13}/_{50}$, $^{17}/_{24}$.

200. Kirjutada murrud: $^7/_{20}$, $^{11}/_{17}$, $^2/_9$, $^5/_{51}$ suuruse järele ritta, alates kõige vähemast.

201. Kirjutada murrud: $^4/_9$, $^1/_3$, $^{17}/_{81}$, $^{20}/_{27}$ suuruse järele ritta, alates kõige suuremast.

202. Kirjutada murrud: $^{15}/_{17}$, $^3/_{14}$, $^2/_3$, $^1/_5$, $^4/_{15}$ suuruse järele ritta, alates kõige suuremast.

203. Euroopa võtab oma alla umbes $^1/_{14}$ osa kõigest mannermaast, Austraalia $^1/_{15}$, Ameerika $^3/_{10}$, Aasia $^1/_3$ ja Aafrika $^2/_9$ osa. Kirjutada maailma osad üksteise järele ritta, alates kõige suuremast.

204. Kolm kaupmeest vaidlesid eneste rikkuse üle. Selgus, et $^3/_5$ esimese kapitalist võrdus $^{23}/_{55}$ teise kapitalist ning $^{13}/_{18}$ kolmanda kapitalist. Missugune neist oli kõige rikkam?

§ 6. Murdude liitmine.

I. Samanimeliste murdude liitmine.

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{4}{5}=\frac{3+2+4}{5}=\frac{9}{5}=1\frac{4}{5}.$$

Et liita samanimelised murrud, tuleb murdude lugejad liita, saadud summa võtta murru lugejaks, kuna nimetajaks jääb endine nimetaja.

Kui võimalik, siis tuleb saadud liigmurd lühendada ja sega-arvuks muuta.

205. Poisil oli lahendada kaks ülesannet Ühe ülesande lahendas ta $^1/_4$ tunniga, kuna teise ülesande arvutamiseks $^3/_4$ tundi ära kulus. Kui palju aega tarvitas poiss kahe ülesande lahendamiseks ühtekokkku?

206. Perenaine ostis ühest poest $^1/_{32}$ naela pärmi, teisest poest aga $^3/_{32}$ naela. Kui palju pärmi ostis perenaine ühtekokku?

207. Kaupmees müüs ühele ostjale $^3/_{25}$ kg teed, teisele aga $^2/_{25}$ kg rohkem. Kui palju teed müüs kaupmees kahele ostjale ühtekokku?

208. Liita järgmised murrud: 1) $^1/_5+{}^2/_5=$; 2) $^3/_{10}+{}^7/_{10}=$; 3) $^5/_{13}+{}^7/_{13}=$; 4) $^7/_{16}+{}^1/_{16}+{}^3/_{16}+{}^5/_{16}=$; 5) $^5/_8+{}^3/_8+{}^1/_8=$; 6) $^8/_9+{}^5/_9+{}^2/_9+{}^1/_9+{}^7/_9=$.

209. Liita järgmised murrud: 1) $^3/_{13}+{}^4/_{13}+{}^6/_{13}=$; 2) $^2/_{17}+{}^1/_{17}+{}^8/_{17}+{}^6/_{17}=$; 3) $^2/_{15}+{}^4/_{15}+{}^8/_{15}+{}^1/_{15}=$; 4) $^2/_{21}+{}^4/_{21}+{}^1/_{21}=$.

210. Liita järgmised murrud: $^2/_{19}+{}^3/_{19}+{}^{15}/_{19}+{}^{18}/_{19}=$; 2) $^1/_{12}+{}^5/_{12}+{}^7/_{12}=$; 3) $^3/_{14}+{}^5/_{14}+{}^9/_{14}+{}^1/_{14}=$.

II. Isenimeliste murdude liitmine.

Kui on tarvis isenimelisi murdusid liita, siis tuleb need esiteks samanimelisteks muuta ja siis liita kui samanimelised murrud.

Näide: $$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+\frac{3}{8}=\underbrace{\frac{2}{3}}^{40}+\underbrace{\frac{4}{5}}^{24}+\underbrace{\frac{3}{8}}^{15}=\frac{80+96+45}{120}=\frac{221}{120}=1\frac{101}{120}.$$

Kui on tarvis sega-arvusid liita, siis liidame eraldi nende täisosad ja eraldi nende murdosad. Täisosade ja murdosade summasid isekeskis liites saame antud segaarvude summa.

Näide:

$$1\frac{2}{3}+2\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}=1\overset{4}{\overbrace{\frac{2}{3}}}+2\overset{6}{\overbrace{\frac{1}{2}}}+3\overset{3}{\overbrace{\frac{1}{4}}}=6\frac{8+6+3}{12}=6\frac{17}{12}=7\frac{5}{12}$$

211. Ema ostis poest $^1/_2$ kg köögisoola, $^5/_8$ kg kohvi ja $^3/_4$ kg teed. Kui palju kaupa ostis ema poest?

212. Üliõpilane ostis õhtuks $^3/_{20}$ kg vorsti, kuna ta leiba $^1/_4$ kg rohkem ostis. Kui palju leiba ostis üliõpilane õhtuks?

213. Vene lahingupüssi pikkus ilma täägita on $1\,^{13}/_{16}$ arss., täägi pikkus aga on $^5/_8$ arss. Kui pikk on vene lahingupüss ühes täägiga?

214. Vene lahingupüssi raskus ilma täägita on $9^3/_4$ naela, kuna täägi raskus on $^3/_4$ naela. Kui palju kaalub püss ühes täägiga?

215. Perekond tarvitas ühe nädala jooksul $2^1/_2$ kg loomaliha, $1^1/_2$ kg sealiha ning $1^3/_4$ kg vasikaliha. Mitu kg liha tarvitas perekond ühe nädala jooksul ühtekokku?

216. Talunik laskis vihtlemissauna ehitada, milleks ta 3 töömeest palkas. Töö juures selgus, et ühe päevaga tegi üks mees $^2/_{35}$ osa tervest tööst, teine $^1/_{18}$ osa ning kolmas $^8/_{65}$ osa. Missuguse osa tervest tööst tegid kolm töömeest ühe päevaga ühtekokku?

217. Nöör lõigati kolmeks tükiks. Ühe tüki pikkus oli $2^1/_2$ meetrit, teine oli esimesest $^3/_4$ meetri võrra pikem ning kolmas $^4/_5$ meetri võrra pikem teisest. Kui pikk nöör lõigati katki?

218. $^2/_3+{}^3/_4$; $^4/_7+{}^2/_5$; $^6/_7+{}^1/_2$; $^1/_3+{}^5/_8$

219. $^2/_9+{}^4/_{15}$; $^3/_7+{}^3/_4$; $^2/_5+{}^5/_6$; $^4/_{13}+{}^5/_{18}$

220. $^4/_9+{}^5/_6$; $^3/_8+{}^5/_{12}$; $^1/_6+{}^4/_{27}$; $^3/_{14}+{}^5/_{49}$

221. $^{17}/_{24}+{}^{19}/_{30}$; $^{14}/_{45}+{}^7/_{36}$; $^{21}/_{40}+{}^{13}/_{60}$

222. $7^4/_9+8^3/_4$; $9^5/_{12}+4^7/_{15}$; $3^7/_8+8^5/_{18}$

223. $4^5/_6+5^6/_7$; $2^2/_3+3^3/_4$; $5^6/_7+6^7/_8$

224. $4^3/_7+{}^5/_{11}+2^3/_{14}$; $2^7/_{15}+6^{11}/_{12}+3^3/_4$; $4^{17}/_{24}+5^7/_{15}+4^5/_6$

225. Isa tõi poest $2\frac{1}{2}$ kg suhkrut, $\frac{1}{4}$ kg teed, $1\frac{1}{2}$ kg võid ning $\frac{3}{4}$ kg kakaod. Mitu kilogrammi kaupa tõi isa poest?

226. Käskjalg viis posti peale 4 pakki. Esimene nendest kaalus $3\frac{3}{4}$ kg, teine $2\frac{3}{5}$, kolmas $5\frac{7}{15}$ kg ja neljas $3\frac{2}{9}$ kg. Kui palju kaalusid kõik pakid ühtekokku?

227. Riigiasutuses kulus aasta jooksul $154\frac{1}{2}$ sülda kasepuid, kuusepuid $45\frac{3}{4}$ sülda rohkem, kuna segapuid niipalju kulus kui kase- ja kuusepuid ühtekokku. Mitu sülda puid tarvitati ühtekokku?

228. Kaupmees ostis $5\frac{1}{2}$ tonni nisu, rukkeid $3\frac{1}{4}$ tonni rohkem kui nisu ning otri $1\frac{1}{2}$ tonni rohkem kui nisu ja rukkeid ühtekokku. Kui palju vilja ostis kaupmees ühtekokku?

229. Ühes rahakotis oli $350\frac{3}{5}$ marka, teises $1465\frac{3}{4}$ mk. rohkem ning kolmandas $175\frac{1}{4}$ mk. rohkem kui kahes esimeses ühtekokku. Mitu marka oli 3-es rahakotis ühtekokku?

230. Langev keha liigub esimeses sekundis $16\frac{1}{10}$ jalga, igas järgnevas sekundis $32\frac{1}{5}$ jala võrra rohkem kui eelmises. Mitu sülda liigub langev keha 4 sekundis ühtekokku?

231. Kell jäi järele pühapäeval $1\frac{1}{2}$ minutit, esmaspäeval $2\frac{1}{3}$ min., teisipäeval $1\frac{3}{5}$ min., kesknädalal $1\frac{5}{6}$ min., neljapäeval $1\frac{7}{9}$ min., reedel $2\frac{1}{12}$ min. ning laupäeval $1\frac{5}{8}$ min. Kui palju jäi kell järele nädala jooksul?

232. Sõdur sai pühade kingituseks 3 pakki: üks pakk kaalus $3\frac{3}{4}$ kg, teine pakk oli $4\frac{2}{5}$ kg võrra raskem ja kolmas $1\frac{7}{8}$ kg võrra raskem kui teine. Kui palju kaalusid 3 pakki ühtekokku?

233. Kui pikk on Eesti-Vene piir, kui maismaa piiriosa on $129\frac{2}{5}$ km pikk, kuna veepiiri osa (Pihkva ja Peipsi järvel) on $17\frac{22}{25}$ km võrra pikem?

234. Virumaa rannajoone üldine pikkus on $228\frac{4}{5}$ km, kuna Harjumaa rannajoon on $243\frac{3}{10}$ km võrra pikem. Kui pikk on Viru- ja Harjumaa rannajoon ühtekokku?

235. Kaupmees sai ladust 4 vaati petrooleumi. Ühes vaadis oli $2\frac{4}{5}$ hektoliitrit, teises $3\frac{1}{4}$ hl, kolmandas $2\frac{9}{10}$ hl ja neljandas $4\frac{4}{25}$ hl. Kui palju petrooleumi sai kaupmees üldse?

236. Talumees müüs tärklisevabrikule kolmel korral kartuleid. Esimesel korral viis ta $25^3/_4$ sentnerit, teisel korral $7^7/_8$ stn. rohkem ja kolmandal korral $6^6/_7$ stn. rohkem kui teisel korral. Kui palju kartuleid müüs talumees tärklisevabrikule?

237. Kaupmees viis voorimehega vaksalist poodi 3 kasti kaupa. Esimene kast kaalus $125^3/_8$ kg, teine kast $112^3/_{16}$ kg võrra rohkem, kuna kolmas kast $23^7/_{15}$ kg võrra rohkem kaalus kui teine kast. Kui palju kaalusid kolm kasti ühtekokku?

238. Majapidamises tarvitati gaasi: oktoobrikuus $16^9/_{10}$ m^3, novembris $3^3/_4$ m^3 rohkem kui oktoobris, detsembris aga $4^5/_{12}$ m^3 rohkem kui novembris. Kui palju gaasi tarvitati kolme kuu jooksul ühtekokku?

239. Majaperemees laskis oma korteris põrandat värvida. Ühes toas tuli värvida $15^4/_5$ m^2 põrandat, teises toas $2^3/_4$ m^2 rohkem kui esimeses, kolmandas toas aga $2^4/_9$ m^2 rohkem kui teises. Mitu ruutmeetrit põrandat tuli värvida ühtekokku?

240. Kirjastuseladust saadeti ühele tellijale raamatuid, millede raskus oli $35^3/_4$ naela. Pakkimine tegi saadetise $1^2/_3$ n. võrra raskemaks. Kui raske oli saadetis?

241. Püssirohu valmistamiseks võeti $7^3/_{25}$ kg väävlit, sütt aga $1^{18}/_{50}$ kg võrra rohkem, kuna salpeetrit $38^3/_{25}$ kg võrra rohkem võeti kui sütt. Mitu kilogrammi valmistati püssirohtu?

242. 1918. a. tuli Saaremaa taludes iga hobuse kohta keskmiselt $2^1/_2$ tiinu külvipinda. Läänemaal aga $^1/_5$ tiinu võrra rohkem, kuna samal ajal tuli Võrumaal iga hobuse kohta $1^4/_5$ tiinu võrra rohkem kui kahes eelmises maakonnas ühtekokku. Mitu tiinu külvipinda tuli keskmiselt iga hobuse kohta Võrumaal?

243. Vene püssi lahingupadrunis on püssirohtu $3^{13}/_{45}$ grammi. Kuul on rohust $6^1/_3$ g võrra raskem, kuna kest on $^1/_{15}$ g võrra kuulist raskem. Kui palju kaalub vene püssi lahingupadrun?

244. Aruküla katseasutuses oli 3 ühetiinulist katsepõldu. Esimeselt, kunstlikult väetamata põllult saadi $519^2/_5$ puuda loomanaeri-juurikaid. Teiselt, supervosvaadiga ja kaalisoolaga väetatud põllult saadi aga $1033\frac{1}{10}$ puuda rohkem, kuna eesti vosvoriidiga ja kaalisoolaga väetatud põllult saadi $581\frac{1}{4}$ pd. rohkem kui teiselt põllult. Kui palju saadi loomanaerijuurikaid igalt põllult eraldi?

245. $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=$ $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=$ $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=$ $\frac{4}{9}+\frac{2}{15}=$

246. $\frac{2}{3}+\frac{1}{7}=$ $\frac{1}{2}+\frac{5}{13}=$ $\frac{3}{11}+\frac{3}{7}=$ $\frac{4}{7}+\frac{3}{8}=$

247. $\frac{2}{3}+\frac{4}{7}+\frac{3}{4}=$ $\frac{3}{7}+\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=$ $\frac{2}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{2}=$ $\frac{1}{14}+\frac{5}{13}+\frac{3}{11}=$

248. $\frac{5}{12}+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=$ $\frac{7}{10}+\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=$ $\frac{9}{8}+\frac{11}{10}+\frac{7}{25}=$ $\frac{7}{18}+\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=$

249. $\frac{7}{11}+\frac{4}{33}+\frac{3}{4}=$ $\frac{7}{720}+\frac{31}{144}+\frac{53}{360}=$ $\frac{7}{16}+\frac{9}{80}+\frac{59}{25}=$ $\frac{8}{15}+\frac{7}{9}+\frac{2}{3}=$

250. $\frac{25}{36}+\frac{13}{18}+\frac{3}{16}=$ $\frac{2}{15}+\frac{5}{12}+\frac{1}{18}=$ $\frac{5}{12}+\frac{3}{4}+\frac{7}{42}=$ $\frac{13}{20}+\frac{24}{25}+\frac{37}{50}=$

251. $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}+3\frac{1}{4}+5\frac{1}{6}+7\frac{5}{12}+4\frac{2}{5}=$
$4\frac{8}{9}+12\frac{2}{3}+45\frac{1}{2}+3\frac{11}{12}+9\frac{1}{9}+5\frac{1}{12}=$
$16\frac{2}{3}+8\frac{9}{10}+37\frac{4}{15}+119\frac{11}{12}+65\frac{7}{9}+46\frac{5}{6}=$
$5\frac{5}{8}+3\frac{7}{15}+1\frac{5}{8}+3\frac{1}{4}+25\frac{17}{36}+72\frac{1}{3}=$

252. $2\frac{4}{5}+3\frac{7}{9}+12\frac{4}{11}+5\frac{5}{18}+2\frac{7}{12}+3\frac{8}{15}=$
$3\frac{1}{3}+4\frac{2}{5}+1\frac{2}{3}+8\frac{4}{15}+3\frac{6}{25}+4\frac{8}{9}=$
$1\frac{4}{5}+3\frac{4}{7}+2\frac{2}{9}+4\frac{1}{3}+5\frac{9}{25}+4\frac{7}{18}=$
$3\frac{8}{9}+7\frac{5}{6}+9\frac{4}{15}+3\frac{3}{14}+5\frac{7}{12}+4\frac{2}{3}=$

§ 7. Murdude lahutamine.

I. Samanimeliste murdude lahutamine.

Kui on tarvis näiteks $\frac{7}{8}$ naelast lahutada $\frac{3}{8}$ naela, siis kirjutame:

$$\frac{7}{8}\text{ n.} - \frac{3}{8}\text{ n.} = \frac{7-3}{8}\text{ n.} = \frac{4}{8}\text{ n.} = \frac{1}{2}\text{ naela.}$$

Et samanimelisi murdusid lahutada, tuleb vähendatava lugejast lahutada lahutatava lugeja, vahe võtta uue murru lugejaks, kuna nimetaja endiseks jääb.

253. Kaupmees müüs ühele ostjale $\frac{5}{8}$ naela pärmi, teisele $\frac{3}{8}$ n. vähem. Kui palju pärmi müüs ta kahele ostjale ühtekokku?

254. Ühes pakis oli $^3/_4$ naela teed, teises aga $^1/_4$ n. vähem. Kui palju teed oli mõlemas pakis ühtekokku?

255. $^3/_4 - {}^1/_4$

$^3/_5 - {}^2/_5$

$^5/_7 - {}^4/_7 + {}^2/_7$

$^5/_9 - {}^3/_9 + {}^4/_9$

$^{12}/_{17} - {}^5/_{17} + {}^9/_{17}$

256. $^5/_{19} + {}^7/_{19} - {}^8/_{19} - {}^1/_{19}$

$^{14}/_{25} - {}^7/_{25} + {}^3/_{25} - {}^4/_{25}$

$^{15}/_{28} - {}^3/_{28} + {}^5/_{28} - {}^{13}/_{28}$

$^{27}/_{35} - {}^{19}/_{35} + {}^{17}/_{35} - {}^4/_{35}$

$^{61}/_{72} - {}^{55}/_{72} + {}^{19}/_{72} - {}^{17}/_{72}$

II. Isenimeliste murdude lahutamine.

Kui on tarvis isenimelisi murdusid lahutada, siis tuleb need enne samanimelisteks muuta ja siis lahutada.

Näide: $\frac{11}{12} - \frac{5}{8} = \underbrace{\frac{11}{12}}_{2} - \underbrace{\frac{5}{8}}_{3} = \frac{22-15}{24} = \frac{7}{24}.$

Et isenimelisi murdusid lahutada, tuleb need samanimelisteks muuta ja neid siis lahutada kui samanimelisi murdusid.

Kui on tarvis sega-arvusid lahutada, siis lahutatakse, kui see on võimalik, täisosa täisosast ja murdosa murdosast.

Näide: $4\frac{3}{4} - 2\frac{3}{14} = 4\frac{21}{28} - 2\frac{6}{28} = 2\frac{15}{28}.$

On aga lahutatava murdosa vähendatava murdosast suurem, siis muudame murdosad samanimelisteks:

$$6\frac{2}{3} - 3\frac{14}{15} = 6\frac{10}{15} - 3\frac{14}{15}$$

ja lahutame vähendatava täisosast ühe ühelise, mille viieteistkümnendikkudeks osadeks muudetult murdosaga liidame:

$$6\frac{10}{15} - 3\frac{14}{15} = 5\frac{10+15}{15} - 3\frac{14}{15} = 5\frac{25}{15} - 3\frac{14}{15} = 2\frac{25-14}{15} = 2\frac{11}{15}.$$

Näide:

$$7\frac{5}{12} - 4\frac{4}{9} = 7\frac{15}{36} - 4\frac{16}{36} = 6\frac{15+36}{36} - 4\frac{16}{36} = 6\frac{51}{36} - 4\frac{16}{36} = 2\frac{51-16}{36} = 2\frac{35}{36}$$

257. Pärast Paul Lehtmäe surma pärisid tema vara testamendi järele 2 tema sugulast. Üks sai pärusest $^3/_8$ omale. Missuguse osa pärusest sai teine pärija?

258. Üks raamat on $^{2}/_{9}$ detsimeetrit paks, teine aga $^{1}/_{12}$ dm võrra õhem. Kui paks on teine raamat?

259. Üks raamat kaalus $^{2}/_{25}$ kg, teine aga $^{3}/_{40}$ kg vähem. Kui palju kaalusid mõlemad raamatud ühtekokku?

260. Ühte pudelisse mahtus $^{3}/_{4}$ liitrit vett, teise aga $^{1}/_{5}$ l rohkem kui esimesse, kuna kolmandasse $^{3}/_{8}$ l vähem mahtus kui kahte esimesse ühtekokku. Mitu liitrit vett mahtus teise ja kolmandasse pudelisse ühtekokku?

261. Peeter Pügi kaalus jõuluks koolist koju tulles $37^{1}/_{2}$ kg, peale pühi kooli minnes aga $39^{2}/_{5}$ kg. Kui palju läks Peeter pühade ajal kodus raskemaks?

262. Vesi katab $^{176}/_{235}$ kõigest maakera pinnast. Missugune osa maakera pinnast on maismaa?

263. Elavhõve kaalub ühes riistaga $28^{5}/_{18}$ kg, tühi riist ainult $2^{7}/_{24}$ kg. Kui palju kaalub riistas olev elavhõbe?

264. Kivi kaalus õhus $132^{5}/_{18}$ naela, vees aga $78^{10}/_{27}$ naela. Kui palju kaotas kivi vees oma raskusest?

265. Rauatükk kaalus õhus 50 kg, vette pandult kaotas ta $6^{16}/_{39}$ kg oma raskusest. Kui palju kaalus rauatükk vees?

266. Töölised tegid töö nelja päevaga. Esimesel päeval tegid nad $^{3}/_{20}$ osa kõigest tööst, teisel päeval $^{7}/_{45}$ osa ja kolmandal päeval $^{5}/_{18}$ osa kõigest tööst. Missuguse osa kõigest tööst tegid nad neljandal päeval?

267.	**268.**	**269.**	**270.**
$^{1}/_{2} - ^{1}/_{3}$	$^{3}/_{4} - ^{2}/_{3}$	$^{11}/_{12} - ^{5}/_{6}$	$^{3}/_{4} - ^{3}/_{5}$
$^{1}/_{3} - ^{1}/_{4}$	$^{5}/_{6} - ^{3}/_{4}$	$^{11}/_{12} - ^{3}/_{4}$	$^{17}/_{25} - ^{7}/_{20}$
$^{1}/_{4} - ^{1}/_{6}$	$^{5}/_{6} - ^{2}/_{3}$	$^{2}/_{3} - ^{2}/_{5}$	$^{4}/_{5} - ^{2}/_{3}$
$^{1}/_{5} - ^{1}/_{7}$	$^{5}/_{8} - ^{5}/_{12}$	$^{9}/_{10} - ^{4}/_{5}$	$^{7}/_{8} - ^{3}/_{5}$

271.	**272.**
$^{5}/_{6} - ^{3}/_{4}$, $^{5}/_{9}$, $^{5}/_{8}$	$^{23}/_{24} - ^{11}/_{16}$, $^{7}/_{9}$, $^{13}/_{18}$
$^{7}/_{8} - ^{5}/_{6}$, $^{7}/_{10}$, $^{5}/_{12}$	$^{23}/_{30} - ^{3}/_{20}$, $^{5}/_{9}$, $^{19}/_{45}$
$^{11}/_{15} - ^{4}/_{9}$, $^{3}/_{8}$, $^{5}/_{18}$	$^{31}/_{36} - ^{19}/_{24}$, $^{2}/_{5}$, $^{11}/_{20}$
$^{13}/_{16} - ^{5}/_{12}$, $^{7}/_{24}$, $^{11}/_{20}$	$^{41}/_{45} - ^{13}/_{18}$, $^{47}/_{60}$, $^{31}/_{36}$

273.	**274.**	**275.**	**276.**
$8^{1}/_{2} - ^{4}/_{9}$	$5^{2}/_{3} - ^{7}/_{12}$	$5^{5}/_{12} - ^{2}/_{5}$	$3^{5}/_{9} - ^{2}/_{15}$
$7^{3}/_{4} - ^{5}/_{8}$	$8^{7}/_{8} - ^{1}/_{3}$	$3^{9}/_{10} - ^{7}/_{15}$	$2^{11}/_{12} - ^{3}/_{8}$
$9^{3}/_{8} - ^{5}/_{9}$	$14^{3}/_{5} - ^{3}/_{8}$	$9^{1}/_{2} - ^{3}/_{4}$	$4^{7}/_{8} - ^{11}/_{16}$
$10^{7}/_{8} - ^{5}/_{6}$	$9^{1}/_{2} - ^{1}/_{6}$	$12^{2}/_{3} - ^{2}/_{7}$	$15^{5}/_{12} - ^{2}/_{5}$

277.	278.	279.	280.
$12\frac{5}{6}-3\frac{1}{2}$	$4\frac{2}{3}-2\frac{4}{5}$	$6\frac{2}{3}-4\frac{3}{4}$	$9\frac{1}{6}-2\frac{4}{9}$
$19\frac{3}{4}-8\frac{1}{6}$	$5\frac{3}{4}-2\frac{5}{6}$	$15\frac{1}{12}-13\frac{1}{2}$	$8\frac{2}{9}-5\frac{7}{10}$
$8\frac{3}{4}-8\frac{2}{3}$	$7\frac{1}{2}-3\frac{3}{4}$	$14\frac{3}{8}-9\frac{5}{9}$	$4\frac{1}{2}-2\frac{19}{20}$
$5\frac{2}{5}-3\frac{1}{4}$	$8\frac{1}{5}-6\frac{3}{10}$	$4\frac{5}{12}-2\frac{13}{15}$	$11\frac{1}{4}-8\frac{13}{15}$

281. Inglise jard (yard) võrdub $^{114}/_{125}$ meetriga. Jalg on jardist $^{31}/_{50}$ m võrra lühem. Avaldada jalg meetrites.

282. Kolmnurga üks külg on $16^3/_5$ m pikk, teine külg aga on $2^1/_{10}$ m lühem. Kui pikk on kolmas külg, kui kolmnurga ümbermõõt on $50^7/_{10}$ m?

283. Viljakaupleja ostis $238^4/_5$ puuda rukkeid, kaeru $23^1/_3$ pd. vähem, otri aga $123^3/_8$ pd. vähem kui kaeru ja rukkeid ühtekokku. Mitu puuda vilja ostis viljakaupleja ühtekokku?

284. Taluperemees viis poegadele linna piima kahe riistaga. Ühte riista mahtus $15^3/_4$ liitrit piima, teise riista $3^2/_5$ liitrit vähem. Mitu liitrit piima viis ta linna ühtekokku?

284. Kostilaste ülespidamiseks kulutati pansioonis esmaspäeval $15^2/_5$ kg nisujahu, teisipäeval aga $4^3/_8$ kg vähem. Kui palju nisujahu tarvitati pansioonis kahe päevaga ühtekokku?

286. Kiriku tornis oli 3 vaskkella: üks suur ja kaks väikest. Suur kell kaalus $175^4/_9$ kg, kuna väikesed kellad kokku kaalusid $15^4/_5$ kg vähem kui suur kell. Kui palju kaalusid kõik kellad ühtekokku?

287. 1 setvert kartuleid kaalub $8^1/_5$ puuda, kuna setvert kaeru kaalub $2^9/_{10}$ pd. vähem. Kui palju kaalub 1 setvert kaeru?

288. Maapoes oli $75^1/_2$ puuda soola. Sellest müüdi ühele ostjale $8^1/_2$ pd., teisele $3^3/_4$ pd. vähem, kolmandale $4^3/_4$ pd. rohkem kui teisele. Mitu puuda soola jäi veel müümata?

289. Tartu piimanduse-bakterioloogialaboratooriumis leiti 1913. a. katseliselt, et balti või sisaldas $82^7/_{10}\%$ rasvaineid, soola ja muid orgaanilisi olluseid (mitte rasv-aineid) $4^3/_5\%$, kuna ülejäänud osa oli vesi. Mitu protsenti sisaldas balti või vett?

290. Põhja-Eesti rannal ehitatud abimootoriga purjelaeval olid järgmised mõõted: pikkus $58^4/_5$ m, laius $47^1/_2$ m võrra pikkusest vähem, kuna kõrgus oli $5^1/_4$ m võrra laiusest vähem. Kui kõrge oli ehitatud purjelaev?

291. Kersalu küla kalapaat (Lahepere lahe juures) tõi ühel päeval (1920. a.) $87^1/_2$ puuda kilu randa, teisel päeval aga $5^3/_4$ puuda vähem. Kui palju kalu tõi Kersalu küla kalapaat 2 päevaga randa?

292. Tükk rauda kaalub $7^1/_2$ kg, kuid sama suur tükk alumiiniumi kaalub $4^4/_5$ kg vähem, kuna sama suur korgitükk $2^{23}/_{50}$ kg võrra vähem kaalub kui tükk alumiiniumi. Kui palju kaalub korgitükk?

293. Üks kantmeeter hapnikku kaalub $1^2/_5$ kg. Kantmeeter lämmastikku kaalub $^3/_{20}$ kg võrra vähem kui kantmeeter hapnikku, kuna kantmeeter õhku kaalub $1^9/_{25}$ kg vähem kui kantmeeter hapnikku ja kantmeeter lämmastikku ühtekokku. Kui palju kaalub kantmeeter õhku?

294. Kastis oli kaht sorti tubakat. Esimest sorti tubakat oli $12^3/_5$ kg, teist sorti aga $15^3/_4$ kg rohkem kui esimest sorti, kuna aga tühi kast $24^7/_{12}$ kg vähem kaalus kui teist sorti tubakas. Kui suur oli kogu raskus?

295. Neljanurgelise platsi üks külg on $21^1/_2$ meetrit pikk. Teine külg on $6^1/_5$ m pikem, kolmanda külje pikkus aga $6^1/_5$ m vähem kui kahe esimese külje pikkuste summa. Neljas külg on $49^3/_5$ m pikk. Kui pikk on platsi ümbritsev tara (aed)?

296. Ühel maaseaduse põhjal jaotatud mõisal oli $243^1/_4$ ha põllumaad, heinamaad $85^7/_8$ ha vähem kui põllumaad, metsa aga $106^1/_3$ ha vähem kui heinamaad. Karjamaad oli mõisal $42^3/_8$ ha. Kui suur mõis jaotati?

297. 1921. a. oli Tallinnas puust elumajasid $77^1/_2$% kõigist elumajadest. Kivist maju oli $62^1/_2$% võrra vähem kui puust elumaju ja segaehitusi $8^{23}/_{50}$% võrra vähem kui kivist ehitusi. Missuguse osa kogu elumajade arvust moodustas segaehituste arv?

298. 100 tiinu põllupinna kohta oli Harjumaal $16^3/_{10}$ tiinu talirukki all. Kaera all oli $3^3/_4$ tiinu võrra vähem, kuna odra all $14^1/_{10}$ tiinu vähem oli kui rukki ja kaera all ühtekokku. Mitu tiinu oli odra all?

299. 3-tollilise kahuri kuuli algkiirus on $609^{79}/_{125}$ meetrit sekundis, kuna vintpüssi kuuli algkiirus on $270^{209}/_{250}$ meetri võrra suurem. Relvolvrikuuli algkiirus on aga $595^2/_5$ m vähem püssikuuli algkiirusest. Kui suur on revolvrikuuli algkiirus?

300. Puulodja tühendamiseks palgati 4 naist ja 2 meest. Esimene paar naisi kandis päeva jopksul $10^1/_3$ sülda puid lodjast välja, teine paar naisi sama aja jooksul $1^1/_2$ sülda vähem kui esimene paar, kuna meeste paar kandis $7^1/_2$ sülda puid vähem välja kui kaks paari naisi ühtekokku. Mitu sülda puid kanti päeva jooksul lodjast välja?

301. Kartuli-kaupmees ostis kolmelt peremehelt kartuleid, ühtekokku $785^3/_4$ puuda. Esimeselt peremehelt ostis ta $248^2/_5$ puuda, teiselt $37^3/_4$ puuda vähem, kuna ülejäänud osa ostis kolmandalt peremehelt. Mitu puuda kartuleid ostis ta kolmandalt peremehelt?

302. Peremees asetas oma rukkisaagi kolme salve. Esimesse pani ta $24^3/_5$ setverti rukkeid, teise $4^1/_2$ setverdi võrra vähem, kuna kolmandasse salve pani $22^5/_6$ setverti vähem kui kahte esimesse ühtekokku. Kui palju rukkeid sai peremees?

303. Kraavi kaevamiseks palgati 3 saarlast. Esimene kaevas päeva jooksul $13^3/_4$ sülda, teine $2^5/_{12}$ sülda vähem kui esimene, kuna kolmas $10^5/_6$ sülda vähem kaevas kui kaks esimest ühtekokku. Mitu sülda kraavi kaevasid saarlased päeva jooksul ühtekokku?

304. Sügisel viljasaaki kokku võttes leidis peremees, et ta oli saanud üldse $260^5/_6$ vakka vilja. Sellest oli $65^2/_3$ vakka rukkeid, nisu $40^1/_6$ vaka võrra vähem kui rukkeid; otri $15^3/_4$ vaka võrra vähem kui rukkeid ja nisu ühtekokku, kuna ülejäänud osa olid kaerad. Mitu vakka kaeru sai peremees?

305. Kalamehed said ühe talvenooda loomusega $8^5/_8$ puuda ahvenaid, hauge $3^1/_2$ puuda vähem kui ahvenaid; linaskeid $5^1/_2$ pd. vähem kui hauge ja ahvenaid ühtekokku, kuna nad latikaid kolm korda vähem said kui teisi kalu ühtekokku. Mitu puuda kalu said kalamehed üldse?

306. Mesinik sai ühest mesipuust $12^3/_4$ naela mett, teisest $3^4/_5$ naela võrra rohkem. Enne oli tal mett $2^4/_5$ naela võrra vähem kui sai kahest mesipuust ühtekokku. Kõik mee müüs ta kahele ostjale, kusjuures esimene $6^4/_5$ naela rohkem sai kui teine. Mitu naela mett sai kumbki ostja?

307. Sügisel oma viljasaaki kokku võttes leidis peremees, et ta oli saanud kaeru $184^3/_4$ setverti, otri $43^7/_8$ setverdi võrra vähem, rukkeid ja nisu aga $137^3/_4$ setverdi võrra vähem kui kaeru ja otri ühtekokku. Kui palju vilja sai peremees üldse?

308. Otsekohest rongide ühendust tarvitades võis 1922. a. jõuda Tallinnast Kovnosse $42^{11}/_{15}$ tunniga, Tallinnast Berliini 69 tunniga, Tallinnast Pariisi aga $91^1/_3$ tunniga. Mitu tundi tuli sõita, et jõuda 1) Kovnost Berliini ning 2) Berliinist Pariisi?

309. $4\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$
$8\frac{5}{7} - 1\frac{3}{4}$
$4\frac{2}{9} - 1\frac{5}{8}$
$12\frac{4}{5} - 9\frac{2}{3}$

310. $9\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}$
$8\frac{3}{4} - 5\frac{7}{9}$
$8\frac{11}{12} - 6\frac{14}{15}$
$13\frac{5}{12} - 4\frac{17}{20}$

311. $51\frac{3}{5} - 19\frac{8}{9}$
$12\frac{5}{6} - 8\frac{8}{27}$
$35\frac{2}{7} - 13\frac{7}{9}$
$24\frac{1}{3} - 15\frac{5}{6}$

312. $61\frac{5}{8} - 14\frac{3}{14}$
$16\frac{2}{5} - 9\frac{8}{9}$
$13\frac{1}{9} - 4\frac{3}{5}$
$3\frac{1}{3} - 2\frac{5}{8}$

313. $12\frac{3}{5} + 4\frac{3}{4} + 5\frac{2}{3} + 2\frac{4}{9}$
$12\frac{3}{5} + 4\frac{3}{4} + (5\frac{2}{3} + 2\frac{4}{9})$
$12\frac{3}{5} + 4\frac{3}{4} - (5\frac{2}{3} + 2\frac{4}{9})$
$(12\frac{3}{5} - 4\frac{3}{4}) - (5\frac{2}{3} - 2\frac{4}{9})$

314. $16\frac{5}{24} - 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{6} - 2\frac{3}{8}$
$(16\frac{5}{24} - 2\frac{1}{2}) + (3\frac{1}{6} - 2\frac{3}{8})$
$16\frac{5}{24} - (2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{6}) - 2\frac{3}{8}$
$16\frac{5}{2} - 2\frac{1}{2} + (3\frac{1}{6} - 2\frac{3}{8})$

315. $18\frac{5}{12} - 7\frac{8}{9} + 25\frac{5}{8} - 14\frac{5}{6}$
$15\frac{5}{16} - 3\frac{1}{2} + 5\frac{1}{3} - 2\frac{3}{8}$

316. $15\frac{7}{9} - 6\frac{5}{8} + 18\frac{5}{12} - 8\frac{11}{75}$
$14\frac{3}{14} - 9\frac{8}{21} + 15\frac{4}{15} - 6\frac{7}{10}$

317. $(4 - \frac{5}{8}) - (\frac{5}{18} + \frac{1}{40})$
$(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$

318. $15 - \frac{3}{4} - (\frac{5}{18} - \frac{7}{45})$
$12\frac{5}{6} - (2\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6}) - 1\frac{5}{8}$

319. $15\frac{7}{8} + (2\frac{3}{4} - \frac{7}{8}) - 3\frac{5}{6}$
$15\frac{15}{16} - (9\frac{11}{12} - 2\frac{8}{15} - 3\frac{16}{25})$

320. $24\frac{4}{15} + (6\frac{3}{10} - 4\frac{3}{8}) + 4\frac{5}{9}$
$(14\frac{3}{14} - 9\frac{8}{21}) + (12\frac{8}{15} - 8\frac{16}{25})$

§ 8. Murdude korrutamine.

I. Osa leidmine.

1. näide: Leida $^1/_8$ osa 5 arssinast.

$\frac{1}{8}$ osa 5 arss. $=$ 5 arss. : 8 $= \frac{5}{8}$arss.

2. näide: Leida $^2/_5$ osa 3 margast.

$\frac{1}{5}$osa 3 margast $=$ 3 mk. : 5 $= \frac{3}{5}$ mrk.

$\frac{2}{5}$osa 3 margast $= 2 \cdot \frac{3}{5}$ mk. $= \frac{2.3}{5}$ mk. $= \frac{6}{5}$ mk. $= 1\frac{1}{5}$ mk.,

sest et $^2/_5$ osa on 2 korda suurem kui $^1/_5$ osa.

3. näide: Leida $^3/_8$ osa 2 naelast.

$\frac{1}{8}$osa 2 n. $=$ 2 n. : 8 $= \frac{2}{8}$n.

$\frac{3}{8}$ „ 2 „ $= 3.\frac{2}{8}$n. $= \frac{3.2}{8}$n. $= \frac{6}{8}$n. $= \frac{3}{4}$n.,

sest et $^3/_8$ osa on 3 korda suurem kui $^1/_8$ osa.

4. näide: Leida $^2/_3$ osa $^4/_5$ arssinast.

$\frac{1}{3}$osa $\frac{4}{5}$ arss. $= \frac{4}{5}$ arss. : 3 $= \frac{4}{3.5}$ arss.

$\frac{2}{3}$ „ $\frac{4}{5}$ „ $= 2 \cdot \frac{4}{3.5}$ arss. $= \frac{2.4}{3.5}$ arss. $= \frac{8}{15}$ arss.

Et leida mõne arvu (olgu täisarvu või murdarvu) **osa, tuleb arv jagada osa näitava murru nimetajaga, saadud jagatis aga korrutada sama murru lugejaga. Saadus ongi nõutav osa antud arvust.**

321. Leida $^1/_3$ osa 2 süllast. Leida $^2/_3$ osa 9 arssinast.

322. Leida $^2/_7$ osa 28 tollist? 35 naelast?

323. 1921. a. saadi Eestis 32218000 puuda kartuleid. Rukkeid saadi aga $^1/_4$ osa kartulite saagist. Mitu puuda rukkeid saadi 1921. a. Eestis?

324. Väike-Munamäe kõrgus on $^{61}/_{81}$ osa Suur-Munamäe kõrgusest. Kui kõrge on Väike-Munamägi, kui Suur-Munamägi on 324 meetrit kõrge?

325. Ebavere mägi on $^{37}/_{42}$ Emumäe kõrgusest. Kui kõrge on Ebavere mägi, kui Emumägi on 168 meetrit kõrge.

326. Valgejõe pikkus (Harjumaal) on $^{7}/_{8}$ Jägala jõe pikkusest, kuna Pirita jõgi on $^{15}/_{14}$ osa Valgejõest. Kui pikk on Valgejõgi ja Pirita jõgi, kui Jägala jõgi on 80 km pikk?

327. Leida: 1) $^{2}/_{3}$ osa arvust 15; 2) $^{3}/_{5}$ osa arvust 25; 3) $^{2}/_{7}$ osa arvust 21; 4) $^{5}/_{14}$ osa arvust 434.

328. Leida $^{1}/_{4}$ osa $^{1}/_{2}$ õunast. Leida $^{3}/_{4}$ osa $^{3}/_{4}$ kilogrammist.

329. Leida: 1) $^{1}/_{4}$ arvust $^{2}/_{3}$; 2) $^{2}/_{3}$ arvust $^{3}/_{5}$; 3) $^{2}/_{5}$ arvust $^{4}/_{7}$; 4) $^{2}/_{11}$ arvust $^{22}/_{35}$.

330. II-se suuruse tähti on taevalaotuses 65. I-se suuruse tähtede arv moodustab $^{4}/_{13}$ osa II-se suuruse tähtede arvust. Mitu I-se suuruse tähte on taevalaotuses?

331. III-da suuruse tähti on taevalaotuses $^{19}/_{110}$ osa V-da suuruse tähtede arvust, kuna III-da ja IV-da suuruse tähtede kogusumma moodustab $^{123}/_{220}$ osa V-da suuruse tähtede arvust. Mitu III-da ja mitu IV-da suuruse tähte on taevalaotuses, kui V-da suuruse tähti on 1100?

332. Leida:

$^{2}/_{5}$	osa	arvust	15	$^{5}/_{8}$	osa	arvust	40
$^{3}/_{7}$	"	"	49	$^{7}/_{12}$	"	"	$^{24}/_{49}$
$^{3}/_{8}$	"	"	$12^{4}/_{5}$	$^{5}/_{7}$	"	"	35
$^{27}/_{35}$	"	"	$^{7}/_{9}$	$^{9}/_{14}$	"	"	$9^{1}/_{3}$
$^{11}/_{27}$	"	"	$^{36}/_{77}$	$^{3}/_{17}$	"	"	$11^{1}/_{3}$
$^{5}/_{4}$	"	"	20	$^{9}/_{2}$	"	"	18
$^{7}/_{9}$	"	"	63	$^{5}/_{12}$	"	"	60

333. Eesti postiagentuuride arv 1919. a. moodustas $^{1}/_{4}$ osa 1921. a. postiagentuuride arvust. 1921. a. oli 64 postiagentuuri. Mitu postiagentuuri oli 1919. a.?

334. Vabadussõjas sai haavata Kalevlaste Maleva polgust 272 sõjaväelist, kuna I ratsapolgu haavatute arv on $^{3}/_{4}$ tähendatud arvust. Mitu sõjaväelist sai I ratsapolgust haavata?

335. Riigiametnik, kelle kuupalk on 9600 mk., andis jaanuaris võla kustutamiseks $^1/_6$ kuupalgast, veebruaris $^1/_4$ ja märtsis $^1/_3$ kuupalgast. Pärast seda jäi tal veel maksta 2480 mk. Kui suur oli riigiametniku võlg?

336. Vabadussõjas oli 7120 kopsuhaiget, kuna hamba- ja suukoopa-haigete hulk oli $^{214}/_{445}$ osa kopsuhaigete hulgast. Kui palju oli hamba- ja suukoopa-haigeid?

2. Murdude korrutamine.

Korrutada: $3 \cdot {}^3/_4$. Selleks võttame $^3/_4$ liidetavana 3 korda; saame: $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{9}{4}=\frac{3 \cdot 3}{4}$.

Korrutamiseks nimetatakse aritmeetilist tehet, mille abil üks antud arv võetakse liidetavana nii mitu korda, kui mitu ühelist on teises antud arvus.

On meil aga tarvis korrutada: $^1/_2 \cdot {}^2/_5$, siis ei saa antud definitsiooni[1]) enam tarvitada. On veel teine definitsioon olemas: **Korrutamiseks nimetatakse aritmeetilist tehet, mille abil korrutatavast saadakse uus arv nii, nagu korrutaja on saadud ühelisest.**

Olgu näit. tarvis korrutada: $^3/_4 \cdot {}^3/_5$. See tähendab, et $^3/_5$-st tuleb moodustada uus arv, nagu $^3/_4$ on moodustatud 1-st. Et 1-st saada $^3/_4$-kku, seks tuleb 1-st leida enne $^1/_4$ ja siis $^1/_4$ võtta 3 korda. Leiame $^3/_5$-st $^1/_4$-ku saame $\frac{3}{5 \cdot 4}=\frac{3}{20}$. $^3/_{20}$-kku võtame kolm korda, saame $\frac{3}{20}+\frac{3}{20}+\frac{3}{20}=\frac{9}{20}$. Seega saame: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}=\frac{9}{20}=\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 5}$. Nõnda siis oleme, selle asemel, et korrutada: $^3/_4 \cdot {}^3/_5$, leidnud $^3/_4$ osa $^3/_5$-st.

Seepärast, et ütelda: korrutada: $^2/_3 \cdot 4$, võime ütelda: leida $^2/_3$ osa 4-st.

1) Definitsioon — nimilause, piiring, määrang.

Osa leidmisel näeme, et

$$\frac{2}{3} \text{ osa arvust } 4 = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}.$$

Seepärast: $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$.

Et korrutada täisarv murruga, tuleb täisarv korrutada lugejaga, saadud korrutis võtta lugejaks, kuna nimetajaks jääb korrutaja nimetaja.

Samuti selle asemel, et ütelda: $^4/_5$ korrutada $^2/_3$-ga: $^2/_3 \cdot {}^4/_5$, võime üteld: leida $^2/_3$ osa arvust $^4/_5$.

Leiame $^2/_3$ osa arvust $^4/_5$: $\frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 4}{3\ 5}$.

Seepärast:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}.$$

Et korrutada murd murruga, tuleb korrutada eraldi murdude lugejad ja eraldi murdude nimetajad. Esimene korrutis võtta murru lugejaks, kuna teine korrutis tuleb võtta murru nimetajaks.

Näide: Olgu tarvis $^{21}/_{32}$ korrutada $^4/_7$.

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{32} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 8} = \frac{3}{8}$$

Kui võimalik, tuleb murd enne korrutamist lühendada.

Korrutame $2^4/_5$ ja $3^8/_9$.

Muudame sega-arvud liigmurruks ja korrutame:

$$2\frac{4}{5} \cdot 3\frac{8}{9} = \frac{14}{5} \cdot \frac{35}{9} = \frac{14 \cdot 35}{5 \cdot 9} = \frac{14 \cdot 7}{9} = \frac{98}{9} = 10\frac{8}{9}.$$

Et sega-arvusid korrutada, tuleb sega-arvud muuta liigmurdudeks ja siis korrutada.

337. Nael tükisuhkrut maksab 28 marka. Kui palju maksab $^1/_4$ naela tükisuhkrut?

338. Üks nael männipuud annab $^1/_9$ naela tökatit. Kui palju tökatit saab ühest puudast männipuust?

339. Vankri tagumise ratta ümbermõõt on $3^1/_2$ meetrit. Esimese ratta ümbermõõt on aga $^4/_5$ osa tagumise ratta ümbermõõdust. Kui suur on esimese ratta ümbermõõt?

340. Poja vanadus on $^{2}/_{5}$ osa isa vanadusest. Kui vana on poeg, kui isa on 50 aastat vana?

341. Püstkülikukujulise platsi laius on $^{2}/_{3}$ platsi pikkusest. Leida selle platsi perimeeter, kui platsi pikkus on $9^{3}/_{4}$ sülda?

342. Masina hooratas teeb sekundis $3^{11}/_{12}$ tiiru. Mitu tiiru teeb ta minutis? $^{1}/_{2}$ minutis?

343. Perenaine ostis $2^{3}/_{4}$ kg kohviube. Praadimisel kaotas kohvi $^{1}/_{5}$ oma raskusest. Kui palju kaalus kohvi pärast praadimist?

344. Gaasilamp tarvitab tunnis $^{3}/_{20}$ kantmeetrit gaasi. Kui palju gaasi tarvitavad 4 lampi $3^{1}/_{2}$ tunniga?

345. Celsiuse kraadiklaas näitas ühel hommikul 15° külma. Kui palju näitab Réaumuri (loe reomüüri) kraadiklaas, kui teada on, et ta näitab $^{4}/_{5}$ osa Celsiuse kraadide arvust?

346. Üks malmkatel kaalus $24^{3}/_{4}$ naela, teine aga $^{2}/_{3}$ osa esimese raskusest. Kui raske oli teine katel?

347. 1906. a. oli Harjumaal külvatud 527 tiinu linu. Kui palju saadi linakiudu, kui iga tiin andis keskmiselt $32^{4}/_{5}$ puuda kiudu?

348. 1 hl nisu kaalub $76^{1}/_{2}$ kg, aga 1 hl rukkeid kaalub $72^{3}/_{4}$ kg. Talumees sai põllult 27 hl nisu ja 59 hl rukkeid. Mitu kilogrammi sai ta kumbagi vilja?

349. Hääl liigub sekundis 330 m, püssikuul aga $2^{7}/_{11}$ korda kiiremini. Mitu meetrit liigub püssikuul ühes minutis kiiremini kui hääl?

350. Kiirrong liigub sekundis 20 meetri kiirusega; postituvi lendab aga $1^{1}/_{4}$ korda kiiremini. Mitu meetrit liigub postituvi 1 minutis kiiremini kui kiirrong?

351. 1921. a. arvati iga inimese peale keskmiselt $^{3}/_{4}$ puuda rukkeid kuus. Kui palju rukkeid tarvitaks selle järgi 5-liikmeline perekond ühe aasta jooksul?

352. Leida 2% 400, 940, 887, 6784, 4577 margast, 350, 1456 pd.; 780, 3458 kg.

353. Leida: a) $^1/_2\%$, b) $^1/_3\%$, c) $^1/_4\%$ 4212 margast, 3840 margast, 7482 pd., 357 kg, 9486 kg, 1678 g, 4634 sm.

354 Leida $^2/_3\%$ 720 margast, 378 kg, 468 kg, 8565 m, 368 margast.

355. Leida $1^1/_2\%$, $1^1/_3\%$, $1^3/_4\%$ 360 margast, 972 m, 389 kg, 246 n., 736 hl, 512 kg.

356. Ühe kauba brutto-raskus on 345 kg. Tara-raskus moodustab $2^1/_2\%$, $3^1/_3\%$, $4^3/_4\%$ brutto-raskusest. Kui palju kaalub kraam ise ja kui palju pakis?

357. Vabadussõjas kaotas K. R. Soomusrong nr. 1 meeskond surnutena $2^7/_9\%$ oma keskmisest koosseisust, kuna meeskonna keskmine koosseis oli 108 meest. Mitu meest kaotas K. R. Soomusrong nr. 1 surnutena?

358. Üks tünn võiga kaalub 3 pd. 8 n. Tünni raskus on $6^1/_4\%$ kogu raskusest. Kui palju kaalub või?

359. Vabadussõjas kaotas Kuperjanovi polk surnutena $8^2/_{11}\%$ oma keskmisest koosseisust. Kui suur oli kaotus, kui polgu keskmine koosseis oli 1100 meest?

360.	$2 \cdot \frac{1}{5} =$	**361.**	$8 \cdot \frac{4}{9} =$	**362.**	$4 \cdot 6\frac{1}{5} =$	**363.**	$9 \cdot 2\frac{5}{6} =$
	$6 \cdot \frac{1}{7} =$		$5 \cdot \frac{2}{5} =$		$5 \cdot 4\frac{1}{4} =$		$14 \cdot 1\frac{5}{12} =$
	$5 \cdot \frac{1}{6} =$		$14 \cdot \frac{5}{6} =$		$3 \cdot 3\frac{1}{3} =$		$5 \cdot 5\frac{2}{5} =$
	$3 \cdot \frac{2}{5} =$		$21 \cdot \frac{5}{9} =$		$10 \cdot 4\frac{1}{15} =$		$4 \cdot 8\frac{7}{10} =$
	$7 \cdot \frac{2}{3} =$		$16 \cdot \frac{7}{8} =$		$12 \cdot 6\frac{1}{3} =$		$6 \cdot 3\frac{1}{2} =$
364.	$\frac{1}{2} \cdot 5 =$	**365.**	$\frac{5}{6} \cdot 18 =$	**366.**	$\frac{4}{5} \cdot 6 =$	**367.**	$\frac{5}{12} \cdot 7 =$
	$\frac{1}{4} \cdot 8 =$		$\frac{3}{15} \cdot 15 =$		$\frac{3}{4} \cdot 9 =$		$\frac{3}{5} \cdot 8 =$
	$\frac{1}{12} \cdot 9 =$		$\frac{5}{12} \cdot 6 =$		$\frac{4}{7} \cdot 3 =$		$\frac{5}{8} \cdot 6 =$
	$\frac{2}{3} \cdot 6 =$		$\frac{4}{5} \cdot 10 =$		$\frac{7}{8} \cdot 5 =$		$\frac{8}{21} \cdot 8 =$
	$\frac{2}{7} \cdot 14 =$		$\frac{7}{16} \cdot 4 =$		$\frac{4}{9} \cdot 8 =$		$\frac{7}{8} \cdot 12 =$
368.	$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} =$	**369.**	$\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} =$	**370.**	$\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{8} =$	**371.**	$\frac{6}{7} \cdot \frac{28}{33} =$
	$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} =$		$\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{6} =$		$\frac{7}{8} \cdot \frac{5}{7} =$		$\frac{3}{16} \cdot \frac{24}{25} =$
	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} =$		$\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} =$		$\frac{9}{16} \cdot \frac{8}{15} =$		$\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} =$
	$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} =$		$\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{10} =$		$\frac{5}{12} \cdot \frac{18}{25} =$		$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{35} =$
	$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} =$		$\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4} =$		$\frac{11}{12} \cdot \frac{3}{5} =$		$\frac{6}{7} \cdot \frac{21}{40} =$

372. Ühest kilogrammist viinamarjadest saab $^{11}/_{15}$ liitrit veini. Kui palju veini saab $6^1/_2$ kg viinamarjadest?

373. 1 tiinu peale läheb hästi idanevaid naeriseemneid $1^7/_8$ naela. Kui palju seemet läheb $1^1/_2$ tiinu peale?

374. 10 liitrit piima annab $1^1/_4$ liitrit koort. Mitu liitrit koort annab $27^1/_2$ liitrit piima?

375. Leida püstküliku perimeeter, kui püstküliku pikkus on $24^3/_4$ m ja kõrgus $18^3/_5$ m.

376. Üks kantjalg mahutab $2^3/_{10}$ pange vett. Mitu pange vett mahub vesistusse, mille ruumala on $100^1/_{10}$ kantjalga?

377. Inimene hingab välja tunni jooksul keskmiselt $41^3/_4$ g süsihapet. Kui palju süsihapet hingab ta välja ööpäeva jooksul?

378. Mesinik sai igast tarust keskmiselt $15^5/_8$ kg mett. Mitu kilogrammi mett sai mesinik, kui tal aias oli 24 taru?

379. Sulatis, millest valmistatakse trükitähed, koosneb tinast ja antimonist (stibium, Sb), kusjuures antimoni raskus on $^5/_{16}$ tina raskusest. Kui raske oli sulatis, kui tina võeti sulatise jaoks $48^4/_5$ puuda?

380. Telliskivi pikkus on $^5/_{14}$ arss., laius $^1/_2$ jalga ja paksus $2^1/_2$ tolli. Mitu kantjalga ruumi võtavad oma alla 160 niisugust telliskivi?

381. Pirita jõe pikkus on $^{15}/_{17}$ Keila jõe pikkusest, kuna Keila jõe pikkus on $^{17}/_{16}$ Jägala jõe pikkusest. Kui pikk on iga nimetatud jõgi, kui Jägala jõe pikkus on 80 km?

382. Poes oli $353^3/_5$ puuda peasuhkrut. Sellest müüdi peade viisi $^{15}/_{17}$ osa. $^1/_{16}$ jäägist tarvitas kaupmees oma tarbeks, kuna ta ülejäänud osa tükksuhkruna ära müüs. Kui palju müüs ta tükksuhkruna?

383. 200 telliskivi on laotud postina. Leida posti ruumala, kui iga telliskivi pikkus on $10^1/_2$ tolli, laius 5 tolli ja paksus $2^4/_5$ tolli?

384. Liiva-auk on $9^1/_2$ m pikk, $8^3/_4$ m lai ja $5^1/_5$ m sügav. Mitu kantmeetrit liiva on sellest august välja kaevatud?

385. Täisnurkse rööptahuka kujulisse anumasse, mille pikkus on $5^1/_2$ m, laius $2^1/_4$ m ja kõrgus 4 m, on pan[illegible] kivi. Anumasse valati vett niipalju, et kivi jä[illegible] kõrgus on $3^{1}/_{9}$ m. Kui kivi veest välja võeti, oli vee kõrgus $2^{2}/_{3}$ m. Leida anumasse pandud kivi ruumala.

386. Õunapuuaiale tara ümbertegemiseks kavatseti püstitada 60 täisnurkse rööptahuka kujulist telliskiviposti. Posti põhi on $^{3}/_{4}$ ruutarss., kõrgus $1^{1}/_{2}$ sülda. Ühte kantarssinasse mahub 3500 telliskivi. Kui palju lähevad samba kivid maksma, kui telliskivi maksab ühes veoga 7 marka tükk?

387. Klassitoa pikkus on $8^{4}/_{5}$ m, laius $6^{3}/_{4}$ m ja kõrgus $4^{1}/_{5}$ m. Kui palju kaalub õhk selles klassis, kui on teada, et 1 m^3 õhku kaalub 1 kg 293 g?

388. Voorimees andis hobusele päevas keskmiselt $13^{3}/_{4}$ n. kaeru, heinu aga $7^{1}/_{3}$ n. rohkem kui kaeru, kuna kaerapõhku $4^{1}/_{4}$ n. vähem andis kui heinu. Kui palju kulus nimetatud toite hobusele kahe nädala jooksul?

389. Laev sõidab seisvas vees $14^{1}/_{2}$ km tunnis. Jõevoolu kiirus on $1^{5}/_{8}$ km tunnis. Mitu kilomeetrit sõidab laev $5^{1}/_{3}$ tunniga päri voolu? vastu voolu?

390. Kaupmehel oli $37^{1}/_{2}$ naela teed. Ühele naabrile andis ta edasimüümiseks $^{3}/_{5}$ kõigest teest, teisele $5^{1}/_{2}$ naela võrra vähem kui $^{8}/_{9}$ ülejäägist, kuna ta ülejäänud tee omale jättis. Mitu naela teed sai igaüks?

391. Kaupmees müüs 3 ostjale $23^{1}/_{2}$ küünart riiet. Esimene ostis $^{1}/_{3}$ kõigest riidest ja veel $2^{1}/_{3}$ küünart, teine ostis $1^{3}/_{4}$ küünra võrra vähem kui $^{5}/_{8}$ jäägist, kuna kolmas ostis ülejäänud riide. Mitu küünart riiet sai iga ostja?

392. Trükitähtede sulatis koosneb seatinast ja antimonist, kusjuures antimoni on $^{5}/_{16}$ seatina hulgast. Kui palju kaalub sulatis, milleks on tarvitatud $26^{2}/_{3}$ puuda seatina?

393. Talumehel oli kolm ühetiinulist katse-heinamaad. Ühe jättis ta väetamata, teist väetas eesti vosvoriidiga ja kolmandat supervosvaadiga. Heinaaja lõpul selgus, et esimese heinamaa saak oli $^{329}/_{409}$ teise heinamaa saagist, kuna teise heinamaa saak oli $^{818}/_{849}$ kolmanda heinamaa saagist. Kui palju tõstis vosvoriidiga väetamine heinasaaki, kui kolmandalt heinamaalt saadi $33^{24}/_{25}$ puuda?

394. Rootsi inseneri plaani järgi tuleb betoonmaja ehitamine ümmarguselt 322000 marka maksma. Seejuures moodustavad betoon-osade kulud $^1/_7$ terve ehituse kuludest; sissesead aga läheb betoon-osade kulust kallimaks kogu ehituse kulude $^2/_7$ osa võrra. Töö maksab sama palju kui betoonosad, kuna ülejäänud summa mullatöö, administratsiooni jne. peale kulub. Kui suured oleksid betoonmaja iga liiki ehituskulud eraldi?

395. Maanteede-valitsuse plaanide järgi tuleb 1 km pikkuse kruusatee ehitamine maksma $^{71}/_{300}$ prügitustee ehitamise summast, kuna 1 km pikkuse kivitee ehitamine maksab $^{347}/_{600}$ prügitustee ehitamise summast. Mille võrra maksab 1 km pikkuse kivitee ehitamine rohkem kui sama pika kruusatee ehitamine, kui 1 km prügitustee ehitamine maksab 3000000 mk.?

396. $\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2} =$	**397.** $\frac{4}{7} \cdot 3\frac{1}{2} =$	**398.** $\frac{2}{9} \cdot 4\frac{1}{2} =$	**399.** $\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4} =$
$\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{3} =$	$\frac{5}{9} \cdot 2\frac{1}{4} =$	$\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{4} =$	$\frac{4}{7} \cdot 3\frac{1}{2} =$
$\frac{5}{6} \cdot 2\frac{1}{5} =$	$\frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{3} =$	$\frac{3}{5} \cdot 4\frac{1}{2} =$	$\frac{3}{10} \cdot 16\frac{2}{3} =$
$\frac{7}{8} \cdot 1\frac{3}{4} =$	$\frac{7}{9} \cdot 1\frac{2}{7} =$	$\frac{12}{25} \cdot 2\frac{1}{2} =$	$\frac{5}{6} \cdot 18\frac{1}{3} =$
$\frac{9}{10} \cdot 1\frac{1}{3} =$	$\frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{4} =$	$\frac{9}{10} \cdot 6\frac{2}{3} =$	$\frac{3}{14} \cdot 15\frac{1}{4} =$
400. $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} =$	**401.** $12\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{16} =$	**402.** $33\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{10} =$	**403.** $1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} =$
$7\frac{1}{2} \cdot \frac{15}{16} =$	$2\frac{3}{16} \cdot \frac{40}{49} =$	$17\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} =$	$1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{5} =$
$3\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{25} =$	$13\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{12} =$	$9\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8} =$	$2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5} =$
$6\frac{1}{3} \cdot \frac{11}{19} =$	$6\frac{2}{5} \cdot \frac{25}{32} =$	$13\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{12} =$	$2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{7}{9} =$
$9\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{25} =$	$3\frac{8}{9} \cdot \frac{48}{49} =$	$5\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4} =$	$2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} =$

404. $3\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{13} =$	**405.** $5\frac{5}{6} \cdot 7\frac{1}{5} =$	**406.** $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{8} =$
$7\frac{3}{4} \cdot 4\frac{4}{5} =$	$3\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4} =$	$\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{26}{27} =$
$8\frac{3}{5} \cdot 6\frac{1}{6} =$	$7\frac{5}{6} \cdot 7\frac{1}{5} =$	$4\frac{2}{3} \cdot 5\frac{1}{7} \cdot 1\frac{7}{9} =$
$6\frac{2}{3} \cdot 8\frac{1}{10} =$	$3\frac{4}{7} \cdot 2\frac{1}{10} =$	$9\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{15} \cdot 4\frac{4}{9} =$
$2\frac{1}{5} \cdot 6\frac{1}{2} =$	$7\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{5} =$	$1\frac{2}{3} \cdot 4\frac{4}{5} \cdot 2\frac{13}{16} =$

407. $(\frac{1}{18} + \frac{1}{6}) \cdot \frac{3}{4}$.
$(\frac{1}{28} + \frac{1}{24}) \cdot \frac{6}{7}$.

408. $\frac{13}{211} \cdot (\frac{5}{7} + \frac{5}{11} + \frac{5}{13})$.
$\frac{27}{104} \cdot (\frac{7}{360} + \frac{60}{144})$.

409. $\frac{6}{11} \cdot (3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2})$.
$\frac{15}{23} \cdot (4\frac{2}{5} - 2\frac{3}{10})$.

410. $5\frac{5}{42} \cdot (1\frac{1}{6} + \frac{7}{12})$.
$4\frac{3}{8} \cdot (1\frac{3}{7} - \frac{34}{35})$.

411. $(1\frac{1}{3} - \frac{20}{33}) \cdot (1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}) \cdot (3\frac{2}{5} - 2\frac{2}{3})$.

412. $[15\frac{5}{24} - 3\frac{1}{2} + (5\frac{1}{6} - 2\frac{3}{8})] \cdot \frac{1}{58}$.

413. $\frac{9}{50} \cdot [15\frac{5}{24} - 2\frac{3}{8} - (3\frac{1}{2} + 5\frac{1}{6})]$.

414. $(8\frac{1}{45} + 11\frac{1}{5}) \cdot 2\frac{1}{2} - (11\frac{1}{5} - 8\frac{1}{45}) \cdot 3\frac{1}{3}$.

415. $(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}) \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}) \cdot (\frac{1}{72} + \frac{2}{9} + \frac{1}{8})$.

416. $(2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}) \cdot (3\frac{2}{5} - 2\frac{2}{3}) \cdot (1\frac{1}{3} - \frac{20}{33})$.

§ 9. Murdude jagamine.

I. Tundmatu leidmine antud osa kaudu

Näiteks leida tundmatu, mille $^2/_5$ osa on 3. Tundmatu märkides x-ga, võime x-i leidmist järgmiselt korraldada:

$$\frac{2}{5} x = 3,$$

$$\frac{1}{5} x = 3 : 2 = \frac{3}{2},$$

sest et $^1/_5$ x on 2 korda vähem kui $^2/_5$ x.

$$x = \frac{3 . 5}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2},$$

sest et $^5/_5$ x ehk x on 5 korda suurem kui $^1/_5$ x.

Näide: Leida x, kui $^3/_7$ x $= ^3/_5$.

$$\frac{3}{7} x = \frac{3}{5},$$

$$\frac{1}{7} x = \frac{3}{5} : 3 = \frac{3}{5 . 3}.$$

$$x = 7 . \frac{3}{5 . 3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} . 7}{5 . \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}.$$

Näide: leida x, kui $^4/_5$ x $= 2^1/_2$.

$$\frac{4}{5} x = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2},$$

$$\frac{1}{5} x = \frac{5}{2} : 4 = \frac{5}{2 . 4},$$

$$x = 5 . \frac{5}{2 . 4} = \frac{5 . 5}{2 . 4} = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}.$$

Näide: Leida x, kui $1^1/_2$ x $= 1^1/_3$.

$$1\frac{1}{2} x = \frac{3}{2} x = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3},$$

$$\frac{1}{2} x = \frac{4}{3} : 3 = \frac{4}{3 . 3},$$

$$x = 2 . \frac{4}{3 . 3} = \frac{4 . 2}{3 . 3} = \frac{8}{9}.$$

417. $^4/_9$ osa rahast, mis poiss vihikute ostmiseks kulutas, on 16 marka. Kui palju maksis poiss vihikute eest?

418. 1 sm^3 vaske kaalub keskmiselt $8^1/_2$ g, mis moodustab $1^3/_{14}$ osa 1 sm^3 raua raskusest. Kui palju kaalub 1 sm^3 rauda?

419. $^3/_4$ Peetri vanadusest on 9 aastat. Kui vana on Peeter?

420. Pirita jõe pikkus on $1^5/_{17}$ osa Keila jõe pikkusest. Kui pikk on Keila jõgi, kui Pirita jõgi on 75 km pikk?

421. Narva jõgi on $2^1/_2$ km Piirita jõest lühem, kuna ga Pirita jõe pikkus on $^5/_9$ osa Pärnu jõe pikkusest. Kui ikk on Narva jõgi ja kui pikk on Pärnu jõgi, kui teada on, t Pirita jõgi on 75 km pikk?

422. Eesti pinnasuurus on 46 500 ruutkilomeetrit, mis ıoodustab $1^5/_{88}$ osa Taanimaa pinnasuurusest. Mitme ruutilomeetri võrra on Eesti suurem kui Taani?

423. Ebavere mägi on Emumäest 24 meetrit madalam. iniste mägede kõrgus on $^1/_2$ Emumäe kõrgusest. Kui kõrge on Ebavere mägi ja kui kõrge on Emumägi, kui Siniste mägede kõrgus on 84 meetrit?

424. Meegaste mäe kõrgus on $1^{70}/_{139}$ osa Tallinna Oleviste kiriku torni kõrgusest. Kui kõrge on Oleviste kiriku torn, kui teada on, et Meegaste mäe kõrgus on 209 meetrit?

425. 1921. a. oli Eestis iga 100 km raudtee peale 18 vedurit, mis moodustas $^3/_5$ osa Prantsusmaal iga 100 km peale tulevate vedurite arvust. Mitu vedurit tuli Prantsusmaal iga 100 km peale?

426. I-se suuruse tähtede arv taevalaotuses on $^4/_{13}$ osa II-se suuruse tähtede arvust. Mitu II-se suuruse tähte on, kui I-se suuruse tähti on 20?

427. III-da suuruse tähtede arv on $^{38}/_{85}$ osa IV-da suuruse tähtede arvust. Mitu IV suuruse tähte on taevalaotuses, kui III-da suuruse tähti on 190?

428. 1 toop kooritud piima kaalub $^1/_{100}$ naela võrra rohkem kui 1 toop täispiima. 1 toop vett kaalub aga 3 naela, mis moodustab $^{30}/_{31}$ osa kooritud piima raskusest. Kui palju kaalub 1 toop täispiima ning kui palju 1 toop kooritud piima?

429. Leida arv, mille $^3/_7$ osa on 642.

430. Leida arv, mille $4^2/_3$ osa on 756.

431. Leida tundmatu arv x, kui: 1) $^3/_8$ osa tundmatust arvust $= 4$; 2) $^2/_5$ osa x-ist $= 5$; 3) $^3/_4\ x = 7$; 4) $^2/_9 x = 6$.

432. Leida x, kui: 1) $^5/_6\ x = 15$; 2) $^3/_7\ x = 9$; 3) $^5/_8\ x = {^3/_4}$; 4) $^2/_5\ x = {^4/_{15}}$; 5) $^3/_{11}\ x = {^3/_{10}}$.

433. Leida x, kui: 1) $^2/_9\ x = {^4/_3}$; 2) $^3/_5\ x = 1^2/_5$; 3) $^6/_5\ x = 1^1/_5$; 4) $2^1/_2\ x = 4^1/_5$; 5) $3^2/_5\ x = 1^2/_{17}$.

434. Leida x, kui: 1) $3^4/_7\ x = {^5/_7}$; 2) $2^3/_4\ x = 5^3/_5$; 3) $15^3/_5\ x = 4^5/_8$; 4) $7^1/_2\ x = {^4/_5}$.

435. Leida:

1)	$^1/_2$	osa arvust, mille	$^3/_4$	osa on	3.
2)	$^3/_4$	„ „ „	$^2/_5$	„ „	$^4/_{15}$.
3)	$^5/_7$	„ „ „	$^3/_8$	„ „	$1^5/_6$.
4)	$1^1/_2$	„ „ „	$^5/_6$	„ „	$3^3/_4$.
5)	$^3/_8$	„ „ „	$1^1/_2$	„ „	$4^1/_2$.
6)	$^{15}/_{16}$	„ „ „	$3^1/_2$	„ „	$7^3/_4$.

II. Murdude jagamine.

a) Murru jagamine täisarvuga.

Tehte $\frac{10}{3} : 5$ arvutamiseks tuleb leida niisugune arv, mida 5-ga korrutades saaksime $\frac{10}{3}$. Seega on otsitav jagatis 5 korda vähem jagatavast arvust $\frac{10}{3}$, s. o. et leida jagatis, tuleb $\frac{10}{3}$ vähendada 5 korda. Et aga murdu vähendada 5 korda, seks võime murru nimetaja suurendada 5 korda:

$$\frac{10}{3} : 5 = \frac{10}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

Et jagada murd täisarvuga, tuleb murru nimetaja korrutada selle täisarvuga.

b) Täisarvu jagamine murruga.

Tehte $4 : \frac{3}{7}$ arvutamiseks tuleb leida niisugune arv, mida korrutades $\frac{3}{7}$ saadakse 4. Olgu see arv x; siis saame: $\frac{3}{7} . x = 4$. Siit leiame x-i samuti kui tundmatu, mille $\frac{3}{7}$ osa on 4. Nii siis, ei ütelda: 4 jagada $\frac{3}{7}$-ga, võime ütelda: leida tundmatu, mille $\frac{3}{7}$ osa on 4, — mida me juba oskame leida.

Kui $^3/_7\ x = 4$, siis $x = \frac{4 . 7}{3}$; järjelikult:

$$4 : \frac{3}{7} = \frac{4 . 7}{3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}.$$

Et jagada täisarv murruga, tuleb täisarv korrutada murru nimetajaga ja korrutis jagada murru lugejaga.

c) Murru jagamine murruga.

Samuti tuleb tehte $\frac{15}{16} : \frac{2}{9}$ arvutamiseks leida tundmatu arv, mida korrutades $\frac{2}{9}$-ga saaksime $\frac{15}{16}$, või tuleb leida tundmatu arv, mille $\frac{2}{9}$ osa on $\frac{15}{16}$. See tähendab: selle asemel, et ütelda: $\frac{15}{16}$ jagada $\frac{2}{9}$-ga, võime öelda: leida tundmatu, mille $\frac{2}{9}$ osa on $\frac{15}{16}$.

Kui $^2/_9\ x = {}^{15}/_{16}$, siis $x = \frac{15 . 9}{16 . 2}$; järjelikult:

$$\frac{15}{16} : \frac{2}{9} = \frac{15 . 9}{16 . 2}.$$

Et jagada murd murruga, tuleb jagatava lugeja korrutada jagaja nimetajaga ja jagatava nimetaja korrutada jagaja lugejaga; esimene korrutis võtta lugejaks, kuna nimetajaks tuleb teine korrutis võtta.

Näiteks jagame $^2/_{15} : {}^2/_3$

$$\frac{2}{15} : \frac{2}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} . \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{5}{\cancel{15}} . \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{1}{5}.$$

Enne murru liikmete korrutamist tuleb vaadata, kas ei saa murdu lühendada.

$$\text{Näide: } \frac{15}{16} : \frac{3}{7} = \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \cdot 7}{16 \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{35}{16} = 2\frac{3}{16}.$$

Et proovida, kas oleme õieti jaganud, s. o. kas meil on õige jagatis, seks võime saadud jagatise korrutada jagajaga. Võrdub saadud korrutis jagatavaga, siis on jagamine õieti tehtud.

$$\text{Näide: } \frac{3}{7} \cdot 2\frac{3}{16} = \frac{3 \cdot \overset{5}{\cancel{35}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot 16} = \frac{15}{16}.$$

Kui on sega-arvud jagada, siis tuleb need esmalt muuta liigmurruks.

$$3\frac{3}{4} : 2\frac{2}{5} = \frac{15}{4} : \frac{12}{5} = \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \cdot 5}{4 \cdot \underset{4}{\cancel{12}}} = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}.$$

Et jagada sega-arv sega-arvuga, tuleb sega-arvud enne liigmurruks muuta ja siis jagada kui lihtmurrud.

436. Tööline teeb tunnis $^2/_{15}$ tervest tööst. Kui palju aega kulub tal kõige töö tegemiseks?

437. Reisija käib tunnis $^4/_7$ penikoormat. Kui palju aega kulub tal $^{10}/_{21}$ penikoorma käimiseks?

438. Kui õpilane oli $^3/_7$ osa teest kooli ära käinud, siis jäi tal veel 2 km minna. Kui kaugel koolist elas õpilane?

439. Üks masin jõuab tunnis $^1/_{15}$, teine aga $^1/_{18}$ osa kõigest tööst valmistada. Kui palju aega tarvitavad masinad kõige töö tegemiseks, kui nad töötavad üheskoos?

440. 8 tunniga tühjeneb $^4/_9$ vesistut. Kui palju aega kulub täie vesistu tühjenemiseks?

441. Kell jääb iga päev $2^1/_{10}$ minutit järele. Kui pika ajaga jääb ta $25^1/_5$ minutit järele?

442. Hõbetükk kaotas vees oma raskusest 3 kg. Kui raske on see hõbetükk, kui ta vees kaotas $^2/_{21}$ osa oma raskusest?

443. $7^1/_5$ g kulda on sulatatud hõbedaga, mille raskus on $^5/_8$ osa sulatise raskusest? Kui palju hõbedat oli sulatises?

444. Reisija, kes sõidab $28^1/_8$ km tunnis, jõuab $4^{11}/_{15}$ tunniga $^7/_{10}$ osa teest ära sõita. Mitu kilomeetrit tuleb reisijal üldse sõita?

445. $^7/_{11}$ osa tundmatust arvust on $^2/_3$ osa $^5/_6$-st. Kui suur on tundmatu arv?

446. Kui kauaks ajaks jätkub $4^1/_2$ sentnerist kartulitest, kui iga päev tarvitatakse $^1/_{25}$ sentnerit?

447. Perenaisel kulub iga päev $^1/_4$ kg võid. Kui kauaks jätkub $3^1/_2$ kg võid?

448. Mitu käterätikut on võimalik $28^4/_5$ meetrist riidest valmistada, kui iga rätik peab $1^1/_5$ m pikk olema?

449. Peremees soovis linoleumiga katta toa põranda, mille pikkus on 6 m ja laius $4^1/_2$ m. Kui palju linoleumi peab tarvitama, kui linoleumi laius on $1^1/_2$ m?

450. Kivitöölised parandasid uulitsat, mille pikkus on $225^1/_2$ m. Kui palju aega kulus parandamiseks, kui iga päev jõuti $8^1/_4$ m teed parandada?

451. Kanttoll vett kaalub $^1/_{25}$ naela. Kui suur on anuma ruumala, kui anumasse mahub $4^2/_5$ naela vett?

452. Maapidaja andis hobustele iga nädal $2^1/_2$ hl kaeru, Kui kauaks jätkub $47^1/_2$ hl kaeru hobustele anda?

453. 6 kangastelje peal kooti $5^3/_4$ päevaga $157^5/_7$ arss. linast riiet. Mitu kangastelge peab olema, et samuti töötades 1 päevaga $45^5/_7$ arss. linast riiet valmis kududa?

454. Müüri pikkus on 120 meetrit, kõrgus $2^1/_2$ m ja paksus $^3/_5$ m. Kui suur on müüri ruumala?

455. Mitu särki saab valmistada linase riide kangast, mille pikkus on 45 m, kui iga särgi jaoks võeti $2^1/_4$ m linast riiet?

456. Ühe meetri kõrgune post annab $3^1/_3$ meetri pikkuse varju. Kui kõrge on maja, mille vari on samal ajal $41^2/_3$ meetrit pikk?

457. $4^3/_8$ kg või tegemiseks läheb $12^1/_4$ liitrit koort. Mitu liitrit koort läheb 10 kg või valmistamiseks?

458. Kahest linnast sõitsid ühel ja samal ajal teineteisele vastu kaks rattasõitjat. Esimene rattasõitja sõitis tunnis $15^5/_8$ km, teine aga $17^1/_2$ km. Mitme tunni pärast kohtasid nad teineteist, kui linnade vahemaa on $76^3/_{16}$ km?

459. Vankri esimese ratta ümbermõõt oli $2^1/_4$ m, tagumise ratta ümbermõõt aga $^3/_4$ m suurem. Mitu tiiru tegi tagumine ratas selle maa ulatusel, kus esimene ratas tegi 15 tiiru?

460. Isa surma järel päris poeg testamendi järgi $^1/_5$ osa, tütar aga $^1/_6$ osa isa pärandusest, kuna ülejäänud osa teised sugulased said. Kui suur oli pärandus, kui poeg sai 4000 mk. rohkem kui tütar?

461. Täiskasvanud meesterahva ülikonna tarvis läheb keskmiselt $3^1/_5$ m riiet. Mitu ülikonda saab valmistada riidekangast, mille pikkus on 32 m?

462. $6 : \frac{9}{10}$	**463.** $\frac{35}{64} : 60$	**464.** $96 : \frac{2}{3}$	**465.** $62 : \frac{2}{5}$
$3 : \frac{6}{7}$	$\frac{33}{74} : 36$	$21 : \frac{5}{6}$	$20 : \frac{5}{6}$
$8 : \frac{4}{9}$	$\frac{49}{60} : 84$	$76 : \frac{5}{4}$	$25 : \frac{1}{2}$
$4 : \frac{8}{9}$	$\frac{21}{50} : 77$	$41 : \frac{4}{5}$	$572 : \frac{2}{5}$
$9 : \frac{4}{5}$	$\frac{54}{65} : 90$	$113 : \frac{7}{8}$	$38 : \frac{17}{19}$

466. $\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$	**467.** $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$	**468.** $\frac{3}{5} : \frac{4}{5}$	**469.** $\frac{7}{9} : \frac{2}{3}$
$\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$	$\frac{1}{7} : \frac{1}{5}$	$\frac{3}{4} : \frac{6}{7}$	$\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$
$\frac{4}{5} : \frac{1}{5}$	$\frac{1}{6} : \frac{1}{3}$	$\frac{5}{8} : \frac{5}{12}$	$\frac{3}{7} : \frac{1}{2}$
$\frac{18}{25} : \frac{8}{25}$	$\frac{1}{8} : \frac{1}{4}$	$\frac{7}{10} : \frac{2}{5}$	$\frac{5}{24} : \frac{2}{5}$
$\frac{6}{7} : \frac{3}{7}$	$\frac{1}{9} : \frac{1}{6}$	$\frac{3}{8} : \frac{3}{5}$	$\frac{5}{48} : \frac{7}{12}$

470. $2\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$	**471.** $2\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$	**472.** $36\frac{7}{10} : \frac{4}{11}$	**473.** $46\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$
$3\frac{1}{2} : \frac{7}{8}$	$1\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$	$19\frac{5}{6} : \frac{7}{15}$	$73\frac{5}{8} : \frac{7}{8}$
$1\frac{3}{5} : \frac{4}{9}$	$3\frac{1}{2} : \frac{4}{5}$	$528\frac{3}{5} : \frac{9}{20}$	$619\frac{5}{12} : \frac{4}{25}$
$2\frac{1}{4} : \frac{3}{10}$	$72\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$	$25\frac{2}{5} : \frac{4}{5}$	$114\frac{2}{7} : \frac{5}{7}$
$1\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$	$44\frac{3}{7} : \frac{5}{9}$	$59\frac{1}{9} : \frac{8}{9}$	$298\frac{1}{6} : \frac{5}{6}$

474. Kooliõpetaja jagas kahele klassile 140 sulge nii, et üks klass sai $^2/_3$ sellest, mis sai teine. Mitu sulge sai kumbki klass?

475. 100-frangiline Prantsuse kuldraha sisaldab $29^1/_{31}$ g puhast kulda, mis moodustab $^9/_{10}$ osa kuldraha raskusest. Kui raske on 100-fr. Prantsuse kuldraha?

476. Kaks jalgrattasõitjat sõitsid kahest kohast ühel ajal välja teineteisele vastu. Üks sõitis $22^1/_2$ km, teine aga 25 km tunnis. Millal kohtavad nad teineteist, kui nende vahemaa on $142^1/_2$ km?

477. Kolmest pärijast sai testamendi järgi esimene $^1/_3$, teine $^1/_5$ ja kolmas ülejäänud päranduseosa. Kui suur oli pärandus ja mitu marka sai igaüks, kui kolmas sai 32 000 marka rohkem kui teine?

478. Emamesilase keskmine pikkus on $17^1/_2$ mm, kuna töömesilane on $1^{13}/_{22}$ korda lühem. Emamesilase keskmine laius on 6 mm, kuna töömesilase laius on $1^1/_7$ korda vähem. Leida töömesilase pikkus ja laius.

479. 1918. a. aruannete järgi tuli Võrumaa taludes iga lamba kohta keskmiselt $^9/_{10}$ tiinu külvipinda, kuna Saaremaal tuli samal ajal iga lamba kohta 3 korda vähem külvipinda. Järvamaal tuli samal ajal iga lamba kohta keskmiselt 4 korda rohkem külvipinda kui Saaremaal. Mitu tiinu külvipinda tuli keskmiselt iga lamba kohta Järvamaal?

480. Emamesilane kaalub keskmiselt $^{23}/_{100}$ g. Lesk aga kaalub emast $1^{17}/_{98}$ korda vähem, kuna tööline $1^3/_{10}$ korda lesest vähem kaalub. Kui palju kaalub tööline?

481. 1921. a. juulikuus elas Tartus 50 000 inimest, kelledest $^1/_{125}$ osa olid lätlased. Sakslasi oli $8^1/_2$ korda rohkem kui lätlasi ning venelasi $1^{11}/_{23}$ korda vähem kui sakslasi. Ülejäänud muulasi oli $4^1/_8$ korda rohkem kui lätlasi. Mitu eestlast elas tähendatud ajal Tartus?

482. $^5/_8$ osa Tartu-Tapa vahemaast raudteed mööda on $6^4/_{25}$ km võrra vähem kui Tartu-Rakke vahemaa. Kui suur on Tartu-Tapa vahemaa, kui Tartust Rakke on $76^8/_{25}$ km?

483. Tartu-Jõgeva vahemaa raudteed mööda on $^{143}/_{305}$ osa Tartu-Tamsalu vahemaast. Kui palju on Tartust Tamsalusse, kui Tartust Jõgevale on $47^9/_{25}$ km?

484. Kunstliku jää tegemiseks võeti $6^2/_5$ kg köögisoola, mis moodustas $^8/_{25}$ osa juurdelisatavast lumest. Mitu kilogrammi tehti kunstlikku jääd?

485. Külmutava segu tegemiseks võeti $3\frac{1}{2}$ naela jääd, mis on $^7/_{10}$ osa kloorkaltsiumi ($CaCl_26H_2O$) kristallide raskusest. Kui palju võeti külmutava segu tegemiseks kloorkaltsiumi?

486. 1 sm^3 vaske kaalub $8^7/_{10}$ g, kuna kuld on vasest $2^{17}/_{87}$ korda raskem. Kui suur on kullatüki ruumala, mis kaalub 386 g?

487. Jäätükk, mille ruumala on 1 dm^3, kaalub 900 g. Kui palju kaalub 1 sm^3 korki, kui on teada, et kork on $4\frac{1}{2}$ korda jääst kergem?

488. Niisuguse toa põranda katmiseks, mille pikkus on $5^2/_5$ sülda ja laius $3^1/_3$ s., tarvitati 36 ühepikkust lauda. Kui pikk oli iga laud, kui laua laius oli $^1/_8$ sülda?

489. Kolmes vaadis on kokku $17^3/_5$ puuda petrooleumi. Kahes vaadis on kummaski ühepalju, kolmandas 3 korda rohkem kui kahes esimeses ühtekokku. Mitu puuda petrooleumi on igas vaadis?

490. Vankri esimese ratta ümbermõõt on $5^3/_4$ jalga, tagumise ümbermõõt — $7\frac{1}{2}$ jalga. Sõidul tegi tagumine ratas 9200 ringi. Mitu ringi tegi sel ajal esimene ratas?

491. Püstküliku-kujulise põllu pikkus on $^9/_{50}$ versta. kuna laius moodustab $^8/_9$ pikkusest. Selle põllu igalt tiinult saadi sügisel 15 napra ja igast nabrast $4^1/_5$ setv. rukkeid. Lõikus andis 7 seemet. Kui palju rukkeid oli külitud sellele põllule?

492. Tarvis on laudadega katta põrand, mille pikkus on 20 m ja laius 8 m. Mitu lauda läheb tarvis, kui laua pikkus on 10 m ja laius 0,5 m?

493. Rööpküliku alus on 8 sm, pindala — 80 sm^2. Mitu korda väheneb rööpküliku pindala, kui alus väheneb 2 sm ja kõrgus 3 sm võrra?

494. Kolmnurga pindala on 90 sm^2, kõrgus — 15 sm. Mitu korda suureneb kolmnurga pindala, kui alus suureneb 4 sm ja kõrgus 5 sm võrra?

495. $812\frac{3}{4} : 5$
$763\frac{1}{2} : 4$
$429\frac{2}{5} : 8$
$564\frac{7}{12} : 11$
$347\frac{5}{8} : 6$

496. $62 : 1\frac{2}{5}$
$37 : 2\frac{1}{3}$
$46 : 3\frac{2}{7}$
$24 : 6\frac{3}{4}$
$672 : 7\frac{1}{2}$

497. $14\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2}$
$28\frac{3}{4} : 3\frac{3}{4}$
$12\frac{4}{5} : 4\frac{4}{5}$
$49\frac{1}{6} : 5\frac{5}{6}$
$4\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$

498. $\frac{4}{5} : 2\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3} : 2\frac{1}{4}$
$\frac{6}{7} : 1\frac{1}{5}$
$3\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4}$
$1\frac{1}{6} : 4\frac{2}{3}$

499. $72\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$
$5\frac{49}{55} : 9\frac{26}{33}$
$43\frac{11}{25} : 8\frac{7}{30}$
$121\frac{1}{4} : 1\frac{9}{16}$
$111\frac{4}{25} : 6\frac{17}{50}$

500. $43\frac{19}{50} : 8\frac{7}{20}$
$108\frac{13}{20} : 12\frac{7}{40}$
$425\frac{1}{5} : 4\frac{1}{3}$
$907\frac{1}{2} : 2\frac{5}{6}$
$217\frac{5}{6} : 5\frac{5}{9}$

501. $553\frac{5}{6} : 2\frac{1}{12}$
$168\frac{4}{5} : 1\frac{1}{20}$
$6\frac{1}{4} : 3\frac{1}{5}$
$25\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$
$44 : 8\frac{4}{5}$

502. $2\frac{1}{2} : 4\frac{5}{6}$
$1\frac{2}{5} : 1\frac{1}{2}$
$6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{6}$
$1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$

503.

$\dfrac{\frac{7}{8}}{3};\quad \dfrac{\frac{5}{6}}{20};\quad \dfrac{\frac{4}{9}}{8};\quad \dfrac{\frac{7}{10}}{2};$

$\dfrac{3}{\frac{3}{4}};\quad \dfrac{4}{\frac{8}{9}};\quad \dfrac{6}{\frac{9}{10}};\quad \dfrac{9}{\frac{4}{5}};$

$\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{25}{36}};\quad \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}};\quad \dfrac{\frac{6}{7}}{\frac{7}{8}};\quad \dfrac{\frac{5}{9}}{\frac{5}{6}};$

504.

$\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{3}};\quad \dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{8}{15}};\quad \dfrac{8\frac{2}{3}}{13};\quad \dfrac{1\frac{3}{4}}{7};$

$\dfrac{8\frac{1}{2}}{5};\quad \dfrac{5\frac{1}{4}}{3};\quad \dfrac{6\frac{4}{7}}{2};\quad \dfrac{3\frac{3}{5}}{9};$

$\dfrac{15}{6\frac{3}{7}};\quad \dfrac{\frac{3}{4}}{8\frac{1}{3}};\quad \dfrac{9\frac{2}{5}}{\frac{16}{25}};\quad \dfrac{3\frac{1}{3}}{5\frac{5}{18}};$

505.

$\dfrac{8\frac{2}{3}}{6\frac{1}{2}};\quad \dfrac{4\frac{5}{7}}{3\frac{2}{3}};\quad \dfrac{7\frac{1}{2}}{3\frac{1}{3}};\quad \dfrac{16\frac{2}{3}}{6\frac{1}{4}};$

$\dfrac{6\frac{4}{9}}{14\frac{1}{2}};\quad \dfrac{10\frac{1}{2}}{3\frac{1}{2}};\quad \dfrac{308\frac{3}{4}}{4\frac{3}{8}};\quad \dfrac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}};$

506.

$\dfrac{7\frac{1}{5}}{2\frac{2}{25}};\quad \dfrac{6\frac{3}{4}}{5\frac{5}{8}};\quad \dfrac{3\frac{1}{3}}{2\frac{1}{2}};\quad \dfrac{6\frac{2}{3}}{2\frac{1}{2}};$

$\dfrac{45\frac{1}{2}}{5\frac{2}{3}};\quad \dfrac{1\frac{3}{4}}{2\frac{1}{3}};\quad \dfrac{5\frac{1}{4}}{3\frac{1}{8}};\quad \dfrac{8\frac{1}{3}}{3\frac{3}{4}}.$

---

507. Arvude $3^3/_4$ ja $2^2/_5$ summat suurendada nende vahe võrra.

508. Arvude $8^3/_{18}$ ja $7^7/_9$ summat vähendada nende vahe võrra.

509. Kuidas muutub summa, kui üht liidetavat suurendada $4^7/_8$ võrra, teist aga $3^5/_6$ võrra?

510. Kuidas muutub summa, kui üht liidetavat vähendada $5^8/_9$ võrra, teist aga $7^4/_5$ võrra.

511. Kuidas muutub summa, kui üht liidetavat suurendada $8^3/_5$ võrra, teist aga vähendada $8^3/_5$ võrra?

512. Kuidas muutub summa, kui üht liidetavat suurendada $11^2/_3$ võrra, teist aga vähendada $7^5/_6$ võrra?

513. Kahe arvu summa on $47^3/_8$. Ühte liidetavat suurendati $13^4/_9$ võrra, teist aga vähendati $2^5/_7$ võrra. Kui suur on uute liidetavate summa?

514. Kahe arvu vahe on $7^8/_9$. Vähendatavat suurendati $3^4/_7$ võrra. Kui suur on uus vahe?

515. Kahe arvu vahe on $15^3/_4$. Vähendatavat vähendati $7^3/_5$ võrra. Kui suur on uus vahe?

516. Kuidas muutub vahe, kui lahutatavat suurendada $4^4/_7$ võrra?

517. Kuidas muutub vahe, kui lahutatavat vähendada $2^2/_3$ võrra?

518. Lahutatavat suurendati $3^4/_7$ võrra. Mis tuleks teha vähendatavaga, et vahe jääks endiseks?

519. Vähendatavat suurendati $14^2/_7$ võrra, lahutatavat vähendati $3^4/_5$ võrra. Mis sündis vahega?

520. Kahe arvu vahe on $5^3/_8$. Vähendatavat vähendati $3^4/_9$ võrra, lahutatavat aga $4^5/_7$ võrra. Kui suur on uute arvude vahe?

521. Kahe arvu vahe on $4^7/_8$. Vähendatavat suurendati $3^4/_5$ võrra. Mis teha lahutatavaga, et vahe suureneks $4^2/_9$ võrra?

522. Vahe vähenes $13^4/_9$ võrra. Lahutatavat suurendati $7^8/_{15}$ võrra. Mis on tarvis teha vähendatavaga, et vahe saaks seks, mis ta oli enne vähenemist?

---

523. Kaupmees kavatses osta ladust 800 naela suhkrut, $26^3/_5$ mk. nael. Ladust ostis ta aga $1^1/_2$ korda rohkem kui oli kavatsenud. Kui palju tuli kaup maksma ja mitu korda rohkem ennekavatsetud ostusummast?

524. Kahe arvu korrutis on 35. Üht arvu korrutati $1^3/_5$-ga. Kui suur on uute arvude korrutis?

525. Kahe teguri korrutis on $52^1/_2$. Üht tegurit jagati $3^3/_4$-ga. Kui suur on uute tegurite korrutis?

526. Üht tegurit korrutati $2^1/_2$-ga; teist tegurit korrutati $1^1/_8$-ga. Mis sündis korrutisega?

527. Üht tegurit korrutati $^3/_4$-ga, teist tegurit jagati $1^1/_2$-ga. Mis sündis korrutisega?

528. Üht tegurit jagati $^5/_6$-ga, teist tegurit aga $1^1/_2$-ga. Mis sündis korrutisega?

529. Kuidas muutub jagatis, kui jagatavat korrutada $2^1/_2$-ga?

530. Mis sünnib jagatisega, kui jagatavat jagada $1^1/_2$-ga?

531. Mis sünnib jagatisega, kui jagajat korrutada $4^1/_2$-ga?

532. Kuidas muutub jagaja, kui jagatavat korrutada $1^1/_2$-ga ja jagajat $2^1/_2$-ga?

533. Mis sünnib jagatisega, kui jagajat jagada $3^1/_3$-ga?

534. Jagatis on $15^1/_2$. Jagatavat korrutati $2^1/_2$-ga, jagajat aga $1^1/_2$-ga. Kui suur on uus jagatis?

535. Jagatis on $3^1/_4$. Jagatavat jagati $3^2/_7$-ga. Kui suur on uus jagatis?

536. Jagatis on $5^1/_2$. Mis on tarvis teha jagajaga, et uus jagatis oleks 3?

537. Jagaja on $1^1/_2$. Kui suur peab olema jagaja siis, kui uus jagatis oleks endisest $2^1/_2$ korda suurem?

538. Jagatav on $5^1/_4$ ja jagaja on $1^1/_2$. Mis on tarvis teha jagatavaga, et uus jagatis oleks $1^2/_5$?

549. Avaldada $\frac{4}{7}$ puuda solotnikkudes.

Lahendamine: $\frac{4}{7}$ p. $= \frac{4}{7} . 40$ n. $= \frac{4.40}{7}$ n. $= \frac{160}{7}$ n.

$\frac{160}{7}$ n. $= \frac{160}{7} . 96$ sol. $= \frac{160.96}{7}$ sol. $= \frac{15360}{7}$ sol. $= 2194^2/_7$ sol.

Vastus: $\frac{4}{7}$ p. $= 2194^2/_7$ solotnikku.

Avaldada:

540. $^3/_5$ puuda loodides; $1^2/_3$ pd. loodides.

541. $^5/_9$ versta arssinates; $2^4/_5$ versta jalgades.

542. $^3/_{25}$ nädalat tundides; $2^4/_{15}$ nädalat tundides.

543. Mitu kantverssokit on $^5/_{2048}$ kantsüllas?
544. Mitu karnitsat on $4^4/_5$ setverdis?
545. Mitu tundi on $^2/_5$ lisapäeva-aastas?
546. Mitu ruutarssinat on $^1/_{750}$ ruutverstas?
547. Mis on suurem: $^{15}/_{24}$ sülda või $48^1/_5$ verssokit?
548. Mis on suurem: $^3/_{16}$ ööd-päeva või 178 minutit?
549. Mis on suurem: $^5/_{12}$ pd. või 150 solotnikku?
550. Mis on suurem: $^3/_{16}$ setverti või $25^3/_5$ karnitsat?

---

551. Avaldada 5 pange $6^3/_4$ toopi vaadi osades.

Lahendamine: $6^3/_4 \text{ t.} = \frac{6^3/_4}{10}(\text{p.}) = \frac{27}{4.10}(\text{p.}) = \frac{27}{40}(\text{p.})$

$$5 \text{ p.} + \frac{27}{40} \text{ p.} = 5\frac{27}{40} \text{p.}$$

$$5\frac{27}{40} \text{ p.} = \frac{5\frac{27}{40}}{40}(\text{v.}) = \frac{227}{40.40}(\text{v.}) = \frac{227}{1600}(\text{v.})$$

Vastus: 5 pange $6^3/_4$ toopi $= \frac{227}{1600}$ vaati.

Avaldada:

552. 160 poognat riisides.
553. $1645^5/_7$ solotnikku puudades.
554. $10666^2/_3$ verssokit verstades.
555. 648 kantverssokit kantsüldades.
556. Missugune osa verstast on $4^4/_5$ arss.?
557. Missugune osa puudast on $^8/_9$ solotnikku?
558. Missugune osa nädalast on $3^1/_2$ tundi?
559. Missugune osa lihtaastast on 12 tundi?
560. Missugune osa tiinust on $11^1/_6$ ruutarssinat?
561. Missugune osa kantsüllast on 14817 kanttolli?
562. 6 tundi $15^2/_3$ min. avaldada ühe nimega arvuna.
563. Ülendada puudadeks 4 naela $14^2/_3$ loodi.
564. 2 sülda 1 arss. $2^3/_4$ verssokit ülendada süldadeks.

---

565. Liita $^3/_5$ vaati ja 5 vaati 26 pauge $9^1/_2$ toopi.

Lahendamine: Avaldame mõlemad antud suurused $^3/_5$ vaati ja 5 vaati 26 pange $9^1/_2$ toopi ühesugustes mõõtudes, näit. pangedes:

$^3/_5$ vaati = 24 pange.
5 vaati 26 p. $9^1/_2$ t. = $226^{19}/_{20}$ pange.
Saadud arvud liidame: 24 p. + 226 $^{19}/_{20}$ p. = $250^{19}/_{20}$ pange.
Vastus: $^3/_5$ vaati + 5 vaati 26 p. $9^1/_2$ t. = $250^{19}/_{20}$ pange.

On kõik liidetavad mitme nimega arvud, siis võib neid liita nagu täisarvulisi mitme nimega arvusid.

566. Talumees rentis oma maast kaks maatükki välja. Esimese maatüki suurus oli 3 tiinu $2^1/_4$ Tartu vakamaad, teine maatükk oli esimesest 2 tiinu, $^1/_8$ Tartu vakamaa võrra suurem. Kui suur oli teine maatükk?

567. Katlasse, mille raskus on 5 puuda 15 naela $63^1/_2$ solotnikku, valati 1 puud 36 naela $49^3/_5$ solotnikku vett. Kui palju kaalub katel ühes veega?

568. Kaupmees segas kolme sorti teed. Esimest sort võttis ta 6 n. 16 loodi $1^1/_2$ solotn., teist sorti 5 n. 17 lood $2^3/_4$ sol. rohkem kui esimest, kolmandat sorti aga 2 n. 26 loodi $1^3/_5$ solotn. rohkem kui kaht esimest sorti ühtekokku. Kui palju kaalus saadud segu?

569. Kuldsepp võttis dessert- ja supilusikate tegemiseks hõbedat: dessertlusikate valmistamiseks 18 naela 26 loodi $2^3/_4$ solotnikku, supilusikate valmistamiseks aga 20 naela 28 loodi $1^4/_5$ solotnikku. Kui palju hõbedat võttis kuldsepp dessert- ja supilusikate tegemiseks ühtekokku?

570. Reisija peatus ühes linnas 1 nädala 5 päeva $8^3/_4$ tundi, teises linnas 1 nädala 6 päeva $5^1/_2$ tundi rohkem, kuna ta kolmandas linnas niikaua peatus, kui kahes esimeses linnas ühtekokku. Kui kaua peatus reisija kõigis kolmes linnas ühtekokku?

571. Vesistut täidavad kaks pumpa. Üks pump annab igas tunnis keskmiselt 1 kantsülla 75 kantjalga $596^3/_4$ kanttolli, teine aga tunnis 256 kantjalga $1548^1/_2$ kanttolli vett rohkem. Kui palju vett annavad kaks pumpa ühes tunnis ühtekokku?

572. 1 verstast 67 süllast $2^3/_4$ arssinast lahutada $^3/_7$ versta.

Lahendamine: Avaldame mõlemad antud suurused: 1 verst 67 s. $2^3/_4$ arss. ja $^3/_7$ versta ühesugustes mõõtudes, näit. süldades:

$$1 \text{ verst } 67 \text{ sülda } 2^3/_4 \text{ arss.} = 567^{11}/_{12} \text{ sülda.}$$
$$^3/_7 \text{ versta} = 214^2/_7 \text{ sülda.}$$

Esimesest saadud arvust lahutame teise:

$567^{11}/_{12}$ sülda — $214^2/_7$ s. $= 567^{77}/_{84}$ s. — $214^{24}/_{84}$ s. $=$
$= 353^{53}/_{84}$ sülda.

Vastus: 1 v. 67 s. $2^3/_4$ arss. — $^3/_7$ v. $= 353^{53}/_{84}$ sülda.

On vähendatav ja lahutatav mõlemad mitme nimega arvud, siis võib neid lahutada nagu täisarvulisi mitme nimega arvusid.

573. Virumaa põllumees sai põllult 256 tündrit[1]) $1^2/_5$ vakka kartuleid. Neist müüs ta tärklisevabrikule 98 tündrit $2^1/_2$ vakka. Kui palju kartuleid jäi talumehele enesele?

574. Maakera teeb ühe ringi päikese ümber 365 päeva ja $5^{194}/_{225}$ tunniga. Ümber maakera pöörlemiseks kulub kuul 27 päeva $7^{43}/_{60}$ tundi ära. Kui palju aega läheb maakera pöörlemiseks ümber päikese rohkem kui kuu pöörlemiseks ümber maakera?

575. Kahe talu karjamaad lahutab teineteisest piir. Karjamaade kogusuurus on 36 tiinu $1134^3/_5$ ruutsülda. Kui suur on ühe talu karjamaa, kui teise talu karjamaa suurus on 8 tiinu $2346^7/_8$ ruutsülda?

576. Kuldsepp valmistas hõbeda- ja vasesulatise. Seks võttis ta 15 naela $3^4/_5$ loodi hõbedat, kuna ta vaske võttis 8 naela $25^3/_4$ loodi vähem. Kui palju vaske võeti sulatiseks?

577. Postirong sõitis minutis keskmiselt 255 sülda $3^4/_9$ jalga, kaubarong aga samal ajal 139 sülda $6^2/_5$ jalga vähem. Kui suur oli kaubarngi liikumise kiirus minutis?

578. $34^3/_5$ puudas lahutada $17^8/_9$ puuda.

579. (5 versta 76 sülda $6^3/_4$ jalga) — (1 verst 165 sülda $5^5/_7$ jalga).

---

1) 1 tünder = 4 Tallinna vakka.

580. $^5/_6$ sülda — (1 jalg $1^3/_4$ tolli).
581. $^4/_7$ puuda — $^3/_5$ solotnikku.
582. $1^5/_{12}$ nädalat — (3 ööd-päeva $3^4/_5$ tundi).
583. $^3/_5$ versta — (153 sülda $7^5/_6$ jalga).

---

584. 5 päeva 14 tundi $25^1/_2$ minutit korrutada $^3/_4$-ga.

Et korrutada $^3/_4$-ga, tuleb leida enne $^1/_4$ osa, s. o. jagada 4-ga ja jagatis korrutada 3-ga.

$$\begin{array}{l|l} -\begin{array}{r} 5 \text{ p. } 14 \text{ t. } 25\tfrac{1}{2} \text{ m.} \\ 4 \text{ p.} \qquad\qquad\qquad \\ \hline \end{array} & 4 \\ \cline{2-2} & 1 \text{ p. } 9 \text{ t. } \tfrac{291}{8} \text{ m.} = 1 \text{ p. } 9 \text{ t. } 36\tfrac{3}{8} \text{ m.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ p.} = 24 \text{ t.} \\ \quad + 14 \text{ ''} \\ \hline \qquad 38 \text{ t.} \\ \quad - 36 \text{ ''} \\ \hline \qquad 2 \text{ t.} = 2 \,.\, 60 \text{ m.} = 120 \text{ m.} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + 25\tfrac{1}{2} \text{ ''} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad 145\tfrac{1}{2} \text{ m.} = \tfrac{291}{2} \text{ m.} \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} & 3 & 3 & 3 \\ \times & 1 \text{ p.} & 9 \text{ t.} & 36\tfrac{3}{8} \text{ m.} \\ \hline & 3 \text{ p.} & 27 \text{ t.} & 108\tfrac{9}{8} \text{ m.} \\ \hline & 4 \text{ p.} & 4 \text{ t.} & 49\tfrac{1}{8} \text{ m.} \end{array}$$

585. Paberivabrikus valmistati iga päev keskmiselt 95 riisi $18^2/_3$ raamatut paberit. Kui palju paberit valmistatakse 25 päevaga?

586. Talumees külvas 5 tiinu maa peale kaeru, igale tiinule keskmiselt 2 setv. $6^3/_8$ setk. Kui palju kaeru külvati põllule?

587. Ühes Tartumaa talukohas oli 25 lehma; iga lehm andis aastas keskmiselt 125 pange $7^3/_5$ toopi piima. Kui palju piima saadi aasta jooksul kogu karjast?

588. Iga pang piima annab keskmiselt 1 nael $15^2/_3$ loodi võid. Kui palju võid saab 25 pangest piimast?

589. 1 puudast kuivadest puudest saab keskmiselt 9 naela $15^2/_3$ loodi süsi. Kui palju süsi saab $^3/_5$ puudast puudest?

590. Kaks ettevõtjat parandasid 6 versta 250 sülda $2^1/_2$ arss. maanteed, kusjuures esimesel tuli parandada $^3/_5$ osa teest. Kui palju teed tuli parandada kummalgi?

591. $^4/_5$ versta korrutada $^3/_4$-ga; $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}$ puuda.

592. 5 . (5 puuda 12 naela $9^3/_7$ loodi).

593. 3 . (12 naela 17 loodi $2^3/_4$ solotn.).

594. $^3/_4$. (5 öö-päeva 7 tundi $12^4/_5$ min.).

595. $1^1/_2$. (3 versta 116 sülda $2^1/_3$ arss.).

596. $2^4/_5$. (16 sülda 5 jalga $3^8/_9$ tolli).

597. $5^2/_3$. (5 nädalat 6 päeva $12^1/_2$ tundi).

598. $^7/_{12}$. (8 naela $15^3/_5$ loodi).

599. $^6/_9$. (2 penikoormat 5 versta $116^2/_3$ sülda).

600. $^7/_8$. (3 ööd-päeva 4 tundi $3^4/_{15}$ minutit).

601. 4 puuda $8^3/_4$ naela : $5^5/_7$ n.

Mahutamise korral tuleb mitme nimega arv muuta ühe nimega arvuks.

$$4 \text{ p. } 8^3/_4 \text{ naela} = 168^3/_4 \text{ n.}$$

$$168\tfrac{3}{4} \text{ n.} : 5\tfrac{5}{7} \text{ n.} = \frac{675 \cdot 7}{4 \cdot 40} \text{ korda} = \frac{945}{32} \text{ korda} = 29\tfrac{17}{32} \text{ korda.}$$

602. Masina ratas teeb $^5/_9$ minutiga ühe tiiru. Mitu tiiru teeb ta 10 tunni $53^1/_3$ minutiga?

603. Talumees ostis 14 naela $62^1/_4$ solotnikku naelu. Mitu naela ta ostis, kui iga naela raskus oli $^{15}/_{16}$ solotnikku?

604. Poodi toodi 3 puuda $7^1/_2$ naela kompvekke. Mitmes kastis toodi kompvekke, kui neid oli igas kastis $25^1/_2$ naela?

605. Maa-kaupmees viis linnast oma poodi $12^1/_2$ naela jõuluküünlaid. Mitu jõuluküünalt ta viis, kui iga küünal kaalus $4^4/_5$ solotnikku?

606. 4 päeva 4 tundi $49^1/_8$ min. : $^3/_4$-ga.

Et jagada $^3/_4$-ga, tuleb jagada 3-ga ja jagatis korrutada 4-ga.

$$\begin{array}{l|l} \;\;4 \text{ p. } 4 \text{ t. } 49\tfrac{1}{8} \text{ m.} & 3 \\ \hline -3 \text{ p.} & 1 \text{ p. } 9 \text{ t. } \tfrac{873}{24} \text{ m.} = 1 \text{ p. } 9 \text{ t. } 36\tfrac{3}{8} \text{ m.} \\ \;\;1 \text{ p.} = 24 \text{ t.} & \\ \;\;+ 4 \text{ „} & \\ \;\;\;\;28 \text{ t.} & \\ \;\;-27 \text{ „} & \\ \;\;\;\;1 \text{ t.} = 60 \text{ m.} & \\ \;\;\;\;+ 49\tfrac{1}{8} \text{ „} & \\ \;\;\;\;109\tfrac{1}{8} \text{ m.} = \tfrac{873}{8} \text{ m.} & \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} & 4 & 4 & 4 \\ \times 1 \text{ p.} & 9 \text{ t.} & 36\tfrac{3}{8} & \text{m.} \\ \hline 4 \text{ p.} & 36 \text{ t.} & 144\tfrac{12}{8} & \text{m.} \\ \hline 5 \text{ p.} & 14 \text{ t.} & 25\tfrac{1}{2} & \text{m.} \end{array}$$

607. Kui suur on ratta ümbermõõt, kui ta teeb 5 versta $7^1/_2$ sülla ulatusel 2006 tiiru?

608. 118 setverti $4^3/_4$ setk. kaeru külvati 60 tiinu peale. Kui palju kaeru külvati igale tiinule keskmiselt?

609. Isa on 46 a. $3^3/_5$ kuud vana. Kui vana on poeg, kui ta on isast 3 korda noorem?

610. Kauplusse toodi 16 puuda $36^1/_2$ naela võid kolmes ühesuuruses riistas. Kui palju võid oli igas riistas?

611. Valamisvabrikus valati 24 katelt, milleks tarvitati 8 kaalu $7^3/_8$ puuda metalli. Kui palju kaalus keskmiselt iga katel?

612. Perenaine niitis 15 lammast ja sai igalt lambalt keskmiselt 4 naela $15^2/_5$ loodi villu. Kui palju villu sai perenaine ühtekokku?

613. (5 puuda 14 naela $6^4/_5$ loodi) : 3.

614. (7 versta 245 sülda $2^3/_4$ arssinat) : 5.

615. (3 nädalat 5 päeva $6^2/_3$ tundi) : $^2/_3$.

616. (13 tundi $25^1/_2$ minutit) : $1^2/_5$.

617. (4 kaalu 6 puuda $25^3/_4$ naela) : $2^1/_2$.

618. (5 versta $245^1/_2$ sülda) : $3^1/_2$ sülda.

619. (2 päeva $15^1/_4$ tundi) : $1^1/_2$ tundi.

620. (4 puuda $25^2/_5$ naela) : (1 pd. $14^1/_2$ naela).

621. Mitu korda on 1 puud suurem kui $3^1/_2$ loodi?

622. Mitu korda on 2 päeva $15^1/_2$ tundi suurem kui $22^1/_2$ tundi?

§ 10. Võrrandid.

623. $x + 15 = 30$
$24 + x = 42$

624. $2x + 3x = 75$
$3x + 15 = 30 + x$

625. $56 + 2x = 96$
$25 + 3x = 46$

626. $5x - 26 = 19$
$4x - 15 = 65$

627. $4x + 3 = 5$
$7x + 2 = 10$

628. $5x - 5 = 0$
$4x - 2 = 0$

629. $5x + 16 = 66$
$41x - 161 = 700$

630. $3x + 4x = 35$
$20x + 42x = 930$

631. $2x + 36 = 72$
$21x - 65 = 250$

632. $8 - 3x = x$
$5x - 9 = 2x$

633. $6 - 3y = 3$
$9 - 2y = 5$

634. $9x + 30 = 14x$
$10 + 2x = 4x$

635. $7x - 15 = 4x$
$9x - 20 = 6x$

636. $3x + 8 = 2x + 13$
$4x - 11 = 3x + 8$

637. $3(x - 2) = 18$
$6(2x - 7) = 42$

638. $3(x - 2) = x$
$7(2x - 13) = x$

639. $5(x - 1) = 2x + 4$

640. $7(x + 1) = 2x + 32$

641. Isa tõi pojale ja tütrele linna 145 õuna. Poeg sai 5 õuna rohkem kui tütar. Mitu õuna sai kumbki?

642. Ema tõi oma kahele tütrele linnast 25 piparkooki. Noorem tütar sai 3 piparkooki rohkem kui vanem. Mitu piparkooki sai kumbki tütar?

643. Talumees laskis veskil 18 puudast nisudest teha ülesõela-jahu ja püüli, võttes püüli tarvis 4 puuda nisu rohkem kui ülesõela-jahu tarvis. Mitmest puudast nisudest tehti püüli- ja mitmest puudast ülesõela-jahu?

644. Kahel korteril oli ühtekokku 12 akent. Ühel korteril oli 2 akent rohkem kui teisel. Mitu akent oli kummalgi korteril?

645. Tartu ülikooli filosoofia-teaduskonnas oli 1921. a. mees- ja naisüliõpilasi ühtekokku 333 inimest. Naisüliõpilasi oli 81 võrra rohkem kui meesüliõpilasi. Mitu mees- ja mitu naisüliõpilast oli filosoofia-teaduskonnas nimetatud aastal õppimas?

646. Küsimuse peale: „Kui vana sa oled?“ vastas Endel: „Kui minu aastate arv korrutada 3-ga ja saadud korrutisest lahutada 30, siis saadakse minu vanadusaastate arv.“ Kui vana oli Endel?

647. Kui isa aastate arv vähendada 42 võrra ja saadud vahe suurendada 5 võrra, siis saadaks tema 9-aastase poja kahekordne vanadus. Kui vana on isa?

648. Kui 20-st lahutada 4-kordne Helmi vigade arv tema viimses eestikeelses etteütluses ja saadud vahe vähendada 5 võrra, siis saadakse Helmi vigade arv. Mitu viga tegi Helmi?

649. Kolmnurgas ABC $\angle A + \angle B = 76^0$; $\angle B = {}^7/_{12} \angle A$. Leida nurgad.

650. Kolmnurga perimeeter on 125 sm. Üks külg on $^3/_4$ teisest, teine $^4/_5$ kolmandast. Leida kolmnurga küljed.

651. Täisnurkses kolmnurgas on tervavnurkade vahe $22^1/_2{}^0$. Leida nurgad.

652. Rööpküliku alus on kõrgusest 4 m võrra suurem. Aluse ja kõrguse summa on 12 m. Leida rööpküliku pindala.

653. Püstküliku perimeeter on 40 m. Kahe lähisülje vahe on 8 m. Leida püstküliku pindala.

654. Püstküliku pindala on 40 m^2; üks külg on $^1/_2$ m. Leida püstküliku perimeeter.

655. Õpilane ostis 9 sulge; ostangust jäi tal 7 marka üle. Oleks ta ainult 5 sama sulge ostnud, siis oleks tal 25 marka üle jäänud. Kui palju maksis iga sulg?

656. Trapetsi pindala on 35 m^2; üks alus moodustab $^3/_4$ teisest; trapetsi kõrgus on 5 m. Leida alused.

§ 11. Harilikkude murdude muutmine kümnendmurdudeks ja vastupidi.

Et tehted kümnendmurdudega on palju lihtsamad kui harilikkude murdudega, siis on kasulik teada, mil viisil saab harilikku murdu muuta kümnendmurruks.

Kõige lihtsam on muuta kümnendmurruks niisuguseid harilikke murde, mille nimetajaks on 10-ne mingi aste.

Näited: $\frac{3}{10} = 0{,}3$; $\frac{51}{100} = 0{,}51$; $\frac{126}{1000} = 0{,}126$; $\frac{2052}{100} = 20{,}52$.

Et muuta kümnendmurruks harilik murd, mille nimetajaks on 10-ne mingi aste, tuleb kirjutada murru lugeja ja paremalt poolt eraldada nii mitu kümnendjärku, kui mitu nulli on murru nimetajas.

Vastupidiselt võttes on kerge ka kümnendmurdu harilikuks murruks muuta.

Näited: $0{,}7 = \frac{7}{10}$; $0{,}21 = \frac{21}{100}$; $0{,}537 = \frac{537}{1000}$; $0{,}0347 = \frac{347}{10000}$; $0{,}0507 = \frac{507}{10000}$.

Et kümnendmurd muuta harilikuks murruks, tuleb kümnendmurru murdosa kirjutada hariliku murru lugejaks, kuna nimetajaks tuleb nii mitmes 10-ne aste, kui mitu kümnendjärku on kümnendmurrus.

Järgmised harilikud murrud muuta kümnendmurdudeks:

657. $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{100}$; $\frac{17}{100}$; $\frac{105}{10000}$; $\frac{13}{1000}$; $\frac{105}{10000}$; $\frac{8}{1000}$; $\frac{71}{10000}$; $\frac{503}{10000}$; $\frac{71}{1000}$; $\frac{69}{10000}$; $\frac{85}{10000}$;

658. $\frac{51}{100}$; $\frac{67}{1000}$; $\frac{674}{1000}$; $\frac{508}{10000}$; $\frac{1809}{100000}$; $\frac{57}{10000}$; $\frac{67}{1000}$; $\frac{42}{1000}$; $\frac{59}{1000}$; $\frac{64}{10000}$; $\frac{56}{1000}$; $\frac{81}{10000}$.

Järgmised kümnendmurrud muuta harilikkudeks murdudeks.

659. 0,5; 0,72; 0,052; 1,7; 1,64; 2,52; 2,405; 3,609; 7,0508; 6,057; 2,075; 8,00567.

660. 0,25; 0,87; 0,0057; 1,07; 2,508; 3,4075; 2,0509; 7,029; 5,036; 5,097; 8,095; 6,05089.

Nagu nägime, on õige kerge muuta kümnendmurruks niisugust harilikku murdu, mille nimetajaks on 10-ne mingi aste. Kui on antud harilik murd, mille nimetaja ei ole 10-ne mingi aste, siis tuleb murru pea-omaduse põhjal katsuda murdu muuta nii, et nimetaja oleks 10-ne mingi aste. 10-ne astmeid võib lahutada algteguriteks 2 ja 5, kusjuures mõlemaid on ühepalju. Seepärast, hariliku murru nimetajat algteguriteks lahutades, korrutame murru liikmeid puuduvate tegurite 2-he või 5-ga nii, et nimetajaks saaksime 10-ne astme.

Näited: $\frac{3}{4} = \frac{3}{2.2} = \frac{3.5.5}{2.2.5.5} = \frac{3.5^2}{2^2.5^2} = \frac{75}{100} = \mathbf{0{,}75}$.

$$\frac{9}{20}=\frac{9}{2.2.5}=\frac{9.5}{2.2.5.5}=\frac{9.5}{2^2.5^2}=\frac{45}{100}=\mathbf{0{,}45}$$

$$\frac{7}{125}=\frac{7}{5.5.5}=\frac{7.2.2.2}{5.5.5.2.2.2}=\frac{7.2^3}{5^3.2^3}=\frac{56}{1000}=\mathbf{0{,}056}.$$

Et kümnendmurruks muuta niisugune harilik murd, mille nimetajal ei ole peale 2-he ja 5-e teisi algtegureid, tuleb murru liikmed, murru nimetajat algteguriteks lahutades, puuduvate teguritega, 2-ga või 5-ga, korrutada nii, et mõlemaid tegureid oleks nimetaja korrutises ühepalju. Saadud hariliku murru nimetajaks on 10-ne mingi aste. Viimast kümnendmurruna kirjutada on õige lihtne.

Kui on antud niisugune harilik murd, näiteks $\frac{7}{12}$, mille nimetajas on tegurid $\frac{7}{2.2.3}$, mis lugejaga ei koondu ja mis eralduvad arvu 10-ne teguritest, siis ei saaks meie ilmaski nimetajas 10-ne astet, missuguse täisarvuga me murru nimetajat ka korrutaksime.

Seepärast ei ole meil võimalik seesuguseid harilikke murde näidatud viisil muuta kümnendmurdudeks.

Muuta kümnendmurruks järgmised harilikud murrud:

661. $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{16}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{7}{32}$; $\frac{9}{20}$; $1\frac{1}{2}$; $2\frac{3}{4}$; $3\frac{8}{25}$; $1\frac{3}{40}$.

662. $\frac{31}{128}$; $\frac{74}{125}$; $\frac{39}{256}$; $\frac{574}{625}$; $1\frac{7}{40}$; $2\frac{15}{16}$; $5\frac{71}{80}$; $7\frac{7}{8}$; $3\frac{9}{50}$; $7\frac{12}{125}$; $8\frac{187}{250}$; $2\frac{41}{160}$.

Jagades üht arvu, näit. 3-e, teise arvuga, näit. 4-ga, võime seda jagamist kahel viisil toimetada: 1) nõutavat jagamist ainult märkides hariliku murruna: $\frac{3}{4}$ või 2) jagamist täielikult toimetades:

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{30} & 4 \\ \cline{2-2} -28 & \mathbf{0{,}75} \\ \cline{1-1} 20 & \\ -20 & \\ \hline \end{array}$$

Et ühtede ja samade arvude jagamiste saadused on võrdsed, seepärast $\frac{3}{4}=\mathbf{0{,}75}$.

Et muuta harilik murd kümnendmurruks, tuleb murru lugeja jagada murru nimetajaga.

Muutes harilikku murdu kümnendmurruks murru nimetaja teguriteks lahutamise abil nägime, et iga harilikku murdu oli võimatu kümnendmurruks muuta. Kuid ka samadele harilikkudele murdudele on võimalik kümnendmurru kuju anda, kui murru lugeja jagada murru nimetajaga.

Näide: $^{3}/_{7}$-le anda kümnendmurru kuju.

$$\tfrac{3}{7} = 3 : 7 = 0{,}4285714\ldots$$

$$\mathbf{30} - 28 = 20;\quad 20 - 14 = 60;\quad 60 - 56 = 40;\quad 40 - 35 = 50;\quad 50 - 49 = 10;\quad 10 - 7 = 30;\quad 30 - 28 = 20 \ldots$$

Harilikule murrule $^{3}/_{7}$ kümnendmurru kuju andes näeme, et saadav kümnendmurd on **lõputa,** sest jagamist ei saa lõplikult toimetada, kui numbrid niihästi jäägis kui ka jagatises korduma hakkavad. Et lõputa jagamist mõttetu on jätkata, siis toimetatakse seda jagamist ainult teatava või ettemääratud kümnendjärguni.

Järgmised harilikud murrud muuta kümnendmurdudeks, jagades murru lugejat nimetajaga. Jagamist toimetada seni kuni jagatises numbrid hakkavad korduma:

663. $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{2}$; $2\frac{3}{4}$; $4\frac{5}{8}$; $3\frac{3}{20}$;

664. $1\frac{4}{5}$; $2\frac{3}{8}$; $3\frac{3}{4}$; $1\frac{2}{3}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{11}$; $\frac{5}{13}$;

665. $\frac{3}{7}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{8}{11}$; $4\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; $3\frac{2}{7}$; $4\frac{4}{9}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{7}{18}$

666. $\frac{5}{12}$; $\frac{4}{17}$; $\frac{2}{21}$; $\frac{3}{22}$ $1\frac{7}{12}$; $2\frac{2}{17}$; $4\frac{2}{19}$; $5\frac{3}{13}$ $\frac{5}{9}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{10}{11}$; $\frac{5}{3}$

667. Järgmised harilikud murrud muuta kümnendmurdudeks, mille viimne number oleks kümnetuhandikkude järgus: $1\frac{3}{7}$; $2\frac{8}{15}$; $2\frac{7}{18}$; $\frac{9}{22}$; $\frac{5}{11}$; $5\frac{3}{17}$.

668. $^{3}/_{4}$ m peenikest traati kaalub $4^{1}/_{2}$ g. 1 kg traati maksab 1000 mk. Mitu meetrit traati võib osta 200 marga eest?

669. Kui kauaks jätkub 3,5 naelast teest, kui iga päev ära tarvitatakse keskmiselt 3 lusikatäit ja kui iga 10 lusikatäit kaalub keskmiselt 14 solotnikku?

670. Kaardimängija kaotas hakatuses 0,2, pärast $^{3}/_{4}$ oma rahast, mille järele tal 40 mk. järgi jäi. Kui palju raha oli tal mängu alguses?

671. Nöör lõigati neljaks tükiks. Üks tükk moodustas 0,2, teine 0,15, kolmas $^{2}/_{5}$ osa kõigest nööri pikkusest, kuna neljas tükk oli 2,5 m pikk. Kui pikk oli terve nöör?

672. Iga õppetund vältab koolis 0,75 tundi, kuna vaheajad kõik $^{1}/_{6}$ tundi vältavad peale suure vaheaja, mille pikkus on $^{1}/_{3}$ tundi. Arvutada, millal lõpeb kuues tund, kui koolitöö algab hommikul kell 8.

673. Õpilasel tuli liita kaks kümnendmurdu. Õpilane eksis ühe liidetavaga, pannes koma kahe numbri võrra pahemale poole, mille tagajärjel sai summa 32,423, kuna õige summa on 500. Leida liidetavad.

674. Perenaine ostis $2^{1}/_{2}$ naela juustu, makstes 48 mk. naelast, ja mett, kusjuures tal tuli üldse 180 mk. maksta. Kui palju mett ostis perenaine, kui nael mett maksis 80 mk.?

675. Piksevarras oli torni otsa kinnitatud. Varda pikkus moodustas $^{1}/_{23}$ torni pikkusest. Varda ülemine ots oli maapinnast 72 meetri kõrgusel. Leida torni kõrgus ja varda pikkus.

676. Eedi ja Karl tahtsid kahe peale mängupüssi osta. Poes näitasid nad oma raha kaupmehele, kes ütles: oleks Eedil veel 0,25 ja Karlil 0,2 tema rahast, siis jääks veel puudu 55 marka. Kui palju oli kummalgi poisil raha, kui püss maksis 175 mk. ja kui 0,1 osa Karli rahast oli 5 mk?

677. Kullatükk kaotab vees $^{1}/_{19}$ oma raskusest, kuna hõbedatükk vees 0,1 osa võrra kergemaks muutub. Kulla ja hõbeda sulatis, mille raskus on $1/4$ naela, muutub vees 1,5 solotniku võrra kergemaks. Kui palju kulda ja kui palju hõbedat on selles sulatises?

678. Kaupmees segas $3 1/2$ naela peent soola ja $4 1/2$ n. jämedat soola. Mitu naela jämedat soola tuleks segada kaupmehel $31 1/2$ naela peene soolaga, et segu saaks endine?

679. Mitu naela leiba võib küpsetada $1 1/2$ puudast jahudest, kui $7 1/2$ naelast jahudest saadakse 10 n. leiba?

680. Talumees pani 900 pd. heinu kolme küüni nii, et igas järgmises küünis oli 100 pd. rohkem kui eelmises. Mitu puuda heinu pandi igasse küüni?

681. Õel ja vennal on ühtekokku $186 1/2$ mk. raha. Kui vend annaks õele $75 1/2$ mk., siis oleks neil ühepalju raha. Mitu marka raha oli kummalgi?

682. Kolm voorimeest ostsid ühtekokku 120 pd. kaeru ja jaotasid need eneste vahel järgmiselt: teine sai 2 korda vähem kui esimene ja kolmas — 3 korda rohkem kui teine. Mitu puuda kaeru sai igaüks?

683. Aias kasvab õuna-, pirni- ja kirsipuid — ühtekokku 108 puud. Pirnipuid on 3 korda vähem kui kirsipuid, õunapuid aga 5 korda rohkem kui pirnipuid. Mitu puud igast liigist kasvab aias?

684. Isa, poja ja tütre vanadusaastate summa on 80. Isa on tütrest 3 korda vanem, poeg aga õest $1 1/3$ korda vanem. Leida isa, poja ja tütre vanadus?

685. Kahel poisil oli ühtekokku 455 vana sulge mängimiseks. Pärast seda, kui üks neist kaotas mängus teise kasuks 20 sulge, jäi talle veel $8 2/3$ korda rohkem sulgi kui teisele. Mitu sulge oli kummalgi?

686. Kolm kirikukella kaalusid ühtekokku 301,1 pd., üks neist oli 3,2 korda teisest raskem, kolmas aga 1,25 korda teisest raskem. Leida iga kella raskus.

687. Vesiveskis jahvatati ühel päeval jahudeks $146 1/4$ pd. teri; nimelt tehti lihtjahu 7,5 korda rohkem kui ülesõela-jahu, kuna ülesõela-jahu tehti 3,2 korda vähem kui püüli. Mitu puuda jahvatati iga seltsi jahu?

688. Puu-kaupmees müüs ühepalju süldasid kuuse- ja kasepuid, kokku 19500 marga eest. Mitu sülda kase- ja kuusepuid müüs ta, kui kasepuu-süld maksis 1500 mk. ja kuusepuu-süld 1100 mk.?

689. Kahele töölisele maksti kraavikaevamistööde eest ühtekokku 8075 mk. Mitu päeva töötas kumbki tööline, kui esimene nendest sai päevas 250 mk. ja teine 275 mk., kusjuures esimene oli tööl 5 päeva rohkem kui teine?

690. Taluperenaine müüs jaanilaadal kalevit ja lõuendit ühtekokku 5640 marga eest. Kalevi arssinast sai ta 180 mk., lõuendi arssinast 60 mk. Mitu arssinat müüs ta kalevit ja lõuendit eraldi, kui teada on, et ta müüs lõuendit 4 arssina võrra rohkem kui kalevit?

691. Kaks aednikku tõid turule ühtekokku 838 kurki. Pärast seda, kui esimene oli müünud 145 kurki, jäi talle kurke järele $3^1/_2$ korda rohkem kui teisele aednikule. Mitu kurki oli kummalgi aednikul?

692. Kaupmees müüs ühele ostjale $^1/_2$ kangast, teisele aga 0,75 osa jäägist. Pärast seda jäi talle 40 arss. järele. Kui pikk oli kangas?

693. Ametiasutuses maksti kolmele ametnikule ühtekokku 18600 marka palka kuus, kusjuures ühe palk moodustas $^{10}/_{31}$ osa kogu summast. Teine ametnik sai 1,5 korda esimesest rohkem, kuna kolmas sai 2,5 korda teisest vähem. Kui palju palka sai igaüks?

694. Neljas kangas oli ühtekokku 500 meetrit kalevit: ühes kangas 0,25 osa kõigest kalevist, teises 1,75 korda rohkem kui esimeses, kolmandas $^5/_{11}$ kahe esimese tüki meetrite summast. Ülejäänud osa oli neljandas kangas. Mitu meetrit oli neljandas kangas?

695. Kolm õpilast ostsid raamatuid. Esimene neist kulutas seks $^1/_2$, teine 0,4, kolmas 0,75 kõigest oma rahast, mille tagajärjel jäi igaühel üle 25,5 mk. Kui palju raha oli igaühel enne ostmist?

696. Kahe arvu summa on 30. Üks neist arvudest on teisest suurem 15 korda. Leida need arvud.

697. Püstküliku-kujulise põllu ümbermõõt on 2 versta 60 sülda. Põllu laius moodustab $^{8}/_{45}$ ta pikkusest. Mitu tiinu on see põld suur?

698. Kaks venda läksid üht ja sama teed mööda kooli. Lugedes oma sammusid leidsid nad, et noorem oli 350 sammu enam astunud. Leida koolitee pikkus, kui on teada, et vanema venna samm on $2^{3}/_{5}$ jalga ja noorema venna 6 sammu võrduvad vanema venna 5 sammuga.

699. On teada, et kuu peal kaalub asi 6 korda vähem kui sama asi maa peal, kuna Marsi peal iga asja raskus moodustab 85,7% sama maapealse asja raskusest. Kui palju kaalub Marsi peal rauatükk, mis kuu peal kaalub 1,5 kg?

700. Nisujahus on keskmiselt 64% tärklis- ja 12% munavalge-ainet. Mitu kilogrammi on tärklisainet 36 kg jahudes rohkem kui munavalge-ainet?

701. Keskmine õlu sisaldab eneses 2,75% alkoholi. Mitu liitrit alkoholi on 64 liitris õlles?

702. Rumm sisaldab 55% piiritust. Kui palju piiritust on 45 liitris rummis?

703. Püssirohu valmistamiseks võeti 75% salpeetrit, 11,5% väävlit ning 13,5% sütt. Mitu kilogrammi tuleb võtta iga ainet, et valmistada 5 tonni püssirohtu?

704. Algkooli õpilasele osteti ülikonna jaoks $3^{3}/_{4}$ arss. riiet, 400 mk. arssin, ja palitu jaoks 3,25 arss., 300 mk. arss. Peale selle osteti veel saapad, mille hind oli ülikonna ja palituriide hindade summast $53^{1}/_{3}$% võrra vähem. Kui palju maksid saapad?

705. Kuldsepp tegi poole tosinat ühesuguseid sõrmuseid, millest igaüks kaalus 7,25 g. Kui palju võttis ta sõrmuste tegemiseks puhast kulda, kui ta vaske võttis 44%, ülejäänud osa oli aga puhas kuld?

706. Isa müüs enne surma talukoha ära ja pärandas saadud summa 2 pojale ning ühele tütrele. Vanem poeg sai 500 000 mk., noorem 0,8 vanema osast, kuna tütar sai 25% vanema osast. Kui palju raha saadi talukohast?

707. Saaremaa Ühisgümnaasiumi VI klassist sai 1922. a. kevadel üks tütarlaps järeleksami, mis moodustas $8^{1}/_{3}$% selle klassi tütarlaste arvust ja 5 % terve klassi õpilaste arvust. Mitu meesõpilast oli klassis?

708. 1919. a. oli Tartumaal 22 apteeki, s. o. sama palju kui Viljandi-, Pärnu- ja Saaremaal ühtekokku. Viljandimaa apteekide arv on $45^5/_{11}$ % Tartumaa apteekide arvust. Pärnumaa apteekide arv on 90 % Viljandimaa apteekide arvust. Mitu apteeki oli Saaremaal?

709. 1921. a. jooksul transiitkaubana Venemaale läkitatud saadustest langes 40,5% Saksa, 18,3% Rootsi ja 17,8% Inglismaa kauba peale, mis moodustas Inglismaa kohta puudades ümmarguselt 2 000 000. Kui palju läks transiitkaubana Venemaale Rootsist ja Saksamaalt?

710. Kulla ja hõbeda sulatis muutub vees $17^1/_5$ loodi kergemaks. Hõbedat on 4 korda rohkem kui kulda. Kuld kaotab vees iga 19 naela kohta 1 naela, kuna hõbe vees 10% kergemaks läheb. Kui palju oli sulatises hõbedat ja kulda eraldi?

711. Läänemere vesi sisaldab eneses 0,7 % soola. Mitu kilogrammi soola on 56 tonnis Läänemere vees?

712. Kaup oli pakitud kastidesse. Kauba bruttoraskus (kaup ühes pakise, s. o. kastide raskusega) oli 345 kg. Kauba tara (pakise) raskus oli 2 % bruttoraskusest. Kui suur oli kauba netto- (kauba enese) raskus?

713. Kauba bruttoraskus oli 525 kg. Kauba nettoraskus moodustas 98 % bruttoraskusest. Kui suur oli nettoraskus? Kui suur oli pakise raskus?

714. Šveitsi juust kaalus pakitult 124 kg. Pakise raskus moodustas 2,5 % bruttoraskusest. Kui palju kaalus juust?

715. Riist ühes piiritusega kaalus 165 kg. Riista raskus oli 6,25% bruttoraskusest. Kui palju kaalus piiritus?

716. „Terra“ suhkrupeet andis tiinu pealt 2000 pd. juurikaid ja sisaldas 17,64% suhkrut, kuna Rimpau suhkrurikas suhkrupeet andis tiinu pealt 1500 puuda juurikaid, sisaldades 18% sukkrut. Kumba seltsi suhkrupeet andis tiinu pealt rohkem suhkrut ja kui palju rohkem?

717. Karl Pukits ostis poest 100 marga eest vorsti. Makstes leidis ta, et ta oli raha ühes võtnud ainult 36 mk., mille ta ka ära maksis. Ülejäänud summa saatis ta teenijaga poodi. Mitu protsenti arvest jäi Pukits esialgu võlgu?

718. Perenaine praadis 6 naela kohviube. Pärast praadimist jäi talle 5 naela järele. Mitu protsenti kohviubade raskusest läks praadimisel kaduma?

719. Ühel päeval puudus klassist 5 õpilast, mis moodustas 10% klassis olevate õpilaste arvust. Mitu õpilast oli klassi nimekirjas?

720. Järva maakonnas jäi 1920. a. kõhutõppe haigeks 15 naisterahvast, mis moodustas 75% haigeks jäänud meesterahvaste arvust. Mitu kõhutõppe haigeksjäämise juhust oli 1920. a. Järvamaal ühtekokku?

721. 1920. a. jäi Viljandis kõhu-soetõppe 19 naisterahvast haigeks, mis oli 95% haigeks jäänud meesterahvaste arvust. Mitu kõhu-soetõppe haigeksjäämise juhust tuli tähendatud ajal Viljaudis ette?

722. Võivabrikust saadeti kast juustu raudteele, kusjuures kauba pakise raskus moodustas 10% juustu raskusest. Kui raske oli kaubapakk, kui pakis kaalus 5 kg?

723. 1920. a. sai raudteel rongide liikumise läbi peale eraisikute 4 raudtee-töölist surma, mis moodustas rongide liikumise läbi surmasaanute arvust 16%. Mitu inimest sai rongide liikumise läbi tähendatud ajal surma?

724. Eesti sõdurile antakse päevas leiba ja liha ühtekokku 1023,8 g. Päevane kartulite norm on 50% leiva normist ning tangu norm 50% liha normist. Kui palju antakse sõdurile iga liiki toitu, kui tangu antakse 102,4 g?

725. Tartu ülikooli keemia-osakonnas oli 1921. a. Pärnumaalt pärit 9 üliõpilast, mis moodustas 50% Viljandimaalt pärit olevate üliõpilaste arvust. Mitu üliõpilast Viljandimaalt õppis Tartu ülikooli keemia-osakonnas 1921. a.?

726. Pool puuda inglis- ja seatina sulatist muutus vees 10% kergemaks. On teada, et 10 naela inglistina kaotab vees 1,375 naela oma raskusest, kuna seatina kaotab $7\frac{1}{2}\%$ oma raskusest. Kui palju oli segus inglistina ja seatina eraldi?

Suhted, võrded ja võrdelised suurused.

§ 1. Suhte liikmed, suhte nimetaja ja nende olenevus teineteisest.

$10:5=2$; $15:25$ ning $a:b$ on arvude 10 ja 5, 15 ja 25 ning a ja b suhted, kusjuures esimene neist suhetest: $10:5=2$ on **arvutatud suhe,** kuna aga kaks järgmist on **arvutamata suhted.**

Kahe arvu suhteks nimetatakse nende arvude jagatist. Suhet: $10:5=2$ loetakse järgmiselt: **kümne suhe viide on kaks.**

Suhte esimest liiget nimetatakse **eesliikmeks** ja teist liiget **tagaliikmeks,** kuna aga arvutatud suhet ennast nimetatakse suhte **nimetajaks.** Nõnda on suhtes $42:7=6$ eesliige 42, tagaliige 7 ja nimetaja 6.

727. Leida arvude suhe: 1) 15 ja 5; 2) 7 ja $3\frac{1}{2}$; 3) 4 ja $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{3}{5}$ ja $\frac{5}{7}$; 5) $4\frac{1}{2}$ ja 9; 6) $13\frac{1}{2}$ ja $4\frac{1}{2}$; 7) 4 ja 16.

728. Leida arvude suhe: 1) 35 ja 7; 2) 51 ja 119; 3) 35 ja 175; 4) 18 ja 108; 5) 54 ja $3\frac{3}{8}$; 6) 15 ja $30\frac{3}{5}$.

729. Leida arssina suhe jalasse.

730. Maakera pindala võrdub 9261000 ruutpenikoormaga, kõigi merede pindala aga 6860000 ruutpenikoormaga. Leida maismaa pindala suhe maakera pindalasse.

Et suhte eesliige on **jagatav**, tagaliige aga — **jagaja**, ning suhte nimetaja — **jagatis**, siis olenevad suhte liikmed ja suhte nimetaja teineteisest samuti kui jagamise elemendid. Järjelikult:

$$\mathbf{48:12=4};\ 48=12\,.\,4;$$

1) **suhte eesliige võrdub tagaliikme ja suhte nimetaja korrutisega;**

$$48:12=4;\ 12=48:4;$$

2) **suhte tagaliige võrdub eesliikme ja suhte nimetaja jagatisega;**

$$48:12=4;\ \mathbf{96}:12=\mathbf{8};\ 48:\mathbf{6}=\mathbf{8};$$

3) **kui mitu korda suhte eesliiget suurendatakse või tagaliiget vähendatakse, nii mitu korda suureneb suhte nimetaja.**

$$48:12=4;\ \mathbf{24}:12=\mathbf{2};\ 48:\mathbf{24}=\mathbf{2};$$

4) **kui mitu korda suhte eesliiget vähendatakse või tagaliiget suurendatakse, nii mitu korda väheneb suhte nimetaja.**

$$48:12=4;\ \mathbf{96}:\mathbf{24}=4;\ \mathbf{24}:\mathbf{6}=4;$$

5) **suhte nimetaja jääb muutumatuks, kui eesliiget ja tagaliiget korrutada või jagada ühe ja sama suurusega.**

Teades suhte elementide olenevust teineteisest, võime leida igaühe neist:

Näited: 1) $x:4\frac{1}{2}=6;\ x=\mathbf{4\frac{1}{2}\,.\,6=\frac{9\,.\,6}{2}=27}.$

2) $2{,}5:x=0{,}5;\ x=\mathbf{2{,}5:0{,}5=25:5=5}.$

731. Leida suhte eesliige, kui suhte tagaliige on 6, aga nimetaja $\frac{1}{2}$.

732. Suhte eesliige on $2\frac{1}{2}$, nimetaja aga 5. Leida suhte tagaliige.

733. Suhte eesliige on kolm korda vähem kui tagaliige. Leida suhte nimetaja.

734. Kirjutada kolm suhet, mille tagaliige võrduks nimetajaga.

735. Kirjutada 2 suhet, mille nimetaja oleks: 1) 2 korda, 2) $3\frac{1}{2}$ korda, 3) $2\frac{3}{4}$ korda suurem kui tagaliige.

Järgnevaist ülesandeist leida x:

736. $x:7=3$; $8:x=2$. **737.** $2x:3=4$; $16:4x=2$.

738. $10x:2{,}5=\frac{2}{3}$. **739.** $0{,}3:3x=0{,}1$.

740. $\frac{2x}{3}:4=2$. **741.** $12:\frac{3x}{4}=4$.

742. $1\frac{3}{5}x:\frac{1}{2}=8$. **743.** $0{,}25:1{,}5x=8\frac{1}{3}$

744. $x:y=6$; $y:4=\frac{1}{2}$. **745.** $y:8=\frac{1}{2}$; $y:x=4$

746. $\frac{12}{x}:3=2$. **747.** $16:\frac{8}{x}=4$.

748. Seatina sulatati inglistinaga ühte, kusjuures seatina hulga suhe inglistina hulgasse oli $2^1/_2$. Kui palju võeti sulatise jaoks seatina, kui inglistina võeti 3 kg?

749. Kolm isikut andsid oma kapitalid ettevõttesse. Esimese kapitali suhe teise kapitalisse on 0,75, aga teise kapitali suhe kolmanda kapitalisse on $^2/_5$. Kui palju maksid nad ühtekokku, kui kolmas üksi maksis 200000 mk.?

750. Kirikukellad valmistatakse vase, inglistina ja tsingi sulatisest. Vasehulga suhe tsingihulgasse on $^{13}/_3$, aga tsingihulga ja inglistinahulga suhe on 4,5. Kui palju vaske läheb niisuguse kirikukella valamiseks, milleks 4 puuda inglistina ära kulub?

751. Antagu, et $x:y=3$ ja $y:z=4$; leida x, kui $z=5$.

752. Antagu, et $x:y=2$ ja $y:z=3$; leida z, kui $x=120$.

753. Antagu, et $x:y=5$ ja $x:z=3$; leida y, kui $z=25$.

754. Antagu, et $x:y=4$; $y:z=3$ ja $z:u=2$; leida x, kui $u=1$.

755. Meetri ja arssina suhe on 1,4. Leida arssina ja meetri suhe.

756. Isa on pojast 2 korda vanem ja tütrest $2^1/_2$ korda vanem. Leida poja ja tütre vanadusaastate arvude suhe.

757. Isa on 48-aastane, poeg 20-aastane. Leida isa ja poja vanadusaastate arvude suhe 4 a., 12 a. pärast.

758. Kuidas muutub suhte nimetaja, kui eesliige 1) suurendada 3 korda, 2) vähendada 5 korda?

759. Kuidas muutub suhte nimetaja, kui suhte tagaliige 1) suurendada 6 korda, 2) vähendada 12 korda?

760. Kuidas muutub suhte nimetaja, kui eesliige suurendada 9 korda ja tagaliige suurendada 3 korda?

761. Kuidas muutub suhte nimetaja, kui eesliige jagada 12-ga, aga tagaliige jagada 4-ga?

762. Kuidas muutub suhete nimetaja, kui eesliige suurendada $2^1/_2$ korda, aga tagaliige vähendada 4 korda?

763. Suhte eesliiget vähendati 2 korda. Mis on tarvis teha tagaliikmega, et suhte nimetaja suureneks 8 korda?

764. Suhte tagaliiget vähendati 12 korda. Mis on tarvis teha eesliikmega, et suhte nimetaja suureneks 4 korda?

765. Suhte tagaliiget suurendati $7^1/_2$ korda. Mis on tarvis teha eesliikmega, et suhte nimetaja väheneks $2^1/_2$ korda?

§ 2. Suhete lühendamine.

Antagu suhe: 5000 : 875; jagame ta kummagi liikme 125-ga: saame suhte: 40 : 7, mis on võrdne antud arvude suhtega, sest et **suhte nimetaja ei muutu, kui suhte kumbki liige jagada ühe ja sama suurusega.**

Suhete lühendamiseks nimetatakse suhete lihtsustamist sel teel, et nende ees- ja tagaliikmed jagatakse ühe ja sama suurusega.

766. Lühendada järgnevad suhted: 1) 200 : 300; 2) 125 : 75; 3) 36 : 48; 4) 72 : 48; 5) 95 : 57; 6) 153 : 119; 7) 155 : 217; 8) 2,45 : 1,05; 9) 0,364 : 1,17; 10) 2,75 : 1,25; 11) 0,875 : 0,75.

§ 3. Suhte murruliste liikmete kôrvaldamine.

Et täisarvude suhet kergem on mõista kui murdarvude suhet, siis on kasulik, et kõrvaldataks suhte murrulised liikmed ja nende asemele pandaks täisarvulised liikmed.

Antagu näiteks suhe: $2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$;
muudame segaarvud liigmurdudeks: $\frac{5}{2} : \frac{10}{3}$;
teeme suhte murrulised liikmed samanimelisteks: $\frac{15}{6} : \frac{20}{6}$,

korrutame mõlemad liikmed 6-ga: 15 : 20;
lühendades saadud suhte leiame : $3 : 4 = \frac{3}{4}$.

Et kõrvaldada suhte murrulised liikmed, seks tarvis muuta antud arvud samanimelisteks murdudeks ja võtta samanimeliste murdude lugejate suhe.

767. Kõrvaldada suhte murrulised liikmed ja avaldada antud suhted kõige lihtsamal kujul: 1) $3\frac{1}{3} : 25$; 2) $7,5 : 8\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$; 4) $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$; 5) $\frac{5}{7} : \frac{5}{12}$; 6) $\frac{9}{11} : \frac{6}{17}$; 7) $0,4 : \frac{2}{7}$; 8) $0,72 : \frac{9}{10}$; 9) $2\frac{1}{2} : 0,7$; 10) $3\frac{1}{3} : 0,36$; 11) $5 : \frac{3}{4}$; 12) $\frac{7}{9} : 2\frac{2}{5}$; 13) $0,78 : 2,3$.

768. Kõrvaldada suhte murrulised liikmed ja lühendada järgnevad suhted: 1) $\frac{8}{15} : \frac{4}{15}$; 2) $\frac{4}{15} : \frac{4}{45}$; 3) $\frac{9}{34} : \frac{9}{17}$; 4) $\frac{11}{51} : \frac{11}{68}$; 5) $\frac{1}{4} : 0,5$; 6) $8,25 : 2,75$.

769. Leida suhted ja avaldada nad kõige lihtsamal kujul: 1) 1451 : 361; 2) 175 g : 25 g; 3) 152 m : 19 m; 4) 420 sm : 35 sm; 5) 238 sm^3 : 34 sm^3; 6) 3 km : 250 m; 7) 4 hl : 20 l; 8) 6 mk. : 75 p.

770. Leida suhted ja avaldada nad kõige lihtsamal kujul: 1) $1\frac{2}{3}$ t. : 36 sek.; 2) 2,75 kg : 625 g; 3) $3\frac{1}{2}$ t. : 45 min.; 4) 8 tos. : 12 tükisse; 5) 75 a : 4 ha; 6) 275 m^2 : 2 ha; 7) 3 a : 75 m^2; 8) 2 arss. : 1 jalasse.

Näide: $\frac{5}{7} : \frac{3}{7} = 5 : 3$.

1) **Kui murdude nimetajad on võrdsed, siis võrdub nende murdude suhe nende murdude lugejate suhtega.**

Näide: $\frac{3}{11} : \frac{3}{7} = \frac{3 \, . \, 7}{11 \, . \, 7} : \frac{11 \, . \, 3}{11 \, . \, 7} = (3 \, . \, 7) : (11 \, . \, 3) = 7 : 11.$

2) **Kui murdude lugejad on võrdsed, siis võrdub nende murdude suhe nende murdude nimetajate vastupidise suhtega.**

771. Kirjutada otsekohe antud suhete arvutatud suhted: 1) $\frac{7}{18} : \frac{11}{18}$; 2) $\frac{5}{9} : \frac{8}{9}$; 3) $\frac{4}{3} : \frac{7}{3}$; 4) $\frac{6}{7} : \frac{6}{11}$; 5) $\frac{7}{15} : \frac{7}{11}$; 6) $\frac{10}{13} : \frac{10}{17}$; 7) $\frac{25}{49} : \frac{16}{49}$; 8) $\frac{15}{14} : \frac{15}{28}$.

§ 4. Vastupidised suhted ehk pöördsuhted.

Suhted: $15 : 5 = 3$ ja $5 : 15 = \frac{1}{3}$ on vastupidised ehk pöördsuhted.

Kaht suhet nimetatakse vastupidisteks suheteks ehk pöördsuheteks, kui ühe suhte eesliige on teise suhte tagaliikmeks ja ühe suhte tagaliige on teise suhte eesliikmeks.

Vastupidiste suhete nimetajate korrutis on 1.

772. Leida järgnevate suhete vastupidised arvutatud suhted: 1) $\frac{7}{15} : \frac{3}{10}$; 2) $\frac{3}{4} : 1\frac{2}{5}$; 3) $1\frac{3}{4} : 3\frac{1}{2}$; 4) 0,25 : 0,125; 5) 0,48 : 1,2; 6) 0,85 : $1\frac{2}{3}$; 7) 0,38 : $1\frac{7}{12}$.

§ 5. Vôrde môiste ja pea-omadus ning vôrde lahendamine.

Suhetel: 24 : 6 = **4** ja 32 : 8 = **4** on võrdsed nimetajad. Kaht suhet, millede nimetajad on võrdsed, nimetatakse **võrdseiks suhteiks.**

Ühendame antud võrdsed suhted võrdsusmärgiga: **24 : 6 = 32 : 8.** Saadud võrdust nimetatakse **võrdeks.**

Võrdeks nimetatakse kaht võrdset suhet, mis on isekeskis ühendatud võrdsusmärgiga.

Võrret moodustavaid arvusid nimetatakse võrde **liikmeteks.** Nõnda on üldkujulises võrdes: $a : b = c : d$ suurused: a, b, c ja d võrde **liikmed,** kusjuures suurusi a ja d nimetatakse **äärmisteks liikmeteks** ja suurusi b ja c **keskmisteks liikmeteks.**

Iga võrret, näiteks võrret: 24 : 6 = 32 : 8, võib kirjutada ka murru kujul: $\frac{24}{6} = \frac{32}{8}$.

Loetakse võrret järgmiselt: **24 suhtub kuude nõnda, kui 32 suhtub kaheksasse.**

Võrde pea-omadus: **Võrde äärmiste liikmete korrutis võrdub sama võrde keskmiste liikmete korrutisega.**

Antagu üldkujuline võrre: $a : b = c : d$.

Tõestame, et: $ad = bc$.

Võrdugu suhte $a : b$ kui ka suhte $c : d$ ühine nimetaja suurusega q. Et suhte eesliige võrdub suhte tagaliikme ja nimetaja korrutisega, siis: 1) $a = bq$; 2) $c = dq$.

Korrutades esimese võrduse kumbagi osa võrde neljanda liikme d-ga ning teise võrduse kumbagi osa võrde teise liikme b-ga, leiame: 1) $ad = bqd$; 2) $cb = dqb$.

Saadud võrduste paremad pooled on võrdsed, sest et neid moodustavad ühed ja samad tegurid; järjelikult on nende võrduste pahemadki pooled võrdsed, s. o. $ad = cb$, mis oligi tarvis tõestada.

Võrde tundmatu liikme leidmist nimetatakse võrde lahendamiseks.

Antagu lahendada võrre: $0{,}25 : 1{,}4 = 0{,}75 : x$. Võrde pea-omaduse põhjal võime kirjutada:

$$0{,}25\,x = 1{,}4 \,.\, 0{,}75$$

$$x = \frac{1{,}4 \,.\, 0{,}75}{0{,}25} = 1{,}4 \,.\, 3 = \mathbf{4{,}2}.$$

Võrde tundmatu äärmine liige võrdub sama võrde keskmiste liikmete korrutisega, mis on jagatud võrde tuntud äärmise liikmega.

Antagu lahendada võrre: $9\frac{1}{2} : 14\frac{1}{4} = x : 12$. Võrde pea-omaduse põhjal võime kirjutada:

$$14\tfrac{1}{4}\,x = 9\tfrac{1}{2} \,.\, 12$$

$$x = \frac{9\frac{1}{2} \,.\, 12}{14\frac{1}{4}} = \frac{19 \,.\, 12 \,.\, 4}{2 \,.\, 57} = \mathbf{8}.$$

Võrde tundmatu keskmine liige võrdub sama võrde äärmiste liikmete korrutisega, mis on jagatud võrde tuntud keskmise liikmega.

773. Kirjutada võrded, millede äärmiste liikmete korrutis oleks 36; 150; $3\frac{3}{4}$; $\frac{1}{5}$; 0,5; 2,5.

774. Kirjutada võrded, millede keskmiste liikmete korrutis oleks 24; 75; $1\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; 1,5; 4,5; 7,5.

Leida võrde tundmatu liige:

775. $x : 7 = 6 : 3$. **776.** $150 : x = 45 : 18$.

777. $x : 6 = 5 : 3$. **778.** $7 : x = 2 : 14$.

779. $1 : 3 = x : 12$. **780.** $5 : 4 = 25 : x$.

781. $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = 2 : x$. **782.** $4{,}5 : x = 12\frac{1}{2} : 4$.

783. $x : 0{,}6 = 9 : 0{,}5$. **784.** $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} = x : 0{,}12$.

Leida x, kui:

785. $3x : 8 = 1{,}5 : 2$. **786.** $4 : 12x = \frac{1}{2} : 1{,}5$.

787. $1 : 1{,}5 = 8x : 6$. **788.** $\frac{2x}{3} : 5 = 2 : 3$.

789. $4 : \frac{3x}{5} = 1 : 3$. **790.** $0{,}8 : 3 = \frac{4}{5}x : 15$.

791. Võrde keskmised liikmed on 6 ja 9; üks äärmistest liikmetest on 18. Leida teine äärmine liige.

792. Võrde keskmised liikmed on 12 ja 3; üks äärmistest liikmetest on 6. Leida võrde nimetaja, kui ta võrdub lihtmurruga (s. o. murruga, mille lugeja on vähem kui nimetaja).

793. Leida x, kui on teada, et: $x:y = 2:3$ ja et $y:24 = 3:4$.

794. Antagu, et $x:y = 4:3$ ja et $y:z = 5:2$; leida x, kui $z = 6$.

795. Laua pikkus suhtub laua laiusesse nõnda kui $5:2$; leida laua pikkus, kui ta laius on 4 jalga.

796. Püstküliku-kujuline koppel on piiratud taraga. Kopli pikkus suhtub laiusesse nõnda kui $3\frac{1}{3}:2\frac{1}{2}$; kopli laius on 120 meetrit. Leida terve koplitara pikkus.

797. Põranda pikkus suhtub laiusesse nõnda kui $10:3$. Leida põranda pindala, kui põranda laius on 6 m.

798. Vesistul on täisnurkse rööptahuka kuju. Tema pikkus suhtub laiusesse nõnda kui $5:3$, kuid laius suhtub kõrgusesse nõnda kui $0{,}75:0{,}5$. Leida vesistu ruumala, kui ta kõrgus on 4 m.

Leida x, kui on teada, et:

799. $x:y = 3:2$; $y:z = 2:1$; $z:1 = 1:\frac{1}{4}$.

800. $x:\frac{1}{2} = y:\frac{1}{3}$; $y:\frac{1}{4} = z:\frac{1}{5}$; $z:\frac{1}{3} = \frac{1}{5}:\frac{1}{4}$.

801. Antagu, et $x:y = y:z = 3:2$; leida x, kui $z = 12$.

802. Antagu, et $x:y = y:z = 2:5$; leida z, kui $x = 4$.

Leida x võrretest:

803. $8:5 = (27 + x):x$.

804. $4:3 = (63 - x):x$.

805. $49:35 = x:(x - 12)$.

806. $51:34 = x:(25 - x)$.

807. $25:15 = (56 - 3x):x$.

808. $68:51 = (20 + 2x):4x$.

809. $63:45 = (31 - 2x):3x$.

810. $24:8 = (88 + 4x):5x$.

811. $25:15 = (62 - 7x):2x$.

812. $36:12 = (120 + 11x):7x$.

813. $76:x = 24:(25 - x)$.

814. $85:(54 - x) = 50:x$.

815. $63:(44 - x) = 91:x$.

816. $38:x = 16:(x - 33)$.

817. $57 : x = 21 : (128 - 3x)$. **818.** $88 : (59 - 3x) = 10 : x$.
819. $x : 36 = (72 - 2x) : 144$. **820.** $(4x - 55) : 63 = x : 35$.
821. $2x : 35 = (21 + 3x) : 77$. **822.** $(5x - 9) : 16 = 3x : 12$.
823. $87 : 4x = 9 : (157 - 5x)$. **824.** $74 : (51 - 2x) = 98 : 7x$.

Võrde pea-omaduse pöördlause (vastupidine lause): **Kui kahe suuruse korrutis võrdub kahe teise suuruse korrutisega, siis on need suurused võrdelised, s. o. nendest võib moodustada võrde.**

Antagu neli suurust: a, b, c ja d tingimusega, et $ad = bc$. Tarvis tõestada, et neist suurustest võib moodustada võrde: $a : b = c : d$.

Tõestamiseks jagame tingimuses antud võrduse: $ad = bc$ kummagi osa bd-ga. Saame võrduse $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$, mis pärast lühendamist omandab kuju: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ehk $a : b = c : d$, mis oligi tarvis tõestada.

825. Järgmistest võrdustest moodustada võrded:
1) $12 . \frac{3}{4} = 4\frac{1}{2} . 2$; 2) $120 . 0{,}1 = 3\frac{1}{3} . 3{,}6$; 3) $5{,}5 . \frac{4}{11} = 2\frac{1}{2} . 0{,}8$.

826. Järgmistest võrdustest moodustada võrded:
1) $10 . 6 = 12 . 5$; 2) $3\frac{1}{5} . \frac{25}{32} = \frac{15}{14} . 2\frac{1}{3}$; 3) $3{,}12 . 2\frac{1}{2} = 3{,}75 . 2{,}08$.

827. Järgmistest võrdustest moodustada võrded:
1) $0{,}5 . 2{,}5 = 0{,}25 . 5$; 2) $2{,}75 . 2{,}4 = 11 . \frac{3}{5}$.

828. Moodustada 4 võrret võrdusest: $4 . 21 = 7 . 12$.

829. Moodustada 4 võrret võrdusest: $\frac{1}{2} . \frac{3}{4} = \frac{15}{28} . \frac{7}{10}$.

§ 6. Vôrde proovimine.

Võrre: $25 : 5 = 15 : 3$ on õige, sest et tema äärmiste liikmete korrutis võrdub keskmiste liikmete korrutisega.

1) **Kui äärmiste liikmete korrutis võrdub keskmiste liikmete korrutisega, siis on võrre õige.**

Võrre: $14 : 7 = 12 : 6$ on õige, sest et suhte $14 : 7$ nimetaja kui ka suhte $12 : 6$ nimetaja on 2.

2) **Kui võrret moodustavate suhete nimetajad on võrdsed, siis on võrre õige.**

830. Tarvitades kahesugust proovimisvõimalust, jõuda otsusele, kas on õiged järgnevad võrded, kusjuures ebaõiged võrded tuleb parandada: 1) $15:3=20:4$; 2) $2:5=3\frac{1}{2}:8\frac{3}{4}$; 3) $72:8=36:4$; 4) $1:1{,}1=3:3{,}4$; 5) $7\frac{1}{2}:1{,}5=10:2{,}2$; 6) $6\frac{1}{2}:6\frac{5}{6}=3{,}9:4{,}1$; 7) $0{,}25:0{,}4=0{,}125:0{,}2$; 8) $21:6=$ $=35:10$.

831. Proovida järgnevad võrded: 1) $585:45=442:34$; 2) $220\frac{4}{7}:88=36\frac{16}{21}:14\frac{2}{3}$; 3) $7{,}5:2{,}5=6:1{,}5$.

832. Parandada järgnevad võrded: 1) $37{,}5:12{,}5=$ $=29:14{,}5$; 2) $12:\frac{3}{4}=5:\frac{1}{5}$; 3) $2:0{,}5=1\frac{2}{3}:\frac{1}{3}$.

§ 7. Vôrde liikmete ümberasetamine.

Antagu võrded:

$15:5=9:3$ (1) $a:b=c:d$.

Asetame ümber **äärmised** liikmed:

$3:5=9:15$ (2) $d:b=c:a$.

Asetame (1) ja (2) võrdes ümber **keskmised** liikmed:

$15:9=5:3$ (3) $a:c=b:d$.

$3:9=5:15$ (4) $d:c=b:a$.

Asetame (1), (2), (3) ja (4) võrdes **keskmised liikmed äärmiste asemele ja ümberpöördult:**

$5:15=3:9$ (5) $b:a=d:c$.

$5:3=15:9$ (6) $b:d=a:c$.

$9:15=3:5$ (7) $c:a=d:b$.

$9:3=15:5$ (8) $c:d=a:b$.

Nõnda võib igast neljast võrdelisest suurusest moodustada 8 isekujulist võrret, kui ümber asetada:

1) **äärmised liikmed**;

2) **keskmised liikmed**;

3) **keskmised liikmed äärmiste asemele ja ümberpöördult.**

833. Toimetada kõik võimalikud liikmete ümberasetused võrdeis: 1) $14:7=10:5$; 2) $15:10=3:2$; 3) $49:35=$ $=42:30$; 4) $1\frac{1}{2}:5=2:6\frac{2}{3}$; 5) $3\frac{1}{2}:0{,}4=10:1\frac{1}{7}$.

834. Toimetada kõik võimalikud liikmete ümberasetused võrdeis: 1) $4:2=10:5$; 2) $15:3=45:9$; 3) $8:\frac{1}{2}=2:\frac{1}{8}$; 4) $10:5=12\cdot 6$; 5) $3\frac{1}{5}:2\frac{1}{3}=\frac{15}{14}:\frac{25}{32}$.

§ 8. Vôrde liikmete suuruse muutmine ilma vôrret rikkumata, vôrde lühendamine ja murruliste liikmete kôrvaldamine.

Võrde liikmete suurust muutes peab tähele panema, et selle muutmise peale vaatamata **jääksid mõlema võrret moodustava suhte nimetajad võrdseks,** s. o. et võrde keskmiste liikmete korrutis võrduks äärmiste liikmete korrutisega.

1) $12:6=16:8$	$a:b=c:d$
$\mathbf{24:12}=16:8$	$\mathbf{2}a\mathbf{:2}b=c:d$
$12:6=\mathbf{32:16}$	$a:b=\mathbf{2}c\mathbf{:2}d$
$\mathbf{6:3}=16:8$	$\frac{a}{\mathbf{2}}:\frac{b}{\mathbf{2}}=c:d$
$12:6=\mathbf{8:4}$	$a:b=\frac{c}{\mathbf{2}}:\frac{d}{\mathbf{2}}$;

Võrre jääb rikkumata, kui:
esimese või teise suhte mõlemad liikmed korrutada või jagada ühe ja sama suurusega:

2) $12:6=16:8$	$a:b=c:d$
$\mathbf{24}:6=\mathbf{32}:8$	$\mathbf{2}a:b=\mathbf{2}c:d$
$12:\mathbf{12}=16:\mathbf{16}$	$a:\mathbf{2}b=c:\mathbf{2}d$
$\mathbf{6}:6=\mathbf{8}:8$	$\frac{a}{\mathbf{2}}:b=\frac{c}{\mathbf{2}}:d$
$12:\mathbf{3}=16:\mathbf{4}$	$a:\frac{b}{\mathbf{2}}=c:\frac{d}{\mathbf{2}}$;

mõlemad eesliikmed või mõlemad tagaliikmed korrutada või jagada ühe ja sama suurusega:

3) $12:6=16:8$	$a:b=c:d$
$\mathbf{24:12}=\mathbf{32}:\mathbf{16}$	$\mathbf{2}a\mathbf{:2}b=\mathbf{2}c:\mathbf{2}d$
$\mathbf{6:3}=\mathbf{8}:\mathbf{4}$	$\frac{a}{\mathbf{2}}:\frac{b}{\mathbf{2}}=\frac{c}{\mathbf{2}}:\frac{d}{\mathbf{2}}$;

kõik võrde liikmed korrutada või jagada ühe ja sama suurusega:

Kolme lause kokkuvõtte: **võrre jääb rikkumata, kui korrutada või jagada ühe ja sama suurusega mingi äärmine liige ühes mingi keskmise liikmega.**

Vôrde lühendamine.

Ülemaltoodud kolme lause kokkuvõte annab võimaluse võrret lühendada, kui mingil äärmisel liikmel on mingi keskmise liikmega ühine jagaja: **lühendada võib iga äärmist liiget iga keskmise liikmega.**

Antagu võrre: $91:26=63:18$. Lühendades mõlemad tagaliikmed 2-ga saame $91:13=63:9$; lühendame veel teise suhte liikmed 9-ga: $91:13=7:1$; pärast seda lühendame mõlemad eesliikmed 7-ga: $13:13=1:1$; lõppeks lühendame esimese suhte mõlemad liikmed 13-ga: $1:1=1:1$.

Nagu näha, võib igale võrdele anda kuju: $1:1=1:1$, kui on teada kõik võrde 4 liiget.

Ei ole aga kõik võrde 4 liiget teada, siis ei või temale ülemaltoodud kuju anda. 1. näide: võrre $49:84=x:51$ annab pärast lühendamist võrde: $7:4=x:17$; 2. näide: võrre $x:100=y:75$ annab pärast lühendamist võrde: $x:4=y:3$. On võrre kolme otsitavaga, siis on ta lühendamatu. 3. näide: $x:y=80:z$.

835. Lühendada võrded: 1) $144:36=56:14$; 2) $108:54=58:29$; 3) $740:20=2997:81$; 4) $3x:18=35:10$; 5) $15x:120=135:54$; 6) $72:8x=90:24$; 7) $176:4x=48:22$.

836. Lühendada võrded: 1) $72:8x=90:24$; 2) $3x:18=135:10$; 3) $15x:120=1350:54$; 4) $176:4x=480:22$.

Vôrde murruliste liikmete kôrvaldamine.

Näited:

1) $3\frac{3}{4}:2=15:8$

$\frac{15}{4}:2=15:8$

$\mathbf{15}:2=\mathbf{60}:8$

2) $9\frac{1}{2}:14\frac{1}{4}=x:12$

$\frac{19}{2}:\frac{57}{4}=x:12$

$\frac{38}{4}:\frac{57}{4}=x:12$

$\mathbf{38:57}=x:12$

3) $\frac{3}{4}:\frac{7}{10}=\frac{15}{28}:\frac{1}{2}$

$\frac{105}{140}:\frac{98}{140}=\frac{75}{140}:\frac{70}{140}$

$\mathbf{105:98=75:70}$

Võrde murrulised liikmed kõrvaldatakse sama lause põhjal, mille põhjal toimetatakse võrde lühendamist, nimelt: **võrde iga äärmist liiget võib ühes iga keskmise liikmega ühe ja sama arvuga korrutada või jagada.**

837. Kõrvaldada võrrete murrulised liikmed: 1) $6 : x = 8 : 9\frac{1}{3}$; 2) $5 : 6\frac{1}{2} = y : 13$; 3) $x : \frac{8}{3} = 15 : z$; 4) $x : y = \frac{147}{80} : \frac{315}{64}$; 5) $\frac{4}{7} : \frac{3}{35} = 3\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$; 6) $1\frac{1}{2} : \frac{5}{2} = \frac{1}{4} : \frac{5}{12}$; 7) $0{,}3 : 2\frac{1}{4} = \frac{4}{9} : 3\frac{1}{3}$; 8) $4 : \frac{2}{3} = 85{,}04 : 5\frac{21}{25}$.

838. Kõrvaldada võrrete murrulised liikmed: 1) $1\frac{1}{2} : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} : \frac{5}{12}$; 2) $\frac{4}{7} : \frac{9}{35} = 3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$; 3) $0{,}6 : 2\frac{1}{4} = \frac{8}{9} : 3\frac{1}{3}$; 4) $2 : \frac{2}{3} = 17{,}52 : 5\frac{21}{25}$.

839. Kõrvaldada võrrete murrulised liikmed: 1) $7\frac{3}{4} : 15\frac{1}{4} = 217 : 427$; 2) $5\frac{3}{8} : 14\frac{1}{3} = 12 : 32$; 3) $5\frac{17}{25} : 2{,}84 = 1\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$; 4) $2{,}56 : 20{,}48 = 0{,}5 : 4$.

§ 9. Pidev võrre.

Näited: $36 : \mathbf{12} = \mathbf{12} : 4$ $\quad$ $\mathbf{40} : x = x : 10$

$\mathbf{12} : 36 = 4 : \mathbf{12}$ $\quad$ $x : 40 : = 10 : x$

Võrret nimetatakse pidevaks, kui tal on mõlemad keskmised või mõlemad äärmised liikmed isekeskis võrdsed.

Pideva võrde korduvat liiget nimetatakse kahe ülejäänud liikme keskmiseks geomeetriliseks arvuks.

Nõnda on toodud näiteis arv 12 arvude 36 ja 4 keskmine geomeetriline arv ja suurus x arvude 40 ja 10 keskmine geomeetriline suurus.

Lahendame pidevad võrded:

1) $20 : x = x : 45$ $\quad$ 2) $x : 20 = 45 : x$

Et võrde keskmiste liikmete korrutis võrdub tema äärmiste liikmete korrutisega, siis:

$$x \,.\, x = 20 \,.\, 45;\ x^2 = 900:\ x = \sqrt{900} = \mathbf{30}.$$

Nõnda leidsime antud pidevate võrrete korduva liikme x väärtuse, s. o. kahe ülejäänud liikme (20 ja 45) keskmise geomeetrilise arvu.

840. Järgmistest võrdustest moodustada pidevad võrded; 1) $4 \,.\, 16 = 64$; 2) $4 \,.\, 100 = 400$; 3) $36 = 4 \,.\, 9$; 4) $2 \,.\, 8 = 16$; 5) $27 \,.\, 3 = 81$; 6) $9 \,.\, 16 = 144$.

841. Järgmistest võrdustest moodustada pidevad võrded: 1) $45 \,.\, 5 = 225$; 2) $125 \,.\, 5 = 625$; 3) $1\frac{1}{4} \,.\, 11\frac{1}{4} = 14\frac{1}{16}$.

842. Lahendada pidevad võrded: 1) $40 : x = x : 10$; 2) $36 : x = x : 4$; 3) $x : 54 = 6 : x$; 4) $x : 4 = 16 : x$; 5) $169 : y = y : 1$; 6) $2 : z = z : 162$; 7) $x : \frac{1}{2} := \frac{1}{8} : x$; 8) $y : \frac{4}{27} = \frac{1}{3} : y$.

843. Leida arvude keskmine geomeetriline suurus (arv): 1) 72 ja 8; 2) $\frac{1}{3}$ ja 12; 3) 450 ja 200; 4) 100 ja 9 5) 1600 ja 4; 6) 27 ja 300.

844. Antud on: $x : y = y : z = 5$. Leida x ja z suhe.

845. Antud on: $x : y = y : z = z : u = 3 : 2$. Leida x ja u suhe.

846. Võrde keskmised liikmed on võrdsed; võrde nimetaja on 3. Leida võrde esimese ja neljanda liikme suhe.

Kahe või mitme arvu aritmeetiline keskarv.

Peale antud kahe arvu geomeetrilise keskarvu (või keskmise võrdelise) tuntakse matemaatikas veel kahe või mitme antud suuruse aritmeetilist keskarvu.

847. Kooli ühes klassis on a õpilast, teises klassis b õpilast. Mitu õpilast on keskmiselt igas klassis? Vastus: $\frac{a+b}{2}$ õpilast.

1) **Kahe arvu aritmeetiliseks keskarvuks nimetatakse antud arvude poolsummat.**

848. Leida järgmiste arvude aritmeetiline keskarv: 1) 3 ja $5\frac{1}{2}$; 2) 4 ja $2\frac{3}{4}$; 3) $15\frac{1}{2}$ ja $7\frac{3}{5}$; 4) x ja y; 5) $2\,x$ ja $4\,x$; 6) $5\,a$ ja $7\,a$.

849. Kraadiklaas näitas kell 12 öösi a^0 sooja, kell 6 homm. b^0 sooja, kell 12 l. c^0 sooja ja kell 6 õhtul d^0 sooja. Leida selle päeva keskmine temperatur. Vastus: $\frac{a+b+c+d}{4}$ kraadi.

2) **Mitme arvu aritmeetilisekss keskarvuks nimetatakse antud arvude summa jagatist nende arvuga.**

850. Kraadiklaas näitas kell 6 homm. -12^0, kell 9 homm. -13^0, kell 12 l. -16^0, kell 3 p. l. -20^0, kell 6 õhtul — 15^0, kell 9 õhtul — 9^0, kell 12 öösi — 7^0 ja kell 3 homm. — 5^0. Leida selle öö-päeva keskmine temperatuur.

851. Õpilast küsiti õppeaasta vältusel matemaatikas järgmiselt: õppeaasta esimesel veerandil 6 korda, teisel veerandil 10 korda, kolmandal veerandil nii mitu korda, kui palju on 0,75 arvude 6 ja 10 summast, ja neljandal veerandil nii mitu korda, kui suur on teisel ja kolmandal veerandil toimetatud küsimiste hulkade aritmeetiline keskarv. Mitu korda küsiti õpilast keskmiselt igal veerandil?

852. 1. novembril 1922. a. oli Tartu õpetajateseminari I klassis 41 õpilast, II-a klassis 26 õpilast, II-b klassis 25 õpilast, III-a kl. 30 õpilast, III-b kl. 30 õpilast, IV kl. 34 õpilast, V kl. 17 õpilast ning VI (lõppklassis) 29 õpilast. Mitu õpilast oli nimetatud päeval keskmiselt seminari igas klassis?

853. 1920. aastal tuli keskmiselt iga 100 tiinu põllu peale Harjumaal 21,2 hobust, Virumaal 18,5 hobust, Järvamaal 18,3, Läänemaal 26,7, Pärnumaal 19,4, Viljandimaal 22,4, Tartumaal 15,8, Võrumaal 10, Saaremaal 34,2, Valgamaal 13,8 ja Petserimaal 11,6 hobust. Mitu hobust tuli 1920. aastal keskmiselt iga 100 tiinu põllu peale Eestis?

854. Leida järgnevate arvude aritmeetiline keskarv: 1) 10; 20; 13; 26 ja 1; 2) $3\frac{1}{8}$; $3\frac{1}{4}$; 5 ja 0,625.

§ 10. Vôrdelised suurused.

Kaks muutuvat suurust võivad muutuda teineteisest olenedes; säärased muutuvad suurused on muu seas **päri- ja vastuvõrdelised suurused.**

Näiteks, kui 10 naela suhkrut maksab 280 mk.,
siis 20 „ „ „ 560 „

Nõnda on **kauba hulk ja ta hind pärivõrdelised suurused,** sest et kui kauba hulk **suureneb** kaks korda, siis **suureneb** ka ta hind kaks korda.

Samuti on pärivõrdelised suurused **töö aeg ja töö rohkus,** püstküliku pindala ja tema pikkus ning laius, korrutise suurus ja tegur, murru suurus ja murru lugeja jne.

Pärivõrdelisi suurusi nimetatakse sagedasti lihtsalt **võrdelisteks suurusteks.**

Pärivõrdelisuse **tunnus: Kui ühe suuruse vabalt võetud väärtust suurendada või vähendada 2, 3, 4 jne. korda ja kui selle tagajärjel suureneb või väheneb ka teise suuruse vastav väärtus sama palju kordi, siis on need suurused pärivõrdelised** (või lihtsalt: **võrdelised)**.

Näiteks, kui suureneb toidu-tagavara hulk 3 korda, siis jätkub seda tagavara 3 korda pikemaks ajaks (kui teised tingimused jäävad muutumata). Järjelikult on **toidu-tagavara hulk** ja **aeg** võrdelised suurused.

855. Tuletada meelde 5 paari (päri) võrdelisi suurusi.

Näide:

2 töömeest teevad heinaküüni valmis 12 päevaga
4 „ „ sama „ „ 6 „

Kui töömeeste arv **suurenes 2 korda**, siis tööpäevade arv **vähenes 2 korda**. Järjelikult on **tööjõud** ja **töö aeg** vastuvõrdelised suurused.

Samuti on vastuvõrdelised suurused: **riide pikkus** ja **laius** (kui riide pindala ei muutu), **murru suurus** ja **murru nimetaja suurus** jne.

Vastuvõrdelisuse **tunnus: Kui ühe suuruse vabalt võetud väärtust suurendadu või vähendada 2, 3, 4 jne. korda, kuid selle tagajärjel väheneb või suureneb teise suuruse vastav väärtus sama palju kordi, siis on need suurused vastuvõrdelised.**

856. Tuletada meelde 5 paari vastuvõrdelisi suurusi.

857. Réaumuri (loe reomüüri) soojamõõtja näitas 18^0 sooja. Mis näitaks samal ajal ja kohal Celsiuse soojamõõtja, kui on teada, et Celsiuse ja Réaumuri soojamõõtja kraadide arvud suhtuvad nõnda kui 5 : 4?

858. Vesi on kõige tihedam, kui ta on Celsiuse järele 4^0 soe. Mitu kraadi Réaumuri järele on vesi soe kõige suurema tiheduse korral? (V. eelmist ülesannet.)

859. Maja trepil on 30 astet. Iga astme kõrgus on $9\frac{1}{2}$ tolli. Mitu astet oleks sellel trepil, kui iga astme kõrgus oleks $7\frac{3}{5}$ tolli?

860. 100 kantmeetrit õhku sisaldab eneses 21 kantmeetrit hapnikku. Mitu kantmeetrit hapnikku sisaldab eneses üks klassituba, mille ruumala on 360 kantmeetrit?

861. Kella viipur (tikats) teeb $1\frac{1}{2}$ minutis 90 võnku. Mitu võnku teeb kella viipur $3\frac{1}{2}$ tunnis?

862. Töölise perekond tarvitas ühes nädalas $10\frac{1}{2}$ naela loomaliha. Mitu päeva saadi 28 naela loomalihaga läbi?

863. 6 puuseppa lõpetasid teatud töö 55 päevaga. Mitme päevaga lõpetaksid sama töö 15 puuseppa, kes töötaksid sama eduga?

864. Ratas, mille ümbermõõt on $12\frac{1}{2}$ sm, teeb teatava maa ulatusel 28 tiiru. Mitu tiiru teeb sama maa ulatusel teine ratas, mille ümbermõõt on 14 sm?

865. 5 kg rukistest saadi $4\frac{3}{4}$ kg jahu. Kui palju jahu saadi 10 kg samadest rukistest?

866. 9,5 kg rukkijahudest saadi 12,5 kg leiba. Mitu kilogrammi leiba saadi 1 sentnerist rukkijahudest?

867. Palitu peale läks $4\frac{1}{2}$ arss. kalevit, mille laius oli $1\frac{7}{8}$ arss. Mitu arssinat peab niisugust kalevit võtma, mille laius on $\frac{3}{4}$ arss.?

868. Vesistusse läheb 5 ühesugust toru, mille kaudu vesi sisse jookseb. Kui kolm toru lahti teha 12 minutiks, siis jookseb vesistusse 123,6 pange vett. Mitu pange vett jookseb 5 toru kaudu $\frac{3}{10}$ tunniga?

869. 60 inimest kaevasid 50 päevaga kraavi, mille pikkus on 28 sülda, laius 3 sülda, sügavus 1 süld 1 jalg. Mitme päevaga kaevavad 75 töölist kraavi, mille pikkus on 60 sülda, laius $3\frac{1}{2}$ sülda ja sügavus 1 süld?

870. Silla ehitamiseks palgati 15 inimest, kes, töötades 9 tundi päevas, oleksid lõpetanud töö 12 päevaga. Viiendal päeval võeti veel mõni tööline juurde ja nüüd lõpetasid nad, kõik päevas 10 tundi töötades, ülejäänud töö 6 päevaga. Mitu töölist võeti juurde, kui kõik töölised töötasid ühesuguse eduga?

871. Kolm meest võtsid enda peale kraavikaevamise 6960 marga eest, kusjuures esimene töötas $7\frac{1}{2}$ päeva, teine 9 p. ja kolmas $12\frac{1}{2}$ p. Kui palju raha sai igaüks, kui nad jagasid saadud summa pärivõrdeliselt tööpäevade arvuga?

872. Ema ja tütre vanadusaastate summa on 55 aastat. Kui vana on kumbki, kui ema ja tütre vanadusaastate arvud suhtuvad nõnda kui 8:3?

873. Talumehel on hobuseid ja lehmi ühtekokku 17 looma. Mitu hobust ja mitu lehma on tal, kui nende arvud suhtuvad nõnda kui $3:5\frac{1}{2}$?

874. Püssi proovimiseks lasti 25 pauku. Mitu pauku läks pihta ja mitu mööda, kui pihta läinud paukude arv suhtus möödaläinud paukude arvusse nõnda kui $7:1\frac{1}{3}$?

875. Isa on 48 a. vana. Kui vana on poeg, kui isa ja poja vanadusaastate arvud suhtuvad nõnda kui 12:5?

876. Vanemal vennal oli 150 marka raha. Mitu marka oli nooremal vennal, kui noorema ja vanema venna rahasummad suhtuvad nõnda kui 5:6?

877. Kuldsepp valmistas kulla ja hõbeda sulatise võrdeliselt arvudega 5:8; kulda tarvitas ta 40 g. Mitu grammi tarvitati hõbedat?

878. Sulatises suhtus hõbedahulk vasehulgasse nõnda kui 3:2. Mitmeprotsendiline oli sulatis?

879. Kassas on ühepalju viie-, kolme- ja ühemargalisi rahasid, ühtekokku 180 marka. Mitu raha on igast liigist?

880. Klaasi tegemiseks võeti 10 osa potashi, 31 osa liiva ja 2 osa kriiti. Kui palju läheb tähend. aineid 86 kg klaasi tegemiseks?

881. Äri lõpetamisel jagasid 4 osanikku saadud puhta kasu isekeskis pärivõrdeliselt osamaksudega. Esimene sai 5400 mk., teine 6300 mk., kolmas 7200 mk. ja neljas 9000 mk. Kui suur oli iga osaniku osamaks, kui osamaksude kogusumma on 223200 marka?

882. Vere hulk suures vere-ringvoolus suhtub vere hulgasse väikeses ringvoolus nõnda kui 11 : 2. Kui palju verd on $67\frac{3}{5}$ kg raskusel inimesel kummaski vere-ringvoolus eraldi, kui vere hulk on $\frac{1}{13}$ osa keha raskusest?

Ligikaudne arvutamine.

§ 1. Perioodsed (jätkulised) murrud.

Muutes murdu $\frac{3}{7}$ kümnendmurruks murru lugeja ja nimetaja jagamise abil leidsime, et saadav kümnendmurd on lõputa, et temas hakkavad teatavas kindlas järjekorras korduma ühed ja samad numbrid.

Näiteks vaatame murdude $\frac{1}{9}$ ja $\frac{5}{12}$ kümnendmurdudeks muutmist:

$$\begin{array}{r|l} 1 & 9 \\ \hline 10 & 0{,}111\ldots \\ -\ 9 & \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 1 & \\ \ldots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 12 \\ \hline 50 & 0{,}41666\ldots \\ -48 & \\ \hline 20 & \\ -12 & \\ \hline 80 & \\ -72 & \\ \hline 80 & \\ -72 & \\ \hline 80 & \\ -72 & \\ \hline 8 & \\ \ldots & \end{array}$$

Esimese hariliku murru $\frac{1}{9}$ nimetajas puuduvad tegurid 2 ja 5 täiesti, kuna teise murru $\frac{5}{12}$ nimetajas esineb peale arvu 10-ne tegurite veel erinev tegur.

Esimeses saadud lõputa kümnendmurrus hakkavad numbrid peale koma korduma, kuna teises kümnendmurrus asuvad koma ja korduvate numbrite vahel mõned mittekorduvad numbrid.

Kümnendmurdu, mille murdosas korduvad numbrid kindlas järjekorras, nimetatakse perioodseks (jätkuliseks) kümnendmurruks.

Järjelikult on kümnendmurrud 0,111... ja 0,41666... perioodsed (jätkulised) kümnendmurrud. Korduvaid numbreid ehk perioodse kümnendmurru **perioodi (jätku)** märgitakse harilikult nii:

0,111... ehk 0,(1); 0,41666... ehk 0,41(6).

Perioodset ehk jätkulist murdu, milles periood algab koma järel, nimetatakse puhtperioodseks- ehk puhtjätkuliseks murruks.

Näiteks on murrud: 0,(1); 0,(428571) puhtperioodsed murrud.

Perioodset murdu, milles koma ja perioodi vahel on veel teised numbrid, nimetatakse segaperioodseks ehk segajätkuliseks murruks.

Murd 0,41(6) on segaperioodne murd.

Puhtperioodseid murde, näiteks **0,(1)**, loetakse nii: **null tervet üks perioodis** ehk **null koma üks perioodis**. Segaperioodseid murde, näit. **0,41(6)**, loetakse nii: **null tervet 41 sajandikku 6 perioodis** ehk **null koma 41 sajandikku 6 perioodis.**

Olgugi et soovitav on harilikke murde kümnendmurruks muuta, kui meil on ülesandes tegemist ühes harilikkude murdudega ka kümnendmurdudega, siiski on tarvilik ka teada, kuidas võime perioodseid murde harilikkudeks murdudeks muuta.

Seks vaatleme järgmiste harilikkude murdude: $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$ jne. muutmist kümnendmurdudeks.

$$\begin{array}{r|l} 1 & 9 \\ \hline 10 & 0{,}111\ldots \\ -9 & \\ \hline 10 & \\ -9 & \\ \hline 10 & \\ -9 & \\ \hline 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1 & 99 \\ \hline 100 & 0{,}010101\ldots \\ -99 & \\ \hline 100 & \\ -99 & \\ \hline 100 & \\ -99 & \\ \hline 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1 & 999 \\ \hline 1000 & 0{,}001001\ldots \\ -999 & \\ \hline 1000 & \\ -999 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\mathbf{\frac{1}{9}=0,(1)} \qquad \mathbf{\frac{1}{99}=0,(01)} \qquad \mathbf{\frac{1}{999}=0,(001)}$$

Nüüd võime puhtperioodset murdu, näit. 0,(567), võrrelda 0,(001)-ga. Võrreldes näeme, et 0,(567) on 567 korda suurem kui 0,(001). See tähendab et

$$0,(567)=567\,.\,0,(001)=567\,.\,\frac{1}{999}=\frac{567}{999}.$$

Järjelikult: $\mathbf{0,(567)=\frac{567}{999}}$.

Et muuta puhtperioodne murd harilikuks murruks, tuleb võtta periood murru lugejaks, kuna nimetajaks võetakse number 9 nii mitu korda, kui mitu numbrit on perioodis.

Et muuta segaperioodne murd harilikuks murruks, seks muudame ta enne puhtperioodseks murruks.

Näiteks muudame murru 0,41(6) harilikuks murruks. Seks viime koma kuni perioodi esimese numbrini, s. o. käesoleval juhusel kahe numbri võrra paremale poole; saame 41,(6); seega oleme antud perioodset murdu 0,41(6) suurendanud 100 korda.

Järjelikult: $0,41(6)=41,(6):100$.

41,(6), kui puhtperioodne murd, võrdub $41\frac{6}{9}$-ga. Seepärast:

$$0,41(6)=41,(6):100=41\tfrac{6}{9}:100=\frac{41\,.\,9+6}{9}:100=$$

$$=\frac{41(10-1)+6}{9\,.\,100}=\frac{410-41+6}{900}=\frac{410+6-41}{900}=\frac{416-41}{900}.$$

Järjelikult: $\mathbf{0,41(6)=\frac{416-41}{900}=\frac{375}{900}=\frac{5}{12}}$.

Et muuta segaperioodne murd harilikuks murruks, tuleb arvust, mida moodustavad kõik numbrid komast kuni teise perioodi alguseni, lahutada arv, mis asub koma ja esimese perioodi alguse vahel; vahe võtta lugejaks, kuna nimetajaks tuleb kirjutada number 9 nii mitu korda, kui mitu numbrit on perioodis, ja nii mitu nulli, kui mitu numbrit on koma ja esimese perioodi vahel.

Järgmised harilikud murrud muuta perioodseiks murdudeks.

883. $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{3}{11}$; $1\frac{1}{3}$; $4\frac{2}{9}$; $5\frac{6}{13}$; $1\frac{5}{12}$.

884. $\frac{5}{11}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{5}{27}$; $\frac{19}{47}$; $1\frac{2}{3}$; $\frac{32}{26}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{1}{45}$; $\frac{15}{52}$.

885. $\frac{7}{30}$; $\frac{4}{27}$; $\frac{11}{48}$; $\frac{6}{13}$; $\frac{11}{52}$; $\frac{7}{66}$; $\frac{17}{45}$; $\frac{43}{44}$; $\frac{4}{17}$; $\frac{5}{24}$; $\frac{7}{18}$; $\frac{14}{27}$.

886. $\frac{13}{22}$; $\frac{5}{61}$; $\frac{111}{198}$; $\frac{5}{44}$; $\frac{8}{42}$; $\frac{5}{21}$; $\frac{10}{81}$; $\frac{25}{66}$; $\frac{51}{61}$; $\frac{71}{82}$; $\frac{22}{43}$; $\frac{5}{6}$.

887. Missugused järgnevad arvud on puhtperioodsed ja missugused segaperioodsed: 0,111 . . .; 0,777 . . .; 0,232323 . .; 0,363636 . . .; 0,5272727 . . .; 0,41666 . . .; 0,(01); 0,(001); 3,(18); 5,(21); 2,2(12); 15,1(45); 6,01(9)?

888. Enne perioodseks murruks muutmist määrata, missugused järgnevad arvud muutuvad puht- ja missugused segaperioodseteks murdudeks: $\frac{8}{9}$; $1\frac{2}{3}$; $3\frac{8}{15}$; $\frac{7}{12}$; $1\frac{11}{18}$; $2\frac{5}{22}$; $\frac{3}{28}$; $\frac{8}{35}$; $1\frac{5}{42}$; $\frac{16}{21}$.

889. Järgnevad puhtperioodsed murrud muuta harilikkudeks murdudeks: 0,555 . . .; 0,131313 . . .; 0,444 . . .; 0,121212 . . .; 0,324324324 . . .; 0,(513); 0,(329); 0,(5169); 7,(18); 5,(21).

890. Järgnevad segaperioodsed murrud muuta harilikkudeks murdudeks: 0,1(2); 0,0333 . . .; 0,00888 . . .; 0,111(3); 0,000(3); 0,00(36); 0,02(4); 5,010101 . . .; 1,0(5); 6,01(9); 16,1(45); 0,3(18).

§ 2. Ligikaudsete suuruste mõiste.

Mitte alati ei ole võimalik tegemist teha täpipealsete ehk **täpsate** andmetega. Andmetel, mis on saadud mõõtmisel või muul teel, puudub alati **absoluutne** täpsus. Näiteks heinte või mõne muu raskuse mõõtmisel saadud andmed on ikkagi **ligikaudsed**, sest kui meil juba tegemist on tonnidega, siis ei võeta gramme ja detsigramme enam arvesse. Samuti on lugu astronoomilistel, bioloogilistel ja muudel vaatlustel. Praktilises elus kui ka teadusevallas ei ole sellel nii suur tähtsus, kui meil puuduvad absoluutselt täpsad väärtused, vaid palju enam väärib see asjaolu, et me teaksime kindlaks määrata seda piiri, milles peitub viga. Siis ongi meil käes teatava piirini täpsad väärtused.

Me teame, et 2,5 ja 2,6 on arvu 2,567864 ligikaudsed väärtused, kusjuures 2,5 on võetud **puudusega,** 2,6 aga **liiaga.** See tähendab, et 2,567864 asemel võime tarvilisel korral võtta kas 2,5 või 2,6. Kuid sellega teeme **vea,** mis on vähem kui 0,1, sest esimesel korral on viga $2{,}567864 - 2{,}5 = 0{,}067864$, teisel korral on viga aga $2{,}6 - 2{,}567864 = 0{,}032136$, seega on viga kummalgi korral vähem kui 0,1, kuna ligikaudsete väärtuste 2,5 ja 2,6 vahe on 0,1. Seepärast: **2,5 ja 2,6 on arvu 2,567864 ligikaudsed väärtused, täpsad 0,1-ni.**

Järgnev tabel annab meile selge pildi arvu 2,567864 ligikaudseist väärtustest, mis on võetud täpsalt kuni 0,1; 0,01; 0,001 jne.

Arvu 2,567864 ligikaudsed väärtused:

Täpsalt kuni	Puudusega	Liiaga
0,1	2,5	2,6
0,01	2,56	2,57
0,001	2,567	2,568
0,0001	2,5678	2,5679
0,00001	2,56786	2,56787

Näide: Leida arvu 3,523846 ligikaudsed väärtused puudusega ja liiaga täpsalt 0,001-ni. Seks võtame arvu **3,523**, milles on antud kümnendmurru täisosa ja murdosast kolm kümnendjärku. See ligikaudne väärtus on võetud **puudusega.** Et aga leida ligikaudne väärtus **liiaga**, seks suurendame arvu 3,523 viimase numbri ühe võrra; saame: **3,524**.

Et saada antud arvu ligikaudne väärtus täpsalt kuni 0,1, 0,01, 0,001 jne., peame kirjutama antud arvu täisosa ja murdosa nii mitmenda kümnendjärguni, mis vastaks nõutavale täpsusele.

Et saada ligikaudne väärtus liiaga, seks tuleb puudusega võetud ligikaudse väärtuse viimane kümnendjärk ühe võrra suurendada.

Kui on tegemist perioodsete murdudega, mille väärtust saab võtta ligikaudselt teatava täpsusega, siis on väga tähtis, et viga oleks lõppsaaduses võimalikult väiksem.

Vaadeldes arvu 3,45831 kaht ligikaudset väärtust 3,45 ja 3,46, mis on võetud täpsusega kuni 0,01, näeme, et esimesel korral on viga 0,00831 ja teisel korral 0,00169; seega on viga esimesel juhusel suurem kui 0,005, teisel juhusel aga vähem kui 0,005. Nõnda on käesoleval juhusel liiaga võetud ligikaudse väärtuse viga vähem kui 0,005, s. o. **viga on vähem kui pool 0,01**.

Antud arvu ligikaudse väärtuse leidmiseks täpsusega kuni poole 0,1, 0,01, 0,001 jne. on tarvis võtta väärtus puudusega sel korral, kui antud arvu järgneva kümnendjärgu number on alla 5, ja liiaga siis, kui see number on võrdne 5-ga või suurem kui 5.

891. Võtta järgnevate arvude ligikaudsed väärtused (puudusega ja liiaga) täpsalt kuni

1) 0,1-ni:	2) 0,01-ni:	3) 0,001-ni:
0,5631	0,0563	0,25788
0,20489	0,5206	0,06221
3,7844	7,4058	0,07058
12,136	6,25968	1,27831
15,67895	64,678965	3,50895
2,0895	19,7249	12,70956

892. Võtta järgnevate arvude ligikaudsed väärtused täpsalt kuni **poole**

1) 0,1-ni:	2) 0,01-ni:	3) 0,001-ni:
5,478	2,4534	0,05789
12,3496	7,8642	2,50974
17,6841	5,3781	1,37453
45,2439	24,5095	4,85072
16,583	46,8759	1,74524

893. Leida järgnevad ligikaudsed jagatised (puudusega ja liiaga) täpsalt kuni

1) 0,1-ni:	2) 0,01-ni:	3) 0,001-ni:
5 : 3	5 : 12	6 : 1,7
7 : 6	3 : 13	5,2 : 1,9
4 : 7	4 : 0,3	3,8 : 9
8 : 9	97 : 2,1	75 : 28
13 : 1,5	36 : 2,7	9,4 : 3,1

894. Leida ligikaudsed jagatised täpsalt kuni **poole**

1) 0,1-ni:	2) 0,01-ni:	3) 0,001-ni:
3 : 7	21 : 3,6	7 : 6
5 : 6	7,4 : 0,35	8 : 7
54 : 2,1	58 : 1,7	2 : 3
7,2 : 2,8	15,9 : 2,4	5 : 1,3
15 : 1,9	7,8 : 5,1	16 : 2,7

895. Avaldada järgnevad arvud (puudusega ja liiaga) täpsalt kuni 1-ni: 547,35; 86,945; 67,4; 53,859, 742,364; 56,72.

896. Avaldada järgnevad arvud ümmargustes kümnelistes (puudusega ja liiaga): 647,2; 5689,1; 1675,36; 19,78; 375,21.

897. Avaldada järgnevad arvud ümmargustes sajalistes (puudusega ja liiaga): 45678,3; 37381; 948796; 57945; 92674; 837783; 38746.

§ 3. Ligikaudsete suuruste liitmine.

Liites ligikaudseid liidetavaid liidame ka need vead, mis on tekkinud liidetavate ligikaudsuse tõttu. Kui on antud näit. 8 liidetavat ja tahetakse saada summa täpsusega 0,001-ni, siis on arusaadav, et kogu viga peab olema vähem kui 0,001, seega iga liidetava viga peab olema vähem kui 0,001 : 8-ga, s. o. iga liidetav peab olema võetud täpsalt 0,0001-ni.

Näiteks tahame leida allpool-järgnevate 8 liidetava summa täpsalt 0,001-ni. Seks ei ole tarvis kõiki kümnendjärkusid liita, vaid tuleb võtta iga liidetav täpsalt 0,0001-ni või täpsalt poole 0,0001-ni.

Antud liidetavad:	Ligikaudsed liidetavad täpsalt:	
	0,0001-ni:	poole 0,0001-ni:
3,4589270	3,4589	3,4589
2,0721394	2,0721	2,0721
8,8748567	8,8748	8,8749
+ 7,1234521	+ 7,1234	+ 7,1235
3,4562711	3,4562	3,4563
2,8974591	2,8974	2,8975
3,0405254	3,0405	3,0405
30,9236308	**30,923**4	**30,923**7

Kui liidetavaid on 10 ja iga liidetav on võetud täpsalt poole 0,001-ni, siis võime kindlad olla, et kogu viga ei ole suurem kui $10 \cdot 0{,}001 = 0{,}01$; seega saame summa täpsalt 0,01-ni.

Kui liidetavaid on rohkem kui 10 ja vähem kui 101 ja iga liidetav on võetud täpsalt poole 0,0001-ni, siis ei ole kogu viga suurem kui $100 \cdot 0{,}0001 = 0{,}01$; seega võime saada summa täpsalt 0,01-ni.

898. Sõlgede valmistamiseks sulatas kuldsepp kokku 2,444.. kg hõbedat ja 1,555.. kg vaske. Leida sulatise raskus täpsalt kuni 0,001 kg.

899. Püstküliku-kujulise aiamaa laius oli 15,222... sülda, kuna pikkus oli 12,666... sülla võrra suurem. Leida aia pikkus täpsalt kuni 0,01 süllani.

900. Ühe pumba kaudu jookseb vesistusse 3,2333... pange vett minutis, teise pumba kaudu aga 0,34575757... pange võrra rohkem. Mitu pange vett täpsalt 0,0001 pangeni jookseb vesistusse teise pumba kaudu minutis?

Liita järgnevad arvud täpsalt kuni 0,01-ni:

901.	**902.**	**903.**
3,47539	0,575757...	5,7888...
2,555...	3,888...	3,45333...
+ 5,747474...	+ 2,777...	+ 1,777...
2,1777...	3,444...	8,222...

Liita järgnevad arvud täpsalt kuni 0,001-ni:

904.	**905.**	**906.**
1,3458214	2,745389	5,3728974
2,7953285	1,(97)	1,5864925
+ 0,2734956	+ 5,(64)	+ 2,74555...
1,3294358	3,(4)	3,8(1)

Liita järgnevad arvud täpsalt kuni 0,0001-ni:

907.	**908.**	**909.**
2,83495678	5,(36)	2,73894567
1,3777...	6,(42)	0,2592758
5,222...	7,555...	5,(6)
0,3(4)	6,(45)	7,353535...
5,28537894	7,(38)	2,(97)
8,84953894	2,(567)	0,(3)
+ 2,37389475	+ 0,48974569	+ 4,(5)
0,89749532	5,23724956	3,(7)
6,(92)	6,(05)	8,(57)
5,787878...	2,(75)	1,367492586
3,888...	3,(64)	2,73869745
0,2555...	5,(8)	8,(9534)

§ 4. Ligikaudsete suuruste lahutamine.

Näide: Lahutada arvust 2,4526 arv 1,5578 täpsalt 0,01-ni.

Antud suuruste vahe:	Ligikaudsed vahed täpsalt 0,01-ni:	
2,4526	1) 2,453 (l.)	2) 2,452 (p.)
—1,5578	—1,557 (p.)	—1,557 (p.)
0,8948	**0,89**6	**0,89**5

Nagu näitest selgub, on 1) vähendatava viga 0,0004 ja lahutatava viga 0,0008, kusjuures vähendatav on võetud liiaga, lahutatav aga puudusega. Vahe viga võrdub vähendatava ja lahutatava vigade summaga; 2) on ligikaudsed suurused võetud puudusega, kusjuures vähendatava viga on 0,0006 ja lahutatava viga 0,0008, kuna aga vahe viga võrdub ligikaudsete suuruste vigade vahega, s. o.

$$0{,}0008 - 0{,}0006 = 0{,}0002\text{-ga.}$$

Järjelikult: **Ligikaudsete suuruste lahutamisel võivad ligikaudsuse tõttu tekkinud vead liituda, kui üks suurus on võetud liiaga, teine aga puudusega, või vead võivad teineteisest lahutuda, kui suurused on võetud mõlemad kas puudusega või liiaga.**

Kuid vahe viga on alati väiksem kui kahekordne kõige suurem viga, mis on tekkinud ühe ligikaudse suuruse läbi. Kui suurem viga on näit. 0,001, siis vahe viga on väiksem kui 2.0,001 = 0,002; seega saame vahe täpsalt 0,01-ni.

Et leida vahe täpsalt kuni mingi kümnendjärguni, tuleb vähendatav ja lahutatav võtta ühe kümnendjärgu võrra täpsamalt.

Olgu tarvis näiteks arvust 3,7827 lahutada arv 2,4389 täpsalt kuni 0,01. Seks võtame vähendatava ja lahutatava täpsalt kuni 0,001-ni:

$$\begin{array}{r} 3{,}782 \\ -\,2{,}438 \\ \hline \mathbf{1{,}34}4 \end{array}$$

910. Kaupmees tõi kauplusse kaks riidekangast. Esimene kangas oli 45,666 . . . meetrit pikk, teine kangas 3,(4) meetri võrra lühem. Kui pikk oli teine kangas (täpsalt 0,01 meetrini)?

911. Kolmes karbis olid hõbesõled. Ühe karbi sõled kaalusid 835,4555 . . . grammi, teise karbi sõled aga 5,151515... vähem. Mitu grammi kaalusid kolmanda karbi sõled (täpsalt kuni 0,01 g), kui sõlgede kogu raskus oli 4536,(84) g?

912. Klassitoa pikkus on 10,666 . . . meetrit, kuna laius on 2,555 . . . meetri võrra vähem. Mitu meetrit on klassituba lai (täpsalt 0,01 meetrini)?

Leida järgnevad vahed täpsalt kuni

913. 0,1-ni:	**914.** 0,01-ni:	**915.** 0,001-ni:
2,345 — 0,368	1,(6) — 0,2782	4,(65) — 3,(7)
15,269 — 6,748	4,2389 — 1,5643	2,(36) — 1,(8)
6,455 — 1,333	1,(16) — 0,(54)	6,(15) — 4,(56)

916. 0,0001-ni:	**917.** 0,00001-ni:
3,45896 — 1,57394	4,579(5) — 3,489725
1,57234 — 0,35697	1,2834975 — 1,169249
2,49(5) — 1,(6)	12,1568964 — 3,525372
5,(8) — 4,(3)	11,3296584 — 9,178642

§ 5. Ligikaudsete suuruste korrutamine.

Olgu tarvis leida korrutise 7 . 2,67 viga, kui korrutaja 7 on täppis suurus, kuna aga korrutatav 2,67 on ligikaudne suurus, võetud täpsalt 0,01-ni.

Vea leidmiseks korrutame korrutatava vea, mis on vähem kui 0,01, korrutajaga 7, saame: 7 . 0,01 = 0,07. Järjelikult on antud korrutise viga vähem kui 0,07, seega kaugelt vähem kui **0,1.**

918. Leida järgnevais ülesandeis esitatud korrutiste vead, teades et korrutaja on täppis arv, korrutatavad aga täpsad: 1) 0,01-ni, 2) 0,001-ni ja 3) 0,0001-ni.

§ 4. Ligikaudsete suuruste lahutamine.

Näide: Lahutada arvust 2,4526 arv 1,5578 täpsalt 0,01-ni.

Antud suuruste vahe:

$$\begin{array}{r} 2{,}4526 \\ -\,1{,}5578 \\ \hline \mathbf{0{,}89}48 \end{array}$$

Ligikaudsed vahed täpsalt 0,01-ni:

1) $$\begin{array}{r} 2{,}453\ (\text{l.}) \\ -\,1{,}557\ (\text{p.}) \\ \hline \mathbf{0{,}89}6 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} 2{,}452\ (\text{p.}) \\ -\,1{,}557\ (\text{p.}) \\ \hline \mathbf{0{,}89}5 \end{array}$$

Nagu näitest selgub, on 1) vähendatava viga 0,0004 ja lahutatava viga 0,0008, kusjuures vähendatav on võetud liiaga, lahutatav aga puudusega. Vahe viga võrdub vähendatava ja lahutatava vigade summaga; 2) on ligikaudsed suurused võetud puudusega, kusjuures vähendatava viga on 0,0006 ja lahutatava viga 0,0008, kuna aga vahe viga võrdub ligikaudsete suuruste vigade vahega, s. o.

$$0{,}0008 - 0{,}0006 = 0{,}0002\text{-ga.}$$

Järjelikult: **Ligikaudsete suuruste lahutamisel võivad ligikaudsuse tõttu tekkinud vead liituda, kui üks suurus on võetud liiaga, teine aga puudusega, või vead võivad teineteisest lahutuda, kui suurused on võetud mõlemad kas puudusega või liiaga.**

Kuid vahe viga on alati väiksem kui kahekordne kõige suurem viga, mis on tekkinud ühe ligikaudse suuruse läbi. Kui suurem viga on näit. 0,001, siis vahe viga on väiksem kui 2.0,001 = 0,002; seega saame vahe täpsalt 0,01-ni.

Et leida vahe täpsalt kuni mingi kümnendjärguni, tuleb vähendatav ja lahutatav võtta ühe kümnendjärgu võrra täpsamalt.

Olgu tarvis näiteks arvust 3,7827 lahutada arv 2,4389 täpsalt kuni 0,01. Seks võtame vähendatava ja lahutatava täpsalt kuni 0,001-ni:

$$\begin{array}{r} 3{,}782 \\ -\,2{,}438 \\ \hline \mathbf{1{,}34}4 \end{array}$$

910. Kaupmees tõi kauplusse kaks riidekangast. Esimene kangas oli 45,666... meetrit pikk, teine kangas 3,(4) meetri võrra lühem. Kui pikk oli teine kangas (täpsalt 0,01 meetrini)?

911. Kolmes karbis olid hõbesõled. Ühe karbi sõled kaalusid 835,4555... grammi, teise karbi sõled aga 5,151515... vähem. Mitu grammi kaalusid kolmanda karbi sõled (täpsalt kuni 0,01 g), kui sõlgede kogu raskus oli 4536,(84) g?

912. Klassitoa pikkus on 10,666... meetrit, kuna laius on 2,555... meetri võrra vähem. Mitu meetrit on klassituba lai (täpsalt 0,01 meetrini)?

Leida järgnevad vahed täpsalt kuni

913. 0,1-ni:	914. 0,01-ni:	915. 0,001-ni:
2,345 — 0,368	1,(6) — 0,2782	4,(65) — 3,(7)
15,269 — 6,748	4,2389 — 1,5643	2,(36) — 1,(8)
6,455 — 1,333	1,(16) — 0,(54)	6,(15) — 4,(56)

916. 0,0001-ni:	917. 0,00001-ni:
3,45896 — 1,57394	4,579(5) — 3,489725
1,57234 — 0,35697	1,2834975 — 1,169249
2,49(5) — 1,(6)	12,1568964 — 3,525372
5,(8) — 4,(3)	11,3296584 — 9,178642

§ 5. Ligikaudsete suuruste korrutamine.

Olgu tarvis leida korrutise 7 . 2,67 viga, kui korrutaja 7 on täppis suurus, kuna aga korrutatav 2,67 on ligikaudne suurus, võetud täpsalt 0,01-ni.

Vea leidmiseks korrutame korrutatava vea, mis on vähem kui 0,01, korrutajaga 7, saame: 7 . 0,01 = 0,07. Järjelikult on antud korrutise viga vähem kui 0,07, seega kaugelt vähem kui **0,1**.

918. Leida järgnevais ülesandeis esitatud korrutiste vead, teades et korrutaja on täppis arv, korrutatavad aga täpsad: 1) 0,01-ni, 2) 0,001-ni ja 3) 0,0001-ni.

1) 2 . 0,98	2) 6 . 4,728	3) 8 . 5,7649
4 . 8,69	5 . 6,759	2 . 4,8604
6 . 4,05	3 . 11,412	4 . 7,2454
9 . 1,25	12 . 3,724	13 . 0,1256

Olgu tarvis leida korrutise 2,7342 . 4,1539 viga, kui need korrutatavad mõlemad on ligikaudsed suurused, võetud täpsalt 0,0001-ni. Seks peame leidma vigade summa, mis on tekkinud kummagi teguri vea korrutamisest teise teguriga.

Korrutame esimese teguri vea, mis on vähem kui 0,0001, liiaga võetud üheliseni täpsa teise teguriga, s. o. 5-ga : 5 . 0,0001 = = 0,0005; samuti korrutame teise teguri vea, mis on vähem kui 0,0001, liiaga võetud üheliseni täpsa esimese teguriga, s. o. 3-ga : 3 . 0,0001 = 0,0003. Antud ligikaudsete tegurite korrutise viga on vähem kui 0,0005 + 0,0003 = 0,0008, seega kaugelt vähem kui 0,001. Antud ligikaudsete tegurite korrutis on täppis 0,001-ni.

919. Arvutusi tegemata leida järgnevais ülesandeis esitatud korrutiste vead, teades, et kõik esitatud tegurid on ligikaudsed suurused, võetud täpsalt: 1) 0,01-ni, 2) 0,001-ni ja 3) üks tegur 0,001-ni, teine tegur 0,0001-ni.

1) 6,72 . 1,25	2) 0,756 . 4,887	3) 0,667 . 2,4354
4,52 . 0,69	4,269 . 2,779	3,132 . 0,9576
11,21 . 5,12	5,207 . 10,413	6,189 . 5,7641
6,41 . 9,19	0,695 . 12,054	13,149 . 3,3436

Leida korrutise 8 . 5,49687 ligikaudne väärtus täpsalt 0,01-ni.

Täielik korrutamisviis:	Lühendatud korrutamisviis:
8 . 5,49687	8 . 5,497
43,97496	**43,97**6

Et leida korrutis täpsalt 0,01-ni, selleks võtsime lühendatud korrutamisel korrutatava täpsalt poole 0,001-ni. Nõnda võtame ikka korrutatava täpsama vähemalt **poole** järgneva kümnendjärguni sel juhusel, kui korrutaja on 10-st vähem täisarv.

919 a. Korrutada järgnevad arvud: 1) täielikul viisil ja 2) lühendatud viisil:

täpsalt 0,1-ni:	täpsalt 0,01-ni:	täpsalt 0,001-ni:
8 . 7,2295	2 . 0,76954	3 . 3,45523
3 . 4,2292	4 . 8,28457	4 . 2,33333
5 . 7,293	6 . 0,89675	7 . 3,746984
7 . 0,5179	9 . 7,46842	6 . 2,865972

Leida korrutise 28 . 7,59627 ligikaudne väärtus täpsalt 0,1-ni.

Täielik korrutamisviis:	Lühendatud korrutamisviis:
28 . 7,59627	28 . 7,596
6077016	60768
1519254	15192
212,69556	**212,6**88

Kui täppis täisarvuline korrutaja on kahekümnendine (kahekohane) arv 10—99-ni, siis võtame ligikaudse korrutatava väärtuse vähemalt kahe kümnendjärgu võrra täpsama kui nõutav korrutise täpsus.

919 b. Leida ligikaudsed korrutised täpsalt: 1) 0,1-ni ja 2) 0,01-ni: 17 . 0,92213; 21 . 7,24652; 31 . 0,722132.

Olgu tarvis leida kahe antud kümnendmurru ligikaudne korrutis. Seks valime esmalt murrud, milledel on ühekümnendised (ühekohased) täisosad. Olgu tarvis leida korrutise: 5,90245 . 8,615739 ligikaudne väärtus täpsalt 0,01-ni.

Arvutame antud tehte harilikul viisil ja võtame saadud korrutise täpsalt 0,01-ni.

```
5,90245 . 8,615739
    43078695
   34462956
  17231478
 77541651
43078695
**50,85**396866055
```

Sama korrutise võime leida lihtsamalt:

5,9024				
7516,8				
472192	s. o.	5,9024	korrutis	8-ga
35412		5,902	„	0,6-ga
590		5,90	„	0,01-ga
295		5,9	„	0,005-ga
35		5	„	0,0007-ga
50,8524				

Kummaski antud korrutatavas võtame kahe kümnendkoha võrra rohkem kui korrutise täpsus. Teise teguri numbrid kirjutame vastupidises järjekorras. Osakorrutiste saamine on näidatud tehte rakenduse kõrval.

919 c. Leida 1) näidatud viisil ja 2) täielikul viisil korrutise 4,153984 . 2,734156 ligikaudsed väärtused täpsalt: 1) 0,1-ni ja 2) 0,01-ni.

Ülemalnäidatud viisil leitakse igasuguste kümnendmurdude ligikaudne korrutis. Enne korrutamist anname aga igale kümnendmurrule niisuguse kuju, et tema täisosade hulk avalduks ühekümnendises (ühekohases) arvus.

Antagu näiteks leida kümnendmurdude 571,246839 ja 0,78395648 ligikaudne korrutis täpsalt 0,1-ni.

Antud kümnendmurdude asemel võime korrutada kümnendmurrud: 5,71246839 ja 7,8395648. Esimest murdu vähendasime 100 korda, teist murdu suurendasime 10 korda. Järjelikult vähenes korrutis 10 korda. Vea eemaldamiseks on tarvis saadud korrutis suurendada 10 korda.

920. Ühest naelast rukkijahudest saadi 1,444 . . . naela küpsetatud leiba. Kui palju leiba saadakse $2\frac{1}{2}$ puudast rukkijahudest (täpsalt 0,1 naelani)?

921. Ühest naelast saiajahudest saadi 1,(36) naela saia. Ühe tellimise täitmiseks tuli võtta 55,(5) naela saiajahu. Mitu naela saia telliti (täpsalt 0,01-naelani)?

922. Kuldsepp sulatas 5,(25) kg hõbedat ühte vasega, mille raskus oli 0,444... osa hõbeda raskusest. Mitu kg kaalus sulatis (täpsalt 0,001-ni)?

923. Kooli füüsikakabinetis on kaks raudanumat elavhõbedaga täidetud. Ühe anuma maht on 100 sm^3, teise maht aga 300 sm^3. Leida kogu elavhõbeda raskus täpsalt 0,1, kui teada on, et 1 sm^3 elavhõbedat kaalub 13,596 g.

924. Suhkrupeet sisaldas suhkrut, mis moodustas 0,1777... osa suhkrupeedi-juurikate raskusest. Kui palju suhkrut saab 4,5666... tonnist niisugustest suhkrupeedi-juurikatest (täpsalt 0,0001 tonnini)?

925. Suhkruroog sisaldab mahla, mille igast naelast saadakse 0,08555 naela roosuhkrut. Kui palju suhkrut saab 35 naelast suhkruroo mahlast (täpsalt 0,01 naelani)?

926. Järvamaal Koigi vallas on Kubja talul 23 tiinu põldu. Mitu hektaari (täpsalt kuni 0,01) on Kubja talul põldu, kui üks tiin = 1,09254 ha?

927. Leida ringjoone pikkus (täpsalt 0,01 sm), kui raadius on: 1) 5 sm; 2) 8 sm; 3) 16 sm; 4) 25 sm. ($\pi = 3{,}141592$).

928. Leida ringjoone pikkus (täpsalt (0,001-ni), kui raadius on: 1) 5,6 sm; 2) 2,(3) sm; 3) 15,(6) sm.

929. Leida ringi pindala (täpsalt 0,001-ni), kui raadius on: 1) 2m; 2) 35 dm; 3) 45 sm; 4) 12 hm.

930. Leida ringi pindala (täpsalt 0,001-ni), kui raadius on: 1) 24,33... sm; 2) 18,(15) sm; 3) 16,156 sm.

Leida järgmiste arvude ligikaudsed korrutised täpsalt kuni:

931. 0,1-ni:		**932.** 0,01-ni:		**933.** 0,001-ni	
2,4523	. 1,7894	0,52834	. 7,3867	5,(2)	. 4,(6)
5,(6)	. 3,2444...	2,8362	. 5,8495	2,1(6)	. 1,(75)
7,8495	. 5,83(4)	6,2755	. 3,2555...	8,(24)	. 3,(36)
25,7222....	. 8,74286	35,45(68)	. 29,(6)	5,(372)	. 4,(891)

934.

0,1-ni:

3,7893	. 0,7283
2,6423	. 5,6823
7,5666....	8,1666...
14,(3)	. 5,(8)

935.

0,01-ni:

5,82349	. 15,67485
4,25637	. 8,45673
5,(696)	. 7,15(45)
0,57248	. 15,06972

§ 6. Ligikaudsete suuruste jagamine.

935 a. Leida järgnevad jagatised hariliku jagamise teel: 1) täpselt kuni 0,1-ni; 2) täpsalt kuni 0,001-ni: 5 : 12; 7 : 75; 11 : 18; 4 : 45; 0,4 : 0,7; 0,5 : 0,22; 2 : 1,3; 0,07 : 1,8; 0,09 : 0,17

935 b. Leida arvu 5674,3827 jagatis arvuga 253,64283 täpsalt 0,01-ni hariliku jagamise teel.

Toimetame eelmises ülesandes antud jagamise 5674,3827 : : 253,64283 lühemini.

Seks on tarvis kõige pealt kindlaks määrata, mitu järguühelist tuleb jagatise täisossa. Jagatise täisosa järkude arvu määramiseks viime jagajas koma nii mitme järgu võrra pahemale poole, et jagaja täisosas oleks üks ainus järguüheline; saame: 2,5364283. Et jagatis ei muutuks, seks peame jagatavas samuti viima koma 2 järgu võrra pahemale poole; saame 56,743827. Et teada saada, mitu järguühelist tuleb jagatise täisossa, peame 56 jagama 2-ga. Näeme, et jagatise täisosas on kaks järku: kümnelised ja ühelised.

Et jagatise täisossa saame kümnelisi, siis peame jagajas võtma tuhandikud, sest tuhandikkude korrutis kümnelistega annab jagatavas sajandikud. Et aga kümnetuhandikkude korrutis kümnelistega mõjub ka sajandikkude hulga peale, siis on arusaadav, et jagajas tuleb võtta ka kümnetuhandikud. Et jagatis peab olema täppis 0,01-ni, siis peavad jagatavas olema sajandikud. Et jagatise kümneliste korrutis jagaja kümnetuhandikkudega annab tuhandikke, siis võtame jagatava täpsalt 0,001-ni või poole 0,001-ni.

Järjelikult, et saada jagatis täpsalt kuni 0,01-ni, peame arvu 56,744 jagama arvuga 2,5364.

Rakendus:

56,744	2,5364
50 728	**22,37**
6 016	
5 072	
944	
759	
185	
175	
10	

Ühte arvu teisega jagades saame jagatises 2 kümnelist. 2 kümnelisega jagajat korrutades ja korrutist jagatavast lahutades saame I jäägi 6,016. Jagatise teine number on ühelised, nimelt 2 ühelist. Et saada sajandikke, seks peame jagaja sajandikke ja ka tuhandikke korrutama 2 ühelisega. Ühelistega ei maksa kümnetuhandikke korrutada, sest et see ei mõju sajandikkude peale; seepärast jätame jagaja viimse järguühelise tarvitamata. 2 ühelisega jagaja ülejäänud järguühelisi korrutades saame 5,072, mille lahutame I jäägist. Saame II jäägi 0,944. Jagades II jääki jagajaga saame jagatises 3 kümnendikku. Et kümnendikkude korrutis jagaja tuhandikkudega ei mõju sajandikkude peale, siis jätame jagaja kaks viimast järguühelist 3 kümnendikuga korrutamata. Jagaja ülejäänud järguühelisi 3 kümnendikuga korrutades saame 0,759, mille lahutame II jäägist. Saame III jäägi 0,185. Kolmandat jääki jagajaga jagades saame jagatise viimse järgu, s. o. sajandikud, nimelt 7 sajandikku. Kui jagaja kümnendikke korrutada sajandikkudega, võib see korrutis mõjuda sajandikkude hulga peale; seepärast jätame jagaja kolm viimset järguühelist jagatise sajandikkudega korrutamata. Korrutades jagaja ülejäänud järguühelisi 7 sajandikuga saame 0,175, mille lahutame kolmandast jäägist. Saame neljanda jäägi. Seega oleme jaganud arvu 5674,3827 arvuga 253,64283 täpsalt 0,01-ni.

Jääb selgitada veel üks ligikaudse jagamise juhus, kus jagatise täisossa saame nulli.

Näiteks olgu tarvis arv 0,058345 jagada arvuga 0,843102 täpsalt 0,001-ni. Jagatavas ja jagajas koma ühepaljude järkude võrra paremale poole viies nii, et jagajas saaksime täisossa ühelised, jagame arvu 0,58345 arvuga 8,43102.

$$0{,}058345 : 0{,}843102 =$$

```
= 0,5834500 | 8,43102
 -5058612   | 0,0692
  -------
   7758880
  -7587918
   -------
    1709620
   -1686204
    -------
      23416
```

Kuid kõigi jagatava ja jagaja järguüheliste tarvitamine jagamisel teeb jagamise raskeks.

Sama jagatise saame lihtsamal teel. Seks vaatame enne, missugused numbrid saame jagatise täisossa. Jagades 0 tervet 8 tervega näeme, et jagatise täisossa saab null tervet. Jagades 5 kümnendikku 8 tervega saame jagatisse null kümnendikku. Jagades 58 sajandikku 8 tervega näeme, et jagatise sajandikkude number on esimene nullist erinev number. Nullist erinevad jagatise numbrid algavad seega sajandikkudega.

Et nullist erinevad jagatise numbrid algavad sajandikkudega ja meil on tarvis leida jagatis täpsalt kuni tuhandikkudeni, s. o. meil tuleb leida jagatises sajandikkudest alates kaks järku, siis võtame ka jagajas kaks nullile (ehk nullidele) järgnevat järku, s. o. 0,84, kuna jagatavas nullidele (ehk nullile) järgnevaid järkusid võtame ühe järgu võrra rohkem.

Seega tuleb meil jagada arv 0,0583 arvuga 0,84, jagajas järk-järgult viimaseid järguühelisi kõrvale jättes.

$$0{,}0583 : 0{,}84 =$$

```
= 0,583 | 8,4
 -504   | 0,069
  ---
   79
  -72
   --
    7.
```

936. Ühes karbis oli 3 hõbesõlge. Iga sõlg kaalus 55,(5) g. Teises karbis oli 2 üheraskust kuldketti, millede koguraskus oli 2 korda vähem sõlgede kogu raskusest. Kui palju kaalus iga kuldkett (täpsalt 0,001 g)?

937. Ringi läbimõõt on ringjoonest $\pi = 3{,}14159265$ korda vähem. Leida ringi läbimõõdu pikkus täpsalt kuni 0,01, täpsalt kuni 0,001, kui ringjoone pikkus on: 1) 3,75 m; 2) 5,(3) m; 3) 2,(5) sülda; 4) 1,(45) arss.

938. Kui suur on püstküliku laius 1) täpsalt kuni 0,001 m, kui püstküliku pindala on 5382,917 m² ja pikkus 651,809 m, ja 2) täpsalt kuni 0,0001 m, kui püstküliku pindala on 15,8724 km² ja pikkus 83,89064 km.

939. Leida kolmnurga alus 1) täpsalt kuni 0,1 m ja 2) täpsalt kuni 0,01 arss., kui kolmnurga

pindala on	1) 400 m²,	2) 158,4564 □-arss.,
kõrgus „	„ 15 m,	„ 83,4286 arss.

940. Leida kolmnurga kõrgus 1) täpsalt kuni 0,01 m ja 2) täpsalt kuni 0,001 arss., kui kolmnurga

pindala on	1) 60,7564 m²,	2) 126,2319 □-arss.,
alus „	„ 0,924 m,	„ 19,358 arss.

Leida järgnevad ligikaudsed jagatised täpsalt 0,01-ni:

941.	2,0942 : 1,65625	**942.**	365,2654 : 25,3653
	37,8064 : 16,075		12,3765 : 5,846
	25,24638 : 1,9358		6,07564 : 0,1848
	8,2368 : 1,0567		16,133 : 60,555

Kordamisülesanded.

943. Töömesilane kaalub keskmiselt $\frac{2}{25}$ g, lesk kaalub $\frac{23}{200}$ g võrra rohkem kui tööline, kuna emamesilane kaalub $\frac{7}{200}$ g võrra rohkem kui lesk. Kui palju kaalub emamesilane? V.: 0,23 g.

944. Lotjadega toodi $152\frac{1}{2}$ sülda kasepuid, kuusepuid aga $278\frac{3}{4}$ sülda rohkem, kuna segapuid toodi $145\frac{3}{4}$ sülda rohkem kui kuusepuid. Mitu sülda segapuid toodi lotjadega? V.: 577 sülda.

945. Ühelt heinamaalt saadi $97\frac{3}{4}$ puuda heinu, teiselt 73,875 pd., kolmandalt $115\frac{3}{8}$ pd. ning neljandalt $118\frac{1}{4}$ pd.

Küüni mahub ainult $\frac{7}{9}$ saadud heintest. Mitu puuda heinu võib veel küüni panna, kui seal sees oli enne $38\frac{1}{2}$ pd. V.: $276\frac{1}{2}$ pd.

946. Ühelt 1 ha suuruselt väetamata katsepõllult saadi $7825\frac{1}{2}$ kg loomanaeri-juurikaid, kuna teiselt sama suurelt vosvoriidi ja kaalisoolaga väetatud põllult saadi juurikaid $24324\frac{1}{5}$ kg rohkem. Kolmandalt 1 ha suuruselt supervosvaadiga väetatud põllult saadi $5226\frac{2}{5}$ kg loomanaeri-juurikaid rohkem kui sama suurelt väetamata põllult. Mitu kg loomanaerijuurikaid saadi kõigilt kolmelt katsepõllult ühtekokku. V.: 53027,1 kg.

947. Ühelt 1 ha suuruselt vosvoriidi ja kaalisoolaga väetatud katsepõllult saadi $10170\frac{7}{20}$ kg kartuleid rohkem kui sama suurelt väetamata katsepõllult. Teiselt 1 ha suuruselt supervosvaadi ja kalisoolaga väetatud põllult saadi $11752\frac{2}{5}$ kg rohkem kui sama suurelt väetamata katsepõllult. Kui palju saadi kartuleid kolmelt katsepõllult ühtekokku, kui 1-hektaariliselt väetamata katsepõllult saadi $7966\frac{4}{5}$ kg kartuleid? V.: 45 823,15 kg.

948. $\frac{5}{8} + \frac{17}{24} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$
$\frac{3}{7} + \frac{5}{9} + \frac{5}{7} + \frac{3}{4}$
$\frac{3}{13} + \frac{5}{26} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

949. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{4}{15}$
$\frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{5}{12}$
$\frac{2}{5} + \frac{7}{12} + \frac{17}{30} + \frac{11}{24}$

950. $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4} + 1\frac{9}{20}$
$1\frac{1}{24} + 1\frac{1}{8} + 8\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}$
$4\frac{7}{42} + 1\frac{11}{25} + 3\frac{35}{48} + 5\frac{17}{50}$

951. $2\frac{13}{18} + 4\frac{11}{24} + 1\frac{7}{15} + 2\frac{2}{9}$
$5\frac{37}{80} + 2\frac{19}{48} + 1\frac{5}{32} + 4\frac{5}{96}$
$2\frac{4}{9} + 9\frac{5}{8} + 2\frac{7}{10} + 1\frac{7}{30}$

952.
$4\frac{3}{4} + 1\frac{7}{9} + 2\frac{5}{12} + 5\frac{7}{12}$
$14\frac{3}{8} + 1\frac{15}{16} + 2\frac{17}{60} + 9\frac{41}{64}$
$2\frac{4}{13} + 1\frac{5}{26} + 3\frac{3}{4} + 4\frac{43}{52}$

953.
$2\frac{47}{150} + 1\frac{19}{120} + 5\frac{9}{40} + 4\frac{71}{300}$
$1\frac{2}{5} + 3\frac{7}{12} + 4\frac{7}{16} + 4\frac{11}{20}$
$4\frac{3}{4} + 12\frac{2}{5} + 11\frac{17}{35} + 4\frac{17}{30}$

954. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8} + \frac{8}{9} + \frac{9}{20}$
$\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12} + \frac{4}{15} + \frac{7}{8} + \frac{7}{15} + \frac{11}{30}$.

955. $1\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} + 4\frac{5}{6} + 7\frac{5}{8} + 5\frac{5}{6}$
$2\frac{5}{7} + 1\frac{1}{3} + 4\frac{5}{14} + 2\frac{3}{8} + 7\frac{5}{9}$
$4\frac{3}{4} + 5\frac{3}{8} + 7\frac{4}{9} + 5\frac{7}{12} + 3\frac{3}{16}$.

956. Elistvere järve vaht sai, ühel suvisel hommikul võrkusid järvest välja võttes, $15\frac{2}{5}$ naela ahvenaid, hauge $4\frac{3}{4}$ naela rohkem, särgi $7\frac{3}{8}$ naela vähem kui hauge ja ahvenaid ühtekokku ning latikaid $2\frac{1}{2}$ naela rohkem kui särgi. Kui palju kalu sai järvevaht üldse? V.: $94\frac{2}{5}$ n.

957. Tara tegemiseks osteti kolm kera traati. Ühes keras oli $45\frac{2}{5}$ meetrit, teises keras $15\frac{3}{4}$ m vähem kui esimeses ning kolmandas keras $4\frac{1}{8}$ m rohkem kui esimeses. Kui palju traati osteti tara tegemiseks? V.: $124\frac{23}{40}$ m.

958. I-sel noortepühal hüppas kaugushüppes hooga Ploompuu (III võit) 4,23 m, kuna Pihlak (I v.) 0,31 m kaugemale hüppas. Tippo (II v.) hüppas $\frac{3}{10}$ m vähem kui Pihlak. Kui kaugele hüppasid I noortepühal Pihlak ja Tippo? V.: 4,54 m; 4,24 m.

959. Maailma-rekordide ülesseadjad kiirkäimises olid inglased (1905.—1914. a. andmed). Buttler käis 5 tunniga $53\frac{4}{25}$ km, aga Bridge käis 2 tunniga $28\frac{19}{50}$ km vähem kui Butler 5 tunniga, kuna Larner käis 5 tunniga $12\frac{1}{2}$ km vähem kui Bridge 5 tunniga. Kui suur oli 1. ja 2. tunni kiirkäimise maailma-rekord?

960. Jõgeva sordikasvanduses tehti katseid mitmesuguste suhkrupeedi sortidega, kusjuures leiti, et Braune (C. Braune Bernburgis) suhkrupeet andis tiinu pealt keskmiselt $349\frac{9}{10}$ puuda suhkrut, kuna Svalöfi suhkrupeet andis tiinu pealt $14\frac{3}{4}$ pd. vähem suhkrut. Selle juures andis „Terra“ (seemnekasvatuse-aktsiaselts „Terra“ Aschersleben is) suhkrupeet tiinu pealt kõige suurema saagi, nimelt $17\frac{1}{20}$ pd. rohkem kui Svalöfi suhkrupeet. Kui palju suhkrut andis „Terra“ suhkrupeet ühe tiinu pealt? V.: $352\frac{1}{5}$ pd.

961. Ennesõjaaegsete andmete järgi andis suhkrupeet kõige suuremat saaki Saksamaal, nimelt keskmiselt $1969\frac{1}{5}$ pd. tiinu pealt. Sellevastu andis suhkrupeet Venemaal kõige vähem saaki, nimelt $1009\frac{1}{2}$ pd. tiinu pealt vähem kui Saksamaal. Soomes oli suhkrupeedi-juurikate keskmine saak ühe tiinu pealt $582\frac{2}{5}$ pd. rohkem kui Venemaal, kuna 1920. a. Eestis korraldatud katsed näitasid, et siin suhkrupeet tiinu pealt $140\frac{3}{10}$ pd. rohkem annab kui Soomes. Kui suur oli suhkrupeedi-juurikate keskmine saak ühe tiinu pealt Eestis? V.: $1682\frac{2}{5}$ pd.

962. $\frac{11}{15} - \frac{4}{15}$
$\frac{3}{5} - \frac{1}{6}$
$\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$
$\frac{7}{11} - \frac{5}{13}$

963. $\frac{11}{13} - \frac{5}{24}$
$\frac{9}{16} - \frac{3}{40}$
$\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$
$\frac{1}{2} - \frac{7}{18}$

964. $\frac{4}{5} - \frac{3}{8}$
$\frac{5}{7} - \frac{2}{9}$
$\frac{7}{9} - \frac{4}{8}$
$\frac{3}{4} - \frac{5}{12}$

965. $(\frac{9}{16} - \frac{7}{40}) + \frac{9}{18}$
$(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}) + \frac{7}{18}$
$(\frac{11}{15} - \frac{3}{10}) + \frac{5}{21}$

966. $(\frac{13}{18} - \frac{5}{36}) + (\frac{29}{72} - \frac{1}{24})$
$(\frac{3}{4} - \frac{7}{18}) + (\frac{3}{4} - \frac{3}{16})$
$(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}) + (\frac{4}{5} - \frac{1}{6})$

967. $(1 - \frac{3}{4}) + (2 - \frac{1}{8}) + (3 - \frac{7}{8}) + (4 - \frac{5}{12})$
$(2 - \frac{1}{3}) + (1 - \frac{2}{5}) + (1 - \frac{1}{6}) + (14 - \frac{4}{9})$
$(3 - \frac{5}{6}) + (1 - \frac{7}{12}) + (3 - \frac{7}{24}) + (5 - \frac{7}{18})$.

968. $(4 - 3\frac{1}{2}) + (5 - 2\frac{1}{4}) + (7 - 3\frac{1}{4})$
$(15\frac{3}{7} - 3\frac{11}{14}) + (1\frac{1}{2} - \frac{6}{7}) + (2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{14})$
$(12\frac{1}{2} - 5\frac{3}{4}) + (55\frac{1}{3} - 42\frac{1}{3}) + (5\frac{7}{12} - 1\frac{5}{48})$.

969. $(15\frac{5}{6} - 11\frac{3}{4}) + (17\frac{3}{4} - 16\frac{1}{2}) + (2\frac{1}{2} - 1\frac{17}{24})$
$(3\frac{1}{5} - 1\frac{1}{3}) + (3\frac{4}{5} - 1\frac{1}{4}) + (4\frac{4}{5} - 1\frac{2}{8})$
$2\frac{1}{2} - (\frac{3}{5} + \frac{7}{10} + \frac{2}{15})$
$11\frac{1}{7} - (\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5})$.

970. Paberileht oli $1\frac{5}{6}$ jalga pikk ja $3\frac{3}{7}$ verss. lai. Selle lehe peale joonestati ruudud, mille küljed olid $\frac{2}{5}$ tolli pikad. Mitu ruutu oli joonestatud paberilehele? V.: 825 ruutu.

971. 10 töölist kaevasid täisnurkse rööptahuka-kujulise keldri, mis oli 7 sülda 0,6 arss. lai, 17,5 jalga sügav ning 9,333... sülda pikk. Mitu kantsülda tuli keskmiselt igal töölisel kaevata? V.: 16,8 kantsülda.

972. Kuldsepp valmistas kulla ja vase sulatise, kusjuures vase raskus moodustas 0,8(3) kulla raskusest. Kui raske oli sulatis (täpsalt kuni poole 0,001 g), kui ta võttis kulda 45,5 g? V.: 83,417 g.

973. Tartus asuvate koolide õpilasi läbi vaadates leidis prof. Paldrock, et 406 reaalgümnaasiumi-õpilasest oli $\frac{1}{29}$ osa mikrospoorias (nahaseenetuses), kuna H. Treffneri asut. gümnaasiumis oli õpilasi ses tõbes $3\frac{1}{2}$ korda rohkem. Samal ajal oli ühes tütarlastegümnaasiumis 969 õpilasest $\frac{23}{323}$ osa mikrospoorias, kuna teises tütarlastegümnaasiumis oli 684 õpilasest ses tõbes $\frac{1}{12}$ osa. Missuguses koolis oli arvuliselt kõige rohkem mikrospooriatõbiseid õpilasi?

974. Kirjatöö ümberkirjutamiseks võeti 3 kirjutajat. Esimene kirjutas $\frac{13}{22}$ kõigest tööst, teine $\frac{8}{39}$ sellest, mis esimene ära tegi, ja kolmas kirjutas kõik ülejäänud osa. Missuguse osa kõigest tööst tegi kolmas ja missuguse osa võrra rohkem või vähem kui teised?

975. Vabadussõja ajal oli haigemajades ravitsemisel 3900 haavatud liiduväe-sõdurit, mis moodustas $\frac{39}{101}$ osa haavatud eesti sõdurite arvust. Eesti väe-osadest ravitsusel olnud haigete arv oli aga $4\frac{41}{101}$ korda suurem samadest väeosadest haavatud sõdurite arvust. Mitu haiget eesti sõdurit oli vabadussõja ajal haigemajades ravitsemisel? V.: 44500 sõdurit.

976. Vabadussõjas tuli 140 juhusel ette põlveliigese haavamisi, kuna rinnakoopa haavamise juhuseid oli $4\frac{19}{28}$ korda rohkem. Sääre haavamisi juhtus aga $1\frac{40}{131}$ korda rohkem kui rinnakoopa haavamisi. Mitu rinnakoopa ja sääre haavamisjuhust oli vabadussõjas eraldi? V.: 655 ja 855.

977. $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{9}$
$\frac{17}{18} \cdot \frac{15}{34}$
$\frac{16}{51} \cdot \frac{17}{32}$
$\frac{14}{3} \cdot \frac{7}{11}$

978. $5\frac{3}{7} \cdot \frac{9}{20}$
$\frac{9}{13} \cdot 3\frac{5}{6}$
$6\frac{4}{5} \cdot 2\frac{3}{10}$
$3\frac{5}{9} \cdot 4\frac{7}{8}$

979. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$
$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$
$1\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\frac{5}{9} \cdot 1\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{3}$.

980. $2 + \frac{8}{15} \cdot 1\frac{9}{16}$
$3 - 2\frac{2}{10} \cdot \frac{19}{23}$
$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{22} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{15}$
$2\frac{2}{11} \cdot \frac{7}{8} - 6 \cdot \frac{1}{176}$

981. $1\frac{5}{12} \cdot 2 + 4 \cdot 1\frac{1}{18} + 1\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{10} \cdot 4\frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{3}{8} - \frac{9}{20} \cdot 7$
$3 \cdot 2\frac{7}{15} - 5\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{8} + 1\frac{7}{48} \cdot 2\frac{2}{11}$
$\frac{2}{5} \cdot 6\frac{5}{9} + \frac{9}{10} \cdot 6 + 4\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5}$.

982. $2 \cdot (\frac{3}{5} + \frac{5}{6}) + 4 \cdot (\frac{5}{6} - \frac{3}{5})$
$1\frac{4}{5} \cdot (1\frac{3}{4} + \frac{5}{12} + \frac{11}{18})$
$9 \cdot (1\frac{11}{24} + 1\frac{13}{36})$
$(6\frac{1}{2} + 6\frac{2}{3} - 7\frac{1}{4}) \cdot 7\frac{1}{5}$.

983. $10 \cdot (\frac{7}{10} - 3\frac{3}{4})$
$7 \cdot (2\frac{3}{5} + 1\frac{5}{7}) - 4 \cdot (2\frac{1}{2} - \frac{3}{8})$
$5\frac{1}{3} \cdot (\frac{2}{3} + \frac{5}{8} - \frac{11}{12})$
$(\frac{5}{6} + \frac{7}{9} + \frac{2}{3}) \cdot (2 - 1\frac{5}{41})$.

984. $(3\frac{5}{6} + 1\frac{11}{24}) \cdot 2\frac{1}{10} - \frac{16}{23} \cdot (\frac{2}{3} + 1\frac{1}{5} + 3\frac{1}{2})$
$1\frac{5}{7} \cdot (2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3}) - \frac{8}{9} \cdot (4 - \frac{2}{5})$
$2\frac{4}{5} \cdot (1\frac{1}{8} - \frac{9}{28}) + (8\frac{2}{3} - 1\frac{1}{5}) \cdot \frac{1}{7}$.

985. $\frac{1}{4} \cdot \frac{19}{4} + (4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}) \cdot \frac{16}{17} + \frac{2}{7} \cdot 4\frac{1}{3}$
$(4\frac{4}{5} - \frac{3}{4} - 1\frac{1}{10} + \frac{8}{15}) \cdot 4\frac{1}{2} \cdot (1\frac{5}{12} - \frac{1}{2})$
$[(2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}) \cdot 8 + (26\frac{2}{15} - 18\frac{4}{5}) \cdot (9 - 7\frac{3}{5})] \cdot 5\frac{1}{3}$.

986. Tööde ettevõtja kohustas ennast tegema mingi töö 30 päevaga, misjaoks ta 15 töölist palkas. 16 päeva pärast märkas ta, et tehtud oli ainult $\frac{3}{10}$ tööst. Mitu töölist oli tarvis juurde võtta, et tööd õigeks ajaks lõpetada? V.: 25 töölist.

987. Üks vasknaelte valmistamise masin tegi $\frac{5}{6}$ tunnis $\frac{15}{16}$ puuda naelu, teine $\frac{1}{3}$ tunnis $\frac{5}{12}$ pd., kolmas aga $\frac{3}{8}$ tunnis $\frac{7}{8}$ pd. naelu. Mitme tunniga teevad need kolm masinat ühtekokku $226\frac{1}{2}$ pd. naelu valmis? V.: 60 tunniga.

988. Mart Karu laskis omale pühadeks kasuka õmmelda. Riie läks maksma 2100 marka, nahad $1\frac{19}{21}$ korda rohkem kui riie, kuna krae $2\frac{11}{25}$ korda vähem maksis kui riie ja nahad ühtekokku. Töö, nööpide ja muu väiksema tarbematerjali peale läks $\frac{4}{5}$ krae hinnast. Kui palju läks kasukas maksma? V.: 10600 mk.

989. Taluperemees sai 1 ha pealt keskmiselt $90\frac{5}{8}$ pd. rukkeid, nisu $1\frac{37}{145}$ korda rohkem kui rukkeid, otri sai ta aga $1\frac{46}{63}$ korda vähem kui nisu ja rukkeid ühtekokku. Mitu puuda sai peremees üldse vilja, kui rukki all oli $9\frac{2}{5}$ ha, nisu all $4\frac{3}{4}$ ha ja odra all $3\frac{3}{7}$ ha? V.: $1797\frac{3}{16}$ pd.

990. Et õigeks ajaks A jaamast B jaama jõuda, pidi raudteerong iga km $1\frac{13}{21}$ minutiga ära sõitma. Kuid sõidu ajal selgus, et esimeste 12 km peale oli 24 minutit tarvitatud; et ometi õigeks ajaks pärale jõuda, pidi ta iga ülejäänud km $1\frac{1}{9}$ minutiga ära sõitma. Kui suur oli kahe jaama vahemaa? V.: 21 km.

991. Kooliõpilane hakkas Tartust Tallinna maanteed mööda koju minema, käies iga $\frac{2}{5}$ tunniga $1\frac{4}{5}$ km. $1\frac{1}{5}$ tunni pärast sõitis sama teed mööda õpilasele järele tuttav taluperemees, kes iga $\frac{2}{5}$ tunniga 3 km ära sõitis. Kui kaugel Tartust kohtas talumees õpilast? V.: $13\frac{1}{2}$ km.

992. Maks Luik sõitis külast linna.. Kui ta $\frac{13}{18}$ kõigest teest oli ära sõitnud, jäi tal veel $\frac{3}{14}$ osa teest ja $2\frac{1}{3}$ versta sõita. Mitu v. oli ta ära sõitnud ja mitu v. jäi tal veel sõita? V.: $26\frac{13}{24}$ v.

993. Kooli esimesel päeval kulutas Mihkel $\frac{5}{8}$ oma rahast, Peeter $\frac{3}{7}$ osa ja Jaan $\frac{5}{9}$ oma rahast. Pärast seda jäi igaühel neist 120 mk. raha järele. Missugusel poisil oli enne kulutamist kõige rohkem raha ja mille võrra rohkem kui kahel ülejäänud poisil?

994. Käsikirja ümberkirjutamiseks oli võetud kirjutaja, kes iga $3\frac{1}{5}$ tunniga $2\frac{2}{3}$ lehte ümber kirjutas. $1\frac{2}{5}$ tunni pärast võeti abiks teine kirjutaja, kes iga $\frac{2}{3}$ tunniga $\frac{3}{4}$ lehte ümber kirjutas. Töö lõpul selgus, et kumbki kirjutaja oli ühepalju lehti ümber kirjutanud. Mitu lehte sisaldas käsikiri? V.: 9 l.

995. Vasksepp tegi $9\frac{5}{8}$ naelast vasest 5 kandmikku (teebretti), 7 tuhatoosi ning 9 küünlajalga. Küünlajalgadeks tarvitas ta $\frac{9}{28}$ sellest vasest, mis kulus tuhatooside peale; tuhatoosideks aga $\frac{7}{10}$ sellest vasest, mis võeti kandmikkude tarvis. Kui palju kaalus iga kandmik, tuhatoos ja küünlajalg?

996. Pikamäe peremees ostis Elva laadalt 6 tooli, 225 mk. tool. Pärast seda ostangut jäi tal üle 0,7 kogu tema kaasasolevast rahasummast. Kui palju protsentraha oleks saanud Pikamäe peremees 12%-ga ühe kuu pärast kogu rahast, mis tal oli enne toolide ostmist?

997. Puuvilja-kauplusest müüdi kolmele ostjale õunu. Esimene ostis $\frac{3}{8}$ kõigist õuntest ja veel 8 õuna; teine ostja aga $\frac{4}{9}$ kõigist õuntest ja veel 11 õuna, kuna kolmas ostis ülejäänud 20 õuna. Mitu õuna ostis igaüks? V.: I — 89 õuna.

998. Tühi vesistu, millesse mahub $941\frac{1}{4}$ l, taheti täita veega kahe toru abil. Esimese toru läbi jooksis vesistusse $25\frac{1}{4}$ l, teise läbi aga 31 l minutis. Esimene toru tehti lahti $\frac{1}{4}$ tundi ennemini kui teine. Mitme minutiga täitus vesistu, kui avatud oli kaks toru? V.: 10 min.

999. Rahvaväe-komisjonide poolt tunnistati vabadussõja ajal tiisikuse ja teiste hingamiselundite haiguste tõttu sõjaväkke kõlbmatuks 50 Saaremaa meest, mis moodustas $\frac{2}{3}$ osa Petseri maakonnast samal põhjusel vabastatud meeste arvust, kuna viimane arv moodustas $\frac{5}{57}$ osa Lääne maakonnast vabastatud meeste arvust. Mitu Lääne maakonna meest vabastati rahvaväe-komisjonide poolt tiisikuse ja hingamiselundite haiguse tõttu?

1000. Vabadussõja ajal vabastati vaimuhaiguse pärast sõjaväe-teenistusest 21 Pärnu maakonna meest, mis oli $2\frac{1}{3}$ korda rohkem Valgast pärit olevate vabastatud meeste arvust, kuna Järva maakonna vabastatud meeste arv moodustas $\frac{1}{3}$ osa Valgast pärit olevate vabastatud meeste arvust. Mitu Järva maakonna meest vabastati sõjaväest vaimuhaiguse pärast?

1001. I klassis sõitjate arv raudteel on $\frac{1}{8}$ kõigi raudteel sõitjate arvust, kuna II kl. sõitjaid on $2\frac{3}{5}$ korda rohkem kui I kl. sõitjaid; III kl. sõitjaid on aga $1\frac{2}{9}$ korda rohkem kui kahes esimeses klassis sõitjaid ühtekokku. Kui palju oli sõitjaid igas klassis eraldi, kui I ja II kl. oli ühtekokku 108 sõitjat? V.: III kl. 132 s.

1002. Isa jagas lastele pühadeks pähkleid. Üks laps sai $\frac{1}{4}$ kõigest pähklite arvust, teine $\frac{5}{6}$ sellest, mis sai esimene; kolmas $\frac{4}{11}$ sellest, mis said kaks esimest ühtekokku, ja neljas sai niisuguse osa kõigist pähklitest, mis võrdub murruga, mille lugeja on 1, aga nimetaja on arvude 1077, 1041 ja 537 kõige suurem ühine jagaja. Mitu pähklit sai iga laps ja mitu pähklit jäi isale enesele, kui kolmas laps sai 32 pähklit? V.: I — 48 p.

1003. $\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$
$2 : \frac{2}{5}$
$\frac{4}{5} : 2$

1004. $2\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$
$1\frac{1}{2} : \frac{5}{6}$
$4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{3}$

1005. $9\frac{4}{5} : \frac{2}{5} + 9\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$
$57\frac{5}{8} : 1\frac{1}{2} - \frac{19}{27} : \frac{4}{9}$
$3\frac{2}{3} : 5\frac{1}{2} + 47\frac{11}{12} + 1\frac{5}{12}$.

1006. $2\frac{3}{4} : (1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}) + (\frac{3}{4} + \frac{5}{6}) : 3\frac{1}{6}$
$(1 : 2\frac{1}{4}) \cdot \frac{9}{16} + 7\frac{1}{2}$
$(3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3}) + (4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2})$.

1007. $3\frac{3}{7} \cdot (1\frac{1}{11} : \frac{27}{55})$
$3\frac{1}{8} : (4\frac{5}{12} - 3\frac{13}{24})$
$(\frac{3}{4} : \frac{5}{6}) : \frac{9}{10}$.

1008. $(14\frac{4}{5} - 6\frac{1}{12} + 12\frac{3}{4} - 7\frac{2}{15}) : (10\frac{2}{3} - 3\frac{1}{12}) + 2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4}$.

1009. $(19\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} + 36 : 6\frac{2}{5} - 8\frac{3}{4}) : (5\frac{1}{4} - 2\frac{5}{8})$.

1010. $(47\frac{1}{12} + 3\frac{2}{3} : 5\frac{1}{2} + 1\frac{5}{12}) : (3\frac{2}{3} \cdot 5\frac{1}{2} - 1\frac{5}{12} : 8\frac{1}{2})$.

1011. $\dfrac{12\frac{4}{5} \cdot 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11} \cdot 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{7}}$. **1012.** $\dfrac{(7{,}3 + 2{,}7) - 0{,}1}{(3{,}5 - 1{,}5) : 0{,}5}$.

1013. $\dfrac{(2{,}5 + 0{,}75) : 325}{(40 - 38{,}8) \cdot 5}$. **1014.** $\dfrac{(4{,}45 - 2{,}2) : 0{,}3}{(0{,}823 + 0{,}177) \cdot 30}$.

1015. $\dfrac{1\frac{5}{16} \cdot 1\frac{7}{9} + 22\frac{1}{2} : 6\frac{2}{3} - 5\frac{2}{3} : 8}{16\frac{1}{8} : 25\frac{4}{5}}$.

1016. $\dfrac{8\frac{2}{3} + 5 \cdot 1\frac{1}{8} - 6 \cdot 2\frac{2}{3}}{8\frac{1}{2} - 5\frac{3}{4}} + \dfrac{12\frac{2}{3} - 63\frac{1}{3} : 5\frac{2}{11}}{2\frac{2}{3}}$.

1017. $\dfrac{15 : 1\frac{1}{4} - (10\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}) \cdot \frac{3}{4}}{1\frac{23}{52} - 1\frac{1}{4}}$. **1018.** $\dfrac{3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8} : 3\frac{1}{2}}{55 : 1\frac{2}{3}}$.

1019. $(1\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4}) \cdot 2\frac{1}{2} + (1\frac{1}{7} - \frac{23}{49}) : \frac{22}{147}$.

1020. $\dfrac{16\frac{5}{6} - 4\frac{5}{6} \cdot 3 + (6\frac{3}{7} : 1\frac{1}{14} - 2\frac{3}{8}) \cdot 1\frac{1}{3}}{4\frac{5}{9} - 4\frac{8}{9} : 2}$.

1021. $\dfrac{24 : \frac{6}{7} - \frac{1}{9} : \frac{4}{21} + 6\frac{3}{4} : 9}{53\frac{2}{3} - 22\frac{14}{15} : 2\frac{2}{3}}$.

1022. $\dfrac{(9 - 5\frac{3}{8}) \cdot [4\frac{5}{12} - 4 : 2\frac{2}{3} + (\frac{3}{10} - \frac{1}{2} : 4) \cdot \frac{4}{7}]}{\frac{1}{24} + \frac{1}{4} : 13\frac{1}{3}}$.

1023. Prof. Paldrock'i poolt läbivaadatud 406-st Tartu reaalgümnaasiumi õpilasest olid 14 õpilast mikrospoorias (nahaseenetuses). Kui suur oli selle tõbe põdejate protsent (täpsalt kuni 0,1?

1024. H. Treffneri asut. gümnaasiumi 946 õpilasest olid 49 õpilast mikrospoorias. Kui suur oli selle tõbe põdejate protsent (täpsalt kuni 0,01)?

1025. Ühes Tartu tütarlastegümnaasiumis olid 969 õpilasest 69 õpilast mikrospoorias. Kui suur oli selles tõbes olijate protsent (täpsalt kuni 0,01)?

1026. Tartu linna tütarlastegümnaasiumis olid 684 õpilasest 57 õpilast mikrospoorias. Kui suur oli selles tõbes olijate protsent (täpsalt kuni 0,1)?

1027. Missuguses tähendatud Tartu keskkoolis (vaata ülesandeid 1023—1026) oli haigete õpilaste protsent kõige suurem ja mitme protsendi võrra suurem kui teistes koolides?

1028. Jõgeva sordikasvanduses tehti katseid mitmesuguste suhkrupeedi-sortidega, kusjuures leiti, et F. Heine suhkrupeet, andes tiinu pealt 1750 pd. juurikaid, sisaldas 17,77% suhkrut, kuna C. Braune suhkrupeet, andes tiinu pealt 2075 pd. juurikaid, sisaldas 16,72% suhkrut. Kumba sorti suhkrupeet andis tiinu pealt rohkem suhkrut ja mille võrra rohkem?

1029. Jõgeva sordikasvanduses leiti katsete varal, et Schobberti „Excelsiori" suhkrupeet andis tiinu pealt 1750 puuda juurikaid, millest saadi 280 pd. suhkrut. Mitu protsenti suhkrut sisaldas suhkrupeet?

1030. Schobberti suhkrupeet „Ideal" andis tiinu pealt 1875 puuda juurikaid, millest saadi $318\frac{3}{4}$ pd. suhkrut. Mitu protsenti suhkrut sisaldas suhkrupeet?

1031. Raamatukogus olid 400 raamatust 135 saksa-, 140 vene- ning ülejäänud eestikeelsed raamatud. Mitu protsenti iga keeli raamatuid oli raamatukogus?

1032. Aruküla katsejaamas Harjumaal leiti 1920. a., et Strandes'i suhkrupeet andis tiinu pealt 1725 pd. juurikaid, lehti aga 150 pd. rohkem. Mitu protsenti kogu saagist moodustasid juurikad ja mitu protsenti lehed?

1033. Tartu ülikooli filosoofia-teaduskonna üliõpilaste nimekirjas oli 1. detsembril 1921. a. 79 meesüliõpilast, mis moodustas $49\frac{3}{8}$% sama teaduskonna naisüliõpilaste arvust. Mitu üliõpilast õppis tähendatud ajal Tartu ülikooli filosoofiateaduskonnas?

1034. Tartu ülikooli matemaatika-loodusteaduskonnas õppis 1921. a. 93 naisüliõpilast, mis moodustas $38\frac{3}{4}$% meesüliõpilaste arvust. Mitu üliõpilast õppis matemaatika-loodusteaduskonnas?

1035. 1920. a. jooksul sai rongide liikumise läbi raskesti vigastada 5 raudtee-töölist, mis moodustas vigastada saanud eraisikute arvust 31,25%. Mitu inimest üldse sai tähendatud aja jooksul rongide liikumise läbi vigastada?

1036. Tartu ülikooli arsti-teaduskonnas oli 1. dets. 1921. a. 3 dotsendi kohuste täitjat, mis moodustas nooremate assistendide arvust 12,5%; nooremate assistentide arv moodustas $38\frac{2}{21}$% kõigi arsti-teaduskonna õppejõudude arvust. Mitu õppejõudu oli arsti-teaduskonnal tähendatud ajal üldse?

1037. Statistiliste andmete järgi elas Eestis 1920. a. 1 250 000 elanikku; neist oli eestlasi 1 148 250. Saksa rahvusest elanikkude arv oli 1,28% kogu elanikkude arvust, kuna venelasi oli 3,98% osa kõigest elanikkude arvust rohkem kui sakslasi. Selle juures oli veel juute, lätlasi ja muid 20 000 elanikku. Mitme protsendi võrra oli kõiki muulasi Eestis vähem kui eestlasi?

1038. 1920. a. jäi Järva maakonnas 29 poissi sarlakisse, mis oli kõigist haigusejuhtumustest $43\frac{31}{33}$%. $\frac{1}{11}$ osa kõigist haigeksjäänuist suri ära, nimelt ühepalju tütarlapsi ja poisse. Mitu tütarlast suri sarlakisse Järva maakonnas?

1039. 1920. a. aprillikuul oli Tartu ülikooli loomaarstiteaduskonna Pasteuri (l. pastööri) instituudis ravitsemisel 30 marutõbise koera puretud inimest, mis moodustas $15\frac{5}{13}$% kogu ravitsemisel olnud inimeste arvust nimetatud aastal. Kõige väiksem marutõbise koera puretud inimeste arv oli septembri-, novembri- ja detsembrikuul, kus iga kuu oli ravitsusel $3\frac{1}{13}$% kõigest 1920. a. ravitsetavate inimeste arvust. Mitu marutõbist inimest oli detsembrikuul ravitsemisel?

1040. 1920. a. septembrikuul sõitis Venemaalt Eestisse 6 opteerunud inseneri rohkem kui juulikuul. Juulis opteerunud inseneride arv moodustas augustis sissesõitnud inseneride arvust 75%. Ülejäänud kuudel sõitis kodumaale 50 inseneri, mis moodustas aasta jooksul sissesõitnud inseneride arvust $52\frac{1}{12}$%. Mitu inseneri sõitis septembrikuul kodumaale?

1041. 1920. a. jäi Tartus kõhu-soetõppe haigeks 35 meesterahvast, mis moodustas kõhu-soetõppe haigeks jäänud naisterahvaste arvust 87,5%. Mitu kõhu-soetõppe haigeksjäämise juhust oli tähendatud ajal Tartus üldse?

1042. 1920. a. oli Pärnu maakonnas pidalitõbiseid naisterahvaid 10 võrra rohkem kui pidalitõbe-haigeid meesterahvaid, kusjuures pidalitõbiste naisterahvaste arv moodustas 62,5% kõigest haigete hulgast. Mitu pidalitõbist naiste- ja meesterahvast oli Pärnumaal 1920. a.?

1043. 1920. a. uppus Tallinnas 9 inimest, s. o. $1\frac{1}{2}$ korda rohkem kui Tartus ja Narvas ühtekokku. Ülejäänud uppumisjuhused Vabariigis tulid ette Läänemaal. Mitu inimest uppus Läänemaal, kui teada on, et sealsete uppunute arv oli 6,25% kõigest Vabariigi 1920. a. uppunute arvust?

1044. Kahel korvinaisel oli ühtekokku 184 õuna. Pärast seda kui esimene ära müüs 40 õuna, oli teisel korvinaisel 7 korda rohkem õunu kui esimesel. Mitu õuna oli kummalgi esialgu?

1045. Riigiametnik kulutas kuus 9600 marka. Tundmatu osa saatis ta vanematele, korteri ja söögi peale kulutas ta $1\frac{3}{4}$ korda rohkem, riiete peale ja muudeks kuludeks aga $1\frac{1}{4}$ korda rohkem, kui ta vanematele saatis. Mitu protsenti (täpsalt 0,1-ni) moodustavad ametniku selle kuu riiete ja muud kulud sama kuu korteri- ja söögikuludest?

1046. 36 meetri pikkune köis on lõigatud kolme ossa, kusjuures esimene osa on $1\frac{1}{2}$ korda ja teine osa 2 korda pikem kui kolmas osa. Kui pikk on iga osa?

1047. Mõisatööline sai krundi, milles oli põllu-, aia- ja heinamaad ühtekokku 10,8 tartu vakamaad. Heinamaad oli 2 korda rohkem kui aiamaad, põldu aga 3 korda rohkem kui heinamaad. Kui palju sai ta iga liiki maad ja mitu protsenti (täpsalt 0,1-ni) moodustab aiamaa vakamaade hulk põllumaa vakamaade hulgast? V.: Heinamaad oli 2,4 vakamaad.

1048. Vabadussõjas langes Kalevlaste Malevas ja Skaudipolgus ühtekokku 133 inimest (ohvitseri ja sõdurit). Seejuures langes Kalevlaste Malevast 13 meest rohkem kui Skaudipolgust. Mitu meest kummastki polgust langes Vabadussõjas?

1049. Kolmel riiulil on ühtekokku 90 raamatut: esimesel riiulil $1\frac{1}{2}$ korda rohkem kui teisel ja kolmandal $1\frac{1}{3}$ korda rohkem kui esimesel. Mitu raamatut oli igal riiulil?

1050. Kaks tükki hõbedat kaaluvad ühtekokku 15 kg; üks kaalus 5 kg vähem kui teine. Kui raske on kumbki hõbedatükk?

1051. Isa on pojast $2\frac{1}{2}$ korda vanem. Poeg on isast 24 aastat noorem. Kni vana on kumbki? V.: Isa vanus on 40 a.

1052. Kolmes korvis on ühtekokku 125 õuna: ühes korvis 15 õuna vähem, teises aga 5 õuna rohkem kui kolmandas korvis. Mitu õuna oli igas korvis eraldi?

1053. Kolm meest raiusid metsas hagu; esimene raius $3\frac{1}{4}$ korda ja teine $2\frac{1}{2}$ korda rohkem kui kolmas. Mitu haokubu raius igaüks, kui nad ühtekokku valmistasid 270 haokubu? V.: III — 40 kubu.

1054. Kartulivõtmisel korjasid 3 naist ühtekokku 270 korvitäit kartuleid. Esimene korjas teisest 12 korvitäit rohkem, kolmas aga esimesest 9 korvitäie võrra rohkem. Mitu korvitäit kartuleid korjas igaüks?

1055. Kahel korvinaisel oli ühtekokku 186 kanamuna. Kui esimene annaks teisele 10 muna, siis oleks kummalgi ühepalju. Mitu kanamuna oli kummalgi korvinaisel?

1056. Metsa-, aia- ja heinamaad oli ühtekokku $52\frac{3}{8}$ hektaari. Metsa oli $3\frac{4}{5}$ korda rohkem kui aiamaad, heinamaad aga $4\frac{1}{4}$ korda rohkem kui metsa. Kui palju oli metsa-, aia- ja heinamaad eraldi? V.: Aiamaad $2\frac{1}{2}$ ha.

1057. Kaks veovoorimeest vedasid uulitsatelt lund, kusjuures esimene 5 koorma võrra rohkem vedas kui teine. Kui teise voorimehe koormate arv jagada 4-ga ja esimese koormate arv 3-ga, siis on esimene jagatis teisest jagatisest 4 võrra vähem. Mitu koormat lund vedas kumbki voorimees eraldi? V.: II — 28 koormat.

1058. Kahe arvu summa on 64; samade arvude vahe on 6. Leida need arvud.

1059. Kaks töölisterühma kudusid linast riiet. Esimese rühma iga tööline kudus keskmiselt $5\frac{1}{3}$ arss., teise rühma iga tööline $2\frac{5}{8}$ arss. Töölisi oli ühtekokku 60, kusjuures teises rühmas oli 4 töölist rohkem kui esimeses rühmas. Kui palju linast riiet kudusid mõlemad rühmad ühtekokku?

1060. Eedil ja Villil on ühtekokku 100 marka. $\frac{1}{6}$ osa Eedi rahast on sama palju kui $\frac{1}{4}$ osa Villi rahast. Mitu marka on kummalgi? V.: Eedil 60 mk.

1061. Tundmata kahekümnendise (kahekohase) arvu üheliste number on 3 võrra kümneliste numbrist suurem. Arvu ristsumma on 11. Leida see arv. V.: 47.

1062. Tundmata kahekümnendise arvu kümnelisi on 3 korda rohkem kui ühelisi. Arvu ristsumma on 8. Leida see arv.

1063. Leida havi raskus, kui havi saba kaalub $1\frac{1}{2}$ naela, pea kaalub sama palju kui saba ning pool keha ja keha sama palju kui pea ning saba. V.: 12 n.

1064. Hans Tamme ja Peeter Kase arvutus-ülesannetes oli ühtekokku 14 viga, kusjuures Tammel oli $2\frac{1}{2}$ korda rohkem vigu kui Kasel. Mitu protsenti moodustab Kase vigade arv Tamme vigade arvust?

1065. Märt Mõru leidis sügisel, oma talu sissetulekut arutades, et tal jääb oma tarvitusest üle rukkeid, otri ja kaeru ühtekokku 580 puuda: rukkeid 2 korda rohkem kui otri ja kaeru $3\frac{1}{2}$ korda rohkem kui rukkeid. Kui palju iga sorti vilja jääb Mõrul talupidamisest üle? V.: Kaeru 406 pd.

1066. Vabadussõjas oli 1104 niude-piirkonna ja käevarre haavamise juhust, kusjuures käevarre haavamisi oli $2\frac{27}{37}$ korda rohkem kui niude-piirkonna haavamisi. Kui palju oli niude-piirkonna ja kui palju käevarre haavamise juhuseid? V.: Niude-piirk. 296.

1067. Karjamaal olid kolme talu loomad, ühtekokku 28 looma. Ühel talul oli $\frac{1}{4}$ osa, teisel $\frac{1}{2}$ osa sellest loomade arvust, mis oli kolmandal talul. Mitu looma oli igal talul eraldi? V.: I—4 looma.

1068. Kalamees püüdis 42 naela kalu, kusjuures latikate raskus moodustas $\frac{1}{2}$ osa haugide raskusest, kuna särgi oli 3 korda rohkem kui latikaid. Mitu naela iga liiki kalu püüdis kalamees?

1069. Talus oli 3 lehma. Ühel päeval sai perenaine 30 toopi piima, kusjuures üks lehm andis $\frac{1}{3}$ sellest, mis teine, ja kolmas 2 korda rohkem kui esimene. Mitu toopi piima andis iga lehm eraldi?

1070. Pidul oli 60 inimest. $\frac{4}{5}$ osa naisterahvaste arvust oli meesterahvaid, kuna laste arvu moodustab $\frac{3}{4}$ osa meesterahvaste arvust. Mitu protsenti meesterahvaste arvust moodustab laste arv?

1071. Ühes korteris on 30 tooli. Saalis olevate toolide arv moodustab $\frac{2}{3}$ osa ning magamistoas olevate toolide arv $\frac{1}{2}$ osa söögitoas olevate toolide arvust, kuna kabinetis olevate toolide arv on $\frac{2}{3}$ magamistoas olevate toolide arvust. Mitu tooli on igas toas?

1072. Hans Lagi sai riigistatud mõisast autasuna $24\frac{1}{2}$ ha suuruse talu. Põllumaad oli $\frac{3}{7}$ kõigest maast. Karjamaa suurus oli $\frac{2}{5}$ heinamaa suurusest. Mitu protsenti (täpsalt 0,1-ni) moodustab karjamaa suurus põllumaa suurusest?

1073. Kahe arvu summa on 51; $\frac{2}{3}$ ühest on $\frac{3}{4}$ teisest. Leida need arvud.

1074. Kahe arvu vahe on 49; $\frac{7}{37}$ ühest on 0,56 teisest. Leida need arvud. V.: I — 74; II — 25.

1075. Ma mõtlesin 2 arvu. Kui nad liidan, saan 9, kui nad jagan, saan ka 9. Missugused arvud ma mõtlesin?

1076. Ma mõtlesin arvu. Kui temaga liita tema $\frac{1}{3}$ osa ja veel 2, siis saame arvu, mis on $1\frac{4}{9}$ korda suurem kui mõeldud arv. Missuguse arvu ma mõtlesin?

1077. Ma mõtlesin arvu. Kui temaga liita tema $\frac{2}{5}$ osa ja veel 4, siis saame arvu, mis on 1,5 korda suurem kui mõeldud arv. Missuguse arvu ma mõtlesin?

1078. Vesistusse, mille ruumala on 315 liitrit, on juhitud kaks toru. Esimese toru kaudu täitub vesistu 14 minuti jooksul, teise toru kaudu tühjeneb täis vesistu $16\frac{4}{5}$ min. jooksul. Mitu liitrit vett koguneb vesistusse, kui avada mõlemad torud $10\frac{1}{2}$ minutiks?

1079. Vesistusse, mille ruumala on 210 liitrit, on juhitud kolm toru. Esimese toru kaudu jookseb vesistusse minutis $4\frac{3}{8}$ liitrit vett, teise toru kaudu sama aja jooksul $5\frac{1}{8}$ liitrit vett, kuna kolmanda toru kaudu jookseb minutis 12 liitrit vett välja. Mitme tunniga tühjeneb täidetud vesistu?

1080. Vesistusse on juhitud kolm toru. Esimese toru kaudu täitub tühi vesistu ühe tunni jooksul, teise kaudu 40 minuti jooksul; kõik kolm toru aga täidaksid vesistu 12 minutiga. Mitme minuti jooksul täidaks kolmas toru üksinda selle vesistu? V.: 24 m.

1081. Õpilane hakkas linnast maale minema, kuid samal ajal sõitis temale isa kodust hobusega vastu. Poiss käis tunnis $4\frac{1}{2}$ km, kuna isa sõitis $7\frac{1}{2}$ km tunnis. Külast linna on 28 km. Mitme tunni pärast kohtasid nad teineteist ja mitu km tuli kummalgi käia kohtamiseni?

1082. Kahest linnast sõitsid teineteisele vastu kaks reisijat. Esimene sõitis tunnis $6\frac{2}{3}$ km, teine $8\frac{1}{3}$ km. Nad kohtasid teineteist $6\frac{2}{5}$ tunni pärast. Kui suur on linnade vahemaa ja mitu kilomeetrit jäi kummalgi sõita peale kohtamist?

1083. Kahest jaamast, millede vahemaa on 85 km, sõitsid teineteisele vastu posti- ja kaubarong. Kaubarong võib selle vahemaa ära sõita $5\frac{2}{3}$ tunniga, postirong aga $2\frac{2}{5}$ korda kiiremini. Mitme tunni pärast kohtasid nad teineteist ja mitu km oli kumbki rong kohtamiseni ära sõitnud?

1084. Kaubarongi keskmine kiirus on $\frac{5}{6}$ reisijaterongi keskmisest kiirusest, mispärast esimene rong 2 tunni $2\frac{2}{5}$ min. jooksul $10\frac{1}{5}$ km vähem ära sõidab kui teine rong. Leida kummagi rongi keskmine kiirus. V.: Reisijaterong — 30 km.

1085. Üks rong jõuab kahe jaama vahemaa ära sõita $12\frac{1}{2}$ tunniga, teine aga sama vahemaa $18\frac{3}{4}$ tunniga. Rongid sõitsid ühel ja samal ajal teineteisele vastu. Mitme tunni pärast kohtavad nad teineteist? V.: 7,5 t.

1086. Kahest jaamast, millede vahemaa on $14\frac{3}{4}$ km, sõitsid rongid välja ühel ajal ühes ja samas sihis. Järelesõitva rongi keskmine kiirus oli $23\frac{2}{5}$ km tunnis ja ta kohtas esimest rongi $2\frac{1}{2}$ tundi peale sõidu algust. Kui suur oli eelsõitva rongi keskmine kiirus? V.: $17\frac{1}{2}$ km.

1087. Kaks venda lugesid hommikul kooli minnes oma sammusid; selgus, et noorem oli astunud 350 sammu rohkem kui vanem. Kui kaugel on kool kodust, kui vanema venna sammu keskmine pikkus oli $2\frac{3}{5}$ jalga ja kui noorema venna 6 sammu võrdusid vanema venna 5 sammuga? V.: 650 sülda.

1088. Perenaine müüs laadal 30 küünart riiet ja sai seejuures kõigest müüdud riidest $\frac{1}{12}$ osa võrra rohkem, kui oli ette arvanud. Ostja müüs riide omakord edasi 4680 marga eest, kusjuures sai kasu $\frac{1}{5}$ osa tema poolt riide eest makstud summast. Kui kallilt kavatses perenaine esialgu võtta riide küünra eest? V.: 120 mk.

1089. Rätsepal oli halli kalevit $3\frac{1}{2}$ korda rohkem kui musta kalevit, ühtekokku aga $39\frac{3}{5}$ arss. kalevit. Mustast kalevist õmbles ta 2 ülikonda, hallist kalevist aga 6 palitut, tarvitades iga palitu peale $\frac{9}{10}$ arss. võrra vähem kui ülikonna peale. Ülejäänud hallist kalevist õmbles ta 3 ühesuurust õpilase ülikonda. Kui palju riiet tarvitas ta keskmiselt õpilase ülikonnaks? V.: $3\frac{4}{15}$ arss.

1090. Kahest jaamast, millede vahemaa on $92\frac{2}{5}$ km, sõidavad ühel ajal välja kaks rongi ühes ja samas sihis. Esimene rong sõidab tunnis keskmiselt $37\frac{4}{5}$ km ja teine $22\frac{2}{5}$ km, kusjuures esimene sõidab teise järel. Mitme tunni pärast kohtavad rongid teineteist? V.: 6 t.

1091. Kell 5 hommikul hakkas mees külast jala linna minema, käies tunnis keskmiselt 5 km. Kell $\frac{1}{2}9$ sõitis temale samast külast järele jalgrattasõitja, kes tunnis keskmiselt 12 km sõitis. Mitme tunni pärast sai rattamees jalamehe kätte? V.: 2,5 t.

1092. Kell 6 30 min. hommikul sõidab välja segarong, mis jõuab edasi keskmiselt $22\frac{2}{5}$ km tunnis. $1\frac{1}{4}$ tundi peale seda sõidab samast jaamast välja reisijaterong, mis läheb tunnis keskmiselt 32 km. Mis kella ajal kohtab reisijaterong segarongi ja kui kaugel lähtejaamast? V.: Kell 10 40 min.

1093. Kell 17 30 min. läks väe-osa Tartu-Võru maanteed mööda Tartust Võru poole, liikudes tunnis keskmiselt $4\frac{1}{2}$ km edasi. Kell 21 saadeti Tartust väe-osale järele ratsakäskjalg, kes jõudis tunnis keskmiselt 9 km edasi. Kui kaugel Tartust ja mis kella-ajal kohtab käskjalg väe-osa? V.: $81\frac{1}{2}$ km.

1094. Ants ja Peeter mängisid piljardit tingimusega, et partii kaotaja maksab võitjale $7\frac{1}{2}$ marka. 20 partii järele selgus, et Peeter oli võitnud 45 marka. Mitu partiid ta võitis? V.: 13 p.

1095. Peremees tegi töölisega lepingu, et maksab töölisele iga töönädala eest 900 marka, kuna saab tööliselt iga viidetud nädala eest 750 mk. Mitu töönädalat oli, kui tööline sai 14 nädala jooksul 7650 mk. V.: 11 näd.

1096. Peeter hakkas „õnnekukke“ laskma tingimusega, et iga külgelastud paugu eest saab isalt $2\frac{1}{2}$ marka, aga iga möödaläinud paugu eest maksab isale $4\frac{1}{2}$ marka. 12 paugu järel selgus, et temal tuleb isale maksta 5 mk. Mitu pauku laskis ta pihta? V.: 7 p.

1097. Ettevõtja kauples töölised; ta lubas neile iga tööpäeva eest maksta 225 marka, aga iga viidetud päeva eest kinni pidada 100 mk. 12 päeva jooksul sai tööline 1725 mk. Mitu päeva viitis tööline? V.: 3 p.

1098. Suhkrupeet sisaldab vett keskmiselt 0,85 oma raskusest, suhkrut aga $\frac{2}{17}$ osa vee raskusest. Ülejäänud 43,8 g langeb munavalge ja muude osade peale. Kui palju kaalub suhkrupeet keskmiselt? V.: 876 g.

1099. Kui Jaak Kraav oli 0,725 oma rahast ära tarvitanud, siis leidis ta, et ülejäänud raha oli tarvitatud rahast 288 marga võrra vähem. Kui palju raha oli Jaak Kraavil esialgu? V.: 640 mk.

1100. Märt Peenar kulutas esiteks 0,1666 . . . osa oma rahast, siis 0,75 jäägist; pärast seda jäi tal summa järele, mille 0,777 . . . osa võrdub 280 margaga. Kui palju raha oli tal esialgu? V.: 1728 mk.

1101. Talumehel on lambaid $2\frac{2}{3}$ korda rohkem kui lehmi. Kui ta ostaks lehmi 5 tükki juurde ja lambaid 4 tükki juurde, siis oleks lambaid 2 korda rohkem kui lehmi. Mitu lammast ja mitu lehma on talumehel eraldi? V.: 9 lehma.

1102. Asunik sai krundi, millel on metsa $3\frac{3}{5}$ korda vähem kui heinamaad. Oleks ta saanud metsa $3\frac{2}{3}$ tiinu võrra rohkem ja heinamaad $2\frac{4}{5}$ tiinu võrra vähem, siis oleks tal metsa olnud $1\frac{2}{3}$ korda rohkem kui heinamaad. Mitu tiinu metsa ja heinamaad sai asunik eraldi? V.: heinamaad 6 tiinu.

1103. Lauavabrikusse toodi kuusepalke $4\frac{1}{2}$ korda rohkem kui männipalke. Kui oleks toodud männipalke 240 võrra rohkem ja kuusepalke sama võrra vähem, siis oleks kuusepalke $1\frac{3}{4}$ korda rohkem olnud kui männipalke. Mitu kuuse- ja mitu männipalki toodi lauavabrikusse? V.: Kuusepalke 1080.

1104. Peremees tegi veskil püüli $2\frac{3}{5}$ korda rohkem kui tangu. Kui ta oleks teinud püüli 3,9 puuda vähem ja tangu $1\frac{1}{3}$ korda rohkem, siis oleks ta püüli teinud $1\frac{1}{2}$ korda rohkem kui tangu. Mitu puuda püüli ja tangu tegi peremees eraldi? V.: Tangu $6\frac{1}{2}$ pd.

1105. Vase ja inglistina sulatis kaalub 68 pd. 15 n. Iga 4 puuda vase peale tuleb 1 pd. inglistina. Kui palju on selles sulatises inglistina?

1106. Üks tööline võib üksinda töötades tööga valmis saada 7,4999 . . . päevaga, teine tööline teeks sama töö 6 päevaga, kolmas aga 5 päevaga. Mitme päevaga teevad kõik kolm töölist, töötades üheskoos, selle töö ära? V.: 2 p.

1107. Töölised parandavad kivitee nelja nädalaga: esimese nädala jooksul $\frac{1}{6}$ kogu tee pikkusest, teise nädala kestusel $\frac{3}{4}$ ülejäänud teest, kolmanda nädala jooksul $\frac{1}{3}$ uuest jäägist, neljanda nädala kestusel aga ülejäänud $1\frac{1}{4}$ km. Kui pikk oli parandatav kivitee? V.: 9 km.

1108. Kolm töömeest said ühtekokku 27830 marka. $\frac{11}{46}$ kõigest rahast maksid nad söögi eest, korteri eest $\frac{1}{11}$ sellest, mis söögi eest, kuna ülejäänud raha jagasid isekeskis võrdeislelt tööpäevade arvuga. Mitu marka sai igaüks, kui esimene oli töötanud $22\frac{1}{2}$ päeva, teine $16\frac{1}{4}$ p. ning kolmas $11\frac{2}{3}$ päeva? V.: I — 9180 mk.

1109. Ehitusmeister võttis 15000 mk. parandustööde eest, mille ta arvas ära teha 3 töölisega. Omaks tasuks võttis ta $\frac{2}{5}$ kõigest summast, kuna ülejäänud summa jagas töölistele võrdeliselt tööpäevade arvuga. Esimene tööline töötas 12 päeva, teine 10 päeva, kolmas 14 päeva. Kui palju raha sai igaüks? V.: II — 2500 mk.

1110. Nöör, mille pikkus on 666 m, jagati kolmeks tükiks nõnda, et üks tükk oli nii mitu meetrit pikk, kui mitu detsimeetrit oli teine pikk ning kui mitu sentimeetrit oli kolmas pikk. Leida iga nööritüki pikkus.

1111. Kolmes rahakotis oli ühtekokku 1800 marka metallraha: ühes rahakotis ainult 5-margalised teises 3-margalised ja kolmandas 1-margalised. Kui palju raha oli igas kotis, kui igaühes oli ühepalju rahasid?

1112. Kodanik pärandas kolmele heategevale asutusele 700 000 marka, kusjuures nendele pärandatud summad suhtusid nõnda kui 1 : 2 : 4. Kui palju raha sai iga asutus?

1113. Vasksepp tegi 1,6875-puudasest vasetükist kuus kastrulit ja mõne teemasina. Kastrul kaalus 3,125 naela, kuna teemasina raskus suhtub kastruli raskusse nõnda kui 43,16 : 8,3. Mitu teemasinat tegi vasksepp? V.: 3 teemasin.

1114. Raudkuup, mille serv on 2 sm, kaalus 62,4 g. Kui palju kaalub hõbeplaat, mille pikkus on 3,5 dm, laius 2,6 dm ja kõrgus 0,25 dm, kui on teada, et 1 sm^3 hõbeda raskus suhtub 1 sm^3 raua raskusse nõnda kui 13 : 10? V.: 23068,5 g.

1115. Lõunasöögist võttis osa 22 meesterahvast ja 25 naisterahvast, kusjuures naisemehed olid ilmunud ühes abikaasadega. Poissmeeste arv suhtub neiude arvusse, nagu $\frac{5}{22} : \frac{3}{11}$. Mitu poissmeest oli lõunasöögil? V.: 15.

1116. Toru, mille läbi jookseb minutis keskmiselt $24\frac{1}{2}$ liitrit vett, täidab vesistu $2\frac{2}{3}$ tunni jooksul. Kui ruttu täitub vesistu, mille ruumala suhtub tähendatud vesistu ruumalasse nõnda kui $2\frac{13}{14} : 4$, toru kaudu, mille läbi minutis jookseb keskmiselt $27\frac{1}{3}$ liitrit vett? V.: $1\frac{3}{4}$ tundi.

1117. Kaks vesistut täituvad ühe ja sama aja jooksul. Üks vesistu täitub $2\frac{1}{6}$ tunniga toru kaudu, mille läbi jookseb minutis keskmiselt $28\frac{3}{4}$ liitrit vett. Kui palju vett jookseb teise toru kaudu minutis teise vesistusse, kui esimese vesistu ruumala suhtub teise vesistu ruumalasse nõnda kui $2\frac{2}{13} : 2\frac{10}{23}$? V.: $32\frac{1}{2}$ l.

1118. Kolm venda jagasid saadud päruse kolme ossa nii, et osad suhtusid isekeskis nõnda kui $0{,}18 : \frac{1}{5} : 0{,}12$. Esimene ja teine vend panid endi osad panka: esimene 8%-ga, teine 5%-ga. $4\frac{1}{2}$ aasta pärast võtsid nad kapitalid pangast välja ja leidsid, et teise venna osa ühes protsentrahaga on 50 marga võrra suurem kui esimese venna osa ühes protsentrahaga. Kui suur oli iga venna pärus? V.: II — 50000 mk.

1119. Kapital on jagatud kolme ossa. Esimene osa suhtub teise nõnda kui 8 : 7; teine osa kolmandasse nõnda kui 7 : 10. Esimene osa paigutati panka 6%-ga, teine 5%-ga ja kolmas $6\frac{1}{2}\%$-ga. $1\frac{5}{6}$ aasta pärast saadi kõigi osade pealt ühtekokku 16280 mk. kasu. Kui suur on kapitali iga osa? V.: III — 60000 mk.

1120. Isa jättis kolmele pojale päruse, mille need pidid jagama isekeskis võrdeliselt endi vanadusaastate arvudega. Vanem vend oli 32 a., keskmine 28 a. ja noorem 20 aastat vana. Vanem vend asetas oma osa panka 6%-ga, keskmine 5%-ga ja noorem $7\frac{1}{2}\%$-ga. $1\frac{1}{2}$ aasta pärast saadi kõigi osade pealt ühtekokku $3795\frac{3}{4}$ marka kasu. Kui suur oli kapital ja kui suur iga poja osa? V.: I — 16 800 mk.

1121. 18 ühesuurust teemasinat ja 18 kastrulit kaalusid ühtekokku 117 kg. 6 sama suurt teemasinat ja 32 kastrulit kaalusid 78 kg. Leida teemasina ja kastruli raskus. V.: teemasin kaalus 5 kg.

1122. 2 sitsi- ja 8 lõuendikanga kogupikkus on 385 m. 5 sama pika sitsi- ja 4 sama pika lõuendikanga kogupikkus aga $362\frac{1}{2}$ m. Leida iga sitsi- ja iga lõuendikanga pikkus. V.: sitsikangas — 42,5 m.

oli töötanud $22\frac{1}{2}$ päeva, teine $16\frac{1}{4}$ p. ning kolmas $11\frac{2}{3}$ päeva? V.: I — 9180 mk.

1109. Ehitusmeister võttis 15000 mk. parandustööde eest, mille ta arvas ära teha 3 töölisega. Omaks tasuks võttis ta $\frac{2}{5}$ kõigest summast, kuna ülejäänud summa jagas töölistele võrdeliselt tööpäevade arvuga. Esimene tööline töötas 12 päeva, teine 10 päeva, kolmas 14 päeva. Kui palju raha sai igaüks? V.: II — 2500 mk.

1110. Nöör, mille pikkus on 666 m, jagati kolmeks tükiks nõnda, et üks tükk oli nii mitu meetrit pikk, kui mitu detsimeetrit oli teine pikk ning kui mitu sentimeetrit oli kolmas pikk. Leida iga nööritüki pikkus.

1111. Kolmes rahakotis oli ühtekokku 1800 marka metallraha: ühes rahakotis ainult 5-margalised teises 3-margalised ja kolmandas 1-margalised. Kui palju raha oli igas kotis, kui igaühes oli ühepalju rahasid?

1112. Kodanik pärandas kolmele heategevale asutusele 700 000 marka, kusjuures nendele pärandatud summad suhtusid nõnda kui 1 : 2 : 4. Kui palju raha sai iga asutus?

1113. Vasksepp tegi 1,6875-puudasest vasetükist kuus kastrulit ja mõne teemasina. Kastrul kaalus 3,125 naela, kuna teemasina raskus suhtub kastruli raskusse nõnda kui 43,16 : 8,3. Mitu teemasinat tegi vasksepp? V.: 3 teemasin.

1114. Raudkuup, mille serv on 2 sm, kaalus 62,4 g. Kui palju kaalub hõbeplaat, mille pikkus on 3,5 dm, laius 2,6 dm ja kõrgus 0,25 dm, kui on teada, et 1 sm^3 hõbeda raskus suhtub 1 sm^3 raua raskusse nõnda kui 13 : 10? V.: 23068,5 g.

1115. Lõunasöögist võttis osa 22 meesterahvast ja 25 naisterahvast, kusjuures naisemehed olid ilmunud ühes abikaasadega. Poissmeeste arv suhtub neiude arvusse, nagu $\frac{5}{22} : \frac{3}{11}$. Mitu poissmeest oli lõunasöögil? V.: 15.

1116. Toru, mille läbi jookseb minutis keskmiselt $24\frac{1}{2}$ liitrit vett, täidab vesistu $2\frac{2}{3}$ tunni jooksul. Kui ruttu täitub vesistu, mille ruumala suhtub tähendatud vesistu ruumalasse nõnda kui $2\frac{13}{14} : 4$, toru kaudu, mille läbi minutis jookseb keskmiselt $27\frac{1}{3}$ liitrit vett? V.: $1\frac{3}{4}$ tundi.

1117. Kaks vesistut täituvad ühe ja sama aja jooksul. Üks vesistu täitub $2\frac{1}{6}$ tunniga toru kaudu, mille läbi jookseb minutis keskmiselt $28\frac{3}{4}$ liitrit vett. Kui palju vett jookseb teise toru kaudu minutis teise vesistusse, kui esimese vesistu ruumala suhtub teise vesistu ruumalasse nõnda kui $2\frac{2}{13} : 2\frac{10}{23}$? V.: $32\frac{1}{2}$ l.

1118. Kolm venda jagasid saadud päruse kolme ossa nii, et osad suhtusid isekeskis nõnda kui $0{,}18 : \frac{1}{5} : 0{,}12$. Esimene ja teine vend panid endi osad panka: esimene 8%-ga, teine 5%-ga. $4\frac{1}{2}$ aasta pärast võtsid nad kapitalid pangast välja ja leidsid, et teise venna osa ühes protsentrahaga on 50 marga võrra suurem kui esimese venna osa ühes protsentrahaga. Kui suur oli iga venna pärus? V.: II — 50000 mk.

1119. Kapital on jagatud kolme ossa. Esimene osa suhtub teise nõnda kui $8 : 7$; teine osa kolmandasse nõnda kui $7 : 10$. Esimene osa paigutati panka 6%-ga, teine 5%-ga ja kolmas $6\frac{1}{2}\%$-ga. $1\frac{5}{6}$ aasta pärast saadi kõigi osade pealt ühtekokku 16280 mk. kasu. Kui suur on kapitali iga osa? V.: III — 60000 mk.

1120. Isa jättis kolmele pojale päruse, mille need pidid jagama isekeskis võrdeliselt endi vanadusaastate arvudega. Vanem vend oli 32 a., keskmine 28 a. ja noorem 20 aastat vana. Vanem vend asetas oma osa panka 6%-ga, keskmine 5%-ga ja noorem $7\frac{1}{2}\%$-ga. $1\frac{1}{2}$ aasta pärast saadi kõigi osade pealt ühtekokku $3795\frac{3}{4}$ marka kasu. Kui suur oli kapital ja kui suur iga poja osa? V.: I — 16 800 mk.

1121. 18 ühesuurust teemasinat ja 18 kastrulit kaalusid ühtekokku 117 kg. 6 sama suurt teemasinat ja 32 kastrulit kaalusid 78 kg. Leida teemasina ja kastruli raskus. V.: teemasin kaalus 5 kg.

1122. 2 sitsi- ja 8 lõuendikanga kogupikkus on 385 m. 5 sama pika sitsi- ja 4 sama pika lõuendikanga kogupikkus aga $362\frac{1}{2}$ m. Leida iga sitsi- ja iga lõuendikanga pikkus. V.: sitsikangas — 42,5 m.

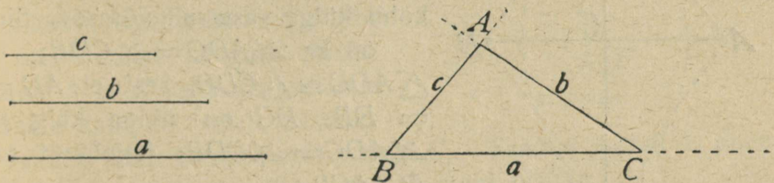
1123. Kevadel ostis ema turult 4 punti rediseid ja 6 kurki, kokku 170 marga eest; teine kord ostis ta sama hinnaga 6 punti rediseid ja kurke 130 marga eest. Mitu marka maksab iga kurk ja iga punt rediseid? V.: 1 p. rediseid maksab 5 mk.

Geomeetria.

Konstruktsiooni-ülesanded.

1. ülesanne. Konstrueerida kolmnurk, kui on antud tema kolm külge a, b ja c.

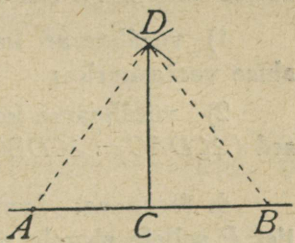
Tõmbame juhusliku sirge ja asetame sellele sirgele sirkli abil lõigu BC (1. joon.), mis võrduks a-ga. Võtame sirkliga b pikkuse



1. joonis.

ja, asetades sirkli ühe jala otsa punktisse C, tõmbame kaare, samuti c pikkusega punktist B teise kaare, mis lõikaks esimest; kaarte lõikepunkti A ühendame punktidega B ja C. Kolmnurk ABC on otsitav, sest et tema küljed on antud lõikudega a, b ja c vastavalt võrdsed.

2. ülesanne. Tõmmata sirgele AB **ristjoon läbi temal antud punkti** C.



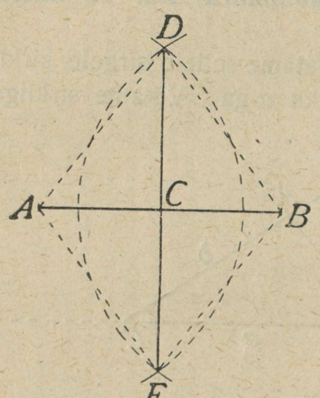
2. joonis.

Asetame AB peale (2. joon.) mõlemale poole punkti C võrdsed lõigud $AC = CB$. Punktidest A ja B tõmbame raadiusega, mis on pikem kui AC või BC, kaared, mis lõikuksid punktis D. Ühendame punktid D ja C sirgega, mis ongi otsitav ristjoon.

Tõestus: $\triangle ADC \cong \triangle CDB$, sest et neil on vastavad küljed võrdsed; siis on ka $\measuredangle DCA = \measuredangle DCB$, ja et nad on isekeskis kõrvunurgad, siis on nad ka täisnurgad; järjelikult on $DC \perp AB$.

3. ülesanne. Jagada antud sirglõik AB **pooleks.**

Punktidest A ja B (3. joon.) tõmbame ühesuguste raadiustega kaared nii, et nad isekeskis lõikuksid. Kaarte lõikepunktid D ja E ühendame sirge abil; sirglõik DE poolitab lõigu AB.



3. joonis.

Tõestus: Ühendame punktid A ja B punktidega D ja E. $\triangle DAE \cong \triangle DBE$, sest et neil on kolm külge vastavalt võrdsed. Siis on ka $\measuredangle ADC = \measuredangle CDB$; $\triangle ADC \cong \triangle CDB$, sest et $AD = DB$, DC on ühine külg ja $\measuredangle ADC = \measuredangle CDB$; järjelikult on $AC = CB$.

Märkus: Et $\triangle ADC \cong \triangle DCB$ (3. joon.), siis on $\measuredangle ACD = \measuredangle DCB = 90^0$ ja $DC \perp AB$. Vaadeldes ainult $\triangle ADB$ näeme, et ta on võrdhaarne. Siit leiame võrdhaarse kolmnurga elementide tähtsad omadused, nimelt:

1) **võrdhaarse kolmnurga kõrgus poolitab alust ja aluse vastasnurka;**

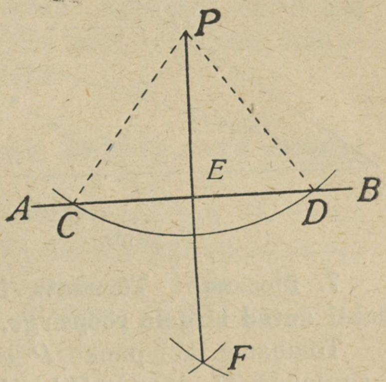
2) **võrdhaarse kolmnurga aluse lähisnurgad on võrdsed** ($\measuredangle DAC = \measuredangle DBC$).

4. ülesanne. Lasta väljaspool sirget AB **antud punktist** P **sellele sirgele ristjoon.**

Joonestame punktist P (4. joon.) mistahes raadiusega kaare, mis lõikaks sirget AB punktides C ja D. Sirglõigu

CD jagame pooleks ja tema keskpunkti E ühendame punktiga P. PE ongi otsitav ristjoon.

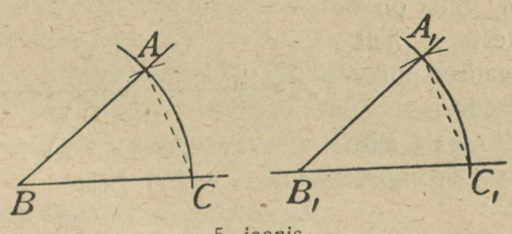
Tõestus: $\triangle CPE \cong \triangle PED$, sest et neil on kõik kolm külge vastavalt võrdsed. Siis on ka $\measuredangle CEP = \measuredangle DEP = d$ ja $PE \perp AB$.



4. joonis.

5. ülesanne. Joonestada nurk, mis võrduks antud nurgaga ABC.

Tõmbame tipust B (5. joon.) mistahes raadiusega kaare, mis lõikaks antud nurga külgi punktides A ja C. Sama raadiusega joonestame mingi sirge punktist B_1 kaare, mis lõikaks sirget punktis C_1. Võtame sirkliga kauguse punktide A ja C vahel ja asetame sama kauguse teisele kaarele, pannes slrkli ühe jala otsa punkti C_1. Saadud punkti A_1 ühendame punktiga B_1. Nurk $A_1B_1C_1$ ongi otsitav.

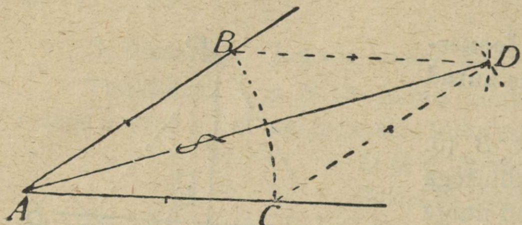


5. joonis.

Tõestus: Ühendame punktid A ja C, A_1 ja C_1 sirgetega; $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$, sest neil on kõik kolm külge vastavalt võrdsed; järjelikult $\measuredangle ABC = \measuredangle A_1B_1C_1$.

6. ülesanne. Jagada antud nurk pooleks.

Joonestame nurga tipust A (6. joon.) mistahes raadiusega kaare, mis lõikaks antud nurga külgi punktides B ja C. Neist punktidest joonestame ühe ja sama raadiusega kaared, mis isekeskis lõikuksid punktis D. Nurgatipu A ja punkti D ühendame sirgega; see ongi nurgapoolitaja ehk bissektor.

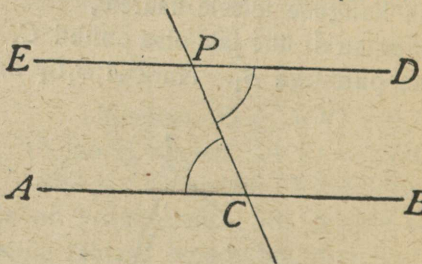


6. joonis.

Tõestus: $\triangle BAD \cong \triangle CAD$, sest neil on kolm külge vastavalt võrdsed; järjelikult on ka $\measuredangle BAD = \measuredangle DAC$.

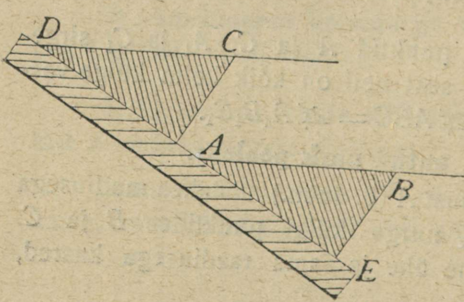
7. ülesanne: Tõmmata läbi väljaspool sirget antud punkti antud sirgele rööpsirge.

Tõmbame läbi punkti P ja sirgel AB antud mingi punkti C sirgjoone (7. joon.) PC. Võttes nurga tipuks punkti P konstrueerime nurga $DPC = \measuredangle ACP$ ja pikendame nurga DPC külge PD. Siis on $ED \parallel AB$, sest et neil sirgeil on sisemised põiknurgad võrdsed.



7. joonis.

Kergesti saab antud sirgele rööpsirget tõmmata joonlaua ja kolmnurga abil: selleks asetatakse (8. joon.) kolmnurk nii, et tema külg ühtiks antud sirgega, surutakse joonlaud kolmnurga teise külje vastu ja libistatakse kolmnurk mööda joonlauda antud punktini.



8. joonis.

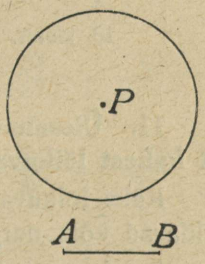
Punktide geomeetriline koht.

Paljudes geomeetria ülesannetes on vaja leida mingi punkt. Kui ülesande tingimust rahuldab üks või mitu kindlat punkti, siis on ülesanne **määratud**. Sagedasti juhtub aga, et ülesande tingimusi rahuldavad väga palju — lõpmata hulk — punkte, siis on ülesanne **määramatu**.

Näiteks vaatleme ülesannet:

8. ülesanne. Leida punkt, mis asetseks antud punktist P **antud kaugusel** AB.

Otsitava punkti leidmiseks võtame sirkliga (9. joon.) antud pikkuse AB ja asetame sirkli ühe jala otsa antud punkti P, siis märgib sirkli teise jala ots punkti, mis on antud kaugusel punktist P. Kuid me võime sirkliga joonestada ringjoone ja siis on meil väga palju punkte, mis rahuldavad ülesande tingimust, s. o. ülesanne on **määramatu**. Selle ülesande lahendamisel saime lõpmata palju punkte, mis asuvad ringjoonel ja vastavad ülesande tingimusele. Sellepärast nimetatakse ringjoont nende punktide **geomeetriliseks kohaks,** mis kõik asuvad ühekaugusel ühest punktist — ringi keskpunktist.



9. joonis.

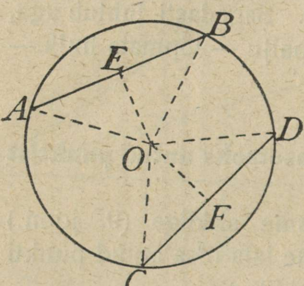
Nende punktide geomeetriliseks kohaks, mis asetsevad antud kaugusel antud sirgest, nimetetakse sellele sirgele antud kaugusel tõmmatud rööpsirget.

9. ülesanne. Leida punkt, mis asetseks antud sirglõigu otsapunktidest ühekaugusel.

Kui antud sirglõiku aluseks võttes konstrueerime temale võrdhaarse kolmnurga, siis on tema aluse vastastipp ühekaugusel aluse otsapunktidest; kuid sääraseid võrdhaarseid kolmnurki võime ühele alusele joonestada väga palju. Kõikide kolmnurkade tipud asuvad ristjoonel, mis aluse keskpunktist tõmmatud, s. o. kolmnurga kõrgusel; seepärast: **võrdhaarse kolmnurga kõrgus on nende punktide geomeetriliseks kohaks, mis asetsevad aluse otsapunktidest ühekaugusel.**

Nurgapoolitaja on nende punktide geomeetriliseks kohaks, mis asetsevad nurga külgedest ühekaugusel.

10. Ülesanne. Leida antud ringi keskpunkt. Kui tõmbame selles ringis (10. joon.) mingi kõõlu *AB*, siis peab ringi keskpunkt olema ühekaugusel kõõlu otsapunktidest (raadiused). Järjelikult asub ringi keskpunkt ristjoonel *OE*, mis on tõmmatud läbi kõõlu keskpunkti (v. eelmine ülesanne). Tõmmates teise kõõlu *CD* võime samuti öelda. Kui ringi keskpnnkt peab asetsema korraga kahel sirgel, siis võib ta asetseda ainult nende joonte lõikepunktis. Järjelikult: **ringi keskpunktiks on kahele kõõlule nende keskpunktidest tõmmatud ristjoonte lõikepunkt.**



10. joonis.

11. Ülesanne. Leida punkt, mis asetseks ühekaugusel kahest lõikuvast sirgest.

Kaks lõikuvat sirget moodustavad nurga; järjelikult rahuldavad kõik nurgapoolitaja punktid ülesande tingimust.

1. Joonestada kolmnurk, kui on antud kaks külge ja nende külgede vahelnurk.

2. Joonestada kolmnurk, kui on antud üks külg ja tema kaks lähisnurka.

3. Joonestada täisnurkne kolmnurk, kui on antud kaatet ja tema lähis-teravnurk.

4. Joonestada rööpkülik, kui on antud kaks külge ja nende külgede vahelnurk.

5. Jagada sirglõik neljaks võrdseks osaks.

6. Jagada täisnurk neljaks võrdseks osaks.

7. Leida nende punktide geomeetriline koht, mis asetsevad võrdseil kaugustel kahest antud rööpsirgest.

8. Joonestada võrdhaarne kolmnurk, kui on antud selle kolmnurga kõrgus.

Projektsioonid, rist- ja kaldjooned.

Projektsiooni mõiste.

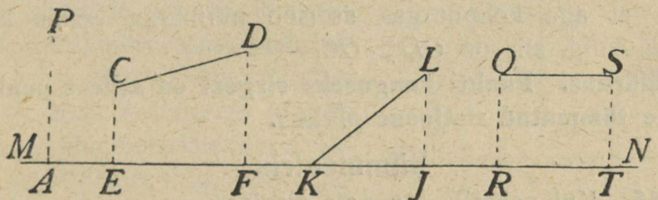
12. Kaks sirget võivad tasapinnal järgmiselt asetseda:

1) nad on isekeskis rööbikud;

2) nad on isekeskis risti;

3) nad ei ole rööbikud ega ole ka risti. Viimasel juhusel lõikuvad nad pikendamise puhul isekeskis. Üht kahest lõikuvast sirgjoonest nimetatakse siis teise sirgjoone **kaldjooneks.** Kui rist- või kaldjooned lõikuvad, siis nimetatakse nende lõikepunkti vastavalt rist- või kaldjoone **aluseks.**

13. Punkti P **projektsiooniks sirgele** MN **nimetatakse sellest punktist sirgele** MN **tõmmatud ristjoone** PA **alust** A (11. joon.).



11. joonis.

Sirglõiku EF, **mis asub antud sirglõigu** CD **otsapunktide projektsioonide vahel, nimetatakse antud sirglõigu projektsiooniks.**

Ristjoone projektsiooniks on punkt. Rööplõigu projektsiooniks on temaga võrdne sirglõik.

14. Lause. Kui väljaspool sirget võetud punktist tõmmata sellele sirgele ristjoon ja mitu isesugust kaldjoont, siis:

1) **ristjoon on igast kaldjoonest lühem;**

2) **võrdsete projektsioonidega kaldjooned on võrdsed;**

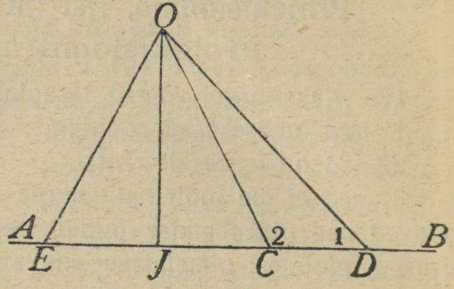
3) **kahest kaldjoonest on see suurem, mille projektsioon on suurem.**

1) **Tingimus:** $OJ \perp AB$ (12. joon.); **väide:** $OJ < OE$.

Tõestus: Et $\triangle EOJ$ on täisnurkne, siis on kaatet OJ vähem kui hüpotenuus OE.

2) **Tingimus:** $JE = JC$; **väide:** $OE = OC$.

Täisnurkseis kolmnurkades JOE ja JOC on $JE = JC$ tingimuse järele; OJ on ühine külg; järjelikult $\triangle JOE \cong \triangle JOC$. Sellepärast $OE = OC$.



12. joon.

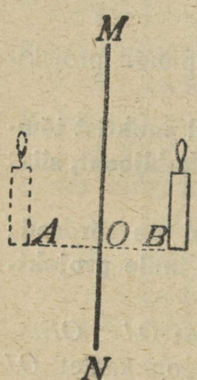
3) **Tingimus:** $JD > JC$; **väide:** $OD > OC$.

Kolmnurgas OCD on $\measuredangle\ OCD$ nürinurk (kolmnurgas OJC on $\measuredangle\ OJC$ täisnurk; järjelikult on $\measuredangle\ OCJ$ teravnurk ja tema kõrvunurk OCD on nürinurk), kuna $\measuredangle\ ODC$ on teravnurk; et aga kolmnurgas asetseb nürinurga vastas kõige suurem külg, siis on $OD > OC$.

Märkus. Punkti kauguseks sirgest on sellest punktist sirgele tõmmatud ristjoone pikkus.

Sümmeetria.

15. Kui paberile tõmmata sirgjoon ja samale paberile ühele poole sirgjoont teha tindiplekk või joonestada tindiga mingi joonis ja kui see paber enne tindi kuivamist tõmmatud sirgjoont mööda kokku murda, siis näeme paberit uuesti avades kummalgi pool murdejoont kaht täiesti ühesugust kujutist. Vahe seisab ainult selles, et ühe kujutise parem pool on teise kujutise pahemaks pooleks ja vastupidi. Samasugust nähtust võime tähele panna, kui ise peegli ees seisame või mingit asja selle ees hoiame. Asja ja tema kujutise mistahes vastav punkt oleksid võrdseil kaugustel peegli pinnast, nagu seda näeme 13. joonisel, kus küünal ja tema kujutis peeglis asuvad peeglipinnast võrdseil kaugustel $AO = OB$. Sääraseid kujutisi nimetatakse **sümmeetrilisteks,**

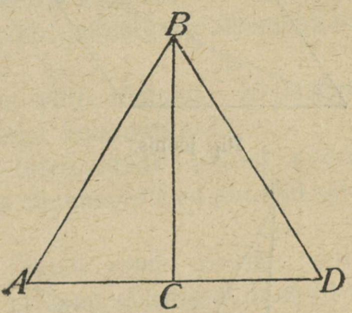


13. joonis.

kuna aga seesugust kujutiste omadust nimetatakse **sümmeetriaks.** Nii on siis sümmeetria tunnuseks asjaolu, et ühe kujutise mistahes punktile vastab teatud sirgest või tasapinnast sama kaugel asetsev vastava kujutise vastav punkt.

16. Võrdhaarse kolmnurga kõrgusest asuvad kolmnurga külje vastavad punktid ühekaugusel, mida näeme, kui poolt võrdhaarset kolmnurka kääname kõrguse ümber; siis näeme, et kolmnurga üks kõrvalkülg katab teise kõrvalkülje, kuna aluse osad samuti ühtivad (nagu tindipleki puhul üks plekk katab teist).

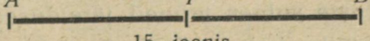
Nii on siis võrdhaarse kolmnurga küljed sümmeetriliselt asetatud tema kõrguse suhtes. Säärast joont, millest asuvad sümmeetriliste kujutiste punktid ühekaugusel, nimetatakse **sümmeetriateljeks.** Nii on võrdhaarse kolmnurga kõrgus sama kolmnurga kõrvalkülgede sümmeetriateljeks; samuti on läbimõõt ringjoone sümmeetriateljeks; ruudu sümmeetriateljeks on tema nurkjoon või vastasküigede poolitaja jne. Üldse on kaks joont sümmeetrilised telje suhtes, kui nad asuvad teine teisel pool sirgjoont (telge) nii, et ühe joone igale punktile leidub vastav sümmeetriline punkt teisel joonel.



14. joonis.

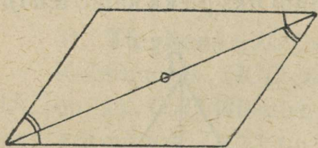
Kirjeldatud sümmeetriat nimetatakse **teljeliseks sümmeetriaks.**

17. Sümmeetria võib olla mitte üksnes joone või tasapinna (peegli) suhtes, vaid ka punkti suhtes **(tsentraalne sümmeetria)**; kui tõmbame näiteks läbi punkti P sirge ja

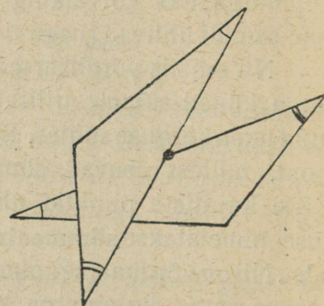


15. joonis.

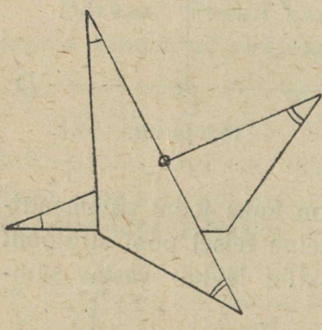
võtame sellel sirgel kaks punkti A ja B võrdseil kaugustel punktist P, siis nimetatakse punkte A ja B **sümmeetrilisteks punkti P suhtes** (15. joon.). Samuti on ringjoone punktid sümmeetrilised tema keskpunkti suhtes, ruudu külgede punktid sümmeetrilised nurkjoonte lõikepunkti suhtes jne. Seda punkti, mille suhtes on teised punktid sümmeetrilised, nimetatakse **sümmeetria keskpuntiks**. Kuna teljelise sümmeetria puhul tuli kujutisi ümber telje 180° võrra pöörata, on tsentraalse sümmeetria puhul tarvis kujutisi 180° võrra ümber sümmeetria keskpunkti pöörata seks, et sümmeetrilised punktid



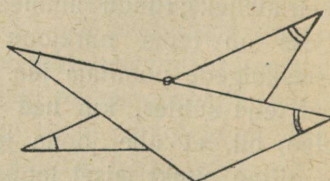
16_1. joonis.



16_2. joonis.



16_3. joonis.



16_4. joonis.

kataksid teineteist. Toome mõned näited, kus tsentraalne sümmeetria kasutamist leiab (16. joon.) Pöörates rööpküliku ühte poolt sümeetria keskpunkti (nurkjoonte lõikepunkti) ümber 180° võrra näeme, et üks pool katab teist. Siit võime rööpküliku omaduste suhtes mõned järeldused teha: 1) nurkjoon jagab rööpküliku kaheks ühtivaks kolmnurgaks; 2) rööpküliku vastasküljed ja vastasnurgad on võrdsed.

9. Joonistada kaks murdjoont, mis oleksid sümmeetrilised antud telje suhtes.

10. Tooge sümmeetriliste kujundite kohta näiteid oma ümbrusest.

11. Joonistada kaks ringjoont, mis oleksid sümmeetrilised: 1) antud telje suhtes; 2) antud punkti suhtes.

12. Missugused geomeetrilised joonised on pooleksjagatult sümmeetrilised?

13. Missugused ladinakeelsed trükitähed on sümmeetrilised: 1) telje suhtes, 2) punkti (tsentri) suhtes?

14. Valmistada 2 teljeliselt sümmeetrilist joonist ja 2 tsentraalselt sümmeetrilist joonist.

15. Valmistada savist 2 teljeliselt sümmeetrilist kujundit.

16. Näidake enese sümmeetria-tasapind.

17. Mitu sümmeetriatelge võib tõmmata võrdhaarses kolmnurgas?

18. Mitu sümmeetriatelge võib tõmmata võrdkülgses kolmnurgas? isesuuruste külgedega kolmnurgas?

19. Mitme kraadi võrra tuleb ruudu osasid pöörata ümber sümmeetria keskpunkti, et sümmeetrilised punktid kataksid teineteist?

20. Mitme kraadi võrra tuleb rombi osasid pöörata ümber sümmeetria keskpunkti, et sümmeetrilised punktid kataksid teineteist?

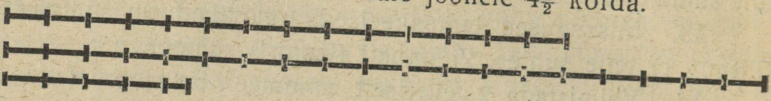
21. Mitme kraadi võrra tuleb püstküliku osasid pöörata ümber sümmeetria keskpunkti, et sümmeetrilised punktid kataksid teineteist?

22. Tõmmake keras, tahksambas, koonuses ja silindris sümmeetria-tasapinnad. Mitu sümmeetria-tasapinda võib nimetatud kehades tõmmata?

Graafilisest kujutamisest ja koordinaatidest.

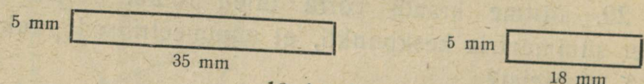
Graafilise kujutamise mõiste.

18. Kiire ja näitliku ülevaate saamiseks on suuruste võrdlemisel kasulik kujutada vaadeldavaid suurusi **piltlikult** ehk **graafiliselt**. Näiteks võrdleme laiarööpalise riigiraudtee pikkust Harju, Viru ja Järva maakonnas; teatavasti on laiarööpalist riigiraudteed Harju maakonnas 140 km, Viru maakonnas 190 km ja Järva maakonnas 45 km. Et neid arvusid graafiliselt kujutada, peame valima niisugused sirglõigud, mis suhtuksid isekeskis nõnda kui nimetatud raudteede pikkused. Mõõtüksusena võtame iga 10 km asemel $\frac{1}{2}$ sm; siis tuleks esimesele joonele asetada $\frac{1}{2}$ sm pikkune lõik 14 korda, teisele joonele 19 korda ja kolmandale joonele $4\frac{1}{2}$ korda.



17. joonis.

Samuti võib suurusi piltlikult kujutada pindalade või ruumalade abil. Sel puhul võetakse mõõtüksuseks mingi ruut või kuup; näit. tahaksime graafiliselt kujutada Suure ja Atlandi ookeani pindalasid; Suure ookeani pindala on 175 000 000 km², Atlandi ookeani pindala aga 90 000 000 km²; võtame 1 000 000 km² asemel 1 mm², siis tuleks võtta ühe püstküliku pindala 175 mm², teise püstküliku pindala aga 90 mm². Võttes mõlema püstküliku kõrguseks 5 mm oleks ühe püstküliku alus 35 mm ja teise püstküliku alus 18 mm.



18. joonis.

23. Kujutada graafiliselt järgmiste jõgede pikkus: Suur Emajõgi 80 v., Keila jõgi 70 v. ja Kunda jõgi 55 v.

24. Kujutada graafiliselt püstkülikute abil järgmiste suurlinnade elanikkude arvu: London — 7 480 000 elanikku, Pariis — 4 110 000 el., Berliin — 4 020 000 el. ja Viin — 1 850 000 el.

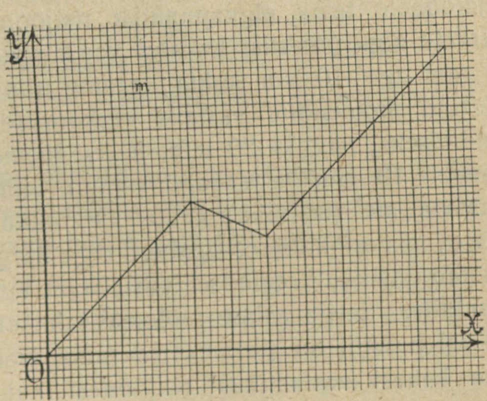
25. Võrrelda graafiliselt raudtee peateede pikkust järgmistes riikides: Eesti 1044 km, Soome 3896 km, Taani 3770 km, Norra 3286 km.

26. Võrrelda graafiliselt raudtee peateede pikkust järgmistes riikides: Belgia 8814 km, Rootsi 14491 km, Helveetsia 4864 km. (Andmed on võetud statistika-kuukirjast 1922. a., nr. 1—2)

27. 1924. a. suve-hooajal lõigati riigi turbatööstuses 40 000 000 turvast (turbapätsi), sellest Ellamaal 26 000 000, Jõõpre rabas 8 000 000 ja Aruküla rabas 6 000 000 turvast. Kujutada graafiliselt lõigatud turba hulk.

Koordinaatide teljed.

19. Tarvitame graafilist viisi järgmiste suuruste kujutamisel. Vesistusse jookseb vett läbi kahe kraani. 40 min. pärast suletakse need kraanid ja lastakse 20 min. jooksul läbi kolmanda kraani vett välja voolata. Siis suletakse see kraan ja avatakse uuesti 2 kraani, millede läbi vett 50 min. jooksul vesistusse jookseb. Kujutada graafiliselt, kuidas muutub vee nivoo ehk tase (kõrgus) kogu selle aja jooksul, kui teotsesid kraanid, teades, et iga 10 min. jooksul muudab (vähendab või suurendab) iga kraan vee kõrgust vesistus 5 sm võrra. Neid suurusi graafiliselt kujutades toimetame teisiti kui eespool. Võtame millimeetripaberil rõhtjoone ja asetame ta algpunktist O paremale poole ajavälted, võttes iga 10 min. jaoks näit. 5 mm; saame niinimetatud **ajajoone** (19. joon.). Veetaseme võrdlemiseks tarvitame sirglõikusid, nagu neid tarvitasime raudteede pikkuse võrdlemisel, võttes mõõtüksuseks iga 10 sm peale 5 mm. Kuid saadud sirglõikusid ei sea me enam rõhtsalt üksteisega kõrvuti, vaid asetame nad ajajoonega risti nii, et teatavale ajamomendile vastaks sel momendil vesistus oleva vee tase. Alguses oli vesistu tühi; 10 minuti jooksul tõusis tase 2 . 5

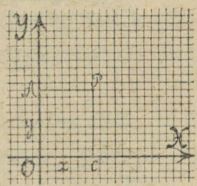


19. joonis.

sm = 10 sm; selle kõrguse märgime graafiliselt ajajoonele 10 min. kohal tõmmatud ristjoonega, mille pikkus 5 mm. Järgneva 10 minuti jooksul tõusis veetase veel 10 sm võrra, seega oli vesi tõusnud 20 min vältel 20 sm võrra; vesi jätkas tõusmist 40 minutini. Peale seda hakkas vesi kolmanda kraani läbi välja voolama, vähenedes iga 10 min. jooksul 5 sm võrra. Nii oli vee kõrgus 50. minutil pärast kraanide teotsemise algust 35 sm, 60. minutil 30 sm. Pärast 60. min. hakkas veetase jällegi tõusma, nii et 70. minutil oli vee kõrgus 40 sm, 80. minutil — 50 sm, 90. minutil — 60 sm, 100. minutil — 70 sm ja 110. minutil — 80 sm. Siin näeme vee kõrguse muutuvust ainult iga 10-minutilise ajavältuse lõpul. Kuid vee kõrgus muutus ju alatasa, kas ühtlaselt suurenedes või vähenedes ja kui tahame õiget pilti saada veetaseme muutuvusest kõigel kraanide teotsemise ajal, siis ühendame naabruses olevate ristjoonte lõpp-punktid sirglõikude abil. Saadud murdjoonel näeme veetaseme muutuvust vaadeldud aja jooksul. Vee kõrgust tähendavate sirglõikude lõpp-punktid, mida ühendades saime murdjoone, saadakse harilikult teisiti. Seks tõmmatakse ajajoonele tema alguspunktist ristjoon ja märgitakse saadud sirgele alguspunktist hakates vee kõrgus, võttes mõõtüksuseks 5 mm iga 10 sm kohta; saame niinimetatud **tasemejoone.** Teatud momendile vastava veekõrguse sirglõigu lõpp-punkti leidmiseks, näiteks 20 min. jaoks, loeme alguspunktist nivoojoonel 10 mm ja saadud punkti viime rööbiti ajajoonega vastava aja (20 min.) kohta üle, kuhu me siis ka ära märgime, mis on millimeetripaberil õige kerge teha. Saadud punkt vastab täielikult eelmisel viisil taset kujutava sirglõigu lõpp-punktile. Seega saime mõlemal juhusel ühe ja sama punkti. Ja sel punktil on alati üks ja sama asend, üks ja sama kaugus kahest vastastikust ristjoonest, kui aga mõõtüksused on võetud vastavalt võrded.

Kaht vastastikust ristjoont, millede abil saab tasapinnal kindlaks määrata punkti asendi, nimetatakse koordinaatide telgedeks. Punkti, milles lõikuvad koordinaatide teljed, nimetatakse **koordinaatide alguspunktiks.**

Otsitavad punktid, mida sirgetega ühendades saime murdjoone, asuvad koordinatide telgede vahel kindlas kauguses niihästi ühest kui ka teisest teljest. Kaugust rõhtsast ehk **X-teljest** loetakse temale risti olevat ehk Y-telge mööda, kuna kaugust Y-teljest loetakse X-telge mööda, alguspunktist alates. Näit. 20. joonisel on punkti P kaugus X-teljest ristjoon PC ehk OA ja sama punkti P kaugus Y-teljest — ristjoon AP ehk OC; joonlõikusid PC ehk OA ja AP ehk OC nimetatakse **punkti P koordinaatideks,** kusjuures OC märgitakse tähega x ja OA tähega y. Nii on punktil kaks koordinaati: x ja y. Teisi koordinaate ei või punktil P olla, sest tal ei ole teissugust kaugust antud telgedest kui $AP = OC = x$ ja $PC = OA = y$.



20. joonis.

Kui aga koordinaadid on antud, siis tuleb üks neist võtta X, teine Y telge mööda, saadud punktidest telgedele tõmmata ristjooned; kus need ristjooned lõikuvad, seal on antud koordinaatide abil määratud punkt. Millimeetripaberil ei ole tarvis ristjooni tõmmata, sest ruuduline paber ise näitab ristjoone sihti. Teist punkti ei või olla, sest kaks sirgjoont lõikuvad ainult ühes punktis.

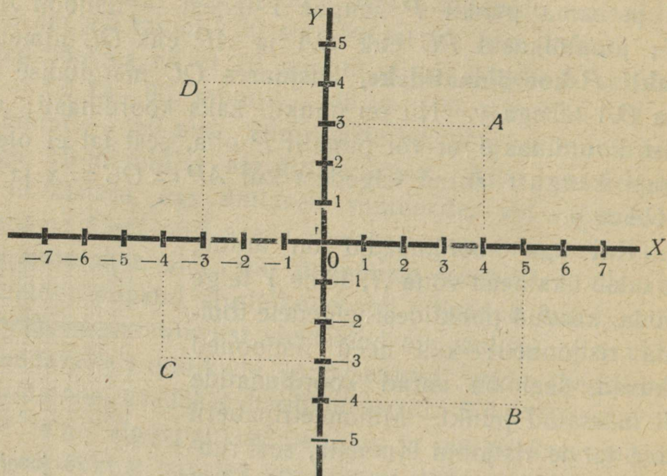
Siit järgneb, et **igal punktil tasapinnal on ainult kaks koordinaati antud telgede suhtes,** või ümberpöördult: **kaks koordinati määravad tasapinnal ainult ühe punkti**.

Punktide koordinaate alguspunktist O paremale poole ja üles loetakse positiivseteks, kuna pahemale poole ja alla negatiivseteks loetakse. Viimasel juhul märgitakse punkti koordinaadid miinus-märgiga (—). Nii on punkti C (21. joon.) koordinaadid x teljel — 4 (miinus 4) ja y-teljel — 3. Punkti A koordinaadid: x on 4 ja y on 3; punkti B koordinaadid: $x=5$; $y = -4$; punkti D koordinaadid: $x = -3$, $y = 4$.

28. Märkige koordinaatide tasapinnal punkt, mis asuks x-teljest 5 mm kaugusel.

29. Koordinaatide tasapinnal leida punktid, millede koordinaadid on järgmised: 1) 2 ja 4; 2) 0 ja 3; 3) 6 ja 0; 4) 8 ja 5; 5) 0 ja 0 ja 6) 0 ja 10.

30. Konstrueerida kolmnurk, mille tippude koordinaadid oleksid järgmised: 1) P_1 (2 ja 3), P_2 (2 ja — 1), P_3 (— 2 ja — 1); 2) P_1 (— 1 ja 3), P_2 (— 4 ja — 2), P_3 (5 ja — 3).



21. joonis.

31. Konstrueerida kolmnurk, mille tippude koordinaadid oleksid järgmised: 1) P_1 (0 ja 0), P_2 (4 ja 4), P_3 (8 ja 0); 2) P_1 (0 ja 2), P_2 (— 3 ja — 3), P_3 (4 ja — 3).

32. Konstrueerida millimeetripaberil rööpkülik, mille tippude koordinaadid oleksid järgmised: 1) P_1 (0 ja 3), P_2 (6 ja 3), P_3 (4 ja — 1), P_4 (— 2 ja — 1); 2) P_1 (— 3 ja 3), P_2 (2 ja 3), P_3 (— 7 ja — 3), P_4 (— 2 ja — 3). Leida joonistatud rööpkülikute pindala.

33. Konstrueerida millimeetripaberil rööpkülik, mille tippude koordinaadid oleksid järgmised: 1) P_1 (— 4 ja 5), P_2 (4 ja 8), P_3 (4 ja — 1), P_4 (—4 ja —4); 2) P_1 (—5 ja 4), P_2 (8 ja 7), P_3 (8 ja 0), P_4 (— 5 ja — 3). Leida joonistatud rööpkülikute pindala.

34. Konstrueerida millimeetripaberil trapets, mille tippude koordinaadid oleksid järgmised: P_1 (—2 ja 2), P_2 (3 ja 2). P_3 (6 ja — 3), P_4 (— 5 ja — 3). Leida trapetsi pindala.

35. Konstrueerida millimeetripaberil trapets, mille tippude koordinaadid oleksid järgmised: P_1 (—3 ja 4), P_2 (4 ja 9), P_3 (4 ja —7), P_4 (— 3 ja —3). Leida trapetsi pindala.

Järgnevate ülesannete tarvis kokku seada graafik:

36. Haigel oli temperatuur õhtuti: esimesel päeval 37,5°; teisel päeval 38,6°; kolmandal päeval 40,2°; neljandal päeval 39,8°; viiendal päeval 40,1°; kuuendal päeval 39,5°; seitsmendal päeval 36,9°: kaheksandal päeval 37°.

37. Kokku seada koolist puudunud õpilaste graafik.

38. Kokku seada koolis käivate õpilaste graafik. Võrrelda saadud graafik eelmises ülesandes saadud graafikuga.

39. Kokku seada igapäevaste õhutemperatuuri muutuste graafik.

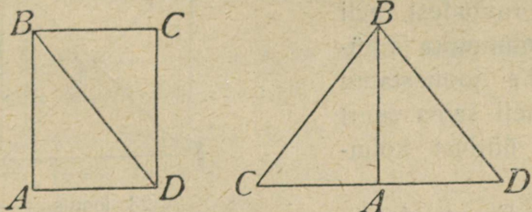
40. Kokku seada iga kuu väljaminekute graafik.

41. Iga kuu (või nädala) ühel ja samal päeval end kaaluda. Kokku seada keha raskuse muutuvuse graafik.

Pythagorase lause. Jooniste muutmine ja tükeldamine.

Võrdsed joonised.

20. **Kaht joonist, mis ei ühti, aga milledel on võrdsed pindalad, nimetatakse võrdseteks.**



22. joonis.

Olgu näit. antud püstkülik *ABCD* (22. joon.); kui selle püstküliku lõikame nurkjoont *BD* mööda pooleks ja siis need pooled kokku paneme, nagu joonisel näha, siis saame kolmnurga *CBD*, mille pindala on arusaadavalt sama suur kui antud püstküliku *ABCD* pindala, s. o. püstküliku ja kolmnurga pindalad on isekeskis võrdsed.

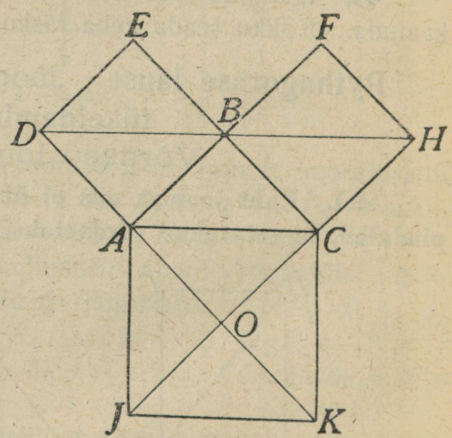
Samuti, kui antud ruudu külg on 10 sm ja antud püstküliku alus 20 sm ning ta kõrgus 5 sm, siis on niihästi ruudu kui ka püstküliku pindala 100 sm^2, s. o. need pindalad on isekeskis võrdsed.

Nii võivad ka kaks rööpkülikut või kaks kolmnurka olla isekeskis võrdsed, kui neil aga on alused ja kõrgused võrdsed, vaatamata selle peale, kas need rööpkülikud või kolmnurgad ühtivad või mitte.

Pythagorase lause.

21. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusile joonestatud ruut võrdub kaatetitele joonestatud ruutude summaga.

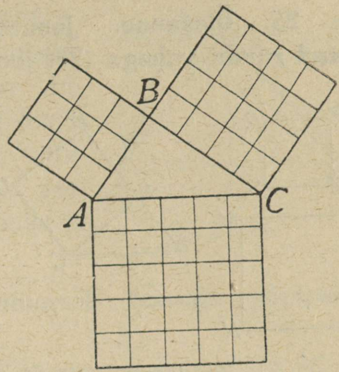
Seda lauset on kerge tõestada võrdhaarse täisnurkse kolmnurga abil. Olgu *ABC* (23. joon.) võrdhaarne täisnurkne kolmnurk ja *ADEB*, *BFHC* ja *ACKJ* tema kaatetitele ja hüpotenuusile joonestatud ruudud. Tõmmates sirge *DH* ja ruudu *ACKJ* nurkjooned *AK* ja *JC* saame kaatetitele joonestatud ruutudest neli ühtivat kolmnurka ja hüpotenuusile joonestatud ruudust neli sama suurt isekeskis ühtivat kolmnurka.



23. joonis.

22. Et arvudel 3, 4 ja 5 on niisugune omadus: $3 \times 3 + 4 \times 4 = 5 \times 5$, siis võib kolmest küljest, kui neis on 3, 4 ja 5 pikkuseühiksust, konstrueerida täisnurkse kolmnurga (24. joon.).

Seda arvude omadust tarvitatakse vahest täisnurga konstrueerimiseks väljal. Sidudes köie otsad jagatakse köis 12 võrdseks osaks; märgitakse 3-as jaotus, sealt edasi 4-jas jaotus ja veel edasi 5-es jaotus. Kui köis kolmest märgitud jaotuspunktist pingule tõmmata, siis saame täisnurkse kolmnurga.



24. joonis.

23. Kui tähistame täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi a-ga, ühe kaateti b-ga ja teise kaateti c-ga, siis mõõtub hüpotenuusile konstrueeritud ruudu pindala suurusega a^2, ühele kaatetile konstrueeritud ruudu pindala suurusega b^2 ja teisele kaatetile konstrueeritud ruudu pindala suurusega c^2; järjelikult võime Pythagorase lause lühendatult nii üles kirjutada: $a^2 = b^2 + c^2$.

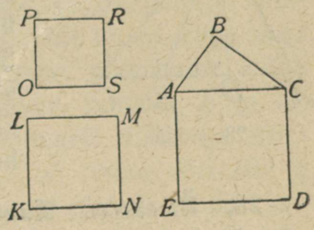
Kui on antud täisnurkse kolmnurga kaks külge, siis võime ülaltoodud valemi põhjal leida kolmanda külje. Olgu näit. antud hüpotenuus 10 sm ja üks kaatet 8 sm, siis teine kaatet $x = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ (sm).

Üldisel kujul: $a = \sqrt{b^2 + c^2}$; $b = \sqrt{a^2 - c^2}$; $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.

24. Ülesanne. Joonestada ruut, mis võrduks kahe antud ruudu summaga (25. joon.).

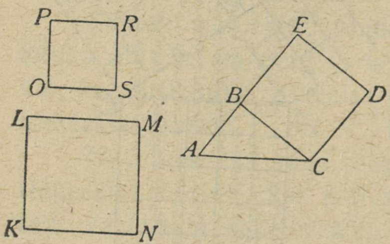
Joonestame täisnurkse kolmnurga ABC, mille kaatetid võrduksid antud ruutude külgedega:

$AB = OP$, $BC = KL$; siis on hüpotenuusile joonestatud ruut $ACDE$ võrdne antud ruutude summaga.



25. joonis.

25. Ülesanne. Joonestada ruut, mis võrduks kahe antud ruudu vahega (26. joon.).

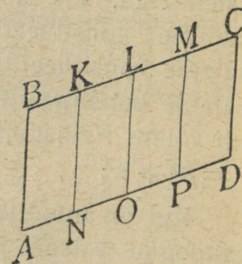


26. joonis.

Joonestame täisnurkse kolmnurga *ABC*, mille üks kaatet *AB* võrduks vähema antud ruudu küljega *OP* ja hüpotenuus *AC* võrduks suurema antud ruudu küljega *KL*. Siis on teisele kaatetile *BC* joonestatud ruut *BCDE* võrdne antud ruutude vahega.

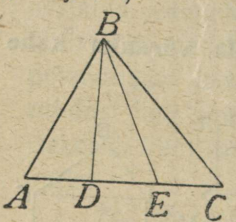
26. Ülesanne. Jagada rööpkülik *n* **võrdseks osaks** (27. joon.).

Olgu tarvis rööpkülik *ABCD* jagada 4 võrdseks osaks. Külge *AD* neljaks võrdseks osaks jagades tõmbame jagamispunktidest *AB*-ga rööpsirged. Siis jagub rööpkülik neljaks võrdseks osaks, sest et need osad on rööpkülikud, millede alused ja kõrgused on võrdsed.



27. joonis.

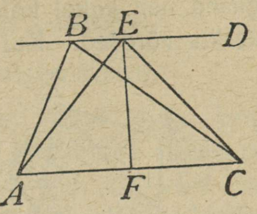
27. Ülesanne. Jagada kolmnurk *n* **võrdseks osaks** (28. joon.).



28. joonis.

Olgu vaja kolmnurk *ABC* jagada kolmeks võrdseks osaks. Seks jagame aluse *AC* kolmeks võrdseks osaks ja ühendame jagamispunktid tipuga B. Siis jagub kolmnurk *ABC* kolmeks võrdseks kolmnurgaks, sest et neil kolmnurkadel on võrdsed alused ja kõrgused.

28. Ülesanne. Muuta kolmnurk temaga võrdseks võrdhaarseks kolmnurgaks (29. joon.).

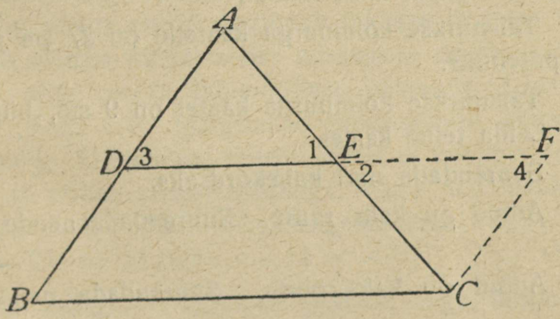


29. joonis.

Tõmbame antud kolmnurga *ABC* tipust *B* alusele *AC* rööpjoone *BD* ja samale alusele tema keskkohast ristjoone *EF*. Rööp- ja ristjoone lõikepunkti *E* ühendame tippudega *A* ja *C*. Saadud võrdhaarne kolmnurk *AEC* ongi nõutav, sest tal on antud kolmnurgaga ühine alus ja võrdne kõrgus.

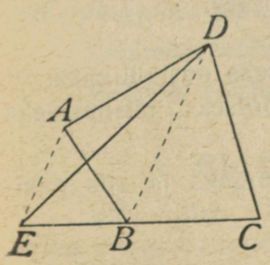
29. Ülesanne. Muuta kolmnurk temaga võrdseks rööpkülikuks (30. joon.).

Läbi külje *AC* keskpunkti *E* tõmbame sirge *DF* || *BC* ja läbi punkti *C* sirge *CF* || *BA*. Saadud rööpkülik *BDFC* ongi nõutav, sest et ta koosneb kolmnurga *ABC* osadest.



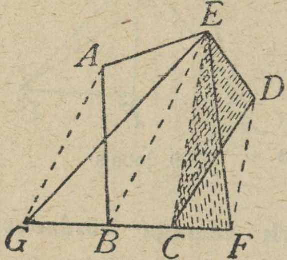
30. joonis.

30. Ülesanne. Muuta hulknurk temaga võrdseks kolmnurgaks.



31. joonis.

a) Muudame alguses nelinurga *ABCD* kolmnurgaks (31. joon.). Tõmbame nurkjoone *BD*, tipust *A* aga sirge *AE* rööbiti *BD*-ga; pikendame külge *BC* ja ühendame punktid *E* ja *D*. Vaadeldes kolmnurki *EBD* ja *ABD* näeme, et neil on ühine alus *BD* ja vastastipud asuvad alusega rööbiti tõmmatud sirgel *AE*; järjelikult on ka kõrgused neil kahel kolmnurgal võrdsed, ja seepärast on nad isekeskis võrdsed. Kui antud nelinurgas $ABCD$ võtta kolmnurga ABD asemel temaga võrdne kolmnurk EBD, siis saame antud nelinurga asemel kolmnurga EDC.



32. joonis.

b) Edasi olgu antud viisnurk $ABCDE$ (32. joon.). Tõmmates nurkjoone BE ja toimetades, nagu eespool juhatatud, muudame ta nelinurgaks $GEDC$. Nelinurga muudame kolmnurgaks. Nii võib iga hulknurka muuta temaga võrdseks kolmnurgaks.

42. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 80 sm, üks kaatet 64 sm. Leida teine kaatet.

43. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 27 sm ja 36 sm. Leida hüpotenuus.

44. Täisnurkse kolmnurga kaatet on 9 sm, hüpotenuus $11\frac{1}{4}$ sm. Leida teine kaatet.

45. Suurendada ruut kahekordseks.

46. Antud on kaks ruutu. Suurendada nende summat neli korda.

47. Antud on kaks ruutu. Suurendada nende vahet 4 korda.

48. Antud on kaks ruutu. Nende ruutude summast lahutada samade ruutude vahe.

49. Eelmises ülesandes saadud vahet suurendada 4 korda.

50. Jagada rööpkülik 8 võrdseks osaks.

51. Jagada trapets pooleks.

52. Muuta kolmnurk temaga võrdseks püstkülikuks.

53. Muuta kolmnurk temaga võrdseks täisnurkseks kolmnurgaks.

54. Muuta hulknurk enne kolmnurgaks ja siis püstkülikuks.

55. Muuta hulknurk rööpkülikuks.

Ringjoone pikkus ja ringi pindala.

Ringjoone pikkuse arvutamine.

31. Ringjoone pikkust on mõnel juhul õige kerge kätte saada; näiteks ratta ümbermõõdu leidmiseks võime rattale nööri ümber siduda või ratast liiva peal üks kord ringi pöörata. Nööri pikkust või ratta pöördejälje pikkust mõõtes leiamegi ratta ümbermõõdu. Kuid igal juhul ei ole võimalik nii toimetada.

On meil tarvis näiteks ümmarguse akna ümbermõõtu või paberile joonestatud ringjoone pikkust leida, siis ei kõlba ülaltoodud viisid, vaid peab teist teed tarvitama. Selge on, et ringjoone pikkus on seda suurem, mida suurem on läbimõõt; kuid juba kreeka õpetlane Archimedes (elas III aastasajal e. Kr.) leidis, et iga antud ringjoone pikkuse ja tema läbimõõdu vahel on olemas kindel seos: missuguse ringjoone me ka võtaksime, alati on ta läbimõõdust ligikaudu 3,141592 korda suurem. Seda arvu märgitakse kreekakeelse tähega π (loetakse „pi"). Ülesannete lahendamisel ei võeta π väärtus harilikult nii mitme kümnendkohaga, nagu ülal näidatud, vaid tema väärtusena esineb kõige sagedamini arv 3,14 ja hariliku murruna $3\frac{1}{7}$, nii et $\pi = \sim 3{,}14 = \sim 3\frac{1}{7}$.

Kui märgime ringjoone pikkuse C-ga, läbimõõdu D-ga ja raadiuse R-ga, siis võime kirjutada: $C = D\pi = 2\pi R$, ja siit: $D = \frac{C}{\pi}$ ja $R = \frac{C}{2\pi}$.

Ringjoone pikkus võrdub läbimõõdu ja π korrutisega

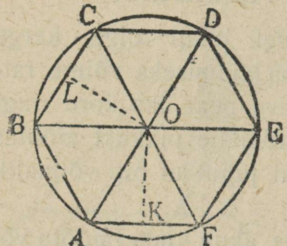
või: **ringjoone pikkus võrdub kahe raadiuse ja π korrutisega.**

Läbimõõt võrdub ringjoone pikkuse ja π suhtega.

Raadius võrdub ringjoone pikkuse ja kahe π suhtega.

Ringi pindala arvutamine.

32. Ringi pindala võime nii leida: joonestame ringi sisse mingi korrapärase hulknurga, siis teise korrapärase hulknurga, millel on kaks korda rohkem külgi jne. Saadud hulknurki vaadeldes näeme, et mida rohkem külgi on hulknurgal, seda enam ligineb perimeeter ringile. Kui joonestada hulknurk väga suure arvu külgedega, siis ei erine hulknurk ringist peaaegu sugugi. Nii võime siis hulknurga ümbermõõtu vaadelda kui ringjoone pikkust ja hulknurga apoteemi kui raadiust. Et aga korrapärase hulknurga pindala (v. „Aritmeetika ja geomeetria IV õpp.") võrdub ümbermõõdu ja apoteemi poolkorrutisega, siis võrdub ringi pindala ringjoone pikkuse ja raadiuse poolkorrutisega. Võttes ringjoone pikkuse jaoks valemi $2\pi R$ saame ringi pindala jaoks järgmise valemi: $\frac{2\pi R \cdot R}{2} = \pi R^2$.



31. joonis.

Ringi pindala võrdub ringjoone pikkuse ja poole raadiuse korrutisega või: **ringi pindala võrdub raadiuse ruudu ja π korrutisega.**

56. Leida ringjoone pikkus, kui raadius on 3 sm.

57. Leida niisuguse ringjoone pikkus, mille läbimõõt on 5 m.

58. Leida ringi läbimõõt, kui ringjoone pikkus on 96 sm.

59. Kui suur on raadius, kui riugjoone pikkus on 62,4 sm?

60. Kui pikk on 60^0-line kaar, kui raadius on 5 m?

61. Kui pikk on 10^0-line kaar, kui läbimõõt on 36 sm?

62. Leida ümmarguse laua pindala, kui selle laua läbimõõt on 2 m.

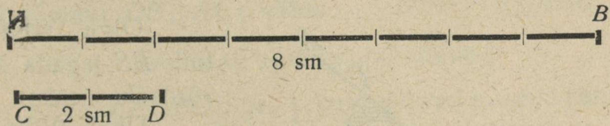
63. Leida ringi pindala, kui ringjoone pikkus on 25 sm.

64. Kui pikk on niisuguse ringi läbimõõt, mille pindala on 314 sm^2?

65. Leida ringjoone pikkus, kui ringi pindala on 78,5 sm^2.

Joonlôikude suhe; vôrdelised joonlôigud.

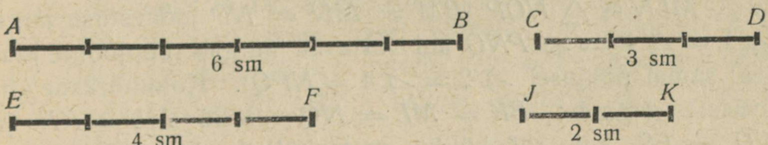
33. Nagu aritmeetikast teame, nimetatakse kahe suuruse suhteks nende suuruste jagatist. Geomeetrias on joonlõikude suhted iseäranis tähtsad. Kahe joonlõigu suhteks nimetatakse arvu, mis näitab, mitu korda on üks joonlõik teisest suurem või mtssuguse osa teisest joonlõigust moodustab esimene joonlõik; näit kui $AB = 8$ sm ja $CD = 2$ sm, siis on AB ja CD suhe 4 või 8 sm : 2 sm $= 4$; samuti 2 sm : 8 sm $= \frac{1}{4}$ (34. joon.).



34. joonis.

Siit on kerge näha, kuidas leitakse kahe joonlõigu suhe: on tarvis mõlemad joonlõigud mõõta ühe ja sama mõõtühikusega, ja saadud mõõtarvude jagatis ongi otsitav suhe. Kui näit. leidsime, et $AB = 4\frac{3}{8}$ sm ja $CD = 2\frac{1}{2}$ sm, siis on AB ja CD suhe $4\frac{3}{8}$ sm : $2\frac{1}{2}$ sm $= \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$, mida nii kirjutatakse: $AB : CD = 1\frac{3}{4}$, või $\frac{AB}{CD} = 1\frac{3}{4}$.

34. Kui kahe või mitme paari joonlõikude suhted on isekeskis võrdsed, siis nimetatakse neid **võrdelisteks joonlõikudeks,** näit. (35. joon.):

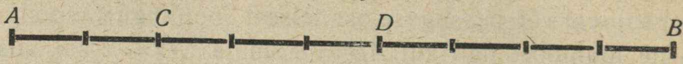


35. joonis.

$AB : CD = 2$ ja $EF : JK = 2$.

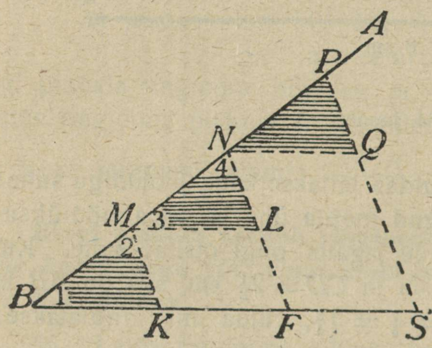
Ühendades kaks võrdset suhet võrdsusmärgiga saame võrde: $AB : CD = EF : JK$ (arvude asemel esinevad joonlõigud).

35. Olgu vaja mingi sirglõik AB jagada osadeks võrdeliselt arvudega $2:3:4$. See tähendab, et AB on vaja kolmeks niisuguseks osaks jagada, et esimene ja teine osa suhtuksid nõnda kui $2:3$, teine ja kolmas osa aga nõnda kui $3:4$ Jagame AB $(2+3+4)$, s. o. 9 võrdseks osaks (36. joon.), siis on otsitavad osad AC, CD ja DB.



36. joonis.

36. Jagada sirglõik n võrdseks osaks (37. joon.).



37. joonis.

Olgu tarvis sirglõik BS jagada kolmeks võrdseks osaks.

Ühest BS otsapunktist, näit. otsapunktist B, tõmbame mistahes nurgi sirge BA ja asetame temale punktist B alates kolm korda vabalt valitud pikkuse, näit. BM, nii et $BM = MN = NP$. Punkti P ühendame punktiga S, kuna punktidest M ja N tõmbame rööpsirged: $MK \parallel NF \parallel PS$; nii on BS kolmeks võrdseks osaks jagatud.

Tõestus: Tõmbame $ML \parallel BS$ ja $NQ \parallel BS$; $\triangle BKM \cong \triangle MLN \cong \triangle NQP$ ($BM = MN = NP$ joonestuse järgi, $\measuredangle 1 = \measuredangle 3 = \measuredangle PNQ$ kui vastavad nurgad rööpjoonte juuees; samal põhjusel $\measuredangle 2 = \measuredangle 4 = NPQ$). Kolmnurkade ühtivusest järgneb: $BK = ML = NQ$; kuid $ML = KF$ ja $NQ = FS$ kui rööpküliku vastasküljed; järjelikult $BK = KF = FS$.

Sarnasuse mõiste.

37. Kaht ühesuguse külgede arvuga hulknurka nimetatakse sarnasteks, kui 1) nende nurgad on vastavalt võrdsed ja 2) nende vastavad küljed on võrdelised.

Võrdsete nurkade vastavaid lähisküIgi nimetatakse **vastavateks külgedeks.** Nii on näiteks ruudud isekeskis sarnased. Sarnasuse märgiks on: $\sim$.

Kaks kolmnurka on sarnased, kui nende nurgad on vastavalt võrdsed ja vastavad küljed on võrdelised.

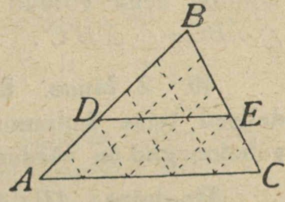
38. **Lause. Kui kolmnurgas tõmmata rööpjoon kolmandale küljele, siis eraldub kolmnurk, mis on antud kolmnurgaga sarnane** (38. joon.).

Tingimus: $DE \parallel AC$; **väide:** $\triangle DBE \sim \triangle ABC$.

$\sphericalangle ABC$ on mõlemal kolmnurgal ühine;

$\left.\begin{array}{l}\sphericalangle BAC = \sphericalangle BDE \text{ ja} \\ \sphericalangle BCA = \sphericalangle BED\end{array}\right\}$ kui vastavad nurgad kahe rööpsirge juures.

Nüüd on vaja veel tõestada, et vastavad küljed on võrdelised. Mõõdame mõlemas kolmnurgas ühed vastavad küljed ära; olgu $AB = 5$ sm ja $DB = 3$ sm; siis on AB ja DB suhe $\frac{5}{3}$. Kui AB pealt iga sm tagant tõmmata BC-le rööpjooned, siis jagub külg AC 5-eks ja külg DE 3-eks võrdseks osaks (v. nr. 36) ja $AC : DE = \frac{5}{3}$. Külje AC jagamispunktidest tõmbame küljele AB rööpjooned; siis jagub BC 5-eks ja BE 3-eks võrdseks osaks ja $BC : BE = \frac{5}{3}$. Nii on meil kolm paari võrdelisi joonlõikusid, s. o. $AB : DB = \frac{5}{3}$, $AC : DE = \frac{5}{3}$ ja $BC : BE = \frac{5}{3}$; järjelikult $AB : DB = AC : DE = BC : BE$; sellest järgneb, et $\triangle ABC \sim \triangle DBE$.

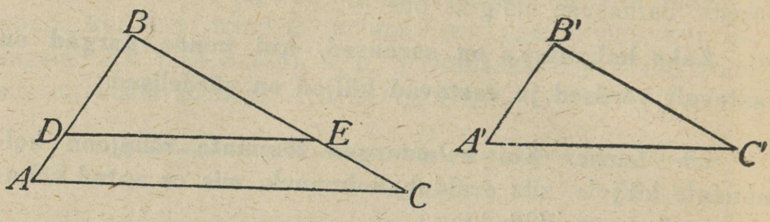


38. joon.

Kolmnurkade sarnasuse tunnused.

39. 1. **lause. Kui ühe kolmnurga kaks nurka on teise kolmnurga kahe nurgaga vastavalt võrdsed, siis on need kolmnurgad sarnased** (39. joon.).

Tingimus: $\measuredangle A = \measuredangle A'$; $\measuredangle B = \measuredangle B'$;
väide: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.



39. joonis.

Asetame küljele AB lõigu $BD = A'B'$ ja tõmbame läbi punkti D sirge DE rööbiti küljega AC. Siis $\triangle BDE \sim \triangle ABC$ ja $\triangle BDE \cong \triangle A'B'C'$ ($BD = A'B'$ kostruktsiooni järele, $\measuredangle B = \measuredangle B'$ tingimuse järele ja $\measuredangle BDE = \measuredangle A'$ sest et kumbki neist võrdub ühe ja sama nurgaga A); järjelikult $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

40. 2. lause. Kui ühe kolmnurga kaks külge on võrdelised teise kolmnurga kahe küljega ja nende külgede vahelnurgad on võrdsed, siis on need kolmnurgad sarnased.

Tingimus: $AB : A'B' = AC : A'C'$ (1); $\measuredangle A = \measuredangle A$;
väide: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

Asetame küljele AB lõigu $BD = A'B'$ (39. joon.) ja tõmbame läbi punkti D sirge $DE \parallel AC$. Siis on $\triangle BDE \sim \triangle ABC$ ja $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DE}$; kuid konstruktsiooni järele $BD = A'B'$; järjeli u $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{DE}$ (2); et võrrete (1) ja (2) pahempoolsed osad on võrdsed, siis on nende võrrete parempoolsedki osad võrdsed, s. o.: $\frac{AC}{A'C'} = \frac{AC}{DE}$ kust $A'C' = DE$.

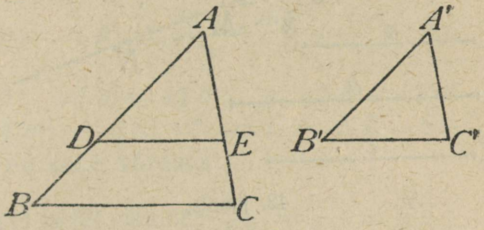
Et $\measuredangle A = \measuredangle A'$ tingimuse järele, $BD = A'B'$ konstruktsiooni järele ja $DE = A'C'$ tõestamise järele, siis on $\triangle BDE \cong \triangle A'B'C'$; kuid $\triangle BDE \sim \triangle ABC$; järjelikult on ka $\triangle A'B'C \sim \triangle ABC$.

41. 3. lause. Kui kahe kolmnurga vastavad küljed on võrdelised, siis on need kolmnurgad sarnased (40. joon.).

Tingimus: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ (1);

väide: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

Asetame küljele AB lõigu $AD = A'B'$ ja tõmbame $DE \parallel BC$. Et $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, siis on nende küljed võrdelised, s. o. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$ (2);

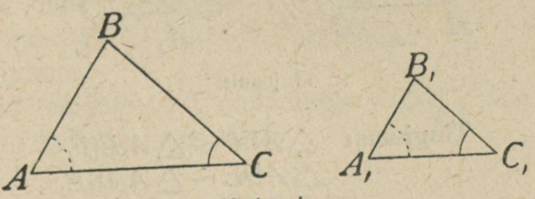


40. joonis.

asetades liitsuhtesse (2) lõigu AD asemele temaga võrdss lõigu $A'B'$, saame $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$ (3); võrreldes liitsuhteid (1) ja (3) näeme, et esimesed lihtsuhted, on võrdsed, seepärast on võrdsed ka teised mõlema rea lihtsuhted: $\frac{AC}{AE} = \frac{AC}{A'C'}$ ja $\frac{BC}{DE} = \frac{BC}{B'C'}$, kust $AE = A'C'$ ja $DE = B'C'$.

Kolmnurgad ADE ja $A'B'C'$, millede kolm külge on vastavalt võrdsed ($AD = A'B'$ konstruktsiooni järele, $AE = A'C'$ ja $DE = B'C'$ tõestamise järele), on ühtviad; järjelikult on $\triangle ABC$, mis sarnane $\triangle ADE$, sarnane ka $\triangle A'B'C'$.

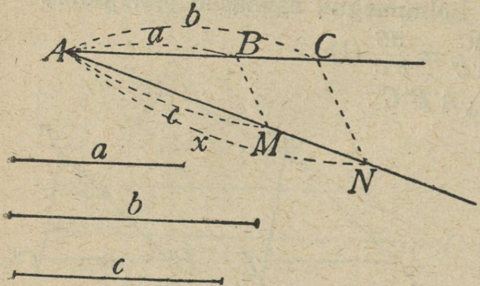
42. Ülesanne. Joonestada antud kolmnurgaga ABC **sarnane kolmnurk, millle üks külg** A_1C_1 **on antud** (41. joon.).



41. joonis.

Punkt A_1 juurde joonestame nurga $A_1 = \measuredangle A$ ja punkti C_1 juurde $\measuredangle C_1 = \measuredangle C$. Pikendades joonestatud nurkade A_1 ja C_1 külgi lõikumiseni saame: $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$.

43. Ulesanne. Leida kolmele antud sirglõigule neljas võrdeline (42. joon.).

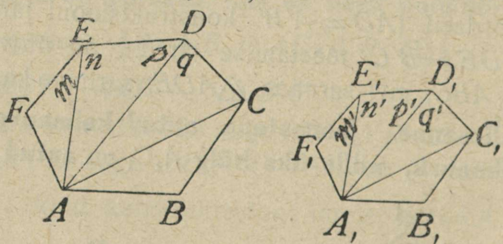


42. joonis.

Antud on kolm sirglõiku a, b ja c. Joonestame mingi nurga CAN ja asetame tema külgedele $AB = a$, $AM = c$ ja $AC = b$. Ühendame punktid B ja M sirge abil ja tõmbame läbi punkti C sirge $CN \| BM$. Lõik AN ongi otsitav, sest et $\triangle ANC \sim \triangle AMB$, millest järgneb: $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$.

44. Kaks hulknurka on sarnased, kui nende vastavad nurgad on võrdsed ja vastavad küljed võrdelised.

Lause. Kaks hulknurka on sarnased, kui nad on moodustatud ühest ja samast arvust ühtlaselt asetatud sarnastest kolmnurkadest (43. joon.).



43. joonis.

Tingimus:
$\triangle AEF \sim \triangle A_1E_1F_1$
$\triangle ADE \sim \triangle A_1D_1E_1$
$\triangle ACD \sim \triangle A_1C_1D_1$
$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Väide: $ABCDEF \sim A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, s. o. $\measuredangle A = \measuredangle A_1$; $\measuredangle F = \measuredangle F_1$; $\measuredangle E = \measuredangle E_1$ jne. ja $\frac{AF}{A_1F_1} = \frac{FE}{F_1E_1} = \frac{ED}{E_1D_1}$ jne.

Et tingimuse järele $\triangle AEF \sim \triangle A_1E_1F_1$, siis $\measuredangle F = \measuredangle F_1$, $\measuredangle m = \measuredangle m^1$ ja $\frac{AF}{A_1F_1} = \frac{FE}{F_1E_1} = \frac{EA}{E_1A_1}$ (1).

Kolmnurkade ADE ja $A_1D_1E_1$ sarnasuse põhjal võime kirjutada: $\measuredangle n = \measuredangle n^1$, $\measuredangle p = \measuredangle p^1$ ja $\frac{EA}{E_1A_1} = \frac{ED}{E_1D_1} = \frac{DA}{D_1A_1}$ (2).

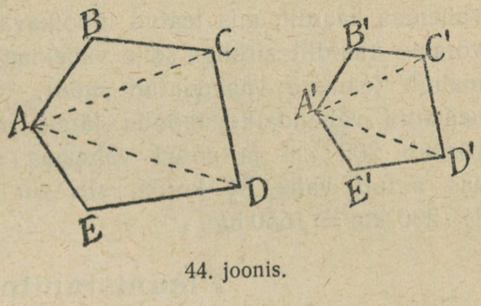
Liites ositi võrdused: $\measuredangle m = \measuredangle m^1$ ja $\measuredangle n = \measuredangle n^1$ saame: $\measuredangle m + \measuredangle n = \measuredangle m^1 + \measuredangle n^1$ või $\measuredangle E = \measuredangle E_1$. Samuti võib tõestada teiste nurkade võrdsust.

Võrreldes liitsuhteid (1) ja (2), saame: $\frac{AF}{A_1F_1} = \frac{FE}{F_1E_1} = \frac{ED}{E_1D_1}$;

samuti tõestame ka teiste külgede võrdelisust. Nõnda on antud hulknurgad sarnased, sest et nende nurgad on vastavalt võrdsed ja nende vastavad küljed on võrdelised.

45. Ülesanne. Joonestada antud hulknurgaga *ABCDE* **sarnane hulknurk, mille üks külg** *A'E'* **on antud** (44. joon.).

Jagame antud hulknurga *ABCDE* nurkjoontega kolmnurkadeks ja konstrueerime kolmnurgad, mis oleksid vastavalt sarnased hulknurka *ABCDE* moodustavate kolmnurkadega. Esimesena konstrueerime antud lõigule *A'E'* kolmnurga *A'D'E'*, mis oleks sarnane vastava kolmnurgaga *ADE*.

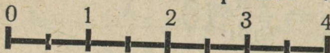


44. joonis.

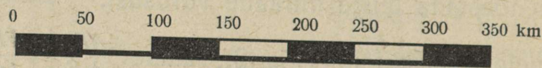
Vähendatud mõõt.

46. Et joonestada põlluga, aiaga jne. sarnane hulknurk, näiteks plaani valmistamise puhul, seks tarvitatakse **vähendatud mõõtu**.

Meetrit, sülda jne. ei saa paberile kujutada loomulikus suuruses. Sellepärast võetakse 1 m, 10 m, 100 m jne. asemel 1 sm või sülla, versta asemel 1 toll jne. Tihti ei ole kaartidel ja plaanidel öeldudki, missugune mõõt on suure mõõdu asemele võetud, vaid **mõõtkavas** märgitakse ainult suurema mõõdu arv. Et neid vahesid paremini näha, antakse mõõtkavale harilikult 46. joonisel näidatud kuju. Missugust mõõtkava tarvitada



45. joonis.



46. joonis.

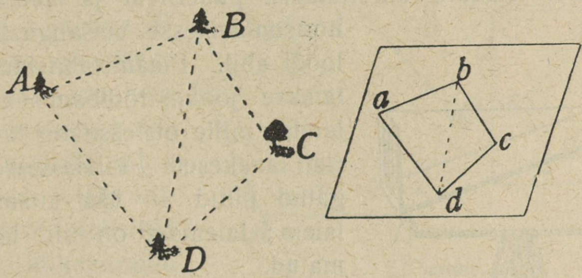
oleneb sellest, kui pikka joont on tarvis kujutada; maja plaani joonestamisel võime võtta mõõtkavas 1 meetri või 2 m asemel 1 sm, põllu plaani joonestamisel 100 või suurema arvu meetrite asemel 1 sm. Maakaartidel võetakse 100 või suurema arvu km asemel 1 sm.

Kui nüüd tahame vastupidi teada, kui pikk on mingi vahemaa kaardil, mis teatud mõõtkava järele joonestatud, siis võtame kaardilt sirkliga selle vahemaa ja vaatame, mitu korda mahub temasse vähendatud mõõt. Kui näit. kaart oli joonestatud vähendatud mõõdu järele nii, et üks mõõdu vahe võrdub 200 km ja antud vahemaa sisse mahtus mõõtkavas antud vahe $8\frac{1}{4}$ korda, siis on selle vahemaa pikkus $8\frac{1}{4} \cdot 200$ km $= 1650$ km.

Plaanistamine.

47. Vaatleme plaani joonestamist, kus samuti vähendatud mõõtu tarvitame. Plaanistada, s. o. plaani joonestada tähendab, kujutada antud kohta paberil vähendatult ning sarnaselt. Plaanistada võib mitmel viisil.

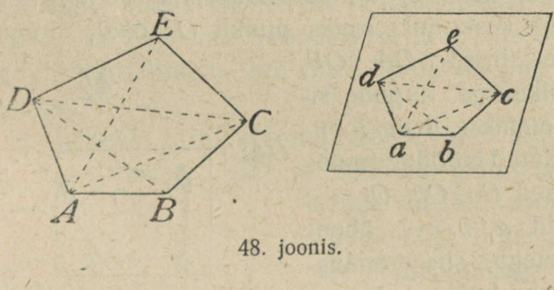
I. 1) Kui on näit. vaja valmistada niisuguse maatüki plaan, millel on hulknurga *ABCD* (47. joon) kuju, siis mõõdame tema küljed ja nurkjoone *BD*. Kanname *DC* vähendatud mõõdus paberile ja joonestame sama mõõtkava tarvitades kolmnurga *dcb* nii, et $\triangle dcb \sim \triangle DCB$. Joonestame sama mõõtkava järele sirgele *db* $\triangle dba$, mis oleks sarnane kolm-



47. joonis.

nurgaga *DBA*. Siis on hulknurk *abcd* sarnane hulknurgaga *ABCD* ning plaanistamine on toimetatud.

2) Kui mingil põhjusel on võimatu plaanistatava hulknurga *ABCED* kõiki külgi mõõta, siis mõõdame ainult ühe

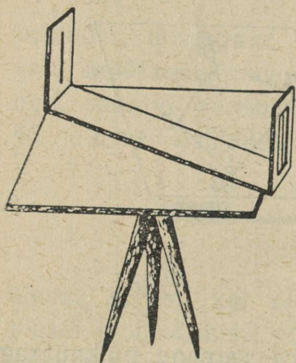


48. joonis.

külje, näit. *AD* (48. joon.), ja **teodoliidi** abil mõõdame nurgad: *DAE*, *DAC*, *DAB* ja nurgad: *ADE*, *ADC* ja *ADB*; kanname *AD* vähendatud mõõdus paberile ja joonestame malli abil $\measuredangle dae = \measuredangle DAE$, $\measuredangle dac = \measuredangle DAC$, $\measuredangle dab = \measuredangle DAB$, samuti $\measuredangle ade = \measuredangle ADE$, $\measuredangle adc = \measuredangle ADC$, $\measuredangle adb = \measuredangle ADB$. Sirglõiknde *db* ja *ab* lõikumisel saame tipu *b*, *ac* ja *dc* lõikumisel tipu *c* ja *de* ja *ae* lõikumisel hulknurga viimase tipu *e*.

II. Plaanistamine plaanistamislaua abil.

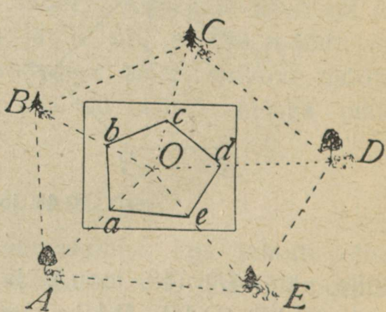
48. Plaanistamisel on kasulik tarvitada plaanistamislauda (49. joon.). See on neljanurgeline laud, mis asetatakse kolmjalale. Lauale kinnitatakse paberileht ja laud seatakse horisontaalsesse seisangusse vesiloodi abil. Plaanistamislaual tarvitatakse joone tõmbamiseks joonlauda, mille otstesse on kinnitatud risti lauakesed. Viimastesse on lõigatud pilud — üks kitsem, teine laiem; laiemast on niit läbi tõmmatud.



49. joonis

Plaanistamislauda võib tarvitada ühe või teise alljärgneva viisi järele.

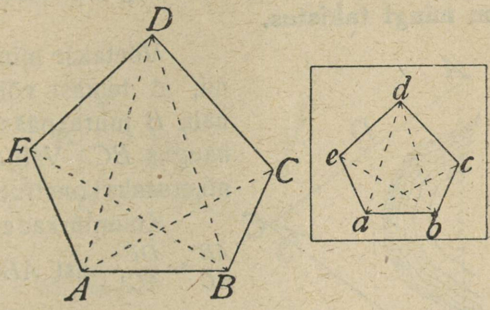
1) Et maa-ala plaani valmistada, millel on hulknurga $ABCDE$ huju, valitakse hulknurga sees niisugune punkt O (50. joon.), millest võimalik oleks mõõta kaugusi hulknurga tippudeni; need kaugused mõõdetakse, ja plaanistamislaud asetatakse punkti O nii, et tema keskpunkt asuks punkti O kohal. Joonlaua abil märgitakse sirged OA, OB, OC... hulknurga tippude sihis, ja asetatakse neile joontele vähendatud mõõduga mõõdetud jooned Oa, Ob, Oc...; kui punktid a, b, c... ühendada sirgetega, siis moodustab hulknurk $abcde$ antud maa-ala plaani, sest ta on sarnane hulknurgaga $ABCDE$.



50 joonis.

2) Mõõdetakse ära hulknurga üks külg AB (51. joon.) ja kantakse vähendatud mõõdus paberile (ab); seda joont nimetatakse a l u s e k s. Siis asetatakse plaanistamislaud nii, et punkt a oleks punkti A kohal ja ab siht langeks ühte AB

sihiga. Joonlaud juhitakse järgemööda punktide C, D ja E sihis ja tõmmatakse iga kord sirgjooned. Selle järele asetatakse plaanistamislaud nii, et punkt b oleks kohakuti punktiga B ja et joon ab läheks AB sihis; joonlaua abil tõmmatakse hulknurga tippude sihis sirgjooned. Punktidest a ja b tõmmatud sirgete lõikepunktid määravad paberil hulknurga tipud. Ühendame need lõikepunktid üksteisega; saame hulknurga $abcde$, mis on sarnane hulknurgaga $ABCDE$.



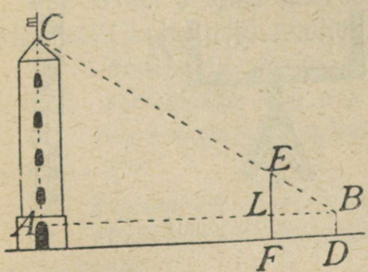
51 joonis.

Mitmed praktilised geomeetriaküsimused lahenduvad kergesti sarnaste kolmnurkade abil.

49. Ulesanne. Leida puu, torni jne. kõrgus.

a) Lüüakse maa sisse teivas ja mõõdetakse tema ja ta varju pikkus; ka puu vari mõõdetakse ära; siis on puu nii mitu korda teibast pikem, kui mitu korda on puu vari teiba varjust pikem.

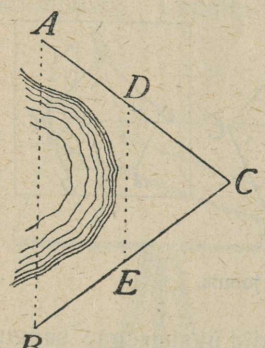
b) Et näiteks torni kõrgust mõõta, seks seatakse torni lähedusse kaks teivast: BD ja EF (52. joon.) püsti nii, et nende otsad asuksid torni tipuga ühel sirgel BC. Punktist B maapinnaga veel rööpsirget kujutades saame kaks sarnast kolmnurka: ABC ja BEL. Kolmnurkade sarnasusest järgneb: $AC : EL = AB : LB$, millest leiame AC kui tundmatu: $AC = \frac{EL \cdot AB}{LB}$.



52 joonis.

Torni kõrguse leidmiseks tuleb AC pikkusega liita LF pikkus.

50. Ülesanne. Leida kahe punkti *A* ja *B* kaugus teineteisest, kui selle kauguse otsekoheseks mõõtmiseks on mingi takistus.



53. joonis.

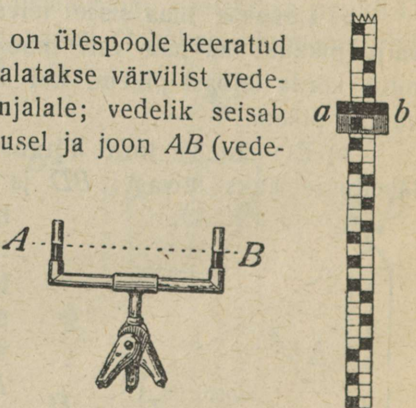
Võetakse mingi pnnkt *C* (53. joon.) nii, et temast võiks ühe antud punkti, näit. *B* juure pääseda. Mõõdetakse ära kaugus *BC*. Valitakse sirgel *BC* punkt *E* nii, et saaks konstrueerida $\triangle DEC \sim \triangle ABC$. Kolmnurkade sarnasusest järgneb: $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EC}$, kust $AB = \frac{BC \cdot DE}{EC}$.

Loodimine.

51. Tihti juhtub, et on tarvis teada, mille võrra on üks maakoht teisest kõrgem või madalam, näit. tee või jõe kallakus jne. Seda kallakuse suuruse leidmist nimetatakse **loodimiseks.** Loodimisel on tarvilikud kaks tööriista: **vesilood** ja **loodlatt** (54. joon.).

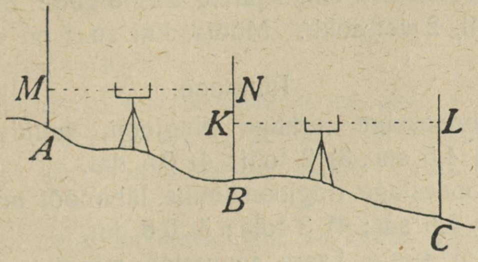
Kõige lihtsam vesilood on ülespoole keeratud otstega klaastoru, millesse valatakse värvilist vedelikku; toru kinnitatakse kolmjalale; vedelik seisab mõlemas toru otsas ühekõrgusel ja joon *AB* (vedeliku pind) näitab rõhtsihti.

Loodlatt on 2—4 m pikkune kitsas laud, mis meetriteks ja sentimeetriteks on jagatud. Loodlatil liigub lauake, mille ülemine pool on mustaks värvitud. Lauakese keskel on auk loodlati jaotuste märkimiseks.



54. joonis.

52. Kui on tarvis leida, mille võrra asub punkt *A* kõrgemal kui punkt *B*, siis asetatakse kumbagi punkti loodlatt, nende vahele aga vesilood ja arvutatakse AM ja BN pikkus. Punkti A kõrguse leidmiseks lahutame: $BN - AM$.



55. joonis.

Kui punktid on teineteisest liiga kaugel, siis toimetatakse loodimist järk-järgult, osadekaupa (55. joon.).

Planimeetria kordamisülesanded.

Sirglõigud.

66. Joonestada sirglõigud: $a = 5$ sm, $b = 7{,}5$ sm, $c = 8$ mm.

67. Joonestada sirglõigud AB, CD, EF, KL, MN, OR ja mõõta nende pikkus.

68. Joonestada sirglõik AB. Võtta ta pikendusel paremale poole punktid C ja D ning pikendusel pahemale poole punktid K ja L. Tähistage saadud lõigud.

69. Võtta 3 mitte ühel sirgel asetsevat punkti. Mitme sirgega võib kõiki neid punkte ühendada?

70. Joonestada sirglõigud $a = 3$ sm, $b = 4{,}5$ sm, $c = 8$ mm. Joonestada lõik $a + b + c$.

71. Joonestada $AB = 8{,}6$ sm, $CD = 4{,}5$ sm. Joonestada $AB - CD$.

72. Joonestade $m - n$, kui $m = 12$ sm, $n = 8{,}4$ sm.

73. Pikendada sirglõik AB punktini C nii, et 1) $AC = 3\,AB$; 2) $AC = 5\,AB$.

74. Sirglõigule AN on asetatud punktist A alates lõigud $AC = CD = DE = EK = KL = LM = LN$. Kirjutada näidatud sirglõikude seast sirglõik, mis oleks 3 *AC*, 5 *AC*, 2 *AC*. Leida, mitu korda mahub lõik *KL* lõigusse *EM*, lõigusse *DN*.

75. Joonestada silma järele sirglõigud: 3 sm, 5 sm, 8 sm, 4 tolli, 2 verssokit. Mõõta, kui suur on viga.

Ringjoon.

76. Joonestage sirkliga ringjoon, mille raadius on 1) 3 sm; 2) 4,5 sm; 3) 2 tolli; 4) 0,5 dm.

77. Joonestage ringjoon, mille läbimõõt on 1) 4,2 sm, 2) 3 sm; 3) 5,6 sm; 4) 3 tolli; 5) 0,8 dm.

78. Kui suure kaare joonestab minutiosut ühe tunni jooksul? Missuguse kaare joonestab minutiosnt $\frac{1}{2}$ tunni, $\frac{1}{4}$ tunni jooksul?

79. Missuguse kaare joonestab minutiosut 40 minuti, 45 minuti, 10 minuti jooksul?

80. Missuguse kaare joonestab tunniosut ühe tunni jooksul? $2\frac{1}{2}$ tunni? $\frac{3}{4}$ tunni jooksul?

81. Missuguse kaare joonestab tunniosut $\frac{1}{2}$ tunni? $\frac{1}{4}$ tunni? $1\frac{1}{4}$ tunni? $2\frac{3}{4}$ tunni? $5\frac{1}{2}$ tunni jooksul?

82. Joonestage ringjoon ja märkige ringjoonel punktidega kaared: $AB = 45^0$, $CD = 15^0$, $BE = 36^0$.

83. Joonestage kaared: 15^0, 25^0, 45^0, 90^0, 180^0, 270^0.

84. Joonestage ringjoon ja jagage ta malli abil 6-ks, 4-ks, 5-ks võrdseks osaks.

85. Märkige ringjoonel 3 kaart ja mõõtke nende suurus.

Nurgad.

86. Kui suure nurga moodustavad kella osutid isekeskis, kui kell on 1, 3, 4, 2, 5?

87. Kui palju on kell, kui kella osutid moodustad täisnurga?

88. Missuguse nurga moodustab minutiosut $\frac{1}{4}$ tunni, $\frac{1}{2}$ tunni, $\frac{3}{4}$ tunni jooksul?

89. Liita nurgad: $a = 24^040'$, $b = 15^030'$, $c = 50^0$.

90. Lahutada nurgast $a = 105^020'$ nurk $b = 17^044'$.

91. Üks kõrvunurkadest on 45^0. Leida teine kõrvunurk.

92. Mitu kraadi sisaldab nurk, mis võrdub oma kõrvunurgaga?

93. Kui suur on nurk, mis on 2 korda suurem kui $\measuredangle a = 35^0 30'$? 5 korda suurem kui $\measuredangle b = 19^0$? 4 korda suurem kui $\measuredangle c = 40^0 50'$?

94. Missuguse osa täisnurgast moodustab nurk: 60^0? 45^0? 10^0? 6^0? 54^0? 36^0? 24^0? $22^0 30'$? 135^0? 120^0?

95. Üks kõrvunurkadest on $38^0 30'$. Leida teine kõrvunurk.

96. Kui suur on nurk, mis on oma kõrvunurgast 2 korda vähem? 4 korda vähem? 5 korda vähem? 2 korda suurem? 5 korda suurem? 9 korda suurem?

97. Joonestage malli abil nurgad: 20^0, 50^0, 10^0, 90^0, 120^0, 175^0.

98. Joonestage nurkade: 25^0, 36^0, 45^0 summa.

99. Joonestage täisnurga ja 25^0-lise nurga vahe,

100. Joonestage nurga $a = \frac{5}{4} d$ kõrvunurk.

101. Kaks sirget moodustavad lõikudes 4 nurka; üks moodustatud nurkadest on 40^0. Leida teised nurgad.

102. Kaks sirget lõikuvad 50^0-lisi nurgi. Leida teised nurgad.

103. Jagada nurk ABC neljaks võrdseks osaks.

104. Nurk $KLM = 80^0$. Jagada nurga KLM kõrvunurk MLO pooleks. Kui suur on $\measuredangle KLM + \frac{1}{2} \measuredangle MLO$?

105. Kaks sirget moodustavad lõikudes 4 nurka. Üks moodustatud nurkadest ABC on 35^0. Nurga ABC kõrvunurk CBD pooleks jagada. Kui suur on $\frac{1}{2} \measuredangle CBD$?

106. Joonestage nurk, mis oleks antud nurgast 2 korda, 4 korda vähem.

107. Joonestada nurk, mis oleks antud nurgast 2 korda, 3 korda suurem.

Kolmnurgad.

108. Liikudes püsib punkt M sirgest AB sirglõigu a kaugusel. Missuguse sirge kujutab punkt M sirge AB suhtes.

109. Leida kahe rööpsirge sisemised rindnurgad, kui üks neist on oma kõrvnurgast $22^\circ 30'$ võrra suurem.

110. Kas on võimalikud kolmnurgad, millede kõik nurgad oleksid 60°? 80°? 100°?

111. Kolmnurgas ABC on $\measuredangle A = 50^\circ$, $\measuredangle B = 60^\circ$. Leida $\measuredangle C$.

112. Kolmnurgas MNO on $\measuredangle M = 30^\circ 20'$, $\measuredangle N = 80^\circ 50'$, Leida $\measuredangle O$.

113. Täisnurkse kolmnurga üks teravnurk on $50^\circ 40'$. Leida teine teravnurk.

114. Kas on võimalik nürinurkne kolmnurk ABC, mille $\measuredangle A = 50^\circ$, $\measuredangle B = 30^\circ$?

115. Kolmnurk on võidnurkne. Leida iga nurga suurus?

116. Missuguses kolmnurgas on üks nurk 1) vähem, 2) suurem kui kahe ülejäänud nurga summa?

117. Kolmnurgas ABC on $\measuredangle A = 20^\circ$; $\measuredangle B = \measuredangle C$. Leida $\measuredangle B$ ja $\measuredangle C$.

118. Täisnurkses kolmnurgas on üks teravnurk teisest teravnurgast kolm korda suurem. Leida teravnurgad,

119. Kolmnurga ümbermõõt on 384 sm; üks külg on 96 sm. Teine külg on $\frac{4}{5}$ kolmandast küljest. Leida kolmnurga külgede pikkus.

120. Võrdhaarse kolmnurga ümbermõõt on 24 sm. Haarad on kumbki 1,5 korda alusest suuremad. Leida võrdhaarse kolmnurga küljed.

121. Kolmnurga ABC ümbermõõt on 24 sm. $AB = \frac{3}{4} BC$; $BC = \frac{4}{5} AC$. Leida kolmnurga küljed.

122. Konstrueerida kolmnurgad, mille küljed oleksid: 2 sm, 3 sm, 4 sm.

123. Konstrueerida vöõrdhaarne kolmnurk, mille alus oleks 5 sm. ja aluse lähisnurk 40°.

124. Konstrueerida kolmnurk ABC, mille külg $AC = 10$ sm, $\measuredangle A = 20^\circ$; $\measuredangle C = 30^\circ$.

125. Konstrueerida võrdhaarne kolmnurk, mille kummagi haara pikkus on 6 sm. ja tipunurk 70°.

126. Konstrueerida kolmnurk, mis võrduks antud kolmnurgaga.

127. Konstrueerida võrdhaarne kolmnurk, millel on antud alus ja kõrgus.

128. Konstrueerida täisnurkne kolmnurk, millel on antud hüpotenuus ja üks kaatet.

129. Joonestada ilma mallita 30°-line nurk.

130. Joonestada 120°-line nurk sirkli ja joonlaua abil.

131. Konstrueerida võrdhaarne kolmnurk, millel on antud kõrgus ja üks haar.

132. Konstrueerida ruut, kui on antud: 1) külg; 2) ümbermõõt.

133. Konstrueerida rööpkülik, kui on antud: 1) kaks külge ja nende vahelnurk; 2) kaks küige ja nurkjoon.

134. Konstrueerida romb, kui on antud külg ja nurk.

Ringjoone pikkus ja ringi pindala.

135. Leida ringjoone pikkus, kui raadius on 5 sm; 10 sm; 25 sm.

136. Leida ringjoone pikkus, kui raadius on 1,5 dm; 3,8 m.

137. Leida 36°-lise kaare pikkus, kui raadius on 6 sm.

138. leida 50°-lise kaare pikkus, kui raadius on 8 sm 2,5 dm.

139. Leida 70°-lise kaare pikkus, kui raadius on 12 sm; 15 sm.

140. Leida 60°-lise kaare pikkus, kui läbimõõt on 16 sm; 30 sm.

141. Leida 5°-lise kaare pikkus, kui läbimõõt on 40 sm; 28 dm.

142. Taskukella ümbermõõt on 15,7 sm. Leida läbimõõt ($\pi = 3{,}14$).

143. Ümmarguse torni välimine ümbermõõt on 23,55 m, sisemine ümbermõõt aga 15,7 m. Leida torni müüri paksus ($\pi = 3{,}14$).

144. 361,8 g traadist on tehtud 10 ühesuurust rõngast. Leida rõnga läbimõõt, kui on teada, et 1 sm traati kaalub 1,5 g.

145. Sõiduriista tagumine ratas, mille ümbermõõt on 3,3 m, tegi teatud maa ulatusel 40 tiiru, kuna esimene ratas tegi sama maa ulatusel 50 tiiru. Leida esimese ratta läbimõõt ($\pi = \frac{22}{7}$).

146. Leida ringi pindala, kui raadius on 5 sm.

147. Leida ringi pindala, kui raadius on 10 sm, 16 sm.

148. Leida ringi pindala, kui läbimõõt on 8 sm, 24 sm.

149. Leida ringi pindala, kui läbimõõt on 36 sm, 25 dm.

Sarnased joonised. Jooniste muutmine.

150. Joonestada kolm vastavalt võrdsete nurkadega kolmnurka.

151. Joonestada kaks kolmnurka nii. et ühe küljed oleksid 2 korda vähemad kui teise küljed.

152. Joonestada kaks kolmnurka nii, et ühe kolmnurga külgede pikkused suhtuksid teise kolmnurga külgede pikkustesse nõnda kui 1,5 : 2.

153. Joonestada kaks kolmnurka nii, et ühe kolmnurga iga külg moodustaks $\frac{3}{7}$ osa teise kolmnurga vastavast küljest.

154. Kolmnurga *ABC* küljed on 4,2 m, 3,6 m ja 2,7 m. Kolmnurgaga *ABC* sarnase kolmnurga *abc* kõige suurem külg on 1,4 m. Leida kolmnurga *abc* teised küljed.

155. Joonestada $\triangle\, abc$, mis oleks sarnane kolmnurgaga *ABC*, nii et $ab = \frac{3}{4} AB$.

156. Joonestada $\triangle$ klm sarnane kolmnurgaga *KLM*, nii et $\frac{1}{2}\, lm = \frac{3}{5} LM$.

157. Joonestada $\triangle\, abc$ sarnane kolmnurgaga *ABC*, nii et $ab : AB = 1\frac{1}{2} : 4$.

158. Joonestada $\triangle\, abc$ sarnane kolmnurgaga *ABC*, nii et $ab : AB = 2{,}5 : 3$.

159. Tarvis teha kast, mille pikkus oleks $58\frac{1}{2}$ sm ja laius $19\frac{1}{2}$ sm. Kasti kõrgus on aga laiusest nii mitu korda vähem, kui mitu korda on laius pikkusest vähem. Leida kasti ruumala.

160. Kolmnurga ABC küljed on $AB = 18$ sm, $AC = 27$ sm. Sirge DE lõikab neist külgedest sirglõigud $AD = 13\frac{1}{2}$ sm ja $AE = 20\frac{1}{4}$ sm. Tõesta, et $DE \parallel BC$.

161. Kolmnurga ABC küljed on $AB = 16$ sm. $AC = 22$ sm ja $BC = 30$ sm. Sirge AB punktist D on tõmmatud $DE \parallel BC$. Leida DE ja AE, kui $AD = 10$ sm.

162. Kolmnurga KLM küljed on $KL = 4$ sm, $KM = 5\frac{1}{2}$ sm ja $LM = 7\frac{1}{2}$ sm. Sirge KL punktist D on tõmmatud sirge $DE \parallel LM$. Leida DE ja EM, kui $KD = 3$ sm.

163. Kolmnurgad ABC ja abc on sarnased, kusjuures $AB = 8$ sm, $BC = 9$ sm ja $AC = 15$ sm. Leida ab ja ac, kui $bc = 7\frac{1}{2}$ sm.

164. Leida sirglõikude $a = 2$ sm, $b = 3$ sm ja $c = 4$ sm neljas võrdeline.

165. Leida sirglõikude $AB = 4$ sm, $CD = 3$ sm ja $LM = 5$ sm neljas võrdeline.

166. Antud ruudu külg on 5 sm. Kui suur on ruuduga võrdse kolmnurga kõrgus, kui kolmnurga alus võrdub ruudu küljega.

167. Ruut muuta ruuduga võrdseks püstkülikuks, mille kõrgus on $\frac{1}{2}$ ruudu küljest.

168. Püslkülik, mille küljed on $a = 8$ sm ja $b = 6$ sm, muuta püstkülikuga võrdseks kolmnurgaks, mille alus on 12 sm.

169. Kolmnurk, mille alus 15 sm ja kõrgus 12 sm, muuta temaga võrdseks püstkülikuks, mille alus on 10 sm. Leida püstküliku kõrgus.

170. Trapets, mille keskjoon on 20 sm ja kõrgus 6 sm, muuta temaga võrdseks kolmnurgaks, mille alus on trapetsi keskjoon. Leida kolmnurga kõrgus.

171. Kolmnurk, mille alus on 16 sm ja kõrgus 12 sm' muuta trapetsiks, mille keskjooneks oleks kolmnurga [illegible]gus. Leida trapetsi kõrgus.

172. Täisnurkse kolmnuga kaatetite summa on 7 sm, kaatetite vahe 1 sm. Leida selle kolmnurga pindala.

173. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 20 sm, üks kaatet 12 sm. Leida kolmnurga pindala.

174. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 45 sm, üks kaatet 36 sm. Leida selle kolmnurga pindala.

175. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi ja kaateti summa on $20\frac{1}{4}$ sm, vahe $2\frac{1}{4}$ sm. Leida kolmnurga pindala.

176. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi ja kaateti summa on 20 sm, vahe $2\frac{1}{2}$ sm. Leida selle kolmuurga pindala.

177. On antud kaks ruutu, mille küljed on vastavalt 5 sm ja 8 sm. Joonestada ruut, mis võrduks antud ruutude summaga.

178. Antud ruutude küljed on 8 sm ja 4 sm. Joonestada ruut, mis võrduks antud ruutude vahega.

179. Antud 3 ruudu küljed on 3 sm, 8 sm, 10 sm. Joonestada ruut, mis võrduks antud ruutude summaga.

180. Joonestada ruut, mis on antud ruudust 2 korda suurem.

181. Joonestada antud rööpkülikuga võrdne püstkülik.

182. Muuta antud püstkülik temaga võrdseks rööpkülikus.

183. Rööpküliku alus on 6 m; kõrgus moodustab $\frac{2}{3}$ alusest. Rööpkülikuga võrdse kolmnurga alus on 3 m. Leida kolmnurga kõrgus.

184. Suurendada võrdkülgset kolmnurka 2 korda; 3 korda.

185. Vähendada võrdkülgset kolmnurka 2; 3; 4; 5 korda.

186. Jagada kolmnurk 3; 4; 5 võrdseks osaks.

187. Jagada rööpkülik 2; 4 võrdseks osaks.

188. Jagada rööpkülik 3; 5 võrdseks osaks.

189. Jagada rööpkülik kaheks osaks nii, et üks osa moodustaks $\frac{3}{4}$ teisest.

190. Jagada trapets 2, 3, 4 võrdseks osaks.

191. Muuta trapets temaga võrdseks rööpkülikuks.

192. Muuta trapets temaga võrdseks kolmnurgaks.

193. Muuta trapets temaga võrdseks püstkülikuks.

194. Muuta püstkülik temaga võrdseks trapetsiks.

Plaanistamine. Vähendatud mõõt.

195. Kolmnurgelise maatüki *ABC* küljed on : *AB* = 200 m, *BC* = 225 m ja *AC* = 375 m. Joonestada maatüki *ABC* plaan, võttes mõõtkavss 100 m asemel 1 sm.

196. Püstküliku-kujulise põllu pikkus on 375 m ja laius 175 m.. Joonestada selle põllu plaan, võttes mõõtkavas 100 m asemel 1 sm.

197. Võttes mõõtkavas 10 dm asemel 10 sm joonestada kolmnurga *ABC* plaan, kui kolmnurga küljed on 136 dm, 153 dm ja 98 dm.

198. Maakoht on plaanistatud mõõtkava järele: 100 m asemel 1 sm. Leida maakoha pindala, kui plaani pindala ou 84 sm ^{2}.

199. Plaanil on kujutatud 800-hektaariline põld püstkülikuna, mille alus on 10 sm ja kõrgus 5 sm. Missugust mõõtkava tarvitati plaanistamisel?

200. Hulknurga-kujulisel maakoha plaanil on ühe külje pikkus 1,6 sm, looduses aga 800 m. Leida mõõtkava.

Algarvude tabel 1000-de piiris:

1	41	101	167	239	313	397	467	569	643	733	823	911
2	43	103	173	241	317	401	479	571	647	739	827	919
3	47	107	179	251	331	409	487	577	653	743	829	929
5	53	109	181	257	337	419	491	587	659	751	839	937
7	59	113	191	263	347	421	499	593	661	757	853	941
11	61	127	193	269	349	431	503	599	673	761	857	947
13	67	131	197	271	353	433	509	601	677	769	859	953
17	71	137	199	277	359	439	521	607	683	773	863	967
19	73	139	211	281	367	443	523	613	691	787	877	971
23	79	149	223	283	373	449	541	617	701	797	881	977
29	83	151	227	293	379	457	547	619	709	809	883	983
31	89	157	229	307	383	461	557	631	719	811	887	991
37	97	163	233	311	389	463	563	641	727	821	907	997

SISU.

Arvude jagatavus.

Harilikud murrud.

Suhted, võrded ja võrdelised suurused.

Ligikaudne arvutamine.

2

Samad autorid on kirjutanud järgmised raa

1) Pealadu V. Tammani kirjastuses

(Tartus, Tähe uul. nr. 84, telef. 4-44).

K. R. Veski ja J. Grünthal:

Aritmeetika I õppeaasta, III trükk. Hind 50 mk.
Aritmeetika ja geomeetria IV õppeaasta, IV trükk. Hind 80 mk.
Aritmeetika ja geomeetria V õppeaasta, IV trükk. Hind 80 mk.
Aritmeetika, algebra ja geomeetria VI õppeaasta. II trükk. Hind 120 mk.
K. N. Rashevski. Stereomeetria, II trükk. Hind 90 mk.

K. R. Veski ja A. Raudsepp:

Planimeetriliste ülesannete kogu keskkoolidele, algkoolide täiendusklassidele ja iseõppijaile. Hind 80 mk.

И. Верендель:

К. Р. Вески и Ю. Грюнталь. Арифметика и геометрия, III год обучения. Цена 80 марок.

2) Kirjastanud K. o./ü. „Loodus“

(Tartu, Vana uul. nr. 1).

K. R. Veski ja J. Grünthal:

Aritmeetika ja geomeetria II õppeaasta, III trükk. Hind 65 mk.
Aritmeetika ja geomeetria III õppeaasta, III trükk. Hind 90 mk.
N. Shaposhnikov ja N. Valtsev. Algebraliste ülesannete kogu I jagu II trükk. Hind 150 mk.

K. R. Veski ja J. Verendel:

Stereomeetriliste ülesannete kogu. Hind 100 mk.

K. R. Veski:

K. N. Rashevski. Planimeetria. Hind 175 mk.

И. Верендель:

К. Р. Вески и Ю. Грюнталь. Арифметика, II год обучения. Цена 70 марок.

3) Pealadu J. Kaarna raamatukaupluses

(Tartu, Promenadi uul. 14, telef. 5-70).

K. R. Veski ja J. Grünthal:

N. Shaposhnikov ja N. Valtsev. Algebraliste ülesannete kogu II jagu. Hind 160 mk.

Hind 80 marka.

Hind 80 marka.

K. R. Veski ja J. Grünthal: Aritmeetika ja geomeetria V õppeaasta.

K. R. Veski
Tartu õpetajateseminari matemaatika ja matemaatika metoodika õpetaja

J. Grünthal
endine H. Treffneri gümnaasiumi matemaatika õpetaja

Aritmeetika ja geomeetria

V õppeaasta

Neljas trükk.

Autori kirjastus — Tartus, 1925.