

**J. LANG**

**FÜÜSIKA**  
**GÜMNAASIUMILE**

**I**

**KIRJASTUS OSAÜHING „LOODUS“**  
**TARTU** **TALLINN**



7-11156  
J. LANG

# F Ü Ü S I K A

G Ü M N A A S I U M I L E

I

VEDELIKUD JA GAASID.  
SOOJUS. MEHAANIKA

25333

Haridusministeeriumi poolt koolidele  
tarvitamiseks lubatud

IRJASTUS OSAÜHING „LODUS“  
ARTU 1938 TALLINN



2-60904

A-11156

ARHIIVKOGU

K./Ü. „Looduse“ keeleline korrektor H. Pürkop.

K. Mattieseni trükikoda o.-ü., Tartu, 1938.

## Eessõna.

Käesolev „Füüsika gümnaasiumile“ I on määratud õpikuks gümnaasiumi I klassile. Tema loomulikuks jätkuks on V. Erlemanni poolt koostatud „Füüsika gümnaasiumile“ II gümnaasiumi II klassile. Vastav III klassi õpik ilmub 1939./40. õppeaasta alguses. Kuigi mitmelt poolt on avaldatud soovi, et gümnaasiumi füüsika õpik peaks ilmuma tervikteosena ühes köites, pole mitmesugustel praktilistel põhjustel võimalik juba nüüd, esimeses trükkis, asuda selle mõtte teostamisele. Hiljemini aga, kui kõik osad on juba ilmunud ja tegelikus töös läbi proovitud, pole takistusi gümnaasiumi füüsika kursuse avaldamisel ühes köites, kui selle järele on tõepoolest vajadust.

Aine käsitlusel pole kinni peetud õppekavades antud aine järjestusest. Arvestades mehaanika mõistete omandamise suhtelist raskust, on mehaanika osa paigutatud kursuse lõppu. Keskkoolis juba käsitlust leidnud mehaanika mõisteist piisab vedelikkude, gaaside ja soojuse nähtustest arusaamiseks.

Antud järjekord ei takista õpiku kasutamist ka teissuguse ainejärjestuse puhul, kui õpetaja seda mõnesugustel põhjustel paremaks peab.

Erilise raskuse moodustab õppekavas R-haru jaoks ettenähtud kaldviske analüütiline käsitlus, sest analüütiline geomeetria ja analüüs algab alles II klassis. Üldse on kahju, et mehaanika käsitlusel nii tarvilikud matemaatika mõisted esinevad alles järgmises klassis ning seetõttu ei saa pakkuda tuge füüsika käsitlusele. Sellest hoolimata on jäetud mehaanika kursusse mõningaid analüüsi rakendusi, mis võib tulla kasuks kursuse kordamisel järgmistes klassides.

Kõrvuti õppekavades märgitud uue materjaliga on antud sellega seoses olevate küsimuste kohta lühikesi kokkuvõtteid keskkooli kursusest, et hõlbustada pideva süstemaatilise ülevaate saamist kogu füüsika kursusest, ühtlasi aga ka endise kursuse kordamist. Hoopis lihtsatest ja omaette seisvatest küsimustest, nagu õhurõhuline ja temperatuuri mõõtmine, on üle mindud kordamisküsimuste esitamisele. Kui palju sellest kordamismaterjalist tuleb klassiga ühisele käsitlusele, kui palju õpilastele iseseisvaks tööks, see jäägu õpetaja otsustada. Üksikud välja-

poole põhikursust ulatuvad küsimused on laotud peenikese kirjaga. Need on mõeldud paremate õpilaste huvi rahuldamiseks, mitte aga üldiseks käsitluseks klassis.

Autor on teadlik oma ülesande raskuses — koostada õpikut koolitüübi jaoks, mis alles kujunemisejärgus. Seetõttu on mitmedki puudused vältimatud. Nende kõrvaldamiseks edaspidi palub autor endale lahkesti teatada kõigist puudustest, mis raamatu kasutajad tegelikus töös tähele pannud. Ühtlasi kasutan siin võimalust, et avaldada südamlikku tänu Tehnikaülikooli õppejõule E. Kilks on'ile, õp. F. Laarens'ile, õp. A. Mitt'ile ja prof. A. Paris'ele, kes käesoleva õpiku käsikirjas läbi vaadanud ning autorile kasulikke näpunäiteid andnud.

Tartu, lõikusuul 1938.

**Autor.**

# Vedelikud ja gaasid.

## Rõhumise nähtused vedelikkudes.

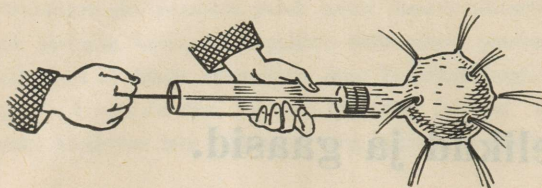
**1. Vedelikkude üldomadused.** Vedelikud (vesi, piiritus, petrooleum jne.) koosnevad osakesist, mis on üksteise suhtes kergesti liikuvad, seepärast puudub vedelikel kindel kuju. Vastandina gaasidele pole vedelikud kuigi suurel määral kokkusurutavad — neil on oma kindel ruumala. Sellele vaatamata on vedeliku-osakeste vahel tühja ruumi, mis näiteks järeldeb piirituse ja vee segamise katsest (1 liiter piiritust segatud 1 liitri veega annab 1,94 liitrit segu). Ka ei püsi vedeliku-osakesed paigal, vaid nad on alalises liikumises, mis järeldeb segunemis-, aurumis- jne. nähtustist. Osakeste kergest liikuvusest järeldeb, et vedelik võib tasakaalustada ainult ta pinnaga risti (normaalselt), mitte aga puuteliselt (tangentsiaalselt) rakendatud tunge. Seetõttu ongi vedeliku vaba pind alati rõhtus, s. o. risti raskustungiga. Kontrolli seda nurklaua ja loe abil!

**2. Rõhu edasiandumine vedelikus. Pascal'i seadus.** Rõhumise all mõistetakse tungi rakendamist kehale pinna kaudu. Näiteks tool rõhub põrandat toolijala ja põranda kokkupuute pinnal, maja sein rõhub oma raskusega maja alusmüüri jne. Üldse võivad tahked kehad anda edasi rõhumist peaaegu ainult ühes teatavas suunas.

Kuidas vedelikud rõhumist edasi annavad, seda näitab meile järgmine katse (1. joon.).

Õõnes kera on ühendatud toruga, milles käib tihedalt edasi-tagasi kolb. Täidame riista veega ja rõhume kolviga. Kera augu-

kesist purskuvad nüüd veejoad igas suunas laiali. Kõik joad on ühetugevused; see näitab, et kolvi rõhumine vees andub edasi igas suunas ühteviisi. Sama nähtus kordub ka kõigi teiste vedelikkudega. Tähendab, **kõik vedelikud annavad rõhumist edasi igas**



1. joon. Rõhu edasiandumine vedelikus.

**suunas ja ühteviisi.** Selle vedelikkude põhiomaduse avastas prantsuse teadusmees Pascal (1623—1662), mistõttu seda ka **Pascal'i seaduseks** nimetatakse.

Rõhumise suuruse üle otsustamiseks on vaja teada ühele pinnauhikule mõjuva tungi suurus, näiteks 2 kg 1 cm<sup>2</sup> peale ehk lühidalt  $2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ , 5 grammi 1 mm<sup>2</sup> peale ehk  $5 \frac{\text{g}}{\text{mm}^2}$  jne. Rõhumised on võrdsed, kui võrdsetele pindadele mõjuvad võrdsed rõhumistungid. Rõhumist  $1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  nimet. **tehniliseks atmosfääriks (at.)**.

Üldkujul väljendub rõhumine tehnilistes atmosfäärides ( $R$ ) valemiga

$$R = \frac{f}{S},$$

kui  $f$  mõõdab antud pinnale mõjuvat tungi kg-des ja  $S$  vastavat pindala suurust cm<sup>2</sup>-tes.

1. Ühetonnine raskus lasub pinnal 1 m<sup>2</sup>. Kui suur on sel korral rõhk tehnilistes atmosfäärides?

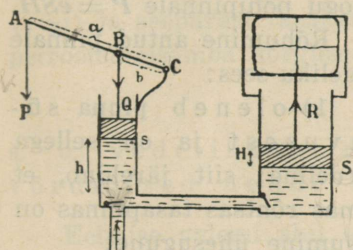
2. Leia  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ -tes rõhumine lumele, mille tekitab suusataja (75 kg) lumel seistes, kui suuskade pikkus on 2,2 m ja laius 7,5 cm?

3. Mitmeatmosfäärilise rõhumise all on 20 m kõrge telliskiviseina alusmüür?

4. Nööpnõela otsa, mille pind 0,01 mm<sup>2</sup>, rõhutakse vastu klaasi 3 g tugevuselt. Kui suur on rõhumine atmosfäärides klaasile nööpnõela otsaga kokku puutepinnal?

3. **Vesipress.** Pascal'i seadusel põhineb vesipressi ehitus. Selle riistaga on võimalik tekitada suuri rõhumisi. Vesipressi tegevus selgub 2. joon. Olgu näiteks parempoolse silindri läbilõige  $S$  vasempoolse silindri läbilõikest  $s$  10 korda suurem, siis lükkab vedelik parempoolset kolvi 10 korda tugevamini alt üles

kui kang vasempoolset kolbi ülalt alla, sest rõhumine igale pinnaühikule on ühesugune. Rõhumist väiksemas silindris suurendatakse kangi abil. Rõhumist edasiandvaks vedelikuks võib olla mistahes vedelik; harilikult tarvitatakse selleks õlisid.



2. joon. Vesipress.

Vesipress leiab laialdast praktilist kasutamist ehitusmaterjalide tugevuse proovimisel, kohe date ainete (puuvill) kokkupressimisel jne.

1. Leia 2. joonisest: a) Kui tugevasti lükkab vedelik suuremat kolbi üles, kui kangi otsa A alla rõhuda 20 kg tugevuselt? b) Palju tõuseb suurem kolb, kui kangi ots A allapoole lükata 30 cm?

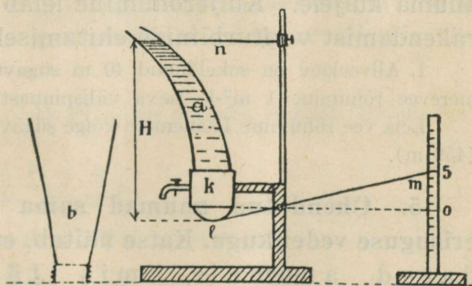
2. Võrdle kangi otsa allalükkamisel tehtud tööd selle tööga, mis teeb kolb ülesliikumisel. Näita, et  $Qh = RH$ !

3. Vesipressi kolbide läbimõõtude suhe on 1:5, samuti ka pumbakangi õlgade pikkuste suhe. Kui tugevasti peab kangi õlale rõhuma, et tekitada 3-tonnist rõhumist? Kui suurt rõhumist võib tekitada oma raskusega inimene, kes kaalub 60 kg?

120 g, 1,5 t.

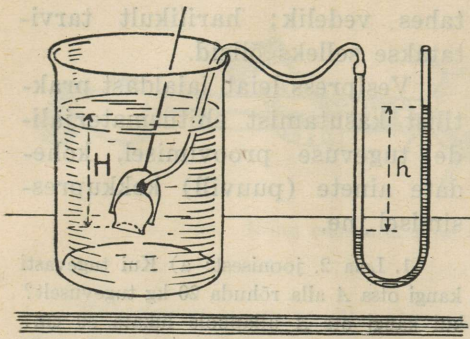
4. Vedeliku rõhumine anuma põhjale ja vedeliku sees. Vedelik ei anna edasi mitte üksnes temale väljastpoolt tekitatud rõhumist, vaid ka vedeliku enda osakeste raskuse rõhumist. Nii rõhuvad ülemised vedeliku osakesed neist allpool olevaid, need omakorda järgmisi, jne. Seetõttu mitte üksnes anuma põhi ja küljed, vaid ka iga pinnaelement vedeliku sees on alalise rõhumise all, mis tekib vedeliku raskusest.

Katsed näitavad, et vedeliku rõhumine põhjale ei olene anuma kujust, vaid ainult põhipinna ja anuma sügavuse suuruselt ning vedeliku erikaalust. Rõhumine põhjale võrdub alati selle vedeliku püstsamba raskusega, mille aluseks on anuma põhi ja kõrguseks põhja keskmine sügavus.



3. joon. Rõhumine põhipinnale ei olene anuma kujust.

Kui anumaa põhipinna suurus on  $S$  cm<sup>2</sup>, sügavus (kaugus vabast pinnast ehk nivoost)  $H$  cm ja vedeliku erikaal  $e \frac{g}{\text{cm}^3}$ , siis on rõhumise suurus ( $P$ ) grammides kogu põhipinnale  $P = eSH$ .



4. joon. Rõhumine vedeliku sees.

Rõhumine antud pinnale vedeliku sees:

1) oleneb pinna sügavusest ja on sellega võrdeline; siit järeldub, et samas rõhtsas tasapinnas on rõhumine ühesugune;

2) ei olene a) sellest, mis asendis on antud pind (orientatsioonist), kui aga keskmine sügavus ei muutu, ega b) anumakujust.

Rõhumise suurus grammides, vedeliku sees ( $P$ ) antud pindalale ( $S$ ) võrdub selle vedeliku püstsamba raskusega, mille aluseks on antud pindala ( $S$ ) ja kõrguseks ( $H$ ) aluse keskmine sügavus, s. o.

$$P = eSH.$$

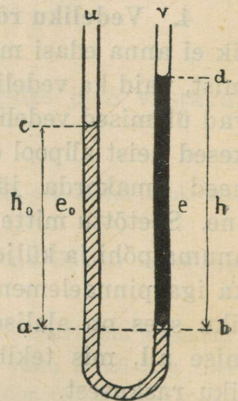
Eelmine valem väljendab ka rõhumist anumaa küljele. Küljerõhumine leiab laialdast rakendamist vesiturbiinide ehitamisel.

1. Allveelaev on sukeldunud 40 m sügavusele. Leia merevee rõhumine 1 m<sup>2</sup>-le laeva välispinnast.

Leia vee rõhumine Läänemere kõige sügavamas kohas (459 m).

5. Ühendatud anumad sama ja kahe erisuguse vedelikuga. Katse näitab, et ühendatud anumais, mis täidetud sama vedelikuga, on vedeliku vaba pind (nivoost) alati rõhtus.

Valame nüüd ühendatud anumaisse (5. joon.) kaht erisugust vedelikku, näiteks vett (haru  $u$ ) ja petrooleumi (haru  $v$ ). Et paremini näha, värvime petrooleumi *Radix alcanneae* abil punaseks. Nüüd näeme, et petrooleumisamba nivoost ( $d$ ) seisab vee omast ( $c$ ) kõrgemal. Tasakaalu korral peab samas



5. joon. Ühendatud anumad.

rõhtsaa läbilõikes  $ab$  mõlema vedelikusamba rõhumine igale pinnahükule, näit.  $1 \text{ cm}^2$ , olema ühesugune, s. o.  $e_0 h_0 = eh$ , kus  $e_0$  ja  $e$  on vastavad erikaalud. Allpool nivood  $ab$  on torus sama vedelik (vesi) ja seepärast tasakaalus. Siit saame lihtsa valemi vee- ja petrooleumisamba kõrguse võrdlemiseks, nimelt:

$$\frac{h_0}{h} = \frac{e}{e_0},$$

s. o. vedelikusammaste kõrgused on pöördvõrdelised nende erikaaludega.

Eelmise valemi abil saame määrata vedeliku erikaalu, sest  $e = \frac{h_0}{h} e_0$ . Olgu katsest saadud  $h_0 = 24 \text{ cm}$ ,  $h = 30 \text{ cm}$ ; vee erikaal  $e_0 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , siis järelikult  $e = \frac{24}{30} \cdot 1 = 0,8 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$ .

Seleta ühendatud anumate omaduse põhjal järgmiste riistade ja seadmete tarvitamist: aurukatelde veeklaas, loodimisriist ehk nivelliir, veevärk, purskkaev, kohvikann jne.

Ühendatud anumates on vee nivoo elavhõbeda nivooast 63 cm kõrgemal. Leia elavhõbeda ja vee samba kõrgused.

**6. Erikaalu määramine Archimedese seaduse põhjal.** Rõhu edasiandumise seadustest vedelikes järgneb: **iga vedelikk asetatud keha kaotab oma kaalust niipalju, kui palju kaalub vedelik selle keha ruumala suuruses** (Archimedese seadus). Selle vedelikkude omaduse põhjal on lihtne määrata kehade erikaalu, sest kehade kaalukaotus vees grammides võrdub arvuliselt selle keha ruumalaga  $\text{cm}^3$ -tes.

a) Kui keha kaalub õhus  $P$  g, vees  $P_1$  g, siis on keha ruumala  $P - P_1 \text{ cm}^3$  ja erikaal

$$e = \frac{P}{P - P_1} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Näide. Rauatüki  $P = 390$  g,  $P_1 = 340$  g, sellest saame

$$e = \frac{390}{390 - 340} = \frac{390}{50} = 7,8 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right).$$

b) Kui keha vees põhja ei vaju, näiteks kork, siis tuleb teda erikaalu leidmisel ühendada mõne raskema kehaga (seatina). Olgu korgi kaal õhus  $P$  g, seatina kaal vees  $Q_1$  g ja seatina kaal ühes korgiga vees  $P_1$  g, siis on korgi ruumala  $P - (P_1 - Q_1)$  ehk  $P - P_1 + Q_1 \text{ cm}^3$  (tõesta seda!) ja erikaal:

$$e = \frac{P}{P - P_1 + Q_1} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Näide. Korgitüki  $P = 8,9$  g,  $P_1 = 64,5$  g,  $Q_1 = 105,8$  g; leia  $e$ !

c) Vedeliku, näiteks petrooleumi, erikaalu leidmiseks võtame niisuguse keha, mis vees ja antud vedelikus vajub põhja ning ei lahustu, ja vaatame, kui palju kaotab ta oma kaalust antud vedelikus ja vees kaaludes. Saadud arvude suhe ongi otsitav erikaal. Kaalugu näiteks rauatükk õhus  $P$  g, petrooleumis  $P_1$  g ja vees  $P_2$  g, siis on petrooleumi kaal rauatüki ruumala suuruses  $P - P_1$  g ja ruumala  $P - P_2$  cm<sup>3</sup> ning erikaal

$$c = \frac{P - P_1}{P - P_2} \frac{g}{\text{cm}^3}.$$

Näide. Rauatüki  $P = 89,6$  g,  $P_1 = 80,9$ ,  $P_2 = 78,9$  g; leia petrooleumi  $e!$

1. Kui palju kaalub lootsik, mis 110 liitrit vett välja surub?
2. Vette asetatud keha kaotab oma kaalust vees 5 g. Kui palju kaotab oma kaalust sama keha, asetatult piiritusse, elavhõbedasse?
3. Seatinatükk kaalub vees 104 g. Kui palju kaalub ta õhus?
4. Mees suudab õhus üles kergitada 100-kilogrammise kivi. Kui suur on kivi ruumala (m<sup>3</sup>), mille sama mees jõuab vees üles kergitada (erikaal 2,5)?
5. Kui palju kaalub kivi, mis elavhõbedas ujudes 12 cm<sup>3</sup> sisse vajub? Kui suur on selle kivi ruumala (erikaal 2,5)?
6. Vees ujuvast jääpangast ulatub 10 m<sup>3</sup> veepinnast kõrgemale. Kui suur on selle jääpanga ruumala ja kaal?
7. Kui palju puhast kulda oli Sürakuusa kuninga Hiero kroonis, kui see kaalus õhus 5 kg ja vees 4,7 kg, oletades, et kullale ainult hõbedat oli juurde lisatud?
8. Vaskkera kaalub õhus 264 g, vees aga 221 g. Kas see keha on täis või õõnes? Kui suur oleks viimasel juhul õõnsuse ruumala?
9. Keha kaalub 200 g ja vajub petrooleumis ujudes sisse  $\frac{1}{4}$  oma ruumalast. Leia selle keha ruumala ja erikaal!

## Rõhumisnähtused gaasides.

7. Mõned gaaside üldomadused. Gaasid (õhk, süsihappening valgustusgaas jne.) koosnevad väikestest osakestest, molekulidest, mille vahel ei ole märgata sidet.

Gaasi molekulid on alalises liikumises. See järeldub gaaside segunemisnähtustest (samasse kinnisse anumasse kaht erisugust gaasi juhtides saame nende ühtlase segu, lõhnade levimine jne.).

Gaasimolekulide suurest liikuvusest järeldub, et gaasidel ei ole kindlat kuju.

Samuti on gaasid kergesti kokkusurutavad, s. o. molekulidevaheline ruum on võrreldes molekulide endi ruumalaga nähtavasti väga suur. Täheandab, gaasidel puudub kindel ruumala. Nõnda siis võime kujutella gaasi koosnevana suu- rest hulgast molekulidest, mis liiguvad ruumis vabalt suure kiiru-

sega. Sellest siis ka gaaside omadus lõpmata paisuda ja täita ühtlaselt ruumi kinnises anumas.

Samuti kui vedelik võib gaas tasakaalustada ainult ta pinnaga risti (normaalselt), mitte aga puuteliselt (tangentsiaalselt) rakendatud tunge; ka rõhumist annavad gaasid edasi igas suunas ja ühteviisi (Pascal'i seadus), mis kerge näidata 1. joonisel kujutatud riistaga, tarvitades vee asemel suitsu.

Aineosakesed, millest gaasid koosnevad, tungivad samuti maa poole kui tahkete ja vedelate kehade aineosakesed. Tähendab, gaasidelgi on raskus, neid võib kaaluda, ehkki tahkete ja vedelate kehadega võrreldes on gaasid väga kerged. Näiteks 1 liiter õhku kaalub normaaltingimustes (temp. 0° ja rõhumine 760 mm) 1,293 grammi.

Et Pascal'i seadus on kehtiv gaaside kohta ja gaasidel on raskus, siis kehtivad rõhumise kohta gaasides samad korrapärasused, kui rõhumise kohta vedelikeski. Nii näiteks ülemiste kihide raskuse mõjul kokkusurutud õhk rõhub iga keha, millega ta kokku puutub, ja mitte ainult ülalt alla, vaid igas suunas. Samuti kui vedelikuski oleneb õhu rõhumise suurus kõrgemal oleva õhusamba raskusest. Edasi iga õhku (gaasi) asetatud keha kaotab oma kaalust niipalju, kui palju kaalub õhk (gaas) selle keha ruumala suuruses (Archimedese seadus gaaside kohta).

1. Nimeta gaaside, vedelikude ja tahkete kehade ühised ning erilised omadused.

2. Kui palju kaalub 1 m<sup>3</sup> (sinu klassitoe täis) õhku?

3. Nimeta mõned õhu rõhumist tõestavad katsed.

4. Leia kg-des õhurõhumise suurus 1 cm<sup>2</sup>, 1 mm<sup>2</sup> ja 1 m<sup>2</sup> kohta.

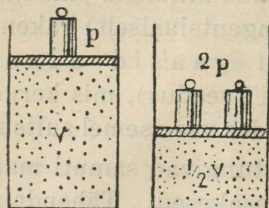
5. Mitme kilogrammi võrra on õhurõhumine inimese keha välispinnale (2 m<sup>2</sup>) Türi raadiomasti tipus (196 m) väiksem kui maapinnal? Kas inimene tunneb seda rõhumise vahet?

6. Millisel gaaside omadusel põhineb õhupallide (aerostaat) ja õhulaevade (tsepeliin) ehitus?

**8. Boyle-Mariotte'i seadus.** Teame, et gaasid muudavad rõhumise muutumisel kergesti oma ruumala, nimelt: rõhumise suurenedes gaasi ruumala väheneb ja ümberpöörduvalt.

Kujutluse põhjal, et gaas koosneb kiiresti liikuvaist molekulist, on gaasi rõhumine molekulide alalise „pommitamise“ (põr-

gete) tagajärg. Sellest järeldub, et ruumala vähenedes näiteks 2 korda molekulide poolt anuma seina pommitamine (põrgete arv) läheb 2 korda sagedamaks (seleta ligemalt, mispärast), s. o. rõhumine suureneb 2 korda (6. joon.).



6. joon. Gaasi ruumala vähenemine rõhumise suurenedes.

Kõverasse torru, kui kraan *K* lahti, valame elavhõbedat kuni nivooni *ab* (7. joon.). Keerame kraani kinni, seega eraldame torus *ac* teatava hulga õhku, mille rõhumine võrdub välisõhu rõhumisega. Lahtises torus elavhõbedat juurde valades suurendame eraldatud õhu rõhumist niikaua, kuni ta ruumala endisega võrreldes läheb 2 korda väiksemaks. Nüüd mõdame elavhõbeda nivooode vahe lahtises ja kinnises harus; see võrdub elavhõbeda-samba kõrgusega baromeetris. Tähendab, endisega võrreldes on nüüd õhk kinnises torus 2 korda suurema rõhumise all (õhurõhumine + elavhõbeda-samba oma). Et gaasi ruumala oleneb ka temperatuurist, tuleb kogu katse jooksul temperatuur jätta muutumatuks.

Märkus: Eespoolkirjeldatud katse korraldamiseks sellekohase riista puudumisel võib väga hästi demonstrearida Boyle'i seadust peenikese (seesmine läbimõõt ~ 2 mm) umbes 80 cm pikkuse klaastoru abil. Lähemalt selle kohta vaata: E. Kilkson, Füüsika praktilised tööd keskkoolis, töö nr. 21.

Rõhumise (*p*) suurust muutes ja vastavaid ruumala (*v*) suurusi mõõtes leidis R. Boyle nende kahe suuruse vahel järgmise olenevuse:

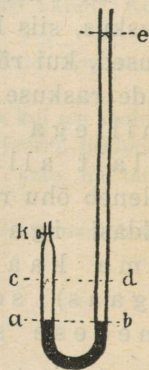
Jäävas temperatuuris on antud gaasihulga rõhumine (*p*) pöördvõrdeline ruumalaga (*v*), s. o.

$$p : p_1 = v_1 : v \text{ ehk } pv = p_1 v_1 = \text{const.}$$

Et antud gaasihulga ruumala vähendades ta tihedus suureneb nii mitu korda, kui mitu korda vähenes ruumala, siis võime Boyle'i seaduse väljendada ka järgmiselt:

Jäävas temperatuuris on antud gaasihulga tihedus võrdeline rõhumisega.

Boyle'ist täiesti lahus, kuid veidi (17 aastat) hiljemini, leidis sama korrapärase gaaside ruumala ja rõhumise vahel ka prantslane Edmonde Mariotte



7. joon. Boyle'i katse.

(1620—1684), kes oli ametilt kloostrülem. Seepärast nimetame käsitletavat seadust mõlema teadusmehe auks Boyle-Mariotte'i seaduseks, ehkki inglased seda nimetavad Boyle'i ja prantslased Mariotte'i seaduseks.

Tuleb silmas pidada, et Boyle-Mariotte'i seadus ei ole mitte päris täpne, isearanis kõrgete rõhumiste ja madalate temperatuuride puhul. Ka ei käitu kõik gaasid ühteviisi täpselt selle seaduse kohaselt, näiteks vesinik rohkem kui hapnik. Lämmastik seisab võrdlemisi lähedal ideaalgaasile.

1. Leia ligikaudu õhu tihedus Everesti tipul, kus rõhumine on ainult umbes 25 cm! Mitu korda minutis tuleks seal sisse ja välja hingata, et niisama palju hapnikku kopsudesse juhtida kui maapinnal?

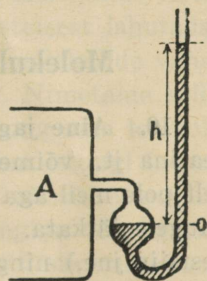
2. Missuguse rõhumise puhul oleks õhu tihedus vee (raua, seatina) omaga ühesugune?

3. Joonesta graafik Boyle-Mariotte'i seaduse kujutamiseks (v-abstsissteljel)!

4. Manomeeter näitab, et õhupumba kupli alla järelejäänud õhu rõhumine on 2 cm. Leia selle õhu tihedus ja kaal, kui kupli ruumala on 3 l!

5. Tsepeliin, mille kera mahtuvus on 100 000 m<sup>3</sup>, lendab 500 m kõrgusel, kus rõhumine on 717 mm ja temp. 0° C. Täites gaasisalved vesinikuga, kui palju jääb õhu altrõhust üle tsepeliini oma kui ka reisijate raskuse tasakaalustamiseks?

**9. Manomeetrid.** Manomeetreid tarvitatakse gaaside ja auru rõhumise suuruse määramiseks. Lihtsaim neist on lahtiste otstega kõver toru veega, ehk nn. vesimanomeeter, nagu nägime § 4. Kui tahame tema abil määrata näiteks valgustusgaasi rõhumist linna võrgus, siis ühendame toru ühe haru gaasitoruga ja vaatame, kui palju tõuseb vesi teises (lahtises) harus kõrgemale. Olgu vee nivoode vahe  $h$  cm, siis võrdub valgustusgaasi rõhumine õhurõhumisega  $+ h$  cm kõrguse veesamba rõhumine.

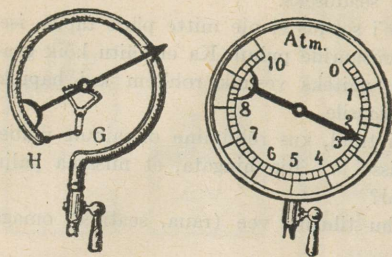


8. joon. Lahtine elavhõbe-manomeeter.

Suuremate rõhumiste mõõtmisel on kasulik tarvitada lahtises manomeetris vee, petrooleumi jne. asemel raskemat vedelikku, nimelt elavhõbedat. Ka tehakse siis harilikult toru ühe haru asemel jämedam reservuaar, et 0-punkt jääks ligikaudu muutumatuks (8. joon.). Elavhõbe-manomeeter on niivõeldi normaal-manomeeter, millega võrreldakse teisi manomeetreid.

Tööstuses tarvitatakse harilikult metall-manomeetreid (9. joon.). Nende ehitamine põhineb õhukeste seintega kõverakäänatud metalltorukeste omadusel korrapäraselt oma kuju muuta (deformeeruda), kui muutub rõhumine nende sees. Rõhumise

suurenedes läheb toru veidi sirgemaks, sest toru välispind on sise-  
pinnast suurem ja seetõttu välispinnale mõjuv kogutung on suu-  
rem. Rõhumise vähenedes tekib  
vastupidine nähtus. Kangikeste  
abil tehakse toru otsa nihkumi-  
sed nähtavaks osuti liikumiseks  
astmikul. Muidugi toimetatakse  
metall-manomeetri kalibri-  
mist mõne teise, nn. normaal-mano-  
meetri abil.



9. joon. Metall-manomeeter.

1. Leia gaasi rõhumine  $\left(\frac{g}{cm^2}\right)$  linna  
võrgus, kui 754-mm-se õhurõhumise  
puhul vesi-manomeetri nivoode vahe oli 4,5 cm.

2. Nimeta petrooleum-manomeetri head küljed, võrreldes vesi-manomeetriga (soovitav tarvitada *Radix alcaniae* abil punaseks värvitud petrooleumi).
3. Mitu korda on petrooleum-manomeeter elavhõbe-manomeetrist tundlikum?
4. Kui kõrge elavhõbeda-samm annab rõhumise 10 teh. atmosfääri?

## Molekulaarnähtused vedelikes ja gaasides.

10. Aine jagatavus. Iga ainet, näiteks vett, suhkrut, soola, seatina jt., võime jagada järjest väiksemaiks osadeks. Tehniliselt pole meil aga võimalik osakeste väiksuse tõttu jagamist liiga kaugele jätkata. Vedelikus lahustunud värvainete (fuksiin, fluorestsüin jne.) ning lõhnade levimise põhjal peame küll järeldama, et aine võib jaguneda väga väikesiks osakesiks.

11. Hüpotees ja teooria. Et meil otsese jagamise teel võimalik pole leida aine kõige väiksemat osakest, siis on teadus teoreetiliselt loonud kujutluse kehade aine ehituse kohta. Niisugune teoreetiliselt loodud kujutus, mis võimaldab tervet rida mitmekesiseid nähtusi ühisest vaatepunktist rahuldavalt seletada, nimet. **hüpoteesiks**. Hüpotees on õieti **oletus** selle kohta, mis võiks olla. Arusaadav, et hüpotees võib püsida ainult niikaua, kuni ta kõiki nähtusi, mille seletamiseks see hüpotees loodud, suudab rahuldavalt seletada. Hüpotees tuleb muuta või hoopis kõrvale heita, kui leitakse nähtused, mis tarvitusel olevale hüpoteesile vastu käivad. Hüpotees ühes kõigi temast tehtud järeldustega nimet. **teooriaks**. Teaduse arenemisel mängib hüpotees väga tähtsat osa, vaatamata sellele, et neid on tulnud kaunis sagedasti muuta ja koguni hoopis kõrvale jätta. Teaduse arenemise eesmärgiks on võimalikult väikese arvu hüpotheside abil seletada kõiki meile tuntud nähtusi.

**12. Kehade ehitus molekulaarteooria põhjal.** Keemiast tuntud aatomteooria järgi koosnevad kõik kehad väikesist keemiliselt jagamata osakesist — **aatomeist**. Iga lihtaine ehk element (hapnik, vesinik, seatina, raud jne.) koosneb eri liiki aatomeist. Sama lihtaine aatomid on kõik ühesugused. Lihtaine (vesi, süsihappegaas jne.) kõige väiksem osa — **molekul** — koosneb aatomeist. Ka lihtaine aatomid esinevad sageli seotult kahe-, kolme- jne. kaupa molekulideks; näiteks koosnevad vesiniku ja hapniku molekulid kahest aatomist, osoon kolmest hapniku-aatomist jne.

Et erinevate lihtainete aatomid ei ole ühesuguse massiga ja nende arv molekulides võib olla väga mitmesugune, siis on loomulik, et ka molekulid, kui aatomite liitmisel tekkinud moodustised, massilt üksteisest erinevad. Peale massi võivad molekulid erineda üksteisest veel oma sisemiselt ehituselt ja liikumise kiiruselt.

**13. Kohesioontung.** Selle põhjal, kuivõrra tugevasti on keha molekulid üksteisega seotud, jagame kõik kehad kolme liiki: tahked, vedelad ja gaasilised kehad. Tahke keha molekulide vahel on side võrdlemisi tugev, sest neid on raske üksteisest lahutada. Nähtuse seletuseks tuleb oletada, et tahke keha molekulide vahel mõjub mingisugune tung, mis neid koos hoiab. Nimetame selle tungi üldiselt **kohesioontungiks**. Mis kohesioontung oma loomult õieti on, seda me ei tea, samuti ei tea me ka raskustungi loomu kohta midagi ligemat öelda. Väga võimalik, et kohesioontung on oma loomult üldise tõmbe- ehk gravitatsioonitungiga ühesugune, kuid paljude ainete puhul sarnaneb ta elektrostaatiliste tungidega.

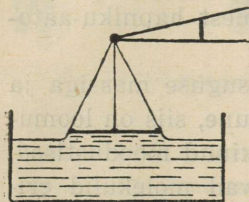
Ka vedeliku molekulide vahel mõjuvad kohesioontungid, ehkki nõrgemini kui tahke keha molekulide vahel; selle tõenduseks on vedeliku-osakeste suur liikuvus üksteise suhtes, tilga kuju, mis alati enam-vähem ümmargune (õli-, veetilk), jne.

Gaasi-osakeste vahel nende hõreduse ja suure kiiruse tõttu on kohesioontungide mõju vaevalt märgatav.

**14. Adhesioontung.** Klaasi vette lastes jäävad vee molekulid klaasi molekulide külge, tolmu- ja õlmepartiküljed jäävad peegli, riiete jne. külge. Nimetame tunge, mis üksteisega koos hoiavad erisuguste kehade molekule, **adhesioontungideks**. Tahket keha (klaas) vedelikku kastes näeme, et üks vedelik (vesi) hakkab tahkele kehale külge, teeb ta märjaks, teine vedelik (elavhõbe) aga mitte. Esi- mesel juhul ütleme, et vedelik **märgab** seda tahket keha, teisel

juhul ei märga ta seda mitte. Nii näiteks märgab vesi klaasi, rauda, puud jne., ei märga aga rasva, steariini, parafini jne. Nende nähtuste seletamiseks tuleb oletada, et märgamise korral on adhesioontungid kohesioontungidest suuremad, mittemärgamise korral aga ümberpöörduvad.

Kohesioon- ja adhesioontungide suuruse selgituseks teeme veel järgmise katse (10. joon.). Kaalukangi külge riputatud klaasplaadikest vette lastes ja pärast välja võttes näeme, et vesi plaadi veepinnast kõrgemale kerkimisel ei katke, vaid plaadikesele veidi järele tuleb. Katsest järeldame, et klaasi ja vee molekulide vahel mõjuv adhesioontung on suurem vee molekulide vahel mõjuvast kohesioontungist (muidu ei tõstaks klaas vett üles). Teisele vaekausile vihte asetades kuni plaadi veest lahtitulemiseni võime otsustada vedeliku molekulide vahel mõjuvate kohesioontungide suuruse üle.



10. joon. Vee ko- ja adhesioon.

Sama katse elavhõbedaga näitab, et kohesioontung elavhõbeda molekulide vahel on suurem kui adhesioontung elavhõbeda ja klaasi molekulide vahel.

Ka kõva keha ja gaasi vahel mõjuvad adhesioontungid, mille tõenduseks on lõhnade külgejäamine kehadele (valgustusgaas kummivoolikuile, suitsu ja teised lõhnad riideile jne.).

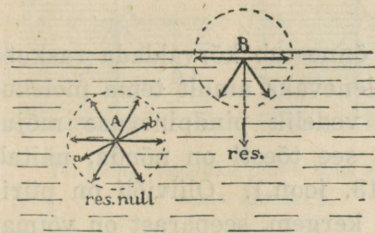
1. Seleta kohesioon- ja adhesioontungide abil järgmised nähtused: metallide (raud jne.) kokkujootmine kõrges temperatuuris, pliiatsisüdamiku valmistamine grafiidipulbrist pressimise abil, tilkade tekkimine, tindiga kirjutamine, liimimine, kleepimine, tinutamine jne.

2. Mispärast ei tarvitata villaseid ega siidist käterätte? Miks ei saa rasvasele paberile kirjutada?

**15. Pindpinevus.** Katkimurtud ja uuesti tugevasti kokkukurutud keha osad ei jää enam kokku. Ainult üksikuil juhtudel (lihvitud klaasipinnad, seatina jne.) on märgata lahutatud osade nõrka kokkujäämist. Sellest näeme, et kohesioontungid mõjuvad aine molekulide vahel ainult siis, kui molekulid on üksteisele hästi lähedal. Molekulidevahelise kauguse suurenedes väheneb kiiresti ka kohesioontung. Piirkonda, milles antud molekul tema ümber olevaile molekulidele (naabermolekulidele) veel tunduvalt mõju avaldab, nimet. molekulaartungide mõju piirkon-

n a k s; teda võime kujutella sfäärina, mille tsentris on antud molekul (11. joon.).

Molekulid on suuruselt väga väikesed. Nii näiteks on süsihappegaasi ( $\text{CO}_2$ ) molekuli läbimõõt  $\sim 0,3 \cdot 10^{-6}$  mm. Seetõttu ei ole kuigi suur ka molekulaartungide mõjupiirkond.

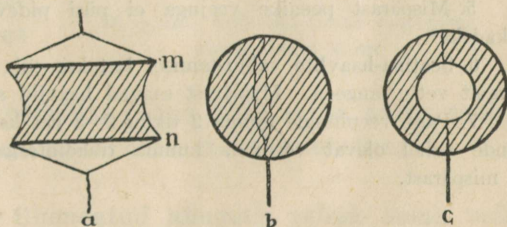


11. joon. Naabermolekulide mõju.

Molekulide vahel mõjuvate tungide toimega on seletatavad vedeliku vaba pinna erisugused omadused. Nagu näha 11. joon., on igale molekulile mõjuvate naabermolekulide toime tasakaalustatud ainult siis, kui molekul asub pinnast küllalt kaugel (molekul

A), sest niisugusel juhul on võimalik leida igale molekulile ( $a$ ) samast mõjupiirkonnast antud molekuli suhtes sümmeetriliselt asetatud teist molekuli ( $b$ ), mis esimese toimet tasakaalustab (resultant on null). Pinna läheduses asuvate molekulide ( $B$ ) suhtes on aga ülekaalus nende naabermolekulide toime, mis asuvad vabale pinnale vastasküljes. Siit järeldub, et kohesioontungide toimel vedeliku vaba pindkile püüab koomale tõmbuda, et võimalikult vähendada vedeliku vaba pinda. Seda vedeliku vaba pindkile omadust koomale tõmbuda sarnaselt pineviletõmmatud kummikelmega nimetame p i n d p i n e v u s e k s. Tema põhjal on võimalik seletada suurt hulka nähtusi.

Võtame 12. joon. kujutatud traatide  $m$  ja  $n$  vahele seebivee kelme. Püüdes võimalikult kokku tõmbuda, lähevad küljeniidid sissepoole kõveraks ja tõstavad alumise traadi  $n$  üles. Traate teineteisest eemale tõmmates ja alumist traati vabaks lastes kordub sama nähtus.



12. joon. Kontuurid pindpinevuse näitamiseks.

Traadist kontuuril (12. joon.  $b$ ) on tehtud niidist aas. Kui aasa seest vedelikelme katki teha (kuuma traadiga läbi pistes), siis veab ümberolev kelme aasa täiesti ümmarguseks, sest ringil on tasapinnalistest kujunditest sama ümbermõõdu (perimeetri) juures kõige suurem pindala.

Seebimullid tõmbuvad seistes kokku. — Väikeses hulgas võetud vedeliku (tilgad) kuju on enam-vähem ümmargune, sest siin ei ole raskuse mõju nii tunduv ja vedelik võtab endale kuju, mis on tingitud ta molekulaartungidest. Pindpinevuse tõttu püüab keha niisugusel juhul endale võtta kõige väiksema pinna. Nagu geometriast teame, on keral antud ruumala juures kõige väiksem pindala, seepärast on siis ka vedelik tilkades enam-vähem kerakujuline.

**16. Plateau katse.** Kui meil õnnestub kõrvaldada raskuse mõju ja teha vedeliku pinnakuju olenevaks ainult tema molekulaartungidest, siis peab iga vaba vedelik pindpinevuse mõjul võtma kera kuju. Et see tõesti on nõnda, näitab meile Plateau katse (13. joon.). Oliiviõli on piiritusest raskem ja veest kergem, seepärast on võimalik valmistada veest ja piiritusest segu, mille erikaal võrdub õli erikaaluga. Niisuguses segus, nagu teame, on õli igas kohas tasakaalus, sest õli raskustung on Archimedese seaduse põhjal tasakaalustatud segu altrõhuga. Pipetiga õli segusse juhtides näeme, et õli võtab pindkile kokkutõmbuvuse tõttu kera kuju.

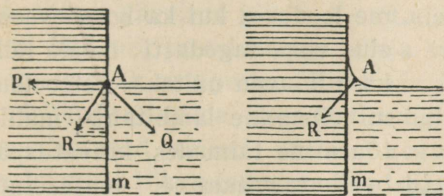


13. joon. Õli-tilk piirituse ja vee segus.

1. Seleta pindpinevuse põhjal nõela, samuti žiletitera ujumine ja putukate kõndimine veepinnal!
2. § 15 andmeil arvuta, mitu süsihappegaasi molekuli mahuks ühe kuupmillimeetri suurusesse ruumalasse, kui molekulide vahel sugugi ei oleks tühja ruumi.
3. Kõvale pinnale (laud) langenud veepiisad ei ole mitte nii ümmargused kui pehmele (tolm, tuhk) pinnale langenud piisad. Mispärast?
4. Elavhõbeda tilgad on veetilkadest tublisti ümmargusamad. Mispärast?
5. Mispärast peenike veejuga ei püsi pidevana, vaid jaguneb üksikuiks tilkadeks?
6. Seatina-haavlite valmistamisel lastakse sula seatina läbi sellekohase sõela kõrgelt vette langeda. Mispärast saavad haavlid seejuures ümmargused?
7. Pane veepinnale ujuma 2 tikku 2–3 cm kaugusele teineteisest! Puuduta nende vahel olevat veepinda kuuma traadiotsaga! Pane tähele, mis juhtub ja mispärast.

**17. Vedeliku vaba pind anuma seinas läheduses.** Varemini nägime, et vedeliku vaba pind (nivoo) on alati rõhtus. Kuid see on õige ainult siis, kui jätta arvestamata molekulaartungide mõju pinna kujundamisel. Tõepoolest aga annab anuma seinas läheduses molekulaartungide mõju end seevõrra tunda, et vedeliku pind muutub ühes või teises suunas kõveraks.

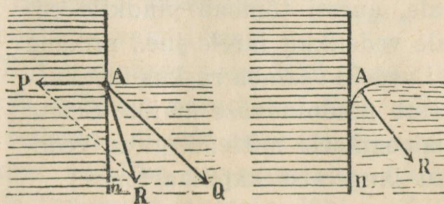
Võtame näiteks vee ja klaasi kokkupuute kohal (14. joon.) väikese vee-osakese (A). Olgu vee ja klaasi adhesioontungide



14. joon. Vedeliku pinna tõus anumava seina ääres.

resultant  $P$ , kohesioontungide resultant vee osakeste vahel  $Q$ . Kui antud vee-osake on küllalt väike, võime raskuse jätta arvestamata. Et vesi märgab klaasi, siis on adhesioontungid kohesioontungidest suuremad ja  $P$  ning  $Q$  resultant  $R$  suunatud anumava seina (klaasi) sisse. Vedeliku põhiomadusist (§ 1) teame, et tasakaalu korral peab vedeliku nivoo olema risti vedeliku osakestele mõjuva resultant-tungiga. Selleks siis peab veepind klaasiseina ääres muutuma ülespoole nõgusaks, nagu katse seda tõepoolest ka näitab.

Kui vedelik seina ei märga (elavhõbe, klaas), siis on kohesioontung vedeliku-osakeste vahel adhesioontungist suurem, ning molekulaartungide ühine resultant  $R$  on suunatud vedeliku sisse (15. joon.). Resultandi  $R$  tasakaalustamiseks muutub niisugusel korral vedeliku vaba pind seina ääres ülespoole kumeraks.

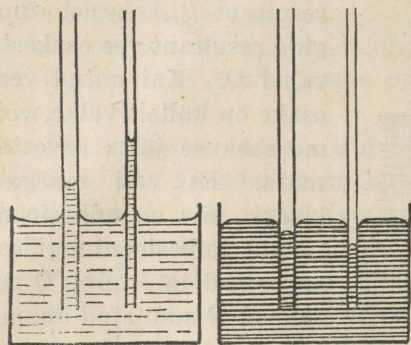


15. joon. Vedeliku pinna langemine anumava seina ääres.

Nagu näha, oleneb vedeliku pinna kuju seina ääres sellest, missuguses vahekorras on adhesioon- ja kohesioontungid.

**18. Kapillaarsus.** Ühendatud anumais seisab sama vedeliku vaba pind ühes rõhtsas tasapinnas. Kuid see on õige, kui molekulaartungide mõju raskusega võrreldes on tühine (küllalt suure läbilõikega anumad). Peenikestes, jõhv- ehk kapillaartorudes ei või jätta molekulaartungide mõju tähele panemata. Nii näitab katse, et peenikeses torus seisab märgav vedelik (vesi, klaas) kõrgemal, mittemärgav aga madalamal nivoost lahtises

anumas (16. joon.). Niisugust nähtust nimet. kapillaarsu- seks ehk jõhvuseks.

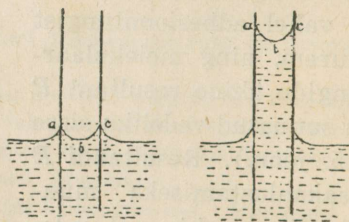


16. joon. Vedeliku nivoo kapillaar- torudes.

Kapillaarsuse nähtusi leia- me looduses kui ka igapäevases elus väga sagedasti; nende hul- ka kuuluvad näiteks: petrooleu- mi tõusmine lambitahis, mahla tõusmine taimedes, kuivatuspa- beri tarvitamine, majaseinte niiskus jne.

Vedeliku tõusu kapillaar- torudes võime seletada pindpi- nevuse abil. Kui vedelik mär- gab toru seina, siis on vedeliku pind torus (menisk) nõgus

(17. joon., esimene). Pindkile *abc* püüab end võimalikult sir- geks tõmmata ja tõstab kohesioontungide mõjul osa vedelikku enda järele. Vedeliku pinna sirgenedes tõusevad adhesioontun- gide mõjul pindkile ääred kõrge- male, uuesti tõmbab pindkile en- dale vedelikku järele jne., niikaua kui vedelikusamba raskus tasakaa- lustab pindpinevuse mõju. Seleta analoogiliselt mittemärgava vede- liku langemist kapillaartorus!



17. joon. Pindkile hoiab ülal vedelikusamba.

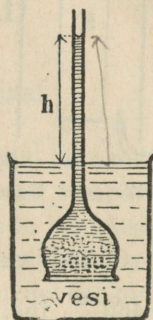
Katse kui ka matemaatiline arutus näitab, et vedeliku tõusu (vastavalt langemise) suurus kapillaartorudes on pöördvõrdeline toru raadiusega ja vedeliku erikaaluga ning võrdeline pindpinevusega (Jurini seadused).

1. Missugune põld kardab rohkem põuda: kas hästiharitud või harimata?
2. Ruumi niiskuse suurendamiseks riputatakse sagedasti käterätid otsapidi vette. Seleta, kuidas see mõjub!
3. Rasvapekkide kõrvaldamiseks riideist tarvitatakse sagedasti järgmist võtet: kaetakse see koht kuivatuspaberiga ja triigitakse kuuma rauaga. Seleta, kuidas see mõjub!
4. Kas elavhõbe tõuseks mööda lambitahti üles?

19. **Difusioon ja osmoos.** Vedelikkude difusiooni all mõeldakse kahe vedeliku segunemist nende otsesel kokkupuutumisel. Valame näiteks klaastorru värvitud vett ja vee peale ettevaatlikult värvitud piiritust. (Laia anumad tarvitades on kasulik vesi läbi piirituse lehtriiga põhja valada.) Piiritus on veest kergem ja jääb vee peale. Kuid aja jooksul võime tähele panna, et vedelikud nii-öelda iseendast tungivad teineteise sisse ja lõpuks moodustavad täiesti ühtlase segu. Nähtust on lihtne seletada molekulide liikumisega molekulaarteooria põhjal.

Ka tahkete kehade juures on difusiooninähtusi tähele pandud. Kui kullakihi asetada seatinakiht, siis võib mõne aja pärast leida kulda kogu seatinakihi ulatusel.

Vedelikkude segunemine ei toimu mitte ainult nende otsesel kokkupuutumisel, vaid ka siis, kui vedelikud on lahutatud teineteisest poorse vaheseinaga, nagu põiekelme, pärgamentpaber jne. On võimalik valmistada ka sääraseid vaheseinu, mis lasevad läbi vaid lahustaja molekuli, mitte aga lahustatud aine molekuli. Säärast vaheseina (membraani) nimetatakse poolläbilaskvaks (semi-permeaabliks) vaheseinaks. Kui anumasse veega (18. joon.) on asetatud säärane poolläbilaskva põhjaga varustatud nõu, milles on  $\text{CuSO}_4$ -lahus, siis tungib sellesse välisest anumast lahustaja (vesi), lahjendades lahust, kuni vedeliku sammas selles tõuseb teatavale kõrgusele. Lahustaja tungimist lahusesse läbi poolläbilaskva membraani nimetatakse osmoosiks. Sellest tingitud rõhku, mida võime arvutada vedelikusamba kõrguse ( $h$ ) alusel, nimetatakse osmoootseks rõhuks.



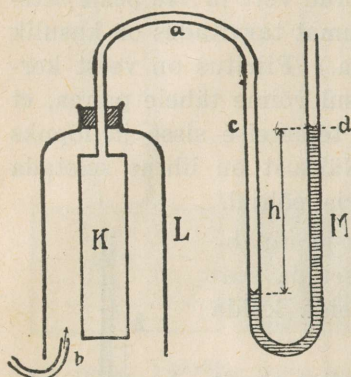
18. joon.  
Osmoos.

1. Too näiteid osmoosi kohta looduses!
2. Kuidas tarvitatakse kuivatatud marju, näiteks sõstraid, tee asemel?

20. **Gaaside difusioon.** Gaaside segunemine ehk difusioon ei toimu üksnes nende otsesel kokkupuutumisel, vaid ka läbi poorse vaheseina, mis selgub 19. joon. kujutatud katsest.

Poorne (urbne) anum  $K$  on ühendatud kummitoru  $a$  abil vesimanomeetriga  $M$ . Anum  $K$  on asetatud anumasse  $L$ . Õhk tungib vabalt läbi seina pooride anumasse  $K$  ja tasakaalustab rõhumise manomeetri vabale otsale. Kui aga juhtida anuma  $L$  alla toru  $b$  kaudu mõnd kergemat gaasi, näiteks valgustusgaasi, siis tõu-

seb manomeetri harus  $d$  vesi otsekohe kõrgemale. Sellest järeldame, et valgustusgaasi molekulid tungivad kiiresti anumasse  $K$ , suurendades selles rõhumist. Võtame anuma  $K$  anumast  $L$  välja, siis tekib vastupidine nähtus: vesi manomeetris tõuseb



19. joon. Gaaside difusioon.

torus  $c$  kõrgemale kui torus  $d$ , millest järeldame, et gaasi rõhumine anumasse  $K$  on väiksem rõhumisest vabas õhus. Rõhumise vähenemine võis tekkida selle tõttu, et valgustusgaasi molekulid liiguvad kiiremini kui õhu molekulid ja seepärast tuleb välja anumast  $K$  valgustusgaasi molekule rohkem kui õhu omi sisse.

Katse ja matemaatiline arutus näitab, et gaasimolekulide liikumise kiirus oleneb üldse gaasi ainest ja temperatuurist ning suureneb viimase tõusmisega.

Gaasimolekulide liikumise kiirus on võrdlemisi suur: nii näiteks on

$0^{\circ} \text{C}$  t $^{\circ}$ -l vesinikumolekuli kiirus  $1700 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , hapnikumolekulil

$\sim 450 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  jne. Sirgjooneliselt suure kiirusega liikudes põrkavad molekulid vastu seina, teda rõhudes, või vastu teisi molekule, muutes seejuures oma suunda. Molekulide liikumine on korraldamatu liikumine oma suunalt kui ka kiiruse suuruselt, s. o. igas suunas liigub umbes niisama palju molekule teatava keskmise kiirusega.

## Soojus.

### Tahkete kehade paisumine soojendamisel.

21. **Soojus kineetilise teooria põhjal.** Iga keha ainemolekulid on alalises liikumises, mille kiirusest oleneb keha temperatuur. Gaasimolekulid, võrreldes vedelikkude ja kõvade kehadega, on väga hõredalt ruumis, seepärast ei avalda kohesioontungid neile peaaegu mingisugust mõju ja kogu soojuse juurdevool gaasis muutub molekulide kineetiliseks ehk liikumisenergiaks.

Tahke ja vedela keha molekulid on üksteisega tugevasti seotud kohesioontungidega ega saa seepärast vabalt liikuda nagu gaasimolekulid. Kuid nemadki on alalises võnkliikumises oma keskmise asukoha ümber. Temperatuuri tõustes läheb tahke ja vedela keha molekulide võnkliikumine tugevamaks (amplituud suureneb), s. o. suureneb molekulide liikumisenergia.

Temperatuuri tõusmisega suureneb molekulide kineetiline energia järjest ja teataval temperatuuril saavutab ta säärase suuruse, mis ületab molekulide vahelised kohesioontungid. Siis toimub aine agregaatoleku muutumine vedelikust auruks.

Iga liikuv keha võib teha tööd, temas on energiat. Soojus on keha molekulide kineetiline ehk liikumisenergia, tähendab, tema arvel saab teha tööd, nagu meie seda teame aurumasinast. Samuti, ümberpöördult, on võimalik liikumisenergiat muuta soojuseks (hoog, hõõrdumine).

Kõneldes molekulide liikumisest peab silmas pidama, et see on täiesti korraldamatu (kaootiline) liikumine oma suunalt kui ka suuruselt: üks molekul liigub ühes, teine teises suunas, ka sama molekul võib igal momendil liikuda eri suunas. Kiiruse suurused

erinevad üksteisest ja võib kõnelda ainult antud temperatuurile vastavast molekulide keskmisest kiirusest.

1. Missugustel nähtustel põhineb temperatuuri mõõtmine?
2. Missugused termomeetri skaalad on meil tarvitusel ja kuidas on nad saadud?
3. Kuidas arvutame temperatuuri ühest skaalast teise?

**22. Paisumisest üldse.** Igapäevase elu tähelepanekuist teame, et kõigil kehadel, olgu nad tahked, vedelad või gaasid, on ühine omadus — soojenemisel paisuda, jahtumisel aga kokku tõmbuda.

Too näiteid kehade paisumise kohta!

Kehade paisumise lähemal tundmaõppimisel tehakse vahet piki- ehk joon-, pind- ja ruumpaisumise vahel.

Tahkete kehade juures võime tähele panna kõiki kolme paisumisliiki, kuna vedelikkude ja gaaside juures võib kõnelda ainult ruumpaisumisest.

Kineetilise teooria põhjal hakkavad keha molekulid temperatuuri tõusmisel liikuma suurema kiiruse ja amplituudiga, tarvitades selleks ka loomulikult rohkem ruumi, mille tagajärjeks ongi keha üldine paisumine.

**23. Tahkete kehade joonpaisumise koefitsient.** Katsed näitavad, et kõik kehad ei paisu temperatuuri tõusmisel ühteviisi. Kõige suuremal määral paisuvad gaasid, siis vedelikud ja kõige vähem tahked kehad. Kuid ka tahked kehad on väga erisuguse paisumisega. On leitud koguni sulameid (terasnikkel ehk invar), kus paisumist peaaegu üldse pole märgata.

Nagu hiljemini selgub (§ 25 ja 26), on võimalik kehade pind- ja ruumpaisumist arvutada joonpaisumise põhjal, seepärast on küllalt, kui tahketel kehadel katseliselt määrata ainult joonpaisumise suurus.

Katse näitab, et keha soojendamisel sama kraadide arvu võrra pikeneb ligikaudu niisama palju, olenemata sellest, missugusest temperatuurist soojendamine algas.

Nii näiteks pikeneb 10 meetri pikkune raudvarb temperatuuri tõusmisel iga 10° C võrra (10°—20°, 50°—60° jne.) 1,2 millimeetrit. Seega keha pikenemine on võrdeline temperatuuri juurdekasvuga.

Keha pikenemise suurus oleneb keha esialgsest pikkusest, temperatuuri juurdekasvust ja ainest. Antud aine joonpaisumise

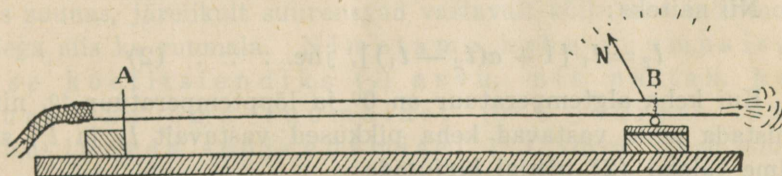
iseloostumiseks on võetud tarvitusele nn. joonpaisumise koefitsient. Nimetame aine joonpaisumise koefitsiendiks ( $\alpha$ ) arvu, mis näitab, kui suure osa oma pikkusest ( $0^{\circ}\text{ C t}^{\circ}\text{-l}$ ) pikeneb sellest ainest keha soojendamisel  $1^{\circ}\text{ C}$  võrra.

Kui näiteks vase joonpaisumise koefitsient on 0,000017, siis pikeneb vaskvarb, mille pikkus  $0^{\circ}\text{ C t}^{\circ}\text{-l}$  on 1 m, temperatuuri tõusmisel ühe kraadi võrra 0,000017 m, 1 cm pikkune varb vastavalt 0,000017 cm, jne.

Täpsed mõõtmised näitavad, et kehade pikenemine soojendamisel  $1^{\circ}\text{ C}$  võrra ei ole mitte igas temperatuuris ühesugune. Et aga kitsamas temperatuuride vahemikus ( $0^{\circ}\text{—}100^{\circ}$ ) on vahed väga väikesed, siis võime lihtsuse otstarbel joonpaisumise koefitsiendi määramisel tegelikult mitte arvestada esialgset temperatuuri, millest paisumine algas. See õigustab meid lihtsuse otstarbel defineerima joonpaisumise koefitsienti kui arvu, mis näitab, kui suure osa oma pikkusest paisub sellest ainest keha soojendamisel  $1^{\circ}\text{ C}$  võrra.

Tabeleis antakse harilikult keskmised joonpaisumise koefitsiendid, mis on õiged kitsamas temperatuuride vahemikus ( $0^{\circ}\text{—}100^{\circ}$ ).

**24. Joonpaisumise koefitsiendi määramine.** Teeme joonpaisumise koefitsiendi määramiseks järgmise katse (20. joon.). Olgu valgevasest toru kinnitatud otsast A alusele, ots B aga lasub vabalt peenikesel metallvardal (sukavarras, nõel), mille külge



20. joon. Joonpaisumise koefitsiendi määramine.

on kinnitatud osuti N (õlekõrreke). Et soojuse kaotus oleks väiksem, on toru vildiga ümber mähitud. Pikenedes soojendamise mõjul paneb toru varda veerema (soovitav teha varda alus klaasist) ja osuti pöörduv paremale poole. Osuti pöördumise nurga ( $\varphi$ ) ja varda raadiuse ( $r$ ) põhjal on võimalik arvutada toru pikenedes. Kui osuti pöörduv nurga  $\varphi^{\circ}$  võrra, siis nihkub toru ja varda puutumispunkt edasi kaare  $\frac{2\pi r \varphi}{360}$  võrra, niisama palju

nihkub edasi ka varda tsester, järelikult võrdub toru  $AB$  kogu pikenemine kahekordse toru ja varda puutepunkti edasinihkumise suurusega, s. o.  $2 \cdot \frac{2\pi r \varphi}{360}$  ehk  $\frac{\pi r \varphi}{90}$ .

Olgu toru esialgne temperatuur  $t_1 = 15,7^\circ$  (selle mõõtmiseks tuleb termomeeter tükiks ajaks toru panna) ja pikkus  $AB = l_1 = 105$  cm. Keeva vee auru torust läbi lastes tõuseb toru temperatuur ja osuti hakkab kiiresti pöörduma paremale poole. Olgu toru lõpptemperatuur  $t_2 = 99,2^\circ$ , varda diameeter  $2r = 1,5$  mm ja osuti pöördumisenurk  $\varphi = 64^\circ$ . Neist andmeist arvutame valgevase joonpaisumise koefitsiendi  $a$  järgmiselt: definitiooni põhjal on

$$a = \frac{\text{pikkuse juurdekasv}}{\text{temperatuuri juurdekasv} \cdot \text{algpikkus}}$$

ehk, tähistades lõpp-pikkuse  $l_2$ -ga, lühidalt

$$a = \frac{l_2 - l_1}{(t_2 - t_1) l_1} \dots \dots \dots (1)$$

Pikkuse juurdekasv  $l_2 - l_1 = \frac{\pi r \varphi}{90} \text{ mm} = \frac{\pi r \varphi}{90 \cdot 10} \text{ cm} = \frac{\pi \cdot 1,5 \cdot 64}{90 \cdot 10 \cdot 2} \text{ cm}$

$$\text{ja } a = \frac{\pi \cdot 1,5 \cdot 64}{90 \cdot 10 \cdot 2 \cdot (99,2 - 15,7) 105} = 0,000019.$$

Võrrand (1) seob 5 suurust ( $a$ ,  $l_2$ ,  $l_1$ ,  $t_2$  ja  $t_1$ ); teda võib iga suuruse suhtes lahendada, kui on teada 4 ülejäänud suurust.

Nii näiteks:

$$l_2 = l_1 [1 + a(t_2 - t_1)], \text{ jne. } \dots \dots (2)$$

Kui keha algtemperatuur on  $0^\circ$  ja lõpptemperatuur  $t^0$ , ning tähistada neile vastavad keha pikkused vastavalt  $l_0$  ja  $l_t$ , siis võime valemi (2) põhjal kirjutada

$$l_t = l_0 \cdot (1 + at) \dots \dots (3)$$

Kakslige  $1 + at$  nimet. paisumise binoomiks.

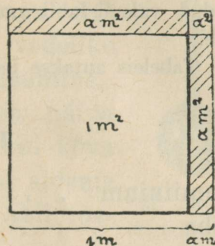
Veereva varda võtte asemel võib määrata toru  $AB$  pikenemist soojendamisel otsese mõõtmise abil mikromeetriga. Selleks tuleb toru  $AB$  külge liikuvast otsas kinnitada ristliistuke, teine samasugune ristliistuke alusele. Toru pikene-misel muutub vahe ristliistude vahel, mida mõõdetakse otseselt mikromeetriga.

1. Kui palju ( $\mu$ ) suureneb kuldsõrmuse avaus soojendamisel  $30^\circ$  võrra, kui sõrmuse läbimõõt on 2 cm?

2. Kui suur on plaatina joonpaisumise koefitsient, kui 10 m pikkune plaatinast varb soojenedes  $0^\circ$ -st  $100^\circ$ -ni pikeneb 9 mm võrra?

**25. Pindpaisumise koefitsient.** Keha paisumisel soojendamisel suureneb ka ta pindala. Analoogiliselt joonpaisumisega nimetame keha pindpaisumise koefitsiendiks ( $\beta$ ) arvu, mis näitab, kui suure osa oma pindalast ( $0^{\circ} \text{ C } t^0-1$ ) saab keha juurde soojendamisel  $1^{\circ} \text{ C}$  võrra.

Olgu näiteks 21. joon. kujutatud kuubi üks tahk, mille serva pikkus antud temperatuuris on 1 m ja pindala  $1 \text{ m}^2$ . Kuubi soojendamisel  $1^{\circ} \text{ C}$  võrra pikeneb iga serv  $\alpha$  m võrra ning iga tahu pindala on siis  $(1 + \alpha)^2$  ehk  $(1 + 2\alpha + \alpha^2) \text{ m}^2$ . Seega suurenes ruudu pindala  $(2\alpha + \alpha^2) \text{ m}^2$  võrra (joonisel viirutatud osa). Et  $\alpha^2$  on väga väike arv, siis võime tegelikult ruudu pindala suurenemisel arvestada ainult  $2\alpha$ , mis näitabki, kui suure osa oma pindalast saab kuubi iga tahk juurde soojendamisel  $1^{\circ} \text{ C}$  võrra; tähendab, kuubi pindpaisumise koefitsient  $\beta = 2\alpha$  s. o. pindpaisumise koefitsient võrdub kahekordse joonpaisumise koefitsiendiga.



21. joon. Ruudu pindpaisumine.

1. Klassi aknaklaaside pindala (üks pool) on  $2 \text{ m}^2$ . Kui palju suureneb klaasi pindala temperatuuri tõusmisel  $20^{\circ}$  võrra? Kui suure vea teeme, võttes arvutamisel  $\beta = 2\alpha$ ?

2. Tsinkplekk-tahvli pikkus  $0^{\circ} \text{ t}^0-1$  on 150 cm, laius 75 cm. Mitme  $\text{cm}^2$  võrra suureneb selle tahvli pindala ta soojendamisel  $0^{\circ}$ -st  $50^{\circ}$ -ni?

3. Raudkera pindala suureneb temperatuuri tõustes  $0^{\circ}$ -st  $200^{\circ}$ -ni  $1 \text{ dm}^2$  võrra. Leia selle kera läbimõõt!

**26. Ruumpaisumise koefitsient.** Soojendamisel paisub keha igas suunas, järelikult suurenevad vastavalt kõik keha mõõtmed, sellega siis ka ruumala. Nimetame keha ruumpaisumise koefitsiendiks ( $\gamma$ ) arvu, mis näitab, kui suure osa oma ruumalast ( $0^{\circ} \text{ C}$  juures) saab keha juurde soojendamisel  $1^{\circ} \text{ C}$  võrra. Olgu kuubi serva pikkus (21. joon.) 1 m; soojendamisel  $1^{\circ} \text{ C}$  võrra muutub serv  $(1 + \alpha)$  m pikaks ja kuubi ruumala suureneb seejuures  $(1 + \alpha)^3 - 1$ , s. o.  $1 + 3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3 - 1$  ehk  $(3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3) \text{ m}^3$  võrra. Et  $3\alpha^2$  ja  $\alpha^3$  on oma suuruselt väga väikesed, võime kuupmeetri ruumala suurenemisel tegelikult arvestada ainult  $3\alpha$ , mis näitabki, kui suure osa oma ruumalast saab kuupmeeter juurde soojendamisel  $1^{\circ} \text{ C}$  võrra. Tähendab, ruumpaisumise koefitsient  $\gamma = 3\alpha$ .

Et pind- ja ruumpaisumis-koefitsiendid väljenduvad kergesti joonpaisumis-koefitsiendi abil, siis antakse tabelleis tahkete kehade jaoks ainult joonpaisumis-koefitsiendid.

27. Erikaalu (tiheduse) olenevus temperatuurist. Olgu keha erikaal  $0^{\circ} t^{\circ}$ -l  $e_0 \frac{g}{cm^3}$ , s. o. 1  $cm^3$  seda keha kaalub  $e_0$  g, temperatuuri tõusmisel  $t^{\circ}$  võrra muutub iga  $cm^3$  ( $1 + \gamma t$ ) kuupsentimeetriks, kuna kaal jääb endiseks ( $e_0$ ). Seega on siis  $t^{\circ}$  juures keha erikaal  $e_t = \frac{e_0}{1 + \gamma t}$ . Siit näeme, et temperatuuri tõusmisel keha erikaal, samuti ka tihedus, väheneb, temperatuuri langemisel aga suureneb. Saadud valemi abil on kerge erikaalu ümber arvutada ühest temperatuurist teise.

Tabeleis antakse harilikult erikaal  $0^{\circ} t^{\circ}$ -l.

### Joonpaisumise koefitsiendid.

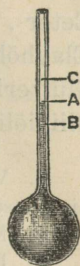
|                            |           |                     |           |
|----------------------------|-----------|---------------------|-----------|
| Alumiinium . . . . .       | 0,0000244 | Marmor . . . . .    | 0,0000117 |
| Hõbe . . . . .             | 195       | Nikkel . . . . .    | 151       |
| Inglitina . . . . .        | 225       | Plaatina . . . . .  | 092       |
| Jää . . . . .              | 507       | Raud . . . . .      | 111       |
| Klaas . . . . .            | 091       | Seatina . . . . .   | 293       |
| Kuld . . . . .             | 143       | Tsink . . . . .     | 292       |
| Kuusepuu: pikuti . . . . . | 037       | Valgevask . . . . . | 198       |
| „ risti . . . . .          | 584       | Vask . . . . .      | 171       |

1. Kui palju paisub ( $mm^3$ ) soojenedes  $300^{\circ}$  võrra raudkuup, mille serva pikkus on 5 cm?
2. Keedupudeli ruumala  $15^{\circ} t^{\circ}$ -l on  $500 cm^3$ . Leia selle keedupudeli ruumala  $0^{\circ} t^{\circ}$ -l!
3. Raudplekist anuma mahtuvus  $10^{\circ} t^{\circ}$ -l on just 5 liitrit. Kui suur on sama anuma mahtuvus  $30^{\circ} t^{\circ}$ -l?
4. Metallvarva pikkus  $100^{\circ} t^{\circ}$ -l on 6 m ja  $200^{\circ} t^{\circ}$ -l 6,01 m. Leia selle varva ruumala  $0^{\circ} t^{\circ}$ -l, kui ta ruumala  $130^{\circ} t^{\circ}$ -l on  $500 cm^3$ !

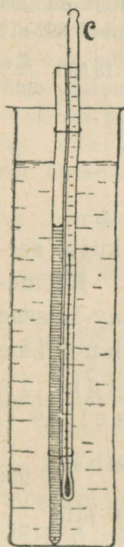
### Vedelikkude paisumine.

28. Vedelikkude tõeline ja näiv paisumine. Vedelikel puudub kindel kuju, seepärast võib kõnelda ainult vedelikkude ruumpaisumisest samas mõttes, kui seda tegime kõvade kehade puhul. Olgu peenikese toruga varustatud anum täidetud vedelikuga kriipsuni A (22. joon.). Oletame, et soojendame esiti ainult anumad, ilma et soojus edasi anduks vedelikule. Soojendamise mõjul paisub anum, ta mahtuvus suureneb ja vedelik langeb kriipsuni B. Toru ruumala AB mõõdab anuma mahtuvuse juurdekasvu. Nüüd oletame, et ka vedelik soojeneb anuma temperatuurini. Seetõttu

tõuseb vedelik torus kriipsuni  $C$  (vedelik paisub rohkem kui kõva keha). Toru ruumala  $BC$  mõõdab vedeliku ruumala juurdekasvu. Tõepoolest toimub anuma kui ka vedeliku paisumine enam-vähem kõrvuti ja me võime panna tähele ainult mõlema paisumise mõjul tekkinud muutust — vedeliku näivat paisumist, mis mõõtub toru ruumalaga  $AC$ . Nagu 22. joon. näha, on  $BC = AB + AC$ , s. o. vedeliku tõeline paisumine = näiv pais. + anuma paisumine. Samasugune side kehtib ka vedeliku tõelise ja näiva paisumise koefitsiendi vahel. Teades anuma kui kõva keha paisumiskoeffitsienti, võime leida saadud sideme põhjal vedeliku näiva paisumise koefitsiendi abil tõelise paisumise koefitsiendi.



22. joon. Vedelikku- de tõeline ja näiv pai- sumine.



23. joon. Vedelikku- de näiva paisumise määramine.

**29. Vedeliku näiva paisumise koe- fitsiendi leidmine.** Võtame peenikese klaastoru (umbes 30 cm pikk ja 3 mm õõnsuse läbi- mõõt) ja seome ta kõvasti termomeetri külge (23. joon.). Täidame toru suuremalt jaolt vedeli- kuga (petrooleum) ja asetame riista sügavasse anu- masse vette, mille sees on jäätükid. Vaatame, kui palju näitab termomeeter; ühtlasi märgime ära, mil- lise termomeetriskaala kriipsu kohal seisab vedeliku nivoo torus.

Nüüd soojendame vett anumal, sinna näiteks keeva vee auru juhtides, hoiame natukese aega tem- peratuuri jäävana ja jällegi märgime termomeetri näitamise kui ka vedeliku nivoo seisu torus termomeetriskaala abil. Mõõdame vedelikusamba pikkuse  $0^0 t^0$ -l, olgu see  $h_0$  cm, ja pikkuse vaatluse lõpul  $t^1 t^1$ -l, olgu see  $h_t$  cm. Tähistades toru läbilõike  $s$ -ga, leia- me vedeliku näiva ruumpaisumise koefitsiendi järg- miselt:

$$\frac{v_t - v_0}{tv_0} = \frac{sh_t - sh_0}{tsh_0} = \frac{h_t - h_0}{th_0}$$

Siit näeme, et vedeliku ruumala näiv paisumine on võrdeline vedelikusamba pikenemisega torus ( $h_t - h_0$ ).

## Ruumpaisumis-koefitsiendid.

|                           |                              |
|---------------------------|------------------------------|
| Bensiin . . . . . 0,00138 | Petrooleum . . . . . 0,00095 |
| Eeter . . . . . 166       | Piiritus . . . . . 104       |
| Elavhõbe . . . . . 018    | Tärpentiin . . . . . 097     |
| Glütseriin . . . . . 051  | Vesi . . . . . 043           |
| Oliiviõli . . . . . 072   | Väävelhape . . . . . 055     |

1. Võrdle elavhõbeda ja piirituse paisumist. Kumb neist paisub enam ja mis tähtsus on sel asjaolul termomeetri ehitamisel?

2. Mispoolest erineb vee paisumine teiste vedelikkude paisumisest?

3. Kui palju muutub vaaditäre piirituse (500 liitri) ruumala temperatuuri muutumisel 10<sup>0</sup>-st 20<sup>0</sup>-ni?

4. Vask-kohvimasin mahutab endasse 15<sup>0</sup> t<sup>0</sup>-l 3 liitrit vett. Mitu cm<sup>3</sup> suureneb kohvimasina mahtuvus ja mitu cm<sup>3</sup> vee ruumala soojendamisel kuni 100<sup>0</sup>?

5. Raudplekist anum mahutab endasse 10<sup>0</sup> t<sup>0</sup>-l 5 kg petrooleumi ja on just ääreni täidetud. Mitu g petrooleumi voolab anumast välja soojendamisel 30<sup>0</sup>-ni?

6. Leia elavhõbeda tihedus 100<sup>0</sup> t<sup>0</sup>-l, kui 0<sup>0</sup> puhul ta tihedus on 13,596  $\frac{g}{cm^3}$ .

## Gaaside paisumine.

30. **Gay-Lussac'i seadus.** Gaasidel ei ole kindlat kuju, seepärast võib kõnelda ainult gaaside ruumpaisumisest. Mitmesuguste gaaside paisumist uurides leidis prantslane Gay-Lussac (loe: gei lüssak) esimesena (a. 1802), et jääva rõhumise juures paisuvad kõik gaasid ühteviisi, ja nimelt nõnda, et temperatuuri tõusmisel 1<sup>0</sup> C võrra suureneb gaasi ruumala 0,00366 ehk  $\frac{1}{273}$  osa võrra oma ruumalast 0<sup>0</sup> C t<sup>0</sup>-l. Seega on siis  $\frac{1}{273}$  kõikide gaaside kohta ühine ruumpaisumis-koefitsient.

Tähistame antud gaasihulga ruumala 0<sup>0</sup> C t<sup>0</sup>-l  $v_0$ -ga, t<sup>0</sup> C t<sup>0</sup>-l  $v_t$ -ga ja gaaside ruumpaisumiskoeffitsiendi  $\alpha$ -ga, siis võime Gay-Lussac'i seaduse põhjal kirjutada:

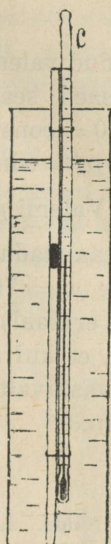
$$v_t = v_0 + \alpha v_0 t \text{ ehk } v_t = v_0(1 + \alpha t), \quad \dots (1)$$

millest järeldub: 
$$v_0 = \frac{v_t}{1 + \alpha t} \quad \dots (2)$$

Tahkete ja vedelate kehade paisumiskoeffitsientide määramisel jätsime ülemata, missuguses algtemperatuuris tuleb võtta keha paisumist koefitsiendiga näi-

datud määral. Tahkete ja vedelate kehade paisumiskoeffitsientide väiksuse tõttu ei ole sel tegelikku tähtsust, ehkki siin on õigem lugeda paisumist antud kindlast temperatuurist, näiteks 0° C. Gaaside paisumiskoeffitsient on küllalt suur, seepärast tuleb täpsuse nõudel gaaside paisumiskoeffitsiendiks nimetada arvu, mis näitab, kui suure osa oma ruumalast 0° C t<sup>0</sup>-l paisub antud gaasi hulk soojendamisel 1° C võrra, kui rõhumine on jääv.

**31. Gaaside paisumiskoeffitsiendi määramine.** Võtame ühtlase klaastoru, läbimõõduga umbes 1 mm ja ligi 20 cm pikk. Imeme toru umbes 1 cm pikkuselt elavhõbedat, sulatame toru ühe otsa kinni nõnda, et toatemperatuuris elavhõbe püsiks umbes toru keskel (24. joon.). Seega eraldame torus teatava hulga õhku. Kinnitame toru ühes termomeetriga skaalale ja asetame saadud riista anumasse, milles on vesi jääga. Märjime temperatuuri ja õhusamba kõrguse torus. Vett anumast soojendades märjime järjest (umbes 10° tagant) temperatuuri ja vastavad õhusamba kõrgused. Enne kõrguse loendamist on vaja toru pihta veidi koputada, et elavhõbe ei jääks toru seinte külge peatuma. Kui toru on ühtlase jämedusega, siis võime õhusamba pikenemise lugeda võrdeliseks ruumala suurenemisega, mille põhjal on võimalik arvutada paisumiskoeffitsienti. Olgu õhusamba kõrgus 0° puhul  $h_0$  ja  $t^0$  juures  $h_t$  ning vasta-



24. joon.  
Gaaside paisumiskoeffitsiendi määramine.

vad ruumalad  $v_0$  ja  $v_t$ , siis on  $\frac{v_t}{v_0} = \frac{h_t}{h_0}$ . Valemist  $v_t = v_0(1 + \alpha t)$  saame  $\frac{v_t}{v_0} = 1 + \alpha t$ . Järelikult  $1 + \alpha t = \frac{h_t}{h_0}$ , kust  $\alpha = \frac{h_t - h_0}{th_0}$ .

Arvuta saadud valemi põhjal vaatluse andmeist keskmised paisumiskoeffitsiendid mitmesuguses temperatuurivahemikus!

Sama meetodit võib tarvitada iga gaasi kohta.

**32. Boyle-Mariotte'i — Gay-Lussac'i valem.** Rakenduste otstarbel on kasulik Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadused väljendada ühise valemi abil. Olgu antud gaasihulga rõhumine ja ruumala 0° C korral vastavalt  $p_0$  ja  $v_0$  (algolek). Jätame temperatuuri samaks (0°) ja muudame rõhumist ( $p$ ), siis muutub Boyle-Mariotte'i seaduse järgi ka ruumala ( $v'$ ), ja nimelt nõnda (ülemineku-olek):

$$p_0 v_0 = p v' \dots \dots \dots (1)$$

Nüüd jätame rõhumise ( $p$ ) endiseks ja muudame temperatuuri ( $t$ ), siis muutub ka ruumala ( $v$ ) Gay-Lussac'i seaduse järgi (lõpp-olek) järgmiselt:

$$v = v'(1 + \alpha t) \dots \dots \dots (2)$$

Jagame  $v'$  kõrvaldamiseks (1)-st võrdust (2)-ga, saame:

$$\frac{p_0 v_0}{v} = \frac{p}{1 + \alpha t} \text{ ehk } p_0 v_0 = \frac{pv}{1 + \alpha t} \dots (3)$$

Saadud valem (3) sisaldab endas nii Boyle-Mariotte'i kui ka Gay-Lussac'i seaduse. Esimene neist järeldub, asetades valemisse  $t = 0 = \text{const.}$ , siis saame:  $p_0 v_0 = pv$ ; teine järeldub, oletades, et  $p = p_0 = \text{const.}$ , siis  $v = v_0(1 + \alpha t)$ .

Valemi  $p_0 v_0 = \frac{pv}{1 + \alpha t}$  abil on võimalik antud gaasihulga ruumala taandada nn. normaalingimustesse (temperatuur  $0^\circ \text{C}$  ja rõhuline  $p_0 = 76 \text{ cm}$ ), sest tabeleis on harilikult kõik andmed (tihedus, erikaal) antud normaalingimuste kohta. Valemist (3) järeldub, et kui antud gaasihulga temperatuur, rõhuline ja ruumala on vastavalt  $t$ ,  $p$  ja  $v$ , siis normaalingimustes selle gaasihulga ruumala

$$v_0 = \frac{pv}{p_0(1 + \alpha t)}$$

**Näide.** Leia klassis oleva õhu mass, kui klassi ruumala  $v = (9 \cdot 6 \cdot 4) \text{ m}^3$ , õhu  $p = 75 \text{ cm}$  ja  $t = 15^\circ$ .

Tiheduse valemist

$$d_0 = \frac{m}{v_0} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \text{ saame: } m = d_0 v_0 = \frac{d_0 p v}{p_0(1 + \alpha t)} = \frac{1,3 \cdot 75 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 4}{76 \left( 1 + \frac{1}{273} \cdot 15 \right)} = 262,67 \text{ (kg)}.$$

**33. Gaasi rõhumise olenevus temperatuurist. Absoluutne temperatuur.** Temperatuuri muutudes jääva rõhumise puhul muutub gaasi ruumala Gay-Lussac'i seaduse järgi. Vaatame nüüd, kuidas muutub antud gaasihulga rõhuline jäävas ruumalas, kui temperatuur muutub. Selleks jätame valemis  $p_0 v_0 = \frac{pv}{1 + \alpha t}$  ruumala konstantseks, s. o.  $v = v_0$ , siis saame:

$$p_0 = \frac{p}{1 + \alpha t} \text{ ehk } p = p_0(1 + \alpha t) \dots (1)$$

Saadud valemist näeme, et gaasi rõhuline jääva ruumala puhul on temperatuurist just niisama, kui ruumala jääva rõhumise puhul, nimelt: temperatuuri tõusmisel  $1^\circ \text{C}$  võrra suureneb gaasi rõhuline  $\alpha$  ehk  $\frac{1}{273}$  osa võrra oma rõhumisest  $0^\circ \text{C}$  t<sup>0</sup>-l. Seega siis on  $\frac{1}{273}$  kõikide gaa-

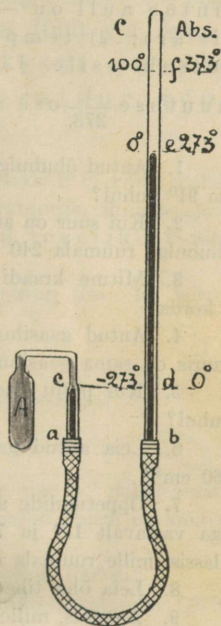
side kohta ühine rõhumise suurenemiskoeffitsient temperatuuri tõusmisel  $1^{\circ} \text{ C}$  võrra.

Boyle-Mariotte'i — Gay-Lussac'i valemist tuletatud gaaside rõhumise muutumise seaduse avastas katseliselt prantslane Charles (loe: šarl) a. 1787, seepärast nimetatakse teda sagedasti ka Charles'i seaduseks.

Valemist (1) järeldub, et temperatuuri langemisel rõhumine  $p$  väheneb. Nüüd küsime: missuguses temperatuuris gaasi rõhumine kaob hoopis ära, s. o.  $p = 0$ . Küsimuse vastamiseks lahendame võrrandi  $p_0(1 + \alpha t) = 0$   $t$  suhtes. Et  $p_0$  ei võrdu nulliga, siis peab  $1 + \alpha t = 0$ , siit  $\alpha t = -1$  ja  $t = -\frac{1}{\alpha} = -273$ .

Kineetilise teooria põhjal on gaasi rõhumine tingitud molekulide liikumisest. Kui nüüd gaasi rõhumine ära kaob, siis peab kineetilise teooria põhjal ära jääma ka molekulide liikumine; üldse gaas kaotab oma olemise, meie ei suuda enam gaasi kui niisugust kujutella. Nagu nägime, on temperatuuriks, milles gaasi rõhumine kaob,  $-273^{\circ} \text{ C}$ . Seda temperatuuri ( $-273^{\circ} \text{ C}$ ) nimetatakse **absoluutseks nulliks**. Võttes absoluutse nulli termomeetriskaala nullpunktiks, väljenduvad kõik temperatuurid ainult absoluutsete arvudega; seepärast nimetataksegi absoluutset nullist alates loendatud temperatuuri (Celsiuse pügalais) ka **absoluutseks temperatuuriks**. Harilikult tähistatakse absoluutne temperatuur  $T$ , Celsiuse skaala järgi  $t$  tähe abil.

**34. Gaastermomeeter.** Galilei ehitas oma esimese termomeetri gaasi (õhu) omadusel paisuda temperatuuri tõusmisel. Praeguse aja gaastermomeetri ehitus põhineb Charles'i seadusel, mille järgi jääva ruumala puhul on gaasi rõhumise juurdekasv võrdeline temperatuuri juurdekasvuga, nagu see järgneb valemist  $p_t = p_0(1 + \alpha t)$ . Gaastermomeetri ehitus ja tarvitamine toimub järgmiselt (25. joon.). Reservuaar  $A$  on kummitoruga  $ab$  ühendatud klaastoruga, mis otsast kinni sulatatud.  $A$  on kuni nivooni  $c$  täidetud vesinikuga; edasi on torus elavhõbe ja ruum elavhõbeda peal torus  $b$  hästi õhust tühjendatud.



25. joon.  
Gaastermomeeter.

Asetame  $A$  sulavasse jäässe. Vesiniku rõhumine  $A$ -s väheneb. Toru  $b$  ülespoole tõstes ja allapoole lastes seame elavhõbeda nivoo torus  $a$  kriipsu  $c$  kohale. Olgu seejuures vesiniku rõhumist tasakaalustava elavhõbeda nivoo torus  $b$  kriipsu  $e$  juures. Nüüd asetame  $A$  keeva vee aurusse. Vesiniku rõhumine suureneb ja ta ruumala hoidmiseks kriipsu  $c$  juures tuleb tõsta toru  $b$ . Oletame, et siis elavhõbeda nivoo torus  $b$  seisab kriipsu  $f$  juures ja elavhõbeda-sammast  $df$  tasakaalustab vesiniku rõhumise jääva ruumala juures. On selge, et vesiniku temperatuuri tõusmisel jää sulamistemperatuurist kuni vee keemistemperatuurini, vesiniku rõhumine anumas  $A$  suurenes elavhõbeda-samba  $ef$  kõrguse võrra. Märgime kriipsule  $e$   $0^{\circ}$  C ja kriipsule  $f$   $100^{\circ}$  C. Nivoode  $e$  ja  $f$  vahe jagame 100-ks võrdseks osaks. Niisama suured osad (kriipsuvahed) märgime ka ülespoole kriipsu  $f$  ja allapoole kriipsu  $e$ . Nimetame üheks temperatuuri kraadiks iga niisuguse temperatuuri muutuse, mille mõjul vesiniku rõhumine reservuaaris  $A$  muutub ühe kriipsuvahe võrra elavhõbeda kõrgusest torus  $b$ . Katse näitab, et  $de$  mahutab 273 niisugust kriipsuvahet, milliseid  $ef$ -s on 100. Sellest järeldub: 1) absoluutne null on  $-273^{\circ}$  C, sest siis kaob gaasi rõhumine hoopis ära; 2) temperatuuri muutus  $1^{\circ}$  C on niisugune, mis kutsub esile jäävas ruumalas oleval gaasil rõhumise muutuse  $\frac{1}{273}$  osa sellest, mis oli jää sulamistemperatuuris.

1. Antud õhuhulga ruumala  $0^{\circ}$  t<sup>0</sup>-l on 3 liitrit. Kui suur on sama õhu ruumala  $91^{\circ}$  puhul?

2. Kui suur on antud õhuhulga ruumala  $-25^{\circ}$  t<sup>0</sup>-l, kui  $+20^{\circ}$  puhul on sama õhuhulga ruumala 240 cm<sup>3</sup>?

3. Mitme kraadi võrra tuleb  $0^{\circ}$  õhku jahutada, et ta ruumala väheneks 2 korda?

4. Antud gaasihulga ruumala  $0^{\circ}$  juures on  $v_0$  liitrit. Missuguses temperatuuris on sama gaasihulga ruumala  $2v_0$  liitrit?

5. Kui palju kaalub normaalrõhumisel klassitais õhku ( $9 \times 6 \times 4$  m<sup>3</sup>)  $15^{\circ}$  puhul?

6. Leia antud gaasihulga ruumala  $0^{\circ}$  t<sup>0</sup>-l, kui  $-30^{\circ}$  puhul ta ruumala on 360 cm<sup>3</sup>!

7. Õppetundide alguses oli klassi õhu temp.  $12^{\circ}$  ja rõhumine 755 mm, lõpul aga vastavalt  $17^{\circ}$  ja 750 mm. Kui palju vähenes selle aja jooksul õhu raskus klassis, mille ruumala on  $9 \times 6 \times 4$  m<sup>3</sup>?

8. Leia õhu tihedus  $15^{\circ}$  t<sup>0</sup> ja 76,8 cm rõhumise puhul!

9. Anumas, mille ruumala 1 liiter, on 2 g õhku. Kui suur on selle õhu rõhumine  $100^{\circ}$  puhul?

10. Prof. Piccard stratosfääri uurimisel 1931. a. kasutas õhupalli, mille gaasiballooni mahtuvus oli 14 000 m<sup>3</sup>. Õhupall tõusis 15 781 m kõrgusele, kus baromeeter näitas 76 mm rõhumist ja termomeeter  $-55^{\circ}$  C. Kui suur oli gaasiballooni altrõhk?

## Soojushulga mõõtmine.

35. Soojushulga mõõduühikud. Keha temperatuuri tõusmist seletame soojuse juurdetulekuga, temperatuuri langemist — soojuse kaotusega selles kehas. Meile juba tuntud kineetilise teooria põhjal on soojus keha molekulide liikumisenergia. Energiat võime ühest kehast teise edasi anda ja mõõta. Samuti võime ka soojusenergiat ta hulga suhtes mõõta teatavais ühikuis.

Soojushulga (energia) mõõtmisel on võetud ühikuks see soojushulk, mille 1 g vett juurde saab (või kaotab), kui ta temperatuur tõuseb (või langeb)  $1^{\circ}\text{C}$  võrra. Nimetame selle soojushulga **grammkaloriks** ehk lihtsalt **kaloriks** (cal, ladina keelest: *calor* — soojus). **Kilogramm-kalor** ehk **kilokalor** (kcal) on 1000 väikest kalorit ja vastab soojushulgale, mis 1 kg vett juurde saab (või kaotab), kui ta temperatuur tõuseb (või langeb)  $1^{\circ}\text{C}$  võrra.

Katse näitab, et antud veehulga temperatuuri tõstmiseks  $1^{\circ}\text{C}$  võrra kulub alati (peaaegu) ühepalju soojust, vaatamata algtemperatuurile, millest algas soojendamine (kas  $0^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$  või  $60^{\circ}$  jne.), seepärast ei ole meil tegelikult tähtis kalori definitsioonis nimetada algtemperatuuri.

Leiame, kui palju kulub soojust, et 250 g vee temperatuuri tõsta  $15^{\circ}$  võrra. Tähistades otsitava soojuse hulga  $Q$ -ga, saame:

$$Q = 250 \cdot 15 \text{ cal} = 3750 \text{ cal} = 3,75 \text{ kcal.}$$

Üldse,  $m$  g vee temperatuuri tõstmiseks  $t^{\circ}$  võrra kulub soojust

$$Q = mt \text{ (cal).}$$

1. Lahenda üldisel kujul vee segamise ülesanne:  $m_1$  g vett  $t_1^{\circ}$  puhul segati  $m_2$  g veega  $t_2^{\circ}$  puhul, leida lõpptemperatuur  $t$ . Näita, et saadud valem on kehtiv ka iga teise vedeliku segamisel.

2. Kui palju kulub soojust, et 250 g vett soojendada  $15^{\circ}$ -st  $100^{\circ}$ -ni?

3. Kui palju soojust kulub selleks, et 2 liitrit vett toatemperatuurist ( $20^{\circ}$ ) soojendada  $100^{\circ}$ -ni?

4. Kui palju soojust annab ära teeklaasitäis ( $250 \text{ cm}^3$ ) vett, jahtudes  $100^{\circ}$ -st  $25^{\circ}$ -ni?

5. 3 liitrit vett andis ära jahtudes 120 kcal soojust. Kuidas muutus vee temperatuur?

6.  $1 \text{ m}^3$  vee soojendamiseks kulutati 15 000 kcal soojust. Kui palju tõusis vee temperatuur?

7. Mitme kraadi võrra soojeneb 50 g vett, kui temasse juhtida 1 kcal soojust?

8. Mitu g vett võib soojendada 0,5 kcal arvel  $10^{\circ}$  võrra?

9. Mitu liitrit vett kaotab jahutamisel  $10^{\circ}$  võrra 30 kcal soojust?

10. Mitu liitrit vett  $15^{\circ}$  t<sup>0</sup>-l tuleb segada 2 liitri veega  $60^{\circ}$  t<sup>0</sup>-l, et segu temp. oleks  $30^{\circ}$ ?

11. Segati 3 liitrit vett  $20^{\circ}$  t<sup>0</sup>-l 5 liitri veega  $12^{\circ}$  t<sup>0</sup>-l. Leia segu temperatuur!

**36. Keha soojusmahtuvus. Aine erisoojus.** Võtame 500 g rauda (naelad) ja 500 g seatina (haavlid), soojendame neid näiteks  $100^{\circ}$ -ni (keevas vees hoides) ja asetame siis ühe ühte, teise teise anumasse veega. Veehulk ja algtemperatuur olgu mõlemas anumad samad, soovitatav, et ka anumad ise oleksid ühesugused (mispärast?). Mõõtes vee temperatuuri tõusu anumais näeme, et see ei ole ühesugune, vaid raua jahtumise mõjul umbes 3 korda suurem kui seatina mõjul. Sellest järeldame, et samas hulgas võetud erisuguste ainete (raud, seatina) soojendamiseks sama kraadide arvu võrra tarvitab üks keha tublisti rohkem soojust kui teine.

Nimetame keha soojusmahtuvuseks seda soojushulka, mis keha juurde saab (või kaotab), kui ta temperatuur tõuseb (või langeb)  $1^{\circ}$  C võrra.

Kui näiteks rauatüki temperatuuri tõstmiseks  $1^{\circ}$  C võrra kulub 15 cal, siis on selle rauatüki soojusmahtuvus 15 cal, jne.

Kui keha koosneb ühtlasest ainest (tina, raud, vask, puu jne.), siis on kerge ta soojusmahtuvust leida selle aine 1 massiühiku (g, kg) soojusmahtuvuse ehk erisoojuse põhjal. Tähendab, **aine erisoojus** näitab soojushulka (g-kaloreis), mis 1 g seda ainet juurde saab (või kaotab), kui ta temperatuur tõuseb (või langeb)  $1^{\circ}$  C võrra.

1 g vee soojendamiseks  $1^{\circ}$  C võrra kulub 1 cal soojust, järelikult vee erisoojus on 1 cal; 1 g raua soojendamiseks  $1^{\circ}$  C võrra kulub 0,1 cal soojust, seega on siis raua erisoojus 0,1 cal, jne.

Näide. Teeklaas kaalub 200 g ning jahtus  $60^{\circ}$  võrra. Kui palju ta kaotab soojust?

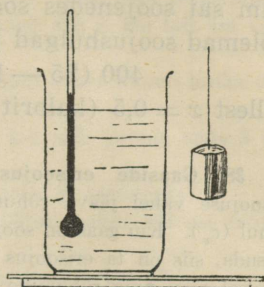
Klaasi erisoojus on 0,17 cal, järelikult  $1^{\circ}$  C võrra jahtudes kaotab teeklaas  $0,17 \cdot 200$  cal,  $60^{\circ}$  võrra jahtudes  $0,17 \cdot 200 \cdot 60$  ehk 2040 cal.

Üldse, kui meil on  $m$  g ainet, mille erisoojus  $c$  cal, siis kaotab ta temperatuuri langemisel  $t^{\circ}$  võrra soojust

$$Q = cmt \text{ (cal).}$$

Katse näitab, et kitsamas temperatuuride vahemikus, näiteks  $0^{\circ}$ – $100^{\circ}$ -ni, antud keha temperatuur tõuseb (või langeb) sama soojushulga arvel (peaaegu) sama kraadidearvu võrra, vaatamata algtemperatuurile, millest algas soojendamine (või jahutamine). Selle põhjal võime lugeda aine erisoojuse kitsamas temperatuuride vahemikus jäävaks. Tabeleis on antud keskmised erisoojused teatud temperatuurivahemikus.

37. Erisoojuse leidmine segamisviisi abil. a) Tahame näiteks leida seatina erisoojust, siis võtame tüki seatina, olgu 645 g, soojendame teda keeva vee aurus hoides 100<sup>o</sup>-ni ja asetame anumasse, milles on näiteks 400 g vett 13,5<sup>o</sup> t<sup>o</sup>-l (26. joon.). Nüüd läheb seatinast osa soojust vette ja vee temperatuur hakkab tõusma. Segame vett ümber ja paneme tähele kõige kõrgema temperatuuri, mis termomeeter näitas. Olgu see 17,5<sup>o</sup>. Siis oli vesi niisama soe kui seatinagi. Tähendame seatina otsitava erisoojuse  $x$ -ga ja arvutame soojushulga, mis seatinatükk jahtudes kaotas ja veele andis. Üks gramm seatina, jahtudes ühe kraadi võrra, kaotab  $x$  cal soojust, 645 g kaotab aga 645 $x$  cal. Seatinatükk jahtus (100 — 17,5)<sup>o</sup>, tähendab, seatinatüki soojusekaotus kokku on 645 · (100 — 17,5) $x$  cal. Samuti leiame, et vesi anumas soojenedes sai soojust juurde 400 · (17,5 — 13,5) cal. Kui oletada, et muud soojusekaotused, näiteks kiirgamise ja juhtivuse teel, on niivõrra väikesed, et neid võib jätta tähele panemata, siis peab soojushulk, mis seatinatükk kaotas, võrduma soojushulgaga, mis vesi sai juurde, s. o.



26. joon. Erisoojuse leidmine.

$$645 \cdot (100 - 17,5) x = 400 \cdot (17,5 - 13,5),$$

kust  $x = 0,03$  (kalorit).

Niiviisi leidsime, et seatina erisoojus on 0,03, s. t. et ühe grammi seatina ühe kraadi võrra soojendamiseks tuleb talle anda 0,03 cal soojust.

Riista, mille abil määratakse erisoojust, nimet. **kalorimeetriks**. Meil oli kalorimeetriks lihtne anum veega.

b) Vedelikkude, näiteks petrooleumi, erisoojuse leidmiseks võtame meile juba tuntud erisoojusega keha, näiteks seatinatüki, juhime temast osa soojust vedelikku ja vaatame, kui palju seetõttu tõuseb vedeliku temperatuur.

Olgu meil kalorimeetris näiteks 400 g petrooleumi, mille algtemperatuur on 19<sup>o</sup>. Võtame 537-grammise seatinatüki, soojendame teda keeva vee aurus hoides 100<sup>o</sup>-ni ja asetame petrooleumi. Seatinatükk annab osa oma soojusest petrooleumile ja petrooleumi temperatuur hakkab tõusma. Petrooleumi ümber segades paneme

tähele kõige kõrgema temperatuuri, mis termomeeter näitab. Olgu see 25°. Seatina erisoojus on 0,03, otsitav petrooleumi erisoojus  $x$ . Seatinatükk kaotas jahtudes  $0,03 \cdot 537 \cdot (100 - 25)$  kalorit, petrooleum sai soojenedes soojust juurde  $400 \cdot (25 - 19) x$  kalorit. Et mõlemad soojushulgad peavad olema võrdsed, siis saame võrrandi

$$400 (25 - 19) x = 0,03 \cdot 537 \cdot (100 - 25),$$

millest  $x = 0,5$  (kalorit).

38. **Gaaside erisoojus.** Gaaside erisoojusest kõneldes tuleb teha vahet erisoojuse vahel jääva rõhumise puhul ( $c_p$ ) ja erisoojuse vahel jääva ruumala puhul ( $c_v$ ). Kui gaas on soojendamisel jääva rõhumise all ja saab seejuures vabalt paisuda, siis on ta erisoojus suurem kui sel juhul, kui gaasi ruumala on soojendamisel jääv ning rõhumine soojendamise tõttu suureneb. Põhjuseks on asjaolu, et esimesel juhul kulub osa soojust tööks, mida gaas teeb paisumisel. Näitena toome mõne tuntud gaasi erisoojuse jääva rõhumise puhul.

|                     |       |                   |       |
|---------------------|-------|-------------------|-------|
| Hapnik . . . . .    | 0,244 | Vesinik . . . . . | 3,410 |
| Lämmastik . . . . . | 0,217 | Õhk . . . . .     | 0,237 |

### Erisoojuste tabel.

|                      |       |                      |       |
|----------------------|-------|----------------------|-------|
| Alumiinium . . . . . | 0,212 | Liivakivi . . . . .  | 0,174 |
| Huumus . . . . .     | 0,433 | Marmor . . . . .     | 0,216 |
| Hõbe . . . . .       | 0,056 | Nikkel . . . . .     | 0,108 |
| Inglitina . . . . .  | 0,055 | Plaatina . . . . .   | 0,032 |
| Jää . . . . .        | 0,463 | Raud . . . . .       | 0,110 |
| Kivisüsi . . . . .   | 0,312 | Seatina . . . . .    | 0,031 |
| Klaas . . . . .      | 0,170 | Tsink . . . . .      | 0,094 |
| Kuld . . . . .       | 0,032 | Valgevask . . . . .  | 0,092 |
| Kuusepuu . . . . .   | 0,654 | Vask . . . . .       | 0,093 |
| <hr/>                |       |                      |       |
| Bensiin . . . . .    | 0,38  | Petrooleum . . . . . | 0,51  |
| Eeter . . . . .      | 0,53  | Piiritus . . . . .   | 0,58  |
| Elavhõbe . . . . .   | 0,03  | Tärpentiin . . . . . | 0,51  |
| Glütseriin . . . . . | 0,50  | Vesi . . . . .       | 1,00  |

1. Millisel kehal eesolevast tabelist on kõige suurem ja millisel kõige väiksem erisoojus?

2. Seatina- ja raudkuul lendavad sama kiirusega vastu märklauda. Kumb neist läheb rohkem kuumaks, kui algtemperatuur oli ühesugune?

3. Missugust mõju avaldab vee erisoojus kliima kujunemisele?

4. Kui palju soojust kaotab 4,5-kg-ne klaasitükk jahtudes 200°-st 0°-ni?

5. Kui palju soojust läheb vaja, et 2 kg elavhõbedat soojendada 100° võrra?



Samuti kui jää sulamine ja vee tahkestumine toimub ka kõigi teiste kristalse ehitusega kehade oleku muutumine tahkest vedelaks ja überpöördult, nimelt:

1. iga keha hakkab sulama (tahkestuma) kindlal, sellele kehale omasel sulamis- (tahkestumis-) temperatuuril;

2. sulamistemperatuur on ühesugune tahkestumistemperatuuriga;

3. sulamine (tahkestumine) kestab niikaua, kui soojust juurde tuleb (kaob);

4. kogu sulamise (tahkestumise) kestel on keha temperatuur jääv.

Mitte kõik kehad ei sula nõnda kui jää. Kui näiteks klaaspulka soojendada gaasipõleti leegis, siis ta ei muutu vedelaks mitte äkitselt, vaid läheb temperatuuri tõusmisel järjest pehmemaks, kuni lõpuks jõuab vedela olekuni. Sel klaasi omadusel on suur tähtsus klaasitööstuses, sest ta võimaldab välja töötada klaasist hästi mitmekujulisi asju. Sarnaselt klaasiga sulavad (tahkestuvad) üldiselt kõik amorfsed (mittekristalsed) kehad, nagu või, rasv, vaha, pigi, kummi jne. Seda liiki kehade temperatuuri muutumise käiku soojendamisel (jahutamisel) võime kujutada kõveraga *abcde* (27. joon.), mis muutub pidevalt. Sulamis- (tahkestumis-) temperatuuriks loetakse niisugusel juhul see, kus temperatuuri muutumine toimub kõige aeglasemalt (*b* ja *d*).

40. **Aine sulamissoojus.** Katsed näitavad, et jää sulamine kestab niikaua, kui soojust juurde tuleb. Termomeeter seda soojuse juurdevoolu aga ei näita, sest kogu sulamise kestel on temperatuur jääv. Kuhu jääb siis soojusenergia, mis sulamisel kulutatakse, kuid mis ei suurenda molekulide kineetilist energiat (temperatuur on jääv)? Kõik see energia kulub tahke keha molekulide vahel olevate sidemete lõhkumiseks, sest tahke keha molekulid on palju tugevamini üksteisega seotud kui vedeliku molekulid. Sulamisel äratarvitatud soojusenergia kulub tahke keha molekulide vahel mõjuvate kohesioontungide ületamiseks, nn. sisemiseks tööks, mis suurendab molekulide potentsiaalset energiat. Nagu maa ja kivi potentsiaalne energia suureneb kivi maapinnast kõrgemale tõstes, samuti võib ka molekulide teissugusel asetamisel üksteise suhtes suureneda nende potentsiaalne energia.

Soojusenergia hulka, mis kulub selleks, et 1 g antud ainet sulamistemperatuuris tahkest olekust muuta vedelaks, nimet. selle aine sulamissoojuseks. Nii näiteks on jää sulamissoojus 80 gramm-kalorit.

Tahkestumisel toimub vastupidine nähtus. Sulamiseks kulutatud energia saab vabaks, molekulide potentsiaalne energia muutub kineetiliseks ja andub edasi ümberolevatele kehadele. Et looduses energia ei hävi, siis on loomulik, et sulamiseks kulutatud energia hulk tahkestumisel jälle täiel määral vabaneb; samuti muutub ka ülestõstetud kivi potentsiaalne energia kivi mahalangemisel molekulide kineetiliseks energiaks.

Aine sulamissoojust nimetatakse teisiti ka latentseks ehk peidetud soojuseks, sest varemini, kui soojus arvati olevat mingisugune kaalutu aine (vedelik), paistis, et sulamisel soojus end ära peidab.

**41. Jää sulamissoojuse leidmine.** Olgu kalorimeetris 434 g vett algtemperatuuriga  $52,8^{\circ}$ . Võtame tükikese kuiva jääd  $0^{\circ}$  t<sup>0</sup>-l ja laseme kalorimeetrisse. Jää sulamisel langeb vee temperatuur kalorimeetris. Segame vett järjest ümber ja märgime temperatuuri kohe, kui viimane jääraasuke on ära sulanud. Olgu vee lõpptemperatuur  $27,6^{\circ}$  ja kogu vee hulk 536 g. Leiame saadud andmeist jää sulamissoojuse. Vesi jahtus kalorimeetris  $52,8^{\circ} - 27,6^{\circ} = 25,2^{\circ}$  võrra. Ärasulanud jää mass on  $536 \text{ g} - 434 \text{ g} = 102 \text{ g}$ . Vesi kalorimeetris kaotas  $25,2 \cdot 434$  g-kalorit soojust; sellest soojushulgast kulus, tähistades jää sulamissoojuse  $x$ -ga,  $102 x$  g-kalorit jää sulatamiseks ja  $27,6 \cdot 102$  g-kalorit jää sulamisest tekkinud vee soojendamiseks  $0^{\circ}$ -st  $27,6^{\circ}$ -ni. Et mõlemad soojushulgad peavad olema võrdsed, siis saame võrrandi

$$102x + 27,6 \cdot 102 = 25,2 \cdot 434,$$

millest  $x = 79,6$ .

Täpsed mõõtmised näitavad, et jää sulamissoojus on 80 kalorit iga grammi kohta.

Kaalude ja kalorimeetri puudumisel võib määrata jää sulamissoojust lihtsalt ainult mensuuri ja termomeetri abil. Kuidas?

**42. Ruumala muutumine tahkestumisel.** Jää ujub veepinnal, — sellest järeldame, et vee ruumala tahkestumisel suureneb

(umbes 10%). Sama omadus on ka malmil, bismutil ja mõnel teisel ainel. Suuremal hulgal kehadel (seatina, vask, väävel jne.) väheneb ruumala tahkestumisel ja seepärast vajub tahke keha põhja samast ainest vedelikus.

Vee ruumala suurenemist tahkestumisel võime seletada jää kristalse ehitusega. Kuigi jääs molekulid rühmiti võivad tihedamini üksteisega seotud olla kui vees, on aga vahed üksikute kristallide vahel võrdlemisi suured ja seetõttu jää üldine ruumala suurem kui vee oma.



28. joon. Jääks muutudes paisub vesi tugevasti ja lõhub raudpomme.

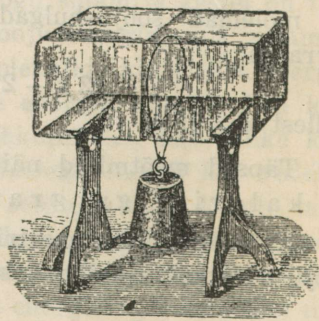
mered) põhjani jääks ja elu neis häviks. Mispärast?

Kui tugevasti vesi jääks muutudes paisub, näitab katse raudpommiga (28. joon.), mille õõnsus täidetakse veega, siis kruvitakse kõvasti kinni ja asetatakse jahutavasse segusse. Jääks muutudes paisub vesi nii tugevasti, et pomm lõhkeb. — Samuti kui kõik teised kehad tõmbub jää kokku jahtudes ja paisub soojenedes.

Täida pudel veega ja pane välja kange külma kätte. Vaata, mis juhtub ja mispärast?

**43. Sulamistemperatuuri olenevus rõhumisest.** Kehade sulamistemperatuur oleneb vähesel määral rõhumisest, mille juures toimub sulamine. Kõigil neil kehadel, mille ruumala tahkestumisel suureneb (jää), langeb sulamistemperatuur rõhumise suurenedes, teistel kehadel toimub nähtus ümberpöörduvalt. Jää juures on seda kerge katseliselt näidata.

Võtame tüki jääd, paneme välja külma kätte ja riputame temast üle pandud traadi külge raske koormise (29. joon.). Nüüd hakkab traadi rõhumise all olev



29. joon. Jää sulamistemperatuur langeb rõhumise suurenedes.

jää sulama, kuna sulamisest tekkinud vesi ülalpool traati jälle jääks külmub. Sedaviisi lõikab traat jäätüki pikkamisi läbi, kuna jäätükk ise seejuures jääb terveks.

Nähtuse seletuseks tuletame meelde, et jää ruumala sulamisel väheneb. Jäässe mõjuv rõhumine vähendab jää ruumala ja sellega aitab kaasa sulamisele. Kehade juures, kus ruumala tahkestumisel väheneb (seatina, vaha), on rõhumise mõju sulamistemperatuurile vastupidine.

**44. Jahutavad segud. Ülejahutamine.** Ka lahustumisel kulub soojust, et nõrgendada sidet lahustatava aine molekulide vahel. Seepärast näiteks langeb keedusoola lahustumisel vees vee temperatuur. Iseäranis tugevasti langeb temperatuur (kuni  $-20^{\circ}\text{C}$ ) keedusoola lahustumisel jões (lumes). Niisugust jää ja soola segu nimet. jahutavaks seguks. Veel madalama temperatuuri (kuni  $-55^{\circ}$ ) annab kristalse kloorkaltsiumi ja jää segu.

Ettevaatlikult puhast vett jahutades võib teda üle jahutada, s. o. jahutada alla hariliku tahkestumistemperatuuri ( $0^{\circ}$ ). Kuid see olek ei ole mitte stabiilne, püsiv. Raputades või jääkristallikesi lisandades muutub osa veest äkitselt jääks, kuna ülejäänud vee temperatuur tõuseb  $0^{\circ}$ -ni. Vett võib kuni  $-20^{\circ}$ -ni üle jahutada.

Sarnaselt ülejahutamisega võib kõnelda ka kehade ülesoojendamisest, s. o. nähtusest, kus keha püsib tahkes (või vedelas) olekus vaatamata sellele, et ta temperatuur on sulamistemperatuurist (või keemistemperatuurist) kõrgem.

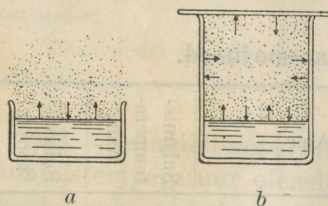
### Sulamistemperatuurid ja -soojused.

| Aine          | Sulamis-temperatuur | Sulamis-soojus | Aine          | Sulamis-temperatuur | Sulamis-soojus |
|---------------|---------------------|----------------|---------------|---------------------|----------------|
| Alumiinium    | $657^{\circ}$       | 102            | Raud (puhas)  | 1528                | 49             |
| Eeter . . .   | $-132$              | —              | Seatina . .   | 327                 | 6,3            |
| Elavhõbe . .  | $-39$               | 2,8            | Tsink . . .   | 419                 | 26,6           |
| Hõbe . . .    | 961                 | 24             | Vaha . . .    | 63—64               | 42,3           |
| Inglitina . . | 232                 | 14,6           | Vask . . .    | 1083                | 42             |
| Jää . . .     | $0^{\circ}$         | 80,0           | Väävel . . .  | 113                 | 9,4            |
| Kuld . . .    | 1063                | 16             | —             |                     |                |
| Nikkel . . .  | 1451                | 65             | Hapnik . .    | $-219$              | 3,3            |
| Parafiin . .  | 50—55               | 35,1           | Lämmastik .   | $-210$              | 6,1            |
| Piiritus . .  | $-130$              | —              | Süsihappegaas | $-56,3$             | 45,3           |
| Plaatina . .  | 1764                | 27             | Vesinik . .   | $-258$              | 14             |

1. Missugune on lume (jääd) ja vee segu temperatuur? Millest tunneme, kas külmetab või sulab?
2. Jää (jäätis) tundub hambaile külmem kui jäävesi ( $0^{\circ}$ ). Mispärast?
3. Kui palju kulub soojust 20 g jää sulatamiseks sulamistemperatuuris?
4. Kui palju  $-10^{\circ}$ -st jääd on võimalik ära sulatada 120 g vee sees, mille temperatuur on  $20^{\circ}$ ?
5. Kui palju kulub soojust selleks, et ära sulatada 300 g seatina, mille temperatuur on  $25^{\circ}$ ?
6. Segati 300 g vett  $+40^{\circ}$  t<sup>o</sup>-l 20 g jääga  $-10^{\circ}$  t<sup>o</sup>-l. Leia segu temperatuur!
7. Mitu g jääd  $-5^{\circ}$  juures peab 2 liitri  $60^{\circ}$ -se vee sees ära sulatama, et vee temperatuur langeks  $10^{\circ}$  võrra?
8. Mitu g  $+20^{\circ}$ -st vett tuleb segada 30 g lumega, mille temp.  $-6^{\circ}$ , et pärast lume ärasulamist segu temp. oleks  $+10^{\circ}$ ?
9. Kui paksu jääkihi suudaks Päikeselt aasta jooksul saadud soojus ümber Maa ära sulatada (jääd algtemperatuur  $0^{\circ}$ )? Kas on olemas selle kihi paksus Maa raadiusest?

## Aurustumine ja niiskus.

**45. Aurustumine lahtises anumask**. Aurustumiseks nimetame aine aeglast muutumist vedelast olekust gaasilisse, kusjuures see muutumine toimub vedeliku pinnal ja igasuguses temperatuuris. Aurustumisel gaasilisse olekusse läinud vedeliku (vee) nimetame auruks.



30. joon. Aurustumine lahtises ja kinnises anumask.

Mõned tahked kehad (lumi, kamper, jood jne.) võivad minna otsekohe, ilma vedelaksmuutumiseta, tahkest olekust gaasilisse. Nimetame niisugust kehade omadust lendumiseks ja kehi endid lenduvaks.

Molekulaarteooria põhjal võime aurustumist seletada järgmiselt. Vedelikumolekulid on alalises liikumises ja selle keskmise kiirus on olemas temperatuurist. Et vedelikumolekulid asetsevad üksteisele väga lähedal, siis on sagedad kokkupõrked möödapääsematud. Need pinna lähedal olevad vedelikumolekulid, mille kiirus keskmisest kiirusest suurem, võivad (tähtis on ka liikumise suund) ületada oma mõjupiirkonna kohesioontungid ja sedaviisi pääseda vedelikust välja ruumi, mis vedeliku kohal. Niisiis moodustavad vedeliku auru need peaaesjalikult suurema kiirusega vedelikumolekulid, mis vedelikust välja pääsevad. Õhus olevad aarumolekulid võivad üksteisega, samuti ka õhumolekulide ja anuma seintega kokku põrgates uuesti vedelikku tagasi sattuda.

Et temperatuuri tõusuga kasvab molekulide liikumise kiirus, siis on loomulik, et ühes sellega suureneb ka aurustumise kiirus, mis vee aurustumisest üldiselt tuttav.

Nagu nägime, pääsevad vedelikust välja eeskätt suurema kiirusega molekulid. Seega siis peab vedeliku temperatuur, mis oleneb vedelikku järelejäänud molekulide kineetilisest energiast, aurustumisel langema. Vedeliku temperatuuri langemist aurustumisel on kerge tähele panna nende vedelikkude juures, kus aurustumine toimub iseäranis kiiresti (eeter, piiritus).

Nimeta mõned nähtused vee aurustumise jahutava mõju kohta!

Soojushulk, mis kulub selleks, et 1 g vedelikku antud temperatuuris muuta auruks samas temperatuuris, nimetatakse aurustumise soojuseks.

Eespoolöeldust võiks järeldada, nagu peaks auru temperatuur vedeliku omast olema suurem (energilisemad molekulid). Kuid tööpoolest kulub osa vedelikust väljuvate molekulide kineetilisest energiast (kiirusest) kohesioontungide ületamiseks ja muundub seega potentsiaalenergiaks (võrdlus ülesvisatud kiviga). Aurust vedelikku tagasi tulles muundub molekuli potentsiaalenergia uuesti kineetiliseks ja molekul omandab endise kiiruse, samuti vedelik endise temperatuuri. Seepärast siis saab aurustumisel kulunud soojus veeldumisel jälle uuesti vabaks, s. o. aurustumissoojus võrdub auru veeldumissoojusega.

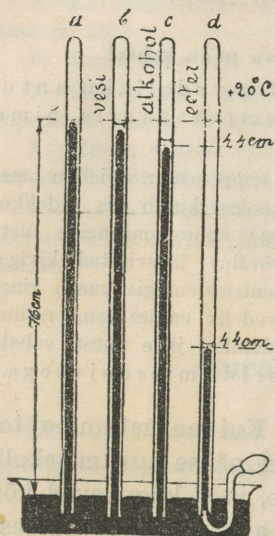
**46. Aurustumine kinnises anumal.** Kui aurustumine toimub kinnises anumal (30. joon., *b*), siis ei pääse aurumolekulid vedeliku peal olevast ruumist mitte eemale, vaid kogunevad kõik sinna piiratud ruumi. Aurumolekulide arv suureneb järjest, kuid lõpuks tekib nn. **liikuv tasakaal**, s. o. seisund, kus vedelikust väljunud (auruks muutunud) molekulide arv võrdub aurust vedelikku tagasiläinud molekulide arvuga. Nüüd antud ruumi antud temperatuuris aurumolekule enam ei mahu. Me ütleme, et **ruum on aurust küllastatud** ehk **aur on küllastunud**.

Suurendame vedeliku kohal olevat kinnist ruumi, siis ei jätku aurumolekulidest selle ruumi küllastamiseks, ruum on aurust **küllastamatu** ja vedelikust võib uusi molekule ruumi juurde tulla kuni küllastuseni. Vähendame auruga küllastatud ruumi, siis peab osa aurumolekule paratamatult vedelikku tagasi minema — **veelduma**, sest niipalju neid antud ruumi ei mahu.

**47. Küllastunud auru rõhumine.** Aurumolekulid liiguvad vabalt ruumis sarnaselt gaasimolekulidega. Seepärast peab aur sarnaselt gaasidega molekulide alaliste kokkupõrgete (pommitamise) tõttu avaldama rõhumist. Nagu nägime, on küllasta-

tud ruumis aurumolekulide arv kõige suurem, seepärast peab olema küllastunud aurul võrreldes küllastumatu auruga ka kõige suurem rõhumine.

Auru rõhumise uurimiseks võib tarvitada tühja ruumi baromeetri torus (Torricelli tühjus). Olgu meil 4 ühesugust baromeetri toru täidetud elavhõbedaga



31. joon. Küllastunud auru rõhumise määramine.

(31. joon.). Juhime kõvera otsaga priksi abil toru *b* alla vett, *c* alla piiritust ja *d* alla eetrit. Vedelik tõuseb torus üles ja muutub elavhõbeda kohal olevas ruumis auruks. Juhime vedelikku niikaua torudesse juurde, kuni elavhõbeda peale tekib õhuke vedelikukiht. Sellest järeldame, et ruum vedeliku kohal on aurust küllastatud, sest vedeliku enam auruks ei muutu. Toru *b*, *c* ja *d* elavhõbeda-samba kõrgust toru *a* omaga (baromeeter) võrreldes näeme, et esimestes küllastunud auru rõhumise mõjul on elavhõbe langenud, nimelt  $+20^{\circ}\text{C}$   $t^{\circ}$ -l: torus *b* (vesi) 1,7 cm, torus *c* (piiritus) 4,4 cm ja torus *d* (eeter) 44 cm. Sellest järeldame, et  $+20^{\circ}\text{C}$   $t^{\circ}$ -l on küllastunud veeauru rõhumine 1,7 cm, piiritusel 4,4 cm ja eetril 44 cm.

Katsest selgub, et küllastunud auru rõhumine oleneb vedeliku ainest, auru temperatuurist ja suureneb temperatuuri tõustes. Küllastunud veeauru rõhumise olenevus temperatuurist on katseliselt kindlaks määratud (vaata

tabel), kuid sidet matemaatilise valemi näol nende vahel pole seni leitud.

Küllastunud auru rõhumine ei olene sellest, kas ruum, kus aur tekib, on tühi või täidetud mõne teise auru või gaasiga, küll aga oleneb sellest aurustumise kiirus, — mis on tühjas ruumis märksa suurem.

1. Vesi on poorses savianumas ümberolevast õhust jahedam. Mispärast?
2. Kui palju näitab baromeeter  $20^{\circ}\text{C}$   $t^{\circ}$ -l vähem, kui baromeetri torus on niiskust?
3. Jäämäed meres on sageli ümbritsetud uduga. Mispärast?
4. Seleta, millest tuleb järvede ja soode auramine (udu).

Küllastunud veeauru rõhumine ( $p_{mm}$  Hg) ja küllastav niiskus ( $A \frac{g}{m^3}$ ) mitmesuguses temperatuuris ( $t^0$  C).

| $t$ | $p$  | $A$  | $t$ | $p$  | $A$  | $t$ | $p$  | $A$  | $t$  | $p$   |
|-----|------|------|-----|------|------|-----|------|------|------|-------|
| -5  | 3,01 | 3,24 | + 6 | 7,0  | 7,3  | +17 | 14,5 | 14,5 | 50   | 92,0  |
| -4  | 3,28 | 3,51 | 7   | 7,5  | 7,8  | 18  | 15,5 | 15,4 | 60   | 148,9 |
| -3  | 3,57 | 3,81 | 8   | 8,0  | 8,3  | 19  | 16,5 | 16,3 | 70   | 233,3 |
| -2  | 3,68 | 4,13 | 9   | 8,6  | 8,8  | 20  | 17,5 | 17,3 | 80   | 355,4 |
| -1  | 4,22 | 4,47 | 10  | 9,2  | 9,4  | 21  | 18,7 | 18,3 | 90   | 529,9 |
| 0   | 4,58 | 4,84 | 11  | 9,8  | 10,0 | 22  | 19,8 | 19,4 | 95   | 634,0 |
| +1  | 4,9  | 5,2  | 12  | 10,5 | 10,7 | 23  | 21,1 | 20,6 | 98   | 707,0 |
| 2   | 5,3  | 5,6  | 13  | 11,2 | 11,4 | 24  | 22,4 | 21,8 | 99   | 733,2 |
| 3   | 5,7  | 6,0  | 14  | 12,0 | 12,1 | 25  | 23,8 | 23,0 | 99,5 | 746,5 |
| 4   | 6,1  | 6,4  | 15  | 12,8 | 12,8 | 30  | 31,8 | —    | 100  | 760,0 |
| 5   | 6,5  | 6,8  | 16  | 13,6 | 13,6 | 40  | 54,9 | —    | 105  | 906,4 |

48. Õhu niiskus ja selle määramine. Vabalt veepinnalt, nagu mered, järved, jõed jne., aurustub vahetpidamatult vett (niiskust) õhku. Seepärast on õhus alati suuremal või väiksemal määral veeauru. Lihtsad katsed näitavad, et see on tõepoolest nõnda: kloorkaltsium imeb endasse õhus olevat veeauru ja läheb seetõttu varsti märjaks, kallame soojas toas väljastpoolt hästi ärakuivatatud veeklaasi külma vett, siis läheb klaas väljastpoolt niiskeks; aknad „higistavad“ jne. Nimetame **õhu absoluutseks niiskuseks** ühes kuupmeetris olevat veeauru hulka, mõõdetud grammides, **relatiivseks niiskuseks** aga absoluutse niiskuse suhet küllastavasse niiskusse, s. o. antud ruumis oleva veeauru hulga suhet selle veeauru hulgaga, mis samas temperatuuris seda ruumi küllastaks.

Tegelikus elus on suure tähtsusega õhu relatiivse niiskuse teadmine, sest sellest oleneb, kas antud temperatuuris veeauru õhku veel mahub või mitte, s. o. õhu „kuivus“ harilikus mõttes.

Relatiivset niiskust võime leida absoluutse niiskuse abil. Kui näiteks teame, et  $20^0$  C  $t^0$ -l on õhu absol. niiskus  $8,65 \frac{g}{m^3}$ , siis on relatiivne niiskus  $\frac{8,65}{17,3}$  ehk  $\frac{1}{2}$ , sest ülaltoodud tabelist leiame, et  $20^0$  C  $t^0$ -l mahub  $1 m^3$  õhusse  $17,3 g$  küllas-

tunud veeauru. Harilikult väljendatakse relatiivne niiskus %-des (meie juhul  $\frac{1}{2}$ —50%); siis näitab relatiivne niiskus küllastuse määra, s. o. mitu % moodustab õhus juba olemas olev veeauru hulk sellest, mis sinna antud temperatuuris mahuks maksimaalselt.

Kõige lihtsam on õhu relatiivset niiskust leida nn. kaste-punkti meetodi abil. Me teame, et gaasi, samuti ka auru rõhumine antud temperatuuris on antud ruumalal olevate molekulide hulga, sest auru rõhumine pole muud, kui üksikute molekulide tõugete summa. Sellest järgneb, et absoluutne niiskus on võrdeline auru rõhumisega ja seetõttu

$$\text{rel. niiskus} = \frac{\text{olemasoleva veeauru rõhumine}}{\text{küllast. veeauru rõhum. samas temp.}}$$

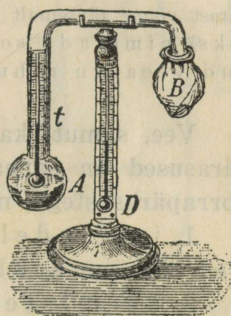
Suhte teise liikme leiame sellekohasest tabelist, kuna suhte esimene liige tuleb igal juhul katseliselt eraldi määrata. Selleks leiame nn. kaste punkti, s. o. temperatuuri, milleni tuleks jahutada õhku, et temas olev veeaur küllastuks. Olgu näiteks toa temp. 18° C. Jahutame sileda läikiva välispinnaga anumad (hõbetatud või kullatud klaas jne.), milles on kas jäävesi või mõni kiiresti auruv vedelik (eeter), niikaua, kui läikivale pinnale tekib õhuke kastekord ja ta muutub tuhniks. Olgu seejuures anuma temperatuur 12°. Anuma jahtudes jahtub ühtlasi ka ta seintega kokkupuutuv õhk ja veeaur; seejuures ei muutu jahtunud veeauru rõhumine, sest ta (jahtunud aur) on otseses kokkupuutes ümberoleva veeauruga. Seepärast võime õhus oleva veeauru rõhumise 18° juures lugeda niisama suureks, kui küllastunud veeauru rõhumine 12° t°-l. Viimase suuruse leiame tabelist; ta võrdub 10,5 mm. Seega siis on otsitav relatiivne niiskus

$$\frac{10,5}{15,5} = 0,677 \text{ ehk } 67,7\%.$$

Tervishoiuliselt on meile kõige soodsam, et õhu relatiivne niiskus oleks 50—60%, seepärast tuleb tähele panna relatiivset niiskust haigemajades, elutubades jne. Ka kasvuhooneis peab valitsema taimekasvule paras relatiivne niiskus. Relatiivsest niiskusest on suurel määral ka sademete tekkimise võimalus jne.

49. **Hügromeetrid.** Riistu, mille abil määratakse õhu niiskuse suurust, nimetatakse hügromeetreiks.

32. joon. kujutab nn. Danielli hügromeetrit, mis koosneb toruga ühendatud klaaskeradest *A* ja *B*. Kera *B* on tühi ja kaetud võrkriidega (marliga), kuna kera *A* on umbes pooleni täidetud eetriga, mille temperatuuri näitab termomeeter *t*. Kera *A* välispinna keskmine osa on kullatud. Danielli hügromeetri abil on võimalik määrata kastepunkti, mis toimub järgmiselt. Klaaskerale *B* tilgutatakse senikaua eetrit, kui kera *A* kullatud pinnale hakkab ilmuma tuhm niiskuskord, ning märgitakse siis otsekohe üles termomeetri *t* näitamine kerast *A*. Saadud temperatuur ongi otsitav nn. kastepunkt, mille põhjal võime arvutada õhu relatiivse niiskuse. Täpsemaks kastepunkti määramiseks on soovitatav üles tähendada termomeetri *t* näitamine tuhmi korra tekkimise alguses ja ärakadumise lõpul ning võtta kastepunktiks saadud temperatuuride aritmeetiline keskmine.



32. joon. Danielli hügromeeter.

Seleta, kuidas mõjub eetri tilgutamine kerale *B* eetri temperatuuri muutumisele kerast *A*. Mis jaoks on termomeeter tulbal *D*? Kas ei võiks tarvitada eetri asemel Danielli hügromeetris mõnd teist vedelikku? Katsu määrata ligikaudu kastepunkt, lund järjest veeklaasi lisandades seni, kuni klaasi välispinnale hakkab tekkima „higi“.

Niiskushulga suurenemist ja vähenemist õhus vaadeldakse nn. niiskusenäitajate ehk hügroskoopide abil.

Kirjelda juushügroskoobi ehitust.

1. Kuidas on võimalik tarbe korral õhu relatiivset niiskust toas suurendada?
2. Klassi ( $9 \cdot 6 \cdot 4 \text{ m}^3$ ) õhu relat. niiskus  $16^\circ \text{ t}^\circ\text{-l}$  on 70%. Kui palju kaalub kogu klassis olev veeaur?
3. Mitu kuupmeetrit ruumi on võimalik küllastada  $10^\circ \text{ t}^\circ\text{-l}$  141 g vee arvel?
4.  $15^\circ$  juures on õhu relatiivne niiskus 65%. Leia absoluutne niiskus!
5.  $18^\circ$  juures on toaõhu relatiivne niiskus 75%. Leia kastepunkt ja veeauru rõhumine!
6. Õhus  $25^\circ \text{ t}^\circ\text{-l}$  olev niiskuse hulk suudaks küllastada seda õhku  $14^\circ \text{ t}^\circ\text{-l}$ . Leia relatiivne niiskus!

## Keemine.

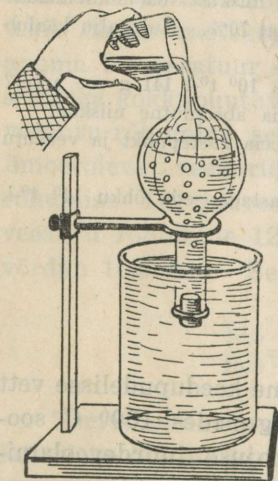
50. **Keemisinähtus ja -seadused.** Võtame keedupudelis vett ja hakkame teda soojendada. On vesi segunedes  $100^\circ \text{ C}$  soojaks saanud, siis hakkab ta edaspidisel soojuse juurdevoolamisel **keema**, s. o. kiiresti auruks muutuma ehk auruma, kusjuures aurumullikesed tekivad igal pool vee sees, isearanis seal, kus soojuse juurdevool on kõige tugevam.

Enne vee täielise keemise algust on kuulda põhjast iseäralist kihinat. Tugeva soojuse juurdevoolu mõjul tekivad põhjas aurumullikesed, kuid veidi kõrgemale tõustes jahtuvad nad ja surutakse kokku õhu ning vee rõhumise mõjul. Alles siis, kui kogu vesi on jõudnud keemistemperatuurini, võrdub küllastunud vee-auru rõhumine õhurõhumisega ja mullikesed tõusevad vabalt veepinnale. Seejärel võime täpsemalt vee keemistemperatuuriks (keemispunkti) nimetada seda temperatuuri, mille juures küllastunud veeauru rõhumine võrdub välisrõhumisega.

Vee, samuti ka teiste vedelikkude keemisel kehtivad korrapärasused on sarnased kõvade kehade sulamisel tähelepanud korrapärasustega, nimelt:

1. iga vedelik hakkab keema kindlal, sellele kehale omasel keemistemperatuuril;
2. keemistemperatuur on ühesugune veeldumistemperatuuriga;
3. keemine kestab niikaua, kuni soojust juurde tuleb;
4. kogukeemise kestel on temperatuur jääv.

Katsed näitavad, et vedeliku temperatuur keemisel on teataval määral anuma, milles vedelik keeb (anuma aine ja sisepinna puhtus). Kuid keeva vedeliku kohal oleva küllastunud auru temperatuur on alati jääv, kui ei muutu rõhumine, mille all on keev vedelik. Seejärel määratakse vedeliku keemistemperatuur keevast vedelikust tekkinud auru abil, mis vedeliku kohal.



33. joon. Rõhumise vähenedes langeb keemistemperatuur.

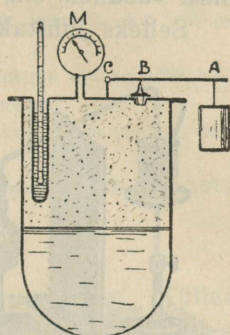
**51. Keemistemperatuuri olenevus rõhumisest.** Teame (§ 47), et küllastunud auru rõhumine suureneb temperatuuri tõustes. Vee keemiskatses nägime, et keemistemperatuur võrdub küllastunud auru rõhumine vedeliku välisrõhumisega. Sellest järeldub, et vedeliku keemistemperatuur peab tõusma rõhumise suurenedes ja ümberpöörduvalt.

Et rõhumise vähenedes näiteks vee keemistemperatuur märksa langeb, on kerge näidata järgmise katse abil.

Võtame keedupudeli, täidame umbes pooleni veega ja ajame keema. Laseme mõne minuti keeda, nii et aur keedupudelilist endaga kõik õhu ühes kaasa viiks ja keedupudelil oleks vee kohal ainult aur.

Nüüd korgime keedupudeli kõvasti kinni, pöörame ümber ja pistame kaela otsapidi vee alla (33. joon.). Keemine jääb kohe seisma, sest lõppes soojuse juurdevool. Temperatuur langeb varsti alla keemistemperatuuri. Külma vett peale kallates jahutame keedupudelis olevat auru, millest osa veeldub; selle läbi väheneb auru rõhumine vee peale ja vesi hakkab uuesti keema. Lume või jää abil tublisti jahutades võime sedaviisi vee keemistemperatuuri kuni kolme-, neljakümne kraadini alla viia.

Vesi keeb 100° t<sup>0</sup>-l ainult siis, kui õhurõhumine on normaalne (76 cm). Maapinnast kõrgemale tõustes väheneb õhurõhumine, järelkult ka keemistemperatuur. Nii näiteks keeb Ecuadoris Quito linnas vesi 90° C t<sup>0</sup>-l, Mont Blanc'i tipus 84° C t<sup>0</sup>-l jne.



34. joon. Papin'i katel.

Välisrõhu suurendamisel tõuseb keemistemperatuur. Selle täpseks uurimiseks tarvitatakse nn. P a p i n'i k a t e i t (34. joon.), mis on tugevate seintega kinnine katel, varustatud termomeetri ja manomeetriaga.

Täpsed mõõtmised annavad järgmise keemistemperatuuri (t<sup>0</sup> C) olenevuse rõhumisest ( $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ ):

| <i>p</i> | <i>t</i> | <i>p</i> | <i>t</i> | <i>p</i> | <i>t</i> | <i>p</i> | <i>t</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1        | 99       | 6        | 158      | 11       | 183      | 16       | 200      |
| 2        | 119      | 7        | 164      | 12       | 186      | 17       | 203      |
| 3        | 132      | 8        | 169      | 13       | 190      | 18       | 206      |
| 4        | 142      | 9        | 174      | 14       | 194      | 19       | 209      |
| 5        | 151      | 10       | 179      | 15       | 197      | 20       | 211      |

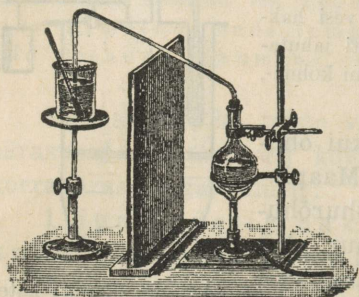
1. Joonesta graafik, mis näitab vee keemistemperatuuri muutumist rõhumise suurenedes.

2. Seleta, kuidas töötab Papin'i katla kaitseventiil. Oletame, et ventiili kan-gil punktis A rippuv koormis kaalub 1 kg ja kaitseventiili läbilõige on 0,2 cm<sup>2</sup>. Mitme-atmosfäärilise rõhumise juures hakkab ventiil auru välja laskma?

52. Vee aurumissoojus ja selle määramine. Soojushulka, mis läheb vaja, et 1 g antud ainet keemistemperatuuril vedelast olekust auruks muuta, nimetatakse selle aine keemissoojuseks. Et keemisel

kulunud soojus võrdub täpselt selle soojushulgaga, mis veeldumisel vabaneb, siis mõõdetakse esimest viimase abil.

Selleks juhitakse keeva vee auru kõvera toru kaudu kalorimeetrisse (35. joon.). Olgu kalorimeetris katse alguses 400 g vett 16° temperatuuriga. Tükk aega auru kalorimeetrisse lastes tõuseb vee temperatuur; olgu see 56,5° ja kalorimeetris oleva vee kaal 428 g. Saadud andmeist arvutame vee keemissoojuse.



35. joon. Vee keemissoojuse määramine.

Kalorimeetrisse tuli 428 g — 400 g, s. o. 28 g vett juurde, millest järeldame, et veeldus 28 g 100°-st veeauru. Seejuures pidi vabanema 28  $x$  kalorit soojust, kui

tähistada  $x$ -ga vee keemissoojust 100° t°-l. Veeldunud aur jahtus  $(100 - 56,5)^\circ$  võrra ja andis ära  $(100 - 56,5) \cdot 28$  kalorit soojust. Vesi kalorimeetris soojenes  $(56,5 - 16)^\circ$  võrra ja sai sellega juurde  $400 \cdot (56,5 - 16)$  kalorit soojust. Et vesi kalorimeetris soojenes ainult auru veeldumisel vabanenud soojuse ja veeldumisest tekkinud vee jahtumise arvel, siis saame  $x$ -i leidmiseks võrrandi

$$28x + (100 - 56,5)28 = 400(56,5 - 16),$$

millest  $x = 535$  kalorit.

Täpsete mõõtmiste järgi on vee keemissoojus 540 kalorit grammi kohta normaalrõhumise puhul.

### Keemistemperatuurid ja -soojused.

| Aine         | Keemistemperatuur | Keemissoojus | Aine           | Keemistemperatuur | Keemissoojus |
|--------------|-------------------|--------------|----------------|-------------------|--------------|
| Bensiin . .  | 90—110            | 92,9         | Petrooleum     | 150—300           | —            |
| Eeter . .    | 35                | 85           | Piiritus . .   | 78                | 216          |
| Elavhõbe . . | 357               | 69           | Tärpentiin . . | 159               | 74           |
| Hapnik . .   | —183              | 51           | Vesi . . .     | 100               | 540          |
| Lämmastik    | —194              | 48           | Vesinik . .    | —252,5            | 114          |

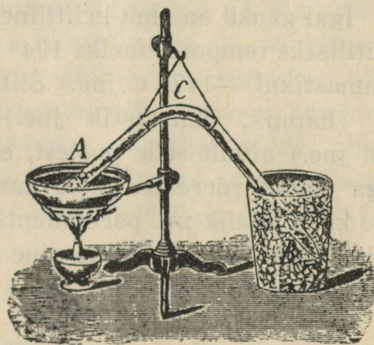
1. Mis vahe on aurumise ja aurustumise vahel?

2. Kui palju vabaneb soojust 50 g veeauru veeldumisel keemistemperatuuris?

3. Mispärast mõjub kuum aur põletavamalt kui vesi samas temperatuuris?
4. Kui palju on keemistemperatuur S.-Munamäe otsas madalam kui merepinnal?
5. Kas saavad hästi suure tule peal munad rutemini keenuks, kui väikese tulega keetes?
6. Kui palju kulub soojust, et 100 g  $-5^{\circ}$ -st jääd auruks muuta 100<sup>o</sup> t<sup>o</sup>-l?
7. Mitu g jääd  $-10^{\circ}$  t<sup>o</sup>-l sulatab ära 15 g 100<sup>o</sup>-st veeauru?
8. Kui kõrgele tõuseb 250 g 15<sup>o</sup>-se vee temperatuur, kui temas veeldub 10 g 100<sup>o</sup>-st veeauru?
9. Mitu kg 100<sup>o</sup>-st veeauru peab juhtima 3 kg  $-10^{\circ}$ -se jää ja 5 kg  $+15^{\circ}$ -se vee segusse, et segu lõpptemperatuur oleks  $+60^{\circ}$  C?

**53. Gaaside veeldumine ja kriitiline temperatuur.** Küllastumata auru kohta kehtivad Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadused, kuid küllastunud auru kohta mitte. Nii näiteks suurendades küllastunud auru rõhumist ei vähene auru ruumala vastavalt Boyle-Mariotte'i seadusele, vaid osa auru veeldub; samas mõttes mõjub ka temperatuuri langemine. Ruumala suurenedes ehk temperatuuri tõustes aga kaob küllastunud olek ja me saame küllastumatu auru, mis allub Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadustele.

Küllastumata auru võime kergesti rõhumise suurendamise (ruumala vähendamise) või temperatuuri langemise abil küllastuseni viia ja siit edasi samade võtete abil veeldumiseni. Et gaasid ja küllastumata aur alluvad samadele korrapärasustele, siis näib olevat loomulik, et gaasegi on võimalik



36. joon. Gaaside veeldumine.

veeldada, tarvitades selleks suurt rõhumist ja madalat temperatuuri. Tõepoolest läkski Faraday'l (1791—1867) korda sel teel veeldada peaaegu kõiki temale tuntud gaase (peale hapniku, vesiniku, soo- ja süsihappegaasi). Faraday korraldas oma gaaside veeldamise katsed järgmiselt.

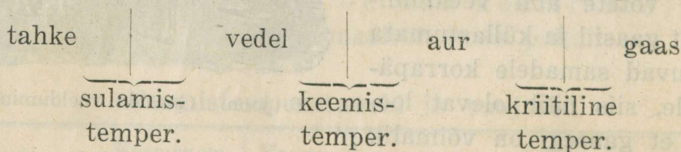
Tugevate seintega kinnise klaastoru (36. joon.) ühte otsa (A) on pandud ainet (näiteks kloorhüdraat), millest kuumutamisel tekib uuritav gaas (kloor). Toru teine ots asetatakse jahutavasse

segusse. Toru kuumutamisel tekib gaas, rõhumine järjest suureneb ja suure rõhumise all ning madalas temperatuuris olev gaas veeldub toru teises otsas.

Tarvitades parajat rõhumist ja temperatuuri läks dr. Andrews'il korda veeldada ka süsihappegaasi. Seejuures pani ta tähele, et niikaua kui süsihappegaasi temperatuur oli alla  $30,9^{\circ}\text{C}$ , oli võimalik veeldada süsihappegaasi, suurendades vajalisel määral rõhumist; tõusis aga temperatuur üle  $30,9^{\circ}$ , siis ei olnud see enam võimalik mistahes suure rõhumise puhul. Temperatuur  $30,9^{\circ}$  nimet. seepärast süsihappegaasi kriitiliseks temperatuuriks. Hilisemate täpsemate mõõtmiste järgi on süsihappegaasi kriitiliseks temperatuuriks  $+31,1$ . Allpool kriitilist temperatuuri on süsihappegaasil küllastumata auruga ühine omadus — veelduda rõhumise suurendamise abil, kuna ülalpool kriitilist temperatuuri ainult rõhumisest ei jätku süsihappegaasi veeldamiseks.

Samas mõttes tarvitatakse kriitilise temperatuuri mõistet ka teiste gaaside kohta.

Igal gaasil on oma kriitiline temperatuur. Nii näiteks on eetri kriitiliseks temperatuuriks  $194^{\circ}\text{C}$ , veel  $374^{\circ}\text{C}$ , hapnikul  $-119^{\circ}\text{C}$ , lämmastikul  $-147^{\circ}\text{C}$  jne. Siit näeme, et nn. permanentesed gaasid (hapnik, lämmastik jne.) erinevad nn. aurudest (eeter, vesi jne.) ainult selle poolest, et nende kriitiline temperatuur on väga madal võrreldes meie hariliku temperatuuriga. Seepärast pole ka võimalik nn. permanentseid gaase ainult rõhumisega veeldada. Kokkuvõttes võime aine olekud järjestada järgmiselt:



# Mehaanika.

## Ühtlane sirgjooneline liikumine.

54. **Mehaanika ja selle jaotamine.** Mehaanikaks nimetatakse õpetust kehade liikumisest ja tasakaalust.

See osa mehaanikast, kus õpitakse tundma kehade liikumise nähtusi ja püütakse neid sellekohaste mõistete abil võimalikult lühidalt ja täpselt kirjeldada, kannab kinemaatika nime (kreeka keeles *kinema* — liikumine). Kinemaatika vaatleb kehade liikumist vastava aja suhtes, kuid jätab hoopis kõrvale nende põhjuste käsitlemise, millest liikumine oleneb; viimase küsimusega tegeleb dünaamika (kr. k. *dünamis* — tung, jõud). See mehaanika osa, kus käsitletakse kehasse mõjuvate tungide tasakaalu-tingimusi, nimetatakse staatikaks (kr. k. *statikos* — paigalseisev, tasakaalus).

Missuguses tähenduses veel tarvitatakse sõna „mehaanika“ ja „mehaanik“?

55. **Liikumine ja paigalolek.** Keha, mis oma asendit mõne teise keha suhtes muudab, **liigub** selle teise keha suhtes. Keha, mis mõne teise keha suhtes oma asendit ei muuda, on selle teise keha suhtes **paigal**.

Sama keha võib ühe keha suhtes liikuda, teise keha suhtes aga olla paigal. Nii näiteks reisija võib olla raudtee-vagunis paigal vaguni suhtes, kuid liikuda Maa suhtes, jne. Liikumisest ja paigalolekust rääkides peame alati küsima, mis-suguse keha suhtes toimub antud liikumine või paigalolek, sest meie tunneme ainult suhtelist ehk relatiivset liikumist ja suhtelist paigalolekut.

Iga liikumine, kui keha asendi muutumine ruumis, ei toimu silmapilkselt, vaid nõuab selleks teatavat aega. Tähebänd, täpseks liikumise kirjeldamiseks

peame tarvitama ruumi ja aja mõõtmise ühikuid (cm ja sek). Et kõik füüsikalised nähtused on seotud liikumisega, sellega kuuluvad ka ruumi ja aja mõisted füüsika põhimõistete hulka.

1. Too näiteid suhtelise liikumise ja paigaloleku kohta.
2. Mispärast ei või meie kõnelda absoluutsest paigalolekust?
3. Nimeta meile tuttavad Maa liikumised.

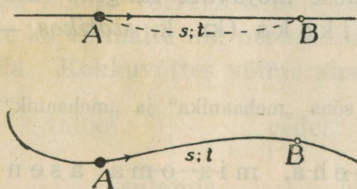
**56. Liikumiste liigitelu.** Looduses ja igapäevases elus paneme tähele mitmesuguste kehade (Päike, inimene, sõiduk, kivi, püssikuul jne.) liikumist.

Et keha kui terviku liikumine on võrdlemisi keeruline nähtus, siis on kasulik alustada liikumise tundmaõppimist nn. ainepunkti liikumisega. Ainepunkti all mõeldakse ruumalalt niivõrra väikest keha, et võime tegelikult loobuda selle keha ruumala arvestamisest, kuna ainehulk võib olla suuruselt missugune tahes. Lühidalt: lõplik mass mõõtmatu väikeses ruumalas. Iga keha võime enestele kujutella koosnevana üksikuist ainepunkttest. Teades keha üksikute punktide liikumist võime otsustada kogu keha liikumise üle.

Iga liikumise tundmaõppimisel tuleb meil tähele panna: 1) liikumise tee kuju, 2) liikumise suunda, 3) käidud tee pikkust ja 4) sellele vastavat aega.

Kuidas liigitatakse liikumised tee kuju ja suuna suhtes? Too näiteid!

Liikumine on täiesti määratud, kui teame tee kuju, liikumise suunda ja seost ehk valemist, mille abil võime kindlaks määrata iga momendi kohta liikuva keha kauguse teatavast tee punktist, milles keha asus meie vaatluse alguses.



37. joon. Sirg- ja kõverjooneline liikumine.

keha asendi igal momendil.

1. Olgu kaugus  $s$  mõõdetud cm-tes, kui aeg  $t$  mõõtab sek-tes. Kus kohal asetseb keha 1., 5., 10., — 8. jne. sekundi lõpul?

2. Määra täiesti enese liikumine kodust kooli.

Arvesse võttes liikumisel käidud tee pikkust ja sellele vastavat aega võime jagada kõik liikumised ühtlasteks ja ebaühtlasteks. Liikumist, kus keha mistahes

võrdseis ajavahemikes, näiteks sekundeis, ära käib võrdsed teeosad, nimetatakse **ühtlaseks** liikumiseks. Liikumist aga, kus keha võrdseis ajavahemikes ära käib mittevõrdsed teeosad, nimetatakse **ebaühtlaseks** liikumiseks.

Inimesel on võimatu tekitada kauemat aega kestvart ühtlast liikumist. Parimadki kellad ei käi kauemat aega õieti. Looduses on ühtlastest liikumistest meile kõige enam tuntud Maa pöörlemine ümber telje. See liikumine peegeldub meile taevaskera näivas ööpäevases pöörlemises, mis ongi meile aluseks õige kellaaja saamisel.

Too näiteid ühtlase ja ebaühtlase liikumise kohta!

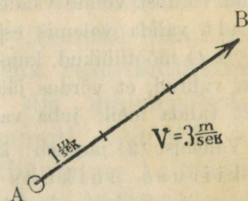
**57. Ühtlase liikumise kiirus.** Kiiruse suurus võrdub tee pikkusega, mis keha ära käib ühe ajaühiku jooksul.

Sellest järgneb, et ühtlaselt liikuva keha

$$\text{kiirus} = \frac{\text{käidud tee pikkus}}{\text{vastav aeg}} \text{ ehk } v = \frac{s}{t}, \text{ kui}$$

tähistame vastavais ühikuis mõõdetud kiiruse suuruse tähega  $v$  (ladina keeles *velocitas* — kiirus), käidud tee pikkuse tähega  $s$  (l. k. *spatium* — ruum, kaugus) ja aja tähega  $t$  (l. k. *tempus* — aeg).

Ainult kiiruse suuruse põhjal ei saa otsustada, kus kohal asetseb liikuv keha liikumise aja lõpul; selleks on vaja veel teada, missugust teed (trajektoori) mööda ja mis suunas (kuhu poole) liigub keha. Keha liikumise suund loetakse ühtlasi ka kiiruse suunaks.



38. joon. Kiiruse graafiline kujutamise.

Kiiruse suuna ja suuruse näitlikult kujutamiseks tarvitatakse noolt (38. joon.), kus noole suund ( $AB$ ) näitab kiiruse suunda ja noole pikkus on võrdeline kiiruse suurusega, näiteks kiirus  $AB$

$$\text{ehk } v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

1. Jalamees käib ühtlaselt 12 minutiga 1,2 km. Kui suur on ta kiirus  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,

$$\frac{\text{m}}{\text{min}} \text{ ja } \frac{\text{cm}}{\text{sek}} \text{-tes?}$$

2. Mitu km liigub edasi 2 tunniga raudteerong, mille sõidukiirus on  $15 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

3. Mitu km liigub edasi 6 tunniga laev, mille sõidukiirus on 20 sõlme

$$(1 \text{ sõlm} = 1852 \frac{\text{m}}{\text{h}})?$$

4. Hääle kiirus on  $342 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Millal kuulduv müristamine, kui välv sähvatas 3 km kaugusel?

5. Nimeta mõned meile tuntud kiirused!

**58. Kiiruse mõiste ja ühiku tuletamine.** Ühtlase liikumise kiirus on suurus, mille abil me seda liikumist iseloomustame. Meie otsese arusaamise järgi on kiiruse suurus, kui kõik teised tingimused ei muutu, võrdeline käidud teepikkusega ja pöörduvõrdeline selleks kulutatud ajaga. Tarvitades endisi tähistusi, võime selle kiiruse omaduse üles kirjutada järgmiselt:

$$v = k \frac{s}{t} \dots \dots \dots (1),$$

kus  $k$  on nn. võrdetegur. Nagu näha, esineb valemis (1) kolm isesugust suurus: kaugus ( $s$ ), aeg ( $t$ ) ja kiirus ( $v$ ). Et kõik need suurused on igauks täiesti ise liiki ja me võime nende mõõtühikuid vabalt valida, siis ei tarvitse valemi (1) ühe poole arvsuurus sugugi igal juhul võrduda teise poole arvsuurusega. Võrdeteguri  $k$ , kui nimeta arvu, ülesanne seisabki selles, et valemi (1) mõlemate poole arvsuurusi võrrandada. Ilma võrdetegurita pole meil võimalust üles kirjutada võrdelisust võrdusmärgi abil.

Tahame, et valem (1) omaks hästi lihtsat kuju, siis anname võrdetegurile  $k$  kõige lihtsama väärtuse, nimelt 1. Nüüd võime valemi (1) kirjutada ümber nõnda:

$$v = \frac{s}{t} \dots \dots \dots (2).$$

Saadud võrdust võime vaadelda kui võrrandit ühe tundmatuga. Järelikult võime vabalt valida valemis esinevate mistahes kahe suuruse (kas  $s$  ja  $t$ ,  $s$  ja  $v$  või  $v$  ja  $t$ ) mõõtühikud, kuna ülejäänud kolmanda suuruse mõõtühik peab olema nõnda valitud, et võrdus jääks püsima. Muidugi on siin kõige otstarbekohasem vabalt valida meile juba varemini tuntud kauguse ja aja mõõtühikud.

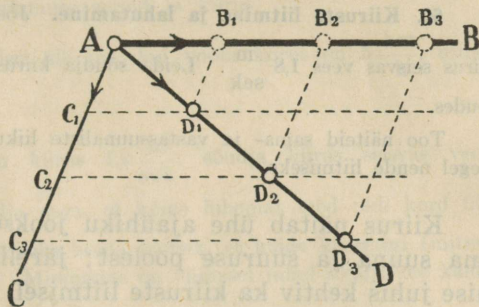
Valemist (2) järgneb: kui  $s=1$  ja  $t=1$ , siis peab olema ka  $v=1$ . Täheandab: kiiruse ühikuks on niisuguse keha kiirus, kus keha ühe ajaühiku jooksul edasi liigub ühe kaugusühiku võrra.

Niisugune ühikutevalik osutub väga otstarbekohaseks, sest ta võimaldab meil uue suuruse, antud juhul kiiruse, mõõtühikut tuletada juba varemini tuntud suuruste, antud juhul kauguse ja aja, mõõtühikute abil.

Ka kiiruse ühiku nimetus tuletatakse kauguse ja aja ühikute nimetuste abil. Kui näiteks kiiruse suuruse leidmisel on kaugus mõõdetud cm-tes ja aeg sek-tes, siis mõõtuib kiirus  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes, see tähendab, et kiiruse mõõtmisel on sel juhul võetud ühikuks niisuguse keha kiirus, kus keha iga sekundi jooksul ühe cm võrra edasi liigub. Tuleb kindlasti meeles pidada, et kiirust võib mõõta ainult kiiruse ühikuga, kaugust kauguse ühikuga, jne.

Sedaviisi tuletatud liitühikutega võib ümber käia kui matemaatiliste suurus-tega ja opereerida nendega sümboolselt samuti kui arvudega. Näiteks: kui keha kiirus on  $v \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ , siis  $t$  sek jooksul liigub see keha edasi  $vt \frac{\text{cm} \cdot \text{sek}}{\text{sek}} = vt$  cm jne.

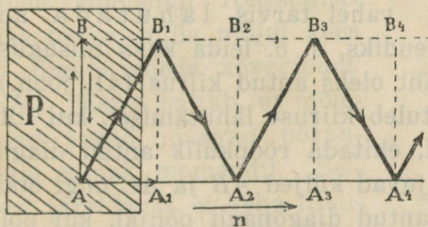
59. Liikumisteede liitmine ja lahutamine. Kriiditükk liigub ühtlaselt mööda joonlaua  $AB$  äärt (39. joon.); joonlaud omakorda aga nihkub ühtlaselt edasi mööda tahvlit rööpselt esialgse asendiga. Missugune on kriiditüki tee tahvli suhtes? Käsitle sama küsimust geomeetriliselt.



39. joon. Liikumisteede liitmine.

Reisija jalutab ühtlaselt parvel edasi-tagasi joonel  $AB$  (40. joon.). Parv liigub ühtlaselt noole  $n$  suunas. Leia reisija tee jõe (maa) suhtes.

Katsed näitavad, et ühtlase liikumise puhul on kahe liitliikumise tee liidetavate liikumiste kui külgede põhjal joonestatud rööpküliku diagonaal.



40. joon. Liikumisteede liitmine liikuvale parvel.

kaheks komponentliikumiseks  $AB_3$  ja  $AC_3$ , liikumise  $AB_1$  (40. joon.) komponentliikumisteks  $AB$  ja  $AA_1$  jne.

Tuleta liikumiste liitmise reeglist reegel liikumiste lahutamise kohta komponentliikumisteks.

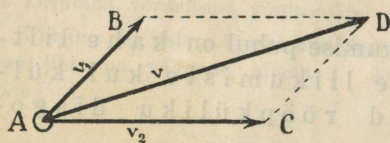
1. Too näiteid liikumiste liitmise ja lahutamise kohta.
2. Missugusteks komponentliikumisteks võid lahutada oma liikumise tee kodust kooli?
3. Analoogiliselt arvude liitmisega tuleta reegel 3, 4 jne. liikumise liitmise kohta.
4. Reisija jalutab risti mööda liikuvat vagunit edasi-tagasi. Missugune on reisija tee raudtee suhtes?

5. Näidata, et ühtlaste sirgjooneliste liikumiste liitmisel saadud resultantliikumine on samuti ühtlane ja sirgjooneline.

60. Kiiruste liitmine ja lahutamine. Jõe voolu kiirus on  $0,6 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , sõudja kiirus seisvas vees  $1,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leida sõudja kiirus kalda suhtes päri- ja vastuvett sõudes.

Too näiteid sama- ja vastassuunaliste liikumiste liitmise kohta ning tuletage reegel nende liitmiseks.

Kiirus näitab ühe ajaühiku jooksul liikumisel käidud teed oma suuna ja suuruse poolest; järelikult on liikumiste liitmise juhised kehtivad ka kiiruste liitmisel, s. o. liit- ehk resultantliikumise kiirus ( $v$ ) võrdub alati oma suuruse ja suuna poolest liidetavate ehk komponentliikumiste kiiruste ( $v_1$  ja  $v_2$ ) kui külgede põhjal joonestatud rööpküliliku diagonaaliga (41. joon.).



41. joon. Kiiruste rööpkülilik.

Ümberpöörduvalt liitmisele on vahel tarvis lahutada antud kiirus ( $v$ ) kaheks komponendiks, s. o. leida kaks niisugust kiirust ( $v_1$  ja  $v_2$ ), mille resultant oleks antud kiirus (41. joon.).

Nagu liitmise juhised selgub, tuleb kiiruse lahutamisel, kui liitmisele ümberpöörduvad tegevused, ehitada rööpkülilik antud diagonaali  $AD$  põhjal. Tipust  $A$  väljuvad küljed  $AB$  ja  $AC$  ongi otsitavad komponentkiirused. Et antud diagonaali põhjal, kui pole teisi lisatingimusi, saab ehitada lõpmata palju rööpkülilikeid, siis tuleb ülesande üheselt lahendamiseks anda ka komponentide kohta mõned lisatingimused, näiteks: 1) mõlema komponendi suund; 2) ühe komponendi suund ning suurus, jne. Näita kolmnurkade ehitamise põhjal, et need lisatingimused on piisavad kiiruse lahutamise ülesande ainult ühtviisi lahendamiseks. Seejuures tuleb silmas pidada, et mõlemad komponendid ei saa asuda ühel pool resultanti.

1. Mispoolest erineb kiiruste liitmine ning lahutamine samanimelistest tehetest aritmeetikas?

2. Kuidas tuleks 3, 4 jne. kiirust liita? Näidata, et resultantkiirus ei ole komponentkiiruste liitmise järjekorrast.

3. Kõva läänetuulega ( $v_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ) sõidab lennuk lõuna suunas kiirusega  $v = 40 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leida lennuki omaliikumise suund ja kiirus.

4. Kas on võimalik ujuda risti üle jõe, kui voolu kiirus on  $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , ujuja kiirus seisvas vees aga  $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?

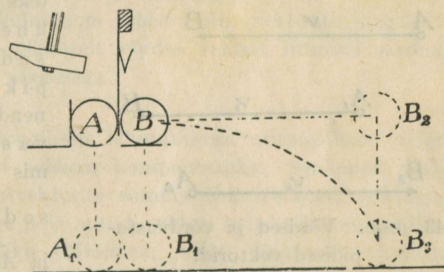
5. Jõe laius on  $72 \text{ m}$ , voolu kiirus  $1,2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , sõudja kiirus seisvas vees  $1,5 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Kui palju tarvitab sõudja aega, et kõige lühemat teed pidi kord üle jõe ja tagasi sõita? Mis suunas tuleks hoida lootsik, et kõige kiiremini (mitme sekundiga?) jõuda teisele kaldale? Missugune on viimasel juhul sõudja tee kalda suhtes?

6. Antud kiirus lahutada kaheks komponendiks, mis oleksid suuruselt antud kiirusega ühesugused.

**61. Liikumiste olenematus printsiip.** Võtame kaks ühesugust (puust) kera ( $A$  ja  $B$ ) ning laseme neil mõlemal samast kõrgusest põrandale langeda (42. joon.). Kera  $A$  laseme vabalt püsti alla langeda, kuna ke-

rale  $B$  anname langemise alguse momendil rõhtsuunalise tõuke, mille mõjul kera  $B$  liigub mööda kõverjoont  $BB_3$ . Katse näitab, et mõlemad kerad jõuavad põrandale samal momendil. Sellest järeldame, et keha liikumine püstsuunas (langemine) ei olene sama keha liikumisest rõhtsuunas, üks liikumine ei sega teist.

Ka liikumiste (kiiruste) liitmisel rööpküliku juhise põhjal on aluseks sama nn. liikumiste olenematus põhimõte ehk printsiip, mille järgi keha liikumine mõne teise keha suhtes ei olene sellest, missugus- test teistest liikumistest see keha osa võtab. Näiteks ühtlaselt liikuval laeval (rongil) võib niisama hästi palli mängida, märki lasta jne. nagu seisvalgi. Samuti ei olene liikumised meie Maa suhtes viimase liikumisest.



42. joon. Liikumiste olenematus.

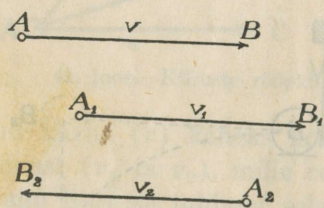
**62. Skalaarsed ja vektorilised suurused.** Füüsikalised suurused võime jagada kahte liiki: skalaarsed ja vektorilised suurused. Esimeste hulka kuulu-

vad näiteks: mass, erisoojus, valgustuse tugevus jne. Nende väärtuste täpseks määramiseks on küllalt vastusest küsimusele: kui palju? Keha mass on 5 kg, aine erisoojus on 0,03 kalorit grammi kohta, pinna valgustuse tugevus 10 luksit jne. Teiste, s. o. vektoriliste suuruste väärtuste täpseks määramiseks on vähe vastusest küsimusele „kui palju?“, vaid peame sellele lisaks veel andma vastuse küsimusele „millises suunas?“. Niisuguste suuruste hulka kuuluvad kiirus, kiirendus, tung jne. Tõepoolest, sellest on veel vähe, kui teame, et tuule kiirus on  $5 \frac{m}{sek}$ , tarvis on ka teada, mis suunas tuul puhub; samuti ei olene tungi mõju kehasse mitte ainult tungi suurus, vaid ka tungi mõjumise suunast jne.

Skalaarsete suuruste väärtuste täpne tähistamine on võimalik arvude abil, vektoriliste suuruste väärtuste tähistamiseks kasutatakse nooli ehk nn. vektoreid. Seejuures võetakse vektori pikkus võrdeline antud vektorilise suuruse arvsuurusega, kuna vektori suund vastab antud vektorilise suuruse suunale.

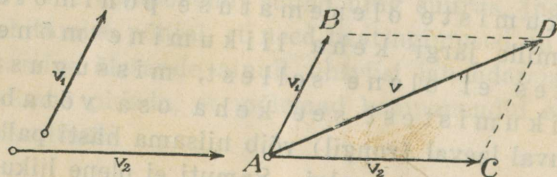
Kas on võimalik skalaarsete suuruste kohta tarvitatavaid mõisteid: „suurem“, „väiksem“ üle kanda vektorilistele suurustele?

**63. Vektorite liitmine.** Olgu näiteks (43. joon.) antud vektor  $\vec{AB}$  ehk  $\vec{v}$ . Punkt  $A$  loetakse vektori alguseks,  $B$  — lõpuks. Nimetame kaht vektorit, näiteks  $\vec{AB}$  ja  $\vec{A_1B_1}$  võrdseteks ehk üheväärseteks, kui nad on rööpsed, samasuunalised ja ühepikkused, hoolimata sellest, kus asub nende vektorite alguspunkt. Võrdvastupidisteks nimetame vektoreid, mis on rööpsed, vastassuunalised ja ühepikkused, näiteks  $\vec{AB}$  ja  $\vec{A_2B_2}$ .



43. joon. Võrdsed ja võrdvastupidised vektorid.

Kahe antud vektori summaks ehk resultandiks nimetatakse antud vektorite ehk komponentide kui külgede põhjal joonestatud rööpküliliku diagonaali. Nii näiteks (44. joon.) on selle definitsiooni põhjal vektori  $\vec{v}_1$  ja vektori  $\vec{v}_2$  summaks vektor  $v$ , s. o.



44. joon. Vektorite summa.

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}$$

Joonisest selgub, et diagonaali  $AD$  määramiseks pole mitte tarvis ehitada täit rööpkülikut, vaid selleks jätkeb  $\Delta$ -st  $ABD$  ehk  $\Delta$ -st  $ACD$ .  $\Delta ABD$  on kõige hõlpsam ehitada, kui

punkti  $B$  (vektori  $v_1$  lõpu) joonistame vektori  $\vec{BD}$ , mis on võrdne teise antud

vektoriga  $\vec{v}_1$ . Sellega saame kahe vektori liitmiseks väga lihtsa nn. kolmnurga juhise (45. joon.):

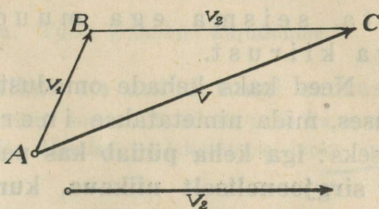
Kahe antud vektori ( $\vec{v}_1$  ja  $\vec{v}_2$ ) summa leidmiseks ehitame ühe antud vektori, näiteks  $\vec{v}_1$ , lõpust (B) vektori, mis on võrdne teise antud

vektoriga ( $\vec{v}_2$ ). Selle lõpu (C) ühendame esimese vektori algusega (A). Sedaviisi saadud vektor ( $\vec{v}$ ) ongi otsitav summa ehk resultantvektor.

Mitme antud vektori liitmisel liidame neist kaks esimest, saadud summaga liidame kolmanda vektori jne.

Vektorite liitmist nimet. sageli ka geomeetriliseks liitmiseks vastandina aritmeetilisele liitmisele.

1. Näidata, et vektorite liitmise resultaat ei olene liitmise järjekorrast.
2. Võrrelda aritmeetilist liitmist geomeetrilise liitmisega.
3. Kuidas on võimalik kasutada kolmnurga juhise hulga vektorite liitmisel?
4. Missugusel juhul võrdub kahe pikkuselt võrdse vektori liitmisel saadud resultantvektori pikkus komponentide pikkusega?



45. joon. Vektorite summa leidmine kolmnurga abil.

**64. Vektorite lahutamine.** Analoogiliselt lahutamisele aritmeetikas võime ka antud vektori lahutada kaheks või rohkem komponendiks. Seejuures peab muidugi lahutamisel saadud komponentvektorite summa ehk resultant võrduma antud vektoriga. Geomeetrisest küljest pole antud vektori kaheks komponendiks lahutamine muud midagi kui rööpküliku ehitamine, mille diagonaal võrduks antud vektoriga; antud vektori algusest väljuvad rööpküliku küljed ongi otsitavad komponendid.

Et antud diagonaali põhjal on võimalik ehitada lõpmata hulk rööpkülikuid, siis tuleb antud vektori komponentideks lahutamisel anda komponentide kohta mõned lisatingimused, mis küsimust ainult üheselt lubavad lahendada, näiteks komponentide suund, pikkus jne.

Lahutamisele aritmeetikas vastab siin juht, kui on antud üks komponent oma suuna ja suuruse poolest. Sel juhul on kõige lihtsam leida teine komponent järgmiselt: liita vähendatava vektoriga vektor, mis on võrdvastupidine lahutatavaga. Saadud resultant ongi otsitav teine komponent.

1. Lahutada antud vektor kaheks komponendiks, kui on antud: a) komponentide suunad; b) komponentide suurused; kas on sel juhul ülesande lahendamine alati võimalik? c) ühe komponendi suund ja teise suurus.

2. Mispärast ei saa kõik komponendid asetseada ühel pool resultanti?

## Tung. Tungide liitmine ja lahutamine ühise rakenduspunkti puhul.

65. **Inerts.** Ükski paigalolev keha ei hakka liikuma ilma põhjuseta — iseendast; samuti ükski liikuv keha ei jää iseendast, ilma põhjuseta, seisma ega muuda oma liikumissuunda ega kiirust.

Need kaks kehade omadust võttis Newton kokku järgmises lauses, mida nimetatakse inertsisi ehk Newtoni esimeseks seaduseks: iga keha püüab kas paigal püsida või liikuda ühtlaselt ja sirgjooneliselt niikaua, kuni mingi põhjus, mida me tungiks nimetame, seda olekut ei muuda.

Seda üldist kehade omadust, alal hoida oma liikumise olekut, nimetatakse inertsiks. Too näiteid inertsisi kohta!

66. **Tung ja selle mõõtmine.** Inertsiseaduse järgi nimetame tungiks põhjust, mis paigaloleva keha liikuma paneb, või juba olemasolevat liikumist suuna või kiiruse suuruse poolest muudab.

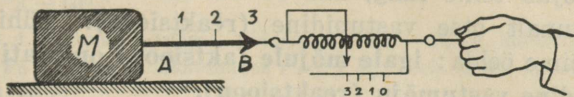
Tungid on tasakaalus, kui nad ei muuda keha liikumise olekut: paigalolev vaba keha jääb tungide mõjule vaatamata paigale, ühtlaselt sirgjooneliselt liikuv keha jätkab oma liikumist samal viisil.

Tungi mõjul võib muutuda ka keha kuju, s. o. tung võib tekitada kehas deformatsiooni. Nii näiteks võime tungi mõjul keha pikemaks venitada, kokku suruda, painutada jne. Deformatsiooni suuruse põhjal otsustame ka deformeeriva tungi suuruse üle. Sellel omadusel põhinebki raskustungi mõõtmine vedrukaalu abil, sest teatavais piires on vedru pikenemine võrdeline venitava tungi suurusega. Raskustungi suurust mõõdetakse kaaluühikute (kg, g jne.) abil. Kõiki teisi tunge aga võime raskustungiga võrrelda, järelikult' kaaluühikutes mõõta.

Riistu, mille abil saab tungi suurust mõõta, nimetatakse dünamomeetriteks. Selleks otstarbeks võib tarvitada iga kaalu.

67. **Tungi graafiline kujutamine.** Tung on täiesti teada, kui on antud tema rakenduspunkt, suund ja

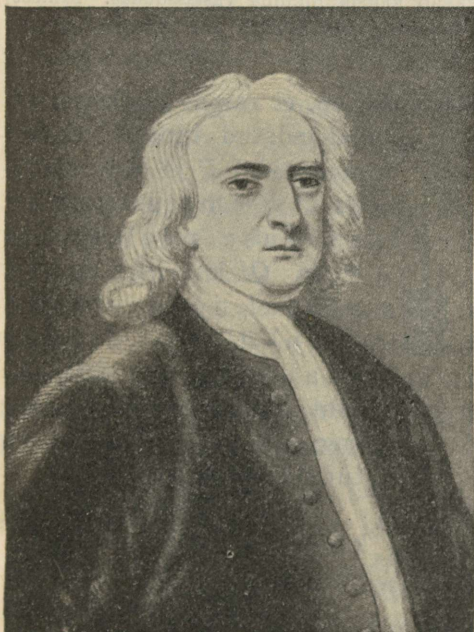
**suurus.** Kõiki neid kolme tungi tunnust on võimalik graafiliselt näitlikult kujutada noole abil. Noole ( $AB$ ) algus on antud tungi raken-  
duspunktis ( $A$ ),  
suund näitab antud tungi suunda ja pikkus mahutab enesesse nii



46. joon. Tungi graafiline kujutamine.

mitu mõõtu, kui mitu tungiühikut on antud tungi suuruses.

Eelöeldust järgneb, et tung on vektoriline suurus, järelikult peab ka tungide liitmine ja lahutamine toimuma vektorite liitmise ja lahutamise jaoks antud reeglite põhjal.



Isaac Newton, 1643—1727.

Kuulus inglise matemaatik ja füüsik. Õppis Cambridge'i ülikoolis matemaatikat, oli pärast 30 aastat matemaatikaprofessoriks sealsamas. Hiljemini kuni surmani Kuningliku Rahapaja ülem Londonis ja Kuningliku Seltsi (Royal Society) president. Newtoni peateos „*Philosophiæ naturalis principia mathematica*“ ilmus 1686. Selles N. liikumiseadustega põhjendab mehaanika ja gravitatsiooniseadusega paneb aluse taeva mehaanikale. Valguse emanatsiooniteooria ja diferentsiaal- ja integraal-arvutuse põhjendaja, peegelteleskoobi ja sekstanti leiutaja.

68. Newtoni mõju ja vastumõju seadus. Päkaga vastu lauda rõhudes (tee seda!) tunneme, et laud rõhub päkka. Vedrukaalu abil teist vedrukaalu välja venitades näeme, et mõlemad vedrud on alati samatugevusest välja venitatud. Kui lootsikus olles teist lootsikut nõoriga esimese poole tõmmata, siis hakkab ka esimene teise poole liikuma. Kõik need katsed näitavad, et me ei saa ainult üht tungi tekitada. Iga kord, kui

mingisse kehasse hakkab mõjuma mingisugune tung (aktsioon), siis tingimata peab kuski leiduma mõni teine keha, millesse mõjub teine tung, mis on suuruselt esimesega ühesugune, kuid suunalt otse vastupidine (reaktsioon). Lühidalt kokku võttes võime öelda: **igale mõjule (aktsioon) on alati olemas võrdvastupidine vastumõju (reaktsioon).**

See tungide üldine omadus kuulub mehaanika põhilausetes hulka ja on tuntud Newtoni III seaduse nime all.

1. Kumb tõmbab tugevamini teist enda poole: kas Maa kivi või kivi Maad? Vasta sama küsimus Päikese ja Maa ning Maa ja Kuu kohta.

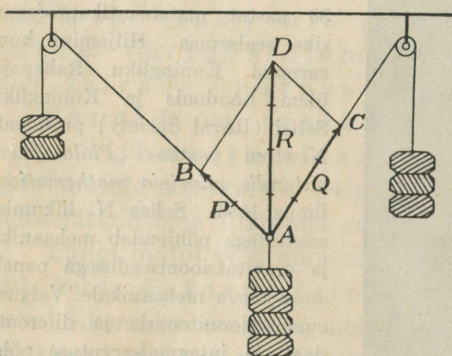
2. Kas võib üks keha anda teisele tugevama hoobi, kui ta ise suudab välja kannatada?

3. Kas on aktsioon ja reaktsioon rakendatud samas punktis või mitte?

4. Lootsikust kaldale hüpates hakkab lootsik liikuma vastassuunas. Millest see tuleb?

5. Jälgi aktsiooni ja reaktsiooni kelgu ning koorma vedamisel.

### 69. Tungide liitmine. Katse näitab, et samas punktis (A)

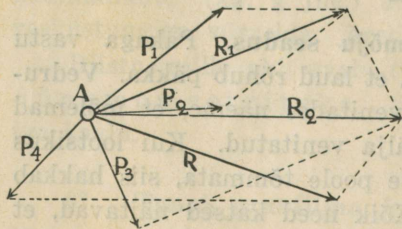


47. joon. Tungide rööpkülik.

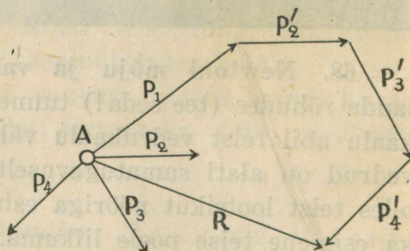
rakendatud tungide (komponentide)  $P$  ja  $Q$  resultant  $R$  oma suuna ja suuruse poolest on  $P$  ja  $Q$  kui külgede põhjal joonestatud rööpküliku diagonaal (47. joon.). Resultant mõjub üksinda samasuguselt, kui kõik antud tungid ühtekokku.

Jälgi tähelepanelikult, kuidas on liidetud 48. ja

49. joonisel antud tungid  $P_1, P_2, P_3$  ja  $P_4$ .



48. joon.



49. joon.

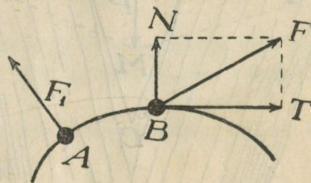
1. Leia graafiliselt järgmiste komponentide  $P$  ja  $Q$  resultandid, kui komponentide ja nende vahel oleva nurga  $A$  suurused on: a)  $P = 3$  kg,  $Q = 5$  kg,  $A = 90^\circ$ ; b)  $P = Q = 10$  kg,  $A = 120^\circ$ ; c)  $P = 9$  g,  $Q = 12$  g,  $A = 90^\circ$ ; d)  $P = 3$  kg,  $Q = 4$  kg,  $A = 60^\circ$ .

2. Rakenduspunktis  $A$  mõjuvad 4 tungi: põhjasuunas  $P_1 = 15$  kg, idasuunas  $P_2 = 10$  kg, lõunasuunas  $P_3 = 11$  kg ja läänesuunas  $P_4 = 7$  kg. Leia suuna ja suuruse poolest nende resultant  $P$ .

3. Jälgi, kuidas muutub samas punktis rakendatud kahe võrdse komponendi resultant nende vahel oleva nurga muutudes.

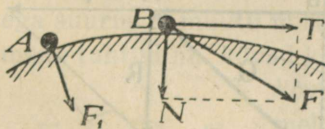
**70. Tungide lahutamine.** Antud tungi kui resultandi lahutamisel kaheks komponendiks tuleb ehitada rööpkülik antud tungi kui diagonaali põhjal. Et ühesuuruse diagonaaliga on võimalik ehitada väga palju isesuguseid rööpkülikuid, siis on ka antud tungi kaheks või enam komponendiks lahutamine võimalik väga mitmel viisil.

Kui keha liigub tungi mõjul, kuid mitte selle tungi mõjumuunduses, näiteks 50. joonisel kujutatud juhul, siis on sageli kasulik antud tung lahutada kaheks komponendiks nõnda, et ühe komponendi suunaks on võetud keha liikumise suund, kuna teise komponendi suund on sellega risti. Liikumist mõjustab vaid liikumissuunas mõjuv tungi komponent, kuna sellega risti olev komponent liikumist ei soodusta.



50. joon. Tasakaal varval.

Oletame näiteks, et 50. joon. kujutatud keha võib liikuda ainult mööda varba  $AB$ . Asendis  $A$  on tung liikumissuunaga risti, järelikult keha on tasakaalus.

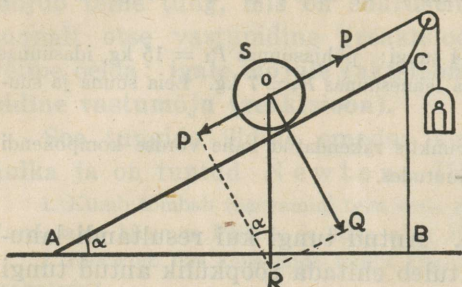


51. joon. Tasakaal pinnal.

Asendis  $B$  lahutame mõjuva tungi  $BF$  komponentideks: liikumise suunas  $BT$  (tangentsiaalne) ja sellega risti  $BN$  (normaalne). Arusaadav, et sel juhul komponendi  $BT$  mõjul keha hakkab liikuma. Samalaadiliselt tuleb käsitleda keha tasakaalu liikumisel mööda pinda, nagu 51. joon. näha.

Rakendame tungide lahutamise reeglid mõne meile tuntud nähtuse seletamiseks.

a) Kaldpind  $AC$  (52. joon.) moodustab rõhttasapinnaga  $AB$  nurga  $\alpha$ . Näita, et kaldpinnaga rööbitine komponent  $P = R \sin \alpha$ ,



52. joon. Kaldpind.

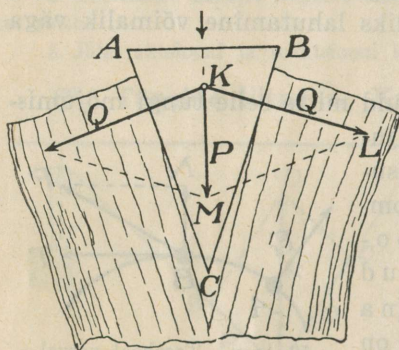
kui  $R$  on kaldpinnal lasuva silindri  $S$  raskus. Millega võrdub komponent  $Q$ ? Mis tasakaalustab neid komponente?

b) Kiil (53. joon.) koosneb kahest kaldpinnast. Lahutame kiilu silmasse mõjuva tungi  $P$  kaheks komponendiks ( $Q$ ) risti kiilu külgepindadega. Et

$\triangle ABC \sim \triangle KLM$ , siis

$$\frac{P}{Q} = \frac{AB}{BC}, \text{ millest}$$

$$Q = P \cdot \frac{BC}{AB},$$

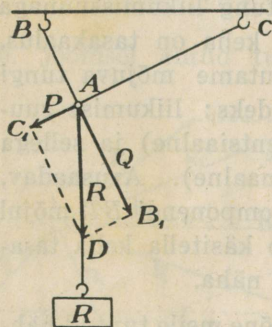


53. joon. Kiil.

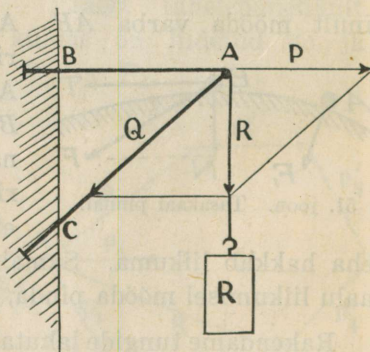
s. o. kiilu külje rõhuline ( $Q$ ) on nii mitu korda suurem rõhumisest kiilu silmale ( $P$ ), kui mitu korda kiilu külje pikkus ( $BC$ ) on suurem silma paksusest ( $AB$ ).

c) Leia graafiliselt, kui tugevasti on pingule tõmmatud 54. joon. kujutatud niidid  $AB$  ja  $AC$ , mille otsas ripub raskus  $R = 13$  kg.

d) Koormis  $R$  ripub punktis  $A$  kahest varvast  $AB$  ja  $AC$  koosneva kandetoe



54. joon. Tungi lahutamine.



55. joon.

otsas. Lahutame tungi  $R$  kaheks komponendiks  $P$  ja  $Q$  varbade  $AB$  ja  $AC$  sihis. Sel teel saadud komponendid tasakaalustuvad varbade tõmbe ja rõhumisega.

1. Lodjamees veab lotja vastuvett üles (56. joon.). Selleks tõmbab ta kaldal ( $M$ ) nõõrist. Lahutame lodjamehe tõmbetungi  $R$  komponendideks  $P$  ja  $Q$ .

Kuidas on komponentide  $P$  ja  $Q$  suurus võrreldes lodja liikumise suuna ja nõõri suuna vahel olevast nurgast? Mis suunas oleks kõige kasulikum tõmmata?

Leia graafiliselt komponentide  $P$  ja  $Q$  suurus, kui  $R = 30$  kg.

2. Kaldpinnal lasub koorem  $P$ , mida on võimalik tasakaalustada kas rööpselt kaldpinna pikkusega mõjuva tungiga  $P_1 = 40$  kg või rööpselt kaldpinna alusega mõjuva tungiga  $P_2 = 50$  kg. Kui suur on koorem  $P$  ja kaldenurk  $\alpha$ ?

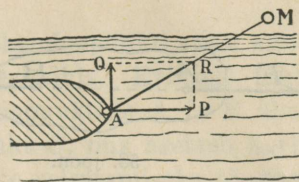
3. Missuguse kaldenurga juures on kaldpinna pikkusega ja alusega rööpsed komponendid võrdsed?

4. Kiilu külje pikkus on 30 cm, silma paksus 5 cm. Kui tugevasti tuleb kiilu silma rõhuda, et rõhumine küljele oleks 240 kg?

5. Tung 10 kg lahutada kaheks vastastikku risti komponendiks, millest üks oleks 6 kg.

6. Pilt ripub vertikaalselt kahe niidi abil seinal naela otsas. Leida niidi pingevus, kui pilt kaalub 2 kg ja niidid moodustavad pildi ülemise äärega võrdkülgse kolmnurga.

7. Tung 8 kg lahutada kaheks vastastikku risti komponendiks, millest üks oleks teisest 3 korda suurem.



56. joon. Lodjavedu.

## Tungide liitmine ja lahutamine mitteühise rakenduspunkti puhul.

71. **Kõvasse kehasse mõjuva tungi tasakaalustamine.** Mehaanikas mõeldakse kõva keha all niisugust keha, mille kuju ega suurus ei muutu mistahes suurte tungide mõjul. Tegelikult on meile tuntud nn. kõvad kehad (kivi, teras jne.) ainult enam-vähem kõvad. Absoluutselt ehk päris kõva keha mehaanika mõttes ei tunta.

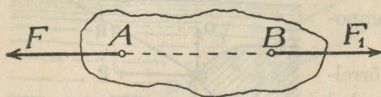


57. joon.

Kõva keha ehk lihtsalt keha tasakaalutingimuste tundmaõppimisel edaspidi kasutame järgmisi lihtsaid lauseid.

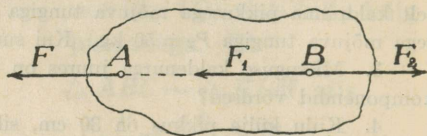
a) Keha tasakaal ei muutu samas punktis rakendatud võrdvastupidiste tungide mõjul, sest nende summa on null (57. joon.).

b) Keha tasakaal ei muutu **samal sirgel** rakendatud võrdvastupidiste tungide mõjul (58. joon.), sest need püüavad keha liikuma panna vastassuunas.



58. joon.

Olgu antud tung  $F$  rakendatud punktis  $A$ . Rakendame tungi sihis punktis  $B$  kaks võrdvastupidist tungi  $F_1$  ja  $F_2$ , mis suuruselt võrdsed  $F$ -ga. Lause b) põhjal tasakaalustuvad  $F$  ja  $F_2$ , jääb järele ainult tung  $F_1$  mõju tungi  $F$  asemel.

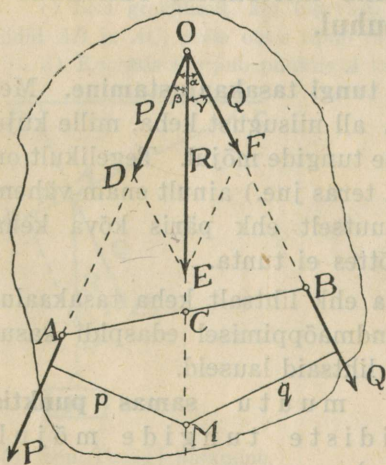


59. joon.

Tegelikult tasakaalustame tungi mõju kehasse sellega, et kinnitame paigale kas tungi rakenduspunkti või mõne punkti tungi sihis (lööme näiteks naela läbi).

Kuidas on tegelikult võimalik tungi rakenduspunkti edasi kanda tungi sihis?

**72. Kõvasse kehasse mõjuvate tungide liitmine juhul, kui tungi sihid on ühes tasapinnas.**



60. joon.

a) Punktides  $A$  ja  $B$  rakendatud tungide  $P$  ja  $Q$  suunad moodustavad teineteisega nurga  $a$  (60. joon.). Pikendame tungide sihte kuni lõikumiseni punktis  $O$  ja kanname tungide rakenduspunktid ühisesse lõikepunkti. Nüüd võime kasutada tungide  $P$  ja  $Q$  liitmiseks rööpküliku reeglit; saame resultandi  $R$ , mille suuruse võime leida kas graafiliselt või arvutades. Viimasel juhul saame  $\triangle$ -st  $ODE$ :

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos a \quad (1).$$

Tarvitatud mõttekäik kõlab ka siis, kui tungide sihid

peaksid lõikuma väljaspool keha. Viimasel juhul kujutleme, et lõikepunktid on ühendatud kehaga „kaalutu“ varva või keha abil, mis tasakaalu ei muuda.

Resultandi  $R$  leidnud, võime tema rakenduspunkti edasi kanda tungi sihis mistahes keha punkti selles sihis. Eriliselt tähtis on meile antud tungide  $P$  ja  $Q$  rakenduspunktide  $A$  ja  $B$  ühendava sirge ning resultandi sihi lõikepunkt  $C$ , mis asetseb harilikult antud kehas. Selle punkti omaduste selgitamiseks tõestame enne iga resultandi sihis võetud punkti üldise omaduse komponentide suhtes.

Võtame resultandi sihis mistahes punkti  $M$  ja tõmbame sellest komponentide sihtidele ristjooned  $p$  ja  $q$ . Joonisest näeme, et  $p = OM \sin \beta$  ja  $q = OM \sin \gamma$ ; edasi saame

$$\frac{p}{q} = \frac{OM \cdot \sin \beta}{OM \cdot \sin \gamma} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{Q}{P},$$

millest  $Pp = Qq \dots \dots \dots (3)$ .

Nimetame tungi suuruse ( $P$ ) ja antud punktist ( $M$ ) tungi sihile tõmmatud ristjoone pikkuse ( $p$ ) korrutise tungi momendiks antud punkti suhtes. Momendi mõiste abil võime valemi (3) sõnastada järgmiselt: komponentide momendid iga resultandi sihis võetud punkti suhtes on võrdsed.

b) Kui  $P$  ja  $Q$  sihid muutuvad rööpseteks, siis lõikepunkt  $O$  nihkub lõpmatusse ja  $a = 0$ . Sel juhul saame valemist (1):

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ = (P + Q)^2,$$

millest

$$R = P + Q \dots \dots \dots (2),$$

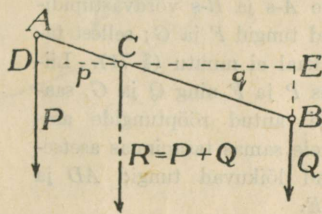
s. o. rööptungide resultant võrdub komponentide summaga.

Rakendame momendi lause rööptungide resultandi rakenduspunkti  $C$  kohta (61. joon.), siis saame:

$$Pp = Qq \dots \dots \dots (4).$$

Et  $CD$  ja  $CE$  moodustavad sama sirge (mispärast?), siis  $\triangle ACD \sim \triangle BCE$  ja

$$\frac{AC}{p} = \frac{BC}{q} \dots \dots \dots (5).$$



61. joon.

Korrutades võrduste (4) ja (5) vastavad pooled saame:

$$P \cdot AC = Q \cdot BC \dots \dots (6),$$

s. o. rööptungide resultandi suund jagab komponentide rakenduspunktide vahe pöördvõrdeliselt komponentide suurustega.

Rööptungide resultandi suuruse ja rakenduspunkti omadusi on kerge katsetelisel toestada. Selleks võtame ühtlase sirge varva ja rakendame ta külge tungid, nagu kujutatud 62. joonisel. Katse näitab, et varb on tasakaalus ainult siis, kui

$$P + Q = R \text{ ja } P \cdot AC = Q \cdot BC.$$

Katsetegemisel tuleb muidugi arvestada ka varva raskust.

1. Kõvasse kehasse punktides *A* ja *B* mõjuvad samas suunas vastavalt tungid  $P = 3 \text{ kg}$  ja  $Q = 5 \text{ kg}$ . Leida resultandi suurus ja rakenduspunkti *C* asukoht, kui  $AB = 40 \text{ cm}$ .

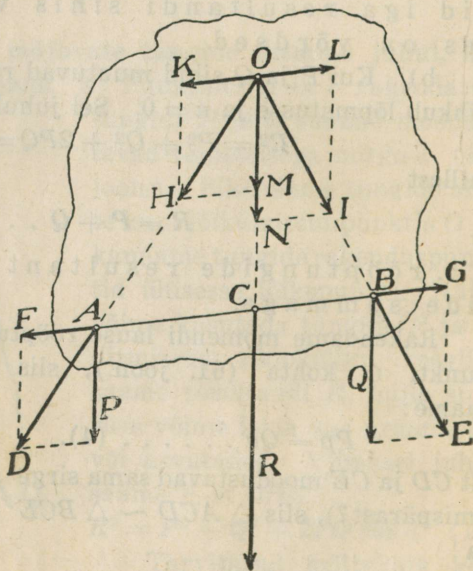
2. Veekandja kannab kaelkookudega vett, täis pang kummaski otsas.

Leida rõhumise suurus õlale, arvestades ka tühjade pangede ja kookude raskust.

3. Isa ja poeg kannavad vahepuus, mille pikkus 1,8 m, rukkivakka (48 kg). Mitu kg tuleb kanda isal ja mitu kg pojalt, kui koti kaugus pojapoolsest otsast on 135 cm.

**73. Samasuunaliste rööptungide liitmine.** Endisele lisaks toome siin tuntud geometrilise viisi samasuunaliste rööptungide resultandi leidmiseks. Olgu antud rööptungid *P* ja *Q* rakendatud punktides *A* ja *B* (63. joon.). Ühendame *A* ja *B* sirgega ning rakendame *A*-s ja *B*-s võrdvastupidised tungid *F* ja *G*; sellest tasakaal ei muutu (§ 71). Liites *P* ja *F* ning *Q* ja *G*, saame antud rööptungide asemele samas tasapinnas asetsevad lõikuvad tungid *AD* ja *BE*.

Nüüd kanname nende



63. joon. Rööptungide liitmine.

rakenduspunktid ühisesse löikepunkti  $O$  ja lahutame sedaviisi edasikantud tungid  $OH$  ja  $OI$  komponentideks antud tungide  $P$  ja  $Q$  ning nende rakenduspunktide  $A$  ja  $B$  ühendava sirge suunas (kaks antud suunda). Saame  $OH$  asemele komponendid  $OK$  ja  $OM$  ning  $OI$  asemele komponendid  $OL$  ja  $ON$ . Et  $\triangle OKH = \triangle AFD$  ja  $\triangle OLI = \triangle BGE$  (mispärast?), siis

$$AF = OK = BG = OL$$

ja  $OM = P$  ning  $ON = Q$ .

Tungid  $OK$  ja  $OL$  kui võrdvastupidised on tasakaalus. Jääb järele ainult komponendid  $OM$  ja  $ON$  mõju. Viimased võrduvad suuruselt vastavalt antud tungidega  $P$  ja  $Q$  ning on rakendatud samas punktis, sama sirge suunas, järelikult nende resultant  $R$  võrdub  $P$  ja  $Q$  summaga, s. o.

$$R = P + Q.$$

Kanname resultandi  $R$  rakenduspunkti sirge  $AB$  ja resultandi suuna löikepunkti  $C$ . Tõestame, et punkt  $C$  jagab antud tungide  $P$  ja  $Q$  rakenduspunktide  $A$  ja  $B$  vahe pöörvõrdeliselt komponentide suurustega.

$$\begin{array}{c|c} \triangle ACO \sim \triangle HMO: & \triangle BCO \sim \triangle INO: \\ \frac{AC}{HM} = \frac{OC}{OM} & \frac{BC}{IN} = \frac{OC}{ON} \end{array}$$

Jagades saame: 
$$\frac{AC \cdot IN}{HM \cdot BC} = \frac{OC \cdot ON}{OM \cdot OC}.$$

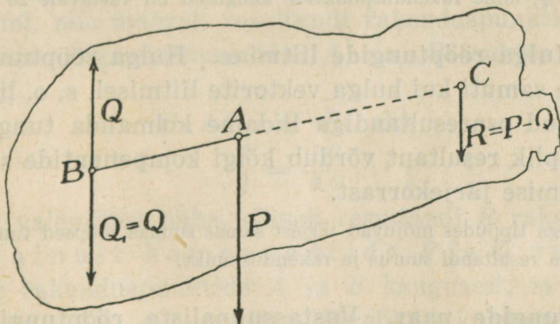
Et  $IN = HM$  ja  $ON = Q$  ning  $OM = P$ , võime valemi (3) lihtsustatult kirjutada nõnda:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{Q}{P} \dots \dots \dots (4),$$

millest

$$P \cdot AC = Q \cdot BC.$$

**74. Vastassuunaliste rööptungide liitmine.** Vastassuunalised rööptungid  $P$  ja  $Q$  on rakendatud vastavalt punktides  $A$  ja  $B$  (64. joon.). Nende liitmiseks lahutame suurema tungi, s. o.  $P$ , kaheks rööpseks komponendiks  $Q_1$  ja  $R$  nõnda, et komponent  $Q_1$



64. joon. Vastassuunaliste rööptungide liitmine.

oleks võrdvastupidine  $Q$ -ga. Tungid  $Q$  ja  $Q_1$  tasakaalustuvad kui võrdvastupidised. Jääb järele ainult tung  $R$ , mis ongi otsitavaks resultandiks.

Et  $Q_1 + R = Q + R = P$ , siis

$$R = P - Q \dots \dots \dots (1),$$

s. o. vastassuunaliste rööptungide resultant võrdub komponentide vahega.

Resultandi  $R$  rakenduspunkti  $C$  määramiseks võime sama-suunaliste rööptungide rakenduspunkti omaduse põhjal kirjutada:

$R \cdot AC = Q_1 \cdot BA$ . Asetades  $R = P - Q$  ja  $Q_1 = Q$ , saame:

$$(P - Q) \cdot AC = Q \cdot BA \dots \dots (2);$$

$$P \cdot AC - Q \cdot AC = Q \cdot BA;$$

$$P \cdot AC = Q \cdot BA + Q \cdot AC = Q \cdot (BA + AC);$$

$$P \cdot AC = Q \cdot BC \dots \dots \dots (3).$$

Nagu valemist (3) näha, on vastassuunaliste rööptungide resultandi rakenduspunktil sama omadus, mis samasuunalistelgi, s. o. komponentide rakenduspunktide kaugused resultandi rakenduspunktist on pöördvõrdelised komponentide suurustega.

§ 72 kirjeldatud katse on ühtlasi ka vastassuunaliste rööptungide liitmise tõestuseks. Tõepoolest, tasakaalu korral (62. joon.)  $P + Q = R$  ja  $P \cdot AC = Q \cdot BC$ . Võttes  $R$  ja  $P$  antud komponentideks, on  $Q = R - P$  resultandiks.

1. Kõva keha punktides  $A$  ja  $B$  mõjuvad vastassuunalised tungid  $P = 10$  kg ja  $Q = 15$  kg. Leida resultandi  $R$  suurus ja rakenduspunkti  $C$  asukoht, kui  $AB = 24$  cm.

2. Antud tung  $R = 3$  kg lahutada kaheks rööpseks vastassuunaliseks komponendiks  $P$  ja  $Q$ , mille rakenduspunktide kaugused on vastavalt 20 cm ja 60 cm.

**75. Hulga rööptungide liitmine.** Hulga rööptungide liitmisel talitame samuti kui hulga vektorite liitmisel, s. o. liidame kaks tungi, saadud osareultandiga liidame kolmanda tungi jne. kuni lõpuni. Lõplik resultant võrdub kõigi komponentide summaga ja ei olene liitmise järjekorrast.

Kolmnurga tippudes mõjuvad järjest samas suunas rööpsed tungid 2 kg, 2 kg ja 4 kg. Leida resultandi suurus ja rakenduspunkt.

**76. Tungide paar.** Vastassuunaliste rööptungide liitmisel (§ 74, 64. joon., valem 2) saime valemi:  $(P - Q) \cdot AC = Q \cdot BA$ ,

millest resultandi rakenduspunkti  $C$  kaugus komponent  $P$  rakenduspunktist  $A$ , s. o.

$$AC = \frac{Q \cdot BA}{P - Q} = BA \cdot \frac{Q}{P - Q} \dots \dots \dots (1).$$

Et  $BA$  kui antud komponentide  $P$  ja  $Q$  rakenduspunktide kaugus on jääv, siis oleneb  $AC$  suurus tegurist  $\frac{Q}{P - Q}$ . Viimane aga suureneb järjest  $Q$  suuruse lähenedes  $P$ -le, sest murru nimetaja sel juhul väheneb. Piirväärtuses, kui  $Q = P$ , on  $\frac{Q}{P - Q} = \infty$ , samuti ka  $AC = \infty$ . Järelikult, vastassuunaliste võrdsete rööptungide resultant asub lõpmatuses ja on suuruselt null ( $P - Q = 0$ , sest  $P = Q$ ). Teiste sõnadega, vastassuunalistel võrdsetel rööptungidel ei ole resultanti, s. o. üht niisugust tungi, mis võiks asendada antud kahe tungi mõju. Järelikult ei ole meil ka võimalik kaht niisugust tungi tasakaalustada ühe tungi abil.

Nimetame kaht vastassuunalist võrdset rööptungi tungi de paariks. Et tungide paaril puudub resultant, siis ei või tungide paar keha edasi liikuma, küll aga pöörlema panna. Näiteks magnetnõelasse mõjuvad Maa magnetismi tungid moodustavad paari ja püüavad magnetnõela pöörata nõnda, et ta asetseks alati magnetimeridiaani suunas.

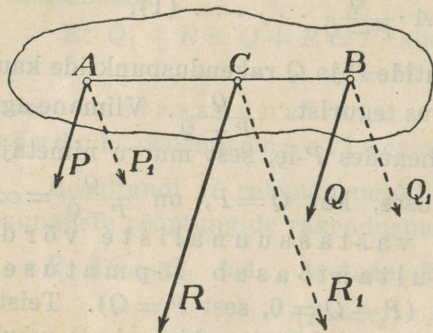
## Raskuspunkt ja tasakaal.

77. **Rööptungide keskpunkt.** Rööptungide liitmisel (§ 72) saime valemi, mis määrab resultandi rakenduspunkti  $C$  asukohta komponentide rakenduspunktide  $A$  ja  $B$  suhtes järgmiselt (61. joon.):

$$P \cdot AC = Q \cdot BC \text{ ehk} \\ \frac{P}{Q} = \frac{BC}{AC} \dots \dots \dots (1).$$

Nagu neist valemitest näha, oleneb resultandi  $R$  rakenduspunkti  $C$  asukoht ainult komponentide  $P$  ja  $Q$  suurusest ning nende rakenduspunktide  $A$  ja  $B$  kaugusest, mitte aga komponentide suunast. Järelikult komponentide  $P$  ja  $Q$  suunda muutes, võttes näiteks nende asemele suuruselt endis-

tega võrdse rööptungide paari  $P_1$  ja  $Q_1$ , saame viimaste resultandi ( $R_1$ ) rakenduspunktiks endiselt punkti  $C$ . Et punkti  $C$  asukoht



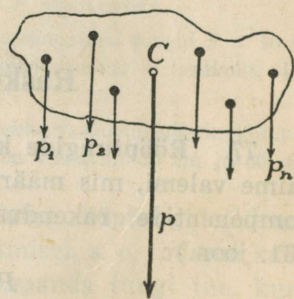
65. joon. Rööptungide keskpunkt.

tungide  $P$  ja  $Q$  suuna muutumisel ruumis ei muutu, nimetatakse seda punkti antud rööptungide keskpunktiks. Mitte ainult kahe, vaid mistahes hulga rööptungide kohta võime leida nn. rööptungide keskpunkti, s. o. niisuguse punkti, milles on rakendatud rööptungide resultant ja mille asukoht ei muutu, kui antud rööptungide (komponentide)

suunad ruumis muutuvad, suurused aga jäävad endiseks.

Valemist ( $C$ ) selgub ka, et rööptungide keskpunkt ei muutu, kui kõigi komponentide suurus samas suhtes muutub, sest selle tõttu komponentide suhe ei muutu (ühine tegur taandub).

**78. Raskuspunkt.** Iga keha võime kujutella koosnevana üksikutest aineosakestest ehk ainepunktidest. Raskuse mõjul tungib iga aineosake Maa keskpunkti poole. Et Maa keskpunkt on küllalt kaugel (6371 km) ja käsitletavad kehad võrdlemisi väikesed (ainult mõned meetrid), siis võime samade kehaosakeste Maa poole tungi suunad lugeda tegelikult rööpseteks. Keha raskus  $P$  pole seega muud midagi kui üksikute aineosakeste raskuse  $p_1, p_2 \dots$  resultant (66. joon.). Seda rakenduspunkti, mis on üksikute aineosakeste raskuse kui rööptungide keskpunktiks, nimetatakse raskuspunktiks. Rööptungide keskpunkti



66. joon. Raskuspunkt.

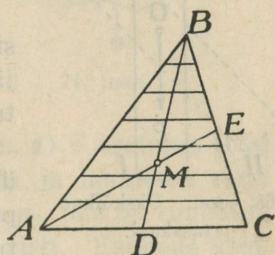
omaduse põhjal ei olene keha raskuspunkti asukoht keha asendist ega kaugusest maapinnast, vaid on igal kehal jääv. Kinnistades keha raskuspunkti, tasakaalustame seega tema raskuse. Et meil ainult „raskete“ kehadega tuleb tegemist teha, seepärast on raskuspunkti asukoha teadmine tegelikult väga tähtis.

79. **Kehade raskuspunkti määramine.** Allpool on mõeldud ainult ühtlased kehad, s. o. niisugused, mille tihedus igas punktis on ühesugune. Tõesta, et:

1) ühtlase peenikese sirge varva raskuspunkt on varva keskel;

2) ühtlase õhukese rööpküliku-kujulise tasase plaadi raskuspunkt asub diagonaalide lõikepunktis (tõestuseks lahutada rööpseteks varbadeks);

3) ühtlase õhukese kolmnurkse plaadi raskuspunkt on mediaanide lõikepunktis (67. joon.). Lahutame plaadi alusele  $AC$  tõmmatud rööpjoontega rööpseteks varbadeks. Iga varva raskuspunkt asetseb varva keskel, tähendab, kogu plaadi raskuspunkt asetseb mediaanil  $BD$ , millel asetsevad kõikide varbade keskpunktid. Samuti arutades külg  $BC$  suhtes leiame, et raskuspunkt peab asetsema mediaanil  $AE$ , järelikult ta asetseb nende lõikepunktis  $M$ .



67. joon. Kolmnurga raskuspunkt.

4) Ühtlase rõnga, ringi ja korrapärase hulknurga raskuspunkt asetseb nende geomeetrilises keskpunktis.

5) Ühtlase kera raskuspunkt asetseb kera keskpunktis, silindril — telje keskkohas jne.

Üldse, kui ühtlane keha on oma ehituse poolest sümmeetriline mõne punkti suhtes, siis asetseb selle keha raskuspunkt alati sümmeetriakeskpunktis, näiteks kera, kuup jne.

1. Leida geomeetriselt ühtlase nelinurkse plaadi raskuspunkt (lahutada  $\Delta$ -deks).

2. Ühtlane sirge varb on 1 m pikk ja kaalub 60 g. Otsast 2 cm kaugusel on kinnistatud raskus 12 g. Leida varva raskuspunkt.

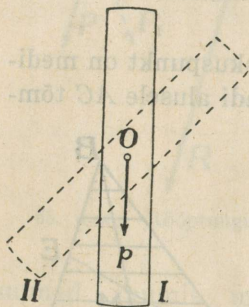
3. Tõestada, et kolmnurkse püramiiditaolise ühtlase keha raskuspunkt asetseb sirgel, mis ühendab tipu aluse mediaanide lõikepunktiga,  $\frac{1}{4}$  kaugusel alusest. Üldistada teoreem igasuguse püramiidi ja koonuse kohta.

4. Kolmnurkne ühtlane plaat, mille raskus 15 kg, toetub tippudes. Leida rõhumine igas tipus.

5. Leida: a) Päikese ja Maa, b) Maa ja Kuu ühine raskuspunkt.

6. Leida ühtlastest rasketest varbadest koosneva kolmnurkse kontuuri raskuspunkt.

80. Ühes punktis toetatud raske keha tasakaal. Varemini nägime (§ 71), et tungi mõju kehasse on võimalik tasakaalustada, kui kinnistada kas tungi rakenduspunkt või mõni teine punkt tungi suunas. Keha raskus on rakendatud raskuspunktis ja mõjub alati püst- ehk vertikaalsuunas. Sellepärast on keha raskuse tasakaalustamiseks küllalt, kui toetada kas raskuspunkt või mõni teine punkt püstsuunal, mis läheb läbi raskuspunkti. Toetus- ja raskuspunkti vastastikutest asukohtadest olenevad keha mitmesugused tasakaalu juhud.



68. joon. Ükskõikne tasakaal.

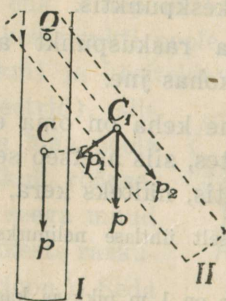
gasi. Olgu õhukese plekiriba (papi- või lauatic) toetuspunkt  $O$  ja raskuspunkt  $C$  (69. joon.). Asendis I on plekiriba püsi- vas tasakaalus. Lahutame asend II raskuse  $p$  kaheks komponendiks:  $p_1$  ja  $p_2$ , milledes  $p_1$  paneb plekiriba liikuma tasakaalu- asendi poole, kuna  $p_2$  tasa- kaalustub toetuspunkti  $O$  vastumõjuga.

c) Kui toetuspunkt aset- seb allpool raskuspunkti, siis on tasakaal mitte- püsiv, sest keha tasa- kaaluasendist pisut välja viies ei tule ta ise sinna mitte enam tagasi, nagu 70. joon. tehtud raskustungi lahutamisest näha, vaid kaldub veel enam kõrvale püsiva tasakaaluasendi suunas.

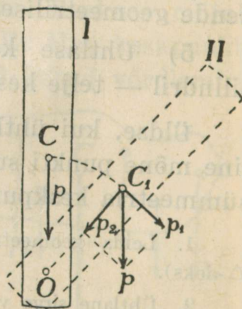
81. Raskuspunkti määramine katseliselt. Eespool-seletatud püsiva tasakaalu juhu põhjal on kerge keha raskuspunkti määrata katseliselt. Selleks võtame antud keha, näiteks papitüki (71. joon.),

a) Kui keha on toetatud raskuspunktis, siis on tasakaal ükskõikne, sest keha jääb tasakaalu igas asendis pöördumisel toetuspunkti ( $O$ ) ümber (68. joon.).

b) Kui toetuspunkt asetseb püstjoonel ülalpool raskuspunkti, siis on keha tasakaal püsiv, sest tasakaalust välja viidud keha tuleb ise jälle endisse tasakaaluasendisse ta-

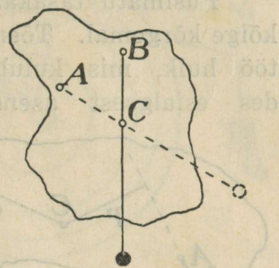


69. joon. Püsiv tasakaal.



70. joon. Püsimatu tasakaal.

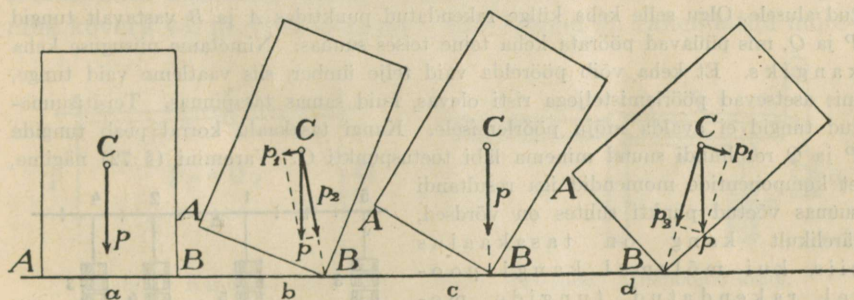
ja toetame teda punktis  $A$  nõnda, et ta selle punkti ümber annaks vabalt pöörduda; nüüd laseme keha asuda püsiva tasakaalu asendis ja märgime ära vertikaaljoone  $AC$ , millel asetseb püsiva tasakaalu asendis raskuspunkt ( $C$ ). Teises punktis  $B$  keha rippu lastes saame vertikaaljoone  $BC$ , millel samuti peab asetsema raskuspunkt. Tähendab, otsitav raskuspunkt, mis asetseb ühtlasi mõlemal sirgjoonel  $AC$  ja  $BC$ , peab asetsema nende joonte lõikepunktis  $C$ .



71. joon.

82. Rõhtsale pinnale toetuva raske keha tasakaal. Rõhtsale pinnale toetuv keha, näiteks püstprisma, on tasakaalus, kui raskuspunkti tõmmatud vertikaaljoon läheb läbi toetuspinna, sest siis on keha raskus tasakaalustatud (72. joon.,  $a$ ).

Asetame nüüd prisma lauale kaldu servale  $B$  (72. joon.,  $b$ ) ja lahutame tema raskuse  $p$  kaheks komponendiks: komponent  $p_2$ , mis on suunatud toetusservale  $B$ , ja komponent  $p_1$  — temaga risti. Esimene komponent rõhub prismat servapidi vastu lauda, kuna teine komponent



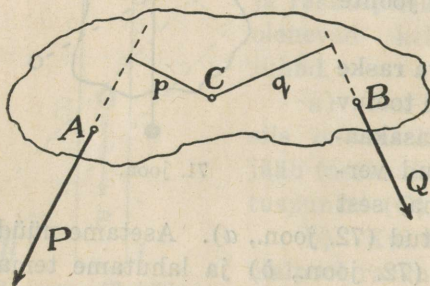
72. joon. Toetuva keha tasakaalu juhud.

nent prismat ta endisse seisu tagasi liikuma paneb. Prismat veel rohkem paremale poole kaldu pöörates (72. joon.,  $c$ ) saame asendi, milles raskuspunkti  $C$  tõmmatud vertikaaljoon otse toetusservast läbi läheb. Tasakaal on küll olemas, kuid ta on püsimatu, sest sellest asendist veidi ühele või teisele poole kõrvale kaldudes ei tule keha enam oma endisse asendisse tagasi.

Viimases, 72. joon. kujutatud asendis ( $d$ ) on komponent  $p_1$  suunatud endisest asendist väljapoole ja keha kukub ümber.

Nagu neist juhtudest näha, tuleb keha, mis püsiva tasakaalu asendist välja viidud, ainult siis oma endisse asendisse tagasi, kui raskuspunktist tõmmatud püstjoon läheb seespool toetus-piirjoont.

Püsimatu tasakaalu asendis (juht *c*) on keha raskuspunkt kõige kõrgemal. Tõenda seda geomeetriselt. Sellest järgneb, et töö hulk, mis kulub keha viimiseks sisse asendisse, lähtudes esialgsest asendist, on kõige suurem võrreldes teiste



73. joon. Kang.

(73. joon.). Siis on keha raskus tasakaalustatud pöörlemisteljega, mis on toetatud alusele. Olgu selle keha külge rakendatud punktides *A* ja *B* vastavalt tungid *P* ja *Q*, mis püüavad pöörata keha teine teises suunas. Nimetame niisuguse keha kangiks. Et keha võib pöörelda vaid telje ümber, siis vaatleme vaid tunge, mis asetsevad pöörlemistelje risti olevas, kuid samas tasapinnas. Teisiti suunatud tungid ei avalda mõju pöörlemisele. Kangi tasakaalu korral peab tungide *P* ja *Q* resultandi suund minema läbi toetuspunkti *C*. Varemini (§ 72) nägime, et komponentide momendid iga resultandi suunas võetud punkti suhtes on võrdsed, järelikult kang on tasakaalus siis, kui mõlemal kangi poolel rakendatud tungide momendid toetuspunkti suhtes on võrdsed, s. o.

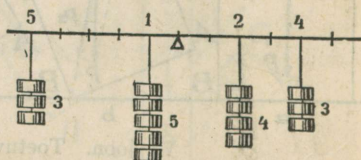
$$Pp = Qq.$$

Kui lugeda tungide momendid, mis püüavad pöörata keha päripäeva, positiivseteks, tungide momendid, mis püüavad pöörata keha vastupäeva, negatiivseteks, siis võime kangi tasakaalu tingimuse mistahes tungide arvu puhul sõnastada järgmiselt: kang on tasakaalus, kui temasse mõjuvate tungide momentide summa toetuspunkti suhtes on null.

Viimast reeglit on lihtne tõestada katseliselt sirge kangi puhul, nagu 74. joon. näha. Üldjuhul on kasulik võtta ühtlane ketas, mis pöörduv keskpunktist läbi-

vahepealsete asenditega. Miida rohkem tööd kuulub selleks, et keha antud asendist viia püsimatu tasakaalu asendisse, seda püsivam on antud keha tasakaal.

83. Kang. Võtame keha, mis annab vabalt pöörelda raskuspunktist (*C*) läbimineva telje ümber



74. joon. Mitme tungi moment.

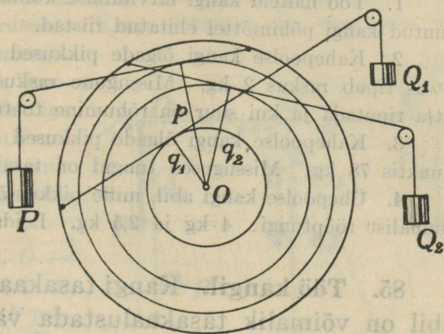
mineva telje ümber (75. joon.). Siis on ketta raskus tasakaalustatud. Plokkide abil ketta külge mitmesuguseid tunge rakendades ja ära mõõtes vastavad rist-joone pikkused  $p, q, p_1, q_1$  jne., näeme, et tasakaalu korral on

$$\sum_{i=1}^n P_i p_i = \sum_{i=1}^n Q_i q_i.$$

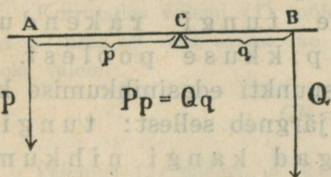
**84. Ühe- ja kahepoolne kang.** Harilikult nimetame kangiks varba, mis võib pööruda toetuspunkti ümber samas tasapinnas ja millesse on rakendatud pöördumistasapinnas kaks tungi; need püüavad pöörata kangi teine teises suunas (76. joon.). Tasakaalu korral peavad tungide momentid olema võrdsed, s. o.

$$Pp = Qq.$$

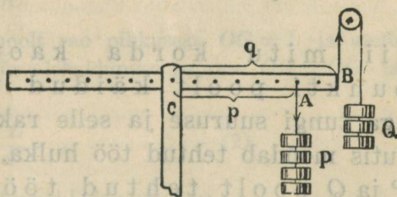
Kang nimetatakse sirgeks, kui tungide rakenduspunktid ja toetuspunkt asetsevad samal sirgel, vastasel korral on meil tegemist kõvera või murtud kangiga. Kui tungid on rakendatud mõle-



75. joon. Tasakaal tildjuhul.



76. joon. Kangi tasakaal.



77. joon. Ühepoolne kang.

mal pool toetuspunkti, siis nimetatakse kang kahepoolseks (76. joon.), on tungid aga rakendatud ühel pool toetuspunkti, siis on kang ühepoolne (77. joon.). Kõikide kangi liikide kohta maksab sama tasakaalutingimus, nimelt tungide momentide võrdus.

Vahel nimetatakse tungi rakenduspunkti kaugust toetuspunktist kangi õlaks. Sirge kangi ja rööpsete tungide juhul on võimalik väljendada kangi tasakaalu tingimusi ka kangi õlgade abil. Kuidas? Otstarbekohasem üldsuse mõttes on aga selle asemel kõnelda tungi õlast kui toetuspunkti kaugusest tungi suunast ( $p, q$ ) ja väljendada kangi tasakaalu tingimus alati momentide lause abil.

Juhul, kui kang on sirge ja rõhtsas asendis ning tungid mõjuvad vertikaalselt, langevad mõlemad tasakaalu-tingimused ühte.

1. Too näiteid kangi tarvitamise kohta igapäevases elus. Nimeta kõik meile tuntud kangi põhimõttel ehitatud riistad.

2. Kahepoolse kangi õlgade pikkused on 15 cm ja 20 cm ning lühema õla otsas ripub raskus 2 kg. Missugune raskus tuleb tasakaalu korral suurema õla otsa riputada ja kui suur on rõhumine toetuspunktis?

3. Kahepoolse kangi õlgade pikkused on 50 cm ja 70 cm, rõhumine toetuspunktis 78 kg. Missugused tungid on tasakaalustatud?

4. Ühepoolse kangi abil, mille pikkus 52 cm, on tasakaalustatud kaks vastassuunalist rõõptungi: 4 kg ja 2,5 kg. Leida kangi õlgade pikkus.

**85. Töö kangel.** Kangi tasakaalutingimustest näeme, et kangi abil on võimalik tasakaalustada väikese tungiga suurt tungi ja ümberpöördult. Selleks on tarvis vastavalt valida kangi õlgade pikkused. Nagu 78. joon. näha, käib kang  $AB$  pöördumisel tungi  $P$  rakenduspunkt nii mitu korda lühema tee, kui mitu korda tungi  $P$  õlg ( $AC$ ) on lühem tungi  $Q$  õlast ( $BC$ ), sest

$\odot AA_1 : \odot BB_1 = AC : BC$ .  
Tähendab, mitu korda võidame kangi abil tungi suuruse poolest,

nii mitu korda kaotame tungi rakenduspunkti poolt käidud tee pikkuse poolest. Et aga tungi suuruse ja selle rakenduspunkti edasinihkumise korutis mõõdab tehtud töö hulka, siis järgneb sellest: tungide  $P$  ja  $Q$  poolt tehtud tööhulgad kangi nihkumisel ühest asendist teise on võrdsed. Tuleb kindlasti meeles pidada, et kangi ega ühegi teise masina abil ei saa luua tööd mitte millestki, vaid ainult edasi anda olemasolevat töö-tagavara ühest kehast teise. Seejuures **töötava tungi töö alati võrdub takistuse tööga**. See on mehaanika põhiprintsiip, mis on kehtiv iga mehaanilise sisseseadu kohta.

1. Tuleta eelmise printsiibi abil ploki, pööra, kaldpinna ja kruvi tasakaalu tingimused.

2. Too näiteid, kus kangi abil vahel ületame suurema tungiga väiksemat, et saavutada võitu tungi rakenduspunkti poolt käidud tee pikkuse (kiiruse) poolest.

86. **Kangkaal.** Kangkaal on sirge võrdõlgne kang kehade raskustungi mõotmiseks. Kangi raskuspunkt peab olema allpool toetuspunkti nõnda valitud, et kang oleks püsivas tasakaalus rõhtseisus. Siis on kang rõhtseisus ka koormamisel võrdsete raskustega (momendid on võrdsed). Kangi rõhtseisu üle otsustame risti kangi külge kinnistatud raõ näitamisega. Kaal on õige, kui võrdsete raskustega koormamisel kaalukang on rõhtsus. Peale õige näitamise on kaalu juures väga tähtis nn. tundlikkus, s. o. raõ võimalikult suur kõrvalekaldumine tasakaaluseisust õige väikese lisakoormise mõjul.

Olgu 79. joon.  $AB$  kaalu kang,  $O$  — toetuspunkt,  $C$  — kangi raskuspunkt ja  $Q$  — kangi raskus. Võrdsete koormiste  $P$  mõjul on kang  $AB$  tasakaalus rõhtasendis. Vasema poole koormist lisakoormise  $p$  võrra suurendades kaob endine tasakaal ja kang võtab uue tasakaalu-asendi  $A_1B_1$ . Et tungide momendid, mis kangi vastassuunas püüavad pöörata, peavad olema võrdsed, siis saame:  $(P + p) \cdot OD = P \cdot OE + Q \cdot OF$ ;  $P \cdot OA_1 \cos \alpha + p \cdot OA_1 \cos \alpha = P \cdot OB_1 \cos \alpha + Q \cdot OC_1 \sin \alpha$ . Et  $OA_1 = OB_1 = OA$ , saame pärast lihtsustamist

$$p \cdot OA \cos \alpha = Q \cdot OC_1 \sin \alpha, \text{ millest}$$

$$\tan \alpha = \frac{p \cdot OA}{Q \cdot OC} \dots \dots \dots (1).$$

Korrutades valemil (1) mõlemat poolt raõ pikkusega  $OG = L$  ja asetades  $OA = l$  ning  $OC = d$ , saame raõ otsa kõrvalekaldumise suuruse  $GH = OG \cdot \tan \alpha$  jaoks valemil:

$$GH = \frac{p \cdot l \cdot L}{Q \cdot d} \dots \dots \dots (2).$$

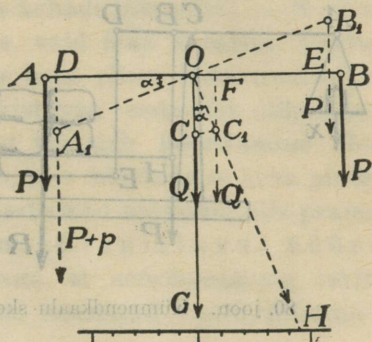
Valemist (2) näeme, et kaalu tundlikkus on:

1. võrdeline kangi õla ( $l$ ) ja raõ ( $L$ ) pikkusega;
2. pöördivõrdeline kangi raskusega ( $Q$ ) ja raskuspunkti kaugusega toetuspunktist ( $d$ ).

Nende tingimuste teostamine ei ole sugugi kerge, sest näiteks õlgade pikkuste suurendamine suurendab ühtlasi ka kangi raskust jne. Vanasti ehitati kaalud pikemate õlgadega kui uemal ajal. Ka on tähtis, et tundlikkus ei muutuks koormise muutmisega. Selleks on tarvis, et toetuspunkt asetseks tungide rakenduspunkte ühendava sirge keskel.

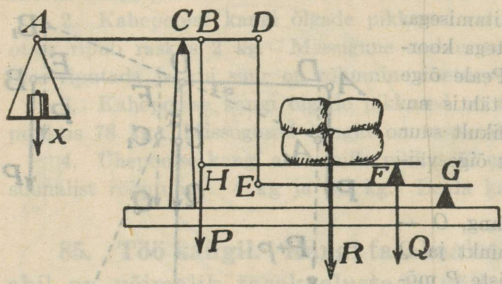
87. **Kümnend- ehk detsimaalkaal.** Tegelikus elus on väga suure tähtsusega nn. kümnendkaal. Nimi on tulnud sellest, et kaalutav raskus tasakaalustatakse kümme korda kergemate vihtidega, mis eriti tähtis suurte raskuste kaalumisel.

Kümnendkaalu ehitus selgub skemaatiliselt 80. jooniselt.



79. joon. Kaalu tundlikkus.

Kaalutav raskus  $R$  asetseb kaalu-alusel ehk -platvormil. Lahutame asja koguraskuse  $R$  kaheks komponendiks —  $P$  ja  $Q$ . Komponent  $P$  mõjub vahe-  
tult kangisse  $AD$  punktis  $B$ , komponent  $Q$  aga kaudselt aluse  $EG$  kaudu.



80. joon. Kümnenkaalu skeem.

Vaatame nüüd, missugusel tingimustel komponent  $Q$  suurus andub edasi täiel määral punktile  $B$ . Lahutame  $Q$  omakorda rööpseteks komponentideks:  $Q_1$ , mis rakendatud punktis  $E$  ja mille mõju varva  $ED$  kaudu andub edasi punktisse  $D$ , ning komponent  $Q_2$ , mis rakendatud punktis  $G$  ning tasakaalustub toetuspunktis (alusega). Et suuruselt  $Q_1 = \frac{FG}{EG} \cdot Q$ , siis vaa-

tame, missugusel tingimusel on  $Q_1$  mõju punktis  $D$  üheväärne  $Q$  mõjuga punktis  $B$ . Selleks on tarvis momentide võrdsust, s. o.

$$Q \cdot BC = Q_1 \cdot CD$$

ehk

$$Q \cdot BC = Q \cdot \frac{FG}{EG} \cdot CD,$$

millest

$$\frac{BC}{CD} = \frac{FG}{EG} \dots \dots \dots (1).$$

Valemis (1) väljendatud tingimusel mõjuvad kangi punktis  $B$  kaalutava keha raskuse  $R$  komponendid  $P$  ja  $Q$ , järelikult kogu keha raskus  $R$ . Kui nüüd  $\frac{BC}{AC} = 0,1$ , siis on raskuse  $R$  tasakaalustamiseks tarvis võtta vihtide raskus  $x = 0,1 R$ . Arusaadav, et samal põhimõttel on võimalik ehitada ka neljakümnen-, sajand- jne. kaalud.

Eelmine arvutus ei olenenud sellest, kus kohal platvormil asetseb raskus  $R$ , järelikult tasakaal sellest ei olene. Ka võib näidata, et eelmise tingimuse täitmisel kaalu-platvorm nihkub kogu aeg rööpselt esialgse asendiga, mis väga tähtis loomade, koormaga vankrite jne. kaalumisel.

### Liikumise takistused.

88. Hõõrdumistung. Igapäevase elu tähelepanekuist teame, et ükski liikumapandud keha ei liigu ühtlaselt i s e e n d a s t, vaid liikumise kiirus kahaneb järjest ja keha jääb varsti seisma. Nii näiteks tasast maapinda mööda visatud kivi, rõhtsal pinnal rööpmeil liikuma pandud vagun, uisutaja jääl, pöörlev hooratas, vee-pinnal liikuma tõugatud paat jne. kaotavad kõik varsti oma liikumiskiiruse ja jäävad lõpuks seisma, kui neisse liikuma panev

tung enam ei mõju. Raudteerong liigub ühtlaselt vaid seni, kuni vedur teda järjest tõmbab.

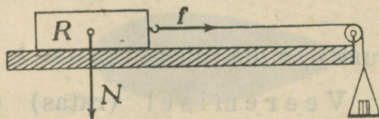
Inertsiseaduse järgi vaid tung võib muuta keha liikumise olekut. Mis takistas siis eelmisis näiteis kehade liikumist? — K e h a p i n d p o l e k u n a g i p ä r i s s i l e, vaid ikka konarlik. Vaatle seda luubiga! Liikumisel jäävad ühe keha pinna konarused teise keha pinna konaruste vahele ja takistavad sedaviisi liikumist. Ütleme sel puhul lühidalt: liikumist takistab **hõõrdumine** ehk **hõõrdumistung**. Kui tahame, et keha, mis mööda teise keha pinda liigub või veereb, liiguks järjest edasi ühtlaselt, siis peame kogu aeg ületama selle keha liikumist takistavat hõõrdumistungi. Tuleb silmas pidada, et hõõrdumistung tekib ainult kehade liikumisel ja on alati suunatud vastu liikumisuunale.

1. Mida ületab hobune koormavedamisel rõhtsal teel ühtlaselt liikudes? Too veel samalaadilisi näiteid.

2. Kas oleks võimalik liikuma hakata, seisma jääda, asju nõoriga kokku siduda, naelu ja kruvisid tarvitada jne., kui puuduks hõõrdumine?

3. Millal on hõõrdumistung talvel väiksem: kas kõva külmaga või pehme ilmaga, ja mispärast?

**89. Hõõrdumisseadused.** Asetame ühtlasele rõhtsale pinnale rööptahuka ( $R$ ), mille raskus on  $N$ , ja vaatame, kui suurt tungi ( $f$ ) läheb tarvis, et rööptahukas väikese tõuke mõjul hakkaks ühtlaselt liuguma mööda aluspinda (81. joon.). Kui rööptahukas liigub ühtlaselt inertsimõjul, siis järelikult tung  $f$  tasakaalustab liikumistakistused ehk hõõrdumistungi ning on suuruselt viimasega võrdne. Katse tingimusi (kokkupuutepindala suurust ja pindade iseloomu, liikumise kiirust, normaalarõhumise suurust) mitut viisi muutes leidis Coulomb (1736—1806) katseliselt hõõrdumise kohta liugumisel järgmised seadused:



81. joon. Hõõrdumine liugumisel.

Hõõrdumistungi suurus liugumisel:

1. ei olene hõõrduvate kehade kokkupuutepindade suuruselt ega liikumise kiirusest, küll aga on liikumise kestel hõõrdumistung väiksem kui liikumahakkamise momendil;

2. **oleneb kokkupuute-pindade iseloomust** (aine, siledus, määrimine) ja **normaalrõhumisest** (rõhumine risti alusele) ning on sellega **võrdeline**.

Viimasest seadusest järgneb, et hõõrdumistungi ( $f$ ) ja normaalrõhumise ( $N$ ) suhe on jääv, kui kõik teised tingimused jäävad samuks. Nimetame selle jääva suhte suuruse ( $k$ ) **hõõrdumiskoeffitsiendiks**, s. o.

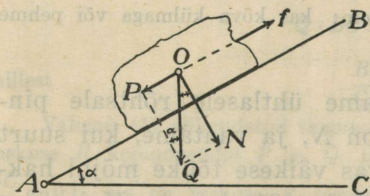
$$\frac{f}{N} = k, \text{ millest } f = kN.$$

Kui näiteks  $N = 2 \text{ kg}$  ja  $f = 0,5 \text{ kg}$ , siis hõõrdumiskoeffitsient

$$k = \frac{f}{N} = \frac{0,5}{2} = 0,25.$$

Hõõrdumiskoeffitsienti on kerge määrata nn. hõõrdumisnurga  $\alpha$  abil (82. joon.). Olgu hõõrduv pind  $AB$  asetatud kaldu horisondiga nurgi  $\alpha$ . Lahutame keha raskuse  $Q$  kaldpinna  $AB$  suhtes kaheks komponendiks: normaalseks ( $N$ ) ja paralleelseks

( $P$ ). On selge, et  $N = Q \cos \alpha$  ja  $P = Q \sin \alpha$ . Nurga  $\alpha$  suurenedes suureneb ühtlasi komponent  $P$ . Suurendame nurka  $\alpha$  seni, kuni keha mööda kaldpinna hakkab ühtlaselt alla liuguma. Sel juhul on hõõrdumistung  $f = P = Q \sin \alpha$  ja hõõrdumiskoeffitsient



82. joon.

$$k = \frac{f}{N} = \frac{Q \cdot \sin \alpha}{Q \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha.$$

Nurk  $\alpha$ , mille juures  $\tan \alpha = k$ , nimet. hõõrdumisnurkaks.

Veeremisel (ratas) on hõõrdumistung võrdeline normaalrõhumisega ja pöördvõrdeline veereva keha raadiusega.

Katsed näitavad, et hõõrdumiskoeffitsient liugumisel (umbes 0,2—0,5) on märksa suurem hõõrdumiskoeffitsiendist veeremisel (umbes 0,01—0,03). Seepärast püütaksegi kõikjal, kus vähegi võimalik, liugumist asendada veeremisega (kuullaagrid jalgratadel, autodel; rattad klaveri ning voodi jalgade otsas; palkide, vaa-tide veeretamine, jne.).

Kokkupuute-pindade siledakstegemise (poleerimise) ja määrimise abil on võimalik hõõrdumiskoeffitsienti tublisti vähendada.

Ka on hõõrdumine erisugustest ainetest kehadel väiksem kui samast ainet kehadel.

1. Kelk ühes kelgutajaga kaalub 80 kg. Kui tugevasti tuleb tasasel teel ühtlaselt edasi liikudes vedada, kui  $k = 0,025$ ? Kas on olemas tõmbetugevus nurgast, mille moodustab nõör liikumissuunaga?

2. Keha liigub ühtlaselt kaldlauda mööda alla, kui kaldenurk  $\alpha = 20^\circ$ . Leida hõõrdumiskoeffitsient.

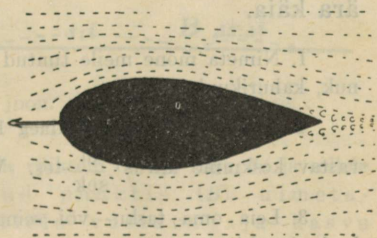
3. Liiva hõõrdumiskoeffitsient vastu liiva on umbes 0,8. Kui järsku liivahunnikut saab sellest teha (leida moodustaja kaldenurk)?

**90. Keskkonna takistus.** Kõik meie liikumised toimuvad kas õhus või vees. Õhk ja vesi, samuti teised gaasid ning vedelikud, takistavad kehade liikumist neis. Juhul, kui keha liigub mõnes keskkonnas, näiteks lennuk õhus, allveepaat vees, kõneleme selle keskkonna takistusest liikumisele. Keskkonna takistuse põhjuseks on keskkonna aineosakeste inerts ja keskkonna aineosakeste hõõrdumine üksteise vastu.

Keskkonna takistuse suurus on olemas keskkonnast enesest, samuti ka liikuva keha kiirusest, suuruselt ja kujust. Üldse on keskkonna takistuse seadused võrdlemisi keerulised. Väikeste kiiruste puhul on keskkonna takistus enam-vähem võrdeline liikuva keha kiirusega, suuremate kiiruste puhul selle ruuduga, veel suuremate kiiruste puhul takistus jälle väheneb.



83. joon. Õhukeeriste tekkimine auto liikumisel.



84. joon. Keskkonna takistus on kõige väiksem tilgakujuste läbi-  
löikega keha liikumisel.

Keskkonna takistuse vähendamiseks on väga oluline ka liikuva keha väline kuju, sest iga keha õhus või vees liikudes tekitab enda ümber keeriseid, milleks kulub hulk keha liikuma panevast energiast. Kõige vähem keeriseid õhus või vees liikudes tekitab nn. tilgakujuste keha. Sellepärast ehitataksegi kiir-

sõidua autod, lennuki kandepinnad, allveelaeva kered, torpeedod jne. keskkonna takistuse vähendamiseks tilgakujulistena (voolujoonelistena).

Mispärast langeb tolm väga aeglaselt alla?

## Ebaühtlane sirgjooneline liikumine.

**91. Keskmise kiirus.** Ebaühtlasel liikumisel käib keha võrdsetes ajavahemikkudes (sek) mittevõrdsed teosad. Selle liikumise iseloomustamiseks leiame nn. keskmise kiiruse, ja gades kogu käidud tee pikkuse tema ära käimiseks tarvitatud ajaga. Kui näiteks kiirrong Tallinnast Tartusse (191 km) sõitmiseks tarvitab 3 tundi, siis on kiirrongi keskmine kiirus  $\frac{191}{3}$  ehk  $63,7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Üldisel kujul võime kirjutada: keskmine kiirus

$$v_k = \frac{s}{t}, \text{ millest } s = v_k t \text{ ja } t = \frac{s}{v_k}.$$

On selge, et keskmine kiirus iseloomustab liikumist ainult antud kauguse (Tallinn—Tartu) või antud aja (3 tundi) vahemikus. Ta näitab meile, missuguse kiirusega peaks liikuma keha ühtlaselt, et sama ajaga sama kaugust ära käia.

1. Nimeta mõne meile tuntud liikumise keskmine kiirus (jalakäija, auto, lennuk, kahurikuul jt.).

2. Ülemaailmaline rekordae g 100 m jooksus on praegu 10,2 sek. Leia sellele vastav keskmine kiirus  $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$ -tes. Võrdle seda kiirrongi kiirusega ( $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ).

3. Leia oma tasku- või seinakella tunni- ja minutinäitaja osuti liikumise keskmine kiirus.

4. Mitu korda liigub jalakäija ( $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ), teost ( $1,5 \frac{\text{mm}}{\text{sek}}$ ) kiiremini?

5. Kui palju liigub edasi tuul tormis ( $20 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ) 1 tunni jooksul?

**92. Kiirus antud punktis.** Kui keha saab vabalt igale poole liikuda ja temasse ei mõju mingi tung või jälle temasse mõjuvad tungid on tasakaalus, siis säärane keha inertsiseaduse järgi kas püsib paigal või liigub ühtlaselt ning sirgjooneliselt. Järelikult

ebaühtlaselt võib keha liikuda ainult tungide mõjul, näiteks rong jaamast välja sõites veduri tõmbel, kivi alla laskudes raskuse mõjul jne.

Liikugu antud keha, näiteks raudteerong, tungide mõjul ebaühtlaselt. Oletame, et mõnel antud momendil lõpeks tungide mõju kehasse. Siis hakkaks see keha edasi liikuma ainult inertsiga, mis oli kehal sel momendil, mil lõppes tungide mõju kehasse. Nimetame sedaviisi saadud kiirust ebaühtlase liikumise kiiruseks antud momendil ehk antud teepunktis, sest igale momendile vastab teatav teepunkt.

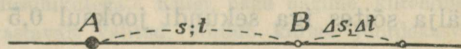
Kui näiteks veduri tegevus seisma panna, siis liiguks rong edasi ainult inertsiga, mis oli rongil veduri tõmbe lõppemise momendil. Tegelikult ei ole see mitte päris õige, sest meie ei saa ühegi liikumise puhul täiesti vabaneda liikumise takistustest, mis kiirust vähendavad.

Nimetame liikumist, kus kiirus järjest kasvab, kiirenevaaks, liikumist, kus kiirus järjest kahaneb, — aeglustuvaaks liikumiseks.

Too näiteid kiireneva ja aeglustuva liikumise kohta.

Tahame lähemalt määrata ebaühtlase liikumise iseloomu mõnes teepunktis, näiteks  $B$ , siis leiame esiteks keha liikumise keskmise kiiruse selle punkti läheduses (85. joon.). Selleks oletame, et keha liikus  $B$ -st alates ajavahemiku  $\Delta t$  jooksul edasi kauguse  $\Delta s$  võrra.

Siis saame punkti  $B$  läheduses keha liikumise iseloomustamiseks keskmise kiiruse  $v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ . Seda-



85. joon. Kiirus antud punktis.

viisi leitud keskmine kiirus iseloomustab liikumist punktis  $B$  seda enam, mida väiksem on aja kasv  $\Delta t$  ja sellele vastav kauguse kasv  $\Delta s$ . **Kiiruseks** antud punktis ( $B$ ) nimetatakse kauguse kasvu ( $\Delta s$ ) ja sellele vastava aja kasvu ( $\Delta t$ ) suhte piiri, kui aja kasv lõpmata ligineb nullile, s. o.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_k = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \dots (1)$$

Valem (1) võimaldab leida kiiruse suuruse igas teepunktis või vastaval hetkel, kui on teada funktsionaalne side  $s$  ja  $t$  vahel. Kiiruse suuna määrab liikumise suund tee vastavas punktis.

1. Kas on mõlemad selles § antud kiiruse definitsioonid üheväärsed?
2. Keha vabal langemisel on  $s = 5t^2$ . Leida langeva keha kiirus 1., 2., 3., 4. ja 5. sekundi alguses. Missugune korrapärasus siin yalitseb?
3. Rakenda valem (1) ühtlase liikumise kiiruse määramiseks valemist  $s = vt$ .

93. Ühtlaselt kiirenev ja ühtlaselt aeglustuv sirgjooneline liikumine. **Kiirendus.** Ebäühtlasest sirgjoonelisest liikumisest on tähtsam nn. **ühtlaselt kiirenev ja ühtlaselt aeglustuv sirgjooneline liikumine**, s. o. niisugune, kus keha kiirus mistahes võrdsetes ajavahemikkudes võrdselt kasvab või kahaneb.

Kui näiteks rongi kiirus jaamast välja sõites on 1. sek lõpul  $0,5 \frac{m}{sek}$ , 2. sek lõpul  $1 \frac{m}{sek}$ , 3. sek lõpul  $1,5 \frac{m}{sek}$  jne. ning kogu aeg kiirus kasvab ühtlaselt, siis on see liikumine ühtlaselt kiirenev, sest kiirus kasvab iga sekundi jooksul sama suuruse, antud juhul  $0,5 \frac{m}{sek}$  võrra.

Ühtlaselt aeglustuva sirgjoonelise liikumise näitena võiksime tuua rongi liikumist jaama sissesõidul.

Too veel mõned näited enam-vähem ühtlaselt kiireneva ja ühtlaselt aeglustuva sirgjoonelise liikumise kohta.

Ühtlaselt kiirenevat (vst. aeglustuvat) sirgjoonelist liikumist iseloomustab nn. **kiirendus**, milleks nimetame kiiruse juurdekasvu (vst. kahanemist) ühe ajaühiku jooksul. Et ühtlaselt kiirenevas liikumises keha kiirus mistahes võrdsetes ajavahemikkudes võrdselt kasvab, siis on ka selle liikumise kiirendus kui kiiruse juurdekasv jääv (konstantne). Eelmises näites kasvas rongi kiirus jaamast välja sõites iga sekundi jooksul  $0,5 \frac{m}{sek}$  võrra, tähendab, kiirendus oli sel juhul  $0,5 \frac{m}{sek}$  sekundis. Lühiduse otstarbel kirjutatakse kiirenduse nimetus „ $\frac{m}{sek}$  sekundis“ nõnda:  $\frac{m}{sek^2}$  ja loetakse: „meeter sekund ruudus“. Samuti tähendab kiirendus  $10 \frac{cm}{sek^2}$ , et keha liikumise kiirus iga sekundis  $10 \frac{cm}{sek}$  võrra kasvab; kui kiirendus on  $3 \frac{km}{min^2}$ , siis kasvab kiirus iga minutis  $3 \frac{km}{min}$  võrra jne. Edaspidi tähistame kiirenduse suurust üldisel kujul „*a*“ tähega (lad. k. *acceleratio* — kiirendus).

Ühtlaselt aeglustuva liikumise kiirendus tuleb lugeda negatiivseks.

Teame, et keha võib liikuda ebäühtlaselt ainult tungi mõjul. Oletame, näiteks, et kehasse mõjub kogu aeg jääv tung 5 kg ja selle mõjul keha kiirus kasvab 1 sekundi jooksul  $10 \frac{m}{sek}$  võrra. On selge, kui tungi suurus ja suund ei muutu,

siis ka iga järgmise sekundi jooksul selle tungi mõjul peab kiirus suurenema samal määral, s. o.  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  võrra, sest kiiruse muutumise põhjus, tungi suurus ja suund, on endine. Kasvab aga kiirus igas sekundis niisama palju, siis on liikumine ühtlaselt kiirenev. Tähendab, keha liigub ühtlaselt kiirenevalt siis, kui temasse mõjub jääv tung.

1. Kas on antud ühtlaselt kiireneva liikumise definitsioon õige, kui sellest sõna „mistahes“ välja jätta?

2. Missuguse tungi mõjul liigub keha ühtlaselt aeglustuvalt?

3. Väljenda kiirendus  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  ühikutes:  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ,  $\frac{\text{cm}}{\text{min}^2}$  ja  $\frac{\text{m}}{\text{sek} \cdot \text{min}}$ .

**94. Kiirenduse mõiste ja ühiku tuletamine.** Kiirenduse mõiste ja ühiku tuletamisel võime käia sama teed kui kiirusegi juures. Kiirenduse suurus aja-vahemiku  $\Delta t$  jooksul on võrdeline kiiruse juurdekasvuga ja pöördvõrdeline sellele vastava aja juurdekasvuga, s. o.

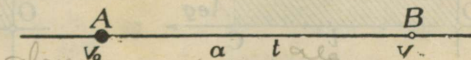
$$a = k \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

kus  $k$  on võrdetegur. Kui  $k = 1$ , siis  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ . Sellest näeme, et kõige lihtsam on tuletada kiirenduse mõõtmise ühik kiiruse ja aja mõõtmise ühikute abil. Eel-misest valemist saame: kui  $\Delta v = 1$  ja  $\Delta t = 1$ , siis ka  $a = 1$ . Järelikult kiiren-duse ühikuks on sel juhul võetud niisuguse keha kiirendus, mille kiirus kasvab (vst. kahaneb) ühe ajaühiku jooksul 1 kiirusühiku võrra. Edasi selgub valemist  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ : kui  $\Delta t = 1$ , siis  $a = \Delta v$ , s. o. kiirendus võrdub arvuliselt kiiruse juurde-kasvuga ühe ajaühiku jooksul. Tuleb kindlasti meeles pidada, et kiirendust võib mõõta ainult kiirendusühikutega. Kuigi, nagu nägime, kiirenduse suurus arvuliselt, kui ühikud on vastavalt valitud, võrdub kiiruse juurdekasvu suurusega, ei ole meil siiski õigust samastada kiirendust kiirusega.

Võrdle massi- ja kaaluühikute (kg, g) tarvitamist kiirendus- ja kiirusühikute tarvitamisega.

**95. Kiiruse valemi tuletamine.** Asugu vaatluse alguses üht-laselt kiirenevalt liikuv keha teepunktis A (86. joon.) ja olgu tema kiirus selles punk-tis, nn. algkiirus,

$v_0 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ . Sama keha kii-ruse  $t$  sek hiljemini, nn.



86. joon. Andmed kiiruse arvutamiseks.

lõppkiiruse, tähistame  $v$ -ga. Kui liikumise kiirendus on

$a \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , siis kasvab keha kiirus igas sekundis  $a$  kiirusühiku võrra,  $t$  sek jooksul aga  $at$  võrra, järelikult lõppkiirus

$$v = v_0 + at \quad . . . . . (1)$$

Saadud valem annab võimaluse leida ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse suuruse igal momendil pärast liikumise algust, kui on teada algkiirus ja kiirendus. Ühtlaselt aeglustuva liikumise puhul tuleb kiirendus  $a$  võtta negatiivne.

Juhul, kui keha algkiirus  $v_0 = 0$ , saame valemi (1) jaoks lihtsama kuju:

$$v = at \dots \dots \dots (2)$$

1. Rong sõidab jaamast välja ühtlaselt kiirenevalt kiirendusega  $a = 30 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$

Leida rongi kiirus 5., 10., 15. ja 30. sekundi lõpul pärast liikumise algust. Mitme sekundi pärast on rongi kiirus  $15 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

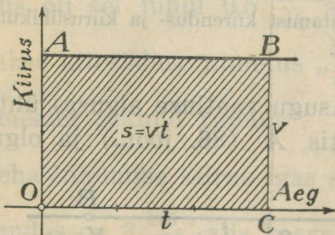
2. Rong liigub kiirusega  $17 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Piduri mõjul saab ta jääva kiirenduse

$-80 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Leida rongi kiirus 5 sek pärast piduri pealelaskmist.

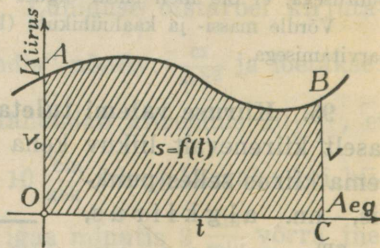
3. Keha liikumise algkiirus on  $30 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , lõppkiirus 12 sek pärast  $6 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leida kiirendus.

4. Keha kiirendus on  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  ja lõppkiirus 25 sek pärast  $150 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leida algkiirus.

96. **Kiiruse suuruse muutumise graafiline kujutamine.** Joonestame kiiruse suuruse muutumise graafiku, tähistades rõhtteljel aja, püstteljel vastavad kiiruse suuruse väärtused.



87. joon. Kiiruse graafik ühtlasel liikumisel.



88. joon. Kiiruse graafik ebahühtlasel liikumisel.

Ühtlasel liikumisel on kiiruse suurus jääv, näiteks  $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Sel juhul saame kiiruse graafikuna sirge, mis on rööpne ajateljega (87. joon.).

Käidud tee pikkusele vastab sel juhul aja telje kiiruse muutumist kujutava sirge ning alg- ja lõppordinaadiga piiratud püstküliku pindala.

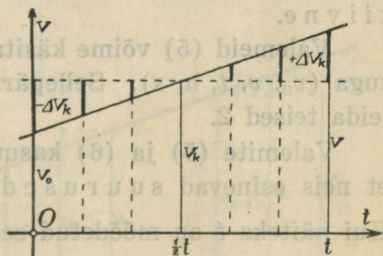
Üldjuhul (88. joon.) kujutab kiiruse suuruse muutumise käiku kõver, kusjuures käidud tee pikkusele endiselt vastab aja teljega, kiiruse kõveraga ning alg- ja lõppordinaadiga piiratud kujundi pindala.

Ehitada liikumise  $s = 2t + 3t^2$  kiiruse suuruse muutumise graafik.

**97. Tee valemi tuletamine.** Ühtlaselt kiireneval või aeglustaval liikumisel käidud tee pikkuse võime arvutada selle liikumise keskmise kiiruse abil. Kui algkiirus on  $v_0 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  ja lõppkiirus  $t$  sek pärast  $v \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ , siis on ühtlaselt kiireneva liikumise korral keskmine kiirus alg- ja lõppkiiruse aritmeetiline keskmine, s. o.

$$v_k = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{at}{2},$$

sest kiirus kasvab ühtlaselt. Selle tõestamiseks ehitame graafiku, mis näitab meile ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse muutumist (89. joon.). Siin on rõhtteljel märgitud aja ning püstteljel — vastavad kiiruse suuruse väärtused. Nagu joonisest näha, on keskmisele ajaväärtusele ( $\frac{1}{2}t$ ) vastav kiirus  $v_k$  tõepoolest kogu liikumise keskmiseks kiiruseks, sest igale temast väiksemale kiirusele leidub teisel pool sümmeetriliselt sama võrra suurem kiirus.



Arvuline näide. Olgu keha ühtlaselt kiireneva liikumise algkiirus  $2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , lõppkiiruseks 8 sek pärast  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Seega

89. joon. Ühtl. kiireneva liikumise keskmine kiirus.

on kiiruse kasv igas sekundis ehk kiirendus  $(10 - 2) : 8$ , s. o.  $1 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Järelikult peab olema kiiruse suurus poole aja ehk 4 sek pärast  $2 + 4 \cdot 1$ , s. o.  $6 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , mis on aritmeetiliseks keskmiseks alg- ja lõppkiirusest  $\left(\frac{2 + 10}{2}\right)$ , samuti ka igast tei-

sest keskajast niisama palju mõlemale poole võetud kiiruste paarist (5 ja 7, 4 ja 8 jne.).

Teades keskmise kiiruse suurust, arvutame ühtlaselt kiireneval liikumisel käidud tee pikkuse järgmiselt:

$$s = v_k t = \left( v_0 + \frac{at}{2} \right) t = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (3)$$

Graafiliselt kujutab käidud tee pikkust  $s$  trapetsi pindala, mis on ühelt poolt alg- ja lõppkiiruse, teiselt poolt rõhttelje ning kiiruse muutumist kujutava sirge vahel (89. joon.). Tuleta sellest tee valem!

Erijuhul, kui  $v_0 = 0$ , saame valemist (3):

$$s = \frac{at^2}{2} \quad (4)$$

Kokkuvõttes on meil ühtlaselt kiireneva ja ühtlaselt aeglustuva liikumise määramiseks kasutada valemid:

a) üldjuhul: 
$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + at \\ s &= v_0 t + \frac{at^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

b) erijuhul, 
$$\left. \begin{aligned} v &= at \\ s &= \frac{at^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$
  
 kui  $v_0 = 0$ :

Mõlemal korral tuleb meele pidada, et ühtlaselt aeglustuva liikumise korral kiirendus on negatiivne.

Valemeid (5) võime käsitada kui 2 võrrandit 5 tundmatuga ( $v_0, v, t, a, s$ ). Sellepärast on alati võimalik 3 antu põhjal leida teised 2.

Valemite (5) ja (6) kasutamisel tuleb hoolega tähele panna, et neis esinevad suurused oleksid vastavalt valitud. Kui näiteks  $t$  on mõõdetud sekundites,  $v_0$  —  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes ja  $s$  —  $\text{cm}$ -tes, siis  $v$  peab väljenduma  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes ja  $a$  —  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ .

1. näide. Püssiraua pikkus on 75 cm. Kuul jookseb rauast välja kiirusega  $500 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leia kuuli kiirendus ja liikumisaeg raua sees, oletades, et liikumine on ühtlaselt kiirenev.

Valemite (6) abil saame:  $500 = at$  ja  $0,75 = \frac{at^2}{2} = \frac{at \cdot t}{2} = \frac{500 \cdot t}{2}$ , millest  $t = 0,003$  (sek);  $a = \frac{500}{0,003} = 166667 \left( \frac{\text{m}}{\text{sek}^2} \right)$ . Vastus:  $t = 0,003$  sek;  $a = 166667 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

2. näide. Rong sõidab välja jaamast jääva kiirendusega  $20 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Mitme minuti järel saab rong endale normaalkiiruse  $16 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ? Kui kaugel on siis rong jaamast?

Asendades saame:  $16 = 0,2 \cdot t$ , millest  $t = \frac{16}{0,2} = 80$  (sek);  $s = \frac{0,2 \cdot 80^2}{2} = 640$  (m). Vastus:  $t = 80$  sek =  $1\frac{1}{3}$  min;  $s = 640$  m.

1. Ehita valemite (5) ja (6) põhjal  $v$  ja  $s$  graafiline kujutis, kui  $v_0 = 3 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  ja  $a = 0,5 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Võrdle saadud resultaate.

2. Mitu isesugust tüüpi ülesannet võib koostada ühtlaselt kiireneva (vst. aeglustuva) liikumise kohta, silmas pidades valemite kui ka neis esinevate suuruste arvu?

3. Keha algkiirus on  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , lõppkiirus  $40 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  ja kiirendus  $6 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . Leida kaugus ja aeg.

4. Sõnastada ja lahendada järgmised ülesanded: a)  $v_0 = 2$ ,  $a = 3$ ,  $t = 6$ ;  $v = ?$  ja  $s = ?$  b)  $a = -10$ ,  $t = 25$ ,  $v = 150$ ;  $v_0 = ?$   $s = ?$  c)  $v_0 = 30$ ,  $v = 6$ ,  $s = 216$ ;  $a = ?$   $t = ?$  d)  $v_0 = 400$ ,  $a = -10$ ,  $s = 6875$ ;  $t = ?$   $v = ?$  Ühikud valida vastavalt.

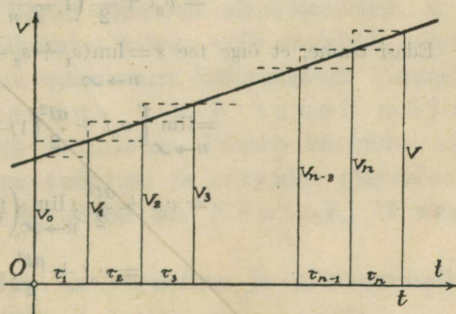
**98. Ühtlaselt kiireneva liikumise tee valemi tuletamine analüüsi abil.** Lisaks eelmises § antud tee valemi tuletamisele toome siin selle valemi tuletamise analüüsi abil. Viimane mõttekäik on üldse väga tüüpiline, seepärast on tähtis tutvuda temaga põhjalikult.

a) Et oleks võimalik kasutada ühtlase liikumise tee valemit ( $s = vt$ ), jagame kogu liikumise aja  $t$   $n$  võrdseks osaks, kus  $n$  võib olla mistahes täisarv. Sedaviisi saadud väga väikesed võrdsed ajavahemikud ehk ajaelemendid tähistame tähega  $\tau$  (tau). Nii siis:

$$\frac{t}{n} = \tau; n\tau = t \dots (1)$$

Järjekorra märkimiseks varustame kõik  $\tau$ -d indeksitega, siis saame:  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  jne.

Oletame nüüd, et keha liigub iga ajaelemendi jooksul ühtlaselt kiirusega, mis oli kehal selle ajaelemendi alguses (90. joon.). Seega teeme muidugi vea, kuid viga on seda väiksem, mida suurem on  $n$ , järelikult väiksem on  $\tau$ . Liidame selle oletuse juures üksikute



90. joon. Ühtl. kiireneva liikumise asendamine ühtlase liikumisega.

ajaelementide jooksul käidud teede pikkused  $s_1, s_2, s_3$  jne. Saadud summa piirväärtus kui  $n \rightarrow \infty$  ongi otsitav õige tee pikkus  $s$ , s. o.

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_1 + s_2 + \dots + s_n)$$

Kiiruse ( $v = v_0 + at$ ) ja tee ( $s = vt$ ) valemite abil arvutame tehtud oletusel üksikute ajaelementide ( $\tau_1, \tau_2$  jne.) jooksul käidud teede pikkused ( $s_1, s_2 \dots$ ) ja korraldame saadud resultaadi järgnevasse tabelisse:

| Ajaelemendid | Kiirus iga ajaelemendi alguses | Üksikute ajaelementide jooksul käidud teede pikkused, oletades, et ... |
|--------------|--------------------------------|--|
| $\tau_1$     | $v_0$                          | $s_1 = v_0 \tau$   |
| $\tau_2$     | $v_0 + a\tau$                  | $s_2 = (v_0 + a\tau) \tau = v_0 \tau + a\tau^2$                        |
| $\tau_3$     | $v_0 + 2a\tau$                 | $s_3 = (v_0 + 2a\tau) \tau = v_0 \tau + 2a\tau^2$                      |
| $\tau_4$     | $v_0 + 3a\tau$                 | $s_4 = (v_0 + 3a\tau) \tau = v_0 \tau + 3a\tau^2$                      |
| ...          | ...                            | ...  |
| $\tau_n$     | $v_0 + (n-1)a\tau$             | $s_n = [v_0 + (n-1)a\tau] \tau = v_0 \tau + (n-1)a\tau^2$              |

Selle tabeli 3. tulbast saame:

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n &= n v_0 \tau + [a\tau^2 + 2a\tau^2 + 3a\tau^2 + \dots + (n-1)a\tau^2] \\ &= v_0 n \tau + a\tau^2 [1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)] \\ &= v_0 t + a\tau^2 \frac{n(n-1)}{2} \\ &= v_0 t + \frac{a\tau^2 n^2}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = ? \\ &= v_0 t + \frac{at^2}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right). \end{aligned}$$

Edasi teame, et õige tee  $s = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_1 + s_2 + \dots + s_n) =$

$$\begin{aligned} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ v_0 t + \frac{at^2}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \right] = \\ &= v_0 t + \frac{at^2}{2} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \\ &= v_0 t + \frac{at^2}{2}. \end{aligned}$$

Sama lõpptulemuse saame, kui oletame, et keha liigub ühtlaselt kiirusega, mis temal oli iga ajaelemendi lõpul. Tõenda seda.

Leia 90. joonisest toodud tõendusviisile vastavad geomeetrilised seletused. Mis vastab joonisel vea suurusele, kui võtta  $s$  asemele summa  $s_1 + s_2 + \dots + s_n$ ?

b) Kõige lihtsam on tuletada kiiruse ja tee valemit integreerimisreeglite abil. Teame, et  $a = \frac{dv}{dt}$ , järelikult  $dv = a dt$  ja  $v = \int dv = \int a dt = at + C$ . Kui  $C = v_0$ , siis  $v = v_0 + at$ .

Valemist  $s = vt$  saame:  $ds = v dt$ . Et  $v$  oleneb ajast, siis asendame  $v$  temale vastava suurusega  $v_0 + at$ . Nüüd  $ds = (v_0 + at)dt$ . Edasi  $s = \int ds = \int (v_0 + at)dt = v_0 t + \frac{at^2}{2} + C$ . Meie oletuse järgi on  $s = 0$ , kui  $t = 0$ , järelikult  $C = 0$  ja  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ .

1. Keha liigub ühtlaselt kiirenedes ja läheb edasi kahe teineteisele järgneva 4-sekundilise ajavahemiku jooksul vastavalt kaugused: 24 m ja 64 m. Leida algkiirus ja kiirendus.

## Tung ja kiirendus.

99. **Mass.** Keha massiks nimetame aine hulka, millest koosneb keha. Iga massi põhiomaduseks on tung **M a a** poole ehk **raskus**, mis on võrdeline massiga. Raskuse suurust mõõdame kaaluühikuis. Et kaaluühikuks on võetud ühe massiühiku kaal, siis väljenduvad keha mass ja kaal, vastavates ühikutes mõõdetud (kg, g jne.), alati sama arvuga. Peale selle on massi lahutamatuks põhiomaduseks **inerts** ehk omadus säilitada oma esialgset liikumisolekut.

1. Nimeta meil tarvitusel olevad massiühikud.

2. Mis vahe on keha massi ja kaalu vahel?

100. **Side tungi, kiirenduse ja massi vahel.** Inerts'i mõjul püsib keha kas paigal või liigub ühtlaselt sirgjooneliselt, s. o. ilma kiirenduseta. Keha liikumise kiirus võib muutuda ainult tungide mõjul. Keha kiiruse muutumist iseloomustab liikumise kiirendus, järelikult kiirendus tekib tungi mõjul, tung on kiirenduse tekkimise põhjuseks. Tõuseb küsimus: kuidas on seotud üksteisega tung (põhjus) ja kiirendus (järeldus)? Kiirenduse olenevuse tungist väljendab nn. Newtoni II seadus järgmiselt:

**Keha liikumise kiirendus on võrdeline ja samasuunaline sesse kehasse mõjuva tungiga.**

Kiirendus kui kiiruse juurdekasv ühe ajaühiku jooksul on suunaga suurus ehk vektor. Tungi suund Newtoni II seaduse järgi on ühesugune kiirenduse suunaga, tähendab, ka tung on suunaga suurus ehk vektor.

Newtoni II seadus näitab kehasse mõjuva tungi olenevust kiirendusest, kui keha mass ei muutu. Katsed näitavad, et sama kiirenduse andmiseks läheb suuremale massile tarvis suu-

remat tungi, nimelt: sama kiirenduse puhul on tungi suurus võrdeline massiga.

Tähistades tungi suuruse  $f$ -ga (prantsuse k. *force* — tung), massi  $m$ -ga ja kiirenduse  $a$ -ga, võime tungi suuruse olenevuse massist ja kiirendusest kokku võtta valemisse

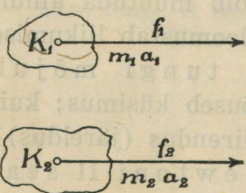
$$f = ma, \dots \dots \dots (1)$$

s. o. tungi suurus ( $f$ ) mõõtab massi ( $m$ ) ja kiirenduse ( $a$ ) korrutisega.

Valem (1) seob kolme suurust:  $f$ ,  $m$  ja  $a$ . Kaht suurust teades on alati võimalik leida kolmandat.

Kasutades võrdetegurit ( $k$ ) võime valemi (1) tuletada järgmiselt. Kui kõik muud tingimused on samad, on tungi suurus võrdeline kiirendusega, s. o.  $f = k_1 a$ . Teiselt poolt on tungi suurus võrdeline massiga, järelikult  $f = k_2 m$ . Mõlemaid valemuid kokku võttes saame  $f = kma$ . Andes võrdetegurile vastavad väärtused, võime kõigi kolme suuruse ( $f$ ,  $m$ ,  $a$ ) ühikuid vabalt valida. Lihtsuse otsarbel võetakse  $k=1$ , siis  $f = ma$ . Viimasel kujul võime vabalt valida ainult kahe suuruse ühikud, kuna kolmanda suuruse ühikud tuletame juba antud valemist.

**101. Liikumine jääva tungi mõjul.** Varemini (§ 93) nägime, et keha liigub ühtlaselt kiirenevalt siis, kui temasse mõjub jääv tung. Sama järgneb ka valemist  $f = ma$ , millest  $a = \frac{f}{m}$ . Kui  $f$  ja  $m$  on jäävad, siis peab ka kiirendus  $a$  olema jääv, s. o. keha (mass  $m$ ) liigub ühtlaselt kiirenevalt.



91. joon. Võrdsete tungide mõju kiirendusse.

Teiselt poolt järgneb valemist  $f = ma$ , et sama tung annab erisugustele massidele kiirendused, mis on pöördvõrdelised masside suurustega. Olgu kahe keha massid  $m_1$  ja  $m_2$  ning vastavad tungi suurused ja kiirendused  $f_1$ ,  $a_1$ ,  $f_2$  ja  $a_2$  (91. joon.). Siis võime valemi  $f = ma$  põhjal kirjutada

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= m_1 a_1 \\ f_2 &= m_2 a_2 \end{aligned} \right\} \text{kui } f_1 = f_2, \text{ siis } m_1 a_1 = m_2 a_2, \text{ millest } \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Too näiteid tõestatud tungi omaduste illustreerimiseks.

Arvuta Maa kiirendus Kuu poole, kui Maa mass on Kuu massist 80 korda suurem ja Kuu kiirendus Maa poole on  $0,27 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ .

**102. Tungühikud.** Newtoni II seaduse põhjal saadud valem  $f=ma$  on väga tähtis, sest ta võimaldab mõõta tungi suurust massi ja kiirenduse abil. Valemist  $f=ma$  järgneb: kui  $m=1$  ja  $a=1$ , siis ka  $f=1$ , s. o. tungimõõtmise ühikuks on otstarbekohane võtta niisugune tung, mis mõjudes ühte massiühikusse annab temale ühe ühiku kiirendust. Olgu  $m=1$  g ja  $a=1\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , siis  $f=1\frac{\text{g}\cdot\text{cm}}{\text{sek}^2}$  ehk **düün**, s. o. tung, mis massile 1 g annab kiirenduse  $1\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ .

Et düün on väga väike tungühik, siis tarvitatakse suurema ühikuna megadüüni, mis on düünist miljon korda suurem.

Kirjeldatud tungimõõtmisviisi nimetame dunaamiliseks vastandina § 66 selgitatud staatilisele tungimõõtmisviisile. Üleminek ühelt viisilt teisele on väga lihtne gramm-raskuse abil. Me teame, et 1 gramm-raskust annab 1 gramm-massile kiirenduse  $981\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , kuna 1 düün annab samale massile kiirenduse ainult  $1\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Esimesel juhul on kiirendus 981 korda suurem, järelikult niisama palju kordi peab olema suurem vastav tung, s. o.

**1 gramm-raskust = 981 düüni.**

Näide. Missugusele massile annab tung 1 kg kiirenduse  $1\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ? — Tung 1 kg annab massile 1 kg kiirenduse  $9,81\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . Sama tungi juures on massid pöördvõrdelised kiirendusega, järelikult tung 1 kg annab massile 9,81 kg kiirenduse  $1\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . Mõnesuguste arvutamiste puhul on kasulik mõõta massi nn. tehnilise ühikuga, mis 9,81 korda kilogrammist suurem. Kasutades tehn. ühikut võime öelda: tung 1 kg annab massile 1 tehn. ühik kiirenduse  $1\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

Kuidas väljendada massi tehnilistes ühikutes?

Mitu tehnilist ühikut on 1 tonn massi?

1. Kui suur tung annab massile 3 g kiirenduse  $4\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ?
2. Missugune tung annab massile 0,5 kg kiirenduse  $4\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ?
3. Kui suure jääva tungi mõjul liigub mass  $m=10$  g  $t=40$  sek jooksul edasi maa  $s=0,48$  km?
4. Missugune tung annab massile 1 kg kiirenduse  $1\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ?
5. Missugusele massile annab tung 240 düüni kiirenduse  $20\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ?
6. Leida mass, mis jääva tungi  $f=1$  megadüüni mõjul liigub  $t=10$  sek jooksul edasi maa  $s=1$  km.

7. Kui suure kiirenduse annab tung 480 düüni massile 16 g?  
 8. Leida kiirendus, mille annab tung 1 megadüün massile 1 tonn.  
 9. Sagedasti imetellakse putukate (rohutirts, kirp jne.) hüppamise kõrgust ja avaldatakse kahetsust, et inimene võrreldes oma suurusega hüppamise suhtes putukatega sugugi ei suuda võistelda. Kas on see arvamine põhjendatud?

**103. Tungide mõju olenematus.** Liikumiste liitmisest teame, et siin on kehtiv nn. liikumiste olenematusse printsiip, s. o. üks liikumine ei sega teist. Et tung on alati samasuunaline ja võrdeline kiirendusega, siis kehtib tungide kohta sama olenematusse printsiip; nimelt: tungi mõju kehasse ei olene keha esialgsest liikumise olekust. Sama tung annab kehale alati sama kiirenduse, hoolimata sellest, kas keha on paigal või liigub. Näiteks (§ 61) vabal langemisel liigub keha teatava aja jooksul niisama palju allapoole, ükskõik kas oli keha liikumise alguses paigal või omas mõnesugust rõhtsat kiirust.

**104. Mehaanika põhiseadused.** Newtoni kolm seadust (inertsise, tungi ja kiirenduse võrdelisuse ning mõju ja vastumõju seadused) on mehaanika põhiseadusteks, millele on rajatud kogu mehaanika ehitus. Me võime neid põhiseadusi üksikutel näidetel demonstreerida, mitte aga üldisel kujul tõestada. Nende seaduste kõige suuremaks tõestuseks on asjaolu, et kõik nendest põhiseadustest tuletatud järeldused on kokkukõlas katse ja vaatluse teel saadud tulemustega. Juba Galilei ja Huygens olid enam-vähem tuttavad nende seadustega. Newtoni suureks teeneks tuleb lugeda seda, et ta oma töös „*Philosophiae naturalis Principia mathematica*“ (Loodusteaduse matemaatilised printsiibid), mis ilmus aastal 1686, esimesena nad selgesti väljendas ja kaugeleulatavalt arendas.

### Keha liikumine raskustungi mõjul.

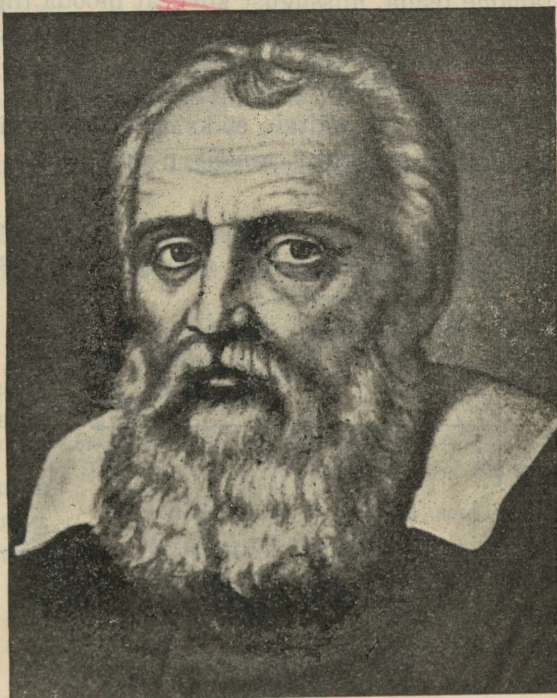
**105. Keha vaba langemine. Galilei seadused.** Keha langemise põhjuseks on raskustung. Et keha raskuse võime lugeda maapinna lähedal tegelikult jäävaks, siis liigub vabalt langev keha jääva tungi mõjul. Varemini nägime (§ 101), et jääva tungi mõjul liigub keha ühtlaselt kiirenevalt, järelikult ka vabalt langev keha liigub ühtlaselt kiirenevalt (Galilei II seadus). — Edasi teame katsest õhust tühjaks pumbatud toruga, et tüh-

jas ruumis langevad kõik kehad ühtviisi (Galilei I seadus), s. o. nii kergete kui ka raskete kehade langemise kiirendus on üks ja sama.

Eelmised vaba langemise seadused võime kokku võtta üheks lauseks järgmiselt: tühjas ruumis langevad kõik kehad ühtlaselt kiirenevalt sama jääva kiirendusega (ühtviisi).

**Galileo Galilei, 1564—1642.**

Kuulus itaalia füüsik, astronoom ja matemaatik, katsetelise loodusteaduse põhjendaja. Sündis Pisa linnas kaupmehe pojana. Õppis Pisa ülikoolis isa soovil arstiteadust, selle kõrval aga eraviisil loodusteadust ja matemaatikat. Pärast füüsika- ja astronoomia-professor Pisa ja Padua ülikoolis. Avastas vaba langemise ja pendli võnkumisseaduse, inertiseaduse ja tungide rööpküliku. Ehitas termoskoobi ja pikk-silma, millega avastas Päikese laigud, Jupiteri kaaslased, Veenuse faasid, Kuu mäed jne. Koperniku õpetuse pooldamise eest inkvisitsioonikohtu poolt mitmeti vintsutatud.



Teades, et vabal langemisel liigub keha ühtlaselt kiirenevalt, võime kõik ühtlaselt kiireneva liikumise valemid rakendada ka vaba langemise käsitlemiseks. Tähistades nagu harilikult vaba langemise kiirenduse tähega  $g$  (lad. k. *gravitas* — raskus) saame vaba langemise jaoks valemid:

$$\left. \begin{aligned} s &= v_0 + gt \\ s &= v_0 t + \frac{gt^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (1)$$

$$x = AN = AB \cos \alpha = v_0 t \cos \alpha; y = MN = BN - BM = BN - AC = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Saadud valemid:

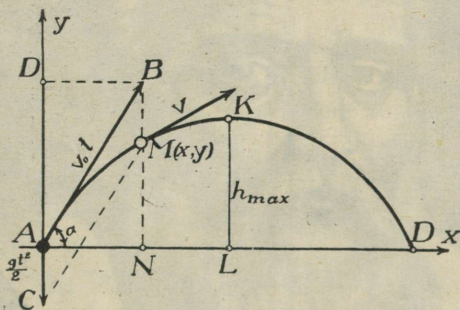
$$x = v_0 t \cos \alpha \text{ ja } \left. \begin{array}{l} \dots \dots \dots (1) \end{array} \right\}$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \left. \begin{array}{l} \dots \dots \dots (2) \end{array} \right\}$$

määravad keha asendi igal momendil pärast liikumise algust. Kui tahame teada, missugust kõverat mööda liigub keha, siis elimineerime valemi (1) abil valemist (2) aja  $t$ , saame

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \dots \dots \dots (3).$$

Valem (3) näitab, et kaldu nurgi  $\alpha$  visatud keha liikumistee on teise astme kõver, nimelt **p a r a b o o l**.



94. joon. Kaldu horisondiga visatud keha liikumise tee.

Ehita üksikute punktide abil keha tee, mis on visatud algkiirusega  $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , kui  $\alpha = 60^\circ$ .

**c) Kui kaugele langetatakse visatud keha? Viskekauguse määramiseks kasutame võrrandit (2), millest määrame aja liikumise algusest kuni lõikumiseni  $x$ -teljega punktis  $D$ . Siit saame:**

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} = 0, \text{ millest}$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \dots \dots \dots (4),$$

Teine  $t$  väärtus ( $t = 0$ ) ei kõlba. Mispärast? Asetades saadud  $t$  väärtuse valemisse (1), saame

$$x_{\text{maks.}} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \dots \dots \dots (5).$$

Valemist (5) näeme, et viskekaugus oleneb algkiirusest  $v_0$  ja viskenurgast  $\alpha$ .

Avaldise  $\sin 2\alpha$  kõige suurem väärtus on 1, millele vastab  $\alpha = 45^\circ$ ; järelikult ka kõige suurem viskekaugus antud algkiiruse juures on siis, kui viskenurk on  $45^\circ$ .

**d) Kui kõrgele tõuseb visatud keha? Selle määramiseks**

leiame  $y$  väärtuse keskasendile  $K$  vastava liikumisaja suhtes, mis valemi (4) põhjal on  $\frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ . Tõepoolest, keha asetseb kõige kõrgemas asendis siis, kui ta on liikunud pool aega maksimaalsele viskekaugusele vastavast ajast. Niisiis:

$$\begin{aligned}
 y_{\text{maks.}} &= v_0 \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \cdot \sin \alpha - \frac{g}{2} \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 \\
 &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \\
 &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \dots \dots \dots (6)
 \end{aligned}$$

Saadud valemist (6) näeme, et visatud keha tõusu kõige suurem kõrgus ( $y_{\text{maks.}}$ ) on võrdeline algkiiruse ja viskenurga sin ruuduga.

Võrdle saadud tõusu kõrgust püsti ülesvisatud keha tõusu kõrgusega.

Eelmised valemid on kehtivad juhul, kui õhk liikumist ei takista. Tegelikult aga muudab õhu takistus kehade liikumist õhus õige tunduvalt.

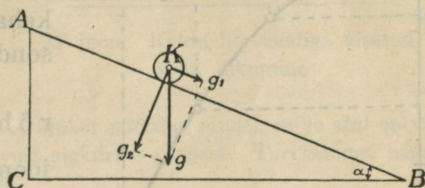
1. Näidata, et nurgi  $\alpha$  ja  $90^\circ - \alpha$  visatud kehade viskekaugus on ühesugune.

2. Kui kaugele lendab ja kui kõrgele tõuseb kivi, mis on visatud kaldu horisondiga nurgi  $\alpha = 30^\circ$  algkiirusega  $v_0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

3. Kui suur peaks olema kahuri viske- (tõste-) nurk  $\alpha$ , et kuul langeks  $s = 5$  km kaugusel oleva torni pihta  $h = 20$  m kõrgusel, kui kuuli algkiirus  $v_0 = 600 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

**108. Liikumine kaldpinnal.** Et vaba langemise kiirendus ( $g$ ) on võrdlemisi suur ja keha seetõttu liigub liiga kiiresti, siis kasu-

tame kaldpinda langeva keha kiiruse ja kiirenduse vähen- damiseks. Sile kera veereb mööda kaldrenni, mille kalde- nurk on  $\alpha$  (95. joon.). Lahu- tame kiirenduse vabal lange- misel ( $g$ ) kaheks komponen- diks  $g_1$  ja  $g_2$ , millest esimene

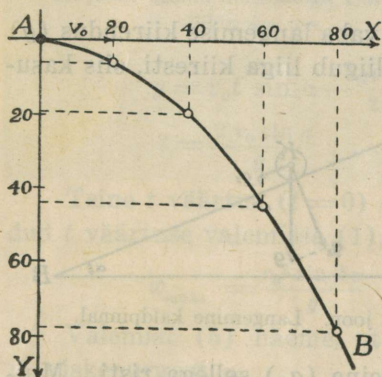


95. joon. Langemine kaldpinnal.

( $g_1$ ) on rööpne liikumise suunaga, teine ( $g_2$ ) sellega risti. Mui- dugi, mööda kaldpinda allaliikumisel mõjub kerra ainult kiiren- dus  $g_1$ , kuna  $g_2$  mõju hävib kaldpinna vastupanuga. Joonisest näeme, et  $g_1 = g \sin \alpha$ , järelikult keha veereb ühtlaselt kiirene- valt. Määrame katsest  $g_1$  ja selle abil arvutame pärast  $g$ , sest

1. Leida vabalt langeva keha kiirus 1., 2., 3., 10. sekundi lõpul, kui  $v_0 = 0$ .
2. Kui kõrgelt peaks keha alla langema, et langemise lõppkiirus oleks  $20 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?
3. Kui palju tarvitab keha aega Oleviste kiriku tornist (124,5 m) allalangemiseks? Vastata sama küsimus Eiffeli torni (300 m) ja Türi raadiomasti otsa (196 m) kohta.
4. Mitme sekundiga langeks 1 km kõrgel olevast pilvest vihmapiisk maapinnale, kui õhk langemist ei takistaks?
5. Vabalt alla langedes liikus keha viimasel sekundil 24,5 m edasi. Kui kõrgelt ja kui kaua langes see keha?
6. Vabalt langedes jõuab keha 4 sek pärast maapinnale. Kui ruttu jõuaks keha samalt kõrguselt langedes maapinnale, kui teda maha tõugata algkiirusega  $29,4 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?
7. Keha visati püsti üles algkiirusega  $v_0 = 60 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leida keha kiirus 4 sek pärast liikumise algust. Kui kõrgel on siis keha?
8. Kui kõrgele tõuseks püsti üleslastud kahurikuul, mille algkiirus  $v_0 = 600 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , kui õhk liikumist ei takistaks?
9. Missuguse püsti-algkiiruse juures on meil võimalik 1 m kõrgusele hüpata? Kas on olemas hüppe kõrgus sama algkiiruse juures massist?
10. Püsti ülesvisatud keha langes 10 sek pärast uuesti maapinnale tagasi. Kui kõrgele tõusis see keha ja kui suur oli tema kiirus 20 m kõrgusel?

**107. Visatud kehade liikumine.** a) Teatava algkiirusega püsti üles või alla visatud keha liikumise määravad ühtlaselt kiireneva või aeglustuva liikumise valemid (§ 97).



92. joon. Rõhtsalt horisondiga visatud keha liikumine.

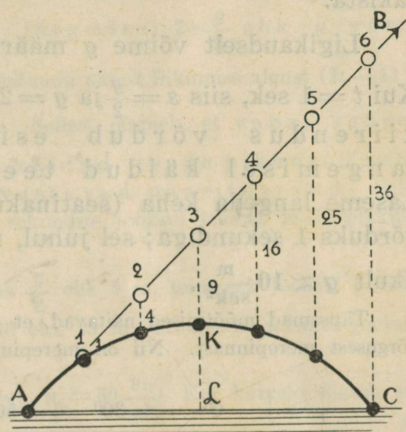
Vaatame nüüd, kuidas liigub keha, mis ei ole visatud risti horisondiga. Olgu keha visatud punktist A rõhtsalt horisondiga (92. joon.), algkiirusega  $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Kui keha raskuse mõjul ei langeks allapoole, liiguks keha esialgse tõuke mõjul kogu aeg ühtlaselt sirge  $AX$  suunas, käies igas sekundis 20 m. Keha kauguse ( $x$ ) punktist A üldisel kujul määrab valem:  $x = 20 t$ . Samuti kui keha ei oleks saanud esialgset tõuget suunas

$AX$ , vaid langeks vabalt, siis liiguks ta püstjoone  $AY$  suunas ja keha kauguse ( $y$ ) punktist  $A$  määraks valem  $y = \frac{gt^2}{2}$ . Arvutades  $x$  ja  $y$  väärtused 1., 2., 3. jne. sek lõpul pärast liikumise algust, saame:

| $t$ sek | 0 | 1   | 2    | 3    | 4    | 5     |
|---------|---|-----|------|------|------|-------|
| $x$ m   | 0 | 20  | 40   | 60   | 80   | 100   |
| $y$ m   | 0 | 4,9 | 19,6 | 44,1 | 78,4 | 122,5 |

Ehitame saadud koordinaatide abil vastavad punktid ja ühendame nad sirgjoonega. Sedaviisi ehitatud kõver  $AB$  näitab meile rõhtsalt horisondiga visatud keha liikumist.

Kui keha on visatud kaldu horisondiga (93. joon.), siis saame selle keha liikumisteenat kõvera (parabooli), mis on sümmeetriline keskasendist ( $K$ ) läbimineva telje  $KL$  suhtes. Selle kõvera üksikute punktide leidmine toimub samuti kui rõhtsalt visatud keha liikumise puhul (vt. 92. joon.).



93. joon. Kaldu horisondiga visatud keha liikumine.

1. Kuidas mõjub algkiiruse suurus ja suund langemiskõvera kujusse? Tee vastavad joonised.

2. Tee 92. joonisele vastav punkti  $A$  ümber pöörduv mudel, mille abil on võimalik näidata liikumise tee kaju olenevust algkiiruse suunast. Tarvisminev materjal: 2 sirget liistu, tinakuulikesed, niit.

**b) Keha asendi määramine üldjuhul.** Keha on visatud kaldu horisondiga  $AB$  suunas (94. joon.) algkiirusega  $v_0$ . Keha asendi määramiseks  $t$  sekundit pärast liikumise algust tuleb liita ühtlasel liikumisel käidud tee  $AB = v_0 t$  vabal langemisel käidud teega  $AC = \frac{gt^2}{2}$ . Saame  $AB'$  ja  $AC$  kui külgede põhjal ehitatud rööpküliku tipu  $M$ , mille koordinaadid  $x$  ja  $y$ . Joonisest määrame:

Juhul, kui  $v_0 = 0$ , siis

$$\left. \begin{aligned} v &= gt \\ s &= \frac{gt^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Valemid (1) on kehtivad ka algkiirusega  $v_0$  püsti ülesvisatud keha liikumise määramiseks. Siis on liikumine ühtlaselt aeglustuv ja kiirendus  $g$  tuleb võtta negatiivne (—).

Muidugi, saadud valemid kehtivad ainult keha liikumise kohta tühjas ruumis. Mitmesugused liikumise takistused muudavad liikumise iseloomu ja sellepärast on näiteks õhus liikumisel eespooltoodud valemid ainult ligikaudselt õiged. Edaspidisel valemite (1) ja (2) rakendamisel oletame, et õhk liikumist tunduvalt ei takista.

Ligikaudselt võime  $g$  määrata valemist  $s = \frac{gt^2}{2}$  järgmiselt.

Kui  $t = 1$  sek, siis  $s = \frac{g}{2}$  ja  $g = 2s$ , s. o. arvuliselt raskuse kiirendus võrdub esimese sekundi jooksul langemisel käidud tee kahekordse pikkusega. Laseme langeda keha (seatinakuuli) nii kõrgelt, et langemisaeg võrduks 1 sekundiga; sel juhul, nagu katse näitab,  $s \approx 5$  m, järelikult  $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

Täpsemad mõõtmised näitavad, et  $g$  suurus oleneb geograafilisest laiuusest ja kõrgusest merepinnast. Nii on merepinnal, kui

|             |           |            |            |            |            |
|-------------|-----------|------------|------------|------------|------------|
| $\varphi =$ | $0^\circ$ | $30^\circ$ | $50^\circ$ | $60^\circ$ | $90^\circ$ |
| $g =$       | 978,03    | 979,32     | 981,07     | 981,91     | 983,22     |

Ligikaudseteks arvutamisteks on küllalt võtta  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

1. Leida interpoolides eelmise tabeli abil  $g$  suurus Tallinnas ja Tartus.
2. Mitu düüni on 1 g, 1 kg, 200 g jne.?
3. Väljenda enda kaal düünides.
4. Võrdle mg-raskust düüniga.
5. Missugune tung (kg-des) annab massile 1 kg kiirenduse  $1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ? Väljenda enda raskus neis ühikutes.
6. Kui suure kiirenduse annab tung 1 kg massile 1 tonn?

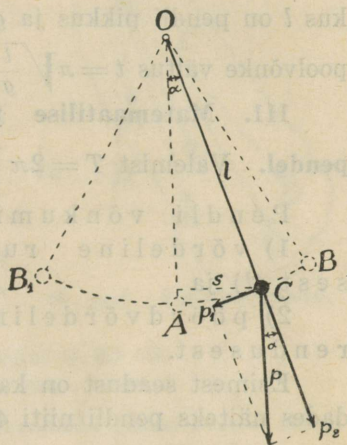
**106. Vaba langemise valemite rakenduse näiteid.** 1. Valemitest (2) § 105 näeme, et vabal langemisel on keha kiirus võrdeline ajaga ja käi-





110. **Pendel.** Matemaatiliseks pendlik s nimetatakse ainepunkti, mis on kinnistatud mitteveeniva ning kaalutu niidi külge ja võib vabalt võnkuda vertikaal-tasapinnas raskustungi mõjul. Meil ei ole tegelikult võimalik niisugust pendlit valmistada. Enam-vähem neile tingimustele vastab füüsiline pendel, milleks on kõva peenikese niidi otsa riputatud seatinakuulike.

Viime pendli tasakaaluasendist  $OA$  välja asendisse  $OB$  ja laseme lahti (97. joon.). Pendel hakkab võnkuma vertikaal-tasapinnas ühest äärmisest asendist ( $OB$ ) keskasendisse  $OA$  ning saadud hoo arvel edasi teise äärmisse asendisse ( $OB_1$ ) ja tagasi. Nimetame pendli äärmise asendi kauguse tasakaaluasendist ( $AB$ ) pendli amplituudiks, liikumise ühest äärest teise ja tagasi pendli täisvõnkeks ning sellele vastava aja täisvõnke vältuseks ehk perioodiks.



97. joon. Matemaatiline pendel.

Pendli võnkumist võime vaadelda kui liikumist kaldpinnal, kusjuures kaldenurk järjest muutub. Olgu pendel seisus  $OC$ . Lahutame pendli massi raskuse  $p$  kaheks komponendiks: pikuti pendli niidiga ( $p_2$ ) ja sellega risti ( $p_1$ ). Komponent  $p_2$  tõmbab pendli niiti pingule, kuna komponent  $p_1$  pendli liikuma paneb. Nagu 97. joonisest näha, on tung

$$p_1 = p \sin \alpha \text{ ja } p_2 = p \cos \alpha \dots \dots (1),$$

s. o. pendlit liikuma panev tung kui ka niidi pinevus olenevad pendli asendist tasakaaluasendi suhtes, mille määrab nurk  $\alpha$ .

Valemist  $p_1 = p \sin \alpha$  saame sideme vastavate kiirenduste vahel:  $g_1 = g \sin \alpha = g \frac{s}{l} = \frac{g}{l} \cdot s$ , s. o. pendli liikumise kiirendus on võrdeline kaugusega tasakaaluasendist.

Õhk takistab pendli võnkumist, selle tõttu pendli võnkumise amplituud järjest väheneb, kuna periood enam-vähem samaks

jääb. Väikeste amplituudide (kuni  $5^\circ$ ) juures väljendub pendli täisvõnke vältus  $T$  valemiga

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

kus  $l$  on pendli pikkus ja  $g$  raskuskiirendus. Sellest järgneb, et poolvõnke vältus  $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ .

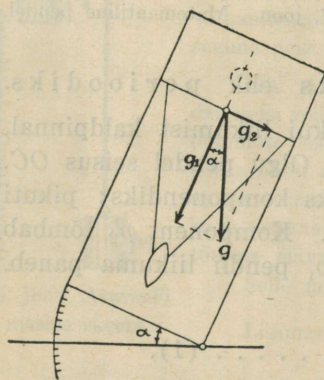
**111. Matemaatilise pendli võnkumisseadused. Sekund-pendel.** Valemist  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  järeldame:

Pendli võnkumisperiood on

1) võrdeline ruutjuurega pendli pikkusest ( $l$ ) ja

2) pöördvõrdeline ruutjuurega raskuskiirendusest.

Esimest seadust on katseliselt kerge demonstreerida: pikendades näiteks pendli niiti 4 korda, suureneb  $t$  2 korda jne.



98. joon. Mach'i pendli skeem.

Teist seadust on kerge demonstree-rida nn. M a c h'i pendli abil (98. joon.). Pendli võnkumis-tasapinda vertikaal-tasapinnast nurga  $\alpha$  võrra kõrvale viies ei mõju pendli võnkumisel mitte enam kogu raskuskiirendus  $g$ , vaid komponent  $g_1 = g \cos \alpha$ . Mis mõju avaldab komponent  $g_2$ ? Nurka  $\alpha$  vastavalt muutes võime jälgida  $t$  olenevust kiirendusest. Näiteks kui  $\alpha = 75,5^\circ$ , siis  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$  ja  $g_1 = \frac{g}{4}$ , ning  $t$  suureneb 2 korda.

Et pendli valem ei sisalda pendli massi ega amplituudi, sellest järeldame: pendli võnkumisperiood ei olene pendli massist ega amplituudist. Kuidas on võimalik seda katseliselt tõestada?

Pendli abil on kerge määrata raskuskiirendust  $g$ , sest valemist  $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$   $g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$ . Pendli pikkus ja võnkumisperiood on kergesti mõõdetavad, järelikult ka  $g$ .

Määra sel teel  $g$  niidi otsa riputatud tinakuulikesega ja võrdle saadud resultaati teisel teel saadud  $g$  suurusega.

Pendlit, mille poolvõnke vältus on 1 sek, nimet. sekundpendliks. Sekundpendli pikkuse saame vale-

mist  $l = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ , millest

$$l = \frac{g}{\pi^2} = \frac{981}{9,87} = 99,4 \text{ (cm).}$$

Nagu siit näeme, on sekundpendli pikkus umbes 1 m.

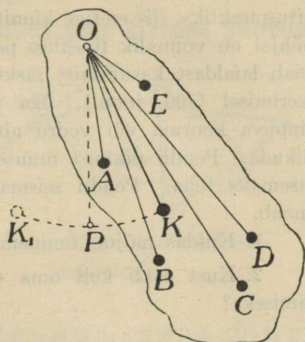
1. Mitu täisvõnget sekundis teeb mat. pendel, mille pikkus on 50 cm?

2. Foucault oma kuulsas katses Pariisi Panthéonis a. 1851 tarvitas pendlit, mille pikkus oli 67 m ja mass 28 kg. Leia täisvõnke vältus.

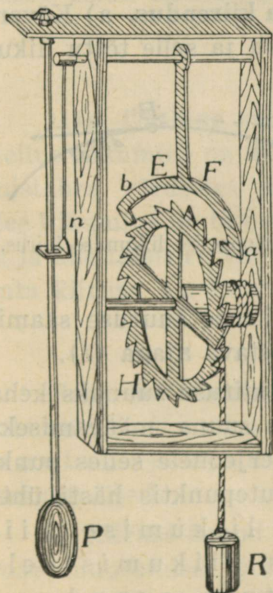
3. Arvuta pendli pikkus, mille poolvõnke vältus on 0,5 sek.

4. Kuidas on oleb sekundpendli pikkus koha geogr. laiusest?

5. Leia sekundpendli pikkus Päikese (Kuu) pinnal, kui on teada, et raskuse kiirendus on vastavalt 28 korda suurem (6 korda väiksem).



99. joon. Füüsiline pendel.



100. joon. Seinakella skeem.

**112. Füüsiline pendel.** Varemini (§ 111) käsitletud pendli võnkumisseadused on kehtivad matemaatilise pendli kohta. Tegelikult ei ole meil võimalik ehitada matemaatilist pendlit, vaid tarvitame selle asemel nn. füüsilist pendlit, mis vastab enam-vähem matemaatilisele pendlile. Üldse võime nimetada füüsiliseks pendliks iga keha, mis võib oma raskuse mõjul võnkuda punkti või rõhtsa telje ümber (99. joon.). Olgu füüsilise pendli telg punkt  $O$ -s. Kujutame füüsilise pendli koosnevana üksikutest ainepunktidest  $A, B, C$  jne., mis on seotud nähtamatu niidiga sama teljega  $O$ . Sedaviisi võime mõttes lahutada füüsilise pendli üksikuteks matemaatilisteks pendliteks, mis pikkuselt väga mitmesugused. Lühemad neist püüavad vähendada, pikemad suurendada füüsilise pendli võnkumisperioodi. Kahtlemata leidub nende matemaatiliste pendlite hulgas üks, näiteks  $OK$ , mille periood võrdub füüsilise pendli võnkumisperioodiga. Pikkust  $OK$  nimet. füüsilise pendli taandat

datud ehk redutseeritud pikkuseks ja punkti  $K$  füüsilise pendli võnkumistsentriks. Tähendab, füüsiline pendel võngub samuti kui matemaatiline pendel, mille pikkus võrdub füüsilise pendli taandatud pikkusega. Selle füüsilise pendli

omaduse põhjal võime kõik matemaatilise pendli võnkumisseadused üle kanda ka füüsilise pendli kohta.

Teoria ja katse näitavad, et kui füüsilise pendli võnkumistsenter teha kinnituspunktiks, siis endine kinnituspunkt muutub võnkumistsentriks. Selle omaduse põhjal on võimalik füüsilise pendli taandatud pikkust määrata. Füüsiline pendel leiab laialdast kasutamist raskustungi kiirenduse määramisel ja kella käigu reguleerimisel (100. joon.). Iga poolvõnke juures laseb peudel hammasrattal, mis rippuva koorma või vedru abil ümber veetakse, ainult ühe hamba võrra edasi liikuda. Pendli pikkust muutes võime hammasratta liikumist kiiremaks või aeglasemaks teha. Pendli seisumääramist takistavad tõuked, mis hammasrattas talle annab.

1. Kuidas mõjub temperatuuri muutus kella käigusse?

2. Kust saab kell oma energia kõigi käimisel ettetulevate takistuste ületamiseks?

## Kõverjooneline liikumine.

113. **Kõverjoonelise liikumise kiirus ja kiirendus.** a) Kõverjoonelisel liikumisel on liikumistee kõverjoon ja selle tõttu liikumise suund muutub alati (101. joon.). Ainult käidud tee pikkust arvestades võime analoogiliselt sirgjoonelise liikumisega kõnelda ühtlasest ja mitteühtlasest kõverjoonelisest liikumisest. Defineeri nad! Kiiruse suuruse saamiseks tuleb käidud tee pikkus ( $s$ ) jagada vastava ajaga ( $t$ ).



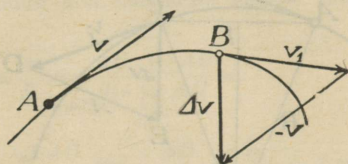
101. joon. Kõverjoonelise liikumise kiirus.

Sirgjoonelise liikumise juures võtsime kiiruse suunaks keha liikumise suuna. Kõverjoonelise liikumise suuna määramiseks mõnes teepunktis, näiteks  $B$ , tõmbame kõverjoonele selles punktis puutuja. Et puutuja kõverjoonega puutepunktis hästi ühte langeb, siis määrab kõverjoonelise liikumise kiiruse suuna antud teepunktis liikumisteele selles punktis tõmmatud puutuja suund.

Inertsiseadusest järgneb, et kõverjooneline liikumine võib tekkida ainult tungi mõjul, sest ilma selleta keha kas püsib paigal või liigub ühtlaselt ning sirgjooneliselt. Oletame, et tungi mõju kehasse lõppes näiteks teepunktis  $B$ . Siis hakkab keha liikuma

sellest punktist peale edasi ainult inertsil mõjul ühtlaselt ning sirgjooneliselt kiirusega ( $v$ ), mis oli kehal tungi mõju lõppemis-momendil. See ongi keha kiirus punktis  $B$ .

Tahame leida keha liikumise kiirendust ehk kiiruse juurdekasvu ühe ajaühiku jooksul, siis tuleb lõppkiirusest ( $v_1$ ) lahutada algkiirus  $v$  (102. joon.). Sedaviisi saadud kiiruste vahe ongi otsitav kiiruse juurdekasv. Kuigi kõverjooneline liikumine on käidud tee pikkuse suhtes ühtlane ja kiirus suuruselt jääv, on kõverjoonelisel liikumisel alati kiirendus, sest muutub liikumise ja ühes sellega kiiruse suund.



102. joon. Kiiruse juurdekasvu määramine.

b) Kõverjoonelise liikumise kiiruse suuruse määramine antud teepunktis, näiteks punkt  $B$  101. joon., toimub täitsa analoogiliselt § 92 näidatud ebaühtlase liikumise kiiruse määramisega antud punktis. Selle järgi võime kirjutada:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

**114. Ühtlane ringjooneline liikumine.** a) Ühtlane ringjooneline liikumine on niisugune, kus keha mööda ringjoont liikudes mistahes võrdsetes ajavahemikkudes ära käib võrdsed kaared. See liikumine on täiesti määratud, kui on antud ringjoone raadius  $R$  ja ühe täistiiru vältus ehk periood  $T$ . Siit võime otsekohe määrata kiiruse suuruse:

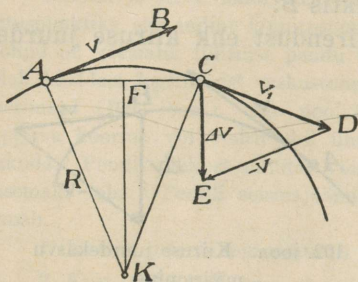
$$v = \frac{2\pi R}{T} \dots \dots \dots (1).$$

Nagu definitsioonist näha, on ühtlase ringjoonelise liikumise kiiruse suurus jääv, kuna kiiruse suund muutub järjest, sest ringjoone puutujad on igas punktis isesuunalised.

Et kiiruse suund kogu aeg muutub, on meil siin tegemist kiiruse muutumise ehk kiirendusega, mille tekitab kestev tung. Leiame kiirenduse nii suuruse kui suuna poolest.

Olgu keha mööda ringjoont liikudes antud momendil punktis  $A$  (103. joon.) ja tema kiirus sel momendil  $AB$  ehk  $v$ . Oletame, et  $\Delta t$  sek jooksul keha käib ära kaare  $AC$  ja jõuab punkti  $C$ , milles tema kiirus on  $CD$  ehk  $v_1$ . Et teada saada  $\Delta t$  sekundile vas-

tavat kiiruse juurdekasvu ( $\Delta v$ ), selleks lahutame lõppkiirusest  $v_1$  algkiiruse  $v$ , saame kiiruse juurdekasvu  $CE$  ehk  $\Delta v$ . Joonisest



103. joon. Ühtlase ringjoonelise liikumise kiirendus.

näeme, et  $\triangle CDE \sim \triangle ACK$  kui võrdhaarsed kolmnurgad, millel  $\widehat{D} = \widehat{K}$  (vastastikku  $\perp$  külgedega, mispärast?). Selle põhjal

$$\frac{\Delta v}{AC} = \frac{ED}{AK}, \text{ millest}$$

$$\Delta v = \frac{AC \cdot ED}{AK} = \frac{AC \cdot v}{R} \dots (2),$$

sest  $ED$  võrdub kiiruse suurusega  $v$  ja  $AK$  ringi raadiusega  $R$ . Kui  $\Delta t$  on küllalt väike, siis võime ilma suurema veata lugeda kõõlu  $AC$

pikkuse võrdseks kaare  $AC$  pikkusega, viimase pikkus aga väljendub tee valemist ( $s = vt$ ) nõnda:  $\widehat{AC} = v \Delta t$ . Asetades  $AC$  asemele valemisse (2) temale vastava väärtuse, saame:

$$\Delta v = \frac{v \Delta t v}{R} = \frac{v^2 \Delta t}{R} \dots (3).$$

Et kiirenduseks nimetatakse kiiruse juurdekasvu ühe ajaühiku jooksul, siis saame ühtlase ringjoonelise liikumise kiirenduse ( $a$ ) suuruse jaoks valemi:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2 \Delta t}{R \Delta t} = \frac{v^2}{R} \dots (4).$$

Asendades kiiruse suuruse  $v$  valemist (1) temaga võrdse  $\frac{2\pi R}{T}$ -ga, saame valemist (4):

$$a = \frac{(2\pi R)^2}{T^2 \cdot R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \dots (5).$$

Valemitest (4) ja (5) järgneb, et ühtlase ringjoonelise liikumise kiirenduse suurus on jääv, sest ta on jäätavatest suurustest  $v$ ,  $R$  ja  $T$ .

Ühtlase ringjoonelise liikumise kiirenduse suuna leidmiseks arutame järgmiselt. Kiiruse juurdekasvu  $\Delta v$  ehk  $CE$  suund on ühtlasi kiirenduse suunaks.  $CE \perp AC$ , sest  $\widehat{ACK} = \widehat{ECD}$  (mispärast?) ja  $\widehat{KCD} = 90^\circ$ .  $KF$  on  $\widehat{K}$  poolitaja, järelikult  $KF \perp AC$ , seega siis  $KF \parallel CE$ . Et aja juurdekasvu  $\Delta t$  vähenedes punkt  $C$  lõpuks liitub punktiga  $A$ , siis peab ka  $FK$  liituma  $AK$ -ga, samuti ka temaga alati rööpne  $CE$ . Järelikult, kiiruse juurdekasv ja kii-

rendus on suunatud ringi keskpunkti. Sellepärast nimetatakse sagedasti ühtlase ringjoonelise liikumise kiirendust ka **kesktõmbe-** ehk **tsentripetaalkiirenduseks** (ladina k. *centrum* — keskpunkt ja *petere* — püüdma).

b) Lähtudes valemist (2) võime analüüsi abil kiirenduse suuruse tuletada järgmiselt:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{AC \cdot v}{R \cdot \Delta t} = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{AC \cdot \sphericalcap AC}{\Delta t \cdot \sphericalcap AC} =$$

$$= \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{\sphericalcap AC}{\Delta t} \cdot \frac{AC}{\sphericalcap AC} \right] = \frac{v}{R} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sphericalcap AC}{\Delta t} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{AC}{\sphericalcap AC} = \frac{v}{R} \cdot v \cdot 1 =$$

$$= \frac{v^2}{R}, \text{ sest } \sphericalcap AC = v \cdot \Delta t \text{ ja kõõlu } AC \text{ ning temale vastava kaare } (\sphericalcap AC) \text{ suhte piir on 1, kui } \Delta t \rightarrow 0.$$

1. Sõnastada valemite (4) ja (5) põhjal kesktõmbe kiirenduse suuruse olenevus kiirusest  $v$ , perioodist  $T$  ja raadiusesest  $R$ .

2. Lingu pikkus on 80 cm ja ta teeb 2 tiiru sekundis. Leida lingukivi kiirus ja kiirendus.

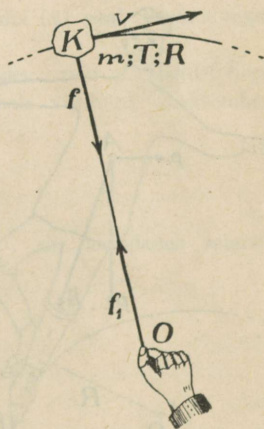
3. Hooratta läbimõõt on 1,2 m ja ta teeb 300 tiiru minutis. Leida hooratta välise ääre kiirus ja kiirendus.

4. Leida Maa ekvaatoril asetsevate punktide kesktõmbe kiirendus ( $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ) pöörlemisel Maa telje ümber. Lahendada sama küsimus Tallinna ( $\varphi = 59^\circ 26'$ ) ja Tartu ( $\varphi = 58^\circ 23'$ ) kohta.

### 115. Kesktõmbe- ja kesktõuke-tung.

Seome kõvasti nõöri otsa mõne keha (kivi, kartuli jne.) ja hakkame teda kiiresti ringi tiirutama (104. joon.). Me tunneme tiirutades, et nõör on tublisti pingul. Nõöri pingulelek tõmbab ühelt poolt keha  $K$  ringi tsentri  $O$  suunas, teiselt poolt tõmbab nõör niisama tugevasti kätt suunas  $OK$ . Tee see katse tingimata! Tung  $f$  hoiab keha  $K$  ringliikumisel, sest ilma selleta liiguks keha inertsiga mõjul puutuja suunas, mis tõmmatud ringjoonele tungi  $f$  mõju lõppemismomendil. Nõöri lahti lastes või selle katkedes näeme, et keha liigub edasi tõepoolest puutuja suunas.

Varemini (§ 114) nägime, et ühtlaselt ringjoonel liikuvale kehale on alati olemas keskpunkti suunatud nn. kesktõmbe- ehk



104. joon.

tsentripetaalkiirendus. Newtoni II seaduse järgi on sinna suunatud ka tung, mis selle kiirenduse tekitab. Nimetame tungi, mis on kesktõmbe-kiirenduse põhjuseks, **kesktõmbe-** ehk **tsentripetaal-tungiks**. Eelmises katses moodustas kesktõmbe-tungi niidi pinevus  $f$ . Kesktõmbe-tungi ( $f$ ) suuruse saame, kui korrutame liikuva keha massi ( $m$ ) kiirendusega ( $a$ ), s. o.

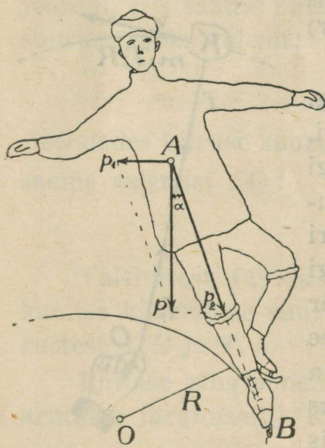
$$f = \frac{mv^2}{R} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} \dots \dots \dots (1).$$

Tung  $f$  mõõtab düünides, kui  $m$  mõõtab grammides,  $v$  —  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ ,  $R$  — cm-tes ja  $T$  — sek-tes.

Kesktõmbe-tungiga Newtoni III seaduse põhjal võrd-vastupidist tungi nimetatakse **kesktõuke-** ehk **tsentrifugaal-tungiks**. Eelmises katses oli selleks tung  $f_1$ . Kesktõuke-tung ei ole millalgi rakendatud ringjoonel liikuva keha külge, sest siis häviks tema mõju kesktõmbe-tungiga, nende summa oleks null.

Kesktõmbe-tungi suuruse olemevus massist, kiirusest, raadiusest ja perioodist on väljendatud valemites (1). Sõnasta need olemevused. Katseliselt võib neid olemevusi demonstreerida sellekohaste riistade abil.

Näited. 1. Lingu pikkus on 60 cm ja tema otsas mass 196 g. Missuguse kiirusega tuleb lingu tiirutada, et lingunöör oleks pingul 1,2 kg tugevusest?



Valemist  $f = \frac{mv^2}{R}$  saame:

$$v^2 = \frac{f \cdot R}{m} = \frac{1,2 \cdot 1000 \cdot 980 \cdot 60}{196} = 600^2,$$

millest  $v = 600 \left(\frac{\text{cm}}{\text{sek}}\right)$ . ? Mitu tiiru teeb ling seejuures sekundis?

2. Kui suur vähemalt peaks olema jalg-ratta-sõitja kiirus  $v$ , et oleks võimalik sõita ringi püst-tasapinnas?

Olgu püstringi raadius  $R$ . Selles ringis sõitmine on võimalik, kui kogu raskus kulub kesktõmbe-tungiks. See tingimus on täidetud, kui kesktõmbe-kiirendus võrdub raskuse kiirendusega, s. o.  $\frac{v^2}{R} = g$ , millest  $v^2 = Rg$  ja

105. joon. Tasakaal uisutamisel.

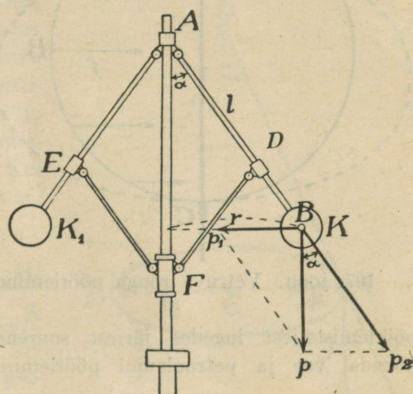
$v = \sqrt{Rg}$ . Olgu  $R = 5$  m, siis  $v = \sqrt{5 \cdot 9,8} \approx 7$  (m).

3. Kui suure nurga ( $\alpha$ ) võrra peab uisutaja kaldu hoiduma vertikaaltasapinna suhtes, tehes  $T = 10$  sekundiga ühe ringi, mille raadius  $R = 10$  m?

Ringi joostes peame hoidma keha ringi tsentri poole, sest siis saame enese raskusest rõhtsa komponendi ( $p_1$ ), mis on kesktõmbe-tungiks. Samuti on lugu uisutajaga, jalgratta-sõitjaga jne. — Olgu uisutaja raskus  $p$  rakendatud punktis  $A$  (105. joon.). Lahutame raskuse kaheks komponendiks: rõht- ( $p_1$ ) ja toetuspunkti ( $B$ ) suunas ( $p_2$ ). Viimane ( $p_2$ ) tasakaalustab sõidutee vasturõhumisega, esimene ( $p_1$ ) moodustab aga kesktõmbe-tungi, s. o. hoiab uisutajat ringliikumisel. Olgu uisutaja mass  $m$ , siis  $p_1 = p \tan \alpha = mg \tan \alpha$ . Tasakaalu korral võrdub  $p_1$  kesktõmbe-tungiga, s. o.

$$mg \tan \alpha = \frac{4 \pi^2 m R}{T^2}, \text{ millest } \tan \alpha = \\ = \frac{4 \pi^2 R}{g T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 10}{9,8 \cdot 10^2} = 0,4 \text{ ja } \alpha = 22^\circ.$$

4. Kesktõmbe-tungi omadusel põhineb nn. Watti tsentrifugaalregulaatori kasutamine (106. joon.). Pöörleva püstteljega  $AF$  on ühendatud varbadest kaldruut  $AEFD$ , mis muhvi  $F$  abil võib üles ja alla liikuda. Varbade  $AD$  ja  $AE$  otsas on massiivsed kerad  $K$  ja  $K_1$ . Mida suurem on regulaatori pöörlemise kiirus, seda suurem peab olema kesktõmbe-tung ja seda kõrgemale tõusevad tasakaalustamiseks kerad  $K$  ja  $K_1$ .



106. joon. Tsentrifugaalregulaator.

Lahendagem järgmine ülesanne: mitu tiiru sekundis ( $n$ ) peab tegema regulaator, et varb  $AB$  moodustaks püstteljega nurga  $\alpha$ ?

Lahutame kera  $K$  raskuse  $p$  kaheks komponendiks: risti pöörlemisteljega ( $p_1$ ) ja varva  $AB$  suunas ( $p_2$ ). Komponent  $p_1$  peab võrduma kesktõmbe-tungiga, s. o.

$$p_1 = p \tan \alpha = \frac{4 \pi^2 m r}{T^2}.$$

Et  $p = mg$ ,  $r = AB \cdot \sin \alpha = l \cdot \sin \alpha$  ja  $T = \frac{1}{n}$ , siis asendades saame:  $mg \tan \alpha = 4 \pi^2 m l \sin \alpha \cdot n^2$ , millest

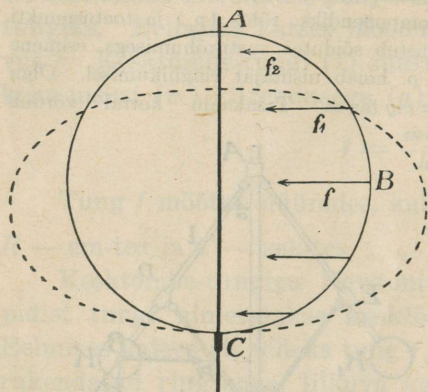
$$n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}.$$

Kui  $l = 20$  cm ja  $\alpha = 30^\circ$ , siis  $n \approx 1,5$ .

Aurumasina juures ühendatakse muhv  $F$  klapi, mis reguleerib auru juurdepääsu silindrisse. Kui masin hakkab käima kiiremini, suureneb nurk  $\alpha$ , muhv  $F$  tõuseb kõrgemale ning ühes sellega asetub klapp enam risti, takistades seega auru juurdepääsu. Masina käigu aeglasemaks muutumise korral mõjub regulaator vastupidises suunas.

5. Vetruv rõngas  $ABC$  pöörleb ümber telje  $AC$  (107. joon.), olles kinnitatud teljega otsas  $C$ . Et rõngaosade tiirlemisperioodid on võrdsed, siis

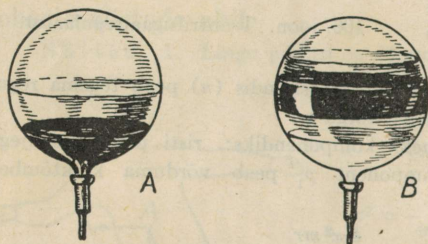
oleneb kesktõmbe-tung ainult kaugusest pöörlemisteljest, suurenedes keskkoha  $B$  suunas. Kesktõmbe-tungi moodustab antud juhul rõnga deformeerumisel tekkinud pinevus, mis on seda suurem, mida kiiremini pöörleb rõngas. Tõepoolest, rõngas muutub pöörlemisel lapikuks (punktirjoon).



107. joon. Vetruga rõnga pöörlemine.

pöörlemisteljest lugedes järjest suureneb hõbeda, vee ja petrooleumi pöörlemisel

(108. joon., B). Nii näiteks elavmoodustab sisemise kihi petrooleum, keskmise vesi ja välise elavhõbe. Sel nähtusel põhineb mitmesuguste separaatorite ehitamine. Näiteks koorelahutaja trumlis koguneb koor kui kergem osa trumli keskpaika, kuna piim kui raskem osa trumli äärtele koguneb ja sealt välja juhitakse.



108. joon. Pöörlemisel eralduvad vedelikud tiheduse järjekorras.

6. Mitmesuguse tihedusega vedelad ained pöörlemisel samas anumast (trumlis) asetuvad kontsentriiliste kihtidena nõnda, et tihedus moodustab sisemise kihi petrooleum, keskmise vesi ja välise elavhõbe.

1. Seleta, kuidas töötab meevurr, kuidas kasutatakse tsentrifugaalmasinat piima rasvaprotsendi määramisel, pesu kuivatamisel, terade sortimisel jne.

2. Millest tuleb vahel esinev vesikivide lõhkemine?

3. Mitu tiiru sekundis vähemalt peaks tegema veepange käe otsas ( $R = 70$  cm) püst-tasapinnas ringi tiirutades, et vesi pangest välja ei voolaks?

4. Lingunööri pikkus on 60 cm ja otsasoleva kivi mass 100 g. Leida lingunööri pinevus, kui ling teeb  $2\frac{1}{2}$  tiiru sekundis.

5. Nööri pinevus katkemismomendil on 10 kg. Kui kiiresti võib selle nööri otsa seotud 200-grammist massi püst-tasapinnas tiirutada, kui nööri pikkus on 1 m? Vasta sama küsimus rõht-tasapinna suhtes.

Märkus: Nööri pinevuse all antud punktis mõeldakse tungi, mis nööri otsi endiselt koos hoiaks, kui nöör selles punktis katki lõigata.

6. Jalgratta-sõitja teeb 10 sekundiga ühe ringi, mille raadius 10 m. Kui suure nurga moodustab ta püst-tasapinnaga?

7. Mitu korda kiiremini peaks Maa oma telje ümber pöörlema, et ekvaatoril

asetsevad kehad midagi ei kaaluks? Kuidas tuleks sama küsimus lahendada Tartu suhtes?

8. Kui suure rõhsta algiirusega tuleks visata keha, et ta enam Maa peale ei langeks, vaid trabandina Maa ümber hakkaks liikuma?

**116. Tasa- ja koonuspendel.** Kui pendel võngub samas vertikaaltasapinnas, siis on ta tasapendel. Paneme pendli liikuma nõnda, et ta mass liiguks ühtlaselt ringjoonel, kusjuures pendli niit moodustab koonuse külgpinna, siis saame koonuspendli (109. joon.). Lahutame koonuspendli massi  $m$  raskuse  $p$  komponentideks  $p_1$  ja  $p_2$  vastavalt ringi keskpunkti ja niidi suunas. Neist  $p_1$  moodustab kesktõmbetungi, kuna  $p_2$  tõmbab pinguli niiti  $OA$ . Kui ringi raadius  $BC = R$ , pendli pikkus  $AO = l$  ja täisperiood on  $T$ , siis

$$p_1 = p \tan \alpha = \frac{4 \pi^2 m R}{T^2} \dots \dots (1)$$

$$\text{Et } p = mg \text{ ja } \tan \alpha = \frac{AC}{OC} \approx \frac{AC}{AO} = \frac{R}{l},$$

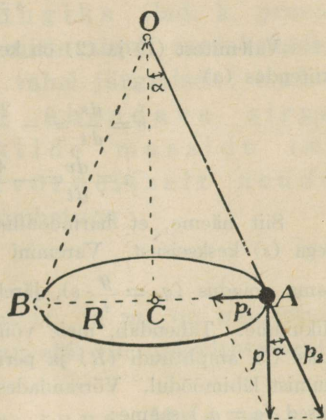
kui amplituud on väike, siis asetades valemisse (1) saame:

$$p_1 = mg \cdot \frac{R}{l} = \frac{4 \pi^2 m R}{T^2}, \text{ millest}$$

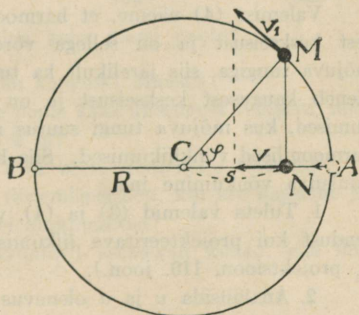
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \dots \dots \dots (2)$$

Siit näeme, et väikese amplituudi juures koonuspendli periood võrdub samapikkuse tasapendli perioodiga.

**117. Harmooniline võnkliikumine.** Kujutagu ringjoon  $AMB$  (110. joon.) koonuspendli massi liikumise teed. Et koonuspendli mass liigub ringjoonel  $AMB$  ühtlaselt, siis liigub selle massi ( $M$ ) projektsioon ( $N$ ) läbimõõdul  $AB$  kord kiirenevalt, kord aeglustavalt. Nimetame koonuspendli massi projektsiooni liikumise läbimõõdul harmooniliseks võnkliikumiseks. Harmoonilise võnkliikumise periood  $T$  ja amplituud  $R$  võrduvad koonuspendli vastavate suurustega. Nurka  $ACM = \varphi$ , mis näitab raadiuse  $CM$  asendit algasendi  $CA$  suhtes, nimet. võnkumismisfaasiks (110. joon.). Kui nüüd punkt  $M$  teeb alates  $A$ -st ühe täistüru, siis tema projektsioon  $N$  liigub  $A$ -st  $B$ -sse ja tagasi. Projektsiooni  $N$  kaugus keskseisust  $C$  ehk  $s = CM \cos \varphi = R \cos \varphi$ . (1)



109. joon. Koonuspendel.



110. joon. Ringliikumise projekterimine läbimõõdule.

Tähistades nurgale  $\varphi$  vastava aja  $t$ -ga, saame:

$t$  sek vastab nurgale  $\varphi$   
 $T$  „ „ „ „  $2\pi$ , millest

$$\frac{t}{T} = \frac{\varphi}{2\pi} \text{ ja } \varphi = \frac{2\pi}{T} t.$$

Asendades valemis (1)  $\varphi$ , saame

$$s = R \cos \frac{2\pi}{T} t \dots \dots \dots (2)$$

Valemitest (1) ja (2) on kerge leida harmoonilise võnkliikumise kiirus ( $v$ ) ja kiirendus ( $a$ )

$$v = \frac{ds}{dt} = -\frac{2\pi R}{T} \sin \frac{2\pi}{T} t \dots \dots \dots (3)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{4\pi^2}{T^2} R \cos \varphi = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot s \dots \dots \dots (4)$$

Siit näeme, et harmoonilise võnkliikumise kiirendus on võrdeline kaugusega ( $s$ ) keskseisust. Varemini (§ 110) leidsime, et tasapendli liikumisel kehtib sama omadus ( $g_1 = \frac{g}{l} \cdot s$ ), järelikult ka tasapendli võnkumine on harmooniline liikumine. Tähendab, meie võime vaadelda tasapendli liikumist kui sama pikuse ( $l$ ), amplituudi ( $R$ ) ja perioodiga ( $T$ ) koonuspendli massi projektsiooni liikumist läbimõõdul. Võrrandades kahel viisil saadud kiirenduste absoluutsed suurused ( $a = g_1$ ) saame:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} s = \frac{g}{l} \cdot s, \text{ millest } \dots \dots \dots (5)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Kui  $T = 2t$ , siis

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Saadud valem määrab matem. tasapendli poolvõnke vältuse. Ta on õige ainult võrdlemisi väikeste amplituudide puhul (kuni  $5^\circ$ ), sest ainult sel tingimisel on õige valem (5).

Valemit (4) näeme, et harmoonilise võnkliikumise kiirendus oneline kaugusest keskseisust ja on sellega võrdeline. Et kiirendus on võrdeline kehasse mõjuva tungiga, siis järelikult ka tung, mis paneb keha harmooniliselt võnkuma, oneline kaugusest keskseisust ja on sellega võrdeline. Tähendab, kõik võnkliikumised, kus mõjuva tungi suurus muutub võrdeliselt kaugusega keskseisust, on harmoonilised võnkliikumised. Siia hulka kuuluvad näiteks elastse varva ja vedru, puuladva võnkumine jne.

1. Tuleta valemid (3) ja (4), vaadeldes projektsiooniliikumise kiirust ja kiirendust kui projekteeritava liikumise kiiruse ja kiirenduse projektsiooni ( $v$  on  $v_1$  projektsioon, 110. joon.).

2. Analüüsida  $v$  ja  $a$  olenevus faasist  $\varphi$ .

**118. Gravitatsioonitung.** Kuu liigub ümber Maa, samuti Maa ja teised planeedid ümber Päikese peaaegu ringjoonelisi

(õigemini elliptilisi) teid mööda. Me teame, et ringliikumine ei teki iseendast, vaid selleks läheb tarvis nn. kesktõmbe-tungi, mis hoiab keha ringliikumisel. Järelikult peab Kuu ja Maa, Maa ning Päikese jne. vahel mõjuma mingisugune tung, mis on võrdne kesktõmbe-tungiga, sest muidu kaoks tasakaal ja planeedid läheksid oma teedelt kõrvale. Newton nimetas selle tungi üldiseks tõmbe- ehk gravitatsioonitungiks (lad. k. *gravitas* — raskus) ja oletas, et ta ei mõju mitte ainult taevakehade, vaid kõigi aineosakeste (ainepunktide) vahel järgmiselt: kaks ainepunkti tõmbuvad neid ühendava sirge sihis võrdeliselt ainepunktide masside ( $m_1$  ja  $m_2$ ) korrutisega ja pöördvõrdeliselt nende kauguse ( $r$ ) ruuduga, s. o. tõmbetung

$$f = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Tõmbetung  $f$  mõõtab düünides, kui  $m_1$  ja  $m_2$  on mõõdetud grammides,  $r$  — cm-tes ning võrdetegur ehk nn. gravitatsiooni-konstant  $G = 6,68 \cdot 10^{-8}$ .

Selle järgi pole meile tuntud keha tung Maa poole ehk raskus muud midagi kui gravitatsioonitung keha massi ja Maa massi vahel. Et mõju ja vastumõju on võrdsed, siis tungib näiteks kivi Maa poole niisama tugevasti kui Maa-kivi poole. Tegelikult aga langeb kivi Maa poole, sest sama tungi mõjul on kiirendused pöördvõrdelised massidega, järelikult Maa kiirendus on tegelikult null võrreldes kivi kiirendusega.

1. Kivi (1 kg) langeb Maa poole kiirendusega  $9,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . Kui suur ( $\frac{m\mu}{\text{sek}^2}$ ) on Maa ( $d = 5,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ) kiirendus kivi poole? sinu keha massi poole?
2. Kui palju kaalub inimene (75 kg) Kuu kaugusel Maast?
3. Kui tugevasti ( $g$ ) tõmbuvad teineteise poole kaks ühesugust tinakera, mille raadiused on 50 cm ja keskpunktide kaugus 2 m?
4. Mitu mg väheneb 1 kg (sinu) kaal 1 m võrra kõrgemale tõstmisel?
5. Kui suur peaks olema Maa kaaslane tiirlemisperiood, kui see kaaslane liigub ümber Maa kahe Maa raadiuse kaugusel keskpunktist?
6. Kui kõrgel maapinnast kaotavad ekvaatoril asetsevad kehad, mis ühes Maaga pöörlevad, oma kaalu?

**119. Kuu liikumine seletub Maa tõmbega.** Newton raken-das gravitatsiooniseaduse kõige esiti Kuu liikumise seletamiseks.

Ta arutas järgmiselt: kui gravitatsioonitung on loomult ühesugune raskusega ja väheneb pöördvõrdeliselt kauguse ruuduga, siis peaks Maa raskuskiirendus Kuu tee kaugusel ( $g_1$ ) olema  $60,3^2$  korda väiksem kui maapinnal, sest Kuu kaugus Maast on  $60,3$  Maa raadiust. Järelikult

$$g_1 = \frac{g}{60,3^2} = 0,27 \left( \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2} \right).$$

Teiselt poolt Kuu keskmise kauguse (384 400 km) ja tiirlemisperiodi (27,3 päeva) põhjal arvutades Kuu kesktõmbe-kiirenduse leiame samuti  $0,27 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Gravitatsioonikiirendus võrdub seega kesktõmbe-kiirendusega, järelikult Kuu kohta on gravitatsiooniseadus õige. Ka teiste taevakehade liikumiste seletamisel on gravitatsiooniseadus andnud faktidega kokkukõlas olevad resultaadid.

Oma suure ulatuse poolest kuulub gravitatsiooniseadus üldisemate ja viljakamate looduseaduste hulka.

Väljenda Kuu kaugus Maast Kuu tiirlemisperiodi ( $T$ ), Maa raadiuse ( $R$ ) ja gravitatsioonikiirenduse abil ( $G$ ).

**120. Maa pöörlemise mõju kehade kaalusse.** a) Maa pöörleb enese telje ümber, tehes 24 tähetunni jooksul ühe täistiiru (tähe öö-päev on  $\sim 4$  min. lühem keskmisest Päikese ööst-päevast). Ühes Maaga liiguvad ka kõik maapinnal asetsevad kehad ümber Maa telje ringjoonelisi teid mööda. Selleks tarvismineva kesktõmbe-tungi saavad kehad raskustungist. Kui raskustungist kesktõmbe-tungiks kuluva osa lahutame, siis järelejäänud osa ongi see, mida me nimetame kehade kaaluks. Järelikult sama keha kaal ei ole igal pool maapinnal mitte ühesugune, vaid oleneb koha geograafilisest laiusest, sest kesktõmbe-tungi suurus Maa pöörlemisel telje ümber väheneb ekvaatorilt pooluse poole minnes. Mispärast?

b) Oletame, et Maa on ühtlane kera, mille raadius  $R$  ja mass  $M$ , ning tema pinnal asetseb keha (ainepunkt) massiga  $m$ . Siis on Maa ja antud keha vahel mõjuv gravitatsiooni- (raskus-) tung  $F = G \frac{mM}{R^2}$  kogu Maa pinnal sama. Tähistame selle keha kaalu ja kesktõmbe-tungi ekvaatoril  $p_0$  ja  $f_0$ , laiusel  $\varphi$  vastavalt  $p_\varphi$  ja  $f_\varphi$ . Et ekvaatoril  $F$  ja  $f_0$  mõjuvad samas suunas, siis on keha kaal ekvaatoril  $p_0 = F - f_0$ .

Kesktõmbe-tungi  $f_0$  arvutamiseks tuleb leida vastav kiirendus, s. o.

$$a_0 = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 6378 \cdot 10^5}{(24\text{h} - 4\text{m})^2 \cdot 60^4} \approx 3,39 \left( \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2} \right).$$

Seega on iga massi 1 g kaal ekvaatoril 3,39 düüni võrra väiksem gravitatsioonitugi.

Üldisel juhul laiusel  $\varphi$  lahutame gravitatsioonitungi  $F$  kaheks komponendiks  $f_\varphi$  ja  $p_\varphi$ , millest  $f_\varphi$  oleks võrdne kesktõmbetungiga kohas A (111. joon.). Siis on komponent  $p_\varphi$  antud keha kaaluks.

Tõmbame punktist A raadiusega AD kaare, siis saame  $p_\varphi = AK - JK = F - f_\varphi \cos \varphi$ .

Et  $AB = AC \cos \varphi$ , siis ka  $f_\varphi = f_0 \cos \varphi$  ja

$$p_\varphi = F - f_0 \cos \varphi \cos \varphi = F - f_0 \cos^2 \varphi$$

$$= F - f_0(1 - \sin^2 \varphi) = (F - f_0) + f_0 \sin^2 \varphi$$

$$= p_0 + f_0 \sin^2 \varphi$$

$$= p_0 \left( 1 + \frac{f_0}{p_0} \sin^2 \varphi \right).$$

Suhe  $\frac{f_0}{p_0} = \frac{ma_0}{mg_0} = \frac{a_0}{g_0} = \frac{3,39}{978} = \frac{1}{289} = 0,0035$ ,

järelikult  $p_\varphi = p_0(1 + 0,0035 \sin^2 \varphi)$  ehk

$$g_\varphi = g_0(1 + 0,0035 \sin^2 \varphi).$$

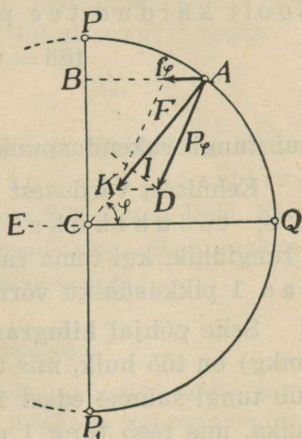
Viimane teoreetiliselt leitud valem annab  $g_\varphi$  jaoks liiga väikesed arvud, sest Maa ei ole mitte päris kerakujuline ja ühtlane, nagu alguses oletasime, vaid lapik pooluste suunas. Empiirilisel on leitud, et katsetele kõige vastavamad resultaadid annab valem

$$g_\varphi = g_0(1 + 0,0053 \sin^2 \varphi) \dots \dots \dots (2)$$

1. Leia valemi (2) põhjal  $g$  Tallinna ( $\varphi = 59^\circ 26'$ ) ja Tartu ( $\varphi = 58^\circ 23'$ ) kohta.

2. Mitu g kaalub keskmine inimene (75 kg) poolusel rohkem kui ekvaatoril?

3. Kas oleks tegelikult võimalik, arvesse võttes kaalu muutust, hangeldama hakata, ostes kaupu lõuna pool (Tartus) ja müües põhja pool (Tallinnas)?



111. joon.

## Töö ja energia.

**121. Töö ja selle mõõtmine.** Töötegemisel ületame alati mõnesugust takistust, nagu raskustungi asjade tõstmisel, hõõrdumist koorma vedamisel jne. Seejuures on tööhulk võrdeline ületatava takistuse suurusega. Näiteks 6 kg tõstmiseks 1 m võrra kõrgemale kulub tööd 3 korda rohkem kui 2 kg tõstmiseks samale kõrgusele. Teiselt poolt tehtud töö hulk oleneb tee pikkusest, millel takistus ületatud, ja on sellega võrdeline. Too näiteid selle kohta!

Kui keha eiliigu, siis tung tööde eitee.

Kokkuvõttes võime öelda: töö hulka ( $u$ ) mõõdetakse tungi suuruse ( $f$ ) ja tungi rakenduspunkti poolt käidud tee pikkuse ( $s$ ) korrutisega, s. o.

töö = tung · tee ehk lühidalt

$$u = f \cdot s,$$

kui tungi rakenduspunkt nihkub edasi tungi suunas.

Eelmisest võrdusest järgneb: kui  $f = 1$  ja  $s = 1$ , siis ka  $u = 1$ , s. o. tööühikuks võetakse niisugune tööhulk, mille teeb 1 tungiühik, kui tema rakenduspunkt edasi liigub tungi suunas 1 pikkusühiku võrra.

Selle põhjal **kilogramm-meeter** (kgm) ehk meeterkilogramm (mkg) on töö hulk, mis teeb tung 1 kg, kui ta rakenduspunkt liigub tungi suunas edasi 1 m võrra. Samuti nimetame **ergiks** töö hulka, mis teeb tung 1 düün, kui ta rakenduspunkt liigub tungi suunas edasi 1 cm võrra. Niisiis:

1 kilogramm-meeter (kgm) = 1 kilogramm · 1 meeter

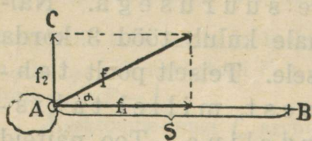
1 erg = 1 düün · 1 cm

1 džaul (J) =  $10^7$  ergi.

Kui näiteks 5 kg tõsta püsti 2 m võrra kõrgemale, siis teeme  $5 \cdot 2$  ehk 10 kilogramm-meetrit tööd; kui 30-düünise tungi rakenduspunkt nihkub edasi tungi suunas 20 cm võrra, siis on tehtud töö hulk sel juhul  $30 \cdot 20$  ehk 600 düüni jne.

Prantsusmaal on seadusega 2. apr. 1919 kaubanduses ja tööstuses tungi põhiühikuna võetud tarvitusele nn. **steen** (*sthène*), s. o. tung, mis ühes sekundis annab massile 1 tonn kiirenduse  $1 \frac{m}{sek^2}$ .

Siit edasi minnes on tööühikuks võetud **kilodžaul** (kJ), s. o. töö, mis teeb tung 1 steen (*sn*), kui tema rakenduspunkt nihkub edasi tungi suunas 1 m võrra. Võrdle neid tungi- ja tööühikuid teiste meile tuntud ühikutega.



112. joon. Töö üldjuhul.

Sagedasti moodustab tungi ( $f$ ) suund (112. joon.) rakenduspunkti edasi liikumise suunaga ( $AB$ ) teatava nurga ( $\alpha$ ), näiteks lodja vedu nõoriga kaldalt. Niisugusel juhul lahutame antud tungi  $f$  kaheks komponendiks: rakenduspunkti

A edasiliikumise ( $AB$ ) ja sellega risti ( $AC$ ) suunas. Keha paneb liikuma ainult komponent  $f_1$  (kasulik töö), komponent  $f_2$  mõjub aga edasiliikumise suunaga risti ja sellepärast ei aita kaasa liikumisele suunas  $AB$ , küll aga suurendab külje hõõrdumist (kahjulik töö). Et  $f_1 = f \cos \alpha$ , siis loeme sel juhul tungi  $f$  tööks

$$u = f_1 s = fs \cos \alpha . . . . (2).$$

Valem (2) väljendab töö suurust üldjuhul. Eritelles  $u$  olenevust nurgast  $\alpha$  näeme, et töö tuleb lugeda positiivseks, kui  $\alpha \leq 90^\circ$ , negatiivseks, kui  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Kivi käega üles tõstes teeb käe lihastetung positiivset, Maa raskustung negatiivset tööd, alla langedes ümberpöördukt.

\*Tuleta tööühik analoogiliselt kiirusühiku tuletamisega.

1. „Liikumata“ paigal seistes, kätt kõrvale välja sirutatult hoides, vastu lauda rõhudes jne. väsimise siiski sellest hoolimata, et füüsika mõttes seejuures tööd ei tee. Mispärast?

2. Mispärast ei tarvitata väsimustunnet tööhulga mõõtmisel?

3. Kui palju teeme tööd, tõstes 5 kg 80 cm võrra kõrgemale? *4 eegm*

4. Kui palju teeme tööd, tõmmates 3 kg mööda rõhtsat lauda 80 cm võrra edasi?

5. Kuidas oleks võimalik mõõta tööd, mida teeb hobune koorma vedamisel (sina kelgu vedamisel jne.)?

6. Mitu kgm tööd teed sina esimeselt korralt teisele minnes, kui kordade vahe on 4 m?

7. Väljenda kgm ergides ja võrdle teda džauliga.

8. Kumb on suurem: kas mg-cm või erg?

9. Kas oleneb tungi töö ajast, mille jooksul tungi rakenduspunkt ühest punktist teise nihkub?

10. Kas on töö vektoriline või skalaarne suurus?

11. Kui suur on raskustunghi töö 50-g-se kivi langemisel 20 m võrra?

12. Mitu kgm tööd kulub 1 pange (12 l) vee tõstmiseks kaevust, mille sügavus on 6 meetrit?

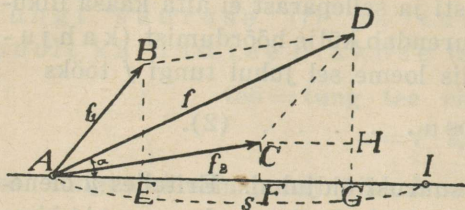
13. Mitu kgm tööd teeb raudteevedur rongi Tallinnast Tartuni vedades, kui rong kaalub 360 tonni ja üldine liikumise takistus on 0,3% rongi raskusest?

14. Mitu kgm tööd kulub selleks, et keha, mille mass 19,6 kg, 3 sek jooksul ühtlaselt kiirenedes 45 m edasi viia?

15. Mispärast on mööda konarlikku teed koorma vedamine (jalgrattaga sõitmine) palju raskem kui siledat teed mööda?

16. Kas kelgu vedamisel komponent  $f_2$  soodustab liikumist?

122. Teoreemid tööhulga arvutamiseks. a) Resultanttungi töö võrdub komponentide töö summaga. Olgu tung  $f$  tungide  $f_1$  ja  $f_2$  resultandiks ja moodustagu tungide suunad rakenduspunkti  $A$  edasinihkimise suunaga  $AJ$  vastavalt nurgad  $\alpha$ ,  $\alpha_1$  ja  $\alpha_2$  (113. joon.). Siis saame resultandi ja komponentide töö suuruse jaoks vastavalt avaldised:



113. joon. Resultandi töö.

$$u = f s \cos \alpha = AG \cdot s$$

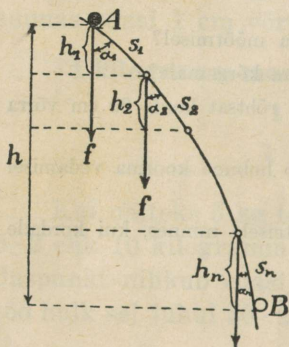
$$u_1 = f_1 s \cos \alpha_1 = AE \cdot s$$

$$u_2 = f_2 s \cos \alpha_2 = AF \cdot s$$

Et  $AE + AF = AG$  (sest  $AE = CH = FG$ , mispärast?), siis  $u_1 + u_2 = AE \cdot s + AF \cdot s = (AE + AF) \cdot s = AG \cdot s = u$ .

b) Suunalt ja suuruselt jääva tungi töö võrdub tungi suuruse ja tee projektsiooni korrutisega, kusjuures tungi rakenduspunkti poolt käidud tee projektitakse tungi suunale.

Olgu näiteks tarvis määrata töö suurust, mida teeb raskustung  $p$  keha alla-veeremisel püst-tasapinnas mööda kõverat pinda  $AB$  (114. joon.). Lahutame kogu tee  $AB$  üksikuteks väikesteks osadeks  $s_1, s_2, \dots, s_n$  ja olgu sedaviisi saadud tee elementide ja tungi suuna vahel olevad nurgad vastavalt  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ . Kogu töö võrdub üksikutel tee elementidel tehtud töö summaga, järelikult



$$u = f s_1 \cos \alpha_1 + f s_2 \cos \alpha_2 + \dots$$

$$+ f s_n \cos \alpha_n = f (s_1 \cos \alpha_1 + s_2 \cos \alpha_2 + \dots$$

$$+ s_n \cos \alpha_n) = f (h_1 + h_2 + \dots + h_n) = fh.$$

114. joon. Suunalt ja suuruselt jääva tungi töö.

Lõppresultaadist järeldub, et töö suurus antud juhul ei olene mitte tee kujust, vaid ainult algus- ja lõpp-punkti suhtelisest asendist.

c) Tungi töö võrdub nulliga, kui tungi suund on kogu aeg risti rakenduspunkti edasiliikumise teega, sest siis on igal tee-elementil tehtud töö null. Tõepoolest

$$u_i = f s_i \cos (f s_i) = f s_i \cos 90^\circ = f s_i \cdot 0 = 0.$$

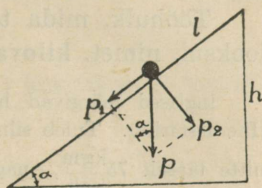
d) Töö kaldpinnal. Rakendame saadud tulemused tööhulga arvutamiseks keha liikumisel kaldpinnal. Kui keha raskus on  $p$ , kaldpinna kõrgus  $h$ , pikkus  $l$  ja kaldenurk  $\alpha$  (115. joon.), siis on teoreemi b põhjal töö hulk  $hp$ , sest kogu aeg on tungi suurus ja suund jääv ning kaldpinna kõrgus on kaldpinna pikkuse projektsiooniks tungi suunale.

Teoreem a rakendamiseks lahutame keha raskuse  $p$  komponentideks  $p_1$  ja  $p_2$  vst. pikuti ja risti kaldpinnaga. Komponent  $p_1$  töö võrdub  $p_1 l = p \sin \alpha \cdot l = ph$ ,

kuid komponent  $p_2$  töö teoreem  $c$  põhjal võrdub nulliga. Nagu näha, on mõlema teoreemi põhjal saadud tulemused samad ega olene kaldenurgast, vaid ainult kaldpinna kõrgusest ja tungi suurususest.

1. Millega võrdub gravitatsioonitungi töö Maa liikumisel ümber Päikese, Kuu liikumisel ümber Maa jne.?

2. Pendel, mille pikkus 1 m ja mass 20 g, on viidud tasakaaluasendist kõrvale  $30^\circ$ -se nurga võrra. Leida raskustungi töö pendli massi liikumisel antud asendist tasakaaluasendini.



115. joon. Töö kaldpinnal.

**123. Tungi töö graafiline kujutamine.** Juhul, kui jääva tungi ( $f$ ) suund on samane tungi rakenduspunkti edasilikumissuunaga ( $s$ ), väljendub töö suurus ( $u$ ) valemiga  $u = fs$ . See valem on oma kaju poolest täiesti analoogiline ühtlasel liikumisel käidud tee valemiga [ $s = vt$ ], seepärast võime kujutada tööd graafiliselt sarnaselt kiiruse suuruse kujutamisele § 96. Siin vastab ajale kaugus, kiiruse suurusele tung ja käidud tee pikkusele töö.

Üldjuhul väljendub töö valemiga:  $u = fs \cos \alpha$ . Asendame korrutise  $f \cos \alpha$  ühe teguriga  $f_1$  (tungi  $f$  projektsioon rakenduspunkti liikumissuunale), saame üldise valemi kujul:  $u = f_1 s$ , mis väljendub graafiliselt analoogiliselt kiiruse muutumise graafikuga üldjuhul (88. joon.).

1. Kujutada graafiliselt töö (kgm), mida teeb raskustung 5 kg vabal lange-misel 2 esimese sekundi jooksul.

2. Ehitada töö graafik harmoonilisel võnkliikumisel ja leida selle põhjal ühe perioodi jooksul tehtud töö hulk (ergides, kui amplituud  $R = 10$  cm, periood  $T = 2$  sek ja mass  $m = 20$  g).

**124. Võimsus.** Masinate kui ka iga teise tööjõu tarvitamisel peame teadma, kui suur on antud masina või tööjõu võimsus, milleks nimetame tööhulka, mida masin teeb ühe ajaühiku jooksul. Seega lühidalt võiksime nime-tada võimsust töö kiiruseks. Kui näit.  $t$  sek jooksul teeb masin

$u$  kgm tööd, siis on selle masina keskmine võimsus  $w = \frac{u, \text{kgm}}{t, \text{sek}}$ .

Saadud valemist järgneb, et  $u = wt$ , s. o. tehtud töö hulk võrdub võimsuse ja aja korrutisega.

Võimsust  $75 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}}$  nimetatakse hobusejõuks (HJ), sest tugeva hobuse võimsus pikemat aega töötades on  $\sim 1$  HJ, aga inimese võimsus on  $\sim 8 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}}$ .

Võimsust  $1 \frac{\text{džaul}}{\text{sek}}$  nimetatakse **vatiks (W)**. Tuhat vatti on **1 kilovatt (kW)**.

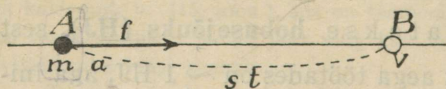
Tööhulk, mida teeb masin võimsusega 1 kilovatt ühe tunni jooksul, nimet. **kilovatt-tunniks (kWh)**.

Inglased märgivad hobusejõudu lühidalt **HP** (horse-power), sakslased **PS** (Pferdestärke). Tuleb silmas pidada, et HP ei võrdu PS-ga, sest inglise HP pole mitte täpselt  $75 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}}$ , nagu sakslaste PS, vaid pisut suurem, nimelt 550 inglise jalgnaela sekundis. Seetõttu  $1 \text{ HP} = 1,0139 \text{ PS}$ .

Tuleta võimsuse-ühik analoogiliselt kiiruse-ühiku tuletamisega.

1. Mis see tähendab, kui öelda: keha võimsus on  $5 \frac{\text{erg}}{\text{sek}}$ ,  $3 \frac{\text{kgm}}{\text{min}}$ ,  $20 \frac{\text{džaul}}{\text{h}}$  jne.?
2. Mitu korda on hobuse võimsus inimese omast suurem?
3. Väljenda võimsus 1 HJ vattides ja kilovattides.
4. Mitu kgm-it on 1 kilovatt-tund?
5. Mitu kgm-it tööd teeb tööline keskmiselt 8-tunnise tööpäevaga?
6. Mitme inimese tööjõu aset täidab aurukatel, mille võimsus on 6 HJ?
7. Narva kose võimsus on 75 000 HJ. Mitu töömeest suudavad teha 8-tunnise tööpäevaga niisama palju tööd kui Narva kosk? *9375*
8. Arvesse võttes kohalikke inimese tööjõu (näit. ~~40 senti~~ <sup>40 erg</sup> tund) ja elektrienergia (näiteks 16 ~~senti~~ <sup>erg</sup> kilovatt-tund) hindu, arvuta, kumb tööjõud on odavam.
9. Omnibus sõidab 50 min. keskmise võimsusega 15 HJ ja tarvitab ära selle aja jooksul 8 kg bensiini. Leida: a) tehtud töö hulk kilovatt-tundides; b) mitu % energias muundus tööks, kui bensiini kütteväärtus on 11 000?
10. Palju aega kuluks sinul keskmise võimsusega V.-Munamäe otsa tõusmiseks (rel. kõrgus 65 m)?
11. Imatra kose võimsus on 117 000 HJ. Mitu  $\text{m}^3$  vett jookseb igas sekundis keskmiselt läbi kose läbilõike, kui kose üldine langemine on 19 m?
12. Eesti jõestiku koguvõimsust hinnatakse 170 000 HJ. Mitme inimese tööjõu aset suudaks täita Eesti veejõud täielikul ärakasutamisel?

**125. Hoog.** Paigalolevasse kehasse, mille mass  $m$  g, mõjub kogu aeg jääv tung  $f$  düüni. Selle mõjul hakkab keha liikuma ühtlaselt kiirenevalt kiirendusega  $a \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$  ja nihkub  $t$  sek



jooksul edasi  $s$  cm võrra (116. joon.). Tungi  $f$  töö  $s$  cm ulatusel on

116. joon.

$$u = fs = mas \dots \dots \dots (1),$$

sest  $f = ma$ . Ühtlaselt kiireneva liikumise valemitest

$$v = at \text{ ja } s = \frac{at^2}{2} \text{ saame:}$$

$$as = \frac{a^2 t^2}{2} = \frac{(at)^2}{2} = \frac{v^2}{2}. \text{ Asendades valemis (1) korrutise } as \text{ temaga}$$

võrdse suurusega  $\frac{v^2}{2}$  saame

$$fs = \frac{mv^2}{2} \dots \dots \dots (2),$$

s. o. tungi töö keha liikumapanemisel piki teed  $s$  võrdub massi ( $m$ ) ja lõppkiiruse ruudu ( $v^2$ ) korrutise poolega. Nimetame avaldise  $\frac{mv^2}{2}$  keha **hooks**. Seega siis keha hoog  $\frac{mv^2}{2}$  näitab töö hulka, mida teeb tung, et keha paigalolekust liikuma panna kiirusega  $v$ .

Hoo valem  $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$  ei sisalda aega ( $t$ ), järelikult ei olene tungi töö ajast, vaid ainult lõppkiirusest ( $v$ ) ja keha massist ( $m$ ). Suur tung võib kehale lühikese aja jooksul anda sama kiiruse kui väiksem tung pikema aja jooksul. Too näiteid.

Olgu asendis  $A$  keha kiirus  $v_0$ , asendis  $B$   $v \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  (116. joon.).

Siis on asendis  $A$  keha hoog  $\frac{mv_0^2}{2}$  ja asendis  $B$   $\frac{mv^2}{2}$ . Et hoog näitab töö hulka, mille on tung teinud liikumise algusest kuni antud momendini, siis on tungi  $f$  töö vahemikus  $AB$  lõpp- ja algahoo vahe, s. o.

$$fs = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \dots \dots \dots (3).$$

Viimane valem näitab, et üldjuhul tungi töö teatavas teevahemikus võrdub hoo juurdekasvuga selles vahemikus.

Meie tuletasime hoo valemi erijuhul, kui tung  $f$  on jääv. Mehaanikas tões-tatakse, et valemid (2) ja (3) on õiged igasuguse tungi juures. Hoo valem on oma rakenduse poolest mehaanikas üks viljakamaid. Hoogu nimetatakse vahel ka liikumisjõuks.

Keha hoog mõõdab selle keha liikumapanemiseks kulutatud töö hulka, seepärast mõõtab hoog tööühikutes: ergides, kgm-tes

jne. Valemist (2) selgub, et hoog mõõtu ergides, kui massi mõõdetakse grammides ja kiirust  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes.

Tahame, et hoog mõõtuks kgm-tes, siis tuleb kiirus mõõta  $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$ -tes, mass aga nn. tehnilistes ühikutes, mis 9,8 korda kilogrammist suuremad, sest tung 1 kg annab massile 9,8 kg kiirenduse  $1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . (Vt. § 102.)

**126. Mõned hoo valemi rakendused.** a) Keha suudab teha oma hoo arvel alati niipalju tööd, kui palju tööd on kulunud selle hoo tekitamiseks.

Olgu keha hoog  $\frac{mv_0^2}{2}$ . Kui kehasse hakkab mõjuma liikumisele vastassuunas jääv tung  $f$ , siis teeb see tung kogu aja negatiivset tööd ja keha liikumine muutub ühtlaselt aeglustuvaks. Lõpuks jääb keha seisma ja  $v=0$ . Rakendades hoo üldvalemi saame:  $-fs = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$ . Lõpphoog  $\frac{mv^2}{2} = 0$ , seepärast siis  $-fs = -\frac{mv_0^2}{2}$  ehk  $fs = \frac{mv_0^2}{2}$ . Et kehasse mõjuv tung ületatakse hoo arvel, siis näitab viimane valem, et keha suudab teha hoo arvel alati niipalju tööd, kui palju tööd on kulunud selle hoo tekitamiseks.

b) Raudteerong, mille mass  $m$ , liigub ühtlaselt kiirusega  $v$ . Leida side veduri tõmbe ( $f$ ) ja hõõrdumistungi ( $f_1$ ) vahel.

Rongi liikuma panev tung peab võrduma veduri tõmbe ja takistuste vahega, s. o.  $f - f_1$ . Järelikult

$$(f - f_1) s = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \dots \dots \dots (1).$$

Et  $v = v_0$ , siis  $(f - f_1) s = 0$ , millest  $f - f_1 = 0$  ja  $f = f_1$ , sest  $s \neq 0$ . Järelikult rongi ühtlasel liikumisel võrdub veduri tõmme takistuste kogusummaga.

Eritse valemit (1) juhul, kui:  $v > v_0$  ja  $v < v_0$ .

c) Kui kõrgele tõuseb keha, mis on püsti üles visatud algkiirusega  $v_0$ ?

Olgu tõusu kõrgus  $h$  ja keha mass  $m$ , siis  $f = mg$  ning  $-mgh = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$ . Et  $v = 0$ , siis  $\frac{mv^2}{2} = 0$  ja  $-mgh = -\frac{mv_0^2}{2}$ , millest  $h = \frac{v_0^2}{2g}$ , s. o. sama tulemus, mille varemini (§ 106) leidsime teisel teel.

1. Tennispalli mass  $m = 50$  g ja kiirus  $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leida hoog ergides. Missugune jääv tung peaks mõjuma 5 cm ulatusel, et pall saaks selle hoo?
2. Uisutaja (60 kg) sõidab kiirusega  $4 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leida hoog kglm:tes.
3. Kuuli mass on  $m = 49$  g ja kiirus  $v = 400 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leida hoog kglm:tes.
4. Raudteerong liigub kiirusega  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Kui palju maad läheb rong edasi rõhtsal teel ainult endise hoo arvel, kui üldine takistuse koefitsient on 0,004?
5. Kui suure algkiirusega on võimalik 1,5 m kõrgusele hüppata? Kas oleneb tarvisminev algkiirus hüppaja massist?
6. Vasarahooobi mõjul läks nael 2 cm puu sisse. Leida puu takistus, kui vasara mass on 0,8 kg ja lõppkiirus  $2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , oletades, et puu takistus on kogu aja ühesugune.
7. Raudteerong, mille mass 300 tonni, sõidab jaama kiirusega  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  ja jääb piduri mõjul seisma 10 sek jooksul. Leida piduri takistus.
8. Leida iga kg-massi (enese) hoog Maaga ümber Päikese liikudes.

**127. Energia.** Töö tegemisel ületame keha liikumise takistusi, nagu raskustungi, hõõrdumist, keskkonnatakiust jne. Ilma takistuste ületamiseta ei ole tööd, samuti kui ei ole tööd ilma liikumiseta. Nagu eelmises § nägime, võib iga liikuv keha teha tööd enese hoo arvel, näiteks aurukatla hooratas ümber vedades masinaid, liikuv kahurikuul kindlustist lõhkudes jne. Hoo valemist  $\frac{mv^2}{2}$  järgneb, et liikuva keha võime teha tööd on võrdeline keha massiga ja kiiruse ruuduga. Too näiteid selle kohta.

Kuid võime teha tööd pole mitte ainult liikuvail kehadel, vaid ka inimese- ja loomakeha lihastel, ülestõstetud raskustel (kellapommid), kokkukeeratud vedrul (kellavedru), kokkusurutud aurul katlas, lõhkeainetel (püssirohi, dünaamiit) jne.

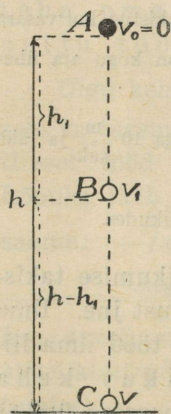
Keha võimet teha tööd nimetatakse keha **energiaks**. Kehas olevat energiat mõõdetakse selle tööhulga abil, mida keha teha suudab. Niisiis on energia kehas olev töötagavara.

Too näiteid kehadest, milles on energiat.

**128. Kineetiline ja potentsiaalne energia.** Mitmesugused energia liigid jagatakse harilikult kahte rühma: kineetiline ja potentsiaalne energia. Kineetiline ehk liikumis-

energia on seotud liikumisega ühel või teisel kujul. Siia kuuluvad: liikuva keha energia (hoog), soojus, üldse igasuguste kiirte energia (hääle, valguse, soojuse jne. kiired) ja elektrivoolu energia. Potentsiaalne ehk asendi energia oleneb kehade või keha osade vastastikusest asendist, näiteks Maa — kivi jne. Siia kuulub: raskuse-, vetruvuse-, keemiline, elektri-laengu-, magneti- ja muskli-energia.

129. Näiteid energia muundumisest. a) Keha, mille mass  $m$  grammi, on tõstetud  $h$  cm Maa pinnast kõrgemale. Seejuures



117. joon.

on tehtud  $mg h$  ergi tööd. Kui ülestõstetud keha on paigal, siis temal kineetilist energiat ei ole, sest hoog on null, küll aga omab ülestõstetud keha potentsiaalset energiat, mille hulk mõõtab keha raskuse ja tõstmise kõrguse korrutisega ( $mg h$ ). Tõepoolest langeb ülestõstetud ja lahtilastud keha raskustungi mõjul Maa peale ja võib seejuures teha tööd niisama palju, kui palju tööd kulutati keha ülestõstmiseks. Kui näiteks 5 kg tõsta 2 m kõrgusele, siis teeme raskustungi ületamiseks  $5 \cdot 2$  ehk 10 kgm tööd. Lahtilastud keha raskustung teeb langemisel 10 kgm tööd. Mida madalamale jõuab seejuures keha, seda väiksemaks muutub tema potentsiaalne energia ( $mg h$ ),

kuna kineetiline energia langemisel järjest suureneb.

Hoo valemi abil on kerge näidata, et langeva keha potentsiaalse ja kineetilise energia summa on alati jääv ning võrdub ülestõstmiseks kulutatud tööga.

Olgu keha kiirus asendis  $A$   $v_0 = 0$ , asendis  $B$  —  $v_1$  ja asendis  $C$  —  $v$  (117. joon.). Rakendades hoo valemi keha langemisele  $B$ -st  $C$ -sse, saame, kui  $p = mg$ :

$$p(h - h_1) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

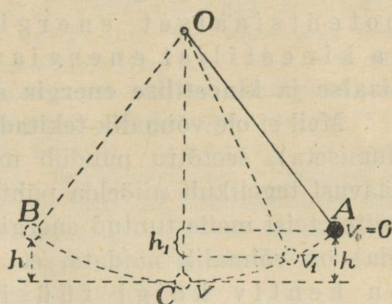
millest  $p(h - h_1) + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = ph$ , sest  $ph = \frac{mv^2}{2}$ .

Siit näeme, et keha langemisel toimub alaline potentsiaalse energia muundumine kineetiliseks ja kogu aeg on mõlema energialiigi summa jääv. Püsti ülesvisatud keha puhul toimub ümberpöördud nähtus: kineetiline energia muundub potentsiaalseks.

Tõesta, et ka sel puhul on mõlema energialiigi summa jääv ja võrdub keha hooga liikumise alguses.

b) Samuti võime kergesti näidata, et ka pendli võnkumisel on potentsiaalse ja kineetilise energia summa alati jääv (118. joon.).

Pendli massi  $m$  grammi tasa-kaaluasendist  $C$  viies asendisse  $A$  teeme  $mgh$  ergi tööd, mida saab pendel potentsiaalse energia näol ning mis on pendli edaspidise võnkumise põhjuseks. Liikudes asendist  $A$  asendisse  $C$  langeb pendli mass järjest allapoole, potentsiaalne energia väheneb, kuid kineetiline energia seevastu suureneb.



118. joon.

Pendli massi kiiruse asendis  $C$

saame valemist  $mgh = \frac{mv^2}{2}$ , millest  $h = \frac{v^2}{2g}$  ja  $v^2 = 2gh$ . Saadud hoo arvel tõuseb pendli mass teisel pool tasakaaluasendit  $C$  samale kõrgusele, millest pendel lahti oli lastud, sest kineetiline energia muundub potentsiaalseks. Tõepoolest, olgu asendi  $B$  kõrgus  $C$  suhtes  $h_1$ . Siis kirjutame hoo valemi põhjal:

$-mgh_1 = -\frac{mv^2}{2}$ , sest lõppkiirus on null. Siit leiame, et

$$h_1 = \frac{v^2}{2g} = h.$$

Olgu mõnesuguses asendis pendli massi kiirus  $v_1$  ja langemiskaugus algseisust  $h_1$ . Rakendades hoo valemit, saame:

$$mg(h - h_1) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \text{ millest } mg(h - h_1) + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = mgh = \text{const.}$$

1. Näita, et mööda kaldpinda alla- või ülesveereva keha potentsiaalse ja kineetilise energia summa on jääv.

2. Tee riist, millega võib näidata, et pendli mass tõuseb alati kõrgusele, millest ta oli lahti lastud, hoolimata pendli pikkusest (Galilei pendel).

**130. Energia jäävus.** Eelmises §-s käsitletud näidetes võisime tähele panna, et keha potentsiaalne energia (ülestõstetud keha) võib muunduda kineetiliseks (kiirus) ja ümberpöörduvalt, kusjuures mõlema energia kogusumma on alati jääv. Eeltingi-

museks on, et nähtused toimuvad ilma liikumise takistusteta (hõõrdumine, keskkonna takistus). Leitud side potentsiaalse ja kineetilise energia vahel mehaanikas on üldine ja teda nimet. mehaanilise energia jäävuse seaduseks, mille võime üldkujul sõnastada järgmiselt: Niipalju kui keha kaotab potentsiaalset energiat, niisama palju peab ta kineetilist energiat juurde saama ehk: **potentsiaalse ja kineetilise energia summa on jääv.**

Meil ei ole võimalik tekitada liikumist ilma takistuseta (hõõrdumiseta), seetõttu puudub meil võimalus mehaanilise energia jäävust tegelikult niiöelda puhtal kujul demonstreerida. Arvesse võttes teisi meile tuntud energialiike (soojuse-, elektri- jne. energia) on võimalik näidata, et energia jäävuse seadus on kehtiv kõigi füüsikaliste nähtuste kohta.

Töötamisel kulutatud energia ei hävi. Iga töö tagajärjena ilmub kuski uus energia-tagavara, kas sama või mõnd teist liiki; näiteks keha liikumapanemiseks ärakulutatud töö tagajärjena saame ülestõstetud keha potentsiaal-energia, hõõrdumise ületamise tagajärjena soojusenergia jne.

Kui võrrelda töötegemisel äratarvitatud energia hulka selle töö hulgaga, mis ilmub töö tagajärjena, siis leiame, et mõlemad energia hulgad on võrdsed, s. o. mõlemate nende energia hulkade täielisel tööks muundumisel saaksime ühepalju tööd. Selles seisabki nn. **energia jäävuse seadus**: niivõrra kui loodusnähtusi on uuritud, pole seni kuski tähele pandud energia hävimist, vaid ainult tema ekvivalentset muundumist ühest liigist teise.

Täpsed mõõtmised näitavad, et mehaanilise energia soojuseks muutumisel annab iga 427 kgm ühe kilokalori soojust ja ümberpöördult. Selle põhjal võime alati arvutada, kui palju tööd on võimalik saada antud soojushulga arvel.

1. Nimeta meile tuntud energia allikad.
2. Mispärast lähevad vasar ja alasi tagumisel soojaks, samuti saelett saagimisel, puur puurimisel, traat painutamisel jne.?
3. Jälgi energia muundumist Päikese kiirte energiast kuni elektrivalguseni?
4. Mis juhtuks siis, kui Maa oma liikumisel ümber Päikese jääks äkki seisma? Mitu kilokalorit soojust vabaneks iga 1 kg-massi hoo arvel?
5. Kui suur peaks vähemalt olema tinakuuli kiirus, et ta äkki seisma jäädes ära sulaks?

**131. Energia hajumine.** Energia jäävuse seadus ütleb, et energia ei hävi, vaid looduses toimub ainult energia muundumine ühest liigist teise. Nüüd tõuseb küsimus, kas energia muundumine on igas suunas ühtviisi võimalik või ei ole ta seda mitte? Kas näiteks saame niisama kergesti muundada tööd soojuseks kui soojust tööks, elektrivoolu energiat soojuseks kui soojust elektris energiakts jne.? Vaatlus ja katse näitavad, et kõik energia muundumised ei toimu mitte ühtviisi kergesti. Me võime kõik need nähtused (energia muundumised) jagada kahte liiki: loomulikud, s. o. niisugused, mis toimuvad nii-öelda iseenesest, näiteks: töö muundumine soojuseks, soojuse liikumine kuumalt kehalt külmemale, difusioon jne., ning mitte-loomulikud, kus energia muundumine nii-öelda iseenesest ei toimu, nagu soojuse muundumine tööks jne. Sellest järeldame, et looduses on valitsemas teatav tendents, milles nähtused toimuvad. Mitteloomuliku nähtuse tekitamine (soojuse muundumine tööks aurumasina abil) on võimalik ainult siis, kui sellega nii-öelda vastutasuks kaasas käib loomulik nähtus (soojuse liikumine kuumalt kehalt jahedamale, aurumasinast jahutajasse).

Selle kõigi loodusnähtuste üle valitseva tendentsi sõnastas Lord Kelvin († 1907) järgmiselt: Kõik energia liigid püüavad muunduda soojuseks, viimane aga püüab levida igale poole ühtlaselt ja lõpuks kiirguda maailmaruumi laiali. Kõik energia pinevuste vahed püüavad tasanduda.

Et meil tegelikult on tähtis töö, iga energia liik aga mitte ühtviisi kergesti ei muutu tööks, seepärast pole kasutamise mõttes mitte ükskõik, missugusel kujul teatav energia hulk meile on antud. Meie veekogud näiteks sisaldavad väga suurel hulgal soojusenergiat, kuid me ei saa seda mitte kasutada.

**132. Perpetuum mobile** all mõeldakse masinat, mis ilma ühegi energia juurdetulekuta, nii-öelda iseenesest, igavesti liiguks ja mitte ainult ei liiguks, vaid ka tööd teeks. Perpetuum mobile ehitamine oli väga moes ajal, kus ei tuntud veel energia jäävuse seadust. Meiegi päevil leidub lihtinimesi, kes enesele perpetuum mobilet püüavad ehitada, et siis temast lõpmata tööd ammutada. Perpetuum mobile käib energia jäävuse seaduse vastu, sest tööd võime teha ainult mõne teise töö-tagavara arvel, mitte aga ei millestki. Seepärast on perpetuum mobile ehitamine võimatu.

## Sisukord.

### Vedelikud ja gaasid.

|   | Lk. |
|---|-----|
| Rõhumise nähtused vedelikkudes .....              | 5   |
| Rõhumise nähtused gaasides .....                  | 10  |
| Molekulaarnähtused vedelikkudes ja gaasides ..... | 14  |

### Soojus.

|  |    |
|--|----|
| Tahkete kehade paisumine soojendamisel ..... | 23 |
| Vedelikkude paisumine .....                  | 28 |
| Gaaside paisumine .....                      | 30 |
| Soojushulga mõõtmine .....                   | 35 |
| Sulamine .....                               | 39 |
| Aurustumine ja niiskus .....                 | 44 |
| Keemine .....                                | 49 |

### Mehaanika.

|   |     |
|---|-----|
| Ühtlane sirgjooneline liikumine .....                                 | 55  |
| Tung. Tungide liitmine ja lahutamine ühise rakenduspunkti puhul ..... | 64  |
| Tungide liitmine ja lahutamine .....                                  | 69  |
| Tungide liitmine ja lahutamine mitteühise rakenduspunkti puhul .....  | 69  |
| Raskuspunkt ja tasakaal .....   | 75  |
| Liikumise takistused .....  | 84  |
| Ebaühtlane sirgjooneline liikumine .....                              | 88  |
| Tung ja kiirendus .....   | 97  |
| Keha liikumine raskustungi mõjul .....                                | 100 |
| Kõverjooneline liikumine .....  | 112 |
| Töö ja energia .....  | 123 |