

ENSV MINISTRITE NÕUKOGU  
RIIKLIKU KÕRGEMA JA  
KESK-ERIHARIDUSE KOMITEE  
TEADUSLIK-METOODILINE KABINET

# MEHHAANISMIDE TEORIA

KOOSTAJA E. JAANIMETS

Tallinn 1966

ENSV MINISTRITE NÕUKOGU  
RIIKLIKU KÕRGEMA JA  
KESK-ERIHARIDUSE KOMITEE  
TEADUSLIK-METOODILINE KABINET

# MEHHAANISMIDE TEORIA

KOOSTAJA E. JAANIMETS

Tallinn 1966

Составитель Э. Яаниметс

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ

На эстонском языке

Таллин 1966.... 68 стр.

Государственный комитет высшего и среднего специального образования Совета Министров Эстонской ССР

Научно-методический кабинет

Таллин, бульвар Эстония, 7

Toimetaja T. Koger

---

Trükkimisele antud 21.06.1966.a. MB-06832. Paber 70 x 84, 1/16. Trükipoognaid 4,25. Tingpg. 3,95. Tellimuse nr. 77. Tiraaž 700.

Trükitud Vabariikliku Teaduslik-Tehnilise Propaganda Maja rotaprintil. Tallinn, Filtri tee 5, tel. 616-98.

Hind 13 kop.

## E e s s õ n a

Käesolev konspekt on mõeldud Tallinna Polütehnikumi kaugõppeosakonna automaatika erialade õpilastele. Samal ajal on ta täielikult kasutatav vastava õppeaine omändamisel ka päevases ja õhtuses osakonnas. Kuna konspekti maht on küllaltki piiratud, siis on temas peamist tähelepanu pööratud kursuseprojekti lahendamisel üleskerkivatele küsimustele. Täielikult on välja jäänud üksikute mehhanismitüüpide projekteerimist käsitlevad küsimused.

Konspekti koostamisel on aluseks võetud 1965.a. Moskva Aparaadiehituse Kaugõppetechnikumi poolt koostatud mehhanismide teooria kursuseprojekti käsitlevad metoodilised juhised.

## Sissejuhatus

Mehhanismide ja masinate teooria on teadus, mis uurib mehhanismide ja masinate struktuuri (ülesehitust), kinemaatikat ja dünaamikat.

Esitusmetoodika seisukohalt lähtudes jaotatakse õppeaine harilikult kahte ossa:

- 1) mehhanismide struktuuriteooria ja kinemaatika,
- 2) mehhanismide ja masinate dünaamika.

Mehhanismide struktuuriteooria ja kinemaatika ülesandeks on mehhanismide ülesehituse ja nende lülide liikumise uurimine. See toimub geomeetrilisest seisukohast lähtudes, kusjuures liikumist põhjustavaid jõudusid arvesse ei võeta.

Mehhanismide ja masinate dünaamika tegeleb mehhanismide ja masinate elementidele liikumise protsessis mõjuvate jõudude määramisega ning uurib seoseid mehhanismide elementide massi, nende liikumise ja neile mõjuvate jõudude vahel.

F<sub>2</sub>



## MEHCHANISMIDE STRUKTUURITEOORIA JA KINEMAATIKA

§ 1. Põhilised mõisted

Iga mehhanism või masin koosneb üksikutest detailidest. Osa mehhanismide või masinate detaile on liikumatud, ülejäänud aga liiguvad nende suhtes. Liikuvates masinates või mehhanismides, näiteks automootorites, loetakse tinglikult liikumatuiks need detailid, mis on jäigalt ühendatud auto kerega. Seega auto mootori karter, raamlaagrid, silindrid jne. osutuvad liikumatuteks detailideks, liikuvateks detailideks loetakse aga väntvõll, kolvid, kepsud jne.

Liikuvaid detaile või nende sääraseid gruppe, mis moodustavad ühtse jäiga liikuvate kehade süsteemi, nimetatakse mehhanismi või masina liikuvateks lülideks.

Nii loetakse kolbmootori kepsu ainult üheks liikuvaks lüliks, ehkki ta koosneb mitmest detailist: kepsu säärest, laagritest, laagrikaantest, laagrikaante kinnituspoltidest, mutritest jne.

Kõik mehhanismi või masina liikumatud detailid moodustavad ühe jäiga liikumatu kehade süsteemi, mida nimetatakse liikumatuks (paikseks) lüliks ehk kinnislüliks.

Näiteks kolbmootori karter, silinder, raamlaagrid jne. moodustavad koos ühe liikumatu lüli ehk kinnislüli.

Igas mehhanismis või masinas esineb seega üks kinnis- ja üks või mitu liikuvat lüli.

Mehhanismi või masina liikuvad lülid on ühendatud kas omavahel (keps ja väntvõll) või siis kinnislüliga (väntvõll ja karter) nii, et nende omavaheline suhteline liikumine on

alati võimalik. Omavahelise suhtelise liikumise iseloom on seejuures määratud lülide kokkupuutes olevate elementide geomeetrilise kujuga.

Lülide kinemaatilisteks elementideks nimetatakse lülide neid pindasid, jooni või punkte, mis lülide suhtelisel liikumisel on teineteisega kokkupuutes (kontaktis).

Kahe teineteise suhtes liikuva lüli ühendust nimetatakse kinemaatiliseks paariks.

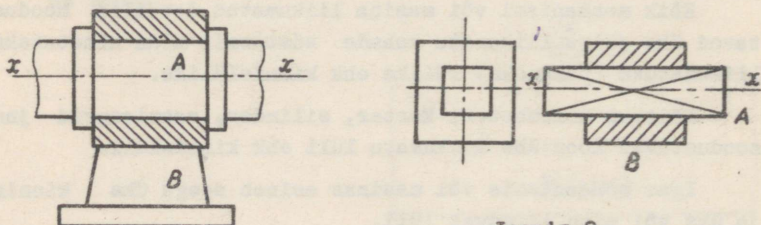
Seega kinemaatilise paari moodustavad kaks lüli, millede kinemaatilised elemendid on omavahelises kokkupuutes.

Kolbmootoris moodustavad kinemaatilisi paare näiteks kolb koos kepsuga, keps koos vääntvõlliga ja vääntvõll koos raamlaagriga.

## § 2. Kinemaatiliste paaride liigitamine

Kinemaatiliste elementide kokkupuute iseloomu järgi liigitatakse kinemaatilised paarid madalamateks ja kõrgetemateks paarideks.

Madalamateks kinemaatilisteks paarideks nimetatakse paare, milledes kinemaatiliste elementide kokkupuude toimub pinnaga.



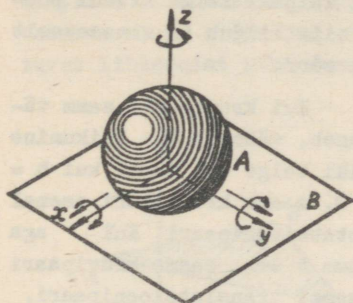
Joonis 1.

Joonis 2.

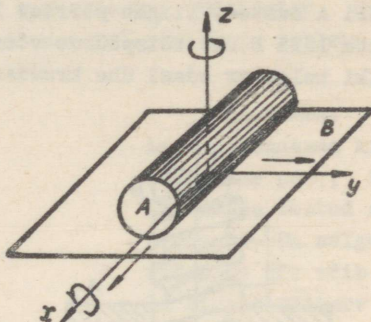
Madalamate kinemaatiliste paaride näited on toodud joonistel 1 ja 2. Joonisel 1 on lülid A ja B omavahel ühen-

datud kahe silindrilise pinna abil, joonisel 2 on kinemaatilisteks elementideks prismad.

Kõrgemateks kinemaatilisteks paarideks nimetatakse paare, milledes kinemaatiliste elementide kokkupuude toimub kas piki mingit joont või ühesainsas punktis.



Joonis 3.



Joonis 4.

Kui tasapinnale asetada kera, saame kinemaatilise paari, milles lülide kokkupuude toimub ühes punktis (joon. 3).

Kõrgema kinemaatilise paari näiteks, milles kinemaatiliste elementide kokkupuude toimub piki sirget, on tasapinnale asetatud silinder (joon. 4).

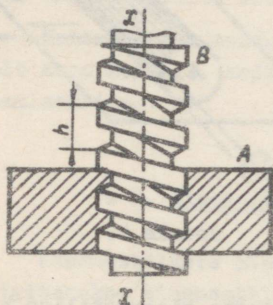
Kui kinemaatiline paar võimaldab ainult ühte rotatiivset liikumist, nimetatakse sellist kinemaatilist paari rotatsioonipaariks. Joonisel 1 kujutatud kinemaatiline paar osutubki rotatsioonipaariks, kuna ta lülide A ja B suhtelistest liikumistest võimaldab ainult pöörlemist ümber telje  $xx$ .

Kui kinemaatiline paar võimaldab ainult ühte translatoorset liikumist, nimetatakse sellist kinemaatilist paari translatsioonipaariks.

Translatsioonipaari näide on kujutatud joonisel 2, kus lüli A saab lüli B suhtes liikuda ainult translatoorselt telje  $xx$  sihis.

Tehnikas kohtab sageli veel kinemaatilisi paare, millede lülide suhtelised liikumised on seotud mõne geomeetrilise lisatingimusega.

Sellisteks kinemaatilisteks paarideks on kruvipaarid. Kruvipaar (joon. 5) koosneb kahest lülis A ja B. Lüli A pöörlemisel lüli B suhtes, või vastupidi, lüli B pöörlemisel lüli A suhtes, liigub pöörlev lüli ka piki telge  $xx$ . Kui pöörata lüli B ühe täispöörde võrra, siis liigub ta samaaegselt piki telge  $xx$  edasi ühe kruvisammu võrra.



Joonis 5.

kinemaatiline või teostatud jõu abil.

Kinemaatiline lukustus saavutatakse paari kuuluvatele elementidele sobiva geomeetrilise kuju andmisega.

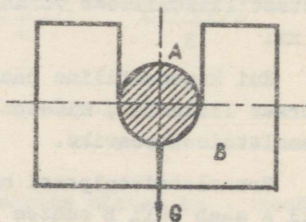
Joonisel 1 on kujutatud kinemaatiliselt lukustatud paar. Joonisel 6 kujutatud avatud kinemaatilise paari lukustamine võib toimuda raskusjõuga (G) või vedru jõuga.

Iga kinemaatiline paar loob teda moodustavate lülide suhtelisele liikumisele teatavaid kitsendusi. Neid lülide suhtelist liikumist piira-

Kui kruvipaari samm väheneb, väheneb ka liikumine piki telge  $xx$ . Juhul kui  $h = 0$ , saame kruvipaari asemel rotatsioonipaari. Kui aga samm  $h = \infty$ , saame kruvipaari asemel translatsioonipaari.

Et kinemaatiliste paaride elemendid oleksid alalises kokkupuutes, peavad kinemaatilised paarid olema "lukustatud".

Kinemaatilise paari lukustus võib olla kas

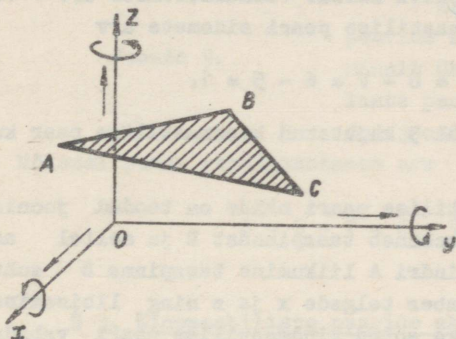


Joonis 6.

vaid kitsendusi nimetatakse kinemaatilise paari sidemeteks.

Sõltuvalt sidemete arvust liigitatakse kõik kinemaatilised paarid klassidesse.

Üldjuhul on igal ruumis vabalt liikuvale absoluutselt jäigal kehal kuus vabadusastet (keha ABC, joon. 7). Sellise keha mistahes liikumist saab alati vaadelda kui pöörlemist ümber telgede  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (teljed asuvad omavahel risti) ja sellele liituvat libisemist piki samu telgi.



Joonis 7.

Kui kahest lülist moodustada kinemaatiline paar, toob see kaasa teatud arvu sidemeid. On selge, et sidemete arv võib olla ainult täisarv ja see peab olema väiksem kui kuus.

Juhul kui sidemete arv võrdub vabadusastmete arvuga, kaotavad lülid suhtelise liikuvuse ja kinemaatilise paari asemel saame kahe lüli jäiga ühenduse.

Sidemete arv ei saa samuti olla väiksem kui üks. Kui sidemete arv võrdub nulliga, siis lülid teineteist üldse ei puutu ja kinemaatilise paari asemel saame kaks keha, mis liiguvad ruumis teineteisest sõltumatult.

Seega kinemaatilist paari moodustava iga lüli suhtelist liikumist piiravate sidemete arv võib kõikuda ühest kuni viieni.

Kinemaatilise paari sidemete arvu  $S$  saab määrata võrrandist

$$S = 6 - V, \quad (1.1.)$$

kus  $V$  on kinemaatilise lüli vabadusastmete arv.

Nagu eelpool märgitud, määrab kinemaatilise paari sidemete arv ühtlasi antud paari klassi. Joonisel 3 kujutatud kinemaatiline paar koosneb tasapinnast B ja sellel veerevast ning libisevast kerast A. Kera liikumise tasapinna suhtes võib lahutada kolmeks pöörlemiseks telgede  $x$ ,  $y$  ja  $z$  ümber ning libisemiseks piki telgi  $x$  ja  $y$ . Kera libisemine piki  $z$ -telge pole võimalik, kuna see on ühes suunas tõkestatud tasapinna B poolt, vastassuunalise liikumise korral katkeb aga kontakt lülide vahel ning kinemaatiline paar lakkab olemast. Sellise kinemaatilise paari lülide vabadusastmete arv  $V$  võrdub seega viiega. Kinemaatilise paari sidemete arv

$$S = 6 - V = 6 - 5 = 1.$$

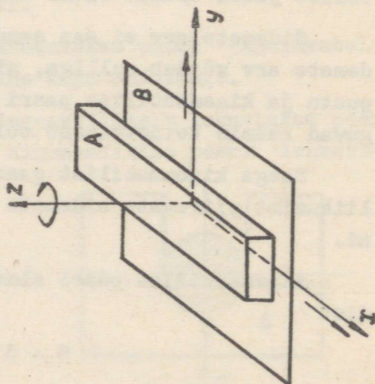
Järelikult joonisel 3 kujutatud kinemaatiline paar kuulub I klassi.

II klassi kinemaatilise paari näide on toodud joonisel 4. Kinemaatiline paar koosneb tasapinnast B ja sellel asuvas silindrist A. Silindri A liikumine tasapinna B suhtes koosneb pöörlemisest ümber telgede  $x$  ja  $z$  ning libisemisest piki telgi  $x$  ja  $y$ . Seega antud kinemaatilise paari vabadusastmete arv  $V = 4$  ja sidemete arv

$$S = 6 - V = 6 - 4 = 2.$$

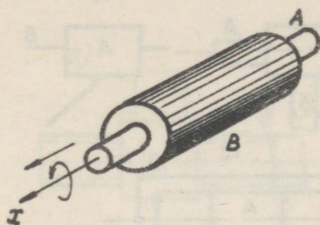
III klassi kinemaatilise paari näide on toodud joonisel 8. Paar koosneb risttahukast A, mis asub tasapinnal B. Lüli A liikumine lüli B suhtes, või vastupidi, lüli B liikumine lüli A suhtes, koosneb libisemisest piki telgi  $x$  ja  $y$  ning pöörlemisest ümber telje  $z$ . Seega kinemaatilise paari sidemete arv

$$S = 6 - V = 6 - 3 = 3.$$



Joonis 8.

Joonis 9 kujutab IV klassi kinemaatilist paari. Silinder A on asetatud õõnsasse silindrisse B. Silinder A võib silindri B suhtes pöörelda ümber telje x ja libiseda pikki sama telge. Seega vabadusastmete arv  $V = 2$  ja sidemete arv



Joonis 9.

$$S = 6 - V = 6 - 2 = 4.$$

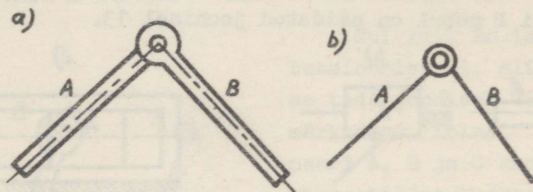
V klassi kinemaatiliste paaride kummalgi lülil on ainult üks lihtliikumine. Selliste paaride näited on toodud joonistel 1 ja 2.

Mõlemal juhul vabadusastmete arv  $V = 1$  ja sidemete arv

$$S = 6 - V = 6 - 1 = 5.$$

### § 3. Kinemaatiliste paaride skemaatiline kujutamine

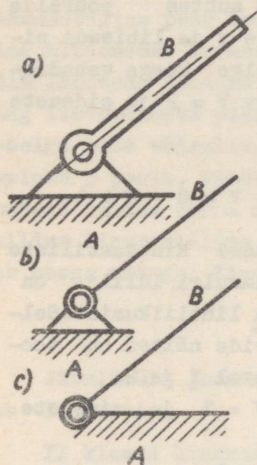
Mehhanismide skeemides kasutatakse kinemaatiliste paaride ja lülidest tähistamiseks vastavaid tingimärke.



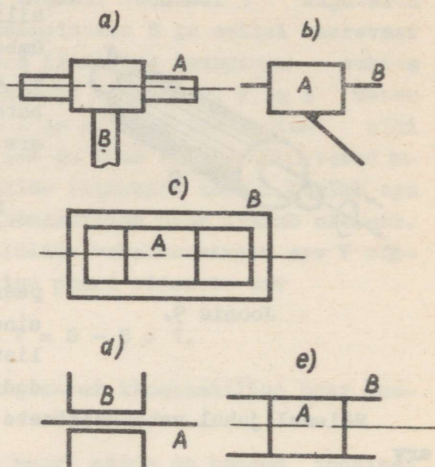
Joonis 10.

Joonisel 10 on toodud lülidest A ja B koosneva rotatsioonipaari tingimärgi kaks varianti. Variant a on kinemaatilise paari tegelikule kujundusele lähedasem, teine vari-

ant (b) skemaatilisem. Paari mõlemad lülid võivad joonise tasapinnas oma asendit muuta.



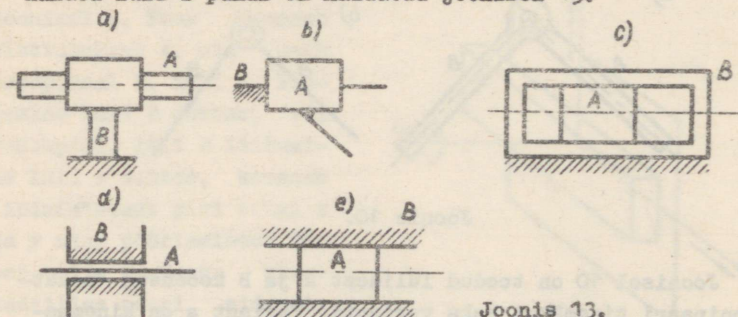
Joonis 11.



Joonis 12.

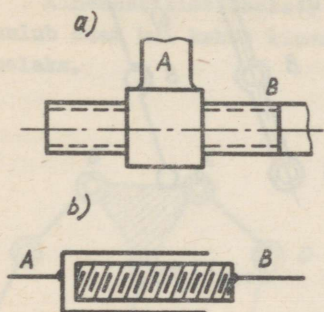
Samasuguse rotatsioonipaari tingmärgid juhu jaoks, kus lüli A on liikumatu (kinnislüli) on toodud joonisel 11.

Joonisel 12 on toodud translatsioonipaaride tingmärgid juhu jaoks, kui mõlemad lülid (nii A kui ka B) on liikuvad. Samasuguste kinemaatiliste paaride tingmärgid liikumatu lüli B puhul on näidatud joonisel 13.



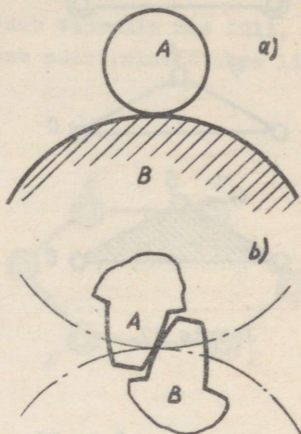
Joonis 13.

Kruvipaari skemaatiliseks kujutamiseks kasutatakse joonisel 14 toodud tingmärke.

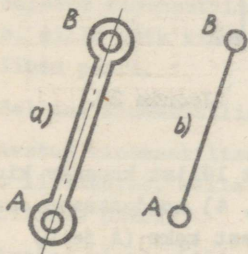


Joonis 14.

Kõrgemate kinemaatiliste paaride puhul tuleb anda täpne ettekujutus kinemaatilistest elementidest, millede kaudu toimub paari lülide kokkupuude. Joonisel 15, a on kujutatud ümmargune rull A kokkupuutes lüli B profiiliga, kusjuures viimane on kinnislüli. Joonis 15, b kujutab ühe hammasratta hamba A kontakti teise ratta hambaga B.

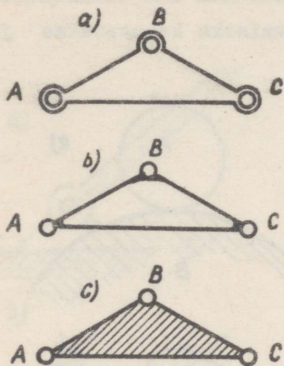


Joonis 15.

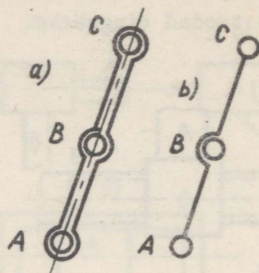


Joonis 16.

Kui lüli kuulub kahte rotatsioonipaari, siis tähistatakse teda joonisel 16 toodud tingmärkidega. Kolme rotatsioonipaari A, B ja C kuuluva lüli skemaatiline kujutamine on näidatud joonisel 17. Kui lüli kuulub kolme rotatsioonipaari A, B ja C, millede teljed omavahel on paralleelsed ja asuvad ühes ning samas tasapinnas, siis tähistatakse teda joonisel 18 toodud tingmärkidega.



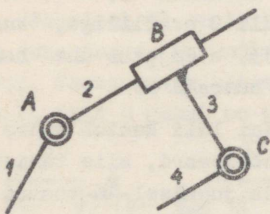
Joonis 17.



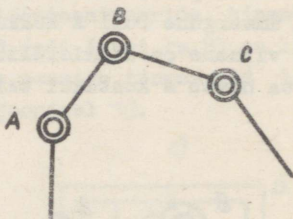
Joonis 18.

#### § 4. Kinemaatilised ahelad

Kinemaatilisteks ahelateks nimetatakse kinemaatilistes se paardesse kuuluvate lülide seotud süsteemi.



Joonis 19.

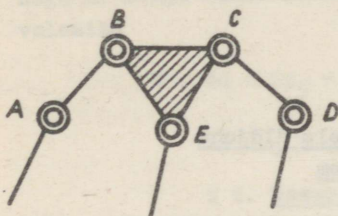


Joonis 20.

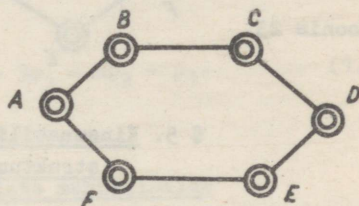
Joonisel 19 on kujutatud neljast lülis koosnev kinemaatiline ahel. Ahela lülid (1, 2, 3, 4) moodustavad omavahel kolm kinemaatilist paari, milledest kaks (A ja C) on rotatsioonipaarid, paar B aga translatsioonipaar.

Kui kinemaatilise ahela ükski lüli ei kuulu rohkem kui kahte kinemaatilisse paari, siis nimetatakse sellist ahelat lihtahelaks. Lihtahela näide on kujutatud joonisel 20.

Kinemaatilist ahelat, kus esineb vähemalt üks lüli, mis kuulub enam kui kahte kinemaatilisse paari, nimetatakse liitahelaks.



Joonis 21.



Joonis 22.

Säärase liitahela näide on toodud joonisel 21, kus viirutatud lüli kuulub kolme rotatsioonipaari (B, C ja E).

Kinemaatilised liht- ja liitahelad jagunevad omakorda avatud ja sulatud ahelateks.

Avatud kinemaatiliseks lihtahelaks nimetatakse säärast lihtahelat, mille lülidest osa kuulub ainult ühte kinemaatilisse paari. Avatud lihtahelate näited on toodud joonistel 19 ja 20.

Suletud kinemaatiliseks lihtahelaks nimetatakse lihtahelat, mille kõik kinemaatilised lülid kuuluvad kahte kinemaatilisse paari.

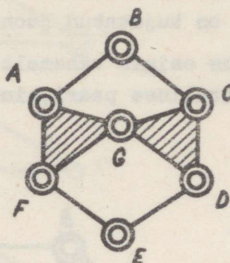
Selline kinemaatiline ahel on kujutatud joonisel 22.

Avatud kinemaatiliseks liitahelaks nimetatakse kinemaatilist liitahelat, mille lülidest osa kuulub ainult ühte kinemaatilisse paari.

Avatud kinemaatiline liitahel on kujutatud joonisel 21.

Suletud kinemaatiliseks liitahelaks nimetatakse liitahelat, mille iga lüli kuulub vähemalt kahte kinemaatilisse paari.

Sellise tasapinnalise kinemaatilise ahela näide on kujutatud joonisel 23.



Joonis 23.

### § 5. Kinemaatilise ahela üldjuhu struktuurivalem

Nagu eespool märgitud, on ruumis vabalt liikuvatel lülidel kuus vabadusastet. Kui kinemaatilisse ahelasse kuulub kokku  $k$  lüli, siis enne nende lülide paaridesse ühendamist on üldiseks vabadusastmete arvuks  $6k$ . Lülide ühendamine kinemaatilisteks paarideks piirab nende suhtelist liikumist sidemetega (vt. § 2). Kui ahela lülide poolt moodustatud I klassi paaride arvuks on  $p_1$ , II klassi paaride arvuks  $p_2$ , III klassi paaride arvuks  $p_3$ , IV klassi paaride arvuks  $p_4$  ja V klassi paaride arvuks  $p_5$ , siis kinemaatilise ahela vabadusastmete arv

$$V = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1.2)$$

Harilikult on üks kinemaatilise ahela lülidest liikumatu. Sel juhul väheneb ahela vabadusastmete koguarv veelgi 6 võrra. Seega avaldub vabadusastmete arv kinnislüli suhtes valemiga

$$W = V - 6. \quad (1.3)$$

Kinemaatilise ahela vabadusastmeid kinnislüli suhtes nimetatakse tema liikuvusastmeks.

Asetades võrrandi (1.2) väärtuse võrrandisse (1.3), saame

$$W = 6(k-1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1.4)$$

Sulgudes esinev suurus  $k-1$  kujutab sisuliselt kinemaatilise ahela liikuvate lülide arvu ja teda tähistatakse tähega  $n$ . Seega saame kinemaatilise ahela üldjuhu struktuuri-vaalemiks

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1.5)$$

### § 6. Tasapinnaliste mehhanismide struktuur

Kasutades kinemaatilise ahela mõistet, võib mehhanismi defineerida järgmiselt:

Mehhanismiks nimetatakse kinemaatilist ahelat, mille kõik lülid sooritavad täielikult määratud liikumise juhul, kui ette anda ühe või mitme lüli liikumine antud ahelas meelevaldselt valitud lülide suhtes.

Mehhanismi neid lülisid, millede liikumisseadused on ette antud, nimetatakse vedavateks lülideks, ülejäänud lülisid aga veetavateks lülideks.

Mehhanisme, millede kõik lülid liiguvad paralleelselt ühe ja sama tasapinnaga, nimetatakse tasapinnalisteks mehhanismideks.

Tasapinnalise mehhanismi lülidel esineb ainult kolm lihtliikumist: pöörlemine ümber  $x$ -telje (või sellega paralleelsete telgede) ning translatoorsed liikumised piki  $y$ - ja  $z$ -telgi. (Ruumilise mehhanismiga võrreldes puuduvad liikumisvõimalused ümber  $y$  ja  $z$ -telgede ning translatoorne liikumine piki  $x$ -telge.)

Kui ruumilise mehhanismi liikuvate lülide vabadusastmete arv oli  $6n$ , siis tasapinnalise mehhanismi liikuvate

lülide vabadusastmete arv on määratud avaldisega  $(6-3)n = 3n$ .

Kolme võrra väheneb ka kinemaatiliste paaride poolt kehtestatavate sidemete arv.

Seega saab tasapinnalise mehhanismi struktuurivalem (1.5) kujul

$$W = (6-3)n - (5-3)p_5 - (4-3)p_4 - (3-3)p_3 = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (1.6)$$

Valemisse (1.6) ei saa kuuluda I, II ja III klassi paarid, kuna neid moodustavatel lülidel on kolm ja enam võimalikku suhtelist liikumist.

Kuna valemi  $W = 3n - 2p_5 - p_4$  tuletas esimesena 1869. aastal vene akadeemik P.L. Tšebõšev, nimetatakse seda Tšebõševi valemiks. Nagu sellest valemist selgub, saavad tasapinnalisse mehhanismi kuuluda ainult IV ja V klassi kinemaatilised paarid.

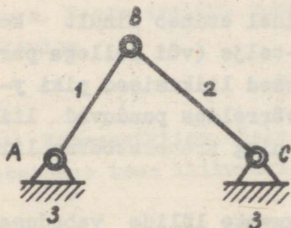
Seejuures puutuvad IV klassi paari lülid teineteist kas ühes punktis või piki sirget, s.t. nad osutuvad kõrgeteks kinemaatilisteks paarideks. Tasapinnalise mehhanismi V klassi madalamad paarid kujutavad endast kas rotatsioonipaare või translatsioonipaare.

Vaatleme mõningate tasapinnaliste kinemaatiliste ahelate liikuvusastme määramist.

### Näide 1.

Joonisel 24 on kujutatud kolmelüliline kinemaatiline ahel. Lülid üks ja kaks on liikuvad, lüli 3 on kinnislüli.

Ahelas esineb kolm rotatsioonipaari A, B ja C. Määrata ahela liikuvusaste.



Joonis 24.

### Lahendus.

Kinemaatilise ahela liikuvate lülide arv  $n = 2$ , viienda klassi kinemaatiliste paaride (antud juhul rotatsioonipaaride) arv  $p_5 = 3$ .

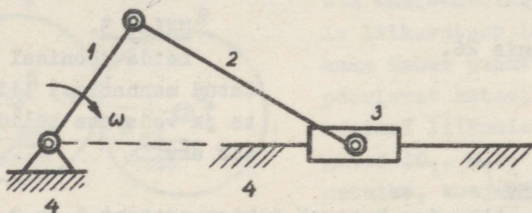
nipaaride) arv  $p_5 = 3$ , neljanda klassi kinemaatiliste paaride (kõrgemate kinemaatiliste paaride) arv  $p_4 = 0$ . Asetades need andmed Tšebõševi valemisse, saame:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$$

Nagu näha, on toodud kinemaatilise ahela liikuvusaste võrdne nulliga. See tähendab, et ükski selle ahela lülidest oma asendit kinnislüli suhtes muuta ei saa. Seega on kinemaatiline ahel muutunud sõrestikuks.

### Näide 2.

On kinemaatiline ahel (joon. 25), mis koosneb vändast 1, kepsust 2, liugurist 3 ja kinnislülist 4. Määrata selle ahela liikuvusaste.



Joonis 25.

### Lahendus.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4.$$

Liikuvate lülide arv on  $n = 3$ .

Lülid 1 ja 4 moodustavad rotatsioonipaari (V klass).

Lülid 1 ja 2 moodustavad rotatsioonipaari (V klass).

Lülid 2 ja 3 moodustavad rotatsioonipaari (V klass).

Lülid 3 ja 4 moodustavad translatsioonipaari (V klass).

IV klassi paare selles kinemaatilises ahelas ei esine.

Järelikult  $p_5 = 4$  ja  $p_4 = 0$  ning

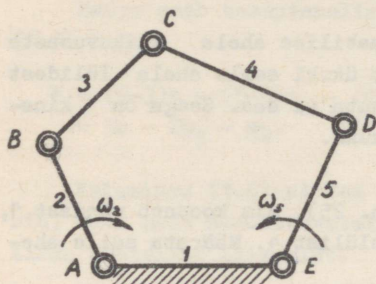
$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Seega joonisel 25 kujutatud kinemaatilise ahela liikuvusaste võrdub ühega. Et sellise mehhanismi kõikide lülide

liikumine oleks täielikult määratud, peab ühe lüli liikumis-  
seadus olema ette antud. (Näiteks vända 1 nurkkiirus.)

Joonisel 26 kujutatud mehhanismil on kaks liikuvusastet.  
Sellise mehhanismi kõikidele lülidele täielikult määratud

liikumise andmiseks tuleb et-  
te anda kahe meelevaldselt  
valitud lüli liikumisseadu-  
sed. (Mehhanismil peab olema  
kaks vedavat lüli.) Eeltoo-  
dust järeldeb, et mehhanismi  
moodustava kinemaatilise  
ahela liikuvusastete arv on  
ühtlasi ka vedavate lülide  
vajalikuks arvuks, et antud  
ahelast saada mehhanismi.



Joonis 26.

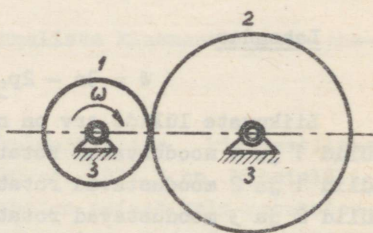
### Näide 3.

Leida joonisel 27 kuju-  
tatud mehhanismi liikuvusas-  
te ja vedavate lülide vaja-  
lik arv.

### Lahendus.

Toodud mehhanism koosneb kahest rattast 1 ja 2 ning kin-  
nislülilist 3.

Seega liikuvate lüli-  
de arv  $n = 2$ .  
Lülid 1 ja 3 moodustavad  
rotatsioonipaari (V klass).  
Lülid 2 ja 3 moodustavad  
rotatsioonipaari (V klass).  
Lülid 1 ja 2 moodustavad  
kõrgema kinemaatilise paari  
(IV klass).



Joonis 27.

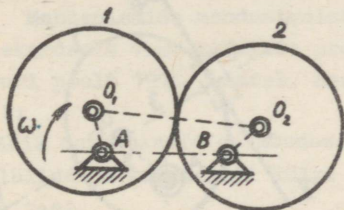
$$\text{Niisiis } p_5 = 2 \text{ ja} \\ p_4 = 1;$$

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 6 - 5 = 1.$$

Järelikult kujutab joonisel 27 toodud kinemaatiline ahel endast ühe vedava lüluga mehhanismi.

§ 7. Kõrgemate kinemaatiliste paaride asendamine  
madalamate kinemaatiliste paaridega

Mehhanismide klassifitseerimise lihtsustamiseks kasutatakse kõrgemate kinemaatiliste paaride asendamist madalamate paaridega. Sellise asendamise juures tuleb täita kaks tingimust. Asendamisel ei tohi muutuda sidemetingimuste arv ning uuritavate lülide hetkeline suhteline liikumine peab jääma muutumatuks.



Joonis 28.

Joonisel 28 on kujutatud ekstsentrilmehhanism, mille liikuvateks lülideks on kaks ümber punktide A ja B pöörlevat ketast 1 ja 2. Mehhanismi liikumisel jäävad kaugused  $AO_1$ ,  $O_1O_2$  ja  $O_2B$  muutumatuks, kusjuures ketaste kokkupuutepunkt asub kogu aeg ketaste tsentreid  $O_1$  ja  $O_2$  ühendaval sirgel.

Esialgse (pideva joonega kujutatud) mehhanismi liikuvusaste

$$L = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 6 - 5 = 1$$

asendame kõrgema kinemaatilise paari fiktiivse lüliga  $O_1O_2$ , mis moodustab kaks (ketaste 1 ja 2 tsentrites asuvat) madalamat kinemaatilist paari. Ka sellise (kriipsjoonega kujutatud) mehhanismi liikuvusaste

$$L = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 9 - 8 = 1.$$

Kui kõrgemat paari moodustavate lülide profiilid on muutuva kõverusega, siis vaadeldakse mehhanismi hetkelist liikumist (joon. 29, a).

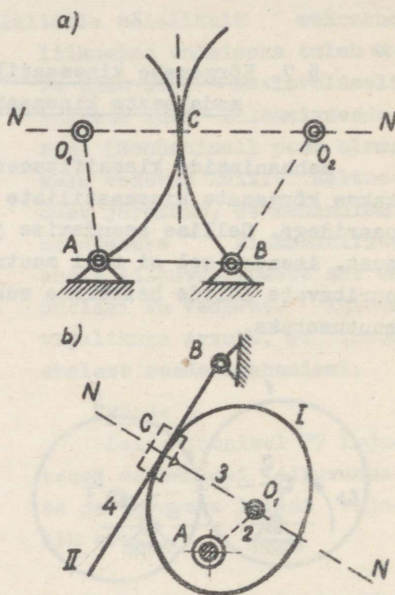
Esialgset mehhanismi asendava mehhanismi saamiseks joo-  
 nestame puutepunktist C profiilide ühise normaali NN ning kan-  
 name sellele profiilide  
 kõverustsentrid  $O_1$  ja  $O_2$ .  
 Nendes kõverustsentrites  
 asuvadki fiktiivse lüli  
 rotatsioonipaarid. Ühenda-  
 me punktid  $AO_1$ ,  $O_2O_1$  ja  
 $O_2B$ . Saadud šarniirmehha-  
 nism  $AO_1O_2B$  asendabki vaa-  
 deldaval hetkel läntemeh-  
 hanismi.

Juhul kui üks kokku-  
 puutes olevatest profii-  
 lideist kujutab endast  
 mingit kõverat I, teine  
 aga sirget II (joon.29,b),  
 asub teise profiili kõve-  
 rustsenter lõpmatuses. Fik-  
 tiivse lüli 3 üks rotat-  
 sioonipaar asub sel puhul  
 kõvera I kõverustsentris  
 $O_1$ . Teine rotatsioonipaar  
 asub oma pöörlemisteljega  
 lõpmatuses, s.t. muutub  
 translatsioonipaariks.

Eeltoodust järeldub, et iga kõrgemate paaridega tasa-  
 pinnalist mehhanismi võib asendada mehhanismiga, mille koos-  
 tisse kuuluvad ainult madalamad kinemaatilised paarid.

### § 8. Mehhanismide moodustamise põhiprintsiip

Iga mehhanism koosneb liikumatust lülis (kinnislü-  
 list), vedavatest lülidest (s.t. lülidest, millede liikumi-  
 ne on ette antud) ja veetavatest lülidest.



Joonis 29.

Soovitava liikuvusastmega mehhanismi koostamiseks tuleb esmalt moodustada kinnislüli, s.o. üks lülidest tuleb muuta liikumatuks. Kinnislüli külge ühendatakse seejärel kinemaatiliste paaride abil soovitud liikuvusastmele vastaval hulgal vedavaid lülisid. Vedavate lülide ja kinnislüli külge võib ühendada veetavaid lülisid. Veetavate lülide kogum kujutab endast ühte või mitut kinemaatilist ahelat. Kuna kogu mehhanismi liikuvusaste peab jääma võrdseks vedavate lülide liikuvusastmete summaga, siis vedavate lülide ja kinnislüli külge võib ühendada ainult selliseid kinemaatilisi ahelaid, millede liikuvusaste on null.

Kinemaatilist ahelat, mille liikuvusaste muutub nulliks, kui ta ühendada vabade väliselementide kaudu kinnislüliga, nimetatakse grupiks.

Mehhanismide moodustamise põhiprintsiip formuleeriti esmakordselt vene teadlase professor Leonid Vladimirovitš Assuri poolt 1914. aastal. See printsiip väljendub järgmiselt:

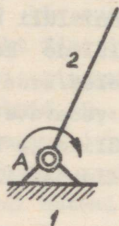
Kõik mehhanismid on moodustatud vedava lüli (või vedavate lülide ja kinnislüli külge gruppide järkjärgulise ühendamise teel.

## § 9. Tasapinnaliste mehhanismide klassifikatsioon

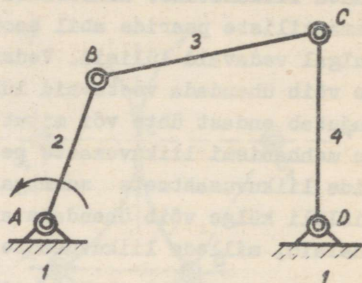
Nimetame (kokkuleppeliselt) vedavat lüli koos kinnislüliga, mis omavahel moodustavad V klassi kinemaatilise paari, I klassi mehhanismiks (alusmehhanismiks).

I klassi mehhanism on näidatud joonisel 30. Tasapinnalise mehhanismi moodustamist võib vaadelda kui I klassi mehhanismile gruppide järkjärgulist juurdeliitmist. Seejuures võib esimese grupi liita kas ühe I klassi mehhanismiga (s.o. vedava lüli ja kinnislüliga) nagu on kujutatud joonisel 31, või üheaegselt mitme I klassi mehhanismiga (joon. 32). Tekkinud mehhanismide liikuvusaste võrdub vedavate lülide arvuga.

Järgmised grupid ühendatakse kas esimese grupi lülidega või osalt nendega ja osalt vedava lüli või kinnislüliliga.



Joonis 30.



Joonis.31.

Kuna kõiki tasapinnalistes mehhanismides esinevaid kõrgemaid kinemaatilisi paare võib asendada madalamate paaridega, võime mehhanismide klassifitseerimisel piirduda ainult madalamaid kinemaatilisi paare sisaldavate mehhanismidega.

Mehhanismide moodustamisel kasutatavad V klassi paare sisaldavad grupid peavad rahuldama järgmist tingimust:

Antud tingimusest saame

$$3n - 2p_5 = 0.$$

seose

$$p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (1.7)$$

Järelikult gruppi kuuluvate V klassi paaride (madalamate kinemaatiliste paaride) arv peab samas grupis oleva lülide arvu ületama poolteisekordselt.

Kuna nii lülide kui ka kinemaatiliste paaride arvuks saab olla üksnes täisarv, siis eeltoodud tingimust (1.7) rahuldavad ainult järgmised grupe moodustavate lülide ja kinemaatiliste paaride arvude kombinatsioonid:

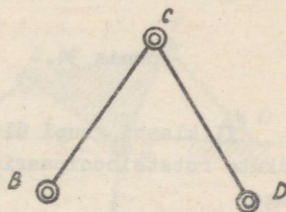
$$n = 2, 4, 6, 8, \dots$$

$$p_5 = 3, 6, 9, 12, \dots$$

Valides siit soovikohaseid arvude kombinatsioone, võib moodustada eri tüüpe grupe.

Grupid omakorda liigitatakse klassidesse.

Esimene lülide ja paaride arvu kombinatsioon, kus  $n=2$  ja  $p_5=3$ , annab üldkujul joonisel 33 kujutatud grupi. Grupp koosneb kahest lülist ja kolmest rotatsioonipaarist, kusjuures teada võib paarielementide B ja D abil liita mehhanismi kahe meelevaldse lüli külge. Seejuures kehtib tingimus, et grupi vabu paarielemente ei tohi ühendada ühe ja sama lüliga.



Joonis 33.

Grupi võib ühendada I klassi mehhanismiga joonisel 34 kujutatud viisil, kus paarielement B on ühendatud vedava lüliga 2 ja paarielement D kinnislüliga 1. Antud mehhanism on ühe liikuvusastmega, sest grupp ühendati ühe I klassi mehhanismiga.

Kui samasugune grupp ühendada kahe I klassi mehhanismiga, saadakse kahe liikuvusastmega mehhanism (joon. 32).

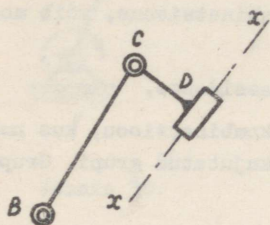
Gruppi, mis koosneb kahest lülist ja kolmest V klassi paarist, nimetatakse II klassi 2. liigi grupiks, kahehaarmeliseks grupiks ehk diaadiks.

Kahehaarmeliseks grupiks nimetatakse teda seepärast, et alusmehhanismiga ühendatakse ta kahe lüli (haarme) BC ja DC abil.

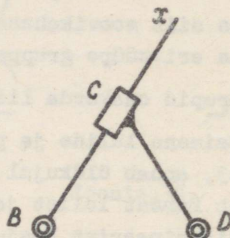
Seega grupi liik on määratud gruppi alusmehhanismiga ühendavate paarielementide arvuga.

Mehhanisme, millede koosseisu kuulub ainult II klassi gruppe, nimetatakse II klassi mehhanismideks.

Joonisel 33 kujutatud kahest lülist ja kolmest rotatsioonipaarist koosnevat gruppi nimetatakse II klassi grupi esimeseks modifikatsiooniks.



Joonis 34.

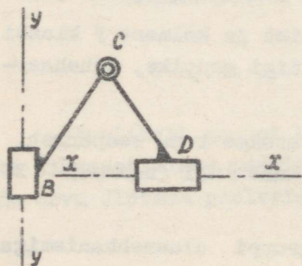


Joonis 35.

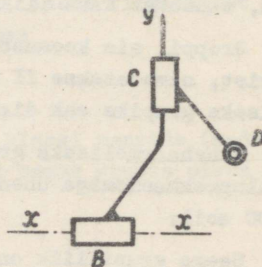
II klassi grupi ülejäänud modifikatsioonid saadakse üksikute rotatsioonipaaride asendamisel translatsioonipaaridega.

Teises modifikatsioonis (joon. 34) on üks väline rotatsioonipaar (välispaar) asendatud translatsioonipaariga.

Kolmanda modifikatsiooni puhul asendatakse translatsioonipaaridega keskmine rotatsioonipaar (sisepaar). Selline modifikatsioon on kujutatud joonisel 35. Neljanda modifikatsiooni puhul (joon. 36) asendatakse translatsioonipaaridega mõlemad välispaarid.



Joonis 36.



Joonis 37.

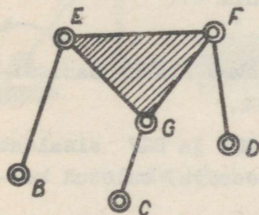
Viiendas modifikatsioonis (joon. 37) asendatakse translatsioonipaaridega üks siserotatsioonipaar ja üks välisrotatsioonipaar.

Ühtekokku esinebki II klassi grupp mehhanismides viies modifikatsioonis.

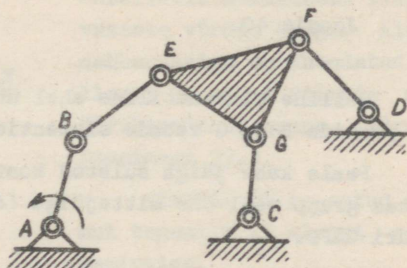
Lülide arvu poolest järgmine grupp sisaldab neli lüli ja kuus madalamat paari.

Neljast lülis ja kuuest kinemaatilisest paarist saab moodustada kolm erineva struktuuriga kinemaatilist ahelat.

Esimene kinemaatilise ahela tüüp on kujutatud joonisel 38. Ta koosneb lülis EGF ja kolmest haarmest BE, CG ja DF.



Joonis 38.



Joonis 39.

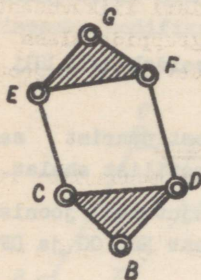
Selline ahel moodustab III klassi 3. liigi grupi ehk triaadi, kuna ta ühendatakse kolme haarme abil.

Antud grupi tunnuseks on lülidest EG, GF ja FE moodustatud jäik kolmnurkne suletud kontuur.

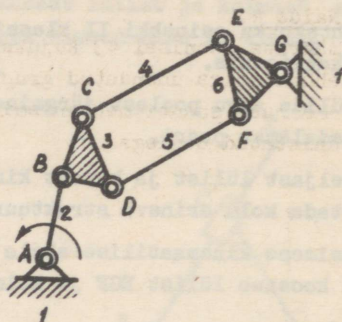
Grupi ühendamiseks alusmehhanismiga kasutatakse haarmete BE, CG ja DF otstes olevaid paarielemente B, C ja D.

Kui mehhanismis ei esine kõrgemaid kui III klassi 3. liigi grupe, siis nimetatakse antud mehhanismi III klassi mehhanismiks. Selline mehhanism on kujutatud joonisel 39.

Neljast lülist ja kuuest madalamast kinemaatilisest paarist moodustatud kinemaatilise ahela teine tüüp on näidatud joonisel 40.



Joonis 40.



Joonis 41.

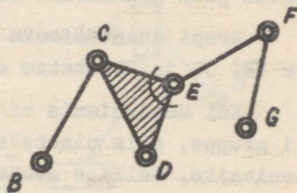
Selline kinemaatiline ahel ühendatakse alusmehhanismiga paaride B ja G vabade elementide abil.

Peale kahe jäiga suletud kontuuri BCD ja EGF sisaldab antud grupp veel ühe mittejäiga (deformeeruva) suletud kontuuri CEFD.

Selliseid grupe nimetatakse IV klassi gruppideks. Nagu eespool märgitud, ühendatakse joonisel 40 näidatud grupp I klassi alusmehhanismi külge kahe paarielemendi B ja G abil. Seega kuulub ta IV klassi 2. liiki.

Kui mehhanismis ei esine kõrgemaid kui IV klassi 2. liigi grupe, nimetatakse teda IV klassi mehhanismiks. Sellise mehhanismi näide on kujutatud joonisel 41.

Joonisel 42 on kujutatud neljast lülist ja kuuest kinemaatilisest paarist koosneva kinemaatilise ahela kolmas variant. Selline ahel aga uut klassi juurde ei too, kuna teda on võimalik jaotada kaheks lihtsamaks II klassi grupiks BCD ja EFG.

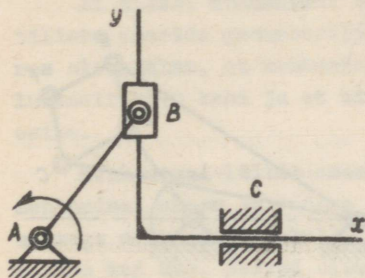


Joonis 42.

Kõrgemat klassi grupe kasutatakse kaasaegsetes mehhanismides väga harva.

Näide 4.

Määrata joonisel 43 kujutatud mehhanismi liikuvusaste, alusmehhanismiga ühendatud gruppide arv, gruppide klass ja liik. Määrata samuti mehhanismi klass. Vedav lüli on joonisel tähistatud noolega.



Joonis 43.

Lahendus.

Määrame mehhanismi liikuvusastme  
 $L = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 9 - 8 = 1.$

Järelikult mehhanismi liikuvusaste võrdub ühega. Alusmehhanismiga on ühendatud II klassi 2. liigi viienda modifikatsiooni grupp. (Võrdle joonisega 37.)

Järelikult on antud juhul tegemist II klassi mehhanismiga.

Näide 5.

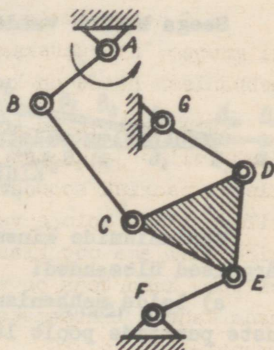
Määrata joonisel 44 kujutatud mehhanismi liikuvusaste, alusmehhanismiga ühendatud gruppide arv, gruppide klass ja liik.

Määrata samuti mehhanismi klass.

Lahendus.

Määrame mehhanismi liikuvusastme  
 $L = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 15 - 14 = 1.$   
 (Kontuur CDE on jäik ja teda tuleb vaadelda ühe lülina.)

Järelikult mehhanismi liikuvusaste võrdub ühega. Alusmehha-



Joonis 44.

nismiga on ühendatud III klassi 3. liigi grupp. (Võrdle joonisega 38.)

Järelikult on antud juhul tegemist III klassi mehhanismiga.

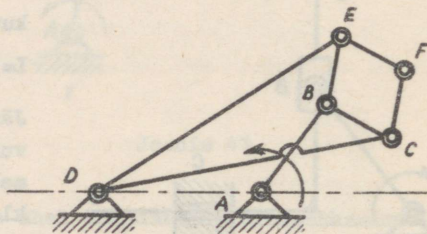
### Näide 6.

Määrata joonisel 45 kujutatud mehhanismi liikuvusaste, alusmehhanismiga ühendatud gruppide arv, gruppide klass ja liik. Määrata samuti mehhanismi klass.

### Lahendus.

Määrame mehhanismi liikuvusastme. Seejuures tuleb tähele panna, et tähed D, E, B ja C tähistavad igaüks tegelikult kahte rotatsioonipaari.

$$\begin{aligned} L &= 3n - 2p_5 = \\ &= 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 = \\ &= 21 - 20 = 1. \end{aligned}$$



Joonis 45.

Mehhanismi liikuvusaste võrdub ühega.

Alusmehhanismiga on ühendatud kolm II klassi 2. liigi 1. modifikatsiooni gruppi. (Vaata joonist 33.) Esimeseks grupiks on näiteks diaad BED, teiseks grupiks diaad BCD ja kolmandaks grupiks diaad EFC.

Seega kuulub vaadeldav mehhanism II klassi.

## MADALAMATE PAARIDEGA TASAPINNALISTE MEHHANISMIDE KINEMAATILINE UURIMINE

Mehhanismide kinemaatilisel uurimisel tuleb lahendada järgmised ülesanded:

- leida mehhanismi lülide asendid ja lülide mitmesuguste punktide poolt läbitud trajektoorid;
- leida lülide mitmesuguste punktide kiirused ja lülide eneste nurkkiirused;

c) leida lülide mitmesuguste punktide kiirendused ja lülide eneste nurkkiirendused.

Mehhanismi kinemaatilist uurimist alustatakse esimese ülesande lahendamisega.

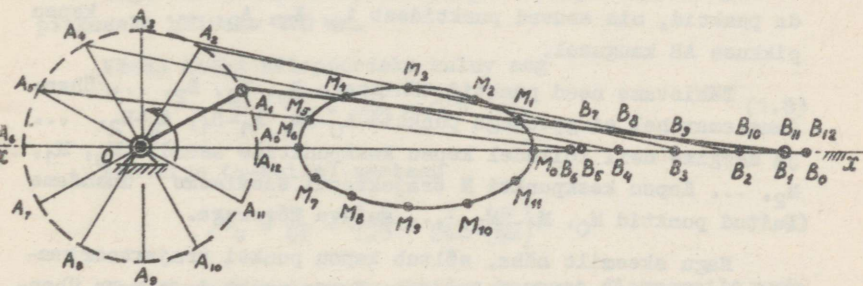
### § 10. Mehhanismi lülide asendite ja lülidele kuuluvate punktide trajektooride määramine

II klassi mehhanismi asendite määramine toimub kinemaatiliste paaride geomeetriliste kohtade leidmise abil. Seejuures oletatakse, et mehhanismi lülid kujutavad endast absoluutselt kõvu kehi ja et kinemaatilistes paarides lõtke ei esine.

Mehhanismi lülide asendite määramiseks peab olema antud mehhanismi skeem ja vedava lüli liikumisseadus (ühe liikuvusastmega mehhanismi puhul). Kui mehhanismil on liikuvusastmeid rohkem kui üks, peavad olema ette antud kõigi vedavate lülide liikumisseadused.

Vaatleme näite korras vântmehhanismi liikumise graafilist uurimist.

Vântmehhanismi kinemaatilist uurimist alustame tema kinemaatilise skeemi joonestamisega (joon. 46) mingi kindla hetke jaoks. Kinemaatiline skeem tuleb joonestada graafilisteks arvutusteks sobivas mastaabis.



Joonis 46.

Mehhanismi skeemi mastaaup  $M_e$  näitab reaalsel mehhanismil mõõdetud meetrite arvu, mis vastab skeemi ühele millimeetrile.

Kui tuleb leida mingi skeemil kujutatud lõigu loomulikku pikkust, mõõdetakse see lõik millimeetrites ja saadud millimeetrite arv korrutatakse kinemaatilise skeemi mastaabiga

Kui näiteks vända OA tõeline pikkus  $l_{OA}$  on 0,3 m, kinemaatilisel skeemil on selle lüli pikkuseks aga 30 mm, siis skeemi mastaaup

$$M_e = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,3}{30} = 0,01 \left[ \frac{m}{mm} \right].$$

Joonestame kepsu keskpunkti M trajektoori vântmehhanismi vända OA ühe täispöörde jooksul.

Joonestame valitud mastaaabis ringjoone, mille raadiuseks on vända OA pikkus, ja jaotame selle ringjoone kahesteistkümneks võrdseks osaks. (Osade arv valitakse vabalt. Mida suurem on mehhanismi vaadeldavate asendite arv, seda täpsemalt saab määrata trajektoori. Harilikult võetakse ringjoone osade arvuks 8 või 12.)

Märgime joonisel vända üksteisele järgnevad asendid pöördenurga iga  $30^\circ$  tagant ( $A_0, A_1, A_2, \dots$ ).

Et määrata kindlaks vända üksikutele asenditele vastavaid liuguri B asendeid, tuleb liuguri juhtsirgel xx märkida punktid, mis asuvad punktidest  $A_0, A_1, A_2, \dots$  kepsu pikkuse AB kaugusel.

Tähistame need punktid tähistega  $B_0, B_1, B_2, \dots$ . Ühendame omavahel sirgjoonega punktid  $A_0-B_0, A_1-B_1, A_2-B_2, \dots$  ja märgime neil lõikudel kepsu keskpunktide asendid  $M_0, M_1, M_2, \dots$ . Kepsu keskpunkti M trajektoori saamiseks ühendame leitud punktid  $M_0, M_1, M_2, \dots$  sujuva kõveraga.

Nagu skeemilt näha, sõltub kepsu punkti trajektoori vaadeldava punkti asukohast kepsul. Kepsu punkt A, mis on ühenduses vändaga, liigub mööda ringjoont. Liuguriga B ühendu-

ses oleva kepsu punkti trajektooriks on aga sirglõik. Kepsu vahepealsete punktide trajektoorid kujutavad endast keerulise kujuga kõveraid, nn. kepsukõveraid.

### § 11. Kinemaatiliste diagrammide konstrueerimine

Hea ülevaate mehhanismi kinemaatikast annavad kinemaatilised diagrammid. Nad kujutavad endast uuritava mehhanismi mingi lüli (või punkti) paigutuste, kiiruse või kiirenduse muutumise graafikut sõltuvalt kas ajast või mehhanismi vedava lüli asendist.

Vaatleme näite korras väntmehhanismi (joon. 46) liuguri punkti B paigutuste diagrammi koostamist.

Oletame, et mehhanismi vänt OA pöörleb püsiva nurkkiirusega  $\omega = 120$  pöört minutis.

Joonestame koordinaatteljed (joon. 47) ja kanname abstsissstelejele joonlõigu pikkusega  $OT$  mm, mis mastaabis  $\mu_t$  kujutab vända üheks täispöördeks kuluvat aega  $T$ , ordinaatteljele aga liuguri punkti B paigutuse.

Jaotame lõigu  $OT$  kaheteistkümneks võrdseks osaks (sammaks arvuks osadeks nagu vända punkti A trajektoori joonisel 46).

Olgu vända ühe täispöörde aega  $T$  väljendava lõigu  $OT$  pikkuseks näiteks 120 mm.

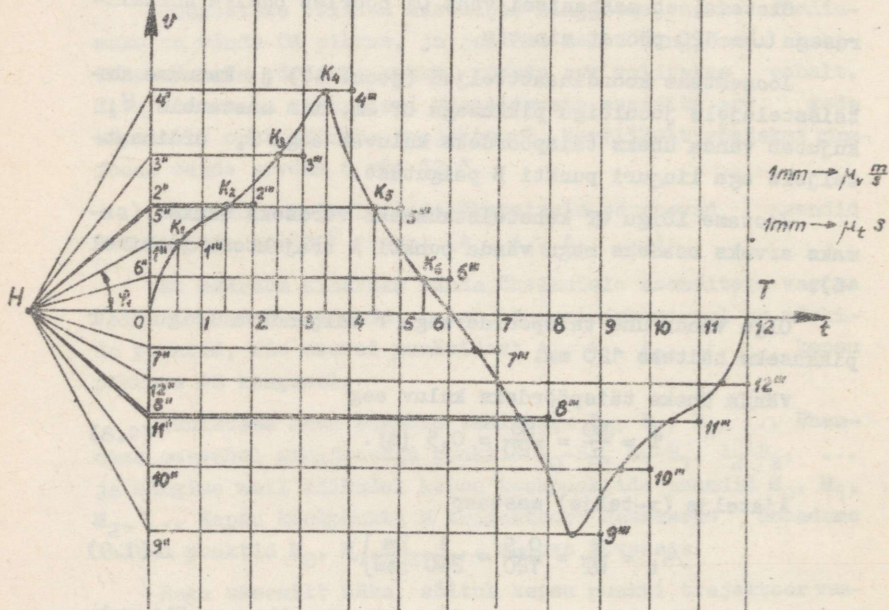
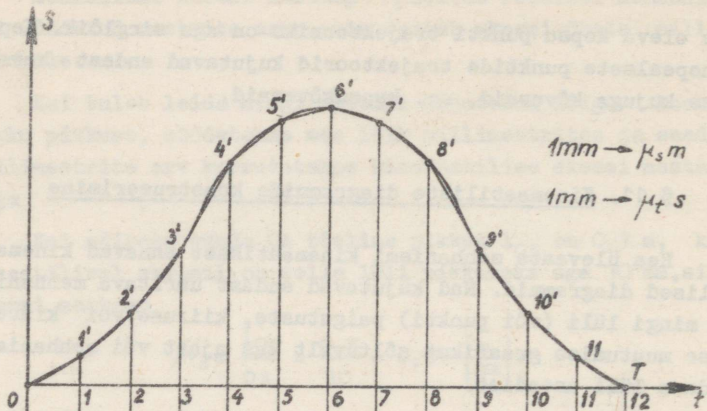
Vända üheks täispöördeks kuluv aeg

$$T = \frac{60}{n} = \frac{60}{120} = 0,5 \text{ [s]}. \quad (1.8)$$

Ajatelje ( $x$ -telje) mastaap

$$\mu_t = \frac{T}{OT} = \frac{0,5}{120} = \frac{1}{240} \left[ \frac{\text{s}}{\text{mm}} \right]. \quad (1.9)$$

Abstsissstelje jaotuspunktides kanname diagrammile punkti B poolt läbitud teepikkused, lähtudes liuguri parempoolsest piirasendist  $B_0$ .



Joonis 47.

Seega tuleb punktis 1 diagrammile ordinaattelje sihis kanda lõik ( $B_0B_1$ ), punktis 2 - lõik ( $B_0B_2$ ) jne. Joonisel 47 on vastavad lõigud tähistatud ( $1'$ ), ( $2'$ ) jne.

Kui võtame nimetatud lõigud vahetult mehhanismi skeemilt (joon. 46), siis paigutuste diagrammi ordinaattelje mastaap  $\mu_s$  võrdub mehhanismi skeemi pikkuste mastaabiga  $\mu_e$

Üldjuhul paigutuste telje mastaap

$$\mu_s = \frac{S_{\max}}{s_{\max}} \left[ \frac{m}{mm} \right]. \quad (1.10)$$

kus  $S_{\max}$  - vaadeldava lüli maksimaalne paigutus [m];

$s_{\max}$  - maksimaalne ordinaat paigutuste diagrammil [mm].

Ühendades punktid 0, 1', 2', 3', ... sujuva kõveraga, saamegi liuguri B paigutuste diagrammi.

## § 12. Graafiline diferentseerimine ja graafiline integreerimine

Mehhanismi veetava lüli kiiruse või kiirenduse leidmiseks tuleb diferentseerida paigutuste kõverat.

Vaatleme graafilist diferentseerimist kõõlude meetodil.

Joonisel 47 ülal on kujutatud väntmehhanismi liuguri B paigutuste diagramm, mille saamist käsitlesime eelmise paragrahvis.

Joonestame paigutuste diagrammile kõõlud 0-1'; 1'-2'; 2'-3' jne.

Paigutuste diagrammi alla joonestame tulevase kiiruste diagrammi koordinaatteljed. Pikendame vertikaalsirgeid 1'-1; 2'-2; 3'-3 jne. allapoole (üle kiiruste diagrammi ajatelje). Seejärel pikendame kiiruste diagrammi ajatelje (abstsissitelje) koordinaattelgede alguspunkti vasakule ja märgime pikendusel pooluse H (vahekaugus HO valitakse vabalt).

Läbi pooluse H joonestame kiire paralleelselt kõõluga 01' kuni lõikumiseni kiiruste diagrammi ordinaatteljega.

Kiire ja ordinaattelje lõikepunktist 1'' tõmbame horisontaali kuni lõikumiseni ordinaadiga 1-1'. Tekkinud lõikepunkti tähistame 1'''.

Märgime diagrammile lõigu 1'''-1'''' keskpunkti ( $K_1$ ). Järgnevalt joonestame läbi pooluse H kiire paralleelselt kõõluga 1'2' kuni lõikumiseni diagrammi ordinaatteljega. Kiire ja ordinaattelje lõikepunktist 2'' tõmbame horisontaali kuni lõikumiseni ordinaadiga 2-2'.

Tekkiva lõikepunkti tähistame 2'''. Märgime diagrammile ordinaatide 1-1' ja 2-2' vahel asuva horisontaallõigu keskpunkti ( $K_2$ ).

Samal viisil joonestame läbi pooluse H ülejäänud kõõludega 2'-3'; 3'-4'; ... paralleelsed kiired jne. Lõpuks ühendame horisontaallõikude keskpunktid  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  jne. sujuva kõveraga ning kiiruste diagramm on valmis.

Kiiruste diagrammi analoogilisel graafilisel diferentseerimisel saame kiirenduste diagrammi.

Liuguri B kiiruste diagrammi abstsissitelje (ajatelje) mastaap langeb kokku liuguri B paigutuste diagrammi ajatelje mastaabiga.

Määrame kiiruste diagrammi ordinaattelje mastaabi.

Teatavasti kujutab kiirus teepikkuse tuletist aja järgi:

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

$$\text{Kuna } S = \mu_s \cdot s \quad \text{ja} \quad t = \mu_t \cdot t_x$$

kus  $\mu_s$  - paigutuste telje mastaap  $\left[\frac{m}{mm}\right]$ ;

$s$  - ordinaat paigutuste diagrammil [mm];

$\mu_t$  - ajatelje mastaap  $\left[\frac{s}{mm}\right]$ ;

$t_x$  - antud hetkele vastav lõik abstsissiteljel [mm];

järelikult

$$v = \frac{\mu_s \cdot ds}{\mu_t \cdot dt_x} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \cdot tg\varphi,$$

kus  $\varphi$  tähistab paigutuste kõverale tõmmatud kõõlude kalde-  
nurka.

Kiiruste diagrammilt leiame, et

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_y}{HO},$$

järelikult

$$v = \frac{\mu_s \cdot v_y}{t \cdot HO}.$$

Kuna  $v = \mu_v \cdot v_y$ , siis

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t \cdot HO} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{mm}} \right]. \quad (1.11)$$

Toodud valemis  $\mu_s$  - paigutuste mastaap  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{mm}} \right]$ ;

$\mu_t$  - aja mastaap  $\left[ \frac{\text{s}}{\text{mm}} \right]$ ;

HO - pooluse kaugus [mm];

$\mu_v$  - kiiruste mastaap  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{mm}} \right]$ .

Sageli tuleb kiirustekõvera graafilise integreerimise teel konstrueerida paigutustekõver.

Graafiline integreerimine toimub graafilisele diferentseerimisele vastupidises järjekorras.

Lõik OT kiiruste diagrammil jaotatakse vabalt valitud arvuks võrdseteks osadeks. Lõikude 0-1; 1-2; 2-3 jt. keskpunktist tõmbame vertikaalid kuni lõikumiseni kiiruse kõveraga. Saadud lõikepunktid  $K_1, K_2, K_3$  jne. kanname üle ordinaatteljele. Saame punktid 1", 2", 3" jne., millised ühendame poolusega H.

Lähtudes paigutuste diagrammi koordinaattelgede algpunktist O, tõmbame lõiguga H-1" paralleelse kiire kuni lõikumiseni läbi jaotuspunkti 1 tõmmatud vertikaaliga. (Lõikepunkti tähis 1'.) Edasi kanname paigutuste diagrammile lõigu 1'2', mis on paralleelne kiiruste plaani poolusest lähtuva kiirega H2".

Toimides selliselt kõigi poolusest H lähtuvate kiirtega, saame paigutuste diagrammil punktid 3', 4', 5' jne. Ühendades need punktid sujuva kõveraga, saamegi paigutuste kõvera.

$$\mu_s = \mu_v \cdot \mu_t \cdot HO. \quad (1.12)$$

### § 13. Mehhanismi punktide kiiruste ja kiirenduste määramine plaanide meetodil

Teoreetilisest mehaanikast teame, et tasapinnalise muutmatu kujundi tasaparalleelset liikumist võib käsitada kui translatoorset kaasaliikumist antud kujundil meelevaldselt valitud punktiga (nn. poolusega), millele liitub suhteline pöörlemine ümber valitud pooluse.

Seega võib tasapinnalise kujundi iga punkti kiirust vaadelda kui pooluse translatoorse liikumise kiiruse ja pöörlemisel ümber pooluse tekkiva joonkiiruse geomeetrilist summat.

Olgu antud lülidest 1 ja 2 moodustatud rotatsioonipaar B (joon. 48). Kui näiteks pooluseks valida punkt B, siis punkti C kiirus

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}. \quad (1.13)$$

kus  $\vec{v}_B$  tähistab pooluse B translatoorse liikumise kiirust;  $\vec{v}_{CB}$  tähistab punkti C kiirust punkti B suhtes (relatiivset kiirust).

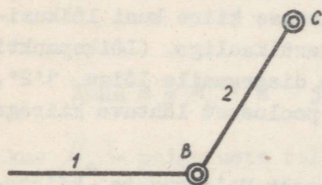
Kuna  $\vec{v}_{CB}$  on punkti C kiirus pöörleval liikumisel ümber punkti B, siis tema väärtus

$$\vec{v}_{CB} = \omega_2 \cdot l_{BC}, \quad (1.14)$$

kus  $\omega_2$  - lüli 2 nurkkiirus;

$l_{BC}$  - punktide B ja C vaheline kaugus naturis.

Kiirus  $\vec{v}_{CB}$  on risti sihiga BC ja tema suuna määrab nurkkiiruse märk.



Joonis 48.

Tasapinnalise kujundi mingi punkti kiirendust saab samuti käsitada kui pooluse kiirenduse ja pooluse suhtes toimuva relatiivse liikumise kiirenduse geometrilist summat.

Seega

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB} \quad (1.15)$$

Relatiivse pöörleva liikumise kiirendust võib omakorda lahutada normaal- ja tangentsiaalkomponendiks.

Seega lõplikult

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^t,$$

kus  $\bar{a}_{CB}^n$  - kiirenduse normaalkomponent punkti C relatiivsel liikumisel pooluse B suhtes;

$\bar{a}_{CB}^t$  - kiirenduse tangentsiaalkomponent punkti C relatiivsel liikumisel pooluse B suhtes.

Normaalkiirendus  $\bar{a}_{CB}^n$  kulgeb piki lüli BC ja on suunatud punktist C punkti B (pooluse suunas).

Normaalkiirenduse väärtus

$$\bar{a}_{CB}^n = \frac{v^2}{l_{CB}} = \omega^2 \cdot l_{BC}. \quad (1.16)$$

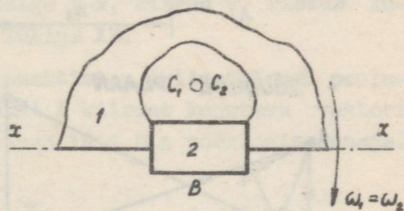
Tangentsiaalkiirendus  $\bar{a}_{CB}^t$  ristub lüluga BC.

Juhul kui lülid 1 ja 2 moodustavad translatsioonipaari B (joonisel 49), on lülil 2 asuva punkti  $C_2$  kiirus lülil 1 asuva punkti  $C_1$  kiirusega seotud järgmiselt:

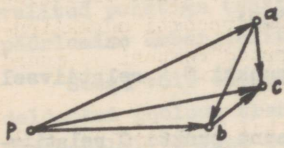
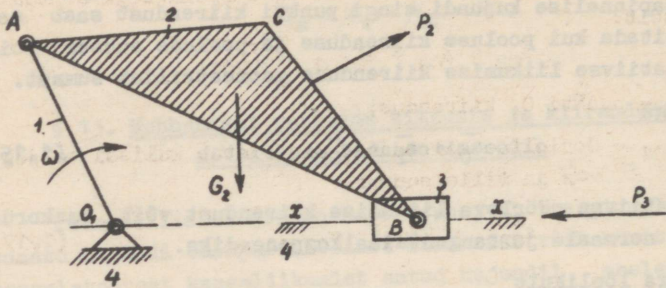
$$\bar{v}_{C_2} = \bar{v}_{C_1} + \bar{v}_{C_2C_1},$$

kus  $\bar{v}_{C_1}$  - kiirus, millega liiguks lüli 1 punkt  $C_1$ , mis mehhanismi antud asendis langeb kokku lülil 2 asuva punktiga  $C_2$ ;

$\bar{v}_{C_2C_1}$  - lüli 2 kiirus lüli 1 suhtes. See kiirus on paralleelne kulissi teljega x-x.

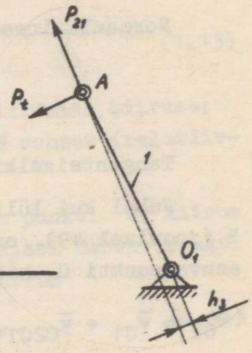
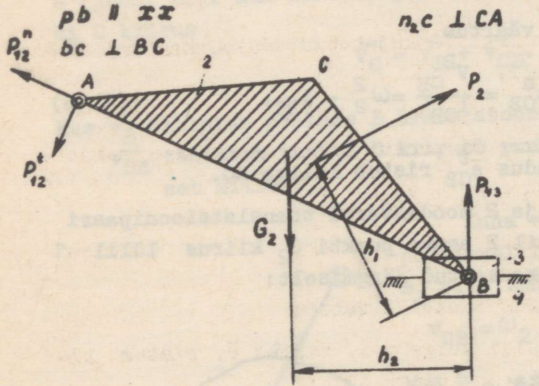
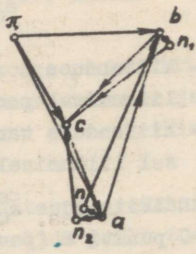


Joonis 49.

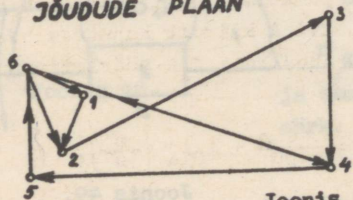


- $pa \perp O_1A$
- $ab \perp AB$
- $ac \perp AC$
- $pb \parallel x$
- $bc \perp BC$

- $\pi a \parallel O_1A$
- $an \parallel AB$
- $nb \perp AB$
- $bn_1 \parallel CB$
- $an_2 \parallel CA$
- $n_1c \perp CB$
- $n_2c \perp CA$



**JÕUDUDE PLAAN**



Joonis 50.

Punkti  $C_2$  kiirendus on punkti  $C_1$  kiirendusega seotud järgmiselt:

$$\bar{a}_{C_2} = \bar{a}_{C_1} + \bar{a}_{C_2C_1}^k + \bar{a}_{C_2C_1}^r,$$

kus  $a_{C_1}$  - punkti  $C_1$  kiirendus;

$a_{C_2C_1}^k$  - Coriolise kiirendus, mis ristub kulissi teljega  $x-x$  ja mille suurus

$$a_{C_2C_1}^k = 2\omega_1 \cdot v_{C_2C_1}. \quad (1.17)$$

Coriolise kiirenduse suuna määramiseks tuleb suhtelise kiiruse vektorit  $\bar{v}_{C_2C_1}$  pöörata ümber alguspunkti nurkkiiruse  $\bar{\omega}_1$  suunas  $90^\circ$  võrra. Selliselt pööratud vektori suund ühtib Coriolise kiirendusvektori suunaga.

Coriolise kiirendus tekib juhul, kui kaasaliikumine on rotatoorne ja suhteline liikumine translatoorne;

$\bar{a}_{C_2C_1}^r$  - relatiivne kiirendus lüli 2 liikumisel lüli 1 suhtes. See kiirendus on paralleelne teljega  $xx$ .

### Näide 7.

Konstrueerida joonisel 50 kujutatud vântmehhanismi kiirus- ja kiirendusplaanid.

### Lahendus.

Koostame vektorvõrrandi punkti B kiiruse määramiseks:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA};$$

kus  $\bar{v}_B$  - punkti B kiirus;

$\bar{v}_A$  - punkti A kiirus;

$\bar{v}_{BA}$  - punkti B kiirus punkti A suhtes.

Kiirus  $\bar{v}_B$  kulgeb piki telge  $x-x$ , kiirus  $\bar{v}_A$  ristub lüliliga  $O_1A$ , kiirus  $\bar{v}_{BA}$  ristub lüliliga  $AB$ .

Lähtudes meelevaldsest punktist p (kiirusplaanil poolusest), kanname joonisele punkti A kiirust kujutava vektori  $\bar{v}_A$ . Kiiruse  $\bar{v}_A$  suund on määratud lüli  $O_1A$  pöörlemissuunaga. Kiiruse  $\bar{v}_A$  väärtus

$$v_A = \omega \cdot l_{O_1A} = \frac{\pi \cdot n}{30} \cdot l_{O_1A} \left[ \frac{m}{s} \right],$$

kus -  $\omega$  on lüli  $O_1A$  nurkkiirus  $\left[\frac{1}{s}\right]$ ;

$l_{O_1A}$  - lüli  $O_1A$  pikkus [m];

$n$  - vända  $O_1A$  pöörete arv minutis.

Kiirust  $\bar{v}_A$  kujutab kiirusplaanil lõik pa. Läbi punkti a tõmbame sirge, mis on paralleelne punkti B kiirusega punkti A suhtes ( $\bar{v}_{BA}$ ), ja läbi pooluse p sirge, mis on paralleelne punkti B kiirusega ( $\bar{v}_B$ ). Nimetatud sirgete lõikumisel saame punkti b. Lõik pb kujutab kiirust  $\bar{v}_B$ , lõik ba - kiirust  $\bar{v}_{BA}$ .

Punkti C kiiruse leidmiseks koostame kaks vektorvõrrandit:

$$\bar{v}_C = \bar{v}_A + \bar{v}_{CA},$$

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}.$$

Kuna võrrandite vasakud pooled on võrdsed, siis peavad võrdsed olema ka võrrandite paremad pooled:

$$\bar{v}_A + \bar{v}_{CA} = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB}.$$

Kiirused  $\bar{v}_A$  ja  $\bar{v}_B$  on teada nii suuruselt kui ka suunalt. Kiiruse  $\bar{v}_{CA}$  siht on risti mehhanismi punkte C ja A ühendava sirgega.

Kiiruse  $\bar{v}_{CB}$  siht on risti mehhanismi punkte C ja B ühendava sirgega.

Läbi kiirusplaani punkti a tõmbame sirge, mis on paralleelne kiiruse  $\bar{v}_{CA}$  sihiga; läbi kiirusplaani punkti b tõmbame sirge, mis on paralleelne kiiruse  $\bar{v}_B$  sihiga. Nende sirgete lõikepunkti c ühendame poolusega p. Lõik pc kujutabki kiirust  $\bar{v}_C$ .

Kiirusplaani mastaap

$$\mu_v = \frac{v_A}{p_a} \left[ \frac{m}{s \cdot mm} \right]. \quad (1.18)$$

$v_A$  - vända punkti A kiirus  $\left[\frac{m}{s}\right]$ ;

$p_a$  - kiirusplaani punktide p ja a vaheline kaugus [mm].

Mehhanismi punktide kiiruste tegelike väärtuste leidmiseks tuleb kiiruste plaanilt saadud vastava lõigu pikkus korrutada plaani mastaabiga.

$$v_B = \mu_v \cdot pb \left[ \frac{m}{s} \right];$$

$$v_C = \mu_v \cdot pc \left[ \frac{m}{s} \right];$$

$$v_{CA} = \mu_v \cdot ac \left[ \frac{m}{s} \right];$$

$$v_{CB} = \mu_v \cdot bc \left[ \frac{m}{s} \right].$$

$$v_{BA} = \mu_v \cdot ab \left[ \frac{m}{s} \right];$$

Tähelepanu väärivad kiirusplaani järgmised omadused:

1. Mehhanismi kõikide punktide absoluutsete kiiruste vektorid lähtuvad plaani poolusest p.

2. Kõik suhteliste kiiruste vektorid ühendavad absoluutsete kiiruste vektoreid omavahel.

3. Suhtelisi kiirusi  $\bar{v}_{CA}$ ,  $\bar{v}_{CB}$  ja  $\bar{v}_{BA}$  kiirusplaanis kujutav kolmnurk acb on sarnane vastaval lülil asuva kolmnurgaga ACB ja on selle suhtes  $90^\circ$  võrra pööratud.

4. Kõik mehhanismi punktid, millede kiirused antud hetkel võrduvad nulliga, langevad kokku kiiruste plaani poolusega.

Kiirusplaani 3. omaduse alusel võime määrata punkti C kiiruse:

$$\frac{ca}{CA} = \frac{cb}{CB} = \frac{ba}{BA}.$$

Siit leiame

$$ca = \frac{CA}{BA} \cdot ba \text{ [mm]}; \quad cb = \frac{CB}{BA} \cdot ba \text{ [mm]}.$$

Edasi määrame sirkli abil punkti c asukoha kiiruste plaanil ja ühendame selle poolusega.

Kiirendusplaani konstrueerimiseks koostame vektorvõrandi:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA},$$

kus  $\bar{a}_B$  - punkti B kiirendus;

$\bar{a}_A$  - punkti A kiirendus;

$\bar{a}_{BA}$  - punkti B kiirendus punkti A suhtes.

Lahutame toodud kiirendused normaali- ja tangentsiaal-komponentideks:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_B^t, \text{ kuna } \bar{a}_B^n = 0 \text{ (liugur liigub sirgjooneliselt);}$$

$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n$ , kuna  $\bar{a}_A^t = 0$ ; (vänt pöörleb ühtlaselt);

$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t.$$

Arvestades eeltoodut, võime vektorvõrrandi kirjutada uuel kujul:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t.$$

Arvutame normaalkiirenduste väärtused:

$$a_A = a_A^n = \frac{v_A^2}{r_{O_1A}} \left[ \frac{m}{s} \right].$$

Normaalkiirendused on suunatud piki vastavat lüli pöörlemistsentri poole; tangentsiaalkiirenduste sihid ristuvad vastavate lülidega.

Lähtudes meelevaldselt valitud punktist  $\pi$ , kanname joonisele kiirenduse  $\bar{a}_A$ . Määrame kiirendusplaani mastaabi:

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} \left[ \frac{m}{s^2 \cdot mm} \right], \quad (1.19)$$

kus  $a_A$  - punkti A kiirendus  $[m/s^2]$ ;

$\pi a$  - kiirendusplaani punktide  $\pi$  ja a vaheline kaugus  $[mm]$ .

Kiirendusplaani punktist a kanname joonisele lõigu  $a_n$ , mille pikkuse määrame järgmiselt:

$$a_n = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} \text{ mm}.$$

Lõik  $a_n$  kujutab kiirendust  $\bar{a}_{BA}^n$ .

Läbi punkti n tõmbame tangentsiaalkiirenduse vektori  $\bar{a}_{BA}^t$  sihilise sirge.

Edasi tõmbame läbi plaani pooluse sirge, mis on punkti B kiirendusvektori  $\bar{a}_B$  sihiline (piki x-x).

Kaks viimatimainitud sirget lõikuvad punktis b. Ühendades punkti a punktiga b, saame lõigu, mis kujutab punkti B kiirendust punkti A suhtes. Lõik  $a_n$  kujutab kiirendust  $\bar{a}_{BA}^n$ , lõik  $\pi b$  - punkti B absoluutset kiirendust.

Punkti C kiirenduse leidmiseks koostame vektorvõrrandi:

$$\bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^t = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^t.$$

Kiirendused  $\bar{a}_A$  ja  $\bar{a}_B$  on teada nii suuruselt kui ka suunalt (vaata kiirendusplaani). Arvutame normaalkiirenduste väärtused:

$$a_{CA}^n = \frac{v_{CA}^2}{r_{CA}} \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_{CB}^n = \frac{v_{CB}^2}{r_{CB}} \left[ \frac{m}{s^2} \right].$$

Lähtudes punktist a, kanname kiirendusplaanile lõigu  $an_2$ , mis kujutab normaalkiirendust  $\bar{a}_{CA}^n$ .

Lõigu pikkus

$$an_2 = \frac{a_{CA}^n}{\mu_a} \text{ [mm]}.$$

Lähtudes plaani punktist b, kanname kiirendusplaanile lõigu  $bn_1$ , mis kujutab normaalkiirendust  $\bar{a}_{CB}^n$ .

Lõigu pikkus

$$bn_1 = \frac{a_{CB}^n}{a} \text{ [mm]}.$$

Läbi punktide  $n_2$  ja  $n_1$  tõmbame tangentsiaalkiirenduste vektorite sihilised sirged, millede lõikumisel saame punkti c. Ühendame punkti c punktidega a, b ja  $\pi$ . Lõik bc kujutab kiirendust  $\bar{a}_{CB}$ , lõik ac kujutab kiirendust  $\bar{a}_{CA}$  ning lõik  $\pi c$  kiirendust  $\bar{a}_C$ .

Mehhanismi punktide kiirenduste tegelike väärtuste leidmiseks tuleb kiirendusplaanilt saadud vastava lõigu pikkus korrutada plaani mastaabiga:

$$a_{CA}^t = \mu_a \cdot n_2^c \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_{CB}^t = \mu_a \cdot n_1^c \left[ \frac{m}{s^2} \right];$$

$$a_C = \mu_a \cdot \pi^c \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_B = \mu_a \cdot \pi^b \left[ \frac{m}{s^2} \right];$$

$$a_{BA} = \mu_a \cdot ab \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_{BA}^t = \mu_a \cdot nb \left[ \frac{m}{s^2} \right];$$

$$a_{CB} = \mu_a \cdot bc \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_{CA} = \mu_a \cdot ac \left[ \frac{m}{s^2} \right].$$

Tähelepanu väärivad järgmised kiirendusplaani omadused:

1. Absoluutseid kiirendusi kujutavad vektorid lähtuvad kiirendusplaani poolusest  $\pi$ .

2. Suhtelisi kiirendusi kujutavad vektorid ühendavad absoluutseid kiirendusi kujutavate vektorite otsi omavahel.

3. Suhteliste kiirenduste kujund kiirendusplaani on sarnane samanimelise kujundiga mehhanismil.

4. Kõik mehhanismi punktid, millede kiirendused antud hetkel võrduvad nulliga, langevad kokku kiirendusplaani poolusega.

Kiirendusplaani 3. omaduse alusel võime määrata punkti C kiirenduse:

$$\frac{bc}{BC} = \frac{ac}{AC} = \frac{ab}{AB}.$$

Siit leiame:

$$bc = \frac{BC}{AB} \cdot ab \text{ [mm]}; \quad ac = \frac{AC}{AB} \cdot ab \text{ [mm]}.$$

Edasi määrame sirkli abil punkti c asukoha kiirendusplaani ja ühendame selle poolusega  $\pi$ .

#### Näide 8.

Konstrueerida joonisel 51 kujutatud kahevändalise mehhanismi kiirus- ja kiirendusplaani.

#### Lahendus.

Koostame vektorvõrrandi punkti B kiiruse määramiseks:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA},$$

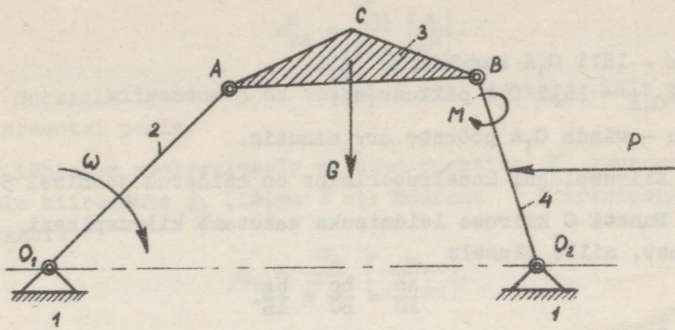
kus  $\bar{v}_B$  - punkti B kiirus,

$\bar{v}_A$  - punkti A kiirus,

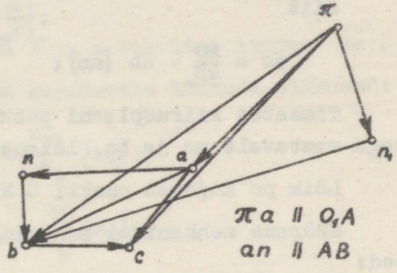
$\bar{v}_{BA}$  - punkti B kiirus punkti A suhtes.

Punkti A kiiruse väärtuse määrame valemiga

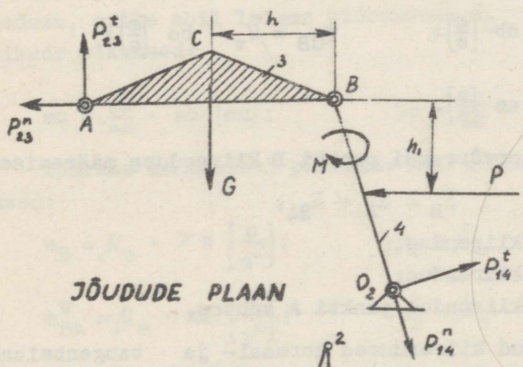
$$v_A = \omega \cdot r_{O_1A} = \frac{\pi \cdot n}{30} \cdot r_{O_1A} \left[ \frac{m}{s} \right],$$



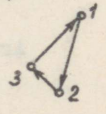
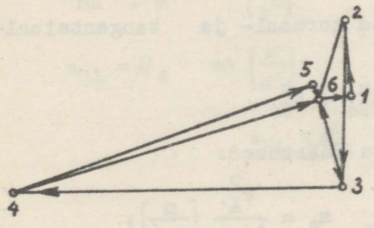
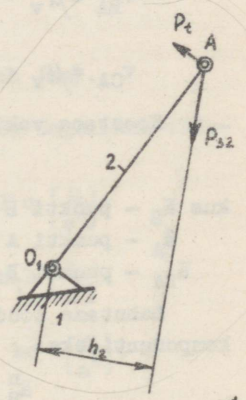
- $pa \perp O_1A$
- $ab \perp AB$
- $pb \perp O_2B$
- $bc \perp CB$
- $ac \perp CA$



- $\pi a \parallel O_1A$
- $an \parallel AB$
- $nb \perp AB$
- $\pi n \perp O_2B$
- $n\pi \perp O_2B$



**JÕUDUDE PLAAN**



Joonis 51.

kus  $\omega$  - lüli  $O_1A$  nurkkiirus  $\left[\frac{1}{s}\right]$ ;

$l_{O_1A}$  - lüli  $O_1A$  pikkus  $[m]$ ;

$n$  - vända  $O_1A$  pöörete arv minutis.

Kiirusplaani konstrueerimine on näidatud joonisel 51.

Punkti C kiiruse leidmiseks kasutame kiirusplaani 3. omadust, mille alusel:

$$\frac{ac}{AC} = \frac{bc}{BC} = \frac{ba}{AB}.$$

Siit

$$ac = \frac{AC}{AB} \cdot ab \text{ [mm]}; \quad bc = \frac{BC}{AB} \cdot ab \text{ [mm]}.$$

Tõmmates kiirusplaani punktidest a ja b kaared raadius-  
tega vastavalt  $ac$  ja  $bc$ , leiame punkti c asukoha.

Lõik  $pc$  kujutab punkti C kiirust  $\vec{v}_C$ .

Määrame mehhanismi punktide kiiruste tegelikud väärtu-  
sed:

$$v_B = \mu_v \cdot pb \left[\frac{m}{s}\right]; \quad v_C = \mu_v \cdot pc \left[\frac{m}{s}\right];$$

$$v_{BA} = \mu_v \cdot ab \left[\frac{m}{s}\right]; \quad v_{CB} = \mu_v \cdot bc \left[\frac{m}{s}\right];$$

$$v_{CA} = \mu_v \cdot ac \left[\frac{m}{s}\right].$$

Koostame vektorvõrrandi punkti B kiirenduse määramiseks:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA},$$

kus  $\vec{a}_B$  - punkti B kiirendus,

$\vec{a}_A$  - punkti A kiirendus;

$\vec{a}_{BA}$  - punkti B kiirendus punkti A suhtes.

Lahutame toodud kiirendused normaal- ja tangentsiaal-  
komponentideks:

$$\vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t.$$

Arvutame normaalkiirenduste väärtused:

$$a_B^n = \frac{v_B^2}{r_{O_2B}} \left[\frac{m}{s^2}\right]; \quad a_A = \frac{v_A^2}{r_{O_1A}} \left[\frac{m}{s^2}\right];$$

$$a_{BA}^n = \frac{\sqrt{2}}{I_{AB}} \left[ \frac{m}{s^2} \right].$$

Normaalkiirendused on suunatud piki vastavat lüli pöörlemistsentri poole.

Lähtudes meelevaldselt valitud punktist  $\pi$ , kanname joonisele kiirenduse  $\bar{a}_A$  (lõigu  $\pi a$ ). Määrame kiirendusplaani mastaabi:

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} \left[ \frac{m}{s^2 \cdot mm} \right],$$

kus  $a_A$  - punkti A kiirendus  $\left[ \frac{m}{s^2} \right]$ ;

$\pi a$  - kiirusplaani punktide  $\pi$  ja a vaheline kaugus mm .

Määrame normaalkiirendusi kujutatavate lõikude pikkused:

$$\text{kiirendus } a_{BA}^n - \text{lõik } a_n = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} \text{ [mm]};$$

$$\text{kiirendus } a_B^n - \text{lõik } \pi n_1 = \frac{a_B^n}{\mu_a} \text{ [mm]}.$$

Kiirendusplaani konstrueerimine on näidatud joonisel 51. Punkti C kiirenduse leidmiseks kasutame kiirendusplaani 3. omadust, mille abil leiame kiirendusi  $\bar{a}_{CA}$  ja  $\bar{a}_{CB}$  kujutatavate lõikude pikkused:

$$ac = \frac{AC}{AB} \cdot ab \text{ [mm]};$$

$$bc = \frac{BC}{AB} \cdot ab \text{ [mm]}.$$

Määrame mehhanismi punktide kiirenduste tegelikud väärtused:

$$a_B = \mu_a \cdot \pi b \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_C = \mu_a \cdot \pi c \left[ \frac{m}{s^2} \right];$$

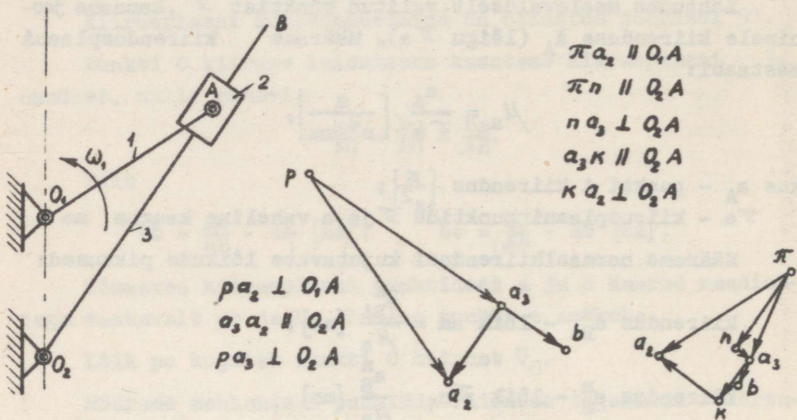
$$a_{BA}^t = \mu_a \cdot nb \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_B^t = \mu_a \cdot n_1 b \left[ \frac{m}{s^2} \right];$$

$$a_{CA} = \mu_a \cdot ac \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_{CB} = \mu_a \cdot bc \left[ \frac{m}{s^2} \right];$$

$$a_{BA} = \mu_a \cdot ab \left[ \frac{m}{s^2} \right].$$

Näide 9.

Konstrueerida joonisel 52 kujutatud kulissmehhanismi kiirus- ja kiirendusplaanid.



Joonis 52.

Lahendus.

Märgime kõigepealt mõningad kulissmehhanismi iseärasused. Punktis A ühtivad kolm lüli: väänt 1; liugur 2 ja kuliss 3. Seepärast on siin tegemist kolme mehhanismi skeemil kokkulangeva, kuid tegelikkuses erinevatel lüüdel asuva punktiga  $A_1, A_2, A_3$ . Antud punktide kiiruste ja kiirenduste vahel esinevad järgmised seosed:

$$v_{A_1} = v_{A_2} \neq v_{A_3}; \quad \omega_1 \neq \omega_2 = \omega_3,$$

kus  $v_{A_1}$  - vääntal 1 asuva punkti  $A_1$  kiirus;  
 $v_{A_2}$  - liuguril 2 asuva punkti  $A_2$  kiirus;  
 $v_{A_3}$  - kulissil 3 asuva punkti  $A_3$  kiirus;  
 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  - lüüde 1, 2 ja 3 nurkkiirused.

Kuna kulissmehhanismis esineb kulissi 3 rotatoorne kaasalikumine ja liuguri 2 translatoorne suhteline liikumine

(piki kulissi 3), siis mehhanismi punktis A tekib Coriolise kiirendus.

Koostame vektorvõrrandi punkti A kiiruste määramiseks:

$$\bar{v}_{A_2} = \bar{v}_{A_3} + \bar{v}_{A_2A_3},$$

kus  $\bar{v}_{A_2}$  - lülile 2 kuuluva punkti  $A_2$  kiirus,  
 $\bar{v}_{A_3}$  - lülile 3 kuuluva punkti  $A_3$  kiirus,  
 $\bar{v}_{A_2A_3}$  - punkti  $A_2$  kiirus punkti  $A_3$  suhtes.

Arvutame punkti  $A_2$  kiiruse väärtuse:

$$v_{A_2} = v_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \cdot l_{O_1A} \left[ \frac{m}{s} \right],$$

kus  $\omega_1$  - vända 1 nurkkiirus  $\left[ \frac{1}{s} \right]$ ;  
 $l_{O_1A}$  - vända 1 pikkus [m];  
 $n_1$  - vända 1 pöörete arv minutis.

Kiirusplaani konstrueerimine on näidatud joonisel 52. Punkti B kiirust kujutava lõigu pb pikkuse määrame seosest:

$$pb = \frac{O_2B}{O_2A} \cdot pa_3 \text{ [mm]},$$

kus  $O_2B$  ja  $O_2A$  - mehhanismi asendi plaanilt võetud vastavate lõikude pikkused [mm];  
 $pa_3$  - kiirusplaanilt võetud vastava lõigu pikkus [mm].

Määrame kiirusplaani mastaabi:

$$\mu_v = \frac{v_{A_2}}{pa_2} \left[ \frac{m}{s \cdot mm} \right].$$

Määrame mehhanismi punktide kiiruste tegelikud väärtused:

$$v_{A_3} = \mu_v pa_3 \left[ \frac{m}{s} \right]; \quad v_{A_2A_3} = \mu_v \cdot a_3 a_2 \left[ \frac{m}{s} \right];$$

$$v_B = \mu_v \cdot pb \left[ \frac{m}{s} \right].$$

Koostame vektorvõrrandi punkti A kiirenduse määramiseks:

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_3} + \bar{a}_{A_2A_3} + \bar{a}_{A_2A_3}^k,$$

- kus  $\bar{a}_{A_2}$  - punkti  $A_2$  kiirendus;  
 $\bar{a}_{A_3}$  - punkti  $A_3$  kiirendus;  
 $\bar{a}_{A_2A_3}$  - punkti  $A_2$  kiirendus punkti  $A_3$  suhtes;  
 $\bar{a}_{A_2A_3}^k$  - Coriolise kiirendus.

Lahtestage kiirendused  $\bar{a}_{A_2}$ ,  $\bar{a}_{A_3}$  ja  $\bar{a}_{A_2A_3}$  normaali- ja tangentsiaalkomponentideks:

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_2}^n + \bar{a}_{A_2}^t; \quad \bar{a}_{A_2A_3} = \bar{a}_{A_2A_3}^t; \quad \bar{a}_{A_2A_3}^n = 0;$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_3}^n + \bar{a}_{A_3}^t; \quad \bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_2}^n = \bar{a}_{A_1}; \quad \bar{a}_{A_2}^t = 0.$$

Arvestades ülaltoodut, võime vektorvõrrandi kirjutada järgmisel kujul:

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_3}^n + \bar{a}_{A_3}^t + \bar{a}_{A_2A_3} + \bar{a}_{A_2A_3}^k.$$

Arvutame kiirenduste  $\bar{a}_{A_2}$ ,  $\bar{a}_{A_3}^n$  ja  $\bar{a}_{A_2A_3}^k$  väärtused:

$$a_{A_2} = a_{A_1} = \frac{v_{A_2}^2}{l_{O_1A}} \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_{A_3}^n = \frac{v_{A_3}^2}{l_{O_2A}} \left[ \frac{m}{s^2} \right];$$

$$a_{A_2A_3}^k = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{A_2A_3} = 2 \frac{v_{A_3} \cdot v_{A_2A_3}}{l_{O_2A}} \left[ \frac{m}{s^2} \right],$$

- kus  $v_{A_2}$ ,  $v_{A_3}$ ,  $v_{A_2A_3}$  - kiirusplaanilt saadud kiirused  $\left[ \frac{m}{s} \right]$ ;  
 $l_{O_1A}$ ,  $l_{O_2A}$  - mehhanismi vastavate punktide tegelikud vahekaugused (mehhanismi antud asendis).

Lähtudes meelevaldselt valitud kiirendusplaani poolusest, kanname joonisele lõigu  $\pi a_2$ , mis kujutab punkti  $A_2$  kiirendust. Arvutame kiirendusplaani mastaabi:

$$\mu_a = \frac{a_{A_2}^a}{\pi a_2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{mm}} \right].$$

Arvutame kiirendusi  $a_{A_2 A_3}^k$  ja  $a_{A_3}^n$  kujutavate lõikude pikkused:

$$ka_2 = a_{A_2 A_3}^k : \mu_a \text{ [mm]}; \quad \pi n = a_{A_3}^n : \mu_a \text{ [mm]}.$$

Kiirendusplaani konstrueerimine on näidatud joonisel 52.

Coriolise kiirenduse suuna määramiseks pöörame suhtelise kiiruse vektorit rotatoorse kaasaliikumise suunas  $90^\circ$  võrra. Selliselt määratud suhtelise kiiruse uus suund ühtib Coriolise kiirendusvektori suunaga.

Antud konkreetsel juhul tuleb kiirusvektorit  $\vec{v}_{A_2 A_3}$  (mida kiirusplaanel kujutab lõik  $a_3 a_2$ ) mõttes pöörata  $90^\circ$  võrra läli 3 pöörde suunas, s.t. nurkkiiruse  $\omega_3$  suunas. Kiiruse  $\vec{v}_{A_2 A_3}$  uus suund ongi Coriolise kiirenduse  $\vec{a}_{A_2 A_3}^k$  suunaks. Kiirendusplaanel kujutab Coriolise kiirendust lõik  $ka_2$ .

Punkti B kiirendust kujutava lõigu  $\pi b$  pikkuse määrame kiirendusplaani 3. omaduse abil järgmiselt:

$$\pi b = \frac{O_2 B}{O_2 A} \cdot \pi a_3,$$

kus  $O_2 B$ ,  $O_2 A$  -- mehhanismi asendi plaanilt võetud vastavate lõikude pikkused mm;

$\pi a_3$  -- kiirendusplaanilt võetud vastava lõigu pikkus mm.

Määrame mehhanismi punktide kiirenduste tegelikud väärtused:

$$a_{A_3}^t = \mu_a \cdot \pi a_3 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]; \quad a_{A_2 A_3}^k = \mu_a \cdot a_3^k \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right];$$

$$a_{A_3} = \mu_a \cdot \pi a_3 \left[ \frac{m}{s^2} \right]; \quad a_B = \mu_a \cdot \pi b \left[ \frac{m}{s^2} \right].$$

Märkus. Enne kiirus- või kiirendusplaani koostamisele asumist tuleb koostada vastav vektorvõrrand ja analüüsida seda määratuse seisukohalt. Vektorvõrrand on määratud, kui ta sisaldab kaks tundmatut. Tundmatuteks võivad olla: ühe vektori suund ja suurus; kahe vektori suunad; kahe vektori suurused või lõpuks ühe vektori suurus ja mingi teise vektori suund.

Vektori suund märgitakse plaanil noolega. Noolte paigaldamist plaanile alustatakse vektorvõrrandi paremal pool asuvatest vektoritest; seejärel paigutatakse kohale võrrandi vasakul pool asuvate vektorite nooled, kusjuures mõlemal juhul lähtutakse plaani poolusest.

## II O S A

### MEHHAANISMIDE DÜNAAMIKA

#### MADALAMATE KINEMAATILISTE PAARIDEGA MEHHAANISMIDE

#### STAATILINE UURIMINE

Mehhanismi staatilise uurimise ülesandeks on mehhanismi kinemaatilistes paarides välisjõudude toimel tekkivate koormuste (reaktsioonide) määramine ja vedavale lülile rakendatud tasakaalustava jõu või momendi määramine.

Välisjõududeks on näiteks sise põlemismootori kolvile mõjuvate gaaside rõhk.

Staatilise uurimise tulemusena määratud jõudude abil saab konstruktor määrata kinemaatilistes paarides esinevat hõõrdumist, ette näha vajalikku paaride määrimist, anda lülile ratsionaalsed mõõtmed, arvutada mehhanismi kasutegurit jne.

Tasakaalustava momendi alusel saab määrata mehhanismi käitava ajami vajalikku võimsust.

Staatilisel arvutusmeetodil jäetakse kõrvale mehhanismis toimivad inertsjõud.

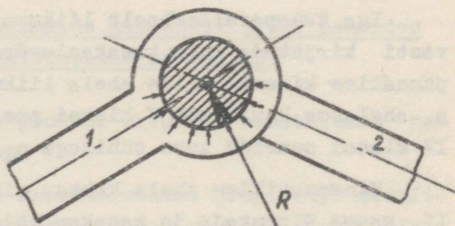
Kinetostaatilisel arvutusmeetodil arvestatakse mehhanismile toimivate välisjõudude kõrval ka lülidele mõjuvaid inertsjõudusid.

#### § 14. Kinemaatilise ahela staatilise määratuse tingimus

Kinemaatilises paaris mõjuvad jõud on määratud rakenduspunkti, mõjumise suuna ja arvulise suurusega.

Vaatleme, milline on reaktsioonide siht tasapinnalise mehhanismi kinemaatilistes paarides.

Joonisel 53 kujutatud rotatsioonipaaris läbib resulteeriv reaktsioon  $R$  paari geomeetrilist tsentrit  $O$ . Reaktsiooni siht ja suurus on aga tundmatud.

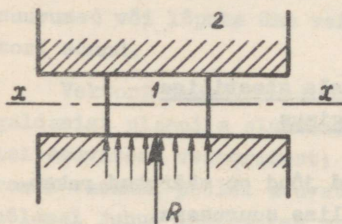


Joonis 53.

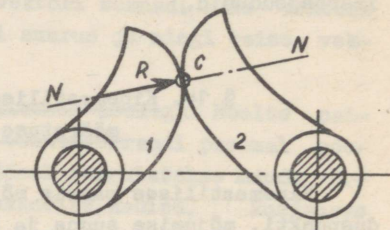
Joonisel 54 kujutatud translatsioonipaaris ristub reaktsioon  $R$  paari teljega  $xx$ . Seega teame reaktsiooni sihti. Tema suurus ja rakenduspunkt on aga tundmatud.

Joonisel 55 kujutatud kõrgemas kinemaatilises paaris on reaktsioon  $R$  rakendatud paari elementide kontaktpunktis  $C$ . Seejuures on ta sihitud piki profiilidele 1 ja 2 kontaktpunktis  $C$  tõmmatud ühist normaali  $NN$ . Järelikult on kõrgemas kinemaatilises paaris reaktsiooni siht ja rakenduspunkt alati teada. Tunõmatuks jääb reaktsiooni suurus.

Kokkuvõttes võib öelda, et madalamates kinemaatilistes paarides esinevate reaktsioonide määramisel tuleb alati leida kaks tundmatut suurust, kõrgemates kinemaatilistes paarides esinevate reaktsioonide määramisel aga üks tundmatu suurus.



Joonis 54.



Joonis 55.

Iga tasaparalleelselt liikuva lüli kohta võib teatavasti kirjutada kolm tasakaaluvõrrandit. Tähistame tasapinnalise kinemaatilise ahela liikuvate lülide arvu tähega  $n$ , ahelasse kuuluvate V klassi paaride arvu tähega  $p_5$  ja IV klassi paaride arvu tähega  $p_4$ .

Kinemaatilise ahela kohta, mis sisaldab  $n$  liikuvat lüli, saame kirjutada  $3n$  tasakaalutingimust.

Nagu eespool märgitud, sisaldab iga madalam V klassi kinemaatiline paar 2 tundmatut ja iga kõrgem IV klassi paar ühe tundmatu.

Seega summaarne tundmatute arv V klassi paarides on  $2p_5$  ja IV klassi paarides  $p_4$ .

Kinemaatiline ahel on seega staatiliselt määratud, kui on täidetud tingimus:

$$3n - 2p_5 - p_4 = 0.$$

Kuna kõiki kõrgemaid kinemaatilisi paare sisaldavaid kinemaatilisi ahelaid saab taandada ainult madalamaid paare

sisaldavateks ahelateks, võime piirduda V klassi paare sisaldavate kinemaatiliste ahelate uurimisega.

Staatilise määratuse tingimus kujuneb seega järgmiseks:

$$3n - 2p_5 = 0$$

ehk

$$p_5 = \frac{3}{2} n.$$

Kuna nii  $n$  kui ka  $p_5$  saavad olla ainult täisarvud, siis rahuldavad antud seost ainult järgmised  $n$  ja  $p_5$  kombinatsioonid:

$$n = 2, 4, 6, 8, \dots$$

$$p_5 = 3, 6, 9, 12, \dots$$

Nagu eelnevast teada (vt. § 9), annab esimene arvude kombinatsioon diaadi, teine arvude kombinatsioon - triaadi või IV klassi grupi jne.

Seega kõik gruppideks nimetatud kinemaatilised ahelad osutuvad staatiliselt määratuiks.

### § 15. II klassi mehhanismide kinemaatilistes paarides mõjuvate reaktsioonide määramine

Mehhanismis mõjuvate jõudude arvutust alustatakse harilikult äärmisest grupist.

Rotatsioonipaaridega kahehaarmelise grupi (1. modifikatsiooni diaadi) puhul on arvutuste järjekord järgmine:

1. Koostatakse grupi tasakaaluvõrrand. Seejuures tuleb meeles pidada, et staatilisel arvutusel vaadeldakse ainult grupile mõjuvaid välisjõude. Välisjõudude hulka kuuluvad raskusjõud, kasuliku koormuse jõud, kahjuliku takistuse jõud ja grupi äärmistes kinemaatilistes paarides mõjuvad kinnislüli ning järgneva grupi reaktsioonid.

2. Äärmistes kinemaatilistes paarides mõjuvad reaktsioonid lahutatakse normaal- ja tangentsiaalkomponentideks. Normaalkomponendid on suunatud piki lüli telge, tangentsiaalkomponendid - risti lüli teljega.

3. Reaktsioonide tangentsiaalkomponentide suuruste määramiseks koostatakse momentide tasakaaluvõrrand diaadi keskmise rotatsioonipaari suhtes. (Mõlema lüli kohta eraldi.)

4. Kirjutatakse uuesti üles grupi tasakaaluvõrrand, kusjuures äärmistes paardes mõjuvad täisreaktsioonid asendatakse normaal- ja tangentsiaalkomponentidega. Tasakaaluvõrrandi alusel konstrueeritakse jõuplaan, mille abil määratakse reaktsioonide normaalkomponentide suurused.

5. Naaberlülit antud lülile mõjuva reaktsiooni määramiseks koostatakse vaadeldava lüli tasakaaluvõrrand, mille alusel konstrueeritakse jõuplaanil vastav hulknurk.

#### Näide 10.

Määrata joonisel 51 kujutatud mehhanismi kinemaatiliste paaride reaktsioonid ja vedavale lülile rakendatud tasakaalustav jõud.

#### Lahendus.

Eraldame vedavast lülist (2) diaadi  $ABO_2$  ja koostame selle diaadi tasakaaluvõrrandi:

$$\bar{P}_{23} + \bar{G} + \bar{P} + \bar{P}_{14} = 0,$$

kus  $\bar{P}_{23}$  - lüli 2 poolt lülile 3 mõjuv jõud (reaktsioon), mille kohta on teada ainult rakenduspunkt, kuna mõjumise suund ja suurus on tundmatud;

$\bar{G}$  - lüli 3 kaal, mille kohta on teada nii rakenduspunkt, suurus kui ka mõjumise suund;

$\bar{P}$  - lülile 4 mõjuv välisjõud, mille kohta on teada nii rakenduspunkt, mõjumise suund kui ka suurus;

$\bar{P}_{14}$  - lüli 1 poolt lülile 4 mõjuv jõud, mille kohta on teada ainult rakenduspunkt.

Märkus: Lahenduse kogu graafiline osa on toodud joonisel 51. Lahutame reaktsioonid  $\bar{P}_{23}$  ja  $\bar{P}_{14}$  normaal- ja tangentsiaalkomponentideks:

$$\bar{P}_{23} = \bar{P}_{23}^n + \bar{P}_{23}^t$$

$$\bar{P}_{14} = \bar{P}_{14}^n + \bar{P}_{14}^t$$

kus  $\bar{P}_{23}^n$  - reaktsiooni  $\bar{P}_{23}$  normaalkomponent, mille kohta on teada rakenduspunkt ja mõjumise suund, komponendi suurus on aga tundmatu;

$\bar{P}_{23}^t$  - reaktsiooni  $\bar{P}_{23}$  tangentsiaalkomponent, mille kohta on teada rakenduspunkt ja mõjumise suund, komponendi suurus on aga tundmatu;

$\bar{P}_{14}^n$  - reaktsiooni  $\bar{P}_{14}$  normaalkomponent, mille kohta on teada rakenduspunkt ja mõjumise suund, suurus on aga tundmatu;

$\bar{P}_{14}^t$  - reaktsiooni  $\bar{P}_{14}$  tangentsiaalkomponent, mille kohta on teada rakenduspunkt ja mõjumise suund, suurus on aga tundmatu.

Koostame lüli 3 momentide tasakaaluvõrrandi kinemaatilise paari B suhtes:

$$M_B(P_{23}^t) + M_B(G) = 0,$$

kus  $M_B(P_{23}^t)$  - tangentsiaaljõu  $\bar{P}_{23}^t$  moment paari B suhtes;  
 $M_B(G)$  - raskusjõu  $\bar{G}$  moment paari B suhtes.

Teisiti võime tasakaaluvõrrandi avaldada kujul:

$$G \cdot h \cdot \mu_1 - P_{23}^t \cdot AB \cdot \mu_1 = 0,$$

kus  $h$  - jõu  $\bar{G}$  õlg diaadi skeemil mm;

$\mu_1$  - diaadi skeemi mastaap m/mm;

$AB$  - jõu  $\bar{P}_{23}^t$  õlg diaadi skeemil mm.

Reaktsiooni tangentsiaalkomponendi suuna määrab võrrandi parema poole märk. Juhul kui see on negatiivne, tuleb tangentsiaalkomponendi suund grupi skeemil vastupidiseks muuta.

Määrame jõu  $\bar{P}_{23}^t$  suuruse:

$$P_{23}^t = \frac{h}{AB} \cdot G \text{ [kg]}.$$

Koostame lüli 4 momentide tasakaaluvõrrandi kinemaatilise paari B suhtes:

$$M_B(P_{14}^t) + M + M_B(P) = 0,$$

kus  $M_B(P_{14}^t)$  - tangentsiaaljõu  $\bar{P}_{14}^t$  moment paari B suhtes;  
 $M$  - lülile 4 rakendatud välismoment;  
 $M_B(P)$  - välisjõu  $\bar{P}$  moment paari B suhtes.

Tasakaaluvõrrandi võime avaldada teisel kujul:

$$P_{14}^t \cdot O_{2B} \cdot \mu_1 - M - P \cdot h_1 \cdot \mu_1 = 0,$$

kus  $O_{2B}$  - tangentsiaaljõu  $\bar{P}_{14}^t$  õlg diaadi skeemil mm;  
 $h_1$  - jõu  $\bar{P}$  õlg diaadi skeemil mm.

Määrame jõu  $\bar{P}_{14}^t$  suuruse:

$$P_{14}^t = \frac{M + P \cdot h_1 \cdot \mu_1}{O_{2B} \cdot \mu_1} \text{ [kg]}.$$

Kirjutame uuesti üles diaadi tasakaaluvõrrandi, asendades täisreaktsioonid vastavate normaal- ja tangentsiaalkomponentidega:

$$\bar{P}_{23}^n + \bar{P}_{23}^t + \bar{G} + \bar{P} + \bar{P}_{14}^n + \bar{P}_{14}^t = 0.$$

Võrrandis esinevatest jõududest on meile teada nii suuruselt kui ka suunalt  $\bar{P}_{23}^t$ ,  $\bar{G}$ ,  $\bar{P}$ ,  $\bar{P}_{14}^t$ . Normaalkomponentide  $\bar{P}_{23}^n$  ja  $\bar{P}_{14}^n$  kohta teame ainult suunda. Nende suuruste määramiseks konstrueerime jõuplaani (vt. joon. 51).

Jõuplaani mastaabi määrame suhtest:

$$\mu_p = \frac{P_{23}^t}{(1-2)} \text{ [kg/mm]},$$

kus  $P_{23}^t$  - reaktsiooni  $\bar{P}_{23}$  tangentsiaalkomponendi suurus kg,  
 $(1-2)$  - jõudu  $\bar{P}_{23}^t$  jõuplaanil kujutava lõigu pikkus mm.

Teisi teadaolevaid jõudusid jõuplaanil kujutavate lõikude pikkused määratakse järgmiselt:

$$(2-3) = \frac{G}{\mu_p} \text{ [mm]}; \quad (3-4) = \frac{P}{\mu_p} \text{ [mm]}; \quad (4-5) = \frac{P_{14}^t}{\mu_p} \text{ [mm]},$$

kus  $(2-3)$  - jõudu  $\bar{G}$  kujutava lõigu pikkus mm;  
 $(3-4)$  - jõudu  $\bar{P}$  kujutava lõigu pikkus mm;  
 $(4-5)$  - jõudu  $\bar{P}_{14}^t$  kujutava lõigu pikkus mm;

ülejäänud joonlõigud jõuplaanil kujutavad:

$$(5-6) - \text{jõudu } \bar{P}_{14}^n;$$

$$(6-1) - \text{jõudu } \bar{P}_{23}^n;$$

$$(4-6) - \text{jõudu } \bar{P}_{14}^n;$$

$$(6-2) - \text{jõudu } \bar{P}_{23}^n.$$

Arvutame nende jõudude tegelikud väärtused:

$$P_{14}^n = M_p \cdot (5-6) \text{ [kg]}$$

$$P_{23}^n = M_p \cdot (6-1) \text{ [kg]}$$

$$P_{14} = M_p \cdot (4-6) \text{ [kg]}$$

$$P_{23} = M_p \cdot (6-2) \text{ [kg]}$$

Koostame lüli 3 tasakaaluvõrrandi:

$$\bar{P}_{23} + \bar{G} + \bar{P}_{43} = 0,$$

kus  $\bar{P}_{23}$  - lüli 2 poolt lülile 3 mõjuv reaktsioon, mille suund ja suurus on teada;

$\bar{G}$  - lüli 3 kaal, mis on tuntud nii suuruselt kui ka suunalt;

$\bar{P}_{43}$  - lüli 4 poolt lülile 3 mõjuv reaktsioon, mille suurus ja suund on tundmatud.

Konstrueerime jõuplaanil tasakaaluvõrrandile vastava jõudude hulknurga.

Lõik (3-6) kujutab jõudu  $\bar{P}_{43}$  nii suuruselt kui ka suunalt. Arvutame jõu  $\bar{P}_{43}$  väärtuse:

$$P_{43} = M_p \cdot (3-6) \text{ [kg]}.$$

Koostame lüli 4 tasakaaluvõrrandi:

$$\bar{P} + \bar{P}_{14} + \bar{P}_{34} = 0,$$

kus  $\bar{P}$  - välisjõud, mis on tuntud nii suuruselt kui ka suunalt;

$\bar{P}_{14}$  - lüli 1 poolt lülile 4 mõjuv reaktsioon, mis on tuntud nii suuruselt kui ka suunalt;

$\bar{P}_{34}$  - lüli 3 poolt lülile 4 mõjuv reaktsioon, mille suurus ja suund on tundmatud.

Konstrueerime jõuplaanil lüli 4 tasakaaluvõrrandile vastava jõudude hulknurga.

Lõik (6-3) kujutab jõudu  $\bar{P}_{34}$  nii suuruselt kui ka suunalt. Plaanilt on näha, et  $\bar{P}_{34} = -\bar{P}_{43}$ .

Asume nüüd mehhanismi vedava lüli  $O_1A$  staatika uurimisele. Kuna antud juhul on tegemist kinemaatilise ahelaga, mis koosneb ainult ühest liikuvast lülis ja ühest V klassi kinemaatilisest paarist, siis ületab tasakaalutingimuste arv otsitavate suuruste arvu ühe võrra:

$$3n - 2p_5 = 3 - 2 = 1.$$

Selleks et vedav lüli oleks tasakaalus, tuleb talle rakendada veel üks jõud või jõupaar, mis tasakaalustab kõik teised lülile mõjuvad jõud. Sellist jõudu nimetatakse tasakaalustavaks jõuks (tähis  $P_t$ ) ja vastavat jõupaari momenti tasakaalustavaks momendiks (tähis  $M_t$ ).

Vedav lüli  $O_1A$  on tasakaalus tema kinemaatilistes paarides mõjuvate reaktsioonide ja tasakaalustava jõu toimel. Olgu tasakaalustav jõud rakendatud vedava lüli kinemaatilisse paari A.

Koostame lülile 2 mõjuvate jõudude momentide tasakaalu võrrandi kinemaatilise paari  $O_1$  suhtes.

$$\sum M_{O_1} = 0; \quad P_t \cdot AO_1 - P_{32} \cdot h_2 = 0,$$

kus  $P_t$  - tasakaalustav jõud kG;

$AO_1$  - jõu  $P_t$  õlg kinemaatilise paari  $O_1$  suhtes mehhanismi skeemil mm;

$P_{32}$  - lüli 3 poolt lülile 2 mõjuv reaktsioon kG;

$h_2$  - jõu  $P_{32}$  õlg kinemaatilise paari  $O_1$  suhtes mehhanismi skeemil mm.

Tasakaaluvõrrandist leiame:

$$P_t = \frac{h_2}{AO_1} \cdot P_{32} \text{ [kG]}.$$

Kirjutame lülile 2 mõjuvate jõudude tasakaaluvõrrandi:

$$\bar{P}_t + \bar{P}_{32} + \bar{P}_{12} = 0,$$

kus  $\bar{P}_t$  - tasakaalustav jõud, mille suund ja suurus on teada;

$\bar{P}_{32}$  - lüli 3 poolt lülile 2 mõjuv reaktsioon, mis on teada nii suuruselt kui ka suunalt. ( $\bar{P}_{32} = -\bar{P}_{23}$ );

$\bar{P}_{12}$  - lüli 1 poolt lülile 2 mõjuv reaktsioon, mille suund ja suurus on tundmatud.

Konstrueerime jõuplaani, kus lõik (2-3) kujutab jõudu  $P_t$ , lõik (1-2) - jõudu  $P_{32}$  ja lõik (3-1) - jõudu  $P_{12}$ .

Arvutame jõu  $\bar{P}_{12}$  tegeliku väärtuse:

$$P_{12} = \mu_p \cdot (3-1) \text{ [kG]}.$$

### Näide 11.

Määrata joonisel 50 kujutatud mehhanismi kinemaatiliste paaride reaktsioonid ja vedavale lülile rakendatud tasakaalustav jõud.

### Lahendus.

Eraldame vedavast lülist grupi AB ja koostame selle grupi tasakaaluvõrrandi. Asendame seejuures lüli 1 poolt lülile 2 mõjuva täisreaktsiooni vastavate normaal- ja tangentsiaalkomponentidega.

$$\bar{P}_{12}^n + \bar{P}_{12}^t + \bar{P}_2 + \bar{G}_2 + \bar{P}_{43} + \bar{P}_3 = 0 \quad (\text{vt. joon. 50}),$$

kus  $\bar{P}_{12}^n$  - reaktsiooni  $\bar{P}_{12}$  normaalkomponent, mille rakenduspunkt ja mõjumise suund on teada, suurus aga tundmatu;

$\bar{P}_{12}^t$  - reaktsiooni  $\bar{P}_{12}$  tangentsiaalkomponent, mille kohta on teada rakenduspunkt ja suund, suurus aga on tundmatu;

$\bar{P}_2$ ,  $\bar{G}_2$ ,  $\bar{P}_3$  - jõud, millede rakenduspunktid, suunad ja suurused on teada;

$\bar{P}_{43}$  - lüli 4 poolt lülile 3 mõjuv reaktsioon, mille rakenduspunkt ja mõjumise suund on teada, suurus aga tundmatu.

Antud juhul langeb reaktsiooni  $\bar{P}_{43}$  rakenduspunkt kokku kinemaatilise paariga B, kuna see paar asub liuguri juht-sirgel xx. Vastasel korral tuleb jõu  $\bar{P}_{43}$  rakenduspunkt määrata liuguri kinemaatilise paari suhtes koostatud momentide tasakaaluvõrrandi abil.

Jõu  $P_{12}^t$  suuruse määramiseks koostame lülile 2 rakendatud jõudude momentide tasakaaluvõrrandi kinemaatilise paari B suhtes:

$$M_B(P_{12}^t) + M_B(P_2) + M_B(G_2) = 0 \quad (\text{vt. joon. 50})$$

ehk

$$P_{12}^t \cdot \mu_1 \cdot AB + G_2 \cdot \mu_1 \cdot h_2 - P_2 \mu_1 \cdot h_1 = 0,$$

kus  $\mu_1$  - grupi skeemi konstrueerimisel kasutatud mastaap  $\frac{\text{mm}}{\text{mm}}$ ;  $AB, h_2, h_1$  - jõudude  $\bar{P}_{12}^t, \bar{G}_2$  ja  $\bar{P}_2$  õlad grupi skeemil mm.

Arvutame jõu  $P_{12}^t$  suuruse:

$$P_{12}^t = \frac{\mu_1(P_2 \cdot h_1 - G_2 \cdot h_2)}{\mu_1 \cdot AB}.$$

Lahenduse alul koostatud tasakaaluvõrrandis esineb see- ga veel kaks tundmatu suurusega jõudu. Nendeks on jõud  $\bar{P}_{12}^n$  ja  $\bar{P}_{43}$ .

Koostame tasakaaluvõrrandile vastava jõuplaani. Jõu- plaanil esinevad lõigud kujutavad järgmisi jõudusid:

lõik (1-2) - jõudu  $P_{12}^t$ ;

(2-3) - jõudu  $P_2$ ;

(3-4) - jõudu  $G_2$ ;

(4-5) - jõudu  $P_3$ ;

(5-6) - jõudu  $P_{43}$ ;

(6-1) - jõudu  $P_{12}^n$ ;

(6-2) - jõudu  $P_{12}$ .

Jõuplaani mastaabi määrame suhtest

$$\mu_p = \frac{P_{12}^t}{(1-2)} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{mm}} \right].$$

Lõikude (2-3), (3-4) ja (4-5) pikkused arvutame järgmiselt:

$$(2-3) = \frac{P_2}{\mu_p} \text{ [mm]};$$

$$(3-4) = \frac{G_2}{\mu_p} \text{ [mm]};$$

$$(4-5) = \frac{P_3}{\mu_p} \text{ [mm]}.$$

Jõudude  $\bar{P}_{43}$ ,  $\bar{P}_{12}$  ja  $\bar{P}_{12}^n$  väärtused arvutame järgmiselt:

$$P_{43} = \mu_p \cdot (5-6) \text{ [kG]}; \quad P_{12} = \mu_p \cdot (6-2) \text{ [kG]};$$

$$P_{12}^n = \mu_p \cdot (6-1) \text{ [kG]}.$$

Koostame lüli 2 tasakaaluvõrrandi:

$$\bar{P}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{G}_2 + \bar{P}_{32} = 0 \quad (\text{vt. joon. 50}).$$

Antud võrrandis on jõud  $\bar{P}_{12}$ ,  $\bar{P}_2$ ,  $\bar{G}_2$  tuntud nii suuruselt kui ka suunalt. Jõu  $\bar{P}_{32}$  suurus ja suund on tundmatud.

Konstrueerime tasakaaluvõrrandisse kuuluvate jõudude hulknurga. Hulknurka sulgev lõik (4-6) kujutab jõudu  $P_{32}$ . On ilmne, et  $\bar{P}_{32} = -\bar{P}_{23}$ . Seda on kerge kontrollida, koostades lüli 3 tasakaaluvõrrandi ja konstrueerides jõudude hulknurga

$$\bar{P}_3 + \bar{P}_{43} + \bar{P}_{23} = 0.$$

Asume nüüd vedava lüli staatika uurimisele. Vedavale lülile  $O_1A$  mõjuvad jõud  $\bar{P}_{21}$ ,  $\bar{P}_t$  ja  $\bar{P}_{41}$ , seejuures jõud  $\bar{P}_{21} = -\bar{P}_{12}$

Koostame lülile 1 mõjuvate jõudude momentide tasakaaluvõrrandi kinemaatilise paari  $O_1$  suhtes:

$$M_{O_1}(P_t) + M_{O_1}(P_{21}) = 0$$

ehk

$$P_t \cdot AO_1 - P_{21} \cdot h_3 = 0;$$

siit leiame:

$$P_t = \frac{h_3}{AO_1} \cdot P_{21} \text{ [kG]}.$$

Koostame lüli  $AO_1$  tasakaaluvõrrandi:

$$\bar{P}_t + \bar{P}_{21} + \bar{P}_{41} = 0,$$

kus  $\bar{P}_t$ ,  $\bar{P}_{21}$  on tuntud nii suuruselt kui ka suunalt;  
 $\bar{P}_{41}$  on tundmatu nii suuruselt kui ka suunalt.

Konstrueerime tasakaaluvõrrandisse kuuluvate jõudude hulknurga. Konstrueerimisel kasutame mastaabi  $\mu_P$ . Lõik (6-7) jõuplaanil kujutab jõudu  $P_{21}$ , lõik (7-8) - jõudu  $P_t$  ja lõik (8-6) - jõudu  $P_{41}$ .

Arvutame jõu  $\bar{P}_{41}$  väärtuse:

$$P_{41} = \mu_P \cdot (8-6) \text{ [kG]}.$$

Ulesanne on lahendatud.

Kasutatud kirjandus

1. I.I. Artobolevski, Mehhanismide ja masinate teooria. Tallinn, ERK, 1961.
2. S. Beljavski, Teoreetiline mehaanika. Tallinn, "Valgus", 1965.
3. Пацин И.Н., Теория механизмов и детали точных приборов и машин. Методические указания и задания на курсовое проектирование для специальностей "Производство аппаратуры автоматики и телемеханики", "Электронные вычислительные машины, приборы и устройства". М., 1965.
4. Зиновьев Вл.А., Теория механизмов и машин. М., "Высшая школа", 1963.
5. Левинсон Л.Б., Теория механизмов и машин. М., Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1948.
6. Артоблевский И.И., Зиновьев Вяч.А., Эдельштейн Б.В., Сборник задач по теории механизмов и машин. М., Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955.

## Sisukord

Eessõna . . . . .	3
Sissejuhatus . . . . .	4
I osa	
MEHCHANISMIDE STRUKTUURITEOORIA JA KINEMAATIKA . .	5
§ 1. Põhilised mõisted . . . . .	5
§ 2. Kinemaatiliste paaride liigitamine . . . . .	6
§ 3. Kinemaatiliste paaride skemaatiline kujutamine .	11
§ 4. Kinemaatilised ahelad . . . . .	14
§ 5. Kinemaatilise ahela üldjuhu struktuurivalem . . .	16
§ 6. Tasapinnaliste mehhanismide struktuur . . . . .	17
§ 7. Kõrgemate kinemaatiliste paaride asendamine madalamate kinemaatiliste paaridega . . . . .	21
§ 8. Mehhanismide moodustamise põhiprintsiip . . . . .	22
§ 9. Tasapinnaliste mehhanismide klassifikatsioon . .	23
MADALAMATE PAARIDEGA TASAPINNALISTE MEHCHANISMIDE KINEMAATILINE UURIMINE . . . . .	30
§ 10. Mehhanismi lülide asendite ja lülidele kuuluvate punktide trajektooride määramine . . . . .	31
§ 11. Kinemaatiliste diagrammide konstrueerimine . . .	33
§ 12. Graafiline diferentseerimine ja graafiline integreerimine . . . . .	35
§ 13. Mehhanismi punktide kiiruste ja kiirenduste määramine plaanide meetodil . . . . .	38
II osa	
MEHCHANISMIDE DÜNAAMIKA. MADALAMATE KINEMAATILISTE PAARIDEGA MEHCHANISMIDE STAATILINE UURIMINE . . .	54
§ 14. Kinemaatilise ahela staatilise määratuse tingimus	55
§ 15. II klassi mehhanismide kinemaatilistes paarides mõjuvate reaktsioonide määramine . . . . .	57
Kasutatud kirjandus . . . . .	67

Hind 13 kop.

A 27879

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00410487 5