
EESTI NSV TEADUSTE AKADEEMIA
W. STRUVE NIMELINE TARTU ASTROFÜÜSIKA OBSERVATOORIUM
АКАДЕМИЯ НАУК ЭСТОНСКОЙ ССР
ТАРТУСКАЯ АСТРОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ ИМЕНИ В. СТРУВЕ

И. Б. ПУСТЫЛНИК

**МОДЕЛИ
ЗВЕЗД**

**С ПРОТЯЖЕННЫМИ
АТМОСФЕРАМИ
СПЕКТРАЛЬНЫХ
КЛАССОВ F-K**

TARTU 1969 TARTU

XII
A-5455II

Eesti NSV Teaduste Akadeemia

W.Struve nimeline Tartu Astrofüüsika Observatoorium

Академия наук Эстонской ССР

Тартуская Астрофизическая Обсерватория имени В.Струве

И.Б.Пустыльник

МОДЕЛИ ЗВЕЗД С ПРОТЯЖЕННЫМИ
АТМОСФЕРАМИ СПЕКТРАЛЬНЫХ
КЛАССОВ F - K

РЕШЕНИЕ КРИВЫХ БЛЕСКА ЗАТМЕННО-
ПЕРЕМЕННЫХ ПО ТАБЛИЦАМ ПОТЕРЬ
БЛЕСКА ДЛЯ АТМОСФЕРНЫХ ЗАТМЕНИЙ

Tartu
Astronoomia Observatoorium
Teated Nr. 23

Tartu 1969 Tartu

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета

Академии Наук ЭССР

Ответственный редактор: А.Сапар

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu

242 422

МОДЕЛИ ЗВЕЗД С ПРОТЯЖЕННЫМИ
АТМОСФЕРАМИ СПЕКТРАЛЬНЫХ КЛАССОВ $F-K$

И. Б. Пустыльник

До настоящего времени отсутствуют достаточно точные, физически обоснованные модели звезд с протяженными атмосферами. В нашей предыдущей работе [1] был подробно изложен метод вычисления основных характеристик в непрерывном спектре для звезд классов $F-K$ с протяженными атмосферами. Здесь мы приводим основные результаты вычислений спектральных характеристик в непрерывном спектре звезд с протяженными атмосферами.

В работе [1] рассматривалось решение уравнения переноса излучения совместно с условием лучистого равновесия для сферически симметричной атмосферы с заданным распределением плотности и планковской функцией источника. Предполагалось, что источником непрерывного

поглощения являются ионы H^- . Граничные значения температуры T_0 , плотности ρ_0 и т.д. были зафиксированы для слоя радиуса R_0 , которому соответствует радиальная оптическая толща $\tau_0 = 10^{-3}$.

Следуя работе [1], принимаем закон распределения плотности вида

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^m \quad (1)$$

Уравнению температурного распределения, в котором учитывается диллюция излучения в протяженной атмосфере, можно придать вид

$$\frac{d\left(\frac{T}{T_0}\right)^4}{d\left(\frac{x}{r}\right)^2} = 1 + y_m(T_0) T^{-3/4} e^{-\beta/4} x^{3/2 m - 1}, \quad (2)$$

где

$$x = \frac{R_0}{r}, \quad y_m(T_0) = \frac{3\tau_0 T_0^{3/4}}{4E_{3m-7/4}\left(\frac{\beta}{T_0}\right)}$$

Здесь $E_{3m-7/4}$ - интегрально-показательная функция порядка $3m-7/4$ а $\beta = 7 \cdot 10^4$.

По известному температурному распределению могут быть определены интенсивности выходящего излучения

$$J(\lambda, S) = \int_{x_n}^{S^{-1}} B[\lambda, T(x)] e^{-\int_{x_n}^x f_\lambda(x') dx'} f_\lambda(x) dx + \int_1^{S^{-1}} B[\lambda, T(x)] e^{-\left[\int_1^{S^{-1}} f_\lambda(x') dx' + \int_x^{S^{-1}} f_\lambda(x') dx'\right]} f_\lambda(x) dx \quad (3)$$

и входящего излучения

$$J(\lambda, S) = \int_1^{x_n} B[\lambda, T(x)] e^{-\int_x^{x_n} f_\lambda(x') dx'} f_\lambda(x) dx \quad (4)$$

на данной оптической глубине T_n при $x = x_n$, где

$$f_\lambda(x) = \frac{2}{3} \frac{\alpha_1(\lambda)}{\alpha_1(\lambda_0)} \delta_m(T_0) T^{-\frac{3}{4}} e^{-\frac{6}{4} x^{\frac{3}{2}m-2}} \frac{x^{\frac{3}{2}m-2}}{\sqrt{1-(Sx)^2}}, \quad (5)$$

$\alpha_1(\lambda)$ и $\alpha_1(\lambda_0)$ - соответственно монохроматический и средний объемные коэффициенты поглощения на ионах H^- .

Интегрирование в (3) и (4) ведется вдоль луча зрения, проходящего на безразмерном расстоянии $x = S^{-1}$ от центра звезды. Учитывая (3) и (4) и интегрируя по переменной S , можно определить монохроматический поток H_λ выходящего излучения.

Критерием справедливости уравнения температурного распределения (2) и точности вычисления интегральных выражений (3) и (4) служит соотношение

$$H = H_0 x^2, \quad (6)$$

которое имеет место для сферически симметричной атмосферы. Вычисления спектральных характеристик выходящего излучения были запрограммированы нами и проделаны на ЭВМ "Минск-2" Института Кибернетики АН ЭССР. Всего были получены характеристики 12 моделей, соответствующих

различным граничным температурам и законам распределения плотности.

В качестве основных были использованы модели с параметрами $m = 2$, $T_0 = 2500, 3500, 4500$ °К. Зависимость спектральных характеристик выходящего излучения от характера изменения плотности в протяженной атмосфере изучалась для $T_0 = 4000$ °К и $m = 2, 3, 5, 10$. Вопрос о сходимости интегрального потока в смысле критерия (6) и уточнении первоначального температурного распределения исследовался только для модели с $m = 2$ и $T_0 = 3500$ °К. Необходимость использования сравнительно большого числа параметров для получения интегральных характеристик при довольно ограниченной оперативной памяти машины (4096 слов), с одной стороны, и стремление уменьшить затраты машинного времени, отказавшись от внешней памяти, с другой, - привели к выбору следующей схемы вычислений.

Численно методом Рунге - Кутты решалось уравнение температурного распределения (2), для чего использовалась соответствующая стандартная программа из библиотеки программ ЭВМ "Минск-2" [2]. Стандартная программа имеет выход на блок обработки результатов. Обращение к этому блоку следовало всякий раз, как только было получено решение уравнения (2) в текущей точке $T(x_{k-1} + h_k)$. При этом осуществлялся непрерывный контроль за тем, чтобы шаг h_k по геометрической глу-

бине соответствовал достаточно малому приращению оптической глубины τ ($\Delta\tau \leq 10^{-3}$ для $\tau < 1$). Пренебрегая изменениями T на промежутке $\Delta\tau$, в блоке обработки результатов вычислялись величины $f_\lambda(x)$ и $B_\lambda(T)$, а в соответствующих ячейках накапливались суммы:

$$\tau_\lambda(x_n) = \sum_{k=1}^n f_\lambda(x_k) \Delta x_k,$$

$$I_\lambda(x_n) = \sum_{k=1}^n B_\lambda(T_k) e^{-\sum_{l=1}^k f_\lambda(x_l) \Delta x_l} f_\lambda(x_k) \Delta x_k, \quad (7)$$

$$I'_\lambda(x_n) = \sum_{k=1}^n B_\lambda(T_k) e^{-\sum_{l=1}^k f_\lambda(x_l) \Delta x_l} f'_\lambda(x_k) \Delta x_k,$$

при условии, что $x < S^{-1}$. Интегрирование велось до $\tau = 5$, а затем с помощью сумм $I_\lambda(x_n)$, $I'_\lambda(x_n)$ и $\tau_\lambda(x)$ по формулам (3) и (4) определялись характеристики выходящего излучения в непрерывном спектре.

Вычисления велись в 15 длинах волн ($\lambda(\mu) = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 3.0, 10.0$). Величина монохроматического потока определялась также по 15 точкам по S . В такой постановке задача нахождения температурного распределения $T(\tau)$ или $T(x)$, закона потемнения диска к краю $J_\lambda(S)$, оптической глубины вдоль луча зрения $\tau_\lambda(S)$, монохроматического H_λ и интегрального H потоков

выходящего излучения занимала около 40 минут машинного времени и одного блока памяти было вполне достаточно. Несколько сложнее организация программы в том случае, когда оценивается сходимость полного потока и уточняется температурное распределение. Интенсивности входящего $J'_\lambda(x_n)$ и выходящего $J_\lambda(x_n)$ излучения на оптической глубине τ_n (соответствующая геометрическая глубина x_n) могут быть записаны в виде

$$J_\lambda(x_n) = [I_\lambda(S^{-1}) - I_\lambda(x_n)] e^{\tau_\lambda(x_n)},$$

$$J'_\lambda(x_n) = I'_\lambda(x_n) e^{-\tau_\lambda(x_n)}, \quad (8)$$

где $I_\lambda(x_n)$ — интенсивность выходящего на поверхность звезды излучения, создаваемого источниками, находящимися на оптических глубинах $\tau \leq \tau_n$, определяется по (7). Тогда выражения для монохроматического потока излучения и средней интенсивности монохроматического излучения на глубине $\tau = \tau_n$ имеют вид

$$H_\lambda = H'_\lambda - H''_\lambda, \quad (9a)$$

где

$$H'_\lambda = \sum_{S=0}^{x_n-1} I_\lambda(S^{-1}) e^{\tau_\lambda(x_n)} S \Delta S \cdot x_n^2$$

и

$$H''_\lambda = \sum_{S=0}^{x_n-1} [I'_\lambda(x_n) e^{-\tau_\lambda(x_n)} - I_\lambda(x_n) e^{\tau_\lambda(x_n)}] S \Delta S \cdot x_n^2$$

$$\bar{J}_\lambda = \bar{J}'_\lambda + \bar{J}''_\lambda \quad (96)$$

где
$$\bar{J}'_\lambda = \sum_{s=0}^{x_n-1} I_\lambda(s^{-1}) e^{\tau_\lambda(x_n)} \frac{S \Delta S}{\sqrt{1 - (S x_n)^2}} \cdot x_n^2,$$

$$\bar{J}''_\lambda = \sum_{s=0}^{x_n-1} [I'_\lambda(x_n) e^{-\tau_\lambda(x_n)} - I_\lambda(x_n) e^{\tau_\lambda(x_n)}] \frac{S \Delta S}{\sqrt{1 - (S x_n)^2}} \cdot x_n^2.$$

Слагаемыми в суммах N_λ и \bar{J}_λ являются интенсивности входящего $J'_\lambda(x_n)$ и выходящего $J_\lambda(x_n)$ излучения, выраженные через вычисленные ранее суммы $I_\lambda(x_n)$ и $I'_\lambda(x_n)$ (см. (7) и (8)).

И в этом случае производилось накапливание сумм (7) в соответствующих ячейках, но по достижении одной из 14 стандартных оптических глубин τ_n ($\tau_n = 0.005, 0.025, 0.075, 0.15, 0.25, 0.40, 0.60, 0.80, 1.00, 1.10, 1.20, 1.30, 1.40, 1.50$) следовало обращение в блок вычисления N''_λ и J''_λ . Кроме того, во втором блоке памяти* сохранялись значения $\tau_\lambda(x_n)$. Наряду с

* Возможность использования обоих блоков памяти появилась уже после составления программы, в связи с чем при изучении вопроса сходимости потока мы старались по возможности сохранить первоначальную вычислительную схему.

этим примерно через равные промежутки $\Delta T = \sum_k \Delta T_{k,k-1} = 100^\circ\text{K}$ вычислялись суммы $\sum_{\lambda} \alpha(\lambda) B(\lambda) \Delta \lambda$, с тем, чтобы в дальнейшем, применив $\mathcal{L}^{(1)}$ процесс (подробнее см. [1]), уравнения (21) - (23)) путем интерполирования уточнить температурное распределение. По достижении оптической глубины $\tau = 5$ вычислялись величины N'_λ и \bar{J}'_λ , а вслед за ними N_λ , \bar{J}_λ и N . Такой усложненный вариант требовал от I часа 25 минут до I часа 40 минут на вычисление одной модели в первом приближении при использовании обоих блоков оперативной памяти.

Одним из недостатков принятой вычислительной схемы является необходимость вычисления потока по разному числу точек на разных оптических глубинах, (с ростом τ число точек уменьшается), что видно из выражения (9). При этом, поскольку геометрическая протяженность атмосфер данного класса моделей оказалась довольно большой, приходилось дважды рассчитывать характеристики одной и той же модели с разными системами параметров S . Для изучения эффекта потемнения к краю и спектральной прозрачности вдоль луча зрения желательно выбрать $S > x_k^{-1}$, где x_k соответствует полностью непрозрачному вдоль луча зрения диску. Напротив, для нахождения интеграла по S желательно иметь побольше точек внутри сферы относительного радиуса x_k . Это обстоятельство, а также накопление ошибки при последовательном четырехкратном интегрировании привело к то-

му, что по изложенной выше программе без обращения ко внешней памяти можно было вычислять полный поток только для $\tau \leq 0.4$. Во втором столбце приводимой ниже табл. I содержатся значения величины $\frac{\Delta H}{H} = \frac{H(\tau_n)x_n^{-2} - H(0)}{H(0)}$ для модели с $m = 2$, $T_0 = 3500$ °К.

Таблица I

τ	$\frac{\Delta H}{H}$	ΔT (°К)
0.001	+ 0.000	- 167
0.005	+ 0.011	- 120
0.025	+ 0.047	- 86
0.075	+ 0.092	- 56
0.150	+ 0.126	- 52
0.250	+ 0.139	- 102
0.400	- 0.089	+ 259

Вычислив \bar{J}_λ по формуле (96) для ряда оптических глубин и интеграл $\int_0^\infty \alpha_\lambda \bar{J}_\lambda d\lambda$, можно было затем, интерполируя между затабулированными ранее значениями интеграла $\int_0^\infty \alpha_\lambda B_\lambda d\lambda$, заново определить температуру на заданных оптических глубинах. Полученные таким образом поправки к первоначальному температурному распределению для модели с $m = 2$ и $T_0 = 3500$ °К приводятся в третьем столбце табл. I. По-видимому, данные этой таблицы ха-

рактически характеризуют сходимость соответствующих интегральных сумм, а не точность первоначального температурного распределения. Оценки последней могут быть сравнительно легко получены для частного случая $\bar{\alpha} = \frac{1}{\tau^3}$, благодаря численным расчетам Чэпмена [3]. Путем итераций им было получено следующее выражение функции источника в упомянутом частном случае

$$B = \frac{3}{4} H_0 (4\tau^2 + 3.077\tau). \quad (I0)$$

Интегрируя уравнение переноса для суммарного излучения, Чэпмен определил поток на разных оптических глубинах и отношение $\frac{H(\tau)}{H_0\tau}$, которое в точности должно равняться 2. Несколько отличное от (I0) выражение для функции источника получено нами ([1], уравнение (I3) является исходным)

$$B = \frac{3}{4} H_0 (4\tau^2 + \frac{8}{3}\tau). \quad (II)$$

Пользуясь данными Чэпмена, мы заново определили $\frac{H(\tau)}{H_0\tau}$ для функции источника, заданной (II). Во втором и третьем столбцах приведенной ниже таблицы 2 даются значения $\frac{H(\tau)}{H_0\tau}$, вычисленные соответственно по формулам Чэпмена (I0) и нашей (II). Видно, что температурное распределение (2) должно обеспечивать хорошую сходимость интегрального потока, особенно для малых τ

Таблица 2

τ	(I0)	(II)	τ	(I0)	(II)
0.1	2.164	2.024	3.5	2.142	2.114
0.2	2.143	2.011	4.0	2.134	2.108
0.4	2.143	2.032	6.0	2.133	2.116
0.6	2.145	2.048	8.0	2.124	2.111
0.8	2.147	2.062	10.0	2.132	2.122
1.0	2.150	2.074	12.0	2.147	2.138
1.5	2.150	2.091	14.0	2.135	2.127
2.0	2.151	2.104	16.0	2.089	2.082
2.5	2.145	2.106	18.0	2.032	2.028
3.0	2.137	2.103			

Особый интерес представляют значения $\tau_{\lambda}(S)$ и $J_{\lambda}(S)$ для тех расстояний от центра диска звезды, которые соответствуют полупрозрачной вдоль луча зрения оболочке. Данные о потоках и температурных поправках табл. I как раз и относятся к полупрозрачной оболочке. В табл. I даны значения радиальных оптических глубин τ , которые в несколько раз меньше глубин $\tau_{\lambda}(S)$ вдоль луча зрения.

Оценим точности определения величин $\tau_{\lambda}(S)$ и $J_{\lambda}(S)$.

Полагая с достаточной для наших целей точностью, что

$$\bar{\alpha} = c e^{\frac{b}{T}},$$

получим

$$\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{b}{T} \frac{\Delta T}{T}.$$

Величина $\frac{b}{T}$ порядка 15 - 20. Обращаясь к выражению (3), можно убедиться в том, что точность определения $J_{\lambda}(S)$ того же порядка, что и величины τ_{λ} . Стандартная программа интегрирования уравнения (2) методом Рунге - Кутты гарантировала накопление ошибки на всем интервале оптических глубин $0 \leq \tau \leq 5$ в пределах 1%. Обзор результатов, приведенных в табл. 5-8, и представление их плавной кривой (см. ниже) показывает, что относительная ошибка определения τ_{λ} , действительно, порядка 15 - 20%.

Как видно из табл. 3 и 4 и рис. 1 - 3, температурное распределение в протяженной атмосфере при m порядка 2 - 3 заметно отличается от плоско-параллельного случая, но отличия температурного распределения модели с $m = 10$ от плоско-параллельной уже незначительны. Интересно отметить, что у Солнца, толщина атмосферы которого порядка 10^{-4} радиуса, величина m при законе распределения плотностей (I) была бы порядка 10^4 . Следует также отметить, что формула

$$T^4 = T_0^4 (\varepsilon + 1) \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \quad (12)$$

оказывается неплохим первоначальным приближением к истинному температурному распределению.

Таблица 3

$T_0 (^{\circ}K)$	2500		3500		4500	
	x	T	x	T	x	T
0.001	1.000	2500	1.000	3500	1.000	4500
0.005	1.206	2571	1.258	3625	1.323	4703
0.025	1.448	2672	1.596	3822	1.745	5024
0.075	1.650	2791	1.885	4049	2.104	5377
0.150	1.754	2897	2.047	4247	2.328	5695
0.250	1.810	3007	2.145	4445	2.475	6009
0.400	1.843	3143	2.213	4684	2.588	6382
0.600	1.860	3297	2.254	4950	2.666	6790
0.800	1.866	3433	2.275	5179	2.711	7149
1.000	1.869	3551	2.287	5378	2.738	7438
1.200	1.871	3662	2.295	5565	2.759	7713
1.500	1.872	3806	2.302	5806	2.780	8077
2.000	1.873	4020	2.309	6154	2.800	8593
3.000	1.874	4366	2.315	6714	2.830	9430
3.500	1.874	4511	2.317	6950	2.838	9780

Таблица 4

$\tau \backslash m$	2		3		5		10		10^4
	x	T	x	T	x	T	x	T	T
0.001	1.000	4000	1.000	4000	1.000	4000	1.000	4000	4000
0.005	1.323	4181	1.258	4144	1.165	4091	1.105	4059	4008
0.025	1.674	4418	1.519	4320	1.352	4217	1.194	4124	4037
0.075	1.994	4702	1.752	4535	1.500	4365	1.266	4212	4119
0.150	2.188	4958	1.894	4740	1.586	4510	1.310	4313	4208
0.250	2.310	5209	1.981	4946	1.642	4670	1.340	4428	4331
0.400	2.399	5513	2.046	5200	1.683	4873	1.359	4580	4499
0.600	2.458	5847	2.087	5487	1.710	5107	1.373	4762	4697
0.800	2.489	6129	2.110	5737	1.725	5320	1.380	4926	4872
1.000	2.509	6385	2.123	5951	1.733	5496	1.385	5071	5029
1.200	2.522	6606	2.133	6154	1.739	5667	1.389	5212	5175
1.500	2.535	6907	2.142	6417	1.745	5892	1.392	5396	5360
2.000	2.548	7338	2.151	6798	1.751	6219	1.395	5667	5657
3.000	2.562	8027	2.160	7420	1.756	6759	1.397	6123	6126
3.500	2.567	8316	2.162	7681	1.757	6984	1.398	6319	6324

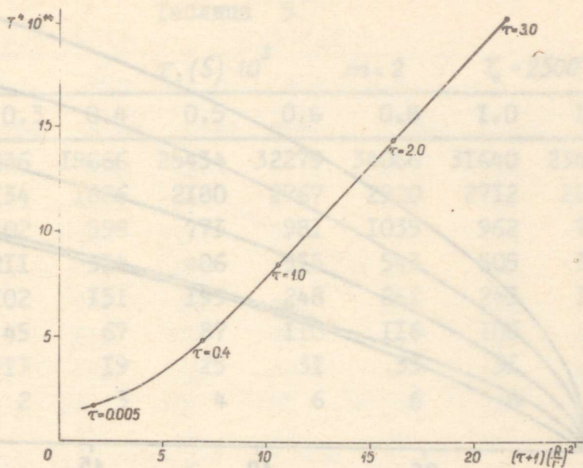


Рис. 1. Температурное распределение $T_0 = 3500$ °К,
 $m = 2$.

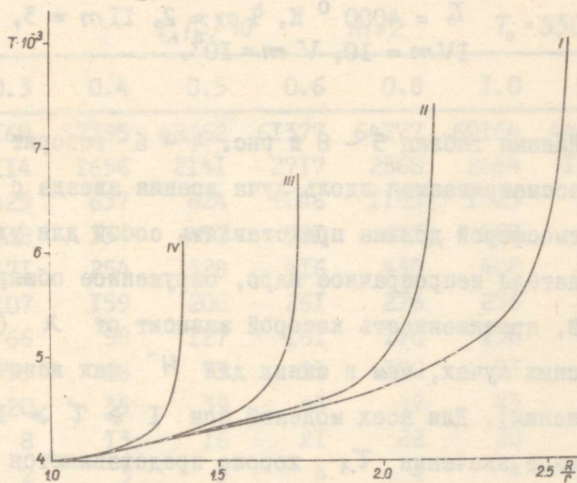


Рис. 2. Температурное распределение $T_0 = 4000$ °К,
 I $m = 2$, II $m = 3$, III $m = 5$, IV $m = 10$.

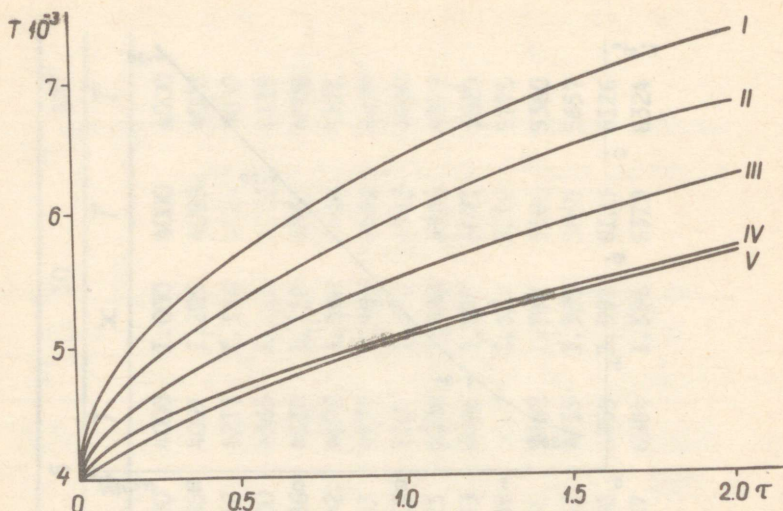


Рис. 3. Характер температурного распределения для различных законов распределения плотности, $T_0 = 4000^\circ \text{K}$, I $m = 2$, II $m = 3$, III $m = 5$, IV $m = 10$, V $m = 10^4$.

Данные таблиц 5 - 8 и рис. 4 - 6 говорят о том, что рассматриваемая вдоль луча зрения звезда с протяженной атмосферой должна представлять собой для удаленного наблюдателя непрозрачное ядро, окруженное обширной оболочкой, протяженность которой зависит от λ (больше в красных лучах, чем в синих для H^- как источника поглощения). Для всех моделей при $I \geq \tau \geq 10^{-2}$ вычисленные значения τ_λ хорошо представляются зависимостью

$$\tau_\lambda = a e^{\frac{b}{\lambda}} \quad (13)$$

Таблица 5

$s \backslash \lambda$	$\tau_{\lambda}(S) \cdot 10^3$ $m=2$ $T_0 = 2500^\circ K$						
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2
0.52	13236	19666	25434	32279	34066	31640	23470
0.55	1134	1686	2180	2767	2920	2712	2012
0.58	402	598	773	981	1035	962	713
0.61	211	314	406	515	543	505	374
0.65	102	151	195	248	261	243	180
0.72	45	67	87	110	116	106	80
0.84	13	19	25	31	33	31	23
0.98	2	3	4	6	6	6	4

Таблица 6

$s \backslash \lambda$	$\tau_{\lambda}(S) \cdot 10^3$ $m=2$ $T_0 = 3500^\circ K$						
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2
0.43	25168	37395	48362	61377	64777	60164	44629
0.46	1114	1656	2141	2717	2868	2664	1976
0.49	429	637	824	1046	1103	1025	760
0.52	238	354	457	581	613	569	422
0.55	171	254	328	416	439	408	303
0.58	107	159	206	261	276	256	190
0.61	66	98	127	161	170	158	117
0.65	39	58	75	95	100	93	69
0.72	20	35	39	43	47	43	38
0.84	8	13	16	21	22	20	15
0.98	2	3	3	4	4	4	3

Таблица 7

 $\tau_{\lambda}(S) \cdot 10^3$ $m=2$ $T_0=4500^\circ K$

$S \backslash \lambda$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2
0.35	17452	26542	33538	39390	44730	40997	30406
0.40	819	1245	1573	1848	2098	1923	1426
0.43	433	658	831	976	1109	1016	754
0.46	227	345	436	512	581	533	395
0.49	145	221	280	328	373	342	253
0.52	132	201	254	299	339	311	230
0.55	93	142	179	210	239	219	162
0.58	49	74	94	110	125	115	85
0.61	41	62	78	91	104	95	71
0.65	23	35	45	52	60	55	40
0.72	16	24	30	36	40	37	28
0.84	7	10	12	15	17	15	11
0.98	1	2	3	3	4	3	2

Таблица 8

 $\tau_m(S) \cdot 10^3$ $\lambda=0.5 \mu \quad T_0=4000^\circ K$

$S \backslash m$	2	3	5	10
0.40	8953			
0.43	1666			
0.46	751	38100		
0.49	423	2617		
0.52	267	1019		
0.55	233	506		
0.58	127	333	8487	
0.61	83	188	1821	
0.65	55	150	633	
0.72	36	93	169	18845
0.84	14	18	49	203
0.98	3	3	4	7

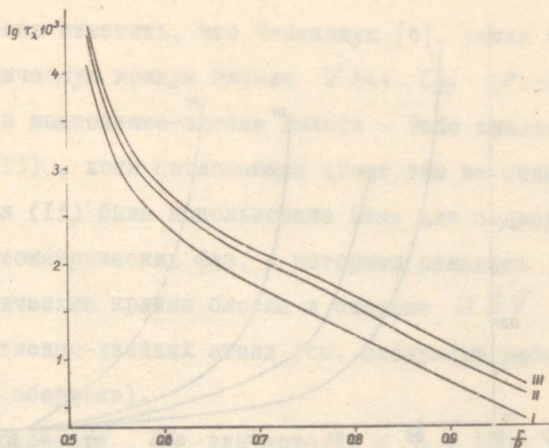


Рис. 4. Оптические глубины вдоль луча зрения

$$T_0 = 2500^{\circ} \text{ К}, m = 2, \text{I} \lambda = 0.3 \mu, \text{II} \lambda = 0.5 \mu, \text{III} \lambda = 1.0 \mu$$

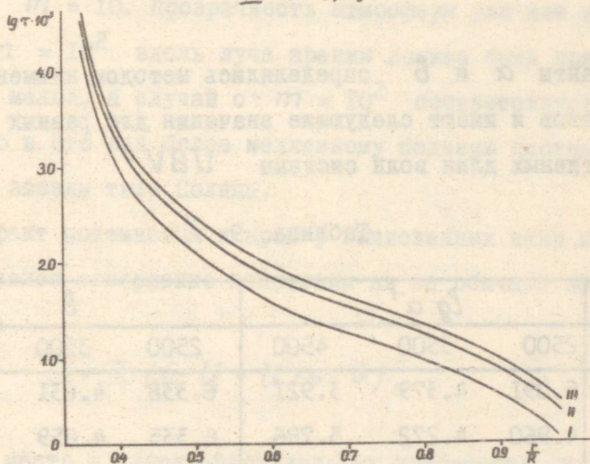


Рис. 5. Оптические глубины вдоль луча зрения

$$T_0 = 4500^{\circ} \text{ К}, m = 2, \text{I} \lambda = 0.3 \mu, \text{II} \lambda = 0.5 \mu, \text{III} \lambda = 1.0 \mu$$

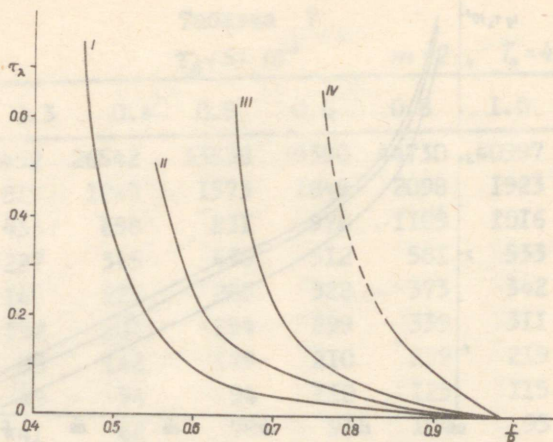


Рис. 6. Зависимость оптической глубины вдоль луча зрения от закона распределения плотности, $T_0 = 4000^{\circ} \text{K}$, $I m = 2$, $II m = 3$, $III m = 5$, $IV m = 10$.

Константы a и b определялись методом наименьших квадратов и имеют следующие значения для разных T_0 и эффективных длин волн системы UBV :

Таблица 9

$T_0(^{\circ}\text{K})$	$\lg a^{-1}$			b		
	2500	3500	4500	2500	3500	4500
U	5.091	4.379	3.921	6.338	4.631	3.606
B	4.960	4.272	3.796	6.335	4.659	3.610
V	4.845	4.156	3.699	6.340	4.662	3.608

Интересно отметить, что Черепашук [4], решая фото-электрическую кривую блеска $V 444 C_{99}$, нашел для τ_1 в компоненте-звезде Вольфа - Райе зависимость вида (I3), хотя поглощающий агент там не ионы H^- . Формула (I3) была использована нами для вычисления таблиц фотометрических фаз, с которыми решались фото-электрические кривые блеска в системе UBV нескольких затменно-двойных звезд (см. следующую работу в данном сборнике).

Сравнение τ_1 для моделей с $T_0 = 3500^\circ K$ и разных m показывает, что относительный радиус ядра растет весьма быстро с m : от 0.4 при $m = 2$ до 0.8 при $m = 10$. Прозрачность атмосферы уже для модели с $m = 10^2$ вдоль луча зрения должна быть пренебрежимо малой, а случай с $m = 10^2$ соответствует еще примерно в сто раз более медленному падению плотности чем для звезды типа Солнца.

Эффект потемнения к краю у вычисленных нами моделей оказался совершенно непохожим ни на обычный закон косинуса

$$J = J_0 (1 - U + U \cos \vartheta), \quad (I4)$$

имеющий место в плоско-параллельных атмосферах, ни на закон потемнения к краю, полученный Козыревым [5] для

$$n = 2 \quad (\mu r \sim r^{-n})$$

$$J(\xi) = \frac{3}{2} F_1 \frac{e^{-\frac{\pi}{\xi}} + 1}{(1+9\xi^2)(1+\xi^2)}, \quad (15)$$

где F_1 — поток излучения в точке с $r=R_1$, $\xi = \frac{r}{R_1}$ ($\xi = 1$ при $r = R_1$). Нам не удалось подобрать достаточно простого аналитического выражения, которое удовлетворительно согласовалось бы на всем диске с полученными для наших моделей данными (см. табл. 10 — 13 и рис. 7, 8) о потемнении к краю. Распределение яркости по диску в области, ограниченной непрозрачным ядром, и на периферии резко отличны по своему характеру. Вполне удовлетворительное представление вычисленных значений J_λ дает зависимость вида

$$J_\lambda(\vartheta) = \begin{cases} J_\lambda(0)(1 - a \sin^3 \vartheta) & 0 \leq \vartheta \leq \vartheta_1, \\ b e^{-c \sqrt{\sin \vartheta}} & \vartheta_1 \leq \vartheta \leq \vartheta_2, \\ d e^{-f \sin \vartheta} & \vartheta_2 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (16)$$

Мы не делали попыток представить закон распределения яркости по диску $J_\lambda(S)$ полиномом по $\cos \vartheta$, хотя такой подход кажется на первый взгляд довольно естественным обобщением закона (14). Поскольку, однако, плоско-параллельная атмосфера представляет собой предельный случай атмосферы сферической, не следует, вообще говоря, ожидать, что закон потемнения к краю будет одним и тем же для обоих случаев. Потемнение к краю для обычных

Таблица I0

 $J_{\lambda}(S) \cdot 10^{-9}$ $m=2$ $T_0 = 2500^{\circ}K$

$S \backslash \lambda$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2
0.08	3535	11256	17356	19274	21699	20235	18191
0.35	3088	8968	13547	14937	18110	17413	16415
0.40	2805	7842	11589	13430	16778	16389	15456
0.43	2545	6932	10362	12307	15766	15610	14713
0.46	2170	5565	8955	10948	14524	14636	13895
0.49	1600	4174	7196	9274	12963	13375	12827
0.52	692	2379	4904	7153	10910	11642	11194
0.55	30	476	1894	3999	7317	8160	7067
0.58	6	142	718	1842	3803	4325	3414
0.61	3	62	345	958	2113	2451	1879
0.65	1	24	144	428	998	1188	900
0.72	0	8	52	164	405	494	377
0.84	0	2	11	38	100	126	98
0.98	0	0	2	6	16	21	16

Таблица II

 $J_{\lambda}(S) \cdot 10^{-10}$ $m=2$ $T_0 = 3500^{\circ}K$

$S \backslash \lambda$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2
0.08	17706	23346	21500	17110	11894	8178	5917
0.35	13890	16580	15187	12743	9622	6832	5076
0.40	9891	11913	12075	10676	8483	6163	4618
0.43	4671	7696	9072	8800	7431	5514	4114
0.46	598	2527	4553	5730	5465	4143	2788
0.49	155	890	1975	2929	3089	2376	1457
0.52	64	424	1032	1650	1847	1434	854
0.55	37	267	683	1133	1316	1030	610
0.58	19	147	395	681	816	647	380
0.61	10	80	222	396	488	392	230
0.65	5	40	117	214	272	222	130
0.72	3	32	96	179	231	192	113
0.84	1	6	19	37	50	42	25
0.98	0	1	3	7	9	8	5

Таблица 12

		$J_{\lambda}(S) \cdot 10^{-11}$				$m=2$	$T_0 = 4500^{\circ}K$	
$S \backslash \lambda$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	
0.08	14917	12165	8620	5998	3117	1847	1201	
0.35	7218	6317	5104	3927	2303	1416	936	
0.40	740	1706	2126	2077	1475	916	523	
0.43	292	821	1159	1233	957	597	322	
0.46	118	381	590	666	551	345	180	
0.49	62	216	352	413	355	224	115	
0.52	49	180	299	357	312	199	102	
0.55	30	115	197	240	216	139	71	
0.58	13	53	94	118	110	71	37	
0.61	10	41	74	94	89	58	30	
0.65	5	21	39	50	49	32	17	
0.72	3	12	24	32	31	21	11	
0.84	1	4	9	12	12	8	4	
0.98	0	1	2	2	2	2	1	

Таблица 13

		$\frac{J_{\lambda}(S)}{J_{\lambda}(0.08)} \cdot 10^3$			$\lambda = 0,5 \mu$	$T_0 = 4000^{\circ}K$
$S \backslash m$	2	3	5	10		
0.08	1000	1000	1000	1000		
0.35	660	778	882	932		
0.40	426	695	817	900		
0.43	213	612	776	882		
0.46	104	500	735	863		
0.49	53	278	694	839		
0.52	32	142	613	800		
0.55	25	72	531	763		
0.58	13	45	396	725		
0.61	8	24	228	681		
0.65	5	18	98	612		
0.72	4	10	25	419		
0.84	1	2	7	39		
0.98	1	0	1	1		

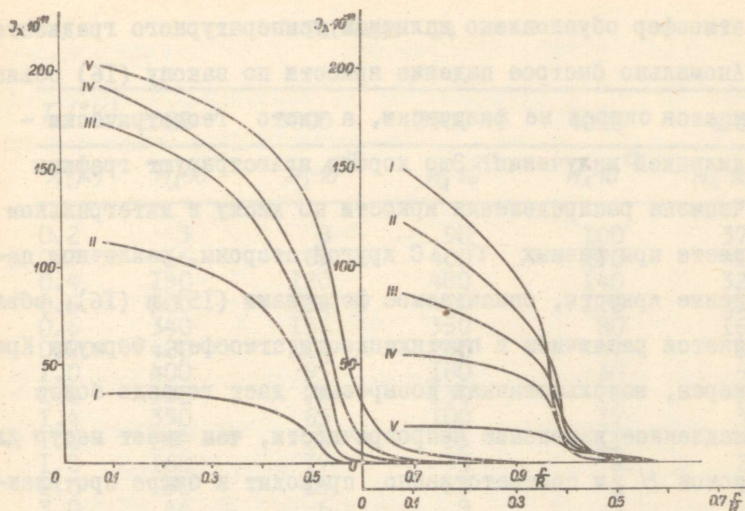


Рис. 7. Закон потемнения к краю. График слева - $m=2$, $T_0=2500^\circ \text{ К}$, $I \lambda=0.3 \mu$, $II \lambda=0.4 \mu$, $III \lambda=0.5 \mu$, $IV \lambda=0.6 \mu$, $V \lambda=1.0 \mu$. График справа - $T_0=4500^\circ \text{ К}$, $m=2$, $I \lambda=0.3 \mu$, $II \lambda=0.4 \mu$, $III \lambda=0.5 \mu$, $IV \lambda=0.6 \mu$, $V \lambda=1.0 \mu$.

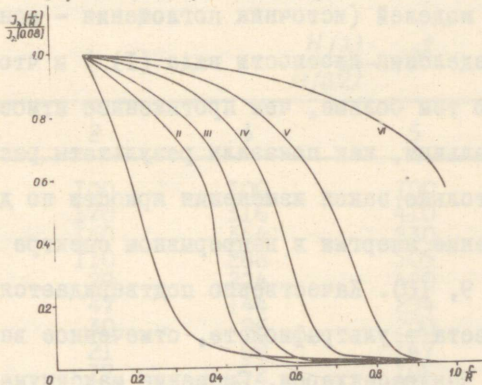


Рис. 8. Зависимость потемнения к краю от характера распределения плотности $T_0=4000^\circ \text{ К}$, I - Теория Козырева $n=2$, II - $m=2$, III $m=3$, IV $m=5$, V $m=10$, VI $m=10^4$. За единицу принята интенсивность при $S=0.08$, $\lambda=0.5 \mu$.

атмосфер обусловлено наличием температурного градиента. Аномально быстрое падение яркости по закону (I6) объясняется скорее не физически, а чисто геометрически - дилатацией излучения. Это хорошо иллюстрируют графики Чапмена распределения яркости по диску в интегральном свете при разных τ . С другой стороны, различное падение яркости, описываемое формулами (I5) и (I6), объясняется различием в протяженности атмосфер. Формула Крамера, использованная Козыревым, дает гораздо более медленное изменение непрозрачности, чем имеет место для ионов H^+ , и соответственно приводит к более протяженным, чем по нашим моделям, атмосферам.

В целом можно, вероятно, заключить, что закон потемнения к краю вида (I6) имеет место только для данного класса моделей (источник поглощения - ионы H^+ и закон распределения плотности вида (I)) и что потемнение к краю тем больше, чем протяженнее атмосфера.

Аномальным, как показали результаты расчетов, оказался не только закон изменения яркости по диску, но и распределение энергии в непрерывном спектре (табл. I4, I5 и рис. 9, I0). Качественно подтверждается наличие избытка цвета в ультрафиолете, отмеченное впервые Козыревым и Чандрасекхаром. Смещение максимума излучаемой энергии в коротковолновую сторону объяснимо более крутым, чем в плоско-параллельном случае, температурным градиентом. Чандрасекхаром [6] было получено в

Таблица 14

$T_0 (^{\circ}K)$	2500	3000	3500	4000	4500
$\lambda (\mu)$	$H_{\lambda} \cdot 10^{-10}$	$H_{\lambda} \cdot 10^{-11}$	$H_{\lambda} \cdot 10^{-11}$	$H_{\lambda} \cdot 10^{-12}$	$H_{\lambda} \cdot 10^{-12}$
0.2	3	8	90	100	370
0.3	66	69	400	170	410
0.4	190	120	480	140	320
0.5	300	136	420	110	230
0.6	340	136	350	80	160
0.8	420	118	250	47	80
1.0	400	95	180	30	51
1.2	380	78	130	20	37
1.4	350	65	100	17	31
1.6	230	28	55	11	31
1.8	160	17	35	6	20
2.0	130	15	28	5	14
3.0	44	6	9	1	1

Таблица 15

$\lambda (\mu) \backslash m$	$\frac{H(\lambda)}{H(0.2)} \cdot 10^2$			
	2	3	5	10
0.2	100	100	100	100
0.3	170	316	410	635
0.4	140	344	530	935
0.5	110	288	505	999
0.6	79	224	420	933
0.8	47	144	294	733
1.0	30	96	200	532
1.2	21	68	147	400
1.4	17	52	105	293
1.6	11	31	71	190
1.8	6	21	48	130
2.0	5	16	36	97
3.0	1	4	9	26

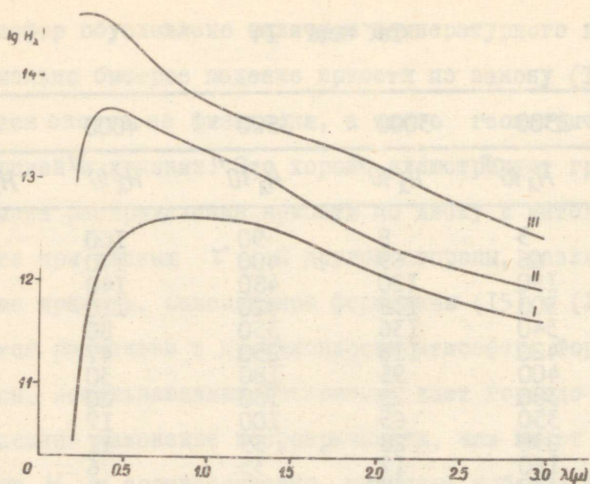


Рис. 9. Распределение энергии в непрерывном спектре для звезд с протяженными атмосферами $m = 2$, $I T_0 = 2500^{\circ}$ К, $II T_0 = 3500^{\circ}$ К, $III T_0 = 4500^{\circ}$ К.

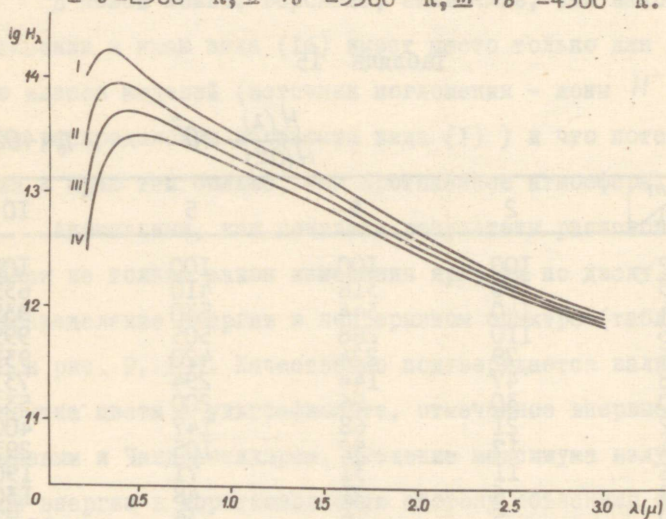


Рис. 10. Зависимость спектрального распределения потока выходящего излучения от характера распределения плотности в протяженной атмосфере $T_0 = 4000^{\circ}$ К, $I m = 2$, $II m = 3$, $III m = 5$, $IV m = 10$.

предположении $\alpha \sim \tau^{-n}$ следующее соотношение между эффективной температурой $\bar{\epsilon}$ и температурой T_1 на единичной оптической глубине

$$T_e^4 = A_n T_1^4, \quad (17)$$

где

$$A_n = 1,7426 \quad \text{при} \quad n = 2$$

Таким образом, в случае протяженных атмосфер в качестве эффективной следует рассматривать температуру слоя с $\tau \gg 1$ и тем большим τ , чем протяженнее атмосфера. Результаты вычислений показывают, что рассмотренные нами модели гораздо горячее чем этого следовало бы ожидать по их "поверхностным" температурам. Построить сколько-нибудь надежную шкалу эффективных температур здесь очень трудно. Мы отказались от такой попытки не только из-за отсутствия надежных критериев, но и ввиду того, что величина потока в наших расчетах определялась для малых τ .

В целом можно сделать вывод, что модели протяженных атмосфер с $m = 2 - 10$ сильно отличаются по своим спектральным характеристикам от плоско-параллельных. Влияние эффекта кривизны атмосферных слоев на спектральные характеристики выходящего излучения было рассмотрено здесь нами в весьма грубых приближениях. Вообще говоря, они должны изучаться не в отрыве от рассмотрения условий равновесия звезды и учета дилатации излучения.

Кроме того, от предположения о чисто водородной звезде следует перейти к учету всех основных источников непрерывного поглощения. Необходимо отметить, что учет металлов как основных поставщиков свободных электронов тесно связан с проблемой распределения плотности вещества [7], которое в данной работе считалось заданным.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность сотрудникам вычислительного центра Института Кибернетики АН ЭССР за неоценимую помощь в проведении вычислений. Автор особенно признателен старшему оператору А. Мэниль и инженеру Т. Иосифовой. Автор благодарен А. Сапару за постоянный интерес и внимание к работе, а С. Феклистову, Л. Палиале, В. Лууд и У. Уус за помощь в оформлении работы.

Литература

1. И. Б. Пустыльник, Публикации ТАО, 35, 138, 1966.
2. Библиотека стандартных программ для ЦВМ "Минск - 2", Таллин, АН ЭССР, 1964.
3. R. D. Chapman, *Ap. J.*, 143, 61, 1966.
4. А. М. Черепашук, А. В. Гончарский, А. Г. Ягола, АЖ, 44, 1239, 1967.
5. Н. А. Козырев, *M. N.*, 94, № 5, 1934.
6. S. Chandrasekhar, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 31, 390, 1935.
7. И. Б. Пустыльник, Публикации ТАО, 37, 1969 (в печати).

Models of the $F-K$ Stars

with Extended Atmospheres

by I. B. P u s t y l n i c k

A brief description of the computational procedure and numerical results of calculations of the model extended atmospheres for the $F-K$ stars are given. A simple formula (12) has been derived as a good first approximation to the true temperature distribution in the extended atmospheres. The values of the optical depths along the line of sight have been computed for various wavelengths and distances from the center of the star (see Tables 5 - 8 and Figures 4 - 6). A star with an extended atmosphere can be treated as an absolutely opaque nucleus, enveloped in a semitransparent shell. The extension of the latter depends on the temperature and the density run in the atmosphere. The limb darkening effect is much stronger than for plane-parallel atmospheres but less pronounced when compared with the predictions of Kozirev - Chandrasekhar theory (see also Tables 10 - 13 and Figures 7, 8). Such a

strong limb darkening is caused by dilution of the radiation field in the extended atmosphere. Calculated energy distribution in continuous spectra reveals that ultraviolet excess is substantially smaller than the value predicted by Kozirev - Chandrasekhar theory (see Tables 14, 15 and Figures 9, 10).

РЕШЕНИЕ КРИВЫХ БЛЕСКА ЗАТМЕННО-
ПЕРЕМЕННЫХ ПО ТАБЛИЦАМ ПОТЕРЬ
БЛЕСКА ДЛЯ АТМОСФЕРНЫХ ЗАТМЕНИЙ

И. Б. П у с т ы л ь н и к

I. Атмосферные затмения. Наблюдательные факты и
их интерпретация

Фотометрические кривые изменения блеска затменно-двойных звезд содержат информацию о геометрических и физических параметрах системы. Абстрагируясь от особенностей применяемой фотометрической системы приемника, можно утверждать, что характер этой информации в основных чертах определяется типом двойной звезды, что в свою очередь зависит от того, как далеко проэволюционировала

двойная система с момента ее образования. Особенно интересные сведения могут дать кривые блеска алголей - звезд типа Алголя с глубокими первичными минимумами и сильно различающимися по спектральным характеристикам компонентами. Затменно-переменные этого типа чаще всего состоят из звезды главной последовательности (первичный компонент) в сочетании с субгигантом, заполнившим критическую поверхность Роша. В соответствии с современными эволюционными представлениями и в согласии с наблюдениями, заполнение критической поверхности Роша приводит к возникновению различного рода полупрозрачных газовых образований в пространстве между компонентами пары. Материя может концентрироваться в газовых потоках или струях, кольцах, окружающих обычно главную звезду, а также в более или менее развитой оболочке, в которую погружена вся система в целом. Помимо этого компоненты могут обладать протяженными атмосферами, полупрозрачными для излучения спутника. Затмение полупрозрачной газовой средой будем в дальнейшем называть для простоты атмосферным затмением.

Решение кривых блеска алголей с присущими атмосферному затмению особенностями позволяет чаще всего сделать вывод о наличии поглощающей среды, связанной со вторичным компонентом и проектирующейся в главном минимуме на яркую затмеваемую звезду. Этой средой может быть атмосфера затмевающей звезды, но могут быть также

газовые потоки. В двойных системах с развитыми газовыми потоками, как, например, *RZ Sct [I]*, наблюдается также искажение внезатменной части кривой блеска и асимметрия в минимуме. Однако ослабление блеска более слабым потоком, наблюдаемым в первичном минимуме вдоль луча зрения, может быть истолковано как затмение некоторой протяженной атмосферой.

Если спектральные наблюдения позволяют определить отношение масс компонентов с хорошей точностью, то оценив размеры критической фигуры Роша и сравнив их с радиусом затмевающей звезды, можно иногда судить о том, насколько корректно решена кривая блеска и оправдано ли предположение о существовании протяженной атмосферы. На практике точность наблюдений и решения таковы, что прийти к бесспорным заключениям трудно. В качестве примера рассмотрим затменную пару *V 505 Sgr*. Она наблюдалась в 1953 году примерно в одно и то же время Кви [2] в Южной Африке и Софроницким [3] в Крыму. Фотометрические системы авторов различны, но в синем цвете эффективные длины волн почти совпадают - $\lambda = 0.440\mu$ у Кви и $\lambda = 0.445\mu$ Софроницкого, так что полезно сравнивать результаты для этой длины волны. Софроницкий решал кривую блеска методом Крата, а Кви - по методу Рессела. Любопытно отметить, что Софроницкий обнаружил разницу в высотах максимумов до и после вторичного минимума, что было истолковано им как свидетельство наличия потока в

системе. Но южноафриканские наблюдения не дают оснований для такого заключения. Софроницкий первоначально нашел, что для гипотезы U отношение радиусов $K = 0.94$. Затем он попытался учесть эффекты атмосферного затмения и получил уточненные значения $K = 0.825$, $\alpha_2 = 0.293$, $i = 83^\circ.38$. Кви, хотя и отмечает присутствие различий в характере изменения блеска от цвета к цвету, но склонен приписать их изменениям прозрачности земной атмосферы. Его элементы таковы - $K = 0.999$, $\alpha_2 = 0.321$, $i = 80^\circ.8$. Отношение масс компонентов $V 505 Sgr$ равно 0.52. Отсюда находим, воспользовавшись данными Копала [4], что радиус критической фигуры Роша для спутника R равен 0.311. Хотя это значение ближе к оценке Кви, но следует предпочесть окончательные элементы Софроницкого, так как должно быть $\alpha_2 \leq R$. Кроме того, по наблюдениям Кви систематически меняются с длиной волны, хотя и немного, ширины минимумов, чего не должно быть при затмении непрозрачным диском звезды.

Наблюдаемые особенности кривых блеска или спектров некоторых тесных двойных звезд таковы, что предположение о наличии атмосферного затмения кажется довольно естественным. Так, наблюдаемое иногда значительное различие в длительностях первичного и вторичного минимумов (например, у $SX Cas$ [5]) можно объяснить влиянием протяженной атмосферы, связанной с одной из звезд. Однако в тех случаях, когда вторичный минимум неглубок, а эф-

эффект отражения достигает заметной величины, различие в длительностях минимумов может замываться. Это будет происходить, если периферийные части протяженной оболочки, обычно малоэффективные в излучении, будут светиться отраженным светом. По-видимому, этот эффект и имеет место у большинства алголей.

Чаще всего отмечается несовпадение момента первого контакта в разных лучах, т.е. изменение продолжительности затмения с длиной волны. Но более убедительным наблюдательным фактом в пользу атмосферного затмения являются слабые линии поглощения Ca II или металлов, которые иногда наблюдаются, причем только в главном минимуме. Присутствие их отмечено на высокодисперсионных спектрограммах ярких систем TX U Ma [6], RS Vul [7] и, вероятно, δLib [8]. Любопытно отметить, что эмиссионных линий, по которым часто отождествляются газовые потоки, у этих систем не наблюдается. Временные и пространственные масштабы атмосферного затмения у этих систем "сжаты" по сравнению, например, с ζAur в сотни раз. При этом длительность атмосферного затмения и время экспозиции, требуемое для получения высокодисперсионных спектрограмм даже для крупного инструмента, — величины одного порядка. Вероятно поэтому, в системах типа δLib , но более слабых, не обнаруживается следов атмосферного затмения. У долгопериодических затменных пар, начиная с AL Vel ($P = 96^{\text{d}}$), RZ Oph ($P = 269^{\text{d}}$) и

кончая сверхгигантами типа ζ Aur или VV Cephei, атмосферные затмения наблюдаются весьма уверенно, но обсуждение особенностей этих систем выходит за рамки данной работы.

Помимо спектральных и фотоэлектрических, также и поляризационные наблюдения обнаруживают разреженные газовые образования. Так Шаховским [9] исследовалась переменность поляризации излучения V444 Cyg, RW Tau и нескольких других систем. Усиление степени поляризации в главном минимуме трактуется им как свидетельство в пользу существования протяженной атмосферы.

В тех затменно-переменных, где фотоэлектрическими, спектральными или поляризационными наблюдениями зарегистрированы пекулярности, подобные вышеперечисленным, трудности определения элементов орбиты классическими методами не являются неожиданными. Однако известно немало случаев, когда прямых "улик" нет, но неудовлетворительность решения фотоэлектрической кривой блеска в том или ином отношении заставляет прибегнуть к гипотезе о протяженной атмосфере. Наиболее характерным признаком является систематический ход отношения радиусов K или радиуса затмевающей звезды с эффективной длиной волны наблюдений. Как будет видно из дальнейшего, уже различие последнего по наблюдениям в разных цветах на две-три сотых (в единицах большой полуоси) является серьезным указанием на возможность атмосферного затмения.

Как правило, в тех системах, где радиус затмевающей звезды "колеблется" с длиной волны, имеют место и другие "странности", не укладывающиеся в рамки классической модели Рессела. Так элементы орбиты, хорошо представляющие кривую блеска в первичном минимуме, не согласуются с глубиной или формой вторичного минимума. Видимо, поэтому у ряда алголей наблюдается невязка светимостей компонентов, полученных по спектральным критериям, с фотометрическими светимостями. Несогласие выводов спектральных и фотометрических наблюдений может также пониматься в духе вышеприведенного примера с *V 505 Sgr*.

Трудности обнаружения атмосферного затмения из анализа кривой блеска усугубляются несовершенством процедуры ректификации кривой блеска. Уже сами аномалии в ректификации, в частности, присутствие синусоидальных членов Овенден [10] склонен объяснять наличием протяженной атмосферы, но количественная сторона вопроса совершенно не разработана.

Попытки количественной интерпретации наблюдательных данных об атмосферных затмениях пока немногочисленны. Ограничиваясь рассмотрением только фотометрических наблюдений, можно отметить, что кривые блеска, возмущенные эффектами атмосферных затмений, стали привлекать к себе внимание исследователей тесных двойных звезд после того, как Козыревым [11] и Чандрасекхаром [12]

была выдвинута теория протяженных фотосфер. Кривая блеска двойной системы, представляющей собой сочетание обычной звезды и звезды с протяженной атмосферой, должна довольно сильно отличаться от предсказываемой классической моделью двух непрозрачных тел с обычным потемнением к краю диска. Искажениям, по сравнению с классической моделью, подвергнутся оба минимума, поскольку в одном из них будет иметь место атмосферное затмение, а через полпериода произойдет покрытие звезды с аномально сильным потемнением к краю, характерным для звезды с протяженной атмосферой. Таблицы потерь блеска для затмения звезды с протяженной атмосферой по результатам теории Козырева - Чандрасекхара рассчитали Гапошкины [13, 14]. Ими было рассмотрено целое семейство значений параметра n в законе изменения объемного коэффициента поглощения μ_r с расстоянием r ($\mu_r = \frac{c}{r^n}$). Более точно та же задача была решена Шульбергом [15] для $n = 2$, но помимо составления таблиц им был предложен метод решения кривых блеска систем, в которых затмевается звезда с протяженной атмосферой. Позднее Шульберг [16] обратился к истолкованию другого минимума, когда происходит затмение протяженной атмосферой. По полученным из анализа затмения звезды с протяженной атмосферой элементам орбиты им строилась теоретическая кривая блеска для другого минимума и сравнивалась с наблюдаемой кривой. Расхождение приписывалось влиянию атмосферного затмения

и оценивался, таким образом, вклад поглощения в протяженной атмосфере. Наконец, Линнелл [17, 18] рассчитал таблицы фотометрических фаз для затмения звезды с равномерным распределением яркости по диску спутником, обладающим протяженной атмосферой. Рассматривалась серая бесконечная атмосфера с коэффициентом поглощения, меняющимся по закону $\kappa\rho \sim \nu^{-n}$. Недавно Цесевич [19] обнаружил, что эти таблицы почти на всем диапазоне значений потерь блеска приводят к неправдоподобно большим значениям геометрических глубин затмения p для всех K , так что величина $\phi = 1 + \kappa p$ почти не зависит от K . Как было ранее показано [20], применение формулы $\kappa\rho = \frac{c}{\nu^n}$ к реальным атмосферам является неоправданным. Кроме того, протяженность атмосферы не может быть бесконечно большой, как это диктуется формулой $\kappa\rho = \frac{c}{\nu^n}$, а ограничена размерами критической фигуры Роша, которые, в свою очередь, определяются величиной полуоси орбиты и отношением масс компонентов.

Наиболее последовательным подходом к задаче определения поглощающих свойств среды в атмосферных затмениях является решение интегрального уравнения блеска двойной системы при разных степенях покрытия диска затмеваемой звезды. В известной работе по V444 Cyg Копал и Шепли [21], полагая элементы орбиты заданными, впервые сделали попытку непосредственно из кривой блеска определить средний коэффициент поглощения в ат-

атмосфере затмевающей звезды. Помимо этого предполагалась равномерная освещенность диска затмеваемой звезды, а кривизна слоев затмевающей атмосферы считалась пренебрежимо малой. Решение интегрального уравнения, описывающего изменение блеска с фазой затмения, при довольно сложном ядре сопряжено с целым рядом трудностей, а упрощающие предположения подчас могут свести на нет преимущества такого прямого подхода [22].

Только в самое последнее время эти трудности были преодолены Черепануком [23 - 26], который предложил новый метод определения физических и геометрических параметров затменно-двойной системы, основанный на решении интегрального уравнения блеска методом Тихонова. Этим методом были успешно решены узкополосные фотоэлектрические кривые блеска $V444 Cyg$. Полученные элементы орбиты хорошо согласуются между собой в разных лучах. Хотя, строго говоря, метод Черепанука пригоден лишь для пар, состоящих из сферических звезд, по-видимому, наиболее интересные возможности сулит его применение к алголам, где главная звезда близка к шаровидной, а фигура спутника искажена приливным воздействием главного компонента. В коротковолновой части спектра таких систем должны быть такие участки, где спутник выступает лишь в роли темного, экранирующего тела, так что блеск внезатменной части кривой должен быть в первом приближении неизменным. Найденные из анализа такой

кривой блеска элементы могут быть использованы для изучения различных тонких эффектов, нашедших свое отражение на кривых блеска в иных спектральных диапазонах.

Любопытно отметить, что Черепашуком решалась также широкополосная кривая блеска $V444 Cyg$, ранее полученная Кроном и Гердон [27]. При этом радиус вторичного компонента — звезды Вольфа — Райе оказался равным 0.25, что много отличается от значения 0.3, полученного тем же методом из узкополосной фотометрии Черепашука. Этот результат нуждается в проверке на других объектах, но можно предположить, что причина расхождения лежит в самой природе системы широкополосной фотометрии. Интегральное уравнение блеска составляется для монохроматического излучения, при ширине же полосы пропускания до 1000 Å многие тонкие эффекты замываются и усредняются, приводя к искажениям в элементах орбиты.

В полуразделенных системах, где подозревается наличие атмосферного затмения, анализ Фурье внезатменных колебаний блеска обычно приводит также к довольно большим значениям констант ректификации. Кривые блеска после ректификации решаются классическими методами, но отсутствие таблиц фотометрических фаз, вычисленных с достаточно обоснованным учетом эффектов прозрачности атмосферы звезды, делает решение неудовлетворительным, что уже обсуждалось выше. Часто высказывается предпо-

ложение, например, в недавнее время Линнеллом, что одна и та же кривая блеска может быть удовлетворительно представлена различными элементами орбиты. Для того, чтобы проверить обоснованность такого предположения, нужно также иметь таблицы фотометрических фаз для неклассических моделей. Затем следует попытаться решить кривую блеска, испробовав поочередно таблицы фотометрических фаз Цесевича и таблицы для неклассической модели. Желательно при этом пользоваться одними и тем же методом определения элементов орбиты. Наконец, если в минимуме кривая блеска заметно искажена поглощением в потоках и мы не располагаем независимой информацией об их свойствах, то даже грубый учет эффектов прозрачности может оказаться полезнее, чем решение на основе классической модели.

Располагая данными о спектральной прозрачности вдоль луча зрения и на разных расстояниях от центра диска звезды, полученными из наших расчетов протяженных атмосфер [28], можно было рассчитать таблицы фотометрических фаз. Эти таблицы следовало составить для нескольких длин волн, причем входными данными помимо отношения радиусов звезд K и геометрической глубины затмения p служит и температура поглощающих слоев.

2. Таблицы фотометрических фаз.

Рассмотрим затненную пару, состоящую из шаровых звезд, обращающихся на круговых орбитах. Пусть радиусы непрозрачных дисков главной звезды и спутника соответственно r_2 и r_1 , а спутник окружен полупрозрачной атмосферой или оболочкой радиуса R . Займемся расчетом потери блеска системы в главном минимуме, когда яркая звезда затмевается оболочкой и непрозрачным диском спутника. При этом будем отдельно рассматривать случай равномерного распределения яркости по диску главной звезды (гипотеза U) и случай полного потемнения к краю диска (гипотеза D). При частичном потемнении к краю по закону косинуса значение фотометрической фазы затмения в силу аддитивности будет представлять собой линейную комбинацию значений, найденных для гипотез U и D .

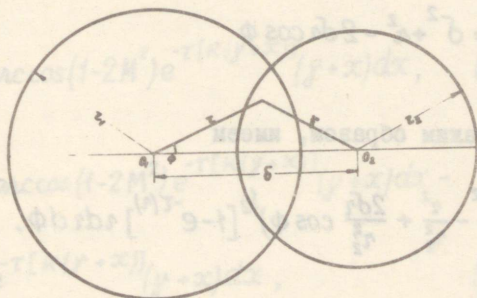


Рис. I

Легко видеть, что в случае гипотезы U потеря блеска для кругового сегмента ширины dr с центром в точке O_1 равна

$$d\ell = 2 J_0 \arccos \frac{\sigma^2 + r^2 - r_2^2}{2\sigma r} [1 - e^{-\tau(r)}] r dr. \quad (I)$$

Здесь J_0 - интенсивность излучения в центре диска яркой звезды, а $1 - e^{-\tau(r)}$ - доля излучения яркой звезды, которая задерживается протяженной атмосферой спутника вдоль луча зрения на расстоянии r от центра его диска. Остальные обозначения понятны из рис. I. Отметим, что величина $e^{-\tau(r)}$ отлична от нуля только для $r > r_1$.

При полном потемнении диска к краю потеря блеска для элемента затмеваемой площади равна

$$d\Delta\ell = J_0 \cos \vartheta (1 - e^{-\tau(r)}) r dr d\phi. \quad (2)$$

Из геометрических соображений имеем

$$\cos \vartheta = \left(1 - \frac{\xi^2}{r_2^2}\right)^{1/2},$$

$$\xi^2 = \sigma^2 + r^2 - 2\sigma r \cos \phi. \quad (3)$$

Вместо (2), таким образом, имеем

$$d\Delta\ell = J_0 \left(1 - \frac{\sigma^2}{r_2^2} - \frac{r^2}{r_2^2} + \frac{2\sigma r}{r_2^2} \cos \phi\right)^{1/2} [1 - e^{-\tau(r)}] r dr d\phi. \quad (4)$$

Для нахождения полных потерь блеска следует проинтегрировать выражения (I) и (4) по всему диску затмеваемой звезды. Пределы интегрирования по r от $\delta - r_2$ до $\delta + r_2$, если $\delta \geq r_2$. При $\delta < r_2$ в случае гипотезы U появляется дополнительный член

$$2\pi \int_0^{\delta} [1 - e^{-\tau(r)}] r dr.$$

Аналогично обстоит дело в случае гипотезы D , только вместо однократного мы имеем двойной интеграл. Пределы интегрирования по Φ от 0 до $\arccos \frac{\delta^2 + r^2 - r_2^2}{2\delta r}$. Для нахождения фотометрических фаз затмения α^u и α^d необходимо соответствующие интегральные выражения разделить на полный блеск затмеваемой звезды.

Опуская подробности, с которыми можно ознакомиться по Линнеллу [17], приводим полученные из соотношений (I) и (4) окончательные формулы, по которым вычислялись фотометрические фазы затмения

$$\alpha^u = 1 - \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} \arccos(1 - 2M^2) e^{-\tau[\kappa(y+x)]} (y+x) dx, \quad (y \geq 1), \quad (5)$$

$$\alpha^u = 1 - \frac{2}{\pi} \int_{1-2y}^1 \arccos(1 - 2M^2) e^{-\tau[\kappa(y+x)]} (y+x) dx -$$

$$- 2 \int_{-y}^{1-2y} e^{-\tau[\kappa(y+x)]} (y+x) dx, \quad (y < 1), \quad (6)$$

$$\alpha^{\infty} = 1 - \frac{12}{\pi} \sqrt{y} \int_{-1}^{+1} (y+x)^{\frac{3}{2}} [E(M^2, \frac{\pi}{2}) + (M^2-1)F(M^2, \frac{\pi}{2})] e^{-\tau[\kappa(y+x)]} dx, \quad (7)$$

($y \geq 1$)

$$\alpha^{\infty} = 1 - \frac{12}{\pi} \sqrt{y} \int_{1-2y}^1 (y+x)^{\frac{3}{2}} [E(M^2, \frac{\pi}{2}) + (M^2-1)F(M^2, \frac{\pi}{2})] e^{-\tau[\kappa(y+x)]} dx -$$

$$- \frac{6}{\pi} \int_{-y}^{1-2y} E(\frac{1}{M^2}, \frac{\pi}{2}) (y+x) \sqrt{1-x^2} e^{-\tau[\kappa(y+x)]} dx, \quad (8)$$

($y < 1$)

где

$$M^2 = \frac{1-x^2}{4y(y+x)}.$$

При выводе формул (7) и (8) учитывалось, что

$$E(\frac{1}{M^2}, \beta) = M [E(M^2) + (M^2-1)F(M^2)],$$

где $E(\frac{1}{M^2}, \beta)$ — неполный эллиптический интеграл второго рода с модулем $\frac{1}{M^2}$ и аргументом β , причем $M^2 = \sin \beta$. Параметр y связан простым соотношением с геометрической глубиной затмения ρ

$$y = \frac{1}{\kappa} + \rho.$$

Здесь K отношение радиусов $\frac{r_2}{r_1}$, а ρ , как обычно, определяется соотношением

$$\rho = \frac{\delta - r_1}{r_2}$$

Подставляя полученные из расчетов моделей протяженных атмосфер значения оптических глубин $\tau(r)$ в выражения (5) - (8), можно путем численного интегрирования определить значения относительных потерь блеска, т.е. фотометрических фаз затмения. Соответствующие вычисления были запрограммированы нами и проведены, как и расчеты моделей протяженных атмосфер [28], на ЭВМ "Минск - 2" Института Кибернетики АН ЭССР. Мы вели расчеты в трех длинах волн - λ 0.36, 0.45, 0.55 μ , соответствующих эффективным длинам волн фотометрической системы *UBV* и для трех значений температуры поглощающей атмосферы $T_0 = 2500, 3500, 4500$ °К. Кривые пропускания фильтров в расчет не принимались.

Таблицы фотометрических фаз затабулированы для значений K от 0.2 до 1.0 через каждые 0.1. Позднее мы продолжили их и в область значений K больших единицы до 1.3 включительно, т.е. для случая, когда размеры непрозрачного ядра холодного спутника меньше радиуса затмеваемой звезды.

По причинам, которые обсуждаются ниже, мы публикуем результаты вычислений только для K от 0.7 до 1.3. Значения потерь блеска вычислялись с постоянным шагом

по ρ в 0.08 в области значений от $\rho = -1$ (а для $K > 1$ от $\rho = -\frac{1}{K}$) до $\rho = +1$. В области $\rho > 1$ шаг выбирался в зависимости от отношения радиусов. Поскольку размеры оболочки меняются с цветом наблюдений и температурой, число точек в таблицах в области значений $\rho > 1$ неодинаково, в пределах от 10 до 15 при $K \leq 1$. В таблицах потерь блеска для $K > 1$ в области значений $\rho > 1$ оказалось от 5 до 10 точек, причем шаг по ρ был выбран в 0.16. В этой области значений ρ фотометрическая фаза затмения уже менее 0.01. Таким образом, в таблице для каждой модели содержится от 30 до 40 значений фотометрических фаз затмения, из них 24 в области $\rho \leq 1$ для $K \leq 1$. Для $K \leq 1$ таблицы затабулированы по ρ и K , а для $K > 1$ по γ и K . Отметим также, что затабулированные нами значения относительных потерь блеска при $K > 1$ не являются более фотометрическими фазами. Для нахождения последних необходимо предварительно определить по нашим таблицам относительную потерю блеска при $\gamma = 1 - \frac{1}{K}$, т.е. в момент внутреннего касания дисков звезд.

Вероятно, и можно было бы подобрать такую систему параметров, чтобы число табличных данных было одинаковым, независимо от K для всех цветов и температур, но только путем существенных усложнений и введения дополнительных таблиц.

Численное интегрирование выражений (5) - (8) про-

водилось по формуле Симсона. В случае гипотезы \mathcal{D} интегрирование было также однократным, поскольку в нашем распоряжении имелись очень точные таблицы эллиптических интегралов первого и второго рода [29]. Сокращенные таблицы этих интегралов (по 125 значений) вводились в память машины. В промежуточных точках значения E и F вычислялись путем квадратичного интерполирования между табличными значениями.

Программа вычислений была составлена так, что интегралы α^u и $\alpha^{\mathcal{D}}$ определялись сначала по n точкам, а затем число шагов удваивалось. Интегральные суммы, найденные по n и $2n$ точкам, сравнивались между собой и если разность сумм оказывалась более 10^{-5} , то она выдавалась на печать. В процессе отладки программы мы исключили из рассмотрения экспоненциальный член (см. формулы 5 - 8) и получили, таким образом, формулы для определения потерь блеска в классическом случае. Путем сравнения с таблицами Цесевича было обнаружено, что уже при $n = 50$ программа позволяет определить $\alpha^{\mathcal{D}}$ и α^u с точностью по меньшей мере до пятого знака. Это подтверждалось и в процессе работы основной программы, когда рассматривались фазы, близкие к первому контакту - началу атмосферного затмения. Вплоть до значений около 10^{-5} и менее величины $\alpha^{\mathcal{D}}$ и α^u изменялись монотонно с фазой затмения.

Однако большинство значений фотометрических фаз вычислено по 500 точкам ($n = 250$) с четырьмя верными знаками, в отдельных случаях с ошибкой до 1 - 2 единиц в четвертом знаке, что обусловлено наличием экспоненциального множителя, учитывающего прозрачность. Практика показала, что с удвоением числа шагов разность интегральных сумм $\Delta \Sigma$ убывала примерно в четыре раза. При $n = 250$ на печать, как правило, выдавались значения $\Delta \Sigma$ около 10^{-4} и менее, значительно реже $2 - 3 \cdot 10^{-4}$.

Интересно сравнить вычисленные потери блеска со значениями, взятыми из таблиц Цесевича [30]. Результаты такого сравнения содержатся в таблицах 1 и 2 (для гипотез \mathcal{D} и \mathcal{U} соответственно) в виде разности $\Delta \alpha$ наших определений и значений для классической модели. Для сравнения была выбрана модель с $T_0 = 3500^\circ \text{K}$ и в цвете B . При равных отношениях радиусов K наши значения больше в виду дополнительного поглощения в протяженной атмосфере. Разности $\Delta \alpha$ велики и возникает сомнение в возможности удовлетворительно представить одну и ту же достаточно точную фотоэлектрическую кривую блеска как классической, так и рассмотренными нами моделями. Однако, как будет видно из излагаемой ниже интерпретации кривых блеска нескольких затменно-двойных, подчас трудно сказать, какая из моделей предпочтительнее.

Таблица I
 $\Delta \alpha^{\delta}$

$\rho \backslash K$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
-0.92	0.0052	0.0059	0.0071	0.0079	0.0172
0.60	1109	1061	1028	1024	1070
-0.28	2747	2253	1910	1671	1508
+0.04	4212	3035	2330	1877	1574
0.36	5072	3231	2279	1724	1369
0.68	5073	2810	1812	1279	0960
+1.00	0.4076	0.1808	0.0981	0.0596	0.0391

Таблица 2

$\Delta \alpha^u$

$\rho \backslash K$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
-0.92	0.0149	0.0170	0.0203	0.0266	0.0496
0.60	1503	1387	1315	1290	1335
-0.28	2899	2618	1901	1635	1463
+0.04	3980	2775	2088	1664	1387
0.36	4629	2884	2019	1525	1212
0.68	4773	2665	1745	1253	0955
+1.00	0.4197	0.2027	0.1162	0.0755	0.0528

3. Определение геометрических и физических параметров затменно-двойной системы

Обратимся теперь к решению фотоэлектрических кривых блеска нескольких двойных систем, у одного из компонентов которых может быть протяженная атмосфера. Общеизвестно, что все классические методы определения элементов орбиты затменно-двойных звезд основаны на решении уравнения

$$\sin^2 \Theta \sin^2 i + \cos^2 i = \sigma^2, \quad (9)$$

где i - наклонность плоскости орбиты к картинной плоскости, Θ - угол, который звезда проходит по орбите с момента минимума и σ - расстояние между центрами дисков звезд.

Мы применили метод определения элементов орбиты, идея которого была предложена Копалом [31] для графического решения. Аналитически метод был развит Табачником [32] и с успехом использовался им для решения кривых блеска ряда систем на ЭВМ. Метод Копала - Табачника сводится к отысканию минимума функции S , представляющей собой сумму квадратов уклонений точек наблюдаемой кривой блеска в определенной системе координат от некоторой прямой

$$S = \frac{1}{1+a^2} \sum_{j=1}^n (ax_j - y_j + b)^2. \quad (I\alpha)$$

Здесь a и b постоянные, с помощью которых определяются искомые элементы орбиты, а

$$\begin{aligned} y &= [1 + Kp(K, \alpha)]^2, \\ x &= \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (II)$$

Достоинством рассматриваемого метода является его простота и вероятностный характер определяемых с его помощью элементов орбиты.

Методом Копала - Табачника нами решались широкополосные двух- или трехцветные фотозлектрические кривые блеска затменно-двойных звезд *TX U Ma*, *δ Lib*, *RW Tau*, *VV U Ma*, *XZ C Mi*, *RS Lep*, которые были опубликованы в разное время. В большинстве случаев авторы публикуют оригинальные наблюдения, но не приводят нормальных точек. Поэтому мы использовали оригинальные наблюдения и группировали их в нормальные точки. В таком виде информация вводилась с перфоленты в ЭВМ и, в первую очередь, проводились вычисление и выдача на печать значений потерь блеска и фаз (в долях периода) для нормальных точек. Помимо этих сведений для каждой кривой блеска считались заданными и вводились с перфоленты константы ректификации и коэффициент потемнения к краю диска затмеваемой звезды. Программа

же вычислений и таблицы фотометрических фаз ввиду большого объема информации и с целью повышения надежности были записаны на магнитную ленту, с которой и вводились в память машины.

Кривые блеска для всех рассмотренных нами систем ректифицировались по методу Рессела [33]. Мы воспользовались определенными авторами оригинальных наблюдений константами ректификации, и в процессе последней осуществлялся лишь контроль за тем, чтобы блеск системы после ректификации менялся монотонно от одной нормальной точки к другой и не превышал единицы. Обычно одно из двух вышеупомянутых условий, начиная с определенной фазы θ_n , оказывалось нарушенным и нормальные точки для фаз $\theta > \theta_n$ при решении минимума кривой блеска в расчет уже не принимались.

Решение ректифицированных кривых блеска обнаружило, что во всех случаях, за исключением *RW Tau*, в главном минимуме имеет место частное затмение. Глубины вторичных минимумов рассмотренных нами систем составляли не более 5 - 7 % в единицах светимости системы. Поэтому мы искали элементы орбиты, которые согласовались бы с глубиной и формой главного минимума и глубиной вторичного минимума.

Фотометрическая фаза затмения для нормальной точки в момент, отсчитываемый от момента главного минимума,

определяется выражением вида

$$\alpha'_i = \frac{1-l_i}{1-l_1} \alpha'_0, \quad (I2)$$

где $1-l_i$ - потеря блеска при фазе θ_i , $1-l_1$ - потеря блеска в середине главного минимума, а α'_0 - максимальная фотометрическая фаза затмения

$$\alpha'_0 = \frac{1-l_1}{1-l_0}. \quad (I3)$$

Здесь $1-l_0$ - потеря блеска в момент внутреннего касания дисков. Значение максимальной фазы α_0 в случае классической модели двух непрозрачных дисков находится из уравнения

$$\alpha_0 = 1-l_1 + \frac{1-l_2}{q}, \quad (I4)$$

где $1-l_2$ - потеря блеска во вторичном минимуме, а q - отношение потери блеска большей звезды при некоторой фазе кольцеобразного минимума к потере блеска малой звезды при той же геометрической фазе полного затмения. Величина q является функцией K, α_0 и потемнения к краю диска как затмеваемой, так и затмевающей звезды. Таблицы функции q были затабулированы Мерриллом [34] для различных комбинаций коэффициентов потемнения. Уравнение (I4) обычно решается для класси-

ческой модели методом итераций. Задаваясь начальным значением α_0 при выбранном K и коэффициенте потемнения к краю, находим соответствующее значение q по таблицам Меррилла, определяем по уравнению (I4) α_0 , по нему q и т.д. Для нахождения максимальной фазы затмения с нужной точностью обычно оказывается достаточным трех-четыре приближений. Поскольку наша интерпретация наблюдаемых кривых предполагала наличие атмосферного затмения в главном минимуме, уравнение (I4) для определения α_0 использовалось с нижеследующими модификациями. Пусть часть потери блеска, обусловленная затмением непрозрачным диском, равна $(1-l_1)'$, а доля, поглощаемая протяженной атмосферой, $(\alpha'_0 - \alpha_0) L_1$. Тогда имеем

$$1-l_1 = (1-l_1)' + (\alpha'_0 - \alpha_0) L_1, \quad (I5)$$

где α_0 и α'_0 - соответственно максимальные фазы затмения для классической модели двух непрозрачных дисков и для модели с протяженной атмосферой, L_1 - светимость первичного компонента. Вычитая долю блеска, поглощаемую протяженной атмосферой, получаем вместо (I4)

$$\alpha_0 = 1-l_1 + \frac{1-l_2}{q} - (\alpha'_0 - \alpha_0) L_1. \quad (I6)$$

Уравнение (I6) решалось путем итераций. По первоначальному приближению α_0 и K определялось q , а по таблицам Цесевича $p(k, \alpha)$ находилась геометрическая глубина p . Затем по вычисленным нами таблицам $\alpha'(p, k)$ определялось α'_0 , наконец, по уравнению (I6) снова α_0 и т.д. И в этом случае сходимость приближений обеспечивалась весьма быстро. Найдя путем итераций α_0 , определяем окончательное значение α'_0 и по нему из (I2) фотометрические фазы затмения для всех нормальных точек. Располагая фотометрическими фазами затмения, можно было определить y_i (см. (II)), и далее решение проводилось методом Табачника.

Строго говоря, величина L_1 должна определяться из анализа кривой блеска вместе с остальными элементами орбиты, но при решении уравнения (I6) приходится считать ее известной. Поскольку величина поправочного члена в (I6) порядка 0.1, а светимость первичного (но не вторичного!) компонента определяется из глубин минимумов с точностью до нескольких процентов, ошибка в α_0 из-за неуверенности в значении L_1 невелика, порядка 10^{-3} . Если отвлечься от неточностей наблюдений и ректификации, то ошибки в определении α_0 по уравнению (I6) вызваны в основном отличием истинных значений q от затабулированных в таблицах Меррилла. Если эти отличия того же порядка, что и между α_0 и α'_0 (см. табл. I и 2), то ошибка в определении максимальной

фазы затмения не должна превышать одной сотой.

После того, как были найдены элементы ректифицированной модели, по ним вычислялась теоретическая кривая блеска, производилась обратная ректификация, после чего путем сравнения с наблюдениями в нормальных точках определялись $O-C$ и $\sum(O-C)^2$. Затем наблюдаемая кривая блеска решалась для сравнения вторично, на этот раз для классической модели, т.е. по таблицам Цесевича — Меррилла и α' заменялось на α_0 , определяемое по уравнению (14). Во всех случаях коэффициент потемнения к краю брался из работы Грыгара [35]. Например, для затмеваемой звезды класса $A0$ он принимался в цветах UBV равным соответственно 0.51, 0.58, 0.48.

Прежде чем перейти к рассмотрению особенностей отдельных систем и обсуждению результатов, отметим еще, что как показали результаты наших вычислений, веса наблюдений в методе Табачника должны учитываться по крайней мере для малых значений потерь блеска. В ряде случаев после ректификации изменения блеска в частных фазах минимума прослеживались вплоть до значений 10^{-2} и менее. Но когда эти значения входили в совокупность точек, по которым определялись элементы орбиты, согласие наблюдаемой и теоретической кривых блеска оказывалось малоудовлетворительным. В тех точках, где потери блеска составляли 10^{-2} и менее, величины $O-C$ были сведены практически до нуля, а на дне минимума расхождение до-

ходило до нескольких десятых долей звездной величины. Поэтому при определении элементов орбиты эти крайние нормальные точки в расчет не принимались. При этом величины $O-C$ оказывались достаточно малыми как на дне минимума, так и для частных фаз, которые не учитывались при определении элементов орбиты.

4. Результаты вычислений.

Рассмотрим результаты вычислений для нескольких избранных затменно-двойных систем, у которых, судя по характеру изменений блеска или по особенностям спектров, могут быть протяженные атмосферы.

1) *RW Tau*, *TX U Ma*. Обе эти системы были ранее детально исследованы по трехцветным фотоэлектрическим кривым блеска, которые были опубликованы в работах Гранта [36] и Коха [37]. Сравнительно небольшое значение коэффициента потемнения к краю диска яркой звезды (0.3), полученное Грантом, побудило Горака [38] заново решить кривую блеска разработанным им же методом для модели шар-эллипсоид. В системе *TX U Ma* Кохом были обнаружены особенности, не укладывающиеся в рамки классической модели. Мы попытались отыскать элементы орбиты в соответствии с вышеизложенной схемой вычислений. В рамках классической модели было получено решение, подтвердившее результаты Гранта для *RW Tau* и Коха для *TX U Ma*. Однако в предположении атмосфер-

ного затмения удовлетворительного решения найти не удалось ни при одном значении K от 0.3 до 1.0. Теоретические кривые блеска, находясь в хорошем согласии с наблюдаемыми в фазах, близких к первому и последнему контактам, оказываются значительно более глубокими. Причина этого состоит в том, что при малых K мы имеем дело с очень протяженными атмосферами. Повидимому при малых K существуют те же трудности, что и для таблиц, вычисленных Линнеллом. Таблицы потерь блеска, вычисленные при больших значениях протяженностей атмосфер, которые в действительности не имеют места из-за ограничений в виде критических поверхностей Роша, приносят мало пользы при интерпретации наблюдаемых кривых блеска. Однако мы думаем, что наши таблицы для $K = 0.7 - 0.9$ могут быть полезны в тех случаях, когда в рамках классической модели решение оказывается невозможным, как например, для *RZ Sct* [39].

2) δ Lib (*BZ* - 7⁰3938, *HD* 132742) принадлежит к числу одной из наиболее ярких затменно-переменных. Фотографическая звездная величина ее, как явствует из Общего Каталога переменных звезд Кукаркина и Паренаго, в максимуме 4.79, а глубины первичного и вторичного минимумов соответственно 1.14 и 0.07. Система неоднократно изучалась визуально и фотографически, а первая фотоэлектрическая кривая блеска была получена Стеббин-

сом еще в 1928 г. [40]. Решение этой кривой привело к следующим элементам орбиты [41]:

$$U = 0.4, \quad K = 0.97 \pm 0.04, \quad a_1 = 0.313 \pm 0.005, \\ a_2 = 0.303 \pm 0.005, \quad L_1 = 0.900 \pm 0.008, \quad i = 80^{\circ}0 \pm 0^{\circ}6.$$

Кривые лучевых скоростей получали Шлезингер [42] и Мак-Лафли [43]. В сравнительно недавнее время δ Lib была детально исследована Кохом [44], который получил очень точную кривую блеска в системе UVV. Им найдены следующие элементы орбиты:

$$K = 0.975, \quad a_1 = 0.300, \quad b_1 = 0.294, \quad a_2 = 0.308, \\ b_2 = 0.302, \quad i = 78^{\circ}6.$$

Эти элементы согласуются с глубиной и формой первичного минимума во всех цветах, глубиной вторичного минимума в желтом цвете и глубиной и формой вторичного минимума в синем цвете. Однако анализ изменений блеска обнаружил целый ряд пекулярностей, трудно объяснимых с точки зрения классической модели. Это побудило Сахаде заново исследовать δ Lib спектроскопически [8]. Целью этого последнего исследования была, по-видимому, проверка предположения, выдвинутого Кохом на основании изучения изменений периода, о возможности существования третьего тела в системе. Результаты измерения скорости системы, полученные Сахаде, не подтверждают, однако, гипотезы Коха.

Комбинируя результаты спектральных и фотометрических наблюдений, Сахаде находит значения масс главной

звезды и спутника равными соответственно $3m_{\odot}$ и $1.3m_{\odot}$. При этом спутник заполняет критическую поверхность Роша. Последнее считалось доказанным и ранее. Поэтому ожидалось, что спектральные наблюдения обнаружат эмиссию в H_{α} , которая обычно приписывается газовым кольцам вокруг первичных компонентов. Однако следов эмиссии на спектрограммах с дисперсией около 20 \AA на мм, полученных на полутарометровом телескопе, обнаружено не было. С другой стороны, если отпадает предположение о наличии третьего тела в системе, то увеличение периода может быть связано с потерей массы вторичным компонентом. На эту возможность указывает Сахаде, который считает, что избыток цвета в ультрафиолете, обнаруженный Кохом, вероятно, обязан своим происхождением протяженной атмосфере. Если считать, что фотометрические элементы системы верны и пересмотреть отношение масс в сторону увеличения, то радиус вторичного компонента оказывается меньше критического. Такую возможность также рассматривает Сахаде. Однако при этом масса главной звезды, классифицируемой Сахаде как $A0V$, оказывается неправдоподобно малой для звезды главной последовательности.

Таким образом, представляло большой интерес решение фотоэлектрической кривой блеска, полученной Кохом, в предположении атмосферного затмения. Сначала мы

предполагали в соответствии с прежними определениями, что радиус холодного спутника больше радиуса главной звезды. При этом оказалось, что наилучшее согласие наблюдаемой и теоретических кривых блеска достигается при $K = 0.9$, если постулируется существование протяженной атмосферы и $K = 1$, если рассматривается классическая модель. Обе системы элементов орбиты приводятся в табл. 3, а табл. 4 - 6 содержат наблюдения Коха, объединенные нами в нормальные точки (столбцы 1 и 2) и $O-C$, соответствующие нашей интерпретации (3-ий столбец) и классической модели (4-ый столбец).

Таблица 3

	K	r_1	i	L_1	u	T_0
<i>U</i>	0.90	0.29	77 ⁰ ,4	0.88	0.51	3500
<i>B</i>	0.90	0.29	76 ⁰ ,2	0.91	0.58	3500
<i>V</i>	0.90	0.27	77 ⁰ ,2	0.86	0.48	3500
<i>U</i>	1.00	0.30	79 ⁰ ,2	0.90	0.51	
<i>B</i>	1.00	0.31	78 ⁰ ,2	0.93	0.58	
<i>V</i>	1.00	0.30	79 ⁰ ,3	0.89	0.48	

Таблица 4

u

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	$(O-C)_{\text{атмосф.}}$	$(O-C)_{\text{клас}}$	$(O-C)_{\text{атмосф.}}$
I.07I	0.00I7	-0.0I4	-0.006	+0.000
I.063	005I	- I7	- I2	- 6
I.033	0088	- I3	- IO	- 7
0.996	0II6	- 5	- 5	- 3
0.958	0I43	+ 0	- 2	- 3
0.888	0I82	+ I6	+ II	+ 7
0.837	0225	+ I8	+ IO	+ 2
0.756	0263	+ I8	- 9	- I
0.672	0308	+ 26	+ I6	+ 3
0.6I9	0337	+ 27	+ I8	+ 4
0.529	0394	+ 25	+ I6	+ 0
0.436	0457	+ I9	+ I4	- 3
0.396	049I	+ IO	+ 7	- II
0.343	0533	+ 7	+ 5	- I2
0.299	0567	+ 8	+ 8	- 9
0.256	0609	+ 3	+ 4	- I2
0.2I9	0649	- 2	+ I	- I4
0.I82	0686	+ I	+ 5	- 9
0.I32	0755	- 3	+ I	- IO
0.II8	0775	- 3	+ I	- 8
0.097	08I2	- 6	- I	- 7
0.08I	0847	+ 0	- 2	- 3
0.060	0.0897	+0.006	-0.00I	+0.0I2

$$\sum (O-C)^2 \quad 0.00429I \quad 0.00I83I \quad 0.00I303$$

Таблица 5

B

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	$(0-C)_{\text{атмосф.}}$	$(0-C)_{\text{клас.}}$	$(0-C)_{\text{атмосф.}}$
+I.059	0.0017	-0.030	-0.032	+0.000
I.046	0052	- 29	- 31	- 2
I.016	0087	- 22	- 26	+ 0
0.983	0117	- 16	- 22	+ 0
0.939	0147	+ 2	- 15	+ 4
0.884	0183	+ 10	- 8	+ 5
0.827	0216	+ 19	- 1	+ 7
0.747	0261	+ 25	+ 7	+ 8
0.666	0307	+ 24	+ 13	+ 9
0.611	0341	+ 23	+ 13	+ 4
0.529	0392	+ 7	+ 15	+ 1
0.507	0417	+ 21	- 1	- 2
0.431	0458	+ 20	+ 16	- 2
0.387	0489	+ 14	+ 17	- 8
0.347	0523	+ 4	+ 13	- 16
0.320	0553	- 1	+ 4	- 20
0.300	0574	+ 5	+ 0	- 13
0.250	0612	+ 11	+ 8	- 4
0.210	0644	- 1	+ 16	- 15
0.192	0675	+ 3	+ 5	- 9
0.160	0707	+ 1	+ 9	- 10
0.139	0737	+ 0	+ 7	- 9
0.120	0764	- 5	+ 7	- 11
0.098	0807	- 7	+ 2	- 7
0.086	0848	+ 5	- 9	+ 8
0.060	0890	+ 2	- 2	+0.009
+0.048	0.0934	+0.000	-0.005	

$$\sum(0-c)^2 \quad 0.006039 \quad 0.005416 \quad 0.002247$$

Таблица 6

V

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	$(O-C)_{атмосф.}$	$(O-C)_{клас.}$	$(O-C)_{атмосф.}$
+0.988	0.0017	-0.002	+0.006	+0.000
0.974	0052	+ I	+ 8	+ 2
0.947	0084	+ 6	+ I	+ 6
0.924	0117	- 2	+ I	- 4
0.891	0149	- 4	- 4	- 8
0.835	0185	+ 3	+ I	- 2
0.783	0217	+ 8	+ 4	+ 2
0.714	0263	+ 6	+ I	- 0
0.656	0298	+ 7	+ 2	+ I
0.606	0335	- 3	- 6	- 8
0.569	0355	+ 0	- 2	- 4
0.507	0392	+ 2	+ 2	+ 3
0.447	0431	+ 4	+ 5	- 2
0.393	0473	- 3	- I	- 10
0.347	0518	- 5	- 5	- 23
0.319	0549	+ I	- I	- 21
0.291	0574	- 7	+ 6	- 22
0.254	0610	+ 2	+ 4	- 13
0.212	0648	+ 2	+ 3	- 15
0.188	0677	+ 4	+ 2	- 3
0.150	0707	- I	+ 0	- 10
0.135	0737	- 3	- 4	- 13
0.122	0765	+ 5	- 4	- 7
0.100	0801	+ 6	+ 8	+ 5
0.082	0846	+ I	+ 6	+0.014
+0.062	0.0883	-0.004	+0.002	

$$\sum (O-C)^2 \quad 0.000444 \quad 0.000437 \quad 0.002773$$

Видно, что обе системы элементов удовлетворительно представляют наблюдаемую кривую, колебания элементов с длиной волны примерно одинаковы, но величины $O-C$ в случае классической модели меньше и ей следует отдать предпочтение.

Позднее, когда нами были вычислены таблицы потерь блеска для $K > I$, мы снова обратились к определению элементов орбиты σLib по сокращенной программе, остановившись на одном значении температуры протяженной атмосферы $T_0 = 3500^\circ \text{K}$. На этот раз решение для классической модели не проводилось. Кривые блеска решались в предположениях $K = I.1, I.2, I.3$. Наилучшее согласие с наблюдениями было найдено при $K = I.2$. Соответствующие элементы орбиты приводятся в табл. 7, а $O-C$ и $\sum(O-C)^2$ для разных цветов в 5-ых столбцах табл. 4 - 6.

Таблица 7

	K	r_1	i	L_1	u	T_0
U	I.20	0.24	80 ⁰ ,0	0.9I	0.5I	3500
B	I.20	0.24	79 ⁰ ,3	0.93	0.58	3500
V	I.20	0.24	78 ⁰ ,9	0.90	0.48	3500

Видно, что элементы орбиты, полученные в предположении атмосферного затмения, в целом лучше согласуются с данными наблюдений, чем решение для классической модели. Небольшие различия в наклонности орбиты могли бы быть легко сведены на нет путем изменения коэффициента потемнения к краю, как это будет показано на примере *RS Lep*. Обращает на себя внимание большое различие (0.244 и 0.300) в радиусе непрозрачного диска затмевающей звезды. Если принять нашу интерпретацию и массы компонентов по Сахаде, то радиус непрозрачного диска меньше размеров его критической фигуры Роша примерно на 0.06 в меридианальном сечении и на 0.14 в экваториальном сечении в направлении первой лагранжевой точки (в единицах большой полуоси). Приблизительно таких же размеров должна быть протяженная атмосфера, окружающая вторичный компонент субгигант. Она не обнаруживается спектроскопически из-за большого различия в яркости компонентов (около 2.5 звездных величин). Поскольку глубина первичного минимума только около 1.2 звездной величины, можно было бы ожидать обнаружения такой атмосферы не в излучении, а в поглощении излучения яркой звезды. Слабые линии, характерные для объекта позднего типа, подозреваемые Сахаде на одной из спектрограмм, относящейся к моменту главного минимума, вероятно, и принадлежат протяженной атмосфере, как это уже отмечалось у систем *RS Vul* и *TX U Ma*.

у σ Lib был измерен тригонометрический параллакс ($0.021'' \pm 0.013''$), что позволило определить ее визуальную абсолютную звездную величину $- +1.7 \pm 0.7$. Воспользовавшись этим результатом, а также спектральными и фотометрическими элементами, можно с помощью соотношения между болометрической звездной величиной, радиусом звезды и температурой

$$M_{\nu} = -0.27 - 5 \lg R + \frac{28500}{T} \quad (17)$$

оценить температуру субгиганта. Она оказалась равной 6600° К по элементам Коха и 6750° К по нашим элементам. Оба определения в сильной степени зависят от точности измерения параллакса и отношения светимостей компонентов в системе, и вероятная ошибка может быть по меньшей мере $\pm 1000^{\circ}$ К. Большое различие между приведенными выше оценками и принятой температурой протяженной атмосферы не является неожиданным, ибо эффективные в поглощении слои соответствуют радиальной оптической глубине $\tau < 10^{-2}$, а определяемая из (17) температура служит характеристикой фотосферных слоев.

3) *VV U Ma*, *XZ C Mi*, *RS Lep*. В опубликованном недавно Уилсоном исследовании [45] затменно-двойной *XZ C Mi* обращается внимание на то, что обнаружено по меньшей мере три затменно-двойных системы, изменения блеска которых в частных фазах затмения вбли-

зи первого и последнего контактов не удается объяснить классическими методами. Этими системами и являются *VVU Ma*, *XZC Mi* и *RS Lep*.

В случае *VVU Ma*, которая также наблюдалась Уилсоном фотозлектрически [46], эти аномалии были истолкованы как свидетельство наличия протяженной атмосферы вокруг темного спутника. О спектральном классе последнего известно только то, что он должен быть значительно более позднего типа чем главная звезда.

VVU Ma (*BD +56° 1995*) – система 10-ой фотографической звездной величины, как следует из Общего Каталога переменных звезд. Переменность ее блеска была обнаружена Гитц [47] в 1936 г. В 1950 г. Струве [48] получил кривую лучевых скоростей по линиям спектра главной звезды. Она была классифицирована им как звезда спектрального класса *A0*. Значение функции масс оказалось равным 0.015. Столь небольшие значения являются в целом довольно распространенным явлением среди алголей со вторичными компонентами субгигантами.

Как и в случае *Scliv*, мы решали кривую блеска вначале для полного затмения. При этом оказалось, что наилучшее согласие может быть достигнуто при равных радиусах компонентов. В табл. 8 – 10 приведены наблюдения в *UBV* и *O-C*, а в табл. II – элементы орбиты.

Таблица 8

U

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	(0-C) _{атмосф.}	(0-C) _{клас.}	(0-C) _{атмосф.}
+0.856	0.0040	-0.070	-0.094	+0.000
0.807	0114	- 47	- 69	+ 18
0.776	0153	- 39	- 59	+ 21
0.738	0194	- 31	- 49	+ 24
0.684	0237	- 12	- 28	+ 36
0.634	0267	+ 11	- 4	+ 55
0.573	0328	+ 12	+ 2	+ 47
0.535	0374	+ 27	- 4	+ 33
0.487	0411	+ 13	+ 8	+ 39
0.450	0439	+ 20	+ 18	+ 44
0.408	0477	+ 24	+ 24	+ 44
0.366	0527	+ 17	+ 21	+ 34
0.346	0567	+ 0	+ 6	+ 15
0.306	0602	+ 9	+ 17	+ 23
0.276	0635	+ 11	+ 20	+ 22
0.255	0678	- 2	+ 8	+ 8
0.235	0719	- 1	- 0	- 3
0.216	0753	- 2	- 4	- 8
0.194	0798	- 2	- 9	- 14
0.166	0822	- 7	+ 5	- 1
0.143	0883	- 2	- 3	- 8
0.119	0959	- 3	- 9	- 7
+0.100	0.1006	+0.003	-0.005	+0.008

$$\sum (0-c)^2 \quad 0.012449 \quad 0.022731 \quad 0.017298$$

Таблица 9

B

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	$(O-C)_{атмосф.}$	$(O-C)_{клас.}$	$(O-C)_{атмосф.}$
+0.873	0.0024	+0.002	-0.074	+0.000
0.849	0075	+ 10	- 63	+ 8
0.820	0115	+ 16	- 52	+ 12
0.786	0167	+ 7	- 53	+ 27
0.739	0203	+ 18	- 35	+ 13
0.680	0242	+ 32	- 12	+ 28
0.618	0289	+ 38	+ 5	+ 34
0.559	0346	+ 26	+ 5	+ 23
0.504	0392	+ 23	+ 12	+ 21
0.455	0432	+ 22	+ 18	+ 21
0.372	0511	+ 12	+ 22	+ 14
0.325	0570	- 4	+ 14	+ 1
0.278	0618	- 4	+ 18	+ 2
0.253	0649	- 7	+ 17	- 1
0.240	0683	- 22	+ 4	- 15
0.171	0768	- 14	+ 13	- 7
0.149	0810	- 13	+ 10	- 9
0.141	0847	- 12	- 2	- 19
0.121	0881	- 8	+ 2	- 11
0.101	0933	- 5	- 1	+ 2
0.082	0975	+ 4	+ 3	+ 11
0.079	1013	+ 2	- 5	+ 4
+0.070	0.1069	+0.002	-0.008	+0.002

$$\sum (O-C)^2 \quad 0.006221 \quad 0.018530 \quad 0.004981$$

Таблица IО

V

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	$(0-C)_{\text{атмосф.}}$	$(0-C)_{\text{клас.}}$	$(0-C)_{\text{атмосф.}}$
+0.810	0.0020	+0.000	-0.061	+0.000
0.808	0054	- 6	- 66	- 5
0.769	0109	+ 9	- 45	+ 9
0.723	0170	+ 10	- 35	+ 10
0.674	0214	+ 20	- 18	+ 20
0.615	0261	+ 30	+ 2	+ 30
0.546	0338	+ 12	- 0	+ 14
0.502	0374	+ 14	+ 9	+ 17
0.464	0407	+ 14	+ 15	+ 18
0.426	0448	+ 5	+ 13	+ 13
0.358	0518	- 1	+ 17	- 7
0.318	0571	- 13	+ 12	- 4
0.271	0624	- 15	+ 15	- 4
0.242	0663	- 18	+ 13	- 7
0.192	0756	- 26	+ 2	- 20
0.153	0825	- 10	+ 2	- 15
0.130	0872	- 6	+ 3	- 1
0.100	0966	- 0	- 4	+ 3
+0.089	0.1010	+0.003	-0.006	+0.003

$$\sum (0-C)^2 \quad 0.003618 \quad 0.013026 \quad 0.003258$$

Таблица II

	K	r_1	i	L_1	u	T_0
U	1.00	0.30	72 ⁰ 0	0.88	0.51	4000
B	1.00	0.28	74 ⁰ 5	0.88	0.58	4000
V	1.00	0.27	73 ⁰ 7	0.86	0.48	4000
U	1.00	0.34	73 ⁰ 1	0.90	0.51	
B	1.00	0.34	74 ⁰ 4	0.89	0.58	
V	1.00	0.34	73 ⁰ 8	0.88	0.48	
V	0.73	0.27	81 ⁰ 2	0.94	0.60	

В последней строчке элементы Уилсона. Принятые обозначения имеют тот же смысл, что и в таблицах для σ_{Lib} . Из сравнения третьих и четвертых столбцов табл. 8 - 10 видно, что в предположении о наличии протяженной атмосферы $\sum (O-C)^2$ меньше во всех цветах чем для классической модели. Однако имеются систематические изменения элементов от цвета к цвету. Вопреки ожиданиям для классической модели они меньше.

Следующим этапом было попытаться решить ту же кривую блеска в предположении кольцеобразного затмения в главном минимуме. Решение подтвердило правильность вывода Уилсона о характере затмения. Результаты решения приведены в табл. 12.

Таблица 12

	K	r_1	i	L_1	u	T_0
U	1.20	0.28	74 ⁰ ,4	0.94	0.51	3500
B	1.20	0.26	76 ⁰ ,0	0.93	0.58	3500
V	1.20	0.26	74 ⁰ ,8	0.92	0.48	3500

Значения $\sum (O-C)^2$ всегда меньше чем в случае полного затмения (сравни 4-ые и 5-ые столбцы табл. 8 - 10). Индивидуальные $O-C$ выше чем, например, для σLib , но и разброс точек наблюдаемой кривой $VV U Ma$ значительно больше чем у σLib . Точность наблюдений Уилсона достаточно высока. По-видимому, масштабы нестационарных явлений у этой системы таковы, что нужны длинные ряды наблюдений для получения более точной кривой блеска.

Полученные нами элементы орбиты $VV U Ma$ следует рассматривать как первое приближение, поскольку и для кольцеобразного затмения изменения от цвета к цвету довольно большие. Учитывая малость величин $O-C$ во всех цветах, разумно предположить, что спутник в системе $VV U Ma$ окружен протяженной атмосферой, но последняя по своим характеристикам сильно отличается от наших моделей. В табл. 13 приводятся элементы орбиты $VV U Ma$ для $K = I$ и различных значений температуры протяженной атмосферы от $2500^\circ K$ до $4500^\circ K$. Для вычисленных нами моделей протяженность атмосферы увеличивается с температурой. Данные табл. 13 говорят о том, что согласованные, т.е. мало зависящие от длины волны наблюдений, элементы орбиты могут быть получены, если поглощательные свойства атмосферы усиливаются с уменьшением длины волны. Для наших моделей имеет место обратное.

Таблица 13

	K	r_1	l	L_1	u	T_0
U	1.00	0.32	71 ⁰ ,7	0.89	0.51	2500
	1.00	0.31	71 ⁰ ,5	0.89	0.51	3000
	1.00	0.31	71 ⁰ ,8	0.88	0.51	3500
	1.00	0.30	72 ⁰ ,0	0.88	0.51	4000
	1.00	0.28	72 ⁰ ,2	0.88	0.51	4500
B	1.00	0.31	73 ⁰ ,3	0.88	0.58	2500
	1.00	0.29	73 ⁰ ,3	0.88	0.58	3000
	1.00	0.29	73 ⁰ ,8	0.88	0.58	3500
	1.00	0.28	74 ⁰ ,5	0.88	0.58	4000
	1.00	0.26	74 ⁰ ,4	0.87	0.58	4500
V	1.00	0.30	72 ⁰ ,6	0.87	0.48	2500
	1.00	0.28	72 ⁰ ,6	0.86	0.48	3000
	1.00	0.28	73 ⁰ ,1	0.86	0.48	3500
	1.00	0.27	73 ⁰ ,7	0.86	0.48	4000
	1.00	0.25	74 ⁰ ,0	0.86	0.48	4500

Имеется интерпретация кривой блеска *VVU Ma*, совершенно отличная от нашей или Уилсона, принадлежащая Гораку [38]. Разработанный им метод определения элементов орбиты для схемы шар-эллипсоид [49] приводит к элементам орбиты, которые даны в табл. 14. Обращает на себя внимание очень хорошее согласие элементов в разных лучах, а суммы $(O-C)^2$ (правда, для ректифицированной кривой) — 0.00064330, 0.000017120 и

0.00029639 для UBV соответственно много меньше чем у нас. Однако и это решение не вполне удовлетворительное.

Таблица 14

	i	R	α	β	ϵ	μ	L_1	L_2
U	$81^{\circ}46$	0.3579	0.3574	0.2690	0.2577	0.604	0.9119	0.0881
B	$81^{\circ}52$	0.3579	0.3379	0.2690	0.2582	0.669	0.9447	0.0553
V	$81^{\circ}51$	0.3575	0.3137	0.2694	0.2572	0.582	0.8844	0.1156

Полученные из ректификации кривой блеска значения фотометрической эллипсоидальности Nz равны 0.140, 0.125 и 0.114 в цветах UBV . А окончательные элементы орбиты соответствуют гораздо большим значениям эллипсоидальности компонентов 0.423, 0.358, 0.258. Именно с этими последними значениями следует провести обратную ректификацию теоретической кривой блеска и сравнить ее с наблюдаемой. Очевидно, что расхождения будут значительно большими, чем приведенные Горакком для ректифицированных кривых. Мы намеренно сравнивали эллипсоидальности по Горакку с фотометрическими эллипсоидальностями Nz . Строго говоря, следовало бы сравнивать их с величинами Z . В этом случае расхождение будет примерно в два с половиной раза больше. Кроме того, трудно поверить в то, что светимость спутника в цвете B может быть в два с лишним раза больше чем в V . По нашему мнению, ни одна из приведенных интер-

преаций кривой блеска $VVU Ma$ не может считаться вполне удовлетворительной.

Интересно отметить, однако, что, несмотря на различия в подходе, радиус вторичного компонента $VVU Ma$ оказался почти одинаковым для всех приведенных решений. Воспользуемся этим обстоятельством для оценки массы и радиуса спутника. К сожалению, класс светимости главной звезды неизвестен. Если это карлик класса $A0$ с массой около $3m_{\odot}$, типичной для представителей главной последовательности, то отношение масс компонентов равно 0.2, а масса спутника около $0.6m_{\odot}$. Но при этом размеры меридианального сечения критической фигуры Роша [50] равнялись бы 0.233 и 0.242 соответственно в плоскости орбиты и перпендикулярно к ней, что меньше фотометрического радиуса. Считая, что спутник заполняет критическую поверхность Роша, находим, что отношение масс $\alpha = 0.3$, масса первичного компонента $1m_{\odot}$, масса спутника $0.3m_{\odot}$, а радиус его $0.24R_{\odot}$. Аномальная форма кривой блеска $VVU Ma$ оставляет мало сомнений в том, что в пространстве между компонентами присутствует материя, так что неточность определения масс обусловлена скорее не предположением о заполнении спутником критической поверхности Роша, а ошибками определения элементов орбиты и функции масс.

Затменно-переменные системы $XZ CMi$ и $RS Lep$, насколько можно судить по сведениям, имеющимся в лите-

ратуре, спектроскопически не изучались, так что отношение масс неизвестно. О верности полученных элементов орбиты можно судить лишь по степени согласия теоретической кривой блеска с наблюдаемой.

Переменность блеска системы $XZ\ C\ Mi$ ($B\Delta$ +4⁰I850) была обнаружена Хофмейстером [51]. Видимая фотографическая звездная величина системы в максимуме равна 10.2 по данным Общего Каталога переменных звезд. Первая и единственная пока фотоэлектрическая кривая блеска $XZ\ C\ Mi$ была получена Уилсоном. Попытка определить элементы орбиты методом Расселла обнаружила, что изучаемая система сильно отличается от классической модели. Соотношения между α_0 и K , полученные по глубине затмения (см. уравнение (I4)) и по форме кривой в минимуме (по X - функциям Расселла), приводят к противоречивым результатам. Разброс точек велик, и Уилсон склонен подозревать физическую переменность одного из компонентов или звезды сравнения. Удовлетворительно представляющих всю кривую блеска элементов орбиты найти не удалось.

Как и в рассмотренных выше примерах, двухцветная кривая блеска $XZ\ C\ Mi$ (см. табл. I5, I6) решалась нами вначале для случая $K \ll 1$.

Таблица 15

B

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	$(O-C)_{\text{атмосф.}}$	$(O-C)_{\text{клас.}}$	$(O-C)_{\text{атмосф.}}$
+0.752	0.0045	-0.093	-0.097	+0.000
0.713	0136	- 78	- 82	+ 8
0.643	0201	- 38	- 42	+ 39
0.567	0310	- 31	- 34	+ 29
0.474	0373	+ 17	+ 15	+ 66
0.443	0424	+ 9	+ 8	+ 50
0.414	0456	+ 13	+ 12	+ 50
0.399	0484	+ 7	+ 7	+ 40
0.360	0529	+ 12	+ 13	+ 40
0.305	0615	+ 5	+ 7	+ 24
0.283	0670	- 10	- 7	+ 4
0.225	0737	+ 8	+ 12	+ 18
0.189	0845	- 11	- 8	- 7
0.166	0888	- 8	- 5	- 4
+0.139	0.0982	-0.003	-0.012	+0.005
$\sum (O-C)^2$		0.018253	0.020179	0.015898

Таблица 16

V

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	$(O-C)_{\text{атмосф.}}$	$(O-C)_{\text{клас.}}$	$(O-C)_{\text{атмосф.}}$
+0.689	0.0048	-0.095	-0.114	+0.000
0.646	0142	- 75	- 92	+ 7
С.516	0217	+ 24	+ 10	+ 90
0.463	0348	+ 3	- 5	+ 37
0.426	0412	- 1	- 5	+ 18
0.361	0483	+ 16	+ 16	+ 21
0.309	0577	+ 7	+ 11	- 5
0.280	0660	- 15	- 8	- 10
0.216	0771	- 12	- 3	- 12
0.164	0887	- 13	- 2	- 18
С.119	0990	+ 4	+ 5	+ 5
0.102	1070	- 2	- 1	+ 2
+0.081	0.1201	+0.032	+0.006	+0.002
$\sum (O-C)^2$		0.017123	0.022126	0.010909

Полученные элементы орбиты (см. табл. I7), несмотря на хорошее согласие между собой в цветах B и V , малоудовлетворительны, поскольку дно минимума воспроизводится плохо. Это имеет место и при гипотезе атмосферного затмения и для классической модели.

Таблица I7

	k	r_1	i	L_1	u	T_0
B	1.00	0.33	68 ⁰ ,6	0.86	0.58	2500
V	1.00	0.33	69 ⁰ ,1	0.74	0.48	2500
B	1.00	0.36	69 ⁰ ,8	0.89	0.58	
V	1.00	0.38	69 ⁰ ,7	0.78	0.48	

Несколько иначе обстоит дело с решением в случае кольцеобразного затмения (табл. I8). Величины $O-C$ и $\sum(O-C)^2$ меньше чем при $k \leq 1$, но в цвете B почти все $O-C$ положительны, а расхождения в радиусах между B и V довольно велики. В целом согласие лучше чем по классической модели. Полученные элементы орбиты следует рассматривать лишь как предварительные.

Таблица I8

	k	r_1	i	L_1	u	T_0
B	1.20	0.29	70 ⁰ ,5	0.88	0.58	3500
V	1.20	0.27	72 ⁰ ,2	0.79	0.48	3500

Переменность блеска *RS Lep* была открыта еще в 1931 г., но первая фотоэлектрическая кривая блеска была опубликована лишь в 1964 г. в работе Вуда и Клепчинского [52]. Там же приводится оценка спектрального класса главного компонента (A_2), данная Уилсоном. По данным Общего Каталога переменных звезд блеск системы в максимуме соответствует фотографической звездной величине, равной 9.3, а глубина главного минимума - 2.2. Фотоэлектрическая кривая блеска совершенно иного характера нежели кривая *XZ CMi*. Внезатменные колебания блеска почти отсутствуют. Минимум глубокий и узкий, но вблизи первого и последнего контактов блеск нарастает значительно медленнее, чем этого можно было бы ожидать из общего поведения кривой. Это нашло свое подтверждение и при определении элементов орбиты. Последние определялись Клепчинским и Вудом только по кривой в желтых лучах, поскольку глубина вторичного минимума в синих лучах определяется очень неуверенно. Расхождение между теоретической и наблюдаемой кривыми прогрессивно нарастало с увеличением блеска. Отношение радиусов оказалось равным 0.905. Наше решение кривой в цвете V (табл. 19) для случая полного затмения, приведенное в табл. 20, несколько отличается от результатов Клепчинского и Вуда (табл. 20, третья строка), как для атмосферного затмения, так и по классической модели.

Таблица 19

$m(\theta) - m(0.75)$	θ	$(O-C)_{\text{атмосф.}}$	$(O-C)_{\text{клас.}}$
I.44I	0.0028	-0.040	-0.006
I.403	0084	- 70	- 60
I.297	0I22	- 40	- 49
I.2I2	0I7I	- 72	- 99
I.044	02I0	- 7	- 40
0.930	0255	- 7	- 40
0.804	0298	+ 2	- 26
0.698	0333	+ 22	- 2
0.597	0380	+ 18	+ 3
0.549	0408	+ 5	- 4
0.487	0439	+ 5	+ 2
0.4I7	0472	+ 7	+ 10
0.298	0568	- 2I	- 4
0.228	0603	- I	+ 20
0.I45	0673	+ 0	+ 26
0.072	0764	+ 24	+ 18
0.053	0825	- 4	- 4
0.025	0.0908	-0.003	-0.015
	$\sum (O-C)^2$	0.015336	0.021504

Таблица 20

K	r_s	i	L_s	u	T_0
I.00	0.24	8I ⁰ ,4	0.94	0.48	3500
I.00	0.28	84 ⁰ ,2	0.95	0.48	
0.90	0.30	84 ⁰ ,I	0.94	0.60	

Поскольку элементы орбиты получены по кривой блеска в одном цвете и ввиду отсутствия результатов спектральных исследований, можно лишь констатировать, что предположение о наличии протяженной атмосферы вокруг спутника в системе *RS Lep* с температурой $T_0 = 4500^\circ \text{K}$ приводит к неплохому согласию теоретической и наблюдаемой кривых блеска.

Как уже подчеркивалось выше, во всех рассмотренных примерах предполагалось, что распределение яркости по диску затмываемой звезды подчиняется обычному косинусоидальному закону, а коэффициент потемнения к краю u совпадает с теоретическим для данного спектрального класса, взятым по данным расчетов моделей атмосфер из работы [35]. Влияние различий в потемнении к краю диска затмываемой звезды изучалось только на одном примере. А именно, мы решали кривую блеска *RS Lep* в желтых лучах для значения $K = 1$, положив коэффициент потемнения равным 0.48, а затем равным нулю. Соответствующие этим двум случаям $0-C$ и $\sum (0-C)^2$ приведены в табл. 21 (1-ый и 2-ой столбцы по нашим моделям, 3-ий и 4-ый — классическая модель), а элементы орбиты содержатся в табл. 2. Хорошо видно, что изменения в u наиболее заметным образом сказываются на значении наклона орбиты.

Таблица 21

Модель с протяженной атмосферой		Классическая модель	
$u = 0.48$	$u = 0.00$	$u = 0.48$	$u = 0.00$
-0.018	-0.011	-0.053	-0.059
- 42	- 41	- 89	- 60
- 7	- 13	- 64	- 49
- 36	- 48	- 99	- 99
+ 30	+ 14	- 33	- 40
+ 28	+ 8	- 30	- 40
+ 33	+ 13	- 15	- 26
+ 47	+ 28	+ 8	- 2
+ 37	+ 19	+ 10	+ 3
+ 20	+ 4	+ 1	+ 4
+ 17	+ 2	+ 6	+ 2
+ 14	+ 2	+ 12	+ 10
- 22	- 32	- 6	- 4
- 4	- 13	+ 17	+ 20
- 5	- 2	+ 22	+ 26
+ 15	+ 13	+ 16	+ 18
- 2	- 4	- 4	- 4
+0.002	+0.001	-0.012	-0.015
0.011427	0.007256	0.028411	0.024949

Таблица 22

κ	r_1	i	L_1	u	T_0
1.00	0.23	80 ^{0,3}	0.93	0.48	4500
1.00	0.22	81 ^{0,1}	0.93	0.00	4500
1.00	0.29	83 ^{0,0}	0.95	0.48	
1.00	0.28	84 ^{0,2}	0.95	0.00	

Таким образом, мелкие "неполадки" в решении почти всегда можно устранить, соответствующим образом выбрав коэффициент потемнения к краю диска. В частности, различия в наклонности орбиты в разных лучах, выходящие за пределы ошибок, говорят о некорректности решения задачи. Остается открытым вопрос о том, получаем ли мы истинные значения коэффициента потемнения к краю диска затмеваемой звезды, если они получены ценой устранения различий в i от цвета к цвету. Обсуждение этого вопроса выходит за рамки данной работы.

5. Некоторые выводы

Выше были приведены физические и геометрические параметры нескольких избранных тесных двойных звезд с протяженными атмосферами, найденные путем решения широколопосных фотоэлектрических кривых блеска. Помимо ошибок наблюдений на точности окончательных результатов сильно сказываются недостатки процесса решения кривой блеска. Вероятно, основным из них является процесс ректификации кривой блеска. Часть расхождений теоретических и наблюдаемых кривых должна быть отнесена за счет ошибок определения максимальной фазы затмения α_0 по уравнению (16). Наконец, определенную роль, несомненно, сыграл учет весов наблюдений в методе Копала - Табачника. Несмотря на все это, результаты решения кривых блеска систем δ Lib, VV U Ma, XZ C Mi и RS Lep,

как нам кажется, дают основания утверждать, что таблицы фотометрических фаз, рассчитанные по нашим моделям, могут быть использованы для решения кривых блеска тесных пар, где подозревается наличие атмосферного затемнения. При этом следует помнить, что мы в качестве затемняющей рассматривали звезду с протяженной атмосферой, в которой происходит поглощение на ионах H^- , и влиянием предела Роша пренебрегали. В тех случаях, когда удовлетворительного решения найти не удастся, можно оценить, по крайней мере, каково влияние эффектов протяженной атмосферы на элементы орбиты.

Другой вывод, который следует из наших расчетов, состоит в том, что широкополосные фотоэлектрические наблюдения в системе UBV в некоторых случаях допускают неоднозначность решения. Наглядной иллюстрацией этого положения может служить пример с $VV U Ma$, где с одинаковым успехом предложено три различных системы элементов орбиты, хотя ни одна из интерпретаций не объясняет всех наблюдательных фактов. Величины $O-C$ и $\sum (O-C)^2$ являются лишь хорошим критерием воспроизводимости наблюдаемой кривой блеска данной системой элементов в данном цвете, поскольку "колебания" элементов от цвета к цвету могут быть отчасти обусловлены инструментальными эффектами. Для нахождения достаточно обоснованной системы элементов орбиты фотометрической двой-

ной звезды нужно получать узкополосные фотозлектрические кривые блеска и знать, по меньшей мере, значение функции масс из спектральных наблюдений.

Мы полагаем, что проблема определения физических и геометрических параметров тесных двойных систем будет решена не путем совершенствования процесса ректификации, а путем построения теоретических моделей и последующего их сравнения с наблюдениями. Исходным материалом для создания теоретических моделей должны послужить элементы орбиты, полученные классическими или иными методами. Модель должна учитывать вращение компонентов системы, их взаимное облучение, искажение их фигур и предсказывать изменение спектральных и колориметрических характеристик двойной звезды со временем.

В заключение автор выражает благодарность А. Сапару за ценные замечания и критику. Автор благодарит А. М. Черепашука и В. М. Табачника за возможность ознакомления с работами до их опубликования, а старшего оператора вычислительного центра АН ЭССР А. Мэнниль и инженера Т. Иосифову за содействие в проведении необходимых вычислений. В оформлении работы неоценимую помощь оказали автору С. Феклистов, Я. Пертельсон, а также Л. Палиале и В. Лууд.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

ТАБЛИЦЫ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПОТЕРЬ
БЛЕСКА ДЛЯ АТМОСФЕРНЫХ ЗАТМЕНИЙ

(За единицу принят блеск
затмеваемой звезды)

$\kappa = 0.7$ $\lambda = 0.36 \mu$

$T_0 (^{\circ}K)$	2500		3500		4500		
	ρ	δ	u	δ	u	δ	u
-0.920	I.0000	0.9998	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000
0.840	0.9958	9879	0.9975	0.9924	0.9987	0.9960	0.9960
0.760	9835	9650	9883	9741	9936	9855	9855
0.680	9631	9342	9718	9481	9833	9681	9681
0.600	9350	8975	9481	9159	9670	9444	9444
0.520	9002	8566	9177	8789	9446	9152	9152
0.440	8596	8126	8813	8383	9162	8813	8813
0.360	8141	7665	8398	7950	8823	8433	8433
0.280	7648	7190	7941	7497	8435	8032	8032
0.200	7124	6705	7448	7031	8005	7604	7604
0.120	6579	6216	6929	6556	7540	7160	7160
-0.040	6020	5727	6392	6077	7048	6705	6705
+0.040	5454	5239	5842	5596	6534	6242	6242
0.120	4888	4756	5288	5118	6007	5775	5775
0.200	4329	4280	4736	4645	5472	5308	5308
0.280	3783	3814	4192	4179	4937	4844	4844
0.360	3255	3360	3662	3723	4407	4386	4386
0.440	2752	2921	3153	3279	3890	3935	3935
0.520	2280	2498	2669	2850	3389	3495	3495
0.600	1842	2095	2216	2437	2912	3068	3068
0.680	1446	1714	1800	2045	2463	2657	2657
0.760	1094	1358	1425	1675	2049	2266	2266
0.840	0794	1033	1096	1332	1674	1896	1896
0.920	0548	0742	0818	1022	1343	1553	1553
I.000	0362	0496	0596	0750	1061	1243	1243
I.143	0180	0234	0347	0420	0691	0806	0806
I.286	0096	0123	0214	0253	0460	0527	0527
I.428	0053	0068	0138	0159	0316	0354	0354
I.571	0030	0039	0091	0104	0224	0246	0246
I.714	0017	0022	0061	0070	0161	0175	0175
I.857	0009	0013	0040	0047	0117	0126	0126
2.000	0005	0007	0026	0032	0085	0092	0092
2.143	0003	0004	0017	0021	0060	0067	0067
2.286	0001	0003	0010	0013	0042	0048	0048
2.428	0001	0002	0006	0008	0028	0033	0033
2.571	0001	0001	0003	0005	0017	0022	0022
2.714	0000	0001	0002	0003	0009	0014	0014
2.857	0000	0001	0001	0002	0004	0007	0007
+3.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003

$\kappa = 0,8$ $\lambda = 0,36 \mu$

$T_0 (^{\circ}K)$	2500		3500		4500	
	ρ	δ	u	δ	u	δ
-0.920	0.9998	0.9991	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.840	9940	9835	0.9962	0.9889	0.9980	0.9940
0.760	9790	9564	9846	9668	9912	9804
0.680	9554	9215	9650	9367	9783	9592
0.600	9241	8814	9380	9007	9587	9313
0.520	8861	8377	9042	8605	9327	8980
0.440	8427	7916	8647	8172	9005	8605
0.360	7949	7440	8204	7718	8630	8198
0.280	7437	6954	7722	7250	8209	7767
0.200	6901	6465	7210	6772	7751	7321
0.120	6346	5974	6676	6291	7261	6861
-0.040	5781	5485	6128	5808	6747	6394
+0.040	5214	5000	5572	5328	6217	5924
0.120	4650	4523	5016	4853	5679	5453
0.200	4096	4054	4465	4384	5137	4986
0.280	3557	3597	3926	3925	4599	4523
0.360	3040	3154	3404	3477	4071	4069
0.440	2550	2726	2904	3043	3559	3625
0.520	2091	2315	2433	2624	3067	3193
0.600	1670	1925	1995	2223	2602	2777
0.680	1290	1558	1595	1844	2169	2378
0.760	0956	1216	1237	1488	1773	2000
0.840	0674	0906	0928	1160	1418	1645
0.920	0447	0631	0670	0865	1109	1318
1.000	0280	0401	0469	0611	0851	1024
1.125	0140	0190	0275	0343	0558	0666
1.250	0075	0100	0170	0207	0372	0435
1.375	0042	0055	0109	0131	0256	0293
1.500	0023	0032	0072	0086	0181	0203
1.625	0013	0018	0048	0057	0130	0145
1.750	0007	0010	0032	0039	0094	0104
1.875	0004	0006	0021	0026	0068	0076
2.000	0002	0004	0013	0017	0048	0055
2.125	0001	0002	0008	0011	0033	0039
2.250	0001	0002	0004	0007	0022	0027
2.375	0000	0001	0002	0004	0013	0018
2.500	0000	0001	0001	0003	0007	0011
2.625	0000	0001	0001	0002	0003	0006
2.750	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003

$\kappa=0.9$ $\lambda=0.36 \mu$

$T_0(^{\circ}K)$	2500		3500		4500	
	ρ	δ	u	δ	u	δ
-0.92	0.9996	0.9979	0.9999	0.9993	1.0000	0.9997
0.84	9916	9776	9944	9842	0.9970	9913
0.76	9735	9457	9799	9575	9882	9741
0.68	9465	9069	9571	9233	9724	9487
0.60	9120	8637	9267	8838	9496	9168
0.52	8713	8177	8898	8408	9201	8800
0.44	8256	7702	8476	7955	8846	8395
0.36	7760	7216	8011	7487	8440	7964
0.28	7235	6726	7511	7010	7992	7514
0.20	6688	6235	6986	6528	7509	7053
0.12	6129	5747	6443	6046	7001	6584
-0.04	5563	5262	5822	5505	6473	6112
+0.04	4998	4784	5332	5089	5934	5640
0.12	4680	4522	4941	4759	5477	5245
0.20	3894	3857	4233	4160	4848	4707
0.28	3365	3411	3701	3709	4312	4250
0.36	2860	2979	3188	3271	3790	3803
0.44	2382	2563	2700	2847	3285	3368
0.52	1938	2165	2242	2439	2805	2946
0.60	1531	1787	1818	2050	2354	2541
0.68	1167	1433	1433	1683	1936	2154
0.76	0850	1105	1092	1341	1556	1788
0.84	0584	0807	0799	1026	1219	1446
0.92	0373	0546	0560	0746	0930	1133
1.00	0222	0331	0377	0507	0692	0855
I. (1)	0111	0157	0221	0285	0455	0556
I. (2)	0060	0082	0137	0172	0305	0364
I. (3)	0033	0046	0088	0109	0209	0246
I. (4)	0019	0026	0058	0072	0148	0171
I. (5)	0010	0015	0039	0048	0106	0121
I. (6)	0006	0009	0026	0032	0076	0088
I. (7)	0003	0005	0016	0022	0055	0064
I. (8)	0001	0003	0010	0014	0038	0046
I. (9)	0001	0002	0006	0009	0026	0033
2. (1)	0000	0002	0003	0006	0017	0023
2. (2)	0000	0001	0002	0004	0010	0015
2. (3)	0000	0001	0001	0002	0005	0009
+2. (4)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0004

$\kappa = 1.0$ $\lambda = 0.36 \mu$

$T_0 (^{\circ}K)$	2500		3500		4500	
	\mathcal{D}	u	\mathcal{D}	u	\mathcal{D}	u
-0.92	0.9990	0.9953	0.9996	0.9980	0.9998	0.9991
0.84	9877	9680	9915	9769	9954	9872
0.76	9659	9310	9737	9451	9841	9656
0.68	9355	8886	9475	9069	9653	9360
0.60	8980	8430	9139	8646	9392	9003
0.52	8550	7957	8744	8196	9065	8605
0.44	8075	7474	8300	7731	8681	8177
0.36	7567	6987	7818	7256	8250	7729
0.28	7034	6499	7306	6776	7781	7269
0.20	6484	6013	6773	6295	7282	6801
0.12	5925	5531	6226	5816	6762	6329
-0.04	5362	5055	5672	5341	6226	5857
+0.04	4803	4588	5119	4874	5680	5386
0.12	4252	4129	4569	4413	5136	4921
0.20	3715	3682	4030	3961	4595	4463
0.28	3198	3247	3507	3520	4065	4014
0.36	2705	2827	3004	3092	3550	3576
0.44	2240	2423	2528	2680	3056	3151
0.52	1810	2037	2083	2284	2588	2740
0.60	1418	1672	1673	1907	2149	2344
0.68	1068	1330	1302	1552	1746	1968
0.76	0765	1014	0976	1221	1381	1614
0.84	0513	0729	0699	0920	1061	1285
0.92	0316	0480	0475	0652	0789	0986
1.00	0179	0277	0307	0427	0570	0724
1.10	0090	0132	0181	0241	0376	0472
1.20	0048	0069	0113	0146	0252	0310
1.30	0027	0038	0073	0092	0174	0209
1.40	0015	0022	0048	0060	0122	0145
1.50	0008	0012	0032	0040	0068	0103
1.60	0005	0007	0021	0027	0063	0074
1.70	0002	0004	0013	0018	0045	0054
1.80	0001	0002	0008	0012	0032	0039
1.90	0001	0001	0005	0007	0021	0027
2.00	0000	0001	0003	0004	0014	0019
2.10	0000	0000	0001	0003	0008	0012
2.20	0000	0000	0001	0001	0004	0008
2.30	0000	0000	0000	0001	0002	0004
+2.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001

$\kappa = 0.7$ $\lambda = 0.45\mu$

T_0 ($^{\circ}K$)	2500		3500		4500		
	p	D	U	D	U	D	U
-0.920	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000
0.840	0.9968	0.9906	0.9983	0.9946	0.9992	0.9976	0.9976
0.760	9866	9711	9912	9801	9959	9905	9905
0.680	9689	9435	9777	9580	9885	9775	9775
0.600	9436	9096	9573	9294	9760	9584	9584
0.520	9116	8710	9304	8955	9578	9334	9334
0.440	8735	8288	8973	8575	9337	9034	9034
0.360	8303	7841	8589	8152	9040	8691	8691
0.280	7829	7376	8159	7727	8692	8314	8314
0.200	7322	6899	7690	7274	8298	7910	7910
0.120	6789	6416	7190	6809	7864	7485	7485
-0.040	6240	5929	6668	6336	7399	7045	7045
+0.040	5680	5442	6130	5861	6907	6593	6593
0.120	5118	4959	5584	5385	6397	6135	6135
0.200	4559	4482	5036	4912	5874	5673	5673
0.280	4010	4013	4492	4445	5346	5211	5211
0.360	3478	3555	3960	3985	4819	4752	4752
0.440	2967	3110	3444	3537	4299	4299	4299
0.520	2484	2681	2950	3101	3791	3854	3854
0.600	2035	2270	2485	2681	3302	3421	3421
0.680	1623	1880	2052	2279	2838	3000	3000
0.760	1255	1515	1658	1898	2403	2597	2597
0.840	0936	1178	1307	1542	2003	2213	2213
0.920	0670	0875	1005	1216	1644	1853	1853
I.000	0461	0613	0756	0926	1329	1522	1522
I.143	0238	0307	0454	0545	0894	1031	1031
I.286	0129	0164	0283	0333	0605	0689	0689
I.428	0072	0091	0182	0210	0419	0468	0468
I.571	0040	0039	0091	0104	0224	0246	0246
I.714	0017	0022	0061	0070	0161	0175	0175
I.857	0009	0013	0040	0047	0117	0126	0126
2.000	0005	0007	0026	0031	0085	0092	0092
2.143	0003	0004	0017	0021	0060	0067	0067
2.286	0001	0003	0010	0013	0042	0048	0048
2.428	0001	0002	0006	0008	0028	0033	0033
2.571	0001	0001	0003	0005	0017	0022	0022
2.714	0000	0000	0002	0003	0010	0014	0014
2.857	0000	0000	0001	0002	0005	0009	0009
+3.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0003	0.0003

$\kappa = 0.8$ $\lambda = 0.45 \mu$

$T_0 (^{\circ}\text{K})$	2500		3500		4500	
	ρ	δ	u	δ	u	δ
-0.920	0.9999	0.9994	I.0000	0.9999	I.0000	I.0000
0.840	9953	9869	0.9973	9919	0.9988	0.9963
0.760	9827	9633	9882	9738	9942	9867
0.680	9618	9316	9717	9476	9846	9701
0.600	9332	8939	9480	9150	9690	9467
0.520	8977	8521	9174	8774	9470	9174
0.440	8566	8074	8809	8363	9190	8833
0.360	8107	7608	8393	7925	8853	8454
0.280	7611	7129	7934	7469	8466	8045
0.200	7087	6645	7441	7001	8039	7617
0.120	6541	6157	6922	6526	7574	7171
-0.040	5983	5668	6385	6047	7082	6714
+0.040	5419	5183	5837	5569	6568	6250
0.120	4856	4704	5285	5093	6041	5784
0.200	4300	4233	4735	4623	5507	5318
0.280	3758	3772	4194	4161	4972	4855
0.360	3234	3323	3667	3709	4442	4398
0.440	2735	2890	3160	3269	3923	3949
0.520	2267	2473	2677	2843	3422	3511
0.600	1833	2075	2225	2434	2944	3086
0.680	1439	1699	1809	2044	2493	2677
0.760	1090	1349	1433	1677	2076	2286
0.840	0790	1027	1103	1337	1696	1917
0.920	0544	0740	0822	1027	1360	1572
I.000	0357	0496	0596	0755	1071	1258
I.125	0185	0249	0359	0446	0723	0851
I.250	0100	0133	0224	0272	0490	0569
I.375	0056	0074	0145	0172	0340	0387
I.500	0031	0042	0095	0113	0241	0270
I.625	0017	0024	0063	0075	0173	0192
I.750	0009	0014	0042	0051	0125	0139
I.875	0005	0008	0027	0034	0090	0101
2.000	0003	0005	0017	0022	0064	0073
2.125	0001	0003	0010	0014	0044	0052
2.250	0001	0002	0006	0009	0029	0036
2.375	0000	0002	0003	0005	0017	0024
2.500	0000	0001	0001	0003	0009	0015
2.625	0000	0001	0001	0002	0004	0008
+2.750	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003

$\kappa = 0.9$ $\lambda = 0.45 \mu$

$T_0 (^{\circ}K)$	2500		3500		4500	
ρ	\mathcal{D}	u	\mathcal{D}	u	\mathcal{D}	u
-0.92	0.9997	0.9986	0.9999	0.9996	1.0000	1.0000
0.84	9933	9819	9959	9882	0.9981	0.9945
0.76	9778	9537	9842	9659	9920	9819
0.68	9535	9177	9646	9353	9798	9613
0.60	9216	8766	9375	8989	9610	9337
0.52	8831	8321	9036	8582	9355	9004
0.44	8393	7856	8641	8146	9038	8628
0.36	7913	7378	8198	7690	8667	8219
0.28	7401	6892	7717	7221	8248	7787
0.20	6864	6404	7207	6745	7791	7339
0.12	6311	5916	6675	6266	7303	6879
-0.04	5750	5430	6130	5786	6792	6413
+0.04	5186	4951	5578	5310	6264	5944
0.12	4816	4641	5142	4939	5781	5522
0.20	4077	4017	4479	4376	5188	5011
0.28	3543	3566	3943	3921	4652	4552
0.36	3031	3129	3423	3477	4125	4100
0.44	2545	2707	2926	3047	3613	3658
0.52	2090	2302	2456	2631	3121	3229
0.60	1672	1917	2018	2234	2655	2815
0.68	1295	1555	1618	1857	2219	2417
0.76	0962	1218	1259	1504	1819	2037
0.84	0680	0910	0947	1177	1457	1680
0.92	0452	0638	0685	0882	1141	1350
1.00	0283	0409	0479	0627	0873	1051
1. (1)	0147	0206	0290	0370	0590	0712
1. (2)	0080	0110	0181	0226	0401	0477
1. (3)	0044	0061	0117	0144	0278	0325
1. (4)	0025	0035	0077	0094	0197	0226
1. (5)	0014	0020	0051	0063	0141	0161
1. (6)	0008	0012	0034	0043	0102	0117
1. (7)	0004	0007	0022	0029	0073	0085
1. (8)	0002	0004	0014	0019	0051	0062
1. (9)	0001	0003	0008	0012	0035	0044
2. (1)	0000	0002	0004	0007	0022	0030
2. (2)	0000	0001	0002	0005	0014	0020
2. (3)	0000	0001	0001	0003	0007	0012
2. (4)	0000	0000	0000	0002	0003	0007
+2. (5)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003

$\kappa = 1.0$ $\lambda = 0.45 \mu$

$T_0 (^{\circ}K)$	2500		3500		4500	
p	D	U	D	U	D	U
-0.92	0.9993	0.9967	0.9997	0.9987	0.9999	0.9995
0.84	990I	9738	9937	9824	997I	99I7
0.76	97II	9403	9790	955I	9890	9753
0.68	9433	9004	9560	9204	9740	9504
0.60	9082	8565	9255	8806	95I8	9I87
0.52	867I	8I03	8887	8374	9229	88I9
0.44	82I3	7627	8467	792I	8880	84I5
0.36	77I7	7I44	8003	7454	8479	7984
0.28	7I94	6658	7507	6980	8035	7536
0.20	665I	6I72	6985	6502	7557	7077
0.12	6096	5689	6446	6023	7053	66I0
-0.04	5535	52I0	5897	5548	6529	6I4I
+0.04	4976	4740	5347	5078	599I	5670
0.12	4422	4278	4796	46I4	545I	5204
0.20	388I	3826	4254	4I58	49I0	4743
0.28	3358	3387	3726	37I2	4377	4290
0.36	2858	296I	32I6	3278	3856	3846
0.44	2385	255I	2730	2858	3352	34I3
0.52	I944	2I59	2273	2455	287I	2994
0.60	I54I	I787	I849	2069	24I7	2589
0.68	II78	I437	I463	I705	I995	2200
0.76	0862	III3	II20	I364	I6I0	I833
0.84	0595	08I8	0824	I050	I266	I489
0.92	0383	0558	0580	0770	0968	I173
I.00	0228	0343	039I	0528	072I	089I
I.10	0II9	0I73	0237	03I3	0488	0605
I.20	0065	0092	0I48	0I92	0332	0405
I.30	0036	005I	0096	0I2I	0230	0276
I.40	0020	0029	0063	0079	0I63	0I92
I.50	00II	00I7	0042	0053	0II7	0I37
I.60	0006	0009	0028	0036	0084	0099
I.70	0003	0005	00I8	0024	0060	0072
I.80	0002	0003	00II	00I5	0042	0052
I.90	000I	0002	0007	00I0	0029	0037
2.00	0000	000I	0004	0006	00I9	0025
2.10	0000	000I	0002	0003	00II	00I7
2.20	0000	000I	000I	0002	0006	00I0
2.30	0000	0000	0000	000I	0002	0005
+2.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000I	0.0002

		$\kappa = 0.7$			$\lambda = 0.55 \mu$	
$T_0 (^{\circ}K)$	2500	3500		4500		
p	δ	u	δ	u	δ	u
-0.920	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000
0.840	0.9977	0.9930	0.9989	0.9964	0.9995	0.9985
0.760	9895	9769	9937	9853	9973	9936
0.680	9745	9527	9829	967I	99I9	9837
0.600	9522	92I8	9658	942I	9820	9679
0.520	923I	8857	9424	9II6	9669	9463
0.440	8877	8455	9I28	8764	9462	9I95
0.360	8470	8024	8776	8375	9I98	8880
0.280	80I8	757I	8375	7959	8882	8528
0.200	7528	7I03	7932	752I	85I8	8I45
0.120	70I0	6626	7455	7068	8III	7737
-0.040	6472	6I44	6950	6604	7669	73II
+0.040	5920	5660	6427	6I35	7I97	6870
0.120	5362	5I77	5890	5663	6702	6420
0.200	4805	4698	5348	5I9I	6I92	5964
0.280	4254	4226	4807	4724	5672	5506
0.360	37I7	3764	4273	4262	5I49	5048
0.440	3I99	33I4	3752	38IO	4629	4595
0.520	2706	2878	3250	3368	4II3	4I47
0.600	2243	2460	2772	294I	3622	3709
0.680	I8I7	206I	2324	2530	3I47	3282
0.760	I432	I686	I9II	2I38	2698	287I
0.840	I093	I337	I539	I769	2280	2477
0.920	0805	I020	I2I2	I427	I900	2I04
I.000	0573	074I	0936	III9	I562	I758
I.143	0306	0392	0580	0690	I076	I227
I.286	0I67	0I12	0366	0428	0739	0836
I.428	0094	0II8	0237	0273	05I6	0574
I.57I	0067	0076	0I57	0I79	0368	0403
I.7I4	0029	0039	0I05	0I20	0267	0288
I.857	00I6	0022	0070	008I	0I94	0209
2.000	0008	00I2	0046	0054	0I4I	0I52
2.143	0005	0007	0029	0035	0I00	0II0
2.286	0002	0004	00I7	0022	0070	0079
2.428	000I	0003	00I0	00I3	0046	0055
2.57I	000I	0002	0005	0008	0028	0036
2.7I4	000I	000I	0003	0005	00I5	0022
2.857	0000	000I	000I	0003	0007	00II
+3.000	0.0000	0.000I	0.000I	0.000I	0.0002	0.0004

$\kappa = 0.8$ $\lambda = 0.55 \mu$

T_0 ($^{\circ}\text{K}$)	2500		3500		4500		
	ρ	\mathcal{D}	U	\mathcal{D}	U	\mathcal{D}	U
-0.920	0.9999	0.9997	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000	I.0000
0.840	9965	990I	0.9982	0.9944	0.9992	0.9976	0.9976
0.760	9862	970I	99I2	980I	9960	9907	9907
0.680	9680	94I6	9778	9578	9887	9775	9775
0.600	9423	9066	9573	9286	9760	9576	9576
0.520	9095	8669	9302	8940	9572	93I5	93I5
0.440	8708	8238	8968	8553	9324	9003	9003
0.360	8270	7784	8580	8I34	90I8	8648	8648
0.280	7792	73I4	8I47	7693	8660	8259	8259
0.200	7282	6835	7675	7236	8258	7847	7847
0.120	6747	635I	7I73	6769	78I6	74I4	74I4
-0.040	6I97	5864	6650	6296	7342	6966	6966
+0.040	5637	5379	6II2	5820	6844	65I0	65I0
0.120	5076	4898	5566	5346	6328	6049	6049
0.200	45I9	4424	50I9	4875	580I	5585	5585
0.280	3973	3959	4476	44II	5270	5I23	5I23
0.360	3443	3506	3945	3954	474I	4665	4665
0.440	2936	3066	343I	3509	4220	42I3	42I3
0.520	2456	2642	2938	3076	37I3	377I	377I
0.600	20I0	2237	2473	2659	3225	3340	3340
0.680	I602	I853	204I	2260	2762	2923	2923
0.760	I236	I492	I647	I882	2330	2524	2524
0.840	09I8	II59	I295	I528	I932	2I44	2I44
0.920	0653	0860	099I	I203	I575	I787	I787
I.000	0444	0600	0740	09I4	I262	I456	I456
I.125	0238	03I8	0460	0564	087I	I0I5	I0I5
I.250	0I30	0I72	0290	0350	0600	069I	069I
I.375	0073	0096	0I88	0224	04I9	0475	0475
I.500	004I	0055	0I25	0I47	0298	0333	0333
I.625	0023	0032	0083	0098	02I5	0238	0238
I.750	00I2	00I8	0055	0066	0I55	0I72	0I72
I.875	0007	00I0	0036	0044	0II2	0I26	0I26
2.000	0003	0006	0022	0029	0079	009I	009I
2.125	0002	0004	00I3	00I8	0055	0065	0065
2.250	000I	0002	0007	00II	0036	0045	0045
2.375	0000	0002	0004	0007	0022	0030	0030
2.500	0000	000I	0002	0004	00II	00I8	00I8
2.625	0000	000I	000I	0002	0005	00I0	00I0
+2.750	0.0000	0.000I	0.0000	0.000I	0.000I	0.0004	0.0004

$\kappa = 0.9$ $\lambda = 0.55 \mu$

T_0 (°K)	2500		3500		4500	
P	D	U	D	U	D	U
-0.92	0.9998	0.9991	1.0000	0.9998	1.0000	0.9999
0.84	9949	9859	0.9971	9916	9988	9964
0.76	9819	9615	9880	9734	9944	9870
0.68	9605	9286	9716	9468	9848	9700
0.60	9312	8898	9477	9135	9690	9458
0.52	8952	8471	9170	8754	9466	9155
0.44	8536	8018	8803	8337	9180	8804
0.36	8073	7548	8385	7896	8837	8415
0.28	7575	7068	7926	7438	8444	7999
0.20	7049	6583	7433	6969	8008	7563
0.12	6504	6096	6914	6494	7539	7112
-0.04	5947	5610	6379	6018	7042	6653
+0.04	5386	5129	5833	5542	6526	6188
0.12	4969	4777	5364	5139	6031	5751
0.20	4274	4188	4737	4604	5462	5258
0.28	3735	3733	4198	4145	4927	4797
0.36	3216	3290	3673	3696	4398	4342
0.44	2721	2862	3167	3259	3881	3897
0.52	2256	2450	2686	2837	3381	3462
0.60	1825	2058	2235	2431	2905	3041
0.68	1433	1687	1818	2045	2456	2635
0.76	1086	1341	1441	1680	2039	2246
0.84	0787	1023	1109	1341	1660	1877
0.92	0541	0775	0825	1032	1322	1533
1.00	0352	0495	0595	0759	1031	1219
1.(1)	0189	0262	0370	0469	0713	0850
1.(2)	0103	0142	0235	0292	0491	0579
1.(3)	0058	0080	0152	0187	0343	0398
1.(4)	0033	0046	0101	0123	0243	0279
1.(5)	0018	0026	0067	0082	0175	0200
1.(6)	0010	0015	0044	0056	0127	0145
1.(7)	0005	0008	0029	0037	0091	0105
1.(8)	0003	0005	0018	0024	0064	0076
1.(9)	0001	0003	0011	0015	0044	0054
2.(1)	0001	0002	0006	0009	0029	0038
2.(2)	0000	0002	0003	0006	0017	0025
2.(3)	0000	0001	0001	0003	0009	0015
2.(4)	0000	0001	0001	0002	0004	0008
+2.(5)	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003

$\kappa = 1.0$ $\lambda = 0.55 \mu$

T_0 (°K)	2500			3500			4500		
	ρ	δ	u	δ	u	u	δ	u	
-0.92	0.9995	0.9976	0.9999	0.9993	0.9999	0.9999	0.9997		
0.84	9923	9793	9955	9871	9981	9945			
0.76	9761	9496	9837	9644	9921	9818			
0.68	9511	9124	9640	9333	9799	9606			
0.60	9185	8705	9367	8963	9608	9321			
0.52	8796	8255	9028	8552	9349	8980			
0.44	8356	7788	8632	8113	9028	8596			
0.36	7875	7310	8190	7657	8653	8181			
0.28	7363	6826	7711	7190	8231	7745			
0.20	6828	6341	7203	6716	7771	7294			
0.12	6277	5857	6674	6240	7281	6834			
-0.04	5719	5377	6132	5764	6769	6368			
+0.04	5160	4903	5584	5293	6240	5900			
0.12	4605	4437	5035	4826	5703	5434			
0.20	4060	3981	4491	4366	5165	4971			
0.28	3531	3537	3958	3915	4631	4515			
0.36	3023	3105	3441	3475	4106	4067			
0.44	2541	2689	2945	3049	3596	3630			
0.52	2090	2290	2477	2637	3106	3204			
0.60	1674	1911	2039	2243	2641	2791			
0.68	1299	1553	1638	1869	2204	2394			
0.76	0968	1220	1278	1517	1803	2016			
0.84	0686	0915	0963	1192	1441	1660			
0.92	0457	0644	0698	0898	1122	1331			
1.00	0285	0416	0486	0640	0853	1034			
1.10	0153	0221	0303	0396	0590	0722			
1.20	0084	0120	0192	0247	0407	0492			
1.30	0047	0067	0125	0158	0284	0339			
1.40	0027	0038	0083	0104	0202	0238			
1.50	0015	0022	0055	0069	0145	0170			
1.60	0008	0012	0036	0047	0104	0123			
1.70	0004	0007	0030	0031	0075	0089			
1.80	0002	0004	0015	0020	0052	0064			
1.90	0001	0002	0009	0013	0036	0046			
2.00	0001	0001	0005	0007	0023	0031			
2.10	0000	0001	0002	0004	0014	0021			
2.20	0000	0001	0001	0002	0007	0012			
2.30	0000	0000	0000	0001	0003	0006			
2.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002			

$\kappa = 1.1$ $\lambda = 0.36 \mu$

T_0 (°K)	2500		3500		4500	
	δ	u	δ	u	δ	u
0.00	0.9880	0.9573	0.9930	0.9725	0.9963	0.9853
0.08	9762	9409	9826	9557	9902	9741
0.16	9501	9019	9606	9202	9750	9476
0.24	9161	8580	9303	8793	9520	9136
0.32	8758	8119	8934	8353	9219	8747
0.40	8306	7645	8512	7894	8857	8325
0.48	7817	7167	8049	7427	8442	7880
0.56	7299	6686	7552	6954	7988	7424
0.64	6761	6207	7033	6480	7503	6961
0.72	6213	5732	6494	6005	6989	6490
0.80	5657	5262	5948	5536	6462	6023
0.88	5105	4803	5396	5071	5921	5555
0.96	4550	4344	4845	4610	5379	5094
1.04	4012	3901	4308	4164	4838	4638
1.12	3488	3467	3779	3724	4305	4190
1.20	2986	3047	3269	3296	3784	3752
1.28	2509	2641	2781	2882	3281	3325
1.36	2062	2252	2321	2483	2800	2911
1.44	1650	1880	1893	2101	2347	2511
1.52	1276	1530	1501	1738	1925	2129
1.60	0946	1202	1150	1398	1540	1767
1.68	0662	0901	0844	1083	1196	1428
1.76	0430	0631	0588	0797	0897	1115
1.84	0253	0398	0384	0546	0648	0833
2.00	0074	0112	0150	0206	0314	0405
2.16	0026	0038	0067	0088	0159	0197
2.32	0009	0014	0032	0042	0086	0104
2.48	0003	0005	0015	0021	0048	0058
2.64	0001	0002	0007	0010	0026	0033
2.80	0000	0001	0003	0004	0013	0018
2.96	0000	0000	0001	0002	0005	0008
3.12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003

$\kappa = 1.2$ $\lambda = 0.36 \mu$

T_0 ($^{\circ}K$)	2500		3500		4500	
γ	\mathcal{D}	U	\mathcal{D}	U	\mathcal{D}	U
0.00	0.9320	0.8497	0.9476	0.8795	0.9687	0.9248
0.08	9236	8443	9390	8725	9610	9157
0.16	8955	8213	9125	8472	9386	8887
0.24	8565	7815	8758	8072	9074	8509
0.32	8120	7377	8335	7638	8697	8089
0.40	7774	7075	7869	7186	8273	7649
0.48	7123	6464	7373	6728	7809	7197
0.56	6594	6005	6855	6267	7316	6737
0.64	6050	5544	6321	5806	6803	6277
0.72	5500	5087	5779	5349	6274	5817
0.80	4953	4638	5236	4897	5735	5356
0.88	4417	4201	4696	4452	5198	4906
0.96	3890	3772	4162	4013	4658	4455
1.04	3375	3349	3642	3583	4133	4019
1.12	2884	2941	3142	3167	3620	3590
1.20	2418	2546	2665	2764	3126	3172
1.28	1983	2168	2216	2376	2655	2768
1.36	1581	1807	1799	2005	2212	2379
1.44	1218	1466	1418	1653	1801	2007
1.52	0897	1148	1078	1322	1428	1655
1.60	0622	0856	0782	1017	1096	1326
1.68	0398	0594	0535	0740	0809	1024
1.76	0227	0368	0341	0498	0572	0752
1.84	0115	0191	0204	0300	0388	0520
2.00	0033	0051	0079	0108	0178	0231
2.16	0011	0017	0035	0046	0089	0111
2.32	0004	0006	0016	0022	0047	0059
2.48	0001	0002	0007	0010	0024	0031
2.64	0000	0001	0002	0004	0011	0016
2.80	0000	0000	0001	0001	0004	0007
2.96	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002

$\kappa = 1.3$ $\lambda = 0.36 \mu$

T_0 (°K)	2500		5000		4500	
γ	D	U	D	U	D	U
0.00	0.8584	0.7436	0.8823	0.7803	0.9200	0.8426
0.08	8519	7410	8756	7766	9127	8365
0.16	8300	7315	8530	7638	8897	8172
0.24	7936	7065	8168	7353	8555	7846
0.32	7488	6687	7729	6961	8142	7442
0.40	7001	6273	7251	6541	7688	7015
0.48	6486	5843	6746	6106	7200	6572
0.56	5960	5410	6223	5666	6692	6126
0.64	5430	4980	5693	5227	6168	5678
0.72	4896	4549	5160	4791	5639	5234
0.80	4365	4122	4628	4359	5106	4792
0.88	3850	3708	4106	3935	4574	4353
0.96	3346	3299	3595	3518	4054	3925
1.04	2863	2902	3104	3113	3552	3509
1.12	2405	2518	2634	2720	3064	3100
1.20	1975	2148	2191	2340	2599	2703
1.28	1578	1795	1779	1977	2162	2322
1.36	1219	1460	1403	1632	1756	1957
1.44	0900	1147	1066	1307	1388	1612
1.52	0626	0859	0773	1006	1060	1289
1.60	0401	0600	0527	0733	0776	0992
1.68	0229	0375	0332	0493	0542	0725
1.76	0113	0195	0193	0295	0360	0495
1.92	0029	0046	0068	0097	0155	0206
2.08	0009	0014	0028	0039	0073	0094
2.24	0003	0004	0012	0017	0036	0047
2.40	0001	0001	0005	0007	0017	0024
2.56	0000	0001	0001	0003	0007	0011
2.72	0000	0000	0000	0001	0002	0004
2.88	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001

$\kappa = 1.1$ $\lambda = 0.45 \mu$

T_s (°K)	2500		3500		4500	
γ	\mathcal{D}	u	\mathcal{D}	u	\mathcal{D}	u
0.00	0.9909	0.9668	0.9952	0.9806	0.9978	0.9910
0.08	9805	9506	9669	9654	9936	9826
0.16	9570	9139	9678	9334	9820	9610
0.24	9252	8715	9406	8950	9629	9311
0.32	8869	8263	9064	8527	9366	8953
0.40	8433	7795	8664	8079	9037	8554
0.48	7956	7319	8220	7619	8652	8125
0.56	7448	6839	7738	7149	8223	7680
0.64	6917	6359	7229	6677	7758	7224
0.72	6372	5883	6699	6202	7259	6758
0.80	5818	5410	6158	5731	6743	6292
0.88	5266	4947	5609	5264	6211	5824
0.96	4709	4484	5058	4800	5673	5360
1.04	4168	4036	4517	4349	5132	4901
1.12	3639	3598	3984	3904	4596	4448
1.20	3130	3173	3467	3470	4070	4004
1.28	2646	2761	2971	3049	3559	3571
1.36	2190	2366	2501	2643	3067	3148
1.44	1768	1988	2061	2253	2600	2739
1.52	1383	1631	1656	1882	2162	2346
1.60	1041	1296	1290	1532	1758	1972
1.68	0745	0987	0968	1207	1393	1620
1.76	0498	0708	0693	0910	1071	1292
1.84	0307	0465	0471	0646	0797	0994
2.00	0098	0148	0197	0268	0408	0519
2.16	0034	0050	0088	0116	0210	0260
2.32	0012	0019	0043	0055	0115	0139
2.48	0004	0007	0020	0027	0064	0078
2.64	0001	0002	0009	0013	0034	0044
2.80	0001	0001	0003	0006	0017	0023
2.96	0000	0001	0001	0002	0007	0011
3.12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003

$\kappa = 1.2$ $\lambda = 0.45 \mu$

$T_0 (^{\circ}K)$	2500		3500		4500	
	\mathcal{D}	u	\mathcal{D}	u	\mathcal{D}	u
0.00	0.9425	0.8699	0.9584	0.9016	0.9785	0.9466
0.08	9339	863I	9499	8933	9715	9368
0.16	9064	8376	9247	866I	95I8	910I
0.24	8686	7973	8900	8263	9237	8738
0.32	825I	7533	8494	783I	8888	833I
0.40	7634	6922	8043	7380	8488	7900
0.48	7269	66I4	7557	692I	8045	7452
0.56	6745	6I52	7047	6459	7567	6995
0.64	6202	5687	65I9	5996	7066	6536
0.72	5653	5227	5980	5535	6545	6074
0.80	5I05	4773	5437	5079	60I0	56I2
0.88	4565	433I	4895	4629	5475	5157
0.96	4034	3897	4357	4I85	4934	4702
I.04	35I4	3469	3832	3750	4405	4259
I.12	30I6	3056	3325	3327	3886	3824
I.20	2543	2656	2839	29I7	3382	3398
I.28	2098	2272	2379	2522	2899	2984
I.36	I687	I905	I95I	2I43	2442	2585
I.44	I3I3	I557	I557	I782	20I5	2203
I.52	098I	I232	I202	I443	I623	I840
I.60	0695	0932	0892	II28	I27I	I498
I.68	0458	0662	0628	0840	0962	II8I
I.76	0274	0427	04I7	0586	0702	0894
I.84	0I48	0239	026I	0374	0493	0644
2.00	0044	0068	0I04	0I42	0235	0303
2.16	00I5	0023	0046	006I	0II9	0I48
2.32	0005	0008	002I	0028	0062	0078
2.48	000I	0003	0009	00I3	0032	0042
2.64	0000	000I	0003	0005	00I5	002I
2.80	0000	000I	000I	0002	0005	0009
2.96	0.0000	0.0000	0.0000	0.000I	0.000I	0.0002

$\kappa = 1.3$ $\lambda = 0.45 \mu$

T_0 (°K)	2500		3500		4500	
	γ	u	γ	u	γ	u
0.00	0.8740	0.7669	0.9000	0.8082	0.9388	0.8748
0.08	867I	7635	8928	8035	9313	8675
0.16	8443	7514	8697	7876	9088	8453
0.24	8077	7235	8337	7564	8760	8110
0.32	763I	6846	7906	7163	8364	7703
0.40	7146	6424	7434	6736	7924	7274
0.48	6633	5987	6934	6296	7447	6828
0.56	6107	5549	6414	5851	6948	6379
0.64	5575	5113	5885	5406	6429	5927
0.72	5039	4677	5351	4965	5903	5478
0.80	4505	4245	4816	4527	5369	5030
0.88	3985	3825	4290	4096	4835	4587
0.96	3475	3411	3773	3674	4310	4151
I.04	2986	3009	3274	3262	3800	3726
I.12	2520	2619	2795	2861	3302	3309
I.20	2082	2243	2342	2474	2825	2903
I.28	I676	I884	I919	2104	2374	2512
I.36	I307	I544	I530	I750	I953	2137
I.44	0978	I224	I180	I417	I567	I781
I.52	0693	0929	0873	I108	I219	I446
I.60	0456	0662	0612	0825	0916	I136
I.68	0272	0429	0401	0574	0659	0854
I.76	0143	0238	0245	0362	0454	0607
I.92	0038	0061	0090	0127	0204	0270
2.08	0012	0019	0037	0051	0097	0125
2.24	0003	0006	0016	0022	0049	0063
2.40	0001	0002	0006	0009	0023	0032
2.56	0000	0001	0002	0003	0010	0015
2.72	0000	0000	0000	0001	0003	0005
2.88	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001

$\kappa = 1.1$ $\lambda = 0.55 \mu$

$T. (^{\circ}K)$	2500		3500		4500	
y	D	U	D	U	D	U
0.00	0.9934	0.9753	0.9969	0.9870	0.9986	0.9943
0.08	9845	9600	9903	9739	9957	9880
0.16	9637	9259	9744	9457	9866	9701
0.24	9345	8854	9503	9102	9705	9437
0.32	8983	8413	9190	8699	9471	9106
0.40	8565	7952	8816	8266	9171	8727
0.48	8102	7480	8392	7814	8811	8314
0.56	7604	7002	7927	7351	8403	7880
0.64	7081	6521	7431	6881	7955	7432
0.72	6541	6043	6910	6408	7471	6970
0.80	5990	5567	6376	5936	6966	6507
0.88	5438	5101	5830	5467	6441	6040
0.96	4880	4635	5281	5000	5908	5576
1.04	4335	4182	4738	4544	5370	5115
1.12	3801	3739	4201	4094	4833	4659
1.20	3286	3308	3678	3655	4303	4211
1.28	2793	2891	3174	3227	3787	3772
1.36	2328	2489	2693	2813	3287	3343
1.44	1896	2105	2241	2416	2810	2927
1.52	1500	1740	1823	2036	2360	2526
1.60	1145	1397	1441	1677	1942	2143
1.68	0835	1080	1102	1341	1560	1780
1.76	0574	0792	0810	1032	1221	1441
1.84	0367	0538	0568	0756	0927	1130
2.00	0126	0188	0252	0339	0494	0620
2.16	0045	0065	0115	0150	0259	0318
2.32	0016	0024	0056	0072	0142	0171
2.48	0006	0009	0027	0036	0079	0097
2.64	0002	0003	0012	0017	0043	0054
2.80	0001	0001	0004	0007	0021	0029
2.96	0000	0001	0001	0003	0008	0013
3.12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0004

$\kappa = 1.2$ $\lambda = 0.55 \mu$

T_e ($^{\circ}K$)	2500		3500		4500	
	γ	δ	u	δ	u	δ
0.00	0.9527	0.8901	0.9681	0.9221	0.9848	0.9610
0.08	9439	8819	9599	9127	9786	9513
0.16	9173	8542	9364	8845	9611	9256
0.24	8810	8137	9039	8454	9355	8910
0.32	8388	7696	8653	8027	9032	8516
0.40	7921	7237	8218	7579	8652	8095
0.48	7424	6773	7745	7121	8227	7654
0.56	6903	6308	7244	6658	7763	7201
0.64	6364	5840	6723	6194	7273	6743
0.72	5816	5376	6188	5730	6760	6281
0.80	5267	4918	5647	5271	6231	5818
0.88	4723	4470	5104	4816	5698	5360
0.96	4188	4031	4564	4366	5158	4903
1.04	3663	3598	4033	3926	4627	4456
1.12	3158	3179	3519	3497	4103	4016
1.20	2677	2774	3025	3080	3593	3584
1.28	2224	2383	2555	2677	3101	3163
1.36	1802	2010	2114	2290	2633	2757
1.44	1418	1656	1707	1921	2194	2366
1.52	1074	1323	1338	1573	1788	1993
1.60	0775	1016	1011	1248	1420	1642
1.68	0524	0737	0731	0950	1094	1314
1.76	0327	0492	0501	0683	0814	1015
1.84	0186	0291	0326	0456	0586	0749
2.00	0058	0088	0134	0184	0288	0368
2.16	0019	0030	0060	0080	0147	0183
2.32	0006	0010	0027	0037	0078	0097
2.48	0002	0003	0011	0017	0040	0052
2.64	0001	0001	0004	0007	0019	0026
2.80	0000	0001	0001	0002	0007	0011
2.96	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003

$\kappa = 1.3$

$\lambda = 0.55 \mu$

T_0 (°K)	2500		3500		4500	
	δ	u	δ	u	δ	u
0.00	0.8898	0.7912	0.9168	0.8358	0.9519	0.8981
0.08	8825	7868	9094	8299	9445	8900
0.16	8590	7719	8860	8111	9228	8662
0.24	8223	7414	8507	7777	8914	8313
0.32	7781	7014	8085	7369	8533	7906
0.40	7299	6585	7622	6937	8107	7477
0.48	6789	6142	7128	6493	7641	7032
0.56	6263	5697	6613	6044	7150	6582
0.64	5730	5255	6085	5595	6638	6128
0.72	5192	4814	5551	5148	6114	5676
0.80	4654	4377	5014	4704	5582	5224
0.88	4129	3951	4483	4268	5047	4777
0.96	3613	3531	3961	3838	4519	4336
1.04	3117	3123	3454	3419	4003	3905
1.12	2644	2728	2967	3012	3498	3481
1.20	2197	2346	2504	2618	3012	3068
1.28	1782	1981	2069	2239	2550	2670
1.36	1402	1634	1668	1878	2117	2286
1.44	1062	1308	1304	1536	1717	1922
1.52	0766	1005	0982	1217	1355	1577
1.60	0517	0730	0705	0924	1035	1256
1.68	0320	0488	0478	0662	0761	0963
1.76	0177	0287	0304	0437	0537	0703
1.92	0050	0079	0116	0164	0250	0328
2.08	0015	0024	0048	0067	0121	0154
2.24	0004	0007	0021	0029	0060	0078
2.40	0001	0002	0008	0012	0029	0039
2.56	0000	0001	0002	0004	0012	0018
2.72	0000	0000	0001	0001	0003	0007
2.88	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. D.H. McNamara and K.Hansen, Ap.J., 128, 77, 1958.
2. H.H.Kwee, ВАН, 12, 235, 1953.
3. А.В.Софроницкий, Изв. Пулк. обс., 19, вып.4, 1953.
4. Z.Kopal, Close binary systems, ch.III, I-3, London, 1959.
5. Cheng-Yuan Zhao, A.J., 72, 480, 1967.
6. W.A.Hiltner, Ap.J., 101, 109, 1945.
7. I.Sahade, O.Struve, Ap.J., 102, 480, 1945.
8. I.Sahade, Ap.J., 137, 845, 1965.
9. Н.М.Шаховской, АЖ., 41, 1042, 1964.
10. L.W.Owenden, Vistas in Astronomy, 2, 1195, London, 1956.
11. Н.А.Козырев, МН, 94, №5, 1934.
12. S.Chandrasekhar, МЗ, 94, N 5, 1954.
13. S.Gaposchkin, Ap.J., 100, 242, 1944.
14. S.P.Gaposchkin, S.Gaposchkin, Ap.J., 101, 50, 1945.
15. А.М.Шульберг, Бюллетень ОГУ, 3, I, 1947.
16. А.М.Шульберг, Бюллетень ОГУ, 3, 249, 1953.
17. A.P.Linnell, Ap.J., 127, 211, 1958.
18. A.P.Linnell, Ap.J., Suppl.ser., 6, 109, 1961.
19. В.П.Цесевич, частное сообщение.
20. И.Б.Пустыльник, Тарту публ., 35, 138, 1966.
21. Z.Kopal, M.V.Shapley, Ap.J., 104, 160, 1946.
22. Ф.О.Лукацкая, А.А.Рубашевский, ПЗ, 13, 345, 1961.

23. А.М.Черепашук, АЖ., 3, 517, 1966.
24. А.М.Черепашук, АИ. Ч. 384, 1966.
25. А.М.Черепашук, А.В.Гончарский, А.Г.Ягола, АИ №413, 1967.
26. А.М.Черепашук, А.В.Гончарский, А.Г.Ягола, АЖ., 44, 1239, 1967.
27. G.E.Kron, K.S.Gordon, Ap.J., 111, 454, 1950.
28. И.Б.Пустыльник, Сообщ. ТАС, 19, I, 1968.
29. В.М.Беляков, Р.И.Кравцова, М.Г.Раппопорт, Таблицы эллиптических интегралов, т. I, М., 1962.
30. М.С.Зверев, Б.В.Кукаркин, Д.Я.Мартынов, Н.Ф.Флоря, В.П.Цесевич, Переменные звезды, III, 516, 1947.
31. Z.Kopal, Close binary systems, 319, London, 1959.
32. В.М.Табачник, А.М.Шульберг, АЖ., 42, 590, 1965.
33. H.N.Russell and J.E.Merrill, Princeton Contr., 26, 36, 1952.
34. J.E.Merrill, Princeton Contr., 23, 115, 1950.
35. I.Grygar, ВАС, 16, 195, 1966.
36. G.Grant, Ap.J., 129, 62, 1959.
37. R.H.Koch, A.J., 66, 250, 1961.
38. T.Horak, ВАС, 17, 272, 1966.
39. В.Г.Каретников, АЖ, 44, 22, 1967.
40. J.Stebbins, Pub. Washburn Obs., 15, 33, 1934.
41. L.Plaut, Pub. Kaptein Astr. Lab., N 54, 1950.

42. F.Schlesinger, Pub. Allegheny Obs., 1, 123, 1910.
43. D.B.McLaughlin, Pub. U. Michigan Obs., 6, 3, 1934.
44. R.H.Koch, A.J., 67, 130, 1962.
45. R.E.Wilson, A.J., 71, 32, 1966.
46. R.E.Wilson, A.J., 70, 368, 1965.
47. N.Gitz, Переменные звезды, 5, 65, 1936.
48. O.Struve, Ap.J., 112, 84, 1950.
49. T.Horak, BAC, 17, 27, 1967.
50. M.Plavec, P.Kratochvil, BAC, 15, 5, 1964.
51. C.Hofmeister, A.N., 253, 195, 1934.
52. W.J.Klepczinski and F.B.Wood, A.J., 69, 92, 1964.

Solution of the Light Curves of Eclipsing

Binary Stars and the Fractional

Light-Loss Tables for the Atmospheric Eclipses

by I. B. P u s t y l n i c k

A review of spectroscopic and photometric data concerning atmospheric eclipses among the Algol type stars is given. The following features may serve as an indication of occurrence of the atmospheric eclipse:

- 1) difference between durations of the primary and the secondary minima, which are partially obscured by reflection effect,
- 2) dependance of the orbital elements on the wavelength of observations or sometimes impossibility to reach at a satisfactory agreement between the calculated and observable light curves even for a single colour,
- 3) variations of minima durations from colour to colour,
- 4) discrepancies of the spectroscopic and photometric estimates,
- 5) variability of polarization of the radiation at phases close to the minimum of light,

6) appearance of a set of the peculiar, weak absorption lines at primary minimum.

Some recent investigations of the atmospheric eclipses among close binaries are briefly discussed. The results of the computations of the model extended atmospheres of $F-K$ type stars (for detailed description see [26]) are used to analyze atmospheric eclipses. A set of fractional light-loss tables has been calculated using formulae given by Linnell at UBV colours for a number of values of the radii ratio K ($K = 0.7 - 1.3$) and for various "surface" temperatures of the extended atmospheres ($T_0 = 2500, 3500, 4500^\circ K$). Fractional light-losses have been determined separately for U and D assumptions and compared with that of Tsesevitch (see tble 1, 2). The computational errors amount to 10^{-4} .

A method devised by Kopal [31] and Tabachnick [32] has been used to analyze UBV light curves and to determine the orbital elements of the binaries $RW\ Tau$, $TX\ U\ Ma$, $\delta\ Lib$, $VV\ U\ Ma$, $XZ\ C\ Mi$ and $RS\ Lep$. Solutions have been found twice: using the above mentioned tables of the fractional light-losses and second, using the tables tabulated by Merrill and Tsesevitch. It has been found that for the binary systems $\delta\ Lib$, $VV\ U\ Ma$, $XZ\ C\ Mi$ and $RS\ Lep$

the values of $O-C$ as well as $\sum(O-C)^2$ obtained by taking into account the atmospheric eclipse are smaller than those by the body eclipse. It is shown that some discrepancies in the spectroscopic and photometric data concerning δ Lib can be removed if the atmospheric eclipse takes place during primary minimum.

The normal points of the observations as well as the values of orbital elements, $O-C$ and $\sum(O-C)^2$ found from calculations are listed in tables 3 - 22.

Содержание

И.Б.Пустыльник. Модели звезд с протяженными атмосферами спектральных классов $F-K$	3
I.B.Pustyl'nik. Models of the $F-K$ stars with extended atmospheres	33
И.Б.Пустыльник. Решение кривых блеска затменно- переменных по таблицам блеска для атмо- сферных затмений	35
I.B.Pustyl'nik. Solution of the light curves of eclipsing binaries with the aid of the fractional light-loss tables for the atmospheric eclipses	119

И. Б. ПУСТЫЛЬНИК

МОДЕЛИ ЗВЕЗД С ПРОТЯЖЕННЫМИ АТМОСФЕРАМИ СПЕКТРАЛЬНЫХ
КЛАССОВ F - K

РЕШЕНИЕ КРИВЫХ БЛЕСКА ЗАТМЕННО-ПЕРЕМЕННЫХ ПО ТАБЛИЦАМ
ПОТЕРЬ БЛЕСКА ДЛЯ АТМОСФЕРНЫХ ЗАТМНЕНИЙ

На русском и английском языках

Редакционно-издательский совет Академии наук Эстонской ССР
Таллин, ул.Сакала, 3.

Подписано к печати 12.08.1969. Печатных листов 7,75.

Учетно-издательских листов 4,57. Тираж 750. МВ-03102.

Заказ 64. Ротапринт АН ЭССР. Таллин, ул.Сакала, 3.

Цена 46 коп.

Модели звезд с протяженными
атмосферами спектральных классов $F-K$

И.Б.Пустыльник

Работа содержит описание методики и результаты вычислений моделей звезд спектральных классов $F-K$ с протяженными атмосферами. Приведены графики и таблицы, иллюстрирующие ход изменения температуры с глубиной в атмосфере, даны значения оптических глубин вдоль луча зрения для ряда длин волн и различных расстояний от центра диска звезды. Приведены также табличные данные и рисунки, характеризующие потемнение к краю диска для протяженных атмосфер и распределение энергии в спектре. В работе разбираются также вопросы постоянства интервального потока и содержатся соответствующие численные результаты. Общее число таблиц 15, графиков - 10.

Решение кривых блеска затменно-
переменных по таблицам потерь
блеска для атмосферных затмений

И. Б. Пустыльник

Анализируются спектроскопические и фотоэлектрические данные об атмосферных затмениях у алголей с периодами в несколько дней. Описывается методика расчета таблиц фотометрических фаз для затмения обычной звезды звездой спектрального класса $F-K$ с протяженной атмосферой. Приводятся таблицы фотометрических фаз для гипотез U и D в цветах UBV и ряда значений отношения радиусов компонентов. С этими таблицами определялись элементы орбиты затменно-двойных пар δLel , $RW Tau$, $TX UMa$, $VV UMa$, $XZ CMi$, $RS Lep$ по их фотоэлектрическим кривым блеска в цветах UBV или BV . Элементы орбит тех же систем определялись также с помощью таблиц Меррилла-Цесевича. Приведены наблюдения, сгруппированные в нормальные точки, элементы орбит, $O-C$ и $\Sigma(O-C)^2$. Найдено, что у систем δLel , $VV UMa$, $XZ CMi$ и $RS Lep$ применение гипотезы об атмосферном затмении приводит к величинам $O-C$ и $\Sigma(O-C)^2$, меньшими чем по классической модели. Общее число таблиц - 43. Библиография 52 названий.

Цена 46 коп.

XII

1A-5455

242 422

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00549555 3