J. Sarv

Nelja kohaga

Logaritmide tabelid

ühes tarvitamise juhatusega

K/Ü „Loodus“, Tartus

1921

K. Mattiesen'i trükk, Tartus.

Eessõnaks.

Koolides on siiamaani tarvitatud enamasti viie kohaga logaritmisid (mille mantissidel on viis numbrimärki), aga et tegelikus elus neid logaritmisid nende üleliigse peenuse pärast tarvis ei tule ja et suurema peenusega teaduslikkudes töödes nende peenusest veel küllalt ei ole, sellepärast on hakatud nende asemel koolides soovitama nelja kohaga logaritmisid. Käesolev väljaanne tahab ka Eesti koolidele nelja kohaga logaritmide tarvituselevõtmise võimalikuks teha.

Sellel väljaandel on neli järgmist iseäraldust:

1. Arvude logaritmid on mahutatud kahele leheküljele (teine teisest lehest), nii et pärast tabeli avamist saab iga arvu jaoks logaritmi või logaritmi jaoks arvu leida ilma lehtede pööramiseta. Niisama on korraldatud trigonomeetriliste suuruste logaritmide tabel, nii et pärast tabeli avamist saab iga nurga iga trigonomeetrilise suuruse jaoks logaritmi või selle logaritmi jaoks nurga suurust leida ilma lehtede pööramiseta. Pääle selle on veel trükitud kumbki tabel oma lehtedepaarile ja need lehtedepaarid servapidi kokku jäetud, nii et mõlemad tabelid tervelt saavad korraga nähtavaks, kui kõik neli lehte laiali tõmmatakse, mida siis muidugi tarvis ei tule, kui trigonomeetriliste suurustega tegemist ei ole. Sellel korraldusel on veel see hää külg, et terve tabeli võib riide pääle liimida. Siis tulevad muidugi lehed üksteisest lahti lõigata, et riide pääle liimitud tabelil murdekohad painduvad saaksid.

2. Logaritmide tabelis *A* on read ja veerud lahutatud salkadeks kolme ja kahe kaupa ja trigonomeetria tabelis *B* on eralda-

tud read, milles leiduvad täiskraadid, nendest, kus on veerandkraadid. Selle tagajärjel peaks küll otsitava logaritmi või arvu koht otsekohe silma paistma.

3. Trigonomeetriliste suuruste logaritmidel on karakteristikud igal pool täielikult trükitud, nii et tarvis ei ole enam säält kümneid ära lahutada, nagu seda on tulnud teha vist küll iga siiamaani ilmunud tabeli tarvitamisel.

4. Nende tabelite tarvitamise juhatus on püütud nii kokku seada, et tabelite tarvitamise jaoks mingid niinimetatud algebralisi eelteadmisi tarvis ei oleks.

Nelja kohaga logaritmide tabeli *A* ja trigonomeetriliste suuruste logaritmide tabeli *B* tarvitamise juhatus.

I. Logaritmide tabeli *A* tarvitamine.

Sõna „*logaritm*“ tähendab „tegurite arv“. Logaritmide tabelis (esimene logaritmide tabel ilmus trükis aastal 1614, Neperi kokkuseatud) on nimelt iga (päris)arvu kohal veel teine arv (abiarv — logaritm), mis näitab, mitu korda tuleb üks kindel kolmas arv (tabeli *alusarv*) teguriks võtta (ehk arvule 1 teguriks juurde lisada), et seda pärisarvu saada.

Tabel *A* on oma pikkuse poolest lahutatud kaheks osaks. Kummalgi osal on 11 veergu ja esimesel osal 46 rida, teisel 47. Selles tabelis on pärisarvudeks kõik kolme kohaga arvud arvust 1 ehk 1,00 pääle kuni arvuni 9,999 (viimases reas veel ka nelja kohaga arvud 10,00 kuni 10,09). Iga pärisarvu esimesed numbrimärgid leiduvad tabeli esimeses veerus, viimane numbrimärk esimeses reas. Murrukomma on sääl kirjutamata jäetud. Iga pärisarvu kohal, see on selles reas, mille alguses seisavad selle pärisarvu esimesed numbrimärgid, ja selles veerus, mille alguses seisab tema viimane numbrimärk, on tema abiarv — tema logaritm (viimases reas on logaritmidel 1 kümmetuhat kirjutamata jäetud): 1,01 kohal (teises reas kolmandal veerul) tema logaritm 43; 1,02 kohal (teises reas neljandal veerul) tema logaritm 86; 1,38 kohal (viiendas reas kümnendal veerul) tema logaritm 1399; 6,79 kohal tema logaritm 8319 jne.

Alusarvuks on sellel tabelil see *arv, mis tuleb* 10000 *korda teguriks võtta, et saaks arv* 10, sest 10 ehk 10,00 kohal on siin (1)0000. See alus on, nagu me varsti näeme, **1,00023**, ja sellepärast on

$$1{,}01 = \overbrace{1{,}00023 \, . \, 1{,}00023 \ldots . \, 1{,}00023}^{43 \text{ korda}}$$

ehk (nagu seda lühemalt kirjutatakse) $1{,}00023^{43}$

$$1{,}02 = \overbrace{1{,}00023 \, . \, 1{,}00023 \ldots . \, 1{,}00023}^{86 \text{ korda}} = 1{,}00023^{86}$$

$$1{,}38 = \overbrace{1{,}00023 \, . \, 1{,}00023 \ldots . \, 1{,}00023}^{1399 \text{ korda}} = 1{,}00023^{1399}$$

$$6{,}79 = \overbrace{1{,}00023 \, . \, 1{,}00023 \ldots . \, 1{,}00023}^{8319 \text{ korda}} = 1{,}00023^{8319} \text{ jne.}$$

Kui selle tabeli alusarv tuleb 43 korda arvule 1 teguriks juurde lisada, et saaks arv 1,01 (et juurdetulek oleks 0,01), siis on see alusarv natuke suurem kui 1,00023 ja kaugelt vähem kui 1,00024. Sest kui arv 1,00023 lisatakse esimene kord arvule 1 teguriks juurde, siis toob ta sinna juurde 0,00023; teiseks teguriks tulles toob ta juurde 0,00023 seda saadud arvu (0,00023 . . 1,00023); nii on iga uue teguri juurdetook endise omast suurem ja sellepärast igaühel nende 43 hulgas vähem kui 44-nda oma, mis on 0,00023 . 1,01, see on, esimese teguri oma suurendatud ühe protsendi võrra; kõik 43 juurdetulekut koos on siis enam kui 43. 0,00023=0,00989 ja vähem kui 0,00989 . 1,01=0,0099889, see on igatahes vähem kui 0,01, aga lahkuminek ei ole üle 0,01—0,00989=0,00011; niisama leiame, et arv 1,00024 arvule 1, kui ta 43 korda teguriks juurde lisatakse, toob juurde enam kui 43 . 0,00024=0,01032, see on igatahes enam kui 0,01, ja lahkuminek on üle 0,01032—0,01=0,00032. Nii siis on selle tabeli alusarvus pääle 1,00023 vahest veel miljondikka, kümnemiljondikka jne. Eelmistes ja järgnevates näitustes on tabeli alusarv lüheduse jaoks kirjutatud ainult sajatuhandikkude peenuseni.

Ütlus „arvu 1,01 logaritm on 43“ kirjutatakse lühendatult „*log* 1,01=43“, ja ütlus „1,01 on see arv, mille logaritmiks on 43“ kirjutatakse lühendatult „1,01=*Nlog* 43“. Märk *Nlog* on lühendatud ladinakeelne ütlus *Numerus logarithmi*, see tähendab: „arv, mille logaritmiks on“. Nii on siis ka 1,02=*Nlog* 86; 1,38=*Nlog* 1399; 6,79=*Nlog* 8319 jne.

L o g a r i t m i d e t a b e l i a b i l s a a b a r v u s i d k o r r u t a d a n e n d e l o g a r i t m i s i d l i i t e s. Näituseks on

$$1{,}38 \cdot 6{,}79 = \overbrace{1{,}00023 \cdot 1{,}00023 \ldots 1{,}00023}^{1399\ \text{korda}} \cdot \overbrace{1{,}00023 \ldots 1{,}00023}^{8319\ \text{korda}} =$$

$$= Nlog\left(\begin{array}{r} 1399 \\ +8319 \\ \hline 9718 \end{array}\right) = 9{,}37,$$

sest korrutises 1,38 . 6,79 on ju arv 1,00023 tõesti teguriks 1399 korda ja veel 8319 korda, see on kokku 9718 korda, ja tabeli logaritmide hulgas niisugust arvu otsides (teist veergu mööda minnes selle reani, mille järgmises on logaritm 9731 juba suurem kui meie saadud 9718, ja siis seda rida mööda paremale poole minnes) leiame, et see korrutis on suurem kui 9,37 (mille saamiseks tuleks 1,00023 võtta teguriks 9717 korda) ja vähem kui 9,38 (mille saamiseks tuleks 1,00023 võtta teguriks 9722 korda), aga ligem esimesele arvule. Niisama on ka

$$1{,}38 \cdot 2{,}01 = Nlog\left(\begin{array}{r} 1399 \\ +3032 \\ \hline 4431 \end{array}\right) = 2{,}77.$$

Tabelit *A* on võimalik tarvitada ka siis, kui arvud (kolme tähendava kohaga) on kümnest suuremad või logaritmid kümnest tuhandest. On ju näituseks

$$387=10\,.\,10\,.\,3{,}87=\overbrace{1{,}00023\ldots.1{,}00023}^{10000\text{ korda}}\,.\,\overbrace{1{,}00023\ldots.1{,}00023}^{10000\text{ korda}}\,.$$

$$.\,\overbrace{1{,}00023\ldots.1{,}00023}^{5877\text{ korda}}=\mathit{Nlog}\,25877,$$

sest tabeli arvust 3,87 saab tõesti 387, kui temale lisatakse teguriks juurde 10 ja veel kord 10, ja arvu 3,87 logaritmile 5877 tuleb siis juurde $10000+10000=20000$. Nii saadakse iga suure arvu logaritmi jaoks ühed, kümned, sajad ja tuhanded sellest tabelist (seda logaritmi osa nimetatakse ka *mantissiks*), aga kümnetuhandete arvuks (mida ka *karakteristikuks* nimetatakse) tuleb võtta see arv, mis näitab, mitu korda tuleb mantissi kohasele tabeli arvule teguriks juurde lisada 10, et see suur arv saaks. Näituseks on ka

$$128=\mathit{Nlog}\,21072.$$

Suure arvu logaritmi järele saadakse see arv ise sel teel, et otsitakse tabeli arv, mis vastab mantissile, ja korrutatakse kümnega nii mitu korda, kui mitu näitab karakteristik (viiakse murrukomma nii mitu kohta paremale poole). Nii on näituseks

$$387\,.\,128=\mathit{Nlog}\left(\begin{array}{r}25877\\+21072\\\hline 46949\end{array}\right)=49500,$$

sest mantissile 6949 vastav arv on suurem kui $4{,}95=\mathit{Nlog}\,6946$, aga vähem kui $4{,}96=\mathit{Nlog}\,6955$ ja silmanähtavalt ligem esimesele, ja komma tuli viia paremale poole 4 kohta.

Teiseks saab logaritmide tabeli abil arvusid jagada nende logaritmisid lahutades. Näituseks on

$$387:128=\frac{378}{128}=\frac{\overbrace{1{,}00023\,.\,1{,}00023\ldots.1{,}00023}^{25877\text{ korda}}}{\underbrace{1{,}00023\,.\,1{,}00023\ldots.1{,}00023}_{21072\text{ korda}}}=\mathit{Nlog}\left(\begin{array}{r}25877\\-21072\\\hline 4805\end{array}\right)=3{,}02,$$

sest murrus, kus on lugejaks 25877 niisamasugust tegurit, missuguseid nimetajas on 21072, võib ju neid lugejas ja nimetajas 21072 maha kustutada, nii et nimetaja kaob ja lugejasse jääb neid tegurid $25877-21072=$ $=4805$. Niisama on ka

$$128:2{,}01=\mathit{Nlog}\left(\begin{array}{r}21072\\-\ 3032\\\hline 18040\end{array}\right)=63{,}7.$$

Kui jagatav on jagajast vähem (murru lugeja nimetajast vähem), siis mõeldakse lugeja logaritmile juurde nii mitu kümmend tuhandet, et ta saaks nimetaja logaritmist suuremaks. Juurdemõeldud kümnete tuhandete arv kirjutatakse siis (pärast seda kui suurendatud lugeja logaritmist on, nagu ennegi, lahutatud nimetaja logaritmi suurune osa) jäägile (*vähendajaks*) karakteristikuks, aga kaetakse kriipsuga selle täheks, et tema järele tuleb tabelist saadav arv mitte suurendada, vaid vähendada (tuleb komma viia nii mitu kohta pahemale poole), nagu näituseks on

$$128 : 387 = N\log\left(\begin{array}{r} 21072 \\ -25877 \\ \hline \bar{1}5195 \end{array}\right) = 0{,}331.$$

Siin tuli lugeja logaritmile (21072) juurde mõtelda üks kümmetuhat, et nimetaja logaritmi (25877) suurust osa võimalik oleks lahutada. Siis sai jäägiks 5195, millele vastab tabelis arv 3,31. See arv on otsitavast 10 korda suurem, sest logaritmile juurde lisades 10000 oleme arvule teguriks juurde lisanud 10. Selle teguri kordselt tuli 3,31 vähendada, nii et sai 0,331. Niisama on ka

$$2{,}01 : 387 = N\log\left(\begin{array}{r} 3032 \\ -25877 \\ \hline \bar{3}7155 \end{array}\right) = 0{,}00519,$$

kus tuli lugeja logaritmile (3032) juurde mõtelda 3 kümmendtuhandet ja sellepärast mantissi (7155) järele tabelist saadav arv 5,19 vähendada kolm korda kümne kordselt, see on, selles arvus tuli komma viia kolm kohta pahemale poole. (Nii et vähendaja karakteristik näitab, mitu nulli on tarvis tabeli arvule ette kirjutada.)

Kolmandaks saab logaritmide tabeli abil hulga ühesuguste tegurite korrutise suuruse leida ühe teguri logaritmi korrutades tegurite arvuga ehk, nagu ka öeldakse, arvu astendada tema logaritmi korrutades astme näitajaga. Näituseks on

$$2{,}01^{12} = \overbrace{2{,}01 \,.\, 2{,}01 \,.\, 2{,}01 \ldots\ldots 2{,}01}^{12\ \text{korda}} = N\log(\overbrace{3032 + 3032 + \ldots + 3032}^{12\ \text{korda}} =$$

$$= \left.\begin{array}{r} 3032 \,.\, 12 \\ \hline 6064 \\ 3032 \\ \hline 36384 \end{array}\right) = 4350.$$

Niisama on ka

$$0{,}00519^3 = N\log\left(\begin{array}{r} \bar{3}7155 \,.\, 3 \\ \hline \bar{7}1465 \end{array}\right) = 0{,}000000140,$$

kus vähendaja karakteristik $\bar{3}$ näitab, et arv 0,00519 on arvust 5,19 ehk *Nlog* 7155 vähem 3 korda 10 kordselt, nii et $0{,}00519^3$ on arvust $5{,}19^3$ ehk $N\log\left(\begin{array}{r} 7155 \,.\, 3 \\ \hline \bar{2}1465 \end{array}\right)$ vähem 3 . 3 ehk 9 korda 10 kordselt ja sellepärast tuleb mantissile 1465 vastav tabeli arv, mis arvust $5{,}19^3$ ehk *Nlog* 21465 on juba vähem 2 korda 10 kordselt, veel vähendada 9—2=7 korda 10 kordselt. Kui $\bar{3}7155 \,.\, 3$ arvutamisel ollakse tuhandeteni jõutud, siis arvutatakse edasi nii: „3 . 7 on 21, see on, tuhandeid 1 ja juba kümneid tuhandeid 2 ja veel vähendajaid (kümneid tuhandeid) 3 . 3 ehk 9, see on vähendajaid 7" (sest enne saadud 2 suurendajat kümmendtuhandet kustutavad vähendajatest kaks ära).

Neljandaks saab logaritmide tabeli abil hulga ühesuguste tegurite korrutises üksiku teguri suuruse leida selle korrutise logaritmi mõõtes tegurite arvuga ehk, nagu ka öeldakse, arvu juurida tema logaritmi mõõtes juure näitajaga. Näituseks see arv, mis tuleb arvu 4350 saamiseks 12 korda teguriks võtta ehk, nagu seda lühidalt kirjutatakse, $\sqrt[12]{4350}$ on

$$\sqrt[12]{4350} = N\log(36385 : 12 = 3032) = 2{,}01,$$

sest tema tegurite arv peab ju olema kaheteistkümnendik arvu 4350 tegurite arvust. Niisama on ka arv, mis tuleb arvu 0,000000140 saamiseks kolm korda teguriks võtta,

$$\sqrt[3]{0{,}000000140} = N\log(\bar{7}\,1461 : 3 = \bar{3}\,7154) = 0{,}00519,$$

kus vähendajate kümnetetuhandete arvule 7 tuli kaks juurde mõtelda, et see arv saaks kolmega mõõdetavaks (7 + 2 = 9 ; 9 : 3 = 3), ja siis nende juurde mõeldud vähendajate kümnetetuhandete kustutamiseks ka suurendajaid kaks juurde mõtelda, nii et sai ühe tuhande asemel 21 tuhat, mis kolmega mõõtes andis 7 tuhat jne.

Keerulisemaks näituseks on

$$\frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}54^3 \cdot 765 \cdot 273 \cdot 1{,}293}{3 \cdot 760 \cdot 293} = N\log\begin{array}{rrr} & (6021 & \\ & 4969 & \\ 4048 \cdot 3 = & 12144 & 4771 \\ & 28837 & 28808 \\ & 24362 & 24669 \\ & 1106 & \\ \hline & 77439 - & 58248 = 19191) = 83{,}0. \end{array}$$

Siin on arvu 1,293 asemel võetud 1,29, sest selles näituses on muud arvud (pääle täisõigete arvude 4 ja 3, mille asemel võiks kirjutada 4,000... ja 3,000...) ka ainult kolmanda kohani teada, nii et ei maksnud ühte arvu peenemalt lugeda.

Nimelt saab sellest tabelist ka nelja tähendava kohaga arvudele 1,001 ; 1,002 ; 1,003 jne. kuni arvuni 9,999 (pea) igaühele oma isesugust logaritmi välja lugeda. Kuni arvuni 1,009 ongi logaritmid juba valmis selle tabeli viimases reas. Muile nelja kohaga arvudele saab logaritmisid tabeli logaritmide järele mõttes arvutada. Näituseks on

$$(1{,}29 = N\log 1106) \quad 1{,}293 = N\log 1116 \quad (1{,}30 = N\log 1139),$$

sest selleks, et arvule 1,29 tuleks juurde 10 tuhandikku, nii et temast saaks arv 1,30, selleks tuleb temale alus (1,00023) teguriks juurde lisada 1139 — 1106 = 33 korda ; ühe tuhandiku juurdetulemiseks tuleb siis alus

*

teguriks juurde lisada 3,3 korda, kolme tuhandiku juurdetulemiseks 3 . 3,3 ehk 10 korda ja 1106+10 ongi 1116. Kõik see tuleb mõttes teha, nagu näituseks

$$1{,}014 = Nlog\,0060$$

leidmisel: esiti tuli mõtelda tabeli arvu 1,01 ja tema järgmise 1,02 logaritmide vahe 0086—0043=43, siis selle kümnendik 4,3, siis neli seda: 4 . 4,3 ehk 17 (loeme ju lõpuks ikka ainult täisi tegurid) ja siis viimaks arvu 1,01 logaritm koos selle saadusega (0043+17=0060); või veelgi näituseks

$$10{,}24 = Nlog\,10103$$

leidmisel tuli mõtelda tabeli arvu 1,02 ja tema järgmise 1,03 logaritmide vahe 0128—0086=42, siis selle kümnendik 4,2, siis neli seda: 4 . 4,2 ehk 17 (ligem täisarv) ja siis viimaks arvu 1,02 logaritm koos selle saadusega (0086+17=0103). Kui antud arv on ligem järgmisele tabeli arvule, siis on lihtsam selle logaritmi tarviliselt vähendada, nagu näituseks

$$2{,}608 = Nlog\,4163$$

leidmisel, kus antud arv 2,608 on järgmisele tabeli arvule 2,61 ligem ja sellest vähem ainult 2 tuhandikku, nii et tuli mõtelda arvude 2,60 ja 2,61 logaritmide vahe 4166—4150=16, siis selle kümnendik 1,6, siis kaks seda: 2 . 1,6 ehk 3 ja siis viimaks arvu 2,61 logaritmist lahutada see saadus (4166—3=4163).

Niisama saab sellest tabelist iga tehtest saadud logaritmi jaoks oma nelja kohaga arvu välja lugeda (mida tegelikus elus küll väga harva tarvis tuleb, sest tegelikus elus mõõtes ei saada pea millalgi nelja kohaga arvusid, ja kui antud arvudes on neljas koht teadmata, siis ei saa ka nende korrutise, vahekorra, astme või juure neljandal kohal mõtet olla). Näituseks on

$$Nlog\,7943 = 6{,}227,$$

sest antud logaritm 7943 on tabeli logaritmide 7938 ja 7945 vahel, viimasele ligem ja temast vähem 7945—7943=2, kuna tabeli logaritmide vahe on 7945—7938=7, see on logaritmi 7938 vastavale arvule 6,22 tuleb alus (1,00023) teguriks juurde lisada seitse korda, et arvule juurde tuleks 10 tuhandikku ja saaks 6,23, nii et ühe tuhandiku juurdetulemiseks tuleb tegurid juurde lisada 0,7 ja arvust 6,23 kahe teguri äraheitmine, et saaks otsitav arv, vähendab arvu 6,23 nii mitme tuhandiku võrra, kui mitu on 2 : 0,7, see on $\frac{20}{7}$ ehk 3. Kõik see tuleb mõttes teha. See töö on endisest (nelja kohaga arvule logaritmi arvutamisest) selle poolest raskem, et sääl tuli tabeli logaritmide vahe kümnendik korrutada, kuna siin tuleb selle kümnendikuga mõõta antud logaritmi ja tabeli ligema logaritmi vahet. See töö saab vähe kergemaks, kui selle mõõtmise asemel mõttes kohe mõõdetakse tabeli logaritmide täie vahega antud logaritmi ja tabeli ligema logaritmi kümnekordset vahet, näituseks 2 : 0,7 asemel mõeldakse kohe $\frac{20}{7}$.

Nii tuli siis näituseks

$$Nlog\,4163 = 2{,}608$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
100	0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039

I.

Nurk	sin	tg	ctg	cos	
15′	$\bar{3}$ 6398	$\bar{3}$ 6398	2 3602	0000	45′
30′	$\bar{3}$ 9408	$\bar{3}$ 9409	2 0591	0000	30′
45′	$\bar{2}$ 1169	$\bar{2}$ 1170	1 8830	0000	15′
1° 0′	$\bar{2}$ 2419	$\bar{2}$ 2419	1 7581	$\bar{1}$ 9999	89° 0′
15′	$\bar{2}$ 3388	$\bar{2}$ 3389	1 6611	$\bar{1}$ 9999	45′
30′	$\bar{2}$ 4179	$\bar{2}$ 4181	1 5819	$\bar{1}$ 9999	30′
45′	$\bar{2}$ 4848	$\bar{2}$ 4851	1 5149	$\bar{1}$ 9998	15′
2° 0′	$\bar{2}$ 5428	$\bar{2}$ 5431	1 4569	$\bar{1}$ 9997	88° 0′
15′	$\bar{2}$ 5939	$\bar{2}$ 5943	1 4057	$\bar{1}$ 9997	45′
30′	$\bar{2}$ 6397	$\bar{2}$ 6401	1 3599	$\bar{1}$ 9996	30′
45′	$\bar{2}$ 6810	$\bar{2}$ 6815	1 3185	$\bar{1}$ 9995	15′
3° 0′	$\bar{2}$ 7188	$\bar{2}$ 7194	1 2806	$\bar{1}$ 9994	87° 0′
15′	$\bar{2}$ 7535	$\bar{2}$ 7542	1 2458	$\bar{1}$ 9993	45′
30′	$\bar{2}$ 7857	$\bar{2}$ 7865	1 2135	$\bar{1}$ 9992	30′
45′	$\bar{2}$ 8156	$\bar{2}$ 8165	1 1835	$\bar{1}$ 9991	15′
4° 0′	$\bar{2}$ 8436	$\bar{2}$ 8446	1 1554	$\bar{1}$ 9989	86° 0′
15′	$\bar{2}$ 8699	$\bar{2}$ 8711	1 1289	$\bar{1}$ 9988	45′
30′	$\bar{2}$ 8946	$\bar{2}$ 8960	1 1040	$\bar{1}$ 9987	30′
45′	$\bar{2}$ 9181	$\bar{2}$ 9196	1 0804	$\bar{1}$ 9985	15′
5° 0′	$\bar{2}$ 9403	$\bar{2}$ 9420	1 0580	$\bar{1}$ 9983	85° 0′
15′	$\bar{2}$ 9614	$\bar{2}$ 9633	1 0367	$\bar{1}$ 9982	45′
30′	$\bar{2}$ 9816	$\bar{2}$ 9836	1 0164	$\bar{1}$ 9980	30′
45′	$\bar{1}$ 0008	$\bar{1}$ 0030	9970	$\bar{1}$ 9978	15′
6° 0′	$\bar{1}$ 0192	$\bar{1}$ 0216	9784	$\bar{1}$ 9976	84° 0′
15′	$\bar{1}$ 0369	$\bar{1}$ 0395	9605	$\bar{1}$ 9974	45′
30′	$\bar{1}$ 0539	$\bar{1}$ 0567	9433	$\bar{1}$ 9972	30′
45′	$\bar{1}$ 0702	$\bar{1}$ 0732	9268	$\bar{1}$ 9970	15′
7° 0′	$\bar{1}$ 0859	$\bar{1}$ 0891	9109	$\bar{1}$ 9968	83° 0′
15′	$\bar{1}$ 1011	$\bar{1}$ 1045	8955	$\bar{1}$ 9965	45′
30′	$\bar{1}$ 1157	$\bar{1}$ 1194	8806	$\bar{1}$ 9963	30′
45′	$\bar{1}$ 1299	$\bar{1}$ 1338	8662	$\bar{1}$ 9960	15′
8° 0′	$\bar{1}$ 1436	$\bar{1}$ 1478	8522	$\bar{1}$ 9958	82° 0′
15′	$\bar{1}$ 1568	$\bar{1}$ 1613	8387	$\bar{1}$ 9955	45′
30′	$\bar{1}$ 1697	$\bar{1}$ 1745	8255	$\bar{1}$ 9952	30′
45′	$\bar{1}$ 1822	$\bar{1}$ 1873	8127	$\bar{1}$ 9949	15′
9° 0′	$\bar{1}$ 1943	$\bar{1}$ 1997	8003	$\bar{1}$ 9946	81° 0′
15′	$\bar{1}$ 2061	$\bar{1}$ 2118	7882	$\bar{1}$ 9943	45′
30′	$\bar{1}$ 2176	$\bar{1}$ 2236	7764	$\bar{1}$ 9940	30′
45′	$\bar{1}$ 2288	$\bar{1}$ 2351	7649	$\bar{1}$ 9937	15′
10° 0	$\bar{1}$ 2397	$\bar{1}$ 2463	7537	$\bar{1}$ 9934	80° 0′
15′	$\bar{1}$ 2503	$\bar{1}$ 2573	7427	$\bar{1}$ 9930	45′
30′	$\bar{1}$ 2606	$\bar{1}$ 2680	7320	$\bar{1}$ 9927	30′
45′	$\bar{1}$ 2707	$\bar{1}$ 2784	7216	$\bar{1}$ 9923	15′
11° 0′	$\bar{1}$ 2806	$\bar{1}$ 2887	7113	$\bar{1}$ 9919	79° 0′
15′	$\bar{1}$ 2902	$\bar{1}$ 2987	7013	$\bar{1}$ 9916	78° 45′
	cos	ctg	tg	sin	Nurk

II.

Nurk	sin	tg	ctg	cos	
11° 30′	$\bar{1}$ 2997	$\bar{1}$ 3085	6915	$\bar{1}$ 9912	30′
45′	$\bar{1}$ 3089	$\bar{1}$ 3181	6819	$\bar{1}$ 9908	15′
12° 0′	$\bar{1}$ 3179	$\bar{1}$ 3275	6725	$\bar{1}$ 9904	78° 0′
15′	$\bar{1}$ 3267	$\bar{1}$ 3367	6633	$\bar{1}$ 9900	45′
30′	$\bar{1}$ 3353	$\bar{1}$ 3458	6542	$\bar{1}$ 9896	30′
45′	$\bar{1}$ 3438	$\bar{1}$ 3546	6454	$\bar{1}$ 9892	15′
13° 0′	$\bar{1}$ 3521	$\bar{1}$ 3634	6366	$\bar{1}$ 9887	77° 0′
15′	$\bar{1}$ 3602	$\bar{1}$ 3719	6281	$\bar{1}$ 9883	45′
30′	$\bar{1}$ 3682	$\bar{1}$ 3804	6196	$\bar{1}$ 9878	30′
45′	$\bar{1}$ 3760	$\bar{1}$ 3886	6114	$\bar{1}$ 9874	15′
14° 0′	$\bar{1}$ 3837	$\bar{1}$ 3968	6032	$\bar{1}$ 9869	76° 0′
15′	$\bar{1}$ 3912	$\bar{1}$ 4048	5952	$\bar{1}$ 9864	45′
30′	$\bar{1}$ 3986	$\bar{1}$ 4127	5873	$\bar{1}$ 9859	30′
45′	$\bar{1}$ 4059	$\bar{1}$ 4204	5796	$\bar{1}$ 9854	15′
15° 0′	$\bar{1}$ 4130	$\bar{1}$ 4281	5719	$\bar{1}$ 9849	75° 0′
15′	$\bar{1}$ 4200	$\bar{1}$ 4356	5644	$\bar{1}$ 9844	45′
30′	$\bar{1}$ 4269	$\bar{1}$ 4430	5570	$\bar{1}$ 9839	30′
45′	$\bar{1}$ 4337	$\bar{1}$ 4503	5497	$\bar{1}$ 9834	15′
16° 0′	$\bar{1}$ 4403	$\bar{1}$ 4575	5425	$\bar{1}$ 9828	74° 0′
15′	$\bar{1}$ 4469	$\bar{1}$ 4646	5354	$\bar{1}$ 9823	45′
30′	$\bar{1}$ 4533	$\bar{1}$ 4716	5284	$\bar{1}$ 9817	30′
45′	$\bar{1}$ 4597	$\bar{1}$ 4785	5215	$\bar{1}$ 9812	15′
17° 0′	$\bar{1}$ 4659	$\bar{1}$ 4853	5147	$\bar{1}$ 9806	73° 0′
15′	$\bar{1}$ 4721	$\bar{1}$ 4921	5079	$\bar{1}$ 9800	45′
30′	$\bar{1}$ 4781	$\bar{1}$ 4987	5013	$\bar{1}$ 9794	30′
45′	$\bar{1}$ 4841	$\bar{1}$ 5053	4947	$\bar{1}$ 9788	15′
18° 0′	$\bar{1}$ 4900	$\bar{1}$ 5118	4882	$\bar{1}$ 9782	72° 0′
15′	$\bar{1}$ 4958	$\bar{1}$ 5182	4818	$\bar{1}$ 9776	45′
30′	$\bar{1}$ 5015	$\bar{1}$ 5245	4755	$\bar{1}$ 9770	30′
45′	$\bar{1}$ 5071	$\bar{1}$ 5308	4692	$\bar{1}$ 9763	15′
19° 0′	$\bar{1}$ 5126	$\bar{1}$ 5370	4630	$\bar{1}$ 9757	71° 0′
15′	$\bar{1}$ 5181	$\bar{1}$ 5431	4569	$\bar{1}$ 9750	45′
30′	$\bar{1}$ 5235	$\bar{1}$ 5491	4509	$\bar{1}$ 9743	30′
45′	$\bar{1}$ 5288	$\bar{1}$ 5551	4449	$\bar{1}$ 9737	15′
20° 0′	$\bar{1}$ 5341	$\bar{1}$ 5611	4389	$\bar{1}$ 9730	70° 0′
15′	$\bar{1}$ 5392	$\bar{1}$ 5669	4331	$\bar{1}$ 9723	45′
30′	$\bar{1}$ 5443	$\bar{1}$ 5727	4273	$\bar{1}$ 9716	30′
45′	$\bar{1}$ 5494	$\bar{1}$ 5785	4215	$\bar{1}$ 9709	15′
21° 0′	$\bar{1}$ 5543	$\bar{1}$ 5842	4158	$\bar{1}$ 9702	69° 0′
15′	$\bar{1}$ 5592	$\bar{1}$ 5898	4102	$\bar{1}$ 9694	45′
30′	$\bar{1}$ 5641	$\bar{1}$ 5954	4046	$\bar{1}$ 9687	30′
45′	$\bar{1}$ 5689	$\bar{1}$ 6009	3991	$\bar{1}$ 9679	15′
22° 0′	$\bar{1}$ 5736	$\bar{1}$ 6064	3936	$\bar{1}$ 9672	68° 0′
15′	$\bar{1}$ 5782	$\bar{1}$ 6118	3882	$\bar{1}$ 9664	45′
30′	$\bar{1}$ 5828	$\bar{1}$ 6172	3828	$\bar{1}$ 9656	67° 30′
	cos	ctg	tg	sin	Nurk

III.

Nurk	sin	tg	ctg	cos	
22° 45′	$\bar{1}$ 5874	$\bar{1}$ 6226	3774	$\bar{1}$ 9648	15′
23° 0′	$\bar{1}$ 5919	$\bar{1}$ 6279	3721	$\bar{1}$ 9640	67° 0′
15′	$\bar{1}$ 5963	$\bar{1}$ 6331	3669	$\bar{1}$ 9632	45′
30′	$\bar{1}$ 6007	$\bar{1}$ 6383	3617	$\bar{1}$ 9624	30′
45′	$\bar{1}$ 6050	$\bar{1}$ 6435	3565	$\bar{1}$ 9616	15′
24° 0′	$\bar{1}$ 6093	$\bar{1}$ 6486	3514	$\bar{1}$ 9607	66° 0′
15′	$\bar{1}$ 6135	$\bar{1}$ 6537	3463	$\bar{1}$ 9599	45′
30′	$\bar{1}$ 6177	$\bar{1}$ 6587	3413	$\bar{1}$ 9590	30′
45′	$\bar{1}$ 6219	$\bar{1}$ 6637	3363	$\bar{1}$ 9582	15′
25° 0′	$\bar{1}$ 6259	$\bar{1}$ 6687	3313	$\bar{1}$ 9573	65° 0′
15′	$\bar{1}$ 6300	$\bar{1}$ 6736	3264	$\bar{1}$ 9564	45′
30′	$\bar{1}$ 6340	$\bar{1}$ 6785	3215	$\bar{1}$ 9555	30′
45′	$\bar{1}$ 6379	$\bar{1}$ 6834	3166	$\bar{1}$ 9546	15′
26° 0′	$\bar{1}$ 6418	$\bar{1}$ 6882	3118	$\bar{1}$ 9537	64° 0′
15′	$\bar{1}$ 6457	$\bar{1}$ 6930	3070	$\bar{1}$ 9527	45′
30′	$\bar{1}$ 6495	$\bar{1}$ 6977	3023	$\bar{1}$ 9518	30′
45′	$\bar{1}$ 6533	$\bar{1}$ 7025	2975	$\bar{1}$ 9508	15
27° 0′	$\bar{1}$ 6570	$\bar{1}$ 7072	2928	$\bar{1}$ 9499	63° 0′
15′	$\bar{1}$ 6607	$\bar{1}$ 7118	2882	$\bar{1}$ 9489	45′
30′	$\bar{1}$ 6644	$\bar{1}$ 7165	2835	$\bar{1}$ 9479	30′
45′	$\bar{1}$ 6680	$\bar{1}$ 7211	2789	$\bar{1}$ 9469	15′
28° 0′	$\bar{1}$ 6716	$\bar{1}$ 7257	2743	$\bar{1}$ 9459	62° 0′
15′	$\bar{1}$ 6752	$\bar{1}$ 7302	2698	$\bar{1}$ 9449	45′
30′	$\bar{1}$ 6787	$\bar{1}$ 7348	2652	$\bar{1}$ 9439	30′
45′	$\bar{1}$ 6821	$\bar{1}$ 7393	2607	$\bar{1}$ 9429	15′
29° 0′	$\bar{1}$ 6856	$\bar{1}$ 7438	2562	$\bar{1}$ 9418	61° 0′
15′	$\bar{1}$ 6890	$\bar{1}$ 7482	2518	$\bar{1}$ 9408	45′
30′	$\bar{1}$ 6923	$\bar{1}$ 7526	2474	$\bar{1}$ 9397	30′
45′	$\bar{1}$ 6957	$\bar{1}$ 7571	2429	$\bar{1}$ 9386	15′
30° 0′	$\bar{1}$ 6990	$\bar{1}$ 7614	2386	$\bar{1}$ 9375	60° 0′
15′	$\bar{1}$ 7022	$\bar{1}$ 7658	2342	$\bar{1}$ 9364	45′
30′	$\bar{1}$ 7055	$\bar{1}$ 7701	2299	$\bar{1}$ 9353	30′
45′	$\bar{1}$ 7087	$\bar{1}$ 7745	2255	$\bar{1}$ 9342	15′
31° 0′	$\bar{1}$ 7118	$\bar{1}$ 7788	2212	$\bar{1}$ 9331	59° 0′
15′	$\bar{1}$ 7150	$\bar{1}$ 7831	2169	$\bar{1}$ 9319	45′
30′	$\bar{1}$ 7181	$\bar{1}$ 7873	2127	$\bar{1}$ 9308	30′
45′	$\bar{1}$ 7212	$\bar{1}$ 7916	2084	$\bar{1}$ 9296	15′
32° 0′	$\bar{1}$ 7242	$\bar{1}$ 7958	2042	$\bar{1}$ 9284	58° 0′
15′	$\bar{1}$ 7272	$\bar{1}$ 8000	2000	$\bar{1}$ 9272	45′
30′	$\bar{1}$ 7302	$\bar{1}$ 8042	1958	$\bar{1}$ 9260	30′
45′	$\bar{1}$ 7332	$\bar{1}$ 8084	1916	$\bar{1}$ 9248	15′
33° 0′	$\bar{1}$ 7361	$\bar{1}$ 8125	1875	$\bar{1}$ 9236	57° 0′
15′	$\bar{1}$ 7390	$\bar{1}$ 8167	1833	$\bar{1}$ 9224	45′
30′	$\bar{1}$ 7419	$\bar{1}$ 8208	1792	$\bar{1}$ 9211	30′
45′	$\bar{1}$ 7447	$\bar{1}$ 8249	1751	$\bar{1}$ 9198	56° 15′
	cos	ctg	tg	sin	Nurk

IV

Nurk	sin	tg	ctg	cos	
34° 0′	$\bar{1}$ 7476	$\bar{1}$ 8290	1710	$\bar{1}$ 9186	56° 0′
15′	$\bar{1}$ 7504	$\bar{1}$ 8331	1669	$\bar{1}$ 9173	45′
30′	$\bar{1}$ 7531	$\bar{1}$ 8371	1629	$\bar{1}$ 9160	30′
45′	$\bar{1}$ 7559	$\bar{1}$ 8412	1588	$\bar{1}$ 9147	15′
35° 0′	$\bar{1}$ 7586	$\bar{1}$ 8452	1548	$\bar{1}$ 9134	55° 0′
15′	$\bar{1}$ 7613	$\bar{1}$ 8493	1507	$\bar{1}$ 9120	45′
30′	$\bar{1}$ 7640	$\bar{1}$ 8533	1467	$\bar{1}$ 9107	30′
45′	$\bar{1}$ 7666	$\bar{1}$ 8573	1427	$\bar{1}$ 9093	15′
36° 0′	$\bar{1}$ 7692	$\bar{1}$ 8613	1387	$\bar{1}$ 9080	54° 0′
15′	$\bar{1}$ 7718	$\bar{1}$ 8652	1348	$\bar{1}$ 9066	45′
30′	$\bar{1}$ 7744	$\bar{1}$ 8692	1308	$\bar{1}$ 9052	30′
45′	$\bar{1}$ 7769	$\bar{1}$ 8732	1268	$\bar{1}$ 9038	15′
37° 0′	$\bar{1}$ 7795	$\bar{1}$ 8771	1229	$\bar{1}$ 9023	53° 0′
15′	$\bar{1}$ 7820	$\bar{1}$ 8811	1189	$\bar{1}$ 9009	45′
30′	$\bar{1}$ 7844	$\bar{1}$ 8850	1150	$\bar{1}$ 8995	30′
45′	$\bar{1}$ 7869	$\bar{1}$ 8889	1111	$\bar{1}$ 8980	15′
38° 0′	$\bar{1}$ 7893	$\bar{1}$ 8928	1072	$\bar{1}$ 8965	52° 0′
15′	$\bar{1}$ 7918	$\bar{1}$ 8967	1033	$\bar{1}$ 8950	45′
30′	$\bar{1}$ 7941	$\bar{1}$ 9006	0994	$\bar{1}$ 8935	30′
45′	$\bar{1}$ 7965	$\bar{1}$ 9045	0955	$\bar{1}$ 8920	15′
39° 0′	$\bar{1}$ 7989	$\bar{1}$ 9084	0916	$\bar{1}$ 8905	51° 0′
15′	$\bar{1}$ 8012	$\bar{1}$ 9122	0878	$\bar{1}$ 8890	45′
30′	$\bar{1}$ 8035	$\bar{1}$ 9161	0839	$\bar{1}$ 8874	30′
45′	$\bar{1}$ 8058	$\bar{1}$ 9200	0800	$\bar{1}$ 8858	15′
40° 0′	$\bar{1}$ 8081	$\bar{1}$ 9238	0762	$\bar{1}$ 8843	50° 0′
15′	$\bar{1}$ 8103	$\bar{1}$ 9277	0723	$\bar{1}$ 8827	45′
30′	$\bar{1}$ 8125	$\bar{1}$ 9315	0685	$\bar{1}$ 8810	30′
45′	$\bar{1}$ 8148	$\bar{1}$ 9353	0647	$\bar{1}$ 8794	15′
41° 0′	$\bar{1}$ 8169	$\bar{1}$ 9392	0608	$\bar{1}$ 8778	49° 0′
15′	$\bar{1}$ 8191	$\bar{1}$ 9430	0570	$\bar{1}$ 8761	45′
30′	$\bar{1}$ 8213	$\bar{1}$ 9468	0532	$\bar{1}$ 8745	30′
45′	$\bar{1}$ 8234	$\bar{1}$ 9506	0494	$\bar{1}$ 8728	15′
42° 0′	$\bar{1}$ 8255	$\bar{1}$ 9544	0456	$\bar{1}$ 8711	48° 0′
15′	$\bar{1}$ 8276	$\bar{1}$ 9582	0418	$\bar{1}$ 8694	45′
30′	$\bar{1}$ 8297	$\bar{1}$ 9621	0379	$\bar{1}$ 8676	30′
45′	$\bar{1}$ 8317	$\bar{1}$ 9659	0341	$\bar{1}$ 8659	15′
43° 0′	$\bar{1}$ 8338	$\bar{1}$ 9697	0303	$\bar{1}$ 8641	47° 0′
15′	$\bar{1}$ 8358	$\bar{1}$ 9735	0265	$\bar{1}$ 8624	45′
30′	$\bar{1}$ 8378	$\bar{1}$ 9772	0228	$\bar{1}$ 8606	30′
45′	$\bar{1}$ 8398	$\bar{1}$ 9810	0190	$\bar{1}$ 8588	15′
44° 0′	$\bar{1}$ 8418	$\bar{1}$ 9848	0152	$\bar{1}$ 8569	46° 0′
15′	$\bar{1}$ 8437	$\bar{1}$ 9886	0114	$\bar{1}$ 8551	45′
30′	$\bar{1}$ 8457	$\bar{1}$ 9924	0076	$\bar{1}$ 8532	30′
45′	$\bar{1}$ 8476	$\bar{1}$ 9962	0038	$\bar{1}$ 8514	15′
45° 0′	$\bar{1}$ 8495	0000	0000	$\bar{1}$ 8495	45° 0′
	cos	ctg	tg	sin	Nurk

leidmisel mõtelda tabeli logaritmide vahe 4166—4150=16, siis antud logaritmi ja temale ligema tabeli logaritmi vahe 4166—4163=3, siis selle kümnekordne 30, siis selle kuueteistkümnendik $\frac{30}{16}$ ehk 2 ja viimaks nii mitme tuhandiku võrra vähendada sellele ligemale logaritmile (4166) vastav tabeli arv 2,61; või veelgi näituseks

$$Nlog\,10103=10{,}24$$

leidmisel tuli mõtelda tabeli logaritmide vahe 128—86=42, siis antud logaritmi mantissi ja temale ligema tabeli logaritmi vahe 103—86=17, siis selle kümnekordne 170, siis selle neljakümnekahendik $\frac{170}{42}$ ehk 4 ja viimaks nii mitu tuhandikku selle ligema tabeli logaritmi (86) vastavale arvule 1,02 juurde lisada.

Nelja tähendava kohaga arvudele logaritmisid arvutades, oleme ka murrulist tegurite arvu tarvitanud: alus (1,00023) tuli (ühe tuhandiku juurdesaamiseks) teguriks juurde lisada 3,3 korda, 4,3 korda, 4,2 korda, 1,6 korda jne. Kui juba on hakatud arvusid mõttes ühesuurusteks teguriteks lahutama, nagu logaritmide tabelit tarvitades alusarvu suurusteks, siis võib küll ka seda alusarvu ennast mõtelda mitmeks ühesuuruseks teguriks lahutatult, ja siis on ka murrulisel tegurite arvul oma kindel tähendus: „alusarv teguriks võetud 3,3 korda“ tähendab: „33 korda teguriks võetud see arv, mis 10 korda teguriks võetult sünnitab alusarvu“; „alus 4,3 korda teguriks“ tähendab: „43 korda teguriks see arv, mis 10 korda teguriks võetult sünnitab aluse“, jne. Nii võib ka ütelda: arv 10 on selle tabeli aluses teguriks 0,0001 korda (sest selle tabeli alus tuleb arvu 10 saamiseks teguriks võtta 10000 korda) ja sellepärast on ka arv 10 arvus 1,01 teguriks 0,0043 korda, arvus 1,02 teguriks 0,0086 korda, arvus 10,24 teguriks 1,0103 korda jne. Sellepärast võib ka arvu 10 ennast selle tabeli alusarvuks lugedagi, kuid siis tuleb iga mantissi mõtelda logaritmi murruliseks osaks (kümnetuhandikkude arvuks) ja teda kirjutades tema ette komma panna ja selle ette veel (kui karakteristikut ei ole) null kirjutada. Nii on koolis ikka tehtud, aga tegelikus elus on nende ilmaaegsete kommade ja nullide kirjutamine lubamata jõukulu.

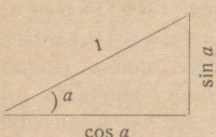
Nelja tähendava kohaga arvudele logaritmisid ja antud logaritmide vastavatele arvudele neljandat tähendavat numbrimärki otsides oleme arvanud, et kõik need (alusarvu suurused) tegurid, mis tulid ühele tabeli arvule juurde lisada, et järgmist saada (et esimene arv saaks ühe sajandiku ehk 10 tuhandiku võrra suuremaks), suurendasid esimest arvu igaüks ühepalju, nii et näituseks esimesed 3,3 tegurit tõid arvule 1,29 juurde ühe tuhandiku, niisama kui järgmised 3,3 tegurit, kui ka nende järgmised 3,3 tegurit jne. See arvamine ei olnud õige, aga ta kergendas meie tööd ja saadused on õiged, sest tehtud viga ei saa millalgi ühe kümnetuhandiku suuruseks, ja kui tuhandikka veel, nagu see arvutamiseks ka lihtsam on, ikka ainult ligemast tabeliarvust edasi või tagasi loetakse, siis millalgi poole kümnetuhandiku suuruseks, kuna aga meil tarvis oli ainult täisi tuhandikka ära lugeda. On ju juurdetulekud arvule 1, kui temale lisame alusesuurusi tegurid juurde 4,3 kaupa, (esiteks) järjest suuremad, (teiseks) kümme esimest juurdetulekut kokku üks sajandik ehk 10 tuhandikku, sellepärast (kolmandaks) esimesed nende kümne hulgas tuhandikkudest vähemad ja viimased suuremad ja (neljandaks) ei ole ükski tuhandikust vähem või suurem ühe sajatuhandiku võrra, sest alles üksteistkümnes juurdetulek (kus juba arvule 1,01 tuleb esimene kord 4,3 alusesuurust tegurit juurde) on esimesest suurem selle esimese juurdetuleku sajandiku võrra. Sellepärast siis, kui kõik need juurdetulekud arvame tuhandikkudeks, ei saa sellest tekkiv viga siin olla nii mitut sajatuhandikkugi, kui mitme tuhandikuga tegemist on. Teiste (tabeli) arvude juures on see viga veel nii mitu korda vähem, kui mitu korda on see arv ühest suurem, sest näituseks arvule 2 alusesuurusi tegurid 2,2 kaupa juurde lisades ja juurdetulekuid tuhandikkudeks arvates tuleb viga iga tuhandiku kohta vähem kui pool sajatuhandikku, kuna ta ju vähem on kui vahe 11-nda ja esimese juurdetuleku vahel, mis on

$$2{,}01 \,.\, 1{,}00023^{2,2} - 2 \,.\, 1{,}00023^{2,2} = 0{,}01 \,.\, 1{,}00023^{2,2},$$

see on vähem kui sajandik poolt tuhandikku, sest esimene juurdetulek $2 \,.\, 1{,}00023^{2,2}$ on ju vähem kui tuhandik.

II. Trigonomeetriliste suuruste logaritmide tabeli *B* tarvitamine.

Tabel *B* on oma pikkuse poolest lahutatud neljaks osaks: esimene ja teine osa lhk. 3 ja kolmas ja neljas osa lhk. 4. Temal on kuus veergu. Esimeses veerus on ülevalt alla minnes veerand kraadi (^{0}) ehk 15 minuti ($'$) peenuseni kõik nurga suurused kuni 45^0 ja viimases veerus alt üles tulles niisama peenelt kõik nurga suurused 45^0 kuni 90^0. Teistes veergudes on logaritmid esimese veeru nurkade trigonomeetriliste suuruste (siinus ehk sin, koosinus — cos, tangens — tg, kootangens — ctg) jaoks (mille tähendused on näha siin kõrval joonise juures) ja needsamad arvud on ka logaritmideks järgemööda cos, ctg, tg ja sin jaoks viimase veeru nurkadele (nagu see iga veeru kohal all on kirjutatud).



$$\text{tg}\, a = \frac{\sin a}{\cos a}$$

$$\text{ctg}\, a = \frac{\cos a}{\sin a}$$

Näituseks on

$$\mathit{log} \cos 20^0\, 45' = \bar{1}9709,$$

nagu ta seisab viiendas veerus sellel real, kus esimeses veerus on arvu 20^0 järel allapoole minnes arv 45$'$, ja niisama on

$$log \sin 80^0 45' = \overline{1}9943,$$

nagu ta seisab viiendas veerus sellel real, kus kuuendas veerus on arvu 80^0 järel ülespoole tulles arv $45'$.

Antud trigonomeetrilise suuruse logaritmi järele nurga suuruse leidmise näituseks olgu

$$arc \operatorname{tg} N log\ 1633 = 55^0 30'.$$

Siin on hirmutav kirjutus *arc* tg *N log* lühendatud ladinakeelne ütlus: *arcus tangentis numeri logarithmi*, mis tähendab: „nurk (ehk kaar), mille tangensiks on see arv, mille logaritm on.“ Et logaritmil ei ole vähendajat karakteristikut, siis on tangens suurem kui 1 ja sellega otsitav nurk suurem kui 45^0. Sellepärast tuli kohe tabeli lõpust hakata vaatama, kus kohal on neljandas veerus (mille all seisab märk tg) 1633 suurune arv, ja sellele kõige ligem arv 1629 leidus selles reas, kus viimases veerus on arvu 55^0 järel ülespoole tulles arv $30'$. Niisama on näituseks

$$arc \operatorname{ctg} N log\ \overline{1}5195 = 71^0 45',$$

sest vähendaja karakteristik näitab, et kootangens (mis ju nurga suurenemisel väheneb) on vähem kui 1 ja sellega otsitav nurk suurem kui 45^0, ja tabeli lõpust kolmandat veergu mööda (mille all seisab märk ctg) vaadates leiame arvule $\overline{1}5195$ kõige ligema arvu $\overline{1}5182$, selles reas, kus viimases veerus on arvu 71^0 järel ülespoole tulles arv $45'$.

S i i n u s e j a k o o s i n u s e l o g a r i t m i d e j ä r e l e n u r g a s u u r u s t o t s i d e s t u l e b m e e l e s p i d a d a , e t o n

$$\boldsymbol{log \sin 45^0 = \overline{1}8495 = log \cos 45^0}.$$

Sellepärast tuleb nurga suurust otsima hakata tabeli lõpust ja veeru märki alt vaadates ainult siis, kui antud siinuse logaritm on suurem kui $\overline{1}8495$ või koosinuse logaritm sellest vähem (sest koosinus väheneb nurga suurenemisel). Näituseks on

$$arc \cos N log\ \overline{1}8873 = 39^0 30',$$

sest antud arv oli suurem kui $\overline{1}8495$, nii et tuli tabeli algusest viiendat veergu mööda (mille alguses seisab märk cos) vaadata, ja sääl on antud arvule kõige ligem arv $\overline{1}8874$ selles reas, kus esimesel veerul seisab arvu 39^0 järel allapoole minnes arv $30'$. Keerulisemaks näituseks on see nurk, mille siinus on $\frac{387}{\sqrt{166000}}$,

$$\begin{aligned} arc \sin \frac{387}{\sqrt{166000}} = arc \sin N log\,(&25877 \\ -52201:2=-&26101 \\ \hline &\overline{1}9776) = 71^0 45', \end{aligned}$$

kus sellepärast, et siinuse jaoks sai logaritm $\overline{1}9776$ suurem kui $\overline{1}8495$, tuli vaadata tabeli lõpust viiendat veergu mööda (mille all seisab märk sin).

Sellest tabelist saab ka nurga trigonomeetrilise suuruse logaritmi järele selle nurga suuruse peenemalt leida. Ainult viienda veeru esimese poole logaritmid, see on, koosinuse logaritmid 0^0 kuni 28^0 ehk siinuse logaritmid 67^0 kuni 90^0, ei kõlba üksikute minutite määramiseks (nagu nad veeru algul kahe kraadi ulatuses isegi veerandkraadide määramiseks ei kõlba), sest sääl ei ulata iga logaritmi ja tema järgmise (või eelmise) vahe isegi poole viieteistkümneni, kuna sellele vahele vastav nurkade vahe on ju 15′. Teiste veergude logaritmid (oma suuremate vahedega) annavad võimaluse määrata üksikud minutid ja tabeli esimeses veerandis siinuse logaritmid ka minutite kümnendikud (ja sajandikud). Logaritmide järele üksikute minutite määramine selle tabeli kolmes viimases veerandis (nurkade jaoks 12^0 kuni 79^0) sünnib niisama, nagu arvudel üksikute tuhandikkude määramine tabelis *A*: *esiti vaadatakse, kui palju läheb endisel viisil kätteleitud ligem tabeli logaritm lahku oma naabrist (mis on teisel pool antud logaritmi) ja antud logaritmist, siis mõõdetakse see teine lahkuminek esimese lahkumineku viieteistkümnendikuga, ja viimaks loetakse saadud arv minutid ligema tabeli logaritmi vastavast nurgast sinnapoole, kus pool on antud logaritm ligemast tabeli logaritmist.* Näituseks võiks arvutada, et see nurk, mille koosinus on $\frac{0,917}{0,985}$, ise on

$$arc \cos \frac{0,917}{0,985} = arc \cos N log \left(\begin{array}{r} \overline{1}9624 \\ -\overline{1}9934 \\ \hline \overline{1}9690 \end{array} \right) = 21^0\,30' - 6' = 21^0\,24',$$

sest ligem tabeli logaritm $\overline{1}9687$ on nurga $21^0\,30'$ oma ja tema lahkuminek naabrist $\overline{1}9694$ (teisel pool — nimelt ülevalpool antud logaritmi) on 7 (viieteistkümne minuti kohta) ja antud logaritmist 3, nii et nurgast $21^0\,30'$ tuli lugeda ülespoole ehk tagasi $3 : \frac{7}{15}$ ehk 6 minutit. Aga üksikute minutite arvutamine niisugusel juhusel ei kõlba (olgugi et seda koolis on eksiviisil sagedasti tehtud), sest kui nurga trigonomeetriline suurus on saadud kolme tähendava kohaga arvudest, siis saab tema järele nurga üksikuid minutid ära määrata ainult haruldastel juhustel ja nimelt selle tabeli kahes viimases veerandis (23^0 ja 67^0 vahel) mitte millalgi (nagu seda ligikaudsete arvustuste õpetuses tõendatakse) ja meie juhuse kohta, mis on küll tabeli teisel veerandil, on see võimatus juba sellest selge, et see juhus on viiendal veerul (millest juba ennemalt kõnelesime). Nii on siis lihtsalt $arc \cos \frac{0,917}{0,985} = 21^0\,30'$, kus 30′ on kirjutatud ainult poole kraadi tähendamiseks. Üksikute minutite tõsise määramise näituseks leiame selle nurga, mille tangensi logaritm on 2107 ; see on

$$arc\ tg\ N log\ 2107 = 58^0\,30' - 7' = 58^0\,23',$$

sest ligem logaritm tabelis 2127 on nurga $58^0\,30'$ oma ja tema lahkuminek naabrist 2084 (teisel pool — nimelt allpool antud logaritmi) on 43 (see on 15 minuti kohta, nii et 5 minuti kohta tuleb kolmandik seda ehk $14^1/_3$, 3 minuti kohta viiendik ehk $8^1/_2$, kahe minuti kohta nende arvude vahe ehk 6) ja lahkuminek antud logaritmist on 20, nii et nurgast $58^0\,30'$ tuli lugeda allapoole ehk tagasi 5 ja veel $2'$, kokku $7'$. Nimelt niiviisi *tabeli logaritmide vahe juures kohe ka selle vahe kolmandikku, viiendikku ja nende vahet mõtelda ja nendest antud logaritmi ja ligema tabeli logaritmi vahet kokku seada on märksa lihtsam kui seda viimast vahet esimese vahe viieteistkümnendikuga mõõta.*

Kui antud on nurk minutite peenuseni, siis leitakse tema trigonomeetriliste suuruste logaritmid sel teel, et vaadatakse tabelis kõige ligema nurga vastava logaritmi lahkuminek naabrist (teisel pool otsitavat logaritmi), mõeldakse selle vahe kolmandik ($5'$ jaoks), viiendik ($3'$ jaoks) ja nende vahe ($2'$ jaoks) ja nende abil loetakse ligemast tabeli logaritmist otsitava logaritmi poole (juurde, kui säälpoolne naaber suurem on, või ära, kui ta vähem on), niipalju kui tuleb nende minutite jaoks, mille võrra antud nurk läheb lahku ligemast tabelis leiduvast nurgast. Nii on näituseks

$$\mathit{log}\ \mathrm{ctg}\ 23^0\ 27' = 3627,$$

sest ligem nurk tabelis on $23^0\ 30'$ ja tema kootangensi logaritmi lahkuminek naabrist (ülevalpool) 52 ja selle viiendik 10 ($3'$ minuti jaoks, nagu ongi antud nurga lahkuminek ligemast nurgast tabelis) tuleb tabeli logaritmist 3617 lugeda ülespoole, see on, temale juurde, sest säälpoolne naaber 3669 on suurem. Niisama on ka näituseks

$$\mathit{log}\ \sin 45^0\ 55' = \overline{1}.8563,$$

sest ligem tabeli nurk on $46^0\ 0'$ ja tema siinuse logaritmi lahkuminek naabrist (allpool) 18 ja selle kolmandik 6 ($5'$ minuti jaoks, nagu ongi antud lahkuminek ligemast tabeli nurgast) tuleb tabeli logaritmist $\overline{1}\ 8569$ lugeda allapoole, see on, temast ära, sest säälpoolne naaber $\overline{1}\ 8551$ on vähem.

Logaritmide järele selle tabeli kolmes viimases veerandis nurga üksikuid minutid lugedes või minutite peenuseni antud nurga trigonomeetriliste suuruste logaritmisid määrates oleme arvanud, et *ühe veerandkraadi piirides need logaritmid muutuvad iga üksiku minuti juurdetulekuga ühepalju.* See arvamine ei olnud õige, aga ta kergendas meie tööd ja saadused on õiged, sest tehtud viga ei saanud millalgi veerand minuti suuruseks, kuna aga meil tarvis oli ainult täisi minutid lugeda. Nimelt näeme selle tabeli kolme viimast veerandit ligemalt silmitsedes, et logaritmid muutuvad iga järgmise veerandkraadiga teises, kolmandas ja neljandas veerus järjest vähem ja viiendas veerus järjest rohkem, kuid kuskil ei ole see muutuse kasvamine või kahanemine kolme protsentigi eelmise veerandkraadi muutusest. Sellepärast saab viga, kui ühe veerandkraadi iga minuti kohta ühesuguse osa sellest muutusest arvame, aga see viga on iga minuti kohta igatahes vähem kui $3\,^0/_0$ minuti kohta arvatud muutuse osast, ja et *meil* (ikka ligemast nurga suurusest edasi või tagasi lugedes) ainult kuni 7 minutit lugeda tuli, siis ei saanud kogu viga üle $7 \,.\, 3 = 21\,\%_0$ minuti kohta arvatud muutuse osast, nii et igatahes on sellest tekkiv viga vähem kui veerand minutit.

Selle tabeli esimeses veerandis, iseäranis tema alguses, ei saa juba sel viisil üksikuid minutid lugeda. Sääl võetakse tabel *A* abiks. On ju ka kerge tabel *B* esimeselt veerandilt kohe pilku heita tabelile *A*, kuna see säälsamas kõrval on. Nimelt on tabeli *B* esimesel veerandil teise veeru logaritmidel vahed niisama suured (või lõpu poole ainult ühe üksiku võrra vähemad) kui nendele (esimesel veerul) vastavate nurga suuruste (minutite arvude) logaritmidel. Nii on ühesuurused

$$\begin{array}{rr} \log 30 = & 14771 \\ -\log 15 = & -11761 \\ \hline & 3010 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{rr} \log \sin 30' = & \overline{3}\,9408 \\ -\log \sin 15' = & -\overline{3}\,6398 \\ \hline & 3010 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} \log 45 = & 16532 \\ -\log 30 = & -14771 \\ \hline & 1761 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{rr} \log \sin 45' = & \overline{2}\,1169 \\ -\log \sin 30' = & -\overline{3}\,9408 \\ \hline & 1761 \end{array}$$

jne., ja lõpul ainult ühe üksiku võrra suuremad, nagu

$$\begin{array}{rr} \log 600 = & 27782 \\ -\log 585 = & -27672 \\ \hline & 110 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{rr} \log \sin 10^0 = & \overline{1}\,2397 \\ -\log \sin 9^0\,45' = & -\overline{1}\,2288 \\ \hline & 109 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} \log 615 = & 27889 \\ -\log 600 = & -27782 \\ \hline & 107 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{rr} \log \sin 10^0\,15' = & \overline{1}\,2503 \\ -\log \sin 10^0 = & -\overline{1}\,2397 \\ \hline & 106 \end{array} \quad \text{jne.}$$

(Needsamad esimesed vahed saavad ka, kui needsamad nurgad mõõdetakse kraadidega või sekunditega või mingi muu mõõduga, sest need logaritmide vahed on ju nende murdude logaritmid, millel on lugejaks ja nimetajaks minutite arvud, ja minuti asemel nurka mõne muu mõõduga mõõtes, saaksid kõik need arvud — lugejad ja nimetajad — nii mitu korda vähemaks või suuremaks, kui mitu korda see uus mõõt on minutist suurem või vähem, nii et murrud ei muutuks.)

Sellepärast võib neid tabeli *B* logaritmide vahesid lugeda tabelist *A*. On ju tabeli *B* esimeses veerandis esimesel veerul nurga suurusi vaadates kohe selge, mitu minutit igas nurga suuruses üleüldse on, sest kui mõeldakse $2 \,.\, 60$, $3 \,.\, 60$, $4 \,.\, 60$ jne. kuni $11 \,.\, 60$ (2^0, 3^0, 4^0 jne. kuni 11^0 asemel), siis on küll mõttes ka valmis arvud 120, 180, 240 jne. kuni 660. Niisama on ka iga antud (12 kraadist vähema) nurga minutite arv tema kraadide ja minutite arvude järele kohe selge. Nii võib siis kergesti näituseks $\log \sin 3^0\,24'$ saamiseks tabelis leiduva ligema (suurema) nurga siinuse logaritmist $\overline{2}\,7857$ ära lahutada ainult arvude 210 (see on $3 \,.\, 60 + 30$) ja 204 (see on $3 \,.\, 60 + 24$) logaritmide vahe 23222—23096=126 ja saab *log* sin $3^0\,24'=27857-126=\bar{2}7731$. Seda logaritmi (tabelid vaadates) mõttes valmis arvutada oleks raskepoolne; sellepärast arvutatakse ta kirjalikult ja nimelt järgmiselt

$$\left.\begin{array}{r} \log\sin 3^0\,24'=\bar{2}7857 \\ +2\,3096 \\ -2\,3222 \end{array}\right\} =\bar{2}7731,$$

sest selleks, et esimesest arvust kahe teise arvu vahet ära lahutada, võib säält ära lahutada suurema arvu ja siis juurde lisada vähema või ka juurde lisada vähema arvu ja siis ära lahutada suurema. Niisama on siis veel näituseks $88^0\,9'$ koosinuse logaritm

$$\left.\begin{array}{r} \log\cos 88^0 9'=\log\sin 1^0 51'=\bar{2}\,4848 \\ +2\,0453 \\ -2\,0212 \end{array}\right\} =\bar{2}\,5089,$$

kus v i i m a s e v e e r u n u r g a a s e m e l o n v õ e t u d v a s t a v e s i m e s e v e e r u n u r k, n a g u s e d a s i i n a l a t i t e h a t u l e b, ja minutite arvude logaritmide vahe tuli juba tabelis leiduva ligema nurga siinuse logaritmile juurde lisada, sest antud nurk on suurem. N i i s a a b s i i n i k k a m i n u t i t e p e e n u s e n i a n t u d n u r g a s i i n u s e l o g a r i t m i (v õ i k o o s i n u s e l o g a r i t m i, k u i n u r k o n ü l e 78^0) s i l m a p i l k ü l e s k i r j u t a d a k o l m e a r v u g a: e s i t e k s l i g e m a t a b e l i s l e i d u v a n u r g a s i i n u s e l o g a r i t m, s i i s a n t u d n u r g a m i n u t i t e a r v u l o g a r i t m j a v i i m a k s l i g e m a t a b e l i s l e i d u v a n u r g a m i n u t i t e a r v u l o g a r i t m — t e i n e t u l e b e s i m e s e l e j u u r d e l i s a d a j a k o l m a s s ä ä l t l a h u t a d a.

Ümberpöördult leiame siin antud siinuse logaritmi järele nurga minutite arvu logaritmi sel teel, et ligema tabelis leiduva nurga minutite arvu logaritmile lisame juurde (kui otsitav nurk on suurem) või säält lahutame (kui otsitav nurk on vähem) antud nurga ja ligema tabelis leiduva nurga siinuste logaritmide vahe, sest see vahe on ju niisama suur kui nende nurkade minutite arvude logaritmide vahe. Näituseks on see nurk, mille siinuse logaritm on $\bar{2}\,7731$,

$$\begin{array}{rl} \text{arc}\sin N\log\bar{2}\,7731=N\log(2\,3222, & \text{see on } \log 210, \\ +\bar{2}\,7731 & \\ -\bar{2}\,7857, & \text{see on } \log\sin 3^0 30' \\ \hline 2\,3096)=204'=3^0 24', & \end{array}$$

ja niisama see nurk, mille koosinuse logaritm on $\bar{2}\,5089$,

$$\begin{array}{rl} \text{arc}\cos N\log\bar{2}\,5089=90^0-N\log(2\,0212 & \\ +\bar{2}\,5089 & \\ -\bar{2}\,4848 & \\ \hline 2\,0453)=90^0-111'=90^0-1^0 51'=88^0 9', & \end{array}$$

nii et ikka tuleb nurga minutite arvu (või antud koosinuse puhul 90^0-ni täiendava nurga minutite arvu) logaritmi saamiseks ligema tabelis leiduva nurga minutite arvu logaritmile juurde lisada antud siinuse (või koosinuse) logaritm ja säält lahutada ligema tabelis leiduva nurga siinuse (või koosinuse) logaritm.

Kõik see, mis on öeldud siinuse logaritmide kohta, kui nurk on vähem kui 11^0, või koosinuse logaritmide kohta, kui nurk on suurem kui 79^0, käib ka tangensi või kootangensi logaritmide kohta nendesamade nurkade puhul. On ju need logaritmid (kolmandal veerul) tabeli alguses esimese veeru logaritmide suurused ja tabeli esimese veerandi lõpul lähevad nende vahed vastavate nurgasuuruste (minutite arvude) logaritmide vahedest lahku mitte üle kolme üksiku.

$$\begin{array}{rr} \textit{log}\,600 = & 27782 \\ -\textit{log}\,585 = & -27672 \\ \hline & 110 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{rr} \textit{log}\,\mathrm{tg}\,10^0 = & \bar{1}\,2463 \\ -\textit{log}\,\mathrm{tg}\;9^0\,45' = & -\bar{1}\,2351 \\ \hline & 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} \textit{log}\,615 = & 27889 \\ -\textit{log}\,600 = & -27782 \\ \hline & 107 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{rr} \textit{log}\,\mathrm{tg}\,10^0\,15' = & \bar{1}\,2573 \\ -\textit{log}\,\mathrm{tg}\,10^0 = & -\bar{1}\,2463 \\ \hline & 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} \textit{log}\,630 = & 27993 \\ -\textit{log}\,615 = & -27889 \\ \hline & 104 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{rr} \textit{log}\,\mathrm{tg}\,10^0\,30' = & \bar{1}\,2680 \\ -\textit{log}\,\mathrm{tg}\,10^0\,15' = & -\bar{1}\,2573 \\ \hline & 107 \end{array} \quad \text{jne.,}$$

nii et tangensi logaritmide vahesid vastavate nurgasuuruste minutite arvude logaritmide vahedega ühesuurusteks lugedes saab küll viga, aga see viga ei ulata ühe veerandkraadi piirides poole minutini (sest ühe minuti kohta tuleb logaritmide vahes vähemalt 7 ühte — viimases näituses $\frac{107}{15}$) ja ikka ligemast tabelis leiduvast logaritmist või nurga suurusest lugedes (nagu siin on näidatud) ei ulata see viga veerandminutini.

Kõik see käib niisama ka kootangensi logaritmide kohta, kui nurk on vähem kui 11^0, või tangensi logaritmide kohta, kui nurk on suurem kui 79^0 (see on neljanda veeru logaritmide kohta, mille vahed on kolmanda veeru omade suurused), ainult selle vahega, et need neljanda veeru logaritmid ülevalt alla minnes vähenevad, nii et sääl, kus enne tuli näituseks tabelis leiduva ligema nurga minutite arvu logaritmile selle nurga siinuse (või tangensi) logaritmi ja antud logaritmi vahe juurde lisada, sääl tuleb see nüüd (neljanda veeru juures) ära lahutada ja ümberpöördult. Nii on näituseks $88^0\,13'$ tangensi logaritm

$$\left.\begin{array}{r} \textit{log}\,\mathrm{tg}\,88^0 13' = \textit{log}\,\mathrm{ctg}\,1^0 47' = 15149 \\ +20212 \\ -20294 \end{array}\right\} = 15067,$$

nii et tabelis leiduva ligema nurga kootangensi logaritmile tuleb (neljanda veeru puhul) juurde lisada selle nurga minutite arvu logaritm ja säält lahutada antud nurga oma. Niisama on ümberpöördud näituseks selle nurga suurus, mille tangensi logaritm on 15067,

$$\mathit{arc}\ \mathrm{tg}\ N\mathit{log}\ 15067 = 90^0 - N\mathit{log}\left(\begin{array}{r} 20212 \\ +15149 \\ -15067 \\ \hline 20294 \end{array}\right) = 90^0 - 107' = 90^0 - 1^0 47' = 88^0 13',$$

nii et tabelis leiduva ligema nurga minutite arvu logaritmile tuleb neljanda veeru puhul juurde lisada selle nurga kootangensi logaritm ja säält lahutada antud logaritm.

Sel viisil tabeli *B* esimese veerandi esimest veergu käsitades saab ka minutite jagusid lugeda. Sääl hakkab sellest käsituseviisist (siinuste logaritmide vahede asemel vastavate nurga suuruste logaritmide vahede tarvitamisest) tekkiv viga ulatama minuti kümnendikuni alles tabeli veerandi lõpul, sest terve veerandkraadi kohta sääl alles ülearu loetud (logaritmide vahe) ühest üksikust tuleb poole veerandkraadi kohta (millest meie, ikka tabelis leiduvast ligemast arvust lugedes, millalgi üle ei läinud) pool ühte ja sellele vastab vähem kui kümnendik minutit, kuna sääl alles seitsmele üksikule terve minut vastab. Sellepärast võib sääl küll kuni veerandi lõpuni isegi kümnendikka minutid lugeda, see on, nimelt nii peenelt, kui tabel *A* lubab (tulevad ju minutite kümnendikud sääl minutite arvus juba neljandale kohale). Niisama võib (nagu seda ligikaudsete arvutuste õpetuses tõendatakse) tabeli *B* esimese veerandi esimeses veerus igal pool nurga jagusid nii peenelt lugeda, kui peenelt aga tabel *A* lubab. Et see peenus väga kaugele — isegi sekundite tuhandikkudeni võib ulatada, selleks võtame mõned näitused, sest on (isegi koolimeeste poolt) arvamist avaldatud, et tabelite *A* ja *B* abil (nelja kohaga logaritmide abil) küllalt peenelt arvutada ei saa.

Olgu näituseks teada, et pool maakera läbimõõtu (ekvatori kohal) on 6377 kilomeetrit ja et selle seletuse kirjutamise ajal paistab see pool maakera läbimõõtu kuu keskpunktist vaatajale 53,96-minutilise nurga all (see tähendab, kui lhk. 12 joonistatud kolmnurgal oleks nurk *a* kuu keskpunktis ja maakera pool läbimõõtu püstküljeks, siis oleks nurk *a* nimelt 53 täit ja 96 sajandikku minutit) ja päikese keskpunktist vaatajale 8,69(2)-sekundilise nurga all, kuna kaks nädalat tagasi need nurgad olid kuu keskpunktis 61,36 minutit ja päikese keskpunktis 8,67(2) sekundit (nagu see on näha täheteaduslises kalendris). Siis on selge, et kuu on viimase kahe nädala sees meist kaugemale läinud (sest maakera näib nüüd säält vaatajale vähem), kuna päike on meile ligemale tulnud (maakera näib nüüd päikese päält vaatajale suurem), ja arvutus ütleb nimelt kui palju. Kui meil mõttes on see enne kirjeldatud kolmnurk (millel 53,96-minutilise nurgapunkt on kuu keskpunktis ja maakera pool läbimõõtu 6377 km. püstküljeks), siis on nimelt selle kolmnurga kaldkülje pikkus kauguseks kuu keskpunktist maakera keskpunkti, ja kui lhk. 12 joonistatud kolmnurgas mõtleme ka nurga *a* 53,96-minutiliseks, siis on need kolmnurgad sarnased ja esimese kolmnurga kaldkülje pikkuse arv (kuu ja maakera vahelise kauguse arv) otse nii mitu teise kolmnurga kaldkülje oma (ühte), kui mitu on esimese kolmnurga püstkülje pikkuse arv (6377) teise kolmnurga püstkülje oma (sin 53,96′). Sellega on kuu kaugus praegu

$$\frac{6377}{\sin 53{,}96'} = N\log\left(3\,8046 - \left\{\begin{array}{r}\bar{2}\,2419\\ +1\,7321\\ -1\,7782\end{array}\right\} = -\bar{2}\,1958 \quad \overline{}\; 5\,6088\right) = 406300 \text{ km.}$$

ja päikese kaugus

$$\frac{6377}{\sin 8{,}692''} = N\log\left(3\,8046 - \left\{\begin{array}{r}\bar{3}\,6398\\ 9391\\ -2\,9542\end{array}\right\} = -\bar{5}\,6247 \quad 8\,1799\right) = 151300000 \text{ km.}$$

(Siin tuli tabelis leiduv ligem nurk 15′ ka mõõta sekundites, nii et sai 900″, ja *log* 900 ongi 29542.)

Kahe nädala eest oli kuu kaugus

$$\frac{6377}{\sin 61{,}36'} = N\log\left(3\,8046 - \left\{\begin{array}{r}\bar{2}\,2419\\ +1\,7879\\ -1\,7782\end{array}\right\} = -\bar{2}\,2516 \quad 5\,5530\right) = 357200 \text{ km}$$

ja päikese oma

$$\frac{6377}{\sin 8{,}672''} = N\log\left(3\,8046 - \left\{\begin{array}{r}\bar{3}\,6398\\ +\ 9381\\ -2\,9542\end{array}\right\} = -\bar{5}\,6237 \quad 8\,1809\right) = 151700000 \text{ km,}$$

nii et kuu on meist eemale läinud 406300—357200=49100 kilomeetrit ja päike meile ligemale tulnud 151700000—151300000=400000 kilomeetrit.